ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

Г И Д Р А В Л И К А

Ўқув қўлланма

Тошкент — 2003

АННОТАЦИЯ

Ушбу ўқув қўлланмада суюқлик ва газларда кучларнинг тақсимоти, ҳаракат давомида ўзгариш қонунларини берилади ва у турли қурилмалар, ишлаб чиқариш машиналарини лойиҳалашда татбиқ этилади.

Ушбу ўқув қўлланма олий ўқув юртларининг механика мутахассислигига мўлжалланган бўлиб, у уч қисмдан иборат. Бу ерда биринчи қисм баён этилган бўлиб, гидравликанинг асосий тушунчалари, суюқлик ва газларнинг мувозанат ҳолатдаги қонунлари, турли оддий ҳаракатларидаги хоссалари берилган

Маъсул муҳаррир: т.ф.д. Шокиров А. О.

Муаллифлар: проф. Ҳамидов А.А.,
доц. Исанов Ш.Р.

Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети Илмий Кенгашининг 2003 йил мажлиси қарорига биноан нашрга тавсия этилган (5 сонли баённома).

[illegible] 2003. Ҳажми 9,5 босма табоқ
Бичими 60 84 1/16. Адади [illegible] нусха. Буюртма 23
[illegible] Миллий Университети
[illegible]

КИРИШ

Гидравлика фани. Табиатдаги мавжуд ҳаракатларни ўрганиш жараёнида кўпинча қаттиқ жисм билан бирга унга жойлашган, ёки унинг атрофини ўраб олган ҳолдаги суюқлик, газ ва плазма ҳаракатларини жисмга ёки идиш деворига суюқлик томонидан бўладиган таъсирини ва аксинча деворни суюқлик заррачаларига таъсирини аниқлаш керак бўлади. Бу муаммони ўрганиш суюқлик, газ ва плазмалар механикаси фанида берилади. Суюқлик, газлар механикаси фанининг гидродинамика бўлимида суюқлик ва газларнинг мувозанат ҳолати, уларнинг ҳаракати қонуниятлари ўрганилади. Бу фан бажариладиган мақсади бўйича иккига ажралади: бири техника фанлари бўлиб, унда асосан амалиёт услублари бўлса, иккинчиси эса соф назарий йўналиши бўлади ва улар техник гидромеханика ва назарий гидромеханика (гидродинамика) деб номланадилар. Техник гидромеханика гидравлика деб аталади ва унда назарий гидродинамиканинг маълум бир гипотезалари асосида соддалаштирилган ҳолда суюқликнинг мувозанат ва ҳаракат ҳолатлари ўрганилади.

Гидравлика ва уни амалиётда қўлланиши Архимед, Ал–Фарғоний, А.Беруний, Ибн–Синоларнинг ишларида берилган ва уларда бирқанча гидростатик қонунлар олинган. Гидравликанинг тараққиёти XVII–IXX асрларда бўлган. Бу даврда назарий билимларнинг ривожланиши катта аҳамиятга эга бўлиб, суюқлик ва газларнинг кўплаб хусусиятлари аниқланди. Д. Бернуллининг ишларида гидравликада янги йўналиш очилди ва гидромеханика ва гидравлика фанлари бир–бирига анча яқинлашди.

Гидромеханика фани ривожида Л.Эйлер, Д.Бернулли, Лагранж, М.Ломоносов, Н.Е.Жуковский, Н.Е.Кочинлар, аэродинамика ва газлар динамикасига катта ҳисса қўшган бўлса, таниқли ўзбек олими Х.А.Рахматулин кўп фазали мухитлар гидродинамикасига асос солганлар.

Гидравлика ривожида Леонардо Да Винчи, С.Стевен, Г.Галилий, Шези, Дарси, Буссинеск, Вейсбахлар катта ҳисса қўшганлар.Гидравлика фани суғориш системаси, қишлоқ хўжалик саноати, химия ва озиқ–овқат саноати, нефт ва газлар саноатларида кенг қўлланиб келмоқда.

Кўпинча техник муаммоларни ечишда ишлатиладиган суюқлик ва газлар ҳолатига оид қонуниятлар, нарзарий ва тажрибавий натижалар асосида аниқланади, баъзи назарий тадқиқот ва тажрибавий натижаларни биргаликда бажарилган тахлил ёрдамида бирор қонуният аниқланади. Шунинг учун ҳам гидравлика фанида турли тажрибавий ёки ярим назарий, ярим тажрибавий қонуниятлар ишлатилади. Масалан, гидравликада суюқлик оқимини ўрганилганда унинг оқимдаги бирор кесим бўйича ўртача босим, ўртача тезлиги киритилиб, у юзага нормал йўналишдаги ўзгариши кўрилади.

Гидравлика сўзи — икки грек сўзидан олинган бўлиб, бири сув, иккинчиси эса қувур (труба), йўналган оқим деган маъноларни беради. Гидравликада авваллари асосан сув ҳаракати қонуниятлари ўрганилган бўлса, ҳозир бунга суюқлик ва газлар ҳолатларини ўрганиш ҳам қўшилган.

Шундай қилиб, гидравлика фани техник гидромеханика фанини бир қисми бўлиб, унда гидротехник ҳисоблаш асослари берилади ва у турли иншаотлар, конструкцияларни лойихалашда фойдаланади.

Одатда гидравлика фанида мураккаб масалаларни турли гипотезалар, тақрибий қийматлар киритиш ёрдамида соддалаштирилиб оддий усуллар билан тақрибий ечилади. Амалиётни баъзи муаммоларни ҳал қилишда гидравлик усулни назарий тадқиқотлар билан биргаликда олиб боришга тўғри келади. Бу кўзланган мақсадга боғлиқ бўлади.

I.БОБ. СУЮҚЛИК ВА ГАЗЛАР. УЛАРНИНГ АСОСИЙ ХОССАЛАРИ

§.1. СУЮҚЛИКЛАР, АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР, БАЪЗИ ФИЗИК ХОССАЛАРИ

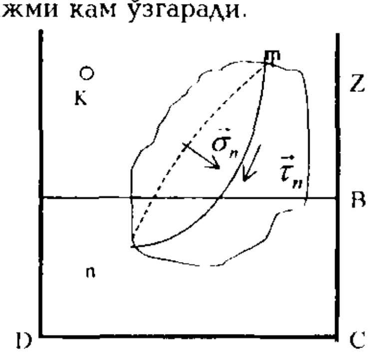
Табиатда мухитлар қаттиқ жисм, суюқлик, газлар ва плазма ҳолатларида бўлиши мумкин. Мухитни аниқловчи параметрларининг миқдорларини ўзгариши билан суюқ жисм газсимон ҳолатга ёки қаттиқ жисм ҳолатига ўтиши мумкин. Масалан, музлатилган ях ҳарорати маълум қийматдан кам бўлса у муз ҳолатда бўлиб, мўрт қаттиқ жисм бўлади, унинг ҳарорати ошиб, маълум бир қийматга етгач бу муз эриб суюқ ҳолатга ўтади (масалан, муз эриб сувга айланади.), унинг ҳарорати яна ошиб борса энди сув қайнаб парланади ва у газсимон ҳолатга ўтади.

1.1. СУЮҚЛИКЛАР ҲАҚИДА БАЪЗИ МАЪЛУМОТЛАР.

Заррачалари ҳаракатчан ва оқувчанлик хусусиятларга эга бўлган мухитларни суюқлик дейилади ва улар оз миқдорда куч таъсир этса ҳам ҳаракатга келиб, ўз шаклини ўзгартиради.

Ушбу хусусиятга эга бўлган физик мухитни суюқлик деб қабул қилинган:

1. Суюқлик оқувчанлик хусусиятига эга бўлади, суюқлик ўзи жойлашган идиш шаклини қабул қилади.
2. Суюқлик (масалан, сув) босим ёки ҳарорат ўзгариши билан унинг ҳажми кам ўзгаради.



Расм 1.1

G – қаттиқ жисмни DKCZ – идишга қўяйлик (расм 1.1). Бу жисмда бирор mn юза сиртни олса, унга турли кучлар таъсир этади (оғирлик кучи, сирт таранглик ва ҳақазолар). Бу кучлар таъсирида mn юзада $\vec{P}_n$ кучланишлар ҳосил бўлиб, улар шу сиртга уринма текислик ва унга нормал бўйлаб йўналишлар бўйича компонентлар (проекциялар) $\vec{\tau}_n$ ва $\vec{\sigma}_n$га эга бўлади. Уларни мос равишда уринма кучланиш ва нормал кучланишлар дейилади. Бу кучлар жисмнинг $\vec{n}$ нормалли сиртига таъсир этувчи $\vec{P}_n$ сиртқи кучлардан ҳосил бўлади.

$\vec{\tau}_n$ Ташқи кучлар, массавий кучлар мухитнинг ҳар бир заррачасига таъсир этади. Буларга оғирлик ва инерция кучлари мисол бўлади. Сиртқи кучлар жисм хажмини ўраб турган сирт (юзалар)га таъсир этувчи кучлар бўлиб, уларга мисол сифатида ишқалиш кучи, сирт таранглигини келтириш мумкин.

G жисмнинг mn юзасига таъсир этувчи $\vec{\sigma}_n, \vec{\tau}_n$ кучлар шу юзага мос равишда нормал йўналишда ва уринма текисликда ётади. Агарда нормал кучланиш $\vec{\sigma}_n$ уринма кучланишдан анча катта бўлса, бунда уринма кучланиш таъсири нормал кучланиш таъсиридан анча кичик бўлади. Жисмлардаги бу кучланишларга бардош бериш қобилиятига кўра улар суюқлик, газ ва қаттиқ жисмларга ажраладилар. Агар жисмда уринма кучланишга бардошлик қобилияти анча кам бўлса (яъни оқувчан бўлса) идишдаги G жисм $\vec{\sigma}_n$ нормал кучланиш масалан ўз оғирлигидан хосил бўлган босим, таъсирида идиш бўйлаб ёйилиб ABCD шаклни эгаллайди. Демак, мувозанат ҳолатдаги кучланиш фақат нормал бўйлаб йўналган бўлиб, уринма кучланиш бўлмайди. Демак, ABCD идишга жойлашган суюқлик заррачалари идишнинг DC, BC ва AD деворларига нормал йўналишда таъсир этади. Буни Паскаль қонуни дейилади. Газлар ҳам оқувчанлик хусусиятига эга бўлгани учун, суюқликларга оид кўп қонуниятлар уларга ҳам ўринли. Шуни қайд этиш керакки, табиатда уринма кучланиш (масалан, сирт таранглиги) мавжуд бўлган суюқликлар ҳам бор бўлиб, уларни аномал суюқлик дейилади, уларни реология фанида ўрганилади.

Суюқликнинг мувозанат ҳолатидаги бу хусусияти унинг заррачалари ҳаракатда бўлганда сақланмайди, суюқлик ички сиртлари орасида сирпаниб (ишқаланиб) ҳаракати пайдо бўлади, бу эса суюқликнинг ҳар бир нуқтасидаги $\vec{\tau}_n$ уринма кучланиш ва σ_n нормал кучланишлар хос бўлган қийматли миқдорлар бўлади. Бу уринма кучланиш суюқликдаги икки ёнма ён заррачаларнинг ҳар бири турли тезликка эга бўлгани учун улар ўзаро ишқаланади ва бундан ишқаланиш кучланиш - уринма кучланиш ҳосил бўлади. Заррачалар орасидаги тезлик катта бўлса, суюқликни ишқалиш характерини аниқловчи коэффициент кам бўлса ҳам унинг (заррачанинг) сиртида жуда кичик қатламда бу куч чекли миқдорда бўлади. Масалан, самолётнинг ҳавода учиши, пароходни сувдаги ҳаракатида уларнинг сиртида ҳосил бўлган чегаравий қатлам юпқа бўлса ҳам ундаги кичик ишқаланиш кучларининг йиғиндиси самолёт, пароход ҳаракатига қаршилиги чекли миқдорда бўлиб, бу кучни ҳисобга олиш шарт бўлади.

1.2. ИДЕАЛ СУЮҚЛИК МОДЕЛИ.

Табиатдаги суюқликларнинг ҳаракатини ўрганиш анча мураккаб тенгламалар системасига олиб келиши ҳамда ишқаланиш кучининг унга қўшилиши масалани жуда мураккаблаштиради. Инерция кучининг ишқаланиш кучига нисбати (уни одатда Re - Рейнольс сони дейилади) анчагина катта сон ($Re>10^3$) бўлганда ишқаланиш кучини суюқлик гарчанд ҳаракатда бўлса ҳам эътиборга олмай, асосан нормал кучланиш -босимни ҳисобга олиш билан масалани қуйидагича соддалаштириш мумкин. Ҳаракатдаги суюқликда фақат нормал кучланишнинг таъсири мавжуд ҳисобланган (яъни $|\vec{\tau}|<<|\vec{\sigma}_n|$) суюқлик идеал суюқлик дейилади ва бу суюқлик заррачалари гарчанд қаттиқ жисм сиртидаги (масалан, у қўзғолмас бўлсин) чекли тезликда ҳаракат қилса ҳам бу сиртида ишқаланиш ҳисобига олинмайди. Агар суюқлик ҳам жисм каби мувозанатда бўлса идеал суюқлик ва табиий (реал) суюқлик энди фарқсиз бўлади.

1.3. РЕАЛ СУЮҚЛИК ВА УНИНГ ФИЗИК ХУСУСИЯТЛАРИ.

Агарда нормал кучланиш ва уринма кучланиш чекли бўлганда суюқлик ҳаракатига сарф этиладиган энергиянинг бир қисми ундаги мавжуд бўлган ишқаланиш кучини енгишга сарф қилинади, яъни қаршилик кучини енгишга маълум миқдорда иш бажаришга тўғри келади.

Уринма кучланиш қўшни заррачалар тезликлари $\bar{v}(\bar{r})$ ва $\bar{v}(\bar{r}+\Delta\bar{r})$ миқдорларнинг фарқи мавжуд бўлгани учун пайдо бўлади деган фикрни аналитик ифодасини биринчи марта И.Ньютон (1686 й.) аниқлаган. Асосан суюқликда уринма кучланиш тезликларнинг ўзгариши (ҳосиласи) координаталари ва вақтга боғлиқ бўлади:

$$\dot{\tau} = \dot{F}\left(\frac{\partial u^i}{\partial x^j}, x^k, t\right)$$

боғланишда бўлса, $\left|\frac{\partial u^i}{\partial x^j}\right| << 1$ бўлганида ундан уринма (ишқаланиш) кучланиши учун Ньютон формуласини оламиз

$$\tau_{n} = \pm\mu\frac{\partial u}{\partial y} \qquad (1.2)$$

Бунда киритилган μ – миқдор ёпишқоқлик (қовишқоқлик) динамик коэффициенти дейилади ва у СИ системасида қуйидагича аниқланади:

$$[\mu] = \frac{[\tau]}{[d][u]} = \frac{H \bullet c}{м^2}$$

бу бирликни Пуаз (ПЗ) деб аталади. Бу коэффициент заррачанинг ҳаракатланганда ҳосил бўлиб, унда заррачаларнинг массалари ҳисобга олингани учун одатда ёпишқоқлиги кинематик коэффициенти киритилади, у берилган сирти бирлигига таъсир этувчи ёпишқоқлик урунма куч миқдорини унга мос келган массасига нисбати (яъни масса бирлигига) хос бўлган урунма кучининг нисбий миқдори суюқликни кинематик ёпишқоқлик коэффициенти ν олинади ва у қуйидагича аниқланади:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad (1.3)$$

Бу ерда киритилган коэффициент ν миқдорнинг СИ даги бирлиги $[\nu]$ - $\frac{м^2}{сек}$, СГС системасида эса $см^2/сек$ ёки стокс ўлчами билан аниқланади. Бу ўлчовлар қуйидагича боғланган. $1\frac{м^2}{сек}=10^4 ст.$ Суюқлик учун кинематик ёпишқоқлик.Бу коэффициенти одатда вискозиометр номли асбоб ёрдамида ўлчанади.

Суюқлик ҳароратини ўзгариши унинг кинематик, динамик коэффициентларига таъсир этади. Масалан, тажрибалар асосида кинематик коэффициент учун ушбу қонуниятлар аниқланган:

а) Сув учун Уббелоде формуласи

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= \left(at-\frac{b}{t}\right)10^{-4}\, м^2/сек \\ \gamma_t &= \frac{0.0177}{1+0.0337t+0.000221t}\cdot 10^{-4}\, м^2/сек \end{aligned}\right\} \qquad (1.4)$$

б) Ҳаво учун

$$\gamma = (0.132+0.000918t+0.00000066t^2)\cdot 10^{-4}\, м^2/сек \qquad (1.5)$$

в) Минерал мойлар учун

$$\gamma_t = a\left(\frac{50}{t}\right)^n \qquad (1.6)$$

ёки

$$\gamma_p = \gamma_0(1+k_p\cdot p) \qquad (1.7)$$

бу ерда p — суюқлик босими.

Суюқлик зичлиги. $\sum$ сирт билан чегараланган V суюқлик M массага эга бўлиб, унинг оғирлиги G га тенг бўлсин.

Суюқлик оғирлигини унинг хажмига нисбати суюқлик ҳажм бирлигининг оғирлигини беради ва уни адабиётларда солиштирма оғирлиги (γ) дейилади:

$$\gamma = \frac{G}{M} \qquad (1.8)$$

бундан V хажмли суюқлик оғирлиги ушбу тенгликдан аниқланади: $G=\gamma M$. Бундан солиштирма оғирлик СИ системасида қуйидагича аниқланади:

$$[\gamma]=\frac{[G]}{[V]}=\frac{H}{м^3}$$

бу ерда $1\,{}^{кг}/_{м^3}=9.80665\,{}^{H}/_{м^3}$.

Шунингдек $V=\dfrac{1}{\gamma}$ миқдор ҳам киритилади ва уни солиштирма ҳажми ҳисобланади.

Суюқлик ҳажми бирлигининг массасини суюқликнинг зичлиги дейилади ва улар ушбу тенглик билан аниқланади:

$$\rho=\frac{M}{V}=\frac{\partial}{g} \tag{1.9}$$

СИ ўлчовда $[\rho]=1\,{}^{кг}/_{м^3}=\dfrac{H\cdot c^2}{м^4}$, $\quad [M]=\dfrac{H\cdot c}{м}$,

Суюқлик зичлиги унинг босими, ҳарорати ва бошқа термодинамик параметрларга боғлиқ бўлиб, у ўзгармас, ўзгарувчан бўлиши мумкин.

Уларнинг баъзи суюқлик ва газлар учун мувозанат ҳолатидаги қийматлари 1.1 жадвалда берилган:

1.1 – жадвал

Суюқлик номи	$t, {}^0C$	ρ ${}^{кг}/_{м^3}$	γ	
			${}^{кH}/_{м^3}$	${}^{кгс}/_{м^3}$
Сув	0	999,87	9,80537	999,87
	4	1000,00	9,80665	1000,00
	10	999,73	9,8040	999,23
	20	998,23	9,78929	998,23
	30	995,67	9,76419	995,67
	40	992,24	9,73055	992,24
	50	988,07	9,68966	998,07
Денгиз суви	15	1020÷1030	10,00278÷10,10085	1020÷1030
Ацетон	15	790	7,74725	790
Бензин	15	680÷740	6,66852÷7,25692	680 – 740
Глицерин(сувсиз)	20	1260	12,2364	1260
Керосин	15	790÷82	7,74725÷8,0414	790 – 820

		0	5	
Машина ёғи	20	898	8,89637	898
Трансформатор ёғи	20	887	8,69850	887
Табиий нефть	15	700÷90 0	6,86465÷8,8259 8	700÷900
Скипидар	18	870	8,53178	870
Метил спирти	19	810	7,94339	810
Этил спирти	15 – 18	790	7,74725	790
Эритилган чўян	1200	7000	68,6465	7000
Этил эфири	15 – 18	740	7,25692	740

СУЮҚЛИКНИНГ ИССИҚЛИКДАН КЕНГАЙИШИ

Суюқликка иссиқлик оқимини келиши натижасида суюқликнинг ҳарорати ошади, натижада унинг ҳажми ошади. Бунга мисол: идишга (бочка, ёпиқ шиша) идишга суюқлик солинган бўлса,ва унга маълум вақт давомида иссиқлик оқими келиб турса (масалан, қиздирилса, ёки қуёш нурида кўп вақт қолганда) идиш кенгайиб боради. Ҳажмни иссиқликдан кенгайиш хусусиятини аниқловчи параметр β_t сифатида унинг ҳажм бирлигини ҳарорат 1^0 га қанчага ўзгаришини олинади

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V \cdot \Delta t} \tag{1.10}$$

б) Суюқликнинг сиқувчанлиги (ҳажмий эластиклиги).

V ҳажмли суюқлик мувозанатда бўлиб, унга ҳар тамонлама ташқи босим таъсир этаётган бўлсин. Агар ташқи босимни Δp га оширсак, у ҳолда суюқлик хажми ΔV га ошишини (ёки камайишини) кузатиш мумкин. Суюқликнинг ташқи Δp қўшимча юкланишни олинганида олдинги ҳолга қайтиш эластиклик хусусияти дейилади. Босим кучланиши Δp нинг кичик қийматларида Δp миқдор одатда ҳажм бирлигини ўзгариши $\frac{\Delta V}{V}$ га тўғри пропорционал бўлади ва у қуйидагича ёзилади:

$$\Delta p = -K\frac{\Delta V}{V},$$

бу ерда K суюқликни эластик сиқилиш ўлчами ёки суюқликни хажмий эластиклик модули дейилади.

$$K = \left|\Delta p_1 : \frac{\Delta v}{v}\right| \qquad (1.11)$$

Оддий шароитдаги сув учун бу миқдор $K = 22 \cdot 10^5 kПа = 220 \frac{kH}{см^2} = 22000 \frac{кгс}{см^2}$ га тенг бўлади. Бу миқдорга ўхшаш бўлган яна суюқликнинг ҳажмий сиқилиш коэффициентини ҳам киритамиз:

$$\beta_p = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta p} = \frac{1}{k} \qquad (1.12)$$

Бу β_p – коэффициентнинг физик маъноси суюқлик ҳажм бирлиги унинг босим бирлигига ўзгариш миқдорини қабул қилинган. Унинг ўлчами $[\beta_p] = \frac{м^2}{H}$ сувнинг сиқилиш коэффициентининг қийматлари 1.2 жадвалда берилган.

$\beta_p \cdot 10^4 \, м/н$

Сувнинг хажмий сиқилиш коэффициенти 1.2. жадвал.

t^0C	Босим $\frac{МН}{кг} \cdot 10^{-5}$				
	0.5	1.0	2.0	3.9	7.9
0	0.540	0.537	0.531	0.523	0.515
5	0.529	0.523	0.518	0.508	0.493
10	0.523	0.518	0.508	0.498	0.481
15	0.518	0.510	0.503	0.488	0.470
20	0.517	0.515	0.495	0.481	0.460

ГАЗ ВА ГАЗСИМОН МУХИТЛАР

Газ ва газсимон мухитлар суюқликлар каби оқувчанлик хусусиятга эга бўлиб унинг зичлиги суюқлик зичлигидан анча кам бўлиб, уларнинг заррачаларининг ўзаро тортиш кучи анча кам. Шунинг учун ҳам газларнинг сиқиш (чўзиш) деформациясига қаршилиги кучсиз бўлади ва газнинг босими ва ҳарорати ўзгариши билан унинг зичлиги ҳам ўзгаради. Тўйинган газлар учун маълум ҳолат тенгламаси: Клайперон тенгламаси мавжуд

$$p = \rho RT \tag{1.13}$$

бу ерда $R = c_p - c_v$ – Авагадро сони, c_p, c_v – босим ёки ҳажм ўзгармагандаги иссиқлик сиғими. Реал газлар (1.13) ҳолат тенгламасига бўйсинмайди, унинг учун термодинамик ҳолат тенгламаси туташ мухит механикасида олинган. 1.3. жадвалда баъзи газларни зичлиги ва солиштирма газ ўзгармас миқдори қийматлари келтирилган.

Газларнинг зичлиги. 1.3. жадвал.

Газлар	Зичлик $\rho^{кг}/_{м^3}$	Авагадро сони $R^{Дж}/_{(кг \cdot K)}$	Газлар	зичлик $\rho^{кг}/_{м^3}$	Авагадро сони $R^{Дж}/_{(кг \cdot K)}$
Хаво	1,293	287,0	Аргон	1,783	208,2
Кислород	1,429	259,8	Гелий	0,179	2078,2
Азот	1,251	296,8	Метан	0,717	518,8
Водород	0,090	4124,0	Этилен	1,251	296,6
Угле – кислород	1,977	188,9	Аммиак	0,771	488,3

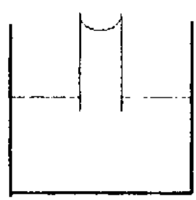
г) **Молекуляр босим.** Маълумки суюқлик молекулалардан тузилган бўлиб, улар ўзаро бирор куч билан таъсир қилади. Бу таъсир кучи уларда ўзаро тенг ва қарама – қарши йўналган бўлади. Лекин идишга жойлашган суюқликнинг молекулалари уни ўраб турган мухит молекулалари билан ҳам таъсир этадилар ва бу таъсир суюқлик молекулалари таъсиридан фарқли бўлади. Натижада ҳар бир молекулалар устида уни сиқувчи куч – босим кучи ҳосил бўлади ва уни молекуляр босим дейилади. Бу босим таъсирида суюқликнинг сиртқи қатлами унинг ичидагиларни сиқиб эзади. Кузатилган тажрибалар ва олиб борилган ҳисоблаш натижалари баъзи ҳолларда бу кучлар катта қийматга эга бўлиши мумкинлигини кўрсатади, шунинг учун ҳам бу ҳолларда молекуяр босим кучини суюқлик хусусияти, ҳолатларини ўрганишда ҳисобга олинига тўғри келади. Масалан, баъзан суюқлик сатҳининг молекуляр босими $11 \cdot 10^5$ *кПа* (11.000 *атм.*) га етиши мумкин. Юқорида келтирилган суюқликнинг сиқилувчанлигининг камлиги ташқи кучларнинг миқдори сиқувчи молекуляр босимдан анча кичик бўлиши билан тушунтириш мумкин.

Суюқликнинг молекуляр босими сиртнинг формасига унинг ботиқлиги, қавариқлигига боғлиқ бўлади. Умумий физика курсида молекуляр босим қабариқ сирт босими ва қобиқ босим миқдорлар орасида бўлиб, уни ушбу тенгсизлик кўринишда ёзиш мумкин:

$$F_{қаб} < F_{мол.бос} < F_{ботиқ}$$

Бу кучлар қанча бўлишидан қатъий назар у ўзини ўраб турган сиртнинг босимининг идишга таъсирига идиш бардош беради. Шундай бўлса ҳам бу кучлар ичидан капилляр кучлар таъсирини ҳисобга олиш керак бўлади.

д) Суюқликни капилляр кўтарилиши. Гидротехника масалаларида суюқликнинг капиллярлик хусусияти катта аҳамиятга эга. А идишда суюқлик тўлдирилган бўлиб, унда К капилляр найга мавжуд бўлсин (унинг радиуси идиш радиусидан анчагина кам). Идишдаги суюқлик ўзининг текис сирти қатлами $F_{мол}$ – молекуляр босими таъсирида бўлади.



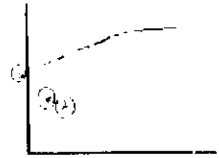
расм 1.2

Суюқликда юқори молекуляр босими борлиги сабабли идишдаги суюқлик К найча бўйлаб кўтарилади (расм.1.2). Шунингдек мувозанатдаги суюқликнинг идиш девори билан туташган жойида икки ҳол бўлиши мумкин: агар суюқликларнинг икки молекулаларини тортиш кучи, суюқлик молекуласи ва девор молекуласи билан суюқлик молекулалари тортиш кучи–дан катта бўлса, а) ҳол кичик бўлса б) ҳоллар бўлиб, унга тақалган суюқликнинг энг юқори сатхи ё қабариқ ёки ботиқ бўлиб девор чети билан бирлашади (расм 1.3) ва ботиқ ёки қабариқ менискни ҳосил қилади. Буни ҳосил бўлишига яна суюқликни сирт таранглиги ҳам таъсир этади. Сирт таранглиги суюқлик сиртидаги заррачаларни ўзаро мустаҳкам бирлашган бўлиб, улар бошқа зарраҷаларни ўтказмай пленка ҳосил қилган каби бўлади.

Масалан, пиширилган сут сиртида маълум вақтдан кейин юпқа сирт хосил бўлади ва у идишдаги сутни ташқи мухит таъсиридан мустаҳкам сақлайди.

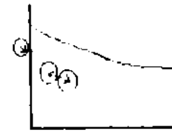
Юқорида қайд қилинган капилляр кўтарилишда (расм 1.2) суюқликнинг энг юқори қатламида жуда юпқа суюқлик қатлами ҳосил бўлади ва унинг хусусияти шу сатхнинқуйидаги суюқлик хусусиятидан анча фарқли

а)



намланган сирт

б)



расм 1.3

бўлади ва бу қатлам унинг пастидаги суюқлик молекулалари билан бу сирт – (юпқа сатх) ундан ташқаридаги мухит (хаво, идишни ташкил қилган туташ мухит) зарраҷаларини идиш ичидаги суюқликка ўтмаслик – яъни диффузия бўлмаслигини таъминлайди, яъни суюқликни бошқа мухит зарраҷалари билан аралашмаслигини таъминлайди.

§.2 СУЮҚЛИКНИНГ МАХСУС ХУСУСИЯТЛАРИ.

Гидротехник қурилиш амалиётида суюқлик (масалан, сув) ҳаракати давомида ўз ҳолатини турли сабабга кўра ўзгартиради Масалан, суюқлик ҳаракати жараёнида унга турли газсимон зарраҷалар, ёки қаттиқ жисм зарраҷалари қўшилиб аралашма хосил қилади, улардан турли чўкилмалар ҳосил бўлади, парланиш ва бошқа жараёнлар суюқлик хусусиятини ўзгартиради.

Бу ерда шулардан бир қанчасини келтирамиз.

2.1. Ҳаракатдаги суюқликка газсимон ёки қаттиқ жисмларни қўшилиши.

2.1.а. **Оқим аэрацияси.** Суюқлик, масалан сув оқими тезлиги катта бўлса ундаги босимни камлиги ва сувни ўраб турган мухитдаги босим кўп бўлгани туфайли сувга шу газсимон мухит зарраҷаси келиб қўшилади. Шунда оқим ташқарисидан келиб қўшилган газсимон (масалан, ҳаво) пуффакчалар билан аралашиб икки фазали суюқлик аралашмаси ҳосил бўлади, буни ҳамда ҳавонинг сувда эриш жараёнини ҳам оқим аэрацияси дейилади. Натижада суюқлик аралашмасининг параметрлари ўзгаради. Бу мавзуни қуйида махсус ўрганамиз.

2.1.б. **Оқимларнинг оқизиқларни олиб кетиши.** Суюқлик оқими одатда қаттиқ жисм (туташ мухит)дан иборат девор ва эркин сирт (ҳаво билан сувни ажратувчи сирт) билан чегараланган ҳолда оқади. Суюқлик оқимининг тезлиги, суюқликни қаттиқ жисмга диффузион таъсири, қаттиқ жисм заррачаларини суюқликда қисман эриши натижасида тупроқдан иборат бўлган оқим ўзани скелетини мустахкамлиги камаяди. Масалан тупроқ турли тузлар аралашмасидан иборат бўлиб, у сув билан аралашса тупроқдаги баъзи тузлар сувда эрийди. Заррачаларини ўзаро тортиш қобилияти камайади ва натижада оқим таъзийқида чизиқлар (нанослар) ҳосил бўлади. Бу ерда чизиқлар ё суюқликка аралашган ҳолда ёки оқим ўзани бўйлаб сирпаниб ҳаракат қилади. Уларнинг мавжуд бўлиши оқимнинг (гидродинамик) гидравлик параметрларини ўзгартиради ва энди оқим кўп фазали мухитга айланади.

2.2. Суюқликни (сувни) қаттиқ ёки газсимон ҳолатларга ўтиши.

2.2.а. **Сув муз кристалларини ҳосил бўлиши.** Сувда босимни ортиши ёки сувдаги ҳароратни анча камайиши натижасида аввал сув сатхида, кейинроқ унинг ичида муз кристаллари ҳосил бўлиб сув билан уни ўраб турган ҳаво орасида музланган сатх ҳосил бўлиб, оқимга шу муз кристаллари билан аралашмалари кўпфазалик суюқлик аралашмасини хосил қилади.

2.2.б. **Сув ҳаво ва сувлар аралашмасидан иборат бўлган қатламлик узилиш сохаларини хосил бўлиши. Қайнаш ва кавитация.** Одатда сувда эриган хаво заррачалари мавжуд бўлиб суюқликдаги босим камайиши ёки суюқликдаги ҳарорат t^0 ни ошиши сабабли ундаги эриган ҳаво сув заррачаларидан ажралиб ҳаво пуффакчалари ҳосил бўлади ва суюқликни икки фазали суюқликка (сув ва ҳаво пуффакчалари аралашмаси) айлантиради, унинг хусусияти ўзгаради.

Масалан, эритилган хаво бўлмаган сувни кўрайлик. Хатто шу холда хам хароратни ошиши ёки ундаги босимни камайиши натижасида сув парлари билан тўлдирилган пуфакчалар хосил бўлади ва натижада сув ва шу пуфакчалар аралашмасидан ташкил топган икки фазали аралашма хосил бўлади. Демак яна кўп фазали оқимни оламиз.

2.3. **Суюқлик тўйинган буғининг босими.** Суюқлик бирор хароратга етгач унда эркин буғланиш хосил қилиб, бу буғлар суюқлик эгаллаб турган хажмни тўлдиришга интилади. Шу интилишни амалга ошириш учун зарур бўлган босимни суюқликнинг тўйинган буғ босими дейилади. Суюқликлардаги буғланиш турлича бўлиб, унинг бутун хажми бўйлаб буғ пуфакчалари хосил бўлиши (масалан, сув қайнашида), кавитацион жараёнида пуфакчалар хосил бўлади. Булар асосан суюқлик сиртидаги босим ундаги пуфакча ичидаги босим билан тенглашганда бўлади. Бу буғларнинг мавжудлиги ва миқдори буғ босимига боғлиқ бўлади. Буғ босими ортиши билан суюқликнинг қайнаш харорати ортади, камайса харорат хам камаяди.

Агарда суюқликлар аралашмасини олинса, унга турли хил молекулалар мавжудлиги уларнинг ўзаро таъсири натижасида ундаги буғланиш жараёни секинлашади.

2.4. **Газларнинг суюқликда эриши, Кавитация.** Маълумки суюқлик ичида газларнинг оз миқдордаги эриган холда мавжуд бўлиши мумкин. Суюқликда босимнинг ортиши ёки унинг хароратини камайиши натижада ундаги эриган газлар миқдори ортади, акс холда камаяди. Суюқликда газ пуфакчаси ундаги газнинг тўйинган буғлари босимига тенг бўлганда пайдо бўлади. Натижада газ пуфакчалари аралашмаси хосил бўлиб, суюқлик туташ мухит сифатида бошқа моделга ўтади, туташ мухит қонуниятларини бундай махсус холларининг хусусиятини хисобга олишга тўғри келади. Суюқлик харакати жараёнида унинг босими тезкор ўзгарган жойларида газ пуфакчаларини пайдо бўлиши ва уни кўпайиш жараёнини кавитация дейилади. Хосил бўлган пуфакчалар суюқлик ичида босими юқори бўлган, харорати кам бўлган жойларга қараб интилади. Натижада мавжуд бўлган бўшлиқ кескин ёпилади ва оқим параметри тўсатдан кескин ўзгаради, буни гидравликада гидравлик зарба дейилади.

Оқимда гидравлик зарбани мавжудлиги ундаги босимни, кучланишларини кескин ўзгартиради ва суюқлик ҳаракати таъсирида қувур деворлари, машиналарнинг қисмларини бузилишига (емирилишига) олиб келади. Шунинг учун ҳам кавитацияга қарши курашиш чораларини кўриш техникада асосий шарт ҳисобланади.

Суюқликларнинг яна бир кўриниши томчиланувчан (капельний) суюқликлар бўлиб, у гидротехника, суғориш амалиётида кенг қўлланилади. Шунинг учун ҳам бу суюқлик хусусиятлари билан танишимиз керак.

Томчиланувчан суюқликлар ушбу хусусиятларга эга:

- Томчиланувчан суюқликлар хажми босим таъсиридаги сиқилишга қаршилиги катта бўлиб, унинг хажми оз миқдорда ўзгаради;
- Ҳарорат ўзгариши таъсирида томчиланувчан суюқликлар деярли ўзгармайди;
- Томчиланувчан суюқликларнинг ўзаро таъсир-қовушқоқлик кучи асосан сирт кучи сифатида намоён бўлиб,сирт таранглиги таъсирида суюқлик томчиси бўлиб йиғилади.

Газлар суюқлик томчиланувчан суюқликлардан фарқли бўлиб уларнинг ўзаро тортиш кучлари кичик бўлгани сабабли ташқи, ички таъсирларга берилувчан бўлиб, уларда чўзувчи кучга ҳамда ёпишқоқлик (қовушқоқлик) кучига нисбатан анча кам, шунинг учун ҳам унинг физик параметрлари бу кучлар таъсирида тез ўзгаради. Хусусан газлар босим, ҳароратини ўзгартиришига қаршилиги анча кам бўлиб, газлар босим таъсирида, ҳароратни ўзгариши таъсирида тез ўзгаради. Газларни мувозанат ҳолати ва ҳароратларининг ўзгариши аэродинамика, газлар динамика фанларида ўрганилади.

Суюқликларнинг ҳарорати, ундаги босими маълум бир қийматга етганида унда эркин буғланиши бошланади ва хосил бўлган буғлар суюқлик жойлашган суюқлик ичидаги ва идишдаги бўшлиқларни тўлдиришга ҳаракат қилади, бунда шундай ҳолатга эришиши учун ҳаракат қилдирувчи маълум босим хосил бўлади ва бу босимни суюқлик тўйинган буғининг босими деб аталади. Мутлоқ параметрли суюқликларда тўйинган буғ босими ҳароратга буғнинг массавий миқдорига боғлиқ бўлмайди.

§.3. СУЮҚЛИК МУРАККАБ МОДЕЛЛАРИ.

Суюқликларда ички ишқаланиш кучлари суюқликнинг икки қўшни заррачалари турли тезликда ҳаракат қилиш натижасида хосил бўлади. Бу — асосан суюқликнинг оқувчанлик хусусияти катта бўлганда ўринли бўлиб, унинг қиймати камайганда тезликлак фарқидан бошқа таъсирларни ҳам ҳисобга олишга тўғри келади. Табиатда Ньютон қонунига бўйсинмайдиган суюқликлар мавжуд , масалан нефть ва нефть махсулотлари, турли мойлар. Одатда туташ мухитни, шу жумладан суюқлик турини аниқловчи қонуният унинг реологик чизиқ (реограмма) ёки оқим чизиғи билан аниқланади ва у асосан суюқликдаги уринма кучланишни суюқлик тезлигининг градиентига боғлиқлиги сифатида, яъни

$$\tau = f(\dot{\gamma})$$

кўринишда олинади, бу ерда $\dot{\gamma} = \dfrac{du}{dy}$.

Одатда бу чизиқ махсус тажриба натижалари тахлили асосида унга қисман назарий тадқиқотларни қўшиб олинади.

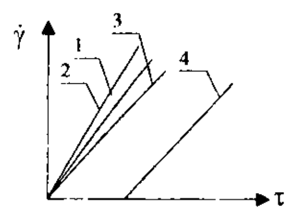
Оқим чизиқлари – реограммалар турли суюқликлар учун турлича бўлади, бу ҳатто Ньютон суюқликларида ҳам мавжуд.

Масалан, дилетант ва псевдопластик суюқликлар учун

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \qquad (1.14)$$

бу ерда n>1, дилант суюқлик

n=1,Нъютон суюқлиги



расм 1.4

Расм 1.4 да суюқликнинг моделлари келтирилган: расмдаги 1 – чизиқ дилатант суюқликка, 2 – чизиқ Ньютон суюқлигига, 3 – псевдопластик суюқлик, 4 – вязко – пластик суюқикларга хос чизиқлар бўлади.

Дилатант суюқликларга мисол турли бўйёқларнинг сиртлари псевдопластик суюқликларга эса полимерларнинг турли эритмаларини олса бўлади. Смола, мўмларда қовушқоқлик ва эластиклик хусусиятлари бир вақтда таъсир этади ва уларни эластик–ёпишқоқ суюқлик дейилади.

ЁПИШҚОҚ–ПЛАСТИК СУЮҚЛИКЛАР ВА УЛАРНИНГ ХОССАЛАРИ.

Суюқликларнинг уларнинг моделлари ҳам турлича бўлиб ва уларнинг реологик диаграммалари ҳам мос равишда турлича бўлади. Гидротехникада кўп ишлатиладиган ёпишқоқ – эластик суюқликларни кўрамиз. Бу суюқликлар суюқликнинг ёпишқоқлик хусусияти (Ньютон суюқлиги каби), ҳамда пластик қаттиқ жисм хусусиятларига эга. Бундай суюқликларга турли суспензия – аралашмалар ва коллоид эритмалар (суюқ ва қаттиқ заррачалар, лойқа ва цемент аралашмалари, парафинист нефтлар). Юқорида келтирилган Ньютон моделига мос суюқлик модели кучланишлар ва деформация тезлиги кичик бўлган ҳолда тегишли бўлиб, ундаги кучланиш ошиб бориб τ_0 миқдорга етса (τ_0 – хар бир мухитга хос миқдор) суюқликда (мухитда) пластик жисм оқувчан бўлади. Шунинг учун ҳам τ_0 – ни оқувчанлик чегараси, ёки силжишни бошлангич кучланиши дейилади. Жисмда бу кучланиш сақланиб қолади ва унинг оқиши кучланишга боғлиқ бўлмайди. Энди мухитда ёпишқоқлик ва пластик оқувчанлик хусусияти биргаликнинг янги модели – Бингам модели ҳосил бўлади ва унинг реограммаси ушбу тенглама билан ёзилади:

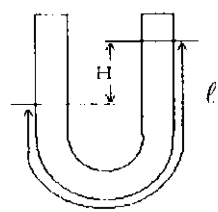
$$\tau = \tau_0 + \mu_{пл}.\dot{\gamma} \tag{1.5}$$

Бу суюқликларда кичик кучланишлар ($\tau << \tau_0$) бўлганда суюқлик Ньютон суюқлиги бўлса, $\tau \approx \tau_0$ бўлганда унда пластиклик хусусияти пайдо бўлади, суюқлик Ньютон суюқлиги каби бўлса ҳам кучланиш олинса аввалги ҳолга қайтмайди. Бингам суюқлигининг механизмини қўзғолмас суюқликда қаттиқ фазовий решетка (масалан парафиник нефтьларда парафин кристалларидан) пайдо бўлади ва у суюқ фаза (нефть) билан тўлдирилган бўлади.Бу жисм $\tau < \tau_0$

бўлганда решеткаси (тузилиши) суюқликда ҳаракатланувчанлик хусусиятини тўла йўқотади. $\tau > \tau_0$ – ошганда бу решетка бузилади ва суюқлик аралашмаси Ньютон суюқлиги сифатида ҳаракатланади, агар τ кучланиш τ_0 дан яна кичкина бўлса бу решетка яна тикланади ва суюқлик қўзғолмайди. Албатта ёпишқоқ – пластик суюқликнинг бундай реологик талқини хусусий ҳол бўлиб, (1.5) боғланиш ҳам анча мураккаб бўлиши мумкин.

Шундай қилиб, ёпишқоқ – пластик мухитларда – суюқликларда ҳаракат бўлмаса ҳам уринма кучланиши (силжиш кучланиши) мавжуд бўлар экан. Мисол сифатида тутаи идиш ичига ёпишқоқ – пластик суюқлик жойлашган бўлсин.

Расм 1.5 ва U симон найчанинг диаметри d узунлиги ℓ га, суюқлик зичлиги ρ, ундаги бошлангич силжиш кучланиши τ_0 га тенг бўлсин. Маълум вақтдан сўнг суюқлик идишда муътадил ҳолатга эришади ва унинг идишдаги жойлашиши турли бўлиб, сатхларнинг фарқи H бўлсин.



Расм 1.5

Демак, суюқликнинг H баландликдаги устуни оғирлиги суюқликнинг силжиш – уринма кучига тенг бўлади, бундан ушбу тенгликни олиш мумкин:

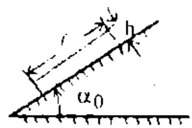
$$H = \frac{4\tau_0 L}{\rho g d}$$

Бундан бошланғич силжиш кучланиш τ_0 ни аниқлаш формуласини оламиз:

$$\tau_0 = {}^{H\rho g d}\!/_{4L} \qquad (1.6)$$

Агар суюқлик оғма текисликда жойлашган бўлиб, унинг узунлиги ℓ, қалинлиги h бўлса бу ёпишқоқ – пластик суюқликнинг юпқа қатлами α бурчаги маълум миқдорига α_0 етгунча ($\alpha < \alpha_0$) сирт бўйлаб сирпанмайди – мувозанат ҳолатда бўлади. Мувозанат тенгламасидан $G\sin\alpha_0 - T = 0$ тенгликни оламиз. Бундан суюқлик қатлами оғирлиги

$G = \rho g \ell b h$ ва суюқликнинг силжишига қарши кучи $T = \tau_0 b \ell$ бўлганидан α_0 ни аниқлаймиз :$\alpha_0 = arcsin \frac{\tau_0}{\rho g h}$,



расм 1.6.

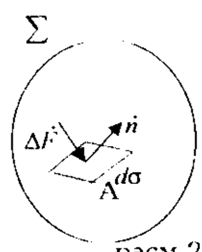
тажрибада суюқликнинг бошланғич кучланишини ушбу тенгликдан аниқланади:

II–БОБ. ГИДРОСТАТИКА.

Суюқликнинг қўзғалмас – тинч мувозанат ҳолатини гидростатикада ўрганилади. Унда суюқлик, газларнинг ҳолатини аниқловчи параметрларидан бири – тезлиги нулга тенг бўлиб, қолганлари ўзгарувчан бўлиши мумкин. Одатда суюқлик массасига куч таъсир этмаса унинг заррачалари тинч ҳолатини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатини сақлайди. Туташ мухитлар механикаси фанида суюқлик массасига куч таъсир этса ҳам мувозанат ҳолатини сақлай олиши кўрсатилган ва бу ҳол таъсир этувчи кучларга қўшимча шарт беришини кўрсатилган. Юқорида тинч ҳолатдаги суюқлик сиртига таъсир этувчи куч сирт нормали бўйлаб йўналганлигини тушунтирилди, лекин мувозанатдаги суюқликнинг барча заррачалари ўзаро таъсир этиб, бу куч уларнинг сиртига нормал йўналишда бўлгани учун мувозанатдаги суюқлик заррачалари ҳар тамонлама сиқилиш ҳолатида бўладилар.

§.1. ГИДРОСТАТИКАНИНГ АСОСИЙ ТЕНГЛАМАСИ.

Суюқлик эгаллаган V ҳажмнинг ихтиёрий ички A нуқтасини ўраб турувчи $d\sigma$ юзани олайлик (расм 2.1) V ҳажмли мувозанатдаги суюқликнинг чегараловчи $\sum$ сирт берилган бўлиб, $\vec{n}$ унинг ичидаги A нуқтасида олинган $d\sigma$ юзанинг нормали $\vec{n}$ бўлиб унга ички нормал бўйлаб йўналган $\Delta\vec{F}$ куч таъсир этаётган бўлсин.



расм 2.1.

У ҳолда бу $\Delta\vec{F}$ куч шу юза бўйлаб тақсимланади ва бу тақсимот қуйидагича аниқланади:

$$\vec{p} = \lim_{\Delta\sigma \to 0} \frac{\Delta\vec{F}}{\Delta\sigma} \qquad (2.1)$$

Бу $\vec{p}$ миқдор $d\sigma$ юза бирлигига таъсир этувчи куч бўлади ва уни A нуқтадаги суюқликнинг гидростатик босими дейилади. Бу босим у таъсир этаётган юзага нормал йўналган бўлиб, шу А нуқтанинг ихтиёрий йўналиши $\vec{n}$ сирти учун р – босим бир хил қийматли нормал (сиқувчи) кучланиши бўлади.

Шундай қилиб, мувозанатдаги суюқлик ва газлар асосан нормал кучланиш таъсирида бўлиб, ундаги урунма кучланишлари мавжуд бўлмайди. Суюқликнинг мувозанат ҳолатидаги бу хусусияти Паскаль қонуни дейилади. Мувозанатдаги суюқликда урунма кучланиш мавжуд бўлмаслиги унда суюқлик фақат сиқилиш ёки чўзилиши мумкинлигини, унда силжиш, эгилиш ва буралиш деформациялари мавжуд бўлмаслигини кўрсатади. Гидродинамикада шу хусусиятни ҳаракатда бўлганда ҳам сақловчи суюқлик (газ) модели деб айтилади. Табиатда бундай суюқликлар мавжуд бўлмаса ҳам ундаги урунма кучланиш p_{xy} нормал кучланишдан бирмунча кичик бўлган суюқликларни табиатда учратиш мумкин. $\left(P_{xy} \ll \left(P_{xx}; P_{yy}\right)\right)$.

Мувозанатдаги суюқликнинг тенгламаси. Мувозанат ҳолатдаги суюқликлар уларга таъсир этувчи $\vec{F}$ кучлар уларнинг ички кучланишлари – босими билан мувозанатда бўлади. $\vec{F}$ – суюқликнинг масса бирлигига мос келган куч бўлса, р шу массани ўраб турган $d\sigma$ сиртдаги босим ҳисобланади. У ҳолда А нуқта (расм 2.1) атрофидаги $d\sigma$ сиртдаги $\rho d\tau$ массали хажмга таъсир этувчи куч $\rho\vec{F}d\tau$ бўлиб бутун V ҳажм таъсир этувчи куч $\int\limits_{(V)}\rho\vec{F}d\tau$ га тенг бўлади.

Шунингдек, $d\sigma$ сиртдаги кучланиш $p\vec{n}d\sigma$ га тенг бўлиб, $\sum$ сирт билан ўраб турган V ҳажмли суюқликнинг ялпи босимлар $-\int\limits_{\Sigma} p\vec{n}d\sigma$ га тенг бўлади. V – хажмли суюқлик бу кучлар таъсирида мувозанатда бўлгани учун уларининг йиғиндиси нулга тенг бўлади

$$\int\limits_{(V)}\rho\vec{F}d\tau - \int\limits_{\Sigma} p\vec{n}d\sigma = 0$$

Бундан Гаусс – Остроградский формуласидан фойдаланиб

$$\int\limits_{(V)}(\rho\vec{F} - grad p)d\tau = 0 \tag{2.2}$$

тенгликни оламиз. (2.2) тенгламадаги миқдорлар ρ, $\vec{F}$ ва p функциялар V ҳажмнинг барча нуқталарида ўзлари ва уларнинг ҳосилалари узлуксиз функция деб ҳисобласак ушбу тенгламани оламиз

$$\rho\vec{F} + grad\, p = 0 \tag{2.3}$$

Бундан ушбу тенгликни олиш мумкин:

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz) \tag{2.4}$$

Олинган тенглик мувозанатдаги суюқлик ва газлар учун урунма бўлиб суюқлик босими ва зичлиги V хажмнинг барча нуқталарида топиш имкониятини оламиз:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho X, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho Y, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z \tag{2.5}$$

V хажмда босими ўзгармас бўлган сиртни топиш мумкин. Бу сирт бўйлаб босим $p = const$, демак $dp = 0$ бўлади, бундан

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

тенгликни оламиз демак, $\vec{F} \perp d\vec{F}$ бўлади, яъни бу сиртнинг ҳар бир нуқтасидаги урунма текислигининг нормали таъсир этувчи $\vec{F}$ га коллениар бўлар экан.

Бундай сиртларга ёпиқ идишда мувозанатда бўлган суюқлик ва газларнинг эркин шартлари мисол бўлади. Чунки уларга куч таъсир этмаса, идиш қўзғалмас бўлса, у ҳолда газ идишнинг юқори қисмига, суюқлик эса унинг қуйи қисмига жойлашган бўлади, чунки суюқлик заррачасининг зичлиги, газ заррачасининг зичлигидан анча кичик бўлади. Агар суюқлик заррачаси юқорида, газ заррачаси пастда бўлса, бу аралашма гарчанд бошқа кучлар таъсир этмаса ҳам фақат оғирлик кучи таъсирида ҳаракатда бўлиб, суюқлик заррачаси газ заррачасини пастга босиб сиқади ва у пастга тушиб, газ заррачаси юқорига чиқади. Улар жойларини алмаштиришгач оғирлик кучининг таъсири бўлмай мувозанат ҳолатга эришадилар ва уларни ажратиб турган сирт бўйлаб босим ўзгармас миқдор бўлади. Бунга табиатда мисоллар жуда кўп.

Юқорида келтирилган (2.3) тенглама идеал суюқликнинг ҳаракат тенгламасида (Эйлер тенгламаси) суюқлик заррачасининг тезлиги нуль бўлган ҳолга мос ҳолатини сақлаш учун қандай шарт бажариши кераклигини туташ мухит механикасида келтириб чиқарилган:

$$\left(\vec{F}.rot\,\vec{F}\right) = 0.$$

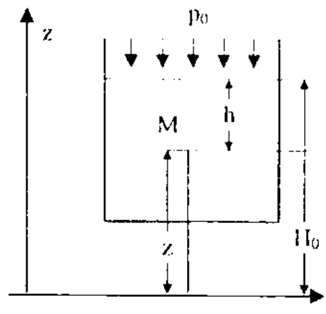
Бу суюқликнинг мувозанат шарти асосан ташқи кучлар: ўзгармас бўлса $\vec{F} = \vec{a} = const$, ёки мавжуд бўлмаса $\vec{F} = \vec{0}$ ҳамда ташқи кучлар (потенциал) эга бўлса (яъни консерватив куч бўлса $\vec{F} = gradU$ (бу ерда U – куч потенциали) ўринли бўлади.

Масалан, таъсир этувчи куч оғирлик кучи бўлса $U=gz$ га тенг бўлади (z — горизонтал нормал йўналиш). Шундай қилиб, $F=-gradU$ бўлгани учун суюқлик ва газлар сиқилмайдиган (яъни $\rho=const$) бўлса, (2.5) тенгликдан Бернулли интегралини оламиз:

$$p+\rho U=const \tag{2.6}$$

ташқи куч сифатида оғирлик кучи олинса бу тенглик қуйидагига ёзилади

$$p+\rho gz=p_0+\rho gz_0 \tag{2.7}$$



расм 2.2

Бу ерда p, p_0 лар берилган текисликдан z ва z_0 баландликдагига мос келган босимлар. Бу формулани баъзи қўлланишларини кўрамиз:

Суюқликнинг ички нуқтасидаги босим: Бирор очиқ идишга H_0 қалинликда суюқлик жойлашган бўлиб унинг оғирлиги $G=\rho gV$ га тенг бўлсин (расм 2.2), бу ерда ρ — суюқлик заррачасининг зичлиги. Идиш очиқ бўлгани учун, ундаги суюқлик ташқаридаги хаво билан чегараланган ва улар мувозанатда бўлгани учун, уларни чегараловчи сатхдаги сувга босим p_0 га тенг бўлади ва одатда бу босимни атмосфера босими дейилади. Унинг ичида бирор z баландликда М нуқтани оламиз ва бу нуқтадаги юзага таъсир этувчи суюқлик босими р га тенг деб, эркин сирт H_0 баландликда деб олинса гидростатиканинг асосий тенгламаси (2.7) ни қуйидагича ёзса бўлади:

$$p+\gamma z=p_0+\gamma H_0$$

бундан

$$p=p_0+\gamma h_0 \tag{2.8}$$

тенгликни оламиз (бу ерда $h=H_0-z$).

Демак, $z=H_0$ ва $z=z$ сатхлардаги босимлар фарқи $p-p_0=p_n$ фақат М нуқта устига жойлашга устуннинг оғирлигини юза бирлигига тенг миқдор билан аниқланар экан. $p_n = p - p_0$ ни пьезометрик босим дейилади. (2.8) тенгликдан

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + h \qquad (2.9).$$

Одатда гидравлика,(гидротехникада) $\frac{p}{\gamma}, \frac{p_0}{\gamma}$ — пьезометрик баландлик, h — ни эса геометрик баландлик дейилади.

Ҳақиқатан ҳам бу миқдорларнинг ўлчами узунлик ўлчовига тенг бўлади:

$$\left[\frac{p}{\gamma}\right] = \frac{[Па]}{\left[Н/м^3\right]} = \frac{\left[Н/м^2\right]}{\left[Н/м^3\right]} = [M].$$

Бу миқдорларни баъзи адабиётларда пьезометрик таъзийқ, геометрик таъзийқ деб ҳам аталади. (2.8) тенгликдаги $\frac{p}{\gamma} + z = H$ миқдорни гидростатик таъзийқ ва H миқдорга тенг баландликдаги текисликни гидростатик таъзийқ текислиги дейилади.

Олинган (2.6) тенгламани энергия тенгламаси деб ҳисоблаш мумкин. (2.6) тенгламани 1Н га тенг кучга кўпайтирсак ҳосил бўлган миқдорлар шу кучнинг бажарган иши бўлиб, у механик энергияга айтилади ва у 1Н оғирликдаги суюқликнинг потенциал энергиясини беради ва уни одатда нисбий энергия дейилади. (2.6) тенгликни энергия маъносида қуйидаги қонуни беради:

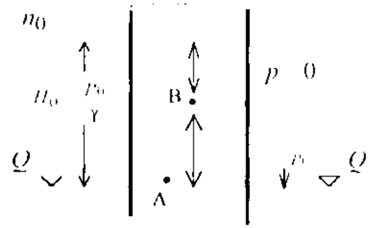
Мувозанатдаги суюқлик массасининг z ҳолатдаги нисбий потенциал энергияси (z) ва p/γ босимдаги нисбий потенциал энергиялар йиғиндиси шу суюқликнинг барча нуқталарида ўзгармас миқдор бўлади.

Агар суюқликдаги босим атмосфера босимидан ҳам кам бўлса (яъни $p < p_a$) у ҳолда $p_b = p_a - p$ босимни вакуумлар метрик босим дейилади (вакуум — бўшлиқ). $\frac{p_b}{\gamma} = \frac{p_a - p_{abc}}{\gamma}$ — вакуумометрик баландлик бўлиб, у абсолют босимнинг камайиши билан боради ва ўзининг энг катта қийматини $p_{abc} = 0$ бўлганда эришади:

$$h_{вак.max} = \frac{p_0}{\gamma}.$$

Бунга қуйидаги мисолни келтирамиз.

Юқориси ёпилган цилиндрик идиш ичидаги ундан хаво тўла олинган бўлиб бўшлиқ ҳосил қилинган ҳолда сувга ботирилган бўлсин.



Расм 2.3

Шундай қилиб, стакан девори ва суюқлик сирти орасидаги бўшлиқдаги абсолют босим $p=0$ га тенг, $Q-Q$ сиртда эса абсолют босим $p=p_{атм}$ бўлади. Шунинг учун ҳам n_0-n_0 ва $Q-Q$ сиртлар орасидаги босим атмосфера босимидан кам бўлади. Демак B нуқтадаги абсолют босим $p=0+\gamma h-\gamma h$ бўлади. Бундан ваакумметрик босим топилади. Цилиндрдаги сув устунининг баландлиги $H_0=\frac{p_0}{\gamma}$ га тенг бўлади.

$$h_{вак}=H_0-h=\frac{p_0-p}{\gamma}=h_B-z_B-z_A$$

Бундан вакумметрик баландлик H_0-h бўлиб, у B нуқтанинг босими сиртига тенг бўлган $Q-Q$ шартдан B нуқтанинг геометрик баландлик нулга тенг бўлади. A нуқтада вакумметрик баландлик нулга тенг бўлади.

Босимнинг техникадаги ўлчамлари:

а) Босим кучнинг юзага нисбати сифатида олинган деб ҳисобланса $[p]=\left\{H/_{м^2};\ кг/_{м^2};\ кг/_{см^2}\right\}$

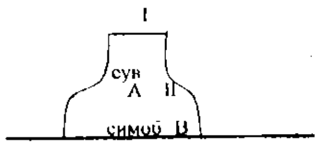
б) Суюқлик устунининг баландлиги – масалан миллиметр симоб устуни.

1 техник атмосфера $1ат=1кг/_{см^2}=10кг/_{м^2}=735{,}6$ мм симоб устуни, $1бар=10^5\,H/_{м^2}$.

Техникада босимни ўлчашнинг турли асбоблари бор. Уларнинг ишлаш принципи турли идиш ёки ўзаро бирлаштирилган идишлардаги суюқликнинг ўзаро таъсирини аниқловчи гидростатиканинг асосий қонуни (Бернулли интеграли) ҳисобланади.

§ 2.ГИДРОСТАТИКАНИНГ ОДДИЙ МАСАЛАЛАРИ.
2.1.АРАЛАШМАЙДИГАН СУЮҚЛИКЛАР МУВОЗАНАТИ.

Бир очиқ идишда ўзаро—аралашмайдиган турли зичликка ρ_1 ва ρ_2 эга бўлган ҳолда мувозанатда бўлсин (расм 2.4), бу ҳолда уларни ажратувчи ажратиш сирти қўзғолмас бўлади.



расм 2.4.

Суюқликлар учун асосий гидростатик қонундан шу сиртнинг юқори ва қуйи қатламидаги босимларнинг тенглигидан ажратувчи сиртда ушбу тенглама ўринли бўлади:

$$g(\rho_1 - \rho_2)dz = 0.$$

$\rho_1 \neq \rho_2$ бўлганидан $dz = 0$ яъни бу сирт $z = const$ – горизонтал сирт. Идиш тубидаги босимни аниқлаймиз. I сиртдаги босим $p_1 = p_0$ – атмосфера босимига тенг бўлсин. Суюқликлар, масалан, сув ва симоб бўлиб, уларнинг зичликлари ρ_1 ва ρ_2 бўлсин, ҳамда сувнинг қалинлиги Δh_1 га, симобнинг қалинлиги Δh_2 га тенг бўлсин.

Гидростатика қонунидан А нуқтадаги босим $p_A = p_0 + \gamma_1 \Delta h_1$ тенг $(\gamma_1 = \rho_1 g)$.

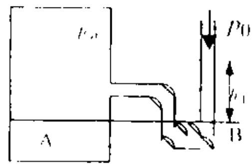
Идиш тубидаги босим эса ушбу тенглик билан аниқланади:

$$p_B - p_A + \gamma_2 \Delta h_2 \qquad (2.10)$$

Олдинги тенгликдан фойдалансак

$$p_B = p_0 + \gamma_1 \Delta h_1 + \gamma_2 \Delta h_2 \qquad (2.11)$$

Бу формула ёрдамида ёпиқ идишдаги (расм 2.5) босимни аниқлаш учун симобли пьезометр асбобидан фойдаланиш формуласини олиш мумкин:



расм 2.5

$$p_n = p_0 + \gamma_{симоб} \Delta h_1 - \gamma_{сув} \Delta h_2 . \qquad (2.12)$$

2.2. СУЮҚЛИКНИНГ НИСБИЙ МУВОЗАНАТ ҲОЛАТ.

Очиқ идиш (резервуар) ундаги суюқлик билан биргаликда вертикал йўналишда текис тезланувчан ҳаракатда бўлсин. Резервуар тезланиши a_p ва $a_p < g$ бўлсин (g — эркин тушиш тезланиши). Юқорида олинган гидростатика тенгламасига инерцион кучни ҳам қўшиш керак бўлади, бу куч горизонтга нормал йўналиш бўлади, оғирлик ҳам мавжуд бўлгани учун суюқлик сатхининг дифференциал тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$z = -g + al.p = -g\left(1 - \frac{a_p}{g}\right)$$

$$-g\left(1 - \frac{a_p}{g}\right) dz = 0$$

Демак, суюқлик сатхи $z = const$ бўлар экан. Энди бу сатхдаги босимни гидростатик босим тақсимоти тенгламадан аниқлаймиз:

$$dp = \rho\left[Xdx + Ydy + Zdz \right]$$

$X = 0, Y = 0$ ва $Z = -g\left(1 - \dfrac{a_p}{g}\right)$ бўлгани учун босим фақат вертикал йўналишда ўзгаришини оламиз.

$\dfrac{\partial p}{\partial x} = 0, \ \dfrac{\partial p}{\partial y} = 0$ ва $\dfrac{\partial p}{\partial z} = -g\left(1 - \dfrac{a_p}{g}\right)$ бўлади.

Демак $\dfrac{dp}{\gamma\left(1-\dfrac{a_p}{g}\right)}+dz=0$, $\gamma^*=\gamma\left(1-\dfrac{a_p}{g}\right)$ деб белгиланса дифференциал тенглама ечимини оламиз:

$$\frac{p}{\gamma^*}+z=C \qquad (2.13)$$

C резервуарда жойлашган суюқлик сиртидаги босим ёрдамида аниқлаш мумкин.

$$C=\frac{p_0}{\gamma^*}+z_{сирт}$$

Демак

$$\frac{p}{\gamma^*}+z=\frac{p_0}{\gamma^*}+z_{сирт} \qquad (2.14)$$

2.3. СУЮҚЛИГИ БОР ИДИШНИНГ ГОРИЗОНТАЛ ҲАРАКАТИ.

Фараз қилайлик, идиш суюқлик билан тўлдирилмаган бўлиб, у горизонтал тезликда текис тезланувчан ҳаракатда бўлсин. Ундаги суюқлик идиш билан абсолют қаттиқ жисм каби ҳаракатда бўлиб нисбий мувозанат ҳолатда бўлсин. Идиш тезланиши ($a_u=const>0$). Бу идишдаги суюқликка оғирлик кучи, инерция кучи ва босим кучи таьсирида нисбий мувозанат ҳолатда бўлади. Инерция кучи компонентлари $X_u=-a$, $Y_u=0$, $Z_u=0$, оғирлик кучи $X_{ОҒ}=0, Y_{ОҒ}=0$ ва $Z_{ОҒ}=-g$. Бу ҳолда гидростатик қонунга кўра ушбу Бернулли интегралини ёзамиз:

$$p=p_0+\rho a_u x+\gamma z+C \qquad (2.15)$$

Суюқликнинг сатхида босим ўзгармас бўлади, Бундан идишдаги суюқликнинг сатхи (2.15) тенгликдан аниқлаймиз: Идиш ичидаги бўшлиқ ва суюқликни ажратувчи сиртда $p=p_a$ ва $p_a=const$ бўлганидан суюқлик сатхи учун ушбу тенгламани оламиз:

$$p_0-p_a+\rho a_u x+\gamma x-C=0 \qquad (2.16)$$

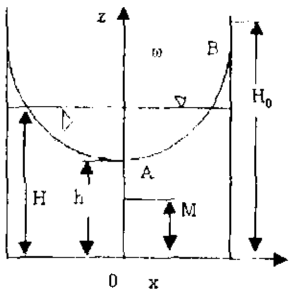
Бу текислик нормали нормал текисликка оғган бўлиб, оғиш бурчаги $\alpha = arctg\frac{a_n}{g}$ га тенг бўлади.

Демак, текис тезланувчан горизонтал йўналишдаги идишдаги суюқлик (эркин сирти) сатхи ҳаракат текислигига α бурчакка оғган бўлади. Сув, сут ёки бензин олиб юрувчи машинадаги суюқлик сатхи машина текис ҳаракатда бўлар экан. Бу эса машина тезланишига қўшимча шарт қўяди.

2.4. АЙЛАНУВЧАН ИДИШДАГИ СУЮҚЛИКНИНГ НИСБИЙ МУВОЗАНАТИ

Радиус R, баландлиги H_0 бўлган очиқ цилиндрик идишга (масалан, стакан) z_0 қалинликда суюқлик солинган бўлсин.

Улар мувозанат ҳолатда бўлсин. Агар идиш Oz ўқи атрофида ω —бурчак тезлигида айланма ҳаракатда бўлсин. Натижада цилиндрик идиш девори атрофидаги суюқлик заррачалари ҳам ҳаракатга келади. Суюқликлардаги ички ишқаланиш мавжуд бўлиб, у ёпишқоқ суюқлик бўлгани учун суюқликнинг барча заррачаларини ҳаракатга келтириб, маълум вақтдан сўнг суюқликнинг барча заррачалари айланма ҳаракатда бўлади ва уларнинг бурчак тезликлари идиш каби ω бурчак тезлигида ҳаракат ҳолатига эришадилар. Натижада суюқлик идиш каби абсолют қаттиқ жисмга ўхшаб бир хил бурчак тезликда айланма ҳаракатда бўлиб нисбий мувозанат ҳолатда бўладилар.



расм 2.6

Ҳаракат айланиш ўқи Oz га нисбатан ўққа симметрик бўлгани учун суюқлик заррачалари меридиан текислиги xOz ва у Oz ўқи атрофида ω бурчак тезлигида айланма ҳаракатда бўлади деб ҳисоблаймиз. Бу ерда хажмий кучлар сифатида оғирлик кучи ва инерция кучи бўлади. Бурчак тезлиги $\omega = const$ бўлгани учун бу ҳаракатда асосан нормал тезланиш ҳосил бўлади ва инерция кучини ҳосил бўлишига сабаб бўлади. Инерция кучи радиан йўналиш (Ox ўқи) бўйлаб (1.7) йўналган бўлади. М нуқтадаги суюқлик заррачаси марказдан қочма (нормал) тезланишга эга бўлади: $a_n = \frac{(x\omega)^2}{x} = \omega^2 x$ га тенг. Ташқи массавий куч миқдори $a = \sqrt{g^2 + (\omega^2 x)^2}$ га тенг бўлади.

Бундай ҳаракатдаги суюқлик заррачасига таъсир этувчи кучлар қуйидагича ёзилади:

$$X_u = x\omega^2,\ Y_u = 0,\ Z_u = 0,$$
$$X_{OF} = 0,\ Y_{OF} = 0,\ Z_{OF} = -g$$

Бундан гидростатика тенгламаси ушбу куринишни олади:

$$dp = \rho(\omega^2 x dx - g dz)$$

бундан

$$\frac{dp}{\gamma} + dz - \frac{\omega^2}{g} x dx = 0$$

тенгламани оламиз. Уни интеграллаб, айланма ҳаракатда суюқлик учун Бернулли интегралини оламиз:

$$\frac{p}{\gamma} + z - \frac{\omega^2 x^2}{2g} = C = const \qquad (2.17)$$

Идишдаги суюқлик сатхи $\omega = 0$ — идиш мувозанатда бўлса суюқлик горизонтал текислик параллел бўлади. $\omega \neq 0$ бўлганда суюқликнинг эркин сатхи xOZ текисликда парабола бўлади. Ҳақиқатан ҳам эркин сатхда $p = p_0$ га тенг бўлгани учун ва $p(0,h) = p_0$ бўлади ва бу ерда p_0 — атмосфера босим тенгликлардан С — ни топамиз:

$$C = \frac{p_0}{\gamma} + h.$$

Шундай қилиб (2.17) тенглама — Бернулли интеграли идиш ичидаги ихтиёрий M(x,z) нуқтадаги заррачага босим ушбу тенгликдан аниқланади:

$$\frac{p}{\gamma} + z - \frac{\omega^2 x^2}{2g} = \frac{p_0}{\gamma} + h \qquad (2.18)$$

Эркин сирт бўйлаб босим ўзгармас $p = p_0$ бўлгани учун эркин сирт айланма парабола сирти бўлади ва унинг тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$z = h + \frac{\omega^2 x^2}{2g} \qquad (2.19)$$

Бу сиртнинг умумий тенгламасини қуйидагича ёзса бўлади:

$$z = h + \frac{\omega^2}{2g}(x^2 + y^2) \qquad (2.20)$$

$X = 0$ бўлса эркин сиртнинг энг қуйи нуқтаси $A(0,h)$ни оламиз, $x = R$ бўлганда эса эркин сиртнинг энг юқори нуқтаси топамиз:

$$z_B = H_0 = h + \frac{\omega^2 R^2}{2g} \qquad (2.21)$$

Бундан A ва B нуқталар фарқини топамиз:

$$\Delta z = z_B - z_A = \frac{\omega^2 R^2}{2g}.$$

Энди суюқликда $\rho = const$ бўлгани учун айланма сирт хажмини ҳисоблаш формуласидан ва (2.21) фойдаланиб, энг қуйи нуқта ва энг юқори нуқталарини топиш мумкин:

$$H_0 = 3h - 2H$$

$$h = H - \frac{\omega^2 R^2}{2g} \text{ ва } H_0 = H + \frac{\omega^2 R^2}{2g}.$$

Эркин сиртнинг энг қуйи ва энг юқори нуқталарини топамиз. Идиш айланма ҳаракатда бўлмаса $\omega = 0$ ва бунда $h = H_0 = H$ горизонтал текисликни оламиз.

Энди суюқлик ёки газнинг сиқилувчан бўлган ҳолати учун мувозанат ҳолатларини кўрамиз.

§3. АТМОСФЕРАДА ГАЗЛАРНИНГ МУВОЗАНАТИ.

Суюқлик гидростатикасини ўрганганимизда зичлиги ўзгармас яъни суюқлик сиқилишга қаршилиги катта бўлган ҳол учун эди. Газларда эса бу хусусият анча кам бўлади ва у сиқилувчан миқдор бўлади. Газларнинг мувозанатини асосий тенгламалари:

Хажмий ва сиртқи кучларнинг тенглиги:

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz) = \rho\vec{F}d\vec{r}, \qquad (2.22)$$

газ сатхи тенгламаси

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0. \qquad (2.23)$$

Шунингдек характеристик тенглама (масалан ҳолат тенгламаси)

$$p = f(\rho, T) \qquad (2.24)$$

Қуйида газларни ер тортиш кучи таъсиридаги мувозанатини кўрамиз ва газлардаги босимни тақсимоти $p = f(x, y, z)$ функцияни аниқлаймиз. Бу ҳолат ер шарини ўраб турган атмосферага хос бўлади. Унинг қалинлиги ер шари радиусидан анча кам бўлгани, ернинг тортиш кучи унга нормал йўналган бўлиши ва ер шарининг бирор нуқтасига ўтказилган урунма текислигини горизонтал текислик деб олсак ер тортиш кучи бу текисликка нормал (яъни вертикал) йўналган бўлиб, у эркин тушиш тезланишига тескари йўналган бўлади:

$$\vec{F} = -g\vec{k} \text{ (яъни } X = 0, Y = 0, Z = -g\text{)}.$$

Бу ҳолда босими ўзгармас сатх оғирлик кучига нормал бўлган горизонтал текислик эканини газ сатхи $\vec{F}$ кучини тенгламасига қўйиб оламиз. Бу текисликнинг ихтиёрий нуқтасида мувозанатдаги газ босими ўзгармас миқдор бўлади. Шундай қилиб, газ мувозанатдаги газ босими фақат вертикал координата z га боғлиқ бўлади:

$$p = f(z).$$

Бу функционал боғланишни гидростатика тенгламаси (2.22) ва газнинг (2.24) характеристик тенгламаларини биргаликда ечиб аниқланади.

Одатда характеристик тенгламалари газнинг ҳолат тенгламалари бўлиб, унинг турли ҳолларда аниқлаш усуллари туташ мухит механикасида келтирилган.

Ер атрофидаги газ (хаво ва бошқа газлар аралашмаси) асосан тўйинган газ ҳисобланади ва ҳолат тенгламаси сифатида Клайперон қонуни қабул қилинади.

$$p = \rho RT$$

бу ерда R Авагадро сони газнинг нисбий коэффиценти, хаво учун $R = 287{,}14 \dfrac{Дж}{кг \cdot K}$.

Уни гидравликада қуйидагича ёзилади:

$$\frac{p}{\gamma} = R'T$$

бу ерда $R' = \dfrac{R}{g}$. (ҳаво учун $R' = 28{,}27\, ^{м}/_{к}$).

Атмосферада асосан 3 та жараён кузатилади:

а) Газ зичлиги ўзгармас ($\rho = const$, сиқилмайдиган газ),

б) Изотермик жараён ($T = const$), бу ҳолда $\rho = \dfrac{p}{RT}$ тенглик ўринли бўлади,

в) Адиабатик жараён – газ иссиқлик қабул қилмайди, ташқарига иссиқлик бермайди. $\rho = \rho_0 \left(\dfrac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{n}}$.

Газнинг атмосфера учун ушбу бараметрик муносабатни оламиз.

$$p = p_0 exp\left[- \int_{z_0}^{z} \frac{g dz}{RT(z)} \right] \qquad (2.25)$$

Агар газ зичлиги ўзгармас бўлса $p + \gamma z = const = p_0$ (2.26) тенгликни оламиз. Бундан шундай h баландлик топиш мумкинки ундаги босим $p = 0$ бўлади. Охирги тенгликдан $h = \dfrac{p_{атм}}{\gamma}$ муносабати оламиз. Хаво параметрларини қўйиб ҳисобласак $h \approx 8км$ бўлар экан. Демак ер юзасидан $8\,км$ баландликкача атмосферадаги хавони сиқилмайдиган газ ҳисобласа бўлар экан. Ундаги босим (2.26) формула билан аниқланади.

Агарда атмосфера харорати ўзгармас деб ҳисобланса ($T = const$) (2.24) тенгликдан ушбу барометрик муносабатни оламиз.

$$p = p_0\, exp\left[- \frac{g}{RT}(z - z_0) \right] \qquad (2.27)$$

z_1 ва z_2 сатхдаги босимларни мос равишда p_1, p_2 десак, $h = z_2 - z_1$ бўлганда ушбу тенгликни оламиз:

$$gh = RT Ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Изотермик жараёнда баландликнинг ўзгариши логарифмик қонун бўлишини олдик. Денгиз сатхидаги босим $p_0 = p_a$ – атмосфера босими бўлса, денгиз сатхидан h баландликдаги атмосферанинг босими $p = p_0 e^{-h/h_0}$ тенглик билан аниқланади. Демак денгиз сатхида энг юқори босим бўлиб, ундан юқорида босим экспонента қонунияти билан камайиб борар экан.

Бундан ҳол h нинг катта қийматларида ҳам ўринли бўлади. Энди атмосферадаги газ харорати баландлик ошиши билан чизиқи қонун бўйича камайган ҳолни кўрамиз:

$$T = T_0 - \frac{\Lambda}{100}z \tag{2.28}$$

бу ерда T_0 ер юзасининг $z=0$ сатҳдаги харорат, (2.28) тенглик Λ 100 м баландликка ошганда харорат қанчага камайишини кўрсатади.

Бундай қонуният атмосферада баландлик h $8 \le h < 11$ км да ўринли ҳисобланади: Кўпинча $\Lambda = 0.65$; $T_0 = 288^0 K$ деб, 0 ни денгиз сатхига мос келади деб ҳисобланади. Бу ҳолда (2.25) барометрик формуладан босим учун тенгликни оламиз:

$$p = p_0\left(1 - \frac{\Lambda}{100t_0}z\right)^{\frac{100g}{R\Lambda}} \tag{2.29}$$

(2.29) тенглик ва Клайперон қонуни ёрдамида ушбу тенгликни олиш мумкин:

$$p = p_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{100g}{R\Lambda}}$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho}{\rho_0}\frac{T}{T_0} \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{100g}{R\Lambda}-1} \quad \text{бундан} \quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{1}{\frac{100g}{\Lambda R}-1}}$$

Бундан $\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n$ тенгликни оламиз. Бу ерда $n = \frac{100g}{100g - \Lambda R}$.

Демак, атмосферада хароратни (2.28) қонуният билан ўзгаришидан политропик жараёнга мос келишини оламиз. $\Lambda = 0,65^0$, $R/g = 29,27$ $м/град$ бўлганда $n = 1/2$ тенг бўлади. Агар жараён адиабатик бўлса, яъни атмосфера атроф муҳит билан иссиқлиқ алмашмаса ундаги адиабат кўрсаттичи $n = 1,4$ бўлиши керак бўлади, бундан $\Lambda = 0.98^0 C \approx 1^0 C$ ни оламиз.

$p = 0$ бўлиши $z = \frac{100\,T_0}{\Lambda} \approx 48\,км$ га тенг бўлган баландликда ўринли бўлади. Бу ерда харорат учун олинган қонуният атмосферадаги иссиқликни мувозанати шартидан олинади Иссиқлик оқими тенгламаси

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\chi}{\rho}\Delta,$$

бу ерда U – потенциал энергия, бўлиб тўйинган газ учун

$$U = C_V T + C$$

деб ёзса бўлади.

Юқорида келтирилган харорат баландлик билан чизиқли боғлиқ бўлгани учун $T = T(z)$ бўлади.

Демак $\frac{\partial U}{\partial t} = 0$ экан. Бундан иссиқлик оқими тенгламаси ушбу кўринишни олади $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$.

Демак, атмосферада хароратнинг ўзгармас бўлиши ёки чизиқли боғлиқ бўлиши иссиқлиқ оқими тенгламасини қаноатлантиради.

Умуман ер атрофидаги атмосфера мураккаб бўлиб, унда иссиқлик оқимида турли ташқи таъсирлар бўлади ва иссиқлик алмашиш механизми турлича бўлади. Лекин одатда техник атмосфера қабул қилиниб $h < 11\,км$ да харорат учун (2.28) қонун ўринли бўлиб, атмосферанинг бу қатламида харорат ҳисобланиб , $T_0 = -56^0 C$. Атмосферанинг бундай характерда бўлиши кўпинча авиацияда ишлатилади. Хаво ҳаракатда бўлса, ёки бошқа жараёнлар таъсирида бўлса хаво параметрлари кескин ўзгаради ва ундаги ҳаракат қилувчи аппаратларга катта таъсир кўрсатади.

Мисоллар:

1. Бирор хажмга жойлашган суюқлик марказий хажмий куч таъсирида мувозанат бўлсин:

$$F = \frac{m}{r}$$

бу ерда m – пропорционаллик коэффициенти, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Координата бошини V хажмли суюқликнинг оғирлик марказига жойлаштирилган бўлсин.

Ечиш: Марказий куч $\vec{r}$ вектори бўйлаб йўналган бўлгани учун уни қуйидагича ёзса бўлади:

$$\vec{F} = m\frac{\vec{r}}{r^2}.$$

Суюқликнинг гидростатик тенгламасидан

$$dp = -\frac{m}{r^2}\,(Xdx + Ydy + Zdz)$$

интеграллаб $p = -md\left(\frac{1}{r}\right)$ ни оламиз.

Бундан $p + \frac{m}{r} = const$.

Демак, $r \to \infty$, $p \to p_a$ га интилар экан $p = p_a - \frac{m}{r}$.

Мувозанатдаги суюқликнинг ўзгармас босимли p_a сатхи сфера бўлар экан. Агар V хажмли суюқлик $\sum$ - сирт билан чегараланган бўлса бу сирт $\frac{m}{p_0 - p_a}$ радиусли сфера бўлар экан.

2. Ер сиртнинг денгиз сатхидаги атмосфера босими $p_0 = 10{,}1^4\ Па$ га, хаво харорати $t = 27^0C$ бўлса, денгиз сатхидан $h = 1000\ м$ баландликдаги босимни аниқлансин.

Ечиш: Аниқланиши керак бўлган босим

$$p = p_0 + \rho(z_0 - z)g$$

тенгликдан топилади. Бу ерда $z = z_0 + h = z_0 + 1000$ га тенг. Энди зичликни аниқлаймиз:

$$\rho = \frac{p_0}{RT} = \frac{10{,}1 \cdot 10^4}{287.14(273 + 27)}\ кг/м^3 = 1{,}175\ кг/м^3.$$

Юқоридаги тенгликдан босимни аниқлаймиз:

$$p = 10{,}1 \cdot 10^4 + 1{,}175 \cdot 9{,}8\left[z_0 - (z_0 + 1000\right]\ кг/м^3 = 101 \cdot 10^3 - 1{,}5 \cdot (-500) =$$

$$= (10{,}1 \cdot 10^4 + 1{,}15 \cdot 10^4)\ кг/м^3 = 8{,}95\ Па.$$

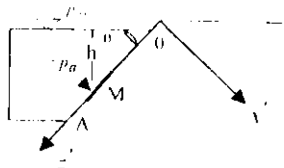
3. Харорат ўзгармас бўлган атмосфера чегарасини аниқланг (бу чегарада босим $p = 0$ денгиз сатхида босим атмосфера босимига тенг деб, хаво зичлиги $\rho = 1{,}175\ кг/м^3$ га тенг. Гидростатик тенгламадан изланган сиртни баландлигини топамиз:

$$h = (z - z_0) = \frac{p_0 - p}{\gamma} = \frac{p_0 - 0}{\rho g} = \frac{10{,}1 \cdot 10^4}{1.175 \cdot 9{,}8} = 8{,}8км.$$

§4. СУЮҚЛИКНИНГ СИРТГА БОСИМИ.

4.1. ТЕКИС ДЕВОРГА СУЮҚЛИК БОСИМИ.

Текис девор горизонталга θ бурчакда оғган у қўзғолмас суюқлик массасини чегаралаган бўлсин (расм 2.7). Шу девордаги бирор S юзага суюқлик томонидан таъсир этувчи P кучни аниқлаш керак бўлсин.



расм 2.7

Бу юзанинг хар бир нуқтасига суюқлик босими бўлиб, у шу юза нормали бўйлаб йўналган бўлади. Босим юза бирлигига таъсир этувчи куч бўлгани учун деворнинг S юзасининг бирор $d\sigma$ элементар юзасига таъсир этувчи куч $dP = pd\sigma$ га тенг бўлади. Бундан S юзага таъсир этувчи кучни элементар юзачаларга таъсир этувчи кучлар йиғиндиси сифатида олинса, қуйидаги ифодани оламиз:

$$P = \int_{(S)} p d\sigma .$$

Гидростатик босим

$$p = p_0 + \gamma h ,$$

бу ерда p_0 сувнинг сатхидаги атмосфера босими.

Шундай қилиб, S юзага таъсир этувчи куч учун ушбу формулани оламиз:

$$P = \int_{(S)} (p_0 + \gamma h) d\sigma .$$

Бундан киритилган координаталар системасида

$$P = p_0 \cdot S + \gamma \sin\theta \int_{(\Sigma)} z' d\sigma \qquad (2.30)$$

бу ерда $\int_{(\Sigma)} z' d\sigma$ - (Σ) юзанинг шу текисликда ётган Oz' ўққа нисбатан статик моменти бўлиб, у қуйидагича аниқланади:

$$\int_{\Sigma} z' d\sigma = z_c' \omega ,$$

бу ерда z_c' S юзанинг оғирлик маркази.

Шундай қилиб $P = p_0 S + \gamma \sin\theta \cdot z_c' S$ тенгликни олдик. Бу P кучи иккита кучлар $P_1 = p_0 S$ ва $P_2 = \gamma \cdot \sin\theta z_c' S$ йиғиндисига тенг экан. Бу ерда P_1 суюқликнинг эркин сиртига бўлган атмосфера босими $P_2 = \gamma S z_c' \sin\theta$ миқдор эса суюқликнинг ўзини S юзага бўлган таъсир кучи ҳисобланади.

$P_2 = \gamma \cdot z_c' \cdot \sin\theta$ миқдор ортиқча босим бўлиб, у $p_2 = p - p_0$ га тенг. Бу ерда $z_c' \sin\theta = h_c$ — S юзанинг оғирлик марказидан суюқлик сатхигача бўлган масофа. Бундан суюқликнинг S юзага таъсири учун қуйидаги тенгликни оламиз:

$$P = \gamma h_c \cdot S \tag{2.31}$$

Суюқлик текис девордаги S юзага таъсир этувчи кучи бу юзанинг оғирлик марказининг суюқлик сатхигача масофага тенг баландлик ва асоси S га тенг цилиндрик идишдаги суюқлик оғирлигига тенг бўлади.

Энди босим марказни аниқлаймиз. Бу нуқта девор текислигида ётади (расм 2.7). Демак $x' = 0$, z_d' ни топамиз. Параллел кучлар системасининг тенг таъсир этувчисининг моменти уларни тузувчи кучлардан олинган моментлар йиғиндисига тенг бўлгани учун

$$z_d' \cdot P = \int_{(\Sigma)} z' dP$$

ҳамда $dP = \gamma z_c' \sin\theta d\sigma$ бўлгани учун охирги тенгликдан

$$z_d' \cdot P = \int_{(\Sigma)} \gamma z'^2 \sin\theta d\sigma .$$

Бундан (2.31) ифодадан фойдаланиб S юзага таъсир этувчи юза маркази топамиз:

$$z_d' = \frac{\int_{(\Sigma)} z'^2 d\sigma}{z_c' S} .$$

$\int_{(\Sigma)} z'^2 d\sigma = I_{ox}$ — бу S юзали текис шаклнинг Ох ўқига нисбатан инерция моменти ва параллел ўқларга нисбатан инерция моменти теоремасига кўра ушбу тенгликни ёзиш мумкин:

$$I_m = I_0 + S \cdot z_c'^2 ,$$

бу ерда I_0 — S юза оғирлик инерция моменти.

Шундай қилиб босим маркази учун учун ушбу формулани оламиз:

$$z_d' = z_c' + \frac{I_0}{S \cdot z_c'} \qquad (2.32)$$

$K = \frac{I_0}{S \cdot z_0'}$ белгилаш киритсак босим маркази қуйидагича аниқланади:

$$z_d' = z_c' + K .$$

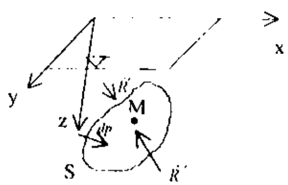
$|K| = M$ бўлиб, уни одатда эксцентритет деб аталади. K миқдор доимо мусбат миқдор бўлиб, босим маркази S юзанинг оғирлик марказидан чуқурроқда жойлашган

$$\Delta h = h_0 - h_c = (z_D' - z_c')\sin\theta .$$

Юза S горизонтал текисликда ётса оғирлик маркази ва босим маркази бир нуқтага жойлашган бўлади.

4.2. ЭГРИ ЧИЗИҚЛИ СИРТГА СУЮҚЛИК БОСИМИ.

Мувозанатдаги суюқлик эркин сирти горизонтал текислик бўлиб унинг ичига жойлашган бирор жисмни олиб, унга суюқликнинг таъсир кучини ҳисоблаймиз. Жисм $\sum$ сирт билан ўралган бўлсин.



Расм 2.8

Суюқликнинг унга таъсир кучини $\vec{P}$ десак, бу куч жисмнинг сиртидаги бирор нуқтасидаги сиртга урунма текислиги нормалига эгри чизиқли босим паралел бўлади:

$$\vec{P} = -p \cdot \vec{n} .$$

Суюқлик таъсир этаётган S сирт эгри чизиқли бўлгани учун унинг XoY, XoZ, YoZ текисликларга сояларини олсак $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ лар бўлади. Юқорида ана шу сиртларга таъсир этувчи кучни ҳисоблашни кўрсатган эдик. Жисм сиртида $d\sigma$ юзани олсак, унинг координаталар ўқига проекцияси (сояси) $\sigma_x = \sigma cos\alpha$, $\sigma_y = \sigma cos\beta$ ва $\sigma_z = \sigma cos\gamma$, бу ерда α, β, γ лар σ юза нормалини координаталар ўқи билан ҳосил қилган бурчаги. Элементар юзани $d\sigma$ десак таъсир этувчи куч қуйидагича аниқланади:

$$\left.\begin{aligned} dP_x &= pd\sigma cos\alpha \\ dP_y &= pd\sigma cos\beta \\ dP_z &= pd\sigma cos\gamma \end{aligned}\right\}.$$

Бундан жисмга таъсир этувчи кучнинг модулини топиш мумкин

$$dP = dpd\sigma$$

га тенг.

Бу кучларни аниқлаш учун уларни S сирт бўйлаб йиғамиз (расм 2.8):

$$P_x = \int\limits_{S_x} pd\sigma_x,\ P_y = \int\limits_{S_y} pd\sigma_y,\ P_z = \int\limits_{S} pd\sigma_z.$$

$d\sigma_x, d\sigma_y, d\sigma_z$ юзаларнинг ҳар бири бирор текисликларда бўлгани учун

$$P_x = \gamma h_c' \sigma_x,\ P_y = \gamma h_c'' \sigma_y,\ P_z = \int\limits_{\omega_z} pd\omega_z = \int\limits_{\omega} \gamma\, hd\omega_z = \gamma \cdot V.$$

Шундай қилиб, таъсир этувчи куч компонентларни аниқланди:

$$P_x = \gamma h_c' \sigma_x,\ P_y = \gamma h_c'' \sigma_y,\ P_z = \gamma \cdot V.$$

V – хажми қуйи сирти жисмга жойлашган юқори эркин сирт бўлган суюқлик устунининг хажми бўлиб, унинг оғирлиги берилган жисмга вертикал йўналиши бўйича таъсири беради.

Шундай қилиб, жисмга таъсир этувчи куч

$$R = \gamma \sqrt{h_c' \sigma_x^2 + h_c'' \sigma_y^2 + V^2}.$$

Агар жисм цилиндрик сирт билан чегараланган бўлиб, унинг марказий ўқи юқоридаги эркин сиртга параллел бўлса $R_y = 0$ бўлиб, $R_x = \gamma h_c' \cdot S_x$ бўлади.

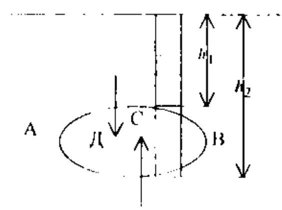
Унинг оғирлик маркази h'_c чуқурликда бўлиб, у

$$h'_c = H - \frac{S_x}{2},$$

бу ерда H цилиндрнинг марказини суюқлик сатхидан чуқурлиги.

4.3.СУЮҚЛИКДА СУЗУВЧИ ЖИСМ МУВОЗАНАТИ.

Суюқликка ботирилган АВ жисмни олайлик. Суюқлик мувозанатда деб ҳисобланса суюқликнинг эркин сатҳи горизонтал текислик бўлиб, берилган жисмнинг тубидаги нуқтаси билан эркин сатҳ орасидаги масофани h_2м жисмни юқори сиртини экрин сатхгача масофаси h_1 м га тенг бўлса, шу жисмга вертикал йўналишда таъсир этувчи куч $dP_z = (h_2 - h_1)\gamma\, dS$ га тенг.(расм2.9) Бундан бу жисмга суюқлик томонидан таъсир этувчи куч Архимед қонунига кўра суюқлик сиқиб чиқарган хажмга мос келган суюқлик устунини оғирлигига тенг бўлади.



расм 2.9

Д – нуқта суюқлик босимининг маркази бўлиб, С жисмнинг оғирлик маркази дейилади. Баъзан Д – нуқта сув сиғдириш маркази ёки "миқдор маркази" дейилади.

P_z кучи жисмнинг кўтарувчи куч бўлиб, у жисм оғирлигига G нисбатан қандай бўлишига кўра жисм суюқликка ботиши $(P_z < G)$, $P_z = G$ суюқликка ботган ҳолда оқиб боради, $P_z > G$ бўлганда жисм суюқлик сатхига кўтарилиб чиқади.

1) $P_z = G$ бўлганда жисм шакллига кўра турғун мувозанат холатда (бунга P_z ва G кучлар битта таъсир

чизиққа эга бўлади), турғун бўлмаган мувозанат холатда (A нуқталар устма уст тушмайди) ҳамда ихтиёрий мувозанат ҳолат C ва A нуқталар устма – уст тушади.

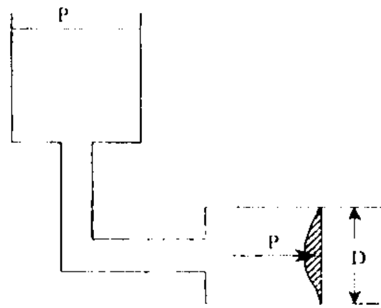
2) $P_z > G$ бўлганда жисм суюқлик сатхига жисмнинг эркин сиртини бир қисми чиққунча кўтарилиб, кейин суюқлик сиртида сузиб юради. Жисмнинг суюқликдан чиққан қисми хажми V_1, ичидаги хажми V_2 десак,

$$V_2 = \frac{G}{\gamma}, V_1 = \frac{P_z - G}{\gamma}$$

га тенг бўлади.

Гидростатик масалаларни ечиш наъмуналари.

1. Эркин сирти $Q-Q$ горизонтал текислик бўлган сувга катта диаметрли юқоридан ёниқ бўлган цилиндрик идиш тўнтарилган ҳолда ботирилган бўлиб, унинг ичидаги суюқлик $n_0 - n_0$ горизонтал текислик бўлсин. Суюқлик $n_0 - n_0$ сиртдаги босими $P=0$ бўлсин. Суюқлик $Q-Q_0$ сиртдаги босим p_0 бўлса цилиндр ичидаги суюқлик қанча баландликка кўтарилади (расм2.10).



Расм 2 10

Ечиш: $Q-Q_0$ суюқлик эркин сиртида жойлашган A_1 нуқтадаги мутлоқ босим $P_a = P_0$ (P_0 атмосфера босими) $n_0 - n_0$ нуқтадаги босимни аниқлаш учун $P + H_0\gamma = P_a$ тенгликни ёзсак $P=0$ бўлгани учун цилиндр ичидаги суюқлик $H_0 = \frac{P_a}{\gamma}$ баландликка кўтарилар экан. Шунинг учун ҳам идиш ичидаги $Q-Q-$ текислик юқорисидаги мутлақ босим $P = P_a - h_0\gamma$ бўлиб, у атмосфера босимидан кам бўлади. A_2 нуқтадаги мутлоқ босим $P_1 = P + \gamma h = \gamma h$ га тенг A_2 нуқтадаги вакуум баландлик яъни $h_{вак} = \frac{P_a - P_0}{\gamma} = \frac{\gamma H_0 - \gamma h}{\gamma} = H_0 - h - h_1 = H_0 - h + h$ бўлар экан.

Демак бу ҳолда вакуум баландлиги шу нуқтанинг $Q-Q$ – текисликдаги баландлигига тенг экан. Бундан $Q-Q$ текисликликдаги барча нуқталарда вакуум баландлик $h_1 = 0$ бўлар экан.

2. Цилиндр резервуар(идиш)нинг диаметри $D = 4м$. Бу юзанинг оғирлик маркази очиқ цилиндр идишнинг эркин сиртидан $h = 5м$ пастда жойлашган бўлса, унинг текис ён сиртига идишдаги сув босимини аниқланг.

Ечиш: Юзанинг оғирлик марказига таъсир этувчи нисбий босимни аниқлаймиз: $P_H = P_{мут} - P_{ат} = \gamma h$. Сувнинг солиштирма оғирлиги $\gamma = 9.81 \cdot 10^3 \frac{H}{м^3}$ бўлгани учун, нисбий босимни аниқлаймиз: $P_H = 9.81 \cdot 10^3 \cdot 5 = 0.49 \cdot 10^4 Па$ Сув босими таъсир этаётган девор юзи $S = \pi \frac{D^2}{4}$ бўлгани учун $S = 12.56 м^2$

Текис юзага сувнинг таъсир этувчи йиғма босими:

$$P = P_H S = 0.49 \cdot 10^4 Па \cdot 12{,}56 м^2 = 6.15 \cdot 10^4 H$$

3. Ер юзасининг денгиз сатҳига босими $P_a = 10.1 \cdot 10^4$ га тенг. Ундан $h = 1км$ баландликдаги ҳаво ҳарорати $T = 100K$ бўлса, шу нуқтадаги ҳаво босимини аниқланг?

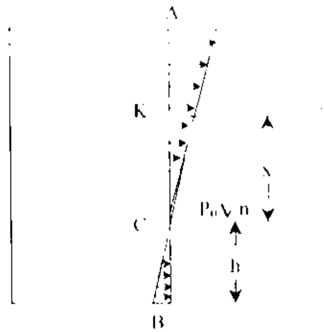
Ечиш: Ҳаво учун Авагадро сони $R = 287.14 \frac{дж}{кг \cdot K}$ га тенг. Энди RT миқдорни ҳисоблаймиз: $RT = 284.14 \cdot 300 = 86.2 \cdot 10^3 \frac{м^2}{c^2}$. Шу нуқта атрофида ҳавода изотермик жараён бўлса, гидростатик тенгламадан $g(z_2 - z_1) = RT \ln \frac{P_1}{P_2}$ ни оламиз. Бунда h баландликдаги босимни аниқлаш формуласи келиб чиқади:

$$P = P_0 e^{-\frac{gh}{RT}}, \qquad \frac{gh}{RT} = \frac{9.8 \cdot 1000}{86.2 \cdot 1000} = 0.114,$$

Демак $e^{0.114} \approx 1.1167, e^{-0.114} \approx 0{,}896$

1км баландликдаги босим: $P = P_0 e^{-0.114} = 10.1 \cdot 10^4 \cdot 0.896 Па$.

4. Баландлиги H м бўлган ёпиқ идишнинг (расм – 9.11) тубидан h баландликда AB деворда кичик тешик бор бўлсин. Идиш ичидаги ва ташқарисидаги ҳароратлар $T_1 = 295K, T_2 = 250K$ бўлсин. Тешик олдидаги ҳаво босими P_0 бўлсин. Ташқи ҳаво зичлиги $\rho = 1{,}175\ \frac{кг}{м^3}$ бўлиб, идиш ичидаги ва ташқарисидаги ҳаво мувозанатда бўлса, идишнинг ACB деворига таъсир этаётган ҳавонинг ички ва ташқи босимлар фарқини топинг. $h = 2\,м$, $H = 12\,м$.



Расм 2.11

Ечиш: Идишнинг A нуқтасидаги ташқи босим қуйидагича аниқланади:

$$P_1 = P_0 - \rho_1 g(H - h)$$

Шу нуқтадаги ташқи ҳаво босими эса:

$$P_1' = P_0 - \rho_2 g(H - h)$$

Шу нуқтадаги босимлар фарқи:

$$\Delta P = P_1 - P_1' = \rho_2(H - h)\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right)g.$$

Шунингдек, B нуқтадаги ички ва ташқи босимларнинг фарқини топамиз:

$$\Delta P_B = P_B - P_B' = \rho_2 hg\left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right)$$

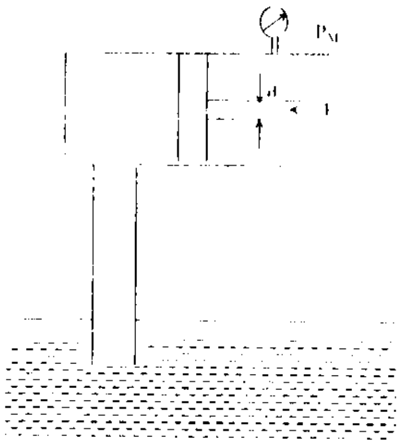
AB деворнинг тепикдан x узоқликдаги ихтиёрий K нуқтасидаги ички ва ташқи босимлар фарқи $\Delta P = \rho g\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)x$ га тенг C нуқтада Клайперон қонундан фойдаланиб, ички ва ташқи ҳаво зичлиги ва ҳарорати орасидаги боғланишларни топамиз: $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{250}{295} = 0.85$

Шундай қилиб: $\Delta P_1 = 11.5 \cdot 10(1-0.85) = 97.75\,Па$
$\Delta P_2 = 11.5 \cdot 2(0.85-1) = 3.45\,Па$

Масалалар

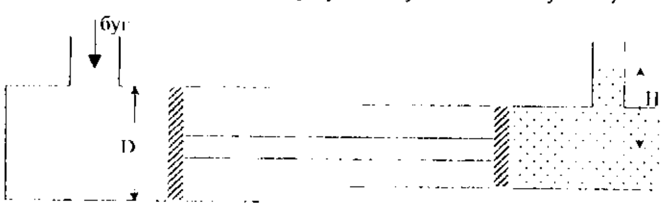
1.Ушбу технологик асбобдаги (расм2.12) поршеннинг мувозанат

ҳолатда сақлаш учун зарур бўлган кучни топинг. Пружинали манометрда кўрсатилган босим P_M берилган.



Расм2.12

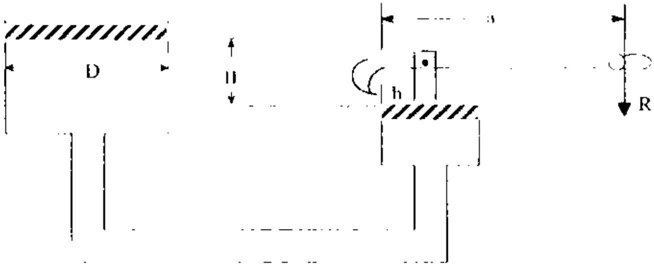
2.Тўғридан таъсир этувчи буғли насос суюқликни H баландликка етказиб беради. Буғ цилиндрининг диаметри Д, насос диаметри d бўлсин.(расм2.12) Шу H баландликка суюқликни кўтариш учун буғнинг мутлоқ босимини



Расм 2.13

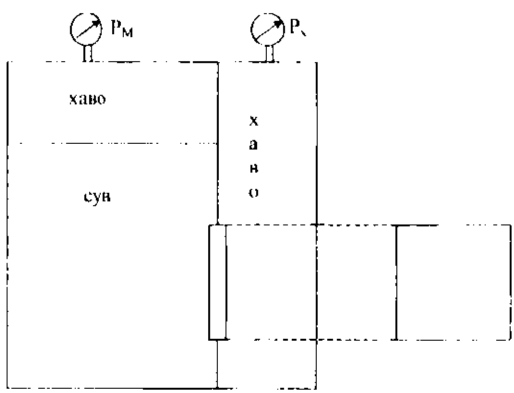
аниқланг(босимни ишқаланиш натижасида камайиши ҳисобга олинмасин).

3. Гидравлик босқич катта ва кичик плунжерлари диаметри D ва d бўлиб, каттаси кичкинасидан H масофада баланд жойлашган бўлсин.(2.14) Ушловчи (рукоятка) механизмдаги куч R, ишлатилаётган суюқлик солиштирма оғирлиги γ берилган бўлса, босқич кучини аниқланг(2.15).



Расм 2.14

4. Ёпиқ идишнинг ичи вертикал девор билан чегараланган бўлиб, унинг бир қисмида суюқлик жойлашган иккинчи қисмида ҳаво бор бўлсин. Бу деворда a томонли квадрат тешик мавжуд бўлса, суюқликдаги ва ҳаводаги манометрлар мос равишда P_M ва P_X ни кўрсатаётган бўлса, идиш қопқоғидаги босим кучини ва бу кучнинг қўйилиш нуқтасини аниқланг(2.15).



Расм 2.15

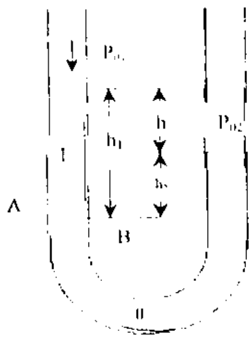
1−4 массалар учун миқдорлар

Масала №	Миқдорлар номи	Сув	Керосин	Бензин	Трансформа	Нефть	Турбина ёги	Глицерин	Спирт	Хаво
1	$P_м$, Мпа Н, м D, мм d, мм	0,02 (вак) 5 100 50	0,08 (нисб) 6 200 100	0,07 (мутлак) 7 300 140	0,8 (мут) 8 120 60	0,5 (вак) 6 140 70	0,1 (авс) 5 160 50	0,02 (вак) 5 180 90	0,02 (нисб) 8 200 100	
2	Н D d	10 300 150	30 100 50	30 200 100	30 140 70	10 300 150	45 180 100	20 160 90		
3	С R,H Н ,мм D,мм d,мм a,мм b,мм	150 2 600 150 700 80	— —	— —	50 2 500 120 700 70	— —	250 3 500 120 800 70	150 1,5 700 180 1000 100	— —	
4	Ж $P_м$ Мпа $P_н$, Мпа a, мм h, мм	0,08 (нисб) 0,01 (вак) 200 500	0,07 (нисб) 0,02 мут 400 300	0,09 (нисб) 0,01 (мут) 300 3000	0,05 (нисб) 0,03 (вак) 200 500	0,1 (мут) 0,01 (вак) 200 500	0,1 (мут) 0,02 (вак) 400 600	0,09 (мут) 0,03 (нисб) 300 400	—	

5. Очиқ идиш сув билан тўлдирилган бўлиб, унинг чуқурлиги 200смга тенг. Идиш тубидаги нисбий ва мутлоқ босимни аниқланг.

Жавоб:
$$P_A = 120кПа \approx 1,2\frac{кгс}{см^2}$$
$$P_H = 20кПа \approx 0,2\frac{кгс}{см^2}.$$

6. U симон бирлашган икки вертикал найчали идишга икки хил суюқлик солинган бўлиб, *АВ* уларни ажратувчи сирт, суюқликларнинг солиштирма оғирлиги $\gamma_1 = 100\frac{кН}{м^3} \approx 0,01\frac{кгс}{см^3}$, $\gamma_2 = 10\frac{кН}{м^3} = 0,001\frac{кгс}{см^3}$ (расм2.16). Уларнинг сиртларидаги босимлар $P_{01} = 100кПа = 1,0\frac{кгс}{см^2}$, $P_{02} = 1,5\frac{кгс}{см^2}$ бўлсин. Агар I суюқлик баландлиги $h_1 = 100см$ бўлса, иккала суюқлик эркин сиртларининг фарқини аниқланг.

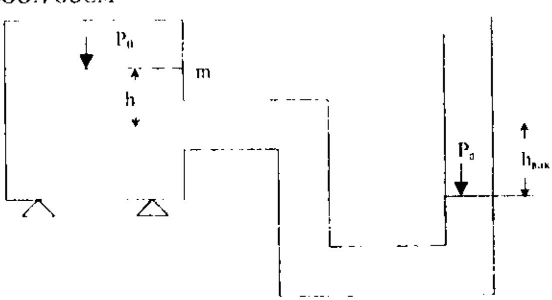


Расм 2.16

7. Сув омборларини ажратувчи AB дамба α бурчакда оғган текис девор бўлса, ундаги нисбий босим тақсимоти графигини (эпюрасини) чизинг.

8. Вакуум ўлчагичнинг (расм 2.17) m нуқтасидаги мутлоқ гидростатик босим $30кПа \approx 0.3\frac{кгс}{см^2}$ га тенг бўлса, вакуум баландлиги $h_{вак}$ ни аниқланг.

Жавоб:700см



Расм 2.17

III–БОБ. ГИДРОДИНАМИКА.

§3. Суюқлик кинематикаси.

Гидродинамиканинг суюқлик кинематикаси қисмида суюқлик зарраларининг кинематик характеристикалари ўрганилади.

Суюқлик заррачалари ўзи жойлашган ҳажмни тўла эгаллаган бўлиб, бу ҳажм ичида суюқлик заррачаси бўлмаган бирорта нуқта йўқ деб фараз қилинади. Яъни суюқлик массаси ўзи жойлашган ҳажмнинг ҳар бир нуқталарига узлуксиз тақсимланган деб ҳисобланади.

Суюқлик заррачаси деб шундай чекли массали моддий нуқта олинадики, унинг чексиз кичик ҳажми суюқлик билан тўлдирилган бўлади. Бу ерда суюқлик заррачаси эгаллаган чексиз кичик ҳажм ΔV деганда шундай ҳажм олинадики, унинг миқдори суюқлик эгаллаб турган V ҳажмдан жуда ҳам кичик $\left(\frac{\Delta V}{V}\right) << 1$ бўлади, лекин бу ΔV чексиз кичик ҳажмда суюқликнинг чексиз кўп молекулалари мавжуд бўлади ва демак бу ΔV ҳажм суюқлик молекуласининг ҳажмидан чексиз марта кўп деб ҳисобланади.

Шундай қилиб, суюқлик туташ муҳитнинг бир тури бўлиб, ундаги суюқликнинг барча параметрлари шу ҳажмнинг барча нуқталарида дифференцияллланувчи узлуксиз функциялар билан ифодаланиши мумкин бўлади.

Суюқлик ҳаракат давомида суюқлик заррачаларининг ўзаро ҳолатлари, уларнинг параметрлари ўзгаради. Суюқлик заррачасининг ҳолати киритилган координаталар системаси ёрдамида аниқлаб, унинг сифати суюқликка хос бўлган параметрлар билан аниқланади. Бу параметрлар олинган кооординаталар ҳамда вақтнинг функцияси бўлади.

Шунинг учун суюқликнинг ҳар бир заррачасининг ҳаракат қонуни берилган бўлса, суюқлик ҳаракати берилган ҳисобланади. Унинг ҳаракат қонуни берилган деганда унинг ҳар бир заррачасининг олинган координаталар системаси ва ҳар бир ондаги ҳолатини аниқловчи узлуксиз функциялар мавжуд деб ҳисобланади.

Суюқлик ҳаракатини икки хил усулда бериш қабул қилинган:

1.Лагранж усули. Бу усул суюқлик эгаллаган ҳажмдаги ҳар бир суюқлик заррачасининг ҳаракатини айрим ўрганади.

Суюқлик заррачасининг бошлангич ҳолати $X(0)=X_0=a, Y(0)=Y_0=b, Z(0)=Z_0=c$ сонлар учлиги билан аниқланади. Заррача ҳаракати давомида унинг ҳаракат координаталари ўзгаради ва координаталар ўзгариши ушбу функциялар кўринишида бўлади.

$$x=x(a,b,c,t),\ y=y(a,b,c,t),\quad z=z(a,b,c,t)$$

ёки

$$\vec{r}=\vec{r}(a,b,c,t)=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k} \tag{3.1.1}$$

Суюқлик заррачасининг ҳаракати (3.1.1) кўринишда берилган бўлса, суюқликнинг ҳаракат қонуни берилган дейилади. Келтирилган функциялар суюқлик $M_0(a,b,c)$ нуқтадан бошланган ҳаракатини ҳар бир t ондаги ҳолатини аниқлайди ва натижада бу нуқтанинг ҳаракатланиши L чизигини олиш мумкин ва бу чизиқни суюқлик заррачасининг траекторияси дейилади. Суюқлик заррачасининг ҳаракат қонуни (3.1.1) тенгликлар системаси берилган бўлса, унинг тезлигини, тезланишларини аниқлаш мумкин. Бунинг учун берилган (3.1.1) функциялардан вақт бўйича хусусий ҳосила олиш керак бўлади.Суюқлик заррачасининг тезлиги одатда вектор миқдор бўлади ва унинг модули заррачанинг мутлоқ тезлигини берса,унинг йўналиши суюқлик заррачасининг шу ондаги ҳаракати йўналишини беради.

Тезлик вектори $\vec{V}_a$ танланган координаталар системасига мос u,v,w проекцияларга эга бўлади:

$\vec{V}=u\vec{i}+v\vec{j}+w\vec{k}$ $\quad u(a,b,c,t),\ v(a,b,c,t)$ ва $w(a,b,c,t)$ лар тезлик векторининг компонентлари дейилади ва улар ушбу тенгликлар билан аниқланади:

$$u=\frac{\partial x}{\partial t},\quad v=\frac{\partial y}{\partial t},\quad w=\frac{\partial z}{\partial t} \tag{3.1.2}$$

Шунингдек заррачанинг тезланиши вектори ҳам киритилади,ва у заррача тезлигининг олинган ондаги ўзгариш тезлигини беради: $\vec{a}=\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k},\quad a_x,a_y,a_z$ лар заррача тезланиши векторининг компонентлари ушбу кўринишда ёзилади:

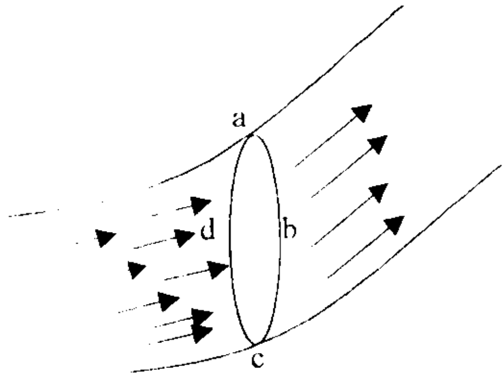
$$a_x=\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 x}{\partial t^2},\quad a_y=\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2},\quad a_z=\frac{\partial w}{\partial t}=\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \tag{3.1.3}.$$

Лагранж нуқтаи назаридан суюқлик заррачасини ҳаракатини ўрганганда турли координаталар системасини ҳам киритиш мумкин. Бу усулда суюқлик ҳаракатини ўрганиш, асосан унинг барча заррачаларининг траекториялари паралел чизиқлардан иборат бўлганда, ёки бошқа бир махсус ҳолларда қўлланилади.

II. Эйлер усули. (Ҳаракатни ўрганиш учун Эйлер нуқтаи назари) Л.Эйлер суюқлик эгаллаган ҳажмга жойлашган координаталар системасини танлаб олиб,унинг ҳар бир нуқтасида суюқликнинг

$$u = u(x(t);y(t);z(t);t) \qquad v = v(x(t);y(t);z(t);t) \qquad w = w(x(t);y(t);z(t);t) \quad (3.1.4)$$

тезликли заррачаси (бу ерда суюқлик заррачасининг ҳаракатда бўлганлиги сабабли унинг координаталари вақтнинг функцияси бўлади) мавжуд деб қаралади. Суюқлик ҳаракатини Эйлер ўзгарувчилари воситасида ўрганишимизда суюқлик заррачалари фазонинг тайинланган нуқтасидан унга яқин нуқтасига кўчиши кўрилади. Эйлер усулида фазонинг чексиз яқин иккита нуқталарида суюқликнинг турли заррачалари жойлашган бўлиши мумкин, яъни суюқликнинг қайси заррачасининг тезлиги, тезланиши, босими, ҳарорати бўлишига боғлиқ бўлмайди. Шу нуқтадаги тезлик , нуқтадан шу онда ўтувчи суюқлик заррачасининг оний маҳаллий тезлиги дейилади.Бу тезликларнинг суюқлик эгаллаган барча нуқталаридаги қийматлар тўплами тезлик майдони дейилади. Шундай қилиб $\vec{V}$ тезлик t вақтнинг ошкор ва ошкор бўлмаган функциялари бўлади. Бундай усулда ўрганаладиган координаталар системаси Эйлер координаталари дейилади.



расм 3.1

Энди суюқлик заррачасининг тезлиги (3.1.4) кўринишида берилган бўлса унинг ҳолатини Эйлер координаталарида аниқлашни кўрайлик $u=\frac{dx}{dt}, v=\frac{dy}{dt}, w=\frac{dz}{dt}$ бўлгани учун унинг ҳолатини

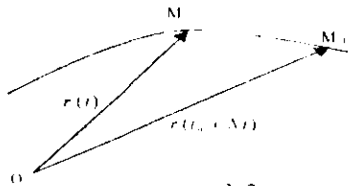
$$x(t)=x(t_0)+\int_{t_0}^{t}ud\tau$$

$$y(t)=y(t_0)+\int_{t_0}^{t}vd\tau \qquad (3.1.5)$$

$$z(t)=z(t_0)+\int_{t_0}^{t}wd\tau$$

Тенглик орқали аниқлаймиз. (3.1.5) тенглик билан аниқланган $M(x(t),y(t),z(t))$–суюқлик заррачасининг бирор $t=t_0$ ондаги $M_0(x(t_0),y(t_0),z(t_0))$ нуқтадан бошлаб ҳаракат бошланган бўлса, t ондаги ҳолати (3.1.5) тенглик билан аниқланган (расм 3.1) бўлиб у M_0 нуқтадан чиқувчи бирор L_M чизиқни беради ва суюқлик заррачаси шу чизиқ бўйлаб кўчиб боради ва бу чизиққа суюқлик заррачасининг траекторияси дейилади. Суюқлик заррачаси шу чизиқ бўйлаб юргани учун унинг тезлиги бу чизиққа уринма бўйлаб йўналган бўлади. ($\vec{V} \parallel \vec{V} \cdot \vec{\tau}$) ва тезлик вектори L_0 чизиққа нормал $\vec{n}$ векторга перпендикуляр йўналган бўлади. Шунинг учун ҳам тезлик $\vec{V}$ ва $\vec{\tau}$ уринма векторлари бўйлаб, йўналган $d\vec{r}$ векторлар коллениар бўлади. Шунинг учун ҳам траектория учун ушбу дифферинциал тенгламалар системасини оламиз:

$$\frac{dx}{u(x,y,z,t)} = \frac{dy}{v(x,y,z,t)} = \frac{dz}{w(x,y,z,t)} = dt \qquad (3.1.6)$$



расм 3.2

M_0 нуқтадан чиққан М нуқтанинг траекторияси M_0MM_1 L_0 чизиғида М нуқтага жуда яқин бўлган M нуқтани олайлик (расм 3.2).

Бу нуқталар мос равишда t_0 ва $t_0+\Delta t$ онлардаги заррачанинг ҳолатини беради ва ва уларни бирлаштирувчи $\overline{MM_1}$ векторни оламиз. Δt – қанча кичик бўлса, $\overline{MM_1}$ ёй MM_1 тўғри чизиққа жуда яқин бўлади ва ёй узунлиги кесма узунлигидан жуда кам фарқ қилади.

$\vec{V}$ тезлик вектори бирор L_0 чизиғининг ҳар бир нуқтасида унга уринма бўлса, бу L_0 чизиғи суюқликнинг ток чизиғи дейилади. M ва M_1 нуқталарнинг радиус векторлари $\vec{r}(t_0)$ ва $\vec{r}(t_0+\Delta t)$ бўлиб, $\overline{MM_1}$ вектори $\delta\vec{r} = \vec{r}(t_0+\Delta t)-\vec{r}(t_0)$ га тенг бўлади. (расм 2) ва $t=t_0$ ондаги M – чексиз кичик Δt – вақтда MM_1 – масофага $\overline{MM_1}$ ёй L_0 – чизиғи бўйлаб ΔS масофага кўчади. Шу $\overline{MM_1}$ – векторни Δt га бўлсак M нуқтанинг ўртача тезлигини оламиз $V_{\acute{y}p} = \frac{\overline{MM_1}}{\Delta t}$. Энди $\Delta t \to 0$ бўлгандаги ҳолатини олсак M_1 – нуқта L_0 – чизиғи бўйлаб M_1 нуқтага интилади ва Δt – анчагина кичик қийматида бу вектор $\overline{MM_1}$ ток чизиғига уринма бўлади. Охирги тенгликдан ўртача тезлик MM_1 векторга коллинеар бўлар экан. M нуқтанинг оний тезлиги учун ушбу тенгликни оламиз:

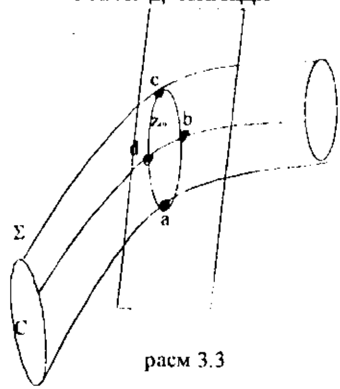
$$\vec{V}=\frac{d\vec{r}}{dt};\qquad u=\frac{dx}{dt};\quad v=\frac{dy}{dt},\qquad w=\frac{dz}{dt}. \tag{3.1.7}$$

Демак тезлик вектори ва $d\vec{r}$ — вектор параллел экан, бундан $\vec{V}=\lambda d\vec{r}$ деб ёзиш мумкин. Демак L_M — ток чизиғининг тенгламасини охирги тенгликдан оламиз:

$$\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}=\frac{dz}{w} \tag{3.1.8}$$

Бу ерда t параметр сифатида кўрилади ва вақтнинг ҳар бир они учун унга мос келган u,v,w функциялар учлиги ҳосил қилинади ва (3.1.8) тенгламани ечиш натижасида ҳар бир он учун унга мос келган ток чизиғини оламиз. Шундай қилиб, (3.1.8) да қатнашаётган функциялар вақтнинг ошкор функцияси бўлса ток чизиғи t вақт ўтиши билан ўзининг ҳолатини ўзгартиради. Суюқликнинг вақтга боғлиқли ҳаракати учун ток чизиғи тезлик майдонининг бирор онига мос келади ва у ҳолат вақт ўтиши билан ўзгаради. Шунинг учун ҳам бу ҳолда суюқлик заррачасининг траекторияси ва ток чизиғи устма—уст тушмайди. Агар (3.1.8) даги функциялар вақтдан ошкор ҳолда боғлиқ бўлмаса, у ҳолда L — ток чизиғи суюқликнинг ҳар бир заррачаси учун ихтиёрий он учун аниқланган бўлади. Шундай қилиб, суюқлик мўтадил ҳаракатида суюқликнинг ҳар бир заррачаси битта L — чизиғи бўйича (бу чизиқ (3.1.8) дифференциал тенглама ечими сифатида аниқланади) ҳаракатда бўлади. Бундай ҳаракат давомида суюқлик заррачасининг траекторияси ва ток чизиғи устма—уст тушади. C_0 — бирор онда суюқлик ҳаракат қилаётган соҳада ўзини—ўзи кесиб ўтмайдиган бирор ёпиқ $abcd$ (расм 3) олайлик, унинг барча нуқталари суюқлик оқими учун махсус нуқта ҳамда бу нуқтадаги тезликлари чекли ва нолга тенг бўлмасин (яъни чизиғининг барча нуқталарида оқим параметрлари узилишга эга бўлмасин).

Бу ҳолда шу—ёпиқ чизиқнинг ҳар бир нуқтасида (3.1.8) тенгламани қаноатлантирадиган бирдан бир ток чизғи ўтади. $abcd$ ёпиқ чизиқдан ўтувчи ток чизиғи оиласидан ҳосил бўлган сирт цилиндрик сирт бўлиб, унга ток найчаси дейилади (масалан, водопровод крани очилса, унинг жумраги айлана бўлиб, унда суюқлик оқими тизиллаб оқиб чиқиб цилиндрик сирт ҳосил бўлади) ва унинг ичида суюқлик (сув) тўла бўлади. Ана шу сирт ичидаги сувлар суюқлик оқими (струйка) оқим найчасини ташкил қилади. Унинг ичидаги оқим ток чизиқлари цилиндрик сирт билан кесишмайди, чунки унинг ҳар бир ток чизиғидаги суюқлик заррачасининг тезлиги шу ток чизиғига уринма бўйлаб йўналади. Агар *abcd* ёпиқ чизиқ юзаси чексиз кичик бўлса (расм3.3) бу оқим найчаси элементар ток найчаси дейилади.

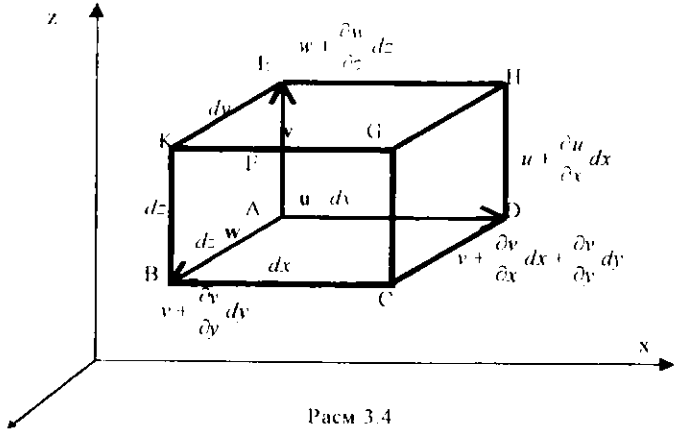


расм 3.3

Ток найчасининг тирик кесими деб, ҳар бир M нуқтасида L_M ток чизиғига нормал бўлган кўндаланг кесимга айтилади. Бу тирик кесим юзаси чекли бўлса, dL чексиз кичик (элементар ток найчаси учун) $d\omega$ – билан белгиланади. Одатда элементар ток найчаси бўйлаб dQ ни ўзгармас деб оламиз. Чекли юзали бўлса, бу тирик кесим юзаси ток чизиғи узунлиги бўйлаб ўзгарувчи бўлади $dQ \neq const$. Шунингдек тирик кесим бўйлаб суюқлик заррачасининг тезлиги ҳам ўзгарувчи бўлади. Оқим мўътадил бўлган ҳолда ток чизиғи ўзгармас бўлиб,вақтга боғлиқ оқим учун эса суюқлик заррачаси тезлик,вақт ва координаталар бўйича ўзгарувчан бўлгани учун,оқим найчаси сарфи Q дейилади .Элементар оқим найчаси учун тирик кесим учун $d\omega = \frac{Q}{v}$ тенгликни ёзиш мумкин.Одатда чекли оқим найчаси учун унинг тирик кесими бўйлаб ўртача тезлик киритилади ва шу тирик кесим бўйлаб ушбу тенглик лар $v = \frac{Q}{\omega}$ ўринли бўлади.

§3 Суюқлик заррачасининг ҳаракати. Унинг потенциал ва уюрмали ҳаракати.

Суюқлик ҳаракати жараёнида унинг фазодаги заррачаларининг ҳолатлари деформацияланиши натижасида ўзгаради, натижада унинг ҳажми, суюқлик эгаллаган ҳажм ва шакли ҳам ўзгаради.



Расм 3.4

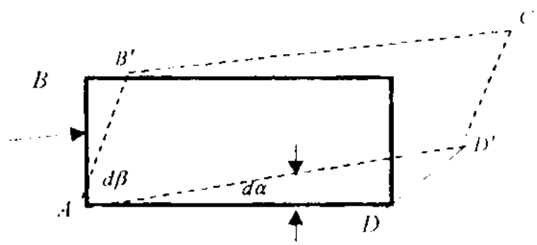
Суюқлик эгаллаган соҳада *ABCDKEHG* қиррали тўғри бурчакли параллелипед ҳажмини оламиз (расм3.4).Паралеллипеднинг *A* учидаги заррачасининг бирор *t* ондаги маҳаллий тезлиги вектори $\vec V$, $u\vec i + v\vec j + w\vec k$ бўлсин.

Бу ҳолда *A* нуқта суюқлик эгаллаган паралеллипед учун қутб нуқтаси деб оламиз ва Δt вақт ўтгач унинг шу вақтдаги илгариланма ҳаракати билан кўчиши $V\Delta t$ $(u\Delta t, v\Delta t, w\Delta t)$ тенг бўлади. Параллелипепид қирралари(dx, dy, dz) чексиз кичик миқдорлар бўлгани учун суюқлик эгаллаган ҳажм ўзгарса

ҳам унинг қирралари тўғри чизиқ бўлиб қолаверади. Шундай қилиб, суюқлик соҳасидан кесиб олинган паралеллипед деформацияланади ва уни унинг ҳажмий бурчак бўйлаб деформациялар йиғиндиси сифатида олиш мумкин. Бу ерда паралеллипеднинг ҳажмий ўзгариши сифатида паралеллипед қиррларининг чўзилишини олиш мумкин:

$$\frac{\partial u}{\partial x}dxdt,\ \frac{\partial v}{\partial y}dydt,\ \frac{\partial w}{\partial z}dzdt$$

Бирлик узунликларининг ўзгариш тезликари мос равишда $\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial v}{\partial y}$ ва $\frac{\partial w}{\partial z}$ ларга тенг бўлади. Энди шу олинган ҳажм учун буралиш ва силжиш деформацияларини аниқлаймиз. Мисол учун, юқорида олинган элементар ҳажмнинг (расм3.5) A нуқтадаги атрофида XOY ўқи бўйлаб катта AB ва AD лар орасидаги бурчак $d\alpha + d\beta$ га тенг миқдорда ўзгаради.



Расм 3.5

OX ва AD қирралар орасидаги бурчак $d\alpha \approx tg\alpha,\alpha \quad \frac{\frac{\partial v}{\partial x}dxdt}{dx} = \frac{\partial v}{\partial x}dt$ ўзгарадиган бўлса, OY ўқи ва AB' қирралар орасидаги бурчак (силжиш бурчаги) $d\beta$ қуйидагича аниқланади.

$$d\beta = \frac{\frac{\partial u}{\partial y}dydt}{dy} = \frac{\partial u}{\partial y}dt$$

Суюқликнинг силжиш деформацияси асосан XOY текислигидаги буралиш сифатида (чексиз кичик ҳажм учун) $d\alpha + d\beta$ қуйидагича аниқланади: $2\tau_{xy} = \frac{d\alpha + d\beta}{dt} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$,бундан

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

Шунингдек YOZ ва XOZ лардаги деформациялар учун ҳам олиш мумкин: $2\tau_{yz} = \frac{d\gamma + d\beta}{dt} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$, $\tau_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)$

$$2\tau_{xz} = \frac{d\alpha + d\gamma}{dt} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}, \qquad \tau_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

Шундай қилиб, суюқлик эгаллаган чексиз кичик параллелипепид ҳажмий ва бурчак деформцияларга эга бўлади. Юқорида аниқланган миқдорлар асосан суюқликнинг чексиз кичик ҳажмдаги ҳажмий ва силжиш деформацияларининг тезликларини беради.

$$\tau_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \tau_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \tau_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (3.2.1)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

Шундай қилиб, параллелепипеднинг ҳар бир қирралари орасидаги бурчак ҳам ўзгаради ва мос равишда бурчак тезлиги ҳосил бўлади:

$$\begin{cases} \omega_x = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial y} - \dfrac{\partial v}{\partial z}\right) \\ \omega_y = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial z} - \dfrac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \omega_z = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v}{\partial x} - \dfrac{\partial u}{\partial y}\right) \end{cases} \qquad (3.2.2)$$

Натижада суюқлик заррачасининг A нуқтасидаги қирраларининг Ox, Oy, Oz ўқлари атрофида айланиш бурчак тезликларини оламиз:

$$\vec{\omega} = \omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right)\vec{i} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)\vec{j} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\vec{k} \quad (3.2.3)$$

Одатда бурчак тезлик вектори $\vec{\omega}$ айланиш текислигига перпендикуляр йўналган бўлади. Бу вектор компонентларининг индекслари айланиш ўқининг йўналишини кўрсатади ва декарт координаталар учун бурчак тезлиги векторининг узунлиги

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$$

тенглик билан аниқланади. Суюқлик заррачаси ҳаракатини ўрганиш учун $\vec{V}$ тезлик вектори нуқта тезлигидан ташқари $\vec{\omega}$ айланма ҳаракат (бунга одатда уюрма дейилади) бурчак тезлиги $\vec{\Omega}$ вектори киритилади. Энди суюқлик заррачасининг тезлиги $\vec{V}$ эканлигини эсласак бу киритилган бурчак тезлиги

учун ушбу муносаботни олиш мумкин:

$$\Omega = rot\vec{V} \tag{3.2.4}$$

Бу ерда rot операцияси $\vec{V}$ вектордан олинган ҳосилалар тўпламидан иборат бўлиб у қуйидагича ҳисобланади:

$$rot\vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} \tag{3.2.5}$$

Бундан ҳосилалар олиб ҳисобланса, (3.2.2) тенгликлар олинади. Шундай қилиб суюқлик оқимини ўрганиш учун суюқлик заррачасининг тезлик вектори $\vec{V}$ ва унинг Ω бурчак тезлиги киритилади ва у суюқлик заррачаси ҳаракатининг барча хилларини тўлиқ ифодалайди.

Энди суюқлик заррачасининг ҳаракатини ўрганишда катта аҳамиятга эга бўлган бурчак тезлиги $\vec{\omega}$ доимо аниқланган майдондаги ҳар бир нуқтасида L_ω чизиққа $\vec{\omega}$ вектори уринма бўлган чизиқ, вектор чизиғини киритамиз ва уни уюрма чизиғи деб атаймиз. Вектор чизиғи таърифига кўра $\vec{\omega}\| d\vec{r}$ бўлгани учун уюрма чизиғининг дифференциал тенгламаси ушбу кўринишда ёзилади

$$\frac{dx}{\omega_x(x,y,z)} = \frac{dy}{\omega_y(x,y,z)} = \frac{dz}{\omega_z(x,y,z)} \tag{3.2.6}$$

Бу ерда t вақт параметр ҳисобланади.

Уюрма чизиғи ток чизиғи каби суюқлик оқими мўтадил бўлса, вақт ўзгариши билан уюрма чизиғи ўзгармайди.

Энди суюқлик эгаллаган ҳажм ичида бирор ёпиқ C чизиғи оламиз. Агар шу ҳажм ичида $\vec{\omega}$ вектор компонентлари $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ лар нолга тенг бўлмаса ва чекли бўлса (3.2.6) тенглама ечилиб C чизиқнинг ҳар бир нуқтаси учун L_ω лари уюрма чизиқларини олиш мумкин. C чизиқнинг нуқталаридан ўтувчи чизиқлар оиласи уюрма сиртини ташкил қилади. Табиатда кенг яйлов, чўлларда дарё, денгизлар сиртларида кузатиладиган ўрамалар, бу уюрма сиртига мисол бўлади. Шу уюрма сирти чизиғи текислигидаги ҳар бир нуқтасидан ҳам бирдан – бир чизиқлар ўтади ва улар уюрма вектори оқимини беради. Унинг исталган кўндаланг кесимидан ўтган уюрма векторининг $\Gamma\omega$ вектор миқдори ўзгармас бўлади(Гельмгольц теоремаси).Бу ерда теорема исботини келтирмаймиз.

Тезлик векторининг ҳар бир компонентини ўзгариши бирор нуқтаси атрофидаги Тейлор қаторига ёйилиб ва группалаштирамиз:

$$u(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y, z_0+\Delta z) = u(x_0, y_0, z_0) + \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x_0, y_0, z_0}\Delta x + \left(\tau_{xy}\Delta y + \tau_{xz}\Delta z\right)\Big|_{x_0, y_0, z_0} + 2(\omega_y \Delta z - \omega_z \Delta y)$$

Бу йиғинди суюқлик заррачасининг ихтиёрий ҳаракати уч хил ҳаракат йиғиндиси: илгариланма, айланма ва деформация ҳаракатлари йиғиндиси сифатида қараш мумкинлигини кўрсатади.

Ҳаракатдаги суюқлик эгаллаган хажмнинг ҳар бир нуқтасида уюрма тезлиги $\vec{\omega} = 0$ бўлса, яъни $\vec{\omega}(0,0,0)$ бўлса суюқликнинг бундай ҳаракатини потенциал ҳаракат (потенциал оқим) дейилади. Бу ҳолда ушбу тенгликлар ўринли бўлади: $rot\vec{V} = 0$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \tag{3.2.7}$$

Шунинг учун ҳам тезлик вектори $\vec{V}$ ни тезлик потенциали $\varphi(x,y,z,t)$ орқали ифодалаш мумкин.

$$\vec{V} = grad\varphi \tag{3.2.8}$$

Бу ерда тезлик потенциали $\varphi(x,y,z,t)$ координаталар ва вақт t нинг узлуксиз функцияси бўлиб, ҳосилалари ҳам узлуксиз бўлади.Бундан ушбу тенглик келиб чиқади:

$$u = \frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial\varphi}{\partial z} \tag{3.2.9}$$

Олинган (3.2.9) тенгликни (3.2.2) тенгликка қўйсак:

$$\begin{aligned} \omega_y &= \frac{1}{2}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)\right] = 0 \\ \omega_x &= \frac{1}{2}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)\right] = 0 \\ \omega_z &= \frac{1}{2}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\right] = 0 \end{aligned}$$

Энди суюқлик заррачасининг тезланишини аниқлаймиз. Суюқлик заррачаси тезлиги t вақтнинг ошкор ва ошкормас функцияси бўлгани учун тезликни вақт бўйича ўзгариши вақт ҳамда шу заррачанинг ҳаракат ҳолатига боғлиқ бўлади.

Масалан, тезланиш векторининг Ox ўқига проекцияси қуйидагича аниқланади: $a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{dz}{dt}$. Лекин $u = \frac{dx}{dt}$, $v = \frac{dy}{dt}$, $w = \frac{dz}{dt}$ тенглик ўринли.

Бундан $a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$ муносабатни оламиз. Шунингдек ушбу тенгликларни ёзиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \\ a_y &= \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \\ a_z &= \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned}\right\} \tag{3.2.10}$$

Бу ерда $\frac{\partial u}{\partial t}$, $\frac{\partial v}{\partial t}$, $\frac{\partial w}{\partial t}$ лар локал тезланиш проекцияси бўлиб, тезликнинг t вақт бўйича ўзгариши ҳисобига ўзгаради. $u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$, $u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}$ ва $u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}$ лар эса тезликни суюқлик заррачасини ҳаракатдаги ҳолатда бўлгани ҳисобига ўзгаришини беради ва унга конвектив тезланиш дейилади.

§3.Суюқликнинг узлуксизлик тенгламаси.

Суюқлик ўзи эгаллаган ҳажмни тўлдирган бўлиб, унда бўшлиқ йўқ бўлган ҳолда суюқлик туташ муҳит ҳисобланган эди. Шу шартни математик ифодасини ёзамиз. Бунинг учун суюқлик эгаллаган ҳажмнинг А нуқтаси яқинида қирралари dx,dy,dz бўлган тўғри бурчакли параллелепипед бўлган суюқлик ҳажмини ажратиб оламиз(расм 4). Бу ажратилган параллелепипед бўйлаб суюқлик оқиб ўтаётган бўлсин. Унинг сиртидан dt вақт ичида ўтган суюқлик миқдорини аниқлаймиз. Параллелепипеднинг ён ёғи $ABKE$ орқали унга dt вақт ичида $\rho u dy dz dt$ миқдорда суюқлик кириб келса $DGCH$

сиртидан эса $\rho u dydzdt + \frac{\partial\rho u}{\partial x}dxdydzdt$ миқдорда суюқлик чиқиб кетади. Демак, олинган ҳажмдаги суюқлик массаси Ox йўналиши бўйича ҳаракати ҳисобига $-\frac{\partial\rho u}{\partial x}dxdydzdt$ миқдорда ўзгарар экан. Энди $EADH$ юзадан Oz йўналишидаги оқим ҳисобидаги суюқлик миқдори $\rho w dydxdt$ бўлиб $KBGC$ юзадан чиқиб кетган суюқлик миқдори $\rho w dydxdt + \frac{\partial\rho w}{\partial z}dxdydzdt$ га тенг. Oz йўналиши бўйлаб ҳаракат ҳисобидаги параллелепипеддаги суюқлик миқдорининг ўзгариши $\frac{\partial\rho w}{\partial t}dxdydzdt$ га тенг. Oy ўқи бўйлаб ҳаракат ҳисобида ўзгариш мос равишда $\frac{\partial\rho v}{\partial t}dxdydzdt$ га тенг бўлишини аниқлаш мумкин. Демак, уччала йўналишлар бўйича массанинг умумий ўзгариши юқоридаги миқдорлар йиғиндисига тенг бўлиб, у қуйидагича ёзилади:

$$-\left(\frac{\partial\rho u}{\partial x}+\frac{\partial\rho v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)dxdydzdt.$$

Олинган параллелепипеднинг ҳажмини ўзгармас деб олган эдик, ундаги зичлик ўзгариши $\frac{\partial\rho}{\partial z}dxdydzdt$ деб ёзилади, чунки олинган ҳажм ўзгармас. Демак, параллелепипеддаги суюқлик массасини зичлиги ўзгариши ҳисобига $\frac{\partial\rho}{\partial z}dxdydzdt$ га тенг экан. Суюқлик туташ муҳит узлуксиз бўлгани учун олинган параллелепипедда бўшлиқ пайдо бўлмаслиги керак, шунинг учун ҳам паралеллепипеддаги ҳаракат ҳисобига ўзгариши унинг зичлиги ҳисобига массанинг ўзгаришига тенг бўлиши керак.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}dxdydzdt = -\left(\frac{\partial\rho u}{\partial x}+\frac{\partial\rho v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)dxdydzdt$$

Бундан суюқликнинг узлуксизлик тенгламасини оламиз:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho u}{\partial x}+\frac{\partial\rho v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad (3.3.1)$$

ёки

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+div\rho\vec{V}=0$$

Бу ерда

$$div\vec{V}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z} \qquad (3.3.2)$$

унга тезлик векторини оқими (расхождение) дейилади ва у олинган сирт бирлиги бўйича суюқлик оқимининг вақт бирлигидаги сарфини беради. Бу ерда дивергенция скаляр миқдор ҳисобланади. Агар суюқлик бир жинсли бўлса, яъни барча нуқталардаги зичлиги ўзгармас миқдор $\rho = const$ бўлса (3.3.2) тенгликдан

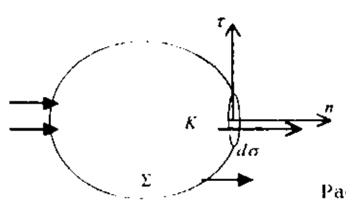
$$div\vec{V} = 0 \qquad (3.3.3)$$

бўлишини аниқлаймиз. Бундан суюқлик массасини уни ўраб турувчи сирт Σ турлича бўлса ҳам унинг ҳажми ўзгармас бўлишини кўрсатади(расм 6). Ҳақиқатдан ҳам Σ сирт суюқлик эгаллаган хажмни ўраган бўлсин. Шу сиртнинг ихтиёрий K нуқтасидаги тезлиги Σ сиртга нормал йўналиш ва сирт бўйлаб ҳаракатларга ажралади: $\vec{V} = \vec{V}_\tau + \vec{V}_n$.

Шу K нуқтадаги (расм3.6) Σ сиртга уринма текислигидаги M нуқтада чексиз кичик $\rho(\vec{V},\vec{n}) = \rho V_n$ юзани олсак шу юзадан суюқлик ҳажмидан чиқиб келаётган суюқлик миқдори $Q = \int\limits_{\Sigma}\rho(\vec{V},\vec{n})d\sigma$ билан аниқланади. Сирт интегралидан хажм интегралига ўтиш учун маълум бўлган Гаусс – Остроградский формуласидан фойдалансак ихтиёрий V ҳажмли суюқликнинг қанча миқдори шу ҳажмдан чиқиб кетишини аниқлаймиз:

$$Q = \int\limits_{V} div\rho\vec{V}d\tau \qquad (3.3.4).$$

Шундай қилиб, тезлик векторидан олинган дивергенция бирлик массали суюқликни ўраб турган Σ сиртдан ўтувчи вақт бирлигидаги суюқлик миқдорини беради. Суюқликнинг зичлиги ўзгармас бўлса, суюқликнинг узлуксизлик тенгламасини бу ҳол учун натижаси бўлган тенглик (3.3.3) ва олинган (3.3.4) тенгликлардан ушбу тенгликни оламиз $div\vec{V} = 0$, $\rho = const$.



Расм 3.6

Демак, суюқлик зичлиги ўзгармас бўлса. Уни ўраб турган сиртдан вақт бирлигида чиқаётган ва унга кираётган суюқликлар миқдори ўзаро тенг бўлар экан ва бу тенглик суюқликни ўраб турган Σ сирт шаклига боғлиқ эмас экан. Чунки $\vec{a}=\vec{V}$ вектори Σ ўраб турган сирт ичидаги суюқлик заррачаси тезлиги бўлса $div\vec{a}=div\vec{V}$ миқдор шу Σсиртдан ўтувчи $\vec{a}$ вектор оқими миқдори $\vec{a}=\vec{V}$ бўлса шу Σ сиртга кирувчи ва ундан чиқувчи суюқлик заррачаларининг миқдорини беради. Демак (3.3.3) дан Σ сиқилмайдиган суюқлик Демак, бир жинсли бўлса, ушбу тенгликни оламиз:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad (3.3.5)$$

Бундан суюқлик заррачаларининг тезлик майдони учун (3.3.4) тенгламани оламиз.

Суюқликнинг гидравлик кўринишдаги узлуксизлик тенгламаси.

Суюқликнинг элементар ток найчасини чегараловчи траекторияларидан тузилган сирт Σ (расм 3.7) унинг ичидан ташқарига ва ташқаридан ичкарига суюқлик заррачасини ўтказмайди. Чунки Σ сиртдаги ҳар бир L_M ток чизиғи ва у бўйлаб суюқлик заррачаси тезлиги йўналган. Шунинг учун ҳам суюқлик заррачасининг шу Σ сиртнинг ҳар бир нуқтасидан тезлик вектори $\vec{V}$ аниқланган ва у сиртга ўтказилган уринма текисликда ётади ва бу сиртга нормал йўналишда проекция бермайди,яъни $V_n=0$. Демак, суюқликнинг элементар найчасининг чизиқча тирик кесимидан ўтган суюқлик сарфи ушбу тенглик билан аниқланади:

$$Q=\int_{abcd}\rho\vec{V}\vec{n}d\sigma=\int\rho Vd\sigma$$

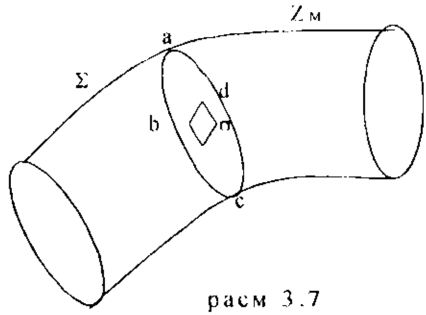
ва суюқлик сарфи ток найчасининг ҳар бир кесими учун ўзгармас миқдор бўлар экан. яъни $\int\rho Vd\sigma=const$ ёки $\rho dq=\rho V_n d\sigma$ бўлади. Бу ерда ω ток найчасининг кўндаланг кесим юзаси. Энди суюқликнинг ихтиёрий ток сирти учун ҳам шу тенглик ўринли бўлади ва у қуйидагича ёзилади.

$$\int_\Sigma\left[\frac{\partial\rho Q}{\partial l}+\frac{\partial\rho\omega}{\partial t}\right]d\sigma=0,\ \frac{d}{dt}\int_\Sigma\rho\vec{V}d\sigma=0$$

Бу ерда l ток найчаси бўйлаб ўзгариши. Бундан суюқлик найчаси учун ушбу тенгламани олиш мумкин:

$$\frac{\partial \rho Q}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0 \qquad (3.3.6)$$

суюқлик сиқилмайдиган бўлса, ушбу тенгликни оламиз $\frac{\partial Q}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0$. Суюқлик оқими мўтадил бўлса унинг тирик кесими юзаси ҳам вақтнинг ошкор функцияси бўлмайди ва $\frac{\partial \omega}{\partial t}$ 0 бўлади.



расм 3.7

(3.3.6) тенгликдан ушбу тенгликни оламиз $Q = const$, $\frac{\partial Q}{\partial l} = 0$. Демак бу холда мўтадил оқимнинг найчаси бўйлаб суюқлик сарфи ўзгармас миқдор бўлади.

Умуман олганда, оқимнинг тирик кесими юзаси t вақтнинг ошкор функцияси бўлмаса (яъни ω дан олинган локал ҳосила $\frac{\partial \omega}{\partial t} = 0$ бўлса) тирик кесимдан ўтган суюқлик сарфи оқим найчаси узунлиги бўйлаб ўзгармас миқдор бўлади: $\frac{\partial Q}{\partial l} = 0$, $Q = const$.

§3. Ёпишқоқ бўлмаган (идеал) суюқлик динамикаси.

Суюқликнинг ҳаракати унга бўлган таъсирлар (массавий куч, босим, қўшимча энергия, иссиқлик оқими,химик реакция, бошқа суюқлик ёки қаттиқ заррачаларни суюқликдаги ҳаракати ва ҳоказолари) натижасида бўлиб, суюқлик заррачаси бу таъсир натижасида тезланиш олади ва унинг параметрлари суюқлик эгалаб турган соҳада ўзгарувчан бўлади. Суюқлик ва газларнинг ҳаракатини унга таъсир (бу ерда асосан куч деб оламиз) этувчи кучдан суюқликнинг ҳаракати боғлиқлигини ўрганувчи фан гидроаэродинамика (агар фақат суюқлик бўлса гидрадинамика) дейилади.

Суюқликка таъсир этувчи кучлар маълум бўлса кўпинча суюқлик заррачаларини ҳаракатлантирувчи миқдорлар — суюқлик эгаллаган хажмнинг ҳар бир элементларида таъсир кучлари натижасида пайдо бўладиган кучларни аниқлайди. Ва шунингдек суюқлик заррачасининг гидродинамик — параметрларини суюқлик эгаллаган ҳажмнинг ҳар бир нуқтасида ихтиёрий он учун аниқлаш, ҳамда хосил бўлган суюқлик харакатини ундаги ёки унинг атрофидаги жисмларга бўлган таъсир кучини аниқлаш суюқлик динамикасини масаласи хисобланади.

Суюқлик эгаллаган ҳар бир элементлар ҳажм ўраган сиртга юзага таъсир этувчи бу кучлар шу юза бўйлаб тақсимланади ва кучнинг ана шу тақсимланган миқдори $\bar{P}_n$ векторлари бўлади ва у юза йўналиши $\vec{n}$ га боғлиқ бўлади. Одатда $\bar{P}_n$ — векторни нормали $\vec{n}$ бўлган юзадаги суюқлик кучланиши дейилади ва бу кучланиш вектори куч таъсири ётган суюқлик сиртнинг нуқтасидан ўтказилган урунма текислиги ва текисликни нормал йўналган $\vec{n}$ вектор бўйича ёйилади ва улар мос равишда $P_{n\tau}$ ва P_{nn} миқдорлар билан ифодаланади.

Ҳосил бўлган миқдорлар $P_{n\tau}$ ва P_{nn} лар мос равишда уринма кучланиш ва нормал кучланишни беради. P_{nn} — нормал кучланиши суюқлик заррачасини $\vec{n}$ бўйлаб ва у суюқлик эгалаган элементар хажмни сиқиш (ёки чўзиш) — яъни хажмини ўзгартиришга олиб келади. $P_{n\tau}$ — уринма кучланиши эса суюқлик заррачасини урунма текислиги бўйлаб харакатлантиради, натижада суюқлик заррачаси шу текислик бўлаб айланма харакатда бўлади ва бу заррачалар шу урунма текисликка параллел бўлган бошқа урунма текислик заррачасига ишқаланиб таъсир этади.

Маълумки, суюқлик ва газлар мувозанат ҳолатида бўлса Паскал қонунига кўра унинг заррачалари ўзи эгаллаган ҳажмни ўраб турувчи сиртга унинг ҳар бир нуқтасида нормал бўйича таъсир этади. Демак мувозанатдаги суюқлик учун урунма кучланиши $P_{n\tau} = 0$ бўлиб, фақат P_{nn} — кучланиш мавжуд бўлар экан.

Суюқлик ва газларнинг шу хусусияти суюқлик харакат қилганда хам сақлансин деб суюқликнинг бир моделини оламиз ва бундай суюқлик учун суюқликнинг барча нуқталари учун $P_{nn} \neq 0$ бўлиб, $P_{nt} = 0$ бўлсин дейилади.

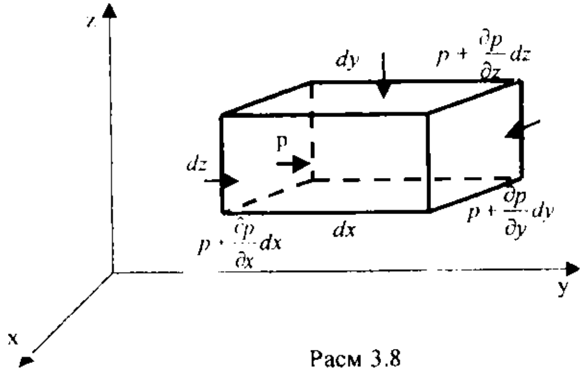
Бундай суюқликга, идеал суюқлик дейилади ва бу моделдаги суюқлик ҳаракати давомида фақат сиқилади (чўзилади) ва унда заррачаларни ўзаро ишқаланиши мавжуд бўлмайди.

Идеал суюқлик модели,суюқ мухитнинг идеаллашган модели бўлиб, у табиат ва техникада мавжуд бўлмайди. Лекин табиат ва техниканинг кўпгина масалаларини ечишда реал суюқлик харакатини идеал суюқлик модели билан алмаштириш натижасида суюқлик харакатининг тезлик ва кучланишлар тақсимоти табиатда кузатиладиган миқдорларни кўпинча сифати баъзан эса миқдоран аниқ натижаларни беради.

Бундай ҳол асосан суюқликда хатто уни идеал суюқлик дейилса хам уринма кучланиш P_{nt} доимо мавжуд, лекин баъзан ана шу уринма кучланиш ундаги P_{nn} нормал кучланишдан анчагина кам булади $|P_{nt}| << |P_{nn}|$ ва у суюқликнинг кинематик ва динамик параметрларга жуда ҳам кам таъсир этади. Унинг учун ҳам идеал суюқлик оқимини ўрганганда унинг оқимдаги ток чизиғи оқим найчаларини ўрганиб, оқимни моделларини тўғри танлаш натижасида ўрганилаётган масалани баъзан аниқ ечимини олиш мумкин бўлади. Шунинг учун ҳам бу йўналишда жуда кўп илмий ишлар бажарилган бўлиб у кўпгина табиий оқимларни ўрганиш масалаларини аниқ ечимини олиниб, аналитик таҳлил қилиш имкониятини беради. Ушбу параграфда биз шу моделдаги суюқликни харакатини ўрганиш учун зарур бўлган тенгламалар системасини олиб, бир қанча оддий масалалар ечимини келтирамиз.

Идеал суюқлик харакат тенгламаси.

Идеал суюқлик эгалаган V хажм ичида чексиз кичик $d\tau$ хажмни оламиз. Уни ўраб турган сиртни параллелепипед деб олиб, қирралари dx,dy ва dz га тенг бўлсин. Суюқлик зичлигини S *(ρқρ(x,y,z,t))* деб олсак шу элементар хажм массаси *dmқρdxdydz* га тенг бўлади. Уларнинг таъсиридаги суюқлик ҳаракат тенгламасини тузамиз. Бу тенгламани Ох ўқига проекциясини тузамиз. Бу йўналиш бўйлаб суюқлик dm массаси унинг шу Ox ўқи бўйлаб тезланиш вектори компонентларига кўпайтмасини оламиз ва инерацион куч ажратилган суюқлик ҳажмининг инерцион кучини Ox ўқига проекцияси бўлади (расм 3.8):



Расм 3.8

$$dF = \rho dxdydz\frac{du}{dt} \tag{3.4.1}$$

бу ерда $u = np_{ox}V$ (V – тезлик векторини Ох ўқига проекцияси). Энди унга таъсир этувчи ташқи ва сиртқи кучларни аниқлаймиз: ташқи куч $\bar{F}$ ни қуйидагича ёзамиз:

$$\bar{F} = \rho\bar{f}dxdydz$$

ташқи кучнинг Ох йўналишига проекциясини ёзамиз (расм3.8):

$$dF^*_x = \rho \cdot F_x dxdydz \tag{3.4.2}$$

Суюқлик эгалаган хажмни ўраб турган сирт параллелпипедга уни ўраб турган сиртга суюқликларни сиртқи босим кучлари таъсир этади ва улар сирт нормали бўйлаб йўналган (идеал суюқлик модели бўлгани учун) бўлади.

Шу таъсирни олсак $P(x,y,z,t)$ деб бу куч сиртга нормал бўлгани ва учун $\bar{P}_n = gradP$ деб олса бўлади, чунки $gradP$ ва $\bar{n}$ векторлар параллел бўлади.

Демак Ох йўналиши бўйлаб таъсир этувчи сиртқи куч (расм 3.8) қуйидагича ёзилади.

$$P_x = \frac{dp}{dx}dxdydz \tag{3.4.3}$$

Ажратилган суюқлик ҳажмига таъсир этувчи кучлар $\vec{F}_x, \vec{P}_x$ лар йиғиндиси унинг инерцион кучига тенг бўлади:

$$\rho \frac{du}{dt} dxdydz = \rho F_x dxdydz - \frac{\partial p}{\partial x} dxdydz$$

Бундан ушбу тенгламани оламиз:

$$\frac{du}{dt} = F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (3.4.4)$$

Шунингдек Oy, Oz ўқлар бўйича ҳам кучлар муносабати ёрдамида ушбу тенгламаларни оламиз:

$$\frac{dv}{dt} = F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{dw}{dt} = F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \qquad (3.4.5)$$

Бу дифференциал тенгламалар системасини биринчи марта Л.Эйлер олган бўлиб, у Эйлер тенгламалар дейилади. Энди шу тенгламани вектор кўринишда ёзамиз, бунинг учун тезлик, босим ва таъсир этувчи кучларни вектор кўринишида ёзиб оламиз:

$$\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k};\ \vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k} \qquad (3.4.6)$$

Бу ерда

$$gradp = \frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k} \qquad (3.4.7)$$

$\vec{V}, \vec{F}, p$ мос равишда суюқлик заррачасининг тезлик, ҳажм бирлигига мос келган массавий куч ва босим дейилади.

Эйлер тенгламасининг вектор кўринишида ёзилиши

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} gradp + \vec{F} \qquad (3.4.8)$$

ёки

$$\frac{d\vec{V}}{dt} + (\vec{V}, \vec{\nabla})\vec{V} = -\frac{1}{\rho} gradp + \vec{F}$$

Бу тенгламаларни координаталар ўқлари бўйича ёзилиши

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t} + F_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + F_y \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + F_z \end{aligned}\right\}$$

IV БОБ. ЁПИШҚОҚ СУЮҚЛИК ДИНАМИКАСИ.
§1 ҲАРАКАТДАГИ ЁПИШҚОҚ СУЮҚЛИКДАГИ КУЧЛАНИШЛАР ВА ҲАРАКАТ ТЕНГЛАМАЛАРИ.

Ёпишқоқ суюқликлардаги кучланишлар.

Суюқлик ташқи таъсир натижасида ҳаракатланади ва бу таъсир унинг эгаллаб турган элементар ҳажмини ўраган $d\sigma$ сиртига тақсимланади. Бу тақсимлаш сиртнинг ҳар бир нуқтасининг координаталарига боғлиқ бўлишдан ташқари шу нуқтадан сиртга ўтказилган уринма текисликнинг йўналишига (унга нормали $\vec{n}$) ҳам боғлиқ бўлади.

Шунинг учун ҳам таъсир $d\sigma$ сиртига (бундай сирт сифатида суюқлик эгаллаган учи $A(x_0, y_0, z_0)$нуқтасида ётган қирралари мос равишда dx,dy,dz га тенг бўлган параллелепипедга суюқлик элементар ҳажмини оламиз) таъсир этувчи кучлар унинг деворига таъсир этадиган кучларнинг параллелепипед ён томонлари бўйича тақсимоти $\vec{P}_x$ (x,y,z,t) $\vec{P}_y$ (x,y,z,t) ва $\vec{P}_z$ (x,y,z,t) векторлар билан аниқланади ва бу векторларнинг ҳар бири олинган базис векторлар $\vec{i}, \vec{j}$ ва $\vec{k}$ бўйича ёйилади:

$$\begin{cases} \vec{p}_x = \vec{p}_{xx}\vec{i} + \vec{p}_{xy}\vec{j} + \vec{p}_{xz}\vec{k} \\ \vec{p}_y = \vec{p}_{yx}\vec{i} + \vec{p}_{yy}\vec{j} + \vec{p}_{yz}\vec{k} \\ \vec{p}_z = \vec{p}_{zx}\vec{i} + \vec{p}_{zy}\vec{j} + \vec{p}_{zz}\vec{k} \end{cases} \qquad (4.1.1)$$

Шундай қилиб, суюқлик ташқи, сиртқи таъсир этувчи кучлари унинг ҳар бир нуқтасида тақсимланиб,кучланишлар ҳосил бўлади ва улар тўққизта миқдор билан аниқланади:

$$\vec{p}_n = \left\{ \begin{Vmatrix} p_{xx} p_{xy} p_{xz} \\ p_{yx} p_{yy} p_{yz} \\ p_{zx} p_{zy} p_{zz} \end{Vmatrix} \right\}$$

Бу ерда p_{xx}, p_{yy}, p_{zz} лар параллелепипед ён томонлари нормалларга мос равишда *Ох, Оу ва Оz* ўқлар бўлган юзалардаги $\vec{P}_x$, $\vec{P}_y$ ва $\vec{P}_z$ кучланиш векторларининг ўқларига проекциялари бўлгани учун бу кучланишларга нормал кучланиш дейилади ва улар шу сиртларни нормали бўйлаб чексиз кичик ҳажмни сиқади (ёки чўзади). Индекслари турлича бўлган ҳолда эса $\{p_{xy}\ p_{xz}\ p_{yx}\ p_{zx}\ p_{yz}\ p_{zy}\}$лар сиртга ўтказилган урунма текислик бўйлаб йўналган ва суюқлик қатлами шу юзалар бўлаб ўзаро ишқаланади ва улар кучланиш векторининг шу текисликлардаги проекциялари бўлади, уларга уринма кучланиш дейилади ва унинг таъсирида суюқлик сиртлари ўзаро ишқаланади.

Идеал суюқлик модели эса кучланишлар сиртига нормал йўналиши маълум бўлиб, унинг урунма йўналишидаги миқдорлари нулга тенг бўлади ва

$$p_{xy} = p_{xz} = p_{yx} = p_{zx} = p_{yz} = p_{zy} = 0$$

яъни суюқликда ички ишқаланиш бўлмайди. Аслида барча суюқликларда ички ишқаланиш мавжуд бўлиб, уринма кучланишлар ҳам нолдан фарқли бўлади. Лекин идеал суюқлик моделида ҳажмий деформация тезлиги ишқаланиш деформация тезлигидан анчагина катта бўлгани учун $P_{xy} \approx 0$, $P_{yz} \approx 0$ ва $P_{zx} \approx 0$ деб олинади.

Ёпишқоқ суюқлик ҳаракат тенгламаси.

Элементар ҳажм — ABCDEKFH параллелепипед ичида жойлашган ёпишқоқ суюқлик массасининг ҳаракат тенгламасини тузамиз. Бунинг учун шу параллелепипед қирралари Ox,Oy ваOz ўқлари бўйича йўналиш юзадаги суюқлик массага таъсир этувчи кучларни йиғиндисини ҳисоблаймиз. Маълумки бу йиғинди Ньютон қонунига кўра шу параллелепипед массасининг тезланиш векторининг Ox,Oy ваOz ўқлари проекциясини параллелепипед ҳажмига кўпайтмасига тенг бўлади.

Расм — 4.1 да ажратилган ABCDEFKFH параделепипед ҳажмнинг томонларига таъсир этувчи кучлар берилган. Шу кучларнинг Ox ўқига проекцияси ёрдамида суюқлик массасининг ҳаракат тенгламасини ёзамиз:

$$dF_x - p_{xx}dydz + (p_{xx} + \frac{\partial p_{xx}}{\partial x})dydz - p_{yx}dxdz + (p_{yx} + \frac{\partial p_{yx}}{\partial y})dxdz - p_{zx}dydx + (p_{zx} + \frac{\partial p_{zx}}{\partial z})dxdy =$$

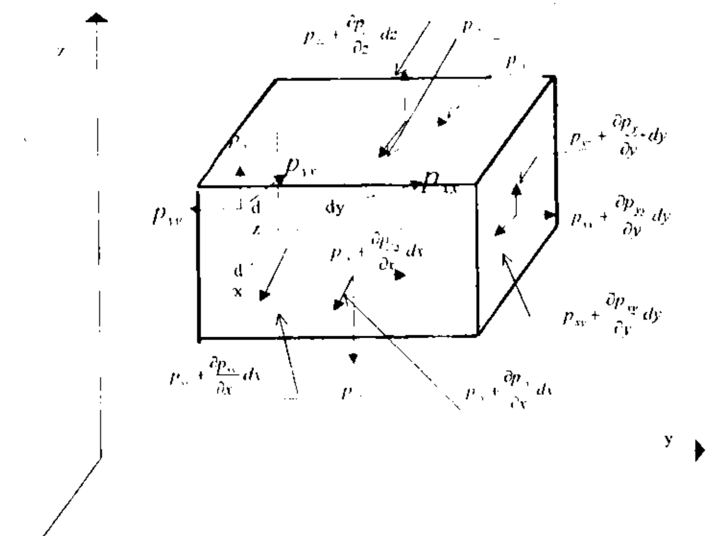
$$= \rho \frac{du}{dt} dxdydz$$

бу ерда $dF_x = \rho F_x dxdydz$ F_x — эса ташқи кучнинг суюқлик масса бирлигига таъсир этувчи F ташқи кучнинг Ox ўқига проекцияси. Олинган тенгликни dxdydz ҳажмга қисқартирсак тенгламани оламиз:

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho F_x + \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zx}}{\partial z} \qquad (4.1.2)$$

Шунингдек Оу, Оz ўқлар бўйича ҳам ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} \rho\frac{dv}{dt} &= \rho F_y + \frac{\partial p_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zy}}{\partial z} \\ \rho\frac{dw}{dt} &= \rho F_z + \frac{\partial p_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zz}}{\partial z} \end{aligned}\right\} \qquad (4.1.3.)$$



Расм 4.1

Шундай қилиб, ёпишқоқ суюқлик заррачасининг ҳаракат тенгламасини олдик. Бу тенгламалар системасида асосан суюқлик заррачасига таъсир этувчи кучлар берилган деб ҳисобласак (4.1.2), (4.1.3) тенгламалар ва узлуксиз тенгламаси ўрта бўлган учта ноъмалум миқдорлар $u, v, w, p_{xx}, p_{xy}, p_{xz}, p_{yx}, p_{yy}, p_{yz}, p_{zx}, p_{zy}, p_{zz}$ ва ρ ни аниқлаш учун етарли эмас. Ёзилган (4.1.2), (4.1.3) лар суюқлик харакат миқдорини ўзгариш қонуниятига кўра олинган бўлиб, энди суюқлик ва газларнинг классик моделлари учун ҳаракат миқдори момент ўзгариши қонуниятидан (4.1.2), (4.1.3) ларни ҳисобга олсак ушбу тенгликлар олинади:

$$p_{xy} = p_{yx},\ p_{yz} = p_{zy},\ p_{zx} = p_{xz} \qquad (4.1.4)$$

Суюқлик оқимининг механик параметрларини аниқлаш учун яна 6 та тенгликни олишимиз керак бўлади. Бунинг учун кучланишлар билан суюқлик заррачаларининг деформация тезликлари билан боғланишини аниқланса, тенгламалар сони етарлича бўлади.

Суюқлик массасининг деформацияси тезлиги ва кучланиши орасидаги муносабат.

Суюқлик массасидаги ҳар бир заррача турли тезликда ҳаракат қилиши натижасида бу заррачалар орасидаги масофа ўзаро ҳолатлари ўзгариб туради. Суюқлик массаси оқувчанлик хусусиятига эга бўлгани учун унинг элементар массасининг силжиш деформацияси анча катта миқдор бўлгани учун суюқлик атрофга тезда ёйилиб кетади. Шунинг учун ҳам суюқлик ва газларни ўрганилганда суюқликнинг деформацияси тезлигини ўрганилади. Суюқлик массасининг кучланишини унинг деформация тезлиги ўзаро тўғри пропорционал бўлишини биринчи маратоба И.Ньютон аниқлаган ва унга Ньютон қонуни дейилади ва ушбу кўринишда ёзилади:

$$\tau_n = \mu \frac{du}{dn}$$

Бу ерда $\frac{du}{dn}$ суюқлик ҳаракат йўналишига кўндаланг йўналиш бўйича олинган градиент бўлиб, u — суюқ заррачаси тезлиги, u нинг O_x йўналишига проекцияси, μ эса суюқликнинг динамик ёпишқоқлик коэффиценти. Бу эса ёнма — ён икки суюқлик сиртини ўзаро ишқалиш коэффицентини беради.

Ҳаракатдаги ёпишқоқ суюқликда уринма кучланишлардан ташқари нормал кучланишлар ҳам мавжуд бўлиб у асосан таъсир йўналишига, юзага боғлиқ бўлади. Нормаллари ўзаро перпендикуляр бўлган учта юзаларга таъсир этувчи нормал кучланишларнинг $p = \frac{p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}}{3}$ йиғиндиси инвариант миқдор бўлиб, у суюқлик ичида олинган ихтиёрий йўналишли юза учун ўринли бўлади. Бу хусусият умуман барча изотроп туташ муҳитлар учун ўринли бўлиб, хусусан суюқлик ва газлар учун ҳам инвариантлик хусусият сақланади. Шунинг учун нормал кучланиш икки қисмга ажратилади. Бири босим деб аталадиган ихтиёрий йўналиш учун умумий бўлган миқдор у суюқликнинг мувозанат ҳолатдаги кучланганлиги бўлиб, иккинчиси эса суюқлик ёпишқоқлиги ҳисобига суюқлик эгаллаган ҳажм шаклини, миқдорини ўзгариши йиғиндиларига тенг деб олинади. Шундай қилиб ёпишқоқ суюқликнинг $\vec{n}$ нормалидаги кучланиши $\vec{P}_n$ икки қисмдан иборат бўлади:

$$\vec{P}_n = \vec{P}_{0n} + \vec{\tau}_n$$

Бу ерда $\vec{P}_{0n}$ – суюқлик, газларнинг мувозанат ҳолатдаги кучланиши, $\vec{\tau}_n$ - суюқлик, газларнинг ҳаракатга келишидан ҳосил бўлган кучланиши. Агар суюқлик заррачасининг тезли вектори $\vec{V}\{u, v, w\}$ бўлса, деформация бўлиши учун ушбу тенглик ўринли бўлади:

$$\tau_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \tau_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right),$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) \qquad (4.1.7)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

Идеал суюқлик модели учун $\mu = 0$ ва $P_{1xy} = P_{1xz} = P_{1yz} = 0$ бўлади бу эса Паскал қонунига мос келади.

(4.1.5), (4.1.6) ва (4.1.7) тенгликлардан ёпишқоқ суюқликлардаги нормал ва урунма кучланишлар учун ёпишқоқ суюқлик заррачаси тезлик вектори компонентлари орқали қуйидагича ёзилади ва буни умумлашган Навье – Стокс қонуни дейилади:

$$
\begin{aligned}
p_{xx} &= -p + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \\
p_{yy} &= -p + 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} \\
p_{zz} &= -p + 2\mu\frac{\partial w}{\partial z} \\
p_{xy} &= p_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\
p_{yz} &= p_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \\
p_{zx} &= p_{xz} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)
\end{aligned}
\qquad (4.1.8)
$$

Ёпишқоқ суюқликнинг ҳаракат тенгламаси.

Юқорида ёпишқоқ суюқлик массасининг ҳаракат миқдорини ўзгаришини унга таъсир этувчи массавий ва сиртқи кучлар ёрдамида олинган ҳаракат тенгламаси кучланишлар учун ёзилган

$$
\rho\frac{dv_i}{dt} = \rho F_i + \nabla_j P_{ij} \qquad i, j \quad (1.3)
$$

тенгламаларга кучланишларнинг тезлик (4.1.8) тенгликлар орқали берилган ифодаларини ўрнига қўйсак сиқилмайдиган суюқлик заррачаси тезлиги, босими ва таъсир этувчи кучга боғланиш тенгламасини оламиз:

$$
\begin{aligned}
\frac{du}{dt} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \gamma\nabla^2 u + F_x \\
\frac{dv}{dt} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \gamma\nabla^2 v + F_y \\
\frac{dw}{dt} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \gamma\nabla^2 w + F_z
\end{aligned}
$$

Бу ерда $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ Лаплас оператори, $\gamma = \frac{\mu}{\rho}$ суюқликнинг кинематик ёпишқоқлик коэффиценти. (4.1.9) тенгламада кнематик ёпишқоқлик коэффециенти γ ўзгармас миқдор деб олинган бўлиб, суюқлик сиқилмайдиган деб ҳисобланган ва шунингдек $\rho = const$ бўлишини ҳисобга олинган Гидравликада асосан сиқилмайдиган суюқликни кўрилади.

Энди (4.1.9) тенгламада берилган тезланишни локал ва конвектив қисмларга ажратиб ёзсак Навье – Стокс тенгламаси ушбу кўринишни олади:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\gamma\nabla^2 u,\\
&\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\gamma\nabla^2 v,\\
&\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=F_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\gamma\nabla^2 w
\end{aligned}
\qquad (4.1.10)
$$

Олинган тенгламани вектор кўринишида(Эйлер тенгламаси):

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}+(\vec{V}\nabla)\vec{V}=\vec{F}-\frac{1}{\rho}grad p+\gamma\nabla^2\vec{V} \qquad (4.1.11)$$

ёки Громеко – Ламб тенгламаси:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}+grad\frac{V^2}{r}+2[\vec{\omega},\vec{v}]=\vec{F}-\frac{1}{\rho}grad p+\gamma\nabla^2\vec{V} \qquad (4.1.12)$$

кўринишида ёзиш мумкин.

Бу ерда $\nabla^2 f=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ Лаплас оператори. Умуман олганда, суюқликнинг динамик ёпишқоқлик коэфициенти μ, босим p ва ҳаррорат T функцияси бўлади. Бу ерда $\mu = const$ деб қабул қилинган.

Одатда ташқи – массавий куч вектори $\vec{F}$ берилган ҳисобланади суюқликнинг зичлиги ва ёпишқоқлик кинематик коэффициентларини ўзгармас миқдор деб ҳисобланади. Бу ҳолда олинган (4.1.10) тенгламалар системасида тезлик вектори компонентлари u,v,w ва босим ноъмалум ҳисобланади (ташқи куч берилган ρ – зичлик ўзгармас) ҳисобланади. Шунинг учун ҳам (4.1.10) тенгламалар системаси, узлуксизлик тенгламаси билан биргаликда 4 та ноъмалумли 4 та тенгламалар системасини беради. Бу тенгламалар системаси Навье – Стокс тенгламаси дейилади.

Олинган тенгламалар системасини учун бошланғич ва чегаравий шартлар берилиши керак бўлади. Бошланғич шарт сифатида тезлик ва босимнинг суюқлик эгаллаган ҳажм нуқталаридаги тезлик ва босимларини бошланғич ондаги қийматлари

$$
\begin{aligned}
&u(x,y,z,0)=\varphi_1(x,y,z), v(x,y,z,0)=\varphi_2(x,y,z),\\
&P(x,y,z,0)=P_0(x,y,z), w(x,y,z,0)=\varphi_3(x,y,z).
\end{aligned} \tag{4.1.12}
$$

Чегаравий шартлар сифатида суюқлик эгаллаган ҳажмни ўраб турган сирт $S=S_1+S_2+S_3$ уч хил сиртдан иборат бўлади.

а) S_1 – Сирт қаттиқ жисм бўлиб, унда суюқлик заррачаси шу сиртга ёпишган ҳисобланади ва унинг тезлиги, шу нуқтадаги қаттиқ жисм тезлигига тенг ҳисобланади, жисм қўзғалмас бўлса ундан суюқлик заррачаси қўзғалмас бўлиб, тезлиги нолга тенг бўлади.

б) S_2 – сирт эркин сирт бўлса, бу сирт бўйлаб ундаги ички ва ташқи муҳитлар кучланишлари тенг бўлади. Агар суюқлик ташқарисидаги муҳит қўзғалмас бўлса суюқликнинг тезлиги ва босими ўзгармас миқдор бўлади.

в) S_3 – сирт икки хил ўзаро аралашмайдиган суюқликларни ажратувчи сиртлар, бу ҳолда унинг ҳар бир нуқтасидаги босимлари ташқи суюқлик босимига тенг бўлади.

Бу шартлар яна суюқликни чегаралаб турган сирт унинг кўп нуқталари учун ток чизиғи бўлади ва ўзгармас бўлади.

Агар ташқи кучлар консерватив $\vec{F}=-grad\Pi$, оқим муътадил бўлса, ёпишқоқ суюқликнинг Громеко – Ламб кўринишидаги тенгламаси (4.1.11) координата ўқлари бўйича қуйидагича ёзилади:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{V^2}{2}+\Pi+\frac{p}{\rho}\right)+\gamma\nabla^2 u=2\left(w\omega_y-v\omega_z\right)\\
&\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{V^2}{2}+\Pi+\frac{p}{\rho}\right)+\gamma\nabla^2 v=2\left(u\omega_z-w\omega_x\right)\\
&\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{V^2}{2}+\Pi+\frac{p}{\rho}\right)+\gamma\nabla^2 w=2\left(v\omega_x-u\omega_y\right)
\end{aligned} \tag{4.1.13}
$$

Олинган тенгламаларни dx,dy,dz ларга кўпайтириб қўшсак ушбу кўринишни олинади:

$$
d\left(\Pi+\frac{p}{\rho}+\frac{V^2}{\rho}\right)-\gamma\left[\nabla^2\left(udx+vdy+wdz\right)\right]=-2\begin{vmatrix} dx & dy & dz\\ \omega_x & \omega_y & \omega_z\\ u & v & w\end{vmatrix}=-2([d\vec{r},\vec{\omega}],\vec{V}) \tag{4.1.14}
$$

Олинган тенгликни L_1 – ток чизиғи деб олсак бу чизиқ бўйлаб $d\vec{r}\|\vec{V}$ бўлгани учун (4.1.14) тенгликнинг ўнг тарафидаги детерменант нолга тенг бўлади.

$dA = \gamma\nabla^2(udx + vdy + wdz) = \gamma\nabla^2(\vec{V}, d\vec{r})$ миқдор суюқлик массасининг ток чизиғи бўйлаб йўналган бўлиб, у ёпишқоқлик кучларини ток чиғиги бўйлаб силжиши учун бажарилган иш бўлади.

Охирги тенгликдан $dB + dA = 0$. Бу ерда $B = \left[\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{\rho} + \Pi\right]$.

Бундан L_q ток чизиғи бўйлаб ушбу тенгликни оламиз:

$$B + A = const$$

Шундай қилиб, агар бажарилган иш тўлиқ дифферинциал бўлса, идеал суюқлик каби бу ерда ҳам биринчи интегрални олиш мумкин:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + \Pi + A = const \tag{4.1.15}$$

Бу тенглик ток сирти, уюрма сирти ва винт сирти бўйлаб ўзгармас миқдор бўлади. Суюқлик идеал бўлса ёпишқоқ кучлар бажарган иш нул бўлади.

Шундай қилиб, ток чизиғи бўйлаб ёпишқоқ суюқлик учун Бернулли интегралини оламиз.

Суюқликнинг ёпишқоқлик кучларини енгиш учун иш бажаришига сарф бўлган энергия A – бўлиб у суюқликнинг оғирлик бирлигига мос келади ва у энергия дейилади ва механик энергиядан иссиқлик энергиясига айланади. Бу жараён асосан қайтмас жараён бўлади.

Олинган (4.1.15) тенгламадан ёпишқоқ суюқликнинг ток найчасини олсак унинг икки кўндаланг кесими учун ушбу тенглик ўринли бўлади:

$$\Pi_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + A_1 = \Pi_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + A_2 .$$

Кўпинча $A_2 > A_1$ бўлади, шунинг учун охирги тенглик

$\frac{A_2 - A_1}{g} = h_{TAZ}$ деб белгиласак.

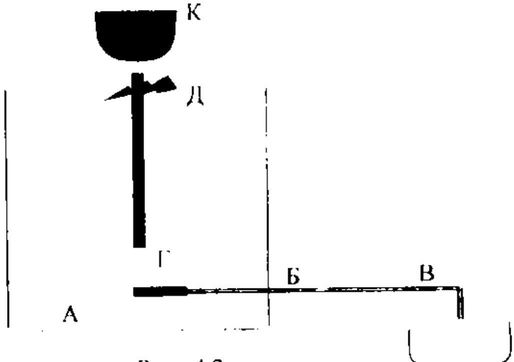
Бу ерда h_{TAZ} суюқликдаги ишқаланиш кучи ҳисобига йўқолган солиштирма энергия – тазийқни йўқолиши дейилади.

Охирги тенглик сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликнинг элементар найчасидаги муътадил оғирлик кучи таъсиридаги тенгламаси деб ҳисобланади ва уни Бернулли тенгламаси дейилади. Суюқлик оқимини ўрганишда ундаги энергиянинг ўзгариши катта аҳамиятга эга бўлиб, буни кенгроқ қилиб, кейинги бобларда баён қиламиз.

§2.Суюқлик ва газларнинг ламинар ва турбулент тарздаги оқимлари.

Суюқлик ва газлар оқимлари тажрибавий ўрганилганда,оқимнинг сифати турлича бўлиши аниқланган.Агар ёпишқоқ суюқлик нисбатан кичик тезликда маълум бир сиқилган ҳолатда (капилярда,тор тешикларда,ва ҳоказоларда) ҳаракат қилганда унинг заррачалари анча тартибли ҳаракатда бўлиб,суюқликнинг айрим оқим найчалари бошқалари билан аралашмай ҳаракат қилади.Суюқликнинг бундай ҳаракатини ёпишқоқ суюқликнинг ламинар тарздаги ҳаракати,қисқача ламинар оқими дейилади.Бу ҳолда суюқлик заррачасининг траекторияси L_{l} чизиқ узлуксиз бўлиб,у бошқалари билан кесишмайди.Шунингдек оқим тезлиги ошса,ёки ундаги,ёки ундаги ташқи таъсирлар камайса суюқлик заррачалари ҳаракатида эркинлик ошса,суюқлик заррачалари ҳаракати тартибсиз бўла бошлайди ва у ўзининг сокин ҳаракатидаги L_{v} траекториясидан чиқиб,қўшни траекторияга ўтиб,суюқлик заррачаларига аралашиб кетиши мумкин.Ёпишқоқ суюқликнинг бундай тарздаги ҳаракатига турбулент ҳаракат дейилади.Бу ҳолда суюқлик оқими соҳасида уни интенсив равишда аралашуви кузатилади ва заррачаларнинг тезликлари миқдоран ва йўналишлраи бўйича тез – тез ўзгариб туради,масалан табиатда сув,ҳаво,газларнинг ҳаракати.Бундай турли тарздаги оқимнинг мавжудлигини биридан иккинчисига ўтишини О.Рейнольдс ўзининг тажрибавий асбобида аниқлаб,суюқликда икки тарздаги оқим мавжуд бўлишини кўрсатган (расм – 4.2).

А идишда тоза рангсиз суюқлик (сув) билан тўлдирилган бўлиб,у Б найча орқали идишга оқиб тушиши мумкин бўлсин.В,Б найчага қўйилган вентил ,Б найчадан суюқлик оқиб чиқса ҳам А идишдаги суюқлик баландлиги (Нқconst) ўзгармас сақланади.Шу А идиш ўртасида ингичка найча жойлашган бўлиб,у Б найча ичига кирган ва у К идишга боғланган бўлсин.К идишда рангли суюқлик бўлиб,Д кран очилса суюқлик Г найча орқали Б найчадаги суюқлик билан бирга оқади.Агар В ва Д кранлар кичкина очилса Б найча бўйлаб рангсиз оқим ўртасида жуда кичик диаметрли рангли оқим ҳосил бўлиши кўрилади.Бу эса ламинар оқимни кўрсатади.Д кран кўпроқ очилиши натижасида рангли оқим диаметри ошади ва у атрофдаги рангсиз оқимга тарқала бошлайди ва бирор масофадан кейин,Б найчадаги барча оқим рангли бўлади,яъни рангли оқим заррачалари рангсиз оқим заррачалари билан бирга оқади.Бундай оқим турбулент тарздаги оқим ҳисобланади.



(4.2)

Расм 4.2

Оқим тезлигини,найча диаметрини ҳамда суюқлик ёпишқоқлик коэффицентини ўзгариши натижасида оқим ламинар оқимдан турбулент оқимга ўтишини Рейнольдс кузатган ва уни аниқлаш учун Рейнольдс сонини киритган.

$$Re = \frac{\rho V d}{\mu} = \frac{Vd}{\gamma} \qquad (4.2.1)$$

Бу ерда V – оқимнинг ўртача тезлиги,d – қувур (най) диаметри, μ, γ – суюқликнинг динамик ва ёпишқоқлик коэффицентлари. Оқим турларининг ўзгариш чегараси Re сони билан аниқланади. Масалан, Шиллернинг бажарган кўп тажрибаларидан қувурдаги суюқлик оқими $Re<2320$ да ламинар оқим бўлиб,$Re>2320$ бўлганда турбулент бўлиши аниқланган. $Re=2320$ – суюқлик оқими учун критик Рейнольдс сони дейилади ва Re_{kp} деб белгиланади. Ҳар бир оқим учун Рейнольдснинг критик сони турлича. Масалан шарнинг ҳаводаги ҳаракатида,шар атрофидаги ҳаво ҳаракати учун Рейнольдснинг критик сони $Re_{kp}=3{,}65\cdot10^5$. Оқим атрофидаги шароитларни ўзгариши натижасида Рейнольдснинг катта сонларида ҳам ламинар оқим бўлиши мумкинлиги аниқланган

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{4Q}{\pi\nu d} = \frac{4G}{\pi\mu g d} \qquad (4.2.2)$$

Шундай қилиб,турбулент оқимда суюқлик заррачаларининг тезликлари миқдоран ва йўналиши бўйича кескин ўзгариши мумкинлиги аниқланди. Шунинг учун ҳам Рейнольдс ,суюқликнинг турбулент оқимини ўрганиш учун унинг барча параметрларини икки қисмга ажратиб ўрганишни тавсия қилди.Аввало вақт бўйича ўртача миқдор тушунчаси киритилади.$a(x,y,z,t)$ вақт бўйича ўртача миқдори деб $\bar{a} = \frac{1}{T}\int_0^T a dt$ олинади. Шунинг учун ҳам а миқдорни a асосан $a = \bar{a} + a'$ кўринишда олинади, бу ерда $\bar{a}$ – ўртача миқдор,a' пульсацияли ўзгариш дейилади.

$$\vec{V} = \bar{\vec{V}} + \vec{V}', P = \bar{P} + P', \rho = \bar{\rho} + \rho', T = \bar{T} + T' \qquad (4.2.3)$$

Бу ерда $\bar{V}, \bar{P}, \bar{\rho}, \bar{T}$ – лар суюқлик заррачасининг ўртача тезлиги, босими, зичлиги ва ҳарорати дейилади. V', P', ρ', T' лар суюқлик заррачасининг пулсацияли ҳаракат тезлиги, босими, зичлиги ва ҳарорати дейилади. Улар ушбу тенгликлар билан аниқланади:

$$\bar{\vec{V}} = \frac{1}{T}\int_0^T \vec{V} dt, \quad \bar{P} = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} P dt, \quad \bar{\rho} = \frac{1}{T}\int_0^T \rho dt, \quad \bar{T} = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} T dt \qquad (4.2.4)$$

Ёпишқоқ суюқлик ҳаракати ўрганганилганда, унинг ҳаракат тенгламасида ва ҳароратни ўзгариши тенгламаларида V', T' ларга хос бўлган $\overline{VT'} = 0$ бўлиб, $\overline{V'T'} \neq 0$, $\overline{TT'} \neq 0$ эканини ҳисобга олиб тенгламаларни олиш мумкин. Натижада пульсацион миқдорлар учун тенгламалар олинишини О.Рейнольдс кўрсатган. Суюқлик ҳусусияти,оқим шароити, суюқлик атрофидаги шароитларга кўра турбулент оқим тарзини ифодаловчи $\overline{u'^2}, \overline{v'^2}, \overline{w'^2}, \overline{u'v'}, \overline{u'w'}, \overline{v'w'}$ миқдорларни $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ лар орқали ифодалаш анча мураккаб бўлиб, бу муаммо хусусий ҳоллар учунгина ҳал этилган. Прандтлнинг аралашув узунлиги R анча кичик бўлган оқим учун модели, унинг чизиқли модели, Бэтчелорнинг бир жинсли турбулент модели ҳамда атмосферадаги оқим учун эҳтимоллар назарияси ёрдамида қурилган Н.А.Колмогоров моделлари ва бошқалар мавжуд. Қуйида биз юқорида саналган моделлар ичида энг соддаси Прандтл моделидаги ёпишқоқ суюқлик оқимини кўрамиз.

§3 Ёпишқоқ суюқлик ҳаракатини содда масалалари. Ёпишқоқ суюқликнинг қувурдаги ламинар оқими.

Ёпишқоқ суюқлик ҳаракатининг оддий масалалари сифатида унинг чексиз кичик узун цилиндрик қувурдаги ҳаракатини кўрамиз. Кўндаланг кесими R радиусли айлана бўлган чексиз узун цилиндрик қувурда ёпишқоқ суюқлик ламинар оқим масаласини кўрамиз. Oz ўқи цилиндр бўйлаб йўналган бўлсин ва суюқлик заррачасининг ҳаракат траекторияси бу ўққа параллел бўлсин, бу ҳолда суюқлик тезлик векторининг кўндаланг йўналишдаги компонентлари нолга $(v=0, u=0)$ тенг бўлади ва Навье–Стокс тенгламаси ушбу кўринишга келади:

$$\frac{\partial p}{\partial z}=\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)-\rho\frac{\partial u}{\partial t};\ \frac{\partial p}{\partial y}=0,\ \frac{\partial p}{\partial x}=0 \qquad (4.3.1)$$

Шундай қилиб бу тенгламалар ва Навье–Стокс тенгламаларидан босим $p=p(z,t)$ ўзгарувчилари тезлик эса $u(x,y,t)$ ёки (x,y,t) лар функцияси бўлар экан. Тенгликнинг ўнг тарафи (z,t) ўзгарувчиларнинг функцияси,чап тарафи эса (x,y,t) функцияси бўлгани учун бўлгани учун $\frac{\partial p}{\partial z}=i^*=const$ деб оламиз ва қуйидаги тенгламани оламиз

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\mu}{\rho}\nabla u+\frac{i^*}{\rho}.$$

Бу тенгламани ечиш учун $u|_{t=t_0}=f(x,y)$ бошланғич шарт олинади. Ёпишқоқ суюқликнинг кўндаланг кесими доира бўлган қувурдаги муътадил оқим кўрилса (4.3.2) тенглама $\nabla^2 u=\frac{i^*}{\mu}$ кўринишга келади ва унинг ечимини қуйидагича ёзиш мумкин $u=\frac{i^*}{4\mu}\left(R^2-r^2\right)+C$ Чегаравий шартлардан ушбу ечимни оламиз $u=\frac{i^*}{4\mu}\left(R^2-r^2\right)$.

Қувур кўндаланг кесимидан вақт бирлиги ичида ўтадиган суюқлик миқдори учун $Q=2\pi\int_0^R rU^2dr$ – бундан суюқлик сарфи учун Пуазель формуласини оламиз

$$Q=\frac{\pi i^* R^4}{8\mu}$$

Бу формула техникада кўп тадбиққа эга: масалан, водопроводларда сув тақсимоти, суюқлик, газлар ва бошқа муҳитларни қувурларда узоқ масофага етказиш масалаларини ечиш, турли конструкцияли механизация асбобларини ясаш ҳисоботига ва бошқаларга тадбиқ қилиниши мумкин.

Ёпишқоқ суюқликнинг шар атрофидаги ҳаракати.

Жисм ёпишқоқ суюқлик ичидаги ҳаракати масаласи Навье – Стокс тенгламасини ечишга келтирилади ва уни аналитик ечиш анча мураккаб ҳисобланади, чунки унинг конвектив қисми чизиқсиз. Бу тенгламаларни чизиқли кўринишга келтириш учун баъзи бир гипотезаларни қабул қилишга тўғри келади.

Стокснинг тақрибий ечими. Шар формасидаги қаттиқ ечим қўзғалмас суюқликда V_0 тезликда Ox бўйлаб мўътадил ҳаракатда бўлсин. Координата бошини шар марказига қўйиб уни шар билан бирга кўчсин десак, ёпишқоқ суюқлик шарни оқиб ўтаётган бўлади ва (4.3.1) тенгламалар системаси бу ҳол учун қуйидагича ёзилади: $div\vec{v} = 0, grad p = \mu\Delta\vec{v}$

Иккинчи тенгламадан дивергенция опеациясини бажарсак, $div grad p = \nabla^2 p$ бўлади ва $div\vec{v} = 0$ бўлгани учун босим учун Лаплас тенгламасини оламиз: $\nabla^2 p = 0$. Ҳосил бўлган оқим мўътадил ва Ox ўққа симметрик бўлгани учун $\frac{\partial p}{\partial \Theta} = 0$ бўлади. Бундан босим учун ушбу тенгламани оламиз

$$\nabla^2 p = 0$$

Бу тенгламани хусусий ечими сифатида $p = p_0 + \frac{\mu R}{r^3} x$ функция бу ерда $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ олинса бўлади.

Бундан суюқлик заррачасининг тезлигини ушбу тенгламалардан олиш мумкин: $\Delta u = \frac{1}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}; \Delta v = \frac{1}{\mu}\frac{\partial p}{\partial y}; \Delta w = \frac{1}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}$.

Олинган ҳар бир Пуассон тенгламасини сфера ташқариси учун ечимлари сифатида олинган суюқлик заррачаларининг тезликлари қуйидагича ёзилади:

$$u = -\frac{3}{4} R V_0 \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right)\frac{x^2}{r^3} - \frac{3}{4} V_0 \frac{R^2}{r^2} + V_0,$$

$$v = \frac{3}{4} R V_0 \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right)\frac{xy}{r^3}, \qquad w = \frac{3}{4} R V_0 \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right)\frac{xz}{r^3}$$

Бу тезлик ва босим тақсимотидан фойдаланиб сфера сиртига таъсир этувчи кучланишларни ҳисоблаш мумкин. Шарнинг ҳаракатига ёпишқоқ суюқлик қаршилик кучи ушбу формуладан аниқланади: $A = \int P_n dr$ Бу кучни O_x ўқи бўйлаб таъсир этувчи куч проекциясини ҳисоблаймиз:

$$W = np_{nx} A = 18\mu\pi R V_0 \int \frac{\lambda d\lambda}{\left(1+\lambda^2\right)^3} = 6\mu\pi R V_0$$

Буни Стокс формуласи деб атаймиз.

Ёпишқоқ суюқликнинг шар атрофидаги ҳаракати учун Озееннинг тақрибий ечими.

Стокс ечимида шар суюқликда аста секин ҳаракатланаётган деб ҳисобланган эди. Энди шар ёпишқоқ суюқликда ўзгармас тезлик билан ҳаракатда бўлган ҳолни кўрамиз. Бу ерда суюқлик заррачасининг тезлиги $V = V_\infty + u'$ бўлиб, $\frac{u'}{V_\infty} \ll 1$ деб ҳисобланса Навье – Стокс тенгламаси (4.1.10) чизиқли бўлади (конвектив қисми ҳам чизиқли) ва бу тенгламанинг ечими Озеен – Гольдштейн томонидан олинган бўлиб, бу ерда шарнинг қаршилик коэффицентини келтирамиз

$$C_x = \frac{24}{\text{Re}}\left(1 + \frac{3}{16}\text{Re} - \frac{13}{1280}\text{Re}^2 + \dots\right)$$

Бу ерда Re – Рейнольдс сони ошган сари. Озеен ечими тажриба натижасига яқинлашган бўлса ҳам, Re сони маълум миқдорда ошгач, шар суюқликда тебрана бошлайди. Озеен ечимида бу ҳол ҳисобга олинмаган. Шунинг учун ҳам Озеен ечими маълум бир тезликкача ўринли бўлади. Шар қаршилиги учун Буссинекс формуласи:

$$W = 6\mu a V(t) + \frac{2}{3}\pi\rho a^3 V'(t) + 6\pi\mu a\left[\frac{a}{\sqrt{\pi\gamma}}\int_0^t \frac{V(\tau)}{\sqrt{t}}\frac{d\upsilon}{\tau} - 2a^2\sqrt{\frac{\pi\mu\rho}{t}}V(0)\right]$$

Бу ерда $V(t)$ – шар тезлиги.

<u>Ёпишқоқ суюқликларда уюрманинг тарқалиши.</u>

Ёпишқоқ суюкликнинг бирор G_0 соҳасида ҳосил бўлган уюрма унинг ҳажми бўйлаб уюрма вектори бутун суюқлик массаси бўйлаб тарқалади ва турли ҳаракатли жисмда ҳароратни текисланиб бориш жараёни каби суюқликнинг бутун ҳажми бўйлаб тарқалади. Уюрмани ёпишқоқ суюқлик бўйлаб тарқалиши, диффузияси масаласини Навье Стокс тенгламасининг конвектив қисмини Громеко Лэмб кўринишида ёзиб, ундаги rot операцияси бажарилади ва $rot\vec v = 2\vec\omega$ эканлиги ҳисобга олинса, суюқлик заррачасининг бурчак тезлигини аниқлаш учун Гельмгольц тенгламасини оламиз: $\frac{\partial\vec\omega}{\partial t} + \vec\omega div\vec v = (\vec\omega,\vec v)\vec v + \nu\nabla^2\vec\omega$

Суюқлик сиқилмайдиган бўлса, узлуксизлик тенгламасига кўра ушбуни ёза оламиз:

$$\frac{\partial\vec\omega}{\partial t} = (\vec\omega,\vec v)\vec v + \nu\nabla^2\vec\omega \qquad (4.3.5)$$

Агар кўзғалмас суюқликнинг бирор нуқтасида уюрма $\vec\omega = \vec\omega_0$ бурчак тезлигида пайдо бўлса, у ҳолда охирги тенгламадан конвектив миқдорни $(\vec\omega\vec\nabla)\vec v$ чексиз кичик миқдор сифатида қабул қилиб, тенгламани соддалаштириш мумкин. Масалан мувозанат ҳолатдаги суюқликда Oz ўқига параллел бурчак тезликли уюрма $\vec\omega = \omega_z\vec k$ бўлса, ундан ҳосил бўладиган суюқлик заррачаларининг ҳаракати асосан $\vec\omega$ векторга перпендикуляр текисликка параллел бўлган текисликларда айланма ҳаракатда бўлади. Бу текисликка нормал йўналишдаги заррача тезликка эга бўлмайди$(w=0)$. Бу ҳолда заррачанинг бурчак тезлиги шу текисликка перендикуляр йўналган бўлиб, бошқа йўналишга проекцияси нолга тенг бўлади ва бурчакли тезликни аниқлаш учун (4.3.5) тенгламадан қуйидаги тенгламани оламиз $\frac{\partial\omega_z}{\partial t} = \frac{\mu}{\rho}\Delta^2\omega_z$. Бу тенгламани чексиз катта соҳада жойлашган ёпишқоқ суюқлик учун автомодел ечими қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\omega_z = \omega_{z0}\exp\left(-\frac{r^2}{\nu t}\right)$$

Энди чекли қувватли тўғри чизиқли уюрмани мувозанат ҳолатдаги суюқликда тарқалишини кўрайлик:

$$\frac{\partial\omega_z}{\partial z} = \nu\left(\frac{\partial^2\omega_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\omega_z}{\partial r}\right) \qquad (4.3.6)$$

Уюрманинг интенсивлиги Γ — уюрма циркуляцияси $0<r<R$ да ўзгармас миқдор бўлгани учун: $\Gamma = 2\int_0^r\int_0^{2\pi}\omega_z r dr d\theta = const$ тенглик ўринли бўлади. Бу берилган тенглама учун

бошланиши шарт бўлади. Суюқликнинг бурчакли тезлигини ушбу кўринишида қидирамиз: $\omega = \frac{1}{\nu t}\varphi(\xi)$ ва $\xi = \frac{r^2}{\nu t}$ алмаштиришни киритсак (4.3.6) тенгламани ушбу оддий дифференциал тенгламага келтириш мумкин:

$$4[\xi\psi'' + \psi'] + \xi\psi' + \psi = 0$$

уни бир марта ξ бўйича интеграллласак $\xi\psi + 4\xi\psi' = C$ бўлади $\varphi(0)$ ва $\varphi'(0)$ чекли миқдор бўлгани учун $C = 0$. Шундай қилиб изланаётган функция учун ушбу ифодани оламиз: $\psi = Ae^{-\xi/4}$. Бундан бурчакли тезликни топамиз $V_n = V_n\frac{S_n}{S_k}$, (4.3.6) тенгликдан номаълум миқдор A ни топиш учун уюрма циркуляциясини топамиз:

$$\Gamma(r,t) = 4\pi\frac{1}{\nu t}A\int_0^r re^{-\frac{r^2}{4\nu t}}dr = 8A\Gamma\left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\nu t}}\right) \qquad (4.3.7)$$

$r \to \infty, t \to 0$ да (4.3.7) шартдан $\Gamma = 8\pi A$ тенгликни оламиз. Бундан $A = \frac{1}{8\pi}$ тенгликни оламиз ва (4.3.6) тенгламани ечимини топамиз

$$\omega = \frac{1}{8\pi\nu t}\left(\exp\frac{-r^2}{4\nu t}\right) \qquad (4.3.8)$$

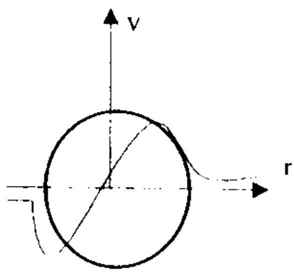
Ёпишқоқ суюқлик заррачасининг уюрма натижасида ҳосил бўлган тезлигини топамиз:

$$v(r,t) = \frac{\Gamma}{2\pi r}\left(1 - \exp\frac{-r^2}{4\nu t}\right) \quad (4.3.9).$$

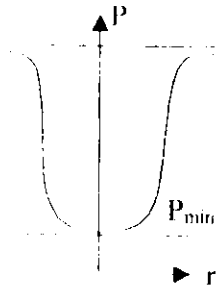
$\nu \to 0$ бўлганда тўғри чизиқли уюрмадан ҳосил бўлган уюманинг идеал суюқликда тарқалишидан ҳосил бўлган тезликни топамиз $v(r,t) = \frac{\Gamma}{2\pi r}$. Энди идеал сиқилмайдиган суюқликда радиуси R бўлган цилиндрик уюрмадан ҳосил бўлган босим тақсимотини аниқлаймиз: $\rho a_n = -\frac{\partial p}{\partial r}$, $a_n = -\rho\frac{v^2}{r}$ бўлгани учун ушбу тенгликни оламиз:

$$P = P_0 + \int_r^{\infty}\rho\frac{v^2}{r}dr \qquad (4.3.10)$$

(4.3.10) тенгликдан фойдаланиб цилиндрик уюрма ташқарисида суюқлик заррачасининг босимини аниқлаймиз: $P = P_\infty - \rho\frac{\omega^2 R^4}{2r^2}$. Шунингдек цилиндрик уюрма ичида босим учун ушбу тақсимотини оламиз: $P - P_0 \; \rho\omega^2 R \;, \frac{\rho\omega^2 r^2}{2}$. Цилиндрик уюрма марказида босим энг кичик қийматни қабул қилар экани уюрма марказида босим минимал қийматга эга бўлгани учун у ерда, табиатда дарё, кўллар ва чўлларда ҳосил бўладиган уюрмалар марказида сув, ганч ва бошқа предметларни ютиш жараёни ҳосил қилади. Самолёт, корабль ортида ҳам уюрмалар бўлиб, мос равишда шундай босимни (узилиш) минимал зоналари ҳосил бўлади ва натижада кутилмаган ҳаракатлар пайдо бўлади. (4.4)



4.3



4.4

§4.4 Иккита бир хил радиусли доиравий пластинкалар орасидаги ёпишқоқ суюқлик ҳаракати.

Бир хил R радиусли иккита пластинка (расм 16) tқ0 онда ўзаро параллел жойлашган бўлиб, ораларидаги масофа h бўлсин. Қуйидаги пластинка AB қўзғалмас ,юқоридаги CD пластинка эса AB пластинкага қараб, V_0 тезликда $(V_0 = const)$ вертикал Oz ўқи бўйлаб ҳаракатда бўлсин.

Пластинкалар бир—бирига анча яқин ҳолда $\frac{h}{R} << 1$ суюқлик ҳаракатини ўрганайлик .Бу ҳолда суюқлик заррачаси учун $V_r << V_r$ ва $\frac{\partial V_r}{\partial r} << \frac{\partial V_r}{\partial z}$ бўлади ,яъни суюқлик асосан радиус бўйлаб ҳаракат қилади ва у пластинкалар орасидан сиқиб чиқарилади .

Ҳаракат тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\mu\frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial r}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial r V_r}{\partial r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$$

Узлуксизлик тенгламаси

Чегаравий шартлар : $z = 0$ да $V_r = V_z = 0$

$z = h$ да $V_r = 0, V_z = -V_0$

Бу шартларни қаноатлантирадиган ечим :

$V_r = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial r} z(z-h)$ ва $V_z = -\frac{h^3}{2\mu^2}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dp}{dr}\right)$ бўлади. Пластинкалар орасидаги масофа h анча кичик ва у яна қисқариб боришини ҳисобга олсак $V_z = V_0 = const$ бўлади ва бундан суюқликдаги босимни аниқлаш мумкин :

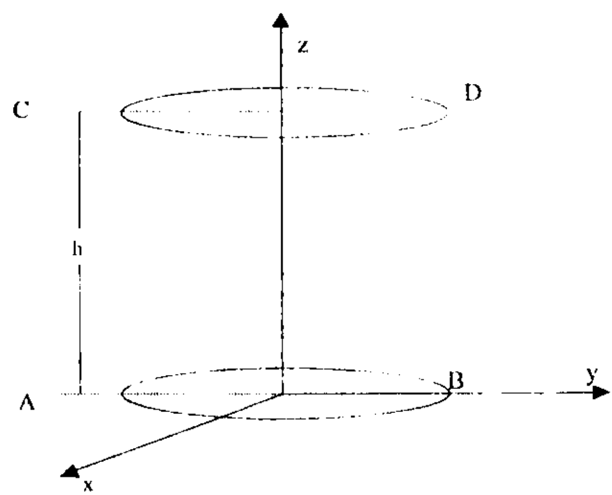
$$P = P_a + \frac{3\mu V_0}{h^3}(R^2 - r^2)$$

$P_a = P(r)$ пластинкалардан ташқаридаги босим. Бундан пластинкага таъсир этувчи босимни аниқлаш мумкин :

$$F = \frac{3\pi\mu V_0 R^4}{2h^3}$$

Қаршилик коэффициенти

$$c_F = \frac{2}{3}\left(\frac{R}{h}\right)^2 \frac{1}{Re}$$



Расм 4.5

Бу ерда $Re = \frac{V_0 h}{\nu}$ Рейнольдс сони. Суюқлик заррачасининг тезлиги тақсимоти $V = V_0 = const$, $V_z = 3V_0 \frac{(h-z)r}{h}$

Бундан қанча суюқлик сиқиб чиқарилишини аниқлаш мумкин : $Q = 2\pi R \int_0^{h_k} V_z dz = 3\pi V_0 R^2 \left(\frac{h_k}{h}\right)^3$

Шундай қилиб, қуйидаги пластинкага бўлган босим коэффициенти учун ушбу тенглик олинади:

$$c_f = \frac{2}{3}\left(\frac{R}{h}\right)^2 \frac{1}{Re}$$

Натижада суюқликлар орасидан чиқадиган суюқлик сарфи: $Q = 3\pi V_0 R^2 \left(\frac{h_k}{h}\right)$ га тенг экан. Пластинкалар орасидаги масофа h_k га етгач тўхтайди.

§5. Қувурдаги ёпишқоқ суюқлик турбулент оқими.

Кўндаланг кесими R – радиусли доира бўлган чексиз узун қувур (яъни қувур узунлиги L бўлса $\frac{R}{L} \ll 1 \sim 10^{-3}$ ҳол учун) олинганда чизиқли ёпишқоқ - Ньютон суюқлиги оқаётган бўлса, ҳатто унинг девор жуда ҳам силлиқ бўлса ҳам суюқликнинг тезлиги, зичлиги, доира радиуси R, динамик ёпишқоқлик коэффицентларидан тузилган Рейнольдс сони қийматига кўра қувур ичидаги оқим ламинар ёки турбулент оқимда бўлади. Юқорида ламинар оқим учун қувур ичидаги тезлик майдони, деворнинг ишқаланиш қийматларини, оқим сарфини қувурдаги босимлар орқали аниқлаш (Пуазейл) формуласини олдик. Энди оқим турбулент бўлган ҳол учун ҳам ечимлар олиб, барча гидродинамик ва гидравлик параметрларни аниқлаймиз.

Маълумки, оқим заррачаларининг қувур сиртига чексиз яқин нуқталарининг тезлиги анча кичик бўлади. Қувур симметрия ўқидаги тезлигиэса анча катта V_0 га тенг бўлади. Шунинг учун ҳам суюқлик қувур ичида ҳаракат қилганда қувур девори яқинида $\delta(x)$ қалинликдаги қатламда суюқлик ламинар оқимда бўлиб, уни чегаравий қатлам (деворга ёпишган қатлам) дейилади ва унинг қалинлиги $\delta = \delta(x)$ бўлиб, асосан $\delta \approx a\sqrt{x}$ кўринишида бўлади. $0 < r < R - \delta(x)$ оралиқда эса турбулент оқим бўлади. $R - \delta(x) < r < R$ оралиқда чегаравий қатлам учун Прандтл тенгламасидан фойдаланиб ечим қуриш мумкин(Масалан, Польгаузен усулида, Карман интеграл услубидан фойдаланиб ечим қуриш мумкин). Бу масалани ечишга тўхталмаймиз.

Энди турбулент соҳадаги оқим учун Прандтлнинг чекли узунликдаги аралашиш гипотезаси ёрдамида турбулент оқимни ўрганамиз. Бу ҳол учун оқимдаги турбулент ишқаланиш ушбу кўринишда ёзилади:

$$\tau = \rho\chi_1^2(R - r)^2\left(\frac{du}{dr}\right)^2$$

Бу ерда χ_1 – универсал Прандтл доимийси. Никурадзе тажрибаларига кўра қувурдаги оқим учун $\chi_1 = 0.4$ га тенг.

Барча тирик кесимлардаги кучланиш бир ҳил деган гипотезани Прандтл киритган. Бундан оқим ҳаракатининг динамик тезлигини киритамиз:

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$

Бу ерда τ_0 – қувур деворидаги ишқаланиш уринма кучланиши.

Бу ҳолда ҳаракат тенгламасидан шубу тенглик олинади:

$$du = -\frac{u_*}{\chi_1}\frac{dr}{R - r}$$

Интеграллаб турбулент оқимдаги тезлик майонини (Прандтл қонуни) оламиз:

$$u = -\frac{u_*}{\chi_1}\ln c_1(R - r)$$

Ламинар сирқи қатлам мавжуд деб ҳисоблаган ҳолда ечим қурилса, тезлик тақсимоти қуйидаги кўринишни олади:

$$u = u_\delta + \frac{u_*}{\chi_1}\ln\frac{R - r}{\delta}$$

Уринма қаршилик кучланиши $\tau_0 = \mu\frac{u_\delta}{\delta}$ га тенг дейилса,

$u_*^2 = \frac{\tau_0}{\rho} = \frac{\mu u_\delta}{\rho\,\delta} = \nu\frac{u_\delta}{\delta}$ га тенг бўлади, Бундан $R_* \ \frac{u_*}{u} - \frac{u_*\delta}{\gamma}$ тенгликни оламиз. R – Рейнольдс сонига ўхшаш сон. Шундай қилиб турбулент оқим соҳасида тезлик тақсимоти

$$\frac{u}{u_*} = R_* + \frac{1}{\chi_1}\ln\frac{(R-r)u_*}{\gamma} - \ln R_* = R_* + \frac{1}{\chi_1}\ln\left[\frac{\left(1-\frac{r}{R}\right)Ru_*}{\gamma R_*}\right] = R_* + \frac{1}{\chi_1}\ln\left[\left(1-\frac{r}{R}\right)\frac{R}{\delta}\right]$$

Қувурдаги оқим учун тезлик тақсимоти ушбу тенглик орқали ифодаланади:

$$\frac{u}{u_*} = R_* + \frac{1}{\chi_*}\ln\left[\left(1-\frac{r}{R}\right)\frac{R}{\delta}\right].$$

Қувур деворлари силлиқ ёки ғадир–будир бўлиши мумкин. Шунинг учун ҳам қувурлар икки синфга ажралади:

Гидравлик силлиқ ва гидравлик ғадир–будир қувурлар.

Агар қувурдаги ламинар оқим қатлами қалинлиги δ_{max} қувур деворининг ғадир–будирлиги h – баландлигидан катта $(\delta_{n} >> h)$ бўлса, қувур гидравлик силлиқ деб ҳисобланади. Акс ҳолда қувур ғадир–будир дейилади. Никурадзе тажрибалари асосида гидравлик силлиқ қувур учун тезлик тақсимоти: $\frac{u}{u_*} = 5.5 + 5.75\lg\frac{(R-r)u_*}{\gamma}$

Бунда R_* – ни аниқлаймиз:

$$R_* - \frac{1}{\chi}\ln R_* = 5.5 \text{ ва } \chi_1 \ln e = \frac{1}{5.75}$$

Бундан $\chi_1 = 0.4$ ва R_* 11.6 тенгликни оламиз. Қувур гидравлик ғадир–будир бўлса тезлик тақсимоти турлича бўлади.

Масалан: $\frac{u}{u_*} = A_0 + 5.75\lg\frac{R-r}{h}$

Бу ерда h – ўртача ғадир–будирлик баландлиги Альтшуль А.Д. турбулент оқимининг бошқа моделини таклиф қилган, унда уринма кучланиш радиус бўйлаб чизиқли ўзгарувчи деб ҳисобланади.

Бундан
$$u = \frac{u_*}{k_r}\left[arctg\sqrt{\frac{r}{R}} - \frac{1}{r}\ln\left(\frac{1+\sqrt{\frac{r}{R}}}{1-\sqrt{\frac{r}{R}}}\right)\right] + u_{max}$$

Тенгликни оламиз(бу ерда $k_t = 0.15 \div 0.164$) Шунингдек Карман Прандтлнинг тезлик тақсимоти учун даражавий қонунияти ҳам мавжуд бўлиб, бу қонуният кўпинча очиқ атмосферадаги турбулент оқим учун қўлланилади:

$$u = u_{max}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^n\right]^m$$

Бу ерда $n \in [1,2]$, $Re < 10^5$ бўлганда, $m \approx \frac{1}{7}$ деб олинади.

Қувурга суюқлик оқими кириб келганда маълум бир L_0 масофагача оқим ламинар бўлиб, сўнгра турбулент оқим ҳосил бўлиши тажрибаларда кузатилган. Масалан, Никурадзетажрибасига кўра бу масофа $L_0 \sim 40R$ га тенг, Лацко формуласига кўра

$$L_0 \approx 1.386 R_0 \sqrt[4]{Re}$$

умуман бу масофа $L \in \left[\frac{6 \cdot 10^5 d}{Re}, \frac{10^6}{Re}\right]$ оралиқда бўлиши кузатилган.

5.БОБ. СУЮҚЛИК ВА ГАЗЛАРДА ҲАРАКАТИДАГИ АСОСИЙ ГИДРАВЛИК ТУШУНЧАЛАР ВА ХОССАЛАР.

Суюқлик ва газларнинг мувозанат ҳолатини аниқловчи асосий параметрлар P, ρ, T – босим, зичлик ва ҳарорат бўлади. Бу ҳолда унга таъсир этувчи кучлар маълум шартни бажарганда суюқлик заррачалари қўзғалмас ҳолатда бўлиб, босим, зичлик, ҳароратлари ўзгарувчан бўлиши мумкин.

Умумий ҳолда суюқликка ички, сиртқи ёки ташқи кучлар таъсирида суюқлик заррачаси қўзғалиб ҳаракатга келади ва улар тезланиш олади, тезликларга эга бўлади ва ўзгарувчи параметрлар қаторига тезлик $\vec{V}$ ва тезланиш $\vec{a}$ векторлари киради.

$$P=P(x,y,z,t),\ \rho=\rho\ (x,y,z,t),\ T=T\ (x,y,z,t),\ \vec{V}=\vec{V}(\vec{r},t),\ \vec{a}=\vec{a}(\vec{r},t)$$

бу ерда $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$, $\vec{a}=\dfrac{d\vec{V}}{dt}$

Бу миқдорлар баъзан ўзаро боғланган бўлиши мумкин.

Масалан: тўйинган газлар учун Клапейрон қонуни:

$$p=\rho RT$$

Бирор сирт билан чегараланган суюқликларга таъсир этувчи кучлар унинг параметрилари ўзгаради ва шу миқдорларни аниқлаш гидроаэромеханиканинг асосий масаласи ҳисобланади. Бу масала анча мураккаб бўлиб, кўпинча суюқлик ва газларнинг табиий ҳолдаги ҳаракатларини кузатиш натижасида (масалан суюқликни ўзандаги, новдаги, қувурдаги оқимлари) суюқлик заррачаларининг кўпчилиги бирор аниқ йўналиш бўйлаб ҳаракатланади ва шунинг учун ҳам унинг параметрлари асосан шу йўналиш бўйлаб ўзгаради. Шунинг учун ҳам кўпинча суюқлик параметрларини шу йўналишга кўндаланг кесим бўйича ўртача қийматидан унча катта фарқ қилмайди, натижада суюқликнинг харакат ҳолатидаги асосий параметрлар (тезлик, босим, зичлик, ҳароратлар) асосан шу йўналиш бўйича ва вақт бўйичагина ўзгарувчи бўлади.

Суюқлик ҳароратини шундай усулда ўрганадиган фан гидравлика дейилади. Гидравликада суюқлик оқими йўналишини берувчи чизиқ эгри чизиқ ҳам бўлиши мумкин. Масалан, канал девори ўзгармас бўлиб, унинг асосий чизиғи (ясовчиси) эгри чизиқ бўлиши мумкин.

§5.1.СУЮҚЛИК ВА ГАЗЛАР ҲАРАКАТИНИНГ АСОСИЙ ГИДРАВЛИК ТУШУНЧАЛАРИ ВА ХОССАЛАРИ.

Суюқлик ҳаракатининг асосий турлари.

Маълумки, туташ муҳитнинг ҳаракати уч хил ҳаракатлар йиғиндиси бўлиб, улар муҳитнинг мутлоқ қаттиқ жисм каби илгарилaнма харакатда, унинг бирор нуқтаси атрофида айланма ҳаракатда, ҳамда туташ муҳитнинг деформацион ҳаракатларидан иборат (Гельмгольц теоремаси). Муҳит заррачасининг тезлиги маълум бўлса, унинг айланма ҳаракатининг бурчак тезлиги $\vec{\omega}$ ушбу тенглик билан аниқланади: $\vec{\omega} = \frac{1}{2} rot\vec{V}$

Бурчак тезлиги нолга тенг бўлса суюқлик заррачаси бирор эгри чизиқ бўйлаб ҳаракат қилса ҳам унинг барча нуқталари айланма ҳаракатда бўлмайди ва суюқликнинг бундай оқимини потенциал оқим дейилади.

Маълумки, $rot(grad\ \zeta)=0$ тенглик ўринли бўлади. Демак, суюқлик потенциал оқимда $rot\vec{V}=0$ бўлади ва унинг тезлиги битта функция $\zeta(x,y,z,t)$ билан аниқлаш мумкин бўлади:

$$\vec{V} = grad\varphi$$

бундай функция тезлик потенциали дейилади.

Агарда суюқлик заррачасининг бурчак тезлиги $\vec{\omega} \neq 0$ нолдан фарқли бўлса суюқлик оқимини уюрмали оқим дейилади.

Шундай қилиб, суюқлик оқими ё потенциал оқим ёки уюрмали ҳаракатда бўлади ва бу оқимлар тезлик потенциали $\varphi(x,y,z,t)$ ёки бурчак тезликлари $\vec{\omega}(x,y,z,t)$ лар билан аниқланади.

Оқим чизиғи, оқим найчаси.

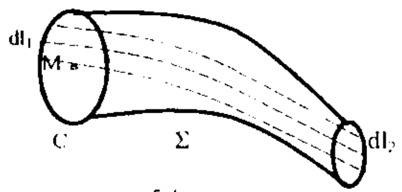
Суюқлик заррачасининг хар бир заррачаси ҳаракат қилганда бирор **L** чизиқ бўйлаб кўчади ва унинг хар бир нуқтасидаги тезлиги чизиқнинг шу нуқтасидаги уринма бўйлаб йўналган бўлади, яъни $\vec{V}=\lambda d\vec{r}$, бу чизиқни $\vec{V}$ – вектор чизиғи дейилади.

Бундан

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \qquad \textbf{(5.1.1.)}$$

L чизиқнинг (5.1.1.)тенгламасидаги λ вақтга боғлиқ ёки вақтга боғлиқ бўлмаслиги мумкин.Агар $\lambda = const$ бўлса, яъни *L* чизиғи вақт ўтиши билан ўзгармас бўлса бундай ҳолда бу чизиқни ток чизиғи дейилади.Агарда λ $\lambda(t)$бўлса L чизиғи ўзгарувчан бўлса бу чизиқни суюқлик заррачасининг траекторияси дейилади.

Суюқлик эгаллаб турган бирор хажм ичида ёпиқ **С** чизиқни олиб, унда $\mathbf{dl_1}$ кесмани ажратиб оламиз ва унинг хар бир нуқтасидан чиққан **L** чизиқларни олсак улардан бирор $\mathbf{d\Sigma}$ сирт ҳосил бўлади (5.1. расм) ёпиқ чизиқ **С** нинг ҳар бир нуқтасидан чиққан барча оқим чизиқлар Σ_0 сиртни ҳосил қилади (5.1. расм).



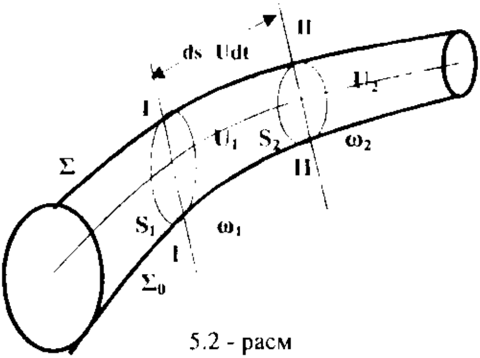
5.1 - расм

С чизиқда ётган заррачалар ҳаракат давомида шу Σ_0 сиртда ётади ва унинг ичидаги **С** чизиқ билан олинган сиртдаги хар бир **М** нуқтаси ҳаракат давомида шу Σ_0 сирт ичида ётади. Шундай қилиб, **С** дан чиққан оқим чизиқлар оқим найчасини ҳосил қилади. Агарда ундаги кўндаланг кесим юзаси (ds«1) жуда кичик бўлса, ҳамда L_k оқим чизиғи узунлиги (ℓ<<1) калта бўлса бундай оқим найчасини элементар оқим найчаси оқимча дейилади. Оқим мўътадил бўлса (ҳаракатдаги параметрлар вақтга боғлиқ бўлмаса) оқим найчаси - оқимча ушбу хусусиятларга эга:

- Шу оқимчанинг оқимча чизиғидаги заррачалар бир оқим чизиқдан иккинчи оқим чизиғига ўта олмайди;
- Оқимча кўндаланг кесимидаги суюқлик заррачалари бир хил тезликка босимга ва ҳароратга эга бўлиб, у фақат оқим найчаси ўзани бўйлаб ўзгариши мумкин;
- Оқим найчаси хар бир кўндаланг кесимидан ўтган суюқлик сарфи оқим найчаси бўйлаб ўзгармас бўлади.

Суюқлик сарфи, ҳаракатнинг тирик кесими

Суюқликнинг элементар оқим найчаси — (оқимчасида) I—I ва II—II кесимларни оламиз(5.2--расм). Уларни бирлаштирувчи L чизиқлар узунлиги **ds** бўлиб, I—I кесимдаги суюқликнинг хар бир заррачаси $\vec{U}_1$ тезликка эга бўлиб, чексиз кичик dt вақтда бу нуқталар II—II кесимга ўтган бўлсин. Уларнинг тезлиги ва кўндаланг кесимлари мос равишда $\dot{U}_1$, $d\omega_1$ ва $\dot{U}_2$,$d\omega_2$ га тенг бўлсин. Вақт ортирмаси dt анча кичик бўлса босиб ўтган йўл узунлиги **ds** ҳам чексиз кичик бўлади. Демак, $\omega_2=\omega_1+d\omega$, $U_2=U_1+a\cdot At$ га тенг бўлиб, $ds=U_1dt$ тенгликлар ўринли бўлади.



5.2 - расм

I—I кесимнинг ҳар бир нуқтасидаги тезлик U_1 бўлса шу кесимдан вақт бирлигида ўтган суюқлик миқдори $dQ_1=U_1d\omega_1$ га тенг бўлиб, уни суюқлик сарфи дейилади ва $dQ_1=\frac{dq}{dt}$ га тенг ҳисобланади. II—II кесимдан ўтган суюқлик миқдори $dQ_2=U_2d\omega_2$ га тенг бўлади.

Суюқликни чегараловчи Σ_0 ён сирт ток чизиқлардан иборат бўлгани учун унинг I—I ва II—II кўндаланг кесимлардан ўтган суюқлик сарфлари ўзаро тенг бўлади. Чунки Σ_0 сиртдаги суюқлик заррачаси тезлиги шу сиртнинг уринма текислигида ётади ва бу текисликка нормал йўналиш бўйича тезлиги нульга тенг бўлади, яъни Σ_0 сирт бўйлаб суюқлик ажратилган хажм ичига ҳам, ташқарисига ҳам суюқлик заррачаси ўтмайди ва у фақат I—I, II—II кесимлар бўйлаб ўтади, шунинг учун фақат шу кесимлардан ўтган суюқлик сарфини аниқлаш мумкин бўлади. S_1, S_2 сиртларнинг хар бир нуқтасининг тезлиги U_1, U_2 бўлиб, кўндаланг кесимлари $d\omega_1$, $d\omega_2$ бўлса, уни чексиз кичик юзали I—I ваII—II кесимлар орқали ўтган суюқлик сарфлари мўътадил оқимдаги сиқилмайдиган суюқлик учун ушбу тенглик орқали ёзилади:

$$U_1 d\omega_1 = U_2 d\omega_2 \qquad (5.1.2.)$$

Суюқлик сиқилувчан бўлса унинг зичлиги ўзгарувчан бўлади ва I – I ваII – II кесимлардан ўтган суюқлик сарфлари:

$$\rho_1 U_1 d\omega_1 = \rho_2 U_2 d\omega_2 \qquad (5.1.3.)$$

Энди кўндаланг кесимлари чекли юзага эга бўлган ток найини олсак унинг I – I кесимидаги бирор M_1 нуқта атрофидан, чизиқ атрофидаги $d\omega_1$ юзадан ўтган суюқлик сарфини (5.1.2.) ёки (5.1.3.) тенгликлар ёрдамида олиб уларнинг бутун I – I кесим бўйлаб йиғиндисини (II – II кесим бўйлаб ҳам) олсак ушбу тенгликни оламиз:

$$\left.\begin{array}{ll} \rho = const \text{ бўлганда} & \int\limits_{(C_1)} U d\omega = \int\limits_{(C_2)} U d\omega \\ \rho \neq const \text{ бўлганда} Q = & \int\limits_{(C_1)} \rho U d\omega = \int\limits_{(C_2)} \rho U d\omega \end{array}\right| \qquad (5.1.4.)$$

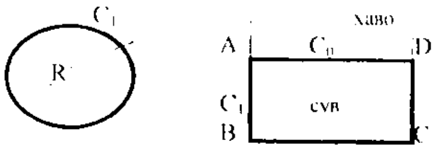
Бу тенгликлар I – I ва II – II кесимлар ва унинг ён сирти Σ_0 билан ажратиб олинган суюқлик ҳажми суюқлик ҳаракатда бўлса, ҳам доимо тўла бўлиб турини ва уни ичида суюқлик чексиз тақсимланган ҳисобланади ва шунинг учун ҳам (5.1.2.), (5.1.3.) ва (5.1.4.) тенгликлар суюқликнинг узлуксизлик тенгламаси дейилади. Яъни ажратилган Σ_0, S_1, S_2 сиртлар билан ўралган ҳажмнинг хар бир нуқтасида $\rho(x,y,z,t)$ зичликка эга бўлган суюқлик заррачаси мавжуд бўлишини математик кўринишда ёзилган шарти – узлуксиз тенгламаси дейилади.

Суюқлик оқими (5.1 – расм) найчасининг бирор, масалан I – I кесимнинг хар бир нуқтасидан ўтувчи ток чизиғи шу I – I кесим нормал йўналишда чиқса бундай кесимни оқимнинг тирик кесими дейилади. Мўътадил оқимнинг тирик кесимини хар бир нуқтасидаги $\vec{V}$ тезлик вектори шу кесимнинг нормалига параллел вектор бўлади (чунки $\vec{V}$ тезлик, ва у шу нуқтадан ўтган ток чизиғи бўйлаб йўналган).

Тирик кесим юзаси $d\Omega = Rd\omega$ тенглик билан аникланади. $d\Omega$ – тўла тирик кесим бўлса, $d\omega$ – кесимнинг бирор нуқтаси атрофидан олинган оқимча кесим юзасини беради.

Оқимнинг намланган периметри χ деб, оқимнинг тирик кесимини чегаралаган C ($C = C_0 + C_1$ бу ерда C_0 – эркин сирт, C_1 – қаттиқ жисм билан чегараланган девор) чизиқнинг қаттиқ жисм билан чегараланган C_1 чизиқ узунлиги C_1 ни айтилади.

Масалан: сув оқувчи қувур бўлса (расм 5.3. а) уни ўраб турувчи девор C_1 узунлиги намланган периметр бўлади; Агар очиқ ариқ ёки каналдаги оқимни олсак, унда C_0 эркин сирт, C_1 – канал девори ва **ABCD** чизиқ узунлиги оқимнинг намланган девори дейилади.



а) б)

5.3 - расм

Оқим найининг тирик кесим юзини ω, намланган параметри периметрини χ десак оқимнинг гидравлик радиуси деб уларнинг нисбатини айтилади:

$$R=\frac{\omega}{\chi} \qquad (5.1.5.)$$

Берилган тирик кесимдан ўтилган суюқлик сарфини аниқлашнинг асосий параметр сифатида гидравлик радиус олинади.

Масалан:

1) радиуси a га тенг бўлган қувур суюқлик (расм 5.3. а) билан тўла оқаётган бўлса ундаги оқим гидравлик радиуси $R=\frac{\omega}{\chi}$ бўлиб: $\omega=\frac{\pi d^2}{4}=\pi a^2$ ва намланган периметри $\chi=\pi d=2\pi a$ га тенг, бундан гидравлик радиус учун $R=\frac{d}{4}=\frac{a}{2}$ тенгликни оламиз.

2) Кўндаланг кесими тирик кесими тўғри тўртбурчак бўлган ва у тўлмасдан оқаётган бўлса (масалан ариқ, нов, дарё), Ҳамда канал тубининг эни **b**, суюқлик чуқурлиги **h** бўлса гидравлик радиуси: $R=\frac{\omega}{\chi}$, ω=bh, χ=b+2h тенгликлардан гидравлик радиус $R=\frac{h}{1+\frac{2h}{b}}$ тенглик билан аниқланади.

Юқорида тирик кесимдан ўтувчи суюқлик сарфи (5.1.4.) тенглик билан аниқланган бўлса, шу кесимдаги ўртача тезлик тушунчасини қуйидагича киритиш мумкин:

$$V_{ур} = \frac{Q}{\omega} \qquad (5.1.6.)$$

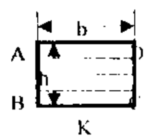
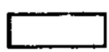
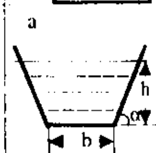
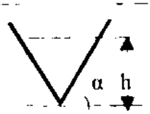
Умуман олганда олинган тирик кесимнинг хар бир нуқтасидаги заррачанинг махаллий тезлиги шу кесим бўйлаб ўзгарувчан бўлиб, ўртача тезлик деганда шу ω юзали тирик кесимнинг хар бир нуқтасидаги ўртача тезлик ўзгармас миқдор бўлиб, уни тирик кесим юзаси ω га кўпайтмаси шу тирик кесимдан ўтган суюқлик сарфини беради ва ушбу тенглик ўринли бўлади:

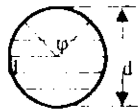
$$V_{урт} \cdot \omega = \int_{(\omega)} u d\omega$$

Турли канал ва қувурлар учун асосий гидравлик параметрлар миқдори 5.1 — жадвалда келтирилган.

Турли шаклдаги нов (канал, қувур)лар учун хулланган параметрлар.

1 – жадвал

	Нов кўндаланг кесими шакли	шакли	Хўлланган периметр	Гидравлик радиус
1	а) тўғри тўртбурчак h – суюқлик чуқурлиги b – нов (канал) кенглиги б) тўлдирилган тўғри тўртбурчакли нов	 	$P_{ABKCD} = \chi = 2h+b$ $\chi = 2a + 2b$	$R = \frac{\omega}{\chi}$ $R = \frac{hb}{2h+b}$ $R = \frac{ab}{2(a+b)}$
2	Трапециясимон нов b – нов туби кенглиги h – суюқлик чуқурлиги m=ctgα – девор қиялиги		$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2}$	$\frac{h(mh+b)}{b+2h\sqrt{1+m^2}}$
3	Учбурчакли нов h – суюқлиги чуқурлиги m=ctgα – девор қиялиги		$\chi = 2h\sqrt{1+m^2}$	$\frac{mh}{\sqrt{1+m^2}}$

4	Суюқлик тўла бўлган қувур (доиравий) d – қувур диаметри r – қувур радиуси		$\chi = \pi d = 2\pi r$	$R = \frac{\pi d^2}{4} : \pi d = \frac{r}{2} = \frac{d}{4}$
5	Қувур суюқликка тўлмаган хол d – қувур диаметри φ – марказий бурчак		$\chi = \frac{\pi d}{360}\varphi$	$R = \frac{d}{4}\left(1 - \frac{180\sin\varphi}{\varphi}\right)$

Суюқлик зарраларининг тезлик майдони тақсимоти координаталар ва вақтнинг функцияси бўлади. Табиатда суюқлик заррачаларининг тезлик майдони тақсимоти фақат координата функцияси бўлиб, вақтга ошкор боғлик бўлмайдиган оқимлар мавжуд бўлиб, бундай оқимни мўътадил оқим дейилади.

Тезлик майдонини ўзгаришига кўра мўътадил оқимлар икки хил бўлиб, бири текис, равон оқим ва текис бўлмаган оқимлар дейилади.

Сокин (равон ёки текис) оқимларда ток чизиқлари тўғри чизиқли бўлиб, улар ўзаро параллел бўлади. Бу холда тирик кесим юзаси, формаси ва ўртача тезлиги, оқим узунлиги бўйича ўзгармас бўлади. Тирик кесимнинг хар бир нуқтасидаги махаллий тезлик оқим узунлиги бўйича ўзгармас бўлади. Равон (сокин) оқимларда заррача тезланиши нулга тенг. Агар суюқлик эркин сиртли, масалан очиқ канал, нов, ариқ, дарёларда сокин оқимда бўлса оқим чуқурлиги ҳам оқим узунлиги бўйича ўзгармас миқдор бўлади.

Вақтга боғлик бўлмаган оқимнинг иккинчи ҳили сокин бўлмаган оқим бўлиб, ундаги ток чизиқлар эгри чизиқли ва ўзаро параллел бўлмайди. Оқимнинг тирик кесими, ўртача тезликлари оқим узунлиги бўйича ўзгарувчан бўлиши мумкин. Сокин бўлмаган оқим тезланувчан ёки секинланувчан бўлиши мумкин. Бундай оқимлар орасида секин ўзгарувчи ва тез ўзгарувчи бўлиши мумкин. Агар оқимнинг ток чизиқларининг эгрилиги анча кичик бўлиб, улар ўзаро тақрибан параллел бўлса бундай оқимни сокин оқим дейилади ва унинг тирик кесими, ўртача тезликлари оқим узунлиги бўйича анча кам ўзгаради. Одатда бундай оқимларни ўрганганда фақат тирик кесим нормали бўйича йўналган тезлик компонентини V_n ҳисобга олиб, тирик кесим юзаси бўйича тезликларни чексиз кичик миқдор деб ҳисобланади ва тирик кесим юзаси бўйлаб оқим мавжуд бўлмайди деб олинади: масалан тирик кесим нормали Ох ўқи бўлса унинг тезлик вектори

$\vec{V} = u\vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} = u\vec{i}$ тенг деб олинади. Бу холда юқорида ёзилган узлуксизлик тенгламаси (5.1.4) ушбу кўринишда ёзилади: $\frac{du}{dx} = 0$. Шундай қилиб, бундай ҳолда ҳам оқим тўғри чизиқли сокин оқим деб хисобланади.

Вақтга боғлиқ бўлган (бўлмаган) оқимлар тез ўзгарувчан (жадал оқим) ва секин ўзгарувчан оқим бўлиши мумкин, секин ўзгарувчан оқимларни квазистационар (оқим тақрибан стационар) оқим дейилади.

Ҳаракатдаги оқимларда тезлик вектори бўйлама ва кўндаланг тезликларга ажратилади ва бу ажратиш тирик кесимга нисбатан олинади. Тирик кесим нормали бўйича олинган тезлик вектор компонентаси бўйлама тезлик, тирик кесим текислигига проекцияси (сояси) эса кўндаланг тезлик дейилади. Гидравликада одатда тирик кесим нормали сифатида **Ox** ўқи олинади, **Oy** ва **Oz** ўқлари тирик кесим юзасида ётади.

Тирик кесим бўйича ўзгарувчи бўйлама тезлик тақсимоти тезлик эпюрасини беради.

Суюқлик харакати унинг ток чизиқлари L ни ҳолатига қараб бир, икки ва уч ўлчовли бўлади. Бир ўлчовли ҳаракатдаги суюқлик барча ток чизиқлари битта ўққа, масалан **Ox** ўқи, параллел бўлиб унда фақат бўйлама тезлик мавжуд бўлади ва ўртача тезлик фақат оқим узунлиги бўйлаб ўзгаради деб олинади.

Икки ўлчовли ҳаракатдаги суюқликнинг барча ток чизиқлари бирор текисликка параллел, масалан xOz бўлади. Бу ҳолда тезлик вектори иккита компонентга эга бўлади: $\vec{V} = u\vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + w \cdot \vec{k}$ бўлади.

Тезлик векторининг компонентлари x,z ва t лар функцияси бўлади:

$$u = u(x,z,t) \qquad v = 0$$
$$w = w(x,z,t)$$

Одатда бундай ҳаракат анча катта кенгликка эга бўлган каналларда бўлиб ҳаракат асосан вертикал ва канал (оқими) узунлиги бўйича бўлиб, унинг эни бўйича ҳаракат тезлигини анча кичик миқдор деб ҳисобланади.

Мисоллар.

1. Диаметри d=0,4м бўлган суюқлик ўтказувчи қувурнинг сув сарфи Q=0,0628м³/с га тенг. Сув оқимининг тезлигини аниқланг.

Ечиш:

Сув оқимининг ўртача тезлиги $V = \frac{Q}{\omega}$ тенгликдан аниқланади.

Бу ерда ω — қувурнинг кўндаланг кесимининг юзаси. $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$,

d=0,4м бўлгани учун $\omega = \frac{\pi}{4} \cdot 0.4^2 = 0.04 \cdot \pi$, $V = \frac{0.0314 \cdot 2}{0.04 \cdot 3.14} = 0.5 \,м/сек$.

2. Ҳаво ўтказгич қувурнинг сарфи Q, тезлиги эса V га тенг бўлса, қувурнинг диаметрини аниқланг.

Ечиш:

$\omega = \frac{Q}{V}$ ва $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$ бўлганидан $\frac{\pi d^2}{4} = \frac{Q}{V}$ бундан $d^2 = \frac{4Q}{\pi V}$ ва $d = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{Q}{V}}$ ни оламиз.

3. Кўндаланг кесим d=0.5м диаметрли доира бўлган қувурдаги тазийқли оқими учун гидравлик радиусни ҳисобланг.

Ечиш:

1 – жадвалга кўра қувур гидравлик радиуси: $R = \frac{d}{4} = \frac{0.5}{4} = 0.125 м$.

4. Кўндаланг кесими тўғри тўртбурчак бўлган каналдаги тазийқсиз оқим гидравлик радиусини аниқланг. Канал тубининг эни b=5м, каналдаги суюқлик чуқурлиги h=3м бўлган ҳол учун гидравлик радиусни ҳисобланг.

Ечиш:

1 – жадвалга кўра $R = \frac{h}{1 + 2\frac{h}{b}}$ тенгликка b,h қийматларини

қўямиз: $R = \frac{3}{1 + 2 \cdot 0.6} = 1.36$.

5. Диаметри d=2 м бўлган қувур ичида суюқлик тазийқли оқимда бўлсин. Суюқликни қувурдаги чуқурлиги h бўлса ($h = \frac{d}{2}$ ҳол учун) гидравлик радиус ва намланган периметрни аниқланг.

Ечиш: Тирик кесим юзаси $\omega = \frac{\pi d^2}{8}$, $\chi = \frac{\pi d}{2}$ бўлгани учун $R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{d}{4} = \frac{2}{4} = 0.5\,м$ га тенг.

6. Тўғри чизиқли трапециясимон кўндаланг кесимли каналнинг ости кенглиги b=1м , канаддаги оқим чуқурлиги h=4 м бўлиб, унинг ён девори горизонтга θ^0 бурчакда оғган бўлса трапециясимон кесимли канал гидравлик параметрларини аниқланг (ω, R, χ):

Ечиш:

Канал эркин сирти кенглиги $AD = b + 2hctg\theta$ га тенг.

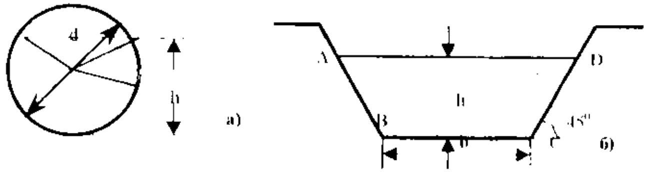
Трапеция юзаси ω = тирик кесим юзаси $\omega = \frac{b + 2hctg\theta + b}{2} \cdot h = (b + hctg\theta)h$ тенглик билан аниқланади.

Энди намланган периметр χ ABCD ни аниқлаймиз. $DC = AB = \sqrt{h^2 + h^2ctg^2\theta} = h\sqrt{\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta}} = \frac{h}{\sin\theta}$.

Демак, намланган периметр $\chi = AB + DC + b = b + \frac{2h}{\sin\theta}$.

Энди гидравлик радиусни аниқлаймиз. $R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{h(b\sin\theta + h\cos\theta)}{b\sin\theta + 2h}$

h=4м; b=1м; $\theta = 45^0$ дан $\omega = 4(1+4) = 20м^2$, $\chi = 1 + 8\sqrt{2}$, $R = \frac{20}{8\sqrt{2}+1}$



5.4 - расм

§ 5.2 Суюқлик оқими учун Бернулли интеграли.

Туташ муҳитлар механикасида суюқлик ва газларнинг узликсизлик тенгламасини олинган эди. Унда суюқлик эгаллаган хажмдаги суюқлик массаси ташқи аралашуви бўлмаса доимо ўзгармас миқдор бўлишини кўрсатилган

$$\frac{d}{dt}\int_{\tau}\rho d\tau = 0 \quad \text{яъни} \quad \int_{\tau}\rho d\tau = 0$$

Элементар оқим найчаси ва бошқа оқим найчалар учун олинган (5.1.2),(5.1.5)(5.1.6) тенгликлар массани сақланиш конунига мос келади ва суюқлик эгаллаган хажм шу суюқлик билан ҳаракат давомидатўлдирилган ҳисобланади.

Элементар оқим ўртача тезлиги орқали бу массани сақланиш шартини ушбу кўринишда ёзиш мумкин (5.5 – расм)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \qquad \textbf{(5.2.1)}$$

кўринишда ёзиш мумкин.

Шундай қилиб, оқим ўртача тезликлари нисбати уларга мос келган кўндаланг кесимлар юзалари нисбатига тескари пропорционал эканини оламиз.

Сиқилувчан суюқликлар учун эса:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\omega_2 \hat{\rho}_2}{\omega_1 \hat{\rho}_1} \quad \textbf{ёки} \quad \frac{\hat{\rho}_1 V_1}{\hat{\rho}_2 V_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \qquad \textbf{(5.2.2.)}$$

Бу ерда $\hat{\rho}_k = \frac{1}{\omega}\int_{\omega}\rho_k d\omega$ – ўртача зичлик суюқлик ҳаракатини ўрганиш жараёнида ўзгарувчан параметрларни аниқлаш керак бўлади. Бунинг учун туташ муҳитлар механикасида ҳаракат тенгламалари энергияни ўзгариш тенгламаси, ҳолат тенгламаларини ёзилади ва ҳамда ўрганилаётган. Суюқлик ва газларга ҳос гидродинамик ва термодинамик хусусиятлари ёрдамида муҳим моделини танланади. Натижада керакли тенгламалари системасини олинади. Бунинг ёрдамида тезлик, босим, зичлик, харорат каби оқимнинг ўзгарувчан параметрларини аниклаш учун тўла тенгламалар системасини тузилади ва кўриладиган масалаларга ҳос бўлган чегаравий ва бошланғич шартларни қўйиб уни бирор математик усулда ечилади.

Гидравликада эса анча мураккаб бўлган бу йўналишдан четлашиб ундаги миқдорларни юқорида айтилган тенгламаларни оқим бирор оқим найчаси бўйлаб ўзгаришини аниқлаш масаласига келтирилади.Бунинг учун юқорида айтилган миқдорларнинг оқим найчасининг кўндаланг кесимлари бўйлаб ўртача қийматларини киритилиб шу миқдорларни найчанинг ташкил этувчи бирор ток чизиғи бўйлаб ўзгаришини ўрганилади:

$$P = P(S,t); \quad \rho = \rho(s,t); \quad V = V(S,t). \qquad (5.2.3)$$

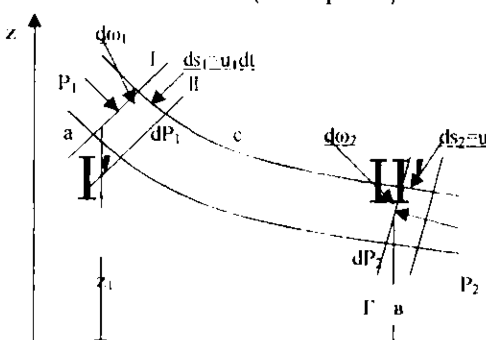
Маьлумки, идеал суюқликлар учун маьлум шартлар бажарилган холда босим, зичлик ҳамда тезликларнинг ўзаро богланишларини (Лагранж – Коши интеграли, Бернулли интеграли)ёзиш мумкинлиги кўрсатилган.Бундан гидравликада ҳам унумли фойдаланилади. Чунки Бернулли интегралида қатнашувчи миқдорлар йиғиндиси суюқлик массасини оқим найнинг тўлиқ энергиясини беради.Шунинг учун ҳам биз қуйида гидравлик масалалар учун Бернулли тенглигини оламиз:Гидравликада асосан ўрта миқдорлар ишлатилади.Таьсир этувчи кучлар сифатида оғирлик кучи олинади,кўпинча суюқлик сиқилмайдиган деб олинади.

Бунинг учун аввало идеал суюқликнинг элементар найчаси учун Бернулли тенглигини оламиз.

Бернулли тенглиги.

Суюқликнинг элементар оқим найчаси учун Бернулли тенглиги.

Мўътадил оқимдаги суюқлик сиқилмайдиган бўлиб, унда элементар оқим найчасини оламиз(5.5 – расм)



Маьлумки, ажратилган массанинг кинетик энергияси унга таьсир этувчи кучларнинг бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтишдаги бажарган ишига тенг.

Идеал суюқликнинг элементар оқим найчасида IваII кесимларни оламиз у δt вақтга янги I' II' кесимда ўтади. Шундаги кинетик энергиянинг орттирмаси

$$\Delta\left(\frac{mV^2}{2}\right) = \left|Ta + Tc\right|_{t+\Delta t} - \left|Ta + Tc\right|_t \qquad \textbf{(5.2.4.)}$$

Оқим мўътадил бўлгани учун ҳажмдаги суюқлик кинетик энергияси t ва t+Δt вақтлардаги миқдори тенг бўлади:

$$Tc\big|_{t+\Delta t} = Tc\big|_t.$$

Демак олинган масса кинетик энергиясининг ортирмасини топамиз.

$$\Delta T = \rho d\omega_2 V_2 \frac{V_2^2}{2} dt - \rho V_1 \frac{V_1^2 \omega}{2} dt = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} dQdt \qquad \textbf{(5.2.5.)}$$

I ва II кесимдаги суюқлик сарфлари $dQ_2 = \rho g d\omega_2 V_2$, $dQ_1 = \rho g d\omega_1 V_1$ бўлади,а б ва с чизиқлар ток чизиғи ва суюқлик сиқилмайдиган бўлгани учун IваII кесимдаги сарфлар $dQ_1 = dQ_2 = dQ$ тенг бўлади.

Идеал суюқликнинг элементар оқим найчасига таъсир этувчи куч асосан оғирлик кучи,бўлиб уни чегараловчи сиртларига босим кучи ҳам таъсир этади бу босим кучи суюқлик идеал бўлгани учун сиртга нормал йўналишида таъсир этади. Кучларни бажарган иши $A = (\vec{F}, d\vec{r})$га тенг.

I, II ва I',II' суюқлик массаларининг оғирликлари $G_1 = \rho g d\omega_1 dt$ га тенг . Оғирлик кучи z ўқи бўйлаб йўналган бўлгани ва масса $Z = Z_1$сатхдан $Z = Z_2$ сатхга кўчган бўлгани учун шу кучнинг I – II массани I' – II' холатга кўчиришда бажарган иши

$$\left(F_{g}, dr\right) = \gamma d\omega_1 V \left(z_1 - z_2\right) dt \qquad \textbf{(5.2.6.)}$$

га тенг.

Суюқлик идеал бўлгани учун элементар оқим найчасининг ён сиртига таъсир этувчи босим кучининг бажарган иши нулга тенг бўлади. Бу кучларнинг кўндаланг кесимига таъсир этган босим кучининг бажарган иши $\left(\vec{F}_{p1}, d\vec{r}\right) = p_1 d\omega_1 V_1 dt - \left(\vec{F}_{p2}, d\vec{r}\right) = -p_2 d\omega_2 V_2 dt$ га тенг.

$$\left(F_p, d\vec{r}\right) = p_1 d\omega_1 V_1 dt - p_2 d\omega_2 V_2 dt \qquad \textbf{(5.2.7)}$$

Энди ажратилган суюқлик массасининг кинетик энергиясининг ортирмаси билан босим ва оғирлик кучларига боғлиқликларини (5.2.4), (5.2.5), (5.2.6), (5.2.7) тенгликлар ёрдамида топамиз:

$$\Delta\frac{mv^2}{2} = dQdt\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = p_1 d\omega_1 V dt - p_2 d\omega_2 V_2 dt + \gamma d\omega_1 u_1 \left(z_1 - z_2\right) dt$$

Бу ердан тенгликни $\rho g dQ dt$ бўлиб,ва $dQ = u_1 d\omega_1 = u_2 d\omega_2$ тенгликни ҳисобга олсак ёзиб олсак ушбу тенгликни топамиз.

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \qquad \textbf{(5.2.8)}$$

бу ерда $\gamma = \rho g$ – солиштирма оғирлик

Бу тенгликни Бернулли тенглиги деб у идеал суюқлик учун олинган Бернулли интеграли бўлиб у кўринишда ёзилади:

$$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = const \qquad \textbf{(5.2.9)}$$

Бу тенгликдаги миқдорлар ўлчови узунлик бирлиги бўлади. Тенгликни аввало геометрик маъноси аниқлаймиз Z – элементар оқим найчасининг олинган кесимини XOY текислик жойлашган юзадан баландлиги нивилир баландлик горизонтал текисликдан – $\frac{P}{\gamma}$ пьезометрик баландлик пьезометрик тазийқ $\frac{v^2}{2g}$ – тезлик баландлик ёки тезлик тазийқи. Шундай қилиб, идеал суюқликлар учун нивелир, пьезометрик ва тезлик баландликлари йиғиндиси оқим найчаси бўйлаб ўзгармас миқдор бўлар экан.

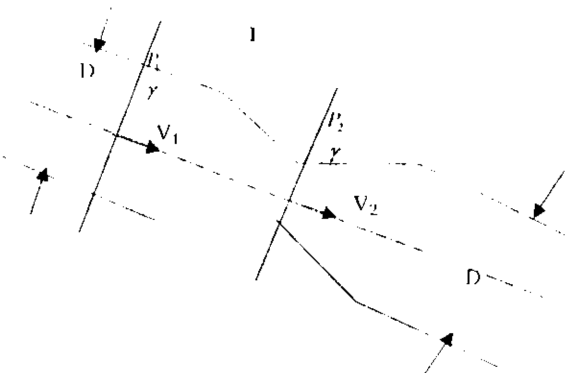
Бернули тенглигини қўллашга татбиғига мисол.

Бернули интегралини қўллашга мисол сифатида Вертурннинг сув ўлчагичини оламиз.

Д диаметрли сув ўтказгич қувур орасига девори сиқилувчан (конфузор) ва девори кенгайгаючи (диффузор) бўлган иккита қисм ўрнатилган бўлиб, ундан сув ўтаётган бўлсин (5.6 – расм) .

Шу асбобда иккита кесимни оламиз асосий қувурда I кесим ва конфузорнинг энг кичик диаметрида олинган, II кесимларда ўлчов асбоблари пьезометрлар уланган бўлсин, бу асбоблар ёрдамида конфузор узунлиги бўйича пьезометрик тазийқни ўзгаришини қуйидагича ҳисобланади:

$$h=\left(\frac{p_1}{\gamma}+z_1\right)-\left(\frac{p_2}{\gamma}+z_2\right)$$



5.6 – расм. Вентури сув ўлчагичи.

I – II кесимлар учун конфузордаги тазийқни йўқолишини ҳисобга олинмаган ҳол учун Бернулли тенгламаларни ёзамиз:

$$\frac{p_1}{\gamma}+z_1+\frac{V_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\gamma}+z_2+\frac{V_2^2}{2g}$$

Бундан ва юқоридаги тенгликлардан пьезометрик асбоблар фарқи учун формула оламиз.

$$h=\left(\frac{p_1}{\gamma}+z_1\right)-\left(\frac{p_2}{\gamma}+z_2\right)=\frac{V_2^2-V_1^2}{2g}$$

V_2, V_1 лар ўртача тезлик бўлиб суюқлик сарфи ўзгармас миқдор бўлгани учун $V_1=V_2\frac{\omega_2}{\omega_1}$ бу ерда ω_1,ω_2 I,II кесимдан қувур кўндаланг кесими юзалари учун тенгликни ёзиш мумкин.

Бундан конфузорнинг энг кичик кўндаланг кесимидаги тезликни топиш мумкин:

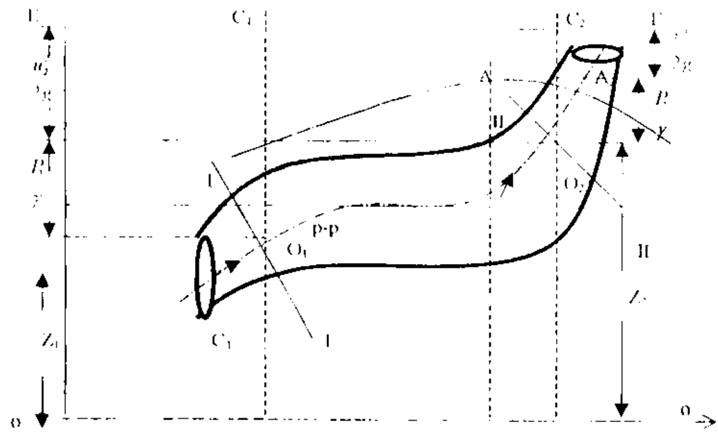
$$V_2=\omega_1\sqrt{\frac{2gh}{\omega_1^2-\omega_2^2}}$$

Бундан конфузорнинг кўндаланг кесимидан суюқлик ўтиш миқдори – суюқлик сарфини ҳисоблаш мумкин:

$$Q = \omega_1 V_1 = \omega_1\omega_2\sqrt{\frac{2gh}{\omega_1^2 - \omega_2^2}} \qquad (5.2.10)$$

Бернулли тенглигини геометрик ва гидравлик маънолари.

Мўътадил оқимда бўлган идеал сиқилмайдиган суюқликда бирор оқим найчасини оламиз ва унда 2 та кўндаланг кесимни оламиз(5–7 расм).



5.7. – расм. Бернулли тенглигининг геометрик

Бирор горизонтал о-о сиртни олиб ундан I ваII кўндаланг кесимларнинг оғирлик марказлари (O_1 ва O_2) Z_1 ва Z_2 масофада бўлган оқим найчасини кўрамиз.

5.7 –расмдаги Е–Е горизонтал чизиқни тўлик тазийқ чизиғи A_1 ва A_2 нуқталарида жойлашган O_1 пьезометр кўрсаткичлари A_1 ва A_2 нуқталарда бўлса $A_1O_1 = \frac{P_1}{\gamma}$, $A_2O_2 = \frac{P_2}{\gamma}$ бўлиб улар I ва II кесимларга хос бўлган пьезометрик баландликни беради. Шу нуқталарни кетма–кет оқим найчасининг ўрта чизиғи O_1 O_2 лар бўйлаб ҳосил бўладиган пьезометрик баландликларнинг геометрик ўрни р–р чизиқни беради ва уни пьезометрик чизиқ дейилади . Бу чизиқда мос равишда тезлик тазйиқи баландлигида ($\frac{u_1^2}{2g}$, $\frac{u_2^2}{2g}$ ва хоказо $\frac{u^2}{2g}$ лар) жойлашган E–E чизиқ тазйиқ чизиғи дейилади ва (5.2.8) тенгликларга кўра ва (5.2.9) горизонтга параллел бўлади. P–P пьезометрик чизиқнинг хар бир нуқтаси атрофидаги чексиз кичик ўзгариш тезлиги оқим найчасининг пьезометрик қиялиги дейилади. ва у ушбу тенглик билан топилади .

$$I_P = -\frac{d\left(z + \frac{p}{\gamma}\right)}{ds} \qquad (5.2.11)$$

Бу ерда $ds = O_1 O_2$ – оқим найчасининг марказий чизиғи бўйлаб олинган элементар узунлик. Бу қиялик оқим бўйлаб камайса мусбат, кўпайса манфий бўлади.Уларнинг йиғиндиси ҳам $H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$ H ўлчови узунлик ўлчовига тенг бўлиб, у элементар оқим кесимининг тўла тазйиқи дейилади.

Бернулли тенглигини ёпишқоқ суюқлик учун ёзилиши.

Энди Бернулли тенглигини ёпишқоқ суюқлик элементар оқим найчаси учун кўрамиз. Бу ерда идеал суюқликдан фарқи ёпишқоқ суюқликка хос бўлган қўшимча хусусиятлар ишқалиш ва диффузион ўзгаришлар ҳисобидан ҳосил бўладиган тазйиқ ўзгаришини оламиз. Шунинг учун тазйиқ ўзгариши учун ушбу тенглик ўринли:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta h_w \qquad (5.2.12)$$

Бу ерда $\Delta h_w = E_1 - E_2$ I – II ва I' – II' холатлар орасидаги масофани ΔL бўлса $\frac{\Delta h_w}{\Delta l}$ ни элементар оқим найчасининг ўртача гидравлик қиялиги дейилади.

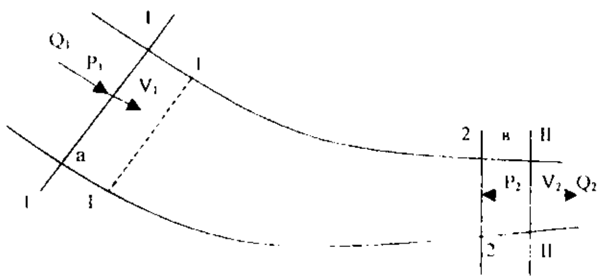
$$I = \frac{\Delta h_w}{\Delta l} = \frac{E_1 - E_2}{\Delta l}$$

Бу миқдор исмсиз сон бўлиб у умуман ўзгарувчан миқдор бўлади. Оқим текис бўлса тезлиги ўзгармас бўлади бу ҳолда ўрта гидравлик қиялик ва оқимнинг пьезометрик қияликлари тенг бўлади:

$$i_{меt} = i = \frac{dh\omega}{dl} = \frac{\left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma}\right)}{l_2 - l_1} = \frac{d\left(z + \frac{P}{\gamma}\right)}{dl}$$

Суюқлик оқимига қувур реакция кучини аниқлаш.

Кўпинча, турли конфигурацияли каналлар , ўзанлардаги суюқликнинг ҳаракатини ўрганилади ва унинг деворига таъсири —ўзанлардаги реакция кучини аниқлаш зарурати бўлади. Каналлардаги ҳаракат конуниятларини аниқлаш анча мураккаб бўлгани учун кўпинча импульс тенгламаси—ҳаракат миқдори тенгламаси ёрдамида оқим характеристикаларини унинг чегараларидаги миқдори ёрдамида аниқлаш мумкин бўлади.



5.8 — расм

Эгри чизиқли қувурда суюқлик оққанда қувур реакциясини аниқлашни кўрамиз:

Бунинг учун $t=t_0$ онда қувурда (5.8—расм) 1–1 ва 2–2 кесмларни оламиз уларга мос Q $1, V_1, P_1$ ва Q_2, V_2 ,P_2 миқдорлар берилган бўлсин ($Q_1 = Q_2$, бўлсин) $t=t_0$ ондаги I ва II кесим Δt вақт ўтганда ($t=t_0+\Delta t$) вақтда бу кесим 2—2 кесимга ўтади.

Δt вақтдаги ҳаракат миқдорини ўзгариши ушбу тенглик билан аниқланади.

$$d(m\vec{v}) = \rho_2 \vec{V}_2\, \omega_2\, dt\vec{V}_2 - \rho_1 v_1\, \omega_1\, dt\vec{V}_1 \qquad (5.2.13)$$

бу ерда $\rho_2\omega_2 v_2$ ва $\rho_1 \omega_1 v_1$ миқдорлар суюқликни вақт бирлигидаги сарфи бўлиб , улар ўзаро тенг бўлади.

$Q_p = \rho_2 v_2 \omega_2 = \rho_1 v_1 \omega_1$ бўлади .Демак , массавий ҳаракат миқдорини Δt вақтда ўзгариши ушбу тенглик билан аниқланади. $d(m\vec{V}) = Q_p(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)dt$

Бу миқдор қувурнинг 1 -1 ва 2 - 2 кесимларга таъсир этувчи куч импульсларининг йиғиндисига тенг бўлади.

$$Q_p\vec{V}_2 - Q_p\vec{V}_1 = \vec{G} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{R} .$$

Бу ерда G - 1 - 2 кесимлар оғирлиги $\vec{P}_1, \vec{P}_2$, қувурнинг 1 ва 2 кесимлари ω_1 ва ω_2 суюқлик босими бўлиб, $\vec{R}$ — қувур деворининг ундаги суюқлик оқимига реакцияси бўлади. Бу тенгликдан қувур деворининг оқимга реакция кучини аниқлаймиз:

$$\vec{R} = Q_p(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) - \vec{G} - \vec{P}_1 - \vec{P}_2 \qquad (5.2.14)$$

Оқим тазийқи.

Гидравликада тазийқ- деган тушунча киритилган ва у суюқликнинг солиштирма энергияси ҳисобланади .Солиштирма энергия деб суюқлик оғирлиги бирлигининг энергиясини олинади.

Масалан, Мувозанатдаги суюқлик фақат потенциал энергияга эга бўлади , у $ЭП = zG + h_{изб}G = zG + \frac{P_A - P_B}{\gamma}G$

Шундай қилиб , N_c -- солиштирма потенциал энергияси учун ушбу тенгликни оламиз:

$$N_c = N_{c_x} + N_{c_p} = z + \frac{P}{\gamma} = H \qquad (5.2.15)$$

Бу ерда $N_c = \frac{ЭП}{G}$ ва $N_{cx}=z$ — суюқлик холатининг солиштирма натенциал энергияси $N_{c_p} = \frac{P}{\gamma} = \frac{P_A - P_B}{\gamma}$ суюқликнинг солиштирма потенциал энергияси гидравликада қуйидаги тушунчалар киритилган:

$H=N_c$ — потенциал тазийқ,

$Z=N_{cx}$ — геометрик тазийқ

$H_{изб}=N_{cp}$ — босим тазийқи

Мувозанатдаги суюқликнинг барча нуқталарида солиштирма потенциал энергия ўзгармас бўлади.

Ҳаракатдаги суюқлик тўлиқ энергияси потенциал энергияси ва кинетик энергиялар йиғиндисидан иборат бўлади. Бу ҳолда (5.2.15) тенгликда солиштирма потенциал энергия, солиштирма кинетик энергия қўшилади ва $E = H \cdot N_k$

$V_* = \frac{V^2}{2g}$, тезлик тазйиқи.

V – тезлик векторининг модули, N_k

$N_k = \frac{V^2}{2g}$ – ***солиштирма кинетик энергия (бир оғирлик бирлигига эга бўлган суюқликнинг кинетик энергияси) бўлиб, у асосан суюқлик ҳаракатчанлик хусусияти билан аниқланади.***

Суюқликнинг тўлиқ тазйиқи потенциал тазйиқ ва (тезлик) кинетик тазйиқлар йиғиндисидан иборат бўлади. Элементар суюқлик найчаси бўйлаб оғирлик кучи таъсирида оқим мўътадил бўлса суюқлик эгаллаган хажмининг хар бир нуқтаси бўйлаб тўлиқ тазйиқи ўзгармас миқдор бўлади. Бу туташ муҳит механикасидаги Бернулли интегралини эслатади. Унда суюқликни идеал деб олинса энергияни сақланиш қонунини ифодалайди. Бу қонун одатда суюқлик идеал, ҳаракат мўътадил ҳамда оқим кўндаланг кесими бўйлаб суюқлик сарфи ўзгармас бўлган ҳолда ўринли бўлади.

Реал суюқликлардаги элементар найчада суюқликнинг ички ишқаланиш кучлари бажарган иши ҳамда суюқликдаги диффузион ҳаракатнинг энергиясини ифодаловчи қўшимча миқдорларни ҳам ҳисобга олиш керак бўлади.

h_s – тазйиқнинг ишқалиш ҳисобига камайиши.

$h_{\Delta r}$ – тазйиқни диффузия ҳисобига ўзгариши.

Уларнинг йиғиндиси элементар найчанинг бошланғич H_{e1} ва охирги H_{e2} ҳолатларига мос келган тўла солиштирма энергияларнинг фарқига тенг бўлади:

$$H_{e_1} - H_{e_2} = h'_l \pm h'_{\Delta l} \qquad (5.2.16.)$$

Кўпинча бир хил сатхли узун қувурлардан суюқлик оқиб чиққанида барча диффузион тазйиқлар йиғиндиси нулга тенг бўлиб, уларнинг тўла тазйиқлар фарқи тазйиқни ишқалиш ҳисобига қанча камайишини беради.

$$h'_l = H_{e_1} - H_{e_2} \qquad (5.2.17.)$$

Кориолис коэффициенти.

Оқимнинг нисбий кинетик энергияси — сифатида тирик кесимдан вақт бирлигида ўтган суюқликнинг кинетик энергиясини шу юзадан ўтган суюқлик оғирлигига нисбатини олинади:

$$E_{k_n} = \frac{1}{\rho g Q}\int_{(\omega)} \rho V \frac{V^2}{2}\, d\omega \qquad (5.2.18.)$$

Бу миқдорни ҳисоблаш тезлик майдонини тирик кесим бўйлаб кўпинча аниқлаш қийин бўлгани учун , шу тирик кесимга хос бўлган ўртача тезлик ёрдамида ҳисоблаш мумкин:

$$E_{k_1} = \frac{\rho Q \bar{V}^2}{2\rho g Q} = \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

Уларнинг нисбатини ҳисоблаймиз:

$$\alpha = \frac{E_{k_n}}{E_{k_1}} = \frac{1}{\omega}\int_{\omega}\left(\frac{V}{\bar{V}}\right)^3 d\omega \qquad (5.2.19.)$$

Бу ерда оқимнинг нисбий кинетик энергиясини ўртача тезлиги бўйича ҳисобланган нисбий кинетик энергияга нисбатини Кориолис коэффициенти дейилади ёки кинетик энергия коэффициенти дейилади.

Тирик кесим нуқтасидги тезлик V унинг шу кесмадаги ўртача тезлик $\bar{V}$ орқали $V = \bar{V} + \Delta V$ кўринишда ёзиб олиб, бу тезликлар фарқини ўртача тезликка нисбатини анча кичик миқдор деб оламиз

$$\alpha = \frac{1}{\omega}\int_{\omega}\left(\frac{\bar{V}+\Delta V}{\bar{V}}\right)^3 d\omega = \frac{1}{\omega}\int_{\omega}\left(1+\frac{\Delta V}{\bar{V}}\right)^3 d\omega$$

бундан

$$\alpha = \frac{1}{\omega}\int_{(\omega)}\left[1+3\left(\frac{\Delta V}{\bar{V}}\right)+3\left(\frac{\Delta V}{\bar{V}}\right)^2+1\left(\frac{\Delta V}{\bar{V}}\right)^3\right]d\omega =$$

$$= \frac{1}{\omega}\int_{(\omega)} d\omega + \frac{3}{\omega}\int_{(\omega)}\frac{\Delta V}{\bar{V}}\, d\omega + \frac{3}{\omega}\int_{(\omega)}\left(\frac{\Delta V}{\bar{V}}\right)^2 d\omega + \frac{1}{\omega}\int_{(\omega)}\left(\frac{\Delta V}{\bar{V}}\right)^3 d\omega$$

Тирик кесимдан ўтган суюқлик миқдори — сарфи Q қуйидагича аниқланар эди.

$$Q = \int_{(\omega)} V d\omega = \int_{(\omega)} \bar{V} d\omega + \int_{(\omega)} \Delta V d\omega = \bar{V}\omega + \int_{(\omega)} \Delta V d\omega = Q + \int_{(\omega)} \Delta V d\omega$$

Демак $\int_{(\omega)} \Delta V d\omega = 0$ бўлар экан.

Умуман, ω – юза бўйлаб Δv ишораси ўзгарувчан миқдор бўлгани учун $\int_{(\omega)} \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^3 d\omega$ – анча кичик миқдор бўлиб, уни ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Демак, α ни ҳисоблашда α – коэффициентни ҳисоблаш формуласини оламиз.

$$\alpha = 1 + \frac{3}{\omega} \int_{(\omega)} \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 d\omega = 1 + \frac{3}{\omega V^2} \int_{(\omega)} (\Delta V)^2 d\omega \qquad (5.2.20.)$$

Бу ерда $(\Delta V)^2>0$ бўлгани учун $\int_{(\omega)} (\Delta V)^2 d\omega > 0$ бўлар экан, яъни $\alpha>1$ экан .(5.2.20.) тенглик билан α – кинетик энергия коэффициенти, ёки Кориолис коэффиценти дейилади:

Энди суюқлик оқимининг кўндаланг кесими чекли юзага эга бўлган ҳол учун Бернулли тенглигини ёзамиз. Элементар оқим найчасининг энергияси $dE = \left(z + \frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2g}\right)\gamma dQ$ бўлиб бутун оқим энергияси ушбу тенглик билан аниқланади:

$$E = \gamma \int \left(z + \frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2g}\right) dQ = U + T \quad \text{ва} \quad U = \gamma \int \left(z + \frac{P}{\gamma}\right) dQ \quad T = \frac{\gamma}{2g} \int U^2 dQ$$

Бу ерда U,Тлар оқимнинг потенциал ва кинетик энергиялари ҳисобланади.

$dQ=ud\omega$ бўлгани учун кинетик энергияни кўринишин қуйидагича ёзиш мумкин: $T = \frac{\gamma}{2g} \int V^2 dQ = \frac{\gamma}{2g} \int V^3 d\omega$

Оқим заррачаси берилгани $V = \bar{V}_c + E$ кўринишида ёзиб оламиз ва суюқлик заррачасининг тезлиги , унинг ўртача тезлигидан катта фарқ этмайди.Шундай $V = \frac{Q}{\omega}$ бу ерда ўртача тезлик бўлгани учун $E = V - \bar{V}$ жуда кичик миқдор ҳисобланади .Энди кинетик энергияни Е орқали ёзамиз:

$$T = \frac{\gamma}{2g} \int V^3 d\omega = \frac{\gamma}{2g} \int \left(\dot{V} + E\right)^3 d\omega = \frac{\gamma}{2g} \int \left(\bar{V} + 3\bar{V}^2 E + 3\bar{V}E^2 + E^3\right) d\omega$$

$\int_{(\omega)} \bar{V}^3 E d\omega = 0$, $\int_{(\omega)} E^3 d\omega = 0$ бўлганини ҳисобга олсак кинетик энергияни қуйидагича ёза оламиз.

$$T = \frac{\gamma}{2g} V^3 \omega \left[1 + 3 \frac{\int_{(\omega)} E \, d\omega}{V^2 \omega} \right]$$

Бундан чекли юзали кўндаланг кесимли суюқлик учун охирги тенгликдан кинетик энергия коэффициентини аниқлаймиз:

$$\alpha = \frac{T}{E_m} = \left[1 + 3 \frac{\int_{(\omega)} V \, d\omega}{V^2 \omega} \right] \qquad (5.2.20.)$$

α деб белгиланди ва уни Кориолис коэффиценти дейилади. Кориолис коэффиценти доимо 1дан катта бўлиб, кўпгина оқимнинг татбиқий масалаларида бу миқдор 1,1 га қувурдаги тўғри чизиғи қувурда эса $\alpha = 2$ га тенг бўлади.Турбулент оқимларда эса α − анча катта миқдор бўлиши ҳам мумкин.

Оқимнинг солиштирма тўлик энергиясини топамиз:

$$E_m = \frac{E}{\gamma Q} = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{\alpha V^2}{2g} \qquad (5.2.21)$$

Мисоллар

1. Пьезометр кўрсаткичида h=0.25 м, суюқлик ўтказгич қувур диаметри d_1=0,2 м, қувур буғини диаметри d_2=0,1 (5.9 − расм) берилган бўлса Вентурнинниг сув ўлчагичи ёрдамида қувурдан ўтаётган Q сув сарфини аниқланг. Масалани ечишда тазийқни йўқотилиши ҳамда бўғиндаги оқимнинг сиқилиши ҳисобга олинмасин.

Ечиш:

1 − 1 ва 2 − 2 кесимлар учун бирор 0 − 0 текисликка нисбатан Бернулли тенгламасини ёзамиз:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma g} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + h_{йўқ}$$

Шартга кўра $h_{ТОЗ}$=0, α=1 деб олсак

$$\left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma g} \right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma g} \right) = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} = h$$

Бу ерда V_1, V_2 лар номаълум.

Суюқлик сарфи қувур бўйлаб бир хил бўлгани учун у қуйидагича аниқланади:

$$Q = V_1\omega_1 = V_2\omega_2 = \frac{\pi d_1^2}{4}V_1 = \frac{\pi d_2^2}{4}V_2$$

Бундан кинетик энергия ўзгаришини оламиз $h = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}\cdot\frac{V_2^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right]$ охирги тенгликдан 2–2 кесимдаги тезликни топамиз. $V_2 = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1-\left(\frac{d_2^2}{d_1^2}\right)^2}}$

Шундай қилиб, қувурдаги оқим сарифини ҳисоблаш формуласини оламиз.

$Q = \omega_2 V_2 = \frac{\omega_2\sqrt{2g}}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}\right)}}\sqrt{h}$ Берилган шартлар бўйича кўндаланг 2–2 кесим юзасини хисоблаймиз $\omega_2 = 0785 d_2^2 = 0{,}00785 м^2$.Энди $Q = A\cdot\sqrt{h}$ деб олиб, $A = \frac{\omega_2\sqrt{2g}}{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right)^{1/2}}$ ни ҳисоблаймиз

$A = \frac{0.00785\cdot 4.43}{\sqrt{1-(0.25)^2}} = 0.037\ м^{2,5}/с$ бундан суюқлик сарфини топамиз:

$Q = A\sqrt{N} = 0{,}037\ \sqrt{1{,}25} = 0{,}00785$ лFс

Qx – ҳақиқий сарфи олинган натижадан кичкина, чунки тазийқни йўқотилиши

§ 5.3. Ёпишқоқ суюқликнинг вақтга боғлиқ бўлган ҳаракати учун Бернулли интеграли.

Ёпишқоқ суюқлик ҳаракати давомида унинг тезлик, босим, харорат ,зичликлари координаталар ҳамда вақтнинг ошкор функцияси бўлган ҳоли суюқлик оқими жараёни бирор сабабга кўра ўзгарганида пайдо бўлади.Унинг ички кучлари таъсирида қўшимча бундай оқим маълум бир вақтгача ўзгарувчан бўлиб кейин оқим мўътадил оқимга айланади. Табиатнинг баъзи масалаларида бу жараённи ўрганиш зарурияти пайдо бўлади.Шунинг учун, ҳам қуйида вақтга боғлиқ бўлган оқим учун Бернулли интегралини кўрамиз. Аввалги бобда суюқлик идеал бўлиб, жараён, баротроп, ташқи кучлар консерватив ва оқим потенциал бўлса суюқлик ҳаракати тенгламаси биринчи интеграл – Лагранж – Коши интегралида эга бўлишини кўрсатилган эди. Шу бобда эса суюқликнинг мўътадил оқими, учун ҳаракат тенгламасини биринчи интеграли – Бернулли тенглигини турли ҳолларда олинган эди. Энди шундай интегрални вақтга боғлик оқим бўлган ҳолда ҳам олишни кўрамиз.

Бунинг учун ёпишқоқ суюқлик ҳаракат тенгламасини Громеко – Ламб кўринишда ёзиб оламиз:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\Pi+P+\frac{V^2}{2}\right)+\gamma\nabla^2 u=2(v\omega_z-w\omega_y) \\ \frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Pi+P+\frac{V^2}{2}\right)+\gamma\nabla^2 v-2(w\omega_x-u\omega_z) \\ \frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}\left(\Pi+P+\frac{V^2}{2}\right)+\gamma\nabla^2 w-2(u\omega_y-v\omega_x) \end{aligned}\right\} \qquad (5.3.1.)$$

Тенгламани ҳар бирини мос равишда d_x, d_y, d_z га хадма хад кўпайтириб ушбу тенгликни оламиз:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}dx+\frac{\partial v}{\partial t}dy+\frac{\partial w}{\partial t}dz\right)-d\left(\Pi+P+\frac{V^2}{2}+A\right)=2\begin{vmatrix} d_x & d_y & d_z \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ u & v & w \end{vmatrix} \qquad (5.3.2)$$

Бу ерда $P=\int\frac{dp}{\rho}$ босим функцияси A – суюқлик элементар массасини ток чизиғи бўйлаб кўчишида ёпишқоқлик кучи бажарган элементар иш суюқлик заррачасининг ток чизиғи бўйлаб ҳаракатини кўрамиз: бу ҳолда dx=udt, dy=vdt, dz=wdt бўлади.

Бу холда (5.3.2) тенгликдаги биринчи хадни кўрамиз:

$$\frac{\partial u}{\partial t}dx+\frac{\partial v}{\partial t}dy+\frac{\partial w}{\partial t}dz=\left(\frac{\partial u}{\partial t}u+\frac{\partial v}{\partial t}v+\frac{\partial w}{\partial t}w\right)dt=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{u^2}{2}+\frac{v^2}{2}+\frac{w^2}{2}\right)dt=\frac{\partial V^2}{\partial t}dt=\frac{\partial V}{\partial t}(Vdt)$$

Ток чизиғи бўйлаб ds=vdt бўлгани учун ушбу тенглик ўринли:

$$\frac{\partial V^2}{\partial t}dt=\frac{\partial V}{\partial t}Vdt=\frac{\partial V}{\partial t}ds$$

Шундай қилиб, $\frac{\partial u}{\partial t}dx + \frac{\partial v}{\partial t}dy + \frac{\partial w}{\partial t}dz = \frac{\partial V}{\partial t}dl$ (5.3.2.)га келтириб қўйиб t_1, t_2, улар орасида ток чизиғи бўйлаб ток чизиғи бўйлаб интеграллаймиз:

$$\Pi_2 + P_2 + \frac{V_2^2}{2} + A_2 - \left(\Pi_1 + P_1 + \frac{V_1^2}{2} + A_1\right) = -\int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial V}{\partial t} dl \qquad (5.3.3.)$$

Бу ерда сиқилмайдиган бўлса $P = \frac{p}{\rho}$ сиқилувчан бўлиб, жараён политропик $P = P_0\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n$ бўмас $P = \frac{n}{n-1}\frac{p}{\rho}$ (сиқилмайдиган суюқлик учун $n \to \infty$)

Масса кучлари сифатида фақат оғирлик кучини олсак куч потенциали $\Pi = gz + const$ бўлади.

Шундай қилиб, ушбу тенгликни оламиз:

$$z_1 + \frac{n}{n-1}\cdot\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_1 + \frac{n}{n-1}\cdot\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + h'_{nm} + h'_{in} \qquad (5.3.4.)$$

Бу ерда $h'_{nm} = \frac{A}{g}$ ишқалиш ҳисобига кўра тазийқи h'_{in}, инерция тазийқи.

Инерцион тазийқ ток чизиғининг s_1 ва s_2 гача оралиғидаги нисбий кинетик энергиясини вақт бўйича ўзгаришини беради ва у чизиқли ўлчовли бўлиб, локал тезланиш билан аниқланади. Вақтга боғлиқ бўлган ҳаракатдаги элементар ток найчасини узунлиги ds, кўндаланг кесими юзаси $d\omega$ бўлса унинг инерция кучини суюқликнинг узунлик бирлигига мос келган инерция кучи ушбу тенглик билан аниқланади $\frac{\rho d\omega ds \cdot \frac{dV}{dt}}{\rho g \omega ds \cdot ds} = \frac{1}{g}\frac{dV}{ds}$

Лекин $\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial l}\frac{dl}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{V^2}{2}\right)$

Суюқлик массаси бирлигининг инерция кучи ушбу тенглик билан аниқланади:

$$F_{in} = \frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{g}\frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{V^2}{2}\right)$$

Бу ерда $\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}$ локал инерция кучи, $\frac{1}{g}\frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{u^2}{2}\right)$ – эса инерция кучининг консерватив қисми (яъни элементар найчани кўчиб турганини ҳисобга олинган ҳоли).

(5.3.4.) кўринишда олинган тенглик вақтга боғлиқли ҳаракатдаги ёпишқоқ суюқликнинг элементар найчаси учун олинган Бернулли тенглиги дейилади.

Суюқлик сиқилмайдиган бўлса ρ=const Бернулли тенгламаси ушбу кўринишда ёзилади:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + h_{ww} + h_{in} \qquad (5.3.5)$$

Олинган тенглама асосан ток чизиғи вақт бўйича ўзгармас бўлган ҳол учун ўринли (яъни суюқлик оқим найчаси сифатида қувур, канал, идиш ичидаги суюқлик ҳаракати қурилади, уларнинг деворлари ўзгармас ва деформацияланади, Олинган Бернулли тенглиги учун бутун суюқлик оқимида Бернулли тенглигидаги хар бир миқдорни унинг тирик кесими бўйлаб ўрта қийматини олиш керак:

$$h_{in} = \frac{1}{\rho g Q}\int_\omega h'_{in}\rho g V d\omega = \frac{1}{Q}\int_\omega V d\omega \int_{l_1}^{l_2}\frac{\partial V}{\partial t}ds$$

Суюқлик сиқилмайдиган бўлгани учун суюқлик сарфи $dQ = Vd\omega$ оқим ток чизиғи яъни оқим найчаси (узунлиги) бўйлаб ўзгармайди.

Оқим учун инерциал тазийқ қуйидагича аниқланади:

$$h_{in} = \frac{1}{gQ}\int_{l_1}^{l_2}ds\int_\omega V\frac{\partial V}{\partial t}d\omega = \frac{1}{gQ}\int_{l_1}^{l_2}ds\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_\omega \frac{V^2}{2}d\omega\right)$$

Юқорида ҳаракат миқдори коэффицент киритилган эди: $\alpha = \int_\omega u^2 d\omega$

У ҳолда $h_{in} = \frac{1}{2gQ}\int_{l_1}^{l}2\alpha'\omega V_{vp}\frac{\partial V_{vp}}{\partial t}ds$, $\frac{\partial V_{vp}}{\partial t} = \frac{\partial V}{dt}$, бўлади ва $\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{dQ}{dt}$ бўлгани учун инерцион тазийқ куйдагича ёзилади: $h_{in} = \frac{1}{g}\int_{l_1}^{l_2}\alpha'\frac{\partial V}{\partial t}ds$, E' – вақтга боғлиқ бўлмаган миқдор.

$$h_{in} = \alpha'\frac{l_2 - l_1}{g}\cdot\frac{\partial V}{\partial t} \qquad (5.3.6.)$$

α' – вақтга боғлиқ бўлмаган тўғри чизиқли цилиндрик қувур учун (ω const) ундаги ўртача тезлик фақат вақтнинг функцияси бўлгани учун $\frac{\partial V_{ўр}}{\partial t} = \frac{dV_{ўр}}{dt}$, $\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{dQ}{dt}$ тенгликлар ўринли.

Бу ҳолда цилиндрик қувур тирик кесим учун ўртача инерцион тазийқ $h_{ин} = \alpha' \frac{L}{g} \frac{dV_{ўр}}{dt}$, $L = l_1 = l$ ёки $h_{ин} = \frac{\alpha' L}{g\,\omega} \frac{dQ}{dt}$

Сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликни цилиндрик қувурдаги вақтга боғлиқ бўлган ҳаракати учун Бернулли тенгламаси ушбу кўринишда ёзилади:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{ин} + h_{ш} \qquad (5.3.7.)$$

Бу ерда $h_{ин} = \alpha' \frac{L}{g} \frac{dV_{ўр}}{dt}$.

Суюқлик тезланувчан ҳаракатда бўлса нисбий (солиштирма) энергия чизиғи ҳаракат йўналиши бўйлаб пасайиб боради, акс ҳолда ҳаракат секинланувчан бўлса солиштирма энергия чизиғи ошиб боради ва оқим энергияси I кесимдан иккинчи кесимга ўтганда кинетик энергияси тикланади.

Одатда техник хисобларда солиштирма энергия йўқотилиш мўътадил ва мўътадил бўлмаган оқимлар учун бир хил деб олинади.Чунки вақтга боғлиқ ҳаракат учун гидравлик қаршилик етарли ўрганилмаган бўлиб, солиштирма энергияни йўқотилишини тезланишга боғлиқлиги кўпинча нотўғри олиниши билан тушунтириш мумкин.

Саволлар. Мисоллар.

1. Ҳаракатдаги ёпишқоқ суюқлик кучланганлик ҳолатини тушунтиринг. Унинг ёпишқоқ бўлмаган (идеал) суюқлик ҳаракатидаги кучланганлик ҳолатидан фарқи нимада?

2. Ҳаракатдаги ёпишқоқ суюқлик нормал, уринма кучланишлари нима, Уларни аниқлаш формулаларини келтиринг. Бу кучланишлар қандай миқдорларга пропорционал.

3. Ёпишқоқ суюқликнинг кучланиш ҳолати учун тенгламасини ёзинг.

4. Ёпишқоқ суюқлик учун Навье-Стокс тенгламасини ёзинг.

5. Ёпишқоқ суюқлик ҳаракатини аниқлаш учун тўла тенгламалар системасини ёзинг.

6. Кориолис коэффициенти нима, у бирдан кичик бўлиши мумкинми? Кинетик энергия коэффициенти учун формулани ёзинг.

7. Ёпишқоқ суюқликнинг кичик Рейнольд сонли оқими учун Бернулли тенгламасини ёзинг.

8. Бернулли тенгламасидаги ҳадларни геометрик ва энергетик назаридан тушунтиринг.

9. Оқимнинг гидравлик огиши нима? Уни аниқлаш формуласини ёзинг.

10. Ёпишқоқ суюқликнинг вақтга боғлиқ ва боғлиқ бўлмаган ҳаракатлари учун Бернулли тенгламаларини фарқи нимада?

Масала 5.2.

Горизонтал жойлашган Вентури сув ўлчагичига идишга жойлашган суюқликдан найча чиқарилган.Вентури ўлчагичи диаметри d_1 бўлиб ундаги сув ҳаракати тезлиги мос равишда V_1 ваV_2 га тенг . А та оқим сарфи берилган бўлиб, I—I ва II—II кесимлар орасидан босим фарқи Δр берилган бўлса идишдаги суюқлик найга бўйлаб кўтарилиш баландлиги h ни топинг. Тазийқлар йўқолишии ҳисобга олинмасин.

Олинган ечимни d_1 0.20м Q=0.040 $м^3/с$=40л/с

d_2=0,075м Δр=$2\cdot10^3$Па

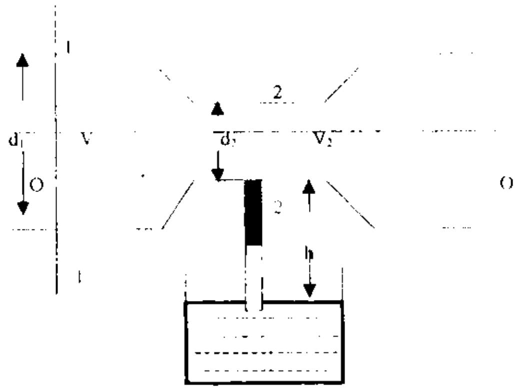
даги қийматини топинг.

Ечиш: Вентури найчасини симметрия ўқини мослашиш ўқи қилиб оламиз:

I—I ва II—II кесимлар учун Бернулли тенгламасини тузамиз: O—O чизиқда $z_1=0$, $z_2=0$, $\alpha_1=\alpha_2=1$, $P_1=P_{ат}+\Delta P$,

$$\frac{\Delta P}{\rho g}+\frac{P_{at}}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}\quad\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}$$

II—II кесимдаги пьезометрик чизиқ ва 0—0 орасидаги фарқ (ордината)$h_{вак}$.



$h_{вак} = \frac{P_{вак}}{\rho g} = \frac{P_2 - \Delta P}{\rho g}$ $V_1 = \frac{Q}{\omega_1}$, $V_2 = \frac{Q}{\omega_2}$, $h_{вак} = \frac{Q^2}{\omega_2^2} - \frac{Q^2}{\omega_1^2} - \frac{\Delta P}{\rho g}$

Бу ерда $\omega_2 = \pi \frac{d_2^2}{4}$, $\omega_1 = \pi \frac{d_1^2}{4}$ $\omega_1 = 0.785 \cdot 0.04 = 0.0314$

$\omega_2 = 0.785 \cdot 0.075^2 = 0{,}0044\, м^2$

$V_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{0.04}{0.0314} = 1.247\, м/сек$, $V_2 = \frac{0.04}{0.0044} = 9{,}091\, м/сек$

$V_2^2 = 82.64626$, $V_1^2 = 1.623074$

$\frac{V_2^2}{2g} = 4.216545$, $\frac{V_1^2}{2g} = 0.08281$ $\frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{2 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 \cdot 9.8} = 0.20387$ $h_{max} = 3{,}93$

6–БОБ. ОҚИМЛАРДА ТАЗИЙҚНИ (НИСБИЙ ЭНЕРГИЯНИ) ЙЎҚОТИЛИШИ.

Суюқлик ҳаракатида мавжуд бўлган қаршиликни (гидравлик қаршиликлар) енгиш учун оқимнинг энергиясининг бир қисми сарф қилинади ва натижада оқим энергияси камаяди (йўқолади). Оқим энергиясини йўқолишига турли сабаблар бўлади: бу суюқликнинг ёпишқоқлиги, оқим сохасини геометрик конфигурацияси, оқимни чегаралаб турган қаттиқ жисмдан иборат бўлган деворининг (сиртнинг) ғадир–будирлиги, суюқлик оқимининг турлари ва бошқа сабабларга боғлиқ бўлади.

Ёпишқоқ суюқлик оқимини ламинар ёки турбулент оқими, мўътадил, мўътадил бўлмаган оқимлар, сокин ва жадал оқимлар, гидравлик зарба, гидравлик сакрашлар каби сабаблар натижасида оқим энергиясини суюқлик оқими бўйлаб йўқолади.

Ушбу бобга суюқлик оқимидаги тазийқни йўқолишини турли ҳоллар берилган.

§6.1 Суюқлик оқимдаги тазийқни йўқолиши. Гидравлик қаршилик

Кўплаб бажарилган тажрибавий тадқиқотлар суюқлик ҳаракати давомида унинг энергияси суюқлик ҳаракатига жойдаги қаршиликларни енгиш учун сарф қилинадиган миқдорда энергия йўқотади ва бу миқдор оқим конфигурацияси, суюқлик оқимининг турлари, таъсир этувчи кучлар (массавий ва сиртки), оқимни чегараловчи деворнинг ҳолати (силлиқ ёки силлиқ бўлмаганлиги) ва бошқа турли сабабларга боғлиқ бўлади. Бунинг учун оқимнинг канал (қувур) бўйлаб турли кесимлардаги босим ва ўртача тезликларини аниқлаш керак бўлади.Бу миқдорларни Бернулли тенгламалари (5.2.19) энергияни сақланиш тенгламаси ёрдамида аниқланади. Лекин бу тенгликларда энергияни йўқотилишини ҳам ҳисобга олишга тўғри келади ва уни гидравликада тазийқни йўқотилиши деб аталади. Бу миқдорни аниқлаш учун яна бир муносабатни олишга тўғри келади.Бунинг учун кўп назарий–тажрибавий тадқиқотлар олиб борилган бўлиб, уларнинг кўпчилиги [1,2 ва 3] адабиётларда кенг ёритилган. Қуйида биз шу тадқиқотларнинг идеал ва ёпишқоқ суюқликларнинг қувурни тўлдириб оқиши (тазийқли оқими) учун етишмаётган муносабатни олиш услубини келтирамиз.

Маълумки қувурдаги суюқлик оқими натижасида қўшимча куч – ишқалиб ҳаракат қилишидан ҳосил бўладиган қаршилик кучи, ҳосил бўлиб, у оқимнинг ҳаракатига таъсир қилади: суюқлик заррачасининг тезлиги қувур ўқидан четлашган сари тезлиги камайиб, қувур деворида тезлиги нулга айланади деб ҳисобланади. (Бу ерда суюқлик заррачасининг сирт бўйлаб сирпаниб ҳаракат қилишини ҳисобга олинмайди). Гидравлик ишқалиш кучи суюқлик оқими ва оқим йўналишига параллел бўлиб унга қарама-қарши йўналган бўлади. Шу кучни енгиб, ҳаракатни давом эттириш учун суюқлик оқимини энергиясининг бир қисми сарф этади ва шу миқдорни йўқотилган энергия ёки тазийқни йўқолиши дейилади.

Бу миқдор ишқалиш кучидан ташқари у канал кесимини ўзгариши, деворининг йўналишини кескин ўзгариши , суюқликнинг хусусиятларига боғлик бўлади.

Тазийқ йўқолишини турлари.

Ёпишқоқ суюқлик ҳаракатига қаршиликни (гидравлик қаршилик) енгиш учун маълум миқдорда оқимнинг энергиясини маълум бир қисми сарф қилинади ва улар тазийқни икки ҳилдаги йўқотилиши сифатида ажратилади:

– Тазийқни оқим узунлиги бўйлаб гидравлик қаршиликни енгиш учун йўқотилган энергия бўлиб, у ўзан, нав ёки қувур узунлигига тўғри пропорционал бўлиб, уни h_y, деб белгиланади.

– Канал, қувур ва ўзанларнинг бирор конструктив ўзгаришларининг жуда кичик атрофида суюқликнинг динамик хусусиятларига кўра ҳосил бўладиган гидравлик йўқолиш(энергияни сарф қилиниши: Масалан: канал, қувур, ўзанларга кириш, чиқиш жойлари, уларни деворларининг йўналишларини кескин кенгайиши, торайиши, деворларга жойлашган баъзи қўшимча тўсиқлар) бўлиб, уни махаллий энергия йўқотилиши дейилади ва у h_y—билан белгиланади.

Шундай қилиб, қувурлар системасидаги тазийқни умумий йўқотилиши ушбу кўринишда ёзилади:

$$h_{w} = \sum_{i} h_{l,i} + \sum h_{m} \quad h_{um} = \sum h_{l,i} + \sum h_{m} \qquad (6.1.1)$$

Нисбий энергиянинг бундай йўқотилиши асосан қайтмас жараён бўлиб, унда баъзан механик энергия иссиқлик энергияга айланади.Қаршилик кучларининг механизми анча мураккаб бўлиб, у асосан суюқликнинг мураккаб шароитдаги ёпишқоқлик хусусиятига кўра ҳосил бўладиган майда (жорий) уюрмалар ва уларнинг ўзаро таъсирлари натижасида ҳосил бўлади.

Қаршилик миқдори канал, ўзан, нов, қувурлардаги суюқлик ҳаракатининг турларига боғлиқ бўлиб, бу миқдор асосан суюқликнинг гидродинамик хусусиятларига боғлиқ бўлади улар асосан турли тажрибалар натижаларини чуқур таҳлиллари асосида тузилган тажрибавий муносабатлар асосида берилади.

Масалан: Суюқлик каналдаги вақтга боғлиқ бўлмаган текис ҳаракати учун (бу ерда суюқликнинг уртача тезлиги канал узунлиги бўйлаб ўзгармас деб ҳисобланади) бўйлаб йўқотилиши учун ушбу тажрибавий муносабат берилади [1]:

$$h_{куз} = bV^{m}$$

Бу ерда V – ўртача тезлик в – қувур катталиги, кенглигига, узун, калталигига ҳамда унинг деворини силлиқ бўлиши ёки силлиқ бўлмаслигига боғлиқ бўлган миқдор,m эса оқим турларига боғлиқ:

Ламинар оқим учун m=1 бўлса, турбулент оқим учун m:1,75 билан 2 оралиқда деб қабул қилинади.Умуман, бу ҳолда тазийқни махаллий h––йўқотилиши, Бернулли интегралига кўра қуйидагича ёзилади.

$$h_{xc} = \Delta H_n = (Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g}) - (Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}) \qquad (6.1.3)$$

ΔH_n – пьезометрик тазийқлар айирмаси .

$H = Z + \frac{p}{\rho g} + \alpha \frac{V^2}{2g}$ – гидродинамик тазийқ дейилади ва у нисбий потенциал энергия $(Z + \frac{p}{\gamma})$ ва нисбий кинетик энергиялар $(\alpha \frac{V^2}{2g})$ йиғиндиси бўлади.$(\gamma = \rho \cdot g)$

Тазийқни узунлик бўйича йўқотилиши, махаллий йўқотилишлари суюқликнинг динамик хусусиятини кўрсатадиган $\frac{V^2}{2g}$ миқдор (масса бирлигига мос келган энергиялар нисбати) орқали ифодаланади ва уни Вейсбах формулалари билан ёзилади.

$$h_{уз}=\zeta_{уз}\frac{V^2}{2g} \quad (6.1.4.)$$

$$h_{ж}=\zeta_{ж}\frac{V^2}{2g}$$

ζ – тазийқни йўқотилиш коэффициенти дейилади.

$\zeta_{уз}$ – тазийқни узунлик бўйлаб йўқотилиши коэффициенти.

$\zeta_{ж}$ – тазийқни махаллий йўқотилиш коэффициенти.

Таъзийқни йўқотилишининг оқим параметрларга боғлиқлиги.Суюқликнинг қувур, канал, ўзан ва новлардаги вақтга боғлиқ бўлмаган ҳаракати давомидаги босимлар ўзгариши, қаршилик кучи, тезликлар (ўртача тезлик),оғирлик кучи орасидаги боғланишни оқимнинг физик хоссалари ёрдамида аниқлаш мумкин бўлиб, ундаги муносабатлар кўпинча тўпланган тажрибавий – илмий тадқиқот натижалар асосида қурилади.

Бундай муносабатларни назарий қуриш учун ўлчовлар усули қўлланилади. Маълумки, оқимни босимларнинг фарқи кўп параметрларга (оқимга қаршилик кучи, ўртача тезлик, оқимнинг кўндаланг кесими, таъсир этувчи ва сиртқи кучлар, оқим конфигурацияси ва оқим узунлиги) боғлиқ бўлади:

Кўрилаётган ҳол учун босимлар фарқи ушбу параметрларга боғлиқ бўлади:

– Канал, ўзан, новларнинг геометрик параметрлари: тирик кесим юзаси, қувур узунлиги, диаметри, намланган узунлиги, гидравлик радиусларига

– Суюқликнинг физик хоссаларига: зичлиги, ёпишқоқликнинг динамик коэффициенти – μ, сирт таранглиги – δ, эластиклик модули E_0;

– Суюқлик оқимининг характери:ламинар ёки турбулент оқимлар,

– Оқим вақтга боғлиқ ёки боғлиқ бўлмаслиги;

Бу миқдорлар орасида турлича исмсиз сонлар тузилиб улар оқимдаги турли параметрларни оқимга таъсир даражасини аниқлашга ёрдам беради:

$$\pi_i = \frac{l^m \rho V^n \cdot p^k}{X_i}$$

Бу ерда π_i - исмсиз сон, m,n,k – сонлар мос равишда аниқланади

а) Эйлер сони E_u $\pi_N = \frac{\rho V^2}{\Delta p}$ бу сон асосан сиртга босим кучи билан инерция кучини таққослаш ҳисобланади;

б) Рейнольд сони $\pi_\mu = \frac{V\ell}{\gamma} = \frac{\rho V\ell}{\mu}$ бу сонда инерция кучи ва ишқалиш кучлари таққосланади.

в) Фруд сони $F_r: \pi_e = \frac{V^2}{gH}$; $F_r = \frac{V}{\sqrt{gH}}$

Бу сон суюқлик кинетик энергияси ва оғирлик кучининг потенциал энергияларини таққослаш;

г) Струхал сони $\pi_t = \frac{l}{Vt}$, $st = \frac{Vt}{l}$ оқим параметрларини вақтга боғлиқлик даражасини беради;

д) Вебер сони: $W_e = \frac{2\delta}{\rho V^2 L}$ инерция кучи ва суюқликнинг сирт таранглик кучи билан таққослаш;

е) Карман сони: $K_a = \frac{\sigma_u}{V}$ суюқлик оқимининг турбулентлик даражасини билдиради;

и) Коши сони $C_a = \frac{\rho V^2_a}{E_0}$ – оқимнинг инерция кучи ва эластиклик кучларини таққослаш;

Шундай қилиб, суюқлик оқимини ўрганишда кўп ўзгарувчилар мавжуд бўлиб, унда асосан геометрик ёки динамик таққослашлар ёрдамида оқимдаги асосий таъсир этган миқдорларни аниқлашга ёрдам беради.

– Рейнольдс сони чексиз катта миқдор бўлса суюқлик оқимини ўрганишда ишқалиш кучлари таъсирини ҳисобга олмаса ҳам бўлади;

– Фруд сони – оғирлик кучини оқим характеристикаларига таъсири даражасини беради;

– Струхал сони жуда кичик бўлиши оқимни вақтга боғлиқ бўлмаслигини беради;

– Вебер сонини кичиклиги сирт таранглигини оқим параметрига таъсири кам бўлишини беради;

Ушбу параграфда биз босимни таъсирини (бу ерда E_u - Эйлер сони чекли миқдор бўлади) ўрганишимиз учун шу миқдор оқимнинг қандай параметрларга боғлиқ бўлишини аниқлаш керак бўлади:

$$\pi_{\Delta p}=\frac{\Delta p}{\rho V^2}=f_1(R_e, F_r, W_e, C_a, K_e, \pi_A)$$

Қувурдаги оқим учун гидравлик параметрлар а) Ламинар оқим.Бу миқдор кўндаланг кесими доира бўлган қувурда ёпишқоқ суюқлик вақтга боғлиқ бўлмаган ҳаракатини тақсимоти[5]

$$V=-\frac{\gamma i}{4\mu}(ч^2-a^2)$$

Бундай суюқлик заррачасининг ўртача тезлигини

$$V=\frac{Q}{\omega} \qquad (6.1.5.)$$

$$Q=2\pi\int_0^r Vrdr$$

тенгликлардан ўртача тезликни аниқлаймиз: $V=\frac{\gamma i}{8\mu}a^2$ бу ерда $\gamma=\rho g, i$ - гидравлик нишаблик.

Энди бу оқим учун Кориолис коэффициентини аниқлаймиз.

$$\alpha=\frac{1}{\omega V^3}\int_{(\omega)}V^3d\omega=2$$

Урунма кучланиш $\tau=-\mu\frac{du}{dr}$ (6.1.5)тенглик билан аниқланади ва (6.1.5) тенгликдан урунма кучланиш радиуси бўйлаб чизиқли узгариши аниқланади: $\tau=\rho gi\,r/2$

Урунма кучланиш қувур марказида нулга тенг бўлиб, унинг максимал қиймати қувур деворида эришилади $\tau_{max}=\frac{\gamma ia}{2}$ бўлади.

Қувур горизонтал жойлашган бўлса, тазийқни узунлик бўйлаб ўзгариши қуйдагича аниқланади (6.1. – расм)

$$h_{тр}=\frac{P_1-P_2}{\gamma} \qquad (6.1.6.)$$

Юқоридаги ўхшашлик назарияси асосида тазийқни узунлик бўйлаб йўқотилиши учун қуйидагича бўлади:

$$h_{тр}=2f_1\left(\frac{\Lambda}{4R},\frac{\ell}{4R},\mathrm{Re},Fz,Ka\right)\cdot\frac{\ell}{4R}\cdot\frac{V^2}{2g}$$

$\Lambda\ 0$, $\ell_{\chi}=0$, $\kappa_{a}\to 0$, $F_{t}\to\infty$ десак (кувур силлик, оким ламинар) оғирлик кучининг таъсири жуда кам деб ҳисобланса

$2f_3(Re)=\lambda$ бўлади ва унда $\lambda=2f_3(Re)$ деб олинса Дарси – Вейсбах формуласини оламиз

$$h_{тр}=\lambda\frac{\ell}{a}\cdot\frac{V^2}{2g} \qquad (6.1.7)$$

λ – Дарси коэффициент – гидравлик ишқалиш коэффициенти.

$\frac{h_{тр}}{\ell}=i$ – гидравлик нишабликни киритилса юқоридаги (6.1.2.) (6.1.4.)(6.1.5.)тенгликлардан. Пуазейл Габен формуласини оламиз:

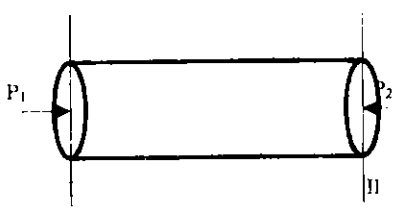
$$h_{тр}=\frac{2\mu\ell V}{gd^2} \qquad (6.1.8.)$$

(d=2a) гидравлик нишаблик учун ушбу тенгликни ёзса бўлади:

$$i=\frac{2\tau_0}{\gamma a} \qquad (6.1.9.)$$

(6.1.7.) (6.1.8.) тенгликлар орқали Дарси коэффициентини аниқлаймиз.

$$\lambda\frac{\ell}{a}\frac{V^2}{2g}=\frac{32\gamma V}{gd^2}$$



Расм 6.1.

Бундан ушбу тенгликни оламиз: $\lambda=\frac{64}{Re}$

Гидравликада одатда Рейнольдса сони сифатида гидравлик радиуси олинади ва бу ҳол учун Дарси коэффициент қуйидагича ёзилади: $\lambda=\frac{64}{Re}$ (6.1.10.)

Бу ерда $Re_R = \frac{VR}{\gamma}$

Қувур кўндаланг кесими доиравий бўлмаса ҳам Дарси коэффициенти Рейнольд сонига боғлиқ бўлади. $\lambda = \frac{A}{R_{e_d}}$, $d_r = 4R$.

А нинг қиймати қувурнинг, янги ва эскилиги, сиртини силлиқлиги,

Коррозия ва сиртига ёпишган миқдорларга боғлиқ бўлади [ ]

б) Турбулент оқим. Энди реал суюқликни кўндаланг кесими доира бўлган қувурдаги турбулент оқимини кўрамиз. Бу ерда биз турбулент оқимни келиб чиқиш сабабларини мухокама қилмай, суюқликнинг қувурда текисликка параллел бир текис турбулент оқимини кўрамиз. Унинг заррачаларининг троекториясини оқим текислиги ХОУнинг Ох ўқига параллел бўлсин деб оламиз.Қувур чексиз узун деб, унда оқимнинг зарачаларининг радиал ва трансверсал тезликларини пайдо қилувчи сабаблар мавжуд бўлмасин деб ҳисоблаймиз.

Бу ҳолда заррача тезлиги $\vec{V} = u\vec{i}$ бўлиб, V=0 ва W=0 бўлади (бу ерда u — қувур симметрия ўқи бўйлаб йўналган — бўйлама тезлик). Ёпишқоқ суюқлик учун Ньютон қонунига кўра турбулент оқим учун уринма кучланишни

$$\tau = \mu\frac{du}{dz} + \rho\ell^2\left(\frac{du}{dz}\right)^2 + O\left(\left(\frac{du}{dz}\right)^3\right) \qquad (6.1.11.)$$

кўринишда ёзиб олиб, юқори тартибли кичик миқдорларни ташлаб юборамиз. ℓ – оқимда заррачаларнинг турбулент аралашуви узунлик коэффициенти ҳисобланади.Одатда ёпишқоқлик ҳусусияти суюқликнинг идишга жуда яқин бўлган қатламида (уни чегаравий қатлам дейилади) катта ахамиятга эга бўлиб бу ерда асосан Прантльнинг турбулент аралашуви қонунияти бўлади ва бу ҳол учун $\ell = \partial\ell r$ бу ерда $d\ell$ — Карман сони.

Қувур деворидан узоқлашган сари бу қонуният мураккаблашади ва у ерда чизиқсиз муносабатни олишга тўғри келади. Қувур учун бажарилган кўп тажрибавий натижалар асосида қурилган А А. Саткевичнинг ушбу муносабатини ёзамиз:

$$\ell = d\ell \cdot r\sqrt{1-\frac{r}{a}} \qquad (6.1.12)$$

Бу тенгликдан турбулент аралашувнинг интенсивлиги $r = \frac{2}{3}a$ бўлганда эрилишар экан.(6.1.11.) даги коэффиентлар μ ва $\rho\ell^2\left(\frac{du}{dz}\right)$ лар ламинар ва турбулент ёпишқоқлик коэффицентларнинг аналоги бўлиб улардан $\rho\ell^2\left(\frac{du}{dz}\right)$ μ дан анча катта бўлгани учун уринма кучланишни қуйидагича ёзамиз:

$$\tau = \rho\ell^2\frac{du}{dz}$$

Бу тенглик ва (6.1.12.) дан уринма кучланиш учун ушбу тенгликни оламиз: $\tau = \rho\ell^2 r^2\left(1-\frac{r}{a}\right)\left(\frac{du}{dz}\right)^2$ юқорида ламинар оқим учун бу миқдор учун $\tau = \tau_0\left(1-\frac{r}{a}\right)$ тенгликни олган эдик.

Бундан ушбу тенгликни оламиз $du = \frac{u^*}{d\ell}\frac{dr}{r}$ бу ерда $u^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ — динамик тезлик.

Интеграллаcак

$$u = \frac{u_*}{d\ell}\ell_n r + c \qquad (6.1.13.)$$

тенгликни оламиз.

Бу турбулент оқим учун тезликнинг логарифимик қонунияти бўлади. Бу асосан тазийқли оқимлар учун ўринли бўлади. Идиш деворидан етарлича узоқликда бўлган оқим — эркин сиртли оқимлар учун эса оқим тезликлар тақсимотини даражали қонун қабул қилинган.

$$u = u_{max}\,\eta^{\,m_1} \qquad (6.1.14)$$

Бу ерда $m_1 = \frac{1}{m}$ бўлиб $m = m(\partial\ell, \lambda)$боғланишда ва бу ерда $\lambda = \frac{r}{h}$

Қувурдаги оқим тезлиги тақсимоти. Қувурдаги (6.1.13.) қонуниятли оқим учун ўртача тезликни топамиз.

$$Q = 2\pi\int_0^a \left(u_{max} - \frac{u_*}{d\ell}\ell n\frac{a}{r}\right)(a-r)dr = \pi a^2\left(u_{max} - \frac{3}{2d\ell}u^*\right), \text{ва } V = \frac{Q}{\omega} = \frac{Q}{\pi a^2},$$

Демак ўртача тезлик учун ушбу тенгликни оламиз:

$V = \frac{Q}{\omega}$, $u_{max} = \frac{3}{2\varkappa}u_*$, $\frac{V}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}}$ эканини эсласак ушбу тенгликни оламиз:

$$\frac{u_{max}}{u} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} + Д \qquad (6.1.14)$$

Бу ерда $Д = \frac{3}{2\varkappa}$

Шундай қилиб тезлик тақсимотини ўртача тезлик орқали ифодасини ёза оламиз:

$$u = V\left[1 + \sqrt{8}\right] \quad u = V\left[1 + \sqrt{\frac{\lambda}{8}}\left(Д - A\ell g\frac{a}{r}\right)\right] \qquad (6.1.15.)$$

$\varkappa = 0.4$ бўлса

$$u = V\left[1 + \lambda\left(1.33 - 2.03\ell g\frac{a}{r}\right)\right]$$

Энди кинетик энергия ва ҳаракат миқдори коэффициентлари (Кариолис ва Буссинекс коэффициент) турбулент оқим учун ҳисоблаймиз:

$$\alpha = \frac{1}{\omega}\int_{(\omega)}\left(\frac{u}{v}\right)^3 d\omega; \quad \alpha' = \frac{1}{\omega}\int_{(\omega)}\left(\frac{u}{v}\right)^2 d\omega$$

$\varkappa = 0.4$, $Д = 3.75$ бўлганда

$$\alpha = 1 + 2.97\lambda - 1.48\lambda^{\frac{3}{2}}$$
$$\alpha' = 1 + 0.976\lambda \approx 1 + \lambda \qquad (6.1.16)$$

тенгликлар келиб чиқади. $c = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$ бўлгани учун (C – Шези коэффициенти)

$$\alpha = 1 + \left(\frac{15,26}{C}\right)^2 - \left(\frac{10,1}{C}\right)^3$$
$$\alpha' = 1 + \left(\frac{8,86}{C}\right)^2 \qquad (6.1.17.)$$

(5.3.6)ва (5.3.7) тенгликларда ламинар оқим учун бўлса, турбулент оқим учун Блазиус тенглигини ёзиш мумкин.

$$\lambda_c = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{Re}} \qquad (6.1.18)$$

Бу тенглик Рейнолдс сон $4 \cdot 10^4 < Re < 10^5$қийматлар учун ўринли бўлиб уни асосан силлиқ қувур учун қўлланилади. Кўпинча г гидравликада турбулент оқим учун Колбрук формуласи қўлланилади.

$$\lambda_c = \left[1.8\lg\left(\frac{Re}{7}\right)\right]^{-2} \qquad (5.1.19.)$$

Қувур девори силлиқ бўлмаса у ҳолда девор атрофида текис бўлмаган қисмларда кичик уюрмалар ҳосил бўлиб, у оқим режимига таъсир этади ва девор атрофидаги тезлик тақсимотини ушбу кўринишда ёзиш мумкин:

$$u = \frac{u_*}{æ}\ln\frac{z}{\Delta} + \beta u_* \qquad (6.1.20.)$$

Бу ерда u_*, βu_* девори силлиқ бўлмагани учун ҳосил бўлган тезлик ,

β – пропорционаллик коэффициенти, уни одатда тажрибадан олинади.

Гидравлик ғадир – будир сиртли қувур учун. Дарси коэффициенти λ ушбу кўринишда ёзилади: $\lambda_{кв} = \left[a\lg\frac{A \cdot R}{\Delta}\right]^{-2}$

Бу ерда $a = \frac{2.3}{æ\sqrt{8}}$, Δ – қувур деворини ғадир – будурлик сифатига боғлиқ миқдор.

Биртекис жойлашган ғадир – будирлик учун Никурадзе натижаларига кўра a=2, A=14.8 бўлади. Оқимни режими ўзгариш сохаси учун Дарси коэффициенти Колбрук – Уайт формуласидан олинади:

$$\lambda_{пер} = \left[-2\lg\left(\frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}} + 0.27\frac{\Delta}{d}\right)\right]^{-2} \qquad (6.1.21)$$

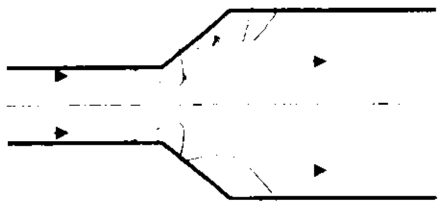
§6.2. Суюқлик оқимида махаллий тазийқ.

Оқимдаги махаллий қаршилик унинг кўндаланг кесимини кескин ўзгариши, оқим йўналишини ўзгариши, оқимда қўйилган тўсиқ ёки оқим деворидаги тешигини мавжудлиги сабабли энергия йўқолиши ҳосил бўлади, буларни одатда махаллий тазийқ дейилади.

Махаллий тазийқ оқим кўндаланг кесими кескин ўзгариши натижасида энергияни ўзгариши ҳосил бўлиб оқим тезлиги ўзгаради.

6.2. – расмда доиравий кўндаланг кесимли қувурнинг I – I кесимида оқимнинг кўндаланг кесими юзи кескин ўзгариб кенгайишини кўрсатилган.

Бу кенгайиш натижасида қувур ичида оқим махаллий қувур деворидан ажралиб юнаси яни махаллий уюрма ҳосил бўлади ва натижада II – II кесимга келиб оқим ўртача тезлиги камаяди. I – I ва II – II Кесимлардаги суюқлик заррачаларини тезликлари шу кесимга ҳос бўлган ўртача тезликдан фарқи жуда кам бўлган кесимлар олинган .Бу кесимларда кўндаланг кесимни ўзгаришидан ҳосил бўлган тезликлар тақсимотини ўзгариши кесими бўйлаб текис тақсимланган бўлади.



Расм 6.3

Бу кесимларда тирик кесим, босим ва ўртача тезликларни, мос равишда ω_1, p_1, v_1 ва ω_2, p_2, v_2 ларга тенг деб оламиз.

Бу кесимлар учун оқимнинг ҳаракат миқдорини ўзгаришини кўрамиз.Оқим оғирлик кучи, босим кучи ва ишқалиш кучлари таъсирида ҳаракат қилади: Кесимлар учун Δt вақтдагиҳаракат миқдорини ўзгариши қуйидагича аниқланади:

$$m(V_2 - V_1)dt = \sum F_i dt \qquad (6.2.1)$$

Огирлик куч импульсининг оғма қувур ўқига проекцияси

$$S = F_c \quad \gamma l \omega \sin\alpha \cdot dt$$

Кесимлар орасида бу куч импульслар фарқи учун ушбу тенгликни оламиз: $S_x = \gamma\omega_2(z_1 - z_2)dt$

Босим кучлари импульсининг фарқини ҳисобга олсак

$$S_p = \omega_2(p_1 - p_2)dt \qquad (6.2.1.)$$

Шундай қилиб ҳаракат миқдорини ҳзгариши тнгламаси қуйидагича ёзилади.

$$\frac{\gamma Q}{g}(V_2 - V_1)dt = \gamma\omega_2(Z_1 - Z_2)dt + \omega_2(P_1 - P_2)dt$$

$Q = V_2\omega_2$ бўлгани учун охирги тенглик ушбу кўринишни олади.

$$\frac{V_2(V_2 - V_1)}{g} = \left(Z_1 + \frac{P_1}{\gamma}\right) - \left(Z_2 + \frac{P_2}{\gamma}\right) \qquad (6.2.2.)$$

тенгликнинг чап тарафини соддалаштирамиз:

$$V_2(V_2 - V_1) = V_2^2 - V_1V_2 = \frac{(V_2 - V_1)^2}{2} + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}$$

Шундай қилиб ҳаракат миқдорининг I - I ва II - II кесимлардаги ўзгариши учун (3.4.2) тенглама ушбу кўринишни олади:

$$\frac{(V_2 - V_1)^2}{2g} = Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} - \left(Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_w\right) \qquad (6.2.3.)$$

Бу ерда h_w оқимнинг кўндаланг кесимининг ўзгариши натижасида ҳосил бўлган тазийқни йўқолиши бўлади.

Оқим кўндаланг кесимларидан ўтаётган оқим сарфлари ўзгармас бўлгани учун ушбу тенглик ўринли бўлади:

$$Q = V_1\omega_1 = V_2\omega_2$$

Бундан $V_1 = V_2\frac{\omega_2}{\omega_1}$ келиб чиқади ва тазийқни махаллий йўқолиши учун ушбу тенгликни оламиз

$$h_w = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 \frac{V_2^2}{2g} \qquad (6.2.5.)$$

Тазийқни йўқолиши коэффициенти сифатида

$$\zeta = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 \qquad (6.2.6.)$$

олсак, тазийқни йўқотилиши учун ушбу тенгликни оламиз

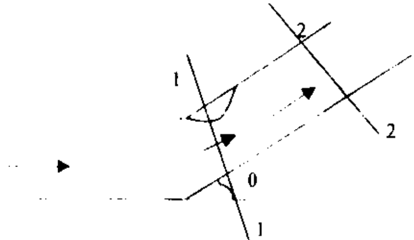
$$h_{w_м} = \zeta\frac{V^2}{2g} \qquad (6.2.7.)$$

Бу ерда $h_{w_м}$ махаллий тазийқни йўқотилиши.

ζ тазийқни йўқолиш коэффициенти

V – махаллий йўқотиш кесими ортидаги тезлик.

Одатда ζ – тажриба ёрдамида аниқланади.



Расм 6.4.

Энди оқим йўналишини хисобига 6.3. расмда қувурнинг йўналишини кескин ўзгартириши тасвирланган.

Бундай ҳолда ҳам қувур бурилиш жойидан кейин суюқлик заррачаси троекторияси кескин ўзгармайди ва натижада қувур деворидан суюқлик заррача ажралиб оқиб, бирор масофадан сўнг оқим тазийқи таъсирида яна деворга ёпишиб оқади. Натижада шу орада қувур йўналиши кескин ўзгариш жойи атрофида икки хил оқим уюрмали оқим (ёки сокин оқимли зона) ҳамда қувурнинг асосий оқим ҳосил бўлади ва натижада асосий оқим кўндаланг кесими камаяди, оқим сарфи ўзгармас миқдор бўлгани учун оқимнинг ўртача тезлиги ошади.

Бу ҳол учун тазийқни йўқотилиши коэффициенти ушбу тажрибавий формула орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\zeta_{\alpha} = 0{,}9457\sin^2\frac{Q}{2} + 2{,}047\sin^4\frac{Q}{2} \qquad (6.2.8)$$

$\alpha = 90^{\circ}$ (тирсак) учун Вайсбах формуласи мавжуд:

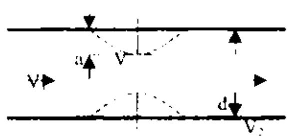
$$\zeta = \left[0{,}131 + 0{,}163\left(\frac{d}{ч_{кол}}\right)\right] \qquad (6.2.9)$$

d – қувур диаметри

$ч_{кол}$ – қувур деворини буралиш радиуси.

Қувурда диафрагма - тўсиқ ўрнатилган бўлса (6.5. – расм) Вейсбах формуласига кўра

$$\frac{\omega_0}{\omega} = 1{,}25\frac{a}{\alpha} - 0{,}25\left(\frac{a}{\alpha}\right) \qquad (6.2.10)$$



Расм 6.4

Расм 6.5.

Агар суюқлик ўткизувчи L<(L<∝)узунликни қувур узунлик бўйлаб бир хил диаметрга эга бўлиб, қувурдаги оқим ҳаракат давомида N та махаллий гидравлик қаршилик манбаъларга эга бўлса қувурнинг умумий тазийқи қувурнинг барча махаллий тазийқлар йиғиндисига тенг бўлади.Қувурдаги бурама кран мавжуд бўлса ,ундаги тазийқ йўқолиш коэффициенти учун ушбу жадвал (6.1.) мавжуд.

α	5	10	20	30	40	50	60	65
ζ	0,05	0,29	1,56	5,47	17,3	52,6	206	486

Қувурга панжара ўрнатилган бўлса махаллий тазийқни йўқотилиши учун Криммер формуласини оламиз:

$$\zeta_m = \beta \sin\alpha \left(\frac{s}{в}\right)^{4/3}$$

α панжаранинг қувур йўналишига оғиш бурчаги

s – панжара чивиғи

в – панжара чивиқлари орасидаги масофа

β панжара стержен (чивиқлари) кўндаланг кесимига боғлиқ бўлган коэффициент.

Оқимдаги умумий тазийқ йўқолиши

Агар суюқлик ўтказувчи L<(L<∞) узунликни қувур узунлик бўйлаб бир хил диаметрга эга бўлиб, қувурдаги оқим ҳаракат давомида N та махаллий гидравлик қаршилик манбаъларга эга бўлса қувурнинг умумий тазийқи қувурнинг барча махаллий тазийқлар йиғиндисига тенг бўлади. Шундай қилиб, қувурдаги тазийқни йўқолиши турли сабабларга кўра ҳосил бўлгани учун улардан ҳосил бўлган умумий тазийқни йўқолиши бўйлама тазийқни йўқолиши ва барча турдаги махаллий тазийқни йўқолиш миқдорлари тўпламидан иборат бўлади ва уларнинг йиғиндиси тенг бўлади:

$$h_w = h_{dl} + \sum_{k=1}^{N} h_{mh}^{(k)}$$

Шези формуласига кўра

$$h_w = \frac{V^2 \ell}{C^2 R} + \frac{V^2}{2g}\sum_{k=1}^{N}\zeta_k = \frac{Q^2}{K^2}\ell + \frac{V^2}{2g}\sum_{k=1}^{N}\zeta_k \qquad (6.2.11)$$

Дарси формуласига кўра эга:

$$h_w = \frac{\lambda \ell}{d}\frac{V^2}{2g} + \frac{V^2}{2g}\sum_{k=1}^{N}\zeta_k = \frac{V^2}{2g}\left[\lambda\frac{\ell}{d} + \sum_{k=1}^{N}\zeta_k\right] \qquad (6.2.12)$$

Келтирилган тазийқни йўқолиши формулалари асосан қувур учун берилган бўлиб, суюқлик оқими қисман қаттиқ жисм билан чегараланган, қисман эркин сиртлардан иборат бўлса, бу формулалароқаётган суюқлик эркин сирт бўйлаб, оқим ташқарисидаги (ёки ичидаги) бошқа суюқлик билан ўзаро таъсири мавжуд бўлгани учун оқимдаги тазийқни ўзгариши формуласи бошқача ёзилади. Бу ҳолда тазиик йўқотилиши суюқликнинг очиқ ўзанлардаги оқим, суюқлик тизиллаб оқишларини ўрганиш ёрдамида аниқланади ва бу мавзуни кейинги бобларда ёритилади.

Қуйида тазийқли оқимдаги тазийқни йўқотилишини аниқлашга оид бўлган масалаларни ечиш намуналар келтирамиз.

Мисол.1.

Доиравий қувурда 14^0C ҳароратли сув оқаётган бўлсин. Қувур диаметири 0,1 метр, ўртача тезлиги $v = 2{,}4 \, {}^{м}\!/_{c}$ бўлса оқим учун Рейнольдс сонини топинг.

Ечиш: Матнининг I қисмида сувнинг кинематик ёпишқоқлик коэффициентини жадвалда келтирилган [1.4] :

$t = 14^0C$да $\gamma = {}^{\mu}\!/_{\rho} = 0{,}0118 \cdot 10^{-4} \, {}^{м^2}\!/_{c}$

Рейнольдс сонини аниқлаймиз:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\gamma} = \frac{240 \cdot 10}{0{,}0118} = 2{,}034 \cdot 10^5$$

Маълумки қувурдаги ёпишқоқ суюқлик оқими Рейнольдс сони $Re = 2320$ бўлгунча ламинар бўлиб, ундан ошса оқим турбулент бўлади. Кўрилган ҳол учун Рейнольдс сони Re_k дан ошиқ:

$Re = 2{,}034 \cdot 10^5 > 2310$ демак, қувурдаги сув оқими турбулент бўлар экан.

Мисол2. Доиравий қувурда ҳаракати 10^0C бўлган сув $v = 0{,}03 \, {}^{м}\!/_{c}$ тезликда оқаётган бўлиб, диаметири $d = 0{,}050$ бўлса оқим режимини топинг:

Ечиш: 10^0C хароратли сувнинг ёпишқоқлигининг кинематик коэффициенти $\gamma = 131 \cdot 10^{-6} \, {}^{м^2}\!/_{c}$ ёки $\gamma = 0{,}0131 \, {}^{см^2}\!/_{c}$ га тенг. Энди бу оқим учун Рейнольдс сонини ҳисоблаймиз:

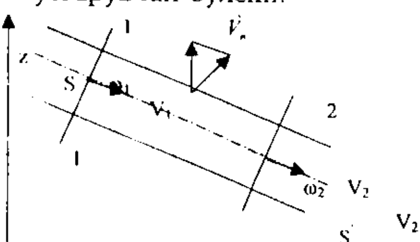
$$Re = \frac{v \cdot d}{\gamma} = \frac{3 \cdot 5{,}0}{0{,}0131} = 1145 < R_K = 2320$$

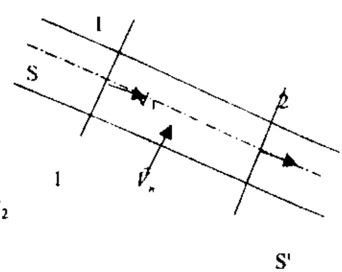
Бу сон оқим критокнинг Рейнольдс сонидан кичик . Шундай қилиб, бу ҳолдаги оқим ламинар режимда бўлар экан.

§6.3 Суюқликнинг ўзгарувчан сарфли ҳаракати.

Мавжуд бўлган турли гидротехник иншоатларда (канал, қувур ва ўзанлар)турли сабабларга кўра суюқликнинг сарфи оқим
бўйича камайиши ёки (кўпайиши)кузатилади. Шунинг учун ҳам суюқликнинг ўзгарувчан массали ҳаракатини (ўзгарувчан массали ҳаракатга) гидравликада(масалан сув ўтказгич, вентиляцион системаларда, гидротехникада) қўлланилади. Қуйида суюқликнинг ўзгарувчан сарфли ҳаракатининг энг содда моделини кўрамиз.

Бирор ўзан (қувур)га узлуксиз равишда маълум миқдорда суюқлик қуйилиб (бутун ўзан бўйлаб бу қуюлиш бир хил сарфда қўшилиб туради деб ҳисоблаймиз) Ўзаннинг ΔV хажмида m массали ўзаннинг асосий миқдорига m' массали қўшилган оқим миқдори қўшилган бўлсин.Оқимнинг барча параметрларини узлуксиз деб ҳисоблаймиз.Куйида асосий оқимдан маълум миқдордаги суюқлик ажралиб чиқиши (6.7 ва 6.8 – расм) мавжуд бўлган ҳол учун тенгламаларни оламиз. Оқим вақтга боғлик бўлмаган бўлсин ва суюқлик ҳаракати сонини ўзгарувчан бўлсин.





(6.7 – расм.) (6.8 – расм.)

Бу ҳолда оқимнинг барча параметирлари фақат координаталар функцияси бўлиб, вақтга боғлиқ бўлмайди. М вақтга ҳаракат миқдорининг ўзгариши $d(mv) = dt(Q_2V_2 - Q_1V_1)\rho$ тенглик билан ёзилади.

Бу ҳолда $Q_1=Q_2+Q_n$ бу ерда Q_1,Q_2 1ва2 кесимлардаги суюқлик сарфи Q_n – асосий оқимдан четга оқиб чиқаётган оқим сарфи.

Демак ҳаракат миқдорини ўзгариши учун ушбу тенгликни оламиз:

$$d(mV) = (Q_2V_2 - Q_1V_1 + Q_nV_n\cos\beta)dt$$

V_1, V_2 ва V_n – кесимларга мос тезликлар.

Суюқликни асосий оқимдан оқиб чиқишини кўрилаётган бўлгани учун $dQ_n = -dQ$ бўлиб бу ерда dQ – асосий оқим сарифини ўзгариши ҳисобланади ва $dQ = Q_1 - Q_2$ тенглик билан аниқланади.

Бундан

$$Q_nV_n\cos\beta = \int_{s_1}^{s_2} dQ_nV_n\cos\beta = -\int_{s_1}^{s_2} V_n\cos\beta dQ \qquad (6.3.1.)$$

тенгликни оламиз.

Шунингдек асосий оқимга суюқлик массаси қўшилса яъни $dQ_n = +dQ$ бўлса $V_n^- = -V_n^+$ бўлгани учун ажратилган суюқликни массасининг ҳаракат миқдори учун бир ҳил тенгликни оламиз.

$$d(mv) = \rho dt\left[Q_2V_2 - Q_1V_1 - \int_1^s V_n\cos\beta dQ\right] \qquad (6.3.2.)$$

Энди таъсир этувчи кучлар импульсини ҳисоблаймиз. Таъсир этувчи кучлар ажратилган 1 – 2 кесимлардаги суюқлик массасининг оғирлиги $\bar{G}$, кўндаланг кесимлардаги босим кучлари $\bar{P}_1, \bar{P}_2$ ва ён сирти босимлари (канал деворининг реакцияси) $\bar{P}_n$лар бўлгани учун уларнинг импульси ушбу тенглик билан аниқланади:

$$\sum P_i\cos\beta dt = (G\sin\alpha + P_1 - P_2 + P_n\cos\beta)dt$$

Бу ерда $P_1 = p_1\omega_1, P_2 = p_2\omega_2, P_n = \int_{s_1}^{s_2} pd\omega$

Шунингдек агар канал девори қаттиқ жисм бўлса ишқалиш кучи $F = -\int_{s_1}^{s} 2\chi ds$ тенглик билан аниқланади.

Демак барча кучлар импулси учун ушбу тенгликни оламиз:

$$\sum P\cos\beta dt = \left\{\rho g\sin\alpha\int_{s_1}^{s}\omega ds + p\omega_1 - p_2\omega_2 + \int_{s_1}^{s_2} pd\omega - \int_{s_1}^{s_2}\tau\chi ds\right\} dt \qquad (6.3.3.)$$

Шундай қилиб оқимнинг ҳаракат миқдорини ўзгариши тенгламасини (6.3.2.) ва (6.3.3.) ифодалардан ҳамда ҳаракат миқдорини ўзгариши теоремасидан фойдаланиб ушбу импульс тенгламасини оламиз:

$$\frac{Q_2V_2}{g}-\frac{Q_1V_1}{g}=\int_{s_1}^{s_2}\frac{V_n}{g}\cos\beta dQ-\sin\alpha\int_{s_1}^{s_2}\omega ds+\frac{p_1\omega_1}{\rho g}-\frac{p_2\omega_2}{\rho g}+\int_{s_1}^{s_2}\frac{p}{\rho g}d\omega-\int_{s_1}^{s_2}\frac{\tau\chi}{\rho g}ds \quad (6.3.4.)$$

$\tau\chi=\rho g\cdot i_f\omega$ бўлишини ҳисобга олиб Q_1, V_1, P_1 миқдорларни ўзгармас деб олсак ушбу тенгликни оламиз ($Q_2=Q, V_2=V, P_2=P$ -)ларни ўзгарувчан миқдор деб ҳисобласак

$$\frac{QV}{g}+\frac{p\omega}{\rho g}-\int_{s_1}^{s}\frac{p}{\rho g}d\omega+\sin\alpha\int_{s_1}^{s}\omega ds-\int_{s_1}^{s}\frac{V_n}{g}\cos\beta dQ+\int_{s_1}^{s}i_f\omega ds=\frac{Q_1V_1}{g}+\frac{p_1\omega_1}{\rho g}=const$$

Бундан ушбу кўринишидаги дифференциал тенгламани олиш мумкин:

$$\frac{d(QV)}{g}+\frac{d(\rho\omega)}{\rho g}-\frac{pd\omega}{\rho g}+\omega\sin\alpha ds-\frac{V_n\ln\beta}{g}dQ+i_f\omega ds=0$$

6 – 7 расмга кўра ушбу тенгликни оламиз:

$$\omega\sin ds=-\omega\frac{dz}{ds}ds=-\omega dz$$

Бу тенгликни ҳисобга олган ҳолда охирги тенгламада баъзи группалаш амалларини бажариб ушбу тенгламани оламиз:

$$\frac{Qdv}{\omega g}+V\frac{dQ}{\omega g}+\frac{dp}{\rho g}+dz-\frac{V_n\cos\beta}{g\omega}dQ+i_f ds=0$$

Бу ерда $\frac{QdV}{\omega g}=\frac{VdV}{g}=d\left(\frac{V^2}{2g}\right)$

ҳамда $i_f ds=dh$ бўлишини ҳисобга олсак оқимнинг импульс тенгламаси қуйидаги кўринишни олади:

$$d\left(\frac{V^2}{2g}\right)+d\left(\frac{p}{\rho g}\right)+dz+dhw+\frac{V-V_n\cos\beta}{g\omega}dQ=0 \quad (6.3.5.)$$

Шундай қилиб, суюқликнинг бир ўлчамли ўзгарувчан сарфли
оқими учун ушбу тенгламалар системасини оламиз:

$$\frac{V_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\gamma}+z_1=\frac{V_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}+z_2+\int_{s_1}^{s_2}\frac{V-V_n\cos\beta}{g\omega}dQ+dh_{1,2} \quad (6.3.6.)$$

Бу ерда $Q=f_1(s)$ $V_n\cos\beta=f_2(s)$ s – оқим бўйламаси узунлиги.

Суюқлик сарфи ўзгармас бўлса dQ=0 бўлиб, аввалги олинган Бернулли тенгламасини оламиз.

Энди каналдаги суюқликнинг ўзгарувчан сарфли оқими учун тазийқни йуқотилишини аниқлаймиз.Бу миқдор бошланғич ваохирги кесимлардаги энергияларнинг фарқи билан аниқланади.

$$\Delta h_{w_1} = E_1 - E_2$$

Ҳаракатланувчи суюқликнинг бирор қисмидаги тўла энергияси ушбу тенглик билан аниқланади.

$$E_{\dots} = \frac{E_1Q_1 + Q_2E_2}{Q_1 + Q_2} = \frac{E(Q_1 + Q_2)}{Q_1 + Q_2} \qquad (6.3.7.)$$

Диаметри ўзгармас бўлган қувурдаги суюқликнинг ўзгарувчан сарфини кўрайлик:

Бу ҳолда $dQ = \omega dv$ бўлади.Қувур горизонтал жойлашган бўлса $z_1=z_2(dz=0)$ бўлиб, $\beta = \frac{\pi}{2}$ бўлади. Қувурга суюқликнинг четдан қуюлиши (ёки четга чиқиб кетиши) унинг деворига нормал йўналишда бўлади деб ҳисоблаймиз ва бу ҳолда (6.3.7.) тенглама қуйидагича ёзилади:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \Delta h_{w_{1-2}}$$

Бундан ушбу тенгликни оламиз $\frac{V_1^2}{g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{g} + \Delta h_{w_{1-2}}$

$\frac{V_1^2}{g} + \frac{P_1}{\gamma}$ ни ўзгармас миқдор деб ҳисобласак сарфни қувур бўйлаб ўзгариш қонуни ва $Q=f(s)$ деб ҳисобланса $V_2 = f(s)/\omega$ бўлади .

Бундан тазийқни йўқолиши учун ушбу тенгликни оламиз

$$\Delta h_w = \frac{V_1^2}{g} - \frac{f^2(s)}{\omega^2 g} + \frac{P_1 - P_2}{\gamma} \qquad (6.3.8.)$$

Δh_{w_1} тазийқни йўқолиши асосан гидравлик қаршилик назарияси ёрдамида аниқланади.Демак асосан поъмалум P_2 бўлиб,(6.3.8.) тенглик босимни суюқлик сарфининг ўзгаришига боғлиқлигини беради.

Мисол: d диаметрли қувурнинг перфорланган ғовакли қисмининг охиридаги босимни аниқланг. Қувур босимдаги оқим сарфи Q_1 қувурнинг перфорирланган қисми узунлиги l бўлсин ундан оқиб чиқаётган суюқлик сарфи Q_n ва $\frac{P_1}{\rho g}$ берилган бўлсин.

Тазийқни йўқотилиши

$$\Delta h = \frac{1}{k^2}\left(Q_1^2 - Q_1Q_n + \frac{Q_n}{3}\right)l \qquad (6.3.9.)$$

к – сарф характеристикаси, тенглик билан аниқланади.

(6.3.8.) тенгликдан P_2 босимни аниқлаймиз

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{g} - \frac{\ell}{k^2}\left(Q_1^2 - Q_1 Q_n + \frac{Q_n^2}{3}\right) \qquad (6.3.10.)$$

$d = 0.2\,м, Q_1 = 0.047\,{}^{м^3}\!/_{c}, Q_n = 0.02\,{}^{м^3}\!/_{c}, \frac{p_1}{\rho g} = 10\,м$ ва $\ell = 40\,м$

бўлган ҳол учун P_2 босимни ҳисоблаймиз:

$$V_1 = \frac{Q_1}{\omega_1} = \frac{0.047}{0.0314} = 1{,}5\,{}^{м}\!/_{c},$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{\omega_2} = \frac{0.02}{0.0314} = 0{,}63\,{}^{м}\!/_{c}$$

$$\frac{V_1^2 - V_2^2}{g} = \frac{1{,}5^2 - 0{,}63^2}{9{,}81} = 0{,}19\,м$$

$$\Delta h_n = \frac{1}{0{,}16}\left[0{,}047^2 - 0{,}047 \cdot 0{,}02 + \frac{0{,}02^2}{3}\right]\varphi o = 0{,}35\,м$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = 10 + 0{,}19 - 0{,}35 = 9{,}84\,м.$$

Мисол 2. Шу кўрилган масала ўзан деворидан суюқлик чиқаётган қисми учун пъезометрик чизиқни аниқланг.

Ечиш.

Пьезометрик чизиқ $hx = \frac{p_x}{\rho g} = f(x)$ тенламани аниқлаш учун (6.3.10.) тенгликдан фойдаланамиз:

$$h(x) = \frac{P_x}{\rho g} = \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2 - V_x^2}{g} - \frac{1}{k^2}\left(Q_1^2 - Q_1 \cdot Q_x + \frac{Q_x^2}{3}\right)x \qquad (6.3.11.)$$

$\ell_1, V_1 ва Q_n$ лар берилган бўлгани учун V_x , Q_x ларни x узунликдаги миқдорларни аниқлаймиз тезлик кўндаланг кесими чизиқли ўзгаргани учун чизиқли ўзгаради.

$V_x(0) = V_1$ $V_x(\ell) = V_2$ бўлгани учун $V_x = V_1 - \frac{V_1 - V_2}{\ell}x$

тенглик билан аниқланади. $V_x = 1{,}5 - \frac{1{,}5 - 0{,}63}{40}x = 1{,}5 - 0{,}022x$

Энди Q_x ни аниқлаймиз. Девор тешиги бир ҳил ва ундан чиқаётган суюқлик сарфи ҳам бир ҳил деб фараз қилинса узунлик бирлигидаги деб чиқаётган суюқлик сарфи $\hat{Q}_n = \frac{Q_n}{\ell} = \frac{Q{,}02}{40} = 0{,}0005$ га тенг бўлади.

Демак x узунликдаги сарф $Q_x = \hat{Q}_n x$ бундан $Q_n = 0{,}0005$ ни оламиз.

Олинган натижаларни h_t ни аниқлаш формуласи (6.3.11.) га қўйсак пьезометрик чизиқ тенгламасини оламиз.

$$h(x) = 10 + \frac{1{,}5^2 - (1{,}5 - 0{,}022x)^2}{g} - \frac{x}{0{,}16}\left[0{,}047^2 - 0{,}047 \cdot 0{,}005x + \frac{(0{,}0005x)^2}{3}\right]$$

$\left(\frac{0{,}0003}{3}\right)^2 \cdot 3 << 1$ бўлгани учун бу қийматни ҳисоблашда эътиборга олинмайди ва пьезометрик чизиқ учун ушбу тенгламани оламиз:

$$\frac{Ix^2}{9} = 0{,}22959 - 0{,}0067346x + 0{,}000049x^2$$

Бу ерда тазийқни камайиши Δh_w ҳам ўзгарувчи миқдор бўлиб $\Delta h_w = 0{,}0138x - 0{,}0001468x^2$

Энди пьезометрик чизиқ тенгламасини оламиз:

$$h(x) = \frac{p_x}{\rho g} = 10 - 0{,}22959 - 0{,}22959 + 0{,}0067346x - 0{,}000049x^2 - 0{,}0138x + 0{,}0001468x^2 =$$

$$= 10 - 0{,}007066x + 0{,}0000978x^2$$

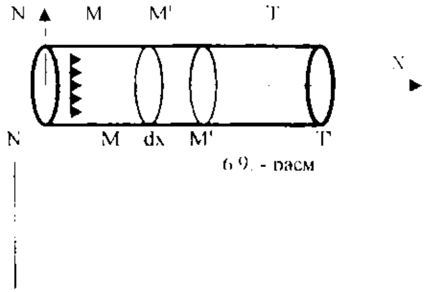
Демак пьезометрик чизиқ: $h(x) = 10 - 0{,}007x + 0{,}0001x^2$

Трубанинг перфорирланган қисмидаги тазийқни ўзгариши ва пьезометрик баланддлик ўзгариши қуйидаги жадвалда берилган:

X метр	0	10	20	30	40
h(x)	10	9,939	9,9	9,876	9,874
hw	0	0,1233	0,21728	0,2818	0,30112

Суюқлик ўтказувчан чекли L – узунликдаги қувур деворидан канал узунлиги бўйлаб ён бошга суюқликнинг бир қисми узлуксиз равишда оқиб чиқадиган бўлсин. Шундай каналдаги тазийқни йўқотилишини кўрамиз.

Қувурнинг босимланиш қисми N кесимдан қувур охирига М қараб суюқлик оқаётган бўлсин. Q_N–N–N кўндаланг кесимдаги юзадан ўтадиган суюқлик сарфи, Q_T T–T дан ўтган суюқлик миқдори бўлиб, унинг ён сиртидан қувурдан қувур узунлиги бўйлаб ташқарига чиққан суюқлик сарфи $Q_б$ бўлсин (6.9 – расм)



6.9. - расм

Қувурда N -N кесимдан x масофада жойлашган M—M кесимни оламиз, Δx масофада бўлган MM' кесимни оламиз. MM' кесма узунлиги dx бўлсин. Девор узунлиги бирлигидан девордан ташқарига чиққан суюқлик сарфи $q(x)$ бўлса MM' сиртдан ташқарига ўтган суюқлик сарфи $dQ_б = q(x)dx$ га тенг бўлади.

Бундан х масофадан яъни NM цилиндрик ён сиртидан ўтган суюқлик сарфи $Q_б(x) = \int_0^x q(x)dx$ (6.3.12.) га тенг бўлади.

Шунинг учун ҳам M—M кесимдан ўтган суюқлик оқими сарфи

$$Q_m = Q_N - Q_{б(x)} = Q_N - \int_0^x q(x)dx \qquad (6.3.13.)$$

Агарда қувур ёнбошидан суюқлик бирҳил миқдорда (бир текис) чиқаётган бўлса M—M кесимдан ўтган суюқлик миқдори учун ушбу тенглик билан аниқланади.

$$Q_M = Q_N - \frac{Q_б}{L}x \qquad (6.3.14.)$$

Қувур охиридаги суюқлик сарфи қуйидагича аниқланади:

$$Q_T = Q_N - Q_б$$

ёки

$$Q_N = Q_T + Q_б \qquad (6.3.15.)$$

M—M кесим учун гидравлик қиялик, Шези формуласи ёрдамида қуйидагича ёзилади.

$$J_M = \frac{Q_M^2}{K^2} = \frac{1}{K^2}\left(Q_N - \int_0^x q(x)dx\right)^2$$

бу ерда к – суюқлик сарфи характеристикаси

$q(x)=const$ бўлганда $Q_б$

Тазийқни dx узунликдаги камайиши $dh = J_0 dx$ тенглик билан аниқланади.

$$h = \frac{1}{K^2}\left[(Q_T + Q_P)^2 x - \frac{Q_P(Q_T + Q_P)}{L}x^2 + \frac{Q_P^2}{3L^2}x^3\right]_0^L$$

Бундан

$$h = \frac{1}{K^2}\left[(Q_T + Q_P)^2 L - Q_P(Q_T + Q_P)\cdot L + \frac{Q_P^2}{3}\cdot\frac{L^3}{L^2}\right] = \frac{L}{K^2}\left[Q_T^2 + 2Q_TQ_P + Q_P^2 - Q_TQ_P - Q_P^2 + \frac{Q_P^2}{3}\right]$$

Демак $N-N$ ва $M-M$ кесимлар орасидаги тазийқни йўқотилиши
учун ушбу тенгликни оламиз:

$$h = \frac{L}{K^2}\left[Q_T^2 + Q_TQ_P + \frac{Q_P^2}{3}\right] \qquad (6.3.15.)$$

Бу тенглик тақрибан ушбу кўринишда ёзиш мумкин
$Q_X = Q_T + 0.55Q_P$

$Q_X = Q_T + 0.55Q_P$ – ҳисобий сарфи.

Энди четга чиқаётган суюқлик сарфи $q(x) = Q_X e^{-\lambda x}$ бўлган ҳол учун тазийқни йўқотилишини аниқлаймиз. Бунинг учун (6.3.12.)дан фойдаланиб λни аниқлаймиз:

$$\frac{1 - e^{-\lambda L}}{\lambda L} = \frac{Q_б}{Q_X} = \hat{Q}_б < 1$$

Бундан λни аниқлаймиз $\lambda = \frac{l_б}{L}\cdot\frac{3 + 2\sqrt{57}}{4} = \hat{Q}\frac{4{,}525}{L}$; тенг

Қувур ёнбошига узлуксиз равишда экспотенциал қонуният билан оқиб чиқиш учун узунлик бирлигидаги тақсимот учун ушбу тенглик оламиз:

$$q(x) = Q_X \exp\left[-4{,}525\frac{Q_б}{Q_X}\cdot\frac{X}{L}\right]$$

Агар ёнгбошга суюқлик оқиб чиқиш миқдори $Q_б$ маълум бўлса тазийқни йўқотилиши

$$h = \frac{L\cdot Q_X}{K^2}\left(1 - \frac{Q_P}{Q_X}\right)^2 \qquad (6.3.16)$$

тенгликдан аниқланади.

Агар тақсимот формуласида λ – маълум ҳисобланса у ҳолда ушбу тенгликдан L узунликдаги қувурдан ёнбошга оқиб чиқаётган суюқлик миқдорини топамиз:

$$Q_{x} \quad Q_{x}\frac{1 \quad e}{\lambda l}$$

бу ҳолда тазийқни йўқотилиши учун ушбу тенглик ўринли бўлади:

$$h \; \frac{Q_{x}^{2}}{K^{2}}\left[1-\frac{1 \quad e^{\lambda l}}{\lambda l}\right]^{2}$$

Адабиётлар рўйхати

Асосий.

1. Штеренлихт.Д.В. Гидравлика Учебник.для вузов – В 2 – х кн – М:Энергоатомиздат,1991.
2. Альтшуль А.Л, Киселев.П.Г Гидравлика и аэродинамика. М.Стройиздат.1975 г.
3. Чугаев Р.Р.Гидравлика. Л, "Энергия" ,1982 г.
4. Латипов К.Ш. Гидравлика, гидромашиналар, гидроюритмалар. Тошкент "Ўқитувчи",1992 й.
5. Киселев П.Г. Гидравлика и основы механики жидкости.
6. М."Энергия", 1980 г.
7. Хамидов А.А. Исанов Ш.Р. Гидравлика, I қисм, маърузалар матни 2000.й.

Қўшимча адабиётлар.

1. Богомолов А.И. Михайлов К.А. Гидравлика. М.Стройиздат. 1973 г.
2. Киселев П.Г. Справочник по гидравлическим расчетах, М., ."Энергия" 1972 г.
3. Рабинович Е.З. Гидравлика. Изд. техн. теор. литер. М.1957 г.
4. Чоу В.Т. Гидравлика открытих каналов, М. пер, с англ. языка.Стройиздат.1969 г.

МУНДАРИЖА