

В.Г. Селиханович

ГЕОДЕЗИЯ

Часть II

*Допущено Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебника для студентов
геодезических специальностей вузов*



МОСКВА «НЕДРА» 1981

Селиханович В. Г. Геодезия: Учебник для вузов, Ч. II — М.: Недра, 1981. 544 с. Написан в соответствии с программой по геодезии по специальностям: астрономическая геодезия, инженерная геодезия, аэрофотогеодезия и картография.

Содержит разделы: барометрическое нивелирование, нивелирование III и IV классов, полигонометрия с непосредственным измерением сторон, дальнометрическая и параллактическая полигонометрия, геодезические работы при комбинационной и стереотопографической съемках. Описаны приборы, а также методы производства геодезических работ и обработки результатов полевых измерений.

Для студентов геодезических вузов. Может быть полезен учащимся топографических техникумов и инженерно-техническим работникам топографо-геодезического производства.

Табл. 46, ил. 195, список лит. — 55 назв.

Р е ц е н з е н т ы

*кафедра геодезии Новосибирского института инженеров геодезии, аэрофотограмметрии и картографии,
д-р техн. наук С. А. Коробков (ЛПИ)*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебник предназначен для студентов очного, заочного обучения геодезического, аэрофотогеодезического и картографического факультетов геодезических вузов и соответствующих специальностей негеодезических вузов. По содержанию он соответствует программе по геодезии, утвержденной учебно-методическим управлением по высшим учебным заведениям Министерства высшего и среднего образования СССР. Однако в той или иной мере учебник будет полезен и для студентов институтов, в которых изучается геодезия; он может представить интерес и для производственников.

При написании учебника автор учел многолетний опыт преподавания предмета «геодезия» на кафедре геодезии и обработки измерений Московского ордена Ленина института инженеров геодезии, аэрофотосъемки и картографии, а также, ознакомившись с преподаванием этого предмета в НИИГАиК, постарался учесть опыт этого вуза.

В учебнике рассмотрены вопросы барометрического нивелирования и нивелирования III и IV классов. В каждом из этих разделов рассмотрены современные приборы, организация и производство работ и вычисление высот пунктов нивелирования. Большой раздел в учебнике посвящен полигонометрии. Здесь изложены общие сведения о геодезических сетях, проектирование и закрепление на местности пунктов полигонометрии и организация работ. Рассмотрены угловые измерения в полигонометрии современными геодезическими теодолитами, разобраны источники ошибок и указаны пути ослабления их влияния. Подробно рассмотрено производство линейных измерений в полигонометрии светодальномерами, инварными проволоками, оптическими дальномерами, параллактическим методом и короткобазисным параллактическим методом. Рассмотрены также некоторые вопросы вычислительной обработки результатов полевых измерений.

Автор благодарен коллективу кафедры геодезии и обработки измерений МИИГАиК, возглавляемому заслуженным деятелем науки и техники РСФСР проф. д-ром техн. наук В. Д. Большаковым, за ценные советы и указания. Он также считает своим приятным долгом выразить искреннюю признательность старшему преподавателю кафедры геодезии и обработки измерений МИИГАиК Г. П. Логиновой за большую помощь при подготовке рукописи к изданию.

Автор далек от мысли, что книга лишена недостатков, поэтому будет благодарен всем лицам, которые пришлют свои замечания и пожелания, направленные на улучшение книги.

Раздел 1.

БАРОМЕТРИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ

Глава I.

БАРОМЕТРИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ И ЕГО ОСОБЕННОСТИ

§ 1. Сущность барометрического нивелирования

Подобно водному океану воздушный океан давит всей массой на своих обитателей. Земля, если с некоторым приближением считать ее поверхность равной 510 млн. км², несет на себе тяжесть атмосферы, равную $5,27 \cdot 10^{15}$ т, что составляет около одной миллионной веса всего земного шара.

По мере поднятия над поверхностью Земли вес воздушного столба будет уменьшаться, и по этому весу можно судить о высоте поднятия. Вес столба воздуха с поперечным сечением 1 см² и высотой от данного уровня до верхней границы атмосферы называется а т м о с ф е р н ы м д а в л е н и е м.

Задачей барометрического нивелирования является определение разности высот двух точек земной поверхности по результатам одновременного измерения атмосферного давления в этих точках.

Атмосферное давление в какой-либо точке численно почти в точности равно весу расположенного над точкой вертикального воздушного столба с площадью горизонтального сечения, равной единице.

Вес воздушного столба вследствие воздушных течений непрерывно изменяется, и установить непосредственную зависимость между высотой точек над уровнем моря и атмосферным давлением в них практически невозможно. Поэтому при барометрическом нивелировании, как правило, определяются лишь разности высот точек. Имея опорные высотные пункты, можно получить абсолютные высоты точек. В частном случае, когда одна из точек расположена на уровне моря, разность высот будет абсолютной высотой второй точки.

Величину атмосферного давления в давних пор выражали в миллиметрах ртутного столба (мм рт. ст.) или торрах (torr) по имени изобретателя ртутного барометра Торричелли. Выбор единицы был связан с устройством ртутного барометра, шкала которого была градуирована в миллиметрах.

До введения международной системы единиц СИ для измерения величины атмосферного давления в метеорологии был принят бар и одна тысячная доля его — миллибар. $1 \text{ бар} = 10^6 \text{ дин/см}^2$.

Соотношение единиц давления в миллибарах и миллиметрах ртутного столба следующее:

$$1 \text{ мм рт. ст.} = \frac{0,1 \text{ см}^2 \cdot 13,596 \text{ г/см}^3 \cdot 980,6 \text{ см/с}^2}{1 \text{ см}^2} = 1333,224 \text{ дин/см}^2 = \\ = 0,001333224 \text{ бар} = 1,333224 \text{ мбар} \approx \frac{4}{3} \text{ мбар.}$$

Здесь $13,596 \text{ г/см}^3$ — плотность ртути при 0° ; $980,6 \text{ см/с}^2$ — ускорение силы тяжести на уровне моря на широте 45° .

Следовательно,

$$1 \text{ мбар} = 0,750062 \text{ мм рт. ст.} \approx \frac{3}{4} \text{ мм рт. ст.}$$

В международной системе единиц СИ единицей силы является ньютон (Н), единицей давления — паскаль (Па); давление, вызываемое силой 1 Н, равномерно распределенное по поверхности площадью 1 м^2 , т. е. $1 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Па}$,

$$1 \text{ Па} = 10^{-5} \text{ бар} = 7,50062 \cdot 10^{-3} \text{ мм рт. ст.}$$

Так как Паскаль — очень малая единица, для измерения атмосферного давления применяют десятичные кратные единицы — гектопаскаль (ГПа) ($1 \text{ ГПа} = 100 \text{ Па}$) и килопаскаль (кПа) ($1 \text{ кПа} = 1000 \text{ Па}$). Тогда, например,

$$1 \text{ ГПа} = 0,001 \text{ бар} = 1 \text{ мбар} = 0,750062 \text{ мм рт. ст.}$$

Средняя величина атмосферного давления на уровне моря принимается равной $760 \text{ мм рт. ст.} = 1013,25 \text{ мбар} = 1013,25 \text{ ГПа}$, но она может и колебаться.

Идея использования разности атмосферного давления для определения разности высот зародилась в XVII в. В 1648 г. по поручению Паскаля Перье был проведен опыт на горе Пюи-де-Дом в горном районе Франции, в ходе которого было обнаружено, что на вершине уровень ртути в трубке Торричелли ниже, чем у основания горы. В этом же году Паскаль опубликовал результаты опыта, в котором он практически подтвердил теорию Торричелли об атмосферном давлении. Позже Паскаль и Перье провели серию наблюдений и установили, что торричеллиева трубка может быть применена для определения разности высот двух точек местности.

В XVIII—XIX вв. барометрическое нивелирование получило дальнейшее развитие.

Значительный вклад в развитие этого метода внесли русские ученые М. В. Ломоносов, М. В. Певцов, Д. И. Менделеев. М. В. Ломоносов открыл состав атмосферы как смеси различных газов, изучал ее свойства и изобрел газовый барометр. Он же ввел в русскую науку и термин «атмосфера»*.

* «Атмосфера» — слово греческого происхождения, состоит из слов «атмос» — пар, дыхание и «сфера» — шар.

М. В. Певцов вывел сокращенную формулу для вычисления превышений, обработав материалы наблюдений русских метеорологических станций за 50 лет (1836—1886). Он написал инструкцию по барометрическому нивелированию, составил барометрические таблицы.

Д. И. Менделеев создал дифференциальный барометр, рассчитанный на точное определение небольшой разности высот двух пунктов, предложил способы по ослаблению влияния отдельных источников ошибок на результаты барометрического нивелирования. Вопросами вывода формул для вычисления превышений занимались Галилей, Гаусс, Лаплас, Бессель, Иордан, Рюльман, Арно и многие другие.

Определенный вклад в дело развития барометрического нивелирования внесли советские геодезисты П. А. Гайдаев, С. И. Блохин, Ю. А. Жилин, И. Н. Кулаков, А. Г. Прихода, Р. Э. Миникес, А. Г. Петров, А. С. Чеботарев и другие.

§ 2. Область применения барометрического нивелирования

Главным преимуществом барометрического нивелирования перед другими методами нивелирования является то, что для его производства не требуется взаимной видимости или механической связи * между точками, необходимой при всех других способах нивелирования.

При нивелировании широко и эффективно используются самолеты, вертолеты, автотранспорт. По точности определения превышений этот способ уступает другим, хотя в последние годы достигнуты обнадеживающие результаты и в этом направлении.

До 60-х годов XX в. барометрическое нивелирование рассматривали как метод, применяя который можно определять высоты в сравнительно равнинных районах со средней квадратической ошибкой порядка 1,5 м и более. Поэтому он использовался при создании карты масштаба 1 : 100 000 на труднодоступные и малообжитые районы, применялся географами при глазомерной съемке, иногда при геофизических методах разведки.

Низкую точность определения высот методом барометрического нивелирования можно объяснить в первую очередь тем, что приборы для определения давления имели невысокую точность, а изменение атмосферного давления во времени и в пространстве, равно как и изменение характера вертикального распределения температуры воздуха, было слабо изучено. Проведенные теоретические и экспериментальные исследования с использованием приборов новых конструкций показали, что имеется возможность значительно повысить точность определения превышений этим методом, а следовательно, расширить и область его применения.

* Как при гидростатическом нивелировании — определении превышений с помощью сообщающихся сосудов с жидкостью.

В настоящее время барометрическое нивелирование применяется при геоморфологических и географических исследованиях, геофизической разведке полезных ископаемых, структурной геологической съемке, гидротехнических изысканиях, предварительных изысканиях железных дорог и других работах, при которых надо быстро и иногда в тяжелых физико-географических условиях определить высоты пунктов. Успешно ведутся работы по определению этим методом съемочного высотного обоснования при создании карт масштаба 1 : 25 000 стереотопографическим методом. Работы, проведенные в последнее десятилетие, показали, что имеется реальная возможность применять метод барометрического нивелирования там, где требуется определять превышения с ошибкой 0,3—0,5 м.

§ 3. Атмосфера и ее свойства

В вертикальном направлении атмосферу разделяют на пять основных слоев: тропосферу, стратосферу, мезосферу, термосферу, экзосферу. Так как максимальная высота земной поверхности над уровнем моря порядка 9 км, то рассмотрим только первый слой — тропосферу, простирающуюся до высоты 8—17 км. Тропосфера содержит около $\frac{4}{5}$ всей массы атмосферы. Состояние газов, из которых состоит атмосфера, характеризуется давлением, температурой и плотностью. Атмосфера находится в непрерывном движении. Она участвует во вращательном движении Земли вокруг Солнца и своей оси и, кроме этого периодического движения, находится в сложном движении относительно поверхности Земли.

Физическое состояние атмосферы и отдельных ее частей непрерывно изменяется под влиянием как взаимодействия атмосферы с земной поверхностью, так и внутренних процессов.

Внешними силами, действующими на атмосферу извне, являются сила тяжести и отклоняющая сила вращения Земли (кориолисова сила); внутренними или поверхностными силами, действующими в атмосфере, — сила давления и сила трения. Сила вращения Земли и сила трения появляются лишь при наличии движения атмосферы относительно поверхности Земли или одних частей ее относительно других. В состоянии покоя в атмосфере действуют только сила давления и сила тяжести*.

В каждой точке атмосферы (у земной поверхности, в более высоких слоях тропосферы и в нижних слоях стратосферы) атмосферное давление испытывает как периодические, так и непериодические колебания. Периодическими, более или менее правильными колебаниями в ходе атмосферного давления в течение суток яв-

* Понятие силы тяжести не тождественно понятию силы гравитационного притяжения. Сила тяжести — результирующая (векторная сумма) силы гравитационного притяжения и центробежной силы, которая возникает вследствие суточного вращения Земли и ее атмосферы.

ляется суточный ход атмосферного давления. Максимум суточного колебания на равнинной местности наблюдается ночью, минимум — днем, на возвышенной местности — наоборот.

Причиной периодических колебаний являются суточный ход температуры воздуха, собственные упругие колебания, приливные волны в атмосфере, создаваемые притяжением Солнца и Луны, и др. Измерения через определенные интервалы времени давления на одной и той же точке показывают, что оно постоянно меняется. Причиной этого являются непериодические колебания. Изменение атмосферного давления в одной точке за 1 ч (в метрологии за 3 ч) называют *барометрической тенденцией*. Максимальные значения барометрической тенденции могут достигать 1,5 ГПа/ч и более.

Сила тяжести и солнечная радиация являются основными факторами, воздействующими на атмосферу. Земля, нагреваясь, сама становится источником излучения. Воздух, нагретый в нижних слоях атмосферы от земной поверхности, поднимается вверх, уступая место более холодному, т. е. происходит непрерывное движение воздушных масс, которое приводит к тому, что давление в точках, расположенных на одной уровенной поверхности, неодинаково. Тепло поступает не только от Солнца, но и от соседних более нагретых районов и уходит не только в атмосферу, но и на нагрев менее теплых районов и почвы.

Нельзя не отметить и циклоническую деятельность: возникновение, развитие, перемещение циклонов и антициклонов в земной атмосфере. Циклоническая деятельность обычно подразумевается в умеренных широтах. Циклон — атмосферное возмущение с пониженным давлением воздуха (минимальное давление в центре) с циркуляцией воздуха вокруг центра против часовой стрелки в северном полушарии и по часовой стрелке — в южном. Антициклон — область повышенного атмосферного давления (максимальное давление в центре) с циркуляцией воздуха от центра по часовой стрелке в северном полушарии и против часовой — в южном. Поперечники циклона и антициклона могут достигать нескольких тысяч километров.

Количественная характеристика состояния атмосферы в определенный момент времени определяется метеорологическими элементами, к которым относятся температура, давление, влажность воздуха, скорость ветра и др. Так как происходит непрерывное изменение состояния атмосферы во времени и пространстве, то изменяются и метеорологические элементы. Для характеристики пространственного изменения метеорологических элементов в какой-либо момент времени вводится понятие об *эквискалярных*, т. е. таких, в каждой точке которых элемент сохраняет постоянную величину. Эквискалярные поверхности различных метеорологических элементов носят следующие названия: давления — *изобарические поверхности*, температуры — *изотермические поверхности*.

сти, плотности — изопикнические поверхности и т. д.

Метеорологические элементы, изменяющиеся во времени и в пространстве, являются функциями координат точки x, y, z и времени t . Если обозначить произвольный метеорологический элемент (скалярную величину) через F , то

$$F = (x, y, z, t).$$

Уравнение эквискалярной поверхности F' имеет вид

$$F' = f(x, y, z, t) = c,$$

где c — постоянная для данной эквискалярной поверхности. Величина c различна для разных поверхностей.

Обозначим через F и $F + \Delta F$ значения метеорологических элементов на двух близко расположенных эквискалярных поверхностях I и II (рис. 1). Пусть $\Delta F < 0$, тогда величина элемента на поверхности II меньше, чем на поверхности I,

$$F + \Delta F < F.$$

Обозначим через $\vec{N}$ нормаль к эквискалярной поверхности, при этом за положительное направление ее примем то, которое указывает в сторону уменьшения величины F . Градиентом

скалярного метеорологического элемента F ($\text{grad } F$) назовем вектор, который по направлению совпадает с нормалью $\vec{N}$, а по величине (модулю) равен пределу отношения приращения ΔF к расстоянию между эквискалярными поверхностями ΔN , т. е.

$$\text{grad } F = \lim_{\Delta N \rightarrow 0} \left(-\frac{\Delta F}{\Delta N} \right) = -\frac{dF}{dN}, \quad (1.1)$$

так как модуль любого вектора всегда существенно положителен. Найдем проекцию градиента F на какую-либо прямую l , которая составляет с нормалью $\vec{N}$ угол β (см. рис. 1)

$$\text{grad}_l F = |\text{grad } F| \cos \beta = \lim_{\Delta N \rightarrow 0} \left(-\frac{\Delta F}{\Delta N} \right) \cos \beta. \quad (1.2)$$

Из рис. 1 следует, что

$$\Delta N = \Delta l \cos \beta, \quad (1.3)$$

где Δl — расстояние между эквискалярными поверхностями F и $F + \Delta F$ вдоль прямой l .

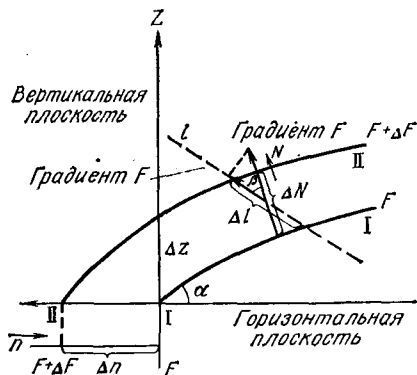


Рис. 1

Подставляя это значение ΔN в формулу (1.2), получим

$$\text{grad}_l F = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left(-\frac{\Delta F}{\Delta l} \right)$$

или

$$\text{grad}_l F = -\frac{\partial F}{\partial l}. \quad (1.4)$$

Отсюда следует вывод: *проекция градиента любого метеорологического элемента на какое-либо направление равна частной производной (с обратным знаком) от этого элемента по направлению l .*

Для нас наибольший интерес будет представлять проекции градиента на горизонтальное и вертикальное направление.

Горизонтальное направление выбирают, как правило, так, чтобы оно совпадало с направлением нормали $\vec{n}_k$ к кривым пересечения эквискалярных поверхностей с уровенной поверхностью. Вдоль каждой из таких кривых метеорологический элемент сохраняет постоянную величину; такие кривые называют изолиниями элемента. Применительно к давлению это будут изобары, к температуре — изотермы, к плотности — изопикны.

С учетом формулы (1.4) горизонтальная проекция градиента F равна

$$\text{grad}_n F = -\frac{\partial F}{\partial n}, \quad (1.5)$$

а вертикальная (на ось z)

$$\text{grad}_z F = -\frac{\partial F}{\partial z}. \quad (1.6)$$

Под составляющими градиента F понимают векторы, величина которых равна модулю проекции и которые направлены в сторону убывания элемента. В метеорологии обычно горизонтальную и вертикальную проекции градиента называют соответственно горизонтальным и вертикальным градиентами давления, температуры и т. д. При этом имеют в виду, что горизонтальный градиент направлен по нормали $\vec{n}$ к изолиниям элемента F в сторону его убывания. Горизонтальный градиент всегда положителен.

На практике производные от метеорологических элементов заменяют отношением конечных разностей, полагая

$$-\frac{\partial F}{\partial N} \approx -\frac{\Delta F}{\Delta N}; \quad -\frac{\partial F}{\partial n} \approx -\frac{\Delta F}{\Delta n}; \quad -\frac{\partial F}{\partial z} \approx -\frac{\Delta F}{\Delta z},$$

где ΔN , Δn и Δz — приращение (шаг) нормалей $\vec{N}$ и $\vec{n}$ и высоты z при переходе от поверхности F к $F + \Delta F$.

Отметим, что тангенс угла, который составляют эквискалярные поверхности с горизонтальной поверхностью, называется наклонном эквискалярной плоскости:

$$\text{tg } \alpha = \pm \frac{\partial F / \partial n}{\partial F / \partial z}. \quad (1.7)$$

Неравномерное распределение температуры воздуха над различными частями земной поверхности, о чем было сказано выше, приводит к неравномерному распределению плотности, а следовательно, и давления воздуха на одних и тех же высотах относительно уровня моря. Таким образом, изобарические поверхности деформированы и располагаются под некоторым углом α_p к уровненным поверхностям.

Величина тангенса угла наклона $\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{\Delta z}{\Delta n}$ называется наклоном изобарической поверхности (эта величина редко превышает 0,0005). Так как состояние атмосферы непрерывно изменяется, то и наклон изобарической поверхности не является постоянным.

Если, как это принято в барометрическом нивелировании, обозначить горизонтальный и вертикальный градиенты давления соответственно через q_s и q_H , а оси (см. рис. 1) через H и s , то

$$q_s = - \frac{\Delta P}{\Delta s}, \quad (1.8)$$

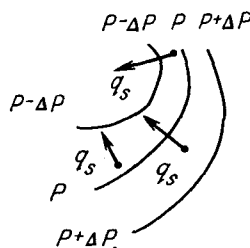


Рис. 2

где Δs — единица расстояния, направление которого совпадает с направлением нормали $\vec{n}$ (за Δs принимают расстояние или 100 км, или 111 км, соответствующее 1° дуги меридиана),

$$q_H = - \frac{\Delta P}{\Delta H}. \quad (1.9)$$

Таким образом, *горизонтальный барический градиент есть изменение атмосферного давления в двух точках, расположенных на одной уровневой поверхности на расстоянии 100 км (или 111 км), отнесенное к одному моменту времени, в направлении нормали к изобарам* (рис. 2).

Величина q_s обычно колеблется от 1 до 5 мбар (5 ГПа) на 100 км.

Наличие горизонтального градиента давления приводит к возникновению ветра, так как воздух из областей высокого давления перемещается в область с меньшим давлением. Численно градиент примерно в 2—3 раза меньше скорости ветра, выраженной в м/с.

Величина q_H в десятки, а иногда и сотни раз больше q_s . В практике проведения работ по барометрическому нивелированию обычно используется величина, обратная вертикальному градиенту давления, которую называют барической ступенью высоты и обозначают через E :

$$E = \frac{\Delta H}{\Delta P}. \quad (1.10)$$

По аналогии с горизонтальным и вертикальным градиентом давления можно записать

$$-\nabla T^* = -\frac{\partial T}{\partial s}, \quad (1.11)$$

где ∇T является горизонтальным температурным градиентом-вектором, характеризующим убывание температуры в атмосфере на единицу расстояния по нормали к изотермической поверхности. Горизонтальный градиент температуры относится чаще всего к расстоянию в 100 или 111 км по нормали к изотерме.

Обычно ∇T достигает нескольких градусов на 100 км.

Вертикальный градиент температуры γ — изменение температуры с высотой на единицу расстояния по вертикали с обратным знаком:

$$\gamma = -\frac{\partial T}{\partial H}. \quad (1.12)$$

Вертикальный температурный градиент обычно относится к расстоянию в 100 м по вертикали. В тропосфере γ в среднем равен около $0,6^\circ/100$ м, но в отдельных случаях может превышать $1^\circ/100$ м **.

Метеорологические станции — пункты для метеорологических наблюдений давления, температуры и других метеорологических элементов — расположены на различной высоте над уровнем моря. Так как давление и температура меняются с высотой, то измерения на станциях их значения будут различаться прежде всего под влиянием разности высот. Оценить изменение давления или температуры в горизонтальном направлении можно только тогда, когда эти элементы приведены к какому-либо одному уровню. В качестве такого уровня выбирают уровень моря. Приведенные к уровню моря давление, температуру и другие элементы (точка росы, скорость ветра и др.) наносят на бланки географических карт цифрами и символами. Такие карты регулярно составляются по несколько раз в день (от 2 до 8—12) и называются синоптическими. Эти карты могут охватывать территорию от полушария или всего земного шара до небольшого района, соответственно изменяется и их масштаб от 1 : 30 млн до 1 : 2,5 млн.

По синоптической карте можно установить связь между распределением давления в горизонтальном направлении и наклоном изобарических поверхностей в вертикальной плоскости. Допустим, что давление на уровне моря падает справа налево, тогда очевидно, что изобарические поверхности наклонены так, как это показано на рис. 3 сплошными линиями. Если бы они были наклонены так, как показано пунктиром, то оказалось бы, что в точ-

* Значок ∇ заменяет в векторном исчислении символ градиента grad.

** В нескольких сантиметрах или десятках сантиметров над почвой днем в теплое время γ может измеряться многими десятками градусов.

ке C , расположенной выше точки D , давление было больше, что исключено, так как давление с высотой падает. Таким образом, зная расположение изобар на синоптической карте, можно определить и наклон изобарических поверхностей. Изобары имеют различную форму, в зависимости от которой различают виды барических систем. Так, изобары в циклоне или антициклоне будут округлой или овальной, вообще неправильной замкнутой формы соответственно с минимальным и максимальным давлениями в центре.

Область пониженного давления с незамкнутыми в ее пределах изобарами, приблизительно параллельными или в виде буквы V

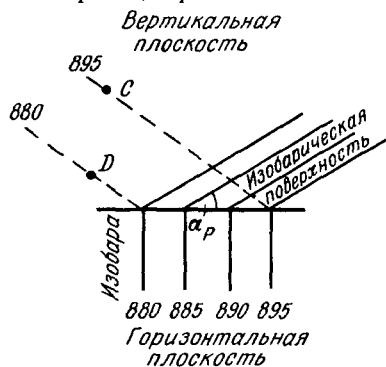


Рис. 3

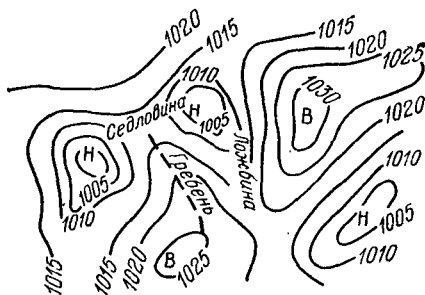


Рис. 4

на периферии циклонов, носит название ложбины. Полоса повышенного давления с незамкнутыми изобарами, приблизительно параллельными или в виде латинской буквы U на периферии антициклонов, называется гребнем. Седловина — это область между двумя накрест расположенными циклонами и антициклонами (рис. 4).

Приведем пример на вычисление градиента давления и температуры.

Если на синоптической карте расстояние между двумя соседними изобарами в направлении нормали к ним составляет 240 км, то, имея в виду, что изобары проводятся через 5 мбар (5 ГПа), получим

$$q_s = \frac{5}{240} \text{ ГПа} = 2,3 \text{ ГПа на } 1^\circ.$$

Вертикальный барический градиент q_H определяется формулой (1.9). Но на основании основного уравнения статики атмосферы *

$$-\frac{dP}{dH} = g\rho,$$

где g — ускорение силы тяжести, а ρ — плотность воздуха.

* Это уравнение будет выведено в § 4.

При нормальных условиях вблизи уровня моря

$$\rho = 1,29 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3.$$

Ускорение силы тяжести на уровне моря и на широте 45° $g = 981 \text{ см/с}^2$.

Подставив значения ρ и g в формулу (1.9), найдем

$$q_H = - \frac{\Delta P}{\Delta H} = g\rho = 12,5 \text{ ГПа/100 м.}$$

Таким образом, вблизи уровня моря при подъеме на 100 м давление падает примерно на 12,5 ГПа (9,4 мм рт. ст.). Для того чтобы давление упало на 1,33 ГПа (1 мм рт. ст.), надо подняться на 10,7 м.

На рис. 5 приведена карта изотерм, пользуясь которой можно вычислить по формуле (1.11) горизонтальный температурный гра-

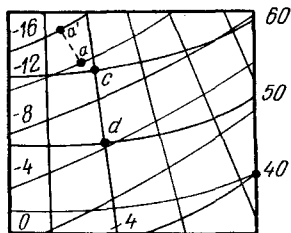


Рис. 5

диент $-\nabla T$ для точки a . Для этого необходимо измерить расстояние между изотермами и расстояние между параллелями $cd = 10^\circ$ дуги. Учитывая, что 1° дуги меридиана соответствует 111 км, получим

$$-\nabla T = \frac{-12 - (-16) cd}{aa' 10} = \frac{4 \cdot 20}{11,8 \cdot 10} = 0,68^\circ/111 \text{ км.}$$

Значение температуры воздуха на разных высотах в настоящее время стали получать в результате подъема радиозонда.

Зная высоту (в метрах) и температуру, получаем по формуле (1.12) вертикальный градиент температуры γ ($^\circ/100 \text{ м}$).

При выполнении барометрического нивелирования на местности со значительным перепадом высот существенное значение имеет учет абсолютной влажности воздуха. Изменение влажности воздуха в зависимости от времени года, географического положения района, высоты пункта наблюдения может достигать 20 ГПа и более. Максимальное значение абсолютной влажности бывает в летний период в районах с жарким климатом.

§ 4. Основное уравнение статики атмосферы

Атмосфера находится в постоянном движении, редко, и то только вблизи поверхности Земли, наблюдается состояние покоя. Если атмосфера находится в состоянии покоя — в статическом состоянии, то $q_s = 0$.

При выводе основного уравнения статики атмосферы будем считать, что:

а) атмосфера между двумя смежными нивелируемыми точками находится в полном равновесии, следовательно, изобарические и уравненные поверхности совпадают ($q_s = 0$);

- б) температура изменяется с изменением высоты по линейному закону ($0,65^\circ$ на каждые 100 м);
- в) атмосфера однородна во всех направлениях;
- г) давление и температура воздуха в точках, между которыми определяется превышение, измерены одновременно;
- д) воздух подчиняется закону для идеальных газов.

Выделим в атмосфере две изобарические поверхности, расположенные на высотах H и $H + dH$ (рис. 6). Давление на этих изобарических поверхностях обозначим соответственно P и $P + dP$. Между этими поверхностями выделим объем воздуха с горизонтальным основанием 1 см^2 .

На нижнее основание выделенного объема воздуха действует сила давления $\vec{P}$, равная по величине P и направленная по вертикали снизу вверх, на верхнее основание —

сила давления $\vec{P} + d\vec{P}$, равная по величине $P + dP$ и направленная сверху вниз. Силы давления, действующие на боковые грани объема воздуха, взаимно уравниваются. Кроме сил давления, на объем воздуха действует сила тяжести $\vec{P}$, направленная по вертикали сверху вниз и равная по величине

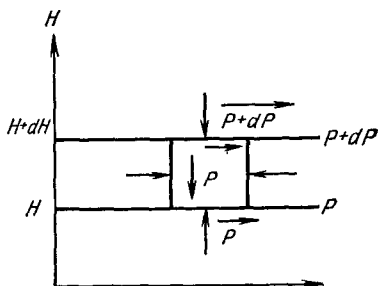


Рис. 6

$$P = g\rho dH 1 \text{ см}^2, \quad (I.13)$$

где g — ускорение силы тяжести, ρ — плотность воздуха.

Спроектируем все силы, действующие на выделенный объем воздуха, на ось, вдоль которой действует сила тяжести с учетом направления ее действия. Так как выделенный объем воздуха находится в покое, то результирующая всех сил, действующих на объем, как и сумма проекций этих сил на любое направление, будет равна нулю:

$$P - (P + dP) - P = 0.$$

Подставив в формулу (I.13) вместо P его значение, получим основное уравнение статики атмосферы

$$-dP - g\rho dH = 0,$$

или

$$-dP = g\rho dH. \quad (I.14)$$

Уравнение (I.14) связывает давление и плотность идеального газа с высотой и справедливо для условий статического равновесия.

Разделив и левую и правую части на dH , получим

$$-\frac{dP}{dH} = g\rho. \quad (1.15)$$

Величина $-\frac{dP}{dH} = q_H$ является вертикальной составляющей градиента давления.

Если при статическом равновесии $q_s = 0$, то q_H будет равно полному градиенту давления.

Из уравнения (1.14) следует, что основное уравнение статики атмосферы физически выражает равновесие двух сил — градиента давления и силы тяжести и из него можно сделать следующие выводы:

а) с увеличением высоты всегда падает давление, если высота возрастает ($dH > 0$), то и $g\rho dH > 0$, так как в правой части уравнения (1.14) стоят только положительные множители;

б) атмосферное давление на каждом уровне равно массе столба воздуха с поперечным сечением 1 см^2 и высотой от данного уровня до верхней границы атмосферы;

в) чем выше расположен уровень, тем меньше величина падения давления при подъеме на одну и ту же высоту dH . Из уравнения (1.14) следует, что если $dH = \text{const}$, величина падения давления — dP тем больше, чем больше ρ и g , причем основное влияние оказывает величина плотности воздуха.

Проведенные исследования показали, что основное уравнение статики будет справедливо и в движущейся атмосфере.

§ 5. Барометрические формулы

Основное уравнение статики атмосферы (1.14) дает возможность установить закономерности распределения, плотности и массы воздуха по высоте только для малых приращений высоты dH . Для того чтобы произвести эти расчеты для слоев атмосферы определенной конечной толщины или определить толщину таких слоев по измеренным значениям давления, это уравнение статики необходимо записать в конечном интегральном виде, т. е. найти его интеграл. *Интеграл основного уравнения статики атмосферы, устанавливающий связь между величинами атмосферного давления на двух уровнях (разностью высот и температурой столба воздуха между этими уровнями), носит название барометрической, или гипсометрической формулы.*

Для получения барометрической формулы интегрируем левую и правую части уравнения (1.14) в пределах от уровня $H = 0$, где давление $P_0 = 0$, до произвольной высоты H , где давление равно P . Тогда получим

$$\int_{P_0}^P -dP = \int_0^H g\rho dH$$

или

$$-P + P_0 = \int_0^H g \rho dH,$$

откуда

$$P = P_0 - \int_0^H g \rho dH. \quad (1.16)$$

Формула (1.16) может быть использована только в том случае, если задан аналитически вид функции плотности $\rho = \rho(H)$. При производстве барометрического нивелирования вид этой функции обычно не известен, а поэтому формула вида (1.16) непосредственно не может быть применена.

Для вычисления превышения между двумя точками можно получить барометрическую формулу иного вида.

П о л н а я б а р о м е т р и ч е с к а я ф о р м у л а . Основное уравнение статики атмосферы (1.15) запишем в виде

$$dH = - \frac{dP}{\rho g}.$$

Для плотности ρ сухого воздуха имеем формулу

$$\rho = \rho_0 \frac{PT_0}{P_0 T},$$

где ρ_0 — плотность воздуха при температуре $T_0 = 273$ К и давлении $P_0 = 1013,25$ ГПа.

Если в воздухе будет присутствовать водяной пар с парциальным давлением e , то плотность ρ_v влажного воздуха будет равна

$$\rho_v = \rho_0 \frac{PT_0}{P_0 T_v}, \quad (1.17)$$

где T_v — виртуальная температура *, равная

$$T_v = T \left[1 + (1 - d) \frac{e}{P} \right]. \quad (1.18)$$

Здесь d — отношение плотности водяных паров к плотности сухого воздуха при одном и том же давлении и температуре; величина d , найденная опытным путем, равна 0,623; $1 - d = 0,378$.

Принимая во внимание, что $T_v = T_0 (1 + \alpha t)$, подставим выражение (1.18) в формулу (1.17), тогда для плотности влажного воздуха получим

$$\rho_v = \rho_0 \frac{P}{P_0} \frac{1}{(1 + \alpha t) \left(1 + 0,378 \frac{e}{P} \right)}, \quad (1.19)$$

* Виртуальная температура — такая температура, которую должен иметь сухой воздух, чтобы его плотность была равна плотности влажного воздуха при том же давлении.

где α — температурный коэффициент объемного расширения воздуха, равный $1/273^\circ$ или $0,003665$ $1/^\circ\text{градус}$.

В выражении (I.19) перемножим множители $(1 + \alpha t)$ и $(1 + 0,378 \frac{e}{P})$ и полученные члены обозначим

$$\alpha t + 0,378 \frac{e}{P} + 0,378 \alpha t \frac{e}{P} = \alpha t_v. \quad (\text{I.20})$$

Тогда

$$\rho_v = \rho_0 \frac{P}{P_0} \frac{1}{(1 + \alpha t_v)}. \quad (\text{I.21})$$

Определим dH с учетом значения ρ_v из выражения (I.21):

$$dH = - \frac{P_0 (1 + \alpha t_v)}{\rho_0 g} \cdot \frac{dP}{P}. \quad (\text{I.22})$$

Как было установлено, пользоваться основным уравнением статики атмосферы можно при вычислении малых приращений dH и dP . Для вычисления конечных величин запишем выражение (I.22) в интегральном виде

$$\int_{H_1}^{H_2} dH = \int_{P_1}^{P_2} \left[- \frac{P_0 (1 + \alpha t_v)}{\rho_0 g} \cdot \frac{dP}{P} \right]. \quad (\text{I.23})$$

Здесь P_0 , ρ_0 , α — величины постоянные, а ускорение силы тяжести g меняется с высотой медленно и по определенному закону.

Так как температура находится в сложной зависимости от высоты и аналитический вид этой функции установить невозможно, для упрощения вводится средняя барометрическая температура воздуха t_{m_6} ; это температура фиктивного изотермического слоя, при которой толщина слоя и разность давлений на его границах соответственно равны толщине и разности давлений на границах слоя в действительной атмосфере. Вводя t_{m_6} , можно пользоваться барометрической формулой для изотермической атмосферы и в том случае, когда температура с высотой меняется.

Интегрируя выражение (I.23) в пределах от высоты H_1 до высоты H_2 , где давление соответственно P_1 и P_2 , получим

$$h = H_2 - H_1 = - \frac{(1 + \alpha t_{m_6, v})}{\rho_0 g_m} \ln \frac{P_2}{P_1}, \quad (\text{I.24})$$

где $t_{m_6, v}$ — средняя барометрическая температура воздуха, учитывающая наличие водяного пара.

На практике чаще всего среднюю барометрическую температуру приходится отождествлять со средней арифметической t_m , равной

$$t_m = \frac{t_1 + t_2}{2}, \quad (\text{I.25})$$

где t_1 и t_2 — температура воздуха на нижней H_1 и верхней H_2 границах столба воздуха высотой h .

Имея в виду, что

$$-\ln \frac{P_2}{P_1} = \ln \frac{P_1}{P_2} = M' \lg \frac{P_1}{P_2}, \quad (1.26)$$

и принимая во внимание выражение (1.25), а также обозначения в формуле (1.20), формулу (1.24) можно записать

$$h = H_2 - H_1 = \frac{M' P_0}{\rho_0 g_m} (1 + \alpha t_m) \left(1 + 0,378 \frac{e_m}{P_m} \right), \quad (1.27)$$

где M' — величина, обратная модулю десятичных логарифмов; g_m — среднее значение ускорения силы тяжести для столбов воздуха с атмосферным давлением P_1 и P_2 . При этом точками приложения ускорения силы тяжести того и другого столба воздуха следует считать их центры тяжести. Как правило, ускорение силы тяжести в точках наблюдения не бывает известно, поэтому его выражают через постоянную величину ускорения силы тяжести на широте 45° и уровне моря.

Ускорение силы тяжести g является функцией географической широты и высоты над уровнем моря

$$g = g_{0,45} (1 - \beta \cos 2\varphi) \frac{R^2}{(R + H)^2},$$

где $g_{0,45}$ — ускорение силы тяжести на уровне моря и на широте $\varphi = 45^\circ$; $\beta = 0,00265$ — постоянный коэффициент; R — средний радиус Земли ($R = 6371$ км); H — высота точки над уровнем моря.

Нетрудно видеть, что дробь

$$\frac{R^2}{(R + H)^2} = \frac{1}{1 + \frac{2H}{R} + \left(\frac{H}{R}\right)^2}.$$

Пренебрегая весьма малой величиной $\left(\frac{H}{R}\right)^2$, можно написать

$$\frac{R^2}{(R + H)^2} = \frac{1}{1 + \frac{2H}{R}}.$$

Принимая теперь для φ и H средние значения из двух точек, получим для g выражение

$$g = g_{0,45} \frac{1 - \beta \cos 2\varphi_m}{1 + \frac{2H_m}{R}}. \quad (1.28)$$

Подставив выражение (1.28) в формулу (1.27), будем иметь

$$h = H_2 - H_1 = \frac{M' P_0 (1 + \alpha t_m) \left(1 + 0,378 \frac{e_m}{P_m} \right) \left(1 + \frac{2}{R} H_m \right)}{\rho_0 g_{0,45} (1 - \beta \cos 2\varphi_m)}. \quad (1.29)$$

Ограничиваясь по малости коэффициента β линейными членами разложения бинома, положим, что

$$\frac{1}{1 - \beta \cos 2\varphi_m} = (1 - \beta \cos 2\varphi_m)^{-1} \approx (1 + \beta \cos 2\varphi_m),$$

тогда формулу (I.29) можно записать

$$h = H_2 - H_1 = \frac{M' P_0}{\rho_0 g_{0,45}} (1 + \alpha t_m \left(1 + 0,378 \frac{e_m}{P_m}\right) \times \\ \times (1 + \beta \cos 2\varphi_m) \left(1 + \frac{2}{R} H_m\right) \lg \frac{P_1}{P_2}). \quad (I.30)$$

В формуле (I.30) $\frac{M' P_0}{\rho_0 g_{0,45}} = K_0$ называется постоянным барическим коэффициентом. При $M' = 2,30259$, $P_0 = 1013,25$ ГПа = 101 325 кг/с², $\rho_0 = 1,293$ кг/м³, $g_{0,45} = 9,8062$ м/с², $K_0 = 18\,400$.

С учетом K_0 формула (I.30) примет окончательный вид

$$h = H_2 - H_1 = K_0 (1 + \alpha t_m) \left(1 + 0,378 \frac{e_m}{P_m}\right) \times \\ \times (1 + \beta \cos 2\varphi_m) \left(1 + \frac{2}{R} H_m\right) \lg \frac{P_1}{P_2}^*. \quad (I.31)$$

Формула вида (I.30) является полной барометрической формулой Лапласа. Полные барометрические формулы были выведены и многими другими учеными. Приведем полную барометрическую формулу, полученную А. Г. Приходой,

$$h = H_2 - H_1 = K_0 (1 + \alpha t_m) \left(1 + 0,378 \frac{e_m}{P_m}\right) \times \\ \times \left(1 + \frac{2}{R} h_{gm}\right) (1 + \beta \cos 2\varphi_m) (1 + a H_m) \lg \frac{P_1}{P_2}. \quad (I.32)$$

В формуле (I.32) по сравнению с формулой (I.31) принято уточненное численное значение коэффициента K_0 , равное 18 401; добавочный поправочный множитель $\left(1 + \frac{2}{R} h_{gm}\right)$ учитывает относительную высоту h_{gm} точек приложения ускорения силы тяжести, поскольку масса столбов воздуха неодинакова и точки приложения будут сдвинуты по вертикали одна относительно другой; коэффициент a при H_m получен с учетом влияния промежуточного слоя воздуха и имеет меньшее численное значение ($a = 2 \cdot 10^{-7}$), чем в формуле Лапласа.

Следует отметить, что с помощью полных барометрических формул не только решают задачи по определению превышений между точками местности, но применяют их и в других исследованиях. К числу их следует отнести:

* $\frac{2}{R} = 3,14 \cdot 10^{-7}$.

изучение свойств верхних слоев атмосферы с помощью искусственных спутников Земли, космических кораблей и ракет;
 расчет распределения давления и плотности по высоте;
 приведение давления к уровню моря;
 определение высот различных летательных аппаратов по измеренному давлению.

Полная барометрическая формула очень трудоемка для вычислений, поэтому при производстве барометрического нивелирования применяют так называемые сокращенные барометрические формулы. Вычислительная обработка по сокращенным формулам дает практически тождественные результаты с результатами, полученными по полным формулам.

Сокращенная барометрическая формула М. В. Певцова. Русский ученый М. В. Певцов, производя обработку наблюдений, выполненных на 60 метеорологических станциях России за вторые 50 лет XIX столетия, установил, что для летних месяцев на территории России можно принять: среднее давление водяных паров $e_m = 9$ мм рт. ст. и среднее давление $P_m = 740$ мм рт. ст. Он также принял среднюю широту $\varphi_m = 55^\circ$ и среднюю высоту $H_m = 250$ мм. Средние значения величин e , P , φ и H Певцов подставил в полную барометрическую формулу и получил сокращенную барометрическую формулу

$$h = N (1 + \alpha t_m) \lg \frac{P_1}{P_2}, \quad (1.33)$$

где $N = 18\,470$.

Сокращенная барометрическая формула Бабинье. Французский академик Бабинье пренебрег учетом влияния влажности воздуха и представил сокращенную барометрическую формулу в нелогарифмическом виде.

Формулу Бабинье можно получить из формулы (1.33), несколько преобразовав ее. Пользуясь правилом разложения логарифмической функции в бесконечный ряд, можно записать

$$\lg \frac{P_1}{P_2} = 2M \left[\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} + \frac{1}{3} \frac{(P_1 - P_2)^3}{(P_1 + P_2)^3} + \frac{1}{5} \frac{(P_1 - P_2)^5}{(P_1 + P_2)^5} \right].$$

Приняв во внимание только первый член разложения, так как величина других членов незначительна, и подставив его значение в формулу (1.33), получим сокращенную формулу вида

$$h = 2MN (1 + \alpha t_m) \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2}. \quad (1.34)$$

С учетом, что $M = 0,43429$, $N = 18\,470$, получим $2MN = 16\,043$.

При вычислении по формулам (1.33) и (1.34) значения P_1 и P_2 в определяемых точках должны быть взяты без поправок за приведение к нормальной силе тяжести.

Сокращенная барометрическая формула для вычисления превышений на территории СССР. Анализ полной барометрической формулы (I.32), проведенный А. Г. Приходой, с учетом выполнения работ на материковой территории СССР, где географическая широта меняется от 38 до 75° с. ш., а высота точек наблюдения колеблется от 0 до 5000 м, показал, что вместо формулы (I.32) можно применить сокращенную барометрическую формулу вида

$$h = K'_0 (1 + \alpha t_m) \left(1 + 0,378 \frac{e_m}{P_m} \right) \lg \frac{P_1}{P_2}, \quad (I.35)$$

где $K'_0 = 18\,405$, учитывает влияние членов, содержащих φ_m , h_{gm} , H_m , соответственно равных 60°, 5000 м и 500 м.

Обработка результатов наблюдений с применением формулы (I.35) обеспечивает вычисление превышений для любых широт и высот, возможных на территории СССР, с ошибкой [по сравнению с формулой (I.32)] не более 0,15 м на 100 м превышения. Такая ошибка практически не отразится на точности вычисления превышений.

§ 6. Барометрические таблицы

При вычислении превышений по барометрическим формулам могут быть использованы таблицы, номограммы, графики, а при больших объемах работ применяются ЭВМ. Таблицы для вычисления превышений составляются по сокращенным формулам. Рассмотрим преобразование сокращенных формул для таблиц барических ступеней высот и таблиц приближенных высот (альтитуд).

1. Таблицы барических ступеней высот. Для составления указанных таблиц используют формулу Бабинэ.

Преобразуем формулу (I.34) к виду

$$h = \frac{2MN}{2} \frac{\left(1 + \alpha \frac{t_1 + t_2}{2} \right)}{\frac{P_1 + P_2}{2}} (P_1 - P_2). \quad (I.36)$$

Введем обозначение

$$MN \frac{\left(1 + \alpha \frac{t_1 + t_2}{2} \right)}{\frac{P_1 + P_2}{2}} = e^*. \quad (I.37)$$

Тогда формула (I.36) примет вид

$$h = e (P_1 - P_2). \quad (I.38)$$

Величина e называется барической (барометрической) ступенью высоты. Как уже было отмечено,

* Барическую ступень обозначают и ΔH .

ступень высоты есть величина, обратная вертикальному барическому градиенту. *Ступень высоты — расстояние по вертикали (в метрах), на котором атмосферное давление меняется на единицу (1 ГПа или 1 мбар, или 1 мм рт. ст.), падая вверх и возрастая вниз.* Размерность ступени высоты — м/ГПа, м/мбар или м/мм рт. ст.

Таблицы барических ступеней высот составлены по аргументам

$$t_{cp} = \frac{t_1 + t_2}{2} \text{ и } P_{cp} = \frac{P_1 + P_2}{2}.$$

2. Таблицы приближенных высот (альтитуд). Возьмем сокращенную барометрическую формулу Певцова и запишем ее в виде

$$h = N \lg \frac{P_1}{P_2} + N \lg \frac{P_1}{P_2} \alpha t_m. \quad (1.39)$$

Выражение $N \lg \frac{P_1}{P_2}$ запишем так:

$$N \lg \frac{P_1}{P_2} = N (\lg P_1 - \lg P_2 + \lg P_0 - \lg P_0) = N \lg \frac{P_0}{P_2} - N \lg \frac{P_0}{P_1},$$

где P_0 — условная величина давления на уровне моря.

Введем обозначения

$$\left. \begin{aligned} N \lg \frac{P_0}{P_1} &= H'_1, \\ N \lg \frac{P_0}{P_2} &= H'_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.40)$$

Тогда формула (1.39) примет вид

$$h = (H'_2 - H'_1) + (H'_2 - H'_1) \alpha t_m. \quad (1.41)$$

Величины H'_1 и H'_2 называются **приближенными высотами**.

Приближенные высоты — высоты точек наблюдения над уровнем моря, где давление принято P_0 , а температура t_0 . Вторым член формулы (1.41) есть поправка за температуру, так как во время наблюдений на пунктах температура воздуха отличается от принятой температуры t_0 . По формулам (1.40) составлены таблицы приближенных высот по постоянным величинам P_0 , t_0 и аргументу P_i . Имеются таблицы многих авторов. Например, М. В. Певцов составил таблицы, приняв $P_0 = 760$ мм рт. ст. и $t_0 = 15^\circ$, а А. С. Чеботарев принял $P_0 = 762$ мм рт. ст. и $t = 15^\circ \text{C}$. К основным таблицам прилагаются таблицы поправок в разность приближенных высот за температуру, составленные по аргументам t_i и $(H'_2 - H'_1)_i$.

За счет условности величин давления, принятого на уровне моря на первой и второй точках, приближенные высоты H'_1 и H'_2

будут ошибочными, но на одну и ту же величину, так как давление в этих точках измерялось в один и тот же момент времени, следовательно, эта ошибка не скажется на вычислении превышений.

Глава II.

ПРИБОРЫ И СПОСОБЫ ПРОИЗВОДСТВА РАБОТ ПРИ БАРОМЕТРИЧЕСКОМ НИВЕЛИРОВАНИИ

§ 7. Приборы для измерения давления

Как уже было установлено, определяемое превышение в основном является функцией двух измеряемых величин: давления и температуры. Влажность обычно непосредственно при производстве полевых работ не измеряется, и если производится учет ее влияния, то для этого используются данные, полученные на государственных метеорологических станциях.

Приборы для измерения атмосферного давления можно разделить на четыре группы в зависимости от принципа их работы: 1) пружинные, 2) жидкостные, 3) газовые, 4) термобарометры (гипсотермометры).

В барометрическом нивелировании в настоящее время применяются пружинные и частично жидкостные (ртутные) барометры * и совсем не применяются газовые барометры и гипсотермометры.

Пружинные барометры, основанные на упругих свойствах различных пружин, получили название анероидов (безжидкостных). В настоящее время к этой группе присоединяют баронивелиры и микробарометры.

Барометры-анероиды были изобретены в середине XIX столетия и, претерпев ряд изменений, дошли до нашего времени. Первый отечественный баронивелир (БН-4) был создан в 1950 г. академиком В. В. Шулейкиным, однако этот прибор мало применялся в барометрическом нивелировании. Широкое распространение при проведении барометрического нивелирования получили появившиеся в последнее двадцатилетие приборы, названные микробарометрами, разработанные и внедренные в производство И. Н. Кулаковым, Р. Э. Миникесом, А. Г. Приходой и др.

Следует отметить, что в последние годы ведутся работы по созданию барометрических высотомеров-автоматов. В частности, созданный опытный образец барометрического частотно-компенсационного высотомера-автомата [39] позволяет получать превышения, не производя громоздкой и трудоемкой обработки полевых наблюдений, и при этом автоматически учитывать изменение ат-

* Ртутные барометры известны студентам из курса физики средней школы и здесь не рассматриваются.

мосферного давления во времени. Опытнo-производственные испытания прибора показали, что точность определения высот при применении его может быть повышена до $0,1 \div 0,4$ м.

§ 8. Барометры-анероиды

Идея изготовления безжидкостного барометра была высказана еще Лейбницем в 1697 г. Осуществлена она была впервые в 1844 г. Види. Он использовал закрытую гофрированной крышкой металлическую коробку, из которой выкачан воздух. Рычажок, прикрепленный к центру крышки, воздействовал на систему индикации. Известный же в настоящее время барометр-анероид был предложен в 1853 г. Бурдоном.

Измеряемое давление в пружинных барометрах уравнивается силами упругости пружины, деформация которой находится в известной устойчивой зависимости от величины давления и является мерой давления.

Приемником атмосферного давления в пружинных барометрах служат изготовленные из бериллиевой бронзы сильфоны *, трубчатые винтовые пружины ** Бурдона и мембранные коробки.

Анероидная коробка — это система из двух спаянных тонкостенных (0,05—0,2 мм) гофрированных мембран (рис. 7, а), из которой предварительно выкачан воздух. Коробка наполнена при определенном давлении инертным газом, что исключает сплющивание ее под действием атмосферного давления. При увеличении внешнего давления мембраны будут прогибаться внутрь коробки, а при понижении внешнего давления упругие силы мембраны будут стремиться выгнуть ее. Таким образом, показателем изменения внешнего давления является измерение расстояния между верхним и нижним основаниями коробки.

Для повышения чувствительности приборов используется несколько соединенных между собой коробок — анероидные блоки (рис. 7, б).

В различных системах пружинных барометров по-разному решается вопрос измерения линейных перемещений центров мембран анероидных коробок и сильфонов или угловых поворотов винтовой спирали Бурдона. Долгое время это были только механические

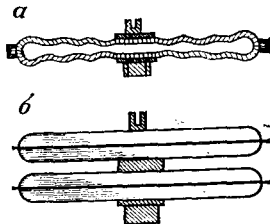


Рис. 7

* Сильфон — это тонкостенная (0,1—0,3 мм) гофрированная трубка, величина которой под действием давления P удлиняется или укорачивается.

** Винтовая пружина Бурдона представляет собой полую витую тонкостенную трубку, концы которой герметически запаяны. Один конец пружины закрепляется неподвижно, а второй — свободный — при изменении внешнего давления будет разворачиваться в ту или иную сторону. Ее угловое перемещение используется для определения давления.

рычажные передачи, в настоящее время применяются оптико-механические, оптические и др.

Барометр-анероид БАММ (беспружинный анероид метеорологический Московского завода). В этом приборе (рис. 8) линейные перемещения мембран анероидного блока с помощью передаточно-рычажного механизма преобразуются в угловые повороты стрелки прибора.

Блок 1 из трех последовательно соединенных анероидных коробок является приемником давления. Один конец блока неподвижно соединен с основанием 2, подвижный конец блока связан шарнирно

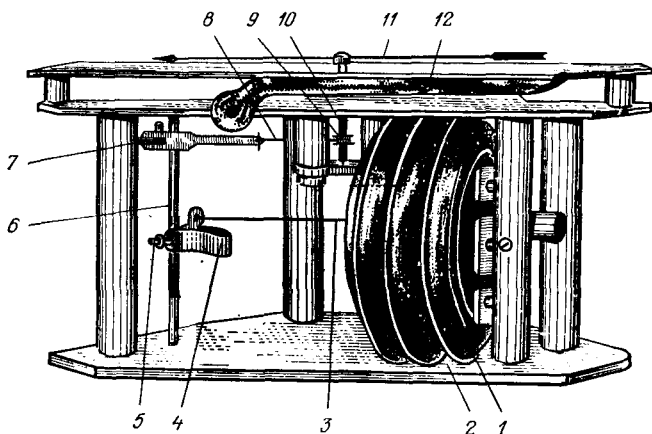


Рис. 8

с жестким стержнем 3; второй конец стержня соединен с рычагом регулятора 4, укрепленного на оси 6.

Чувствительность прибора можно изменить за счет изменения длины регулятора с помощью винта 5. На верхнем конце оси 6 укреплен рычаг 7, с которым соединен один конец цепочки Галля 8. Второй конец цепочки закреплен на ролике 9, неподвижно соединенном с осью 10, на которой плотно сидит стрелка 11. С изменением атмосферного давления блок анероидных коробок изменяет свои размеры, поворачивает ось 6, что вызывает через цепочку Галля вращение ролика 9, а следовательно, стрелки 11, которая перемещается по шкале, градуированной в мм рт. ст.*. К шкале прибора прикреплен термометр 12, пределы измерения температуры которым от -15 до $+40$ °С.

Этим прибором можно измерять атмосферное давление от 600

* Шкалы рассматриваемых приборов градуированы в мм рт. ст. и мбар, поэтому давление указывается в старых единицах, а не в ГПа, как принято в системе СИ.

до 800 мм рт. ст. Цена наименьшего деления шкалы — 0,5 мм рт. ст., отсчет производится до 0,1 мм рт. ст.

Лучшие образцы барометров-анероидов этой системы обеспечивают определение давления с точностью 0,2—0,3 мм рт. ст.

Барометры-анероиды МД-49-2 и МД-49-А *. Эти приборы являются модификацией барометра БАММ.

Принципиальная схема механической передачи линейных перемещений анероидного блока на стрелку прибора у этих приборов такая же, как у БАММ. Внутренний вид МД-49-2 представлен на рис. 9. Предел измерения давления барометром-анероидом

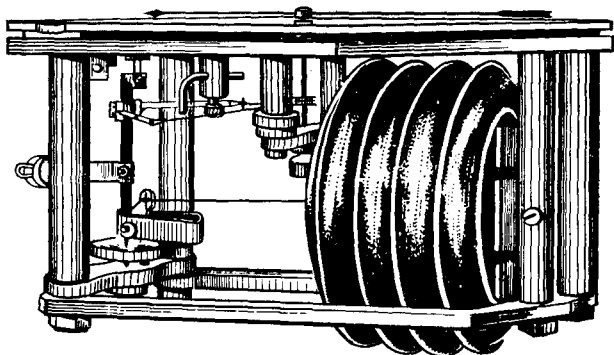


Рис. 9

МД-49-2 790 ÷ 600 мм рт. ст. при цене наименьшего деления 1 мм рт. ст. Точность измерения атмосферного давления составляет 0,15—0,2 мм рт. ст. Для работы в высокогорных районах выпускаются барометры-анероиды МД-49-А с пределом измерения давления 820 ÷ 300 мм рт. ст., что достигается за счет понижения чувствительности путем уменьшения числа анероидных коробок до двух и увеличения общей длины зеркальной шкалы.

В барометрах-анероидах МД-49-2 и МД-49-А отсутствуют термометры, и перед работой их следует вмонтировать.

Поправки в отсчеты по барометрам-анероидам. Для определения атмосферного давления P в отсчеты по прибору P' вводятся следующие поправки: шкаловая $\Delta P_{\text{шк}}$, температурная ΔP_t и добавочная ΔP_0 . Давление вычисляется по формуле

$$P = P' + \Delta P_{\text{шк}} + \Delta P_t + \Delta P_0. \quad (\text{II.1})$$

Необходимость введения шкаловой поправки $\Delta P_{\text{шк}}$ вызвана тем, что при изготовлении барометров-анероидов шкалы делают линейными для всего диапазона давлений и одинаковыми для всех приборов данной системы. Для учета нелинейности шкалы, вызываемой изменением угла между передаточными рычагами, вводится поправка $\Delta P_{\text{шк}}$. Величины шкаловых поправок для интер-

* Барометры-анероиды метеорологические модели Д-49-2 и Д-49-А.

валов через 10 мм рт. ст. даются в поверочном свидетельстве, которым снабжается каждый прибор. С учетом того, что эти поправки меняются, необходимо дважды, перед началом работы и по окончании ее, определять эту поправку.

Температурная поправка ΔP_t определяется по формуле

$$\Delta P_{t_i} = b t_i,$$

где b — коэффициент пропорциональности; t_i — температура прибора.

В районах с большими перепадами высот (более 200 м) величину ΔP_t определяют по формуле

$$\Delta P_t = [\delta P_{t_{э\tau}} + R (P_{э\tau} - P_i)] t_i, \quad (11.2)$$

где $\delta P_{t_{э\tau}}$ — температурная поправка анероида на 1 °С, определенная при некотором давлении $P_{э\tau}$; $R (P_{э\tau} - P_i)$ — температурная поправка анероида на 1 °С, обусловленная изменением R модуля упругости материала анероидных коробок.

С изменением t изменяются упругость анероидных коробок и параметры механических частей прибора, что влияет на его показания. Для исключения влияния температуры показания барометра-анероида приводят к единой температуре (обычно к 0 °С) с помощью введения соответствующих поправок.

Неточный учет шкаловой и температурной поправок, наличие механических ошибок прибора и некоторое смещение нуля вызывают необходимость введения *добавочной поправки*, которую следует определять перед началом проложения хода (рейса) и после окончания его.

Шкаловые поправки и температурные коэффициенты определяют до начала и после окончания полевого сезона путем сравнения прибора с эталоном в специальных барокамерах и термокамерах и вписывают в аттестат прибора. Добавочная поправка определяется как разность между давлением, полученным по ртутному барометру, и отсчетом по шкале барометра-анероида, предварительно исправленным поправками за температуру и за шкалу.

Величина поправки ΔP_0 определяется перед началом проложения хода (рейса) и после окончания.

§ 9. Микробарометры

К ним относятся отечественные приборы: оптический микробарометр ОМБ-1 (первая модель), микробаронивелир пружинный МБНП, микробарометр МБ-63 (модель 1963 г.), оптический микробарометр ОМБ-ЗП (модель ЗП) и зарубежные: «Паулин» (США), «Аскания» (ФРГ) и ряд других.

1. Оптический микробарометр ОМБ-1. В качестве чувствительного элемента в приборе используется трехкоровочный анероидный блок, линейный ход его 5 мм на 100 мбар.

Для измерения давления с точностью 0,03 мбар ошибка измерения перемещения мембран блока не должна превышать 0,15 мкм. Для достижения такой точности применяется отсчетное приспособ-

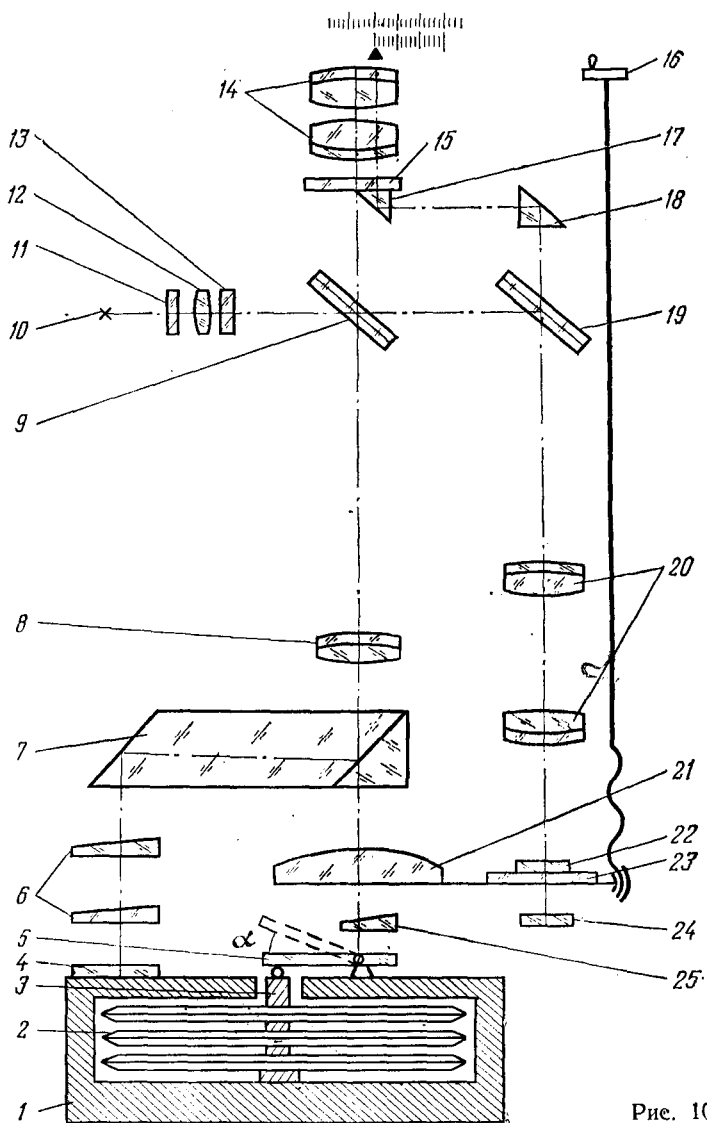


Рис. 10

собрание в виде двойного автоколлиматора. Рассмотрим схему оптического микробарометра, представленную на рис. 10.

Анероидный блок 2 одним концом неподвижно укреплен на нижней части металлического каркаса 1; на верхней части его

прикреплено неподвижное зеркало 4 и качающееся на струнной оси зеркало 5, свободный конец которого лежит на штоке 3 анероидного блока. С изменением давления изменяется высота штока анероидного блока и происходит поворот зеркала 5 вокруг горизонтальной оси на некоторый угол относительно неподвижного зеркала 4.

Для измерения величины этого угла имеется специальное устройство, которое состоит из двойной автоколлимационной системы, оптического микрометра и отсчетного микроскопа. Источ-

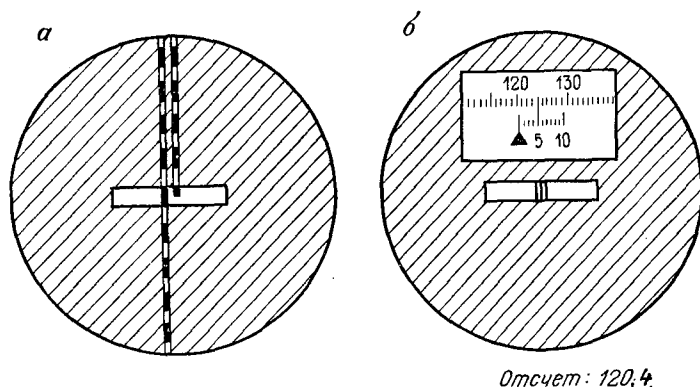


Рис. 11

ник света 10 через светофильтр 11 и конденсор 12 освещает стеклянную пластину 13, на которой нанесены два штриха: один через всю пластину, а второй — только до половины, т. е. в верхней части пластины биссектор, а в нижней — одинарный штрих. Лучи света, отразившись от плоскости полупрозрачного зеркала 9, попадают в объектив 8 и выходят параллельными пучками. В призмённом блоке 7 лучи разделяются на два пучка: один идет к зеркалу 5, а второй — к зеркалу 4.

После отражения от них световые лучи идут через призмённый блок 7, объектив 8 и диафрагму 15, расположенную в фокальной плоскости объектива 8 и имеющую форму прямоугольника. Тогда в фокальной плоскости окуляра 14 получается изображение штрихов пластины 13 (рис. 11, а).

Юстировкой клиньев 6 (см. рис. 10) можно добиться такого положения, что в нижней части диафрагмы в поле зрения окуляра будет видно автоколлимационное неподвижное изображение биссектора (рис. 11, б), даваемое отражением лучей от неподвижного зеркала 4. Юстировкой подвижного зеркала 5 можно, наоборот, поднять автоколлимационное подвижное изображение штрихов, даваемое отражением лучей от этого зеркала, таким образом, что в поле зрения видно изображение только одного штриха. При горизонтальном положении подвижного зеркала изображение одинар-

ного подвижного штриха находится в середине биссектора — такое положение является исходным. Изменение атмосферного давления вызовет наклон зеркала 5, и изображение одинарного штриха сместится относительно биссектора на некоторую величину.

Смещение штриха, пропорциональное углу поворота зеркала, является показателем изменения атмосферного давления.

Величина смещения изображения подвижного штриха относительно изображения биссектора измеряется с помощью линзового компенсатора 21 и жестко связанной с ним шкалы 23 с механизмом перемещения 16. По шкале 23, имеющей 400 делений, которые проецируются в верхнюю часть поля зрения окуляра посредством объектива 20 и призм 18 и 17, с помощью верньера 22 производится отсчет. Освещение шкалы и верньера производится от источника света 10 с помощью системы зеркал 19 и 24.

Изменение давления на 100 мбар вызывает наклон зеркала 5 на 3° , что компенсируется перемещением шкалы на всю ее длину, т. е. на 400 делений. Следовательно, одно деление шкалы соответствует наклону зеркала примерно на $27''$ и равно 0,25 мбар. Верньер позволяет производить отсчеты до десятых долей деления шкалы.

При необходимости измерения изменений давления более чем на 100 мбар следует включить оптический клин 25. Тогда изображение в поле зрения окуляра подвижного штриха отводится в крайнее левое положение на 280—390 делений, что составляет около 95 мбар.

Анероидный блок и система зеркал 4 и 5 помещены в герметичный стакан, имеющий сообщение с атмосферой через резиновую трубку и штуцер, расположенный на верхней панели прибора. Это позволяет определять цену деления прибора без использования специальной барокамеры.

Ниже приведена техническая характеристика микробарометра ОМБ-1.

Точность измерения разности (до 20 мбар) давления	0,03 мбар или 0,12 деления шкалы
Число делений шкалы	400
Цена деления шкалы, мбар/дел.	—0,25
Градиент цены деления, мбар/дел.	— $2 \cdot 10^{-5}$
Предел измерения давления для одного диапазона, мбар.	100
Общий предел измерения давления, мбар	190
Предел измерения t прибора, $^\circ\text{C}$	—30 ÷ +40
Масса прибора, кг	3,8

2. Микробаронивелир пружинный МБНП. Датчиком давления у МБНП (рис. 12) служат два двухкоробочных анероидных блока 2, расположенных друг против друга и жестко закрепленных на общем основании 1.

Жесткие центры мембран анероидных блоков посредством упругих штоков 3 связаны с рычагами 5, концы которых жестко соединены с двойной цилиндрической ленточной пружиной 6, несущей зеркало 7. Концы пружины 6 имеют противоположно направленные завитки, поэтому она называется двойной. посредством упругих пластинчатых опор с переменным центром вращения рычаги 5 соединены с мембранами анероидных блоков, а также с промежуточными штоками 4. Линейная деформация анероидных блоков, происходящая при изменении атмосферного давления, передается посредством рычагов на двойную

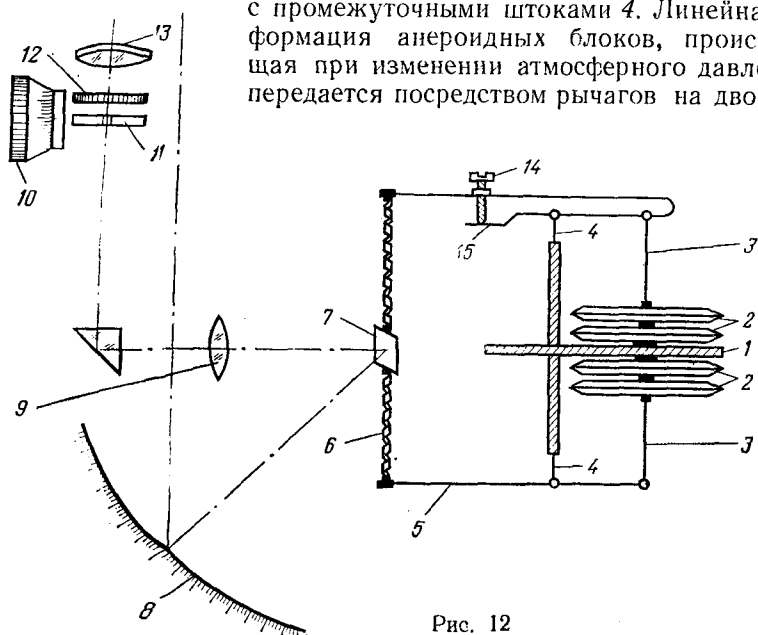


Рис. 12

цилиндрическую пружину, которая при этом растягивается или сжимается, и зеркало 7 разворачивается вокруг вертикальной оси. С помощью шкалы 8 и окулярного микрометра 10 измеряют величину угла поворота зеркала. Изображение шкалы 8 проецируется в поле зрения окуляра 13 посредством объектива 9. В поле зрения окуляра наблюдаются также изображения шкалы 12 и биссектора 11.

Поле зрения окуляра МБНП представлено на рис. 13. В поле зрения видна освещенная естественным светом часть отраженной шкалы прибора 1, имеющей 150 делений, шкала окуляр-микрометра 3, имеющая 8 делений, биссектор 2 и крест нитей 5.

Отсчеты производятся относительно 3, 4 и 5 штрихов шкалы микрометра. Для этого головкой микрометра 4 крест нитей 5 или биссектор 2 наводят поочередно на штрихи основной шкалы, которые располагаются правее 3, 4 и 5 штрихов неподвижной шкалы микрометра 3. Отсчет делают в следующем порядке: записывают номер штриха подвижной шкалы прибора (25), далее — номер

шкалы микрометра (4) и отсчет по головке микрометра (67). Полный отсчет (см. рис. 13) будет 25,467. Таким же путем производят и отсчеты, расположенные правее 3 и 5 штрихов шкалы. Полученные отсчеты приводят к штриху 4 по формуле

$$n = A + \frac{4,00 - a}{K_6}, \quad (11.3)$$

где A — номер штриха, отсчитываемый по шкале прибора; a — номер штриха, отсчитываемый по шкале окуляр-микрометра, и отсчет по шкале на головке микрометра; K_6 — коэффициент перевода делений шкалы окуляр-микрометра в деления шкалы прибора.

Коэффициент K_6 вводится потому, что расстояние между штрихами шкалы окуляр-микрометра (равное 100 делениям барабана) вследствие недостаточно точной юстировки прибора не соответствует расстоянию между штрихами основной шкалы. Величина K_6 определяется при лабораторных исследованиях. Из трех приведенных к штриху 4 отсчетов берут среднее.

Угловая чувствительность рабочей системы повышается за счет применения в качестве передаточного механизма двойной цилиндрической пружины, что упрощает отсчетно-измерительную систему. Изменение атмосферного давления на 0,03 мбар вызывает поворот зеркала примерно на $20'$. Изменение диапазона работы прибора производится поворотом винта 14 (см. рис. 12), изменяющего натяжение двойной цилиндрической пружины посредством U-образной плоской пружины 15.

Определение постоянных прибора производится легко, так как чувствительный элемент прибора помещен в герметичный корпус.

Ниже приведена техническая характеристика МБНП.

Точность измерения разности (до 20 мбар) давления	0,03 мбар или 0,04 деления шкалы
Число делений шкалы	150
Цена S деления шкалы, мбар/дел.	0,70
Градиент цены деления, мбар/дел.	$2 \cdot 10^4$
Предел измерения давления для одного диапазона, мбар.	105
Общий предел измерения давления, мбар	300
Предел измерения температуры прибора, °С.	$-15 \div +30$
Масса прибора, кг	2,8

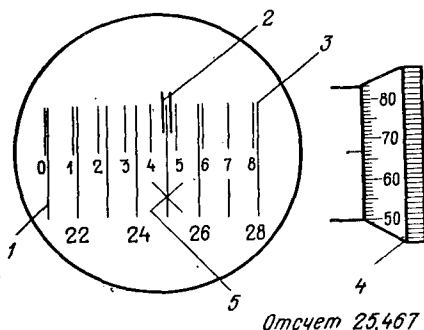


Рис. 13

В 1963 г. был выпущен модернизированный вариант МБНП — микробарометр МБ-63, в котором двойная цилиндрическая пружина непосредственно соединяется с anerоидными блоками без каких-либо рычагов и гибких шарниров. Диапазон измерения давления в МБ-63 увеличен за счет применения более жесткой двойной цилиндрической пружины, которая несколько снизила чувствительность прибора.

3. Вычисление атмосферного давления по отсчетам микробарометров ОМБ-1, МБНП, МБ-63. Вычисление атмосферного давления по указанным приборам производится по формуле

$$P_t = P_0 + C_{0,0} n_t + \sigma \frac{n_t^2}{2} + \delta P_t t_t + R (P_{эт} - P_t) t_t. \quad (11.4)$$

Рассмотрим каждый член, входящий в формулу:

P_0 — значение абсолютного давления, соответствующее начальному отсчету шкалы микробарометра. Величину P_0 получают путем сравнения давления по микробарометру с давлением по ртутному барометру,

$C_{0,0}$ — цена деления шкалы, соответствующая первому от нуля шкалы делению при температуре барометра 0°C . Цена деления шкалы приборов не постоянна, а изменяется от одного деления к другому. Она определяется лабораторным путем из специальных сравнений показаний микробарометра с манометром. Цену деления шкалы микробарометра определяют многократно для нескольких участков шкалы;

n_t — отсчет по шкале прибора;

σ — градиент цены деления шкалы — отношение между изменением цены деления шкалы прибора и изменением отсчета. Величина σ находится из исследований одновременно с определением цены деления $C_{0,0}$ шкалы прибора;

δP_t — температурная поправка микробарометра на 1°C , определенная при некотором давлении $P_{эт}$. Необходимость ее определения вызвана тем, что, как уже указывалось, с изменением температуры меняется модуль упругости материала anerоидных коромысел, а следовательно, и чувствительность их. Это приводит в свою очередь к тому, что цена деления прибора не остается постоянной, причем величина температурной поправки на 1°C одного и того же прибора нередко не остается постоянной для различных значений температур. Величина градиента температурной поправки может достигать $0,02$ мбар/градус;

t_t — измеренная температура прибора;

R — термоэластичный коэффициент материала, из которого изготовлены anerоидные блоки ($R = 30 \cdot 10^{-5}$ градус $^{-1}$);

$P_{эт}$ — давление, при котором определялась температурная поправка δP_t (эталонное);

Журнал барометрического нивелирования

1.VIII.1974 г.

Погода: ясно, слабый ветер
Наблюдатель Соколов И. И.

Приборы для наблюдения

1. Микробарометр ОМБ-1 № 43

2. Аспирационный психрометр

Выписка из аттестата микробарометра ОМБ-1 № 43

$$P_0 = 1020,52 \text{ мбар}$$

$$C_{0,0} = 0,2055 \text{ мбар/дел.}$$

$$\sigma = -7,6 \cdot 10^{-6} \text{ мбар/дел.}^2$$

$$R = 30 \cdot 10^{-5} \text{ градус}^{-1}$$

$$\delta P_t = -0,027 \text{ мбар/градус}$$

$$P_{97} = 991,32 \text{ мбар}$$

Наименование и № точки	Время наблюдения, ч-мин	Температура воздуха, °C	Отсчеты по прибору		P_0	$C_{0,0} n_i$	$\frac{n_i^2}{\sigma^2}$	$\delta P_{97} t$	P'_t	$R t \times (P_{97} - P'_t)$	P_t
			температуры, °C	по шкале n_i							
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ВБС	10—20	22,1	22,0	149,5	950,52	30,72	-0,84	-0,59	979,81	-0,08	979,73
Реп. 38	10—40	22,2	22,2	149,8	950,52	30,78	-0,85	-0,60	979,85	-0,08	979,77

P_t — измеренное давление, величину которого или измеряют одновременно барометром-анероидом, или получают из вычислений по формуле

$$P'_t = P_0 + C_{0,0}n_t + \sigma \frac{n_t^2}{2} + \delta P_{t,t}. \quad (II.5)$$

Пример записи наблюдений и вычисления давления по микробарометру ОМБ-1 по формулам (II.4) и (II.5) приведен в табл. 1.

§ 10. Приборы для измерения температуры и влажности воздуха

Основными приборами для измерения температуры при барометрическом нивелировании являются термометры-пращи и термо-

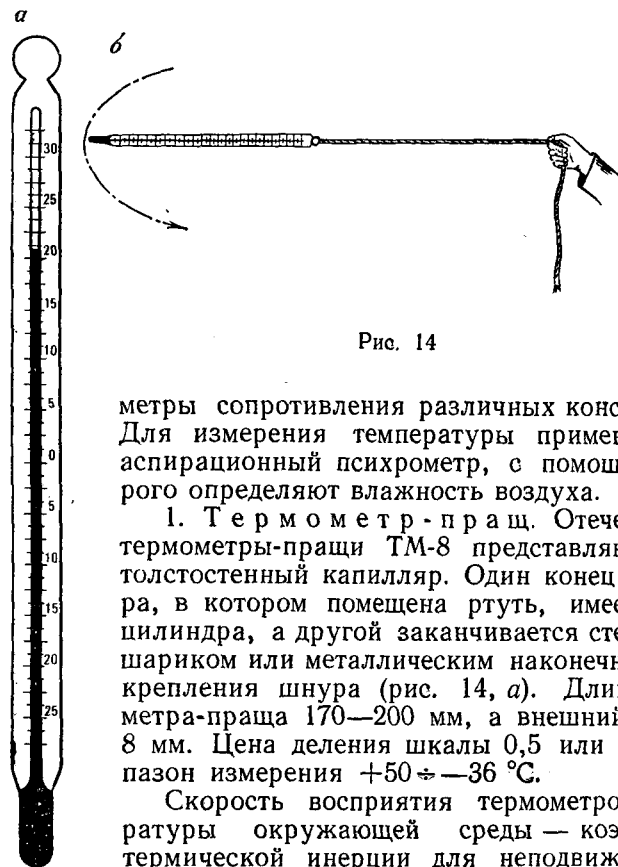


Рис. 14

метры сопротивления различных конструкций. Для измерения температуры применяется и аспирационный психрометр, с помощью которого определяют влажность воздуха.

1. Т е р м о м е т р - п р а щ. Отечественные термометры-пращи ТМ-8 представляют собой толстостенный капилляр. Один конец капилляра, в котором помещена ртуть, имеет форму цилиндра, а другой заканчивается стеклянным шариком или металлическим наконечником для крепления шнура (рис. 14, а). Длина термометра-праща 170—200 мм, а внешний диаметр 8 мм. Цена деления шкалы 0,5 или 1,0°, диапазон измерения $+50 \div -36$ °С.

Скорость восприятия термометром температуры окружающей среды — коэффициент термической инерции для неподвижного воздуха около 100 с. Он зависит от интенсивности теплообмена и параметров термометра. Так как в движущемся воздухе свободный теплообмен, на принципе которого и основано измерение темпера-

туры, происходит гораздо скорее, чем в неподвижном, то термометр за привязанный к нему шнур вращают над головой (рис. 14, б) и, сделав около 100 оборотов, производят отсчет. Температуру измеряют несколько раз, при этом показания термометра не должны расходиться более чем на $0,3-0,4^{\circ}$.

2. Аспирационный психрометр *. Наиболее совершенными приборами для измерения температуры являются психметрические термометры, которые широко применяются при барометрическом нивелировании.

Наименьшее деление термометров равно $0,2^{\circ}$. Коэффициент инерции в неподвижном воздухе около 100 с. Приборами можно измерять температуру от $+50 \div -35^{\circ}\text{C}$.

При производстве барометрического нивелирования в равнинных районах психрометр используют только для измерения температуры. В горных районах им измеряют и влажность воздуха.

3. Термометр сопротивления. С помощью этих приборов можно осуществлять дистанционное измерение температуры воздуха. В основе термометра лежит зависимость изменения сопротивления проводников от изменения их температуры.

Сибирский научно-исследовательский институт геологии, геофизики и минерального сырья (СНИИГГиМС) разработал конструкцию дистанционного термометра, предназначенного специально для барометрического нивелирования [40]. Проведенные испытания показали, что точность его равна $0,2-0,4^{\circ}$. Коэффициент инерции в неподвижном воздухе 50 с. Подвешенным на специальной мачте или дереве термометром можно измерять температуру воздуха на расстоянии 10—15 м от поверхности земли. Это позволяет уменьшить влияние подстилающей поверхности на результаты измерения температуры, что в свою очередь повышает точность определения высот при барометрическом нивелировании.

§ 11. Источники ошибок барометрического нивелирования

Существует три основные группы источников ошибок.

- I. Ошибки приборов и личные ошибки.
- II. Ошибки барометрических формул.
- III. Ошибки за неравновесие атмосферы и за определение средней температуры воздуха.

Рассмотрим каждую из этих групп.

I. Ошибки приборов и личные ошибки

1. Ошибки приборов. К ним относятся ошибки, вносимые элементами конструкции прибора и технологией его изготовления, а также ошибки от неточного определения постоянных прибора.

* Устройство психрометра известно студентам из курса физики средней школы.

Анероидные коробки и блоки, составленные из них, являются в современных приборах основными датчиками давления. Качество анероидных коробок характеризуется чувствительностью, величиной гистерезиса и упругого последействия, нелинейностью хода и температурным прогибом.

Чувствительность анероидной коробки характеризуется величиной линейного смещения свободного центра мембраны, соответствующего изменению атмосферного давления на единицу. Выпускаемые ныне анероидные коробки имеют чувствительность порядка 1,8 мкм на 1 мбар. Для измерения атмосферного давления с точностью 0,01 мбар надо измерять перемещение этой коробки с точностью до 0,02 мкм, что практически при производстве барометрического нивелирования невозможно. Тогда используют многокоробочные блоки, чувствительность которых прямо пропорциональна количеству коробок, составляющих блок. Более 2—4 коробок включать в блок не рекомендуется из-за возникновения других источников ошибок.

Гистерезис анероидных коробок состоит в том, что ход их при увеличении и уменьшении давления не повторяется, а дает петлю гистерезиса. На величину гистерезиса анероидных коробок существенное влияние оказывают химический состав и термическая обработка материала, из которого изготовлены мембраны, а также технология изготовления анероидных коробок.

Величина гистерезиса полностью входит в ошибку прибора, определяя разницу в его показаниях при увеличении и уменьшении давления.

Упругое последействие. После кратковременной нагрузки на анероидную коробку ее стенки только по истечении некоторого времени возвращаются в свое первоначальное положение. Величина упругого последействия зависит от величины изменения давления, скорости и времени. Для уменьшения величины упругого последействия проводят должную термическую обработку материала, из которого изготовлены мембраны, и подвергают «старению» анероидные коробки, но, несмотря на это, остаточное влияние этого источника ошибок будет иметь место.

Температурный прогиб. Под влиянием изменения температуры окружающей среды, воспринимаемой анероидной коробкой, происходит деформация мембранных пластинок. Вызывается это изменением модуля упругости материала мембранных пластинок коробки и упругости находящегося в ней газа.

Влияние этого источника ослабляют регулированием объема газа, но получить полную компенсацию температурного прогиба не удастся.

Ошибки от неточного определения постоянных прибора. Все приборы, применяемые при барометрическом нивелировании, должны иметь свидетельство или аттестаты, в которых указаны их постоянные. Постоянные определяются в процессе лабораторных исследований, которые также

сопровождаются некоторыми ошибками. Для уменьшения влияния ошибок приборов принимают различные меры: совершенствуют технологию изготовления приборов, разрабатывают специальные программы для определения их постоянных, подбирают и совершенствуют приборы, которые можно принять в качестве эталонов, конструируют специальные устройства для определения поправок, уменьшают сроки между эталонированием.

2. Л и ч н ы е о ш и б к и. К ним в первую очередь следует отнести ошибки отсчета по шкале прибора и ошибки, вызванные неправильным определением температуры прибора.

Для повышения точности отсчитывания приборы снабжаются специальными приспособлениями: двойными автоколлиматорами, оптическими верньерами (ОМБ-1), окулярными микрометрами (МБНП, МБ-63).

Для уменьшения ошибки от неправильного определения температуры прибора их чувствительные элементы помещают в герметический корпус или весь прибор помещают в сосуд Дьюара. В некоторых приборах (МБ-63) применяют электрический термометр, датчик которого располагают в непосредственной близости от основных рабочих узлов прибора.

II. О ш и б к и б а р о м е т р и ч е с к и х ф о р м у л

Барометрические таблицы составляются по формулам (I.33) и (I.34). Значение коэффициента N , входящего в эти формулы, зависит от средних значений влажности воздуха e , атмосферного давления на уровне моря P_0 , географической широты φ и высоты H . В действительности при производстве барометрического нивелирования в различных районах и в различные моменты времени значения этих величин будут в разной степени отличаться от средних значений, принятых при составлении таблиц, что приведет к ошибкам определяемых превышений. Наибольшая ошибка в значении величины может быть вызвана отклонением действительной влажности воздуха, имеющей место при нивелировании, от среднего ее значения, принятого при составлении таблиц (у М. В. Певцова $e_m = 9$ мм рт. ст.). Следует также учесть, что влажность воздуха не остается постоянной. Абсолютная влажность воздуха измеряется на метеорологических станциях не менее 4 раз в сутки (в 1, 7, 13 и 19 ч). Изменение влажности за 6 ч между двумя сроками в отдельные летние дни может достигать 8 мбар. Ошибка интерполирования в шестичасовом интервале времени не превышает 1 мбар. Если пользоваться данными измерения влажности на метеостанциях, то можно считать, что абсолютная влажность в радиусе 100 км от метеостанции будет определяться с точностью до 1,5 мбар. Однако, пользуясь барометрическими таблицами, для вычисления превышения этими данными не пользуются. Легко подсчитать, что если влажность при барометрическом нивелировании окажется в два раза больше принятого среднего ее значения, то значение N увеличится на 0,5% и вместо 18 470 будет 18 554. При

измерении превышения, равного 300 м, только вследствие недоучета влажности воздуха величина его будет ошибочной на 1,5 м. А. Г. Прихода предложил формулу, по которой можно составить таблицы для введения поправок в температуру воздуха за фактическую влажность.

Отклонение значений широты и высоты места наблюдений от средних принятых М. В. Певцовым значений при вычислении коэффициента N весьма незначительно повлияет на его величину.

Для ослабления влияния рассмотренных выше источников ошибок и определения степени влияния целесообразно определить значение барической ступени непосредственно на местности.

Из формулы (1.38) следует, что барическая ступень

$$e_i = \frac{h_{2,1}}{P_1 - P_2}.$$

Поэтому если на местности иметь базис — две близко расположенные точки 1 и 2, разность высот между которыми $h_{2,1}$ известна и известны значения P_1 и P_2 атмосферного давления на них в какой-то момент времени, то можно найти e_i на данный момент времени. Базис в этом случае называется **барическим**, а полученная барическая ступень e — **натуральной барической ступенью**. Она является как бы эталоном на местности в данный конкретный момент времени.

Следует иметь в виду, что натуральная ступень относится к центру базиса, а поэтому ее можно принять для вычисления лишь тех превышений между точками, средняя абсолютная высота середины которых равна средней абсолютной высоте базиса. Для других превышений полученное значение e_i необходимо редуцировать. Полученные значения e_i можно использовать только для той территории, для которой они будут оставаться постоянными.

Определять натуральную ступень по барическому базису предложил Д. И. Менделеев. Теории и практике производства работ способом барических базисов были посвящены работы С. И. Блохина, П. А. Гайдаева, И. Н. Кулакова, Р. Э. Миникеса, Ю. А. Жилина.

III. Ошибки за неравновесие атмосферы и за определение средней температуры воздуха

В природе не существует равновесия атмосферы, т. е. не существует такого состояния, при котором Земля как бы опоясывалась изобарическими поверхностями, параллельными друг другу и уровню моря.

Неравновесие атмосферы характеризуется в основном распределением температуры воздуха в атмосфере — температурным полем и распределением давления воздуха в атмосфере — барическим полем.

Температурное поле определяется изменением температуры во времени — суточным ходом температуры, изменением температуры в пространстве — вертикальным температурным градиентом. При определении температурного поля следует также учитывать микроколебания температуры воздуха — температурные пульсации.

Барическое поле, как было отмечено в § 3, определяется в свою очередь изменением величины атмосферного давления во времени — барической тенденцией и изменением давления в пространстве — горизонтальным и вертикальным барическим градиентами.

Суточный периодический ход давления невелик и при производстве барометрического нивелирования не учитывается. Средние годовые колебания давления практически тоже не оказывают влияния на результаты барометрического нивелирования. Колебания давления при прохождении циклонов и антициклонов наиболее значительны и их влияние может повлечь значительное понижение точности при определении превышения. Так, без ясно выраженной закономерности амплитуда этих колебаний может достигать 30 ГПа.

Барическая тенденция при перемещении циклонов и антициклонов достигает 10 ГПа за 3 ч.

Микроколебания давления с амплитудой до 0,05 ГПа длительностью до 20 мин и кратковременные отдельные колебания давления с амплитудой в виде отдельных импульсов вызываются влиянием микроклимата, напорным действием ветра и другими причинами.

Иногда наблюдаются кратковременные понижения давления на 0,7—2,0 ГПа длительностью до 30—60 мин; причины этих понижений еще мало изучены.

Измерение давления для определения превышений одной точки над другой следует производить в них в один и тот же момент времени или учитывать величину изменения давления за промежуток времени между измерением давлений в этих точках. Для этого давление измеряют на в р е м е н н о й (ВВС) или п о с т о я н н о й барометрической станции через определенные интервалы времени (20—30 или 10—15 мин в зависимости от точности проводимых работ). Значение давления атмосферы на любой момент времени в каждом интервале определяется линейным интерполированием между измеренными давлениями.

Для повышения точности и надежности метода барометрического нивелирования следует заменить дискретные методы наблюдения за изменением атмосферного давления непрерывными, используя для этого микробарографы. Специально разработанные для барометрического нивелирования струнный микробарограф во ВНИИ Геофизике и микробарограф в МИИГАиК и в Министерстве геологии РСФСР В. Г. Селиханович и Г. Д. Петровым дали обнадеживающие результаты.

Наклон изобарической поверхности относительно уровенной (см. § 3) выражают горизонтальным барическим градиентом. Ба-

рический градиент не является постоянной величиной, а служит лишь показателем состояния барического поля на данный момент времени и для данного участка местности. Средние значения горизонтального барического градиента составляют 0,01—0,02 ГПа/км, при прохождении циклонов они могут достигать 0,10—0,15 ГПа/км.

Горизонтальный барический градиент давления и барическая тенденция взаимосвязаны между собой и определяются скоростью перемещения барического поля. Максимальная величина этого перемещения, наблюдаемая в течение года для Европейской части СССР, характеризуется значениями от 17 до 25 км/ч в летние месяцы.

Важно отметить, что наклон изобарических поверхностей приводит к тому, что на одной и той же уровенной поверхности давление в разных ее точках в один и тот же момент времени оказывается различным.

Если наклон изобарических поверхностей на протяжении данного участка местности постоянный, то приращение давления на уровенной поверхности будет прямо пропорционально расстоянию. Так, если барический градиент равен 3 ГПа, то разность давлений воздуха для двух точек, находящихся на одной уровенной поверхности и расположенных на расстоянии 20 км по направлению наибольшего наклона изобарических поверхностей, будет равна

$$\Delta P = \frac{20 \cdot 3}{111} = 0,54 \text{ ГПа.}$$

Таким образом, в превышение, определяемое по барометрической формуле, войдет ошибка около 5 м при условии расположения нивелируемых точек по направлению наибольшего наклона изобарических поверхностей.

Следовательно, наличие горизонтального барического градиента приводит к появлению систематических ошибок в определяемых превышениях. Ошибка будет максимальной, если направление барометрического хода совпадает с вектором горизонтального барического градиента, и минимальной, если совпадает с направлением изобар.

1. Учет влияния горизонтального барического градиента на превышения, полученные из барометрического нивелирования, можно выполнить различными способами.

а. Вычислением поправки за градиент. Определив величину горизонтального барического градиента q_s по синоптической карте (см. § 3), можно вычислить поправку в измеренную разность давлений ΔP_q по формуле

$$\Delta P_q = q_s s \text{ км.} \quad (11.6)$$

Тогда разность измеренных давлений в этих точках, исправленных за горизонтальный барический градиент $\Delta P_{\text{испр}}$, будет вычисляться по формуле

$$\Delta P_{\text{испр}} = (P_1 - P_2) - \Delta P_q. \quad (11.7)$$

Определить q_s можно приближенно, как мы видели (§ 3), и по скорости ветра, но в этом случае вычислять поправку по формуле (II.6) можно только тогда, когда не предъявляются высокие требования к точности определения превышений.

б. Учетом влияния барического градиента при уравнивании вытянутых ходов. Если барический градиент на период проложения хода остается постоянным, а продолжительность времени выполнения работ сокращена, то наиболее строгого учета его влияния можно добиться уравниванием вытянутых ходов, проложенных между точками, имеющими отметки из геометрического или тригонометрического нивелирования.

Допустим, что между точками с известными высотами проложен вытянутый ход барометрического нивелирования. При значительной длине хода (порядка нескольких десятков километров) сумма превышений, полученных барометрическим нивелированием, будет содержать ошибки в результате действия ошибок измерения и влияния горизонтального барического градиента.

При вычислении поправки в превышения $v_{h_{q_i}}$ полученную невязку f_{h_q} с обратным знаком распределяют на все превышения хода прямо пропорционально расстоянию между определяемыми точками и исходной начальной точкой по формуле

$$v_{h_{q_i}} = - \frac{f_{h_q}}{s} s_i, \quad (II.8)$$

где s — расстояние между исходными точками; s_i — расстояние от начальной точки до определяемой.

в. Аналитическим способом учета q_s по нескольким опорным станциям. Определяя высоту точки относительно опорных станций, получают несколько значений. Эти значения обычно различаются между собой из-за влияния горизонтального барического градиента.

Допустим, что определяемая точка N лежит в створе станций A и B , расстояние от A до N равно s_a , а расстояние от B до N равно s_b (рис. 15). H_{N_a} — высота точки N , определяемая по результатам измерения температуры и давления воздуха в точках A и N , вследствие наклона изобарических поверхностей будет содержать ошибку δh_a . H_{N_b} — полученная аналогично, от точки B , будет ошибочна на δh_b .

При постоянном значении наклона изобарических поверхностей δh_a и δh_b прямо пропорциональны расстояниям s_a и s_b . С учетом этого за веса отдельных результатов измерений принимают величины, обратно пропорциональные расстоянию, и вычисляют среднее весовое значение высоты точки N по формуле

$$H_N = \frac{H_{N_a}s_a + H_{N_b}s_b}{s_a + s_b}. \quad (II.9)$$

Обозначив

$$\frac{s_a}{s_a + s_b} = K_1 \text{ и } \frac{s_b}{s_a + s_b} = K_2,$$

формулу (II.9) можно записать в виде

$$H_N = H_{Na}K_1 + H_{Nb}K_2. \quad (\text{II.10})$$

K_1 и K_2 — весовые коэффициенты,

$$K_1 + K_2 = 1.$$

Аналогично производят вычисления, когда имеется 3 опорные станции A , B , C , образующие треугольник, внутри которого лежит определяемая точка N (рис. 16). Относительно каждой

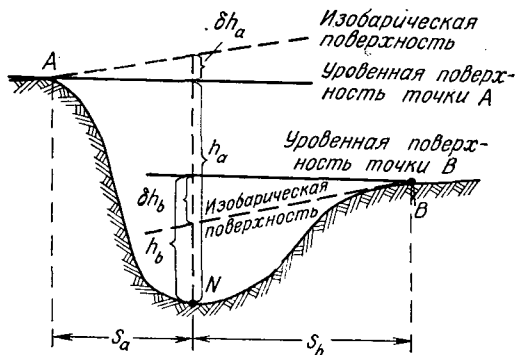


Рис. 15

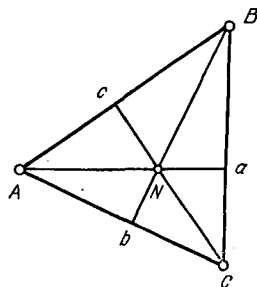


Рис. 16

опорной точки определяют H_{Na} ; H_{Nb} ; H_{Nc} , а затем из них берут среднее весовое значение

$$H_N = H_{Na}K_1 + H_{Nb}K_2 + H_{Nc}K_3, \quad (\text{II.11})$$

где

$$K_1 = \frac{Na}{Aa}; \quad K_2 = \frac{Nb}{Bb}; \quad K_3 = \frac{Nc}{Cc}.$$

Величины, необходимые для вычисления K_1 , K_2 , K_3 , берут со схемы (см. рис. 16).

2. Учет влияния ошибок в определении средней температуры воздуха. При барометрическом нивелировании определяется средняя температура столба воздуха. При определении значительных превышений из-за неточности учета средней температуры столба воздуха возникают систематические ошибки. Рассмотрим способы ослабления их влияния.

а. Ограничение величины превышений. М. В. Певцов рекомендовал определять превышения с ограничением их величины до 250 м. В настоящее время рекомендуется в случае, если превышения между точками значительно более 250—300 м, проводить до-

бавочные наблюдения температуры между нивелируемыми точками через 250—300 м. Проведенные исследования показали, что для превышений ≤ 50 м ошибки в определении вероятной температуры воздуха как средней арифметической незначительны. Необходимо также иметь в виду, что в самой нижней части приземного слоя воздуха температура более всего искажена влиянием подстилающей поверхности, поэтому необходимо температуру измерять на высоте не ниже чем 2 м.

б. Введение поправок в значение средней температуры воздуха. В ЦНИИГАиК им. Ф. Н. Красовского Ф. Л. Мещанский на основании опытных данных предложил в среднее значение температуры столба воздуха, определяемое как среднее арифметическое из измерений температуры на двух точках, вводить поправку, вычисляемую по формуле

$$\delta t_m = \gamma \left(\frac{\lg h_0}{M} - 1 \right), \quad (II.12)$$

где γ — коэффициент, полученный эмпирическим путем (например, для Северного Кавказа в период с 8 до 16 ч он равен от $-0,25$ до $-0,45$); h_0 — превышение между точками, выраженное в метрах; M — модуль перевода натуральных логарифмов в десятичные.

Имеются и другие способы, ослабляющие влияние этой ошибки, которые связаны, например, с определением средней температуры воздуха по градиентным измерениям в приземном слое с помощью специальной градиентной установки. Е. М. Самошкин предложил способ определения средней температуры по специальному графику.

§ 12. Расчет точности барометрического нивелирования

На точность барометрического нивелирования влияют, как было установлено, три группы источников ошибок. Введем обозначения: $\Delta_{\text{п}}$ — ошибки приборов и личные ошибки, $\Delta_{\text{р}}$ — ошибки барометрических формул, $\Delta_{\text{н}}$ — ошибки за неравновесие атмосферы и за определение средней температуры воздуха. Можно считать, что эти ошибки носят случайный характер, суммарная общая ошибка в превышении Δ_h будет равна сумме всех ошибок:

$$\Delta_h = \Delta_{\text{п}} + \Delta_{\text{р}} + \Delta_{\text{н}}. \quad (II.13)$$

Переходя к средним квадратическим ошибкам, будем иметь

$$m_h^2 = m_{\text{п}}^2 + m_{\text{р}}^2 + m_{\text{н}}^2. \quad (II.14)$$

Рассмотрим каждое слагаемое в выражении (II.14) отдельно.

В формуле (I.36) обозначим $2MN = K'$, $P_1 - P_2 = \Delta P$
 $\frac{P_1 + P_2}{2} = P_{cp}$ и $\frac{t_1 + t_2}{2} = t_{cp}$. С учетом этих обозначений запишем ее так:

$$h = \frac{K'}{2} (1 + \alpha t_{cp}) \frac{\Delta P}{P_{cp}}. \quad (II.15)$$

Для определения точности превышения, вычисленного по формуле (II.15), будем считать, что t_{cp} , P_{cp} , ΔP являются непосредственно измеренными независимыми одна от другой величинами. Коэффициент K' — переменная величина, зависящая от уклонов значений влажности воздуха, географической широты и высоты над уровнем моря и от принятых при составлении барометрических таблиц.

Прологарифмируем выражение (II.15) и получим

$$\ln h = \ln \frac{K'}{2} + \ln (1 + \alpha t_{cp}) + \ln \Delta P - \ln P_{cp}. \quad (II.16)$$

После дифференцирования (II.16) будем иметь

$$\frac{dh}{h} = \frac{dK'}{K'} + \frac{\alpha dt_{cp}}{1 + \alpha t_{cp}} + \frac{d\Delta P}{\Delta P} - \frac{dP_{cp}}{P_{cp}}. \quad (II.17)$$

Умножив обе части равенства (II.17) на h и приняв $(1 + \alpha t_{cp}) \approx 1$, перейдем к средним квадратическим ошибкам

$$m_h^2 = \left(\frac{h}{K'} m_{K'} \right)^2 + (h \alpha m_{t_{cp}})^2 + \left(\frac{h}{\Delta P} m_{\Delta P} \right)^2 + \left(\frac{h}{P_{cp}} m_{P_{cp}} \right)^2. \quad (II.18)$$

Выражение (II.18) является средней квадратической ошибкой превышения, зависящей от суммарного действия средних квадратических ошибок: барометрических формул m_h , приборных и личных $m_{t_{cp}}$, $m_{\Delta P}$, $m_{P_{cp}}$. Запишем формулу (II.14) в виде

$$m_h^2 = m_{h'}^2 + m_n^2, \quad (II.19)$$

где

$$m_{h'}^2 = m_{K'}^2 + m_n^2.$$

Основное влияние на ошибку m_n оказывает наклон изобарических поверхностей, характеризуемый горизонтальным барическим градиентом q_s . Именно его влияние как основное и учтем при определении m_n .

В § 11 было отмечено, что влияние q_s будет увеличиваться с увеличением расстояния между нивелируемыми точками. Ошибка в превышение за влияние q_s будет накапливаться пропорционально расстоянию s между точками

$$\Delta h_q = \epsilon s q_s \quad (II.20)$$

или с учетом (I.38)

$$\Delta h_q = \frac{h}{\Delta P} s q_s, \quad (II.21)$$

а средняя квадратическая ошибка будет равна

$$m_{h_q}^2 = \frac{h^2}{\Delta P^2} s^2 m_{q_s}^2. \quad (II.22)$$

Подставляя в формулу (II.19) величину $m_{h_q}^2$ вместо m_h^2 , получим

$$m_h^2 = m_{h'}^2 + m_{h_q}^2, \quad (II.23)$$

а с учетом выражений (II.18) и (II.22)

$$m_h^2 = \left(\frac{h}{K'} m_{K'} \right)^2 + (h \alpha m_{t_{cp}})^2 + \left(\frac{h}{\Delta P} m_{\Delta P} \right)^2 + \\ + \left(\frac{h}{P_{cp}} m_{P_{cp}} \right)^2 + \left(\frac{h}{\Delta P} s m_{q_s} \right)^2. \quad (II.24)$$

Анализируя (II.24), приходим к следующим выводам:

1. Ошибка определения коэффициента K' прямо пропорциональна величине самого превышения.

2. Ошибка определения ΔP остается постоянной при любых значениях превышения, так как $\frac{h}{\Delta P}$ — величина постоянная.

3. Ошибка определения P_{cp} практически прямо пропорциональна величине превышения, так как и при значительном изменении превышения h величина P_{cp} изменяется мало.

4. Ошибка определения q_s прямо пропорциональна расстоянию между точками, отношение $\frac{h}{\Delta P}$ является постоянной величиной.

Если принять $m_{K'} = 6$ единицам (это реально при введении в значение K' поправки за влажность; в общем случае $\Delta K' = 50$ единицам), $m_{t_{cp}} = 0,5^\circ$, $m_{\Delta P} = 0,03$ мбар (ГПа) (ΔP искажена главным образом небольшими случайными ошибками приборов и ошибками наблюдений), $m_{P_{cp}} = 0,5$ ГПа, $m_{q_s} = 0,005$ ГПа/км (что соответствует половине среднемесячного значения градиента), то при $\Delta P = 13,3$ ГПа, $P_{cp} = 976,6$ ГПа, $t_{cp} = 15^\circ \text{C}$ (приведенные значения соответствуют превышению в 115 м) и $s = 5$ км $m_h = 0,40$ м*.

Таким образом, при небольших превышениях и расстояниях между точками точность барометрического нивелирования можно характеризовать средней квадратической ошибкой $0,4 \div 0,5$ м.

* Отдельные слагаемые в формуле (II.24) будут $\frac{h}{K'} m_{K'} = 0,04$ м; $h \alpha m_{t_{cp}} = 0,21$ м; $\frac{h}{\Delta P} m_{\Delta P} = 0,26$ м; $\frac{h}{P_{cp}} m_{P_{cp}} = 0,06$ м; $\frac{h}{\Delta P} s m_{q_s} = 0,22$ м.

§ 13. Способы барометрического нивелирования

Точность измерения давления приборами практически позволяла бы определять превышения с ошибкой 0,2—0,3 м. Однако получить превышения с такой точностью, как правило, еще не удастся, так как реальная атмосфера не соответствует той модели, которую описывают барометрические формулы.

Применяя различные способы барометрического нивелирования, стремятся учесть:

- а) изменение давления и температуры воздуха во времени и пространстве;
- б) неравновесие атмосферы;
- в) ошибки определения средней температуры и влажности воздуха.

В настоящее время имеются следующие способы барометрического нивелирования: замкнутых ходов с опорой и без опоры на временную барометрическую станцию, передвижной станции, скачущей станции, нескольких опорных станций, повторных наблюдений, способ с одновременным вертикальным зондированием атмосферы, одинарного барического базиса, двойного барического базиса и др.

Ниже рассмотрим наиболее распространенные способы барометрического нивелирования.

Оценка точности результатов наблюдений в способах барометрического нивелирования может выполняться следующими путями:

- а) по разности d_h двойных измерений превышений на одних и тех же определяемых точках по формуле

$$m_h = \sqrt{\frac{[d_h^2]}{2n}}, \quad (II.25)$$

где $d_{h_i} = h''_i - h'_i$; n — число измерений;

- б) по уклонениям v_h отдельных измерений превышений от среднего арифметического значения по формуле

$$m_h = \sqrt{\frac{[v_h^2]}{n-1}}, \quad (II.26)$$

где $v_{h_i} = h_i - h_{\text{ср}}$; n — число уклонений;

- в) по разности Δ_H между высотами, определенными на одних и тех же точках из барометрического и геометрического (или тригонометрического) нивелирования, рассматриваемой как истинная ошибка, по формуле

$$m_H = \sqrt{\frac{[\Delta_H^2]}{n}}, \quad (II.27)$$

где $\Delta_{H_i} = H_{6_i} - H_{г_i}$; n — число точек, взятых для оценки.

§ 14. Способ замкнутых ходов с опорой на временную барометрическую станцию

Работа производится двумя наблюдателями. Перед началом работ и после окончания их на временной барометрической станции (ВБС) сравниваются показания приборов для приведения их в единую систему. Один наблюдатель находится на ВБС и через определенные установленные промежутки времени измеряет давление и температуру воздуха. ВБС может располагаться в различных точках хода или отдельно от него. Как правило, ВБС совмещаются с исходными точками. Второй наблюдатель проходит все намеченные точки по ходу и на каждой измеряет давление и температуру воздуха. Начальные и конечные отсчеты по приборам на исходной точке должны быть выполнены многократно, так как относительно этих данных обрабатываются наблюдения на всех точках хода.

Следовало бы производить наблюдения на ВБС и точках хода одновременно, но, как правило, это не представляется возможным, так же как не имеется практически для широкого использования и барографа, который можно было бы установить на ВБС, обеспечив непрерывную запись давления. Поэтому, используя результаты определения на станции давления и температуры, строят график в виде функциональной зависимости изменения давления от времени. По графику определяют поправки в результаты наблюдений на определяемых точках.

Невязки в замкнутых ходах обусловлены суточным ходом давления и приборными ошибками и распределяются с учетом времени измерения давления на точках — прямо пропорционально промежуткам времени между наблюдениями на соседних точках хода. Для наиболее полного ослабления влияния систематических ошибок (за счет неточного определения барометрических ступени и за счет горизонтального барического градиента) в ходы включаются дополнительные точки с известными высотами, но в этом случае необходима достаточно густая сеть высотных опорных точек, что редко имеет место. Поэтому при организации работ стараются в зависимости от требуемой точности определения высот, характера рельефа и метеорологических особенностей района работ устанавливать длину хода, отклонение от створа и соответственно продолжительность производства работ. Так, в замкнутых ходах, опирающихся на одну исходную точку, где точность определения превышений зависит от расстояний и направлений от исходных точек и превышений, можно принять предельные удаления точек от исходных, указанные в табл. 2.

Обработка результатов наблюдений в замкнутых ходах производится или способом последовательных превышений, в котором превышения вычисляются между двумя соседними точками хода, или полярным способом, в котором превышения определяются между каждой точкой хода и ВБС. В суммах превышений по зам-

Т а б л и ц а 2

Тип рельефа	Средняя квадратическая ошибка определения высот, м			
	0,5	1,0	2,5	5,0
Равнинный	$\frac{4}{1,5}$	$\frac{15}{16}$	$\frac{40}{15}$	$\frac{80}{30}$
Горный	$\frac{4}{1,5}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{20}{8}$	$\frac{40}{15}$

П р и м е ч а н и е. В числителе дроби в километрах указано удаление от исходных точек для лета, в знаменателе — для зимы. Средняя величина α_s принята равной 0,8 ГПа/100 км для лета и 2,0 ГПа/100 км для зимы.

кнутому ходу, проложенному в течение дневной работы микробарометрами, можно ожидать невязку порядка 1—2 м при максимальной разности высот точек хода не более 200 м.

§ 15. Способ ходов без временной барометрической станции

Если считать, что давление изменяется линейно во времени, то можно исключить организацию временной барометрической станции. В этом случае наблюдатель, измерив давление и температуру на некоторой исходной точке, последовательно обходит все точки хода, измеряя в них давление и температуру, и возвращается на исходную точку, где вновь определяет давление и температуру. Разность давлений на исходной точке, полученная в начале и конце рейса, представляет невязку — результат совместного влияния сползания нуль-пункта прибора, изменения добавочной поправки и суточного хода атмосферного давления. Считая, что эти факторы изменяются пропорционально времени по линейному закону, невязку распределяют в данном случае пропорционально времени. В этом способе полного учета изменения давления во времени не производится, и поэтому рейс должен быть непродолжительным. Указанный способ применяется тогда, когда в равнинных районах требуется обеспечить точность определения высот порядка 2—2,5 м.

§ 16. Способ передвижной барометрической станции

Этот способ применяется в тех случаях, когда в районах со слабо выраженным рельефом требуется определить высоты точек по маршруту большой протяженности. Начальными и конечными точками хода должны быть пункты, имеющие высоты. Ход между исходными точками разбивается на секции; конечные точки секций являются связующими, между которыми намечаются

промежуточные точки. Высоты промежуточных точек и связующих подлежат определению.

На начальной точке два исполнителя сравнивают показания всех барометров, измеряют температуру воздуха и записывают время наблюдений. Первый исполнитель работ отправляется по маршруту, измеряя на промежуточных точках давление, температуру и фиксируя моменты наблюдений. Каждая промежуточная точка опознается, отмечается исполнителем на карте или аэрофотоснимке и соответственно отмечается на местности (окопкой, камнем или затесом на пнях, деревьях и т. д.). Второй исполнитель остается на исходной точке и измеряет давление и температуру воздуха через определенные интервалы (10—30 мин) в зависимости от требуемой точности, выполняя работу наблюдателя на ВБС. В предварительно согласованный момент времени первый исполнитель должен измерить давление и температуру воздуха на конечной точке секции хода, а второй исполнитель в этот момент должен выполнить ту же работу на начальной точке секции. После выполнения одновременных наблюдений обоими исполнителями первый остается на конечной точке секции, выполняя теперь функции наблюдателя на ВБС, а второй отправляется по маршруту, останавливаясь для наблюдений на всех промежуточных точках, на которых провел наблюдения первый исполнитель. Второй исполнитель, прибыв на конечную точку секции вместе с первым исполнителем, производит сравнение барометров. Барометрическое нивелирование на всех следующих секциях хода производится так же, как на первой секции.

Превышение между концами секции хода можно вычислить как по одновременным наблюдениям обоих исполнителей, так и по результатам наблюдений только первого и только второго исполнителя. При применении микробарометров расхождения в превышениях по секции, определяемых по результатам измерений первого и второго исполнителей, должны находиться в пределах 1—2 м, если максимальная разность высот местности в секции не превышает 200 м.

Предельная невязка по всему ходу подсчитывается по формуле

$$\text{пред } f_h = 2 \text{ м } \sqrt{n},$$

где n — число секций.

При неблагоприятных метеорологических условиях измерений, а также при разности высот точек местности свыше 600 м предельная невязка будет возрастать. Невязка распределяется в превышения по секциям хода прямо пропорционально времени, затраченному на нивелирование секций; при превышениях более 100 м невязку следует распределять пропорционально величинам превышений.

После введения поправок в превышении по секциям хода вычисляют окончательные значения высот связующих точек. Затем вычисляют среднее из значений превышений между свя-

зующими и промежуточными точками, последнее определяют по результатам наблюдений первого и второго исполнителей и в него вводят поправки за приведение к одному моменту времени. Пользуясь этими средними значениями, вычисляют высоты промежуточных точек. При выполнении нивелирования этим способом частично исключаются ошибки, возникающие вследствие изменения атмосферного давления во времени. Полного исключения этих ошибок не происходит потому, что изменение давления во времени на точках может значительно различаться между собой в зависимости от расстояния и состояния погоды. Ошибки, возникающие вследствие наклона изобарических поверхностей, не исключаются, но их влияние частично ослабляется при распределении общей невязки хода. К преимуществам способа относится и то, что превышения точек определяются дважды. Применять его наиболее выгодно тогда, когда ходы по форме ближе к вытянутым.

Недостатками способа являются низкая производительность труда, организационные сложности в районах с трудными физико-географическими условиями. Повысить его эффективность в труднодоступных районах можно, применяя для передвижения вертолеты.

Видоизменением способа передвижной станции является способ скачущей станции, в котором число секций хода сокращается до минимума, что дает возможность максимально приблизить определяемые точки к барометрической станции.

§ 17. Способ нескольких опорных станций

Способ применяется для производства барометрического нивелирования на большой площади. Опорными (исходными) станциями, образующими в общем случае треугольник, внутри которого лежат определяемые точки могут быть метеорологические станции Гидрометслужбы СССР, которые имеют известные высоты, или ВБС, организуемые на период выполнения работ. Временными станциями могут служить любые пункты, высоты которых известны. Густота расположения станций зависит от требований к точности определяемых высот. Если требуется получить высоты со средней квадратической ошибкой от 1 до 1,5 м, расстояние между станциями должно быть не более 75 км. При расстоянии до 100—200 км средняя квадратическая ошибка будет соответственно 2,5—5 м. ВБС должны равномерно располагаться на участке работ; хорошо иметь их и за пределами участка.

Сущность способа заключается в том, что на нескольких опорных станциях в одни и те же заранее обусловленные моменты времени измеряют давление и температуру воздуха. На определяемых точках давление и температуру измеряют в наиболее удобные моменты времени, но внутри интервалов наблюдения на опорных станциях.

Показания всех барометров, по которым ведутся наблюдения, должны быть приведены в единую систему. Тогда высоты определяемых точек можно вычислить по формулам (II.10), (II.11).

В результате вычислений получают несколько значений высот определяемой точки, которые будут различаться между собой. Величина расхождения будет включать приборные ошибки, микроколебания давления, влияние горизонтального барического градиента и ошибку определения температуры. Обработка результатов по формулам (II.10) и (II.11) ослабит влияние горизонтального барического градиента, который в равнинных районах будет вносить максимальную ошибку.

На все дни производства работ строят графики изменений давления и температуры воздуха на опорных точках, позволяющих выявить сроки благоприятной барической обстановки и явные просчеты.

Рассмотренный способ наиболее эффективно применять при производстве работ на больших территориях со спокойным рельефом.

Раздел 2.

НИВЕЛИРОВАНИЕ III И IV КЛАССОВ

Глава III.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О НИВЕЛИРОВАНИИ

§ 18. Сущность геометрического нивелирования

Как известно, геометрическое нивелирование есть метод определения разности высот точек посредством горизонтального визирного луча, получаемого при помощи нивелира. С помощью этого луча берут отсчеты по нивелирным рейкам, поставленным отвесно в тех точках местности, разность отметок которых необходимо определить.

Превышения между точками, удаленными друг от друга, определяют из нивелирных ходов, при проложении которых последовательно переставляют нивелир и в определенном порядке рейки. Разность высот конечной H_k и начальной H_n точек хода находится как разность сумм всех отсчетов по задним и всех отсчетов по передним рейкам, т. е.

$$H_k - H_n = \sum a - \sum b. \quad (III.1)$$

При геометрическом нивелировании расстояние от нивелира до реек (длина визирного луча) допускается до 100 м, в некоторых случаях оно может быть увеличено.

При изложении общей идеи геометрического нивелирования было принято, что:

1) уровенные поверхности являются горизонтальными плоскостями;

2) рейки стоят отвесно и параллельно между собой;

3) местами отсчетов по рейкам являются точки пересечения горизонтальной визирной оси с рейками.

На самом деле такая геометрическая схема не имеет места. Реальным условиям соответствует иная схема, к рассмотрению которой и перейдем.

Пренебрегая эллипсоидальностью Земли из-за малости расстояния между рейками, сечения уровенных поверхностей можно считать дугами окружностей радиуса $R \approx 6400$ км (среднего радиуса земного эллипсоида), концентричными между собой. Из рис. 17 следует, что превышение точки B над точкой A определяется по формуле $h = a - b$.

Отрезки a и b на рейках получаются пересечением уровенной поверхностью прибора реек в точках N_1 и N_2 .

Если бы уровенные поверхности были горизонтальными плоскостями, то отсчеты по рейкам горизонтальным визирным лучом в точках K_1 и K_2 дали бы возможность получить превышение точки B над точкой A . Тогда, очевидно, отрезки K_1N_1 и K_2N_2 , которые мы обозначили соответственно через q_1 и q_2 , являются следствием влияния кривизны земной поверхности. Установить точно горизонтально визирный луч с помощью уровня нельзя. В общем случае визирный луч будет образовывать угол i с горизонтальной линией и его пересечение с рейками будет не в точках K_1 и K_2 ,

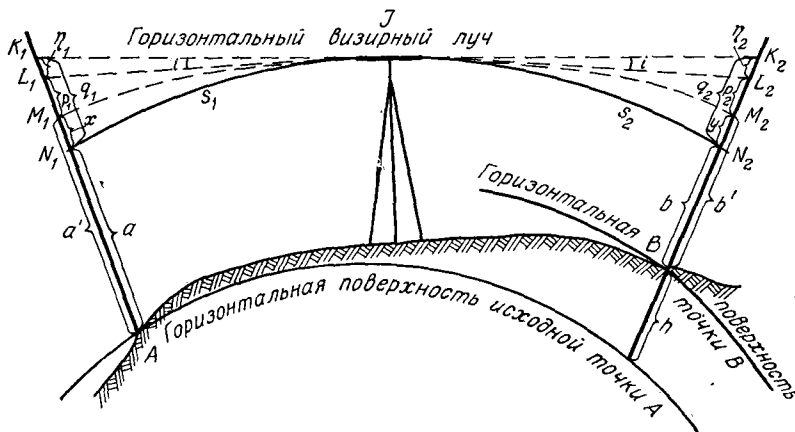


Рис. 17

а в точках L_1 и L_2 , что вызовет изменение отсчетов по рейкам на величины η_1 и η_2 .

Вследствие действия вертикальной рефракции, вызываемого прохождением визирного луча через слои атмосферы разной плотности, лучи к рейкам пойдут по кривым JM_1 и JM_2 и отсчеты по рейкам будут соответственно a' и b' . Тогда можно записать

$$h = a - b = (a' - x) - (b' - y) = (a' - b') - (q_1 - \eta_1 - p_1) + (q_2 - \eta_2 - p_2).$$

Обозначив полученное превышение через $h' = a' - b'$, получим

$$h = h' - (q_1 - q_2) + (\eta_1 - \eta_2) + (p_1 - p_2). \quad (111.2)$$

Ошибку полученного превышения Δh вычислим по формуле

$$\Delta h = h' - h = -\Delta q - \Delta \eta - \Delta p, \quad (111.3)$$

где Δq , $\Delta \eta$, Δp — разности влияний на отсчеты по рейкам кривизны Земли, наклона визирной оси и рефракции. Рассмотрим влияние каждого из этих источников.

На рис. 18 касательная JK — горизонтальный визирный луч, дуга JN — сечение уровенной поверхности, проходящей через точку пересечения вертикальной оси вращения нивелира с визир-

ной осью трубы. Так как расстояния от нивелира до реек небольшие, то по малости $NK = q$ можно принять $JK \approx s$, и тогда можно написать

$$(R + q)^2 = R^2 + s^2. \quad (\text{III.4})$$

Определим из формулы (III.4) величину q

$$q = \frac{s^2}{2R + q}. \quad (\text{III.5})$$

Так как величина q мала, ее можно вычислять по формуле

$$q = \frac{s^2}{2R}, \quad (\text{III.6})$$

а Δq — по формуле

$$\Delta q = q_1 - q_2 = \frac{s_1^2 - s_2^2}{2R}. \quad (\text{III.7})$$

Обозначив $d = s_1 + s_2$ и $\Delta s = s_1 - s_2$, получим

$$\Delta q = \frac{d}{2R} \Delta s. \quad (\text{III.8})$$

Из формулы (III.8) следует, что при $s_1 = s_2$ кривизна Земли не вызовет ошибки в превышении. При $\Delta s = +2$ м и $d = 150$ м получим $\Delta q \approx 0,02$ мм.

Ошибка в превышении в 0,02 мм для нивелирования III класса незначительна.

Рассмотрим влияние рефракции на измеренное превышение. Под рефракцией понимается преломление световых лучей в земной атмосфере вследствие различной плотности воздуха. На рис. 18 проведем дугу JM — рефракционную кривую, которая является траекторией распространения световых волн. Угол между касательной к траектории распространения световых волн и ее хордой обычно разлагают на составляющие этого угла в вертикальной и горизонтальной плоскостях и тем самым переходят к понятиям о вертикальной и горизонтальной рефракции. При нивелировании на прохождение визирного луча оказывает влияние вертикальная рефракция. Угол r является углом вертикальной рефракции или углом земного преломления. Он составлен хордой JM рефракционной кривой и касательной к ней, которая на рисунке совпадает с горизонтальным визирным лучом JK . Так как расстояние s и отрезок MN малы, то кривую JM можно принять за дугу окружности и заменить ее дугой JN , а хорду JM — хордой JN .

Угол земного преломления пропорционален расстоянию s и с учетом того, что он измеряется половиной центрального угла α , можно написать

$$r = K \frac{\alpha}{2}, \quad (\text{III.9})$$

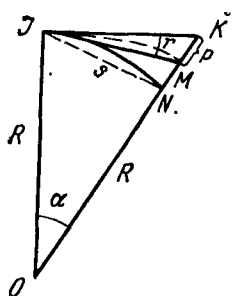


Рис. 18

где K — коэффициент пропорциональности, который называют коэффициентом рефракции или земного преломления.

Рассмотрим треугольники JNQ и JKM и определим из них соответственно α и ρ . Так, с некоторым приближением будем иметь

$$\alpha \approx \frac{s}{R} \rho, \quad (\text{III.10})$$

$$\rho \approx \frac{sr}{\rho}. \quad (\text{III.11})$$

Подставим в формулу (III.11) значение для r из (III.9), а для α из (III.10) и получим

$$\rho = K \frac{s^2}{2R}. \quad (\text{III.12})$$

Влияние рефракции на превышение на основании выражения (III.3) будет

$$-\Delta p = -(p_1 - p_2) = -\frac{1}{2R} (K_1 s_1^2 - K_2 s_2^2). \quad (\text{III.13})$$

Считать, что $K_1 = K_2$, у нас нет оснований, так как лучи при визировании на рейки проходят в разных слоях атмосферы. При нивелировании скатов это особенно заметно.

Преломление лучей будет зависеть и от характера подстилающей поверхности, влажности, давления, температуры воздуха и др. Приняв $s_1 = s_2$, как это и имеет место, формула (III.13) примет вид

$$-\Delta p = -\frac{s^2}{2R} (K_1 - K_2). \quad (\text{III.14})$$

На разных станциях $\Delta K = K_1 - K_2$ будет иметь противоположные знаки и в ходах влияние Δp может значительно компенсироваться.

Ошибку в отсчете по рейке за счет неточной установки визирного луча в горизонтальное положение обозначим через η (см. рис. 17). Будем считать, что углы при точках K_1 и K_2 близки к 90° . Учитывая, что расстояние между рейками $d = s_1 + s_2$ небольшое, непараллельность реек, установленных вертикально, будет около $3''$ *. Тогда $\eta = s \operatorname{tg} i$, или по малости угла i

$$\eta = s \frac{i}{\rho}. \quad (\text{III.15})$$

* Так, принимая уровненную поверхность за сферу, при $d = 100$ м и $R \approx 6400$ км получим центральный угол

$$\alpha = \frac{d}{R} \rho = \frac{0,1}{6400} 206\,000 \approx 3''.$$

С учетом формулы (III.15) ошибка в превышении за счет наклона визирной оси при условии постоянства угла i для одной станции будет определяться по формуле

$$-\Delta\eta = -(\eta_1 - \eta_2) = -\frac{i}{\rho} \Delta s. \quad (\text{III.16})$$

При равных расстояниях от прибора до реек, в том случае, если угол i будет оставаться постоянным, эта ошибка будет исключаться.

Однако под влиянием главным образом температуры даже при наблюдениях, выполняемых в короткий период и симметрично относительно среднего момента времени, не исключается полностью влияние этого источника ошибок. Подставив значения для Δq , Δp , $\Delta\eta$ соответственно из формул (III.8), (III.14), (III.16) в (III.3), будем иметь

$$\Delta h = \frac{d}{2R} \Delta s - \frac{1}{2R} (K_1 s_1^2 - K_2 s_2^2) - \frac{i}{\rho} \Delta s. \quad (\text{III.17})$$

Из формулы (III.17) следует, что нивелирование из середины при равных расстояниях до реек значительно ослабляет ошибки, вызываемые кривизной Земли, рефракцией и наклоном визирной оси. Поэтому именно этот метод и применяется в геометрическом нивелировании. Для определения разности высот двух точек H_n и H_k , удаленных друг от друга, высоты передаются по ходу, состоящему из нескольких станций. Считая, что $d_1 \approx d_2 \approx \dots \approx d_n$, а d_m — их среднее значение, с учетом постоянства угла i на всех станциях получим

$$\begin{aligned} H_k - H_n = \sum_1^n h = \sum_1^n h' - \frac{d_m}{2R} \sum_1^n \Delta s + \\ + \frac{1}{2R} \sum_1^n (K_i s_i^2 - K_{i+1} s_{i+1}^2) + \frac{i}{\rho} \sum_1^n \Delta s, \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

где $i = 1, 3, 5 \dots$

Проведенные исследования показывают, что температурные воздействия на нивелир вызывают неравномерные изменения угла i . Защита прибора зонтом в какой-то мере сохраняет постоянство угла i .

Полное постоянство угла i может быть достигнуто только в нивелире, помещенном в термостат.

С учетом изменения угла i формулу (III.18) следует записать так:

$$\begin{aligned} H_k - H_n = \sum_1^n h = \sum_1^n h' - \frac{d_m}{2R} \sum_1^n \Delta s + \\ + \frac{1}{2R} \sum_1^n (K_i s_i^2 - K_{i+1} s_{i+1}^2) + \frac{1}{\rho} \sum_1^n i \Delta s. \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

Из формул (III.18) и (III.19) видно, что в нивелирных ходах необходимо добиваться компенсации неравенства плеч, т. е. следить за тем, чтобы $\sum_1^n \Delta s$ была величиной малой.

В Инструкции по нивелированию I, II, III, IV классов это обстоятельство учтено и в ней указывается, что накопление неравенств $\sum_1^n \Delta s$ не должно превышать по секции 5 м в III классе и 10 м в IV классе. При соблюдении этого требования при предельных расстояниях между рейками в нивелировании III класса $d_m = 200$ м и максимальном угле наклона $i = 10''$ при $t = +20 \pm \pm 2^\circ \text{C}$ значение ошибки

$$\frac{d_m}{2R} \sum_1^n \Delta s \approx 0,1 \text{ мм},$$

$$\frac{i}{\rho} \sum_1^n \Delta s \approx 0,2 \text{ мм}.$$

§ 19. Основные положения построения государственной нивелирной сети СССР

Государственная нивелирная сеть является исходной высотной основой. Она дает на всю территорию Советского Союза единую систему высот, которая необходима для производства топографических съемок всех масштабов и геодезических работ, выполняемых для удовлетворения потребностей народного хозяйства и обороны страны. Общегосударственная высотная опорная сеть создается методом геометрического нивелирования. В Советском Союзе высоты пунктов государственной нивелирной сети считаются от нуля Кронштадтского футштока (Балтийская система). Положение этого нуля отнесено к среднему уровню Балтийского моря.

Плановое построение нивелирной сети в СССР начато с 30-х годов. В зависимости от точности нивелирная сеть подразделялась на 5 разрядов. В 1939 г. были утверждены Новые положения о построении государственной опорной сети; в них нивелирная сеть подразделена на 4 класса. Постановлением Совета Министров от 7 апреля 1946 г. в стране была введена Балтийская система высот. В 1954 г. вступили в силу новые «Основные положения о государственной нивелирной сети СССР». В них нивелирная сеть разделяется на I, II, III и IV классы. Основные положения 1954 г. действуют и в настоящее время.

Нивелирные линии I класса выполняются с максимальной точностью и прокладываются, как правило, по железным, шоссейным и грунтовым дорогам с небольшими уклонами. Эти сети не только являются главной высотной основой, но и

дают возможность проводить научные исследования, связанные с изучением физической поверхности Земли, как-то: определение разностей средних уровней морей и океанов, наблюдения за вековыми движениями суши по высоте, изучение местных вертикальных смещений земной поверхности, вызываемых землетрясениями или перемещениями подземных слоев.

В СССР все линии нивелирования I класса связаны между собой и образуют одну общую систему ходов и полигонов. Ряд линий связывает нуль Кронштадтского футштока со средними уровнями морей и океанов, омывающих границы страны.

Нивелирование II класса опирается на ходы нивелирования I класса и производится по линиям, образующим полигоны с периметром в 500—600 км. Допустимая невязка в ходах, проложенных между нивелирными знаками I класса, и в замкнутых полигонах не должна выходить за пределы

$$\text{пред } f_h = 5 \text{ мм } \sqrt{L}, \quad (\text{III.20})$$

где L — длина хода или периметр полигона в км.

Нивелирные сети III класса строятся внутри полигонов нивелирования I и II классов как в форме отдельных ходов, так и в виде систем ходов, образующих 6—9 полигонов с периметром 150—200 км, а в районах топографических съемок масштаба 1 : 5000 и крупнее — с периметром полигонов около 60 км. Невязки в ходах, опирающихся на пункты высших классов, и замкнутых полигонах по абсолютной величине не должны выходить за пределы

$$\text{пред } f_h = 10 \text{ мм } \sqrt{L}. \quad (\text{III.21})$$

Дальнейшее сгущение нивелирной сети III класса выполняется построением систем ходов нивелирования IV класса, опирающихся на пункты нивелирования высших классов. Допустимая невязка хода или полигона не должна превышать по абсолютной величине

$$\text{пред } f_h = 20 \text{ мм } \sqrt{L}. \quad (\text{III.22})$$

Для решения задач инженерного характера (при крупном строительстве, съемке городов и пр.) допускается проложение ходов нивелирования II, III и IV классов по особой схеме, но с обязательной привязкой их к государственной нивелирной сети. В районах, значительно удаленных от государственной нивелирной сети, могут развиваться местные сети, высоты пунктов могут относиться к среднему уровню ближайшего моря или как исключение к условному уровню. Эти нивелирные сети в дальнейшем должны быть связаны с государственной нивелирной сетью при ее построении вблизи этого района.

Нивелирные линии всех классов закрепляют на местности реперами и марками.

Работы по нивелированию всех классов производятся в строгом соответствии с требованиями Инструкции по нивелированию I, II, III и IV классов.

Пункты нивелирных сетей всех классов служат исходной основой при определении высот пунктов геодезических сетей другими методами.

Нивелирная сеть нашей страны — грандиозное по своим масштабам высокоточное геодезическое построение. Она постоянно совершенствуется, используя все лучшее, что создано наукой и практикой. По протяженности нивелирные ходы, проложенные в нашей стране, могут опоясать земной шар по экватору 75 раз.

§ 20. Нивелирные знаки

Нивелирные знаки разделяются на постоянные, рассчитанные на долговременную сохранность и длительное использование, и временные, не рассчитанные на долгое хранение; обычно они устанавливаются нивелировщиком на время производства работ и используются только в течение полевого сезона. К постоянным знакам относят фундаментальные реперы и рядовые знаки: грунтовые, скальные, стенные реперы. Временными знаками могут служить деревянные колья, забитые в грунт, гвозди-дюбели, забитые в опоры мостов, пни деревьев, валуны и т. п.

Места для закладки знаков выбирают с целью наилучшего отыскания их вблизи характерных контуров и ориентиров. При отсутствии контуров и ориентиров проводят маркировку знаков. Устанавливают знаки с учетом возможности вертикальной установки на них реек и удобства привязки к ним нивелирных ходов. Каждый нивелирный знак имеет свой индивидуальный номер.

На всех линиях нивелирования I и II классов через 50—60 км, на узловых пунктах, вблизи водомерных постов закладывают фундаментальные реперы. Линии нивелирования всех классов закрепляют на местности постоянными знаками не реже чем через 5 км. В труднодоступных районах расстояния между реперами могут быть увеличены до 6—7 км.

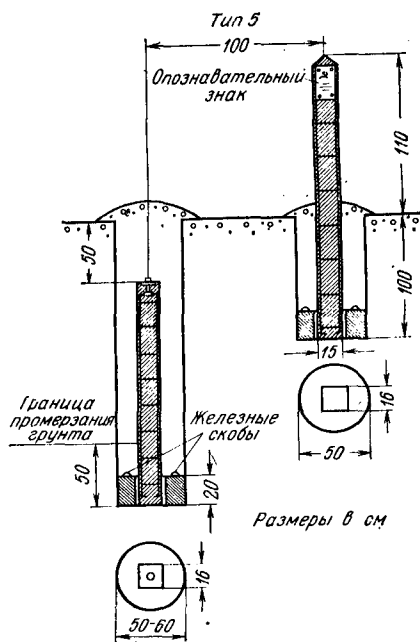


Рис. 19

Существует несколько типов грунтовых реперов, закладываемых в зоне сезонного промерзания грунта. На рис. 19 показан грунтовой репер нивелирования I, II, III и IV классов для северной зоны сезонного промерзания грунта*.

Грунтовой репер состоит из железобетонного пилона в форме параллелепипеда и бетонной плиты (якоря). В верхней грани пилона зацементирована марка. Пилоны могут быть заменены асбоцементными трубами сечением 14—16 см, заполненными бетоном.

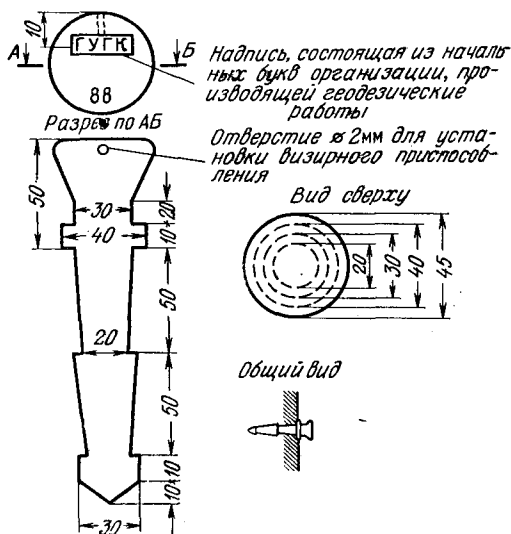


Рис. 20

В середине бетонного якоря при его изготовлении оставляют квадратное отверстие или выемку, в которую при закладке репера наливают цементный раствор и вставляют нижний конец пилона. Глубина закладки репера не должна быть менее 1,3 м плюс высота якоря. Марку репера следует располагать на 50 см ниже поверхности земли. В метре от репера ставят опознавательный знак в виде железобетонного пилона с плитой (якорем). К опознавательному знаку прикрепляют охранную плиту из чугуна или силумина. Черной краской подписывают номер репера.

Над репером насыпают небольшой земляной курган. При нивелировании рейку ставят на головку марки, к которой отнесена высота репера, предварительно сняв верхний слой земли.

Стенной репер (рис. 20) закладывается в стену сооружения, обычно в цоколь здания, или в вертикальную поверхность отвесной скалы на высоте примерно 0,5 м. На диске репера обозначается организация, проводившая нивелирование, и номер знака. Охранную плиту прикрепляют к стене здания рядом с репером или над ним. При нивелировании рейку ставят на ободок диска, к которому отнесена высота репера.

При выборе типов реперов для различных районов страны руководствуются специальными инструктивными документами [52, 53]. Стенные и скальные знаки включают в нивелирование

* Зона сезонного промерзания делится в нашей стране на южную и северную. Граница между ними проходит примерно по линии Ужгород—Харьков—Актубинск—Караганда—Семипалатинск—оз. Зайсан.

не раньше чем через одни сутки после их закладки, грунтовые реперы — не раньше чем через десять дней после засыпки котлована. На все заложенные нивелирные знаки составляется описание места их установки.

Глава IV.

ПРИБОРЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ НИВЕЛИРОВАНИИ III И IV КЛАССОВ

§ 21. Классификация нивелиров и требования, предъявляемые к ним

По ГОСТ 10528—76 «Нивелиры. Технические условия» все нивелиры по точности разделяются на три группы:

а) высокоточные — для определения превышений со средней квадратической ошибкой не более 0,5 мм на 1 км двойного хода;

б) точные — для определения превышений со средней квадратической ошибкой не более 3 мм на 1 км двойного хода;

в) технические — для определения превышений со средней квадратической ошибкой не более 10 мм на 1 км двойного хода.

По этому ГОСТу изготавливаются следующие нивелиры:

высокоточный Н-05, предназначенный для нивелирования I и II классов;

точный Н-3 — для нивелирования III и IV классов;

технический Н-10 — для нивелирования, проводимого для обоснования топографических съемок и инженерно-геодезических изысканий в строительстве.

Цифры, стоящие в шифрах нивелиров за буквой Н, обозначают средние квадратические ошибки (в мм) измерения превышений на 1 км двойного хода.

В зависимости от устройства, применяемого для приведения визирной оси в горизонтальное положение, нивелиры всех типов выпускаются в двух вариантах: с уровнем при зрительной трубе и с компенсатором углов наклона. При наличии компенсатора в шифре нивелира добавляется буква К.

Нивелир типа Н-3 может изготавливаться с лимбом для измерения горизонтальных углов. В этом случае в шифре нивелира добавляется буква Л. Тогда нивелир Н-3 с компенсатором и лимбом будет иметь шифр Н-3КЛ.

Действующий ГОСТ предусматривает следующие основные параметры для нивелиров Н-3 и Н-3К:

- 1) среднюю квадратическую ошибку превышения на станции не более 2 мм при расстоянии от нивелира до реек 100 м;
- 2) увеличение зрительной трубы не менее 30×;
- 3) наименьшее расстояние визирования не более 2 м;
- 4) коэффициент нитяного дальномера $100 \pm 1\%$;

5) цену деления уровня на 2 мм: установочного $10' \pm 2'$, уровня при трубе $15'' \pm 1,5''$;

6) массу нивелира не более 3 кг.

В ГОСТе указываются и другие технические требования, касающиеся как изготовления приборов в целом, так и отдельных его деталей; в нем же рекомендуются методы испытаний и исследований нивелиров.

При нивелировании III и IV классов разрешается также применять ранее выпускавшиеся отечественные нивелиры НВ-1, НПГ, НГ и зарубежные — Ni007, Ni025 Народного предприятия «Карл Цейсс Йена» (ГДР), Ni-B3, Ni-B4, Ni-B5, Ni-B6 завода МОМ (ВНР).

§ 22. Нивелир Н-3

Точный нивелир Н-3 — глухой нивелир с цилиндрическим контактным уровнем, изображение концов пузырька которого передается в поле зрения трубы, и с элевационным винтом.

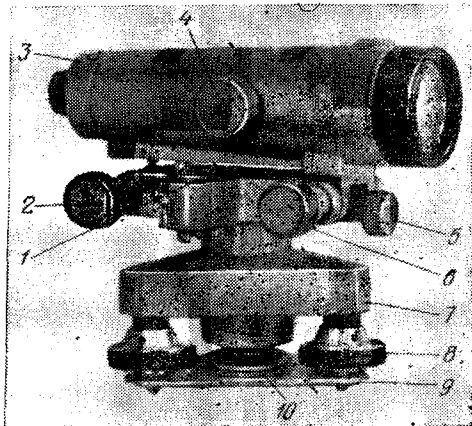


Рис. 21

Внешний вид прибора представлен на рис. 21. Зрительная труба нивелира имеет внутреннюю фокусировку. Для фокусирования служит головка 4. За крышкой 3 расположена сетка нитей. Сбоку трубы укреплена коробка, в которой помещается цилиндрический уровень (на рис. 21 не виден) и система призм, передающих изображение концов пузырька уровня в поле зрения трубы. Схема оптики трубы и призмной системы уровня представлена на рис. 22, где 1 — уровень с призмным блоком, 2,

3 — ромбические призмы, которые смещают луч, не меняя его направления, 4 — сетка нитей, нанесенная на стеклянной пластинке, 5 — трехлинзовый объектив, 6 — окуляр. Призмная система уровня осуществляет оптический контакт концов пузырька цилиндрического уровня, по которому происходит установка пузырька в нуль-пункт.

Для предварительной установки оси прибора в отвесное положение имеется установочный (круглый) уровень 1 (см. рис. 21). Точное совмещение изображений концов пузырька цилиндрического уровня производится с помощью элевационного винта 2. Юстировка цилиндрического и круглого уровней осуще-

ствляется с помощью соответствующих юстировочных винтов. Юстировочные винты цилиндрического уровня расположены в гнезде, закрытом крышкой (на рис. 21 не видно).

Для компенсации длины пузырька цилиндрического уровня в связи с изменением температуры в ампулу уровня вложена

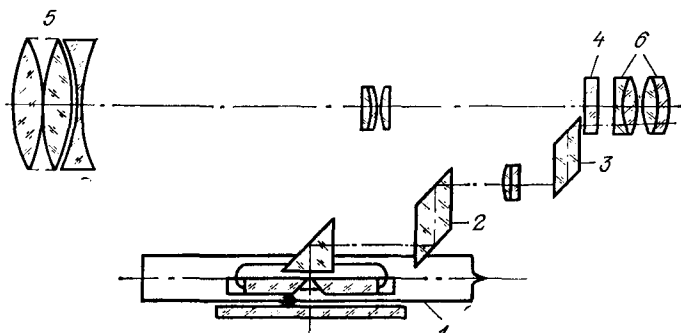


Рис. 22

компенсационная палочка, изготовленная из молочного стекла. На ампуле уровня имеются штрихи, служащие для определения цены деления уровня.

Для закрепления положения зрительной трубы имеется закрепительный винт 5; для точного наведения трубы на рейку служит наводящий винт 6. Подставка нивелира 7 имеет три подъемных винта 8, которые имеют проточки для опоры пружинящей пластины 9. В центральной части пластины укреплена втулка 10 с резьбой, в которую ввинчивается становой винт, скрепляющий нивелир со штативом. Для регулировки подъемных винтов имеются регулировочные гайки.

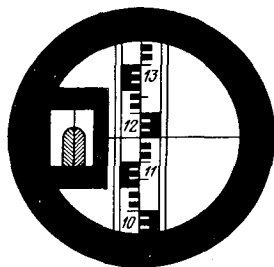


Рис. 23

Поле зрения зрительной трубы, где видны концы пузырька цилиндрического уровня и отсчет по рейке, представлено на рис. 23.

§ 23. Нивелиры с компенсаторами

В середине XX столетия были созданы компенсационные нивелиры — нивелиры, у которых классическое средство приведения в горизонтальное положение визирной оси — цилиндрический уровень был заменен компенсатором. С помощью компенсатора в этих нивелирах автоматически устанавливается линия визирования в горизонтальное положение. Достоинством нивелиров с компенсаторами является то, что при нивелировании отпадает необходимость приведения пузырька уровня прибора в нуль-пункт и

наблюдения за положением пузырька уровня при отсчете по рейке, в результате чего, как показал опыт, производительность труда повышается примерно на 60%. Кроме того, становится возможным производить нивелирование на зыбких грунтах.

В качестве компенсаторов в нивелирах используются элементы, положение которых связано с направлением силы тяжести: маятник или свободная поверхность жидкости. Ось свободно подвешенного маятника всегда совпадает с направлением отвесной линии. Свободная поверхность жидкости всегда устанавливается перпендикулярно к отвесной линии. Используя эти свойства, можно воздействовать на изменение положения визирной оси или непосредственно, или при помощи дополнительных оптических или оптико-механических приспособлений.

По устройству компенсаторы можно разделить на жидкостные и маятниковые.

Жидкостные компенсаторы основаны на свойстве свободной поверхности жидкости. Эта поверхность может быть использована в качестве горизонтального зеркала или (вместе с нижней поверхностью жидкости, изменяющей наклон одновременно с изменением наклона всего прибора) в качестве оптического клина с переменным преломляющим углом. К числу жидкостных компенсаторов можно отнести и уровенные, основанные на передаче изображения концов пузырька в плоскость изображения, даваемого объективом зрительной трубы.

Маятниковые компенсаторы делятся на механические и оптико-механические. В первых перемещается сетка нитей, подвешенная на металлических нитях, во вторых компенсаторы представляют собой оптические компоненты (линзы, призмы, зеркала), подвешенные на металлических нитях.

Рассмотрим принцип действия компенсаторов. Если компенсатор расположен в трубе, что в основном и имеет место в современных нивелирах, то работа его основана на одном из трех принципов:

1) автоматическое смещение визирной нити на горизонт задней главной точки объектива;

2) излом линии визирования;

3) поступательное смещение горизонтального луча визирования и направление его на неподвижную нить сетки.

Работа компенсаторов, расположенных перед объективом трубы, основана на втором принципе — изломе линии визирования.

На рис. 24 показана схема стабилизации визирной линии компенсатором, расположенным в трубе. Пусть зрительная труба негоризонтальна и визирная ось наклонена на малый угол ε (рис. 24, а). Тогда нить сетки будет находиться от главного луча $z_0 z'$ на расстоянии $zz_0 = f \operatorname{tg} \varepsilon$. Так как угол ε мал, то можно записать

$$zz_0 \approx f\varepsilon, \quad (\text{IV.1})$$

где f — фокусное расстояние объектива.

Чтобы визирная линия $z_0z'_0$ при наклонном положении трубы была горизонтальна, необходимо передвинуть сетку из положения z в положение z_0 на величину $f\varepsilon$ или изменить направление горизонтального луча и направить его на сетку, или же поступательно сместить горизонтальный визирный луч на величину $f\varepsilon$.

Смещение сетки, излом луча или его поступательное смещение происходят автоматически при помощи компенсатора.

На рис. 24, б изображена схема стабилизации угла при помощи компенсатора с подвижной сеткой, которая смещается рычагом

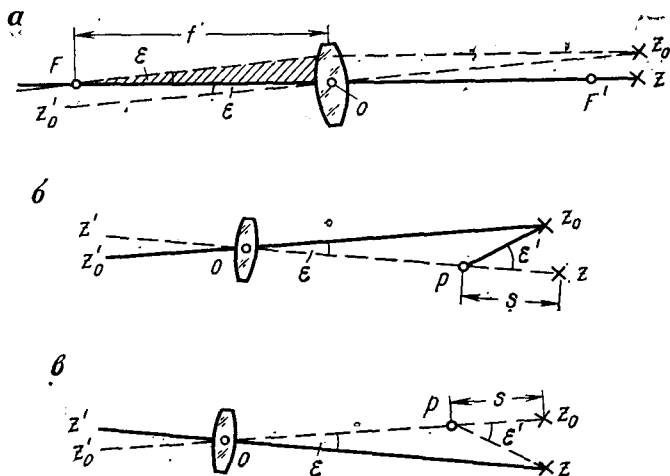


Рис. 24

pz_0 , вращающимся вокруг точки p . Рычаг автоматически поворачивается на некоторый угол ε' , но так, что

$$s\varepsilon' = f\varepsilon, \quad (IV.2)$$

где s — расстояние между точкой установки компенсатора p и сеткой нитей.

На рис. 24, в показана схема изменения ε помощью компенсатора направления горизонтального луча в точке p или излома визирного луча. В данном случае горизонтальный луч изменит свое направление на угол ε' , но условие (IV.2) будет сохранено. Равенство (IV.2) можно записать так:

$$\frac{f}{s} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = K \quad (IV.3)$$

и

$$f_s = Ks.$$

Таким образом, отношение углов в пределах работы компенсатора должно быть постоянным; это отношение (IV.3) называется коэффициентом компенсации. Величина K в современных геодезических приборах колеблется в пределах от 0,4 до 6.

Компенсаторы характеризуются пределом компенсируемого ими угла наклона как для продольного, так и для поперечного наклона прибора и чувствительностью.

Предел компенсации определяется максимальной величиной угла наклона прибора, при которой отсчет по шкале рейки изменится по сравнению с отсчетом, полученным при отвесном положении оси вращения прибора, на величину, меньшую или равную заданной точности компенсации. Предел компенсации в нивелирах порядка 10—15' и более. Чувствительность компенсаторов определяется точностью приведения линии визирования в соответствующее положение; в лучших нивелирах с компенсаторами она достигает 0,2". Определение пределов компенсации и чувствительности компенсатора производится с помощью экзаменатора.

Важно отметить, что приоритет в области конструирования нивелиров с компенсаторами принадлежит нашей стране. Старший научный сотрудник ЦНИИГАиК им. Ф. Н. Красовского П. Ю. Стодолкевич в 1944 г. разработал уровенный компенсатор. В 1945 г. нивелир с таким компенсатором, который получил название НС-2, был внедрен в производство.

Уровенный компенсатор П. Ю. Стодолкевича можно отнести к компенсаторам со смещающейся сеткой. Для отсчитывания по рейке служат совмещенные изображения противоположных концов пузырька уровня (средней точки пузырька). Изображение концов пузырька передается в плоскость изображения, даваемого объективом зрительной трубы. Оно вытягивается с помощью астигматической линзы и имеет вид горизонтального штриха. Все элементы в НС-2 смонтированы так, что при горизонтальном положении зрительной трубы изображения концов пузырька уровня находятся на горизонте прибора. Точность установки визирной оси в горизонтальное положение 0,9". Этот прибор применялся для нивелирования IV класса.

В 60-х годах серийно выпускался нивелир НСМ-2, а затем НСМ-2А конструкции А. В. Мещерякова. В этом приборе применен линзовый компенсатор, помещенный перед объективом трубы *.

Большой вклад в разработку различных систем компенсаторов для нивелиров внесли советские ученые Г. К. Бесчасный, Н. А. Гусев, М. С. Черемисин и др.

§ 24. Нивелир Н-ЗК

Прототипом нивелира Н-ЗК является нивелир НС4, изготавливаемый с 1970 г. До 1974 г. этим нивелиром разрешалось выполнять только нивелирование IV класса и техническое. После усовершенствования технологии изготовления самого прибора и повышения чувствительности его компенсатора нивелир (с 1974 г.) разрешено

* Нивелиры с компенсаторами подробно рассмотрены в работе [55].

выпускать под шифром Н-ЗК и применять при нивелировании III класса.

Компенсатор нивелира Н-ЗК имеет следующую характеристику: предел работы не менее $15'$;

ошибка самоустанавливания линии визирования не более $0,5''$;

систематическая ошибка работы компенсатора на $1'$ наклона оси нивелира не более $0,3''$;

время затухания колебаний подвесной системы не более 2 с.

Основные параметры нивелира Н-ЗК те же, что и у нивелира Н-З. Внешний вид прибора показан на рис. 25.

Приближенная установка визирной линии в горизонтальное положение в нивелире Н-ЗК производится подъемными винтами с укрупненным шагом резьбы по круглому уровню с ценой деления $10'$. Труба нивелира имеет внутреннюю фокусировку, она вращается относительно подставки на цилиндрической

оси с разгружающим подшипником. Изменение фокусировки осуществляется головкой 2. В оправе сетки нитей имеются два винта, позволяющих при юстировке визирной оси перемещать в верти-

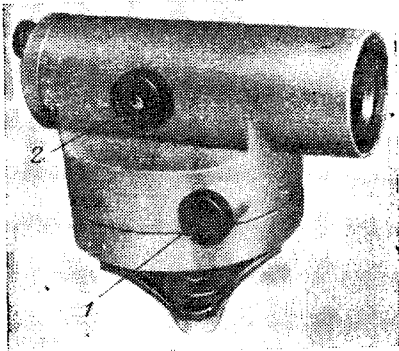


Рис. 25

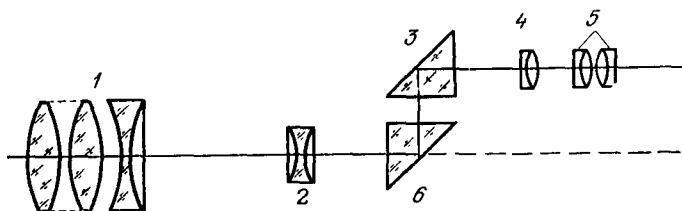


Рис. 26

кальном направлении сетку нитей. Точное визирование на рейку осуществляется вращением моховика бесконечного наводящего винта 1. При грубом наведении нивелира на рейку труба устанавливается в нужном направлении достаточно надежно без закрепительного винта.

На рис. 26 представлена оптическая схема зрительной трубы, которая имеет трехлинзовый объектив 1, фокусирующую линзу 2, сетку нитей 4, нанесенную на стеклянной пластинке, и окуляр 5. Между фокусирующей линзой и сеткой нитей расположен призмный компенсатор, устанавливающий визирную линию в горизонтальное положение при наклоне оси вращения прибора в пределах $\pm 15'$.

Компенсатор состоит из двух прямоугольных призм 3 и 6 и служит для передачи изображения в плоскость сетки нитей. Призма 6 подвешена к верхней части корпуса нивелира на двух парах скрещивающихся стальных нитей. Система подвески умножительная: отношение верхней и нижней сторон трапеции, образованной нитями подвески, равно $\frac{1}{3}$.

Компенсатор снабжен ограничителем, предохраняющим нити подвески от обрывов. Колебания компенсатора гасятся успокоителем (демпфером) поршневого типа. Особенностью компенсатора является то, что в нем мгновенный полюс вращения призмы 6 совмещен с серединой ее отражающей грани и с центром тяжести подвески, находящимся на пересечении нитей. Такое устройство обеспечивает постоянство фокусировки и повышение точности работы компенсатора, так как в этом случае сохраняется постоянство расстояния от отражающей грани призмы до сетки нитей при наклонах трубы нивелира.

§ 25. Нивелиры Ni025 и Ni-B5

Нивелир Ni025 Народного предприятия «Карл Цейсс Йена» (ГДР) с компенсатором обеспечивает проложение ходов нивелирования III класса со средней квадратической ошибкой 2—3 мм на 1 км хода.

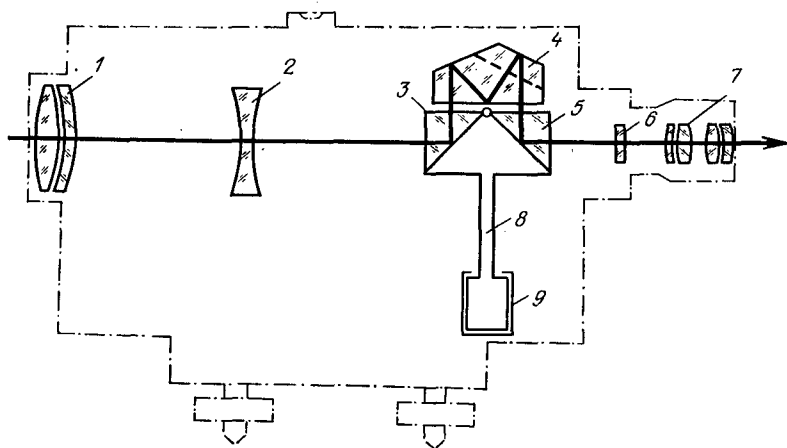


Рис. 27

На рис. 27 приведена оптическая схема нивелира. Нивелир имеет оптико-механический компенсатор с подвеской маятникового типа. В качестве компенсатора применены две прямоугольные призмы 3 и 5, укрепленные на одном маятнике 8 в сочетании

с дахпризмой * 4. Дахпризма прикреплена к корпусу компенсатора, соединенному с трубой. Маятник с мостиком для призм подвешен на двух парах гибких скрещивающихся между собой металлических ленточек. Идущие от рейки лучи света, проходя через объектив 1, фокусирующую линзу 2, отражаются в призме 3 компенсатора. Затем, отразившись трижды в дахпризме, вновь попадают в компенсатор на призму 5 и строят изображение рейки на сетке нитей 6, которое рассматривается через окуляр 7. При наклоне визирной оси трубы на угол γ маятник также отклонится от своего первоначального положения под действием силы тяжести на угол γ . Горизонтальный луч, несущий отсчет, соответствующий данному горизонту прибора, через оптический центр объектива поворачивается призмой 3 компенсатора на угол 2γ , затем, трижды отразившись в дахпризме еще на угол 2γ , поворачивается призмой 5 компенсатора. В результате луч отклонится от горизонтального направления на угол 4γ и пройдет через новое положение перекрестия сетки нитей. Зрительная труба из-за наличия в системе компенсатора жестко закрепленной дахпризмы дает прямое изображение. Предел работы компенсатора $10'$. Точность установки линии визирования в горизонтальное положение $0,5''$. Воздушный двусторонний демпфер 9 гасит колебания за 1 с.

Внешний вид нивелира представлен на рис. 28. Осевая система цилиндрическая с бесконечным наводящим винтом, имеющим головки 3 с обеих сторон корпуса нивелира. Сверху на корпусе имеется круглый уровень с ценой деления $8'$, пузырек которого рассматривается в зеркало 2. Фокусирование трубы осуществляется головкой 1.

Нивелир изготавливается в двух вариантах: без горизонтального круга и с горизонтальным кругом. Цена деления лимба $10'$. Точность отсчитывания по штриховому микроскопу $1'$. Увеличение $20\times$, поле зрения $1^\circ 40'$; коэффициент дальномера 100.

Н и в е л и р Ni-B5 ** завода МОМ (ВНР) с компенсатором предназначен для нивелирования III класса, обеспечивает среднюю квадратическую ошибку не более 2 мм на 1 км двойного хода.

На рис. 29 приведена схема оптики трубы и компенсатора нивелира. Оптико-механический компенсатор состоит из трех призм: прямоугольной призмы 9, неподвижной и жестко связанной с корпусом зрительной трубы, и двух других 7 и 8, подвешенных на двух парах металлических нитей. Верхние концы скрещивающихся между собой нитей прикреплены к корпусу компенсатора 3, соединенному с трубой. Таким образом нити, закрепленные на

* Дахпризма (Dach — крыша) служит для одновременного отклонения лучей на 90° и обращения изображения. Проходящий через эту призму луч дважды преломляется и дважды претерпевает полное внутреннее отражение от плоскостей, образующих «крышу».

** Заводом МОМ ранее изготавливались нивелиры Ni-B3 и Ni-B4.

линии АА, образуют систему подвески треугольной формы. Три призмы 7, 8, 9 образуют оборачивающуюся систему призм Порро II рода *. В каждой подвешенной призме визирный луч претерпевает одно полное внутреннее отражение. Лучи света, идущие от рейки, проходят через объектив 4, фокусирующую линзу 5, линзу 6. Пройдя призму 7, луч поступает в призму 9, а затем в призму 8 и последний направляется на горизонтальную нить сетки 2, в плоскости которой получается изображение рейки, рассматриваемое через окуляр 1. Зрительная труба в сочетании

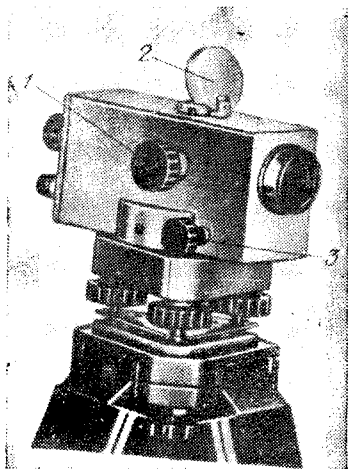


Рис. 28

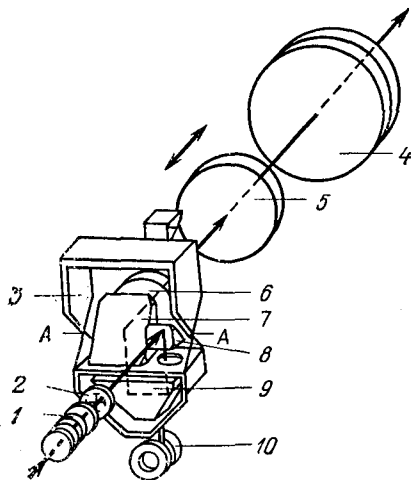


Рис. 29

с компенсатором дает прямое изображение. Предел работы компенсатора нивелира $15'$. Точность установки линии визирования в горизонтальное положение $0,4''$. Воздушный двусторонний демпфер 10 гасит колебания в течение $0,8$ с.

Вертикальная ось нивелира цилиндрическая с бесконечным наводящим винтом, имеющим две рукоятки. Нивелир имеет горизонтальный круг, отсчет по которому производится при помощи шкалового микроскопа. Цена деления лимба 1° ; шкаловой микроскоп позволяет делать отсчет с точностью до $1'$. Окуляр отсчетного микроскопа расположен рядом с окуляром зрительной трубы. Изображение пузырька круглого уровня нивелира передается в поле зрения зрительной трубы.

Заводом МОМ нивелир изготавливается в двух вариантах: с горизонтальным кругом (Ni-B5) и без горизонтального круга (Ni-B6).

* Для поворота изображения используется система трех равнобедренных прямоугольных призм, предложенная Порро.

§ 26. Испытания и поверки нивелиров

Нивелир как прибор для определения превышений должен удовлетворять ряду механико-технологических и геометрических условий.

Главными механико-технологическими условиями, которым должны удовлетворять точные нивелиры, являются свободное, плавное и правильное перемещение всех подвижных частей прибора; жесткость и прочность конструкции, обеспечивающей постоянство взаимного расположения его рабочих частей; надежность и устойчивость прибора при полевой эксплуатации, высококачественное изготовление уровней, точное и четкое нанесение сеток нитей; обеспечение заданных параметров зрительной трубы и оптического компенсатора; герметичность конструкции и т. д.

Геометрические условия, которым должно удовлетворять взаимное расположение частей нивелира, вытекают из принципа измерения превышений.

Механико-технологические и геометрические условия проверяются в приборе путем выполнения испытаний, поверок и исследований.

Способы испытаний поверок и исследований нивелира с цилиндрическим уровнем и элевационным винтом изложены в первой части курса, поэтому в этой части остановимся только на некоторых особенностях выполнения их в точных нивелирах, а основное внимание уделим нивелирам с компенсаторами.

Каждый прибор, как обычно, сначала подвергается внешнему осмотру. При этом обращается внимание на плавность вращения подъемных винтов, элевационного и наводящего винтов, на плавность и легкость вращения верхней части нивелира, перемещение фокусирующей линзы, чистоту оптики, четкость изображения сетки нитей и концов лузырька уровня и т. д.

В точных нивелирах испытанию подлежат следующие механические условия.

1. Ход подъемных винтов нивелира должен быть плавным, равномерным, без качки и заеданий. Регулировку хода каждого винта выполняют вращением его регулировочной гайки с помощью шпильки в ту или другую сторону до тех пор, пока не будет достигнут равномерный ход.

2. Положение нивелира на штативе должно быть устойчивым. Закрепляют нивелир на штативе и наводят трубу на рейку. Слегка нажимают на нивелир сверху и сбоку. Отсчет по рейке не должен меняться.

3. Вращение верхней части нивелира должно быть плавным. При тугом вращении верхней части необходимо произвести чистку и смазку его осей в оптико-механической мастерской.

4. Компенсатор нивелира с самоустанавливающейся линией визирования должен быть исправен. Приводят ось нивелира в отвесное положение по круглому уровню. Устанавливают рейку на

расстоянии 40—50 м от нивелира и производят отсчет. Не отнимая глаз от окуляра, слегка постукивают по штативу. Изображение рейки при этом становится нерезким из-за дрожания компенсатора. Если компенсатор исправен, изображение рейки восстанавливается через 1—2 с и отсчет по рейке остается неизменным.

Проверке подлежат следующие геометрические условия, которым должно удовлетворять взаимное расположение частей нивелира.

1. *Ось установочного (круглого) уровня должна быть параллельна оси вращения нивелира.*

2. *Горизонтальная нить сетки должна быть перпендикулярна к оси вращения нивелира.*

3. *Визирная ось зрительной трубы (в нивелире Н-3) и ось цилиндрического уровня должны находиться в параллельных вертикальных плоскостях при отвесном положении оси вращения нивелира.*

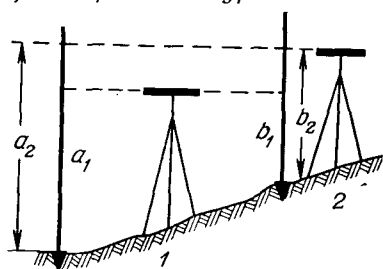


Рис. 30

Приводят ось вращения нивелира в отвесное положение. Устанавливают зрительную трубу нивелира в направлении одного из подъемных винтов. Совмещают с помощью элевационного винта изображения концов пузырька уровня и берут отсчет по рейке, установленной от нивелира на расстоянии 50 м. Вращением

двух других подъемных винтов (в разные стороны на 2—3 оборота) наклоняют нивелир, но так, чтобы отсчет по рейке в точке пересечения нитей сетки не изменился, и следят, в какие стороны расходятся изображения концов пузырька уровня. После этого теми же подъемными винтами приводят нивелир в начальное положение и убеждаются в неизменности отсчета. То же проделывают, наклоняя нивелир в другую сторону. Если изображения концов пузырька уровня при наклонах нивелира не расходятся или расходятся в одну и ту же сторону, то условие выполнено. В противном случае положение оси уровня исправляют боковыми юстировочными винтами.

4. *Визирная ось зрительной трубы (в нивелире Н-3) должна быть параллельна оси цилиндрического уровня.*

5. *Визирная линия в нивелире с компенсатором, установленном в рабочее положение, должна быть горизонтальной.*

Устанавливают сначала нивелир точно на середине и в створе между двумя рейками, отстоящими одна от другой на 50—80 м, и производят отсчеты a_1 по задней рейке и b_1 по передней (рис. 30). Затем нивелир переносят и устанавливают за передней рейкой на расстоянии 3—5 м от нее и производят отсчеты a_2 по дальней рейке и b_2 по ближней. Предвычисленный отсчет по дальней рейке $a'_2 = (a_1 - b_1) + b_2$ не должен отличаться от фактического отсчета a_2 более чем на 4 мм. При невыполнении этого условия сетку нитей

зрительной трубы с помощью исправительных винтов перемещают так, чтобы отсчет a_2 стал равен a'_2 . Для контроля поверку повторяют.

Поверку в начале работы производят каждый день, а убедившись в постоянстве установки, — не реже одного раза в 15 дней.

§ 27. Исследования нивелиров

Нивелиры, предназначенные для измерения превышений при нивелировании III и IV классов, должны быть исследованы. В задачу исследований входит испытание работы отдельных узлов нивелира с целью установления их влияния на точность измерения превышений; определение необходимых постоянных прибора; установление степени влияния внешних условий на работу прибора. На основании исследований судят о пригодности нивелира для измерения превышений с заданной точностью.

Исследования подразделяются на полные и неполные. Полные исследования выполняют в условиях специальных лабораторий перед выпуском нивелира с завода или после капитального ремонта, а также периодически (не реже одного раза в два года) и в процессе эксплуатации. Эти исследования выполняют по программе, предусмотренной ГОСТом; они подразделяются на государственные контрольные, приемо-сдаточные, периодические и контрольные; результаты исследований вносят в паспорт прибора. Неполные исследования выполняются перед полевыми работами непосредственно исполнителями согласно инструкции. Эти исследования производятся с целью установления изменений в приборе в результате его эксплуатации. В этом случае выполняют:

1) исследование зрительной трубы, в процессе которого определяют увеличение и угол поля зрения (если отсутствует заводской паспорт прибора, в котором эти величины указываются) и качество изображения, даваемое зрительной трубой;

2) определение цены деления уровней;

3) исследование правильности хода фокусирующей линзы зрительной трубы;

4) определение коэффициента нитяного дальномера;

5) определение диапазона и ошибки работы компенсатора (в нивелирах с компенсаторами).

Ниже приведены способы тех исследований, которые или не рассмотрены, в первой части курса геодезии, или рассмотрены недостаточно полно.

Определение цены деления уровня на экзаменаторе. Экзаменатор, или испытатель уровней (рис. 31), состоит из массивного основания I и Т-образной штанги 6. Штанга соединена с основанием двумя упорными подшипниками 3 и ее можно вращать вокруг оси, проходящей через острия этих подшипников. Высоту другого конца штанги относительно основа-

ния можно изменять при помощи измерительного винта 8, проходящего через штангу и упирающегося острием в тщательно отшлифованную агатовую или стальную пластинку 10, укрепленную на основании. Измерительный винт имеет диск 9, по краю которого нанесена шкала (60, 120 или 180 делений), при помощи которой можно измерять или задавать величину поворота винта; для этого имеется неподвижный указатель. На штанге имеются две подставки 5, на которые устанавливают исследуемый уровень. Для предохранения острия измерительного винта и поверхности пластинки от повреждений экзаменатор имеет арретирный винт 7, которым

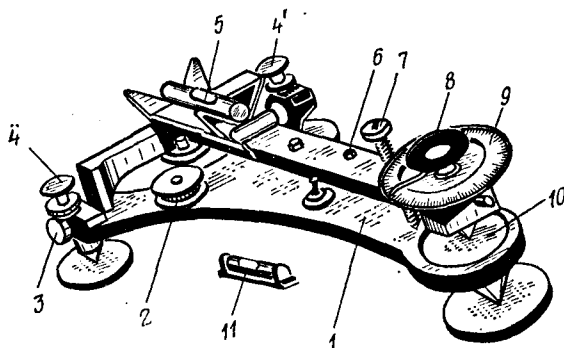


Рис. 31

штанга может быть приподнята так, чтобы острие измерительного винта не касалось пластины. Основание экзаменатора устанавливают в горизонтальное положение по установочным уровням: круглому 2 при помощи подъемных винтов 4 и 4' и цилиндрическому 11.

Угол, на который наклоняется штанга при повороте измерительного винта на одно деление шкалы, называется ценой деления экзаменатора μ . Величина μ может быть выражена формулой

$$\mu = \frac{t}{ln} \rho,$$

где t — шаг резьбы измерительного винта ($t \approx 0,25$ мм); l — расстояние между осью вращения штанги и осью измерительного винта; n — число делений на его шкале.

Величины t , l и n подбирают так, чтобы μ была равна целому числу секунд (1, 2 или 5).

Таким образом, зная цену деления экзаменатора μ и число делений m , на которое повернулся измерительный винт, можно определить изменение угла наклона штанги как

$$\alpha = m\mu.$$

При определении цены деления уровня на экзаменаторе располагают трубу нивелира параллельно штанге экзаменатора. Ниве-

лир горизонтируют с помощью установочного уровня. Шкалу измерительного винта экзаменатора устанавливают на начальный отсчет. Элевационным винтом (или одним из подъемных винтов) нивелира перемещают пузырек уровня в одно из крайних положений (к объективу или окуляру). Последовательно переставляя винт экзаменатора на несколько целых делений шкалы (примерно на величину номинальной цены деления уровня) и беря каждый раз отсчет по левому Л и правому П концам пузырька (до 0,1 дел.) уровня, перемещают пузырек на противоположный конец ампулы. Поскольку штрихи шкалы делений нанесены не по всей длине трубки уровня, то пузырек уровня надо устанавливать так, чтобы каждый конец находился в пределах своей половины шкалы и не попадал на неразделенную среднюю часть трубки уровня.

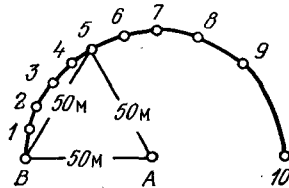


Рис. 32

Эти измерения составляют прямой ход. Аналогичные измерения производят в обратном ходе при движении пузырька в обратном направлении. В прямом ходе установку измерительного винта производят только на ввинчивание, в обратном — на вывинчивание. Отсчеты по концам пузырька уровня берут спустя 1—2 мин после его установки.

Значение цены деления уровня ij вычисляют по формуле

$$ij = \frac{2\mu n}{dl_0}, \quad (IV.4)$$

где $dl_0 = \frac{dl_1 + dl_2}{2}$; dl_1, dl_2 — величина перемещения пузырька уровня в полуделениях шкалы уровня соответственно в прямом и обратном ходах измерений; μ — цена деления шкалы измерительного винта экзаменатора; n — количество делений винта экзаменатора, соответствующее значению dl_0 .

Среднее значение цены деления уровня τ равно

$$\tau = \frac{\sum ij}{q}, \quad (IV.5)$$

где q — количество интервалов перестановки винта экзаменатора.

Исследование правильности хода фокусирующей линзы зрительной трубы. Выбрав достаточно ровную местность, по окружности радиусом 50 м забивают ряд колышков в точках 1, 2, 3 ..., 10, находящихся от точки В на расстояниях 10, 20, 30, ..., 80, 90, 100 м (рис. 32). Затем эти точки дважды нивелируют: первый раз из точки А центра окружности без изменения фокусировки и второй — из точки В, уже при различных плечах. Нивелирование производят двумя-тремя приемами в прямом и обратном направлениях. Получив среднее значение из отсчетов по рейкам $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ из центра

A и из отсчетов $b_1, b_2, \dots, b_{10}$ из точки B , вычисляют разность горизонтов прибора r на станциях в точках A и B

$$r = b_5 - a_5, \quad (IV.6)$$

где a_5, b_5 — соответственно средние отсчеты по рейке, установленной в точке B при нивелировании из A и B .

Ошибку Δ_i нивелирования со станции в точке B вследствие неправильного хода фокусирующей линзы зрительной трубы вычисляют по формуле

$$\Delta_i = b_i - (a_i + r), \quad (IV.7)$$

где a_i, b_i — соответственно средние отсчеты по рейке, установленной в точке i , при нивелировании из точек A и B ; r — разность (в мм) горизонтов прибора на станциях в точках A и B , вычисленная по формуле (IV.6).

Знак Δ_i показывает направление смещения визирной оси трубы от горизонтальной линии при фокусировке трубы на различные расстояния. Значение величины Δ на пятой точке Δ_5 должно быть равно нулю, так как поверка главного условия и юстировка производятся обычно при расстояниях до рейки, равных или близких к 50 м. Величина Δ_i при разности в расстояниях от нивелира до задней и передней реек порядка 10 м не должна превышать 2 мм.

О п р е д е л е н и е п р е д е л а и о ш и б к и р а б о т ы к о м п е н с а т о р а. Перед непосредственным определением предела действия компенсатора находят угловую величину β наклона трубы нивелира при вращении подъемного винта на один оборот. Для этого устанавливают нивелир и приводят его ось вращения в отвесное положение по установочному уровню. На расстоянии порядка 50 м от нивелира по направлению одного из подъемных винтов устанавливают рейку и берут по ней отсчет a_1 . Вращают подъемный винт на один полный оборот, после чего снова берут отсчет по рейке a_2 . Величину β' определяют по формуле

$$\beta' = \frac{\Delta l}{s} \rho', \quad (IV.8)$$

где $\Delta l = a_2 - a_1$ (или $a_1 - a_2$); s — расстояние от оси вращения нивелира до рейки.

Затем, приведя пузырек уровня вновь в нуль-пункт, начинают медленно наклонять нивелир с помощью подъемного винта сначала в продольном, а затем в боковом направлениях, фиксируя момент «зависания» маятника компенсатора наблюдением в трубу (зависание маятника фиксируют в момент резких изменений отсчетов по рейке) и отмечая при этом число n полных оборотов подъемного винта, выражаемое, как правило, в десятых долях длины окружности головки подъемного винта. Угловую величину ν'_k предела работы компенсатора вычисляют по формуле

$$\nu'_k = \beta' n. \quad (IV.9)$$

Вместо рейки можно использовать шкалу с миллиметровыми делениями; в этом случае расстояние от нивелира до шкалы должно быть не более 15 м.

Этот способ дает приближенное определение предела компенсации порядка 2—3'. Точное и более надежное определение величины v_k выполняют с помощью экзаменатора, фиксируя моменты зависания компенсатора с помощью коллиматора.

Ошибку работы компенсатора (ошибку недокомпенсации) определяют по превышениям, измеренным на станции, при длине визирного луча 50, 100 и 200 м. На середине (допустимое неравенство расстояний до реек не более 1 м) в створе между рейками, расстояние между которыми равно, например,

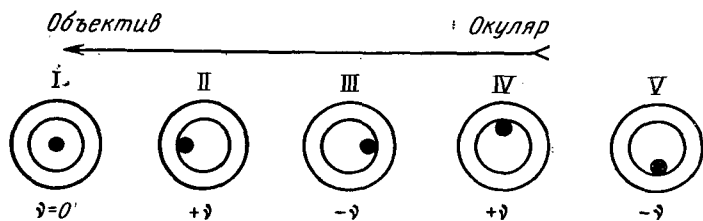


Рис. 33

50 м, устанавливают нивелир и производят поочередно определение превышений при отсутствии наклона оси нивелира ($v = 0$) и при ее наклоне в продольном и поперечном направлениях на угол $\pm v'$, соответствующий номинальному значению предела работы компенсатора.

Наблюдения производят в следующем порядке:

1) измеряют превышение при положении пузырька уровня в нуль-пункте (рис. 33), $v = 0$;

2) измеряют превышение при продольном наклоне трубы нивелира на угол $+v$ (пузырек уровня смещен в сторону задней рейки);

3) измеряют превышение при продольном наклоне трубы нивелира на угол $-v$ (пузырек уровня смещен в сторону передней рейки);

4) измеряют превышение при боковом наклоне трубы нивелира на угол $+v$ (пузырек уровня смещен вправо при визировании на заднюю рейку);

5) измеряют превышение при боковом наклоне трубы нивелира на угол $-v$ (пузырек уровня смещен влево при визировании на заднюю рейку).

Указанные измерения составляют один прием. Программа наблюдений включает пять приемов. При переходе к последующему приему изменяют горизонт прибора на произвольную величину.

Аналогичные измерения выполняют и при расстояниях от нивелира до реек 100 и 200 м.

Если средние значения превышений, полученные при положениях уровня II, III, IV, V (см. рис. 33), отличаются от среднего

при положении l более чем на 3 мм, то нивелир не может быть использован для нивелирования III класса, а более чем на 5 мм — для нивелирования IV класса. Юстировку производят в заводских условиях.

Систематическую ошибку компенсации σ_k на l' наклона оси нивелира вычисляют по формуле

$$\sigma_k = \frac{(h_v - h_0) \rho''}{2sv}, \quad (IV.10)$$

где h_0 и h_v — средние превышения, полученные при положении пузырька уровня в нуль-пункте и при наклоне нивелира на угол v ; s — длина визирного луча; v — максимальный угол наклона, при котором работает компенсатор. Ошибка σ_k для нивелира Н-ЗК не должна превышать $0,15''$.

§ 28. Нивелирные рейки. Поверки и исследования реек

ГОСТ 11158—76 устанавливает три типа реек: РН05, РН3, РН10. Здесь Р — рейка; Н — нивелирная; 0,5; 3; 10 — средняя квадратическая ошибка на 1 км хода, выраженная в мм; рейки РН3 и РН10 представляют собой деревянные бруски, изготовленные из досок хвойных пород высшего сорта. Нижний конец рейки (пятка) и верхний обиты железными пластинками*.

Для нивелирования III и IV классов применяются рейки РН3 двусторонние — на одной стороне чередуются сантиметровые деления черного и белого цвета (черная сторона), а на другой — красного и белого цвета (красная сторона).

В комплект входят две рейки. На черных сторонах реек одного комплекта нуль совпадает с пяткой рейки и деления возрастают от 0 до 30 дм; на красной стороне одной из реек с плоскостью пятки совпадает отсчет, например, равный 4687 мм, а на другой рейке — отсчет, отличный на 100 мм, например 4787 мм. Сочетание таких реек в комплекте позволяет надежно контролировать работу на станции. На боковых сторонах рейки укреплены ручки, а на одной из боковых сторон еще и круглый уровень с ценой деления $20'$, что позволяет устанавливать рейку отвесно.

Для обеспечения устойчивого положения, а также предохранения от оседания или вдавливания в грунт рейки устанавливают пятками на башмаки или костыли. При нивелировании IV класса рейки можно устанавливать и на деревянные колья.

Башмак — чугунная или железная подставка с тремя шипами. В верхней части ее имеется небольшой стержень, головка которого обработана под полусферу. На железном костыле имеется такой же

* Рейки РН-3 могут быть длиной 1,5; 3,0 и 4,0 м. Рейки этого типа длиной 3,0 м могут быть складными и цельными. Так, рейка длиной 3,0 м складная, для прямого изображения трубы, имеет условное обозначение РН-ЗП-3000С.

стержень. Рейка при нивелировании устанавливается на верхнюю точку полусферы.

Проверку условия: ось круглого уровня должна быть параллельна оси рейки — производят ежедневно перед началом работ. Для этого на кронштейн, укрепленный на боковой стороне рейки, подвешивают отвес, с помощью которого устанавливают рейку в отвесное положение. Если пузырек уровня отклонится от центра ампулы, то исправительными винтами его совмещают с центром ампулы.

Перед началом полевых работ и по окончании их производят исследования реек, в результате чего определяют:

- а) случайные ошибки дециметровых делений;
- б) среднюю длину метра комплекта реек;

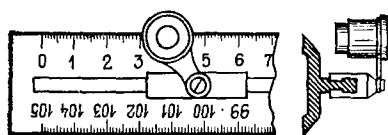


Рис. 34

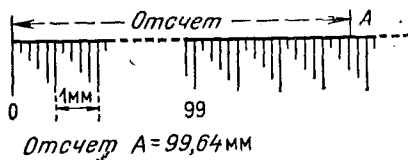


Рис. 35

- в) разность высот нулей реек.

Для определения случайных ошибок дециметровых делений и средней длины метра пользуются контрольной линейкой. Эта линейка имеет длину 1050 мм, на одном краю ее нанесены деления по 1 мм, а на другом по 0,2 мм. Для отсчитывания по шкалам линейка снабжена лупами (рис. 34). Оценивая на глаз доли делений, отсчет получают до 0,02 мм. Например, на рис. 35 отсчет равен 99,64 мм.

Контрольная линейка имеет свидетельство, в котором приведено уравнение ее длины, полученное из сравнения ее с нормальной мерой, имеющее вид

$$L = 1000 + \Delta l + \alpha(t - t_0), \quad (IV.11)$$

где Δl — поправка за длину метра линейки; α — температурный коэффициент; t — температура, при которой производится исследование; t_0 — температура, при которой определялось уравнение длины.

Определение случайных ошибок дециметровых делений. На горизонтально положенную рейку укладывают контрольную линейку так, чтобы нуль линейки совмещался с нулевым штрихом рейки, и производят отсчеты по линейке, соответствующие положению дециметровых штрихов в пределах первого метра рейки. Затем контрольную линейку немного сдвигают и повторяют отсчеты. Такие определения производят на каждом метре рейки. Колебания значений разностей отсчетов в пределах каждого метра не должны допускаться более чем на 0,10 мм.

Вычисляют средние из отсчетов по одним и тем же дециметровым штрихам, а затем разности между средними отсчетами двух смежных штрихов; эти разности являются ошибками дециметровых делений рейки. Исключив из них систематическую часть ошибки, получают случайные ошибки дециметровых делений. Для определения величины систематической ошибки в длине одного дециметра рейки ошибки дециметровых делений суммируются и делятся на число разностей (дециметров). Случайные ошибки дециметровых интервалов реек для нивелирования III класса не должны превышать 0,5 мм, для IV класса — 1 мм.

Определение средней длины одного метра. На рейку укладывают контрольную линейку и определяют длины интервалов между делениями 1—10, 10—20 и 20—29 дм. Каждый интервал измеряют дважды, сдвигая немного контрольную линейку между первой и второй парой отсчетов. Эту работу продвигают и в обратном направлении, определяя длины интервалов между 29—20, 20—10, 10—1 дм. Перед началом прямого и в конце обратного ходов отсчитывают температуру по термометру линейки. Расхождения между разностями отсчетов по правому и левому концам линейки для каждого интервала не должны превышать 0,10 мм. На красной стороне рейки таким же путем определяют длины интервалов 48—57, 57—67, 67—76.

В вычисленные средние значения из разностей отсчетов для каждого интервала вводят поправку за длину линейки и получают исправленную длину интервала. Среднюю длину одного номинального метра одной стороны рейки вычисляют как

$$l_m = \frac{\sum l}{n},$$

где $\sum l$ — сумма дважды измеренных частей рейки; n — число номинальных метров и их долей ($n = 5,6$ м).

Среднюю длину метра пары реек получают как среднее арифметическое из величин l_m . В дальнейшем в измеренные превышения вводят поправку δh за неверность длины среднего метра. Случайная ошибка метровых интервалов реек для нивелирования III класса не должна превышать 0,5 мм, а для IV класса — 1 мм.

Определение разности высот нулей реек. Проведение этого исследования известно из первой части курса геодезии.

Глава V.

ОРГАНИЗАЦИЯ И ПРОИЗВОДСТВО РАБОТ ПО НИВЕЛИРОВАНИЮ III И IV КЛАССОВ

§ 29. Организация работ по нивелированию

Организация работ по нивелированию включает следующие этапы: составление проекта; рекогносцировку; закладку нивелирных знаков; поверки и исследования приборов; производство

полевых работ; вычислительную обработку результатов полевых наблюдений; систематизацию и оформление материалов; составление каталога высот пунктов нивелирования.

Рассмотрим каждый из этих этапов.

Составление проекта. Проект на производство работ составляется с учетом требований Инструкции по нивелированию I, II, III и IV классов. При проектировании нивелирования III и IV классов для обеспечения съемок масштабов 1 : 5000 и крупнее учитывают также требования основных положений по созданию топографических планов масштабов 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 и соответствующих инструкций. Составлению проекта предшествует топографо-геодезическая изученность района работ, сбор и анализ материалов ранее выполненных работ по нивелированию в этом районе.

Проектирование выполняется на картах масштабов 1 : 100 000 и крупнее. На карту наносятся выполненные работы по нивелированию всех классов и пункты триангуляции и полигонометрии. Нивелирование III класса проектируется в пределах полигона II класса, а нивелирование IV класса — в пределах полигона III класса. На карте наносятся направления нивелирных трасс. Техническим проектом устанавливается перечень работ, объем, порядок их выполнения. В нем даются технические указания по производству работ. Составляется смета, в которой подсчитывается стоимость работ. В текстовой части указываются физико-географические условия района работ, назначение проектируемых нивелирных линий, сведения об исходных данных, число знаков и виды их, сведения об исполненных работах и способы связи их с проектируемыми линиями. Указываются необходимые приборы.

Рекогносцировка. Рекогносцировку производят путем непосредственного тщательного осмотра местности. В процессе рекогносцировки устанавливается сохранность исходных пунктов и уточняется проект. Иногда в него вносятся заметные поправки, вызванные теми изменениями, которые произошли в районе работ.

Нивелирные трассы III и IV классов рекогносцируются только в необходимых случаях.

Закладка нивелирных знаков. Нивелирные работы требуют больших затрат труда и денежных средств. Полученные высоты точек необходимы для использования их при производстве топографических съемок, научных исследований и для решения различных народнохозяйственных задач, поэтому пункты нивелирования закрепляют реперами и марками (см. § 20). Нивелирные знаки закладывают в таких местах, чтобы изменение их положения было минимальным, были обеспечены долговременная сохранность и удобство использования. Все нивелирные знаки сдаются по актам на хранение местным органам власти.

Проверки и исследования приборов. Перечень проверок и исследований приборов приведен в § 26—28.

§ 30. Полевые работы по нивелированию III класса

Нивелирование III класса выполняют в прямом и обратном направлениях. Расстояние от нивелира до реек измеряют тросом или другим способом. Длина визирного луча при четких и спокойных изображениях и увеличении трубы 35 $\times$ допускается до 100 м, но, как правило, не должна быть более 75 м. Неравенство плеч на станциях должно быть не более 2 м, а накопление их по секции — не более 5 м. Высота визирного луча над подстилающей поверхностью должна быть не менее 0,3 м.

Нивелирование выполняется по секциям; на каждой секции нумерацию станций начинают с первого номера. При нивелировании следят за правильным чередованием реек; при соблюдении условия знак у разности высот нулей реек на последующей станции будет обратным знаку на предыдущей. При перерывах нивелирование следует заканчивать на постоянном знаке или на последних двух станциях — на трех кольях, забитых в дно ям глубиной 0,3 м. После выполнения нивелирования на обеих станциях колья слегка засыпают землей, а после перерыва вновь измеряют превышение на последней станции. Если превышение изменилось не более, чем на 3 мм, то из обоих превышений берут среднее и продолжают ход, в противном случае измеряют превышение на предпоследней станции, устанавливают, какая из точек не изменила своего положения по высоте, и от нее продолжают ход. Если расхождение и в этом случае более 3 мм, то нивелирование по секции выполняют заново от постоянного знака.

При привязке нивелирных ходов к стенным маркам применяют подвесную рейку длиной 1,2 м с такими же делениями, как и на основных рейках. Нуль на подвесной рейке совмещается при ее подвеске с центром марки, к которой отнесена высота. При отсутствии подвесной рейки используют линейку с миллиметровыми делениями или на стене, на которой установлена марка, отмечают проекцию трех нитей нивелира, а затем замеряют стальной рулеткой или линейкой расстояния от центра марки до проекции нитей. Отсчеты в делениях рулетки или линейки переводят в систему делений на рейке. Эти наблюдения при привязке выполняют дважды, изменяя перед повторными наблюдениями высоту нивелира на 3 см и более.

Нивелирование выполняют при спокойных и четких изображениях реек. В ясные солнечные летние дни из-за сильного влияния рефракции не следует производить нивелирование в течение 1—1,5 ч после восхода солнца и перед заходом солнца.

Нивелирование на станции выполняют в следующем порядке. Нивелир приводят в рабочее положение с помощью установочного уровня, наводят зрительную трубу на черную сторону задней рейки и, приводя пузырек цилиндрического уровня в нуль-пункт элевационным винтом, берут отсчеты по средней и дальномерным

Журнал нивелирования III класса

Ход: от грунт. реп. 1878 до грунт. реп. 1935

Дата: 7 июля 1977 г. Начало: 7 ч 05 мин.

Погода: ясно, слабый ветер.

Наблюдатель: И. П. Симонов

Конец 9 ч 10 мин.

Изображение: спокойное отчетливое
Вычислитель: С. Н. Полков

№ пункта, № реек	Наблюдения по дальним мерным нитям			Контрольные превышения	Наблюдения по средней нити		Превышение	Среднее превышение, мм
	задней рейки	передней рейки	передней рейки		задней рейки	передней рейки		
1 1—2 Грунт. реп. 1878	1200 (2) 1501 (3) 301 (9)	0701 (5) 1001 (6) 300 (10)		+499 (11) +500 (12) +1/+1 (13)	ч к	1350 (1) 6037 (8) 4687 (16)	+499 (14) +397 (15) +102 (18)	+498,0 (19)
2 2—1	1350 1871 521	0381 0901 520		+969 +970 +1/+2	ч к	1610 6397 4787	+969 +1068 —99	+968,5
3 1—2	1281 1886 605	0742 1341 599		+539 +545 +6/+8	ч к	1584 6272 4688	+543 +442 +101	+542,5
4 2—1	0951 1578 627	1328 1961 633		—377 —383 —6/+2	ч к	1265 6052 4787	—380 —280 —100	—380,0
Пространственные контрольные вычисления	2054 (20)	2052 (21)		+3262 (22) +1631 (27)	30 567 (23) —27 309 (24) +3 258 (28)	27 309 (24)	+3258 (25) +1629 (29)	+1629 (26)

нениям. При работе нивелиром с компенсатором наблюдения выполняют сразу после приведения нивелира в рабочее положение с помощью установочного уровня. Затем наводят трубу на черную сторону передней рейки и в таком же порядке производят отсчеты. После этого поворачивают рейки красной стороной и производят отсчеты по передней, а затем задней рейке, но только по средним нитям. Результаты наблюдений записывают в нивелирный журнал. В табл. 3 приведен образец записи в журнале нивелирования III класса; в нем цифрами в скобках от 1 до 8 указана очередность наблюдений, а от 9 до 19 — очередность вычислений.

По отсчетам по дальномерным нитям подсчитывают расстояния $(9) = (3) - (2)$ и $(10) = (6) - (5)$. Полученные расстояния сравнивают с результатом непосредственного измерения тросом. Затем по отсчетам по задней и передней рейкам подсчитывают контрольные превышения, полученные по дальномерным нитям: $(11) = (2) - (5)$ и $(12) = (3) - (6)$. Разности $(13) = (9) - (10)$ с одной стороны и $(13) = (11) - (12)$ с другой стороны должны дать одинаковые результаты. Полученное число — неравенство плеч записывают в числитель. Если ход только начался, это же число повторяют еще раз в знаменателе. При продолжающемся ходе к нему прибавляют величину накопления неравенства плеч, полученную на всех предыдущих станциях.

На правой стороне журнала вычисляют превышения $(14) = (1) - (4)$ по черной и $(15) = (8) - (7)$ по красной сторонам реек. Разность $(14) - (15)$ должна дать расхождение d_n нулей на задней и передней рейках. Уклонение полученной величины от найденной при исследовании допускается до 3 мм. Вычисляемые далее величины $(16) = (8) - (1)$ и $(17) = (7) - (4)$ в отсчетах по красной и черной сторонам являются разностями нулей красной и черной сторон каждой рейки. Контролем вычислений при этом будет равенство $(18) = (14) - (15) = (17) - (16)$.

Затем вычисляют (19) — среднее из превышений h_n по черной (14) и h_k красной (15) сторонам реек с учетом разности нулей красных сторон пары реек

$$h_{cp} = \frac{h_n + (h_k \pm d_n)}{2}.$$

При нивелировании III класса должны соблюдаться следующие контрольные допуски:

1) разность между значениями превышений, полученными по черным (14) и красным сторонам реек с учетом разности нулей сторон пары реек $(15) + d_n$, не должна быть более 3 мм;

2) среднее из отсчетов по дальномерным нитям не должно отличаться от отсчетов по средней нити той же рейки больше чем на 3 мм, т. е.

$$\frac{(2) + (3)}{2} - (1) \leq \pm 3 \text{ мм и } \frac{(5) + (6)}{2} - (4) \leq \pm 3 \text{ мм.}$$

§ 31. Полевые работы по нивелированию IV класса

Нивелирование IV класса выполняют в одном направлении. Расстояние от нивелира до реек измеряют шагами. Нормальная длина визирного луча 100 м. Если нивелирование выполняют прибором, у которого зрительная труба имеет увеличение не менее $30\times$, то при спокойных изображениях длину луча увеличивают до 150 м. Неравенство плеч на станции допускают до 5 м, а накопление их по секции — до 10 м. Высота визирного луча над подстилающей поверхностью должна быть не менее 0,2 м. При перерывах наблюдений должны соблюдаться те же правила, что и при нивелировании III класса, но расхождения между значениями превышений до и после перерыва допускают до 5 мм.

Привязку к маркам и реперам в нивелировании IV класса производят так же, как и в нивелировании III класса.

Работу на станции начинают с установки нивелира в рабочее положение с помощью установочного уровня. Порядок наблюдений следующий. Наводят зрительную трубу на черную сторону задней рейки и после приведения пузырька цилиндрического уровня в нуль-пункт (элевационным или подъемным винтом) делают отсчеты по верхней и средней нитям. Наводят трубу на черную сторону передней рейки и, приведя пузырек уровня на середину, берут отсчеты по верхней и средней нитям. После этого рейки поворачивают к нивелиру красной стороной и берут отсчет по средним нитям вначале передней рейки, а затем задней.

Результаты наблюдений на станциях записывают в нивелирный журнал. Образец записи в журнале нивелирования IV класса приведен в табл. 4. Очередность записей при наблюдении на станции указана цифрами в скобках от 1 до 6, при вычислении — от 7 до 21 по имеющимся отсчетам вычисляют:

половину расстояния в дальномерных единицах до задней и передней реек $(7) = (2) - (1)$ и $(8) = (4) - (3)$; их колебание не должно превышать 2,5 м (при $K = 100$ колебание составит 25 единиц);

разность нулей красной и черной сторон задней и передней реек $(9) = (6) - (2)$ и $(10) = (5) - (4)$;

превышение по черным сторонам реек $(11) = (2) - (4)$;

превышение по красным сторонам реек $(12) = (6) - (5)$;

среднее превышение на станции $(13) = \frac{(11) + \{(12) \pm d_n\}}{2}$,

где d_n — разность нулей красных сторон пары реек, полученная при их исследовании;

разность нулей красных сторон пары реек $(14) = (10) - (9)$;
уклонение величины (14) от d_n допускается не более 5 мм.

Расхождение значений превышения на станции, определенных по черным и красным сторонам реек, допускается до 5 мм с учетом разности нулей пары реек.

Журнал нивелирования IV класса

Ход: от грунт. реп. 89 до грунт. реп. 92 Дата: 12 июля 1977 г.

Начало: 7 ч 30 мин. Конец: 8 ч 30 мин.

Погода: ясно, слабый ветер. Изображение: спокойное

Наблюдатель: А. Г. Зотов. Вычислитель: Н. Г. Мишин

№ станций № реек	Дальномер- ные рас- стояния до задней и передней реек	Отсчеты по рейке		Превышение, мм	Среднее превышение, мм
		задней	передней		
Грунт. реп. 89 $\frac{\quad}{1-2}$	316 (7) 320 (8)	1455 (1) 1771 (2) 6458 (6) 4687 (9)	1159 (3) 1479 (4) 6266 (5) 4787 (10)	+292 (11) +192 (12) +100 (14)	+292 (13)
$\frac{2}{2-1}$	283 275	0808 1091 5879 4788	1095 1370 6057 4687	-279 -178 -101	-278
$\frac{3}{1-2}$	344 351	1003 1347 6034 4687	1521 1872 6658 4786	-525 -624 +99	-524
$\frac{4}{2-1}$	316 308	1491 1807 6594 4787	0918 1226 5913 4687	+581 +681 -100	+581
Постранич- ные кон- трольные вычисления	2513 (21)	30 981 (15) 30 841 (16) +140 (19)	30 841 (16)	+140 (17) 70 (20)	+71 (18)

§ 32. Особые случаи нивелирования
III и IV классов

К особым случаям нивелирования III и IV классов относят нивелирование через значительные водные препятствия. Для нивелирования в этих случаях выбирают наиболее узкие места с однообразными в топографическом отношении берегами. Стараясь использовать острова и отмели. При поверках нивелира особое внимание обращают на исследование хода фокусирующей линзы. Нивелиры, не удовлетворяющие необходимым требованиям, не применяют.

Нивелирование выполняют в наиболее благоприятное время, к которому относятся пасмурные и облачные дни, с небольшими колебаниями температуры и с небольшим ветром, в такие дни можно работать в любое время суток. В солнечные дни нивелирование нужно начинать через 3 ч после восхода и прекращать за 3 ч до захода Солнца. Высота луча визирования над землей должна быть не менее 0,3 м. При нивелировании через реки шириной до 200 м надо соблюдать равенство расстояний до передней и задней реек. Необходимо стараться обеспечить одинаковые условия для обоих лучей визирования над поверхностью воды.

Превышение через реку определяют двумя приемами, между приемами высоту прибора изменяют на 3—5 см. Расхождение

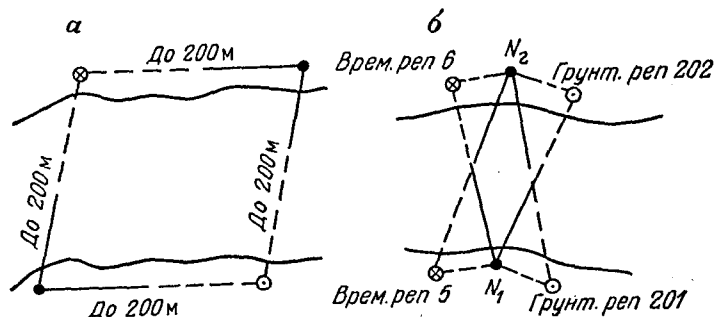


Рис. 36

между приемами допускается 4 мм для III класса и 7 мм для IV класса. Худшим случаем нивелирования будет такой, при котором один луч проходит над водой, а другой — над берегом (рис. 36, а), так как при этом различным будет влияние рефракции. Нивелирование выполняется и в этом случае двумя приемами с обоих берегов; превышения, определенные с разных берегов, могут различаться до 10 мм. Нивелирование через препятствие шириной более 200 м делают при неравных расстояниях от нивелира до реек (рис. 36, б), выполняя первый полуприем с одного берега, второй — с другого. Если первое превышение будет преувеличено, то настолько же второе будет преуменьшено (или наоборот). Среднее из обоих превышений должно быть свободно от влияния непараллельности визирной оси и оси уровня, от влияния кривизны Земли и частично от влияния рефракции.

При наблюдениях через реку и при наблюдении из точки N_2 не следует менять фокусировку трубы.

Нивелирование III и IV классов через водное препятствие можно выполнять также зимой по льду. Нивелирование IV класса через водоемы разрешается выполнять, пользуясь урезом воды. Так, на обоих берегах устраивают обводные канавы и по сигналу в них забивают по колу так, чтобы головки кольев были на уровне воды. Между этими кольями и береговыми реперами производят

нивелирование также двумя приемами. Расхождения в превышения допускаются не более 20 мм.

Существуют и несколько иные способы нивелирования при ширине рек более 300 м, которые рассмотрены в различных литературных источниках, посвященных специально этим работам.

§ 33. Источники ошибок при нивелировании и меры по ослаблению их влияния

На основании теоретических и экспериментальных исследований характера и механизма действия ошибок при нивелировании установлено, что решающую роль играют систематические ошибки: приборные, личные и обусловленные влиянием внешних условий. Среди случайных ошибок наибольшее влияние оказывают ошибки дециметровых делений рейки и ошибки, вызываемые конвекционными токами воздуха.

1. Систематические ошибки

А. Приборные ошибки

1. При работе нивелиром Н-3 (НВ-1, НГ) на результаты оказывает влияние ошибка, вызванная несоблюдением главного условия. В § 18 выведена формула

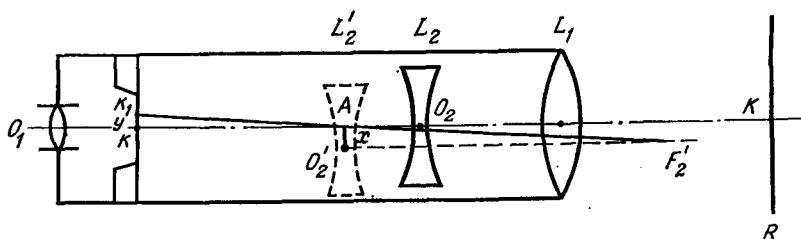


Рис. 37

(III.16) ошибки в превышении на одной станции за счет наклона визирной оси при условии постоянства угла i . Как мы видели, при соблюдении равенства плеч и постоянстве угла i влияние этой ошибки на результаты нивелирования исключается. Но под влиянием температуры угол i будет меняться и при систематическом характере его изменения необходимо, чтобы разность плеч Δs носила случайный характер. Строго должен соблюдаться и допуск накопления разности плеч ($\Sigma \Delta s$) в секции. Только при соблюдении этих условий можно добиться исключения влияния этого источника ошибок.

2. Ошибка за счет неправильного хода фокусирующей линзы. Допустим, что фокусирующая линза L_2 (рис. 37) и объектив L_1 находятся на одной общей главной оптической оси, т. е. они хорошо центрированы при сборке трубы на заводе.

Крест нитей сетки находится в точке k . Пусть при фокусировании трубы по предмету линза L_2 несколько сместилась, причем не вдоль линии O_1O_2 , а несколько опустилась вниз и заняла новое положение L'_2 , ее оптический центр теперь находится в точке O'_2 , а смещение равно x . Определим, как отразится это смещение на отсчете по рейке R . Рассмотрим движение луча в трубе от точки k до рейки R . Предположим, что в первом положении, когда линза находилась в точке L_2 , луч прошел через оптический центр объектива, через оптический центр линзы L_2 и точка k является изображением точки K рейки.

При новом положении фокусирующей линзы L'_2 луч kA пройдет, не преломившись, до точки A , а в точке A этой линзы он преломится, отклоняясь от направления главной оптической оси. Так как этот луч шел параллельно главной оптической оси линзы, то при преломлении он должен пройти через фокус линзы F'_2 и на сетке появится точка k_1 . Это и будет изображением точки K рейки при новом положении фокусирующей линзы. Таким образом, смещение линзы вниз от первоначального положения главной оптической оси на величину x вызвало смещение точки k на сетке, значит, изображение рейки будет смещено по отношению к сетке на величину y . Величина y и выразит ошибку отсчета по рейке, происшедшую от неправильного перемещения фокусирующей линзы.

Из двух подобных треугольников Ak_1k и $AO'_2F'_2$ можно записать

$$\frac{y}{x} = \frac{kA}{O'_2F'_2},$$

где $O'_2F'_2 = f_2$ — фокусное расстояние линзы L_2 . Так как эта линза рассеивающая, то f_2 будет иметь знак минус. Обозначив $kA = d$, получим

$$y = x \frac{d}{-f_2}.$$

В трубах нивелиров $\frac{d}{-f} \leq \frac{1}{5}$, тогда ошибка в отсчете

$$y = \frac{1}{5} x. \quad (V.1)$$

Как видно из формулы (V.1), ошибка в отсчете может быть и весьма ощутимой, но при соблюдении равенства плеч менять фокусировку при отсчете на заднюю и переднюю рейки нет необходимости. Надо стараться этого не делать и даже тогда, когда рейки несколько по-разному освещены.

3. Влияние остаточного наклона вертикальной оси прибора (ошибка за неполную компенсацию). При работе нивелиром с компенсатором одной из основных приборных ошибок является остаточный наклон вертикальной оси прибора или, как ее еще называют, ошибка за неполную компенса-

цию. При вращении прибора вокруг наклонной вертикальной оси горизонт линии визирования, определяемый положением передней главной точки объектива, изменяет свое положение, в результате чего отсчеты по задней и передней рейкам берутся при различном горизонте линии визирования. Величина ошибки в превышении

$$\Delta h_v = 2d \sin v, \quad (V.2)$$

где d — расстояние между осью прибора и главной точкой объектива трубы; v — наклон прибора вследствие ошибки его установки. Ошибку установки вызывает недостаточная чувствительность круглого уровня или неполная его юстировка. Кроме того, возможна неправильная установка пузырька уровня на середину из-за влияния параллакса. Эта ошибка приобретает систематический характер, если при нивелировании ось прибора оказывается систематически наклоненной в одну сторону. Наиболее заметно эта ошибка проявляется в разности превышений, измеренных в прямых и обратных ходах. В средних превышениях они в значительной степени компенсируются. Проведенные исследования как в нашей стране, так и за рубежом показывают, что расхождения в превышениях из прямого и обратного ходов (в нивелирах с компенсаторами Ni025, Ni-B5) за счет влияния рассматриваемой ошибки могут достигать 2 мм при длине хода в 1 км. Для ослабления влияния этого источника ошибок рекомендуется соблюдать определенный порядок приведения пузырька круглого уровня на середину. Полное исключение влияния этого источника может быть достигнуто созданием нивелира такой конструкции, в которой передняя главная точка объектива совпадает с продолжением оси вращения прибора.

4. Ошибка в отсчете по рейке за счет недостаточной разрешающей способности зрительной трубы. Как известно, величина этой ошибки может быть подсчитана по формуле

$$m_{\text{тп}} = \frac{60''s}{\rho\Gamma}, \quad (V.3)$$

где s — расстояние от нивелира до рейки; Γ — увеличение зрительной трубы.

При $s = 75$ мм и $\Gamma = 30\times m_{\text{тп}} = 0,73$ мм.

5. Ошибка за наклон реек. При определенных условиях приборные ошибки, связанные с рейками, могут действовать как систематические.

Рассчитаем величину ошибки Δh_e в превышении на станции, вызванную наклоном рейки. Если на рис. 38 b — отсчет при угле наклона ε рейки, то верный отсчет b_0 найдем по формуле

$$b_0 = b \cos \varepsilon. \quad (V.4)$$

Тогда

$$\Delta h_e = b - b_0 = b - b \cos \varepsilon = b(1 - \cos \varepsilon)$$

или

$$\Delta h_e = -2b \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}. \quad (V.5)$$

Положим $b = 1000$ мм и $\varepsilon = 10'$ (это вполне достигаемая величина при цене деления круглого уровня $10'$). Тогда $\Delta h_e \approx \approx 0,01$ мм, и эту величину можно не учитывать. Но следует иметь в виду, что при установке рейки на глаз минимальная величина ε в равнинной местности порядка $1-2^\circ$, а в гористой может достигать 5° , тогда величина Δh_e будет значительной и с ней нельзя не считаться. Поэтому рейку следует устанавливать только по круглому уровню.

6. Ошибка за изменение длины рейки. Изменение длины рейки следует рассмотреть, обратив внимание на два обстоятельства.

а. Под влиянием температуры и влажности длина рейки изменяется, причем эти изменения, как показали исследования, происходят не в порядке прямой пропорциональности. Так, при изменении влажности от 5—100% изменение длины рейки может достигать 0,2 мм в день, и его можно представить формулой

$$\Delta l = \alpha t + \beta f, \quad (V.6)$$

где $\alpha \approx 9$ мкм; $\beta \approx 6$ мкм, t — температура; f — относительная влажность в процентах. Однако мы не вводим поправку в превышения за изменение длины рейки в зависимости от температуры и влажности, так как считаем, что рейка сделана из выдержанных сортов дерева с учетом требований ГОСТа.

б. Примерно такое же влияние будет оказывать коробление рейки. При стрелке прогиба рейки более 10 мм ее не следует использовать при нивелировании, так как удлинение одного метра рейки будет более 0,03 мм. Чтобы этого не случилось, с рейкой надо обращаться аккуратно, не ставить ее очень наклонно к стене, так как под влиянием собственного веса она прогнется.

Б. Личные ошибки

1. Ошибка округления отсчета по рейке при визировании в трубу. При нивелировании отсчет по рейке с сантиметровыми делениями производится до миллиметров, следовательно, на глаз оцениваются десятые доли сантиметрового интервала. Точность оценки десятых долей интервала зависит от способности глаза наблюдателя сопоставлять между собою величины промежутков интервала, получающихся в результате разделения интервала рейки нитью сетки. Оказывается, глаз

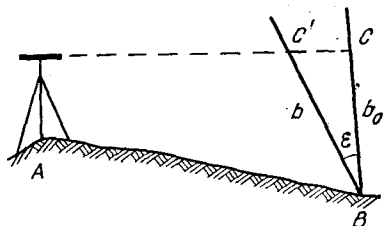


Рис. 38

наблюдателя производит оценку положения нити внутри интервала рейки, отдавая предпочтение некоторым десятым долям интервала, независимо от других ошибок, влияющих на точность отсчета по рейке. Для подтверждения этого Бергstrand проводил опыт в течение 10 лет (у него работали 100 наблюдателей) и установил, что наиболее излюбленными интервалами оказались 0,2 и 0,8, а за ними 0 и 0,5. В 1947—1948 гг. опытные работы провел Л. А. Башлавин — у него излюбленными интервалами оказались 0; 0,1; 0,9. Следовательно, наблюдателю надо стараться приучить себя к объективной оценке доли делений и не поддаваться «излюбленным цифрам».

При оценке десятых долей необходимо также учитывать и толщину горизонтальной нити сетки, по которой производится отсчет. Результаты исследований показывают, что наиболее благоприятной толщиной штриха горизонтальной нити является 0,08—0,12 интервала, что соответствует 0,1 мм*.

При оценке доли интервала приходится учитывать и окраску сантиметрового деления рейки, на котором делается отсчет. Наиболее четко мы видим нити на белом фоне, менее четко — на красном и еще хуже на черном фоне.

В результате проведенных экспериментальных исследований были получены формулы для вычисления средней квадратической ошибки округления отсчета по нивелирной рейке при визировании в трубу. Ниже приведем некоторые из них:

формула А. С. Чеботарева

$$m_o = 0,040t + 0,156 \frac{s}{\Gamma}; \quad (V.7)$$

формула Л. А. Башлавина

$$m_o = 0,030t + 0,196 \frac{s}{\Gamma}, \quad (V.8)$$

где t — величина одного деления рейки в мм; s — длина визирного луча в метрах; Γ — увеличение зрительной трубы. Приняв $s = 75$ мм, $t = 10$ мм, $\Gamma = 30\times$, по обеим формулам получим одинаковые результаты, а именно $m_o = 0,79$ мм.

2. Ошибка установки визирной оси зрительной трубы в горизонтальное положение (ошибка за наклон оси уровня). Эта ошибка обусловлена неточностью установки пузырька уровня в нуль-пункте и недостаточной чувствительностью его. Для средней квадратической ошибки в отсчете по рейке m_y , возникающей

* Толщина нитей сетки x обычно бывает 3 мкм; при рассматривании через окуляр толщина их $y = x\Gamma_{ок}$, а $\Gamma_{ок} = \frac{\omega}{f_{ок}}$, где ω — расстояние наилучшего зрения ≈ 25 см, $f_{ок} = 10$ мм, $y = 0,003 \frac{250}{10} = 0,075$ мм $\approx 0,1$ мм.

вследствие неправильной установки визирной оси, имеем известную формулу

$$m_y = \frac{m_{\tau}s}{10\rho}, \quad (V.9)$$

где m_{τ} — средняя квадратическая ошибка установки пузырька уровня в нуль-пункте; s — расстояние от нивелира до рейки.

Для цилиндрических уровней $m_{\tau_{\text{ц}}}$ принимается равной $1/10$ от цены деления уровня, т. е. $m_{\tau_{\text{ц}}} = 1/10\tau$. Чувствительность цилиндрических контактных уровней (в отношении установки пузырька в нуль-пункт) при той же цене деления уровня и прочих равных условиях примерно в 2—3 раза превосходит чувствительность неконтактных уровней. Это объясняется тем, что в контактных уровнях оценивается на глаз значительно меньшее, чем в обычных условиях, смещение пузырька относительно нуль-пункта, а наш глаз в силу его особенностей момент контакта оценивает значительно точнее, чем определяет, какую часть одна половина пузырька составляет от другой. В силу вышесказанного для цилиндрических контактных уровней полагают $m_{\tau_{\text{к}}}$ в 2,5 раза точнее, чем для неконтактных, т. е. $m_{\tau_{\text{к}}} = 1/25\tau$.

Тогда формула (V.9) будет иметь вид для цилиндрического уровня

$$m_{y_{\text{ц}}} = \frac{\tau s}{10\rho}; \quad (V.10)$$

для цилиндрического контактного уровня

$$m_{y_{\text{к}}} = \frac{\tau s}{25\rho}. \quad (V.11)$$

При $\tau = 15''$ и $s = 75$ м получим соответственно $m_{y_{\text{ц}}} = 0,54$ мм, $m_{y_{\text{к}}} = 0,22$ мм.

В. Ошибки, обусловленные влиянием внешних условий

Рассмотрим только основные источники ошибок этой группы.

1. Ошибки из-за влияния рефракции. Как уже было отмечено в § 18, на результат нивелирования оказывает влияние вертикальная рефракция. При наведении зрительной трубы на визирную цель (рейку) визирную ось трубы совмещают с лучом света, идущим от наблюдаемого предмета к прибору, и называют его визирным лучом. Из-за неоднородной структуры распределения плотности воздуха в нижних слоях атмосферы визирный луч, проходя через нее, преломляется. Плотность атмосферы изменяется постепенно, поэтому искривление визирного луча, вызванное преломлением, происходит по плавной кривой без резких перегибов. Исследование ошибок за рефракцию сводится к определению вида кривой светового луча и зависимости ее от

метеофакторов в момент наблюдения. В зависимости от того, какой вид имеет световая кривая, возникают различные поправки за рефракцию: отрицательная, когда кривая выпуклостью обращена к земле, и положительная, когда — от земли.

В § 18 получены формулы (III.9) и (III.14), по которым вычисляются соответственно угол земного преломления τ и влияние рефракции Δp , и отмечено, что в нивелирных ходах влияние рефракции может значительно компенсироваться. Не без оснований можно считать, что слои воздуха одинаковой плотности, находящиеся вблизи земли, располагаются примерно параллельно поверхности земли. Тогда при нивелировании на равнинной местности, когда

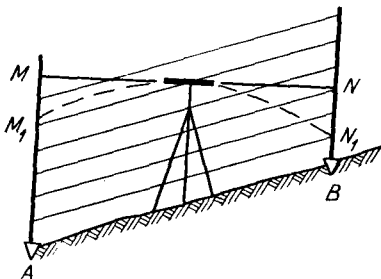


Рис. 39

прибор расположен посредине между точками, влияние рефракции будет практически исключено. Если же местность имеет положительный угол наклона (рис. 39), то слои воздуха будут располагаться тоже наклонно, и тогда, нивелируя пространство между точками A и B и вставая посредине с прибором, будем производить отсчет по рейке не в точках M и N, а в точках M₁ и N₁. Ошибки вследствие влияния рефракции здесь будут неодинаковы.

Искривление лучей в точке B будет больше, чем в точке A. Если однообразный склон местности будет длинным, то влияние этой ошибки будет систематическое и односторонне действующее. В местности с отрицательным углом наклона действие рефракции будет обратным разобранному выше.

Следует иметь в виду, что иногда происходит сильное нагревание поверхности земли, отчего слои воздуха расширяются и распределение плотности делается иным, так же как и действие рефракции. Луч даже может временами изогнуться выпуклостью книзу. Замечено, что в это время изображение удаленных предметов поднимается над поверхностью земли и кажется, что они висят в воздухе *. В этом случае действие рефракции на результаты нивелирования усугубляется.

Для ослабления влияния ошибок за рефракцию при нивелировании III и IV классов не следует в ясные солнечные летние дни производить измерения в течение 1—1,5 ч после восхода и перед заходом солнца.

2. Ошибка за счет вертикальных перемещений костылей и башмаков. Для выявления влияния этого источника в ЦНИИГАиК им. Ф. Н. Красовского были проведены исследования с применением специального при-

* Это известно как явление миража.

бора, позволяющего фиксировать перемещение костылей, башмаков и штативов с ошибкой менее 5 мкм.

В результате проведенных опытов было установлено, что при отсутствии нагрузки, т. е. под влиянием только собственной массы, костыли и башмаки или остаются неподвижными, или оседают очень незначительно (менее чем на 0,01 мм за 5 мин).

Если учитывать воздействие на костыли и башмаки собственной массы, массы рейки и нажима, неизбежного при удерживании рейки на костыле или башмаке, то наблюдается следующее:

1) костыли и башмаки всегда оседают. Наиболее быстро и интенсивно они оседают в течение первых 10—20 с после установки рейки, затем оседание замедляется, но остается еще ощутимым в течение 1—2 мин. Через 4—5 мин положение их почти полностью стабилизируется. Башмак оседает в 3—5 раз сильнее, чем костыль;

2) костыль и башмак выпираются из грунта, когда на них перестает действовать нагрузка (снимается рейка). При этом костыль в ряде случаев, а башмак как правило не достигают своего первоначального положения;

3) при повторной постановке рейки костыль оседает в 2—3 раза слабее, чем при первой постановке. При последующих постановках рейки положение костыля почти совсем не изменяется. После снятия рейки с башмака он не возвращается в свое первоначальное положение и при каждой новой постановке рейки продолжает заметно оседать.

С учетом сказанного можно сделать вывод, что ошибка из-за перемещения костылей и башмаков действует на протяжении всего хода и является систематической ошибкой постоянного действия. Знак и величину ошибка может менять, так как во время наблюдений на станции, когда рейка стоит на костыле, последний всегда оседает, а при снятии рейки выпирается из грунта (перемещение башмаков имеет такой же характер), и ошибка станции всегда является результатом оседания костылей.

При проложении нивелирного хода между двумя марками (реперами) *A* и *B* последовательно производится нивелирование на ряде станций. Если происходит оседание костылей или башмаков, на которых стоит рейка, то при переходе от одной станции к другой проходит некоторое время и отсчет по задней рейке будет больше, чем он бы был, если бы не было оседания башмаков.

Ослабить влияние этого источника ошибок можно двойным нивелированием — пройдя участок от *A* до *B* в прямом и обратном направлениях. Среднее превышение будет до известной степени свободно от влияния ошибки за оседание башмаков или костылей. С учетом этого нивелирование III класса выполняют в прямом и обратном направлениях. Нивелирование IV класса, как менее точное, выполняют в одном направлении.

3. Ошибка за счет вертикальных перемещений штатива. Установлено, что штатив, на ко-

тором закреплен прибор, выпирается из грунта. В течение первых 5 мин величина выпирания штатива пропорциональна времени, затем оно замедляется, и через 10—15 мин положение штатива почти стабилизируется. На грунтах средней плотности (бровка, шоссе, грунтовая дорога) штатив выпирается за 5 мин в среднем на 0,010—0,015 мм).

Отсюда можно оделать вывод: во время наблюдений на станции положение штатива изменяется по высоте на любых грунтах. Ошибка действует на протяжении, всего хода и является постоянно действующей систематической ошибкой.

Между двумя рейками, установленными в точках A и B , находится прибор (рис. 40). Берем отсчет a по задней рейке, затем

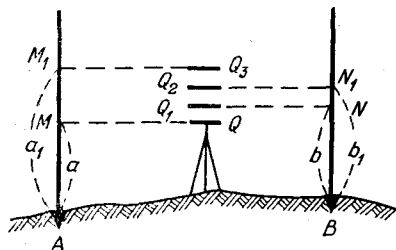


Рис. 40

наводим трубу на переднюю рейку. За это время прибор немного поднялся, и мы визируем не из точки Q , а из какой-то точки Q_1 и производим отсчет в точке N ; этот отсчет b несколько больший, чем тот, который мы должны бы были получить при неподвижном положении штатива. Увеличение отсчета и будет влиянием вертикального перемещения штатива.

Для того чтобы ослабить это влияние, следует произвести повторное нивелирование, но оно должно быть симметричным, т. е. нужно визиовать на ту же переднюю рейку, но за это время прибор еще поднимется до точки Q_2 , и новый отсчет b_1 будет сделан в точке N_1 . После этого визируем на заднюю рейку; прибор снова поднимется до точки Q_3 , и отсчет по задней рейке a_1 будет сделан в точке M_1 .

Можно не без оснований полагать, что период времени, прошедший от момента визиования и отсчета по рейке в точке M до момента визиования и отсчета по рейке в точке N , будет примерно такой же, как период времени визиований и отсчетов по рейкам на точки N_1 и M_1 . Поэтому естественно ожидать, что поднятие прибора в первом и втором случаях будет примерно одинаковым, но действовать оно будет в противоположную сторону, так как в одном случае визиование и отсчет по черным сторонам реек производились сначала назад, в потом вперед, а во втором случае при отсчетах по красным сторонам наоборот — сначала вперед, а потом назад. Таким образом, если взять среднее из отсчетов a и a_1 и среднее из отсчетов b и b_1 и вычислить превышение h как разность из средних отсчетов, то h будет в значительной мере свободным от ошибок за вертикальное перемещение штатива — за выпучивание его. Такое симметричное расположение отсчетов на станции предусмотрено инструкцией по нивели-

рованию III и IV классов. Однако при нивелировании III класса имеется некоторое нарушение симметрии, так как число отсчетов по черной и красной сторонам реек неодинаково.

II. Случайные ошибки

1. Случайная ошибка дециметровых делений рейки. В процессе исследования реек определяется величина случайной ошибки дециметровых делений рейки. Инструкцией по нивелированию для III класса допускается величина этой ошибки не более 0,5 мм, для IV класса — не более 1 мм.

2. Влияние конвекционных токов воздуха. Наиболее характерным состоянием атмосферы является такое, когда плотность воздуха убывает с высотой. Однако бывают случаи, когда средний вертикальный градиент температуры γ больше вертикального градиента температуры γ_A в однородной среде, $\gamma > \gamma_A = 3,42^\circ$ на 100 м. В этом случае плотность воздуха возрастает с высотой. Средний вертикальный градиент $\gamma > 3,42^\circ$ на 100 м наблюдается лишь в дневные часы (летом) в приземном слое атмосферы. Состояние атмосферы при условии, что плотность растет с высотой, является неустойчивым. Небольшое возмущение приведет к тому, что верхние, более плотные частицы воздуха начнут спускаться вниз, а нижние, более легкие — подниматься вверх; возникает движение воздуха, называемое конвекцией. Атмосферная конвекция над сушей имеет хорошо выраженный суточный и годовой ход с максимумом после полудня и летом. Сила колебаний тем больше, чем выше температура на поверхности земли, больше ее ход и чем ближе к поверхности земли проходит визирный луч.

Конвекционные токи воздуха вызывают колебания изображения рейки* в трубе, искажают форму изображения делений, которые вместо прямоугольной формы видны несколько размытыми (расплывчатыми). Это создает трудности при отсчитывании. Для ослабления влияния этого источника следует проводить нивелирование в часы спокойных и четких изображений реек.

§ 34. Точность нивелирования III класса

Определим среднюю квадратическую ошибку взгляда по рейке $m_{вз}$. На точность взгляда по рейке наиболее существенно будут влиять источники ошибок, связанные со зрительной трубой

* О линейной величине колебаний изображения для расстояния, например, 75 м можно судить по эмпирической формуле, полученной Куккамьяки,

$$f_{75} = 0,66 - 1,42\Delta t,$$

где f_{75} — амплитуда колебания изображения, Δt — разность температуры слоя воздуха от поверхности земли на 0,5 и 2,5 м.

При $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ величина амплитуды колебания $f_{75} = 0,76$ мм. Частота колебаний утром составляет около 1 колебания в секунду, а к полудню около 8.

(недостаточная разрешающая способность, установка визирной оси в горизонтальное положение) и рейкой (неточности в величине делений, округление при отсчете). Так как эти источники действуют самостоятельно, то средняя квадратическая ошибка взгляда по рейке, происходящая от их совместного действия, согласно теории ошибок будет

$$m_{вз}^2 = m_{тр}^2 + m_y^2 + m_{дел}^2 + m_o^2. \quad (V.12)$$

В § 33 были получены численные значения величин, входящих в формулу (V.12): $m_{тр} = 0,73$ мм, $m_y = 0,22$ мм, $m_o = 0,79$ мм. Среднюю квадратическую ошибку в делениях рейки $m_{дел}$ для нивелирования III класса можно принять

$$m_{дел} = \frac{\text{пред } \Delta_{дел}}{3} = \frac{0,5}{3} = 0,17 \text{ мм.}$$

Подставив численные значения в формулу (V.12), получим $m_{вз} = 1,1$ мм.

Превышение равно разности взглядов на заднюю и переднюю рейки. При нивелировании III класса превышения измеряют дважды: по черной и красной сторонам реек и затем определяют из них среднее, следовательно, при равноточности взглядов

$$m_{h_{ст}} = \sqrt{\frac{4m_{вз}^2}{4}} = m_{вз} \quad (V.13)$$

или

$$m_{h_{ст}} = 1,1 \text{ мм.}$$

По ГОСТ 10528—76 $m_{h_{ст}}$ для точных нивелиров не должна превышать 2,0 мм.

При расстояниях s от нивелира до реек нивелирный ход между точками, удаленными друг от друга на 1 км, будет состоять из n станций. Поэтому для средней квадратической ошибки суммы превышений нивелирного хода длиной в 1 км получим выражение

$$m_{км} = m_{ст} \sqrt{n}. \quad (V.14)$$

Для нивелирования III класса при $s = 75$ м и $n = 7$

$$m_{км} = 1,1 \sqrt{7} = 2,9 \text{ мм.}$$

Предельная ошибка или предельная невязка суммы превышений нивелирного хода длиной в 1 км согласно теории ошибок

$$\text{пред } f_h = 3m_{км} = 8,7 \text{ мм.}$$

ч

Предельная невязка суммы превышений нивелирного хода длиной $L_{км}$

$$\text{пред } f_h = 3m_{км} \sqrt{L_{км}} \quad (V.15)$$

или

$$\text{пред } f_h = 8,7 \text{ мм } \sqrt{L}_{\text{км.}}$$

При нивелировании в прямом и обратном направлениях пролета длиной L между двумя реперами будем иметь по существу замкнутый ход длиной $2L$, вследствие этого формуле (V.15) можно придать вид

$$\text{пред } f_h = 3m_{\text{км}} \sqrt{2L}_{\text{км}} = 3m_{\text{км}} \sqrt{2} \sqrt{L}_{\text{км}}, \quad (\text{V.16})$$

что окончательно для III класса дает

$$\text{пред } f_h = 12 \text{ мм } \sqrt{L}_{\text{км.}} \quad (\text{V.17})$$

Если принять $\text{пред } f_h = 2m_{\text{км}} = 5,8 \text{ мм}$, то

$$\text{пред } f_h = 8,2 \text{ мм } \sqrt{L}_{\text{км.}} \quad (\text{V.18})$$

В приведенном выше расчете не представилось возможным учесть остаточное влияние на результат ряда источников ошибок: наклона реек, несоблюдения главного условия, оседания башмаков и прибора и др., а также ошибок, источником которых являются внешние условия.

Аналогично можно рассчитать точность нивелирования IV класса.

Глава VI.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЫСОТ ПУНКТОВ НИВЕЛИРОВАНИЯ

После завершения полевых измерений приступают к вычислительной обработке полученных результатов, конечной целью которой является получение высот пунктов нивелирования. Вычислительную обработку при нивелировании III и IV классов можно подразделить на два этапа: предварительные вычисления, задачей которых является получение превышений между нивелирными знаками, а также оценка качества нивелирования, и уравнительные вычисления, в результате которых получают высоты реперов и марок.

§ 35. Предварительные вычисления

Контроль материалов исследования и вычислительная обработка полевых журналов. Работу начинают с полной и тщательной проверки всех вычислений при исследовании нивелира и реек, а также проверки всех записей и вычислений на станции. Хотя в вычислениях на станции имеется достаточно контролей, однако в процессе полевой работы могут быть допущены просчеты и промахи.

Для контроля выполненных в поле вычислений на станциях в нивелирных журналах производят постраничные контрольные вычисления, или постраничный контроль.

В журнале нивелирования III класса (см. табл. 3) внизу каждой страницы вычисляют:

сумму разностей отсчетов по дальномерным нитям по задней и передней рейкам, $(20) = \Sigma (9)$ и $(21) = \Sigma (10)$;

сумму контрольных превышений $(22) = \Sigma \{(11) + (12)\}$, которую делят пополам и получают (27) — контрольное превышение на странице;

сумму отсчетов по задней рейке по черной и красной сторонам $(23) = \Sigma \{(1) + (8)\}$;

сумму превышений $(25) = \Sigma \{(14) + (15)\}$;

сумму средних превышений $(26) = \Sigma (19)$.

При отсутствии просчетов должны выполняться следующие равенства: $(28) = (23) - (24) = (25)$ и $(29) = \frac{1}{2} (25) = (26)$ при четном числе штативов на странице; при нечетном числе штативов на странице к сумме (25) следует прибавить разность нулей красных сторон пары реек d_n с тем знаком, какой она имела на последнем штативе.

Сумма контрольных превышений (27) не должна выходить за пределы суммы средних превышений $(26) \pm 3n$, где n — число станций на странице.

По окончании постраничного контроля по каждой секции нивелирного хода производят также контрольные вычисления. Для этого в нивелирном журнале в конце секции суммируют результаты контрольных вычислений каждой страницы (табл. 5). При этом должны иметь место следующие равенства.

$$(30) = \Sigma (23) - \Sigma (24) = \Sigma (25) \text{ и}$$

$$(31) = \frac{\Sigma (25)}{2} = \Sigma (26).$$

По величинам $\Sigma (20)$ и $\Sigma (21)$ подсчитывают длину секции (32)

$$L_{\text{км}} = \frac{\{\Sigma (20) + \Sigma (21)\} K}{1\,000\,000},$$

где K — коэффициент дальномера.

Здесь же указывают число штативов (станций) по секции n (33).

Заканчивают подсчеты по секции вычислением исправленного за длину среднего метра реек превышения.

Поправку в превышение за длину среднего метра пары реек определяют по результатам исследования реек перед началом работ и после их окончания. При этом поправочный коэффициент

Контрольные вычисления по секции от грунт. реп. 1878 до грунт. реп. 1935
(в журнале нивелирования III класса)

Наблюдения по дальномерным нитям				Наблюдения по средней нити			
Задняя рейка	Передняя рейка	Контрольные превышения		Задняя рейка	Передняя рейка	Превышения	Средние превышения
14 636 Σ (20)	14 630 Σ (21)	+3216 Σ (27)		41 213 Σ (23) —34 773 Σ (24) 6 440 (30)	34 773 Σ (24)	+6440 Σ (25) +3220 (31)	+3220,0 Σ (26)

$L = 2,9$ км (32), $n = 24$ (33)

Измеренное превышение $h' = +3220,0$ мм (34).

Поправка за длину среднего метра реек $\delta h = +0,2$ мм (35).

Исправленное превышение $h = +3220,2$ мм (36),

$h = +3,220$ м (37).

одного метра пары реек σ_{m_i} вычисляют на день производства нивелирования. Его величину подсчитывают из выражения

$$\sigma_{m_i} = \sigma_{m_H} + \frac{\sigma_{m_K} - \sigma_{m_H}}{N} N_i,$$

где σ_{m_H} и σ_{m_K} — поправочный коэффициент, определенный перед началом и после окончания работ; N — число дней, прошедших между моментами определения поправочного коэффициента; N_i — число дней, прошедших от момента определения поправочного коэффициента в начале сезона до момента определения превышения.

Поправку в превышение за длину среднего метра (35) получают, умножив σ_{m_i} на величину превышения,

$$\delta h = \sigma_{m_i} h.$$

Исправленное превышение (36) определяют, прибавив δh к измеренному превышению.

Заканчивают контрольные вычисления по секции выпиской исправленного превышения (37) в метрах.

В журнале нивелирования IV класса постраничный контроль состоит в вычислении (табл. 4):

Т а б л и ц а 6

Контрольные вычисления
по секции от грунт. реп. 89 до грунт. реп. 92
(в журнале нивелирования IV класса)

Дальномерные расстояния до задней и передней реек	Отсчеты по рейке		Превышения, мм	Среднее превышение, мм
	Задняя	Передняя		
22 986 Σ (21)	364 805 Σ (15)	352 601 Σ (16)	+12 204 Σ (17)	+6102 Σ (18)
	352 601 Σ (16)		+6 102 (23)	
	+12 204 (22)			

$L = 4,6$ км (24), $n = 30$.

Измеренное превышение $h' = +6102$ мм (25).

Поправка за длину среднего метра реек $\delta h = +0,4$ мм (26).

Исправленное превышение $h = +6102$ мм (27),

$h = +6,102$ м (28).

суммы дальномерных расстояний до задней и передней реек (21) = Σ (7) + Σ (8);

суммы отсчетов по средней нити задней рейки по черной и красной сторонам (15) = Σ (2) + Σ (6);

суммы отсчетов по средней нити передней рейки по черной и красной сторонам (16) = Σ (4) + Σ (5);

суммы превышений по черной и красной сторонам (17) = $\Sigma (11) + \Sigma (12)$;

суммы средних превышений (18) = $\Sigma (13)$.

При этом должны выполняться равенства (19) = (15) — (16) = (17) и (20) = $\frac{1}{2} (17) = (18)$ при четном числе станций. Расхождение в 1 мм — результат ошибок округлений.

При нечетном числе станций на странице к (17) прибавляют разность нулей красных сторон пары реек с тем знаком, какой она имела на последней станции.

Контрольные вычисления по секции в нивелировании IV класса состоят в суммировании результатов каждой страницы (см. табл. 6) $\Sigma (21)$, $\Sigma (15)$, $\Sigma (16)$, $\Sigma (17)$ и $\Sigma (18)$.

Должен выполняться контроль (22) = $\Sigma (15) - \Sigma (16) = \Sigma (17)$; (23) = $\frac{1}{2} \Sigma (17) = \Sigma (18)$.

Длину секции подсчитывают из выражения

$$L_{\text{км}} = \frac{\Sigma (21) 2K}{1000000}.$$

Поправку за длину среднего метра реек δh и исправленное превышение по секции h определяют так же, как и в нивелировании III класса.

После завершения вычислений по всем секциям прямого и обратного ходов в нивелировании III класса производят сравнение исправленных превышений. По каждой секции вычисляют разности d

$$d_i = h_{\text{пр}i} + h_{\text{об}i}, \quad (\text{VI.1})$$

которые затем сравнивают с предельными значениями, определяемыми по формуле

$$\text{пред } d_i = 10 \text{ мм } \sqrt{L_i \text{ км}}. \quad (\text{VI.2})$$

При невыполнении этого требования повторяют полевые измерения в секции или в прямом, или в обратном направлении.

Составление ведомости превышений и высот пунктов нивелирования. Чтобы подготовить полевые измерения для уравнительных вычислений, на нивелирные ходы, входящие в сеть, составляют ведомости превышений и высот пунктов нивелирования. В этой ведомости указываются название хода, его исходные марки или реперы, номера секций, тип и номер нивелирного знака, тип центра, описание местоположения нивелирного знака, длины секций, расстояния от начального репера или марки, число штативов (станций) в прямом и обратном направлениях (для нивелирования III класса), измеренное превышение с введенными поправками за длину

среднего метра реек, разности превышений по секциям прямого и обратного ходов, допустимые разности превышений, средние превышения (для нивелирования III класса), превышения (для нивелирования IV класса).

В эту же ведомость заносятся выписанные из каталога высоты начального и конечного реперов (или марки), а также подсчитывается невязка хода

$$f_h = \sum h - (H_K - H_H) \quad (VI.3)$$

и предельная невязка по формулам (III.21) для III класса и (III.22) для IV класса.

В ведомость превышений и высот пунктов, кроме постоянных знаков, включают и надежно закрепленные временные реперы.

Оценка качества нивелирования. Чтобы иметь суждение о точности проделанных полевых измерений, производят оценку качества и точности нивелирования.

Качество нивелирования можно оценить, используя или разности измеренных превышений в прямом и обратном ходах (в нивелировании III класса), или невязки ходов и полигонов (в нивелировании III и IV классов). В первом случае по формуле (VI.1) вычисляют разности d и сравнивают их с предельными значениями, определенными по формуле (VI.2). Во втором случае по образованным полигонам сети вычисляют невязки: по разомкнутому полигону по формуле (VI.3), по замкнутому — по формуле

$$f_h = \sum_1^n h \quad (VI.4)$$

и сравнивают с предельными значениями, определенными соответственно по формулам (III.21) или (III.22).

Для оценки точности результатов полевых измерений можно использовать разности двойного нивелирования, невязки ходов, опирающихся на исходные реперы и марки, невязки замкнутых полигонов.

Оценка точности по разностям двойных измерений рассматривается в § 37 при уравнивании одиночного нивелирного хода. Как известно, и это следует иметь в виду, оценка точности по разностям двойных измерений дает приуменьшенную величину средней квадратической ошибки на 1 км хода. Поэтому более правильное суждение о точности проделанных измерений можно получить при оценке точности по невязкам ходов и полигонов.

Невязка замкнутого полигона есть истинная ошибка суммы его измеренных превышений. В случае безошибочности исходных данных невязку в превышениях хода, проложенного между исходными реперами, можно также считать истинной ошибкой суммы превышений. Если истинную ошибку превышения обозначить d_{h_i} , то

$$-f_h = \{d_{h_i}\}.$$

Положим, что имеем N ходов или полигонов с невязками $f_{h_1}, f_{h_2}, \dots, f_{h_N}$ и длинами $L_1, L_2, \dots, L_N$. Рассматривая ряд невязок как неравноточный ряд истинных ошибок, можно вычислить среднюю квадратическую ошибку превышения на 1 км хода по формуле

$$m_{\text{км}} = \sqrt{\frac{\frac{f_h^2}{L}}{N}}, \quad (\text{VI.5})$$

где $\frac{1}{L_i}$ — вес суммы превышений * по полигону или ходу с номером i .

Составление схем нивелирной сети. В процессе предварительных вычислений составляют схемы нивелирных сетей III и IV классов — окончательную и рабочую. Окончательная схема в дальнейшем прилагается к ведомостям превышений и высот пунктов нивелирования и служит основным графическим документом выполненной работы. Рабочая схема сети, или схема уравнивания сети, используется при производстве уравнительных вычислений и прилагается затем к этим последним.

Окончательную схему нивелирной сети III и IV классов составляют в отдельности на каждый объект в масштабе 1 : 200 000 или мельче в зависимости от густоты пунктов. На схеме показывают все исполненные по данному объекту новые нивелирные линии и те из ранее проложенных линий нивелирования, которые будут включены в совместное уравнивание с новыми.

На схеме должны быть представлены исходные, а также и определяемые реперы и марки с указанием их номера или названия, номера ходов, соответствующие номерам по ведомости превышений, разграфка на трапеции масштаба 1 : 100 000 или 1 : 50 000, географические координаты углов листов трапедий, показанные на схеме, масштаб (численный и линейный). Схема составляется на ватмане и вычерчивается в соответствующих условных знаках, которые также указываются на схеме.

Рабочая схема нивелирной сети или схема уравнивания составляется в произвольном масштабе на ватмане или вычислительной бумаге. На схему наносят все подлежащие уравниванию ходы и все исходные и узловые реперы и марки. Под номерами исходных пунктов записывают (красным цветом) их абсолютные высоты, а внизу схемы указывают название источника, откуда они выписаны. Все ходы на схеме нумеруют, а направления (прямые) показывают стрелками. Около каждого хода указывают измеренные превышения и длину секции.

Схемы подписываются составителями и лицами, ее проверившими.

* О весах см. подробнее в § 37.

Составление чертежей пунктов нивелирования и описаний их местоположения. На все заложенные нивелирные знаки составляют чертежи и описание их местоположения.

Чертежи нивелирных знаков вычерчивают и обозначают в соответствии с номенклатурой, предусмотренной в соответствующих руководствах. Чертежи вычерчивают в продольном разрезе в масштабе 1 : 50 (или 1 : 100) с указанием размеров монолитов, глубины заложения и положения верхней марки относительно поверхности земли.

Для того чтобы на местности отыскать заложенные знаки, на каждый из них составляют описание, которое заносят в ведомость превышений. Эти описания должны содержать указание близких ориентиров, которые легко отыскать на местности.

При составлении описаний местоположений пунктов за основу принимают описания, составленные при полевых работах. Эти описания корректируют и редактируют, используя для этого справочники административно-территориального деления, имеющиеся на район работ, карты крупного масштаба, на которые наносят нивелирные пункты, аэрофотоснимки с опознанными или маркированными пунктами.

Если в залесенной местности нивелирные знаки замаркированы вырубкой леса, то в описании указывают форму и размер маркировочного знака.

§ 36. Уравнительные вычисления. Общие положения

При производстве геодезических измерений, как известно, кроме необходимых измерений, достаточных для однозначного получения искомых величин, выполняются измерения избыточные. Избыточные измерения позволяют иметь надежный контроль работ, они в определенной степени повышают точность искомых элементов и позволяют выполнить оценку точности этих элементов.

Геодезические измерения ведутся в создаваемых на местности геометрических построениях, элементы которых, в том числе и измеряемые, связаны между собой математическими зависимостями. При наличии избыточных измерений возникает неоднозначность получения определяемых величин, что приводит к невязкам. Для устранения таких несогласий возникает задача уравнивания геодезических измерений, при решении которой находят поправки к измеренным величинам. Материалы уравнивания используются также для оценки точности.

При продолжении отдельных нивелирных ходов или при построении нивелирных сетей как систем таких ходов измеренными величинами считаются превышения между смежными пунктами; эти превышения слагаются из элементарных превышений, получаемых на каждой станции. В одиночных нивелирных ходах и системах нивелирных ходов также имеются измерения, не только

необходимые для вычисления высот, но и некоторое число избыточных превышений.

Одиночный нивелирный ход как ход, проложенный между двумя исходными пунктами, или ход, построенный в форме замкнутого полигона, содержит одно-единственное избыточное измерение. В одиночном нивелирном ходе вследствие неизбежных ошибок, сопровождающих измерение превышений, сумма превышений по ходу не будет равна разности высот исходных марок. Искомые поправки отыскиваются путем распределения полученной невязки с обратным знаком пропорционально обратным весам измеренных превышений по секциям. Уравненные превышения получаются путем исправления измеренных превышений найденными поправками. По уравненным превышениям вычисляются уравненные наиболее надежные значения высот промежуточных реперов.

Для оценки точности произведенных измерений в одиночном нивелирном ходе могут служить разности между превышениями, измеренные в секциях хода в прямом и обратном направлениях.

Система ходов с одной узловой точкой содержит $(n - 1)$ избыточных измерений (здесь n — число ходов-звеньев, сходящихся в узловой точке). Наиболее надежное значение высоты узлового репера в нивелирной сети с одной узловой точкой определяется по принципу весового среднего с учетом весов измеренных превышений в ходах, образующих сеть. Нивелирные сети со многими узловыми точками уравниваются по правилам метода наименьших квадратов параметрическим или коррелятным способами.

Для нивелирных сетей с небольшим числом узловых точек, кроме общих способов уравнивания, применяются еще:

- основанный на весовом среднем способ эквивалентной замены (разработанный проф. А. С. Чеботаревым);

- основанные на параметрическом способе способ последовательных приближений и способ узлов (разработанный проф. В. В. Поповым);

- основанный на коррелятном способе способ полигонов (разработанный проф. В. В. Поповым).

При этом из уравнивания всеми указанными способами определяют наиболее надежные значения высот узловых реперов сети, после чего уравнивают отдельные ходы по правилам одиночного хода.

Для оценки точности проведенных измерений в нивелирных сетях используют поправки в превышения по ходам.

Уравнивание нивелирных сетей коррелятным и параметрическим способами изучается в разделе «Метод наименьших квадратов» курса теории математической обработки геодезических измерений и излагается в соответствующем разделе учебника [5].

В курсе геодезии рассматривается способ уравнивания одиночного нивелирного хода, а также перечисленные выше способы уравнивания сетей с небольшим числом узловых точек.

§ 37. Уравнивание одиночного нивелирного хода

Между марками A и B с известными высотами проложен нивелирный ход, имеющий, например, n станций (рис. 41). Необходимо произвести уравнивание измеренных превышений и вычислить высоты промежуточных реперов, а также оценить точность измеренных превышений и уравненных высот.

Высоты репера E , находящегося от марки A на расстоянии k станций, можно вычислить дважды — от марки A и от марки B

$$H'_E = H_A + \sum_1^k h, \quad (\text{VI.6})$$

$$H''_E = H_B - \sum_{k+1}^n h. \quad (\text{VI.7})$$



Рис. 41

Высоты H'_E и H''_E будут в общем случае неравноточны как полученные по сумме превышений, измеренных по разным звеньям хода от марок A и B .

Определим веса p'_E и p''_E . По теории математической обработки геодезических измерений можно записать, что

$$\left. \begin{aligned} m'_E &= \frac{\mu}{\sqrt{p'_E}}, \\ m''_E &= \frac{\mu}{\sqrt{p''_E}}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.8})$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} p'_E &= \frac{\mu^2}{m'^2_E}, \\ p''_E &= \frac{\mu^2}{m''^2_E}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.9})$$

Средние квадратические ошибки высот H'_E и H''_E будут равны

$$\left. \begin{aligned} m'_E &= m_k, \\ m''_E &= m_n. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.10})$$

Величины m_k и m_n на основании формулы

$$\sum_1^h \quad \sum_{k+1}^n$$

$$m_F = m_h \sqrt{n} \quad (\text{VI.11})$$

можно представить так:

$$\left. \begin{aligned} m_k &= m_h \sqrt{k}, \\ \sum_1^h & \\ m_n &= m_h \sqrt{n-k}, \\ \sum_{k+1}^n & \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.12})$$

Подставив формулы (VI.12) в выражения (VI.9) и приняв $\mu = m_h$, получим

$$p'_E = \frac{1}{k}, \quad (\text{VI.13})$$

$$p''_E = \frac{1}{n-k}, \quad (\text{VI.14})$$

т. е. вес высоты обратно пропорционален числу штативов (станций) от исходной марки до промежуточного репера, высота которого определяется.

Из двух значений высот репера E с их весами можно определить наиболее надежное значение высоты репера. Для этого воспользуемся формулой среднего весового

$$H_E = \frac{H'_E p'_E + H''_E p''_E}{p'_E + p''_E}. \quad (\text{VI.15})$$

Преобразуем несколько формулу (VI.15). Сначала вычтем из значения H'_E , определенного по формуле (VI.6), значение H''_E , определенное по формуле (VI.7), и получим

$$H'_E - H''_E = H_A - H_B + \sum_1^n h = \sum_1^n h - (H_B - H_A), \quad (\text{VI.16})$$

или, учитывая, что правая часть есть невязка f_h ,

$$H'_E - H''_E = f_h. \quad (\text{VI.17})$$

Найдем из выражения (VI.17) H''_E

$$H''_E = H'_E - f_h$$

и подставим его в формулу (VI.15):

$$H_E = \frac{H'_E p'_E + (H'_E - f_h) p''_E}{p'_E + p''_E}.$$

После преобразования получим

$$H_E = H'_E - f_h \frac{p'_E}{p'_E + p''_E}, \quad (\text{VI.18})$$

или, подставив вес по формуле (VI.13),

$$H_E = H'_E - \frac{f_h}{n} k, \quad (\text{VI.19})$$

а с учетом выражения (VI.6)

$$H_L = H_A + \sum_1^k h - \frac{f_h}{n} k. \quad (\text{IV.19'})$$

Полученные формулы (VI.19) и (VI.19') могут быть распространены на определение высоты любого промежуточного репера. Из них можно заключить, что для уравнивания одиночного нивелирного хода нужно невязку в сумме превышений, взятую с обратным знаком, распределить между отдельными звеньями хода прямо пропорционально числу станций, приходящихся на звенья, и, начиная от одного из концов хода, вычислить высоты реперов по исправленным превышениям.

Расчет весов по числу станций целесообразно производить тогда, когда длины лучей визирования на станциях резко различны. Когда же длина лучей визирования колеблется по разным станциям в пределах от 50 до 100 м (в III классе), или от 100 до 150 м (в IV классе), то средняя квадратическая ошибка на 1 км такого хода мало изменяется.

В таком случае можно за единицу меры точности μ принять среднюю квадратическую ошибку хода в 1 км

$$\mu = m_{\text{км}}.$$

Тогда

$$m_F = m_{\text{км}} \sqrt{L_F} \quad (\text{VI.20})$$

и соответственно

$$\left. \begin{aligned} m'_E &= m_{\text{км}} \sqrt{L_E}, \\ m''_E &= m_{\text{км}} \sqrt{L - L_E}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.21})$$

где L — длина хода; L_E — длина звена хода от исходного пункта B до E .

Веса p'_E и p''_E в этом случае будут равны

$$p'_E = \frac{1}{L_E}, \quad (\text{VI.22})$$

$$p''_E = \frac{1}{L - L_E}, \quad (\text{VI.23})$$

т. е. будут обратно пропорциональны длинам звеньев хода от исходных марок до репера, высота которого определяется.

Если в выражение (VI.18) подставить значение весов по формулам (VI.22) и (VI.23), то оно получит вид

$$H_F = H'_E - \frac{f_h}{L} L_E. \quad (\text{VI.24})$$

В этом случае невязка должна быть распределена прямо пропорционально длинам звеньев.

При рассмотрении вопроса об уравнивании одиночного хода было принято во внимание только действие случайных ошибок. Но так как систематические ошибки в ходе нарастают в среднем пропорционально длине хода, то, распределяя невязку в превышении хода, взятую с обратным знаком, пропорционально числу станций или длинам звеньев, одновременно исключают в значительной степени из результатов нивелирования и влияние систематических ошибок.

Вследствие того, что в одиночном нивелирном ходе, опирающемся на исходные реперы или марки, имеется всего одно избыточное измерение, то среднюю квадратическую ошибку превышения по ходу в 1 км определить из уравнивания не представляется возможным; для этой цели приходится использовать разности в суммах превышений в секциях в прямом и обратном направлениях, вычисляемые по формуле (VI.1).

Среднюю квадратическую ошибку среднего превышения по ходу длиной в 1 км можно получить по формуле

$$m_{\text{км}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\left[\frac{d^2}{L} \right]}{n}}, \quad (\text{VI.25})$$

где $\frac{1}{L_i}$ — вес превышения по секции длиной L_i ; n — число разностей.

Если длины секций будут равны между собой, т. е. $L_1 = L_2 = \dots = L_n$, то

$$\frac{\frac{d_1^2}{L_1} + \frac{d_2^2}{L_2} + \dots + \frac{d_n^2}{L_n}}{n} = \frac{[d^2]}{[L]},$$

тогда

$$m_{\text{км}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[d^2]}{[L]}}. \quad (\text{VI.26})$$

Формула (VI.26) может быть использована для контроля.

Средняя квадратическая ошибка наиболее надежного значения уравненной высоты репера согласно теории математической обработки геодезических измерений будет равна

$$M_E = \frac{\mu}{\sqrt{P_E}}, \quad (\text{VI.27})$$

где P_E — вес наиболее надежного значения высоты репера E .
С учетом условия $\mu = m_{\text{км}}$ формула (VI.27) примет вид

$$M_E = \frac{m_{\text{км}}}{\sqrt{P_E}}. \quad (\text{VI.28})$$

Вес наиболее надежного значения высоты репера E будет

$$P_E = p'_E + p''_E \quad (\text{VI.29})$$

или, принимая во внимание формулы (VI.13), (VI.14) и (VI.22), (VI.23),

$$P_E = \frac{1}{k} + \frac{1}{n-k} = \frac{n}{k(n-k)} \quad (\text{VI.30})$$

и

$$P_E = \frac{1}{L_E} + \frac{1}{L-L_E} = \frac{L}{L_E(L-L_E)}. \quad (\text{VI.31})$$

Приведенные выше формулы показывают, что при данном числе штативов n или длине хода L вес P_E изменяется с изменением величины k или L_E . С изменением веса будет изменяться и средняя квадратическая ошибка уравненных высот реперов.

Следовательно, вычисленные высоты реперов будут получены с разной точностью. Наименее надежный результат будет тот, для которого вес P_E окажется минимальным. Минимуму P_E соответствует максимум выражения

$$y = k(n-k). \quad (\text{VI.32})$$

Для отыскания значения k , при котором величина функции y получает максимальное значение, возьмем производную от функции по k и приравняем ее нулю

$$\frac{dy}{dk} = n - 2k = 0,$$

откуда

$$k = \frac{n}{2}. \quad (\text{VI.33})$$

Следовательно, наиболее слабым местом уравненного нивелирного хода является его середина.

Тот же результат получится, если вместо n взять L , т. е.

$$L_E = \frac{L}{2}. \quad (\text{VI.34})$$

Вес высоты репера, расположенного в середине нивелирного хода, после уравнивания будет на основании формул (VI.30), (VI.33) и (VI.31), (VI.34) равен

$$\left. \begin{aligned} P_{E \min} &= \frac{4}{n}, \\ P_{E \min} &= \frac{4}{L}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.35})$$

а средняя квадратическая ошибка согласно формулам (VI.27) и (VI.28)

$$M_{E \min} = \frac{m_h}{\sqrt{P_{E \min}}} = \frac{m_h \sqrt{n}}{2} \quad (\text{VI.36})$$

или

$$M_{E \min} = \frac{m_{\text{км}}}{\sqrt{P_{E \min}}} = \frac{m_{\text{км}} \sqrt{L}}{2}. \quad (\text{VI.37})$$

Из полученных формул следует, что в самом слабом месте нивелирного хода после уравнивания ошибка высоты репера будет в среднем вдвое меньше, чем ошибка высоты конечной точки хода до уравнивания.

Формулы (VI.36) и (VI.37) используют в предварительных расчетах нивелирных ходов при их проектировании. При этом следует учитывать, что если работа будет производиться в равнинной местности, где число штативов на 1 км хода примерно одинаково, веса измеренных превышений определяются обратно пропорционально длинам секций; если же работа будет выполняться во всхолмленной или горной местности, где число штативов на 1 км хода может быть различным, — обратно пропорционально числу штативов (станций). Приведем примеры.

Пример 1. Определить, какую среднюю квадратическую ошибку будет иметь высота репера в самом слабом месте запроектированного нивелирного хода III класса после его уравнивания, если длина хода $L = 50$ км.

Для нивелирования III класса $m_{\text{км}} = 3$ мм. Следовательно, по формуле (VI.37)

$$M_{H \min} = \frac{3 \cdot \sqrt{50}}{2} = 10,5 \text{ мм.}$$

Пример 2. Чему должна быть равна средняя квадратическая ошибка превышения на одной станции нивелирного хода, если ход будет иметь примерно 590 станций, а средняя квадратическая ошибка репера в середине хода должна быть не более 30 мм.

Из формулы (VI.36) определяем

$$m_h = \frac{2M_{\min}}{\sqrt{n}} = \frac{60}{24} = 2,5 \text{ мм.}$$

Рассмотренный выше способ уравнивания одиночного нивелирного хода будет целиком относиться и к уравниванию замкнутого нивелирного хода, представляющего частный случай разомкнутого хода.

§ 38. Уравнивание нивелирной сети с одной узловой точкой

Простейшая нивелирная сеть состоит из трех одиночных ходов, сходящихся в одной узловой точке и опирающихся на исходные марки нивелирования высших классов.

Пусть от марок A, B, C с известными высотами (рис. 42) проложены нивелирные ходы z_1, z_2 и z_3 , сходящиеся в узловой точке N . Ходы имеют измеренные превышения и длину соответственно h_1, h_2, h_3 и L_1, L_2, L_3 . Определим наиболее надежное значение высоты узловой точки N .

По каждому из ходов для высоты точки N можно получить самостоятельное значение

$$H_1 = H_A + h_1,$$

$$H_2 = H_B + h_2,$$

$$H_3 = H_C + h_3.$$

Веса этих значений высот можно получить по формуле (VI.22), подставив вместо L_E длину хода L_i . Однако на практике для удобства вычислений стремятся к тому, чтобы весами были небольшие числа, близкие к единице, поэтому в формуле (VI.22) в числителе вместо единицы берут коэффициент, равный c , удобный для вычислений. С учетом этого замечания формула (VI.22) примет вид

$$p_i = \frac{c}{L_i}. \quad (\text{VI.38})$$

Тогда веса вычисленных значений высот узловой точки N соответственно будут равны

$$p_1 = \frac{c}{L_1}; \quad p_2 = \frac{c}{L_2}; \quad p_3 = \frac{c}{L_3}.$$

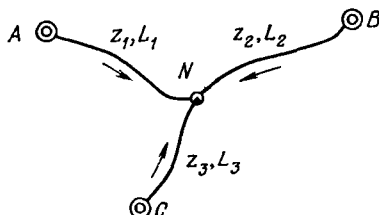


Рис. 42

Из трех неравноточных значений вычисленных высот наиболее надежная величина определится как среднее весовое по формуле

$$H = \frac{H_1 p_1 + H_2 p_2 + H_3 p_3}{p_1 + p_2 + p_3}.$$

При вычислении по этой формуле ей удобно, выделяя приближенное значение H_0 искомой высоты, придать вид

$$H = H_0 + \frac{[\epsilon p]}{[p]}, \quad (\text{VI.39})$$

где ϵ_i — остатки, равные

$$\epsilon_i = H_i - H_0. \quad (\text{VI.40})$$

Составив разности

$$H - H_1 = v_1,$$

$$H - H_2 = v_2,$$

$$H - H_3 = v_3,$$

получим поправки (или невязки с обратным знаком) нивелирных ходов, которые и распределим затем в каждом ходе по правилам одиночного нивелирного хода.

Найденные поправки контролируем равенством

$$[pv] = 0 \quad (\text{VI.41})$$

или при наличии ошибок округлений

$$|[pv]| \leq \beta [p], \quad (\text{VI.42})$$

где β — предельная ошибка округления при вычислении поправок.

Оценку точности полевых измерений произведем, используя величины v . Среднюю квадратическую ошибку единицы веса найдем по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-k}}, \quad (\text{VI.43})$$

где n — число нивелирных ходов; k — число узловых точек.

Величина μ , полученная по формуле (VI.43), представит собой среднюю квадратическую ошибку превышения по ходу в c км.

Надежность ошибки единицы веса находим по выражению

$$m_{m_\mu} = \frac{\mu}{\sqrt{2(n-k)}}. \quad (\text{VI.44})$$

Средняя квадратическая ошибка превышения по ходу в 1 км определится по формуле

$$m_{\text{км}} = \frac{\mu}{\sqrt{c}}. \quad (\text{VI.45})$$

Среднюю квадратическую ошибку уравненного наиболее надежного значения высоты узловой точки получим по формуле

$$M_{H_i} = \frac{\mu}{\sqrt{P_{H_i}}}, \quad (\text{VI.46})$$

где

$$P_{H_i} = p_1 + p_2 + \dots + p_n. \quad (\text{VI.47})$$

Средняя квадратическая ошибка самой ошибки уравненного значения высоты репера будет равна

$$m_{M_{H_i}} = \frac{m_\mu}{\sqrt{P_{H_i}}}. \quad (\text{VI.48})$$

§ 39. Уравнивание нивелирной сети способом эквивалентной замены

Пусть требуется произвести уравнивание нивелирной сети с двумя узловыми точками, в которой измерены превышения h_1 , h_2 , h_3 , h_4 и h_5 соответственно по ходам L_1 , L_2 , L_3 , L_4 и L_5 (рис. 43, а).

Определим сначала высоту точки E по ходам z_1 и z_2 . На основании выводов, сделанных в предыдущем параграфе, можно записать

$$H_1 = H_A + h_1 \text{ с весом } p_1 = \frac{c}{L_1},$$

$$H_2 = H_B + h_2 \text{ с весом } p_2 = \frac{c}{L_2}$$

и значение высоты из двух ходов, которое обозначим $H_{1,2}$,

$$H_{1,2} = \frac{H_1 p_1 + H_2 p_2}{p_1 + p_2}. \quad (\text{VI.49})$$

Вес высоты $H_{1,2}$, обозначенный соответственно $p_{1,2}$, будет равен

$$p_{1,2} = p_1 + p_2. \quad (\text{VI.50})$$

Но на основании формулы (VI.38) можно также записать

$$p_{1,2} = \frac{c}{L_{1,2}}, \quad (\text{VI.51})$$

где $L_{1,2}$ выражает длину воображаемого одиночного нивелирного хода, по которому высота получается с весом $p_{1,2}$.

Длина этого хода, который назовем эквивалентным (или равнозначным), будет равна

$$L_{1,2} = \frac{c}{p_{1,2}}. \quad (\text{VI.52})$$

Обозначим этот ход $z_{1,2}$.

Таким образом, эквивалентным называется воображаемый нивелирный ход ($z_{1,2}$), заменяющий два (или несколько) действитель-

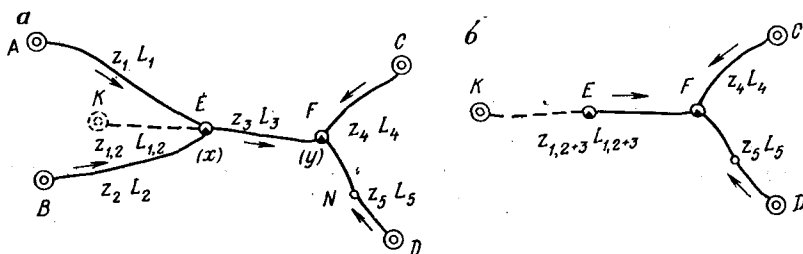


Рис. 43

ных хода (z_1 и z_2); вес эквивалентного хода равен сумме весов ходов, его составляющих, а высота репера по эквивалентному ходу будет получена с тем же значением и с той же точностью, как и по действительным ходам (z_1 и z_2).

Замена нескольких ходов одним эквивалентным ходом позволяет свести сеть с несколькими узловыми точками к сети с одной узловой точкой, уравнивание которой рассмотрено в § 38.

Действительно, после замены ходов z_1 и z_2 эквивалентным ходом $z_{1,2}$ можно получить сеть с одной узловой точкой F . Прибавив к эквивалентному ходу $z_{1,2}$ с длиной $L_{1,2}$ действительный ход z_3 с длиной L_3 , получим сложный одиночный ход $z_{1,2+3}$ с длиной $L_{1,2+3}$, равной

$$L_{1,2+3} = L_{1,2} + L_3. \quad (VI.53)$$

После этого будем иметь сеть с одной узловой точкой F (рис. 43, б), в которой сходятся три хода: сложный $z_{1,2+3}$, состоящий из эквивалентного хода $z_{1,2}$ и действительного хода z_3 , и ходы z_4 и z_5 .

Получим значения высот точки F по перечисленным выше ходам:

$$H_{1,2+3} = H_{1,2} + h_3 \text{ с весом } p_{1,2+3} = \frac{c}{L_{1,2+3}};$$

$$H_4 = H_C + h_4 \text{ с весом } p_4 = \frac{c}{L_4};$$

$$H_5 = H_D + h_5 \text{ с весом } p_5 = \frac{c}{L_5}.$$

Из трех неравноточных значений определим наиболее надежное значение как среднее весовое

$$H_F = \frac{H_{1,2+3}p_{1,2+3} + H_4p_4 + H_5p_5}{p_{1,2+3} + p_4 + p_5}.$$

Полученная по формуле высота H_F будет окончательной (ураченной) высотой узловой точки F , так как в ее образовании участвовали превышения, измеренные по всем пяти ходам сети.

Разности

$$\left. \begin{aligned} H_F - H_{1,2+3} &= v_{1,2+3}, \\ H_F - H_4 &= v_4, \\ H_F - H_5 &= v_5 \end{aligned} \right\} \quad (VI.54)$$

выразят поправки соответствующих нивелирных ходов.

Поправку $v_{1,2+3}$ распределим на отдельные части сложного хода $z_{1,2}$ и z_3 пропорционально их длинам $L_{1,2}$ и L_3

$$\left. \begin{aligned} v_{1,2} &= \frac{v_{1,2+3}}{L_{1,2+3}} L_{1,2}, \\ v_3 &= \frac{v_{1,2+3}}{L_{1,2+3}} L_3. \end{aligned} \right\} \quad (VI.55)$$

Для нахождения окончательного значения высоты H_E точки E предварительную высоту этой точки $H_{1,2}$ исправим поправкой $v_{1,2}$. Эта поправка представляет собой дополнительное влияние измеренных превышений по ходам 3, 4, 5 на величину высоты точки E

$$H_E = H_{1,2} + v_{1,2}. \quad (VI.56)$$

Разности

$$H_E - H_1 = v_1,$$

$$H_E - H_2 = v_2$$

дадут поправки отдельно на ходы z_1 и z_2 .

Найденные поправки действительных ходов контролируем или по равенствам (VI.41) и (VI.42), или сравнением по полигонам * суммы поправок с вычисленной невязкой.

Уравнивание одиночных ходов $z_1, z_2, \dots, z_5$, входящих в сеть, произведем, распределяя поправки, полученные в каждом ходе $v_1, v_2, \dots, v_5$, на превышения его секции по правилам уравнивания одиночных нивелирных ходов.

Оценку точности полевых измерений выполним по формулам (VI.43), (VI.44) и (VI.45).

Средние квадратические ошибки уравненных значений высот узловых точек находим по формулам (VI.46) и (VI.48).

Вес уравненной высоты точки F равен

$$P_{HF} = p_{1, 2+3} + p_4 + p_5. \quad (VI.57)$$

Для определения веса уравненной высоты точки E следует заменить ходы z_4 и z_5 эквивалентным ходом $z_{4,5}$ и свести представленную сеть к сети с одной узловой точкой E , в которой будут сходиться ходы $z_{4,5+3}, z_1$ и z_2 . Сначала получим

$$p_{4, 5} = p_4 + p_5; \quad L_{4, 5} = \frac{c}{p_{4,5}}.$$

Затем к длине эквивалентного хода $L_{4,5}$ прибавим длину третьего хода L_3 и определим вес сложного хода $L_{4,5+3}$, т. е.

$$L_{4,5+3} + L_{4,5} + L_3; \quad p_{4,5+3} = \frac{c}{L_{4,5+3}}.$$

Вес уравненного значения высоты узловой точки E будет равен

$$p_E = p_1 + p_2 + p_{4, 5+3}. \quad (VI.58)$$

Рассмотренный способ уравнивания носит название способа эквивалентной замены. Этот способ можно применять и к случаю, когда в сети узловых точек больше двух. Например, в нивелирной сети простой структуры, показанной на рис. 44, можно способом эквивалентной замены временно исключить замкнутые полигоны, заменив ходы z_2, z_3 и z_4 соответствующим ходом $z_{2,3,4}$. При этом веса превышений по ходам определяются выражением

$$p_i = \frac{c}{n_i},$$

где n_i — число станций в ходе.

* О полигонах подробно излагается в § 41.

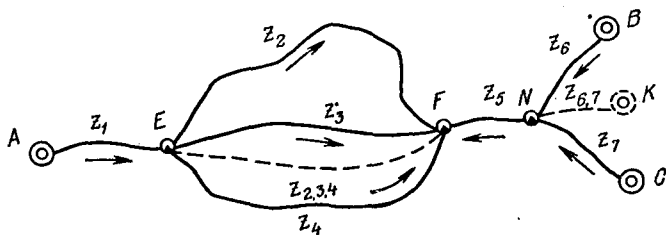


Рис. 44

Превышение по эквивалентному ходу $z_{2,3,4}$ получим как среднее весовое

$$h_{2,3,4} = \frac{h_2 p_2 + h_3 p_3 + h_4 p_4}{p_2 + p_3 + p_4}.$$

Вес превышения по эквивалентному ходу определим как сумму весов превышений по ходам

$$p_{2,3,4} = p_2 + p_3 + p_4,$$

а число станций в эквивалентном ходе найдем из выражения

$$n_{2,3,4} = \frac{c}{p_{2,3,4}}.$$

После такой эквивалентной замены получим сеть с одной узловой точкой, в которой сходятся три одиночных хода: $z_{1+2,3,4+5}$ и z_6 и z_7 .

Для нивелирных сетей сложной структуры, содержащих замкнутые полигоны-треугольники (рис. 45), Д. С. Шеин разработал методику эквивалентных преобразований «треугольник — звезда» и «звезда — треугольник». Как показал опыт, теоретически преобразования очень интересны, но практически весьма громоздки и неудобны. Уравнивание способом эквивалентной замены сетей очень сложной структуры, содержащих большое число узловых пунктов и замкнутых полигонов-треугольников (или полигонов-четырёхугольников и т. п.), вообще невыполнимо. Отмеченные обстоятельства являются недостатком этого способа уравнивания.

Способ эквивалентной замены может быть использован и в предварительных расчетах точности сетей простой структуры, так как позволяет, не производя уравнительных вычислений получить веса высот реперов сети. Это следует иметь в виду при проектировании сетей. Например, для оценки точности высоты промежуточного репера N (см. рис. 43, а) необходимо еще ходы $z_{1,2+3}$ и z_4 (см. рис. 43, б) заменить эквивалентным ходом $z_{(1,2+3),4}$ и образовать одиночный ход OFD (рис. 46), после чего вес высоты репера N , находящегося на этом ходе, найти из расчета

$$P_N = \frac{1}{ON} + \frac{1}{DN}.$$

Вес высоты репера, расположенного в самом слабом месте хода, т. е. в середине его, после уравнивания согласно формулам (VI.35) будет равен

$$P_{H_{\min}} = \frac{4}{n_{OD}},$$

или

$$P_{H_{\min}} = \frac{4}{L_{OD}}.$$

Если необходимо определить вес репера, расположенного в самом слабом месте сети, необходимо, произведя эквивалентную замену, получить все возможные варианты одиночного нивелирного хода и выбрать из них тот, длина которого будет наибольшей. Полученную величину следует подставить в формулу (VI.35).

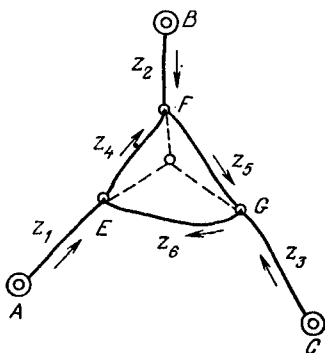


Рис. 45

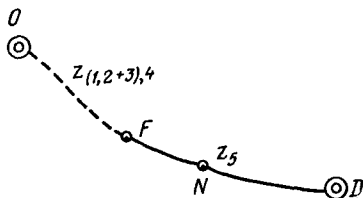


Рис. 46

§ 40. Уравнивание нивелирной сети способом последовательных приближений

Разработанный проф. В. В. Поповым способ уравнивания, названный им "способом узлов", получил большое распространение в варианте с решением составляемых нормальных уравнений способом последовательных приближений, вследствие чего и сам способ получил соответствующее название.

Рассмотрим нивелирную сеть, изображенную на рис. 43, а. Соответственно параметрическому способу метода наименьших квадратов обозначим неизвестные высоты точек E и F через x и y и для пяти ходов сети, направление которых показано стрелкой, составим пять параметрических уравнений поправок

$$\left. \begin{aligned} x - H_A - h_1 &= v_1, \\ x - H_B - h_2 &= v_2, \\ y - x - h_3 &= v_3, \\ y - H_C - h_4 &= v_4, \\ y - H_D - h_5 &= v_5. \end{aligned} \right\} \quad (VI.59)$$

9. Наложив на величины v условие

$$[pv^2] = \min,$$

согласно правилам, указанного метода по числу неизвестных получим два нормальных уравнения, которые в свернутом виде запишутся так:

$$[pav] = 0; [pbv] = 0. \quad (\text{VI.60})$$

Запишем уравнения (VI.60) почленно, учитывая, что в данном случае все коэффициенты при x и y в уравнениях поправок (VI.59) равны ± 1 :

$$\left. \begin{aligned} p_1 v_1 + p_2 v_2 - p_3 v_3 &= 0, \\ p_3 v_3 + p_4 v_4 + p_5 v_5 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.61})$$

Рассматривая уравнения (VI.61), видим, что в первом уравнении величины поправок v берутся только для тех ходов, которые начинаются или оканчиваются в узловой точке E , а во втором — которые начинаются или оканчиваются в точке F .

Перепишем первое уравнение (VI.61) в виде

$$p_1 v_1 + p_2 v_2 + p_3 (-v_3) = 0. \quad (\text{VI.62})$$

В этом уравнении $(-v_3)$ — искомая поправка хода, идущего из точки F в точку E . Тогда уравнения (VI.61) в свернутом виде можно записать так:

$$[pv]_E = 0; [pv]_F = 0. \quad (\text{VI.63})$$

Уравнения (VI.62) и (VI.63) указывают, что в данном случае x и y определены из весовой арифметической середины, так как по теории ошибок алгебраическая сумма произведений поправок v , являющихся разностью между значением, полученным по формуле весового среднего, и каждым вычисленным, на соответствующие веса равна нулю при любом числе измерений.

Следовательно, можно написать

$$x = \frac{p_1 (H_A + h_1) + p_2 (H_B + h_2) + p_3 (y - h_3)}{p_1 + p_2 + p_3}, \quad (\text{VI.64})$$

$$y = \frac{p_3 (x + h_3) + p_4 (H_C + h_4) + p_5 (H_D + h_5)}{p_3 + p_4 + p_5}. \quad (\text{VI.65})$$

По выражениям (VI.64) и (VI.65) непосредственно получить неизвестные, т. е. высоты узловых точек E и F , нельзя, так как они входят и в левую, и в правую часть, но эти выражения можно использовать для вычисления неизвестных способом последовательных приближений.

Первое приближение высоты H'_E точки E можно определить по формуле (VI.64), полагая, что $H'_F = 0$, и не учитывая в знаменателе p_3 ,

$$H'_E = \frac{p_1 (H_A + h_1) + p_2 (H_B + h_2)}{p_1 + p_2}. \quad (\text{VI.66})$$

Первое приближение высоты H'_F точки F определим по формуле (VI.64) с учетом уже полученного по формуле (VI.65) значения H'_E

$$H'_F = \frac{p_3(H'_E + h_3) + p_4(H_C + h_4) + p_5(H_D + h_5)}{p_3 + p_4 + p_5}. \quad (\text{VI.67})$$

Второе приближение высот точек E и F находим из выражений

$$H''_E = \frac{p_1(H_A + h_1) + p_2(H_B + h_2) + p_3(H'_F - h_3)}{p_1 + p_2 + p_3}, \quad (\text{VI.68})$$

$$H''_F = \frac{p_3(H''_E + h_3) + p_4(H_C + h_4) + p_5(H_D + h_5)}{p_3 + p_4 + p_5}. \quad (\text{VI.69})$$

От второго приближения переходим к третьему, четвертому и т. д.

Вычисления продолжаются до тех пор, пока новое приближение не даст практически (в пределах точности округлений) такие же результаты, как и предыдущие.

Первое приближение высот точек E и F можно получить не только по выражениям (VI.64) и (VI.65), но и как

$$H'_E = H_A + h_1 \text{ или } H'_E = H_B + h_2,$$

$$H'_F = H_C + h_4 \text{ или } H'_F = H_D + h_5;$$

для конечной цели это не имеет значения, однако число приближений при этом увеличится.

На практике при применении этого способа используют формулу среднего весового вида (VI.39), причем для сокращения вычислительной работы сумму весов в каждой группе ходов, примыкающих к узловой точке, приравнивают единице. Для этого каждое из значений веса хода делят на сумму весов группы ходов.

В общем случае формулу можно записать так:

$$p'_i = \frac{p_i}{[p]_{\text{узла}}}. \quad (\text{VI.70})$$

Значения p'_i называют приведенными к единице весами, так как $[p'] = 1$.

С указанными преобразованиями формула (VI.39) примет вид

$$H = H_0 + [ep']. \quad (\text{VI.71})$$

Оценку точности полевых измерений в способе последовательных приближений производят по тем же формулам, что и в способе эквивалентной замены.

Оценка точности уравненных значений в этом способе затруднена. Веса уравненных высот узловых точек можно найти или способом эквивалентной замены, или способом приближений, предложенным доц. В. П. Козловым, по следующим общим формулам:

из первого приближения

$$F'_{H_i} = [p]_i - \frac{p_{iE}^2}{[p]_E} - \frac{p_{iF}^2}{[p]_F} - \dots - \frac{p_{iK}^2}{[p]_K}, \quad (\text{VI.72})$$

где $[p]_i$ — сумма весов измеренных превышений ходов, сходящихся в узловой точке i ; p_{iE} , p_{iF} , ..., p_{iK} — веса измеренных превышений отдельных ходов, являющихся связующими между узловой точкой и соседними узловыми точками E , F , ..., K (за исключением марок и реперов исходных пунктов); $[p]_E$, $[p]_F$, ..., $[p]_K$ — суммы весов измеренных превышений по ходам, сходящимся в узловых точках E , F , ..., K , с которыми узловая точка i имеет связующие ходы;

из второго приближения

$$F''_{H_i} = [p]_i - \frac{p_{iE}^2}{P'_{HE}} - \frac{p_{iF}^2}{P'_{HF}} - \dots - \frac{p_{iK}^2}{P'_{HK}}, \quad (\text{VI.73})$$

где P'_{HE} , P'_{HF} , ..., P'_{HK} — веса высот узловых точек E , F , ..., K , с которыми узловая точка i имеет связующие ходы, вычисленные в первом приближении по формуле (VI.72).

Веса высот узловых реперов в сложных сетях со значительным числом узловых точек, вычисленные по формулам (VI.72) и (VI.73) и по строгим формулам метода наименьших квадратов, могут различаться в пределах 15—20 %.

§ 41. Уравнивание нивелирной сети способом полигонов В. В. Попова непосредственно на чертеже сети

При уравнивании нивелирной сети по методу наименьших квадратов коррелятным способом проф. В. В. Попов предложил, минуя процесс составления условных уравнений, получать нормальные уравнения коррелят и коррелятные уравнения поправок сразу по чертежу сети, * назвав свой способ способом полигонов **.

Он разработал также способ, который позволяет получить значения поправок в суммарные превышения по ходам, образующим полигон, не составляя нормальных уравнений коррелят и не вычисляя коррелят. Этот способ сводится к последовательному распределению невязок в каждом полигоне пропорционально обратным весам отдельных ходов, входящих в полигон. Уравнивание в этом случае производится непосредственно на чертеже сети.

Возьмем свободную нивелирную сеть, состоящую из трех полигонов (рис. 47). Обозначим длины ходов, входящих в один полигон, через L_1 , L_2 , L_3 , а длины ходов, входящих сразу в два

* Попов В. В. Уравнивание полигонов. М., Геодезиздат, 1958.

** Этот способ изучается в курсе теории математической обработки геодезических измерений в разделе «Метод наименьших квадратов».

полигона, — через $L_{1,2}$, $L_{1,3}$ и $L_{2,3}$. Индексы 1, 2, 1,3 и 2,3 указывают номера полигонов, в которые входит данный ход.

Пусть невязки в полигонах равны: в первом f_I , во втором f_{II} , в третьем f_{III} , а общие периметры полигонов соответственно $[L]_I$, $[L]_{II}$, $[L]_{III}$ получены по формулам

$$\left. \begin{aligned} [L]_I &= L_{1,2} + L_{1,3} + L_{2,3}; \\ [L]_{II} &= L_{1,2} + L_{2,3} + L_{3,1}; \\ [L]_{III} &= L_{1,3} + L_{2,3} + L_{3,1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.74})$$

Согласно коррелятному способу уравнивания нормальные уравнения коррелят для трех полигонов будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} [L]_I k_1 - L_{1,2} k_2 - L_{1,3} k_3 + f_I &= 0; \\ -L_{1,2} k_1 + [L]_{II} k_2 - L_{2,3} k_3 + f_{II} &= 0; \\ -L_{1,3} k_1 - L_{2,3} k_2 + [L]_{III} k_3 + f_{III} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.75})$$

В. В. Попов доказал, что, применяя к решению системы линейных уравнений (VI. 75) способ последовательных приближений, можно постепенно свести свободные члены этих уравнений (невязки полигонов) до такой малой величины, которую можно считать практически равной нулю.

После определения в первом приближении из уравнений (VI.75) неизвестных k_1 , k_2 и k_3 путем деления свободного члена на квадра-

тичный коэффициент и подстановки найденных приближенных значений опять в уравнения свободные члены последних преобразуются к виду

$$\left. \begin{aligned} f'_I &= \frac{L_{1,2}}{[L]_{II}} f_{II} + \frac{L_{1,3}}{[L]_{III}} f_{III}; \\ f'_{II} &= \frac{L_{1,2}}{[L]_I} f_I + \frac{L_{2,3}}{[L]_{III}} f_{III}; \\ f'_{III} &= \frac{L_{1,3}}{[L]_I} f_I + \frac{L_{2,3}}{[L]_{II}} f_{II}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.76})$$

Рис. 47

Величины новых «вторичных» невязок f'_I , f'_{II} и f'_{III} будут меньше, чем первоначальные f_I , f_{II} , f_{III} . Это видно из следующего. Сложив почленно равенства (VI.76) и учтя соотношения (VI.74) получим

$$\begin{aligned} f'_I + f'_{II} + f'_{III} &= f_I \left(1 - \frac{L_{2,3}}{[L]_{II}} \right) + f_{II} \left(1 - \frac{L_{1,3}}{[L]_{III}} \right) + \\ &+ f_{III} \left(1 - \frac{L_{1,2}}{[L]_{III}} \right). \end{aligned} \quad (\text{VI.77})$$

После второго приближения свободные члены уравнений примут вид

$$\left. \begin{aligned} f''_I &= \frac{L_{1,2}}{[L]_{II}} f'_I + \frac{L_{1,3}}{[L]_{III}} f'_{III}; \\ f''_{II} &= \frac{L_{1,2}}{[L]_I} f'_I + \frac{L_{2,3}}{[L]_{III}} f'_{III}; \\ f''_{III} &= \frac{L_{1,3}}{[L]_I} f'_I + \frac{L_{2,3}}{[L]_{II}} f'_{II}. \end{aligned} \right\} \quad (VI.78)$$

Образовавшиеся невязки f''_I , f''_{II} , f''_{III} будут еще меньше по сравнению с первоначальными невязками f_I , f_{II} , f_{III} .

После m -го приближения получаются в конце концов уравнения, свободные члены которых можно будет считать ничтожно малыми и приравнять нулю.

Составим из полученных в процессе преобразований по формулам (VI.76), (VI.78), ... невязок суммы

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{L_1}{[L]_I} f_I + \frac{L_1}{[L]_I} f'_I + \frac{L_1}{[L]_I} f''_I + \dots; \\ S_2 &= \frac{L_2}{[L]_{II}} f_{II} + \frac{L_2}{[L]_{II}} f'_{II} + \frac{L_2}{[L]_{II}} f''_{II} + \dots; \\ S_3 &= \frac{L_3}{[L]_{III}} f_{III} + \frac{L_3}{[L]_{III}} f'_{III} + \frac{L_3}{[L]_{III}} f''_{III} + \dots; \\ S_{1,2} &= \frac{L_{1,2}}{[L]_I} f_I + \frac{L_{1,2}}{[L]_I} f'_I + \frac{L_{1,2}}{[L]_I} f''_I + \dots; \\ S_{2,1} &= \frac{L_{1,2}}{[L]_{II}} f_{II} + \frac{L_{1,2}}{[L]_{II}} f'_{II} + \frac{L_{1,2}}{[L]_{II}} f''_{II} + \dots; \\ S_{1,3} &= \frac{L_{1,3}}{[L]_I} f_I + \frac{L_{1,3}}{[L]_I} f'_I + \frac{L_{1,3}}{[L]_I} f''_I + \dots; \\ S_{3,1} &= \frac{L_{1,3}}{[L]_{III}} f_{III} + \frac{L_{1,3}}{[L]_{III}} f'_{III} + \frac{L_{1,3}}{[L]_{III}} f''_{III} + \dots; \\ S_{2,3} &= \frac{L_{2,3}}{[L]_{II}} f_{II} + \frac{L_{2,3}}{[L]_{II}} f'_{II} + \frac{L_{2,3}}{[L]_{II}} f''_{II} + \dots; \\ S_{3,2} &= \frac{L_{2,3}}{[L]_{III}} f_{III} + \frac{L_{2,3}}{[L]_{III}} f'_{III} + \frac{L_{2,3}}{[L]_{III}} f''_{III} + \dots. \end{aligned} \right\} \quad (VI.79)$$

Каждая из фигурирующих здесь величин $\frac{L_1}{[L]_I}$, $\frac{L_{1,2}}{[L]_I}$, $\frac{L_{1,3}}{[L]_{III}}$ и т. п. представляет собой отношение числа, обратного весу хода, к соответствующему суммарному для всего полигона числу. Эти величины называют **красными числами**.

Как доказал В. В. Попов, по полученным суммам S_1 , S_2 , ..., $S_{3,2}$ можно вычислить непосредственно поправки на каждый ход полигона. Так, поправка на ход AB (см. рис. 47), входящий

только в один первый полигон, будет равна сумме S_1 , взятой с обратным знаком, т. е.

$$v_{AB} = -S_1, \quad (\text{VI.80})$$

на ходы BC и CA — соответственно

$$v_{BC} = -S_2, \quad (\text{VI.81})$$

$$v_{CA} = -S_3. \quad (\text{VI.82})$$

Поправка на смежный ход, входящий в два полигона, будет равна разности сумм. Например, для хода BD , входящего в полигон I , поправка равна

$$v_{BD} = S_{2,1} - S_{1,2}, \quad (\text{VI.83})$$

для хода DB , входящего в полигон II ,

$$v_{DB} = S_{1,2} - S_{2,1}. \quad (\text{VI.84})$$

Аналогично для ходов DA и AD , входящих в полигоны I и II , и ходов CD и DC , входящих в полигоны II и III , можно написать

$$v_{DA} = S_{3,1} - S_{1,3}; \quad v_{AD} = S_{1,3} - S_{3,1};$$

$$v_{CD} = S_{3,2} - S_{2,3}; \quad v_{DC} = S_{2,3} - S_{3,2}.$$

В общем, уравнивание сети полигонов способом последовательных приближений сводится к следующим действиям:

1) по мере последовательного получения невязок f , f' , f'' , f''' и т. д. их умножают на соответствующие красные числа, и таким путем образуются слагаемые как для формул (VI.76), (VI.78) и др., по которым получают последующие невязки f в зависимости от предыдущих невязок, так и для формул (VI.79);

2) по мере получения произведений вида «невязка, умноженная на соответствующее красное число», вычисляются по формулам (VI.76), (VI.78) и др. последующие невязки в зависимости от предыдущих;

3) когда невязки всех полигонов уменьшатся до нуля или пренебрегаемо малой величины, вычисляются суммы S по формулам (VI.79);

4) по полученным величинам S по формулам вида (VI.80)—(VI.84) и др. вычисляются суммарные поправки на ходы.

Способ полигонов В. В. Попова можно применить и к уравниванию «нивелирной» сети, опирающейся на исходные марки или реперы и состоящей как из замкнутых, так и разомкнутых полигонов. Но в этом случае следует разомкнутые полигоны как бы «доставлять» до замкнутых, соединяя исходные марки воображаемым ходом.

Число независимых полигонов в такой сети подсчитывается по формуле

$$r = N + T - 1, \quad (\text{VI.85})$$

или

$$r = n - k, \quad (VI.86)$$

где N — число замкнутых полигонов; T — число исходных марок или реперов; n — число всех измерений; k — число необходимых измерений (число узловых точек); $n - k$ — число избыточных измерений.

При обозначении полигонов на чертеже сети следует учитывать, что каждый последующий полигон по сравнению с предыдущими должен содержать новый элемент: или ход, или исходную марку (репер). Разомкнутые полигоны выбирают так, чтобы каждый полигон по возможности содержал меньшее число ходов (для сокращения вычислительной работы).

Все вычисления по способу полигонов В. В. Попова производят непосредственно на чертеже сети.*

§ 42. Составление каталога высот пунктов

По окончании вычислений все материалы должны быть систематизированы и оформлены.

К ведомостям превышений прикладывают схему нивелирования и составляют пояснения, которые должны содержать общие сведения (район работ, класс нивелирования, год производства работ, географическое и административное положение объекта, объем работ, сведения о приборах), характеристику точности полевых работ (средняя квадратическая ошибка на 1 км хода или полученные невязки с указанием соответствия их допускам). Все листы, схемы, папки с подобранными материалами должны быть оформлены в соответствии с требованиями нормативных документов.

Каталоги высот пунктов нивелирования составляют по линиям отдельно на каждый завершенный объект. В каталог включают все вновь проложенные на данном объекте линии, а также и те, которые были выполнены в прежние годы и уравнены совместно с вновь выполненным нивелированием. В каталог, кроме постоянных пунктов, включаются все надежно закрепленные на местности временные реперы.

* Примеры имеются в работах [52], [53].

Раздел 3.

ПОЛИГОНОМЕТРИЯ

Глава VII.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЯХ

§ 43. Виды и назначение геодезических сетей

Геодезические сети составляют исходную плановую и высотную основу; они разделяются на плановые и высотные сети.

Плановыми геодезическими сетями называются аналитические линейно-угловые построения на земной поверхности или в около-

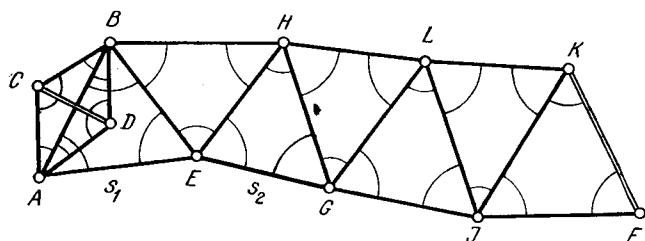


Рис. 48

земном пространстве, надежно закрепленные на местности. Пункты таких построений имеют координаты, вычисленные в единой системе координат. В зависимости от формы построений и непосредственно измеряемых элементов различают следующие основные методы создания геодезических сетей.

1. **Т р и а н г у л я ц и я** — построение на местности сети замыкающих друг к другу треугольников со всеми измеренными углами и некоторыми из сторон (рис. 48). Если сторона измерена непосредственно, она называется *б а з и с н о й* (FK); если сторона получена из дополнительного построения — *базисной* сети, она называется *выходной* *стороной* *базисной* *сети* (AB). В базисной сети непосредственно измеряется короткая диагональ — *б а з и с* (CD) и все углы.

Координаты исходного пункта звена и азимут выходной стороны определяют из астрономических наблюдений. Длины и азимуты (или дирекционные углы) всех остальных сторон, а также координаты вершин на поверхности принятого эллипсоида или на плоскости проекции Гаусса получают из вычислений. Вершины

сети треугольников называют пунктами триангуляции.

Для построения свободной сети триангуляции в качестве исходных данных достаточно иметь один пункт с исходными координатами, длину одной из сторон и азимут (дирекционный угол) этой стороны или два пункта с исходными координатами.

2. Трилатерация — построение на местности сети прилегающих друг к другу треугольников со всеми измеренными

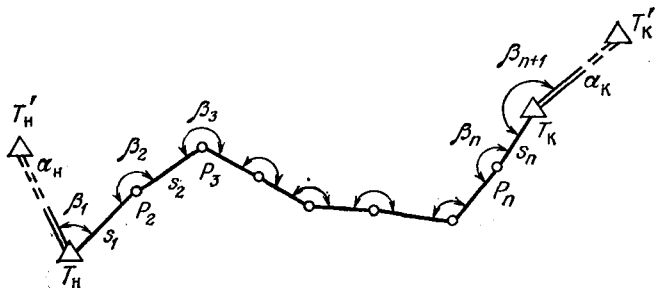


Рис. 49

сторонами. Координаты вершин треугольников и дирекционные углы сторон получают из вычислений. Вершины треугольников сети трилатерации называют пунктами трилатерации.

Для построения свободной сети трилатерации в качестве исходных данных достаточно иметь координаты исходного пункта и исходный дирекционный угол стороны сети.

3. Полигонометрия — построение на местности системы ломаных линий, в которой измерены все отрезки линий s (рис. 49) и горизонтальные углы β между отрезками. Ломаную линию называют ходом, отрезок s — стороной или линией, горизонтальный угол между отрезками — углом поворота. Вершины полигонометрических ходов называют пунктами полигонометрии.

Одиночный полигонометрический ход по форме может быть разомкнутым (см. рис. 49) или замкнутым (рис. 50) в виде замкнутого многоугольника (полигона). Если ход по форме близок к прямой линии, то он называется вытянутым, в противном случае его называют изогнутым.

Система связанных между собой ходов образует полигонометрическую сеть. В сети имеются узловые пункты

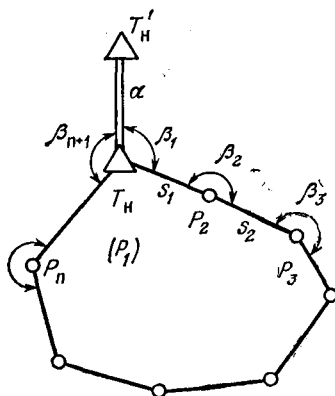


Рис. 50

(пункты, в которых сходится не менее трех ходов), замкнутые и разомкнутые полигоны. Отдельный ход между двумя узловыми пунктами или между исходным пунктом и узловой точкой называют **з в е н о м**.

Для построения свободной сети полигонометрии в качестве исходных данных достаточно иметь координаты исходного пункта и исходный дирекционный угол стороны. По этим данным и результатам измерений можно вычислить координаты всех остальных пунктов полигонометрического хода или полигонометрической сети.

Пункты геодезических сетей на местности закрепляют подземными сооружениями — **ц е н т р а м и**. Для обеспечения видимости между смежными пунктами над их центрами строят геодезические знаки — пирамиды, сигналы, высоты которых относительно поверхности земли определяют, исходя из условий местности.

Перечисленные методы создания плановых геодезических сетей взаимозаменяемы, поскольку могут обеспечить одинаковую точность определяемых координат. Целесообразность применения того или иного метода определяется в зависимости от условий местности и экономических соображений.

Сравнение метода полигонометрии с методом триангуляции можно сделать на примере рис. 48.

Пусть на равнинной залесенной местности проложен триангуляционный ряд, с помощью которого определяются координаты точки F относительно точки A . Если отбросить точки B, H, L, K , то получится полигонометрический ход $AEGJF$, с помощью которого также можно получить координаты пункта F относительно A .

Следовательно, для передачи координат от пункта A на пункт F методом полигонометрии необходимо:

а) построить в два раза меньше пунктов, чем методом триангуляции (при той же средней длине сторон s);

б) достаточно обеспечить взаимную видимость между пунктами только по ходу, а не между всеми смежными пунктами ряда триангуляции, вследствие чего отпадает необходимость в постройке знаков и, следовательно, потребуется измерять только углы поворота по ходу, а не все углы на каждом пункте;

в) в полигонометрии можно уменьшить длины сторон s до значительно меньших размеров, чем в триангуляции, что позволяет лучше использовать условия местности, например размещать пункты не только на высотах, как это делается при развитии триангуляции.

Кроме того, при последующем сгущении геодезической сети в закрытой равнинной местности выполнять привязку к пунктам полигонометрии значительно проще, чем к редко расположенным пунктам триангуляции.

Перечисленные выше преимущества полигонометрического метода по сравнению с методом триангуляции относятся к достоин-

ствам полигонометрии. Однако этот метод имеет и недостатки: методом полигонометрии опорными пунктами обеспечивается только узкая полоса по ходу; этот метод требует большого объема работ по линейным измерениям.

Последний недостаток может быть отнесен и к методу трилатерации. Следует отметить, что современные методы измерения расстояний при помощи светодальномеров и радиодальномеров в значительной мере увеличили достоинства полигонометрии и сделали возможным применение метода трилатерации для построения геодезических сетей.

Высотные геодезические сети создаются методом нивелирования.

Геодезические сети необходимы для обеспечения основ топографических съемок всех масштабов, а также для решения народнохозяйственных, научных, инженерно-технических и оборонных задач.

Следует отметить, что в последние годы для обеспечения съемок масштаба 1 : 25 000 и мельче успешно применяются радиогеодезические методы создания сетей, а для различных специальных целей (связи материков и др.) — методы космической геодезии с использованием искусственных спутников Земли.

§ 44. Основные положения и принципы развития геодезических сетей

Геодезические сети в СССР развиваются по единой программе, в основу которой положены следующие положения и принципы.

1. Развитие геодезических сетей осуществляется по принципу «от общего к частному» — от классов с наивысшей точностью геодезических измерений к последующим классам. Соответственно этому геодезические сети подразделяются на государственные геодезические сети, сети сгущения и съемочные сети.

Государственная геодезическая сеть является главной геодезической основой топографических съемок всех масштабов и используется при решении инженерно-технических и научных задач, связанных с изучением нашей планеты. Требования к построению государственной геодезической сети изложены в Основных положениях о построении государственной геодезической сети СССР.

Государственная геодезическая сеть СССР подразделяется на четыре класса (1, 2, 3 и 4), различающихся между собой точностью измерения углов и расстояний, длиной сторон и порядком последовательного развития. Государственная геодезическая сеть 1 и 2 классов строится методом триангуляции и полигонометрии; сети 3 и 4 классов — методами триангуляции, полигонометрии, трилатерации и их сочетанием.

Геодезические сети сгущения развиваются в отдельных районах при недостаточной плотности пунктов госу-

дарственной геодезической сети для обоснования съемок масштаба 1 : 5000 и крупнее, а также для инженерных целей, при городском промышленном и транспортном строительстве, при ирригационных, мелиоративных, энергетических и других изысканиях, при геологической и геофизической разведках, в маркшейдерском деле. Требования к сетям сгущения излагаются в Основных положениях по созданию топографических планов масштабов 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500.

Геодезические сети сгущения создаются методами триангуляции и полигонометрии и подразделяются на два разряда.

Съемочные сети служат непосредственно для съемки контуров и рельефа местности, а также для геодезических измерений при строительстве. Они создаются в виде теодолитных и мензульных ходов, аналитических и графических засечек и фотограмметрических построений.

Кроме перечисленных развиваются еще по специальной программе специальные геодезические сети при строительстве уникальных сооружений, предъявляющих к геодезическим работам особые требования.

2. Координаты пунктов государственной геодезической сети определяются на всей территории нашей страны в единой системе координат. Этому служит астрономо-геодезическая сеть (АГС) — сеть 1 класса, при помощи которой и распространяется единая система геодезических координат с началом координат в Пулковской и поверхностью относимости в виде референц-эллипсоида Красовского.

3. Государственная геодезическая сеть должна быть рассчитана на длительное время, поэтому работы по ее созданию выполняются капитально, а пункты сети закрепляются на местности долговременными центрами.

4. Геодезические сети должны проектироваться так, чтобы были возможны проведение надежного контроля измерений и оценка точности как выполненных измерений, так и конечных результатов.

§ 45. Схема построения геодезической сети в СССР

Государственная геодезическая сеть СССР, как уже указывалось, подразделяется на четыре класса. Рассмотрим схему и точность построения сети каждого класса методами триангуляции и полигонометрии. Построение геодезической сети методом трилатерации ведется по схеме и программе, разрабатываемой в каждом отдельном случае с учетом физико-географических условий района работ.

Триангуляция. Сеть 1 класса как астрономо-геодезическая сеть предназначается для научных исследований, связанных с определением размеров и формы Земли как планеты, и для распространения единой системы геодезических координат на всю территорию страны. Она строится в виде полигонов пери-

метром 800—1000 км (рис. 51). Полигоны состоят из звеньев триангуляции длиной не более 200 км, расположенных по возможности вдоль меридианов и параллелей. Звенья триангуляции образуются из треугольников, близких к равносторонним, с длиной сторон не менее 20 км, или из комбинации треугольников,

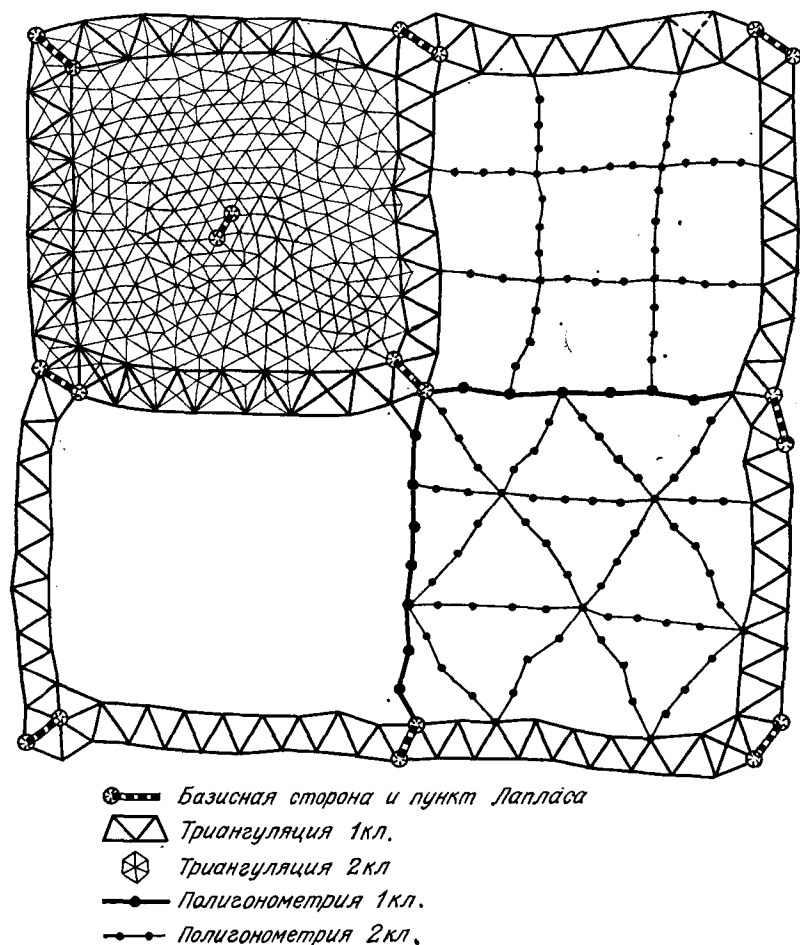


Рис. 51

четыреугольников и центральных систем. На концах звеньев триангуляции измеряют базисные стороны и определяют по два пункта Лапласа *. Точность измерений в звеньях триангуляции 1 класса указана в табл. 7.

* Геодезический пункт, на котором определяют астрономическим путем широту, долготу и азимут.

Таблица 7

Класс триангуляции	Средние квадратические ошибки						
	измерения углов	базисных сторон	базисов	выходных сторон	астрономических		
					широт	долгот	азимут
1	0,7"	1 : 400 000	1 : 1 000 000	1 : 400 000	0,3"	0,03"	0,5"
2	1,0	1 : 300 000	—	—	0,3	0,03	0,5
3	1,5	1 : 200 000	—	—	—	—	—
4	2,0	1 : 200 000	—	—	—	—	—

В отдельных, преимущественно в горных районах взамен полигонов, образованных звеньями триангуляции 1 класса, может быть построена сплошная сеть триангуляции 1 класса. В такой сети базисные стороны и пункты Лапласа определяются через 10 сторон.

Государственная геодезическая сеть 2 класса является также астрономо-геодезической сетью и главной основой для развития низших классов геодезических сетей.

Сеть 2 класса строится в виде сплошной сети треугольников, покрывающих полигон 1 класса (см. рис. 51). В триангуляции 2 класса предусматривается длина сторон треугольников 7—20 км и точность измерения элементов, указанная в табл. 7. Базисные стороны измеряются не реже чем через 25 треугольников, а пункты Лапласа определяются на концах базисной стороны, расположенной примерно в середине полигона.

Пункты государственных сетей триангуляции 3 и 4 классов определяются относительно пунктов высших классов вставкой жестких систем* или отдельных пунктов. Длины сторон треугольников в сетях 3 класса 5—8 км, в сетях 4 класса — 2—5 км. Вставки пунктов или систем производятся так, чтобы пункты, принадлежащие разным системам, имели связь, если расстояние между ними меньше соответственно 4 и 3 км. Точность измерения углов и базисных сторон приведена в табл. 7.

При построении изолированных сетей триангуляции 3 и 4 класса для обоснования крупномасштабных съемок измеряют базисные стороны не реже чем через 25 треугольников, но не менее двух базисных сторон с относительной ошибкой не более 1 : 200 000.

Триангуляция 1 и 2 разрядов развивается в открытой и горной местности и в тех случаях, если по каким-либо причинам применение метода полигонометрии невозможно

* Под жесткой системой понимается такое построение сети, при котором вновь определяемые пункты имеют связи со всеми ближайшими пунктами высшего и того же класса.

или нецелесообразно. Триангуляция 1 разряда развивается в виде сетей, цепочек треугольников и вставок отдельных пунктов в треугольники, образованные пунктами государственных геодезических сетей 2—4 классов. Триангуляция 2 разряда развивается в виде сетей, отдельных пунктов или групп пунктов на основе сетей 2—4 класса, а также 1 разряда.

Цепочка треугольников должна опираться на два исходных пункта и примыкающие к ним две выходные стороны; сплошная сеть триангуляции должна опираться не менее чем на три исходных геодезических пункта и не менее чем на две выходные стороны. Длина стороны треугольника должна быть не более 5 км в триангуляции 1 разряда и 3 км в триангуляции 2 разряда. Число треугольников должно быть не более 10 между выходными сторонами или между исходным пунктом и выходной стороной. Минимальная длина выходной стороны должна иметь длину не более 1 км. Точность измерений элементов триангуляции приведена в табл. 8.

Т а б л и ц а 8

Разряд триангуляции	Средние квадратические ошибки		
	измерения углов	измерения выходной (базисной) стороны	определения длины стороны в наиболее слабом месте
1	5"	1 : 50 000	1 : 20 000
2	10	1 : 20 000	1 : 10 000

П о л и г о н о м е т р и я. Ходы полигонометрии 1 класса прокладывают взамен рядов триангуляции 1 класса. Они строятся в виде полигонов (см. рис. 51), располагаемых примерно по меридианам и параллелям, с периметром около 800 км.

Ходы полигонометрии 1 класса должны быть вытянутыми по форме и состоять не более чем из 10 сторон длиной 20—25 км. На обоих концах крайних сторон звена в вершинах полигонов определяются пункты Лапласа. Точность измерения углов и длин линий в полигонометрии 1 класса приведена в табл. 9, астрономи-

Т а б л и ц а 9

Класс полигонометрии	Средние квадратические ошибки	
	измерения угла из обработки результатов измерения на станции	измерения линии из обработки результатов измерения на станции
1	0,4"	1 : 300 000
2	1,0	1 : 250 000
3	1,5	1 : 200 000 *
4	2,0	1 : 150 000 *

* В отдельных случаях, когда длины сторон близки к наименьшим, ошибка может быть соответственно 1 : 150 000 и 1 : 100 000.

ческие определения выполняются с такой же точностью, как и в триангуляции 1 класса (см. табл. 7).

Построение государственной геодезической сети 2 класса методом полигонометрии производится в каждом отдельном случае по особо разрабатываемой программе.

Точность измерений углов и линий в полигонометрии 2 класса должна быть в соответствии с величинами, указанными в табл. 9.

При построении геодезических сетей 3 и 4 классов методом полигонометрии определение пунктов производится продолжением одиночных ходов или сетей, опирающихся на пункты вышшего класса. Каждое звено сети должно содержать не более двух точек поворота. Минимальная длина сторон в 3 классе — 3 км, в 4 классе — 2 км. Периметр полигонов не должен превосходить в 3 классе 60 км, в 4 классе — 35 км. Углы и линии измеряются с точностью, указанной в табл. 9.

Полигонометрические сети часто создаются для обоснования крупномасштабных съемок, проводимых для специальных целей и для различного рода инженерных работ, связанных с разбивкой сооружений. В этом случае полигонометрия 4 класса развивается по специальным требованиям, которые рассматриваются в § 47. В этом же параграфе рассматриваются схема и порядок развития сетей сгущения методом полигонометрии 1 и 2 разрядов.

Густота пунктов государственных геодезических сетей определяется Основными положениями о построении государственной геодезической сети СССР в соответствии с масштабом топографических съемок. Так, для съемок в масштабе 1 : 25 000 и 1 : 10 000 густота пунктов должна быть такой, чтобы на площадь в 50—60 км² приходился 1 пункт.

Для обоснования топографических съемок масштабов 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 необходимо иметь следующую плотность пунктов:

для съемок в масштабе 1 : 5000 — 1 пункт на 20—30 км²;
» » » » 1 : 2000 и крупнее — 1 пункт на 5—15 км².

Глава VIII.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ЗАКРЕПЛЕНИЕ НА МЕСТНОСТИ ПУНКТОВ ПОЛИГОНОМЕТРИИ

§ 46. Виды полигонометрии

Определение положения геодезических пунктов методом полигонометрии, как было установлено, сводится к прокладыванию на местности ходов, в которых производят измерения углов поворота и длин линий.

Углы в полигонометрии измеряют оптическими теодолитами с точностью, предусмотренной для данного класса или разряда. Для измерения линий применяются различные методы:

1) светодальномерный, когда длину линии измеряют путем определения времени распространения света вдоль измеряемой линии;

2) радиодальномерный, основанный на том же принципе, но использующий распространение радиоволн;

3) непосредственный, при котором длины линий измеряются откладыванием мерного прибора вдоль измеряемой линии;

4) дальномерный, когда длины линий измеряют различными типами оптико-механических дальномеров;

5) короткобазисный параллактический, когда длину линии определяют от короткого базиса через вспомогательную геометрическую фигуру с измеренными углами.

Точность указанных методов линейных измерений неодинакова, поэтому и применяются они соответственно в разных классах и разрядах полигонометрии.

По методам измерения линий различаются следующие виды полигонометрии:

светодальномерная;

радиодальномерная;

с непосредственным измерением линий;

дальномерная;

короткобазисная параллактическая.

Светодальномерная полигонометрия применяется при развитии геодезических сетей всех классов и разрядов, а также и специальных геодезических сетей.

Радиодальномерная полигонометрия применяется при развитии государственных геодезических сетей всех классов.

Полигонометрия с непосредственным измерением линий применяется в тех случаях, когда линии имеют небольшую длину. Это имеет место при создании обоснования для крупномасштабных съемок и для решения различных инженерных задач. Ограниченное применение этой полигонометрии объясняется трудоемкостью линейных измерений.

Дальномерная полигонометрия применяется для определения положения пунктов 2 разряда, так как точность измерения расстояний оптическими дальномерами относительно невелика.

Короткобазисная параллактическая полигонометрия применяется при проложении полигонометрических ходов и сетей 1 и 2 разрядов. Отдельные параллактические звенья могут строиться на местности и при непосредственном измерении сторон.

§ 47. Требования, предъявляемые к полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов

Чтобы произвести топографическую съемку в масштабах 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 в городах и поселках, на промышленных площадках горнодобывающих и нефтеперерабатывающих предприятий, на площадках промышленного, гидроэнергетического, сельскохозяйственного, жилищного строительства и т. п., количества пунктов государственных геодезических сетей, приведенного в § 45, будет недостаточно, так как согласно Основным положениям по созданию топографических планов масштабов 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 общая плотность пунктов геодезической сети на этих территориях должна быть доведена в застроенной части до 4 пунктов на 1 км², в незастроенной — до 1 пункта на 1 км².

Доведение густоты пунктов до требуемой плотности производится развитием сетей сгущения методами триангуляции и полигонометрии 1 и 2 разрядов, построение которых производится согласно требованиям, изложенным в Инструкции [24]. При развитии полигонометрии 4 класса на территориях перечисленных объектов работы выполняются с учетом специальных требований, изложенных в Инструкции [24].

В настоящем курсе геодезии изучается только полигонометрия 4 класса, 1 и 2 разрядов, создаваемая для обоснования крупномасштабных съемок.

Полигонометрия 4 класса, 1 и 2 разрядов создается в виде отдельных ходов или сетей. Ходы должны быть по возможности вытянутой формы, не иметь крутых изломов и должны опираться на два исходных пункта высшего класса или разряда и на две стороны с исходными дирекционными углами. Не допускается проложение замкнутых ходов, опирающихся только на один исходный пункт, а также проложение висячих ходов, т. е. разомкнутых ходов, опирающихся только на один исходный пункт с одним исходным направлением.

Полигонометрические сети должны содержать избыточное число исходных данных. С целью обеспечения большей жесткости при создании сетей следует стремиться к сокращению ее многоступенчатости, ограничиваясь, например, развитием полигонометрии 4 класса и 1 разряда.

Основные показатели полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов приведены в табл. 10.

При проложении параллельных полигонометрических ходов одинаковой точности (одного класса или разряда) и по длине близких к предельным (см. табл. 10) расстояния между пунктами должны быть не менее 2,5 км в 4 классе и 1,5 км — в 1 разряде. При меньших расстояниях между ближайшими пунктами должна быть произведена связь путем проложения хода соответствующего класса или разряда.

Таблица 10

Показатели	4 класс	1 разряд	2 разряд
Предельная длина хода, км	10	5	3
Длина хода, км:			
отдельного между исходной и узловой точкой	7	3	2
между узловыми точками	5	2	1,5
Предельный периметр полигона, км	30	15	9
Длина линий хода, км *:			
наибольшая	2,00	0,80	0,35
наименьшая	0,25	0,12	0,08
оптимальная	0,50	0,30	0,20
Число сторон в ходе, не более	15	15	15
Относительная ошибка хода, не более	1 : 25 000	1 : 10 000	1 : 5000
Средняя квадратическая ошибка измерения угла (по невязкам в ходах и полигонах), не более	2"	5"	10"

* При использовании для линейных измерений светодальномеров длины сторон и ходов могут быть увеличены.

При проложении полигонометрических ходов разной точности, например 1 разряда и 4 класса, идущих параллельно, и при наличии расстояний между пунктами менее 1,5 км между этими ходами должна быть произведена связь проложением хода 1 разряда.

Пункты полигонометрического хода должны закрепляться на местности центрами (но не все, а только часть их) в соответствии с требованиями плотности обеспечения съемки плановой основой. Обязательно закрепляются узловые пункты.

Высоты полигонометрических пунктов должны определяться нивелированием IV класса или техническим. В горной местности при обеспечении съемок с сечением рельефа через 2 и 5 м допускается определять высоты пунктов тригонометрическим нивелированием.

Прежде чем переходить к вопросам организации работ и проектированию полигонометрии, рассмотрим действие ошибок измерений углов и линий на конечный результат — координаты, получаемые в результате вычислительной обработки.*

§ 48. Действие ошибок угловых и линейных измерений

У г л о в а я о ш и б к а х о д а. Допустим, что между двумя пунктами T_n и T_k проложен полигонометрический ход (см. рис. 49), в котором измерены все n сторон и все $(n + 1)$

* Большое внимание этим вопросам уделено в работе Б. А. Литвинова «Основные вопросы построения и уравнивания полигонометрических сетей» (М., Геодезиздат, 1962).

левых (или правых) углов. Вследствие сопровождающих измерения ошибок углы будут ошибочны на величины $d\beta_1, d\beta_2, \dots, d\beta_{n+1}$ и стороны — на величины $ds_1, ds_2, \dots, ds_n$. Исходные дирекционные углы α_n, α_k и исходные координаты x_n, y_n и x_k, y_k известны.

Тогда в полигонометрическом ходе измеренные значения углов вместе с исходными данными позволяют вычислить невязку в углах f_β

$$f_\beta = \sum_1^{n+1} \beta - (\alpha_k - \alpha_n) - (n+1) 180^\circ. \quad (\text{VIII.1})$$

Из формулы (VIII.1) по правилам теории ошибок получим

$$m_\Sigma^2 = \sum_1^{n+1} m_\beta^2$$

или, предполагая, что углы были измерены равноточно,

$$m_\Sigma = m_\beta \sqrt{n+1}. \quad (\text{VIII.2})$$

Так как при измерении углов имеют место источники ошибок как случайного, так и систематического характера, то каждая ошибка $d\beta$ будет состоять из случайной Δ_β и систематической σ_β частей:

$$d\beta = \Delta_\beta + \sigma_\beta;$$

тогда и средняя квадратическая ошибка угла согласно теории ошибок будет также включать в себя систематическую и случайную части:

$$m_\beta^2 = m_{\Delta_\beta}^2 + m_{\sigma_\beta}^2. \quad (\text{VIII.3})$$

Если считать, что дирекционные углы α_n и α_k также имеют ошибки, то по (VIII.1) с учетом выражения (VIII.2) можно найти

$$m_\Sigma^2 = m_\beta^2 (n+1) + m_{(\alpha_k - \alpha_n)}^2. \quad (\text{VIII.4})$$

От средней квадратической ошибки суммы углов по формуле (VIII.2) перейдем к предельной, которая является ни чем иным, как невязкой

$$\text{пред } f_\beta = \text{пред } d\beta \sqrt{n+1}. \quad (\text{VIII.5})$$

Полагая, что $\text{пред } d\beta = 2m_\beta$, запишем

$$\text{пред } f_\beta = 2m_\beta \sqrt{n+1}. \quad (\text{VIII.6})$$

Л и н е й н а я о ш и б к а х о д а. Для простоты рассуждений положим, что полигонометрический ход имеет вытянутую форму (рис. 52). Для такого хода можно написать

$$L = s_1 + s_2 + \dots + s_n = [s], \quad (\text{VIII.7})$$

где L — расстояние между крайними пунктами T_n и T_k — замыкающая хода.

Ошибка измерения всех линий dL в вытянутом ходе в результате ошибок, допущенных в каждой линии ds_i , согласно (VIII.7) будет

$$dL = ds_1 + ds_2 + \dots + ds_n. \quad (\text{VIII.8})$$

Переходя к средним квадратическим ошибкам, получим

$$m_L^2 = m_{s_1}^2 + m_{s_2}^2 + \dots + m_{s_n}^2 = [m_s^2]. \quad (\text{VIII.9})$$

Так как при измерении линии действуют источники ошибок случайного и систематического характера и ошибка каждой линии ds_i состоит из случайной Δ_{s_i} и систематической σ_{s_i} частей

$$ds_i = \Delta_{s_i} + \sigma_{s_i},$$

где $i = 1, 2, \dots, n$, то

$$m_{s_i}^2 = m_{\Delta_{s_i}}^2 + m_{\sigma_{s_i}}^2. \quad (\text{VIII.10})$$

Структура величин $m_{\Delta_{s_i}}$ и $m_{\sigma_{s_i}}$ будет зависеть от метода измерений линий. При измерении линий, например, светодальномером и инварной проволокой она будет совершенно разной.

Если при измерении линий отсутствуют систематические ошибки, т. е. $\sigma_{s_i} = 0$, то

$$m_{s_i} = m_{\Delta_{s_i}}. \quad (\text{VIII.11})$$

Систематическим влиянием можно пренебречь и в том случае, если средняя квадратическая систематическая ошибка по своей

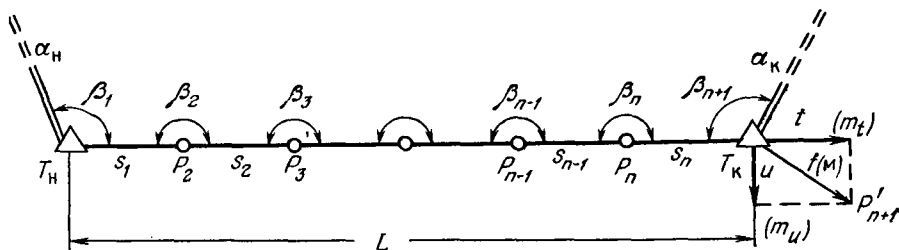


Рис. 52

величине не превышает $1/3$ средней квадратической случайной ошибки. Действительно, если принять

$$m_{\sigma_s} = \frac{m_{\Delta_s}}{3}, \quad (\text{VIII.12})$$

то

$$m_s = \sqrt{m_{\Delta_s}^2 + \frac{m_{\Delta_s}^2}{9}} \approx 1,05 m_{\Delta_s}. \quad (\text{VIII.13})$$

т. е. значение m_s , если пренебречь систематической ошибкой, уменьшится на 5%. При $m_{\sigma_s} = \frac{m_{\Delta_s}}{5}$ значение m_s уменьшится на 2%; при $m_{\sigma_s} = \frac{m_{\Delta_s}}{7}$ — всего на 1%.

Следовательно, в этом случае также можно считать, что

$$m_{s_i} \approx m_{\Delta_{s_i}}.$$

§ 49. Продольная и поперечная ошибки полигонометрического хода

В полигонометрическом ходе любой формы невязки f_x и f_y в приращениях координат определяют по известным формулам

$$\left. \begin{aligned} f_x &= \sum_1^n \Delta x - (x_K - x_H), \\ f_y &= \sum_1^n \Delta y - (y_K - y_H). \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.14})$$

Абсолютная линейная невязка f_s в периметре хода будет равна

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \quad (\text{VIII.15})$$

В вытянутом полигонометрическом ходе для невязки f_s можно получить другое выражение. Разложим в периметре невязку f_s на два компонента, обозначив их через t и u ; компонент t расположен вдоль хода по направлению замыкающей L , а u — перпендикулярно к ней. Продольный компонент t , который называют *продольной невязкой*, является следствием накопления ошибок линейных измерений, а поперечный компонент u — *поперечная невязка* — следствием накопления ошибок измерения углов.

Тогда

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{t^2 + u^2}. \quad (\text{VIII.16})$$

В разделении влияния ошибок угловых и линейных измерений заключается одно из достоинств вытянутого хода.

Ошибки измерения линий $dL = \sum_1^n ds$ составят величину продольной невязки $t = dL$, средняя квадратическая величина которой согласно (VIII.9) будет равна

$$m_t^2 = \{m_s^2\}. \quad (\text{VIII.17})$$

Установим связь между поперечной невязкой и ошибками в углах. Если в первом угле имела место ошибка $d\beta_1$ (рис. 53), то при безошибочности всех остальных углов последняя точка

Для смещений $\Delta u'_{\beta_1}, \Delta u'_{\beta_2}, \dots, \Delta u'_{\beta_n}$ можно составить выражения

(здесь предполагается, что углы $\beta_1, \beta_2, \dots$ не исправлялись за невязку в сумме углов).


$$u' = \Delta u'_1 + \Delta u'_2 + \dots + \Delta u'_n. \quad (\text{VIII.19})$$
$$u' = (s_1 + s_2 + \dots + s_n) \frac{d\beta_1}{\rho} + (s_2 + \dots + s_n) \frac{d\beta_2}{\rho} + \dots + s_n \frac{d\beta_n}{\rho}. \quad (\text{VIII.20})$$
$$s_1 = s_2 = \dots = s_n = s.$$
$$u' = sn \frac{d\beta_1}{\rho} + s(n-1) \frac{d\beta_2}{\rho} + \dots + s \frac{d\beta_n}{\rho}. \quad (\text{VIII.21})$$
$$m_u^2 = s^2 \{n^2 + (n-1)^2 + \dots + 1^2\} \frac{m_p^2}{\rho^2}. \quad (\text{VIII.22})$$

Но

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Тогда

$$m_{u'}^2 = \frac{s^2 n(n+1)(2n+1)}{6} \cdot \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2}. \quad (\text{VIII.23})$$

Преобразуем полученное выражение. Умножим числитель и знаменатель правой части на n и положим $sn = L$; тогда формуле (VIII.23) можно придать вид

$$m_{u'} = L \sqrt{\frac{(n+1)(2n+1)}{6n}} \cdot \frac{m_{\beta}}{\rho}. \quad (\text{VIII.24})$$

Упростим несколько подкоренное выражение: раскроем скобки, а затем каждое слагаемое в числителе и в знаменателе поделим на $2n$; полученный в числителе последний член, равный $\frac{1}{2n}$, по малости отбросим. После преобразований формула (VIII.24) примет вид

$$m_{u'} = L \sqrt{\frac{n+1,5}{3}} \cdot \frac{m_{\beta}}{\rho}. \quad (\text{VIII.25})$$

Из полученной формулы следует, что *средняя квадратическая поперечная невязка хода зависит от длины хода, количества линий в нем и точности измерения углов.*

§ 50. Средняя квадратическая ошибка положения конечной точки полигонометрического хода

Ход вытянутый, углы предварительно не исправлены за невязку. Установив в предыдущем параграфе средние квадратические ошибки компонентов $m_{i'}^2$ и $m_{u'}^2$, можно найти среднюю квадратическую величину самого вектора M (см. рис. 52), которая будет называться *средней квадратической ошибкой положения конечной точки полигонометрического хода*,

$$M'^2 = m_{i'}^2 + m_{u'}^2. \quad (\text{VIII.26})$$

Принимая во внимание выражения (VIII.17) и (VIII.25), будем иметь

$$M'^2 = [m_s^2] + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} L^2 \frac{n+1,5}{3}. \quad (\text{VIII.27})$$

Как следует из формулы (VIII.20), ошибка в последнем угле β_{n+1} не оказывает влияния на величину поперечной невязки (что вполне понятно, так как исправление углов за невязку в углах не производилось), т. е. ход считается как бы висячим.

Итак, средняя квадратическая ошибка положения конечной точки вытянутого всякого полигонометрического хода зависит от точности измерения линий и углов в ходе, длины хода и количества линий в нем.

На практике чаще всего измеренные углы исправляются за угловую невязку распределением ее поровну на все углы. В этом случае поперечная невязка получится уже другая по сравнению с тем, что получилось бы, если бы углы предварительно не исправлялись, а поэтому будет другой и формула для средней квадратической ошибки положения конечной точки полигонометрического хода.

Ход изогнутый, углы предварительно не исправлены за невязку. Вытянутая форма хода, как было установлено ранее, — это частный случай полигонометрического хода, который может иметь любую форму, следовательно, и полученная формула будет действовать только в этом частном случае.

В ходе изогнутой формы будут иметь место невязки f'_x и f'_y , и невязка в периметре выразится формулой (VIII.15).

Предположим, что для одного и того же хода k раз измерены все углы и все линии. В соответствии с этим можно найти k значений для невязок f'_x и f'_y , а следовательно, и k значений для невязки f'_s в периметре. В результате будем иметь k равенств

$$f'^2_{s_i} = f'^2_{x_i} + f'^2_{y_i},$$

где $i = 1, 2, \dots, k$.

Складывая все равенства почленно и деля левую и правую части на k , получим

$$\frac{[f'^2_s]}{k} = \frac{[f'^2_x]}{k} + \frac{[f'^2_y]}{k}.$$

Каждый член равенства представляет собой соответствующее среднее квадратическое значение. Следовательно, можно написать

$$M'^2 = m'^2_{x'} + m'^2_{y'}. \quad (\text{VIII.28})$$

Для установления связи величины M' со средними квадратическими ошибками измерения линий m_s и углов m_β воспользуемся без вывода так называемыми координатными условиями уравнениями, вывод которых сделаем при рассмотрении уравнивания полигонометрического хода:

Если ход изогнутой формы, а углы предварительно не исправлялись за невязку, координатные условные уравнения будут следующие:

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [(y_{n+1} - y) v_\beta] + f'_x &= 0, \\ [\sin \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [(x_{n+1} - x) v_\beta] + f'_y &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.29})$$

где α_i — дирекционный угол линий хода; v_{s_i} и v_{β_i} — соответственно поправки в измеренные значения линий и углов; $x_{n+1} - x_i$ и $y_{n+1} - y_i$ — разности координат между конечной и каждой точкой хода; f'_x и f'_y — невязки в приращениях координат — суть истинные ошибки в координатах конечного пункта проложенного полигонометрического хода.

Перенесем f'_x и f'_y в правую часть и будем иметь

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [(y_{n+1} - y) v_\beta] &= -f'_x, \\ [\sin \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [(x_{n+1} - x) v_\beta] &= -f'_y. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.30})$$

Учитывая, что поправка и ошибка различаются между собой знаком, можно записать

$$\left. \begin{aligned} v_{s_i} &= -ds_i, \\ v_{\beta_i} &= -d\beta_i. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.31})$$

Тогда с учетом выражений (VIII.31) равенствам (VIII.30) можно придать вид

$$\left. \begin{aligned} f'_x &= [\cos \alpha ds] - \frac{1}{\rho} [y_{n+1} - y] d\beta, \\ f'_y &= [\sin \alpha ds] + \frac{1}{\rho} [(x_{n+1} - x) d\beta]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.32})$$

Переходя по правилам теории ошибок к средним квадратическим ошибкам, будем иметь

$$\left. \begin{aligned} m_x'^2 &= [\cos^2 \alpha m_s^2] + \frac{1}{\rho^2} [(y_{n+1} - y)^2 m_\beta^2], \\ m_y'^2 &= [\sin^2 \alpha m_s^2] + \frac{1}{\rho^2} [(x_{n+1} - x)^2 m_\beta^2]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.33})$$

Средняя квадратическая ошибка в положении конечной точки хода M' по формуле (VIII.28) будет равна

$$M'^2 = [m_s^2] + [(y_{n+1} - y)^2 + (x_{n+1} - x)^2] \frac{m_\beta^2}{\rho^2}. \quad (\text{VIII.34})$$

Обозначим

$$(y_{n+1} - y_i)^2 + (x_{n+1} - x_i)^2 = D_{n+1, i}^2. \quad (\text{VIII.35})$$

Как следует из рис. 54, $D_{n+1, i}$ — расстояние между последней и i -й точками хода.

С учетом (VIII.35) формулу (VIII.34) можно записать

$$M'^2 = [m_s^2] + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} [D_{n+1, i}^2]. \quad (\text{VIII.36})$$

Из формулы (VIII.36) следует, что средняя квадратическая ошибка положения конечной точки висячего изогнутого полигонометрического хода зависит не только от ошибок измерений, но и от степени изогнутости хода и количества углов поворота в нем. Величина $[D_{n+1, i}^2]$ будет тем меньше, чем больше изогнут ход и чем меньше в нем углов поворота. Следует отметить, что формула (VIII.36) применима к любой точке висячего хода, причем под n должно подразумеваться число линий от начальной точки до определяемой.

Вывод приведенной выше формулы был сделан в предположении, что исходные данные в ходе не содержат ошибок. Только

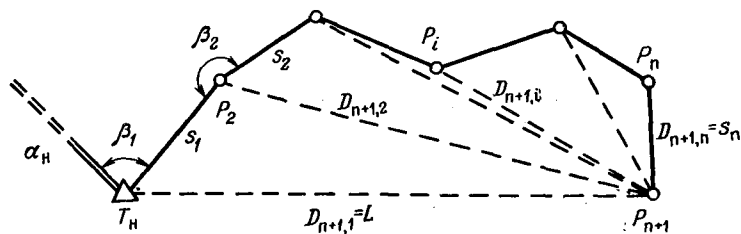


Рис. 54

в этом случае ошибка в положении конечной точки полигонометрического хода будет в то же время и невязкой этого хода. В действительности исходные данные (координаты и дирекционные углы) сами содержат ошибки и поэтому между указанными выше величинами невязки и ошибки будет некоторая разница. Формула средней квадратической ошибки в положении конечной точки хода в этом случае будет учитывать и ошибки полевых измерений, и ошибки исходных данных

$$M'^2 = [m_s^2] + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} [D_{n+1, i}^2] + \frac{m_{\alpha_n}^2}{\rho^2} D_{n+1, i}^2 + m_{(n-k)}^2. \quad (\text{VIII.37})$$

где m_{α_n} — средняя квадратическая ошибка дирекционного угла α_n ; $m_{(n-k)}$ — средняя квадратическая ошибка конечного пункта T_n по отношению к пункту T_n .

Из формулы (VIII.36) как частный случай легко получить формулу для средней квадратической ошибки конечной точки вытянутого полигонометрического хода. Хотя для этого хода указанная формула была уже получена, исходя из определения действия угловых и линейных ошибок на ошибку конечной точки хода, покажем переход от формулы средней квадратической ошибки для хода любой формы к аналогичной формуле для вытянутого хода.

Полагая, что линии в вытянутом полигонометрическом ходе равны между собой, величину $[D_{n+1, i}^2]$ можно представить в виде

$$[D_{n+1, i}^2] = s^2 \{n^2 + (n+1)^2 + \dots + 1^2\}.$$

В фигурных скобках получилось выражение, которое имеется уже в формуле (VIII.22). Преобразуя его аналогично тому, как это было сделано в формулах (VIII.22)—(VIII.25), получим

$$[D_{n+1, i}^2] = L^2 \frac{n+1,5}{3}.$$

С учетом полученной величины формула (VIII.36) примет такой же вид, как и формула (VIII.27).

При наличии в исходных данных заметных ошибок формула средней квадратической ошибки положения конечной точки вытянутого полигонометрического хода должна учитывать эти ошибки. В строго вытянутом ходе с равными сторонами дирекционные углы всех линий одинаковы и равны дирекционному углу направления всего хода α . Для такого хода формула (VIII.37) преобразуется к виду

$$M'^2 = [m_s^2] + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} L^2 \frac{n+1,5}{3} + \frac{m_{\alpha_n}^2}{\rho^2} [s]^2 + m_{(n-k)}^2. \quad (\text{VIII.38})$$

Ход изогнутый, углы предварительно исправлены за невязку. Координатные условные уравнения для полигонометрического хода, в котором измеренные углы были предварительно исправлены поправками, вычисляемыми по формуле

$$v'_{\beta_i} = \frac{-f_\beta}{n+1},$$

записываются так:

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s + \frac{1}{\rho} [\eta v''_{\beta}] + f_x &= 0, \\ [\sin \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [\xi v''_{\beta}] + f_y &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.39})$$

здесь η и ξ — центральные координаты (ордината и абсцисса), полученные относительно системы координат, начало которой находится в центре тяжести хода; v''_{β_i} — вторичные поправки в измеренные углы.

Координаты x_0, y_0 центра тяжести хода определяют по формулам

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{\sum_1^{n+1} x}{n+1}, \\ y_0 &= \frac{\sum_1^{n+1} y}{n+1}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.40})$$

а центральные координаты — по формулам

$$\left. \begin{aligned} \eta_i &= y_i - y_0, \\ \xi_i &= x_i - x_0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.41})$$

Так как η_i и ξ_i , вычисляемые по формулам (VIII.41), представляют собой отклонения от средних арифметических, которыми являются x_0 и y_0 , то, следовательно,

$$\left. \begin{aligned} [\eta] &= 0, \\ [\xi] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.42})$$

В формулах (VIII.39) вторичные поправки в углы v''_β — величины зависимые, так как они входят составной частью в общие поправки в углы v_{β_i} . Поправка v_{β_i} равна

$$v_{\beta_i} = v'_{\beta_i} + v''_{\beta_i}. \quad (\text{VIII.43})$$

Из выражения (VIII.43) определим

$$v''_{\beta_i} = v_{\beta_i} - v'_{\beta_i} \quad (\text{VIII.44})$$

и подставим в (VIII.39). Тогда получим

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [\eta v_\beta] - \frac{1}{\rho} [\eta v'_\beta] + f_x &= 0, \\ [\sin \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [\xi v_\beta] + \frac{1}{\rho} [\xi v'_\beta] + f_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.45})$$

Третьи члены уравнений (VIII.45) будут равны нулю, так как первичная поправка v'_β — величина одинаковая для всех углов; она может быть вынесена за знак суммы, тогда суммы центральных координат по формулам (VIII.42) будут равны нулю. С учетом этого уравнения (VIII.45) примут вид

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [\eta v_\beta] + f_x &= 0, \\ [\sin \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [\xi v_\beta] + f_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.46})$$

Перенесем в уравнениях (VIII.46) f_x и f_y в правую часть и по аналогии с действиями в случае висячего хода заменим поправки v_s и v_β на истинные ошибки ds , $d\beta$ согласно формулам (VIII.31)

$$\left. \begin{aligned} f_x &= [\cos \alpha ds] + \frac{1}{\rho} [\eta d\beta], \\ f_y &= [\sin \alpha ds] - \frac{1}{\rho} [\xi d\beta]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.47})$$

Переходя к средним квадратическим ошибкам (учитывая при этом, что углы в ходе измерены равноточно), будем иметь

$$\left. \begin{aligned} m_x^2 &= [\cos^2 \alpha m_s^2] + [\eta^2] \frac{m_\beta^2}{\rho^2}, \\ m_y^2 &= [\sin^2 \alpha m_s^2] + [\xi^2] \frac{m_\beta^2}{\rho^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.48})$$

Средняя квадратическая ошибка положения конечной точки хода согласно формуле (VIII.28) равна сумме величин m_x^2 и m_y^2 , следовательно,

$$M^2 = [m_s^2] + [\eta^2 + \xi^2] \frac{m_\beta^2}{\rho^2}. \quad (\text{VIII.49})$$

Обозначим

$$[\eta^2 + \xi^2] = [D_{0,i}^2]. \quad (\text{VIII.50})$$

Здесь $D_{0,i}$ есть расстояния между центром тяжести вершин хода и каждым его пунктом (рис. 55).

С учетом (VIII.50) формулу (VIII.49) можно записать

$$M^2 = [m_s^2] + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} [D_{0,i}^2], \quad (\text{VIII.51})$$

т. е. средняя квадратическая ошибка положения конечной точки полигонометрического хода при исправленных за невязку углах зависит от ошибок измерений, степени изогнутости хода и количества углов поворота в нем. Величина $[D_{0,i}^2]$ будет тем меньше, чем меньше изломан ход и чем меньше в нем углов поворота.

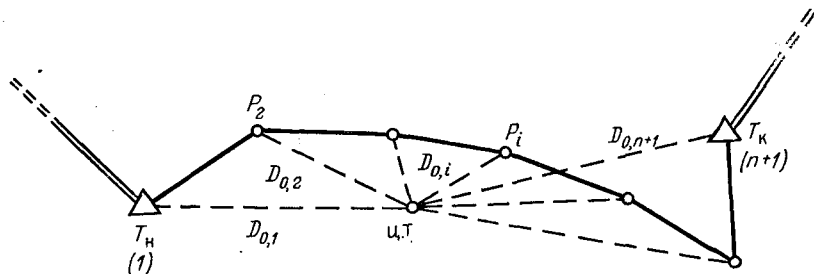


Рис. 55

Сравнивая полученную формулу с формулой (VIII.36), видим, что одна формула отличается от другой последним членом в правой части.

Можно показать, что

$$M^2 = M'^2 - \frac{m_\beta^2}{\rho^2} (n+1) D_{n+1,0}^2. \quad (\text{VIII.52})$$

Если в исходных данных хода имели место ошибки, то формула (VIII.51) получит несколько иной вид; в этом случае

$$M^2 = [m_s^2] + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} [D_{0,i}^2] + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} (D_{1,0}^2 + D_{n+1,0}^2) + m_{(n-k)}^2, \quad (\text{VIII.53})$$

где $D_{1,0}$ и $D_{n+1,0}$ — соответственно расстояния от центра тяжести до начальной и конечной точек хода; m_α — средняя квадратическая ошибка начального и конечного дирекционных углов; $m_{(n-k)}$ имеет то же значение, что и в формуле (VIII.37).

Ход вытянутый, углы предварительно исправлены за невязку. Положим, что вытянутый ход имеет n равных линий s , причем n — число четное, тогда центр тяжести хода будет лежать в его середине. Величину $[D_{0,i}^2]$ для такого хода можно представить выражением (рис. 56)

$$[D_{0,i}^2] = 2 \left\{ s^2 \left(\frac{n}{2} \right)^2 + s^2 \left(\frac{n}{2} - 1 \right)^2 + \dots + s^2 \right\}$$

или

$$[D_{0,i}^2] = 2s^2 \left\{ \left(\frac{n}{2} \right)^2 + \left(\frac{n}{2} - 1 \right)^2 + \dots + 1^2 \right\}.$$

Сумма в фигурных скобках есть сумма квадратов чисел натурального ряда от 1^2 до $\left(\frac{n}{2} \right)^2$, которая равна

$$1^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{n}{2} \right)^2 = \frac{\frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \left(\frac{2n}{2} + 1 \right)}{6}.$$

Тогда

$$[D_{0,i}^2] = s^2 \frac{n(n+2)(n+1)}{12}. \quad (\text{VIII.54})$$

Умножим числитель и знаменатель на n и, учитывая, что $s^2 n^2 = L^2$, получим

$$[D_{0,i}^2] = L^2 \frac{n^2 + 3n + 2}{12n}.$$

Разделив теперь в полученном выражении каждый член в числителе и знаменателе на n и отбросив по малости величину $2/n$, найдем

$$[D_{0,i}^2] = L^2 \frac{n+3}{12}. \quad (\text{VIII.55})$$

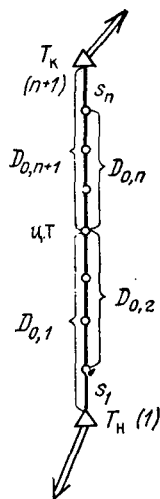


Рис. 56

С учетом выражения (VIII.55) формула для средней квадратической ошибки положения конечной точки вытянутого полигонометрического хода будет иметь вид

$$M^2 = [m_s^2] + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} L^2 \frac{n+3}{12}. \quad (\text{VIII.56})$$

Из сравнения формул (VIII.27) и (VIII.56) следует, что при прочих равных условиях *предварительное исправление углов понижает влияние ошибок угловых измерений на поперечную невязку вытянутого хода в среднем примерно вдвое и уменьшает общий сдвиг конечной точки хода.*

При наличии ошибок в исходных дирекционных углах и координатах формула (VIII.53) будет иметь вид

$$M^2 = [m_s^2] + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} L^2 \frac{n+3}{12} + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} \frac{[s]^2}{2} + m_{(n-k)}^2. \quad (\text{VIII.57})$$

Коэффициент у m_α^2 в формуле (VIII.57) получается преобразованием выражения

$$D_{1,0}^2 + D_{n+1,0}^2 = \frac{1}{2} D_{n+1,1}^2 = \frac{n^2}{2} s^2 = \frac{[s]^2}{2},$$

входящего в формулу (VIII.53). Такая замена возможна в вытянутом ходе с равными сторонами.

Сравнение формул (VIII.38) и (VIII.57) показывает, что предварительное исправление углов уменьшает влияние ошибок исходных дирекционных углов на невязку в периметре в $\sqrt{2}$ раз.

Ход замкнутый, углы предварительно не исправлены за невязку. Если конечная точка T_k совпадает с точкой T_n , то ход из разомкнутого превращается в замкнутый, но выведенные формулы для разомкнутого хода остаются в силе и в данном случае.

Для разомкнутого хода формула (VIII.36) может быть представлена в виде

$$M'^2 = [m_s^2] + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} [D_{1,i}^2]. \quad (\text{VIII.58})$$

Как видно, при прочих равных условиях *в замкнутом ходе надо ожидать среднюю квадратическую ошибку меньше, чем в соответствующем по периметру, числу углов поворота и точности угловых и линейных измерений разомкнутом ходе*, особенно если последний вытянутый. Это получается потому, что в формуле (VIII.58) величина $[D_{1,i}^2]$ будет меньше, чем $[D_{n+1,i}^2]$ в формуле (VIII.36). Кроме того, в замкнутом ходе ошибки начального дирекционного угла и координат начального пункта не оказывают никакого влияния на величину невязки в периметре, а следовательно, и на величину M' .

Ход замкнутый, углы предварительно исправлены за невязку. Формула (VIII.51) полностью применима и для замкнутого хода (см. рис. 50), только при подсчете величин $[\xi^2]$, $[\eta^2]$ и $[D_{0,i}^2]$ точка T_n будет участвовать дважды.

Примем приближенно замкнутый ход по форме за правильный многоугольник с равными сторонами. При n большом периметр многоугольника будет приближаться к длине окружности. Поэтому можно положить, что $D_1 \approx R$, тогда

$$[D_{0,i}^2] = nR^2 \text{ и } [s] = 2\pi R.$$

откуда

$$R = \frac{[s]}{2\pi}.$$

Следовательно,

$$[D_{0,i}^2] = n \frac{[s]^2}{4\pi^2}. \quad (\text{VIII.59})$$

С учетом выражения (VIII.59), в котором $\pi^2 \approx 10$, формула (VIII.51) примет вид

$$M^2 \approx [m_s^2] + \frac{m_p^2}{\rho^2} [s]^2 \frac{n}{40}. \quad (\text{VIII.60})$$

Из полученной формулы можно прийти к заключению, что и после предварительного исправления выводы, сделанные относительно величины средней квадратической ошибки замкнутого хода с углами, не исправленными за невязку, остаются в силе и в этом случае.

Следовательно, в ходах замкнутой формы получаются «приукрашенные» результаты по сравнению с ходами разомкнутыми.

А з и м у т а л ь н ы й х о д. Для полигонометрического хода любой формы с независимым определением дирекционного угла каждой линии, например из гиротеодолитных * измерений, координатные условные уравнения записываются так:

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [\Delta y v_\alpha] + f_x &= 0, \\ [\sin \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [\Delta x v_\alpha] + f_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.61})$$

Используя ход рассуждений, примененный при выводе средней квадратической ошибки положения конечной точки изогнутого полигонометрического хода с измеренными углами поворота к ходу

* Гиротеодолит — прибор, предназначенный для определения истинных азимутов направлений.

с измеренными дирекционными углами, нетрудно получить для m_x^2 , m_y^2 и M^2 следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} m_x^2 &= [\cos^2 \alpha m_s^2] + [\Delta y^2] \frac{m_\alpha^2}{\rho^2}, \\ m_y^2 &= [\sin^2 \alpha m_s^2] + [\Delta x^2] \frac{m_\alpha^2}{\rho^2}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.62})$$

$$M^2 = [m_s^2] + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} [s^2]. \quad (\text{VIII.63})$$

При наличии заметных ошибок в исходных координатах формула (VIII.63) запишется в виде

$$M^2 = [m_s^2] + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} [s^2] + m_{(n-k)}^2. \quad (\text{VIII.64})$$

Для ходов вытянутой формы с примерно равными линиями формулы (VIII.63) и (VIII.64) примут более простой вид:

$$M^2 = [m_s^2] + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} L^2 \frac{1}{n}, \quad (\text{VIII.65})$$

$$M^2 = [m_s^2] + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} L^2 \frac{1}{n} + m_{(n-k)}^2. \quad (\text{VIII.66})$$

§ 51. Ослабление влияния угловых и линейных ошибок

Как следует из формул (VIII.27) и (VIII.56), с увеличением длины хода и числа его сторон будет увеличиваться последний член, а следовательно, уменьшаться точность прокладываемого хода. Для уменьшения влияния ошибки угловых измерений на поперечную невязку, а значит и на общий сдвиг конечной точки хода можно определить азимут, а затем и дирекционный угол некоторых линий хода путем астрономических или гиротеодолитных измерений, например P_i , P_{i+1} (рис. 57, а) или $P_i N$ (рис. 57, б). При этом в последнем случае одновременно измеряют примычные углы β_{k_1} и β_{k_2} для передачи дирекционного угла на две стороны хода, сходящиеся в точке P_i (см. рис. 57, б).

Наличие промежуточного дирекционного угла разбивает весь ход на две секции I и II и дает возможность вычислить невязки для каждой секции и увязать углы каждой секции отдельно.

Для такого хода координатные условные уравнения записываются так:

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [\eta v_\beta]_I + \frac{1}{\rho} [\eta v_\beta]_{II} + f_x &= 0, \\ [\sin \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [\xi v_\beta]_I - \frac{1}{\rho} [\xi v_\beta]_{II} + f_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.67})$$

В этом случае следует найти координаты центра тяжести вершин отдельно для каждой секции и соответственно получить свои центральные координаты; для каждой секции они будут удовлетворять равенствам (VIII.42).

Проведя такой же ход рассуждений, как и в изогнутом ходе без твердого промежуточного азимута, получим уравнения

$$f_x = [\cos \alpha ds] + \frac{1}{\rho} [\eta d\beta]_I + \frac{1}{\rho} [\eta d\beta]_{II},$$

$$f_y = [\sin \alpha ds] - \frac{1}{\rho} [\xi d\beta]_I - \frac{1}{\rho} [\xi d\beta]_{II},$$

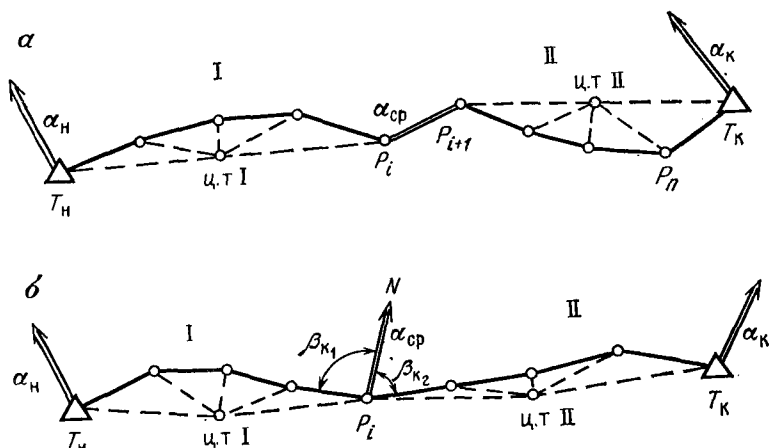


Рис. 57

от которых затем перейдем к средним квадратическим ошибкам

$$\left. \begin{aligned} m_x^2 &= [\cos^2 \alpha m_s^2] + \{[\eta^2]_I + [\eta^2]_{II}\} \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2}, \\ m_y^2 &= [\sin^2 \alpha m_s^2] + \{[\xi^2]_I + [\xi^2]_{II}\} \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.68})$$

Суммирование m_x^2 и m_y^2 дает

$$M^2 = [m_s^2] + \{[\eta^2 + \xi^2]_I + [\eta^2 + \xi^2]_{II}\} \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2}. \quad (\text{VIII.69})$$

С учетом формулы (VIII.50) можно обозначить

$$[\eta^2 + \xi^2]_I = [D_{0, i}^2]_I,$$

$$[\eta^2 + \xi^2]_{II} = [D_{0, i}^2]_{II}.$$

Тогда формула (VIII.69) примет вид

$$M^2 = [m_s^2] + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \{[D_{0, i}^2]_I + [D_{0, i}^2]_{II}\}. \quad (\text{VIII.70})$$

где $[D_{0,i}^2]$, $[D_{0,i}^2]_{11}$ — суммы квадратов расстояний от центра тяжести каждой секции до точек хода, входящих в секцию (см. рис. 57, а, б).

Из рис. 57 видно, что в ходе с промежуточным дирекционным углом выражение $\{[D_{0,i}^2] + [D_{0,i}^2]_{11}\}$ будет значительно меньше, чем $[D_{0,i}^2]$ в том же ходе без промежуточного дирекционного угла, а следовательно, будет меньше величина M^2 и точность хода повысится. При числе секций в ходе, равном k , выражение в фигурных скобках формулы (VIII.70) будет представлять сумму величин $[D_{0,i}^2]$ от 1 секции до k -й.

Если ход будет иметь вытянутую форму и линии в ходе будут равны между собой, то

$$[D_{0,i}^2] = k [D_{0,i}^2]_{\text{секц}}. \quad (\text{VIII.71})$$

При числе линий n каждая секция будет иметь $\frac{n}{k}$ сторон, тогда правую часть выражения (VIII.71) можно представить как

$$k [D_{0,i}^2]_{\text{секц}} = k 2s^2 \left\{ \left(\frac{n}{2k} \right)^2 + \left(\frac{n}{2k} - 1 \right)^2 + \dots + 1^2 \right\}$$

или

$$k [D_{0,i}^2]_{\text{секц}} = \frac{s_n^2 \left(\frac{n^2}{2k^2} + \frac{3n}{2k} + 1 \right)}{6},$$

а после несложных преобразований

$$k [D_{0,i}^2] = L^2 \frac{n + 3k}{12k^2}. \quad (\text{VIII.72})$$

С учетом (VIII.72) формула средней квадратической ошибки положения конечной точки вытянутого полигонометрического хода с промежуточными дирекционными углами будет иметь вид

$$M^2 = [m_s^2] + \frac{m_p^2}{\rho^2} L^2 \frac{n + 3k}{12k^2}. \quad (\text{VIII.73})$$

При числе сторон $n = 16$ и $k = 2$ и при прочих равных условиях второй член в формуле (VIII.73) будет меньше по сравнению с формулой (VIII.56) в три раза.

Ослабить влияние ошибок линейных измерений можно следующим образом:

- 1) увеличить точность измерений линий хода;
- 2) уменьшить длину хода между двумя исходными пунктами;
- 3) придать ходу прямолинейную форму.

§ 52. Критерий степени изогнутости хода

Проложить на местности ход, в котором все углы поворота равнялись бы точно 180° , невозможно. Поэтому полигонометрический ход может считаться вытянутым лишь с некоторым прибли-

жением. Установим предел, в котором можно считать ход вытянутым, или критерий степени изогнутости полигонометрического хода. Он необходим и при расчетах точности ходов при их проектировании, и при оценке точности и уравнивании ходов, проложенных на местности.

Как уже отмечалось, в ходе вытянутой формы продольная невязка является результатом только линейных ошибок, а поперечная — только угловых. Конечно, полное разделение влияний этих двух групп ошибок будет только в ходах идеально вытянутых, т. е. имеющих совершенно прямолинейную форму. Однако

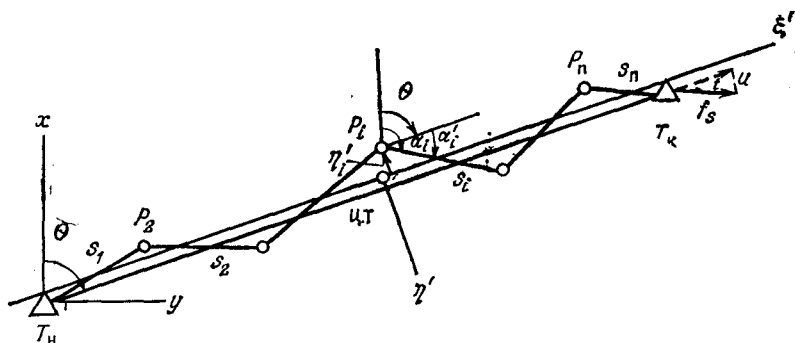


Рис. 58

если ход лишь немного отклоняется по форме от прямолинейной, то влияние угловых ошибок на продольный сдвиг и линейных на поперечный будет настолько невелико, что, пренебрегая ими, к такому ходу можно применять теорию идеально вытянутого хода.

В § 49 были получены продольная и поперечная средние квадратические ошибки вытянутого хода. Получим эти же величины и для изогнутого хода. Повернем оси координат (рис. 58) с началом в центре тяжести хода на величину дирекционного угла θ замыкающей хода L и разложим невязку в периметре f_s на компоненты вдоль замыкающей — продольную невязку t и перпендикулярно к ней — поперечную невязку u . Обозначим координаты точек хода P_i [$i = 1, 2, \dots, (n + 1)$] при новом положении через ξ'_i и η'_i , а дирекционные углы линий хода s'_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — через α'_i , т. е. будем считать, что

$$\alpha_i - \theta = \alpha'_i.$$

Тогда для хода с исправленными углами по аналогии с формулой (VIII.48) можно написать

$$m_t^2 = [\cos^2 \alpha' m_s^2] + [\eta'^2] \frac{m_B^2}{\rho^2}, \quad (\text{VIII.74})$$

$$m_u^2 = [\sin^2 \alpha' m_s^2] + [\xi'^2] \frac{m_B^2}{\rho^2}. \quad (\text{VIII.75})$$

Ход можно будет считать вытянутым, если в формуле (VIII.74) второй, а в формуле (VIII.75) первый члены будут очень незначительными и могут быть отброшены, т. е.

$$\left. \begin{aligned} m_t^2 &= [\cos^2 \alpha' m_s^2], \\ m_u^2 &= [\xi'^2] \frac{m_\beta^2}{\rho^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.76})$$

Как уже было установлено в § 48, если один из двух источников ошибок характеризуется средней квадратической ошибкой, не превышающей $1/k$ средней квадратической ошибки, характеризующей другой источник ошибок, то первым можно пренебречь при оценке точности результата измерения. При этом значение суммарной ошибки уменьшится при $k = 3$ на 5%, при $k = 5$ на 2%, при $k = 7$ всего на 1%.

На основании этого предположим, что в формулах (VIII.74) и (VIII.75)

$$\left. \begin{aligned} [\eta'^2] \frac{m_\beta^2}{\rho^2} &= \frac{1}{k^2} m_t^2, \\ [\sin^2 \alpha' m_s^2] &= \frac{1}{k^2} m_u^2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.77})$$

Примем для дальнейших выводов принцип равных влияний, т. е.

$$\frac{m_\beta^2}{\rho^2} [\eta'^2] = \frac{1}{k^2} m_t^2 = \frac{1}{k^2} m_u^2,$$

и для упрощения положим, что линии в ходе равны между собой; тогда при достаточной вытянутости хода можно записать

$$\frac{m_\beta^2}{\rho^2} [\eta'^2] = \frac{1}{k^2} \frac{m_\beta^2}{\rho^2} [\xi'^2] = \frac{1}{k^2} \frac{m_\beta^2}{\rho^2} L^2 \frac{n+3}{12}$$

или

$$[\eta'^2] = \frac{1}{k^2} L^2 \frac{n+3}{12}. \quad (\text{VIII.78})$$

Введем в выражение (VIII.78) среднюю величину

$$\frac{[\eta'^2]}{n+1} = \eta_0'^2, \quad (\text{VIII.79})$$

с учетом которой будем иметь

$$\eta_0'^2 (n+1) = \frac{1}{k^2} L^2 \frac{n+3}{12}. \quad (\text{VIII.80})$$

Число n обычно значительное, поэтому можно принять $n + 1 \approx \approx n + 3$; тогда

$$\eta'_0 = \frac{L}{k \sqrt{12}}. \quad (\text{VIII.81})$$

Возьмем второе уравнение (VIII.77) и проведем тот же ход рассуждений, что и для первого уравнения. По принципу равных влияний напишем

$$[m_s^2 \sin^2 \alpha'] = \frac{1}{k^2} m_u^2 = \frac{1}{k^2} m_t^2$$

или

$$[m_s^2 \sin^2 \alpha'] = \frac{1}{k^2} [m_s^2 \cos^2 \alpha']. \quad (\text{VIII.82})$$

При принятых равных линиях s величины m_{s_i} также будут равными, поэтому в выражении (VIII.82) их можно вынести за знак суммы и затем сократить. Тогда

$$[\sin^2 \alpha'] = \frac{1}{k^2} [\cos^2 \alpha']. \quad (\text{VIII.83})$$

Введем средние величины

$$\left. \begin{aligned} \frac{[\sin^2 \alpha']}{n} &= \sin^2 \alpha'_0, \\ \frac{[\cos^2 \alpha']}{n} &= \cos^2 \alpha'_0; \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.84})$$

с учетом выражений (VIII.84) равенству (VIII.83) можно придать вид

$$n \sin^2 \alpha'_0 = \frac{1}{k^2} n \cos^2 \alpha'_0. \quad (\text{VIII.85})$$

Отсюда

$$\text{tg } \alpha'_0 = \frac{1}{k}. \quad (\text{VIII.86})$$

При $k = 7$ для выражений (VIII.81) и (VIII.86) будем иметь

$$\eta'_0 \approx \frac{L}{24}, \quad (\text{VIII.87})$$

$$\text{tg } \alpha'_0 = \frac{1}{7}, \quad \text{откуда } \alpha'_0 \approx 8^\circ. \quad (\text{VIII.88})$$

Для предельного значения согласно правилам теории ошибок находим

$$\left. \begin{array}{l} \text{пред } \eta'_0 = \frac{L}{8}, \\ \text{пред } \alpha'_0 = 24^\circ. \end{array} \right\} \quad (\text{VIII.89})$$

Следовательно, ход можно считать достаточно вытянутым, если точки хода отклоняются в обе стороны от линии, проведенной через центр тяжести параллельно замыкающей хода, в среднем на величину $\frac{1}{24}$ (α в пределе на $\frac{1}{8}$) длины самой замыкающей и линии хода отклоняются от направления замыкающей в обе стороны на 8° (α в пределе на 24°). При этом предельного значения может достигнуть лишь одна из ординат η'_i , так же как и один из углов α'_i .

Когда ход имеет S-образную форму или вьется около своей замыкающей, располагаясь по обе стороны (см. рис. 58), можно принять, что центр тяжести точек такого хода лежит на замыкающей (или вблизи нее). В этом случае можно упростить формулировку сделанных выводов, считая, что η_0 представляет среднее расстояние точек хода от замыкающей.

В качестве критерия степени изогнутости хода иногда употребляется еще отношение $\frac{[s]}{L}$. Величина дроби $\frac{[s]}{L}$ будет зависеть от формы хода; чем искривленнее ход, тем эта дробь будет больше. В вытянутом ходе $\frac{[s]}{L} = 1$, в замкнутом $\frac{[s]}{L} = \infty$ ($L = 0$). Следовательно, до известной степени дробь $\frac{[s]}{L}$ может служить показателем изогнутости полигонометрического хода. Ход считается достаточно вытянутым, если

$$\frac{[s]}{L} \leq 1,3. \quad (\text{VIII.90})$$

Однако по выполнению только этого отношения еще полагать ход вытянутым нельзя.

§ 53. Организация работ. Составление проекта.

Полигонометрические работы состоят из следующих процессов: 1) составление проекта; 2) рекогносцировка трассы и пунктов полигонометрического хода; 3) установка знаков и закладка центров; 4) измерение углов; 5) измерение линий; 6) привязка к пунктам государственной геодезической сети высших классов и разрядов; 7) обработка результатов полевых измерений; 8) предварительные вычисления и оценка точности полевых измерений; 9) уравнивательные вычисления и оценка точности полученных результатов; 10) составление каталога; 11) составление технического отчета.

Основная задача проектирования состоит в том, чтобы из всех возможных вариантов выбрать тот вариант полигонометрических

ходов и сетей, который по точности соответствовал бы поставленным задачам, а для осуществления требовал бы минимальных трудовых и денежных затрат.

Проектирование полигонометрических ходов и сетей 4 класса, 1 и 2 разрядов производят с учетом масштаба и метода предстоящих съемок, требований Инструкции [24], а также и специальных требований, предъявляемых проектными и другими организациями.

До начала проектирования необходимо определить границы обеспечиваемого района; собрать данные об условиях работ в нем: сведения о путях и средствах сообщения, метеорологические сведения, физико-географические и геоморфологические описания, данные гидрологических исследований и т. п.; собрать топографические карты масштаба 1 : 25 000 и крупнее, схемы ранее исполненных триангуляционных и полигонометрических сетей, чтобы установить наличие и пригодность исходных пунктов (топографо-геодезическую изученность). Кроме того, до начала работ надо выяснить необходимую густоту обеспечения территории геодезическими пунктами с учетом перспективы развития территорий согласно генеральному плану и плану освоения земель, а также точность определения положения пунктов, дирекционных углов и длин линий.

Полигонометрические ходы проектируют в виде отдельных разомкнутых ходов, опирающихся на два исходных пункта. При обеспечении геодезическими пунктами значительных площадей проектируют полигонометрические сети. При этом следует учитывать, что ходы и сети 4 класса должны опираться на пункты триангуляции и полигонометрии высших классов. Ходы и сети 1 разряда должны прокладываться между пунктами 4 класса, ходы и сети 2 разряда — между пунктами ходов 1 разряда.

При составлении проекта вначале задаются наиболее целесообразной схемой построения сети, точностью измерения углов и линий и рассчитывают ожидаемые ошибки по формулам, приведенным в § 50. Если ожидаемая точность не удовлетворяет предъявляемым требованиям, то изменяют схему построения и повторяют расчет.

Детальное проектирование полигонометрических ходов 4 класса, 1 и 2 разрядов для незастроенной территории производят на топографических картах масштаба 1 : 25 000, а для застроенной территории — масштаба 1 : 10 000. На картах вначале наносят исходные пункты на территорию объекта и на смежные участки, после чего намечают направления отдельных ходов в соответствии с принятой схемой развития сети. Ходы намечают в тех местах, где они с максимальной эффективностью могут быть использованы, однако при этом учитывают и характер местности, и имеющиеся приборы для линейных измерений.

Ходы должны прокладываться по местности, наиболее благоприятной для производства угловых и линейных измерений.

В соответствии с этим ходы намечают вдоль дорог или около них, по долинам рек, по существующим лесным просекам, избегая заболоченных мест.

После того как намечено направление отдельных ходов, переходят к выбору положения отдельных пунктов с соблюдением максимальной и минимальной длины линий. Следует также помнить, что места, намечаемые для постановки полигонометрических знаков, должны обеспечивать их долговременную сохранность. Не следует предусматривать постановку знаков на пашне, болотах, оползнях и т. п.

После разработки проекта подсчитывают объем работ, определяют потребности в приборах, материалах, транспорте, техническом персонале и рабочей силе. На основе этого составляют смету затрат и план организации работ. Все эти документы затем уточняют на основании данных рекогносцировки.

§ 54. Расчет точности полигонометрических ходов

При составлении проекта необходимо предвычислить ожидаемую точность каждого запроектированного на карте полигонометрического хода. При этом с карты выписывают для каждого хода длину хода $[s]$; замыкающую L ; число линий n ; число углов $n + 1$; максимальную $s_{\max}$ и минимальную $s_{\min}$ длину линий хода; среднюю длину линии хода $s_{\text{ср}}$.

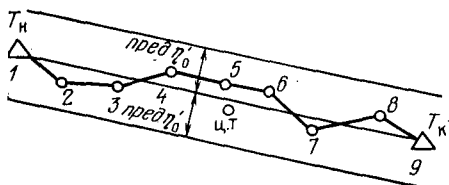


Рис. 59

Расчетную часть для каждого хода начинают с установления формы хода. Для этого используют критерии степени изогнутости, указанные в выражениях (VIII.89), (VIII.90).

Для проверки выполнения соотношений (VIII.89) удобно пользоваться графическим способом. Для этого в запроектированном ходе проводят замыкающую хода, откладывают в обе стороны от нее (в масштабе карты) величину $\text{пред } \eta_0$ и проводят линии, параллельные замыкающей (рис. 59). Если ни одна из вершин хода не выходит за пределы полученной полосы, то первое из условий (VIII.89) выполнено. Уклонения линий хода от направления замыкающей также измеряют на схеме хода (транспортиром) и сравнивают с $\text{пред } \alpha'_0$, указанным в (VIII.89).

Как известно, точность запроектированного хода будет характеризоваться предельной ошибкой пункта в самом слабом месте хода после его уравнивания. В полигонометрическом ходе до уравнивания, как уже было установлено, самую большую ошибку будет иметь пункт, расположенный в конце хода. При привязке конца хода к исходному пункту наименьшей точностью после уравнивания координат будет обладать пункт, расположенный

в середине хода, как наиболее удаленный от обоих исходных пунктов.

Положение средней точки E полигонометрического хода, проложенного между двумя исходными пунктами T_n и T_k длиной L , определяется по формуле арифметического среднего из двух равноточных результатов, вычисленных от концов хода.

Если вес определения конечной точки T_k принять равным $p_{T_k} = \frac{1}{L}$, то вес каждого результата определения средней точки E будет

$$p'_E = \frac{L}{L/2} = \frac{2}{L} = 2p_{T_k}.$$

Общий вес определения положения точки E будет равен сумме весов, т. е.

$$P_E = p'_E + p''_E = 2p'_E = 4p_{T_k}.$$

Заменив веса средними квадратическими ошибками, получим

$$\frac{1}{M_E^2} = \frac{4}{M_{T_k}^2},$$

откуда

$$M_E = \frac{1}{2} M_{T_k}. \quad (\text{VIII.91})$$

Если предельную ошибку средней точки хода принять равной не утроенной, а удвоенной средней квадратической ошибке, т. е. пред $\Delta_E = 2M_E$,

то с учетом формулы (VIII.91)

$$\text{пред } \Delta_E = M_{T_k}. \quad (\text{VIII.92})$$

Следовательно, *предельная ошибка положения точки, расположенной в слабом месте полигонометрического хода (в его середине), после уравнивания примерно равна средней квадратической ошибке положения конечной точки до уравнивания.*

Средняя квадратическая ошибка положения конечной точки полигонометрического хода рассчитывается по формулам, приведенным в § 50. Величина $[m_s^2]$, входящая в эти формулы, определяется в зависимости от метода измерения линии. Для расчетов можно принять следующие соотношения:

для полигонометрии с измерением линий точными светодально-мерами

$$[m_s^2] = nm_{s_{\text{ср}}}^2 \quad \text{или} \quad [m_s^2] = nm_s^2, \quad (\text{VIII.93})$$

где $m_{s_{\text{ср}}}$ — средняя квадратическая ошибка средней линии $s_{\text{ср}}$;

для полигонометрии с измерением линий инварными проволоками

$$[m_s^2] = \mu_0^2 [s] + \lambda^2 L^2, \quad (\text{VIII.94})$$

где μ_0 — средняя квадратическая ошибка на 1 м длины, называемая коэффициентом случайного влияния; λ — величина систематической ошибки на 1 м длины, называемая коэффициентом систематического влияния;

для полигонометрии с измерением линий оптическими дальномерами

$$[m_s^2] = \left(\frac{m_s}{s} \right)^2 s_{\text{ср}}^2 n, \quad (\text{VIII.95})$$

где $\frac{m_s}{s}$ — относительная средняя квадратическая ошибка измерения расстояний дальномером — точность дальномера.

Для полигонометрии с измерением линий короткобазисным параллактическим методом величина $[m_s^2]$ определяется по формулам в зависимости от типа применяемого звена *.

Для предварительного расчета должны быть известны предусмотренные инструкцией для данного класса или разряда точность измерения углов m_β и линий m_s (или μ и λ), длина хода $[s]$, средняя длина линий $s_{\text{ср}}$.

Пример. Определить ожидаемую предельную относительную ошибку хода и предельную ошибку положения пункта после уравнивания, если пункт расположен в самом слабом месте вытянутого полигонометрического хода 4 класса. Длина хода $[s] = 9$ км, средняя длина линии $s_{\text{ср}} = 0,8$ км, число сторон $n = 11$, линии в ходе будут измеряться точным светодальномером с постоянной средней квадратической ошибкой $m_s = 20$ мм. Средняя квадратическая ошибка угла $m_\beta = 2''$.

Для расчета используем формулу (VIII.56) с учетом (VIII.93)

$$M^2 = 11 \cdot 400 \cdot 10^{-6} + \frac{4 \cdot 81 \cdot 10^{-6} \cdot 14}{200^2 \cdot 10^6 \cdot 12} = 0,004 + 0,009 = 0,013 \text{ м}^2;$$

$$M = 0,11 \text{ м.}$$

Полагая $f_s \approx 2M \approx 0,22$ м, получим

$$\frac{\text{пред } f_s}{[s]} = \frac{0,22}{9\,000} = \frac{1}{41\,000}; \quad \frac{1}{41\,000} < \frac{1}{T},$$

где $\frac{1}{T} = \frac{1}{25\,000}$ — предельная относительная невязка в периметре полигонометрического хода, установленная инструкцией [25] для 4 класса.

Предельная ошибка после уравнивания пункта, расположенного в самом слабом месте хода, по (VIII.92) будет пред $\Delta = 0,11$ м.

Расчеты можно выполнить, исходя из обратного: по величине M получить m_β , m_s (или μ и λ).

* См. главу XIV.

Положим, что предельная относительная невязка в периметре хода равна

$$\frac{\text{пред } f_s}{[s]} = \frac{1}{T}. \quad (\text{VIII.96})$$

Заменив пред f_s на $2M$, получим

$$\frac{2M}{[s]} = \frac{1}{T},$$

откуда

$$M = \frac{[s]}{2T}. \quad (\text{VIII.97})$$

Применив принцип равных влияний к формуле средней квадратической ошибки положения конечной точки полигонометрического хода, можно для хода любой формы написать

$$[m_s^2] = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} [D_{0,i}^2] = \frac{M^2}{2},$$

откуда

$$[m_s^2] = \frac{M^2}{2} \quad (\text{VIII.98})$$

и

$$m_\beta = \frac{M\rho}{\sqrt{2[D_{0,i}^2]}}. \quad (\text{VIII.99})$$

Расстояние от центра тяжести хода до каждой точки $D_{0,i}$ удобно определить графическим способом, по координатам центра тяжести хода x_0 и y_0 , определенным также графическим путем.

Для этого используют известное правило механики о сложении параллельных одинаково направленных сил. Если принять, что в точках поворота (рис. 60) действуют параллельные, одинаково направленные силы (равные по абсолютной величине, например, единице), то первая результирующая сил в точках *Петрово* и 2 равна двум и приложена к точке *a*, делящей сторону *Петрово* — 2 пополам; вторая результирующая сила в точке *a* (равная двум) и в точке 3 (равная единице) равна трем и приложена к точке *b*, лежащей на прямой *a* — 3 на расстоянии $\frac{1}{3}$ от точки *a* и $\frac{2}{3}$ от точки 3, и т. д. Величины $D_{0,i}$ берут со схемы хода с графической точностью масштаба карты.

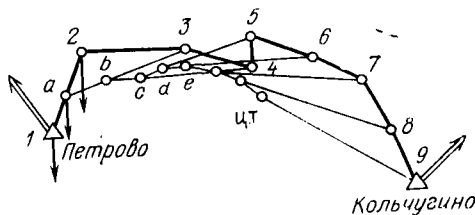


Рис. 60

По полученным величинам $[m_s^2]$ и m_β определяют приборы для линейных и угловых измерений.

Пример. Определить предельную ошибку положения пункта, расположенного в слабом месте запроектированного вытянутого полигонометрического хода 4 класса ($1/T = \frac{1}{25\,000}$), и рассчитать средние квадратические ошибки изме-

рения углов и линий. Длина хода $[s] = 6925$ м, средняя длина линии $s_{cp} = 690$ м и число линий в ходе $n = 10$.

По формуле (VIII.97)

$$M = \frac{6925}{2 \cdot 25000} = 0,138 \text{ м.}$$

Следовательно, по формуле (VIII.92) пред $\Delta = 0,138$ м.

Применим принцип равных влияний к формуле (VIII.56). По формуле (VIII.98) определим

$$[m_s^2] = \frac{M^2}{2} = \frac{138^2}{2} = 9517 \text{ мм}^2.$$

Положим, что для измерения линий будет использован светодальномер, средняя квадратическая ошибка измерения линий которым $m_s = 20$ мм. Тогда с учетом выражения (VIII.93) в ходе должно иметь место соотношение

$$nm_s^2 \leq \frac{M^2}{2}.$$

Получается $4000 \text{ мм}^2 < 9517 \text{ мм}^2$; следовательно, светодальномер такой точности вполне может быть использован в запроектированном полигонометрическом ходе для измерения линий.

Среднюю квадратическую ошибку измерения угла определим из выражения

$$\frac{M^2}{2} = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} L^2 \frac{n+3}{12},$$

$$m_\beta = \frac{M \rho \sqrt{6}}{L \sqrt{n+3}} = \frac{0,138 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{6}}{6925 \cdot \sqrt{13}} = 2,7''.$$

Следовательно, для измерения углов необходимо использовать теодолиты двухсекундной точности Т2, 2Т2 (ТБ-1 и др., им равноточные).

Если величина m_β окажется меньше $2''$, то для ее увеличения следует использовать путь, указанный в § 51.

§ 55. Рекогносцировка пунктов полигонометрии

Для проверки на местности, уточнения, дополнения и исправления составленного по топографической карте проекта полигонометрической сети производится рекогносцировка.

Полевые рекогносцировочные работы проводятся в два этапа.

На первом этапе устанавливают, произошли ли изменения на участке с момента издания топографических карт, на основании которых составлен проект, а также можно ли прокладывать полигонометрические ходы на местности по запроектированным направлениям. При этом проверяют взаимную видимость между пунктами, особенно обращая внимание на сомнительные направления, намеченные на карте при составлении проекта, учитывают высоту растительности и застройки, отыскивают обходы препятствий в полосе хода. Ход должен быть отрекогносцирован так, чтобы визирный луч при измерениях проходил не ближе 0,5 м от препятствия.

Трасса намеченного хода должна быть удобной для угловых и особенно линейных измерений, если предполагают применять непосредственный или короткобазисный параллактический, или дальномерный методы измерений, требующие установки оборудования по всей линии хода. В условиях города или поселка обращают внимание на интенсивность движения транспорта по намеченным направлениям.

В случае установления значительных изменений на этом этапе рекогносцировки вносят коррективы в проект.

На втором этапе рекогносцировки проект полигонометрии переносят в натуру, выбирая места для постановки пунктов. При этом руководствуются следующими положениями. Полигонометрические пункты должны быть расположены примерно на равных расстояниях. Места для пунктов должны быть выбраны так, чтобы была обеспечена их долговременная сохранность, поэтому нельзя для их постановки использовать участки со свеженасыпанным грунтом, заливаемые в половодье, подверженные обвалам (вблизи карьеров, обрывов и пр.), занятые сельскохозяйственными культурами и т. п., а также проезжие части дорог и улиц. Кроме того, для соблюдения правил по технике безопасности пункты не должны располагаться особенно близко к железным дорогам, линиям тока высокого напряжения и т. п.

На застроенных территориях и в населенных местах для пунктов полигонометрического хода следует выбирать преимущественно фундаменты и стены бетонных или кирпичных зданий и сооружений, предполагая закреплять пункты стенными центрами. При выборе мест для грунтовых центров надо учитывать расположение подземных коммуникаций и предполагаемую застройку будущих территорий.

Выбранные на местности места сначала закрепляют временными центрами: колыями, металлическими штырями и др. и составляют на них абрисы с привязкой к постоянным предметам местности не менее чем тремя промерами. При дальнейшем закреплении постоянными центрами промеры уточняют.

§ 56. Закрепление пунктов полигонометрии

Пункты полигонометрических ходов и сетей на местности закрепляются центрами и знаками.

Центры геодезических пунктов служат для точного обозначения места пункта и долговечной его сохранности. Центры имеют различную конструкцию и подразделяются на типы, которые зависят от физико-географических условий района работ, особенно от характера грунта и глубины промерзания почвы. Центры изготовляют либо из бетона, либо из металлических труб, заполненных бетонным раствором и надежно защищенных от действия коррозии. В бетонные блоки или трубы заделывают специальные чугунные марки, в середине которых имеется

полусфера с отверстием или крест; последние обозначают точку на местности, координаты которой в дальнейшем и определяются. На марках или верхней грани бетонных центров ставятся номера. Закрепление пунктов центрами производится в соответствии с указаниями нормативного документа «Центры и реперы государственной геодезической сети СССР» и Инструкции [21].

Конструкции центров геодезических сетей, развиваемых на территории городов, поселков и промышленных площадок, разделяются на две группы: центры, закладываемые в грунт на незастроенных территориях, и центры, закладываемые в фундаменты и стены бетонных или кирпичных зданий и сооружений — в за-

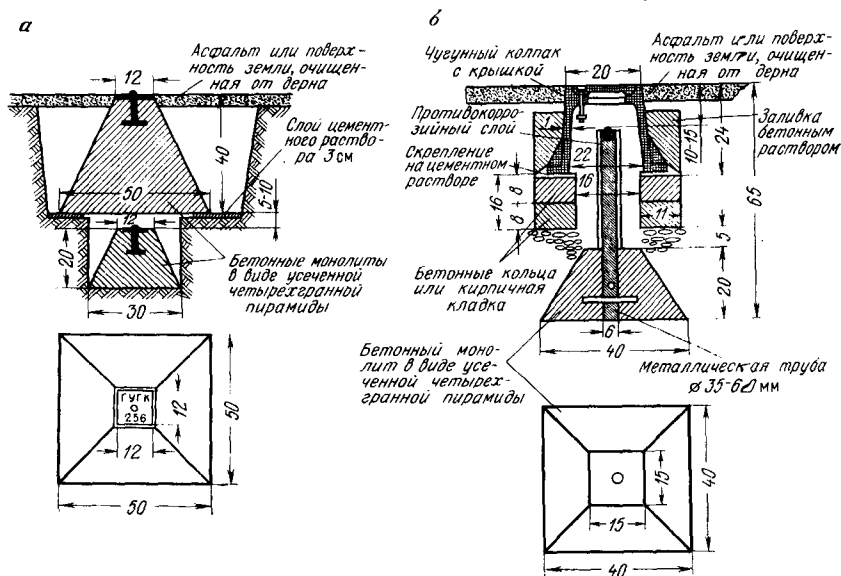


Рис. 61

строенной части. Те и другие предназначены к использованию в качестве реперов нивелирования III, IV классов и технического.

Пункты специальной полигонометрии 4 класса, развиваемой на объектах крупномасштабных съемок, а также и пункты полигонометрии 1 и 2 разрядов закрепляются на незастроенной территории центрами типа 5 г. р. (рис. 61, а) и 6 г. р. (рис. 61, б). Центр типа 5 г. р. состоит из двух бетонных монолитов в виде усеченных четырехгранных пирамид с размерами в см, указанными на рис. 61, а. В верхней части монолитов заделываются марки. Монолиты устанавливаются так, чтобы оси марок находились на одной отвесной линии. Центр типа 6 г. р. представляет собой один бетонный монолит в виде усеченной четырехгранной пирамиды с заделанной в него металлической трубой; размеры сооружения в см указаны на рис. 61, б. К верхнему концу трубы

приваривается марка, а в нижнюю часть вставляются в просверленные отверстия два металлических стержня. Над центром устанавливается чугунный колпак с крышкой и опорными бетонными кольцами или кирпичной кладкой, заменяющей их.

Центры, закладываемые в фундаменты стен зданий и сооружений, установлены двух типов: 7 г. р. и 8 г. р. (см. рис. 20). Центры закладываются на высоте 0,5—1,0 м от земной поверхности. Стенные центры рассчитаны для закрепления пунктов всех классов и разрядов.

При развитии геодезического обоснования в городах и на промышленных площадках все пункты полигонометрии 2, 3, 4 классов 1 и 2 разрядов закрепляются постоянными центрами указанных выше конструкций. На территории сельской местности в полигонометрии 4 класса постоянными центрами типов 5 и 6 закрепляются все пункты; в полигонометрии 1 разряда закрепляются пункты через 1 км, а в полигонометрии 2 разряда — через 0,5 км. Центры пунктов располагаются попарно, обеспечивая закрепление обоих концов линий. Все узловые пункты полигонометрических сетей закрепляются обязательно.

Закрепление пунктов производится в соответствии с требованиями, изложенными в нормативных документах «Центры геодезических пунктов для территорий городов, поселков и промышленных площадок», «Руководство по применению ственных знаков в полигонометрических и теодолитных ходах».

Н а р у ж н ы е з н а к и. При наблюдениях горизонтальных направлений и вертикальных углов, а также при измерениях расстояний светодальномерами между пунктами должна быть прямая видимость. Чтобы обеспечить ее, приборы и визирные цели иногда приходится поднимать на соответствующую высоту над поверхностью земли. Для этого на пунктах полигонометрии сооружают наружные знаки типов: тур, простая пирамида, пирамидаштатив.

Тур (рис. 62) представляет собой каменный, кирпичный, бетонный или железобетонный столб высотой 1,2 м, возводимый над маркой. Визирная цель крепится либо на специальной пирамиде, либо непосредственно на туре.

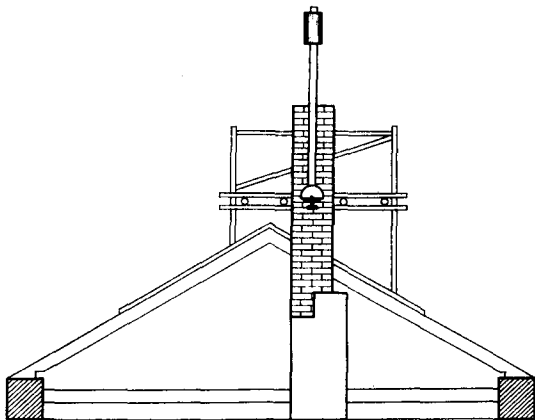


Рис. 62

Простые пирамиды и пирамиды-штативы бывают трехгранные и четырехгранные, металлические или деревянные, их сооружают на тех пунктах, с которых наблюдения будут выполняться с земли.

На время наблюдений на пирамиды-штативы могут устанавливаться вежи высотой до двойной высоты пирамиды-штатива путем поднятия стандартной визирной цели на специальных трубчатых элементах с оттяжками (рис. 63).

Визирные цели наружных геодезических знаков представляют собой визирные цилиндры, продольная ось симметрии которых должна совпадать или быть параллельной оси знака.

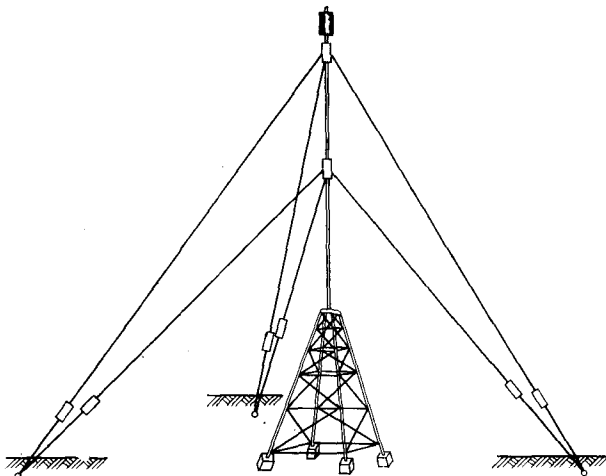


Рис. 63

К наружным знакам предъявляют следующие требования: они должны быть устойчивыми и прочными, симметричными относительно вертикальной оси. При установке наружных знаков на пунктах полигонометрии должны соблюдаться требования Руководства по постройке геодезических знаков.

Глава IX.

УГЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ В ПОЛИГОНОМЕТРИИ

§ 57. Классификация теодолитов

В СССР согласно действующему ГОСТу 10529—70 «Теодолиты. Типы. Основные параметры и технические требования» все оптические теодолиты по точности разделены на три группы:

а) высокоточные — для измерения горизонтальных углов со средней квадратической ошибкой от 0,5 до 1";

б) точные — для измерения горизонтальных углов со средней квадратической ошибкой от 2 до 7";

в) технические — для измерения углов со средней квадратической ошибкой от 10 до 30".

По этому ГОСТу изготавливали высокоточные теодолиты Т05 и Т1; точные теодолиты Т2 и Т5; технические теодолиты Т15 и Т30.

С 1976 г. была проведена унификация теодолитов, согласно которой взамен теодолитов Т2, Т5 и Т5К стали выпускать теодолиты серии 2Т: 2Т2, 2Т5 и 2Т5К.

Цифры, стоящие в шифрах теодолитов за буквой Т, обозначают средние квадратические ошибки измерения углов одним приемом.

Кроме основных типов теодолитов, ГОСТ 10529—70 разрешает изготовление их модификаций для специальных работ. В шифры таких специализированных приборов вводятся дополнительные буквы, например «А» для автоколлимационных теодолитов, «М» для маркшейдерских теодолитов.

Теодолиты, снабженные компенсатором, вместо уровня вертикального круга имеют в шифре букву «К», например Т5К.

По новому ГОСТу 10529-79 будут изготавливаться теодолиты следующих типов: Т1, Т2, Т5, Т15, Т30, Т60, а также их модификации. Предусматривается выпуск теодолитов в двух вариантах: со зрительной трубой, дающей прямое или обратное изображение. В шифры теодолитов, снабженных зрительной трубой прямого изображения, вводится буква «П», например Т5КП.

Для измерения углов в полигонометрии применяются теодолиты, обеспечивающие среднюю квадратическую ошибку угла в 4 классе — 2", в 1 разряде — 5", во 2 разряде — 10".

Такую точность в полигонометрии 4 класса обеспечивают теодолиты Т2 и 2Т2; в полигонометрии 1 и 2 разрядов — указанные выше и Т5, 2Т5, Т5К и 2Т5К.

Кроме перечисленных, в полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов разрешается применять теодолиты ТБ-1 и ОТС, изготовлявшиеся ранее, и теодолиты, выпускаемые за рубежом. Аналогами теодолита Т2 по точности и назначению являются теодолиты Theo 010 и Theo 010А Народного предприятия «Карл Цейсс Йена» (ГДР), Те-В1 завода МОМ (ВНР). Из равноточных теодолитов Т5 приборов назовем Theo 020 и Theo 020А Народного предприятия «Карл Цейсс Йена» (ГДР), Те-Д2 и Те-Д4 завода МОМ (ВНР).

§ 58. Оптические теодолиты Т2 и 2Т2

Теодолит Т2 — оптический теодолит с цилиндрической неповторительной системой вертикальных осей с поворотным горизонтальным лимбом, оптическим микрометром с раздвижными клиньями и оптическим центриром.

Внешний вид теодолита представлен на рис. 64. Прибор устанавливается на подставке 2 (см. рис. 64, а), которая прикрепляется

к штативу с помощью треугольной металлической пластины 1 и станового винта. Прибор входит во втулку подставки цапфой и закрепляется винтом 17.

Зрительная труба теодолита астрономическая прямая с апохроматической коррекцией * и с внутренней фокусировкой; увеличение трубы 25 $\times$; угол поля зрения 1° 30'; диаметр выходного зрачка 1,4 мм; фокусное расстояние объектива 250 мм.

Для фокусирования трубы по предмету служит фокусирующее кольцо; установка окуляра по глазу производится вращением

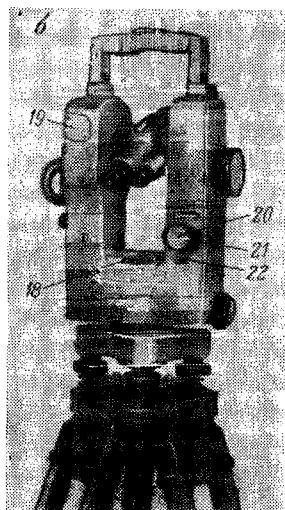
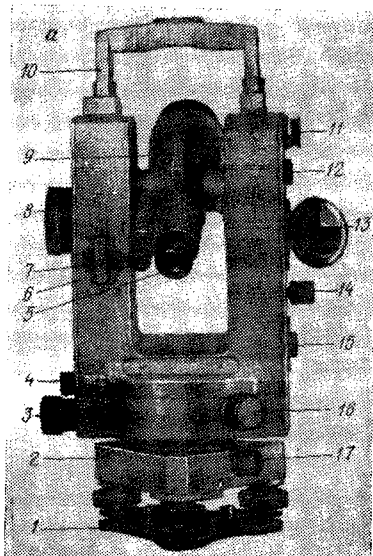


Рис. 64

диоптрийного кольца 4. Сетка нитей имеет, кроме креста, пару дальномерных штрихов с коэффициентом дальномера 100. Сетку можно перемещать при помощи исправительных винтов в горизонтальном и вертикальном направлениях. Для приближенного наведения трубы на визирную цель имеются визиры 9, расположенные на верхней и нижней сторонах трубы. В поле зрения визира виден светлый крест, он и совмещается с наблюдаемой целью.

Система вертикальных осей теодолита (рис. 65) цилиндрическая неповторительная с опорой в нижней части на шарикоподшипник 5, установленный на сферическом самоустанавливающемся подпятнике 4. Полая ось алидады 1 находится внутри втулки 2, к которой примыкает ось горизонтального круга 3. Внутри оси

* В трубе уменьшены сферохроматическая aberrация и вторичный спектр.

алидада находится объектив оптического центрира. Зрительная труба центрира имеет увеличение $2,5\times$, а пределы визирования — от 0,3 м до бесконечности. Сетка нитей представляет собой две концентрические окружности. Окуляр оптического центрира 15 (см. рис. 64, а) выведен на колонку. Он устанавливается по глазу вращением оправы. Фокусируется оптический центрир передвижением всего окулярного колена вдоль оптической оси.

Теодолит имеет стеклянные горизонтальный и вертикальный угломерные круги, лимбы которых разделены от 0 до 360° через $20'$. Диаметр горизонтального круга 90 мм, вертикального — 65 мм. Перестановка лимбов осуществляется при помощи рукоятки 16. В обычном положении рукоятка не соединена с кругом. Для того чтобы повернуть горизонтальный круг на необходимый угол, сначала следует нажать на рукоятку вдоль оси, а затем вращать ее до появления пужного деления.

Для повышения точности отсчитывания по лимбам применен принцип совмещенного отсчета диаметрально противоположных штрихов с помощью двустороннего клинового оптического микрометра. Головка 8 микрометра помещается на колонке. Здесь же находится рукоятка 7 переключателя кругов.

На другой колонке прибора, составляющей одно целое с корпусом вертикального круга, расположено поворотное осветительное зеркало 13. Лучи дневного света, отражаясь от его поверхности и проходя оптическую систему прибора, освещают поле зрения отсчетного микроскопа 6, окулярная трубка которого находится рядом с окуляром 5 зрительной трубы. Подсветка поля зрения микроскопа может выполняться и с помощью специального электрического фонарика, закрепленного на колонке за иллюминатором.

Алидада горизонтального круга имеет закрепительный 4 и наводящий винты 3, которые соосны между собой. Ту же конструкцию имеют закрепительный 21 (см. рис. 64, б) и наводящий 20 винты зрительной трубы. Для приведения оси вращения прибора в отвесное положение служит цилиндрический уровень 18 на корпусе алидады горизонтального круга, юстировочный винт 22 которого выведен на колонку; цена деления уровня $15''$.

Горизонтальная ось теодолита жестко связана с корпусом зрительной трубы. Своими цапфами ось установлена в лагерах. На одном конце оси укреплен вертикальный круг, на другом —

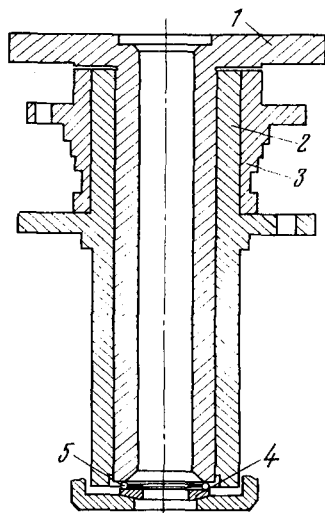


Рис. 65

втулка с хомутиком, связывающим ось с наводящим винтом 20 трубы. Цилиндрический уровень при алидаде вертикального круга расположен внутри колонки. Изображение концов пузырька уровня системой призм передается на поворотную призму-лупу 11 (см. рис. 64, а). Уровень освещается через окно 12. Концы пузырька совмещаются установочным винтом уровня 14. Юстировочные винты уровня находятся на колонке за крышкой 19 (см. рис. 64, б). Цена деления уровня алидады вертикального круга 20".

Для установки оси вращения трубы в горизонтальное положение к теодолиту Т2 прилагается накладной уровень с ценой деления 10". Этот уровень устанавливается на шейке горизонтальной оси теодолита.

Ручка 10 (см. рис. 64, а) служит для закрепления на ней визирной вешки и ориентир-буссоли, а также для переноски теодолита.

Оптическая схема теодолита Т2 представлена на рис. 66. Теодолит имеет двухканальную оптическую схему с двусторонним снятием отсчетов.

Оптический канал отсчетной системы горизонтального круга начинается с того, что световой пучок, отразившись от поворотного зеркала 1 и пройдя иллюминатор 2, призмой 26 направляется вниз на призму 27 с коллективной линзой, которая освещает снизу штрихи горизонтального круга 28. Изображение этих штрихов с помощью оптического мостика, состоящего из крышеобразных призм 29, 32 и линз 30, 31, передается на диаметрально противоположную сторону круга. Изображение диаметрально противоположных штрихов с помощью призмы 33 и системы объектива горизонтального круга (линз 34 и 35) проецируется через систему клиньев 17, 18, 19, 20 микрометра в плоскость, проходящую через разделительную границу блока 21. Перемещение подвижных оптических клиньев 19 и 20 регистрируется по шкале 22 оптического микрометра. Изображение штрихов круга и шкалы с помощью пентапризмы 23 и объектива 24 микроскопа передается в фокальную плоскость окуляра 25, откуда попадает в глаз наблюдателя.

В оптическом канале отсчетной системы вертикального круга световой пучок, отразившись от зеркала 1 и пройдя иллюминатор 2 и призмы 3, 4, освещает участок вертикального круга 5, по которому производится отсчет. Изображение штрихов вертикального круга с помощью оптического мостика, состоящего из крышеобразных призм 6, 9 и линз 7, 8, проецируется в плоскость штрихов диаметрально противоположной стороны вертикального круга, после чего изображение штрихов обеих сторон круга с помощью призм 10, 11, системы объектива вертикального круга, состоящего из линз 12, 13 и призм 14, 15, 16, направляется в систему оптического микрометра и проецируется в плоскость, проходящую через разделительную границу блока призм 21, откуда путем, указанным для пучка лучей, идущих от горизонтального

круга, передается в фокальную плоскость окуляра 25 отсчетного микроскопа, а далее в глаз наблюдателя.

При снятии отсчетов по горизонтальному кругу призма 16, связанная с рукояткой переключения кругов 7 (см. рис. 64, а), отводится в сторону (показано пунктиром), освобождая путь для

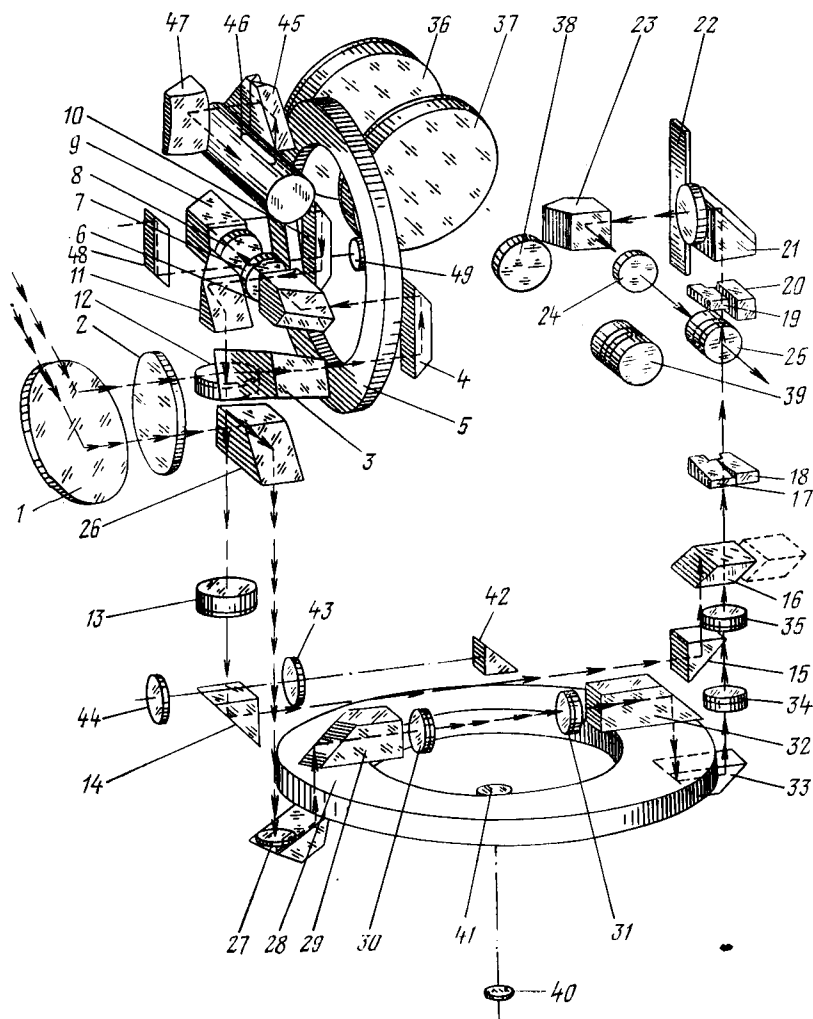


Рис. 66

лучей, идущих от горизонтального круга. В этом случае в поле зрения отсчетного микроскопа будут видны штрихи горизонтального круга. Шкала 22 микрометра освещается пучком лучей, идущих от горизонтального или вертикального круга, через прямоугольные вырезы в клиньях микрометра.

Оптическими компонентами зрительной трубы являются телеобъектив, включающий две склеенные пары линз 36, 37 и одиночную фокусирующую линзу 38, и пятилинзовый окуляр 39.

Призма 48 и линза 49 направляют световые лучи от фонаря (во время ночных работ) на сетку нитей зрительной трубы, когда она не видна.

Оптическая система контактного уровня состоит из призмы-лупы 47 и призм 45, 46. Оптическая схема центрира включает защитное стекло 40, объектив 41, призму 42, сетку нитей 43 и окуляр 44.

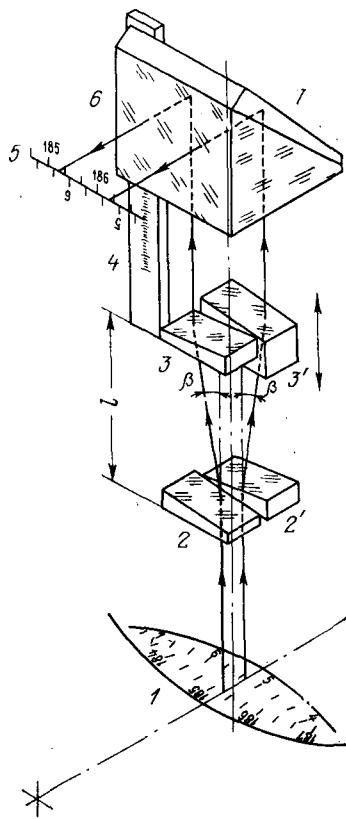


Рис. 67

Схема действия оптического микрометра представлена на рис. 67. На пути лучей, идущих от круга 1, помещаются две пары оптических клиньев: неподвижные клинья 2 и 2' и подвижные клинья 3 и 3'. Подвижные клинья имеют механическую связь с головкой и шкалой микрометра. Вращением головки микрометра их можно перемещать поступательно вдоль направления луча. При этом изменяется толщина воздушных плоскопараллельных пластинок, образуемых правой и левой парами клиньев, расположенных одна над другой. Для учета изменения толщины этих пластинок служит шкала 4. Если через одну (например, левую) пару клиньев 2 и 3 проходят лучи света от изображения штрихов делений лимба 5 одной стороны, то через другую пару клиньев 2' и 3' проходят лучи от изображения штрихов делений лимба, расположенных на диаметрально противоположной стороне лимба 1. Правая и левая воздушные плоскопараллельные пластинки наклонены по отношению к падающим на них

лучам на один и тот же угол, но в разные стороны. Поэтому при изменении расстояния между верхними и нижними клиньями лучи, проходящие через правую и левую пары клиньев, смещаются на одинаковые величины β , но в разные стороны.

Для разделения в поле зрения отсчетного микроскопа изображений штрихов тонкой чертой и удаления из поля зрения отсчетного микроскопа той части изображения, где штрихи перекрываются, служит разделительная система, состоящая из прямоуголь-

пой призмы 6, на которую наклеен оптический клин 7 с малым преломляющим углом (около 30').

Отсчет по лимбам теодолита Т2. Поле зрения отсчетного микроскопа представлено на рис. 68. В поле зрения видны два окошка — большое и малое. В левом окошке сверху видно изображение штрихов основной стороны круга, внизу — изображение штрихов диаметрально противоположной стороны. При вращении головки микрометра эти изображения двигаются в противоположные стороны. Каждый градус, разделенный на три части, подписан; цена одного деления — 20'. По желанию наблюдателя в этом окошке можно

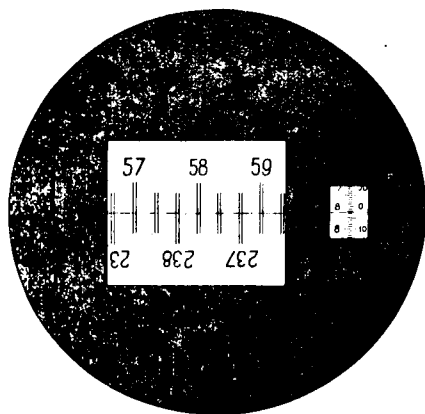


Рис. 68

видеть штрихи делений или вертикального или горизонтального кругов. Когда рукоятка 7 (см. рис. 64, а) переключения кругов направлена вдоль колонки, в окне видны деления вертикального круга, если же ее повернуть на 90°, видны деления горизонтального круга. Штрихи горизонтального круга двойные (бифилярные), вертикального — одинарные. Кроме того, при наблюдении в поле зрения отсчетного микроскопа штрихов горизонтального круга фон поля зрения белый, при наблюдении штрихов вертикального круга фон поля зрения имеет желто-зеленый оттенок.

В правом окошке видны деления шкалы микрометра и неподвижный индекс, при помощи которого делают отсчеты.

Величина сдвига шкалы при вращении головки микрометра пропорциональна смещению изображений штрихов в правом окошке. Шкала микрометра имеет 600 делений, которые проходят в малом окошке за то время, за какое в большом окошке изображения штрихов смещаются на $1\frac{1}{2}$ деления круга, т. е. на 10'.

Цена деления шкалы микрометра равна $\frac{10'}{600} = 1''$.

Отсчет по кругам производят в таком порядке.

1. Вращением головки микрометра тщательно совмещают изображения штрихов в верхней и нижней частях левого окна.

2. Записывают число градусов по верхнему изображению оцифрованного штриха слева от середины или непосредственно в середине окна (57° на рис. 68).

3. В нижней части левого окна находят изображение оцифрованного штриха круга, отличающегося от прочитанного ранее на 180°, и считают число интервалов, заключающихся между этими штрихами. Это число равно числу десятков минут (50' на рис. 68).

При этом следует иметь в виду, что нижний оцифрованный штрих всегда будет расположен вправо от верхнего или, как частный случай, может быть совмещен с ним.

4. В правом окошке по изображению шкалы микрометра отсчитывают число единиц минут, секунд и десятые доли секунд. Единицы минут отсчитывают выше неподвижного индекса по шкале, оцифрованной слева (8' на рис. 68); десятки, единицы доли секунд—по шкале, оцифрованной справа (02,4" на рис. 68).

5. Все три полученных числа складывают и получают полный отсчет по кругу. На рис. 68 он равен $57^{\circ} 58' 02,4''$.

Порядок отсчитывания по вертикальному кругу такой же, но перед отсчетом необходимо установочным винтом 14 (см. рис. 64, а) совместить концы пузырька контактного уровня при вертикальном круге.

Так как деления вертикального круга подписаны против хода часовой стрелки, формулы для вычисления места зенита MZ и зенитного расстояния Z будут иметь вид

$$MZ = \frac{Л + П + 360^{\circ}}{2}, \quad (IX.1)$$

$$Z = \frac{Л - П + 360^{\circ}}{2}; \quad Z = Л - MZ; \quad Z = MZ - П. \quad (IX.2)$$

Для измерения углов при малых зенитных расстояниях имеется призенная насадка. Насадка, надеваемая на окулярную часть зрительной трубы, изменяет направление визирной оси трубы и оптической оси микроскопа на 90° , обеспечивая одинаковое удобство в работе при обоих положениях вертикального круга. Окулярная насадка на зрительную трубу имеет светофильтр.

Тео до л и т 2Т2. Теодолит 2Т2 является представителем группы унифицированных теодолитов серии 2Т (2Т2А, 2Т5, 2Т5К, 2Т5А) и имеет много общего с конструкцией этих теодолитов. Зрительная труба, осевые системы, колонка с горизонтальной осью и многие другие оптические детали являются общими для приборов всей серии. Проведенная унификация позволила, с одной стороны, улучшить качество теодолитов, применив в них как новые более совершенные конструктивные решения, так и старые наиболее отработанные и зарекомендовавшие себя с положительной стороны, и, с другой стороны, позволяет производить более быстрый и менее трудоемкий ремонт. Унификация теодолитов позволяет также облегчить и их изучение.

Принцип устройства теодолита 2Т2 не отличается от теодолита Т2, поэтому остановимся только на отличительных особенностях прибора.

Внешний вид теодолита 2Т2 представлен на рис. 69. Зрительная труба теодолита имеет меньшие размеры и ахроматическую коррекцию *. Увеличение трубы $27,5\times$, фокусное расстояние обь-

* В трубе исправлена сферохроматическая абберация; вторичный спектр не исправлен.

ектива 218,6 мм. Сетка зрительной трубы установлена неподвижно, причем перекрестие ее отцентрировано относительно оптической оси зрительной трубы. Между корпусом и осью вращения трубы расположено клиновое кольцо 1 (рис. 70), предназначенное для изменения направления визирной оси относительно оси вращения трубы при устранении коллимационной ошибки. Для поворота клинового кольца к прибору прилагается ключ 2.

В теодолите 2Т2 (см. рис. 70) закрепительные и наводящие винты 6 и 7 алидады, закрепительные и наводящие винты 4 и 5

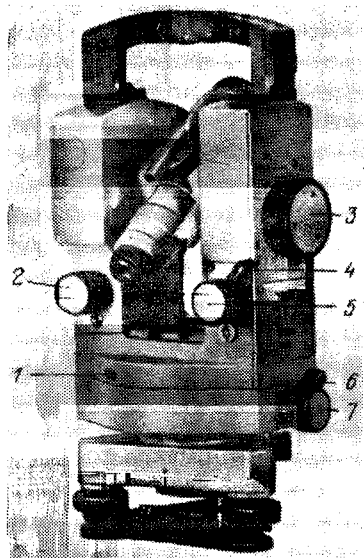


Рис. 69

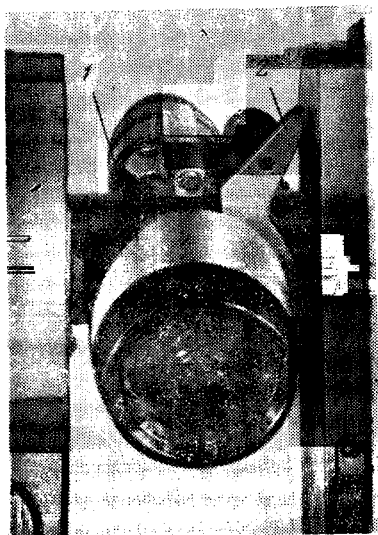


Рис. 70

трубы, установочный винт уровня 2, головка микрометра 3, а также окуляры зрительной трубы и отсчетного микроскопа расположены так, что позволяют выполнять измерения углов, не сходя с места. Это создает дополнительные удобства при измерении, а также имеет значение при работе на неустойчивом грунте. Рукоятки закрепительных винтов выполнены в виде рычажков (курков).

Для ускорения установки горизонтального круга на необходимое число градусов прибор имеет круг-искатель, разделенный через 10° и укрепленный неподвижно на горизонтальном круге. Отсчет по кругу производят через иллюминаторы 1 (в теодолите их два, второй имеется на противоположной стороне) по индексам, нанесенным на внутренних поверхностях защитных стекол иллюминаторов. К теодолиту прилагается ориентир-буссоль.

Особенностью теодолита 2Т2 является также новая система отсчитывания по микроскопу. Отсчет десятков минут берут непосредственно по вспомогательной шкале. Эта шкала нанесена на склеенной поверхности оптического клина разделительного блока микрометра вблизи от разделительной линии.

Поле зрения отсчетного микроскопа теодолита представлено на рис. 71. В поле зрения видны три окошка. В центральном малом окошке, разделенном горизонтальной линией, видны изображения штрихов горизонтального или вертикального кругов. Светлый фон указывает на то, что в поле зрения введено изображение вертикального круга, зеленый — изображение горизонтального круга. В верхнем большом окошке видны подписи числа градусов (сверху) и подписи вспомогательной шкалы от 0 до 5 (внизу), соответствующие десяткам минут. В боковом окошке — горизонтальный штрих-индекс и изображение штрихов шкалы микрометра.

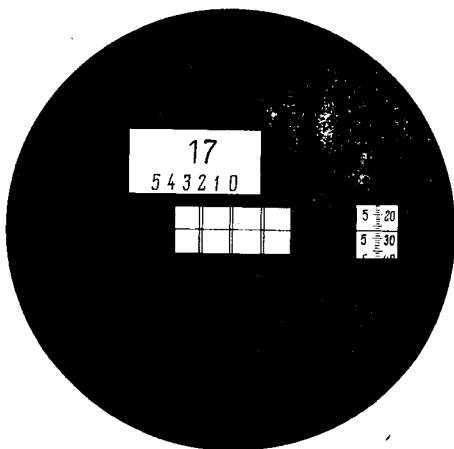


Рис. 71

Отсчет по кругу производят так же, как и в теодолите Т2, после тщательного совмещения головкой микрометра изображений верхних

и нижних штрихов в центральном окошке. Отсчет производят в следующем порядке:

- 1) в верхнем большом окошке отсчитывают число градусов, равное числу, подписанному сверху и расположенному только в пределах вспомогательной шкалы (17° на рис. 71);
- 2) в верхнем большом окошке отсчитывают количество десятков минут, равное цифре вспомогательной шкалы, расположенной под числом градусов (2, т. е. $20'$ на рис. 71);
- 3) в правом боковом окошке отсчитывают единицы минут, десятки, единицы и десятые доли секунд так же, как в теодолите Т2 ($5' 27,0''$ на рис. 71).

Полный отсчет равен $17^\circ 25' 27,0''$. Отсчет по вертикальному кругу производится в таком же порядке. Вычисление места зенита МЗ и зенитных расстояний Z производится по формулам (IX.1), (IX.2).

§ 59. Оптические теодолиты Т5, Т5К, 2Т5 и 2Т5К

Т е о д о л и т Т5. Это оптический теодолит с цилиндрической повторительной системой вертикальных осей, шкаловым микроскопом и оптическим центриром. Он предназначен для измерения

горизонтальных углов со средней квадратической ошибкой 5".

Внешний вид прибора представлен на рис. 72. Подставка 1 теодолита имеет такую же конструкцию, как и подставка теодолита Т2. Зрительная труба с ахроматической коррекцией и с внутренней фокусировкой имеет увеличение 25 $\times$, угол поля зрения 1,5°, диаметр выходного зрачка 1,4 мм, фокусное расстояние объектива 250 мм. Коэффициент дальномера 100. Труба снабжена двумя визирами для предварительного наведения на предмет.

Горизонтальный и вертикальный круги имеют диаметры соответственно 90 и 70 мм. Отсчетывание по кругам производится по одной стороне лимбов при помощи шкалового микроскопа. Поворотное зеркало 5 служит для направления световых лучей при освещении штрихов лимбов. Окуляр 9 отсчетного микроскопа находится рядом с окуляром 6 зрительной трубы.

Система вертикальных осей теодолита повторительная цилиндрическая с опорой на подшипник в верхней части. Повторительная система позволяет вращать либо горизонтальный круг вместе с алидадой, либо алидаду отдельно. Соединение круга с алидадной частью осуществляется с помощью специального повторительного устройства с защелкой. При нажиме на клавишу 14 с защелкой сцепляется диск, скрепленный с осью вращения круга. В этом случае при вращении алидады вокруг оси будет вращаться и горизонтальный круг. Если нажать на фиксатор 13, защелка освобождает диск, тогда при вращении алидады горизонтальный круг будет неподвижен. Внутри вертикальной оси помещен объектив оптического центрира, окуляр которого 12 находится в алидадной части прибора. Оптический центрир имеет такое же устройство, как в теодолите Т2.

На корпусе алидады горизонтального круга имеется цилиндрический уровень, исправительный винт которого выведен на колонку прибора (на рис. 72 не виден). Уровень алидады вертикального круга помещен внутри колонки и рассматривается при помощи контактной призмной системы через поворотную призму. Пузырек этого уровня приводится на середину ампулы установочным винтом 4 уровня. Юстировочный винт уровня скрыт за крыш-

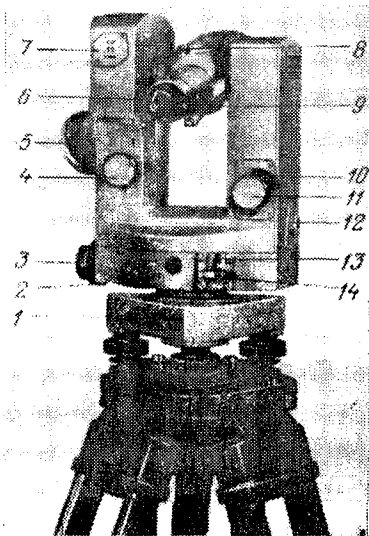


Рис. 72

кой 7. Закрепительные винты алидады горизонтального круга 2 и зрительной трубы 10 соосны с их наводящими винтами 3 и 11. Для приближенного наведения зрительной трубы на визирную цель имеются визиры 8.

В теодолите применена оптическая схема (рис. 73), позволяющая проецировать изображение горизонтального и вертикального кругов в плоскость шкал микроскопа по двум независимым оптическим каналам. Угломерные стеклянные круги освещаются через иллюминатор 2 лучами света, отразившимися от поворот-

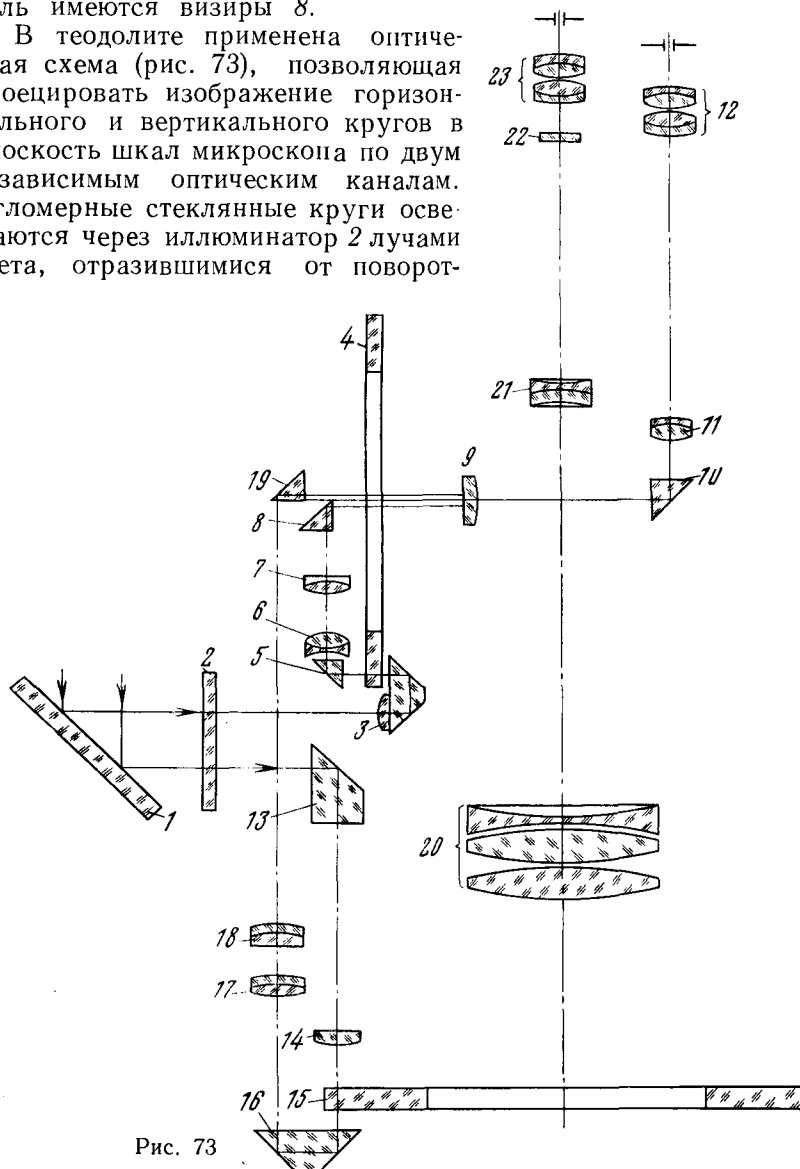


Рис. 73

ного зеркала 1. Световой пучок призмой 3 с коллективом направляется на вертикальный круг 4. Изображение штрихов вертикального круга с помощью призм 5, 8 и системы объектива, состоящей

из линз 6, 7, проецируется в плоскость шкалы, нанесенной на плоской поверхности коллектива 9.

Горизонтальный круг 15 световым пучком освещается с помощью призмы 13 и коллектива 14. Изображение его штрихов призмами 16, 19 и системой объектива — линзами 17, 18 проецируется также в плоскость шкалы коллектива 9.

Изображение шкал микроскопа вместе с изображением штрихов угломерных кругов объективом 11 передается в фокальную плоскость окуляра 12. Призма 10 изменяет направление хода луча.

Оптическая система зрительной трубы состоит из трехлинзового объектива 20, фокусирующей линзы 21, сетки нитей 22 и окуляра 23.

В поле зрения отсчетного микроскопа (рис. 74) одновременно видны изображения штрихов горизонтального круга, отмеченного буквой «Г», вертикального, отмеченного буквой «В», и изображения двух шкал для отсчитывания по кругам. Круги разделены через 1° , а шкалы микроскопа имеют по 60 делений, следовательно, одно деление шкал соответствует $1'$. Отсчитывание по кругам производится с округлением до $0,1'$ по видимому в пределах шкалового микроскопа штриху делений круга, служащего индексом. На рис. 74 отсчеты равны: по горизонтальному кругу $174^\circ 55,0'$, по вертикальному $2^\circ 05,3'$.

При помощи вертикального круга определяют углы наклона по одной из формул

$$\nu = \frac{\Pi - (\text{Л} + 180^\circ)}{2}, \quad \nu = \Pi - \text{МО}, \quad \nu = \text{МО} - (\text{Л} + 180^\circ), \quad (\text{IX.3})$$

в которых значение места нуля МО вертикального круга равно

$$\text{МО} = \frac{\Pi + (\text{Л} + 180^\circ)}{2}. \quad (\text{IX.4})$$

Теодолит Т5К. Это оптический теодолит с цилиндрической неповторительной системой вертикальных осей, шкаловым микроскопом, оптическим центриром и оптическим компенсатором.

Конструкция теодолита Т5К во многом сходна с конструкцией теодолита Т5. Общими для обоих теодолитов являются отделяющаяся подставка, шкаловой микроскоп, наводящие винты,

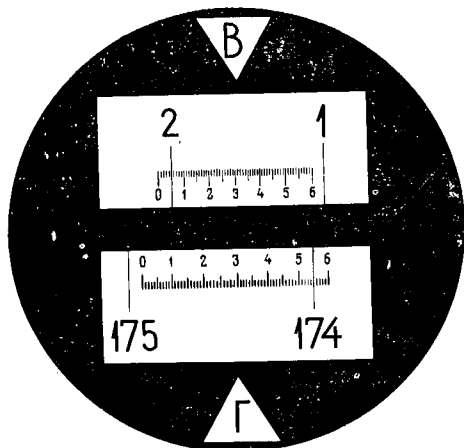


Рис. 74

оптический центрир, визиры на зрительной трубе. Однако у приборов имеются и существенные различия: в теодолите Т5К система вертикальных осей неповторительная с перестановкой лимба с помощью рукоятки; взамен цилиндрического уровня при алидаде вертикального круга имеется оптический компенсатор; зрительная труба прибора с ахроматической коррекцией и внутренней фокусировкой имеет телеобъектив, включающий четыре линзы объектива и фокусирующую линзу, окуляр трубы имеет пять линз; фокусируется зрительная труба с помощью кремальеры, вынесенной на колонку; на алидаде горизонтального круга, кроме цилиндрического, имеется и круглый уровень. Увеличение трубы $27,5\times$. Угол поля зрения $1,5^\circ$. Фокусное расстояние объектива 218,5 мм. Коэффициент дальномера 100.

В теодолите Т5К, так же как в теодолите Т5, применена двухканальная оптическая схема отсчетной системы. Угломерные стеклянные круги (рис. 75, а) освещаются через иллюминатор 2 лучами света, отразившимися от поворотного зеркала 1. Световой пучок призмой 3 направляется на призму 4, к которой приклеена коллективная линза, и освещает штрихи горизонтального круга. Изображение штрихов этого круга при помощи призмы 5 проецируется объективом 6 в плоскость отсчетной шкалы 7.

На вертикальный круг 17 световой пучок направляется призмами 9 и 10. Изображение штрихов вертикального круга при помощи призм 11, 13, 15 и 16 проецируется двухкомпонентным объективом 12, 14 в плоскость шкалы 7.

Изображения штрихов обоих кругов и отсчетных шкал рассматриваются при помощи призмы 8 через отсчетный микроскоп, состоящий из объектива 19, призмы 20 и окуляра 21.

Прямоугольная призма 13, подвешенная на плоской пружине 18 (рис. 75, б), закрепленной в колонке теодолита, служит оптическим компенсатором. При наклонах оси вращения прибора призма 13, являясь маятником, под действием собственной массы принимает определенное положение в пространстве и смещает изображение штрихов вертикального круга 17 относительно шкалы 7 (то же 7') так, что отсчет по кругу (на рисунке круг показан еще раз 17') соответствует вертикальному положению оси вращения теодолита. Для быстрого прекращения колебания маятниковый компенсатор имеет воздушный успокоитель (демпфер) *. В пределах наклона оси вращения теодолита $\pm 3'$ ошибка компенсации не превышает $2''$.

Поле зрения отсчетного микроскопа имеет такой же вид, как и в теодолите Т5 (см. рис. 75).

Т е о д о л и т ы Т5 и Т5К. Приборы относятся к серии унифицированных теодолитов ТТ, о которой говорилось при рассмо-

* От способности успокоителя быстро гасить колебания подвешенной призмы во многом зависит работа оптического компенсатора в полевых условиях. Принято считать необходимым, чтобы успокоитель гасил колебания не более чем за 1 с с момента их возникновения.

6

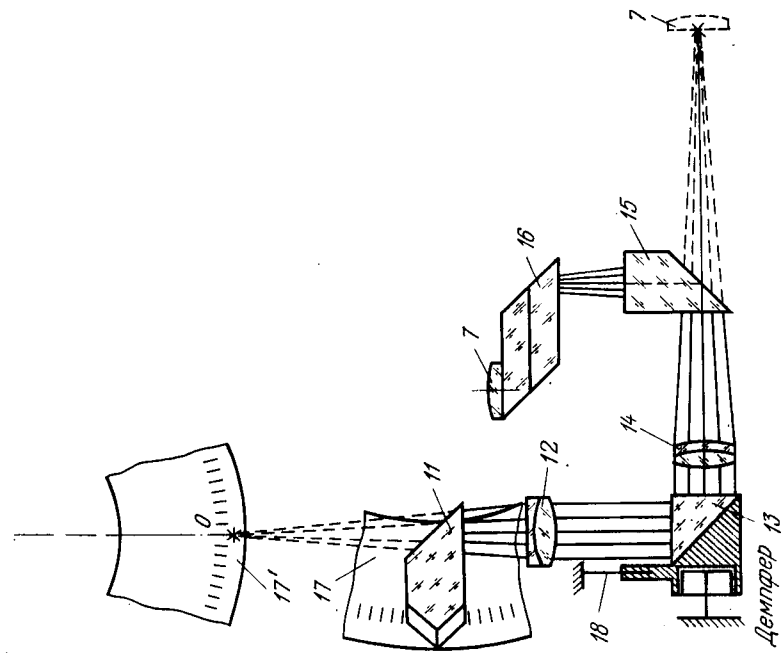
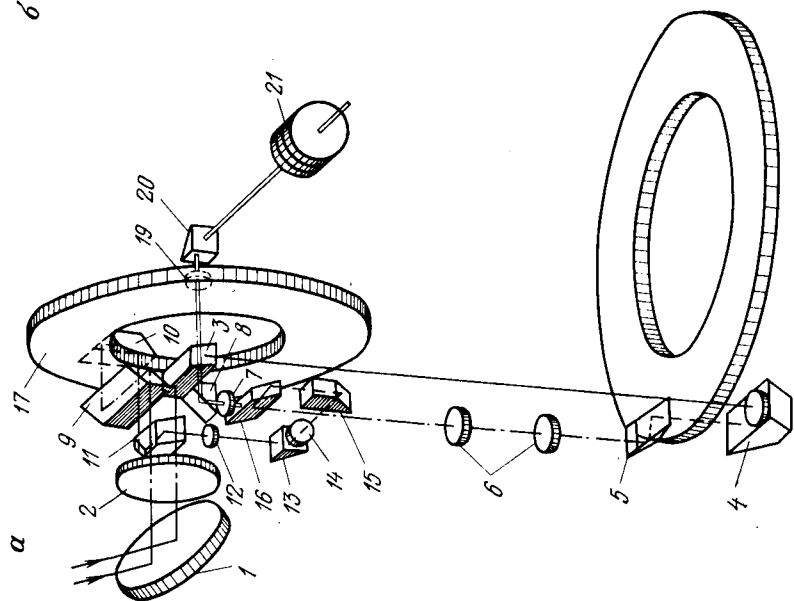


Рис. 75

трении теодолита 2Т2. Прототипами приборов послужили теодолиты Т5 и Т5К, с которыми они имеют общий принцип устройства, однако конструкция приборов выполнена так, что отдельные узлы и многие детали являются общими с теодолитом 2Т2. Зрительная труба в обоих теодолитах с ахроматической коррекцией имеет принцип устройства и технические характеристики (увеличение, угол поля зрения, фокусное расстояние объектива) такие же, как в теодолите Т5К, но она дополнительно снабжена клиновым кольцом, как и зрительная труба теодолита 2Т2 (см. рис. 70). Назначение клинового кольца — изменять направление визирной

оси относительно оси вращения трубы при устранении коллимационной ошибки.

Теодолиты 2Т5 и 2Т5К имеют цилиндрическую неповторительную систему вертикальных осей, однако в конструкции обоих теодолитов предусмотрена возможность переоборудования их в повторительные. Перестановка горизонтального круга осуществляется с помощью рукоятки, устройство которой аналогично устройству рукоятки в теодолите 2Т2.

На рис. 76 представлен внешний вид теодолита 2Т5К. Основные закрепительный 5 и наводящий 6 винты алидады, закрепительный 3 и наводящий 4 винты зрительной трубы расположены на одной (правой от наблюдателя) колонке, что создает дополнительные удобства в работе. Рукоятки закрепительных винтов имеют вид рычажков (курков).

Колонки теодолита имеют ручку 2, предназначенную для переноски теодолита. Для ускорения установки горизонтального круга на необходимое число градусов теодолит имеет круг-искатель, отсчет по которому устанавливается по индексу, нанесенному на иллюминаторах 1. Устройство круга-искателя аналогично устройству такого же круга в теодолите 2Т2.

Стеклянные круги теодолитов 2Т5 и 2Т5К разделены через 1° . Вертикальный круг имеет подписи секторами от 0 до 75° и от -0 до -75° , причем 0 и -0 отстоят друг от друга на одно деление. Шкала микроскопа для отсчитывания по вертикальному кругу также имеет двойную подпись от 0 до 6 и от -6 до -0 для отсчи-

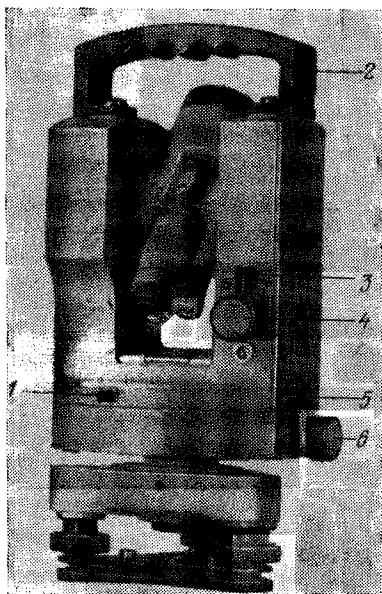


Рис. 76

тивания соответственно положительных и отрицательных углов. Такая оцифровка позволяет брать отсчет по шкале, соответствующий величине измеряемого угла наклона, не прибегая к дополнительным вычислениям. Угол наклона, измеренный при основном круге слева, имеет положительное значение, если визирная цель расположена выше уровня горизонта, и отрицательное, если цель расположена ниже горизонта.

Поле зрения отсчетного микроскопа теодолита 2Т5К представлено на рис. 77. Отсчеты по кругам следующие: по вертикальному $0^\circ 25,5'$, по горизонтальному $127^\circ 05,4'$. Направление оцифровки шкалы микроскопа вертикального круга в теодолите 2Т5 противоположное направлению оцифровки шкалы в теодолите 2Т5К. Изображения кругов в поле зрения отсчетного микроскопа обозначены буквами «В» и «Г» и оттенены разным фоном: вертикальный — голубым, горизонтальный — желто-зеленым.

Теодолит 2Т5 имеет цилиндрический уровень при вертикальном круге; теодолит 2Т5К — оптический компенсатор, аналогичный компенсатору теодолита Т5К, но несколько измененной конструкции. В системе компенсатора увеличена площадь успокоителя, за счет чего улучшилось демпфирование подвески, и введена

доступная в полевых условиях юстировка места нуля вертикального круга с помощью юстировочного винта компенсатора. Диапазон действия компенсатора $3,5'$, точность компенсации $2''$.

В теодолитах 2Т5 и 2Т5К определение места нуля и углов наклона с помощью вертикального круга производят по формулам

$$MO = \frac{Л + П}{2}, \quad (IX.5)$$

$$v = \frac{Л + П}{2}, \quad v = Л - MO, \quad v = MO - П. \quad (IX.6)$$

Оба теодолита укомплектованы ориентир-буссолями.

§ 60. Оптические теодолиты Theo 010A и Theo 020A

Приборы изготавливаются Народным предприятием «Карл Цейсс Йена» (ГДР) и относятся к серии унифицированных приборов «Геомат А». Теодолиты Theo 010A и Theo 020A имеют много

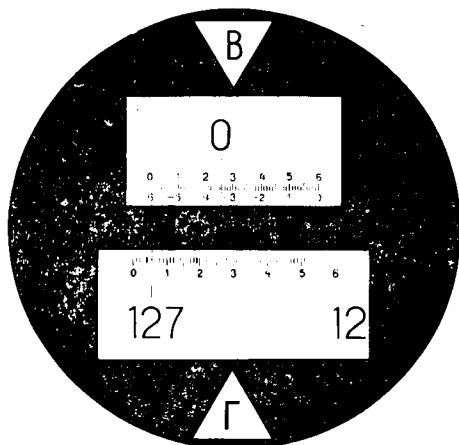


Рис. 77

общих элементов в конструкции и во внешнем оформлении (70%).

Теодолит Theo 010A. Это оптический теодолит с цилиндрической неповторительной системой вертикальных осей, с поворотным горизонтальным кругом, оптическим микрометром с раздвижными клиньями, оптическим центриром и компенсатором взамен цилиндрического уровня при вертикальном круге. Прибор разработан на основе ранее изготавливавшегося теодолита Theo 010 и предназначен для измерения горизонтальных углов со средней квадратической ошибкой 2".

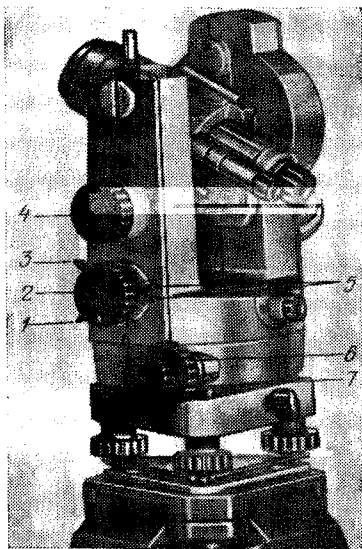


Рис. 78

Внешний вид теодолита представлен на рис. 78. Зрительная труба прибора линзовая * с ахроматической коррекцией, с внутренней фокусировкой, дает прямое изображение предмета. Увеличение трубы 30 $\times$; угол поля зрения 1,2 $^\circ$; фокусное расстояние 270 мм; диаметр входного отверстия 40 мм. Сетка нитей имеет, кроме обычных штрихов, еще окружность, изображенную пунктиром, которая служит для астрономических наблюдений.

В теодолите имеется наводящее устройство рычажно-винтового типа. На одной оси совмещены закрепительные устройства зрительной трубы и алидады, а также головка для переключения кругов 2. Рукоятки закрепительных устройств 1, 3 и 5 флажкового типа. Закрепление алидады и трубы можно выполнить одновременно (одним движением рукояткой 5) или порознь рукоятками 1 и 3. На другой оси совмещены наводящие винты алидады и трубы с головками 6 и 7. Головка оптического микрометра 4 выведена на ту же колонку, на которой расположены винты закрепительного устройства. Головки всех винтов изготовлены из высокопрочных пластмасс.

Оптическим компенсатором в теодолите служат два объектива отсчетной системы, подвешенных в общей оправе. Предельный наклон вертикальной оси теодолита для работы компенсатора 4'.

* В теодолите Theo 010 зрительная труба имеет зеркально-линзовое устройство.

Горизонтальный и вертикальный круги теодолита имеют одинаковые диаметры 86 мм и цену деления $20'$ или 20^c *.

Поле зрения отсчетного микроскопа изображено на рис. 79. Благодаря применению цифровой системы показаний отсчитывание по кругам значительно упрощается. Порядок действий при отсчитывании следующий.

1. Совмещают изображение бифилярных штрихов в центральном окошке.

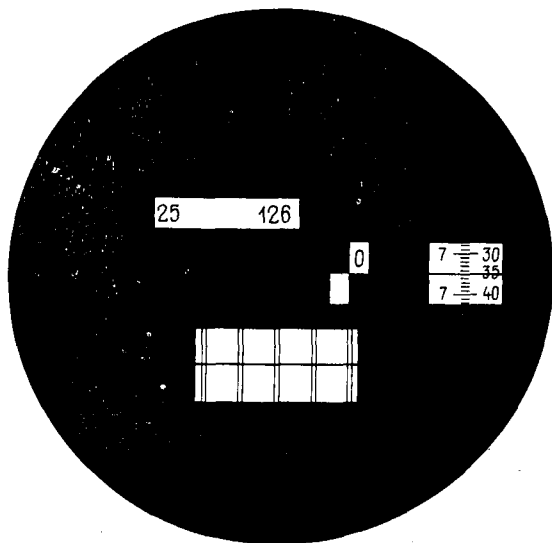


Рис. 79

2. Производят отсчет:

градусов в верхнем левом окошке (126° на рис. 79);
десятков минут в одном из правых малых окошек ($0'$ на рис. 79);
единиц минут, десятков, единиц и долей секунд в правом окошке по шкале микрометра ($7'35,0''$ на рис. 79).

Полный отсчет равен $126^\circ 07' 35,0''$. Поле зрения микроскопа при отсчете по горизонтальному кругу имеет синюю окраску, а по вертикальному — желтую.

Теодолит Theo 020A. Оптический теодолит с цилиндрической повторительной системой вертикальных осей, шкаловым микроскопом, оптическим центриром и компенсатором. Прибор разработан на основе теодолита Theo 020 и предназначен для измерения горизонтальных углов со средней квадратической ошибкой $4''$.

* При градусном делении лимб имеет 400 град (400^g); 1 град равен 100 минутам ($1^g = 100^c$); 1 минута равна 100 секундам ($1^c = 100^{cc}$).

Подставка, колонки, закрепительные и наводящие винты, оптический центрир полностью заимствованы от теодолита Theo 010A. Зрительная труба прибора при той же длине, что и у Theo 010A, имеет увеличение 25×, диаметр входного отверстия 36 мм, фокусное расстояние 275 мм. Оптический компенсатор теодолита имеет аналогичное устройство с компенсатором теодолита Theo 010A.

Отсчитывание по лимбам производится с помощью шкалового микроскопа того же типа, что и в теодолите Т5. Изображение кругов в поле зрения отсчетного микроскопа, кроме их обозначения буквами Нз — горизонтальный и V — вертикальный, оттенены разным фоном, синим и желтым соответственно.

§ 61. Испытания и поверки точных оптических теодолитов

Теодолит как угломерный прибор должен удовлетворять ряду механико-технологических и геометрических условий.

Механико-технологические условия, перечисленные в § 26 для нивелиров, остаются в силе и для точных оптических теодолитов и, кроме того, еще добавляются следующие: высокоточное изготовление и сборка осевых систем; точное разделение и нанесение тонких штрихов лимбов, шкал, индексов; обеспечение заданных параметров не только зрительной трубы, но и отсчетной системы.

Геометрические условия, которым должен удовлетворять теодолит, вытекают из принципа измерения горизонтальных углов и углов наклона.

Механико-технологические и геометрические условия, как известно, проверяют в приборе путем выполнения испытаний, поверок и исследований. Способы испытаний и поверок точных оптических теодолитов остаются в основном такими же, как и технических приборов, поэтому при рассмотрении укажем только на особенности их выполнения.

После внешнего осмотра (см. § 26) проверяют следующие механические условия.

1. *Ход подъемных винтов подставки должен быть плавным. Поверяют и юстируют так же, как в нивелирах.*
2. *При вращении алидады горизонтального круга должна быть обеспечена азимутальная устойчивость штатива и подставки.*

Для поверки устойчивости штатива необходимо, установив на нем в рабочем положении теодолит и наведя крест сетки нитей зрительной трубы на удаленную точку, взявшись руками за головку штатива, слегка поворачивать его сначала в одну, затем в противоположную сторону. После прекращения действия изображение точки должно оставаться на кресте сетки нитей. В противном случае следует потуже затянуть винты ножек штатива.

Устойчивость подставки проверяют, слегка поворачивая корпус подставки сначала в одну, затем в противоположную сторону. Если после каждого поворота изображение возвращается на прежнее место, т. е. имеют место упругие деформации, то подставка обладает достаточной устойчивостью. При смещении точки с креста сетки нитей следует подтянуть гайки регулировки хода подъемных винтов (не применяя значительных усилий при их закреплении).

Поверке подлежат следующие геометрические условия, которым должно удовлетворять взаимное расположение частей теодолита.

1. *Ось цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярной к оси вращения прибора.*

Поверку производят обычным способом, поворотом алидады на 180° . Юстировку выполняют юстировочным винтом цилиндрического уровня.

2. *Ось круглого уровня на алидаде горизонтального круга (при наличии его в теодолите) должна быть параллельная оси вращения прибора.*

Круглый уровень проверяют обычно по исправленному цилиндрическому. Юстировку круглого уровня производят его юстировочными винтами после точной установки оси вращения теодолита в отвесное положение по выверенному цилиндрическому уровню. Однако круглый уровень можно поверить так же, как это делается при проверке цилиндрического уровня.

3. *Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна к оси вращения трубы.*

Несоблюдение этого условия вызывает коллимационную ошибку C .

В теодолитах с двусторонней отсчетной системой по лимбу Т2, 2Т2, Theo 010А и др. поверку выполняют известным способом. Величину C вычисляют по формуле

$$C = \frac{Л - П \pm 180^\circ}{2}. \quad (IX.7)$$

В теодолитах с односторонней системой отсчетов по лимбу Т5, 2Т5, Т5К, 2Т5К, Theo 020А и др. разность отсчетов $Л - П$ будет искажена не только влиянием коллимационной ошибки C , но и влиянием эксцентриситета алидады, величина которого в отдельных образцах теодолитов может достигать $\pm 1'$. В этих приборах выполнение условия проверяют в следующем порядке.

Приводят ось вращения теодолита в отвесное положение, визируют на одну и ту же точку при двух положениях вертикального круга и получают по горизонтальному кругу отсчеты $Л_1$ и $П_1$. Затем, открепив винт подставки, повертывают теодолит в подставку на 180° , после чего приводят ось вращения прибора в отвесное положение и визируют снова на ту же точку при двух

положениях вертикального круга. Получают отсчеты по горизонтальному кругу L_2 и P_2 .

Величину C получают по формуле

$$C = \frac{L_1 - P_1 \pm 180^\circ + L_2 - P_2 \pm 180^\circ}{4}. \quad (IX.8)$$

Допустимая величина коллимационной ошибки в настоящее время регламентируется инструкциями по проведению геодезических работ. В теодолитах, предназначенных для измерения углов в полигонометрии 4 класса, величина $2C$ не должна быть более $20''$. В теодолитах со шкаловым микроскопом считается, что величина $2C$ не должна превышать удвоенной величины точности отсчитывания.

Для устранения коллимационной ошибки необходимо изменить положение визирной оси в зрительной трубе. В трубах теодолитов Т2, Т5, Theo 010 и др., имеющих юстировочные винты у сетки нитей, этого добиваются смещением сетки нитей в горизонтальном направлении; в трубах теодолитов 2Т2, 2Т5, 2Т5К, в которых сетка нитей установлена неподвижно, причем перекрестие отцентрировано относительно оптической оси зрительной трубы и изменение положения сетки конструкцией не предусмотрено, коллимационную ошибку устраняют, поворачивая всю зрительную трубу путем вращения клинового кольца.

Действия при этом выполняют в следующем порядке.

1. Устанавливают по горизонтальному кругу отсчет, равный $L - C$ или $P + C$. В теодолитах с микрометром этого добиваются вращением рукоятки микрометра, устанавливая отсчет минут и секунд, и вращением наводящего винта алидады горизонтального круга, совмещая изображения штрихов. В теодолитах со шкаловым микроскопом установку отсчета выполняют вращением наводящего винта алидады горизонтального круга. При этом действии изображение точки сместится с креста сетки нитей.

2. Возвращают изображение точки в прежнее положение. В теодолитах Т2, Т5 и др. снимают колпачок, закрывающий юстировочные винты сетки нитей, и шпилькой при слегка отпущенных вертикальных исправительных винтах перемещают оправу сетки при помощи боковых исправительных винтов до совмещения креста сетки с изображением наблюдаемой точки. В теодолитах 2Т2, 2Т5, 2Т5К и др. вращением клинового кольца специальным ключом 2 (см. рис. 71) вводят изображение точки в центр сетки нитей. После юстирования поверку повторяют. Поверку выполнения этого условия производят многократно при визировании на различно удаленные от теодолита цели с тем, чтобы не только выявить величину коллимационной ошибки, но и колебания в ее значениях, возможные главным образом вследствие неправильного движения фокусирующей линзы зрительной трубы и внецентренности визирной оси. Наблюдения при этом ведут на цели, расположенные примерно в одном створе (с отклонением

не более $\pm 3^\circ$) и на одном горизонте (в пределах $\pm 0,5^\circ$), удаленные от теодолита на расстояние $s_{\min}$, s_∞ и s_i . ГОСТ 20063—74 для теодолитов Т2 и Т5 и им равноточных рекомендуются следующие расстояния: $s_{\min} = 2$ м; $s_i = 10$ м и $s \leq 1000f$, где f — фокусное расстояние телеобъектива трубы. Например, для теодолита Т2 $s_{\max}$ будет равно 250 м.

В качестве визирных целей при определении C в полевых условиях используют визирные марки, в лабораторных условиях — сетки нитей коллиматоров, имитирующие различную удаленность объектов наблюдения.

Измерения в одной серии наблюдений состоят в следующем:

а) при круге лево наводят трубу последовательно на цели, начиная с правой. Установку трубы по предмету выполняют движением кольца (или маховичка) фокусирующей линзы по ходу часовой стрелки. Производят отсчеты по горизонтальному кругу (L_{1i});

б) при круге лево наводят трубу на цели в обратном порядке (начиная с последней). Установку трубы по предмету выполняют движением кольца (или маховичка) против хода часовой стрелки. Производят отсчеты по горизонтальному кругу L_{2i} ;

в) переводят трубу через зенит и при круге право повторяют действия, указанные в пункте б. Производят отсчеты P_2 ;

г) при круге право повторяют действия, указанные в пункте а. Производят отсчеты P_{1i} .

Для каждого расстояния вычисляют C .

При исследовании теодолита Т2 выполняют две серии наблюдений, Т5 — не менее четырех. Наблюдения считаются доброкачественными, если расхождения отдельных значений C в разных сериях, относящихся к одним и тем же расстояниям, не превышают $2,5''$ для теодолитов Т2 и 2Т2 и $10''$ для теодолитов Т5, 2Т5, Т5К, 2Т5К.

Изменение коллимационной ошибки ΔC_i определяют по формуле

$$\Delta C_i = C_{i\text{ ср}} - C_{\infty\text{ ср}}, \quad (\text{IX.9})$$

где $C_{i\text{ ср}}$ и $C_{\infty\text{ ср}}$ — средние величины коллимационных ошибок, определенные для расстояний s_i и s_∞ в разных сериях.

Предельная величина для ΔC_i , установленная заводом для теодолитов Т2 и 2Т2, равна $3''$, для Т5, Т5К, 2Т5, 2Т5К — $10''$.

4. Вертикальная нить сетки должна лежать в коллимационной плоскости трубы.

Проверка производится так же, как в технических теодолитах. Если будет замечено смещение изображения точки с вертикальной нити (или с середины биссектора) более чем на две толщины штриха, то сетку необходимо повернуть.

В теодолитах Т2, Т5, Т5К снимают колпачок, закрывающий юстировочные винты сетки, слегка отпускают винты, скрепляющие окуляр с корпусом трубы, и поворачивают окуляр вместе

с сеткой. В теодолитах 2Т2, 2Т5 и 2Т5К, взявшись за колпачок, поворачивают окуляр вместе с сеткой, после чего поверку повторяют. Если и опять условие не соблюдено, то необходимо произвести частичную разборку окуляра в условиях мастерской и исправить наклон сетки.

5. *Ось вращения трубы должна быть перпендикулярна к оси вращения теодолита.*

Оптические теодолиты не имеют исправительных винтов для приведения горизонтальной оси вращения трубы в положение, перпендикулярное к оси вращения прибора, так как перемещение оси вращения трубы нарушило бы юстировку отсчетного микроскопа. Однако эта поверка в оптических теодолитах должна быть сделана очень тщательно, так как приборы не имеют накладного уровня на ось вращения трубы, а ось вращения прибора приводится в отвесное положение по уровню на алидаде горизонтального круга. Поверка должна быть завершена определением угла i , на который отклоняется ось вращения трубы от положения, перпендикулярного к оси вращения алидады.

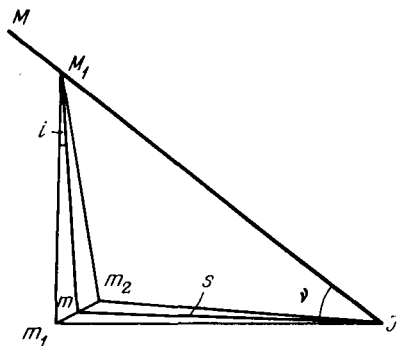


Рис. 80

Для определения величины угла i измеряют (рис. 80) расстояние от теодолита до точки m , расстояние между точками m_1 и m_2 , спроектированными при визировании на точку M .

Пусть J — точка пересечения визирной оси и оси вращения трубы. Тогда на основании рис. 80 можно написать

$$M_1m = s \operatorname{tg} v. \quad (\text{IX.10})$$

Угол наклона оси вращения трубы i будет образован отвесной линией M_1m и линией M_1m_1 — пересечением коллимационной плоскости с плоскостью $M_1m_1m_2$. Ввиду малости этого угла можно написать

$$i = \frac{m_1m}{M_1m}. \quad (\text{IX.11})$$

С учетом формулы (IX.10), а также того, что

$$m_1m = \frac{1}{2} m_1m_2, \quad (\text{IX.12})$$

формула (IX.11) примет вид

$$i = \frac{m_1m_2}{2s \operatorname{tg} v} \rho. \quad (\text{IX.13})$$

Значение величины угла i следует ожидать не превышающим $10''$.

Неперпендикулярность осей вращения трубы и теодолита может быть устранена только в мастерской.

6. Место нуля МО или место зенита МZ вертикального круга должно быть постоянным и близким к нулю.

Определение величины МО или МZ в точных оптических теодолитах выполняют так же, как и в технических теодолитах. Вычисление МZ в теодолитах типа Т2 производят по формуле (IX.1), вычисление МО в теодолитах типа Т5 — по формулам (IX.4) и (IX.5) в зависимости от марки теодолита. Приведение МZ или МО к отсчету, близкому к 0, производят таким же способом, как и в технических теодолитах.

Величина МО или МZ так же, как и величина коллимационной ошибки, может изменяться в зависимости от неправильного хода фокусирующей линзы и внецентренности визирной оси. Исследование постоянства МО или МZ производят вместе с исследованием постоянства коллимационной ошибки С, добавляя только к программе наблюдений отсчеты по вертикальному кругу.

Для каждого расстояния вычисляют МО или МZ.

Расхождения отдельных значений МО или МZ в разных сериях, относящихся к одним и тем же s , не должны превышать величин, указанных для С.

Изменение значений МО или МZ определяют по формулам

$$\Delta MO_i = MO_{i \text{ ср}} - MO_{\infty \text{ ср}}; \quad (\text{IX.14})$$

$$\Delta MZ_i = MZ_{i \text{ ср}} - MZ_{\infty \text{ ср}}. \quad (\text{IX.15})$$

7. Визирная ось оптического центрира должна совпадать с осью вращения теодолита.

Устанавливают прибор на штативе и приводят ось вращения теодолита в отвесное положение. Отмечают на листе бумаги, подложенном под штатив, проекцию середины кружка оптического центрира. Затем медленно начинают вращать алидаду вокруг вертикальной оси и наблюдают за изображением точки. Если в процессе вращения изображение точки остается на месте или смещается с центра кружка не более чем на три ширины линии окружности сетки (что соответствует примерно 0,5 мм на местности), то условие выполнено. В противном случае в теодолитах Т2, Т5 и Т5К отвинчивают два винта и отсоединяют крышку оптического отвеса от боковой крышки теодолита. При этом открываются головки винтов, скрепляющих окулярное колено оптического отвеса с боковой крышкой. Слегка освободив эти винты, перемещают окулярное колено в плоскости боковой крышки, после чего поверку повторяют. В теодолитах 2Т2, 2Т5 и 2Т5К юстировку оптического центрира выполняют в условиях мастерских перемещением и поворотом оправы с призмой, изменяющей направление визирной оси оптического центрира на 90°.

8. Компенсатор отсчетной системы вертикального круга должен обеспечивать неизменность отсчета по вертикальному кругу

при наклоне оси вращения теодолита в пределах, указанных для данного прибора (только для оптических теодолитов с компенсатором).

Поверку производят после поверки цилиндрического уровня на алидаде горизонтального круга и выполняют ее в таком порядке: сначала проверяют точность работы компенсатора, а затем — предел его работы.

Для проверки точности работы компенсатора выбирают какую-либо точку визирования и устанавливают теодолит на штативе так, чтобы один из подъемных винтов подставки был расположен в направлении выбранной точки. Приводят пузырек уровня при алидаде горизонтального круга на середину, наводят трубу на точку и берут отсчет по вертикальному кругу. Наведение трубы на точку повторяют и снова берут отсчет. Повертывают алидаду на 90° ; подъемным винтом подставки, расположенным по направлению на выбранную точку, наклоняют теодолит на 2—3 деления уровня, после чего дважды наводят трубу на точку; берут отсчеты по вертикальному кругу.

Разность между средними арифметическими значениями первой и второй пары отсчетов не должна превышать точности отсчитывания по кругу, для теодолитов Т5К и 2Т5К — не более $0,1'$.

Далее поверку повторяют, наклоняя теодолит от среднего положения в противоположную сторону.

Для проверки предела работы компенсатора устанавливают теодолит по цилиндрическому уровню, закрепляют трубу и берут отсчет. Далее, наблюдая в отсчетный микроскоп, медленно вращая подъемный винт подставки, расположенный в коллимационной плоскости зрительной трубы. Во время вращения подъемного винта будет наблюдаться смещение штриха лимба вертикального круга относительно шкалы микроскопа (в теодолитах Т5К, 2Т5К). Подъемный винт вращают до момента, пока штрих не прекратит смещения относительно шкалы, и берут отсчет по вертикальному кругу. Этот отсчет сравнивают с предыдущим. Разность отсчетов должна быть не менее предельной величины, указанной для компенсатора данного прибора (для Т5К — 3, для 2Т5К — $3,5'$). Поверку повторяют, вращая подъемный винт в противоположном направлении.

Исправление работы компенсатора теодолита Т5К выполняют в мастерской, теодолита 2Т5К — вращением юстировочного винта компенсатора.

§ 62. Исследования точных оптических теодолитов

Теодолиты, предназначенные для измерения углов в полигонометрии, должны быть обязательно исследованы. Полные исследования (см. § 27) в теодолитах выполняют в лабораторных условиях по программе, предусмотренной ГОСТом, и результаты

вносят в паспорт прибора; неполные исследования выполняют перед полевыми работами согласно действующей инструкции. В частности, в теодолите в этом случае исследуются:

- 1) правильность работы оптического микрометра и его ошибки;
- 2) рен оптического микрометра;
- 3) эксцентриситет алидады горизонтального круга;
- 4) эксцентриситет горизонтального круга.

Исследования производят после испытаний, поверки и юстировки теодолита, так как прибор должен быть приведен в рабочее состояние.

1. Исследование правильности работы и ошибок оптического микрометра производят в два этапа: исследование систематических ошибок оптического микрометра и определение ошибок совмещения штрихов (по горизонтальному и вертикальному кругам).

Исследование систематических ошибок оптического микрометра.

Поворот шкалы оптического микрометра на n делений должен

всегда соответствовать вполне определенному перемещению изображений штрихов лимба. Несоблюдение этой закономерности вызывает систематические ошибки оптического микрометра. Об этих ошибках судят по уклонениям v от среднего значения малого угла β , укладывающегося целое число раз в длине шкалы микрометра. Угол β для теодолита Т2 выбирают обычно равным $2'$ и измеряют его пятью приемами при установках шкалы микрометра, соответствующих приведенным в табл. 11.

Визирную марку для измерения угла изготавливают в виде двух параллельных штрихов толщиной 0,2—0,3 мм, нанесенных тушью на листе чертежной бумаги. Расстояние между штрихами e можно рассчитать по формуле

$$e = \frac{\beta s}{\rho}, \quad (IX.16)$$

где s — расстояние от теодолита до марки.

Марку укрепляют на стене на высоте теодолита на расстоянии 10—15 м от него.

На каждой установке измерение угла выполняют дважды. Первое измерение производят при наведении зрительной трубы сначала на левое, затем на правое направление, а второе — в обратной последовательности. Чтобы уменьшить ошибку визирования между первым и вторым измерением, наводящим винтом алидады несколько смещают биссектор нитей сетки и снова на-

Таблица 11

Номер установки	Левое направление	Правое направление
1	0'	2'
2	2	4
3	4	6
4	6	8
5	8	10

водят его на правый штрих марки. Во всех приемах совмещают изображения одних и тех же выбранных штрихов лимба.

После завершения измерений в прямом ходе выполняют измерения в обратном ходе, которые производят по той же программе, только установки шкалы микрометра от приема к приему изменяют в обратной последовательности.

Полная программа исследований предусматривает два прямых и два обратных хода.

Величины уклонений ν от среднего значения угла β , полученного из всех измерений, для теодолита Т2 не должны превышать $1,5''$. В противном случае прибор следует направить в мастерскую.

Определение средней квадратической ошибки совмещения концов изображений штрихов горизонтального и вертикального кругов.

Перед каждым отсчетом по шкале оптического микрометра производится совмещение изображений штрихов шкал лимба. От точности совмещения этих штрихов зависит и точность отсчета по шкале микрометра. Ошибки совмещения штрихов будут зависеть в какой-то степени и от личных ошибок наблюдателя, так как изображения штрихов совмещаются на глаз.

Средняя квадратическая ошибка одного совмещения штрихов горизонтального или вертикального круга определяется по формуле

$$m = \sqrt{\frac{[d^2]}{2n}}, \quad (\text{IX.17})$$

где d — разности отсчетов при двух совмещениях штрихов круга; n — число установок.

Для проведения исследования при произвольной установке лимба (например, через 15°) производят по два совмещения изображений штрихов и при каждом берут отсчеты по шкале микрометра. При этом рекомендуется заканчивать совмещение концов штрихов верхнего и нижнего изображений вращением головки микрометра только по ходу часовой стрелки.

При определении средней квадратической ошибки совмещения штрихов вертикального круга наблюдения рекомендуется выполнять в секторе круга от 60 до 120° через каждые 5° .

Средняя квадратическая ошибка одного совмещения у теодолита Т2 не должна превосходить $0,5''$ для микрометра горизонтального круга и $0,6''$ для микрометра вертикального круга.

При наличии в разностях d систематического влияния величину средней квадратической ошибки вычисляют по формуле

$$m = \sqrt{\frac{[d'^2]}{2(n-1)}}. \quad (\text{IX.18})$$

Величину m вычисляют по формуле (XII.18) только в том случае, если не будет выполняться условие $|d| \leq 0,25 |d|$.

2. Определение рена отсчетной системы. Реном отсчетной системы называется несоответствие шкалы, изображаемой оптической системой в фокальной плоскости микроскопа, изображению наименьшего интервала лимба.

Рассмотрим определение рена для теодолитов с оптическим микрометром и шкаловым микроскопом.

Определение рена оптического микрометра. Рен оптического микрометра горизонтального или вертикального круга определяют сравнением длины шкалы оптического микрометра с полуделением круга, изображаемым в фокальной плоскости отсчетного микроскопа. На разных частях круга рен может быть различным из-за влияния эксцентриситета и ошибок делений круга. Величина рена зависит также от юстировки отсчетной системы. Рен верхнего и нижнего изображений лимба в поле зрения отсчетного микроскопа может быть неодинаков вследствие того, что пучки лучей от диаметрально противоположных штрихов лимба достигают микрометра различными оптическими путями.

Рены верхнего r_v и нижнего r_n изображений, выраженные в секундах, вычисляют по формулам

$$r_v = (A_1 - A_2) \mu_{ш} + \frac{\mu_{л}}{2}, \quad (IX.19)$$

$$r_n = (A_1 - A_3) \mu_{ш} + \frac{\mu_{л}}{2}, \quad (IX.20)$$

где A_1 , A_2 , A_3 — отсчеты по шкале микрометра при измерении верхнего и нижнего полуделений лимба; $\mu_{ш}$ — цена деления шкалы оптического микрометра; $\mu_{л}$ — цена деления лимба, равная $20'$.

Среднее значение рена равно

$$r = \frac{1}{2} (r_v + r_n). \quad (IX.21)$$

Для определения рена выполняют измерения полуделений лимба верхнего и нижнего изображений на различных частях круга, переставляя его через $45^\circ 20'$. Наблюдения выполняют дважды в прямом и обратном ходах. Порядок действий на каждой установке следующий.

В теодолите Т2:

вращением головки оптического микрометра устанавливают отсчет на шкале последнего, близкий к нулю;

вращением рукоятки перестановки лимба совмещают диаметрально противоположные штрихи φ и $(\varphi + 180^\circ)$ верхнего и нижнего изображений круга, где φ — установка лимба, равная последовательно $0^\circ 00'$, $45^\circ 20'$, $90^\circ 40'$ и т. д.;

вращением наводящего винта алидады горизонтального круга точно совмещают штрихи круга;

производят отсчеты по шкале микрометра при трех точных совмещениях штрихов (рис. 81):

A_1 — при совмещении штрихов φ и $(\varphi + 180^\circ)$,

A_2 — при совмещении штрихов $(\varphi - \mu_n)$ и $(\varphi + 180^\circ)$,

A_3 — при совмещении штрихов φ и $(\varphi + 180^\circ - \mu_n)$.

В теодолите 2Т2:

вращением головки оптического микрометра на его шкале устанавливают отсчет $0^\circ 00', 0''$;

вращением наводящего винта алидады горизонтального круга совмещают изображения штрихов, расположенных в центре нижнего окошка напротив цифры 0 вспомогательной шкалы, и берут отсчет A_1 по шкале микрометра;

вращением головки микрометра перемещают ранее совмещенный штрих нижнего изображения к цифре 1 вспомогательной

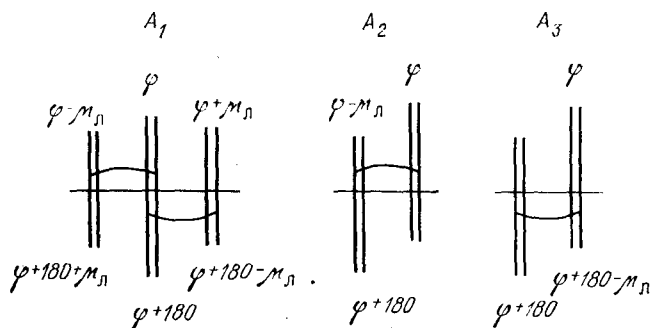


Рис. 81

шкалы десятков минут, точно совмещают его с ближайшим штрихом верхнего изображения и берут отсчет A_2 ;

вращением головки микрометра совмещают пару штрихов, расположенную вправо от 0 вспомогательной шкалы, и берут отсчет A_3 .

Отсчеты по шкале микрометра для удобства записывают в делениях шкалы. Для этого отсчетам, расположенным вверх от начального и конечного делений шкалы, придают знак минус, а отсчетам, расположенным вниз от начального и конечного делений, — знак плюс.

Совмещения каждого штриха выполняют дважды.

Наблюдения в обратном ходе производят при установке лимба, последовательно равной $337^\circ 40'$; $292^\circ 20'$; $247^\circ 00'$ и т. д.

При определении рена оптического микрометра вертикального круга измерения выполняют при перестановке круга через $2^\circ 20'$. В прямом ходе устанавливают круг на отсчеты $80^\circ 00'$; $82^\circ 20'$; $84^\circ 40'$ и т. д. до $94^\circ 20'$; в обратном ходе — на отсчеты $97^\circ 40'$; $95^\circ 20'$ и т. д. до $83^\circ 20'$.

Для полной характеристики прибора вычисляют, кроме среднего рена r по формуле (IX.21), еще разность ренов Δr

$$\Delta r = r_{\text{в}} - r_{\text{н}}. \quad (\text{IX.22})$$

Величины r и Δr горизонтального круга не должны превышать $1,0''$, вертикального — $2,0''$. Если средняя величина рена превышает $1,0''$, то в отсчеты по микрометру вводят поправки за рен по формуле

$$\delta_r = \frac{2r}{\mu_{\text{л}}} c, \quad (\text{IX.23})$$

где c — отсчет по шкале микрометра в минутах.

Для удобства введения поправок составляют таблицу или график поправок. При составлении графика по оси Y откладывают значения отсчетов по шкале микрометра, а по оси X — величины поправок. Следует отметить, что введение поправок за рен — дело весьма трудоемкое даже и при наличии таблицы или графика. Поэтому лучше отъюстировать оптическую отсчетную систему в условиях мастерской.

При значениях Δr больше $5''$ необходимо также выполнить юстировку отсчетной системы.

Определение рена шкалового микроскопа. Рен шкалового микроскопа горизонтального или вертикального круга определяют сравнением длины шкалы отсчетного микроскопа с делением круга, изображаемым в фокальной плоскости отсчетного микроскопа.

Для определения рена совмещают штрих ϕ горизонтального или вертикального круга с нулевым штрихом шкалы микроскопа и производят отсчет по штриху ϕ — 1 круга на шкале микроскопа.

Всего выполняют два хода измерений: прямой и обратный, определяя рен шкалового микроскопа при перестановке горизонтального круга через 60° и вертикального круга через 3° . Установки горизонтального круга в прямом ходе измерений будут $0; 60, \dots, 300^\circ$, в обратном ходе $330, 270, \dots, 30^\circ$; установки вертикального круга в прямом и обратном ходах соответственно будут: $354, 357, 0, 3, 6, 9$ и $7, 4, 1, 358, 355, 352^\circ$.

Средняя величина рена не должна превышать $0,1$ деления шкалы микроскопа. В противном случае рен необходимо устранить. Сделать это лучше в условиях мастерских.

3. Исследование эксцентриситета алидады горизонтального круга и эксцентриситета горизонтального круга. Способы исследования рассматриваются в § 67.

§ 63. Визирные марки и оптические центры

В полигонометрии для достижения большой точности измерения угла применяют визирные приспособления — визирные марки, устанавливаемые над точками визирования. Установка

марок над закрепленными на местности пунктами производится с помощью оптических центриров. Рассмотрим устройство и поверки этих приборов.

Визирные марки. Основные детали марки следующие (рис. 82): подставка 1, одинаковая по конструкции с подставкой теодолита, и металлический щиток 3, укрепленный на втулке 2. Обе стороны щитка окрашены. Цвет фона и рисунок окраски у различных конструкций марок различен. На щитке нанесена черная полоса 4. Средняя линия этой полосы — ось симметрии визирной цели марки — служит линией для визирования на нее трубой.

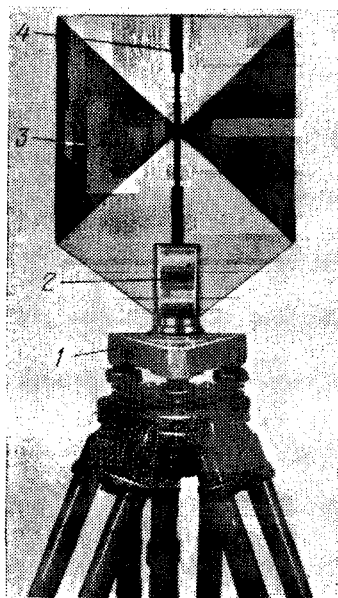


Рис. 82

Комплекты визирных марок изготавливаются заводами для теодолитов по специальным заказам. Для теодолита Т2 изготавливается комплект визирных целей (КВЦ). Марка, входящая в комплект, окрашена специальной флуоресцентной эмалью, повышающей яркость фона по сравнению с обычной краской в несколько раз, что дает возможность производить измерение углов при сторонах до 5 км. В нижней части марки имеется отверстие, освещаемое лампочкой подсветки для визирования в ночных условиях. Марка имеет круглый уровень.

Визирная марка должна удовлетворять двум условиям:

1. Ось круглого уровня, укрепленного на марке, должна быть параллельна оси вращения марки. Это условие имеет место в марках, снабженных круглым уровнем. Поверка производится обычным порядком.

2. Ось симметрии визирной цели марки должна совпадать с осью вращения марки. Поверку производят путем измерения теодолитом, установленным от марки в 3—5 м, трех направлений, два из которых n_1 и n_3 (рис. 83) пройдут по краям щитка марки, а третье n_2 пересечет ось вращения марки, предварительно фиксированную иглой, укрепленной на верхней части марки. Ось вращения марки определяют также с помощью теодолита. Несимметрия a визирной цели относительно оси вращения марки, выраженная в линейной мере, определяется по формуле

$$a = \frac{\delta_{\beta s}}{\rho},$$

где $\delta_b = (n_2 - n_1) - (n_3 - n_2)$ — разность значений углов, составленных из крайних направлений со средними; s — расстояние от теодолита до визирной марки.

Величина несимметрии не должна превышать 1 мм. При большем ее значении марка должна быть забракована.

О п т и ч е с к и й ц е н т р и р. Оптические центриры бывают двух видов: с прямой зрительной трубой и ломаной зрительной трубой.

Оптический центрир с прямой зрительной трубой представляет собой короткофокусную трубу, вращающуюся в подставке, конструкция которой одинакова с подставкой оптического теодолита. Труба оптического центрира имеет увеличение в пределах 2,5—4×. Прибор снабжен цилиндрическим уровнем. Окулярный конец имеет крышку с полусферической поверхностью, на которой нанесена крестообразная парезка.

К теодолитам Т2 и 2Т2 по специальному заказу изготавливаются оптические двусторонние центриры ОДО с ломаной зрительной трубой (рис. 84), предназначенные для центрирования подставки над и под точкой местности. Направление визирования вверх и вниз в этих центрирах изменяется переводом специальной рукоятки 1. Центрир имеет два цилиндрических уровня, расположенных под прямым углом один к другому.

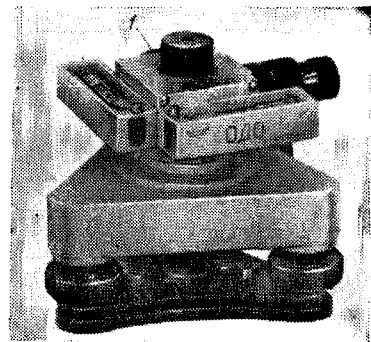


Рис. 84

Поверку выполняют тем же способом, как и у оптического центрира теодолита Т2. Юстировку производят исправительными винтами сетки нитей, перемещая диафрагму с сеткой нитей на половину замеченного смещения.

Центрирование прибора над центром знака выполняют несколькими приближениями. Глядя в окуляр и раздвигая ножки

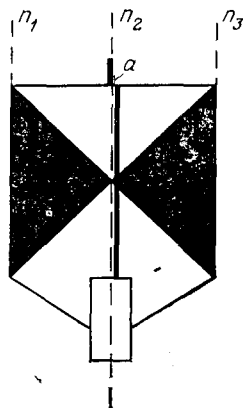


Рис. 83

Прежде чем производить центрирование прибором, необходимо выполнить следующие проверки:

1. *Оси (или ось) цилиндрических уровней должны быть перпендикулярны к оси вращения центрира.* Эта проверка выполняется тем же способом, как и проверка уровня на алидаде горизонтального круга у теодолита Т2.

2. *Визирная ось зрительной трубы оптического центрира должна совпадать с осью его вращения.*

штатива, устанавливают укрепленный на штативе центрир над центром знака, причем стараются добиться при этом возможно точной установки. Подправляют центрирование, передвигая подставку на штативе до тех пор, пока центр сетки нитей трубы точно совместится с изображением центра знака. При этом нельзя допускать, чтобы концы треугольной пластины, на которой укреплена подставка, смещались с головки штатива. После этого приводят ось вращения центрира, наблюдая за пузырьком цилиндрического уровня (или уровней) в отвесное положение. Добиваются этого изменением высоты ножек штатива. Установка пузырька уровня в нуль-пункт подъемными винтами подставки приводит к смещению центра сетки нитей с изображения центра знака, поэтому подъемными винтами подставки пользуются только в случае небольшой корректировки установки уровня.

§ 64. Источники ошибок при измерении угла

Основными источниками ошибок при угловых измерениях являются:

1) неточное положение визирных марок над центрами знаков. При измерении угла визирные марки должны быть установлены точно над центром знака, т. е. ось вращения марки, совпадающая с осью симметрии визирной цели, должна проходить **т о ч н о** через центр знака. Если этого нет, возникает ошибка в измерении угла, которую называют **о ш и б к о й р е д у к ц и и**;

2) неточное положение угломерного прибора над центром знака. Ось вращения теодолита во время измерения угла должна проходить через центр знака. Несоблюдение условия вызывает ошибку, которую называют **о ш и б к о й ц е н т р и р о в а н и я**;

3) несовершенство угломерного прибора. Создать прибор, точно соответствующий его теоретической схеме, невозможно вследствие неизбежных ошибок изготовления и сборки его деталей, а также остаточных ошибок юстировки. Вследствие этого возникает ряд ошибок, которые называются **о ш и б к а м и п р и б о р о в**;

4) ошибка собственно измерения угла. Эта ошибка складывается из ошибок визирования, отсчета и личной ошибки наблюдателя;

5) внешние условия — неблагоприятные условия среды, через которую проходит визирный луч;

6) ошибка исходных данных. Эта ошибка, не оказывая влияния непосредственно на угловые измерения, влияет на величину невязки.

Считая, что все перечисленные источники действуют самостоятельно и могут вызвать ошибку в положении конечной точки полигонометрического хода, можно среднюю квадратическую

величину поперечного сдвига m_u вытянутого хода представить формулой

$$m_{\Sigma}^2 = m_p^2 + m_{\Sigma}^2 + m_{\text{пр}}^2 + m_{\text{изм}}^2 + m_{\text{вн}}^2 + m_{\text{исх}}^2. \quad (\text{IX.24})$$

Применяя принцип равных влияний, получаем

$$m_{\Sigma} = \sqrt{6} m_p = \sqrt{6} m_{\Sigma} = \dots, \quad (\text{IX.25})$$

откуда

$$m_p = m_{\Sigma} = m_{\text{пр}} = m_{\text{изм}} = m_{\text{вн}} = m_{\text{исх}} = \frac{m_u}{\sqrt{6}}. \quad (\text{IX.26})$$

При проложении полигонометрического хода точность его угловых, равно как и линейных, измерений должна соответствовать той конечной цели, для которой этот ход прокладывается.

Для простоты выводов предположим, что ход вытянутый. Потребуем, чтобы влияние угловых и линейных измерений на положение конечной точки хода было одинакового порядка, т. е. применим принцип равных влияний. Обозначив среднюю квадратическую ошибку в периметре через M , получим

$$m_{\Sigma} = m_l = \frac{M}{\sqrt{2}}. \quad (\text{IX.27})$$

Переходя к предельным ошибкам, будем иметь

$$\frac{\text{пред } u}{L} = \frac{\text{пред } t}{L} = \frac{\text{пред } f_s}{L \sqrt{2}}. \quad (\text{IX.27}')$$

Здесь $\frac{\text{пред } f_s}{L}$ есть не что иное, как $\frac{1}{T}$, которая определяет предельную точность полигонометрического хода (под L подразумевается длина замыкающей хода). С учетом этих обозначений формула (IX.27') примет вид

$$\frac{\text{пред } u}{L} = \frac{\text{пред } t}{L} = \frac{1}{T \sqrt{2}}. \quad (\text{IX.28})$$

Согласно формуле (IX.28) для предела поперечной невязки можно принять

$$\frac{\text{пред } u}{L} = \frac{1}{T \sqrt{2}},$$

вследствие чего

$$\frac{\text{пред } \Delta_p}{L} = \frac{\text{пред } \Delta_{\Sigma}}{L} = \dots = \frac{\text{пред } \Delta_{\text{исх}}}{L} = \frac{1}{T \sqrt{12}} = \frac{1}{3,5T}, \quad (\text{IX.29})$$

т. е. предельная ошибка каждого источника ошибок пред $\Delta_{\text{ист}}$ равна

$$\frac{\text{пред } \Delta_{\text{ист}}}{L} = \frac{1}{3,5T}. \quad (\text{IX.30})$$

Для полигонометрического хода 4 класса длиной 10 км величина предельного влияния каждого из шести источников ошибок угловых измерений на средний квадратический поперечный сдвиг согласно выражению (IX.30) составит

$$\text{пред } \Delta_{\text{ист}} = \frac{L}{3,5T} = \frac{10^4}{3,5 \cdot 25 \cdot 10^3} = 0,11 \text{ м.}$$

В этом случае средняя квадратическая ошибка $m_{\text{ист}}$ будет равна 0,04 м.

§ 65. Расчет точности измерения угла в полигонометрическом ходе

Для расчета точности измерения угла важно знать, имел ли тот или другой источник ошибок случайный или систематический характер.

Рассмотрим случайный характер влияния. Возьмем вытянутый полигонометрический ход, в котором углы предварительно исправлены за угловую невязку. Для этого хода средняя квадратическая ошибка поперечного сдвига равна

$$m_u = \frac{m_\beta}{\rho} L \sqrt{\frac{n+3}{12}}. \quad (\text{IX.31})$$

Из формулы (IX.31) определим

$$m_\beta = \rho \frac{m_u}{L} \sqrt{\frac{12}{n+3}}. \quad (\text{IX.32})$$

Переходя к предельным ошибкам, получим

$$\text{пред } \Delta\beta_{\text{случ}} = \rho \frac{\text{пред } u}{L} \sqrt{\frac{12}{n+3}}$$

или с учетом выражения (IX.28)

$$\text{пред } \Delta\beta_{\text{случ}} = \rho \frac{1}{T \sqrt{2}} \sqrt{\frac{12}{n+3}} = \frac{\rho \sqrt{6}}{T \sqrt{n+3}}. \quad (\text{IX.33})$$

Формула (IX.33) устанавливает предел суммарной случайной ошибки в измерении угла. Для каждого источника ошибок случайного характера следует величину пред $\Delta\beta_{\text{случ}}$ уменьшить в $\sqrt{6}$ раз, т. е.

$$\text{пред } \Delta\beta'_{\text{случ}} = \frac{\rho}{T \sqrt{n+3}}. \quad (\text{IX.34})$$

Если источник ошибок имеет систематический характер, то для расчета его влияния используем соотношение (VIII.20), выведенное для вытянутого хода, в котором углы не исправлены за невязку.

Полагая в нем $d\beta_1 = d\beta_2 = \dots = d\beta_n = d\beta$ и $s_1 = s_2 = \dots = s_n = s$, будем иметь

$$u' = \{ns + (n-1)s + \dots + s\} \frac{d\beta}{\rho},$$

откуда

$$u' = \frac{n(n+1)}{2} s \frac{d\beta}{\rho}.$$

С учетом того, что $ns = L$, и переходя от $d\beta$ к $\Delta\beta$, а затем к предельным ошибкам, получим

$$\frac{\text{пред } u'}{L} = \frac{(n+1) \text{ пред } \Delta\beta_{\text{сист}}}{2\rho}. \quad (\text{IX.35})$$

Отсюда

$$\text{пред } \Delta\beta_{\text{сист}} = \rho \frac{2}{(n+1)} \frac{\text{пред } u'}{L},$$

а с учетом (IX.28)

$$\text{пред } \Delta\beta_{\text{сист}} = \rho \frac{2}{(n+1) T \sqrt{2}} = \rho \frac{\sqrt{2}}{(n+1) T}. \quad (\text{IX.36})$$

По формуле (IX.36) можно определить влияние источника систематических ошибок на каждый отдельный угол с расчетом, чтобы общее влияние этого источника ошибок на поперечную невязку хода было в пределах, определяемых формулой (IX.30).

Рассчитаем точность угловых измерений для полигонометрического хода 4 класса длиной 10 км с числом сторон $n = 15$. По формулам (IX.33) и (IX.36)

$$\text{пред } \Delta\beta_{\text{случ}} = \frac{206 \cdot 10^3 \sqrt{6}}{25 \cdot 10^3 \cdot 18} = 4,8'',$$

$$\text{пред } \Delta\beta_{\text{сист}} = \frac{206 \cdot 10^3 \sqrt{2}}{16 \cdot 25 \cdot 10^3} = 0,73''.$$

Ошибка, которая приходится на долю одного источника ошибок случайного характера, будет равна

$$\text{пред } \Delta\beta'_{\text{случ}} = \frac{4,8}{\sqrt{6}} = 2,0'',$$

$$m_{\beta_{\text{случ}}} = \frac{\text{пред } \Delta\beta'_{\text{случ}}}{3} = \frac{2,0}{3} = 0,67''.$$

Приведенные расчеты показывают, что к полигонометрии 4 класса необходимо предъявлять довольно жесткие требования в отношении отдельных источников ошибок, особенно систематического характера при угловых измерениях. Отсюда следует, что для борьбы с этими ошибками необходимо, с одной стороны,

тщательно исследовав прибор, вводить в измерения соответствующие поправки и, с другой стороны, применять для самих измерений такую программу, которая бы исключала остаточное влияние этих ошибок.

§ 66. Ошибки измерения угла вследствие неточности центрирования визирных марок и теодолита

Р е д у к ц и я. Необходимо измерить угол ACB (β) (рис. 85). Будем считать, что теодолит в точке C и марка в точке B центрированы безошибочно, марка в точке A центрирована с ошибкой.

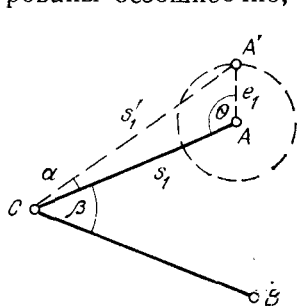


Рис. 85

Тогда в измеряемый угол мы вносим ошибку редукции α . Расстояние $AA' = e$ называется линейным элементом редукции. На ошибку измерения горизонтального угла окажет влияние не только величина линейной ошибки центрирования марки, но и ее направление, т. е. угол θ , называемый угловым элементом редукции. Так, если θ равен нулю или 180° , т. е. если линейный элемент редукции направлен по стороне измеряемого угла, то неточность центрирования марки в точке A не окажет никакого влияния на точность измерения

горизонтального угла. При $\theta = 90$ или 270° в измеряемый угол будет внесена максимальная ошибка. Так как линейный элемент редукции может быть направлен в любую сторону, то точка A' может занимать различное положение относительно точки A , а угол θ может принимать любое значение от 0 до 360° . Геометрическим местом случайных положений точки A' будет окружность радиуса e_A с центром в точке A . Случайных положений точки A' может быть бесконечно много и каждое из них будет по-разному влиять на ошибку измерения горизонтального угла. Найдем среднее квадратическое значение ошибки редукции. Предположим, что изменение положения точки A' на окружности происходит через бесконечно малый промежуток $d\theta$, тогда число всех положений точки A' на окружности n будет

$$\frac{2\pi}{d\theta} = n.$$

Каждому положению точки A' будет соответствовать угол α , следовательно, будет n значений угловой ошибки редукции $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$.

Средняя квадратическая ошибка редукции будет

$$m_{pA}^2 = \frac{[\alpha^2]}{n}. \quad (\text{IX.37})$$

Значение угла α определим из треугольника CAA'

$$\frac{e_1}{s_1'} = \frac{\sin \alpha}{\sin \theta},$$

откуда

$$\sin \alpha = \frac{e_1}{s_1'} \sin \theta.$$

При правильно поставленных работах угол α весьма мал и расстояния s_1 и s_1' примерно равны, поэтому можно записать

$$\alpha = \rho \frac{e_1}{s_1} \sin \theta. \quad (\text{IX.38})$$

Подставим в формулу (IX.37) значение n и угла α по формуле (IX.38)

$$m_{pA}^2 = \frac{\left[\rho^2 \frac{e_1^2}{s_1^2} \sin^2 \theta \right] d\theta}{2\pi},$$

или после преобразования

$$m_{pA}^2 = \rho^2 \frac{e_1^2}{2\pi s_1^2} \sum_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta.$$

Знак Σ можно заменить знаком интеграла, и тогда получим

$$m_{pA}^2 = \rho^2 \frac{e_1^2}{2\pi s_1^2} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta.$$

Для нахождения значения интеграла имеем

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = - \int_0^{2\pi} \sin \theta d \cos \theta = - \int_0^{2\pi} \sin \theta \cos \theta d\theta.$$

$$+ \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta = \int_0^{2\pi} d\theta - \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta,$$

вследствие чего

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = \pi.$$

Следовательно,

$$m_{pA}^2 = \rho^2 \frac{e_1^2}{2s_1^2}. \quad (\text{IX.39})$$

Аналогично можно найти выражение ошибки измерения горизонтального угла из-за неточности центрирования визирной марки в точке B

$$m_{pB}^2 = \rho^2 \frac{e_1^2}{2s_2^2}. \quad (\text{IX.40})$$

В результате общее влияние ошибки редукции при измерении угла будет вычисляться по формуле

$$m_p^2 = m_{pA}^2 + m_{pB}^2 = \rho^2 \frac{e_1^2}{2} \left(\frac{1}{s_1^2} + \frac{1}{s_2^2} \right). \quad (\text{IX.41})$$

Если принять $s_1 = s_2 = s$, то будем иметь

$$m_p = \rho \frac{e_1}{s}. \quad (\text{IX.42})$$

Для каждого направления получим

$$m_{pн} = \rho \frac{e_1}{s\sqrt{2}}. \quad (\text{IX.43})$$

Зная величину средней квадратической ошибки, которую можно допустить на каждый источник ошибок при угловых измерениях, можно подсчитать величину e_1 по формуле

$$e_1 = \frac{m_{pс}}{\rho} \quad (\text{IX.44})$$

и определить, с какой точностью следует центрировать визирные марки в каждом конкретном случае и с помощью каких приборов можно обеспечить эту точность.

Если принять полученную в предыдущем параграфе величину $m_p = 0,67''$, а $s_{ср} = 500$ м, то

$$e_1 = \frac{0,67 \cdot 5 \cdot 10^5}{206 \cdot 10^3} = 1,6 \text{ мм.}$$

Такую точность центрирования может обеспечить оптический центрир.

Рассматривая формулу (IX.41) видим, что:

1) влияние ошибки редукции на ошибку измерения угла не зависит от его величины и обратно пропорционально длинам сторон, образующих угол;

2) влияние ошибки редукции тем больше, чем больше отличаются между собой длины сторон измеряемого угла

Ц е н т р и р о в а н и е п р и б о р а. Предположим, что при измерении угла ACB (рис. 86) марки в точках A и B отцентрированы безошибочно, а теодолит центрирован не в точке C , а в точке D . Тогда имеем линейный элемент центрирования e , который составит со стороной CA угол θ , и мы вместо угла C будем измерять

Так как линейный элемент центрирования невелик, то можно s'_A и s'_B заменить соответственно через s_A и s_B , и тогда получим

$$C_B - C_A = \rho e \left(\frac{\sin(\theta - C)}{s_B} - \frac{\sin \theta}{s_A} \right);$$

$$(C_B - C_A)^2 = e^2 \rho^2 \left(\frac{\sin^2(\theta - C)}{s_B^2} + \frac{\sin^2 \theta}{s_A^2} - \frac{2 \sin(\theta - C) \sin \theta}{s_B s_A} \right).$$

Определим

$$m_{\text{ц}}^2 = \frac{[(C_B - C_A)^2]}{n} = \frac{\rho^2 e^2}{n} \left\{ \frac{1}{s_B^2} [\sin^2(\theta - C)] + \frac{1}{s_A^2} [\sin^2 \theta] - \right. \\ \left. - \frac{2}{s_B s_A} [\sin(\theta - C) \sin \theta] \right\}.$$

Подставим вместо n его значение $\frac{2\pi}{d\theta}$, заменив знак суммы интегралом, получим

$$m_{\text{ц}}^2 = \frac{e^2 \rho^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{\sin^2(\theta - C)}{s_B^2} + \frac{\sin^2 \theta}{s_A^2} - 2 \frac{\sin \theta \sin(\theta - C)}{s_B s_A} \right\} d\theta,$$

но

$$\int_0^{2\pi} \sin^2(\theta - C) d\theta = \pi; \quad \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = \pi;$$

$$\int_0^{2\pi} \sin \theta \sin(\theta - C) d\theta = \pi \cos C.$$

Окончательно будем иметь

$$m_{\text{ц}}^2 = \frac{e^2 \rho^2}{2} \left(\frac{1}{s_B^2} + \frac{1}{s_A^2} - \frac{2 \cos C}{s_A s_B} \right)$$

или

$$m_{\text{ц}}^2 = \frac{e^2 \rho^2}{2s_A^2 s_B^2} (s_A^2 + s_B^2 - 2s_A s_B \cos C). \quad (\text{IX.46})$$

Для пояснения этой формулы соединим на рис. 86 точки A и B между собой и длину полученного отрезка линии обозначим через s_C . Тогда

$$s_C^2 = s_A^2 + s_B^2 - 2s_A s_B \cos C.$$

В соответствии с этим формула (IX.46) примет вид

$$m_{\text{ц}}^2 = \rho^2 \frac{e^2}{2s_A^2 s_B^2} s_C^2, \quad (\text{IX.47})$$

при $s_A = s_B = s$ и $s_C = 2s$

$$m_{\text{ц}} = \rho \frac{e}{s} \sqrt{2}. \quad (\text{IX.48})$$

Из полученной формулы следует, что:

а) влияние ошибки центрирования теодолита на ошибку измерения угла зависит от его величины. Наибольшее влияние ошибка центрирования теодолита при прочих равных условиях будет оказывать при измерении углов, близких к 180° ; в этом случае $s_C = s_A + s_B$. При прокладывании полигонометрических ходов стремятся к тому, чтобы ходы имели вытянутую форму, а следовательно, углы в них были близки к 180° . Отсюда нужно сделать вывод, что за центрированием теодолита при угловых измерениях нужно следить очень тщательно;

б) влияние ошибки за центрирование обратно пропорционально длине сторон, образующих угол;

в) ошибка от неточного центрирования зависит от величины его линейного элемента;

г) при сравнении формул (IX.48) с (IX.42) видно, что

$$m_{\text{ц}} = m_p \text{ при } e = \frac{e_1}{\sqrt{2}}.$$

Если принять $e_1 = 1,6$ мм, то $e = 1,1$ мм. Таким образом, для того чтобы влияние ошибки за центрирование равнялось ошибке за редукцию, линейный элемент центрирования должен быть в $\sqrt{2}$ меньше, чем линейный элемент редукции, т. е. центрирование прибора надо проводить более тщательно.

§ 67. Ошибки прибора

Ошибки прибора имеют определенно выраженный систематический характер и вызываются в основном: а) ошибками делений лимба; б) реном отсчетной системы; в) эксцентриситетом; г) наклоном лимба; д) коллимационной ошибкой; е) наклоном оси вращения трубы; ж) неустойчивостью прибора.

Рассмотрим влияние каждой из ошибок на точность измерения углов, предполагая, что другие ошибки отсутствуют.

О ш и б к а д е л е н и й л и м б а. В оптических теодолитах лимбы изготавливаются из стекла. Они представляют собой плоскопараллельную пластинку толщиной 3—5 мм, непараллельность плоскостей которой не превышает 5—10".

Для нанесения делений на стеклянные круги применяют специальные машины. Современные машины позволяют делить круги с высокой точностью (около 1"), однако необходимо при этом, чтобы процесс деления проходил в условиях стабильной температуры ($t = 20^\circ \pm 0,2^\circ$), определенной влажности, при полном отсутствии вибраций основания машины, при соблюдении идеаль-

ной чистоты помещения и воздуха. При делении кругов делительную машину регулируют и тщательно устанавливают на ней разделяемый круг. Несмотря на это, нанесение штрихов сопровождается неизбежными ошибками, которые называются полными и подразделяются на систематические и случайные.

Полные ошибки диаметров круга исследуют у высокоточных теодолитов, предназначенных для измерения углов в полигонометрии 1, 2, 3 классов. В точных теодолитах типа Т2 при измерении углов в полигонометрии 4 класса для ослабления влияния ошибок диаметров штрихов лимба ограничиваются только перестановкой лимба между приемами на один и тот же угол.

О ш и б к а, вызываемая реном отсчетной системы. Вопрос об определении рена оптического микрометра и шкалового микроскопа рассмотрен в § 62. Для устранения влияния рена при измерении углов, как было сказано выше, вводят поправки за рен в отсчеты по микрометру. Однако и при этих условиях будет иметь место некоторое остаточное влияние этой ошибки на точность измерения угла, в качестве которой будет выступать ошибка определения самой поправки за рен. Поэтому при исследовании необходимо величину рена определять из достаточно большого числа наблюдений, чтобы средняя квадратическая ошибка самой ошибки его определения была весьма небольшой.

Э к с ц е н т р и с и т е т. Вращение горизонтального круга (лимба) и алидадной части теодолита должно происходить вокруг общей геометрической вертикальной оси. Следовательно, центры вращения лимба и алидады должны совпадать с центром окружности, по которой нанесены деления лимба. Несоблюдение этих условий, которое имеет место из-за неизбежных технических ошибок центрировки круга и сборки прибора, вызывает эксцентриситет.

Различают эксцентриситет алидады, эксцентриситет круга и эксцентриситет осей.

Эксцентриситетом алидады называется несовпадение центра вращения алидады с центром делений лимба.

Эксцентриситетом круга называется несовпадение центра вращения круга с центром делений лимба.

Эксцентриситетом осей называется несовпадение центров вращения алидады и круга.

На рис. 87 точка C_d — центр делений круга, точка C_a — центр вращения алидады, точка C_k — центр вращения круга. Тогда отрезок $C_d C_a = e_a$ есть линейный эксцентриситет алидады, $C_d C_k = e_k$ — линейный эксцентриситет круга и $C_a C_k = e_o$ — линейный эксцентриситет осей. Каждый из эксцентриситетов, помимо линейной величины, характеризуется еще направлением — угловым элементом. Так, направление эксцентриситета круга выражено радиусом φ_k , направление эксцентриситета алидады — ра-

диусом φ_a . Во время вращения круга вокруг геометрической оси центр делений описывает окружность радиуса $C_K C_d$, а проекция индекса микроскопа на плоскость круга при вращении алидады описывает окружность радиуса $C_a \varphi$, где φ есть измеренное направление, отсчитанное от нулевого диаметра круга. Направление эксцентриситета осей $C_K C_a$ будет φ_0 , а между φ_0 и отсчитанным по кругу направлением φ будет угол z .

Как следует из рис. 87, эксцентриситет алидады будет зависеть от величины эксцентриситетов круга и осей, а также и от взаимного их расположения. Взаимное расположение этих элементов в свою очередь будет меняться во время измерения направлений и углов.

В теодолитах со шкаловым микроскопом отсчитывание производится только по одной стороне лимба; такой односторонний отсчет искажается влиянием всех эксцентриситетов.

В теодолитах с оптическим микрометром при совмещении диаметрально противоположных штрихов лимба влияние эксцентриситета на отсчет по кругу исключается. Однако значительная его величина приводит к изменению величины рена на разных частях круга.

Эксцентриситет алидады горизонтального круга. Для получения характеризующих эксцентриситет алидады элементов рассмотрим теодолит с двухсторонней системой отсчета. Если в таком теодолите центр вращения алидады C_a и центр делений лимба C_d совпадают, то разность отсчетов по диаметрально противоположным сторонам круга будет равна 0, т. е.

$$v = \varphi_2 - (\varphi_1 \pm 180^\circ) = 0$$

Если же точки C_a и C_d (рис. 88) не совпадают, а нуль-пункт второго прибора для отсчитывания по кругу (например, верньера) находится под углом φ_0 к нуль-пункту первого прибора, то разность отсчетов v будет равна

$$v = \varphi_2 - (\varphi_1 \pm 180^\circ) = 2x + v_0, \quad (IX.49)$$

где x — влияние эксцентриситета алидады на отсчет.

Изменяя установки круга, например на величину $\sigma = \frac{360^\circ}{n}$, где n — число установок, можно получить n разностей v отсчетов по двум приборам для отсчитывания, для каждой из которых написать уравнение вида (IX.49).

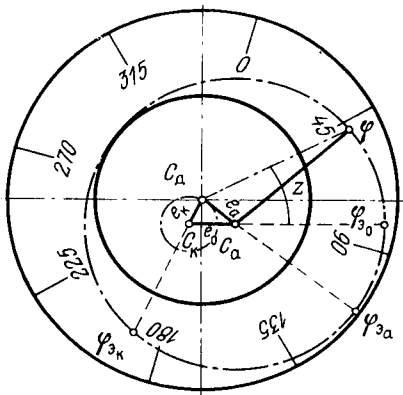


Рис. 87

В оптических теодолитах с оптическим микрометром для определения величин v , стоящих в уравнении (IX.49) слева, следовало бы при каждой установке алидады поочередно совмещать изображения двух штрихов, принадлежащих одному диаметру круга, с одним и тем же индексом или биссектором и при каждом таком совмещении брать отсчеты по шкале микрометра. Разность этих отсчетов и дала бы величину v . Однако таких индексов, проходящих через все окно с изображениями штрихов круга, в поле зрения отсчетного микроскопа нет. Поэтому приходится

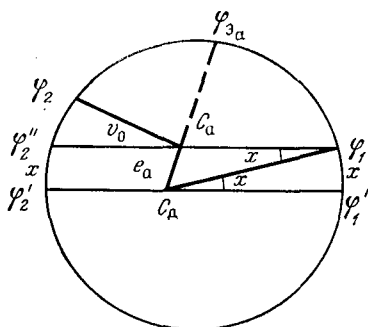


Рис. 88

совмещать сначала изображения верхнего и нижнего штрихов, как это делается обычно при отсчете по кругу, а затем — изображение одного из этих штрихов с индексом (как, например, в теодолите ТБ-1) или каким-либо другим неподвижным штрихом в поле зрения отсчетного микроскопа. Взяв разности отсчетов по шкале микрометра при этих совмещениях, получим величины $\frac{v}{2}$, а удвоив их, найдем v . Угол v_0 в оптических теодолитах будет равен углу, под которым индекс расположен к

диаметру совмещенных штрихов.

Из треугольника $\varphi_1 C_a C_d$ (см. рис. 88), полагая, что в нем (по малости стороны e_a) $C_a \varphi_1 = r$ есть радиус круга, получим

$$\frac{\sin x}{e_a} = \frac{\sin C_a C_d \varphi_1}{r}. \quad (\text{IX.50})$$

Учитывая, что угол $C_a C_d \varphi_1 = \varphi_1 - \varphi_{\varphi_a}$, где φ_{φ_a} — отсчет по лимбу, при котором влияние эксцентриситета алидады равно 0 (направление линейного элемента эксцентриситета), из выражения (IX.50) будем иметь

$$\sin x = \frac{e_a}{r} \sin (\varphi_1 - \varphi_{\varphi_a}) \quad (\text{IX.51})$$

или по малости x

$$x = \frac{e_a \rho}{r} \sin (\varphi_1 - \varphi_{\varphi_a}) = \frac{e_a \rho}{r} \sin \varphi_1 \cos \varphi_{\varphi_a} - \frac{e_a \rho}{r} \cos \varphi_1 \sin \varphi_{\varphi_a}. \quad (\text{IX.52})$$

Подставляя это значение x в (IX.49), получим

$$v = \frac{2e_a \rho}{r} \sin \varphi_1 \cos \varphi_{\varphi_a} - \frac{2e_a \rho}{r} \cos \varphi_1 \sin \varphi_{\varphi_a} + v_0. \quad (\text{IX.53})$$

Обозначив

$$\left. \begin{aligned} \frac{2e_a \rho}{r} \cos \varphi_{\Sigma a} &= X, \\ \frac{2e_a \rho}{r} \sin \varphi_{\Sigma a} &= Y, \end{aligned} \right\} \quad (\text{IX.54})$$

перепишем уравнение (IX.52) в виде

$$v = X \sin \varphi_1 - Y \cos \varphi_1 + v_0, \quad (\text{IX.55})$$

Исследуя эксцентриситет алидады в разных частях лимба, можно составить n уравнений вида (IX.55). В них входят три неизвестные величины X , Y и v_0 .

Учитывая, что величины v содержат случайные ошибки измерений, на основании уравнения (IX.55) можно написать уравнения поправок. Для установки алидады с номером i такое уравнение будет иметь вид

$$\delta_i = X \sin \varphi_1^{(i)} - Y \cos \varphi_1^{(i)} + v_0 - v_i, \quad (\text{IX.56})$$

где δ — ошибка разности отсчетов v , взятая с обратным знаком (поправка).

От n уравнений поправок вида (IX.56) согласно методу наименьших квадратов можно перейти к трем нормальным уравнениям (по числу неизвестных), решая которые определить X , Y и v_0 .

Величины X , Y и v_0 из нормальных уравнений, составление и решение которых здесь опущено, будут равны

$$X = \frac{2}{n} [v \sin \varphi_1], \quad (\text{IX.57})$$

$$Y = -\frac{2}{n} [v \cos \varphi_1], \quad (\text{IX.58})$$

$$v_0 = \frac{[v]}{n}. \quad (\text{IX.59})$$

Используя выражения (IX.54), получим элементы эксцентриситета алидады

$$\operatorname{tg} \varphi_{\Sigma a} = \frac{Y}{X} \quad (\text{IX.60})$$

и

$$e_a = \frac{r}{2\rho} \sqrt{X^2 + Y^2}, \quad (\text{IX.61})$$

Максимальное влияние эксцентриситета алидады на односторонний отсчет по лимбу $x_{\max} = e_a$ будет иметь место при $\varphi_1 - \varphi_{\Sigma a} = 90^\circ$, тогда согласно формуле (IX.52)

$$x_{\max} = e_a - \frac{e_a \rho}{r}. \quad (\text{IX.62})$$

Величину ε_a называют угловым эксцентриситетом алидады.

В соответствии с формулой (IX.62) величину ε_a можно получить из выражений (IX.54). Угловой эксцентриситет алидады ε_a будет равен

$$\varepsilon_a = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{2}. \quad (\text{IX.63})$$

Из формулы (IX.62)

$$e_a = \frac{\varepsilon_a r}{\rho}. \quad (\text{IX.64})$$

Подставив значения X , Y и v_0 в уравнения поправок (IX.56), можно вычислить поправки δ_i .

Исследование эксцентриситета алидады горизонтального круга в оптических теодолитах типа Т2. Для получения разностей v , необходимых для определения элементов эксцентриситета алидады, переставляют алидаду через 30° от 0 до 330° в прямом ходе и от 330° до 0° в обратном ходе. При каждой установке производят отсчеты A_i — при совмещении диаметрально противоположных штрихов круга (отсчет, свободный от влияния эксцентриситета) и A'_i — при совмещении штриха лимба с одним из штрихов вертикального круга, принимаемым за неподвижный индекс. В качестве индекса используется штрих вертикального круга, видимый после поворота рукоятки переключателя кругов на $45^\circ 14'$.

Порядок действий на каждой установке алидады (для теодолита Т2) рассмотрим на примере первой установки, т. е. на 0° . Вращением головки оптического микрометра устанавливают на шкале микрометра отсчет $5' 00''$. Вращением наводящего винта алидады горизонтального круга совмещают одноименные штрихи лимба 0 и 180° . Поворотом рукоятки переключения кругов на 45° по ходу часовой стрелки добиваются того, чтобы в поле зрения отсчетного микроскопа были одновременно видны в верхней половине штрихи вертикального круга, а в нижней — штрихи горизонтального круга.

Наводящим винтом зрительной трубы ближайший штрих вертикального круга совмещают с левым бифилярным штрихом 180° и производят отсчет A'_i . В дальнейшем зрительная труба должна оставаться неподвижной. Для контроля отсчеты A'_i производят при двух совмещениях одних и тех же штрихов.

По полученным отсчетам составляют разности v_i . Если бы в поле зрения отсчетного микроскопа теодолита был помещен отсчетный индекс (как у теодолита ТБ-1), то величины v_i следовало бы определять, как было сказано выше, по формуле

$$v_i = 2(A_i - A'_i). \quad (\text{IX.65})$$

ГОСТом рекомендуется устанавливать каждый раз на шкале микрометра один и тот же отсчет A_i , равный $5' 00''$, совмещая диаметрально противоположные штрихи круга. В этом случае измеренные с помощью микрометра величины несовпадения штриха вертикального круга со штрихом горизонтального составляют одну вторую от величины, определенной по формуле (IX.65), так как во время совмещения штриха горизонтального круга с индексом — штрихом вертикального круга и тот и другой пересекаются навстречу друг другу на равную величину.

Тогда

$$v_i = 4 (5 - A'_i). \quad (\text{IX.66})$$

Колебания величин v не должны превышать $40''$.

Для полного представления об эксцентриситете алидады необходимо определить разности в пределах двух оборотов алидады в прямом направлении и двух — в обратном.

По величинам v , определенным по формуле (IX.66), вычисляют X , Y и v_0 по формулам (IX.57)—(IX.59), а далее по формулам (IX.60), (IX.63) и (IX.64) получают $\text{tg } \varphi_a$, ϵ_a , e_a и по $\text{tg } \varphi_a$ находят φ_a . Поправки δ_i определяют из уравнений (IX.56); они не должны превышать $15''$.

Для иллюстрации эксцентриситета алидады горизонтального круга обычно строят график. Для этого по горизонтальной оси откладывают отсчеты по кругу φ_1 , а по вертикальной — соответствующие им величины v . Полученные точки соединяют ломаной линией, отдельной для прямого и обратного ходов. Затем по величинам X , Y и v_0 вычисляют величины v'_i влияния эксцентриситета на разность отсчетов по кругу, пользуясь формулой

$$v'_i = X \sin \varphi_1^{(i)} - Y \cos \varphi_1^{(i)} - v_0. \quad (\text{IX.67})$$

По ним на том же графике строят кривую, которая, как следует из формулы (IX.67), будет синусоидой. Отклонения ломаных линий от кривой дадут величины δ_i .

Элементы эксцентриситета алидады горизонтального круга можно определить графическим путем, не прибегая к вычислениям величин X , Y и v_0 . На построенном графике эксцентриситета (рис. 89), сообразуясь с ломаными линиями, прочерчивают от руки плавную кривую, близкую к синусоиде, как среднюю между этими линиями и ось симметрии плавной кривой, параллельную горизонтальной оси.

На графике определяют величины:

v_0 — отрезок по оси y от 0 до оси симметрии; $2\epsilon_a$ как амплитуду синусоиды; так как согласно формуле (IX.49) $2x = v - v_0$, тогда $2x_{\max} = v_{\max} - v_0$, но с учетом $x_{\max} = \epsilon_a$ имеем $2\epsilon_a = v_{\max} - v_0$; φ_a — точку на оси x , соответствующую проекции точки пересечения восходящей ветви синусоиды с осью симметрии; полу-

ченный отсчет по лимбу определяет односторонний отсчет $\varphi_{\text{э}а}$, где влияние эксцентриситета равно нулю, так же как при отсчете по кругу, равно $\varphi_{\text{э}а} + 180^\circ$; δ — отклонение ломаных линий от плавной кривой.

Величину линейного элемента e_a эксцентриситета получают по формуле (IX.64).

Исследование эксцентриситета горизонтального круга (лимба) в оптических

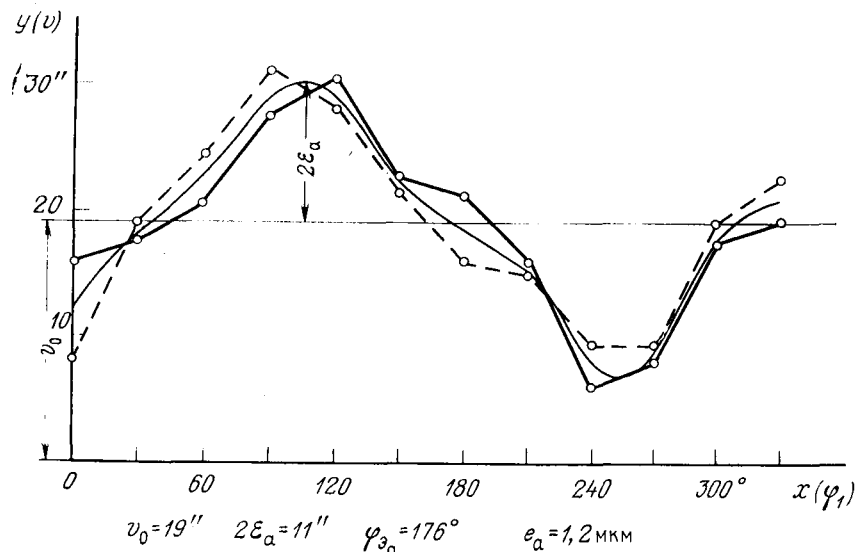


Рис. 89

теодолитах типа Т2. Если лимб остается неподвижным, его эксцентриситет не влияет на отсчеты, взятые при любых положениях алидады. Однако между приемами лимб смещают, а вместе с ним смещается по окружности некоторого радиуса и центр его делений. Но с центром делений лимба связан эксцентриситет алидады. Необходимо определить такую взаимную ориентировку лимба и алидады, при которой влияние их эксцентриситетов на отсчет будет максимальным. Для этого необходимо исследовать эксцентриситет горизонтального круга (лимба).

Разности v , необходимые для определения элементов эксцентриситета горизонтального круга, находят таким же способом, как и для определения элементов эксцентриситета алидады, только в этом случае алидаду закрепляют, а совмещение штрихов выполняют рукояткой перестановки круга. Окончательное точное совмещение штрихов можно сделать наводящим винтом алидады.

При определении эксцентриситета круга выполняют один прямой и один обратный ход.

Элементы эксцентриситета горизонтального круга определяют по тем же формулам или тем же графическим способом, что и элементы эксцентриситета алидады. Допуски остаются те же, что и для эксцентриситета алидады.

Определение максимального значения углового эксцентриситета теодолитов типа Т2. Максимальная величина углового эксцентриситета $\epsilon_{\max}$ складывается из угловых эксцентриситетов круга и осей

$$\epsilon_{\max} = |\epsilon_K| + |\epsilon_0|. \quad (IX.68)$$

Угловой эксцентриситет ϵ_0 вычисляют по полученным значениям ϵ_a , ϵ_K , φ_a , φ_K по формуле

$$\epsilon_0 = \sqrt{\epsilon_a^2 + 2\epsilon_a\epsilon_K \cos(\varphi_a - \varphi_K) + \epsilon_K^2}. \quad (IX.69)$$

Величина $2\epsilon_{\max}$ не должна превышать $40''$.

В том случае, если элементы эксцентриситета алидады и круга определялись графическим способом, величину $\epsilon_{\max}$ можно также определить графическим способом, исходя из соображения, что наибольшее влияние на отсчет эксцентриситеты алидады и лимба окажут в случае, когда центр вращения алидады и центр делений лимба расположатся на одной прямой с центром вращения лимба, но по разные стороны от последнего.

Для определения $\epsilon_{\max}$ сначала вычерчивают треугольник эксцентриситетов, для этого с помощью транспортира строят угол $\varphi_a - \varphi_K$ или $\varphi_K - \varphi_a$ (рис. 90), по сторонам которого в определенном масштабе складывают снятые с графиков эксцентриситетов величины $2\epsilon_a$ и $2\epsilon_K$. Третьей стороной AK треугольника будет величина $2\epsilon_0$; отрезок CA' , как следует из построения, будет равен $2\epsilon_{\max}$.

Исследование эксцентриситета алидады горизонтального круга в оптических теодолитах типа Т5. Эксцентриситет алидады горизонтального круга в теодолитах с односторонним отсчитыванием

определяют по изменению двойной коллимационной ошибки, измеряемой на установках алидады через 45° от 0 до 315° (8 установок).

Для выполнения измерений на площадке устанавливают на штативе теодолит; вокруг него на равных расстояниях от прибора (порядка $30-50$ м) через 45° и на одном уровне устанавливают визирные марки. При круге слева, вращая алидаду по ходу часовой стрелки, последовательно визируют на все марки и производят отсчеты. Измерения выполняют в пределах двух оборотов

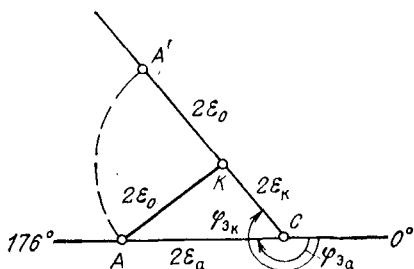


Рис. 90

алидады. После этого выполняют визирование при круге справа, вращая алидаду против хода часовой стрелки также в пределах двух оборотов алидады. В течение всех измерений горизонтальный круг должен оставаться неподвижным.

Из полученных отсчетов определяют средние значения направлений на каждую марку, измеренных при двух положениях круга, а по ним вычисляют $2C_i = v_i$:

$$v_i = \angle_{\text{ср}i} - \Pi_{\text{ср}i} + 180^\circ. \quad (\text{IX.70})$$

По величинам v_i вычисляют x , y и v_0 по формулам (IX.57)—(IX.59), а затем по формулам (IX.60), (IX.63) и (IX.64) получают $\text{tg } \varphi_{\text{э}a}$, e_a и e_a ; по $\text{tg } \varphi_{\text{э}a}$ находят $\varphi_{\text{э}a}$.

Элементы эксцентриситета алидады горизонтального круга теодолитов типа Т5 можно определить графическим путем, так же как в теодолитах типа Т2. В этом случае при построении графика по оси абсцисс откладывают измеренные направления на марки, а по оси ординат — соответствующие им значения разностей v_i . Осредняющая кривая — синусоида может быть смещена относительно оси абсцисс вверх или вниз. Это происходит от того, что значения разностей v_i , вычисленные по формуле (IX.70), включают в себя некоторую постоянную часть — двойную коллимационную ошибку $2C$, которая вошла во все направления как постоянное слагаемое. Ось симметрии синусоиды, параллельная оси абсцисс, отсечет на оси ординат отрезок, соответствующий величине $2C$.

Двойная величина коллимационной ошибки может быть проконтролирована по формуле (IX.59) $2C = \frac{[v]}{n}$.

Исследование эксцентриситета горизонтального круга (лимба) в оптических теодолитах типа Т5. Эксцентриситет алидады горизонтального круга в теодолитах с односторонним отсчитыванием определяют по изменению горизонтального угла, близкого к 180° , задаваемого установками φ и $\varphi + 180^\circ$ алидады при отсчете φ по кругу.

Для выполнения измерений устанавливают теодолит на штативе, а по обе стороны от него на одинаковом расстоянии (примерно 30—50 м) и одинаковой высоте располагают две визирные марки. Угол измеряют при одном круге с перестановкой лимба после каждого измерения на 45° . Всего выполняют два приема измерений: один прием на установках 0, 45, ..., 315° и второй на установках 315, 270, ..., 0° , т. е. по 8 измерений угла в каждом приеме.

В процессе измерений алидаду следует вращать только в пределах 180° , чтобы сохранить влияние колебания вертикальной оси на измеряемый угол постоянным, благодаря чему эта постоянная часть исключится при дальнейших вычислениях.

Для каждой установки круга ϕ вычисляют среднее значение угла β_{ϕ_i} и далее, используя полученные значения, составляют разности

$$v_i = \beta_{\phi_i} - \frac{1}{n} \sum_1^n \beta_{\phi_i} \quad (\text{IX.71})$$

где n — число углов, по которым затем вычисляют элементы эксцентриситета круга ϕ_a , e_k и e_k в том же порядке и по тем же формулам, как и при вычислении эксцентриситета алидады горизонтального круга.

Графический путь определения ϕ_a , e_k и e_k аналогичен графическому способу исследования алидады горизонтального круга в теодолитах типа Т2.

На графике осредняющая синусоида, характеризующая изменение эксцентриситета круга, может быть смещена относительно оси абсцисс. Это указывает на возможное влияние качки вертикальной оси.

Определение максимального значения углового эксцентриситета алидады в теодолитах типа Т5. $e_{\max}$ находят по формуле (IX.68), для которой e_0 вычисляют по формуле (IX.69). Допустимое значение для углового значения эксцентриситета алидады в теодолитах типа Т5 равно $40''$.

Наклон горизонтального круга (лимба). Положим, что ось вращения теодолита VV_1 (рис. 91) имеет отвесное положение, а лимб вместо горизонтального положения LL_1 имеет наклонное $L'L'_1$, характеризующееся углом наклона ϵ . Диаметр PP_1 представляет собой ту линию, вокруг которой был повернут лимб из верного положения в наклонное. Поэтому отсчет по лимбу в точке P будет одинаков как при горизонтальном положении, так и при наклонном. Так как ось VV_1 отвесна, то в отъюстированном приборе будет отвесна и коллимационная плоскость и при наведении трубы на какую-то визирную точку вместо верного отсчета на лимбе в точке B будет взят отсчет в точке B' наклонного лимба. Следовательно, определив разность дуг $PB = a$ и $PB' = a'$, можно определить влияние наклона горизонтального круга на отсчет по лимбу в точке B

$$\delta = a' - a. \quad (\text{IX.72})$$

Чтобы найти связь между величиной δ и наклонностью круга ϵ , обратимся к прямоугольному сферическому треуголь-

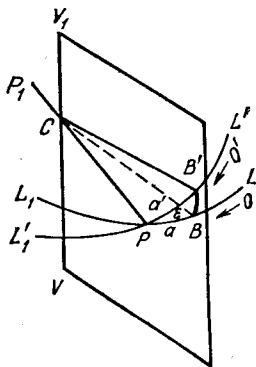


Рис. 91

нику PBB' , для которого согласно правилам сферической тригонометрии можно написать

$$\cos \varepsilon = \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} a'} \quad (\text{IX.73})$$

или

$$\operatorname{tg} a = \operatorname{tg} a' \cos \varepsilon. \quad (\text{IX.74})$$

Учитывая, что

$$\cos \varepsilon = 1 - 2 \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}, \quad (\text{IX.75})$$

а при малой величине угла ε

$$\cos \varepsilon = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\rho} \right)^2, \quad (\text{IX.76})$$

равенству (IX.74) можно придать вид

$$\operatorname{tg} a' - \operatorname{tg} a = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon^2}{\rho^2} \operatorname{tg} a'. \quad (\text{IX.77})$$

Заменив в этом равенстве разность тангенсов выражением ее через синусы и косинусы, получим

$$\sin (a' - a) = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon^2}{\rho^2} \sin a' \cos a. \quad (\text{IX.78})$$

Отсчеты a и a' мало отличаются друг от друга, поэтому можно $\sin (a' - a)$ принять равным самой дуге в радианной мере, а выражение $\sin a' \cos a$ заменить через $\frac{1}{2} \sin 2a$. Тогда формула (IX.78) будет иметь вид

$$a' - a = \frac{1}{4} \frac{\varepsilon^2}{\rho^2} \sin 2a \quad (\text{IX.79})$$

или с учетом формулы (IX.72)

$$\delta = \frac{1}{4} \frac{\varepsilon^2}{\rho^2} \sin 2a. \quad (\text{IX.80})$$

Как следует из формулы (IX.80), величина δ будет максимальной при значениях a , равных 45° или 135° .

Задавшись допустимой величиной $\delta_{\text{доп}}$, можно рассчитать допустимую величину ε_{max} . Из формулы (IX.80) при $a = 45^\circ$ получим

$$\varepsilon_{\text{max}} = \sqrt{\delta_{\text{доп}} \rho}. \quad (\text{IX.81})$$

Положим, что допустимая величина влияния наклона горизонтального круга на отсчет по лимбу будет не больше средней квадратической ошибки отсчета

m_0 . Для теодолита Т2 m_0 можно принять равной средней квадратической ошибке совмещения штрихов, т. е. $0,5''$, тогда

$$\epsilon_{\max} = 2\sqrt{0,5 \cdot 206\,265} = 10,7'$$

Такая величина неперпендикулярности легко может быть обнаружена по изменению резкости наблюдаемых через микроскоп изображений штрихов круга при вращении алидады.

Полученные результаты показывают, что наклон лимба сам по себе не опасен, но существенно важно, чтобы основная ось прибора при измерении угла была отвесна.

К о л л и м а ц и о н н а я о ш и б к а. Влияние коллимационной ошибки C на отчет по лимбу ϵ , как известно, выражается зависимостью

$$\epsilon = \frac{C}{\cos \nu}, \quad (\text{IX.82})$$

где ν — угол наклона линии визирования.

При малых углах наклона $\cos \nu$ изменяется очень мало, так что практически влияния величины C на отсчеты по лимбу можно считать постоянным.

При измерении угла визирование производится по двум направлениям, тогда ошибка в угле, измеренном при одном положении вертикального круга, под влиянием коллимационной ошибки будет

$$\Delta_\epsilon = C \left(\frac{1}{\cos \nu_1} - \frac{1}{\cos \nu_2} \right). \quad (\text{IX.83})$$

Из формулы (IX.83) следует, что при постоянстве величины C ошибка $\Delta_\epsilon = 0$ при $\nu_1 = \pm \nu_2$. При прочих равных условиях самый невыгодный случай тот, при котором один из углов (ν_1 или ν_2) равен нулю, так как при измерении угла после перевода трубы через зенит коллимационная ошибка изменит знак на обратный, а следовательно, соответственно изменится и знак ошибки в отсчете по лимбу.

При измерении углов при двух положениях трубы влияние ошибки ΔC автоматически исключается из результатов измерений. Однако это верно лишь при условии, что C постоянно, а это в свою очередь требует, чтобы при измерении угла не приходилось изменять фокусировки трубы.

В современных оптических теодолитах Т2Т, ТТ5 и ТТ5К для обеспечения более стабильного положения визирной оси, как уже указывалось, сетка зрительной трубы отцентрирована относительно оптической оси объектива и закреплена неподвижно. В этих теодолитах при перефокусировании зрительной трубы на разноудаленные предметы величина коллимационной ошибки практически не изменяется.

Знак коллимационной ошибки при измерении вертикальных углов при двух положениях круга остается постоянным, а сле-

довательно, эта ошибка войдет в окончательное значение вертикального угла.

Величина ошибки, которая войдет в измеренный угол наклона, может быть подсчитана по формуле

$$\Delta \alpha_v = \frac{C^2}{2\rho} \operatorname{tg} v', \quad (\text{IX.84})$$

где v' — среднее значение угла наклона.

Ошибка, которая войдет в определяемое зенитное расстояние, может быть определена как

$$\Delta c_z = \frac{C^2}{2\rho} \operatorname{ctg} Z, \quad (\text{IX.85})$$

где Z — зенитное расстояние.

Сама величина ошибки мала. Так, при величине коллимационной ошибки в $1'$ и при углах наклона от 0 до 80° влияние коллимационной ошибки на значение измеряемого угла будет колебаться от 0 до $0,05''$.

Наклон оси вращения трубы. Влияние наклона оси вращения трубы i на отсчет по лимбу, как известно, выражается зависимостью

$$\alpha = i \operatorname{tg} v. \quad (\text{IX.86})$$

В соответствии с этим формулу для вычисления ошибки Δ_i в угле под влиянием ошибки за наклон оси вращения трубы можно написать так:

$$\Delta_i = i (\operatorname{tg} v_1 - \operatorname{tg} v_2), \quad (\text{IX.87})$$

откуда $\Delta_i = 0$ при $v_1 = v_2$; наиболее невыгодный случай, когда $v_1 = -v_2$.

После перевода трубы через зенит и наведения ее на ту же цель угол i изменит свой знак, изменит свой знак и величина α . Следовательно, значение горизонтального угла, полученного как среднее при измерении его при двух положениях круга, будет свободным от влияния угла i . Но следует иметь в виду, что это утверждение справедливо только в том случае, если основная ось вращения теодолита отвесна. Влияние же наклона основной оси не компенсируется измерением угла при двух положениях трубы. Это обстоятельство и заставляет тщательно приводить основную ось теодолита в отвесное положение; особенно это важно при значительных углах наклона линии визирования.

При измерении углов наклона и зенитных расстояний следует иметь в виду, что влияние ошибок за наклон оси вращения трубы не исключается из результатов измерения при двух положениях круга. Ошибку вертикального угла и зенитного расстояния из-за наклона оси вращения трубы можно подсчитать по формулам (IX.84), (IX.85), по которым учитывается влияние коллимационной ошибки. Все рассуждения, сделанные при этом, справедливы и в применении к этой ошибке.

Неустойчивость прибора. В процессе измерения угла необходимо обеспечить устойчивое положение прибора, поэтому нужно принять меры, которые бы создали устойчивость и штатива, и подставки, и теодолита.

Испытание устойчивости прибора производится специальными способами, указанными в § 61.

Устойчивость прибора зависит и от твердости грунта, на котором установлен штатив. Для обеспечения устойчивости прибора ножки штатива устанавливают не на землю, а на прочно забитые в землю колья.

§ 68. Ошибка собственно измерения угла

При измерении углов существенную роль играют ошибки наведения трубы на визирные цели — ошибки визирования и ошибки отсчета при помощи отсчетного приспособления.

О ш и б к а в и з и р о в а н и я. Эта ошибка характеризует ту точность, с которой совмещаются изображения пересечения нитей сетки и точки наблюдаемой визирной цели. Определим ошибку визирования, исходя из понятия о разрешающей силе глаза (единицы остроты зрения).

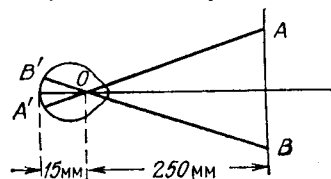


Рис. 92

Допустим, что A и B (рис. 92) — две точки, наблюдаемые невооруженным глазом; A' , B' — изображение этих точек на сетчатой оболочке глаза; O —

узловая точка глаза. Сетчатая оболочка глаза состоит из разветвлений зрительного нерва с чувствительными окончаниями. Чувствительный к свету слой сетчатки состоит из расположенного в виде мозаики большого числа клеток, часть которых (колбочки) воспринимает и силу света, и его цвет, а другая часть (палочки) не воспринимает цвет, но чувствительна к силе света. Размер колбочек и палочек (их диаметр) в средней части сетчатки составляет 1,5 мкм, а у ее края доходит до 5 мкм. Если изображение двух точек $A'B'$ на сетчатке захватывает только одну колбочку, глаз воспринимает эти две точки как одну. Раздельно они будут восприниматься невооруженным глазом только в том случае, если расстояние между их изображениями на сетчатке глаза будет больше диаметра одной колбочки. Приняв в среднем расстояние между двумя колбочками 4,5 мкм, а расстояние от узловой точки O до сетчатой оболочки 15 мм (см. рис. 92), получим

$$\delta_{\min} = \rho'' \frac{4,5}{15000} = 60''.$$

Таким образом, наименьший угол, под которым два предмета видимы раздельно, не сливаясь (угловой предел разрешения),

составляет примерно $60''$. Величина $60''$ принимается в качестве единицы остроты зрения *.

При наблюдении в трубу с увеличением Γ наблюдаемый угол будет в Γ раз больше угла, видимого невооруженным глазом, и угловой предел разрешения $\delta_{\min}$ (вооруженного глаза) составит

$$\delta_{\min_{\text{вГ}}} = \frac{\delta_{\min}}{\Gamma}. \quad (\text{IX.88})$$

Принято считать, что предельная ошибка визирования равна угловому пределу разрешения глаза или, как его еще называют наименьшему углу зрения глаза, вооруженного трубой,

$$\Delta_{\text{виз}} = \frac{\delta_{\min}}{\Gamma} \quad (\text{IX.89})$$

или

$$\Delta_{\text{виз}} = \frac{60''}{\Gamma}. \quad (\text{IX.90})$$

Средняя квадратическая ошибка визирования $m_{\text{виз}}$ будет определяться по формуле

$$m_{\text{виз}} = \frac{\Delta_{\text{виз}}}{\sqrt{3}} = \frac{60''}{\Gamma\sqrt{3}}, \quad (\text{IX.91})$$

так как в этом случае связь предельной ошибки со средней квадратической будет устанавливаться (из-за особого строения сетчатки глаза) по закону не нормального, а равномерного распределения.

Для теодолита Т2 при $\Gamma = 25\times$ будем иметь $\Delta_{\text{виз}} = 2,4''$, а $m_{\text{виз}} = 1,4''$.

Наведение трубы можно выполнить либо одной нитью, либо биссектором пары нитей.

При визировании одной нитью можно покрывать ею наблюдаемый предмет или совмещать конец вертикальной нити, которая должна иметь в этом случае разрыв вблизи центра сетки нитей, с изображением наблюдаемого предмета.

При совмещении продолжений двух штрихов $\delta_{\min} = 10''$ (у некоторых людей этот угол равен $3''$). Таким образом, так называемая «номинальная острота зрения» примерно в шесть раз выше обычной, характеризующей раздельное восприятие двух точек. Изображение штриха в отличие от изображения точки захватывает не одну, а несколько колбочек и поэтому «острее» замечается глазом.

* Исследования показывают, что фактически величина $\delta_{\min}$ у разных людей колеблется в пределах от 50 до $120''$.

При биссектировании угол $\delta_{\min}$ зависит еще от величины промежутка между предметом и нитями сетки. В этом случае в среднем можно принять

$$m_{\text{виз}} = \frac{30''}{F + F_0}, \quad (\text{IX.92})$$

где $F_0 = \frac{f'_{\text{об}}}{10}$; $f'_{\text{об}}$ — фокусное расстояние объектива.

Считается, что средняя квадратическая ошибка визирования на удаленную цель при биссектировании в среднем равна

$$m_{\text{виз}} \approx \frac{15''}{F}. \quad (\text{IX.93})$$

О ш и б к а о т с ч е т а. Ошибка отсчета по лимбу с помощью оптического микрометра зависит от ошибки совмещения штрихов $\Delta_{\text{сов}}$ и ошибки оценивания на глаз десятых долей деления шкалы $\Delta_{\text{оцен}}$. Так как обе ошибки носят случайный характер, то можно записать

$$\Delta_0 = \Delta_{\text{сов}} + \Delta_{\text{оцен}} \quad (\text{IX.94})$$

или, переходя к средним квадратическим ошибкам,

$$m_0^2 = m_{\text{сов}}^2 + m_{\text{оцен}}^2. \quad (\text{IX.95})$$

Поскольку средняя квадратическая ошибка оценивания на глаз десятых долей деления шкалы намного меньше средней квадратической ошибки совмещения штрихов, можно полагать, что

$$m_0 \approx m_{\text{сов}}. \quad (\text{IX.96})$$

Для предельных ошибок будем иметь

$$\text{пред}\Delta_0 \approx \text{пред}\Delta_{\text{сов}}. \quad (\text{IX.97})$$

Как показала математическая обработка суммарного влияния различных физиологических и приборных ошибок, а также опыт разработки и эксплуатации современных теодолитов, предельная ошибка отсчета $\text{пред}\Delta_0$ не должна превышать величины средней квадратической ошибки $m_{\text{в}}$ измерения угла данным прибором или должна быть близка к ней. Следовательно, для теодолитов типа Т2 при $m_{\text{в}} = 2''$ можно принять $\text{пред}\Delta_0 = 2''$ или $m_0 = 0,7''$.

По Инструкции [21] величина $m_{\text{сов}}$ для теодолитов типа Т2 установлена не более $0,5''$ для совмещения штрихов горизонтального круга и $0,6''$ для вертикального круга.

Учитывая все вышесказанное, среднюю квадратическую ошибку отсчета по горизонтальному кругу при работе теодолитом типа Т2

следует принимать равной $0,5''$, а предельную $1,5''$. Для вертикального круга эти ошибки будут соответственно $0,6$ и $1,8''$.

Средняя квадратическая ошибка отсчета по шкаловому микроскопу зависит от соотношения толщины изображаемого штриха на круге и видимой величины деления шкалы и колеблется от $0,1$ до $0,25$ цены деления шкалы.

§ 69. Ошибки вследствие влияния внешних условий

Влияние внешних условий сказывается как на самом приборе, так и на точности визирования им на наблюдаемые цели. Если первое влияние возможно ослабить соответствующей программой наблюдений, то второе порождает значительные случайные и особенно опасные систематические ошибки наблюдений.

Рассмотрим более подробно влияние внешних условий на точность визирования.

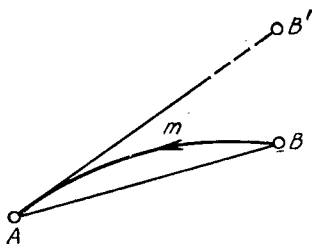


Рис. 93

Боковая рефракция. На результаты измерения углов существенное влияние оказывает рефракция (см. § 33). Различают рефракцию вертикальную и горизонтальную (боковую). *Искривление визирного луча вследствие различной плотности воздуха в горизонтальной плоскости называется горизонтальной или боковой рефракцией.*

Так, если из точки A мы наблюдаем точку B (рис. 93), то вследствие влияния рефракции световой луч от источника света в точке B пойдет не по прямой AB , а по некоторой сложной кривой AmB ; и мы увидим точку B не в направлении AB , а в направлении AB' , касательной к кривой AmB в точке A . Поэтому измеренные горизонтальные углы будут отличаться по величине от их действительного значения. Особенно это следует иметь в виду при работе в городах, где нередко случаи измерения горизонтальных углов вблизи каменных зданий, которые нагреваются скорее земной поверхности, но и скорее отдают тепло близлежащим слоям воздуха. Проведенные исследования показывают, что изменения углов, вызванные влиянием боковой рефракции, могут достигать в этих случаях до $10''$ и более. Усиление влияния боковой рефракции наблюдается также тогда, когда визирный луч проходит вдоль реки, по краю оврага или сырой низменности, так как воздух над этими поверхностями имеет иную плотность, чем над сухой почвой. Днем воздух над сырой поверхностью более плотный, поэтому при дневных измерениях луч отклоняется в сторону сухой почвы, а если бы наблюдения вели в ночное время, то луч отклонялся бы в противоположном направлении.

Ошибка за счет влияния боковой рефракции носит систематический характер, особенно при спокойном изображении, т. е.

стабильном расположении слоев воздуха, проходимых визирным лучом; в это время величина ошибки может достигать до 5—8". Но из-за того, что на такую же величину будут искажаться смежные приемы, ее влияние не будет заметным при сравнении приемов между собой.

Для ослабления влияния рефракции следовало бы проводить наблюдения в дневное и ночное время и брать среднее из полученных значений угла. Но ввиду сложности организации таких наблюдений, а также сложности вычисления поправки за рефракцию (вследствие неустойчивости распределения температур в приземном слое воздуха) эффективной борьбы с влиянием боковой рефракции при измерении углов со средней квадратической ошибкой 2" и более не проводится.

К а ч е с т в о и з о б р а ж е н и й. Загрязнение воздуха (наличие в нем крупнодисперсных аэрозолей, т. е. взвешенных твердых и жидких частичек, а также газов, атмосферных примесей) оказывает сильное влияние на качество наблюдений. Загрязненность атмосферы иногда приводит к тому, что на расстоянии сотни метров предметы становятся невидимыми, наблюдения приходится прекращать и выжидать более благоприятных условий. Подобные явления наблюдаются в степных районах. В северных районах на качество изображений влияют водяные пары, собирающиеся над заболоченными низинами. Особенно большая запыленность атмосферы наблюдается в промышленных городах и прилегающих к ним районах *. Плохие условия видимости не только заставляют терять много времени на измерение углов, но и порождают ошибки в измерениях, во много раз превосходящие их при хороших изображениях.

К о л е б а н и я и з о б р а ж е н и й возникают вследствие конвекционных токов воздуха (см. § 33). Конвекционные токи делают изображения предмета подвижными и расплывчатыми и мешают точному наведению на него нитей зрительной трубы.

Проф. В. В. Данилов на основании многолетних исследований установил наиболее благоприятное время дня для угловых измерений. Малые, а иногда и совсем незаметные колебания изображений бывают в утренние часы, примерно через полчаса после восхода солнца и до 9—10 часов местного времени. В вечерние часы спокойные изображения начинаются с 3—4 часов местного времени и кончаются за полчаса до захода солнца. В пасмурные дни, а также в тех случаях, когда луч проходит достаточно высоко над местностью, периоды измерения углов значительно увеличиваются.

* Беспокоясь о будущем наших городов, Верховный Совет СССР принял постановление о мерах по дальнейшему улучшению охраны природы и рациональному использованию природных ресурсов.

§ 70. Измерение горизонтальных углов способом круговых приемов

Существует несколько способов измерения горизонтальных углов: способ всевозможных комбинаций (Шрейбера), способ повторений, способ круговых приемов (Струве), однако в основе всех способов лежит известный способ измерения отдельного угла между двумя направлениями.

В способе всевозможных комбинаций измеряют порознь все углы, которые может образовать любая пара направлений, идущих с пункта.

Сущность способа повторений состоит в том, что измеряемый угол несколько раз последовательно откладывается на угломерном круге; отсчитывают же по

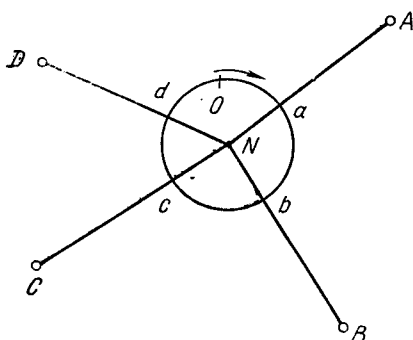


Рис. 94

кругу лишь в начале и в конце откладывания. Способ повторений применяется при измерении углов теодолитами, у которых ошибка отсчитывания по кругу превышает ошибку визирования трубой. В настоящее время в полигонометрии при измерении углов точными оптическими теодолитами он не применяется.

Наиболее простым и экономичным по сравнению с перечисленными способами измерения углов является способ круговых приемов, позволяющий представить результаты измерений

в виде ряда независимых и равноточных направлений, по которым в дальнейшем можно вычислить любой из углов между наблюдаемыми пунктами. Этот способ находит широкое применение как в триангуляции, так и в полигонометрии.

Способ круговых приемов заключается в следующем. С пункта N выбирается начальное направление с хорошей видимостью. Установив теодолит (рис. 94), при круге слева последовательно визируют на пункты A, B, C, D , вращая алидаду по ходу часовой стрелки и делая при каждом визировании отсчеты, которые записывают в журнал. Заканчивают наблюдения вторичным наведением на начальный пункт A , отсчет при котором также записывают в журнал. Повторное наведение на начальный пункт, которое носит название замыкания горизоннта, производят для того, чтобы установить, сохранил ли лимб в процессе работы неподвижное положение. Приведенный цикл наблюдений составляет один полуприем.

После этого переводят трубу через зенит и начинают второй полуприем с визирования на начальный пункт A . Далее визируют последовательно на все пункты, но в порядке, обратном

тому, который был в первом полуприеме, т. е. против хода часовой стрелки. Наводят трубу на пункты D, C, B и вновь на начальный пункт A . Запись результатов измерений во втором полуприеме производят в журнале в порядке, обратном записи в первом полуприеме (снизу вверх).

Перед началом каждого полуприема рекомендуется алидаду несколько раз повернуть в направлении ее последующего движения в данном полуприеме.

Закончив прием, вычисляют величину двойной коллимационной ошибки. Эта величина должна сохранять свое постоянство в пределах точности наблюдений. Постоянство двойной коллимационной ошибки — одно из хороших средств контроля качества измерений.

Для повышения точности и контроля направления измеряют несколькими приемами. Каждый последующий прием выполняют так же, как и первый, но для ослабления влияния ошибок штрихов лимба переставляют его между приемами на угол σ ,

$$\sigma = \frac{180^\circ}{n} \pm 10' \text{ (или } 5'). \quad (IX.98)$$

где n — число приемов.

Первый прием начинают с отсчета, близкого к 0° , во втором начальный отсчет должен быть равен σ , в третьем — 2σ и т. д., в последнем — $(n - 1)\sigma$. Количество приемов устанавливается инструкцией в зависимости от класса или разряда полигонометрии и применяемого прибора.

Так как программой наблюдений в этом способе предусмотрено замыкание горизонта на начальное направление, то возникает различие в отсчетах при визировании по этому направлению, полученных в начале и конце приема, обусловленное только ошибками наблюдений в полуприеме. Это различие можно устранить или выводом среднего из двух значений величин $\frac{1}{2}(\Pi + \Lambda)$, или распределением невязки по всем направлениям. Невязка на начальное направление вычисляется в виде $\frac{\Delta}{k}$, где Δ — замыкание горизонта в приеме, k — число направлений. Невязка распределяется с обратным знаком на все осредненные направления пропорционально номерам направлений

$$\delta_i = -\frac{\Delta}{k} (i - 1), \quad (IX.99)$$

где δ_i — поправка в направление с номером i .

Вследствие того, что лимб между приемами переставляют, в каждом приеме отнаблюдаемые направления приводят к общему нулю. Направления на один и тот же пункт, полученные из разных приемов, могут различаться между собой в пределах точности измерений. Окончательные значения направлений получают как

среднее из соответствующих приведенных к общему нулю направлений в приемах.

Если на пункте будет только два направления, образующих один угол, то измерение производят способом отдельного угла. Порядок наблюдений при этом остается таким же, как и в способе круговых приемов, отличие лишь в том, что не визируют повторно на начальный пункт и вращают алидаду и в первом и во втором полуприеме или только по ходу или только против хода часовой стрелки.

§ 71. Трехштативная система измерения углов

В целях устранения ошибок центрирования и редукиции при проложении полигонометрических ходов и для некоторого ускорения угловых измерений применяют так называемую трехштативную систему.

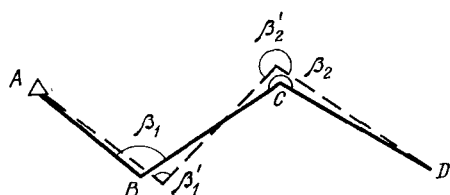


Рис. 95

Этот способ предусматривает выполнение при измерении следующего условия: ось вращения теодолита при установке его над центром знака должна занимать в пространстве то же самое положение, которое занимала ось вращения марки до и после установки теодолита.

На практике трехштативная система осуществляется путем установки в трех соседних вершинах A , B и C хода (рис. 95) штативов с закрепленными на них подставками. На заднем A и переднем C штативах устанавливаются марки, а на среднем B — теодолит. После измерения угла штатив с подставкой из A переносится в D , а два других штатива с подставками остаются на месте.

Марку, стоявшую в точке A , переставляют в подставку, установленную в точке B . Теодолит ставят в точку C , а переднюю марку из точки C переносят в подставку, установленную уже на штативе в точке D . Таким же порядком измеряют и другие углы.

При трехштативной системе измеряют углы поворота так называемого воздушного полигона. Вследствие ошибок центрирования прибора и марок вместо углов β_1 , β_2 и т. д. измеряют углы β'_1 , β'_2 и т. д. Как следует из рис. 95, если угол β'_1 вследствие указанных источников ошибок меньше угла β_1 , то угол β'_2 больше угла β_2 на такую же величину, и, таким образом, на передачу дирекционного угла ошибка центрирования и редукиции в этом воздушном полигоне не влияет. Следовательно, угловые невязки в полигонах не зависят от ошибок за центрировку и редукицию. Чтобы связать воздушный ход с ходом, составленным точками, отмеченными соответствующими знаками на земле, нужно установку каждого

штатива с подставкой над точкой местности производить оптическим центриром.

Измерение по трехштативной системе предусматривает в комплекте приборов такие визирные марки и оптические центриры, подставки которых одинаковы с подставкой теодолита. Нашей промышленностью к теодолиту Т2 выпускается специальный комплект визирных целей (КВЦ) — набор приборов и оборудования для измерения углов по трехштативной системе, включающий 4 визирные марки, 3 подставки, 3 штатива с отвесом, 1 оптический двусторонний центрир ОДО, 1 вешку на теодолит и другие приспособления.

При проверке приборов в случае применения трехштативной системы необходимо убедиться в том, что соблюдено основное условие трехштативной системы, указанное выше. Эта поверка выполняется при помощи дополнительного теодолита. Визирная марка, оптический центрир и теодолит должны быть предварительно поверены.

Для ускорения угловых измерений целесообразнее применять четырехштативную или многоштативную систему измерения углов.

§ 72. Точность измерения углов

При измерении угла n приемами при двух полуприемах в каждом из приемов производится по каждой стороне угла $2n$ визирований и при каждом визировании по два отсчета при совмещении диаметрально противоположных штрихов лимба с помощью микрометра или по одному отсчету при отсчитывании по шкаловому микроскопу.

В результате величину измеренного угла можно представить

$$\beta = \frac{[b_{\text{л}} - a_{\text{л}}]_1^n + [b_{\text{п}} - a_{\text{п}}]_1^n}{2n}, \quad (\text{IX.100})$$

где $a_{\text{л}}$, $b_{\text{л}}$ — отсчеты при наведении на левую и правую точки при круге слева; $a_{\text{п}}$, $b_{\text{п}}$ — отсчеты при наведении на те же точки при круге справа.

Считая, что каждое направление по левой и правой сторонам угла измеряется с одинаковой точностью, выражаемой средней квадратической ошибкой $m_{\text{н}}$, можно записать

$$m_{\beta}^2 = \frac{4nm_{\text{н}}^2}{4n^2} = \frac{m_{\text{н}}^2}{n}. \quad (\text{IX.101})$$

Кроме того, для нахождения величины $m_{\text{н}}$ можно записать

$$m_{\text{н}}^2 = m_{\text{виз}}^2 + \frac{m_0^2}{2} \quad (\text{IX.102})$$

при двух совмещениях штрихов с помощью оптического микрометра или

$$m_n^2 = m_{\text{виз}}^2 + m_0^2 \quad (\text{IX.103})$$

при отсчитывании по шкаловому микроскопу.

В формулах (IX.102), (IX.103) через $m_{\text{виз}}$ обозначена средняя квадратическая ошибка визирования, а через m_0 — средняя квадратическая ошибка отсчета.

В соответствии с этим формуле (IX.101) можно придать вид

$$m'_\beta = \sqrt{\frac{1}{n} \left(m_{\text{виз}}^2 + \frac{m_0^2}{2} \right)} \quad (\text{IX.104})$$

при двух отсчетах при каждом визировании или

$$m'_\beta = \sqrt{\frac{1}{n} (m_{\text{виз}}^2 + m_0^2)} \quad (\text{IX.105})$$

при одном отсчете при каждом визировании.

В формулах (IX.104), (IX.105) учтены лишь ошибки визирования и отсчета, поэтому они могут применяться для оценки точности собственно измерения угла без учета остальных факторов, влияющих на точность; при этом предполагается, что прибор обладает отличными качествами и хорошо отъюстирован, а внешние условия особо благоприятны.

Если m'_β — средняя квадратическая ошибка собственно измерения угла одним приемом, то для полуприема будем иметь

$$m''_\beta = m'_\beta \sqrt{2}. \quad (\text{IX.106})$$

Для направления в полуприеме с учетом формулы (IX.106) получим

$$m''_n = \frac{m''_\beta}{\sqrt{2}} = m'_\beta, \quad (\text{IX.107})$$

Следовательно, расхождения между полуприемами могут быть в среднем

$$m_{d\beta} = m''_\beta \sqrt{2} = 2m'_\beta. \quad (\text{IX.108})$$

а переходя к пределу,

$$\text{пред } \Delta'_\beta = 6m'_\beta. \quad (\text{IX.109})$$

Разность значений направлений, полученных при круге слева и круге справа, дает двойную коллимационную ошибку $2C$, средняя квадратическая ошибка которой может быть определена как

$$m_{2C} = m''_n \sqrt{2}. \quad (\text{IX.110})$$

При измерении двух направлений в угле $2C$ может колебаться со средней квадратической ошибкой

$$m_{d2c} = 2m''_n = 2m'_\beta \quad (IX.111)$$

или с предельной величиной, равной

$$\text{пред } \Delta_{2C} = 3m_{d2C} = 6m'_\beta. \quad (IX.112)$$

По полученным формулам можно рассчитать допуски при измерении углов, если вместо средней квадратической ошибки собственно измерения угла m'_β иметь среднюю квадратическую ошибку измерения угла m_β .

Для оптических теодолитов средние квадратические ошибки измерения углов одним приемом, как уже говорилось, указаны в шифрах теодолитов. Согласно ГОСТу определение этих ошибок производится в лабораторных условиях, где результаты измерений в основном характеризуются приборными ошибками, а также ошибками собственно измерения и практически свободны от влияния таких ошибок, как центрирования, редукции, внешних условий среды, сопровождающих измерения углов в полевых условиях. Поэтому ошибка измерения углов одним приемом в лабораторных условиях, естественно, будет меньше, чем в полевых. Особенно это относится к высокоточным теодолитам.

У точных теодолитов средние квадратические ошибки измерения углов, получаемые в лабораторных и полевых условиях, как правило, близки друг к другу. Это происходит потому, что у этих приборов в полевых условиях приборные ошибки будут иметь заметно большее влияние по сравнению с другими источниками ошибок.

У теодолитов технической точности средние квадратические ошибки измерения углов, полученные в лабораторных и полевых условиях, должны совпадать, так как в этом случае приборные ошибки преобладают над всеми другими.

Для достижения величины средней квадратической ошибки 2 или 5" при измерении всех углов полигона теодолитами такой же точности их измеряют количеством приемов, указанным в инструкции.

§ 73. Измерение углов в полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов

В настоящее время основным способом измерения углов в полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов является способ круговых приемов. Этим способом измеряют углы на пунктах, где имеется более двух направлений. На пунктах полигонометрических ходов, где имеется по два направления, производят измерения влево или вправо лежащих по ходу углов способом отдельного угла (без замыкания горизонта).

Измерения углов выполняются с применением трехштативной системы.

Количество приемов в зависимости от класса или разряда полигонометрии и прибора приведено в табл. 12.

Направления на стенные знаки в полигонометрии 4 класса измеряют тремя круговыми приемами после окончания измерения углов по ходу. В полигонометрии 1 и 2 разрядов измерение направлений на стенные знаки производится по программе измерения основных углов. Результаты измерения отдельных углов или направлений на пунктах полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов в зависимости от применяемых приборов должны находиться в пределах допусков, указанных в табл. 13.

При привязке к стенным знакам колебания направлений, приведенных к общему нулю в отдельных приемах, не должны превышать 10" при расстояниях более 10 м и 15" при расстояниях менее 10 м от вспомогательного до стенного знака.

Т а б л и ц а 12

Приборы	Полигонометрия		
	4 класс	1 разряд	2 разряд
Тип Т2	6	2	2
Тип Т5	—	3	2

При измерении углов на примычном пункте расхождения между значениями измеренного и исходного углов должны быть не более: 6" в полигонометрии 4

класса, 10" для 1 разряда и 20" для 2 разряда.

При наблюдении на визирные цели сигналов или пирамид должны учитываться элементы центрировки и редукции.

Если завершённые приемы измерений не удовлетворяют указанным допускам, то повторяют те из них, которые имеют наибольшее и наименьшее значения. Измерения повторяют на тех же установках лимба.

Пример записи и вычислений при измерении направлений в полигонометрии 4 класса (первый прием) теодолитом Т2 дается в табл. 14. При работе этим прибором производят при каждом визировании два совмещения штрихов лимба. Разность двух отсчетов не должна превышать 3".

Т а б л и ц а 13

Основные элементы угловых измерений	Допуски для приборов	
	типа Т2	типа Т5
Расхождения в полуприемах	8,0"	0,2'
Расхождения в приемах	8,0	0,2
Колебание значений 2С в приеме	12,0	—
Колебания между повторными наблюдениями начального направления в начале и конце полуприема	8,0	0,2
Колебания направлений в отдельных приемах, приведенных к общему нулю	8,0	0,2

Журнал измерения углов способом круговых приемов

Пункт 19

Теодолит Т2 № 103298

Дата: 28 июня 1977 г.

Наблюдатель О. В. Гордеева

Вычислитель Н. К. Золотов

Прием 1

Погода: ясно, слабый ветер

Видимость: хорошая

Изображения: спокойные

Название направлений	Круг	Отсчеты по штрихам лимба	Отсчеты по микрометру		$\frac{a_1 + a_2}{2}$	$2C =$ $= L - (П \pm 180^\circ)$	$\frac{Л + П}{2}$	Значения при- веденных к общему нулю направлений
			a_1	a_2				
18	Л	0° 01'	10,3"	11,2"	10,8"	—14,7"	18,2"	0° 00' 00,0"
	П	180 01	25,0	26,0	25,5		0,0	
30	Л	86° 10	19,8	20,4	20,1	—18,5	29,4	86° 09' 10,2"
	П	266 10	38,1	39,0	38,6		—1,0	
20	Л	251 58	29,6	30,8	30,2	—14,4	37,4	251° 57' 17,2"
	П	71 58	44,0	45,2	44,6		2,0	
18	Л	0 01	12,5	12,0	12,2	—17,9	21,2	
	П	180 01	29,1	31,1	30,1		—3,0	

Незамыкание горизонта

$$\Delta_L = +1,4''; \quad \Delta_{\Pi} = +4,6''; \quad \Delta_{\text{ср}} = +3,0''$$

Максимальное колебание $2C = 3,8''$

ИЗМЕРЕНИЕ ЛИНИЙ ИНВАРНЫМИ ПРОВОЛОКАМИ

§ 74. Сущность измерения расстояний подвесным мерным прибором

Сущность измерений расстояний подвесными мерными приборами сводится к измерению длины хорды $AB = l_0$ (рис. 96) с помощью дуги $AB = s$ цепной линии, которую образует свободно висящая гибкая нерастяжимая тяжелая нить — металлическая проволока, удерживаемая в равновесии приложенными к ее концам равным силам F (точки A и B лежат на одном уровне).

Длина стягивающей хорды проволоки при ее горизонтальном положении может быть представлена приближенно в виде

$$l_0 = s - \frac{p^2 s^3}{24H^2}, \quad (\text{X.1})$$

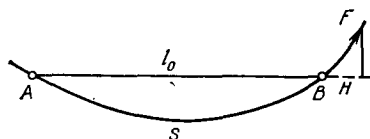


Рис. 96

где s — длина дуги цепной линии;
 p — вес единицы длины проволоки;
 H — горизонтальная составляющая силы натяжения проволоки.

При постоянстве величин H и p величина хорды l_0 будет постоянна. Разность величин хорды и цепной линии $s - l_0$ в этом случае также будет постоянной и, как показывают исследования, очень малой.

Если принять в расчет, что в действительности проволока растяжима и обозначить через σ растяжение единицы длины проволоки под влиянием веса p , то растяжение всей проволоки при действии на нее силы F будет равно $\frac{\sigma s F}{p}$. Пусть длина проволоки, уложенной без всякого натяжения на горизонтальной плоскости, равна s_0 ; при действии натяжения F длина s проволоки будет

$$s = s_0 + \frac{\sigma s_0 F}{p}, \quad (\text{X.2})$$

а длина l_0 хорды AB при положении точек A и B на одной высоте будет согласно формуле (X.1) равна

$$l_0 = s_0 + \frac{\sigma s_0 F}{p} - \frac{p^2 s_0^3}{24F^2}. \quad (\text{X.3})$$

В формуле (X.1) величина H при горизонтальном положении хорды AB мало отличается от F и поэтому может быть заменена этой последней величиной.

Формула (X.3) дает н о р м а л ь н у ю длину хорды при горизонтальном ее положении и натяжении p , называемую длиной

проволоки. Эта длина определяется экспериментально в специальных лабораториях, называемых компараторами.

Длина хорды при измерении в поле, строго говоря, будет отличаться от величины, определяемой формулой (Х.3), так как на нее будет оказывать влияние ряд факторов, появляющихся в результате влияния условий измерения; к ним следует отнести некоторое изменение натяжения на наклонных участках, изменение формы цепной линии на наклонных участках и др. Однако, как показывают расчеты, это различие не выходит за пределы 1 : 1 000 000 доли длины. Следовательно, подвесной мерный прибор может служить высокоточным линейным прибором, но при условии, что проволока имеет малый коэффициент линейного расширения и в приборе обеспечивается постоянное натяжение.

§ 75. Базисные приборы БП-2 и БП-3

Применяемые в СССР мерные приборы с инварными проволоками с самого начала получили название базисных приборов, хотя ими измеряли не только базисы в триангуляции.

В настоящее время нашей промышленностью изготавливаются базисные приборы трех видов: БП-1, БП-2, БП-3. Базисный прибор БП-1 предназначен для измерения базисов, а также длин линий в полигонометрии 1 и 2 классов; базисный прибор БП-2 — для измерения базисных сторон и линий в полигонометрии 3 и 4 классов; базисный прибор БП-3 — для измерения базисных сторон и линий в полигонометрии 1 и 2 разрядов.

Главной частью базисного прибора являются инварные проволоки, которые входят в комплект прибора в количестве, указанном в табл. 15. Кроме них в комплект входят приборы и принадлежности, перечисленные также в табл. 15. Основное различие базисных приборов состоит не только в количестве инварных проволок и другого оборудования, входящих в комплект, но главным образом в качестве инварных проволок.

При соблюдении предусмотренной программой наблюдений соответствующей методики, принятой для данного класса, базисные приборы могут обеспечить ошибку в измеряемом расстоянии не более: БП-1 — 1 : 750 000, БП-2 — 1 : 200 000 и БП-3 — 1 : 100 000.

Рассмотрим приборы, входящие в базисные комплекты БП-2 и БП-3 (рис. 97).

Инварная проволока. Проволока 2 (см. рис. 97) изготавливается из сплава инвара, состоящего примерно из 35,5% никеля, 64% железа и 0,5% различных примесей: углерода, кремния, марганца и других, добавленных для придания инвару ряда свойств: тягучести, ковкости, твердости и т. п. К положительным свойствам инвара следует также отнести то, что он почти неокисляем, обладает хорошей теплопроводностью, хорошо поддается обработке и полировке. Кроме того, инвар об-

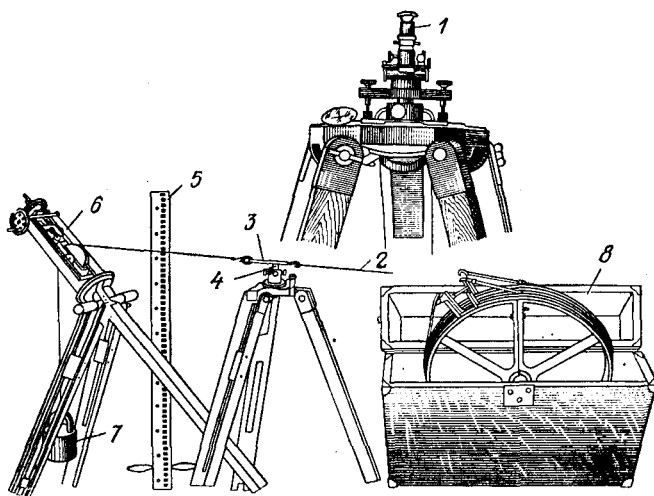


Рис. 97

ладает малым температурным коэффициентом линейного расширения (около $0,5 \cdot 10^{-6}$) и изменением длины не более 2 мкм на 1 м в год. Недостатком его является недостаточная стабильность изготовленных из него мерных приборов, выражающаяся в изменении длины с течением времени и скачкообразных изменениях длины под влиянием внешних воздействий или без очевидных

Т а б л и ц а 15

Наименование приборов и принадлежностей	БП-1	БП-2	БП-3
Инварные проволоки длиной 24 м	8	4	3
Инварная лента	1 (12 м)	1 (6 м)	1 (6 м)
Блочные станки	2	2	2
Блоки	2	2	2
Грузы	2	2	2
Жесткие центриры	2	—	—
Оптические центриры	—	2	2
Штативы базисные	50	20	10
Базисные целики для штативов	50	20	10
Базисные целики для кольев	50	20	—
Барабаны для проволок	2 (по 4 проволоки)	2	1
Барaban для ленточки	1	1	1
Рейка для нивелирования	1	1	1
Карабины для проволок	16	8	6
Струны с крючками	4	4	4
Термометры-праши	4	4	4
Колпачки для кольев	2	—	—
Другие принадлежности	Согласно комплектовочному списку		

причин. Такое поведение инвара вызывает необходимость выдерживать инварные проволоки после их изготовления в течение определенного времени, т. е. подвергать их «старению». Проволоки, входящие в прибор БП-1, подвергаются старению в течение не менее чем двух лет; проволоки прибора БП-2 — в течение полугода и проволоки прибора БП-3 — в течение 3—4 месяцев.

Инварные проволоки имеют длину 24 м и диаметр поперечного сечения 1,65 мм. На обоих концах проволоки расположены шкалы 3 (см. рис. 97) с миллиметровыми делениями, нанесенные на жестких пластинах, имеющих треугольное сечение (рис. 98). Штрихи на шкалах наносят при помощи высокоточных делительных машин;

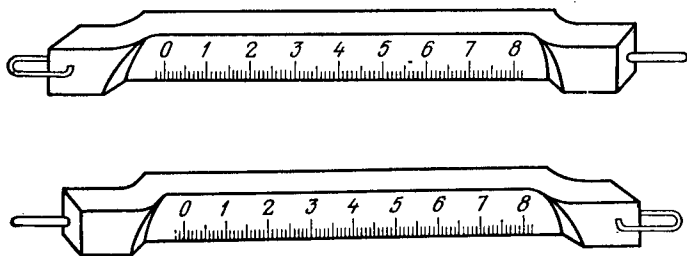


Рис. 98

в приборах БП-2 и БП-3 случайная ошибка штрихов не превышает 10 мкм. Толщина штрихов не более 8—9 мкм. Подписи штрихов на обеих шкалах идут от 0 до 8 см.

При измерении расстояний по шкалам производят отсчеты. Если обозначить отсчет по передней шкале буквой П, а по задней буквой З, то длину интервала, измеренного проволокой, можно подсчитать по формуле

$$l = 24 \text{ м} + (\text{П} - \text{З}). \quad (\text{X.4})$$

Расстояние между нулями шкал у проволоки, подвешенной и растянутой, номинально должно быть 24 м, отклонение от этой величины допускается 1 мм.

Изменяемость инварных проволок обязывает тщательно следить за изменением их длины. Это выполняется путем регулярных сравнений длины проволоки с длиной эталона, называемого нормальной мерой. Такое сравнение называется эталонированием, или компарированием.

Эталонирование проволок производится в метрологических лабораториях-компараторах, имеющихся в МИИГАиК, в ЭОМЗ (Москва), во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева (Ленинград), в Ленинградском политехническом институте и других научных учреждениях. Наиболее совершенным из них является компаратор МИИГАиК. В компараторе МИИГАиК для определения длины проволок служат трехметровые инварные жезлы № 541 или 615,

которые ежегодно сравниваются с подобным им жезлом Н-15, в свою очередь сличаемым с эталоном — платиново-иридиевым метром № 28. Жезлы Н-15 и № 28 хранятся во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева.

Средняя квадратическая ошибка эталонирования проволок на компараторе МИИГАиК, учитывая ошибку эталонирования трехметрового жезла № 541 или 615, составляет 10—15 мкм, относительная ошибка порядка 1 : 2 400 000—11 600 000. При компарировании на каждую проволоку выдается свидетельство, в котором выписывается уравнение проволоки при температуре t_0 вида

$$l = l_0 + \Delta l + \alpha l_0 (t - t_0) + \beta l_0 (t^2 - t_0^2),$$

где l — длина проволоки при температуре t и натяжении, равном 10 Н; $l_0 = 24$ м — номинальная длина проволоки; Δl — поправка за компарирование при температуре t_0 ; α и β — термические коэффициенты расширения проволоки*.

Компарирование проволок, как уже указывалось, дает длину хорды между нулевыми штрихами шкал. При этом предполагается, что нулевые штрихи находятся на одинаковой высоте, а проволока растянута грузами определенной массы. Эта длина и принимается за нормальную длину проволоки.

Проволоки, входящие в приборы БП-2 и БП-3, в первые годы после их изготовления необходимо компарировать на стационарном компараторе не менее трех раз в полевой сезон. Спустя три-четыре года компарирование проволок можно производить до начала и после окончания полевого сезона. В процессе работы проволоки, кроме того, один раз в месяц эталонируются на полевом компараторе, создаваемом в районе работ.

Для хранения и транспортировки проволока накручивается на барабан из легкого сплава диаметром 0,5 м, установленный в деревянный ящик 8 (см. рис. 97). На барабане имеется для каждой проволоки по два крючка, один из них твердый, другой с пружиной. При наматывании проволоки ее ушко надевается на твердый крючок и барабан вращается рукой, при этом витки проволоки плотно прилегают друг к другу. Второй конец проволоки надевается на крючок с пружиной.

И н в а р н а я л е н т а (рис. 99). Этот мерный прибор служит для измерения расстояний, меньших 24 м. Измеряемые линии в общем случае имеют длину, не кратную 24 м, отрезок, меньший 24 м, носит название о с т а т к а. Для его измерения и употребляется инварная лента шириной 6 мм, толщиной 0,4 мм и длиной 6,1 м. На ленте нанесены и оцифрованы штрихи через каждый дециметр; вправо и влево от них на расстоянии 1 мм имеются еще дополнительные штрихи; первый и последний дециметры разде-

* Коэффициент β учитывается лишь при высокоточных измерениях.

лены на миллиметровые деления. Лента должна быть прокомпарирована и иметь свидетельство с выписанным уравнением длины.

Блочный станок 6 с гирями 7 (см. рис. 97). С его помощью производят натяжение проволоки во время измерения расстояния. Он представляет собой штатив с несколько удлиненной передней ножкой, на верхней части которого крепится рама для блока. Через желоб блока протянута тонкая стальная струна с прикрепленными к ее концам крючками. К одному крючку прикрепляется гиря, а к другому инварная проволока. Для установки блока на необходимой высоте и в створе измеряе-

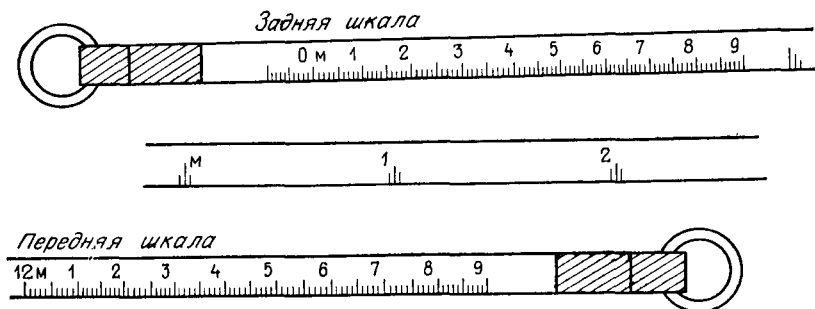


Рис. 99

мой линии у блочного станка имеются приспособления, которые позволяют перемещать его вдоль рамы на 60 мм и поперек на 40 мм. Передвижение блока осуществляется вращением маховичков. Гири для натяжения проволок имеют массу, равную 10 кг.

Оптический центрир 1 (см. рис. 97). Этот прибор необходим для выноса центра знака на высоту подвешенной проволоки. Устройство его аналогично оптическому центриру, рассмотренному в § 63.

Базисный штатив с целиком 4 (см. рис. 97). При измерении линии точками, фиксирующими концы подвешенной и растянутой проволоки, служат пересечения штрихов на головках целиков, расположенных на штативах. Целик состоит из металлического цилиндра, входящего в подставку. Подставка заканчивается круглым диском, плотно прилегающим к верхней плоскости головки штатива. На полусферической головке металлического цилиндра нарезаны пересекающиеся под прямым углом штрихи. При расстановке штативов один штрих устанавливается вдоль линии, а другой перпендикулярно к ней и служит указателем для отсчитывания по шкале проволоки. На подставке целика имеются боковые винты, позволяющие устанавливать целик точно в отвесное положение.

Рейка для нивелирования целиков 5 (см. рис. 97). Рейка имеет длину 1,5 м; деления на черной стороне равны 10 мм, на красной 11 мм, подписи делений начинаются с нуля.

Для установки рейки в отвесное положение имеется круглый уровень.

Термометр-пращ. Он служит для измерения температуры воздуха на уровне подвешенной проволоки. Устройство термометра-праща было рассмотрено в § 10.

Поверки и исследования базисного прибора. При внешнем осмотре и испытании всех приборов, входящих в базисный комплект БП-3 или БП-2, проверяют устойчивость ножек штативов, плавность вращения винтов целиков, плавность перемещения рамы с блоками и т. п.; смотрят, чтобы инварные проволоки не были погнуты.

При поверках нивелира и теодолита проверяются условия, изложенные в соответствующих параграфах (см. § 26, 61). В оптическом центрире, кроме условий, указанных в § 63, проверяют еще следующее: пересечение штрихов на крышке оптического центрира должно совпадать с осью его вращения (для центрира, имеющего крышку с нарезанными штрихами). Для проверки условия в 3—5 м от оптического центрира устанавливают теодолит и наводят вертикальную нить сетки трубы теодолита на иглу, укрепленную, например, пластилином на крышке в точке пересечения штрихов. Вращая оптический центрир вокруг его оси, наблюдают в теодолите за положением иглы. Если изображение иглы остается все время на вертикальной нити трубы теодолита, то условие выполнено. В противном случае пересечение штрихов на крышке центрира нельзя использовать в качестве целика.

В процессе работы для компарирования проволоки создают полевой компаратор в 120 или 240 м, который разбивают на равной и удобной для измерения местности; концы его закрепляют постоянными грунтовыми знаками типа 6 (см. рис. 61, б). Длину компаратора определяют шестикратным измерением двумя инварными проволоками (три измерения в прямом и три в обратном направлении). Эталонирование рабочих проволок производят путем четырехкратного измерения ими компаратора. Изменение в длине 24-метровой рабочей проволоки между смежными компарированиями не должно превышать 0,3 мм. Проволоку на компараторе эталонируют один раз в месяц.

Компарирование инварной ленты выполняют перед началом и после окончания полевого сезона на стационарном компараторе.

§ 76. Способы измерения линий инварными проволоками

Измерение линий инварными проволоками можно выполнять или способом отсчетов, или способом фиксации. Базисные приборы БП-2 и БП-3 предназначены для измерения линий способом отсчетов.

С п о с о б о т с ч е т о в

Всю работу по измерению линии можно разделить на следующие отдельные операции: вешение и расстановку штативов, измерение расстояния, нивелирование штативов с целиками.

В е ш е н и е выполняется с помощью теодолита; оно производится для точной расстановки штативов в створе между центрами, заложенными на концах измеряемой линии. Над начальной и конечной точками линии устанавливают на штативах оптические центриры, которые центрируют над точками. Под штативы с оптическими центрами подставляют штативы с целиками так, чтобы пересечение штрихов целика совпало с крестом сетки нитей оптического центрира. Расстановку остальных штативов с целиками производят от начальной точки линии по направлению к конечной и выполняют ее в два этапа. Сначала предварительно расставляют штативы вдоль линии с помощью 24-метрового троса (или на глаз) на расстоянии, равном примерно одному уложению проволоки или одному пролету, а затем окончательно устанавливают их с помощью теодолита и 24-метрового троса.

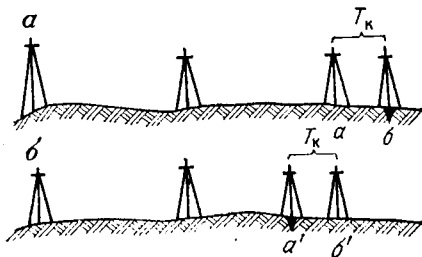


Рис. 100

На конечной точке линии в подставку центрированного над ней оптического центрира устанавливают хорошо выверенный теодолит (любой точности), наводят визирную ось трубы на установленный на начальной точке оптический центрир или на стоящий под ним целик и производят вешение «на себя» всех штативов с целиками. Штативы устанавливают в створе линии на расстоянии 24 м плюс 3—4 см. Целики штативов приводят в отвесное положение с помощью боковых винтов, используя круглый уровень (при измерении линии с большой точностью), корпус которого надевают на целик.

Для придания большей устойчивости под ножками штатива снимают дерн, а сами ножки вдавливают прочно в грунт.

После измерения первой части линии штативы переносят и расставляют в той же последовательности во второй части, далее в третьей и так до конца линии.

Для измерения неполного пролета — остатка его разбивают на 6-метровые интервалы. Если неполный пролет $a, б$ (рис. 100, a) будет иметь длину более 12 м, за концом линии устанавливают дополнительный штатив $б'$ и в дальнейшем измеряют отрезок от этого штатива до штатива на конце линии $б'а'$ (рис. 100, $б$). В этом случае остаток называют «отрицательным» и при вычислении длины линии его вычитают из полного пролета.

Чтобы не вносить дополнительных ошибок в измеряемую линию, вешение и установку штативов остатка в створе линии выполняют с помощью теодолита, установленного на начальной точке. При этом штативы с целиками устанавливают на одной высоте. Неполные пролеты могут образоваться не только в конце линии, но и в любом ее месте в том случае, если в створе линии встретится какое-то препятствие, не позволяющее установить штатив с целиком в конце целого пролета.

Измерение линии заключается в точном и последовательном измерении инварными проволоками длины отдельных пролетов между пересечением штрихов соседних целиков. Примерно за полчаса до начала измерений проволоки снимают с барабана и развешивают для того, чтобы они приняли температуру окружающего воздуха.

В створе линии по обеим сторонам первого пролета устанавливают блочные станки и посредством гирь натягивают проволоку; обе шкалы проволоки при этом должны находиться на уровне головки целиков. При измерении подпись делений шкал должна быть в направлении движения проволоки, т. е. от заднего конца проволоки к переднему.

Отсчеты по шкалам проволоки с округлением до 0,1 мм производят два наблюдателя по команде руководителя работ, который записывает отсчеты по шкалам в журнал измерения линии (см. табл. 17), вычисляет разности $P - Z$ и контролирует полученные разности.

После первых отсчетов проволоку перемещают по створу линии на несколько миллиметров и делают вторую пару отсчетов; затем передвигают еще раз и производят третью пару отсчетов. Колебания в значениях разностей не должны превышать 0,3—1 мм (в зависимости от точности измеряемой линии).

Одновременно с измерением линии термометром-пращом измеряют с округлением до 1° температуру воздуха, которую также записывают в журнал. Температуру воздуха определяют в начале и конце каждой линии.

Измерение пролета второй проволокой производят в том же порядке.

После измерения первого пролета измеряют второй. При этом передний наблюдатель остается на месте, а задний переходит вперед. Чередуются местами и блочные станки. Такой переход станков делается для компенсации ошибок, вызываемых различием трения в обоих блоках, а переход наблюдателей — для исключения их личных ошибок при отсчетах шкал проволок.

Измерение неполного пролета — остатка производят инварной лентой. Натяжение ленты осуществляется вручную. С передним концом остатка совмещают один из штрихов ленты, а с задним

концом — ту часть ленты, где нанесена миллиметровая шкала, и берут трехкратные отсчеты, которые записывают в журнал измерения линии. Колебания в разностях не должны превышать 1 мм. При измерении остатка измеряют температуру воздуха.

Пример записи в полевом журнале измерения линий приведен в табл. 16. Запись в журнале сопровождается схематическим чертежом измеряемой линии (рис. 101).

Нивелирование штативов с целиками производится с целью приведения длины каждого пролета и остатка к горизонту.

Оно или предшествует измерению длин пролетов проволокой, или выполняется вслед за ним.

Для нивелирования используют нивелиры, предназначенные для нивелира IV класса. Нивелиры должны быть тщательно отъюстированы.

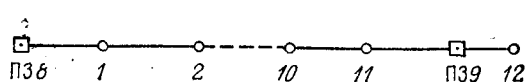


Рис. 101

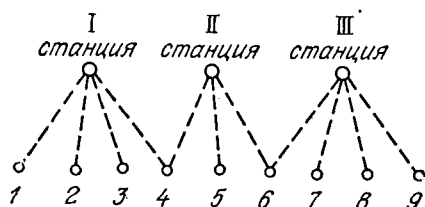


Рис. 102

Нивелир устанавливается вблизи створа линии в таком месте, чтобы можно было взять отсчеты по рейке одновременно на нескольких штативах (не более 6), при этом расстояния от нивелира до заднего и переднего штативов на станциях должны быть

примерно одинаковы и не превышать 100 м. Отсчеты берут по средней нити по обеим сторонам рейки, последовательно устанавливаемой на головки целиков, начиная с первого и кончая последним, нивелируемым с данной станции. Отсчеты записывают в журнал нивелирования штативов с целиками; здесь же помещают схему измеряемой линии (см. рис. 101). Образец записи в журнале приведен в табл. 17.

Превышения по черной и красной сторонам рейки, вычисленные по формуле

$$h = 3 - \Pi,$$

должны отличаться не более чем на 3 мм при величине превышения до 1 м и не более чем на 2 мм при величине превышения от 1 до 3 м.

Закончив наблюдения на первой станции, переходят на вторую, при этом наблюдения начинают со штатива, являющегося последним на первой станции (рис. 102). В местах со значительным уклоном с одной станции производят нивелирование или только двух штативов с целиками, или применяют промежуточные точки.

**Журнал измерения линий полигонометрического хода
1 разряда базисным прибором БП-3**

Дата: 20 июля 1976 г.

Линия ПЗ.8—ПЗ.9

Начало измерения: 9 ч 15 мин

Наблюдатели: П — А. П. Исаев

Конец измерения: 11 ч 05 мин

З — Н. К. Антипов

Погода: облачно, слабый ветер

Вычислитель А. С. Николаев

Наименование пролетов	Температура	Отсчеты по шкалам проволоки № 917		П—З	Контроль
		П	З		
ПЗ.8—1	+21,2°	58,6	54,8	+3,8	
		40,9	37,0	+3,9	
		60,9	56,7	+3,9	
	Среднее	53,47	49,50	+3,87	+3,86
1—2		31,7	53,9	—22,2	
		38,3	60,4	—22,1	
		45,5	67,9	—22,4	
	Среднее	38,50	60,73	—22,23	—22,23
:		:	:	:	:
:		:	:	:	:
11—12	+24,0	26,0	65,5	—39,5	
		25,3	64,6	—39,3	
		35,0	74,4	—39,4	
	Среднее	28,77	68,17	—39,40	—39,40
	Контрольные выч.	384,96	425,26	—40,30	—40,30

Измерение остатка (отрицательного)

ПЗ.9—12	+24,2	3999,0	12,5	3986,5	
		4000,0	13,6	3986,4	
		4001,0	14,5	3986,5	
		4000,0	13,53	3986,47	3986,47

Число полных пролетов $n = 12$
Средняя температура $t_{cp} = +22,6^\circ$

Журнал нивелирования штативов с целиками

Дата: 20 июля 1976 г.
Погода: облачно, слабый ветер

Линия ПЗ,8—ПЗ,9
Приборы: нивелир НЗ,
увеличение 30×
цена деления уровня 25"

Наблюдатель Т. И. Петрова
Вычислитель Т. В. Селина

Номер штатива	Отсчеты по черной стороне рейки	Превышение $h_{\text{ч}}$	Отсчеты по красной стороне рейки	Превышение $h_{\text{к}} \cdot 1,1 \text{ мм}$	Среднее превышение $h_{\text{ср}}$	Поправка за приведение пролета к горизонту, мм	$h^2_{\text{ср}}, \text{ см}$
ПЗ,8	0135	—193	0122	—195	—194,0	—0,78	376,4
1	0328	+65	0299	+66	+65,5	—0,08	42,9
2	0263	—274	0239	—274	—274,0	—1,56	750,8
3	0537	—88	0488	—87	—87,5	—0,16	76,6
4	0625		0567				
4	0811	+210	0739	+209	+209,5	—0,92	438,9
5	0601	..	0549	...	...	...	...
10	0427	—68	0388	—68	—68,0	—0,10	46,2
11	0495	—21	0450	—23	—22,0	—0,02	4,8
ПЗ,9	0516	—22	0471	—21	—21,5	—	—
12	0538		0490			—4,64	—
							2222,4

$$\frac{\sum h^2_{\text{ср}}}{2l} = 4,63 \text{ мм}$$

С п о с о б ф и к с а ц и и

При измерении линии этим способом штативы с целиками должны быть заменены на штативы с деревянными столиками или деревянными сегментами. Можно использовать и деревянные колья, прочно вбитые в землю на расстоянии одного уложения проволоки.

Отличие способа фиксации от способа отсчетов состоит в измерении пролетов, остальные операции выполняются так же, как и в способе отсчетов.

При способе фиксации концов проволоки на штативах или деревянных кольях на каждом пролете фиксируют лишь передний конец проволоки в тот момент, когда задний конец ее будет совме-

шен или с точкой, являющейся началом линии, или с точкой, фиксированной ранее на заднем штативе. Фиксация концов проволоки осуществляется с помощью иглы, втыкаемой в поверхность кола. Контроль правильности фиксации производят путем одновременного отсчитывания по обоим шкалам мерной проволоки, принимая иголки за индексы. Разность отсчетов при этом не должна превышать 1 мм.

Инструкция [24] рекомендует измерять линии полигонометрических ходов: 4 класса — двумя инварными проволоками в одном направлении или одной проволокой в прямом и обратном направлении способом отсчетов; в полигонометрии 1 разряда — одной инварной проволокой в одном направлении способом отсчетов; в полигонометрии 2 разряда — одной инварной проволокой в одном направлении способом фиксации.

§ 77. Расчет допусков для отдельных источников ошибок при измерении линий инварными проволоками. Средняя квадратическая ошибка измерения линии

Основные ошибки, имеющие место при измерении линий инварными проволоками, можно разделить на две группы: систематические и случайные. К систематическим относятся ошибки, вызываемые следующими источниками: неточным компарированием проволоки σ_1 , неточным вешением линии σ_2 , натяжением проволоки σ_3 , действием ветра σ_4 , к случайным — ошибки, вызываемые наклоном мерного прибора Δ_5 , неточным определением температуры Δ_6 , неустойчивостью штативов Δ_7 , ошибки собственно измеренного измерения линии Δ_8 .

Учитывая характер различных источников, можно написать для истинной ошибки d в положении конечной точки вытянутого полигонометрического хода, полученной под влиянием только линейных ошибок (без учета ошибок исходных данных),

$$d = -t = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 + \Delta_5 + \Delta_6 + \Delta_7 + \Delta_8. \quad (X.5)$$

Соединяя влияние всех источников систематических ошибок и переходя к средней квадратической ошибке, получим

$$m_d^2 = m_\Sigma^2 + m_\sigma^2 + m_\Delta^2 + m_t^2. \quad (X.6)$$

Нужно учесть, что систематические ошибки σ_2 , σ_3 и σ_4 действуют всегда в одну сторону, с одним знаком; систематическая же ошибка σ_1 может иметь знак плюс и минус. Учитывая это обстоятельство и принимая принцип равных влияний, получим

$$m_\Sigma^2 = (3m)^2 + m^2 = 10m^2. \quad (X.7)$$

В соответствии с этим формуле (X.6) можно придать вид

$$m_d^2 = 14m^2. \quad (X.8)$$

Отсюда

$$m_d = 3,7m_\Delta = 3,7m_\sigma^* \quad (\text{X.9})$$

Перепишем формулу (X.9)

$$m_\sigma = m_\Delta = \frac{1}{3,7} m_d. \quad (\text{X.10})$$

Принимая во внимание полученное ранее соотношение (IX.28), имеем

$$\frac{\text{пред } t}{L} = \frac{1}{T\sqrt{2}}. \quad (\text{X.11})$$

С учетом (X.11), переходя к предельным значениям ошибок, получим

$$\text{пред } \sigma = \text{пред } \Delta = \frac{[s]}{5,3T}. \quad (\text{X.12})$$

По этим формулам можно подсчитать величину влияния источников систематических или случайных ошибок при измерении длин линий на положение конечной точки хода.

Переходя к отдельному откладыванию мерного прибора длиной l , следует отметить существенную разницу между систематическими и случайными ошибками. Так, если случайные ошибки откладывания мерного прибора возрастают пропорционально корню квадратному из числа уложений, то систематические ошибки откладывания мерного прибора возрастают пропорционально числу уложений.

Если обозначить через $\Delta l_{\text{случ}}$ и $\Delta l_{\text{сист}}$ ошибки случайные и систематические в одном откладывании мерного прибора и считать, что длина мерного прибора равна l , а число уложений в ходе равно n' , то с учетом формулы (X.12) и замечаний относительно влияния случайных и систематических ошибок можно записать

$$\frac{\text{пред } \Delta l_{\text{сист}} n'}{ln'} = \frac{1}{5,3T},$$

или

$$\frac{\text{пред } \Delta l_{\text{сист}}}{l} = \frac{1}{5,3T} \quad (\text{X.13})$$

и

$$\frac{\text{пред } \Delta l_{\text{случ}} \sqrt{n'}}{ln'} = \frac{1}{5,3T},$$

* Если учесть ошибки исходных данных, то $m_d^2 = 15m^2$, а следовательно, $m_d = 3,8m_\Delta = 3,8m_\sigma$.

или

$$\frac{\text{пред } \Delta l_{\text{случ}}}{l} = \frac{1}{5,3T} \sqrt{n'}. \quad (\text{X.14})$$

Как видно из приведенных формул, с уменьшением периметра пред $\Delta l_{\text{случ}}$ уменьшается; уменьшается этот предел и с уменьшением длины мерного прибора.

Произведем расчет по формулам (X.13) и (X.14) для полигонометрического хода 4 класса. Принимая $T = 25\,000$; $l = 24$ м; $[s] = 10$ км; $s_{\text{ср}} = 500$ м; $n' = 400$, получим

$$\text{пред } \Delta l_{\text{сист}} = \frac{24 \cdot 10^3}{5,3 \cdot 25 \cdot 10^3} = 0,2 \text{ мм},$$

$$\text{пред } \Delta l_{\text{случ}} = \frac{24 \cdot 10^3}{5,3 \cdot 25 \cdot 10^3} \sqrt{400} = 3,6 \text{ мм}.$$

Таким образом, видим, что влияние источников ошибок случайного характера может быть допущено почти в 20 раз больше, чем систематических. Однако, имея в виду, что увеличение случайной ошибки ведет к увеличению соответствующей систематической ошибки и что характер влияния отдельных источников ошибок и их величина могут изменяться при переходе от одной стороны к другой, целесообразно установить допустимую случайную ошибку одного уложения мерного прибора, исходя из длины стороны хода, а не из длины всего хода. При числе уложений n_i для одной стороны будем иметь

$$\text{пред } \Delta l_{\text{случ}} = \frac{l}{5,3T} \sqrt{n_i}. \quad (\text{X.15})$$

Тогда для $s_{\text{ср}} = 500$ м, $l = 24$ м и $n_i = 20$ получим

$$\text{пред } \Delta l_{\text{случ}} = \frac{24 \cdot 10^3}{5,3 \cdot 25 \cdot 10^3} \sqrt{20} = 0,8 \text{ мм}.$$

Определим, чему будет равна средняя квадратическая ошибка линии при измерении ее инварной проволокой.

Если предположить, что при измерении длин линий возникают только случайные ошибки, то при измерении стороны s_i инварная проволока длиной l будет отложена n_i' раз; длина линии будет равна

$$s_i = l n_i'.$$

Последовательное откладывание длины мерного прибора будет соответствовать действию сложения. Обозначим среднюю квадратическую ошибку одного уложения через m_i , тогда

$$m_{s\Delta i} = m_i \sqrt{n_i'}.$$

Но

$$n'_i = \frac{s_i}{l}, \quad (\text{X.16})$$

тогда

$$m_{s\Delta_i} = \frac{m_l}{\sqrt{l}} \sqrt{s_i}. \quad (\text{X.17})$$

Обозначим постоянное для данного мерного прибора и для данных условий измерения отношение

$$\frac{m_l}{\sqrt{l}} = \mu_0 \quad (\text{X.18})$$

и выражение (X.17) запишем в виде

$$m_{s\Delta_i} = \mu_0 \sqrt{s_i} \quad (\text{X.19})$$

Если в формуле (X.19) положить $s_i = 1$ м, то $m_{s\Delta_i} = \mu_0$. Следовательно, μ_0 — средняя квадратическая ошибка измерения, приходящаяся на единицу длины; эту величину называют коэффициентом случайного влияния и принимают за критерий для оценки точности линейных измерений.

Если бы измерение линии сопровождалось только ошибками систематическими, то, учитывая, что эти ошибки действуют пропорционально числу уложений, можно написать

$$m_{s\sigma_i} = m_l n'_i$$

или с учетом (X.16)

$$m_{s\sigma_i} = \frac{m_l}{l} s_i, \quad (\text{X.20})$$

где $\frac{m_l}{l}$ — величина, постоянная для данного прибора и условий измерений; ее обозначают λ и называют коэффициентом систематического влияния. Тогда

$$m_{s\sigma_i} = \lambda s_i. \quad (\text{X.21})$$

В действительности же случайные и систематические ошибки совместно влияют на точность измерения линии будучи независимы одна от другой, поэтому для отдельной линии согласно выражению (VIII.10) будет

$$m_{s_i}^2 = \mu_0^2 s_i + \lambda^2 s_i^2. \quad (\text{X.22})$$

Если принять, что полигонометрический ход имеет вытянутую форму, то суммарная ошибка для всего хода при одинаковой средней квадратической ошибке μ_0 и постоянной систематической ошибке λ по теории ошибок будет равна

$$[m_s^2] = \mu_0^2 [s] + \lambda^2 [s]^2 = \mu_0^2 L + \lambda^2 L^2, \quad (\text{X.23})$$

Для изогнутого хода полученное выражение примет вид

$$[m_s^2] = \mu_0^2 [s] + \lambda^2 L^2. \quad (\text{X.23'})$$

§ 78. Источники ошибок при измерении линий инварными проволоками

Компарирование проволоки. Ошибка в длине проволоки, получающаяся в процессе компарирования, носит случайный характер. Но когда компарирование произведено и длина проволоки принимается за исходную при определении длины измеряемой линии, то случайная сама по себе ошибка компарирования мерного прибора вызывает систематическую ошибку в длине измеряемого пролета, а следовательно, и в длине линии в целом.

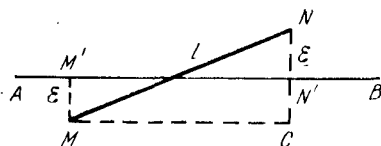


Рис. 103

На основании расчета, произведенного по формуле (X.13), предельная допустимая ошибка при компарировании 24-метровой проволоки в полигонометрии 4 класса не должна превышать 0,20 мм. Подсчитывать величину

предельной ошибки за компарирование в общем случае следует по формуле

$$\text{пред } \Delta l_k \leq \frac{l}{5,37}. \quad (\text{X.24})$$

Компарирование мерных приборов на стационарном компараторе производится с высокой точностью. Средняя квадратическая ошибка компарирования проволоки не превышает 0,015 мм, что для 24-метровой проволоки составляет $\frac{1}{1\,600\,000}$ ее длины.

Вешение линии. Пусть мерный прибор длиной l , укладываемый вдоль измеряемой линии AB , занимает положение MN (рис. 103). Пусть концы этого мерного прибора оказались отклоненными от точного направления линии AB каждый на величину ε . Это отклонение имеет чисто случайный характер. Конец и начало мерного прибора могут с одинаковой степенью вероятности отклониться и вправо и влево от направления измеряемой линии, но ошибка, вызываемая отклонением мерного прибора от своего верного положения, будет носить строго систематический характер по своему знаку. Это будет односторонне действующая ошибка, всегда увеличивающая длину измеряемой линии. Из рис. 103 следует, что разница $\Delta l_{\text{веш}}$ между длиной l мерного прибора и его горизонтальной проекцией $M'N' = x$ на линию AB равна

$$\Delta l_{\text{веш}} = l - x = l - \sqrt{l^2 - 4\varepsilon^2} = l - l \left(1 - \frac{4\varepsilon^2}{l^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

По биному Ньютона

$$\left(1 - \frac{4\varepsilon^2}{l^2} \right) \approx 1 - \frac{2\varepsilon^2}{l^2}.$$

Тогда

$$\Delta l_{\text{веш}} = l - l + \frac{2\varepsilon^2}{l} = \frac{2\varepsilon^2}{l}. \quad (\text{X.25})$$

Из этой формулы вытекает, что

$$\varepsilon = l \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\Delta l_{\text{веш}}}{l}}. \quad (\text{X.26})$$

Придавая абсолютной величине отношения $\frac{\Delta l_{\text{веш}}}{l}$ максимальное значение, равное $\frac{1}{5,3T}$, будем иметь

$$\text{пред } \varepsilon = l \sqrt{\frac{1}{10,6T}}. \quad (\text{X.27})$$

Для полигонометрии 4 класса получим

$$\text{пред } \varepsilon = 2400 \sqrt{\frac{1}{10,6 \cdot 25 \cdot 10^3}} = 4,7 \text{ см.}$$

Для уменьшения влияния ошибки, возникающей от неправильного укладывания мерного прибора вдоль измеряемой линии, следует вешение линии производить не на глаз, а по теодолиту.

Если для вешения целиков применить технический теодолит Т15, увеличение трубы которого равно $25\times$, то предельная ошибка вешения на расстоянии 500 м будет равна

$$\text{пред } \varepsilon = 5 \cdot 10^4 \frac{60''}{25 \cdot 206 \cdot 10^3} = 0,6 \text{ см.}$$

Если предположить, что при неблагоприятных условиях эта величина увеличится пусть даже до 2 см, то и в этом случае предельная ошибка за вешение получается согласно формуле (X.25) равной

$$\Delta l_{\text{веш}} = \frac{2 \cdot 400}{24 \cdot 10^3} \approx 0,03 \text{ мм,}$$

т. е. с большим запасом точности.

Н а т я ж е н и е п р о в о л о к и. Ошибка из-за влияния натяжения проволоки носит преимущественно систематический характер, так как трение в блоках при измерении линии (вследствие их перекося) будет больше трения в тех же блоках при компарировании в лабораторных условиях. Поэтому натяжение проволоки при полевых измерениях будет меньше, длина хорды будет также меньше, а измеряемая линия будет оказываться больше ее действительного значения. Кроме того, грузы для растяжения проволоки также могут иметь ошибку своей массы.

Нормальная длина хорды проволоки, подвешенной под натяжением, определяется при ее компарировании и может быть вычислена по формуле (X.3). Дифференцируя эту формулу по F , заменяя dF на ΔF и обозначая изменение в длине хорды через $\Delta l_{\text{нат}}$, имеем

$$\Delta l_{\text{нат}} = \left(\frac{\sigma s_0}{\rho} + \frac{\rho^2 s_0^3}{12 F^3} \right) \Delta F. \quad (\text{X.28})$$

Для инварной проволоки диаметром 1,65 мм и длиной 1 м $p = 0,0173$ Н, $\sigma = 0,00051$ мм. Подставим указанные значения в формулу (X.28), при этом примем $F = 10$ Н, тогда получим

$$\Delta l_{\text{нат}} = 1,04 \Delta F.$$

Предельная ошибка систематического характера пред $\Delta l_{\text{сист}}$ для полигонометрии 4 класса не должна быть больше 0,2 мм, то ошибка за натяжение $\Delta l_{\text{нат}}$, имеющая систематический характер, должна быть также $\leq 0,2$ мм.

С учетом этой величины определим ΔF :

$$\Delta F = \frac{0,2 \text{ мм}}{1,04 \text{ мм/Н}} = 0,173 \text{ Н}$$

или в переводе на массу ≈ 170 г.

Гири в блочных станках базисных приборов имеют ошибку массы не более 10 г поэтому вполне могут обеспечить указанную точность.

Действие ветра. Ветер, особенно боковой, является источником ошибок систематического характера. Такой ветер действует как дополнительная масса проволоки, укорачивая длину ее хорды, а следовательно, увеличивая длину линии.

Обозначим силу давления ветра на проволоку через Q . Расчеты показывают *, чтобы величина поправки за ветер $\Delta l_{\text{вет}}$ не вышла за пределы 0,2 мм (как ошибка систематического характера), величина Q должна быть равна 0,14 Н.

Однако нас интересует не сила ветра, а его скорость v , которая может быть рассчитана по упрощенной формуле

$$v^2 = \frac{2Q}{cDs_0d}, \quad (\text{X.29})$$

где c — коэффициент, определенный экспериментально; D — плотность воздуха, зависящая от температуры t и давления P ; $s_0 = 24$ м; d — диаметр проволоки.

В формуле (X.29) не известны два члена v и c , причем коэффициент c зависит от скорости ветра. Поэтому определим сначала произведение cv^2 . При $Q = 0,14$ Н $= 0,14 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$; $D = 0,120$ кг/м³ (при температуре $t = 20^\circ\text{C}$ и давлении $P = 986,6$ ГПа); $s_0 = 24$ м и $d = 0,00165$ м получим

$$cv^2 = \frac{2Q}{Ds_0d} = \frac{2 \cdot 0,14 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2}{120 \text{ кг/м}^3 \cdot 24 \text{ м} \cdot 0,00165 \text{ м}} = 56 \text{ м}^2/\text{с}^2.$$

Для $cv^2 = 56$ экспериментально установлено, что $c \approx 1$, тогда $v = 7,4$ м/с.

Следовательно, можно сделать вывод, что измерение линий инварной проволокой можно вести при скорости ветра, не превышающей 7 м/с.

Наклон мерного прибора. Из рис. 104, где h есть превышение одного конца мерного прибора над другим, следует, что поправка за наклон

$$\Delta l_h = l - x,$$

$$x = \sqrt{l^2 - h^2} = l \left(1 - \frac{h^2}{l^2} \right)^{\frac{1}{2}},$$

* Полностью расчеты имеются в работе [54].

или, разложив выражение в правой части по биному Ньютона и ограничиваясь членами второго порядка, будем иметь

$$x = l \left(1 - \frac{h^2}{2l^2} \right) = l - \frac{h^2}{2l}.$$

Тогда

$$\Delta l_h = \frac{h^2}{2l}. \quad (\text{X.30})$$

Дифференцирование формулы (X.30) по h дает

$$d\Delta l_h = \frac{2h}{2l} dh.$$

Заменим дифференциалы ошибками, а затем перейдем к предельным их значениям и будем иметь

$$\text{пред } \Delta l_h = \frac{h}{l} \text{ пред } \Delta h,$$

а в соответствии с условием (X.14)

$$\frac{h}{l} \text{ пред } \Delta h \leq \frac{\sqrt{n_1}}{5,3T},$$

откуда

$$\text{пред } \Delta h = \frac{l^2 \sqrt{n_1}}{5,3Th}. \quad (\text{X.31})$$

Из формулы (X.31) следует, что чем больше превышение, тем точнее надо нивелировать головки целиков.

При $h = 2$ м

$$\text{пред } \Delta h = \frac{24 \cdot 24 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{20}}{5,3 \cdot 25 \cdot 10^3 \cdot 2} = 9,7 \text{ мм}.$$

Определение температуры мерной проволоки. Ошибка от влияния температуры носит и систематический и случайный характер. В процессе измерения температура проволоки меняется, что приводит к изменению расстояний между нулевыми штрихами ее шкал, т. е. к изменению длины хорды. Так как стрелка провеса проволоки очень мала, то можно принять, что изменения температуры, влияющие на проволоку, в такой же мере влияют на хорду.

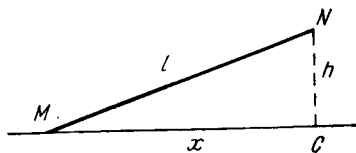


Рис. 104

Температуру проволоки считают равной температуре воздуха, которую и измеряют термометром-пращом. Однако температура воздуха и температура прибора различаются между собой и это вызывает систематическую ошибку. Для подвесных проволок эта разница температур, как показали исследования, невелика.

Учитывая в этом случае только ошибку определения температуры термометром, влияние этого источника ошибок на результаты измерения можно считать случайным.

Если при температуре t_0 длина мерного прибора равна l_0 , то согласно закону физики при другой температуре t длина этого прибора определяется уравнением

$$l_t = l_0 + \alpha l_0 (t - t_0) + \beta l_0 (t - t_0)^2,$$

где α — температурный линейный коэффициент, а β — температурный квадратический коэффициент расширения мерного прибора или, иными словами, α и β — термические коэффициенты, l_t — длина проволоки при температуре t ; l_0 — длина проволоки, полученная из компарирования, t_0 — температура, при которой производилось компарирование.

Из приведенной формулы следует, что поправка $\Delta l_t = l_t - l_0$, которую надо ввести в длину проволоки, при изменении температуры на величину $(t - t_0)$ равна

$$\Delta l_t = \alpha l_0 (t - t_0) + \beta l_0 (t - t_0)^2. \quad (\text{X.32})$$

Если температура воздуха измерена с некоторой ошибкой Δt , то и величина поправки Δl_t будет получена тоже с ошибкой Δt . Для определения этой ошибки дифференцируем формулу (X.32) по t , считая α , β и l_0 постоянными:

$$d\Delta l_t = \alpha l_0 dt + 2\beta l_0 (t - t_0) dt. \quad (\text{X.33})$$

Во втором поправочном члене правой части формулы (X.33) разность температур t и t_0 обычно невелика, равно как и мал коэффициент β ; поэтому этот член будет мал и приближенно можно считать

$$d\Delta l_t \approx \alpha l_0 dt.$$

Переходя к средним квадратическим ошибкам, а от них к предельным их значениям, можно записать, что

$$\text{пред } \Delta l_t = \alpha l_0 \text{ пред } \Delta t$$

или

$$\text{пред } \Delta t = \frac{\text{пред } \Delta l_t}{\alpha l_0}. \quad (\text{X.34})$$

Если даже считать, что ошибка определения температуры в случае применения проволоки из инвара имеет не случайный, а систематический характер и что для полигонометрии 4 класса эта ошибка должна быть $\leq 0,20$ мм, то

$$\text{пред } \Delta t = \frac{0,20}{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 24 \cdot 10^3} = 17^\circ,$$

где $\alpha = 0,5^\circ \cdot 10^{-6}$.

Следовательно, при использовании мерных проволок из инвара можно определять температуру довольно грубо. В полигонометрии 4 класса температура воздуха на высоте подвешенной проволоки измеряется только на начальном и конечном пролетах каждой стороны.

Ошибка собственно измерения. Под ошибкой собственно измерения понимают ошибку фиксации концов линии и ошибку отсчитывания по шкалам. Начало и конец линии фиксируется с помощью оптического центрира. Ошибка центрирования этого прибора над точкой складывается из ошибки визирования и ошибки приведения оси центрира в отвесное положение.

Предельная ошибка центрирования из-за ошибки визирования на расстоянии $s = 1,5$ м (расстояние между оптическим центриром и точкой хода при увеличении трубы центрира $\Gamma = 4\times$) будет

$$\text{пред } \Delta'_{\text{ц}} = \frac{60''}{\Gamma \rho''} s = \frac{60}{4 \cdot 206 \cdot 10^3} 1500 = 0,11 \text{ мм},$$

а средняя квадратическая $m'_{\text{ц}} = 0,04$ мм.

Ось оптического центрира приводится в отвесное положение при помощи уровней с предельной ошибкой не более $60''$, откуда предельная ошибка центрирования за счет ошибки приведения оси оптического центрира в отвесное положение равна

$$\text{пред } \Delta''_{\text{ц}} = \frac{60''}{\rho''} s = \frac{60}{206 \cdot 10^3} 1500 = 0,44 \text{ мм},$$

а средняя квадратическая $m''_{\text{ц}} = 0,15$ мм.

Тогда полная средняя квадратическая ошибка центрирования оптическим центриром над начальной или конечной точкой линии определится по формуле

$$m_{\text{ц}} = \sqrt{m'^2_{\text{ц}} + m''^2_{\text{ц}}} = \sqrt{0,0016 + 0,0225} = 0,15 \text{ мм}.$$

Таким образом, средняя квадратическая ошибка в длине линии вследствие ошибки фиксации ее концов будет

$$0,15 \text{ мм } \sqrt{2} = 0,24 \text{ мм},$$

а предельная пред $\Delta_{\text{ц}} = 0,72$ мм. Как видно, величина этой ошибки незначительна.

Основной ошибкой собственно измерения будет ошибка отсчитывания по шкалам. При миллиметровых делениях шкалы проволоки наибольшая ошибка округления определится величиной 0,5 мм. Тогда ошибка в длине пролета, возникающая из-за ошибок отсчитывания по двум шкалам, будет

$$0,5\sqrt{2} = 0,71 \text{ мм}.$$

Следовательно, отсчитывая по шкалам с миллиметровыми делениями с округлением до 0,1 мм, мы можем получить требуемую точность, ошибка не выйдет за установленный для нее предел (в полигонометрии 4 класса 0,80 мм).

Неустойчивость штативов. При измерении линий каждый промежуточный штатив с целиком бывает то передним, то задним, а следовательно, каждый из них по очереди бывает связующим. В процессе измерения линий необходимо сохранить устойчивость связующих штативов. Если под действием солнца или при измерении линий на наклонной местности происходит систематическое смещение штативов, то, предполагая изменение положения штативов равномерным в течение периода измерений, важно как можно меньше затрачивать времени на переход от измерения одного пролета к другому. Систематическое смещение

штативов в значительной мере ослабляется измерением линии в прямом и обратном направлениях. Так, например, при измерении линии по направлению уклона получим уменьшенную длину линии, а в обратном ходе, по направлению подъема, измеряемая линия будет больше ее действительной длины. Среднее же значение длины линии будет свободно от влияния смещения штативов.

§ 79. Вычисление линий, измеренных инварными проволоками

В полевых журналах измерения линий и нивелирования штативов с целиками сравнивают по каждой линии число пролетов, а также знаки остатков, по записям и схематическим чертежам в этих журналах.

Обработка журнала измерения линии (см. табл. 16). Работу производят в следующем порядке.

1. Вычисляют среднюю температуру проволоки

$$t_{\text{ср}} = \frac{t_{\text{н}} + t_{\text{к}}}{2}.$$

2. Для каждого пролета вычисляют средние разности $(\Pi - \text{З})_{\text{ср}}$ и проводят контроль вычислений

$$\Pi_{\text{ср}} = \frac{\sum^3 \Pi}{3}; \quad \text{З}_{\text{ср}} = \frac{\sum^3 \text{З}}{3}; \quad (\Pi - \text{З})_{\text{ср}} = \Pi_{\text{ср}} - \text{З}_{\text{ср}}.$$

Таким же путем вычисляют $(\Pi - \text{З})_{\text{ср}}$ остатка.

3. Для каждой линии (для n пролетов) вычисляют $\sum_1^n (\Pi - \text{З})_{\text{ср}}$.

Результаты измерений, относящиеся к остаткам, в эту сумму не входят. Контролем вычислений служат равенства

$$\sum_1^n (\Pi - \text{З})_{\text{ср}} = \sum_1^n \Pi_{\text{ср}} - \sum_1^n \text{З}_{\text{ср}}.$$

Обработка журнала нивелирования штативов с целиками (см. табл. 18).

1. Вычисляют средние превышения

$$h_{\text{ср}} = \frac{h_{\text{ч}} + h_{\text{к}}}{2}.$$

2. Вычисляют поправки Δl_h за приведение измеряемой длины пролета к горизонту по формуле

$$\Delta l_h = -\frac{h_{\text{ср}}^2}{2l} - \frac{h_{\text{ср}}^4}{8l^3},$$

где $l = 24$ м.

3. Вычисляют Δs_h — поправку за приведение к горизонту измеренной длины линии в n пролетов (без учета поправок за приведение к горизонту измеренных длин остатков)

$$\Delta s_h = \sum_1^n \Delta l_h. \quad (\text{X.35})$$

Вычисление контролируют равенством

$$\sum_1^n \Delta l_h = \frac{\sum_1^n h^2}{2l}.$$

Вычисление длин остатков. 1. Вычисляют поправку Δr_k в длину остатка за компарирование мерного прибора по формуле

$$\Delta r_k = \frac{\Delta l}{l} r', \quad (\text{X.36})$$

где l — номинальная длина мерного прибора, которым измеряют остаток; Δl — поправка за компарирование на всю длину мерного прибора (берется из уравнения длины мерного прибора); r' — измеренное значение остатка.

2. Вычисляют поправку Δr_t в длину остатка за температуру мерного прибора по формуле

$$\Delta r_t = \alpha r' (t - t_0), \quad (\text{X.37})$$

где α — линейный коэффициент расширения металла, из которого изготовлен мерный прибор; t — температура мерного прибора в момент измерения длины остатка; t_0 — температура компарирования мерного прибора.

3. Вычисляют поправку Δr_h за приведение измеренной длины остатка к горизонту по формуле

$$\Delta r_h = -\frac{h^2}{2r'} - \frac{h^4}{8r'^3}, \quad (\text{X.38})$$

где h — превышение между целиками базисных штативов, на которых измерялся остаток.

4. Окончательную длину остатка находят по формуле

$$r = r' + \Delta r_k + \Delta r_t + \Delta r_h. \quad (\text{X.39})$$

Вычисление длины линии. Длину каждой измеренной линии s' , приведенную к горизонту, вычисляют по формуле

$$s' = n(l - l_0) + \sum_1^n (\Pi - 3)_{\text{cp}} + \Delta s_t + \Delta s_h + \sum r, \quad (\text{X.40})$$

Таблица 18

Обозначения	Числовые значения
n $l \pm \Delta l$ $t_{\text{ср}}$	12 24,0015 м $\pm 22,6^\circ$
$ln \pm \Delta ln$ $(\Pi - 3)_{\text{ср}}$ Δs_l Δs_h Σr	288,0180 м —0,0403 м $\pm 0,0006$ м —0,0046 м —3,9865 м
s'	283,9873 м $\approx$ 283,987 м

где $n(l + l_0) + \sum_1^n (\Pi - 3)_{\text{ср}}$ — измеренное значение линий в n пролетах; Δs_l — поправка в длину линии в n пролетах за температуру проволоки, определяемая по формуле

$$\Delta s_l = \alpha l (t_{\text{ср}} - t_0) n, \quad (\text{X.41})$$

где α — линейный коэффициент расширения инвара; $l = 24$ м; $t_{\text{ср}}$ — средняя температура мерного прибора при измерении линии в n пролетах; t_0 — температура компарирования; Δs_l —

поправка за приведение к горизонту измеренной длины линии в n пролетах (без учета остатка), берется из журнала нивелирования штативов с целиками.

Пример на вычисление длины линии приведен в табл. 18.

Глава XI.

ИЗМЕРЕНИЕ ЛИНИЙ СВЕТОДАЛЬНОМЕРАМИ

§ 80. Принцип определения расстояний путем измерения времени распространения электромагнитных волн

Предположим, что в некоторый момент времени t_1 передатчик, расположенный в пункте A (рис. 105), излучает в направлении к пункту B электромагнитные волны в виде отдельного импульса

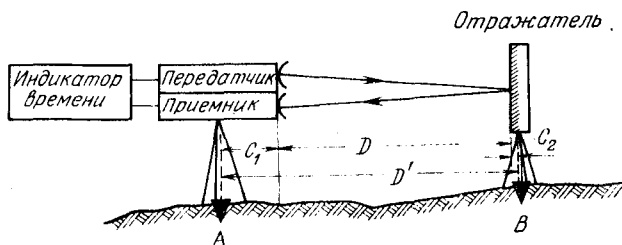


Рис. 105

(т. е. прерывисто), который затем отражается и в момент времени t_2 приходит обратно в пункт A . Измерив промежуток времени $t_2 - t_1$ и зная скорость распространения электромагнитных волн v , можно подсчитать расстояние D между пунктами A и B , предпо-

лагая при этом, что электромагнитные волны распространяются прямолинейно:

$$2D = v(t_2 - t_1),$$

откуда

$$D = \frac{v\tau}{2}, \quad (\text{XI.1})$$

где τ — время распространения электромагнитных волн, равное $t_2 - t_1$.

Следовательно, установив на одном конце линии приемопередатчик, излучающий и принимающий электромагнитные волны (см. рис. 105), а также устройство для измерения времени распространения этих волн (индикатор времени), а на другом — отражатель, можно определить расстояние D . Такое устройство, состоящее из двух частей, называется дальномером.

Из формулы (XI.1) для определения относительной ошибки измерения расстояний найдем

$$\left(\frac{m_D}{D}\right)^2 = \left(\frac{m_v}{v}\right)^2 + \left(\frac{m_\tau}{\tau}\right)^2, \quad (\text{XI.2})$$

где m_D , m_v , m_τ — средние квадратические ошибки определения величин D , v и τ соответственно.

Подсчитаем, с какой ошибкой должны быть определены величины v и τ , если требуется, например, измерить линию длиной $D = 1$ км с относительной ошибкой $1 : 400\,000$ ($m_D = 2,5$ мм).

Применяя к формуле (XI.2) принцип равных влияний, т. е. полагая, что

$$\frac{m_v}{v} = \frac{m_\tau}{\tau} = 1 : 400\,000 \sqrt{2} = 1 : 564\,000,$$

определим, что скорость распространения электромагнитных волн необходимо знать со средней квадратической ошибкой

$$m_v = \frac{v}{564\,000} = \frac{3 \cdot 10^8}{564\,000} = 0,5 \text{ км/с},$$

а время τ измерить со средней квадратической ошибкой

$$m_\tau = \frac{1}{700\,000} \frac{D}{v} = \frac{1}{564\,000} \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^8} = 6 \cdot 10^{-11} \text{ с}.$$

Для определения скорости v используют зависимость

$$v = \frac{c}{n}, \quad (\text{XI.3})$$

где c — скорость распространения электромагнитных волн (скорость света) в вакууме, принятая Международным геодезическим

и геофизическим союзом равной $299\,792\,458 \pm 1,2$ м/с; n — показатель преломления воздуха.

Показатель преломления n обычно представляют функцией плотности воздуха, для определения которой с помощью барометров и психрометров измеряют давление, температуру и влажность.

Измерение времени τ может быть выполнено на основе двух методов:

а) при помощи излучения импульсов и приема их после отражения (импульсный, или непосредственный, метод);

б) по разности фаз посылаемых и принимаемых модулированных колебаний (фазовый, или косвенный, метод).

Казалось бы, что первым способом проще измерить время распространения электромагнитных волн, и в настоящее время имеются приборы, позволяющие определять время с высокой точностью. Однако практически трудно с технической стороны с достаточной точностью зафиксировать моменты излучения и приема импульсов. Фазовый метод и с теоретической, и с практической стороны позволяет очень надежно определять время прохождения электромагнитных волн.

По методу определения времени распространения электромагнитных волн называются и дальномеры: импульсные и фазовые.

Импульсные дальномеры по указанной выше причине дают невысокую точность измерения расстояния, но обладают большой оперативностью, что делает их незаменимыми при измерении расстояний в движении. Они обычно используются как локаторы. Наиболее точные импульсные дальномеры применяются при аэрофотосъемке как высотомеры для определения высоты полета в момент фотографирования.

В геодезии, где требуется очень высокая точность измерения расстояний, применяются преимущественно фазовые дальномеры.

§ 81. Фазовый метод определения времени распространения электромагнитных волн. Фазовый дальномер

Как известно, электромагнитные волны представляют собой распространяющиеся периодические колебания электрического и магнитного полей. В течение определенного промежутка времени напряженность этих полей совершает полный цикл измерений от нуля к максимальному положительному значению, через нулевое значение к максимальному отрицательному значению и снова к нулю и т. д., т. е. они имеют характер, близкий к гармоническому.

Гармонические колебания какой-либо величины определяются уравнениями вида

$$\left. \begin{aligned} y &= A \sin \omega t, \\ y &= A \cos \omega t, \end{aligned} \right\} \quad (XI.4)$$

в которых A — амплитуда колебаний; ω — угловая или круговая частота; t — время.

Величина ωt называется ф а з о й к о л е б а н и я.

Фазы, отличающиеся друг от друга на величину $2N\pi$ (где $N = 0, 1, 2, 3, \dots$), будут одинаковыми, так как прибавление к аргументу синуса или косинуса четного числа π значение функции не меняет. Прибавление к тому же аргументу нечетного числа π , т. е. $(2N + 1)\pi$, не меняет значение функции, но меняет ее знак. Фазы, отличающиеся друг от друга на нечетное число величин π , называются противоположными. Например, колебания

$$\begin{cases} y_1 = A \sin \omega t, \\ y_2 = A \sin (\omega t + \pi) \end{cases} \quad (X1.5)$$

происходят в противоположных фазах.

Промежуток времени, за который фаза колебания изменится на 2π , носит название периода колебания T . Очевидно, что период колебания T зависит от угловой частоты ω :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (X1.6)$$

Величина, обратная периоду, называется ч а с т о т о й к о л е б а н и й:

$$f = \frac{1}{T}. \quad (X1.7)$$

Она показывает, сколько полных колебаний совершается в единицу времени. Единицей измерения частоты является герц (Гц) или одно колебание в секунду (s^{-1}). Кроме того, частота измеряется в килогерцах ($кГц = 10^3$ Гц), мегагерцах ($МГц = 10^6$ Гц), гигагерцах ($ГГц = 10^9$ Гц) и терагерцах ($ТГц = 10^{12}$).

С учетом значения f из выражения (X1.7) формулу (X1.6) можно представить в виде

$$\frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega},$$

откуда

$$\omega = 2\pi f. \quad (X1.8)$$

В общем случае колебание может начинаться в любой момент времени. Тогда фаза (ее называют текущей, или мгновенной) выразится уже величиной

$$\psi = \omega t + \varphi_0, \quad (X1.9)$$

где φ_0 — начальная фаза в момент времени $t = 0$.

В этом случае уравнения (X1.4) будут иметь вид

$$y = A \sin (\omega t + \varphi_0) \quad (X1.10)$$

или

$$y = A \sin (2\pi f t + \varphi_0) \quad (\text{XI.11})$$

и

$$y = A \cos (\omega t + \varphi'_0) \quad (\text{XI.12})$$

или

$$y = A \cos (2\pi f t + \varphi'_0). \quad (\text{XI.13})$$

где

$$\varphi_0 = \varphi'_0 - \frac{\pi}{2}.$$

Колебания, возникнув в одной точке, распространяются затем в окружающей среде с некоторой скоростью v , образуя волновое поле. Расстояние, на которое распространяется колебание в течение полного периода, называется **д л и н о й** **в о л н ы** λ , т. е.

$$\lambda = vt \quad (\text{XI.14})$$

или с учетом равенства (XI.7)

$$\lambda = \frac{v}{f}. \quad (\text{XI.15})$$

Если колебания распространяются вдоль некоторой прямой, то в любой точке прямой также возникнут колебания с той же частотой, но с некоторым запаздыванием τ' , зависящим от скорости распространения v и от удаления данной точки от источника колебаний. Время запаздывания τ' будет равно

$$\tau' = \frac{D}{v}. \quad (\text{XI.16})$$

Таким образом, для любой точки на прямой можно написать

$$y = A \sin \{ \omega (t - \tau') + \varphi_0 \}$$

или с учетом выражения (XI.16)

$$y = A \sin \left\{ \omega \left(t - \frac{D}{v} \right) + \varphi_0 \right\}. \quad (\text{XI.17})$$

Выражение вида (XI.17) называется **у р а в н е н и е м** **п л о с к о й** **в о л н ы** гармонического колебания.

На рис. 106 условно показано распространение колебаний в пространстве вдоль некоторой прямой для двух моментов времени — t_1 и t_2 .

Из уравнений (XI.10)—(XI.13) следует, что колебания высокой частоты характеризуются тремя параметрами: амплитудой, частотой и начальной фазой. Процесс изменения указанных параметров называется **м о д у л я ц и е й**, она разделяется на ампли-

тудную*, частотную и фазовую. Колебание, которое вызывает модуляцию, называется модулирующим, а колебание, которое получилось в результате модуляции, — модулированным. Частота модулирующего колебания должна быть значительно ниже частоты колебания, на которое оно воздействует.

Пусть передатчик, находящийся в пункте A , в некоторый момент времени t излучает колебания в направлении отражателя в пункте B с текущей фазой

$$\psi' = \omega t + \varphi_0.$$

В тот же момент приемником дальномера принимаются колебания, уже прошедшие дважды расстояние D , с фазой

$$\psi = \omega \left(t - \frac{2D}{v} \right) + \varphi_0.$$

В момент фазового сравнения колебаний в фазометре получается разность фаз между излучаемыми и принимаемыми колебаниями, дающая информацию об измеряемом расстоянии,

$$\varphi = \psi' - \psi = \omega \frac{2D}{v} = 2\pi f \frac{2D}{v}. \quad (\text{XI.18})$$

Из формулы (XI.18) определим D :

$$D = \frac{\varphi}{2\pi} \cdot \frac{v}{2f}. \quad (\text{XI.19})$$

Следовательно, если будут известны f и v , а φ измерена, то расстояние D будет определено. По измеряемой величине разности фаз φ метод определения расстояния называют ф а з о в ы м.

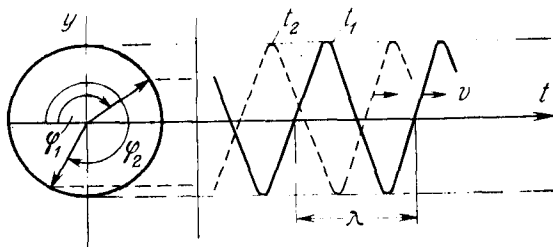


Рис. 106

Разность фаз φ в формуле (XI.19) может принимать значения, в десятки и сотни раз превышающие один период 2π . Однако любые современные фазоизмерительные устройства измеряют разность фаз только в пределах одного периода, от 0 до 2π . Исходя из этого, представим величину φ как сумму двух слагаемых:

* В светодальномерах преимущественное распространение получила амплитудная модуляция, при которой по определенному закону изменяется интенсивность выходящего из дальномера света.

φ' — разности фаз, кратной 2π , и $\Delta\varphi$ — разности фаз в пределах одного периода, т. е.

$$\varphi = \varphi' + \Delta\varphi. \quad (\text{XI.20})$$

С учетом выражения (XI.20) формула (XI.19) примет вид

$$D = \left(\frac{\varphi'}{2\pi} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \frac{v}{2f}; \quad (\text{XI.21})$$

здесь величина $\frac{\varphi'}{2\pi}$ — целое число, а $\frac{\Delta\varphi}{2\pi}$ — правильная дробь. Обозначим

$$\frac{\varphi'}{2\pi} = N \text{ и } \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \Delta N. \quad (\text{XI.22})$$

Величину ΔN называют до мер о м ф а з о в о г о ц и к л а. Подставим обозначения по формуле (XI.22) в формулу (XI.21) и получим

$$D = (N + \Delta N) \frac{v}{2f} \quad (\text{XI.23})$$

или с учетом формулы (XI.15)

$$D = (N + \Delta N) \frac{\lambda}{2}. \quad (\text{XI.24})$$

Формулы (XI.23) и (XI.24) являются основными рабочими формулами для вычисления расстояний.

Рассмотрим физический смысл отдельных составляющих, входящих в формулу (XI.24). Величину $\frac{\lambda}{2}$ можно считать своеобразной длиной мерного прибора, которым измеряют расстояние. Число N показывает, сколько целых длин мерного прибора укладывается в измеряемом расстоянии, а правильная дробь ΔN характеризует (в относительных единицах) дробную часть длины мерного прибора, которая дополняет целое число длин до величины измеряемого расстояния.

При вычислении расстояний по формуле (XI.23) и (XI.24) решение остается неопределенным, так как величина N может принимать значение любого числа, вследствие чего появляется периодичность решения, равная $\frac{\lambda}{2}$. Для исключения периодичности, которую называют разрешением неоднозначности или многозначности, необходимо выполнить измерения несколько раз, используя различные частоты.

Какие частоты f и длины волн λ используются при фазовом методе измерения расстояний?

Современные фазоизмерительные устройства позволяют измерять разности фаз $\Delta\varphi$ с ошибкой от 0,5 до 2°. Если поставить условие, чтобы точность измерения расстояний характеризова-

лась ошибкой 1—3 см, то согласно формуле (XI.19) можно подсчитать, что частота электромагнитных колебаний должна заключаться в диапазоне от 7,5 до 75 МГц, а длина волн — от 40 до 4 м.

Однако из анализа условий распространения электромагнитных волн следует, что волны этого диапазона распространяются не прямолинейно, они могут сильно искривляться, огибая препятствия, и отражаться земной поверхностью, а также и слоями воздуха; кроме того, они с трудом поддаются формированию в узконаправленные пучки с помощью переносных устройств. Вследствие указанных недостатков волны этого диапазона малоприспособны для точного измерения расстояний.

Короткие волны длиной менее 1 м распространяются практически прямолинейно и хорошо формируются в узкие пучки, однако с уменьшением длины волны значительно возрастают трудности измерения разности фаз.

Таким образом, чтобы обеспечить высокую точность измерений расстояний, электромагнитные волны должны быть короткими по длине и позволять точно и надежно измерять разность фаз.

Для реализации указанных условий в современных геодезических фазовых дальномерах применяют модулированные электромагнитные колебания. При этом для излучения используют сверхвысокочастотные колебания (частоты 3000 до 36 000 МГц). Эти колебания подвергаются модуляции другими более низкочастотными колебаниями, по фазовым сдвигам которых определяют величину измеряемого расстояния. Частота их выбирается в пределах указанного выше диапазона. Частоту колебаний модуляции называют частотой модуляции, измерительной частотой или масштабной частотой (частота этих колебаний определяет длину волны, которой измеряют расстояние).

Излучаемые сверхвысокочастотные колебания используются для переноса колебаний масштабной частоты от одного конца измеряемой линии до другого и обратно. Поэтому эти колебания называются несущими, а частота их — несущей частотой.

Фазовые дальномеры, в которых в качестве несущих используют световые волны, называют светодальномерами, а дальномеры, в которых роль несущих выполняют радиоволны, — радиодальномерами.

В данном курсе остановимся на рассмотрении только светодальномеров.

§ 82. Классификация светодальномеров

До 1973 г. все светодальномеры по точности условно разделялись на большие, средние и малые.

К большим относились светодальномеры, предназначенные для измерения расстояний до 25—30 км со средней квадратической относительной ошибкой не ниже 1 : 300 000. Такими

приборами можно измерять базисные стороны триангуляции и длины линий полигонометрии 1—2 классов.

К с р е д н и м относились светодальномеры для измерения расстояний 10—12 км с точностью 1 : 50 000—1 : 100 000. Они предназначались для построения геодезических сетей 3—4 классов методами триангуляции и полигонометрии.

К м а л ы м, или т о п о г р а ф и ч е с к и м, относились светодальномеры для измерения расстояний до 2—3 км со средней квадратической относительной ошибкой 1 : 25 000 и ниже; они позволяли измерять расстояния в полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов при сгущении обоснования для крупномасштабных съемок и на других топографо-геодезических работах соответствующей точности.

В СССР были разработаны и изготавливались светодальномеры: большие — ЭОД, «Кварц», СГ-3, средние — СВВ-1, ГД-316 и другие, малые — СТ-65, ТД-2, «Кристалл», КДГ-3 (СМ-3) и др.

В 1973 г. по ГОСТу 19223—73 введена система классификации, согласно которой геодезические светодальномеры делятся на высокоточные, точные и средней точности.

Согласно этому ГОСТу изготавлиются следующие светодальномеры: высокоточные — СБ-6 и СМ-02, точные — СМ-2 *, технические СМ-5.

СБ-6 — дальномер для измерения расстояний предельной дальности не менее 30 км днем и 50 км ночью со средней квадратической ошибкой прибора не более $\left(1 + \frac{D \text{ км}}{10}\right)$ см. Этот прибор предназначен для измерения линий в трилатерации и полигонометрии 1, 2, 3 классов, а также базисов в космической триангуляции и в триангуляции 1, 2, 3 классов.

СМ-02 — дальномер для измерения расстояний предельной дальности не менее 300 м со средней квадратической ошибкой не более 2 мм, предназначенный для целей инженерной геодезии и маркшейдерских работ.

СМ-2 — дальномер для измерения расстояний предельной дальности не менее 2 км со средней квадратической ошибкой, не превышающей 2 см. Прибор предназначен для измерения базисов в триангуляции 4 класса, а также для измерения линий в полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов.

СМ-5 — дальномер для измерения расстояний предельной дальности не менее 0,5 км со средней квадратической ошибкой не более 5 см, он предназначен для измерения линий в полигонометрии 2 разряда и теодолитных ходах.

В шифре светодальномера первая буква С обозначает светодальномер, вторая Б или М — дальность действия (большие расстояния, малые расстояния), цифры 6, 02, 2, 5 — максимальное

* Светодальномер под шифром 2СМ2 изготавливается серийно с 1976 г.

допустимое значение средней квадратической ошибки, выраженное в сантиметрах. Ошибка в 2 мм записывается без запятой 02.

Из зарубежных точных светодальномеров наибольшее распространение в СССР получил светодальномер ЭОК 2000 (Народное предприятие «Карл Цейсс Йена», ГДР) *.

Рассмотрим некоторые точные светодальномеры.

§ 83. Светодальномер СТ-65

Светодальномер топографический СТ-65 относится к серии малых светодальномеров типа СТ. Светодальномер СТ-61, разработанный в МИИГАиК в 1961 г. проф. В. Д. Большаковым и инж. А. И. Демушкиным, был первым отечественным малым светодальномером, позволявшим измерять линии в полигонометрии 4 класса. В последующие годы в результате совершенствования прибора были созданы модели светодальномеров: СТ-62, СТ-62М, СТ-63, СТ-64, СТ-65, СТ-66. Выпущенные опытные серии этих приборов используются при измерении линий в полигонометрии 4 класса и 1 и 2 разрядов. Из серии светодальномеров типа СТ рассмотрим модель СТ-65.

Светодальномер СТ-65 является фазовым дальномером с визуальной регистрацией минимумов светового потока. Для модуляции и демодуляции света в приборе используются две ячейки Керра, работающие по компенсационной схеме. Светодальномер СТ-65 позволяет измерять расстояния от 100 м до 2 км днем и 5 км ночью со средней квадратической ошибкой $(1,5 + 3 \cdot 10^{-6}D)$ см.

В комплект светодальномера входят приемопередатчик, два отражателя, три штатива, аккумуляторная батарея, зарядный выпрямитель, барометр-анероид и другое оборудование.

Основные технические характеристики светодальномера СТ-65

Время измерения одной линии	15—20 мин
Диапазон рабочих температур воздуха	От —5 до +40 °С
Предельный угол наклона измеряемой линии	20°
Диапазон частот модуляции	От 23,8 до 26,8 МГц
Питание от аккумуляторной батареи напряжением	12,6 В
Потребляемая мощность	30 Вт
Масса приемопередатчика	31 кг
Общая масса комплекта прибора	70 кг

В светодальномере СТ-65 для разрешения неоднозначности производят измерения при плавно изменяемых частотах. Пусть, плавно изменяя частоту модуляции светового потока, наблюдатель

* С 1978 г. Народное предприятие выпускает светотаксеомер ЕОТ 2000 с автоматическим цифровым измерением расстояний и визуальным отсчетом показаний круга. Прибор позволяет измерять расстояния до 3 км с ошибкой 10 мм.

зафиксировал первый минимум, при этом частота модуляции была равна f_1 . В этом случае в расстоянии $2D$ уложится целое число волн λ и еще плюс 0,5 волны (разность фаз $\Delta\varphi = \pi$), и величина ΔN в формуле (XI.24) обратится в нуль. Тогда

$$D = N \frac{v}{2f_1} \quad (\text{XI.25})$$

или

$$D = N \frac{\lambda_1}{2}. \quad (\text{XI.26})$$

При дальнейшем плавном изменении частоты модуляции света величина светового потока будет увеличиваться до максимума, а затем снова уменьшаться до минимума. При частоте f_2 наблюдатель зафиксирует второй минимум. В этом случае число N_2 будет на одну волну больше, если частота увеличивалась, или на одну волну меньше, если частота уменьшалась. Положим, что частота f_2 увеличивалась по сравнению с f_1 , тогда формула для определения расстояний (XI.25) примет вид

$$D = (N + 1) \frac{v}{2f_2}. \quad (\text{XI.27})$$

Приравнивая правые части уравнений (XI.25) и (XI.27) и решая относительно N , получим

$$N = \frac{f_1}{f_2 - f_1}. \quad (\text{XI.28})$$

Следовательно, по величинам частот, соответствующим двум соседним минимумам светового потока, можно определить значение N .

Из формул (XI.25) и (XI.28) следует: если в двойном измераемом расстоянии при плавном изменении частоты всего диапазона фиксируются только два минимума, то это будет минимальное расстояние, которое можно измерить данным светодальномером,

$$D_{\min} = \frac{v}{\Delta f},$$

где $\Delta f = f_1 - f_2$ — размер диапазона плавно изменяемых частот, применяемого в светодальномере.

Так, например, для светодальномера СТ-65, для которого $\Delta f = 3$ МГц,

$$D_{\min} = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^6} = 100 \text{ м.}$$

Для более уверенного разрешения неоднозначности регистрируют минимумы f_i и f_k , которые отстоят друг от друга на целое число n , равное

$$n = k - i. \quad (\text{XI.29})$$

В этом случае формулы (XI.25) и (XI.27) следует записать в виде

$$D_i = N_i \frac{v}{2f_1}, \quad (\text{XI.30})$$

$$D_i = (N_i + n) \frac{v}{2f_k}, \quad (\text{XI.31})$$

а для значения N_i получится выражение

$$N_i = n \frac{f_i}{f_k - f_i}. \quad (\text{XI.32})$$

Величину n определяют непосредственным подсчетом числа по формуле (XI.29) при плавном изменении частоты в диапазоне от f_i до f_k .

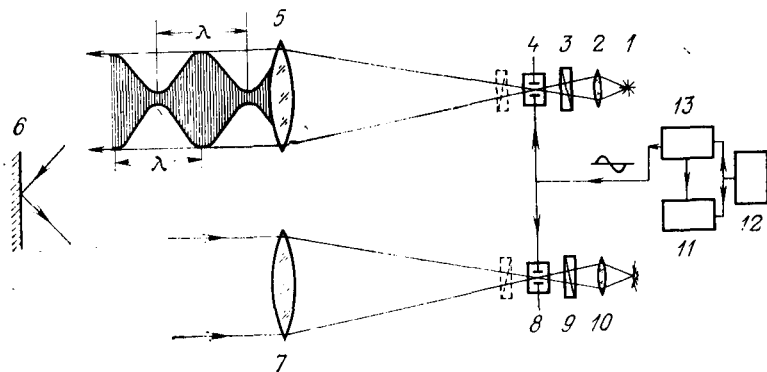


Рис. 107

Блок-схема прибора изображена на рис. 107. Расположенный в приемопередатчике источник света 1, которым служит лампа накаливания СГ-2 с точечным телом накала напряжением 6 В и потребляемой мощностью 6,5 Вт, испускает световой поток, который при помощи конденсора 2 через поляризатор 3 фокусируется в центре межэлектродного пространства конденсатора Керра 4. Поляризатор 3 и конденсатор Керра 4 являются модуляторами света. Конденсатор Керра установлен в фокусе объектива 5 передающей трубы так, что его межэлектродный зазор занимает горизонтальное положение. Плоскость поляризации поляризатора устанавливается под углом $45^\circ \pm 1^\circ$ по отношению к направлению электрических силовых линий конденсатора Керра.

С выходом конденсатора Керра модулированный световой поток при помощи объектива 5 передающей телескопической трубы направляется на отражатель 6 и, отразившись, поступает в светоприемную трубу приемопередатчика, объективом 7 которой фокусируется в центре межэлектродного пространства конденсатора Керра 8. Конденсатор Керра 8 и анализатор 9 являются демодуляторами

света (фазовым детектором). Конденсатор Керра 8 установлен в фокусе объектива так, что его межэлектродный зазор занимает вертикальное положение, т. е. перпендикулярно к межэлектродному зазору конденсатора Керра модулятора. Анализатор 9, установленный в окулярной части приемной трубы, может поворачиваться на угол $90^\circ \pm 3^\circ$.

При использовании двух ячеек Керра имеет место так называемая компенсационная схема работы модулятора и демодулятора, при которой минимумы светового потока получаются наиболее остро.

На конденсаторы Керра 4 и 8 с генератора высокой частоты 13 (ГВЧ) подаются электрические колебания высокой частоты (23,8—26,8 МГц). С выхода конденсатора Керра световой поток через анализатор 9 и окуляр 10 поступает в глаз наблюдателя. Окуляр 10 служит также для наведения приемопередатчика на отражатель.

Передающая и приемная трубы приемопередатчика жестко связаны между собой, чем обеспечивается параллельность их оптических осей.

Отсчетное устройство светодальномера состоит из оцифрованной от 1 до 1000 шкалы генератора *, нанесенной на стеклянном круге, и шкалы верньера. Шкалы рассматриваются через окуляр 10 приемной трубы. Для подсветки шкал имеется специальное устройство с кнопчным выключателем.

Электрическая часть приемопередатчика, кроме генератора высокой частоты, включает еще калибратор частоты 11 и преобразователь напряжения. Изменение частоты генератора в заданном диапазоне производится при помощи четырех переменных конденсаторов, соединенных в один общий блок с общей осью вращения роторов. Ручка управления блоком переменных конденсаторов (частота) выведена на правую сторону корпуса приемопередатчика. Калибратор частоты 11 служит для калибровки шкалы генератора высокой частоты и изменения частоты модуляции светового потока. Он состоит из двух кварцевых генераторов на 100 и 110 кГц, смесителя-детектора и усилителя низкой частоты с телефоном.

Сравнение частот ГВЧ производится с n -ми гармониками кварцевого генератора 100 кГц или с m -ми гармониками кварцевого генератора 110 кГц в смесителе-детекторе. Равенство частот $f_{\text{ГВЧ}} = nf_{100}$ и $f_{\text{ГВЧ}} = mf_{110}$ фиксируется на слух с помощью головных телефонов. Кроме того, на шкале ГВЧ имеются три кварцевые поверочные точки, в которых частоты гармоник кварцевых генераторов совпадают, т. е. $nf_{100} = mf_{110}$. Значения частот кварцевых поверочных точек и соответствующие им отсчеты по шкале генератора приводятся в паспорте светодальномера.

Измерение частоты модуляции производится посредством сравнения в смесителе-детекторе частоты генератора с k -й гармоникой разностной частоты $\Delta f_{\text{ГВ}} = 10$ кГц кварцевых генераторов.

* Шкала блока конденсаторов ГВЧ.

Для этого используются калибровочные точки шкалы ГВЧ, следующие через 10 кГц. Равенство $f_{ГВЧ} = k\Delta f_{кв}$ определяется на слух с помощью головных телефонов (по точкам нулевых биений) Сигналы звуковой частоты, поступающие с выхода смесителя-детектора, усиливаются усилителем низкой частоты.

Внешний вид приемопередатчика представлен на рис. 108. На передней стороне корпуса расположены объективы передающей 4 (рис. 108, а) и приемной 3 труб, а также разъем кабеля 2.

На левой стороне корпуса имеются электропредохранители 5, тумблер включения накала радиолампы 7, тумблер включения источ-

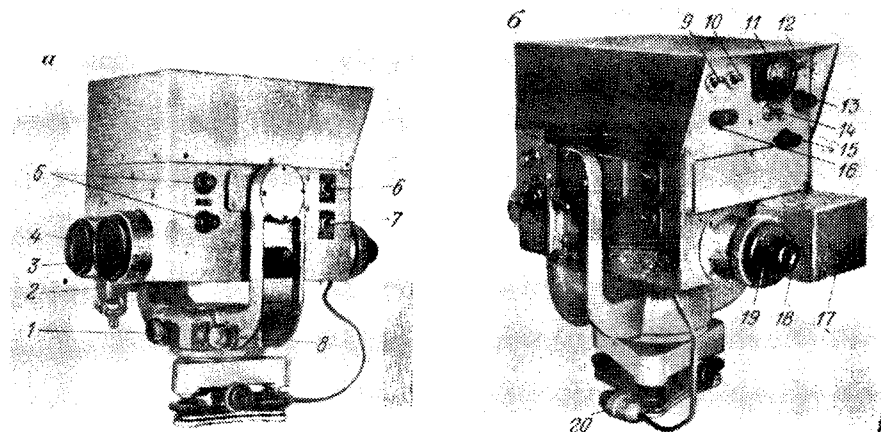


Рис. 108

ника света 6. С правой стороны расположены ручка изменения частоты, натрон лампочки подсветки, ручка регулирования яркости шкалы.

На корпусе со стороны панели управления располагаются окуляр 18 (рис. 108, б) с поворотным кольцом установки поляроида 19; рядом с окуляром находится крышка осветителя 17. На панели управления помещены тумблеры включения калибровочных точек «10 кГц» 9, «100 кГц» и «110 кГц» 10; контрольный прибор 11, тумблер включения анодного напряжения 12, гнезда включения головных телефонов 16, тумблер переключения рода работы контрольного прибора 14, ручка регулирования поляризующего напряжения 13, ручка подстройки выходного контура в резонанс 15. В нижней части корпуса имеется выключатель подсветки шкалы генератора 20.

Корпус приемопередатчика скреплен с кронштейном, который нижним концом входит в подставку прибора и закрепляется винтом. На кронштейне имеются закрепительный винт 1 (см. рис. 108, а), наводящий винт 8 для поворотов прибора в горизон-

тальной плоскости и такие же винты для поворотов прибора в вертикальной плоскости. На левой стороне кронштейна крепится цилиндрический уровень с ценой деления $30''$. В нижней части имеется лимб для ориентирования. В подставке прибора помещен оптический центрир.

Блок питания 12 (см. рис. 107) светодальномера состоит из аккумуляторной батареи и зарядного выпрямителя. Аккумуляторная батарея служит для обеспечения электропитанием через преобразователь напряжения всех цепей приемопередатчика.

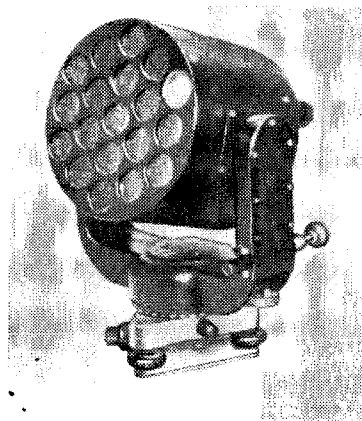


Рис. 109

Батарея состоит из десяти банок щелочного аккумулятора, соединенных последовательно. Номинальное напряжение батареи 12,6 В, емкость 22 А·ч. Аккумуляторная батарея обеспечивает непрерывную работу светодальномера в течение 6—7 ч.

Зарядный выпрямитель предназначен для заряда электроэнергией аккумуляторной батареи от сети переменного тока 220 В.

Отражатель светодальномера (рис. 109) состоит из корпуса, кронштейна и подставки. В корпусе отражателя размещена зеркально-линзовая оптическая система, состоящая из восемнадцати объективов и восемнадцати плоских зеркал, расположенных в фокусах объективов. Фокусное расстояние объективов 120 мм, световой диаметр 28 мм. Девятнадцатый объектив используется в качестве оптического визира для наведения отражателя на приемопередатчик. В поле зрения окуляра визира имеется сетка нитей.

§ 84. Поверки и исследования светодальномера СТ-65

Перед производством проверок и исследований включают приемопередатчик для приведения его в рабочее состояние, при этом действия выполняют в следующем порядке.

Кабель питания сначала подключают к приемопередатчику, затем к аккумуляторной батарее, при этом тумблеры приемопередатчика «накал» 7, «свет» 6 (см. рис. 108, а) и «анодное напряжение» 12 должны быть в положении «выключено», а тумблер переключения рода работы контрольного прибора 14 — в положении «напряжение питания». После подключения аккумулятора вольтметр должен показывать напряжение питания 12,6 В.

Далее включают накал лампы источника света тумблером 6, накал ламп генератора высокой частоты тумблером 7 и дают им

минуты три прогреться; затем включают анодное напряжение тумблером 12, а тумблер 14 переключают в положение «индикатор резонанса».

Вращением ручки «подстройка» до отклонения стрелки прибора в крайнее правое положение производят подстройку выходного контура генератора высокой частоты в резонанс с задающим каскадом.

После этих действий можно начинать работать светодальномером. Выключение светодальномера после работы производится в обратном порядке.

П о в е р к и п р и е м о п е р е д а т ч и к а

1. *Изображение тела накала источника света должно быть в центре межэлектродного пространства.* Поверку выполняют с помощью контрольного поляроида (прилагаемого к комплекту дальномера), устанавливаемого на объектив передающей трубы. Перемещение патрона лампы в нужном направлении производится юстировочными винтами.

2. *Оптические оси передающей и приемной труб должны быть взаимно параллельны.* При открытом анализаторе наводят приемопередатчик на отражатель, установленный на расстоянии 500—800 м. Наводящим винтом медленно поворачивают приемопередатчик поочередно по азимуту и по высоте, наблюдая за интенсивностью отраженного светового потока. При наблюдении условия максимальный свет будет тогда, когда изображение отражателя будет находиться в центре межэлектродного пространства конденсатора Керра. Юстировку выполняют в условиях мастерской.

3. *Плоскости поляризации поляризатора и анализатора в рабочем положении должны быть взаимно перпендикулярны.* Это условие выполняется непосредственно перед измерением расстояния до включения конденсатора Керра путем установки анализатора в такое положение, при котором в окуляре приемной трубы будет наблюдаться минимальный отраженный световой поток.

4. *Остановочный свет при индикации минимума на выходе демодулятора должен быть минимальным.* При этом условии будет наблюдаться наиболее полный (острый) минимум. Поверку выполняют в следующем порядке:

при открытом поляроиде и выключенном анодном напряжении при помощи наводящих винтов производят точную установку изображения отражателя (по отраженному свету) в зазоре конденсатора Керра;

закрывают поляроид и включают анодное напряжение; вращением ручки «частота» грубо находят минимум отраженного светового потока;

ручкой «поляризующее напряжение» изменяют величину поля поляризующего напряжения до значения, при котором остаточный свет минимума на выходе демодулятора будет наименьшим. Если при этом не удастся полностью устранить остаточный свет, его устраняют подбором диафрагмы из комплекта прибора.

5. *Ось цилиндрического уровня приемопередатчика должна быть перпендикулярна к оси вращения прибора.* Поверка выполняется таким же путем, как и аналогичная поверка в теодолите.

И с с л е д о в а н и я с в е т о д а л ь н о м е р а

1. Эталонирование кварцевых генераторов калибратора частоты. Это исследование выполняется в радиолaborатории периодически через один-два года. Кроме того, эталонирование следует произвести, если будут замечены признаки неправильной работы прибора: в трех кварцевых поверочных точках совпадения обнаружится разность частот свыше 100 Гц.

2. Калибровка шкалы генератора приемопередатчика и составление таблицы кварцевых поверочных точек. Калибровка шкалы выполняется в начале каждого полевого сезона. Она производится дважды: сначала по частоте 100 кГц, а затем по частоте 110 кГц кварцевых генераторов.

Приведя приемопередатчик в рабочее состояние, работу при калибровке шкалы через 100 кГц выполняют в следующем порядке:

а) тумблер 10 (см. рис. 108) «100—110 кГц» устанавливают в положение «100 кГц», а тумблер 9 «0—10 кГц» — в положение «0»;

б) рукояткой «частота» устанавливают отсчет по шкале генератора, примерно равный нулю;

в) вращением ручки «частота» начинают опознавать положение первой кварцевой поверочной точки. При подходе к кварцевой поверочной точке в наушниках телефона прослушивается переход звука с высоких в низкие тона до зоны «молчания». В момент «молчания» снимается отсчет по шкале генератора (с округлением до 1 деления) и записывается в специальную таблицу (табл. 19);

г) вращением ручки «частота» опознают положение второй, третьей и т. д. кварцевых поверочных точек через каждые 100 кГц (30—35 делений) по всей рабочей части шкалы генератора (от 0 до 1000). Отсчеты записывают в таблицу (см. табл. 19).

Калибровку шкалы генератора по частоте кварцевого генератора 110 кГц производят в таком же порядке, но при этом тумблер 10 устанавливают в положение «110 кГц», а тумблер 9 остается в положении «0». Отсчеты (они должны следовать примерно через 34—39 делений) также записывают в таблицу.

В трех кварцевых поверочных точках совпадения отсчеты по шкале генератора должны быть одинаковыми или отличаться не более одного деления.

Результаты калибровки шкалы генератора сравниваются с соответствующими отсчетами, имеющимися в таблице паспорта светодальномера. В случае различия соответствующих отсчетов на ± 30 делений и более (100 кГц и более) необходимо в условиях мастерской произвести подстройку диапазона.

3. Определение постоянной поправки светодальномера. Постоянная поправка светодальномера C состоит из суммы двух величин: C_1 — поправки за несовпадение точки приемопередатчика, от

Т а б л и ц а 19

№ п/п	100 кГц		№ п/п	110 кГц	
	Отсчет	Частота		Отсчет	Частота
1	121	24 000	1	110	23 980
2	156	24 100	2	145	24 090
3	184	24 200	3	184	24 200
4	214	24 300	4	218	24 310
5	245	24 400	5	251	24 420
6	275	24 500	6	284	24 530
7	306	24 600	7	318	24 640
8	336	24 700	8	352	24 750
9	364	24 800	9	386	24 860
10	394	24 900	10	420	24 970
11	424	25 000	11	453	25 080
12	456	25 100	12	486	25 190
13	489	25 200			
14	521	25 300	13	521	25 300
15	549	25 400	14	552	25 410
16	579	25 500	15	584	25 520
17	610	25 600	16	618	25 630
18	638	25 700	17	650	25 740
19	658	25 800	18	684	25 850
20	698	25 900	19	717	25 960
21	727	26 000	20	750	26 070
22	758	26 100	21	784	26 180
23	790	26 200	22	818	26 190
24	820	26 300			
25	851	26 400	23	851	26 400
26	880	26 500	24	885	26 510
27	910	26 600	25	917	26 620
28	939	26 700	26	953	26 730
29	970	26 800	27	984	26 840

которой отсчитывается разность фаз, с точкой, которая располагается над центром геодезического знака, и C_2 — поправки за несовпадение отражающих поверхностей зеркал с осью вращения отражателя, проходящей через центр знака. Поправка C определяется измерением по рабочим чертежам прибора и приводится в паспорте светодальномера, но при эксплуатации прибора ее проверяют в начале и конце полевого сезона. Для определения ее величины необходимо иметь контрольные базисы числом не менее восьми и длиной от 0,3 до 1 км, измеренные с точностью не ниже 1 : 100 000. Измерение базисов светодальномером выполняется 16 полными программами в различных условиях видимости. Величина C определяется из выражения

$$C_i = s_{6_i} - s_{л_i},$$

где s_{6_i} — горизонтальное проложение базиса; $s_{л_i}$ — горизонтальное проложение линии, измеренной светодальномером (без постоянной поправки из паспорта прибора).

Из всех полученных значений берется среднее

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n (s_{\theta_i} - s_{\lambda_i})}{n}.$$

Проверка отражателя

1. *Ось цилиндрического уровня должна быть перпендикулярна к оси вращения отражателя.*

Проверка выполняется обычным порядком.

2. *Крест сетки нитей визира должен совпадать с изображением центра объектива передающей трубы в момент фиксирования максимума отраженного света в приемопередатчике.*

Установив приборы друг от друга на расстоянии 500—700 м, оператор отражателя (по сигналам наблюдателя) перемещает его с помощью наводящих винтов по горизонтали и вертикали. При фиксировании наблюдателем максимального отраженного света проверяется положение креста сетки нитей. В случае несоблюдения условия исправительными винтами выполняется юстировка сетки нитей.

§ 85. Измерение расстояний светодальномером СТ-65

Приемопередатчик и отражатель с помощью уровня и оптического центраира устанавливают над точками, между которыми будет измеряться расстояние. Приводят приемопередатчик в рабочее положение. После этого взаимно ориентируют приборы так, чтобы изображение отражателя находилось в центре межэлектродного пространства конденсатора Керра приемопередатчика. Затем устанавливают анализатор в рабочее положение и приступают к измерениям.

Измерение линии начинают с подсчета числа минимумов, укладываемых в диапазоне от 0 до 1000 делений на шкале генератора. Для этого ручкой «частота» плавно изменяют частоту генератора (в сторону увеличения отсчета) до получения на выходе модулятора минимума светового потока. Поворотом ручки «поляризующее напряжение» по часовой стрелке добиваются наиболее полного (острого) минимума. После этого, вращая ручку «частота», производят подсчет числа минимумов. При наступлении минимальной яркости отражателя (включая подсветку шкалы генератора) берут отсчеты (*I*) (табл. 20), которые записывают в журнал измерений, указывая также порядковый номер минимума.

Число наблюдаемых минимумов зависит от длины измеряемой линии: на линиях до 200 м наблюдаются 2 минимума, от 200 до 1000 м — 4 минимума, свыше 1000 м — 6—10 минимумов.

По результатам счета минимумов в соответствии с принятой методикой наблюдений составляется программа наблюдений (табл. 21).

Журнал измерения линии светодальномером СТ-65

Светодальномер СТ-65 № 30

Измеряемая линия ПЗЗ—ПЗ4.

Точка стояния ПЗЗ.

Дата 14/IV 1977 г. Время 10 ч 00 мин

Погода: ясно, слабый ветер. Условия видимости: изображения спокойные

Температура +10 °С. Давление 756 мм рт. ст. (1008 ГПа).

Высота дальности 1,76 м, отражателя 1,78 м

Наблюатель: А. К. Зорин
Вычислитель: Т. М. Абрамова

Наименование наблюдений и вычислений	Наблюдения минимумов (отсчеты по шкале генератора) (4)										Подсчет числа минимумов	
	М	С	М	С	М	С	М	С	Среднее	№ п/п	Отсчеты по шкале генератора (1)	
Минимум 1	162	170	164	171						1	167	
	162	173	160	171						2	268	
	161	172	163	171						3	367	
	162	170	162	172						4	449	
	160	170	160	168						5	506	
Среднее (6)	161,4	171,0	161,8	170,6					166,2	6	596	
Кварц 100 кГц (2)	160,5		Кварц 10 кГц (3)	160,5	164,3	168,3	172,3			7	688	
			Кварц 10 кГц (5)		164,5	168,7	172,7			8	777	
Среднее			Среднее (7)		164,4	168,5	172,5			9	886	
Частота $f_{\text{кп}}$ (8)	24 100		Частота f (9)	24 100	24 110	24 120	24 130	Частота f_1 (10)	24 114,4	10	972	

Таблица 21

Пределы измеряемых расстояний, км	Число наблюдае- мых минимумов	Количество индикаций (отсчетов) при наблюдении каж- дого минимума	Точность отсчиты- вания по шкале генератора (в делениях шкалы)
0,1—0,2	2	40	1
0,2—1,0	4	20	1
Свыше 1,0	10	8	0,1
	(по 5 на краях диапазона)		

После этого выполняют наблюдения каждого выбранного минимума в следующем порядке.

1. Производится опознавание калибровочной точки, кратной 100 кГц, ближайшей к выбранному для наблюдения минимуму. Для этого тумблер 10 устанавливают в положение «100 кГц». Вращением ручки «частота» по нулевым биениям, прослушиваемым с помощью головного телефона, устанавливают и берут отсчет (2) (см. табл. 20) на младшую М или старшую С ближайшие к минимуму калибровочные точки, кратные 100 кГц. Отсчет записывают в строку «Кварц 100 кГц».

2. Производится калибровка шкалы через 10 кГц от выбранной калибровочной точки, кратной 100 кГц; для этого переключают тумблер 9 в положение «10 кГц» и с помощью головных телефонов прослушивают точки нулевых биений. Отсчеты (3) (с округлением до 0,1 деления) записывают в строку «Кварц 10 кГц».

3. Производят наблюдение первого выбранного минимума необходимым количеством (см. табл. 21) индикаций минимума, т. е. количеством отсчетов по шкале генератора. Первый отсчет М берется при подходе к минимуму со стороны младших отсчетов (как бы слева), второй С — со стороны старших (как бы справа), третий М — со стороны младших отсчетов, четвертый С — со стороны старших и т. д. Отсчеты (4) записывают в журнал в графы наблюдения минимумов.

4. Производится повторная калибровка шкалы через 10 кГц — отсчеты (5). С целью исключения влияния люфта ручки «частота» на отсчеты калибровку шкалы производят в обратном порядке по отношению к первоначальной калибровке. При расхождении отсчетов (3) и (5) двух калибровок более чем на одно деление наблюдения минимумов повторяют.

В таком же порядке производят наблюдение остальных выбранных для измерения расстояний минимумов.

При наблюдении минимумов измеряют температуру воздуха термометром-пращом и давление — барометром-анероидом. Образец записи в полевом журнале при наблюдении одного (первого выбранного) минимума приведен в табл. 20. Запись отсчетов на других выбранных минимумах производят в таком же порядке.

§ 86. Вычисление расстояний, измеренных светодальномером СТ-65

Вычислительная обработка журнала измерений. В журнале измерений для каждого минимума производят вычисления, указанные номерами (6)—(10).

Из отсчетов по шкале генератора (4) (младших и старших) вычисляют средние значения (6), из которых затем получают окончательное (среднее) значение (166,2).

Максимальное расхождение между средними значениями минимума в парах отсчетов не должно превышать:

для $D < 200$ м — 18 делений шкалы		
» $D < 400$ м — 9	»	»
» $D < 600$ м — 6	»	»
» $D < 800$ м — 5	»	»
» $D < 1000$ м — 4	»	»
» $D < 1500$ м — 3	»	»
» $D > 2000$ м — 1	»	»

Из отсчетов (3) и (5) калибровочных точек через 10 кГц вычисляют средние значения (7).

Из таблицы кварцевых поверочных точек 100 кГц (см. табл. 20) в строку «частота $f_{\text{квт}}$ » (8) выписывают значения частоты, соответствующей отсчету, ближайшему по величине к отсчету (2); в данном случае частотой кварцевой поверочной точки $f_{\text{квт}}$ будет частота 24 100, соответствующая отсчету 156, ближайшему к отсчету 160,5.

Находят значения частот (9) соответствующих кварцевых точек, кратных 10 кГц, путем прибавления к частоте кварцевой поверочной точки $f_{\text{квт}}$ (8) последовательно 10 кГц, т. е. $24\ 100 + 10 = 24\ 110$; $24\ 100 + 20 = 24\ 120$ и т. д.

Путем линейного интерполирования вычисляют частоту первого минимума (10), соответствующую среднему отсчету 166,2. Частота $f_1 = 24\ 110 + 4,1 = 24\ 114,1$ кГц.

В таком же порядке находят частоты и остальных наблюдаемых минимумов.

Вычисление длины линии. Сначала для каждого минимума вычисляют расстояние D_i по формуле (XI.30), для которой значения N_i определяют по выражению (XI.32). Величины N_i округляют до их теоретического значения, равного целому числу волн плюс полволны. Вычисленные значения N_i могут отличаться от теоретических не более чем на 0,3. Предельное расхождение между расстояниями D_i не должно превышать: 5 см при расстояниях 0,1—0,5 км, 6 см при расстояниях 0,5—2,0 км, 7 см при расстояниях свыше 2,0 км. Из значений D_i определяют среднее значение $D_{\text{ср}}$.

Окончательную длину измеренной линии получают суммированием величины $D_{\text{ср}}$ и поправок: постоянной поправки светодаль-

номера C и поправок за учет метеорологических факторов (давления δD_P , температуры δD_t и влажности δD_e). Горизонтальное проложение s измеренной линии будет равно измеренному значению минус поправка за наклон местности δD_h :

$$s = D_{\text{ср}} + C + \delta D_P + \delta D_t + \delta D_e - \delta D_h. \quad (\text{XI.33})$$

Поправки в измеренное расстояние за учет метеорологических факторов вводятся по следующей причине. Скорость света в атмосфере определяется по формуле (XI.3), для которой необходимо знать показатель преломления n воздуха по линии распространения световых волн, который зависит от плотности воздуха, характеризующейся в каждый момент времени его температурой t , давлением P и влажностью e .

На практике в целях упрощения вычислений пользуются некоторым стандартным значением скорости $v_{\text{ст}}$, соответствующим принятым определенным метеорологическим условиям атмосферы: t_{const} , P_{const} и e_{const} . С учетом сказанного первое слагаемое, входящее в формулу (XI.23) для вычисления расстояний, можно представить в виде

$$D' = N \frac{v}{2f} = N \frac{v_{\text{ст}} + \delta v_t + \delta v_P + \delta v_e}{2f} = N \frac{v_{\text{ст}}}{2f} + N \frac{\delta v_t}{2f} + N \frac{\delta v_P}{2f} + N \frac{\delta v_e}{2f}, \quad (\text{XI.34})$$

где $v_{\text{ст}}$ — стандартная скорость света; δv_t , δv_P , δv_e — поправки к скорости света за отклонение температуры, давления и влажности воздуха от принятых.

Введем обозначения

$$D_{v_{\text{ст}}} = N \frac{v_{\text{ст}}}{2f}; \quad \delta D_t = N \frac{\delta v_t}{2f}; \quad \delta D_P = N \frac{\delta v_P}{2f};$$

$$\delta D_e = N \frac{\delta v_e}{2f},$$

с учетом которых формулу (XI.34) можно написать

$$D' = D_{v_{\text{ст}}} + \delta D_t + \delta D_P + \delta D_e. \quad (\text{XI.35})$$

Значения поправок δD_t , δD_P и δD_e обычно вычисляют по формулам

$$\delta D_t = K_t \frac{D'}{100}; \quad \delta D_P = K_P \frac{D'}{100}; \quad \delta D_e = K_e \frac{D'}{100}, \quad (\text{XI.36})$$

в которых K_t , K_P , K_e — коэффициенты, учитывающие изменение скорости света $v_{\text{ст}}$ за счет реальных метеорологических условий.

В качестве стандартной скорости принимают скорость света, вычисленную для $t = +12^\circ$, $P = 984$ ГПа и равную $v_{\text{ст}} = 299\,708,6$ км/с. Значения δD_t и δD_P выбирают по аргументам f , t и P из таблиц, прилагаемых к комплекту светодаляномера. Поправку δD_e по малости не учитывают (следует иметь в виду, что

для линий длиной до 1 км поправки δD_i и δD_p также вследствие их малости можно не учитывать). Для вычисления поправки δD_h получают h — разность высот точек стояния дальномера и отражателя над уровнем моря с учетом высот знаков.

Пример на вычисление длины линии, измеренной светодальномером СТ-65, приводится ниже.

Пример. Вычислить горизонтальное проложение линии ПЗ.12—ПЗ.13, измеренной светодальномером СТ-65 № 30. Измеренные линии выполнены на 3, 5, 7 и 9 минимумах, для которых были получены соответствующие частоты: $f_3 = 24\,614,0$ кГц, $f_5 = 25\,110,0$ кГц, $f_7 = 25\,603,3$ кГц, $f_9 = 26\,098,6$ кГц. Температура воздуха равна $t = +15^\circ\text{C}$, давление $P = 989$ ГПа. Постоянная поправка дальномера $C = -0,210$ м. Превышение $h = -1,54$ м.

Вычисления выполняются в табл. 22.

Т а б л и ц а 22

№ минимума	Частота f , кГц	Разность частот Δf_{k-i}	$n = k - i$	Число N		D , м
				вычисленное	округленное	
1	2	3	4	5	6	7
3	24 614,0	989,3	$7 - 3 = 4$	99,55	99,5	605,773
5	25 110,0	988,6	$9 - 5 = 4$	101,60	101,5	605,752
7	25 603,3	493,3	$7 - 5 = 2$	103,80	103,5	605,780
9	26 098,6	1484,6	$9 - 3 = 6$	105,48	105,5	605,772
					$D_{ср}$	605,769

Поправку δD_h вычисляют по формуле

$$\delta D_h = -\frac{h^2}{2D} = -\frac{1,54^2}{2 \cdot 606} = -0,002 \text{ м};$$

$$s = 605,765 - 0,210 - 0,002 = 605,557 \text{ м}.$$

§ 87. Светодальномер КДГ-3 (СМ-3)

Квантовый дальномер геодезический КДГ-3 * относится к малым точным светодальномерам, предназначенным для измерения линий в полигонометрических ходах 4 класса, 1 и 2 разрядов, а также и при других инженерно-геодезических работах. Светодальномером можно измерять расстояния от 200 м до 2 км со средней квадратической ошибкой $(3 + 2 \cdot 10^{-6}D)$ см.

Основные технические характеристики светодальномера КДГ-3

Время измерения одной линии 10 мин
 Диапазон рабочих температур воздуха От -40 до $+50^\circ\text{C}$
 Предельный угол наклона измеряемой линии 15°

* Светодальномер КДГ-3 был переименован в СМ-3.

Фиксированные частоты модуляции	$f_1 = 30,0 \text{ МГц}$ $f_2 = 29,9 \text{ МГц}$ $f_3 = 27,0 \text{ МГц}$
Напряжение источника питания (постоянное)	12 В
Потребляемая мощность	Порядка 5 Вт
Масса приемопередатчика	12 кг
Общая масса всего комплекта прибора (в упаковке)	85 кг

В комплект светодальномера входят приемопередатчик, два отражателя, два блока питания (аккумулятора), три штатива, два соединительных кабеля, три оптических центра ОДО, термометр-пращ, комплект запасных частей и, по требованию заказчика, барометр и зарядное устройство.

Светодальномер КДГ-3 является фазовым светодальномером с фотоэлектрической индикацией разности фаз. В качестве источника излучения в дальномере используется полупроводниковый излучатель (светодиод) из арсенида галлия. Электронная схема прибора выполнена на полупроводниковых элементах.

Разрешение неоднозначности в светодальномере осуществляется по способу фиксированных частот. Для пояснения этого способа рассмотрим сначала такой пример.

Допустим, что некоторая линия измеряется мерными лентами длиной 20 и 24 м. Разность остатков при этом будет зависеть от числа уложений лент: при одном уложении она будет равна 4 м, при двух — 8 м и т. д. При шести уложениях 20-метровой ленты и пяти уложениях 24-метровой ленты разность остатков будет равна нулю. При дальнейшем уложении лент разности снова будут повторяться: 4 м, 8 м, ..., 0; разность остатков, равная нулю, будет повторяться периодически через 120 м. Если длина линии будет приближенно известна (с ошибкой, меньшей 60 м), то число уложений можно определить по разности полученных остатков.

Например, для некоторого расстояния, измеренного указанными лентами, получены уравнения

$$D = N20 + 15,32,$$

$$D = N24 + 3,32;$$

решая их, находим, что число уложившихся лент N будет 3.

Аналогичные измерения длины линии можно выполнить и светодальномером.

Расстояние, измеренное светодальномером КДГ-3, может быть получено по формуле (XI.21), которую с учетом (XI.22) можно записать в виде

$$D = N \frac{\lambda}{2} + \frac{\varphi_0 - \varphi}{2\pi} \frac{\lambda}{2}, \quad (\text{XI.37})$$

где $\frac{\varphi_0 - \varphi}{2\pi} = \Delta N$; φ_0 — фаза сигнала нулевого отсчета (опорного сигнала); φ — фаза отраженного сигнала.

Предположим, что длину некоторой линии D также измерили дважды: один раз на частоте f_1 с длиной волны λ_1 , а другой раз на частоте f_2 с длиной волны λ_2 . Для этих измерений согласно (XI.24) можно написать

$$\left. \begin{aligned} D &= N_1 \frac{\lambda_1}{2} + \Delta N_1 \frac{\lambda_1}{2}, \\ D &= (N_1 + n) \frac{\lambda_2}{2} + \Delta N_2 \frac{\lambda_2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XI.38})$$

Решая эти уравнения относительно N_1 , получим

$$N_1 = \frac{n\lambda_2 + \lambda_2\Delta N_2 - \lambda_1\Delta N_1}{\lambda_1 - \lambda_2}. \quad (\text{XI.39})$$

Подставив найденное значение N_1 в первую формулу (XI.38), можно определить

$$D = n \frac{\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_1 - \lambda_2)} + \frac{\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_1 - \lambda_2)} (\Delta N_2 - \Delta N_1). \quad (\text{XI.40})$$

Однако при этом величина n остается неизвестной. Чтобы ее определить, в формулу (XI.40) вместо D подставляют приближенное значение D' и находят n .

Обозначим сначала $\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$ через Λ_{1-2} и будем называть ее длиной волны колебаний разностной частоты. Из формулы (XI.40) получим

$$n = \frac{2D' - \Lambda_{1-2} (\Delta N_2 - \Delta N_1)}{\Lambda_{1-2}}. \quad (\text{XI.41})$$

Для того чтобы определить по формуле (XI.41) величину n с ошибкой, равной единице, приближенное расстояние D' должно быть заранее известно с ошибкой, не превышающей четверти волны колебаний разностной частоты, т. е.

$$|\Delta D| < \left| \frac{\Lambda_{1-2}}{4} \right|.$$

Так, например для $\lambda_1 = 30$ м и $\lambda_2 = 29,5$ м искомое расстояние должно быть заранее приближенно известно с ошибкой

$$|\Delta D| < \frac{30 \cdot 29,5}{(30 - 29,5) 4} = 442 \text{ м.}$$

Наличие в светодальномере третьей частоты f_3 , близкой к f_1 , дает возможность использовать приближенное расстояние, известное с ошибкой в несколько километров.

Таким образом, для разрешения неоднозначности пользуются формулами (XI.41) и (XI.39). Для вычисления точного расстояния используют первую из формул (XI.38), в которую подставляют соответствующим образом округленное значение N .

Блок-схема прибора изображена на рис. 110. Высокочастотное напряжение, вырабатываемое генератором высокой (масштабной) частоты 13, подается на полупроводниковый светодиод 1 инфракрасного излучения ($\lambda = 0,9$ мкм).

Светодиод излучает модулированный * по амплитуде световой сигнал, который светоделительным зеркалом 2 и объективом приемопередатчика 3 параллельным пучком направляется на отражатель 4. Отраженный световой сигнал тем же объективом 3 собирается в сходящийся пучок лучей и вновь проходит зеркало 2 и далее оптической системой, состоящей из линз 5 и 7 и второго

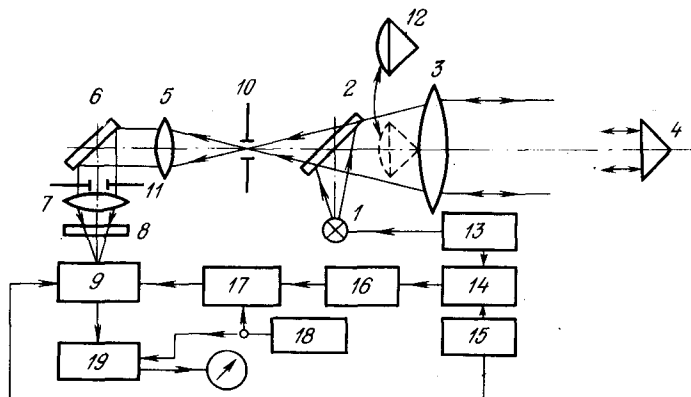


Рис. 110

светоделительного зеркала 6, через интерференционный светофильтр 8 направляется на катод фотоэлектронного умножителя ** (ФЭУ) 9. Полевая диафрагма 10 ограничивает поле зрения, а апертурная 11 позволяет изменять количество света, падающего на катод ФЭУ.

При помощи включающего оптического блока нулевого отсчета 12 с оборачивающей системой световой поток, прошедший светоделительное зеркало 2, может быть направлен сразу на катод ФЭУ.

Напряжение от генератора высокой частоты 13 поступает в смеситель 14. На этот же смеситель подается напряжение от вспомогательного кварцевого генератора (гетеродина) 15, частота которого отличается на 100 кГц от частоты основного генератора. Образованное на выходе смесителя напряжение разностной частоты 100 кГц (опорное напряжение) через фазовращатель 16 поступает на коммутатор фазы 17 и далее на накладной управляющий электрод ФЭУ, расположенный снаружи на его прозрачном катоде. При помощи коммутатора фаза опорного напряжения с низкой

* В светодиоде под воздействием тока высокой частоты осуществляется внутренняя модуляция светового потока до выхода его из источника излучения.

** Назначение ФЭУ — преобразовывать лучистую энергию в электрическую и усиливать ее.

частотой (1 кГц) изменяется на 180° . Необходимое для его работы электрическое напряжение получается в устройстве 18.

На второй управляющий электрод у катода ФЭУ одновременно поступает напряжение от гетеродина 15. В результате смешения фототока, получаемого под действием отраженного светового потока, и высокочастотного гетеродина в фотоумножителе появляется фототок, пульсирующий с разностной частотой 100 кГц. При этом фаза его зависит от расстояния, пройденного световым потоком. Этот сигнал после усиления поступает в синхронный детектор 19. На этот же детектор поступает электрическое напряжение от устройства 18. Ток с выхода синхронного детектора направляется в стрелочный индикатор.

Для определения изменения фазы отраженного сигнала по отношению к фазе опорного напряжения используется фазовращатель 16, при помощи которого можно довести разность фаз между опорным и отраженным сигналами до 90 или 270° . Для повышения точности сравнения фаз фаза опорного сигнала коммутатором фазы 17 периодически с частотой 1 кГц меняется на 180° . В результате этой коммутации в выходном токе фотоумножителя появляется составляющая, имеющая частоту 1 кГц, амплитуда которой зависит от разности фаз. При разности фаз 90 или 270° амплитуды будут минимальны. Момент достижения указанной выше разности фаз оценивается по нуль-индикатору, показания которого в этот момент будут равны нулю.

Для исключения некоторых погрешностей фазовращателя в опорный тракт введена фазосдвигающая цепочка. При включении ее вводится дополнительный сдвиг примерно на 90° .

Для разрешения неоднозначности применены три масштабные частоты: 30 МГц; 29,9 МГц и 27 МГц. Вспомогательный генератор генерирует колебания с частотами, отличающимися от масштабных на 100 кГц. Для получения каждой из частот имеется свой кварцевый резонатор.

Соответствующий нулевому показанию индикатора отсчет по фазовращателю зависит от оптического пути, пройденного световым потоком. Разности двух отсчетов, полученных при световом потоке, прошедшем оптический путь нулевого отсчета и при измерении расстояния (на каждой из трех частот модуляции света), позволяют получить искомое расстояние.

Оптическая система светодальномера КДГ-3 — однотрубная, зеркально-линзовая. Она состоит из трех основных частей, включающих приемопередающую систему, визирную систему и систему нулевого отсчета.

Основным узлом приемопередающей системы является зеркально-линзовый объектив, обеспечивающий высокое качество изображения бесконечно удаленной точки на главной оптической оси — требование, которое связано с малыми размерами излучателя. Разделение посланного и принятого сигналов происходит

на светоделительном зеркале, выполненном в виде чередующихся прозрачных и зеркальных полос.

Для наведения на отражатель имеется возможность приемную оптическую систему использовать как зрительную трубу. Для этого применяется объектив приемопередающей системы и имеется сетка с разрывами штрихов в центре, расположенная в фокальной плоскости объектива.

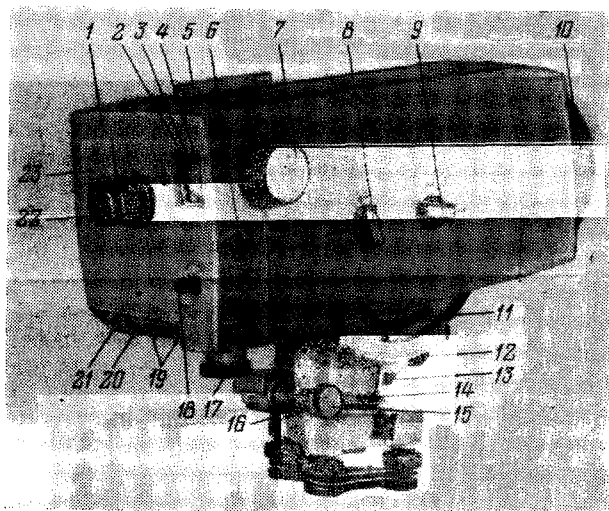


Рис. 111

С помощью системы нулевого отсчета отраженный светоделительным зеркалом световой поток попадает на блок нулевого отсчета.

Оптический путь нулевого отсчета называют еще оптическим коротким замыканием, а оптическую систему нулевого отсчета — линией оптического короткого замыкания (ОКЗ).

Кроме перечисленных выше основных частей, в оптической системе светодальномера имеется еще система подсветки излучателя.

Внешний вид светодальномера представлен на рис. 111. На передней стороне прибора располагается объектив 10 приемопередающей оптической системы. С правой стороны прибора помещен переключатель «частота» (на рис. 111 не виден) на три положения I, II, III, соответствующих частотам f_1 , f_2 и f_3 . С левой стороны имеются ручка фазовращателя 7, ручка управления 9, имеющая два положения «нуль-визир» и «дистанция», ручка управления 8, имеющая также два положения — «визир» и «измерение», тумблер 6 «грубо-точно».

На панели управления 1 расположены окуляр визирной системы 22, шкала контрольного прибора 2 для контроля электрических цепей, шкала нуль-индикатора 3, шкала фазовращателя 4, ручка оптимизации сигнала 18, принимаемого ФЭУ. За откидной крышкой 23 помещены юстировочные элементы схемы «баланс», «ток изл.», «ток ФЭУ», гнезда Г1, Г2, Г3. В нижней части имеются тумблеры «питание» 21, «фаза 0 — фаза 90» 20, «подсвет шкал» 19, ручка переключателя «контроль» 17.

На верхней стороне имеются визир 5 и складная ручка, служащая для переноски прибора.

Для поворотов дальномера в вертикальной плоскости (на $\pm 15^\circ$) имеются поворотное устройство 11, зажимной винт 13 и наводящий винт 12. Поворот по азимуту осуществляется в пределах 360° с помощью поворотного устройства 14, наводящего 15 и зажимного 16 винтов. Зажимные и наводящие винты соосны. Точность отсчета углов по соответствующим шкалам $20'$.

Блок питания с аккумуляторной батареей напряжением 12 В размещен в упаковочном ящике. Блок питания соединяется с приемопередатчиком при помощи кабеля.

О т р а ж а т е л ь с с в е т о - д а л ь н о м е р а . Зеркально-линзовый отражатель (рис. 112) изготовлен в виде одного блока, в металлическом корпусе которого размещены линзы-зеркала Манжена. Сверху корпус покрыт защитным стеклом с нанесенными на нем зеркальными кружками диаметром 4 мм. Зеркальные кружки защитного стекла совмещены с фокальными плоскостями, в которых линзами отражателя собирается излучение, идущее от дальномера. Лучи, отраженные от зеркал, собираются линзами-зеркалами Манжена и передаются в направлении приемопередатчика.

Отражатель может поворачиваться вокруг вертикальной оси на 360° и вокруг горизонтальной оси на $\pm 15^\circ$.

Наведение отражателя на приемопередатчик производится с помощью оптического визира.

Могут применяться также трипельпризменные отражатели, состоящие из трех смежных блоков с отражающей поверхностью размером $210 \times 490 \text{ мм}^2$. Нижний и верхний блоки могут сниматься. Каждый блок включает 28 трипельпризм, наклеенных с внутренней стороны стеклянной пластины.

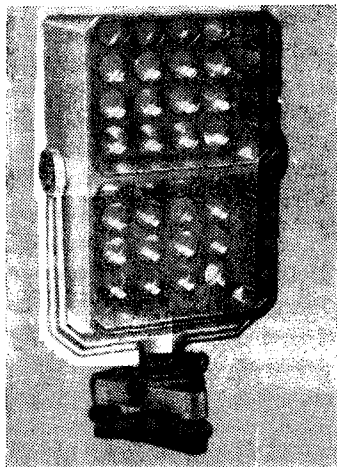


Рис. 112

§ 88. Поверки и исследования светодальномера КДГ-3

Основной поверкой светодальномера является поверка электрических цепей. Она выполняется перед началом измерения каждой линии.

Приемопередатчик и отражатель устанавливают на концах измеряемой линии, центрируют и взаимно ориентируют. Приемопередатчик при помощи кабеля подключают к аккумулятору и готовят прибор к выполнению поверки, которая состоит из следующих действий.

В приемопередатчике устанавливают тумблер «питание» в положение «выкл.», тумблер «грубо-точно» — в положение «грубо», переключатель «контроль» — в положение «12 В», переключатель «частота» — в положение I (первая частота) и тумблер «подсветка шкал» — в положение «выключено» (при работе в дневное время).

На блоке питания устанавливают переключатель «термостат» при температуре выше 0° в положение НП (нормальный прогрев), при температуре ниже 0° — в положение УП (ускоренный прогрев); тумблер «рабочий режим» — заряд» на том же блоке ставят в положение «рабочий режим».

Открывают дверцу на панели управления приемопередатчика и повертывают ручки: «ток ФЭУ» против часовой стрелки до упора, «ток изл.» по часовой стрелке до среднего положения.

Устанавливают ручку «нуль; визир-дистанция» в положение «нуль», а ручку «визир-измерение» — в положение «измерение». Повертывают ручку оптимизации сигнала по часовой стрелке до упора (при этом выводится полностью апертурная диафрагма).

После такой подготовки производят контроль, заключающийся в проверке работы отдельных узлов электрических цепей прибора по наблюдениям индикатора, а также в установлении его показаний в допустимых пределах при выполнении ряда операций, которые производят в определенной последовательности.

1. Включают тумблер «питание». Показание индикатора должно быть в пределах цветной метки.

2. Переключатель «контроль» устанавливают в положение «ток излучателя» (ИЗ); вращением ручки «ток изл.» стрелку индикатора устанавливают в пределах цветной метки.

3. Переключатель «контроль» устанавливают в положение «ток ФЭУ» (ТФ); вращением ручки «ток ФЭУ» устанавливают стрелку индикатора точно по цветному штриху.

4. Переключатель «контроль» устанавливают в положение «ток общий» (ТО). Показание индикатора должно быть в пределах цветной метки.

5. Переключатель «контроль» устанавливают в положение «ток термостата» (ТТ). Показание индикатора должно быть не ниже 50% шкалы.

6. Переключатель «контроль» устанавливают в положение «модуляция» (МО). Переключатель «частота» устанавливают пооче-

редно в положения I, II, III для проверки уровня модуляции. Показания индикатора во всех случаях должны быть не ниже цветной метки.

7. Переключатель «контроль» устанавливают в положение «промежуточная частота» (ПЧ); переключатель «частота» устанавливают в положение I. Показание индикатора должно быть не ниже цветной метки. Тумблер «фаза 0-фаза 90» переключают в положение «фаза 90» и измеряют уровень напряжения. Показание индикатора не должно отличаться более чем на 0,5 деления шкалы.

То же самое повторяют на частотах II и III. Ручку «визир-измерение» устанавливают в положение «измерение», а ручку «нуль»; визир-дистанция» — в положение «нуль».

8. Переключатель «контроль» устанавливают в положение «ИН». Поворотом ручки фазовращателя добиваются максимального отклонения стрелки индикатора (стрелка должна отклоняться не менее чем на 70% шкалы).

9. Тумблер «грубо-точно» устанавливают в положение «точно», а переключатель «частота» — в положение I. Ручкой потенциометра «баланс» при одновременном вращении ручки фазовращателя добиваются, чтобы разность между нулевыми отсчетами ($\varphi \pm 180^\circ$) отличалась от 180° не более чем на 2° .

После этого электрическая часть прибора к работе готова.

И с с л е д о в а н и я с в е т о д а л ь н о м е р а . 1. Эталонирование частоты кварцевого генератора. Эталонирование выполняется с помощью частотомеров в радиолaborатории один раз в 3—6 месяцев.

2. Определение постоянной поправки светодальномера. Величина постоянной поправки приводится в паспорте прибора. При эксплуатации дальномера постоянную поправку целесообразно проверять в начале и конце полевого сезона.

На геодезическом базисе длиной около 400 м, измеренном с относительной средней квадратической ошибкой не более 1 : 200 000, от одного из его концов размечают восемь точек, расположенных друг от друга на расстоянии $0,6 \text{ м} \pm 0,5 \text{ см}$. Отрезки измеряют рулеткой с точностью до 1—1,5 мм.

Постоянную поправку S определяют на полученных девяти линиях (включая базис) как среднее из разностей между известной длиной s_0 и длиной, измеренной светодальномером, s_{λ_i} .

§ 89. Измерение расстояний светодальномером КДГ-3

Расстояния светодальномером КДГ-3 можно измерять по двум программам. При измерении по первой программе в качестве измерительных частот используются $f_1 = 30 \text{ МГц} \left(\frac{\lambda}{2} \approx 5 \text{ м} \right)$, $f_1 - f_2 = 3 \text{ МГц} \left(\frac{\lambda_{1-2}}{2} \approx 50 \text{ м} \right)$ и $f_1 - f_3 = 100 \text{ кГц} \left(\frac{\lambda_{1-3}}{2} \approx 1500 \text{ м} \right)$. Измерение на разностных частотах производится с целью разрешения неоднозначности в определении расстояния в пределах 1500 м.

Частота f_1 является точной масштабной частотой, позволяющей определить добавку $\frac{\lambda_1}{2} \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$ к расстоянию, полученному при разрешении неоднозначности на частотах $f_1 - f_2$ и $f_1 - f_3$.

При измерении расстояний по второй программе все три частоты f_1 , f_2 , f_3 являются точными масштабными частотами. Измерение расстояний на частотах f_2 и f_3 выполняют аналогично измерениям на частоте f_1 . Искомое расстояние получают как среднее из расстояний, вычисленных по частотам f_1 , f_2 и f_3 . Вторая программа обеспечивает более высокую точность измерений.

На концах измеряемой линии устанавливают приемопередатчик и отражатель на штативы с подставками, предварительно центрированными над точками с помощью оптических центриров. Приемопередатчик подключают к блоку питания. С помощью визиров приемопередатчик и отражатель взаимно наводят друг на друга. Для этого ручку «нуль; визир-дистанция» ставят в положение «визир-дистанция», а ручку «визир-измерение» — в положение «визир». Наблюдая в окуляр визира, совмещают крест нитей сетки с геометрическим центром отражателя.

Производят проверку электрических цепей в последовательности, указанной в § 88.

Убедившись, что прибор работает нормально, производят окончательное наведение приемопередатчика на отражатель с помощью визирной системы прибора, фиксируя момент точного наведения по показаниям индикатора. Для этого ручку «визир-измерение» ставят в положение «измерение», а ручку «нуль; визир-дистанция» оставляют в положении «визир-дистанция». Вращением ручки фазовращателя и поворотом прибора в горизонтальной плоскости добиваются максимального отклонения стрелки индикатора.

Затем оптимизируют сигнал, принимаемый от отражателя, для чего ручку «нуль; визир-дистанция» переводят в положение «нуль». Вращением ручки фазовращателя добиваются максимального отклонения стрелки индикатора. После этого ручку «нуль; визир-дистанция» переводят опять в положение «визир-дистанция», а вращением ручки фазовращателя добиваются максимального отклонения стрелки индикатора. Ручкой апертурной диафрагмы устанавливают величину, равную (но не превышающую) величине сигнала нулевого отсчета.

Закончив подготовку светодальномера, приступают к измерениям.

Программа 1. Измерение на частоте f_1 производят в следующем порядке.

Переключатель «частота» устанавливают в положение I; ручку «нуль; визир-дистанция» переводят в положение «нуль»; ручку «визир-измерение» — в положение «измерение»; тумблер «фаза 0-фаза 90» ставят в положение «фаза 0»; тумблер «грубо-точно» — в положение «точно».

Журнал измерения линий светодальномером КДГ-3

Дата 20/VI 1977 г.
Начало: 8 ч 00 мин
Конец: 8 ч 15 мин
Погода: ясно, слабый ветер.

Наблюдатель: А. К. Семенов.
Высота дальномера 1,61 м

Измеряемая линия ПЗ.9—ПЗ.10
Светодальномер КДГ-3 № 60590
Отражатель — красный
Температура +19 °С.
Давление 1004 ГПа.
Вычислитель В. М. Соловьев
Высота отражателя 1,55 м

№ п/п	Частота $f_1 = 30$ МГц					
	Нуль			Дистанция		
	A_0^H (1)	B_0^H (2)	Δ (9)	A_0^D (3)	B_0^D (4)	Δ (9)
1	161	339	+2	186	8	-2
2	160	338	+2	186	8	-2
3	160	338	+2	185	7	-2
Среднее (10)	160,3	338,3		185,7	7,7	
(11) $\varphi'_1 = (3) - (1) = 25,4$				(13) $\varphi_{f_1} = \frac{(\varphi'_1 + \varphi'_2)_{f_1}}{2} = 27,4$		
(12) $\varphi'_2 = (4) - (2) = 29,4$						
№ п/п	A_{90}^H (5)	B_{90}^H (6)	Δ (9)	A_{90}^D (7)	B_{90}^D (8)	Δ (9)
1	272	90	+2	298	120	-2
2	272	90	+2	296	117	-1
3	272	90	+2	297	118	-1
Среднее (10)	272,0	90,0		297,0	118,3	
(14) $\varphi'_1 = (7) - (5) = 25,0$				(16) $\varphi_{f_1+90} = \frac{(\varphi'_1 + \varphi'_2)_{f_1+90}}{2} = 26,6$		
(15) $\varphi'_2 = (8) - (6) = 28,3$						
(17) $\varphi_1 = \frac{\varphi_{f_1} + \varphi_{f_1+90}}{2}$				27,0		

Вращением ручки фазовращателя устанавливают стрелку нуль-индикатора на 0 (допускаются симметричные колебания стрелки относительно нуля в пределах 2—3 единиц шкалы); снимают по шкале фазовращателя и записывают (1) (табл. 23) первый нулевой отсчет A_0^n (верхний индекс «н» или «д» у буквы А обозначает нулевой отсчет или отсчет с дистанции, нижний — положение тумблера «фаза 0-фаза 90»). Для правильного снятия нулевого отсчета необходимо следить, чтобы направление движения стрелки нуль-индикатора к нулю совпало с направлением вращения ручки фазовращателя.

Ручку фазовращателя поворачивают на 180° , снимают по шкале фазовращателя и записывают нулевой отсчет B_0^n (2), при этом стрелка нуль-индикатора должна подходить к нулю со стороны, противоположной направлению вращения ручки фазовращателя.

Отсчеты A_0^n и B_0^n снимают со шкалы фазовращателя не менее трех раз.

Ручку «нуль; визир-дистанция» переводят в положение «визир-дистанция» и аналогично снятию нулевых отсчетов отсчитывают по шкале фазовращателя отсчеты с дистанции A_0^d (3) B_0^d (4), которые записывают в журнал.

На этом заканчивают первый цикл измерений. Тумблер «фаза 0-фаза 90» переводят в положение «фаза 90» и производят второй цикл измерений, снимая и записывая отсчеты A_{90}^n (5), B_{90}^n (6), A_{90}^d (7), B_{90}^d (8).

Измерения на частотах f_2 и f_3 производят только в положении «фаза 0» тумблера «фаза 0-фаза 90», т. е. для каждой частоты снимают отсчеты A_0^n , B_0^n , A_0^d и B_0^d . Измерение на частотах f_2 и f_3 производят дважды (во избежание ошибок при отсчитывании).

Программа 2. При измерении по этой программе при последовательном переводе ручки «частота» в положения I, II, III отсчитывают A_0^n , B_0^n , A_0^d , B_0^d и A_{90}^n , B_{90}^n , A_{90}^d , B_{90}^d .

Измерения, выполненные один раз на всех трех частотах, составляют один прием. Расстояния до 600 м измеряют тремя приемами, свыше 600 м — пятью приемами.

При измерении расстояния в журнале фиксируют температуру воздуха, атмосферное давление, высоту приемопередатчика, высоту отражателя.

Образец записи в журнале при наблюдении на одной (первой частоте $f_1 = 30$ МГц) приведен в табл. 23.

§ 90. Вычисление расстояний, измеренных светодальномером КДГ-3

Вычислительная обработка журнала измерений. В журнале измерений для каждой частоты производят вычисления, указанные цифрами в скобках от (9) до (17) (см. табл. 23).

Вычисляют разности Δ_i (9) по формуле

$$\Delta_i = (A_{0,90}^{H,D} \pm 180^\circ) - B_{0,90}^{H,D}$$

и производят контроль каждого цикла измерений. Абсолютные значения разностей не должны превышать 2° для частоты f_1 и 5° — для частот f_2 и f_3 . Результаты измерений, в которых не соблюдаются указанные допуски, вычеркиваются.

Вычисляют средние значения (10) из отсчетов «нуль» и «дистанция» для каждого цикла.

Затем вычисляют фазовые углы φ'_1 (11, 14) и φ'_2 (12, 15) как разности между средними значениями отсчетов с дистанции и нулевых при положении тумблера «фаза 0» и «фаза 90»:

$$\varphi'_1 = (A_{0,90}^D)_{\text{ср}} - (A_{0,90}^H)_{\text{ср}} \text{ и } \varphi'_2 = (B_{0,90}^D)_{\text{ср}} - (B_{0,90}^H)_{\text{ср}}.$$

Вычисляют средние значения фазового угла при положениях переключателя «фаза 0» (13) и «фаза 90» (16):

$$\varphi_{f_1} = \frac{(\varphi'_1 + \varphi'_2)_{f_1}}{2} \text{ и } \varphi_{f_1+90} = \frac{(\varphi'_1 + \varphi'_2)_{f_1+90}}{2}.$$

При этом разность между значениями φ_{f_1} и φ_{f_1+90} должна быть не больше 2° . В противном случае измерения следует повторить.

Вычисляют среднее значение φ_1 (17) из фазовых углов φ_{f_1} и φ_{f_1+90} .

Аналогично производят вычисления по измерениям, выполненным на частотах f_2 и f_3 .

В ы ч и с л е н и е д л и н н ы х. Расстояние, определяемое по измерениям, выполненным по первой программе (по точной масштабной частоте f_1), будет равно

$$D_1 = d_1 + d_{1-2} + d_{1-3}, \quad (\text{XI.42})$$

где d_1 , d_{1-2} , d_{1-3} — отрезки, вычисленные соответственно по частотам f_1 , f_{1-2} , f_{1-3} .

Расстояние, определяемое по измерениям, выполненным по второй программе, будет равно

$$D = \frac{D_1 + D_2 + D_3}{3}, \quad (\text{XI.43})$$

где D_1 , D_2 , D_3 — расстояния, полученные по точным масштабным частотам f_1 , f_2 , f_3 .

Величину D_1 получают по формуле (XI.42), а D_2 и D_3 — по выражениям вида

$$D_2 = d_2 + d_{2ц}, \quad (\text{XI.44})$$

$$D_3 = d_3 + d_{3ц}, \quad (\text{XI.45})$$

где d_2 и d_3 — расстояния, измеренные на частотах f_2 и f_3 в пределах одного цикла; $d_{2ц}$, $d_{3ц}$ — расстояния, соответствующие целому числу циклов соответственно на частотах f_2 и f_3 .

Фазовые углы		Расстояния						$\delta D_{t, P}$	δD_h	s	
обозначения	значения	D_1		D_2		D_3					
		обозначения	значения	обозначения	значения	обозначения	значения				
φ_1 $\varphi_1 - \varphi_2$ $\varphi_1 - \varphi_3$	342,8	d_1	4,756	d_2	1,364	d_3	0,472	1283,497	-0,015	-0,047	1283,085
	254,3	d_{1-2}	29,971	$d_{2\text{ц}}$	1282,094	$d_{3\text{ц}}$	1283,041				
	308,9	d_{1-3}	1248,793								
		D_1	1283,520	D_2	1283,458	D_3	1283,513				

Вычисление расстояний по формулам (XI.42), (XI.44), (XI.45) производится с использованием специальных таблиц, прилагаемых к светодальномеру.

Горизонтальное проложение линии s вычисляют по формуле (XI.33), в которой поправки за температуру и давление объединяют в одну общую поправку $\delta D_{t,p}$. Последнюю находят из выражения

$$\delta D_{t, P} = K_{t, P} \frac{D}{100}, \quad (\text{XI.46})$$

где $K_{t,p}$ — поправочный коэффициент, определяемый из графика поправок (с интерполяцией температуры в 1° и давления в 2—3 мм рт. ст. (3—4 ГПа), прилагаемого к Техническому описанию прибора. Поправку δD_e по малости величины не учитывают.

При измерении расстояния свыше 1498,552 м к полученной величине s необходимо прибавить значение целого фазового цикла на разностной частоте $f_1 - f_3$, т. е. 1498,552 м.

Ниже приводится пример на вычисление горизонтального проложения линии, измеренной светодальномером КДГ-3.

Пример. Вычислить горизонтальное проложение линии ПЗ.6215—ПЗ.8028, измеренной светодальным номером КДГ-3 № 60590, по полученным фазовым углам $\varphi_1 = 342,8^\circ$, $\varphi_2 = 88,5^\circ$, $\varphi_3 = 33,9^\circ$. Постоянная поправка светодальнометра $C = -0,350$. Метеорологические данные при измерении: $t = +9^\circ\text{C}$, $P = 1017$ ГПа. Высоты приборов: дальнометра $i_d = 1,51$ м, отражателя $i_0 = 1,44$ м. Высоты точек стояния приборов: дальнометра $H_d = 140,14$ м, отражателя $H_0 = 129,26$ м.

Вычисления выполнены в табл. 24.

Величина K_t, p , найденная из графика поправок, равна $-1,2 \cdot 10^{-5}$. Поправку δD_H находят по превышению, равному $141,65 - 130,70 = 10,95$, аналогично тому, как сделано в примере для светодальномера СТ-65.

§ 91. Светодальномер 2СМ2

Светодальномер 2СМ2 согласно ГОСТ 19223—73 является точным дальномером, предназначенным для измерения линий в полигонометрических ходах при разбивке и сгущении геодезических сетей, а также при производстве других инженерно-геодезических работ. Он позволяет измерять линии от 2 до 2000 м со средней квадратической ошибкой 2 см.

Основные технические характеристики светодальномера 2СМ2

Диапазон допускаемых углов наклона измеряемых расстояний	25°
Диапазон рабочих температур	От -40 до +40 °С
Диапазон атмосферных давлений	От 613 до 1013 ГПа
Частота модуляции	$f_1 = 149,85$ кГц
	$f_2 = 1498,5$ кГц
	$f_3 = 14985$ кГц
Средняя потребляемая мощность	20 Вт
Напряжение источника питания	12 В
Масса приемопередатчика (с кабелем)	4,6 кг
Общая масса всего комплекта прибора	58 кг

В комплект светодальномера входят приемопередатчик, электронный блок, два источника питания, два отражателя, три штатива, два оптических центрира ОДО, термометр-пращ, барометр-анероид МД-49-2, два кабеля и другое оборудование.

Светодальномер 2СМ2 относится к фазовым светодальномерам с фотоэлектрической индикацией разности фаз и цифровым индикатором. Источником излучения в дальномере служит светодиод из арсенида галлия. Для разрешения неоднозначности измерения производят на трех фиксированных частотах, подобранных таким образом, что результат измерения получается непосредственно в метрах и его долях. Разрешение неоднозначности производится автоматически.

Блок-схема светодальномера представлена на рис. 113. Высоко-частотное напряжение, вырабатываемое генератором масштабной частоты (ГМЧ) 1, подается на полупроводниковый светодиод 2. Светодиод излучает модулированный по амплитуде световой сигнал, который с помощью специальной линзы (на схеме не показана) направляется на спектроразделительную пластину 3, наклоненную на угол 45° к оптической оси объектива. Эта пластина разделяет визирную и передающую системы, так как нанесенное на ней покрытие отражает инфракрасное излучение излучателя, но пропускает лучи видимой области спектра. Далее лучи направляются на объектив 5 и параллельным пучком направляются к отражателю 6.

Напряжение от ГМЧ 1 и от вспомогательного кварцевого генератора 7 (гетеродина) подается на смеситель опорного канала 8. Образованное на выходе смесителя напряжение разностной частоты усиливается и подается в формирователь опорного канала 9.

Сформированная последовательность опорных импульсов подается в логическое устройство 16 и счетчик 17 счетного блока.

Модулированное излучение, отразившись от отражателя, снова попадает на объектив 5, который фокусирует его в плоскость

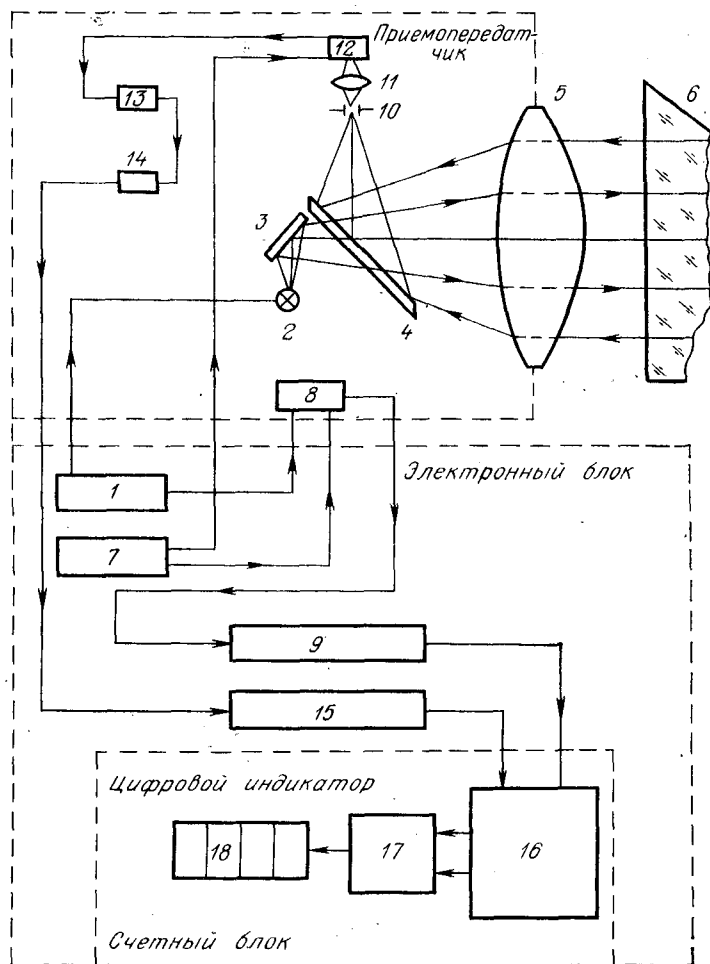


Рис. 113

полевой диафрагмы 10. Кольцеобразное зеркало 4 изменяет направление хода лучей на 90° .

Изображение полевой диафрагмы 10 проецируется объективом 11 на фотоприемник фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) 12. В фотоприемнике оптический сигнал преобразуется в электрический, гетеродинируется, как и в опорном канале, и усиливается. Затем сигнал частично фильтруется контуром 13, усиливается не-

сколькими усилителями 14 и поступает в формирователь сигнального канала 15, откуда в виде последовательности прямоугольных импульсов разностной частоты подается в логическое устройство 16 и счетчик 17 счетного блока.

В канале усиления сигнала имеется фазовращатель, который служит для компенсации фазового сдвига в тракте дальномера и приведения показаний цифрового индикатора к нулю при оптическом коротком замыкании.

В счетном блоке прибора измеряется фазовый сдвиг между излучаемым (опорным) и принимаемым с дистанции сигналами путем сравнения по длительности сформированных «эталонных» временных интервалов с временным интервалом между опорным и измерительным импульсами. Результат измерения просчитывается (двоично-десятичными) счетчиками и высвечивается на цифровом табло 18.

Для разрешения неоднозначности производят измерения на трех частотах: $f_1 = 149,85$ кГц, $f_2 = 1485,5$ кГц, $f_3 = 14\,985$ кГц.

Переключение масштабных и соответствующих им гетеродинных частот происходит по сигналам со счетного узла.

Оптическая система 2СМ2 однотрубная. Она состоит из четырех частей, включающих передающую, приемную, визирную системы, которые соосно совмещены, и блока оптического короткого замыкания, периодически вводимого в оптическую систему. Последний необходим для исключения влияния фазовых задержек, возникающих в электронной части дальномера в процессе измерения расстояния.

Визирная система, состоящая из объектива, сетки и окуляра, позволяет наблюдать за положением отражателя в течение всего процесса измерения. Для передающей, приемной и визирной систем используется один общий трехлинзовый объектив.

Внешний вид приемопередатчика представлен на рис. 114, а и б. Он состоит из трех основных частей: головки 5, колонки 9 и подставки 1.

В головке приемопередатчика размещены детали и узлы передающего, приемного и визирного каналов: объектив 4, окуляр 8, оптический визир 6, рукоятка ОКЗ 7, рукоятка уровня сигнала 14, индикаторный прибор 13. Сетки зрительной трубы и визира снабжены электроподсветкой для работы в ночное время.

На колонке прибора размещены ручка установки питания ФЭУ 3, а также наводящие винты 18 и 16, соосно совмещенные с закрепительными винтами 17 и 15 куркового типа, служащие для поворотов прибора по азимуту и высоте, цилиндрический уровень 11 с юстировочными винтами 12 и оптический центрир 10. Здесь же расположен кабель 2, соединяющий приемопередатчик с электронным блоком.

Приемопередатчик вставляется в подставку и скрепляется с ней зажимным винтом, это позволяет применять трехштативный метод измерения расстояния.

Электронный блок предназначен для создания сетки высокостабильных масштабных и гетеродинных частот, обработки принятого сигнала и выдачи результатов измерения на цифровое электронное табло.

На лицевой панели электронного блока (рис. 115) расположено электронное цифровое табло, состоящее из полупроводниковых индикаторов 7, образующих шесть разрядов. Первый разряд соответствует сотням метров измеренного расстояния, последний — миллиметрам.

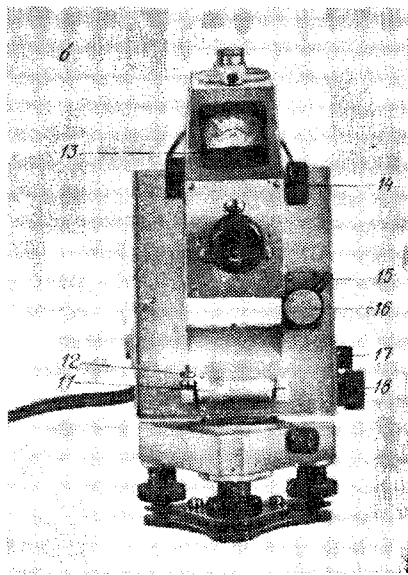
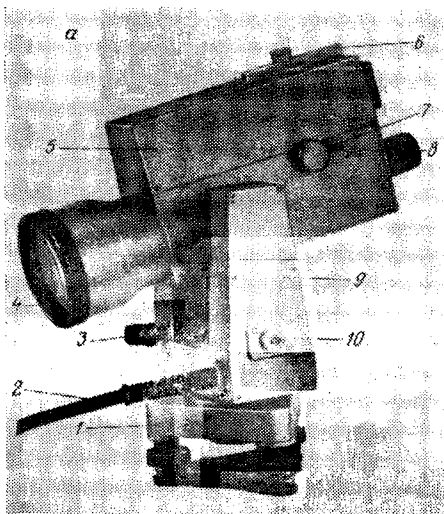


Рис. 114

Показания электронного табло являются результатом измерения расстояния на трех частотах, автоматически вычисленным логическим устройством счетного блока. Светодальныйномер разрешает неоднозначность до 1 км и индицирует результат с разрешающей способностью 1 мм.

Около цифрового индикатора расположены две кнопки — «пуск» 14 и «стоп» 12. Первая служит для включения счета, вторая — для прекращения его. Между ними имеется тумблер 13, при переключении которого в положение I высвечивается результат измерения только один раз после каждого нажатия пусковой кнопки, при переключении в положение II результат измерения повторяется автоматически желаемое число раз до его остановки нажатием кнопки «стоп».

В светодальномномере имеется автоматическое устройство, прекращающее счет при появлении в створе измеряемой линии каких-

либо препятствий (движущихся предметов, качающихся ветвей деревьев и пр.), при этом предыдущие результаты запоминаются, а после устранения препятствия счет продолжается. Это позволяет избежать неверных показаний электронного табло.

На левой стороне панели счетного блока имеются переключатель режимов работы 1, контрольный прибор 5, ручки потенциометров f_1 (4), f_2 (2), f_3 (3), τ_u (6). На правой стороне помещены ручки

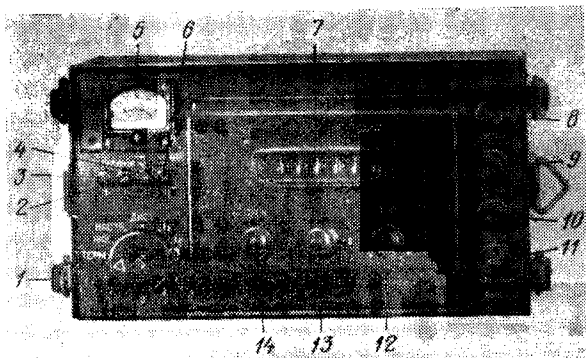


Рис. 115

«настр» 8 для настройки фильтра, «подсвет» 9 для включения подсвета нитей визира и тройника, «терм» 10 для включения термостата, «питание» 11 для включения питания.

Крышкой панели закрыт доступ к подстроечнику масштабной частоты f_3 и разъему для подключения контрольного частотомера.

Лицевую панель электронного блока закрывают крышкой и запирают замками. Для работы в солнечную погоду на оправу электронного табло надевают специальную бленду.

В качестве источника питания светодиального номера применены никелекадмиевые аккумуляторы, дающие на выходе напряжение от 12 до 15 В. Аккумуляторы поставляются в комплекте в разряженном состоянии, залитые электролитом, поэтому перед производством работы их следует зарядить (инструкция имеется в Техническом описании светодиального номера).

Источник питания подключают к электронному блоку кабелем через штепсельный разъем.

О т р а ж а т е л ь с в е т о д а л ь н о м е р а (рис. 116). Отражатель состоит из горизонтально расположенных трех блоков трипельпризм 4. В каждый блок входят укрепленные в оправе три призмы. Блоки установлены на плате 3, центральный закреплен наглухо, крайние прикрепляются с помощью винтов, расположенных на задней стороне платы, и могут сниматься.

В зависимости от длины измеряемой линии может быть использовано различное количество блоков *. Плата с блоками призм шарнирно соединена со стойкой 6, благодаря чему с помощью специального винта (на рис. 116 не видно) ей может быть придано наклонное положение, соответствующее наклону измеряемой линии.

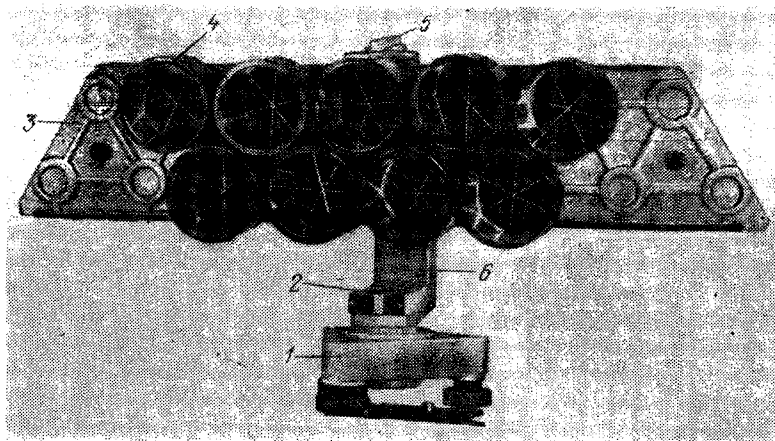


Рис. 116

Отражатель закрепляют в подставке 1 закрепительным винтом. Для установки его в рабочее положение имеются круглый уровень 2 и оптический визир 5.

§ 92. Поверки и исследования светодальномера 2СМ2

Перед началом измерений необходимо выполнить поверку отдельных блоков и электрических цепей светодальномера.

Подготовку комплекта к работе производят в следующем порядке: соединяют при помощи кабеля электронный блок с источником питания, при этом тумблеры «питание» и «терм» (см. рис. 115) должны быть выключены; устанавливают приемопередатчик на штатив и присоединяют кабель приемопередатчика к электронному блоку. После этого производят следующие проверки.

1. Поверка работы источника питания. Переключатель режима работ устанавливают в положение «акк» и включают тумблер «пита-

* При больших расстояниях, когда сигнал недостаточен для качественного измерения, на отражатель могут быть укреплены еще два блока призм, снятых со второго отражателя.

ние». Показание контрольного прибора должно быть не менее 24 делений. Проверку производят после нажатия кнопки «пуск» в момент свечения цифр светового табло. Если показания прибора будут менее 24 делений, необходимо заменить источник питания или произвести его подзарядку.

2. Проверка работы термостата. Включают тумблер «терм» (при этом тумблер «питание» для экономии электроэнергии выключают). Переключатель режима работ устанавливают в положение «терм». Стрелка контрольного прибора после 1—6 мин включения тумблера «терм» должна находиться в пределах 30 делений. После окончания первоначального разогрева показания стрелки прибора должны изменяться от 0—2 до 10—15 делений с периодичностью 1—3 мин в зависимости от температуры окружающей среды.

3. Проверка работы фильтра сигнального канала. Переключатель режима работ устанавливают в положение «настр». Вращают ручку «настр» и смотрят за передвижением стрелки контрольного прибора. Направление движения стрелки прибора должно совпадать с направлением вращения ручки «настр». Если этого совпадения нет, поворачивают ручку «настр» в одно из крайних положений и действия повторяют. Ручкой «настр» устанавливают по контрольному прибору 15 делений.

4. Контроль нулевых отсчетов. Флажок рукоятки ОКЗ (см. рис. 114) приемопередатчика переводят вниз (система оптически коротко замкнута). Переключатель режима работ (см. рис. 115) устанавливают последовательно в одно из положений f_3 , f_2 , f_1 , соответствующих измерению на частотах f_3 , f_2 , f_1 . Нажимают кнопку «пуск» и контролируют отсчеты на электронном табло. При измерении на частотах f_1 и f_2 отсчеты должны быть в пределах 9850—0150 единиц, а на частоте f_3 — в пределах 50—150 единиц. В случае несоответствия значений отсчетов требуемой величине отсчеты как бы «вгоняют» в требуемую зону с помощью ручек потенциометров f_3 , f_2 и f_1 установки нуля.

5. Проверка работы счетного блока. Переключатель режима работ устанавливают в положение 3. Нажимают кнопку «пуск» и следят за синхронностью переключения на табло всех цифр 0, 1, 2, ..., 9 и т. д. и качеством их свечения. Переключатель режима работ устанавливают последовательно в положения 1 и 2 и в каждом из них после нажатия кнопки «пуск» контролируют высвечивание числа $045,000 \pm 0,002$ или 055 ± 100 в положении 1 и числа 091,020 или 091,088 в положении 2. Если цифры в положении 2 не соответствуют указанной величине, то их необходимо установить вращением ручки потенциометра τ_u , расположенной ниже контрольного прибора.

6. Проверки цилиндрического уровня и оптического центрира выполняют в том же порядке, как и в теодолите.

И с с л е д о в а н и е с в е т о д а л ь н о м е р а 2СМ2.

1. Калибровка основной масштабной частоты. Номинальное значение основной масштабной частоты равно 14 985 кГц. За время

эксплуатации или хранения дальномера значение основной масштабной частоты может измениться за счет естественного старения кварцевого резонатора.

Проверка и калибровка масштабной частоты производится один раз в 3—6 месяцев (в начале и конце полевого сезона) при помощи частотомера в радиолaborатории.

2. Определение постоянной поправки светодальномера. Значение постоянной поправки указано в паспорте прибора с ошибкой 1 см. При эксплуатации дальномера постоянную поправку необходимо систематически определять в начале и конце полевого сезона.

На одном из концов базиса длиной порядка 400—500 м, измеренного с относительной средней квадратической ошибкой не более 1 : 200 000, размечают 10 точек, расположенных друг от друга на расстоянии $1 \text{ м} \pm 0,5 \text{ см}$. Отрезки измеряют рулеткой с точностью до 1—1,5 мм.

Постоянную поправку C определяют на полученных одиннадцати линиях (включая базис) как среднее из разностей между известной длиной и длиной, измеренной светодальномером.

Для повышения точности измерения расстояний рекомендуется величину постоянной C определять на базисных линиях числом не менее восьми и длиной, наиболее близкой к тем расстояниям, которые будут чаще всего встречаться при выполнении измерений, например: 80, 200, 300, 500, 600, 700, 800, 1000. Длины базисных линий должны быть известны с точностью не ниже 1 : 200 000.

§ 93. Измерение расстояний светодальномером 2СМ2

Комплект светодальномера позволяет применять трехштативный способ измерения расстояний, при котором замена приборов в подставках штативов производится аналогично действиям при трехштативном способе измерения углов (см. § 71). При этом измерение углов и линий можно выполнять последовательно одно за другим. Установку штативов с подставками под отражатели над закрепленными точками местности производят с помощью оптических центриров ОДО, а установку штатива с приемопередатчиком — с помощью оптического центра и цилиндрического уровня прибора. Электронный блок располагают рядом со штативом приемопередатчика в положении, наиболее удобном для работы, источник питания размещают с правой стороны электронного блока, подключают приборы к источнику питания и производят проверку работы блоков и электрических цепей светодальномера (см. § 92).

Отражатель наводят на приемопередатчик с помощью оптического визира. Наведение приемопередатчика на отражатель выполняют в два приема: сначала предварительно с помощью оптического визира, затем окончательно по максимальному уровню сигнала. При этом производят следующие действия: устанавли-

вают флажок рукоятки ОКЗ (см. рис. 114) в горизонтальное положение, а ручку ФЭУ приблизительно в среднее положение; вращением рукоятки уровня сигнала (апертурной диафрагмы) устанавливают показание стрелки индикаторного прибора на 10—20 делений.

Вращением горизонтального и вертикального наводящих винтов добиваются максимального отклонения стрелки (в случае если она выйдет за пределы шкалы, поворачивают рукоятку уровня сигнала против хода часовой стрелки до получения 20—25 делений — оптимального уровня сигнала).

Определяют положение ручки ФЭУ в зависимости от уровня сигнала; чем больше измеряемое расстояние, тем ниже уровень сигнала и тем больше напряжение должно быть подано на ФЭУ; работать рекомендуется при минимально возможном напряжении ФЭУ.

Вращением горизонтального и вертикального наводящих винтов проверяют, является ли полученный оптимальный уровень сигнала максимальным.

При измерении коротких расстояний приемопередатчик наводят на центральную призму отражателя.

Измерение расстояния выполняют в следующем порядке:

устанавливают тумблер электронного табло (см. рис. 115) в положение I или II, в зависимости от того, будут ли использоваться одиночные отсчеты или их серия;

проверяют настройку фильтра, при необходимости вращением ручки «настр» подстраивают его;

переключатель режимов работы устанавливают в положение «дист»;

нажимают на кнопку «пуск» и берут 2—3 отсчета по табло; переводят переключатель режима работ в положение f_3 и берут 4—5 отсчетов по табло, которые записывают в журнал;

нажимают на кнопку «стоп», выключая цифровое табло;

поворачивают рукоятку ОКЗ (см. рис. 114) флажком вниз, вращением рукоятки уровня сигнала устанавливают такой же уровень сигнала, как и при измерении расстояния (с точностью 2—3 деления);

нажимают на кнопку «пуск», берут 4—5 отсчетов по табло и записывают в журнал;

нажимают на кнопку «стоп», выключая цифровое табло.

На этом заканчивается первый прием измерений. Измерение выполняют обычно двумя приемами. Второй прием начинают снова с визирования на отражатель.

Если во время отсчета последняя цифра вдруг погасла, то это может быть вызвано следующими причинами:

- 1) сбилось наведение приемопередатчика на отражатель;
- 2) появилась помеха на измеряемой линии;
- 3) уровень сигнала вышел из пределов 20 ± 10 делений индикаторного прибора.

Если во время отсчета последняя цифра периодически гаснет и загорается, то это указывает на изменение уровня сигнала, вызываемое или проходящими помехами в створе измеряемой линии, или краткими периодическими изменениями атмосферных условий. В этом случае счет блокируется и продолжается вновь, не оказывая влияния на результат.

При измерении расстояний фиксируют температуру по термометру-пращу (до 1°C) и измеряют давление по барометру-анероиду [с точностью до 5 мм рт. ст. (6,5 ГПа)]. После измерения расстояния с того же штатива с подставкой с помощью теодолита измеряют угол наклона ν , визируя на отражатель.

Измерение линий до 2 км обеспечивается светодальномером при благоприятных погодных условиях. При неблагоприятных условиях (при высокой влажности в сочетании с высокой температурой и солнечной погодой, сильной дымке, обильном снегопаде и т. д.) дальность действия может снизиться до 1,5—1 км. При работе в этих условиях число приемов может быть увеличено.

При работах в ночное время на отражатель устанавливают специальный фонарь, который для опознавания включают на прерывистое излучение, а на лицевой панели электронного блока включают тумблер «подсвет».

Измеренное расстояние вычисляют по формуле

$$D'_{\text{ср}} = D_{\text{ср}} - D_{\text{ОКЗ}_{\text{ср}}},$$

где $D_{\text{ср}}$ — среднее арифметическое значение из отсчетов при измерении расстояния во всех приемах на частоте f_3 ; $D_{\text{ОКЗ}_{\text{ср}}}$ — среднее арифметическое значение из отсчетов во всех приемах при измерении ОКЗ на частоте f_3 .

К вычисленному результату D' в необходимых случаях прибавляют целое число километров.

Горизонтальное проложение измеряемой линии находят по формуле (XI.33). Поправку $\delta D_{t,p}$ вычисляют по формуле (XI.46), для которой коэффициент $K_{t,p}$ определяют по специальной номограмме, прилагаемой к Техническому описанию прибора. Поправку δD_e по малости величины не учитывают. Поправку за наклон δD_ν вычисляют по измеренному углу наклона ν по формуле

$$\delta D_\nu = (D + C + \delta D_{t,p}) \cos \nu.$$

§ 94. Светодальномер ЭОК 2000

Светодальномер ЭОК 2000 («Карл Цейсс Йена», ГДР) является точным светодальномером, предназначенным для измерения расстояний от 0,3 до 2500 м со средней квадратической ошибкой 1 см. Он относится к фазовым дальномерам с фотоэлектрической индикацией разности фаз. Источником излучения в светодальномере служит светодиод из арсенида галлия. Для разрешения неодно-

значности измерения производят на трех фиксированных частотах:
 $f_1 = 30$ МГц, $f_2 = 33$ МГц и $f_3 = 30,3$ МГц.

*Основные технические характеристики
светодальномера ЭОК 2000*

Диапазон рабочих температур	От -30 до $+45$ °C
Предельный угол наклона	40°
Напряжение источника питания	12 В
Потребляемая мощность	~ 8 Вт
Масса приемопередатчика	12 кг
Общая масса всего комплекта прибора	80 кг

В комплект светодальномера входят приемопередатчик, два отражателя, блок питания, три штатива и другое оборудование.

Внешний вид приемопередатчика представлен на рис. 117, а, б *. Он состоит из трех основных частей: головки 10, колонки 4 и подставки 12.

Передающая и приемная оптические системы дальномера раздельные, однако благодаря небольшому диаметру объективов (32 и 35 мм) они при измерении расстояний перекрываются трипель-призмой. В ЭОК 2000, кроме основного излучателя, имеется второй вспомогательный источник видимого света, при помощи которого производится точное наведение на отражатель. Оптическая система дальномера сконструирована так, что передающая оптическая система при включении видимого излучателя играет роль прожектора, а приемная система — роль трубы-искателя. Наблюдая отражатель, с помощью окуляра 18 через приемную систему можно по появлению отраженного света в окуляре судить о правильности наведения. Для передающей и приемной систем используется одно световое отверстие 11.

На панели управления прибора расположены контрольный прибор 16, нуль-индикатор 17, переключатель частот 19, кнопочный выключатель счетчика 20, счетчик 21, кнопочный выключатель 22, переключатель прожектора и измерительного устройства 23, контрольный переключатель 24, переключатель дальномерного эталона 25, переключатель серого клина 26. На правой панели (относительно панели управления) помещена рукоятка фазовращателя 7. Для приближенного наведения на отражатель имеется оптический визир 8.

На правой колонке прибора имеются закрепительные горизонтальный 27 и вертикальный 9 винты, наводящие горизонтальный 2 и вертикальный 5 винты, окуляр оптического центрира 3, головка винта фокусирующего устройства 6, контрольные лампы 14, круглый уровень 15.

Подставка прибора имеет закрепительный винт 13.

* Блок-схема прибора имеется в учебном пособии А. В. Маслова, А. В. Гордеева, Ю. Г. Батракова «Геодезия» (М., Недра, 1980).

Отсчеты при измерении снимаются со шкалы фазовращателя, в качестве которой используется механический цифровой счетчик. Для упрощения вычислений счетчик имеет приспособление для

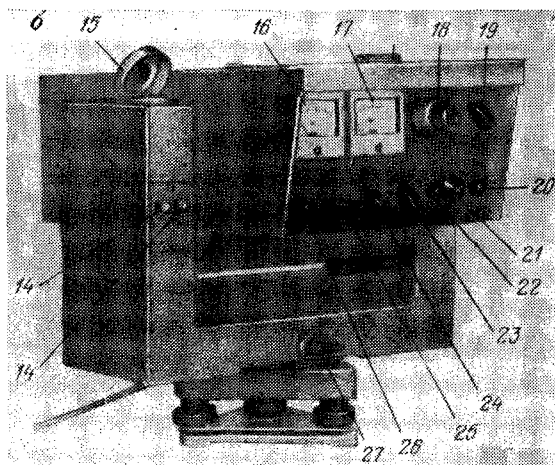
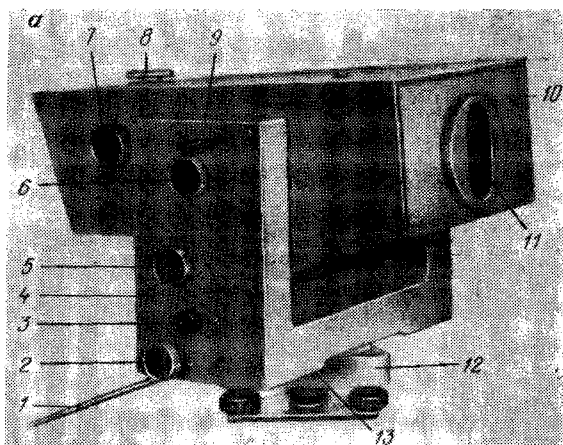


Рис. 117

сброса показаний. Контроль положения нуля выполняется по съемочной насадке, играющей роль оптического короткого замыкания. Подключение приемопередатчика к аккумулятору производится с помощью кабеля 1.

Отражатель светодальномера состоит из девяти трипельпризм каждая из которых может сниматься. Расстояния длиной до 400 м

могут измеряться по отражателю, состоящему из одной триппель-призмы, до 1 км — из трех триппельпризм, свыше 1 км — из всех девяти триппельпризм. Отражатель имеет круглый уровень и оптический визир.

Для получения наклонного расстояния, измеренного светодальномером ЭОК 2000, используются формулы (XI.23) или (XI.24), которые можно написать в виде

$$D = \frac{v_2}{2f} \left(N + \frac{\varphi}{360} \right) \text{ или } D = \frac{\lambda}{2} \left(N + \frac{\varphi}{360} \right),$$

где v_2 — скорость распространения света при средних атмосферных условиях ($v_2 = 299\,711,41$ км/с при $t = 15^\circ\text{C}$, $P = 987$ ГПа, $e = 13$ ГПа).

Светодальномер работает на трех фиксированных частотах: $f_1 = 30$ МГц, $f_2 = 33$ МГц и $f_3 = 30,3$ МГц. Основной измерительной частотой является $f_1 = 30$ МГц. Ей соответствует фазовый цикл $\frac{\lambda}{2} = 5$ м. Частоты f_2 и f_3 служат только для разрешения неоднозначности.

В приборе шкала круга фазовращателя разделена на 1000 частей, что соответствует разности фаз 360° или расстоянию 5, 50 и 500 м в зависимости от частоты модуляции, и по шкале вместо фазовых углов получают отсчеты, выраженные в метрах. Показание шкалы круга фазовращателя из любого положения может быть легко приведено к нулю. Удвоенное расстояние определяют путем простого объединения отсчетов R по шкале фазовращателя, взятых при работе с различными фазовыми циклами.

Для измерения расстояния устанавливают светодальномер и отражатель над точками, центрируют *, горизонталируют и взаимно ориентируют. Приближенное наведение приемопередатчика на отражатель осуществляют с помощью оптического визира, точное — с помощью приемопередатчика. Появление в поле зрения окуляра отраженного сигнала свидетельствует о правильности наведения.

Измерение расстояния производят в следующем порядке. Переключатель прожектора и измерительного устройства устанавливают в положение D , переключатель частот — в положение 1 (частота f_1); переключателем серого клина закрывают серый клин **, переключатель дальномерного эталона устанавливают в положение T ; переключателем серого клина устанавливают на контрольном приборе отсчет в пределах от 60 до 80 делений. Производят измерение на оптической линии короткого замыкания.

Нажатием на кнопочный выключатель устанавливают счетчик на отсчет 0. Ручкой серого клина закрывают серый клин. Переключатель дальномерного эталона устанавливают в положение D .

* Центрирование штатива под отражатель выполняют с помощью отдельного оптического центра.

** С помощью серого клина регулируют величину светового сигнала, прошедшего с дистанции.

Переключателем серого клина добиваются отклонения стрелки нуль-индикатора на величину более 50 делений. Устанавливают стрелку на нуль и берут со счетчика величину R_1 (с точностью до 0,1 деления).

Нажимают на кнопочный выключатель счетчика. Переключатель частот устанавливают в положение 2 (частота f_2). Устанавливают стрелку нуль-индикатора на нуль и берут отсчет по счетчику, соответствующий R_2 .

Устанавливают переключатель частот в положение 3 (частота f_3) и, не нажимая на кнопочный выключатель, устанавливают стрелку нуль-индикатора на нуль, после чего отсчитывают по счетчику величину R_3 .

Для удобства вычисления запись величин R в журнале производят одну под другой в последовательности R_3 , R_2 и R_1 (в соответствии со ступенями масштабов частот). Удвоенное расстояние определяют объединением цифр в отсчетах следующим образом: рядом с первой цифрой величины R_3 записывают (справа от нее) первую цифру величины R_2 и к ним присоединяют (также справа) все цифры величины R_1 , например

$$\begin{aligned} R_3 &= 153 \\ R_2 &= 51,2 \\ R_1 &= 0,971 \\ \hline 2D' &= 150,971 \text{ м} \\ D' &= 75,486 \text{ м} \end{aligned}$$

Для уточнения наблюдений измерения на частоте f_1 выполняют повторно на фазе $\varphi + 180^\circ$, для чего используют кнопочный переключатель π .

Окончательное значение измеренного расстояния вычисляют по формуле

$$s' = D' + C + \delta D_{t, p} + \delta D_f + \delta D_G + \delta D_n, \quad (\text{XI.47})$$

где δD_f — поправка за калибровку фазовращателя (выбирается из специальных таблиц по отсчету при измерениях на частоте f_1), δD_G — поправка за изменение частоты от температуры (определяется по специальному графику).

Остальные величины имеют то же значение, что и в формулах (XI.33) и (XI.46).

Однозначность определения расстояния светодальномер обеспечивает только до 500 м. При более длинных линиях прибавляют к измеренному значению величину $n \cdot 500$ м ($n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$), определяемую по карте.

§ 95. Средняя квадратическая ошибка расстояния, измеренного светодальномером

Наклонное расстояние, измеренное светодальномером, как было установлено, вычисляется по формуле

$$D = D' + C, \quad (\text{XI.48})$$

где D' — измеренное светодальномером расстояние; C — постоянная поправка.

Так как величины D' и C вполне независимы, то средняя квадратическая ошибка расстояния D будет равна

$$m_D^2 = m_{D'}^2 + m_C^2. \quad (\text{XI.49})$$

В свою очередь расстояние D' согласно формуле (XI.19) определяется выражением

$$D' = \frac{v\varphi}{4\pi f}. \quad (\text{XI.50})$$

Прологарифмируем выражение (XI.50)

$$\ln D' = \ln v + \ln \varphi - \ln(4\pi) - \ln f,$$

дифференцированием найдем

$$\frac{dD'}{D'} = \frac{dv}{v} + \frac{d\varphi}{\varphi} - \frac{df}{f}.$$

Отсюда, переходя к средним квадратическим ошибкам, получим

$$m_{D'}^2 = \frac{m_v^2}{v^2} D'^2 + \frac{m_\varphi^2}{\varphi^2} D'^2 + \frac{m_f^2}{f^2} D'^2. \quad (\text{XI.51})$$

Подставим выражение (XI.51) в формулу (XI.49) и для средней квадратической ошибки наклонного расстояния напишем

$$m_D^2 = \frac{m_v^2}{v^2} D'^2 + \frac{m_\varphi^2}{\varphi^2} D'^2 + \frac{m_f^2}{f^2} D'^2 + m_C^2. \quad (\text{XI.52})$$

Из формулы (XI.52) следует, что *средняя квадратическая ошибка измеренного светодальномером расстояния зависит от суммарного действия средних квадратических ошибок: определения рабочей скорости световых волн m_v , измерения разности фаз m_φ , определения частоты модуляции света m_f , определения постоянной поправки m_C **.

Все ошибки измерения расстояний светодальномерами можно разделить на две группы, зависящие и не зависящие от величины измеряемого расстояния. Это дает основание представить их в виде

$$m_{D_i} = a + bD_i \cdot 10^{-6}, \quad (\text{XI.53})$$

где a — постоянная составляющая, равная сумме ошибок, не зависящих от величины измеряемого расстояния D ; b — коэффициент, учитывающий влияние ошибок, зависящих от величины измеряемого расстояния; обычно его относят к миллионной доле длины расстояния.

* Источники ошибок рассматриваются в изучаемом курсе «Радиогеодезические и электрооптические измерения».

Числовые значения a и b находят из сопоставления результатов измерения линий дальномерами с длинами тех же линий, известными из более точных измерений.

Для точных светодальномеров вторая часть ошибки, зависящая от расстояния, составляет 2—3 мм на 1 км, поэтому для линий примерно равной длины * среднюю квадратическую ошибку m_D можно представить выражением

$$m_{D_{\text{ср}}} = a + bD_{\text{ср}} \cdot 10^{-6}, \quad (\text{XI.54})$$

где $D_{\text{ср}}$ — средняя длина линии, и измерения считать равноточными.

Тогда накопление линейных ошибок в ходе будет равно

$$[m_s^2] = nm_{s_{\text{ср}}}^2, \quad (\text{XI.55})$$

где m_s — горизонтальное проложение линии.

При $m_s = \text{const}$ (для светодальномеров 2СМ2, ЭОК 2000)

$$[m_s^2] = nm_s^2. \quad (\text{XI.56})$$

Следует отметить, что для уменьшения влияния перечисленных выше ошибок периодически выполняют исследования, поверки и юстировки отдельных узлов и приборов в целом в лабораторных условиях и непосредственно перед измерением, на основе которых осуществляют необходимые меры по повышению надежности дальномерной аппаратуры и уточняют методику измерения расстояния.

Глава XII.

ИЗМЕРЕНИЕ ЛИНИЙ ОПТИЧЕСКИМИ ДАЛЬНОМЕРАМИ

§ 96. Классификация оптических дальномеров

Современные оптические дальномеры двойного изображения по точности получаемых результатов можно разделить на дальномеры низкой точности (с относительной ошибкой измерения расстояния 1 : 500), средней точности (с относительной ошибкой 1 : 1000 — 1 : 2000) и точные (с относительной ошибкой 1 : 5000).

С 1979 г. по ГОСТу 22549—77 должны изготавливаться оптические дальномеры двойного изображения под шифрами:

ДН-8 — дальномер (в виде насадки на зрительную трубу) с переменным параллактическим углом для измерения длин линий от 50 до 700 м по горизонтальной рейке с относительной ошибкой не более 1 : 1000;

ДНР-5 — дальномер (редукционный в виде насадки на зрительную трубу) с постоянным параллактическим углом для изме-

* Об этом см. в § 137.

рения горизонтальных проложений от 20 до 120 м по вертикально устанавливаемой рейке с относительной ошибкой 1 : 1000—1 : 2000.

Д-2 — дальномер с переменным параллактическим углом для измерений длин линий от 40 до 400 м по горизонтально или вертикально устанавливаемой рейке с относительной ошибкой не более 1 : 5000.

В данном курсе рассматриваются оптические дальномеры ОТД (по ГОСТ 22549—77 Д-2) и Редта 002, позволяющие измерять линии в полигометрии 2 разряда с относительной ошибкой 1 : 5000;

§ 97. Оптический топографический дальномер ОТД

Точный оптический топографический дальномер ОТД двойного изображения с постоянным базисом и переменным параллактическим углом представляет собой самостоятельный прибор, предназ-

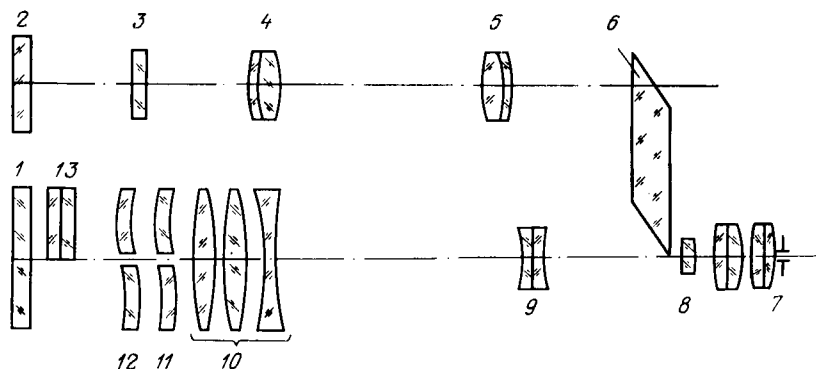


Рис. 118

наченный для измерения расстояний от 35 до 400 м с относительной средней квадратической ошибкой из одного приема 1 : 6000. Дальномером можно измерять расстояния до 700 м, но при этом относительная ошибка измерения возрастает до 1 : 1500—1 : 2000.

Оптическая схема дальномера ОТД. Схема оптики дальномера представлена на рис. 118. Компенсатор дальномера состоит из перекидного оптического клина 13, попеременно включаемого в верхнюю или нижнюю часть трубы дальномера, и линзовой части: передней измерительной пары 12 и задней установочной пары 11.

Передняя пара линзовой части компенсатора имеет полулинзы верхнюю отрицательную и нижнюю положительную. Задняя пара состоит из верхней положительной и нижней отрицательной полулинз. Так как отрицательные и положительные полулинзы изготовлены из целых линз, разрезанных пополам, фокусные расстояния одноименных полулинз равны между собой. Равны и эквива-

лентные фокусные расстояния верхней и нижней пары, близкие к «бесконечности». К оправе полулинз 12 прикреплена пластинка 3 с дальномерной шкалой, имеющей 12 делений. Изображение этой шкалы вводится в поле зрения окуляра зрительной трубы с помощью линз 4, 5 и призмы 6 микроскопа.

Компенсатор является составной частью оптической схемы дальномера, которая состоит из объектива зрительной трубы 10, фокусирующей линзы 9, окуляра. Входные отверстия закрыты защитными стеклами 1 и 2.

В окулярной части трубы дальномера помещается раз-
делительное устройство,
включающее бипризму 8 и
щелевую диафрагму 7. Би-

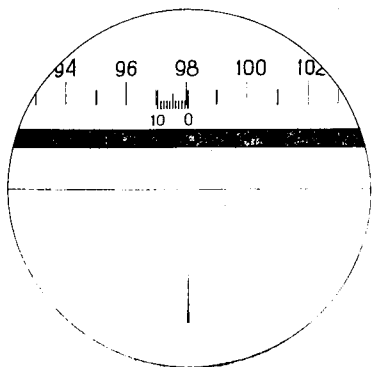


Рис. 119

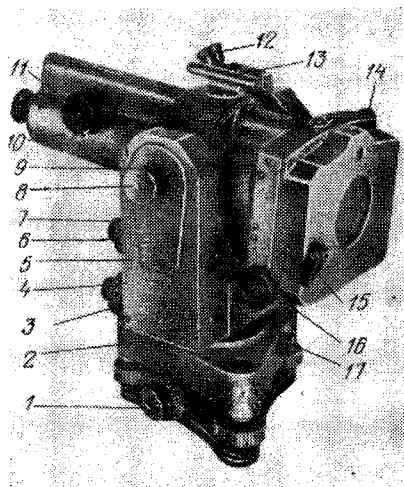


Рис. 120

призма установлена в том месте трубы, где находится изображение рейки (в фокальной плоскости); она делит каждое изображение на две части. Щелевая диафрагма установлена в плоскости выходного зрачка зрительной трубы; она срезает верхнюю часть одного и нижнюю часть другого изображения.

На верхней грани бипризмы 8 нанесена отсчетная шкала в 10 делений, равная изображению одного деления дальномерной шкалы. На нижней грани бипризмы нанесен визирный штрих. Изображения дальномерной и отсчетной шкал, а также визирного штриха передаются в поле зрения зрительной трубы дальномера (рис. 119). Окуляр зрительной трубы является одновременно и окуляром отсчетного микроскопа.

Устройство дальномера ОТД. Внешний вид дальномера представлен на рис. 120. В цельнолитом корпусе 10 расположены компенсатор, зрительная труба и отсчетный микроскоп. Оптический компенсатор имеет два наводящих винта: установочной части 14 и измерительной части 16, которыми оправы с полулинзами перемещаются перед объективом зрительной трубы

по параллельным направлениям, и рычаг перекидного клина 15, с помощью которого он перемещается в вертикальном направлении, перекрывая верхние и нижние полулинзы.

Корпус при помощи цапф горизонтальной оси крепится на колонке 5. Вокруг горизонтальной оси в пределах $\pm 22^\circ$ вращается зрительная труба, которая имеет наводящий винт 6, и расположенный соосно с ним закрепительный винт 7. На той же оси закреплен вертикальный круг, отсчет по которому производится через микроскоп 12. Вместе с колонкой зрительная труба может вращаться вокруг вертикальной оси. Закрепление ее производится винтом 4, а микрометринное перемещение — наводящим винтом 3. Оба винта расположены также соосно. Для установки вертикальной оси вращения дальномера в отвесное положение имеется цилиндрический уровень, пузырек которого наблюдается через окошко в колонке.

Зрительная труба прибора имеет увеличение 31 $\times$; угол поля зрения 1° 20', диаметр выходного зрачка при снятой щелевой диафрагме 1,5 мм; фокусное расстояние объектива 310 мм. Фокусирование трубы на резкость изображения предмета производится вращением кремальеры 11. Для грубого наведения на предмет служит визир 13.

Вертикальный круг имеет диаметр 55 мм и разделен через 10'. Отсчет по вертикальному кругу снимают по неподвижному индексу с оценкой на глаз 0,1 деления, т. е. 1'.

Для центрирования прибора над центром знака в подставке 2 имеется оптический центрир 1. Фокусирование центрира по глазу и по предмету производится вращением кольца и кремальеры центрира. Винт 17 служит для закрепления прибора в подставке.

Дальномером можно производить измерения с помощью горизонтально и вертикально поставленной рейки. При работе по горизонтальной рейке зрительная труба дальномера занимает положение, как на рис. 120, а при работе по вертикальной рейке трубу дальномера поворачивают вокруг визирной оси на 90°, вывинчивая предварительно упор 8 и оттягивая фиксатор 9. Поворот производится до щелчка фиксатора, после чего винт упора завинчивается.

Рейка к дальномеру ОТД. В комплект дальномера входит одна дальномерная рейка. Базисная рейка дальномера (рис. 121) двусторонняя, каркас 4 ее изготовлен из легких дюралюминиевых труб. По обе стороны каркаса расположены визирные марки 1 с черными полосками — штрихами, образующими измерительные базисы дальномера. На каждой из сторон укреплено по шесть марок, имеющих номера от 1 до 6. На одной стороне рейки расстояния между марками равны 0,400 м, на другой — 0,404 м, т. е. разность между ними составляет 1%. Различное сочетание марок образует базисы в 0,4; 0,8; 1,2; 1,6 и 2,0 м.

Рейка может закрепляться в подставке в горизонтальном или вертикальном положении, для чего на ней имеются два цилиндрических хвостовика. Рейка устанавливается в необходимое поло-

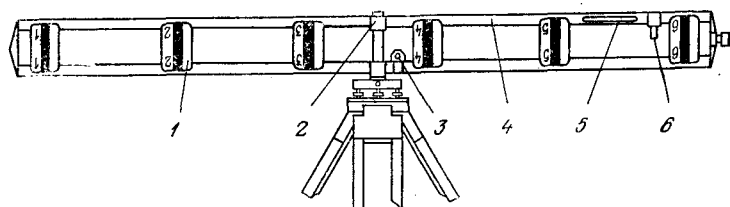


Рис. 121

жение с помощью круглых уровней 2 и 6. Для центрирования рейки в подставке имеется оптический центрир, а для установки ее перпендикулярно к измеряемой линии — оптический визир 3. В каркас рейки вмонтирован термометр 5.

§ 98. Принцип измерения расстояний дальномером ОТД

Определение расстояний дальномером ОТД в принципе сходно с измерением расстояний дальномером ДН-08 (ДН-8 по ГОСТ 22549) (ДНТ), рассмотренным в первой части курса.

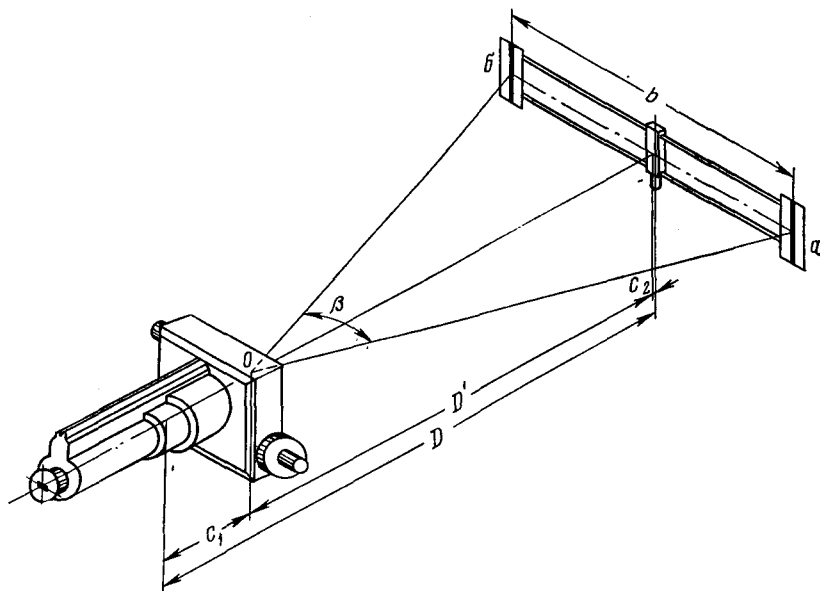


Рис. 122

Согласно рис. 122 расстояние D от дальномера до рейки будет равно сумме отрезков D' — от вершины параллактического угла β до базиса b , c_1 — от вертикальной оси дальномера до вершины параллактического угла и c_2 — от плоскости марок базиса до оси

рейки. Учитывая, что параллактический угол обычно мал, для D' можно записать

$$D' = \frac{b\rho''}{\beta k''}, \quad (\text{XII.1})$$

где k'' — цена деления измерительной шкалы дальномера.

Обозначая постоянные величины

$$\frac{b\rho''}{k''} = K; \quad c_1 + c_2 = C,$$

для расстояния D получим формулу

$$D = \frac{K}{\beta} + C. \quad (\text{XII.2})$$

В дальномере ОТД совмещение марок базисной рейки при измерении параллактического угла β производится оптическим ком-

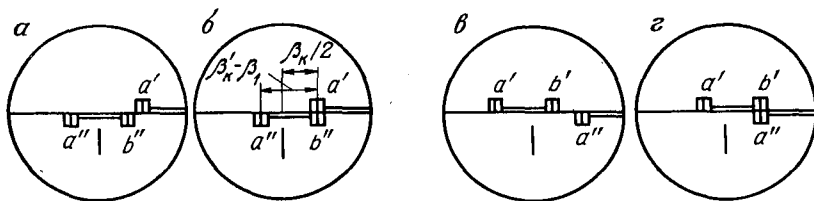


Рис. 123

пенсатором за счет перекидного клина и за счет передвижения одной из оправ с полулинзами.

На рис. 123 показана схема совмещения изображений марок компенсатором. Предположим, что перекидной клин располагается вверх, вследствие этого изображения рейки сместятся одно относительно другого, т. е. разойдутся (рис. 123, а). Перемещая измерительную пару полулинз, можно ближайшие изображения марок совместить между собой (рис. 123, б). Если теперь оптический клин переставить вниз, то изображения марок снова разойдутся (рис. 123, в), измерительной парой полулинз их снова можно совместить (рис. 123, г). Из рис. 123 видно, что при совмещении изображений марок между собой они отстоят от центра поля зрения трубы на величину $\frac{\beta_k}{2}$.

Таким образом, угол β складывается из двух составляющих: постоянной части β_k , создаваемой перекидным оптическим клином, и переменной части β_u , определяемой измерительной кареткой компенсатора, т. е.

$$\beta = \beta_k + \beta_u. \quad (\text{XII.3})$$

С учетом (XII.3) формулу (XII.2) можно записать

$$D = \frac{K}{\beta_k + \beta_u} + C. \quad (\text{XII.4})$$

Для того чтобы при измерении различных расстояний величина параллактического угла β не была меньше определенной величины (так как относительная ошибка измерения расстояния увеличивается при уменьшении этого угла), дальномерная рейка имеет пять равных базисов. В зависимости от измеряемого расстояния используется максимально возможное количество базисов, число которых обозначают через N . Если определить коэффициент дальномера K для одного базиса, то, учитывая, что базисы между собой равны, можно получить коэффициент дальномера для каждого конкретного случая измерения расстояния, умножив K на число базисов N .

Тогда формула (XII.4) будет иметь вид

$$D = \frac{NK}{\beta_k + \beta_u} + C. \quad (\text{XII.5})$$

Величину постоянной части параллактического угла β_k как постоянную для каждого дальномера определяют из специального исследования, величину переменной части β_u измеряют с помощью шкалы, жестко связанной с измерительной парой полулинз.

Применяемый в дальномере ОТД способ измерения параллактического угла имеет следующие преимущества: во-первых, для измерения сравнительно больших параллактических углов не требуется сильно раздвигать линзы компенсатора, что приводит к быстрому рассогласованию оптической системы; во-вторых, совмещения изображения марок производятся каждый раз в центре поля зрения трубы, что ведет к повышению точности их совмещения.

§ 99. Измерение линий дальномером ОТД

Обычно расстояния измеряют по горизонтально поставленной рейке. Вертикально поставленной рейкой пользуются тогда, когда почему-либо нельзя ее поставить горизонтально. Следует учитывать, что точность измерения расстояний по вертикальной рейке ниже, чем по горизонтальной.

Дальномер и рейку устанавливают в конечных точках измеряемой линии, центрируют над центрами пунктов и горизонтируют. Горизонтально поставленную рейку устанавливают перпендикулярно к измеряемой линии по оптическому визирю; при вертикальной установке рейки эту операцию выполняют на глаз. Зрительную трубу дальномера наводят на рейку так, чтобы разделительное ребро бипризмы делило рейку пополам.

При одном и том же расстоянии возможны несколько вариантов совмещений марок (например, первый со вторым, первый с третьим и т. д.), из этих вариантов выбирают тот, при котором получается максимальная разность N между номерами совмещающихся марок.

Измерения производят в следующем порядке:

повернув рычаг перекидного клина вверх (клин в это время будет находиться внизу), наводящим винтом измерительной части

компенсатора совмещают изображения марок рейки и берут отсчет n_1 , затем определяют разность N_1 между номерами совмещенных марок;

повернув рычаг перекидного клина вниз (перекидной клин перемещается вверх), наводящим винтом измерительной части снова совмещают изображения марок и определяют n_2 и N_2 .

На этом заканчивается один прием.

Разность сделанных отсчетов укажет на величину β_u в том случае, если нуль шкалы будет в середине. Так как шкала оцифрована, начиная с края, то

$$\beta_u = \frac{(n'_1 - a) + (a - n'_2)}{2} = \frac{n'_1 - n'_2}{2}, \quad (\text{XII.6})$$

где a — отсчет по шкале при среднем положении линзового компенсатора; n'_1 и n'_2 — отсчеты, соответствующие действительному перемещению компенсатора.

Чтобы не делить результаты на два, в дальномере ОТД цена одного деления дальномерной шкалы уже уменьшена вдвое, поэтому

$$\beta_u = n_1 - n_2. \quad (\text{XII.7})$$

Знак у величины β_u может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от величины значений n_1 и n_2 .

Перед вторым приемом наводящим винтом установочной части компенсатора немного разводят изображения марок, а наводящим винтом измерительной части снова их совмещают и берут отсчет n_3 . Повернув рычаг клина вверх, наводящим винтом измерительной части совмещают изображения марок и берут отсчет n_4 , а также определяют разность N_2 между номерами совмещенных марок. Вычисляя величину β_u из второго приема.

Измерение переменной части параллактического угла при измерении расстояния производят шестью—десятью приемами. Максимальная величина разности между углами β_u в различных приемах не должна превышать 0,15 деления. За окончательное значение β_u принимается среднее арифметическое из всех измеренных значений угла.

При измерении расстояний могут быть случаи, когда $N_1 = N_2$ и когда N_1 и N_2 отличаются друг от друга на ± 1 . В последнем случае совмещение изображений называется смешанным. При измерении по горизонтальной рейке можно применять оба вида совмещений, но следует стремиться к тому, чтобы $N_1 = N_2$, тогда совмещение изображений производится точно в центре поля зрения.

Закончив измерение переменной части параллактического угла β_u по одной стороне рейки, переходят к измерению угла по другой стороне рейки.

Так как стороны рейки имеют различные по величине базисы, величины параллактических углов β , измеренных по второй сто-

роне рейки, следует привести к масштабу первой стороны. Для этого к измеренной величине β'_u по второй стороне рейки алгебраически прибавляют постоянную величину β_k , а затем еще 0,01 этой суммы, т. е.

$$\beta_{\text{прив}} = (\beta'_u + \beta_k) + 0,01 (\beta'_u + \beta_k).$$

Максимальные расхождения между средними значениями параллактических углов β по первой и второй сторонам рейки для одной линии не должны превышать 0,15 деления.

При измерении параллактических углов фиксируют температуру рейки.

После измерения расстояний измеряют угол наклона линии визирования. При измерении расстояния по горизонтальной рейке отсчет по вертикальному кругу берут после наведения ребра би-призмы на середину рейки, при измерении по вертикальной рейке штрих бипризмы наводят на совмещенную пару марок.

В табл. 25 приведен пример записи наблюдений на станции при измерении линии дальномером ОТД.

Вычисление длины линии. Измеренное наклонное расстояние линии вычисляют по формуле (XII.5). Коэффициент дальномера K и постоянную часть параллактического угла β_k предварительно определяют для каждого дальномера и комплекта

Т а б л и ц а 25

Журнал измерения линий дальномером ОТД

Дата, время: 27/VI 1977 г. 9 ч 20 мин

Погода: ясно

Изображения спокойные

Наблюдатель И. К. Радионов

Вычислитель В. И. Пармонов

$$\begin{aligned} v &= -0^\circ 42' \\ t_n &= +19,2^\circ \text{ C} & \beta_k &= 144,10 \\ t_k &= +20,0 & t_0 &= +18,0^\circ \\ t_{cp} &= +19,6^\circ & C &= 0,12 \text{ м} \end{aligned}$$

Название линии, номер стороны рейки	Номера совме- щенных марок	N	Отсчеты		$\beta_u =$ $= n_1 - n_2$	$\beta = \beta_{u_{cp}} +$ $+ \beta_k$	β_{cp}
			n_1	n_2			
5—6 1	6 1	5	73,43	41,80	+31,63	+31,60	175,72
			75,65	44,05	+31,60	144,10	
			77,16	45,55	+31,61	175,70	
			74,83	43,20	+31,63		
			75,55	43,96	+31,59		
			76,82	45,22	+31,60		
5—6 2	6 1	5	77,75	47,91	29,84	29,89	
			79,01	49,06	29,95	144,10	
			77,22	47,31	29,91	173,99	
			78,71	48,84	29,87	1,74	
			79,23	49,34	29,89	175,73	
			80,01	50,11	29,90		

реек. Постоянное слагаемое дальномера $C = 0,12$ м. Величину N — количество использованных малых базисов при измерении данного параллактического угла определяют по формуле

$$N = \frac{N_1 + N_2}{2}.$$

В вычисленную по формуле (XII.5) длину линии вводят две поправки — за изменение длины базиса рейки b и дальномерной шкалы под влиянием температуры δs_t и за приведение длины линии к горизонту δs_v . Окончательно

Т а б л и ц а 26

$$s = \frac{NK}{\beta_k + \beta_u} + C + \delta s_t - \delta s_v.$$

(XII.8)

Поправку δs_t вычисляют по формуле

$$\delta s_t = s \left[\alpha_p (t - t_0) - \frac{\Delta \beta_k + \Delta \beta_u + \beta_u \alpha_{ш} (t - t_0)}{K} s \right],$$

(XII.9)

где $\alpha_p = 23 \cdot 10^{-6}$ — температурный коэффициент линейного расширения металла рейки; $\alpha_{ш} = 7 \cdot 10^{-6}$ — температурный коэффициент линейного расширения материала дальномерной шкалы; t_0 — средняя температура при измерении расстояния; $\Delta \beta_k$, $\Delta \beta_u$ — изменения величин постоянной и переменной частей параллактического угла в результате изменения преломляющего угла клина и фокусных расстояний линз компенсатора при изменении температуры (определяется из результатов термоабберационного расчета).

Для величин δs_t по формуле (XII.9) составлена таблица [45]. Эта поправка вводится в случае, если $t > t_0$ на 5° или более.

Поправка за наклон измеряемой линии имеет вид:

а) при измерении по горизонтально установленной рейке

$$\delta s_v = D \sin^2 (v + 12'); \quad (\text{XII.10})$$

б) при измерении по вертикально установленной рейке

$$\delta s_v = D \sin^2 (v + 12'). \quad (\text{XII.11})$$

В формулах (XII.10) и (XII.11) величина D вычисляется из выражения (XII.4); v — угол наклона измеряемой линии к горизонту.

В табл. 26 приведен пример вычисления линии дальномером ОТД.

Линия 5—6

Обозначения	Значения
K	8268,18
C	0,12 м
t_0	$+18,0^\circ$
$t_{ср}$	$+19,6^\circ$
v	$-0^\circ 42'$
β	175,72
N	5
$\frac{NK}{\beta}$	235,26 м
C	$+0,12$
δs_t	0,00
δs_v	$-0,02$
s	235,36 м

§ 100. Поверки и исследования дальномерного комплекта ОДД

Поверки дальномера. 1. Ребро бипризмы должно быть горизонтальным. Наводят трубу на хорошо видимую точку. Вращая трубу дальномера по азимуту, следят за положением точки. Если она перемещается параллельно ребру бипризмы, то условие выполнено. В противном случае выполняется юстировка в мастерской.

2. Ось цилиндрического уровня должна быть перпендикулярна к вертикальной оси вращения дальномера. Поверка и юстировка производятся так же, как и в теодолите.

3. Место нуля вертикального круга должно быть известно. Устанавливают дальномер и приводят его вертикальную ось вращения в отвесное положение. Рядом с дальномером ставят на штативе теодолит так, чтобы оси вращения труб теодолита и дальномера были на одном уровне (с точностью до 3 см). Место нуля определяют следующим порядком.

Для работы с горизонтальной рейкой. С помощью теодолита определяют угол наклона на какую-либо точку местности, удаленную не менее чем на 400 м. После этого на ту же точку наводят зрительную трубу дальномера, совмещая ребро бипризмы с одним из изображений точки, и берут отсчет по вертикальному кругу. Место нуля определяют из выражения

$$MO = L - v_{\text{теод}}. \quad (\text{XII.12})$$

Для работы с вертикальной рейкой. Устанавливают рейку примерно на расстоянии 300 м от дальномера, подготовленного к работе по вертикальной рейке. Наводят трубу дальномера при круге слева на рейку и наводящим винтом измерительной части компенсатора совмещают изображения 1-й и 6-й марок; наклоном зрительной трубы наводят штрих бипризмы на совмещенное изображение и берут отсчет по вертикальному кругу. Измеряют теодолитом углы наклона на 1-ю и 6-ю марки v_1 и v_6 и вычисляют средний угол

$$v_{\text{теод}} = \frac{v_1 + v_6}{2}. \quad (\text{XII.13})$$

Место нуля определяют по формуле (XII.12).

4. Визирная ось оптического центрира должна совпадать с осью вращения дальномера. Ось вращения дальномера, установленного на штативе, приводят в отвесное положение. На головке штатива карандашом обводят контур трегера, а на земле отмечают проекцию креста сетки нитей оптического центрира. Поворачивают трегер с прибором на 120° , совмещая его с контуром, обведенным карандашом; приводят ось вращения дальномера в отвесное положение и проверяют, совпадает ли крест сетки нитей с ранее отмеченной точкой. Если совпадения нет, отмечают снова проек-

цию креста сетки нитей. Подставку еще раз поворачивают на 120° и повторяют указанные выше действия. В полученном на земле треугольнике погрешностей отмечают центр тяжести, после чего юстировочными винтами центраира совмещают с ним перекрестие сетки нитей.

Проверки дальномерной рейки. 1. *Расстояния между серединами черных полос на марках дальномерной рейки должны быть равны между собой.* Компарирование рейки выполняют контрольной линейкой. Расстояния между марками каждой стороны рейки должны быть равны в пределах $\pm 0,05$ мм. Расстояние между марками на второй стороне рейки должно отличаться от расстояния на первой стороне на 1%.

2. *Ось уровня для горизонтальной установки рейки должна быть перпендикулярна к верхней трубке каркаса рейки; ось уровня для вертикальной установки рейки должна быть параллельна верхней трубке каркаса рейки.* Рейку устанавливают горизонтально (или вертикально) на расстоянии 30—50 м от дальномера. Ее положение проверяют с помощью зрительной трубы дальномера, визируя вдоль верхней трубки каркаса рейки. При отклонении рейки от горизонтального (или вертикального) положения ее подправляют подъемными винтами подставки, после чего юстировочными винтами приводят пузырек уровня в нуль-пункт.

3. *Коллимационная плоскость визира должна быть перпендикулярна к плоскостям марок рейки.* Строят с помощью теодолита на местности прямой угол и выставляют по направлению его сторон на расстоянии 30—40 м две вехи. В подставку в вершине угла, в которой стоял теодолит, вставляют рейку и устанавливают ее по уровню. Поворачивая рейку, совмещают на глаз плоскость марок с направлением на вежу. При этом изображение перекрестия визира в случае выполнения условия должно совместиться с направлением на вторую вежу. В противном случае отпускают два винта, крепящие визир к рейке, и повертывают его по азимуту до совмещения перекрестия с направлением на вежу. После этого закрепляют визир и проверку повторяют.

Определение постоянных дальномера — постоянной части параллактического угла β_k и коэффициента дальномера K . Определение величин β_k и K выполняют на полевом компараторе длиной примерно 360 м, имеющем 10—12 интервалов. Длины линий компаратора измеряются инварной проволокой с точностью не ниже 1 : 20 000.

Установив дальномер над начальной точкой компаратора, на промежуточных точках последовательно устанавливают дальномерную рейку и измеряют параллактические углы. По каждой стороне рейки измеряют два параллактических угла β_{u_1} и β_{u_2} ; первый соответствует максимальному N_1 , а второй — минимальному N_2 количеству базисов рейки для данного расстояния. Измерение углов производят 6—10 приемами. Расхождение между

приемами не должно превышать 0,15. После измерения параллактических углов определяют температуру рейки и угол наклона.

Величину β_k определяют по формуле

$$\beta_k = \frac{\beta_{u_1} N_2 - \beta_{u_2} N_1}{N_1 - N_2}. \quad (\text{XII.14})$$

За окончательное значение β_k принимают среднее арифметическое из всех определений.

Коэффициент дальномера K находят из формулы (XII.8) (величина δs_r отсутствует)

$$K = (s - C + \delta s_v) \frac{\beta_k + \beta_u}{N},$$

где s — длина интервала компаратора.

Поправка за наклон линии визирования δs_v учитывается при углах наклона, больших $20'$.

Параллактические углы, измеренные по второй стороне рейки, должны быть приведены к масштабу первой стороны.

Определение постоянных β_k и K производит тот наблюдатель, который в дальнейшем будет работать с дальномером. В случае наличия нескольких наблюдателей каждый из них определяет свои β_k и K и при вычислении линий использует эти постоянные.

§ 101. Редукционный тахеометр Редта 002

Оптический редукционный тахеометр был сконструирован Р. Босхардом в сотрудничестве с фирмой «Цейсс» в 1921 г. и получил название «Редта». В настоящее время тахеометры Редта 002 изготавливает Народное предприятие «Карл Цейсс», «Йена» (ГДР).

В приборе Редта сочетается точный оптический теодолит, позволяющий измерять горизонтальные и вертикальные углы со средней квадратической ошибкой $4-5''$, с прецизионным оптическим дальномером двойного изображения с постоянным диастиметрическим углом и переменным базисом, позволяющим измерять горизонтальные продолжения с относительной средней квадратической ошибкой $1 : 5000$.

Общее устройство прибора. Редта 002 — оптический теодолит с цилиндрической повторительной системой вертикальных осей, с поворотным горизонтальным лимбом и шкаловым микроскопом.

Внешний вид прибора представлен на рис. 124. Зрительная труба прибора земная (изображение прямое) с внутренней фокусировкой и хроматической коррекцией; увеличение трубы $25\times$; угол поля зрения $1,4^\circ$; диаметр объектива 42 мм. Труба переводится через зенит объективным концом.

Для управления теодолитом имеются закрепительный и наводящий винты 1 и 3 горизонтального круга и зрительной трубы,

установочный винт уровня 13, специальное устройство, состоящее из фиксатора 15 и клавиши 16, позволяющее соединить алидаду с лимбом. Уровни расположены: круглый и цилиндрический 14 с ценой деления 30" — на алидаде горизонтального круга, цилиндрический контактный 6 — на алидаде вертикального круга; изображение концов пузырька этого уровня передается на призму 7;

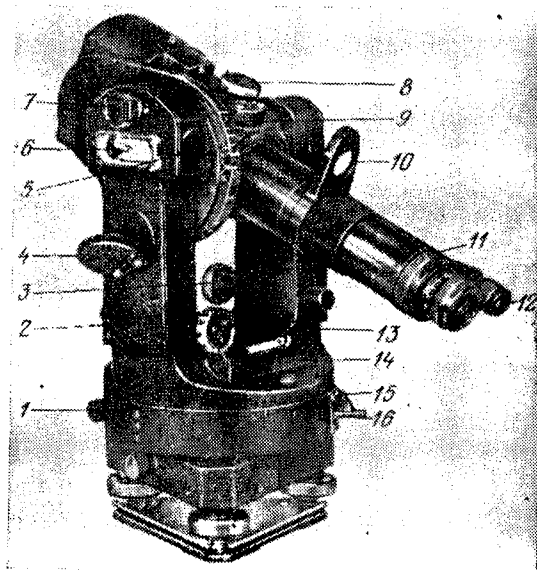


Рис. 124

юстировочные винты уровня находятся в колонке 2 за крышкой 5.

Стеклянные круги теодолита диаметрами горизонтальный 114 мм и вертикальный 74 мм разделены на 360° или 400° . На вертикальном круге, кроме градусной (или градовой) шкалы с зенитной оцифровкой, нанесена шкала тангенсов с ценой деления 0,001.

Отсчетное устройство теодолита представляет шкаловой микроскоп. Окуляр отсчетного микроскопа 12 расположен рядом с окуляром зрительной трубы. Лимбы освещаются лучами света, отражаемыми от зеркала 4. Прибор приспособлен также для искусственного освещения кругов. Поле зрения отсчетного микроскопа представлено на рис. 125. Отсчеты соответственно равны по горизонтальному кругу (Hz) $130^\circ 06,6'$, по вертикальному (V) $87^\circ 21,5'$, по шкале тангенсов $+0,0466$.

Для центрирования имеется нитяной центрир; центрировочная штанга и оптический центрир входят в дополнительное оборудование.

Оптический дальномер двойного изображения с редуцирующим устройством (авторедуктором) помещен в зрительной трубе прибора.

Оптическая схема дальномера. Оптическая схема зрительной трубы показана на рис. 126. Зрительная труба прибора имеет два входных отверстия: верхнее, дающее прямое изображение (при измерении углов), и нижнее, предназначенное для получения двойного изображения (при измерении расстояний).

В нижней части трубы помещен оптический компенсатор, состоящий из двух одинаковых ахроматических клиньев 2 и 2', вращающихся при наклонах трубы в противоположных направлениях вокруг визирной оси. Клинья 2 и 2' предназначены для образования параллактического угла и для редуцирования наклонных расстояний на горизонтальную плоскость. При повороте зрительной трубы на угол α на этот же угол, но в разные стороны поворачиваются и клинья 2 и 2'. При горизонтальном положении оси визирования оба кли-

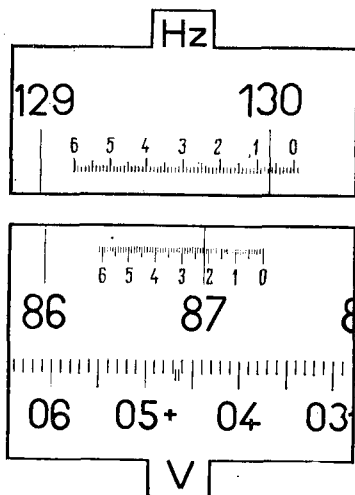


Рис. 125

на расположены так, что их преломляющие ребра направлены в одну сторону (сторону вертикального круга) и параллактический угол, образованный ими, имеет максимальное значение $34' 22,6'$.

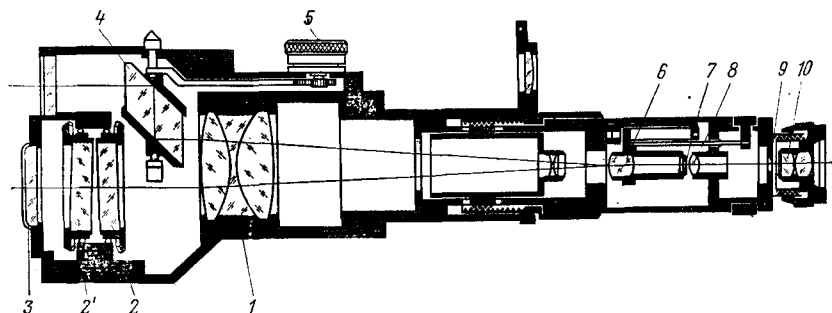


Рис. 126

Если же трубу повернуть на 90° , т. е. поставить в вертикальное положение, то клинья будут развернуты так, что их преломляющие углы будут направлены в противоположные стороны и действие клиньев будет аналогично действию плоскопараллельной пластинки.

Клинья компенсатора перекрывают нижнюю половину отверстия объектива 1. Перед ними установлен корректирующий (юстировочный) оптический клин 3 с малым преломляющим углом, который служит для придания коэффициенту дальномера точного значения, равного 100.

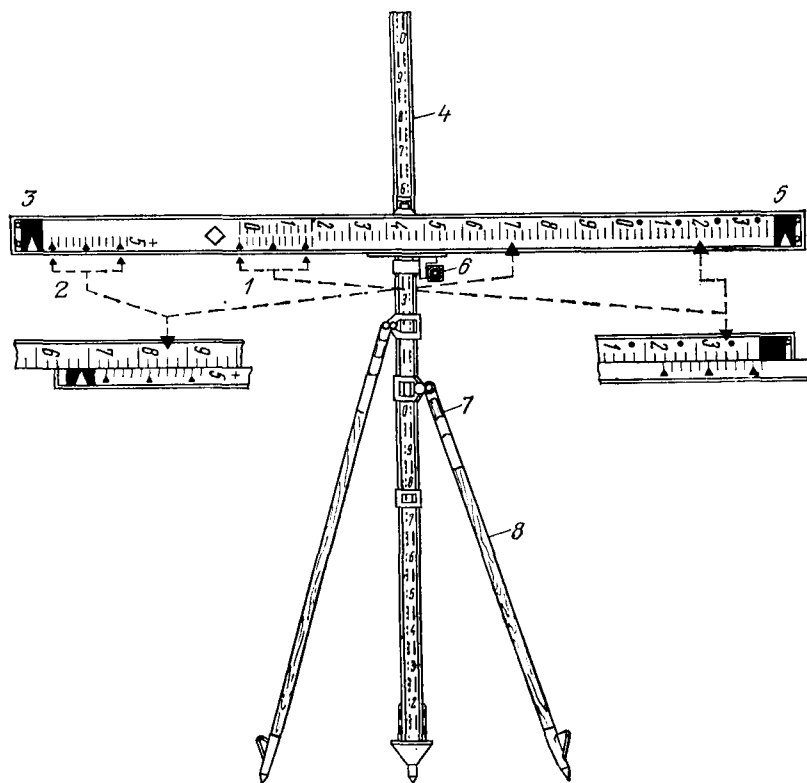


Рис. 127

Верхняя половина отверстия объектива перекрывается ромб-призмой 4, поворачивающейся вокруг вертикальной оси. Действие ромб-призмы эквивалентно действию плоскопараллельной пластинки, толщина которой равна длине хода луча в призме. Ромб-призма поворачивается при помощи головки 5 (на рис. 124 — 8), на которой нанесена шкала с 20 делениями. Ромб-призма вместе с головкой и шкалой образует оптический микrometer, предназначенный для повышения точности отсчитывания по рейке. Отсчет по шкале производится при помощи лупы 10 (см. рис. 124). Перед ромб-призмой установлена плоскопараллельная пластинка 3 (см. рис. 126), герметизирующая объективную часть трубы.

Для разделения двух, накладывающихся одно на другое, изображений рейки в окулярной части зрительной трубы дальномера помещено разделительное устройство, состоящее из бипризмы 6 (она же коллектив) и диафрагмы 7. Лучи, пройдя фокусирующую линзу и разделительное устройство, попадают в объектив 8, который строит прямое изображение в плоскости полевой диафрагмы 9, рассматриваемое через окуляр 10. Разделительное устройство может выключаться при помощи поворотного кольца переключателя дальномера 11 (см. рис. 124).

Рейка к дальномеру Редта 002. В комплект прибора входят две горизонтальные рейки с подставками. Рейку длиной 2,09 м можно устанавливать на штативе или на штанге (рис. 127). Штрихи на рейке нанесены на тонкой стальной полосе, скрепленной с деревянным корпусом рейки винтами так, что она свободно изменяет свою длину при температурных изменениях. На рейке имеется основная шкала с 13 оцифрованными дециметровыми делениями, каждое из которых разделено на пять частей (по 2 см), два верньера 1, 2 и две марки 3, 5 на расстоянии 2 м. Верньером 2 пользуются при измерении расстояний до 130 м, верньером 1 — до 180 м.

Рейка с помощью специального устройства прикрепляется к металлической вертикальной штанге 4 длиной 2,1 м. Это устройство позволяет поворачивать рейку вокруг штанги и изменять ее положение по высоте. Штанга поддерживается двумя подпорками 8, имеющими закрепительные винты. Длина подпорок регулируется подъемными винтами 7. На штанге имеется круглый уровень и оптический визир 6. На передней плоской стороне штанги нанесены сантиметровые деления. Штанга для штатива имеет длину около 3 дм и вставляется во втулку подставки нижним концом, сделанным в виде цилиндрической оси.

§ 102. Принцип действия редуцирующего устройства дальномера Редта 002

Редуцирующее устройство состоит из клиньев 2 и 2' (см. рис. 126), одной неподвижной шестерни, закрепленной на оси вращения трубы теодолита, и двух вращающихся шестеренок. Все три шестерни расположены сбоку трубы теодолита в одной вертикальной плоскости. Радиусы шестерен рассчитаны таким образом, что при вращении трубы на определенный угол на этот же угол (в разные стороны) поворачиваются клинья.

Рассмотрим принцип действия редуцирующего устройства на рис. 128. Пусть точка O в поле зрения трубы соответствует пересечению нитей сетки и эта точка видна через верхнюю часть объектива. Предположим, что перед объективом имеется клин 2', который отклонит точку O на угол $\frac{\varphi}{2}$ в положение A . При вращении клина 2' отклоняемый им луч FA образует боковую поверхность

конуса, а точка A опишет на плоскости, перпендикулярной к визирной оси, круг радиусом r , соответствующий углу $\frac{\varphi}{2}$.

Если клин $2'$ повернуть на угол α , то увидим в точке пересечения крест нитей точку A_1 ; разложив вектор отклонения луча OA_1 на составляющие, получим горизонтальную составляющую OA'_1 и вертикальную $A_1A'_1$. Поместив перед клином $2'$ клин 2 так, чтобы направление главного сечения клина было горизонтально, в трубе вместо точки A_1 получим точку B , лежащую на расстоянии r от точки A_1 . Если же повернуть клин 2 на угол α в сторону, противоположную повороту клина $2'$, то в трубе появится новая точка B_1 . Эта точка будет лежать на горизонтали OA и, таким образом, вертикальная составляющая при действии обоих клиньев будет равна нулю. Сумма же горизонтальных составляющих $OA'_1 + A'_1B_1 = 2A_1 \cos \alpha$. Из рис. 128 видно, что параллактический угол $\varphi = \angle OFC$ уменьшился.

Общий угол отклонения лучей в горизонтальной плоскости равняется сумме углов отклонения лучей парой клиньев, умноженной на косинус угла поворота каждого клина, т. е.

$$\varphi' = 2 \frac{\varphi}{2} \cos \alpha = \varphi \cos \alpha. \quad (XII.15)$$

При изменении длины наклонной линии клинья 2 и $2'$ одновременно, но в противоположные стороны поворачиваются на угол α , равный углу наклона визирной оси теодолита. Отрезок OB_1 будет представлять собой отсчет l по дальномерной рейке. Тогда согласно рис. 128 получим

$$OF = l \operatorname{ctg} \varphi' \quad (XII.16)$$

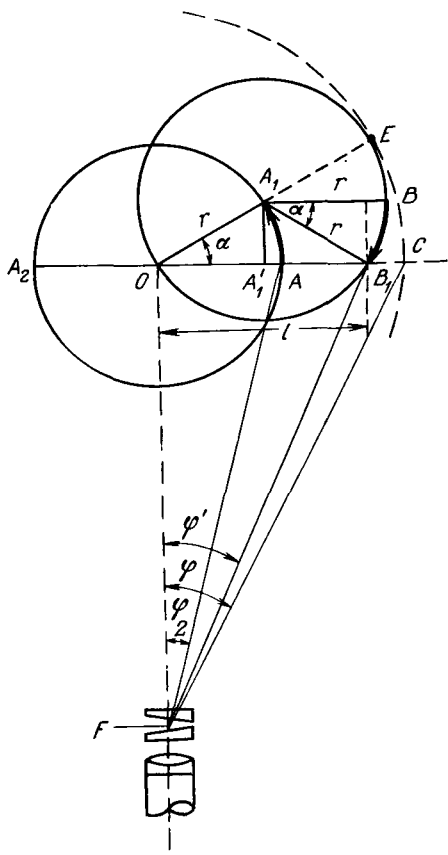


Рис. 128

или с учетом формулы (XII.15)

$$l \frac{\rho}{\varphi'} = l \frac{\rho}{\varphi \cos \alpha}. \quad (\text{XII.17})$$

Так как постоянная величина $\frac{\rho}{\varphi} = K$ есть коэффициент даль-
номера, то

$$OF \cos \alpha = lK. \quad (\text{XII.18})$$

Отсюда следует, что непосредственный отсчет по рейке, умно-
женный на коэффициент дальногомера, дает редуцированное на гори-
зонтальную плоскость расстояние (горизонтальное проложение).

§ 103. Измерение горизонтального проложения линии дальномером Редта 002

Перед отсчетом по дальномеру выполняют следующие действия:
приводят ось вращения прибора в отвесное положение;

зрительную трубу при круге слева наводят на рейку так, чтобы
горизонтальная нить трубы делила рейку по горизонтали при-
мерно пополам;

поворотом кольца переключателя *1/1* вправо до упора (см.
рис. 124) включают дальномер двойного изображения;

наводящим винтом зрительной трубы наводят разделительную
линию на середину рейки;

наводящим винтом алидады горизонтального круга верньер,
по которому будет производиться отсчет, подводят примерно
в середину поля зрения трубы;

установочным винтом уровня совмещают концы пузырька кон-
тактного уровня вертикального круга;

вращением головки оптического микрометра совмещают наи-
более близко расположенные штрихи верньера и рейки;

производят отсчет.

Полный отсчет l складывается из отсчетов по шкалам рейки,
верньера и оптического микрометра.

Цена деления основной шкалы рейки 2 см, следовательно, деся-
тичный верньер позволяет производить оценку долей рейки с округ-
лением до 0,2 см. Шкала оптического микрометра имеет 20 делений;
поворот ромб-призмы смещает световые лучи, проходящие через
нее параллельно самим себе, на величину интервала, равного
точности верньера, следовательно, цена одного деления шкалы
микрометра равна 0,01 см. Таким образом, при коэффициенте даль-
номера, равном 100, отсчет l будет выражен непосредственно
в метрах.

Число десятков метров и отдельные метры отсчитывают от
нуля рейки до нулевого штриха верньера. Число десятков метров
равно оцифрованному штриху, число метров — числу целых де-
лений от прочитанного штриха рейки до нулевого штриха верньера,

умноженному на два. Число дециметров равно номеру совпадающего штриха верньера, умноженному на два. Число целых сантиметров и десятых долей отсчитывают по шкале оптического микрометра.

На рис. 129 отсчет по рейке составляет $50 \text{ м} + 3 \cdot 2 \text{ м} + 8 \times 0,2 \text{ м} = 57,6 \text{ м}$, отсчет по шкале оптического микрометра $0,136 \text{ м}$, полный отсчет $57,736 \text{ м}$.

При измеряемых расстояниях более 130 м отсчитывание по рейке производят с помощью внешнего верньера; в этом случае к отсчету прибавляют 50 м (пользование внешним верньером показано на рис. 127).

Горизонтальное проложение линии, измеряемое дальномером Редта, определяется по формуле

$$s = Kl + C, \quad (\text{XII.19})$$

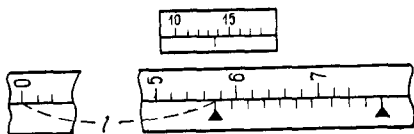


Рис. 129

где C — постоянное слагаемое, равное $c_1 + c_2$; c_1 — отрезок от вершины диастиметрического угла (аналатической точки) до оси вращения трубы ($c_1 = 88 \text{ мм}$); c_2 — отрезок от передней плоскости рейки до оси вертикальной штанги ($c_2 = 44 \text{ мм}$).

Однако постоянное слагаемое C в дальномере Редта исключается соответствующей установкой шкалы микрометра и смещением верньера рейки. При положении, когда грани ромб-призмы перпендикулярны к визирной оси, против отсчетного индекса головки микрометра устанавливается деление 10. При этом визирная линия остается неизменной. Если повернуть головку микрометра и установить на отсчет 0, визирная линия сместится параллельно по горизонтали на 1 мм вправо. Для устранения же постоянного слагаемого визирную линию надо сместить вправо на величину

$$\Delta l = \frac{C}{K} - 1 \text{ мм} = \frac{88 + 44}{100} - 1 = 0,32 \text{ мм}.$$

Эта величина учитывается посредством смещения к центру рейки (вправо) обоих верньеров.

Следует иметь в виду, что автоматическое редуцирование распространяется только на расстояние от вершины диастиметрического угла до рейки. Часть постоянного слагаемого (отрезок c_1) не редуцируется. Чтобы получить горизонтальное проложение и этого отрезка, надо вычесть из измеренного расстояния поправку δC , определяемую по формуле

$$\delta C = -2C_1 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (\text{XII.20})$$

или отсчитать ее (в сантиметрах) по шкале 9 (см. рис. 124), нанесенной на кожухе вертикального круга.

§ 104. Поверки и исследования дальномерного комплекта Редта 002

Вначале прибор проверяют и исследуют как теодолит (см. § 61, 62), а затем проверяют рейку и дальномер.

П о в е р к и р е й к и. 1. *Ось круглого уровня на вертикальной штанге должна быть параллельна оси штанги.* По отвесу или при помощи теодолита устанавливают штангу вертикально; если пузырек уровня смещается, то перемещают его на середину исправительными винтами уровня.

2. *Коллимационная плоскость оптического визира рейки должна быть перпендикулярна к передней плоскости рейки.* Поверка условия выполняется так же, как у рейки дальномера ОТД.

В дальномерных комплектах последних выпусков это условие гарантируется фирмой.

П о в е р к а р е д у ц и р у ю щ е г о у с т р о й с т в а д а л ь н о м е р а. 1. *При горизонтальном положении визирной оси и положении пузырька уровня при вертикальном круге в нуль-пункте преломляющие ребра клиньев должны быть вертикальны.* Выбирают линию длиной 30—50 м на местности с углом наклона 7—10° и закрепляют ее концы колышками с вбитыми гвоздями. Над одним колышком устанавливают прибор, над другим — рейку и многократно (8—10 раз) измеряют расстояние. Затем взаимно меняют прибор и рейку и повторяют измерения в обратном направлении. Из полученных расстояний в прямом и обратном направлениях берут средние $s_{пр. ср}$ и $s_{обр. ср}$ и вычисляют разность между ними d

$$d = s_{пр. ср} - s_{обр. ср}.$$

Если

$$\frac{d}{s} \leq \frac{1}{5000},$$

то условие выполнено. В противном случае производят юстировку.

Вычисляют среднее из расстояний $s_{ср} = \frac{s_{пр. пр} + s_{ср. обр}}{2}$, которое будет свободным от ошибки редуцирующего устройства. С левой колонки снимают боковую крышку и открывают доступ к юстировочным винтам авторедуктора прибора. Устанавливают по шкале микрометра сантиметры вычисленного среднего отсчета $s_{ср}$ (при этом уровень вертикального круга должен быть в нуль-пункте) и вращением юстировочных винтов совмещают изображения штриха верньера со штрихом основной шкалы, после чего поверку повторяют.

Поверка редуцирующего устройства проводится заново, если перед этим выполнялась юстировка уровня на алидаде вертикального круга при исправлении места зенита.

Исследования дальномера. При исследовании дальномера определяют его постоянные: постоянное слагаемое и коэффициент дальномера.

Определение постоянного слагаемого дальномера. Постоянное слагаемое в дальномерном комплексе Редта 002, как правило, должно быть равно нулю. Однако в некоторых приборах может иметь место остаточная величина постоянного слагаемого, которая автоматически не исключается. Ее определяют на коротких расстояниях порядка 3—6 м для того, чтобы возможное отклонение коэффициента дальномера от 100 не влияло на точность определения.

На ровной местности колышками отмечают точки постановки прибора и 3—4 точки постановки реек (на расстоянии, например, 3, 4, 6 м). Каждое из расстояний измеряют рулеткой. Над первым колышком устанавливают тахеометр, а над остальными — последовательно рейку. Приборы тщательно центрируют и горизонтируют. Причем рейку устанавливают по оптическому визиру и симметрично относительно визирного луча.

Дальномером многократно измеряют расстояния (10—12 раз), при этом в первой половине измерения головку микрометра вращают по часовой стрелке, во второй — против часовой стрелки. Из полученных значений берут среднее. Величину C определяют из выражения

$$C = s - 100l_{\text{ср}},$$

где s — значение линии, измеренное рулеткой.

После этого первую рейку заменяют на вторую и наблюдения повторяют. Полученную величину C учитывают при измерении линий дальномером.

Определение коэффициента дальномера. Коэффициент дальномера определяют на полевом компараторе длиной 120 м, измеренном инварными проволоками с относительной ошибкой не более 1 : 25 000.

С помощью теодолита в створе компаратора, примерно в середине его, намечают три точки на расстоянии 1—2 м друг от друга и закрепляют их колышками. Тахеометр устанавливают над одной из отмеченных точек, а рейки — на концах компаратора и многократно (10—12 раз) измеряют отрезки компаратора. Далее тахеометр устанавливают на второй и третьей промежуточных точках компаратора и также измеряют длины его отрезков.

Максимальные расхождения в отсчетах при определении длин отрезков базиса не должны превышать 1 : 5000 длины отрезка. Из полученных значений берут среднее. Складывая соответствующие измеренные отрезки, получают три измеренные дальномером длины компаратора, по которым вычисляют коэффициент дальномера

$$K = \frac{s - C}{l},$$

(здесь s — длина компаратора, измеренная инварной проволокой). Расхождения коэффициентов дальномера, определенных по разным наблюдениям и рейкам не должны превышать $1 : 10\,000$.

Для удобства измерений величину K сводят к величине, очень близкой к 100. Это делается с помощью коррекционного клина и вилкообразного ключа (прилагаемого к дальномеру).

При горизонтальном положении оптической оси трубы главная плоскость клина также горизонтальна. При повороте клина в трубе главная плоскость его соответственно наклоняется. При вращении коррекционного клина можно несколько уменьшать величину параллактического угла и, следовательно, изменять в небольших пределах коэффициент дальномера с тем, чтобы сделать его равным 100. Поворот клина ключом на одно деление шкалы, помещенной на его оправе, соответствует изменению стометрового расстояния на 1 см.

Коэффициент дальномера определяет каждый наблюдатель и в случае расхождения результатов при вычислении расстояний использует коэффициент, полученный из своих определений.

Постоянное слагаемое и коэффициент дальномера определяются перед началом и после окончания работ, а также если тахеометр подвергся сильной тряске или удару.

§ 105. Способы измерения линий дальномером Редта 002

Способ измерения линий зависит от их длины. Линии до 150—170 м измеряют в прямом и обратном направлениях с одной постановки прибора. Линии длиннее 170 м измеряют по частям. В первом способе на одном из концов измеряемой линии устанавливают тахеометр, на другом — рейку. Приборы центрируют и горизантируют. Рейку устанавливают перпендикулярно к измеряемой линии с помощью оптического визира. При этом наблюдают, чтобы используемые штрихи рейки располагались симметрично относительно вертикальной штанги.

Если рейка установлена правильно, то при наблюдении оптического визира в зрительную трубу тахеометра виден яркий вертикальный штрих. После этого производят отсчитывание расстояния в последовательности, указанной в § 103.

Измерение линии в одном направлении выполняют двумя приемами. Прием состоит из двукратного совмещения штрихов на рейке и двукратного отсчета: первый отсчет — при вращении головки винта оптического микрометра по ходу часовой стрелки, второй — при вращении против хода часовой стрелки.

Предельное относительное расхождение результатов измерения линии должно быть не более:

между приемами — $1 : 3000$;

между прямыми и обратными измерениями — $1 : 5000$.

Журнал измерения линии дальномером Редта 002

Дата: 4 июля 1978 г.
Наблюдатель И. И. Борисова
Вычислитель М. Н. Сергеева
K = 99,983 C = 0

Пункт ПЗ.33—ПЗ.39

Погода: ясно, ветер слабый
Изображение спокойное

Название линий или секций	Отсчеты			Горизонтальное продолжение $s = KI + C$	Схема измерения линий
	по рейке	по микро- метру	полный отсчет		
ПЗ.38—1	120,2	103 $\frac{109}{106}$ 66 $\frac{62}{64}$	120,306	120,286	
ПЗ.38—2	123,6	87 $\frac{82}{84}$ 59 $\frac{53}{56}$	123,664	123,643	
ПЗ.39—2	138,8		138,884	138,860	
ПЗ.39—1	142,2		142,266	142,242	
				$\Delta = 3,357$ $\Delta = 3,382$ $s = 262,528$ $s = 262,503$ $d = 0,025$	

$$\frac{d}{s} = \frac{0,025}{263} = \frac{1}{10\,500}$$

Во втором способе линию предварительно провешивают и намечают места постановки прибора и реек. Если, например, длина измеряемой линии превышает 320—340 м, то в створе измеряемой линии (рис. 130) примерно посередине, в точках C и D , находящихся на расстоянии 1—3 м одна от другой, устанавливают рейки и измеряют до них расстояния s_1 и s_2 из точки A и s_3 , s_4 — из точки B .

Контролем правильности измерений будет равенство

$$\Delta = s_2 - s_1 = s_4 - s_3.$$

Искомое горизонтальное проложение между точками A и B вычисляют как

$$s = \frac{(s_1 + s_3) + (s_2 + s_4)}{2}.$$

Допустимая ошибка установки промежуточных точек в створе линии не должна превышать величины r , определяемой по формуле

$$r = \frac{0,6s}{\sqrt{M}}, \quad (\text{XII.21})$$

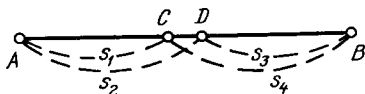


Рис. 130

где M — знаменатель предельной относительной ошибки измерения.

Количество приемов и допуски при измерении линий по частям те же самые, что и при измерении с одной постановки рейки. При больших углах наклона линии и отрезки измеряют в прямом и обратном направлениях, что исключает остаточное влияние ошибок редуцирующего устройства.

При использовании дальномера Редта для проложения теодолитных ходов с относительной ошибкой 1 : 2000 линии измеряют одним приемом (2 совмещения и 2 отсчета) с соблюдением следующих допусков:

предельное расхождение между приемами — 1 : 2000;

предельное расхождение между прямыми и обратными измерениями или двойными измерениями — 1 : 3000.

Пример записи и вычислений в полевом журнале при измерении линии в полигонометрии 2 разряда приведен в табл. 27.

§ 106. Средняя квадратическая ошибка расстояния, измеренного оптическим дальномером

При оценке точности измерений оптическими дальномерами ошибками определения постоянного слагаемого по их малости можно пренебречь и при дифференцировании использовать формулы:

$$s = Kl$$

для дальномера Редта или

$$D = \frac{K}{\beta}$$

для дальномера ОТД, понимая под β общий измеренный параллактический угол.

Для написанных функций согласно теории ошибок будем иметь

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_K}{K}\right)^2 + \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 \quad (\text{XII.22})$$

или

$$\left(\frac{m_D}{D}\right)^2 = \left(\frac{m_K}{K}\right)^2 + \left(\frac{m_\beta}{\beta}\right)^2. \quad (\text{XII.23})$$

Коэффициент дальномера K можно определить с высокой точностью, поэтому первый член формул мал по сравнению со вторым и им можно пренебречь. Тогда получим

$$\frac{m_s}{s} = \frac{m_l}{l} \quad (\text{XII.24})$$

или

$$\frac{m_D}{D} = \frac{m_\beta}{\beta}, \quad (\text{XII.25})$$

т. е. *относительная ошибка измерения расстояния в дальномере с постоянным параллактическим углом равна относительной ошибке измерения базиса l , в дальномере с постоянным базисом — относительной ошибке измерения параллактического угла β .*

Заменяя в формуле (XII.24) значение $l = \frac{s\varphi}{\rho}$, получим

$$m_s = \frac{\rho}{\varphi} m_l. \quad (\text{XII.26})$$

Отсюда видно, что при измерении дальномером с постоянным параллактическим углом средняя квадратическая ошибка обратно пропорциональна величине угла и не зависит от длины измеряемого расстояния. При измерении расстояний с одной постановкой рейки ошибка отсчета по рейке m_l базиса l есть величина практически постоянная, следовательно, и средние квадратические ошибки расстояний m_s можно полагать равными независимо от величины измеряемого расстояния.

Подставим в формулу (XII.25) значение $\beta = \frac{b\rho}{D}$ и определим m_D :

$$m_D = \frac{D^2}{b\rho} m_\beta, \quad (\text{XII.27})$$

т. е. *при измерении дальномером с постоянным базисом средняя квадратическая ошибка прямо пропорциональна квадрату расстояния и обратно пропорциональна длине базиса рейки. Поэтому более высокая точность измерения дальномером ОТД достигается при использовании максимально возможного для данного расстояния количества базисов N .*

При подсчетах значения $[m_s^2]$ при расчетах точности полигонометрических ходов среднюю квадратическую ошибку линии m_{s_i} можно представить как

$$m_{s_i} = \left(\frac{m_s}{s} \right) s_i, \quad (\text{XII.28})$$

полагая, что $\frac{m_s}{s}$ есть величина постоянная, характеризующая точность дальномера; тогда

$$[m_s^2] = \left(\frac{m_s}{s} \right)^2 [s^2] = \left(\frac{m_s}{s} \right)^2 s_{\text{ср}}^2 n. \quad (\text{XII.29})$$

§ 107. Источники ошибок при измерении линий оптическими дальномерами

Все ошибки при измерении линий дальномерами можно разделить на четыре группы: ошибки дальномера, ошибки дальномерной рейки, личные и внешних условий.

О ш и б к и д а л ь н о м е р а

При измерении линий эти ошибки имеют систематический характер.

Ошибка постоянного слагаемого. Величина постоянного слагаемого определяется заводом-изготовителем с достаточной точностью и указывается в технических данных прибора. Однако в процессе эксплуатации прибора величина C может измениться, поэтому периодически (перед началом и после окончания работ) постоянное слагаемое следует определять.

Ошибки коэффициента дальномера и постоянной части параллактического угла. Отклонение коэффициента K в дальномере Редта от номинальной величины 100 зависит от изменения параллактического угла и от ошибок, допущенных при изготовлении вращающихся клиньев. Ошибка параллактического угла клиньев должна быть не более $0,4''$ или $1 : 500\,000$, что при диаметре клиньев 50 мм соответствует допуску по толщине не более $0,0001$ мм. Для снижения стоимости изготовления клиньев их делают с меньшей точностью, исправляя возможную ошибку изготовления при помощи добавочного корректирующего клина.

В дальномере ОТД величина K зависит от стабильности положения марок на рейке. Ошибки положения марок не должны превышать $0,1$ мм, а расстояния между соседними марками должны быть равны с точностью $\pm 0,05$ мм.

Если необходимо, чтобы систематическое влияние ошибки определения коэффициента дальномера K на точность измеряемой линии было пренебрегаемо мало, достаточно иметь неравенство

$$\frac{m_K}{K} \leq \frac{1}{3} \left(\frac{m_l}{l} \right)$$

или

$$\left(\frac{m_K}{K}\right) \leq \frac{1}{3} \left(\frac{m_\beta}{\beta}\right).$$

В дальномере Редта величина $\frac{m_l}{l}$ должна быть не больше $\frac{1}{5000}$; в таком случае необходимо, чтобы

$$\frac{m_K}{K} \leq \frac{1}{15000}.$$

В дальномере ОТД величина $\frac{m_\beta}{\beta}$ должна быть не больше $\frac{1}{8000}$, следовательно,

$$\frac{m_K}{K} \leq \frac{1}{18000}.$$

Относительная ошибка определения постоянной части параллактического угла $\frac{m_{\beta_k}}{\beta_k}$ также не должна выходить за пределы $\frac{1}{18000}$.

Ошибка вследствие неточного редуцирования расстояния (в дальномере Редта). Источником ошибки может быть не совсем точная юстировка уровня на алидаде вертикального круга и редуцирующего механизма. Если уровень не отъюстирован, то при приведении пузырька на середину положение клиньев будет неправильным. Так, например, если ошибка юстировки уровня $0,5'$, то при угле наклона визирного луча в 30° ошибка измерения расстояния получается около 7 мм. Ошибку можно исключить, если измерять каждое расстояние в прямом и обратном направлениях.

Ошибки дальномерной рейки. Эти ошибки имеют преимущественно систематический характер.

Ошибка от неперпендикулярности плоскости рейки к измеряемой линии. Если горизонтальная дальномерная рейка, установленная с помощью уровня (рис. 132), составляет угол δ с визирной осью, то для дальномера Редта

$$s = Kl \cos \delta + C. \quad (XII.30)$$

Найдем разность

$$s - (Kl + C) = \Delta s.$$

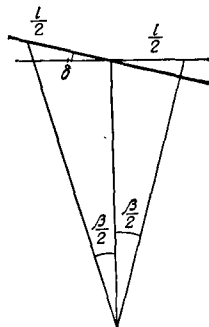


Рис. 132

Получим

$$\Delta s = -2Kl \sin^2 \frac{\delta}{2} \quad (\text{XII.31})$$

или при малом δ

$$\Delta s = -\frac{s}{2} \frac{\delta^2}{\rho^2}. \quad (\text{XII.32})$$

По формуле (XII.32) в случае необходимости можно рассчитать величины поправок за неперпендикулярность дальномерной рейки в зависимости от величины измеряемого расстояния и угла поворота рейки.

Если принять, что ошибка за установку рейки неперпендикулярно к измеряемой линии оказывает пренебрегаемо малое влияние на точность измерения линии, тогда необходимо принять, что

$$\frac{\Delta s}{s} \leq \frac{1}{5} \left(\frac{m_s}{s} \right), \quad (\text{XII.33})$$

где $\frac{m_s}{s}$ равна $\frac{1}{5000}$.

Из выражений (XII.32) и (XII.33) получим

$$\delta = \rho \sqrt{\frac{2}{5} \left(\frac{m_s}{s} \right)} = \frac{0,63 \cdot 3438}{\sqrt{5000}} = 31'.$$

Для установки рейки перпендикулярно к измеряемой линии она имеет оптический визир, ошибка визирования которым составляет около $1'$. Перед измерением оптический визир следует обязательно повернуть и в случае необходимости отъюстировать. В процессе измерений поверку периодически следует повторять.

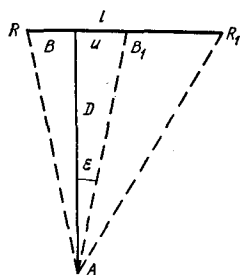


Рис. 133

Ошибка за несимметричность установки рейки относительно измеряемого отрезка (в дальномере Редта). В предыдущем случае мы предполагали, что отрезок l , определяющий длину искомого расстояния, располагается симметрично определяемой линии. Предположим, теперь, что середина

отрезка l — точка B_1 (рис. 133) не совпадает с измеряемой линией AB . Обозначим расстояние BB_1 через u , а угол, составляемый линией AB с направлением AB_1 , — через ϵ . Рейка RR_1 стоит перпендикулярно к линии AB , но неперпендикулярно к линии AB_1 , образуя с ней угол $(90^\circ - \epsilon)$.

Применяя в этом случае формулу (XII.30), будем иметь

$$AB_1 = Kl \cos \epsilon + C.$$

Измеряемое расстояние $AB = s$ из рис. 133 будет равно

$$s = AB_1 \cos \varepsilon$$

или, подставляя в это выражение AB_1 ,

$$s = Kl \cos^2 \varepsilon + C \cos \varepsilon. \quad (\text{XII.34})$$

Ошибка Δs_H , вызываемая несимметричным расположением отрезка, отсчитываемого по рейке относительно измеряемой линии, будет равна

$$\Delta s_H = s - (Kl + C) = -Kl(1 - \cos^2 \varepsilon) - C(1 - \cos \varepsilon)$$

или по малости последнего слагаемого

$$\Delta s = -Kl \sin^2 \varepsilon. \quad (\text{XII.35})$$

Полагая $Kl = s$ и учитывая, что угол ε весьма мал, формулу (XII.35) можно записать

$$\Delta s_H = -s \frac{\varepsilon^2}{\rho^2}. \quad (\text{XII.36})$$

Выразим угол ε через линейную величину несимметрии u :

$$\varepsilon = \frac{u\rho}{s},$$

тогда формула (XII.36) будет иметь вид

$$\Delta s_H = -\frac{u^2}{s}. \quad (\text{XII.37})$$

По формуле (XII.37) можно рассчитать величины поправок за несимметрию рейки в зависимости от величины несимметрии u измеряемого расстояния.

Если принять, как и в предыдущем случае,

$$\frac{\Delta s_H}{s} \leq \frac{1}{5} \left(\frac{m_s}{s} \right), \quad (\text{XII.38})$$

то из выражений (XII.37) и (XII.38) получим

$$u \leq s \sqrt{\frac{1}{5} \left(\frac{m_s}{s} \right)}. \quad (\text{XII.39})$$

$$\text{При } \frac{m_s}{s} = \frac{1}{5000}$$

$$u \leq 0,0063s. \quad (\text{XII.40})$$

Для $s = 100$ м $u = 63$ см, т. е. довольно большая величина.

Следует иметь в виду, что несимметрия рейки и неперпендикулярность ее к визирной оси, действуя совместно, вызывают ошибку, не равную алгебраической сумме ошибок, которые они вызывают,

действуя каждая в отдельности. В этом случае ошибка Δs будет равна

$$-\Delta s = s \left(\frac{e}{\rho} \right)^2 + \frac{1}{2} s \left(\frac{\delta}{\rho} \right)^2 + 2s \frac{\delta e^*}{\rho^2} \quad (\text{XII.41})$$

или

$$-\Delta s = s \left(\frac{e}{\rho} \right)^2 + \frac{1}{2} s \left(\frac{\delta}{\rho} \right)^2 + 2u \frac{\delta}{\rho}, \quad (\text{XII.42})$$

т. е. появляется третий добавочный член, не зависящий от длины линии. Если принять $u = 0,5$ м и $\delta = 0,5^\circ$, то

$$2u \frac{\delta}{\rho} = 1000 \cdot \frac{1}{115} = 8,8 \text{ мм.}$$

При коротких расстояниях (например, при $s = 35$ м) это дает относительную ошибку примерно $\frac{1}{4000}$. Получается довольно заметная величина, пренебрегать которой нельзя.

Следовательно, при коротких расстояниях необходимо очень тщательно устанавливать симметрично отсчитываемый отрезок по рейке относительно измеряемой линии и так же тщательно располагать плоскость рейки перпендикулярно к измеряемой линии.

Ошибки делений рейки и положения марок. Случайные ошибки в делениях рейки, как показывают исследования, характеризуются средней квадратической ошибкой, равной 0,029 мм. Так как отсчет по рейке выражается расстоянием между двумя штрихами, то относительная ошибка в расстоянии представится в виде

$$\frac{0,029 \sqrt{2}}{l} = \frac{0,041 \text{ мм}}{l}.$$

Для линии в 100 м это дает 0,00004 ее длины, т. е. величину, пренебрегаемо малую.

Величины ошибок положения марок на дальномерной рейке ОТД устанавливаются путем компарирования рейки контрольной линейкой.

Ошибки за температуру. Дальномерная рейка ОТД изготовлена из дюралюминия, шкала рейки Редта нанесена на стальной полосе, следовательно, изменение температуры повлечет за собой изменение длины базисов или цены деления рейки и вызовет ошибку в измеряемой линии.

Изменение длины базисов в дальномерной рейке ОТД под влиянием температуры учитывается введением специальной поправки; для этого рейка снабжена термометром для измерения температуры. Тонкая стальная полоса на рейке Редта скреплена с деревянным корпусом рейки винтами так, что она свободно изменяет свою

* Вывод этой формулы имеется в [54].

длину при температурных изменениях. Температурные расширения стальной полосы компенсируется соответствующим изменением показателя преломления клиньев.

Личные ошибки наблюдателя

Случайная ошибка наблюдателя. В § 68 установлено, что точность совмещения глазом двух штрихов, расположенных на продолжении друг друга, при рассматривании этих штрихов в зрительную трубу согласно формуле (IX.88) равна $\frac{\delta_{\min}}{\Gamma}$, где $\delta_{\min}$ колеблется от 3 до 10". При верхнем пределе 10" относительная ошибка совмещения штрихов двух изображений рейки в дальномерах двойного изображения представится в виде $\frac{10'' K}{\rho \Gamma}$. При $\Gamma = 25\times$, $K = 100$ это дает $\frac{1}{5100}$. Для получения большей точности совмещения штрихов следует производить дважды и брать среднее арифметическое.

Систематические ошибки наблюдателя. Причина личной систематической ошибки наблюдателя заключается в неправильном строении хрусталика глаза. Влияние этой ошибки сказывается главным образом на определении постоянных дальномера K и β_K ; оно достигает 0,2%. Для исключения ошибки каждый, производящий измерения, должен определить постоянные дальномера для себя.

Ошибка за влияние внешних условий. Колебание изображения рейки в поле зрения трубы возникает из-за действия конвекционных токов (см. § 33) и вызывает при дальномерных измерениях ошибку случайного характера.

Рефракция. Если считать, что изометрические поверхности располагаются приблизительно параллельно поверхности Земли, то для исключения влияния ошибки только вертикальной рефракции* при измерении расстояний достаточно пользоваться горизонтальной рейкой. Однако с применением горизонтальной рейки возникает ошибка из-за влияния боковой** дифференциальной рефракции.

Под дифференциальной рефракцией понимается различие в преломлении, которое претерпевают визирные лучи, образующие параллактический угол, когда эти лучи проходят через воздушные слои различной плотности.

Практически влияние боковой дифференциальной рефракции можно считать незначительным, если вся рейка находится в одинаковых условиях, т. е. если все точки рейки находятся на одной высоте над поверхностью Земли и эта поверхность однородна (например, на ровном поле или на лугу). Но если рейка стоит на крутом склоне или вблизи каменного здания, около стены и т. п., то

* О вертикальной рефракции см. в § 33.

** О боковой рефракции см. в § 69.

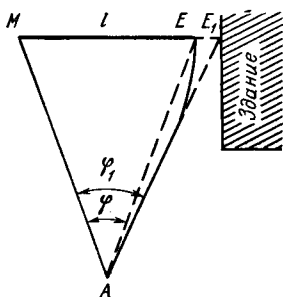


Рис. 134

условия становятся неодинаковыми, и на величину отсчитываемого по дальномеру расстояния начинает влиять дифференциальная боковая рефракция. В этом случае под влиянием более нагретого (менее плотного) воздуха проходящий, например, вблизи здания (рис. 134) луч EA , идущий от ближнего (к зданию) конца рейки, искривляется. Поэтому вместо отрезка ME_1 будет отсчитан по рейке отрезок ME или вместо угла φ_1 измерен угол φ , уменьшив тем самым величину отсчета, а следовательно, и изменив измерен-

ную длину искомого расстояния.

Для исключения ошибок влияния боковой дифференциальной рефракции, а также ошибок, вызываемых конвекционными токами воздуха (см. § 33), необходимо устанавливать горизонтальную рейку так, чтобы она была приблизительно параллельна поверхности почвы, не располагалась рядом со стенами сооружений (не менее 1 м) и в то же время была как можно выше над поверхностью земли (также не менее 1 м).

Наименьшие ошибки дает измерение расстояний дальномером через час после восхода Солнца и за один-два часа до его заката, наибольшие — около полудня.

Глава XIII.

ИЗМЕРЕНИЕ ЛИНИЙ ПАРАЛЛАКТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

§ 108. Сущность параллактического метода измерения расстояний

Под параллактическим методом понимается косвенный метод определения расстояний с помощью малого базиса, разбиваемого или устанавливаемого поперек измеряемой линии, и параллактических углов, под которыми базис рассматривается из концов линии. Измеряемая линия вместе с базисом и связующим их построением образует параллактическое звено.

Впервые метод параллактической полигонометрии был применен русским ученым В. Я. Струве в 1836 г.

Разработкой и усовершенствованием параллактического метода измерения расстояний в нашей стране занимались В. В. Данилов, А. С. Филоненко, А. С. Чеботарев, Д. С. Шеин, В. И. Кулаков, Е. В. Громов, Н. Г. Романов и др.

В настоящее время параллактический метод применяется тогда, когда непосредственное измерение некоторых линий в ходе мер-

ными приборами выполнить невозможно из-за имеющихся на трассе хода значительных по размерам препятствий, или затруднительно ввиду сильно пересеченной местности, а также для измерения отдельных линий при решении различного рода инженерных геодезических задач.

В последние годы стал находить применение для измерения линий в полигонометрии 1 и 2 разрядов разработанный В. В. Даниловым * в 30-х годах параллактический метод определения расстояний с постоянным базисом, в качестве которого используется находящаяся под натяжением инварная проволока длиной 24 м с закрепленными на ее концах визирными марками.

§ 109. Параллактические звенья

Параллактическое звено треугольной формы. Пусть в звене треугольной формы (рис. 135) измерен базис MN и углы: параллактический φ и прибазисный γ . Базис разбивают на местности примерно под углом 90° к линии AM . Длину стороны $AM = s$ можно вычислить по формуле

$$s = b \frac{\sin(\varphi + \gamma)}{\sin \varphi}. \quad (\text{XIII.1})$$

Учитывая, что

$$\sin(\varphi + \gamma) = \sin \varphi \cos \gamma + \cos \varphi \sin \gamma,$$

формуле (XIII.1) можно придать вид

$$s = b \cos \gamma + b \sin \gamma \operatorname{ctg} \varphi. \quad (\text{XIII.2})$$

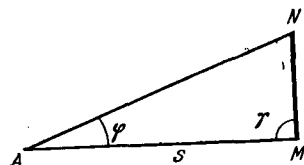


Рис. 135

Формулу (XIII.2) можно использовать в качестве контрольной при вычислении расстояния.

Для получения средней квадратической ошибки вычисленной линии сначала прологарифмируем формулу (XIII.1)

$$\ln s = \ln b + \ln \sin(\varphi + \gamma) - \ln \sin \varphi;$$

дифференцированием полученного выражения найдем

$$\begin{aligned} \frac{ds}{s} &= \frac{db}{b} + \frac{\cos(\varphi + \gamma)}{\sin(\varphi + \gamma)} d\gamma + \frac{\cos(\varphi + \gamma)}{\sin(\varphi + \gamma)} d\varphi - \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} d\varphi = \\ &= \frac{db}{b} + \{\operatorname{ctg}(\varphi + \gamma) - \operatorname{ctg} \varphi\} d\varphi + \operatorname{ctg}(\varphi + \gamma) d\gamma. \end{aligned}$$

Отсюда, переходя к средним квадратическим ошибкам, получим

$$\begin{aligned} \left(\frac{m_s}{s}\right)^2 &= \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \{\operatorname{ctg}(\varphi + \gamma) - \operatorname{ctg} \varphi\}^2 \left(\frac{m_\varphi}{\varphi}\right)^2 + \\ &+ \operatorname{ctg}^2(\varphi + \gamma) \left(\frac{m_\gamma}{\gamma}\right)^2. \end{aligned} \quad (\text{XIII.3})$$

* Данилов В. В. Точная полигонометрия. М., Геодезиздат, 1953.

Угол φ в звене всегда мал, а угол $(\varphi + \gamma)$ близок к 90° , следовательно, $\operatorname{ctg}(\varphi + \gamma) \approx 0$. По малости угла φ $\operatorname{ctg} \varphi$ можно заменить первым членом разложения в ряд, т. е. $\operatorname{ctg} \varphi = \frac{1}{\varphi}$, тогда с учетом высказанных соображений формулу (XIII.3) можно переписать

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{m_\varphi}{\varphi}\right)^2. \quad (\text{XIII.4})$$

Следовательно, *относительная ошибка вычисленной линии зависит от относительной ошибки измерения базиса и относительной ошибки измерения параллактического угла.*

Принимая $\varphi + \gamma \approx 90^\circ$ и учитывая, что угол φ всегда мал, формулу (XIII.1) можно записать в виде

$$s = \frac{b\rho}{\varphi}. \quad (\text{XIII.5})$$

Определив из формулы (XIII.5) угол

$$\varphi = \frac{b\rho}{s} \quad (\text{XIII.6})$$

и подставив его в формулу (XIII.4), получим

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{m_\varphi s}{b\rho}\right)^2. \quad (\text{XIII.7})$$

Так как базис b можно измерить с очень высокой точностью, величина $\frac{m_b}{b}$ по сравнению со вторым членом в формуле (XIII.4) будет мала и ею можно пренебречь; тогда формулу (XIII.4) можно представить в виде

$$\frac{m_s}{s} = \frac{m_\varphi}{\varphi} \quad (\text{XIII.8})$$

или

$$\frac{m_s}{s} = \frac{m_\varphi s}{b\rho}. \quad (\text{XIII.9})$$

Полученные формулы используют для расчетов элементов и точности их измерения в параллактическом звене.

Например, длина линии 500 м должна быть определена с относительной средней квадратической ошибкой $\frac{1}{10\,000}$. Рассчитать длину и точность измерения базиса, а также величину параллактического угла, если $m_\varphi = 2''$.

Из формулы (XIII.9) находим

$$b = \frac{m_\varphi s}{\rho \left(\frac{m_s}{s}\right)} = \frac{2 \cdot 500 \cdot 10^4}{206 \cdot 10^3} = 50 \text{ м.}$$

При измерении базиса инварной проволокой, чтобы не вносить дополнительных ошибок, его длину делают кратной целому числу уложений проволоки (без остатка); тогда в данном случае длину базиса следует принять равной 48 м.

Для определения точности измерения базиса воспользуемся формулой (XIII.4). Если необходимо, чтобы первый член в правой части был по малости отброшен, то вполне достаточно, чтобы имело место соотношение

$$\frac{m_b}{b} \leq \frac{1}{5} \frac{m_\varphi}{\varphi};$$

тогда результат $\frac{m_b}{b}$ будет ошибочным на 2%.

Полагая на основании выражения (XIII.7) $\frac{m_\varphi}{\varphi} = \frac{1}{10\,000}$, получим

$$\frac{m_b}{b} = \frac{1}{50\,000}.$$

По формуле (XIII.6) найдем

$$\varphi = \frac{48 \cdot 57,3}{500} = 5,5^\circ.$$

Параллактическое звено ромбической формы. 1. Звено с симметричным базисом. В. В. Данилов, используя идею В. Я. Струве, разработал вопрос об измерении длин линий при помощи короткого базиса, расположенного перпендикулярно к линии и, по возможности, около ее середины.

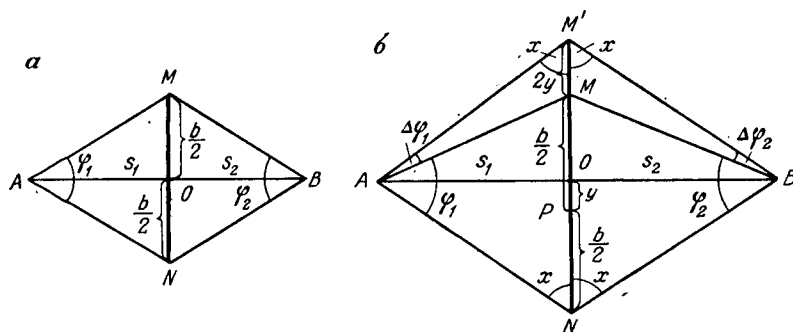


Рис. 136

Если базис MN (рис. 136, a) перпендикулярен к линии AB длиной s , причем линией AB базис делится пополам, и если в точках A и B измерены параллактические углы φ_1 и φ_2 , то из рис. 136, a следует

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2}, \\ s_2 &= \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIII.10})$$

и

$$s = s_1 + s_2 = \frac{b}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} \right). \quad (\text{XIII.11})$$

Для величин s_1 и s_2 можно получить формулы другого вида. По правилам тригонометрии

$$\operatorname{ctg} 2 \frac{\varphi_1}{2} = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2}$$

или

$$\operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} = 2 \operatorname{ctg} 2 \frac{\varphi_1}{2} + \operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2}. \quad (\text{XIII.12})$$

Подставив выражение (XIII.12) в первую формулу (XIII.10), получим

$$s_1 = b \operatorname{ctg} \varphi_1 + \frac{1}{2} b \operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2}$$

или, принимая во внимание соотношение $\operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2} = \frac{1}{\operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2}}$,

$$s_1 = b \operatorname{ctg} \varphi_1 + \frac{b}{2} \frac{1}{\operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2}}. \quad (\text{XIII.13})$$

Числитель и знаменатель второго слагаемого в формуле (XIII.13) умножим на $b/2$ и, учитывая, что

$$\frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} = s'_1,$$

окончательно найдем

$$s_1 = b \operatorname{ctg} \varphi_1 + \frac{1}{s'_1} \left(\frac{b}{2} \right)^2. \quad (\text{XIII.14})$$

Аналогично можно получить формулу и для s_2 :

$$s_2 = b \operatorname{ctg} \varphi_2 + \frac{1}{s'_2} \left(\frac{b}{2} \right)^2, \quad (\text{XIII.15})$$

где

$$s'_2 = \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2}.$$

Формулы (XIII.14) и (XIII.15) используются при вычислении в качестве контрольных.

Для вывода формулы средней квадратической ошибки измеренной линии упростим сначала формулы (XIII.10). Имея в виду, что

углы φ_1 и φ_2 всегда небольшие, воспользуемся первым членом разложения в ряд $\operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$. Тогда

$$\operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} = \frac{2}{\varphi_1}; \quad \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} = \frac{2}{\varphi_2}$$

и

$$s = b \left(\frac{\rho}{\varphi_1} + \frac{\rho}{\varphi_2} \right). \quad (\text{XIII.16})$$

Дифференцированием выражения (XIII.16) найдем

$$ds = db \left(\frac{\rho}{\varphi_1} + \frac{\rho}{\varphi_2} \right) - \frac{b\rho}{\varphi_1^2} d\varphi_1 - \frac{b\rho}{\varphi_2^2} d\varphi_2.$$

Отсюда, переходя к средним квадратическим ошибкам, получим

$$m_s^2 = m_b^2 \left(\frac{\rho}{\varphi_1} + \frac{\rho}{\varphi_2} \right)^2 + \frac{b^2 \rho^2}{\varphi_1^4} m_{\varphi_1}^2 + \frac{b^2 \rho^2}{\varphi_2^4} m_{\varphi_2}^2. \quad (\text{XIII.17})$$

Учитывая, что $\varphi_1 \approx \varphi_2 = \varphi$ (базис расположен симметрично и примерно посредине) и $m_{\varphi_1} = m_{\varphi_2} = m_\varphi$ (параллактические углы измерялись равноточно), формулы (XIII.16) и (XIII.17) можно написать так:

$$s = \frac{2b\rho}{\varphi}; \quad (\text{XIII.18})$$

$$m_s^2 = \frac{4\rho^2}{\varphi^2} m_b^2 + \frac{2b^2\rho^2}{\varphi^4} m_\varphi^2. \quad (\text{XIII.19})$$

Разделим левую и правую части равенства (XIII.19) соответственно на левую и правую части, возведенные в квадрат, выражения (XIII.18), после чего получим

$$\left(\frac{m_s}{s} \right)^2 = \left(\frac{m_b}{b} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_\varphi}{\varphi} \right)^2. \quad (\text{XIII.20})$$

Учитывая, что базис b измеряется с высокой точностью, можно принять

$$\frac{m_s}{s} \approx \frac{m_\varphi}{\sqrt{2}\varphi}. \quad (\text{XIII.21})$$

Полученные формулы используются для расчетов элементов звена и точности их определения. Расчеты показывают, что угол φ не должен быть меньше 4° , так как иначе уменьшается точность получаемой длины стороны.

Сравнивая формулы для оценки точности линии, полученной из звена треугольной и ромбической формы, видим, что при равных величинах $\frac{m_b}{b}$ точность $\frac{m_s}{s}$ во втором случае будет выше при-

мерно втрое потому, что в звене треугольной формы угол φ примерно вдвое меньше угла φ_1 (при одних и тех же длинах линий и базиса) и в формуле (XIII.21) присутствует множитель $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Следовательно, если позволяют условия местности, выгоднее строить звено не треугольной, а ромбической формы.

2. *Звено с несимметричным базисом.* Пусть точка P (рис. 136, б) — середина базиса; отрезок $PO = y$ — несимметрия базиса, измеренная непосредственно. Построим звено с несимметричным базисом до звена с симметрично расположенным базисом. Для этого отложим от точки M на продолжении линии NM отрезок MM' , равный $2y$.

Как следует из рис. 136, б,

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{b+2y}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1 + \Delta\varphi_1}{2}, \\ s_2 &= \frac{b+2y}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2 + \Delta\varphi_2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIII.22})$$

и

$$s = s_1 + s_2 = \frac{b+2y}{2} \left\{ \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1 + \Delta\varphi_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2 + \Delta\varphi_2}{2} \right\}. \quad (\text{XIII.23})$$

Величину углов $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_2$ определим соответственно из треугольников ANM и AMM' , BNM и BMM' . Так, для определения $\Delta\varphi_1$ можно написать

$$\frac{AM}{\sin x} = \frac{b}{\sin \varphi_1}; \quad \frac{AM}{\sin x} = \frac{2y}{\sin \Delta\varphi_1};$$

отсюда

$$\frac{b}{\sin \varphi_1} = \frac{2y}{\sin \Delta\varphi_1}$$

и

$$\sin \Delta\varphi_1 = \frac{2y}{b} \sin \varphi_1. \quad (\text{XIII.24})$$

Аналогично найдем

$$\sin \Delta\varphi_2 = \frac{2y}{b} \sin \varphi_2. \quad (\text{XIII.25})$$

Для вычисления расстояний s_1 и s_2 можно получить формулы и другого вида. Величины s_1 и s_2 можно представить так:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} - \Delta s_y, \\ s_2 &= \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} - \Delta s_y, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIII.26})$$

где Δs_y — поправка за несимметрию базиса.

Для определения величины Δs_y можно воспользоваться формулой (XII.37), согласно которой

$$\Delta s_y = \frac{y^2}{s}, \quad (\text{XIII.27})$$

где y — величина несимметрии базиса.

С учетом выражения (XIII.27) формулы (XIII.26) можно написать так:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} - \frac{y^2}{s_1}, \\ s_2 &= \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} - \frac{y^2}{s_2}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XIII.28})$$

где s'_1 и s'_2 — длины отрезков, определяемые по формулам (XIII.10).

Формулы (XIII.28) используют при вычислении расстояний как контрольные.

Расчеты показывают *, что если базис будет установлен перпендикулярно к измеряемой линии с ошибкой $5'$, то это вызывает ошибку в измеряемой стороне, равной 300 м, около $\frac{1}{1 \cdot 10^6}$. Несимметрия базиса y порядка 0,5 м вызывает ошибку той же стороны около $\frac{1}{4 \cdot 10^5}$. Таким образом, при разбивке звена ромбической формы в этом случае величину y можно измерять рулеткой.

Оценку точности измеряемой стороны s , определенной из звена ромбической формы с несимметричным базисом, как следует из выражений (XIII.28), можно производить по формулам, полученным для звена с симметричным базисом.

§ 110. Построение параллактических звеньев на местности

Для определения длин линий параллактическим методом необходимы следующие приборы: оптический теодолит со штативом, два оптических центра, две-три визирные марки, два-три штатива, базисный прибор БП-2 или БП-3.

При проектировании хода выбирают и рассчитывают форму звена, в зависимости от длины линии s и точности, с которой эта линия должна быть получена, величину базиса и параллактического угла, а также точность их измерения. При рекогносцировке намечают место как для измерения базиса, так и для постановки штативов. Базис должен располагаться по возможности на ровном месте.

При построении на местности звена треугольной формы на одном конце измеряемой линии намечают примерно перпендикулярное ей направление базиса и устанавливают над точками начала и конца его с помощью оптического центра штативы с це-

* Расчеты можно выполнить, используя формулы (XII.32) и (XII.37).

ликами. Визирные марки устанавливают по возможности выше и в одинаковых местных условиях (для уменьшения влияния боковой рефракции на величину параллактического угла).

В звене ромбической формы, как правило, базис располагают симметрично относительно измеряемой линии и по возможности на равных расстояниях от концов линии; отношение измеряемых отрезков может быть не больше, чем 1 : 2. Базис следует располагать перпендикулярно к измеряемой линии, используя теодолит.

Если вследствие имеющихся препятствий построить ромбическое звено с симметрично расположенным базисом нельзя, разбивают звено с несимметричным базисом. Но несимметрия базиса должна быть возможно меньше, во всяком случае не больше $1/15$ расстояния базиса от ближайшего конца параллактического звена.

Для определения величины несимметрии u сначала с помощью теодолита на базисе отмечают точку пересечения его со створом линии; затем намечают середину базиса. Величину u измеряют рулеткой.

Базисы измеряют базисным прибором БП-2 или БП-3. Порядок действий при измерении базиса такой же, как и при измерении линий (см. § 76).

Параллактические и прибазисные углы измеряют теодолитами Т2, 2Т2 или им равноточными. Визирование при измерении углов производят на визирные марки, вставляемые в подставки штативов, установленных в начальной и конечной точках измеряемой линии. Измерение параллактических углов выполняют 4—6 приемами по программе измерения углов, изложенной в § 70. Расхождение углов, полученных в разных приемах, не должно превышать 3". Прибазисный угол в звене треугольной формы измеряют одним приемом.

Для контроля линию определяют дважды (по двум базисам). Относительная ошибка разности двух определений не должна быть больше заданной точности измерения.

Длину линии вычисляют по формулам в соответствии с формой звена. Полученные расстояния будут горизонтальными проложениями, так как для их вычисления были измерены горизонтальные углы.

§ 111. Измерение линий параллактическим методом с постоянным базисом

В качестве постоянного базиса в параллактических звеньях используется натянутая инварная проволока длиной 24 м с закрепленными на ее концах визирными марками. Базис располагают перпендикулярно к измеряемой линии с ошибкой не более 2'. В этом случае, как показывают расчеты, в звене треугольной формы при $\frac{m_s}{s} = \frac{1}{10\,000}$ и величине параллактического угла не менее 8° измеряемое расстояние должно быть не более 170 м, а при

$\frac{m_s}{s} = \frac{1}{5000}$ и величине параллактического угла не менее 4° — не более 340 м.

При измерении линий большей длины разбивают ромбическое звено с симметричным базисом. При относительной средней квадратической ошибке измерения $\frac{m_s}{s} = \frac{1}{10\,000}$ линии длиной более 300 м измеряют по частям.

Параллактические углы измеряют на марки, закрепленные на концах проволоки (рис. 137). Центры марок лежат на продолжении ребер шкал. Длина проволоки (расстояние между нулями шкал) эталонируется на компараторе, а затем особо определяется расстояние между центрами марок и нулевыми штрихами шкал проволоки и вычисляется расстояние между осями ее марок. В ком-

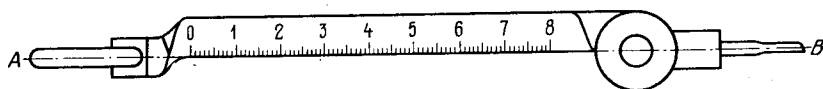


Рис. 137

плект оборудования должны входить две инварные проволоки с марками и одна нормальная без марок, с которой сравниваются рабочие проволоки в процессе работы.

Базисные проволоки натягиваются с силой 15 Н блочными станками с гирями. Высота подвески базиса должна быть не ниже 1,7 м от поверхности земли. На этой высоте в процессе измерения термометром-пращом фиксируется температура проволоки.

Параллактические углы измеряют теодолитами Т2, 2Т2 или им равноточными четырьмя приемами. Расхождения значений из разных приемов допускаются не более $3''$. Средняя квадратическая ошибка собственно измерения угла, вычисленная по уклонениям от среднего в приемах, не должна превышать $1,5''$. Измерение параллактических углов производится на одной части лимба, точность нанесения штрихов которой тщательно исследуется (об этом подробнее см. в § 117).

Вычисление длины линии из звена треугольной формы производится по формуле

$$s = b \operatorname{ctg} \varphi, \quad (\text{XIII.29})$$

из звена ромбической формы — по формулам (XIII.10) и (XIII.14), (XIII.15).

§ 112. Источники ошибок при измерении линий параллактическим методом

Как следует из формул (XIII.4) и (XIII.20), основными источниками ошибок в параллактическом методе определения расстояний является неточное измерение базисов и параллактических углов. Ошибки от остальных источников, а именно: несимметрии

базисных марок, неточности в определении величины несимметрии y базиса, неперпендикулярности расположения базиса к измеряемой линии и прочих — могут быть сведены к пренебрегаемо малым величинам.

Так как базисы измеряются инварными проволоками, то ошибки их измерения не превосходят ошибок линейных измерений при методе измерения линий проволоками (см. об этом в § 78). Получить относительную ошибку измерения базиса $\frac{m_b}{b} = \frac{1}{50\,000}$ при $\frac{m_s}{s} = \frac{1}{10\,000}$ с помощью инварных проволок не представляет особых затруднений.

Как следует из выражения (XIII.8), более существенное влияние на точность определения линий оказывают ошибки измерения параллактических углов. Источники ошибок при угловых измерениях были рассмотрены в § 64.

При соблюдении определенных величин параллактического угла φ , а также программы наблюдений, позволяющей измерять угол со средней квадратической ошибкой не ниже 1,5—2", вполне обеспечивается получение определенных расстояний с необходимой точностью.

Источники ошибок при построении параллактических звеньев с постоянным базисом рассматриваются в § 118.

Глава XIV.

ИЗМЕРЕНИЕ ЛИНИЙ КОРОТКОБАЗИСНЫМ ПАРАЛЛАКТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Короткобазисный параллактический метод измерения расстояний является дальнейшим развитием параллактического метода. Этот метод основывается на использовании короткого базиса с известной длиной и измерении параллактических углов. В качестве короткого базиса используется инварный жезл специальной конструкции длиной 2 или 3 м с визирными марками.

Наличие короткого базиса придает параллактическому методу измерения линий особую гибкость и маневренность и позволяет использовать его в особо трудных условиях местности, где с базисом в 24 м производить измерения было бы невозможно.

Длины линий в короткобазисном параллактическом методе определяются путем построения на местности простых или сложных параллактических звеньев, которые в зависимости от формы звена разделяются на типы. В зависимости от применяемых звеньев различают способы измерения расстояний:

створно-короткобазисный с применением простых звеньев и короткобазисный с применением сложных звеньев.

§ 113. Определение длин линий створно-короткобазисным способом

Самое простое параллактическое звено изображено на рис. 138. Это равнобедренный треугольник, в котором основание — длина базиса, равная длине жезла l , а высота — определяемое расстояние s , угол α — параллактический угол, измеряемый теодолитом.

В этом случае искомое расстояние s определяется по формуле

$$s = \frac{l}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}. \quad (\text{XIV.1})$$

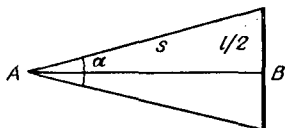


Рис. 138

Выведем формулу для средней квадратической ошибки измерения расстояния.

Учитывая, что угол α весьма мал, воспользуемся первым членом разложения в ряд $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$, а именно $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \approx \frac{2}{\alpha}$. Тогда формула (XIV.1) примет вид

$$s = \frac{l}{\alpha}.$$

Логарифмируя, а затем дифференцируя полученное выражение, можно написать

$$\frac{ds}{s} = \frac{dl}{l} - \frac{d\alpha}{\alpha}. \quad (\text{XIV.2})$$

Отсюда, переходя к средним квадратическим ошибкам, получим

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{m_\alpha}{\alpha}\right)^2, \quad (\text{XIV.3})$$

т. е. *относительная ошибка определяемого расстояния зависит от относительной ошибки определения длины жезла и от относительной ошибки измерения параллактического угла.*

Так, если величина $\frac{m_l}{l}$ очень мала (практически длину жезла можно определить с очень высокой точностью), то ею можно пренебречь и формулу (XIV.3) записать в виде

$$\frac{m_s}{s} = \frac{m_\alpha}{\alpha}. \quad (\text{XIV.3}')$$

Для расчетов формулам (XIV.3) и (XIV.3') удобно придать другой вид.

Формулу (XIV.1) можно переписать в виде

$$s = \frac{l}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}},$$

откуда

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{l}{2s}$$

или по малости угла α

$$\alpha = \frac{l\rho}{s}. \quad (\text{XIV.4})$$

Подставив α из формулы (XIV.4) в формулу (XIV.3), получим

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{m_\alpha s}{l\rho}\right)^2. \quad (\text{XIV.5})$$

Аналогично формуле (XIV.3') можно записать

$$\frac{m_s}{s} = \frac{m_\alpha s}{l\rho} \quad (\text{XIV.5'})$$

или

$$m_s = \frac{m_\alpha s^2}{l\rho}. \quad (\text{XIV.6})$$

Следовательно, *средняя квадратическая ошибка измеряемого расстояния прямо пропорциональна средней квадратической ошибке измерения угла, квадрату расстояния и обратно пропорциональна длине жезла.*

Полагая $m_\alpha = 1''$, $s = 300$ м и $l = 2$ м, получим $m_s = 0,22$ м и $\frac{m_s}{s} = \frac{1}{1300}$, т. е. точность измерения линии оказалась мала.

Чтобы повысить точность измерения линии, необходимо или уменьшить m_α , или увеличить l , или уменьшить s . Первое нецелесообразно потому, что точность измерения угла уже сама по себе выбрана достаточно высокая, второе — потому, что длину жезла необходимо будет делать очень большой, следовательно, остается третье — уменьшить длину измеряемого расстояния.

Если расстояние s разделить на k равных отрезков, каждый из которых измерять построением параллактического звена, то для средней квадратической ошибки отрезка $s_k = \frac{s}{k}$ согласно формуле (XIV.6) будем иметь

$$m_{s_k} = \frac{m_\alpha s^2}{kl\rho}.$$

Тогда для средней квадратической ошибки всего расстояния s получим выражение

$$m_s = m_{s_k} \sqrt{k} = \frac{m_\alpha s^2 \sqrt{k}}{k^2 l \rho},$$

или после небольших преобразований

$$m_s = \frac{m_\alpha s^2}{l_p \sqrt{k^3}}. \quad (\text{XIV.7})$$

Таким образом, расстояние s , разделенное на k равных отрезков и измеренное по частям построением k параллактических звеньев, при той же средней квадратической ошибке угла будет в $\sqrt{k^3}$ раз точнее, чем измеренное сразу построением одного параллактического звена.

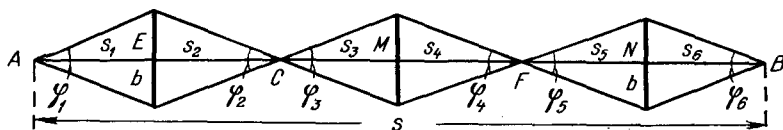


Рис. 139

Например, при $m_\alpha = 1''$, $s = 300$ м, $l = 2$ м и $k = 6$ (при отрезках $s_k = 50$ м) будем иметь

$$m_s = \frac{1 \cdot 300^2}{2 \cdot 206 \cdot 10^3 \sqrt{6^3}} = 0,015 \text{ м}$$

и $\frac{m_s}{s} = \frac{1}{20\,000}$. Точность повысилась в 15 раз.

Определение длины линии s по частям, каждую из которых в свою очередь находят из построения простых параллактических звеньев (рис. 139), называют створно-короткобазисным параллактическим способом.

§ 114. Определение длин линий короткобазисным способом

Расстояние между двумя точками можно определить и из сложного звена.

Сложное параллактическое звено представляет собой геометрическое построение, в котором длина измеряемой линии s определяется от вспомогательного базиса, полученного из построения одного или нескольких простых параллактических звеньев.

Например, для определения расстояния s (рис. 140) из треугольного параллактического звена ABC необходимо измерить параллактический угол φ , прибазисный γ и базис $BC = b$. Длину базиса b в свою очередь можно получить из простого параллактического звена с коротким базисом l , измерив параллактический угол α . Тогда длина линии s согласно рис. 140 будет равна

$$s = b \frac{\sin \mu}{\sin \varphi}. \quad (\text{XIV.8})$$

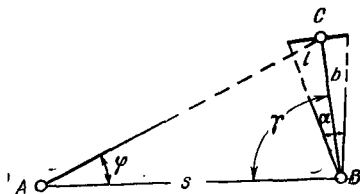


Рис. 140

Но

$$b = \frac{l}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}, \quad (\text{XIV.9})$$

следовательно,

$$s = \frac{l}{2} \frac{\sin \mu}{\sin \varphi} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}. \quad (\text{XIV.10})$$

В частном случае, когда вспомогательный базис расположен перпендикулярно к измеряемой линии, длина s равна

$$s = \frac{l}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg} \varphi. \quad (\text{XIV.10}')$$

Точность определения расстояния в данном сложном звене рассчитывается по формуле, которую легко получить из следующих соображений.

Относительная средняя квадратическая ошибка параллактического звена треугольной формы может быть определена по формулам (XIII.4) или (XIII.7).

Вспомогательный базис b есть не что иное, как расстояние s , определенное из простого параллактического звена с коротким базисом. Поэтому величина $\frac{m_b}{b}$ может быть определена по формуле (XIV.3).

Тогда формулу для относительной средней квадратической ошибки данного сложного звена можно записать так:

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{m_\alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{m_\varphi}{\varphi}\right)^{2*} \quad (\text{XIV.11})$$

или, используя формулы (XIII.7) и (XIV.5),

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{bm_\alpha}{l\rho}\right)^2 + \left(\frac{sm_\varphi}{b\rho}\right)^2. \quad (\text{XIV.11}')$$

Возникает вопрос, каково наиболее рациональное соотношение между длиной жезла l , вспомогательным базисом b и линией s ?

Для ответа на вопрос используем формулу (XIV.11'). Длину базиса l можно определить с такой точностью, чтобы эту ошибку можно было не принимать в расчет по сравнению с ошибками, вызванными измерением углов; тогда формулу (XIV.11') можно записать в виде

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{bm_\alpha}{l\rho}\right)^2 + \left(\frac{sm_\varphi}{b\rho}\right)^2. \quad (\text{XIV.12})$$

* Формулу можно получить и общим путем, найдя среднюю квадратическую ошибку функции (XIV.10).

Положим, что параллактические углы α и φ измерялись в одинаковых условиях, т. е.

$$m_{\varphi} = m_{\alpha}.$$

В соответствии с этим формуле (XIV.12) можно придать вид

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2} \left(\frac{b^2}{l^2} + \frac{s^2}{b^2}\right). \quad (\text{XIV.13})$$

Поставим условие, чтобы $\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \min$. Полагая m_{α} постоянной, найдем минимум функции

$$y = \frac{b^2}{l^2} + \frac{s^2}{b^2}. \quad (\text{XIV.14})$$

Для этого возьмем производную от функции и приравняем ее нулю, тогда

$$\frac{dy}{db} = 2 \frac{b}{l^2} - 2 \frac{s^2}{b^3} = 0.$$

Отсюда

$$\frac{b}{l^2} = \frac{s^2}{b^3},$$

что дает

$$b = \sqrt{l s}. \quad (\text{XIV.15})$$

Следовательно, при прочих равных условиях наибольшая точность в сложном параллактическом звене, представленном на рис. 140, будет в том случае, когда вспомогательный базис b равен среднему пропорциональному между непосредственно измеренным базисом l и искомой линией, иными словами, когда параллактические углы φ и α близки между собой.

Положим, что $s = 200$ м, $l = 2$ м, тогда по формуле (XIV.15) $b = \sqrt{2 \cdot 200} = 20$ м.

Из формулы (XIV.13) видно, что главная часть ошибки расстояния определяется ошибками параллактических углов; увеличение длины короткого базиса не окажет существенного влияния на повышение точности измерения линии, если останется неизменным отношение длины измеряемых линий к соответствующим базисам (эти отношения, как показывают расчеты, примерно постоянны и равны $\frac{1}{10}$).

Вычислим относительную ошибку измерения линии длиной 200 м, приняв $l = 2$ м, $b = 20$ м и $m_{\varphi} = m_{\alpha} = 1''$. Учитывая, что $\frac{m_l}{l}$ очень мало, по формуле (XIV.12) получим

$$\frac{m_s}{s} = \sqrt{\left(\frac{20 \cdot 1}{2 \cdot 206 \cdot 10^3}\right)^2 + \left(\frac{200 \cdot 1}{20 \cdot 206 \cdot 10^3}\right)^2} = \frac{1}{14\,400}.$$

§ 115. Типы параллактических звеньев

Все параллактические звенья условно разделяются на три группы, названные типами I, II и III. Простые звенья относятся к первой группе — типу I, сложные — к типу II и III. Каждая группа в зависимости от формы построения звена разделяется на виды, обозначаемые русскими буквами «а», «б» и «в».

Сделаем обзор простых и некоторых сложных параллактических звеньев, где приведем формулы для вычисления расстояний и без вывода формулы для расчетов и оценки точности. Последние по аналогии с приведенными в § 114 рассуждениями могут быть легко получены.

Простые звенья

Звено типа I-а (см. рис. 138) рассмотрено в § 113.

Звено типа I-б (рис. 141) ромбической формы, состоящее из двух звеньев типа I-а. Базис l устанавливается примерно в середине определяемого расстояния симметрично и перпендикулярно к нему. При этом измеряют параллактические углы α_1 и α_2 .

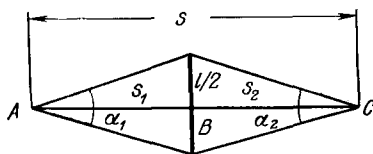


Рис. 141

Определяемое расстояние s и его точность находятся соответственно по формулам

$$s = s_1 + s_2 = \frac{l}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\alpha_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha_2}{2} \right); \quad (\text{XIV.16})$$

$$\left(\frac{m_s}{s} \right)^2 = \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 + \left(\frac{sm_\alpha}{V 8 l \rho} \right)^2. \quad (\text{XIV.17})$$

Звенья типа I-а и I-б применяются для измерения длин вспомогательных базисов в сложных звеньях и для измерения линий створно-короткобазисным способом. В последнем случае длина линий определяется как сумма длин простых звеньев по формуле

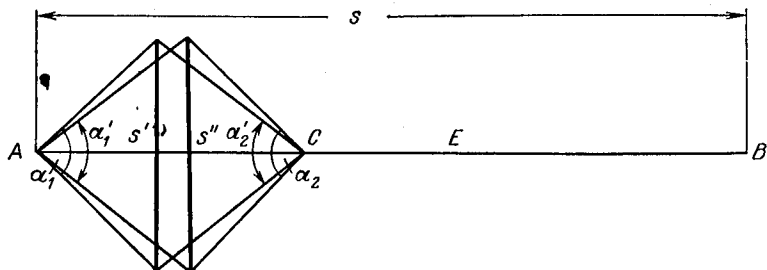
$$s = \frac{l}{2} \sum_1^k \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}, \quad (\text{XIV.18})$$

где k — число звеньев, а средняя квадратическая относительная ошибка — по формуле

$$\left(\frac{m_s}{s} \right)^2 = \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 + \left(\frac{s k m_\alpha}{l \rho} V \bar{k} \right)^2. \quad (\text{XIV.19})$$

Звено типа I-в (рис. 142) строится аналогично звену I-б, но с двумя постоянными базисами. Расстояние s в каждом звене вычисляется по формуле (XIV.16), а затем берется среднее

$$s_{\text{cp}} = \frac{s' + s''}{2}.$$

$$s = \sum_1^k s_{ep},$$
$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{s_k m_\alpha}{4l_0} \sqrt{k}\right)^2. \quad (\text{XIV.20})$$


Сложные звенья

З вено типа II-а (см. рис. 140) рассмотрено в § 114. Применяется оно при измерении линий в полигонометрии 1 разряда при $l = 2$ м до 200 м и $l = 3$ м до 300 м и в полигонометрии 2 разряда.

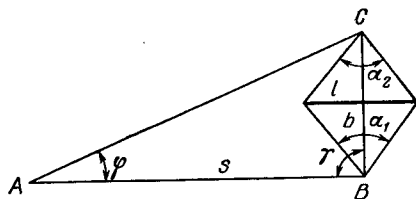


Рис. 143

Длина линии s согласно рис. 143 находится по формуле

$$s = \frac{1}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\alpha_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha_2}{2} \right) \frac{\sin(\varphi + \gamma)}{\sin \varphi}, \quad (\text{XIV.21})$$

$$s = \frac{1}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\alpha_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha_2}{2} \right) \operatorname{ctg} \varphi. \quad (\text{XIV.21}')$$

Наивыгоднейшая длина вспомогательного базиса определяется из выражения

$$b = \sqrt[3]{ls\sqrt{8}}, \quad (\text{XIV.22})$$

а средняя квадратическая относительная ошибка — по формуле

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{bm\alpha}{\sqrt{8}l\rho}\right)^2 + \left(\frac{sm\varphi}{b\rho}\right)^2. \quad (\text{XIV.23})$$

Звено типа II-б применяется при измерении линий в полигонометрии 1 разряда длиной до 400 м ($l = 2$ м) и до 600 м ($l = 3$ м).

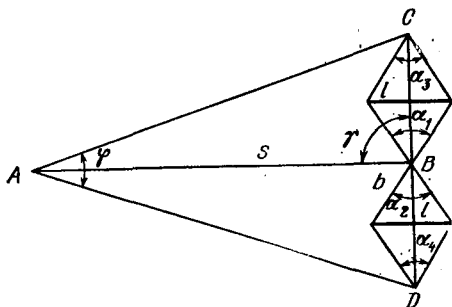


Рис. 144

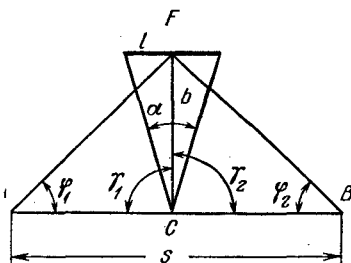


Рис. 145

В звене типа II-в (рис. 144) длина вспомогательного базиса определяется из двух простых звеньев типа I-б. В этом звене при базисный угол γ должен равняться 90° , а несимметрия базиса $y = CB - BD$ должна быть $y \leq 3 \cdot 10^{-3} s$.

Расстояние s и $\frac{m_s}{s}$ находятся соответственно по формулам

$$s = \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \sum_1^4 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}, \quad (\text{XIV.24})$$

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{bm\alpha}{8l\rho}\right)^2 + \left(\frac{sm\varphi}{b\rho}\right)^2. \quad (\text{XIV.25})$$

Наивыгоднейшая длина вспомогательного базиса определяется из выражения

$$b = \sqrt[3]{8ls}. \quad (\text{XIV.26})$$

Звено типа II-в применяется в полигонометрии 1 разряда при длине линий от 400 до 600 м.

В звене типа III-а (рис. 145) длина вспомогательного базиса находится из простого звена типа I-а. Измеряются параллактические углы α , φ_1 , φ_2 и при базисные углы γ_1 и γ_2 .

Расстояние s находят по формулам:
при $70^\circ < \gamma < 110^\circ$

$$s = \frac{l}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \left\{ \frac{\sin (\varphi_1 + \gamma_1)}{\sin \varphi_1} + \frac{\sin (\varphi_2 + \gamma_2)}{\sin \varphi_2} \right\}; \quad (\text{XIV.27})$$

при $\gamma = 90^\circ$

$$s = \frac{l}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} (\operatorname{ctg} \varphi_1 + \operatorname{ctg} \varphi_2). \quad (\text{XIV.27}')$$

Наивыгоднейшая длина вспомогательного базиса определяется из выражения

$$b = \sqrt{\frac{ls}{V^8}}, \quad (\text{XIV.28})$$

а средняя квадратическая относительная ошибка — по формуле

$$\left(\frac{m_s}{s} \right)^2 = \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 + \left(\frac{bm_\alpha}{l\rho} \right)^2 + \left(\frac{sm_\varphi}{V^8 b\rho} \right)^2. \quad (\text{XIV.29})$$

Звено применяется при измерении линий в полигонометрии 1 и 2 разрядов длиной от 200 до 400 м ($l = 2$ м) и до 600 м ($l = 3$ м).

В звене типа III-б (рис. 146) длина вспомогательного базиса, расположенного вблизи середины измеряемой линии, определяется из звена типа I-б. Измеряются параллактические углы $\alpha_1, \alpha_2, \varphi_1$ и φ_2 и углы γ_1, γ_2 .

Длина линии s вычисляется по формулам: при $70^\circ < \gamma < 110^\circ$

$$s = \frac{l}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\alpha_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha_2}{2} \right) \times \\ \times \left\{ \frac{\sin (\varphi_1 + \gamma_1)}{\sin \varphi_1} + \frac{\sin (\varphi_2 + \gamma_2)}{\sin \varphi_2} \right\}; \quad (\text{XIV.30})$$

при $\gamma = 90^\circ$

$$s = \frac{l}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\alpha_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha_2}{2} \right) \times \\ \times (\operatorname{ctg} \varphi_1 + \operatorname{ctg} \varphi_2). \quad (\text{XIV.30}')$$

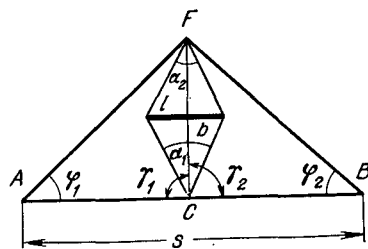


Рис. 146

Наивыгоднейшая длина вспомогательного базиса определяется по формуле (XIV.15), а относительная ошибка определения линии — по формуле

$$\left(\frac{m_s}{s} \right)^2 = \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 + \left(\frac{bm_\alpha}{V^8 l\rho} \right)^2 + \left(\frac{sm_\varphi}{V^8 b\rho} \right)^2. \quad (\text{XIV.31})$$

Звено применяется в полигонометрии 1 разряда при длинах линий от 400 до 600 м.

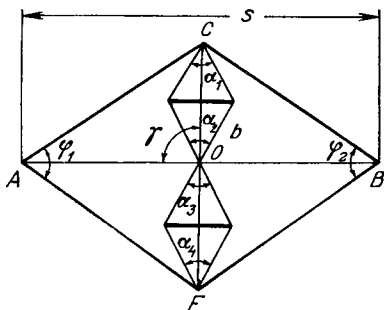


Рис. 147

В звене типа III-в (рис. 147) вспомогательный базис определяется из двух простых звеньев типа I-б. Располагается он примерно в середине линии s перпендикулярно и симметрично ей. Измеряют параллактические углы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ и φ_1, φ_2 и угол γ .

Прибазисный угол γ должен быть равен 90° ; несимметрия базиса y должна быть $y \leq 3 \cdot 10^{-3} s_1$, где s_1 — меньший по величине отрезок линии s от концов ее до базиса.

Расстояния s и $\frac{m_s}{s}$ вычисляются соответственно по формулам

$$s = \frac{l}{4} \left(\operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} \right) \sum_1^4 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}; \quad (\text{XIV.32})$$

$$\left(\frac{m_s}{s} \right)^2 = \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 + \left(\frac{bm_\alpha}{8l\rho} \right)^2 + \left(\frac{sm_\varphi}{V8b\rho} \right)^2. \quad (\text{XIV.33})$$

Наивыгоднейшая длина вспомогательного базиса находится по формуле (XIV.21).

Звено применяется в полигонометрии I разряда при длинах линий от 400 м и выше.

§ 116. Приборы, их проверки и исследования

Для определения длин линий короткобазисным параллактическим методом необходим следующий комплект приборов: оптический теодолит со штативом, 2 оптических центрира, 5 визирных марок, 3 штатива, базисный жезл двух- или трехметровой длины со штативом.

Оптический теодолит. Параллактические углы измеряют теодолитами Т2, 2Т2, Theo 010А и другими равноточными им приборами, приспособленными для измерения углов по трехштативной системе.

Перед измерениями очень тщательно выполняют испытания, проверки и исследования теодолита, перечисленные в § 61, 62.

При измерении параллактических углов используется определенная часть лимба, где рен постоянен и наименьший по значению. Для выбора соответствующей части лимба необходимо предварительно через каждые три градуса определить рен по всему кругу (см. § 62). На каждой установке делают три определения и из полученных результатов вычисляют среднее значение рена. После этого выбирают ту часть лимба, где рен совпадает с вычисленным средним его значением, и вновь определяют зна-

чение рена на каждом делении лимба в интервале $15-20^\circ$. В этом интервале выбирают участок около 10° , где рен постоянен и близок к среднему. Поправку в измеренные параллактические углы за рен оптического микрометра можно не вводить, если рен $\leq 1''$.

О п т и ч е с к и й ц е н т р и р. Его устройство и поверки рассмотрены в § 63.

Б а з и с н ы й ж е з л. Базисные жезлы по конструкции делятся на цельные и разборные. Длина их равна 2 и 3 м. Для установки в положение, перпендикулярное к измеряемой линии, жезлы имеют визиры, для установки в горизонтальное положение — круглые или цилиндрические уровни.

Р а з б о р н ы е (с т ы к о в ы е) ж е з л ы типа Бала (рис. 148). Эти жезлы изготавливаются фирмой «Карл Цейсс Йена» (ГДР) и заводом МОМ (ВНР). Они представляют собой инварные стержни, находящиеся в предохранительных трубках.

Инварные стержни перед работой стыкуются, а предохранительные трубки стягиваются муфтой. Инварные стержни имеют на концах марки, представляющие собой прозрачные (матовые) треугольники с вертикальными штрихами в середине.

Длина жезла между марками 2 м.

Ц е л ь н ы е ж е з л ы представляют собой полые металлические (большой частью дюралевые) трубы, внутри которых укреплена под натяжением (пружиной или динамометром) инварная проволока (или лента). К проволоке припаяны визирные марки, которые видны в вырезы трубы. На ленте визирные марки нанесены краской. Жезлы имеют длину 2 и 3 м.

На производстве используются цельные жезлы конструкции ЦТИСИЗа, С. Н. Веселовского, Гидропроекта и др.

П о в е р к и б а з и с н о г о ж е з л а. В базисных жезлах должны быть выполнены следующие основные * условия.

* Дополнительные поверки, зависящие от индивидуальной конструкции цельных жезлов, указаны в техническом описании прибора.

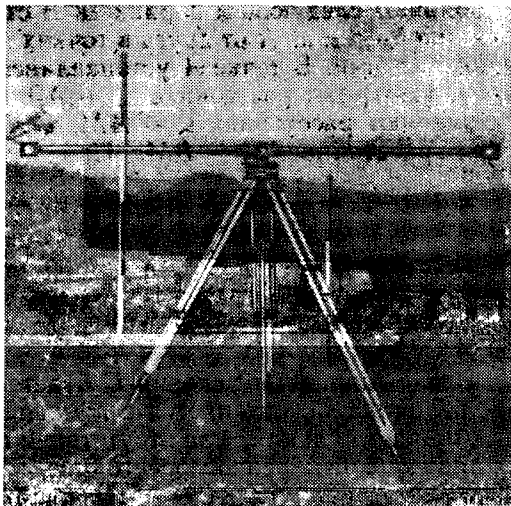


Рис. 148

1. Ось круглого уровня должна быть перпендикулярна к оси проволоки, а ось цилиндрического уровня — параллельна оси проволоки (ленты). Проверка уровней выполняется обычным способом.

2. Визирная ось оптического визира должна быть перпендикулярна к оси стержня или проволоки (ленты). Проверку выполняют так же, как в дальномерных рейках (см. § 100).

3. Базисные марки жезла и вертикальная ось жезла должны находиться в одной плоскости. В жезлах типа Бала это условие гарантируется фирмой. В жезлах других конструкций проверку выполняют следующим порядком. В створе AM (рис. 149) на расстоянии 5—6 м друг от друга в точках A, B, M ставят три штатива с подставками. В точке A устанавливают теодолит, а в точке B — жезл. Измеряют расстояние $s_1 = AB$. Жезл переносят в точку M и измеряют расстояние $s_3 = AM$. После этого из точки M измеряют расстояние $s_2 = BM$. При этих условиях

$$s_1 + s_2 - s_3 = \frac{l}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha_1}{2} + C + \frac{l}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha_2}{2} + C - \frac{l}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha_3}{2} - C = 0.$$

Следовательно,

$$C = \frac{l}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\alpha_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha_2}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\alpha_3}{2} \right). \quad (\text{XIV.34})$$

При выполнении условия C будет равно 0. В противном случае величина C устраняется с помощью имеющихся исправительных приспособлений, а за отсутствием их вводится как постоянное слагаемое в измеренное расстояние.

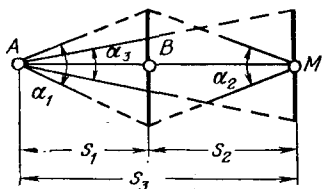


Рис. 149

Параллактические углы при проверке условия измеряют четырьмя полуприемами (в соответствии с программой измерения параллактических углов).

Исследования базисного жезла. К исследованиям жезла относят определение его длины на полевых компараторах длиной 24, 48 или 120 м.

Полевой компаратор выбирается на ровной местности. Концы 120-метрового компаратора закрепляются фундаментальными знаками, а концы 24- или 48-метрового компаратора — временными знаками. Длина компаратора измеряется инварными проволоками с относительной ошибкой по внутренней сходимости не более $\frac{1}{200\,000}$.

Программа компарирования на 24- или 48-метровом компараторе состоит в трехкратном измерении его двумя инварными проволоками и двукратном измерении построением простых параллактических звеньев типа I-6 (см. рис. 141).

Порядок измерений при компарировании следующий.

1. Измеряют компаратор двумя инварными проволоками. На каждом пролете берут три пары отсчетов; расхождения между разностями переднего и заднего отсчетов не должны быть более 0,3 мм.

2. Измеряют параллактические углы α_1 и α_2 в простом звене. При этом базисный жезл устанавливают в точке В (см. рис. 141) перпендикулярно к измеряемому направлению компаратора. Параллактические углы измеряют четырьмя полуприемами на выбранной части лимба. Четыре полуприема составляют одну серию наблюдений. Каждый угол измеряется тремя сериями наблюдений с перестановкой лимба между сериями на одно деление. Расхождения между полуприемами должны быть не более 3".

3. Повторяют измерение компаратора инварными проволоками.

4. Измеряют вторично параллактические углы.

5. Измеряют в третий раз компаратор инварными проволоками.

При компарировании на 120-метровом компараторе его длину предварительно делят на шесть отрезков по 20 м (см. рис. 139).

Порядок измерений при компарировании следующий.

1. Измеряют компаратор двумя инварными проволоками. Программа и допуски при измерении такие же, как и при компарировании на 24- или 48-метровом компараторе.

2. Измеряют компаратор створно-короткобазисным способом построением простых параллактических звеньев типа I-б. Измерения выполняют в прямом и обратном направлениях.

3. Измеряют вторично компаратор инварными проволоками.

4. Измеряют второй раз компаратор в прямом и обратном направлениях построением простых параллактических звеньев.

Измерение параллактических углов производится четырьмя полуприемами. При измерении фиксируется температура жезла путем измерения температуры воздуха. Длину компаратора s , измеренную инварной проволокой, вычисляют по формуле (X.40).

Длины компаратора, вычисленные по измерениям двумя проволоками, должны различаться между собой на величину не более чем $\frac{1}{120\,000}$ длины.

Из всех полученных значений длины компаратора вычисляют среднее значение $s_{\text{ср}}$.

Длину компаратора L_k , измеренную короткобазисным параллактическим методом, получают по формуле (XIV.16) или (при длине 120 м) по формуле (XIV.18). При этом в формулах (XIV.16) и (XIV.18) значение l принимается равным точно 2 или 3 м (в зависимости от длины жезла). Расхождения между значениями длины компаратора, полученными из разных серий измерений, не должны превышать величин, указанных в табл. 28.

Расхождение между значениями длины компаратора, полученными из разных ходов (при длине компаратора 120 м), не должны превышать 10 мм (при $l = 2$ м) и 7 мм (при $l = 3$ м).

Т а б л и ц а 28

Длина жезла, м	Длина ком- паратора, м	Расхождение в длине ком- паратора, м
2	48	6
2	24	2
3	48	4
3	24	1,3

Из всех значений L_k находится среднее по формуле

$$L_{k_{cp}} = \frac{\sum_1^n L_k}{n},$$

где n — число определений компаратора.

Длину базисного жезла при температуре компарирования определяют по формуле

$$l_t = \frac{l_{ср}}{L_{k_{cp}}}, \quad (XIV.35)$$

где $l = 2$ или 3 м.

§ 117. Построение короткобазисных параллактических звеньев на местности

При проектировании ходов выбирают тип звена. При этом учитывают, что целесообразность применения того или иного звена зависит от длины линии и условий местности. Так, при определении линий длиной до 200 м выгодно применять звено типа II-а, так как измерением трех или четырех параллактических углов определяются сразу две линии хода. Однако на узких улицах, просеках не всегда имеется возможность построить вспомогательный базис длиной 20 м, в этих случаях используют звенья I-а или I-б. Звенья III-а и III-б выгоднее звеньев II-б и II-в, но последние применяются тогда, когда в середине линии невозможно построить вспомогательный базис из-за озера, пруда, болота, широкой реки и т. п.

При составлении проекта производят расчеты, обосновывающие выбор типа параллактических звеньев и необходимую точность определения длин линий.

При построении простых звеньев типа I-а и I-б следует иметь в виду, что максимальное расстояние от теодолита до жезла и минимальные величины параллактических углов должны соответствовать величинам, указанным в табл. 29. При этом параллактические углы должны быть измерены с ошибкой не более $1''$.

Т а б л и ц а 29

Разряд полигонометрии	Длина жезла, м	Максимальное расстояние от прибора до жезла, м	Минимальный параллактиче- ский угол
1	2	50	2° 20'
2	2	60	1 55
1	3	70	2 30
2	3	90	1 55

При построении простого звена типа I-в при длине жезла 2 м максимальная длина звена допускается 60 м, а минимальный параллактический угол $3^{\circ} 30'$, при длине жезла 3 м — соответственно 80 м и $3^{\circ} 50'$.

При построении сложных звеньев необходимо выдерживать требования, указанные в табл. 30.

Т а б л и ц а 30

Разряд полигонометрии	Тип звена	Минимальные параллактиче- ские углы	Максимальное расстояние от прибора до жезла	Максимальные длины линий полигонометрии
1	III-a } III-б }	$5^{\circ} 40'$	10/	20b *
2	II-a } III-a }	4 00	14/	14b 28b

* b — длина вспомогательного базиса.

Вспомогательный базис должен быть установлен перпендикулярно к измеряемой линии при помощи теодолита с отклонением $\pm 1'$ от 90° . Для звеньев, предусматривающих отклонение этого базиса от перпендикулярного направления, допускается отклонение $\pm 20^{\circ}$ от 90° . При большем отклонении, например по условиям местности, должно быть предусмотрено измерение угла φ , а угол φ должен быть не менее 6° .

При рекогносцировке хода подготавливают трассу для измерений, намечают места для установки штативов для теодолита и базисных жезлов.

Выбирая место для постановки жезла, предусматривают, чтобы его марки были расположены не ближе 2 м от местных предметов, так как боковая дифференциальная рефракция может вызвать значительные искажения в длине измеряемой линии.

Параллактические углы и углы поворота измеряют одновременно. Для этого применяют сразу 4—5 штативов, которые устанавливают на пунктах полигонометрического хода, в точке установки жезла и на концах вспомогательного базиса. Штативы на пунктах устанавливают с помощью оптических центриров. Одновременно с расстановкой штативов определяют приближенно (шагами) длину измеряемой линии для того, чтобы подсчитать наивыгоднейшую длину вспомогательного базиса.

В створно-короткобазисном способе линию предварительно провешивают и штативы расставляют в створе по теодолиту.

Жезлы устанавливают перпендикулярно к измеряемому расстоянию с помощью оптического визира.

Теодолит для измерения параллактических углов устанавливают на прочно забитые в землю колья. После установки теодолита на штативе его выдерживают некоторое время для того,

чтобы прибор принял температуру окружающего воздуха; в солнечные дни теодолит обязательно защищают зонтом.

В период с 11 до 16 ч параллактические углы не измеряют.

Параллактические углы на малый базис измеряют четырьмя полуприемами при одном положении вертикального круга (при Л или П) со средней квадратической ошибкой $1''$. По оптическому микрометру берут отсчеты при двух совмещениях диаметрально противоположных штрихов лимба. Расхождения между отсчетами должны быть не более $2''$, а между полуприемами — не более $4''$.

Параллактические углы на вспомогательный базис также измеряют 4 полуприемами, если расстояние s менее 250 м и превышение между штативами, стоящими на концах линии s , менее 1 м. В противном случае параллактический угол измеряют 6 полуприемами по способу, разработанному В. В. Даниловым, в котором 3 полуприема измеряют при одном положении вертикального круга, вращая алидаду по ходу часовой стрелки, а следующие 3 полуприема — при другом положении вертикального круга, вращая алидаду против хода часовой стрелки. Расхождения между полуприемами при одном положении вертикального круга допускаются не более $4''$.

При измерении параллактических углов оптический микрометр переставляют на величину

$$\sigma = \frac{20'}{2n_1} = 2,5',$$

где $20'$ — наименьшее деление лимба; n_1 — количество полуприемов ($n_1 = 4$).

(Первый прием рекомендуется устанавливать на отсчете $1'$).

При измерении параллактического угла α фиксируют температуру воздуха.

Прибазисные углы γ измеряют двумя полуприемами, если они отклоняются от 90° на $\pm 20^\circ$, если больше (это допускается как исключение), то двумя полными приемами.

Все измерения записывают в полевой журнал; записи сопровождаются схематическими чертежами звеньев. На станции сразу же вычисляют углы и полученные расхождения сравнивают с допустимыми значениями.

В ы ч и с л е н и е д л и н л и н и й. Вычисление длины линий производят по соответствующим каждому типу звена формулам и сопровождают схемами звеньев с выписанными измеренными значениями.

Для вычислений берут длину жезла, полученную по результатам полевого компарирования. В длину жезла вводят поправку за температуру, вычисляемую по формуле (XIV.35); последняя вводится только в том случае, если она превышает $\frac{1}{200\,000}$ его длины.

Вычисления проводят с использованием специальных таблиц [35].

В вычисленную длину линии или вспомогательного базиса при необходимости вводят поправку за постоянное слабое C (см. § 116).

Из простых и сложных звеньев получают сразу горизонтальное проложение линий.

Пример вычисления линии, определенной построением сложного параллактического звена типа III-а (рис. 150) (при $\gamma = 90^\circ \pm 1'$), приведен в табл. 31.

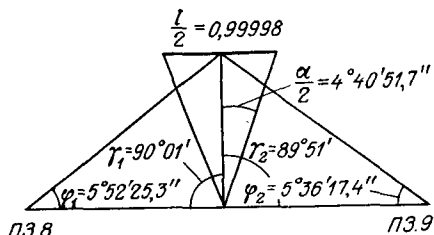


Рис. 150

Т а б л и ц а 31

Обозначения	Вычисления	Обозначения	Вычисления
$l/2$	0,99998	$\text{ctg } \varphi_1$	9,72045
$\text{ctg } \frac{\alpha}{2}$	12,2128	$\text{ctg } \varphi_2$	10,1899
		$\text{ctg } \varphi_1 + \text{ctg } \varphi_2$	19,91035
		s	382,534

§ 118. Источники ошибок при измерении линий короткобазисным параллактическим методом

Все источники ошибок, имеющие место при измерении линий короткобазисным параллактическим методом, можно подразделить на четыре группы: источники ошибок при измерении параллактических углов, источники ошибок, связанные с применением базисного жезла, личные и внешних условий измерения.

О ш и б к и и з м е р е н и я п а р а л л а к т и ч е с к и х у г л о в. На точность измерения параллактических углов оказывают влияние те же источники ошибок, которые рассмотрены при измерении углов поворота (см. § 64). Остановимся только на некоторых особенностях влияния их в данном конкретном случае.

Параллактические углы необходимо измерять с высокой точностью ($m_\alpha = 1''$), но теодолитами, приборная точность которых $2''$. Поэтому, чтобы не делать большого числа измерений угла, необходимо максимально принять меры к тому, чтобы ослабить действие этих источников ошибок.

Наиболее существенное влияние на точность измерения параллактических углов будут оказывать источники ошибок, связанные с прибором: ошибки делений лимба, рен оптического микрометра

и другие, а также ошибки собственно измерения угла: визирования и отсчета. Часть из перечисленных ошибок, имеющих систематический характер, устраняют юстировкой прибора и введением соответствующих поправок, часть ошибок случайного характера сводят до минимума, применяя соответствующую программу измерения параллактических углов.

Для ослабления влияния случайных и периодических ошибок делений лимба выбирают для измерения углов его часть (в интервале 10°), где рен постоянен и близок к среднему значению (см. § 62).

Ошибки оптического микрометра устраняют введением соответствующей поправки, которую определяют при исследовании.

Ошибка визирования зависит от размеров цели и «читаемости» ее в биссекторе трубы теодолита. Поэтому цель на марках жезла должна быть строго симметрична и параллельна сетке нитей.

Ошибку отсчета можно несколько уменьшить, выработав однообразие движений головки оптического микрометра при совмещении штрихов; заканчивать совмещение штрихов следует движением головки микрометра только по направлению хода часовой стрелки (завинчиванием).

Параллактические углы при визировании на марки жезла следует измерять полуприемами при одном положении вертикального круга (Л или П).

На точность измерения линий ошибки измерения параллактических углов оказывают влияние случайного характера.

Ошибки, связанные с применением базисного жезла. Основными источниками ошибок являются компарирование жезла, неперпендикулярная установка жезла к измеряемой линии, температура, негоризонтальное положение жезла. На точность измерения линии ошибки, вызываемые этими источниками, оказывают влияние систематического характера.

Ошибка компарирования жезла полностью входит в ошибку длины определяемой линии и носит систематический характер. Поэтому ошибка компарирования жезла на стационарном компараторе не должна превышать 0,02 мм или $1/100\,000$ его длины для двухметрового жезла и $1/150\,000$ — для трехметрового жезла.

Для проверки постоянства длины жезла в начале и конце полевых работ проводится компарирование жезла на полевом компараторе. Средняя квадратическая ошибка полевого компарирования не должна превышать 0,05 мм или $1/40\,000$ длины жезла при $l = 2$ м и $1/60\,000$ длины жезла при $l = 3$ м.

Неперпендикулярная установка жезла к измеряемой линии вызывает ошибку в параллактическом угле, а следовательно, и в измеряемом расстоянии.

Для расчетов ошибок, связанных с установкой рейки, можно воспользоваться формулами, выведенными в § 107. Расчеты показывают, что установка жезла неперпендикулярно к измеряемой линии с ошибкой $\sim 3-4'$ вызовет ошибку в параллактическом угле порядка $0,01''$ (при $l = 2$ м).

Для установки жезла перпендикулярно к измеряемой линии служит оптический визир, в котором условие перпендикулярности визирной оси к оси проволоки (или стержня) проверяется в начале каждого рабочего дня в течение рабочего периода.

Изменение температуры повлечет за собой изменение длины жезла, а следовательно, вызовет ошибку в измеряемой линии. Изменение длины жезла учитывается путем введения поправки за температуру, которую вычисляют по формуле

$$\Delta l = \alpha(t - t_0) + \beta(t^2 - t_0^2), \quad (\text{XIV.36})$$

где α и β — термические коэффициенты расширения инвара на 2 или 3 м; t — температура, при которой измерялась линия; t_0 — температура компарирования.

Поправка за температуру жезла учитывается только в том случае, если ее величина будет более $1/200\,000$ длины жезла.

Непостоянство натяжения инварной проволоки имеет место в жезлах цельной конструкции и вызывает ошибку в длине жезла, которая оказывает систематическое влияние на длину измеряемой линии. Величина этой ошибки не должна превышать $1/200\,000$ от длины жезла. Постоянство натяжения проволоки проверяется с помощью динамометра.

Влияние систематических ошибок, вызванных негоризонтальным положением жезла и неточной установкой штатива с жезлом в створе линии на точность измерения линии, сводится к ничтожно малым величинам, так как жезл устанавливается с помощью выверенного уровня, а вешение производится с помощью теодолита.

Личные ошибки носят в основном случайный характер и влияют на точность визирования и отсчета при измерении параллактических углов (см. § 68).

Ошибки, вызываемые влиянием внешних условий, подробно были рассмотрены в § 107.

Глава XV.

ПРИВЯЗОЧНЫЕ РАБОТЫ В ПОЛИГОНОМЕТРИИ

§ 119. Значение и виды привязок

Привязка полигонометрии к пунктам государственной геодезической сети производится для определения координат пунктов полигонометрического хода и для передачи направления на стороны хода.

Привязку полигонометрии к пунктам геодезической сети можно произвести различными способами в зависимости от расположения этих пунктов по отношению к пунктам полигонометрии.

Для привязки хода необходимо иметь координаты начала и конца хода и дирекционные углы исходных начальной и конечной сторон хода. Самым простым способом привязки является непосредственное примыкание полигонометрического хода к пунктам триангуляции или полигонометрии высшего класса. В этом случае привязка осуществляется измерением примычных углов.

Если известны координаты пунктов T_n и T_k (рис. 151), из которых видны пункты государственной геодезической сети T'_n, T''_n, T'_k, T''_k , то на пункте T_n необходимо измерить примычные углы β_1

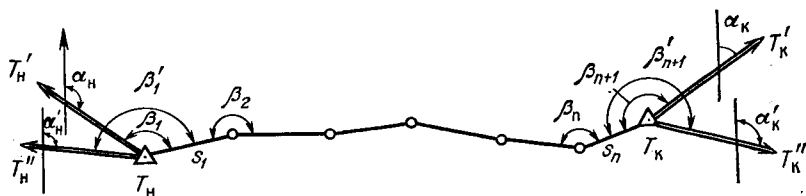


Рис. 151

и β'_1 , а на пункте T_k — углы β_{n+1} и β'_{n+1} . Вычислив по координатам пунктов $T_n, T'_n, T''_n, T_k, T'_k, T''_k$ дирекционные углы $\alpha_n, \alpha'_n, \alpha_k, \alpha'_k$ сторон $T_n T'_n, T_n T''_n, T_k T'_k, T_k T''_k$, можно передать дирекционные углы на стороны полигонометрического хода s_1 и s_n . Этот способ привязки дает надежный контроль, так как разность примычных углов β_1 и β'_1, β_{n+1} и β'_{n+1} должна равняться разности дирекционных углов α_n и α'_n, α_k и α'_k .

В ряде случаев не удастся один из концов хода или оба конца привязать к исходным направлениям. Например, когда на исходном пункте отсутствует видимость с земли на соседние пункты, наружные знаки пришли в ветхость, а центры на ориентирных пунктах потеряны. В таких случаях на этом конце хода осуществляют привязку лишь к пункту, а примычный угол между направлением последней линии хода и исходным направлением остается неизмеренным.

Однако в практике геодезических работ бывают случаи, когда непосредственно привязку полигонометрии к пунктам государственной геодезической обоснования осуществить почему-либо невозможно. Тогда применяют особые способы привязки, которые можно разделить на две группы: 1) привязка к близлежащему пункту; 2) привязка к отдаленному пункту.

Используя различные способы привязки, можно получить также координаты ряда боковых пунктов.

Рассмотрим указанные способы привязки.

§ 120. Передача координат с вершины знака на землю

Этот вид привязки полигонометрического хода применяется тогда, когда пункт государственной геодезической сети недоступен для непосредственных измерений, но имеется возможность подойти к нему на расстояние порядка 100—300 м.

На практике могут иметь место следующие случаи:

1) пункт недоступен ни для линейных, ни для угловых измерений;

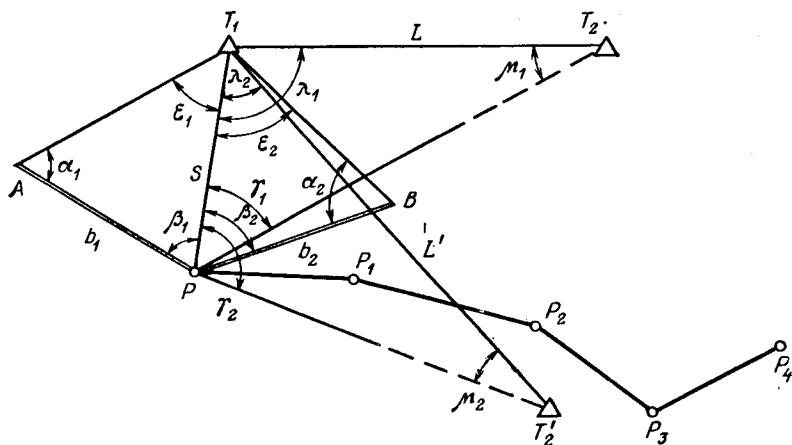


Рис. 152

2) пункт доступен для угловых измерений, но недоступен для линейных измерений.

Рассмотрим оба случая.

1. Пункт, к которому производится привязка, недоступен ни для линейных, ни для угловых измерений (обычно это шпиль какого-либо здания).

Итак, необходимо определить координаты пункта P (рис. 152), из которого видны пункты обоснования: близко расположенный пункт T_1 и пункт T_2 , последний может быть расположен вдалеке от пункта P . Более надежный контроль решения задачи будет обеспечен в том случае, если, кроме пункта T_2 , будет виден еще пункт T'_2 .

Расстояние $PT_1=s$ можно определить как неприступное. Для этого на местности строят два треугольника APT_1 и BPT_1 . Стороны этих треугольников AP (b_1) и PB (b_2) измеряют непосредственно; кроме этого, в каждом треугольнике измеряют по два угла $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2$ и β_2 .

Из треугольников APT_1 и BPT_1 определяют длину $PT_1=s$ по формуле

$$s_i = \frac{b_i \sin \alpha_i}{\sin \varepsilon_i}, \quad (\text{XV.1})$$

где

$$\varepsilon_i = 180^\circ - (\alpha_i + \beta_i), \quad (\text{XV.2})$$

а $i = 1, 2$.

Из полученных значений берут среднее.

Для определения примычного угла λ_1 на местности при точке P измеряют угол γ_1 . Этот угол дает возможность определить сначала из треугольника PT_1T_2 угол μ_1 , а затем и угол λ_1 .

В треугольнике PT_1T_2 дирекционный угол линии $(T_1T_2)^*$ и ее длину $T_1T_2 = L$ находят из решения обратной геодезической задачи по формулам

$$\text{tg}(T_1T_2) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad (\text{XV.3})$$

$$T_1T_2 = L = \frac{y_2 - y_1}{\sin(T_1T_2)} = \frac{x_2 - x_1}{\cos(T_1T_2)}. \quad (\text{XV.4})$$

Надежнее контроль обратной геодезической задачи выполнить по формуле

$$\text{tg}\{(T_1T_2) + 45^\circ\} = \frac{x_2 + y_2 - x_1 - y_1^{**}}{x_2 + y_1 - x_1 - y_2}, \quad (\text{XV.5})$$

так как, вычисляя $\text{tg}(T_1T_2)$ по формуле (XV.3), можно допустить ошибку в разности ординат $(y_2 - y_1)$ или абсцисс $(x_2 - x_1)$, и эта ошибка при контроле по формулам (XV.4) останется незамеченной, хотя T_1T_2 и вычисляют дважды.

Зная величину L , из треугольника PT_1T_2 находят

$$\sin \mu_1 = \frac{s}{L} \sin \gamma_1, \quad (\text{XV.6})$$

а затем по таблицам — угол μ_1 .

* Будем обозначать дирекционный угол линии, заключив ее название в круглые скобки.

** Формула (XV.5) получается из формулы (XV.3) на основании производной пропорции

$$\frac{\text{tg}(T_1T_2) + 1}{1 - \text{tg}(T_1T_2)} = \frac{(y_2 - y_1) + (x_2 - x_1)}{(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)},$$

так как

$$\text{tg}\{(T_1T_2) + 45^\circ\} = \frac{\text{tg}(T_1T_2) + \text{tg} 45^\circ}{1 - \text{tg}(T_1T_2) \text{tg} 45^\circ} = \frac{\text{tg}(T_1T_2) + 1}{1 - \text{tg}(T_1T_2)}.$$

Примычный угол λ_1 получают из того же треугольника как дополнение до 180° :

$$\lambda_1 = 180^\circ - (\gamma_1 + \mu_1). \quad (\text{XV.7})$$

Дирекционный угол φ направления T_1P определяют как

$$(T_1P) = \varphi = (T_1T_2) \pm \lambda_1. \quad (\text{XV.8})$$

Выбор знака перед λ_1 в формуле (XV.8) производится с учетом расположения пунктов на схематическом чертеже, составление которого при решении задачи необходимо.

По полученным длине линии PT_1 и дирекционному углу ее (T_1P) находят приращение координат, а затем координаты соответственно по формулам

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_P &= s_{cp} \cos (T_1P), \\ \Delta y_P &= s_{cp} \sin (T_1P) \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.9})$$

и

$$\left. \begin{aligned} x_P &= x_1 + \Delta x_P, \\ y_P &= y_1 + \Delta y_P. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.10})$$

Заключительный контроль решения задачи состоит в вычислении дирекционного угла (PT_2)

$$\operatorname{tg} (PT_2) = \frac{y_2 - y_P}{x_2 - x_P} \quad (\text{XV.11})$$

и вторичном получении угла

$$\mu = (T_1T_2) - (PT_2). \quad (\text{XV.12})$$

Если из пункта P будет виден пункт T'_2 , его необходимо использовать для вторичного получения значения координат пункта P , для чего следует на пункте P измерить угол γ_2 , а далее повторить решение задачи, начиная с получения $\operatorname{tg} (T_1T'_2)$ и L' по формулам (XV.3) и (XV.4) и т. д. до конца.

Оценка точности при решении задачи состоит в получении средних квадратических ошибок вычисленных элементов: линии $PT_1 = s$, дирекционного угла $(T_1P) = \varphi$ и положения пункта P .

Для проведения оценки точности необходимо иметь показатели точности измерения базисов (m_b — при измерении светодальномером, μ и λ — при измерении инварной проволокой) и углов ($m_\alpha, m_\beta, m_\gamma$).

Для получения m_s возьмем функцию (XV.1), прологарифмируем ее, а затем дифференцированием найдем

$$\begin{aligned} \frac{ds_i}{s_i} &= \frac{db_i}{b_i} + \operatorname{ctg} \alpha_i d\alpha_i + \operatorname{ctg} \varepsilon_i d\varepsilon_i + \operatorname{ctg} \beta_i d\beta_i = \\ &= \frac{db_i}{b_i} + (\operatorname{ctg} \alpha_i + \operatorname{ctg} \varepsilon_i) d\alpha_i + \operatorname{ctg} \varepsilon_i d\beta_i; \end{aligned} \quad (\text{XV.13})$$

при этом учтем, что угол ε определяется по формуле (XV.2), следовательно,

$$d\varepsilon_i = -d\alpha_i - d\beta_i.$$

Переходя от (XV.13) к средним квадратическим ошибкам и принимая $m_{\alpha_i} = m_{\beta_i}$ (углы измерены равноточно), найдем

$$m_{s_i}^2 = \left(\frac{m_{b_i}}{b_i}\right)^2 s_i^2 + [(\operatorname{ctg} \alpha_i + \operatorname{ctg} \varepsilon_i)^2 + \operatorname{ctg}^2 \varepsilon_i] s_i^2 \frac{m_{\alpha_i}^2}{\rho^2}. \quad (\text{XV.14})$$

Средняя квадратическая ошибка среднего значения линии $s_{\text{ср}}$ будет

$$M_s = \frac{1}{2} \sqrt{m_{s_1}^2 + m_{s_2}^2}. \quad (\text{XV.15})$$

Величинами m_{s_i} можно воспользоваться для подсчета предельного расхождения в значениях s , вычисленных из двух треугольников, так как

$$ds = s_1 - s_2,$$

$$m_{ds}^2 = m_{s_1}^2 + m_{s_2}^2.$$

Тогда

$$\text{пред } (s_1 - s_2) = 2 \sqrt{m_{s_1}^2 + m_{s_2}^2}. \quad (\text{XV.16})$$

Определим среднюю квадратическую ошибку дирекционного угла φ_i . Дифференцируя формулы (XV.8), получим

$$d\varphi_i = d\lambda_i, \quad (\text{XV.17})$$

где $i = 1, 2$.

Угол λ_i вычисляется по формуле (XV.7), следовательно, дифференцирование ее дает

$$d\lambda_i = -d\mu_i - d\gamma_i. \quad (\text{XV.18})$$

В свою очередь величина μ_i определяется выражением (XV.6). Несколько упростим его, имея в виду, что отношение $\frac{s}{L}$, как правило, равно $\frac{1}{10}$. С учетом этого формулу (XV.6) можно написать

$$\sin \mu_i = \frac{1}{10} \sin \gamma_i.$$

Дифференцируя ее, получим

$$\cos \mu_i d\mu_i = \frac{1}{10} \cos \gamma_i d\gamma_i,$$

откуда найдем

$$d\mu_i = \frac{1}{10} \frac{\cos \gamma_i}{\cos \mu_i} d\gamma_i.$$

Можно считать, что отношение

$$\frac{\cos \gamma_i}{\cos \mu_i} < 1.$$

Тогда

$$d\mu_i \approx \frac{1}{10} d\gamma_i.$$

Учитывая это соотношение, можно в формуле (XV.18) $d\mu_i$ при оценке точности в расчет не принимать и принять

$$d\lambda_i \approx d\gamma_i$$

или с учетом (XV.17)

$$d\varphi_i \approx d\gamma_i.$$

Отсюда, переходя к средним квадратическим ошибкам, будем иметь

$$m_{\varphi_i} \approx m_{\gamma_i}. \quad (\text{XV.19})$$

Нетрудно установить, что строгая формула средней квадратической ошибки дирекционного угла будет иметь вид

$$m_{\varphi_i}^2 = (1 + \operatorname{tg} \mu_i \operatorname{ctg} \gamma_i)^2 m_{\gamma_i}^2 + \rho^2 \operatorname{tg}^2 \mu_i \left(\frac{m_{s_i}}{s_i} \right)^2. \quad (\text{XV.20})$$

Средняя квадратическая ошибка среднего значения дирекционного угла $\varphi_{\text{ср}}$ в случае определения его по двум пунктам T_2 и T'_2 (с учетом (XV.19)) будет равна

$$M_{\varphi}^2 = \frac{1}{2} \sqrt{2m_{\gamma}^2} = 0,71m_{\gamma}, \quad (\text{XV.21})$$

где $m_{\gamma} = m_{\gamma_1} = m_{\gamma_2}$.

Предельное расхождение между значениями φ , полученными по двум пунктам, определится выражением

$$\text{пред } (\varphi_1 - \varphi_2) = 2 \sqrt{2m_{\gamma}^2} = 2,8m_{\gamma}. \quad (\text{XV.22})$$

Для получения средней квадратической ошибки положения пункта P воспользуемся рис. 153. Допустим, что под влиянием ошибок в длине линии ds и в дирекционном угле $d\varphi$ пункт P сместился со своего верного положения на величину dp . Это смещение можно разложить на компоненты ds и u ,

$$\text{где } u = s \frac{d\varphi}{\rho},$$

тогда

$$dP^2 = ds^2 + u^2$$

избыточные пункты и произвести избыточные измерения. Засечки, в которых для получения координат пункта используют избыточное число пунктов и измерений, называют многократными.

Прямой многократной засечкой называется определение положения пункта путем измерения углов или направлений на определяемый пункт не менее чем с трех пунктов, координаты которых известны.

Обратной многократной засечкой называется определение положения пункта путем измерения углов или направлений на определяемом пункте, не менее чем на четыре пункта, координаты которых известны.

В особых случаях привязки полигонометрического хода к отдаленным пунктам государственной геодезической сети эту задачу можно решить способом прямой или обратной многократной засечки.

Наличие избыточных измерений в многократных засечках приводит к уравнительным вычислениям.

Метод наименьших квадратов рассматривает два основных способа уравнивания: параметрический и коррелятный. Уравнивание можно выполнять любым из этих способов. Оба дают одни и те же значения для уравниваемых величин, но объем вычислительного труда при решении конкретных задач будет разный. Поэтому, прежде чем приступить к уравниванию, следует выбрать тот способ, который при решении этой задачи потребует меньшего объема вычислений. При наличии ЭВМ предпочтение отдают тому способу, для которого легче и наиболее эффективно можно составить программу вычислений.

При уравнивании результатов измерений в многократных засечках предпочтение отдают параметрическому способу. В этом способе число нормальных уравнений, которое предстоит решать при любом числе избыточных измерений, будет равно числу неизвестных. В многократных засечках неизвестных всегда два — координаты x и y искомого пункта.

Известно, что в параметрическом способе уравнивания каждое неизвестное (параметр) представляют в виде суммы двух слагаемых: приближенного значения и поправки к нему.

Для искоемых координат x и y пункта P это будет выражаться так:

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + \delta x, \\ y &= y_0 + \delta y. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.25})$$

Приближенные значения координат x_0 и y_0 получают из решения однократных засечек, а поправки δx и δy — из уравнивания результатов измерений по методу наименьших квадратов параметрическим способом с использованием дифференциальных формул дирекционного угла.

§ 122. Дифференциальные формулы дирекционного угла

Пусть имеем линию AB (рис. 154, a), координаты ее концов $x_A y_A$ и $x_B y_B$ заданы. Дирекционный угол этой линии α можно вычислить по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Предположим, что точка B переместилась в положение B' , координаты этой точки получили приращение dx и dy . В соответствии с этим дирекционный угол α линии AB изменится на вели-

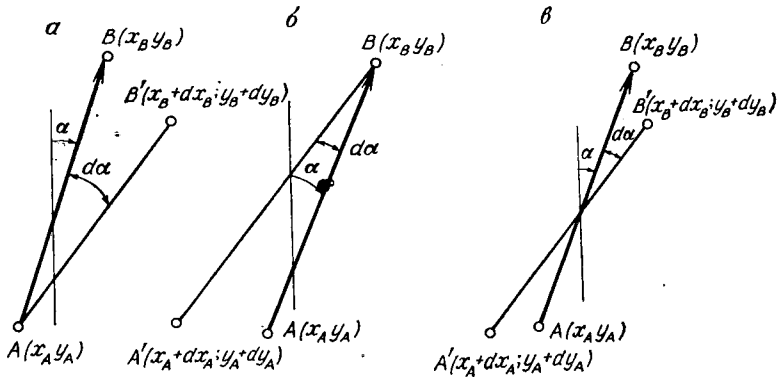


Рис. 154

чину $\Delta\alpha$, но так как dx_B и dy_B — величины малые, то можно считать, что угол α изменился на величину $d\alpha$ ($\Delta\alpha \approx d\alpha$).

Установим связь между изменением координат конечной точки отрезка прямой и изменением дирекционного угла этого отрезка. Дифференцируя формулу для вычисления α , получим

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{\rho} = \frac{(x_B - x_A) dy_B - (y_B - y_A) dx_B}{(x_B - x_A)^2}.$$

Так как

$$x_B - x_A = s \cos \alpha,$$

$$y_B - y_A = s \sin \alpha,$$

то можно записать

$$d\alpha = \rho \left(\frac{\cos \alpha}{s} dy_B - \frac{\sin \alpha}{s} dx_B \right).$$

Введем обозначения

$$\left. \begin{aligned} (a) &= -\rho \sin \alpha, \\ (b) &= \rho \cos \alpha, \end{aligned} \right\}$$

(XV.26)

тогда получим

$$d\alpha = \frac{(a)}{s} dx_B + \frac{(b)}{s} dy_B. \quad (\text{XV.27})$$

Если конечная точка B линии AB сохраняет свое положение, а перемещается начальная точка A , изменяются ее координаты на dx_A и dy_A (рис. 154, б), то очевидно, что между изменением координат точки A и изменением дирекционного угла линии AB существует связь, выражаемая такой же формулой (XV.27), только коэффициенты при dx_A и dy_A будут иметь знаки, противоположные знакам при коэффициентах dx_B и dy_B . В этом случае формула будет иметь вид

$$d\alpha = -\frac{(a)}{s} dx_A - \frac{(b)}{s} dy_A. \quad (\text{XV.28})$$

Формулы (XV.27) и (XV.28) называются **д и ф ф е р е н ц и а л ь н ы м и ф о р м у л а м и** дирекционного угла.

В общем случае (рис. 153, в), когда изменяется положение обоих концов линии AB , дифференциальная формула принимает вид

$$d\alpha = -\frac{(a)}{s} dx_A - \frac{(b)}{s} dy_A + \frac{(a)}{s} dx_B + \frac{(b)}{s} dy_B. \quad (\text{XV.29})$$

§ 123. Прямая однократная засечка

Рассмотрим случай, когда координаты пункта P определяются по координатам x_A и y_A , x_B и y_B пунктов A и B , видимость между которыми имеется*; углы A и B на пунктах измерены.

Из рис. 155 следует, что

$$\Delta x_{AP} = b \cos \alpha_{AP} = x_P - x_A,$$

$$\Delta y_{AP} = b \sin \alpha_{AP} = y_P - y_A.$$

Дирекционный угол α_{AP} определим как разность углов

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - A;$$

при этом дирекционный угол α_{AB} получим по координатам пунктов A и B из решения обратной геодезической задачи.

Далее можно записать

$$x_P - x_A = b \cos (\alpha_{AB} - A),$$

$$y_P - y_A = b \sin (\alpha_{AB} - A),$$

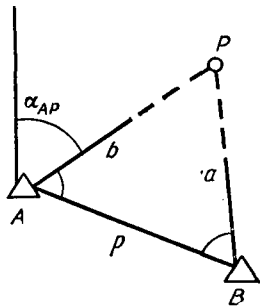


Рис. 155

* Случай при отсутствии видимости между исходными пунктами рассмотрен в первой части курса и выведены формулы Ф. Гаусса, которые называются также формулами тангенсов.

или

$$\left. \begin{aligned} x_P - x_A &= b (\cos \alpha_{AB} \cos A + \sin \alpha_{AB} \sin A), \\ y_P - y_A &= b (\sin \alpha_{AB} \cos A - \cos \alpha_{AB} \sin A). \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.30})$$

Известно, что

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{AB} &= x_B - x_A = p \cos \alpha_{AB}; \quad \cos \alpha_{AB} = \frac{x_B - x_A}{p}, \\ \Delta y_{AB} &= y_B - y_A = p \sin \alpha_{AB}; \quad \sin \alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{p}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.31})$$

Подставляя выражения (XV.31) в формулы (XV.30), получим

$$\left. \begin{aligned} x_P - x_A &= \frac{b}{p} \sin A \left(\frac{x_B - x_A}{\sin A} \cos A + y_B - y_A \right), \\ y_P - y_A &= \frac{b}{p} \sin A \left(\frac{y_B - y_A}{\sin A} \cos A - x_B + x_A \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.32})$$

Из треугольника ABP (см. рис. 155) следует, что

$$\frac{b}{p} = \frac{\sin B}{\sin(A+B)} = \frac{\sin B}{\sin A \cos B + \cos A \sin B}.$$

Умножив обе части этого равенства на $\sin A$, получим

$$\frac{b}{p} \sin A = \frac{\sin A \sin B}{\sin A \cos B + \cos A \sin B},$$

или после деления числителя и знаменателя правой части на $\sin A \sin B$ —

$$\frac{b}{p} \sin A = \frac{1}{\operatorname{ctg} B + \operatorname{ctg} A}. \quad (\text{XV.33})$$

Полученное выражение подставим в равенство (XV.32), которое после этого несколько преобразуем, и получим окончательно

$$\left. \begin{aligned} x_P &= x_A + \frac{(x_B + x_A) \operatorname{ctg} A + (y_B - y_A)}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B}, \\ y_P &= y_A + \frac{(y_B - y_A) \operatorname{ctg} A + (x_A - x_B)}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.34})$$

Аналогичными рассуждениями можно получить формулы вида (XV.34) относительно пункта B .

Формулами (XV.34) часто пользуются в следующей видоизмененной записи:

$$\left. \begin{aligned} x_P &= \frac{x_A \operatorname{ctg} B + x_B \operatorname{ctg} A - y_A + y_B}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B}, \\ y_P &= \frac{y_A \operatorname{ctg} B + y_B \operatorname{ctg} A + x_A - x_B}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.34}')$$

Формулы вида (XV.34), (XV.34') носят название формул котангенсов углов треугольника, или формул Юнга.

При вычислении по ним необходимо при обозначении исходных данных и измеренных углов соблюдать определенный порядок: буквой P должен обозначаться определяемый пункт, буквой A — левый исходный пункт, буквой B — правый исходный пункт, если стоять на стороне AB лицом к пункту P ; углы треугольника будут соответственно при точках A и B .

§ 124. Оценка точности положения пункта, определенного прямой однократной засечкой

Пусть точка P (рис. 156) — истинное положение определяемого пункта, а точка P_1 — полученное из решения. Примем за характеристику точности определения положения пункта P среднюю квадратическую ошибку M_P линейного смещения PP_1 .

Обозначим точки пересечения направлений AP_1 и BP_1 с истинными направлениями BP и AP соответственно буквами D и E . По малости величины PP_1 по сравнению с AP и BP фигуру PDP_1E можно принять за параллелограмм и написать

$$PP_1^2 = PD^2 + PE^2 \pm 2PD \cdot PE \cos P^*. \quad (\text{XV.35})$$

Истинные ошибки измеренных углов A и B обозначим через Δ_A и Δ_B и, приняв $\sin BAP = \frac{\Delta_A}{\rho}$, $\sin PBE = \frac{\Delta_B}{\rho}$, найдем

$$PB = b \frac{\Delta_A}{\rho} \frac{1}{\sin P}, \quad (\text{XV.36})$$

$$PE = a \frac{\Delta_B}{\rho} \frac{1}{\sin P} \quad (\text{XV.37})$$

и

$$PP_1^2 = b^2 \frac{\Delta_A^2}{\rho^2} \frac{1}{\sin^2 P} + a^2 \frac{\Delta_B^2}{\rho^2} \frac{1}{\sin^2 P} \pm 2 \frac{\Delta_A \Delta_B ab}{\rho^2 \sin^2 P} \cos P. \quad (\text{XV.38})$$

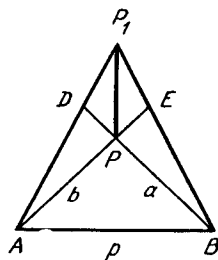


Рис. 156

Чтобы определить среднюю квадратическую ошибку M_P линейного смещения PP_1 , предположим, что определение пункта P было повторено n раз и имеется n равенств вида (XV.38). Сложив эти равенства и разделив затем обе части суммарного равенства на число n , получим

$$M_P^2 = \frac{m_A^2 b^2}{\rho^2 \sin^2 P} + \frac{m_B^2 a^2}{\rho^2 \sin^2 P} \pm \frac{2}{n} \frac{[\Delta_A \Delta_B]}{\rho^2} \frac{\cos P}{\sin P} ab,$$

* Знак $\pm$ перед третьим членом в правой части равенства поставлен потому, что измеренные направления AP и BP могут лежать по разные стороны от истинных направлений AP и BP .

где m_A, m_B — средние квадратические ошибки измеренных значений углов A и B .

Но $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|\Delta_A \Delta_B|}{n} = 0$ (свойство компенсации случайных ошибок), тогда

$$M_P^2 = \frac{m_A^2 b^2}{\rho^2 \sin^2 P} + \frac{m_B^2 a^2}{\rho^2 \sin^2 P}. \quad (\text{XV.39})$$

Углы A и B обычно измеряются с одинаковой точностью, т. е. $m_A = m_B = m_\beta$; тогда

$$M_P = \frac{m_\beta}{\rho \sin P} \sqrt{a^2 + b^2} \quad (\text{XV.40})$$

или, обозначая $a = s_1$ и $b = s_2$,

$$M_P = \frac{m_\beta}{\rho \sin P} \sqrt{s_1^2 + s_2^2}. \quad (\text{XV.40}')$$

Формулы (XV.40) можно представить и в другом виде, если учесть, что

$$a = \rho \frac{\sin A}{\sin P} \quad \text{и} \quad b = \rho \frac{\sin B}{\sin P}.$$

Тогда

$$M_P = \rho \frac{m_\beta \sqrt{\sin^2 A + \sin^2 B}}{\rho \sin^2 P}. \quad (\text{XV.41})$$

Формула (XV.40') или (XV.41) показывает, что *средняя квадратическая ошибка положения определяемой точки будет увеличиваться главным образом с удалением ее от исходных пунктов (с увеличением s_1 и s_2) и увеличением базиса засечки ρ* . Из анализа этих формул следует, что наименьшая ошибка будет при прочих равных условиях в том случае, если угол засечки P будет близок к 90° .

Оценку точности положения пункта, определенного прямой однократной засечкой, можно также выполнить графически с помощью так называемого обращенного (или инверсионного) треугольника. Ограничимся здесь изложением практического ее применения.

На листе бумаги с нанесенной координатной сеткой по координатам вершин A, B и P строится прямая засечка в масштабе, обеспечивающем необходимую точность определения расстояний между искомой точкой и исходными пунктами (рис. 157). Затем, графически определив расстояния s_1 и s_2 от искомой точки до исходных пунктов, вычисляют величины $r_i = \frac{\rho''}{s_i}$, которые называются *градиентами направлений*.

Найденные градиенты откладывают на направлениях PA и PB от точки P и получают точки a и b , которые соединяют. Построенный треугольник aPb называется *о б р а щ е н н ы м* (или инвертным, инверсионным).

Доказано *, что формулу (XV.40) можно преобразовать к виду

$$M_P = m_B \sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2}{4F^2}}, \quad (\text{XV.42})$$

где r_1, r_2 — градиенты направлений; F — площадь обращенного треугольника.

Величина F может быть определена из выражений

$$F = \frac{1}{2} h_1 r_1 = \frac{1}{2} h_2 r_2,$$

где h_1 и h_2 — высота обращенного треугольника.

С учетом этой формула (XV.42) получит вид

$$M_P = m_B \sqrt{\frac{1}{h_1^2} + \frac{1}{h_2^2}}. \quad (\text{XV.42}')$$

Измерив на чертеже высоты h_1 и h_2 обращенного треугольника, которые суть перпендикуляры, опущенные из точек a и b на стороны Pa и Pb , определяют по формуле (XV.42') среднюю квадратическую ошибку положения точки P .

§ 125. Прямая многократная засечка

Необходимо определить координаты пункта P способом прямой многократной засечки, для чего с каждого исходного пункта $T_1, T_2, \dots, T_n$ произведено визирование на точку P и измерены углы $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ между линиями с известными дирекционными углами $\alpha_a, \alpha_b, \dots, \alpha_n$ и направлениями на точку P (рис. 158).

Как было установлено в § 121, уравнивать результаты измерений в прямой многократной засечке целесообразнее параметрическим способом.

Для нахождения приближенных координат x_0 и y_0 точки P , используя необходимое число измерений, по формулам, указанным в § 123, решают прямую однократную засечку.

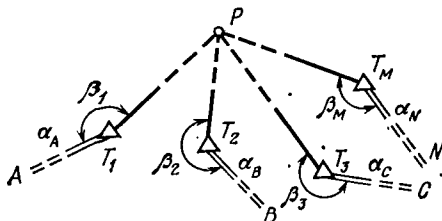


Рис. 158

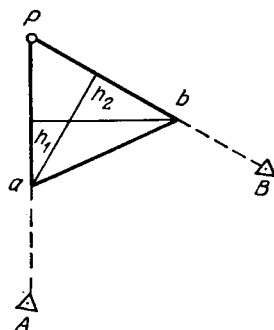


Рис. 157

* Сомов Г. Е. Общий метод выбора лучшей комбинации опорных пунктов для многократных и простых геодезических засечек. — Труды Харьковского сельскохозяйственного института. В. В. Докучаева. Т. XXXI. Вопросы инженерной геодезии, 1961, с. 101—122.

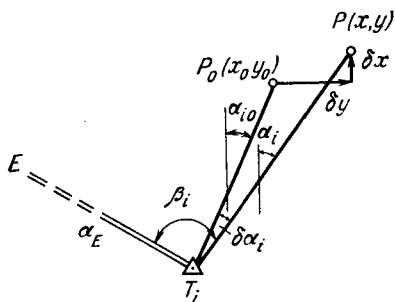


Рис. 159

Далее согласно параметрическому способу уравнивания следует составить уравнения поправок, в которых представить измеренные величины как функции выбранных неизвестных.

Для этого рассмотрим рис. 159. Пусть приближенному значению точки P_0 , полученному из решения прямой однократной засечки, соответствуют координаты x_0 и y_0 . Точка P_0 близка к искомому поло-

жению точки P , координаты которой x и y .

Для линии $T_i P_0$ можно вычислить значение ее длины $s_{i,0}$ и дирекционного угла $\alpha_{i,0}$.

Уравненное значение дирекционного угла линии $T_i P$ обозначим через α_i , тогда

$$\alpha_i = \alpha_{i,0} + \delta\alpha_i. \quad (\text{XV.43})$$

По дирекционному углу α_E линии $T_i E$ и измеренному углу β'_i найдем «измеренное значение» * α'_i дирекционного угла линии $T_i P$

$$\alpha'_i = \alpha_E + \beta'_i. \quad (\text{XV.44})$$

Уравненное значение дирекционного угла будет равно измеренному значению α'_i плюс поправка v_i :

$$\alpha_i = \alpha'_i + v_i. \quad (\text{XV.45})$$

Запишем уравнение (XV.45) несколько иначе:

$$\alpha_i - \alpha'_i = v_i. \quad (\text{XV.46})$$

Уравнений вида (XV.46) будет столько, сколько измерено углов, т. е. $i = 1, 2, \dots, n$. Однако в уравнении (XV.46) пока измеренные величины не являются функцией неизвестных. Чтобы к этому перейти, сделаем следующее.

Подставим в уравнение (XV.46) значение α_i из уравнения (XV.43):

$$\delta\alpha_i + \alpha_{i,0} - \alpha'_i = v_i \quad (\text{XV.47})$$

и обозначим

$$\alpha_{i,0} - \alpha'_i = l_i; \quad (\text{XV.48})$$

величина l_i будет свободным членом уравнения поправок.

Далее запишем выражение (XV.47) с учетом (XV.48)

$$\delta\alpha_i + l_i = v_i. \quad (\text{XV.49})$$

* Будем называть его так.

Теперь в уравнении (XV.49) от величины $\delta\alpha_i$ перейдем к величинам δx и δy , пользуясь дифференциальной формулой дирекционного угла (XV.27), согласно которой

$$\delta\alpha_i = \frac{(a_i)}{s_{i,0}} \delta x + \frac{(b_i)}{s_{i,0}} \delta y. \quad (\text{XV.50})$$

Введем обозначения

$$\left. \begin{aligned} \frac{(a_i)}{s_{i,0}} &= a_i, \\ \frac{(b_i)}{s_{i,0}} &= b_i. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.51})$$

Заменим в уравнении (XV.49) $\delta\alpha_i$ на выражение (XV.50) с учетом обозначений (XV.51); тогда получим

$$a_i \delta x + b_i \delta y + l_i = v_i, \quad (\text{XV.52})$$

где $i = 1, 2, \dots, n$.

Уравнения (XV.52) будут параметрическими уравнениями поправок, записанными в окончательном виде. Таких уравнений будет столько, сколько наблюдаемых направлений на точку P .

Предполагая измерения углов на исходных пунктах равноточными, можно поставить при решении этих уравнений условие $[\sigma^2] = \min$; согласно методу наименьших квадратов оно приведет нас к двум нормальным уравнениям вида

$$\left. \begin{aligned} [aa] \delta x + [ab] \delta y + [al] &= 0, \\ [ab] \delta x + [bb] \delta y + [bl] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.53})$$

Решив эти уравнения способом определителей, получим

$$\left. \begin{aligned} \delta x &= \frac{[ab][bl] - [bb][al]}{[aa][bb] - [ab]^2} = \frac{D_x}{D}, \\ \delta y &= \frac{[ab][al] - [aa][bl]}{[aa][bb] - [ab]^2} = \frac{D_y}{D}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.54})$$

где

$$D = [aa][bb] - [ab]^2. \quad (\text{XV.55})$$

Уравненные значения координат определим по формуле (XV.25), а уравненные значения измеренных дирекционных углов — по формуле (XV.45), значения поправок v_i для которой получим из уравнений (XV.52).

Зная координаты пункта P (x и y), найдем

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{y - y_i}{x - x_i}, \quad (\text{XV.56})$$

а затем α_i . Значение углов α_i должно совпадать (в пределах точности вычислений) со значением углов, вычисленных по формуле (XV.45). Это является заключительным контролем уравнивания.

Оценка точности произведенных измерений состоит в подсчете средней квадратической ошибки угла

$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-k}}; \quad (\text{XV.57})$$

оценки точности уравненных значений — в подсчете средних квадратических ошибок координат

$$\left. \begin{aligned} m_x &= \frac{m_{\beta}}{\sqrt{P_x}}, \\ m_y &= \frac{m_{\beta}}{\sqrt{P_y}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.58})$$

Веса уравненных значений координат при этом определяются из выражений

$$\left. \begin{aligned} P_y &= [bb \cdot 1] = \frac{D}{[aa]}, \\ P_x &= \frac{[aa]}{[bb]} P_y = \frac{D}{[bb]}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.59})$$

При вычислении P_x и P_y следует иметь в виду, что вес в данном случае — поименованная величина. Размерность $[aa]$ выражается размерностью величины a в квадрате. Согласно выражениям (XV.51) размерность $|a| = \left| \frac{1''}{1 \text{ м}} \right|$, поэтому

$$|P_x| = |P_y| = \left| \left(\frac{1''}{1 \text{ м}} \right)^2 \right|.$$

Размерность m_x так же, как и m_y ,

$$|m_x| = \left| \frac{1''}{\sqrt{\left(\frac{1''}{1 \text{ м}} \right)^2}} \right| = |1 \text{ м}|.$$

Производить привязку полигонометрии к пунктам государственной геодезической сети способом прямой многократной засечки невыгодно с экономической точки зрения. При этом способе необходимо измерять углы на всех пунктах сети, которые, как правило, расположены на значительных расстояниях и друг от друга и от пункта, координаты которого определяют.

Однако если работа проводится по хорошо продуманному плану с учетом дальнейших перспектив по сгущению обоснования, то можно значительно сократить время на переезды с одного пункта на другой, совместив измерения углов для привязочных работ с рекогносцировкой.

Прямая засечка чаще находит применение при засечке боковых пунктов с пунктов полигонометрических ходов, когда измерение углов для определения координат боковых пунктов будет совмещено с измерением углов поворота при проложении полигонометрического хода.

§ 126. Обратная однократная засечка

Задача определения положения точки на плоскости по трем данным точкам обратной засечкой известна под названием задачи Потенота. Об этой задаче имеется обширная литература и предложено более ста способов ее решения. Рассмотрим несколько наиболее простых и удобных способов получения координат четвертой точки по трем исходным.

1. Способ с применением формулы Деламбра. Координаты пунктов триангуляции T_1 , T_2 и T_3 известны (рис. 160); на определяемом пункте P измерены углы β_1 и β_2 от направления T_1 , принятого за начальное; требуется определить координаты пункта P .

Обозначим дирекционный угол первого направления α_1 и непосредственно по рис. 160, применяя формулу обратной геодезической задачи, составим уравнения

$$\left. \begin{aligned} y_1 - y &= (x_1 - x) \operatorname{tg} \alpha_1, \\ y_2 - y &= (x_2 - x) \operatorname{tg} (\alpha_1 + \beta_1), \\ y_3 - y &= (x_3 - x) \operatorname{tg} (\alpha_1 + \beta_2), \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.60})$$

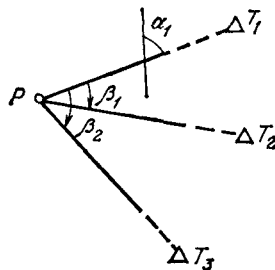


Рис. 160

в которых три неизвестных: x , y и α_1 . Решив эту систему, получим дирекционный угол α_1 и координаты x и y .

Сначала преобразуем выражение

$$\operatorname{tg} (\alpha_1 + \beta_1) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \beta_1}{1 - \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg} \beta_1},$$

помножив числитель и знаменатель правой части на $\operatorname{ctg} \beta_1$,

$$\operatorname{tg} (\alpha_1 + \beta_1) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_1 + 1}{\operatorname{ctg} \beta_1 - \operatorname{tg} \alpha_1}. \quad (\text{XV.61})$$

Подставим правую часть выражения (XV.61) во второе уравнение (XV.60) и, преобразуя полученное равенство, получим

$$\begin{aligned} y_2 \operatorname{ctg} \beta_1 - y_3 \operatorname{tg} \alpha_1 - y \operatorname{ctg} \beta_1 + y \operatorname{tg} \alpha_1 &= \\ = x_2 \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_1 + x_2 - x \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_1 - x. \end{aligned} \quad (\text{XV.62})$$

Выполняя аналогичные преобразования в третьем уравнении (XV.60), этому уравнению придадим вид (XV.61), а затем преобразуем к виду (XV.62):

$$\begin{aligned} y_3 \operatorname{ctg} \beta_2 - y_3 \operatorname{tg} \alpha_1 - y \operatorname{ctg} \beta_2 + y \operatorname{tg} \alpha_1 &= \\ = x_3 \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + x_3 - x \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_2 - x. \end{aligned} \quad (\text{XV.63})$$

Из уравнения (XV.63) вычтем уравнение (XV.62):

$$\begin{aligned} y_3 \operatorname{ctg} \beta_2 - y_2 \operatorname{ctg} \beta_1 - y \operatorname{ctg} \beta_2 + y \operatorname{ctg} \beta_1 - y_3 \operatorname{tg} \alpha_1 + y_2 \operatorname{tg} \alpha_1 &= \\ = x_3 \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_2 - x_2 \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_1 - x \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + x \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_1 + x_3 - x_2. \end{aligned}$$

Из первого уравнения (XV.60) определим y и подставим его в полученное уравнение:

$$\begin{aligned} & y_3 \operatorname{ctg} \beta_2 - y_2 \operatorname{ctg} \beta_1 - y_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + x_1 \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + y_1 \operatorname{ctg} \beta_1 - \\ & - x_1 \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_1 + y_2 \operatorname{tg} \alpha_1 - y_3 \operatorname{tg} \alpha_1 = \\ & = x_3 \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_2 - x_2 \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{ctg} \beta_1 + x_3 - x_2. \end{aligned}$$

Приведя подобные члены, получим уравнение с одним неизвестным $\operatorname{tg} \alpha_1$

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg} \alpha_1 \{ (x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (x_1 - x_3) \operatorname{ctg} \beta_2 - (y_3 - y_2) \} = \\ & = (y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_1 - y_3) \operatorname{ctg} \beta_2 + (x_3 - x_2), \end{aligned}$$

из которого и определим его

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_1 - y_3) \operatorname{ctg} \beta_2 + (x_3 - x_2)}{(x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (x_1 - x_3) \operatorname{ctg} \beta_2 - (y_3 - y_2)}. \quad (\text{XV.64})$$

Полученное уравнение называется **формулой Деламбра**.

Координаты x и y можно найти, продолжив решение системы уравнений (XV.60). Но проще определить их другим путем.

Сначала определить дирекционные углы α_2 и α_3

$$\left. \begin{aligned} \alpha_2 &= \alpha_1 + \beta_1, \\ \alpha_3 &= \alpha_1 + \beta_2, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.65})$$

а затем дважды определить координаты x и y из прямой засечки, вычисляемой по формулам Гаусса,

$$\left. \begin{aligned} x - x_3 &= \frac{(x_1 - x_3) \operatorname{tg} \alpha_1 - (y_1 - y_3)}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2}, \\ x - x_1 &= \frac{(x_1 - x_3) \operatorname{tg} \alpha_3 - (y_1 - y_3)}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_3}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.66})$$

$$\left. \begin{aligned} y - y_3 &= (x - x_3) \operatorname{tg} \alpha_3, \\ y - y_1 &= (x - x_1) \operatorname{tg} \alpha_1. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.67})$$

Для заключительного контроля решения задачи необходимо вторично определить дирекционный угол α_2 по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{y_2 - y}{x_2 - x}. \quad (\text{XV.68})$$

2. По формулам И. Ю. Пранис-Праневича.
Приведем (без вывода) формулы для решения задачи об определении четвертой точки по трем данным (рис. 161), предложенные И. Ю. Пранис-Праневичем.

* Полученное по формуле (XV.68) значение α_2 является окончательным и может иногда отличаться от найденного по формуле (XV.65) на 180° , так как знаки числителя и знаменателя в формуле (XV.64) не определяют знаков $\sin \alpha_1$ и $\cos \alpha_1$. В этом случае и значения α_1 и α_3 также должны быть изменены на 180° .

Определение $\operatorname{ctg} Q$ (см. рис. 161)

$$\operatorname{ctg} Q = \frac{(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \beta_1 - (y_3 - y_2) \operatorname{ctg} \beta_2 - (x_3 - x_1)}{(x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \beta_1 - (x_3 - x_2) \operatorname{ctg} \beta_2 + (y_3 - y_1)} = \frac{A}{B}. \quad (\text{XV.69})$$

Контроль разностей координат

$$\left. \begin{aligned} (x_2 - x_1) + (x_3 - x_2) &= (x_3 - x_1); \\ (y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) &= (y_3 - y_1). \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.70})$$

Определение N , Δx_P , x_P , Δy_P , y_P :

$$\begin{aligned} N &= (y_2 - y_1) (\operatorname{ctg} \beta_1 - \operatorname{ctg} Q) - (x_2 - x_1) (1 + \operatorname{ctg} \beta_1 \operatorname{ctg} Q) = \\ &= (y_3 - y_2) (\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} Q) + (x_3 - x_2) (1 + \operatorname{ctg} \beta_2 \operatorname{ctg} Q); \end{aligned} \quad (\text{XV.71})$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_P &= \frac{N}{1 + \operatorname{ctg}^2 Q}; \quad x_P = x_2 + \Delta x_P; \\ \Delta y_P &= \Delta x_P \operatorname{ctg} Q; \quad y_P = y_2 + \Delta y_P. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.72})$$

Вычисление по приведенным выше формулам требует определенного порядка в обозначении исходных пунктов и измеренных углов на пункте P . Обозначают (см. рис. 161): исходные пункты T цифрами 1, 2, 3 против хода часовой стрелки; измеренные углы β_1, β_2 — против хода часовой стрелки. Кроме того, вводят вспомогательный угол Q при точке P между направлением на пункт T_2 и ординатой искомой точки P .

Отметим, что получение величины N дважды по приведенной выше формуле и полная сходимость результатов свидетельствуют только о правильности вычисленного значения $\operatorname{ctg} Q$ и величины N ; в дальнейшем при вычислении $\Delta x_P, \Delta y_P; x_P$ и y_P контроль вычисления отсутствует. Это является слабым местом решения обратной однократной засечки по формулам И. Ю. Пранис-Праневича.

В целях контроля вычислений и полевых измерений можно произвести двукратное решение обратной засечки, используя при этом две различные комбинации направлений, но для этого необходимо измерить еще одно направление на четвертую исходную точку.

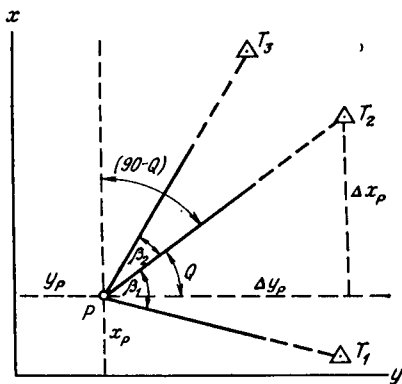


Рис. 161

§ 127. Оценка точности положения пункта, определенного обратной однократной засечкой

Пусть для определения координат пункта P измерены углы β_1 и β_2 (рис. 162), которые можно представить как

$$\beta_1 = \alpha_2 - \alpha_1, \quad \beta_2 = \alpha_3 - \alpha_1 \quad (\text{XV.73})$$

или после дифференцирования

$$d\beta_1 = d\alpha_2 - d\alpha_1, \quad d\beta_2 = d\alpha_3 - d\alpha_1. \quad (\text{XV.74})$$

В равенствах (XV.74) выразим величины $d\alpha_1$, $d\alpha_2$, $d\alpha_3$ согласно дифференциальной формуле дирекционного угла (XV.28) через dx и dy и получим

$$\left. \begin{aligned} d\beta_1 &= \left(\frac{\rho \sin \alpha_2}{s_2} - \frac{\rho \sin \alpha_1}{s_1} \right) dx - \left(\frac{\rho \cos \alpha_2}{s_2} - \frac{\rho \cos \alpha_1}{s_1} \right) dy, \\ d\beta_2 &= \left(\frac{\rho \sin \alpha_3}{s_3} - \frac{\rho \sin \alpha_1}{s_1} \right) dx - \left(\frac{\rho \cos \alpha_3}{s_3} - \frac{\rho \cos \alpha_1}{s_1} \right) dy. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.75})$$

Обозначим

$$\frac{\rho}{s_i} = r_i \quad (\text{XV.76})$$

и по аналогии с прямой однократной засечкой назовем градиентом направления.

С учетом обозначения (XV.76) перепишем уравнения (XV.75)

$$\left. \begin{aligned} d\beta_1 &= (r_2 \sin \alpha_2 - r_1 \sin \alpha_1) dx - (r_2 \cos \alpha_2 - r_1 \cos \alpha_1) dy, \\ d\beta_2 &= (r_3 \sin \alpha_3 - r_1 \sin \alpha_1) dx - (r_3 \cos \alpha_3 - r_1 \cos \alpha_1) dy. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.77})$$

Для сокращения записи введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} r_2 \sin \alpha_2 - r_1 \sin \alpha_1 &= A_1, \\ -(r_2 \cos \alpha_2 - r_1 \cos \alpha_1) &= B_1, \\ r_3 \sin \alpha_3 - r_1 \sin \alpha_1 &= A_2, \\ -(r_3 \cos \alpha_3 - r_1 \cos \alpha_1) &= B_2, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.78})$$

в соответствии с которыми уравнениям (XV.77) можно придать вид

$$d\beta_1 = A_1 dx + B_1 dy,$$

$$d\beta_2 = A_2 dx + B_2 dy. \quad (\text{XV.79})$$

Решая уравнения (XV.79) способом определителей относительно неизвестных dx и dy , получим

$$dx = \frac{1}{N} (B_2 d\beta_1 - B_1 d\beta_2), \quad dy = \frac{1}{N} (-A_2 d\beta_1 + A_1 d\beta_2), \quad (\text{XV.80})$$

где

$$N = A_1 B_2 - A_2 B_1. \quad (\text{XV.81})$$

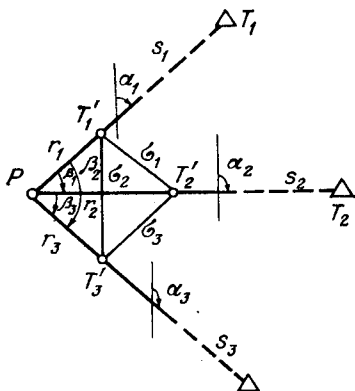


Рис. 162

Дифференциалы dx и dy заменим случайными ошибками, от которых затем перейдем к средним квадратическим ошибкам и, учитывая, что $m_{\beta_1} = m_{\beta_2} = m_{\beta}$, получим

$$m_x^2 = \frac{1}{N^2} (B_1^2 + B_2^2) m_{\beta}^2, \quad m_y^2 = \frac{1}{N^2} (A_1^2 + A_2^2) m_{\beta}^2. \quad (\text{XV.82})$$

Так как

$$M^2 = m_x^2 + m_y^2, \quad (\text{XV.83})$$

то

$$M^2 = \frac{1}{N^2} \{ (A_1^2 + B_1^2) + (A_2^2 + B_2^2) \} m_{\beta}^2. \quad (\text{XV.84})$$

Подсчитав величины $(A_1^2 + B_1^2)$, $(A_2^2 + B_2^2)$ и N согласно обозначениям (XV.78), будем иметь

$$\left. \begin{aligned} A_1^2 + B_1^2 &= r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \\ A_2^2 + B_2^2 &= r_1^2 + r_3^2 - 2r_1r_3 \cos(\alpha_3 - \alpha_1), \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.85})$$

$$N = r_2r_3 \sin(\alpha_3 - \alpha_2) + r_1r_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1) + r_1r_3 \sin(\alpha_1 - \alpha_3). \quad (\text{XV.86})$$

Выражение для N с учетом (XV.73) можно записать так:

$$N = r_2r_3 \sin \beta_3 + r_1r_2 \sin \beta_1 - r_1r_3 \sin \beta_2. \quad (\text{XV.87})$$

Величины, входящие в формулы (XV.85) и (XV.87), можно представить графически. Для этого на направлениях PT_1 , PT_2 , PT_3 (см. рис. 162) отложим градиенты r_1 , r_2 , r_3 . Полученные точки соединим между собой и образуем треугольник $T_1T_2T_3$, который назовем *о б р а щ е н н ы м*. Обозначим стороны этого треугольника через σ_1 , σ_2 , σ_3 . Из рис. 162 следует, что правые части формул (XV.85) представляют собой квадраты сторон обращенного треугольника, т. е.

$$A_1^2 + B_1^2 = \sigma_3^2, \quad A_2^2 + B_2^2 = \sigma_2^2, \quad (\text{XV.88})$$

а выражение, стоящее в правой части формулы (XV.87), — удвоенную площадь обращенного треугольника. Обозначим эту площадь через F и запишем

$$N = 2F. \quad (\text{XV.89})$$

С учетом выражений (XV.88) и (XV.89) формуле (XV.84) можно придать вид

$$M^2 = \frac{1}{4F^2} (\sigma_2^2 + \sigma_3^2) m_{\beta}^2. \quad (\text{XV.90})$$

Следовательно, *точность определения точки, полученной обратной однократной засечкой, зависит от площади обращенного треугольника, а также от величины его двух сторон σ_2 и σ_3 .*

При выводе формулы (XV.90) предполагалось, что углы β_1 и β_2 при определяемой точке измерялись каждый отдельно.

Если при определяемой точке углы измеряли способом круговых приемов, то, применяя к этому случаю аналогичный вывод, можно получить

$$M_1^2 = \frac{1}{4F^2} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) m_n^2, \quad (\text{XV.91})$$

где m_n — средняя квадратическая ошибка направления,

$$m_n = \frac{m_\beta}{\sqrt{2}}.$$

Сравнивая формулы (XV.90) и (XV.91) и полагая, что $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$, найдем

$$M_1 = M \sqrt{\frac{3}{4}} = 0,87M.$$

Следовательно, измеряя углы при определяемой точке способом круговых приемов, при прочих равных условиях получим положение этой точки несколько точнее, чем при измерении отдельных углов.

Рассмотрим случай, когда определяемая точка лежит на окружности, проходящей через три данные точки T_1 , T_2 и T_3 (рис. 163).

Проведем через точку P диаметр $PQ = D$ и опустим из точки T'_1 перпендикуляр xu на этот диаметр. Тогда из двух подобных треугольников PT'_1K и PT_1Q можно записать

$$\frac{a}{r_1} = \frac{s_1}{D}.$$

Но согласно выражению (XV.76)

$$r_1 = \frac{\rho}{s_1};$$

тогда

$$a = \frac{\rho}{D} = \text{const.} \quad (\text{XV.92})$$

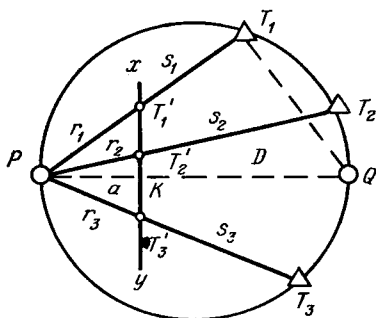


Рис. 163

Следовательно, отрезок a есть величина, постоянная для всех хорд, выходящих из точки P , а в этом случае точки T'_1 , T'_2 и T'_3 лежат на прямой xu и $F = 0$. Тогда формулы (XV.90) и (XV.91) дают: $M = \infty$; $M_1 = \infty$, т. е. когда искомая точка лежит на окружности, проходящей через три данные точки, определить ее положение при помощи измеренных углов β_1 и β_2 нельзя. Поэтому эту окружность и называют опасным кругом.

Анализируя формулы (XV.90) и (XV.91), приходим к выводу, что задача о четвертой точке решается с наибольшей точностью в том случае, если:

а) определяемая точка лежит внутри треугольника, образованного исходными пунктами;

б) определяемая точка лежит вне треугольника, образованного исходными пунктами, но против вершины между продолжениями двух сторон.

Сомнительные результаты получаются тогда, когда определяемая точка находится вблизи окружности, проходящей через три исходных пункта. Задача становится неопределенной, если определяемая точка лежит на окружности.

При практическом применении формул (XV.90) и (XV.91) поступают следующим образом. На лист бумаги наносят все

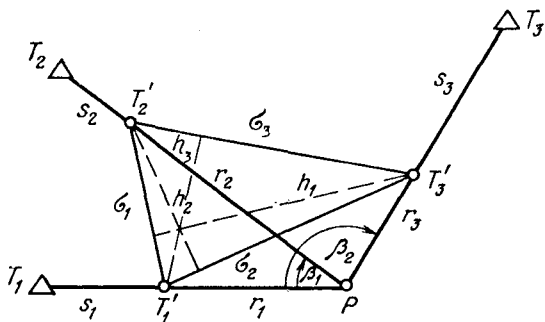


Рис. 164

исходные пункты и определяемую точку в масштабе, обеспечивающем практическое определение расстояний от искомой точки до исходных пунктов с необходимой точностью, и прочерчивают направления PT_1 , PT_2 и PT_3 (рис. 164).

По полученным с чертежа расстояниям s_1 , s_2 и s_3 по формуле (XV.76) вычисляют величины градиентов r_i , которые затем в удобном масштабе откладывают от точки P по направлениям PT_1 , PT_2 и PT_3 . В обращенном треугольнике $T_1'T_2'T_3$ измеряют стороны σ_1 , σ_2 , σ_3 и высоту h_1 или h_2 , или h_3 , а далее вычисляют его площадь F по одной из формул

$$F = \frac{1}{2} \sigma_1 h_1 = \frac{1}{2} \sigma_2 h_2 = \frac{1}{2} \sigma_3 h_3,$$

после чего находят M .

Величины r , а следовательно, и σ и h имеют размерность с/м.

С учетом выражений для площади F формула (XV.90) может быть преобразована к виду

$$M = m_p \sqrt{\frac{1}{h_2^2} + \frac{1}{h_3^2}}, \quad (\text{XV.93})$$

где h_2 и h_3 — высоты обращенного треугольника, опущенные на стороны σ_2 и σ_3 (см. рис. 164).

При использовании формулы (XV.93) вычисления несколько сокращаются.

§ 128. Обратная многократная засечка (уравнивание по измеренным углам)

Будем считать, что при определяемой точке P измерено n углов (рис. 165) при визировании на $n + 1$ пункт государственной геодезической сети, причем каждый угол измерен отдельно. Наличие избыточных измерений, как уже было отмечено, приводит к уравнивательным вычислениям по методу наименьших квадратов параметрическим способом.

Согласно этому способу необходимые неизвестные или параметры [координаты пункта P (x и y)] представляют по формулам (XV.25) в виде приближенных значений x_0 и y_0 и поправок к ним δx и δy . Для определения приближенных координат x_0 и y_0 используют необходимое число измерений и способами, указанными в § 126, решают обратную однократную засечку.

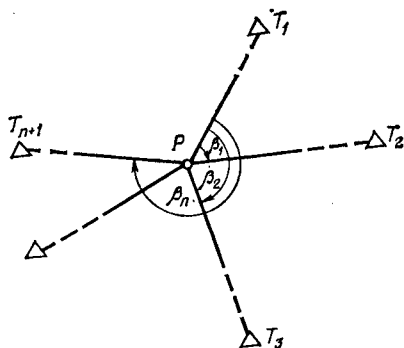


Рис. 165

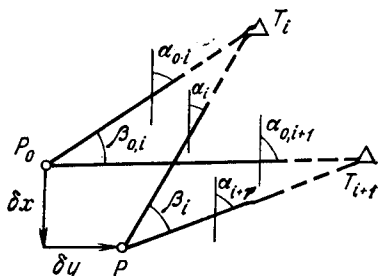


Рис. 166

После этого приступают к уравнивательным вычислениям. Первым этапом уравнивания является составление параметрических уравнений поправок, в которых необходимо представить измеренные величины как функции выбранных неизвестных.

Для этого воспользуемся рис. 166. Пусть P_0 с координатами x_0 и y_0 — приближенное положение искомой точки, а P с координатами x и y — окончательное (уравненное) положение этой же точки; пусть $\alpha_{0,i}$ и $\alpha_{0,i+1}$ — приближенные дирекционные углы направлений PT_i и PT_{i+1} , а α_i и α_{i+1} — окончательные дирекционные углы тех же направлений, $\beta_{0,i}$ — приближенное значение измеренного угла β'_i , β_i — окончательное (уравненное) значение того же угла.

Уравненное значение измеренного угла β_i можно представить как измеренное значение плюс поправка, полученная из уравнивания,

$$\beta_i = \beta'_i + v_i. \quad (\text{XV.94})$$

Равенств вида (XV.94) будет столько, сколько было измерено углов при точке P .

Перепишем равенство (XV.94) в виде

$$\beta_i - \beta'_i = v_i. \quad (\text{XV.95})$$

Окончательное значение угла β_i можно выразить и по-другому, через приближенное значение $\beta_{0,i}$ и поправку к нему $\delta\beta_i$:

$$\beta_i = \beta_{0,i} + \delta\beta_i. \quad (\text{XV.96})$$

Подставим значение угла β_i в формулу (XV.95)

$$\delta\beta_i + \beta_{0,i} - \beta'_i = v_i. \quad (\text{XV.97})$$

Разность между приближенным значением угла $\beta_{0,i}$ и измеренным значением β'_i есть свободный член, который обозначим l_i :

$$\beta_{0,i} - \beta'_i = l_i. \quad (\text{XV.98})$$

С учетом выражения (XV.98) запишем уравнение (XV.97) в виде

$$v_i = \delta\beta_i + l_i. \quad (\text{XV.99})$$

В уравнении (XV.99) необходимо поправку $\delta\beta_i$ выразить через поправки δx и δy . Для этого сначала выразим углы β_i и $\beta_{0,i}$ (см. рис. 166) соответственно через дирекционные углы α_{i+1} , α_i и $\alpha_{0,i+1}$, $\alpha_{0,i}$

$$\beta_i = \alpha_{i+1} - \alpha_i \quad (\text{XV.100})$$

или

$$\beta_i = \alpha_{0,i+1} + \delta\alpha_{i+1} - \alpha_{0,i} - \delta\alpha_i \quad (\text{XV.101})$$

и

$$\beta_{0,i} = \alpha_{0,i+1} - \alpha_{0,i}. \quad (\text{XV.102})$$

Вычитая из равенства (XV.100) равенство (XV.101) и учитывая по формуле (XV.96), что $\delta\beta_i = \beta_i - \beta_{0,i}$, получим

$$\delta\beta_i = \delta\alpha_{i+1} - \delta\alpha_i. \quad (\text{XV.103})$$

Тогда уравнение (XV.99) с учетом (XV.103) будет иметь вид

$$v_i = \delta\alpha_{i+1} - \delta\alpha_i + l_i. \quad (\text{XV.104})$$

Применим для нахождения $\delta\alpha_{i+1}$ и $\delta\alpha_i$ дифференциальную формулу дирекционного угла (XV.28), которую для удобства записи перепишем в виде

$$d\alpha = a dx + b dy, \quad (\text{XV.105})$$

где

$$a = -\frac{(a)}{s}, \quad b = -\frac{(b)}{s}. \quad (\text{XV.106})$$

Тогда уравнение (XV.104) можно записать так:

$$v_i = (a_{i+1} - a_i) \delta x + (b_{i+1} - b_i) \delta y + l_i. \quad (\text{XV.107})$$

Введем обозначения

$$a_{i+1} - a_i = A_i, \quad b_{i+1} - b_i = B_i \quad (\text{XV.108})$$

и получим окончательное выражение для уравнения (XV.104)

$$A_i \delta x + B_i \delta y + l_i = v_i, \quad (\text{XV.109})$$

где $i = 1, 2, \dots, n$. Уравнения (XV.109) есть параметрические уравнения поправок.

Предполагая измерения углов при определяемой точке равноточными, поставим условие $[v^2] = \min$. Решая уравнения (XV.109) под этим условием, придем согласно теории параметрического способа уравнивания к двум нормальным уравнениям

$$[AA] \delta x + [AB] \delta y + [Al] = 0, \quad [AB] \delta x + [BB] \delta y + [Bl] = 0. \quad (\text{XV.110})$$

Решив эти уравнения способом определителей, найдем

$$\left. \begin{aligned} \delta x &= \frac{[AB][Bl] - [BB][Al]}{[AA][BB] - [AB]^2} = \frac{D_x}{D}, \\ \delta y &= \frac{[AB][Al] - [AA][Bl]}{[AA][BB] - [AB]^2} = \frac{D_y}{D}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.111})$$

Уравненные значения координат получим по формулам (XV.25), а уравненные значения углов по — формулам (XV.94), при этом поправки v_i определим из уравнений (XV.109).

Для заключительного контроля уравнивания вторично найдем уравненные измеренные углы β_i из выражения (XV.100), дирекционные углы для которого получим из решения обратных геодезических задач. Расхождения в дважды полученных величинах β_i должны находиться в пределах точности вычислений.

Для оценки точности измеренных углов применим формулу (XV.57), а для оценки точности уравненных значений координат — формулы (XV.58).

Веса уравненных координат получим из выражений

$$P_y = [BB \cdot 1] = \frac{D}{[AA]}, \quad P_x = \frac{[AA]}{[BB]} P_y = \frac{D}{[BB]}. \quad (\text{XV.112})$$

Размерность весов P_x и P_y будет $\left(\frac{1''}{1 \text{ м}}\right)^2$ (см. § 125).

Отметим, что формула (XV.57) дает не очень надежные результаты, так как число n в обратной многократной засечке обычно бывает небольшим.

§ 129. Обратная многократная засечка (уравнивание по измеренным направлениям)

Если из измерений на определяемом пункте получены направления, то правильное произвести уравнивание по направлениям.

Как известно, измеренным направлением называется угол, отсчитанный от нулевого направления (направления нулевого радиуса лимба) до видимого направления на наблюдаемый пункт.

В случае безошибочности всех наблюдений начальное и нулевое направления совпали бы, но вследствие ошибок измерений после приведения направлений к нулю нулевое направление отличается от начального на ошибку измерения последнего.

Так как нулевое направление не связано с геодезическими пунктами, то в качестве неизвестных, кроме координат, приходится выбирать еще дирекционный угол нулевого направления на пункте, который называют **о р и е н т и р у ю щ и м у г л о м** и обозначают буквой z . Тогда

$$z = z_0 + \delta z, \quad (\text{XV.113})$$

где z_0 — приближенное значение z ; δz — поправка из уравнивания

Пусть при определяемой точке имеются приведенные направления на пункты триангуляции $r'_1, r'_2, \dots, r'_n$ и пусть для пункта P из решения обратной однократной засечки найдены координаты x_0 и y_0 и этим значениям соответствуют приближенные дирекционные углы $\alpha_{0,1}, \alpha_{0,2}, \dots, \alpha_{0,n}$. Согласно рис. 167, на котором через PO показано нулевое направление, будем иметь

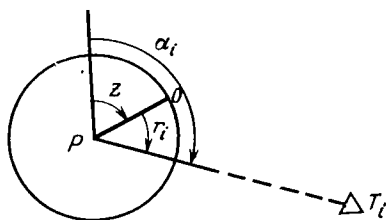


Рис. 167

$$\alpha_i = z + r_i. \quad (\text{XV.114})$$

Применяя тот же ход рассуждений, что и при выводе уравнений поправок при уравнивании по углам (§ 128), уравнение (XV.114) можно представить в виде

$$\alpha_{0,i} + \delta \alpha_i = z_0 + \delta z + r'_i + v_i$$

или

$$v_i = \alpha_{0,i} + \delta \alpha_i - z_0 - \delta z - r'_i, \quad (\text{XV.115})$$

где v_i — поправка к измеренному значению направления, полученная из уравнивания; $\delta \alpha_{0,i}$ — поправка к приближенному значению дирекционного угла.

Приближенное значение z_0 принимается равным среднему арифметическому из ориентирующих углов ($\alpha_{0,i} - r'_i$), т. е.

$$z_0 = \frac{[\alpha_0 - r']}{n}. \quad (\text{XV.116})$$

Обозначим

$$\alpha_{0,i} - r'_i - z_0 = l_i. \quad (\text{XV.117})$$

Перепишем уравнение (XV.115) с учетом дифференциальной формулы дирекционного угла (XV.28) и обозначений формул (XV.106) и (XV.117)

$$v_i = a_i \delta x + b_i \delta y - \delta z + l_i, \quad (\text{XV.118})$$

где $i = 1, 2, \dots, n$.

Уравнения (XV.118) есть параметрические уравнения поправок для случая, когда при определяемой точке измерялись направления; таких уравнений будет столько, сколько было измерено направлений, т. е. n . Поставив условие $[v^2] = \min$, придем согласно методу наименьших квадратов к трем нормальным уравнениям.

Однако можно преобразовать уравнения (XV.118), применив для этого прием, который позволит исключить неизвестное δz (фактически и ненужное) и получить уравнение поправок с двумя неизвестными δx и δy .

Сложим уравнения (XV.118) и, разделив результаты на n , получим

$$\delta z = \frac{[a]}{n} \delta x + \frac{[b]}{n} \delta y + \frac{[l]}{a} = 0. \quad (\text{XV.119})$$

Из уравнений (XV.116) и (XV.117) следует, что

$$\frac{[l]}{n} = 0,$$

поэтому уравнение (XV.119) можно записать в виде

$$\frac{[a]}{n} \delta x + \frac{[b]}{n} \delta y - \delta z = 0. \quad (\text{XV.120})$$

Вычтем члены этого равенства из соответствующих членов каждого уравнения поправок (XV.118), тогда

$$A_i \delta x + B_i \delta y + l_i = v_i, \quad (\text{XV.121})$$

где

$$a_i - \frac{[a]}{n} = A_i, \quad b_i - \frac{[b]}{n} = B_i. \quad (\text{XV.122})$$

Уравнения поправок в форме (XV.121) называют приведенными, или редуцированными.

Дальнейший ход уравнивания аналогичен ходу уравнивания результатов измерений при обратной многократной засечке по измеренным углам.

При оценке точности полевых измерений будет вычисляться средняя квадратическая ошибка направления m_n

$$m_n = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-k}}, \quad (\text{XV.123})$$

где k — число неизвестных, равное трем.

§ 130. Определение положения двух пунктов по двум исходным (задача Ганзена)

Практически это есть задача по определению обратной засечкой двух пунктов по двум исходным.

Координаты двух точек P и Q могут быть определены, если в точках P и Q измерить углы, образуемые направлениями на два исходных пункта T_1 и T_2 и соответственно на точки Q и P (рис. 168).

Среди многочисленных способов * решения этой задачи рассмотрим способ условных координат **.

Решение задачи этим способом по существу состоит в решении прямой однократной засечки по видоизмененным формулам Юнга. При этом сначала определяют условные координаты точек P и Q , а затем их условные координаты перевычисляют в систему координат точек T_1 и T_2 .

Примем точку P за начало условных координат $x'Py'$, а направление PQ — за положительное направление оси ординат. Расстояние PQ условно примем равным, например, 10 000,000 м. Тогда условные координаты точек P и Q будут: $x'_P = 0$; $y'_P = 0$; $x'_Q = 0$; $y'_Q = 10\,000,000$ м. По видоизмененным формулам Юнга (XV.34) из треугольников PQT_1 и PQT_2 найдем соответственно условные координаты точек T_1 ($x'_1y'_1$) и T_2 ($x'_2y'_2$):

$$\left. \begin{aligned} x'_1 &= \frac{x'_P \operatorname{ctg} \beta_3 + x'_Q \operatorname{ctg} \beta_2 - y'_P + y'_Q}{\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \beta_3}, \\ y'_1 &= \frac{y'_P \operatorname{ctg} \beta_3 + y'_Q \operatorname{ctg} \beta_2 + x'_P - x'_Q}{\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \beta_3}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.124})$$

$$\left. \begin{aligned} x'_2 &= \frac{x'_P \operatorname{ctg} \beta_4 + x'_Q \operatorname{ctg} (\beta_2 - \beta_1) - y'_P + y'_Q}{\operatorname{ctg} (\beta_2 - \beta_1) + \operatorname{ctg} \beta_4}, \\ y'_2 &= \frac{y'_P \operatorname{ctg} \beta_4 + y'_Q \operatorname{ctg} (\beta_2 - \beta_1) + x'_P - x'_Q}{\operatorname{ctg} (\beta_2 - \beta_1) + \operatorname{ctg} \beta_4}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.125})$$

По условным координатам точек T_1 и T_2 можно определить условный дирекционный угол $(T_1T_2)'$ из решения обратной геодезической задачи, после чего отыскать все углы, образуемые направлениями с точек T_1 и T_2 на точки P и Q как разности дирекционных углов соответствующих направлений:

$$\varphi_1 = (T_1P)' - (T_1T_2)', \quad (\text{XV.126})$$

$$\psi_1 = (T_2T_1)' - (T_2P)', \quad (\text{XV.127})$$

где

$$(T_1P)' = (PQ)' - \beta_2 + 180^\circ; \quad (\text{XV.128})$$

$$(T_2P)' = (PQ)' - (\beta_2 - \beta_1) + 180^\circ; \quad (\text{XV.129})$$

здесь $(PQ)'$ — исходный условный дирекционный угол направления PQ ; $(T_1P)'$ и $(T_2P)'$ — вычисленные исходные дирекционные углы направлений T_1P и T_2P .

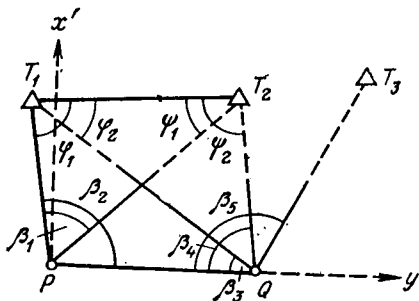


Рис. 168

* Удобный способ, предложенный проф. С. А. Коробковым, рассмотрен в [52].
 ** Кузьмин Б. С., Литвинов Б. А. Руководство по геодезии (общие сведения и триангуляция). М., ВИА, 1961.

В отыскании углов при точках T_1 и T_2 и состояла цель введения условных координат.

По действительным координатам точек T_1 и T_2 найдем искомые координаты точки P из треугольника T_1T_2P :

$$\left. \begin{aligned} x_P &= \frac{x_2 \operatorname{ctg} \varphi_1 + x_1 \operatorname{ctg} \varphi_2 - y_2 + y_1}{\operatorname{ctg} \varphi_1 + \operatorname{ctg} \varphi_2}, \\ y_P &= \frac{y_2 \operatorname{ctg} \varphi_1 + y_1 \operatorname{ctg} \varphi_2 + x_2 - x_1}{\operatorname{ctg} \varphi_1 + \operatorname{ctg} \varphi_2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.130})$$

Координаты точки Q можно найти из треугольника T_1QP или T_2QP , так как углы этих треугольников известны; определим из треугольника T_1QP

$$\left. \begin{aligned} x_Q &= \frac{x_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + x_P \operatorname{ctg} (\varphi_1 - \varphi_2) - y_1 + y_P}{\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} (\varphi_1 - \varphi_2)}, \\ y_Q &= \frac{y_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + y_P \operatorname{ctg} (\varphi_1 - \varphi_2) + x_1 - x_P}{\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} (\varphi_1 - \varphi_2)}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.131})$$

где

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 180^\circ - (\beta_2 + \beta_3).$$

При таком определении координат точек P и Q возможные промахи в измерениях или в выписке исходных данных обнаружены не будут. Поэтому с целью проверки правильности определения координат точек P и Q по крайней мере на одной из них должно быть измерено добавочное направление на третий исходный пункт T_3 * и дважды определен дирекционный угол (QT_3)

$$(QT_3) = (QT_1) + (\beta_5 - \beta_3), \quad (\text{XV.132})$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} (QT_1) &= \frac{y_1 - y_Q}{x_1 - x_Q}, \\ \operatorname{tg} (QT_3) &= \frac{y_3 - y_Q}{x_3 - x_Q}. \end{aligned} \quad (\text{XV.133})$$

Точность определения координат искомой пары точек зависит главным образом от величины углов четырехугольника, образованного двумя данными и двумя искомыми точками. Наибольшая точность получается тогда, когда образованный четырехугольник по своей форме близок к квадрату.

* Иногда для контроля полевых измерений рекомендуется измерить расстояние между парой определяемых точек и сравнить результат измерения с соответствующим расстоянием, вычисленным по координатам.

§ 131. Определение поправок за центрировку и редукцию и учет их при привязках

В углы, измеренные на привязываемом пункте или на исходных пунктах, с помощью которых осуществляется привязка, необходимо вводить поправки: в первом случае за редукцию, во втором — за центрировку.

Результаты измерения углов должны быть отнесены к центрам пунктов. При постройке геодезических знаков проекция визирного цилиндра должна быть совмещена с центром знака. Однако

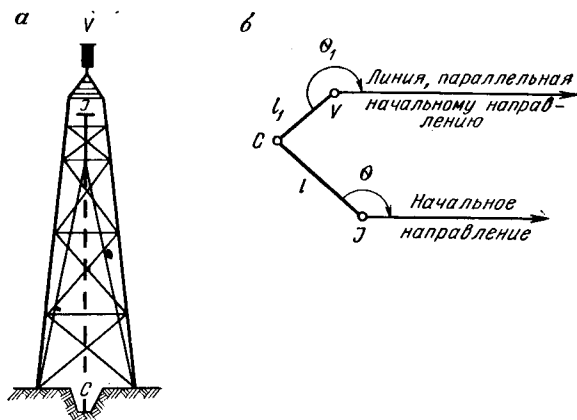


Рис. 169

вследствие ряда причин визирные цилиндры могут сместиться немного в сторону и при наблюдении на них измеренные углы будут отличаться от углов между направлениями, проходящими через центры этих пунктов. Для приведения измеренных углов к центрам знаков вводят поправки за редукцию.

При измерении углов на пунктах триангуляции стараются совместить ось прибора с отвесной линией, проходящей через центр знака. Для этого на сигналах проектируют положение центра пункта C на столик для прибора в точку J (рис. 169, а). Но установить прибор точно над центром не всегда возможно. Это может быть из-за того, что столик может сместиться в сторону от отвесной линии, проходящей через центр вследствие, например, деформации конструкции деревянного сигнала от воздействия влаги и солнечных лучей, или из-за того, что детали сигнала загораживают нужное направление. В этих случаях возникает необходимость в приведении измеренных углов к центру знака, с которого велись наблюдения, что достигается введением поправок за внецентренную установку прибора. Эти поправки называются поправками за центрировку.

Для вычисления указанных поправок необходимо определить взаимное положение в одной горизонтальной плоскости проекции

центра пункта C , вертикальной оси прибора J и оси визирного цилиндра V (см. рис. 169, a), а также ориентировку соединяющих их линий относительно измеренных на пункте направлений.

Для вычисления поправки за центрировку на каждом пункте надо знать расстояние l и угол θ между направлением этой линии и начальным направлением на пункте. Угол θ и l — элементы центрировки. Для вычисления поправки за редукцию надо знать l_1 и θ_1 (рис. 169, b). Элементы центрировки и редукции называются элементами приведения. Углы θ и θ_1 при точках J и V отсчитывают от направления на центр пункта C по ходу часовой стрелки до начального направления.

Элементы приведения определяют обычно графическим способом. Этот способ состоит в том, что центр пункта C , точку стояния прибора J и вершину оси симметрии визирного цилиндра V проектируют при помощи теодолита на лист бумаги, который называют центрировочным листом. Центрировочный лист укрепляют на специальном центрировочном столике или мензule, устанавливаемых над центром знака. Лист бумаги ориентируют при помощи буссоли по линии «север—юг». Затем наблюдатель с трех установок теодолита, последовательно наводя зрительную трубу на центр пункта C , точку стояния прибора J и вершину оси симметрии визирного цилиндра V , с помощью своего помощника отмечает на центрировочном листе следы пересекающихся плоскостей, в пересечении которых находятся проекции искомых точек C , J и V .

Для каждой из проектируемых точек все три следа должны были бы пересечься в одной точке. Однако вследствие ошибок проектирования получаются треугольники погрешностей. Размеры сторон треугольника 0,5—1 см считаются допустимыми, и в каждом из них на глаз намечают центр, который и считают за проекцию соответствующей точки.

Установки теодолита выбирают таким образом, чтобы проектирующие плоскости пересекались между собой под углом, близким к 120° , а само проектирование выполняется при двух положениях трубы. Устанавливать теодолит надо на расстоянии, не меньшем полуторной высоты знака, с тем, чтобы ослабить остаточное влияние наклона оси трубы при визировании на высоко расположенные точки J и V на отклонение визирных плоскостей от отвесного положения.

Чтобы ориентировать элементы приведения и контроля правильности прочерчивания направлений, из точек J и V прочерчивают направления на начальный пункт и еще на один из наблюдаемых пунктов. Эти углы измеряют транспортиром, они могут отличаться от соответствующих углов, измеренных на пункте, на $1-2^\circ$ *.

* Если с земли не видно пунктов, на которые надо прочертить направления, то заблаговременно со столика сигнала при помощи теодолита устанавливают вежи в створе выбранных направлений на расстоянии 150—200 м.

Зная элементы приведения l , θ и l_1 , θ_1 , можно вычислить соответственно поправки за центрировку и редукцию.

На рис. 170, а изображены центр пункта C , проекция оси прибора J и пункт C_1 , на который измерен угол M от начального направления, s — расстояние между пунктами C и C_1 . Вследствие ошибки за центрировку в угол M должна быть введена поправка c , значение которой найдем из решения треугольника CJC_1 :

$$\sin c = \frac{l}{s} \sin (M + \theta); \quad (\text{XV.134})$$

так как угол c мал, выразим его в секундах дуги

$$c'' = \rho'' \frac{l \sin (M + \theta)}{s}. \quad (\text{XV.135})$$

Для вывода формулы поправки за редукцию визирной цели рассмотрим рис. 170, б, где C — центр пункта, V — проекция

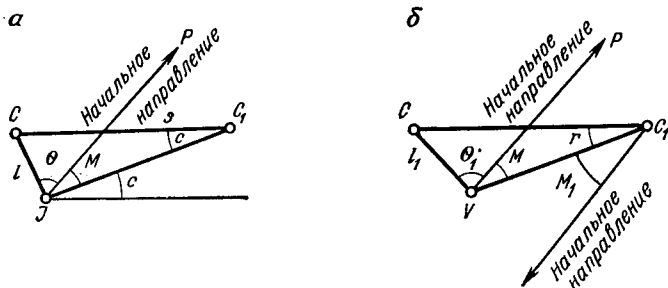


Рис. 170

оси визирной цели и C_1 — некоторый пункт, на котором измерено от начального направления направление M_1 на пункт C . За счет редукции визирной цели l_1 в направление M_1 должна быть введена поправка r . Для определения r можно с достаточной степенью точности принять угол PVC_1 равным измеренному на пункте C_1 углу M_1 на пункт C .

Тогда из решения треугольника CVC_1 имеем

$$\sin r = \frac{l_1}{s} \sin (M + \theta_1) \quad (\text{XV.136})$$

или

$$r'' = \rho'' \frac{l_1 \sin (M + \theta_1)}{s}. \quad (\text{XV.137})$$

При принятом правиле отсчетов углов θ и θ_1 поправки c'' и r'' алгебраически суммируются с направлениями. Поправка c'' за центрировку вводится в направления, измеренные на том пункте, где были определены элементы центрировки. Поправки за ре-

дукцию r'' вводятся в направления, измеренные на других пунктах и идущие на тот пункт, на котором определялись элементы редукции.

Глава XVI.

ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПОЛЕВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В ПОЛИГОНОМЕТРИИ

После окончания полевых работ приступают к вычислительной обработке результатов полевых измерений, целью которой является оценка качества и точности произведенных измерений, получение предварительных (рабочих) координат и окончательных координат пунктов. Завершается обработка составлением каталога полигонометрических пунктов.

Вычислительную обработку результатов полевых измерений можно разделить на следующие основные этапы: предварительную обработку результатов полевых измерений, уравнильные вычисления, составление каталога.

К предварительной вычислительной обработке результатов полевых измерений относят контроль и обработку полевых журналов, составление рабочей схемы ходов, предварительные вычисления, оценку точности полевых измерений и получение рабочих координат.

Наряду с результатами измерения углов и линий предварительной обработке должны быть подвергнуты результаты измерения превышений вдоль линий полигонометрии (если такие измерения производились).

§ 132. Контроль и вычислительная обработка полевых журналов. Составление схемы хода

К предварительной вычислительной обработке приступают сразу же после завершения тех или иных измерений. Начинают работу с полной и тщательной проверки всех записей в полевых журналах и всех произведенных в них вычислений и подсчетов.

При обработке журналов линейных измерений вычисляют длины линий по соответствующим формулам в зависимости от способа их измерения, находят горизонтальные проложения линий и производят оценку точности линейных измерений.

Полученные горизонтальные проложения линий необходимо спроектировать на плоскость в проекции Гаусса и привести к уровню моря.

Для получения линий в проекции Гаусса в горизонтальные проложения их должны быть введены поправки Δs_g .

Если принять длину линии на плоскости равной d , то

$$d = s'm, \quad (\text{XVI.1})$$

где s' — измеренная длина линии, приведенная к горизонту; m — масштаб изображения в проекции Гаусса,

$$m = 1 + \frac{y_m^2}{2R_m^2}; \quad (\text{XVI.2})$$

здесь y_m — средняя ордината или среднее расстояние линии от осевого меридиана $y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$; R_m — радиус земного шара, равный 6371 км.

С учетом формулы (XVI.2) выражение (XVI.1) можно записать так:

$$d = s' \left(1 + \frac{y_m^2}{2R_m^2} \right), \quad (\text{XVI.3})$$

откуда

$$d - s' = \frac{y_m^2}{2R_m^2} s'. \quad (\text{XVI.4})$$

Обозначив величину

$$d - s' = \Delta s_y,$$

получим

$$\Delta s_y = \frac{y_m^2}{2R_m^2} s'. \quad (\text{XVI.5})$$

Поправка Δs_y всегда положительна, так как линия на плоскости в проекции Гаусса больше, чем ее измеренное значение на эллипсоиде.

Для приведения линий к уровню моря используют формулу

$$\Delta s_H = -\frac{H_m}{R_m} s', \quad (\text{XVI.6})$$

где H_m — средняя высота измеренной линии над уровнем моря.

Для большей части территории Советского Союза поправка Δs_H отрицательная; только в районах, расположенных ниже уровня моря, как, например, Прикаспийская низменность, она положительная.

При вычислении поправок Δs_y и Δs_H величины y_m и H_m берут с карты на район работ.

При обработке журналов угловых измерений подсчитывают окончательные значения углов или средние значения приведенных направлений так, как это было изложено в § 70, и производят оценку точности. В необходимых случаях вводят поправки за центрировку и редукцию по формулам (XV.136) и (XV.138) (см. § 131).

При использовании астрономических азимутов, применяемых для ослабления влияния угловых ошибок и получения дирекционных опорных углов, необходимо перейти от азимута к дирекционному углу.

Из рис. 171 следует, что дирекционный угол $\alpha_{1,2}$ вычисляется по формуле

$$\alpha_{1,2} = A_{1,2} - \gamma_1 - \delta_{1,2}, \quad (\text{XVI.7})$$

где $A_{1,2}$ — астрономический азимут (принимаемый за геодезический, т. е. без учета уклонов отвесных линий); γ_1 — сближение меридианов на плоскости; $\delta_{1,2}$ — поправка за кривизну Земли.

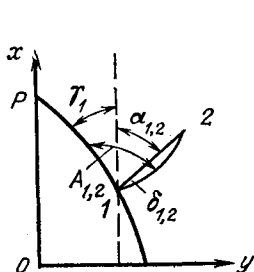


Рис. 171

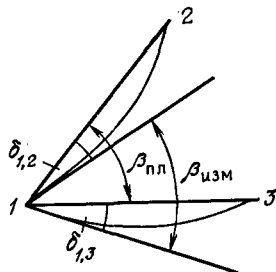


Рис. 172

Сближение меридианов, как известно, равно разности долгот l , умноженной на синус широты,

$$\gamma_1 = l \sin \varphi. \quad (\text{XVI.8})$$

Поправку за кривизну Земли $\delta_{1,2}$ находят по формуле

$$\delta_{1,2} = -\frac{\rho}{2R_m^2} (x_2 - x_1) y_m^* \quad (\text{XVI.9})$$

(для формулы (XVI.9) знак при y_m имеет значение).

Следует иметь в виду, что при переходе на плоскость в проекции Гаусса необходимо вводить поправки и в измеренные углы поворота хода.

Пусть измеренный в поле угол $\beta_{изм}$ на плоскости изобразится так, как показано на рис. 172. В обработку принимается угол не $\beta_{изм}$, а $\beta_{пл}$. Значение угла $\beta_{пл}$, как следует из рис. 172, можно определить так:

$$\beta_{пл} = \beta_{изм} + (\delta_{1,3} - \delta_{1,2}). \quad (\text{XVI.10})$$

Величины поправок $\delta_{1,3}$ и $\delta_{1,2}$ находят по формуле (XVI.9).

* Вывод этой формулы дается в курсе высшей геодезии.

В полигонометрии 4 класса для оптимальной длины линии $s = 500$ м и $x_2 - x_1 = 500$ м $y_m = 200$ км (для случая, когда работа ведется на краю зоны) получим

$$\delta_{1,2} = \frac{206 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 200}{2 \cdot 6400^2} \approx 0,2''.$$

При средней квадратической ошибке измерения угла $2''$ поправки δ , выражаемые малыми величинами, при этих длинах сторон вводить в значение измеренного угла нет оснований. Однако при увеличении длины стороны величина поправки будет возрастать и на краю зоны может достичь $2''$ (при $s = 2$ км). При предварительной обработке это обстоятельство следует учитывать.

По вычисленным и редуцированным на плоскость в проекции Гаусса углам и линиям составляют схему расположения полигонометрических ходов, которая в дальнейшем будет служить основным документом для всех последующих вычислений.

Схему составляют на листе чертежной бумаги в масштабе $1 : 50\,000$ или $1 : 25\,000$ (или крупнее). Исходные пункты наносят по координатам, а остальные — графическим путем с помощью транспортира и масштабной линейки. На полученный чертеж выписывают номера и названия пунктов, значения углов поворота и длин линий, значения опорных дирекционных углов как конечных, так и промежуточных. Одновременно наносят на чертеж боковые пункты графическими засечками по углам от пунктов, являющихся для них исходными.

Схему составляют в условных знаках и вычерчивают тушью.

§ 133. Предварительные вычисления. Вычисление рабочих координат пунктов

Цель предварительных вычислений в полигонометрии — определение качества полевых измерений и соответствия их по точности требованиям инструкции, а также подготовка результатов измерений для уравнильных вычислений.

В результате предварительных вычислений определяют невязки ходов и полигонов и сравнивают с их предельными значениями, установленными для данного класса или разряда соответствующими инструкциями.

Угловую невязку f_β находят для разомкнутого хода по формуле (VIII.1), для замкнутого хода — по формуле

$$f_\beta = \sum \beta - 180^\circ (n - 2). \quad (\text{XVI.11})$$

Полученные величины сравнивают с предельным значением, определяемым по формуле (VIII.5).

Величина средней квадратической ошибки измерения угла m_β берется из инструкции для полигонометрии соответствующего

класса или разряда. Вычисленная угловая невязка f_β должна быть меньше или равна предельной величине.

Если для уравнительных вычислений, производимых в дальнейшем, требуется иметь исправленные за невязку углы, то невязку в случае ее допустимости распределяют поровну на каждый угол, вычисляя поправки

$$v_\beta = -\frac{f_\beta}{n+1} \quad (XVI.12)$$

По неисправленным или исправленным за угловую невязку углам вычисляют дирекционные углы

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + \beta_{\text{лев}} \pm 180^\circ, \quad (XVI.13)$$

или

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i - \beta_{\text{прав}} \pm 180^\circ, \quad (XVI.13')$$

где α_i и α_{i+1} — дирекционные углы предыдущей и последующей линий; $\beta_{\text{лев}}$, $\beta_{\text{прав}}$ — исправленные (или не исправленные за невязку) левые и правые углы поворота.

По известным формулам вычисляют приращения координат и определяют невязки в приращениях:

для разомкнутого хода или полигона

$$\left. \begin{aligned} f_x &= \sum \Delta x - (x_k - x_n); \\ f_y &= \sum \Delta y - (y_k - y_n); \end{aligned} \right\} \quad (XVI.14)$$

для замкнутого хода или полигона

$$\left. \begin{aligned} f_x &= \sum \Delta x; \\ f_y &= \sum \Delta y. \end{aligned} \right\} \quad (XVI.14')$$

По невязкам f_x и f_y находят абсолютную и относительную линейные невязки хода или полигона f_s и $\frac{f_s}{\sum s}$. Линейную невязку хода

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (XVI.15)$$

сравнивают с предельным значением, определяемым по формуле

$$\text{пред } f_s = 2M, \quad (XVI.16)$$

где M — средняя квадратическая ошибка положения конечной точки хода или полигона. Величина M определяется в зависимости от формы хода и метода измерения линий по формулам, полученным в § 50.

Относительная невязка хода $\frac{f_s}{\sum s}$ не должна превышать приведенного в инструкции допустимого значения для полигонометрии данного класса или разряда.

* Обоснование этой формулы дано в § 145.

Съемочные работы часто производят до уравнивания полигонометрии, в результате которого пункты ее получают координаты. В таких случаях возникает необходимость вычислить приближенные или так называемые «рабочие координаты», точность которых позволяет на их основе поставить съемочные работы. Так, для съемок масштаба 1 : 5000 достаточно знать координаты полигонометрического пункта с ошибкой 0,5 м, для съемок масштаба 1 : 2000 — 0,2 м и т. д.

Для получения рабочих координат полигонометрического хода производят нестрогое раздельное уравнивание приращений координат пунктов хода. Невязки f_x и f_y распределяют прямо пропорционально длинам линий хода

$$v_{x_i} = -\frac{f_x}{\sum s} s_i, \quad v_{y_i} = -\frac{f_y}{\sum s} s_i. \quad (\text{XVI.17})$$

По исправленным за поправки приращениям вычисляют координаты пунктов хода.

В полигонометрических сетях рабочие координаты можно получить, применив раздельные способы уравнивания, рассматриваемые в § 155, 156.

§ 134. Определение продольной и поперечной невязок вытянутого хода

В § 49 было установлено, что в вытянутом полигонометрическом ходе невязку в периметре можно разложить на продольную и поперечную, причем продольная невязка t есть результат суммарного действия ошибок линейных измерений на положение конечной точки хода, а поперечная невязка u — результат совместного действия ошибок угловых измерений на положение конечной точки хода. Вследствие этого невязки t и u вытянутых ходов можно использовать для оценки точности линейных и угловых измерений. Кроме того, эти величины необходимы и при уравнивании полигонометрических ходов вытянутой формы.

При вычислении приращений координат в ходе получают невязки в приращениях f_x и f_y , а не продольную и поперечную невязки t и u , однако эти величины можно определить по невязкам f_x и f_y . Рассмотрим аналитический и графический способы.

Аналитический способ определения t и u
основан на переходе от одной системы координат к другой в случае поворота осей.

Пусть имеем вектор $T_R P$ (рис. 173), представляющий невязку в периметре f_s . Компоненты этого вектора относительно осей координат x и y есть f_x и f_y . Повернем оси координат на угол θ , представляющий собой дирекционный угол замыкающей полигонометрического хода $T_R T_R$; тогда компоненты вектора f_s относительно новых осей x' и y' будут соответственно t и u .

Опустим из точки M перпендикуляр на продолжение замыкающей хода и из этой точки проведем линию, параллельную замыкающей, до пересечения ее с продолжением линии PP' . Угол MPN равен углу θ (как углы с взаимно перпендикулярными сторонами). Непосредственно из рис. 173 следует, что

$$T_{\kappa}P' = t = T_{\kappa}M' + M'P',$$

$$PP' = u = PN - NP'.$$

По построению $M'P' = MN$, $NP' = MM'$; значения $T_{\kappa}M$ и MM' найдем из треугольника $T_{\kappa}M'M$, а значения MN и PN — из треугольника MNP .

Тогда

$$\left. \begin{aligned} t &= f_x \cos \theta + f_y \sin \theta, \\ u &= f_y \cos \theta - f_x \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI.18})$$

Угол поворота осей θ неизвестен, поэтому необходимо выразить $\sin \theta$ и $\cos \theta$ через известные величины.

Из рис. 173 видно, что

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= \frac{[\Delta x]}{L}, \\ \sin \theta &= \frac{[\Delta y]}{L}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI.19})$$

С учетом формул (XVI.19) формулы (XVI.18) примут вид

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{f_x [\Delta x] + f_y [\Delta y]}{L}, \\ u &= \frac{f_y [\Delta x] - f_x [\Delta y]}{L}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI.20})$$

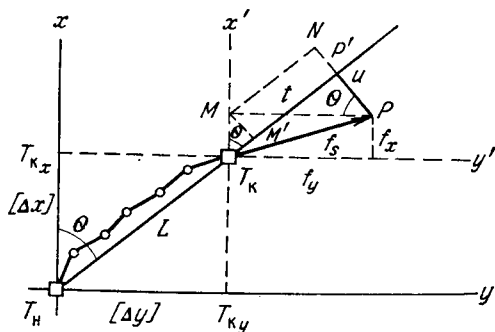


Рис. 173

Замыкающая L определяется из выражения

$$L = \sqrt{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2}. \quad (\text{XVI.21})$$

Для относительных значений продольной и поперечной невязок будем иметь соответственно

$$\frac{t}{L} = \frac{f_x [\Delta x] + f_y [\Delta y]}{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2}, \quad \frac{u}{L} = \frac{f_y [\Delta x] - f_x [\Delta y]}{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2}. \quad (\text{XVI.22})$$

Графический способ определения t и u . На бумаге строят оси координат x и y (рис. 174) и полагают, что точка T_n совпадает с началом координат. По осям x и y в мелком масштабе откладывают с учетом их знаков величины $[\Delta x]$ и $[\Delta y]$. Восставив из точек A и B перпендикуляры, получают точку T_{κ} , которую соединяют с началом координат. Вектор $T_n T_{\kappa}$ есть замыкающая хода L .

На тех же осях координат, но уже в масштабе 1 : 1 или 1 : 2 (но не мельче 1 : 10) по невязкам f_x и f_y строят вектор f_s , из конца которого — точки P на замыкающую или ее продолжение опускают перпендикуляр PQ . Тогда по построению

$$f_s^2 = f_x^2 + f_y^2 = T_n Q^2 + PQ^2, \quad (\text{XVI.23})$$

следовательно, отрезки $T_n Q = t$, $PQ = u$.

Измерив на чертеже отрезки $T_n Q$ и PQ и учтя масштаб построения, получают абсолютные величины невязок t и u .

Знак невязок определяют по правилам: если конец продольной невязки — точка Q — располагается на направлении $T_n T_k$ или его продолжении, то у невязки t ставится знак плюс; если точка Q располагается на направлении $T_k T_n$ или его продолжении, то знак минус; если отрезок PQ лежит с правой стороны от направления замыкающей $T_n T_k$, у невязки u ставится знак плюс, если слева от направления замыкающей $T_n T_k$, то знак минус. На рис. 174 t и u имеют отрицательные знаки.

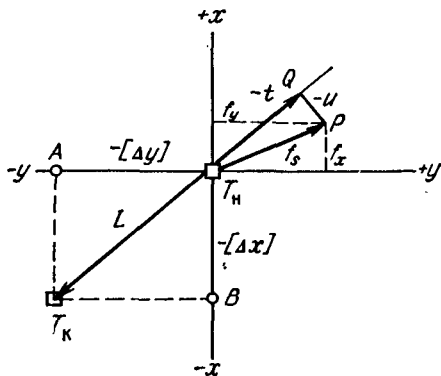


Рис. 174

Контролем величин t и u служит равенство (VIII.16).

§ 135. Предварительная оценка точности результатов измерения углов

До уравнильных вычислений необходимо произвести оценку точности результатов полевых измерений с целью:

1) проверки правильности предварительного расчета и проведения угловых и линейных измерений;

2) определения действительной точности полевых измерений, необходимой при проведении уравнильных вычислений. Не располагая надежными величинами средних квадратических ошибок измерения углов m_β и линий m_s , нельзя провести правильной оценки точности уравненных элементов полигонометрического хода — дирекционных углов и координат пунктов.

Предварительную оценку точности полевых угловых измерений можно провести по отклонениям отдельных приемов от среднего значения и по разностям двойных измерений. По этим данным получается средняя квадратическая ошибка собственно измерения угла m_β' , а не полная ошибка угла m_β , так как на величины, по которым производится оценка, влияют лишь приборные ошибки и собственно измерения угла и не учитываются ошибки центрирования, редукции и частично ошибки, вызванные влиянием внеш-

них условий. Вследствие этого ошибка собственно измерения угла m'_β будет примерно в 2 раза меньше полной средней квадратической ошибки угла m_β .

Среднюю квадратическую ошибку угла m_β можно получить по угловым невязкам ходов и полигонов и по поперечным невязкам вытянутых ходов, так как на образование невязок влияют все ошибки измерений.

Оценка точности измерения углов по уклонениям от среднего в приемах. Пусть на каждом пункте полигонометрического хода угол измерен k приемами и вычислено среднее значение угла $\beta_{\text{ср}}$ как среднее арифметическое. Уклонения значений угла, полученных из отдельных приемов, от среднего арифметического можно определить как

$$v_{\beta_i} = \beta_i - \beta_{\text{ср}}, \quad (\text{XVI.24})$$

где $i = 1, 2, \dots, k$.

Тогда согласно теории ошибок средняя квадратическая ошибка измерения угла одним приемом будет

$$m'_{\beta_i} = \sqrt{\frac{[v_{\beta}^2]}{k-1}}. \quad (\text{XVI.25})$$

При вычислении ошибки m'_{β_i} для каждого пункта надежность мала, так как число приемов измерения угла невелико. В таких случаях среднюю квадратическую ошибку можно получить для ряда пунктов, измерения на которых выполнены в одинаковых условиях.

Для среднего значения ошибки будем иметь

$$m_{\beta}^{\prime 2} = \frac{[m_{\beta_i}^{\prime 2}]}{n+1}, \quad (\text{XVI.26})$$

где $n+1$ — число пунктов.

Подставляя в формулу (XVI.26) значения m'_{β_i} из формулы (XVI.25), получим

$$m_{\beta}^{\prime 2} = \frac{1}{n+1} \left\{ \frac{[v_{\beta}^2]_1}{k-1} + \frac{[v_{\beta}^2]_2}{k-1} + \dots + \frac{[v_{\beta}^2]_{n+1}}{k-1} \right\}$$

или

$$m'_{\beta} = \sqrt{\frac{[[v_{\beta}^2]_i]}{(n+1)(k-1)}}, \quad (\text{XVI.27})$$

где $[v^2]$ — сумма квадратов уклонений, полученная на пункте с номером i .

Среднюю квадратическую ошибку окончательного значения угла, полученного как среднее из k приемов, можно получить по формуле для ошибки арифметического среднего

$$M_{\beta} = \frac{m'_{\beta}}{\sqrt{k}} = \sqrt{\frac{[v_{\beta}^2]_i}{(n+1)k(k-1)}}. \quad (\text{XVI.28})$$

Оценка точности измерения углов по разностям двойных измерений. Если на каждом пункте полигонометрического хода измерены углы двумя приемами, то оценка точности результатов измерения может быть выполнена по разностям двойных измерений

$$d_{\beta_i} = \beta''_i - \beta'_i. \quad (\text{XVI.29})$$

Если в ряду разностей d_{β_i} незаметно влияние систематической ошибки, то для оценки точности можно воспользоваться формулой

$$m'_{\beta_i} = \sqrt{\frac{[d_{\beta}^2]}{2(n+1)}}, \quad (\text{XVI.30})$$

а для среднего арифметического из результатов двойных измерений углов

$$m'_{\beta_{cp}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[d_{\beta}^2]}{n+1}}. \quad (\text{XVI.31})$$

При наличии систематической ошибки следует сначала определить среднюю величину этой ошибки σ_{β}

$$\sigma_{\beta_{cp}} = \frac{[d_{\beta}]}{n+1}, \quad (\text{XVI.32})$$

и в случае, если не будет соблюдаться условие $|[d_{\beta}]| \leq 0,25 \times \times |d_{\beta}|$, вычислить

$$d'_{\beta_i} = d_{\beta_i} - \sigma_{\beta_{cp}}, \quad (\text{XVI.33})$$

а затем

$$m'_{\beta_{cp}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[d_{\beta}'^2]}{(n+1)-1}}. \quad (\text{XVI.34})$$

§ 136. Оценка точности результатов измерения углов по невязкам ходов

Оценка точности результатов измерения углов по угловым невязкам ходов. Угловая невязка замкнутого полигонометрического хода есть истинная ошибка суммы его измеренных углов. В случае безошибочных

исходных дирекционных углов угловую невязку хода, проложенного между исходными пунктами, можно также считать истинной ошибкой суммы углов. Если истинную ошибку измеренного угла обозначить d_{β_i} , то

$$-f_{\beta} = [d\beta]. \quad (\text{XVI.35})$$

Предположим, что имеется N полигонов с невязками $f_{\beta_1}, f_{\beta_2}, \dots, f_{\beta_N}$, при этом число углов в полигонах соответственно $(n_1 + 1), (n_2 + 1), \dots, (n_N + 1)$.

Рассматривая ряд невязок как неравноточный ряд истинных ошибок, можно вычислить среднюю квадратическую ошибку единицы веса по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[\rho_{\Sigma\beta} f_{\beta}^2]}{N}}. \quad (\text{XVI.36})$$

Определим вес $\rho_{\Sigma\beta}$. Предполагая в каждом ходе углы измеренными при одинаковых условиях, на основе выражения (XVI.35) находим

$$m_{\Sigma\beta}^2 = m_{\beta}^2 (n + 1), \quad (\text{XVI.37})$$

где $m_{\Sigma\beta}$ — средняя квадратическая ошибка в сумме углов каждого полигонометрического хода.

Для веса суммы углов $\rho_{\Sigma\beta}$ согласно теории ошибок будем иметь

$$\frac{1}{\rho_{\Sigma\beta}} = \frac{1}{\rho_{\beta}} (n + 1); \quad (\text{XVI.38})$$

полагая вес результата одного угла равным единице, т. е. $\rho_{\beta} = 1$, из (XVI.38) находим

$$\rho_{\Sigma\beta} = \frac{1}{n + 1}. \quad (\text{XVI.39})$$

С учетом (XVI.39) формула (XVI.36) примет вид

$$m_{\beta I} = \sqrt{\frac{[f^2]}{\frac{n + 1}{N}}}. \quad (\text{XVI.40})$$

Если в полигонометрическом ходе исходные дирекционные углы имеют заметные ошибки по сравнению с ошибками измеренных углов поворота, то средняя квадратическая ошибка суммы углов хода будет

$$m_{\Sigma\beta}^2 = (n + 1) m_{\beta}^2 + m_{(\alpha_K - \alpha_H)}^2. \quad (\text{XVI.41})$$

Из формулы (XVI.41) следует, что если

$$m_{(\alpha_K - \alpha_H)} = m_{\beta} \sqrt{2}, \quad (\text{XVI.42})$$

то уже при $n = 9$ влияние ошибок исходных дирекционных углов на величину $m_{\Sigma\beta}$ составит 2%. Следовательно, формула (XVI.40) обеспечивает надежность оценки точности угловых измерений, и с применением ее учитывается влияние всех источников ошибок, возникающих при измерении углов.

Оценку точности результатов измерения углов по поперечным невязкам вытянутых ходов. В вытянутом полигонометрическом ходе поперечная невязка есть следствие ошибок измерения углов и ошибок исходных данных. При ошибках исходных данных, малых по сравнению с влиянием ошибок измерений, поперечную невязку хода, как и угловую невязку хода в предыдущем случае, можно рассматривать как результат действия только ошибок измерения углов хода. В то же время невязка является истинной ошибкой хода. Поэтому, используя поперечные невязки, можно произвести оценку точности угловых измерений.

Пусть имеем N вытянутых ходов с поперечными невязками $u_1, u_2, \dots, u_N$ и длинами замыкающих соответственно $L_1, L_2, \dots, L_N$.

Аналогично случаю с угловыми невязками будем иметь

$$\mu = \sqrt{\frac{[p_u u^2]}{N}}. \quad (\text{XVI.43})$$

Согласно теории ошибок

$$p_u = \frac{\mu^2}{m_u^2}. \quad (\text{XVI.44})$$

Для хода с примерно равными сторонами, как было установлено в § 50,

$$m_u^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} L^2 \frac{n+3}{12}. \quad (\text{XVI.45})$$

Пусть $\mu = m_\beta$. Тогда с учетом m_u и μ формула (XVI.44) примет вид

$$p_u = \frac{\rho^2}{L^2} \frac{12}{n+3}. \quad (\text{XVI.46})$$

Обозначим величину, зависящую от числа линий в ходе,

$$\frac{12n}{(n+1)(n+2)} \approx \frac{12}{n+3} = C, \quad (\text{XVI.47})$$

тогда получим для веса p_u выражение

$$p_u = \frac{\rho^2}{L^2} C. \quad (\text{XVI.48})$$

С учетом выражения (XVI.48) формула (XVI.43) примет вид

$$m_{\beta_{II}} = \rho \sqrt{\frac{\left[C' \left(\frac{u}{L} \right)^2 \right]}{N}}. \quad (\text{XVI.49})$$

Если поперечные невязки u' вычислены по углам, не исправленным за угловую невязку, то, проводя рассуждения, аналогичные предыдущим, получим

$$m_{\beta_{III}} = \rho \sqrt{\frac{\left[C' \left(\frac{u'}{L} \right)^2 \right]}{N}}, \quad (\text{XVI.50})$$

где

$$C' = \frac{6n}{(n+1)(2n+1)} \approx \frac{3}{n+1,5}. \quad (\text{XVI.51})$$

Для оценки точности измерения углов имеем три формулы: (XVI.40), (XVI.49) и (XVI.50). При вычислении по этим формулам при достаточном числе ходов должны получиться близкие результаты. Однако бывает, что величина $m_{\beta_{II}}$ получается больше, чем m_{β_I} и $m_{\beta_{III}}$, в связи с наличием заметных ошибок в координатах исходных пунктов. Наиболее близкую к действительному значению величину m_{β} дает формула (XVI.40).

§ 137. Веса измеренных линий

Прежде чем переходить к оценке точности линейных измерений, необходимо выяснить вопрос о весах измеренных линий.

В полигонометрическом ходе или полигоне линии имеют, как правило, неодинаковую длину, следовательно, влияние источников ошибок, действующих при измерении линии на ошибку каждой линии, будет также неодинаково. Вследствие этого линии будут получены с разной точностью, т. е. будут неравноточны. Это приходится учитывать при оценке точности линейных измерений, вводя веса измеренных линий.

В главах X—XIII были рассмотрены применяемые в полигонометрии в настоящее время методы измерения расстояний различными мерными приборами. Вследствие того, что измерение расстояний основано на разных принципах, характер действия случайных и систематических ошибок при измерении линий будет различен, различными будут и формулы, учитывающие влияние этих ошибок на общую ошибку расстояния. Поэтому выражения для весов линий при общности формулы для вычисления веса, согласно которой

$$p_{s_i} = \frac{\mu^2}{m_{s_i}^2}, \quad (\text{XVI.52})$$

будут различными.

При измерении линий инварными проволоками вес измеренной линии с учетом формулы (X.22) определится выражением

$$\rho_{s_i} = \frac{\mu^2}{\mu_0^2 s_i + \lambda^2 s_i^2}. \quad (\text{XVI.53})$$

При измерениях стремятся уменьшить величину систематической ошибки до весьма малых пределов. Если принять $\lambda \approx 0$, то

$$\rho_{s_i} = \frac{\mu^2}{\mu_0^2 s_i}.$$

Принимая

$$\mu = \mu_0, \quad (\text{XVI.54})$$

для веса ρ_{s_i} получим окончательно

$$\rho_{s_i} = \frac{1}{s_i}. \quad (\text{XVI.55})$$

При измерении линий светодальномерами для веса линии, принимая во внимание формулу (XI.53), получим

$$\rho_{s_i} = \frac{\mu^2}{(a + bs_i)^2}. \quad (\text{XVI.56})$$

Однако для линий, укладываемых в определенные интервалы, вес можно принять практически постоянным, подсчитав его для средней длины линии,

$$\rho_s = \frac{\mu^2}{m_{s_{cp}}^2} = \frac{\mu^2}{(a + bs_{cp})^2}. \quad (\text{XVI.57})$$

Границы этих интервалов могут быть определены с помощью выражения

$$\delta_s = s_3 - s_{cp} \leq \frac{\frac{a}{b} + s_{cp}}{19},$$

где δ_s — разность между средним s_{cp} и экстремальным s_3 значениями измеренных расстояний. Отсюда следует, что изменение δ_s мало зависит от изменения средней длины линии s_{cp} ; в основном эта величина зависит от отношения $\frac{a}{b}$: чем оно больше, тем больше можно допускать отклонение от средней длины линии.

Для точных светодальномеров СТ-65, КДГ-3 (СМ-3) пределы длин линий, для которых вес может считаться величиной постоянной, указаны в табл. 32. Для светодальномеров 2СМ2 и ЭОК 2000 величина m_s постоянная.

Принимая

$$\mu = m_{s_{cp}} \quad \text{или} \quad \mu = m_s, \quad (\text{XVI.58})$$

Т а б л и ц а 32

Средняя длина линий, м	Пределы длин линий для свето- дальномеров СТ-65, КДГ-3 (СМ-3), м
200	0—470
400	120—680
500	200—800
600	300—900
700	400—1000
800	500—1100
1000	700—1300
1500	1150—1850
2000	1630—2370

получим

$$p_s = 1. \quad (\text{XVI.59})$$

При измерении линий оп-
тическим дальноте-
ром с постоянным
базисом и перемен-
ным параллактиче-
ским углом с учетом
формулы (XII.27) для веса ли-
нии будем иметь

$$p_{s_i} = \frac{\mu^2 b \rho}{m_i^2 s_i^4}. \quad (\text{XVI.60})$$

Средняя квадратическая ошибка измерения параллактического угла m_β — величина постоянная, а также постоянны величины b и ρ . Поэтому примем

$$\mu = \frac{m_\beta}{b\rho}. \quad (\text{XVI.61})$$

Тогда формулу (XVI.60) можно написать

$$p_{s_i} = \frac{1}{s_i^4}. \quad (\text{XVI.62})$$

При измерении линии оптическим дальномером с постоянным параллактическим углом и переменным базисом для веса линии в соответствии с формулой (XII.26) будем иметь

$$p_{s_i} = \frac{\mu^2 \varphi^2}{m_i^2 \rho^2}. \quad (\text{XVI.63})$$

Учитывая, что средняя квадратическая ошибка дальномерного отсчета — величина практически постоянная, а также постоянны φ и ρ , положим, что

$$\mu = \frac{m_l \rho}{\varphi}. \quad (\text{XVI.64})$$

С учетом (XVI.64) формула (XVI.63) примет вид

$$p_s = 1. \quad (\text{XVI.65})$$

Однако при этом надо иметь в виду, что равенством (XVI.65) можно пользоваться в пределах расстояний, которые можно измерить с одной постановки рейки, например для дальномера Редта до 180 м. Если же линия будет измеряться по частям с чис-

лом отрезков k_1 , то согласно теории ошибок обратный вес суммарной длины линии будет

$$\frac{1}{p_{\Sigma s}} = k_1,$$

а вес

$$p_{\Sigma s} = \frac{1}{k_1}. \quad (\text{XVI.66})$$

При измерении линий створно-короткобазисным параллактическим способом вес измеренного расстояния s , например, из простого звена типа I—а с учетом формулы (XIV.6) определится выражением

$$p_{s_l} = \frac{\mu^2 l^2 \rho^2}{m_\alpha^2 s_l^4}. \quad (\text{XVI.67})$$

Примем

$$\mu = \frac{m_\alpha}{l\rho}, \quad (\text{XVI.68})$$

где величины m_α , l , ρ постоянны, тогда для веса получим

$$p_s = \frac{1}{s^4}. \quad (\text{XVI.69})$$

Для линии s_l , измеряемой по частям построением k простых параллактических звеньев длиной s_k , обратный вес будет равен

$$\frac{1}{p_{s_l}} = k s_k^4.$$

Отсюда

$$p_{s_l} = \frac{1}{k s_k^4}. \quad (\text{XVI.70})$$

В короткобазисном параллактическом методе при определении длины линии построением, например, сложного звена типа II—а с учетом формулы (XIV.13) для веса измеренной линии можно написать

$$p_{s_l} = \frac{\mu^2}{\frac{m_\alpha^2}{\rho^2} \left(\frac{b_i^2}{l^2} + \frac{s_i^2}{b_i^2} \right) s_i^2}. \quad (\text{XVI.71})$$

Полагая

$$\mu = \frac{m_\alpha}{\rho}, \quad (\text{XVI.72})$$

получим

$$p_{s_l} = \frac{1}{\left(\frac{b_i^2}{l^2} + \frac{s_i^2}{b_i^2} \right) s_i^2}. \quad (\text{XVI.73})$$

§ 138. Предварительная оценка точности результатов измерения линий

Оценку точности линейных измерений, так же как и угловых, можно разделить на предварительную, дающую среднюю квадратическую ошибку собственно измерения линии, и окончательную, при которой можно получить среднюю квадратическую ошибку измерения линии с учетом всех источников ошибок.

Предварительную оценку результатов измерения линий можно выполнить по отклонениям от среднего при многократных измерениях каждой линии и по разностям двойных измерений; окончательную оценку точности линейных измерений дает оценка по продольным невязкам вытянутых полигонометрических ходов.

Оценка точности измерения линий по отклонениям от среднего. Если одна и та же линия измерена многократно (например, при измерении светодальномерами), то точность измерения может быть определена по отклонениям результатов от среднего арифметического.

Положим, что $s_1, s_2, \dots, s_k$ — равноточные результаты измерения одной и той же линии. Тогда, вычислив среднее арифметическое из результатов s_{cp} и найдя отклонения v_i от среднего арифметического

$$v_{s_i} = s_i - s_{cp},$$

можно получить среднюю квадратическую ошибку одного измерения

$$m'_{s_i} = \sqrt{\frac{[v_s^2]}{k-1}} \quad (\text{XVI.74})$$

и среднюю квадратическую ошибку окончательного результата

$$M'_s = \frac{m'_{s_i}}{\sqrt{k}} = \sqrt{\frac{[v_s^2]}{k(k-1)}}. \quad (\text{XVI.75})$$

Вычисление ошибки m'_{s_i} для каждой линии, если число измерений невелико, малонадежно. В таких случаях можно среднюю квадратическую ошибку m'_s вычислить для ряда линий. Но при этом следует различать случаи, когда линии будут иметь одинаковую (или примерно одинаковую) и когда разную длину.

При одинаковой длине всех линий измерение их будет равноточным, и тогда для среднего значения ошибки будем иметь

$$m_s^2 = \frac{[m_{s_i}^2]}{n}, \quad (\text{XVI.76})$$

где n — число линий.

Подставив в формулу (XVI.76) значение m'_s , из формулы (XVI.74), получим

$$m_s = \sqrt{\frac{[[v_s^2]_i]}{n(k-1)}}, \quad (\text{XVI.77})$$

где $[v_s^2]_i$ — сумма квадратов отклонений от среднего арифметического, полученная для линий с номером i .

Среднюю квадратическую ошибку окончательного значения линий, измеренных каждую k раз, можно найти по формуле

$$M_s = \frac{m_s}{\sqrt{k}} \sqrt{\frac{[[v_s^2]_i]}{nk(n-1)}}. \quad (\text{XVI.78})$$

При разной длине линий измерение их будет неравноточным. Поэтому сначала следует определить среднюю квадратическую ошибку единицы веса, для которой можно получить на основании выражения (XVI.77) формулу

$$\mu = \sqrt{\frac{[p_s [v_s^2]_i]}{n(k-1)}}, \quad (\text{XVI.79})$$

где $[v_s^2]_i$ — сумма квадратов отклонений от среднего арифметического, полученная для линии с номером i ; p_{s_i} — вес измерения линии с номером i , вычисляемый по формуле (XVI.52).

Величина средней квадратической ошибки линии зависит от метода, которым измерялись линии, и определяется по формулам, полученным для каждого метода измерений.

Ошибка одного измерения для i -й линии в ходе можно найти по формуле

$$m_{s_i} = \frac{\mu}{\sqrt{p_i}}, \quad (\text{XVI.80})$$

а ошибку наиболее надежного значения той же линии — по формуле

$$M_{s_i} = \frac{m_{s_i}}{\sqrt{k}} = \frac{\mu}{\sqrt{p_i k}}. \quad (\text{XVI.81})$$

Оценка точности по разностям двойных измерений. Пусть имеем ряд линий, каждая из которых измерена дважды, тогда

$$d_{s_i} = s'_i - s''_i.$$

Из разностей d_{s_i} следует исключить систематическую часть, при этом также надо иметь в виду два случая: 1) линии имеют примерно одинаковую длину; 2) линии имеют разную длину.

В первом случае будет иметь место оценка точности по разностям двойных равноточных измерений, во втором — по разностям двойных неравноточных измерений.

Согласно теории ошибок формулы будут следующие.

1) Для линий одинаковой длины остаточные систематические ошибки в разностях d_{s_i} , зависящие от метода или условий измерений,

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{[d_s]}{n}. \quad (\text{XVI.82})$$

При незначительной величине $\omega_{\text{ср}}$ средняя квадратическая ошибка одного измерения

$$m_{s_i} = \sqrt{\frac{[d_s^2]}{2n}} \quad (\text{XVI.83})$$

и средняя квадратическая ошибка среднего из измерений

$$m_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[d_s^2]}{n}}. \quad (\text{XVI.84})$$

При значительной величине $\omega_{\text{ср}}$ (в этом случае не будет соблюдаться условие $|[d_s]| \leq 0,25 [|d_s|]$) необходимо вычислить

$$d'_{s_i} = d_{s_i} - \omega_{\text{ср}}, \quad (\text{XVI.85})$$

а затем

$$m_{s_i} = \sqrt{\frac{[d_s'^2]}{2(n-1)}} \quad (\text{XVI.86})$$

и

$$m_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[d_s'^2]}{n-1}}. \quad (\text{XVI.87})$$

2) Для линий разной длины остаточные систематические ошибки в разностях d_{s_i} , зависящие от метода или условий измерений,

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{[P_s d_s]}{P_s}; \quad (\text{XVI.88})$$

здесь P_{s_i} есть вес разностей d_i , вычисляемый по формуле

$$P_{s_i} = \frac{p_{s_i}}{2}, \quad (\text{XVI.89})$$

где p_{s_i} — веса измерений в i -й паре, причем $p_{s_i} = p'_{s_i} = p''_{s_i}$.

При весьма малом $\omega_{\text{ср}}$ средняя квадратическая ошибка единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{[p_s d_s^2]}{2n}}. \quad (\text{XVI.90})$$

Средняя квадратическая ошибка наиболее надежного значения линии с номером i

$$m_{ср_i} = \frac{\mu}{\sqrt{2p_{s_i}}}. \quad (\text{XVI.91})$$

При значительной величине ω (в этом случае не будет соблюдаться условие $|\left[d_s \sqrt{P_s}\right]| \leq 0,25 [|\left[d_s \sqrt{P_s}\right|]|$) необходимо вычислить d'_s по формуле (XVI.85), а затем среднюю квадратическую ошибку единицы веса по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[p_s d_s'^2]}{2(n-1)}}. \quad (\text{XVI.92})$$

§ 139. Оценка точности результатов измерения линий по невязкам вытянутых ходов

В вытянутых ходах продольная ошибка является следствием влияния ошибок измерения линий. Если ошибки исходных данных существенно не влияют на невязки ходов, то можно считать, что продольные невязки — истинные ошибки и по ним можно оценить точность измерения линий.

Пусть имеем N вытянутых ходов с продольными невязками $t_1, t_2, \dots, t_N$ и с длинами замыкающих $L_1, L_2, \dots, L_N$.

Для неравноточного ряда истинных ошибок можно написать

$$\mu = \sqrt{\frac{[p_i t_i^2]}{N}}. \quad (\text{XVI.93})$$

Веса p_{t_i} согласно теории ошибок будут равны

$$p_{t_i} = \frac{\mu^2}{m_{t_i}^2}. \quad (\text{XVI.94})$$

Учитывая, что

$$m_{t_i}^2 = [m_s^2]_i,$$

получим

$$p_{t_i} = \frac{\mu^2}{[m_s^2]_i}. \quad (\text{XVI.95})$$

При примерном равенстве сторон в ходе можно принять $m_{s_1} = m_{s_2} = \dots = m_{s_N} = m_s$

и

$$[m_s^2] = n_i m_s^2.$$

Тогда

$$p_{t_i} = \frac{\mu^2}{n_i m_s^2}. \quad (\text{XVI.96})$$

Полагая $\mu = m_s$, получим

$$p_{t_i} = \frac{1}{n_i}. \quad (\text{XVI.97})$$

С учетом (XVI.97) формула (XVI.93) будет иметь вид

$$m_s = \sqrt{\frac{\left[\frac{t^2}{n} \right]}{N}}. \quad (\text{XVI.98})$$

Если в продольных невязках заметно влияние систематических ошибок, его следует исключить до вычисления средних квадратических ошибок.

Если систематические ошибки во всех линиях равны, то систематическую ошибку относят к отдельной линии и вычисляют как

$$\sigma = \frac{[t]}{[n]}. \quad (\text{XVI.99})$$

Тогда

$$t'_i = t_i - \sigma n_i, \quad (\text{XVI.100})$$

где n_i — число линий в ходе с номером i .

Если систематические ошибки пропорциональны длине линии, то систематическую ошибку относят к единице длины линии. В данном случае это будет коэффициент систематического влияния

$$\lambda = \frac{[t]}{[s]}. \quad (\text{XVI.101})$$

Случайную часть продольной ошибки определяют как

$$t'_i = t_i - \lambda L_i. \quad (\text{XVI.102})$$

Среднюю квадратическую ошибку единицы веса определяют по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[p_i t'^2]}{N-1}}, \quad (\text{XVI.103})$$

где p_i находят из выражения (XVI.95).

§ 140. Оценка точности положения пункта

Оценка точности любого элемента полигонометрического хода рассматривается в главе уравнительных вычислений. Однако до уравнивания можно оценить точность положения пункта, исполь-

зуя результаты полевой оценки точности угловых и линейных измерений.

В главе VIII были получены формулы для средней квадратической ошибки положения конечной точки полигонометрического хода в зависимости от ошибок линейных и угловых измерений. Эти формулы используются при проектировании для предварительных расчетов, когда обычно требуется знать лишь ошибку наименее точно определяемого пункта, и для вычисления предельных допустимых невязок в координатах хода.

Однако полученные формулы можно использовать и для оценки точности положения пункта после проведения полевых измерений, используя в этом случае фактически полученную точность измерения линий, углов и учитывая ошибки исходных данных. Среднюю квадратическую ошибку в этом случае необходимо знать и для установления предельной линейной невязки в ходе, а также и для предварительного суждения о точности проделанной работы.

Глава XVII.

УРАВНИВАНИЕ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ХОДОВ И СЕТЕЙ

§ 141. Постановка задачи уравнивания полигонометрических ходов

Как уже было установлено, задача уравнивания возникает в том случае, когда имеются избыточные измерения (см. § 36). При проложении полигонометрических ходов, как правило, измеряют не только необходимые, но и избыточные величины.

Установим, сколько избыточных измерений будет в полигонометрическом ходе (см. рис. 49), опирающемся на исходные пункты T_n и T_k и исходные направления α_n и α_k .

Как известно, число избыточных измерений может быть подсчитано по формуле

$$r = n' - k, \quad (\text{XVII.1})$$

где n' — число всех измерений; k — число необходимых измерений (число неизвестных).

При проложении полигонометрического хода измеряют n сторон и $n + 1$ углов, т. е. производят всего измерений $n' = 2n + 1$. Неизвестными, подлежащими определению в ходе, являются координаты его вершин. Всего пунктов в ходе $n + 1$, но координаты двух из них T_n и T_k известны, следовательно, надо определить координаты $n + 1 - 2 = n - 1$ пунктов. Для каждого пункта необходимо найти x и y — два неизвестных. Тогда общее

число неизвестных будет равно $k = 2(n - 1)$. Подставим найденные значения n' и k в формулу (XVII.1) и получим

$$r = 2n + 1 - 2(n - 1) = 3,$$

т. е. будет три * избыточных измерения; это измерения углов β_n , β_{n+1} и линии s_n .

Способы уравнивания полигонометрических ходов разделяются на строгие, когда уравнивание производится под условием минимума суммы произведений квадратов поправок во все измеренные в ходе величины на их веса, и нестрогие, раздельные, когда сначала уравниваются углы, а затем раздельно между собой приращения координат.

Когда речь идет о строгом уравнивании по методу наименьших квадратов, возникает вопрос, каким же способом производить уравнивание результатов измерений: коррелятным или параметрическим? При применении настольных вычислительных машин наиболее выгоден тот способ, при котором приходится решать меньшее число нормальных уравнений. Из теории метода наименьших квадратов известно, что при уравнивании параметрическим способом число нормальных уравнений равно числу неизвестных, в данном случае $2(n - 1)$, т. е. чем длиннее будет ход, тем больше нормальных уравнений. При уравнивании коррелятным способом число нормальных уравнений определяется числом условий, а число условий — числом избыточных измерений. Следовательно, в полигонометрическом ходе, привязанном к пунктам государственной геодезической сети, независимо от числа линий и от его длины всегда будет в общем случае только три нормальных уравнения. Следовательно, уравнивать полигонометрический ход целесообразнее коррелятным способом. Однако объем вычислительной работы и в этом способе уравнивания остается значительным. Поэтому используют все возможные упрощения, вытекающие как из самого способа (применение двухгруппового, трехгруппового способов уравнивания), так и из особенностей данного хода (прямолинейность хода, примерное равенство линий и т. п.).

При уравнивании полигонометрических ходов на ЭВМ объем вычислительной работы уже не имеет решающего значения, поэтому можно выполнять уравнивание любым из основных способов — коррелятным или параметрическим, а также комбинированными способами, например коррелятным с дополнительными неизвестными. При этом наиболее целесообразным будет тот из них, который позволяет просто и эффективно составить программу уравнивания **.

* При различных способах привязки, а также в ходах с промежуточным азимутом число избыточных измерений в ходе может быть от двух до четырех.

** Программирование изучается в специальном курсе. Основы программирования на малых ЭВМ типа «Наири» и приемы составления программ для решения геодезических задач имеются в работе [15].

При уравнивании полигонометрических ходов ошибки исходных данных не учитываются*.

Нестрогий раздельный способ уравнивания применяется в полигонометрических ходах 1 и 2 разряда, а также для вычисления рабочих координат.

§ 142. Уравнивание коррелатным способом полигонометрического хода любой формы, опирающегося на исходные пункты и направления

Три избыточных измерения в полигонометрическом ходе приводят, как мы установили, к возникновению трех условий и трех условных уравнений.

Первое условие возникает из связи углов поворота с исходными начальным α_n и конечным α_k дирекционными углами. Оно может быть выражено так:

$$\alpha_n + \sum_1^{n+1} \beta_{yp} - (n+1) 180^\circ - \alpha_k = 0, \quad (\text{XVII.2})$$

так как

$$\alpha_i = \alpha_n + \sum_1^i \beta_{yp} - i. \quad (\text{XVII.3})$$

здесь β_{yp} — уравненные значения углов поворота.

Чтобы перейти от условия дирекционных углов к условному уравнению поправок, выразим уравненное значение угла β_{yp} через измеренное β_i плюс поправка v_{β_i} :

$$v_{\beta_{yp_i}} = \beta_i + v_{\beta_i} \quad (\text{XVII.4})$$

и подставим в выражение (XVII.2). В полученном выражении распишем $\sum_1^{n+1} (\beta + v)$ почленно, после чего будем иметь

$$\sum_1^{n+1} v_{\beta} + \alpha_n + \sum_1^{n+1} \beta - (n+1) 180^\circ - \alpha_k = 0. \quad (\text{XVII.5})$$

Учитывая, что в выражении (XVII.5)

$$\alpha_n + \sum_1^{n+1} \beta - (n+1) 180^\circ - \alpha_k = f_{\beta},$$

* Задача по учету ошибок исходных данных при уравнивании довольно сложная. Решению ее посвящены работы: Чеботарев А. С. Оценка точности полигонометрических ходов с учетом ошибок исходных данных (Тр. МИИГАиК, вып. 1, 1940, с. 40—65); Селиханович В. Г. Учет ошибок исходных данных в полигонометрии (Тр. МИИГАиК, вып. 25, 1957, с. 23—42) и других авторов.

окончательно запишем *

$$[v_\beta] + f_\beta = 0. \quad (\text{XVII.6})$$

Уравнение вида (XVII.6) называется условным уравнением поправок дирекционных углов.

Второе и третье условия вытекают из связи приращений координат с исходными начальными x_n, y_n и конечными x_k, y_k координатами

$$x_n + \sum_1^n \Delta x_{yp} - x_k = 0, \quad y_n + \sum_1^n \Delta y_{yp} - y_k = 0, \quad (\text{XVII.7})$$

где $\Delta x_{yp}, \Delta y_{yp}$ — уравниваемые значения приращений координат.

Для перехода от условий к условным уравнениям поправок выразим Δx_{yp} и Δy_{yp} через вычисленные $\Delta x_i, \Delta y_i$ плюс поправки $v_{\Delta x_i}, v_{\Delta y_i}$:

$$\Delta x_{yp_i} = \Delta x_i + v_{\Delta x_i}, \quad \Delta y_{yp_i} = \Delta y_i + v_{\Delta y_i}. \quad (\text{XVII.8})$$

Перепишем выражения (XVII.7) с учетом выражений (XVII.8), расписав при этом $\sum_1^n (\Delta x + v_{\Delta x})$ и $\sum_1^n (\Delta y + v_{\Delta y})$ почленно,

$$\left. \begin{aligned} \sum_1^n v_{\Delta x} + x_n + \sum_1^n \Delta x - x_k &= 0, \\ \sum_1^n v_{\Delta y} + y_n + \sum_1^n \Delta y - y_k &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.9})$$

Учитывая, что в равенствах (XVII.9)

$$x_n - \sum_1^n \Delta x - x_k = f'_x,$$

$$y_n - \sum_1^n \Delta y - y_k = f'_y,$$

можно записать **

$$[v_{\Delta x}] + f'_x = 0, \quad [v_{\Delta y}] + f'_y = 0. \quad (\text{XVII.10})$$

Уравнения (XVII.10) есть условные уравнения поправок координат. Штрихи у невязок f'_x и f'_y обозначают, что эти невязки получены по приращениям, вычисленным по измеренным углам.

От условных уравнений (XVII.6) и (XVII.10) следовало бы согласно теории коррелятного способа переходить к нормальным уравнениям коррелят. Но в данном случае этого делать нельзя,

* Для удобства записи заменим знак Σ на знак суммы $\{ \}$.

** Для удобства записи знак Σ заменим на знак суммы $[\]$.

так как мы должны уравнивать под условием минимума суммы квадратов поправок к независимым (измеренным) величинам, т. е.

$$|pv^2| = \min. \quad (\text{XVII.11})$$

В этом условии под v подразумеваются поправки всех и з м е р е н н ы х величин, входящие в условные уравнения. Поэтому для полигонометрического хода условие (XVII.11) нужно представить в виде

$$[\rho_B v_B^2] + [\rho_s v_s^2] = \min, \quad (\text{XVII.12})$$

где ρ_B и ρ_s — веса измеренных углов и линий, которые по отношению друг к другу не будут равноточными; v_B и v_s — поправки к измеренным углам и линиям.

Поправки $v_{\Delta x}$ и $v_{\Delta y}$ — поправки к величинам зависимым, так как приращения координат в поле не измерялись, а вычислялись по одним и тем же углам и линиям в камеральных условиях. Поэтому условные уравнения (XVII.10) необходимо преобразовать так, чтобы вместо поправок $v_{\Delta x}$ и $v_{\Delta y}$ в них фигурировали поправки v_B и v_s .

Для этого дифференцируем формулы для приращений координат

$$\Delta x_i = s_i \cos \alpha_i, \quad \Delta y_i = s_i \sin \alpha_i \quad (\text{XVII.13})$$

по переменным Δx_i , Δy , s_i и α_i и заменим в них дифференциалы $d \Delta x_i$, $d \Delta y_i$, ds_i и $d\alpha_i$ соответствующими поправками $v_{\Delta x_i}$, $v_{\Delta y_i}$, v_{s_i} и v_{α_i} , поскольку поправки представляются величинами малыми. В этом случае соотношения между поправками можно считать такими же, как и соотношения между дифференциалами:

$$\left. \begin{aligned} v_{\Delta x_i} &= \cos \alpha_i v_{s_i} - s_i \sin \alpha_i \frac{v_{\alpha_i}}{\rho}, \\ v_{\Delta y_i} &= \sin \alpha_i v_{s_i} + s_i \cos \alpha_i \frac{v_{\alpha_i}}{\rho}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.14})$$

Учитывая, что во вторых слагаемых в правых частях выражений (XVII.14) согласно (XVII.13) будут содержаться Δx и Δy , получим формулы, которые называются дифференциальными формулами поправок в приращения координат,

$$v_{\Delta x_i} = \cos \alpha_i v_s - \Delta y_i \frac{v_{\alpha_i}}{\rho}, \quad v_{\Delta y_i} = \sin \alpha_i v_s + \Delta x_i \frac{v_{\alpha_i}}{\rho}. \quad (\text{XVII.15})$$

Суммируя величины $v_{\Delta x}$ и $v_{\Delta y}$ для всех линий хода и подставляя их в уравнения (XVII.10), получим условные уравнения вида

$$\left\{ \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [\Delta y v_\alpha] + f'_x &= 0, \\ [\sin \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [\Delta x v_\alpha] + f'_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.16})$$

Дирекционный угол i стороны хода (при измерении левых по ходу углов) равен

Дифференцируем эту формулу по переменным α и β и заменим в ней дифференциалы поправками. Тогда получим

Подставим в уравнения (XVII.16) вместо v_α значения, полученные по формуле (XVII.18), и будем иметь

Выражения, стоящие в фигурных скобках уравнений (XVII.19), преобразуем: сначала раскроем круглые скобки и сгруппируем члены с u_{β} , v_{β} и т. д., а затем заменим полученные суммы приращений соответствующими разностями координат

И

440

Тогда с учетом выражений (XVII.20) и (XVII.21) уравнения (XVII.19) будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} \{ (y_{n+1} - y_1) v_{\beta_1} + (y_{n+1} - y_2) v_{\beta_2} + \\ + \dots + (y_{n+1} - y_n) v_{\beta_n} \} + f'_x = 0, \\ [\sin \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} \{ (x_{n+1} - x_1) v_{\beta_1} + (x_{n+1} - x_2) v_{\beta_2} + \\ + \dots + (x_{n+1} - x_n) v_{\beta_n} \} + f'_y = 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.22})$$

В уравнение (XVII.22) не входит только поправка $v_{\beta_{n+1}}$, но левые части уравнений (XVII.22) не изменятся, если к ним прибавить соответственно величины:

$$\left. \begin{aligned} (y_{n+1} - y_{n+1}) v_{\beta_{n+1}} = 0, \\ (x_{n+1} - x_{n+1}) v_{\beta_{n+1}} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.23})$$

Теперь уравнения (XVII.22) можно записать в окончательном виде:

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [(y_{n+1} - y) v_{\beta}] + f'_x = 0, \\ [\sin \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [(x_{n+1} - x) v_{\beta}] + f'_y = 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.24})$$

Уравнения вида (XVII.24) называются соответственно условными уравнениями поправок абсцисс и ординат.

Присоединив к уравнениям (XVII.24) уравнение (XVII.6), будем иметь систему из трех условных уравнений поправок.

По правилам метода наименьших квадратов, если имеются три условных уравнения вида

$$[av] + W_1 = 0, \quad [bv] + W_2 = 0, \quad [cv] + W_3 = 0, \quad (\text{XVII.25})$$

то в соответствии с условием (XVII.11) должны иметь место три нормальных уравнения

$$\left. \begin{aligned} \left[\frac{aa}{\rho} \right] k_1 + \left[\frac{ab}{\rho} \right] k_2 + \left[\frac{ac}{\rho} \right] k_3 + W_1 = 0, \\ \left[\frac{ab}{\rho} \right] k_1 + \left[\frac{bb}{\rho} \right] k_2 + \left[\frac{bc}{\rho} \right] k_3 + W_2 = 0, \\ \left[\frac{ac}{\rho} \right] k_1 + \left[\frac{bc}{\rho} \right] k_2 + \left[\frac{cc}{\rho} \right] k_3 + W_3 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.26})$$

Поправки	$q = \frac{1}{\rho}$	$a]$	$b]$
1	2	3	4
v_{β_1}	q_{β}	$+1$	$-\frac{1}{\rho}(y_{n+1} - y_1)$
v_{β_2}	q_{β}	$+1$	$-\frac{1}{\rho}(y_{n+1} - y_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
v_{β_i}	q_{β}	$+1$	$-\frac{1}{\rho}(y_{n+1} - y_i)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$v_{\beta_{n+1}}$	q_{β}	$+1$	$-\frac{1}{\rho}(y_{n+1} - y_{n+1})$
v_{s_1}	q_{s_1}		$+\cos \alpha_1$
v_{s_2}	q_{s_2}		$+\cos \alpha_2$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
v_{s_i}	q_{s_i}		$+\cos \alpha_i$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
v_{s_n}	q_{s_n}		$+\cos \alpha_n$
Суммы		$[a]$	$[b]$
W		f_{β}	f'_x
k		k_1	k_2
$[qa$		$q_{\beta}(n+1)$	$-\frac{q_{\beta}}{\rho}[(y_{n+1} - y)]$
$[qb$			$+\frac{q_{\beta}}{\rho^2}[(y_{n+1} - y)^2] + [q_s \cos^2 \alpha]$
$[qc$			
$[qF_{\beta}$			
$[qF_s$			
$[qF_{\alpha}$			
$[qF_x$			
$[qF_y$			

c	F_{β}	F_s	F_{α}
5	6	7	8
$+\frac{1}{\rho}(x_{n+1}-x_1)$			$+1$
$+\frac{1}{\rho}(x_{n+1}-x_2)$			$+1$
$\vdots$			$\vdots$
$+\frac{1}{\rho}(x_{n+1}-x_i)$	$+1$		$+1$
$\vdots$			
$+\frac{1}{\rho}(x_{n+1}-x_{n+1})$			
$+\sin \alpha_1$			
$+\sin \alpha_2$			
$\vdots$			
$+\sin \alpha_i$		$+1$	
$\vdots$			
$+\sin \alpha_n$			
$[c]$	$[F_{\beta}]$	$[F_s]$	$[F_{\alpha}]$
f'_y			
k_3			
$+\frac{q_{\beta}}{\rho}[(x_{n+1}-x)]$	q_{β}	0	$i q_{\beta}$
$-\frac{q_{\beta}}{\rho^2}[(y_{n+1}-y)(x_{n+1}-x)] +$ $+ [q_s \cos \alpha \sin \alpha]$	$-\frac{q_{\beta}}{\rho}(y_{n+1}-y_i)$	$q_{s_i} \cos \alpha_i$	$-\frac{q_{\beta}}{\rho}[(y_{n+1}-y)]_1^t$
$+\frac{q_{\beta}}{\rho^2}[(x_{n+1}-x)^2] +$ $+ [q_s \sin^2 \alpha]$	$+\frac{q_{\beta}}{\rho}(x_{n+1}-x_i)$ q_{β}	$q_{s_i} \sin \alpha_i$ q_{s_i}	$-\frac{q_{\beta}}{\rho}[(x_{n+1}-x)]_1^t$ $i q_{\beta}$

Поправки	$q = \frac{1}{\rho}$	F_x	F_y
1	2	9	10
v_{β_1}	q_β	$-\frac{1}{\rho} (y_{i+1} - y_1)$	$+\frac{1}{\rho} (x_{i+1} - x_1)$
v_{β_2}	q_β	$-\frac{1}{\rho} (y_{i+1} - y_2)$	$+\frac{1}{\rho} (x_{i+1} - x_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
v_{β_i}	q_β	$-\frac{1}{\rho} (y_{i+1} - y_i)$	$+\frac{1}{\rho} (x_{i+1} - x_i)$
$\vdots$	$\vdots$		
$v_{\beta_{n+1}}$	q_β		
v_{s_1}	q_{s_1}	$+\cos \alpha_1$	$+\sin \alpha_1$
v_{s_2}	q_{s_2}	$+\cos \alpha_2$	$+\sin \alpha_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
v_{s_i}	q_{s_i}	$+\cos \alpha_i$	$+\sin \alpha_i$
$\vdots$	$\vdots$		
v_{s_n}	q_{s_n}		
Суммы		$[F_x]$	$[F_y]$
W			
k			
$[qa]$		$-\frac{q_\beta}{\rho} [(y_{i+1} - y)]_1^i$	$+\frac{q_\beta}{\rho} [(x_{i+1} - x)]_1^i$
$[qb]$		$+\frac{q_\beta}{\rho^2} [(y_{n+1} - y)(y_{i+1} - y)]_1^i +$ $+ [q_s \cos^2 \alpha]_1^i$	$-\frac{q_\beta}{\rho^2} [(y_{n+1} - y)(x_{i+1} - x)]_1^i +$ $+ [q_s \cos \alpha \sin \alpha]_1^i$
$[qc]$		$-\frac{q_\beta}{\rho^2} [(x_{n+1} - x)(y_{i+1} - y)]_1^i +$ $+ [q_s \sin \alpha \cos \alpha]_1^i$	$+\frac{q_\beta}{\rho^2} [(x_{n+1} - x)(x_{i+1} - x)]_1^i +$ $+ [q_s \sin^2 \alpha]_1^i$
$[qF_\beta]$			
$[qF_s]$			
$[qF_\alpha]$			
$[qF_x]$		$+\frac{q_\beta}{\rho^2} [(y_{i+1} - y^2)]_1^i +$ $+ [q_s \cos^2 \alpha]_1^i$	$+\frac{q_\beta}{\rho^2} [(x_{i+1} - x^2)]_1^i +$ $+ [q_s \sin^2 \alpha]_1^i$
$[qF_y]$			

$S]$	$v]$	pv^2
11	12	13
S_{β_1}	v_{β_1}	$p_{\beta} v_{\beta_1}^2$
S_{β_2}	v_{β_2}	$p_{\beta} v_{\beta_2}^2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_{β_l}	v_{β_l}	$p_{\beta} v_{\beta_l}^2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$S_{\beta_{n+1}}$	$v_{\beta_{n+1}}$	$p_{\beta} v_{\beta_{n+1}}^2$
S_{s_1}	v_{s_1}	$p_{s_1} v_{s_1}^2$
S_{s_2}	v_{s_2}	$p_{s_2} v_{s_2}^2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_{s_l}	v_{s_l}	$p_{s_l} v_{s_l}^2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_{s_n}	v_{s_n}	$p_{s_n} v_{s_n}^2$
$[S]$		$[p_{\beta} v_{\beta}^2] + [p_s v_s^2]$
$[qaS]$		
$[qbS]$		
$[qcS]$		

В нашем случае условные уравнения должны быть представлены в виде

$$\left. \begin{aligned} [a_\beta v_\beta] + [a_s v_s] + f_\beta &= 0, \\ [b_\beta v_\beta] + [b_s v_s] + f'_x &= 0, \\ [c_\beta v_\beta] + [c_s v_s] + f'_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.27})$$

Из этих условных уравнений в соответствии с требованием (XVII.12) вытекают три нормальных уравнения коррелат

$$\left. \begin{aligned} [qaa] k_1 + [qab] k_2 + [qac] k_3 + f_\beta &= 0, \\ [qab] k_1 + [qbb] k_2 + [qbc] k_3 + f'_x &= 0, \\ [qac] k_1 + [qbc] k_2 + [qcc] k_3 + f'_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.28})$$

В уравнениях (XVII.28) через q обозначен обратный вес, $q = \frac{1}{p}$.

Сопоставляя условные уравнения (XVII.16) и (XVII.24) с их изображением в общем виде (XVII.27), приходим к выводу, что в нашем случае коэффициенты a_i , b_i и c_i будут иметь вид, представленный в таблице коэффициентов условных уравнений (табл. 33). Тогда нормальные уравнения коррелат с коэффициентами, полученными также в табл. 33, будут записываться так:

$$\left. \begin{aligned} q_\beta (n+1) k_1 - \frac{q_\beta}{\rho} [(y_{n+1} - y)] k_2 + \\ + \frac{q_\beta}{\rho} [(x_{n+1} - x)] k_3 + f_\beta &= 0, \\ - \frac{q_\beta}{\rho} [(y_{n+1} - y)] k_1 + \left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} [(y_{n+1} - y)^2] + [q_s \cos^2 \alpha] \right\} k_2 - \\ - \left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} [(y_{n+1} - y)(x_{n+1} - x)] + [q_s \cos \alpha \sin \alpha] \right\} k_3 + f'_x &= 0; \\ \frac{q_\beta}{\rho} [(x_{n+1} - x)] k_1 - \\ - \left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} [(y_{n+1} - y)(x_{n+1} - x)] + [q_s \cos \alpha \sin \alpha] \right\} k_2 + \\ + \left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} [(x_{n+1} - x)^2] + [q_s \sin^2 \alpha] \right\} k_3 + f'_y &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.29})$$

здесь q_β и q_s — обратные веса измеренных углов и линий.

Решение нормальных уравнений дает соответствующие значения трех коррелат. Коррелатные уравнения поправок в углы и линии будут иметь вид

$$v_{\beta_i} = q_{\beta} \left\{ k_1 - \frac{1}{\rho} (y_{n+1} - y_i) k_2 + \frac{1}{\rho} (x_{n+1} - x_i) k_3 \right\}, \quad (\text{XVII.30})$$

$$v_{s_i} = q_{s_i} \{ \cos \alpha_i k_2 + \sin \alpha_i k_3 \}. \quad (\text{XVII.31})$$

Поправки в дирекционные углы получаются по поправкам v_{β_i} по формуле (XVII.18).

Уравненные углы, дирекционные углы и линии находят путем введения поправок v_{β} , v_{α} и v_s в соответствующие измеренные значения.

Уравненные приращения координат находят по уравненным дирекционным углам и линиям. Заключительным контролем при этом являются равенства

$$\begin{cases} [\Delta x_{yp}] = x_k - x_n, \\ [\Delta y_{yp}] = y_k - y_n. \end{cases} \quad (\text{XVII.32})$$

Уравненные приращения координат можно получить и другим путем, вычислив поправки $v_{\Delta x_i}$ и $v_{\Delta y_i}$ по дифференциальным формулам (XVII.15) и введя их в соответствующие вычисленные приращения. В этом случае контролем служат равенства

$$\begin{cases} [v_{\Delta x}] = -f'_x, \\ [v_{\Delta y}] = -f'_y. \end{cases} \quad (\text{XVII.33})$$

Первый путь перед вторым имеет то преимущество, что он позволяет проконтролировать вычисление невязок f'_x и f'_y .

Уравненные координаты получают по уравненным приращениям.

§ 143. Веса измеренных величин при уравнивании различных видов полигонометрии

В условие (XVII.12), а в соответствии с ним в нормальные уравнения коррелат (XVII.26), (XVII.29) и в коррелатные уравнения поправок (XVII.30), (XVII.31) входят обратные веса измеренных величин углов и линий. Угловые и линейные измерения по своей природе неоднородные, поэтому при уравнивании особенно важно правильно установить веса и обратные веса этих величин. Неправильное установление весов искажает результаты уравнивания и приводит к получению неверных поправок.

Как известно, вес определяется формулой

$$p = \frac{\mu^2}{m^2}.$$

Тогда веса измеренных углов и линий в ходе в общем случае выразятся формулами

$$\left. \begin{aligned} p_{\beta} &= \frac{\mu^2}{m_{\beta}^2}, \\ p_{s_i} &= \frac{\mu^2}{m_{s_i}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.34})$$

Целесообразно подбирая в формулах (XVII.34) величину μ , можно получить формулы весов углов и линий для уравнивания различных видов полигонометрии. От формул для весов нетрудно перейти к формулам для обратных весов.

Светодальномерная полигонометрия. Удобно принять $\mu = m_{\beta}$, тогда

$$\left. \begin{aligned} p_{\beta} &= 1, \\ p_{s_i} &= \frac{m_{\beta}^2}{m_{s_i}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.35})$$

В случае если линии в ходе измерялись светодальномерами 2СМ2 или ЭОК 2000, для которых m_s — величина постоянная, веса будут равны

$$\left. \begin{aligned} p_{\beta} &= 1, \\ p_s &= \frac{m_{\beta}^2}{m_s^2} = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.36})$$

Для светодальномеров типа СТ и КДГ-3 (СМ-3) при незначительных уклонениях линий от их средней величины (см. § 137) веса линий можно принять также практически одинаковыми

$$p_s = \frac{m_{\beta}^2}{m_{s_{\text{ср}}}^2}, \quad (\text{XVII.37})$$

где $m_{s_{\text{ср}}}$ — средняя квадратическая ошибка средней длины линии.

Полигонометрия с измерением линий и ниварными проволоками. Примем $\mu = \mu_0$, где μ_0 — коэффициент случайного влияния при линейных измерениях. Учитывая выражение (XVI.53) и пренебрегая систематическими ошибками, для весов измеренных углов и линий будем иметь формулы

$$\left. \begin{aligned} p_{\beta} &= \frac{\mu_0^2}{m_{\beta}^2}, \\ p_{s_i} &= \frac{1}{s_i}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.38})$$

Дальномерная полигонометрия. Пренебрегая ошибкой определения коэффициента дальномера, относительные средние квадратические ошибки измерения линий на основе формулы (XII.24) и (XII.25) можно представить: в дальномере с постоянным диастиметрическим углом

$$m_{s_i} = \left(\frac{m_l}{l} \right) s_i$$

и в дальномере с переменным параллактическим углом

$$m_{s_i} = \left(\frac{m_{\beta'}}{\beta'} \right) s_i.$$

Относительные средние квадратические ошибки отсчитывания по рейке $\frac{m_l}{l}$ и измерения параллактического угла $\frac{m_{\beta'}}{\beta'}$ примерно равны относительной ошибке измерения расстояния дальномером или, иначе, точности дальномера $\frac{1}{T}$. Тогда

$$m_{s_i} = \frac{s_i}{T}.$$

Полагая $\mu = m_{\beta}$, формулы для весов измеренных углов и линий при измерении их дальномерами как с переменным, так и с постоянным параллактическим углом можно написать в виде

$$\left. \begin{aligned} p_{\beta} &= 1, \\ p_{s_i} &= \frac{m_{\beta}^2 T^2}{s_i^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.39})$$

Короткобазисная параллактическая полигонометрия. Пренебрегая ошибкой определения длины короткого базиса, среднюю квадратическую ошибку отрезка, определенного построением простого звена типа I-а, на основе выражения (XIV.3) можно принять равной

$$m_s = \left(\frac{m_{\alpha}}{\alpha} \right) s.$$

Для линии s_i , измеренной построением k простых звеньев, среднюю квадратическую ошибку можно принять равной

$$m_{s_i} = \left(\frac{m_{\alpha}}{\alpha} \right) s_{k_i} \sqrt{k}.$$

Полагая $\mu = m_{\beta}$, для весов измеренных углов и линий получим выражения

$$\left. \begin{aligned} p_{\beta} &= 1, \\ p_{s_i} &= \frac{m_{\beta}^2 \alpha_i^2}{m_{\alpha}^2 k s_{k_i}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.40})$$

Для сложного звена типа II-а на основе выражения (XIV.11) для m_s можно написать

$$m_{s_i}^2 = \left(\frac{m_\alpha^2}{\alpha_i^2} + \frac{m_\varphi^2}{\varphi_i^2} \right) s_i^2.$$

Полагая, что параллактические углы α и φ измеряют с одинаковой точностью, т. е. $m_\alpha = m_\varphi$, получим

$$m_{s_i}^2 = \frac{m_\alpha^2 (\alpha_i^2 + \varphi_i^2) s_i^2}{\alpha_i^2 \varphi_i^2}.$$

При $\mu = m_\beta$ для весов измеренных углов и линий будем иметь

$$\left. \begin{aligned} p_\beta &= 1, \\ p_{s_i} &= \frac{m_\beta^2 \alpha_i^2 \varphi_i^2}{m_\alpha^2 (\alpha_i^2 + \varphi_i^2) s_i^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.41})$$

Для полученных выражений весов величины m_β , μ_0 , m_α , m_φ определяют по формулам, рассмотренным в § 135—139, величину $\frac{1}{T}$ определяют путем полевых исследований.

§ 144. Оценка точности уравненных элементов полигонометрического хода в коррелятном способе уравнивания

Как известно из теории коррелятного способа, для оценки точности уравненного элемента составляется функция F . Средняя квадратическая ошибка функции определяется по формуле

$$m_{F_i} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{F_i}}}, \quad (\text{XVII.42})$$

где μ — средняя квадратическая ошибка единицы веса; P_{F_i} — вес функции уравненного элемента с номером i .

Средняя квадратическая ошибка единицы веса при неравноточных измерениях в свою очередь определяется по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[p v^2]}{r}}, \quad (\text{XVII.43})$$

а обратный вес функции находится из выражения

$$\frac{1}{P_F} = [q f f \cdot r] = [q f f] - \frac{[q a f]^2}{[q a a]} - \frac{[q b f \cdot 1]^2}{[q b b \cdot 1]} - \dots - \frac{[q g f (r-1)]^2}{[q g g (r-1)]}, \quad (\text{XVII.44})$$

где $a, b, \dots, g$ — коэффициенты при поправках в условных уравнениях; f — коэффициенты при тех же величинах в оцениваемой функции (приведенной к линейному виду).

Для оценки точности уравненных элементов полигонометрического хода необходимо вычислить средние квадратические ошибки уравненных значений линий, углов, дирекционных углов, абсцисс и ординат. При этом следует иметь в виду, что число избыточных измерений в ходе, равное трем, обычно значительно меньше числа измеренных линий и углов ($2n + 1$), поэтому в результате уравнивания веса сторон и углов мало изменяются. С этой точки зрения уравнивание полигонометрического хода имеет значение преимущественно как средство устранения невязок без существенного нарушения точности угловых и линейных измерений. Но конечная цель полигонометрических работ — получить координаты пунктов хода и дирекционных углов его сторон. Вопрос о точности полученных в результате уравнивания координат пунктов и дирекционных углов сторон хода имеет уже существенное значение.

В общем случае любую функцию уравненных значений углов и линий полигонометрического хода можно представить в виде

$$F = F_0 + F'_1 v_{\beta_1} + F'_2 v_{\beta_2} + \dots + F'_{n+1} v_{\beta_{n+1}} + F''_1 v_{s_1} + F''_2 v_{s_2} + \dots + F''_n v_{s_n}, \quad (\text{XVII.45})$$

где F_0 — начальное значение функции, вычисленное по измеренным значениям углов и линий; F' и F'' — коэффициенты соответственно при угловых и линейных поправках.

Тогда в соответствии с формулой (XVII.45) выражения для функций уравненных элементов полигонометрического хода — линии, угла, дирекционного угла, абсциссы и ординаты с номером i — будут следующие:

$$F_{s_i} = s_{0,i} + v_{s_i}, \quad (\text{XVII.46})$$

$$F_{\beta_i} = \beta_{0,i} + v_{\beta_i}, \quad (\text{XVII.47})$$

$$F_{\alpha_i} = \alpha_{0,i} + [\beta]_1^i, \quad (\text{XVII.48})$$

$$F_{x_i} = x_{0,i+1} + [\cos \alpha v_s]_1^i - \frac{1}{\rho} [(y_{i+1} - y) v_{\beta}]_1^i, \quad (\text{XVII.49})$$

$$F_{y_i} = y_{0,i+1} + [\sin \alpha v_s]_1^i + \frac{1}{\rho} [(x_{i+1} - x) v_{\beta}]_1^i, \quad (\text{XVII.50})$$

где s_0 , β_0 , α_0 , x_0 , y_0 — начальное значение функций, полученное по измеренным значениям углов и линий.

Для полигонометрического хода средняя квадратическая ошибка единицы веса μ в соответствии с формулой (XVII.43) будет иметь вид

$$\mu = \sqrt{\frac{[\rho_{\beta}^2 v_{\beta}^2] + [\rho_s^2 v_s^2]}{r}}, \quad (\text{XVII.51})$$

а обратный вес в соответствии с формулой (XVII.44) будет определяться выражением

$$\frac{1}{P_F} = [qFF \cdot r] = [qFF] - \frac{[qaF]^2}{[qaa]} - \frac{[qbF \cdot 1]^2}{[qbb \cdot 1]} - \frac{[qcF \cdot 2]^2}{[qcc \cdot 2]}. \quad (\text{XVII.52})$$

Величина μ по формуле (XVII.51) будет определяться весьма ненадежно вследствие малого числа избыточных измерений; более надежно μ можно вычислить по невязкам ходов (см. § 136, 139).

Для получения сумм $[qaF]$, $[qbF]$, $[qcF]$ и $[qFF]$ в таблицу коэффициентов условных уравнений (см. табл. 33) добавляют столбцы F_s , F_β , F_α , F_x и F_y и в соответствующие строки i вписывают коэффициенты при поправках в функциях уравненных элементов. Величины сумм в зависимости от вида функции определяются выражениями, представленными в таблице коэффициентов нормальных уравнений (см. нижнюю часть табл. 33).

Обратные веса функций уравненных элементов вычисляют обычно одновременно с решением нормальных уравнений коррелат (при решении их способом последовательного исключения неизвестных) в соответствующих дополнительных столбцах.

Следует иметь в виду, что работа по выполнению полной оценки точности всех уравненных элементов хода довольно трудоемка. Практически достаточно бывает провести оценку точности уравненных элементов хода — дирекционных углов и координат для наиболее слабого места хода, примерно его середины.

§ 145. Уравнивание двухгрупповым способом полигонометрического хода любой формы, опирающегося на исходные пункты и направления

При уравнивании полигонометрического хода любой формы коррелатным способом была получена система условных уравнений (XVII.6) и (XVII.24). Решим эту систему двухгрупповым способом. Но сначала введем в нее центральные координаты.

Как будет видно из дальнейших выводов, выгодно перенести начало координат в точку с координатами x_0 и y_0 , которые вычисляются по формулам

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{\sum_{i=1}^{n+1} x}{n+1}, \\ y_0 &= \frac{\sum_{i=1}^{n+1} y}{n+1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.53})$$

Эти формулы аналогичны известным формулам механики для вычисления координат центра тяжести совокупности материальных точек, имеющих равные массы. Поэтому точку с координатами x_0 и y_0 принято называть центром тяжести хода.

После переноса начала координат в центр тяжести хода новые координаты пункта с номером i обозначим ξ_i, η_i . Эти координаты называются **ц е н т р а л ь н ы м и**. Связь центральных координат с координатами x и y , как следует из рис. 175, осуществляется по формулам

$$\left. \begin{aligned} \xi_i &= x_i - x_0, \\ \eta_i &= y_i - y_0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.54})$$

а сумма центральных координат как сумма уклонений отдельных значений от среднего арифметического из них равна нулю:

$$\left. \begin{aligned} |\xi| &= 0, \\ |\eta| &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.55})$$

При параллельном переносе координат будут справедливы равенства

$$\left. \begin{aligned} (x_{n+1} - x_i) &= (\xi_{n+1} - \xi_i), \\ (y_{n+1} - y_i) &= (\eta_{n+1} - \eta_i). \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.56})$$

Тогда в условных уравнениях поправок абсцисс и ординат (XVII.24) разности координат можно будет заменить разностями центральных координат. Запишем уравнения (XVII.24) относительно центральных координат

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha_{v_s}] - \frac{1}{\rho} [(\eta_{n+1} - \eta) v_{\beta}] + f'_x &= 0, \\ [\sin \alpha_{v_s}] + \frac{1}{\rho} [(\xi_{n+1} - \xi) v_{\beta}] + f'_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.57})$$

Условные уравнения (XVII.57) вместе с условным уравнением (XVII.6) решим двухгрупповым способом.

Разделим три условных уравнения поправок на две группы: в первую отнесем условное уравнение поправок дирекционных углов (XVII.6), а во вторую — координат вида (XVII.57). Условное уравнение первой группы решим отдельно и найдем из него поправки в углы v_{β} , которые назовем **п е р в ы ч н ы м и** поправками, так как они будут представлять только часть общей поправки в углы.

Условное уравнение поправок дирекционных углов в общем виде записывается так:

$$a_1 v_{\beta_1} + a_2 v_{\beta_2} + \dots + a_{n+1} v_{\beta_{n+1}} + f_{\beta} = 0. \quad (\text{XVII.58})$$

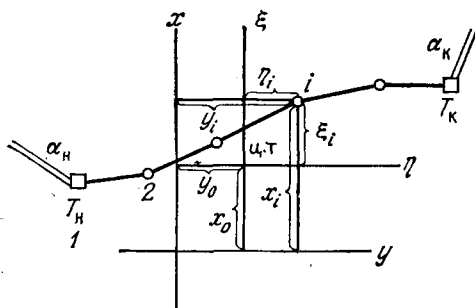


Рис. 175

Одному условному уравнению будет соответствовать и одно нормальное уравнение коррелят вида

$$\left[\frac{aa}{p} \right] k_1 + w_1 = 0,$$

которое с учетом значений коэффициентов $a_1 = a_2 = \dots = a_{n+1} = 1$ и $q_\beta = \frac{1}{p_\beta}$ будет иметь вид

$$q_\beta (n+1)k_1 + f_\beta = 0, \quad (\text{XVII.59})$$

откуда

$$k_1 = - \frac{f_\beta}{(n+1)q_\beta}. \quad (\text{XVII.60})$$

Коррелятное уравнение поправок в общем виде запишется так:

$$v'_{\beta_i} = q_\beta a_i k_1. \quad (\text{XVII.61})$$

Подставляя в уравнения (XVII.61) значения a_i и k_1 , определенное по формуле (XVII.60), получим значение первичной поправки

$$v'_\beta = - \frac{f_\beta}{n+1}, \quad (\text{XVII.62})$$

т. е. *первичная поправка в угол равна невязке с обратным знаком, деленной на количество углов*. Полная поправка в угол будет состоять из первичной v'_β и вторичной v''_β поправок:

$$v_{\beta_i} = v'_\beta + v''_{\beta_i}. \quad (\text{XVII.63})$$

Для нахождения вторичных поправок в углы v''_β и одновременно поправок в длины линий v_s надо совместно решить уравнения (XVII.6) и (XVII.57), но со свободными членами, вычисленными по углам, предварительно исправленным поправками v'_β .

Подставим значение v'_β , вычисленное по формуле (XVII.62), в условное уравнение (XVII.6) и получим

$$[v'_\beta] + [v''_\beta] + f_\beta = 0, \quad (\text{XVII.64})$$

но согласно формуле (XVII.62)

$$[v'_\beta] = - f_\beta; \quad (\text{XVII.65})$$

тогда уравнение (XVII.64) будет иметь вид

$$1. [v''_\beta] = 0. \quad (\text{XVII.66})$$

Следовательно, вторичная поправка v''_β только подправляет первичную поправку v'_β , а сумма поправок v_β остается равной невязке f_β .

Подставим значение v_β , вычисленное по формуле (XVII.62), в условные уравнения поправок абсцисс и ординат (XVII.57)

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [(\eta_{n+1} - \eta) (v'_\beta + v''_\beta)] + f'_x &= 0, \\ [\sin \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [(\xi_{n+1} - \xi) (v'_\beta + v''_\beta)] + f'_y &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.67})$$

а затем раскроем круглые скобки во втором слагаемом и распишем полученные суммы почленно

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] - \frac{\eta_{n+1}}{\rho} [v'_\beta] + [\eta] \frac{v'_\beta}{\rho} - \frac{\eta_{n+1}}{\rho} [v''_\beta] + \frac{1}{\rho} [\eta v''_\beta] + f'_x &= 0, \\ [\sin \alpha v_s] + \frac{\xi_{n+1}}{\rho} [v'_\beta] - [\xi] \frac{v'_\beta}{\rho} + \frac{\xi_{n+1}}{\rho} [v''_\beta] - \frac{1}{\rho} [\xi v''_\beta] + f'_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.68})$$

С учетом формул (XVII.55), (XVII.65) и (XVII.66) уравнения (XVII.68) примут вид

$$\left. \begin{aligned} [\cos \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [\eta v''_\beta] + f'_x + \frac{f_\beta}{\rho} \eta_{n+1} &= 0, \\ [\sin \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [\xi v''_\beta] + f'_y - \frac{f_\beta}{\rho} \xi_{n+1} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.69})$$

В полученных уравнениях

$$\left. \begin{aligned} f'_x + \frac{f_\beta}{\rho} \eta_{n+1} &= f_x, \\ f'_y - \frac{f_\beta}{\rho} \xi_{n+1} &= f_y \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.70})$$

— не что иное, как преобразованные свободные члены — невязки в приращениях координат, полученные после введения в измеренные углы первичных поправок.

С учетом выражений (XVII.70) условные уравнения поправок координат (XVII.69) получат окончательный вид:

$$\left. \begin{aligned} \text{II. } [\cos \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [\eta v''_\beta] + f_x &= 0, \\ \text{III. } [\sin \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [\xi v''_\beta] + f_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.71})$$

Систему преобразованных условных уравнений (XVII.66) и (XVII.71) будем решать под условием

$$[p_\beta v_\beta^2] + [p_s v_s^2] = \min.$$

Трем условным уравнениям будут соответствовать три нормальных уравнения коррелят с тремя неизвестными — коррелятами k_1, k_2, k_3 . Нормальные уравнения коррелят согласно (XVII.28)

Поправки	Обратный вес	a]	b]	c]	F_β
v_{β_1}	q_β	+1	$+\frac{1}{\rho} \eta_1$	$-\frac{1}{\rho} \xi_1$	+1
v_{β_2}	q_β	+1	$+\frac{1}{\rho} \eta_2$	$-\frac{1}{\rho} \xi_2$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
v_{β_i}	q_β	+1	$+\frac{1}{\rho} \eta_i$	$-\frac{1}{\rho} \xi_i$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$v_{\beta_{n+1}}$	q_β	+1	$+\frac{1}{\rho} \eta_{n+1}$	$-\frac{1}{\rho} \xi_{n+1}$	
v_{s_1}	q_{s_1}		$+\cos \alpha_1$	$+\sin \alpha_1$	
v_{s_2}	q_{s_2}		$+\cos \alpha_2$	$+\sin \alpha_2$	
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	
v_{s_i}	q_{s_i}		$+\cos \alpha_i$	$+\sin \alpha_i$	
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	
v_{s_n}	q_{s_n}		$+\cos \alpha_n$	$+\sin \alpha_n$	
W		0	f_x	f_y	
k		k_1	k_2	k_3	
$[q_a]$		$q_\beta(n+1)$	$+\frac{q_\beta}{\rho} [\eta] = 0$	$-\frac{q_\beta}{\rho} [\xi] = 0$	q_β
$[q_b]$			$\frac{q_\beta}{\rho^2} [\eta^2] +$ $+ [q_s \cos^2 \alpha]$	$-\frac{q_\beta}{\rho^2} [\xi \eta] +$ $+ [q_s \cos \alpha \sin \alpha]$	$+\frac{q_\beta}{\rho} \eta_i$
$[q_c]$				$\frac{q_\beta}{\rho^2} [\xi^2] +$ $+ [q_s \sin^2 \alpha]$	$-\frac{q_\beta}{\rho} \xi_i$
$[qF_\beta]$					q_β
$[qF_s]$					
$[qF_\alpha]$					
$[qF_x]$					
$[qF_y]$					

$F_s]$	$F_\alpha]$	$F_x]$	$F_y]$
	$+1$	$-\frac{1}{\rho}(y_{i+1}-y_1)$	$+\frac{1}{\rho}(x_{i+1}-x_1)$
	$+1$	$-\frac{1}{\rho}(y_{i+1}-y_2)$	$+\frac{1}{\rho}(x_{i+1}-x_2)$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$+1$	$-\frac{1}{\rho}(y_{i+1}-y_i)$	$+\frac{1}{\rho}(x_{i+1}-x_i)$
$+1$		$+\cos \alpha_1$	$+\sin \alpha_1$
		$+\cos \alpha_2$	$+\sin \alpha_2$
		$\vdots$	$\vdots$
		$+\cos \alpha_i$	$+\sin \alpha_i$
0	iq_β	$-\frac{q_\beta}{\rho}[(y_{i+1}-y)]_1^i$	$+\frac{q_\beta}{\rho}[(x_{i+1}-x)]_1^i$
$+q_{s_i} \cos \alpha_i$	$+\frac{q_\beta}{\rho}[\eta]_1^i$	$-\frac{q_\beta}{\rho^2}[\eta(y_{i+1}-y)]_1^i +$ $+ [q_s \cos^2 \alpha]_1^i$	$-\frac{q_\beta}{\rho^2}[\eta(x_{i+1}-x)]_1^i +$ $+ [q_s \cos \alpha \sin \alpha]_1^i$
$+q_{s_i} \sin \alpha_i$	$-\frac{q_\beta}{\rho}[\xi]_1^i$	$+\frac{q_\beta}{\rho^2}[\xi(y_{i+1}-y)]_1^i +$ $+ [q_s \sin \alpha \cos \alpha]_1^i$	$-\frac{q_\beta}{\rho^2}[\xi(x_{i+1}-x)]_1^i +$ $+ [q_s \sin^2 \alpha]_1^i$
q_{s_i}	iq_β	$\frac{q_\beta}{\rho^2}[(y_{i+1}-y)^2]_1^i +$ $+ [q_s \cos^2 \alpha]_1^i$	$\frac{q_\beta}{\rho^2}[(x_{i+1}-x)^2]_1^i +$ $+ [q_s \sin^2 \alpha]_1^i$

с коэффициентами, выписанными из табл. 34, составленной аналогично табл. 33, примут вид

$$\left. \begin{aligned} q_B (n+1)k_1 &= 0, \\ \left\{ -\frac{q_B}{\rho^2} [\eta^2] + [q_s \cos^2 \alpha] \right\} k_2 + \left\{ -\frac{q_B}{\rho^2} [\xi \eta] + [q_s \cos \alpha \sin \alpha] \right\} k_3 + f_x &= 0, \\ \left\{ -\frac{q_B}{\rho^2} [\xi \eta] + [q_s \cos \alpha \sin \alpha] \right\} k_2 + \left\{ -\frac{q_B}{\rho^2} [\xi^2] + \right. \\ \left. + [q_s \sin^2 \alpha] \right\} k_3 + f_y &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.72})$$

т. е. три нормальных уравнения разделились на две группы, так как общие неквадратичные коэффициенты $[qab]$ и $[qac]$ (см. табл. 34) за счет входящих в них сумм $[\eta]$ и $[\xi]$ согласно (XVII.55) обратились в нуль, а коррелата k_1 входит только в первое уравнение.

Из первого уравнения (XVII.72) $k_1 = 0$, так как $q_B (n+1) \neq 0$. Для получения k_2 и k_3 второе и третье уравнения (XVII.72) необходимо решить совместно. Для удобства записи обозначим коэффициенты этих уравнений буквами A , B и C :

$$\left. \begin{aligned} [qbb] &= \frac{q_B}{\rho^2} [\eta^2] + [q_s \cos \alpha] = A, \\ [qbc] &= -\frac{q_B}{\rho^2} [\eta \xi] + [q_s \cos \alpha \sin \alpha] = C, \\ [qcc] &= \frac{q_B}{\rho^2} [\xi^2] + [q_s \sin^2 \alpha] = B. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.73})$$

С учетом обозначения (XVII.73) нормальные уравнения коррелат второй группы примут вид

$$\left. \begin{aligned} Ak_2 + Ck_3 + f_x &= 0, \\ Ck_2 + Bk_3 + f_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.74})$$

Уравнения (XVII.74) нетрудно решить способом определителей. Коррелаты k_2 и k_3 будут равны

$$\left. \begin{aligned} k_2 &= \frac{1}{N} (Cf_y - Bf_x), \\ k_3 &= \frac{1}{N} (Cf_x - Af_y), \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.75})$$

где

$$N = AB - C^2. \quad (\text{XVII.76})$$

По коррелатам k_2 и k_3 из выражений

$$\left. \begin{aligned} v_{\beta_i} &= \frac{q_B}{\rho} (\eta_i k_2 - \xi_i k_3), \\ v_{s_i} &= q_{s_i} (\cos \alpha_i k_2 - \sin \alpha_i k_3) \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.77})$$

определим вторичные поправки в углы v''_β и поправки в линии v_s .

Поправки в дирекционные углы получим по формуле

$$v_{\alpha_i} = \sum_1^i v''_\beta. \quad (\text{XVII.78})$$

Уравненные углы, дирекционные углы и линии находим путем введения поправок v''_β , v_α и v_s в соответствующие значения.

Уравненные приращения координат получим, вычислив Δx и Δy по уравненным дирекционным углам и линиям с контролем по формулам (XVII.32) или отыскав по формуле (XVII.15) поправки в приращения координат $v_{\Delta x}$ и $v_{\Delta y}$ и введя их в соответствующие приращения. Контролем при этом будут равенства (XVII.33).

По уравненным приращениям получим уравненные координаты.

§ 146. Оценка точности уравненных элементов полигонометрического хода в двухгрупповом способе уравнивания

- Среднюю квадратическую ошибку единицы веса μ получают по формуле (XVII.51), которая в этом способе примет вид

$$\mu = \sqrt{\frac{[\rho_\beta v_\beta'^2] + [\rho_\beta v_\beta''^2] + [\rho_s v_s^2]}{3}}. \quad (\text{XVII.79})$$

Для оценки точности уравненных элементов полигонометрического хода (углов, дирекционных углов, линий, абсцисс и ординат) необходимо составить функции вида (XVII.46)—(XVII.50) и определить для них обратные веса $\frac{1}{p}$.

Обратный вес функции уравненного элемента полигонометрического хода в коррелятном способе находят по формуле (XVII.52). Учитывая наличие в двухгрупповом способе уравнивания условий

$$\left. \begin{aligned} [q\alpha b] &= 0, \\ [q\alpha c] &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.80})$$

раскроем алгоритмы, входящие в отдельные члены этой формулы,

$$[qbF \cdot 1] = [qbF] - \frac{[qab][qaF]}{[qaa]}, \quad (\text{XVII.81})$$

а с условиями (XVII.80) получим

$$[qbF \cdot 1] = [qbF].$$

Аналогично можно установить, что

$$\left. \begin{aligned} [qbb \cdot 1] &= [qbb], \\ [qbc \cdot 1] &= [qbc], \\ [qcf \cdot 1] &= [qcf]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.82})$$

Далее имеем

$$[qcF \cdot 2] = [qcF \cdot 1] - \frac{[qbc \cdot 1] [qbF \cdot 1]}{[qbb \cdot 1]},$$

но с учетом выражений (XVII.82) алгоритм будет равен

$$[qcF \cdot 2] = [qcF] - \frac{[qbc] [qbF]}{[qbb]}. \quad (\text{XVII.83})$$

Также установим, что

$$[qcc \cdot 2] = [qcc] - \frac{[qbc] [qbc]}{[qbb]}. \quad (\text{XVII.84})$$

В соответствии с произведенными преобразованиями формула (XVII.44) будет иметь вид

$$\frac{1}{P_F} = [qFF] - \frac{[qaF]^2}{[qaa]} - \frac{[qbF]^2}{[qbb]} - \frac{\left([qcF] - \frac{[qbc] [qbF]}{[qbb]} \right)^2}{[qcc] - \frac{[qbc]^2}{[qbb']^2}} \quad (\text{XVII.85})$$

или с учетом введенных по формуле (XVII.73) обозначений

$$\frac{1}{P_F} = [qFF] - \frac{[qaF]^2}{q_B (n+1)} - \frac{[qbF]^2}{A} - \frac{\left([qcF] - \frac{C}{A} [qbF] \right)^2}{B - \frac{C^2}{A}}. \quad (\text{XVII.86})$$

Выражения для сумм $[qFF]$, $[qaF]$, $[qbF]$ и $[qcF]$ имеются в таблице коэффициентов нормальных уравнений коррелат (см. табл. 33).

Среднюю квадратическую ошибку уравненных элементов полигонометрического хода определяют по формуле (XVII.42).

§ 147. Уравнивание полигонометрического азимутального хода любой формы

Если в полигонометрическом ходе измерены дирекционные углы всех линий, то условных уравнений поправок будет два (абсцисс и ординат) и они будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} 1. [\cos \alpha v_s] - \frac{1}{\rho} [\Delta y v_\alpha] + f_x &= 0, \\ 2. [\sin \alpha v_s] + \frac{1}{\rho} [\Delta x v_\alpha] + f_y &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.87})$$

где v_α — поправка в измеренный дирекционный угол.

Решая уравнения (XVII.87) под условием

$$[p_s v_s^2] + [p_\alpha v_\alpha^2] = \min,$$

придем к двум нормальным уравнениям коррелат

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ [q_s \cos^2 \alpha] + \frac{1}{\rho^2} [q_\alpha \Delta y^2] \right\} k_1 + \\ & + \left\{ [q_s \sin \alpha \cos \alpha] - \frac{1}{\rho^2} [q_\alpha \Delta x \Delta y] \right\} k_2 + f_x = 0, \\ & \left\{ [q_s \sin \alpha \cos \alpha] - \frac{1}{\rho^2} [q_\alpha \Delta x \Delta y] \right\} k_1 + \\ & + \left\{ [q_s \sin^2 \alpha] + \frac{1}{\rho^2} [q_\alpha \Delta x^2] \right\} k_2 + f_y = 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.88})$$

Веса измеренных дирекционных углов и линий в соответствии с формулой

$$\rho = \frac{\mu^2}{m^2}$$

определяются выражениями

$$\rho_\alpha = \frac{\mu^2}{m_\alpha^2}; \quad \rho_{s_l} = \frac{\mu^2}{m_{s_l}^2}. \quad (\text{XVII.89})$$

Средняя квадратическая ошибка измерения дирекционного угла m_α будет одинаковой для всех дирекционных углов, так как в одном ходе эти углы будут измерены равноточно. Подбирая целесообразно в формулах (XVII.89) величину μ (см. § 143), можно определить веса и обратные веса для различных видов полигонометрии.

Для поправок в измеренные дирекционные углы и линии получим формулы

$$\left. \begin{aligned} v_{\alpha_l} &= -\frac{q_\alpha}{\rho} (\Delta y_l k_1 - \Delta x_l k_2), \\ v_{s_l} &= q_{s_l} (\cos \alpha_l k_1 + \sin \alpha_l k_2). \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.90})$$

§ 148. Уравнивание полигонометрического хода вытянутой формы, опирающегося на исходные пункты с известными координатами и направлениями на другие пункты

Особенностью ходов вытянутой формы, с точки зрения уравнивания, является возможность разделить действие ошибок угловых измерений, создающих азимутальную и поперечную невязки, и ошибок линейных измерений, создающих продольную невязку. В вытянутом ходе все пункты лежат на замыкающей хода, направление линий совпадает с направлением замыкающей хода и центр тяжести находится также на замыкающей хода.

Поскольку результаты уравнивания не зависят от положения и направления координатных осей, перенесем начало координат в центр тяжести хода, а оси координат повернем так, чтобы ось

абсцисс совместились с направлением хода. Обозначим эти оси ξ' и η' (рис. 176). Тогда будем иметь

$$\eta'_i = 0; \quad \alpha_i = 0; \quad \cos \alpha_i = 1; \quad \sin \alpha_i = 0. \quad (\text{XVII.91})$$

Невязки хода f_x и f_y превратятся в продольную и поперечную невязки t и u .

Применим к такому ходу двухгрупповое уравнивание и введем первичные поправки v_β в углы, тогда условные уравнения (XVII.66) и (XVII.71) с учетом условий (XVII.91) примут вид

$$\left. \begin{aligned} [v_\beta] &= 0, \\ [v_s] + t &= 0, \\ -\frac{1}{\rho} [\xi' v_\beta] + u &= 0. \end{aligned} \right\} (\text{XVII.92})$$

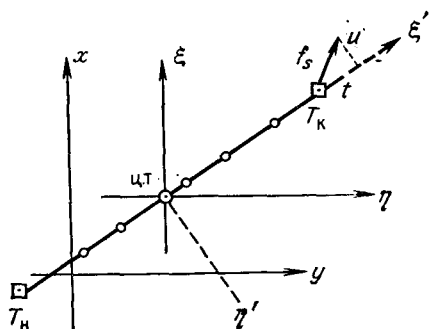


Рис. 176

В этом случае мы будем иметь трехгрупповое уравнивание полигонометрического хода, так как в формулах (XVII.92) условные уравнения поправок абсцисс и ординат изолировались одно от другого как не содержащие общих поправок.

Коэффициенты нормальных уравнений коррелат, составленные по коэффициентам условных уравнений (XVII.92), будут следующие:

$$\left. \begin{aligned} [qaa] &= q_\beta (n+1), \\ [qbb] &= A = [q_s], \\ [qbc] &= C = 0, \\ [qcc] &= B = \frac{q_\beta}{\rho^2} [\xi'^2]. \end{aligned} \right\} (\text{XVII.93})$$

Нормальные уравнения коррелат будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} q_\beta (n+1) k_1 &= 0, \\ Ak_2 + t &= 0, \\ tk_3 + u &= 0, \end{aligned} \right\} (\text{XVII.94})$$

т. е. все три нормальных уравнения не содержат общих неквадратичных коэффициентов и могут решаться каждое в отдельности.

Из уравнений (XVII.94) следует, что

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= 0, \\ k_2 &= -\frac{t}{[q_s]}, \\ k_3 &= -\frac{u\rho}{q_\beta [\xi'^2]}. \end{aligned} \right\} (\text{XVII.95})$$

Поправки v''_{β} и v_s , вычисленные через корреляты k_2 и k_3 , представляются в виде

$$v''_{\beta_i} = -q_{\beta} \xi'_i k_3 = \frac{\rho u}{[\xi'^2]} \xi'_i, \quad (\text{XVII.96})$$

$$v_{s_i} = -\frac{t}{[q_s]} q_{s_i}. \quad (\text{XVII.97})$$

Из приведенных формул следует, что уравнивание вытянутого полигонометрического хода по сравнению с ходом невытянутой формы значительно упрощается, так как в этом случае отпадает необходимость в составлении нормальных уравнений коррелят. Можно непосредственно по формулам (XVII.96) и (XVII.97) находить поправки в измеренные углы и линии, определив в свою очередь величины t и u по формулам (XVI.20), а далее обычным порядком получить поправки в приращения и уравненные координаты.

Для нахождения значений центральных абсцисс ξ' нужно предварительно вычислить приближенные абсциссы всех пунктов хода, приняв начальный пункт T_n (см. рис. 176) за начало координат. При этом при достаточно вытянутом ходе можно принять, что

$$\Delta x'_i \approx s_i, \quad (\text{XVII.98})$$

где $\Delta x'_i$ — приращение приближенной абсциссы с номером i .

В соответствии с выражением (XVII.98) приближенные значения абсцисс любого пункта полигонометрического хода можно вычислить по формуле

$$x'_i = \sum_1^{i-1} s. \quad (\text{XVII.99})$$

По найденным по формуле (XVII.99) приближенным абсциссам пунктов хода находят сначала абсциссу центра тяжести пунктов хода x_0 по формуле (XVII.53), а затем центральные абсциссы ξ'_i всех пунктов хода по формуле (XVII.54) с контролем по равенству

$$[\xi'] = 0. \quad (\text{XVII.100})$$

В частном случае, когда вытянутый полигонометрический ход имеет линии примерно равной длины, формулу (XVII.96) для вычисления вторичных поправок в углы можно упростить. Абсцисса пункта i выразится так:

$$\xi'_i = -s \left\{ i - \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \right\} = -\frac{L}{n} \left(i - \frac{n}{2} - 1 \right),$$

а сумма квадратов абсцисс примет вид

$$[\xi'^2] = 2s^2 \left\{ \left(\frac{n}{2} \right)^2 + \left(\frac{n}{2} - 1 \right)^2 + \dots + 1^2 \right\} = s^2 \frac{n(n+1)(n+2)}{12}.$$

Подставим эти выражения в формулу (XVII.96) и после небольших преобразований получим

$$v''_{\beta_i} = -\frac{u}{L} \rho \frac{6(2i-n-2)}{(n+1)(n+2)}. \quad (\text{XVII.101})$$

Для поправки в дирекционный угол соответственно будем иметь

$$v_{\alpha_i} = \sum_1^i v_{\beta_i} = -\frac{u}{L} \rho \frac{6i(n-i+1)}{(n+1)(n+2)}. \quad (\text{XVII.102})$$

Следовательно, в ходах с примерно равными сторонами, при прочих равных условиях, поправки v_{β_i} и v_{α_i} зависят от числа линий n и номера i точки (или линии) хода.

§ 149. Оценка точности при уравнивании вытянутого полигонометрического хода

Средняя квадратическая ошибка единицы веса μ в вытянутом полигонометрическом ходе так же, как и в изогнутом ходе, определяется по формуле (XVII.79).

Средние квадратические ошибки уравниваемых элементов вытянутого хода (линий, углов, дирекционных углов, абсцисс и ординат) находят по формуле (XVII.86).

Для оценки точности уравниваемых элементов хода следует составить функции вида (XVII.46)—(XVII.50) и определить для каждой из них обратные веса.

В § 147 для обратного веса функции уравниваемого элемента полигонометрического хода при применении двухгруппового уравнивания была получена формула (XVII.86). Учитывая, что при уравнивании вытянутого хода $[qbc] = C = 0$, формулу (XVII.86) можно переписать так:

$$\frac{1}{P_F} = [qFF] - \frac{[qaF]^2}{q_{\beta}(n+1)} - \frac{[qbF]^2}{A} - \frac{[qcF]^2}{B}. \quad (\text{XVII.103})$$

Для различных уравниваемых элементов хода величины $[qFF]$, $[qaF]$, $[qbF]$ и $[qcF]$, входящие в формулу (XVII.103), будут иметь вид, представленный в табл. 35.

В ходах вытянутой формы несколько упрощается и оценка точности уравниваемых элементов, так как выражения для обратных весов этих элементов, составленные по формуле (XVII.103) с учетом величин, приведенных в табл. 35, и формул (XVII.93), будут иметь более простой вид, чем те же выражения для изогнутого хода. Так, например, для обратного веса i -го угла, полученного после уравнивания, будем иметь

$$\frac{1}{P_{\beta i}} = q_{\beta} \left\{ 1 - \frac{1}{n+1} - \frac{\xi_i'^2}{[\xi'^2]} \right\}. \quad (\text{XVII.104})$$

Наименование элемента	Угол β_i	Дирекционный угол α_i	Линия s_i	Абсцисса x_{i+1}	Ордината y_{i+1}
$[qFF]$	q_β	iq_β	q_s	$\frac{q_\beta}{\rho^2} \cdot (y_{i+1}-y)^2]_1^i + [q_s \cos^2 \alpha]_1^i$	$\frac{q_\beta}{\rho^2} [(x_{i+1}-x)^2]_1^i + [q_s \sin^2 \alpha]_1^i$
$[qaF]$	q_β	iq_β	0	$-\frac{q_\beta}{\rho} [(y_{i+1}-y)]_1^i$	$\frac{q_\beta}{\rho} [(x_{i+1}-x)]_1^i$
$[qbF]$	0	0	q_s	$[q_s \cos^2 \alpha]_1^i$	$[q_s \sin^2 \alpha]_1^i$
$[qcF]$	$-\frac{q_\beta}{\rho} \xi'_i$	$-\frac{q_\beta}{\rho} [\xi'_i]_1^i$	0	$\frac{q_\beta}{\rho^2} [\xi' (y_{i+1}-y)]_1^i$	$-\frac{q_\beta}{\rho^2} [\xi' (x_{i+1}-x)]_1^i$

Тогда формулу для средней квадратической ошибки этого угла в соответствии с формулой (XVII.103) и с учетом, что $q_\beta = \frac{m_\beta^2}{\mu^2}$, можно записать в виде

$$m_{\beta i} = m_\beta \sqrt{1 - \frac{1}{n+1} - \frac{\xi_i'^2}{[\xi'^2]}}. \quad (\text{XVII.105})$$

Для уравненной линии с номером i найдем

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{p_{s_i}} &= q_{s_i} \left\{ 1 - \frac{q_{s_i}}{[q_s]} \right\}, \\ m_{s_i} &= m_{s_i} \sqrt{1 - \frac{q_{s_i}}{[q_s]}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.106})$$

На основании вышеизложенного нетрудно составить и выражения для обратных весов уравненных значений дирекционных углов, абсцисс и ординат.

В частном случае, в ходе с примерно равными сторонами, в формулах (XVII.104), (XVII.105) и других следует заменить ξ'_i и $[\xi'^2]$ на соответствующие выражения, полученные в § 148.

§ 150. Понятие об уравнивании параметрическим способом полигонометрического хода, опирающегося на исходные пункты и направления

Согласно теории параметрического способа в качестве необходимых неизвестных (параметров) выбираются координаты определяемых пунктов, которые представляются в виде

$$\left. \begin{aligned} x_i &= x_{0,i} + \delta x_i, \\ y_i &= y_{0,i} + \delta y_i, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.107})$$

где x_i, y_i — уравненные значения координат; $x_{0,i}, y_{0,i}$ — приближенные значения координат; $\delta x_i, \delta y_i$ — искомые поправки.

Поскольку в полигонометрическом ходе измеряются углы поворота и линии, то и параметрические уравнения поправок составляются для двух групп: для всех измеренных углов и для всех измеренных линий.

Уравнения поправок для углов. Угол β на любом пункте k (рис. 177) может быть представлен в виде разности дирекционных углов его сторон

$$\beta_k = \alpha_{kj} - \alpha_{kl}. \quad (\text{XVII.108})$$

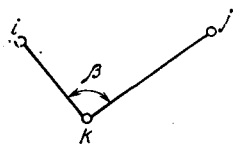


Рис. 177

Применяя тот же ход рассуждений, что и при выводе уравнений поправок в многократных засечках, и используя дифференциальную формулу дирекционного угла (XV.29), можно получить из уравнения (XVII.108) уравнение поправок для угла

$$\begin{aligned} v_{\beta_k} = & - \left\{ \frac{(a)_{kj}}{s_{kj}} - \frac{(a)_{kl}}{s_{kl}} \right\} \delta x_k - \left\{ \frac{(b)_{kj}}{s_{kj}} - \frac{(b)_{kl}}{s_{kl}} \right\} \delta y_k + \frac{(a)_{kj}}{s_{kj}} \delta x_j + \\ & + \frac{(b)_{kj}}{s_{kj}} \delta y_j - \frac{(a)_{kl}}{s_{kl}} \delta x_l - \frac{(b)_{kl}}{s_{kl}} \delta y_l + l_{\beta_k}. \end{aligned} \quad (\text{XVII.109})$$

Здесь величины (a) и (b) те же самые, что и в формулах (XV.26); l_{β_k} — свободный член, равный

$$l_{\beta_k} = (\alpha_{0,kj} - \alpha_{0,kl}) - \beta'_k. \quad (\text{XVII.110})$$

В формуле (XVII.110) α_0 — приближенные дирекционные углы направлений; их получают из решения обратных геодезических задач по приближенным координатам; β'_k — измеренное значение угла.

Уравнение поправок для длин линий. Уравнение связи, например, для линии s_{ik} (см. рис. 177) имеет вид

$$s_{ik}^2 = (x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2. \quad (\text{XVII.111})$$

От этого уравнения по общему правилу метода наименьших квадратов переходят к уравнению поправок для длины линии

$$v_{s_{ik}} = -\cos \alpha_{0,ik} \delta x_i - \sin \alpha_{0,ik} \delta y_i + \cos \alpha_{0,ik} \delta x_k + \sin \alpha_{0,ik} \delta y_k + l_{s_{ik}},^* \quad (\text{XVII.112})$$

где

$$l_{s_{ik}} = \sqrt{(x_{0,k} - x_{0,i})^2 + (y_{0,k} - y_{0,i})^2} - s'_{ik}; \quad (\text{XVII.113})$$

здесь s'_{ik} — измеренное значение линии.

Общее число уравнений поправок вида (XVII.109) и (XVII.112) должно соответствовать числу всех измеренных углов и линий

* Вывод этого уравнения имеется в [10] и [36].

Решая условное уравнение поправок дирекционных углов (XVII.115) под условием $[v_\beta^2] = \min$ и принимая вес поправки угла равным единице, найдем из нормального уравнения

$$(n+1)k_1 + f_\beta = 0$$

коррелату

$$k_1 = -\frac{f_\beta}{n+1}.$$

Вычисленные через коррелату поправки v_β будут равными для всех углов:

$$v_\beta = -\frac{f_\beta}{n+1}. \quad (\text{XVII.117})$$

Затем, решая условные уравнения поправок координат (XVII.116) под условием $[p(v_{\Delta x}^2 + v_{\Delta y}^2)] = \min$, где p_i — вес поправок приращений координат линий хода, принятый равным

$$p_i = \frac{1}{s_i}, \quad (\text{XVII.118})$$

получим нормальные уравнения коррелат

$$[s] k_2 + f_x = 0,$$

$$[s] k_3 + f_y = 0,$$

решение которых дает коррелаты

$$k_2 = -\frac{f_x}{[s]}; \quad k_3 = -\frac{f_y}{[s]}.$$

По коррелатам получим поправки

$$\left. \begin{aligned} v_{\Delta x_i} &= -\frac{f_x}{[s]} s_i, \\ v_{\Delta y_i} &= -\frac{f_y}{[s]} s_i. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.119})$$

При таком раздельном уравнивании полигонометрического хода допускаются следующие нарушения строгости уравнивания:

а) условные уравнения поправок решаются под условием минимума суммы квадратов не измеренных (независимых) величин β и s , а их функций Δx и Δy ;

б) веса приращений координат устанавливаются произвольно.

Рассмотрим, как изменяются при раздельном уравнивании в полигонометрическом ходе любой формы измеренные величины.

Вычислим, начиная от исходного пункта T_A (рис. 178) и исходного дирекционного направления α_A , по исправленным за угловую невязку углам и измеренным длинам линий координаты всех пунктов хода. Допустим, что нанесенные по этим координатам пункты хода займут положения $1', 2', \dots, T'_B$. Конечный пункт T'_B

не совпадает с конечным пунктом T_B . Расстояние $T_B T_{B'}$ равно линейной невязке хода f_s , которая вычисляется по формуле

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2},$$

где f_x и f_y — невязки по осям координат.

Дирекционный угол смещения пункта T_B найдем по формуле

$$\operatorname{tg} A_s = \frac{f_y}{f_x}. \quad (\text{XVII.120})$$

При уравнивании хода за условия координат вводим в приращения координат поправки, вычисляемые по формулам (XVII.119).

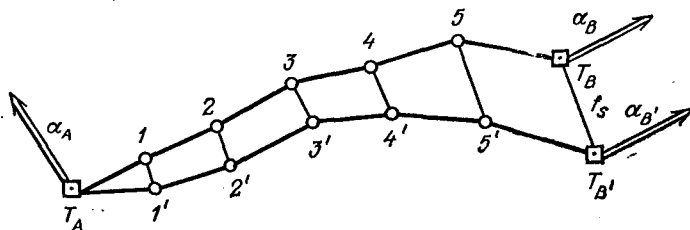


Рис. 178

Координаты пунктов хода находим по формулам

$$x_k = x_n + \sum_1^k \Delta x_i,$$

$$y_k = y_n + \sum_1^k \Delta y_i.$$

Тогда разность координат хода, вычисленная по исправленным и измеренным приращениям, будет

$$\left. \begin{aligned} v_{x_k} &= \sum_1^k v_{\Delta x_i} = -\frac{f_x}{\sum_1^n s_i} \sum_1^k s_i, \\ v_{y_k} &= \sum_1^k v_{\Delta y_i} = -\frac{f_y}{\sum_1^n s_i} \sum_1^k s_i. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.121})$$

Смещение пункта с номером k с учетом формул (XVII.121) будет

$$v_k = \sqrt{v_{x_k}^2 + v_{y_k}^2} = \frac{f_s}{\sum_1^n s_i} \sum_1^k s_i. \quad (\text{XVII.122})$$

Дирекционный угол смещения

$$\operatorname{tg} A_k = \frac{v_{y_k}}{v_{x_k}} = \frac{f_x}{f_y} = \operatorname{tg} A_s. \quad (\text{XVII.123})$$

Итак, из формул (XVII.122) и (XVII.123) следует, что при раздельном уравнивании хода его пункты смещаются в направлении, параллельном направлению линейной невязки, на величину, пропорциональную удалению данного пункта от начала хода. При таком распределении невязок в приращениях координат линия, параллельная линейной невязке, получит лишь поправку в длину, но не изменит своего направления, а линия,

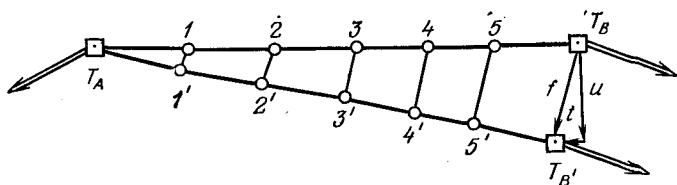


Рис. 179

перпендикулярная к направлению линейной невязки, наоборот, изменит главным образом направление*.

Если ход вытянутый, то при раздельном уравнивании поправки получат только примычные углы хода, расположенные при пунктах T_A и $T_{B'}$. Остальные углы хода останутся при этом без изменений (рис. 179).

Дирекционные углы хода изменятся на одну и ту же величину

$$v_{\alpha_i} = - \frac{u}{[s]} \rho, \quad (\text{XVII.124})$$

где u — поперечная невязка хода, $[s]$ — длина хода.

Поправки в длины линий хода будут равны

$$v_{s_i} = - \frac{t}{[s]} s_i, \quad (\text{XVII.125})$$

где t — продольная невязка хода.

* Направление изменяется на величину

$$\delta \alpha_i = \frac{\sqrt{v_{\Delta x_i}^2 + v_{\Delta y_i}^2}}{s_i} \rho = \frac{f_s}{\sum_{i=1}^n s_i} \rho.$$

На величину $\delta \alpha$ изменяются углы, составленные линиями, перпендикулярными и параллельными невязке. Углы, составленные двумя параллельными или перпендикулярными к невязке линиями, не получают никаких поправок.

Отметим, что введение поправок в дирекционные углы и длины линий соответственно по формулам (XVII.124) и (XVII.125) или введение поправок в приращения координат по формулам (XVII.119) дают один и тот же результат, т. е. практически эти уравнивания не различаются.

§ 152. Общие положения уравнивания полигонометрических сетей

Способы уравнивания полигонометрических сетей разделяются на строгие, когда уравнивание проводится под условием минимума суммы произведений квадратов поправок во все измеренные в сети величины на их веса, и нестрогие, т. е. отдельные, когда сначала уравниваются углы, а затем отдельно между собой — приращения координат.

Из строгих способов для уравнивания сетей можно использовать параметрический, коррелятный, коррелятный с дополнительными неизвестными и др. При раздельном уравнивании сетей может быть применен любой из следующих способов: эквивалентной замены, узлов В. В. Попова (с решением методом последовательных приближений или с составлением и решением системы нормальных уравнений узлов), полигонов В. В. Попова.

При выборе способа уравнивания руководствуются строгостью требований, предъявляемых к окончательным значениям координат, величиной уравниваемой сети, наличием в ней исходных пунктов и характером конфигурации сети; при этом также принимаются во внимание состояние вычислительной техники и экономические соображения.

При строгом уравнивании все входящие в сеть ходы должны быть уравнены совместно. Однако необязательно из уравнивания получать поправки ко всем измеренным в ней величинам или к приближенным значениям необходимых элементов, характеризующих всю сеть. Можно, например, получить сначала уравненные значения координат узловых пунктов и дирекционных углов узловых направлений, а затем их использовать в качестве исходных при уравнивании отдельных ходов.

Так как число неизвестных координат определяемых пунктов в полигонометрических ходах, входящих в сети, всегда относительно велико, то при строгом уравнивании полигонометрических сетей по методу наименьших квадратов предпочтение отдают коррелятному способу уравнивания. При наличии опорных дирекционных углов на узловых пунктах эффективно применить двухгрупповой способ. При отсутствии опорных дирекционных углов применение группового уравнивания не дает существенных преимуществ. В этом случае рационально применить или коррелятный способ, или коррелятный с дополнительными неизвестными, при котором в качестве дополнительных неизвестных принять координаты тех пунктов и направлений, которые следует

получить из уравнивания. Эти рекомендации относятся к уравниванию небольших полигонометрических сетей при применении настольных вычислительных машин. Строгое уравнивание больших полигонометрических сетей на ЭВМ производят или коррелятным способом с дополнительными неизвестными *, или параметрическим способом **.

Согласно инструкции [25] уравнивание полигонометрических сетей 4 класса следует производить строгими, а сетей 1 и 2 разрядов нестрогими способами.

Все указанные выше отдельные способы уравнивания дают совершенно тождественные результаты, и выбор того или иного из них зависит от особенности сети. Обычно выбирают тот способ, при котором или объем вычислений меньше, или проще составить программу. Например, способ эквивалентной замены применим при уравнивании простых сетей, содержащих не более 3—4 узловых пунктов, а способ полигонов — при уравнивании сетей, состоящих в основном из замкнутых полигонов с небольшим числом исходных пунктов. Наиболее универсальный и наименее трудоемкий из всех отдельных способов — способ последовательных приближений, которым довольно просто уравниваются сети любой конфигурации ***.

§ 153. Уравнивание полигонометрической сети коррелятным способом

При уравнивании полигонометрических сетей коррелятным способом сначала необходимо определить число условий, возникающих в сети. Для этого надо по формуле (VI.89) подсчитать количество независимых полигонов, а затем, помня, что в каждом полигоне так же, как и в отдельном ходе, возникает три условия: одно дирекционных углов и два координатных, умножить полученное число полигонов на три.

Тогда число условий определится формулой

$$r = (N + T - 1) 3. \quad (\text{XVII.126})$$

Если на узловых пунктах сети были измерены астрономическим путем азимуты, а затем определены дирекционные углы Q , то это повлечет за собой дополнительные условия, число которых будет равно числу определенных дирекционных углов.

Тогда в общем случае формула для подсчета числа условий будет

$$r = (N + T - 1) 3 + Q. \quad (\text{XVII.127})$$

* Разработка этого способа имеется в работе [7].

** О нем имеется в работе [10].

*** В книге Д. С. Шейна «Городская полигонометрия» (М., Госиздат литературы по строительству и архитектуре, 1952) рассмотрены примеры на уравнивание и оценку точности полигонометрических ходов и сетей.

При этом число условий дирекционных углов будет

$$r_d = N + T - 1 + Q, \quad (\text{XVII.128})$$

а число условий координат

$$r_k = 2(N + T - 1). \quad (\text{XVII.129})$$

По схеме сети намечают замкнутые и разомкнутые полигоны, опирающиеся на исходные пункты. При этом руководствуются следующим правилом: сначала намечают все замкнутые полигоны, а затем разомкнутые, двигаясь от использованного пункта к пункту, включаемому впервые. Необходимо следить, чтобы все выбранные полигоны были независимыми и чтобы ни один ход сети не остался не включенным в полигон. Целесообразно составлять уравнения для возможно меньших полигонов и наиболее коротких ходов. Намеченные полигоны нумеруют, а их направление показывают стрелкой.

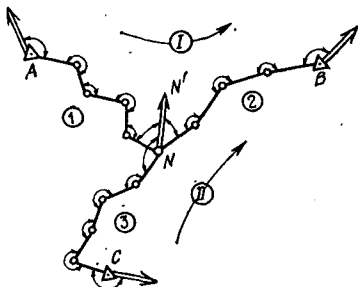


Рис. 180

По числу условий для каждого намеченного полигона составляют условные уравнения поправок: дирекционных углов — вида (XVII.6) и координат — вида (XVII.24), при этом в условные уравнения включают поправки углов и линий всех ходов, входящих в полигон. Свободные члены условных уравнений — невязки f_β , f'_x и f'_y — вычисляют для каждого полигона, а при наличии исходных дирекционных углов на узловых пунктах невязки f_β — для каждого звена, невязки f'_x и f'_y — для каждого полигона. Так, например, для сети, изображенной на рис. 180, число независимых полигонов будет равно 2, а общее число условий — 7; из них условий дирекционных углов будет 3 и координат 4. Условные уравнения будут следующие*:

$$1) [v_\beta]_1 + f_{\beta_1} = 0;$$

$$2) [v_\beta]_2 + f_{\beta_2} = 0;$$

$$3) [v_\beta]_3 + f_{\beta_3} = 0;$$

$$4) [\cos \alpha v_s]_1 + [\cos \alpha v_s]_2 - \frac{1}{\rho} [(y_B - y) v_\beta]_1 -$$

$$- \frac{1}{\rho} [(y_B - y) v_\beta]_2 + f'_{y_1} = 0;$$

* При отсутствии исходного дирекционного угла на узловом пункте условий дирекционных углов было бы два и они имели бы вид

$$[v_\beta]_1 + [v_\beta]_2 + f_{\beta_I} = 0,$$

$$[v_\beta]_3 + [v_\beta]_2 + f_{\beta_{II}} = 0.$$

$$5) [\sin \alpha v_s]_1 + [\sin \alpha v_s]_2 + \frac{1}{\rho} [(x_B - x) v_\beta]_1 +$$

$$+ \frac{1}{\rho} [(x_B - x) v_\beta]_2 + f'_{y_I} = 0;$$

$$6) [\cos \alpha v_s]_3 + [\cos \alpha v_s]_2 - \frac{1}{\rho} [(y_B - y) v_\beta]_1 -$$

$$- \frac{1}{\rho} [(y_B - y) v_\beta]_2 + f'_{x_{II}} = 0;$$

$$7) [\sin \alpha v_s]_3 + [\sin \alpha v_s]_2 + \frac{1}{\rho} [(x_B - x) v_\beta]_3 +$$

$$+ \frac{1}{\rho} [(x_B - x) v_\beta]_2 + f'_{y_{II}} = 0.$$

В полигонометрической сети, кроме указанных выше условий, могут возникать еще дополнительные условия: горизонта и угла. В этом случае число условий r , подсчитанное по формуле (XVII.127), должно быть соответственно увеличено.

Условие горизонта возникает в этом случае, когда вокруг какого-нибудь пункта будут измерены не только необходимые углы, но и углы, замыкающие горизонт. Тогда на таком пункте должно быть составлено условное уравнение поправок вида

$$\sum_1^k v_\beta + W_\Gamma = 0, \quad (\text{XVII.130})$$

где k — число измеренных на пункте углов.

Свободный член W_Γ в этом уравнении вычисляется по формуле

$$W_\Gamma = \sum_1^k \beta - 360^\circ.$$

В случае если привязка хода была произведена не к одному, а к двум исходным пунктам (см. рис. 151), следует, кроме вышеуказанных условных уравнений, составлять условные уравнения поправок угла вида

$$v_{\beta_{\text{прим}}} - v'_{\beta_{\text{прим}}} + W_y = 0, \quad (\text{XVII.131})$$

где

$$W_y = \beta_{\text{прим}} - \beta'_{\text{прим}} - (\alpha_T - \alpha_{T'});$$

здесь $\beta_{\text{прим}}$, $\beta'_{\text{прим}}$ — примычные углы, измеренные на пунктах T и T' ; α_T , $\alpha_{T'}$ — исходные дирекционные углы.

Указанные условия необходимо составлять не только для контроля, но и вводить в процесс уравнивания, так как это повышает веса уравненных элементов сети.

От условных уравнений в соответствии с требованием (XVII.12) переходят к нормальным уравнениям коррелат вида (XVII.28), число которых будет равно числу условий.

Коэффициенты для нормальных уравнений коррелат получают в специальной таблице по предварительно составленной таблице коэффициентов условных уравнений. Обе таблицы составляются так же, как и при уравнивании полигонометрического хода (см. табл. 33).

Обратные веса измеренных углов и линий, входящие в коэффициенты нормальных уравнений, определяют в соответствии с формулами для весов, полученными в § 143.

По найденным из решения нормальных уравнений коррелатам определяют поправки в углы и линии по формулам

$$v_{\beta_i} = q_{\beta} (a_i k_1 + b_i k_2 + \dots + t_i k_r), \quad (\text{XVII.132})$$

$$v_{s_i} = q_s (a_i k_1 + b_i k_2 + \dots + t_i k_r). \quad (\text{XVII.133})$$

Коэффициенты a_i , b_i , ..., t_i для формулы (XVII.132) берут из таблицы коэффициентов условных уравнений из i -й строки для поправок в углы, для формулы (XVII.133) — из i -й строки для поправок в линии.

Дальнейший процесс уравнивания полигонометрической сети не отличается от процесса уравнивания полигонометрического хода, рассмотренного в § 142.

Оценка точности полевых измерений и уравненных элементов в полигонометрической сети производится так же, как и оценка точности в отдельных ходах при уравнивании их коррелатным способом. Порядок проведения оценки точности изложен в § 144, там же приведены необходимые формулы.

§ 154. Уравнивание полигонометрической сети двухгрупповым способом

Как отмечалось в § 152, двухгрупповой способ уравнивания рационально применять только к полигонометрическим сетям с исходными дирекционными углами на узловых пунктах. В этом случае введение центральных координат для каждого хода сети, соединяющего узловые пункты или узловой пункт с исходным, позволяет разделить нормальные уравнения коррелат на две группы. Например, разделим на две группы условные уравнения, составленные для полигонометрической сети, изображенной на рис. 180. В первую группу отнесем три условных уравнения поправок дирекционных углов, во вторую — четыре поправки координат. В первой группе условные уравнения не содержат общих поправок, поэтому эти уравнения легко могут быть решены отдельно. Первичные поправки в углы каждого хода согласно формуле (XVII.62) будут найдены распределением невязок поворну на все углы каждого хода.

Определим для каждого хода свой центр тяжести и найдем центральные координаты, которые введем в полученные условные уравнения. В соответствии с этим они примут вид:

$$1) [v_{\beta}']_1 = 0;$$

$$2) [v_{\beta}']_2 = 0;$$

$$3) [v_{\beta}']_3 = 0;$$

$$4) [\cos \alpha v_s]_1 + [\cos \alpha v_s]_2 + \frac{1}{\rho} [\eta v_{\beta}']_1 + \frac{1}{\rho} [\eta v_{\beta}']_2 + f_{x_1} = 0;$$

$$5) [\sin \alpha v_s]_1 + [\sin \alpha v_s]_2 - \frac{1}{\rho} [\xi v_{\beta}']_1 - \frac{1}{\rho} [\xi v_{\beta}']_2 + f_{y_1} = 0;$$

$$6) [\cos \alpha v_s]_3 + [\cos \alpha v_s]_2 + \frac{1}{\rho} [\eta v_{\beta}']_3 + \frac{1}{\rho} [\eta v_{\beta}']_2 + f_{x_{II}} = 0;$$

$$7) [\sin \alpha v_s]_3 + [\sin \alpha v_s]_2 - \frac{1}{\rho} [\xi v_{\beta}']_3 - \frac{1}{\rho} [\xi v_{\beta}']_2 + f_{y_{II}} = 0;$$

здесь f_x и f_y — невязки в приращении координат, вычисленные после предварительного исправления углов.

Так как $[\xi]_1 = 0$, $[\eta]_1 = 0$, $[\xi]_2 = 0$, $[\eta]_2 = 0$, $[\xi]_3 = 0$, $[\eta]_3 = 0$, то в данном случае условные уравнения поправок дирекционных углов оказались полностью отделенными от условных уравнений поправок координат. Вследствие этого корреляты $k_1 = 0$, $k_2 = 0$ и $k_3 = 0$.

Для четырех условных уравнений поправок координат составляют таблицу коэффициентов, а затем получают коэффициенты четырех нормальных уравнений коррелат; через вычисленные коррелаты находят вторичные поправки в углы и поправки в линии.

Дальнейший ход уравнивания и оценку точности проводят так же, как в одиночном ходе (см. § 145).

§ 155. Раздельное уравнивание полигонометрической сети с одним узловым пунктом

При раздельном уравнивании полигонометрической сети уравнивают сначала углы сети, а затем по уравненным углам и измеренным длинам линий вычисляют приращения координат и уравнивают отдельно приращения абсцисс и приращения ординат.

При уравнивании углов сначала выбирают условное узловое направление (узловую линию), т. е. линию, выходящую из узлового пункта, которая разделит всю сеть в отношении уравнивания углов на отдельные ходы. Так, в сети, изображенной на рис. 181, а, за узловое направление можно принять одну из линий, выходящих из пункта N : NK , NO или NM или выбрать самостоятельное

направление NN' . При проведении полевых работ все ходы привязываются к выбранному направлению измерением примычных углов.

Дирекционный угол узлового направления $\alpha_{NN'}$ можно вычислить по ходам от каждого исходного дирекционного угла по формуле

$$\alpha_{N_i} = \alpha_{исх} + [\beta]_i - n'_i \cdot 180^\circ, \quad (XVII.134)$$

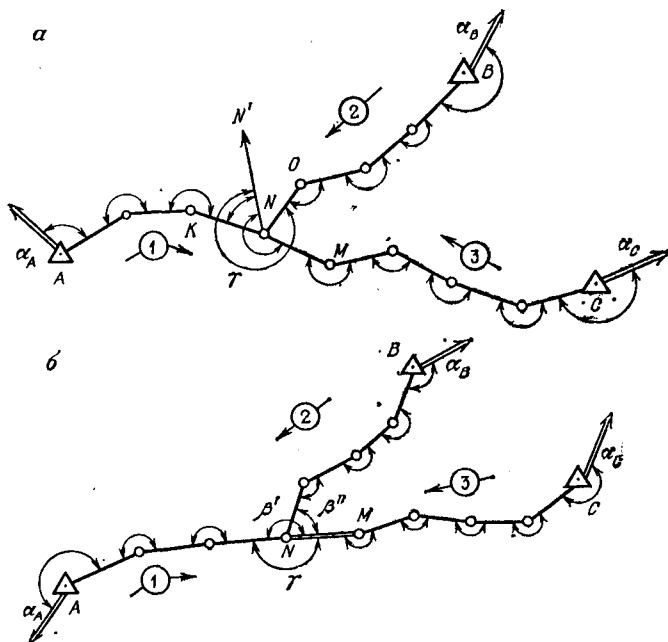


Рис. 181

где $i = 1, 2, \dots, k$; $\alpha_{исх}$ — исходный дирекционный угол; $[\beta]_i$ — сумма измеренных (левых) углов по ходу с номером i ; $n'_i = n_i + 1$ — число углов в ходе с номером i ; n_i — число сторон в ходе с номером i .

Так как дирекционные углы направления NN' получены по ходам с разным числом измеренных углов, то следует ввести веса, вычисленные по формуле

$$p\alpha_i = \frac{C}{n_i}. \quad (XVII.135)$$

Уравненное значение дирекционного угла направления NN' , полученное по всем трем ходам, находят по формуле общей арифметической середины

$$\alpha_N = \frac{\alpha_{N_1} p\alpha_1 + \alpha_{N_2} p\alpha_2 + \alpha_{N_3} p\alpha_3}{p\alpha_1 + p\alpha_2 + p\alpha_3}. \quad (XVII.136)$$

Составив разности $\alpha_{N_1} - \alpha_N$, $\alpha_{N_2} - \alpha_N$, $\alpha_{N_3} - \alpha_N$, получают угловые невязки в полигонометрических ходах, которые и распределяют в каждом ходе поровну на все углы.

Если за узловое направление принять линию NM , то на пункте N должны быть измерены примычные углы, как это показано на рис. 181, б. При вычислении веса дирекционного угла по третьему ходу число углов в ходе n'_3 будет равно n_3 , а не $n_3 + 1$. После распределения невязок углы при узловой точке β' и β'' получат каждый поправку по своему ходу. Ввиду этого угол γ , не участвовавший в вычислениях, может получить излишне большое изменение. Чтобы этого не случилось, имеет смысл применять для вычисления весов формулу

$$p_{\alpha_i} = \frac{C}{n'_i - 0,5}. \quad (\text{XVII.137})$$

Веса дирекционных углов по ходу целесообразно вычислять по формуле (XVII.137) еще и потому, что примычные углы на узловом пункте измеряются обычно способом круговых приемов, т. е. с несколько большей точностью, чем на остальных пунктах сети; кроме того, эти углы могут быть уравнены за условие горизонта. При вычислении веса дирекционного угла по формуле (XVII.137) нужно в углы при узловом пункте вводить поправки, приходящиеся на каждый иной угол того же хода.

По уравненным углам в ходах получают дирекционные углы, а затем, подсчитав приращения координат по каждому ходу, приступают к уравниванию абсцисс и ординат отдельно.

Абсцисса и ордината пункта N могут быть получены по каждому из ходов по формулам

$$\left. \begin{aligned} x_{N_i} &= x_{исх} + [\Delta x]_i, \\ y_{N_i} &= y_{исх} + [\Delta y]_i, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.138})$$

где $x_{исх}$, $y_{исх}$ — координаты исходных пунктов; $[\Delta x]_i$, $[\Delta y]_i$ — суммы приращений координат по ходу с номером i .

Учитывая разную длину хода и число его сторон, следует ввести веса координат. Наиболее просто их вычислить по формуле

$$p_{x_i} = p_{y_i} = \frac{C}{[s]_i}, \quad (\text{XVII.139})$$

где $[s]_i$ — длина хода с номером i .

Однако эта формула является приближенной, так как не учитывает ни формы хода, ни числа его сторон. Более строгой будет формула

$$p_{x_i} = p_{y_i} = \frac{C}{M_i^2}, \quad (\text{XVII.140})$$

где M — средняя квадратическая ошибка положения конечной точки хода. Строгое определение весов координат будет по формулам

$$p_{x_i} = \frac{C}{m_{x_i}^2}; \quad p_{y_i} = \frac{C}{m_{y_i}^2}, \quad (\text{XVII.141})$$

где m_{x_i} и m_{y_i} — средние квадратические ошибки абсциссы и ординаты.

Ввиду того, что сам способ уравнивания является нестрогим, обычно веса координат вычисляют по формуле (XVII.139).

Уравненное значение абсциссы и ординаты определяют как среднее весовое из значений, полученных по отдельным ходам,

$$x_N = \frac{x_{N_1} p_{x_1} + x_{N_2} p_{x_2} + x_{N_3} p_{x_3}}{p_{x_1} + p_{x_2} + p_{x_3}}; \quad (\text{XVII.142})$$

$$y_N = \frac{y_{N_1} p_{y_1} + y_{N_2} p_{y_2} + y_{N_3} p_{y_3}}{p_{y_1} + p_{y_2} + p_{y_3}}. \quad (\text{XVII.143})$$

Составив также разности $x_{N_1} - x_N$, $x_{N_2} - x_N$, $x_{N_3} - x_N$ и $y_{N_1} - y_N$, $y_{N_2} - y_N$, $y_{N_3} - y_N$, получают невязки в приращениях координат по каждому ходу. Уравнивание приращений в каждом ходе выполняют также нестрогим способом, после чего находят координаты всех пунктов.

Оценка точности уравненных значений узлового дирекционного направления и координат узлового пункта производится по формулам

$$M_\alpha = \frac{\mu}{\sqrt{P_\alpha}}; \quad M_x = \frac{\mu}{\sqrt{P_x}}; \quad M_y = \frac{\mu}{\sqrt{P_y}}, \quad (\text{XVII.144})$$

где P — вес уравненного элемента, соответственно равный

$$\left. \begin{aligned} P_\alpha &= p_{\alpha_1} + p_{\alpha_2} + p_{\alpha_3}, \\ P_x &= p_{x_1} + p_{x_2} + p_{x_3}, \\ P_y &= p_{y_1} + p_{y_2} + p_{y_3}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.145})$$

Средняя квадратическая ошибка единицы веса определяется в свою очередь по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-1}}, \quad (\text{XVII.146})$$

где p — веса дирекционных направлений или координат, вычисленных по отдельным ходам; v — уклонения вычисленных дирекционных направлений или координат от среднего весового значения; n — число ходов.

§ 156. Раздельное уравнивание способом последовательных приближений полигонометрической сети с несколькими узловыми пунктами

Теория способа последовательных приближений рассмотрена в § 40 для уравнивания нивелирной сети. При применении этого способа к полигонометрической сети производят уравнивание сначала дирекционных углов, а затем координат. Так, для сети, изображенной на рис. 182, рабочими формулами, из которых приближениями получают значения дирекционных углов, будут

$$\left. \begin{aligned} \alpha_E &= \frac{\alpha_{E_1} p_1 + \alpha_{E_2} p_2 + \alpha_{E_3} p_3}{p_1 + p_2 + p_3}, \\ \alpha_N &= \frac{\alpha_{N_1} p_1 + \alpha_{N_2} p_2 + \alpha_{N_3} p_3}{p_1 + p_2 + p_3}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.147})$$

При этом в первом приближении нужно в правых частях формул значения дирекционных углов, получаемых от узловых направлений, считать равными нулю и соответственно с этим в знаменателе вес такого угла в расчет не принимать; для второго приближения нужно подставить в правые части первые приближения неизвестных и т.д. Вычисления продолжают до тех пор, пока новое приближение не даст практически такие же результаты, как и предыдущие.

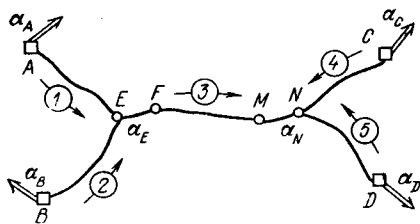


Рис. 182

Для упрощения вычислений формулам (XVII.147) придают следующий вид:

$$\alpha_E = \alpha_{E_0} + [\epsilon p'],$$

$$\alpha_N = \alpha_{N_0} + [\epsilon p']$$

[см. пояснения к формуле (VI.71)].

После получения уравненных значений дирекционных углов вычисляют угловые невязки ходов

$$f_{\beta_i} = \alpha_{\text{кон}_i} - \alpha_{\text{кон}}, \quad (\text{XVII.148})$$

где $\alpha_{\text{кон}_i}$ — значение дирекционного угла узлового направления, полученного по ходу с номером i и расположенного в конце этого хода; $\alpha_{\text{кон}}$ — уравненное значение дирекционного угла того же направления.

Уравнивание абсцисс и ординат узловых пунктов ничем не отличается от уравнивания дирекционных углов узловых направлений.

Оценка точности производится по формулам (XVII.144) и (XVII.146). Веса уравненных дирекционных углов узловых направлений и координат узловых пунктов находят, применяя способ эквивалентной замены (см. § 39) или приближенные формулы (VI.72), (VI.73).

Уравнивание отдельных ходов по каждому звену сети выполняют также раздельным способом (см. § 151).

Раздел 4.

ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ В МАСШТАБАХ 1:5000, 1:2000, 1:1000 И 1:500

Глава XVIII.

КРУПНОМАСШТАБНЫЕ ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ.

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

§ 157. Применение топографических планов масштабов 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500

Провести топографическую съемку на такой огромной территории, какую занимает СССР, — задача необыкновенно сложная. Нет другой такой обширной страны, как наша, которую никогда не покидало бы Солнце; еще не закатившись за вечерний калининградский горизонт, оно уже сияет над утренней Камчаткой. Около 30 млн. км² вместе с прибрежным шельфом занимает территория Советского Союза.

Топографические карты, созданные в результате обработки данных топографической съемки, используют в различных областях человеческой деятельности. Без карт невозможна работа по прокладке нефтепроводов и газопроводов, строительству электростанций, городов и городских поселков или таких гигантов, как БАМ и КамАЗ. Карты нужны для охраны окружающей среды, работникам сельского хозяйства и экономистам, метеорологам и почвоведом, этнографам и железнодорожникам, геофизикам и вулканологам; нужны карты и космонавтам, осваивающим космические пространства. Ни одна отрасль науки и промышленности сегодня не может обойтись без карты; нельзя забывать и того, что без карты немыслима надежная оборона рубежей нашей Родины. Особенно велика в решении всех этих задач роль карт крупного масштаба.

Топографические съемки в крупных масштабах производятся для создания на их основе топографических планов в масштабах 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500.

Топографические планы масштаба 1 : 5000 в настоящее время используются:

в городском и сельском строительстве — для разработки генеральных планов городов и проектов планировки сельских населенных пунктов; для составления проектов размещения перво-

очередного строительства и решения вопросов благоустройства города или села, для реконструкции городов и сельских населенных пунктов;

в промышленности — для составления технических проектов промышленных и горнодобывающих предприятий;

в геологии — для детальной разведки полезных ископаемых (угли, горючие сланцы, фосфориты и др.) и составления генеральных маркшейдерских планов разрабатываемых нефтегазовых месторождений;

в сельском хозяйстве — для составления технических проектов на орошение и осушение земель, а также и гидросооружений, связанных с орошением (регулируемых водоприемников, водохранилищ и т. п.); для составления земельного кадастра и землеустройства колхозов и совхозов;

в транспортном строительстве — для проектирования железных, автомобильных дорог, магистральных каналов на стадии технического проекта, для составления обобщенных генеральных планов морских портов и судоремонтных заводов.

Кроме перечисленного топографические планы масштаба 1 : 5000 используются при проектировании ряда народнохозяйственных объектов, указанных в Инструкции [24].

Они служат и основой для составления топографических и специальных планов и карт более мелких масштабов.

Топографические планы масштаба 1 : 2000 предназначены: для разработки генеральных планов поселков и составления проектов детальной планировки отдельных районов города (поселка);

для составления исполнительных планов горнопромышленных предприятий (рудников, шахт, карьеров, разрезов);

для детальной разведки металлических и неметаллических полезных ископаемых;

для составления технических проектов и генеральных планов морских портов, отдельных гидротехнических сооружений, тепловых электростанций;

для составления технических проектов орошения типовых участков земель и рабочих чертежей осушения закрытым дренажем, а также рабочих чертежей трубопроводных, насосных и компрессорных станций и многих других объектов промышленного и гражданского строительства.

Топографические планы масштаба 1 : 1000 необходимы:

для составления генерального плана и рабочих чертежей при проектировании на застроенных и незастроенных территориях малоэтажного и поселкового строительства;

для составления рабочих чертежей бетонных плотин, зданий ГЭС, камер, шлюзов и других гидротехнических сооружений (акведуки, насосные станции и т. п.), а также новых железнодорожных станций и узлов горнодобывающих и обогатительных предприятий;

для сложных инженерных изысканий.

Топографические планы масштаба 1 : 500 служат:

для составления исполнительного генерального плана участка строительства и рабочих чертежей многоэтажной застройки с густой сетью подземных коммуникаций, промышленных предприятий, для решения вертикальной планировки составления планов подземных сетей и т. д.;

для составления рабочих чертежей плотин головного узла бассейнов суточного регулирования, порталов туннелей и других объектов промышленного строительства.

§ 158. Методы топографических съемок

В настоящее время топографические съемки крупных масштабов выполняются следующими методами: аэрофототопографическим, фототеодолитным, мензульным, тахеометрическим, горизонтальной съемки (только ситуации), вертикальной съемки (только рельефа) и нивелированием площадей.

Основным является аэрофототопографический метод, который в свою очередь подразделяется на два способа: стереотопографический и комбинированный.

При стереотопографическом способе местность фотографируют с самолета. Обеспечив район съемки сетью геодезических пунктов, приводят фотографии к заданному масштабу топографической съемки и составляют с помощью специальных приборов топографический план. Вся работа по подготовке топографического плана в основном происходит в камеральных условиях в любое время года, что намного повышает эффективность этого способа по сравнению с другими.

При комбинированном способе съемки контурную часть плана создают также на основе аэрофотосъемки, а съемку рельефа выполняют наземными способами: мензульным, тахеометрическим или нивелированием площади. Стереотопографический и комбинированный способы рассматриваются в главе XIX.

При фототеодолитном методе съемки, который называется еще методом наземной стереофотограмметрической съемки, на местности, подлежащей съемке, определяют координаты и высоты сети опорных пунктов. С этих пунктов при помощи специальной камеры, называемой фототеодолитом, фотографируют местность. При этом один и тот же участок фотографируют с двух точек и получают на него два снимка, которые составляют стереопару. В результате обработки фотоснимков на специальных приборах получают топографический план местности. Этот способ применяется в горных районах, где по каким-либо причинам не может быть выполнена аэрофототопографическая съемка, но имеются условия для выбора точек стояния фототеодолита со свободным обзором местности.

Мензульная и тахеометрическая съемки применяются, как правило, в масштабах 1 : 1000 и 1 : 500, а при нецелесообразности использования аэрофотосъемки также в масштабах 1 : 2000 и 1 : 5000.

Съемки могут выполняться и различными сочетаниями перечисленных выше методов. Кроме того, топографические планы могут создаваться картосоставительскими методами по планам более крупного масштаба.

Топографические крупномасштабные съемки в зависимости от назначения разделяются на основные и специализированные.

Основные топографические съемки выполняют в соответствии с Основными положениями по созданию топографических планов масштабов 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 (М., Недра, 1970) * и Инструкцией по топографической съемке в масштабах 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 (М., Недра, 1973) методами, перечисленными выше. На топографические планы, полученные в результате основных съемок, наносят все предметы и контуры местности, выражающиеся в масштабе плана и предусмотренные таблицами действующих Условных знаков, а рельеф местности на них изображается в соответствии с требованиями, установленными Основными положениями.

Специализированные съемки, выполняемые по заказам министерств и ведомств, производятся для решения конкретных задач отдельной отрасли или группы отраслей народного хозяйства. На специализированных планах допускается отображение не всей ситуации местности, а только тех объектов, которые необходимы, допускается применение нестандартных сечений высот рельефа, снижение или повышение требований точности изображения контуров и съемки рельефа. Так, например, при съемках для мелиорации сельскохозяйственных земель предъявляют очень высокие требования к изображению рельефа и значительно менее высокие к точности положения контуров.

Специализированные съемки производят методами, применяемыми для основных съемок, и, кроме того, еще следующими: картосоставления по планам более мелкого масштаба, цифровой модели местности и методом фотокарт **.

Метод картосоставления по планам более мелкого масштаба применяется тогда, когда, например, при проектных или других работах требуется меньшая графическая точность плана, чем это предусмотрено Основными положениями. В этом случае допускается топографические планы масштабов 1 : 10 000, 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 увеличивать соответственно до масштабов 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500. При зарамочном оформлении

* В дальнейшем именуемые Основными положениями.

** Название, которое этот метод получил в международной практике.

таких планов обязательно указываются метод их создания и точность.

Цифровые модели местности строятся путем математической обработки на ЭВМ результатов геодезических и фотограмметрических измерений. Цифровая модель местности в дальнейшем может быть преобразована с помощью автоматических координатграфов в графическое изображение местности.

Фотокарты сочетают в себе аэрофотоизображение местности и избранную графическую нагрузку в условных знаках: опорные пункты, гидрографию, горизонтالي, высотные отметки, административные границы, названия, другие штриховые объекты в зависимости от назначения данной фотокарты.

Технические требования к специализированным съемкам согласовываются с ГУГК и излагаются в ведомственных инструкциях.

§ 159. Проекция, система координат и высот, разграфка, номенклатура топографических планов

Топографические планы масштабов 1 : 5000 и крупнее создаются в равноугольной проекции Гаусса, как правило, в трехградусных координатных зонах, так как искажения линий на краях этих зон значительно меньше (в 4 раза), чем на краях шестиградусных зон, и не превосходят ошибок графического построения.

В случае когда искажения длин не обеспечивают требуемой точности, выбирают местное начало координат. При этом осевой меридиан намечают как по центральной части снимаемого участка, так и в стороне от него, но так, чтобы поправки за редуцирование длин сторон и углов на плоскость не превышали по абсолютной величине $\frac{1}{3}$ соответствующих ошибок измерений.

Система высот, в которой создаются топографические планы, принимается Балтийская. На небольших участках (до 100 га) и на изолированных участках в горных районах при расположении их от реперов и марок государственной высотной сети более чем на 3 км допускается производить съемку в местной системе высот от условного уровня.

Следует отметить, что всякие изменения системы координат и высот от стандартных могут быть произведены только по согласованию с органами Государственного геодезического надзора ГУГК при СМ СССР.

Разграфка планов масштабов 1 : 5000 и 1 : 2000 применяется в двух вариантах в зависимости от размера снимаемых участков.

Для участков размером свыше 20 км² действует принятая в СССР международная разграфка листов карты масштаба 1 : 1 000 000, согласно которой, как известно, для получения листов планов масштаба 1 : 5000 делят лист карты масштаба 1 : 100 000

на 256 частей * (16 рядов по 16 листов в каждом), а для получения листов плана масштаба 1 : 2000 делят лист плана масштаба 1 : 5000 на 9 частей, обозначаемых строчными буквами русского алфавита от «а» до «и». Номенклатура листов планов 1 : 5000 образуется путем присоединения к номенклатуре листа карты масштаба 1 : 100 000 соответствующего номера в скобках, а листов карты 1 : 2000 — путем присоединения к номенклатуре листа карты 1 : 5000 одной из букв русского алфавита. Размеры рамок трапеций планов и примеры номенклатуры приведены в табл. 36.

Т а б л и ц а 36

Масштаб планов	Размеры рамок трапеций		Пример номенклатуры
	по широте	по долготе	
1 : 5000	1' 15,0"	1' 52,5"	М-38-144 (256)
1 : 2000	25,0"	37,5"	М-38-144 (256-и)

Севернее параллели 60° планы по долготе сдвигаются. На планах показывается сетка прямоугольных координат, линии которой проводятся через 10 см.

Для топографических планов, создаваемых на участки площадью менее 20 км², применяется прямоугольная разграфка с размерами рамок для масштаба 1 : 5000 40 × 40 см, а для масштабов 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 — 50 × 50 см. За основу разграфки принимается лист плана масштаба 1 : 5000, его обозначают арабской цифрой **.

Для получения плана в масштабе 1 : 2000 лист плана масштаба 1 : 5000 делят на четыре части и обозначают их заглавными буквами А, Б, В и Г русского алфавита (рис. 183). Лист плана масштаба 1 : 2000 также делят на четыре части и обозначают их римскими цифрами I, II, III и IV, получая тем самым лист плана в масштабе 1 : 1000. И наконец, для получения плана в масштабе 1 : 500 делят лист плана масштаба 1 : 2000 на 16 частей и обозначают их арабскими цифрами от 1 до 16.

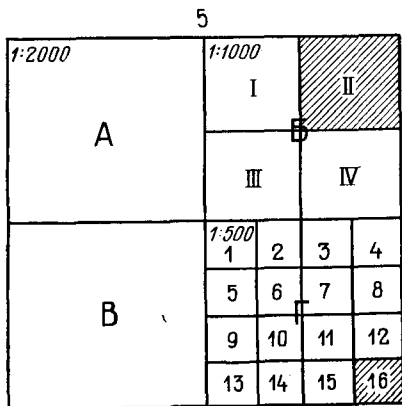


Рис. 183

* Такая же разграфка получится при делении на четыре части листов карты масштабов 1 : 10 000.

** Порядок нумерации принимается произвольный, а в городах и поселках обычно он устанавливается главным архитектором.

При такой разграфке размер рамок, пример номенклатуры (листов, заштрихованных на рис. 183) и полезная площадь листов плана разных масштабов приведены в табл. 37.

Т а б л и ц а 37

М а с ш т а б	Размер рамок, см	Пример номенклатуры	Площадь
1 : 5000	40×40	5	400 га (4 км ²)
1 : 2000	50×50	5-Б	100 га (1 км ²)
1 : 1000	50×50	5-Б-II	25 га (0,25 км ²)
1 : 500	50×50	5-Г-16	6,25 га (0,0625 км ²)

§ 160. Содержание топографических планов

Съемке и отображению на топографических планах в масштабах 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 подлежат все элементы ситуации местности и элементы существующей застройки и благоустройства, подземных и наземных сетей и сооружений, выражающиеся в масштабе плана и предусмотренные для указанных масштабов действующими условными знаками, а также рельеф местности.

На планах в зависимости от масштаба и назначения и от степени застроенности территории показываются:

опорные пункты, пункты геодезических и высотных сетей, астрономические пункты; пункты теодолитных ходов и строительной сети * (если они закреплены постоянными знаками);

все без исключения населенные пункты независимо от их размера, при этом в масштабах 1 : 2000 и крупнее показываются все строения в отдельности независимо от условий их размещения с обязательным выделением их пристроек;

отдельные постройки вне черты населенных пунктов независимо от их назначения и размеров;

наземные сооружения всех видов и назначений — производственные, культурно-бытовые, благоустройства, все категории транспортного и пешеходного сообщений и имеющиеся на них сооружения всех видов, исторические памятники, парки, сады, посадки на улицах и площадях, места выхода на земную поверхность подземных инженерных коммуникаций;

осушаемые и орошаемые участки и имеющиеся на них сооружения;

места разработки рудных и нерудных ископаемых и имеющиеся на них эксплуатационные и другие сооружения;

* Система правильных квадратов или прямоугольников, вершины которых служат в качестве опорных пунктов для выполнения разбивочных работ при строительстве.

все виды естественных и искусственных водных объектов и водных источников с разделением на постоянные и пересыхающие и все сооружения на них с указанием их конструктивных и эксплуатационных характеристик;

все виды естественной растительности — лесные массивы с выделением хвойных и лиственных пород и смешанных лесов, вырубок, гарей, прогалин, заболоченных мест и определением породы деревьев, средней высоты и толщины на высоте 1,5 м от земли; кустарниковые поросли, луга сухие и заливные, отдельно стоящие на открытых местах деревья и кусты;

земельные площади сельскохозяйственного использования с разделением по видам — фруктовые сады, виноградники, огороды, парники, пастбища, сенокосы и т. п.;

земельные участки, не имеющие сельскохозяйственного значения, — пески, галечники, каменистые места, такыры, проходимые и непроходимые болота и т. п.;

границы политико-административные и существующие на местности (городская черта, полосы отвода железных, шоссейных и грунтовых дорог, газопроводов и т. п.).

Рельеф местности на топографических планах изображают горизонталями с указанием высот отдельных точек и условными знаками (обрывы, овраги, воронки, ямы, скалы, оползни, осыпи, ледники и др.). Высота сечения рельефа устанавливается в зависимости от характеристики рельефа местности, масштаба топографической съемки и назначения создаваемых планов. Высоты сечения рельефа, применяемые для топографических планов крупных масштабов, приведены в табл. 38.

Т а б л и ц а 38

Характеристика рельефа участка съемки	Масштаб съемки			
	1 : 5000	1 : 2000	1 : 1000	1 : 500
	Высота сечения рельефа, м			
Равнинный с углами наклона до 2°	0,5; 1,0	0,5; 1,0	0,5	0,5
Всхолмленный с углами наклона до 4°	1,0; 2,0	0,5; 1,0; 2,0	0,5	0,5
Пересеченный с углами наклона до 6°	2,0; 5,0	1,0; 2,0	0,5; 1,0	0,5
Горный и предгорный	2,0; 5,0	2,0	1,0	1,0

При съемке спланированных уже площадок, территорий, покрытых асфальтом, а также при выполнении нивелирования площадей применяют высоту сечения рельефа через 0,25 м, если такая обоснована техническим проектом.

Формы и детали рельефа, не выражающиеся горизонталями основного сечения, выражают полугоризонталями и вспомогательными (дополнительными) горизонталями. Количество подп-

санных высот отдельных точек на планах всех масштабов должно быть не менее 5 на каждый квадратный дециметр плана. Конкретно их число устанавливается в техническом проекте.

§ 161. Требования к точности топографических планов

При оценке точности топографических планов различают средние квадратические ошибки в плановом и высотном положении точек на плане относительно ближайших пунктов съемочного обоснования.

При съемке ситуации точность измерений и нанесения точек на план определяется как масштабом съемки, так и характером очертания контуров. Последние, как известно, подразделяются на контуры четкие, т. е. имеющие четко выраженные и легко опознаваемые границы, и нечеткие, т. е. контуры, не имеющие ясно выраженных границ.

Исследованиями установлено, что средняя квадратическая ошибка положения контурной точки для планов масштабов 1 : 5000 — 1 : 1000 составляет величину порядка 0,3 мм.

По инструкции [24] предусмотрены средние ошибки в положении на плане предметов и контуров местности с четкими очертаниями относительно ближайших точек съемочного обоснования в равнинно-всхолмленных районах не более 0,5 мм, в горных районах — 0,7 мм, т. е. предусмотрен некоторый запас точности. На территориях с капитальной и многоэтажной застройкой ошибки во взаимном положении на плане точек близлежащих твердых * контуров не должны превышать 0,4 мм.

Точность изображения рельефа на плане обычно характеризуют средней квадратической ошибкой высоты точки, лежащей на горизонтали, т. е. средней квадратической ошибкой положения точки на горизонтали по высоте.

Если план с изображенным на нем рельефом создается в результате геометрического или тригонометрического нивелирования, то точность изображения рельефа будет зависеть от ошибок: высот пунктов съемочного обоснования m_c , определения превышений точек местности над пунктами съемочного обоснования m_n , обобщения рельефа в натуре между высотными точками $m_{об}$, нанесения этих точек на план (величина смещения) $m_{см}$, интерполирования и рисовки горизонталей m_r .

Таким образом, общая ошибка изображения рельефа горизонталями может быть выражена формулой

$$m_{H_F}^2 = m_c^2 + m_n^2 + m_{об}^2 + m_{см}^2 + m_r^2. \quad (XVIII.1)$$

На основе анализа источников ошибок рядом исследователей были выведены формулы средних квадратических ошибок поло-

* Имеются в виду постоянные контуры сооружений, построенных из долговечных огнестойких материалов: кирпича, бетона и т. п.

жения точки на горизонтали по высоте m_{H_r} и определения высот точек по плану m_{H_p} .

Формула для определения ошибки m_{H_p}

$$m_{H_p} = a + b \operatorname{tg} v \quad (\text{XVIII.2})$$

была впервые получена эмпирическим путем немецким геодезистом Коппе. Здесь a — величина, характеризующая точность определения положения точки земной поверхности по высоте, куда входят ошибки определения высот пунктов съемочного обоснования и превышений точек местности над пунктами съемочного обоснования, обобщения рельефа в натуре между высотными точками; b — величина, характеризующая сдвиг точки в горизонтальной плоскости вследствие ошибок нанесения точек на план, интерполирования и рисовки горизонталей.

Значение величин a и b зависит также от метода съемки, масштаба плана и высоты сечения рельефа.

Для средней квадратической ошибки m_{H_r} определения высоты точки по горизонталям плана проф. В. Д. Большаков вывел формулу * вида

$$m_{H_r}^2 = \mu'^2 \left(l + \frac{h_0}{i_{\text{ср}}} \right) + m_{H_{\text{пик}}}^2 + m_0^2 M^2 i_{\text{ср}}^2, \quad (\text{XVIII.3})$$

где μ' — коэффициент случайного влияния обобщения рельефа; l — расстояние между пикетами при съемке рельефа; $m_{H_{\text{пик}}}$ — средняя квадратическая ошибка инструментального определения высот пикетов; m_0 — средний квадратический сдвиг точки в горизонтальной плоскости; h_0 — высота сечения рельефа; M — знаменатель масштаба плана; i — уклон местности.

Проф. Б. И. Гержула формуле (XVIII.1) придал вид

$$m_{H_r}^2 = m_p^2 + \mu'^2 l + (m_p^2 + m_r^2) \operatorname{tg}^2 v, \quad (\text{XVIII.4})$$

где m_p — средняя квадратическая ошибка планового положения высотной точки на репродукции топографической основы; m_r — средняя квадратическая ошибка смещения при интерполировании и рисовке горизонталей; μ' , l — то же, что в формуле (XVIII.3).

Исследованиями установлено, что на точность положения горизонталей по высоте в формулах (XVIII.3) и (XVIII.4) влияет главным образом слагаемое $\mu'^2 l$, так как коэффициент случайного влияния μ' обобщения рельефа, зависящий от характера рельефа, может колебаться от 0,01 до 0,019.

Вычислим m_{H_r} по формуле (XVIII.3), полагая $h_0 = 1$ м; $i_{\text{ср}} = 0,05$ ($v \approx 3^\circ$); $m_{H_{\text{пик}}} = 0,03$ м; $m_0 = 0,9$ мм на плане;

* Большаков В. Д. Обобщение рельефа при съемке в крупных масштабах 1 : 2000, 1 : 1000, 1 : 500. — Тр. МИИГАиК, вып. 33. М., Геодезиздат, 1958, с. 27—40.

для масштаба 1 : 5000 (при $l = 100$ м) получим $m_{H_T} = 0,18$ м, а для масштаба 1 : 2000 (при $l = 70$ м) $m_{H_T} = 0,14$ м.

Определенные проф. Б. И. Гержулой для тех же условий величины m_{H_T} по формуле (XVIII.4) оказались для масштаба 1 : 5000 равными 0,18 м и для масштаба 1 : 2000 — 0,10 м, т. е. получились практически одинаковые результаты.

Результаты вычислений по приведенным формулам в известной степени могут характеризовать точность изображения рельефа горизонталями на фотопланах при комбинированном способе съемки и весьма приближенно на планах стереотопографической съемки. При создании плана стереотопографическим способом значение высот для рисовки горизонталей определяют на стереопаре *. В этом случае точность их будет зависеть уже от других факторов: масштаба аэрофотоснимка, по которому определены высоты, от качества фотографии, типа стереоприбора, при помощи которого произведено определение высот, от места расположения точек (на вершине, на склоне, на дне оврага и т. д.), высоты которых определяют, и т. д.

Инструкция [24] устанавливает для средних квадратических ошибок съемки рельефа относительно ближайших точек геодезического обоснования величины, приведенные в табл. 39.

Т а б л и ц а 39

Углы наклона	Масштаб съемки			
	1 : 5000	1 : 2000	1 : 1000	1 : 500
	Средние квадратические ошибки			
До 2°	при $h_0 = 1$ м $\frac{1}{4}h_0$ при $h_0 = 0,5$ м $\frac{1}{3}h_0$	при $h_0 = 1$ м $\frac{1}{4}h_0$ при $h_0 = 0,5$ м $\frac{1}{3}h_0$	$\frac{1}{4}h_0$	$\frac{1}{4}h_0$
От 2 до 4°	$\frac{1}{3}h_0$	$\frac{1}{3}h_0$	$\frac{1}{3}h_0$	$\frac{1}{3}h_0$
» 4 » 6°	$\frac{1}{3}h_0$	$\frac{1}{3}h_0$	$\frac{1}{3}h_0$	$\frac{1}{3}h_0$
» 6 » 10°	$\frac{1}{3}h_0$	$\frac{1}{3}h_0$	$\frac{1}{3}h_0$	$\frac{1}{3}h_0$

П р и м е ч а н и е: h_0 — высота сечения рельефа горизонталями, указанная в табл. 37.

На лесных участках местности допуски, указанные в табл. 39, увеличиваются в полтора раза.

В районах с углами наклона свыше 6° для планов масштабов 1 : 5000 и 1 : 2000 и свыше 10° для планов масштабов 1 : 1000 и 1 : 500 число горизонталей должно соответствовать разности высот, определенных на перегибах скатов; в этом случае средние ошибки высот, определенных на характерных точках рельефа, не должны превышать $\frac{1}{3}$ принятой высоты сечения рельефа.

* См. § 170.

§ 162. Геодезическая основа крупномасштабных съемок

Топографическая съемка местности любым из перечисленных выше методов возможна при наличии на ней соответствующей сети геодезических пунктов — геодезической основы. Геодезическая основа по назначению разделяется на плановую и высотную, а по точности — на государственную геодезическую сеть, геодезические сети сгущения, геодезическое съемочное обоснование.

В плановом отношении геодезической основой крупномасштабных съемок служат:

1) государственные геодезические сети: триангуляция и полигонометрия 1, 2, 3 и 4 классов;

2) геодезические сети сгущения: триангуляция и полигонометрия 1 и 2 разрядов;

3) геодезическое плановое съемочное обоснование: плановые, планово-высотные съемочные сети, отдельные пункты, а также точки фотограмметрического сгущения (при аэрофототопографическом методе съемки).

В высотном отношении геодезическую основу составляют:

1) государственные нивелирные сети I, II, III и IV классов;

2) высотные сети сгущения — сети геометрического (технического) и тригонометрического нивелирования;

3) высотное съемочное обоснование: высотные и планово-высотные съемочные сети.

Государственные геодезические сети 1, 2, 3 и 4 классов методом триангуляции и полигонометрии развиваются на территории всей страны по единому плану согласно Основным положениям о государственной геодезической сети СССР. Эти сети рассчитываются и создаются независимо от масштаба данной съемки, так как должны обеспечивать проводимые в стране съемки любого масштаба (см. гл. VII). От масштаба съемки зависит только плотность пунктов государственных геодезических сетей. Для выполнения в дальнейшем на тех же территориях съемок крупных масштабов государственные геодезические сети сгущаются до нужной плотности. Эти сети рассчитываются, проектируются и строятся в соответствии с Основными положениями по созданию топографических планов масштабов 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500, а также Инструкцией по топографической съемке в масштабах 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000, 1 : 500. Полигонометрию 4 класса, если ее развивают дополнительно на объектах крупномасштабных съемок, также проектируют и строят согласно требованиям, изложенным в упомянутой выше инструкции (см. гл. VIII).

Государственное нивелирование I—IV классов для съемок выполняется в соответствии с требованиями Инструкции по нивелированию I, II, III и IV классов (см. раздел II).

Плотность геодезической сети при проведении съемки в крупных масштабах определяется масштабом съемки и высотой сечения рельефа. Эта плотность зависит также от необходимости

обеспечивать достаточным числом пунктов изыскательские, строительные работы и дальнейшую эксплуатацию сооружений (коммуникаций и т. д.).

Средняя плотность пунктов государственной геодезической и нивелирной сети при съемках в крупных масштабах должна быть доведена до величин, указанных в табл. 40.

Т а б л и ц а 40

Масштаб съемки	Исходные пункты	
	плановые	высотные
1 : 5000 1 : 2000 и крупнее	1 на 20—30 км ² 1 на 5—15 км ²	1 на 10—15 км ² 1 на 5—7 км ²

При выполнении съемки для целей мелиоративного строительства число нивелирных реперов увеличивается до 1—2 на 4 км².

В городах, прочих населенных пунктах и на промышленных площадках плотность плановой геодезической основы доводят сетями сгущения до следующих величин: в застроенной части не менее 4 пунктов на 1 км², а в незастроенной — не менее 1 пункта на 1 км². Для обеспечения инженерно-геодезических работ при изысканиях, строительстве могут создаваться геодезические сети и большей плотности. Для вновь осваиваемых и труднодоступных районов возможно уменьшение плотности пунктов опорной геодезической сети, но не более чем в 1,5 раза.

§ 163. Методы сгущения высотного геодезического обоснования

Дальнейшее сгущение нивелирной сети I, II, III и IV классов может выполняться геометрическим (техническим) или тригонометрическим нивелированием. Выбор метода зависит от высоты сечения рельефа. Первый метод применяется при съемке планов с высотой сечения рельефа через 1 м, второй — при съемке с высотой сечения через 2 и 5 м в горной местности. Применение тригонометрического нивелирования при съемке участков местности с высотой сечения рельефа 1 м допускается только в особых случаях.

Техническое нивелирование выполняется в виде проложения отдельных одиночных ходов или сетей, которые должны опираться на исходные реперы и марки: отдельные ходы — обязательно на два репера, сети — не менее чем на два репера. Проложение замкнутых и висячих ходов допускается только в исключительных случаях. В сеть технического нивелирования включают пункты плановых сетей сгущения, не включенных ранее в сеть нивелирования IV класса.

Для расчета точности определения высот пунктов хода, полученных техническим нивелированием, используют принятое соотношение

$$\text{пред } f_n = 2M_H, \quad (\text{XVIII.5})$$

где M_H — средняя квадратическая ошибка определения высоты конечной точки хода до уравнивания.

Как известно, величина M_H равна предельной ошибке пред Δ_H в самом слабом месте хода (в его середине) после уравнивания.

Для технического нивелирования пред $f_n = 50 \text{ мм } \sqrt{L_{\text{км}}}$, следовательно,

$$M_H = \frac{50 \sqrt{L}}{2} = 25 \text{ мм } \sqrt{L_{\text{км}}}, \quad (\text{XVIII.6})$$

где L — длина хода (полигона).

На местности со значительными углами наклона, когда допустимая невязка подсчитывается по формуле пред $f_n = 10 \text{ мм } \sqrt{n}$, где n — число штативов в ходе (полигоне), для M_H будем иметь

$$M_H = 5 \text{ мм } \sqrt{n}. \quad (\text{XVIII.7})$$

Длины ходов технического нивелирования определяются в зависимости от величины M_H , которая устанавливается в соответствии с высотой сечения рельефа.

Предельные длины ходов, установленные инструкцией, указаны в табл. 41.

Т а б л и ц а 41

Характеристика линии	Длина ходов в км при сечении рельефа		
	0,25 м	0,5 м	1 м и более
Между двумя исходными пунктами	2,0	8	16
Между исходным пунктом и узловой точкой	1,5	6	12
Между двумя узловыми точками	1,0	4	8

Ходы технического нивелирования на местности закрепляются постоянными и временными стенными и грунтовыми реперами. Постоянные реперы используют тех же типов, что и в нивелировании IV класса. В качестве временных реперов используют деревянные столбы и пни с забитым гвоздем, а также костыли и ерши, забиваемые в стены зданий и сооружений, устои мостов, стволы деревьев и т. д. Временные реперы устанавливаются не реже чем через 3—4 км по ходу.

В процессе технического нивелирования попутно нивелируют отдельные устойчивые по высоте предметы местности: головки рельсов, крышки колодцев и т. д. Эти предметы включают в ход,

а высоты их определяют как промежуточные. Промежуточные точки маркируют на местности и на них составляют абрисы с указанием расстояний до ближайших ориентиров. Урезы вод включают в ход так же, как промежуточные точки.

Вопросы, связанные непосредственно с производством работ в техническом нивелировании, излагаются в первой части курса.

Уравнивание ходов и сетей технического нивелирования производят способами, рассмотренными в гл. VI.

Исходными пунктами при сгущении главной высотной основы методом тригонометрического нивелирования служат пункты геометрического нивелирования, расположенные не реже чем через 5 сторон полигонометрии (или триангуляции). В горной местности допускается привязку к пунктам геометрического нивелирования не производить.

Расчет точности высот в полигонометрическом ходе в случае определения их тригонометрическим нивелированием можно выполнить, исходя из следующих соображений.

Высота пункта по ходу, вычисленная от высоты исходного пункта, равна

$$H = H_{\text{исх}} + \sum_1^n h_{\text{ср}}, \quad (\text{XVIII.8})$$

где $h_{\text{ср}} = \frac{h_{\text{пр}} + h_{\text{об}}}{2}$ — среднее превышение между двумя соседними пунктами.

Средняя квадратическая ошибка высоты пункта до уравнивания определится формулой

$$M_H^2 = M_{\Sigma h}^2 = \sum_1^n m_{h_{\text{ср}}}^2, \quad (\text{XVIII.9})$$

следовательно, и предельную ошибку в самом слабом месте хода (его середине) после уравнивания можно определить по формуле (XVIII.9).

Превышение между двумя пунктами хода при определении его тригонометрическим нивелированием вычисляется по известной формуле

$$h = s \operatorname{tg} v + i - v + f. \quad (\text{XVIII.10})$$

Если пренебречь ошибками при определении расстояния s , высоты прибора i , высоты визирной цели v и поправки за кривизну Земли и рефракцию f и считать, что величина угла наклона мала, то для средней квадратической ошибки одностороннего превышения будем иметь

$$m_h = \frac{sm_v}{\rho}. \quad (\text{XVIII.11})$$

Для средней квадратической ошибки среднего превышения, (полученного из прямого и обратного, можно написать

$$m_{h_{\text{ср}}} = \frac{sm_v}{\rho \sqrt{2}}. \quad (\text{XVIII.12})$$

Подставим полученное значение в выражение (XVIII.9) и при этом учтем, что углы наклона в ходе измеряются равномерно, тогда получим

$$M_H = \frac{m_v}{\rho \sqrt{2}} \sqrt{\sum s^2}. \quad (\text{XVIII.13})$$

Введем обозначение

$$\sum s^2 = s_{\text{ср}}^2 n; \quad s_{\text{ср}} n = L$$

и формулу (XVIII.13) напомним в окончательном виде

$$M_H = \frac{m_v}{\rho \sqrt{2}} \sqrt{L s_{\text{ср}}}. \quad (\text{XVIII.14})$$

Средняя квадратическая ошибка высоты конечного пункта находится в прямой зависимости от точности угла наклона, длины хода и средней стороны хода.

По формуле (XVIII.14) можно рассчитать, с какой точностью следует измерять углы наклона, чтобы M_H , а следовательно, и пред Δ_H в слабом месте хода после уравнивания не выходила за пределы $1/10$ высоты сечения рельефа. Например, для полигонометрии 2 разряда при $L = 1$ км $s_{\text{ср}} = 200$ м, полагая $M_H = 0,2$ м, получим

$$m_v = \frac{M_H \rho \sqrt{2}}{\sqrt{L s_{\text{ср}}}} = \frac{0,1 \cdot 3438 \sqrt{2}}{\sqrt{1000 \cdot 200}} = 1,1'.$$

Методика измерений при тригонометрическом нивелировании рассмотрена в первой части курса.

§ 164. Съёмочное обоснование и его точность

Для непосредственного выполнения съёмки геодезическая основа сгущается съёмочным обоснованием, которое создается способами, зависящими от метода съёмки. Для наземных методов съёмки съёмочное обоснование создается геодезическим способом, для методов, основанных на аэрофотосъёмке местности, — геодезическим способом и способом аналитической фотограмметрии с применением стереокомпаратора и ЭВМ.

Съёмочное обоснование развивается от пунктов плановых и высотных государственных геодезических сетей и сетей сгущения. На участках съёмки площадью до 1 км^2 съёмочное обоснование может развиваться в качестве самостоятельной геодезической опорной сети.

Плановое съемочное обоснование создают:
 проложением теодолитных, тахеометрических и мензульных ходов;

построением съемочных триангуляционных сетей;
 определением пунктов из прямых, обратных и комбинированных засечек.

При построении съемочного обоснования одновременно определяют положения точек в плане и по высоте.

Высоты пунктов съемочного обоснования определяют:

тригонометрическим нивелированием;

нивелированием горизонтальным лучом (нивелиром или кипрегелем, имеющим цилиндрический уровень на зрительной трубе).

При проектировании съемочных сетей исходят из того, что предельная ошибка положения пункта пред Δ_p съемочного обоснования после уравнивания относительно пунктов государственной геодезической сети и геодезических сетей сгущения не должна превышать 0,2 мм в масштабе плана на открытой местности и застроенной территории и 0,3 мм в масштабе плана на местности, покрытой лесом или кустарником.

Согласно этому условию предельные ошибки положения пред Δ_p и координат пунктов пред Δ_x и пред Δ_y после уравнивания не должны превышать величин, приведенных в табл. 42.

Т а б л и ц а 42

Масштаб	Предельная ошибка положения пунктов после уравнивания, м		Предельные ошибки координат, м	
	открытые районы, застроенные территории	закрытые районы	открытые районы, застроенные территории	закрытые районы
1 : 5000	1,00	1,50	0,71	1,06
1 : 2000	0,40	0,60	0,27	0,42
1 : 1000	0,20	0,30	0,14	0,21
1 : 500	0,10	0,15	0,07	0,10

Инструкция [24] для m_x и m_y указывает в основном несколько большие величины.

Средняя квадратическая ошибка высоты точки съемочного обоснования не должна превышать $1/10$, а предельная — $1/5$ высоты сечения рельефа горизонталями.

Пункты планового съемочного обоснования закрепляют в основном временными знаками: металлическими костылями, штырями, трубами, кованными гвоздями, деревянными столбами и кольями (рис. 184); в качестве знаков могут использоваться валуны и пни деревьев (см. рис. 184); центры знаков в этом случае отмечают или краской (крест на валуне), или вбитыми в пни гвоз-

дями. Временным репером может служить также металлический костыль на дереве.

Временные знаки окапывают круглой канавой диаметром порядка 0,8 м. В залесенной местности маркируются ближайшие

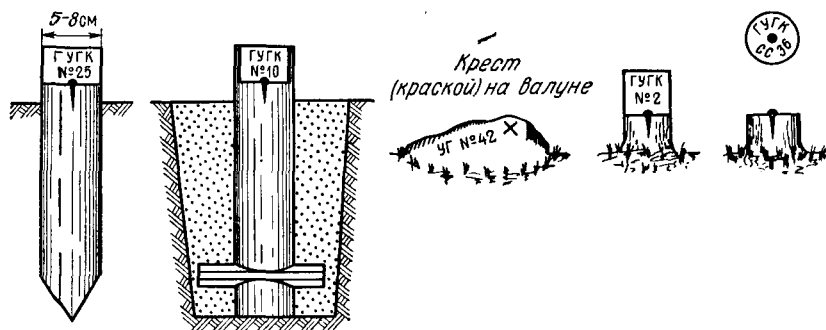


Рис. 184

к знаку дерева. По нормам всех закрепленных пунктов на каждом планшете должно быть при съемке в масштабе 1 : 5000 не менее трех, а в масштабе 1 : 2000 — не менее одного.

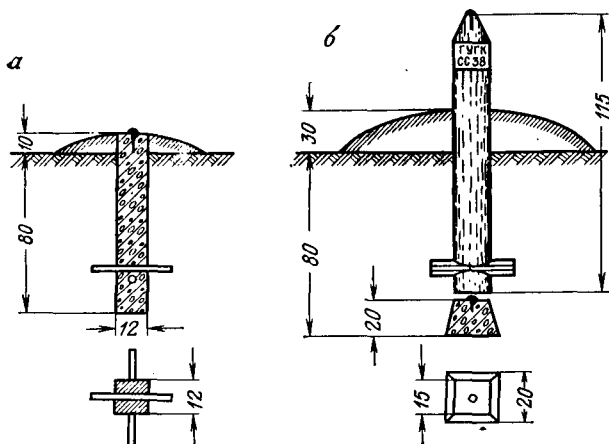


Рис. 185

Знаками долговременного закрепления служат бетонный пилон (рис. 185, а) или монолит, железная труба, деревянный столб, установленный на бетонный монолит (рис. 185, б) металлическая марка, штырь, болт, забетонированные в основание различных сооружений, в твердые покрытия участков земной поверхности (асфальт и т. п.), а также в скалы. В залесенных районах в ка-

честве знака используют пень свежесрубленного хвойного дерева с забитым кованым гвоздем.

Знаки долговременного закрепления в местах без твердого покрытия окапывают канавами в виде квадрата со сторонами 1,5 м. Над центром насыпают курган высотой 0,10 м. В районах болот, залесенной местности и многолетней мерзлоты вместо окопки и кургана устанавливают деревянный сруб размером 1×1×3 м, который заполняют землей.

§ 165. Развитие съемочных сетей теодолитными ходами

При развитии съемочного обоснования прокладывают или отдельные теодолитные ходы, опирающиеся на один или два исходных пункта, или системы ходов, опирающиеся не менее чем на два исходных пункта. Форма ходов должна быть по возможности вытянутой.

По точности теодолитные ходы подразделяются на:

ходы 1 разряда, прокладываемые с относительной предельной ошибкой или относительной предельной невязкой $\frac{f_s}{[s]}$, равной 1 : 2000;

ходы 2 разряда — с относительной предельной невязкой $\frac{f_s}{[s]}$, равной 1 : 1000.

Для расчетов точности проектируемых теодолитных ходов можно использовать те же формулы, что и для расчетов проектируемых полигонометрических ходов (см. § 54). Например, для теодолитного хода вытянутой формы, опирающегося на исходные пункты и направления, при измерении линий оптическими дальномерами согласно формуле (VIII.56) с учетом формулы (VIII.95) средняя квадратическая ошибка положения конечной точки хода будет равна

$$M^2 = \left(\frac{m_s}{s}\right)^2 s_{cp}^2 n + \frac{m_B^2}{\rho^2} L^2 \frac{n+3}{12}. \quad (\text{XVIII.15})$$

При длине хода 2 км, $\frac{m_s}{s} = \frac{1}{2000}$, $s_{cp} = 250$ м, $n = 8$, $m_B = 0,5'$ по формуле (XVIII.15) находим $M = 0,45$ м. Следовательно, предельная ошибка положения пункта, расположенного в слабом месте хода, после уравнивания тоже будет равна 0,45 м. Пункты такого хода могут быть использованы в качестве съемочного обоснования при съемке в масштабах 1 : 5000 и 1 : 2000 (см. табл. 42).

Используя формулы для M , можно подсчитать предельную длину хода, а также точность его угловых и линейных измерений (см. § 54)

Для теодолитной сети с одной узловой точкой, в которой сходятся n' ходов, средняя квадратическая ошибка узлового пункта может быть подсчитана по формуле

$$M = \frac{1}{\sqrt{[p]}} = \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{1}{m^2}\right]}}, \quad (\text{XVIII.16})$$

где $m_1, m_2, \dots, m_{n'}$ — средние квадратические ошибки положения конечных точек ходов $s_1, s_2, \dots, s_{n'}$, определяемые по формулам (VIII.27), (VIII.36) с учетом (VIII.95). Значения m_i^2 для расчетов можно вычислить также из выражения

$$m_i^2 = \left(\frac{[s]_i}{2T} \right)^2, \quad (\text{XVIII.17})$$

где $[s]_i$ — длина хода с номером i ; T — точность теодолитного хода, равная 1:2000 или 1:1000.

Для более сложной сети веса узловых точек P_i определяют или способом эквивалентной замены, или способом приближений по формулам (VI.72) и (VI.73). В этом случае рекомендуется на схеме сети выписать значения весов и квадратов весов ходов. Веса ходов вычисляют по формуле

$$p_i = \frac{C}{m_i^2},$$

где m_i — средняя квадратическая ошибка положения конечной точки хода с номером i ; C — постоянная величина. Величины m_i находят по формуле (XVIII.17).

По Инструкции [24] длины линий в теодолитных ходах должны быть не менее 20 и не более 350 м. Предельные длины одиночных ходов между исходными пунктами не должны превышать величин, приведенных в табл. 43.

Длины ходов между узловыми пунктами и между узловыми и исходными пунктами должны быть на 30% меньше приведенных в табл. 43.

Т а б л и ц а 43

Масштаб	при пред $\Delta p = 0,2$ мм		при пред $\Delta p = 0,3$ мм	
	$\frac{f_s}{[s]} = \frac{1}{2000}$	$\frac{f_s}{[s]} = \frac{1}{1000}$	$\frac{f_s}{[s]} = \frac{1}{2000}$	$\frac{f_s}{[s]} = \frac{1}{1000}$
1 : 5000	4,0 км	2,0 км	6,0 км	3,0 км
1 : 2000	2,0	1,0	3,0	1,5
1 : 1000	1,2	0,5	1,5	1,0
1 : 500	0,6	0,3	—	—

Висячие ходы допускается прокладывать длиной не более указанной в табл. 44 и при числе сторон на застроенной территории не более четырех и на незастроенной — не более трех.

Углы поворота в теодолитных ходах измеряют техническими теодолитами со средней квадратической ошибкой 0,5' одним приемом. Колебания значений углов, полученных в полуприемах, не должны превышать 0,8'. Линии в ходах измеряют, как правило, оптическими дальномерами Д-2, ДНР-5, ДН-8 (ОТД, ДН-08, ДНР-06, ДН-10) и редуцированными тахеометрами ТД* и Редта 002, а за отсутствием их мерными лентами и рулетками. Приборы

Т а б л и ц а 44

Масштаб съемки	На застро- енных тер- риториях, м	На незастро- енных тер- риториях, м
1 : 5000	350	500
1 : 2000	200	300
1 : 1000	150	200
1 : 500	100	150

для угловых и линейных измерений и методика измерений ими углов и линий рассматриваются в первой части курса, а также в главе XII (ОТД, Редта 002).

Уравнивание теодолитных ходов и сетей обычно выполняют нестрогими, отдельными способами, некоторые из них рассмотрены в главе XVII.

Расчет точности высот в теодолитном ходе в случае определения их тригонометрическим нивелированием можно выполнить по формуле (XVIII.14).

§ 166. Понятие о развитии съемочных сетей методом триангуляции

Этот метод применяется в открытой местности обычно в виде построения цепи треугольников или вставок отдельных пунктов (рис. 186).

Триангуляционные построения, включающие более двух определяемых пунктов, должны обязательно опираться на две исходные стороны, которыми могут служить стороны триангуляции и полигонометрии 1 и 2 разрядов, а также стороны, специально измеренные с ошибкой не менее 1 : 5000.

Для расчета допускаемых невязок цепи треугольников можно воспользоваться приближенными формулами **

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{m_{u'}}{L} \right)^2 &= \left(\frac{m_{\alpha}}{\rho} \right)^2 + \left(\frac{m_{\beta}}{\rho} \right)^2 \frac{k+2,5}{6}, \\ \left(\frac{m_{t'}}{L} \right)^2 &= \left(\frac{m_b}{b} \right)^2 + \left(\frac{m_{\beta}}{\rho} \right)^2 \frac{4k+3}{9}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVIII.18})$$

где $\frac{m_{u'}}{L}$ и $\frac{m_{t'}}{L}$ — относительные средние квадратические ошибки поперечного и продольного сдвигов конечной точки триангуляционного ряда; m_{α} , m_{β} — средние квадратические ошибки исход-

* До 1975 г. тахеометр изготовлялся под шифром ТП.

** Строгие формулы для расчетов имеются в курсе высшей геодезии при рассмотрении триангуляции.

ных данных соответственно дирекционного угла и выходной стороны; m_{β} — средняя квадратическая ошибка измеренного угла; k — число сторон в ряде.

Предельная длина цепи треугольников, или расстояние между исходными пунктами, на которые опирается система треугольников, должна быть такого же размера, как и длина теодолитного хода I разряда (см. табл. 43) соответственно масштабу съемки, а число треугольников: 20 — для съемки в масштабе 1 : 5000, 17 — в масштабе 1 : 2000, 15 — в масштабе 1 : 1000, 10 — в масштабе 1 : 500. Углы в треугольниках должны быть не менее 20° , а стороны не короче 150 м.

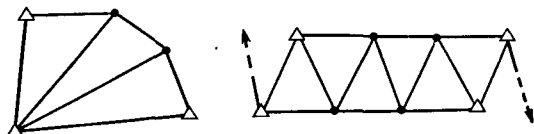


Рис. 186

Измерение углов производится теодолитами 30-секундной точности способом круговых приемов двумя приемами. Расхождение приведенных к общему нулю одноименных направлений из разных приемов должно быть не более $45''$, допустимая величина невязок в треугольниках — $1,5'$.

§ 167. Определение пунктов съемочного обоснования засечками

В этом случае применяются многократные прямые, обратные и комбинированные засечки. Типовые схемы засечек представлены на рис. 187. Комбинированная засечка точки производится соче-

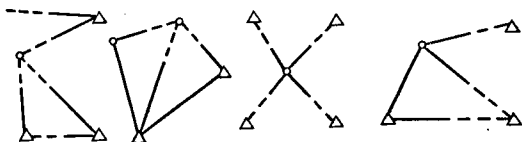


Рис. 187

танием прямых и обратных засечек с участием не менее чем трех опорных пунктов. Углы между направлениями при определяемой точке должны быть не менее 30° и не более 150° .

Для расчета точности положения съемочных пунктов, определенных засечками, можно применить формулы, полученные для засечек в главе XV.

Как известно, средняя квадратическая ошибка положения пункта равна

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}.$$

Для M_x и M_y имеем формулы *

$$M_x = \frac{m_\beta}{10 \sqrt{P_x}}, \quad M_y = \frac{m_\beta}{10 \sqrt{P_y}},$$

где m_β — средняя квадратическая ошибка измерения углов; P_x , P_y — веса уравненных значений абсциссы и ординаты.

Значения P_x и P_y вычисляют для прямой многократной засечки по формулам (XV.59), для обратной многократной засечки — по формулам (XV.112), для которых коэффициенты нормальных уравнений соответственно $[aa]$, $[ab]$, $[bb]$ или $[AA]$, $[AB]$, $[BB]$, а также величины D находят по полученным для этого формулам (см. § 125, 128 и 129). При этом дирекционные углы направлений засечки α и расстояния s от определяемого пункта до исходных измеряют по карте, которая используется для проектирования.

Следует иметь в виду, что положение пункта определяется наиболее надежно тогда, когда он расположен внутри многоугольника, вершинами которого являются опорные пункты. Чем дальше уходит определяемый пункт из пределов указанного многоугольника, тем менее надежно определяется его положение.

Измерение углов в засечках производится теодолитами 30-секундной точности двумя приемами. Допуски при измерении углов такие же, как и при измерении углов в триангуляционных построениях.

Выведем формулу для расчета средней квадратической ошибки высоты, полученной из тригонометрического нивелирования, для пункта, плановое положение которого определено многократной засечкой.

Высоту пункта по одному направлению можно определить как

$$H_i = H_{исх} + h_i,$$

где h_i — превышение между исходным и определяемым пунктом, вычисляемое по формуле (XVIII.10).

Так как за окончательное значение высоты определяемого пункта принимают среднее весовое из значений высот, полученных по каждому направлению, то средняя квадратическая ошибка этого значения будет равна

$$M_{H_i} = \frac{\mu}{\sqrt{P_{H_i}}}, \quad (\text{XVIII.19})$$

где P_{H_i} — вес высоты определяемого пункта.

Вес превышения p_{h_i} будет равен

$$p_{h_i} = \frac{\mu^2}{m_h^2},$$

* В знаменателе 10 берется в случае, если величины a и b , необходимые для вычисления весов, имеют размерность с/дм.

или с учетом формулы (XVIII.11)

$$\rho_{H_i} = \frac{\mu^2 \rho^2}{m_v^2 s^2}. \quad (\text{XVIII.20})$$

Для веса P_{H_i} определяемого пункта будем иметь

$$P_{H_i} = [p_h] = \frac{\mu^2 \rho^2}{m_v^2} \left[\frac{1}{s^2} \right]. \quad (\text{XVIII.21})$$

Подставляя выражение (XVIII.21) в формулу (XVIII.19), получим ее окончательный вид

$$M_H = \frac{m_v}{\rho \sqrt{\left[\frac{1}{s^2} \right]}}. \quad (\text{XVIII.22})$$

Следовательно, *точность определения высоты пункта будет зависеть от точности измерения углов наклона и расстояний от определяемого пункта до исходных; чем эти величины больше, тем точность будет грубее.*

§ 168. Определение высот пунктов съемочного обоснования тахеометрическими и мензульными ходами

При топографических съемках с сечением рельефа 2 и 5 м в равнинно-пересеченной и горной местности высотное съемочное обоснование может создаваться проложением тахеометрических и мензульных ходов.

Для вычисления превышений в ходах, как известно, применяется формула

$$h = \frac{1}{2} (100l + P') \sin 2v + i - v + f; \quad (\text{XVIII.23})$$

здесь P' — переменная поправка при измерении расстояний нитяным дальномером в зрительной трубе с внутренним фокусированием.

Вычислим среднюю квадратическую ошибку превышения в предположении, что ошибки величин P' , i , v и f малы и их нет необходимости учитывать.

Дифференцируя формулу (XVIII.23) и расписывая почленно, получим

$$dh = 100 \sin v \cos v dl + 100l \cos^2 v dv - 100l \sin^2 v dv.$$

Разделим каждый член левой и правой частей на s , причем в правой части на значение s , которое равно

$$s = 100l \cos^2 v,$$

и после небольших преобразований получим

$$\frac{dh}{s} = \frac{dl}{l} \operatorname{tg} v + (1 - \operatorname{tg}^2 v) dv.$$

Переходя к средним квадратическим ошибкам, будем иметь

$$m_h^2 = s^2 \left\{ \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 \operatorname{tg}^2 v + (1 - \operatorname{tg}^2 v)^2 \frac{m_v^2}{\rho^2} \right\}.$$

В полученной формуле разность $1 - \operatorname{tg}^2 v$ при малых углах наклона близка к 1, тогда

$$m_h^2 = s^2 \left\{ \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 \operatorname{tg}^2 v + \frac{m_v^2}{\rho^2} \right\}. \quad (\text{XVIII.24})$$

Если превышение определяют дважды, в прямом и обратном направлениях, то средняя квадратическая ошибка среднего превышения будет равна

$$m_{h_{\text{ср}}}^2 = \frac{s^2}{2} \left\{ \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 \operatorname{tg}^2 v + \frac{m_v^2}{\rho^2} \right\}. \quad (\text{XVIII.25})$$

Высота конечной точки тахеометрического или мензульного хода вычисляется по формуле (XVIII.8), а средняя квадратическая ошибка высоты конечной точки до уравнивания — по формуле (XVIII.9).

Следовательно, выражению (XVIII.9) будет равна и предельная ошибка в самом слабом месте хода, его середине, после уравнивания.

Подставляя в формулу (XVIII.9) значение $m_{h_{\text{ср}}}$, будем иметь

$$M_H^2 = \sum_1^n \frac{s^2}{2} \left\{ \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 \operatorname{tg}^2 v + \frac{m_v^2}{\rho^2} \right\}$$

или, когда s примерно одинаковы, а углы наклона измерены равномерно,

$$M_H^2 = \frac{s^2}{2} \left\{ \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 \sum_1^n \operatorname{tg}^2 v + \frac{nm_v^2}{\rho^2} \right\}. \quad (\text{XVIII.26})$$

Введем обозначение

$$\sum_1^n \operatorname{tg}^2 v = \operatorname{tg}^2 v_{\text{ср}} n,$$

тогда формулу (XVIII.26) можно написать

$$M_H^2 = \frac{s^2 n}{2} \left\{ \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 \operatorname{tg}^2 v_{cp} + \frac{m_v^2}{\rho^2} \right\}. \quad (\text{XVIII.27})$$

Выражение, стоящее в фигурных скобках, зависит от среднего угла наклона, т. е. от характера местности. Обозначим его через K^2

$$K^2 = \left\{ \left(\frac{m_l}{l} \right)^2 \operatorname{tg}^2 v_{cp} + \frac{m_v^2}{\rho^2} \right\}, \quad (\text{XVIII.28})$$

а $s^2 n = Ls^*$, тогда формулу (XVIII.27) окончательно можно написать

$$M_H = \frac{K}{\sqrt{2}} \sqrt{Ls}. \quad (\text{XVIII.29})$$

При расчетах для величины K можно использовать следующие значения:

при $0^\circ < v < 3^\circ$ $K = 0,15$,

при $3^\circ < v < 6^\circ$ $K = 0,21$,

при $v > 6^\circ$ $K = 0,31$.

При проложении системы ходов с одной узловой точкой высота определяемого пункта будет получена как среднее весовое значение из высот по каждому из ходов. В этом случае средняя квадратическая ошибка высоты будет вычислена по формуле (XVIII.19).

Вес каждой высоты определится выражением

$$p_{H_i} = \frac{\mu^2}{M_{H_i}^2} \frac{2\mu^2}{K_i^2 L_i s_i}, \quad (\text{XVIII.30})$$

а вес высоты окончательного значения

$$p_H = \{p_H\} = 2\mu^2 \left[\frac{1}{K^2 Ls} \right]. \quad (\text{XVIII.31})$$

Тогда

$$M_H = \frac{1}{\sqrt{2 \left[\frac{1}{K^2 Ls} \right]}}. \quad (\text{XVIII.32})$$

* Здесь L — длина хода.

Если системы ходов будут иметь несколько узловых точек, то определение весов узловых пунктов можно выполнить способом приближений по формулам (VI.72) и (VI.73), веса P_H , для которых вычислить по формуле (XVIII.30).

При проложении тахеометрических ходов для полевых работ используют технические теодолиты и тахеометры-автоматы ТД, Дальта 010А и др.

Для проложения мензульных ходов применяют мензулы и кипрегели КН, а также ранее изготавливавшиеся КБ, КБ-1 и КА-2.

§ 169. Составление проекта съемки

Непосредственному выполнению топографических съемок предшествует составление проекта, в котором учитывается и техническая, и экономическая сторона предстоящих работ.

При составлении проекта учитывают физико-географические условия местности, предполагаемый способ выполнения съемки, масштаб съемки и высоту сечения рельефа, изученность района работ в геодезическом и картографическом отношении, работы по развитию и сгущению геодезической основы и съемочного обоснования, летно-съемочные и камеральные фотограмметрические работы (при аэрофототопографическом методе съемки), время выполнения отдельных видов полевых и камеральных работ, техническое и хозяйственное обслуживание съемочных работ. Проект сопровождают расчетами стоимости работ в целом и по отдельным видам.

Обязательным в технической части проекта на производство всех видов топографических съемок является обоснование выбора масштаба съемки и высоты сечения рельефа. Масштабы топографических планов устанавливают в зависимости от требований к точности проектно-изыскательских работ, видов и стадий проектирования, плотности и характера контуров и застройки на местности, густоты инженерных коммуникаций. Выбор сечения рельефа зависит от крутизны скатов местности, точности предстоящей вертикальной планировки площадей или характера инженерно-строительных работ. Специальные требования отдельных отраслей к топографическим съемкам устанавливаются в ведомственных инструкциях, которые согласовывают с ГУГК.

Проектирование главной геодезической основы и съемочного обоснования для крупномасштабных съемок производят с учетом масштаба и метода предстоящих съемок, требований Инструкции [24], а также и специальных требований к геодезическим сетям проектных и других организаций. Проект геодезических сетей и съемочного обоснования составляют на картах масштаба 1 : 10 000 или 1 : 25 000.

К непосредственному выполнению всех намеченных при съемке работ приступают после утверждения проекта.

Глава XIX.

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ПРИ СТЕРЕОТОПОГРАФИЧЕСКОЙ И КОМБИНИРОВАННОЙ СЪЕМКАХ В КРУПНЫХ МАСШТАБАХ

§ 170. Понятие о стереотопографической съемке

При применении стереотопографического метода съемки изготовление топографических карт и планов производят с использованием пар перекрывающихся аэрофотоснимков, или как их называют, стереопар. При этом съемку как контуров, так и рельефа осуществляют в камеральных условиях. В процессе обработки используют специальные приборы, позволяющие видеть при рассматривании пары аэрофотоснимков пространственную (стереоскопическую) модель местности и вести необходимые измерения с высокой точностью.

При стереотопографической съемке применяют дифференцированный и универсальный методы.

Схема работ при составлении топографических карт (планов) дифференцированным методом следующая:

- 1) построение геодезической основы;
- 2) аэрофотосъемка местности и фотолабораторные работы;
- 3) плановая и высотная привязка аэрофотоснимков; дешифрирование;
- 4) определение элементов ориентирования аэрофотоснимков; развитие плановых фототриангуляционных и высотных фотограмметрических сетей;
- 5) стереоскопическая рисовка рельефа;
- 6) трансформирование отдельных аэрофотоснимков и составление фотоплана местности;
- 7) вычерчивание и оформление оригинала карты.

В дифференцированном методе составление планов и карт по аэрофотоснимкам местности разделяется на отдельные процессы, которые большей частью выполняются с помощью ряда фотограмметрических приборов. Основным фотограмметрическим прибором при работе этим методом является топографический стереометр, на котором по высотным точкам производят ориентирование плановых аэрофотоснимков и рисовку рельефа, используя для этого зависимость между превышениями на местности и положением соответствующих точек на паре аэрофотоснимков. Часть высотных точек определяют в поле геодезическими методами, вторую часть получают путем фотограмметрического сгущения высот. В дальнейшем горизонтали и результаты дешифрирования переносят с аэрофотоснимков на изготовленный фотоплан. Дифференцированный метод применяется при обработке аэрофотоснимков рав-

нинных и всхолмленных районов, так как точность рисовки рельефа из-за приближенности решения и необходимости переноса горизонталей с аэрофотоснимков на фотопланы при значительном рельефе понижается. Сравнительная простота и малые габариты приборов, применяемых при этом методе, позволяют его использовать в экспедиционных условиях и неспециализированных предприятиях.

В универсальном методе с помощью сложного универсального стереоприбора — мультиплекса или стереопроектора по паре аэрофотоснимков получают модель местности, на которой один наблюдатель последовательно выполняет с помощью того же прибора все процессы создания по аэрофотоснимкам оригиналов планов и карт: взаимное и геодезическое ориентирование, фотограмметрическое сгущение опорных точек, рисовку рельефа и ситуации. Планы местности на универсальных приборах строят в ортогональной проекции, поэтому универсальный метод применяется для создания планов как в равнинной, так и в горной местности. Достоинством этого метода является также автоматизация построений и измерений, не требующая сложных вычислений.

Для возможности составления топографической карты (плана) каждая стереопара должна быть обеспечена определенным количеством точек с известными геодезическими координатами и высотами, поэтому важной частью стереотопографической съемки является получение этих точек. Для этого выполняют пространственное фототриангулирование, позволяющее определять координаты и высоты точек в камеральных условиях. В настоящее время пространственное фототриангулирование выполняют аналитическим и универсальным (аналоговым) методами.

При аналитическом методе на самом точном стереофотограмметрическом приборе — стереокомпараторе измеряют координаты определяемых и опорных точек на аэрофотоснимках стереопар. Результаты измерений вводят в ЭВМ, которая после вычислений выдает геодезические координаты определяемых точек.

При универсальном методе координаты точек получают на универсальных приборах по измерениям на модели местности.

Следует отметить, что большие заслуги по созданию и внедрению в производство метода стереосъемки принадлежат заслуженному деятелю науки и техники РСФСР лауреату Ленинской и Государственной премий профессору МИИГАиК Ф. В. Дробышеву. Он является одним из авторов дифференцированного метода стереотопографической съемки, им разработаны и внедрены в производство стереофотограмметрические приборы: стереометры, стереографы и другие, позволившие создавать топографические карты по аэрофотоснимкам.

Как следует из изложенного выше, стереотопографический метод позволяет получить в камеральных условиях по снимкам не только контурную часть плана, но и изображение рельефа.

Полевые работы в этом случае включают лишь определение опорных точек и дешифрирование или проверку камерального дешифрирования снимков.

Входящие в технологический процесс стереотопографической съемки работы подразделяются на аэрофотосъемочные, фотограмметрические и геодезические. Аэрофотосъемочная и фотограмметрическая части процессов подробно изучаются в соответствующих курсах. В курсе геодезии рассматривается полевая геодезическая часть работ, а о других работах сообщаются только необходимые сведения.

§ 171. Аэрофотосъемка

Фотографирование местности при аэрофотосъемке производят с самолета автоматическими аэрофотоаппаратами (АФА) со сменными объективами и различными фокусными расстояниями. Аэрофотосъемку выполняют параллельными маршрутами с перекрытием аэрофотоснимков в каждом маршруте. Аэрофотосъемочные маршруты рассчитывают заранее и их оси наносят на карту. Число маршрутов должно быть таким, чтобы вся местность, подлежащая съемке, была сфотографирована полностью. Направление маршрутов аэрофотосъемки при фотографировании значительных по площади территорий, как правило, устанавливают с запада на восток или с востока на запад.

Для стереотопографической съемки используют плановые аэрофотоснимки, которые получаются при фотографировании местности аэрофотоаппаратом, оптическая ось которого находится в отвесном положении (с отклонением до 3°).

Масштаб фотографирования местности $1/m$ зависит от фокусного расстояния f_k аэрокамеры и высоты H центра объектива прибора

$$\frac{1}{m} = \frac{f_k}{H}. \quad (\text{XIX.1})$$

Фотографирование местности для стереотопографической съемки в крупных масштабах в равнинных районах выполняют АФА с $f_k = 70$ мм, во всхолмленных и горных районах — АФА с $f_k = 100$ мм. На застроенной территории, если залет используется для составления плана и для стереотопографической съемки рельефа, фотографирование выполняют АФА с $f_k = 100$ и 140 мм. Для застроенной территории, если будет составляться только контурный план, в зависимости от этажности и плотности застройки аэрофотоаппарат выбирается с $f_k = 100$, 140 или 200 мм.

При установлении масштаба фотографирования для стереофотограмметрических работ, кроме того, учитывают масштаб топографической съемки, физико-географические особенности местности, высоту сечения рельефа, заданную точность стереоскопии

ческой рисовки рельефа, точность нанесения контуров и допустимые коэффициенты увеличения R (отношение масштаба плана к масштабу снимков) используемых стереофотограмметрических приборов.

При установлении масштаба фотографирования для составления фотопланов принимают во внимание масштаб съемки, фокусное расстояние АФА и тип фототрансформирующего прибора.

Значения масштабов фотографирования, рекомендуемых для крупномасштабных съемок, в зависимости от перечисленных выше факторов приводятся в Инструкции [24], при этом указывается, что масштаб фотографирования для создания фотопланов целесообразно выбрать такой, чтобы один снимок стандартного размера покрывал площадь не менее одного планшета. Стандартный размер снимков, чаще всего применяемых при аэрофотосъемке, 18×18 , 18×24 и 30×30 см.

Высота полета при аэрофотосъемке определяется из формулы (ХІХ.1) в зависимости от масштаба фотографирования и фокусного расстояния АФА, установленного на самолете.

При аэрофотосъемке масштаб фотографирования не сохраняется строго постоянным, он искажается в пределах как разных снимков, так и одного снимка. При фотографировании самолет главным образом вследствие воздушных потоков и других причин не сохраняет строго заданную высоту — это приводит к разномасштабности (в небольших пределах) аэрофотоснимков. Масштаб фотографирования в пределах одного аэрофотоснимка искажается за счет наклона самолета в момент фотографирования, неровностей местности и искажений собственно фотографирования. Масштаб изображения на аэрофотоснимке изменяется от центральной части к краям, причем чем ближе к краям, тем изменение масштаба больше. Таким образом, фотографическое изображение на краях аэрофотоснимка нельзя назвать полноценным. Поэтому используют только среднюю часть аэрофотоснимка, так называемую рабочую площадь.

Аэрофотосъемку производят так, чтобы аэрофотоснимки перекрывались вдоль по маршруту (продольное перекрытие) и поперек маршрута (поперечное перекрытие). Продольное перекрытие необходимо для стереоскопического рассматривания аэрофотоснимков. Величины перекрытий устанавливаются в зависимости от масштаба съемки и рельефа местности. Продольное перекрытие должно быть не менее 60%, а поперечное не менее 30% от площади аэрофотоснимка. Для крупномасштабных съемок установлены продольное перекрытие 80—90%, поперечное 30—40% от площади аэрофотоснимка.

Для расчета числа маршрутов, необходимых для съемки участка, необходимо иметь заданные значения масштаба фотографирования, формат аэрофотоснимка, заданные проценты продольного и поперечного перекрытий, размеры съемочного участка.

Если ширина аэросъемочного участка D (км) (рис. 188), то число маршрутов k будет

$$k = \frac{D}{D_y} + 1, \quad (\text{XIX.2})$$

где D_y — расстояние между маршрутами на местности; один маршрут прибавляется для обеспечения южной и северной границ участка. D_y вычисляется по формуле

$$D_y = d_y m, \quad (\text{XIX.3})$$

где d_y — расстояние между соседними маршрутами в масштабе съемки (рис. 189); m — знаменатель масштаба фотографирования,

$$d_y = \frac{l_y}{100} (100 - q\%),$$

где l_y — сторона аэрофотоснимка в направлении, перпендикулярном к направлению маршрутов, в см; q — процент поперечного перекрытия.

С учетом d_y величину D_y можно написать так:

$$D_y = \frac{l_y m}{100} (100 - q\%). \quad (\text{XIX.4})$$

Число аэрофотоснимков в одном маршруте на участке, длина которого равна C (см. рис. 188), будет

$$L = \frac{C}{B_x} + 3; \quad (\text{XIX.5})$$

здесь B_x — длина базиса фотографирования при аэрофотосъемке. Три аэрофотоснимка прибавлено для обеспечения восточной и западной границ аэрофотосъемочного участка.

Базис фотографирования при аэрофотосъемке вычисляется как базис b (см. рис. 189, а) на аэрофотоснимке (расстояние между

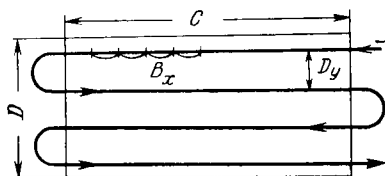


Рис. 188

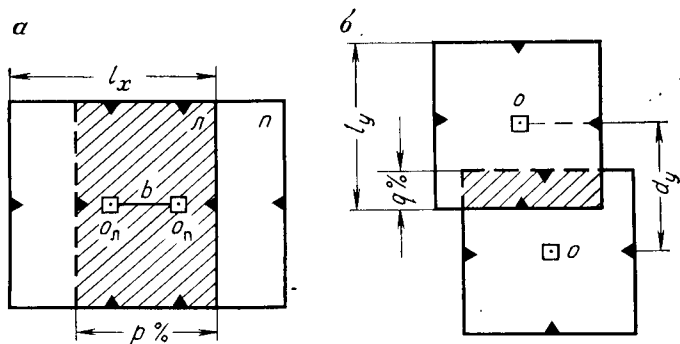


Рис. 189

центрами снимков), умноженный на знаменатель масштаба аэрофотосъемки,

$$B_x = bm.$$

При заданном проценте продольного перекрытия p величина b будет равна (см. рис. 189, а)

$$b = \frac{l_x}{100} (100 - p\%),$$

где l_x — сторона аэрофотоснимка в направлении маршрута в см.
С учетом b величина B_x будет равна

$$B_x = \frac{l_x m}{100} (100 - p\%). \quad (\text{XIX.6})$$

Число аэрофотоснимков на съемочный участок определится по формуле

$$N = LK. \quad (\text{XIX.7})$$

Качество аэрофотосъемки проверяют после залетов по накидному монтажу, который составляют из аэрофотоснимков путем совмещения по одноименным контурам перекрывающихся частей.

Фотографирование местности производят на черно-белой, цветной и спектральнозональной * пленке на лавсановой и триацетатной основах. Цветную аэропленку используют при съемке городов, открытых горных районов и районов с древесно-кустарниковой растительностью, особенно в осенний период. Спектральнозональную аэропленку применяют при весенней и летней съемке районов с разнообразной естественной растительностью, плантациями технических культур, а также районов с избыточным увлажнением поверхности.

При стереотопографической съемке горизонтالي проводят при помощи стереоскопических приборов на аэрофотоснимках, рассматривая видимую в стереоскоп модель местности, при этом важно видеть непосредственно поверхность земли. Чтобы растительный покров возможно меньше препятствовал этому, для фотографирования местности выбирают соответствующее время года. Например, в пустынных районах лучшим временем для аэрофотосъемки является поздняя весна, в населенных пунктах с большим количеством древесной растительности, а также в равнинных районах, покрытых лесом или кустарником, — весна или осень (когда нет листвы на деревьях).

§ 172. Плановые и высотные опознаки

Чтобы изготовить фотоплан — общую одномасштабную фотографию местности в пределах рамки плана или карты по разно-

* Пленка, предназначенная для фотографирования в условных цветах.

масштабным плановым аэрофотоснимкам, — необходимо на каждом снимке устранить искажения и привести аэрофотоснимки к масштабу создаваемого плана. Это выполняется путем трансформирования аэрофотоснимков на специальных фотограмметрических приборах — трансформаторах. Вследствие трансформирования средняя часть снимка становится практически равноценной ортогональной проекции.

Для трансформирования аэрофотоснимка нужно иметь в пределах его рабочей площади четыре точки с известными координатами, расположенные примерно по углам.

Любая контурная точка, опознанная на аэрофотоснимке и на местности, координаты которой определены геодезическим способом, называется опорной точкой, или плановым опознаком (ОП), а полевые работы по определению координат опознаков — привязкой аэрофотоснимков, или полевой плановой подготовкой аэрофотоснимков. Положение четырех трансформационных точек для каждого аэрофотоснимка — плановых опознаков при так называемой сплошной плановой привязке может быть определено из наземных геодезических работ, но тогда существенно увеличатся объем и стоимость работ. Поэтому в полевых условиях производится разреженная привязка, при которой определяются координаты двух-трех опознаков на маршруте, а плановое положение четырех трансформационных точек каждого снимка получают в камеральных условиях методами графической фототриангуляции, фотополигонометрии и построением сетей на приборах универсального типа. Положение опорных точек устанавливают этими методами с ошибкой [порядка 0,3 мм на плане. Опираясь на указанные точки, производят трансформирование аэрофотоснимков, из которых затем монтируют фотоплан.

В настоящее время производят только разреженную плановую привязку аэрофотоснимков. Густота и размещение опознаков зависят от масштаба создаваемого плана (карты), масштаба аэрофотоснимка и фотограмметрического метода сгущения.

При создании планов в масштабах 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000, 1 : 500 на участках, протяженность которых в направлении маршрутов аэрофотосъемки составляет 160—200 см в масштабе создаваемого плана, опознаки располагают по схеме, приведенной на рис. 190, а. На участках меньшей длины каждая секция фотограмметрической сети обеспечивается на концах парами опорных точек, расположенных по разные стороны от оси маршрута. Расстояния между опорными точками в направлении маршрута могут составлять 80—100 см в масштабе плана (рис. 190, б).

Начало и конец каждого маршрута аэрофотосъемки обеспечиваются двумя плановыми опознаками, один из которых должен находиться за границей участка съемки. Границы, совпадающие с направлением маршрутов аэрофотосъемки, обеспечивают до-

полнительными точками посередине (через 40—50 см), если число маршрутов на участке больше трех.

В качестве плановых опознаков выбирают четкие контурные точки, положение которых можно определить на аэрофотоснимке и отождествить на местности со средней квадратической ошибкой, не превышающей 0,1 мм в масштабе составляемого плана. Это могут быть перекрестки дорог, троп, просек, троп с границами полевых культур и т. д. Нельзя плановые опознаки выбирать на крутых склонах, на округлых контурах леса и сельскохозяйственных культур, а также использовать отдельно стоящие деревья, кусты, углы высоких построек (из-за теней). При отсут-

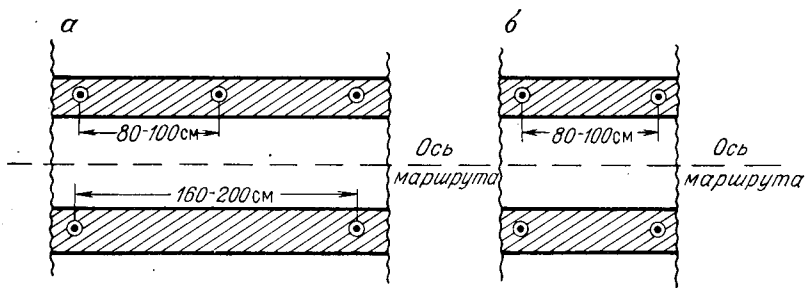


Рис. 190

ствии в районе работ естественных контуров, которые могли бы быть использованы в качестве плановых опознаков, создают на местности искусственные различные геометрические фигуры, которые должны отчетливо изобразиться на аэрофотоснимках, т. е. маркируют точки полевой плановой подготовки аэрофотоснимков.

Для всех плановых опознаков одновременно с определением координат находят их высоты над уровнем моря.

Для создания высотной части карты по аэрофотоснимкам на них должны быть точки с известными высотами. Определение высот этих точек — высотных опознаков (ОВ) и опознавание их на аэрофотоснимках называется высотной привязкой, или полевой высотной подготовкой аэрофотоснимков.

При съемке в крупных масштабах высотная подготовка аэрофотоснимков может выполняться в вариантах полной или разреженной подготовки в зависимости от масштаба фотографирования, высоты сечения рельефа, характера участка съемки и технических характеристик аэрофотоаппарата.

Необходимость применения полной или разреженной высотной подготовки в каждом конкретном случае указывается Инструкцией [24].

При полной высотной подготовке высотные опознаки располагаются в углах каждой стереопары в зонах поперечного пере-

крытия аэрофотоснимков. Кроме того, для контроля определяется на каждой стереопаре пятая высотная точка (рис. 191).

При разреженной высотной подготовке количество высотных опознаков и их расположение зависят от высоты сечения рельефа. При съемках с высотами сечения рельефа 0,5 и 1 м высотные опознаки располагают попарно, по обе стороны от оси маршрута в зонах поперечного перекрытия аэрофотоснимков соседних маршрутов на расстоянии 2—2,5 км в направлении маршрутов. При съемках с высотами сечения рельефа 2 и 5 м высотные опознаки совмещают с плановыми.

Крайние на снимаемом участке аэрофотоснимки обеспечиваются большим количеством высотных опознаков; при высоте сечения рельефа 0,5 и 1 м проводится полная высотная подготовка аэрофотоснимков границных маршрутов; при высоте сечения рельефа 2 м прокладывают высотный ход по наружному краю маршрута с обеспечением каждой стереопары двумя высотными опознаками; при высоте сечения рельефа 5 м высотные опознаки определяются с интервалами в 2—3 базиса фотографирования.

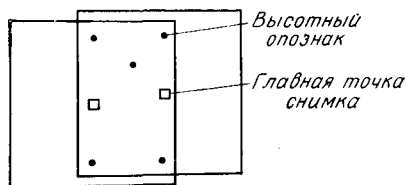


Рис. 191

Высотные опознаки или совмещают с замаркированными точками, или выбирают на надежно опознаваемых контурах. Нельзя в качестве высотных опознаков выбирать точки, расположенные на крутых склонах, в оврагах и т. п. Ошибки опознавания точки на местности и отождествления ее на аэрофотоснимке не должны приводить к ошибке в высоте точки более $\frac{1}{10}$ высоты сечения рельефа.

§ 173. Проектирование, маркировка и привязка плановых и высотных опознаков

Проект полевой плановой и высотной подготовки аэрофотоснимков составляют одновременно с проектированием маршрутов предстоящего залета и размещения опознаков на топографической карте. Определение плановых опознаков проектируют в дополнение к имеющимся на местности пунктам государственных геодезических сетей и сетей сгущения с расчетом обеспечения необходимой опорой каждой секции фотограмметрической сети. В проекте намечают зоны расположения опознаков, предусматривают методы их привязки к пунктам государственной геодезической сети и сети сгущения, устанавливают места полевых определений урезов воды в водоемах. В проекте должны быть показаны имеющиеся на местности пункты государственной геодезической сетей, государственного нивелирования и сетей сгущения. При проектировании должны быть наилучшим образом удовлетворены требования, предъявляемые к размещению опознаков, и учтены

возможности наиболее быстрого и дешевого выполнения геодезических работ на местности.

При сплошной высотной подготовке проектирование выполняется после аэрофотосъемки по аэрофотоснимкам, а затем переносится на репродукцию накидного монтажа аэрофотоснимков.

При составлении проекта привязки аэрофотоснимков на участки местности с нечеткими контурами и малой плотностью точек главного геодезического обоснования предусматривают маркировку плановых и высотных опознаков, а также пунктов главного геодезического обоснования, а при съемке в масштабах 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 еще и ряда дополнительных точек: выходов подземных коммуникаций, входных и выходных ориентиров на осях маршрутов аэрофотосъемки.

Форма, размеры и цвет маркировочного знака подбирают такими, чтобы его можно было уверенно различать и накальывать на аэрофотоснимке данного масштаба. При создании крупномасштабных планов применяют маркировочные знаки в виде креста, квадрата или круга (рис. 192). Маркировочные знаки осей маршрутов аэрофотосъемки оформляют в виде стрелок или прямоугольников (полос). На темном фоне (траве, пашне, асфальте и т. п.)

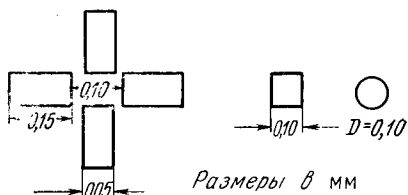


Рис. 192

оптимальный цвет маркировочного знака белый и желтый; на светлом фоне — темный. Для маркировки должны применяться дешевые материалы. Например, на улицах с твердым покрытием маркировку производят несмываемой белой или желтой краской, на задернованной почве маркировку делают вспашкой плугом или окопкой и т. д. Размеры маркировочных знаков определяют в зависимости от масштаба фотографирования с таким расчетом, чтобы изображение на аэрофотоснимке отдельных частей знаков светлого цвета были не менее величин (в масштабе составляемого плана), указанных на рис. 192. У знаков черного цвета размеры могут быть увеличены. Необходимо маркировочные знаки размещать на местности симметрично маркируемым центров, допустимые отступления от симметрии не должны превышать 0,07 мм в масштабе составляемого плана.

На каждый маркировочный знак составляют специальную карточку, в которой указывают местоположение замаркированной точки, что замаркировано, абрис, размеры и форму маркировочного знака, материал, использованный для маркировки. По выполнении аэрофотосъемки в карточке проставляют номер снимка.

Опознаки закрепляют на местности знаками, обеспечивающими долговременную сохранность пунктов, и временными знаками с расчетом на сохранность точек на время полевых работ (см. § 164). Закрепление долговременными знаками производят с та-

ким расчетом, чтобы на каждом планшете было закреплено не менее трех точек при съемке в масштабе 1 : 500 и одной точки при съемке в масштабе 1 : 2000, включая пункты государственной геодезической сети и сетей сгущения.

Опознавание пунктов производят на снимках (контактных отпечатках) непосредственно на местности. При этом опознают пункты геодезического обоснования, замаркированные точки, а также выбранные в качестве опорных точек контуры. Опознанные контуры накалывают тонкой иглой (отверстие накола не более 0,2 мм) с лицевой стороны снимка, обводят пунктиром и нумеруют, а на обратной стороне составляют абрис в масштабе более крупном, чем масштаб аэрофотоснимка, и описание точки (рис. 193). Перед наколом необходимо убедиться, что данная точка отчетливо изображена на всех перекрывающихся аэрофотоснимках. Пункты геодезического обоснования и четко изобразившиеся замаркированные точки, не накалывая, обводят на лицевой стороне аэрофотоснимка окружностью, центрированной в опознанной точке, и рядом подписывают его номер или название. Если замаркированный знак отчетливо выделяется на аэрофотоснимке только при рассматривании в лупу, то местоположение его (также без накола) обводят кружком на обратной стороне аэрофотоснимка.

Координаты плановых опознаков определяют методами, применяемыми для создания планового съемочного обоснования: путем многократных засечек (прямых, обратных, комбинированных, см. § 167), триангуляционных построений (§ 166), проложением теодолитных ходов (§ 165) и полярным способом (измерением расстояния до исходного пункта и примычного угла). Способ определения координат выбирается в зависимости от характера местности и плотности пунктов геодезической сети.

Предельные ошибки положения плановых опознаков после уравнивания относительно пунктов государственной геодезической сети и сетей сгущения не должны превышать 0,2 мм в масштабе плана на открытой местности и на застроенной территории и 0,3 мм — на местности, закрытой лесом или кустарником. Предельные ошибки координат не должны быть больше величин, приведенных в табл. 42.

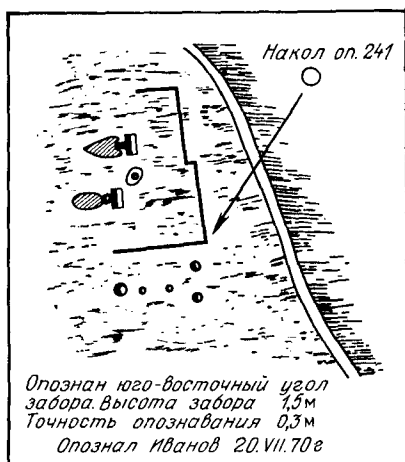


Рис. 193

При опознавании высотных опознаков на обратной стороне аэрофотоснимка вместо абриса рядом с кратким описанием его местоположения изображают профиль местности в направлении наибольшей крутизны ската. Высоты высотных и планово-высотных опознаков определяют техническим нивелированием в равнинно-всхолмленных районах при съемке с высотой сечения рельефа 0,5; 1 и 2 м (см. § 163) или тригонометрическим нивелированием при съемке всхолмленных и горных районов с высотами сечения рельефа 2 и 5 м (§ 168). Средние ошибки определения высот опознаков не должны быть более 0,1 принятой высоты сечения рельефа.

При высотной подготовке определяют отметки уреза воды в реках и водоемах, а также высоты характерных и четких контурных точек в промежутках между опознаками. Урезы вод приводят к уровню на дату аэрофотосъемки (в случае использования их при рисовке рельефа) и к меженному уровню для подписи на плане.

После завершения всех полевых и камеральных работ полевой планово-высотной подготовке аэрофотоснимков представляются следующие материалы: проект планово-высотной подготовки, журналы полевых измерений, каталог координат и высот опознаков со схемой и краткой пояснительной запиской, аэрофотоснимки с нанесенными опознанными точками, материалы контроля опознавания. В пояснительной записке приводятся следующие сведения: методы плановой и высотной подготовки, результаты оценки точности определения координат и высот, сведения о закреплении и маркировке пунктов, чертежи центров.

§ 174. Дешифрирование аэрофотоснимков

Дешифрированием называется процесс опознавания по фотографическому изображению на аэрофотоснимках, фотопланах, фотосхемах * отдельных объектов местности, границ контуров и их содержания. В зависимости от назначения дешифрирование бывает топографическое, геологическое, почвенное, лесное и др.

При создании топографических карт и планов производят топографическое дешифрирование, в задачу которого входит изображение опознанных контуров и объектов в условных знаках, исправление недостатков фотографирования и пополнение фотографий недостающими данными. Дешифрирование делят на камеральное, полевое и комбинированное.

Камеральное дешифрирование основано на использовании изобразительных свойств фотоизображения и изучении различных вспомогательных материалов, дополняющих сведения о дешифрируемых объектах местности. При камеральном дешифрировании

* Фотосхема — фотографическое изображение территории съемки, составленное из нетрансформированных снимков.

аэрофотоснимки рассматривают под стереоскопом и согласно опознаванию ситуации (контуров, предметов) выделяют ее элементы, показывают их условными знаками, производя при этом целесообразные обобщения и удаляя лишние изображения. При дешифрировании учитывают ряд дешифровочных признаков: форму и размеры изображения (геометрические признаки), свойство предметов отражать неодинаковое количество падающего на них света (оптические признаки), распределение света и тени, взаимную связь предметов.

Дешифровочные признаки делятся на прямые и косвенные. К прямым признакам относятся форма, размеры, тени, падающие от предметов местности, и др., к косвенным — взаимосвязь различных объектов местности, отобразившихся на снимке, окружение объекта, дополнительные данные и т. д. Например, тень, отбрасываемая объектом, с учетом масштаба изображения дает представление о сфотографированном объекте (рис. 194). Применение цветной и спектрально-аэрофотосъемки увеличивает возможности камерального дешифрирования, так как повышает опознаваемость и различимость контуров и предметов на фотографиях.



Рис. 194

При полевом дешифрировании определение границ и выявление сущности объектов осуществляется путем визуального сравнения фотоизображения с местностью. Обследование местности при полевом дешифрировании ведется по маршрутам, расположение и густоту которых намечают при составлении проекта съемки, и в зависимости от характеристики местности. Маршруты обследования показывают на специальных схемах. При полевом дешифрировании по намеченным маршрутам обследуют территорию, подлежащую съемке, и на фотографическом изображении условными знаками отмечают контуры и предметы местности (линии связи, мосты, сооружения и т. п.), наносят неотобразившиеся элементы ситуации (трубопроводы, колодцы и т. п.), и подписывают необходимую характеристику ситуации и рельефа.

Комбинированное дешифрирование сочетает в себе и камеральное, и полевое дешифрирование. Основным методом дешифрирования аэрофотоснимков при крупномасштабных съемках является комбинированное дешифрирование. При этом в зависимости от топографической изученности района съемки и принятой технологической схемы работ полевое дешифрирование производится до камерального или после него.

Любому методу дешифрирования предшествуют подготовительные работы, во время которых собирают и изучают необходимые для дешифрирования материалы: топографические карты, данные геодезических обследований, отчеты о прежних съемках, ведомственные картматериалы — планшеты специализированных топо-

графических съемок, дежурные планы застройки, адресные планы городов с названиями улиц и номерами домов и планы обмеров цоколей зданий, планы земель совхозов и колхозов, лесоустроительные планшеты, планы торфяных месторождений, нефтепромыслов, исполнительные планы после окончания строительства, различные справочники — административно-территориального деления, железнодорожных и речных путей сообщений, гидрометеослужбы, покрытий улиц и др. По этим материалам определяют в камеральных условиях наименование улиц, номера домов, характеристики зданий по огнестойкости, этажности и назначению; принадлежность выходов подземных коммуникаций к различным инженерным сетям и т. п.

Чаще всего при стереотопографической съемке выполняют сначала камеральное дешифрирование, а затем полевое, которое производят для проверки и доработки камерального.

При камеральном дешифрировании крупномасштабных изображений закрепляют не только границы контуров, но местоположение зданий, сооружений и т. п. Наиболее трудной задачей при этом является правильное определение положения оснований многоэтажных зданий и высоких объектов, поскольку, как правило, на аэрофотоснимках изображается только верхняя часть (крыши) этих объектов. В процессе дешифрирования оснований таких объектов необходимо вводить поправки за счет смещения изображений их верхних частей вследствие центрального проектирования и наличия карнизов. Поправка учитывается, если она превышает графическую точность плана. Величину карнизов и свесов крыш учитывают по перспективному изображению самого здания или его тени. Кроме этого, при оконтуривании построек учитывают разномасштабность изображения крыши и цоколя здания и также вводят поправки.

При доработке камерального дешифрирования полевыми методами опознают объекты, которые были неуверенно опознаны на аэрофотоснимках из-за малых размеров, слабого контраста или по другим причинам, устанавливают недостающие характеристики объектов и наносят местные предметы и углы контуров, не изобразившиеся при аэрофотосъемке. Нанесение этих объектов выполняют обычно промерами. Данные измерений фиксируют на обратной стороне аэрофотоснимков или на отдельном абрисе.

Полевое дешифрирование до камерального производят в следующих случаях: при отсутствии на район съемок надлежащих ведомственных материалов; при наличии на снимках отдельных участков незастроенных территорий с объектами, которые полностью или частично не распознаются камерально; при съемках населенных пунктов в масштабах 1 : 1000 и 1 : 500, если в процессе дешифрирования требуется выполнить значительный объем измерений на местности.

Полевое дешифрирование выполняют, обходя местность по намеченным маршрутам. При дешифрировании объекты обозна-

чают условными знаками, а ситуацию по маршруту передают только надписями и численными характеристиками. Измерения в населенных пунктах производят методами горизонтальной съемки (в масштабе 1 : 5000 с помощью мензулы, при съемке 1 : 2000 и крупнее — с помощью мензулы в сочетании с теодолитом и обмером зданий). Данные измерений оформляют или на аэрофотоснимках в виде надписей, или на отдельных абрисах, которые затем используют при составлении контурной части плана.

Полное оформление результатов дешифрирования во всех случаях производят на составительском оригинале.

Результаты дешифрирования контролируют и принимают непосредственно на местности.

§ 175. Комбинированная съемка

Стереотопографический метод съемки можно применить не для всякой местности. При создании планов и карт в разных масштабах с высотой сечения рельефа 1 м и 0,5 м в районах с закрытой местностью, т. е. покрытых сплошной высокой растительностью (лесами, кустарниками, камышами и т. п.), а в очень крупных масштабах (1 : 1000, 1 : 500) еще и парками и плотной многоэтажной застройкой, стереоскопическая рисовка рельефа не может быть выполнена с требуемой точностью. Поэтому в этих случаях стереотопографический метод съемки заменяют комбинированным.

Комбинированный способ съемки может выполняться в двух вариантах. При первом варианте схема работ будет следующая:

- 1) построение геодезической основы;
- 2) аэрофотосъемка местности и фотолабораторные работы;
- 3) планово-высотная привязка аэрофотоснимков;
- 4) фотограмметрическое сгущение опорной сети;
- 5) трансформирование аэрофотоснимков; изготовление фотопланов и светокопий с них;
- 6) создание высотного съемочного обоснования;
- 7) полевая съемка рельефа на фотопланах; дешифрирование контуров и досъемка объектов местности, не изобразившихся на фотоплане.

Дешифрированный фотоплан с изображением рельефа на нем служит основой оригинала плана (карты).

При втором варианте комбинированной съемки контурную часть плана составляют на универсальных стереофотограмметрических приборах в виде графических планов при камеральном дешифрировании всех изобразившихся на аэрофотоснимках объектов, а съемку рельефа выполняют в поле, одновременно уточняют данные камерального дешифрирования и производят досъемку отсутствующих на графическом плане объектов.

Таким образом, при комбинированной съемке построение геодезической основы, аэрофотосъемку, плановую и высотную привязку снимков, составление фотоплана или графического плана

выполняют так же, как при стереотопографической съемке, а дешифрирование и съемку рельефа производят на фотоплане или графическом плане геодезическими методами непосредственно на местности.

При съемке в крупных масштабах выбор варианта комбинированной съемки зависит от масштаба составляемого плана и характера застройки территории, подлежащей съемке.

Первый вариант применяют при масштабе плана 1 : 5000 при любом характере застройки, при съемке в масштабе 1 : 2000 и крупнее территорий незастроенных, с рассредоточенной и малоэтажной застройкой. Второй вариант применяют тогда, когда производят съемку или в масштабе 1 : 2000 территорий, плотно застроенных многоэтажными зданиями, или в масштабе 1 : 1000—1 : 500 территорий, плотно застроенных малоэтажными и многоэтажными зданиями.

Съемка выполняется на фотокопиях с фотоплана или графического плана, изготовленных на матовой или полуматовой фотобумаге, наклеенной на жесткую основу. Они должны иметь хорошее фотографическое качество, т. е. нормальную резкость и плотность, ровный тон и наиболее полную проработку деталей. К каждому фотоплану (графическому плану) для производства полевых работ прилагается комплект аэрофотоснимков, изготовленных в масштабе, близком к масштабу съемки.

§ 176. Высотное съемочное обоснование

Для того чтобы выполнить съемку рельефа на фотоплане или графическом плане, создают сначала высотное съемочное обоснование — систему опорных пунктов, необходимую для съемки. Съемочное обоснование развивают проложением основных и съемочных высотных ходов. Путем проложения основных высотных ходов сгущают сеть пунктов главной геодезической высотной основы до такой степени плотности, чтобы между этими пунктами можно было прокладывать съемочные высотные ходы.

В зависимости от принятой высоты сечения рельефа в качестве высотных ходов могут служить ходы технического нивелирования, ходы нивелирования горизонтальным лучом (кипрегелем или теодолитом, имеющим цилиндрический уровень на зрительной трубе), ходы тригонометрического нивелирования — мензульные или тахеометрические.

До начала полевых работ составляют проект сети высотного съемочного обоснования. Проект разрабатывают на основе предварительного изучения местности по фотоплану или графическому плану и по карте наиболее крупного масштаба, имеющейся на данный район. На карту предварительно наносят все пункты геодезической основы и рамки планшетов съемки.

При проектировании основных высотных ходов учитывают следующие условия:

1) ходы должны опираться на реперы и марки государственной нивелирной сети, пункты государственной геодезической сети, геодезической сети сгущения 1 и 2 разрядов и съемочных сетей, высоты которых определены нивелированием IV класса (для равнинно-всхолмленной и горной местности при высоте сечения рельефа 2 и 5 м — на пункты, определенные техническим нивелированием);

2) прокладывать можно как отдельные ходы, так и сети с узловыми точками и замкнутыми полигонами;

3) точки ходов должны равномерно распределяться по всей площади;

4) для проложения ходов должны быть выбраны направления, удобные для измерения (дороги, улицы, просеки и т. д.).

Проект сопровождают расчетами точности.

При съемках с сечением рельефа 0,25; 0,5 и 1 м основные высотные ходы прокладывают техническим нивелированием; при съемке с сечением рельефа 2 м — техническим нивелированием или нивелированием горизонтальным лучом, а также тригонометрическим нивелированием (тахеометрическими и основными мензульными ходами); при съемках с сечением рельефа 5 м — тригонометрическим нивелированием.

При выборе способа тригонометрического нивелирования основным мензульным ходам отдают предпочтение как наиболее целесообразным, так как при наличии фотоплана (графического плана) можно проложить высотный ход, базируясь преимущественно на контурных точках, опознаваемых в натуре.

При отсутствии возможности опознавания их плановое положение определяют как при мензульной съемке, т. е. на прочерченном направлении откладывают расстояние, измеренное от предыдущего пункта. На открытой местности, лишенной четких контуров, создают систему контурных точек как при развитии геометрической сети. Но в построении такой сети по сравнению с геометрической имеются весьма существенные различия: сеть создается из треугольников с небольшими сторонами, отпадает необходимость в точном ориентировании планшета, расстояние между пунктами берут непосредственно с плана.

Плановое положение отдельных пунктов хода можно определять, кроме того, следующими способами:

обратной засечкой с двух ближайших опознанных контурных точек с желательным контролем на третью удаленную точку;

обратной засечкой с ближней опознанной на местности точки и измерением до нее расстояния по рейке с контролем по удаленному пункту;

линейной засечкой с измерением на местности расстояния по рейке от двух близких контурных точек, имеющих на фотоплане (графическом плане), с контролем по удаленному пункту;

линейной засечкой от трех ближайших опознанных контурных точек;

решением задачи Потенота способом приближений с использованием ближайших опознанных контурных точек с контролем по дальнему пункту.

При применении этих способов ориентирование планшета выполняют по буссоли.

Точки основных высотных ходов на местности закрепляют или постоянными, или временными знаками (см. § 164).

Ходы технического нивелирования прокладывают в соответствии с требованиями, изложенными в § 163.

Требования, предъявляемые к основным мензульным и тахеометрическим ходам, зависят от характера местности и высоты сечения рельефа. Предельные длины и невязки ходов, установленные Инструкцией [24], приведены в табл. 45.

Т а б л и ц а 45

Характеристика местности	Высота сечения рельефа, м	Основные высотные ходы		Съемочные высотные ходы	
		предельная длина хода, км	предельная невязка, м	предельная длина хода, км	предельная невязка, м
Равнинно-пересеченная, горная	2	6	0,30—0,50 *	3	0,60
Пересеченная, предгорная, горная	5	12	1,0	6	1,0

* 0,50 м допускается при неблагоприятных условиях.

При проложении тахеометрических ходов методика полевых работ принята следующая: углы наклона измеряют одним приемом; расстояния между точками хода измеряют нитяным дальномером по крайним нитям; превышения между точками хода определяют в прямом и обратном направлениях; допустимое расхождение при этом может быть до 10 см, если длина линии менее 250 м, и 4 см на каждые 100 м при больших расстояниях.

При применении кипрегеля-автомата при проложении основных мензульных ходов превышения определяют с помощью номограммы (кривой превышений) дважды, при этом расстояния от прибора до рейки не должны превышать 150 м (при благоприятных условиях 200 м), а допуски при измерении превышений — величин, указанных выше.

При углах наклона, меньших 5°, основной мензульный и тахеометрический ход можно прокладывать при установке прибора через точку примерно на равных расстояниях между рейками. Каждое превышение в этом случае определяют дважды, измеряя углы наклона на разные высоты рейки. За окончательное принимают среднее значение.

При проложении высотных ходов рейки ставят на вбитые вровень с землей колья.

Уравнивание ходов и сетей производят способами, рассмотренными в нивелировании III и IV классов (см. главу VI). При уравнивании сетей, состоящих из основных мензульных и тахеометрических ходов, все суммы превышений по ходу вычисляют по формуле

$$\rho_i = \frac{c}{L_i^2},$$

где L_i — длина хода с номером i ; c — постоянная величина.

Съемочные высотные ходы прокладывают после уравнивания основных высотных ходов. Съемочные ходы должны опираться на пункты основных высотных ходов и пункты геодезической основы. Количество точек съемочных ходов определяют в зависимости от характера местности на участке съемки, сложности рельефа и ситуации (застроенности, залесенности и т. д.).

Предельные ошибки высот точек съемочных ходов не должны превышать $\frac{1}{5}$ принятой высоты сечения рельефа.

Точки съемочных ходов намечают на четких, хорошо опознаваемых контурах или в местах, где эти точки могут быть легко нанесены на фотоплан методом «створов» или промерами от ближайших контурных точек. Если съемочная точка не опознается на фотоплане (графическом плане), то для определения ее положения применяют те же способы, что и в основных мензульных ходах.

Предельные длины и невязки съемочных высотных ходов, установленные Инструкцией [24], приведены в табл. 45.

Уравнивательные вычисления в основных и съемочных высотных ходах выполняют непосредственно в полевых журналах.

§ 177. Съемка рельефа на фотопланах и графических планах

Съемку рельефа производят при помощи мензулы и кипрегеля с пунктов главной геодезической основы, основных и съемочных высотных ходов. Съемку рельефа выполняют путем набора пикетов. Высоты пикетов в равнинной местности с углами наклона 2° определяют кипрегелем с уровнем при трубе предпочтительно горизонтальным лучом, в остальных районах — методом тригонометрического нивелирования. Согласно Инструкции [24] расстояния от прибора до пикета, а также расстояния между пикетами в зависимости от масштаба съемки и сечения рельефа не должны быть более приведенных в табл. 46.

Перед началом полевых работ по имеющимся аэрофотоснимкам под стереоскопом просматривают модель местности. Это позволяет хорошо прочувствовать и понять, как должны выглядеть на плане горизонтали, изображающие рельеф данной территории.

где имеются вершины, впадины, перегибы скатов, изменение уклона, тальвеги, седловины, террасы и т. п. Благодаря такому просмотру можно изучить геоморфологический характер местности и наметить план работ по съемке рельефа того или иного участка.

По намеченному плану производят съемку пикетов обычным порядком, определяя их положение в плане и по высоте. Наблюдение пикетных точек выполняют при одном круге (Л), исключая

Т а б л и ц а 46

Масштаб съемки	Сече- ние релье- фа, м	Макси- мальное расстоя- ние между пикета- ми, м	Макси- мальное расстоя- ние от прибора до рей- ки, м
1 : 5000	0,5	75	250
	1,0	100	300
	2,0	120	350
	5,0	150	350
1 : 2000	0,5	50	200
	1,0	50	250
	2,0	60	250
1 : 1000	0,5	30	150
	1,0	40	200
1 : 500	0,5	20	100
	1,0	20	150

случаи урезов воды, которые определяются при двух кругах. Ориентирование планшета проводится также при круге слева.

Ввиду наличия на фотоплане и графическом плане большого числа контурных точек часто совмещают высотный пикет с контурной точкой. В этом случае расстояние от станции до пикета измеряют непосредственно по фотоплану и при вычислении превышения пользуются формулой (XVIII.10) или

$$h = s \operatorname{tg} v + f, \quad (\text{XIX.8})$$

если высота визирования v равна высоте прибора i .

Превышение можно определять и с помощью безреchnerных пикетов. Таким способом определяют высоту отдельных точек на линейных контурах или высоту основания отдельных предметов; строений, промышленных сооружений, опор линий высокого напряжения и т. п. Для этого зрительную трубу кипрегеля наводят на основание предмета или линейный контур и определяют угол наклона. Расстояние берут с планшета. В этом случае превышение вычисляют по формуле

$$h = s \operatorname{tg} v + i. \quad (\text{XIX.9})$$

При съемке горизонтальным лучом сначала вычисляют горизонт инструмента

$$\text{ГИ} = H_i + i, \quad (\text{XIX.10})$$

а затем превышение

$$h = \text{ГИ} - a, \quad (\text{XIX.11})$$

где a — отсчет по рейке на пикете.

Съемку пикетов производят сплошным массивом. Помимо высот пикетов, определяют еще высоты характерных точек местности (пересечений дорог, просек, гребня плотин, поверхности

земли у мостов, колодцев и т. п.), подписи которых затем помещают на плане.

Высоты пикетов вычисляют и подписывают на планшете, округляя при высоте сечения 0,25 и 0,5 м до 0,01 м, при высоте сечения 1 м и больше вычисляют до 0,01 м, а подписывают до 0,1 м.

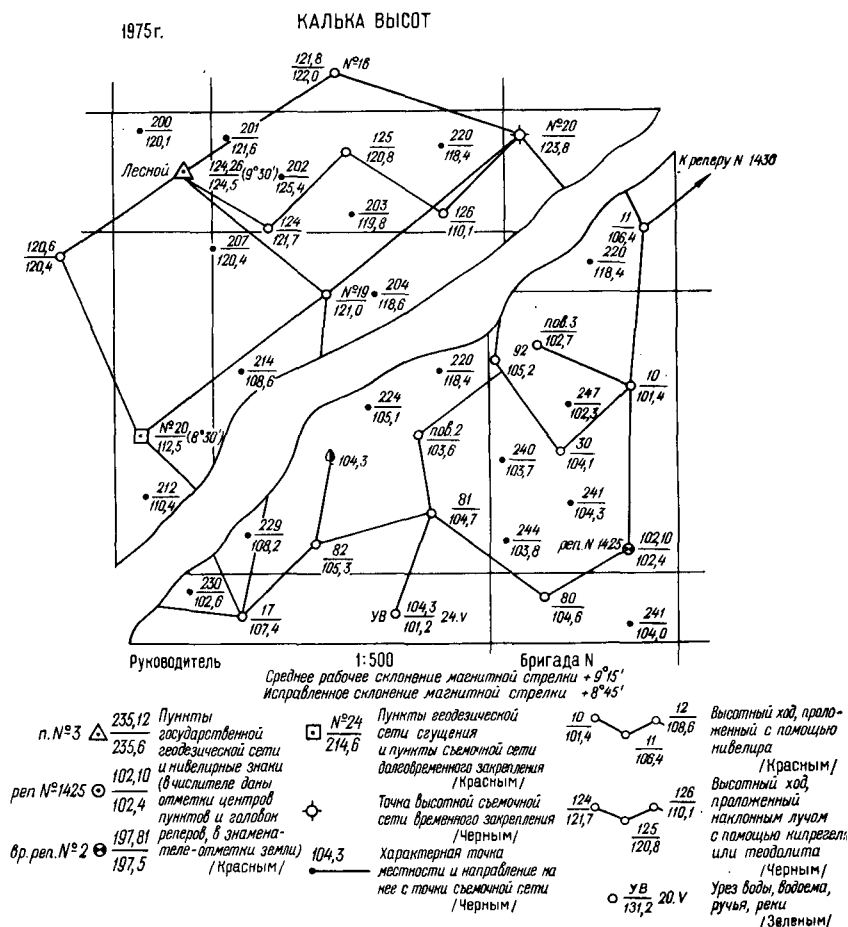


Рис. 195

По полученным высотным точкам на фотоплане (или графическом плане) непосредственно в поле на каждой станции рисуют горизонтали (карандашом), тщательно изображая все формы рельефа; микрорельеф на участке передают дополнительными и вспомогательными горизонталями, а при необходимости и установленными условными знаками. Полугоризонтали обязательно прово-

дят на участках, где расстояние между основными горизонталями 2,5 см на плане.

На планах масштабов 1 : 5000 и 1 : 2000 подписывают не менее 5 высот точек на 1 дм² плана; на планах масштабов 1 : 1000 и 1 : 500 подписывают высоты всех пикетов.

В процессе производства съемки составляют кальку высот (рис. 195), на которую наносят в условных знаках пункты геодезической основы, точки основных и съёмочных ходов с их номерами и высотами, урезы воды, отметки характерных точек местности и всех пикетов, высоты которых подписаны на плане. На кальке высот подписывают также склонение магнитной стрелки, определенное на пунктах геодезической основы.

§ 178. Дешифрирование и досъемка контуров на фотопланах и графических планах

Топографическое дешифрирование при комбинированной съемке выполняют или полностью в поле, когда съемку ведут на фотоплане, или частично, завершая и дорабатывая камеральное дешифрирование, проведенное при составлении графического плана на универсальном приборе.

На незастроенных территориях с наличием большого количества контуров, рассредоточенных по площади съемки, отождествление местоположения которых одновременно сопровождается набором высотных пикетов для нанесения рельефа, дешифрирование выполняют одновременно со съемкой рельефа. На застроенных территориях дешифрирование и досъемку контуров целесообразно производить отдельно от съемки рельефа.

При полевом дешифрировании на фотоплане опознают и наносят условными знаками все объекты, подлежащие изображению на топографических планах (см. § 160).

В процессе работы по полевому дешифрированию большую помощь может оказывать стереоскопическое рассматривание аэрофотоснимков, которые, как правило, должны прикладываться к фотопланам (графическим планам).

Работа при полевом дешифрировании по применяемым приемам сходна до известной степени со съемкой подробностей при мензуральной съемке. Находясь на точке съёмочного хода при ориентированном планшете, опознают и выделяют контуры удобий, уточняют их местоположение, наличие и расположение местных предметов, производят отбор объектов из числа изобразившихся на фотоплане для нанесения на план. Эту работу выполняют визуально, осматривая окружающую местность.

Для нанесения на фотоплан (графический план) объектов, которых нет на фотографии, а также для исправления положения контуров производят дополнительные измерения. Обычно досъемку выполняют с точек съёмочных ходов при помощи кипрегеля и рейки, как это делают при мензуральной съемке. В каче-

стве станций используют четко выраженные на фотоплане (графическом плане) и опознанные на местности контурные точки, а также точки, положение которых может быть определено способами, указанными в § 176.

При использовании фотопланов для комбинированной съемки застроенных территорий учитывают перспективность изображения вертикальных линий, направление и плотность теней, особенности изображения различных по конструкции крыш и т. п.

Объекты, имеющиеся на фотоплане (графическом плане), но отсутствующие уже по каким-либо причинам на местности, перечеркивают на планшете синими линиями.

Одновременно с дешифрированием и досъемкой контуров и объектов собирают и уточняют необходимые сведения и данные, указанные в § 174, для составления плана.

Результаты дешифрирования вычерчивают тушью не позднее чем на следующий день после работы в поле.

При съемке на фотоплане в целях обеспечения скорейшего изготовления копий со съемочных планшетов рекомендуется рисовку рельефа и ситуации выполнять не непосредственно на фотоизображении, а на матированном прозрачном недеформирующемся пластике, прочно закрепленном на фотоплане.

§ 179. Оформление материалов и контроль при комбинированной съемке

По окончании съемки к сдаче по каждому планшету предъявляют полностью оформленные следующие материалы: фотоплан (графический план), формуляр к плану; каталог координат и высот-пунктов долговременного закрепления и съемочного обоснования; журналы съемки и развития высотного съемочного обоснования; кальку высот; выкопировку сводок по рамкам; акты проверки и приемки полевых работ.

На фотоплане (графическом плане) все контуры и горизонталы вычерчивают своим цветом с подписью названий, цифровых данных и разного рода обозначений согласно пояснительным условным знакам. Для оформления приняты цвета: контуры, подписи, зарамочное оформление — черным, рельеф — коричневым, гидрография и солончаки — зеленым, водные пространства — голубым, площади с твердым покрытием (асфальт и др.) — розовым.

На каждый планшет заводят и постепенно заполняют формуляр, в котором помещают сведения о полевых и камеральных работах. В частности, указывают вид и площадь съемки, систему координат и высот, главную геодезическую основу и съемочное обоснование (метод создания, число точек, форму закрепления), данные о сводках по рамкам, данные о качестве выполненной полевой и камеральной работы, заключение ОТК о приемке полевых и камеральных работ.

Кальку высот оформляют в соответствии с образцом, приведенным на рис. 195, а журналы — по правилам, принятым для полевой документации.

По окончании работ по съемке рельефа и полевого дешифрирования данного планшета производят сводку по рамкам с примыкающими планшетами, снятыми в том же году или ранее в масштабе, равном масштабу снимаемого планшета или более крупном. При сводке рамок планшетов одинакового масштаба допуски для расхождения контуров установлены следующие: 1,0 мм для основных контуров (железные, шоссейные, грунтовые улучшенные дороги, улицы, каналы и береговые линии крупных рек) и 2,0 мм для прочих контуров. При соблюдении допусков контуры местности перемещаются на каждом из них на половину величины расхождений. Выкопировку сводок по рамкам сдают с другими материалами.

При комбинированной съемке каждый планшет проверяется и принимается в поле. Полевая проверка охватывает все виды работ, выполненных при съемке, включая правильность выполнения работы и соблюдение допусков. В этих целях прокладывают контрольные ходы, берут контрольные пикеты, проверяют правильность опознавания положения опознаков и полноту дешифрирования.

Точность и правильность съемки на каждом планшете оцениваются по расхождениям положения контуров и высот точек, рассчитанных по горизонталям и полученных при контрольных измерениях. При этом предельные расхождения, как правило, не должны превышать следующих допусков: для положения контуров 0,5 мм в равнинно-всхолмленных районах и 0,7 мм в горных районах и для высот точек величин, указанных в табл. 39. Для количества точек не более 10% от общего числа контрольных измерений разрешается указанные допуски увеличивать в два раза.

Полевая приемка оформляется актом. Контрольные пикеты показываются на кальке высот цветной тушью.

Камерально контролируют правильность ведения и оформления полевых журналов, кальки высот, а также правильность вычерчивания плана.

О выполненных топографических работах составляют технический отчет по определенной форме и программе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ассур В. Л., Кутузов М. Н., Муравин М. М. Высшая геодезия. М., Недра, 1971.
2. Баканова В. В. Геодезия. М., Недра, 1980.
3. Башлашин Л. А., Логинова Г. П. Методические указания по барометрическому нивелированию. М., МИИГАиК, 1972.
4. Болотов П. А., Шубин С. В., Рейман И. А. Практикум по основным геодезическим работам. М., Недра, 1977.
5. Большаков В. Д. Теория ошибок наблюдений с основами теории вероятностей. М., Недра, 1965.
6. Большаков В. Д., Гайдаев П. А. Теория математической обработки геодезических измерений. М., Недра, 1977.
7. Большаков В. Д., Маркузе Ю. И. Городская полигонометрия. Уравнивание и проектирование. М., Недра, 1979.
8. Высшая геодезия/Зданович В. Г., Белоликов А. Н., Гусев Н. А. и др. М., Недра, 1970.
9. Ганьшин В. Н., Коськов Б. И., Хренов Л. С. Справочное руководство по крупномасштабным съемкам. М., Недра, 1977.
10. Гайдаев П. А. Математическая обработка геодезических сетей. М., Недра, 1977.
11. Генцке А. А., Ларин Б. А., Назаров В. М. Геодезические фазовые дальномеры. М., Недра, 1974.
12. Маслов А. В., Гордеев А. В., Батраков Ю. Г. Геодезия. М., Недра, 1980.
13. Геодезические работы при землеустройстве/Маслов А. В., Горохов Г. И., Ктиторов Э. М. и др. М., Недра, 1976.
14. Гиршберг М. А. Геодезия. Ч. I. М., Недра, 1967.
15. Голубев В. В. Применение малых ЭВМ для решения геодезических задач. М., Недра, 1979.
16. Демушкин А. И. Светодальномер топографический СТ-62М (краткое описание и инструкция). М., МИИГАиК, 1968.
17. Деймлик Ф. Геодезическое инструментоведение. М., Недра, 1970.
18. Елисеев С. В. Геодезические инструменты и приборы. М., Недра, 1973.
19. Захаров А. И. Новые теодолиты и оптические дальномеры. М., Недра, 1978.
20. Изотов А. А. Соображения об исследовании в области атмосферной рефракции. — Геодезия и картография, 1975, № 1, с. 12—16.
21. Инструкция о построении государственной геодезической сети СССР. М., Недра, 1966.
22. Инструкция по вычислению нивелировок. М., Недра, 1971.
23. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. М., Недра, 1974.
24. Инструкция по топографической съемке в масштабах 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000, 1 : 500. М., Недра, 1973.
25. Кашин Л. А. О программе геометрического высокоточного нивелирования и его научно-техническом значении. — Геодезия и картография, 1968, № 10, с. 11—17.
26. Конусов В. Г. Предвычисление точности полигонометрических ходов. М., Недра, 1966.
27. Коробков С. А. Применение теории графов в геодезии. М., Недра, 1976.
28. Кочетов Ф. Г. Нивелиры с самоустанавливающейся линией визирования. М., Недра, 1969.
29. Кулаков И. Н. Барометрическое нивелирование в предгорных и горных районах. М., Недра, 1968.
30. Литвинов Б. А., Лобачев В. М., Воронков Н. Н. Геодезическое инструментоведение. М., Недра, 1971.
31. Малый светодальномер 2СМ2 и результаты его испытаний/Аскеров С. В., Беднягин А. А., Захаров А. И. и др. — Геодезия и картография, 1977, № 8, с. 53—59.

32. *Машимов М. М.* Уравнивание геодезических сетей. М., Недра, 1979.
33. *Михеев В. С.* Геодезические светодальномеры. М., Недра, 1979.
34. *Мурашев С. А., Гебгарт Я. М., Кислицин А. С.* Аэрофотогеодезия. М., Недра, 1976.
35. *Недешева Л. П., Романов Н. Г.* Руководство и таблицы по короткобазисной параллактической полигонометрии. М., Недра, 1968.
36. *Основные положения по созданию топографических планов масштабов 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500.* М., ГУГК при СМ СССР, 1970.
37. *Патова З. Ф.* Накопление и компенсация ошибок от влияния внешних условий при геометрическом нивелировании линий с затяжным уклоном. — В сб.: *Современные движения земной коры*, 1968, № 3, с. 664—667.
38. *Пащенко В. З.* Радио- и светодальномеры. М., Недра, 1972.
39. *Полевой В. А.* Барометрический частотно-компенсационный высотомер-автомат. — *Геодезия и картография*, 1977, № 8, с. 23—29.
40. *Прихода А. Г.* Барометрическое нивелирование. М., Недра, 1972.
41. *Руководство* по применению короткобазисного параллактического метода измерения длин линий при инженерно-геодезических изысканиях для строительства. М., Стройиздат, 1971.
42. *Руководство* по топографическим съемкам в масштабах 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500. Наземные съемки. М., Недра, 1977.
43. *Рытов А. В., Спиридонов А. И.* Геодезические приборы для крупномасштабных съемок. М., Недра, 1977.
44. *Светодальномер 2СМ2.* Техническое описание и инструкция по эксплуатации. М., 1978.
45. *Селиханович В. Г., Козлов В. П., Логинова Г. П.* Практикум по геодезии. М., Недра, 1978.
46. *Селиханович В. Г., Логинова Г. П.* Задачник по геодезии. Ч. II. М., Недра, 1970.
47. *Соколова Н. А.* Технология крупномасштабных аэротопографических съемок. М., Недра, 1973.
48. *Справочник геодезиста.* М., Недра, 1975.
49. *Судаков С. Г.* Основные геодезические сети. М., Недра, 1975.
50. *Федоров Б. Д.* Маркшейдерско-геодезические приборы и инструменты. М., Недра, 1971.
51. *Хвалько Ю. Б.* Исследование точности изображения рельефа с помощью ковариационного анализа. — *Изв. вузов, Геодезия и аэрофотосъемка*, вып. 1, 1972, с. 29—37.
52. *Центры геодезических пунктов для территории городов, поселков и промышленных площадок.* М., Недра, 1972.
53. *Центры и реперы государственной геодезической сети СССР.* М., Недра, 1973.
54. *Чеботарев А. С., Селиханович В. Г., Соколов М. С.* Геодезия. Ч. II. М., Геодезиздат, 1962.
55. *Черемисин М. С., Ардасенов В. Д., Кольцов В. П.* Нивелиры с компенсаторами. М., Недра, 1978.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Абрис 169, 496, 518, 523
- Атмосфера 7
 - уравнивание статики 14, 15
- Атмосферное давление 4
 - единицы 4, 5
- Аэрофотосъемка 511, 512
- Базисные жезлы 360, 378
 - исследования 372, 373, 374
 - поверки 371
 - устройство 371
- Базисные приборы 243, 357, 358
 - измерение линий 248
 - исследования 248
 - поверки 248
- Базисный штатив 247
- Барическая ступень высоты 40
 - тенденция 8, 41
- Барометр 24
- Барометр-анероид 25, 26, 27, 286
 - вычисление давления 27
 - поправки 27, 28
- Барометрическая станция 41, 49, 50, 52
- Барометрические таблицы 22
 - барических ступеней высот 22
 - приближенных высот 23
- Барометрические формулы 16
 - полная 17
 - сокращенные 21, 22
- Башмак нивелирный 80, 97
- Блочный станок 247
- Ведомость превышений 105, 129
- Вес дирекционного угла 477, 478
 - измерения в нивелировании 110, 120, 124
 - измеренной линии 426
 - обратный уровня элемента в полигонометрии 450, 459, 464
 - уравниной высоты 114, 120
- Весы измеренных величин при уравнивании полигонометрии 447
- Вешение линий 249
- Визир оптический 295, 298, 315, 346
- Визирная марка 195, 199, 203, 204
 - цель 172, 195
- Влажность воздуха 14, 39
- Вычисление линии, измеренной:
 - инварной проволокой 265
 - оптическим дальномером 326, 342
 - светодальномером 237, 300
- Горизонтальное проложение измеренной линии 302, 312, 336
- Градиент барический вертикальный 12, 13
 - — горизонтальный 11, 12, 13
- метеорологического элемента 10
- направлений 392
- температурный вертикальный 12
- — горизонтальный 12
- Дифференциальная формула дирекционного угла 388
 - — поправок в приращения координат 439
- Длина волны 270
- Дешифрирование 520
- Журнал измерений барометрического нивелирования 35
 - — нивелирования III кл. 86
 - — — штативов с целиками 253
 - — — IV кл. 88
 - — — линий базисным прибором 252
 - — — оптическими дальномерами 326
 - — — светодальномерами 285
 - — — углов 241
- Задача Ганзена 408
- Засечка 386, 503
 - прямая многократная 387
 - — — однократная 387
 - обратная многократная 404
 - — — однократная 397
- Измерение горизонтального угла 234
 - источники ошибок 206
 - расчет точности 237
- Источники ошибок при измерении линий 254
 - расчет точности 254
- Измерения угловые в ходе 172
 - источники ошибок 206
 - расчет точности 208
 - угловые в полигонометрии IV кл., I и 2 разряда 239
- Инварная проволока 243
- Калька высот 529
- Каталог высот пунктов 129
- Качество изображений 233
- Компаратор 245
 - полевой 248
- Компарирование жезлов 372
 - проволоки 245
- Компенсаторы 65, 70, 190
 - определение предела работы 78
 - определение ошибки 79
- Контроль постраничный 102
- Конвекционные токи 99
- Костыль 97
- Координаты центра тяжести 150

- Короткобазисный параллактический метод 360
- Коэффициент барический 20
- дальномера 339
 - систематического влияния 257
 - случайного влияния 257
 - рефракции 57
- Критерий степени изогнутости хода 158
- Лента инварная 246
- Линейка контрольная 81
- Метеорологическая станция 12
- Микробарометр оптический 28
- вычисление давления 34
- Микробарометр пружинный 31
- вычисление давления 34
- Микробарограф 41
- Модуляция 270
- Невязка координат поперечная 144—146
- — продольная 144, 159
- Нивелирование барометрическое 4
- область применения 6
 - точность нивелирования 45
- Нивелирование геометрическое 54
- Нивелирование III и IV классов 82
- закладка знаков 83
 - особые случаи 88
 - полевые работы 84
 - привязка к маркам 84
 - рекогносцировка 83
 - составление проекта 83
 - точность 99
- Нивелирование техническое 494
- тригонометрическое 496
 - штативов с целиками 251
- Нивелиры 63
- с компенсатором 65
 - с цилиндрическим уровнем 64
 - испытания 73
 - исследования 75
 - поверки 73
- Обращенный треугольник 393
- Опознание высотные и плановые 514
- маркировка 517
 - проектирование 517
 - привязка 517
- Оптические дальномеры 318
- измерение линий 324
 - исследования 328
 - классификация 318
 - оптическая схема 319, 332
 - поверки 328
 - принцип измерения 322
 - устройство 320, 330
- Ориентирующий угол 407
- Отражатели 280, 295
- поверки 284
- Оценка точности барометрического нивелирования 48
- — нивелирования III и IV кл. 106
 - — измерения линий 430, 431, 433
 - — — углов 422, 423, 425
- Ошибки барометрического нивелирования
- барометрических формул 39
 - за неравновесие атмосферы 40
 - за определение средней температуры воздуха 44
 - личные 39
 - приборные 37
- Ошибки геометрического нивелирования
- внешних условий 95
 - личные 93
 - приборные 90
 - измерения линий инварными проволоками 254
- Ошибки измерения линий короткобазисным параллактическим методом 377
- — — оптическими дальномерами 342
 - — — параллактическим методом 359
 - — — угла 206
 - — — угловых и линейных измерений 141
 - приборов 215
- Параллактические звенья 351
- Передача координат с вершины знака на землю 381—386
- Пирамида 171, 172
- Подвесной мерный прибор 242
- Поверхность изобарическая 8, 11
- изопикническая 9
 - изотермическая 8
 - эквискалярная 8, 9, 10
- Полигон 60, 120, 125
- Полигонометрия 130
- виды 138
 - IV класса, 1 и 2 разрядов 140
 - организация работ 162
 - проектирование 162
 - рекогносцировка 168
- Поправка за влажность 288
- — давление 288, 302
 - — компарирование 265
 - — приведение наклонной линии к горизонту 265
 - — приведение линий на плоскость в проекции Гаусса 415
 - — приведение к уровню моря 415
 - — редукцию 411, 412
 - — температуру 265, 266
 - — центрировку 411, 412
- Поправка постоянная 282, 283, 284
- Привязка нивелирного хода 84, 87
- полигонометрического хода 379, 380
- Принцип равных влияний 160, 161, 167, 168
- Психрометр аспирационный 37
- Пункт нивелирования 61, 83, 101

- полигонометрии 131, 138, 141
- триангуляции 131, 137, 411
- трилатерации 131
- Пункты геодезических сетей 130, 131, 134, 136
- Пункт Лапласа 135, 136, 137
- Радиодальномер 273
- Редуцирующее устройство 334—336
 - поверка 338
- Рейки дальномерные 321—324, 333
 - поверки 329, 338
- Рейки нивелирные 80
 - исследования 81
 - поверки 80
- Рен отсчетной системы 201
 - оптического микрометра 201—203
 - шкалового микроскопа 203
- Репер 61, 62
- Рефракция 56, 89, 232
 - боковая дифференциальная 349, 475
 - вертикальная 55, 95, 232, 349
 - горизонтальная 55, 232
- Светодальномеры 273, 275, 289, 303, 312
 - Блок-схема 277, 292, 303—305
 - исследования 282—284, 297, 309
 - классификация 273
 - поверки 281, 282, 296, 297, 308
 - разрешение неоднозначности 275, 276, 290, 291
 - измерение расстояний 284—286, 297—300, 315, 316
- Сеть высотная 133
 - геодезическая 134, 138, 139
 - — государственная 133, 134, 136, 137
 - государственная нивелирная 59, 60, 61, 107, 108, 109, 115, 117, 118, 119, 120
 - полигонометрическая 131, 132, 138, 140
 - сгущения 133, 138, 493, 494
 - съемочная 133, 134, 493, 497, 498, 499
- Синоптическая карта 12
- Скорость света 267, 268
 - — стандартная 288
- Средняя квадратическая ошибка высоты пункта из тригонометрического нивелирования 497
- Средняя квадратическая ошибка измерения линии:
 - инвариантными проволоками 256, 257
 - оптическими дальномерами 342, 343, 344
 - из параллактического звена 351—355
 - из параллактического короткобазисного простого звена 366, 367
 - из параллактического короткобазисного сложного звена 367—370
 - светодальномерами 316, 317
- Средняя квадратическая ошибка измерения угла 168, 239

- Средняя квадратическая ошибка положения конечной точки полигонометрического хода 146, 147, 435, 478, 479
- азимутального 155, 156
- вытянутого 146, 147, 149, 150, 153, 154
- замкнутого 154, 155
- изогнутого 147, 148, 149, 150, 151
- с промежуточным дирекционным углом 158
- Средняя квадратическая ошибка положения точки на горизонтали по высоте 490
 - — — превышения, полученного из барометрического нивелирования 46, 47
 - — — суммы превышений по нивелирному ходу III кл. длиной в 1 км 100, 101
- Съемка комбинированная 523
 - обоснование 524
 - оформление материала 531, 532
 - рисовка рельефа 529, 530, 531
 - контуров 134; 530
 - рельефа 134, 527, 528, 529
 - стереотопографическая 509, 510, 511, 514, 523, 524
 - топографическая 6, 59, 133, 138, 482
 - геодезическая основа 493, 494
 - методы 484, 485, 486
 - составление проекта 508
 - съемочное обоснование 497, 498, 499
- Схемы ходов 107, 129, 417
- Теодолиты 172, 173, 180, 182, 185, 186, 189, 191, 330, 357, 370
 - исследования 198, 338
 - испытания 192, 338
 - классификация 172
 - оптическая схема 176, 177, 184, 186
 - поверки 193—198, 338
 - система отсчета 179, 182, 185, 189, 191, 192, 331
 - устройство 173, 175, 180, 183, 185, 186, 190, 330, 331
- Топографический план 482
 - применение 482, 483
 - проекция 486
 - разграфка 486
 - система высот и координат 486
 - содержание 488, 489, 490
 - точность 490, 491, 492
- Термометр-прац 36, 244, 248, 250, 261
- Термометр сопротивления 37
- Трехштативная система 236, 237, 239
- Триангуляция 130—135
- Трилатерация 131, 133, 134
- Тур 171
- Уравнивание 108, 109, 435, 436, 527
 - нивелирного хода 110—113

- нивелирной сети с одной узловой точкой 115
- Уравнивание нивелирных сетей способами:
 - полигонов В. В. Попова 125—129
 - последовательных приближений 122—125
 - эквивалентной замены 117—121
- Уравнивание полигонометрического азимутального хода 460, 461
 - — — хода любой формы способами:
 - двухгрупповым 452—456
 - коррелятным 437—439, 441
 - параметрическим 465—467
 - раздельным 467—470
 - — — вытянутой формы 461—464
- Уравнивание полигонометрических сетей 471, 472
 - коррелятным способом 472—475
 - двухгрупповым способом 475, 476
 - последовательных приближений 480, 481
 - раздельным 476—479
- Условные уравнения горизонта 473
 - — угла 474
 - — поправок дирекционных углов 438, 454, 462, 473, 475
 - — — абсцисс 147, 150, 156, 441
 - — — ординат 147, 150, 156, 441
 - таблица коэффициентов 442, 443, 444, 445
- Фаза колебания 269
- Фазовый метод определения времени 268, 271, 272
 - дальномер 268, 273, 275

Фотоплан 514, 515, 523, 524, 527

Ход барометрического нивелирования 48—51

Ход высотный 524—527

- нивелирования III и IV кл. 60, 105—107
- нивелирования технического 494—496
- мензульный 498, 505—507
- тахометрический 498, 505—507
- теодолитный 498, 500, 501

Целик 244, 247, 250, 251

Центр тяжести хода 150, 167, 310, 315, 328

Центральные координаты 150, 151, 453

Центры 132, 134, 141, 169, 170, 171

Частота 269—271

- масштабная 273, 293, 305, 306, 309
- модуляции 273, 303
- несущая 273

Шкаловой микроскоп 182, 185, 186, 188, 199, 217

Экзаменатор 75

Эксцентриситет 216

- алидады горизонтального круга 193, 203, 216—220

- горизонтального круга 201, 203, 216—222

- осей 216

Эксцентриситет линейный 216, 217, 220, 222, 225

- угловой 220, 221, 223, 225

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
РАЗДЕЛ 1. БАРОМЕТРИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ	4
Глава I. Барометрическое нивелирование и его особенности	4
§ 1. Сущность барометрического нивелирования	4
§ 2. Область применения барометрического нивелирования	6
§ 3. Атмосфера и ее свойства	7
§ 4. Основное уравнение статики атмосферы	14
§ 5. Барометрические формулы	16
§ 6. Барометрические таблицы	22
Глава II. Приборы и способы производства работ при барометрическом нивелировании	24
§ 7. Приборы для измерения давления	24
§ 8. Барометры-анероиды	25
§ 9. Микробарометры	28
§ 10. Приборы для измерения температуры и влажности воздуха	36
§ 11. Источники ошибок барометрического нивелирования	37
§ 12. Расчет точности барометрического нивелирования	45
§ 13. Способы барометрического нивелирования	48
§ 14. Способ замкнутых ходов с опорой на временную барометрическую станцию	49
§ 15. Способ ходов без временной барометрической станции	50
§ 16. Способ передвижной барометрической станции	50
§ 17. Способ нескольких опорных станций	52
РАЗДЕЛ 2. НИВЕЛИРОВАНИЕ III И IV КЛАССОВ	54
Глава III. Общие сведения о нивелировании	54
§ 18. Сущность геометрического нивелирования	54
§ 19. Основные положения построения государственной нивелирной сети СССР	59
§ 20. Нивелирные знаки	61
Глава IV. Приборы, применяемые при нивелировании III и IV классов	63
§ 21. Классификация нивелиров и требования, предъявляемые к ним	63
§ 22. Нивелир Н-3	64
§ 23. Нивелиры с компенсаторами	65
§ 24. Нивелир Н-3К	68
§ 25. Нивелиры Ni025 и Ni-B5	70
§ 26. Испытания и поверки нивелиров	73
§ 27. Исследования нивелиров	75
§ 28. Нивелирные рейки. Поверки и исследования реек	80
Глава V. Организация и производство работ по нивелированию III и IV классов	82
§ 29. Организация работ по нивелированию	82
§ 30. Полевые работы по нивелированию III класса	84
§ 31. Полевые работы по нивелированию IV класса	87
§ 32. Особые случаи нивелирования III и IV классов	88
§ 33. Источники ошибок при нивелировании и меры по ослаблению их влияния	90
§ 34. Точность нивелирования III класса	99
	539

Глава VI. Вычисление высот пунктов нивелирования	101
§ 35. Предварительные вычисления	101
§ 36. Уравнительные вычисления. Общие положения	108
§ 37. Уравнивание одиночного нивелирного хода	110
§ 38. Уравнивание нивелирной сети с одной узловой точкой	115
§ 39. Уравнивание нивелирной сети способом эквивалентной замены	117
§ 40. Уравнивание нивелирной сети способом последовательных приближений	122
§ 41. Уравнивание нивелирной сети способом полигонов В. В. Попова непосредственно на чертеже сети	125
§ 42. Составление каталога высот пунктов	129
РАЗДЕЛ 3. ПОЛИГОНОМЕТРИЯ	130
Глава VII. Общие сведения о геодезических сетях	130
§ 43. Виды и назначение геодезических сетей	130
§ 44. Основные положения и принципы развития геодезических сетей	133
§ 45. Схема построения геодезической сети в СССР	134
Глава VIII. Проектирование и закрепление на местности пунктов полигонометрии	138
§ 46. Виды полигонометрии	138
§ 47. Требования, предъявляемые к полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов	140
§ 48. Действие ошибок угловых и линейных измерений	141
§ 49. Продольная и поперечная ошибки полигонометрического хода	144
§ 50. Средняя квадратическая ошибка положения конечной точки полигонометрического хода	146
§ 51. Ослабление влияния угловых и линейных ошибок	156
§ 52. Критерий степени изогнутости хода	158
§ 53. Организация работ. Составление проекта	162
§ 54. Расчет точности полигонометрических ходов	164
§ 55. Рекогносцировка пунктов полигонометрии	168
§ 56. Закрепление пунктов полигонометрии	169
Глава IX. Угловые измерения в полигонометрии	172
§ 57. Классификация теодолитов	172
§ 58. Оптические теодолиты Т2 и 2Т2	173
§ 59. Оптические теодолиты Т5, Т5К, 2Т5 и 2Т5К	182
§ 60. Оптические теодолиты Theo 010А и Theo 020А	189
§ 61. Испытания и поверки точных оптических теодолитов	192
§ 62. Исследования точных оптических теодолитов	198
§ 63. Визирные марки и оптические центриры	203
§ 64. Источники ошибок при измерении угла	206
§ 65. Расчет точности измерения угла в полигонометрическом ходе	208
§ 66. Ошибки измерения угла вследствие неточности центрирования визирных марок и теодолита	210
§ 67. Ошибки прибора	215
§ 68. Ошибка собственно измерения угла	229
§ 69. Ошибки вследствие влияния внешних условий	232
§ 70. Измерение горизонтальных углов способом круговых приемов	234
§ 71. Трехштативная система измерения углов	236
§ 72. Точность измерения углов	237
§ 73. Измерение углов в полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов	239

Глава X. Измерение линий инварными проволоками	242
§ 74. Сущность измерения расстояний подвесным мерным прибором	242
§ 75. Базисные приборы БП-2 и БП-3	243
§ 76. Способы измерения линий инварными проволоками	248
§ 77. Расчет допусков для отдельных источников ошибок при измерении линий инварными проволоками. Средняя квадратическая ошибка измерения линии	254
§ 78. Источники ошибок при измерении линий инварными проволоками	258
§ 79. Вычисление линий, измеренных инварными проволоками	264
Глава XI. Измерение линий светодальномерами	266
§ 80. Принцип определения расстояний путем измерения времени распространения электромагнитных волн	266
§ 81. Фазовый метод определения времени распространения электромагнитных волн. Фазовый дальномер	268
§ 82. Классификация светодальномеров	273
§ 83. Светодальномер СТ-65	275
§ 84. Проверки и исследования светодальномера СТ-65	280
§ 85. Измерение расстояний светодальномером СТ-65	284
§ 86. Вычисление расстояний, измеренных светодальномером СТ-65	287
§ 87. Светодальномер КДГ-3 (СМ-3)	289
§ 88. Проверки и исследования светодальномера КДГ-3	296
§ 89. Измерение расстояний светодальномером КДГ-3	297
§ 90. Вычисление расстояний, измеренных светодальномером КДГ-3	300
§ 91. Светодальномер 2СМ2	303
§ 92. Проверки и исследования светодальномера 2СМ2	308
§ 93. Измерение расстояний светодальномером 2СМ2	310
§ 94. Светодальномер ЭОК 2000	312
§ 95. Средняя квадратическая ошибка расстояния, измеренного светодальномером	316
Глава XII. Измерение линий оптическими дальномерами	318
§ 96. Классификация оптических дальномеров	318
§ 97. Оптический топографический дальномер ОТД	319
§ 98. Принцип измерения расстояний дальномером ОТД	322
§ 99. Измерение линий дальномером ОТД	324
§ 100. Проверки и исследования дальномерного комплекта ОТД	328
§ 101. Редукционный тахеометр Редта 002	330
§ 102. Принцип действия редуцирующего устройства дальномера Редта 002	334
§ 103. Измерение горизонтального проложения линии дальномером Редта 002	336
§ 104. Проверки и исследования дальномерного комплекта Редта 002	338
§ 105. Способы измерения линий дальномером Редта 002	340
§ 106. Средняя квадратическая ошибка расстояния, измеренного оптическим дальномером	342
§ 107. Источники ошибок при измерении линий оптическими дальномерами	344
Глава XIII. Измерение линий параллактическим методом	350
§ 108. Сущность параллактического метода измерения расстояний	350
§ 109. Параллактические звенья	351
§ 110. Построение параллактических звеньев на местности	357
§ 111. Измерение линий параллактическим методом с постоянным базисом	358
§ 112. Источники ошибок при измерении линий параллактическим методом	359
	541

Глава XIV. Измерение линий короткобазисным параллактическим методом	360
§ 113. Определение длин линий створно-короткобазисным способом	361
§ 114. Определение длин линий короткобазисным способом	363
§ 115. Типы параллактических звеньев	366
§ 116. Приборы, их поверки и исследования	370
§ 117. Построение короткобазисных параллактических звеньев на местности	374
§ 118. Источники ошибок при измерении линий короткобазисным параллактическим методом	377
Глава XV. Привязочные работы в полигонометрии	379
§ 119. Значение и виды привязок	379
§ 120. Передача координат с вершины знака на землю	381
§ 121. Привязка к отдаленным пунктам государственной геодезической сети	386
§ 122. Дифференциальные формулы дирекционного угла	388
§ 123. Прямая однократная засечка	389
§ 124. Оценка точности положения пункта, определенного прямой однократной засечкой	391
§ 125. Прямая многократная засечка	393
§ 126. Обратная однократная засечка	397
§ 127. Оценка точности положения пункта, определенного обратной однократной засечкой	400
§ 128. Обратная многократная засечка (уравнивание по измеренным углам)	404
§ 129. Обратная многократная засечка (уравнивание по измеренным направлениям)	406
§ 130. Определение положения двух пунктов по двум исходным (задача Ганзена)	408
§ 131. Определение поправок за центрировку и редукцию и учет их при привязках	411
Глава XVI. Предварительная вычислительная обработка результатов полевых измерений в полигонометрии	414
§ 132. Контроль и вычислительная обработка полевых журналов. Составление схемы хода	414
§ 133. Предварительные вычисления. Вычисление рабочих координат пунктов	417
§ 134. Определение продольной и поперечной невязок вытянутого хода	419
§ 135. Предварительная оценка точности результатов измерения узлов	421
§ 136. Оценка точности результатов измерения углов по невязкам ходов	423
§ 137. Веса измеренных линий	426
§ 138. Предварительная оценка точности результатов измерения линий	430
§ 139. Оценка точности результатов измерения линий по невязкам вытянутых ходов	433
§ 140. Оценка точности положения пункта	434
Глава XVII. Уравнивание полигонометрических ходов и сетей	435
§ 141. Постановка задачи уравнивания полигонометрических ходов	435
§ 142. Уравнивание коррелятным способом полигонометрического хода любой формы, опирающегося на исходные пункты и направления	437

§ 143. Веса измеренных величин при уравнивании различных видов полигонометрии	447
§ 144. Оценка точности уравненных элементов полигонометрического хода в коррелятном способе уравнивания	450
§ 145. Уравнивание двухгрупповым способом полигонометрического хода любой формы, опирающегося на исходные пункты и направления	452
§ 146. Оценка точности уравненных элементов полигонометрического хода в двухгрупповом способе уравнивания	459
§ 147. Уравнивание полигонометрического азимутального хода любой формы	460
§ 148. Уравнивание полигонометрического хода вытянутой формы, опирающегося на исходные пункты с известными координатами и направлениями на другие пункты	461
§ 149. Оценка точности при уравнивании вытянутого полигонометрического хода	464
§ 150. Понятие об уравнивании параметрическим способом полигонометрического хода, опирающегося на исходные пункты и направления	465
§ 151. Раздельное уравнивание полигонометрического хода	467
§ 152. Общие положения уравнивания полигонометрических сетей	471
§ 153. Уравнивание полигонометрической сети коррелятным способом	472
§ 154. Уравнивание полигонометрической сети двухгрупповым способом	475
§ 155. Раздельное уравнивание полигонометрической сети с одним узловым пунктом	476
§ 156. Раздельное уравнивание способом последовательных приближений полигонометрической сети с несколькими узловыми пунктами	480

РАЗДЕЛ 4. ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ В МАСШТАБАХ 1:5000, 1:2000, 1:1000 И 1:500	482

Глава XVIII. Крупномасштабные топографические съемки. Общие положения	482

§ 157. Применение топографических планов масштабов 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500	482
§ 158. Методы топографических съемок	484
§ 159. Проекция, система координат и высот, разграфка, номенклатура топографических планов	486
§ 160. Содержание топографических планов	488
§ 161. Требования к точности топографических планов	490
§ 162. Геодезическая основа крупномасштабных съемок	493
§ 163. Методы сгущения высотного геодезического обоснования	494
§ 164. Съёмочное обоснование и его точность	497
§ 165. Развитие съёмочных сетей теодолитными ходами	500
§ 166. Понятие о развитии съёмочных сетей методом триангуляции	502
§ 167. Определение пунктов съёмочного обоснования засечками	503
§ 168. Определение высот пунктов съёмочного обоснования тахеометрическими и мензульными ходами	505
§ 169. Составление проекта съемки	508

Глава XIX. Геодезические работы при стереотопографической и комбинированной съемках в крупных масштабах	509

§ 170. Понятие о стереотопографической съемке	509
§ 171. Аэрофотосъемка	511
§ 172. Плановые и высотные опознаки	514
	543

§ 173. Проектирование, маркировка и привязка плановых и высотных опознаков	517
§ 174. Дешифрирование аэрофотоснимков	520
§ 175. Комбинированная съемка	523
§ 176. Высотное съемочное обоснование	524
§ 177. Съемка рельефа на фотопланах и графических планах	527
§ 178. Дешифрирование и досъемка контуров на фотопланах и графических планах	530
§ 179. Оформление материалов и контроль при комбинированной съемке	531
Список литературы	533
Предметный указатель	535

Валерия Георгиевна Селиханович

ГЕОДЕЗИЯ

Часть II

Научный редактор *В. Д. Большаков*
 Редактор издательства *Л. М. Комарькова*
 Переплет художника *А. Я. Толмачева*
 Художественный редактор *Е. Л. Юрковская*
 Технический редактор *А. Г. Иванова*
 Корректор *Р. Т. Баканова*

Сдано в набор 18.02.81. Подписано в печать 21.07.81. Т-21988.
 Формат 60×90¹/₁₆. Бумага книжно-журнальная. Гарнитура «Литературная».
 Печать высокая. Усл. печ. л. 34,0. Усл. кр.-отт. 34,0. Уч.-изд. л. 32,8.
 Тираж 21 300 экз. Заказ 563/5557—15. Цена 1 р. 40 к.

Издательство «Недра», 103633, Москва, К-12, Третьяковский проезд, 1/19

Ленинградская типография № 6 ордена Трудового Красного Знамени
 Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгения Соколовой
 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
 по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
 193144, г. Ленинград, ул. Моисеенко, 10.