13-ma`ruza. Rezistor, induktiv va sig`im elementlari ketma-ket ulangan zanjirdagi tok va kuchlanishlar.

Reja:

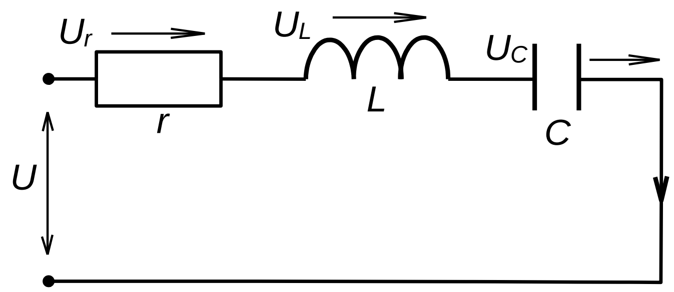
1. Ketma–ket ulangan zanjirdagi turg‘unlashgan holat.
2. Tok va kuchlanish orasidagi faza siljishlari.
3. Aktiv, reaktiv va to‘la qarshilik.
4. Kuchlanish va qarshiliklar uchburchaklari.

5. Sinusoidal tokli elektr zanjirlarida energiyaning tebranishi va oniy quvvat.

1. Ketma–ket ulangan zanjirdagi turg‘unlashgan holat.

13.1–rasmda ketma–ket ulangan r, L va S qismlardan tarkib topgan zanjir sxemasi keltirilgan. Ushbu sxema uchun quyidagi ko‘rinishdagi tenglamaga egamiz:

$$U = U_r + U_L + U_c = r\,i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt + U_c(0) \qquad (13.1)$$



13.1-rasm.

Keltirilgan tenglamaning umumiy yechimi i(t), boshqa har qanday chiziqli differensial tenglamaniki kabi, xususiy yechim $i^{/}(t)$ (funksiya u(t) ning ko‘rinishi bilan aniqlanadigan) va to‘liq integral $i^{//}(t)$ (u(t)=0 deb olinganda, bir turdagi differensial tenglamaning to‘liq integrali) larning yig‘indisi kabi hisoblanadi.

Zanjirga kuchlanish u(t) ulangandan keyin tokning $i^{//}(t)$ tashkil etuvchisi tez orada so‘nadi (sekundning ulushlari yoki bir necha sekund davomida, amalda nolgacha). Haqiqatda U=0 va $r\neq 0$ bo‘lganida ketma–ket ulangandagi jarayon faqatgina zanjirning maydonlari (elektr va magnit) dagi energiya zaxiralari hisobigagina saqlanib turishi va keyinchalik energiyaning r qarshilikli qismida tarqalishi hisobiga so‘nishi mumkin.

Binobarin, zanjirni, tarmoqda ulangandan keyin ozroq vaqt o‘tgach, qiymati zanjir tenglamasining xususiy yechimi $i^{/}(t)$ga teng bo‘lgan i(t) tok turg‘unlashadi. i(t) kattalik turg‘unlashgan rejimdagi zanjir toki bo‘lib hisoblanadi. Faraz qilaylik, zanjirga ulangan kuchlanish sinusoidal qonuniyat bo‘yicha o‘zgarsin:

$$U = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u) \qquad (13.2)$$

Ushbu holatda turg‘unlashgan rejim toki ham sinusoidal va shu chastota $\omega=2\pi f$ ga ega bo‘ladi, shuning uchun quyidagi tenglik o‘rinli bo‘ladi:

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i) = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) \qquad (13.3)$$

Elektrotexnikaning asosiy vazifasi bo‘lib U_m, ω va ψ_u larning berilgan qiymatlarida I_m va φ ni topishdan iboratdir.

2.Tok va kuchlanish orasidagi faza siljishlari.

Turg‘unlashgan sinusoidal jarayonni tadqiq qilishda ψ_i boshlang‘ich faza (ulangan kuchlanishning) qiymati ixtiyoriy tanlab olinishi mumkin. Chunki ushbu holatda ketma-ket ulangan elementlardan iborat zanjirning har bir qismidagi tok umumiy hisoblanadi va $\psi_i = \varphi$ deb tanlash maqsadga muvofiq bo‘ladi (tok uchun boshlang‘ich faza bu holda nolga teng: $\psi_i = 0$ bo‘ladi). U holda quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$U=U_m\cdot \sin(\omega t + \psi_u) = U_m\cdot \sin(\omega t + \varphi) \tag{13.4}$$

$$i = I_m\cdot \sin\omega t \tag{13.5}$$

bunda: φ - tok va kuchlanish orasidagi faza siljishi. Ushbu parametr ko‘rib chiqilayotgan element (aktiv, induktiv yoki sig‘imli element) ning qarshiligining mohiyatini tavsiflaydi. Ushbu qarshiliklarga bog‘liq holda φ burchak har xil bo‘lishi mumkin.

(13.4) va (13.5) lardan i va U larning qiymatlarini (13.1) tenglamaga quyib, quyidagini hosil qilamiz:

$$rI_m\cdot\sin\omega t+\omega LI_m\cdot\cos\omega t-\frac{1}{\omega C}\cdot I_m\cos\omega t+\frac{1}{\omega C}\cdot Im+U_C(o)=U_m\cdot\sin(\omega t+\varphi) \tag{13.6}$$

Keltirilgan tenglamada tenglamaning chap qismidagi oxirgi 2 ta haddan tashqari barcha hadlar doimiy tashkil etuvchiga ega, shuning uchun:

$$\frac{1}{\omega C}\cdot I_m\cdot U_C(o) = 0 \tag{13.7}$$

(13.7) tenglama vaqt t ning istalgan momenti uchun ham o‘rinli bo‘lishi lozim. Xususan, $\omega t = \frac{\pi}{2}$ va $\omega t = 0$ bo‘lgan hollarda:

$$rI_m = U_m\cdot \cos\varphi \tag{13.8}$$

$$(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \cdot Im = U_m\cdot \sin\omega \tag{13.9}$$

(13.8) va (13.9) larni kvadratga ko‘tarib va qo‘shib, quyidagini hosil qilamiz:

$$[r^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2]\cdot I^2_m = U^2_m \tag{13.10}$$

bu yerdan tok va kuchlanish amplitudalari o‘rtasidagi bog‘liqlikni hosil qilamiz:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \tag{13.11}$$

Ushbu ifodaning o‘ng va chap qismlarini $\sqrt{2}$ ga bo‘lib, shunga o‘hshash, joriy (amaldagi) tok va kuchlanishlar o‘rtasidagi bog‘liqlikni hosil qilamiz:

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \tag{13.12}$$

(13.11) va (13.12) tenglamalarda barcha holatlarda ham ildiz ostidan faqatgina musbat ildiz qiymati olinadi, chunki kuchlanish va tokning amplitudalari va joriy (amaldagi) qiymatlarini musbat kattaliklar deb hisoblaymiz.

(13.9) ni (13.8) ga bo‘lish orqali:

$$tg\,\varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{r} \tag{13.13}$$

ifodani hosil qilamiz.

3. Aktiv, reaktiv va to‘la qarshilik.

Kuchlanish va tokning amplitudalari U_m va I_m yoki joriy (amaldagi) qiymatlari U va I lar o‘rtasidagi bog‘liqlikni ifodalovchi formulalarda mahrajda elektr qarshiligi bilan bir xil o‘lchovdagi kattaliklar turibdi. Bu kattaliklarni Z orqali ifodalaymiz va zanjirning to‘liq qarshiligi deb ataymiz.

Yuqorida ko‘rilgan zanjir uchun:

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{13.14}$$

O‘zgaruvchan tok zanjirining to‘liq qarshiligi Z umumiy holda r qarshilikdan katta va unga faqatgina xususiy holatda teng bo‘lishi mumkin. Bunga sabab, ko‘rilayotgan zanjirdagi kuchlanish nafaqat i, r bilan induktiv element uchun $L\frac{di}{dt}$ va sig‘im uchun $\frac{q}{c}$ tashkil etuvchilarga ham egadir.

$U_r$va (U_L+Uc) kuchlanishlar bir - biriga nisbatan $\frac{\pi}{2}$ burchakka siljigandir. Shuning uchun zanjirning to‘liq qarshiligi Z ni oddiygina arifmetik qo‘shish usulida (r va X ni) aniqlab bo‘lmaydi, aniq hisoblash, quyidagi ifoda orqali:

$$Z = \sqrt{r^2 + x^2} \tag{13.15}$$

amalga oshiriladi.

r qarshilik zanjirning aktiv qarshiligi deb ataladi. Ushbu qarshilik orqali zanjirdagi elektromagnit energiyasining issiqlik energiyasi ajralib chiqishi tarzida yo‘qolishi jarayonlari aniqlanadi. ωL - $\frac{1}{\omega C}$ kattalik (qarshilik o‘lchoviga ega, o‘zinduksiya va sig‘im ta’sirini hisobga oluvchi) esa zanjirning reaktiv qarshiligi deb ataladi va X orqali belgilanadi. Sig‘im ta’sirini hisobga oluvchi $\frac{1}{\omega C}$ had zanjirning sig‘imiy qarshiligi deb, o‘zinduksiya ta’sirini hisobga oluvchi ωL had esa zanjirning induktiv qarshiligi deb atalib, mos holda Xc va X_L bilan belgilanadi. U holda:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}; \qquad X_L = \omega L; \qquad X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L - X_C \tag{13.16}$$

$$Z = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{r^2 + x^2} \tag{13.17}$$

Shuni ta'kidlash lozimki, chastota ortishi bilan $X_L$ning oshishi o'zinduksiya E.Yu.K. ining tokni o'zgarish tezligiga proporsional bo'lishi bilan bog'liq va shuning uchun tok amplitudasi o'zgarmagan holda chastota ortishi bilan o'zinduksiya E.Yu.K. ning amplitudasi ham ortadi. Chastotani ortishi bilan $X_c$kattalik miqdorining kamayishi kondensatordagi siljish toki kondensator zajimlaridagi kuchlanishning o'zgarish tezligiga proporsional bo'lishiga bog'liq va shuning uchun kuchlanish amplitudasi o'zgarmas bo'lganida chastota ortishi bilan uning amplitudasi ham ortadi.

4. Kuchlanish va qarshiliklar uchburchaklari.

4.1. Tok va kuchlanishning faza bo'yicha ustma–ust tushish holati.

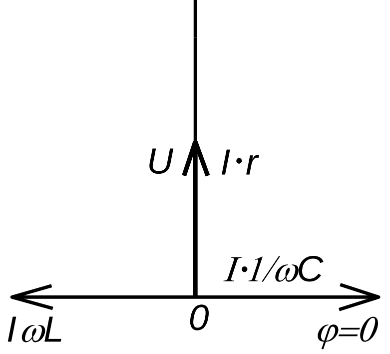
Zanjirning alohida qismlaridagi kuchlanish va tok o'rtasidagi fazalar siljishini ko'rib chiqishda zanjir to'liq qarshiligini ifodalash strukturasi aniqlanadi. Ko'rinarli bo'lishi uchun ko'rib chiqilayotgan sxemaning vektor diagrammasini ko'ramiz. Diagramma asosiy sifatida joriy kattaliklar (masalan, $U=Um/\sqrt{2}$ yoki $I=Im/\sqrt{2}$) olinadi va ularni qisqacha kuchlanish vektori, tok vektori yoki E.Yu.K vektori deb ataymiz. Vektor diagrammasini ketma–ket ulangan sxema uchun ko'ramiz (boshqacha aytganda zanjirning alohida qismlari uchun). Bunda quyidagi natijalarni hisobga olamiz:

1) Aktiv qarshilikda tok ushbu qismdagi kuchlanish bilan faza bo'yicha ustma–ust tushadi.
2) Induktiv cho'lg'amda tok ushbu cho'lg'amdagi kuchlanishdan faza bo'yicha $\pi/2$ burchakka orqada qoladi.
3) Kondensatorda tok kondensator zajimlaridagi kuchlanishdan faza bo'yicha $\pi/2$ burchakka oldinda yuradi.

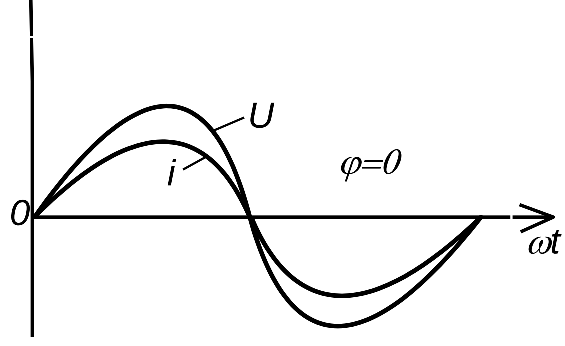
Butun zanjir bo'yicha tok va kuchlanishlar o'rtasidagi faza siljishini ko'rib chiqaylik. Avval tok va kuchlanishlar faza bo'yicha ustma–ust tushish holiga to'htalamiz. Ma'lumki, r qarshilikli kuchlanish faza bo'yicha tok bilan ustma –ust tushadi va quyidagi ko'rinishida bo'ladi.

$$U_r = ri = rI_m \sin\omega t \quad (13.18)$$

Vektor diagrammasini ko'rishda I vektorni vertikal o'q bo'ylab yo'naltiramiz. 13.2-rasmda $\varphi=0$ bo'lganda garmonik tebranishlar.



a)



b)

13.2 –rasm.

U va I larning vektor diagrammasi (13.2-a rasm) va funksiyasi (13.2-b rasm) keltirilgan. Ko‘rilayotgan holda x=0, chunki zanjirda reaktiv qarshilik yo‘q, yoki induktiv va sig‘imiy qarshiliklar bir–birini o‘zaro kompensatsiyalaydi. Bunday holat faqatgina rezonansda sodir bo‘ladi.

$$X=\omega L - 1/\omega C = 0 \qquad (13.8)$$

Vektor diagrammasida U_L va U_S vektorlar yig‘indisi nolga teng va U ulangan kuchlanish vektori yo‘nalish bo‘yicha I tok vektori bilan bir xil. Siljish burchagi nolga teng.

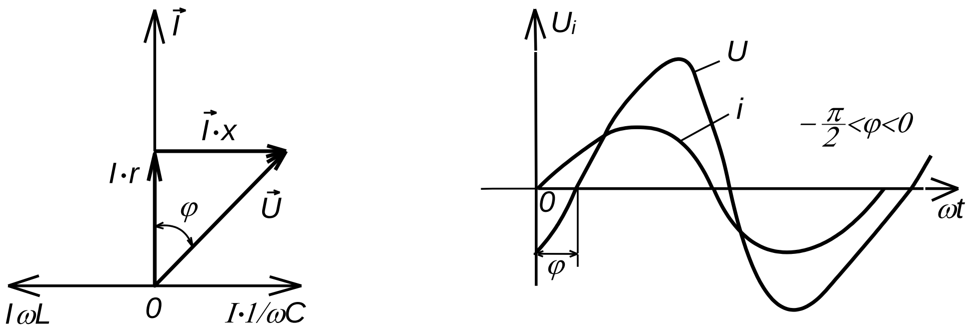
4.2. Kuchlanishning tokdan ortda qolishi.

Kuchlanish tokdan orqada qolish holatni ko‘raylik. Zanjirning S sig‘imli qismida kuchlanish tokdan π/2 burchakka ortda qoladi va quyidagi ko‘rinishga ega.

$$U_c=q/S=1/S\int_0^t idt + U_c(o)=-1/\omega S\cdot I_m\cdot\cos\omega t=1/\omega SI_m \sin(\omega t -\pi/2) \quad (13.9)$$

13.2–rasmda $1/\omega S>\omega L$ bo‘lgan holda (bunda $x<0$, $-\pi/2\le\varphi\le 0$ tok zanjir zajimlaridagi kuchlanishdan π/2 burchakka oldinda) tok va kuchlanish egri chiziqlari vektor diagrammalari keltirilgan.

Zanjirning sig‘imli elementikuchlanish uchun filtr bo‘lib hisoblanadi. Va ushbu elementda elektr maydonining energiyasi to‘planadi.



a) b)

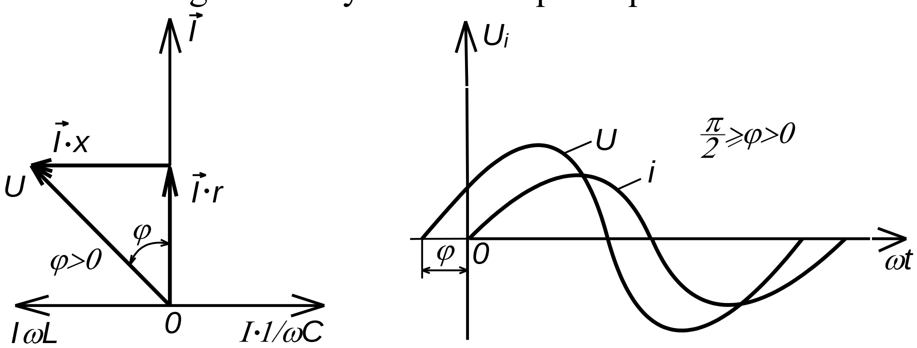
3. Kuchlanishning tokdan oldin ketishi. Kuchlanishlar va qarshiliklar uchburchagi.

Kuchlanishning tokdan oldinda bo‘lishi holatini ko‘rib chiqamiz. L induktiv cho‘lg‘amili zanjir qismidagi kuchlanish tokdan π/2 burchakka oldinda bo‘ladi va quyidagicha ko‘rinishga ega:

$$U_L = L\, di/dt = \omega L\cdot I_m\cdot\cos\omega t = \omega L\cdot I_m\cdot\sin(\omega t + \pi/2) \qquad (3.4.4)$$

13.3–rasmda $\omega L>1/\omega S$ bo‘lgan holda (bunda $x>0$; $\pi/2\ge\varphi>0$, tok zanjir zajimlaridagi kuchlanishdan faza bo‘yicha ortda) tok va kuchlanish egri chiziqlari (13.3–b rasm), vektor diagrammasi (13.3–a rasm).

Vektor diagrammalarini ko‘rishda aylanish burchagining musbat yo‘nalishi sifatida soat strelkasiga teskari yo‘nalishda qabul qilinadi.



13.2 va 13.3–a rasmlarda kuchlanish va qarshiliklar uchburchaklari tasvirlangan. Vektorlarni kursatilgan uchburchaklarda qo‘shish paytida asos sifatida Kirxgofning 2–qonuni qabul qilinadi. Haqiqatdan ham 13.2–a va13.3–a rasmlar uchun

$$U = Ir + Ix$$

Nazorat savollari:

1. Qismlari ketma–ket ulangan zanjir sxemasini kursating va ushbu sxema uchun kuchlanish formulasini yozing.
2. Ketma–ket ulangan zanjirda turg‘unlashgan holatni tushuntirib bering.
3. Zanjir kuchlanishi va toki o‘rtasidagi fazalar siljishi nimani anglatadi.
4. Tok va kuchlanishning amlituda qiymatlari orasidagi bog‘liqlikni ifodasini yozing.
5. Zanjirning to‘liq qarshiligi deb nimaga aytiladi?