

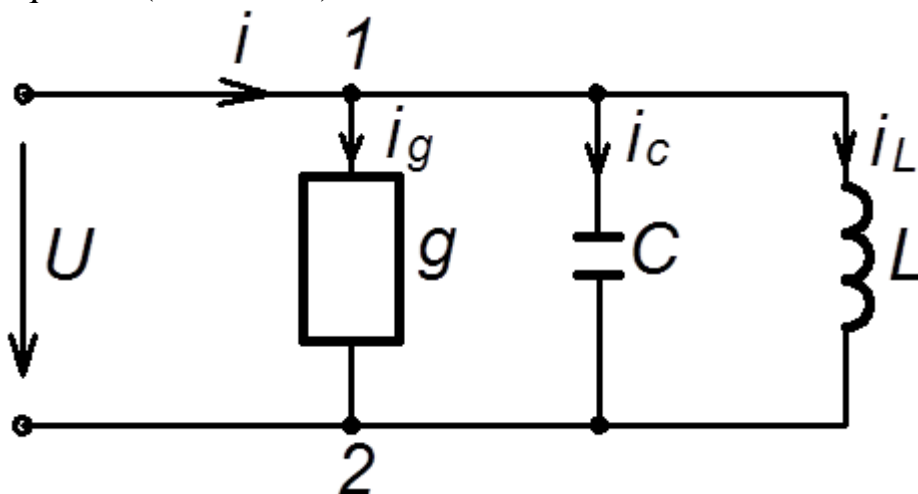
14-ma`ruza. Aktiv o`tkazuvchanlik, induktiv va sig`im elementlari parallel ulangan zanjirlarda tok va kuchlanishlar

Reja:

1. Parallel ulangan elektr zanjirlarining turg'un holati.
2. Aktiv, reaktiv va to'la o'tkazuvchanlik.
3. Toklar va o'tkazuvchanliklar uchburchaklari.

1. Parallel ulangan elektr zanjirlarining turg'un holati.

Ushbu holatda 3 ta parallel ulangan uchastkalar (g , C , L) dan iborat tarkib topgan elektr zanjirini ko'rib chiqamiz. Bunda, tarmoqning g qismi faqat o'tkazuvchanlikka ega, L –qismi faqat induktivlikka ega va S qismi faqat sig'imga ega deb faraz qilamiz (14.1 –rasm).



14.1-rasm.

Kirxgofning birinchi qonuniga asosan:

$$i = i_g + i_c + i_L \quad (14.1)$$

Alohida shoxobchadagi toklarni ularga ta'sir qiluvchi kuchlanishlar orqali ifodalash mumkin. Shunday qilib birinchi shoxobcha uchun

$$i_g = g \cdot U \quad (14.2)$$

Bu yerda g –birinchi shoxobchanning o'tkazuvchanligi ikkinchi shoxobcha uchun

$$i_c = \frac{dq}{dt} = \frac{dCU}{dt} = C \cdot \frac{dU}{dt} \quad (14.3)$$

Uchinchi shoxobcha uchun

$$i_L = \psi_L / L \quad (14.4)$$

bunda $u = d\psi_L/dt$; $d\psi_L = u \cdot dt$

Oxirgi ifodani integrallab quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\psi_L = \int_0^t u dt + \psi_L(0)$$

u holda

$$i_L = \frac{1}{L} \int_0^t u dt + i_L(0) \quad (14.5)$$

(14.5) formulada:

$$i_L(0) = 1/L \cdot \psi_L(0)$$

Keltirilgan ifodalardan so'ng ko'rib chiqilayotgan zanjirning differensial tenglamasi quyidagicha ko'rinishga ega bo'ladi:

$$gu + C \cdot du/dt + 1/L \int_0^t u dt + i_L(0) = i \quad (14.6)$$

Sinusoidal zanjir uchun

$$gu_m \cdot \sin \omega t + \omega C I_m \cdot \cos \omega t - \frac{1}{\omega L \cdot u_m \cdot \cos \omega t} + \frac{1}{\omega L \cdot u_m + i_L(0)} = I_m \sin(\omega t - \varphi) \quad (14.7)$$

(14.7) tenglamaning chap qismidagi oxirgi 2 ta qo'shiluvchidan boshqa doimiy qo'shiluvchilari bo'lmaganligi sababli quyidagiga ega bo'lamiz:

$$1/\omega L \cdot U_m + i_L(0) = 0 \quad (14.8)$$

(14.7) zanjir tenglamasi vaqtning istalgan t qiymatida ham o'rinalidir. $\omega t = \pi/2$ va $\omega t = 0$ deb qabul qilib quyidagilarni topamiz:

$$gU_m = I_m \cos \varphi \quad (14.9)$$

$$(1/\omega L - \omega c)U_m = I_m \sin \varphi \quad (14.10)$$

(14.9) va (14.10) tengliklarni kvadrati ko'tarib va qo'shib quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$I_m = U_m \cdot \sqrt{g^2 - \left(\frac{1}{\omega L} - \omega c\right)^2} \quad (14.11)$$

(3.5.11) ifodani $\sqrt{2}$ bo'lish orqali ta'sir qilayotgan tok va kuchlanish o'rtasidagi bog'liqliqni aniqlaymiz.

$$I = U \cdot \sqrt{g^2 - \left(\frac{1}{\omega L} - \omega c\right)^2} = U \cdot Y \quad (14.12)$$

(14.10) ni (14.9) ga bo'lib quyidagini hosil qilamiz:

$$\operatorname{tg} \varphi = \left(\frac{1}{\omega L} - \frac{\omega c}{g}\right) \quad (14.13)$$

2. Aktiv, reaktiv va to'la o'tkazuvchanlik.

g o'tkazuvchanlik zanjirning aktiv o'tkazuvchanligi ($g = 1/r$) deb ataladi. ($\frac{1}{\omega L} - \omega c$) kattalik esa zanjirning reaktiv o'tkazuvchanligi deb ataladi va V bilan belgilanadi. Reaktiv o'tkazuvchanlikning $1/\omega L$ tashkil etuvchisi induktiv

o'tkazuvchanlik deb ataladi va b_1 bilan belgilanadi. ωS tashkil etuvchisi esa sig'imiyl o'tkazuvchanlik deb atalib b_s orqali belgilanadi.

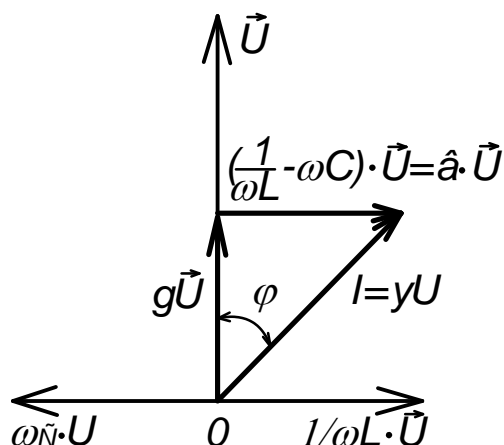
U holda:

$$b = 1/\omega L - \omega C = b_L - b_s$$

quyidagi:

$$Y = \frac{I}{U} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L - \omega C}\right)^2} = \sqrt{g^2 + b^2} \quad (14.14)$$

Kattalik zanjirning to'la o'tkazuvchanligi deb ataladi.



14.2-rasmda ko'rib chiqilayotgan zanjirning $1/\omega L > \omega C$ holdagi vektor diagrammasi keltirilgan.

Sxemada birinchi qismdagi tok faza bo'yicha kuchlanish bilan mos tushadi. Kondensatordagi tok faza bo'yicha kuchlanishdan, $\pi/2$ burchakka oldinda, cho'lg'amda esa tok kuchlanishdan faza bo'yicha $\pi/2$ burchakka orqada koladi.

14.2-rasm.

3. Toklar va o'tkazuvchanliklar uchburchaklari.

3.1. O'tkazuvchanlikning fizik mohiyati.

Reaktiv o'tkazuvchanlik b induktiv b_L va sig'imiyl b_s o'tkazuvchanliklarning ayirmasi ko'rinishida hosil bo'lishining sababi kondensator va cho'lg'amdagi toklarning bir biriga nisbatan π burchakka siljiganligidir. Vaqtning istalgan momentida (onida) ikkinchi va uchinchi shoxobchalar umumiy qismlariga nisbatan qarama-qarshi tomonga yo'nalgan. (oldingi mavzudagi 1-rasmga qarang). Ushbu toklar birinchi shoxobchadagi tokka nisbatan $\pi/2$ burchakka siljigan, shuning oqibatida to'liq o'tkazuvchanlik g va b larning oddiy arifmetik yig'indisi kabigina hisoblanmasdan, balki quyidagi ifoda bilan hisoblanadi:

$$U = \sqrt{g^2 + b^2} \quad (14.15)$$

$b_1 = b_c$ bo'lganida zanjirda rezonans sodir bo'ladi va i tok birinchi shoxobchadagi ig tokka teng bo'ladi. $\frac{1}{\omega L} > \omega C$ bo'lganida cho'lg'amdan o'tayotgan tok

kondensator tokidan katta bo'ladi va umumiy i tok faza bo'yicha kuchlanishdan φ burchakka orqada qoladi, bu holda $0 < \varphi \leq \pi/2$ $\omega > 1/\omega L$ bo'lganida kondensator toki cho'lg'amdan o'tayotgan tokdan katta bo'ladi va umumiy i tok faza bo'yicha kuchlanishdan oldinda bo'ladi, bu holda $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi < 0$.

Elektr o'tkazuvchanlik elektr qarshilikka teskari kattalikdir:

$$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U} \quad (14.16)$$

U quyidagicha o'lchovga ega:

$$d_{im} G = L^{-2} M^{-1} T^3 I^2 \quad (14.17)$$

O'tkazuvchanlik birligiga simens (sm) deb nom qo'yilgan. Ma'lumki, oldinroq, hatto M0 deb ham atalgan («Om» - qarshilik birligining teskarisi), ammo bunday nomlanish rasmiy qabul qilinmadi.

(14.17) formuladagi d_{im} yozuvi deminsion –o'lcham, o'lchamlilik, o'lchash ma'nolarini bildiradi. L–uzunlik o'lchami; M–massa o'lchami; T–vaqt o'lchami va I–tok kuchi o'lchami.

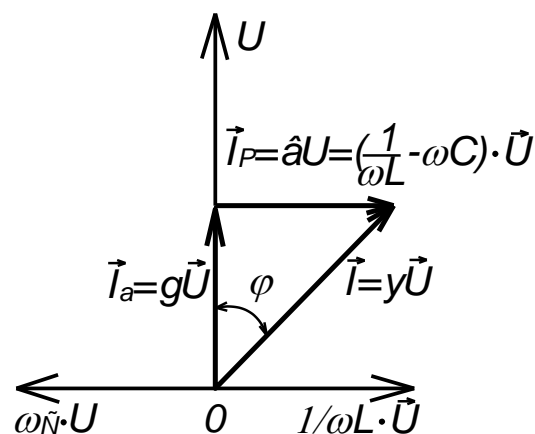
Amaliyotda, shuningdek solishtirma elektr o'tkazuvchanlik kattaligidan ham foydalaniladi. Uning belgilanishi γ : (zaxira belgilanishi – σ) Ushbu kattalik quyidagi kattalik ifoda orqali aniqlanadi: $\gamma = 1/\rho = \frac{\sigma \cdot l}{S}$

(14.18)

va simens metrlarda ifodalanadi.

3.2. Toklar va o'tkazuvchanliklar uchburchaklari.

14.3-rasmda toklar va o'tkazuvchanlik-lar uchburchaklari keltirilgan. Bu yerdan ko'rinib turibdiki, φ burchak-ning kamayishi bilan to'liq tokning aktiv tashkil etuvchisi ortadi va aksincha, φ ortganda esa tokning reaktiv tashkil etuvchisi ortadi.



14.3-rasm.

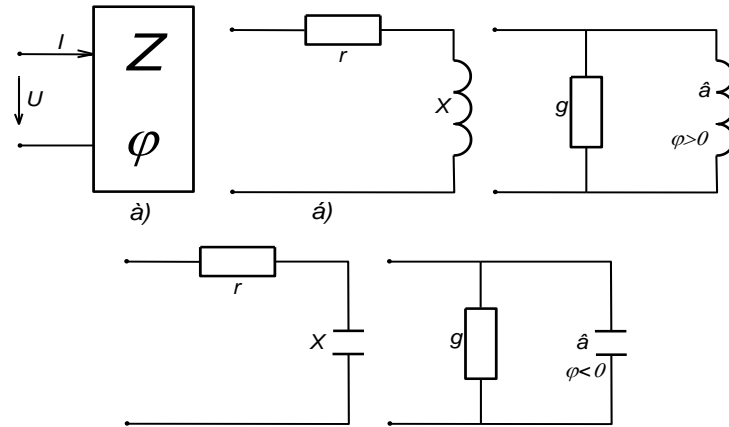
O'zgaruvchan tokli murakkab zanjirning ekvivalent parametrlarini yozishda (umuman olganda, ikki qutbli sifatida qarash mumkin bo'lgan) quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$y = \frac{I}{U}; \quad g = \frac{P}{U^2}; \quad b_{\varphi} = \pm \sqrt{y^2 - g^2} \quad (14.19)$$

Butun zanjirni umumiy holda ikki qutblik sifatida ko'rib chiqq turib va uning ichki tuzilishi bilan qiziqmagan holda, uni ba'zi ekvivalent parametrlar yordamida tasviflash mumkin.

14.4–a rasmda ikki qutbli zanjir to'g'ri to'rtburchak shaklida kursatilgan

14.4–b rasmda esa $\varphi > 0$ va $\varphi < 0$ bo‘lganidagi xususiy holatlar kursatilgan.



14.4-rasm.

Ekvivalent qarshiliklar va o‘tkazuvchanliklar orasidagi bog‘liqlikni keltiramiz.

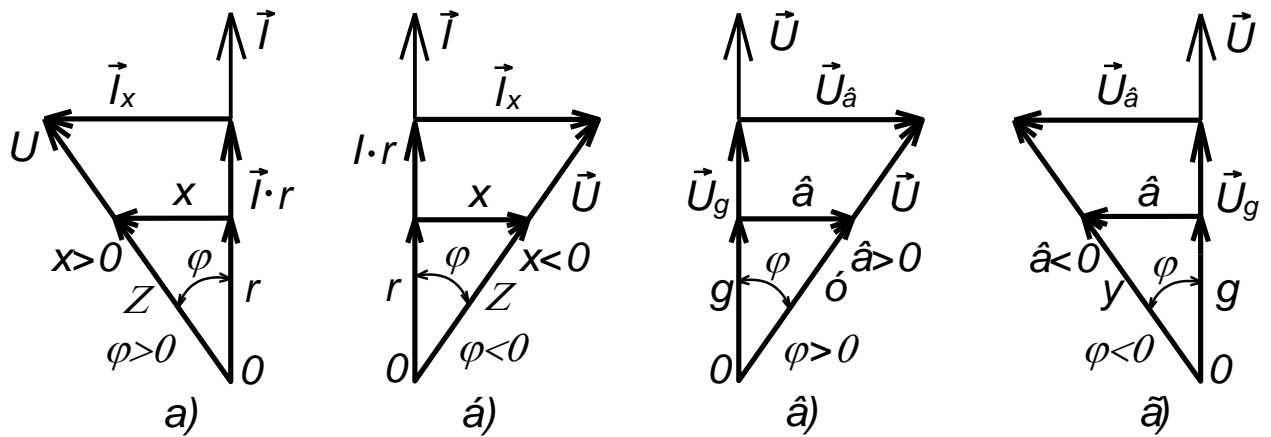
$$y = \frac{1}{Z} \quad g = \frac{r}{Z^2} = \frac{r}{r^2 + x^2}; \quad b = \frac{x}{Z^2} = \frac{x}{r^2 + x^2} \quad (14.20)$$

$$Z = \frac{1}{y} \quad r = \frac{g}{y^2} = \frac{g}{g^2 + b^2}; \quad x = \frac{b}{y^2} = \frac{b}{g^2 + b^2} \quad (14.21)$$

Quyidagi 14.5–rasmda $\varphi > 0$ va $\varphi < 0$ bo‘lgan hollarda tok va kuchlanish vektorlarining o‘zaro joylashish vektor diagrammalari keltirilgan:

14.5–a va 14.5–b rasmlarda kuchlanishning tashkil etuvchilari keltirilgan:

$$U \cdot \cos\varphi = U \cdot r/z = I \cdot r \quad \text{va} \quad U \cdot \sin\varphi = U \cdot x/z = I \cdot x \quad (14.22)$$



14.5-rasm.

Ushbu tashkil etuvchilarni ba‘zan ulangan kuchlanishning aktiv va reaktiv tashkil etuvchilari deb ham ataladi, ular va U vektori hosil qilgan to‘g‘ri burchakli uchburchakni esa kuchlanish uchburchagi deb ataladi. Mazkur uchburchakning hamma tomonlarini I ga bo‘lib, qarshiliklar uchburchagini hosil qilamiz.

Huddi shuningdek 14.5–v va 14.5–g rasmlardan:

$$I \cdot \cos\varphi = I g/y = U_g \quad \text{va} \quad I \cdot \sin\varphi = I \cdot b/y = U_b \quad (14.23)$$

Ushbu kattaliklarni ba'zida tokning aktiv va reaktiv tashkil etuvchilari ham deb ataladi, ular va tok I vektori hosil qilgan to'g'ri burchakli uchburchakni esa tok uchburchaki deb ataladi.

Keltirilgan uchburchakning hamma tomonlarini U kuchlanishga bo'lib, o'tkazuvchanliklar uchburchagini hosil qilamiz. Ushbu uchburchakning katetlari bo'lib ekvivalent aktiv va reaktiv o'tkazuvchanliklar, gipotenuzasi esa ekvivalent to'liq o'tkazuvchanlik hisoblanadi.

3.3. O'tkazuvchanlik qatnashgan amaliy hisoblarni bajarish.

Elementlari parallel ulangan berilgan zanjir uchun toklarning effektiv (samarali) qiymatlarini o'tkazuvchanliklar orqali hisoblashni qarab chiqaylik (4-rasm). Faraz qilaylik zanjirga $U=173 \sin \omega t$ kuchlanish ulangan bo'lsin, bu yerda $\omega=314$ Vat parallel uchastkalarda mos holda: $g=0.06$ sm; $L = 0.02$ Gn hamda $S = 145$ mkF bo'lsin. Joriy (amaldagi) I_g, I_L, I_C larni hamda butun zanjirdagi tokning oniy qiymatini aniqlash talab qilinayotgan bo'lsin.

Yechim: b_L va b_C larni hisoblab aniqlaymiz:

$$b_C = \omega C = 314 \cdot 145 \cdot 10^{-6} = 0.045 \text{ cm}$$

$$b_L = 1/\omega L = 1/314 \cdot 0.02 = 0.16 \text{ cm}$$

Zanjir qismlaridagi joriy (amaldagi) kuchlanish:

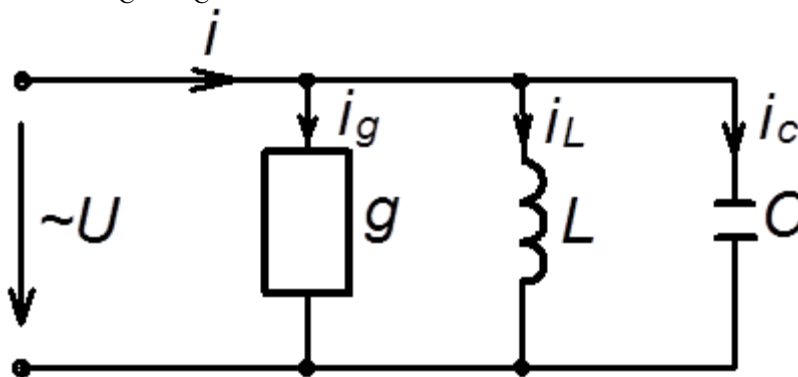
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{173}{\sqrt{2}} = 122.7 \text{ B}$$

Shoxobchalardagi joriy (amaldagi) toklar:

$$I_g = g \cdot U = 0.06 \cdot 122.7 = 7.36 \text{ A};$$

$$I_L = b_L \cdot U = 0.16 \cdot 122.7 = 19.63 \text{ A};$$

$$I_C = b_C \cdot U = 0.045 \cdot 122.7 = 5.52 \text{ A}.$$



Zanjirning shoxobchalanmagan qismidagi umumiy tok quyidagiga teng bo'ladi:

$$I = \sqrt{I_g^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{7.36^2 + (19.63 - 5.552)^2} = \sqrt{54.2 + 199.10} = \sqrt{253.3} = 15.91 \text{ A}$$

Tokning oniy qiymatini aniqlash uchun φ burchakni (tok va kuchlanishlar orasidagi faza siljishini) aniqlash lozim:

$$\varphi = \arctg b/g = \arctg(0.16 - 0.045)/0.06 = \arctg 0.115/0.06 = \arctg 1.92 \approx 62^{\circ}30'$$

Butun zanjirga ta'minlovchi manbadan oqib kelayotgan tokning oniy qiymati quyidagiga teng bo'ladi:

$$i = I_m \cdot \sin(314t - \varphi) = \sqrt{2} \cdot 15,91 \cdot \sin(314t - 62^{\circ}30') = \\ 1,41 \cdot 15,91 \cdot \sin(314t - 62^{\circ}30') = 22,43 \cdot \sin(314t - 62^{\circ}30')$$

Nazorat savollari:

1. Zanjir parallel bog‘langan qismlari (shoxobchalari) dagi to‘liq tok miqdorini aniqlash ifodasini kursating.
2. $\omega t = \pi/2$ va $\omega t = 0$ bo‘lgan hollarda zanjir tenglamasini yozing.
3. To‘la o‘tkazuvchanlik deb nimaga aytiladi?