

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ ИНЖЕНЕРНАЯ И МАШИННАЯ ГРАФИКА

Под редакцией проф. К.И. ВАЛЬКОВА

Рекомендовано Министерством
общего и профессионального образования
Российской Федерации
в качестве учебника для студентов
строительных специальностей
высших учебных заведений



Москва
"Высшая школа" 1997

УДК 514.18
ББК 22.151.3
Н36

Рецензенты:
кафедра начертательной геометрии и графики Петрозаводского государственного университета (зав. кафедрой — канд. техн. наук, доц. Ю.В. Сачунов); д-р техн. наук, проф. В.Я. Волков

Начертательная геометрия. Инженерная и машинная графика:
Н36 Учеб. для строит. спец. вузов/К.И. Вальков, Б.И. Дралин,
В.Ю. Клементьев, М.Н. Чукова; Под ред. К.И. Валькова. —
М.: Высш. шк., 1997.—495 с.: ил.

ISBN 5-06-003369-4

В учебнике изложены сведения о построении проекционных моделей, широко используемых в практике строительного проектирования: ортогональных проекций, аксонометрии, перспективы и проекций с числовыми отметками; освещены специальные вопросы, знание которых необходимо инженеру-строителю при работе с технической чертежной документацией; рассмотрены задачи машинной графики, отражающие специфику архитектурно-строительного производства.

ISBN 5-06-003369-4

© К.И. Вальков, Б.И. Дралин,
В.Ю. Клементьев, М.Н. Чукова, 1997

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебник подготовлен на конкурсной основе. Он охватывает все разделы действующей программы по курсу начертательной геометрии, инженерной и машинной графики, ориентированной на студентов строительных специальностей. Книга отражает современные научные и методические достижения в этой области и существенно отличается от других аналогичных учебных руководств. Наиболее характерные отличия сводятся к следующему:

1. В основу учебника положено общее представление о процессах геометрического моделирования и о проекционном отображении как главном инструменте наблюдения и познания действительности.

2. Изучение конкретных вопросов тесно связано с классификацией геометрических моделей, разделяющей их на три основные группы: предметные, расчетные и познавательные.

3. Во всех принципиально важных случаях индуктивный метод изложения завершается, как правило, достаточно подробным раскрытием общей идеи (метод двух изображений, алгоритм Гаука, понятия о геометрической машине, многофакторной зависимости, проекционном схематизме и др.).

4. Многие вопросы и задачи, рассмотренные в книге, впервые освещены в учебной литературе.

5. Общий подход к теме характеризуется подчеркнутым интересом к гуманитарным аспектам изучаемых технических ситуаций.

Первые два раздела учебника (начертательная геометрия и инженерная графика) написаны К.И. Вальковым, Б.И. Дралиным, В.Ю. Клементьевым. Третий раздел (машинная графика) подготовлен К.И. Вальковым и М.Н. Чуковой.

При окончательном оформлении рукописи учтены полезные замечания рецензентов — д-ра техн. наук, проф. В.Я. Волкова и коллектива кафедры начертательной геометрии и графики Петрозаводского государственного университета, — которым авторы выражают свою искреннюю благодарность.

Отзывы и замечания просим направлять по адресу: 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14, издательство «Высшая школа».

Авторы

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Точки обозначены прописными буквами латинского алфавита, например $A, B, C, \dots$.

Линии обозначены строчными буквами латинского алфавита, например $a, b, c, \dots$.

Поверхности обозначены строчными буквами греческого алфавита, например $\alpha, \beta, \gamma, \dots$.

Операции объединения и пересечения геометрических образов обозначены с помощью двух символов: $\cdot$ и, например $\alpha \cdot l = M$ (пересечение плоскости α с прямой l дает точку M).

Аналогично записывают и другие трехчленные операции.

Разделы текста указаны двумя цифрами, например 36.7 (параграф 36, пункт 7). Иногда указывается только номер параграфа: § 16.

Названия рекомендованных книг указаны номером книги по списку, который приведен на с. 489. Этот номер заключен в квадратные скобки, например [3] (третье название по списку).

§ 1. Геометрические модели и возможности их использования в строительном деле

1. Любая творческая, созидательная деятельность человека связана с использованием моделей. Если нужно построить жилой дом или театр, то приходится сначала подготовить чертежи и рисунки этого сооружения. Они помогут нам понять, что именно мы хотим построить, и позволят передать наше понимание другим людям — инженерам и рабочим, которые непосредственно займутся строительством. Рисунки и чертежи будущего здания — это его модель.

Если нужно произвести расчет какой-нибудь строительной конструкции, например определить, выдержат ли балки моста тяжесть проезжающих по нему машин, то придется воспользоваться специальными формулами. В этих формулах должны быть учтены все существенные для дела факты: максимальный вес проезжающих машин, толщина балок, поддерживающих покрытие моста, свободный пролет этих балок (т. е. расстояние от одной опоры до другой) и ряд других моментов. Формулы, используемые для расчета, — это модель данной строительной конструкции.

И вообще, если вы обдумываете или обсуждаете стоящую перед вами задачу, то мысленные образы, которые при этом возникают, или слова, которыми вы пользуетесь при обсуждении, или схемы, символы, изображения, которые вы привлекаете к делу с целью решения поставленной задачи, — все это суть модели интересующего вас явления и отдельных его фрагментов.

Попробуйте самостоятельно продолжить ряд приведенных примеров. И вы убедитесь, что почти все действия человека, за очень редкими (хотя, может быть, и очень важными) исключениями, проходят эту двойную череду: сначала использование модели, затем обращение к реальности. Или сначала встреча с реальностью, затем отражение ее на модели.

2. Формы моделей могут быть крайне разнообразны. Они так же разнообразны, как и формы окружающих нас явлений. Однако среди всего этого пестрого множества, среди отчетливо обособленных и, наоборот, тесно взаимосвязанных форм полезно выдвинуть на первый план три основных класса: *модели образные* (т. е. высту-

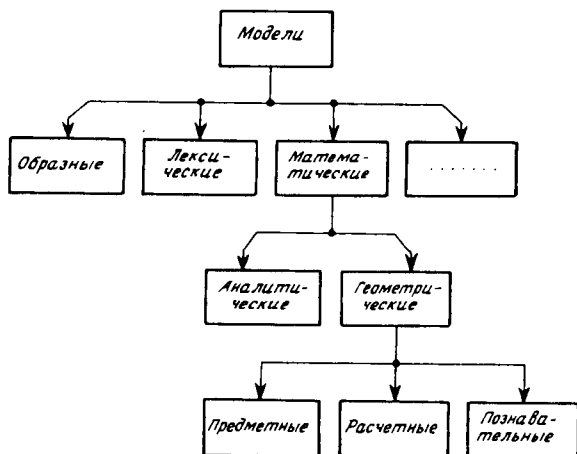


Рис. 1

пающие в виде мысленных образов, которыми мы оперируем), *модели лексические* (т. е. выраженные с помощью словесных описаний) и *модели математические*, опирающиеся на известные математические символы и операции.

Этот последний класс особенно важен в рамках той дисциплины, которую предстоит изучать. Присматриваясь к нему внимательнее, условимся разделять его еще на две группы (см. рис. 1): с одной стороны, *модели аналитические*, построение которых опирается на наш опыт пересчитывания предметов, на опыт различных числовых операций, и, с другой стороны, *модели геометрические*, конструирование которых опирается на наш опыт наблюдения пространства, на опыт различных пространственных операций.

Например, известная из школьного курса формула $f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$

(закон Ньютона) представляет собой аналитическую модель. С ее помощью можно подсчитать силу f , с которой притягиваются друг к другу два тела, обладающие массами m_1 и m_2 и разделенные расстоянием r . А на рис. 2. показана геометрическая модель, тоже хорошо вам известная. С ее помощью можно определить величину и направление равнодействующей силы f , если известны по величине и направлению две силы: p и q , — приложенные одновременно к точке O .

3. Характерная особенность математических моделей — их относительная *универсальность*. Это значит, что один и тот же числовой расчет, например расчет по формуле тяготения, может пригодиться для моделирования не одного-единственного явления (скажем, притяжения двух физических масс), а для множества

других аналогичных или даже совершенно иных по внешней форме явлений. Вспомните хотя бы, что формула тяготения позволяет подсчитывать силу, с которой отталкиваются друг от друга одноименные электрические заряды (закон Кулона), и попробуйте самостоя-

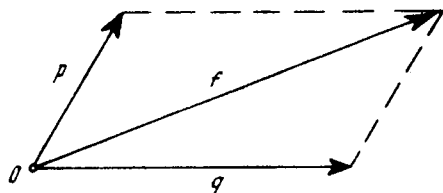


Рис. 2

тельно придумать какие-нибудь другие реальные ситуации, для моделирования которых годилась бы та же формула.

Разумеется, и геометрическая модель, показанная на рис. 2, годится для многих случаев, например для суммирования не сил, а скоростей.

Итак, конструировать математические модели полезно и выгодно, в особенности потому, что они отображают сразу многие явления и, скорее всего, пригодятся нам неоднократно. Так, полезно и выгодно иметь в руках хорошо отлаженный прибор, например фотоаппарат, чтобы использовать его при съемке и людей, и пейзажей, и жанровых сцен, и городской застройки...

4. Мы отметили, что модель *отображает* явление (или многие явления), с которыми она связана. Именно поэтому модели и находят такое широкое применение. Они используются как заменители, как «суррогаты» действительности, чтобы на эту действительность не натолкнуться лбом, а сначала примериться, присмотреться к ней, спланировать ее или как-то объяснить и понять: прежде чем построить дом — продумать его устройство; прежде чем направить машину через мост — просчитать, выдержит ли мост такую нагрузку.

Но в каком смысле — спросим себя — модель «отображает» действительность? Очевидно, она только *отчасти* ее отображает. Какие-то черты явления полностью повторяются на модели, какие-то видоизменяются и искажаются, а иные вообще отсутствуют. Явление и модель его — это разные вещи. Если мы не хотим пользоваться моделированием совсем уж стихийно — наугад и вслепую, то нужно бы постараться взглянуть критически на сам *процесс построения модели*, с тем чтобы по возможности отчетливо его себе представить.

Здесь нам снова помогают математические, в первую очередь геометрические, модели. Дело в том, что, прибегая к пространственным построениям, мы можем решать не только конкретные задачи, подобно тому, как это показано на рис. 2, но еще и *отображать* одно пространство на другое, т. е. как бы отрабатывать и апробировать на геометрических конструкциях технику замены данного объекта другим вспомогательным объектом (его моделью). Подробнее и яснее эта мысль будет развиваться на протяжении всего

дальнейшего изложения. А сейчас важно понять и запомнить, что теорию геометрического моделирования мы будем изучать, имея в виду *две цели*: во-первых, для того чтобы научиться создавать и использовать геометрические модели в задачах проектирования и строительства различных сооружений; во-вторых, для того чтобы научиться подмечать, понимать и анализировать самый процесс моделирования действительности. Важность первой цели достаточно очевидна: если вы намерены приобрести профессию строителя, то необходимо прежде всего овладеть и азбукой этой профессии — изображением и моделированием строительных объектов. Но гораздо более значительной и важной представится нам вторая цель, если вспомним, что процессы моделирования окружают со всех сторон не только профессионала — научного сотрудника, инженера или рабочего, — но вообще каждого мыслящего, решающего, совершающего свой жизненный путь человека. Ведь без образных и лексических моделей нельзя сделать буквально ни шагу. А между тем искусство отчетливо, плодотворно мыслить и хорошо изъясняться значительно более дефицитно, чем любое другое искусство. Глубокая мысль и доброе слово — это всегда драгоценный товар. Поэтому не стоит жалеть трудов на любые приобретения в этой области.

5. Итак, непосредственным предметом наших дальнейших рассуждений служат геометрические модели и процессы геометрического моделирования. Конечно, не вся эта обширная тема будет находиться в поле нашего зрения, а только те ее аспекты, которые укладываются в рамки краткого учебного курса с учетом профессиональных требований, предъявляемых к инженеру-строителю или архитектору.

Ясно, что профессия строителя прежде всего требует свободного обращения с геометрическими моделями, заменяющими физические вещи и предметы. Модели такого типа и назначения условимся выделять в особую подгруппу и называть их *предметными*. Исходным объектом, который подлежит отображению, является здесь именно предмет (рис. 3).

Но профессионалу-строителю приходится, кроме того, иметь дело и с различными техническими расчетами. Иногда для выполнения таких часто повторяющихся расчетов или для наглядного выявления внутренних связей между величинами, входящими в расчет, бывает удобно использовать особую геометрическую модель, специально приспособленную для этих целей. Предположим, например, что в точке O приложены силы p и q и угол между их направлениями остается постоянным (см. рис. 2), а величина их принимает то одно, то другое значение. Тогда для определения величины равнодействующей силы f можно использовать геометрическую модель, схематически представленную на рис. 4. Выберем

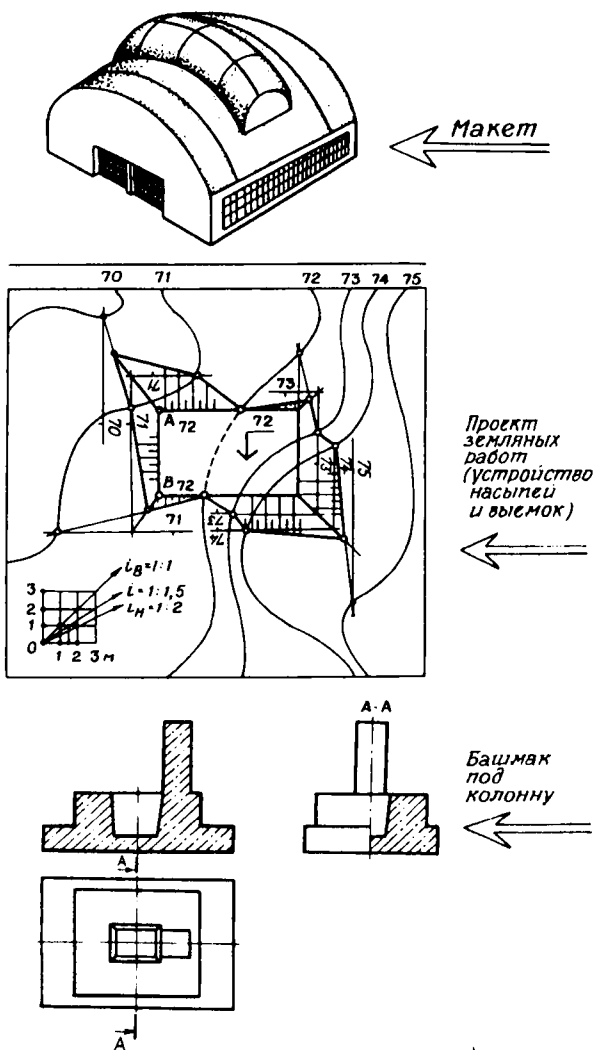


Рис 3

горизонтальную прямую с числовой пометкой, указывающей величину силы p . Аналогично выберем наклонную прямую, отвечающую силе q . Пересечение этих прямых дает точку F . Через нее проходит окружность, числовая пометка которой указывает величину равнодействующей f . Сравнивая рис. 2 и 4, нетрудно понять, каким образом получена приведенная здесь геометрическая конструкция. Модели такого типа и назначения условимся выделять в другую

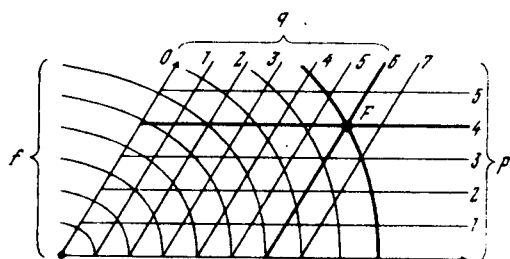


Рис. 4

подгруппу и называть их *расчетными* геометрическими моделями. Исходным объектом, который подлежит отображению, является здесь не вещь, не предмет, а связь величин (параметров), характеризующих некоторую реальную ситуацию. В данном случае ситуация за-

ключается в том, что к точке O приложены две силы, а характеризующие это явление параметры — суть величины сил p , q и равнодействующей f . Разумеется, расчетные и предметные модели имеют не только внешние различия, но и глубокие внутренние связи. Смысл этих связей будет постепенно выясняться в дальнейшем. Сейчас важно уяснить себе, что модели той и другой подгруппы встречаются в практической деятельности строителя. Специалист должен разбираться в них и уметь ими пользоваться.

Кроме непосредственного изображения предметов и выполнения технических расчетов любому инженеру приходится сталкиваться и с гораздо менее определенными, но, может быть, еще более насущными задачами. Речь идет о таких случаях, когда нужно продумать и спланировать предстоящую работу, наладить управление деятельностью предприятия, организовать новую функциональную структуру, понять причины возникающих срывов и неудач, взвесить и оценить возможные варианты решений и т. п. На рис. 5 в качестве примера показана схема возможных вариантов планировки двухкомнатной квартиры: с изолированными комнатами, со смежно-изолированными комнатами и с одной проходной комнатой. Предложенная схема — геометрическая модель — не отображает ни размеры комнат, ни форму их, ни фактическое расположение. Однако она позволяет все же познать возможности планировки будущей квартиры, продумать их с точки зрения возникающих коммуникаций. Чтобы лучше почувствовать неординарность этой задачи, попробуйте самостоятельно составить аналогичную схему для трехкомнатной квартиры. Модели указанного типа и назначения условимся выделять в третью группу и называть



Обозначения:

● комната
○ прихожая

Рис. 5

их *познавательными* геометрическими моделями. Исходный объект, который подлежит здесь отображению, ускользает от определения, поскольку он зависит от целей нашего познания и изменяется с изменением этих целей. Вместе с тем необходимо подчеркнуть, что использование познавательных геометрических моделей нередко имеет большое значение и избавляет инженера или исследователя от многих трудных проблем. Схема на рис. 1, к которой имеет смысл теперь еще раз вернуться, представляет собой типичную познавательную модель.

§ 2. Основные задачи начертательной геометрии, инженерной и машинной графики

1. В рамках учебного курса, который вам предстоит осваивать, выделяются три раздела, обозначенные как в заглавии всей книги, так и в заглавии данного параграфа. Бросим беглый взгляд на содержание этих трех разделов, подчеркивая объединяющие их общие идеи и выявляя характерные для них отличия.

Основная задача начертательной геометрии заключается в сопоставлении трехмерного объекта с его плоской проекционной моделью.

Чтобы правильно понять эту фразу, необходимо чуть подробнее обсудить термины «трехмерный объект», «проекционная модель» и «сопоставление».

Трехмерными объектами, интересующими строителя, являются всевозможные здания, сооружения и входящие в их состав конструкции (фундаменты, стены, покрытия, перекрытия, балки, колонны, лестницы и т. п.), а также специальные земляные устройства, связанные с выполнением строительных работ.

Проекционной геометрической моделью этих объектов служат различного рода рисунки и чертежи, выполненные на бумаге, т. е. на плоской поверхности. Они называются *проекционными*, поскольку подразумевается, что все такие изображения создаются не вполне произвольно, а с помощью определенной геометрической процедуры, которая именуется *операцией проектирования* (см. 5.6).

Наконец, говоря о сопоставлении объекта и модели, мы подразумеваем уяснение всех тех законов и правил, при посредстве которых можно по данному объекту получить, построить, вычертить его проекционную модель и, наоборот, по данной модели представить, реконструировать, фактически воздвигнуть соответствующий трехмерный объект.

2. Невольно возникает вопрос: как же можно решить основную задачу начертательной геометрии, если строительных объектов, подлежащих нашему изучению, так много, а различных возможных проекционных изображений их, конечно, еще больше? Ответ на

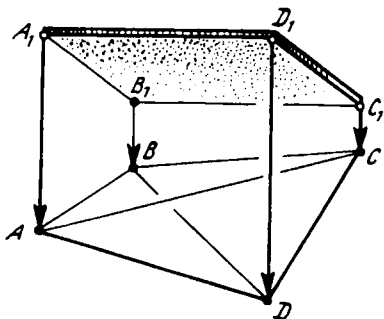


Рис. 6

этот вопрос прост и ясен: начертательная геометрия, как показывает само ее название, есть ветвь геометрии. Следовательно, она *отвлекается* от конкретных физических объектов, интересующих строителя, а занимается абстрактными трехмерными геометрическими объектами и столь же абстрактными двумерными (плоскими) проекционными их моделями. В некотором — вполне понятном? — смысле можно даже утверждать, что начертательная геометрия имеет перед собой только один объект — трехмерное геометрическое пространство (со всеми его фигурами) — и только одну модель — двумерную геометрическую поверхность (плоскость со всеми ее фигурами). Такой подход позволяет освободиться от всех несущественных для дела частных, но рассматривать и решать все время только одну основную задачу: как установить отображение множества точек, заполняющих трехмерное пространство, на множество точек, заполняющих плоскость? И как, пользуясь этим отображением, переходить от заданных трехмерных фигур к соответствующим плоским фигурам и обратно?

3. Пожалуй, можно было бы считать, что этими беглыми пояснениями вопрос о предмете начертательной геометрии вполне исчерпан, если бы не два необходимых дополнительных и, может быть, неожиданных для вас замечания.

Первое замечание должно вернуть нас к вопросу об исходном трехмерном объекте. Если уж начертательная геометрия, отвлекаясь от конкретной реальности, рассматривает трехмерные геометрические фигуры, то почему нужно считать, что в реальности им обязательно соответствуют какие-то строительные сооружения? Бросим взгляд на рис. 6. Здесь показаны нагрузки p, q, s, r , приложенные в четырех точках плоской поверхности. Если представить, как это принято, действующие силы в виде векторов, то концы этих векторов определяют трехмерную фигуру — тетраэдр $ABCD$. Любое изменение нагрузок влечет за собой изменение представляющего их тетраэдра. Пользуясь правилами начертательной геометрии, можно промоделировать тетраэдр $ABCD$ на плоской картине. Но полученная модель отображает, очевидно, не строительное сооружение, а воздействие сил на некоторую поверхность. Такой случай и такой объект тоже, конечно, представляет интерес для инженера-строителя. Следовательно, универсальный аппарат начертательной геометрии *годится для моделирования любых явлений, которые могут быть представлены в терминах и в образах трехмер-*

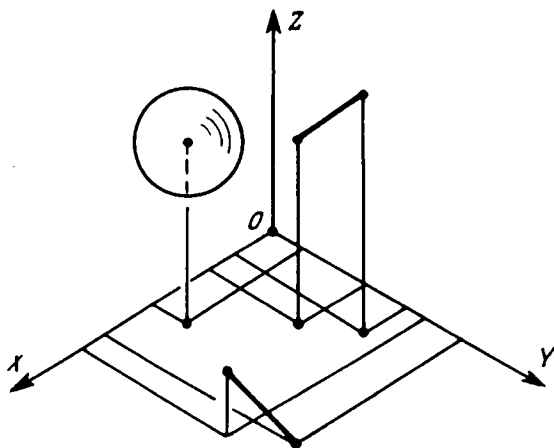


Рис. 7

ного геометрического пространства. Поэтому выражение «трехмерный объект» можно понимать и в самом узком, конкретном, и в самом широком, отвлеченном, смысле.

Второе замечание должно еще более раскрепостить наши воззрения на исходный объект моделирования. Дело в том, что пространство именуется *трехмерным*, поскольку каждая точка его определяется, как вы знаете, тремя числами — тремя ее координатами. Поэтому если какое-то явление порождает зависимость между тремя числами — $\varphi(x, y, z) = 0$, — то оно заведомо может быть представлено в терминах и образах трехмерного пространства, т. е. является объектом начертательной геометрии. Этому требованию отвечает, например, явление, промоделированное на рис. 4: $\varphi(p, q, f) = 0$. В подобных случаях явление в целом складывается из отдельных конкретных фактов (например, конкретные силы p_1 и q_1 порождают конкретную силу f_1), а соответствующая ему трехмерная фигура (поверхность) складывается из отдельных точек.

Но ведь кроме точек в пространстве существуют и другие геометрические образы, которые определяются не тремя, а, скажем, четырьмя, пятью, шестью и т. д. числами — координатами. Например, сферическую поверхность можно выделить, указав четыре числа: три числа — координаты центра, одно число — величина радиуса. Отрезок, исходящий из координатной плоскости, определяется пятью числами: две координаты — для начала, три — для конца отрезка. Произвольно взятый в пространстве отрезок определяют шесть чисел: три координаты — начало, три — конец отрезка (рис. 7). Поэтому если какое-то явление порождает зависимость между n числами — $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$, — то оно тоже

может быть заведомо представлено в терминах и образах трехмерного пространства, т. е. тоже *является объектом начертательной геометрии*. В подобных случаях явление складывается из отдельных конкретных фактов, а соответствующая конструкция в пространстве — из отдельных фигур (сферических поверхностей, связанных или свободно расположенных отрезков и т. п.) (ср. рис. 7).

Принимая во внимание все сказанное, мы видим, что «трехмерный объект» начертательной геометрии оказывается действительно трехмерным в том смысле, что вмещается в *трехмерное пространство*. Если же подсчитать координаты, которыми определяются отдельные элементы объекта, то его придется назвать четырехмерным, пятимерным или вообще n -мерным. Следовательно, сформулированная выше основная задача начертательной геометрии (см. с. 7) весьма широка по своему содержанию и подразумевает возможность использования в инженерной практике как предметных, расчетных, так и познавательных геометрических моделей.

4. Обратимся теперь к разд. II книги — к области *инженерной графики*. Очень уместно сразу же подчеркнуть, что *основная задача инженерной графики заключается в сопоставлении трехмерного объекта с его плоской проекционной моделью*.

Полное совпадение этой формулировки с тем выражением, которое было использовано на с. 7, не должно вас удивлять. Напротив, такое совпадение является очень характерным и принципиально важным проявлением и образных, и лексических, и математических моделей. В дальнейшем нам неоднократно придется возвращаться к этому моменту и к другим аналогичным фактам. А сейчас важно подчеркнуть, что общность приведенных формулировок сразу же показывает, почему оба интересующих нас раздела — и начертательная геометрия, и инженерная графика — укладываются в рамки одной учебной дисциплины и помещаются под одной крышей — под обложкой данного учебника. Что касается различий, то они кроются главным образом в трактовке термина «трехмерный объект», а также и в трактовке термина «проекционная модель».

5. В области инженерной графики трехмерный объект — это конкретное, материально воплощенное здание, строительное сооружение (поскольку речь идет о строительной графике) или его часть, его фрагменты, узлы и детали. Никакого выхода в абстрактную геометрию здесь не допускается, хотя моделированию подвергаются в первую очередь именно геометрические характеристики объекта: его форма, размеры, относительное расположение проемов, колонн, лестниц и пр. В этом смысле инженерная графика представляет собой *очень частное ответвление* начертательной геометрии, ее узко специализированный подраздел. Но именно благодаря такой узкой практической направленности инженерной графики в ней появляются совершенно новые вопросы, к начертательной геометрии

отношения не имеющие. Сюда относятся прежде всего развитая система условных обозначений, с помощью которых удастся отображать на модели и некоторые теоретически несущественные, а практически крайне важные геометрические отношения (видимость отдельных элементов, внутреннее устройство помещений, их размеры и т. д.) и многие другие (в том числе чисто физические) особенности объекта (использованный материал, характер обработки поверхностей, состав строительных конструкций и т. п.). Сюда относятся также правила оформления чертежей, сведения об использовании технических стандартов, знакомство с некоторыми типовыми конструктивными или технологическими решениями и ряд других вопросов.

Что касается проекционной модели, то здесь также на первый план выдвигается ее конкретная, материальная, вещественная сторона. Если в начертательной геометрии чертеж — это лишь удобное средство представления плоской модели, состоящей из таких абстрактных геометрических феноменов, как точки, прямые и кривые линии или различные плоские фигуры, то в области инженерной графики чертеж — это непременно возникающий *конечный продукт моделирования*. Он должен быть полноценным в смысле своей информационной насыщенности, должен обладать высокими качествами в смысле внешнего оформления и наглядности. Кроме того, эта проекционная модель дополняется, как правило, многими вспомогательными и отнюдь не проекционными символами и знаками: основными и вспомогательными надписями, таблицами-спецификациями, цепочками размеров, условными обозначениями, штриховкой, иногда покраской, отмывкой и пр. Именно в силу этого центрального положения чертежа-модели сама дисциплина «инженерная графика» нередко обозначалась прежде и обозначается теперь одним словом: «черчение». Конечно, многие вопросы, относящиеся к этой области знаний, носят чисто справочный характер. Однако инженер не может и не должен пользоваться справочниками поминутно. Часть таких сведений специалисту необходимо всегда иметь в своей памяти, другую часть следует закрепить в качестве автоматически действующих профессиональных навыков.

6. В инженерной графике процедура *сопоставления* объекта с моделью также утрачивает свою теоретическую раскованность и глубину, но зато приобретает черты практически первоочередной и ответственной задачи. Инженер должен свободно претворять свои замыслы, связанные со строительством, в грамотно выполненный и общепонятный чертеж-модель. И наоборот, имея перед собой достаточно сложную проекционную модель, он обязан свободно «прочитать» ее, т. е. получить вполне адекватную образную модель представленного объекта, чтобы затем успешно использовать ее в своих решениях и действиях. Первый путь — путь от объекта к

модели — в особо ответственных случаях проходят индуктивным методом. Это означает, что специалист, составив сначала модели для отдельных, относительно простых частей своего объекта, собирает их затем воедино, создает общий, комплексный чертеж. А второй путь — путь от модели к объекту — в соответствующих ответственных случаях проходят дедуктивно: здесь специалист обязан, внимательно рассматривая комплексный чертеж, разбить его на чертежи отдельных частей, чтобы затем правильно и однозначно представить структуру всего объекта в целом. Эти приемы — суть специфические процедуры инженерной графики, органически вытекающие из ее основной задачи. В задачах, связанных с изображением машиностроительных объектов, они закреплены специальными терминами: «сборка» и «деталировка».

7. Третий раздел книги — *машинная графика*. Теперь, вероятно, вам уже не покажется неожиданным или странным повторение той же формулировки: для инженера-строителя *основная задача машинной графики заключается в сопоставлении трехмерного объекта с его плоской проекционной моделью*.

Следует отметить, что курс машинной графики, изучаемый в данном пособии, не охватывает всех возможностей компьютерной техники*, которые непосредственно или с известной натяжкой могут быть связаны с понятием о графическом изображении. Например, печатание или преобразование текстов в некотором смысле тоже является «машинной графикой». Условимся обсуждать здесь лишь тот круг вопросов и задач, который прямо связан с проектированием строительных сооружений. Тогда приведенная выше формулировка исчерпывает суть дела.

Конечный продукт машинной и инженерной графики один и тот же. Это проекционная модель-чертеж. Разумеется, выполненный компьютером и выполненный человеком чертежи различаются примерно так же, как различаются машинная и ручная вязка. Но это различие второстепенно и в данном случае ничего не решает. Решающим является следующий нюанс: если в области инженерной графики в центре стоит вопрос: «как правильно построить или прочесть чертеж?», то в области машинной графики центральное место занимает вопрос: «как привести в действие машину, чтобы она правильно построила или правильно восприняла чертеж?».

В соответствии с этим основным различием курс машинной графики нацелен на изучение некоторых основ компьютерной

* Здесь и в дальнейшем, говоря о «машине», следует помнить, что это дань установившейся традиции. Фактически речь идет о компьютере и компьютерной технике.

техники и правил ее использования при построении геометрических моделей, интересующих инженера-строителя.

8. Когда речь заходит об изучении технического устройства, то обычно обнаруживается три возможных уровня его познания: уровень пользователя, уровень программиста и уровень оператора. Это замечание относится, конечно, к любому устройству, если только мы условимся термины «программист» и «оператор» трактовать достаточно свободно. Оптимальным для практики является уровень пользователя, т. е. человека, который знает лишь одно: как получить от машины «пользу», извлечь из нее конечный результат, обеспечить нужный эффект. На уровне пользователей действуют, например, большинство владельцев телевизоров, холодильников, стиральных машин и т. п. Они просто знакомятся с соответствующей инструкцией и руководствуются ею. В области компьютерной графики уровень пользователя *в чистом виде*, к сожалению, далеко не всегда достижим (подробнее об этом см. в § 54, 58). Поэтому в разделе III «машинная графика» приводятся сведения, необходимые прежде всего пользователю, т. е. в данном случае инженеру-строителю, но в набор этих сведений неизбежно входят и некоторые материалы, относящиеся к деятельности как программиста, так и оператора.

9. В задачах практического свойства трехмерный объект машинной графики фактически совпадает с той сугубо предметной реальностью, о которой мы уже говорили, обсуждая предыдущий раздел учебника (см. 2.5). Однако в теоретическом плане вполне возможен выход и к обобщенным представлениям начертательной геометрии, а через них — к другим трехмерным или многомерным объектам (ср. 2.3), если моделирование их помогает производить расчеты или решать какие-либо другие задачи строительного проектирования.

Что же касается процессов *сопоставления* трехмерного объекта и его проекционной модели, то они, вообще говоря, должны быть заранее заложены в программу, хотя программа эта — в зависимости от режима работы — может быть записана либо в «памяти» компьютера, либо отчасти в памяти пользователя-программиста.

Таким образом, машинная графика имеет близкое соприкосновение и с начертательной геометрией, и с инженерной графикой, но в то же время существенно отличается от них по своему внутреннему содержанию.

Подводя итог этому беглому обсуждению, полезно заметить, что основная задача — сопоставление трехмерного объекта с его плоской проекционной моделью — рассматривается в трех разделах этой книги с трех различных точек зрения: в первом — с точки зрения общих теоретических возможностей такого сопоставления и действующих здесь математических закономерностей, во втором — с точки зрения конкретных результатов такого сопоставления при достаточно узком, профессионально ограниченном выборе как

самого объекта, так и его модели, а в третьем — с точки зрения возможности применения универсального технического устройства (компьютера) для решения поставленной основной задачи.

§ 3. Краткие исторические сведения

1. Памятники древнего искусства, литературные источники, строительные и архитектурные формы, сохранившиеся в течение многих веков, свидетельствуют о том, что моделирование пространственных отношений на плоской или искривленной поверхности применялось с незапамятных времен. Сначала такое моделирование осуществлялось, по-видимому, стихийно, без использования твердо установленных правил и закономерностей. Художнику, строителю, мастеру, древнему зодчему помогали в этом деле интуиция и практический опыт. Далеко не всегда модели носили законченный проекционный характер. Иногда это были более или менее или совершенно свободно выполненные рисунки и живописные композиции, иногда — столь же свободно выполненные объемные модели — скульптуры, горельефы, барельефы*. Впрочем, утверждать здесь что-либо с полной определенностью довольно трудно, поскольку первое сохранившееся систематическое изложение инженерного опыта, накопленного в области строительного и военного дела, относится лишь к 16—13-му годам до н. э. Это сочинение под названием «Десять книг об архитектуре» написал римский зодчий и инженер Марк Витрувий Поллион. Оно свидетельствует о том, что чертежи, изображавшие планы и фасады зданий, к тому времени были уже давно известны и находили широкое применение. Однако ввиду отсутствия четких правил, регулирующих построение таких изображений, мысль о возможности какой бы то ни было «замены» объекта его изображениями просто не возникала. А это значит, что сама идея о *моделировании* оставалась еще за «занавесом».

2. Поиски строгих закономерностей в этой области с большой настойчивостью продолжались в эпоху Возрождения. Вопросам построения наглядных проекционных изображений (перспективы) уделяли в то время значительное внимание многие известные ученые, зодчие, инженеры и художники. Среди них — Леонардо да Винчи, Леон Баттиста Альберти, Альбрехт Дюрер, Гвидо Убальди. Такое повышенное внимание к этой теме было вызвано, с одной стороны, развитием техники и усложнением актуальных архитектурно-строительных задач, а с другой стороны, общим духом времени, направленным на культ научного метода и научного знания.

* Горельефы и барельефы различаются глубиной погружения объемного изображения в плоскостную основу.

Достигнутые здесь успехи принесли дальнейшие плоды в годы французской революции, когда крупный математик, инженер и общественный деятель, член Парижской Академии наук Гаспар Монж выступил со своей работой «Начертательная геометрия», изданной в 1798 г. В этой книге впервые была отчетливо высказана и тщательно проработана идея адекватного отображения трехмерного геометрического пространства на плоскость с помощью проекционного метода. Был предложен особенно удобный для инженерной практики частный вариант такого отображения, сохраняющий свое значение до настоящего времени и известный как «система ортогональных проекций». Таким образом, Г. Монж сделал чрезвычайно существенный шаг в сторону обобщения проблемы, отказавшись от конкретных физических форм и заменив их абстрактными геометрическими образами. В то же время он невольно направил мысль последователей в сторону ограничения поставленной задачи, поскольку выдвинул на первый план удобную, но весьма частную систему проекций. Эти две диалектически связанные друг с другом тенденции, характерные для указанной работы Г. Монжа, определили дальнейший ход развития дисциплины.

3. Система ортогональных проекций сразу же прочно вошла в инженерную практику, стала пополняться специальной символикой, некоторыми вспомогательными вариантами проекционных изображений (аксонометрия) и постепенно втягиваться в орбиту жестких правил, вплоть до неукоснительных требований, предписываемых действующими стандартами. Весь этот материал в своей совокупности и составляет основу современной инженерной графики. Наряду с этим тенденция к обобщению научной темы привела прежде всего к объединению идей Г. Монжа и многочисленных исследователей эпохи Возрождения. Так возник облик классической начертательной геометрии, занятой изучением геометрических образов трехмерного пространства и *различными вариантами* их проекционного отображения. Но дело этим не ограничилось. Вскоре привлекли к себе общее внимание идущие из отвлеченной геометрии приемы проекционного сопоставления двух пространств одинаковой размерности, т. е. конструктивные средства так называемой *проективной геометрии* (Х. Винер, Г. Гаук, Э. Мюллер и др.). Вслед за этим подверглись обсуждению проблемы отображения многомерного геометрического пространства (Ж. Веронезе, Е.С. Федоров), а также возможные способы построения плоских нелинейных изображений (В. Фидлер, Е.С. Федоров и др.). Многочисленные научные исследования, идущие в русле указанных направлений, составили особую область математически абстрагированной начертательной геометрии.

4. Русские инженеры и зодчие пользовались на практике проекционными чертежами, в том числе и системой ортогональных проекций, еще задолго до появления работы Г. Монжа. Об этом свидетельствуют сохранившиеся, хотя, к сожалению, и не слишком

давние документы, относящиеся в основном к началу или середине XVIII в. Полным пониманием действующих закономерностей и высоким уровнем исполнения отличались, например, проекционные изображения, построенные изобретателем И.П. Кулибиным, знаменитыми зодчими С.И. Чевакинским, К.А. Ухтомским, В.И. Баженовым и др. В те времена в инженерных школах уже практиковалось преподавание черчения. Так, в Перновском (ныне г. Пярну) военно-инженерном училище в 1731—1733 гг. преподавание математических наук, фортификации и черчения вел А.П. Ганнибал, прадед поэта А.С. Пушкина. А в начале XIX в. сначала в высших, а затем и в средних учебных заведениях началось преподавание основ начертательной геометрии. Появились первые, однако очень обширные и тщательно проработанные учебные пособия по этой дисциплине (Я.С. Севастьянов, Н.И. Макаров, В.И. Курдюмов), разумеется, в строго очерченном классическом ее понимании. В таком именно виде, с упором на применение всех теоретических положений только в области инженерной графики, дисциплина существовала и сохранялась в течение последующего столетия.

5. Обилие новых научных идей и технических реализаций, характерное для XX в., отразилось, конечно, и на путях развития начертательной геометрии и инженерной графики. В середине текущего столетия русская научная школа, возглавляемая профессором Н.Ф. Четверухиным, значительно расширила представления специалистов о возможных способах отображения геометрических пространств и о сфере практического применения таких отображений. В основном в исследованиях этого периода, богатого научными результатами, преобладала абстрактно-математическая сторона проблемы. Особенно серьезное значение имели оригинальные идеи, обрисованные в трудах профессоров И.И. Котова и Е.А. Мчедlishvili.

Примерно с середины 40-х годов текущего столетия началось развитие автоматизированной вычислительной техники (ЭЦВМ). Вскоре было осознано, что вычислительные машины могут быть использованы не только в узком плане (для получения численных решений), но и гораздо шире: для выполнения многих других операций, если их удастся представить средствами математического моделирования. Эта эволюция мысли, вполне аналогичная той, что произошла в области начертательной геометрии (ср. 3.3, 3.5), привела к созданию компьютерной техники.

Выяснилось, что среди разнообразных функций, доступных компьютеру, числится и такая: выполнение графиков, схем, чертежей, проекционных изображений. Ясно, что компьютер может быть действительно полезен в этой области лишь в том случае, если он совершает работу за человека, *вместо него*. Однако достигнуть такого оптимального положения, чтобы замысел принадлежал человеку, а исполнение — только машине, не удастся по принципиальным

соображениям (см. § 59). Поэтому приходится идти на компромисс: человеку нужно до какой-то степени изучить машину и способы обращения с нею, а машина в этом случае берет на себя часть предстоящего ему труда. В рамках такого компромисса и возникла специальная учебная дисциплина — машинная графика, которая начиная с 1987 г. вошла в программу подготовки инженеров строительного профиля.

Более подробные сведения по истории развития графических дисциплин можно почерпнуть в специальной литературе, например [5, 6, 16, 18, ...].

6. В настоящее время в области начертательной геометрии, инженерной и компьютерной графики активно работают представители отечественных и зарубежных научных школ — специалисты, во многом разные по своим научным интересам и устремлениям.

Обобщая полученные результаты и увязывая их с некоторыми смежными разделами знания, научная школа С.-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета разработала широкую концепцию, по-новому осветившую как самый предмет исследований, так и задачи его включения в учебные планы современной высшей школы. В основу этой концепции положено представление о построении проекционных моделей и о *процессах геометрического моделирования* (термины были впервые предложены в 1964 г.; в настоящее время они вошли во всеобщее употребление, в том числе и в зарубежных изданиях). Процесс геометрического моделирования подразумевает, во-первых, переход от реального объекта к его геометрическому описанию (представлению), во-вторых, последующее проекционное моделирование, имеющее целью обеспечить передачу информации, облегчить наблюдение, анализ, расчет, познание изучаемого объекта. При этом понятия «объект», «проекционное моделирование» и «модель» трактуются весьма свободно, в очень широком смысле и конкретизируются по мере надобности в соответствии с условиями поставленной задачи. Геометрия и геометрические аналогии играют роль вспомогательного инструмента, который оказывается полезным или необходимым в самых различных ситуациях, начиная от мелких профессиональных задач и кончая проблемами экологии, управления производством, общей жизненной стратегии. На этом пути ясно обозначилась тесная связь между классической начертательной геометрией и специальной научной дисциплиной *номографией*, которая с конца XIX в. занималась изучением особых чертежей (номограмм), предназначенных для решения различного вида уравнений. На сущность этой связи и ее значение было указано в 1966 г. [1]. Впоследствии была введена в практику классификация геометрических моделей — предметные, расчетные, познавательные, — которая и положена в основу настоящего учебника.

Раздел I

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Глава I

ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

§ 4. Геометрическое пространство и его элементы

1. Мы живем и перемещаемся в пространстве. Наблюдение за окружающими нас предметами и движение, направленное к этим предметам, развивают наш пространственный опыт. Мы учимся мыслить о пространстве — это начало геометрии — и привычно ощущаем его — это пространственная интуиция.

Пространство, в котором мы живем, естественно назвать *физическим пространством*. Когда же, пытаясь размышлять о нем, мы вырабатываем определенные понятия, возникает *геометрическое пространство*. Первое — исходный объект, второе — его образная модель (см. рис. 1).

Различия между физическим и геометрическим пространством иногда явны и грубы, иногда тонки и трудно уловимы. Сразу видно, например, что в физическом пространстве нет точек, линий и поверхностей, а есть только тела, предметы, более или менее напоминающие эти понятия.

В геометрическом пространстве наоборот: тела существуют лишь постольку, поскольку они формируются точками, линиями и поверхностями.

Физическое пространство не ограничено. Наличие или отсутствие у него каких-либо границ остается для нас тайной за семью печатями. А в геометрическом пространстве мы можем и иногда стремимся сами устанавливать границы, причем осуществляем это довольно легко и различными способами (см. 5.3).

В физическом пространстве возможны и необходимы эксперименты. В геометрическом — эксперименты заведомо лишены смысла, поскольку результат их зависит от нас. (Это очень тонкое противопоставление, причинявшее в прошлом и причиняющее теперь немало хлопот многим специалистам, в том числе и ученым. Если вопрос этот вызывает у вас интерес, попробуйте познакомиться, например, с историей развития неевклидовой геометрии [6].) Имеются, конечно, и другие различия.

Итак, с самого начала важно увидеть и провести черту между пространством физическим и геометрическим, между объектом и

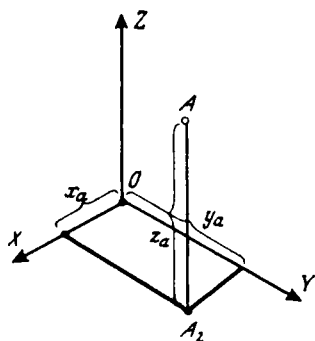


Рис. 8

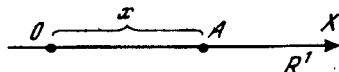
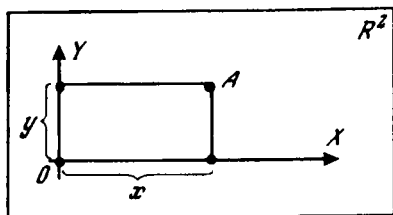


Рис. 9

его образной моделью. В школьном курсе геометрии и здесь, в курсе начертательной геометрии, мы имеем дело исключительно с *геометрическим* пространством. Но при этом все необходимые наглядные пояснения — все рисунки, чертежи и схемы — будут отпечатаны краской на бумаге, т. е. будут принадлежать, конечно, пространству физическому.

2. Пространство трехмерно. Что это значит, лучше всего подсказывает вам пространственная интуиция. Помогает здесь и такое рассуждение: в пространстве можно ввести хорошо знакомую вам прямоугольную декартову систему координат (рис. 8). Тогда любой точке A отвечают три ее координаты: x_a , y_a , z_a . И наоборот: выбрав три координаты x_a , y_a , z_a , находим единственную отвечающую им точку A . При этом выявить *произвольную* точку с помощью двух или тем более одной координаты невозможно. Это и позволяет говорить, что пространство трехмерно. Условимся обозначать его символом R^3 .

3. Пространство заполнено точками. Хорошо, если вы попытаетесь поразмыслить, что стоит за словом «заполнено». Но здесь нам важно отметить только тот факт, что точка — элементарный объект. Из точек складываются линии, в частности прямые линии. Из линий — поверхности, в частности «прямые» поверхности, т. е. плоскости.

Если снова воззвать к нашей пространственной интуиции или обратиться к понятию о декартовых координатах, то естественно будет сказать, что плоскость — это двухмерное пространство (рис. 9), а прямая линия — одномерное. Как же в этом случае назвать точку? Очевидно, нульмерным пространством. Тогда получается следующий ряд символов: R^0 , R^1 , R^2 , R^3 , ...

Невольно возникает вопрос: какой смысл обозначать точки, прямые линии, плоскости термином «пространство»? А какой смысл — спросим себя — строения, выполненные из различных материалов — брёвен, кирпича, бетона — да к тому же

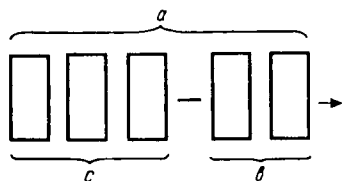


Рис. 10

чем R^3 , мы не видим и не знаем. Но если речь идет о пространстве геометрическом, то ряд символов, по-видимому, требует продолжения: $R^4, R^5, R^6, \dots, R^i$. Образная модель ведет нас вперед и не обязана и даже не может полностью повторять исходный объект. Так, например, формула $a - b = c$ моделирует для нас запас кирпича, остающийся после изъятия некоторой его части (рис. 10), но при этом вовсе не обязательно на саму формулу накладывать требование $b \leq a$. Объект, быть может, оказывается исчерпанным, а модель продолжает действовать в новых условиях.

Пространства, размерность которых превышает три единицы, называют *многомерными*. Они рассматриваются в геометрии, находят применение в науке и технике. Простейший пример — четырехмерное пространство событий. Каждый элемент этого пространства — событие — зависит от четырех координат: три координаты определяют место, четвертая — время события. Если, скажем, нужно запланировать адресную доставку кирпича при возведении многоэтажного здания, то в плане доставки будут фигурировать элементы из R^4 : номер этажа (координата z), место на этаже (координаты x, y) и время доставки (координата t).

4. Пространство заполнено различными геометрическими образами или формами. Среди них есть основные формы, которые постоянно используются в теоретических рассуждениях и встречаются на практике. Эти формы необходимо хорошо представлять себе, знать их по имени, помнить их характерные особенности. Обратимся к предварительному и краткому перечню таких основных форм. Более подробные сведения о них будут по мере необходимости приводиться в дальнейшем.

Линии. В пространстве приходится различать *прямые* и *кривые* линии. Заметим, что различие входит в силу лишь после того, как в пространстве введена определенная координатная система, или *система отсчета*. Например, летчик, сбросивший груз с самолета, считает, что груз этот движется по прямой линии (рис. 11), а наблюдатель с земли оценива-

отличающиеся друг от друга числом этажей, — называть общим словом «дом»? Очевидно смысл как раз и заключается в этой общности, в соединении многого воедино. Отметим этот характерный момент и возвратимся к нему снова в § 5 (см. 5.12—5.15).

И еще один вопрос: почему намеченный ряд символов обрывается на записи: R^3 ? Все ли здесь в порядке? Да, все в порядке, если речь идет о физическом пространстве. Ничего более емкого.

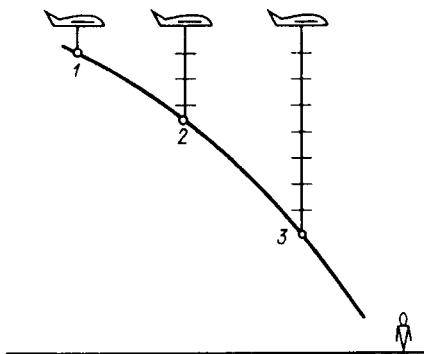


Рис. 11

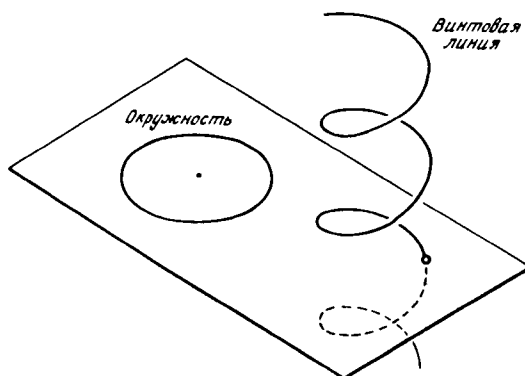


Рис. 12

ет ту же самую линию как кривую. Это происходит потому, что летчик и наблюдатель пользуются *разными* системами отсчета.

При фиксированной системе отсчета (что обычно *всегда подразумевается*) прямые линии отличаются друг от друга только своим положением в пространстве. Кривые отличаются друг от друга еще и своей конфигурацией и размерами. Так как положение в пространстве представляется малосущественным фактором («можно взять одну прямую и наложить ее на другую»), то принято думать и говорить, что среди множества линий имеется лишь одна прямая и необозримое разнообразие различных кривых линий.

Среди этого необозримого разнообразия кривых полезно выделить некоторые классы или группы. Классификация облегчает наш обзор, позволяет как-то ориентироваться среди различных форм, помогает *упорядочить* наши наблюдения. Остановимся подробнее на этом вопросе и вернемся к нему еще раз в § 5.

Все кривые распадаются на два класса: *плоские* и *пространственные* линии. Пример плоской кривой — окружность; все ее точки размещаются в одной плоскости. Пример пространственной кривой — винтовая линия; ее невозможно разместить в одной плоскости (рис. 12).

Из школьного курса геометрии вам известна группа *кривых второго порядка* (окружность, эллипс, парабола, гипербола). Все перечисленные кривые — плоские. Если кривая второго порядка пересекается с прямой линией или с плоскостью, то она не может давать более двух точек пересечения. Это ее визитная карточка, ее отличительный признак, выраженный на языке геометрии. С другой стороны, вводя на плоскости декартову систему координат и записывая по отношению к ней уравнение кривой второго порядка, получаем непременно уравнение второй степени. Это тоже отличительный признак такой кривой, выраженный уже на языке аналитическом (на языке чисел).

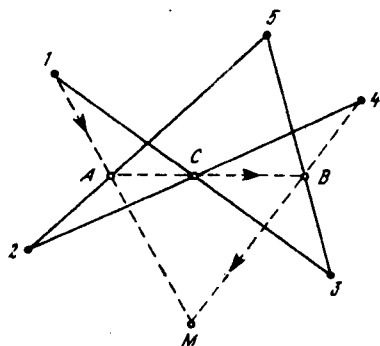


Рис.13

Продолжая намеченный ряд, можно выделить группу *кривых третьего, четвертого, ..., наконец, n -го порядка*. Все они имеют аналогичные отличительные признаки: при пересечении с прямой или с плоскостью получаем не более трех, четырех, ..., n точек; при записи в декартовой системе координат получаем уравнения третьей, четвертой, ..., n -й степени.

Отметим также группу *циклических кривых линий*. Каждая из них, пересекаясь с прямой (или плоско-

стью), может давать неограниченное число общих точек. Среди плоских линий это, например, тригонометрические кривые типа синусоиды. Среди пространственных — это, например, винтовая линия.

Итак, рассматривая различные кривые, мы выделяли *признак*, который и позволял осуществлять намеченную классификацию: возможность размещения кривой на плоскости, или максимальное число пересечений ее с прямой (плоскостью), или степень уравнения, представляющего данную кривую в декартовой системе координат, и т. д. Попробуйте теперь самостоятельно назначить какой-либо новый признак и установить новую классификацию. Ясно, что число возможных классификаций неограниченно, но некоторые из них практически полезны, а полезность других неясна или сомнительна.

5. Еще один важный признак, позволяющий классифицировать линии, — это число точек общего положения (т. е. не подчиненных какой-либо заранее известной закономерности), которые необходимо указать, чтобы линия данного класса была вполне определена. Условимся называть набор точек, определяющих линию данного класса, термином «репер». Вам хорошо известно, что через две точки проходит единственная прямая. Пара точек — это репер прямой линии. Но едва ли вам известно, что пять точек общего положения, зафиксированных на плоскости, — это репер кривой второго порядка: выберем пять свободных точек, и через них проходит только одна такая кривая. На рис. 13 показан графический прием, с помощью которого по пяти опорным точкам можно строить другие точки заданной кривой. При этом вспомогательный центр — точка C — находится на пересечении прямых $1-3$ и $2-4$. Искомая новая точка выявляется после проведения трех прямых линий: $1A$, AC , $4B$. При этом точку A выбираем произвольно на прямой $2-5$. Заметим, что порядок нумерации опорных вершин не имеет значения. Про-

верьте это, построив несколько точек искомой кривой при одной и при другой (вами назначенной) нумерации.

Если перейти далее к плоским кривым третьего, четвертого, ..., n -го порядка, то оказывается, что репер их содержит $n(n + 3)/2$ точек обшего положения.

Однако, пользуясь понятием о репере, нельзя упускать из виду одну существенную тонкость: набор точек сам по себе еще ничего не определяет. Он превращается в репер лишь после того, как становится известно, какая именно геометрическая фигура должна быть на него «натянута».

Заметим еще, что любую линию можно, конечно, именовать *одномерным пространством*, но обозначение R^1 условимся относить только к прямым.

6. Поверхности. Множество поверхностей удобно рассматривать и изучать по аналогии с множеством линий. Так, вопрос о кривизне поверхности решается только после выбора фиксированной системы отсчета. Если, например, с самолета падает параллельная земле прямая штанга (см. рис. 11), то с точки зрения летчика она прочерчивает при падении плоскую поверхность, а с точки зрения наблюдателя с земли — кривую.

Когда система отсчета задана, то в ней находится лишь «одна» прямая поверхность, а именно *плоскость*. Плоскости могут отличаться друг от друга только своим положением в пространстве, и если это отличие признается несущественным, то плоскость «одна». Все остальные поверхности отличаются друг от друга еще и своей конфигурацией, и размерами. Множество их разбивается на классы согласно тому или иному выбранному нами признаку. Один из самых первых и общих признаков — наличие некоторого правила, позволяющего строить данную поверхность. Этот признак обычно просто подразумевается.

В особые классы выделяются, например, *поверхности второго, третьего, ..., n -го порядка*. Их признак — максимальное число пересечений с произвольно взятой прямой линией (две, три, ..., n точек пересечения) или степень уравнения, представляющего данную поверхность в декартовой системе координат. С точки зрения строительной практики наибольший интерес представляют поверхности второго порядка. Возможные формы таких поверхностей изображены на рис. 14: *а — сфера; б — эллипсоид; в — параболоид; г — двуполостный, д — однополостный гиперболоид; е — конус; ж — цилиндр*. Первые четыре формы могут быть образованы, например, симметричным вращением соответствующих кривых второго порядка, что и показывает само их название (так, гипербола, вращаясь вокруг ее действительной оси симметрии, порождает в пространстве поверхность двуполостного гиперболоида). Строго говоря, при таком вращении в пространстве каждый раз возникает частный

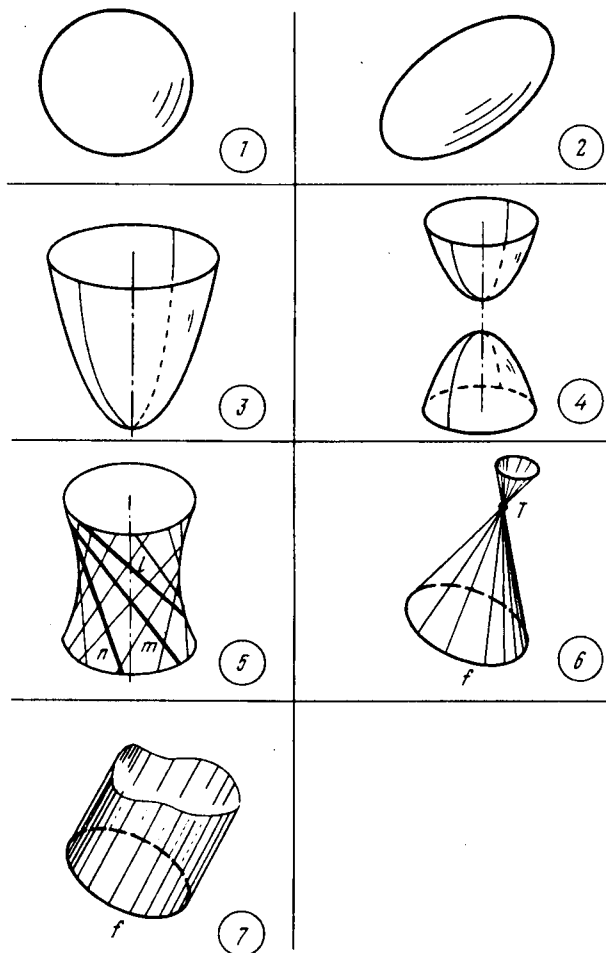


Рис. 14

вариант поверхности второго порядка, несколько отличающийся от аналогичной поверхности общего вида, что в данном случае не имеет для нас принципиального значения. Первые четыре формы (рис. 14) называют еще *овальными поверхностями*, поскольку они не содержат на себе прямых линий. Последние три формы именуются *линейчатыми поверхностями*, так как они содержат множество прямых линий. В конусе все эти прямые (образующие) проходят через одну точку — вершину конуса T — и касаются кривой второго порядка f , которую называют *направляющей линией*. Конус переходит в цилиндр, если вершина его удаляется в бесконечность, и все

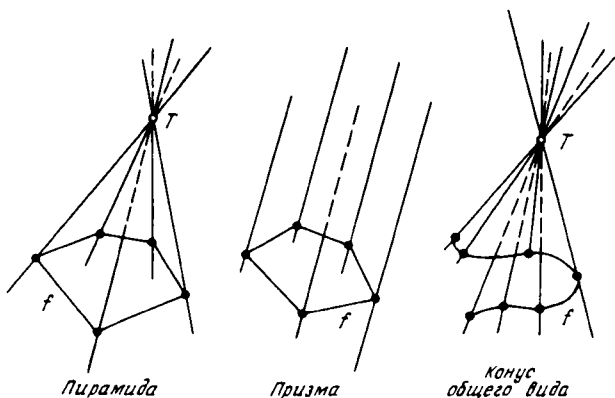


Рис. 15

образующие становятся параллельными друг другу. А однополостный гиперboloид, который можно получить, в частности, вращением гиперболы вокруг ее мнимой оси симметрии, допускает и другой способ образования — с помощью прямых линий. По этому способу в пространстве выбирают три скрещивающиеся прямые линии: направляющие l , m и n . Тогда все другие прямые, которые пересекают l , m , n , порождают в своей совокупности данную поверхность. Если направляющие прямые выбирают произвольным образом, то в пространстве возникает поверхность однополостного гиперboloида общего вида. В том случае, когда одна из направляющих прямых удаляется в бесконечность, получается частный вариант такой поверхности, называемый *гиперболическим параболоидом*.

7. Разнообразие признаков, по которым можно и в каком-то смысле удобно производить классификацию поверхностей, очень велико. Поэтому в литературе, в том числе в литературе по строительному делу, предлагается много классификаций, каждая из которых имеет свое значение и свои преимущества. Отметим здесь еще несколько характерных классов.

Конические и цилиндрические поверхности не обязательно должны иметь направляющую линию в виде кривой второго порядка. Определяющим признаком является лишь способ образования поверхности, указанный на рис. 14. Следовательно, к этому классу относят и поверхности пирамид, призм и вообще все аналогичные поверхности с направляющей произвольного вида (рис. 15).

Еще более общим является класс линейчатых поверхностей. Конусы, цилиндры, однополостный гиперboloид и его частный вариант — гиперболический параболоид — входят сюда как отдельные элементы. Общий признак такой: если поверхность может быть образована перемещением в пространстве прямой линии, то

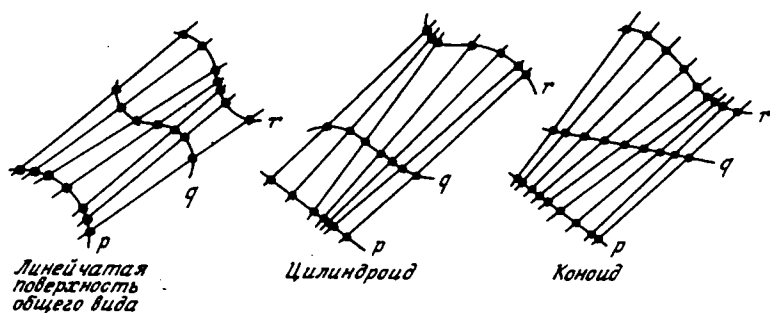


Рис. 16

она относится к данному классу. Выделим в пространстве три произвольные направляющие кривые: p , q , r (рис. 16). Множество прямых, пересекающих p , q и r (если оно существует), образует линейчатую поверхность общего вида. Когда одна из направляющих оказывается прямой линией, получаем поверхность, именуемую *цилиндроидом*. Когда среди направляющих линий оказываются две прямые, возникает *коноид*. А три прямые направляющие порождают, как уже известно, однополостный гиперboloид общего вида. Заметим, что коноид, у которого в качестве кривой направляющей выбрана винтовая линия, является представителем класса *винтовых* поверхностей. Последние находят широкое применение в машинах и механизмах, а также используются для устройства винтовых лестничных маршей и пандусов.

Важную роль в строительстве и архитектуре играют поверхности вращения общего вида. Признак этого класса — образование поверхности путем вращения произвольного вида линии вокруг неподвижной оси. Пример такой поверхности приведен на рис. 17.

Наконец, следует упомянуть класс *незакономерных* поверхностей, не поддающихся какому-либо законченному математическому или словесному описанию. Именно с такими поверхностями строитель встречается при проведении земляных работ.

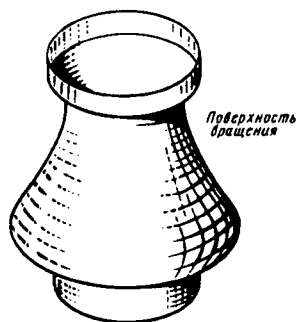


Рис. 17

8. Поверхности, как и линии, имеют свой *точечный репер*. Репер может служить признаком, разделяющим поверхности на классы. Вам хорошо известно, например, что через три точки общего положения проходит единственная плоскость. Это ее репер. А через девять точек общего положения проходит единственная поверхность второго порядка. Набор из девяти точек — ее репер.

Здесь уместно обратить внимание на некоторые тонкости, связанные с использованием этого понятия.

Во-первых, называя более точно вид поверхности (или вид линии), можно иногда сократить ее репер. Например, для поверхности второго порядка, которая названа сферой, достаточно указать репер, состоящий только из четырех точек (проверьте!). Это значит, что само название *сфера* как бы входит в состав репера, т. е. оно несет в себе информацию, способную заменить пять свободно расположенных на поверхности точек.

Во-вторых, репер иногда можно сократить, указав конкретное положение точки (или точек) на поверхности. Например, конус *второго порядка* будет выделен, если укажем его вершину и еще пять точек, лежащих на поверхности (см. рис. 14).

В-третьих, далеко не каждый класс поверхностей (линий) имеет свой репер. Например, класс конических поверхностей не имеет определенного репера, потому что название *конус* оказывается слишком широким по смыслу и может выводить нас за пределы любого, заранее намеченного репера (см. рис. 14 и 15). По тем же причинам не имеет репера и класс линейчатых поверхностей. К классу незаконномерных поверхностей это понятие вообще не относится.

И наконец, кроме точечного репера возможны, конечно, другие наборы элементов, играющие ту же роль, т. е. определяющие данный геометрический образ, данную фигуру. Так, для плоскости роль репера могут играть прямая линия и точка вне ее или пара параллельных или пересекающихся прямых. Для сферы — окружность и точка вне ее (проверьте!), для конуса — вершина поверхности и направляющая линия и т. п. В таких случаях приходится говорить о репере смешанного вида. Разумеется, если судить по количеству использованных точек, то смешанный репер всегда является избыточным.

9. Тела и фигуры. Объем пространства, ограниченный одной или несколькими поверхностями, принято рассматривать как геометрическое тело. Можно сказать, что тело — это множество точек, заполняющих данный объем. Если тело ограничено несколькими поверхностями, то речь идет, как правило, о кусках этих поверхностей. Например, тело тетраэдра ограничено четырьмя кусками плоскостей — четырьмя треугольниками (рис. 18, *а*). Тело конуса ограничено частью конической поверхности и криволинейным по контуру куском плоскости; аналогично, но уже с помощью двух плоскостей образуется тело цилиндра (рис. 18, *б, в*). Иногда геометрическое тело имеет свое специальное название, отличающее его от поверхности. Например, тело — *шар*, а поверхность — *сфера*. Чаше, однако, требуется оговорка, позволяющая отличить одно от другого, например тело *эллипсоида* — от поверхности *эллипсоида* (см. рис. 14). Когда пространственный объем теряет одно свое измерение, то

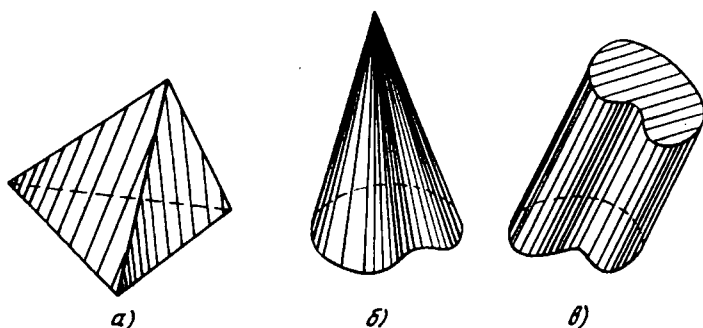


Рис. 18

возникает двухмерное тело, которое обычно называют плоской или в общем случае поверхностной фигурой. Таковы известные вам квадрат, шестиугольник, сферический треугольник (треугольник, образованный пересечением окружностей, расположенных на сфере) и т. п. Все эти фигуры — суть тела в том смысле, что они представляют собой множество точек, заполняющих двухмерный объем — площадь.

10. Кроме обычных фигур, составленных из точек, в начертательной геометрии большую роль играют и другие фигуры, составленные из прямых линий или плоскостей.

Пучком прямых называют множество прямых, лежащих в одной плоскости и проходящих через одну точку — вершину пучка (рис. 19, а). Если вершина S будет уходить по плоскости все дальше и дальше в бесконечность, то в пределе получим *пучок параллельных прямых* (рис. 19, б).

Связкой прямых называют множество прямых в пространстве, проходящих через одну точку — вершину связки. При бесконечном удалении этой вершины получаем *связку параллельных прямых* (рис. 20, а, б).

По аналогии, *связкой плоскостей* называют множество плоскостей, проходящих через одну точку — вершину S (рис. 21, а). В случае бесконечного удаления вершины S получаем *связку плоскостей, параллельных заданному направлению* (заданной прямой l , рис. 21, б).

Наконец, *пучком плоскостей* называют множество плоскостей, проходящих через одну прямую — *ось пучка*. В случае бесконечного удаления оси s имеем *пучок параллельных плоскостей* (рис. 22, а, б).

11. Выберем в пространстве две непересекающиеся (скрещивающиеся) прямые m и n (рис. 23, а). Множество других прямых, пересекающих как m , так и n , образуют фигуру, именуемую *линейной конгруэнцией*. При этом линии m и n называют *направляющими* данной конгруэнции.

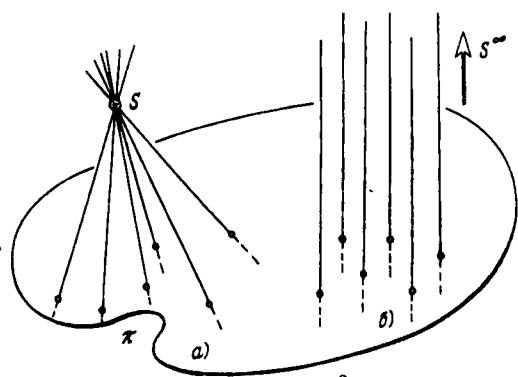


Рис. 20

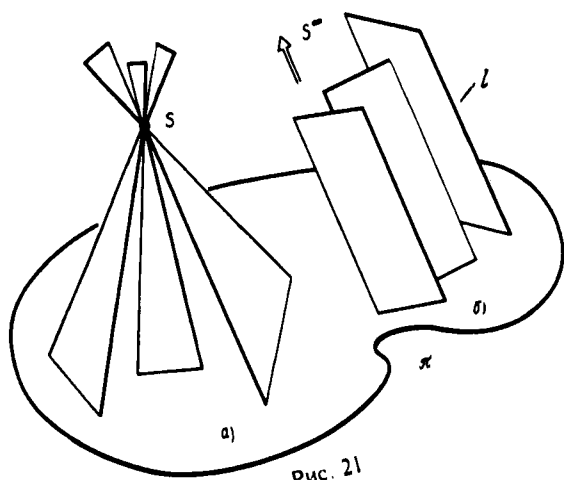


Рис. 21

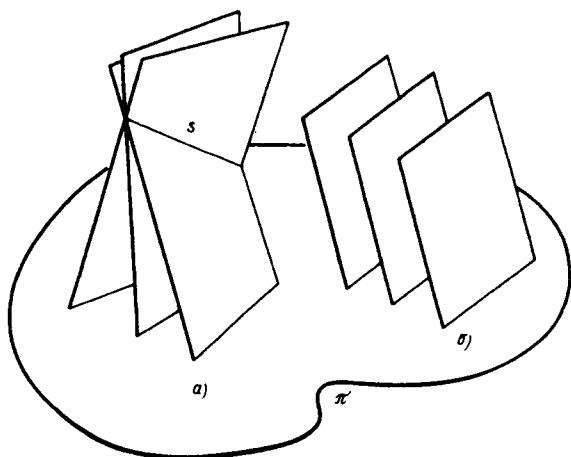


Рис. 22

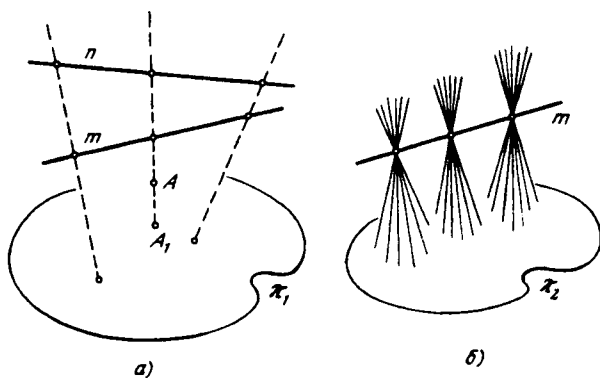


Рис. 23

Если изъять одну из направляющих, например n , и рассматривать множество прямых, пересекающих только m , то получаем комплекс прямых в пространстве (рис. 23, б).

Заметим, что фигуры, изображенные на рис. 20—23, заполняют фактически все пространство. Нет такой точки в пространстве, через которую не проходил бы элемент данной фигуры. В таком же смысле пучки прямых (см. рис. 19, а, б) заполняют всю плоскость.

Заметим также, что между пучками прямых и пучками плоскостей имеется важное сходство. Если взять какую-либо прямую p_1 , то точки этой прямой и элементы пучка прямых или пучка плоскостей легко расставить в пары (рис. 24, а, б): через каждую точку прямой p_1 проходит только один элемент данного пучка, и наоборот.

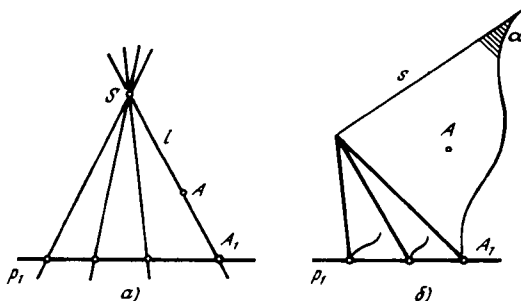


Рис. 24

Это позволяет думать и говорить, что данный пучок так же богат прямыми или плоскостями, как прямая p_1 точками. Вот почему пучок прямых и пучок плоскостей называют иногда *одномерным пространством*.

Аналогичное сходство имеется между связками прямых и линейными конгруэнциями. Точки плоскости π легко расставить в пары с элементами связки прямых или с элементами конгруэнции (ср. рис. 20, *а, б* и 23, *а*): через каждую точку плоскости проходит один элемент данной связки или данной конгруэнции (проверьте!). Это позволяет думать и говорить, что данная связка или конгруэнция так же богата прямыми, как плоскость π точками. Вот почему связку прямых и линейную конгруэнцию называют иногда *двухмерным пространством*.

Что касается комплекса прямых, то он допускает еще большую свободу в выборе элементов и его по праву называют иногда *трехмерным пространством*. Чтобы убедиться в этом, нужно было бы показать, что каждой точке пространства можно поставить в соответствие один луч комплекса, и обратно. Попробуйте это сделать самостоятельно.

§ 5. Проективное пространство и операция проектирования

1. Рассматривая рис. 19—22 и сопоставляя их с изображениями поверхностей конуса, цилиндра, пирамиды и призмы (см. рис. 14, 15), приходим к выводу, что во многих случаях было бы удобно мыслить и говорить о бесконечно удаленных точках и даже о бесконечно удаленных прямых пространства как о самых обыкновенных его элементах. Тогда не пришлось бы различать два вида пучков прямых на плоскости и два вида пучков плоскостей в пространстве. Не нужно было бы рассматривать в качестве различных геометрических фигур два вида связок прямых и два вида связок плоскостей. И было бы излишним изучать в качестве различных

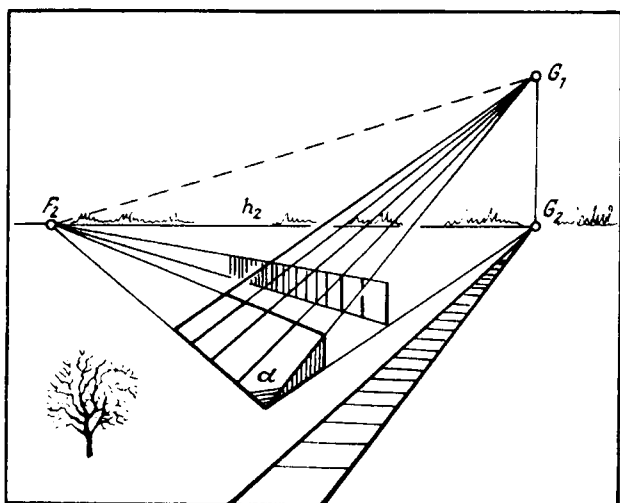


Рис. 25

поверхностей конус и цилиндр или однополостный гиперboloид и гиперболический параболоид.

Такой ход мысли становится еще более оправданным, когда мы обращаемся, например, к фотографиям или картинам, запечатлевшим плоскую местность или открытый морской пейзаж. На таких изображениях обычно возникает линия горизонта h в виде конкретно отпечатанной прямой линии (рис. 25). Возникают и отдельные конкретные точки F_2 , G_1 , G_2 , в которых «сходятся» параллельные между собой прямые. Но если даже физическое пространство и его физическая модель — фотография — недвусмысленно демонстрируют нам такие феномены, то почему бы не допустить их и в более свободную для нас область — в пространство геометрическое?

2. Необходимо, однако, принять во внимание, что линия горизонта и точки схода параллельных прямых, возникающие на фотографии, отображают только *кажущиеся* эффекты. Географический горизонт на самом деле удален от наблюдателя лишь на десятки километров. А из бесконечно удаленной точки физического пространства световой луч никогда до нас не доберется — какая уж тут фотография!

Когда же речь заходит о модели физического пространства, о пространстве геометрическом, то нас интересуют не кажущиеся эффекты, а идеальные пространственные отношения. Иными словами, перед нами встает вопрос о *структуре геометрического пространства на бесконечности*. Как будем мыслить эту структуру? Может быть, вообще отсутствующей? Или в виде некоторой поверхности? Или как-нибудь иначе?

Важно понять, что исходный реальный объект — физическое пространство — никакого ответа на эти вопросы не дает. Нельзя поставить эксперимент, который позволил бы соприкоснуться с бесконечной дальностью в физическом мире. Но мы уже рассматривали ранее аналогичную ситуацию, иллюстрируя ее на рис. 10 (объект оказывается исчерпанным, а модель продолжает действовать в новых условиях). Как же поведет себя на бесконечности наша геометрическая модель? Очевидно, так, как мы ей предпишем.

3. В геометрии проработаны различные способы замыкания пространства на бесконечности. Каждый из этих способов нацелен на определенную область практических применений. Один вариант геометрического пространства удобен для моделирования объектов строительства и архитектуры, другой — для моделирования движений космических объектов и т. д. Вариантов довольно много, и в случае необходимости могут разрабатываться новые.

Тот вариант геометрического пространства, который удобен и важен для решения предстоящих нам задач, носит название *проективного пространства*. Структура его подсказана опытом художественного изображения близких и далеких предметов с соблюдением требований зрительного восприятия. Одно из таких изображений было приведено на рис. 25. Анализируя этот и аналогичные рисунки, сформулируем три основных утверждения:

а) каждая прямая проективного пространства содержит одну бесконечно удаленную точку;

б) каждая плоскость содержит одну бесконечно удаленную прямую;

в) проективное пространство в целом содержит одну бесконечно удаленную плоскость.

Ради краткости бесконечно удаленные элементы проективного пространства принято именовать *несобственными*.

На рис. 25 замечаем три несобственные точки: F_2 , G_1 и G_2 . Показаны также две несобственные прямые — линия горизонта h_2 и линия F_2G_1 , принадлежащая плоскости α . Несобственная плоскость v^∞ представлена на этом рисунке своим точечным репером $F_2 \cdot G_1 \cdot G_2$ или своим смешанным репером $h_2 \cdot G_1$.

4. Понятие о проективном пространстве вносит особую законченность и симметрию в основные геометрические отношения. Теперь можно утверждать, что две прямые на плоскости *всегда* пересекаются в одной точке, что две плоскости *всегда* пересекаются по одной прямой, что прямая и плоскость *всегда* имеют одну общую точку. Тот факт, что в результате пересечения могут возникать несобственные элементы, не играет никакой роли. Все элементы проективного пространства равноправны: оно вполне завершено и замкнуто на бесконечности одной плоскостью.

Вместе с тем структура проективного пространства как бы противоречит здравому смыслу. Ведь если разойтись на прямой дороге в двух противоположных направлениях, то нельзя же встретиться потом в одной «несобственной» точке? Если, стоя на плоской равнине, бросить взгляд вокруг себя, то легче представить на бесконечном удалении какую-то окружность, чем одну прямую линию? Наталкиваясь на подобные трудности, нужно вспомнить, что они имели бы место, если бы речь шла о *физическом пространстве*, но мы имеем дело с образной его моделью — с пространством геометрическим. Возвращаясь к рис. 10, как к полезной аналогии, заметим, что на строительной площадке нельзя из пяти кирпичей изъять семь штук и получить минус два кирпича. Это противоречит здравому смыслу. Но на образной модели, претворенной в математическую запись $a - b = c$, такое действие вполне допустимо и оправдано. По сходным соображениям вполне допустимы и оправданы действия в образном проективном пространстве, претворенном затем в соответствующий макет, рисунок или чертеж.

Впрочем, здесь уместно оговориться, что геометрическое пространство, замкнутое на бесконечности одной сферической поверхностью (или вообще поверхностью второго порядка), тоже используется в геометрии и ее технических приложениях. Такое пространство именуют *гиперболическим* или пространством Лобачевского¹. В таком пространстве плоскость замкнута кривой линией, на прямой имеются две несобственные точки и т. д. Все это в целом легче себе представить, но зато многие геометрические операции значительно усложняются. Гиперболическая геометрия применяется главным образом в области физики.

5. Упомянутая выше симметрия отношений в проективном пространстве выражается, в частности, в том, что различные сочетания точек, прямых и плоскостей распадаются на пары симметричных конструкций, которым соответствуют симметричные словесные описания. Например:

а) три точки определяют одну плоскость;	три плоскости определяют одну точку;
б) прямая и точка вне ее определяют одну плоскость;	прямая и плоскость вне ее определяют одну точку;
в) две точки определяют одну прямую.	две плоскости определяют одну прямую.

¹ По имени русского ученого Н.И. Лобачевского (1793—1856), впервые изучавшего гиперболическую (или, как говорят, неевклидову) геометрию.

Возможность таких попарных сопоставлений и взаимных замен называют *принципом двойственности* в проективном пространстве R^3 . Согласно этому принципу, точку может заменять плоскость и наоборот, а прямая сама себя заменяет (сама себе двойственна). Опираясь на эти представления, видим, что связке плоскостей отвечает *плоское поле точек* (все точки, лежащие в плоскости), связке прямых — *плоское поле прямых* (все прямые, лежащие в плоскости) (ср. рис. 20 и 21), а пучку плоскостей соответствует *прямолинейный ряд точек* (см. рис. 24).

Принцип двойственности оказывается полезным инструментом в области геометрического моделирования, поскольку он позволяет избежать многих ненужных повторений. Однако с изменением размерности пространства меняются и условия двойственности. Так, если обратиться к плоскости (к двумерному пространству R^2), то здесь точкам в качестве двойственных образов ставятся в соответствие прямые, и наоборот, например:

два ряда точек всегда имеют
один общий элемент;

два пучка прямых всегда имеют
один общий элемент (см.
рис. 19).

Попробуйте уловить действующую закономерность и составить таблицу двойственных элементов для геометрического пространства R^4 .

Условимся в дальнейшем вместо приведенных выше двойственных формулировок и других аналогичных утверждений применять по мере необходимости краткие символические записи следующего вида:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } A \cdot B \cdot C = \alpha & \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = A; \\ \text{б) } l \cdot A = \alpha; & l \cdot \alpha = A; \\ \text{в) } A \cdot B = m; & \alpha \cdot \beta = m \text{ и т. п.} \end{array}$$

В этих записях указываются названия действующих элементов (точек, прямых, плоскостей или других линий и поверхностей). Знак обозначает взаимную связь перечисленных элементов, вхождение их в некоторое геометрическое отношение. А знак $=$ символизирует переход к новому элементу, который определяется заданными и заменяет их. Подчеркнем еще, что знак $\cdot$ фактически является символом операций, которые в школьном курсе именуют *объединением* и *пересечением* геометрических образов: объединение двух точек A и B дает прямую m ; пересечение плоскостей α и β определяет прямую m и т. д.

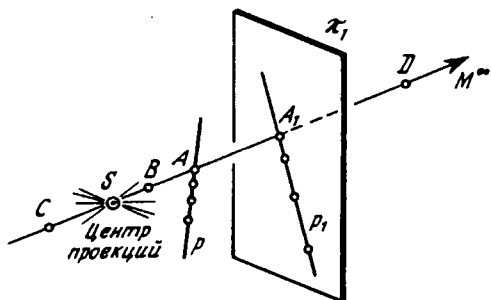


Рис. 26

6. Для решения основной задачи начертательной геометрии (см. 2.1) вводится в рассмотрение специальный конструктивный прием, который именуется *операцией проектирования*.

Операция проектирования используется для сопоставления элементов двух пространств: исходного (операционного) пространства и картины. Обратимся

к конкретному примеру. На рис. 26 картина представлена в виде плоскости π_1 . Вне этой плоскости в операционном пространстве R^3 выбрана точка S_1 — *центр проекций*. Картина и центр проекций в своей совокупности составляют *проекционный аппарат*. Когда этот аппарат установлен, начинает действовать *операция центрального проектирования*. С ее помощью каждой точке A , принадлежащей трехмерному пространству R^3 (условная запись: $A \in R^3$), может быть поставлена в соответствие определенная точка A_1 на картине π_1 , и эту точку называют *проекцией точки A*. Сам процесс сопоставления элементов A и A_1 включает в себя две стандартные геометрические операции: точки S_1 и A определяют прямую $l(S_1 \cdot A = l)$; прямая l и плоскость π_1 определяют точку $A_1(l \cdot \pi_1 = A_1)$. Прямую l называют *проектирующим лучом*. Символ такого отображения: $R^3 \rightarrow R^2$.

7. Обратим внимание на характерные особенности указанной процедуры. Во-первых, *все точки* пространства R^3 имеют свою определенную проекцию. Исключение составляет только единственная точка S_1 — центр проекций. Для нее определенность утрачивается и любая точка на картине может считаться проекцией S_1 . Почему?

Во-вторых, множество различных точек, лежащих на проектирующем луче, в том числе и несобственная точка M этого луча, имеют одну и ту же проекцию (точки $B, C, D, M^\infty, \dots$ на рис. 26). Следовательно, отображение точек пространства R^3 на картину оказывается однозначным лишь в одну сторону: любой точке $A \in R^3$ (кроме точки S_1) ставится в соответствие *единственная* проекция $A_1 \in \pi_1$, но любой точке картины π_1 ставится в соответствие *множество* точек в R^3 .

В-третьих, центр проекций может оказаться несобственной точкой. Тогда имеем частный вариант операции проектирования, именуемый *параллельным проектированием*, так как все проектирующие лучи в этом случае становятся параллельными между собой (рис. 27, а). Еще более частный вариант операции проектирования

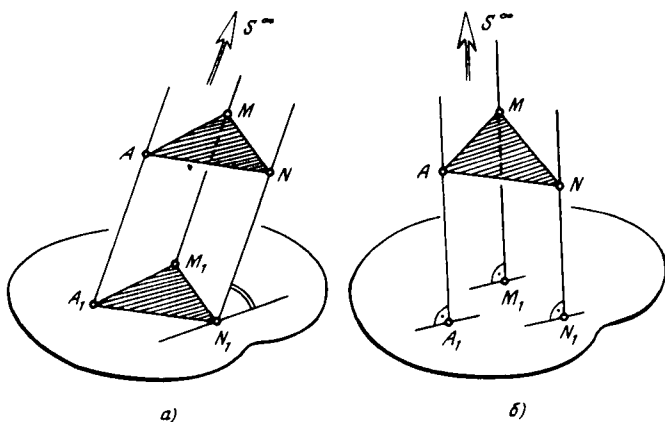


Рис. 27

возникает тогда, когда все проектирующие лучи оказываются не только параллельными между собой, но и перпендикулярными плоскости картины (рис. 27, б). Этот последний вариант принято называть *прямоугольным* или *ортогональным* проектированием.

Наконец, проектируя на картину различные точки, лежащие на прямой p (см. рис. 26), получаем их проекции, тоже лежащие на прямой p_1 (докажите!). Исключение составляет только прямая, совпадающая с проектирующим лучом: ее проекция *вырождается* в одну-единственную точку. Можно утверждать, следовательно, что *проекцией прямой является прямая линия* (в частном случае — точка).

8. Операция проектирования в том виде, как она представлена на рис. 26—27, имеет важные физические аналогии. Прежде всего, конечно, вспоминается процесс зрительного восприятия. Роль центра проекций S играет в этом случае хрусталик глаза. Проектирующие лучи — это лучи света, которые распространяются, как известно, прямолинейно. Картина здесь оказывается близкой к сферической поверхности (сетчатка, выстилающая глазное дно), но в данном случае это момент второстепенный. Важно то, что соблюдается структура, разделяющая все точки обозримого пространства на классы. Условимся называть эту структуру, этот своеобразный классификатор элементов операционного пространства *проектирующей звездой*. В данном случае звезда — суть связка прямых (см. рис. 20). Точки, принадлежащие одному лучу этой связки, относятся к одному классу и сливаются в одну общую проекцию (в одно общее изображение на сетчатке глаза и далее в один общий нервный импульс).

Другая, столь же очевидная, аналогия — процесс фотографирования предметов. Можно считать, что рис. 26 представляет собой

оптическую схему этого процесса, а точка S_1 в данном случае символизирует фокус объектива фотографирующего устройства.

В свою очередь, рис. 27 напоминает о появлении тени предметов, освещенных солнечным светом. Ввиду огромного расстояния, отделяющего Землю от Солнца, лучи света идут практически параллельно друг другу и порождают соответствующее отображение предмета — его тень, падающую, может быть, на землю или на стену здания.

Приведенные примеры поясняют отчасти, почему моделирование пространства на плоскости, осуществляемое с помощью операции центрального проектирования, представляет интерес в области научных и технических изысканий. Знакомство с последующими разделами книги позволит увидеть и другие стороны этого вопроса.

9. Продолжая внимательное изучение операции проектирования, заметим, что предложенная на рис. 26 схема может действовать не только в пространстве R^3 , но и в пространстве R^2 , как впрочем, и в пространствах иной, более высокой размерности (см. 4.3), о которых речь сейчас не идет. На рис. 24, а показано проекционное отображение точек плоскости на прямую линию p_1 . Здесь размерность исходного пространства и картины снижена на одну единицу. Символ отображения: $R^2 \rightarrow R^1$. Размерность проектирующей звезды тоже снизилась на единицу. Вместо *двухмерной* связки прямых действует *одномерный* пучок прямых (ср. 4.10 и рис. 19, 20). Общий порядок сопоставления элементов пространства и картины тот же самый: точки S_1 и A определяют проектирующий луч l ($S_1 \cdot A = l$); луч l и прямая p_1 определяют точку — проекцию A_1 ($l \cdot p_1 = A_1$). Сохраняются в основном и характерные особенности изучаемой операции.

10. На практике не всегда приходится думать о сопоставлении пространств *различной* размерности. Иногда необходимо сопоставлять друг с другом два пространства равной размерности. Например, $R^3 \leftrightarrow R^3$ (построение макетов, рельефов, театральных декораций и т. п.), или $R^2 \leftrightarrow R^2$ (печатание и пересъемка фотографий, составление карт плоской местности, изображение плана застройки и т. п.), или $R^1 \leftrightarrow R^1$ (перенос масштабной шкалы с одного изображения на другое; пропорциональное деление отрезков, связь координатных осей в различных системах отнесения и т. п.). Во всех таких случаях тоже часто прибегают к использованию операции центрального проектирования. Например, на рис. 28 показана схема печатания негатива с помощью фотоувеличителя. Разумеется, геометрическая структура самой операции проектирования полностью при этом сохраняется, но возникает новый момент: элементы пространств

сопоставляются здесь друг с другом *взаимно однозначно*. Это и понятно: ведь размерность обоих пространств одинакова, и проектирующий луч l пересекает как плоскость α , так и плоскость β — каждую в единственной точке.

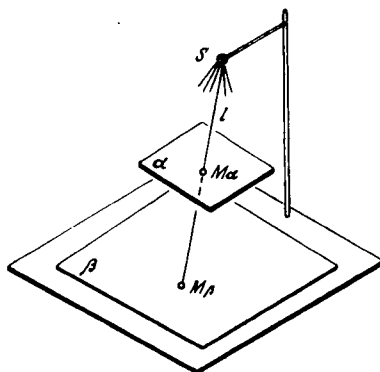


Рис. 28

11. Варианты операции проектирования, которые связаны с использованием в качестве проектирующей звезды связки прямых в R^3 или пучка прямых на плоскости (см. рис. 26, 24), можно назвать *классическими*. Они давно и широко вошли в практику построения проекционных геометрических моделей — изображений. Необходимо, однако, иметь представление и о других возможных вариантах операции проектирования. Один из них уже был фактически продемонстрирован на рис. 23, а. В этом случае вместо центра S_1 выбираем в R^3 две непересекающиеся *центральные прямые* m и n . Желая спроектировать на плоскую картину π_1 какую-либо точку $A \in R^3$, выполняем две стандартные геометрические операции: прямые m , n и точка A определяют проектирующий луч $[(m, n) \cdot A = l]$; см. 4.11; луч l и плоскость π_1 определяют точку $A_1 (l \cdot \pi_1 = A_1)$. Понятно, что здесь звездой, обеспечивающей операцию проектирования, является не связка прямых, а линейная конгруэнция прямых. Символ отображения тот же: $R^3 \rightarrow R^2$. В качестве полезного упражнения попробуйте, возвратившись к 5.7, сопоставить между собой характерные особенности этих двух вариантов проектирования. Попробуйте также рассмотреть конгруэнцию, у которой одна из центральных прямых — несобственная.

Еще один вариант проекционного отображения представлен на рис. 24, б. Здесь точки трехмерного пространства проектируются на прямую p_1 , которая служит *картиной*. Изменяется, следовательно, символ отображения: $R^3 \rightarrow R^1$. Центральным элементом является прямая s , проектирующей звездой — пучок плоскостей, а проектирующим образом — плоскость, проходящая через данную точку A . Точка A и прямая s определяют проектирующую плоскость $\alpha (s \cdot A = \alpha)$. Плоскость α и картина p_1 определяют проекцию $A_1 (\alpha \cdot p_1 = A_1)$. Продумайте самостоятельно характерные особенности этого варианта отображения.

12. Зададимся теперь вопросом: что объединяет рассмотренные выше и многие другие возможные способы проекционного отображения одного пространства на другое? В чем главный смысл самого этого выражения «проекционное отображение»? Ответ на постав-

ленный вопрос имеет серьезное значение для правильного понимания ряда последующих разделов этой книги.

Мы рассматриваем пространство R^3 как множество точек. И картинную плоскость R^2 (поверхность) — тоже как множество точек. Отсюда следует первое важное замечание: *операция проектирования связывает между собой два множества различной размерности.*

Правда, на рис. 28 мы наблюдали и другой случай, когда сопоставляются два пространства *равной* размерности. Но ведь при этом обе плоскости α и β включены в охватывающее их пространство R^3 , где и действует операция проектирования. Поэтому все частные задачи такого рода ни в чем не противоречат высказанному замечанию.

13. Связь двух множеств, осуществляемая с помощью операции проектирования, явно несимметрична: в исходном множестве берут неограниченный ряд элементов, который сопоставляется одному элементу второго множества — картины (см. рис. 23, *а*; 24, *а, б*; 26; 27). Иногда этот ряд элементов укладывается в одну линию, иногда занимает целую плоскость (поверхность). Так или иначе все элементы, выстроенные в линейный ряд или заполняющие одну поверхность, объединены в один класс — проектирующий образ. Другие элементы исходного пространства (множества) объединены в другой класс и т. д.

Следовательно, *операция проектирования осуществляет классификацию элементов исходного множества, собирая внутри каждого нового класса различные элементы.* Это второе важное замечание.

14. Рассмотрим пространство R^3 , в котором введена координатная система (см. рис. 8). Самый простой способ классифицировать элементы этого множества заключается в том, что мы перестаем замечать различие точек по какой-нибудь одной из координат, например по координате z . Тогда все точки, лежащие на прямой, параллельной оси z , сливаются для нас в один элемент (проектирующий луч) и этот элемент характеризуется только двумя своими координатами: x и y (ср. луч AA_2 на рис. 8). Нетрудно заметить, что такой подход равносильно выполнению операции проектирования всех точек R^3 на плоскость xOy , причем проектирующей звездой в данном случае служит связка прямых, параллельных оси z . Вершина этой связки — несобственная точка $S^\infty \subset z$.

Но это особый, частный случай операции проектирования, приуроченный специально к координатной системе $\{x, y, z\}$. В общем случае, действуя по схеме рис. 26, мы создаем в R^3 совершенно новую систему отнесения, так что все точки, лежащие на проектирующем луче l , имеют одинаковые характеристики по отношению к картине π : они имеют такие же две координаты, как и их проекция

A_1 , лежащая на π_1 . Следовательно, операция проектирования устанавливает в исходном множестве свою специальную систему отнесения, делит элементы этого множества по новым признакам. Это третье замечание.

15. Очевидно, классификация элементов исходного пространства, установленная с помощью операции проектирования, находится в прямой зависимости от размерности картинного пространства. На рис. 23, а и 26 в качестве картины фигурирует плоскость. Плоскость — это двухмерное множество точек. Поэтому и звезда, выбранная в R^3 для осуществления операции проектирования, тоже двухмерна: это конгруэнция прямых (см. рис. 23, а) или связка прямых (рис. 26).

На рис. 24, а, б в качестве картины фигурирует прямая линия. Прямая — это одномерное множество точек. Поэтому и звезда, выбранная в R^2 или в R^3 , тоже одномерна: пучок прямых на плоскости (см. рис. 24, а) или пучок плоскостей в пространстве (см. рис. 24, б). Можно сказать, что, вводя в исходное множество ту или иную проектирующую звезду, мы уже формируем в нем соответствующее картинное пространство. Но картинное пространство заведомо ниже по размерности, элементы его легче поддаются описанию (имеют меньше признаков); по сравнению с исходным множеством оно выглядит как явное упрощение, как схема. Поэтому необходимо подчеркнуть, что операция проектирования призвана схематизировать исходное множество по типу выбранной нами или имеющейся в нашем распоряжении картины. Это четвертое и последнее существенное замечание, поясняющее, как и первые три, общий смысл понятия о проекционном отображении.

В дальнейшем, встречаясь с соответствующими фактами, т. е. с заведомо упрощенным восприятием изучаемого множества за счет специально вносимой в него относительно грубой классификации, условимся обозначать их общим термином «проекционный схематизм».

16. Характеризуя на предыдущих страницах общий смысл понятия о проекционном отображении и формулируя в связи с этим несколько важных замечаний, мы не случайно избегали в тексте этих замечаний слова «пространство», заменяя его в последний момент словом «множество». Дело в том, что операция проектирования играет особенно важную роль не только в специальных задачах начертательной геометрии, но и вообще в задачах геометрического, а еще шире — в задачах научного моделирования (см. 2.3). Поэтому, познавая и оценивая эту процедуру с общих позиций, полезно опереться на достаточно общую базу — понятие о множестве элементов, которое столько же связано с геометрией, сколько и с

другими явлениями реальной действительности. Значительно подробнее и глубже эта тема будет развита далее в гл. 6, посвященной изучению познавательных геометрических моделей.

§ 6. Эпюр Монжа: моделирование точек, линий, поверхностей

1. Приступая к обсуждению основной задачи начертательной геометрии (см. 2.1), рассмотрим ряд характерных приемов, позволяющих получать плоскую проекционную модель фигур, расположенных в трехмерном пространстве R^3 . Все эти приемы давно опробованы в инженерно-строительной практике и находят в ней широкое применение. Напомним, что, рассуждая о геометрических фигурах и их моделях, мы имеем в виду прежде всего практическую цель — изображение физических предметов. Поэтому на протяжении этой и нескольких последующих глав в центре нашего внимания находятся *предметные геометрические модели* (см. 1.5, рис. 1), на которых мы и будем по мере надобности демонстрировать или разъяснять возникающие по ходу дела задачи, правила, закономерности.

Первый интересующий нас прием построения проекционных моделей называют *системой ортогональных проекций*. Иногда полученную модель именуют также *эпюром Монжа*, по имени французского ученого, подробно изучавшего этот вариант моделирования (эпюр — от франц. еpire — чертеж; см. также 3.2 — 3.3).

2. Выберем в пространстве две взаимно перпендикулярные плоскости: π_1 и π_2 (рис. 29). Принято считать, что плоскость π_1 располагается в пространстве вертикально, тогда плоскость π_2 оказывается горизонтальной. Произвольно взятую точку A пространства R^3 с помощью связки прямых будем проектировать *ортогонально* (см. рис. 27, б) на плоскость π_1 , а затем с помощью другой связки прямых — тоже *ортогонально* на плоскость π_2 . Это значит, что центр проекций S_1^∞ — несобственная точка, лежащая на любой прямой, перпендикулярной π_1 . Аналогично, центр проекций S_2^∞ — несобственная точка, лежащая на любой прямой, перпендикулярной π_2 . При этом S_1^∞ принадлежит, очевидно, плоскости π_2 , а S_2^∞ — плоскости π_1 . Таковы эффекты проективного пространства, в котором мы условились работать (см. 5.3, 5.4) и к которому необходимо постепенно привыкать.

Линию пересечения двух выбранных плоскостей проекций назовем *осью проекций* и обозначим $x_{12}: \pi_1 \cdot \pi_2 = x_{12}$. Точка A и ее проекции A_1 и A_2 ¹ определяют плоскость γ , которая, пересекаясь с

¹ Штрих в обозначении этой точки подчеркивает промежуточное ее положение в пространстве R^3 на пути построения плоской модели точки A .

π_1 , дает линию A_1X . Пересечение $\gamma \cdot \pi_2$ дает линию $A_2'X$. Из рисунка видно, что X — это точка пересечения плоскости γ с осью проекций: $\gamma \cdot x_{12} = X$.

Заметим, что прямые A_1X и $A_2'X$ перпендикулярны оси x_{12} . Обе эти линии, встречающиеся в точке X , устанавливают определенную связь между проекциями A_1 и A_2 . Если, например, проекция A_1 указана, то можно в плоскости π_2 найти линию, на которой должна располагаться проекция A_2' (объясните, как это сделать).

Заметим далее, что пара проекций (A_1, A_2') «заменяет» точку A . Заменяет в том смысле, что паре проекций (A_1, A_2') отвечает единственная точка A в пространстве R^3 . Точки $A, B, C, \dots$ в пространстве и пары их проекций $(A_1, A_2'), (B_1, B_2'), (C_1, C_2'), \dots$ сопоставляются друг с другом *взаимно однозначно*. Каждой точке пространства соответствует одна пара проекций, и наоборот. Это относится буквально ко всем точкам в R^3 , даже и к тем, которые лежат на плоскостях π_1, π_2 или на оси проекций x_{12} (проверьте!).

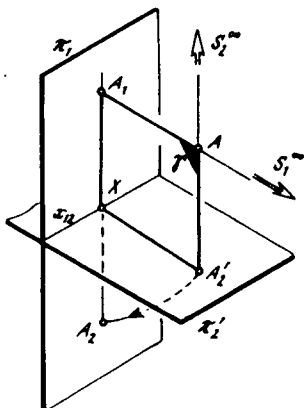


Рис. 29

Что же происходит с точками, удаленными в бесконечность, т. е. принадлежащими несобственной плоскости проективного пространства (см. 5.3, 5.4)? Не будем пока на этом останавливаться. Ведь нас интересуют сейчас предметные модели, а предметы, как известно, никогда не дотягиваются до бесконечности.

3. Итак, если на плоскостях π_1, π_2 указаны проекции узловых точек какой-нибудь геометрической фигуры, например проекции вершин тетраэдра $ABCD$ (см. рис. 6), то можно считать, что этот тетраэдр «в наших руках». Он задан, он вполне определен, поскольку все его вершины нетрудно восстановить в пространстве. Естественно считать поэтому, что тетраэдр $ABCD$ — это исходный объект в R^3 , а две проекции его $(A_1B_1C_1D_1)$ и $(A_2B_2C_2D_2)$ — это его проекционная модель. Такую модель принято называть *изоморфной*, т. е. достаточно полной, *однозначной*. Если проекции заданы, то никаких сомнений о форме и положении тетраэдра $ABCD$ в R^3 не возникает.

Теперь остается улучшить нашу изоморфную модель (французский глагол *améliorer* означает «улучшать»), т. е. разместить ее на одной картинной плоскости. С этой целью, принимая за картину плоскость π_1 , развернем плоскость π_2 вокруг оси x_{12} , вплоть до совмещения ее с π_1 . Поворот этот условимся осуществлять в направлении, указанном стрелкой на рис. 29. Тогда линии A_1X и $A_2'X$ очевидно сольются

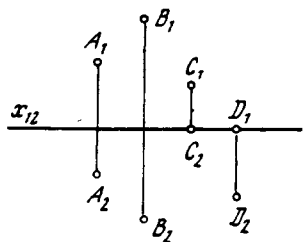


Рис. 30

друг с другом (ведь обе они перпендикулярны x_{12} !), сольются и другие аналогичные лучи, связывающие проекции других точек. И на окончательном чертеже — на картине, на эпюре — возникает система из двух проекционных изображений интересующей нас фигуры. Система эта для четырех точек A, B, C, D , выбранных по нашему усмотрению, показана на рис. 30.

На рисунке сняты штрихи в обозначениях точек второй проекции, так как это уже окончательное, рабочее их положение — именно так они представлены на эпюре Монжа.

4. Мы видим, что точка $A \in R^3$ изоморфно моделируется парой точек (A_1, A_2) на картине, причем действует правило:

проекции точки располагаются на одной прямой, перпендикулярной x_{12} . (1)

Пользуясь этим правилом, попробуйте самостоятельно построить изображения новых точек $F, G, H, \dots \in R^3$, причем необходимо понимать, где именно находится данная точка по отношению к плоскостям π_1, π_2 , расположенным в пространстве вполне определенным образом. Что, например, означает вариант, когда проекция F_1 находится ниже проекции F_2 ? Что означает совпадение двух проекций: $G_1 = G_2$?

Полезно также обратить внимание на свободу наших действий при выборе модели для каждой новой точки. Так, моделируя произвольно взятую в R^3 точку H , первую ее проекцию H_1 размещаем на картине совершенно свободно. Это значит, что мы выделили элемент двухмерного пространства — картинной плоскости R^2 . Можно сказать, что мы назначили *две координаты* этого элемента, если на картине установлена определенная координатная система. А вторую проекцию H_2 следует взять на прямой, проходящей через H_1 и перпендикулярной x_{12} [правило (1)]. Значит, выбирая H_2 , выделяем эту точку уже как элемент одномерного пространства R^1 , назначаем *одну ее координату*. Итого на выбор модели (H_1, H_2) затрачиваются три числа, три параметра, точно так же как и на выбор самой точки H в R^3 . Эти соображения позволяют называть проекционную модель, построенную на эпюре Монжа, тоже *трехмерным пространством*. Проекционное различие заключается в том, что элементом исходного пространства R^3 является *точка*, а элементом пространства-модели служит *пара точек*, расположенных на прямой, перпендикулярной x_{12} . Пространство-модель, если тре-

буется, можно обозначать символом R_m^2 . А линии, перпендикулярные оси x_{12} , ввиду их особого значения условимся называть термином «линии связи».

5. Наша ближайшая задача заключается в том, чтобы освоиться хотя бы в простейших действиях, которые приходится совершать инженеру-проектировщику, решившему воспользоваться пространством-моделью. Эта задача очень напоминает — в некотором смысле — изучение иностранного языка. То, что мы умеем представить и высказать на знакомом языке — на языке пространства R^3 , нужно теперь представить и высказать на новом языке — на языке модели R_m^3 . Если, например, в R^3 мы можем выделить прямую линию l , плоскость α и найти точку их пересечения, то такое же действие нужно научиться выполнять и на модели R_m^3 . Невозможно перевести на иностранный язык фразу, которую не умеешь отчетливо высказать на своем родном языке — на русском. Сходным образом, прежде чем формулировать и решать какую-либо задачу на эпюре Монжа, необходимо убедиться, что вы в состоянии сформулировать и решить эту задачу в пространстве R^3 . Впрочем, совершенное знание иностранного языка предполагает возможность читать и даже мыслить непосредственно на этом языке. Точно так же высокий профессионализм при обращении с моделью R_m^3 позволяет непосредственно на модели видеть, ставить и решать необходимые задачи.

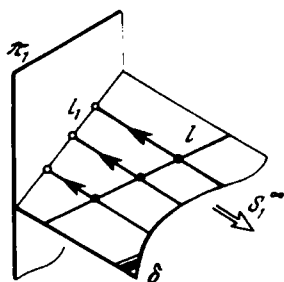


Рис. 31

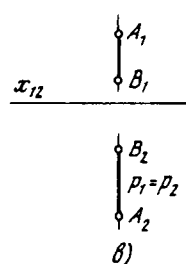
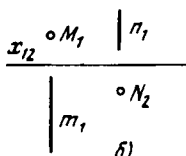
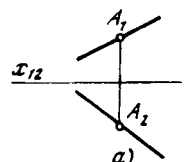


Рис. 32

6. Моделью прямой линии l на эпюре будет служить, вообще говоря, пара прямых (l_1, l_2) . Это очевидно, поскольку центр S^c_1 и прямая l образуют *проектирующую* плоскость δ , а плоскость δ , пересекаясь с π_1 , дает прямую l_1 (рис. 31). Аналогично возникает и проекция l_2 (рис. 32, а). Но прямая может занимать в пространстве различные частные положения относительно проекционной системы $\{S^c_1\pi_1; S^c_2\pi_2\}$, в этих случаях модель ее несколько видоизменяется. На рис. 32, б показана модель *проектирующей* прямой (т. е. прямой, проходящей через один из центров и перпендикулярной, следовательно, π_1 или π_2). А на рис. 32, в вы видите модель прямой, которая лежит в плоскости, перпендикулярной и π_1 , и π_2 одновременно (ср.

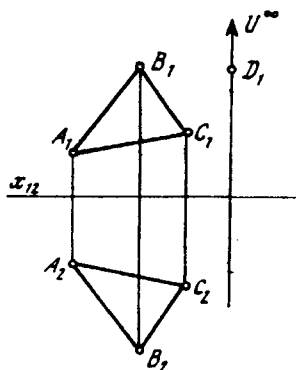


Рис. 33

плоскость γ на рис. 29). Такая прямая называется *профильной*. Проекция ее сливаются в одну линию $p_1 = p_2$, что приводит к неопределенности: теряется однозначная связь между прямой в R^3 и ее моделью на картине (почему?). Желая восстановить однозначность, необходимо указать *репер* профильной прямой, т. е. модель двух принадлежащих ей точек. Если вы хотите проверить четкость своих представлений о проективном пространстве, то попробуйте ответить на вопрос: как связана профильная прямая с центрами проекций S_1^{∞} и S_2^{∞} ? Постройте также проекции

прямых, лежащих в плоскости π_1 или π_2 или параллельных этим плоскостям, каждой в отдельности. Такую прямую принято называть *линией уровня*, поскольку она характеризует определенное расстояние от плоскости проекций. Чем характерны проекции линии уровня (см. рис. 108)?

Имея модель прямой l , нетрудно указать и модель точки, лежащей на этой прямой. Проекция $A_1 \in l_1$ и $A_2 \in l_2$ должны располагаться на соответствующей линии связи [правило (1)].

7. В отличие от прямой линии модель плоскости α нельзя строить, проецируя «все» точки этой плоскости на картину. Проекция «всех» точек заполняют всю картину, и никакого изображения не получится. Поэтому, моделируя плоскость, укажем на картине ее репер (см. 4.8).

На рис. 33 изображена модель трех точек A, B, C , лежащих в плоскости α . Конечно, можно утверждать, что треугольники $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ определяют положение плоскости α в пространстве. Но если на картине появится новый элемент, скажем, пара точек (D_1, D_2) , то как узнать, принадлежит ли точка D плоскости α ? Если мы не можем ответить на этот вопрос, то, значит, мы не «видим» плоскость α на модели, не умеем отличать ее от других геометрических образов, т. е. фактически она для нас не промоделирована.

Итак, зададим произвольно точку D_1 . Где же должна располагаться точка D_2 , если известно, что $D \in \alpha$?

Понятно, что, имея в виду пространство R^3 , через D_1 можно провести проектирующий

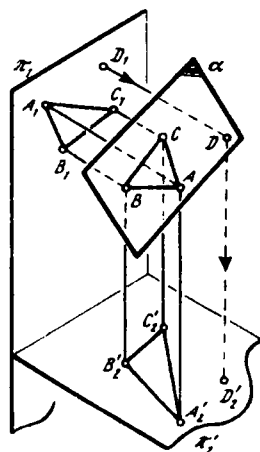


Рис. 34

луч $S^{\infty}_1 D_1$, который пересечет α в единственной точке D (рис. 34). Точку D спроектируем в свою очередь на π_2 , затем поворотом π_2 в заданном направлении перенесем эту проекцию на картину и получим соответствующую точку D_2 .

Наше рассуждение относится, очевидно, к любой произвольно взятой точке первого поля M_{1i} . Ей отвечает единственно возможная вторая проекция — M_{2i} . Следовательно, можно высказать такое утверждение: *плоскость α устанавливает связь между точками первого (т. е. с индексом 1) и второго (с индексом 2) поля на картине.* Причем

каждой точке первого поля отвечает единственная точка второго поля, и обратно. (2)

Имеется еще одна важная особенность установленного на картине соответствия точек:

точкам, лежащим на прямой линии, отвечают во втором поле точки, тоже лежащие на прямой линии. (3)

Справедливость этого утверждения очевидна, поскольку любая прямая, расположенная в плоскости α , как мы уже знаем, моделируется на картине парой прямых. Частные варианты, приведенные на рис. 32, а, здесь не могут иметь места, так как плоскость α занимает общее положение: она не перпендикулярна ни π_1 , ни π_2 , иными словами, она не содержит в себе ни центр S^{∞}_1 , ни центр S^{∞}_2 .

Но зато в плоскости α имеется сколько угодно профильных прямых, которые моделируются на картине по схеме рис. 32, б, т. е. проекции их сливаются в одну прямую линию. В самом деле, достаточно рассечь плоскость α какой-либо плоскостью γ , перпендикулярной оси x_{12} , как мы получаем именно такую прямую $p: \gamma \cdot \alpha = p$. Отсюда видно, что установленное на картине с помощью плоскости α соответствие точек обладает еще одной важной особенностью:

имеется множество прямых первого поля, которым отвечают те же самые прямые во втором поле. (4)

Все они перпендикулярны оси x_{12} , т. е. образуют пучок прямых с несобственной вершиной U^{∞} .

Соответствие точек на плоскости, удовлетворяющее правилам (2), (3) и (4), принято называть *гомологией*. Прямые, которые переходят сами в себя и образуют пучок, называют *двойными*. Вершину этого пучка именуют *центром гомологии*.

Очевидно, что *разные* плоскости α и β устанавливают на картине *разные* гомологии. В противном случае, возвращаясь от каждой пары точек $(D_1, D_2), (M_1, M_2), \dots$ обратно в пространство R^3 , т. е. находя точки $D, M, \dots$, мы убеждаемся, что $\alpha = \beta$. Опираясь на это соображение, можно утверждать, что

(5)

моделью плоскости на эюре служит некоторая гомология с несобственным центром.

8. Теперь возникает по крайней мере два неотложных вопроса. Во-первых, если гомология переводит точки первого поля в точки второго поля, то как практически осуществлять этот переход? Как находить пары соответственных элементов? И, во-вторых, как следует смотреть на гомологию, которая точки первого поля переводит в *те же самые* точки второго поля? Ведь правила (2), (3), (4) при этом соблюдаются!

Целесообразно ответить сначала на второй вопрос. Оказывается, в пространстве R^3 существует такая, и при этом единственная, плоскость β , которая моделируется на эюре *тождественной гомологией*, оставляющей все точки на месте. Как эта плоскость расположена в R^3 ?

В нашем случае при заданной известным образом проекционной системе $\{\mathcal{S}^1 \pi_1; \mathcal{S}^2 \pi_2\}$ и при известном переходе от возникающей в пространстве ситуации к изображению на картине плоскость β проходит через ось проекций x_{12} и делит нижний, передний по отношению к наблюдателю двугранный угол между плоскостями π_1 и π_2 ровно пополам (рис. 35). Указанную плоскость называют биссекторной тождественной плоскостью. Любая фигура, лежащая в плоскости β , имеет полностью совпадающие проекции. В этом нетрудно убедиться, если проследить, как возникает модель $A_1 = A_2$ точки $A \in \beta$.

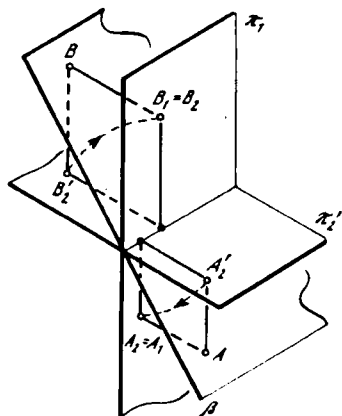
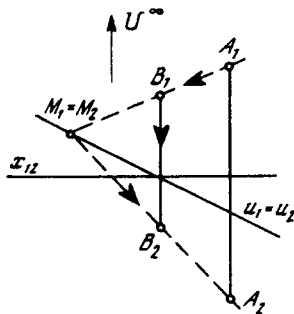


Рис. 35

Но и каждая другая плоскость α имеет с β общую прямую u : $\alpha \cdot \beta = u$. Значит, и на каждой другой плоскости находится множество точек, заполняющих прямую u и имеющих на картине совпадающие (двойные) проекции: $M_1 = M_2, N_1 = N_2, \dots$. Следовательно, гомология, которая выступает как модель плоскости α на эюре, включает в себя множество двойных точек, расположенных на прямой $u_1 = u_2$. Эта

9. **Структура гомологии.** Мы видим, что гомология имеет центр U , через который проходят двойные прямые, и имеет ось $u_1 = u_2$, на которой располагаются двойные точки (рис. 36). Пусть известна еще пара соответственных точек (A_1, A_2) . Заметим, что этими данными плоскость $\alpha \subset R^3$ определена, поскольку намечен в пространстве ее репер — прямая u и точка A : $u \cdot A = \alpha$.



Если выберем теперь в первом поле точку B_1 , то для построения новой пары соответственных точек достаточно провести *три* прямые линии (рис. 36): прямую A_1B_1 до пересечения с осью гомологии в двойной точке $M_1 = M_2$; линию связи U_1B_1 , на которой должна лежать искомая точка B_2 ; и прямую M_2A_2 , которая соответствует прямой M_1A_1 в заданной гомологии. На пересечении линий U_1B_1 и M_2A_2 обнаруживается точка B_2 .

Рис. 36 позволяет нам сформулировать еще одно правило: оказывается,

гомология определена, если заданы ее центр, ось и пара соответственных точек. (6)

Но разве набор элементов, приведенный на рис. 33, не определяет гомологию? Конечно, определяет. Раз плоскость α выделена в пространстве, значит, выделена и соответствующая гомология на картине. Но для того чтобы найти новую пару соответственных элементов (D_1 , D_2) в этом случае, придется либо перейти к стандар-

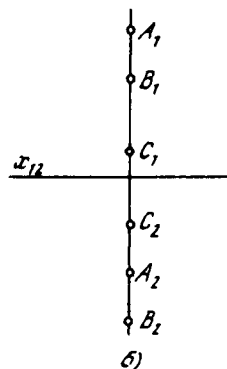
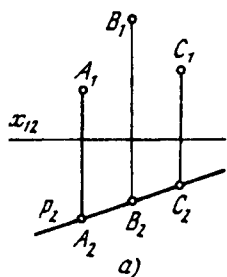


Рис. 38

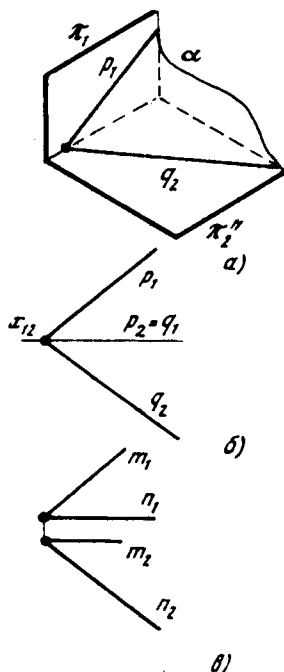


Рис. 39

на ней прямых. Каждая из этих прямых имеет две проекции. Вторая проекция следа p_1 совпадает с осью x_{12} : $p_2 = x_{12}$. Первая проекция следа q_2 тоже совпадает с x_{12} : $q_1 = x_{12}$ (рис. 39, б). Поэтому, указывая на картине следы плоскости, мы задаем моделирующую эту плоскость гомологию с помощью нового набора элементов — *известны центр $U_1 = U_2$ и две пары соответственных прямых (p_1, p_2) и (q_1, q_2)* . Это становится особенно ясным, если вместо следов плоскости показать на модели пару параллельных им прямых: m/π_1 ; n/π_2 (рис. 39, в). Опираясь на эти соображения, выберите точку A_1 в первом поле и найдите соответственную точку A_2 во втором поле. Сколько линий содержит в этом случае ваш алгоритм?

12. Точки, прямые и плоскости называют иногда *линейными образами* проективного пространства. Разобравшись с моделированием линейных образов, бросим беглый взгляд на кривые линии и поверхности. Взгляд по необходимости должен быть беглым, так как многообразие кривых линий и поверхностей в R^3 слишком велико. Здесь необходимо отметить лишь факты, имеющие принципиальное значение.

Кривая линия моделируется на картине парой кривых. На рис.

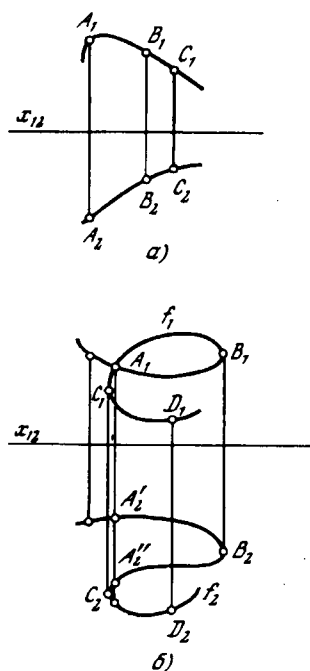


Рис. 40

40, а показана модель (f_1, f_2) произвольно взятой кривой f . Если кривая линия — плоская, то ее проекции должны быть соответственны в некоторой гомологии. Чтобы проконтролировать этот факт, достаточно выбрать на кривой f три какие-либо точки: A, B, C . Модель этих точек определяет на картине контролирующую гомологию.

Плоская кривая может иметь одну проекцию в виде прямой линии или отрезка прямой. Это значит, что она лежит в проектирующей плоскости (см. рис. 38, а). Расположение ее в профильной плоскости (см. рис. 38, б) лишает изображение кривой всякой наглядности. В таких случаях можно привлечь на помощь дополнительную проекцию (см. 18.1).

Кривые второго порядка остаются таковыми и на модели (за исключением указанных выше особых ситуаций). При этом окружность может переходить в эллипс, и наоборот. Но гипербола сохраняет свой вид, так же как парабола. Это связано с тем, что гипербола имеет две несобственные точки в отличие от параболы, которая имеет лишь одну такую

точку. Поскольку центры S^∞_1 и S^∞_2 тоже несобственные элементы, ничто не может здесь измениться в процессе моделирования. Чтобы отчетливо понять сказанное, взгляните на рис. 41. Здесь (впервые!) непосредственно на рисунке показаны элементы несобственной плоскости v^∞ , замыкающей проективное пространство. Точки S_1 и S_2 — центры проекций; прямые s_1 и s_2 — линии пересечения плоскостей π_1 и π_2 с плоскостью v^∞ ; точки G, H — несобственные элементы некоторой гиперболы; точка I — несобственный элемент некоторой параболы. Из рисунка видно, что в результате проектирования получаем модель $(G_1, G_2); (H_1, H_2); (I_1, I_2)$. Все эти точки снова несобственные. Гипербола сохранила на модели два таких элемента, парабола — один. Изображения, аналогичные по смыслу приведенным на рис. 41, очень полезны для понимания проективного пространства. Рекомендуется пользоваться ими самостоятельно по мере надобности.

Точка, лежащая на кривой, выявляется на модели с помощью

линии связи (см. рис. 40, а). Однако, отметив проекцию $A_1 \in f_1$ и проведя линию связи (см. рис. 40, б), мы можем обнаружить на второй проекции несколько точек пересечения этой линии связи с кривой f_2 . Это означает, что либо все полученные точки $A'_2, A''_2, \dots$ действительно сопряжены с A_1 (кривая f в пространстве несколько раз пересекает проектирующий луч $S^\infty(A)$), либо нужно последить за порядком следования точек на кривой, чтобы выявить единственный подходящий элемент во втором поле проекций (ср. точки D_1 и D_2 на рис. 40, б).

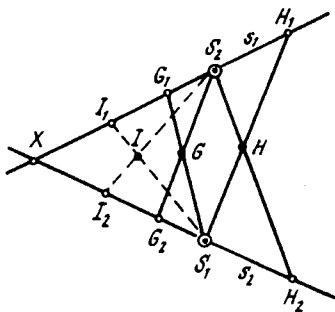


Рис. 41

Следует помнить также, что если кривая f_1 касается линии связи в точке B_1 , то кривая f_2 обязательно касается той же линии связи в точке B_2 (ср. точки B_1, C_1 и B_2, C_2 на рис. 40, б).

13. Кривые поверхности. Предположим, что мы хотим промоделировать на эюре сферическую поверхность φ . Перед нами сразу встают три основных вопроса:

- а) Как задать поверхность φ на картине?
- б) Какие геометрические образы или отношения можно назвать *моделью* поверхности φ ?
- в) Как можно указать на картине модель точки A , произвольно выбранной на поверхности φ ?

Постараемся найти ответы на поставленные вопросы и отчетливо их понять. Это очень важно, потому что эти же основные вопросы возникают при моделировании *любой* поверхности. Уловив общий принцип, мы получим в руки средство, позволяющее нам правильно изображать на картине и простые, и сложные геометрические формы.

Итак, обратившись к рис. 42, поразмышляем сначала, как можно *задать* поверхность φ . Плоскость мы задавали, указывая ее репер (см. рис. 33). Ясно, что и здесь нужно указать какой-либо точечный или смешанный репер сферической поверхности.

Как было сказано, четыре точки общего положения (т. е. не лежащие все в одной плоскости) определяют сферу. Поэтому, указав на эюре модель точек $(A, B, C, D) \subset \varphi$, мы тем самым задаем эту поверхность (рис. 42, а). Но ведь сфера может быть определена и иным способом: если указан, например, ее центр O и еще одна точка A , лежащая на поверхности. Отсюда тотчас возникает второй вариант задания, показанный на рис. 42, б. Наконец, можно пойти и на избыточный вариант, выделяя не отдельные точки, а целые линии, лежащие на поверхности. Конечно, имея дело со сферой, естест-

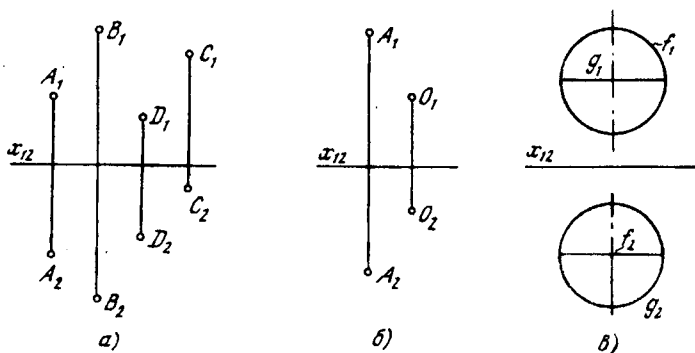


Рис. 42

венно выбрать в качестве таких определяющих линий окружности, причем не произвольно расположенные в пространстве, а удобно ориентированные по отношению к плоскостям проекций π_1 и π_2 . Например, любая окружность, в том числе и окружность $f \subset \phi$ с радиусом, равным радиусу сферы, расположенная в плоскости, параллельной π_1 , ортогонально проектируется на π_1 с *сохранением своей формы и размеров*. Аналогичные удобства обеспечивает окружность $g \subset \phi$, расположенная в плоскости, параллельной π_2 . Так возникает вариант задания поверхности ϕ с помощью очерковых окружностей, представленный на рис. 42, в.

Сравнивая между собой приведенные на рис. 42 и другие возможные варианты, которые вы сами сумеете предложить, приходим к общему выводу:

чтобы задать поверхность, необходимо промоделировать на картине какой-либо ее репер. (7)

Конечно, на практике стремятся выбрать наиболее удобный репер. Репер может быть удобен тем, что он *минимален* (рис. 42, б), или тем, что дает *наглядное представление* о поверхности (рис. 42, в). Но он может быть удобен и тем, что его просто удастся найти. Если, например, купол сооружения разрушен, но сохранились отдельные его элементы, то именно их можно взять за основу и отобразить на модели для проведения последующей реконструкции (рис. 42, а).

Остается напомнить (см. 4.8), что репер поверхности становится таковым только при наличии соответствующей предварительной информации. Действительно, элементы, указанные, например, на рис. 42, а — в, не позволяют производить никаких дальнейших построений, если неизвестно, что речь идет о моделировании именно *сферической поверхности*. А рис. 42, б требует еще некоторых

дополнительных сведений: необходимо сообщить, что точка $O(O_1, O_2)$ является *центром сферы*.

14. Перейдем ко второму вопросу. Как следует понимать выражение «модель сферы ϕ »? На рис. 43 схематично представлены плоскости π_1 , π_2 и сфера ϕ . Мы смотрим на них *сбоку*, так что плоскости проекций представляются прямыми линиями, а сфера отмечена своим внешним очерком — окружностью h .

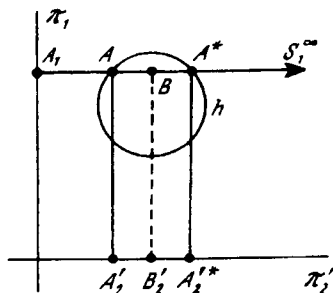


Рис. 43

Из рисунка видно, что, произвольно выбрав на π_1 точку A_1 , можем провести через нее проецирующий луч $A_1S^\infty_1$, который пересечет сферу в двух точках A и A^* . На плоскости π_2 этим точкам соответствуют проекции A'_2 и A'^*_2 . Разумеется, это рассуждение относится только к такой точке A_1 первого поля, которая находится в пределах пятна (в нашем случае — отрезка), определяемого ортогональной проекцией сферы на плоскость π_1 , т. е. не выше и не ниже поверхности ϕ по отношению к π_2 .

Итак, сфера ϕ устанавливает определенное *соответствие* между точками плоскости π_1 и π_2 . После разворота π_2 это соответствие повторяется и на эюре: точке A_1 соответствуют точки A_2 и A'_2 во втором поле. Нетрудно заметить, что возникшее соответствие является *дву-двузначным*: одной точке первого поля отвечают, вообще говоря, две точки во втором поле, и наоборот. В то же время указанное соответствие как раз и должно быть названо *моделью* данной сферической поверхности, поскольку, изменяя место, или размеры, или, наконец, форму поверхности, мы изменяем и установленное соответствие: например, точке A_1 будет соответствовать на π_2 уже не точка A'_2 , а какая-то иная точка B'_2 , поскольку поверхность сместилась (или изменилась) и проходит теперь не через элемент A , а через элемент B (рис. 43). Одним словом, полномочным представителем сферы ϕ на эюре является именно это, конкретное и единственное, соответствие между точками первого и второго полей.

15. Наши рассуждения не претерпят существенных изменений, если вместо сферы ϕ мы станем рассматривать какую-либо иную поверхность — коническую, гиперболическую, или поверхность третьего, четвертого порядка и т. п. Будет меняться только характер соответствия, посредством которого моделируется на эюре данная поверхность. Для сферы, например, это было соответствие двух *ограниченных круглых* кусков плоскости в первом и во втором полях (см. рис. 42, в). Для другой поверхности сопоставляемые куски могут

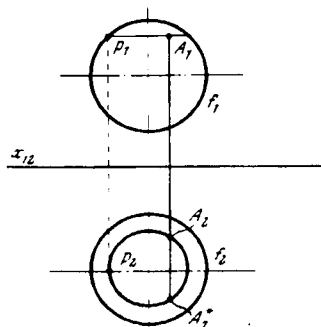


Рис. 44

оказаться *некруглыми* и *неограниченными* (попробуйте изобразить на эюре коническую поверхность). Наконец, речь может идти о сопоставлении *всех точек* первого поля и *всех точек* второго поля (вернитесь к изображению плоскости; подумайте об изображении незамкнутой цилиндрической поверхности). Кроме того, может меняться *значность* соответствия: для плоскости имеем одно-однозначное сопоставление точек; для квадрики (поверхности второго порядка) — дву-двузначное; для поверх-

ности третьего порядка — трех-трехзначное, вообще говоря, сопоставление и т. п. Но при всех этих частных различиях можно с уверенностью утверждать:

поверхность моделируется на эюре некоторым соответствием точек первого и второго проекционных полей.

16. Обращаясь теперь к третьему основному вопросу — к моделированию точки, лежащей на сфере ϕ (или вообще — на поверхности ϕ), — следует сразу же подчеркнуть очевидную и решающую здесь идею:

построить модель точки, лежащей на поверхности ϕ , значит конструктивно реализовать то соответствие, которым моделируется поверхность ϕ на эюре.

На рис. 44 сфера ϕ задана с помощью своего избыточного репера (см. рис. 42, в). Мы хотим построить модель точки A , лежащей на сфере. Мы знаем, что в первом поле точку A_1 можно выбрать произвольно, но в пределах отведенного нам «куска плоскости», т. е. внутри окружности f_1 . Тогда во втором поле возникнут соответственные элементы — точки A_2 и A_2^* . Их-то и нужно найти, конструктивно реализуя соответствие, которым моделируется сфера ϕ .

Структура этого соответствия, конечно, сложнее, чем структура гомотопии. Кроме того, каждая новая поверхность порождает новое соответствие, и общее разнобразие их необозримо. Поэтому здесь нет смысла искать какие-либо универсальные алгоритмы. Достаточно высказать общую руководящую идею и применять ее в дальнейшем, опираясь на характерные особенности заданной конкретной поверхности.

А общая идея заключается в следующем. Выберем какую-либо особенно удобную линию p , лежащую на поверхности ϕ и проходящую через точку A . Если удастся построить модель этой линии p_1, p_2 на эюре, то искомые точки $A_2, A_2^*, \dots$ должны принадлежать p_2 . Линия

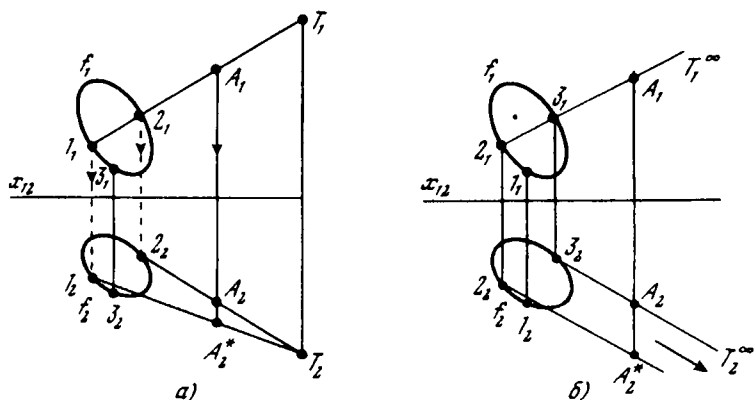


Рис. 45

связи, проходящая через A_1 , поможет окончательно уточнить их расположение.

Применительно к сфере ϕ особенно удобной представляется окружность p , лежащая на сфере таким образом, что плоскость ее параллельна π_2 (или π_1). В этом случае первая проекция линии p — суть прямая p_1 , проходящая через A_1 (почему прямая?). А вторая проекция — окружность p_2 , которая изображается при таких условиях без всяких искажений. Способ построения ее виден из чертежа. На окружности p_2 с помощью линии связи обнаруживаем искомые точки A_2 и A^*_2 . Итак, мы построили модель двух точек, лежащих на сфере ϕ . Одна из них — A (A_1, A_2). Другая — A^* (A_1, A^*_2).

Попробуйте решить эту же задачу, опираясь на вариант задания сферы ϕ , представленный на рис. 42, б. А как следует поступить, если поверхность будет задана на эпюре по варианту рис. 42, а?

17. Моделируя на эпюре другие поверхности, каждый раз будем проходить через те же основные этапы. Сначала нужно задать поверхность, выбрав или построив по указанным условиям ее репер. Затем следует представить и оценить, хотя бы в общих чертах, характер установленного ею на эпюре точечного соответствия. И наконец, выбрать относительно удобный прием для реализации этого соответствия, т. е. для моделирования точек, лежащих на заданной поверхности. Только справившись с этой последней задачей, можно считать, что модель поверхности в наших руках.

На рис. 45, а выделен репер конической поверхности (вершина конуса T_1 и направляющая линия f_1) и показан порядок действий при моделировании точек A (A_1, A_2) и A^* (A_1, A^*_2), лежащих на этом конусе. На рис. 45, б аналогичная задача решена для цилиндра. На рис. 46 и 47 представлены изображения многогранной (составленной из кусков плоскостей) и винтовой поверхностей. В последнем случае репер поверхности включает в себя три направляющие линии:

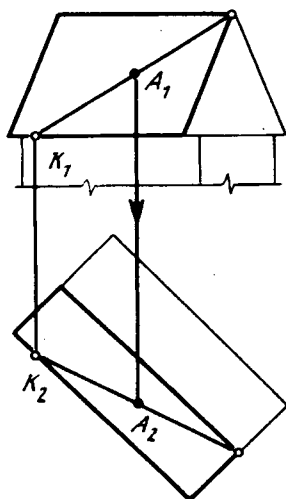


Рис. 46

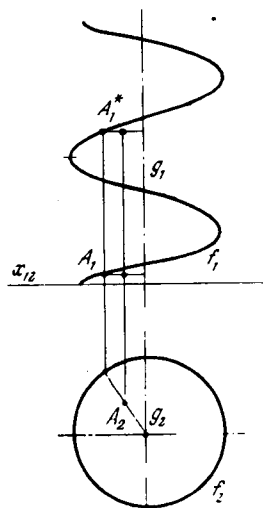


Рис. 47

винтовую линию f , ось поверхности g и еще одну линию (на рисунке не указанную) — несобственную прямую h^∞ плоскости π_2 . Эта винтовая поверхность, именуемая также винтовым *коноидом* (см. 4.7), образуется движением прямой линии, которая в каждом положении пересекает все три направляющие: f, g, h^∞ . Поскольку линия $h^\infty \subset \varphi$ удалена в бесконечность, образующая прямая все время остается параллельной плоскости π_2 . А это значит, что на модели первая ее проекция параллельна оси x_{12} . Отсюда и вытекает способ моделирования точек, принадлежащих этой винтовой поверхности φ (рис. 47). Следует подчеркнуть, что в данном случае на эюре возникает одно-многозначное соответствие: во втором поле имеем точку A_2 ; в первом поле ей соответствует неограниченное число точек — $A_1, A^*_1, A^{**}_1, \dots$ (практически столько, сколько витков поверхности изображено на модели).

Многие другие важные для практики примеры моделирования поверхностей на эюре будут встречаться в дальнейшем при решении конкретных задач. Однако изложенные здесь общие признаки их моделирования сохраняют свою силу и открывают пути к использованию рациональных конструктивных приемов.

§ 7. Аксонометрия

1. Рассмотрим хорошо известное геометрическое тело — куб. Выберем произвольно несобственный центр проекций S^∞_1 и картинную плоскость — π_1 . Из центра S^∞_1 с помощью связки параллельных прямых спроектируем куб на картину π_1 . На рис. 48

показано полученное изображение. Проекции вершин куба обозначены здесь буквами O_1, A_1, B_1, C_1 (нижняя грань) и D_1, E_1, F_1, G_1 (верхняя грань). Картина π_1 расположена на рисунке таким образом, что проекция ребра куба O_1D_1 направлена вертикально.

В пространстве R^3 ребра куба OA, OC, OD можно принять за координатные оси x, y, z декартовой системы координат. Тогда грани куба $OABC, OAED, OCGD$ будут совпадать с координатными плоскостями этой системы, соответственно с xOy, xOz и yOz .

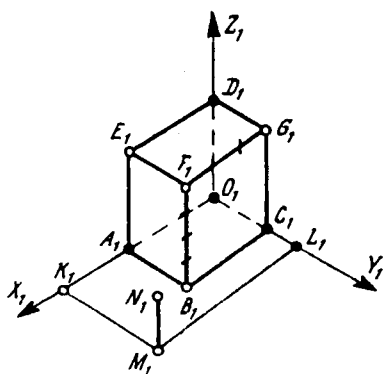


Рис. 48

Рассматривая рис. 48, нетрудно заметить, что, используя ребро куба OA как масштабную единицу, т. е. полагая $OA = 1$ м или $OA = 1$ см и т. д., можно на изображении откладывать вдоль оси x_1 любые практически необходимые значения координаты X . Если, например, $X = 2$ м, то, отложив вдоль оси x_1 отрезок $O_1K_1 = 2O_1A_1$, получаем изображение точки K , имеющей именно такую координату. Это связано с тем, что проектирование на картину π_1 ведется *параллельными* лучами (центр S^∞_1 — несобственная точка!). Следовательно, по законам планиметрии отрезки OA и OK пропорциональны отрезкам O_1A_1 и O_1K_1 , поскольку они заключены между параллельными прямыми.

Аналогичные утверждения справедливы, очевидно, и для координатных осей y и y_1, z и z_1 . Таким образом, зная координаты какой-либо точки N относительно куба, который определил собой декартову систему координат, можем изобразить эту точку и на рис. 41, ведя отсчет по осям x_1, y_1, z_1 и пользуясь масштабными отрезками O_1A_1, O_1C_1, O_1D_1 . На рисунке показана проекция точки N , имеющей координаты $X = 2; Y = 1,5; Z = 0,5$. При построении этой точки мы откладываем отрезок $O_1K_1 = 2O_1A_1$ и отрезок $O_1L_1 = 1,5O_1C_1$. Проведя далее прямые $K_1M_1 // y_1$ и $L_1M_1 // x_1$, определяем точку M_1 — модель точки M , лежащей в координатной плоскости xOy и имеющей заданные значения координат: $X = 2; Y = 1,5$. Наконец, через M_1 проводим параллельно z_1 прямую M_1N_1 и откладываем на ней отрезок $M_1N_1 = 0,5O_1D_1$.

Полученная точка N_1 отображает элемент N , имеющий в пространстве R^3 указанные координаты: $2; 1,5; 0,5$.

2. Если удастся построить изображение точки, координаты которой известны, то можно построить при таких же условиях изображения двух, трех, ..., множества точек, т. е. в итоге —

изображение интересующей нас фигуры или предмета. Такой способ построения изображений, известный очень давно, получил название аксонометрии. В переводе с греческого это означает «измерение по осям». Полученное проекционное изображение называют *аксонометрической проекцией*. Оси x_1, y_1, z_1 именуются *аксонометрическими осями*. Отрезки O_1A_1, O_1C_1, O_1D_1 , по принятой терминологии, суть *аксонометрические масштабные единицы*. Числовые отношения $k_x = O_1A_1/OA$; $k_y = O_1C_1/OC$; $k_z = O_1D_1/OD$ называют *коэффициентами* или *показателями искажения*.

В практике строительного проектирования аксонометрические изображения часто оказываются удобными и полезными. Однако для того чтобы успешно ими пользоваться, необходимо несколько глубже понять их структуру и ответить на несколько принципиально важных вопросов.

3. Выбрав куб в качестве основной фигуры, мы произвольно наметили далее центр проекций S^c_1 и картину π_1 . Что же изменится на изображении, если центр S^c_1 и плоскость π_1 займут новое положение относительно куба? Иными словами, можно ли, приступая к построению аксонометрического изображения, произвольно указать оси x_1, y_1, z_1 , или масштабные единицы O_1A_1, O_1C_1, O_1D_1 , или, может быть, и то и другое одновременно?

Ответ на эти вопросы положителен. Формируя будущее аксонометрическое изображение, можно произвольно трансформировать определяющие его элементы: выбрать по собственному усмотрению расположение осей x_1, y_1, z_1 и указать на них где угодно концы масштабных отрезков. Это можно сделать в том смысле, что всегда найдется соответствующий проекционный аппарат (центр S^c_1 , картина π_1), с помощью которого будет получено *именно такое* или подобное ему (т. е. пропорционально увеличенное или уменьшенное) изображение основного куба.

Высказанное утверждение имеет важное значение для практики: прежде чем построить изображение городской застройки, или отдельного ее квартала, или отдельного здания или другого строительного фрагмента, можно и должно выбрать необходимый ракурс, наиболее отчетливо и полно передающий те впечатления, ту информацию, которые вы стремитесь передать. В то же время ясно, что имеющейся свободой *нельзя злоупотреблять*. Например, изображение, намеченное на рис. 49, теоретически возможно, но практически нереально: мы всегда смотрим на предмет более или менее прямо, более или менее в упор, в пределах так называемого угла ясного видения ($\approx 30^\circ$). А здесь подразумевается, что проектирующие лучи падают на картину под очень острым углом, что и порождает совершенно непривычный эффект (куб «сжался» и «растянулся»). Впрочем, в ясный день при закате или при восходе солнца

могут возникать тени прямоугольных предметов, напоминающие по своим соотношениям форму, представленную на рис. 49.

Утверждение о возможности произвольно выбирать аксонометрические оси и масштабные единицы в свое время не казалось особенно ясным и привлекало к себе внимание многих специалистов. Поэтому в литературе оно иногда упоминается под названием *теоремы Польке — Шварца*.

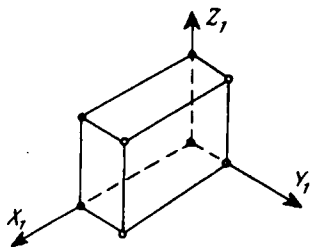


Рис. 49

4. Вернемся еще раз к изображению основного куба на рис. 48. Посмотрите внимательно на точку O_1 . Где находится ее прообраз — точка O , расположенная в пространстве R^3 ? По-видимому, в начале координат, на пересечении осей x , y и z . Но смотрите внимательно на рисунок! Ведь эта точка лежит на грани куба $BCGF$. Если немного напрячь воображение, то можно отнести точку O и к плоскости верхней грани $DEFG$ куба. Не к самой этой грани (поскольку точка O лежит явно вне ее), но к плоскости $DEF = \alpha$, которая не имеет ограничений. Где же находится точка O «на самом деле»? Ответить на этот вопрос нельзя, если вспомнить, что речь идет о *проекции*. Множество различных точек, из которых одна расположена в плоскости $\alpha = DEF$, другая — в плоскости $\beta = FBG$, третья — в начале координат и т. д., — все они имеют одну общую проекцию O_1 . Поэтому аксонометрическое изображение отдельных точек, а тем более целой фигуры нельзя воспринимать однозначно и определенно, если не условиться, что каждая точка представлена на рисунке не только своей главной, как принято говорить, *первичной* проекцией, но по крайней мере еще одним дополнительным своим изображением. Так, говоря о точке N , рассматриваем на рисунке ее *первичную* проекцию N_1 и дополнительную, *вторичную*, проекцию M_1 . Говоря о точке F , рассматриваем пару F_1 и B_1 (или пару F_1 , E_1 , или пару F_1 , G_1). Говоря о точке E , рассматриваем пару E_1 и A_1 и т. д. Словом, как и на эпюре Монжа, каждая точка должна быть промоделирована *парой своих изображений*. Только в этом случае возникает необходимая определенность и однозначность.

Обычно на аксонометрическом изображении рассматривают первичную проекцию точки и ее вторичную проекцию, полученную на плоскости xOy . Рассматривая рис. 48, нетрудно заметить, что в пространстве эта вторичная проекция получается путем проведения вертикальной прямой, параллельной оси z , т. е. путем ортогонального проектирования данной точки на координатную плоскость xOy .

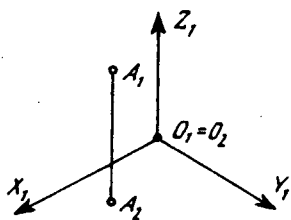


Рис. 50

Учитывая сказанное, условимся в дальнейшем представлять каждую точку в аксонометрии парой своих проекций, причем проекции эти будем обозначать одной и той же буквой с различными индексами. Индекс 1 — у первичной проекции, индекс 2 — у вторичной (рис. 50). И в этом случае, следовательно, как и на эпюре Монжа, моделью точки A служит пара проекций (A_1, A_2) , расположенных на одной прямой линии — на линии связи $A_1 \cdot A_2$.

5. Продолжая намеченный путь, зададимся вопросом: по какому направлению велось проектирование основного куба, если аксонометрические оси и масштабные единицы расположились так, как показано на рис. 48?

Напомним, что проектирование ведется параллельными лучами, поэтому говорить о *направлении* этих лучей вполне уместно.

Для ответа на поставленный вопрос воспользуемся тем обстоятельством, что точку O_1 можно отнести и к началу координат, и к грани куба $FBC = \beta$. В качестве начала отсчета точка O_1 имеет координаты $X_0 = 0$; $Y_0 = 0$; $Z_0 = 0$. А в качестве элемента, принадлежащего грани $F \cdot B \cdot C$, точка O_1 имеет координаты $X_\beta = \frac{2}{3}$; $Y_\beta = 1$; $Z_\beta = \frac{3}{4}$. При этом координату X_β измеряем, например, вдоль ребра $G_1F_1 = 1$, а координату Z_β — вдоль ребра $B_1F_1 = 1$ (это не обязательно, но удобно по условиям чертежа).

Итак, один и тот же проектирующий луч проходит в пространстве через две точки O и $O^* \in \beta$, имеющие названные координаты. Этим и определяется направление проектирования. Следовательно, указав на картине аксонометрические оси и масштабные единицы, мы тем самым фиксируем в пространстве центр S^∞_1 , т. е. как бы определяем позицию зрителя, наблюдающего «издали» данный строительный объект.

Полезно сопоставить изображение куба, представленное в аксонометрии на рис. 48, с изображением того же тела на эпюре Монжа (рис. 51). На эпюре проектирующий луч l , соединивший в пространстве точки O и $O^* \in \beta$, промоделирован своими проекциями (l_1, l_2) . Они позволяют отчетливо увидеть направление параллельного аксонометрического проектирования. Кроме того, рисунок показывает, как располагаются на эпюре изображения координатных осей x, y, z , если система отнесения связана с основным кубом, а куб этот одной гранью лежит на плоскости π_1 , другой — на π_2 . При таких условиях измерения по основным направлениям (т. е. параллельно координатным осям) удобнее производить в ортогональных проекциях (здесь не приходится думать о показателях искажения),

6. Иногда при выполнении аксонометрии ставится дополнительное требование: направление проектирующих лучей, идущих из центра S^* , должно быть *перпендикулярно картине* π_1 . Тогда полученное изображение принято называть *прямоугольной аксонометрией*. Прямоугольная аксонометрия позволяет избежать нежелательных и неожиданных эффектов, продемонстрированных на рис. 49, поскольку такие эффекты возникают именно тогда, когда проектирующие лучи образуют с картиной достаточно острые углы, т. е. или даже почти скользят по картинной пов-



Следовательно, если взять теперь картину π_1 и произвольно вычертить на ней аксонометрические оси x, y, z (рис. 53), то сразу определяются по форме и треугольник следов: $X_1 Y_1 \perp Z_1$ и т. д. Треугольник этот определяется именно по форме, а не по размерам, так как параллельное перемещение плоскости π_1 в пространстве (см. рис. 52) приводит лишь к пропорциональному изменению — увеличению или уменьшению — всей фигуры. Имея треугольник следов, можно определить натуральную форму треугольника $X_1 O_1 Y_1$ (см. рис. 52), «положив» его на картину π_1 . При этом сторона $X_1 Y_1$ остается на месте, а вершину прямого угла при точке O^* найдем на продолжении оси z_1 и на окружности, диаметром которой является отрезок $X_1 Y_1$. Далее на сторонах угла $O^* X_1$ и $O^* Y_1$ задаем *равные* масштабные отрезки $O^* A$ и $O^* C$ (величину их можно выбрать произвольно). При обратном вращении треугольника $X_1 O^* Y_1$ в его исходное положение точки A и C переместятся по траекториям, параллельным траектории $O^* O_1$ (и перпендикулярным, конечно,

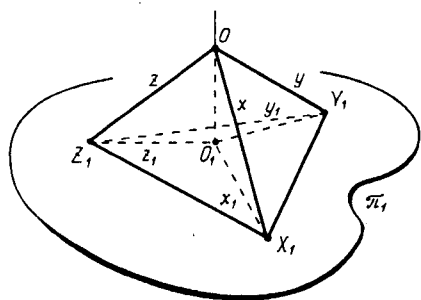


Рис. 52

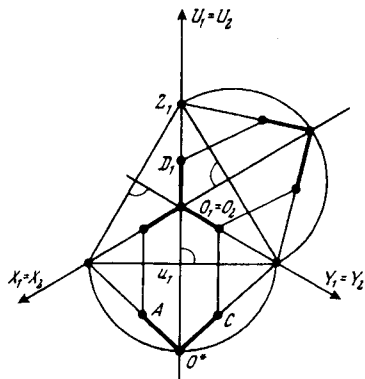


Рис. 53

$X_1 Y_1$), т. е. перейдут в точки A_1 и C_1 . Аналогично можно найти и точку D_1 на оси z_1 .

Итак, задавая прямоугольную аксонометрию, можно произвольно указать лишь *направление осей x, y, z и выбрать одну условную масштабную единицу*.

7. Если аксонометрическое изображение уже построено и приходится лишь наблюдать его, чтобы получить наглядное представление об изображенном предмете (рис. 54), то обычно не возникает вопросов о том, как промоделирована здесь точка, линия или поверхность. Все элементы рисунка или чертежа, находящиеся на виду, говорят сами за себя. Но зато в процессе построения таких изображений эти вопросы постоянно возникают. Поэтому необходимо разбраться в них достаточно отчетливо и подробно.

Следует подчеркнуть, что *никаких принципиальных отличий от эпюра Монжа здесь не наблюдается*. Точка моделируется парой точек, лежащих на линии связи (см. рис. 50), прямая — парой прямых. Моделью кривой линии служат две линии, из которых по крайней мере одна — кривая. Плоскость, как и любая другая поверхность, может быть задана своим репером. Моделью плоскости является некоторая гомология, имеющая бесконечно удаленный центр $U^{\infty}_1 = U^{\infty}_2$ (точка, через которую проходят все линии связи). Моделью поверхности является некоторое много-многозначное, вообще говоря, соответствие. Словом, если промоделировать на рисунке какую-либо произвольно расположенную в пространстве геометрическую фигуру (например, часть конической поверхности с вершиной T и направляющей f) (рис. 55), а затем убрать с этого рисунка изображение координатных осей (если это аксонометрия) или изображение оси проекций x_{12} (если это эпюр Монжа), то дальнейшую работу по выявлению элементов, принадлежащих данной фигуре, можно

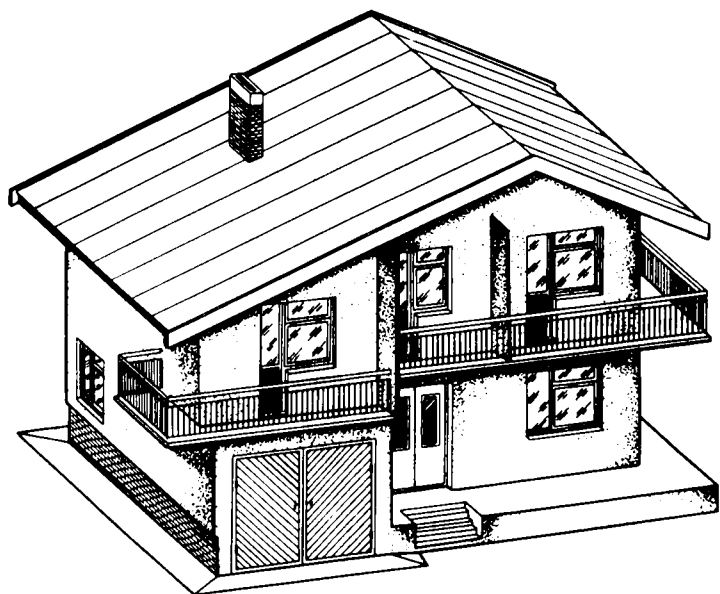


Рис. 54

проводить, не задумываясь, в какой проекционной системе мы находимся. На рис. 55 показано построение точек M (M_1 , M_2) и M^* (M_1^* , M_2^*), расположенных на поверхности конуса (см. рис. 45, а).

8. Полное совпадение геометрических операций, выполняемых в процессе моделирования линий и поверхностей на эпюре Монжа или в аксонометрии, обусловлено тем обстоятельством, что точка как основной элемент пространства в той и в другой системе имеет одинаковую по своей структуре модель (см. рис. 30 и 50).

Необходимо, однако, отчетливо понимать, что одна и та же трехмерная геометрическая фигура, будучи представлена на эпюре Монжа и в аксонометрии, дает, как правило, весьма различные или даже совершенно различные по виду модели (ср., например, рис. 48 и 51). И наоборот: какая-либо фиксированная геометрическая модель, будучи отнесена к эпюру Монжа, отображает одну пространственную фигуру, а будучи отнесена к аксонометрической системе — другую пространственную фигуру. Например, на рис. 55 представлены *две различные конические поверхности*, если мы условимся прочесть эту модель сначала в одной, потом в другой проекционной системе. Особенно легко проверять эти факты на примере простых линейных форм. Так, на рис. 56, а, б представлен отрезок прямой, параллельный плоскости $xOy = \pi_2$: слева — в ор-

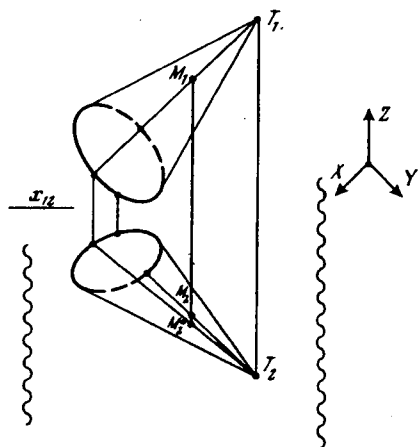


Рис. 55

тогональных проекциях, справа — в аксонометрии. Как видим, *объект один, модели разные*. А на рис. 57 показана модель кривой f . Относя эту модель к ортогональным проекциям, получим в пространстве окружность, расположенную в плоскости α , которая *параллельна* $xOy = \pi_2$. Относя же эту модель к произвольной аксонометрической системе, получим в пространстве эллипс (поясните — почему?), расположенный в плоскости α , которая *наклонена* к $xOy = \pi_2$. Легко заметить, в частности, что наибольшую координату z имеет точка $D \subset f$, а наименьшую —

точка $C \subset f$. Как видим, в этом случае *модель одна, а объекты разные*.

9. Аксонометрия отличается от системы ортогональных проекций — кроме всего прочего — еще и расположением *тождественной* плоскости. Как мы уже знаем, в случае ортогональных проекций тождественная плоскость β , все точки которой моделируются совпавшими проекциями, делит пополам один из двугранных углов между плоскостями π_1 и π_2 (см. рис. 35). А в аксонометрической системе, согласно рис. 50, тождественной оказывается координатная плоскость $xOy = \pi_2$. Все точки ее имеют координату $Z = 0$ и моделируются, следовательно, совпавшими проекциями: $O_1 = O_2$, $B_1 = B_2$, ... Именно поэтому в аксонометрии каждая вертикальная прямая «упирается в свое основание», тогда как в ортогональных проекциях основание вертикальной прямой «отскакивает в сторону» (ср. изображения вертикальных ребер куба на рис. 48 и 51).

С этим обстоятельством связаны, в частности, различия, возникающие при наглядном восприятии плоскости, когда она задается с помощью своих следов. Обратимся еще раз к рис. 39. Сверху (см. рис. 39, а) дано аксонометрическое изображение плоскости и ее следов p и q . Следы эти «сидят на месте» и достаточно наглядно обрисовывают положение плоскости α в пространстве. А внизу (см. рис. 39, б, в) следы плоскости представлены на эпюре. Для ясного понимания необходимо найти их вторые проекции, что и проделано на рисунке. След q уже не лежит в тождественной плоскости, и поэтому проекции его «раздвоились».

10. В заключение обратим внимание на одну особенно характерную и, быть может, наиболее примечательную особенность

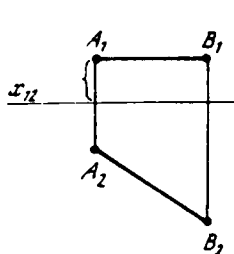


Рис. 56

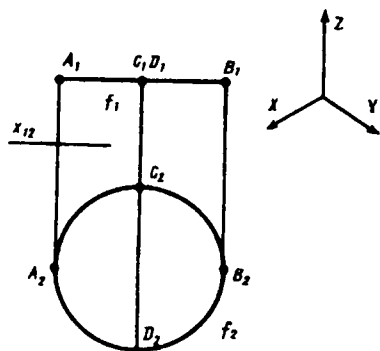


Рис. 57

аксонометрических изображений. На этих изображениях как бы вовсе отсутствует плоскость π_1 — та самая картина, на которой и построена интересующая нас модель. Вначале мы отметили, что проектирование ведется из центра S^∞_1 на плоскость π_1 , но в дальнейшем эта плоскость фактически исчезла из поля зрения. Правда, она появилась в качестве определенного объекта на рис. 52, 53, но это лишь в частном случае (в прямоугольной аксонометрии), несколько слов о котором будет сказано позднее.

Для большей ясности обратимся снова к сравнению с эпюром Монжа. Здесь имеются две, равноправные по сути, плоскости проекций π_1 и π_2 (см. рис. 29). В качестве картины *условно* принята плоскость π_1 . После перехода к эпюру обе плоскости проекций *заданы на модели* и легко воспринимаются. Так, на рис. 30 плоскость π_1 задана прямой x_{12} с точкой C : $\pi_1 = x_{12}C$. Аналогично, $\pi_2 = x_{12}D$. Обе плоскости занимают частное положение, являются проектирующими и моделируются поэтому вырожденными гомологиями: все вторые проекции точек, лежащих на π_1 , попадают на одну прямую — ось x_{12} . Все первые проекции точек, лежащих на π_2 , тоже попадают на прямую x_{12} . На эпюре легко различаются прямые, перпендикулярные π_1 или π_2 (рис. 32, б), а также прямые, параллельные π_1 или π_2 (рис. 39, б, в). Легко различаются, конечно, и плоскости, перпендикулярные или параллельные π_1 , π_2 (рис. 38, а, б).

Иначе обстоит дело в аксонометрии. Плоскости проекций здесь явно неравноправны: проектирование на $\pi_2 = xOy$ ортогональное, а на π_1 — под произвольным углом; центр ортогонального проектирования S^∞_2 используется только один раз для получения проекций точек $O_2, A'_2, \dots$ (см. рис. 50), а центр косоугольного проектирования S^∞_1 используется дважды — сначала для получения на π_1 первичных проекций точек $O_1, A_1, \dots$, затем для получения на π_1 их вторичных

проекций $O_2, A_2, \dots$ (рис. 48, 50); наконец, плоскость π_2 является составляющим элементом основной координатной системы $\{x, y, z\}$, а плоскость π_1 не входит в эту систему и положение ее относительно координатных осей остается неизвестным.

Из всех этих фактов проистекают и дальнейшие отличия. Плоскость π_2 задана на модели как тождественный элемент, как координатная плоскость xOy и легко воспринимается. А картина π_1 — суть *плоскость общего положения*. Она моделируется гомологией общего вида, и гомология эта не выявлена. Поэтому прямые и плоскости, параллельные или перпендикулярные π_1 , не удается отличить от других прямых, от других плоскостей. Словом, картина π_1 оказывается как бы неуловимой, и находить ее на модели в большинстве случаев просто не требуется.

Впрочем, установить положение картинной плоскости π_1 теоретически все же возможно. Если заданы аксонометрические оси и масштабные единицы, то можно определить положение π_1 , указав точки пересечения ее с осями x, y, z , т. е. построив треугольник ее следов. Это достаточно сложная геометрическая задача, которую рассматривать здесь нет необходимости. Важно понять, что в аксонометрии общего вида картинная плоскость является объектом, который *работает, оставаясь не выявленным*. Нужно заметить, что существенную помощь при построении и восприятии аксонометрии оказывают две другие координатные плоскости: xOz и yOz . Каждая из них может быть использована как дополнительное поле проекций, как элемент, полностью заменяющий плоскость π_2 , и т. п. (ср. изображение плоскости α на рис. 39, а).

Что касается прямоугольной аксонометрии, то здесь, как отмечалось, построение картины π_1 не влечет за собой никаких сложностей (см. рис. 53). Нужно только помнить, что треугольник следов определяется *с точностью до подобия*, так как параллельное перемещение картины π_1 в пространстве не меняет, конечно, характер получаемого на ней изображения. Но и в прямоугольной аксонометрии, после того как заданы оси x, y, z и масштабы на них, картина π_1 в большинстве случаев непосредственно не используется. Моделью ее является гомология общего вида. На рис. 53 эта гомология задана осью $u_1 = X_1 \cdot Y_1 = X_2 Y_2$, центром $U^p_1 = U^p_2 \subset z_1$ и парой соответственных точек: $Z_1 \rightarrow O_2$.

11. Свободное обращение с аксонометрическими изображениями достигается в процессе практического их построения и использования. Рекомендуется для начала промоделировать на эюре Монжа и в аксонометрии несколько строительных объектов самой простой формы и сравнить затем полученные изображения. Важный вопрос о способах перехода от ортогональных проекций к аксонометриче-

ским и обратно подробно освещен в гл. 3. Практические рекомендации по выбору аксонометрических систем при выполнении строительных и машиностроительных чертежей приводятся в § 41.

§ 8. Перспектива

1. Изображения, построенные с помощью параллельного проектирования, не вполне соответствуют привычному зрительному восприятию. Ведь практически наблюдатель всегда находится на достаточно близком расстоянии от объекта наблюдения, в особенности если этот объект — строительное сооружение.

Реальное положение зрителя вернее отражает проекционная модель, именуемая *перспективным изображением* или просто *перспективой*.

Выберем в пространстве две взаимно перпендикулярные плоскости π_1 и π_2 . Проектирование на плоскость π_2 , как и в двух предыдущих случаях (см. § 6, 7), ортогональное. Иными словами, центр проекций S^∞_2 бесконечно удален по направлению, перпендикулярному π_2 . А проектирование на плоскость π_1 условимся вести из собственного центра S_1 , положение которого должно определяться практическими условиями наблюдения изображаемого предмета (рис. 58).

Произвольно взятая точка $A \in R^3$ имеет, таким образом, две проекции: A_1 и A'_2 . Чтобы перейти к одной плоской картине, воспользуемся тем же приемом, что и в аксонометрии: из центра S_1 совершим второе проектирование, переводящее точки, отмеченные на π_2 , в точки плоскости π_1 , которая и является окончательной картиной, несущей модель. Так, точка A'_2 в результате второго проектирования переходит в A_2 и на картине появляется законченная модель точки A — пара (A_1, A_2) . Точку A_1 называют *первичной*, точку A_2 — *вторичной* проекцией.

Линия связи, соединяющая A_1 и A_2 , занимает, очевидно, вертикальное положение, так как она возникает в результате пересечения плоскости π_1 с плоскостью $\gamma = S_1AA_2$, которая, как и π_1 , перпендикулярна π_2 . Поэтому модель точки A полностью сохраняет свое обличие, уже знакомое нам по системе ортогональных проекций и по аксонометрии (ср. рис. 30, 50).

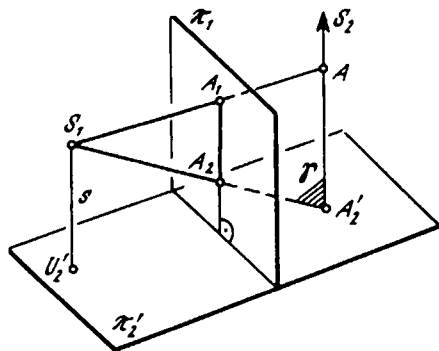


Рис. 58

ΔABC лежит в плоскости горизонта;
 ΔDFG лежит на картине;
 ΔLMN лежит в предметной плоскости.

переводит в точки, лежащие на прямой линии в другом поле. Например, вырожденной гомологией моделируется плоскость горизонта $\delta = ABC$ или картина $\pi_1 = DFG$. А предметная плоскость $\pi'_2 = LMN$ оказывается тождественной: первые и вторые проекции ее точек всегда совпадают (рис. 60). Разумеется, возможно и двойное вырождение, если плоскость содержит оба центра — и S_1 , и S_2 . Тогда модель ее обращается в одну прямую линию (см., например, плоскость γ на рис. 58; ср. также с изображением профильной плоскости в ортогональных проекциях — рис. 38, б).

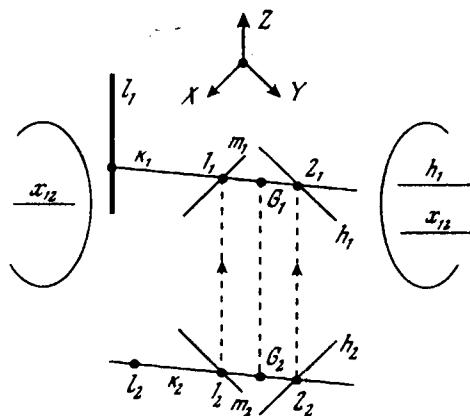


Рис. 61

один центр проектирования — S^∞_2 (в предыдущих системах ей принадлежали оба центра). Поэтому она моделируется на картине определенным образом с помощью вырожденной гомологии, точно так, как это показано на рис. 60 для плоскости π_1 (см. изображение треугольника DFG).

Желая яснее понять эту важную ситуацию, обратимся к рис. 62. Здесь показаны основание картины x_{12} , линия горизонта $h_1 = h_2$ и ряд плоскостей $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, параллельных картине π_1 , но отстоящих от нее на разных расстояниях. Все эти плоскости проектирующие, все они содержат центр S^∞_2 . Плоскость π_1 пересекается с предметной плоскостью π_2 по линии x_{12} . Далее имеем: $\alpha \cdot \pi_2 = l_2$; $\beta \cdot \pi_2 = m_2$; $\gamma \cdot \pi_2 = n_2$; ... Наконец, несобственная плоскость v^∞ на пересечении с π_2 дает h_2 (напомним, что $h_1 = h_2$ — это изображение несобственной прямой плоскости π_2). Модель треугольника DFG , лежащего в плоскости картины, мы уже рассматривали на рис. 60. Здесь это изображение повторено снова. Треугольники и другие фигуры, лежащие в плоскостях $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, моделируются аналогичным образом. Наконец, видим модель треугольника $P^\infty Q^\infty R^\infty$, лежащего в несобственной плоскости v^∞ . Следовательно, в перспективе несобственная плоскость пространства R^3 позволяет непосредственно «наблюдать себя», это тотчас сказыва-

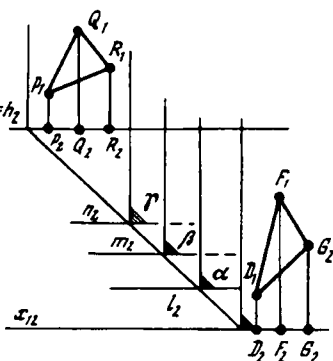


Рис. 62

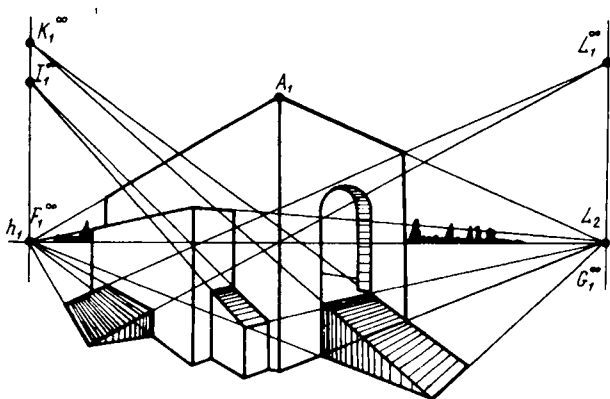


Рис. 63

ется на характере получаемых изображений, а заодно и на многих способах их построения. Для иллюстрации этих фактов обратимся к рис. 63.

5. На рис. 63 мы видим первичные проекции нескольких несобственных точек: F_1^∞ , G_1^∞ , J_1^∞ , K_1^∞ , L_1^∞ . Некоторые из них лежат на линии горизонта, что указывает на принадлежность соответствующих точек предметной плоскости π_2 . Другие занимают общее положение. В пространстве каждая из этих точек служит вершиной связки параллельных прямых определенного направления. А на картине к изображению такой точки, например к элементу F_1^∞ , стягиваются изображения всех таких параллельных прямых. Поэтому изображенные в перспективе несобственные точки принято называть *точками схода*.

В пространстве среди связки параллельных прямых, идущих в несобственную точку F^∞ или M^∞ и т. д., имеется одна, проходящая через центр S_1 (рис. 64). Именно эта прямая, пересекаясь с картиной, и определяет соответствующую точку схода: $S_1 F^\infty \cdot \pi_1 = F_1^\infty$; $S_1 M^\infty \cdot \pi_1 = M_1^\infty$. Точки схода могут располагаться и на линии горизонта, и выше, и ниже ее — в любом месте картины. Если имеем связку прямых, параллельных картине π_1 (например, связку вертикальных прямых или связку прямых, параллельных оси проекций x_{12} , и т. п.), то и точка схода, естественно, оказывается бесконечно удаленной, т. е. в этом и только в этом случае изображения параллельных прямых остаются параллельными на картине. Для ортогональных проекций и для аксонометрии сохранение параллельности на изображении — *правило* (без всяких изъятий), а для перспективы — это *исключение из правила*.

Строительные объекты имеют обычно три доминирующих направления: по длине сооружения, по его ширине и по высоте. В

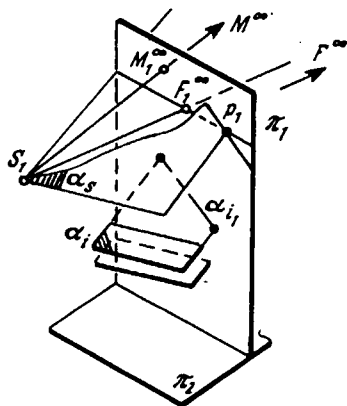


Рис. 64

соответствии с этим при построении перспективного изображения часто особенно важную практическую роль играют две точки схода, расположенные на линии горизонта: левая и правая (точка F_1^∞ и G_1^∞ на рис. 63). Пользуясь этими элементами, удобно производить разбивку всех горизонтальных членений на изображении здания и выполнять некоторые другие вспомогательные построения. Третья точка схода для линий вертикального направления оказывается в данном случае бесконечно удаленной и используется в обычном смысле с помощью соответствующего инструмен-

тария — рейсшины и угольника. Другие точки схода, в частности указанные на рис. 63, также, конечно, используются по мере надобности и возможности. Существенное ограничение возможностей наступает в том случае, когда точка схода находится за пределами чертежа. Эти чисто практические вопросы будут затронуты далее.

6. Если параллельные прямые имеют в перспективе точку схода, то параллельные плоскости имеют *линию схода*. Например, для пучка плоскостей, параллельных предметной плоскости π_2 , линией схода служит, очевидно, линия горизонта $h_1 = h_2$. Линия схода p_1 — это первичная проекция той прямой p , по которой данная плоскость α_i пересекается с несобственной плоскостью v^∞ : $\alpha_i \cdot v^\infty = p$; $(S_1 \cdot p) \cdot \pi_1 = p_1$.

В каждом пучке параллельных плоскостей имеется одна плоскость, которая проходит через центр S_1 . Именно эта плоскость α_s (рис. 64) и высекает на картине линию схода для всех элементов данного пучка. Отсюда видно, что линия схода плоскости α_i и линия ее пересечения с картиной (картинный след плоскости) всегда параллельны друг другу (см. прямые p_1 и α_{i1} на рис. 64).

Пара прямых, лежащих в плоскости, составляет ее репер. Поэтому, задавая в перспективе модель плоскости, иногда указывают — в различных попарных комбинациях — линии пересечения ее с картиной π_1 , с предметной плоскостью π_2 либо с несобственной плоскостью v^∞ . На рис. 65 плоскость α , параллельная π_2 , задана прямыми $h = \alpha \cdot v^\infty$ и $a = \alpha \cdot \pi_1$; плоскость β общего положения задана прямыми $b = \beta \cdot \pi_2$ и $p = \beta \cdot v^\infty$; плоскость γ задана прямой $q = \gamma \cdot v^\infty$ и точкой $A \in \gamma$. Попробуйте в каждом из этих случаев построить изображения некоторых других элементов, лежащих в данной плоскости. При этом следует вспомнить, что плоскость моделируется гомотетией с несобственным центром $U_1^\infty = U_2^\infty$.

Рис 65

мы стремимся к гармоничному зрительному восприятию, необходимо располагать перпендикулярно этому главному лучу. Поскольку главный луч проходит параллельно земной поверхности, постольку картинная плоскость π_1 располагается вертикально. Но если центр композиции оказывается выше зрителя (например, при наблюдении высоких зданий) или ниже его (например, при наблюдении «с высоты птичьего полета»), то главный луч наклоняется и картина π_1 тоже должна принять наклонное положение. Поэтому в практике построения перспективных изображений кроме основного варианта, именуемого *перспективой на вертикальной картине*, приходится встречаться и с менее употребительным, но теоретически более общим случаем, получившим название *перспектива на наклонной картине*. Нам важно сейчас понять, какие изменения на модели влечет за собой использование наклонной картины.

На рис. 66 показан аппарат моделирования в том случае, когда

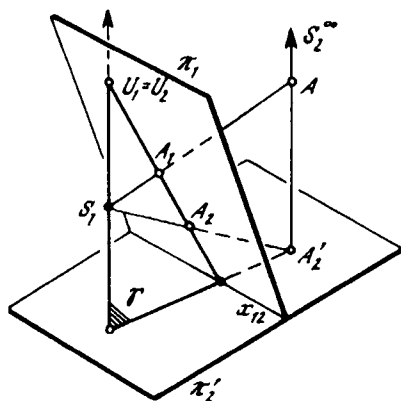


Рис 66

картина π_1 наклонена к предметной плоскости π_2 под произвольным углом. Рассматривая этот рисунок, полезно сопоставлять его с рис. 58.

Процесс моделирования точки $A \in R^3$ полностью сохраняется. Сначала проектируем ее из центра S_1 на π_1 и получаем первичную проекцию A_1 . Затем проектируем ее из S_2 на π_2 и получаем вспомогательное изображение — A'_2 . Наконец, из центра S_1 перепроектируем A'_2 на π_1 и получаем вторичную проекцию точки A —

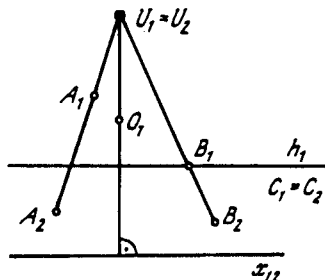


Рис. 67

A_2 . Пара элементов (A_1, A_2) на картине однозначно моделирует исходный пространственный элемент — точку A .

Как это было и в предыдущем варианте, представленном на рис. 58, точки $S_1, S_2, A, A'_2, \dots$ лежат в одной вертикальной плоскости γ . Но если прежде γ и π_1 пересекались по вертикальной же линии связи A_1A_2 , то здесь линия связи $A_1A_2 = \gamma \cdot \pi_1$ принимает наклонное положение, поскольку лежит на наклонной картине π_1 . Однако эта линия связи, как видно из

рис. 66, должна проходить через фиксированную точку картины $U_1 = U_2 = (S_1 S_2 \cdot \pi_1)$. Действительно, где бы ни находилась точка $A \in R^3$, вертикальная плоскость γ будет проходить через лучи S_1A и $S_1 \cdot S_2$, т. е. будет содержать в себе точку $U_1 = U_2$ на картине π_1 .

Таким образом, в этом случае на картине π возникает пучок прямых с собственной вершиной $U_1 = U_2$. Все прямые этого пучка являются линиями связи, определяющими порядок моделирования отдельных элементов пространства R^3 . С проекционной моделью такой структуры мы встречаемся здесь впервые. На рис. 67 показана картина π_1 : основание ее — линия x_{12} ; линия горизонта h_1 (она сохраняет свое происхождение и свой смысл); главная точка картины O_1 (центр композиции), которая ушла с горизонта и располагается выше его (взгляд зрителя вверх) или ниже его (взгляд зрителя вниз). На рисунке отмечена также *исключенная*, или *особая*, точка $U_1 = U_2$ и промоделированы в качестве примера несколько точек: A, B, C . Точка A занимает общее положение, точка B лежит в плоскости горизонта, точка C принадлежит предметной плоскости. Разумеется, предметная плоскость остается тождественной: проекции ее точек всегда совпадают на картине.

8. Сопоставляя рис. 66 и 58, мы видим, что перспектива на вертикальной картине представляет собой предельный и частный вариант общего случая наклонной картины. По мере того как наклон картины к предметной плоскости приближается к 90° , исключенная точка $U_1 = U_2$ уходит все дальше и дальше и в пределе становится несобственным элементом. Общие принципы моделирования линий и поверхностей, конечно, не претерпевают никаких изменений. Но вместе с тем необходимо отметить, что, моделируя плоскость α на наклонной картине, мы получаем (впервые!) гомотопию общего вида. Здесь центр гомотопии $U_1 = U_2$ находится на конечном расстоянии и прямые, проходящие через этот центр, — двойные. Вернувшись к рис. 36 и вспомнив основной алгоритм, позволяющий находить соответственные точки заданной гомотопии, нужно закре-

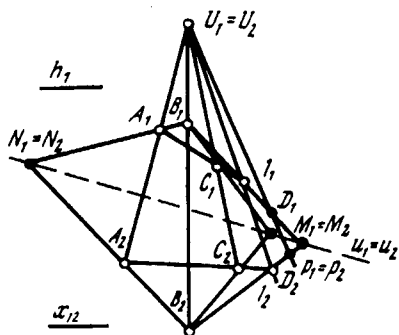


Рис. 68

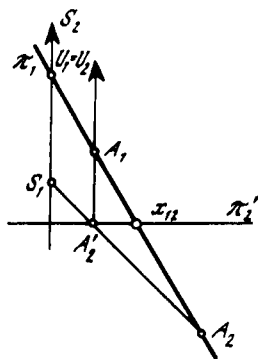


Рис. 69

пить этот алгоритм, поработав с гомологией общего вида (ось и центр — собственные элементы). На рис. 68 плоскость α задана своим репером: $\alpha = A \cdot B \cdot C$. Требуется построить точку $D \in \alpha$. Можно выполнить это построение, выявив предварительно ось гомологии $u = \alpha \cdot \pi_2$. Можно действовать и не опираясь на ось. На рис. 68 продемонстрированы оба эти варианта.

Следует также подчеркнуть, что на рис. 60 картина π_1 промоделирована как плоскость частного положения (см. треугольник DFG). А при наклонном варианте картина π_1 моделируется невырожденной гомологией. Центр ее — $U_1 = U_2$, ось — линия x_{12} , а пару соответственных точек нетрудно указать, если известны наклон картины и положение центра S_1 относительно π_1 и π_2 (см. схему на рис. 69).

Что касается точек схода для прямых доминирующего направления (ср. 8.5), то в случае наклонной картины на равных правах действуют все три точки схода: две из них по-прежнему расположены на горизонте (ср. рис. 63), а изображения вертикальных прямых сходятся, очевидно, в точке $U_1 = U_2$. Общий вид высотного здания, изображенного на наклонной картине, представлен на рис. 70.

9. При построении ортогональных проекций или аксонометрии отдельные опорные точки на изображении часто находят по заданным размерам предмета, в частности по координатам этих точек. И в той и в другой системе использование координатного метода естественно и удобно.

В перспективе такой процесс осложняется, так как пропорциональность отрезков, расположенных вдоль координатных осей, вообще говоря, не сохраняется. В этом случае непосредственный отсчет координат невозможен. Однако в принципе моделирование точки, координаты которой известны, конечно, осуществимо. Продемонстрируем это на конкретном примере.

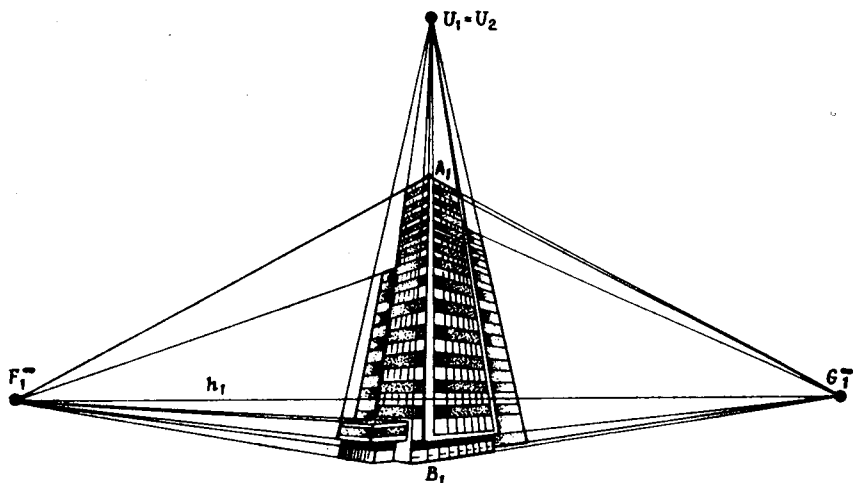


Рис. 70

На рис. 71 показаны основание вертикальной картины x_{12} , линия горизонта h_1 , главная точка O_1 и дистанционная окружность f_1 (см. рис. 59). Координатную систему расположим наиболее рациональным в данном случае способом: оси x и z поместим прямо на картине π_1 , установив начало координат в произвольно выбранной точке $N \in x_{12}$. В этом случае ось y лежит в предметной плоскости и ее изображение — прямая $y_1 = y_2$ — направлено в точку схода O_1 . Понятно, что при поставленных условиях измерения координат X и Z можно производить непосредственно, так как размеры отрезков на осях x и z не искажаются. Что касается оси $y_1 = y_2$, то, опираясь на элементарные сведения из планиметрии, можно переносить на нее нужные масштабные отрезки, отложив их предварительно на оси x

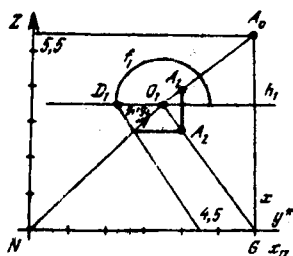


Рис. 71

и проведя затем в предметной плоскости прямые линии, направленные под углом 45° к осям x и y . Изображения таких параллельных прямых в перспективе будут иметь точку схода D_1 , расположенную на горизонте. Возвращаясь к рис. 59 и 64, можно заметить, что точка D_1 определяется пересечением горизонта с дистанционной окружностью: $h_1 \cdot f_1 = D_1$. Действительно, луч $S_1 D_1$ в пространстве параллелен π_2 и направлен под углом 45° к линии горизонта и к самой картине.

Итак, построим модель точки A , имеющей координаты $X=6$; $Y=4,5$; $Z=5,5$. Находим на картине (в координатной пло-

скости x/Nz) точку A_0 с заданными координатами x и z . Отметив на оси $y' = x$ точку с координатой $Y' = 4,5$, переносим ее лучом, направленным в D_1 , на ось $y_1 = y_2$. Далее определяем в предметной плоскости точку A_2 , имеющую нужные координаты X и Y . Наконец, по элементам A_0 и A_2 , используя прямую A_0O_1 и линию связи, находим первичную проекцию точки $A — A_1$.

В случае иного расположения координатной системы или в случае наклонной картины π_1 общий смысл продемонстрированных построений сохраняется, но приходится производить дополнительную разбивку измерительной шкалы не только по оси y_1 (как на рис. 71), но и по другой оси или даже по всем трем координатным осям x_1, y_1, z_1 . Более подробные сведения на этот счет будут приведены при изучении общих процедур измерения на проекционных моделях в гл. 2.

§ 9. Метод двух изображений

1. В трех предыдущих параграфах мы рассматривали различные варианты построения предметных геометрических моделей: ортогональные проекции, аксонометрию, перспективу. Варианты эти по внешним характеристикам весьма различны, но у них есть общая основа, на которую мы и должны теперь обратить внимание.

Сравнивая между собой рис. 29, 50, 58, 66, замечаем, что во всех случаях основу проекционной системы составляют два центра и две плоскости проекций. Это вполне естественно и неизбежно, поскольку мы стремимся обеспечить *изоморфизм* модели (см. 6.3). Откажемся теперь от каких-либо частных условий и ограничений и рассмотрим в пространстве R^3 две произвольно расположенные плоскости π_1 и π_2 , а также два произвольно выбранных центра S_1 и S_2 (рис. 72). Будем строить модель по известной уже схеме: точку $A \in R^3$ проектируем из центра S_1 на плоскость π_1 , а из центра S_2 — на плоскость π_2 . Получаем проекции A_1 и A'_2 . Отметим линию s , соединяющую центры S_1 и S_2 . Она пересекает π_1 в точке U_1 , а π_2 — в точке U_2 . Через линию s и точку A проходит плоскость γ , которая, пересекаясь с π_1 и π_2 , регламентирует положение проекций A_1 и A'_2 : проекция A_1 лежит на прямой $U_1 \cdot X_a = \gamma \cdot \pi_1$, а проекция A'_2 — на прямой $U_2 \cdot X_a = \gamma \cdot \pi_2$ (рис. 72). При этом точка X_a определяется как пересечение трех плоскостей — π_1, π_2 и γ — и располагается на оси проекций x_{12} .

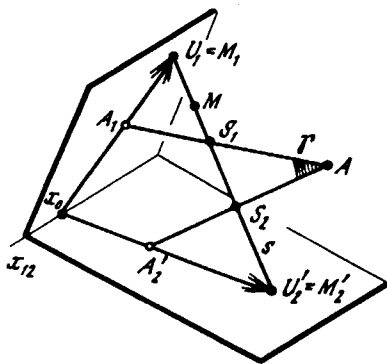


Рис. 72

Если выберем в пространстве другую точку B , которая вместе с линией s выявит другую плоскость δ , то на плоскости π_1 появится прямая $U_1 \cdot X_b = \delta \cdot \pi_1$, а на плоскости π_2 — прямая $U_2 \cdot X_b = \delta \cdot \pi_2$ и проекции B_1 и B_2 расположатся соответственно именно на этих двух прямых. Короче говоря, через линию центров s проходит в пространстве *пучок плоскостей*, который на π_1 высекает *пучок прямых* с вершиной в точке U_1 , а на π_2 — *пучок прямых* с вершиной в точке U_2 . Лучи этих двух пучков пересекаются попарно на оси проекций x_{12} в точках $X_a, X_b, X_c, \dots$ Каждую пару таких пересекающихся лучей условимся называть соответственными элементами, а сами пучки прямых — перспективно расположенными или просто *перспективными*. Пользуясь этой терминологией, можно сформулировать следующее правило, относящееся к указанной конструкции:

проекции любой точки лежат на соответственных лучах двух перспективных пучков (U_1) и (U_2). (8)

2. Модель, построенная таким способом на плоскостях π_1, π_2 , в целом изоморфна: каждой точке $A_i \in R^3$ отвечает единственная пара проекций (A_{1i}, A'_{2i}) , и обратно: каждой паре проекций (A_{1i}, A'_{2i}) , выбранной с соблюдением правила (8), отвечает в пространстве единственная точка A_i . Исключение составляют элементы, расположенные на линии центров s (рис. 72). Все точки этой прямой имеют *одну и ту же модель* — пару точек (U_1, U_2) . Например, отображая точку $M \in s$, получаем на π_1 проекцию $M_1 = U_1$, а на π_2 — проекцию $M'_2 = U_2$. Если же, действуя в обратном порядке, выберем в качестве модели пару точек (U_1, U_2) , то в пространстве этой модели может быть поставлено в соответствие бесконечное множество точек, размещающихся на прямой $s = S_1 S_2$. Поэтому линию s называют *исключенной прямой*, а элементы U_1 и U_2 — *исключенными точками модели*.

3. Построенная нами модель располагается на двух различных плоскостях. Для перехода к одной картинной плоскости π_1 (что удобно на практике и всегда подразумевается) используем любое действие, которое не слишком исказит изображение, полученное предварительно на плоскости π_2 . Выражение «не слишком исказит» должно здесь означать, что *будет сохранена прямолинейность форм*, т. е. точки, лежащие на любой прямой линии, перейдут непременно в точки, тоже лежащие на прямой. Конечно, здесь имеются в виду и другие требования, которые в силу своей очевидности нет смысла специально оговаривать (например, требование, чтобы точка переходила в точку, а не в какой-то иной геометрический образ, и т. п.).

Итак, переместим плоскость π_2 в пространстве, произвольно на-

ложив ее на картину π_1 , или перепроектируем изображение, полученное на π_2 , из произвольно выбранного в пространстве центра S_0 на картину π_1 . И то, и другое действие сохраняет, конечно, прямолинейность форм. Можно применить и другие, более сложные манипуляции. Но указанные два действия вполне исчерпывают возникающие на практике потребности. Рассмотрим теперь модель, которая в конце концов появится на картине. Принципиальная структура этой модели показана на рис. 73.

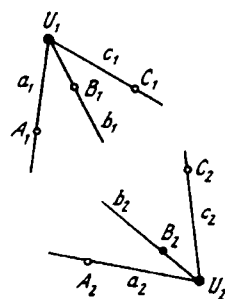


Рис. 73

Пучок прямых с вершиной U_1 остается на месте. Пучок прямых с вершиной U_2 после перемещения плоскости π_2 или после дополнительного проектирования из центра S_0 переходит в новый пучок прямых с вершиной U_2 , расположенный на картине π_1 .

Соответственные лучи пучков (U_1) и (U_2) по-прежнему сохраняют свое значение [см. правило (8)], но теперь они уже не обязательно пересекаются попарно на оси проекций x_{12} . Если плоскость π_2 произвольно переместилась в пространстве, то начальная связь пучков (U_1) и (U_2) оказывается разорванной. Обозначим лучи пучка (U_1) символами $a_1, b_1, c_1, \dots$. Тогда после перехода к картине произвольно выбранному лучу l_{1i} первого пучка ставится в соответствие луч пучка (U_2) , обозначенный символом l_{2i} . В этом общем случае пучки (U_1) и (U_2) называют *проективными*. А правило (8) звучит в более общей формулировке:

проекции любой точки лежат на соответственных лучах двух проективных пучков (U_1) и (U_2) . (9)

4. Чем отличаются проективные пучки от пучков перспективных? Только тем, что точки пересечения их соответственных лучей уже не располагаются на одной прямой линии. Если на рис. 73 пересечь друг с другом лучи a_1 и a_2 , b_1 и b_2 , c_1 и c_2 и продолжить такую процедуру, то вскоре выяснится, что точки пересечения соответственных лучей располагаются на некоторой кривой f второго порядка, причем кривая эта в конце концов пройдет и через вершины самих пучков — через точки U_1 и U_2 (рис. 74). Проведя в пучке (U_1) новый луч d_1 , можем тотчас же найти соответственный ему луч d_2 в пучке (U_2) , используя кривую f как связующий их посредник.

Перемещая пучок (U_2) по плоскости картины, можно снова привести пучки (U_1) и (U_2) к перспективному расположению. Для этого достаточно совместить друг с другом два каких-либо соответ-

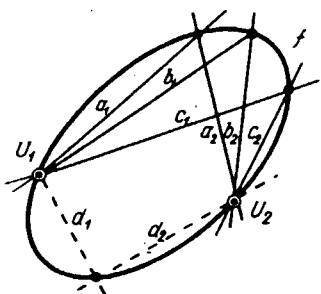


Рис. 74

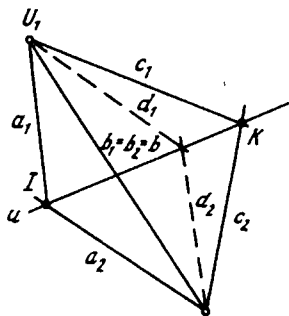


Рис. 75

ственных луча, например лучи b_1 и b_2 (рис. 75). Тогда связующая кривая f «распадается», как говорят, на две прямые линии: на линию $b_1 = b_2 = b$ (все точки этой прямой появляются в результате пересечения или, точнее, наложения соответственных лучей друг на друга — $b_1 \cdot b_2 = b$) и на линию u , которая определяется точками $I = a_1 \cdot a_2$ и $K = c_1 \cdot c_2$. В этом случае прямая u — новая ось перспективности для пучков (U_1) и (U_2).

Итак, перспективные пучки — это *частный случай*. Проективные пучки — *более общий случай*. И в том, и в другом случае лучи двух пучков расставлены в пары, причем одному лучу первого пучка отвечает всегда *единственный* луч второго пучка, и наоборот. Соответствие их *взаимно однозначное*. Все перечисленные здесь факты могут быть установлены и проверены опытным путем. Вам рекомендуется испробовать этот путь, нарисовав побольше соответственных лучей в двух перспективных пучках (рис. 75), затем разрезав рисунок по линии u и далее произвольно переместив по плоскости пучок (U_2). Какие кривые будут возникать на пересечении соответственных лучей? (Обозначьте эти лучи заранее!)

Указанные факты можно выявить также путем довольно длинных логических рассуждений, если опираться при этом на ряд других положений, которые просто подразумеваются. Такой путь используется обычно в специальных курсах проективной геометрии [6].

5. Вернемся еще раз к рис. 73. Если мы хотим работать с этой моделью, задавать на ней линии, фигуры, решать различные задачи и т. д., то необходимо, конечно, отмечать на модели все новые и новые пары соответственных лучей. Как это сделать? Ведь линия f , показанная на рис. 74, здесь отсутствует. Можно ли ее построить? Или обязательно нужно переходить к варианту, представленному на рис. 75? Последний, конечно, удобнее, но на практике — по разным причинам — он не всегда достижим. Кривую f построить можно. Ведь имеется ее репер — пять точек: U_1 , U_2 , $I = a_1 \cdot a_2$,

$K = c_1 \cdot c_2$, $L = b_1 \cdot b_2$. По этим точкам строим кривую f согласно рис. 13. Но и такой прием нельзя признать удовлетворительным. Он связан с громоздкими построениями и неизбежными неточностями. Рассмотрим еще один, более рациональный способ.

Во-первых, сформулируем правило:

соответствие двух проективных пучков определено, если указаны три пары одноименных лучей. (10)

Справедливость этого правила подтверждает рис. 75. Если указаны три пары лучей: $a_1 — a_2$; $b_1 — b_2$; $c_1 — c_2$, — то совместим одну пару, например b_1 и b_2 . Тогда возникает ось перспективности u и все остальные соответственные лучи могут быть найдены, как это показано для лучей $d_1 — d_2$ на рис. 75.

Опираясь на это правило, рассечем пучок (U_1) прямой u_1 , проходящей параллельно одному из заданных лучей, например лучу c_1 (рис. 76), а пучок (U_2) рассечем прямой u_2 , параллельной лучу c_2 . На прямой u_1 лучи a_1 и b_1 определяют отрезок I_1Z_1 . Аналогично, на прямой u_2 возникает отрезок I_2Z_2 . Если эти отрезки случайно окажутся *равными*, то прямые u_1 и u_2 после их совмещения будут служить осью перспективности. Действительно, ведь в этом случае три пары лучей $a_1 — a_2$, $b_1 — b_2$ и $c_1 — c_2$ пересекаются на одной прямой: $u_1 = u_2 = u$ (точка пересечения лучей c_1 и c_2 находится в бесконечности на оси u , поскольку $c_1 \parallel u$ и $c_2 \parallel u$). Но фактически совмещать прямые u_1 и u_2 не обязательно. Выбрав в пучке (U_1) новый луч d_1 , измеряем отрезок Z_1Z_1 (рис. 76) и, отложив *равный отрезок* Z_2Z_2 вдоль прямой u_2 , находим соответственный луч d_2 в пучке (U_2) . Так поступаем и с другими парами соответственных лучей.

Если же отрезок I_2Z_2 оказался *не равным* отрезку I_1Z_1 , то нетрудно добиться равенства их, перемещая прямую u_2 параллельно себе в положения u'_2 , u''_2 , ..., т. е. приближая ее или удаляя от вершины пучка (U_2) . Можно, конечно, и не стремиться к равенству отрезков $I_1Z_1 = I_2Z_2$. Достаточно принять во внимание коэффициент их пропорциональности. Если, например, I_2Z_2 вдвое меньше, чем I_1Z_1 , т. е. $k_{пр} = I_2Z_2/I_1Z_1 = 0,5$, то при переносе всех других отрезков будем учитывать этот коэффициент: $Z_2Z_2 = 0,5(Z_1Z_1)$.

При выполнении подобных построений линии u_1 и u_2 называют линиями связи двух проективных пучков: (U_1) и (U_2) .

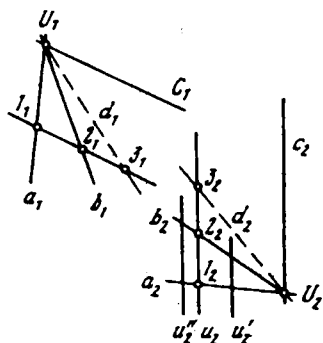


Рис. 76

Иногда для обозначения проективности пучков используется символ $(U_1) \bar{\wedge} (U_2)$, а для обозначения перспективности пучков — символ $(U_1) \bar{\vee} (U_2)$.

6. Модель, представленная на рис. 73, может возникать на практике при фотографировании предмета с двух различных позиций. После того как фотографии получены и положены на стол, между двумя изображениями устанавливается геометрическая связь такого вида, как это показано на рисунке. Моделью точки по-прежнему служит пара точек; моделью прямой линии — пара прямых (или, в частности, точка и прямая) и т. д. Плоскость и поверхность по-прежнему моделируются некоторым соответствием элементов, относящихся к первому и ко второму полям проекций. Но моделью плоскости уже не обязательно оказывается гомология. Пучок двойных прямых $U_1 = U_2$ здесь заранее не задан, как это имело место в трех предыдущих системах. В то же время сохраняются две самые важные особенности того точечного соответствия, которое было названо выше гомологией (см. 6.7), а именно: каждой точке отвечает единственная точка и каждой прямой — единственная прямая. Отсутствуют только множество двойных прямых (центр) и множество двойных точек (ось). Такой более общий вариант сопоставления двух точечных плоских полей принято называть *коллинеацией*. Поэтому можно сказать, что в рассмотренной здесь системе проектирования

*моделью плоскости служит некоторая коллинеация,
переводящая пучок прямых (U_1) в пучок прямых (U_2) .* (11)

7. Способ построения проекционной модели, связанный с выбором двух центров проектирования и двух плоскостей проекций, приводимых впоследствии к одной картине, получил в литературе специальное название — *метод двух изображений*. Основная идея метода заключается в том, что на картине должна быть получена изоморфная (однозначная) в целом модель предмета, позволяющая различать и видеть любую его часть, любой элемент. Ортогональные проекции, аксонометрию и перспективу полезно рассматривать как частные случаи метода двух изображений. Эти частные случаи возникают тогда, когда на общую схему, приведенную на рис. 72, накладываются дополнительные условия. Вернемся еще раз к этим условиям и сопоставим друг с другом рассмотренные выше системы проектирования.

Ортогональные проекции:

а) плоскости π_1 и π_2 взаимно перпендикулярны;

б) центр S_1 бесконечно удален, ортогонально сопряжен с плоскостью π_1 и, следовательно, принадлежит плоскости π ;

в) центр S_2 бесконечно удален, ортогонально сопряжен с плоскостью π_2 и, следовательно, принадлежит плоскости π_1 ;

г) плоскость π_2 накладывается на картину π_1 путем вращения этой плоскости вокруг оси x_{12} в заданном направлении.

Из этих специальных условий следует (ср. с рис. 72):

— линия центров s бесконечно удалена и принадлежит любой из множества плоскостей, перпендикулярных одновременно плоскостям π_1 и π_2 ;

— исключенная точка U_1 бесконечно удалена и совпадает с центром S_2 ;

— исключенная точка U'_2 бесконечно удалена и совпадает с центром S_1 ;

— переход к картине можно рассматривать как результат дополнительного проектирования элементов поля π_2 из центра S_0 на картину π_1 . При этом центр S_0 расположен на линии центров (т. е. в бесконечности) симметрично по отношению к π_1 и π_2 (т. е. на биссектрисе двугранного угла, образованного плоскостями проекций; см. рис. 29);

— пучки прямых (U_1) и (U_2) на картине тождественно совпадают $(U_1) = (U_2)$, т. е. $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$, ... (ср. с рис. 73). Вершина тождественных пучков — двойная точка $U_1 = U_2$ — является несобственной точкой картинной плоскости.

Аксонометрия:

а) центр S_1 бесконечно удален;

б) центр S_2 бесконечно удален и ортогонально сопряжен с плоскостью π_2 ;

в) плоскость π_2 приводится к π_1 путем перепроектирования изображения, полученного на π_2 , из центра S_1 .

Из этих специальных условий следует (ср. с рис. 72):

— линия центров s бесконечно удалена;

— исключенные точки U_1 и U'_2 бесконечно удалены;

— переход к картине есть результат дополнительного проектирования элементов поля π_2 из центра S_0 , причем S_0 совпадает с S_1 ;

— пучки прямых (U_1) и (U_2) на картине тождественно совпадают $(U_1) = (U_2)$, т. е. $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$, ... (ср. с рис. 73). Вершина тождественных пучков — двойная точка $U_1 = U_2$ — является несобственной точкой картинной плоскости.

Перспектива на вертикальной картине:

а) плоскости π_1 и π_2 взаимно перпендикулярны;

б) центр S_2 бесконечно удален, ортогонально сопряжен с плоскостью π_2 и, следовательно, принадлежит плоскости π_1 ;

в) плоскость π_2 приводится к π_1 путем перепроектирования изображения, полученного на π_2 , из центра S_1 .

Из этих специальных условий следует (ср. с рис. 72!):

— линия центров s находится на конечном расстоянии (см. рис. 58), причем она параллельна π_1 и перпендикулярна π_2 ;

— исключенная точка U_1 бесконечно удалена и совпадает с центром S_2 ;

— исключенная точка U_2 находится на конечном расстоянии, т. е. является собственной точкой плоскости π_2 ;

— переход к картине есть результат дополнительного проектирования элементов поля π_2 из центра S_0 , причем S_0 совпадает с S_1 ;

— пучки прямых (U_1) и (U_2) на картине тождественно совпадают: $(U_1) = (U_2)$, т. е. $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$, ... (ср. с рис. 73). Вершина тождественных пучков — двойная точка $U_1 = U_2$ — является несобственной точкой картинной плоскости.

Перспектива на наклонной картине:

Сохраняются условия б) и в), относящиеся к предыдущему случаю.

Из этих специальных условий следует (ср. с рис. 72!):

— линия центров s находится на конечном расстоянии и перпендикулярна к π_2 (см. рис. 66);

— исключенные точки U_1 и U_2 находятся на конечном расстоянии;

— переход к картине есть результат дополнительного проектирования элементов поля π_2 из центра S_0 , причем S_0 совпадает с S_1 ;

— пучки прямых (U_1) и (U_2) на картине тождественно совпадают: $(U_1) = (U_2)$, т. е. $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$, ... (ср. с рис. 73). Вершина тождественных пучков — двойная точка $U_1 = U_2$ — является собственной точкой картинной плоскости.

8. Следует иметь в виду, что модель, построенная по методу двух изображений, оказывается действительно изоморфной лишь для таких элементов, которые имеют при себе специальные обозначения, позволяющие узнавать их на картине. Такие обозначения — в виде буквенных символов — присутствовали фактически на всех использованных нами рисунках. На рис. 77, а (пусть для определенности это будет ортогональный эпюр) представлена модель нескольких точек, которые лишены дополнительных символов. Однозначность сразу теряется. Не ясно, сколько точек здесь представлено — три, четыре или более, вплоть до девяти (рис. 77, б). И если это три точки, то как они расположены в пространстве?

На практике снабдить символами все элементы изображения, конечно, невозможно. Поэтому, для того чтобы избежать неопределенности, приходится использовать во многих случаях не два, а несколько проекционных изображений. Однако и этот способ не мог бы избавить нас от многих трудностей, если бы не огромный запас предварительной информации, которой пользуется человек,

наблюдающий и читающий проекционные изображения. Посмотрите, например, на рис. 3, 25, 54, 70 и попытайтесь дать себе отчет: что позволяет вам понимать и правильно воспринимать эти изображения, не снабженные почти никакой буквенной символикой? Ответить на такой вопрос нелегко, а в некотором смысле даже и невозможно. Но работая с различными проекционными моделями, никогда не следует забывать об этих важных и часто решающих фактах.

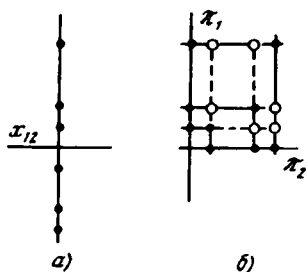


Рис. 77

§ 10. Проекции с числовыми отметками

1. В практике инженера-строителя система ортогональных проекций (см. § 6) часто представляется наиболее удобным средством построения предметной модели. Однако именно в строительной практике встречаются такие объекты, которые удобно рассматривать *лишь в одной* ортогональной проекции. А вторая проекция, хотя и не может быть отброшена, поскольку речь идет об изоморфном моделировании, но и не может быть успешно использована, поскольку изображение оказывается слишком измельченным и слишком сложным для адекватного восприятия. Таким «неудобным» объектом является земная поверхность. Действительно, на земной рельеф удобно взглянуть сверху, «с высоты птичьего полета», но крайне неудобно смотреть на него сбоку: различные части рельефа причудливо закрывают друг друга, и возможные их изменения по высоте обычно несопоставимы с масштабами горизонтального протяжения. Здесь полезно напомнить, что земной рельеф представляет собой *незакономерную* поверхность.

Для устранения возникающих трудностей при моделировании земного рельефа принято использовать видоизмененную систему ортогональных проекций. Идея этого изменения заключается в том, что точки пространства $A, B, C, \dots$ *ортогонально проектируют на плоскость* π_2 (будем условно считать ее горизонтальной), а вместо ортогональных проекций указанных точек на плоскость π_1 отмечают их *высоту* по отношению к π_2 , т. е. присоединяют к проекциям $A_2, B_2, C_2, \dots$ соответствующие числа (рис. 78). Полученную таким образом модель обозначают термином «проекции с числовыми отметками». Разумеется, на окончательном изображении индексы плоскости π_2 опускаются, а сохраняются только изображения (проекции) точек и соответствующие числовые пометки (рис. 79). В случае необходимости кроме числовой пометки может быть указано

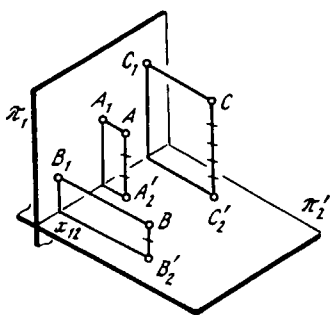


Рис. 78

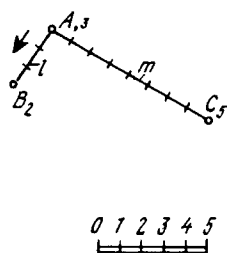


Рис. 79

еще и буквенное обозначение точки. На наших учебных рисунках такая необходимость возникает особенно часто.

2. Итак, проекции с числовыми отметками представляют собой еще один особый вариант метода двух изображений, где одним изображением является графический образ точки, а другим ее изображением — числовой образ. Поэтому модель, построенную таким способом, именуют также *графоаналитической моделью*.

Имея в виду практику строительного проектирования, можно сказать, что в проекциях с числовыми отметками приходится изображать весьма ограниченный набор геометрических объектов, а именно: прямые и кривые линии, а также три вида поверхностей — плоскость, незакономерную (земную) поверхность и так называемую поверхность одинакового ската. Рассмотрим их по порядку.

3. Моделью прямой линии служит прямая, на которой обозначены отметки двух ее точек (рис. 79). Отметки всех других точек могут быть вычислены путем обычного пропорционального деления. Если разница между отметками двух точек равна единице (см. точки A и B на рис. 79), то заключенный между ними отрезок называют *интервалом* данной прямой. Интервал, *поскольку он может быть измерен в масштабе чертежа*, характеризует наклон прямой по отношению к плоскости π_2 , которую именуют иногда *плоскостью нулевого уровня*. Наклон прямой к плоскости нулевого уровня играет особенно важную роль в задачах, обычно встающих перед инженером-строителем при использовании проекций с числовыми отметками. Поэтому на таких моделях принято обязательно указывать линейный или числовой масштаб.

На рис. 79 отрезок AB , измеренный в масштабе, равен по длине трем единицам. Значит, имеем интервал $i = 3$. Обратную величину $u = 1/i = 1/3$ называют *уклоном*. Очевидно, уклон численно равен тангенсу угла α , который данная прямая l образует с плоскостью нулевого уровня. Длина отрезка AC на рис. 79 равна восьми единицам. Но разница отметок точек C и A дает две единицы. Следова-

тельно, отрезок AC содержит не один, а два интервала. Поделив 8 на 2, получим интервал для прямой $m = AC$: $i = 4$. А уклон этой прямой $u = 1/4$. Чем меньше уклон прямой, тем ближе она к горизонтальному направлению.

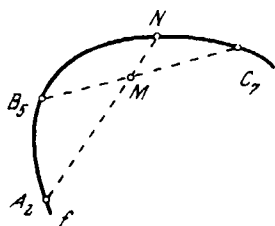


Рис. 80

4. Моделью кривой линии служит ее проекция, снабженная в отдельных точках числовыми пометками (рис. 80). Указать пометки *всех* точек невозможно. Поэтому кривая произвольного вида моделируется *дискретно*. Это значит, что точки ее, снабженные числовыми пометками, промоделированы изоморфно, а как ведет себя кривая *между этими точками*, фактически неизвестно. Можно, конечно, предположить, что кривая изменяется плавно, но это лишь наша догадка. Модель на такой вопрос не дает прямого ответа. Вообще здесь уместно подчеркнуть, что дискретность модели является характерной чертой для многих объектов, которые приходится задавать в проекциях с числовыми отметками.

Если форма кривой заранее известна, то модель ее становится вполне изоморфной при условии, что указан ее репер. Так, считая, что на рис. 80 изображена кривая второго порядка, можем выделить на ней еще пару точек и строить далее ее проекцию, опираясь на известный алгоритм (см. рис. 13). В то же время для любой точки N , лежащей на этой кривой, нетрудно определить ее числовую характеристику. В самом деле, ведь кривая f расположена в некоторой плоскости α . Поэтому проведем прямую AN , которая должна пересечь прямую BC в какой-то точке M (рис. 80). Числовую характеристику для точки M найдем с помощью пропорционального деления отрезка BC . А затем найдем и числовую характеристику для точки N в результате пропорционального деления отрезка AM .

5. Модель плоскости полностью изоморфна. Она включает в себя поле точек и поле соответственных, «наложенных» на них чисел. Если плоскость α задана и занимает общее положение, то для каждой точки в поле проекций можно найти соответствующую ей числовую пометку. Если же, напротив, указано число, то можно найти множество точек-проекций, обладающих именно этой характеристикой. Таких точек имеется бесконечное множество, поскольку в данной плоскости α расположена прямая g , параллельная π_2 и отстоящая от π_2 на указанном расстоянии. Такую прямую называют *горизонталью* плоскости α (рис. 81).

Плоскость задана, если указана модель трех ее точек, не лежащих на одной прямой. Такой вариант задания уже был рассмотрен на рис. 80. Здесь за основу взята модель точек $A \cdot B \cdot C = \alpha$ и раскрыт

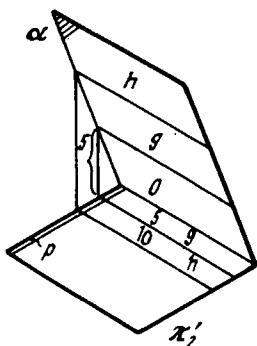


Рис. 81

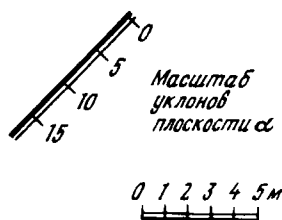


Рис. 82

в принципе прием, с помощью которого можно определить числовую отметку какой-либо точки N , лежащей в плоскости α . Действуя в обратном порядке, можно задаться каким-либо числом, найти (пропорциональное деление!) соответствующую точку на прямой BC , затем еще одну такую же точку на прямой AB и через полученные элементы провести горизонталь плоскости α . Рекомендуется выполнить несколько самостоятельных упражнений, действуя в том и в другом направлении.

Но в проекциях с числовыми отметками плоскость обычно задают с помощью специального символа, который называют *масштабом уклонов*. Сопоставляя рис. 81 и 82, нетрудно понять значение этого символа.

Масштаб уклонов представляет собой модель прямой линии p , которая лежит в данной плоскости α и имеет максимальный уклон, т. е. является, как говорят в таких случаях, *линией наибольшего ската* плоскости (рис. 81). Проекция линии p располагается перпендикулярно нулевой горизонтали, т. е. прямой, по которой пересекаются плоскости α и π_2 . Масштаб уклонов изображают обычно двумя линиями различной толщины и снабжают его числовыми отметками, характеризующими положение двух или нескольких горизонталей плоскости α (рис. 82). Разумеется, имея масштаб уклонов, нетрудно указать модель трех точек, лежащих в плоскости, т. е. перейти к наиболее общему ее реперу. Для этого достаточно провести любую ее горизонталь.

Остается обратить внимание на плоскости частного положения. Если β перпендикулярна π_2 , то моделью такой плоскости служит прямая линия. Каждой точке этой линии можно приписать *любую* числовую пометку — плоскость простирается вверх. Если же β параллельна π_2 , то все проекции точек этой плоскости имеют *одну и ту же* числовую отметку, а масштаб уклонов теряет свой смысл.

6. Незакономерная поверхность земного рельефа моделируется

дискретно с помощью своих горизонталей (рис. 83). Горизонталью такой поверхности является линия ее пересечения с плоскостью, параллельной π_2 . Все точки горизонтали сохраняют одну и ту же высотную отметку, но проекция горизонтали имеет вид произвольной кривой. Разница высотных отметок между двумя соседними горизонталями диктуется обычно различными практическими обстоятельствами, прежде всего характером рельефа местности и масштабом чертежа.

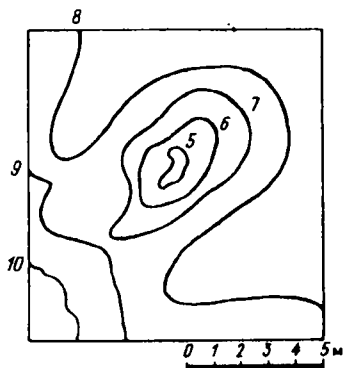


Рис. 83

Модель местности, заданную с помощью горизонталей, строитель получает, как правило, в готовом виде. Эту модель в отличие от многих других изображений ему не приходится строить, потому что ее нельзя построить, а необходимо снять с природы с помощью ряда специальных приборов и приспособлений. Съёмка и моделирование рельефа местности — задача геодезистов и картографов. Строителю необходимо, во-первых, уметь «читать» готовый чертеж, т. е. более или менее отчетливо видеть характер представленной на нем местности, а во-вторых, решать некоторые возникающие здесь специальные задачи, о которых речь пойдет в следующей главе.

7. Поверхность одинакового ската (уклона), проходящая через некоторую заданную в пространстве направляющую кривую f , может быть получена следующим образом (рис. 84). Представим себе, что по кривой f скользит вершина прямого кругового конуса, ось которого остается перпендикулярной нулевой плоскости π_2 . Тогда поверхность γ , огибающая этот конус в каждом его отдельном положении, и является искомой. Легко заметить, что на плоскости π_2 эта поверхность прочерчивает линию, которая огибает основание указанного конуса в каждом его отдельном положении. Поскольку основанием конуса служит окружность, радиус которой увеличивается по мере движения вершины конуса вверх по кривой f при условии ее удаления от нулевой плоскости, постольку на плоскости π_2 возникает кривая h , огибающая все такие окружности.

Полученная поверхность γ характеризуется тем в особенности, что из каждой точки A_i , взятой на кривой f , нисходит вниз к плоскости π_2 прямолинейная образующая этой поверхности, имеющая заранее фиксированный уклон. В самом деле, эта образующая линия лежит на подвижном конусе, а угол наклона образующих самого конуса при движении его не меняется. Можно сказать, что γ является линейчатой поверхностью общего вида (см. 4.7): прямая линия, пересекающая в любом своем положении три фиксирован-

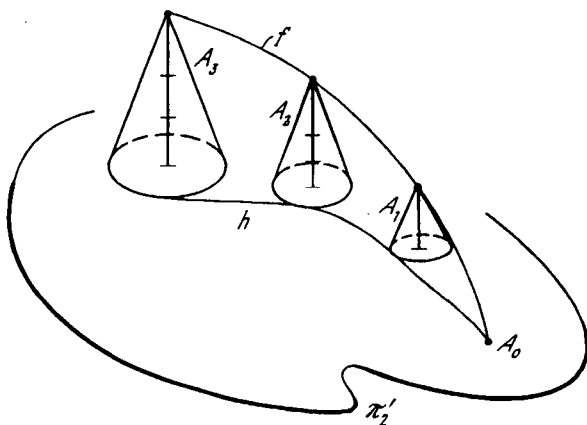


Рис. 84

ные кривые h , f и q , образует данную поверхность, причем кривые h и f указаны на рис. 84, а кривая q есть пересечение подвижного конуса с несобственной плоскостью v^∞ . Очевидно, при своем движении конус все время проходит через кривую q (почему?). Характер поверхности γ существенно связан с формой направляющей кривой f . Если, например, кривая f лежит в плоскости, параллельной π_2 , то γ — суть коническая поверхность; если f — прямая линия, то γ обращается в плоскость. Поверхности одинакового ската находят широкое применение при выполнении земляных работ в дорожном строительстве.

Поверхность γ , как и земной рельеф, принято моделировать с помощью горизонталей (рис. 85). Если имеется модель кривой f и указан уклон образующих подвижного конуса, то модель поверхности γ можно считать заданной. По указанному уклону i определяем интервал $i = 1/u$ в масштабе чертежа. Из помеченных точек на

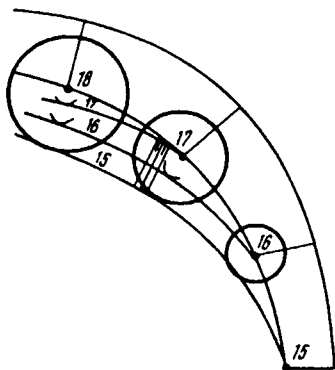


Рис. 85

кривой проводим дуги окружностей, радиус которых равен одному, двум, трем, ... интервалам. Эти окружности изображают основание подвижного конуса, находящееся на соответствующем уровне от нулевой плоскости. Далее строим горизонталю поверхности γ как огибающие линии, которые должны соприкасаться с соответствующими окружностями (см. рис. 85). Если кривая f промоделирована изоморфно (т. е. если известна ее форма; см. 10.4), то и модель поверхности γ тоже изоморфна.

Глава 2

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРОЕКЦИОННЫХ МОДЕЛЯХ

§ 11. Позиционные и метрические задачи.

Общий обзор

1. Инженер, работающий с проекционной моделью, иногда бывает вынужден решать на ней некоторые специальные задачи. Задачи эти принято разделять на два основных класса: позиционные и метрические. Если на модели требуется выявить геометрические элементы, которые на ней отсутствуют, но могут быть найдены, то возникает так называемая *позиционная* задача. В результате решения позиционной задачи мы находим изображение точек, прямых или кривых линий, репер поверхности, определяем их положение, их позицию на модели.

Если же на модели требуется определить размеры предмета, т. е. выявить длину отрезка или дуги, величину угла, площадь, объем и т. п., то возникает так называемая *метрическая* задача, в результате решения которой мы находим число или числа, характеризующие представленный на модели объект.

Простейшие примеры позиционных задач уже встречались на рис. 37, 44—46, где необходимо было выявить *модель точки*, лежащей на заданной поверхности. Простейший пример метрической задачи находим на рис. 71, где нужно измерить *длину отрезка*, расположенного вдоль оси $y_1 = y_2$.

2. На любой модели, построенной по методу двух изображений, правила решения позиционных задач, в общем, *одни и те же*. Это вполне понятно, поскольку точки, линии и поверхности моделируются здесь одинаковым образом. Имея изображение какого-либо предмета, о форме и размерах которого нет точных сведений, невозможно определить, в какой проекционной системе это изображение получено: на эюре Монжа, в аксонометрии или в перспективе на вертикальной картине? (Ср. рис. 55—57, 61.) Перспективу на наклонной картине можно, правда, отличить от перечисленных выше вариантов, поскольку вершина пучков (U_1) и (U_2) находится в этом случае на конечном расстоянии (см. рис. 67). Еще легче отличить общий вариант метода двух изображений (см. рис. 73), где пучки прямых (U_1) и (U_2) не совпадают друг с другом. Но ведь возникающие при этом внешние отличия очень мало существенны, поскольку речь идет о позиционном моделировании точек, линий или поверхностей. В самом деле, какая разница, будем ли мы, моделируя геометрические образы, проводить линии связи параллельно друг другу (см. рис. 60) или через фиксированную собственную точку (см. рис. 67) или, наконец, «переламывать их

пополам», проводя через две фиксированные собственные точки (см. рис. 73)? Существенной разницы действительно нет. И поэтому, изучая правила решения позиционных задач, мы будем рассматривать их на *условной модели*, лишенной каких-либо «фамильных» признаков. Впрочем, ради чисто внешних удобств будем полагать, что пучки прямых (U_1) и (U_2) тождественно совпадают друг с другом и имеют несобственную вершину. Для закрепления полученных знаний учащемуся рекомендуется дублировать некоторые решения на модели, построенной по типу рис. 67 и 73.

3. Графоаналитическую модель — проекции с числовыми отметками — нельзя полностью отождествить с моделями, построенными согласно методу двух изображений. Здесь неизбежны операции не только с геометрическими образами, но и с числами. Кроме того, особый колорит всем операциям придает главный объект моделирования — *незакономерная поверхность земного рельефа*. Поэтому позиционные задачи, представляющие интерес при использовании проекций с числовыми отметками, полезно рассмотреть отдельно, посвятив им специальный параграф (см. § 13).

4. Что касается самого содержания подлежащих изучению позиционных задач, то, несмотря на все их возможное разнообразие, нетрудно выделить два особенно характерных условия:

а) на модели задан геометрический образ (точка, линия, поверхность). Требуется выявить модель другого геометрического образа, который *принадлежит* данному.

Например, на модели задана прямая линия. Требуется выявить модель плоскости, проходящей через эту прямую. Или: на модели задана плоскость. Требуется выявить модель кривой второго порядка, которая лежит в данной плоскости.

В связи с условием а) и конкретными примерами, его иллюстрирующими, заметим, что термины «принадлежит», «проходит через», «лежит на» ... удобно было бы заменить каким-либо одним выражением, обозначающим общность двух геометрических элементов. В качестве такого выражения используют слово «инцидентны»: плоскость инцидентна прямой, кривая инцидентна плоскости и т. д. К этому термину мы будем часто прибегать в дальнейшем;

б) на модели заданы два (или более) геометрических образа. Требуется выявить модель нового геометрического образа, который определен заданными.

Например, на модели заданы две поверхности. Требуется найти линию их пересечения. Или: на модели заданы три плоскости. Требуется найти их общую точку.

5. Что касается метрических задач, то правила их решения существенно изменяются при переходе от одной проекционной системы к другой. Этот важный факт легче интуитивно почувствовать, чем ясно понять. Посмотрим, например, на проекцию отрезка

AB (рис. 86). Если это ортогональная проекция, то можно сказать, что длина d отрезка AB по крайней мере *не меньше*, чем длина проекции A_1B_1 , и что она не бесконечно велика: $A_1B_1 \leq d < \infty$ (продумайте — почему?). Если A_1B_1 — произвольная параллельная проекция, то нижнее ограничение почти снимается: $0 < d < \infty$. Допустимо только утверждать, что длина AB не равна нулю и меньше бесконечности (проверьте!). Если же A_1B_1 — центральная проекция, то снимается и верхнее ограничение: $0 < d$. Длина AB не равна нулю — это все, что можно сказать в данном случае (ср. отрезок P_1Q_1 на рис. 62 или A_1G_1 на рис. 63).

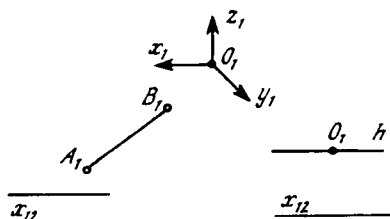


Рис. 86

Этот пример показывает, что изменение проекционной системы тотчас оказывает влияние на восприятие даже такой простой характеристики изображаемого объекта, как «расстояние между точками A и B ». Более глубокое и отчетливое понимание возникающих здесь различий должно базироваться на анализе понятия о метрике проективного пространства. Не углубляясь в эти вопросы, отсылаем интересующихся читателей к книгам [1, 6]. Отметим только, что, выявляя на модели метрику пространства, приходится изображать *несобственную плоскость и ее элементы*. Поскольку на разных проекционных моделях это изображение выглядит по-разному (ср., например, рис. 41 и 62), постольку и правила решения метрических задач приобретают в каждом случае свои особые внешние формы.

6. Метрические характеристики объекта удобнее всего определять в системе ортогональных проекций. Поэтому именно в этой системе инженеру чаще всего приходится решать конкретные метрические задачи. Анализ их посвящен § 14. В других проекционных системах метрика играет значительно менее важную роль. Характерные для этих систем группы задач рассмотрены в § 15. Что же касается содержания таких задач, то из всего их многообразия полезно выделить следующие, особо важные в практическом отношении условия:

а) на модели заданы два геометрических образа. Требуется определить расстояние между ними.

Например, заданы две точки. Требуется узнать длину отрезка. Или: заданы две параллельные плоскости. Нужно найти разделяющее их расстояние;

б) на модели заданы два геометрических образа. Требуется определить величину образованного ими угла.

Например, требуется определить величину угла между двумя прямыми, прямой и плоскостью или двумя плоскостями;

в) на модели задана плоская фигура. Требуется определить форму и размеры этой фигуры.

Например, задан плоский многоугольник или плоская фигура, ограниченная овальной кривой, и т. д.

Более сложные метрические задачи решаются обычно на базе этих основных вариантов.

§ 12. Решение основных позиционных задач

1. Нам уже приходилось строить модель точки, которая инцидентна (т. е. принадлежит) данной плоскости, данной квадрике (поверхности второго порядка), конической или винтовой поверхности (см. рис. 36—38, 44—47). Все эти рисунки демонстрируют решения типовой позиционной задачи, обобщенное условие которой изложено в § 11, п. 4, а. Правда, все указанные решения относятся к системе ортогональных проекций. Но это ограничение носит случайный характер. Оно вызвано порядком изложения материала в этом учебнике. Снимите с рисунков изображение оси проекций x_{12} , и упомянутое ограничение сразу отпадает. Достаточно обратиться далее к рис. 55 или 61, чтобы отчетливо понять эти факты. Здесь снова строим модель точки, которая инцидентна данной конической поверхности (см. рис. 55) и данной невырожденной линейчатой квадрике (см. рис. 61), но характер действующей проекционной системы в процессе построения учитывать не приходится. А рис. 68 еще раз демонстрирует нам решение типовой позиционной задачи (точка, инцидентная данной плоскости), но уже на модели более общего вида, когда исключенные элементы $U_1 = U_2$ находятся на конечном расстоянии. Сравнив это изображение с представленным на рис. 37, снова убеждаемся в том, что алгоритм (порядок) построения полностью сохраняется, несмотря на перемещение элементов $U_1 = U_2$.

В чем же заключается *общая идея* решения позиционных задач такого типа, не зависящая ни от характера заданной поверхности, ни от действующей проекционной системы?

Возвращаясь к перечисленным рисункам, мы видим, что дело начинается с выбора проекции A_1 в первом поле (нумерация полей условна!). Выбрав A_1 произвольно, но с учетом «границ» данной поверхности φ , проводим через нее какую-либо линию p_1 . При этом нужно взять такую линию $p \subset \varphi$, чтобы вторую ее проекцию p_2 можно было сравнительно легко построить во втором поле. На проекции p_2 с помощью линии связи $U_1 A_1 = U_2 A_2$ находим точку A_2 , и задача решена. Итак, общая идея заключается в *моделировании некоторой линии p , которая инцидентна поверхности φ и которую легко показать на модели.*

Научившись строить точку, лежащую на поверхности, можем

выявить — точка за точкой — и любую другую инцидентную ей линию, т. е. можем решать поставленную позиционную задачу в различных ее вариантах.

2. Поверхность — это двумерный геометрический образ. А искомый образ (точка или линия) имеет размерность, равную нулю или единице. Порядок решения изучаемой позиционной задачи существенно меняется, если переставить местами эти элементы, т. е. если задать на модели элемент более низкой размерности (точку или линию), а выявлять будем инцидентную им поверхность.

Пусть, например, нам задана на модели точка A (см. рис. 73). Требуется выявить плоскость α , инцидентную этой точке.

Понятно, что мы встречаем здесь все ту же типовую задачу, условие которой выражено в 11.4, а. Поскольку теперь требуется получить элемент *более высокой размерности*, то достаточно дополнить точку A какими-либо другими элементами так, чтобы получить на картине необходимый репер. В данном случае важно получить репер плоскости α , т. е., например, добавить к точке A еще пару точек. Про моделируем на картине точки B (B_1, B_2) и C (C_1, C_2). Задача решена (см. рис. 73). Конечно, возможны и другие варианты решения.

Решение аналогичной позиционной задачи наблюдаем и на рис. 42, в. Пусть нам задана на модели кривая второго порядка f (f_1, f_2). Требуется выявить инцидентную ей квадрику φ .

Дополним изображение, указав еще кривую g (g_1, g_2). Теперь имеем на модели репер поверхности φ : кривые f, g и касательные к поверхности проектирующие плоскости. Задача решена. Рекомендуется просмотреть с таких же позиций и рис. 42, а, б.

Итак, общая идея решения в этом случае заключается в *дополнении заданных элементов* другими элементами, которые в совокупности с первыми создают репер поверхности.

3. Обратимся ко второму типу позиционных задач, условие которых находим в 11.4, б. Ввиду особой важности задач такого типа изучаемые примеры сопроводим номерами и будем ссылаться на них в дальнейшем по мере надобности.

Задача 1. На модели указаны прямая линия l и поверхность φ . Требуется построить модель точек $M, N, \dots = l \cdot \varphi$.

Общий план решения заключается в следующем (рис. 87, а):

а) отнесем прямую l_1 к

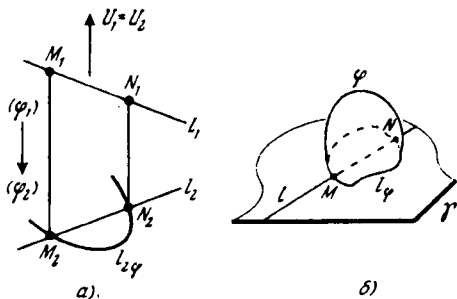


Рис. 87

поверхности φ и построим, пользуясь известными приемами, вторую проекцию линии — $l_\varphi \cdot l_{2\varphi}$;

б) пересечем между собой линии l_2 и $l_{2\varphi}$. Получаем точки $M_2, N_2, \dots$;

в) перенесем, пользуясь линиями связи $U_2 M_2, U_2 N_2, \dots$, полученные точки на прямую $l_1 = l_{1\varphi}$. Находим $M_1, N_1, \dots$

Пары точек $(M_1, M_2), (N_1, N_2), \dots$ являются искомым ответом: это модель точек пересечения прямой l с поверхностью φ . Действительно, из самого построения следует, что точки M, N принадлежат l и φ .

Чтобы хорошо понять и запомнить этот общий алгоритм, необходимо продумать смысл пространственных операций, которые промоделированы на рис. 87, а. Очевидно, прямая $l_1 = l_{1\varphi}$ — это модель проектирующей плоскости $\gamma \supset S_1$. Плоскость γ содержит в себе прямую l и пересекает по какой-то линии l_φ данную поверхность (рис. 87, б). В первой проекции l_1 и $l_{1\varphi}$ совпадают. А во второй проекции имеем различные линии: l_2 и $l_{2\varphi}$. Они и позволяют нам выявить искомые точки $M, N, \dots = l \cdot \varphi$.

Рассмотренный алгоритм *универсален* в том смысле, что он действует во всех случаях, когда поверхность φ действительно задана на модели, а прямая l не является профильной (почему l не может быть профильной?). Универсальность — достоинство алгоритма, но оно иногда отходит на второй план, если ввиду характера поверхности линии $l_{2\varphi}$ оказывается сложной для построения. Тогда приходится прибегать к более удобным специальным приемам. В частности, иногда бывает целесообразно заключить прямую l не в проектирующую плоскость, а в плоскость общего положения. Рассмотрим несколько характерных вариантов.

4. Задача 2. Отметить точку пересечения прямой l с плоскостью α (рис. 88).

Используя *общий алгоритм*, преобразуем прямую l_1 в гомологии, определяемой плоскостью α , в прямую $l_{2\alpha}$. Затем определим $M_2 = l_2 \cdot l_{2\alpha}$ и, наконец, в последнюю очередь найдем точку $M_1 \in l_1$.

Данная задача встречается на практике очень часто и в различных вариациях. Ее нужно научиться решать быстро и безотказно. На рис. 88 гомология (α), что в нашем тексте означает плоскость α , определена тремя парами соответственных точек. Это, как указывалось, наиболее общий случай. Важно помнить, что если какой-либо вариант моделирования плоскости α на эюре кажется затруднительным, то нужно перейти от него к общему случаю и решать далее задачу так, как указано на рис. 88.

Одна из самых простых возможных здесь частных случаев заключается в том, что плоскость α оказывается проектирующей. Тогда на

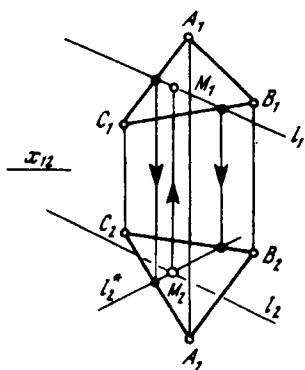


Рис. 88

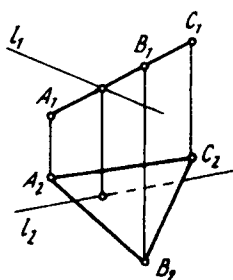


Рис. 89

пересечении прямых l_1 и A_1C_1 (рис. 89) сразу определяется точка M_1 .

5. Задача 3. Построить точки пересечения прямой l с поверхностью сферы φ .

Будем считать, что сфера задана на эпюре Монжа. Тогда ее очерки представляют собой окружности (рис. 90). В других системах проектирования пришлось бы иметь дело с другими кривыми второго порядка. Это не изменило бы смысла построений, но повлекло бы за собой практические трудности.

Попробуем применить и здесь *общий алгоритм*. Нужно найти на прямых l_1, l_2 пару точек M_1, M_2 , которая в то же время служила бы моделью точки M , лежащей на данной сфере. Прямая пересекает сферу в двух точках, поэтому на прямых l_1, l_2 должны найтись две подходящие пары точек: M_1, M_2 и N_1, N_2 .

Будем считать, что отрезок A_1B_1 прямой l_1 является изображением линии, лежащей на данной сфере, и построим по точкам соответственный образ $l_{2\varphi}$ во втором поле. Это будет, конечно, эллипс (в частном случае — в каком? — окружность). Построение точек эллипса выполняем согласно тому, как это делалось на рис. 44.

Пересечение прямой l_2 с эллипсом $l_{2\varphi}$ определяет искомые точки M_2, N_2 . Затем

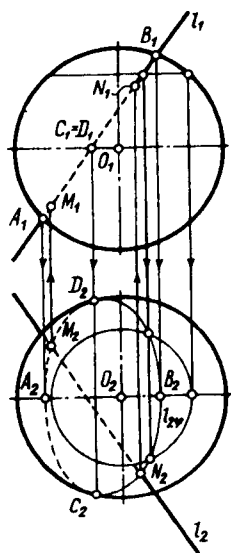


Рис. 90

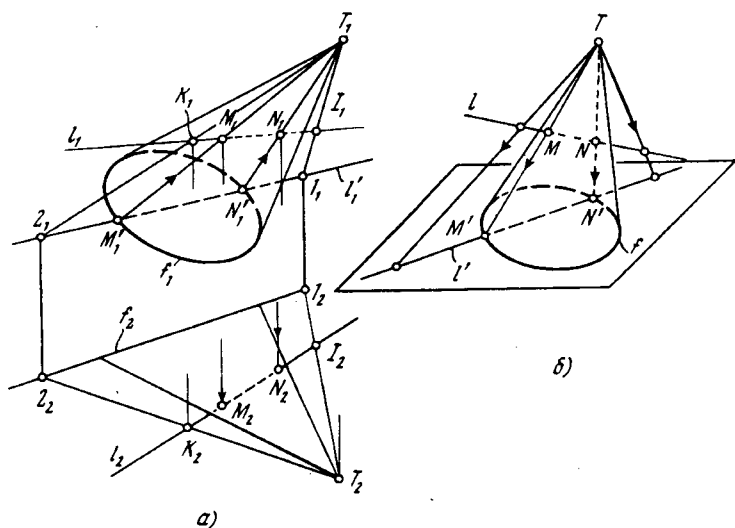


Рис. 91

находим M_1, N_1 . Построение эллипса $l_{2\phi}$ можно уточнить и упростить, если заметить, что отрезок A_2B_2 является его малой осью, а большая ось C_2D_2 проходит через середину отрезка A_2B_2 и равна по длине отрезку A_1B_1 .

Предложенное решение данной задачи 3, несмотря на его логическую стройность, практически неприемлемо, так как не обеспечивает достаточной точности, если только эллипс $l_{2\phi}$ не оказывается окружностью. В § 22 будут указаны другие, более точные, способы. По тем же причинам идея использования общего алгоритма практически не проходит в случае пересечения прямой с поверхностью конуса или цилиндра. Напротив, в случае пересечения прямой с поверхностью многогранника эта идея обычно удовлетворительна и в практическом отношении, так как там линия $l_{2\phi}$ представляет собой многоугольник.

6. Задача 4. Построить точки пересечения прямой l с поверхностью конуса ϕ (рис. 91, а, б).

Итак, нам нужен более удобный для данного случая прием. Спроектируем прямую l из вершины конуса T на плоскость его направляющей — линии f (или, иначе, на плоскость основания конуса; рис. 91, б). Тогда те точки M и N прямой l , которые лежат на поверхности конуса, будут спроектированы, очевидно, как раз на направляющую f .

Поэтому намечаем такой план решения задачи: построим проекцию l' прямой l , отметим ее пересечение с кривой f , а потом

полученные точки M' и N' с помощью обратных проектирующих лучей из центра T возвратим на прямую l .

Желая осуществить этот план на картине, отметим какие-либо точки J_1, J_2 и K_1, K_2 на прямых l_1, l_2 , проведем лучи (TJ_1, T_2J_2) и (TK_1, T_2K_2) , а затем найдем пересечение их с плоскостью $\gamma \supset f$ (см. задачу 2). Так определяются прямая l' и точки $(M'_1, N'_1) = l' \cdot f$. Проводя прямые $T_1M'_1$ и $T_1N'_1$, находим сначала точки $(M_1, N_1) \in l_1$ и далее с помощью линий связи точки M_2, N_2 .

На рис. 91 плоскость основания конуса $\gamma \supset f$ выбрана проектирующей. Это обстоятельство заметно облегчает решение. Еще более простой вариант получаем, если проектирующей является не только плоскость γ , но и прямая l .

7. В результате пересечения двух поверхностей возникает линия. В зависимости от характера пересекающихся поверхностей это могут быть одна или несколько прямых линий, одна или несколько кривых второго порядка, кривые более высоких порядков и различные комбинации этих линий. Общая закономерность заключается в том, что при пересечении двух поверхностей, имеющих порядок m и n соответственно, линия их пересечения имеет порядок $p = m \cdot n$.

Приступая к решению задач на пересечение поверхностей, рекомендуется в каждом конкретном случае прежде всего постараться установить, какая линия должна получаться в пересечении и какой набор элементов нужно иметь на чертеже, чтобы эту линию практически можно было построить.

Задача 5. На модели указаны две поверхности: φ и ω . Построить модель линии пересечения этих поверхностей — $p = \varphi \cdot \omega$.

Вспоминая решение задачи 1, выявим и здесь *общий алгоритм*, который можно использовать независимо от характера заданных поверхностей φ и ω (рис. 92):

а) в первом поле проекций (можно, конечно, начать и со второго поля) выберем какую-либо удобную линию m_1 (не обязательно прямую) и отнесем ее поочередно к поверхностям φ и ω ;

б) применяя известные приемы, построим во втором поле линии $m_{2\varphi}$ и $m_{2\omega}$;

в) пересечем между собой линии $m_{2\varphi}$ и $m_{2\omega}$. Получим точки $M_2, N_2, \dots$;

г) перенесем, пользуясь линиями связи, точки $M_2, N_2, \dots$ на линию m_1 и найдем $M_1, N_1, \dots$;

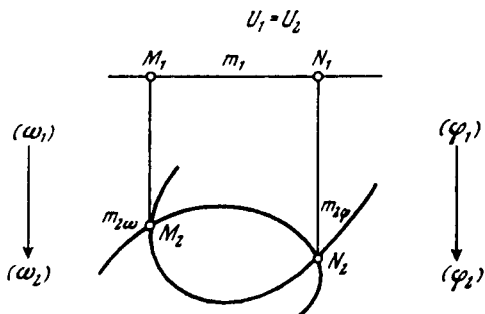


Рис. 92

д) повторим весь указанный алгоритм несколько раз, пока не выявим набор элементов (M_1, M_2) ; (N_1, N_2) ; (P_1, P_2) ; (Q_1, Q_2) ; ..., полностью определяющий искомые линии пересечения заданных поверхностей — линии p_1 и p_2 .

Как и при решении задачи 1, рекомендуется продумать пространственный смысл предложенных построений. И здесь линия $m_{1\varphi} = m_{1\omega}$, если она прямая, моделирует в первом поле проектирующую плоскость, если же — нет, то проектирующую цилиндрическую поверхность, которая пересекает заданные поверхности φ и ω по линиям m_φ и m_ω соответственно. Проекции этих линий совпадают в первом поле и пересекаются во втором (ср. с рис. 87, б). Если построение линий $m_{2\varphi}$ и $m_{2\omega}$ оказывается практически слишком сложным, то приходится прибегать к более удобным специальным приемам. В частности, вместо проектирующей плоскости или поверхности иногда целесообразно расsects φ и ω плоскостью общего положения или специально подобранной подходящей вспомогательной поверхностью.

Прежде чем перейти к конкретным примерам, оговорим заранее некоторые особенно часто встречающиеся и не совсем элементарные варианты пересечения двух поверхностей:

а) в результате пересечения поверхностей двух многогранников образуются одна, две (или более) замкнутые пространственные ломаные линии. В частных случаях могут получаться и плоские многоугольники.

Действительно, пересечение двух плоских граней дает отрезок прямой линии; из совокупностей отрезков образуются ломаные; эти ломаные линии замкнуты, поскольку предполагается, что речь идет о замкнутых поверхностях. Количество замкнутых ломаных линий зависит от взаимного расположения поверхностей (продумайте возможные варианты!) и в обычных случаях не превышает двух;

б) в случае встречи поверхности многогранника с поверхностью второго порядка ломаную линию пересечения составляют дуги кривых второго порядка. В частности, на линии пересечения могут быть получены отдельные прямые участки, а также замкнутые плоские кривые второго порядка.

Существо этого утверждения понятно, так как каждая плоская грань пересекает поверхность второго порядка, вообще говоря, по соответствующей кривой. Нужно, однако, подробно продумать частные варианты, например возможность появления прямых отрезков;

в) в результате пересечения двух поверхностей второго порядка возникает, вообще говоря, кривая четвертого порядка. В частном случае она может распадаться на две кривые второго порядка или даже на две прямые линии.

Справедливость этого вывода следует из приведенной выше формулы. Попробуйте подумать над указанными частными вариантами.

8. **Задача 6.** Отметить линию пересечения плоскостей α и β .

Плоскости α и β на рис. 93 заданы треугольниками $ABC = \alpha$ и $DFG = \beta$. Используем *общий алгоритм*. Поскольку репер искомой линии — две точки, этот общий алгоритм нужно повторить дважды. Итак, выберем прямую m_1 и найдем $m_{2\alpha}, m_{2\beta}$. Затем выберем прямую n_1 и найдем $n_{2\alpha}, n_{2\beta}$.

Для упрощения решения нужно постараться удачно выбрать прямые m_1 и n_1 . Например, если по условиям чертежа не возникает каких-либо неудобств, то разумно положить $m_1 = A_1B_1$, $n_1 = A_1C_1$. Тогда $m_{2\alpha}$ и $n_{2\alpha}$ не нужно строить; они проходят через данные элементы: $m_{2\alpha} = A_2B_2$, $n_{2\alpha} = A_2C_2$. Строим в гомологии (β) прямую $m_{2\beta}$ и отмечаем точку $M_2 = m_{2\alpha} \cdot m_{2\beta}$. На прямой m_1 отмечаем точку M_1 . Аналогично получаем элементы N_2 и N_1 . Через M_1 и N_1 проходит искомая прямая p_1 , через M_2 и N_2 — прямая p_2 . Задача решена.

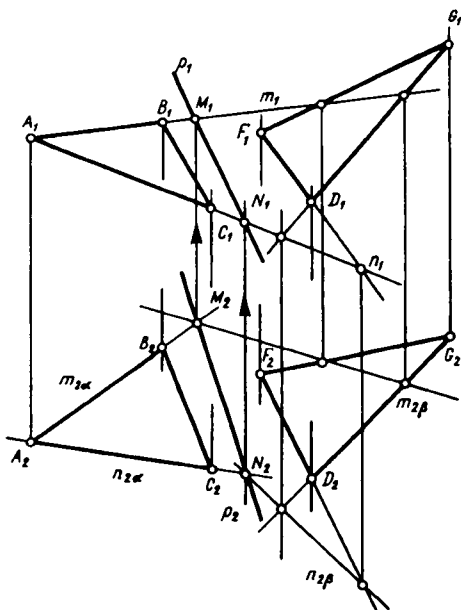


Рис. 93

Заметим, что фактически на рис. 93 дважды решена задача 2 (ср. с рис. 88). И это естественно. Ведь в пространстве нашему алгоритму соответствуют следующие операции: выбираем в плоскости α две прямые $m = AB$, $n = AC$ и пересекаем их поочередно с плоскостью β .

9. **Задача 7.** Построить линию f — пересечение плоскости α с поверхностью конуса ϕ (рис. 94).

Применяя общий алгоритм, нецелесообразно было бы располагать линию l_1 (ср. с рис. 92) произвольно, тогда линия l_2 окажется более или менее сложной кривой. А ведь такие кривые придется строить многократно, поскольку искомая линия f тоже кривая и репер ее в лучшем случае содержит пять точек (если f — кривая второго порядка), а может быть, значительно больше.

Следовательно, прямую l_1 и другие прямые аналогичного назначения нужно проводить через вершину конуса T_1 , т. е. выбирать на поверхности конуса образующие линии. Тогда и во второй проекции будем получать прямые $l_{2\phi} \supset T_2, \dots$

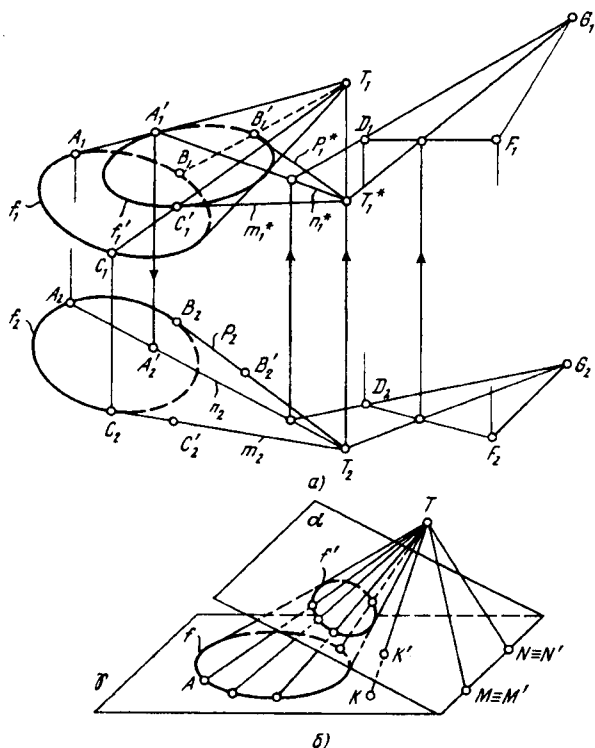


Рис. 94

Но здесь возникает еще одно полезное соображение.

Если через точки направляющей линии f и вершину T проводить различные образующие конуса, то, пересекаясь с плоскостью α , они и будут давать точки искомой линии f' (рис. 94, б). Логично считать указанную процедуру операцией проектирования кривой $f \subset \gamma$ из центра T (вершины конуса) на плоскость сечения α . Учитывая, что операция проектирования в том виде, как она представлена на рис. 94, б, всегда устанавливает между точками плоскостей α и γ некоторую коллинеацию, можно утверждать, что в данном случае мы имеем дело с коллинеарно соответственными кривыми f и f' .

Когда мы изображаем всю эту пространственную конструкцию на плоскости π_1 (или π_2), то получаем проекции кривых f_1 и f_1' (или f_2 и f_2'), связанные некоторой гомологией (почему?).

Центром гомологии, связывающей кривые f_1 и f_1' , в первом поле является вершина конуса T_1 . В самом деле, любая пара соответственных точек, например A_1 и A_1' (рис. 94, а), лежит на прямой, проходящей через точку T_1 .

Чтобы полностью выявить на эюре указанную гомологию, нужно кроме центра T_1 отметить еще три пары соответственных точек. Для этого выберем три каких-либо образующих конуса — TA , TB , TC — и найдем их точки пересечения с плоскостью α , т. е. решим трижды на картине задачу 2. Затем с помощью установленной гомологии преобразуем кривую f_1 в кривую f_1 .

Остается зафиксировать на картине кривую f_2 . Так как f_2 лежит в плоскости α , то дело сводится к построению — по точкам — второй проекции фигуры, лежащей в заданной плоскости. Разумеется, можно также построить кривую f_2 , не опираясь на проекцию f_1 , используя для этой цели, аналогично сказанному выше, гомологию, связывающую кривые f_1 и f_2 .

Решая задачу 7, нужно проследить, чтобы образующие TA , TB , TC были выбраны по возможности более удобно, поскольку выбор их целиком зависит от вас. Важно заметить, что, выявляя искомую гомологию, вместо точек A , B , C кривой f можно взять любую точку K в плоскости γ этой кривой (рис. 94, б), т. е. можно использовать не только образующие конуса, а вообще любые прямые, проходящие через его вершину и удобно пересекающие α и γ . Наконец, имеет смысл подумать об использовании оси гомологии, если эта ось находится в пределах чертежа. По рис. 94, б нетрудно убедиться, что осью гомологии должна служить проекция линии пересечения плоскостей α и γ . Использование оси гомологии заметно облегчает решение задачи. Значительные упрощения приносят также различные частные варианты: $\gamma = \pi_1$; $\gamma \perp \pi_1$, ..., которые необходимо дополнительно проанализировать.

Решение задачи 7 автоматически распространяется и на пирамидальные, цилиндрические и призматические поверхности. В случае пирамиды и призмы речь идет о построении многоугольников, соответственных в установленной гомологии. В случае цилиндра и призмы эта гомология имеет бесконечно удаленный центр. Гомологию такого вида часто называют аффинной гомологией или родственным соответствием.

10. Задача 8. Построить линию p пересечения плоскости α с поверхностью сферы ϕ (рис. 95).

Поскольку речь идет о сфере, решаем эту задачу на эюре Монжа (см. пояснения к задаче 3).

На сфере нет прямолинейных образующих, поэтому использованный выше принцип решения здесь не работает. Плоскость пересекает сферу по окружности. Эта окружность моделируется на эюре двумя эллипсами: p_1 , p_2 . Для построения их возвратимся к идее, использованной нами при решении задачи 3 (см. рис. 90).

Проведем прямую l_1 , параллельную оси x_{12} . Относя ее к плоскости α , найдем соответственную прямую $l_{2\alpha}$. Относя отрезок A_1B_1

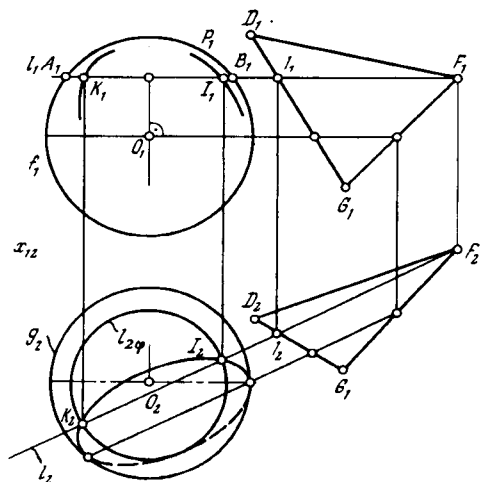


Рис. 95

прямой l_1 к сферической поверхности, найдем соответствующую окружность $l_{2\varphi}$. Пересечение $l_{2\alpha} \cdot l_{2\varphi}$ даст точки l_2, K_2 , принадлежащие, очевидно, эллипсу p_2 . Точки l_1, K_1 принадлежат эллипсу p_1 . Повторяя этот прием, строим по точкам искомые линии.

При решении задачи 8 полезно использовать следующее правило: окружность f_1 (очерк сферы на π_1) и эллипс p_1 гомологичны. Осью гомологии t_1 служит проекция линии пересечения данной плоскости α с плоскостью

главного меридиана $\gamma \supset f$ заданной сферы. Центр гомологии T_1 определяется пересечением прямых, касательных к окружности f_1 в точках ее встречи с осью t_1 (рис. 96, а).

Аналогичное правило справедливо, конечно, относительно g_2 и p_2 . Если окружность f_1 не пересекает t_1 , то центр гомологии T_1 находим построением, показанным на рис. 96, б.

Имея ось и центр гомологии и построив согласно тому, как это показано на рис. 95, еще одну пару соответственных точек, преобразуем окружность f_1 (или g_1) в искомый эллипс p_1 (или p_2).

11. **Задача 9.** Построить линию пересечения двух конических поверхностей: φ и ω (рис. 97).

Если действовать согласно общему плану (см. задачу 5), то

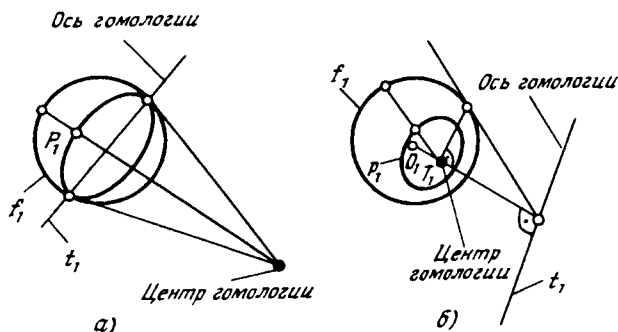


Рис. 96

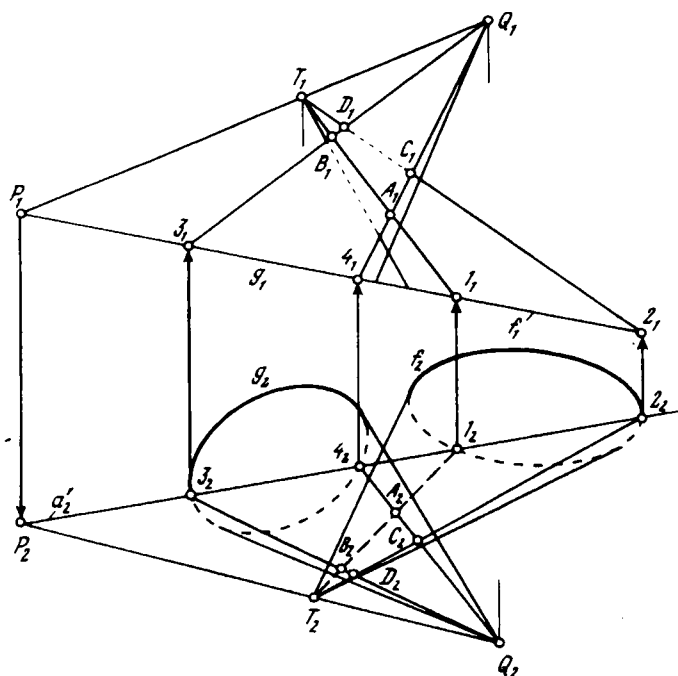


Рис. 97

придется строить во втором поле ряд более или менее сложных кривых линий. Этого можно избежать, если рассекать конусы ϕ и ω не проектирующими плоскостями $\gamma, \gamma', \dots$, а плоскостями общего положения, проходящими через вершины конусов T и Q . Эти плоскости будут проходить, следовательно, через прямую TQ , соединяющую вершины конусов. Прямая TQ пересекает плоскость основания конусов (плоскость α , в которой расположены направляющие f и g) в точке P . Значит, все секущие плоскости γ' будут проходить через P . Выберем одну из них, проведя в плоскости α через точку P какую-либо прямую a' , пересекающую направляющие линии f и g . Действительно, этим плоскость γ' задана, так как она должна проходить теперь через две пересекающиеся прямые: TQ и a' .

Плоскость γ' пересекает конус, заданный (T, f) , по образующим $T1$ и $T2$, а конус, заданный (Q, g) , — по образующим $Q3$ и $Q4$. Эти две пары прямых дают четыре точки, лежащие на искомой линии: A, B, C, D . Таким же путем находим и другие ее точки.

Полученная линия является кривой четвертого порядка, при условии, конечно, что заданные конусы есть поверхности второго

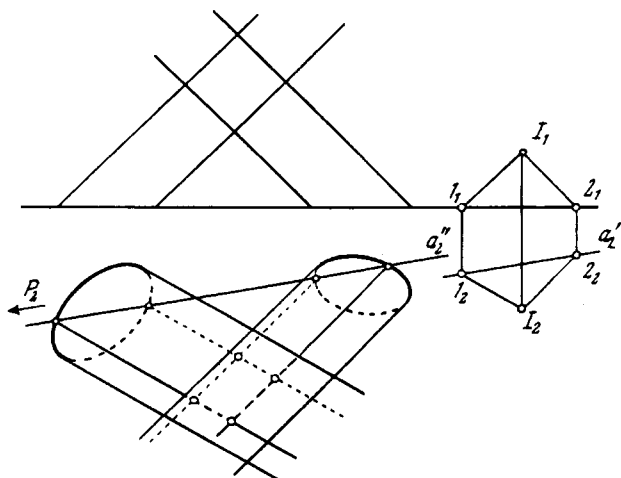


Рис. 98

порядка. Поэтому нужно строить эту линию «осторожно», находя по возможности больше промежуточных точек. Необходимо найти все характерные точки, в том числе и точки, лежащие на контурных образующих того и другого конуса.

На рис. 97 направляющие f и g лежат в одной и к тому же в проектирующей плоскости. Это облегчает решение. Более сложный случай возникает тогда, когда f и g лежат в различных плоскостях общего положения. Однако при этом меняются и усложняются детали решения (например, вместо одной точки P находим две точки: P и R и т. д.), но не его существо.

Так как коническая поверхность является общим представителем линейчатых поверхностей с вершиной (различного типа цилиндров, призм и пирамид), то указанный метод решения распространяется на любые их сочетания. Конечно, при пересечении многогранных поверхностей нужно находить только те точки, которые лежат на их ребрах. С другой стороны, если в пересечении участвуют поверхности с бесконечно удаленными вершинами (цилиндры, призмы), то возникает трудность: как провести прямую TQ и найти точку P ? Способ разрешения этой трудности показан на рис. 98.

Здесь имеем два цилиндра, стоящие основанием на плоскости π_2 . Прямую TQ изобразить на чертеже, конечно, не удастся, а точка P бесконечно удалена. Но проведя через произвольную точку x прямые, параллельные образующим того и другого цилиндра, находим одну из искомых плоскостей γ' . Определив линию a'_2 , по которой она пересекает π_2 , находим направление и других анало-

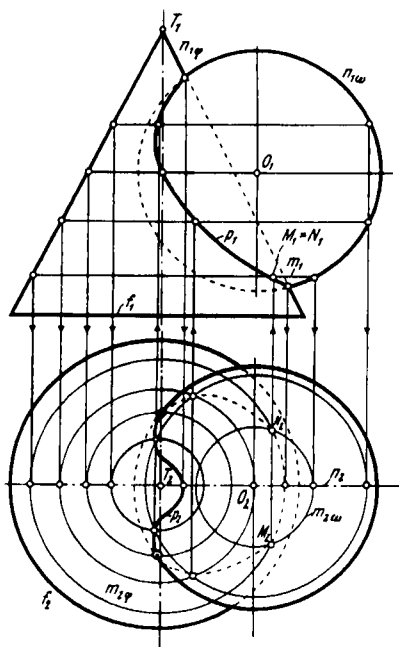


Рис. 99

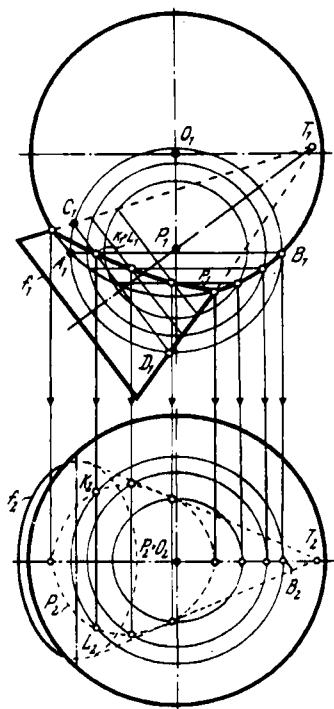


Рис. 100

гичных линий a''_2 , a'''_2 и т. д. Ведь плоскости γ' , γ'' , γ''' , ... в этом случае параллельны. Точка P — это бесконечно удаленная точка, в которой пересекаются параллельные прямые a'_2 , a''_2 , a'''_2 и др.

Практически для того, чтобы найти a'_2 , нужно пересечь прямые, проведенные через I с плоскостью π_2 (частный случай задачи 2 представлен на рис. 89).

12. Задача 10, а, б. Построить линию пересечения поверхности конуса ϕ с поверхностью сферы ω (рис. 99, 100). Известно, что конус ϕ является поверхностью вращения.

Прежде чем приступить к решению задачи, отметим, что речь в данном случае снова идет об эпюре Монжа (ср. с задачей 3). Напомним также, что выбор метода решения конкретной задачи в значительной степени зависит от класса, которому принадлежат заданные поверхности, и, конечно, от их расположения в пространстве, главным образом, по отношению к плоскостям проекций.

Для решения задачи 10а (рис. 99) удобен *общий алгоритм*. Проведем на чертеже горизонтальную прямую m . Отнесем ее

сначала к поверхности конуса φ , а затем к поверхности сферы ω , найдем соответствующие окружности $m_{2\varphi}$ и $m_{2\omega}$. Пересечение $m_{2\varphi} \cdot m_{2\omega}$ дает точки M_2 и N_2 , принадлежащие, очевидно, линии пересечения p_2 . С помощью линий связи фиксируем в первом поле точки M_1 и N_1 , принадлежащие p_1 . Повторяя алгоритм, строим по точкам искомую линию пересечения p . Не забываем о характерных точках, в том числе о точках, лежащих на очерках заданных поверхностей. Например, с целью выявления указанных точек в первом поле достаточно провести горизонтальную линию n_2 , т. е. повторить общий алгоритм начиная со второго поля проекций.

Что касается пространственной интерпретации предложенных построений, то она традиционна. Мы пользуемся вспомогательными проектирующими плоскостями, параллельными либо плоскости π_2 (прямая m_1), либо плоскости π_1 (прямая n_2).

При решении **задачи 106** (рис. 100), внешне мало отличающейся от первого варианта, использование общего алгоритма нецелесообразно (задумайтесь — почему?).

Здесь удобно использовать специальный прием, обычно называемый способом вспомогательных концентрических сфер и опирающийся на следующее простое правило:

всякая сфера, центр которой располагается на оси поверхности вращения, пересекает эту поверхность по окружности (их может быть несколько). (12)

Правило (12) настолько очевидно, что не требует специальных пояснений (приведите живые примеры, подтверждающие его).

Из этого правила также следует, что две сферы всегда пересекаются по окружности.

Итак, если мы имеем дело с поверхностями вращения, оси которых пересекаются в пространстве (общая точка осей используется как центр семейства концентрических сфер), то способ вспомогательных сфер при выявлении линии пересечения этих поверхностей — в наших руках. Особенно эффективен этот способ в том случае, когда оси вращения заданных поверхностей оказываются параллельными одной из плоскостей проекций.

Все перечисленные условия присутствуют в нашем примере (рис. 100). Поэтому любая вспомогательная сфера с центром, принадлежащим оси конуса φ , будет пересекать обе поверхности по окружностям, которые изобразятся на π_1 в виде отрезков прямых линий (вот когда сказывается параллельность оси конуса φ и вертикальной оси сферы ω плоскости проекций π_1). Дальнейшее понятно из чертежа. Выбрав центр P ($P_1, P_2 = O_2$) на оси конуса, получим отрезки A_1B_1 и C_1D_1 и отметим двойную точку K_1, L_1 , принадлежащие p_2 . Этот прием повторяем несколько раз, уменьшая или увеличивая

радиус вспомогательной сферы. В результате — точка за точкой — на картине возникает искомая линия пересечения p (p_1, p_2) заданных поверхностей.

Кроме концентрических сфер при решении подобных задач в качестве вспомогательных поверхностей часто удается использовать эксцентрические сферы, семейства соосных конусов и другие подходящие поверхности.

§ 13. Особенности решения позиционных задач на графоаналитической модели

1. Как отмечалось, проекции с числовыми отметками лишены второго поля проекций. Оно заменяется числовыми данными, или, если угодно так выразиться, — числовой шкалой. Поэтому и решение позиционных задач в этой системе не может опираться на алгоритмы, указанные в предыдущем параграфе. Здесь используются другие приемы, которые мы и рассмотрим.

Задача I. На модели указана прямая AB . Требуется выявить точку, инцидентную этой прямой (рис. 101, a ; ср. рис. 32, a).

В данном случае выявить точку — значит *выбрать* ее проекцию и определить соответствующую числовую отметку. Или наоборот: *выбрать* числовую отметку и найти соответствующую ей проекцию точки. На практике чаще встречается второй вариант.

На рис. 101 заданы точка $A, 5$ и точка $B, 10$; $A \cdot B = l$. Допустим, мы хотим найти точку C по известной или выбранной ее отметке — 7. Очевидно, для этого нужно произвести пропорциональное деление отрезка AB . На рисунке показан обычный графический прием, позволяющий выполнить пропорциональное деление. Простановку числовых отметок на заданном отрезке называют *градуированием* прямой. Тот же прием позволяет решать задачу и в обратном порядке, т. е. от проекции к числовой отметке.

Задача II. На модели выделена плоскость α . Требуется указать точку M , инцидентную α .

Эта задача сводится к предыдущей. Если указан точечный репер плоскости $\alpha = A \cdot B \cdot C$, то проградуируем две стороны треугольника ABC (рис. 101, b ; ср. рис. 37) и проведем горизонталь плоскости.

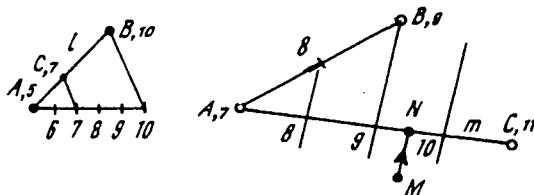


Рис. 101

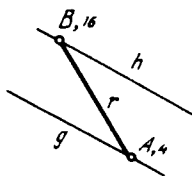


Рис. 103

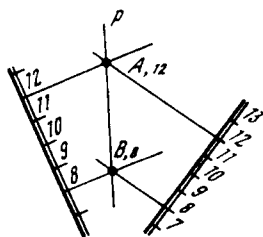


Рис. 104

Через точку A проведем горизонталь g плоскости α . После этого задача решена. Если необходимо, можно проградировать отрезок AB (задача I) и через полученные деления провести другие горизонтали.

Выбирая направление горизонтали g , мы фиксируем одну определенную плоскость из числа всех других плоскостей, инцидентных l . Если, в частности, выбрать прямую g , перпендикулярную l , то отрезок AB превращается в масштаб уклонов для α . Если угол между g и l становится очень острым, то это значит, что плоскость α круто спускается вниз и в пределе превращается в отвесную проектирующую плоскость.

Задача IV часто возникает как промежуточный этап при решении других, более сложных вопросов, связанных с пересечением геометрических образов.

3. Задача 6*. На модели указаны две плоскости: α и β . Выявить линию их пересечения p^* .

Рассматривая эту задачу, мы переходим снова к условию 11.4. б. Предположим, что обе плоскости определены масштабами уклонов (рис. 104). Пересечем попарно горизонтالي их одного и того же уровня. Пересечение в первой паре дает точку A с соответствующей числовой пометкой. Аналогично, получаем во второй паре модель точки B . Прямая $A \cdot B = p$ — искомый элемент.

Понятно, что наличие масштаба уклонов не является обязательным. Если одна или обе плоскости определены своим точечным репером, то находим для каждой из них хотя бы пару горизонталей (см. рис. 101, б) и далее действуем согласно указанному на рис. 104 алгоритму.

Задача 5*. На модели указаны плоскость α и поверхность земного рельефа ϕ . Выявить линию их пересечения p .

Для решения задачи используем тот же алгоритм (рис. 104).

* В данном случае номер задачи — 6* — указывает на то, что аналогичная по содержанию задача 6 уже рассматривалась в § 12.

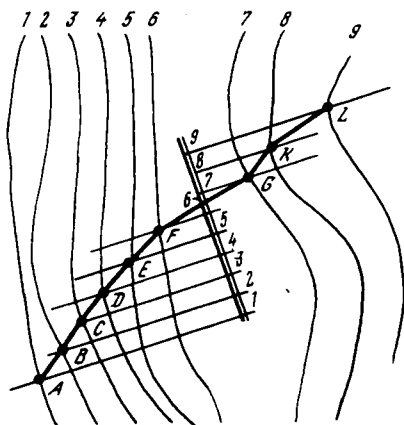


Рис. 105

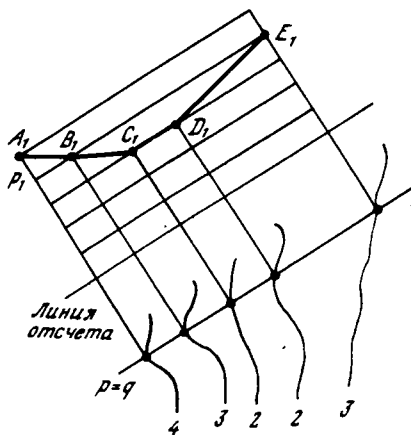


Рис. 106

Однако в этом случае приходится пересекать между собой не две пары, а максимально возможное число горизонталей одного уровня. Ведь искомая кривая p не имеет ограниченного точечного репера — это незакономерная линия. Полученные в пересечении точки $A, B, C, \dots$ (рис. 105) плавно соединяем между собой. Все они составляют точечный (в чисто теоретическом смысле) каркас искомой линии. А промежуточные участки кривой — это условное и приближенное ее изображение. Линия p моделируется дискретно.

4. Важный для практики частный случай задачи 5 обнаруживается при отвесном расположении плоскости α . Если плоскость α оказывается проектирующей, т. е. проходит через центр проекций S^∞ и перпендикулярна картине, то проекции всех ее точек падают на одну прямую q — след плоскости α (рис. 106; ср. рис. 38, а). Тогда искомая линия $p = \alpha \cdot \phi$ сразу задана: проекция ее совпадает с q , а точки $A, B, C, \dots$, лежащие на горизонталях местности, имеют одинаковые с ними числовые пометки. Таким образом, линия дискретно задана, но ненаблюдаема. Ее реальная форма спрятана в прямую $p = q$.

В таких случаях принято строить вторую (дополнительную) ортогональную проекцию линии p . С этой целью из точек $A, B, C, \dots$ проводят перпендикуляры к линии p и от условно выбранного начала в условном (или реальном) масштабе откладывают высоты этих точек. Полученные изображения точек $A_1, B_1, C_1, \dots$ соединяют плавной кривой p_1 . Согласно принятой терминологии, кривая p_1 — это *профиль местности*, отвечающий данному сечению p .

По аналогии с тем, как это делалось на рис. 102—106, решаются и другие задачи на пересечение поверхностей, поскольку все поверх-

ности в проекциях с числовыми отметками моделируются с помощью своих горизонталей.

5. Задача 2. На модели указаны прямая линия $l = A \cdot B$ и плоскость α . Требуется выявить точку их пересечения M .

Если через прямую l провести *какую-либо* плоскость β (см. рис. 103), то можно обнаружить линию пересечения p для двух плоскостей: $\alpha \cdot \beta = p$ (см. рис. 104). Поскольку прямые l и p лежат в одной плоскости β , они пересекаются между собой. Очевидно, точка их пересечения M и является искомой: $M \in l$ и $M \in \alpha$.

Намеченный план решения реализован на рис. 107. Выбирая плоскость $\beta \supset l$, т. е. проводя горизонталь через точки A и B , постараемся проложить их в удобном направлении, которое поддается условиям чертежа. Рекомендуется убедиться, что направление горизонталей плоскости β не влияет на результат решения, т. е. не изменяет положение точки M на прямой AB .

Задача 1. На модели указаны прямая линия $l = A \cdot B$ и рельеф местности ϕ . Определить точку (или точки) их пересечения.

Разумеется, план решения предыдущей задачи сохраняется и здесь, однако линия $p = \alpha \cdot \phi$ в этом случае уже не прямая. Это дискретно заданная кривая линия, построенная по схеме рис. 105. Там, где эта кривая пересекается с проекцией прямой l , обнаруживаются искомые точки $M, N, \dots$. Числовые отметки этих точек либо непосредственно определяются горизонталями местности (если точки $M, N, \dots$ случайно попадут на горизонталь) либо могут быть выявлены путем градуирования прямой l (см. рис. 101, а).

6. Рассмотренные выше позиционные задачи являются особенно характерными для графоаналитической модели. Встречаются, конечно, и другие их варианты, связанные с использованием иных поверхностей или с частным расположением исходных геометрических образов. Но общие идеи решения, продемонстрированные на рис. 101—107, лежат в основе возникающих алгоритмов. На практике инженеру-строителю приходится обычно сталкиваться с проектированием земляных насыпей и выемок. В зависимости от свойств грунта уклон этих насыпей и выемок заранее планируется. Так появляются плоскости с заданным масштабом уклонов, конические, цилиндрические поверхности или поверхности одинакового ската. Особенно важно при этом выявить объем необходимых земляных работ, добиваясь по возможности уравновешенного баланса проектируемых насыпей и выемок. При прокладке протяженных дорожных трасс вопросы такого рода приобретают иногда первостепенное значение. На рис. 186 показан план строительной

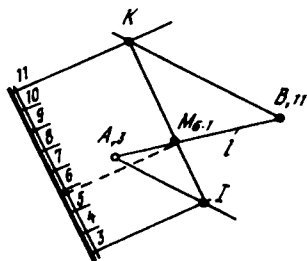


Рис. 107

площадки и ведущих к ней подъездных путей с учетом возникающих земляных устройств — насыпей и выемок. При вычерчивании такого плана приходится моделировать различные поверхности (ср. рис. 82—85) и решать разнообразные позиционные задачи (ср. рис. 104—107).

§ 14. Решение основных метрических задач на эпюре Монжа

1. Инженер пользуется изоморфной проекционной моделью, в частности для того, чтобы производить на ней необходимые измерения. Эта необходимость возникает далеко не всегда. Например, при вычерчивании плана здания приходится обычно выполнять только самые элементарные измерительные операции — откладывать в принятом масштабе отрезки по двум основным направлениям: по длине и по ширине. А на готовом чертеже все необходимые размеры, как правило, уже проставлены.

И все же возможность измерять модель имеет принципиальное значение. Понимание сущности метрических задач и путей, ведущих к их решению, значительно повышает профессиональную грамотность специалиста. Наблюдая объект в натуре, мы сразу же получаем некоторые, хотя и не вполне точные, представления о его размерах. Точно так же, наблюдая изоморфную проекционную модель, мы обязательно должны более или менее адекватно ощущать ее метрику. Кроме того, на практике всегда встречаются задачи, требующие прямых измерений на модели, не говоря уже о тех случаях, когда модель специально создается для последующих измерений (например, при выполнении обмерных чертежей здания с помощью измерительной фотосъемки; см. § 26).

Как отмечалось (см. § 11), способы решения метрических задач на различных проекционных моделях имеют свои существенные особенности. Наиболее простые приемы характерны для *эпюра Монжа*. Обратимся к их изучению.

2. Прежде всего отметим те случаи, когда измерение расстояний, углов и площадей можно производить на модели непосредственно, без всяких предварительных построений. Сформулируем четыре почти очевидных правила:

Если отрезок AB параллелен плоскости проекций, то его длина промоделирована в этой проекции без искажений. (13)

На рис. 108 изображены отрезки $AB \parallel \pi_1$ и $CD \parallel \pi_2$. Длину d первого измеряем (в масштабе чертежа) по проекции A_1B_1 . Длину второго — по проекции C_2D_2 .

Заметим, что параллельность отрезка AB по отношению к пло-

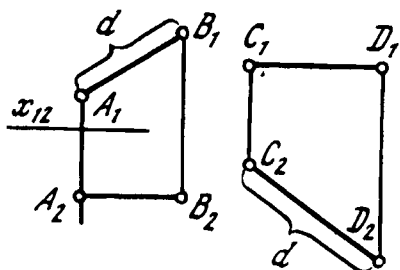


Рис. 108

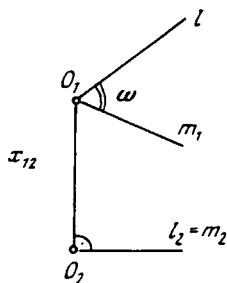


Рис. 109

скости π_1 выявляется его проекцией A_2B_2 : эта проекция расположена параллельно линии x_{12} и перпендикулярна линиям связи A_1A_2 , B_1B_2 и т. д. Прямые, параллельные плоскостям проекций, условимся называть *линиями уровня*.

Если стороны угла параллельны плоскости проекций, то величина угла промоделирована в этой проекции без искажений. (14)

На рис. 109 изображен угол, стороны которого — прямые l и m — параллельны плоскости π_1 . Величину этого угла ω измеряем по его проекции, т. е. определяем угол между прямыми l_1 и m_1 . Заметим, что прямые l_2 и m_2 параллельны x_{12} и перпендикулярны линиям связи, поскольку l и m — линии уровня. Кроме того, разумеется, $l_2 = m_2$, что в данном случае неизбежно. Аналогичную картину получим, если стороны угла параллельны плоскости π_2 (изобразите модель такого угла).

Если плоскость фигуры параллельна плоскости проекций, то форма и размеры этой фигуры промоделированы в этой проекции без искажений. (15)

Правило (15) непосредственно опирается на правила (13) и (14). Из рис. 109 видно, что если плоскость фигуры Φ параллельна π_1 , то вторая ее проекция сливается в прямую линию, параллельную оси x_{12} .

Если хотя бы одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, то величина его промоделирована в этой проекции без искажений. (16)

Рис. 110 подтверждает сказанное. Отрезок AB параллелен плоскости π_2 . Проведем через точку B плоскость γ , перпендикулярную

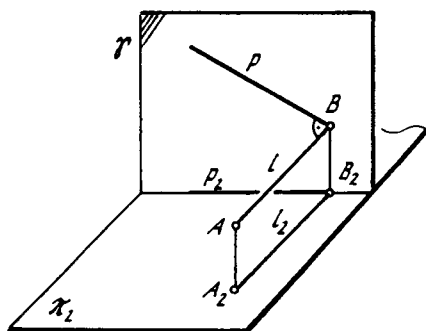


Рис. 110

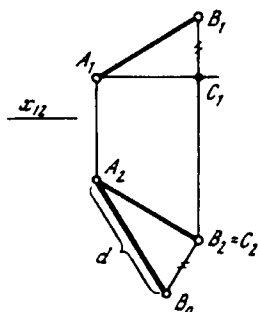


Рис. 111

$A \cdot B = l$. Ясно, что γ перпендикулярна π_2 . Проведем в плоскости γ через точку B какую-либо прямую p . Понятно, что p и l образуют прямой угол. А ортогональные проекции их p_2 и l_2 тоже образуют прямой угол. Об этом и свидетельствует правило (16).

2. Перейдем теперь к решению других более сложных метрических задач. В процессе их решения мы будем постоянно опираться на факты, зафиксированные правилами 13—16.

Задача 11. На модели указан отрезок AB . Измерить его длину (рис. 111).

Рассмотрим два вспомогательных отрезка: AC и BC . Первый из них параллелен плоскости π_2 , а второй — плоскости π_1 . Согласно правилу (13), длина их известна. Кроме того, треугольник ACB — прямоугольный (почему?). Отрезок AB — его гипотенуза. Построим этот треугольник на катете A_2B_2 , равном по длине отрезку AC . Длину второго катета C_2B_0 берем с первой проекции: $C_2B_0 = C_1B_1$. Измеряя построенную гипотенузу A_2B_2 , определяем искомую длину отрезка AB .

Задача 12. На модели указаны прямые l и m , пересекающиеся в точке O . Определить величину угла ω , образованного этими прямыми (рис. 112).

Проведем начиная с проекции A_2B_2 (нумерация полей проекций, конечно, условна) первую линию уровня (ср. с рис. 108), пересекающую l в точке A , а m — в точке B . Получаем треугольник AOB , причем длина его стороны AB известна: $AB = A_1B_1$ [см. правило (13)].

Решая дважды задачу 11, определим длину двух других сторон: AO и BO . Необходимое построение выполним в первой проекции, располагая прямые углы при вершине O_1 (ср. с рис. 111). На стороне $A_1B_1 = AB$ построим треугольник AOB . Длина стороны $AO = A_1O_0$; длина стороны $BO = B_1O_0$. Циркульными засечками из центров A_1 и B_1 соединим эти два отрезка в точке O (рис. 112). Тогда, измерив угол ω при вершине O , получим искомый ответ.

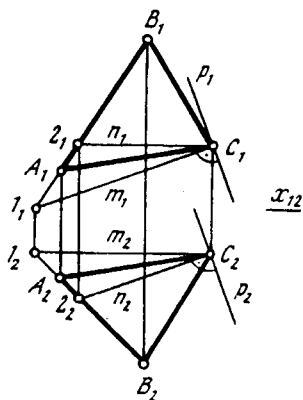


Рис. 114

центр гомологии T_∞ (по направлению линии B_1B) и пару соответственных точек $B_1 - B$. Гомология определена. Используя известные алгоритмы (см. рис. 36, 37, 68), преобразуем фигуру Φ_1 в искомую фигуру Φ .

Задача 14. На модели указана плоскость $\alpha = A \cdot B \cdot C$. Промоделировать прямую p , перпендикулярную α (рис. 114).

Прямая, перпендикулярная плоскости, должна быть перпендикулярна двум не параллельным между собой прямым, лежащим в этой плоскости. Выберем в качестве таких двух прямых первую и вторую линии уровня, инцидентные α . Тогда можно будет опереться на правило (16).

Повторяя построение, уже использованное на рис. 112 и 113, проведем через точку C_2 прямую m_2 , параллельную оси x_{12} , а в первом поле найдем проекцию m_1 . Это модель первой линии уровня. Аналогично, проводя через C_1 прямую $n_1 \parallel x_{12}$, найдем во втором поле проекцию n_2 . Получена модель второй линии уровня. Согласно правилу (16), искомая линия p_1 должна быть перпендикулярна m_1 (ведь в пространстве угол между m и p — прямой). По той же причине искомая линия p_2 должна быть перпендикулярна n_2 . Проведем прямую $p_1 \perp m_1$ через точку C_1 , а прямую $p_2 \perp n_2$ — через точку C_2 . Таким образом, построена модель прямой p , проходящей через точку C перпендикулярно α . Задача решена.

3. Встречаются, конечно, и другие метрические задачи, связанные с определением расстояний и углов. Обычно их нетрудно привести к уже рассмотренным вариантам решений. Приведем несколько характерных примеров.

Задача 15. На модели указаны прямая линия l и точка A . Определить расстояние от точки до прямой (рис. 115).

Через точку A проведем две линии уровня, пересекающие прямую l в точках 1 и 2. Рассмотрим треугольник $IA2$ и построим его на стороне $I_1A_1 = IA$. Сущность этого построения уже знакома нам по рис. 112. Однако здесь не нужно определять длину стороны треугольника $IA2$. Ведь длина стороны $A2 = A_22_2$. Берем ее прямо со второй проекции. А получив треугольник $I_1A_12 = IA2$, непосредственно измерим расстояние от вершины A_1 до стороны I_12 . Это расстояние — искомое.

Задача 16. На модели указаны плоскость α и точка M . Определить расстояние от точки до плоскости.

Будем считать, что плоскость α определена своими линиями

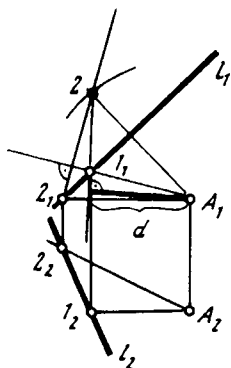


Рис. 115

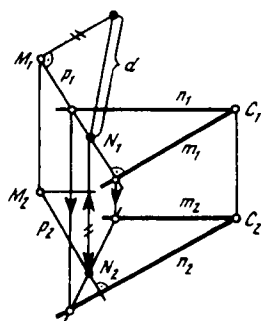


Рис. 116

уровня (рис. 116). Если это не так, то построим их предварительно согласно тому, как это делалось на рис. 114. Промоделируем перпендикуляр, идущий из точки M к плоскости α (ср. рис. 116 и 114). Полученную прямую p пересечем на модели с плоскостью α (позиционная задача 2, см. рис. 88). Обозначим точку пересечения N и определим длину полученного отрезка MN (задача 11). Эта длина — искомое расстояние.

Задача 17. На модели указаны прямые l и m . Прямые не пересекаются. Определить расстояние между ними.

Через какую-либо точку C прямой l проведем прямую n , параллельную m . Это значит, что на модели $n_1 \parallel m_1$ и $n_2 \parallel m_2$ (рис. 117). Плоскость $\alpha = l \cdot n$, очевидно, параллельна m . Поэтому, выбрав на m удобную точку M и определив расстояние от этой точки до плоскости α (задача 16), получим искомый ответ.

Задача 18. На модели указаны две плоскости: $\alpha = k \cdot l$ и $\beta = m \cdot n$. Определить угол, образованный плоскостями (рис. 118).

Из произвольно выбранной в пространстве точки T опустим перпендикуляр p на плоскость α и перпендикуляр q на плоскость β (задача 14). Затем определим величину угла, образованного прямыми p и q (задача 12). Этот угол равен искомому.

4. Рассмотренные здесь решения основных метрических задач объединяет одна общая идея: геометрический объект, подлежащий измерению (отрезок прямой, угол, плоскую фигуру), приводим к такому частному положению, при котором становится возможным [см. правила (13) — (16)] выполнение обычных измерительных процедур с помощью линейки, угольника, транспортира.

Конечно, проводить эту идею в жизнь можно различными способами. Предложенные здесь приемы сводились к построению плоских треугольников на основе рис. 111 и к использованию

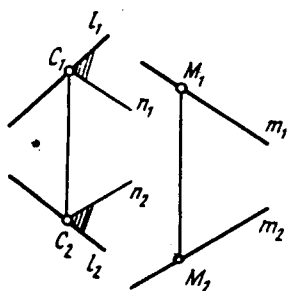


Рис. 117

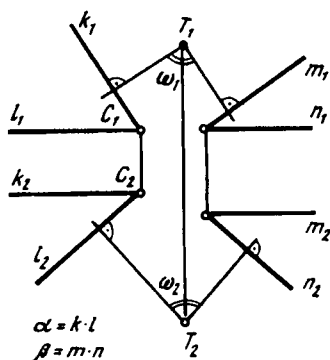


Рис. 118

прямых углов, величина которых сохраняется в ортогональной проекции [правило (16); рис. 110]. Во многих случаях оказывается особенно полезным еще один специальный прием: построение дополнительного поля проекций или построение дополнительной проекции заданного геометрического объекта после выбора нового центра и новой плоскости проекций. Этот специальный прием будет освещен в следующей главе, где мы еще раз вернемся к некоторым характерным примерам решения метрических задач на эпюре Монжа.

§ 15. Специальные варианты решения метрических задач на других проекционных моделях

Аксонометрия

1. Аксонометрические изображения используются главным образом в качестве наглядной иллюстрации, дополняющей и уж во всяком случае не заменяющей чертеж, выполненный в ортогональных проекциях. Поэтому в практике инженера-строителя вопрос о решении метрических задач на такой модели имеет явно второстепенное значение и представляет в лучшем случае некоторый теоретический интерес. Существенно важную роль здесь играет лишь одна метрическая задача — собственно «аксонометрия», *измерение по осям*. Ведь с помощью таких измерений и производится в основном построение модели. Но если масштабные единицы установлены (ср. рис. 48, 53), — а с этого всегда и начинается дело, — то измерение по осям сводится к обычному измерению отрезков прямой в заданном масштабе.

Учитывая сказанное, рассмотрим далее только две основные метрические задачи, решение которых открывает пути ко всем дальнейшим продвижениям в данной области.

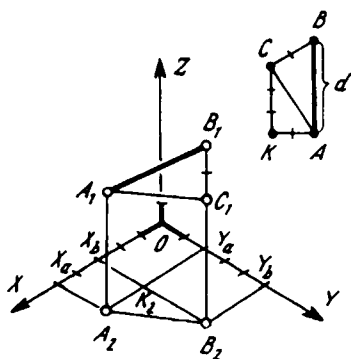


Рис. 119

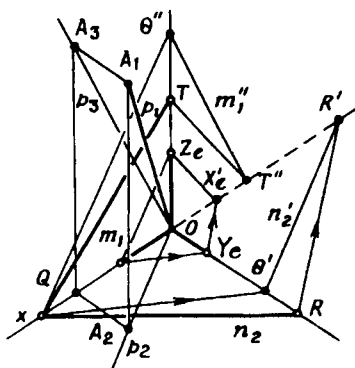


Рис. 120

2. Задача 11. На модели указан отрезок AB . Измерить его длину (рис. 119).

Сначала определим длину отрезка A_2B_2 , расположенного в плоскости $x \cdot y = \pi_2$. Для этого выполним измерения по осям (масштабные единицы, разумеется, заданы!). Пусть $x_a x_b = 2$ ед., $y_a y_b = 3$ ед. В удобном месте чертежа построим прямоугольный треугольник, катет которого равен двум и трем натуральным масштабным единицам (например, 2 и 3 см). Гипотенуза этого треугольника AC дает натуральную длину проекции A_2B_2 .

Далее проведем A_1C_1 параллельно A_2B_2 и выполним измерение отрезка B_1C_1 с помощью масштабной единицы по оси z . Предположим, что $B_1C_1 = 2$ ед. Тогда, продолжая в стороне вспомогательное построение, на отрезке AC сконструируем еще один прямоугольный треугольник с катетами AC и $CB = 2$ см. Измеряя гипотенузу AB этого треугольника, получаем искомый ответ.

Идея предложенного решения очевидна: сначала переходим от проекции $A_2K_2B_2$ к натуральному виду этого треугольника, а затем от проекции $A_1C_1B_1$ к натуральному виду треугольника ACB . Очень полезно сравнить решения задачи, приведенные на рис. 111 и 119.

Задача 14. На модели указана плоскость α . Промоделировать прямую p , перпендикулярную α (рис. 120).

Будем считать, что плоскость α задана своими следами, т. е. прямыми линиями, по которым она пересекает координатные плоскости xOz , xOy , yOz (ср. рис. 39, 52, 53). Если это не так, то построим предварительно два следа плоскости, решая позиционную задачу 2 (см. рис. 89).

Мы уже знаем, что ортогональная проекция p_2 искомого перпендикуляра p на плоскость $xOy = \pi_2$ должна быть перпендикулярна соответствующей линии уровня, лежащей на α , т. е., в частности, следу n_2 (см. рис. 114). Чтобы найти направление p_2 , повернем треугольник OQR в плоскости π_2 на 90° . Тогда катет OR ляжет на

ось x , катет OQ — на ось y , а гипотенуза n_2 перейдет в n'_2 и как раз определит искомое — перпендикулярное n_2 — направление.

Осуществляя этот план, отложим по оси x в отрицательном ее направлении заданную масштабную единицу OX_e . Тогда линия Y_eX_e , соединяющая концы равных — в натуре — отрезков OY и OX_e , определит нужное нам направление переноса точек с оси y на ось x . Пользуясь этим направлением, переведем точку $R \subset y$ в точку $R' \subset x$. Очевидно, $OR' = OR$ (в натуре).

Аналогично переведем точку Q с оси x в точку Q' на оси y . Линия $R'Q' = n'$ определила направление искомой проекции p_2 .

Повторив те же самые операции в плоскости $x \cdot O \cdot z$, переведем точку $T \subset z$ в точку $T' \subset x$ и точку $Q \subset x$ в точку $Q'' \subset z$. В итоге найдем направление m''_1 , перпендикулярное — в натуре — m_1 .

Выберем теперь какую-нибудь точку, например начало координат O , и проведем через нее проекции p_2 и p_3 перпендикуляра p , полученные на плоскостях $x \cdot O \cdot y$ и $x \cdot O \cdot z$. Имея p_2 и p_3 , нетрудно промоделировать на них какую-либо точку $A \subset p$, затем найти ее первичную проекцию A_1 и показать, наконец, искомую прямую $p_1 = OA_1$. Полезно сравнить решение обсуждаемой задачи с решениями задач, продемонстрированным на рис. 114.

3. Приведенные примеры ясно показывают, что решение метрических задач в аксонометрии хотя и возможно, но нежелательно. По сравнению с эпюром Монжа все операции значительно усложняются. В случае особой необходимости, вместо того чтобы выполнять измерения на аксонометрической модели, рекомендуется построить дополнительную ортогональную проекцию (см. гл. 3) или использовать комплексный подход: снять с чертежа координаты отдельных элементов, а затем произвести вычисления по формулам аналитической геометрии.

Перспектива на вертикальной картине

4. Перспективные изображения чаще всего строят на основе имеющихся ортогональных проекций (см. § 20). С помощью специальных приемов находят сначала узловые точки изображения, а затем переходят к необходимым дополнениям и детализации. Вот в этот-то момент и возникает потребность в решении некоторых характерных метрических задач. В отличие от аксонометрии они играют здесь важную функциональную роль. Чем свободнее мы обращаемся с метрикой перспективной модели, тем легче создаем такую модель и тем яснее ее воспринимаем. Прежде чем обратиться к изучению конкретных вопросов, заметим, что для решения метрических задач должны быть указаны на модели кроме исключенных точек $U_1 = U_2$ еще и другие определяющие ее элементы. В зависимости от содержания задачи набор этих элементов варьируется. По

Это решение позволяет сделать один очень важный вывод, который мы сформулируем в виде правила:

если между точками двух прямых установлена проекционная связь, то она вполне определена тремя парами соответственных элементов. (17)

Действительно, и на рис. 121, и на рис. 122 мы выполняем, по существу, одно и то же действие: ставим в проекционную связь три точки прямой l и три точки прямой a . После этого все остальные пары их соответственных элементов однозначно определены (на рис. 121 третья пара соответственных точек $L^{\infty}_2 = h_2 \cdot h$ и $L^{\infty} \subset a$ фактически не показана, но использована точно так же, как и на рис. 122).

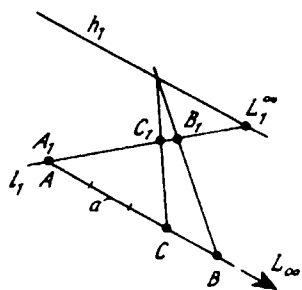


Рис. 122

Полезно, конечно, обратить внимание, что правило (10), сформулированное на с. 93, и указанное здесь правило (17) связаны принципом двойственности на плоскости (см. 5.5). Одно из них может быть получено из другого путем формальной замены терминов. Опираясь на эти факты, условимся ряды точек (l) и (a), изображенные на рис. 121, 122, называть *перспективными*. Если

одну из этих прямых сдвинуть в сторону или еще раз перепроектировать (ср. линии a и l_1 на рис. 121), то ряды сохраняют соответствие своих элементов, но становятся *проективными*. Перспективные ряды обязательно имеют пару совпавших одноименных элементов ($A_2 = A$, $A_1 = A$ на рис. 121, 122). Проективные ряды таких элементов не имеют.

Решение задачи 20 позволяет сделать и еще один важный вывод: чтобы модель прямой l , имеющую точку схода, сделать пригодной для непосредственных, хотя и условных по масштабу измерений, достаточно произвольным образом перепроектировать ее на другую прямую, удалив точку схода этой прямой в бесконечность.

6. Задача 14.** На модели указана плоскость α . Промоделировать прямую p , перпендикулярную α .

В этом случае необходимо иметь на картине линию горизонта и дистанционную окружность с центром в главной точке O_1 (рис. 123, a). Плоскость α определена на рисунке линией схода l_1 и своим следом на предметной плоскости $m_1 = m_2$.

Вспомним, что линию схода пересекает на картине плоскость α_s , параллельная α и проходящая через центр проекций S_1 (см. рис. 64). Проведем через S_1 перпендикуляр к α_s (а следовательно, и к α). Он пересечет картину в точке P_1 . Положим треугольник $O_1S_1P_1$ на картину, повернув его вокруг катета O_1P_1 . Тогда точка S_1 окажется

на дистанционной окружности, а катет O_1P_1 расположится перпендикулярно линии схода n_2 . Последнее утверждение справедливо, поскольку плоскость треугольника $O_1S_1P_1$ перпендикулярна π_1 , и α_s (рис. 123, б).

Таким образом намечается необходимое построение. Через главную точку O_1 проводим перпендикуляр O_1K_1 к линии схода n_1 , а также прямую O_1S_1 , параллельную n_1 . Точка S_1 лежит на окружности f . Далее строим треугольник $K_1S_1P_1^\infty$, где угол при вершине S_1 — прямой, а линия K_1O_1 является гипотенузой. Тогда P_1^∞ — суть точка схода прямых, перпендикулярных α . Найдем на горизонте ее вторую проекцию P_2 . Затем проведем через P_1^∞ какую-либо прямую p_1 , а через P_2 — прямую p_2 . Пара линий (p_1, p_2) моделирует искомый перпендикуляр к плоскости α .

Полезно оговорить и отдельно изобразить на картине частные случаи задачи 14: если $\alpha \perp \pi_2$, то точка схода перпендикуляра p к этой плоскости — точка $P_1 = P_2$ — располагается на горизонте; если $\alpha \perp \pi_1$, то P_1^∞ и P_2^∞ являются несобственными элементами; если $\alpha \parallel \pi_1$, то $P_1 = P_2$ совпадает с главной точкой картины; если $\alpha \parallel \pi_2$, то $n_1 = h_1$ и $P_1^\infty = U_1^\infty = U_2^\infty$, т. е. перпендикуляр p моделируется проектирующей прямой и его вторая проекция — точка.

7. Задача 12. На модели указаны две прямые l и m . Определить угол, образованный прямыми (рис. 124).

Прежде всего построим точки схода указанных прямых L_1^∞ и M_1^∞ (вторые их проекции лежат на горизонте). Вспомним, что L_1^∞ , M_1^∞ возникают при пересечении лучей l' и m' , проходящих через центр S_1 параллельно l и m соответственно. Поэтому положим треугольник $L_1^\infty S_1 M_1^\infty$ на картину. Высота S_1K_1 этого треугольника может быть найдена как гипотенуза при катетах S_1O_1 и O_1K_1 . Итак, опустим из O_1 перпендикуляр на $L_1^\infty M_1^\infty$ и радиусом K_1S_1 засечем на его продолжении точку S_1^* . Угол ω при вершине S_1^* в треугольнике $L_1^\infty S_1^* M_1^\infty$ — искомый.

Заметим, что в этой задаче снова использовались линия горизонта, точка O_1 , дистанционная окружность f .

Задача 13. На модели указана плоская фигура Φ . Определить ее форму и истинные размеры.

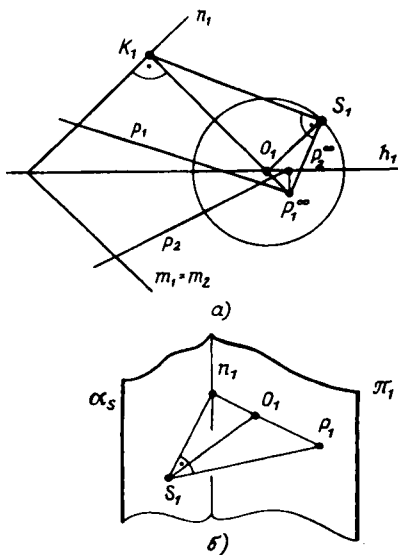


Рис. 123

сти f . Радиусом K_1S_1 сделаем засечку на линии O_1K_1 и получим *центр* искомой гомологии — точку S_0 . Осью гомологии служит прямая $m_1 = m$, а пара соответственных точек — K_1 и K_∞ — лежит на луче S_0K_1 . Гомология определена, и фигуру Φ_1 можно теперь преобразовать в искомую фигуру $\Phi \subset \alpha$ или, если угодно, выполнить обратное преобразование. На рисунке в качестве примера показана связь точек A_1 и A (ср. рис. 36, 68). Задача решена.

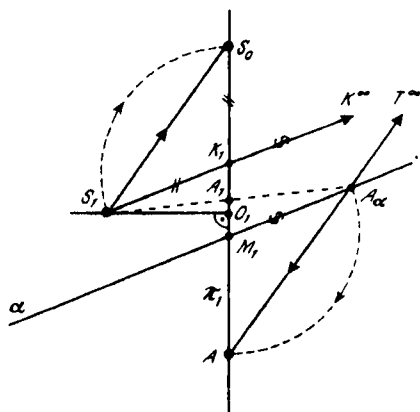


Рис. 126

Необходимо, однако, понять справедливость решения. Для этого обратимся к рис. 126. Здесь схематически (в виде прямых линий; ср. с рис. 69) представлены плоскости π_1 и α , а также центр S_1 . Если плоскость α поворотом вокруг линии пересечения m_1 (на схеме точка M_1) наложить на π_1 , то это равносильно проектированию всех точек, инцидентных α , на плоскость π_1 из несобственного центра T_∞ . При этом центр S будет спроектирован в точку S_0 , а пространственная проекционная связь точек $A_1 — A_\alpha, B_1 — B_\alpha, \dots$ перейдет в гомологическую связь точек $A_1 — A, B_1 — B, \dots$ на картине. Нетрудно видеть, что S_0 окажется центром этой гомологии, а прямая m_1 , оставаясь на месте, — осью ее. Точке K_1 соответствует на плоскости α несобственная точка K^∞ , которая после поворота α (или в резу-

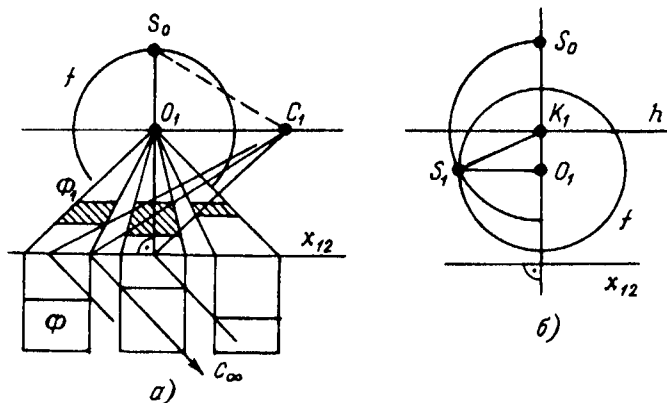


Рис. 127

льтате перепроектирования) перейдет снова в несобственную точку картины. Все эти отношения и были использованы на рис. 125. Заметим, что прямая g_1 , которую данная гомология переводит в несобственную прямую второго поля, называется предельной прямой. Обратим также внимание на частный вариант (рис. 127, а): если $\alpha = \pi_2$, то x_{12} — ось гомологии, а центр S_0 лежит на дистанционной окружности f (почему?). На рисунке фигура Φ преобразована в свое перспективное изображение, т. е. задача 13** решена в обратном варианте.

Перспектива на наклонной картине

8. Те же самые метрические задачи, которые были рассмотрены выше в 15.4 — 15.7, представляют интерес и при моделировании предметов в перспективе на наклонной картине. Большая часть предложенных решений не претерпевает никаких изменений, другая часть должна быть слегка откорректирована. Вернемся к рис. 121 — 127 и обсудим их с этой точки зрения.

Решение задачи 19, приведенное на рис. 121, полностью сохраняется. Только линии связи A_1A_2 , B_1B_2 , C_1C_2 направлены в собственную точку схода $U_1 = U_2$ (ср. рис. 70), но это, конечно, не играет практически никакой роли.

Решение задачи 20 (см. рис. 122) также остается без изменений. Нужно только иметь в виду, что эта задача встречается здесь чаще: она присутствует и при членении прямых, перпендикулярных предметной плоскости π_2 . Если на вертикальной картине все отвесно идущие ребра сооружения, параллельные π_1 , имеют несобственную точку схода и потому допускают непосредственное пропорциональное деление, то здесь их приходится членить согласно тому, как это показано на рис. 122. Вернитесь к рис. 70 и покажите, как следует произвести пропорциональное деление, например, ребра A_1B_1 .

На рис. 123 при решении задачи 14** произойдут следующие изменения. Во-первых, линия горизонта h не будет проходить через главную точку O_1 , а расположится выше или ниже ее в зависимости от наклона картины по отношению к предметной плоскости π_2 . Во-вторых, построив точку P^∞_1 , нужно провести через нее наклонную линию связи, направленную в собственную точку $U_1 = U_2$. С помощью этой наклонной линии связи обнаруживаем на горизонте вторую проекцию P — точку P_2 .

На рис. 124 необходимы аналогичные, мало существенные изменения: линия горизонта h не содержит точку O_1 ; моделирование точек A , L , M осуществляется с помощью наклонных линий связи.

Опустить или поднять линию горизонта по отношению к точке O_1 придется также и на рис. 125. Следует, конечно, помнить о

сходимости линий связи в исключенной, собственной точке $U_1 = U_2$. Никаких иных изменений здесь более не требуется.

Схема, представленная на рис. 126, полностью сохраняет свой смысл, поскольку предметная плоскость π_2 здесь вообще не фигурирует.

И только на рис. 127 необходимо внести некоторое усложнение в намеченный порядок действий, вернувшись фактически к конструкции, показанной на рис. 125. Этот дополнительный момент разъяснен на рис. 127, б.

Проекции с числовыми отметками

9. Метрические задачи в этой системе связаны, как правило, с проведением прямых, плоскостей, других поверхностей, имеющих заранее намеченный уклон.

Задача 21. Через точку A проложить прямую m , имеющую данный уклон i .

На модели (рис. 128) отмечена точка A , 10 и указан линейный масштаб чертежа. Положим $i = \frac{2}{3}$. Тогда интервал искомой прямой $l = 1/i = \frac{3}{2}$. Проекцию прямой m проводим через точку A в направлении, диктуемом конкретным условием задачи, либо в произвольном направлении, если на этот счет в условии задачи, как в нашем случае, ничего не сказано. Далее, на проекции прямой от точки A откладываем отрезок AB , равной $\frac{3}{2}$ ед. в масштабе чертежа. У полученной точки B ставим числовую пометку $10 - 1 = 9$ (или $10 + 1 = 11$). Задача решена. Положение точки B справа или слева от A , а также фактическое значение числовой пометки из двух возможных вариантов (9 или 11) обуславливается дополнительной информацией. Если принять прямую m за масштаб уклонов, то, очевидно, здесь задана и плоскость, имеющая уклон $i = \frac{2}{3}$.

Задача 22. На модели указана прямая $m = A \cdot B$. Требуется провести через нее плоскость α , имеющую данный уклон i (рис. 129).

Положим $i = \frac{1}{2}$. Тогда интервал для плоскости α равен $1/i = 2$. Из точки A , пользуясь масштабом чертежа, проведем дугу окружности, приняв радиус ее $r = 2$. Из точки $B \in m$, числовая отметка которой на единицу меньше (или больше), чем отметка A , построим касательную к дуге окружности. Это горизонталь искомой плоскости α . Далее строим другие ее горизонтали или проходящий перпендикулярно им масштаб уклонов.

Разумеется, вместо точки B можно было использовать точку C , лежащую ниже (или выше) A на две единицы, а радиус окружности положить $2 \cdot 2 = 4$ масштабных единицы и т. д.

На рис. 84, 85 уже был показан аналогич-

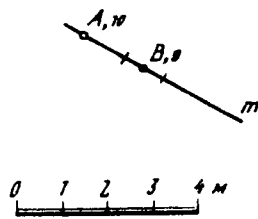


Рис. 128

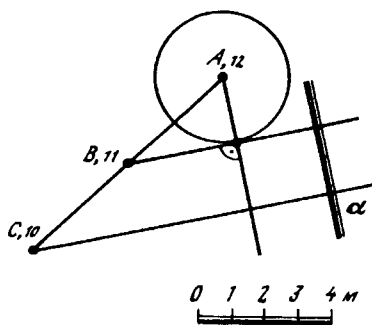


Рис. 129

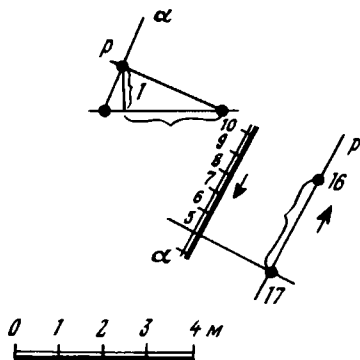


Рис. 130

ный прием, позволяющий строить поверхность данного уклона, проходящую через указанную на модели кривую f .

Задача 14'. На модели указана плоскость α . Требуется промоделировать прямую p , перпендикулярную α (рис. 130).

Во-первых, проекция прямой p должна быть перпендикулярна горизонталям плоскости или, что то же самое, параллельна масштабу уклонов данной плоскости. Во-вторых, интервал прямой p обратно пропорционален интервалу плоскости. Это видно по схеме, приведенной в левом углу рис. 130. Итак, проводим линию p параллельно масштабу уклонов плоскости α и намечаем на ней интервал $l^* = 1/l$, где l — интервал плоскости. При измерении l и l^* используем заданный масштаб чертежа. Числовые отметки у делений, построенных на прямой p , можно ставить, *начав с произвольного числа*, поскольку точное положение этой прямой в условии задачи не предусмотрено. Но возрастание чисел на p и на масштабе уклонов α происходит *в противоположных направлениях*.

§ 16. Геометрические машины и алгоритмы

1. Рассмотренные в § 11 — 15 позиционные и метрические задачи имели вполне конкретное содержание, выраженное на языке трехмерного геометрического пространства. Если отвлечься от этого содержания и посмотреть на выполняемые геометрические построения как на некую особую процедуру, представляющую совершенно самостоятельный интерес, то сразу же бросаются в глаза некоторые характерные ее черты.

Возвратимся, например, к рис. 36. Здесь речь идет о моделировании точки, лежащей в заданной плоскости, или, выражаясь на языке модели, о построении точек, соответственных в заданной

гомологии. Отвлечемся от этих рабочих понятий и рассмотрим построение как таковое. Мы видим на рисунке четыре группы элементов.

К первой группе относятся фиксированные геометрические образы: точка $U_1^\infty = U_2^\infty$, прямая $u_1 = u_2$ и точки A_1, A_2 . Эти заранее заданные элементы составляют неизменяемую основу дальнейших наших действий.

Ко второй группе относятся элементы, которые мы сами выбираем перед началом построения и как бы «вкладываем» их в предстоящую процедуру. На рисунке это точка B_1 . Но вместо точки B_1 можно было взять любую другую точку $C_1, D_1, \dots$, какая нам потребуется или просто попадает под руку. Следовательно, ко второй группе относятся все точки плоского поля, все точки картины.

К третьей группе относятся элементы, которые возникают и используются в процессе построения. На рис. 36 это прямая A_1B_1 , точка $M_1 = M_2$, прямая M_2A_2 и, наконец, прямая U_1B_1 . Всего три прямых и одна точка.

К четвертой, последней, группе относятся элементы, полученные в результате построения, т. е. искомые элементы, ради которых и выполняется вся работа. На рис. 36 это точка B_2 . Но если бы в построение была «вложена» не точка B_1 , а C_1 или $D_1, \dots$, то и получены были бы другие ответы: C_2 или $D_2, \dots$. В принципе может быть получена любая точка картины, т. е. к четвертой группе снова относятся все точки картинного плоского поля.

Мы видим, таким образом, что в интересующей нас процедуре имеется некоторое неизменное начало — фиксированная ее часть; кроме того, имеются различные переменные элементы, которые могут поочередно вкладываться в эту процедуру; затем имеется определенный рабочий аппарат и, наконец, еще одна группа переменных элементов, которые должны быть получены (тоже поочередно) в качестве окончательного результата, в качестве ответа.

Просматривая приведенные выше решения других задач 1 — 22, обнаруживаем в них такое же членение геометрических образов, участвующих в построении. Проводя аналогию с известными физическими агрегатами, выполняющими порученную им работу, условимся говорить здесь о действиях *геометрической машины*.

2. Каждая геометрическая машина имеет свое *устройство* (неизменные элементы первой группы). Она обладает также своими рабочими органами, с помощью которых и выполняется намеченная процедура (элементы третьей группы). В машину должен закладываться исходный материал, который, как принято говорить, подается на *вход машины* (элементы второй группы — элементы входа). После обработки машина выдает готовый продукт, он появляется на *выходе* (элементы четвертой группы — элементы выхода).

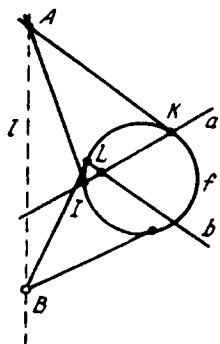


Рис. 131

Представление о геометрической машине позволяет выдвинуть на первый план геометрическое построение, или — в ином выражении — *геометрический алгоритм*, позволяет увидеть его как *самостоятельный объект*, заслуживающий внимательного изучения. Подобно тому, как при решении различных числовых задач вырабатывается понятие о порядке выполнения аналитических операций, об алгебраической формуле, так и при решении задач геометрических полезно обратиться к общему взгляду на геометрический алгоритм и на действующую с его помощью геометрическую машину. Одна и та же алгебраическая формула может оказываться

в центре внимания при решении самых разнообразных по своему внешнему содержанию практических задач. Точно так же и при изучении разнообразных инженерных задач в центре внимания может оказываться одна и та же геометрическая машина. Отметим некоторые существенные особенности этого нового для нас геометрического объекта.

3. На рис. 36 показан случай, когда на вход машины подается один геометрический элемент (точка) и на выходе появляется тоже один такой элемент (точка). Это простейший вариант сопоставления одинаковых элементов. Близким по смыслу является другой вариант, когда ставятся в соответствие, тоже по одному, разноименные геометрические образы. На рис. 131 показана машина, которая каждой точке плоскости ставит в соответствие одну прямую, и наоборот. Устройство этой машины — кривая второго порядка (в частности, окружность) f . Элементы входа — все точки плоскости; элементы выхода — все прямые. Рабочее построение (алгоритм) сводится к следующему: через элемент входа — точку A — проводим две касательные к кривой f . Через точки касания K и I прокладываем ответную прямую — a . Повторим это построение для точки B , получим прямую b . Тогда становится видно, как следует действовать, если точка L выбирается внутри очерка кривой f : от двух прямых $a \cdot b = L$ переходим к двум соответственным точкам $A \cdot B = I$. Сопоставление точек и прямых на плоскости, осуществляемое указанной геометрической машиной, имеет специальное название: *корреляция*. С корреляцией приходится встречаться во многих практических приложениях геометрического моделирования.

4. В общем случае на вход машины подается несколько (одноименных и различных) геометрических элементов и на выходе возникает один или несколько элементов. Обратимся, например, к рис. 88. Здесь к устройству машины можно отнести исключенную точку $U_1 = U_2$ и треугольник $A_1 B_1 C_1$. На вход машины подаются три

точки A_2, B_2, C_2 (в этот момент мы выбираем некоторую плоскость α в пространстве R^3) и две прямые l_1, l_2 (выбираем прямую l , инцидентную R^3). На выходе получаем две точки: M_1 и M_2 .

Заметим, что выход машины может быть *комплексным* или *многозначным*. Это всегда важное и порой тонкое различие. В случае комплексного выхода мы получаем сначала один элемент, затем (если нужно) второй, потом третий и т. д. Характерно, что каждый новый элемент возникает либо в результате повторной работы машины, либо с помощью дополнительных (и, как правило, более простых) геометрических механизмов. Так, на рис. 88 находим сначала точку M_2 . Если этого достаточно, то здесь можно остановиться. Если же требуется указать еще и точку M_1 , то она обнаруживается уже как «следствие» точки M_2 с помощью дополнительного простого механизма: перенос точек с прямой l_2 на прямую l_1 по направлению линии связи.

А в случае многозначного ответа два или несколько элементов выхода возникают одновременно и совершенно «равноправно». Так, на рис. 90 прямая l_2 пересекает эллипс $l_{2\phi}$ сразу в двух точках: M_2 и N_2 . Оба этих ответа появляются на одном и том же этапе, оба они порождены самой структурой действующего алгоритма. Многозначный выход свидетельствует о наличии в структуре машины кривых геометрических форм. А однозначный или однозначно комплексный выход подтверждает, наоборот, отсутствие таких форм. Машину или алгоритм ее именуют в таком случае *линейными*.

5. Существенной характеристикой геометрической машины является количество действующих на входе и на выходе ее свободных параметров. Термином «параметр» обычно обозначается числовая характеристика, которая сама по себе или в совокупности с другими такими характеристиками (параметрами) определяет изучаемый объект — предмет, явление, процесс. Параметрическое исчисление широко используется в физике, механике, математике. В геометрии свободно выбираемые параметры позволяют, как правило, выделять один геометрический элемент из данного множества с минимальными затратами, т. е. они характеризуют *размерность* геометрического множества (пространства). Поэтому термин «параметр» фактически равносильен здесь термину «координата». Однако использование координат подразумевает наличие определенной координатной системы. А выражение «параметр» освобождает нас в этом смысле от всякой конкретности и потому оказывается более удобным в процессе отвлеченного рассуждения.

На рис. 36 вход машины заполнен, когда выбрана точка B_1 — элемент плоского поля, т. е. элемент двупараметрического множества. На выходе определяется точка B_2 — тоже элемент двупараметрического множества. Следовательно, в данном случае геометрическая машина преобразует два параметра, подаваемых на вход,

в два параметра, возникающих на выходе. Условимся в дальнейшем прибегать к символической записи $M(2 \rightarrow 2)$, обозначающей отмеченные выше факты.

На рис. 71 или 76 показана машина, которой следует приписать символ $M(1 \rightarrow 1)$. В первом случае речь идет о переносе точек с прямой $x = y$ на прямую $y_1 = y_2$ (см. рис. 71). Во втором случае — о построении соответственных лучей в двух проективных пучках (U_1) и (U_2) .

На рис. 24, а представлена геометрическая машина $M(2 \rightarrow 1)$. На вход ее подается любая точка плоскости (два параметра), а на выходе определяется точка, принадлежащая прямой p_1 (один параметр).

Если в задаче 16 (см. с. 125, рис. 116) закрепить репер плоскости α и менять только положение точки M , то придем на модели к геометрической машине вида $M(3 \rightarrow 1)$, где три параметра на входе расходуются на выбор точек M_1, M_2 (проекции — взаимосвязаны), а один параметр на выходе — это число (искомое расстояние от точки до плоскости).

Наконец, обратившись к рис. 88, находим машину, символ которой отличается еще более высокими цифровыми данными: $M(7 \rightarrow 3)$. Параметры входа расходуются на выбор треугольника $A_2B_2C_2$ (три параметра; ср. 16.4), а также на выбор прямых l_1 и l_2 (четыре параметра). Комплексный выход машины содержит пару точек M_2 и M_1 (три параметра).

6. Приведенные примеры показывают, что обобщенный символ геометрической машины имеет вид $M(n \rightarrow m)$. По поводу этого символа следует высказать несколько замечаний.

Во-первых, на практике всегда соблюдается соотношение $n \geq m$. Число параметров входа почти всегда превышает число параметров выхода по той причине, что практические задачи решаются, как правило, с целью перехода от сравнительно сложной и не вполне определенной ситуации к более простой и по возможности определенной. Например, в задаче 2 (см. рис. 88) рассматриваются *два элемента* — плоскость α и прямая l , — которые могут занимать *различные положения* в пространстве. А решение этой задачи должно доставить *один элемент* — точку пересечения заданных геометрических образов — да еще при условии полного устранения неопределенности: когда положение и плоскости α , и прямой l жестко зафиксировано. Примерно так же обстоит дело и при изучении других существенных вопросов: ответ должен быть яснее и проще, чем начальные условия; $n \geq m$.

Во-вторых, в большинстве случаев удобно и естественно положить $m = 1$. Действительно, если машина позволяет определить m искомым параметров, то будем определять их по порядку, пооди-

ночке. Например, построив точку M_2 на рис. 88, найдем сначала координату (параметр) x , затем (если нужно!) координату y , а далее (если необходимо!) построим точку M_1 и определим последнюю искомую координату z . Поэтому, рассматривая различные геометрические машины, во многих случаях допустимо и полезно оперировать символом M ($n \rightarrow 1$).

Далее необходимо обратить внимание на возможность свободного преобразования некоторых элементов входа машины в элементы ее устройства. Мы уже столкнулись с этим при обсуждении задачи 16 (см. 16.5). Если, как было сказано, закрепить репер плоскости α , т. е. *если перевести элементы входа машины в элементы ее устройства*, то получим символ M ($3 \rightarrow 1$). Если же совершить обратное действие, т. е. перевести некоторые элементы устройства машины (в данном случае репер плоскости α) в элементы ее входа, то получим новый символ: M ($6 \rightarrow 1$). Здесь три параметра входа расходятся на выбор точек M_1 , M_2 и три параметра — на выбор репера плоскости α . На выходе имеем ответ — одно число.

Наконец, полезно увидеть прямую связь между понятием о работе геометрической машины и понятием о выполнении операции проектирования (см. 5.6 — 5.16). В самом деле, например, символ машины M ($3 \rightarrow 2$) ясно показывает, что речь идет о преобразовании элементов трехмерного геометрического множества (пространства) в элементы двумерного геометрического множества (пространства). Правда, говоря об операции проектирования, мы имели в виду (или, скорее, подразумевали), что сопоставляются друг с другом непременно *точечные* множества. А машина, как мы видели, оперирует и с прямыми, и с кривыми линиями, и вообще с произвольными геометрическими образами. Но это различие здесь совсем несущественно. Ведь сам символ M ($3 \rightarrow 2$) ясно показывает, что геометрическое множество, имеющее размерность 3, может быть представлено как пространство точек, а множество, имеющее размерность 2, претворяется, если угодно, в плоское поле точек. В этом и состоит смысл изучаемых нами процессов моделирования (ср., например, рис. 29, 50, 58 и др.).

Что же касается общего случая M ($n \rightarrow m$), то здесь можно, очевидно, говорить либо о проектировании точек пространства R^n , либо о сопоставлении фигур, вложенных в пространство R^3 (или R^2), но определяемых соответствующим числом свободных параметров (ср. рис. 7 и пояснения к нему). В любом случае уместно утверждать, что *с помощью геометрической машины осуществляется всегда некоторая — обобщенно понимаемая — операция проектирования*.

После этого остается отметить, что геометрические машины и алгоритмы, конечно, имеет смысл рассматривать не только на

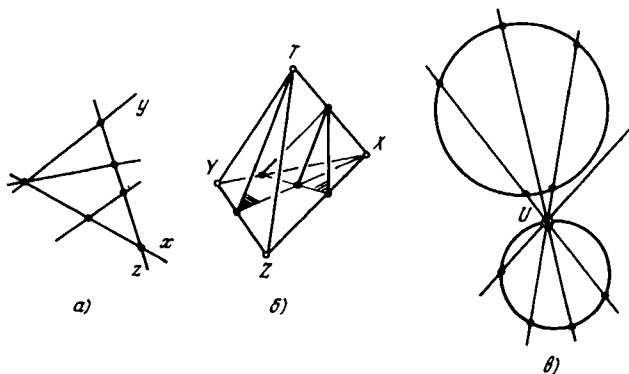


Рис. 132

плоскости, но и в трехмерном (и даже в многомерном) пространстве. Тогда становится понятным и справедливым и обратное утверждение: *всякая операция проектирования представляет собой некоторую геометрическую машину* (см., например, рис. 24, 26, 27 и др.).

7. На примерах мы убедились, что важный цифровой символ геометрической машины связан с исчислением параметров. Иногда это исчисление совершается очень просто, когда речь идет о хорошо известных геометрических множествах, например о точках на прямой, на плоскости, в трехмерном пространстве. А как подсчитать число параметров, встречаясь с более сложными или просто с неизвестными, новыми геометрическими многообразиями? Здесь можно высказать только общую рекомендацию, заметив, что параметраж данного множества обычно подсчитывают, опираясь на другие множества, размерность которых уже известна. Легче всего усвоить эту процедуру, выполнив несколько конкретных упражнений, начиная с самых простейших. Сделаем несколько шагов в указанном направлении.

Упражнение 1. Какую размерность имеет множество прямых на плоскости?

Зафиксируем на плоскости тройку прямых x, y, z , составляющих треугольник (рис. 132, а). Тогда *любую* прямую на этой плоскости можно выделить, выбрав пару точек на сторонах отмеченного треугольника. Но размерность множества точек, расположенных на x (или на y, z), равна единице. Значит, интересующий нас параметраж $p = 1 + 1 = \dots 2$.

Упражнение 2. Какую размерность имеет множество плоскостей в пространстве?

Фиксируем в пространстве прямые, составляющие тетраэдр $XYZT$ (рис. 132, б). Тогда *любую* плоскость можно выделить, выбрав тройку точек на прямых ребрах тетраэдра. Размерность каждого

множества, в котором выбирается точка, равна 1. Значит, параметраж для множества плоскостей $p = 1 + 1 + 1 = 3$.

Упражнение 3. Какую размерность имеет множество кривых второго порядка на плоскости?

Репер такой кривой содержит пять точек общего положения (см. 1.5). Выделим на плоскости пучок прямых (U). Выбирая на лучах пучка (рис. 132, *в*) по одной или по две точки, зададим *любую* кривую. Следовательно, здесь $p = 5$.

Упражнение 4. Какую размерность имеет множество прямых в пространстве?

Фиксируем в пространстве четверку плоскостей, образующих тетраэдр $XYZT$ (рис. 132, *б*). *Любую* прямую можно выделить, указав пару точек на плоскостях — гранях тетраэдра. Размерность множества (плоского поля), в котором выбираем точку, равна 2. Следовательно, здесь $p = 2 + 2 = 4$.

Обзор этих упражнений показывает, что во всех случаях, определяя параметраж множества, мы заранее фиксируем некоторую систему геометрических образов. Размерность каждого такого образа должна быть известна и минимальна, а все они, вместе взятые, должны позволять выделить *любой* элемент из интересующей нас совокупности. Рекомендуется продолжить самостоятельно аналогичные упражнения, пока не появится уверенность в решениях.

8. Понятие о геометрической машине является полезным и плодотворным познавательным инструментом, позволяющим с новой точки зрения рассматривать изучаемые нами теоретические и практические задачи начертательной геометрии. На это понятие мы будем неоднократно опираться в дальнейшем на всем протяжении учебного курса, в особенности же в тех разделах его, где речь будет идти о расчетных и познавательных геометрических моделях (см. гл. 5 и 6).

Глава 3

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ

§ 17. Задача построения дополнительного поля проекций

1. Модель, построенная по методу двух изображений, содержит, как мы уже знаем (см. § 9), два поля проекций. Теоретически этого вполне достаточно для получения однозначной (изоморфной) в целом модели. Однако на практике часто требуется иметь еще одно дополнительное или даже несколько дополнительных проекционных отображений исходного объекта. Что заставляет стремиться к этому?

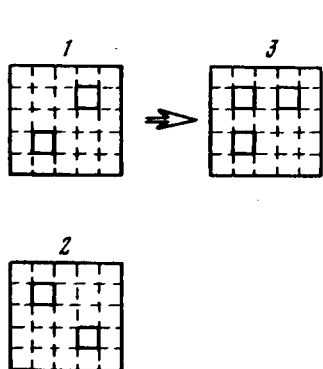


Рис. 133

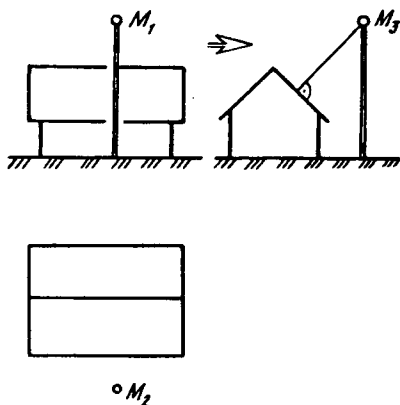


Рис. 134

Во-первых, конечно, *сложность* изображаемого предмета и *условия видимости*, с которыми на практике всегда приходится считаться. Например, на рис. 133 показана в ортогональных проекциях очень простая деталь прямоугольной формы со сквозными отверстиями. Чтобы выявить это внутреннее ее устройство, нужно прибегнуть к специальной символике — к пунктирным линиям. Но и специальная символика не решает дела, поскольку, наблюдая два поля проекций, мы не можем определить, сколько же имеется сквозных отверстий — шесть, семь или восемь? Ответить на этот вопрос помогает третья дополнительная проекция, указанная на рисунке стрелкой. Эта проекция подтверждает, что имеется семь сквозных отверстий.

Во-вторых, в новом поле проекций иногда значительно облегчается *выполнение необходимых измерений*. Например, на рис. 134 промоделированы в ортогональных проекциях промышленный корпус и расположенная возле него мачта. На каком расстоянии находится конец мачты от крыши здания? Для решения этой задачи на указанной модели необходимо выполнить специальные построения (попробуйте осуществить их, возвратившись к § 14). А дополнительная проекция, отмеченная на рис. 134 стрелкой, позволяет прямо измерить интересующее нас расстояние d .

В-третьих, практика инженерного проектирования нередко требует сопоставления различных проекционных систем. Например, проект сооружения выполнен в ортогональных проекциях, а наглядное представление о нем может дать перспективное изображение. Значит, требуется систему ортогональных проекций сопоставить с дополнительной центральной проекцией. Или другой пример — здание, подлежащее реконструкции, фотографируется с двух различных позиций, т. е. возникает общий вариант метода двух изо-

бражений. А для производства работ требуется подготовить обмерные чертежи, выполнив их в ортогональных проекциях. Следовательно, две центральные проекции (фотографии) необходимо сопоставить с эпюром Монжа.

Если, наконец, отвлечься от конкретных вопросов строительно-го проектирования и взглянуть на эту проблему в более широком плане, то можно заметить, что, используя дополнительные проекционные отображения объекта, мы по-новому классифицируем составляющие его элементы (ср. 5.6 — 5.16), т. е. глубже его познаем и свободнее, можно сказать, живее его наблюдаем. В этом широком смысле сопоставление проекционных изображений служит моделью сопоставления различных точек зрения, разных мнений и оценок, относящихся к одному и тому же предмету. Во всяком случае перечисленные выше соображения позволяют сказать, что задача построения дополнительного поля проекций имеет практическое значение и заслуживает внимательного изучения.

2. Иногда эта задача решается чисто техническими средствами: в тех случаях, например, когда предмет удастся просто сфотографировать с новой позиции или когда тень, падающая от предмета, доставляет необходимую дополнительную информацию, т. е. как раз и обрисовывает его проекцию в третьем поле, и т. п.

Но для нас представляет интерес работа не с предметом, а с его геометрической моделью. Предполагается, что сам предмет или недоступен, или отсутствует, как это бывает, когда проектируется новое строительное сооружение. Тогда возникает необходимость по имеющейся информации, доставляемой *изоморфной* моделью предмета, строить его дополнительную проекцию, возникающую в результате выбора нового центра проекций S_3 и новой картинной плоскости π_3 .

Разумеется, все эти действия — выбор центра S_3 и плоскости π_3 , проектирование в новой системе интересующих нас точек $A, B, C, \dots$ пространства R^3 на новую картину и, наконец, размещение полученного изображения на той плоскости, которая фактически находится в руках исполнителя, — все эти действия, теоретически говоря, могут быть выполнены средствами исходной изоморфной модели. В самом деле, перечисленные здесь этапы построения сводятся к решению известных нам позиционных и, может быть, некоторых частных метрических задач: через точки S_3 и A нужно провести прямую $l = S_3A$, затем пересечь прямую l с данной плоскостью π_3 и т. д. Однако такой образ действий, если его осуществлять в полном объеме, оказывается слишком громоздким и мало эффективным. Поэтому должны быть выявлены и освоены наиболее лаконичные алгоритмы, позволяющие находить новую

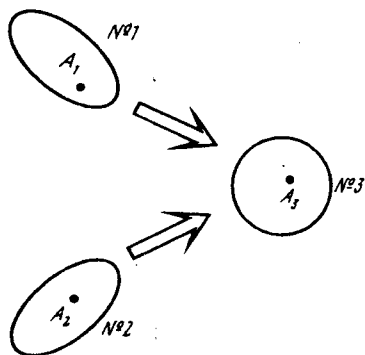


Рис. 135

проекцию предмета по двум имеющимся его проекциям, образующим исходную изоморфную модель.

3. Итак, будем считать, что в нашем распоряжении находятся два *основных* проекционных поля, обозначенные на рис. 135 номерами 1 и 2. В этих полях указана модель точки A — элементы A_1 и A_2 . Требуется указать максимально простое геометрическое построение, позволяющее обнаружить элемент A_3 — проекцию той же самой точки A в дополнительном проекционном поле №3 (рис.

135). Иными словами, требуется выявить геометрическую машину (ср. § 16), способную осуществлять намеченное действие. Общий символ этой машины нетрудно записать заранее: $M(3 \rightarrow 2)$. Действительно, на вход машины будет подаваться пара связанных между собой элементов A_1 и A_2 , моделирующих точку трехмерного пространства, т. е. определяемых тремя свободными параметрами. А на выходе машины получаем точку A_3 в плоском поле 3, т. е. находим два ответных параметра (две координаты точки A_3).

Для решения поставленной задачи используем индуктивный метод: сначала рассмотрим несколько частных вариантов решения, возникающих при частных предварительных условиях, а затем постараемся охватить их общей геометрической схемой. Но прежде чем обратиться к конкретным примерам, остановимся на вопросе о выборе нового центра проекций S_3 и новой картинной плоскости π_3 .

4 Полезно различать два крайних случая: в первом случае новый проекционный аппарат жестко продиктован условиями поставленной задачи и не допускает никаких вариаций; во втором случае его действительно «выбирают», т. е. он зависит от решения проектировщика-исполнителя и это решение является элементом некоторого множества равновозможных комбинаций.

Например, представим себе, что на модели указан точечный источник освещения L (прожектор) и требуется построить тень, падающую от строительной конструкции на фасад здания (рис. 136, эпюр Монжа). Очевидно, точка L — это новый центр проектирования: $L = S_3$. Новая плоскость проекций π_3 — это плоскость фасада здания. Таким образом, проекционный аппарат вполне определен условиями задачи, ничего менять здесь нельзя и остается только, изображая отдельные световые лучи, строить падающую тень конструкции — дополнительную ее проекцию (на рисунке показана тень точки A).

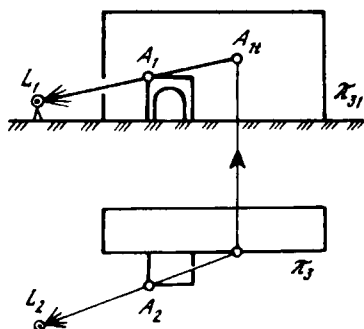


Рис. 136

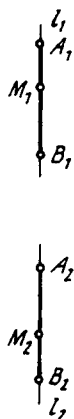


Рис. 137

Противоположную крайнюю ситуацию обрисовывает задача, приведенная на рис. 137. Здесь, на эпюре Монжа, промоделированы профильная прямая $l = AB$ и точка M . Необходимо выяснить: принадлежит точка M прямой l или расположена вне ее? Построим дополнительную проекцию указанных элементов. Для этого можно выбрать *какой-нибудь* новый центр S_3 и *какую-нибудь* новую плоскость π_3 . Имеется *множество возможностей*, и проектировщик теоретически почти ничем не связан в своих действиях (почему «почти»?). Он будет руководствоваться соображениями практического удобства построений, но это уже элементы его свободного решения.

Значительно чаще приходится встречаться с промежуточными вариантами, когда выбор нового проекционного аппарата *отчасти* свободен, *отчасти* ограничен или даже предreshен. Например, на рис. 134 при построении дополнительной проекции приходится позаботиться о том, чтобы эта проекция была ортогональной и чтобы плоская поверхность крыши — обозначим ее α — заняла проектирующее положение по отношению к картине π_3 . Только при таких условиях расстояние от точки M до плоскости α можно измерить непосредственно. Но в таком случае возникают ограничения: точка S_3 должна принадлежать плоскости α , прямая S_3M должна быть перпендикулярна картине π_3 , и при выборе S_3 необходимо позаботиться, чтобы она оказалась несобственной точкой. Соблюдением этих ограничений еще не вполне определяется положение центра S_3 и плоскости π_3 . Остальное зависит от свободного выбора проектировщика.

5. После того как новый проекционный аппарат определен и

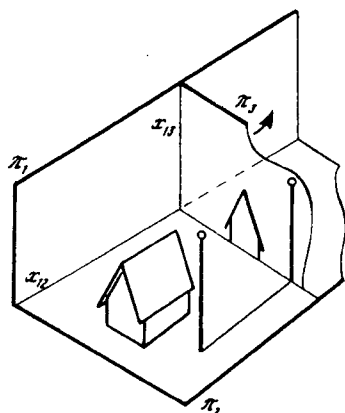


Рис. 138

установлен, в пространстве R^3 на новой картине π_3 может быть получена дополнительная проекция предмета. Что же дальше? Как переместить эту дополнительную проекцию на ту плоскость, где расположена основная, исходная модель, где фактически выполняется вся графическая работа?

Иногда плоскость π_3 просто *накладывают* на основное картинное поле, соблюдая определенную связь с имеющимися проекциями или размещая новое изображение произвольно — в удобном месте и в удобной ориентации. Такой прием использован, в частности, на рис. 134, где третья проекция

получена путем поворота плоскости π_3 вокруг линии пересечения ее с π_1 (рис. 138). Новое изображение оказывается проекционно связанным с первым полем.

Иногда проекцию, полученную на π_3 , еще раз перепроектируют, чтобы получить ее отображение на основной картине. Такой прием использован, например, на рис. 136, где точка A_1 , (и все другие точки падающей тени, если их построить) возникает в результате повторного проектирования: сначала в R^3 точка A проектируется из центра L на плоскость π_3 , затем из центра S_1 полученная проекция A , переносится на основную картину — на плоскость π_1 .

Иногда и тот, и другой прием действуют совокупно. Например, на рис. 136 контур падающей тени, если он представляет самостоятельный интерес, можно вычертить отдельно от основных изображений. Тогда суммируются две операции: проектирование (π_3 на π_1) и перемещение. А на рис. 134 можно показать третью проекцию в увеличенном или уменьшенном масштабе. Тогда суммируются две операции: наложение (π_3 на π_1) и проектирование (центральное проектирование на параллельную плоскость).

В общем случае важно, чтобы полученное на π_3 дополнительное изображение после всех возможных трансформаций сохраняло прямолинейность форм, т. е. чтобы точки, лежащие на любой прямой линии, переходили в точки, снова лежащие на прямой. Такая связь двух плоских полей ранее была названа *коллинеацией* (см. § 6). Можно сказать, следовательно, что в общем случае изображение, которое мы хотим построить в поле 3 (см. рис. 135), является *новой проекцией предмета* или *коллинеарно трансформированным отображением этой проекции*.

§ 18. Построение дополнительной ортогональной проекции на эюре Монжа

1. Рассмотрим прежде всего ряд частных вариантов построения дополнительного проекционного изображения, предполагая, что исходным материалом является система Монжа. Начнем с того, что наметим положение нового проекционного аппарата — S_3 и π_3 , — а также способ переноса полученного изображения на основную картину — на плоскость π_1 .

Расположим плоскость π_3 перпендикулярно π_1 , произвольно наклонив ее по отношению к π_2 (рис. 139). Установим ортогональное проектирование на плоскость π_3 , т. е. примем, что центр S_3 удален в бесконечность по направлению, перпендикулярному π_3 . Получив новое изображение, совместим плоскость π_3 с π_1 , развернув ее вокруг линии их пересечения x_{13} (или совместим π_3 с π_2 , развернув ее вокруг линии пересечения $x_{23} = \pi_2 \cdot \pi_3$).

2. Учитывая все эти предварительные условия, постараемся выявить устройство и алгоритм геометрической машины, которая пару точек M_1 и M_2 , выбранных в основных полях, переводит в искомую точку M_3 , принадлежащую третьему полю. Структуру этой геометрической машины нетрудно установить с помощью рис. 139. Действительно, плоскости π_1 и π_3 , центры S_1^∞ и S_3^∞ образуют обычную систему ортогональных проекций, поэтому после разво-

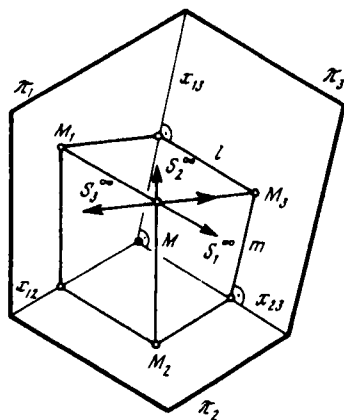


Рис. 139

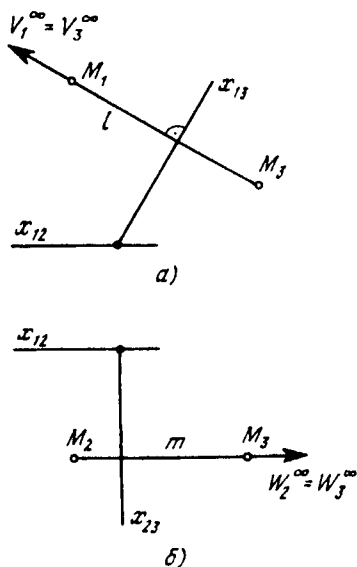


Рис. 140

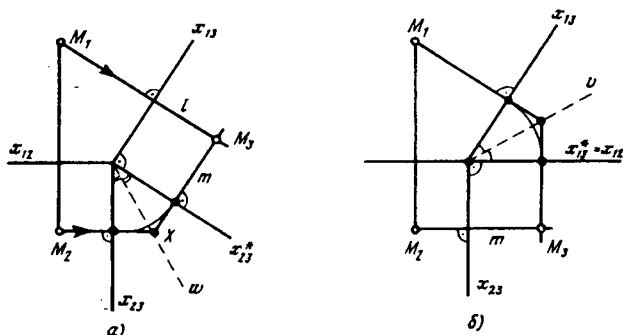


Рис. 141

рота плоскости π_3 вокруг линии x_{13} получаем пару точек M_1 и M_3 , лежащих на линии связи $l = M_1 \cdot M_3$. Прямая l направлена, как и полагается, в несобственную исключенную точку $V^\infty_1 = V^\infty_3$ (рис. 140, а).

С другой стороны, плоскости π_2 и π_3 , центры S^∞_2 и S^∞_3 тоже образуют систему ортогональных проекций, отличающуюся от обычной только тем, что угол между плоскостями π_2 и π_3 , вообще говоря, не прямой. В данном случае это обстоятельство не играет существенной роли, и после разворота π_3 вокруг линии x_{23} получаем пару точек M_2 и M_3 , лежащих на линии связи $m = M_2 M_3$. Прямая m тоже направлена в свою несобственную исключенную точку $W^\infty_2 = W^\infty_3$ (рис. 140, б).

Таким образом, точка M_3 , которую мы хотим найти, может быть обнаружена на пересечении двух прямых l и m (см. рис. 139), если мы изобразим обе эти прямые на рис. 140, а (поворот π_3 вокруг x_{13}) или на рис. 140, б (поворот π_3 вокруг x_{23}). Как это можно сделать, показано на рис. 141, а, б.

В случае разворота вокруг линии x_{13} прямая x_{23} занимает положение x_{23} (рис. 141, а), перпендикулярное x_{13} (ср. рис. 139). Поэтому линию m можно найти, проводя сначала через M_2 прямую $M_2 W^\infty_2$, параллельную x_{12} , а затем через точку X — прямую m , параллельную x_{13} . Точка X , как это следует из рисунка, лежит на биссектрисе угла, образованного следами плоскости π_3 : линиями x_{23} и x_{23} .

В случае разворота вокруг линии x_{23} прямая x_{13} занимает положение $x^*_{13} = x_{12}$ (рис. 141, б), перпендикулярное x_{23} . Поэтому линию l можно найти, проводя сначала через M_1 прямую $M_1 V^\infty_1$ (перпендикулярную x_{13}), а затем через точку X — прямую l , параллельную x_{23} . Точка X , как понятно из рисунка, лежит на биссектрисе угла, образованного следами плоскости π_3 : линиями x_{13} и x_{13} .

3. Теперь остается, отбросив на рис. 141, а, б все лишние элементы, которые привлекались нами для пояснений в процессе

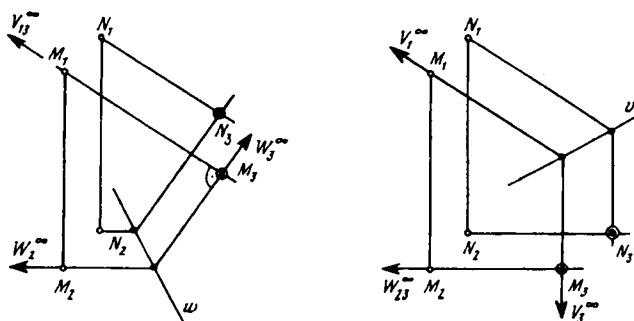


Рис. 142

рассуждения, показать отчетливо устройство искомой геометрической машины и ее действующий рабочий орган — алгоритм.

В первом случае (рис. 142, а) в устройство машины входят три несобственные точки — V_{13}^{∞} , W_2^{∞} , W_3^{∞} — и связующая прямая w . На рисунке показано, как на вход машины подаются точки M_1 , M_2 и находится ответный элемент M_3 ; как на вход ее подаются точки N_1 , N_2 и находится ответный элемент N_3 . Теперь построение дополнительной третьей проекции обеспечено, и притом максимально простыми средствами.

Во втором случае устройство машины аналогично (рис. 142, б). Оно отличается только названиями несобственных точек W_{23}^{∞} , V_1^{∞} , V_3^{∞} и связующей прямой v , а также расположением этих элементов в основных полях проекций. Здесь тоже в качестве примера показано воздействие машины на пары точек M_1 , M_2 и N_1 , N_2 .

Понятно, что устройство машины зависит от расположения нового проекционного аппарата, а также от способа переноса полученного изображения на основную картину. Мы уже знаем (см. 17.4), что иногда все эти факторы жестко продиктованы условиями поставленной задачи, а иногда они более или менее свободно назначаются исполнителем. Поэтому полезно отметить, что тот вариант построения, который здесь рассматривается (см. 18.1, рис. 139), позволяет свободно выбирать только точку V_{13}^{∞} на рис. 142, а. Точка W_2^{∞} должна принадлежать оси x_{12} , а точка W_3^{∞} задана перпендикуляром к линии $V_{13}^{\infty}M_1$, т. е. положение их фактически фиксировано. Связующая прямая w после выбора точки V_{13}^{∞} фиксирована по своему направлению (биссектриса), но имеет свободу параллельного перемещения по плоскости картины.

Аналогично, на рис. 142, б можем выбрать свободно только точку V_1^{∞} , а связующую прямую v допускается перемещать по картине, сохраняя ее направление.

4. Структуру выявленной геометрической машины полезно иногда слегка видоизменять, уменьшив число прямых линий в ее

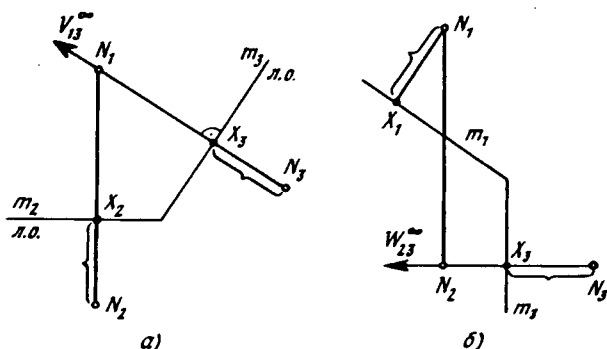


Рис. 143

алгоритме за счет включения в него некоторых измерительных операций. С этой целью, возвращаясь к рис. 142, а, заметим, что точки M_2 , N_2 , как и точки M_3 , N_3 , лежат на параллельных прямых, разделенных одинаковым расстоянием (линия w — биссектриса угла!). Поэтому можно, включив в устройство машины точку V_{13}^{∞} и пару прямых m_2 , m_3 , параллельных соответственно x_{12} и x_{13} (рис. 143, а), находить каждую новую точку N_3 в дополнительном поле, проводя одну линию $V_{13}^{\infty} N_1$ и выполняя два измерения: откладывая расстояние $X_2 N_2$ вдоль прямой n от точки X_3 , принадлежащей прямой m_3 (см. рисунок). Линии m_2 , m_3 назовем в этом случае *линиями отсчета*. Аналогично, хотя с несколько меньшим удобством, можно действовать и в рамках второй схемы (рис. 143, б).

5. Ослабим теперь требование к расположению плоскости π_3 (см. 18.1, рис. 139) и допустим, что она произвольно наклонена по отношению к π_1 и π_2 . Сохраним, однако, ортогональный характер проектирования, т. е. расположим центр S_3 в бесконечности по направлению, перпендикулярному π_3 .

Тогда по-прежнему плоскость π_3 можно совместить с π_1 или π_2 , разворачивая ее вокруг следа x_{13} или x_{23} . По-прежнему связь первого и третьего (или второго и третьего) проекционных полей будет иметь простейший вид (см. рис. 140). Как и прежде, имеем l , перпендикулярную x_{13} , и m , перпендикулярную x_{23} . Однако следы x_{13} и x_{23} в совмещенном положении уже не будут взаимно перпендикулярны (ср. рис. 14). Не будут взаимно перпендикулярны и прямые l , m , на пересечении которых находится точка M_3 . Угол между этими следами (или между прямыми l , m) нужно найти, исходя из конкретного расположения плоскости π_3 . Но как только этот угол будет найден, мы вправе повторить образ действий, продемонстрированный на рис. 141, а, б, и в результате построим геометрическую машину, по своей сути аналогичную той, что была показана на рис. 142, а, б. В

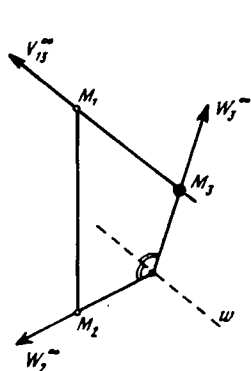


Рис. 144

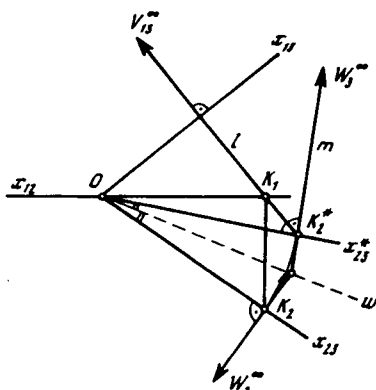


Рис. 145

устройство машины войдут несобственные точки V_{13}^{∞} , W_2^{∞} , W_3^{∞} , связующая прямая w и т. д. (рис. 144). Как видно из рисунка, изменяются только направления на точки W_2^{∞} , W_3^{∞} . Как же определить эти направления? Проследим за ходом построений (рис. 145).

Точки V_{13}^{∞} и W_2^{∞} выбираем свободно (или они продиктованы условиями задачи). Из произвольно выбранной точки O , инцидентной x_{12} , проводим следы плоскости π_3 : $x_{13} \perp V_{13}^{\infty}$ K_1 ; $x_{23} \perp W_2^{\infty}$ K_2 ; где K — какая-либо точка на плоскости π_2 . Заметим, что след x_{13} для построения не нужен и показан на рисунке для ясности (ср. рис. 141, а). Далее из точки O радиусом OK_2 делаем засечку на линии V_{13}^{∞} K_1 . Получаем точку K_2^* и линию $OK_2^* = x_{23}$. Очевидно, x_{23} — это совмещенный с π_1 след плоскости π_3 , линия m , перпендикулярная x_{23} , определяет направление на точку W_3^{∞} , а биссектриса угла между x_{23} и x_{23} , как и в предыдущих вариантах, служит связующей прямой w . После устранения всех предварительных вспомогательных построений получаем схему геометрической машины, указанную уже на рис. 144. Попробуйте самостоятельно найти вариант этой схемы, возникающий при совмещении π_3 с π_2 .

6. Итак, построение дополнительной ортогональной проекции на эпюре Монжа можно осуществлять согласно схемам, предложенным на рис. 142 — 144. В последнем случае допускается свободный выбор плоскости π_3 (или центра S_3^{∞}), но зато усложняются предварительные операции, которые необходимо выполнить, для того чтобы правильно задать точку W_3^{∞} и связующую прямую w . Для закрепления навыков рекомендуется каждую из этих схем использовать при построении дополнительной ортогональной проекции какого-нибудь простого объекта, после чего сравнить затраты труда и полученные результаты. Важно убедиться, что переход от рис. 142, а к рис. 142, б приводит лишь к повороту получаемого изображения,

а переход от рис. 142 к рис. 143 только изменяет содержание выполняемых операций. Какие практические преимущества дает схема, указанная на рис. 144?

§ 19. Построение дополнительной параллельной проекции

1. Ослабим еще более требования, предъявляемые к новому проекционному аппарату (ср. 18.1 и 18.5).

Плоскости π_3 придадим произвольное расположение, а центр S_3 должен быть бесконечно удален. Получив новое изображение, плоскость π_3 совместим с π_1 или с π_2 . Иными словами, будем стремиться построить в новом поле параллельную проекцию произвольного вида. Исходным материалом по-прежнему является эпюр Монжа.

На рис. 146 показана соответствующая пространственная конструкция. Понятно, что и в этом случае плоскости π_1 , π_2 и центры S_1^∞ , S_3^∞ порождают модель, построенную по методу двух изображений, поэтому на модели точки M_1 и M_3 будут связаны соответственными лучами двух проективных пучков (V_1) и (V_3) (ср. с рис. 73). Аналогично, плоскости π_2 , π_3 и центры S_2^∞ , S_3^∞ образуют такую же систему, следовательно, на модели точки M_2 и M_3 тоже будут связаны соответственными лучами двух проективных пучков (W_2) и (W_3). Значит, точку M_3 , как и прежде, можем обнаружить на π_3 , пересекая между собой прямые l и m . Но найти эти прямые теперь труднее. Прямая l не перпендикулярна следу x_{13} , а прямая m — следу x_{23} . Между собой они образуют, вообще говоря, не прямой угол. Однако изобразим эту конструкцию прямо на эпюре Монжа, и поиск прямых l , m будет значительно облегчен.

2. На рис. 147 показаны в ортогональных проекциях плоскость

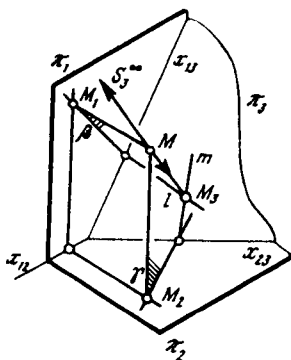


Рис. 146

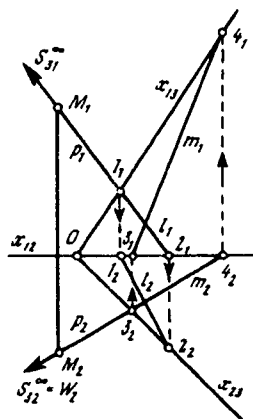


Рис. 147

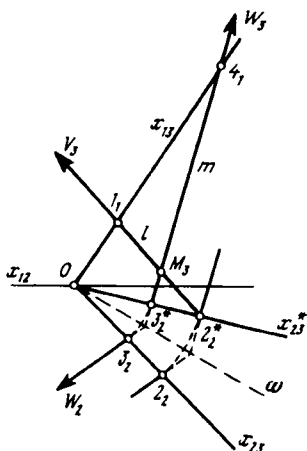


Рис. 148

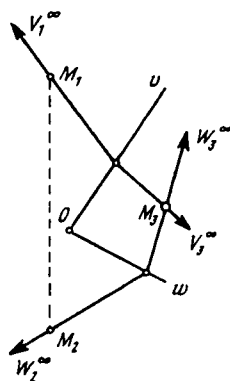


Рис. 149

π_3 , заданная своими следами, точка M и луч $S_3 \cdot M = p$. Проведем через прямую p проектирующую плоскость β , перпендикулярную π_1 (ср. с рис. 146). Пересекаясь с π_3 , она как раз и дает прямую l . Проекция l на эпюре — l_1 и l_2 — легко указать. Аналогично, проводя через p проектирующую плоскость γ , перпендикулярную π_2 (ср. с рис. 146), находим проекции m_2 и m_1 прямой m , инцидентной π_3 . Теперь остается указать положение следа x_{23}^* после поворота плоскости π_3 вокруг x_{13} , и направление прямых l, m в дополнительном поле проекций будет определено.

В частном случае такая операция была проделана на рис. 141, а общий вариант построения показан на рис. 145. Не повторяя всех деталей, укажем на рис. 148 окончательный результат: точки 2_2^* и 3_2^* , перенесенные на след x_{23}^* , позволяют провести прямые $l = l_1 2_2^*$ и $m = 4_1 3_2^*$. Вспомним теперь, что l — это луч пучка (V_3) с несобственной вершиной, а m — это луч пучка (W_3) , тоже имеющего несобственную вершину. Значит, в третьем поле все остальные прямые, связывающие третью проекцию с первой, проходят параллельно l , а все прямые, связывающие третью проекцию со второй, проходят параллельно m . Для лучей пучков (V_1) и (V_3) связующей линией или, как мы говорили ранее, *осью перспективности* служит, очевидно, прямая x_{13} , поскольку при вращении плоскости π_3 она остается неподвижной. А для лучей пучков (W_2) и (W_3) тоже появляется своя ось перспективности w , поскольку эти пучки имеют совпавший общий элемент (ср. с рис. 75!) — несобственную прямую, на которой лежат точки W_2^∞ и W_3^∞ .

Ось перспективности w нетрудно обнаружить, пересекая парал-

лельные лучи, проходящие через точки $2_2, 3_2$ с параллельными лучами, проходящими через точки $2_2^*, 3_2^*$ (рис. 148).

3. Итак, структура искомой геометрической машины выявлена. Она представлена на рис. 149. В устройство машины входят четыре несобственные точки $V_1^\infty, V_3^\infty, W_2^\infty, W_3^\infty$ и две прямые $v = x_{13}$ и w . Алгоритм, позволяющий элементы входа — пару точек M_1, M_2 — перевести в элемент выхода — в точку M_3 , — содержит четыре прямых линии. Первые две проводятся через M_1 и M_2 , вторые две определяют своим пересечением M_3 .

Чем отличается эта структура от всех предыдущих (рис. 142 — 144)?

Во-первых, тем, что четыре точки — вершины пучков различны: ни в одной паре совпадений нет. Более того, таких совпадений, вообще говоря, и быть не должно, поскольку расстояния между соответственными лучами пучков (V_1) и (V_3) *не равны*. Вращая третье поле, можно, конечно, совместить друг с другом точки V_1^∞ и V_3^∞ , но тогда соответственные лучи пучков пойдут, не совпадая, параллельно друг другу и простая связь между ними (ось перспективности) будет утрачена. В аналогичном положении находится и пара W_2^∞ — W_3^∞ .

Во-вторых, прямые v и w не являются биссектрисами углов между соответственными лучами, так как расстояния между этими лучами, как отмечалось, не равны.

В-третьих, все элементы этой структуры можно выбирать практически произвольно. Разумеется, некоторые ограничения продиктованы самой схемой: вершины пучков должны быть несобственными (т. е. они лежат на одной, в данном случае бесконечно удаленной, прямой), а оси перспективности v и w не должны проходить через соответствующие им вершины, так как в этом случае они теряют свое функциональное назначение. Но в остальном — свобода выбора не ограничена.

4. Заметим, что число свободных параметров, которыми мы располагаем при выборе устройства геометрической машины, в точности соответствует тем возможностям, которые предусматриваются при выборе нового проекционного аппарата в R^3 и при переносе изображения с плоскости π_3 на основную картину. Например, при построении параллельной проекции мы выбираем свободно в пространстве плоскость π_3 , затрачивая при этом три параметра, несобственный центр S_3^∞ (используем два параметра, поскольку центр проектирования должен быть бесконечно удален) и свободно назначаем положение нового изображения на основной картине, что требует затраты трех параметров: двух — на перемещение какой-либо точки M_3 , одного — на поворот всего изображения. В итоге имеем восемь *степеней свободы*. Эти же восемь степеней

обнаруживаем и в устройстве машины: выбор вершин пучков на несобственной прямой требует затраты четырех параметров, выбор оси перспективности v предусматривает использование двух параметров и выбор оси w — еще двух параметров. Аналогичные соотношения можно выявить и при анализе других приведенных схем (см. рис. 142 — 144). Важно понять, что увеличение наших возможностей при подборе формы, размеров и расположения нового изображения обеспечивается все более и более свободным расположением элементов, входящих в устройство геометрической машины. Но если конкретное положение проекционного аппарата продиктовано условиями задачи и должно быть соблюдено, то проявляется обратное соотношение: чем свободнее поставлен проекционный аппарат в R^3 , тем сложнее и кропотливее наш труд по выявлению данного конкретного варианта.

Так, на рис. 142 свободно оперируем только двумя параметрами (точка V_{13}^∞ и перемещение прямой w), на рис. 144 — тремя параметрами (выбор точек V_1^∞ , W_2^∞ и перемещение прямой w), а на рис. 149 в нашем распоряжении уже восемь параметров. Резко возрастают возможности при подборе вида и положения нового изображения. Но зато, зафиксировав плоскость π_3 и центр S_3 , выявляем конкретное устройство машины, представленной на рис. 141, сравнительно легко, на рис. 145 — сложнее, а на рис. 147, 148 — еще более сложно.

В качестве примера на рис. 150 показано построение параллельной проекции произвольного вида. Исходным материалом служат ортогональные проекции простого предмета. Рекомендуется проследить, как будет трансформироваться дополнительное изображение, если постепенно изменять положение линии связи — прямой v , положение вершины пучка параллельных прямых — точки W_3^∞ и т. п. Упражнения такого рода очень полезны для желающих глубже понять взаимосвязь пространства и его отображения на плоскости.

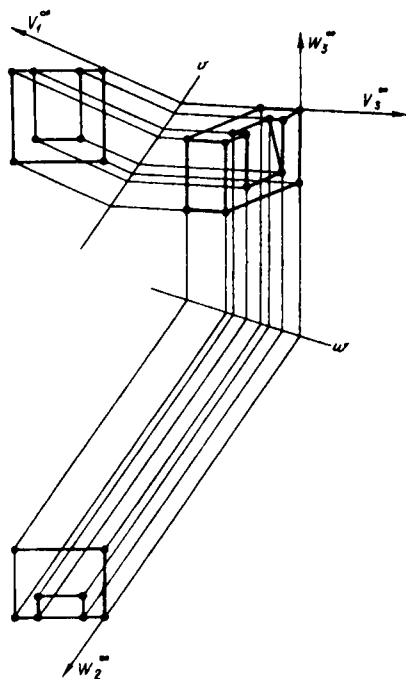


Рис. 150

§ 20. Построение дополнительной центральной проекции

1. До сих пор мы предполагали, что новый центр S_3 непременно находится на несобственной плоскости, т. е. речь шла о параллельном проектировании. Откажемся от этого ограничения.

Расположим центр S_3 на конечном расстоянии, а плоскость π_3 направим перпендикулярно π_2 . Полученное новое изображение произвольным образом разместим на основной картине.

Исходный материал, как и прежде,—эпюр Монжа (рис. 151).

Поиск геометрической машины, позволяющей строить дополнительное поле проекций, направим по тому же пути: сначала рассмотрим связь полей проекций в системе $S_1 — \pi_1$; $S_3 — \pi_3$, затем в системе $S_2 — \pi_2$; $S_3 — \pi_3$ и в конце концов объединим эти связи, замкнув их на плоскости π_3 .

2. Рассматривая рис. 151, нетрудно заметить, что центры S^{∞}_1, S_3 определяют на плоскостях π_1, π_3 исключенные точки V_1 и V_3 , а во второй системе (центры S^{∞}_2, S_3) возникают исключен-

ные точки W_2 , W^∞_3 . Только последняя из них — несобственная. Именно через эти элементы и будут проходить прямые, связывающие проекции точки в первом и третьем, во втором и третьем полях проекций (ср. с рис. 149).

На рис. 152, а показана — в пространстве — связь проекций M_1 и M_3 для произвольной точки M . Лучи пучков (V_1) и (V_3) пересекаются на прямой x_{13} в точке I , где сходятся три плоскости: π_1 , π_3 и $\gamma = S_1^\infty \cdot S_3 \cdot M$.

Если теперь плоскость π_3 произвольным образом (как это и было обусловлено) наложить на π_1 , то линия x_{13} окажется «разорванной» и будет фигурировать и в первом, и в третьем поле (рис. 152, б).

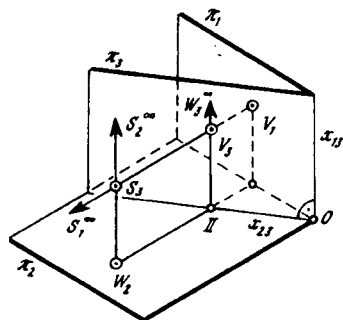


Рис. 151

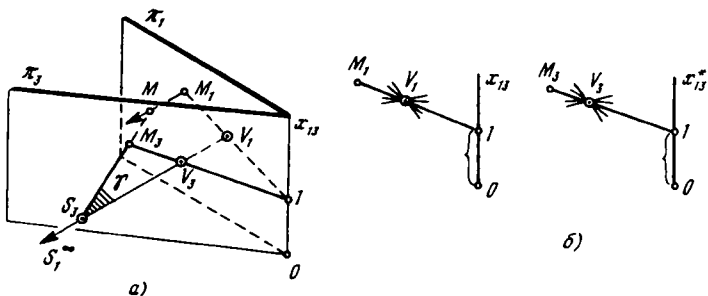


Рис. 152

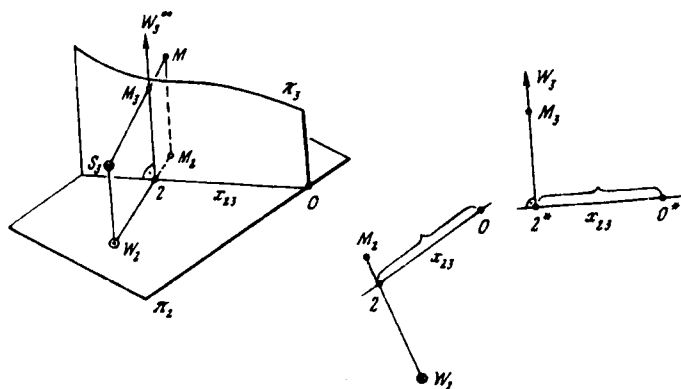


Рис. 153

Проведя луч V_1M_1 , обнаружим на x_{13} точку 1 и перенесем ее в точку I' на прямую x_{13} , принадлежащую третьему полю. Для этого используем начало отсчета O , отмеченное и в первом, и в третьем поле. На луче V_3I' должна располагаться проекция M_3 . Таким образом, устанавливается связь между первым и третьим полями.

На рис. 153, а, б показана — в пространстве и на плоскости — связь проекций M_2 и M_3 для той же точки M . В этом случае на плоскости оказывается «разорванной» линия x_{23} , которая фигурирует во втором и третьем полях. Проведя луч W_2M_2 , обнаруживаем на x_{23} точку 2 и переносим ее в точку 2^* на прямую x_{23} , принадлежащую третьему полю. Для этого используем то же начало отсчета O , отмеченное и во втором, и в третьем поле. На луче W_32^* , перпендикулярном прямой x_{23} , должна располагаться проекция M_3 . Таким образом, связь второго и третьего полей тоже установлена.

Остается объединить рис. 152, б и 153, б и выявить структуру искомой геометрической машины (рис. 154). В устройство ее входят пять точек: V_1 , V_3 , W_2 , W_3 , O — и четыре прямых: x_{13} , x'_{13} , x_{23} , x'_{23} . А алгоритм предусматривает проведение четырех прямых — V_1M_1 , V_3I' ; W_2M_2 , W_32^* — и выполнение четырех измерений: $O1 = 0 \cdot 1$; $O2 = 0 \cdot 2$.

3. По сравнению со схемами, приведенными на рис. 142 — 144, 149, новая геометрическая машина отличается сложностью устройства и алгоритма. Чем вызвано это относительное усложнение?

Во-первых, пучки прямых (V_1) и (V_3) невозможно, вообще говоря, совместить друг с другом так, чтобы совпали все их соответственные лучи (ср. рис. 142 — 144). Это *неконгруэнтные* (не допускающие совпадения) пучки. Тем более невозможно совместить друг с другом пучки (W_2) и (W_3), так как у одного из них собственная, а у другого — несобственная вершина.

Во-вторых, пучки (V_1) и (V_3) можно, конечно, привести к

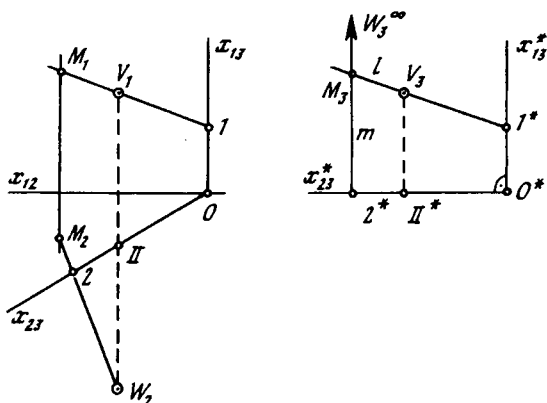


Рис. 154

перспективному расположению так, чтобы вместо двух линий связи x_{13} и x^*_{13} у них появилась одна общая ось перспективности (ср. рис. 149). Но если совместить, например, прямые x_{13} и x^*_{13} (т. е. если развернуть плоскость π_3 вокруг следа x_{13}), то либо произойдет наложение изображений первого и третьего полей (см. рис. 152, а), либо плоскость π_3 придется положить «обратной стороной», перевернув тем самым полученное изображение по отношению к зрителю (к центру S_3). Если же добиваться перспективности иным путем, совмещая произвольно взятые лучи пучков (V_1) и (V_3), то изменится удобная ориентация нового изображения, оно ляжет «вкось» или «набок». Аналогичные замечания относятся и к пучкам (W_2), (W^*_3). Поэтому на практике обычно предпочитают свободное расположение третьего поля, оплачивая эту свободу некоторым усложнением устройства и алгоритма действующей геометрической конструкции.

4. Не стремясь к упрощению, можно (если это требуется) совершенствовать намеченное построение. Так, вместо линий связи x_{13} и x^*_{13} можно использовать любые параллельные им прямые, сохраняя при этом масштаб переноса отрезков (1:1) или изменяя его, если этим достигаются какие-то другие удобства. Можно, разумеется, смещать параллельно себе линии x_{13} и x_{23} *одновременно* (т. е. параллельно перемещать в пространстве R^3 плоскость π_3), добиваясь в результате изменения масштаба для нового изображения, или, напротив, сохраняя положение следов x_{13} и x_{23} , изменять масштаб переноса при построении отрезков: $O 1^*$, $O 2^*$, $O II^*$ и т. д., достигая той же цели (увеличения или уменьшения нового изображения). Особенно важно отметить возможность использования *двух пар* линий связи при переходе от первого к третьему (или от второго к третьему, ср. рис. 159) проекционному полю. Этот прием позволяет

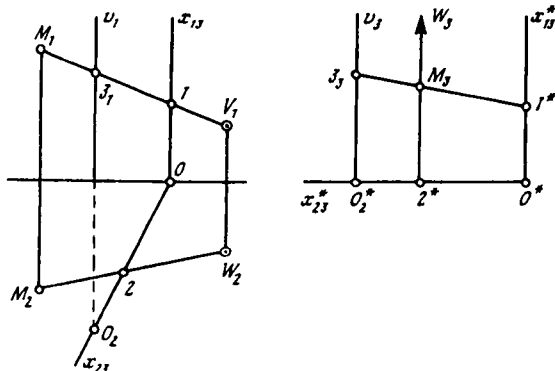


Рис. 155

обойтись без вершины V_3 , если она находится за пределами чертежа или служит в качестве контрольного средства. Сущность приема раскрыта на рис. 155. Здесь плоскость π_3 расположена таким образом, что при переходе к третьему полю точка V_3 оказывается далеко справа, так что она либо фактически недоступна, либо масштаб изображения должен быть значительно уменьшен. Тогда выбираем в первом поле две линии связи: x_{13} и v_1 (в удобном месте чертежа). Отмечаем на следе x_{23} две соответствующие точки: O и O_2 . Переносим их на след x_{23}^* и проводим в третьем поле линии x_{13}^* и v_3 . Далее, луч V_1M_1 высекает на прямых x_{13} и v_1 точки I и J . Переносим их на прямые x_{13}^* и v_3 и определяем луч I^*J_3 , который направлен, очевидно, в недоступную и ненужную теперь точку V_3 . На луче 2^*W_3 находим проекцию M_3 . Следует рассмотреть и отчетливо понять, почему линия v_3 найдена с помощью точек O_2 и O : важно, чтобы на плоскостях π_1 и π_3 были выбраны линии, на которых лучами пучков (V_1) и (V_3) высекаются отрезки *равной длины*.

5. Схема построения, предложенная на рис. 154, как должно быть заранее ясно, не является единственной. На практике иногда применяются и другие приемы, объединенные общей идеей: точка находится на пересечении двух прямых, *проекции* которых относительно легко обнаружить. В качестве примера на рис. 156 показан один из таких способов, когда $M = S_1M_1 \cdot S_2M_2 = m \cdot l$. Через точку M_2 проводим прямые $U_{12}M_2$ и W_2M_2 : на следе x_{23} они определяют точки I и 2 . Отмерив в третьем поле отрезки $II^*I^* = II^*I$ и $II^*2^* = II^*2$, получаем на x_{23}^* элементы I^* и 2^* . Через них проходят вертикальные прямые W_3I^* и W_32^* . Пользуясь тем, что прямая W_3I^* лежит в плоскости π_3 , отмеряем на ней высоту I^*L_3 точки M над плоскостью π_2 . Необходимая высота точки M над горизонтальной плоскостью π_2 измеряется в первом поле, она равна расстоянию от проекции M_1 до оси x_{12} . Далее изображаем прямую l ,

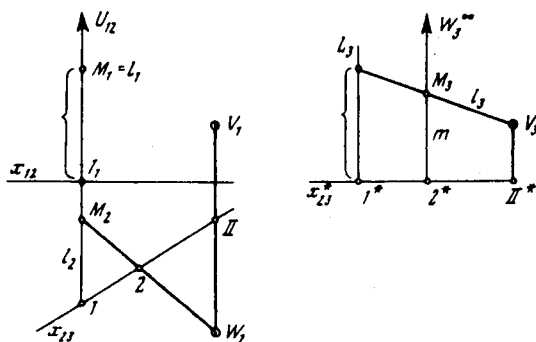


Рис. 156

проходящую через точку L и перпендикулярную π_1 . Эта прямая, как и все другие прямые такого направления, устремляется в точку схода V_3 (см. рис. 63 и пояснения к нему). Наконец, на пересечении прямых l_3 и m_3 определяем искомую точку M_3 .

Если проанализировать эту конструкцию, то нетрудно установить, что устройство машины включает в себя шесть точек: U_{12} , W_2 , W_3^∞ , V_3 , II , II^* — и три прямых: x_{12} , x_{23} , x_{13} . Алгоритм требует проведения пяти прямых ($U_{12}M_2$, W_2M_2 , $W_3^\infty I^*$, $W_3^\infty 2^*$, L_3V_3) и выполнения шести измерений ($II I = II^* I^*$; $II 2 = II^* 2^*$; $M_1 I_1 = I^* L_3$). По сравнению с рис. 154 имеем дальнейшее усложнение, и это не случайно. Схемы построения третьего поля, связанные с непосредственным использованием двух пар исключенных точек — $V_1 \sim V_3$ и $W_2 \sim W_3$, — являются теоретически оптимальными. На рис. 156 точка V_1 остается неиспользованной и это сразу порождает необходимость дополнительных операций.

6. Выбирая новый проекционный аппарат и сохраняя поставленные в этом параграфе условия (см. 20.1, рис. 151), предусмотрим произвольный угол наклона плоскости

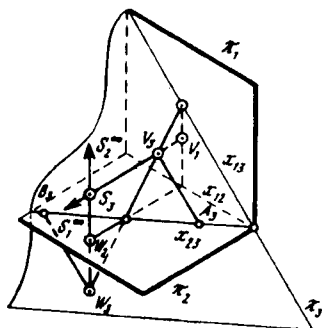


Рис. 157

π_3 не только по отношению к π_1 , но также и по отношению к π_2 (рис. 157)! Тогда связь третьего поля проекций как с первым, так и со вторым изображением будет осуществляться по схеме, уже выявленной на рис. 152, б. Все четыре исключенные точки — V_1 и V_3 , W_2 и W_3 — оказываются собственными, т. е. на конечном расстоянии расположенными элементами. И если разместить в произвольном месте картины следы плоскости π_3 — x_{13} и x_{23} (теперь они образуют между собою уже не прямой угол), то

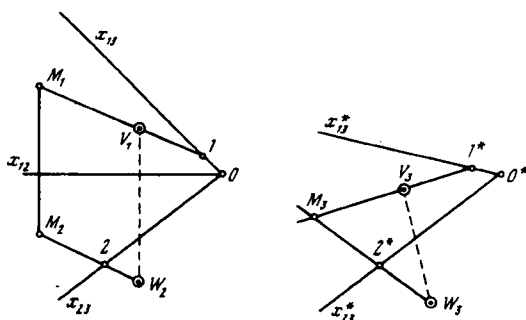


Рис. 158

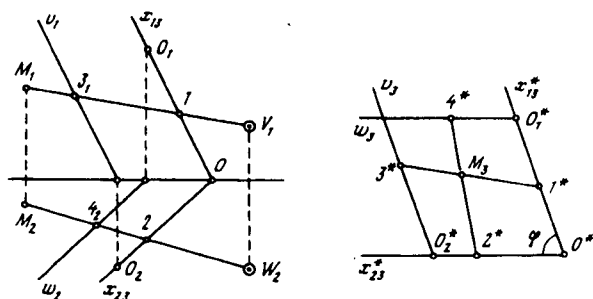


Рис. 159

построение точки M_3 осуществляется по слегка видоизмененной схеме, приведенной на рис. 158. Если говорить о структуре геометрической машины, то разница с представленной на рис. 154 поистине несущественна: иной угол между линиями связи, а точка W_3 — на конечном расстоянии. Все элементы устройства машины и алгоритм ее полностью сохраняются. Сохраняются и рекомендации по возможному усовершенствованию рабочих операций, высказанные в 20.4. В частности, использование двух пар линий связи относится теперь не только к пучкам $(V_1) \sim (V_3)$, но и к пучкам $(W_2) \sim (W_3)$. На рис. 159 показан этот вариант построения, когда в третьем поле и точка V_3 , и точка W_3 оказываются расположенными за пределами чертежа. Из рисунка видно, что в первом поле выбираем две линии связи: x_{13} и v_1 , во втором поле — тоже две линии связи: x_{23} и w_2 . Линию v_1 считаем принадлежащей плоскости π_3 (первая линия уровня этой плоскости).

Исходя из этого, находим ее «начало» — точку O_2 на следе x_{23} (ср. с рис. 155). Аналогично и линию w_2 относим к плоскости π_3 (вторая линия уровня) и находим ее «начало» — точку O_1 на следе x_{13} .

Далее, разместив следы x_{13} и x_{23} в их натуральном виде на свободном месте картины (см. 20.7), находим на них и точку O_2 и

точку O^*_1 , а затем и линии: v_3 , параллельную x^*_{13} , и w_3 , параллельную x_{23} . Остается построить точку M_3 , проведя луч I_1M_1 , засекая точки: I , лежащую на оси x_{13} , и J_1 — на прямой v_1 , перенося их (в принятом масштабе) на прямые x_{13} , v_3 и т. д.

Остается напомнить, что для пучков с собственными вершинами *направление линии связи в одном из полей можно выбирать произвольно* (см. рис. 76 и пояснения к нему). Это обстоятельство можно использовать, назначив, например, в третьем поле линии v_3 и v'_3 , перпендикулярные x_{23} , и подобрав затем в первом поле соответствующие им по направлению и по масштабу переноса линии v_1 и v'_1 . Поэтому использование следов плоскости π_3 не является непременным условием построения. На рис. 152, 155 оно было естественным и удобным ввиду вертикальной направленности следа x_{13} . А на рис. 158, 159 использование следов тоже естественно и облегчает понимание смысла производимых построений, но это не значит, что практически оно всегда удобно.

7. На протяжении всего этого параграфа, начиная с рис. 151 и далее, мы намечали лишь схему построения дополнительного поля проекций, но, избегая отвлекающих моментов, не рассматривали вопрос о том, как найти все элементы этой схемы, если на эюре Монжа задан вполне конкретный новый проекционный аппарат. Вопрос этот не представляет особого интереса, поскольку возникающие здесь позиционные и метрические задачи в принципе уже были изучены. Однако имеет смысл взглянуть теперь с этой точки зрения на все пройденные нами этапы.

Итак, будем считать, что на эюре Монжа плоскость π_3 задана своими следами, а центр S_3 — своими проекциями (см. рис. 151, 154, 158). Заметим, что первая проекция центра S_3 — это точка I_1 , а вторая его проекция — точка W_2 . Поэтому можно записать: $I_1 = S_{31}$; $W_2 = S_{32}$.

При таких условиях, выявляя устройство геометрической машины в правой части рис. 154, прямые x_{13} и x_{23} проводим взаимно перпендикулярно, отрезок O^*I^* , принадлежащий оси x^*_{23} , берем равным по длине отрезку OII , а высота точки I_3 над прямой x_{23} должна быть равна высоте точки I_1 над прямой x_{12} . Точку W^∞_3 указываем в бесконечности по направлению, перпендикулярному x_{23} (иначе говоря, точка W^∞_3 принадлежит прямой x_{13}). Выполнив все эти требования, получаем аппарат построения, отвечающий конкретно заданному новому проекционному аппарату. На рис. 155 и 156 выполняются аналогичные операции.

Более сложные действия необходимо выполнить, если на эюре Монжа задана плоскость π_3 , занимающая общее положение (см. рис. 158, слева). Здесь прежде всего требуется выявить натуральный угол между следами x_{13} и x_{23} . Для этого можно использовать, например, построение, уже указанное на рис. 145: производим совмещение плоскости π_3 с π_1 , развернув ее вокруг следа x_{13} . Угол

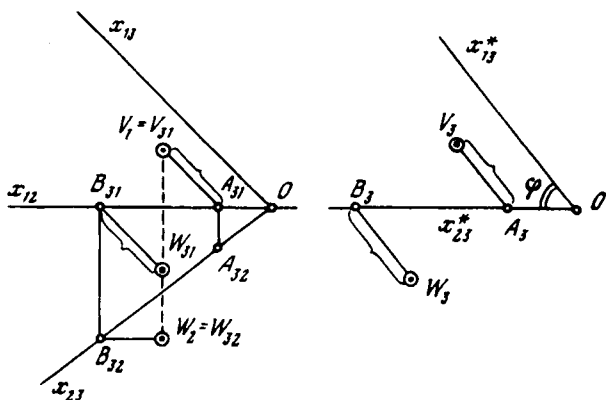


Рис. 160

между x_{13} и вновь построенной прямой x_{23}^* — искомый. Тогда, соблюдая этот угол, в удобном месте и в удобном положении наметим прямые x_{13} и x_{23} (см. рис. 158, справа).

Далее необходимо правильно указать точки V_3 и W_3 . С этой целью можно, например, в плоскости π через V_3 и W_3 провести линии, параллельные π_1 (первые линии уровня; см. рис. 157), отметить их пересечение со следом x_{23} , а также длину полученных отрезков V_3A_3 , W_3B_3 и восстановить затем все эти элементы в натуральном виде с помощью уже построенных следов x_{13}^* , x_{23}^* . Указанный план действий реализован отдельно на рис. 160. Через первую проекцию точки V_3 (ср. рис. 157!) проводим линию $V_{31}A_{31}$, параллельную x_{13} , и находим точку A_{32} на следе x_{23} . Затем через вторую проекцию точки W_3 проводим линию $W_{32}B_{32}$, параллельную x_{12} , и находим точку B_{31} , а затем отрезок $B_{31}W_{31}$, параллельный оси x_{13} . Таким образом, оба отрезка V_3A_3 и W_3B_3 , указанные на рис. 157, найдены и притом в натуральной своей величине (почему?). Переносим отрезки OA_3 , OB_3 на след x_{23}^* и на прямых, параллельных следу x_{13}^* , откладываем отрезки $A_3V_3 = A_{31}V_{31}$ и $B_3W_3 = B_{31}W_{31}$. Напомним, что угол γ между следами x_{13} и x_{23} был найден ранее (см. рис. 145).

Что касается построения на рис. 159, то здесь требуется только определить упомянутый угол γ , так как в этом случае точки V_3 и W_3 вообще выходят из игры.

§ 21. Общий случай преобразования модели.

Алгоритм Гаука

1. Рассмотренные в первых параграфах этой главы варианты построения дополнительного поля проекций далеко не исчерпывают всех тех задач, которые могут возникать на практике. Мы

предполагали, например, что исходным материалом являются непременно ортогональные проекции, в то время как можно принять за основу и аксонометрические, и перспективные проекции, и просто две произвольно полученные центральные проекции (например, две фотографии в случае обмера сооружений; см. § 7 — 9, 26). Кроме того, во всех изученных вариантах плоскость π_3 совмещалась с картиной посредством организованного или произвольного движения, но нередко встречаются случаи, когда новое изображение требуется не наложить, а *спроектировать* на картину (см., например, § 23, 24, 26).

Было бы невозможно исследовать по отдельности все возникающие здесь частные задачи. По счастью, в этом нет и надобности: мы установим *общий метод* решения таких задач, возвратившись к схематическому рис. 135 и предположив только, что *плоские поля 1, 2 и 3 содержат проекционные изображения одного и того же трехмерного объекта*.

2. Будем искать структуру *универсальной* геометрической машины, которая принимает на вход точки M_1 и M_2 из полей 1 и 2, а на выходе выдает точку M_3 , относящуюся к полю 3. Машина эта должна отображать любые ситуации, отвечающие указанному выше предположению.

Обобщая накопленный уже опыт, заметим, что через каждую точку M в пространстве R^3 проходят два проектирующих луча: S_1M и S_2M . Если изобразить эти два луча в поле 3, то на пересечении их и обнаружим искомую точку M_3 . Но ведь все лучи, проходящие через центр S_1 , изображаются в третьем поле лучами, проходящими через исключенную точку $(S_1 \cdot S_3) \cdot \pi_3 = V_3$ (ср. рис. 152). С другой стороны, мы знаем, что пучки прямых, имеющие вершины в исключенных точках $V_1 = (S_1 \cdot S_3) \cdot \pi_1$ и V_3 , проективны. Поэтому если заранее установить проективность пучков $(V_1) \propto (V_3)$, то найти изображение луча S_1M_1 в поле π_3 совсем нетрудно: нужно выделить в первом поле луч V_1M_1 и указать соответственный ему луч в пучке (V_3) . Операцию по выявлению соответственных лучей в двух проективных пучках мы обсуждали ранее (см. рис. 74 — 76). Теоретически возможны три случая:

а) использование оси перспективности, если пучки прямых удастся привести к перспективному расположению;

б) использование в качестве связующего звена кривой второго порядка;

в) использование двух отдельных прямых линий связи, на которых лучи пучков высекают равные или пропорциональные отрезки.

Так или иначе, но вопрос решается заданием проективности пучков (V_1) и (V_3) , т. е. указанием трех пар соответственных их лучей.

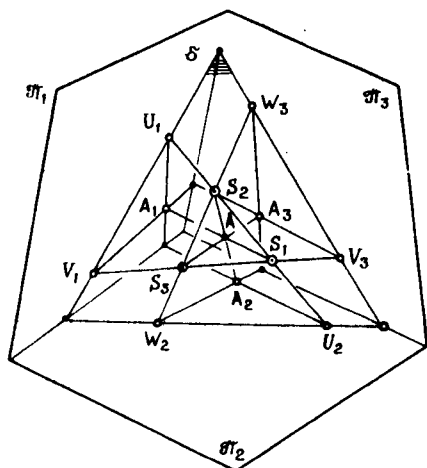


Рис. 161

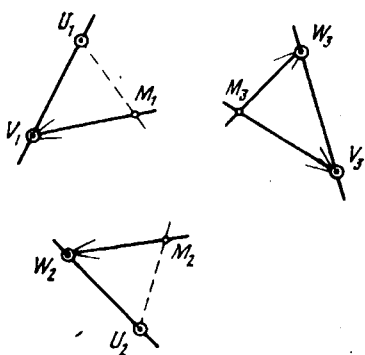


Рис. 162

3. Аналогичные рассуждения приводят нас к выводу: для того чтобы изобразить в третьем поле луч S_2M , необходимо указать в проективных пучках (W_2) и (W_3) три пары соответственных лучей и установить связь между ними. При этом подразумевается: $W_2 = (S_2 \cdot S_3) \cdot \pi_2$; $W_3 = (S_2 \cdot S_3) \cdot \pi_3$.

Общая картина, позволяющая обозреть все элементы изучаемой пространственной конструкции и их взаимные связи, представлена на рис. 161. А структура искомой *универсальной* геометрической машины показана на рис. 162, где линии связи для проективных пучков $(V_1) \pi (V_3)$ и $(W_2) \pi (W_3)$ не показаны, так как в зависимости от конкретных обстоятельств может иметь место любой из перечисленных выше приемов: а), б) или в). Как бы то ни было, мы вправе утверждать в общем случае, что в устройство машины входят четыре точки и от двух до четырех прямых линий. Алгоритм же ее включает в себя (тоже в общем случае) проведение четырех прямых линий и выполнение не более четырех измерительных операций.

4. Обнаруженная нами универсальная геометрическая машина должна быть подчинена обязательному требованию: в пучках (V_1) и (V_3) лучу V_1U_1 должен соответствовать луч V_3W_3 , а в пучках (W_2) и (W_3) лучу W_2U_2 должен соответствовать тот же луч V_3W_3 . Обязательность этого требования подтверждает рис. 161: ведь в пространстве пучки (V_1) и (V_3) имеют ось перспективности x_{13} , а пучки (W_2) и (W_3) — ось перспективности x_{23} . Но указанные выше пары лучей как раз и пересекаются на этих прямых. Если принять во внимание, что плоскость $\delta = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3$ играет особо важную роль в данной конструкции, то лучи $V_1U_1 = \delta \cdot \pi_1$, $W_2U_2 = \delta \cdot \pi_2$ и $V_3W_3 = \delta \cdot \pi_3$

естественно было бы назвать *главными лучами* в пучках (V_1) , (V_3) , (W_2) , (W_3) . Тогда обязательное требование, предъявляемое к универсальной геометрической машине, можно высказать в общей форме:

главные лучи проективных пучков должны являться их соответственными элементами. (18)

Что произойдет, если требование (18) будет нарушено? Проще всего, пожалуй, решить этот вопрос с помощью эксперимента. Вы быстро убедитесь, что прямолинейная форма, изображенная в полях 1 и 2 (например, стена здания с проемами), начнет приобретать в поле 3 криволинейные очертания. Искривление будет тем сильнее, чем грубее нарушено правило (18). Очень полезно разобраться самостоятельно: в чем причина данного явления?

5. При решении частных задач устройство универсальной геометрической машины может приобретать различные частные формы. Например, простым перемещением полей проекций можно всегда добиться совпадения всех трех главных лучей: $V_1 U_1 = W_2 U_2 = V_3 W_3$. Тогда проективные пучки в любой одноименной паре становятся заведомо перспективными, т. е. имеют одну связующую прямую. Действительно, ведь совпадение пары соответственных

лучей является условием перспективности двух проективных пучков (см. § 9).

Если пучки (V_1) и (V_3) оказываются конгруэнтными, то их можно совместить друг с другом и устройство машины существенно упростится, сократится и ее алгоритм (см. рис. 142). Аналогичное упрощение достигается и при конгруэнтности пучков (W_2) и (W_3) . Наиболее простой вариант обеспечен в том случае, когда удастся одновременно совместить пучки

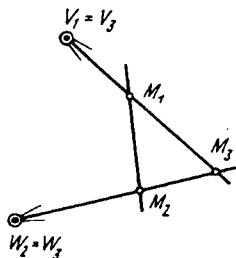


Рис. 163

прямых в обеих парах. Тогда устройство машины включает в себя только две точки, а алгоритм — только две прямые (рис. 163).

Возвратившись к рис. 142, 144, 149, 154, 158, нетрудно узнать в них частные варианты универсальной геометрической схемы. Во всех этих вариантах пучки прямых (U_1) и (U_2) имеют несобственную вершину и тождественно совпадают (основная модель). Кроме того, на рис. 142 и 144 мы видим, что вершины всех остальных пучков — несобственные точки, поэтому все три главных луча совпадают с несобственной прямой и друг с другом. Кроме того, имеет место тождественное совпадение пучков еще в одной паре. А в оставшейся паре пучки прямых заведомо перспективны, так как они имеют

совпавшие главные лучи. На рис. 143 сохраняются все эти условия, но использование лучей двух перспективных пучков осуществляется косвенным образом: сами эти лучи можно не показывать, поскольку заранее известны расстояния между ними и имеется удобный способ отмерять эти расстояния.

Рис. 149 напоминает рис. 162. Частность заключается в том, что все главные лучи размещены на несобственной прямой и поэтому пучки прямых $(I_1) \sim (I_3)$ и $(W_2) \sim (W_3)$ заведомо перспективны.

Дальнейший шаг к обобщению замечаем на рис. 154. Здесь по-прежнему совпадают друг с другом главные лучи $U_1 V_1$ и $U_2 W_2$. Но они образуют собственную прямую. Главный луч $I_3 W_3$ проходит отдельно. Вершина W^{∞}_3 , лежащая на нем, бесконечно удалена. Для связи соответственных пучков используются раздельные пары прямых, т. е. реализуется вариант в), указанный в 21.2.

Наконец, рис. 158 отличается от рис. 162 только видом основной модели: ввиду тождественного совпадения пучков (U_1) и (U_2) сливаются друг с другом и главные лучи $U_1 V_1$ и $U_2 W_2$.

6. Анализируя устройство и алгоритм универсальной геометрической машины, представленной на рис. 162, приходим к выводу, что это *оптимальное устройство и оптимальный алгоритм*.

Действительно, для того чтобы изобразить точку M_3 в поле 3, необходимо засечь ее каким-то двумя линиями. Линия, имеющая минимальный репер и наиболее удобная с практической точки зрения, — это прямая. Значит, точку M_3 нужно засечь двумя прямыми. Какими же? Схема метода двух изображений (см. рис. 72) ясно показывает, что естественная и заведомо простейшая связь двух полей проекций осуществляется с помощью двух проективных пучков прямых, имеющих вершины в исключенных точках. Попробуем, например, решить такую задачу: на рис. 73 требуется задавать модель различных точек $A, B, C, \dots$ пространства R^3 , но при этом запрещается пользоваться пучком прямых (U_2) . Выбираем в первом поле проекции $A_1, B_1, C_1, \dots$. Где можно указать их вторые проекции? Для ответа на этот вопрос придется предпринимать какие-то обходные маневры и производить специальные построения, которые *никак нельзя ограничить проведением одной прямой*. Использование пучка (U_2) сразу открывает путь к оптимальному решению. Но именно такое оптимальное решение и порождает связь полей 1 и 3, 2 и 3, реализованную на рис. 162. Вот почему все другие приемы построения дополнительного поля проекций, которые рекомендуются иногда в учебных руководствах, обязательно оказываются более сложными по устройству и алгоритму действующей геометрической машины, хотя с точки зрения различных частных требований и условий они могут иметь свои конкретные и частные достоинства.

Следует понимать, однако, что все сказанное в этом пункте

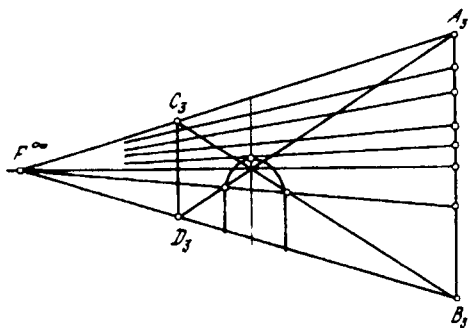


Рис. 164

относится к построению *начальных* и *узловых* точек искомого нового изображения. После того как новое изображение в поле 3 начинает прорисовываться в своих основных формах, все чаще и чаще возникают такие ситуации, когда для построения последующих элементов уже не требуется применять общий алгоритм. Допустим, например, что в поле 3 по схеме рис. 154 построены контуры

фасада здания (рис. 164). Нужно ли применять общий алгоритм для изображения оконных проемов, арок и т. п.? Очевидно, нет. Проще произвести пропорциональное деление одного из вертикальных ребер фасада, например AB , и использовать далее точку схода для прямых, обозначающих горизонтальные членения. Затем следует пропорционально разделить ребро BD (ср. рис. 71) и т. д. С помощью прямых AD и CB можно выявить центральную точку фасада, наметить контуры центрального проема и пр. Все эти действия выполняются на основе *имеющейся у нас информации* о взаимной связи тех или иных элементов здания. Но как только потребуется изобразить новую точку, связь которой с уже имеющимися пунктами неизвестна или достаточно сложна, как в действие снова вступает общий алгоритм.

Детальным исследованием задачи о построении дополнительного поля проекций без учета каких-либо частных ограничений впервые занимался немецкий геометр Г. Гаук. Связь трех полей проекций, схематически показанную на рис. 135 и 162, он именовал *трилинейным родством*. В связи с этим алгоритм универсальной геометрической машины, выявленный на рис. 162, называют обычно алгоритмом Гаука.

§ 22. Примеры решения задач с помощью дополнительного поля проекций

1. На рис. 133 и 134 уже продемонстрированы характерные примеры использования дополнительной проекции для устранения некоторых неясностей, возникающих при работе с основной моделью. Такие ситуации чаще всего встречаются в области инженерной графики, где приходится иногда показывать не только третью, но и четвертую, и пятую, и, может быть, еще несколько проекций изображаемой сложной конструкции.

В области начертательной геометрии дополнительная проекция обычно активно используется в процессе решения некоторых позиционных задач и метрических задач.

Иногда такой прием оказывается всего лишь возможным вариантом решения, расширяющим свободу действий исполнителя, иногда он позволяет сократить число необходимых операций, вынести их на свободное место чертежа или просто выстроить их в четкий ряд и лучше понять. Нередки случаи, когда построение дополнительной проекции в той или иной форме просто неизбежно. Обратимся к примерам.

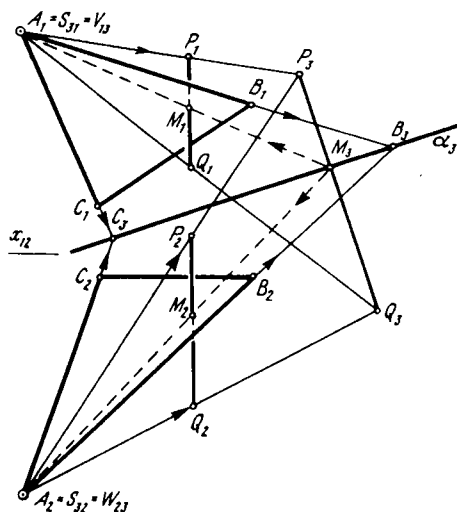


Рис. 165

2. На рис. 165 промоделированы в ортогональных проекциях плоскость $\alpha = ABC$ и прямая $l = PQ$. Требуется найти точку их пересечения: $M = \alpha \cdot l$. Прямая l лежит в профильной плоскости, поэтому обычный прием решения этой позиционной задачи здесь не подходит. В данном случае целесообразно построение какой-нибудь дополнительной проекции, ведущей к решению. При этом выбор схемы построения зависит от исполнителя. Действительно, можно построить *любую* новую проекцию с тем, чтобы прямая l в новой системе изображений оказалась прямой общего положения. Тогда применим для решения стандартный алгоритм (см. рис. 88).

Можно избрать и иной путь. Выбрать дополнительную проекцию таким образом, чтобы плоскость α в новой системе оказалась проектирующей, т. е. чтобы в поле $\mathcal{Z}$ она изображалась одной прямой линией. Тогда искомая точка пересечения $M = \alpha \cdot l$ сразу обнаруживается в поле $\mathcal{Z}$.

Конечно, схема построения должна быть максимально простой и удобной. Осуществим второй вариант решения и используем при этом схему, показанную на рис. 163. Ход и результат построения видим на рис. 165. Новый центр S_3 должен принадлежать плоскости α , поэтому задаем его, например, в точке A : $S_3 = A$. Положение плоскости π_3 нас *не интересует*, поскольку геометрическая машина, в устройство которой входят две точки: V_{13} и W_{23} , — уже задана. Однако нетрудно сообразить, что в данном случае плоскость π_3 —

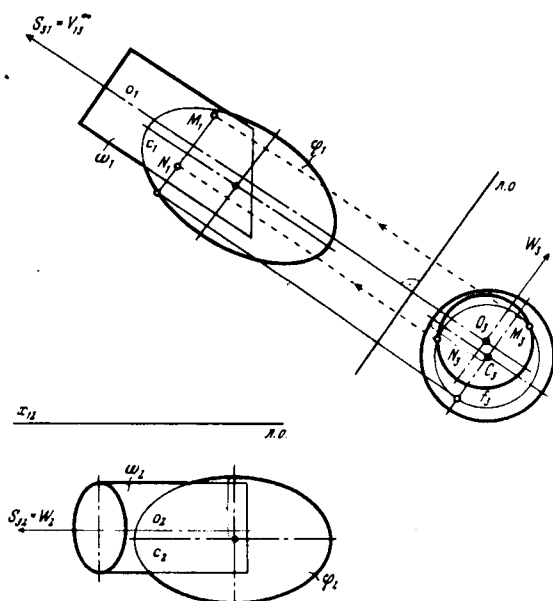


Рис. 166

это тождественная (биссекторная) плоскость ортогональной системы (ср. рис. 35). Далее используем намеченный алгоритм. Точку пересечения M_3 , найденную в поле 3, переносим, если это требуется, в основные поля.

3. На рис. 166 промоделированы в ортогональных проекциях круговой наклонный цилиндр ω и поверхность вращения — эллипсоид γ . Требуется выявить линию пересечения этих двух поверхностей. Как видно из рисунка, образующие цилиндра и ось поверхности γ параллельны плоскости π_1 .

В принципе здесь можно обойтись и без дополнительной проекции, но использование ее коренным образом облегчает и уточняет процедуру решения. Идея заключается в следующем: построим *ортогональную* проекцию данных поверхностей на плоскость π_3 , перпендикулярную образующим цилиндра. При таком выборе плоскости проекций центр S_3 совпадает с вершиной цилиндра и в результате проектирования сам цилиндр, точнее цилиндрическая поверхность, изобразится в поле 3 в виде окружности, эллипсоид вращения γ также приобретает округлые очертания. Точки искомой линии пересечения непосредственно видны в третьей проекции: они ведь лежат на цилиндре, т. е. на окружности, которой он здесь представлен. Остается брать эти точки и находить их на эллипсоиде,

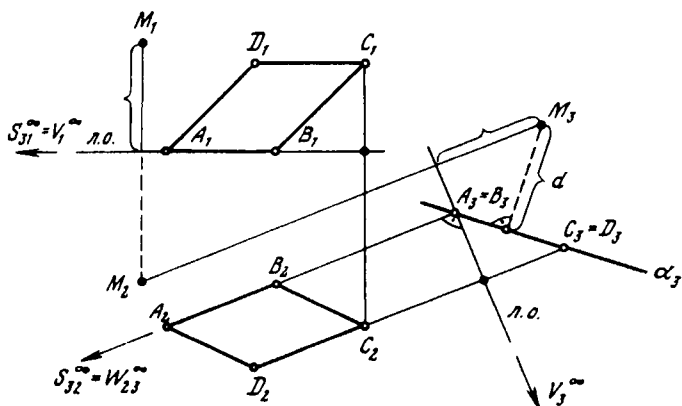


Рис. 167

ось вращения которого перпендикулярна плоскости π_3 . При таких условиях решение этой задачи не представляет труда.

Итак, используем теперь схему построения, показанную на рис. 143, а (или рис. 142, а). За линию отсчета во втором поле принимаем любую прямую, параллельную x_{12} ; в поле 3 линия отсчета перпендикулярна направлению на V_{13}^∞ . Сначала построим точку O_3 — изображение оси цилиндра — и проведем окружность f_3 , представляющую поверхность его. Затем найдем точку C_3 — изображение оси эллипсоида. На рисунке показано, как для точек M_3 и N_3 , лежащих на окружности f_3 и отнесенных к поверхности эллипсоида, находим их первые проекции M_1 и N_1 . Продолжая эту процедуру, выявляем искомую линию пересечения $p = \omega \cdot \gamma$. Заметим, что в этом случае положение центра S_3 и направление плоскости π_3 , перпендикулярной π_1 , было продиктовано условиями задачи.

4. Выполнение измерений на эпюре Монжа во многих случаях целесообразно осуществлять с помощью дополнительной проекции. На рис. 167 промоделированы плоскость $\alpha = ABCD$ и точка M . Желая определить расстояние от M до α , используем дополнительную ортогональную проекцию, в которой изображением плоскости α служит прямая линия. Это произойдет, если центр S_3 будет принадлежать α , а плоскость π_3 — направлена перпендикулярно α . Разместим π_3 перпендикулярно не только α , но и π_2 , стремясь снова реализовать схему рис. 143 (или рис. 142). Правда, в этом случае поменяются местами все обозначения, так как π_3 совмещается не с π_1 , а с π_2 , и поэтому тождественно совпадают не пучки (V_1) и (V_3) , а пучки (W_2) и (W_3) и т. д. Такие свободные переходы очень полезны для приобретения навыков работы с эпюром Монжа: ведь одним из

достоинств этой системы является полная симметрия в ее структуре (см. рис. 29).

На рис. 167 показано, что для достижения поставленной цели центр S_3 нужно задать в бесконечности по направлению, указанному линией пересечения плоскостей α и π_2 . Тогда плоскость π_3 действительно становится перпендикулярной и α , и π_2 . Это направление уже определено на рисунке прямой AB (A_1B_1 ; A_2B_2) или прямой CD (C_1D_1 ; C_2D_2). Названные прямые являются линиями уровня плоскости α . Если бы соответствующая линия уровня не была задана, то ее прежде всего пришлось бы построить.

Дальнейшие построения отвечают схеме рис. 143, а. Найдены точки $A_3 = B_3$, $C_3 = D_3$ и M_3 . Расстояние M_3 до прямой A_3C_3 — искомое (почему?). Проделанные на этом рисунке графические операции рекомендуется сравнить с построением, показанным на рис. 116.

5. Еще один пример решения метрической задачи приведен на рис. 168. Здесь показан круговой цилиндр ω , наклонно пересекающий прямоугольный объем $ABCD — EFGH$. Требуется определить расстояния вершин этого прямоугольного объема от поверхности цилиндра ω .

Поскольку интересующих нас узловых точек достаточно много, имеет смысл построить ортогональную проекцию всей конструкции на плоскость π_3 , перпендикулярную образующим линиям цилиндра. Это третье изображение сразу сделает нашу задачу элементарной: на плоскости π_3 нужно будет найти расстояния от нескольких точек до данной окружности (до изображения цилиндрической поверхности ω в поле π_3). В отличие от представленного на рис. 166 цилиндр занимает в основной проекционной системе общее положение. Поэтому в действие приходит схема построения, приведенная на рис. 144.

Вершины V^{π_3} и W^{π_2} определяются на рис. 168 проекциями образующих цилиндра. Наметив следы плоскости π_3 , согласно рис. 145, находим направление на точку W^{π_3} и линию w (эти вспомогательные построения на рис. 168 не показаны). Связующую линию w можем переместить параллельно себе, выбирая удобное место для дополнительного изображения. Далее находим изображение оси цилиндра O_3 , проводим окружность ω_3 и строим дополнительные проекции всех данных точек. Остается измерить полученные расстояния.

6. В процессе архитектурного, а иногда и общинженерного проектирования ортогональные проекции объекта нередко приходится дополнять специально выполненным изображением, которое призвано *повысить информативность* уже имеющейся модели: обеспечить наглядность восприятия, облегчить понимание внутреннего

устройства, выдвинуть и подчеркнуть эстетические критерии при оценке проекта. В таких случаях исполнитель обычно сам подбирает наиболее рациональное расположение нового проекционного аппарата, после чего приводится в действие один из рассмотренных выше алгоритмов и создается новое проекционное изображение.

Относящийся сюда схематический (учебный) пример построения дополнительной параллельной проекции произвольного вида уже был приведен на рис. 150. Конечно, в этом случае можно построить (или задать) изображение только четырех узловых точек координатного тетраэдра, а далее проводить операции,

характерные для аксонометрической модели (строить точки по их координатам, которые предварительно измеряются на эюре Монжа). Однако по числу выполняемых операций прямая графическая связь оказывается более экономным приемом. Кроме того, иногда бывает важно выявить графический алгоритм для последующей его реализации с помощью специальных механических или вычислительных устройств.

7. При построении с указанными выше целями дополнительной центральной проекции дело начинается с выбора нового проекционного аппарата. На фасаде и плане проектируемого сооружения назначают проекции центра S_3 , т. е. указывают фактически положение точек V_1 и W_2 (см. рис. 151, 154). Практически выбор этих точек все же не вполне свободен, так как приходится учитывать некоторые физиологические особенности зрительного восприятия, а также ряд композиционных и эстетических требований. Далее строят изображение луча S_3C , направленного в центр предполагаемой композиции (рис. 169). Перпендикулярно этому лучу должна быть расположена картинная плоскость π_3 . Предположим сначала,

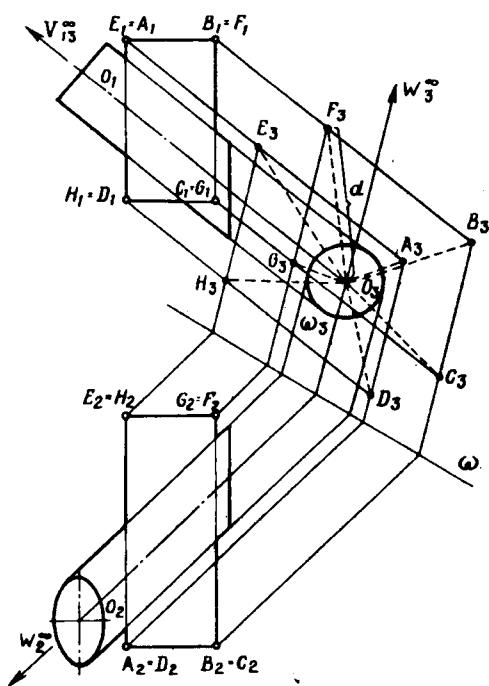


Рис. 168

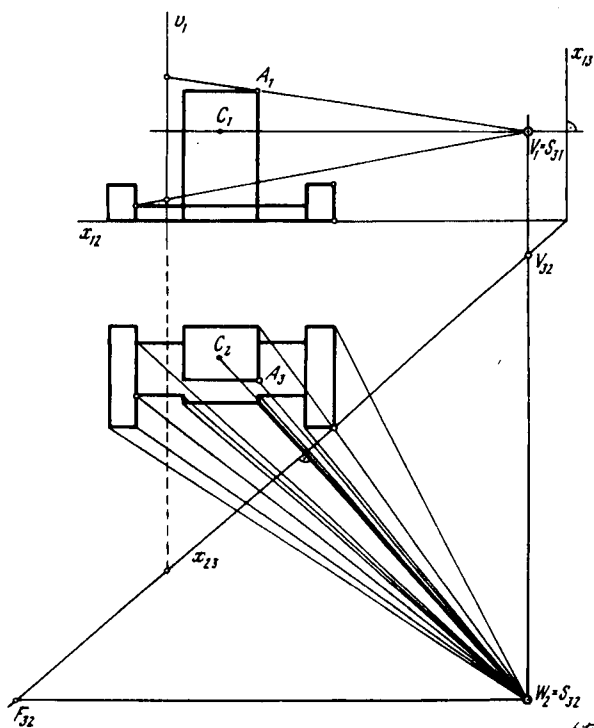
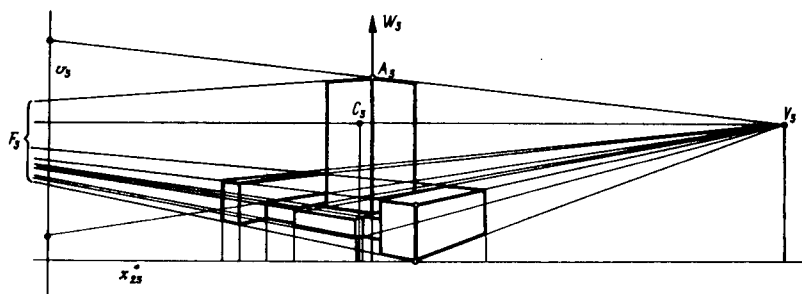


Рис. 169

что луч S_3C параллелен (или почти параллелен) плоскости основания π_2 . Тогда имеем случай *вертикальной картины*, и в действие приходит схема построения, намеченная на рис. 154: на плане и фасаде сооружения в удобном месте проводим линии x_{23} (перпендикулярно W_2C_2) и x_{13} (перпендикулярно x_{12}), на свободном поле $\mathcal{Z}$ сопоставляем им линии x_{23}^* и x_{13}^* , выбираем масштаб переноса и т. д. Если это необходимо, назначаем дополнительные линии связи

согласно рис. 155. С помощью алгоритма Гаука находим в третьей проекции все узловые точки, после чего приобретают свою силу «внутренние» операции, когда, не обращаясь уже к основным полям, а используя точки схода, пропорциональное деление и другие возможные приемы (ср. рис. 164), прорисовываем все детали искомого изображения.

8. Если луч S_3C , направленный в центр композиции, не параллелен плоскости π_2 , то и картина π_3 , которая должна быть перпендикулярной S_3C , приобретает соответствующий наклон по отношению к плоскости горизонта. Дополнительную проекцию, как говорят в таких случаях, строим на *наклонной картине*. В зависимости от положения центра S_3 по отношению к проектируемому объекту обычно различают перспективу с *низким* или, наоборот, с *высоким* горизонтом (рис. 170, а, б). Первый случай имеет место, когда изображают высотные сооружения, второй — когда изображают относительно большие пространства застройки, обозреваемые «с птичьего полета». И в том, и в другом случае рекомендуется наметить сначала след плоскости π_3 на плане — прямую x_{23} , перпендикулярную по отношению к W_2C_2 , затем след ее на фасаде — прямую x_{13} , перпендикулярную V_1C_1 . После этого приходит в действие схема построения, рассмотренная на рис. 158 — 160.

Иногда более удобен другой прием, который и продемонстрирован на рис. 170. Здесь в ортогональных проекциях с самого начала указываем не следы плоскости π_3 , а изображение лежащего на ней треугольника $F_3V_3W_3$, причем точку F_3 высекает на линии горизонта прямая, проходящая через S_3 и параллельная π_1 и π_2 одновременно. Построение начинаем в поле 2, где через точку W_2 проводим две линии: одну — параллельно, другую — перпендикулярно x_{12} . Эти линии пересекаем прямой h_2 , перпендикулярной W_2C_2 . Она изображает линию горизонта, лежащую на картине π_3 . Таким образом, вторая проекция $F_{32}V_{32}W_2$ намеченного треугольника уже обозначена. В первой проекции на горизонтальной прямой, проходящей через V_1 , отмечаем отрезок V_1F_{31} . Прямая, перпендикулярная V_1C_1 (ибо $\pi_3 \perp S_3C$), дает сторону F_3W_{31} , причем точка W_{31} лежит на вертикальной линии $V_1U_{12}^\infty$. Таким образом, первая проекция треугольника $F_3V_3W_3$ также найдена.

Теперь переходим к полю 3, где треугольник $F_3V_3W_3$ строим в натуральной его форме и в *нужном масштабе*. Длину стороны F_3V_3 берем с плана: $F_3W_3 = F_{32}W_{32}$, поскольку эта сторона параллельна π_2 . Высота треугольника тоже видна на плане — это отрезок W_22_2 , где $2_2 = W_2C_2 \cdot h_2$. Поэтому при точке 2_3 , принадлежащей w_3 , строим прямой угол. Длина стороны F_3W_3 видна на фасаде, поскольку эта

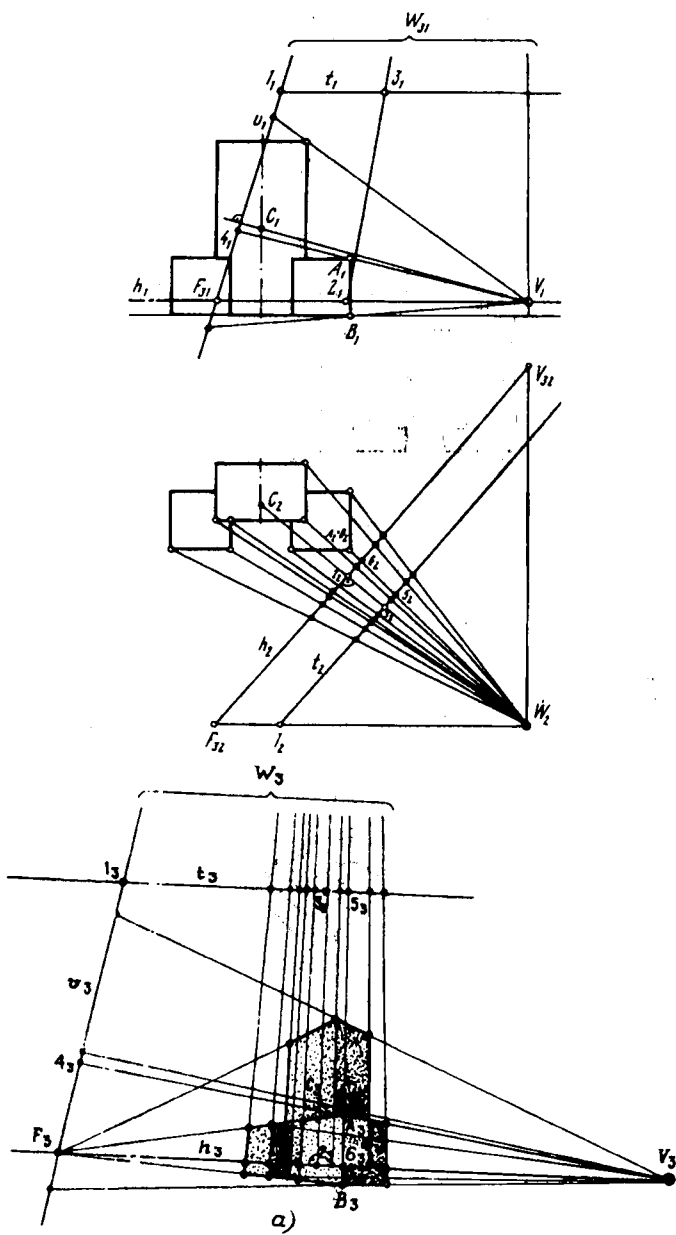
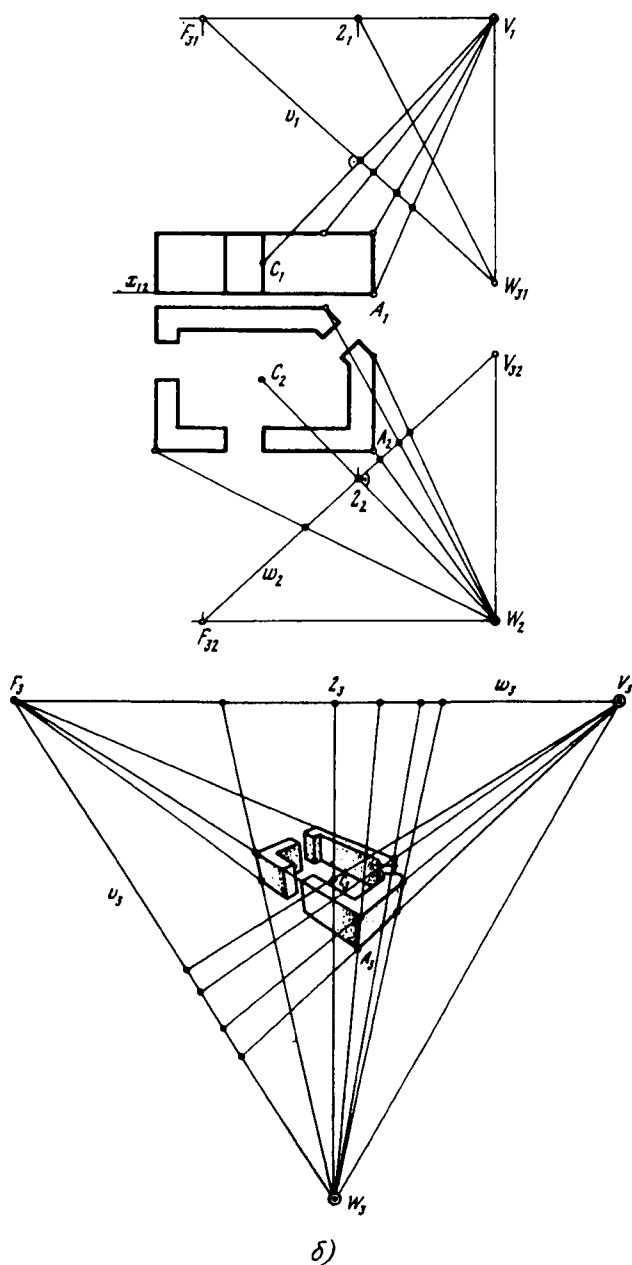


Рис. 170



Продолжение рис. 170

сторона параллельна π_1 : $F_3 W_3 = F_{31} W_{31}$. Построение треугольника $F_3 V_3 W_3$ завершено.

В итоге имеем весь необходимый аппарат алгоритма Гаука. Для пучков $(V_1) \wedge (V_3)$ связующими линиями служат прямые $v_1 = F_{31} W_{31}$ и $v_3 = F_3 W_3$. Для пучков $(W_2) \wedge (W_3)$ связующими линиями служат прямые $h_2 = F_{32} V_{32}$ и $h_3 = F_3 V_3$. Разумеется, в случае необходимости можно удваивать число связующих прямых* (см. рис. 159), изменять их направление и т. д. Важно заметить, что изображения *произвольной прямой*, лежащей в плоскости π_3 , могут быть использованы в качестве связующих линий, хотя и не обязательно с удобным коэффициентом переноса. Например, пучки $(V_1) \wedge (V_3)$ можно связать прямыми $W_{31} 2_1$ и $W_3 2_3$, для которых имеем коэффициент переноса $k = W_{32} 2_3 : W_{31} 2_1$.

На рис. 170, а, б указанное построение ради укрепления навыков работы приведено и для случая низкого, и для случая высокого горизонта, хотя, как это видно из сравнения обеих иллюстраций, никаких различий здесь нет. После завершения подготовительных операций переходим к построению всех узловых точек в поле 3.

9. В этом параграфе были приведены лишь некоторые характерные примеры практического использования дополнительной проекции. В других разделах учебника такие примеры будут встречаться снова и снова (см., например, § 23 — 25, 27, 42 и др.). Еще более серьезное значение приобретают эти задачи в практике реального архитектурного и строительного проектирования. Поэтому ясное понимание материалов данного параграфа особенно важно. С целью закрепления полученных знаний рекомендуется возвратиться еще раз к § 14 и выполнить решение всех рассмотренных там метрических задач с помощью дополнительного проекционного изображения.

Глава 4

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

§ 23. Построение теней на проекционных моделях.

Тени на эпюре Монжа и в аксонометрии

1. На проектах строительных сооружений во многих случаях кроме контуров изображенных предметов показывают еще и лежащие на них или падающие от них тени. Тени показывают с целью повысить информативность модели, облегчить переход от плоского изображения к пространственному его восприятию, а также для

* Что и сделано на рис. 170, а.

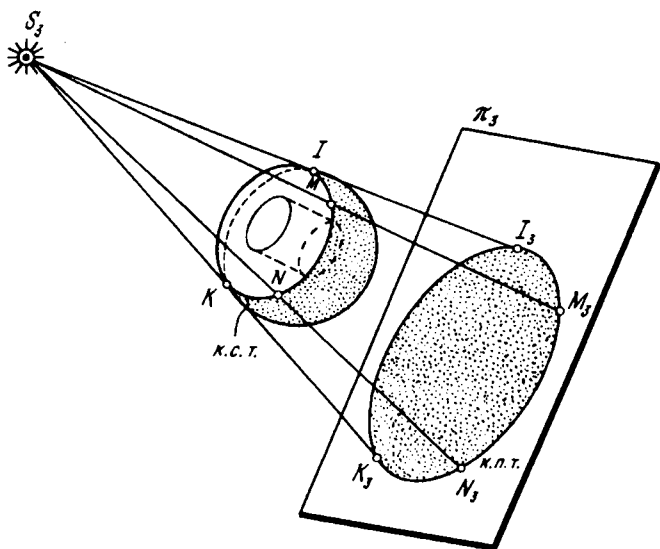


Рис. 171

того, чтобы по возможности достоверно оценить эстетическое воздействие проектируемого архитектурного или строительного объекта.

Задача построения теней на проекционной модели имеет две стороны: геометрическую и художественную. Мы остановимся здесь только на чисто геометрических вопросах.

2. Различают естественное и искусственное освещение. В случае естественного освещения солнечные лучи проходят практически параллельно друг другу, так что в геометрическом выражении речь здесь идет о связке прямых с бесконечно удаленной вершиной. В случае искусственного освещения лучи света имеют свой источник (лампа, фонарь, прожектор), который практически приравнивается к точке. Так что в геометрическом выражении речь здесь идет о связке прямых с собственной вершиной.

Лучи света, направленные на предмет, делятся на три группы: лучи, падающие на поверхности предмета и задержанные этими поверхностями; лучи, коснувшиеся предмета, и лучи, проходящие мимо предмета (рис. 171). Лучи второй группы на самом предмете определяют пограничную линию, именуемую *контуром собственной тени*, а на земле, на стене, на крыше здания, вообще на той или другой поверхности, которой они достигают, они обрисовывают еще одну линию, именуемую *контуром падающей тени*.

Рис. 171 ясно показывает, что с геометрической точки зрения *контур падающей тени* является проекцией *контура собственной*

тени. И вообще задача построения падающих теней на плоской модели — это *задача построения дополнительной проекции изображенного предмета*, причем новым центром проекций служит источник освещения, а новой картиной — поверхность, на которую падает тень.

3. Следует, однако, подчеркнуть важные отличия этой задачи от рассмотренных в предыдущей главе теоретических ситуаций и конкретных примеров.

Во-первых, при построении теней мы ищем дополнительную проекцию не «всего» предмета, а только его внешнего контура, без всякой, так сказать, «внутренней начинки». Это видно, в частности, и из рис. 171: внутренняя полость сферы ϕ не имеет никакого отношения к его тени, падающей на плоскость π_3 .

Во-вторых, этот внешний контур далеко не всегда оказывается изображенным в основных полях, так что, строя тени некоторых точек $M, N, \dots$, мы не только должны находить их дополнительные проекции $M_3, N_3, \dots$, но вынуждены так или иначе предварительно выявлять их изображения $(M_1, M_2), (N_1, N_2), \dots$ и на основной модели. Например, строя точки контура падающей тени для сферы ϕ (рис. 171), нужно наметить соответствующие точки контура ее собственной тени или, во всяком случае, заранее понять — где расположена и какую форму имеет линия, образующая этот контур. Если тени еще не построены, то на основной модели эта линия, безусловно, отсутствует.

В-третьих, поверхность ω , на которую падает тень, вовсе не обязательно является плоскостью. Она, конечно, может быть ею, но столь же часто тень падает на цилиндрические (колонны, ниши и пр.), сферические (купола), конические (архитектурные детали, покрытия и т. д.) и еще более сложные поверхности. Так что закономерности метода двух изображений, на которых основан алгоритм Гаука, могут здесь использоваться хотя и во многих, но все же частных случаях. А в общем случае коническая поверхность (в широком смысле этого термина; см. рис. 157), образованная источником освещения и контуром собственной тени в качестве направляющей линии, пересекаясь с картиной (не обязательно плоской), определяет падающую тень. Так что *задачу построения падающей тени всегда можно рассматривать, как позиционную задачу о пересечении двух поверхностей* (см. § 12).

Наконец, тень, падающая от предмета, нередко ложится на несколько различных поверхностей. При таких условиях речь, очевидно, идет не только о третьей, но и о четвертой, пятой, ... дополнительных проекциях, которые хотя и характеризуются одним общим центром S_3 , но возникают на разных картинах, причем помещаются на них частично, во взаимной связи друг с другом (см., например, рис. 173, 178).

Из всего сказанного видно, что задачи на построение теней могут быть очень разнообразны по своему конкретному содержанию и сложны в исполнении. Поэтому имеет смысл установить лишь наиболее общие принципы их решения, сформулировать несколько общих правил и показать характерные примеры. Все остальное — дело навыка и более или менее кропотливого труда исполнителя. На практике обычно ограничиваются тщательным построением характерных и узловых точек падающих или собственных теней. А второстепенные участки и мелкие детали прорисовывают от руки, опираясь на имеющийся опыт и художественную интуицию.

4. На изображениях, выполненных в ортогональных проекциях, тени строят обычно при стандартных условиях освещения, которые заключаются в том, что источник освещения S_3 считается бесконечно удаленным (солнце), а обе проекции луча света l наклонены под углом 45° к оси проекций x_{12} и имеют направление слева направо (рис. 172, а, б). Таким образом, подразумевается, что в пространстве луч света проходит по диагонали куба. Предположение вполне реальное для полуденного времени и для средних широт. Конечно, указанная условность не имеет никакого принципиального значения, но благодаря ей многие построения на эпюре значительно упрощаются.

Рассмотрим тень от точки, падающую на плоскость π_1 или π_2 (т. е. практически на фасад здания или на поверхность земли). Поскольку картина — плоская, возникает частный вариант алгоритма Гаука, где проекции центра S_3 заранее заданы, а $\pi_3 = \pi_1$ (или $\pi_3 = \pi_2$). Структуру геометрической машины легко выявить, заметив, что в данном случае речь идет об элементарной позиционной задаче: пересечение прямой линии с проектирующей плоскостью. На рис. 173, а представлено решение этой задачи. Здесь пучки (V_1) и (V_3) тождественно совпали, вершина $W^{\infty}_3 = U^{\infty}_{12}$, а связующая линия $w = x_{12}$. Если тень отбрасывают многие точки, то указанный алгоритм используется многократно, а на плоскости проекций $\pi_1 = \pi_3$ возникает дополнительная проекция этого множества точек. Результат такого построения продемонстрирован на рис. 173, б. Здесь в основных полях промоделирована квадратная колонна, перекрытая восьмигранной плитой. Для выявления падающей на π_1 тени использован алгоритм рис. 173, а. Обратите внимание на следующие характерные моменты:

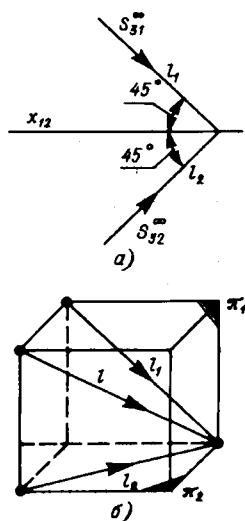


Рис. 172

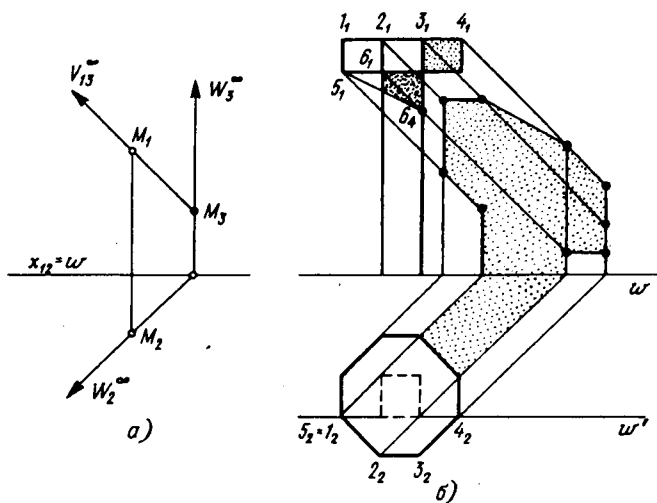


Рис. 173

а) контур собственной тени определять здесь не обязательно, можно просто строить по правилам дополнительную проекцию данного объекта, исключая при этом все внутренние точки и обводя по контуру внешние;

б) отрезки, параллельные π_1 , отбрасывают тень, параллельную и равную себе; отрезки, перпендикулярные π_1 , имеют тень, совпадающую с проекцией светового луча. Аналогичные правила относятся, конечно, и к плоскости π_2 . Вообще при построении теней встречаются многие *типичные ситуации, которые полезно просто запомнить*;

в) плоская грань верхней плиты, содержащая точки 3 и 4, во второй проекции изображается отрезком прямой линии (проектирующая плоскость!), совпадающим с проекцией светового луча. В физическом смысле это означает, что световые лучи не падают на эту поверхность, а скользят по ней. *Такие поверхности, как принято считать, находятся в собственной тени*;

г) передняя грань квадратной колонны — это часть плоскости π_4 , параллельной π_1 . На нее тоже могут падать тени от верхней плиты, которые строятся, естественно, по таким же правилам, учитывая, однако, что связующая линия w смещается при этом в положении w' . В данном случае на эту часть плоскости π_4 попадает тень только от точки 6, а точка 5 сама лежит в плоскости π_4 . Отсюда получаем наклонный отрезок — $5_1 6_4$, определяющий край тени. А сама колонна отбрасывает тень не только на π_1 , но и на π_2 . Следовательно, здесь мы имеем пример построения дополнительной проекции на

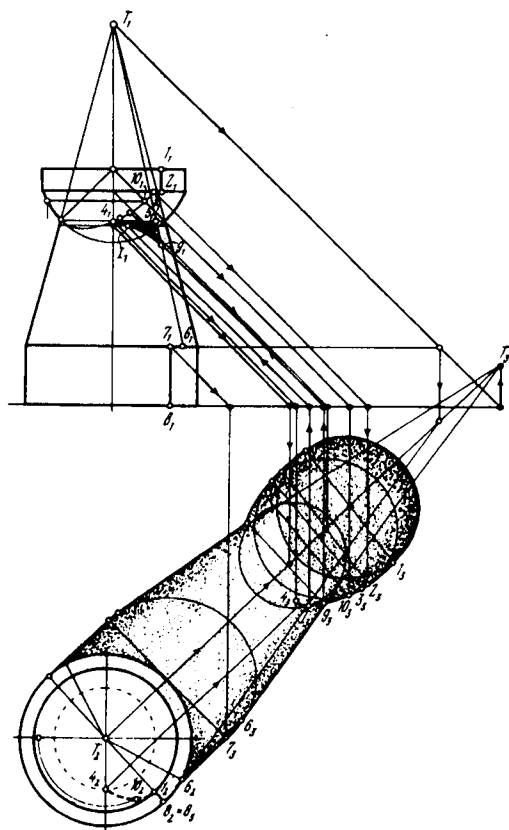


Рис. 174

нескольких (на трех) картинах. На каждую картину ложится своя часть дополнительной проекции.

5. При моделировании поверхностей второго порядка ключевую роль играет вопрос о положении собственной тени. На рис. 174 показана круглая балясина, имеющая схематическое строение: сначала цилиндрической, потом конической, сферической и снова цилиндрической формы. Контур собственной тени представляет собой ломаную линию. Как найти ее?

Для цилиндров и конусов можно выявить плоскость световых лучей, касательную к поверхности. Очевидно, такая плоскость проходит через вершину этой поверхности. Поэтому, построив тень от вершины конуса, падающую на плоскость его основания, проводим касательные к направляющей линии f_2 (рис. 175, в), определяем точки касания l_2 , z_2 и получаем искомый контур собственной

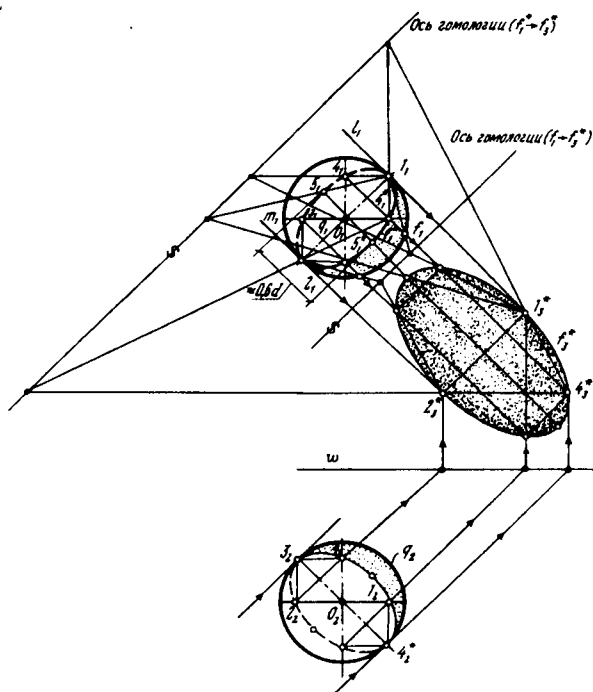


Рис. 176

l_2, z_2 определяются проекциями светового луча, касательными к кривой f_2 (рис. 175, з). Таким образом, для поверхности цилиндра имеем стабильную ширину собственной тени.

Стабильна собственная тень и на сферической поверхности. Она определяется цилиндром световых лучей, касательных к сфере (рис. 176). Четыре точки касания легко найти, проводя касательные к очеркам поверхности в первой и во второй проекциях. В пространстве линия касания — окружность, а в проекциях — эллипс. Для построения этого эллипса в первой проекции имеем точки касания l_1, z_1 и проходящие через них касательные прямые l_1, m_1 (проекции световых лучей). Кроме того, на диаметре очерка сферы отмечаем еще точку 4_1 , используя элемент касания 4_2 , взятый во второй проекции. Указанными данными искомая кривая вполне определена (ср. рис. 13). Можно, конечно, заранее просчитать длину малой оси эллипса и пользоваться при построении этой стандартной величиной (примерно $0,6d$). Во второй проекции имеем тот же самый, но иначе ориентированный эллипс.

Возвращаясь к рис. 174, соединяем все эти правила воедино и строим на фасаде собственную тень балясины — ломаную линию

$1_1, 2_1, 3_1, 4_1, 5_1, 6_1, 7_1, 8_1$. На цилиндрах и на сфере тени находим согласно указанным стабильным соотношениям. Для конуса используем прием, предложенный на рис. 175. Необходимо особенно подчеркнуть, что на участках $2_1 3_1$, $4_1 5_1$ и $6_1 7_1$, где граничат различные поверхности, контур собственной тени проходит по горизонтально расположенной дуге окружности, которая принадлежит и той и другой поверхности. Кроме того, на участке $4_1 9_1$ выявляется небольшая полоса тени, падающей от сферы на поверхность конуса. О способах ее построения будет сказано ниже (см. 23.7).

Имея контур собственной тени, можно находить по известным правилам его дополнительную проекцию, т. е. определять падающую тень всей фигуры. На рис. 174 показана тень балясины, падающая на плоскость π_2 .

6. При работе с *овальными* поверхностями второго порядка полезно иметь в виду — для контроля — или фактически использовать в процессе построения следующие два правила:

очерк поверхности и контур ее собственной тени в проекции гомологичны. Центром гомологии служит проекция источника освещения, а ось гомологии проходит через точки взаимного касания этих двух кривых. (19)

Примеры возможной реализации этого правила видим на рис. 174, 176. На рис. 174 участок собственной тени $3_1 4_1$ можно находить, преобразуя в гомологии с несобственным центром S^{∞}_{31} внешний очерк сферического тела балясины. Ось гомологии пройдет через точку O_1 под углом 45° к x_{12} , а пару соответственных точек можно взять на луче, проходящем через центр сферы O_1 . Еще удобнее наблюдать эти соотношения на рис. 176, где, например, в первой проекции эллипс f^*_1 гомологичен окружности f_1 . Центр указан лучами l_1, m_1 , ось проходит через точки $1_1, 2_1$, а пару соответственных элементов выбираем на луче, проходящем через точку 4^*_1 , или на луче, проходящем через точку O_1 (откладываем отрезок $O_1 5^*_1 = 0,6d:2$). Нужно заметить, что, назначая точки 4_1 или 5_1 , отвечающие точкам 4^*_1 и 5^*_1 , можно взять их на окружности f_1 слева или справа. Это не повлияет на результат решения, а лишь изменит порядок сопоставления дуг окружности и соответственных им дуг эллипса.

Второе правило относится к падающей тени овальной поверхности второго порядка:

очерк поверхности и тень ее, падающая на плоскость, в проекции гомологичны. Центром гомологии служит проекция источника освещения. (20)

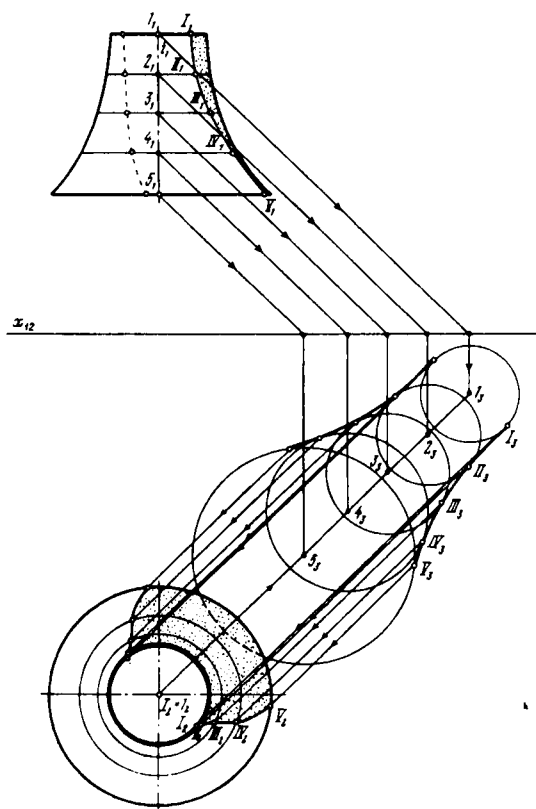


Рис. 177

Примеры возможной реализации этого второго правила видим на тех же рисунках. На рис. 176, например, тень, падающую от сферы на плоскость, параллельную π_1 , строим с помощью гомологии. Центр ее бесконечно удален по направлению лучей l_1, m_1 . По общему правилу (дополнительная проекция!) находим падающую тень трех точек, лежащих на контуре f_1 , например $I_3, 2_3$ и 4_3 . После этого гомология, связывающая f_1 и f_3 или f_1 и f_3 , определена и аппарат построения для всех остальных точек приводится в действие. По трем парам соответственных точек можно найти, если это требуется, и ось гомологии для того и другого случая. Конечно, этот прием может быть особенно выгодным в общем случае, когда источник освещения и плоскость, на которую падает тень, занимают произвольное положение. А в данном частном случае имеет смысл подсчитать заранее стандартную длину большой оси эллипса, ограничивающего падающую тень. Она приблизительно равна $1,7 d$, где d — диаметр сферы.

7. Рассмотрим теперь довольно характерный случай, когда удобнее и легче построить сначала падающую тень предмета, а уже потом, двигаясь в обратном направлении, найти его собственную тень. Этот прием называют иногда *способом обратных лучей*.

На рис. 177 промоделирована поверхность вращения ϕ . Ось вращения i перпендикулярна плоскости π_2 . Все горизонтальные сечения поверхности — суть окружности, параллельные π_2 . Поэтому нетрудно строить тени, падающие от таких окружностей на плоскость π_2 : они сохраняют форму и размеры оригинала. Итак, на оси вращения i наметим несколько точек $1, 2, 3, \dots$, построим тени, падающие от этих точек, и, принимая их за центры, наметим окружности соответствующих радиусов (см. рисунок). К этим окружностям проведем общую огибающую линию, которая, очевидно, совместно с тенью от верхней окружности с центром в точке O оконтурит область падающей тени. Из точек касания $I_3, II_3, III_3, \dots$, где огибающая линия касается теневых окружностей, направим в обратную сторону проекции световых лучей, и тогда найдем — сначала на плане, а потом и на фасаде — их прообразы: точки $I_2, II_2, III_2, \dots; I_1, II_1, III_1, \dots$, через которые и проходит контур собственной тени. Конечно, это заведомо приближенное построение. Но точность его легко регулировать: чем больше мы выберем точек деления на оси вращения, тем точнее полученный результат.

В частности, некоторую вариацию этого приема допустимо применять в таких случаях, как построение участка падающей тени $4_1 9_1$ на рис. 174. Имея падающую тень сферы, построим аналогично тому, как это делалось на рис. 177, несколько теневых окружностей для конической поверхности. Там, где эти окружности пересекают теневую контур сферы, намечаем точки $I_3, II_3, \dots$, которые обратными лучами возвращаем на участок 4 — 9.

8. Подведем некоторые итоги. Можно отметить четыре принципиально важных приема, которые используются при построении теней в ортогональных проекциях. Первый из них заключается в построении дополнительной проекции данного предмета согласно частному варианту алгоритма Гаука. Все «внутренние» точки этой проекции отбрасывают или вообще не строят. Вопрос о собственной тени в этом варианте обычно не возникает (см. рис. 173).

По второму варианту прежде всего находят собственную тень предмета, пользуясь заранее известными стандартными соотношениями или применяя простые вспомогательные построения, в том числе и на уровне графических рецептов. Имея собственную тень, получают, как ее проекцию, тень падающую (см. рис. 174, 175, 176).

Третий прием начинается с приближенного построения падающей тени предмета. В дополнительной проекции приходится изображать не только необходимые контуры предмета, но и его вспомогательные членения, например, окружности (см. рис. 177).

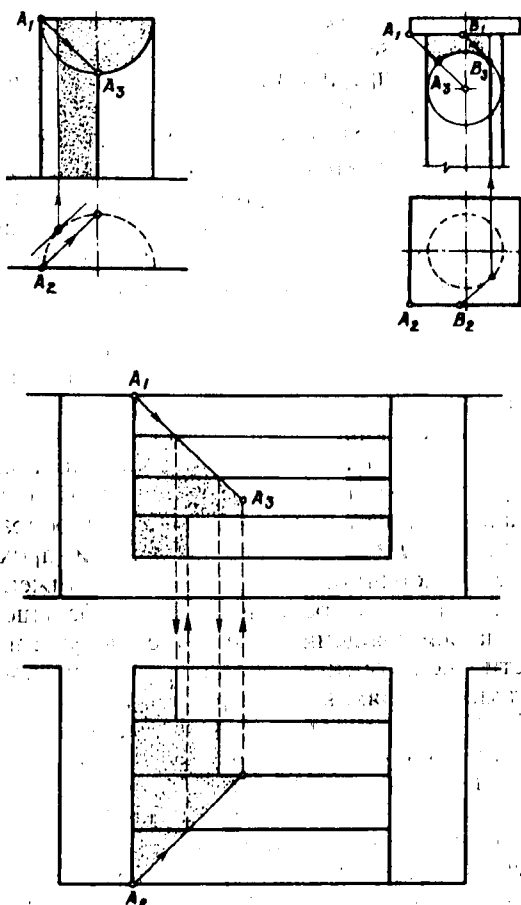
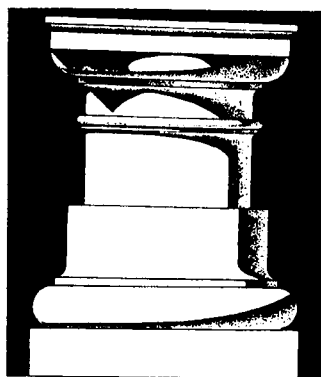
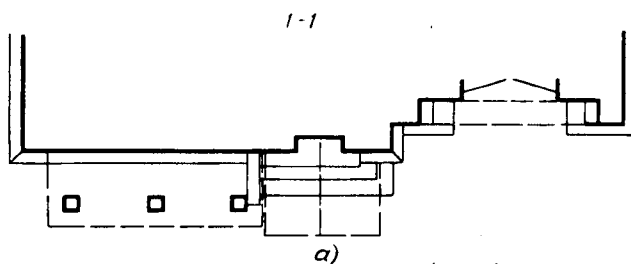
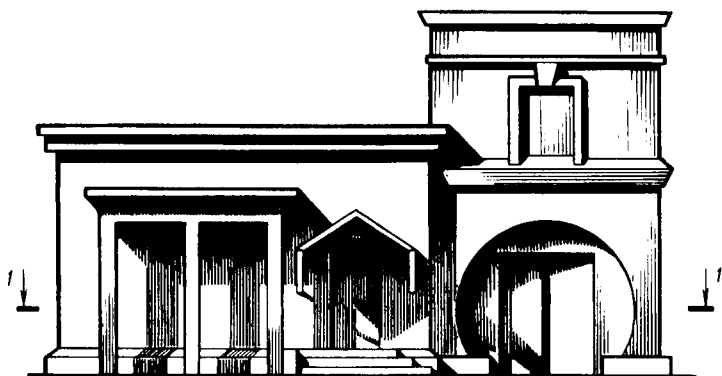


Рис. 178

С помощью обратных лучей по контуру падающей тени находим затем и собственную тень. Во всех трех перечисленных вариантах иногда оказывается полезным аппарат гомологического преобразования (см. рис. 176).

Наконец, четвертый — универсальный по своей сущности — прием заключается в решении обычными средствами позиционных задач о пересечении двух поверхностей. Этот прием выступает на первый план, когда речь идет о тени, падающей на кривые поверхности (см. участок 4191 на рис. 174), и вообще о более или менее сложных объектах. Значительную помощь здесь оказывает знание некоторых стандартных ситуаций, часто встречающихся на практике. В качестве характерных примеров на рис. 178 показаны тени в



б)
Рис. 179

цилиндрической нише, тень, падающая от квадратной плиты на круглую колонну, тени на ступенях лестницы. Практический опыт помогает в приобретении всех этих навыков. На рис. 179, а показан фасад здания с изображением теней, а на рис. 179, б — фрагмент постройки: часть колонны с базой и капителью.

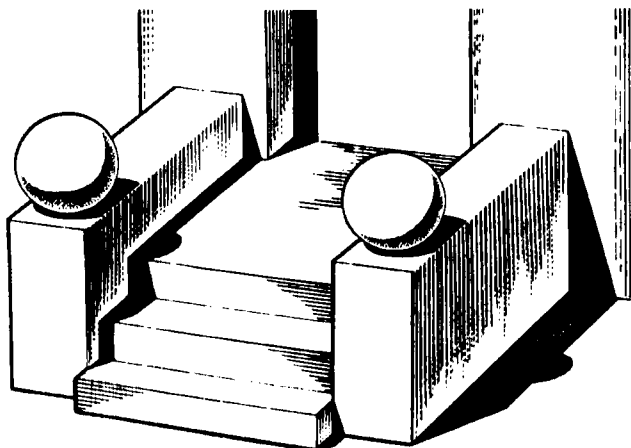
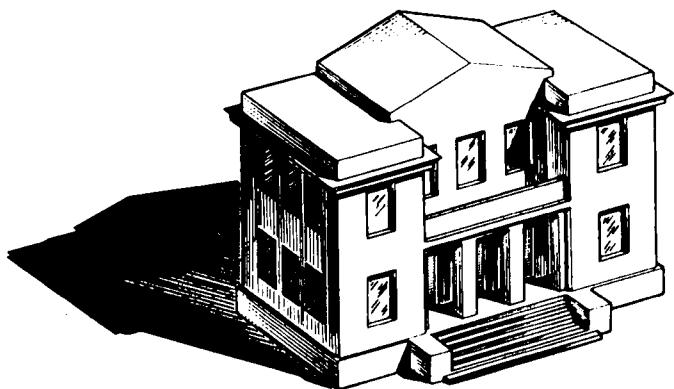


Рис. 180

9. В аксонометрических проекциях обычно сохраняют стандартное направление световых лучей, хотя это требование уже не является столь обязательным. Во всяком случае, ввиду того что на изображении координатного тетраэдра углы, вообще говоря, искажены и эти искажения зависят от вида выбранной аксонометрии, направление проекций светового луча нужно предварительно найти согласно рис. 172, б.

Если тени на эпюре Монжа уже построены, а параллельная проекция вводится как дополнительное изображение, то речь идет просто о *переносе* интересующих нас элементов из основных полей на новую проекцию. В таком случае никаких специальных задач решать не приходится, а приводится в действие алгоритм Гаука или координатный метод построения аксонометрического изображения

(см. § 7), включая все его элементы, в том числе собственные и падающие тени.

Если же вопрос о построении теней возникает в аксонометрической системе как самостоятельная задача, то сохраняют свой смысл и значение все принципиальные рекомендации, высказанные выше в 23.8. Однако в отличие от эпюра Монжа здесь отпадают, как правило, многочисленные мелкие, но облегчающие дело соотношения, которые базируются на относительно простой метрике ортогональных проекций. Например, при изображении собственных теней на цилиндре и сфере нельзя использовать пропорции, указанные на рис. 174, 175, з, 176. Для каждого вида аксонометрии нужно вычислять свои пропорции или рациональнее отказаться от них вообще, тем более что круговые очертания геометрических объектов в аксонометрии, вообще говоря, не сохраняются. Поэтому и способ обратных лучей (см. рис. 177) часто теряет здесь свою привлекательность: вместо сети окружностей приходится намечать сеть эллипсов.

Учитывая высказанные соображения, приходим к выводу, что в аксонометрии самостоятельное решение задач о построении теней имеет смысл для относительно простых объектов и ситуаций. В более сложных случаях целесообразно привлекать вспомогательные средства в виде имеющейся или специально построенной дополнительной ортогональной проекции, а также активно использовать аппарат гомологических преобразований [см. правила (19) и (20)]. На рис. 180 в качестве примера изображены в аксонометрии два фрагмента строительных объектов с прорисовкой собственных и падающих теней. Обратим внимание, что плоскость проекций π_2 является в этой системе *тождественной плоскостью* (см. § 7). Поэтому тени от точек, падающие на π_2 , строим по упрощенной схеме алгоритма Гаука (см. рис. 163), проводя до взаимного пересечения только два луча: $S_{31}M_1 \cdot S_{32}M_2 = M_3$.

§ 24. Тени в перспективе

1. К строительным объектам, которые моделируются в системе перспективных проекций (см. § 8), предъявляют обычно повышенные эстетические требования. Поэтому построение теней в этой системе рассматривают как важную профессиональную задачу.

Источник освещения в перспективе, как и в ортогональных проекциях, большей частью полагается на бесконечном удалении (солнце). Однако в случае моделирования внутреннего устройства помещений (интерьер), а также в особых ситуациях или по желанию архитектора-проектировщика используется также и факельное освещение. Кроме того, если даже источник освещения бесконечно удален, положение его на несобственной плоскости не является

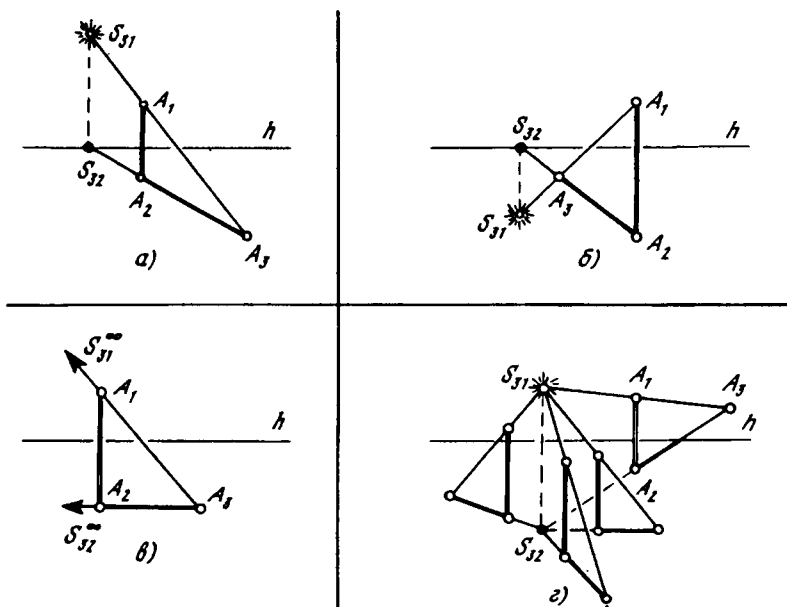


Рис. 181

строго регламентированным и в значительной мере зависит от художественных замыслов автора проекта.

На рис. 181 показано несколько вариантов выбора световой ситуации: тень от вертикального элемента A_1A_2 падает на предметную плоскость. Если лучи света параллельны друг другу, то вторая проекция источника освещения (мы обозначаем его символом S_3) обязательно находится *на горизонте*. Если к тому же первая проекция S_{31} выбрана выше горизонта, то падающие на землю тени простираются *в сторону зрителя*. При положении S_{31} ниже горизонта тени простираются *от зрителя*. Если же S_{32} , оставаясь на горизонте, удаляется в бесконечность, то S_{31} тоже несобственная точка и тени простираются параллельно горизонту *направо* (или *налево*) *от зрителя* (рис. 181, а — в).

В случае факельного освещения (рис. 181, г) возможен любой из этих вариантов в зависимости от того, где по отношению к источнику освещения расположен вертикальный элемент A_1A_2 . Кроме того, как видно из рисунка, при факельном освещении находятся такие вертикальные элементы, которые отбрасывают тень «до самого горизонта» или даже «за линию горизонта» (ложная тень). Важно понять, что это физически нереализуемые ситуации: вертикальный отрезок A_1A_2 в натуре выше, чем отрезок $S_{31}S_{32}$, поэтому тень от него теоретически не имеет границы, а точка A_3 , лежащая

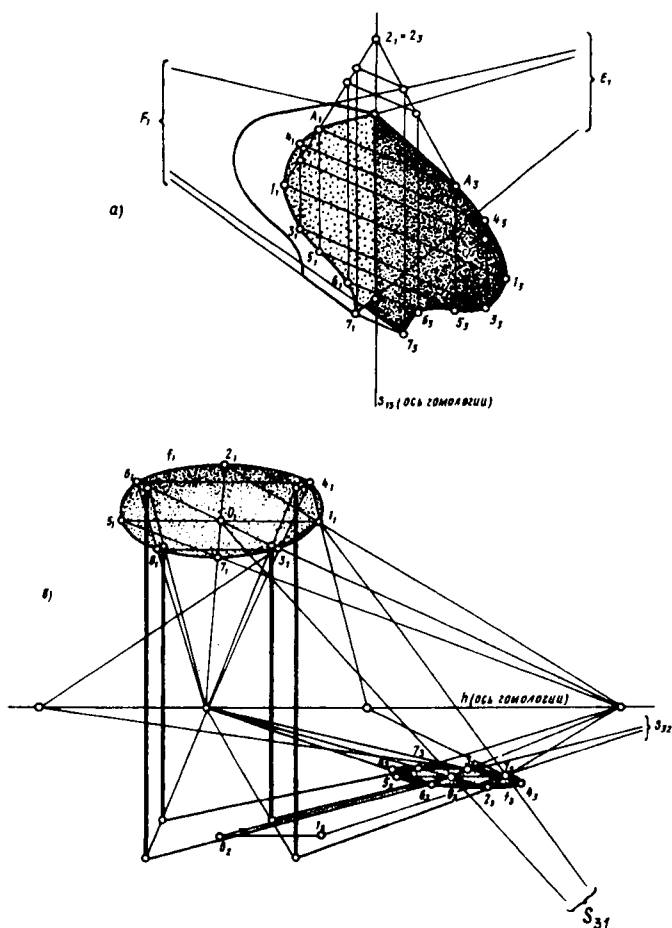


Рис. 183

на вершину W_3 , найден. Ясно, что в данном случае эта вершина находится в бесконечности (объясните — почему?). В то же время из самого построения точки I_3 видно, что пучки (W^∞_2) и (W^∞_3) связаны линией $q_1 = q_2 = w$. Так что все элементы алгоритма Гаука теперь налицо и можно приступать к построению внешнего контура дополнительной проекции — контура падающей тени.

3. В перспективе значительно чаще, чем на эюре Монжа, удобным средством построения теней оказывается аппарат гомологических преобразований. Это объясняется тем, что первичные

проекции плоских фигур здесь, как правило, не вырождаются в прямые линии, а с другой стороны, даже относительно простые — прямоугольные и круговые — формы в центральной проекции усложняются и требуют более или менее кропотливого построения. На рис. 183, *а* в качестве примера показана тень от кронштейна, падающая на стену здания. Здесь достаточно построить тень одной точки, скажем, точки A_1 , после чего определен аппарат гомологии: центр — проекция источника освещения S_{31} ; ось s_{13} — пересечение боковой плоскости кронштейна со стеной здания; пара соответственных элементов — точки A_1 и A_3 . Далее вступает в действие аппарат преобразования (ср. рис. 36).

На рис. 183, *б* показана тень от круглого (в натуре) покрытия. На эюре Монжа и само покрытие, и падающая от него тень имели бы круглые очертания, не требующие специальных построений. А здесь это эллипсы, связанные гомологией, которая помогает найти или уточнить контур падающей тени. Центр гомологии — первичная проекция источника освещения S_{31} ; ось гомологии — линия горизонта (так как предметная плоскость и плоскость покрытия параллельны друг другу). Пара соответственных элементов — первичная проекция точки O и падающая от нее тень, построенная по схеме рис. 181. Этот пример позволяет увидеть характерные достоинства указанного приема: контур тени можно строить и в том случае, когда проекции источника освещения практически недоступны (находясь за пределами чертежа), а также и при отсутствии второй проекции фигуры, бросающей тень.

4. Способ определения собственных и падающих теней для цилиндрических и конических поверхностей, намеченный на рис. 175, сохраняет свой смысл и в перспективе. Отпадают только стабильные метрические соотношения и трансформируются круговые очертания фигур и геометрических тел. Поэтому тени и на сфере, и на эллипсоиде, и на других невырожденных поверхностях второго порядка строят по одной общей схеме, уже выявленной (в позиционном плане) на рис. 176. Причем правила (19), (20) (см. 23.6) используются здесь как основной инструмент. На рис. 184 показано изображение купола (полусферы). Источник освещения задан по схеме рис. 181, *б*. Прежде всего находим точки касания I_1 , 2_1 проекций световых лучей к эллипсу g_2 (нижнее сечение полусферы) и $3_1 = 3_1^*$ — к эллипсу f_1 (очерк сферы). К эллипсу g_2 касательные проводим из точки S_{32} , так как это сечение сферы хотя и не лежит, может быть, в предметной плоскости, но во всяком случае параллельно ей и потому может заменять собой вторую проекцию. А касательную к эллипсу f_1 проводим из точки S_{31} , так как речь здесь идет о первой проекции очерка сферы и соответственно о первой проекции светового луча. Итак, для преобразования по правилу (19) очерка сферы f_1 в очерк ее собственной тени f_1^*

препятствием к этому может, правда, явиться замысел исполнителя, желающего показать в перспективе другое освещение, иные световые эффекты. Но даже и в таком случае иногда имеет смысл наметить новую тень в ортогональных проекциях и потом перенести ее в перспективу. При этом необходимо, разумеется, согласовать между собой модель источника освещения, выбранную в перспективе, с его моделью на эпюре Монжа.

6. На рис. 181 — 183 геометрические элементы и строительные конструкции изображены в перспективе на *вертикальной* картине. Этим облегчается первоначальное восприятие, но не более того. Внимательно просматривая указанные рисунки, видим, что наклон картины не вызовет никаких принципиальных изменений в намеченных построениях. На рис. 181, например, все вертикальные прямые $S_{31}S_{32}$ и A_1A_2 примут наклонное положение и направятся в собственную точку схода U_{12} (ср. рис. 68). Однако смысл этой иллюстрации полностью сохраняется. Аналогичные замечания относятся и к рис. 182, 183. А рис. 184 вообще не позволяет сказать, в какой системе он выполнен: на вертикальной или на наклонной картине. Правда, линия $S_{31}S_{32}$ направлена перпендикулярно горизонту, но, может быть, именно на ней и находится собственная исключенная точка модели U_{12} ?

Высказанные в этом пункте соображения подтверждают тот факт, что приемы построения теней на вертикальной и на наклонной картине не имеют различий, поскольку речь идет о *чисто позиционных* операциях, никак не связанных с метрикой модели.

§ 25. Определение границ земляных работ

1. В начальной стадии проектирования строительных мероприятий, при подготовке строительной площадки, прокладке железнодорожных путей, автомобильных дорог и т. п. возникает вопрос о подготовке местности и о выполнении необходимых земляных работ. Специалиста интересует прежде всего общий объем этих работ, т. е. количество грунта в кубометрах, которое предстоит поднять с места — вынуть, насыпать, отвезти в отвал или, наоборот, доставить к месту строительства. Специалиста интересует также возможность иметь оптимальный баланс при выполнении земляных работ, т. е., во-первых, уменьшить, насколько удастся, их общий объем, а во-вторых, приблизительно уравнивать количество вынудой и насыпанной земли, чтобы максимально снизить транспортные расходы на перевозку ее с места на место.

При решении всех этих достаточно сложных проектных и экономических вопросов полезным вспомогательным инструментом оказываются специальные чертежи, позволяющие наглядно представить форму и площадь тех участков территории, где будут

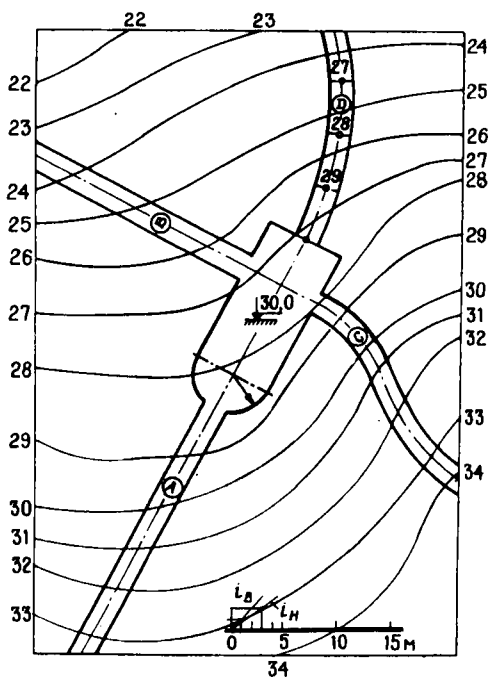


Рис. 185

производиться земляные работы, а также подсчитать с удовлетворительной точностью объем и окончательную стоимость этих работ.

Задача ставится следующим образом. На чертеже, выполненном в проекциях с числовыми отметками, промоделирована незначительная земная поверхность, охватывающая ту территорию или часть той территории, где намечено вести строительство (рис. 185).

Поверхность эта промоделирована с помощью горизонталей, имеющих свои числовые пометки. На нее наложены контуры строительного объекта — строительной площадки, фундаментов сооружения, подъездных путей, проходящей дороги и т. д. Наложённые контуры тоже снабжаются числовой отметкой или отметками. Если речь идет о горизонтально протяженном объекте, например о строительной площадке, то дается одна числовая отметка, характеризующая высоту этого объекта относительно окружающей местности. Если же речь идет о дороге, идущей с уклоном, о пандусе, о спуске и пр., то указывается ряд числовых отметок, характеризующих постепенное или прерывное изменение высоты данного объекта. Кроме того, считается установленным уклон, который рекомендуется соблюдать для насыпей и выемок. На

практике этот уклон зависит от свойств грунта на месте строительства и предусматривается специальными нормами.

При наличии всех этих предварительных данных требуется показать на модели границы выемок и насыпей, окружающих проектируемое сооружение. На этом этапе задача приобретает чисто геометрический характер. Опираясь на конкретные данные, приведенные на рис. 185, рассмотрим ее решение.

2. На рисунке показана строительная площадка прямоугольной формы с полукруглым завершением и ведущие к ней подъездные пути. Числовая отметка площадки + 30.00 м выше нуля, а дорога *D* идет с равномерным уклоном на спуск, причем по краю дороги отмечены соответствующие целочисленные этапы этого спуска. Заданы и уклоны земляных откосов: для выемки $i = 1.0$, для насыпи $i = 0.5$ (ср. § 10).

Прежде всего находим горизонталь местности, имеющую отметку + 30. Она пересекает дороги *A* и *C* в точках *I*, *II*, *III*, *IV* (рис. 186). Если местность имеет простой рельеф, т. е. плавно переходит от более высоких горизонталей к более низким, то указанные точки по отношению к площади застройки являются граничными: с одной стороны от них пойдет насыпь, с другой — выемка. Если же рельеф местности более сложный, т. е. включает в себя разнообразные подъемы и спуски, то точки *I* — *IV*, хотя и не являются граничными в окончательном смысле, все же обозначают собой местную границу, разделяющую насыпь и выемку вплоть до новой горизонтали, пересекающей площадь застройки и имеющей высотную отметку + 30.

Что касается дороги, идущей с уклоном, то она в зависимости от конкретных условий может неоднократно переходить из выемки к насыпи и наоборот.

Следующий этап решения — задание поверхностей, простирающихся вверх или вниз от границ строительных сооружений и образующих земляные откосы. От прямых кромок строительной площадки и от прямолинейных участков дороги будут отходить *плоскости*. От округлой части площадки отходит, очевидно, откос *конической* формы, а от кривых участков дороги — *поверхность одинакового ската* (см. 10.7, рис. 84). Плоскости удобно задавать с помощью масштаба уклонов, используя указанные выше значения уклона для насыпи и выемки (ср. рис. 82). Коническую поверхность можно задать аналогичным образом, проводя масштабную линию через проекцию вершины конуса, т. е. через центр полуокружности — точку *O* (рис. 186). Что касается поверхности одинакового ската, то ее нужно задать горизонталями, построив их по схеме, указанной ранее на рис. 85. При этом радиусы вспомогательных окружностей берут (в масштабе чертежа) либо кратными одной единице, если

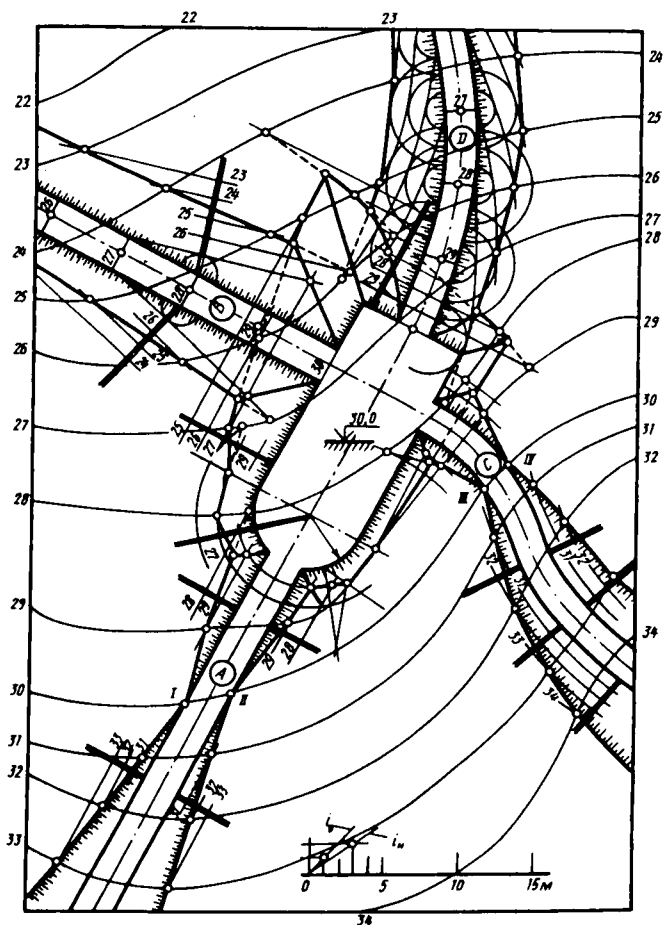


Рис. 186

речь идет о выемке, либо кратными двум единицам, если речь идет о насыпи.

3. Итак, определение границ земляных работ сводится к задаче о пересечении поверхностей на модели, выполненной в проекциях с числовыми отметками. С поверхностью земли пересекаются *плоскости* откосов, отходящих от краев строительной площадки и от прямолинейных участков дороги. С поверхностью земли пересекается также *коническая поверхность*, отходящая от скругленной части стройплощадки. Наконец, пересекаются с ней *поверхности одинакового ската*, отходящие от криволинейных очертаний дороги. Кроме того, в местах перелома фигуры все эти три вида закономер-

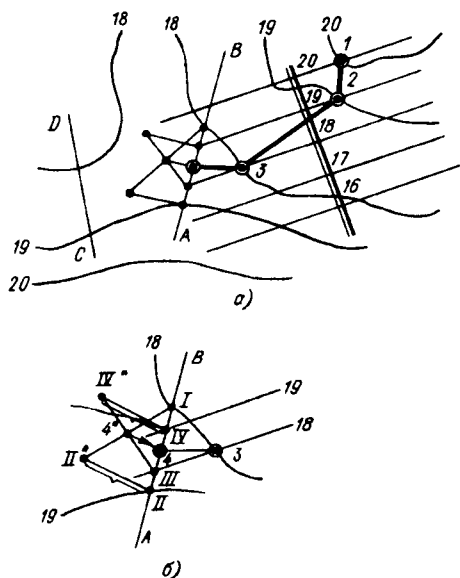


Рис. 187

ных поверхностей пересекаются и между собой, образуя прямые (плоскость с плоскостью) или искривленные (в других сочетаниях) элементы. Техника пересечения во всех случаях одна и та же: находим точки встречи горизонталей с одинаковыми пометками и прокладываем через них линию пересечения. Полученная в результате всех этих операций и представленная на рис. 186 графическая модель дает общую картину предстоящих земляных работ. При необходимости можно пометить на ней несколько продольных и поперечных сечений, построить профили по этим сечениям (см. рис. 106) и произвести приближенный подсчет площадей и объемов

переносимой земли. Но и без этих подсчетов имеет значение *сравнение вариантов* путем сопоставления ряда аналогичных моделей. Выбор оптимального варианта играет решающую роль при прокладке дорог значительного протяжения.

4. Элементарное по смыслу решение задач о пересечении поверхностей иногда упирается в технические трудности, которые имеет смысл если не перечислить, то хотя бы в принципе оговорить.

На рис. 187 указаны горизонталы плоскости α и горизонталы земной поверхности ϕ . Сначала линия пересечения находится без затруднений (имеем точки 1, 2, 3, ...). Однако далее горизонталы местности изменяют свою ориентацию и точки взаимной встречи одинаково обозначенных прямых и кривых линий исчезают.

В подобных случаях, причиной которых являются самые разнообразные «капризы» местности, рекомендуется воспользоваться вспомогательным сечением рельефа и плоского откоса и построением условного (т. е., в частности, без соблюдения масштаба чертежа) профиля. На рис. 187, а линией AB намечено одно из таких возможных сечений. Линия $l = AB$ пересекает горизонталы местности 18 и 19 в точках I и II, а одноименные горизонталы плоскости — в точках III и IV (рис. 187, б). На отрезке I, II строим профиль местности, откладывая в произвольном масштабе и по произволь-

ному направлению превышение точки *II* над точкой *I*. Полученную точку *II'* соединяем с *I* прямой линией, которая (приближенно!) обрисовывает рельеф местности на данном участке. Аналогично, но соблюдая выбранное направление, строим линию *III*, *IV'* — для плоскости. Точку пересечения $4^* = I, II' \cdot III, IV'$ переносим обратно на прямую *AB* и получаем искомым элемент *4*, через который проходят — в данном случае — границы насыпи. При необходимости этот прием можно повторить (сечение *CD* на рис. 187, а). Ситуации такого рода бывают разнообразны по своим внешним формам, но едины по общему смыслу возникающих трудностей.

§ 26. Использование фотосъемки для обмера сооружений

1. Необходимость обмера зданий и сооружений возникает в тех случаях, когда планируется выполнение каких-либо строительных работ по данному объекту или составление по нему документации мемориального характера, а проекционная модель объекта отсутствует.

При таких условиях приходится измерять протяженность и высоту фасадов здания или внутренних его помещений, вычислять их площадь, устанавливать размеры и взаимное положение оконных и дверных проемов, определять длину пролетов или несущих конструкций в перекрытиях и т. п.

На основе этих измерений производятся расчеты конструкций, составляются описания их, а главное — выполняются чертежи сооружений, которые сохраняются как исторические документы или служат исходным материалом для последующих проектных работ, предусматривающих ремонт, реставрацию, реконструкцию, а может быть, и коренную перестройку объекта.

2. На практике для облегчения обмерных работ используются многообразные специальные приемы, приборы и приспособления. Достаточно часто встречаются ситуации, когда непосредственное выполнение обмеров («ручным» способом) просто неосуществимо. Тогда одним из важных и наиболее эффективных вспомогательных средств становится фотография. Действительно, сфотографировав строительный объект с двух различных позиций, получаем его изоморфную проекционную геометрическую модель, построенную по методу двух изображений (см. § 9). Если известно, в какой именно системе проектирования построена эта модель, и если удастся находить на ней первую и вторую проекции всех интересующих нас точек, то, как мы уже знаем, можно решать на такой модели все возникающие позиционные и метрические задачи и, в частности, производить те измерения, которые нам необходимо было бы выполнить в натуре. Конечно, пока это лишь общий теоретический

план действий, но важно видеть и понимать, что он в принципе осуществим.

3. Первый практический вопрос, встающий на этом пути: как определить систему проектирования, т. е. как выявить взаимное положение центров проектирования и плоскостей проекций в момент съемки? Ведь без этих данных модель становится «плавающей», на ней можно, правда, уяснить некоторые позиционные отношения элементов (и то — при прямом или косвенном задании исключенных точек; см. 9.3), но нельзя указать даже двух параллельных прямых, не говоря уже о каких-либо более сложных метрических соотношениях.

Существует три способа, позволяющих стабилизировать модель, т. е. полностью определить и позиционные, и метрические отношения изображенных на ней элементов.

Первый способ — прямое указание всех необходимых числовых и геометрических данных. В этом случае заранее фиксируются, например, фокусные расстояния фотоаппаратов и главные точки снимков (что равносильно заданию дистанционных окружностей, ср. рис. 59). Должно быть известно также расстояние между центрами проектирования (так называемый *базис съемки*) и определена взаимная ориентация снимков. В результате возникает довольно сложная система числовых параметров, которые именуются *элементами внутреннего ориентирования* и позволяют полностью восстановить систему проектирования в исходном пространстве. Этот способ особенно полезен в тех случаях, когда объект съемки фактически недоступен.

Второй способ — подключение к объекту съемки естественного или искусственного метрического репера. Метрический репер — это набор геометрических элементов, которые, будучи зафиксированы на снимках, определяют метрику модели, т. е. позволяют производить на ней любые или некоторые необходимые измерения. Если репер позволяет производить *любые* измерения, он называется *полным*; в противном случае имеем *неполный* репер. Если репер составлен из элементов, принадлежащих самому объекту съемки (окна, двери, вертикальные и горизонтальные членения здания и пр.), то он именуется *естественным*. Если же в поле съемки заранее помещается специально подготовленная конструкция, то имеем *искусственный* репер. При наличии полного метрического репера никакие элементы внутреннего ориентирования уже не требуются. Этот второй способ особенно полезен в тех случаях, когда съемка производится в нестационарных условиях и точное измерение элементов внутреннего ориентирования затруднительно или даже невозможно.

Третий способ — смешанный. В поле съемки находится *неполный* репер, и вместе с тем известны *некоторые* элементы внутреннего

ориентирования (например, базис съемки и фокусные расстояния). Целесообразность использования третьего способа подсказывается обычно теми практическими условиями, при которых осуществляется измерительная *стереофотосъемка*.

4. Когда система проектирования определена, можно приступать к обработке полученных фотографических изображений. Обработка эта бывает направлена либо на достижение вполне конкретных и частных по своему смыслу результатов (например, требуется определить высоту здания, ширину арки, длину пролета балки и т. п.), либо на решение комплексной задачи — построение ортогональных проекций и вообще рабочих чертежей данного строительного объекта. И в том, и в другом случае можно вести обработку фотоизображений с помощью специальной и весьма дорогостоящей аппаратуры, которая позволяет с большой точностью определять *координаты* намеченных точек. На основе выявленных координат производится исчисление нужных размеров или осуществляется поэтапное построение необходимых чертежей. Такие приборы (различные варианты стереокомпараторов) и такие методы находят широкое применение в *фотограмметрии* — специальной области знания, посвященной исследованию этих вопросов. Действие стереокомпаратора основано на физиологических особенностях человеческого зрения: на способности ощущать даль и глубину при нормальном наблюдении предмета, т. е. при взгляде на него обоими глазами одновременно (так называемый эффект стереоскопического зрения). Фотограмметрические методы традиционно используются при съемке местности с самолета с целью последующего составления карт этой местности.

Возможны, однако, и другие способы обработки фотоизображений, непосредственно связанные с методами начертательной геометрии. Если, например, речь идет о решении частных метрических задач, то довольно естественно найти это решение прямо на модели (см. § 15), *минуя этап вспомогательных аналитических операций* (определение координат точек с последующими вычислениями). Если же речь идет о построении дополнительной ортогональной проекции, то здесь тем более целесообразно, тоже минуя этап аналитических операций, сразу строить новую проекцию с помощью алгоритма Гаука (см. § 21). Возникает, правда, вопрос о точности таких построений. Примитивные «ручные» способы выполнения графических операций особенно высокую точность обеспечить не могут. Но, во-первых, во многих случаях особенно высокая точность решения вовсе и не требуется, если, например, речь идет о модели, которая должна выявить и сохранить общий архитектурный облик объекта, его основные пропорции и т. д. А во-вторых, точность решения во всех случаях достигается с помощью высококачественного *технического оснащения*, как это имеет место, скажем, при использовании уже упомянутых фотограмметрических методов. Од-

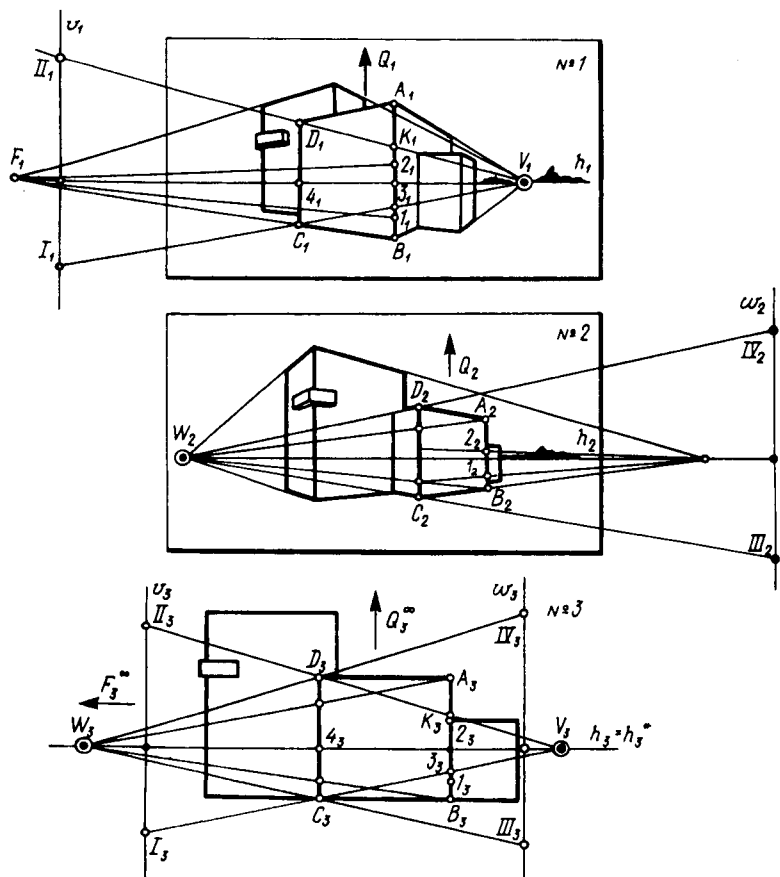


Рис. 188

нако изучение возможных вариантов технического оснащения не входит в нашу задачу. Нам важно уяснить здесь лишь теоретическую базу решения, познакомившись с теми геометрическими приемами, которые позволяют пару фотографий строительного объекта преобразовать в обмерный (т. е. соответствующий реальным пропорциям и размерам) ортогональный чертёж.

5. Рассмотрим схему двух фотографий, на которых запечатлено изображение строительного объекта (рис. 188). Фотографии 1 и 2 выполнены с разных позиций, поэтому изображения на них отличаются одно от другого. Базис съемки параллелен земле*.

* Это последнее условие не существенно (ср. примечание на с. 210).

задача — построить дополнительную ортогональную проекцию данного объекта, установив при этом масштаб полученного изображения.

Общий принцип решения такой задачи нам хорошо известен: необходимо привести в действие алгоритм Гаука. Следует только понять, каким путем в указанных конкретных условиях можно выявить структуру искомой геометрической машины: найти вершины пучков $(V_1) \wedge (V_3)$ и $(W_2) \wedge (W_3)$, а также связующие их элементы. Конечно, конкретные условия поставленной задачи бывают крайне разнообразны: в одном случае известны элементы внутреннего ориентирования, в другом — зафиксирован полный метрический репер или отдельные его элементы и т. д. Поэтому здесь мы постараемся проследить лишь за характерными этапами возникающего во всех таких случаях геометрического рассуждения.

6. Будем считать, что плоскость π_3 , которая должна содержать искомую дополнительную ортогональную проекцию, совмещена с фасадом здания $\alpha = ABCD$ или параллельна ему (см. рисунок). Тогда проекция центра S_3 на обеих фотографиях известна. В самом деле, центр ортогонального проектирования на плоскость π_3 — это несобственная точка, в которой пересекаются прямые, перпендикулярные π_3 . Но горизонтальные членения *бокового* фасада здания (карниз, цоколь и др.) как раз перпендикулярны π_3 . Поэтому точка схода проложенных по этим членениям прямых линий определяет изображение центра S_3^∞ . На первой фотографии обозначим эту точку символом V_1 , на второй — символом W_2 (ср. рис. 161).

Условимся далее в процессе решения задачи использовать *неполный метрический репер*. На двух взаимно перпендикулярных ребрах конструкции, а именно на прямых AB и BC , наметим по три точки, расстояния между которыми заранее промерены или, во всяком случае, заранее известны. На ребре AB выберем с этой целью точки I , 2 и B , подсказанные горизонтальными членениями здания. А на ребре BC — точки B , C и F , из которых последняя является несобственным элементом. Конечно, промерить «расстояние» до точки F нельзя, но заранее известно, что это бесконечно большая величина. Кстати, если точка F и на первой, и на второй фотографиях находится далеко за пределами рабочего поля, то можно взять любую другую точку прямой $l = BC$, как это и сделано на ребре AB , для которого точка схода вертикальных прямых практически недоступна.

Теперь вычертим в третьем поле прямоугольный фасад основного корпуса $ABCD$, используя необходимый или удобный для нас масштаб.

Длина стороны B_3C_3 известна по условию — это элемент репера.

Ряды точек $(B_1, 2_1, I_1, \dots)$ и $(B_3, 2_3, I_3, \dots)$ проективны, поэтому нетрудно (ср. рис. 122) найти и точку A_3 , после чего прямоугольник $A_3B_3C_3D_3$ может быть завершен. Заметим, что два четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$ и $A_3B_3C_3D_3$ определяют коллинеарное соответствие двух плоских полей (см. 9.6). То же самое можно сказать и о двух одноименных четырехугольниках, связавших второе и третье поля.

Пользуясь этой связью, точку V_1 на первой фотографии отнесем к плоскости $\alpha = ABCD$ и найдем этот элемент в третьем поле. Получим, очевидно (ср. рис. 161), вершину пучка — V_3 . Практически для построения точки V_3 можно выявить на ребре A_3B_3 уровень горизонта (см. точку 3_1 на первом снимке), провести прямую h_3 , параллельную B_3C_3 , и использовать возникающий на ней ряд точек $(F^x_3, 4_3, 3_3, \dots)$, проективный ряду $(F_1, 4_1, 3_1, \dots)$. Можно, конечно, прибегнуть и к иным приемам, например засечь точку V_1 лучами C_1V_1 и D_1V_1 , отметить их пересечения с ребром A_1B_1 , восстановить эти засечки на ребре A_3B_3 и т. д. Любой из таких приемов позволяет проконтролировать точность полученных результатов.

Аналогично выявим на линии горизонта h_3^* вершину пучка $W^{(*)}_3$. После этого остается выбрать направление связующих линий $v_1 — v_3$, $w_2 — w_3$ и разместить их в проекционных полях.

7. Вспомним, что прямые линии, связывающие два проективных пучка, должны быть параллельны их соответственным лучам (см. рис. 76). В данном случае удобно направить прямую v_1 параллельно лучу V_1Q_1 , а прямую $v_3 —$ параллельно лучу V_3Q_3 , где $Q —$ несобственная точка пересечения вертикально идущих прямых. Проекция точки Q на обеих фотографиях могут уходить далеко за пределы рабочего поля (как на рис. 188), если оптические оси фотоаппаратов лишь незначительно отклоняются от горизонтального положения. Но провести прямую линию V_1Q_1 через недоступную точку схода не представляет большого труда (укажите варианты такого построения!). В третьем поле проекция точки $Q —$ заведомо несобственный элемент. Итак, направления связующих прямых v_1 и v_3 выбраны. В пучке (V_1) отметим два удобных для нас луча, например V_1D_1 и V_1C_1 . Эти лучи пересечем прямой v_1 , параллельной V_1Q_1 , разместив ее в подходящем месте, слева от изображения. В пучке (V_3) отметим два соответственных луча: V_3D_3 и V_3C_3 . Их пересечем прямой v_3 , параллельной $V_3Q^x_3$, разместив ее так, чтобы масштаб переноса отрезка I_1/I_3 с v_1 на v_3 оказался простым, а сама прямая проходила бы по возможности по свободному полю чертежа. Аналогичные действия выполним, подбирая прямые w_2 и w_3 . Теперь весь аппарат, необходимый для построения дополнительной орто-

Здесь $h^*_3 = h_3$, поскольку $S_1 \cdot S_2 \parallel \pi_2$.

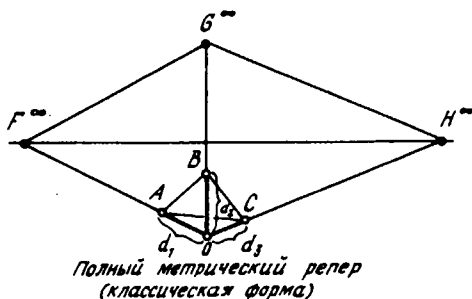


Рис. 189

гональной проекции (обмерного чертежа), подготовлен и остается воспользоваться с этой целью алгоритмом Гаука.

8. Когда алгоритм для решения поставленной задачи найден, встает вопрос о механизме его реализации. При отсутствии особых требований к точности построений алгоритм может быть реализован «вручную». При повышении этих требований используются приспособления и специальные приборы. В конечном счете алгоритм решения можно запрограммировать и передать на компьютерное устройство. В любом случае техническое оснащение процедуры — это вопрос, не связанный непосредственно с предметом нашего изучения. Здесь важно уяснить лишь общие пути выхода к геометрической модели, именуемой *обмерным чертежом*.

На рис. 188 намечено построение *одной* ортогональной проекции сооружения, особенно пригодной для выполнения измерений в плоскости $\alpha = ABCD$ и в других, параллельных ей плоскостях. Что касается третьего направления — глубины здания, — то оно остается невыявленным. Именно поэтому для решения поставленной задачи достаточно было использовать *неполный метрический репер*.

Если поставить вопрос о построении еще одной ортогональной проекции, на которой будет показан боковой фасад здания или его план, то придется дополнить указанный репер новыми элементами, т. е. указать его *завершенную форму*.

Полный метрический репер допускает, разумеется, множество разнообразных конкретных воплощений. Его основная, исходная, можно сказать классическая, форма представлена на рис. 189. Если на фотографиях изображены три взаимно перпендикулярные прямые, на каждой из которых зафиксировано по два смежных отрезка известной длины, то полный метрический репер обеспечен. В классическом воплощении эти три прямые пересекаются в одной точке (что, конечно, не обязательно), а в каждой паре смежных отрезков один имеет бесконечно большую длину. Иными словами,

на каждой из трех заданных прямых отмечена ее несобственная точка и еще по две точки, из которых одна — общая (начало координат). Заметим, что на аксонометрической модели как раз и задается в явном виде полный метрический репер (ср. рис. 48), причем несобственные элементы на всех трех осях фактически находятся в бесконечности. В отличие от аксонометрии на обмерных фотографиях несобственные элементы осей, как правило, оказываются на конечном расстоянии (точки схода соответствующих прямых), хотя далеко не всегда попадают в поле съемки (ср. рис. 188). Кроме того, в аксонометрии отмечаются на осях *равные* между собой (единичные) отрезки, а здесь возникают отрезки *любой* — лишь бы известной! — длины. Наконец, в аксонометрии координатные оси имеют общую начальную точку, а на обмерных фотографиях, как отмечалось, могут использоваться любые три взаимно перпендикулярные прямые.

9. При построении дополнительной ортогональной проекции не всегда удастся обнаружить на фотографиях нужные элементы. Например, на рис. 188 видим в первой проекции точку K_1 , а во второй проекции точка K_2 отсутствует. В таких случаях иногда приходится специально находить отсутствующие элементы, пользуясь закономерностями проекционного моделирования. Одна из таких главных закономерностей связана, как мы знаем, с наличием исключенных точек и проективных пучков $(U_1) \wedge (U_2)$, на соответственных лучах которых располагаются проекции моделируемых геометрических образов. Эти исключенные точки прямо на фотографиях не указаны и в случае необходимости их требуется найти.

Иногда это бывает удобно сделать в момент съемки, если фотографирование объекта проводится *одновременно*. Тогда достаточно ввести в поле съемки второй фотоаппарат. Центральный пункт его объектива (проекция центра S_2 ; ср. рис. 72) как раз и определяет положение искомой исключенной точки. Конечно, этот прием далеко не всегда осуществим.

В общем случае построение исключенных элементов осуществляется по следующему плану: берем пару совпавших точек на одной фотографии и находим их различные изображения на другой: они определяют направление на исключенную точку. Итак, выберем на второй фотографии две плоскости, например $\alpha = ABCD$ и $\beta = CDGH$. «Продлим» на изображении плоскость α таким образом, чтобы прямая EF , принадлежащая плоскости α , совпала с прямой GH , принадлежащей в свою очередь плоскости β (ради упрощения обе фотографии на рис. 190 взяты при горизонтальном положении оптических осей, т. е. вертикальные ребра здания изображены параллельными прямыми). На прямой E_2F_2 возникают точки $I_2 = G_2$ и $2_2 = H_2$. Найдем теперь ее изображение на первой фотографии.

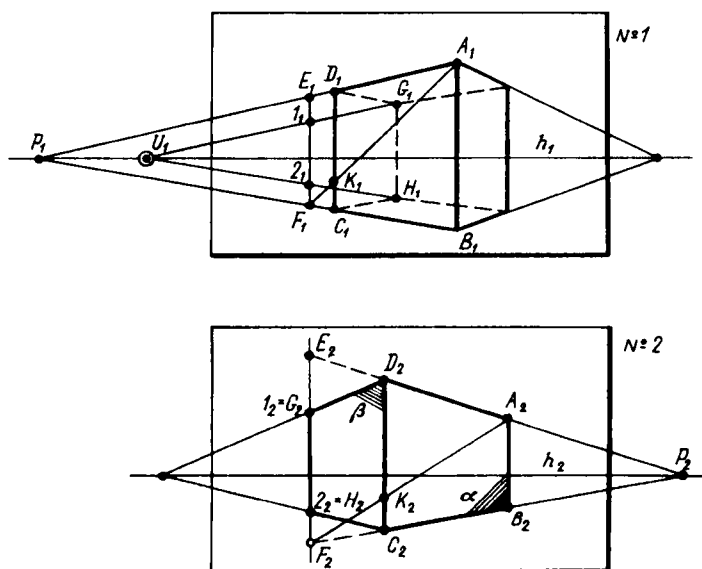


Рис. 190

используя, скажем, прямые A_2F_2 , инцидентную точке K_2 , и A_1K_1 , проходящую через точку F_1 , или опираясь на проективные ряды $(C_2, B_2, P_2, \dots) \bar{\wedge} (C_1, B_1, P_1, \dots)$, где P — точка схода параллельных прямых AD и BC и т. д. Так или иначе на прямой E_1F_1 отмечаем точки I_1 и 2_1 , после чего лучами G_1I_1 и H_12_1 засекаем искомый исключенный элемент — точку U_1 . Аналогично находим и точку U_2 (проделайте это самостоятельно!). В случае наклонной фотографии вертикальные прямые пойдут в собственную точку схода Q и проекции ее Q_1, Q_2 придется использовать при построении элементов $I_1, 2_1$: опираемся на проективные ряды $(Q_1, E_1, F_1, \dots) \bar{\wedge} (Q_2, E_2, F_2, \dots)$.

Многие другие частные задачи, возникающие при построении обмерных чертежей, крайне разнообразны по содержанию. Одни из этих задач сравнительно просто решаются «вручную», некоторые из них достаточно сложны в решении и требуют применения специальной аппаратуры точно так же, как и уже упоминавшиеся нами задачи, связанные с обработкой материалов, полученных с помощью аэрофотосъемки. Однако о каких бы задачах ни шла речь, общие теоретические принципы и характерные приемы, позволяющие преодолевать все возникающие трудности, базируются на основных положениях, изложенных в этом параграфе, а также в § 15 и 21.

Глава 5

РАСЧЕТНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

§ 27. Многофакторные зависимости и их проекционное моделирование

1. Работа по проектированию и возведению сооружений всегда связана с изучением или использованием многообразных естественных закономерностей. Строителю приходится, например, учитывать законы сложения сил (см. рис. 2); рассчитывать прочность конструкций в зависимости от их формы, размеров и материала; определять глубину заложения фундаментов; выявлять теплопроводность ограждающих покрытий, планировать освещенность помещений и т. п. Закономерности эти, связывающие между собой различные явления — *причины и следствия*, — различаются по своей сложности. В одном случае имеется единственная причина, которая порождает необходимое следствие. В другом случае приходится принимать во внимание две-три существенные для дела причины. А в общем случае нужно учитывать много различных причин. Именно в этом смысле мы и будем говорить далее о *многофакторных зависимостях*, подлежащих изучению или использованию.

2. При проведении более или менее точных расчетов каждый действующий фактор должен быть доступен для измерения. Так, при суммировании двух сил, приложенных в точке O (см. рис. 2), результирующее усилие зависит от двух факторов: от силы 1 и от силы 2 . Но каждый из этих факторов представляет собой относительно сложное явление и не может быть охарактеризован (измерен) одним числом. Ведь в данном случае необходимо знать величину и направление той и другой силы. Поэтому здесь уместно говорить о четырех *элементарных* факторах, предопределяющих искомый результат: величина и направление силы 1 , величина и направление силы 2 . Каждый из этих элементарных факторов уже поддается непосредственному измерению, т. е. может быть сопоставлен с определенным числом. Следовательно, если мы должны на этой основе установить значение равнодействующей силы, то здесь перед нами предстает многофакторная зависимость, связывающая между собой пять чисел (пять параметров).

3. Как отмечалось (см. 2.3), любая многофакторная зависимость допускает простое по смыслу геометрическое представление. Если зависимостью связаны два параметра x и y , то возникает обычный плоский график: на координатных осях откладывают значения x и y , а связующим звеном служит линия f (см. рис. 9). Если зависимостью связаны три параметра: x , y , z , — то на координатных осях в

трехмерном пространстве откладывают соответствующее их значение, а связующим звеном служит двумерная поверхность φ (см. рис. 7). Продолжая этот ряд, для представления четырехфакторной зависимости используем координатную систему x, y, z, t в четырехмерном пространстве и связующую трехмерную поверхность F^3 .

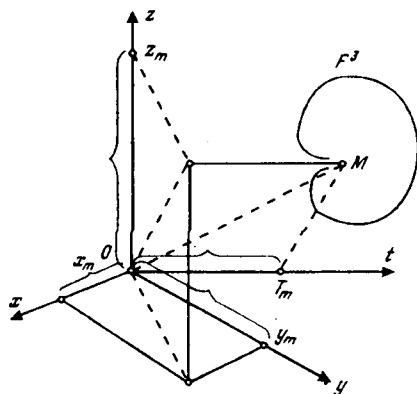


Рис. 191

Изображение этого последнего варианта на плоском рисунке достаточно трудно для восприятия и имеет скорее символическое значение (рис. 191). Трудности эти возрастают при переходе к пятифакторным, шестифакторным и еще более сложным зависимостям. Но общий принцип, общая идея геометрического представления полностью сохраняются: в пространстве R^n имеем n координатных осей и связующую поверхность F^{n-1} . Действующие факторы (причины) откладываются как числа на соответствующих координатных осях и в совокупности определяют точку M на поверхности F^{n-1} (ср. рис. 9, 7, 191). Тогда на последней, n -й, оси можем прочесть числовое значение искомого фактора (следствия).

Такой прием позволяет отчетливо видеть общую схему необходимых геометрических операций, но совершенно непригоден для практического использования. Для выполнения реальных расчетов нужно как-то адекватно отобразить на плоской картине возникающую многомерную конструкцию. С этой целью естественно использовать уже известные нам и некоторые другие, специально разработанные средства проекционного геометрического моделирования.

4. Сущность многообразных задач, относящихся к указанной области, поясним на простейшем примере. Допустим, что нас интересует зависимость между тремя параметрами x, y и z , которая может быть представлена геометрически с помощью координатной системы в R^3 и связующей поверхности φ (рис. 192), причем в данном случае φ — это плоскость. Как приспособить эту конструкцию для практических расчетов?

Наиболее очевидный **первый прием** заключается в следующем. Построим проекционную модель координатной системы и плоскости на эпюре Монжа или в аксонометрии. На рис. 192 (эпюр Монжа) координатная система представлена прямыми x, y и z , а плоскость

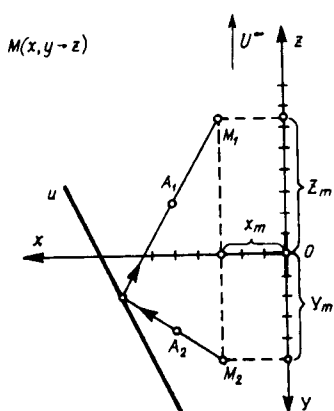


Рис. 192

ϕ — гомотией с центром U^∞ , осью u и парой соответственных точек A_1 — A_2 . Тогда для выполнения расчета, т. е. для определения по двум заданным (или выбранным) параметрам x и y искомого параметра z , нужно сначала наметить точку M_2 (используем с этой целью параметры x_m, y_m), затем найти соответственную ей в гомотии точку M_1 (M принадлежит ϕ !) и, наконец, прочесть для M_1 соответствующую ей координату z_m .

Ясно, что руководящая идея этого первого приема сводится к *построению изоморфной плоской модели для исходной пространственной конструкции*. Для случая трехмерного пространства такие построения нами изучены (см. § 6 —

10). Понятно, что в случае многомерного пространства они тоже в принципе осуществимы (см. 2.3). Обращаясь к терминологии, использованной в § 16, можно сказать, что стандартную геометрическую машину, работающую в пространстве R^n , мы стремимся заменить геометрической машиной, работающей на плоскости. Причем вопрос о целесообразности и эффективности возникающей плоской конструкции *остается пока в стороне*.

5. Сохраняя содержание поставленной задачи, рассмотрим теперь **второй прием**. Отметим следы плоскости ϕ , т. е. линии пересечения ее с координатными плоскостями π_1, π_2 и π_3 (рис. 193). На каждом из следов как на координатной оси разобьем числовую шкалу для измерения действующих параметров. Например, на следе $p_1 = \phi \cdot \pi_1$ укажем деления $x = 0, x = 1, x = 2, \dots$. На следе $p_2 = \phi \cdot \pi_2$ нанесем деления $y = 0, y = 1, y = 2, \dots$. Наконец, на следе $p_3 = \phi \cdot \pi_3$ отметим значения параметра z : $z = 0, z = 1, z = 2$ и т. д. После этого спроектируем (или, в частном варианте, наложим) треугольник следов на какую-либо произвольно выбранную картинную плоскость. Тогда получаем модель, представленную на рис. 194. Проведя прямые, параллельные линиям p_1 и p_3 , по заданным параметрам x_m, y_m находим точку M . С помощью прямой, параллельной p_2 , читаем для этой точки ответный параметр z (ср. рис. 193 и 194).

Таким образом, руководящая идея второго приема сводится к *проекционному моделированию поверхности ϕ* . В этом случае внешняя координатная система нас уже не интересует: все необходимые ее элементы должны быть заранее зафиксированы на самой поверхности ϕ .

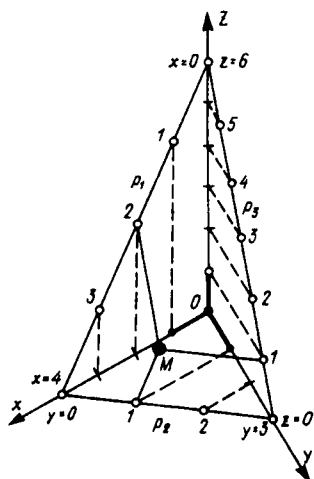


Рис. 193

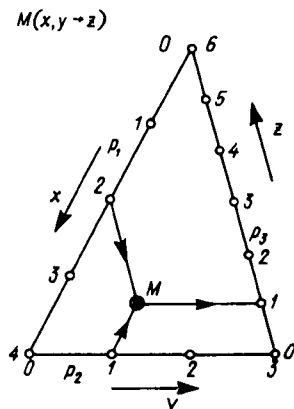


Рис. 194

6. Заслуживает особого внимания еще и **третий прием**, имеющий существенное значение при моделировании действительно многофакторных ($n \geq 4$) зависимостей. Теперь в качестве поясняющего примера рассмотрим стандартную конструкцию, намеченную на рис. 191, причем допустим для упрощения, что поверхность F^3 — это линейное пространство R^3 . Руководящая идея сводится в этом случае к *постановке* снижению размерности операционного пространства. Перейдем сначала от исходной конструкции, расположенной в R^4 , к геометрической машине, работающей в пространстве R^3 . А затем, уже на следующем этапе, наметим пути перехода от трехмерной геометрической модели к двумерной. Такой образ действий имеет практический смысл, поскольку снижение размерности операционного пространства на одну единицу, как правило, легче для восприятия и усвоения. Действительно, соблюдая полную аналогию с рис. 192, заменим прежде всего четырехмерное операционное пространство его трехмерной моделью. Для этого выделим в R^3 связку параллельных прямых с вершиной U^∞ (рис. 195). Пара точек $A_1 — A_2$, лежащих на произвольном луче этой связки, суть модель точки A , принадлежащее R^4 . Если множество таких точек заполняет связующее трехмерное подпространство (гиперплоскость) R^3 , принадлежащее R^4 , то на модели оно представлено пространственной гомологией, имеющей центр U^∞ , осевую плоскость v и пару соответственных элементов $A_1 — A_2$ (ср. рис. 192!). Заметим, что все эти факты могут быть обоснованы с помощью рассуждений, вполне

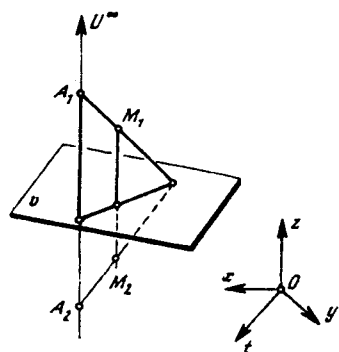


Рис. 195

аналогичных тем, которые проводились нами при построении эпюра Монжа (см. § 6).

Итак, поставленная расчетная задача решается на трехмерной модели следующим образом: затрачивая параметры x_m, y_m, z_m , выделяем в R^3 точку M_2 ; затем, пользуясь установленной гомологией, находим ей соответственную точку M_1 и на оси U^m отсчитываем искомый параметр t (ср. рис. 192!).

Переходя ко второму этапу, полученную трехмерную геометрическую машину промоделируем любым известным способом на двумерной картине.

Рекомендуется выполнить это построение самостоятельно*.

7. Поэтапный переход от пространства R^n к R^{n-1} и далее подразумевает, что на каждом этапе мы тщательно сохраняем изучаемую или заданную многофакторную зависимость. Иными словами, мы должны следить за тем, чтобы форма связующей поверхности F^{n-1} и ее расположение по отношению к системе координат не изменялись при переходе к очередной геометрической модели.

В зависимости от конкретных обстоятельств иногда бывает полезно избрать другой, более свободный путь. Руководящая идея этого **четвертого** (вспомогательного) приема заключается в том, что мы *заменяем исходную стандартную конструкцию*, относящуюся к пространству R^n , *другой более или менее произвольно намеченной геометрической машиной*, расположенной сразу на плоской картине или в каком-то промежуточном по своей размерности пространстве $R^{(n-m)}$. При этом сначала необходимо только проследить за сохранением числа параметров, действующих на входе и на выходе новой машины. Возвращаясь к предыдущему примеру, поясним такой образ действий соответствующей наглядной иллюстрацией (рис. 196).

На плоской картине расположим произвольно координатные оси x, y и z, t . Точку A_i четырехмерного пространства заменим свободно расположенной парой точек ($A_{i1} — A_{i2}$) на картине. Заметим, что размерность множества элементов — в данном случае четыре единицы — сохраняется! Точку B_i связующего трехмерного пространства R^3 заменим парой точек ($B_{i1} — B_{i2}$), расположенной

* У к а з а н и е . Изобразите, например, конструкцию, представленную на рис. 195, на эпюре Монжа.

Линию, снабженную делениями с цифровыми пометками, называют *шкалой*. Различают *прямолинейные* и *криволинейные* шкалы. В рассмотренных выше простых примерах участвовали только линейные связующие поверхности — плоскость R^2 и гиперплоскость R^3 , — поэтому на рисунках фигурировали лишь прямолинейные шкалы. Если же попробуем на рис. 193 заменить плоскость φ кривой поверхностью (например, сферой, имеющей центр в начале координат), то сразу столкнемся со шкалой криволинейной.

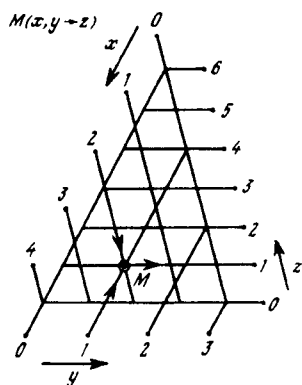


Рис. 198

По типу оцифровки различают *прямую равномерную* (обыкновенная линейка) и *прямую проективную* шкалы. Последняя возникает в результате проектирования равномерной шкалы из какого-либо собственного центра на другую прямую, именуемую часто носителем проективной шкалы (рис. 200, а). Встречаются и другие, более сложные варианты оцифровки, среди них наиболее употребительна *логарифмическая* шкала. Она получается в результате подмены: вместо указанного в надписи числа вдоль прямой шкалы откладывают фактически величину его логарифма. Например, откладывая одну масштабную единицу, пишут над делением цифру 10 ($\log 10 = 1$), а отложив две масштабные единицы, пишут цифру 100 ($\log 100 = 2$) и т. д. (рис. 200, б).

Обобщая этот прием, получаем *функциональную* шкалу: в качестве цифровых пометок пишем значения *переменной величины*, а откладываем под ними в принятом масштабе значения *функции*. Так, на рис. 200, в показана шкала, отвечающая функции $f(x) = x^2 - 4$: под цифрой 2 имеем нулевой отрезок, так как $f(2) = 0$; под цифрой 3 имеем отрезок длиной 5 ед. ($f(3) = 5$); под цифрой 4 — отрезок длиной 12 ед. ($f(4) = 12$) и т. д. В некоторых случаях бывает полезно

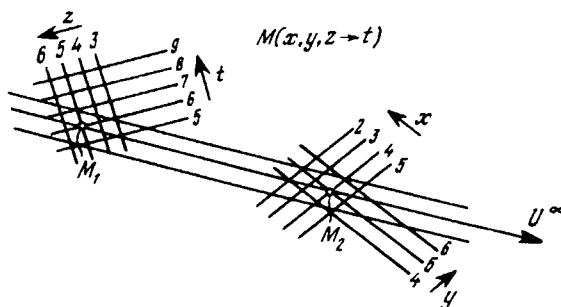


Рис. 199

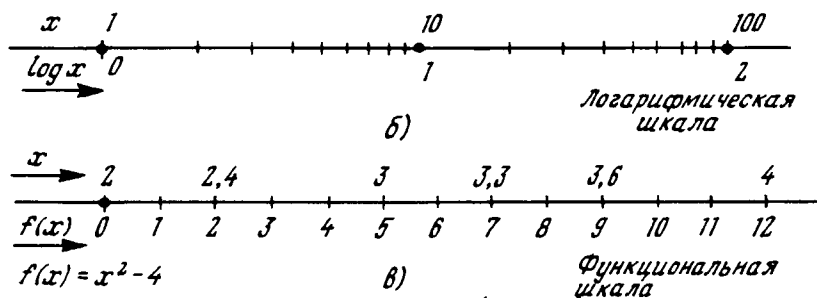
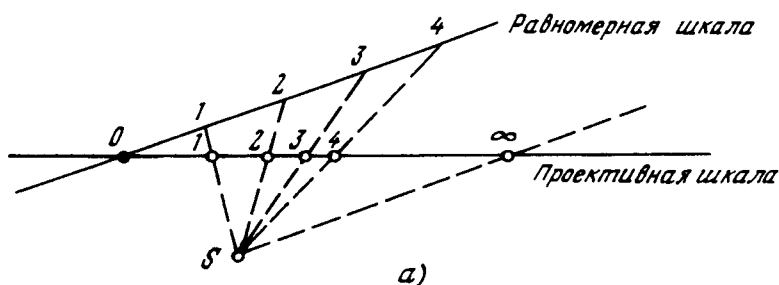


Рис. 200

перевернуть это отношение, т. е. откладывать в масштабе значения переменной величины x , а надписывать в качестве цифровых пометок значения функции. Постройте в качестве упражнения такую *обратную шкалу* для функции, указанной на рис. 200, в.

Разумеется, понятие о равномерной, проективной и, вообще, функциональной шкале с некоторыми естественными коррективами может быть распространено и на криволинейные шкалы.

5. Множество линий, каждая из которых зависит от одного переменного параметра, называют *семейством линий*. Простейший пример семейства — пучок прямых. Множество концентрических окружностей или окружностей, проходящих через две фиксированные точки, тоже образует семейство. Еще один вариант — множество квадратов, опирающееся на четыре общие точки (рис. 201, а — г). И вообще, все другие еще более сложные закономерные кривые могут быть сформированы в семейство, если тем или иным — явным или неявным — способом они будут связаны общим репером, в котором недостает одной-единственной точки (рис. 201, д).

Два семейства линий, наложенные в плоскости друг на друга, образуют так называемое *бинарное поле* (см. рис. 197). Если же объединяются вместе три семейства линий, то получаем *тернарное поле* (см. рис. 198, 199). По теоретическим и практическим сообра-

Семейства линий

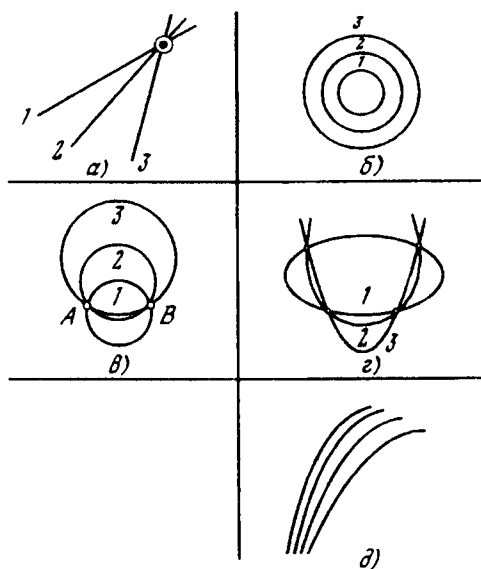


Рис. 201

жениям больше трех семейств на плоском чертеже объединять не принято. Таким образом, шкалы, семейства линий, бинарные и тернарные поля — это основные структурные элементы плоской расчетной модели.

6. Попарно сравнивая между собой рис. 192 и 197, 194 и 198, 196 и 199, нетрудно заметить, что готовая к употреблению расчетная модель представляет собой геометрическую машину, на которой по возможности максимально выявлены и заранее зафиксированы элементы ее рабочего аппарата (алгоритма). В одном случае эти элементы выявлены до такой степени полноты, что сам алгоритм как бы исчезает и остается только «читать» результат (см. тернарное поле на рис. 198). В другом случае алгоритм хотя и исчезает, но само «чтение» модели требует известного напряжения, так что оно превращается в некоторую начальную форму алгоритма (переход от точки M_2 к M_1 на рис. 199). Наконец, в общем случае для нахождения результата требуется выполнить определенный набор не зафиксированных заранее операций. Этот набор называется *ключом* расчетной модели (прямые M_2A_2 и NA_1 на рис. 197).

Иногда ключ модели может быть все же зафиксирован, и если это не сделано, то потому только, что вызывает практические неудобства [загромождение чертежа, утрата точности и т. п.; ср. на

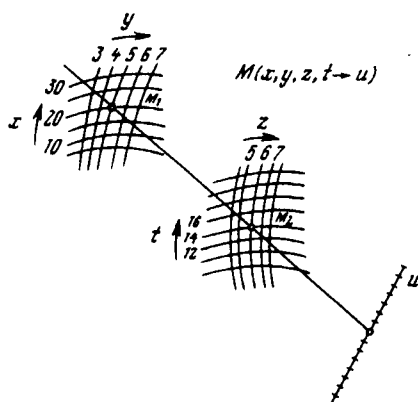


Рис. 202

рис. 197 пучки прямых (A_2) и (A_1)). Такое положение возникает, когда ключ составляется из отдельных однопараметрических множеств, как это и имеет место на рис. 197. Если же в дело вовлекаются более богатые по размерности геометрические множества, то выделение ключевых операций в самостоятельный структурный элемент модели становится неизбежным. Подходящим примером служит рис. 202, где представлена пятифакторная зависимость. Модель содержит два бинарных поля и одну ответную шкалу. В первом

поле по параметрам x, y находим точку M_1 . Во втором поле по параметрам z, t отмечаем точку M_2 . Ключевая операция — проведение прямой $l = M_1 \cdot M_2$. На шкале u прямая l позволяет прочесть ответ. Понятно, что для выполнения очередной операции здесь может потребоваться *любая* прямая плоскости. Значит, этот ключ содержит *двупараметрическое* множество элементов, которое заранее зафиксировать практически невозможно: оно многократно и беспорядочно покрывает всю плоскость.

Ключ модели как вполне самостоятельную, но не выявленную часть ее структуры принято показывать в виде небольшой схемы на свободном поле чертежа (см. рис. 197, 224, 225).

7. Конечно, выявить полностью какие бы то ни было структурные элементы расчетной модели никогда не удастся. И шкалы, и бинарные, и тернарные поля представляют собой заведомо *дискретные* множества: пометки на шкале или линии в полях разделены определенными интервалами. Если специалист, ведущий расчет, попадает в промежуток между двумя делениями или двумя линиями, то ему приходится интерполировать наугад. Это специфическая особенность геометрических расчетных моделей, которая, впрочем, мало отличает их от других форм вычислительной техники. Ведь речь здесь идет, по существу, о *допустимой точности* расчета. По мере надобности эта точность может быть повышена или понижена. На геометрической модели это достигается изменением масштаба, уплотнением или, наоборот, разрежением линий в полях, делений на шкале, усовершенствованием техники отсчета и т. д. Во всяком случае дискретность основных структурных элементов для подавляющего большинства геометрических расчетных моделей, которые

используются в инженерной практике, является их характерной чертой, отражающей и достоинства, и недостатки таких форм расчета.

§ 29. Классификация моделей по ключевым алгоритмам

1. Как для изображения строительного сооружения можно использовать различные варианты проекционных моделей (см. § 6 — 10), так и для представления одной и той же многофакторной зависимости обычно бывают пригодны самые разнообразные схемы геометрического расчета. Инженеру часто приходится подбирать или строить наиболее удобный для него вариант модели, а для этого ему необходима некая общая позиция, с которой он мог бы обозревать разнообразие имеющихся возможностей. Необходима, следовательно, определенная классификация расчетных моделей.

В основу классификации закладывается тот или иной признак модели, играющий практическую роль. Например, модели различают по *числу действующих на входе факторов*. Важность этой классификации подтверждается следующим соображением: если на входе действуют всего два фактора, то расчет, безусловно, может быть заложен в тернарное поле (см. 27.5), т. е. здесь существует универсальная форма модели, пригодная во всех случаях. При повышении числа факторов это утверждение сразу снимается: некоторые формы моделей годятся для данного расчета, другие — не годятся. Универсальный вариант отсутствует. Более глубокие различия выявляются и на последующих ступенях намеченной иерархии.

2. В зависимости от вида постоянных структурных элементов различают *шкальные* модели, где расчеты выполняют с помощью одних только шкал (см. рис. 192, 200), *сетчатые* модели, состоящие из одних бинарных или тернарных полей (см. рис. 198, 199), а также смешанные варианты (рис. 202).

Особенную роль играет классификация расчетных моделей по типу их ключевых алгоритмов. Практическая важность такого подхода должна быть понятна, поскольку в большинстве случаев от ключевых операций прямо зависит эффективность расчета. С одной стороны, ключ должен быть максимально простым — это повышает быстроту и точность расчетов. С другой стороны, некоторое усложнение ключа, как правило, обеспечивает большую свободу в формировании, расположении или оцифровке фиксированных элементов модели. Кроме того, использование новых оригинальных ключей расширяет возможности геометрического моделирования в данной области.

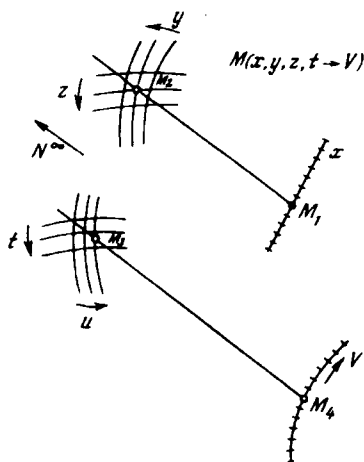


Рис. 203

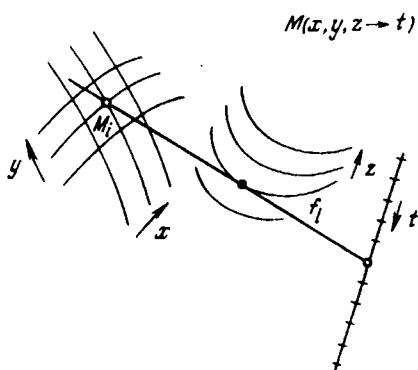


Рис. 204

Самый простой и распространенный тип ключевого алгоритма — проведение прямой линии через две точки (рис. 202). В таких случаях принято говорить о *расчетной модели из выравненных точек*. Если эта операция выполняется дважды, трижды и т. д., то говорят о *составной модели* с двумя, тремя (и более) выравниваниями (см. рис. 197, 203), а вспомогательная линия, на которой пересекаются ключевые прямые, именуется *немой шкалой*. Разумеется, немой шкалой может служить и несобственная прямая, тогда связанные на ней ключевые прямые проходят параллельно друг другу (рис. 203).

Некоторая разновидность расчетных моделей из выравненных точек возникает при использовании *контакта касания*. В этом случае изменяется репер ключевой прямой: она должна проходить через данную точку M_i и касаться данной кривой f_i , принадлежащей семейству линий (рис. 204). Заметим, что кривая f_i иногда относится ко входу машины (например, по параметрам x, y, z ищем параметр l) (рис. 204), а иногда к ее выходу (по параметрам x, y, l ищем z). Разумеется, контакт касания не слишком определенная чертежная операция, которая обеспечивает необходимую точность только в отдельных случаях либо требует специальных построений (или аналитических выкладок), снижающих эффективность такого ключа с точки зрения его элементарности.

3. Вместо прямых линий могут использоваться в ключе одна или несколько окружностей. Тогда принято говорить о *циркульной расчетной модели*. Наиболее удобные варианты получаются в том случае, когда репером ключевой операции являются центр и одна из точек кривой (так называемая модель из равноудаленных точек;

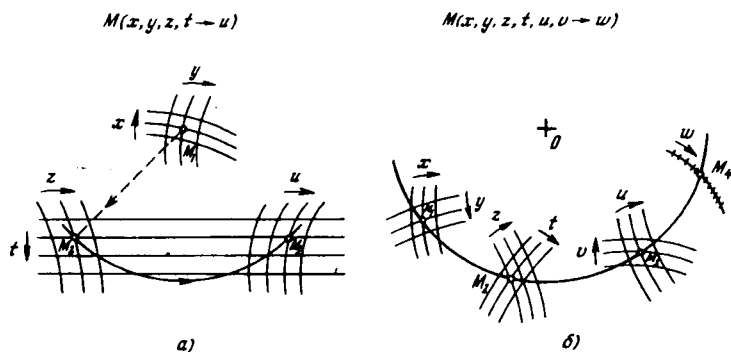


Рис. 205

рис. 205, а). Значительно менее эффективен репер из трех точек, поскольку практически это все равно упирается в предварительный поиск центра (рис. 205, б).

Непосредственным обобщением циркульных моделей могут считаться расчетные операции, выполняемые с помощью других кривых линий второго порядка или иных, еще более сложных кривых. Например, по параметрам x , y , и x , z выбираем фокусы эллипса M_1 , M_2 , а по параметрам x , t находим принадлежащую ему точку M_3 (рис. 206). Тогда эллипс f_i определен и кривая f_i , вводящая нас в бинарное поле (u, v) , позволяет по параметру u выявить ответное значение v . Однако операции такого рода требуют специального инструментария и для простых ручных расчетов просто непригодны. Поэтому они редко встречаются на практике.

4. Хорошие геометрические решения доставляют иногда модели с метрикой в ключе. Простой пример представлен на рис. 207, а. Здесь в двух бинарных полях находим точки M_1 и M_2 . Затем определяем середину отрезка M_1M_2 — точку M_s , которая и позволяет прочесть ответный параметр u . Вместо середины отрезка можно было бы взять его треть, его четверть, т. е. разделить отрезок M_1M_2 в заданном заранее отношении, используя для этого обычную линейку или некоторые простые, но все же специальные приспособления.

Нетрудно заметить, что на рис. 207, а мы используем ключевую пря-

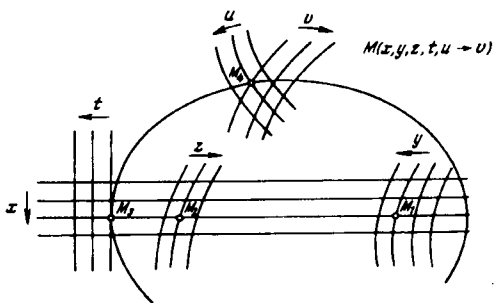


Рис. 206

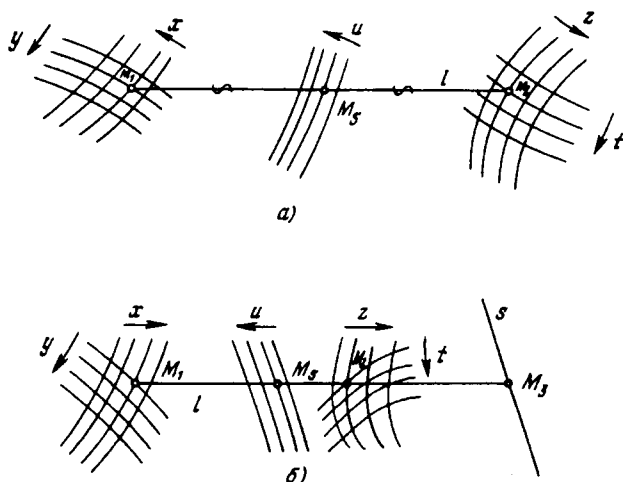


Рис. 207

мую l как *равномерную* шкалу. Если рассматривать ее как *проективную* шкалу, то набор ключевых операций несколько изменится: нужно будет зафиксировать на l три точки M_1 , M_2 и M_3 , придав им числовые значения (например, 0, 1 и ∞), после чего можно находить точку M_s , делящую отрезок M_1M_2 в заданном отношении (рис. 207, б). Ясно, что первый вариант является частным случаем второго, поскольку там точка M_3 всегда бесконечно удалена. И в том, и в другом случае прямая s , содержащая точку M_3 , не несет на себе цифровых обозначений, т. е. используется как *немая шкала*. Метрические операции на проективной шкале тоже требуют, конечно, специальных приспособлений.

Еще один пример модели с метрикой в ключе видим на рис. 208. Здесь точки M_1 , M_2 , M_3 , выбранные в бинарных полях, определяют треугольник, *площадь которого* и дает искомый числовой параметр w .

Не останавливаясь на других разнообразных и оригинальных вариантах моделей такого типа, подчеркнем общую, объединяющую их идею: *ключевые операции сводятся не только к построению геометрических фигур, но и к выполнению измерений*. В одном случае эти измерения помогают найти геометрический элемент, дающий ответ (рис. 207, а, б). В другом случае результат измерения как раз и служит искомым ответом (рис. 208). Для успешного (т. е. быстрого и точного) выполнения необходимых измерений требуются, как правило, специальные приспособления. Опираясь на схематические рис. 207, 208, попробуйте предложить новый оригинальный вариант модели с метрикой в ключе.

5. Поскольку основу ключевых операций составляют различные геометрические элементы и фигуры, естественно задаться вопросом: какова размерность множества этих элементов и фигур? Отвечая на поставленный вопрос, мы тем самым обнаруживаем признак, который порождает еще одну полезную классификацию.

Так, на рис. 197, 198, 199 имеем однопараметрическое множество ключевых прямых [прямые пучка (A_2) на рис. 197, прямые пучка (z) или (t) на рис. 198, 199]. Модели с таким относительно простым ключом причислим к *первому классу*. На рис. 202, 204 наблюдаем модели *второго класса*: любая прямая на плоскости, теоретически говоря, может оказаться ключевой; следовательно, имеем здесь двухпараметрическое множество элементов. Модели *третьего класса* представлены на рис. 205, *a, б* и 203. Действительно, на рис. 205 любая окружность плоскости идет в дело, а множество их зависит от трех параметров. Что касается рис. 203, то здесь имеем множество пар прямых, которые обязаны пересекаться в несобственной точке, т. е. тоже трехмерное множество. Задавая эллипс на рис. 206, затрачиваем четыре параметра (проверьте!). Следовательно, это модель *четвертого класса*. Наконец, на рис. 208 множество всевозможных треугольников указывает на модель *шестого класса* и т. д.

Необходимо подчеркнуть, что правильно подсчитать класс модели бывает не всегда просто. Попробуйте, например, уяснить для себя, почему модель, изображенную на рис. 207, *a, б*, нужно относить к четвертому классу.

Понятно, что чем выше класс модели, тем сложнее устройство и тем труднее процесс ее использования. Даже при самых благоприятных условиях начиная примерно с четвертого класса уже отчетливо ощущается потребность в специальных приспособлениях.

6. Обозначим число параметров, действующих на входе расчетной модели, символом n , а класс ее — символом j . Отношение $k = n/j$ назовем *проекционным коэффициентом модели*. Величина j изменяется, очевидно, от 1 до n . В случае $j = 1$, $k = n$ и модель работает с максимальной нагрузкой на ключ: многообразные ком-

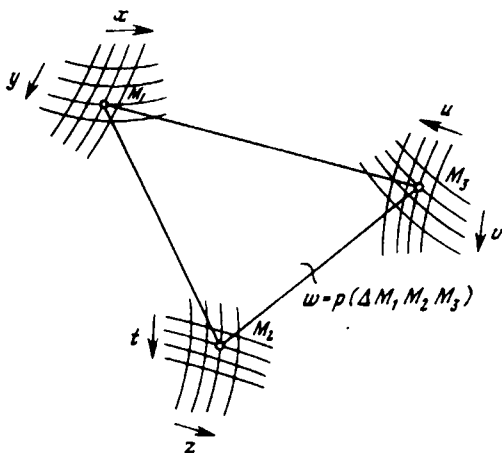


Рис. 208

бинации параметров входа укладываются в одну и ту же ключевую операцию (ср., например, рис. 197). А в случае $j = n$, $k = 1$, т. е. для каждой комбинации параметров входа, используется своя индивидуальная ключевая операция. Нагрузка на нее минимальна, но зато достигаются, быть может, другие полезные эффекты. Между двумя указанными крайними вариантами располагаются различные промежуточные ступени: $n \geq k \geq 1$. Таким образом, проекционный коэффициент указывает на более или менее компактный переход от стандартной исходной конструкции в пространстве R^n (см. рис. 191) к плоской расчетной модели. Характеризует он, конечно, и особенности самой стандартной конструкции, т. е. в любом случае является полезным классификационным признаком. Чем выше значение коэффициента, тем глубже проекционный схематизм модели. Для рис. 199 имеем $k = 3$, для рис. 202 — $k = 2$, для рис. 208 — $k = 1$. Попробуйте подсчитать самостоятельно проекционный коэффициент и для всех других расчетных схем, представленных на рис. 197 — 207.

§ 30. Аналитические и синтетические способы построения моделей

1. В практике инженерного проектирования обращение к расчетным моделям происходит обычно при следующих обстоятельствах. Сначала вырабатывается общая математическая модель явления или процесса, с которым приходится многократно встречаться. Например, рассматривается действие нескольких сил, приложенных в одной точке, или прогиб балки, несущей перекрытие, и т. п. Модель вырабатывается обычно либо в аналитической, либо в синтетической форме, т. е. в распоряжении специалиста оказывается числовая зависимость (формула) или пространственная конструкция (геометрическая машина).

Если эту формулу или эту геометрическую машину предстоит использовать *многократно*, причем переменные параметры входа меняют свое значение, выступая в различных комбинациях, и для каждой такой конкретной комбинации должен быть найден конкретный числовой ответ, то встает вопрос о *рационализации расчетных процедур*. Как правило, непосредственное вычисление по найденной формуле или непосредственное геометрическое построение оказываются мало удобными для многократного повторения. Тогда и возникает необходимость в использовании специализированной расчетной модели. При подготовке ее в некоторых случаях опираются преимущественно и прежде всего на числовые, алгебраические методы — это *аналитический способ построения модели*. В других случаях опираются преимущественно и прежде всего на методы

геометрического моделирования — это *синтетический способ построения модели*. Понятно, что первый способ наиболее естественно вытекает из общего аналитического описания ситуации, когда исходным материалом является формула (или формулы). А второй способ столь же непосредственно продолжает общее геометрическое описание ситуации, когда исходным материалом является геометрическое построение (геометрическая машина). Впрочем, на практике нередко встречаются и взаимные переходы от одного способа к другому, и различные смешанные варианты, что обычно бывает продиктовано знаниями или привычками работающего специалиста.

2. Аналитический способ построения расчетных моделей — исторически более ранний прием — получил активное развитие в конце XIX в.

Тогда еще отсутствовала современная вычислительная техника и поэтому появление особых чертежей, помогающих «быстро считать», представляло значительный интерес. Посвященная этому вопросу область знаний была названа *номографией*. Основная задача номографии звучала так: имеется некоторая числовая зависимость; требуется представить ее с помощью удобного «считающего чертежа» — *номограммы*. Научная и учебная литература по номографии достаточно обширна (см., например, [1, 4]). В настоящее время значение номограммы как прямого вычислительного устройства, конечно, снизилось. Но номограммы продолжают представлять интерес, во-первых, как исключительно доступное и дешевое средство для вычислений, а во-вторых, и это главное, как *эффективный и наглядный геометрический алгоритм*, который может быть использован в самых разнообразных формах и преломлениях. Не останавливаясь подробно на методах аналитической номографии, с которыми можно познакомиться по специальной литературе [4], наметим здесь лишь общие принципы решения указанной выше основной задачи.

3. С построением прямой и обратной функциональных шкал мы уже встречались (см. 28.4, рис. 200).

Рассмотрим теперь обычную систему координат на плоскости и запишем функцию $f(x, y) = z$. Если придать переменной z конкретное значение $z = z_1$, то в системе координат возникает график функции $f(x, y) = z_1 = 0$. Проставим у этой линии цифровую пометку z_1 (рис. 209). Выбирая другие значения для z ($z_2, z_3, \dots$), получаем *семейство линий*, представляющее собой функцию $f(x, y) = z$.

Можно, впрочем, заранее изобразить на плоскости некоторые линии, отвечающие конкретным значениям координат x и y , тогда семейство (z) накладывается на это бинарное поле и в целом имеем

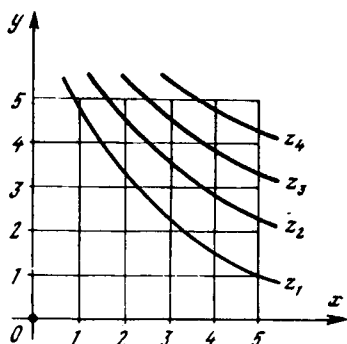


Рис. 209

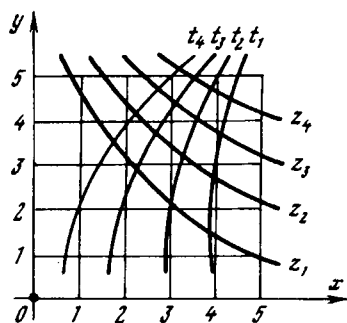


Рис. 210

тернарное поле, пригодное для расчетов зависимости $f(x, y) = z$ (ср. рис. 209 с рис. 198).

Рассмотрим далее две функции: $f(x, y) = z$ и $\phi(x, y) = t$. Действуя, как указано выше (рис. 210), построим семейство линий (z) и семейство линий (t). Вместе взятые, они образуют *бинарное поле* (z, t). Если присоединить сюда еще одно семейство линий, входящее в координатную систему, то получим *тернарное поле*, пригодное для расчетов зависимости $\lambda(z, t, x) = 0$ [или $\psi(z, t, y) = 0$]. Разумеется, функция λ (или ψ) может быть выражена через f и ϕ , если это потребуется. Практически иногда бывает удобнее записывать бинарное поле с помощью уравнений обратного вида: $x = f^*(z, t)$; $y = \phi^*(z, t)$. Тогда координаты x, y вычисляем непосредственно по этим формулам.

4. Построим три равномерные шкалы, расположив их параллельно и на равном расстоянии друг от друга (рис. 211, а). Начальные их точки с пометкой O находятся на одной прямой. Две крайние шкалы обозначим x и y и используем для них масштабный отрезок $OA = 1$. Среднюю шкалу обозначим z и для нее примем вдвое более мелкий масштаб: $OB = OA/2$. Следовательно, если на двух крайних шкалах отрезок OL длиной l имеет на конце цифровую пометку l , то на средней шкале такой же отрезок обозначен $2l$.

Пересечем теперь шкалы x, y, z произвольной прямой k . Если крайние шкалы она встречает в точках с пометками x_1 и y_1 , то на средней шкале получаем отрезок, длина которого — как средняя линия трапеции — равна $(x_1 + y_1)/2$. Поэтому в точке пересечения $z \cdot k$ имеем цифровую пометку $2 \cdot (x_1 + y_1)/2 = x_1 + y_1$. Таким образом, мы получили шкальную номограмму из выравненных точек. Здесь решается зависимость $f(x, y) = z$, причем $f(x, y) = x + y$. Ключевая операция — проведение прямой $k = x_1 \cdot y_1$.

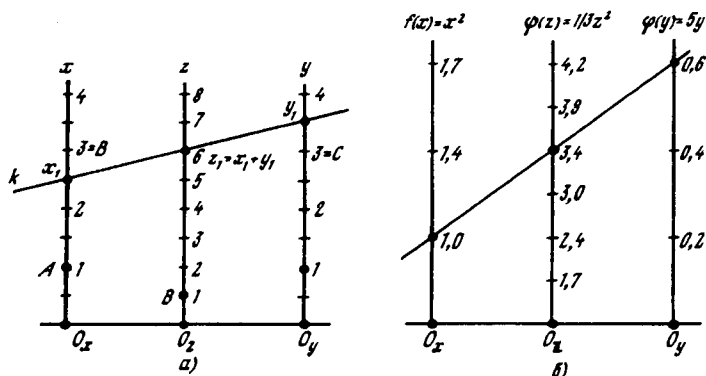


Рис. 211

Применяя функциональные шкалы, обобщаем эту модель, приспособив ее для зависимости $f(x) + \varphi(y) = \psi(z)$. Действительно, около точки x_1 напомним в качестве цифровой пометки значение параметра x , при котором $f(x) = x_1$ (ср. 28.4, рис. 200, в). Аналогично поступим с цифровыми пометками в точках y_1, z_1 и во всех других помеченных точках. Тогда номограмма и будет служить для расчета указанной обобщенной зависимости. Конечно, такое обобщение чрезвычайно расширяет область действия модели. На рис. 211, б приведен простой пример, позволяющий легко проследить за необходимыми действиями: здесь $f(x) = x^2$; $\varphi(y) = 5y$; $\psi(z) = 1/3z^2$, а зависимость в целом имеет вид $x^2 + 5y = 1/3z^2$.

5. Сходный образ действий применим и для представления зависимости $f(x) \cdot \varphi(y) = \psi(z)$. Сначала построим модель для частного случая: $x \cdot y = z$. Выберем две равномерные шкалы x и z с равными или различными масштабными единицами (рис. 212). Шкала y пусть пересекает x и z в точках, имеющих нулевую пометку. Произвольно проведем прямую k , пересекающую, например, x и z соответственно в точках 3 и 6. Точку $k \cdot y$ обозначим числом 2_y , поскольку $3 \cdot 2 = 6$. Треугольники $O_x 3_x 2_y$ и $O_z 6_z 2_y$ подобны с коэффициентом подобия $k = O_x 2_y / (O_z 2_y)$. Такой же коэффициент подобия имеют треугольники $O_x 2_x 2_y$ и $O_z 4_z 2_y$ и вообще все другие аналогичные пары треугольников с вершиной в точке с пометкой 2_y . Поэтому точка 2_y позволяет «умножать» на два длину любого отрезка, взятого со шкалы x , причем ответ читаем на шкале z в принятом здесь масштабе. Такую же роль играет точка $1_y = (3_x \cdot 3_z)_y$ и все другие, аналогично построенные на шкале y деления. Рассматривая рисунок, видим, что на прямой y возникает проективная шкала (ср. 28.4, рис. 200, а), имеющая пометки $O_y = O_z$ и $\infty_y = O_x$. Итак, снова получаем шкальную номограмму из выравненных точек. Ключевая

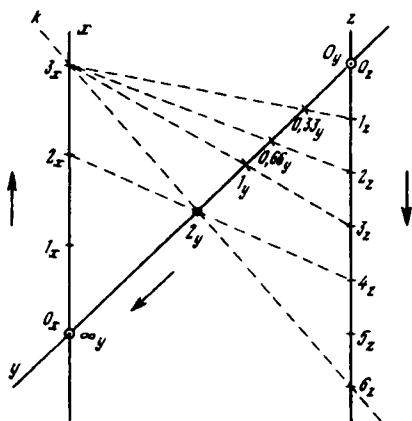


Рис. 212

ских соотношений (см. рис. 211, 212), которые и служат для расчета выявленной аналитической зависимости. Наконец, это обобщение модели с помощью использования функциональных шкал, семейств линий и бинарных полей (мы рассмотрели только операции со шкалами).

Дополним сказанное еще двумя важными идеями. Одна из них сводится к комбинации элементарных приемов. Так, встречая зависимость $[f(x) + \varphi(y)] \cdot \psi(z) = \alpha(t)$, естественно сразу же представить ее *составной моделью*, основанной на рис. 211 и 212. Запишем левую часть зависимости в виде $f(x) + \varphi(y) = u$ и заложим ее в уже известную нам модель (рис. 213). Затем запишем правую часть в виде $u \cdot \psi(z) = \alpha(t)$ и также заложим ее в известную уже модель. Промежуточная шкала u оказывается немойм элементом, т. е. не требует цифровых обозначений. В результате имеем составную шкальную номограмму с двумя выравниваниями.

Вторая идея сводится к выявлению и накоплению таких аналитических зависимостей (или, как говорят, *аналитических форм*), для которых заранее известны способы построения расчетных моделей. Когда зависимость выделена и способ моделирования ее разработан, ее начинают называть *канонической формой* и в дальнейшем стремятся, насколько это возможно, каждую новую зависимость

операция — проведение прямой k . Далее остается обобщить эту модель, приспособив ее к зависимости $\psi(z) = f(x) \cdot \varphi(y)$ совершенно так же, как это было указано выше для рис. 211, а, б.

6. Обсуждая рис. 200, 209 — 212, мы знакомимся с характерными приемами аналитической номографии. Это, во-первых, построение основных структурных элементов расчетной модели с помощью вычисления координат (см. рис. 200, 209, 210). Во-вторых, это запись в аналитической форме простых геометрических

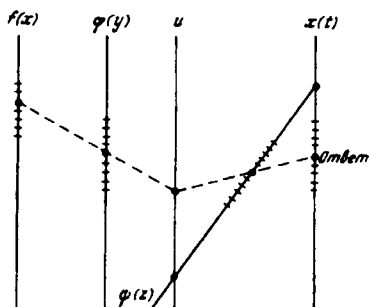


Рис. 213

приводить (с помощью преобразований, подстановок и пр.) к каноническому виду. Назовем, например, канонической формой только что рассмотренную нами зависимость $[f(x) + \varphi(y)] \cdot \psi(z = ae(t))$. (1)

Тогда, встретившись с уравнением $[x^2(x^2 + 8) + y(y-6)]/(t + 5z) = (t-5z)/z^2$, посмотрим прежде всего, нельзя ли привести его к каноническому виду. Избавившись от знаменателей, получаем $x^2z^2(x^2 + 8) + yz^2(y-6) = t^2 - 25z^2$.

Далее раскрываем скобки и переносим все параметры входа (x , y , z) в левую часть: $x^4z^2 + 8x^2z^2 + y^2z^2 - 6yz^2 + 25z^2 = t^2$.

Наконец, разбив выражение $25z^2$ на две части ($16z^2 + 9z^2$) и группируя члены с выносом z^2 за скобки, находим $z^2(x^4 + 8x^2 + 16) + z^2(y^2 - 6y + 9) = t^2$. И окончательно $[(x^2 + 4)^2 + (y-3)^2]z^2 = t^2$. Получена каноническая форма, которую остается представить на расчетной модели известным нам способом (рис. 213).

Этот простой пример показывает, что приведение уравнения к каноническому виду требует неформальных действий, изобретательности и определенного опыта. Зато если специалисту известен целый набор различных канонических форм, то большинство новых зависимостей, встречающихся на практике, обязательно сводится к тому или иному стандартному варианту.

Ради упрощения символики в аналитической номографии обычно записывают не названия переменных, а только их номера. Например, рассмотренная каноническая форма обозначается так: $(f_1 + \varphi_2)\psi_3 - \chi_4 = 0$.

7. Синтетический способ построения расчетных моделей следует рассматривать как прямое применение общих методов начертательной геометрии к решению задач по моделированию многофакторных зависимостей. Целесообразность такого подхода была выявлена сравнительно недавно в связи с развитием геометрического моделирования [1, 2]. Основная задача, стоящая в этой области, звучит так: в пространстве R^{n+1} фиксирована геометрическая машина $M(n \rightarrow 1)$; требуется построить ее плоскую проекционную модель, приспособленную для числовых расчетов. В § 27 были указаны четыре характерных приема, к которым обычно приходится прибегать при решении этой задачи. Поэтому здесь остается обратить внимание на некоторые существенные подробности и дополнения.

Часто исходная геометрическая машина возникает в результате непосредственного описания технической ситуации и устройство ее отличается от стандартного представления, намеченного на рис. 191. Тогда обычно приходится искать конкретные варианты ее моделирования, отвечающие особенностям данной конструкции и быстро ведущие к поставленной цели. В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

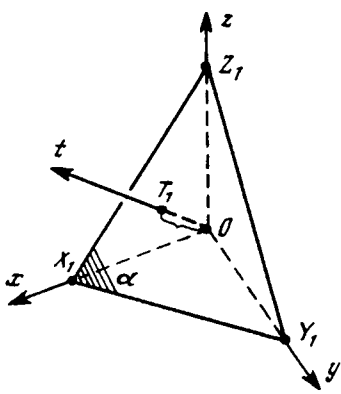


Рис. 214

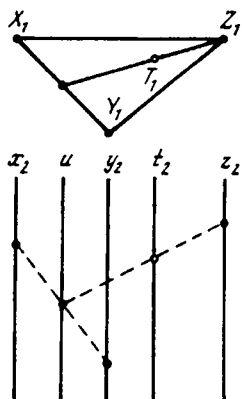


Рис. 215

Плоскость α — скажем, откос насыпи — меняет свое положение, отсекая на координатных осях x , y , z отрезки OX_1 , OY_1 , OZ_1 (параметры входа). Требуется определять длину отрезка OT_1 , который эта плоскость фиксирует на прямой t , проходящей через начало координат (рис. 214).

Очевидно, здесь мы имеем дело с четырехпараметрической зависимостью, стандартное представление которой приведено на рис. 191. Однако в данном случае исходная машина размещена в трехмерном операционном пространстве, повышать размерность которого ради перехода к стандартному варианту явно не имеет смысла. Попытаемся сразу найти для нее наиболее подходящую модель.

Используем метод двух изображений, но заметим предварительно, что в задаче фигурируют четыре прямые (x , y , z , t), которые сходятся в одной точке и пересекают плоскость α . Если эти прямые окажутся проектирующими, т. е. в одной из проекций вырождаются в точки, то решение максимально упростится. Это показано на рис. 215. Из рисунка видно, что в таком случае для выполнения операций потребуется лишь одна проекция фигуры, а вторая проекция используется при построении вспомогательной прямой u . После вычерчивания этой прямой вторая проекция может быть отброшена.

Итак, в качестве модели выберем перспективу на вертикальной картине. Центр проекций S_1 (ср. рис. 58) поместим в начало координатной системы — в точку O . Картинную плоскость π_1 расположим симметрично по отношению к координатным осям (если по условиям задачи не появляется иных требований). Решим здесь задачу о пересечении прямой t с плоскостью $\alpha = X_1 \cdot Y_1 \cdot Z_1$ (ср. рис. 88). В результате получим составную шкальную модель из выравнен-

ных точек, которая схематически уже намечена на рис. 215. Треугольник $X_1 Y_1 Z_1$ с чертежа, конечно, убирают. Остаются лишь вторичные проекции координатных осей и прямой l . На них следует разбить *проективные шкалы*, помня, что на линии горизонта должна стоять пометка ∞ , на основании картины — пометка, характеризующая длину отрезка от начала координат до картины, а пометка O находится в бесконечности. Рекомендуется самостоятельно выполнить все эти построения и получить модель, пригодную для расчетов.

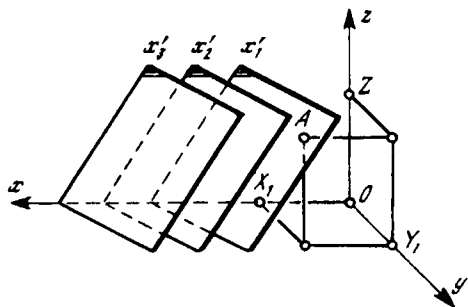


Рис. 216

8. Рассмотренный пример показывает, что применение синтетических методов тоже требует от исполнителя неформальных действий, изобретательности и опыта. Как и в случае аналитической номографии, для облегчения поисков целесообразно опереться на идею использования канонических форм. Любую характерную геометрическую машину, для которой разработана процедура построения расчетной модели, можно отнести к числу канонических конструкций. Чем больше таких конструкций в руках инженера, тем легче ему находить переход от неожиданно возникающей новой задачи к известному стандартному варианту. Для иллюстрации этого положения посмотрим на следующую задачу.

В пространстве R^3 по заданным координатам x, y, z (параметры входа) отмечаем точку A_1 . Требуется прочесть координату x' этой точки в новой системе, произвольно повернутой и смещенной относительно начальных данных (рис. 216).

Если конструкцию, указанную на рис. 214, принять за каноническую форму, то новую геометрическую машину можно сразу же привести к этому каноническому виду и строить далее расчетную модель уже известным нам способом. Действительно, здесь достаточно заметить, что две интересующие нас конструкции (см. рис. 214 и 216) могут быть сопоставлены по принципу двойственности в пространстве (см. § 5): плоскость α и ряды точек на координатных осях переходят соответственно в точку A и пучки координатных плоскостей, а ряд точек на прямой l — в пучок плоскостей x' , причем оси всех четырех пучков лежат в одной (здесь — несобственной) плоскости. Технические подробности такого перехода — достаточно тонкие и многочисленные — нас сейчас не интересуют. Важно

большие числовые значения всех трех параметров или их комплексные и отрицательные значения и т. п.

Применяя аналогичный прием по отношению к номограмме умножения, представленной на рис. 212, можем выявить ее общий вариант, когда все три шкалы становятся проективными и пересекаются в собственных точках (например, совместим ось гомологии со шкалой y , а несобственную точку $U_1 \infty$ прямых x и y переведем в удобное место чертежа; рис. 218). Конечно, указанный здесь образ действий пригоден в принципе и для других вариантов расчетных моделей, содержащих криволинейные элементы — шкалы, семейства линий, бинарные поля и т. д.

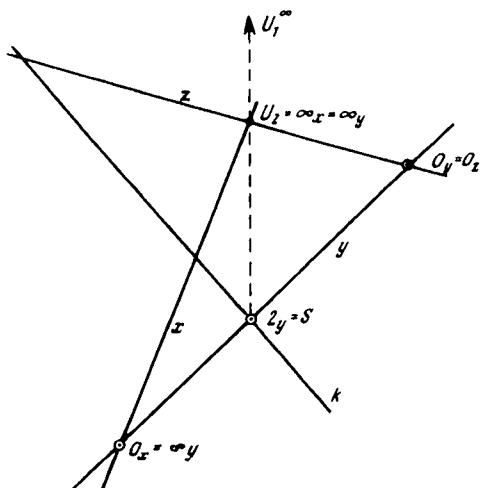


Рис. 218

10. Наряду с использованием коллинеации и гомологии нередко приносят пользу и двойственные преобразования на плоскости или в пространстве (см. § 5). Один пример такого перехода в пространстве уже был рассмотрен выше и представлен на рис. 214 и 216. На плоскости, согласно принципу двойственности, точки переводятся в прямые линии, а пучки прямых — в прямолинейные ряды точек и пр. Это позволяет шкальные модели переводить в сетчатые и наоборот, а также получать модели смешанного типа. Рассмотрим такой переход более подробно, возвратившись еще раз к рис. 211, а.

Выделим на этом рисунке прямые x , y , имеющие общую несобственную точку U^∞ , и поставим им в соответствие на рис. 219 какие-либо две точки X^∞ , Y^∞ , тоже имеющие общий несобственный элемент — бесконечно удаленную прямую картинной плоскости. На шкале x первого рисунка отметим две точки, например O_x и $3 = B$. В пучке (X) второго рисунка поставим им в соответствие два луча o_x и $3 = b$, которые можно указать произвольно. Аналогичную операцию выполним для шкалы y : точки O_y ,

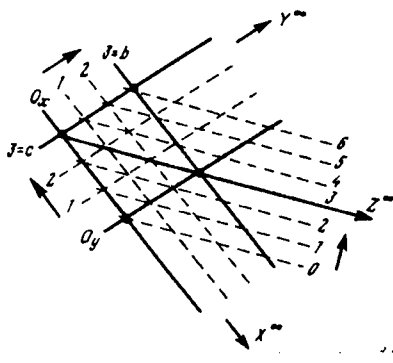


Рис. 219

и $3 = C$ на рис. 211, а; прямые O_y и $3 = C$ на рис. 219. Теперь свобода наших построений исчерпана. Четырем точкам O_x ; $3 = B$; $3 = C$; O_y мы поставили в соответствие четыре одноименные прямые. Двойственное преобразование на плоскости, именуемое *корреляцией*, задано. Вершину пучка (Z) найти нетрудно. Во-первых, она должна иметь общий несобственный элемент с (X) и (Y), т. е. вершина эта — на бесконечности. Во-вторых, если на первом рисунке взять прямые $O_x C$ и $O_y B$, то они пересекутся на прямой z . Значит, на втором рисунке достаточно взять точки $o_x \cdot c$ и $o_y \cdot b$ — они лежат на луче пучка (Z). Цифровая пометка этого луча (этой точки) известна: 3. Остается наметить — через равные интервалы — лучи пучков (X), (Y), (Z), снабдить их цифровыми обозначениями, и сетчатая модель готова. Заметим, что луч пучка (Z), проходящий через точку $o_x \cdot o_y$, должен иметь пометку 0.

11. Повторяя и развивая указанную методику, мы можем перевести в сетчатые варианты расчетные модели с рис. 211, б; 212, 215, 217. Наоборот, к шкальным расчетам нетрудно приспособить модели с рис. 197—199. Что касается рис. 213, то эту схему переведем по желанию либо целиком в сетчатый вариант (см. рис. 199), либо в смешанную модель, сохранив, скажем, слева шкалы x , y , а справа переведем в сетку шкалы z , t . При этом немая шкала u , связывающая обе половины, раздваивается: слева она выступает в виде прямолинейного ряда точек u , а справа — в виде пучка прямых (U). Ряд точек и пучок прямых перспективны.

Ни аналитические, ни синтетические методы, конечно, не исчерпываются в полной мере изложенными выше идеями и приемами. Однако, опираясь на установленные положения, можно находить пути к решению более сложных задач, развивая практические навыки и расширяя свой опыт в данной области.

§ 31. Примеры построения и использования расчетных моделей

1. Выбрав какую-либо задачу, относящуюся к области строительного проектирования, рассмотрим подробно и поэтапно весь процесс, ведущий к построению окончательного рабочего варианта расчетной модели. Это позволит нам увидеть и понять, как общие теоретические положения, которым мы до сих пор уделяли внимание, претворяются в практические действия исполнителя, создающего расчетную модель.

Задача 1. Из пунктов A и B прокладываются прямые тоннели, направление и уклоны которых выбирают в процессе проектирования. Определить направление и уклон прямого тоннеля, идущего из пункта C , если он должен пересекать первые две проходки. Все три начальных пункта находятся на одном уровне.

Первый этап решения: На этом этапе необходимо от общей и

несколько расплывчатой формулировки задачи перейти к жестко ограниченному математическому ее описанию. В данном примере затруднений здесь не возникает. Заданы две прямые: a , содержащая точку A , и b , инцидентная точке B . Определить направление и уклон третьей прямой, проходящей через точку C и пересекающей прямые a и b .

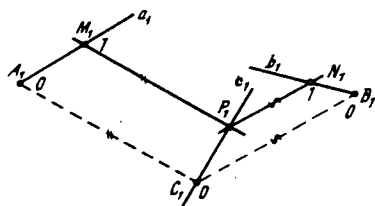


Рис. 220

Полезно заметить, что в предложенном математическом описании исчезли такие общие понятия и термины, как «тоннель», «процесс проектирования» и пр. Остались лишь чисто геометрические образы — точки, линии. Далеко не всегда такой переход от реальности к абстрактной схеме оказывается делом простым и ясным. Наоборот, иногда именно первый этап является наиболее емким и сложным звеном в решении всей задачи.

Второй этап решения. Математическое описание обрисовывает некоторую многофакторную зависимость. Элементарный подсчет показывает, что речь идет о шести параметрах: четыре действуют на входе, два — на выходе геометрической машины*. Запишем это с помощью принятой символики (см. § 16): $M(4 \rightarrow 2)$. Алгоритм этой машины *практически* недоступен в данном случае потому, что он реализуется в трехмерном пространстве (а чаще потому, что он «спрятан» в изучаемой физической системе и обнаруживается только в зеркале эксперимента). Следовательно, нужно выразить алгоритм на доступном языке, записав его либо в виде числовых соотношений (аналитический путь), либо в виде последовательности геометрических построений на плоскости (синтетический путь). В этом и заключается сущность второго этапа.

Содержание поставленной задачи явно влечет нас к синтетическим методам. Действительно, какой смысл переходить здесь к формулам, чтобы затем снова моделировать их геометрическими операциями? Во всех подобных случаях, когда геометрия прямо присутствует в условии основной задачи, имеет смысл сразу же использовать проекционное моделирование.

Итак, обратимся к поиску алгоритма на картинной плоскости. Будем считать, что прямые a и b заданы в проекциях с числовыми отметками (см. § 10). Это означает, что на чертеже имеем линию a_1 и интервал на ней, скажем отрезок A_1M_1 ; линию b_1 и интервал на ней B_1N_1 (рис. 220). Если в пространстве через точку C проходит прямая c , пересекающая a , то в плоскости $\alpha = a \cdot c$ можно провести

* Выбор прямой, проходящей через фиксированную точку, — два параметра.

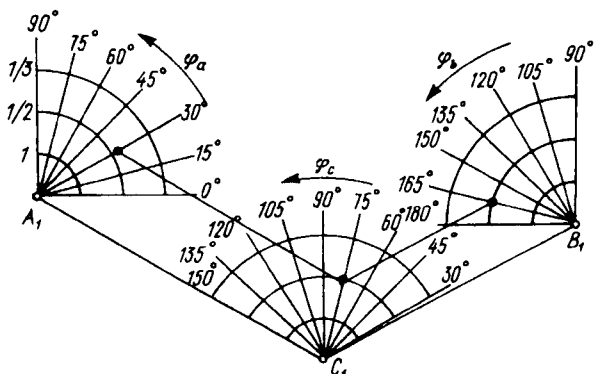


Рис. 221

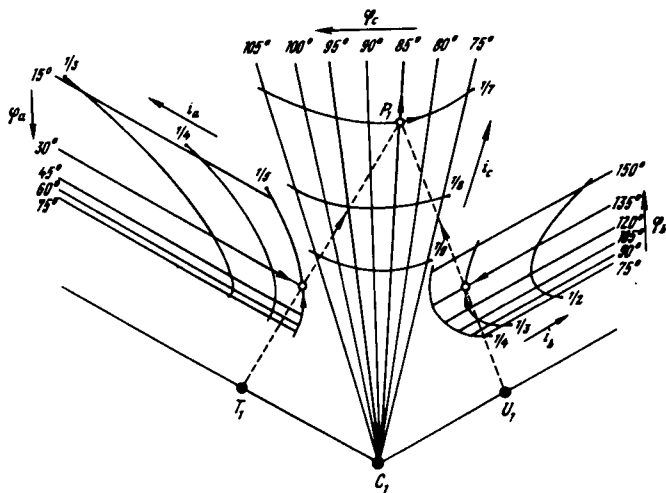
прямую MP , параллельную AC , которая отсекает на c точку P с числовой пометкой 1. Аналогичное действие можно произвести и в плоскости $\beta = b \cdot c$: снова попадаем в точку P с числовой пометкой 1. Значит, на карте проведем линию M_1P_1 , параллельную A_1C_1 , и линию N_1P_1 , параллельную B_1C_1 . Пересечением их определены точка P_1 и отрезок P_1C_1 , который является интервалом искомой прямой c . Задача решена.

Заметим, что если исходная геометрическая конструкция *не относится к числу канонических форм*, то поиск плоского алгоритма требует творческих усилий и к формальным действиям не сводится.

Третий этап решения. Теперь нужно показать структурные элементы расчетной модели и выяснить способ их оцифровки. Задавая прямую a (трассу тоннеля), мы действуем, очевидно, в бинарном поле: с одной стороны выбираем угол поворота φ_a , с другой стороны — интервал, или, что то же самое, уклон прямой. Этому выбору соответствуют два семейства линий: пучок прямых с вершиной A_1 и семейство концентрических окружностей с центром A_1 . Аналогично получаем бинарные поля, сосредоточенные вокруг точек B_1 или C_1 (рис. 221).

Оцифровку каждого пучка прямых производим в обычной градусной мере, приняв за начало отсчета условно выделенную, например горизонтально направленную, прямую. При этом следует учесть *пределы изменения переменных*, продиктованные реальными условиями задачи. Обычно пределы изменения для параметров входа задаются заранее и позволяют разместить модель на одном листе. Например, на рис. 221 для первого тоннеля предусматривается угол от 0 до 90°, для второго — от 90 до 180°. Параметры выхода должны отвечать всем возможным комбинациям на входе машины.

Оцифровка окружностей показывает нам уклон трассы. Поэтому, отложив в масштабе чертежа интервал длиной $l = 1$ м, ставим пометку $i = 1/l = 1$. Отложив в масштабе $l = 2$ м, ставим пометку



$i = 1/2$ и т. д. Здесь также необходимо, конечно, учитывать пределы изменения переменных и в случае крутых уклонов ($i > 1$) соответственно увеличивать масштаб для интервала $l = 1$ м.

Следует подчеркнуть, что оцифровка модели всегда связана с рассмотрением конкретных условий задачи и нередко требует творческих поисков, так же как и выявление алгоритма (на втором этапе решения).

Четвертый этап решения. Прежде чем изготовить рабочий чертеж расчетной модели, приходится подумать над возможностью ее замены, трансформации или усовершенствования. Эти вопросы приобретают особенную важность в том случае, когда рабочий чертеж вообще не нужен, а нужна именно *геометрическая схема расчета*, оптимальный алгоритм, который будет заложен потом в то или иное специальное устройство.

В нашем примере полезно было бы подумать о замене модели путем отображения исходной пространственной конструкции по методу двух изображений (см. § 9), причем за центры проектирования естественно принять точки A и B . Рекомендуется самостоятельно проработать этот вариант построения.

Трансформацию и усовершенствование модели можно осуществить, например, используя коллинеарное, в частности гомологическое, преобразование рис. 221. Если, скажем, желателен особо стабильный в узких границах отсчет направлений для прямых a и b , то примем точку C_1 за центр гомологии, прямую A_1B_1 удалим в бесконечность, а ось гомологии, параллельную A_1B_1 , используем как дополнительный регулирующий фактор. Тогда получим схему расчетной модели, указанную на рис. 222: имеем пучки параллельных

прямых (A^∞_1) и (B^∞_1), а окружности, определяющие уклон, представлены дугами гипербол. Внешне изменяется при этом и ключ модели — вместо параллельных прямых $M_{II}P_{II}$ имеем пучок прямых (T_1) с собственной вершиной, расположенной на второй предельной прямой, и т. д.

Нетрудно видеть, что четвертый этап не всегда актуален. Иногда он вообще может быть пропущен (если сразу получена вполне удовлетворительная модель), иногда он полезен, а иногда встает перед исполнителем как самостоятельная важная и, может быть, сложная научная задача.

Пятый этап решения. После окончательного уточнения схемы расчета следует изготовить рабочий чертеж модели, приняв во внимание ее назначение. Если модель предназначена для непосредственных и многократных расчетов, то необходимо добиваться максимальной точности и детализации, а также снабжать расчетный чертеж вспомогательными символами и надписями. Часто с этой целью используются средства машинной графики (см. разд. III).

Если чертеж предназначен для общего изучения и оценки явления, т. е. выступает в качестве познавательной геометрической модели, то требования к качеству его значительно снижаются: иногда можно отказаться от детализации, иногда от точности или в какой-то мере и от того и от другого. Например, рассматривая рис. 221, замечаем, что если первый тоннель направлен в проекции по линии A_1C_1 , то уклон его выпадает из расчета; если оба тоннеля — a и b — горизонтальны, то направление третьего становится неопределенным и т. п. Точность и детализация чертежного материала не имеют при этом особого значения.

Если, наконец, модель предназначена для создания других (не чертежных) вычислительных устройств, то важную роль играют только схема ее и способ оцифровки. В этом случае можно ограничиться даже простым эскизом.

6. Рассмотрим, уже не вдаваясь в мелкие подробности, еще один характерный пример.

Задача 2. При изучении ограждающих конструкций здания и их теплозащитных свойств выявлены следующие существенные параметры: а) температура наружного воздуха t_h ; б) температура воздуха внутри помещения t_b ; в) перепад температур на внешней границе ограждения Δt ; г) сопротивление теплопередаче со стороны ограждающей конструкции $R(\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{град}/\text{ккал})$; д) постоянный коэффициент теплообмена $\alpha \text{ ккал}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{град})$.

Установить связь этих параметров и подготовить соответствующую расчетную модель.

Поскольку все названные параметры имеют прямое числовое выражение, на первом этапе решения практически нечего делать. Можно только разделить эти данные на параметры входа и выхода и подчеркнуть, например, что по числовым значениям параметров t_h , t_b , Δt и α требуется находить числовое значение R .

Сразу же видим, что

Итак, после сравнения имеющихся канонических форм выбираем на втором этапе эту относительно оптимальную схему.

245

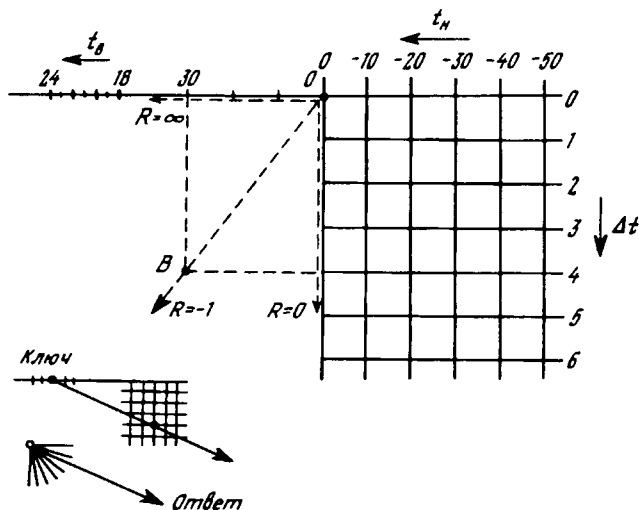


Рис. 224

Бинарное поле $(t_n, \Delta t)$ с равномерным шагом линий и произвольно выбранными масштабными единицами имеет форму прямоугольника (рис. 224). Шкалу t_n тоже в произвольном равномерном масштабе откладываем вдоль оси t_n (ср. рис. 223).

Несобственную шкалу R^∞ можно разметить с помощью пучка прямых, имеющего вершину в начале координат (ось четвертого пучка плоскостей проходит через эту точку). Заметим предварительно, что шкала R носит *проективный характер*. Действительно, положив в формуле (2) $t_n = 0$, получаем зависимость $R(\alpha, \Delta t) = -t_n$. Это операция умножения, представленная на рис. 218, но только шкала x (в нашем обозначении — R) отправлена здесь в бесконечность. Значит, на шкале R достаточно обозначить три точки, остальные будут этим определены. Итак, положим $t_n = 0$. Тогда луч пучка (см. рис. 223!) совпадет с осью Δt и получит отметку $R = 0$. Положим $\Delta t = 0$, тогда луч пучка совпадет с осью t_n и получит отметку $R = \infty$. Наконец, положим $\alpha \cdot \Delta t = t_n$, тогда луч пучка пройдет через точку B с координатами $\Delta t, t_n$ и получит отметку $R = -1$. На рис. 224 имеем: $\alpha \cdot \Delta t = 7,5 \cdot 4 = 30 = t_n$. Далее разбивку шкалы R^∞ можно вести обычными приемами, не прибегая к вычислениям.

8. Четвертый этап связан с усовершенствованием модели. Использовать несобственную шкалу R неудобно, так как это требует дополнительных операций — проведения двух параллельных прямых (см. схему ключа на рис. 224). Поэтому, прибегнув к гомологическому преобразованию, переведем шкалу R в какое-либо доступное место чертежа. Выберем, например, ось гомологии, сов-

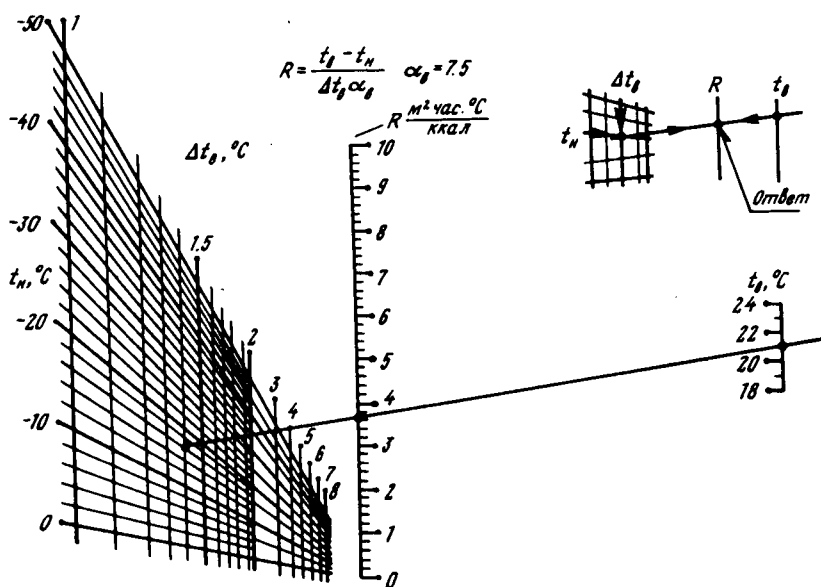


Рис. 225

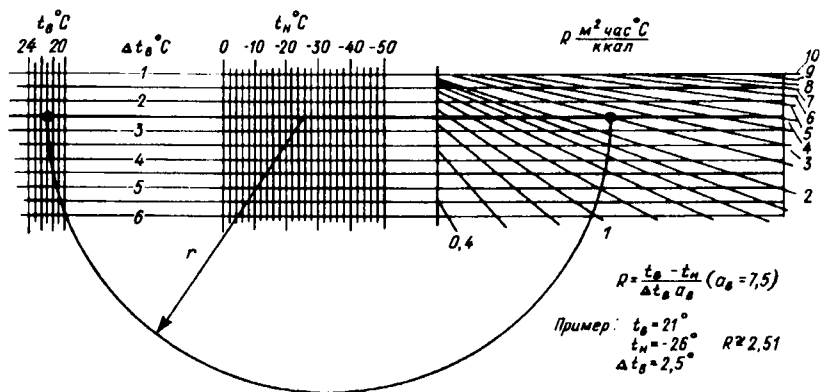


Рис. 226

падающей со шкалой t_n . Несобственной точке с пометкой $R = 0$ поставим в соответствие некоторую точку O на линии $t_n = 0$. Центр гомологии разместим между этими элементами, ближе к точке O . В результате равномерное бинарное поле переходит в перспективно сходящееся, а обе шкалы расположены в удобном месте чертежа. После окончательной детальной проработки (пятый этап) получаем расчетную модель, показанную на рис. 225. Она предназначена для непосредственного использования — для выполнения многократного

повторяющихся расчетов. Для тех же расчетов годится и другой вариант модели, который мы видим на рис. 226. Здесь имеем модель из равноудаленных точек (ср. рис. 205, а). В определенной узкой области она обеспечивает более точное решение и может быть получена на четвертом этапе путем обращения к другим приемам проекционного моделирования. В основу такого представления положена следующая идея: фиксируем в зависимости (2) величину Δt . Тогда $kR = t_b - t_n$, где $k = \alpha \cdot \Delta t$. Проведем горизонтальную линию, обозначив ее $\Delta t = 2,5$. Выбрав любое t_n за начало отсчета, получим $kR = t_b$, т. е. величины t_b и kR могут быть представлены *равными по длине отрезками*. Развивая эту методику, приходим к модели указанного вида.

9. Приведенные в этом параграфе примеры показывают, что построение каждой новой расчетной модели требует серьезных затрат труда и творческих поисков. Нередко эти затраты значительно снижаются благодаря наличию подходящей канонической формы. Разнообразные примеры и даже списки таких форм, чаще в аналитической записи, можно найти в специальной литературе, посвященной конструированию расчетных геометрических моделей. Но в любом случае обращение к расчетной модели должно быть оправдано либо ее непосредственным многократным использованием, либо ее познавательной ценностью и наглядностью, либо, наконец, отработкой геометрического алгоритма (ключа), имеющего дальнейшую техническую и научную значимость. Важно также отчетливо видеть и помнить о тесной связи расчетных моделей с другими средствами и методами геометрического моделирования.

Глава 6

ПОЗНАВАТЕЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

§ 32. Геометрические конструкции как модель предметов, явлений, процессов

1. Рассмотрим какую-нибудь заведомо простейшую геометрическую конструкцию, например отрезок прямой линии. Этот отрезок может послужить моделью *предмета*, изображая собой конек крыши, балку перекрытия, подъездной путь и т. п. Он равным образом может послужить моделью *явления*, представляя в этом случае действующую силу, транспортный поток, уклон насыпи и пр. Наконец, он годится и для моделирования *процессов*, характеризующих движение объекта, возрастание себестоимости, изменение давления при повышении температуры газа и т. д.

Возникающие при этом модели могут оказаться весьма грубыми и схематичными или, наоборот, тонкими и точными, но, прежде

чем говорить о качестве модели, следует подумать о ее назначении. Благодаря особой наглядности геометрических моделей и их почти физической осязаемости часто модель явления или процесса, а иногда даже и модель предмета целесообразно использовать для общего, так сказать, ознакомления с ним: для внимательного наблюдения, оценки, сравнения, для размышления, наконец. Модели такого типа мы условились называть *познавательными* (см. 1.5).

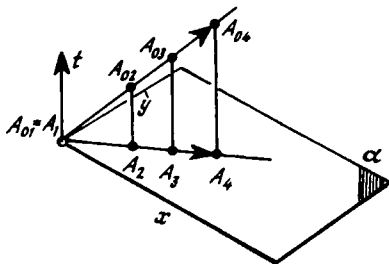


Рис. 227

2. При обращении с предметом или их совокупностью чаще возникают конкретные задачи: требуется передать информацию о форме и размерах предмета, измерить отдельные его части, выявить взаимное положение предметов, произвести расчет. Поэтому лишь в особых случаях познавательные функции предметных моделей выступают на первый план. Совсем иначе обстоит дело при изучении явлений и процессов. Здесь общий обзор ситуации является, как правило, началом всего дальнейшего. Какие факторы должны быть приняты во внимание во время изучения? Сколько всего их — этих факторов? Все ли они равно существенны? Есть ли надежда на выявление стабильной закономерности? Возможны ли какие-то исключения? Целый рой подобных вопросов встает обычно перед исследователем, желающим освоить какую-либо относительно новую область. При таких условиях использование познавательных геометрических моделей может оказаться не только полезным, но и крайне необходимым действием.

3. В отличие от предметных моделей модели познавательные далеко не всегда можно рассматривать как *непосредственное изображение* изучаемого объекта. Под непосредственным изображением мы склонны понимать результат прямого зрительного восприятия или заменяющей его операции центрального проектирования. Но геометрия предмета и геометрия явления или процесса — это, вообще говоря, разные вещи. Чтобы убедиться в этом, промоделируем, например, процесс движения материальной точки A . Изобразить непосредственно можно лишь траекторию, но отнюдь не *процесс* движения. Для моделирования процесса необходимо еще учесть и время. Если точка A движется по плоскости α , то можно было бы промоделировать процесс в трехмерном пространстве (рис. 227), отмеряя по осям x и y координаты места, а по условной оси t (перпендикулярной к плоскости $\alpha = xy$) — координату времени. Тогда линия, полученная в R^3 , например отрезок A_0A_{10} , действительно моделирует *процесс* движения (а линия, полученная на

плоскости α , моделирует *траекторию* движения). Если же материальная точка движется в трехмерном пространстве, то для моделирования этого процесса придется, по аналогии с тем, как показано на рис. 227, выйти в четырехмерное пространство, восстановив ось времени t перпендикулярно пространству движения R^3 . Тогда линия, полученная в R^4 , будет моделировать процесс движения, а линия, полученная в R^3 , — соответствующую траекторию.

Этот простой пример сразу раскрывает суть дела: при моделировании явлений и процессов приходится, во-первых, *прибегать к координатной системе, так как отображению подвергается не сам изучаемый объект, а характеризующие его координаты* (параметры). А во-вторых, возникающая координатная система чаще всего оказывается *многомерной*, поскольку лишь в особенно простых случаях удается ограничить себя учетом только двух или трех существенных параметров.

По счастью, как мы уже знаем (см. 2.3, рис. 7), многомерным геометрическим конструкциям всегда можно придать вполне приличное трехмерное (или даже двумерное) обличие. Особенно большую помощь оказывает при этом естественно возникающая аналогия: если мы научились изоморфно моделировать R^3 внутри R^2 (см. гл. 1—3), то сходным образом можно, очевидно, промоделировать R^4 внутри R^3 , R^5 внутри R^4 и т. д.

Во всяком случае, должно быть понятно, что при активном использовании познавательных геометрических моделей некоторые начальные представления о многомерном геометрическом пространстве не могут оказаться лишними. Уделим внимание этому вопросу.

4. Пространство точек, имеющее размерность n , мы условились обозначать символом R^n (см. 1.3). Нам уже знакомы геометрические образы R^0 (точка), R^1 (прямая), R^2 (плоскость), R^3 (трехмерное пространство). Заметим, что эти символы отражают и размерность пространства, и его форму. Действительно, ведь одномерным геометрическим элементом может быть названа не только прямая, но и, например, кривая линия, а двумерным — не только плоскость, но и кривая поверхность. Поэтому, продолжая этот ряд символов, т. е. записывая R^4 , R^5 , ..., R^n , условимся всегда иметь в виду только *прямые*, или, как чаще говорят, *линейные*, точечные геометрические образы — линейные пространства.

Опираясь на это условие, получаем возможность формулировать многие факты, относящиеся к пространству R^n , с помощью индукции от n к $(n + 1)$ и вообще с помощью непосредственно очевидных обобщений. Приведем несколько характерных и полезных примеров:

а) выясним, что представляет собой точечный репер пространства R^n . Известно, что для R^0 это одна точка, для R^1 — две точки, для R^2 — три точки, а четыре точки общего положения уже определяют R^3 (рис. 228). Отсюда улавливаем несложную закономер-

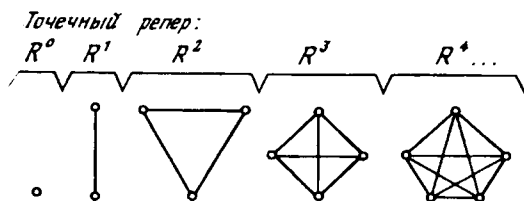


Рис. 228

ность: репер пространства R^n содержит $(n + 1)$ точек общего положения;

б) в проективном пространстве на прямой имеется одна несобственная точка; на плоскости — одна несобственная прямая; в R^3 — одна несобственная плоскость. Приходим к заключению: проективное пространство R^n завершается на бесконечности одним несобственным пространством R^{n-1} ;

в) обычная (декартова) система координат на прямой задана, если указан один масштабный отрезок (рис. 229). На плоскости требуется два масштабных отрезка на двух взаимно перпендикулярных осях. В R^3 имеем уже три масштабных отрезка на трех взаимно перпендикулярных осях и т. д. Аналогична координатная система в R^n : она предполагает наличие n масштабных отрезков, расположенных на n взаимно перпендикулярных осях;

г) точки плоскости можно проектировать на прямую линию с помощью пучка прямых (см. рис. 24, а). Размерность пучка прямых равна единице. Символ отображения: $R^2 \rightarrow R^1$. Точки пространства R^3 можно проектировать на плоскость с помощью связки прямых (см. рис. 26). Размерность связки прямых равна двум. Символ отображения: $R^3 \rightarrow R^2$.

Продолжая этот ряд, заметим, что точки пространства R^4 можно проектировать на трехмерное пространство с помощью звезды прямых (рис. 230). Размерность звезды равна трем. Символ отображения: $R^4 \rightarrow R^3$.

И вообще, точки пространства R^n можно проектировать на пространство $R^{(n-1)}$ (иногда его называют *гиперплоскостью*) с помощью звезды прямых, размерность которой равна $(n-1)$. Символ отображения: $R^n \rightarrow R^{(n-1)}$.

5. Два линейных пространства всегда определяют третье. Например, точка и прямая определяют плоскость: $A \cdot l = \alpha$. Или прямая и плоскость в R^3 определяют точку: $l \cdot \alpha = A$.

Заметим, что в первом случае размерность охватывающего пространства *больше*, чем размерности составляющих его элементов, и зависит только от них. Этот случай называют иногда *объединением*.

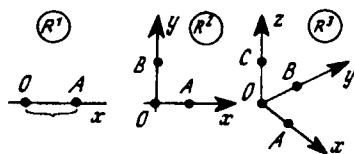


Рис. 229

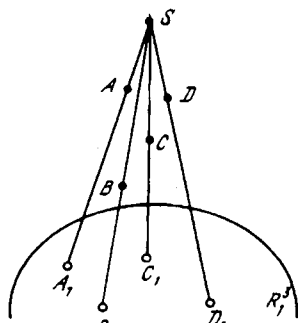


Рис. 230

Объединение двух линейных пространств R^k и R^l определяет третье — R^q , причем справедливо соотношение

$$k + l + 1 = q. \quad (21)$$

Во втором случае размерность третьего пространства *меньше*, чем размерности определяющих его элементов. И результат этой операции, называемой *пересечением*, зависит от того, где это происходит: на плоскости, в R^3 , в R^4 или еще выше — в R^n . Например, две прямые, если они лежат в одной плоскости, определяют в своем пересечении точку. А если они не лежат в одной плоскости, а находятся в R^3 , то они не имеют общего элемента, они скрещиваются. Пересечение двух линейных пространств R^k и R^l , расположенных в *операционном* пространстве R^n , определяют третье пространство R^p , причем справедливо соотношение

$$k + l - n = p. \quad (22)$$

Вместо вычислений по формулам (21) и (22) можно использовать наглядные геометрические действия, изображая точечный репер всех пространств, входящих в данное отношение. Так, на рис. 231, а показано объединение прямой и плоскости: рисуем репер того и другого образа и рассматриваем суммарный репер (ср. рис. 228). Обнаруживаем, что получено R^4 . На рис. 231, б суммируем изображенные рядом реперы двух плоскостей и обнаруживаем, что получено R^5 .

Если же речь идет о пересечении, то рисуем сначала репер операционного пространства, например R^4 (рис. 231, в). Выделяем внутри его репер двух плоскостей, стараясь, насколько возможно, разделить эти фигуры. Видим, что у них неизбежно остается общий элемент — репер точки. Значит, две плоскости общего положения в R^4 пересекаются в точке. А если там же выделить репер плоскости

и прямой линии (рис. 231, а), то обнаруживаем, что они не имеют пересечения.

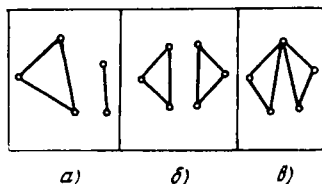


Рис. 231

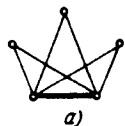
6. Ранее, упражняясь в подсчете свободных параметров (см. 16.7), мы научились определять размерность множества прямых или множества плоскостей, расположенных в трехмерном пространстве. Теперь вполне уместно поставить этот вопрос в общем виде: пространство R^n содержит множество подпространств R^l (т. е. подразумевается, что $l < n$); какова размерность t этого множества? Ответ дает соотношение

$$(n-l)(l+1) = t. \quad (23)$$

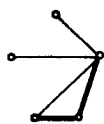
Если же нас интересует не все множество пространств R^l , а только часть его, именно та часть, которая содержит в себе некоторое фиксированное пространство (ядро) R^k , то размерность этой части должна быть меньше. Мы уже встречались с примерами таких ограничений и таких множеств, когда рассматривали пучок прямых (на рис. 19 ядро R^0), связку прямых (на рис. 20 ядро R^0), связку плоскостей (на рис. 21 ядро R^0), пучок плоскостей (на рис. 22 ядро R^1) и др. В общем случае такое множество, расположенное в пространстве R^n , имеющее ядро R^k и лучи R^l , именуется *звездой* (ср. рис. 230). Размерность звезды s определяется соотношением

$$(n-l)(l-k) = s. \quad (24)$$

Заметим, что и здесь возможны и полезны наглядные приемы, связанные с изображением точечного репера. На рис. 232, а, например, показано, как можно подсчитать размерность множества прямых в пространстве R^4 : рисуем репер R^4 , выделяем в нем репер прямой и смотрим, сколько нитей связывает его концы с остальным объемом, — шесть нитей. Значит, размерность множества равна шести.



а)



б)

Рис. 232

А на рис. 232, б выявлена размерность звезды плоскостей с ядром R^1 в этом же операционном пространстве. Процедура такова: выделяем репер плоскости, исключаем из него репер ядра и смотрим, сколько нитей связывает оставшийся «конец» репера. В данном случае — две нити. Значит, размерность звезды равна двум.

7. Посмотрим теперь внимательнее, как осуществляется переход от явления или процесса к его познавательной модели — к геометрической конструкции или геометрической машине.

Как отмечалось, процесс — это явление, протекающее во времени, т. е. характеризующееся одной лишней координатой. Поэтому условимся не различать здесь эти нюансы и говорить в широком смысле именно о явлении.

Итак, явление, поскольку оно подлежит исследованию и изучению, характеризуется всегда некоторым набором признаков. Например, действие сил, приложенных в одной точке (см. рис. 2), характеризуется направлением их и величиной. А действие сил, приложенных к одному предмету (см. рис. 6), характеризуется точками приложения, направлением и величиной этих сил и т. д.

Каждый из признаков, характеризующих явление, может изменяться в некоторых границах, пробегая или непрерывный, или дискретный (скачкообразный) ряд значений. Например, направление силы p на рис. 2 может непрерывно изменяться, описывая полный круг около точки O . А если явление заключается в перевозке строительных грузов с завода на стройплощадку, то одним из признаков его может служить количество действующих грузовых автомашин — одна, две, три, ... — дискретный ряд. Важно понять, что некоторое изменение каждого признака неизбежно. Если признак фиксирован, то он уже не входит в состав явления, а образует его *подоснову*, о которой не говорят и которую просто не замечают. Так, зафиксировав направление сил p и q на рис. 2, переходим к рис. 4. Теперь изучаемое явление состоит в том, что изменяется только *величина* сил, приложенных к точке O . А все другие ближайшие возможные вариации данного явления, например изменение направления сил, или количества действующих сил, или их точек приложения и т. п., отходят на второй план и образуют общий неизменный фон, но не имеют уже прямого отношения к самому явлению.

Таким образом, признаки, характеризующие явление, во-первых, позволяют *выделить его из общего фона различных событий*, а во-вторых, дают возможность *отличить данное конкретное явление от других таких же явлений*. Из общего фона явление вырывается с помощью *набора* характерных признаков. А из множества своих собратьев, из множества таких же явлений оно вырывается с помощью *конкретных значений* каждого признака, входящего в набор. В этом смысле можно сказать, что на рис. 2 или 6 показаны конкретные явления: из общего фона они выделены с помощью набора признаков, который выявлен и словесным описанием (см. 1.2, 2.3) и символическим изображением. А от других аналогичных явлений они отличаются конкретными данными: указаны направление и величина (см. рис. 2) или точка приложения и величина действующих сил (см. рис. 6). При этом подразумевается, конечно, что на рис. 2 и 6 имеется масштаб, позволяющий производить измерения.

8. Описать явление, выделить его из числа других — это не значит исследовать, или изучить, или тем более познать его. Это значит просто его *заметить*. Конечно, заметить явление очень важно, но еще важнее, а иногда просто необходимо установить связь этого явления с другим явлением (или явлениями) или с другой его внешней формой. Типичный пример наблюдаем снова на рис. 2. Сказать, что к точке O приложены две силы, это значит заметить явление. Но изучая явление, познавая его, мы видим, что совокупное действие сил p и q можно заменить действием одной силы — f , причем сила f *зависит* от p и q . Сила f , приложенная в точке O , — это другое явление или иная внешняя форма того же явления; здесь такие различия несущественны. Во всяком случае мы получаем новый набор признаков и новые ряды их возможных значений. Отсюда открывается прямой путь к построению познавательной (или расчетной) геометрической модели данного явления:

а) прежде всего постараемся выяснить, какое количество признаков (параметров) относится к изучаемому явлению.

Анализируя схему, представленную на рис. 2, убеждаемся, что речь идет о шести признаках — направление и величина для всех трех сил: p , q и f ;

б) посмотрим далее, какие изменения возможны в рамках каждого отдельного признака. Из существа дела понятно, что каждый признак может принимать бесконечное множество непрерывно изменяющихся значений. Подчеркнем особенно настойчиво, что нас интересуют сейчас не числовое значение, а именно структура возможных изменений: дискретный или непрерывный ряд, ограниченный или неограниченный;

в) вспомним теперь, что моделированию подвергается не сам объект, не изучаемое явление (ибо оно не предметно), а его *признаки*. Тогда сразу намечается наиболее естественная и в некотором смысле наиболее «простая» форма модели: в пространстве R^6 введем обычную (обобщенно понимаемую) декартову систему координат и на каждой оси будем фиксировать значения соответствующих признаков. Причем по первым четырем осям (силы p и q) значения можно выбирать произвольно или задавать в соответствии с условиями реальной ситуации, а на последних двух осях (признаки силы f) значения должны возникать как ответ на сделанный выбор. Это означает, что в операционном пространстве R^6 выделена некоторая «поверхность» F : указав первые четыре координаты, находим на ней точку M , а затем прочитываем две оставшиеся координаты для построенной точки M . Напомним, что мы уже рассматривали такие конструкции в 27.2—3. Отметим, что в данном случае пространство R^6 , снабженное координатной системой, и выделенная в нем по-

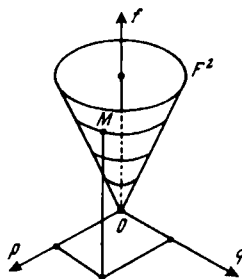


Рис. 233

верхность F как раз и представляют собой *первый вариант познавательной геометрической модели* для изучаемого нами явления.

9. Пример. Ради упрощения нашей задачи предположим, что направление сил p и q определено, а изменяется только их величина. Мы переходим, следовательно, к изучению другого, более простого явления (ср. 32.7). Что касается равнодействующей силы f , то и здесь будем считать, что мы интересуемся лишь ее величиной; иными словами, упростим и это явление, оставив ему лишь один признак.

Тогда, подсчитывая признаки (параметры), мы обнаруживаем, что находимся в операционном пространстве R^3 . Структура изменения этих признаков (непрерывное бесконечное множество) сохраняется. А естественная и простая форма модели имеет следующий вид: в трехмерном пространстве вводим декартову систему координат (рис. 233). По осям p и q откладываем величину этих сил. Если две координаты определяют точку M в R^3 , то, значит, в R^3 выделена двумерная поверхность F^2 . Построив на ней точку M , наблюдаем ее последнюю координату — величину равнодействующей силы f .

Чтобы картина стала предельно ясной, на рис. 233 направления сил p и q приняты взаимно перпендикулярными. Становится понятно, что поверхность F^2 — это прямой круговой конус (ср. рис. 4), вершина которого находится в начале координат, а осевой линией служит координатная прямая f .

10. Геометрическая модель, которая получена нами сначала в пространстве R^6 , а затем после ограничения числа признаков — в пространстве R^3 (рис. 233), была названа естественной и простой. Конечно, с такой оценкой можно согласиться лишь условно. Модель проста, поскольку она *статична и универсальна*.

Но эта же модель сложна, поскольку при $n > 3$ она представляет собой некую *мысленную конструкцию*, которую трудно или даже невозможно представить себе в каких-то деталях. Поэтому на практике часто оказываются более полезны другие формы модели. Формы эти могут быть очень многообразны, однако они связаны одной общей идеей: в пространстве R^3 или R^n нужно подобрать геометрические образы, которые исчерпывают все признаки изучаемого явления и учитывают их возможные изменения. Затем эти геометрические образы следует подходящим способом увязать между собой.

* Обобщение. Если в R^n точку M определяют m координат, то значит, здесь выделена m -мерная поверхность F^m .

Как получить такую модель? К сожалению, высказать какие-то общие рекомендации здесь невозможно. Этот момент подчеркивает, между прочим, преимущества первого варианта модели: его действительно можно назвать естественным и простым, поскольку он укладывается в *стандартную процедуру* [см. выше, п. а) — в)].

Но если отказаться от претензий на общие правила, следует все же вспомнить характерные приемы, указанные ранее в 27.4—7.

Так, например, используя известные нам способы, отобразим трехмерную конструкцию, представленную рис. 233, на плоскую картину. Здесь удобно прибегнуть к эпюру Монжа. На рис. 234 показан результат: конус F^2 изображен в ортогональных проекциях (показана лишь половина поверхности). Отметив точку M_2 во втором поле (координаты p и q), находим M_1 и увязываем ее с осью f . Впрочем, в данном случае можно ограничиться и одной ортогональной проекцией на плоскость $\pi_2 = p \cdot q$. Тогда приходим к рис. 4: тернарное поле.

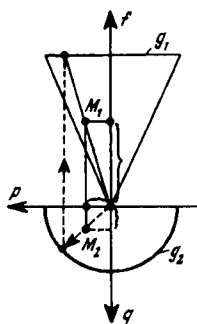


Рис. 234

Важно подчеркнуть, что на рис. 4, 233, 234 геометрическая модель явления представлена в *разных вариантах*. При этом вовсе не обязательно доводить ее до стадии расчетной модели. Конкретные числовые данные указаны на рис. 4. На рис. 233 и 234 выявлена лишь *структура модели*, что и является решающим фактором при использовании ее в качестве инструмента познания. Аналогичные операции могут, в принципе, иметь место и при переходе от пространства R^n к $R^{(n-1)}$, $R^{(n-2)}$, ..., R^3 , R^2 .

11. Иногда исследователь исходит из конкретных условий изучаемой задачи и базируется, как правило, на геометрических представлениях, *прямо подсказанных экспериментом*. Именно так была получена в теоретической механике модель, представленная на рис. 2. Эксперимент ясно показывал, что силу целесообразно представить направленным отрезком (вектором), он же позволял установить и подтвердить закон выявления равнодействующей силы (правило параллелограмма). Аналогичные «подсказки» эксперимента оказываются полезными и во многих других случаях.

Близким по смыслу является обычный прием, когда на основе эксперимента устанавливается *аналитическая зависимость* между признаками, характеризующими явление. Затем эта зависимость с помощью средств аналитической геометрии или номографии переводится на язык геометрии (ср. с материалом гл. 5).

12. Необходимо обратить внимание, что при моделировании явлений речь все время идет о сопоставлении двух объектов, которые естественно было бы назвать *физической* и *геометрической* машиной.

Каждое *явление* представляет собой некоторую физическую машину, поскольку в нем удается обнаружить определенную закономерность: при соблюдении известных условий (вход машины) обнаруживается стабильно предсказуемый результат (выход). Вне этой закономерности явление перестает быть объектом познания, а сохраняется, быть может, лишь как объект наблюдения. Отсюда следует, что и *модель* явления также представляет собой некоторую машину, на этот раз уже геометрическую (ср. § 16). Все приведенные выше примеры демонстрируют этот факт.

Мы убедились, что одно и то же, даже очень простое, явление допускает большое разнообразие познавательных геометрических моделей. Если же обратиться ко всему множеству изучаемых явлений, то различные формы допустимых моделей явно необозримы. Тем большую ценность приобретает первая — *универсальная* — форма модели: поверхность F^k , включенная в операционное пространство R^n . На этой форме замыкаются *любые явления*, которые вообще могут быть уложены в процесс геометрического моделирования. Ввиду особой важности рассмотренной универсальной формы для обозначения ее применяется специальный термин: пространство R^n , размерность которого соответствует полной размерности изучаемого явления, именуется *предельным пространством*.

13. Характерной чертой познавательных моделей является их относительная схематичность. В случае окончательной проработки они легко превращаются в расчетные, а иногда в предметные модели. Этот момент легко проследить, сопоставляя рис. 2, 4 и 233, 234. Чем более общие вопросы познания возникают в связи с использованием той или иной модели, тем меньше конкретности требуется вносить в ее структуру. Именно благодаря этому обстоятельству высокая размерность предельного пространства R^n часто не является препятствием к плодотворному использованию данной модели.

14. Возвратившись еще раз к задаче о суммировании двух сил, попробуем проследить, какие сведения общего характера может доставлять нам познавательная геометрическая модель.

Универсальная форма модели сразу же заставляет обратить внимание на структуру задачи: мы видим, что перед нами геометрическая машина типа $M(4 \rightarrow 2)$. Возникает вопрос: нельзя ли снизить размерность этой машины? Очевидно можно безболезненно снизить размерность выхода (см. 1.6), т. е. перейти к машине $M(4 \rightarrow 1)$. Тогда встает аналогичный вопрос и о размерности входа. Здесь подсказывает пути модель, представленная на рис. 2. Можно ведь принять направление силы p за начало отсчета для других направлений, т. е. *условно* зафиксировать его. Тогда имеем машину $M(3 \rightarrow 1)$. А если фактическую величину силы p принять в качестве

масштаба, т. е. тоже *условно* ее зафиксировать? Модель (см. рис. 2) ясно показывает, что это не отразится на интересующих нас результатах: направление или величина равнодействующей силы f сохраняет свое значение. Итак, приходим к машине вида $M(2 \rightarrow 1)$. Оказывается, нашу задачу, и без потери общности, т. е. *без отказа от каких-либо признаков* изуча-

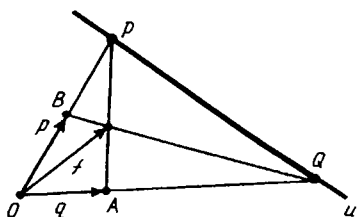


Рис. 235

емого явления, удастся уложить в трехмерное операционное пространство! Остается поискать новую форму расчетной модели для этого *общего* случая. (Попробуйте это сделать. Напомним, что рис. 4, 233, 234 относятся к другому явлению, к явлению частного вида.)

Все эти практически полезные и довольно неожиданные выводы мы получили, не решая никакой конкретной задачи, а лишь рассматривая геометрическую модель, которая понуждает нас ставить вопросы, обнаруживать новые подходы, т. е. помогает нам *познавать* явление. При этом разные формы познавательных моделей для одного и того же явления помогают видеть это явление с разных сторон. Так, вопрос об ограничении размерности операционного пространства подсказан универсальной формой модели, а возможность *ограничения машины на входе* подсказывает модель, построенная в R^2 (см. рис. 2).

Если же модель, приведенную на рис. 2, подвергнуть гомологическому преобразованию так, чтобы несобственная прямая u^∞ картины вошла в поле чертежа, то появится еще одна слегка видоизмененная форма (рис. 235), которая сразу же выдвигает вопрос о *разрешимости* задачи. Действительно, если концы векторов p и q попадают в точки P и Q , то алгоритм не срабатывает. Если точки P и Q на прямой u совпадают, то алгоритм тоже не действует. Имеются ли еще какие-то другие критические ситуации?

15. Итак, геометрические конструкции, которые можно отнести к классу геометрических машин, всегда можно рассматривать как модель соответствующих явлений и процессов. Соответствие между явлением и моделью должно соблюдаться по числу действующих признаков и по характеру связи этих признаков между собой. Геометрия позволяет наглядно представить эти связи, рационально группировать их, исследовать детально или, наоборот, предельно схематизировать. Конечно, и предметные модели можно рассматривать как средство познания, но их отличительной особенностью является внешняя стабильность. Предметная модель — это не геометрическая машина, а скорее каркас для создания многих таких машин, чем мы, собственно, больше всего и занимались в предшествующих главах книги (см. гл. 2—4).

§ 33. Проекционный схематизм — основа наблюдения, анализа и исследования явлений

1. Важная роль познавательных геометрических моделей и то совершенно особое место, которое они занимают в ряду других средств научного познания, объясняются следующими тремя причинами.

Во-первых, геометрические модели *наглядны*. Они наглядны в прямом смысле слова, поскольку их можно рисовать, чертить и рассматривать. Они наглядны и в более глубоком переносном смысле, поскольку апеллируют к нашей пространственной интуиции — к опыту осязания, движения, формообразования. Даже сложные многомерные конструкции явно имеют отношение к нашей пространственной интуиции: они отчасти продолжают ее, отчасти в нее вмещаются (ср. 32.3).

Во-вторых, геометрические модели очевидным образом *иерархичны*. Они начинаются с точки — с пространства нулевой размерности — и кончаются геометрической конструкцией R^n , которая «все» в себя вмещает и «все» охватывает. Взятое в кавычки выражение «все» должно обозначать: все то, что учитывается, принимается в расчет, изучается.

Наконец, в-третьих, геометрические модели *схематичны*. Они схематичны не по произволу исследователя, сознательно отбрасывающего какие-то признаки изучаемого явления, а по самой сути своей, по своей структуре. Ведь любую геометрическую конструкцию, расположенную в пространстве R^n , естественно рассматривать как результат отображения более сложной фигуры, относящейся к пространству $R^{(m+1)}$, $R^{(m+2)}$, ... Мы неоднократно сталкивались с примерами таких переходов при обсуждении предметных, расчетных и познавательных моделей (ср. 32.3). Иерархичность геометрических конструкций и их схематизм — это две стороны одного феномена. Если, например, в конструкцию модели входит прямая линия, расположенная в трехмерном пространстве, то она как элемент четырехмерного множества (ср. упражнение 4 в 16.7) уже приводит нас к представлению о пространстве четырехмерном и т. п. Но отображение одного геометрического пространства на другое пространство более низкой размерности мы условились квалифицировать как *проекционный схематизм* (см. 5.15). Можно сказать, следовательно, что характерной чертой геометрических моделей является изначально заложенный в них проекционный схематизм.

2. Понятно, что наглядность геометрических моделей значительно облегчает труд инженера-исследователя. Их иерархическая структура позволяет сравнительно легко размещать модель одного и того же явления в пространствах различной размерности (ср.

задачу о суммировании двух сил и анализ ее в разделах предыдущего параграфа).

А проекционный схематизм моделей *тесно связывает их с самим процессом познания*. Именно это обстоятельство оказывается решающим фактором во всех случаях использования познавательных геометрических моделей. Полезно рассмотреть этот вопрос подробнее.

Как известно, изучение любого явления начинается с наблюдения. Наблюдение позволяет нам выделить признаки явления, после чего мы начинаем узнавать его и даем ему словесное обозначение — название (см. 32.7). Вернемся еще раз к сложению двух сил (см. рис. 2).

Имеется ведь бесконечное множество *различных* явлений, каждое из которых попадает под это наименование и характеризуется указанными признаками. Эти явления отличаются друг от друга по времени своей актуализации (вчера, сегодня, завтра, ...), по точкам приложения сил (крыша, междуэтажное перекрытие, фундамент, ...), по характеру действующих сил (внешние нагрузки, собственный вес, усилия, развиваемые механизмами, ...) по месту своей реализации (подводное, наземное сооружение, космос, ...) и т. д. И все это множество разнородных и отнюдь не совпадающих друг с другом фактов *в результате наблюдения* объединяется в один класс, образует одно явление, обозначается одним именем: суммирование двух сил. Так обрисовывается исходный объект, можно сказать — исходное множество, исходное пространство наблюдений. Однако само явление тотчас распадается на множество элементов, поскольку могут изменяться характеризующие его признаки. Мы уже знаем, что эти характерные признаки, взятые в своей совокупности, образуют четырехмерное множество (см. 31.8). Следовательно, процесс наблюдения неизбежно связан с *заменой одного множества явлений другим*. Первое из них — это упомянутое множество разнородных реальных фактов, имеющих целый спектр взаимных отличий (время, место, характер действующих сил и т. д., их направление, величина). А второе — это множество фактов, порожденное выделенными при наблюдении признаками (направление и величина действующих сил). Размерность первого множества высока, ее не удастся точно определить, *условно* обозначим ее символом n . А размерность второго уже названа: R^4 . Итак, имеем процесс отображения: $R^n \rightarrow R^4$.

3. Этот процесс отображения обладает всеми характерными чертами проекционного схематизма (см. 5.12—5.16). В самом деле, выбрав признаки явления и присвоив ему название, мы тем самым определяем позицию наблюдателя (его точку зрения, его центр проекций). Находясь на этой позиции, наблюдатель осуществляет *классификацию* элементов исходного множества (ср. 5.13), собирая внутри одного класса все элементы, характеризующиеся одинаково-

выми наборами параметров (в данном примере — параметрами направления и величины действующих сил).

С помощью этой классификации наблюдатель устанавливает в исходном множестве свою *специальную систему отнесения* (ср. 5.14). Он не обращает внимания на то, что силы p_1 и q_1 суммировались вчера, а силы p_2 и q_2 суммируются сегодня. Он не замечает, что силы p_1 и q_1 действовали на фундамент, а силы p_2 и q_2 действуют на междуэтажное перекрытие. В его системе отнесения все это не имеет значения. Имеет значение только равенство выделенных параметров: если $p_1 = p_2$ и $q_1 = q_2$ по величине и направлению, то это *один и тот же факт*.

Ясно, что в результате такого подхода наблюдатель *схематизирует* исходное множество (ср. 5.15) по типу выбранной им (в данном примере — четырехмерной) картины. В то же время ясно, что наблюдатель и не может осуществлять этот процесс как-либо иначе. Из окружающего его неисчерпаемого многосвязного мира ему приходится выделить *свой объект* и научиться узнавать его, отличать от всего остального. В то же время этот объект не должен стянуться в точку, превратиться в единичный конкретный факт, ибо единичный факт просто недоступен для наблюдения: его можно только однажды *заметить*. Очевидно, объект наблюдения тоже должен обладать некоторой внутренней сложностью, прежде всего повторяемостью во времени. Этот неизбежный переход от сложности мира к сложности условно вычлененного явления и порождает проекционную схему. Следовательно, любое сознательно поставленное наблюдение *осуществляется в условиях проекционного схематизма*.

4. Анализ и исследование явлений проводятся на основе выполненных наблюдений. Но если наблюдение, как мы только что убедились, порождает проекционную модель действительности, то и вся дальнейшая работа с этим материалом развивается в рамках проекционно построенной картины.

Не касаясь подробностей этой глубокой темы, отметим лишь некоторые узловые моменты, имеющие непосредственное отношение к нашим учебным задачам.

Первый и главный вопрос, встающий перед исследователем, — это вопрос *о возможности научного прогноза*. Если явление — в том виде, как оно спроектировано наблюдателем, — подчиняется какому-то закономерностям, то имеет смысл изучать его и анализировать для того, чтобы окончательно познать его и правильно прогнозировать. Если же никакие закономерности в принципе не обнаруживаются, то, следовательно, мы имеем дело с явлением, которое *воспринимается, но не познается*, которое полезно, может быть, учитывать, но бесполезно «изучать». Например, строителю не мешает помнить о происходящем иногда падении крупных метео-

ритов или обломков от космических снарядов и терпящих бедствие самолетов. Но, памятуя о таких событиях, он не может включать их в свои расчеты, ибо события эти не прогнозируемы, мало вероятны, не укладываются в закономерности строительного проектирования.

Понятно, что этот первый и главный вопрос исследователя прямо связан с проекционным характером научного познания. По существу, это вопрос *о размерности картинного пространства*. Достаточно ли высока эта размерность, позволяет ли она обнаружить внутри самой картины какие-то стабильно проявляющиеся связи, заслуживающие названия *закономерность*? Если, например, при суммировании двух сил принять во внимание только величину этих сил, т. е. если положить размерность картины равной двум единицам, то никакое тщательное наблюдение не позволит уловить закономерность этого нового (двумерного) явления: величина сил p и q (см. рис. 2) может возрастать до бесконечности, а величина результирующего воздействия то увеличивается беспредельно, то оказывается весьма ограниченной, то вообще падает до нуля. Иными словами, нужно здесь увеличить размерность картины, чтобы вложить в нее все существенные для дела параметры.

5. Если размерность картины, по-видимому, достаточна для выявления закономерности, то возникает второй вопрос: о методах ее выявления. Какие бы методы при этом ни применялись, в основе их всегда лежит *эксперимент*, т. е. экспериментальный поиск или экспериментальная проверка гипотезы. Но эксперимент сводится к сопоставлению посылок и результатов: мы создаем различные варианты начальных условий и смотрим, как это отражается на конечном результате. Можно сказать, что, экспериментируя, мы приводим в действие некоторую реально функционирующую машину (ср. § 16). Выбирая начальные условия, заполняем элементы входа; обнаруживая результат, читаем элементы выхода. Четким аналогом этой ситуации является работа геометрической машины. И, как уже было отмечено (см. 16.6), работа машины сводится к выполнению некоторой обобщенно понимаемой операции проектирования. Следовательно, углубившись в анализ изучаемого явления и используя для этого какую-либо конкретную методику, мы продолжаем действовать в рамках отчетливо выраженного проекционного схематизма.

6. Напомним, что план выполняемого инженерно-технического или научного исследования, все промежуточные его этапы и заключительные выводы выражаются, описываются и формулируются с помощью языковых средств, т. е. с помощью лексических моделей (ср. 1.2, рис. 1). Но лексические модели по сути своей безусловно проекционны. Здесь налицо все признаки проекционного схематизма (ср. 5.12—5.16): и сопоставление двух множеств «различной размерности» (множество фактов и множество слов), и классифи-

кация элементов исходного множества (все сущности, названные одним именем, объединяются в один класс и т. д.), и специальная система отнесения (выраженная контекстом), и, наконец, схематизм восприятия по типу выбранной картины (т. е. по смыслу используемых слов). Язык — это *первичная модель*, которая лежит в основе всех наших отношений с внешним миром, и модель эта является его проекционным отображением. Более подробно с этим кругом вопросов можно ознакомиться по книге [3].

7. Во всех предшествующих главах нам приходилось говорить о таких процессах моделирования, которые обеспечивают однозначность отображения. Эту желанную и большей частью необходимую однозначность мы называли *изоморфизмом* (см. 6.3, 9.1). Чтобы обеспечить изоморфизм модели, приходилось строить не одно, а несколько проекционных изображений. Количество таких изображений диктовалось размерностью исходного пространства. Так как мы рассматривали, как правило, пространство R^3 , то теоретически достаточно было иметь два проекционных изображения.

В данном случае дело обстоит иначе. Имея в виду наблюдение, анализ и исследование явлений, мы не можем сказать ничего определенного о размерности того «пространства», откуда мы черпаем начальные впечатления и конкретные данные. Поэтому здесь речь может идти лишь о заведомо неоднозначном или, как принято говорить, *гомоморфном* моделировании. Даже если мы попытаемся построить несколько проекционных изображений (т. е. наблюдать и оценивать одно явление с различных точек зрения, рассматривать его в разных аспектах), — то все равно гомоморфизм модели наверняка сохраняется. Ибо слишком велика разница между размерностью исходного объекта (многообразием мира) и размерностью условно полагаемой наблюдателем картины (например, R^2 в примере о суммировании двух сил). В этой связи следует подчеркнуть, что с гомоморфизмом моделей приходится постоянно встречаться в окружающей нас повседневной практике. Например, обычные фотографические изображения людей, предметов и пейзажей — суть гомоморфные модели. Алгебраические формулы — тоже. Расписание занятий, производственные планы, статистические данные, каталоги продукции — все это примеры гомоморфных моделей, которыми мы привычно и успешно пользуемся. Различие между изоморфным и гомоморфным вариантами моделирования всегда важно в теоретическом плане. На практике это различие часто имеет решающее значение.

8. Возвращаясь к началу этого параграфа (см. 33.2), подтвердим еще раз, что проекционный схематизм геометрических моделей тесно связывает их с процессом рационального (умственного, ло-

гического) познания. И на стадии предварительного наблюдения, и на стадии анализа и исследования явлений геометрические модели часто служат естественным и незаменимым аналогом выполняемых операций, помогают увидеть со стороны не только и не столько самый предмет исследования, но и процесс его схематического отображения — процесс познания. Ряд полезных примеров этого рода будет встречаться нам на протяжении дальнейшего изложения.

§ 34. Проекционное моделирование с помощью графов

1. Общеизвестная, общеупотребительная и наиболее простая по смыслу познавательная модель — это геометрическая *схема*. Схему обычно используют для заведомо упрощенного и часто условного изображения сложных изделий, установок, соединений, связей и т. п. На рис. 236 в качестве примера показана часть транспортной схемы.

Упрощения, которые сознательно допускаются при изготовлении схем, сводятся к отбрасыванию многих подробностей, т. е. многих более или менее характерных признаков явления. Но, как мы уже знаем, отказ от учета признаков означает снижение размерности картинного пространства (ср. 33.3). С этой точки зрения можно сказать, что *схема облегчает процесс познания, поскольку она снижает его уровень*.

Примерно такую же роль играют *условности* схематических изображений. Например, на карте населенные пункты условно изображаются кружками разной величины. Эта условность позволяет максимально сократить число признаков, характеризующих такой объект как *населенный пункт*. Остаются только признаки, позволяющие выделить его *место* среди других изображенных объектов.

Вообще геометрические схемы принято использовать прежде

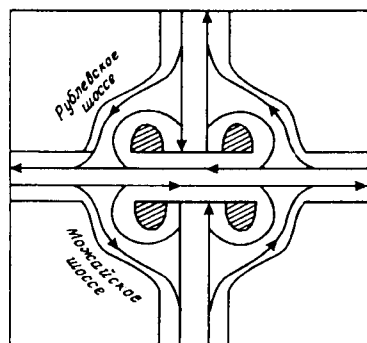


Рис. 236

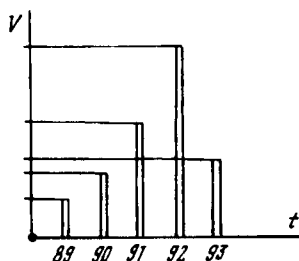


Рис. 237

всего для указания *места* или *размеров* объекта или того и другого одновременно. Схемы, отображающие только размеры, именуют иногда *диаграммами*. Диаграммой часто характеризуют *процесс* (рис. 237), увязывая между собой на двумерной картине время и размеры объекта (явления).

2. Особую и важную роль играют геометрические схемы, отображающие *порядок* и *образ действий*. Такие схемы называют *графами* (рис. 238). Граф состоит из вершин (точек) и стрелок (прямых или кривых линий). Стрелки обычно указывают направление перехода от одной вершины к другой. Но если переходы во всех случаях взаимны, т. е. могут идти и в том и в другом направлении, то указатели просто опускаются и стрелки превращаются в *дуги*.

Что отображает граф, представленный на рис. 238? Можно ответить, например, что он моделирует алгоритм построения соответственных точек в заданной гомологии, имеющей центр $U_1 = U_2$, ось $u_1 = u_2$ и пару сопоставленных точек A_1 и A_2 (см. рис. 36).

Действительно, если обозначить вершины графа, как это показано на рис. 239, а, и сравнить с ним *порядок построений*, выполняемых на рис. 36, то увидим, что центр U и точка B_1 определяют прямую $l = UB_1$ (черная точка без обозначений на рис. 239, а); точки A_1 и B_1 определяют прямую $m_1 = A_1B_1$; m_1 и u определяют точку $M_1 = M_2$; далее $M_1 = M_2$ и A_2 определяют прямую $m_2 = M_2A_2$, и, наконец, прямые l и m_2 определяют искомую точку B_2 . Следовательно, *граф моделирует последовательность наших действий* при выполнении указанного построения.

3. С таким же успехом можно сказать, что граф, представленный на рис. 238, моделирует алгоритм вычисления величины v по алгебраической формуле $v = x \cdot y - (x \cdot z + t) \cdot u$.

Действительно, обозначив вершины графа, как показано на рис. 239, б, и сопоставляя порядок вычислений с порядком следования по стрелкам графа, убеждаемся в совпадении этих двух процедур.

Итак, вершины графа могут обозначать *различные объекты*. Они могут символизировать собой числовые величины, геометрические элементы, населенные пункты, вещества, входящие в состав химических соединений, и т. д. Пользуясь графом как проекционной моделью, мы отвлекаемся от всех этих конкретных обстоятельств и признаков, а сохраняем только представление о наличии нескольких существенных для дела узловых «пунктов» или «точек» и о связях между этими пунктами. Стрелки графа вообще не изображают ничего предметного, они моделируют *отношения* между узловыми пунктами. Это особенно характерная черта познавательных моделей: изображение не только начальных, но и более высоких членов иерархии; не только предметов, но и их отношений и, может быть, еще далее — отношений между отношениями...

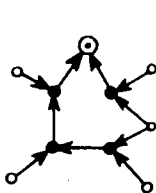


Рис. 238

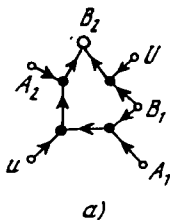
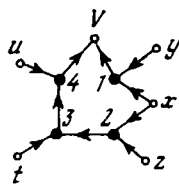


Рис. 239



4. Если на рис. 238 все стрелки превращаются в дуги, т. е. если устраняется направленность переходов, а допускается, напротив, их взаимность, то такой граф можно рассматривать как модель внутренней планировки помещений, частично связанных между собой, частично изолированных друг от друга (рис. 240). Для удобства сравнения на этом рисунке использованы те же обозначения, что и на рис. 239, б. В первом случае они символизировали алгебраические переменные или конкретные числовые величины, а здесь дают названия отдельным частям архитектурного сооружения: холл, кухня, кабинет и т. п. Черным точкам на графе соответствуют коридоры. Мы видим, что граф как геометрическая модель отличается *весьма глубоким проекционным схематизмом*: он объединяет на себе совершенно несхожие по внешним признакам объекты и ситуации, относя их к одному и тому же классу, к одной и той же проекции, выраженной в структуре данного графа.

5. Каждая геометрическая машина (см. § 16) имеет свой граф. Каждая расчетная модель — тоже. Вообще, когда имеется определенный порядок действий или определенная связь предметов, явлений, отношений, то этот порядок или эта связь могут быть представлены на графе. Но здесь сразу же возникает вопрос о *степени* определенности. Если эта определенность абсолютно жесткая, то явление допускает единственный граф или по крайней мере единственный *оптимальный* граф, от которого все другие возможные варианты отличаются своей относительной сложностью. Так, построение соответственных элементов в заданной гомологии (см. рис. 239, а) при указанных исходных данных имеет единственный оптимальный граф. А вычисление по приведенной формуле (см. рис. 239, б) имеет несколько равносильных графов, поскольку формулу эту нетрудно преобразовать (сохраняя исходные данные!), записав ее, например, в таком виде: $v = x(y - z \cdot u) - t \cdot u$. Рекомендуется самостоя-

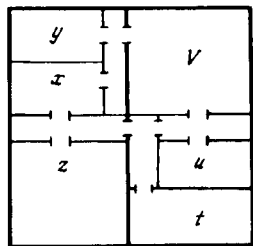


Рис. 240

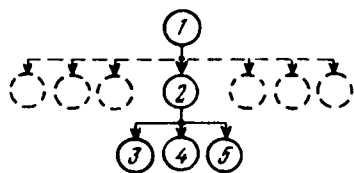


Рис. 241

тельно составить граф для этой формулы вычислений и сравнить полученный результат с рис. 239, б.

Что касается внутренней связи помещений, представленной на рис. 240, то здесь граф типа рис. 239, б (но без стрелок!) просто единственный, поскольку он отображает в данном

случае не *повторяющееся явление* (построение, вычисление, перевозку грузов и т. д.), а конкретный и заверченный факт — именно эти помещения и именно эти соединяющие их проходы.

С другой стороны, чем более свободным оказывается изучаемое явление, чем ближе оно связано с *жизнедеятельностью* какой-либо организации, общественной структуры или отдельного человека, тем более вариабельным становится отображающий его граф, тем меньше обязательных форм и звеньев он содержит. На рис. 241 представлен граф, отображающий порядок административной деятельности в строительном управлении*. Понятно, что этот порядок может и даже должен время от времени изменяться. Кроме того, он имеет многочисленные равноценные варианты и практически постоянно допускает различные отступления или даже прямо нарушается.

Таким образом, работа с графом сразу же приводит к вопросу о *мере допустимого схематизма*, помогает познавать объект изучения именно с этой стороны и позволяет практически оценить сам процесс математического или вообще научного моделирования.

6. Другая серия общих, методологических, как говорят в таких случаях, вопросов связана с исследованием эффективности выполняемой процедуры. На рис. 238, 239 показаны пять узловых, начальных пунктов (белые кружки), а также вспомогательные или промежуточные пункты (четыре черных кружка). Среди начальных пунктов некоторые используются однократно, а некоторые (точка B_1 или точка X на рис. 239) — повторно. Можно ли избежать повторения исходных параметров? Как для этого изменить процедуру построения, вычисления, распределения ресурсов и т. п.? Почему в одних случаях повторение параметров, по-видимому, неизбежно, а в других — может быть устранено? Как следует оценить эту проблему применительно к рис. 240? Сама постановка таких вопросов о «белых кружках» убедительно свидетельствует о позна-

* Цифры на рисунке обозначают различные службы управления. Например: 1 — нач. технологического отдела; 2 — зам. нач. отдела по эксплуатации; 3 — бюро наладки ЧПУ; 4 — бюро ремонта; 5 — бюро транспорта, ...

вательной ценности применяемой формы моделирования. На рис. 242 сопоставлены два графа, каждый из которых имеет четыре начальных пункта: x , y , z и t . Однако в первом варианте фактор x используется трижды, а во втором все факторы используются однократно. Попробуйте подобрать геометрическое построение или вычисление, соответствующее этим моделям, и продумать возможность взаимной замены найденных вами процедур.

Этот последний рисунок отчетливо выдвигает на первый план и проблему «черных кружков». Ведь излишнее число вспомогательных, промежуточных результатов, или элементов построения, или пересадочных станций и т. п. не является достоинством избранной процедуры. Нельзя ли сократить их или даже избежать совсем? Чувствуется, что этот вопрос затрагивает более глубокий слой изучаемого явления. Если различные комбинации белых кружков наталкивали на мысль о поиске рациональной *организации* процесса, то попытка исключить из модели черные кружки наталкивает на мысль о поиске *новых операций* для осуществления намеченных целей. Например, дальнейшее исключение черных кружков на схеме рис. 242 должно было бы означать, что существует некая процедура построения или вычисления и пр., которая позволяет вводить в дело *сразу* три или четыре начальных фактора и получать искомый результат без промежуточных этапов.

7. Полезно еще раз возвратиться к графам, использованным в предыдущем параграфе для изображения *репера* линейного пространства (см. рис. 228). Такие графы, как правило, не имеют стрелок, вершины здесь соединяются только дугами, хотя бы и имеющими прямолинейную форму (ср. рис. 240). Познавательная роль этих моделей внутри самой геометрии очень велика. Получив некоторый опыт работы с такими графами, исследователь может с большой легкостью и наглядной достоверностью выявлять различные соотношения среди элементов многомерного пространства. Простейшие примеры подобных действий были продемонстрированы на рис. 231, 232, а поскольку явления и процессы, встречающиеся в научно-технической практике, в огромном большинстве случаев многомерны (ср. 32.3), должно быть понятно, что глубоко схематизированные изображения многомерных пространственных конструкций, представленные в виде графов, могут находить широкое применение в задачах инженерного проектирования. Особенного внимания заслуживает также явно раскрытая здесь возможность непосредственного перехода от познавательной геометрической модели к модели расчетной. Действительно, как было показано (см. 32.5), репер многомерного пространства позволяет не

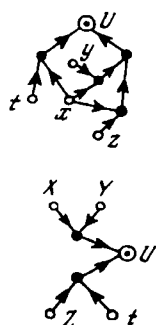


Рис. 242

только изучать отношения, возникающие между различными геометрическими образами, но и производить расчеты, связанные с определением их размерности. При этом используется новая и оригинальная технология вычислений: подсчитываются наличные связи или комбинации связей, обнаруженные на геометрической модели.

§ 35. Познавательные модели в задачах планирования и управления

1. Хозяйственная и производственная деятельность строительных организаций всегда тесно связана с вопросами планирования и управления. При решении таких вопросов часто проявляется стремление к использованию математических моделей. Эта тенденция вполне понятна. Математическая модель порождает ощущение определенности, точности и неоспоримости принимаемых решений. Кроме того, она помогает охватывать сложные ситуации: современная вычислительная техника способна быстро производить самые громоздкие расчеты, сравнивать множество вариантов, учитывать и запоминать огромный объем предварительных данных.

Однако все эти положительные эффекты математического моделирования могут свестись к нулю или даже получить отрицательный знак, если сам процесс моделирования имеет определенный изъян, т. е. если осуществляется *некорректное моделирование*.

Моделирование оказывается некорректным, когда цель этого действия не достигается, когда нельзя воспользоваться моделью для того, чтобы *представить объект*, который она призвана отображать. Опасность такой ситуации быстро возрастает по мере усложнения стоящих перед нами задач. А задачи планирования и управления всегда достаточно сложны: ведь они требуют, как правило, учета очень многих факторов. Конечно, встречаются иногда простые случаи. Нужно спланировать, например, по какой из двух дорог удобнее подвозить строительный материал, или принять какие-то организационные меры для ликвидации простоя на данном участке строительства. Но такие элементарные задачи обычно и не рассматриваются как вопросы планирования и управления. Проблемные вопросы, которые действительно подталкивают специалиста к использованию математических моделей, обычно оказываются достаточно громоздкими. В этой их не всегда определенной масштабности и таится соблазн некорректного моделирования. Поэтому они заслуживают прежде всего общей критической оценки: *прежде чем приступить к детальному математическому описанию и расчету изучаемого явления, целесообразно подвергнуть его геометрическому моделированию с общими познавательными целями*.

2. Обратимся к примеру. Предположим, что планируется создание завода строительных изделий, который призван обслуживать

окружающие его городские и сельские поселения. Среди многих возникающих вопросов встает, в частности, вопрос о выборе места для будущего строительства. На каком основании следует его решать?

Возможная близость завода к его главному заказчику и потребителю продукции безусловно желательна. Но заказчиков несколько и даже, может быть, много. Естественно выделить среди них наиболее крупные узлы, например три города: A , B , C . Эти города различаются по численности населения

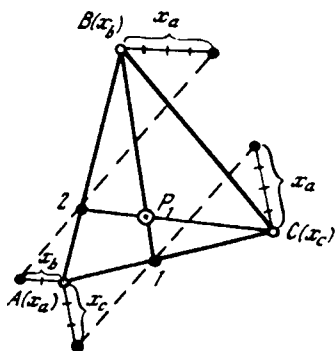


Рис. 243

и по объему строительства. Обозначим их потребности в продукции завода обобщенными числовыми показателями x_a , x_b , x_c (стоимость всей приобретаемой продукции в рублях). Учитывая указанные данные, нетрудно предложить геометрическую модель для решения поставленной задачи: треугольник ABC изображает расположение населенных пунктов согласно их действительным координатам; числа x_a , x_b , x_c , проставленные при вершинах треугольника, показывают их третью координату, их условную «высоту», т. е. потребность в продукции завода (рис. 243). Почти очевидно, что при таких данных оптимальным местом для строительства является *центр тяжести* треугольника ABC , который и найден на рис. 243 известным элементарным способом (точка P_1).

3. Геометрическая (математическая) модель, предложенная нами для решения поставленной задачи планирования, имеет символ $M(3 \rightarrow 2)$. На вход геометрической машины подаются три «высотные» координаты x_a , x_b , x_c для фиксированных на плоскости точек A , B , C , а на выходе определяем две координаты, характеризующие положение искомой точки P_1 . Модель дает определенное и точное решение задачи, хотя формально она имеет отношение не только к вопросу о расположении завода, но и к вопросу о точке приложения равнодействующей силы (если к плоской пластине ABC приложены указанные нагрузки) или к вопросу о расположении административного центра в городе с особенно густо населенными районами A , B , C и ко многим другим аналогичным ситуациям. Поскольку самые разнообразные явления, составляющие данный ряд, замыкаются на этой модели, можно сказать, что она является *проекционным отображением этого ряда*, что она выражает сходство всех этих явлений и не имеет никакого отношения к их различиям. Если интересующую нас задачу планирования (или вообще любую другую реальную задачу) удастся вложить в такой ряд, то говорят, что задача эта *формализуема*, т. е. *может быть наблюдаема в одной из своих*

проекций, может быть вырвана из контекста всех других обстоятельств без потери смысла.

4. Рассудим теперь: действительно ли нам удалось формализовать задачу о выборе места для строительства завода? Перечислим возможные ответы на этот чрезвычайно характерный и важный вопрос:

а) да, удалось, поскольку модель отображает все существенные для дела факторы;

б) нет, не удалось, поскольку на модели учтены не все существенные для дела факторы;

в) нет, не удалось, поскольку принятый метод моделирования не имеет никакого отношения к некоторым существенным для дела факторам;

г) нет, не удалось, поскольку общее число существенных для дела факторов слишком велико и практически необозримо.

Первый вариант ответа не требует комментариев. Он понятен.

Второй вариант ответа может означать, например, что кроме поселений *A, B, C* существуют и другие населенные пункты, которые являются потенциальными потребителями строительной продукции и поэтому должны быть учтены на модели. Если это так, то вход машины придется расширить. При учете, скажем, еще четырех городов возникает геометрическая модель, отвечающая символу $M(7 \rightarrow 2)$. Потребуется, вероятно, какого-то усовершенствования и алгоритм решения, поскольку желательно иметь простейший набор геометрических операций, дающих ответ.

Еще более серьезные трудности возникнут, если окажется, что вместо идеально прямых путей сообщения *OA, OB, OC* нужно запланировать их более сложную конфигурацию. Какую именно? Если правдоподобная модель путей сообщения может быть указана, т. е. если эта вспомогательная задача *тоже формализуема*, то общая идея решения (оптимальное положение завода по отношению к городам-заказчикам) сохраняет свой смысл, хотя алгоритм решения коренным образом изменяется и, конечно, усложняется.

Важно понять, что в любом случае второй вариант ответа требует усложнения и, может быть, видоизменения или усовершенствования модели, *но подразумевает возможность, а следовательно, и необходимость формализации.*

Третий вариант ответа привносит первое сомнение. Предположим, например, что решающим экономическим фактором при выборе места для строительства завода является вовсе не проблема транспортировки грузов, а близость к источникам сырья. Тогда модель, представленная на рис. 243, либо сразу отменяется, как не имеющая практического значения, либо она должна быть как-то увязана с другой моделью, построенной по другому принципу и учитывающей количество и качество имеющегося в районе сырья.

Хорошо, если две возникающие модели могут быть как-то увязаны или сопоставлены друг с другом. А если они находятся в прямом противоречии? Например, забота о дешевой доставке грузов требует максимального приближения производства к поселениям *A, B, C*, а экологические соображения (цементный завод!) диктуют максимальное удаление от них или по крайней мере поиск естественного укрытия — за горным хребтом, за лесным массивом и т. п. Словом, третий вариант ответа позволяет предположить, что *поставленная задача вообще не может быть формализована*.

Четвертый вариант ответа прямо утверждает принципиальную невозможность и бесполезность математического моделирования. Когда число существенных факторов практически необозримо, теряет смысл само понятие о геометрической (математической) машине. Какие бы параметры мы ни подавали на ее вход, остаются еще другие, влияющие на выход машины и потому способные изменить полученное решение.

В этом случае необходимо помнить, что для математической машины существенным фактором является *каждый новый параметр*, влияющий на ход решения. А в человеческом понимании очень большое или даже *несчетное (бесконечное) множество* параметров может выражаться одним словом, одним названием и выглядеть как *один* существенный фактор. Например, требование экологической безопасности для населенных пунктов *A, B, C, ...* в языковом выражении выглядит как один, безусловно существенный фактор. Но если взглянуть на него с точки зрения математического моделирования, то ведь придется дробить его на множество вспомогательных параметров, чтобы сделать его хоть как-то сопоставимым с другими существенными параметрами, взятыми на учет в процессе моделирования (ср. рис. 243). Придется, например, учитывать розу ветров в данной местности, степень загрязненности воздуха цементной пылью, если речь пойдет о строительстве цементного завода, статистические данные о вредном воздействии этой пыли на человека, сведения о заболеваниях жителей в округе и т. д. Если говорить всерьез, то число таких вспомогательных параметров явно необозримо. Поэтому четвертый вариант ответа на вопрос о формализации поставленной задачи возникает *гораздо чаще, чем это можно было бы предположить, просматривая различные словесные формулировки задач планирования и управления*.

5. В любой области человеческой деятельности, в частности в области строительства, вопросы планирования и управления играют определяющую роль. В то же время, как мы только что убедились, и способы решения этих вопросов, и результат их решения самым тесным образом связаны с возможностью их формализации. Добиваясь отчетливого понимания всех возникающих здесь тонкостей, специалисту полезно, а иногда просто необходимо опираться на

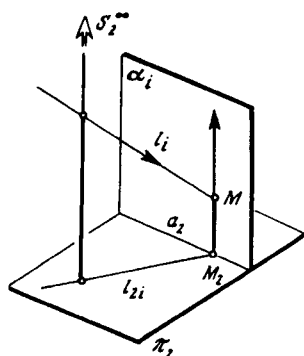


Рис. 244

познавательные геометрические модели. Рассмотренные в предыдущем пункте варианты ответов а) — г) дают хорошую возможность проиллюстрировать этот характерный путь конкретными примерами.

Условимся прежде всего вместо реальной задачи (в нашем случае — вместо задачи о размещении завода строительных изделий) брать за основу чисто геометрическую конструкцию. Конструкция эта должна представлять собой некоторую машину, имеющую «вход» и дающую «ответ». Рассматривая проекционное отображение этой машины, будем следить за тем,

чтобы «правильный ответ» проявлялся и на модели. Если это удастся сделать, значит, задача *формализована* (наблюдаема в проекции без утраты смысла, ср. 35.3). Если же здесь возникают трудности, значит, это трудности формализации, которые в отличие от общих рассуждений, изложенных выше (см. 35.4), можно понаблюдать и, фигурально выражаясь, потрогать. В этой вещественной примитивности и заключается эффект, доставляемый познавательной геометрической моделью. Такая модель позволяет не только рассуждать о формализации, но и видеть, и сравнивать ее конкретные механизмы, а также находить новые ее варианты, не охваченные, может быть, ответами, перечисленными в п. а) — г).

6. Итак, обратимся к рис. 244. В трехмерном пространстве устройство геометрической машины содержит одну точку S_2^∞ . На вход ее подаются произвольно выбранная прямая l_i и любая плоскость α_i , проходящая через S_2^∞ . Ответом считается точка пересечения прямой l_i и плоскости α_i : $M = l_i \cdot \alpha_i$.

Спроектируем эту конструкцию из центра S_2^∞ на плоскость π_2 . Получим геометрическую машину, где на вход подаются две прямые: l_2 (проекция l_i) и a_2 (след плоскости α_i). Ответом является точка M_2 — проекция точки M . Мы видим, что для «наблюдателя», занявшего позицию в точке S_2^∞ и следящего за геометрической машиной, работающей в пространстве R^3 , задача все время решается *правильно*, даже если действует не сама эта машина, а ее модель, расположенная на картине π_2 . Это и значит, что модель решает для него поставленную задачу, что задача эта для него *формализована*. Следовательно, рис. 244 примитивно, но зато очень отчетливо иллюстрирует приведенный выше (см. 35.4) первый вариант ответа.

7. Теперь слегка изменим конструкцию машины в R^3 . Допустим, что плоскость α_i не связана с точкой S_2^∞ и может занимать

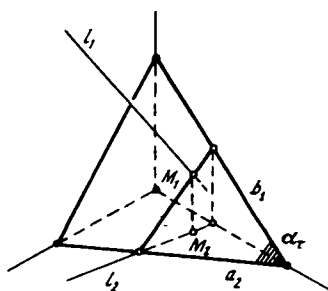


Рис. 245

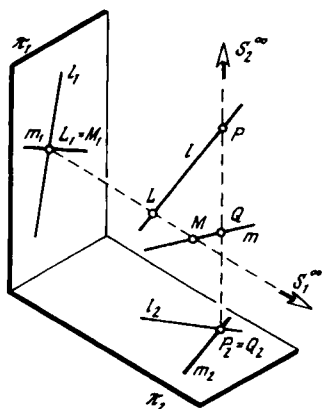


Рис. 246

произвольное положение. Тогда модель, представленная на рис. 244, тотчас начнет давать неправильное решение и «наблюдатель», расположенный в S^∞_2 , вынужден будет признать, что не все существенные для дела факторы учтены на модели. Однако если учесть «все» недостающие параметры, т. е. в данном случае принять во внимание третью координату как для прямой l_i , так и для плоскости α_i , то снова можно построить плоскую геометрическую машину, дающую правильное решение (рис. 245). При этом произойдет усложнение всей конструкции, придется прибегнуть, например, к аксонометрическому изображению. Но это вполне естественно: чем больше параметров берется на учет, тем сложнее становится работающее устройство. Таким образом, рис. 245 служит иллюстрацией к варианту ответа б): формализация возможна ценой наращивания параметров на входе машины.

Заметим, что процесс этот может быть продолжен неограниченно. Поместим прямую l_i и плоскость α_i в четырехмерное пространство, тогда снова придется учитывать дополнительный параметр, после чего модель даст правильный результат и задача окажется формализованной. Рассмотрим далее R^5 , R^6 , ... Если оставаться в поставленных рамках, то может показаться, что вопрос о формализации — это просто вопрос о наращивании параметров на входе математической машины. Многие современные специалисты впадают в эту ошибку и в этот соблазн.

8. Следующий простой пример демонстрирует типичную ситуацию, порождающую такую ошибку (рис. 246). На вход машины в пространстве R^3 подаются прямые l и m . На выходе получаем пару точек: L , принадлежащую прямой l , и M , принадлежащую прямой m . Обе точки должны иметь две одинаковые координаты, например $x_l = x_m$; $y_l = y_m$.

Проекционное (ортогональное) отображение этой конструкции из несобственного центра S^∞_1 на плоскость π_1 дает простейший алгоритм: выбираем прямые l_1 и m_1 ; точка их пересечения является искомым ответом. Однако решение задачи не найдено и формализация ее не достигнута, поскольку ортогональное отображение той же самой конструкции из несобственного центра S^∞_2 на плоскость π_2 приводит к совершенно другому ответу: $l_2 \cdot m_2 = P_2 = Q_2$. Ответы противоречат друг другу, и противоречие это не может быть снято наращиванием параметров на входе машины. Этот пример служит схематической иллюстрацией к варианту ответа в) (вспомним о противоречии между дешевой доставкой грузов и экологической безопасностью, см. 35.4). Ясно, что трудность формализации спрятана здесь в самом описании машины (явления), допускающем различные требования со стороны различных «наблюдателей», размещенных соответственно в точках $S^\infty_1, S^\infty_2, S^\infty_3, \dots, S^\infty_n, \dots$. Но ведь именно такие ситуации и такие противоречивые требования достаточно часто возникают в реальных задачах планирования и управления.

9. Если на вход геометрической машины в R^3 подается слишком большое число параметров, например n точек общего положения (при $n \rightarrow \infty$), то отобразить ее в проекции, разумеется, невозможно. Невозможно прежде всего практически, так как алгоритм, достаточно громоздкий в трехмерном пространстве, вообще говоря, еще более усложняется при попытке изоморфно промоделировать его в проекции. Невозможно это и в теоретическом плане, поскольку предполагается, что число существенных для дела параметров стремится к бесконечности. Мы уже знаем, что n точек в пространстве R^3 можно рассматривать как модель одной точки, отнесенной к пространству R^{3n} . Поэтому в данном случае можно сказать, что *задача неформализуема, если размерность исходного операционного пространства R^{3n} слишком высока*. Этот случай является геометрической иллюстрацией к последнему варианту ответа о формализации — к варианту г).

Важно заметить, что бесконечность, исключая формализацию, может вторгаться в геометрическую машину не только прямым и «грубым» путем — путем наращивания числа параметров, действующих на входе этой машины, но и другими косвенными или более тонкими способами. Рассмотрим, например, геометрическую машину в R^3 , на вход которой подаются две точки A_i и B_i , а на выходе возникает точка C_i , образующая вместе с элементами входа равнобедренный треугольник (рис. 247). Понятно, что через центральный элемент D_i отрезка $A_i B_i$ проходит плоскость δ_i , перпендикулярная этому отрезку, и любая точка $C_i, C'_i, \dots$, инцидентная плоскости δ_i , может быть принята за элемент искомого выхода, т. е. дает решение

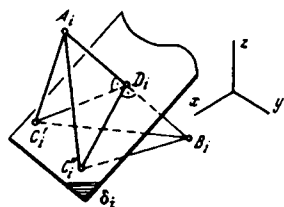
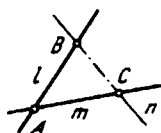
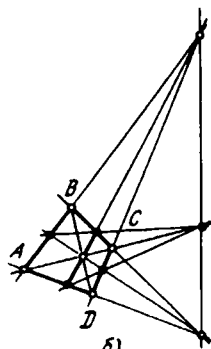


Рис. 247



а)



б)

Рис. 248

задачи. В этом случае машина имеет на входе всего шесть параметров, но задача неформализуема, так как подразумевает *бесконечное множество ответов*. А на рис. 248 наблюдаем еще более «странный» пример: на вход машины, действующей в R^2 , подается несколько точек. Через каждую пару точек проводим прямую линию и на каждой паре прямых отмечаем общую точку. Выходом считается *последняя прямая*, которую удастся найти в результате намеченной процедуры. Если на вход подаются три точки: A, B, C (рис. 248, а), — то, проводя прямые $l = AB, m = AC$, находим ответ: $n = BC$. А если на вход подаем четыре точки: A, B, C, D (рис. 248, б), — то процедура не имеет конца. В этом случае на вход машины поступает всего восемь параметров, а на выходе получаем два параметра. Но задача неформализуема, так как *бесконечное множество операций* включено в алгоритм машины.

10. Геометрические модели, представленные на рис. 244—248, помогали нам познавать процесс формализации. Как отмечалось, формализация — это решающее, центральное звено в задачах планирования и управления. Если формализация возможна, то задачу следует передать специалистам и они после необходимых расчетов и выкладок выдадут правильный ответ. Если формализация невозможна, то опираться на расчеты и выкладки в поисках *окончательного* ответа — значит обманывать себя и других и сознательно впадать в серьезную, а подчас и роковую ошибку. Приведенные примеры показывают, как много тонкостей и непредвиденных поворотов таится в задачах такого рода. Обнаруживать и изучать возникающие тонкости помогают нам заведомо схематизированные и именно этим особенно привлекательные на первых порах познавательные геометрические модели.

11. Однако роль познавательных моделей не ограничивается, конечно, одной только проблемой формализации. Рис. 243 показывает, что даже при наличии узко поставленной и сравнительно легко

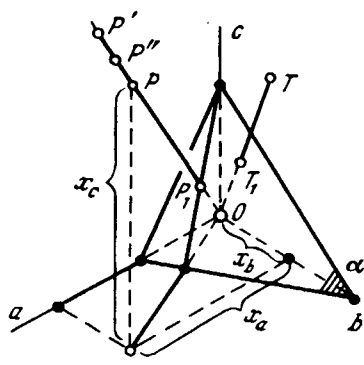


Рис. 249

и формально решаемой задачи геометрическое представление ее приносит свою пользу. Действительно, рис. 243 нельзя назвать предметной моделью, поскольку здесь приводятся лишь символы предметов (точки вместо городов) и лишь схема расчетов (отрезки x_a , x_b , x_c произвольной длины). Тем не менее рис. 243 позволяет анализировать задачу и видоизменять или совершенствовать ее решение. Заметим, например, что отрезки x_a , x_b , x_c можно рассматривать как координаты точки P в пространстве R^3 , а изменение масштаба этих

отрезков (т. е. пропорциональное изменение величины координат) не влияет на положение точки P_1 . Отсюда сразу видно, как можно по-иному представить модель изучаемого явления: в пространстве R^3 по координатам x_a , x_b , x_c находим точку P (рис. 249). Пропорциональное сокращение или увеличение этих координат дает другие точки P , P' , ..., лежащие на одном и том же луче OP , где O — начало координат. Значит, луч OP однозначно определяет точку P_1 , т. е. местоположение проектируемого завода. Поэтому пересечем связку лучей (O) некоторой плоскостью α и будем находить решение задачи. Наша геометрическая машина приобрела иную форму: на вход ее подаются точки пространства R^3 , алгоритм сводится к проектированию этих точек из центра O на плоскость α . Полученная проекция дает искомый ответ. Полезно построить оптимальную плоскую модель этой конструкции и сравнить все найденные варианты решений.

Этот заключительный пример раскрывает пути использования познавательных геометрических моделей *при анализе конкретных и уже формализованных задач*, относящихся к области планирования и управления.

§ 36. Проекционный схематизм и гуманитарные проблемы

1. Согласно объяснениям толкового словаря, прилагательное «гуманитарный» должно означать: «имеющий отношение к человечеству, общественному бытию и сознанию». Опираясь на такое представление, все научные дисциплины подразделяют обычно на две группы: цикл гуманитарных наук (история, филология, политэкономия, социология и пр.) и цикл естественных и технических наук (математика, физика, химия, начертательная геометрия и т. д.).

Нарочитая условность и даже неправомерность подобной классификации сразу бросается в глаза. Действительно, разве математика, или физика, или начертательная геометрия не имеют

отношения к общественному бытию и сознанию? Ведь любая научная дисциплина формируется индивидуальным и коллективным сознанием людей, развивается благодаря их общественному бытию и выражается непременно с помощью языка, т. е. самым существенным образом переплетается с заведомо гуманитарной областью — с филологией. В этом смысле *вся современная наука безусловно гуманитарна*.

И все же ясно ощущаемое различие между научными дисциплинами, отнесенными, с одной стороны, к гуманитарному, с другой — к естественному циклу, безусловно имеется. В чем же состоит это различие?

Геометрические аналогии, т. е. познавательные геометрические модели, которыми мы уже владеем, помогают ответить на поставленный принципиально важный вопрос.

2. Идеальной целью научного познания является выявление закона. Знание закона позволяет указать причины, которые неизбежно вызывают следствие. Например, согласно теореме Пифагора, в прямоугольном треугольнике длина катетов (причины) предопределяет длину гипотенузы (следствие): $x^2 + y^2 = z^2$ или $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

А согласно закону Ома, сила тока и сопротивление (причины) предопределяют напряжение на концах электрической цепи (следствие): $I \cdot R = V$.

Конечно, не все законы имеют столь простую форму. По мере усложнения изучаемого явления число переменных, входящих в зависимость, может неограниченно увеличиваться. Например, по закону Кирхгофа общее сопротивление электрической цепи (следствие) зависит от сопротивления параллельно включенных ветвей (причины), причем эта зависимость выражается соотношением

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

3. С точки зрения геометрии теорема Пифагора, или закон Ома, или другие аналогичные простые по смыслу установления представляют собой некоторые геометрические конструкции, расположенные в трехмерном пространстве и функционирующие, как уже неоднократно упомянутая стандартная геометрическая машина: на вход машины подаются начальные параметры (причины), на выходе получаем ответный параметр (следствие). В частности, для теоремы Пифагора указанная конструкция — это круговая коническая поверхность с вершиной в начале координат (рис. 250). Выбрав на входе длину катетов, т. е. отложив соответствующие координаты x и y , получаем на поверхности ϕ точку M и отсчитываем для нее ответный параметр z — длину гипотенузы*. Точно так же и для

* Очевидно, образующие этой поверхности наклонены к оси z под углом 45° .

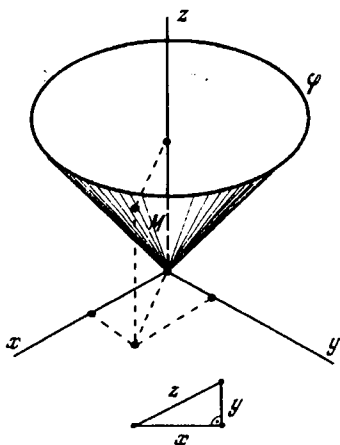


Рис. 250

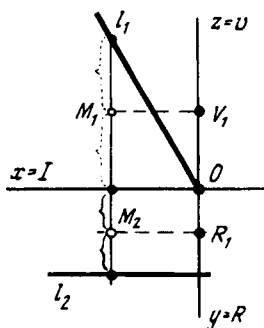


Рис. 251

закона Ома имеем возможность задавать в качестве начальных координат силу тока и величину сопротивления (рис. 251), а затем с помощью поверхности φ переходить к ответу, т. е. определять третью координату точки M , принадлежащей поверхности φ . Полученная координата дает значение напряжения. В этом случае поверхность φ представляет собой гиперболический параболоид, проходящий через оси $x = I$ и $y = R^*$. На рис. 251 поверхность φ задана в ортогональных проекциях двумя скрещивающимися прямыми x и l (параллельной плоскости проекций π_1), а также плоскостью параллелизма $\pi_3 = y \cdot z$ (ср. рис. 14, ∂ ; рис. 61). Выбрав по значениям I и R точку M_2 , находим M_1 (из условия: M принадлежит поверхности φ) и определяем соответствующее V .

4. Конкретный вид поверхности, представляющей на геометрической модели тот или иной «закон», не имеет для нас сейчас существенного значения. Важно еще раз напомнить, что если закон связывает между собой три параметра (теорема Пифагора, закон Ома и т. д.), то имеем познавательную (или расчетную) модель в трехмерном пространстве. Если связаны оказываются четыре параметра (например, две массы, расстояние и сила притяжения в законе Ньютона, см. 1.2), то модель располагается в четырехмерном пространстве. А если, как в случае закона Кирхгофа, обнаружена связь между $(n + 1)$ параметрами, то и соответствующую стандартную познавательную модель нужно относить к пространству $(n + 1)$ измерений.

* Постарайтесь обосновать это утверждение.

Намеченная здесь система представлений сохраняет свой смысл и свое значение даже тогда, когда выявленный закон не удастся уложить в какую-либо определенную математическую зависимость, когда для его выражения используется лишь *словесная формулировка*. Такие варианты достаточно часто встречаются в области естественных наук, не говоря уже о науках гуманитарных. Вспомним, для примера, формулировку закона Авогадро: «равные объемы двух газов при одинаковом давлении и одинаковой температуре содержат одинаковое число молекул». Ясно, что здесь *подразумевается* некоторая зависимость этого числа N от трех причинных факторов — объема, давления и температуры: $N = f(V, P, T)$.

И хотя в формулировке закона функция f остается нераскрытой, стандартная познавательная геометрическая модель все же налицо: это трехмерная поверхность F^3 , вложенная в операционное пространство R^4 . Выбирая три начальные координаты $x = V, y = P, t = T$, можем теоретически определить точку M на поверхности F^3 , а затем найти ответный параметр $z = N$.

5. Теперь можно, пожалуй, ответить на поставленный вопрос (см. 36.1): в чем заключается разница между научными дисциплинами, отнесенными, с одной стороны, к гуманитарному, с другой стороны, к естественному циклу? Понятно, что в любом случае все эти науки тесно привязаны и к человечеству, и к общественному бытию, и к общественному или индивидуальному сознанию. Здесь нет коренных различий. Однако в области естественных наук мы, как правило, ищем и находим такие закономерности, которые могут быть представлены стандартной познавательной геометрической моделью в пространстве $R^{(n+m)}$. А в области гуманитарных наук такие закономерности, напротив, не обнаруживаются или представляют собой редкое исключение, которое обычно не выдерживает серьезной и длительной проверки опытом.

Вспоминая материалы предыдущего параграфа (см. 35.3), можем утверждать, что задачи естественно-научного цикла, вообще говоря, *поддаются формализации, их удается наблюдать в одной из проекций, удается вырывать их из контекста всех других обстоятельств без потери смысла* (ср. рис. 244). А применительно к гуманитарным дисциплинам этот метод оказывается недейственным, их непременно нужно увязывать со всей совокупностью обозримых и необозримых, но относящихся к делу факторов; нарочито подчеркнутый проекционный схематизм для них — не путь к решению, а, наоборот, соблазн, грозящий многими заблуждениями (ср. рис. 246—248).

Именно в этом диалектическом противопоставлении и заклю-

чается существенная разница между основными циклами научных дисциплин.

6. Диалектика указанного противопоставления тотчас обнаруживается, как только мы замечаем, что возможность формализовать задачу вовсе не означает — и не может означать! — отрыв ее от всех существующих конкретных обстоятельств. Отвлеченный характер этого утверждения не должен никого смущать. Обратимся к познавательной модели, например к рис. 244, и все сразу становится на место. Если задачу пересечения прямой l_i с плоскостью α_i удалось *формализовать*, отобразив ее в проекции на картину π_2 , то это значит, что в данном случае существует такая удобная позиция наблюдателя (центр S^∞_2 принадлежит плоскости α_i), из которой четырехмерное множество прямых $\{l_i\}$, заполняющих пространство R^3 , представляется двумерным множеством прямых $\{l_{2i}\}$, заполняющих плоскость π_2 , а смысл и результат выполняемого действия, т. е. пересечения l_i с α_i , *для нашего наблюдателя* сохраняется. Но это вовсе не значит, что четырехмерное множество прямых $\{l_i\}$ *превратилось* в двумерное множество $\{l_{2i}\}$. Задача формализована, а все конкретные обстоятельства, определяющие положение прямой l_i в пространстве R^3 , по-прежнему являются важными и решающими. Проекционный схематизм, который мы используем в процессе указанной формализации, позволяет отбросить часть действующих параметров, считать их *как бы* несуществующими. Это, конечно, удобно, но не следует забывать, что действующие факторы не исчезли, а только *как бы* исчезли.

Об этом не следует забывать в условиях любой формализации. Теорема Пифагора справедлива потому только, что *как бы* исчез вопрос о плоскости, на которой располагается наш прямоугольный треугольник. Если он, например, располагается на плоскости Лобачевского*, то «закон» — теорема Пифагора — перестает действовать, аналогично тому, как перемена позиции наблюдателя, определяющего точку пересечения прямой l_i с плоскостью α_i , заставляет нас перейти от рис. 244 к рис. 245, хотя содержание задачи в R^3 не изменяется.

Закон Ома справедлив потому только, что при выводе его *как бы* исчезли вопросы об однородности электрической цепи, в которой производятся измерения, о температуре проводников, о наличии действующего на них магнитного поля и т. д. Учет этих данных изменит формулировку закона и его геометрическое представление

* В геометрии рассматриваются плоскости и пространства, обладающие различной метрикой, в том числе метрикой Лобачевского (см. 5.4).

(рис. 251). Аналогичные замечания могут быть отнесены и к законам Кирхгофа, Авогадро, вообще ко всем формализованным естественно-научным закономерностям. Следовательно, приходится признать, что эти закономерности лишь временно и условно вырываются из контекста «всех других обстоятельств», столь характерных и важных для дисциплин гуманитарного цикла.

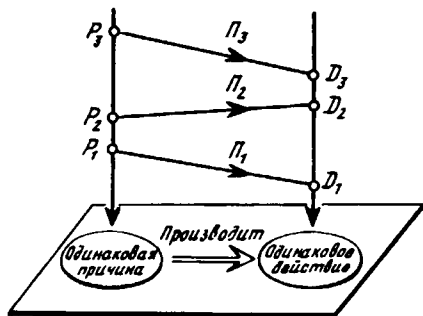


Рис. 252

7. Диалектика указанного противопоставления обнаруживается, с другой стороны, и при движении в обратном направлении: нетрудно заметить, что любые гуманитарные исследования выражаются в свою очередь с помощью языка, т. е. в итоге — все-таки с помощью проекционного схематизма и формализации. Отвлеченный характер этого утверждения тоже не должен приводить нас в смущение. Обратимся для пояснения к конкретному примеру. В книгах по истории или по философии науки постоянно встречаются фразы такого, скажем, типа: «Одинаковая причина всегда производит одинаковое действие»*. Фраза эта характерна тем, что она тоже выражает закон, однако выражает его не на естественно-научном, а на гуманитарном уровне. Здесь тоже имеет место проекционное изображение, но элементами его являются не точки и линии, а слова и понятия. Бесконечное множество различных объектов соединяется в один ряд и заменяется одной проекцией — выражением «одинаковая причина». Бесконечное множество различных процессов соединяется в один ряд и заменяется своей проекцией — словом «производит». Наконец, еще одно бесконечное множество соединенных в ряд различных объектов проекционно заменяется выражением «одинаковое действие». Познавательная геометрическая схема всей этой ситуации представлена на рис. 252.

Сравнивая между собой рис. 244 и 252, замечаем их близкое сходство. И в том и в другом случае имеем многомерное (вообще говоря) множество, которое заменяется своим проекционным изображением (там — чертежом, здесь — фразой). И в том, и в другом случае это изображение помогает наблюдателю *правильно видеть*

* М. Бунге. Причинность. — М.: ИЛ. 1962, с. 16.

происходящий процесс (там — пересечение прямой с плоскостью, здесь — проявление действия вслед за причиной). В обоих случаях мы можем сказать, что с помощью проекционного схематизма достигнута подходящая формализация. Но в обоих случаях изменение позиции наблюдателя тотчас разрушает достигнутый эффект и заставляет отправляться на поиски новых законов и новых формализаций. Для рис. 244 такое изменение может быть связано с перемещением точки S^{∞}_2 и переходом к новому алгоритму, представленному на рис. 245. А для рис. 252 такое изменение может быть связано с переменной классификации, согласно которой мы относим различные факты к ряду «одинаковых причин». Например, поставленный на перекрытие тяжелый механизм, а с другой стороны — собравшаяся в присутственное место толпа людей — что это, «одинаковые причины» или нет? Ясно, что они могут оказаться «одинаковыми» в том смысле, что поведут к «одинаковому действию» — разрушению перекрытия. Но тогда придется усовершенствовать проекционное изображение (т. е. приведенную выше формулировку), подобно тому как пришлось усовершенствовать рис. 244, перейдя от него к рис. 245. В частности, можно будет сказать так: «одинаковые *по существу* причины всегда производят одинаковое действие» (намекая, что механизм и толпа людей «одинаковы по существу», поскольку имеют одинаковую тяжесть). Или можно выразиться иначе: «разные *по внешней форме* причины иногда вызывают одинаковое действие» (намекая, что механизм и толпа людей очень разнятся по своей внешней форме). В любом случае словесные формулировки, в которых выражаются результаты гуманитарных исследований, имеют проекционный характер и в этом смысле представляют собой (как и все естественно-научные закономерности) *более или менее удачные формализации*.

8. Итак, специалист, умеющий привлекать к делу познавательные геометрические модели, может отчетливо видеть и сознать, что закономерности, на которые он опирается в своих технических мероприятиях, непременно уходят своими корнями в гуманитарную область. Они неразрывно связаны с этой областью, поскольку лишь условно и временно вырываются из «контекста всех других обстоятельств». Рано или поздно этот контекст может оказаться значительно более важным *в практическом отношении*, чем та схематическая формализация, которая порождает данную естественно-научную закономерность и базирующиеся на ней технократические (как говорят в таких случаях) замыслы. Только при таком понимании специалист может заложить в себе основы здорового экологического мировоззрения. Выражаясь языком чисто геометрическим, можно сказать, что экологически грамотный инженер,

конечно, пользуется чертежами сооружения, но никогда не забывает о *коренном различии между чертежом и изображенным на нем сооружением*. При первом серьезном затруднении он «едет на объект», т. е. отказывается от технических игрушек и обращается к живой реальности.

С другой стороны, специалист, владеющий проекционным восприятием, достаточно глубоко ощущает принципиальную ограниченность и неизбежный схематизм любых гуманитарных исследований. Геометрически образованный инженер всегда имеет хорошую защиту от примитивного идейного догматизма, поскольку он понимает, что призыв строить просторные дворцы для «социалистического» или «капиталистического» рая — это всего лишь наивная попытка втиснуть живую жизнь в рамки временных и узких формализаций, напоминающих по самому своему существу теорему Пифагора или закон Ома. Диалектическое различие и единство технических и гуманитарных проблем, их плодотворное сосуществование и их условная значимость — все эти столь насыщенные и важные для практики отношения особенно полно и ярко раскрываются в свете простых аналогий, которые в изобилии рисуют нам познавательные геометрические модели.

Р а з д е л II

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

Г л а в а 7

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

§ 37. Технический чертёж как специальная предметная модель

1. Многие из вас знакомы с методом конструирования различного вида изделий, в том числе и объектов строительства, путем создания чертежей, выполненных в определенном масштабе. Такой способ изображения формы изделия и выявления его пропорций, функциональных и технологических связей является сегодня общепринятым.

Способ этот принципиально отличается от предшествовавшего ему на протяжении многих веков и не потерявшего силу до настоящего времени прямого действия, когда необходимая форма создается в процессе непосредственной трудовой деятельности человека. Главное отличие заключается в том, что здесь в новых условиях поиск необходимых оптимальных параметров проектируемого объекта методом проб и ошибок отделен от производства. А это означает, что, используя плоскую модель, выполненную в виде технического чертежа (ср. 2.1; 2.4; 2.5), проектировщик получает возможность, не обращая внимания на неполноту сведений и не боясь дорогостоящих переделок, вносить в конструкцию объекта проектирования, точнее в предметную модель его, необходимые и решающие проблему изменения.

Процесс проектирования новых изделий, осуществляемый с помощью технических чертежей, универсален по существу. В качестве объекта моделирования здесь могут выступать любые изделия машинного производства и любые строительные сооружения. Перечислить все их, конечно, невозможно. Поэтому в таких случаях прибегают к систематизации рабочего множества, разбивая его на отдельные группы по какому-либо характерному признаку, т. е. к обобщенно понимаемой операции проектирования (ср. 5.13).

Что касается строительных объектов, то по своему назначению они обычно подразделяются на четыре основные группы:

- жилые и общественные здания, объединяемые общим названием *гражданские здания*;
- *промышленные здания* (здания заводов, фабрик, гаражей, электростанций и др.);

- *сельскохозяйственные здания* (здания для содержания скота и птицы, для складирования сельскохозяйственной продукции, для хранения сельхозтехники и др.);
- *инженерные сооружения* (различные гидротехнические и земляные сооружения, доменные печи и резервуары, мосты, тоннели и виадуки и т. д.).

2. Выбор метода, применяемого при создании плоской предметной модели, именуемой техническим чертежом, в значительной степени зависит от назначения этой модели. Основным методом построения технических чертежей является метод ортогонального проектирования (см. 6.1—17).

Ортогональные чертежи, используемые повсеместно, позволяют специалисту получить относительно полное и правильное представление о форме, размерах и взаимном расположении всех частей изображенного объекта при условии, что масштаб чертежа известен. Конечно, чтение технических чертежей, в том числе и выполненных в ортогональных проекциях, требует знания правил и условностей их выполнения. Однако грамотно составленный чертеж обычно говорит сам за себя и любые словесные пояснения к нему, например в виде сопроводительного текста, называемого обычно пояснительной запиской, могут его только дополнять. Наряду с другими характерными особенностями ортогональный чертеж метрически вполне определен и, что крайне важно, прост и удобен в обращении. С целью обеспечения максимальной ясности чертежа объект моделирования, как известно, располагают в трехмерном пространстве по отношению к основным плоскостям проекций (вертикальной — π_1 и горизонтальной — π_2) таким образом, чтобы его главные части изображались на чертеже без искажений. Правда, при этом нередко снижается наглядность изображения. Однако этот серьезный недостаток во многих случаях восполняется опытом и развитым пространственным представлением специалиста, читающего чертеж.

В дополнение к основному методу построения чертежей, основанному на использовании ортогональных проекций, в инженерно-строительной и архитектурной практике применяются аксонометрические и перспективные проекции (см. § 7, 8), которые, обладая хорошей наглядностью, позволяют получать предметные модели, наиболее соответствующие привычному зрительному восприятию.

Аксонометрические проекции в основном используются в машиностроительном черчении, хотя в последние годы они все шире применяются и в архитектурно-строительной практике. Связано это главным образом с современными требованиями к технике выполнения наглядных изображений. Чисто графические и аппликативные приемы оформления наглядных изображений в отличие от традиционных отмывок с помощью акварели или разбавленной

туши требуют, как правило, подчеркнуто абстрактного восприятия, что и удаётся обеспечить с помощью специально подобранных систем аксонометрических проекций.

Напротив, перспективные проекции чаще всего используются в процессе художественного архитектурного проектирования, так как зрительное восприятие изображений, выполненных в перспективе, наиболее точно передает впечатления, получаемые при наблюдении предмета в натуре.

На рис. 3, 54, 70, 169, 170 в качестве примера приведены чертежи различных объектов, выполненные с использованием указанных в тексте систем моделирования.

3. Понятно, что ортогональный чертеж, выступающий в качестве основного средства моделирования трехмерных объектов на плоскости, обязан однозначно отображать проектируемый объект. Это достигается, как известно, с помощью метода двух изображений.

Действительно, мы уже знаем, что связанные определенным образом две ортогональные проекции (ср. 6.3) вполне определяют форму и размеры предмета, расположенного в трехмерном пространстве. Однако на практике многие точки на изображении скрываются друг за другом и различать их можно только с помощью специальных буквенных обозначений (ср. 6.4). Поэтому ради простоты обращения с чертежом и обеспечения лучшей наглядности часто прибегают к использованию не двух, а большего числа проекций.

Используемые проекционные изображения подразделяют обычно на качественно отличающиеся группы: *виды, разрезы и сечения*. Содержание указанных терминов, а также признаки, по которым следует различать основные и вспомогательные изображения, правила взаимного расположения различных проекций на чертеже, способы их обозначения и пр. — все эти моменты строго регламентируются.

Регламентируются также условности, помогающие однозначно читать чертеж и получать информацию о технологических характеристиках моделируемого объекта. Регламентируются и правила оформления самих чертежей. Фактически, и об этом не следует забывать, вся система чертежного хозяйства, начиная от ее содержания и кончая внешней формой, подчинена принятым в законодательном порядке постоянно обновляемым, но на данный момент времени неизбылемым требованиям, которые официально публикуются по мере необходимости в виде специальных сборников, называемых *государственными стандартами* или сокращенно *ГОСТами**

* Кроме ГОСТов существуют и другие стандарты: отраслевые стандарты, стандарты отдельных предприятий и пр.

Именно поэтому, учитывая, что проекционные методы построения плоских изображений подробно рассмотрены в разд. I, здесь, в разд. II «Инженерная графика», первоочередной и главной задачей является тщательное ознакомление как с отдельными ГОСТами, так и в целом с комплексом стандартов, устанавливающих правила разработки и оформления конструкторской и проектной документации в виде чертежей и схем различного назначения, а также некоторых сопутствующих им вспомогательных материалов*.

4. О схемах, широко используемых в инженерной, в том числе и строительной, практике, следует сказать несколько слов.

С одной стороны, отбрасывание многих подробностей и отличительных признаков объекта моделирования, являющееся характерным приемом при формировании инженерных схем, понижает уровень познания объекта и упрощает сам процесс познания (ср. 33.7). Это отдаляет схему от полноценного чертежа.

С другой стороны, схемы, как и чертежи, предназначены для передачи необходимой, прежде всего геометрической, информации о проектируемом объекте. Кроме того, так же как при выполнении технических чертежей, при вычерчивании схем широко привлекаются известные нам методы проекционного моделирования. Наконец, так же, как это имеет место в отношении чертежей, правила выполнения инженерных схем строго регламентируются государственными стандартами.

Таким образом, можно сказать, что схемы являются особой разновидностью технических чертежей. Поэтому изучению их должно быть уделено достаточное внимание.

Выскажем еще одно существенное замечание, касающееся соотношения иногда четко различаемых, а иногда почти совпадающих по смыслу понятий «чертеж» — «схема».

В машино- и приборостроении, а точнее в системе ГОСТов, обслуживающих указанные и близкие им отрасли промышленности, под схемой понимают вполне конкретный конструкторский документ, на котором с помощью условных символов и обозначений изображены составные части изделия и связи между ними (см., например, рис. 253, на котором представлена кинематическая схема компрессора). Соответствующий ГОСТ устанавливает классификацию такого рода документов *по видам* в зависимости от входящих в состав изделия элементов и *по типам* в зависимости от основного назначения конкретной схемы.

Так, по видам различают схемы электрические и гидравлические, пневматические и газовые, кинематические, вакуумные, оп-

* Важно подчеркнуть, что основной целью является изучение *принципов стандартизации*, а изучение отдельных документов, нередко меняющих свою форму и содержание, — лишь средство на пути к поставленной цели.

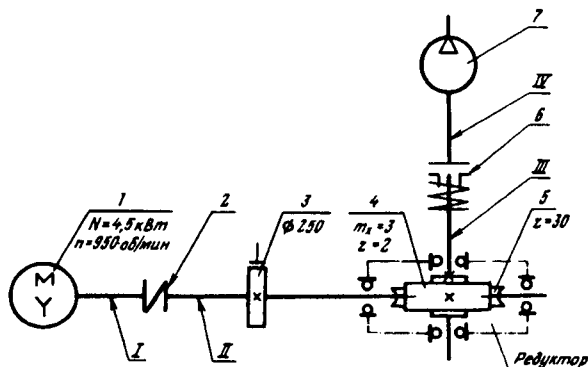


Рис. 253

тические и энергетические, схемы деления (деления изделия на составные части) и, наконец, комбинированные.

В зависимости от основного назначения схемы подразделяют на структурные, функциональные, принципиальные, схемы соединений, подключения, расположения, общие и объединенные схемы. Допускается изготовление и других типов схем, установленных стандартами предприятий, отраслевыми стандартами и пр.

Гостированным схемам присваивается код, состоящий из буквы русского алфавита, определяющей вид схемы, и арабской цифры, обозначающей ее тип (например, код 33 обозначает схему электрическую принципиальную).

В отличие от машиностроения в системе чертежного хозяйства, обслуживающей область строительной индустрии, понятие «схема» столь строго не определяется, здесь оно используется более широко и свободно.

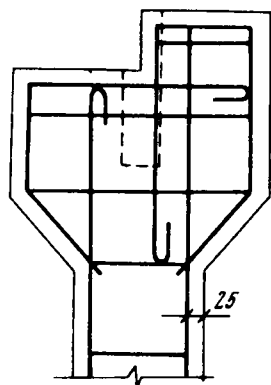


Рис. 254

С одной стороны, учитывая специфику строительных объектов и сооружений (их, как правило, значительную протяженность; неоднородность по составу материалов, применяемых при их изготовлении; многократный повтор однотипных конструктивных элементов и т. п.), многие архитектурно-строительные чертежи включают в себя схематичные изображения элементов конструкций и условные обозначения оборудования, как нечто присущее им изначально (см., например, рис. 254, на котором представлена схема армирования оголовка железобетонной колонны, входящая в состав сборочного чертежа). Высказанное за-

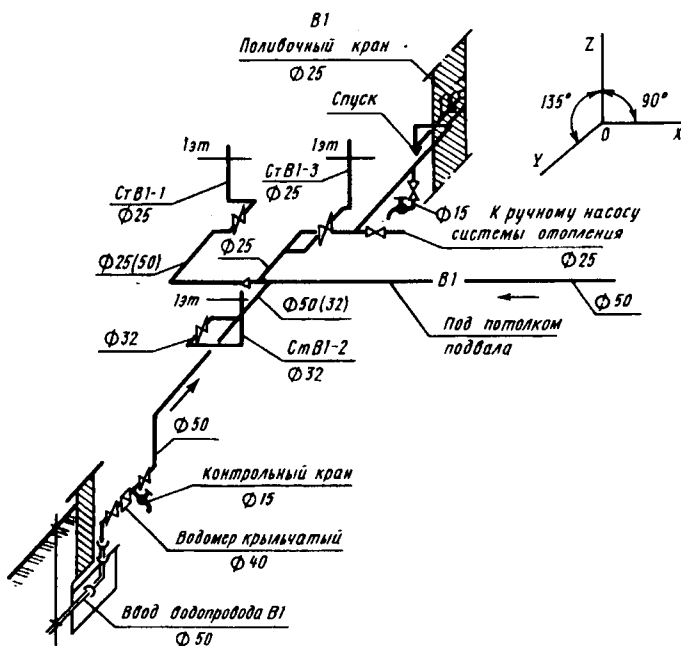


Рис. 255

мечание касается не только ортогональных чертежей, но и наглядных изображений, выполненных в аксонометрических проекциях.

С другой стороны, ряд проектных документов, используемых в строительстве, полностью или в значительной степени оформляется в виде схем в чистом виде. К ним относятся, например, различные схемы расположения элементов сборных конструкций, поперечные и особенно продольные профили железнодорожных путей и автомобильных дорог, аксонометрические схемы различных инженерных сетей (см. аксонометрическую схему сети водоснабжения, изображенную на рис. 255).

С некоторыми положениями и правилами, регламентирующими соотношение между техническим чертежом и инженерной схемой при использовании их в качестве проектных документов для строительства, мы познакомимся далее в главе, посвященной непосредственно вопросам строительного черчения.

§ 38. Системы конструкторской и проектной документации

1. На каждом образце продукции, выпускаемой в нашей стране государственными предприятиями, или, во всяком случае, в документах, сопровождающих эту продукцию, мы обязательно встретим

закодированное сочетание букв обычно в виде аббревиатуры (например, ГОСТ), после которой следует ряд чисел, обозначающих регистрационный номер сертификата, технических условий или стандарта на качество образца и год регистрации соответствующего документа.

Стандарт — это нормативно-технический документ, в котором устанавливаются для всеобщего и многократного использования общие правила, касающиеся различных видов общественной деятельности или ее результатов. (1)

Результатом такого рода деятельности различных научно-производственных объединений, проектных институтов, конструкторских бюро, архитектурных мастерских и т. п. в значительной степени является разнообразная документация, в том числе в виде технических чертежей. Эта документация и регламентируется, как мы уже отмечали, соответствующими стандартами.

Выскажем несколько замечаний, касающихся проблем стандартизации в целом.

Во-первых, документы, разрабатываемые в процессе стандартизации, основываются на обобщенных результатах науки, техники и практического опыта. Создать стандарт не просто. Дело это трудоемкое и ответственное, требующее высокой квалификации от разработчика. Обычно над стандартом трудится целый коллектив авторов.

Во-вторых, все нормативно-технические документы направлены на достижение упорядоченности в той или иной области производства. Отсюда следует, что практические аспекты стандартизации прямо связаны с идеями проекционного схематизма (см. 5.15), так как разработчик конкретного стандарта постоянно имеет дело с проблемами систематизации различных объектов, методов и тенденций.

В-третьих, в том случае, когда речь идет о творческой деятельности, связанной с проектированием новых изделий или строительных объектов, становится очевидным тот факт, что стандарт должен не только ограничивать свободу действий проектировщика (т. е. снижать размерность его операционного пространства; ср. 32.14), но в то же время сохранять необходимую ему свободу действий (т. е. закреплять размерность картинного пространства). Проблема эта, будучи выражена на языке геометрии (познавательная модель!), становится более доступной для критической оценки.

Наконец, стандарты, являясь нормативными актами, входят в систему законодательства и должны отвечать требованиям действующих в государстве законов. «Несоблюдение стандарта преследуется

по закону», — такую надпись можно прочесть на титульном листе любого стандарта, в том числе и обслуживающего систему чертежного хозяйства. Строгое предупреждение об ответственности объясняется тем, что всякое, пусть незначительное на первый взгляд, отклонение от установленных конкретным стандартом правил может привести в лучшем случае к потере рабочего времени или различного рода технологическим сбоям, в худшем варианте — к серьезным, труднопоправимым ошибкам или даже к неожиданным и катастрофическим последствиям.

На практике специалисту необходимо *знать о существовании* соответствующего стандарта, *уметь его находить* и, кроме того, *помнить* некоторые основные нормативные требования, прямо относящиеся к ежедневной трудовой деятельности специалиста.

Имея в виду эти цели, полезно познакомиться с общими принципами составления и классификации указанных нормативных документов.

2. Характеристика стандарта, определяющая сферу его действия, называется категорией стандарта. (2)

Наиболее высокая категория присваивается Государственному стандарту. ГОСТ, утвержденный в установленном порядке, обязателен к выполнению для всех министерств (ведомств), для всех государственных предприятий, организаций и учреждений. Самой низкой категорией обладает стандарт предприятия. Такой стандарт, утвержденный имеющим на то право руководителем предприятия, обязателен лишь для подразделений и служб данного предприятия. Существуют, конечно, и промежуточные категории стандартов.

Из всего множества ГОСТов нас в первую очередь будут интересовать так называемые общетехнические стандарты.

Общетехнический стандарт должен обеспечивать единство и взаимосвязь в процессах разработки, производства, обращения и потребления продукции. (3)

К общетехническим относят стандарты, устанавливающие:

— правила формирования научно-технических терминов и их определений, различных условных обозначений (наименований, сокращений, кодов, меток, сигналов) и т. д.;

— правила построения стандартов и технических условий, т. е. правила, регламентирующие структурные схемы указанных документов, правила их оформления и пр.;

— правила построения технической документации (конструкторской и проектной), а также информационно-библиографической, программной документации и т. п.

Пример общетехнического стандарта: «Объекты стандартизации в строительстве. Общие положения»*.

В этом документе содержатся сведения, позволяющие, опираясь на характерные признаки, производить систематизацию объектов стандартизации, а также устанавливающие категории и виды стандартов в строительстве.

Некоторые государственные стандарты (общетехнические, как правило) объединяются в группы, которые, в свою очередь, образуют комплексы стандартов.

Комплекс общетехнических стандартов — это совокупность нормативных документов, объединенных общей целевой направленностью (обеспечение информационно-го, метрологического и технического единства). (4)

Пример комплекса общетехнических стандартов: «Система показателей качества продукции (СПКП)».

Являясь совокупностью стандартов по целевому назначению, этот комплекс стандартов подразделяют на несколько классификационных групп, среди которых выделяют, например, группу стандартов под общим названием «Система показателей качества продукции. Строительство (СПКПС)».

Обозначение нормативно-технического документа суть условный знак, присваиваемый этому документу и облегчающий его хранение и поиск. (5)

Обозначение государственного стандарта состоит из аббревиатуры (ГОСТ), регистрационного номера и двух последних цифр года утверждения или пересмотра данного стандарта.

Пример обозначения стандарта: ГОСТ 24369—86 («Объекты стандартизации в строительстве. Общие положения»).

В ряде случаев обозначение усложняется. Так, если стандарт входит в состав комплекса стандартов, то обозначение его начинается с числа с точкой, обозначающего код данного комплекса. После точки следует набор цифр, содержащий дополнительную информацию. Встречаются разные варианты, но как минимум этот набор цифр содержит индекс классификационной группы стандартов, входящих в данный комплекс (первая цифра после точки), и порядковый номер стандарта в данной классификационной группе

* Названия и обозначения стандартов, встречающиеся в тексте этого раздела, цитируются по Указателю государственных стандартов только в качестве иллюстрации.

(одна или две последние цифры). Заканчивается обозначение двумя цифрами после тире — годом утверждения или пересмотра стандарта.

Пример обозначения стандарта, входящего в комплекс «Система показателей качества продукции»: ГОСТ 4.252—84 [«СПКП. Строительство. Здания мобильные (инвентарные). Номенклатура показателей»].

Здесь 4— код комплекса стандартов СПКП; 2— индекс классификационной группы («СПКП. Строительство»); 5— код подгруппы («Здания, сооружения и их элементы»); 2— номер стандарта в подгруппе; 84— год регистрации стандарта.

3. В настоящее время фонд действующих стандартов составляет примерно 20 тыс. наименований. Перечень этих документов публикуется в Указателе государственных стандартов. Все стандарты в Указателе размещены по разделам, классам и группам в соответствии с Классификатором государственных стандартов (КГС). Стандарты внутри групп расположены по порядку возрастания номеров.

Основой в КГС является отнесение стандартов к отраслям народного хозяйства, производящим те или иные продукты. На верхнем уровне классификационной системы выделено около двух десятков крупных отраслей хозяйства (в том числе «Строительство и стройматериалы»), которые дополнены разделом «Общетехнические и организационно-методические стандарты».

Разделы КГС подразделяются на классы (до десяти), соответствующие производству продукции, объединенной в характерные совокупности. Так, например, раздел «Строительство и стройматериалы» делится на восемь сильно различающихся по наполнению стандартами классов. Один из классов в каждом разделе, индексированный цифрой 0, включает документы, относящиеся к общим правилам и нормам в данной отрасли хозяйства. Например, «Общие правила и нормы по строительству и стройматериалам».

Классы, в свою очередь, делятся на группы (до десяти), соответствующие производству однородных по характеру или аналогичных по использованию изделий. В каждом классе, как правило, выделяются две группы, включающие документы, относящиеся ко всем группам данного класса. Первая из них, нулевая, группа, т. е. группа, закодированная цифрой 0, называется «Классификация, номенклатура и общие нормы». Другая группа, код ее всегда 9, если имеется в наличии, называется обычно «Методы испытаний. Упаковка. Маркировка».

4. Раздел «Общетехнические и организационно-методические стандарты» подразделяется на классы, соответствующие естественным дисциплинам и межотраслевым проблемам. Все группы

этого раздела, а также группы нулевых классов, именуемые «Общие правила и нормы...» и относящиеся к другим разделам Классификатора стандартов, формируются не по видам продукции, а по областям деятельности и технологическим процессам. Некоторые группы в связи с большим наполнением раздела, объединяющего общетехнические и организационно-методические стандарты, разделены на подгруппы.

Структура КГС характеризуется следующими числовыми параметрами: верхний уровень иерархии — около 20 разделов, второй уровень — около 150 классов, третий уровень — около 1300 групп, четвертый уровень — более 20 подгрупп. Всего КГС включает около 1500 классификационных группировок.

Кодирование классификационных группировок КГС — буквенно-цифровое. Раздел обозначается буквой русского алфавита (от А до Э, с некоторыми легко объяснимыми пропусками). После буквы следуют цифры, кодирующие классы и группы стандартов. Они занимают без промежутка второе и третье места. Подгруппы обозначают одной или двумя цифрами, стоящими после разделительной точки. Закодированная таким образом классификационная группировка фиксируется после слова «Группа» на титуле стандарта в правом верхнем углу выше его обозначения.

Пример кодирования: «Группа Т52».

Здесь Т — раздел «Система документации»; 5 — класс «Государственная система стандартизации и нормативно-технической документации»; 2 — группа «Система проектно-конструкторской документации».

5. Классификатор государственных стандартов, как и всякая другая система классификации, являющаяся, по существу, лишь удобной в практическом отношении проекцией или, точнее, проекционной моделью множества систематизируемых объектов, обладает свойственными ему изъянами. Одним из них является недостаточная актуальность его состава. Так, в Классификаторе отсутствуют рубрики, отражающие новые, перспективные направления стандартизации. Другим и, пожалуй, главным недостатком КГС является использование его как автономного средства классификации стандартов. Это вызывает трудности сопоставления классификационных группировок КГС с закрепленными в соответствующих директивных документах группами промышленных изделий, с группами продукции сельского хозяйства, с группировками научно-технических документов и т. д.

Чтобы устранить указанный недостаток, наряду с классификацией стандартов с помощью КГС в нашей стране используется так называемый Классификатор стандартов и технических условий

(КСТУ). Назначение КСТУ — обеспечить взаимосвязь классификации стандартов и технических условий на продукцию с классификацией самой продукции. Для обеспечения этой взаимосвязи КСТУ построен на основе Классификатора промышленной и сельскохозяйственной продукции.

Использование КСТУ при построении информационных указателей при формировании справочно-информационных массивов и анализе фондов действующих стандартов и технических условий позволяет повысить оперативность при обслуживании потребителей. Высокая оперативность доведения информации о стандартах до потребителя достигается, когда это возможно, за счет применения компьютерной техники.

6. КСТУ состоит из классификационных группировок, каждая из которых имеет цифровое кодовое обозначение и наименование. Структура кодового обозначения группировок Классификатора стандартов включает класс (первые две цифры), подкласс (третья цифра) и группу (четвертая цифра кода).

В начале каждого класса, за исключением класса 00, располагаются стандарты, регламентирующие общие требования, правила, нормы и т. п. Кодовое значение этих группировок стандартов включает код соответствующего класса, ноль на уровне подкласса и четвертую значащую цифру, которая во всех классах соответствует строго зафиксированным наименованиям.

Пример классификационной группировки по КСТУ: «4101».

Здесь 41 — класс «Продукция общемашиностроительного применения»; 0 — подкласс; 1 — группа «Классификация, номенклатура. Термины и определения. Обозначения».

В отличие от всех остальных класс 00 включает в себя так называемые комплексы (системы) стандартов. Их более 30. Структура классификационной группировки комплекса стандартов в этом случае состоит из двух нулей на уровне класса и двузначного номера комплекса.

Пример классификационной группировки комплекса стандартов по КСТУ: «0004».

Здесь 00 — класс «Системы общетехнических и организационно-методических стандартов»; 04 — номер комплекса стандартов «Система показателей качества продукции (СПКП)».

Номер комплекса, как мы уже знаем, входит в структуру обозначения конкретного стандарта (см. пример обозначения стандарта, входящего в комплекс; см. с. 295).

Объем Классификатора стандартов и технических условий характеризуется следующими числовыми параметрами: верхний уровень иерархии — более 80 классов, второй уровень — около 550 подклассов, третий уровень — около 4000 групп. Это примерно в три раза больше емкости КГС, так что КСТУ позволяет классифицировать стандарты более точно.

7. Наряду с рассмотренными системами классификации стандартов с помощью КГС и КСТУ существуют другие возможные варианты систематизации этих документов, которые и используются, если возникает такая необходимость, на практике. Об этом, а также о многих других аспектах классификации государственных стандартов, в том числе о системах классификации подобных нормативно-технических документов, принятых в других странах, о взаимосвязи этих систем с отечественными системами классификации стандартов и пр., вы можете узнать, читая специальную литературу, посвященную изучению этой тематики.

Мы же здесь коснемся еще одного важного вопроса, связанного со сроками обращения, или, образно выражаясь, со сроками «жизни» стандартов. Вопрос этот имеет непосредственное отношение к проблеме обновления фонда нормативно-технических документов. Обновление, или, иначе, актуализация действующих стандартов, обусловливается понятным стремлением привести требования конкретного стандарта в соответствие с постоянно изменяющимися требованиями современного производства.

Именно поэтому каждый стандарт несет на своем титульном листе не только дату ввода его в действие, но и дату, после которой действие данного стандарта приостанавливается или прекращается вовсе. Разрабатываются стандарты (и таких немало) с неограниченным или, точнее, с длительным сроком действия. Однако в любом случае все стандарты, и те, срок действия которых ограничен определенными временными рамками, и те, действие которых рассчитано на продолжительный период, подвергаются периодической проверке. Проверки стандартов осуществляются в плановом порядке. Дата первой ревизии и периодичность последующих проверок устанавливаются при утверждении конкретного стандарта.

По результатам проверки может быть принято решение о пересмотре стандарта, его изменении, отмене или определяется возможность дальнейшего действия стандарта без каких-либо изменений. Два последних факта (отмена или продление срока действия стандарта) не требуют пояснения. По поводу же первых двух возможных вариантов дадим краткий комментарий.

Пересмотр стандарта осуществляют путем разработки нового (может быть, даже не одного) стандарта взамен действующего. Пересмотренный стандарт отменяют, а в новом (если он один) указывают, взамен какого стандарта он разработан. В обозначении нового стандарта сохраняют старый регистрационный номер, меняют лишь две последние цифры года утверждения. Иногда с целью подчеркнуть факт пересмотра стандарта в его обозначении сразу после и выше года регистрации проставляют звездочки. При пересмотре стандарта одновременно должны обновляться связанные с ним другие нормативно-технические документы.

При изменении стандарта в него вводят новые, соответствующие современному уровню развития производства (с учетом на перспективу) требования и утверждают их в установленном порядке. Каждому изменению, принимаемому в текст стандарта, присваивается очередной порядковый номер. Сам текст «изменения» публикуется в ежемесячных Указателях стандартов. Изменение стандарта (замена, исключение, добавление норм или правил) утверждают с указанием даты введения этого изменения в действие на срок, не превышающий срока действия самого стандарта. При переиздании стандарт воспроизводится со всеми внесенными в него изменениями, утвержденными к моменту переиздания документа. Полезно иметь в виду, что в ежегодно выпускаемом специальном Указателе государственных стандартов, а также при их переиздании в обозначении стандартов, претерпевших изменения в тексте, в зависимости от степени этих изменений над годом регистрации документа обычно проставляют одну, иногда две звездочки. В случае локальных изменений в тексте ставят одну звездочку. Если же речь идет об отмене или замене целых пунктов данного стандарта, то этот факт помечают двумя звездочками.

Например: ГОСТ 2.305—68 ** («ЕСКД. Изображения — виды, разрезы, сечения»).

При ссылке на тот или иной стандарт, встречающийся в тексте, звездочки в обозначении документа обычно не указывают.

8. Обсудив некоторые вопросы, касающиеся общих аспектов стандартизации, обратимся к рассмотрению стандартов, представляющих особый интерес при изучении разд. II «Инженерная графика». Заметим, что, как принято в учебных пособиях, многочисленные выдержки, взятые в текст этого раздела из действующих стандартов, не будут выделяться кавычками. И в то же время повсеместно встречающиеся здесь ссылки на соответствующие стандарты помогут внимательному читателю уловить суть цитируемого документа, понять его назначение, увидеть область применения. Что же касается отдельных деталей и подробностей конкретных ГОСТов, то с ними всегда лучше знакомиться по первоисточнику.

В конце раздела в качестве справочного материала представлен список действующих стандартов (см. Приложение 1), с которым следует подробно ознакомиться. Многие стандарты, входящие в этот перечень, станут предметом нашего пристального внимания. Ряд ГОСТов мы только слегка затронем в тексте учебника. А некоторые ГОСТы, включенные в список, но не упомянутые в тексте книги, рекомендуются для самостоятельного изучения.

9. Несомненно, среди нормативно-технических документов, заслуживающих особого внимания, первое место занимает большинство стандартов, входящих в комплекс ЕСКД. Расшифруем эту аббревиатуру, на которую читатель уже обратил внимание, знако-

мьясь выше с обозначением стандарта, подвергнутого существенным изменениям.

Но прежде поясним основной термин:

конструкторская документация есть совокупность документов, содержащих данные, необходимые для разработки, изготовления и эксплуатации изделия. (6)

Порядок разработки, оформления и обращения конструкторской документации устанавливается комплексом стандартов, называемым «Единая система конструкторской документации», или сокращенно ЕСКД. Согласно Классификатору стандартов и технических условий комплексу стандартов ЕСКД присвоен код 0002.

Общие положения по документам, входящим в комплекс ЕСКД, регламентирует первый по номеру стандарт этого комплекса, который так и называется «Общие положения». Его обозначение ГОСТ 2.001—70* включает в себя следующие цифры по порядку: 2 с точкой — последнюю значащую цифру кода комплекса стандартов ЕСКД (по КСТУ); 0 — код классификационной группы; 01 — двузначный номер стандарта в группе; 70 после тире — год регистрации стандарта.

ГОСТ 2.001—70 распределяет все стандарты комплекса ЕСКД по нескольким классификационным группам. Указанное распределение осуществляется согласно табл. 1.

Рассматривая табл. 1, следует иметь в виду, что количество ГОСТов, составляющих отдельную классификационную группу, не соответствует последнему номеру стандарта, принадлежащего этой группе. Так, в седьмую самую многочисленную группу входит по факту примерно 60 действующих стандартов. Номер последнего из них — 97. Указанное несоответствие связано главным образом с естественным процессом непрерывного обновления фонда нормативно-технических документов. Нередко номер отмененного стандарта в течение длительного времени остается вакантным или, иначе, вакансия заранее планируется под конкретный стандарт, который в силу ряда причин следует посадить именно на это место существующего списка. Как бы то ни было, номера ГОСТов приведены в табл. 1 с единственной целью — лишь для ориентировоч-

* Здесь и далее обозначение государственных стандартов пишется упрощенно, т. е. без нанесения звездочек, указывающих на имеющиеся изменения в тексте документа по сравнению с первоначальным вариантом, а также без ссылок на связь конкретного стандарта с международными системами классификации документов подобного рода.

ной оценки количества стандартов, составляющих ту или иную классификационную группу комплекса ЕСКД.

Согласно Указателю Государственных стандартов на 01.01.91, в комплекс ЕСКД входило примерно полторы сотни стандартов. Особое внимание в дальнейшем мы уделим ГОСТам первой и третьей классификационных групп этого комплекса.

Т а б л и ц а 1

Код классификационной группы	Наименование классификационной группы	Номера стандартов
0	Общие положения	ГОСТ 2.001—70 ... 2.004—88
1	Основные положения	ГОСТ 2.101—68 ... 2.125—88
2	Классификация и обозначение изделий в конструкторских документах	ГОСТ 2.201—80
3	Общие правила выполнения чертежей	ГОСТ 2.301—68... 2.321—84
4	Правила выполнения чертежей машиностроения и приборостроения	ГОСТ 2.401—68... 2.428—80
5	Правила обращения конструкторских документов (учет, хранение, дублирование, внесение изменений)	ГОСТ 2.501—88 ... 2.503—90
6	Правила выполнения эксплуатационной и ремонтной документации	ГОСТ 2.601—68... 2.608—78
7	Правила выполнения схем	ГОСТ 2.701—84... 2.797—81
8	Правила выполнения документов строительных и судостроения	ГОСТ 2.801—74 ... 2.804—84
9	Прочие стандарты	

9. Кроме комплекса стандартов ЕСКД нас будет особенно интересовать группа стандартов, составляющих комплекс СПДС.

Документация, содержащая данные, необходимые для производства строительно-монтажных работ, называется проектной документацией. (7)

Порядок разработки, оформления и обращения проектной документации на строительно-монтажные работы устанавливается комплексом стандартов, называемым «Система проектной документации для строительства», или коротко — СПДС. Согласно КСТУ, стандартам СПДС присвоен код 0021.

Общие положения по документам, входящим в комплекс СПДС,

регламентирует ГОСТ 21.001—77*. Согласно этому ГОСТу, который так и называется «Общие положения», все стандарты комплекса СПДС, числом около полусотни, фактически распределяются по шести классификационным группам. Наименование групп, их коды, а также номера стандартов, заполняющих ту или иную классификационную группу, сведены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Код классификационной группы	Наименование классификационной группы	Номера стандартов
0	Общие положения	ГОСТ 21.001—77... 21.002—81
1	Общие правила оформления чертежей и текстовых документов	ГОСТ 21.101—79 ... 21.113—68
2	Правила обращения проектной документации	ГОСТ 21.201—78 ... 21.203—78
3	Правила выполнения проектной документации по инженерным изысканиям	—
4	Правила выполнения технологической проектной документации	ГОСТ 21.401—88 ... 21.406—88
5	Правила выполнения архитектурно-строительной проектной документации	ГОСТ 21.501—80... 21.513—83
6	Правила выполнения проектной документации инженерного обеспечения	ГОСТ 21.601 — 79... 21.616 — 88
7	Правила выполнения типовой проектной документации	—
8	Правила выполнения машинно-ориентированных проектных документов, используемых в автоматизированной системе управления	—
9	Прочие стандарты	—

Рассматривая табл. 2, нельзя не заметить две характерные особенности. Первая из них связана с относительно поздним, лишь в конце 70-х годов, началом формирования комплекса стандартов СПДС. Проявляется эта особенность в виде прочерков, указывающих на полное отсутствие ГОСТов в четырех заявленных классификационных группах из десяти. Стандарты для этих групп либо находятся на утверждении, либо разрабатываются, либо намечены к разработке.

Другая особенность обусловлена наличием в табл. 2 особой, пока

* Структура обозначения ГОСТа включает: 21—последние две цифры кода комплекса стандартов СПДС (по КСТУ); 0—код классификационной группы (согласно табл. 2); 01—порядковый номер стандарта в группе; 77—год утверждения стандарта.

еще пустой, классификационной группы (речь идет о группе 8), предусматривающей разработку правил выполнения машинно-ориентированных документов.

Появление в комплексе СПДС классификационной группы, объединяющей нормативные документы указанного содержания (ср. с табл. 1), вызвано необходимостью учета требований со стороны современных систем автоматизированного проектирования (САПР) и систем автоматизированного управления (АСУ). Учет этих требований является сегодня обязательным условием успешной работы, связанной с актуализацией фонда действующих и разработкой новых стандартов. С особым вниманием к этим требованиям следует относиться при разработке ГОСТов, обслуживающих систему чертежного хозяйства, так как в условиях возрастающего использования систем САПР и АСУ проектно-конструкторская документация, в том числе технические чертежи и схемы, становится составной частью их информационного обеспечения.

10. Получив общие сведения о комплексах стандартов ЕСКД и СПДС, об их составе и назначении, можно подумать, что сферы действия их строго разграничены и никогда не пересекаются. Однако это не совсем так.

С одной стороны, стандарты СПДС часто лишь дополняют ГОСТы комплекса ЕСКД с учетом специфики проектной документации, предназначенной для производства строительно-монтажных работ в условиях открытой строительной площадки. В еще большей степени подобное утверждение относится к строительным изделиям, изготавливаемым в стандартных условиях на заводах строительной индустрии*. ГОСТ 21.001—77 прямо указывает, что документация, в том числе, конечно, и чертежи на строительные изделия, должна выполняться в соответствии с требованиями стандартов ЕСКД и дополнительными требованиями стандартов СПДС.

С другой стороны, в силу ряда обстоятельств практического характера принято делить курс «Инженерная графика» на две достаточно самостоятельные части: машиностроительное и строительное черчение, а все технические чертежи на две группы: чертежи машиностроительные и строительные. Комплексы стандартов ЕСКД и СПДС во многих случаях законодательно подчеркивают различия между машиностроительными и строительными чертежами. Там же, где нюансы и оттенки между чертежами этих групп не поддаются учету с помощью достаточно «грубых» ГОСТов, обычно действуют, образно выражаясь, различные «толкования» стандартов, выступающие в виде местных инструкций, нормалей крупных

* В Приложении 2, взятом из ГОСТ 21.101—79, приводится перечень стандартов ЕСКД, требования которых подлежат учету при выполнении рабочих чертежей зданий, сооружений, строительных конструкций и изделий.

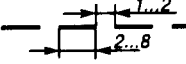
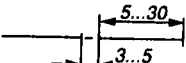
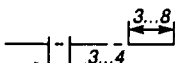
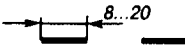
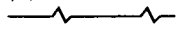
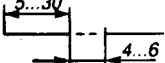
предприятий или организаций, а также замечаний и комментариев специалистов и авторов разного рода методических публикаций и учебных пособий. Подчиняясь сложившимся традициям, замечания подобного рода нередко предстоит делать и нам.

Итак, вооружившись полезными общими сведениями из области стандартизации, приступим к планомерному изучению некоторых стандартов и начнем с ГОСТов, устанавливающих правила оформления технических чертежей. Таких стандартов немного. Ознакомимся внимательно с каждым из них.

§ 39. Правила оформления чертежей

1. ГОСТ 2.303—68 — «Линии». Для выполнения чертежей применяются линии девяти наименований. В табл. 3 приведены наименование, начертание и толщина этих линий. В зависимости от размеров чертежа и его сложности толщину s сплошной основной линии выбирают в пределах от 0,5 до 1,4 мм. Толщина других линий определяется по отношению к толщине s (см. табл. 3).

Таблица 3.

№ п/п	Наименование линии	Начертание	Толщина
1	Сплошная толстая основная		s
2	Сплошная тонкая		От $s/3$ до $s/2$
3	Сплошная волнистая		От $s/3$ до $s/2$
4	Штриховая		$s/2$
5	Штрихпунктирная тонкая		От $s/3$ до $s/2$
6	Штрихпунктирная утолщенная		От $s/2$ до $2/3s$
7	Разомкнутая		От s до $1,5s$
8	Сплошная тонкая с изломами		От $s/3$ до $s/2$
9	Штрихпунктирная с двумя точками тонкая		От $s/3$ до $s/2$

Особого внимания требует проведение штриховых и штрихпунктирных линий. Следует иметь в виду, что штрихи и промежутки между ними должны быть приблизительно одинаковой длины. При этом чем крупнее изображение, тем длиннее штрихи и больше промежутки между ними. Штрихпунктирные линии должны пересекаться и заканчиваться штрихами, но не точками.

На рис. 256 показано применение некоторых линий, приведенных в табл. 3. Номера позиций на рисунках соответствуют номерам пунктов этой таблицы. Более подробно об основных назначениях линий, используемых при выполнении различных чертежей и схем, можно узнать, обратившись к указанному стандарту.

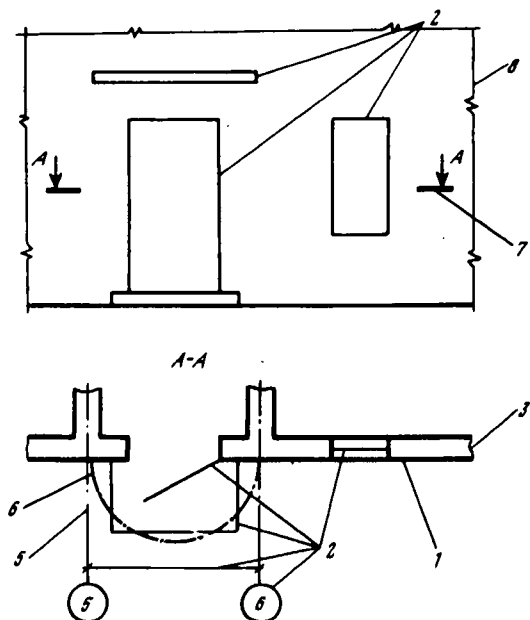


Рис. 256

2. ГОСТ 2.301—68 — «Форматы». Всякий технический чертеж выполняется на листе бумаги, размеры которого, как правило, несколько больше размеров стандартного формата, ограниченного его внешней рамкой (рис. 257). Свободное поле листа используется в этом случае для закрепления бумаги, обычно кнопками, на рабочей плоскости чертежного стола или доски. Внешняя рамка, по которой производится обрезка листа после выполнения чертежа, обводится сплошной тонкой линией.

Стандарт устанавливает основные и дополнительные форматы. Размеры и обозначения основных форматов приведены в табл. 4.

Таблица 4

Обозначение формата	A0	A1	A2	A3	A4
Размеры сторон формата, мм	841x1189	594x841	420x594	297x420	210x297
Диапазон кратностей	2, 3	3, 4	3, 4, 5	3, 4, 5, 6, 7	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Дополнительные форматы образуются увеличением коротких сторон основных форматов на величину, кратную их размерам. Обозначение дополнительного формата состоит из обозначения основного формата, умноженного на число, взятое из диапазона его кратностей (см. табл. 4), например A0x2 — (1189x1682) или A4x8 — (297x1682) и т. д.

Кроме внешней рамки на рис. 257 нанесены внутренняя рамка и основная надпись чертежа. Внутренняя рамка располагается на расстоянии 20 мм от внешней рамки с левой стороны и 5 мм от остальных трех сторон. Для строительных чертежей допускается увеличивать расстояния сверху и снизу от внешней рамки (рис. 257) до 10 и 15 мм соответственно. Внутренняя рамка и внешний контур основной надписи обводятся сплошной основной линией. Принято располагать основную надпись на формате A4 только вдоль короткой стороны. Для других форматов основная надпись всегда помещается в правом нижнем углу чертежа. Именно по этой причине основная надпись на чертеже получила еще и другое название — «угловой штамп». При вычерчивании углового штампа используются как сплошные основные, так и сплошные тонкие линии.

3. Угловые штампы в зависимости от назначения чертежей несколько отличаются друг от друга.

ГОСТ 2.104—68 («Основные надписи») регламентирует форму, размеры и порядок заполнения основных надписей, а также дополнительных граф к ним на различных конструкторских документах, в том числе и на машиностроительных чертежах.

На рис. 258, а приведена форма основной надписи для чертежей и схем, повсеместно используемая в практике машино- и приборостроения. Дадим краткие пояснения относительно заполнения различных граф этого углового штампа:

— графа «Обозначение чертежа» заполняется согласно требованиям ГОСТ 2.201—80 (при выполнении одного чертежа на не-

скольких листах одно и то же обозначение указывается на каждом листе);

— графа «Наименование (различительный индекс) предприятия», выпускающего чертеж, не заполняется, если различительный индекс содержится в обозначении чертежа;

— если чертежу в соответствии с требо-

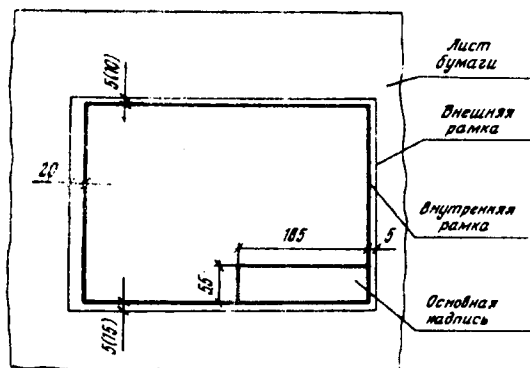


Рис. 257

7					10					23					15					10																																																	
11х5=55 5 1 5																														Обозначение чертежа																				15																			
																														Наименование изделия (наименование чертежа)																				Лист					Масса					Масштаб									
																																																		5					5					17					18				
																																																		Лист					Листов					30									
																														Обозначение материала детали																				Наименование предприятия, выпускающего чертеж										15									
																																			185																																		

а)

17					23					15					10																																																	
11х5=55 5 1 5																														Обозначение чертежа																				15														
																														Наименование изделия (наименование чертежа)																				Стадия					Масса					Масштаб				
																																																		15					15					15				
																																																		Лист					Листов					30				
																														Обозначение материала детали																				Наименование организации, выпускающей чертеж										15				
																																			185																													

б)

17					23					15					10																																																	
11х5=55 5 1 5																														Обозначение чертежа																				15														
																														Наименование предприятия																																		
																														Наименование здания (сооружения)																				Стадия					Лист					Листов				
																																																		15					15					20				
																														Наименование изображений																				Наименование организации, выпускающей чертеж										15				
																																			185																													

в)

Рис. 258

ваниями ГОСТ 2.102—68 присваивается соответствующий шифр, то в графе «Наименование изделия» проставляется также наименование чертежа (на сборочных чертежах его наименование разрешается не указывать).

Кроме того, при заполнении графы «Наименование изделия» учитываются требования еще одного ГОСТ 2.109—73. Согласно этим требованиям, наименование изделия должно быть по возможности кратким и записывается в графу в именительном падеже единственного числа (точка в конце наименования не ставится). В наименовании, состоящем из нескольких слов, на первом месте помещают имя существительное, например «Колесо зубчатое»;

— графа «Обозначение материала» заполняется только на чертежах деталей;

— графа «Литера» заполняется последовательно начиная с крайней левой клетки. В зависимости от стадии разработки чертежа литеру выбирают из некоторого стандартного перечня, содержащегося в ГОСТ 2.103—68;

— при заполнении графы «Масса» учитывают требования уже упоминавшегося нами ГОСТ 2.109—73. Согласно этому стандарту, различают расчетную массу для опытных образцов и единичных изделий и массу фактическую, определяемую непосредственным взвешиванием изделия. Масса изделия обычно проставляется в килограммах, без указания единицы измерения;

— масштаб чертежа проставляется в соответствии с ГОСТ 2.302—68. В этом документе приводится стандартный ряд масштабов (см. Приложение 3), среди которых разработчик чертежа и выбирает подходящий. Масштаб в соответствующей графе обозначается по типу 1:1, 1:200 и т. д. В некоторых оправданных случаях, например при изменении размеров на чертеже в процессе его разработки, когда переоформление чертежа становится нецелесообразным, разрешается (согласно ГОСТ 2.109—73) отступление от масштаба изображения, если такое несоответствие не оказывает значительного влияния на наглядность изображения или, иначе, не затрудняет чтение чертежа.

Если какое-либо изображение на чертеже выполнено в масштабе, отличающемся от записанного в соответствующей графе основной надписи, то его масштаб указывается в скобках рядом с обозначением этого изображения или без скобок непосредственно над изображением в том случае, когда обозначение изображения отсутствует;

— графы «Лист» и «Листов» не заполняются, если на данное изделие выпускается только один чертеж;

— в случае внесения каких-либо изменений в чертеж соответствующие графы основной надписи, в которых фиксируется нали-

чие таких изменений, заполняются с учетом требований ГОСТ 2.503—90.

4. Угловые штампы для строительных чертежей регламентируются ГОСТ 21.103—78 («Основные надписи»).

На рис. 258, б изображен угловой штамп для первого листа чертежа строительного изделия. Он мало чем отличается от только что рассмотренной нами основной надписи, изображенной на рис. 258, а. Предлагаем читателю с целью сравнения обсуждаемых основных надписей повнимательнее присмотреться к этим рисункам.

Мы же обратимся к следующему рис. 258, в, на котором изображен угловой штамп, предназначенный для использования на строительных чертежах основного комплекта рабочих чертежей зданий или сооружений. Здесь отличия от углового штампа, предназначенного для машиностроительных чертежей, сразу бросаются в глаза. Без изменения остаются лишь графы «Обозначение чертежа» и «Наименование организации», выпускающей этот документ.

Появляются новые графы:

— «Наименование предприятия, в состав которого входит данное здание (сооружение)»;

— «Наименование здания (сооружения)»;

— «Наименование изображений», помещенных на данном листе, в точном соответствии с наименованием, указанным над изображением на поле чертежа.

Вместо графы «Литера» появляется графа «Стадия», в которой проставляется стадия проектирования здания или сооружения (например, Р — рабочие чертежи, ТП — технический проект и т. д.).

Графа, связанная с обозначением материала, из которого изготовляется изделие, а также графа «Масса» исчезают. Отсутствует графа «Масштаб». Согласно ГОСТ 21.101—79, на чертежах зданий (сооружений) масштаб не проставляется за исключением случаев, оговоренных соответствующими стандартами комплекса СПДС.

Из основной надписи в резервное место над ней или слева от нее (см. ГОСТ 21.101—79) переносится таблица изменений. Эта таблица в том случае, когда возникает необходимость, заполняется в соответствии с требованиями ГОСТ 21.201—78. Здесь же предусматривается место для дополнительного штампа привязки, оформляемого в необходимых случаях согласно ГОСТ 21.202—78.

Графы, предназначенные для фиксации должностей, фамилий, подписей и дат, на строительных чертежах принято заполнять снизу вверх, начиная с разработчика чертежа и кончая ответственным лицом, окончательно визирующим этот документ.

В различных учебных заведениях, как правило, используются упрощенные основные надписи, заметно отличающиеся от стандартных.

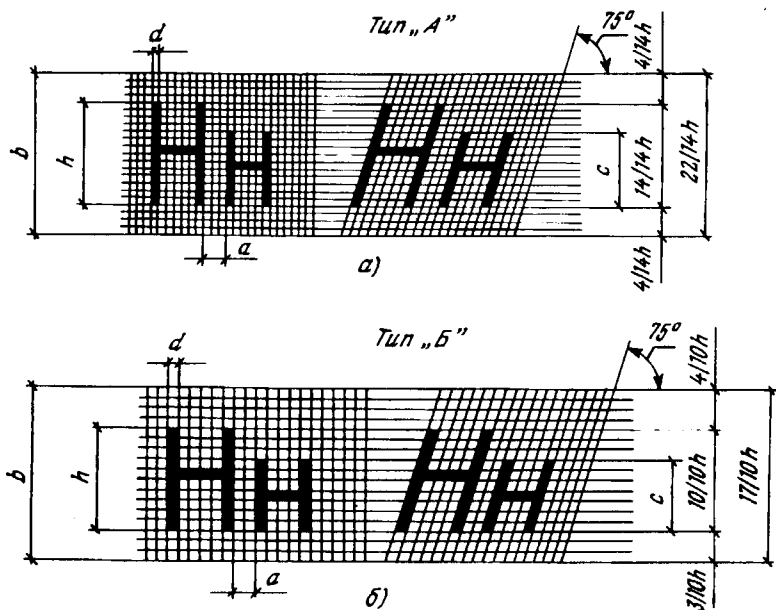


Рис. 259

И все же там, где это возможно, — особенно это касается выпускающих кафедр — следует стремиться использовать на чертежах и схемах основные надписи, рекомендуемые к выполнению государственными стандартами.

5. На технических чертежах все надписи, в том числе заполнение угловых штампов и дополнительных граф к ним, различных таблиц, спецификаций и технических условий, выполняют стандартным чертежным шрифтом. Во многих случаях используется шрифт, рекомендуемый ГОСТ 2.304—81 — «Шрифты чертежные». Этот стандарт содержит русский, латинский и греческий алфавиты, а также арабские и римские цифры. Здесь же приводятся правила начертания различных дополнительных знаков и примеры выполнения дробей, показателей, индексов и предельных отклонений.

Каждый алфавит, включенный в стандарт, состоит из прописных (заглавных) и строчных букв. Высота h прописных букв в миллиметрах определяет размер шрифта, который выбирается пользователем из фиксированного стандартного ряда: 1.8; 2.5; 3.5; 5.0; 7.0; 10.0 и т. д.

Конструкция букв всех шрифтов, содержащихся в ГОСТ 2.304—81, одинакова. Построение шрифта здесь основано на методе модульной сетки, позволяющей с достаточной точностью воспроизводить рисунок буквы, цифры или знака в любых необходимых размерах. В качестве модуля или шага вспомогательной сетки

используется параметр d , характеризующий толщину линий шрифта. Линии сетки могут быть наклоненными к линии нижнего основания под углом 75° (рис. 259, а, б).

В зависимости от толщины d линий шрифта, а также от вида модульной сетки (прямоугольная она или наклонная) стандартные шрифты подразделяют на четыре группы:

$$\left. \begin{array}{l} \text{— тип А без наклона} \\ \text{— тип А с наклоном} \end{array} \right\} d = 1/14h \quad (\text{рис. 259, а});$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{— тип Б без наклона} \\ \text{— тип Б с наклоном} \end{array} \right\} d = 1/10h \quad (\text{рис. 259, б}).$$

В свою очередь, тип шрифта определяет относительное значение его основных параметров, а именно: высоту строчных букв, расстояние между буквами и т. д. (табл. 5). Некоторые параметры шрифта, как, например, ширина g букв, не гостятся, а снимаются непосредственно с модульной сетки.

Т а б л и ц а 5

Параметры шрифта	Обозначение	Относительный размер	
		тип шрифта А	тип шрифта Б
Высота прописных букв (размер шрифта)	h	$14d$	$10d$
Высота строчных букв	c	$10d$	$7d$
Расстояние между буквами	a	$2d$	$2d$
Минимальный шаг строк (высота вспомогательной сетки)	b	$22d$	$17d$
Минимальное расстояние между словами	e	$6d$	$6d$

* Расстояние a между буквами во многих случаях корректируется по месту в зависимости от рисунка соседних букв или цифр.

** Минимальным расстоянием e между словами, разделенными знаками препинания, является расстояние между знаком препинания и следующим за ним словом.

При выполнении различных надписей на машиностроительных чертежах предпочитают пользоваться шрифтом типа Б с наклоном. Размер шрифта выбирают в зависимости от характера надписи: $h = 3.5; 5.0; 7.0$; реже 10.0 мм.

В архитектурно-строительной практике не возбраняется использовать кроме стандартных и так называемые рукописные шрифты, не вошедшие в ГОСТ 2.304—81. Шрифтами, не включенными в указанный стандарт, обычно пользуются и в случае выполнения чертежей, предназначенных для публичной защиты. В Приложении 4 представлены некоторые из нестандартных шрифтов, наиболее употребительные. Построение букв здесь, как и ранее, осуществляется на основе модульной сетки и поэтому не требует специальных пояснений. При выполнении рукописных шрифтов пропорции и по возможности точный рисунок отдельных букв и цифр используемого шрифта выдерживаются на глаз.

§ 40. Изображение предметов на чертежах (ортогональные проекции)

1. Впервые наблюдая рабочий чертеж, человек, даже обладающий твердыми знаниями в области начертательной геометрии, может легко потеряться и запутаться. Не имея специальных знаний и навыков, не сможет решить он и прямую задачу — грамотно выполнить технический чертеж сколь-нибудь сложного объекта моделирования.

Указанное затруднение нельзя объяснить только отсутствием необходимого опыта. Оно упирается в то содержание, которое мы вкладываем в понятие «изображение». Если в начертательной геометрии за термином «изображение» скрываются проекции точки, линии, поверхности в их абстрактном, очищенном от предметной принадлежности виде, то в инженерной графике «изображение» всегда неразрывно связано с реальными объектами моделирования, с предметами и должно недвусмысленно выявлять их внешнее и внутреннее строение. Кроме того, в начертательной геометрии проекции точек и линий во всех необходимых случаях сопровождаются специальными буквенными обозначениями (символизированные изображения; ср. 9.8), а в инженерной графике такие обозначения, как правило, не используются и вся необходимая информация должна быть передана чисто графическими средствами с добавлением минимального числа условных знаков и символов.

Как следствие этого, в разд. II «Инженерная графика» (и мы уже об этом коротко упоминали) изображения в зависимости от их содержания делятся на *виды, разрезы и сечения*.

2. Все вопросы, касающиеся этих новых для нас, основополагающих понятий, регулируются в рамках системы чертежного хозяйства ГОСТ 2.305—68, который называется «Изображения — виды, разрезы, сечения». Этот стандарт устанавливает правила изображения предметов на чертежах, используемых во всех отраслях промышленности и строительства.

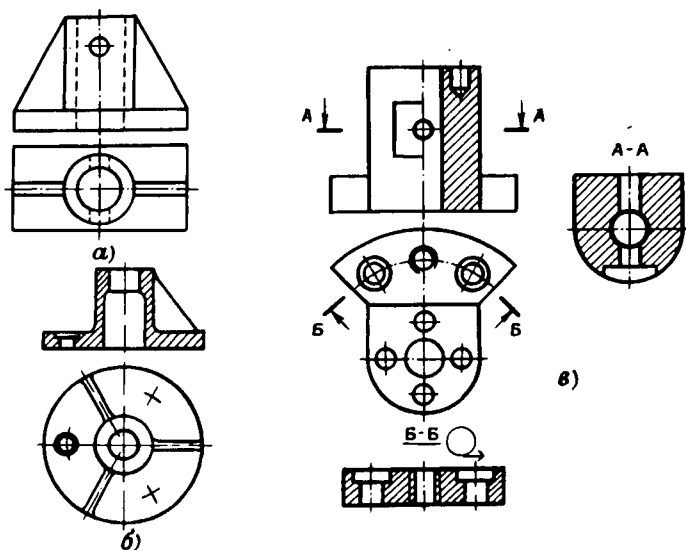


Рис. 260

Видом называется ортогональная проекция обращенной к наблюдателю видимой части объекта моделирования. (8)

Предполагается, что при проектировании объект моделирования располагается между наблюдателем и соответствующей плоскостью проекций. Для уменьшения общего количества изображений на видах допускается показывать, используя для этой цели штриховые линии, закрытые для наблюдателя внутренние полости моделируемого объекта. На рис. 260, а изображены связанные между собой обычным образом две проекции, два вида изделия, позволяющие получить информацию о форме моделируемого объекта.

И все же вместо выявления внутреннего устройства предмета с помощью штриховых, или, как часто говорят, «невидимых», линий в подавляющем большинстве случаев для изображения на чертеже различных скрытых элементов моделируемого объекта используются разрезы и сечения.

Разрез есть ортогональная проекция объекта моделирования, мысленно рассеченного одной или несколькими плоскостями. (9)

Сделаем в отношении этого понятия несколько существенных замечаний:

— в качестве секущих плоскостей здесь всегда используются плоскости частного положения, проектирующие относительно той или иной плоскости проекций;

— на разрезе показывают то, что попадает в плоскость сечения и расположено за нею (рис. 260, б, где разрез расположен на месте одной из проекций);

— на разрезе допускается показывать не все, что располагается за секущей плоскостью, если это не мешает правильному восприятию формы изображенного предмета (например, рис. 260, б);

— фигура, представляющая собой сечение объекта плоскостью разреза, на чертеже заштриховывается; об особых случаях штриховки (рис. 260, б) будет сказано ниже;

— мысленное сечение плоскостью не влечет за собой каких-либо изменений при изображении других частей данного объекта.

Сечением называется ортогональная проекция плоской (10) фигуры, возникающей в результате сечения объекта одной или несколькими плоскостями.

В отличие от разреза на изображении, выступающем в роли сечения, показывают, за исключением специально предусмотренных случаев (о которых речь впереди), только то, что непосредственно попадает в секущую плоскость. И здесь в качестве секущих плоскостей всегда используются плоскости частного положения (рис. 260, в; «сечение А — А»). Разрешается также применять в качестве геометрического образа, рассекающего объект, цилиндрическую проектирующую поверхность, которая затем разворачивается в плоскость, что подчеркивается специальным графическим знаком, проставляемым рядом с обозначением сечения (рис. 260, в; «сечение Б — Б»). Фигура сечения на чертеже заштриховывается.

3. Обратимся теперь к более подробной характеристике перечисленных изображений. Сохраняя намеченный порядок, рассмотрим сначала изображение, носящее название «вид».

Как отмечалось (см. 40.1), на чертежах используются *несимволизированные изображения*, что приводит к потере информации. Указанные потери компенсируются целой системой специальных знаков и условностей, которые мы здесь и изучаем. Кроме того, специалист, читающий чертеж, располагает обычно большим запасом *предварительной информации*, помогающей ему правильно понимать техническое изображение (специалист заранее знает, например, что такое «гайка», «двухтавр», «перекрытие», «лестница», «оконный или дверной проем» и т. д.). Все эти факторы создают особую конкретную ситуацию, которую необходимо учитывать при составлении чертежей.

Иногда для полного понимания формы предмета на чертеже достаточно иметь всего *одно* изображение объекта. Часто (как правило, всегда, если речь идет о строительных объектах) таких изображений надо иметь *более двух*. Вообще же количество изображений на чертеже в первую очередь зависит от сложности конкретного изделия или сооружения. Здесь действует важное правило: *количество изображений* (видов, разрезов, сечений) *должно быть наименьшим*, но обеспечивающим полное представление о предмете при условии применения установленных в соответствующих стандартах различных обозначений, знаков и надписей.

Все виды подразделяют на *основные, дополнительные и местные*.

Основными видами (таких видов — шесть) будем называть *ортогональные проекции объекта, расположенные на основных плоскостях проекций*. (11)

За основные плоскости проекций в инженерной графике принимают шесть граней куба (рис. 261, а), внутри которого помещен моделируемый объект. Все грани куба совмещаются затем с плоскостью картины, как это показано на рис. 261, б. Грань, обозначенную цифрой 6, допускается располагать рядом с гранью 4.

В качестве плоскости картины принимают вертикальную плоскость, совпадающую с гранью куба 1. Изображение объекта на фронтальной плоскости рассматривается в качестве *главного изображения*.

За основными видами закреплены специальные названия, отвечающие номерам основных плоскостей. Эти названия сведены в табл. 6 и, как мы видим, различаются в зависимости от назначения чертежа.

Т а б л и ц а 6

Номер основной плоскости проекций (см. рис. 261)	Группа машиностроительных чертежей (согласно ГОСТ 2.305—68)	Группа строительных чертежей
1	Вид спереди (главный вид)	Фасад (главный)
2	Вид сверху	План
3	Вид слева	Фасад (боковой, левый)
4	Вид справа	Фасад (боковой, правый)
5	Вид снизу	Плафон
6	Вид сзади	Фасад (дворовый или задний)

4. Если говорить о группе машиностроительных чертежей, то здесь особое значение имеет выбор главного вида, который должен

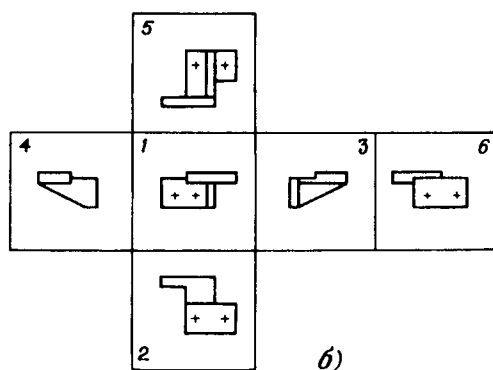
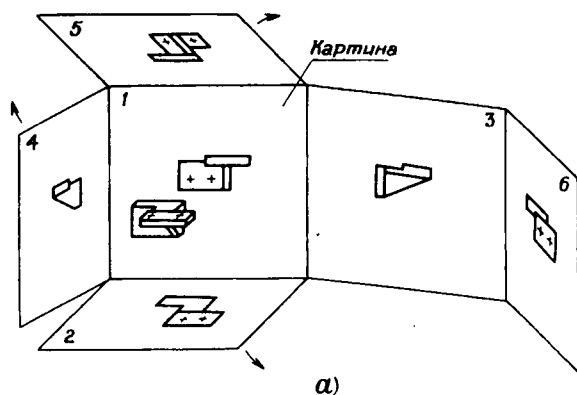


Рис. 261

давать наиболее полное представление о форме и размерах моделируемого объекта.

Основные виды обычно располагают в проекционной связи между собой на расстоянии, позволяющем свободно разместить между видами размерные цепи и другую необходимую информацию. В этом случае никаких надписей, поясняющих название видов, на чертеже не дают. Если же какой-либо вид размещен на чертеже без соблюдения проекционной связи с остальными видами, то над этим видом проставляется прописная буква русского алфавита (рис. 262). Одновременно у связанного с этим видом изображения указывают направление проектирования (направление взгляда наблюдателя), в результате которого получен вид, отмеченный буквенной надписью. Направление взгляда указывают стрелкой, над которой проставляют ту же букву, что и в надписи над видом. Если изображение, на котором может быть показано направление взгляда, отсутствует, то над видом надписывают его полное название. Так

же оформляются чертежи, если основные виды отделены от главного другими изображениями и расположены на разных листах.

Если какую-либо часть предмета не удастся показать с помощью основных видов без искажения формы и размеров, то применяют дополнительные виды.

Дополнительным видом будем называть ортогональную проекцию объекта моделирования на плоскость, не параллельную ни одной из основных плоскостей проекций. (12)

Дополнительный вид отмечается на чертеже прописной буквой русского алфавита. Одновременно у связанного с этим видом основного изображения предмета ставится обозначенная этой же буквой стрелка, указывающая направление взгляда наблюдателя (рис. 263, а; «вид Б»). Если дополнительный вид располагается в непосредственной проекционной связи с соответствующим изображением предмета, то стрелка на чертеже не фиксируется и буквенное обозначение дополнительного вида опускается.

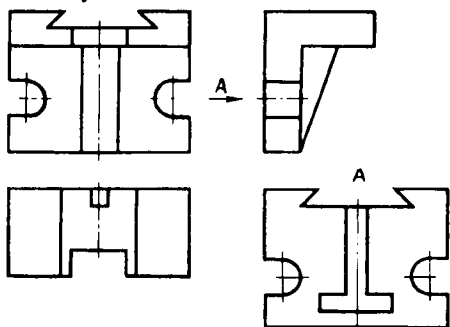


Рис. 262

Дополнительный вид разрешается поворачивать, но с сохранением, как правило, положения принятого для данного предмета на главном виде*. При этом буквенное обозначение дополнительного вида сопровождается условным графическим знаком угла поворота (рис. 263, б). При необходимости рядом с графическим обозначением угла поворота проставляется величина угла в градусах.

Несколько одинаковых дополнительных видов, относящихся к одному объекту, обозначают одной буквой и вычерчивают лишь один вид. Если при этом связанные с дополнительным видом части объекта расположены под разными углами, то к буквенному обозначению вида условный графический знак угла поворота не добавляется (рис. 264).

Ортогональная проекция ограниченной части объекта называется местным видом. (13)

* Речь здесь идет об ориентации: вверх — вниз, право — лево.

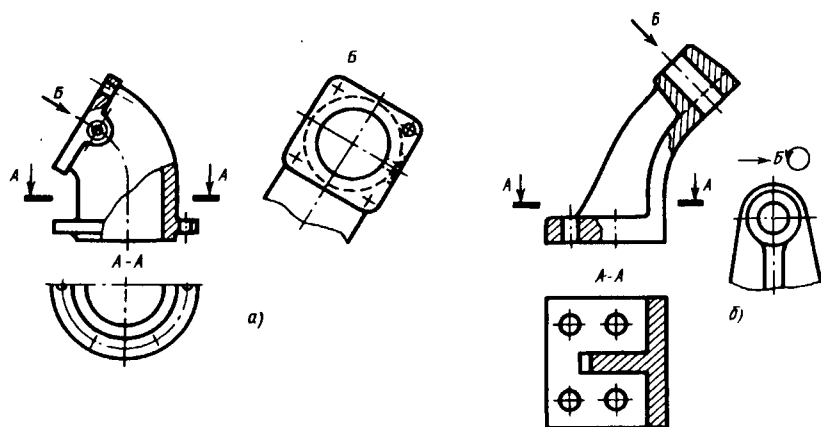


Рис. 263

Местный вид обычно ограничивается линией обрыва.

5. Что касается использования основных, дополнительных и местных видов в строительном черчении, то здесь дело обстоит следующим образом. В том случае, когда речь идет об изображении *строительных изделий и конструкций*, каких-либо расхождений с теми требованиями и правилами, о которых мы только что говорили, не наблюдается.

Напротив, при формировании плоских моделей архитектурно-строительных объектов различного назначения в силу их характерных особенностей и, следовательно, особенностей их изображений (например, отсутствие надобности в дополнительных и местных

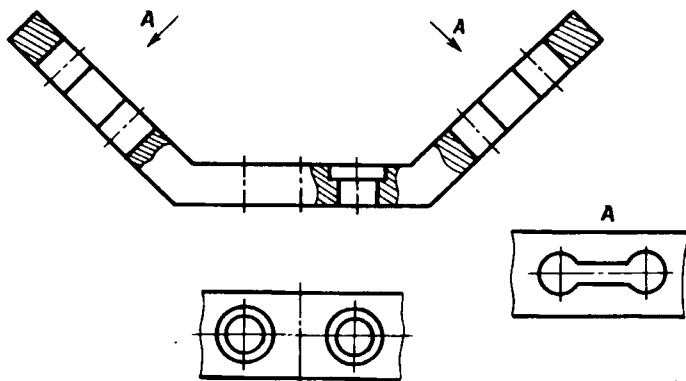


Рис. 264

видах, отсутствие проблемы выбора главного вида, расположение изображений на разных листах одного комплекта чертежей и т. д.) возникающие здесь различия с машиностроительными чертежами становятся столь заметны, что цитируемый нами ГОСТ 2.305—68 закрепляет некоторые из них в виде допущений. Так, разрешается использовать в отличие от стандартных исторически сложившиеся в архитектурно-строительной практике названия видов (см. табл. 6). Более того, разрешается надписывать название вида на чертеже с присвоением ему буквенного, цифрового или другого обозначения, например «Фасад 12—18», «План крыши между осями А — Д». Независимо от взаимного расположения видов допускается надписывать название и обозначение вида без указания направления взгляда стрелкой, если направление взгляда определяется названием вида. На строительных чертежах направление взгляда разрешается указывать двумя стрелками, подобно тому, как это делается в отношении разрезов.

Допускаются и другие, более тонкие отклонения от канонов машиностроительного черчения.

6. Перейдем к изображениям, носящим название «разрез». ГОСТ 2.305—68 классифицирует разрезы, используя с этой целью различные признаки. Перечислим их:

а) в зависимости от положения секущей плоскости в пространстве различают:

— *горизонтальные разрезы* (секущая плоскость параллельна горизонтальной плоскости проекций*; см. рис. 263, а, б, «разрез А — А»);

— *вертикальные разрезы* (секущая плоскость перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций; см. рис. 260, б);

— *наклонные разрезы* (секущая плоскость наклонена к горизонтальной плоскости проекций, но обязательно перпендикулярна одной из основных плоскостей проекций);

б) в зависимости от положения секущей плоскости относительно объекта моделирования различают:

— *продольные разрезы* (секущая плоскость направлена вдоль длинной стороны моделируемого объекта);

— *поперечные разрезы* (секущая плоскость направлена поперек длинной стороны моделируемого объекта);

в) в зависимости от количества плоскостей, участвующих в разрезе, последние подразделяют на:

* За горизонтальную плоскость проекций принимают грань 2 основного куба проекций (см. рис. 261).

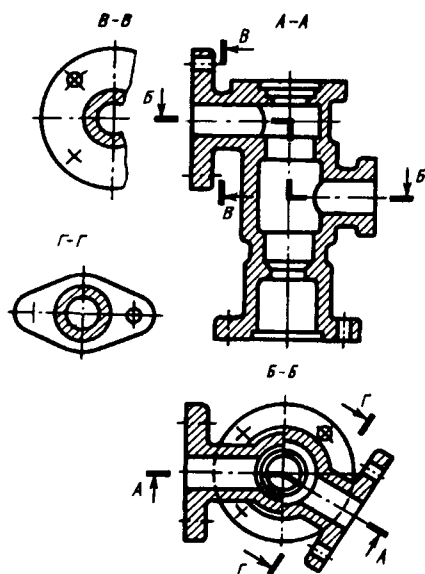


Рис. 265

— *простые разрезы* (в формировании разреза участвует лишь одна плоскость; см. рис. 260, б);

— *сложные разрезы* (в формировании разреза участвует несколько, чаще всего не более двух плоскостей; см. рис. 265, «разрез А — А» и «разрез Б — Б»).

Сложные разрезы, в свою очередь, также подразделяют на два типа:

— *ступенчатые разрезы* (плоскости, участвующие в разрезе, параллельны между собой; см. рис. 265, «разрез Б — Б»);

— *ломанные разрезы* (плоскости, участвующие в разрезе, пересекаются между собой; см. рис. 265, «разрез А — А»).

Наконец, в особую группу выделяют так называемые *частичные или местные разрезы*.

Разрез, служащий для выявления внутреннего устройства объекта лишь в отдельном, ограниченном месте, называется местным разрезом (рис. 264). (14)

7. Положение секущей плоскости, участвующей в разрезе, принято указывать на чертеже с помощью следа этой плоскости — прямой линии. Для начертания этой прямой используется разомкнутая линия со стрелками. Штрихи разомкнутой линии не должны пересекать контур соответствующего изображения. В случае использования сложных разрезов короткими линиями-штрихами фиксируются также места пересечения секущих плоскостей между собой (рис. 265, «разрез А — А» и «разрез Б — Б»). В необходимых случаях для сложных разрезов допускается концы разомкнутой линии, отвечающей секущей плоскости, соединять тонкой штрихпунктирной линией.

Около стрелок с их внешней стороны ставят одну и ту же букву русского алфавита, тем самым конкретизируя данную плоскость сечения. Буквы ставят, если это необходимо, и у мест пересечения секущих плоскостей, зафиксированных штрихами.

Сам разрез (его изображение) отмечается на чертеже по типу А

— А (всегда двумя буквами через тире), надпись при этом не подчеркивают.

Если секущая плоскость совпадает с плоскостью симметрии предмета в целом, а соответствующие изображения располагаются на одном чертеже в непосредственной проекционной связи и не разделены другими изображениями, то для горизонтальных, фронтальных и профильных разрезов не отмечают положение секущей плоскости и разрез надписью не сопровождают (см., например, рис. 260, б, где разрез расположен на месте главного вида).

8. Местоположение разрезов на чертеже может быть самое различное.

Так, горизонтальные, фронтальные и профильные разрезы нередко располагаются на месте соответствующих основных видов, как это показано на рис. 260, б и 265.

Вертикальные разрезы общего типа (т. е. не фронтальные и не профильные), а также наклонные разрезы строят и располагают, как правило, в непосредственной проекционной связи с соответствующими изображениями согласно заданному на чертеже направлению взгляда наблюдателя. Допускается также располагать такие разрезы в любом месте чертежа. Можно разворачивать их до положения, соответствующего положению объекта на его главном виде. В этом случае к надписи над разрезом добавляется условное графическое обозначение угла поворота (рис. 265, «разрез Г — Г»).

При ломаных разрезах секущие плоскости условно поворачивают до совмещения в одну плоскость, при этом направление поворота может не совпадать с направлением взгляда наблюдателя (рис. 266). Если совмещенные плоскости оказываются параллельными одной из основных плоскостей проекций, то ломаный разрез разрешается помещать на месте соответствующего вида (см. рис. 265, «разрез А — А»). При повороте секущей плоскости элементы объекта, расположенные за ней, вычерчиваются так, как они проектируются на соответствующую основную плоскость проекций.

Допускается соединять разрез с видом, разделяя их либо сплошной волнистой линией, либо сплошной тонкой линией с изломом. Если соединяются половина вида и половина разреза, каждый из которых является симметричной фигурой, то разделяющей линией может служить их общая ось симметрии (см. рис. 260, в).

ГОСТ 2.305—68 допускает (ознакомьтесь самостоятельно!) помещать на одном изображении и более сложные сочетания вида

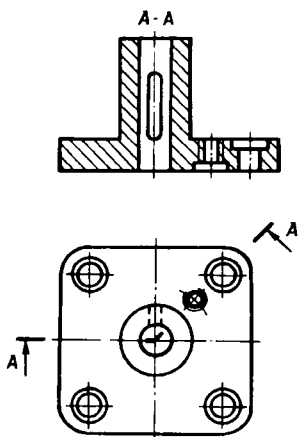


Рис. 266

и нескольких разрезов при условии их симметричности относительно общего центра симметрии.

Что касается местных разрезов, то они никак специально не обозначаются, а выделяются на виде как обычные разрезы, т. е. либо с помощью сплошной волнистой линии, либо сплошной тонкой линией с изломом (см. рис. 264). Если местный разрез выполняют на части объекта, представляющей собой тело вращения, то такой разрез разрешается отделять от вида линией, являющейся осью вращения для этой части объекта.

9. Все сказанное выше в полной мере относится к чертежам, предназначенным для машиностроительного производства, либо к чертежам строительных деталей и конструкций, изготавливаемых на заводах в стационарных условиях.

Если же речь идет об архитектурно-строительных чертежах, то здесь бо́льшая часть перечисленных выше условностей оказывается просто невостребованной. В то же время на чертежах, предназначенных для производства строительно-монтажных работ, нередко используются приемы (касающиеся в основном различных обозначений), недопустимые для машиностроительных чертежей.

Так, ГОСТ 21.105—79 (стандарт комплекса СПДС), опираясь на сложившиеся традиции, рекомендует присваивать разрезам зданий и сооружений нумерацию арабскими цифрами, хотя и допускает использование для этой цели прописных букв русского алфавита. Более того, на практике, обозначая поэтажные планы здания, являющиеся, по существу, обычными горизонтальными разрезами, выполняют это с указанием или отметки чистого пола, или номера этажа, или, наконец, номера секущей плоскости, например «План на отм. 0.000», «План 2, 4, 6, 8 этажей», «План 4—4». Допускается также в названиях планов указывать назначение помещений конкретного этажа по типу: «План технического подполья» и т. п. Продольные и поперечные разрезы здания предпочитают обозначать по типу «Разрез 1—1».

Еще одно важное отличие заключается в том, что в строительном черчении на разрезах видимые линии контура объекта моделирования, не попадающие в плоскость сечения, вычерчивают линиями в два (и более) раза тоньше, чем линии, образующие непосредственно фигуру сечения. На машиностроительных чертежах все видимые линии разреза вычерчивают линиями одной толщины.

10. Обратимся, наконец, к тому классу изображений, которые были названы *сечением* (см. 40.2).

Следует иметь в виду, что в некоторых ситуациях отличить сечение от разреза по формальным признакам [ср. определения (9) и (10)] не представляется возможным. В таких случаях на помощь приходит практический опыт проектировщика, создающего или читающего технический чертеж. Он назовет сечением в таких спорных ситуациях лишь локальное изображение, т. е. изображение,

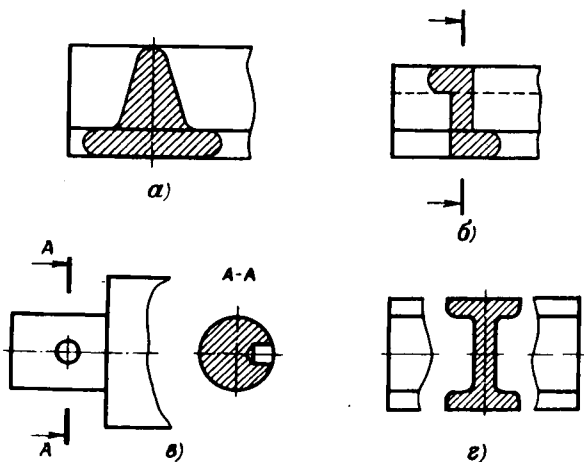


Рис. 267

относящееся только к части объекта, выявляющее местные утолщения, приливы, отверстия, ребра жесткости, контрфорсы и т. п. Кроме того, сечение, как правило, выполняется с использованием плоскости, рассекающей предмет перпендикулярно по отношению к продольной оси объекта или его элемента, т. е. на практике предпочитают иметь дело с *поперечными* и обязательно *нормальными* сечениями (рис. 267).

Сечения по форме разделяют на *симметричные* (рис. 267, а, г) и *несимметричные* (рис. 267, б, в), а по месту расположения на чертеже, согласно ГОСТ 2.305—68, — на *наложенные* (рис. 267, а, б) и *вынесенные* (рис. 267, в, г).

Контур наложенного сечения обводят на чертеже линией в два или три раза тоньше, чем линии контура вынесенного сечения, при этом линии, ограничивающие контур изображения самого объекта, в месте расположения наложенного сечения не обрываются (рис. 267, а, б). При прочих равных условиях предпочитают использовать вынесенные сечения.

Местоположение вынесенного сечения на чертеже может быть различным. Допускается располагать его в разрыве между частями одного и того же вида (рис. 267, г) или так, как это показано на рис. 267, в.

Во всех случаях, подобных тем, что изображены на рис. 267, а, г (при условии, что фигура сечения симметрична), линия следа секущей плоскости на чертеже не фиксируется. Во всех остальных случаях секущая плоскость закрепляется на чертеже по типу разреза, т. е. с помощью разомкнутой линии со стрелками, указывающими направление взгляда наблюдателя. Около стрелок с внешней стороны от изображения объекта проставляют одинаковые прописные

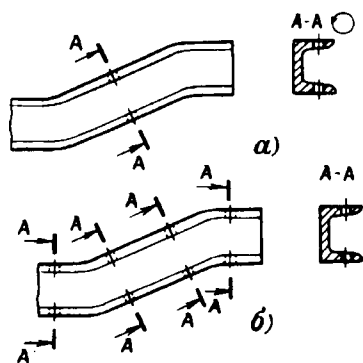


Рис. 268

буквы русского алфавита (в строительном черчении допускается использование строчных букв или цифр). Сечение сопровождается надписью по типу А — А (рис. 267, в). На строительных чертежах разрешается надписывать сечения словами «Сечение 1—1». Кроме того, на строительных чертежах при симметричных сечениях допускается использовать с целью фиксации секущей плоскости разомкнутую линию с обозначением ее, но без стрелок, указывающих направление взгляда. Для несимметричных сечений, проекционно связанных со следом секущей плоскости, буквенные обозначения

чаще всего опускают (рис. 267, б).

Разрешается поворачивать сечение с добавлением в обозначении условного знака угла поворота (рис. 268, а). Для нескольких одинаковых сечений, как правило, выполняется одно изображение. Если при этом секущие плоскости направлены под различными углами к горизонту (рис. 268, б), то знак угла поворота на чертеже не наносят.

Если секущая плоскость проходит через ось поверхности вращения, ограничивающей отверстие или углубление, то контур этой поверхности в сечении показывают полностью (см. рис. 260, в; 267, в).

Если секущая плоскость проходит через некруглое отверстие и сечение получается состоящим из отдельных самостоятельных частей, то вместо сечения следует применять разрез (рис. 269).

11. Фигуру, возникающую в плоскости разреза или сечения, в общем случае вне зависимости от материала, из которого выполнено изделие, на чертеже заштриховывают. Штриховка выполняется с помощью сплошных тонких линий (ГОСТ 2.303—68). Наклонные линии штриховки проводят под углом 45° либо к линии контура изображения (см. рис. 267, а), либо к осевой линии фигуры сечения (см. рис. 267, в), либо к линиям рамки чертежа. В необходимых случаях разрешается проводить линии штриховки под углом 30 или 60° к рамке чертежа. Наклон, как и расстояние между параллельными линиями штриховки, должен быть одинаковым для всех выполняемых в одном масштабе разрезов и сечений данного изделия.

Расстояние между линиями штриховки зависит от масштаба изображения, площади штриховки, а также от необходимости разнообразить штриховку в пограничных сечениях. С этой целью штриховку таких сечений рекомендуется выполнять линиями с наклоном в противоположные стороны. Если выдержать это требо-

вание не удастся, то следует изменять расстояние между линиями штриховки или сдвигать эти линии в одном сечении по отношению к другому, не изменяя угла их наклона.

При больших площадях сечений разрешается наносить штриховку лишь у контура сечения узкой полосой равномерной ширины.

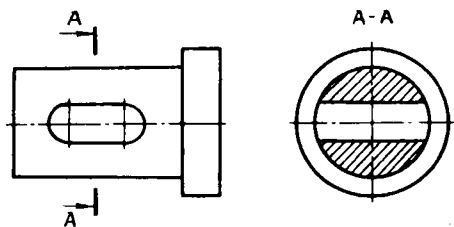


Рис. 269

12. *Выносные элементы* — еще один вид изображений — регламентируются ГОСТ 2.305—68 и 21.105—79.

Выносным элементом называют отдельное изображение (15) какой-либо части объекта, требующей дополнительных пояснений в отношении формы, размеров либо других параметров.

Выносной элемент вычерчивают обычно в увеличенном масштабе и располагают по возможности вблизи от соответствующего ему места на изображении объекта.

При использовании выносного элемента на машиностроительных чертежах и чертежах строительных изделий соответствующее место на изображении объекта отмечают окружностью или другой плавной замкнутой линией. Место, очерченное этой линией, обозначают прописной буквой русского алфавита на полке линии-выноски. Такое же обозначение ставят и над изображением выносного элемента. Здесь же в строчку (в скобках) без подчеркивания указывают масштаб увеличения выносного элемента.

Если на чертеже отыскание выносного элемента либо любого другого дополнительного изображения (разреза, сечения, вида) затруднено вследствие большой насыщенности чертежа или выполнения его на двух и более листах, то у обозначения дополнительных изображений указывают номера листов или обозначают зоны*, на которых эти изображения помещены. В свою очередь, над дополнительным изображением, в том числе и над выносным элементом, рядом с обозначением указывают номера листов чертежей или обозначают зоны, на которых данные дополнительные изображения

* Для ускорения чтения чертежа ГОСТ 2.104—68 рекомендует разбивать поле чертежа на зоны. Зоны обозначают сочетанием цифр и букв (1А, 3В и т. д.). Отметки наносят: по горизонтали — арабскими цифрами справа налево; по вертикали — прописными буквами латинского алфавита снизу вверх.

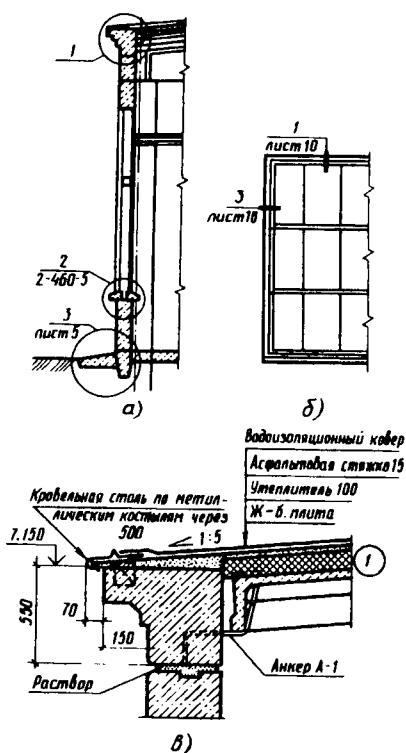


Рис. 270

промаркированы. Делается это по типу: $A(5:1)$ 2; $\Gamma(3)$; $A-A(1:2)(2C)$.

На чертежах, предназначенных для производства строительномонтажных работ, выносные элементы (фрагменты фасадов и планов, конструктивные узлы и т. п.) выполняют с учетом специфики, присущей строительным чертежам. В том случае, когда речь идет о маркировании конструктивных узлов здания или сооружения, соответствующее место на фасаде, плане, поперечном или продольном разрезе отмечается либо кружком, обозначенным римской или арабской цифрой или буквой русского алфавита (см. рис. 270, а), либо по типу рис. 270, б. Конструктивному узлу, зеркальному по отношению к указанному узлу на чертеже, присваивается тот же номер с добавлением индекса n , например, $2n$, IVn .

Если узел помещен на другом листе комплекта рабочих чертежей, то под полкой линии-выноски указывают номер листа, на котором этот узел находится (рис.

270, а, узел 3). При необходимости ссылки на узел, помещенный в другом комплекте чертежей, или на типовой узел под полкой линии-выноски кроме номера листа указывают обозначение соответствующего комплекта рабочих чертежей или серию чертежей типовых узлов (рис. 270, а, узел 2).

Сам выносной элемент узла изображается на чертеже, как правило, в увеличенном масштабе с необходимыми подробностями и деталями. Рядом (справа) или над изображением выносного элемента в двойном кружке указывают цифрой его порядковый номер или его буквенное обозначение (рис. 270, в).

Фрагменты на фасадах и планах здания или сооружения обычно отмечают фигурной скобкой. Допускается ссылку на фрагмент помещать на полке линии-выноски, снабженной на конце обычной стрелкой (рис. 271). Если фрагмент помещен на другом листе комплекта рабочих чертежей, то под фигурной скобкой или под полкой линии-выноски дается ссылка на этот лист, например «Фрагмент 3. Лист 10».

13. С целью значительного сокращения объема работ на чертеже при условии сохранения ясности и наглядности сообщаемой графической информации различными стандартами, обслуживающими чертежное хозяйство, предусматривается использование в процессе изготовления чертежей многочисленных условностей и упрощений. В этом отношении следует быть особенно внимательным при ознакомлении с требованиями ГОСТ 2.109—73, 2.305—68, 21.101—79, 21.105—79 и пр. Многие из ус-

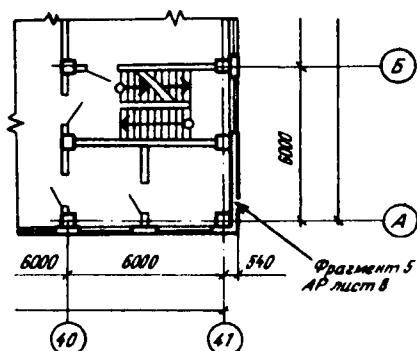


Рис. 271

ловностей, рекомендуемых указанными стандартами, активно используются лишь в области машиностроительного черчения либо на чертежах строительных изделий, изготовляемых в стационарных условиях, другие, напротив, относятся лишь к чертежам, предназначенным для производства строительного-монтажных работ.

Прочное усвоение разнообразных условностей и упрощений достигается, конечно, лишь в процессе производственной деятельности специалиста. С основными из них, наиболее часто употребляемыми в практике черчения, мы будем знакомиться постепенно, обсуждая в дальнейшем требования, предъявляемые к рабочим чертежам деталей, к сборочным чертежам изделий различного назначения, к чертежам планов, фасадов и разрезов строительных сооружений.

§ 41. Изображение предметов в аксонометрии

1. Нередко в инженерной и архитектурно-строительной практике наряду с использованием ортогональных проекций прибегают к построению так называемых «наглядных» изображений и, в частности, аксонометрических проекций.

В отличие от курса начертательной геометрии в курсе черчения, говоря об *аксонометрии предмета*, как правило, имеют в виду *единственную его проекцию*, полученную с помощью стандартной операции параллельного проектирования и включающую в себя невырожденное изображение системы координат*.

* Во многих случаях, благодаря прямолинейным очертаниям объекта некоторые элементы вторичной проекции также выявляются на чертеже (см., например, рис. 278).

Как известно (см. 7.6), аксонометрические проекции в зависимости от направления проектирующих лучей по отношению к картинной плоскости подразделяют на две группы:

— *прямоугольная аксонометрия*, когда предмет проектируется на картину ортогонально;

— *косоугольная аксонометрия*, когда предмет проектируется на картину под любым другим углом, кроме прямого.

Известно также, что в зависимости от конкретных значений коэффициентов искажения по осям аксонометрические изображения разделяют на три класса:

— *изометрию*, когда все три коэффициента искажения равны между собой ($k_x = k_y = k_z$);

— *диметрию*, когда два из трех коэффициентов искажения равны между собой (например, $k_x = k_y \neq k_z$);

— *триметрию*, когда среди коэффициентов искажения равных не находится ($k_x \neq k_y \neq k_z$).

В практике черчения применяются все перечисленные виды аксонометрических проекций. При выборе той или иной аксонометрии для изображения конкретного объекта обычно опираются на собственный опыт и на ряд общих соображений, о которых следует сказать несколько слов.

2. Лучшими по наглядности изображениями принято считать прямоугольные триметрические проекции.

Предпочтительное использование прямоугольной аксонометрии объясняется главным образом тем, что в реальных условиях при осмотре объекта картинная плоскость естественно располагается перпендикулярно по отношению к выбранному направлению наблюдения. Отход от этой реальности на чертеже, т. е. использование косоугольной аксонометрии, во многих случаях приводит к значительным проекционным искажениям плоских изображений. Особенно это замечание касается объектов с криволинейными очертаниями и обводами. Поэтому косоугольную аксонометрию обычно применяют, когда не требуется особая достоверность при передаче формы конкретного объекта и, конечно, исключается сравнительная оценка проектируемых изделий с точки зрения их эстетического воздействия.

Реальными условиями наблюдения объясняется и стремление использовать в ответственных ситуациях (особенно когда речь идет об архитектурно-строительных объектах) в первую очередь аксонометрической триметрии. При рассмотрении неглубокого пространства размеры объекта по высоте, длине и ширине изменяются, как правило, неравномерно. Триметрия, учитывая эти эмпирически установленные закономерности, наиболее точно и достоверно по

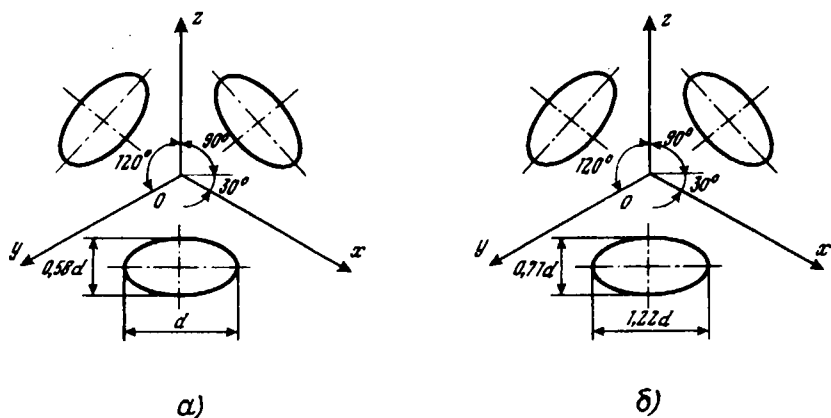


Рис. 272

сравнению с другими видами аксонометрических проекций отображает на чертеже форму проектируемого объекта.

Достаточно наглядны и прямоугольные диметрии с равными коэффициентами искажения по осям, совпадающим с высотой и длиной изображаемого объекта. Построение аксонометрии в этом случае вследствие равенства показателей искажения по двум осям проще, чем в триметрической проекции. В то же время остается возможность регулировать степень наглядности изображения за счет изменения коэффициента искажения по третьей аксонометрической оси. Здесь справедливо правило: чем меньше ширина объекта по отношению к его длине, тем больший коэффициент искажения берется по третьей аксонометрической оси.

Еще проще строятся изображения в прямоугольной изометрии, устанавливающей одинаковые искажения по всем трем осям. Однако далеко не все предметы выглядят в прямоугольной изометрии достаточно правдоподобно. Аксонометрию такого вида рекомендуется использовать в основном для изображения машиностроительных и строительных изделий, общая форма которых заметно отличается от формы куба.

3. Наглядные аксонометрические изображения регламентируются ГОСТ 2.317—69. Стандарт рекомендует к применению на чертежах всех отраслей промышленности и строительства два вида прямоугольных аксонометрий. При этом для простоты графических построений рекомендуется при выполнении наглядных изображений, имеющих вид аксонометрических проекций, использовать так называемые приведенные показатели искажений (K_x , K_y , K_z), которые получаются после умножения «точных» коэффициентов искажения (k_x , k_y , k_z) на некоторое специально подобранное число с

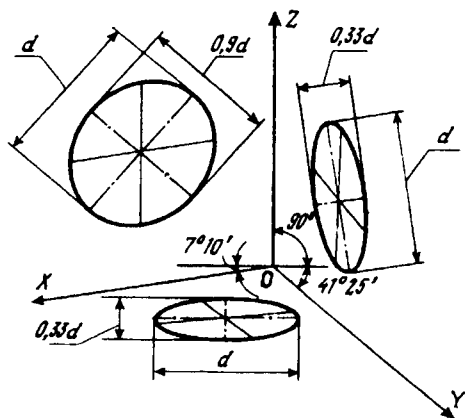


Рис. 273

целью обратить в единицу по крайней мере один из трех коэффициентов искажения. Назовем стандартные прямоугольные аксонометрии по порядку.

Прямоугольная изометрия. Существует только одна прямоугольная изометрия — с одинаковыми углами между аксонометрическими осями, равными 120° . Точные коэффициенты искажения по осям $k_x = k_y = k_z = \sqrt{3}/2 = 0,82$ (рис. 272, а, ср. рис. 53).

Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных

координатным плоскостям, изображают на картине подобными эллипсами так, как это показано на рисунке.

В случае использования приведенных коэффициентов аксонометрическое изображение объекта увеличивается в $1/0,82 = 1,22$ раза. Соответственно увеличиваются и полуоси основных эллипсов (рис. 272, б).

Прямоугольная диметрия. ГОСТ 2.317—69 рекомендует для применения прямоугольную диметрию с расположением аксонометрических осей и значением точных коэффициентов искажения по осям в соответствии со схемой, представленной на рис. 273.

Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных координатным плоскостям, изображают на картине подобными эллипсами так, как это показано на рисунке.

В случае использования приведенных коэффициентов искажения ($K_x = K_z = 1,0$; $K_y = 0,5$) изображение предмета увеличивается в 1,06 раза; соответственно увеличиваются и размеры эллипсов, изображающих окружности.

4. Указанные стандартные прямоугольные аксонометрии универсальны, т. е. могут быть использованы для объектов различной формы и различного назначения. Они обладают достаточной степенью наглядности и широко применяются на практике.

И все же в необходимых случаях, особенно когда речь идет о мелких архитектурно-строительных объектах, нередко прибегают к использованию нестандартных аксонометрических схем, стремясь получить изображение, наиболее точно имитирующее реальное впечатление о форме и строении объекта.

Существующие методики построения нестандартных прямоугольных аксонометрий опираются обычно на два следующих факта.

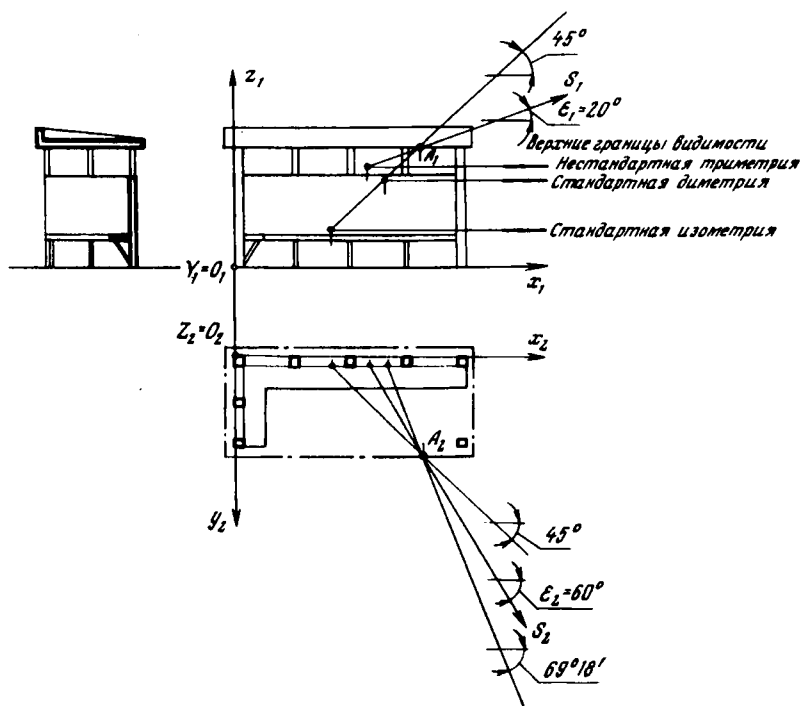


Рис. 274

Во-первых, считается, что объект, предназначенный для изображения в аксонометрии, задается в виде технического чертежа, снабженного декартовой системой отсчета. Подразумевается также, что само аксонометрическое изображение строится с помощью «измерения по осям». Способ этот, как известно, предусматривает многократное повторение простого геометрического алгоритма (см. 7.1), позволяющего последовательно осуществлять переход от точек объекта, заданных на ортогональном чертеже, к точкам, образующим его аксонометрическое изображение.

Порядок построения нестандартного аксонометрического изображения лучше всего проследить на конкретном примере. Сделаем это, следуя рекомендациям методической разработки Л.Д. Синченко*.

В качестве исходных данных воспользуемся ортогональным чертежом придорожного навеса-укрытия, предназначенного для ожидания общественного транспорта. В алгоритм построения вхо-

* Синченко Л.Д. Аксонометрические проекции. — Краснодар: КГУ, 1981.

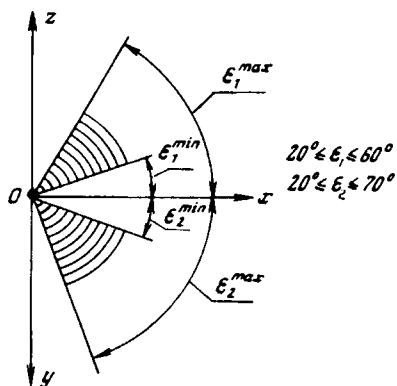


Рис. 275

дит ряд подготовительных операций. Начинать рекомендуется с графического анализа заданного объекта с целью выявления направления аксонометрического проектирования (рис. 274). Выбор подходящего направления осуществляется непосредственно на чертеже объекта с учетом структурных его особенностей и в пределах зоны оптимальных направлений аксонометрического проектирования (см. схему, представленную на рис. 275, на которой зона оптимальных направлений выделена

штриховкой). От выбора направления проектирования зависит степень наглядности аксонометрического изображения, так как в результате этой операции сразу решается главная задача, связанная с выбором конкретной аксонометрической схемы для данного объекта. Иначе говоря, стоит нам закрепить направление прямоугольного аксонометрического проектирования, как среди множества возможных вариантов выявляется единственная аксонометрическая схема с присущими только ей характерными особенностями.

В нашем случае мы получим удовлетворительное наглядное изображение и увидим не только скамейку для отдыха, но и световые проемы в боковых стенах навеса (ср. указанные на рис. 274 верхние границы видимости задней стенки укрытия), если зададим на чертеже проекции s_1 и s_2 , определяющие направление аксонометрического проектирования s , так, чтобы они составили с осью x углы $\epsilon_1 = 20^\circ$ и $\epsilon_2 = 60^\circ$ соответственно.

Следующий этап — выявление схемы расположения аксонометрических осей x , y и z , соответствующей выбранному направлению проектирования. Здесь требуется наличие треугольника следов (ср. рис. 53).

Треугольник следов, а точнее — две стороны этого треугольника, вычерчивают либо непосредственно на чертеже объекта, либо на дополнительном чертеже. В последнем случае на ортогональном чертеже (рис. 276, а) фиксируются система координат и направление аксонометрического проектирования s . Затем на оси x_{12} выбирают произвольную точку, через которую перпендикулярно направлениям s_1 и s_2 проводят две прямые. Эти прямые определяют на чертеже два отрезка X_1Z_1 и X_2Y_2 , являющиеся сторонами искомого треугольника следов.

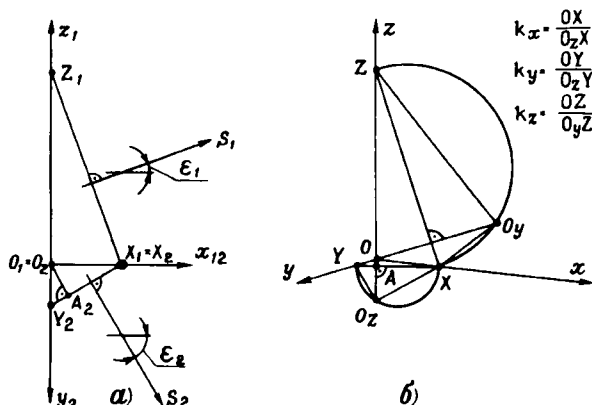


Рис. 276

Далее, опираясь на известное положение о том, что в том случае, когда речь идет о прямоугольной аксонометрии, высоты треугольника следов совпадают с аксонометрическими осями системы (ср. 7.6), поступают следующим образом (рис. 276, а, б):

— на отрезке X_2Y_2 с помощью перпендикуляра к этому отрезку, проведенному через проекцию начала координат, фиксируют точку A_2 ;

— на свободном поле чертежа прочерчивают горизонтальную прямую с фиксированными на этой прямой точками X, Y, A , соблюдая равенства $AX = A_2X_2$ и $AY = A_2Y_2$;

— через точку A перпендикулярно отрезку XU проводят прямую, определяющую положение аксонометрической оси z ;

— из точки X как из центра радиусом, равным отрезку X_1Z_1 , на оси z делают засечку и получают точку Z , а затем и прямую XZ ;

— через точку Y проводят перпендикуляр к отрезку XZ , определяющий положение аксонометрической оси y и фиксирующий точку пересечения O всех трех аксонометрических осей;

— соединяют точки O и X прямой линией, выявляющей на чертеже последнюю аксонометрическую ось x .

После построения аксонометрических осей определяют показатели искажения по этим осям. Сделать это можно с помощью известного приема (см. рис. 53), позволяющего выявить натуральную форму треугольников XOY и XOZ .

Наличие схемы расположения аксонометрических осей с соответствующими коэффициентами искажений решает задачу построения наглядного изображения объекта, заданного техническим чертежом. В нашем случае аксонометрическая схема представлена на рис. 276, б, а рядом с ней записаны отношения отрезков значения коэффициентов искажения. Остается реализовать извест-

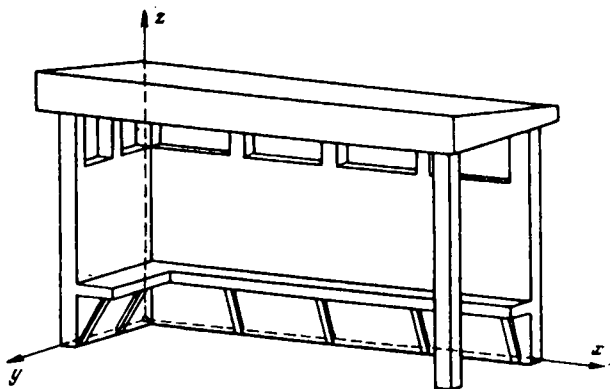


Рис. 278

екций, заметим, что в некоторых случаях для их построения удобнее всего прибегнуть к реализации известного алгоритма Гаука (см. 19.4, рис. 150).

5. Обсудив подробно вопросы, касающиеся построения прямоугольных наглядных изображений, познакомимся теперь с косоугольными стандартными аксонометрическими проекциями, регламентируемыми знакомым уже нам ГОСТ 2.317—69. Перечислим их по порядку.

Косоугольная фронтальная изометрия. Положение осей для аксонометрии такого вида приведено на рис. 279. В силу того, что аксонометрическая картина — плоскость π_1 — в данном случае параллельна фронтальной координатной плоскости xOz , аксонометрические оси x и z оказываются взаимно перпендикулярными. Ось y образует с осью x острый угол, который теоретически может принимать любое значение. Оптимальным считается случай, когда этот угол равен 45° . Допускается также применение фронтальных изометрических проекций с углом между осями x и y , равным либо 30° , либо 60° . Фронтальную изометрию выполняют без искажения по аксонометрическим осям, т. е. $k_x = k_y = k_z = 1,0$.

Окружности, как и любые другие плоские фигуры, параллельные координатной плоскости xOz , проектируются на картину при таком выборе проектирующего аппарата без искажения. Напротив, окружности, параллельные двум другим координатным плоскостям, изображаются на картине эллипсами. На рис. 279 схематично изображены основные эллипсы, снабженные необходимыми для их точного построения линейными и угловыми размерами.

Косоугольная фронтальная диметрия, если ее сравнивать с косоугольной фронтальной изометрией, имеет единственное отличие. Коэффициент искажения по оси y здесь равен $k_y = 0,5$ (рис. 280). А это существенно сказывается на форме основных эллипсов, отве-

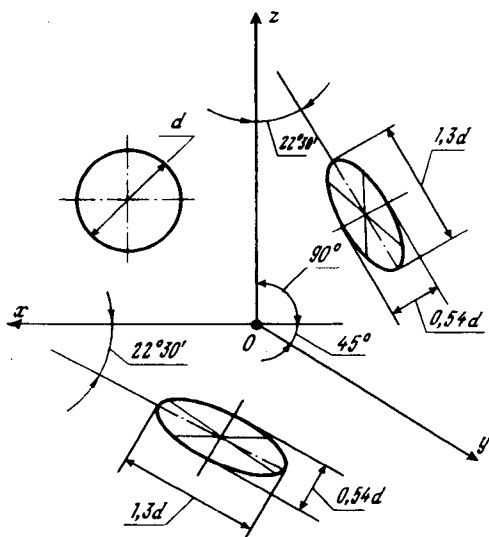


Рис. 279

чающих окружностям, параллельным координатным плоскостям xOy и zOy . Как видим, размеры этих эллипсов и углы отклонения их малых осей от соответствующих аксонометрических осей здесь совершенно другие.

Косоугольная горизонтальная изометрия является полным аналогом фронтальной изометрии. Здесь картина параллельна плоскости xOy . Ось z , располагаемая на аксонометрическом чертеже всегда вертикально, образует с осью x острый угол, значение которого может изменяться в широком диапазоне.

не. Оптимальным считается угол 30° . Стандартом допускается использовать также углы в 45° и 60° соответственно. Коэффициенты искажения равны: $k_x = k_y = k_z = 1,0$.

Окружности и другие фигуры, лежащие в плоскостях, параллельных плоскости xOy , изображаются без искажения. Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных xOz и yOz , изображаются эллипсами (ср. рис. 279).

6. Несмотря на некоторые существенные недостатки косоугольных аксонометрических проекций (см. 41.2), стандартные косоугольные аксонометрии довольно широко используются на практике. При этом выбор конкретного вида косоугольного изображения для заданного объекта полезно осуществлять, опираясь на следующие рекомендации:

— горизонтальная изометрия, называемая часто военной или зенитной перспективой, привлекается в основном для изображения объектов, имеющих сложный план, нередко включающий в себя криволинейные элементы для изображения архитектурно-строительных комплексов, различных инженерных сооружений и отдельных зданий. Последние обычно вычерчивают с применением разрезов, показывающих внутреннее строение объекта моделирования, а также раскрывающих его конструктивные и функциональные особенности;

— фронтальная или кабинетная диметрия применяется, как правило, в практике машиностроительного черчения;

— фронтальная изометрия, называемая иногда кавальерной перспективой, обычно используется там, где кроме наглядности к аксонометрическому чертежу предъявляются еще и дополнительные требования, связанные с удобством измерения в направлении аксонометрических осей. Характерным примером являются аксонометрии, используемые для изображения различного вида схем: кинематических, электрических, строительных и т. д. (см., например, рис. 255).

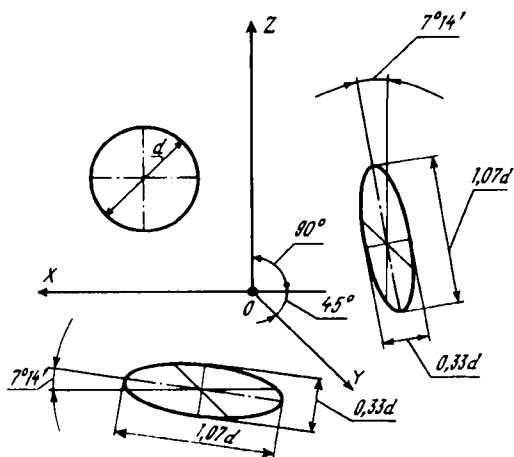


Рис. 280

Нередко с целью выявления внутреннего устройства объекта прибегают к использованию аксонометрических разрезов. Обычно фигуру сечения заштриховывают сплошными тонкими линиями. Согласно стандарту, линии штриховки наносят параллельно одной из диагоналей квадрата, лежащего в соответствующей координатной плоскости. Стороны этого квадрата параллельны аксонометрическим осям (рис. 281).

Заметим, что многие условности и упрощения, рекомендуемые или обязательные при выполнении ортогональных чертежей, как правило, полностью соблюдаются и при построении наглядных аксонометрических проекций. Однако встречаются и исключения. Так, в отличие от ортогональных проекций на аксонометрических изображениях спицы маховиков и шкивов, различные ребра жесткости, контрфорсы и другие подобные элементы обязательно заштриховывают.

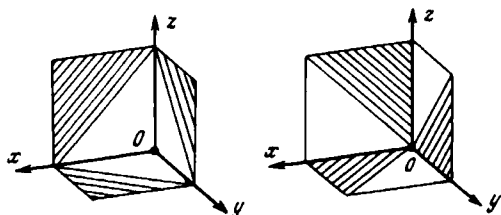


Рис. 281

§ 42. Чертежи деталей

1. Всякий простой прибор, или сложный агрегат, например обычный компас, используемый для ориентации на местности, или искусственный спутник Земли состоят из деталей, так или иначе соединенных между собой.

С точки зрения выполнения технических чертежей и других конструкторских документов отдельные детали, а также составленные из них крупные и мелкие сборочные узлы, наконец, сами приборы и агрегаты, скомплектованные в одно целое из заранее изготовленных сборочных узлов и дополнительных деталей, являются различными *видами изделий*.

Такая точка зрения отвечает ГОСТ 2.101—68, согласно которому *изделием называется предмет или набор предметов производства, подлежащих изготовлению на предприятии*. В зависимости от наличия или отсутствия сборочных операций в процессе производства изделий все они делятся на четыре вида: *деталь, сборочная единица, комплекс, комплект*.

От вида изделия и его назначения в значительной степени зависят содержание и состав конструкторских документов. Эти отношения регламентирует ГОСТ 2.102—68. Опираясь на указанный стандарт, определим коротко содержательную часть некоторых документов:

— *чертеж детали* содержит изображение детали и другие данные для ее изготовления и последующего контроля;

— *сборочный чертеж* — это изображение сборочной единицы и набор других данных, необходимых для ее сборки и последующего контроля;

— *чертеж общего вида* определяет конструкцию изделия (как правило, сборочной единицы, комплекса или комплекта), взаимодействие его основных частей и поясняет принцип работы изделия;

— *схема* призвана показать в виде условных изображений или обозначений составные части изделия и связи между ними (ср. 37.4);

— *спецификация* — текстовая запись, фиксирующая состав сборочной единицы, комплекса или комплекта и т. д.

Для всех конструкторских документов, за исключением чертежа детали и спецификации, ГОСТ 2.102—68 устанавливает шифр. Например, для сборочного чертежа — СБ, для чертежа общего вида — ВО и т. д.

2. В зависимости от стадии разработки конструкторских документов все они, в том числе и технические чертежи, подразделяются

на проектные и рабочие. Согласно ГОСТ 2.103—68, проектные чертежи делятся, в свою очередь, на три категории:

- *чертежи на стадии технического предложения*, дающие самое общее представление об устройстве и принципе работы проектируемого изделия; чертежам этой категории присваивается литера «П», общий объем работ регламентируется ГОСТ 2.118—73;

- *чертежи эскизного проекта*, определяющие принципиальные конструктивные решения, дающие конкретное представление об устройстве, содержащие данные об основных его размерах; чертежам этой категории присваивается литера «Э», общий объем работ регламентируется ГОСТ 2.119—73;

- *чертежи технического проекта*, содержащие окончательное техническое решение и полностью определяющие конструктивное устройство разрабатываемого изделия; чертежам этой категории присваивается литера «Т», общий объем работ при этом регламентируется ГОСТ 2.120—73.

Рабочие чертежи, выполняемые, как правило, на основе чертежей технического проекта и предназначенные для непосредственного изготовления изделий на рабочем месте, также делятся на несколько характерных групп: чертежи единичного изделия, чертежи опытного образца и чертежи изделия серийного (массового) производства. Отдельную группу составляют чертежи ремонтные, регламентируемые ГОСТ 2.604—68.

3. Охватить все многообразие различных групп и категорий технических чертежей в кратком курсе машиностроительного черчения, конечно, невозможно. Поэтому мы рассмотрим здесь по возможности подробно лишь наиболее характерные, широко используемые в процессе производства и традиционно изучаемые при любых обстоятельствах две группы рабочих чертежей: *чертежи деталей и сборочные чертежи*. Общие требования к выполнению указанных чертежей регламентируются ГОСТ 2.109—73. Дополнительные требования к выполнению рабочих чертежей деталей, сборочных узлов и т. д. можно обнаружить при внимательном чтении и в других стандартах комплекса ЕСКД (см. стандарты, перечисленные в Приложении 1).

Обсуждение начнем с *рабочих чертежей деталей*, каждый из которых должен содержать:

- минимальное, но достаточное количество изображений, полностью выявляющих внешнюю форму и внутреннее устройство детали;

- размеры, необходимые для изготовления детали и последующего контроля;

- необходимые сведения о предельных отклонениях указанных на чертеже размеров, а также о предельных отклонениях формы детали и расположении поверхностей, ее ограничивающих;

— указания, касающиеся шероховатости различных поверхностей, образующих деталь;

— информацию о специальных покрытиях всей детали или отдельных ее частей, об особенностях ее термообработки;

— технические требования в виде условных обозначений на чертеже (отражающие сведения о материале, из которого изготавливается деталь), а также в виде надписей и таблиц на поле чертежа, без которых не может быть достигнуто качественное изготовление детали.

Перечисленный набор сведений, составляющих содержание рабочего чертежа детали, требует пояснений. Сделаем это в той последовательности, которая указана в перечне.

4. Поскольку качество всякого рабочего чертежа оценивается прежде всего по степени согласования его с требованиями производства, количество изображений конкретной детали (видов, разрезов и сечений) и расположение их на чертеже также должно подчиняться этим требованиям.

Следует быть особенно внимательным при выборе *главного вида* детали, который должен не только давать наиболее полное представление о ее внешней форме, внутреннем содержании и основных размерах (ср. 40.3), но и обязательно *соответствовать расположению этой детали в момент ее изготовления при выполнении над нею основной технологической операции*. На практике при выборе главного вида стремятся учесть и некоторые другие особенности, например расположение детали в изделии в момент его сборки и эксплуатации, возможность изготовления детали в различных производственно-технологических вариантах, совместную обработку сразу нескольких деталей и т. д.

Дадим некоторые простые рекомендации, позволяющие в целом правильно осуществлять выбор главного вида в типовых ситуациях. Выделим следующие группы деталей.

Первая группа. Детали, имеющие форму поверхности вращения (валы, оси, втулки, болты и т. д.), рабочий в момент их обработки видит в горизонтальном положении независимо от способа получения заготовок. Поэтому на главном виде ось поверхностей вращения, составляющих деталь, вычерчивается тоже горизонтально (рис. 282).

Даже если подобного рода детали предполагается изготавливать, не прибегая к обработке на станках, требующих горизонтального их расположения, например с помощью точного литья, выдавливания и т. п., общую ось поверхностей вращения, образующих деталь, рекомендуется располагать на главном виде все же горизонтально. Объясняется это тем, что и в этом случае дополнительная обработка на станках, как правило, активно используется, правда, не в отношении самой детали, а в отношении необходимой для изготовления

ее специальной оснастки: разнообразных литейных форм, различного вида штампов и пр.

Вторая группа. Детали, изготавливаемые обычно с помощью литья с последующей механической обработкой, например корпуса приборов или агрегатов разного назначения, крышки, кронштейны, фланцы, шатуны и т. д., принято изображать на главном виде таким образом, чтобы чисто обрабатываемая, так называемая привалочная, плоскость таких деталей, выполняющая, кстати говоря, роль базовой плоскости для отсчета основных размеров, располагалась на чертеже горизонтально (рис. 283). Такое положение детали на главном виде не только отвечает основной технологической операции, но и совпадает, как правило, с ее рабочим положением в изделии.

Третья группа. Плоские детали, такие, например, как плоские рычаги, кулачки различной формы, фигурные прокладки и т. п., изготавливаемые штамповкой или вырубкой из листового материала, изображаются на чертеже чаще всего с помощью одного лишь главного вида. При этом ось или оси симметрии, прямолинейные кромки детали, если таковые имеются, стремятся расположить на чертеже либо горизонтально, либо вертикально, смотря по обстоятельствам.

Толщину детали в этом случае указывают на поле чертежа числом, которое помещают на полке линии-выноски рядом с главным видом детали.

Заметим, что, согласно ГОСТ 2.109—73, для деталей, изготовляемых из листового материала обрезкой по окружности или по периметру прямоугольника без последующей обработки, разрешается вовсе не выпускать рабочих чертежей, а указывать необходимые данные на сборочных чертежах с помощью двух-трех дополнительных размеров и в спецификации. Это замечание касается также деталей, изготовляемых из фасонного материала или сортового проката; деталей, являющихся составными частями изделий единичного производства, форма и размеры которых устанавливаются по месту; покупных деталей (серийно изготовляемых на специализированных предприятиях), которые подвергаются дополнительной

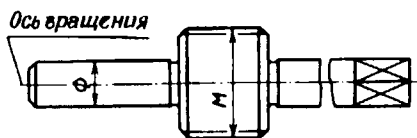


Рис. 282

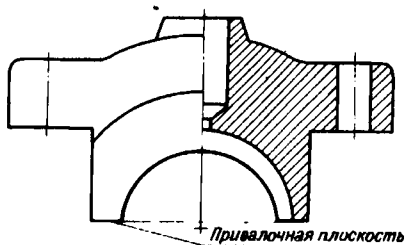


Рис. 283

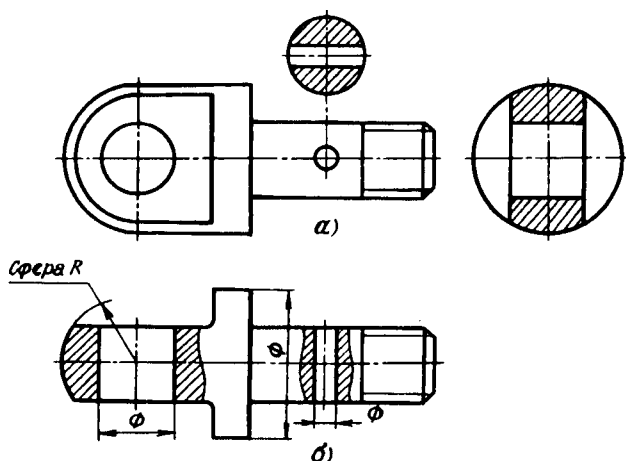


Рис. 284

обработке (например, декоративному покрытию), не изменяющей характер сопряжения таких деталей со смежными элементами в изделии и т. д.

5. После выбора главного вида и размещения его на чертеже приступают к вычерчиванию всех остальных необходимых изображений детали. Количество изображений должно быть рациональным. Любое лишнее изображение не только затрудняет чтение чертежа, но и ведет к потере рабочего времени. Другая крайность — чрезмерное сокращение графической работы за счет уменьшения количества необходимых для существа дела дополнительных изображений — приводит, в свою очередь, к потере ясности.

На рис. 284, а показан чертеж детали, состоящий из трех изображений: главного вида, разреза и сечения. Все элементы детали в достаточной степени выявлены на чертеже, т. е. здесь мы имеем дело с полноценной плоской моделью. Между тем если деталь изобразить, как это показано на рис. 284, б, т. е. с помощью лишь одного главного вида с местными разрезами, то мы получим тот же результат. Более того, чертеж, представленный на рис. 284, б, позволяет отчетливо увидеть и форму заготовки детали, и глубину прохода инструмента при выполнении фрезерования, и закругление фрезы по радиусу, т. е. позволяет без лишних затрат рабочего времени получить дополнительную информацию, способствующую качественному изготовлению детали.

На рис. 285, а обозначена иная ситуация. Здесь представлен чертеж, на котором с помощью одного лишь главного вида, снабженного стандартными условными обозначениями формы, изобра-

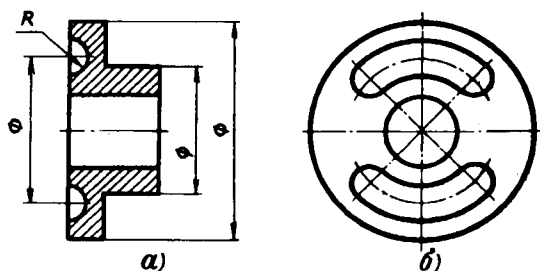


Рис. 285

жена деталь, образованная соосными цилиндрическими поверхностями. Казалось бы, продемонстрировано грамотное и экономное решение. Однако после внимательного анализа обнаруживается, что деталь, представленная на данном чертеже, может быть выполнена в нескольких вариантах: с непрерывной кольцевой канавкой; с радиусными дискретными по периметру канавками; с глухими полусферическими углублениями и т. д.

Для того чтобы рабочий чертеж детали не вызывал разночтений, необходимо снабдить его кроме главного вида еще одной, дополнительной проекцией, что и сделано на рис. 285, б).

6. Немало полезных сведений, позволяющих значительно сократить объем графической работы в процессе выполнения чертежей, разбросано по многим стандартам комплекса ЕСКД. Особое внимание в этом отношении, как мы уже знаем, следует уделить ГОСТ 2.109—73 и 2.305—68.

Что касается рабочих чертежей деталей, то при их выполнении стандартами рекомендуется*:

- вычерчивать на чертеже половину или немногим более половины изображения детали, если оно представляет собой симметричную фигуру;
- давать на чертеже вместо полного вида лишь контур паза или отверстия;
- следовать по возможности совмещению различных изображений;
- показывать непосредственно на разрезе с помощью утолщенной штрихпунктирной линии часть детали, находящуюся между наблюдателем и секущей плоскостью;
- совмещать при необходимости, используя тонкую штрихпунктирную линию с двумя точками, развертку плоской детали с видом или разрезом этой детали;

* Соответствующие иллюстрации находите самостоятельно на рисунках.

— показывать полностью в том случае, если деталь имеет несколько одинаковых, равномерно расположенных элементов (сквозных отверстий, глухих гнезд, выступов, спиц, шлицов, зубьев и пр.), лишь один-два таких элемента или изображать только часть детали с надлежащими указаниями о полном количестве участвующих в формировании ее элементов;

— изображать детали, имеющие постоянное или закономерно изменяющееся сечение с разрывами, одним из следующих способов: волнистой или наклонной сплошной тонкой линией с изломом; волнистой линией, соединяющей соответствующие линии контура прерываемого изображения; линией штриховки.

7. Не продолжая перечня условностей и упрощений, позволяющих заметно сократить объем графической работы на чертеже, обратимся к следующему важному этапу процесса формирования рабочего чертежа — к проблеме простановки размеров.

Требования к нанесению размеров сосредоточены в специальном ГОСТ 2.307—68. Согласно этому документу, номинальные размеры* детали наносят на чертеж, за редким исключением, с помощью размерных чисел.

Размеры, проставляемые на чертеже, принято подразделять на две группы: *линейные* и *угловые*. Линейные размеры и соответствующие им предельные отклонения указывают на чертеже независимо от масштаба изображения, как правило, в миллиметрах без обозначения единицы измерения. В том случае, когда по разным причинам изображение детали частично вычерчено с отступлением от масштаба, принятого для изделия в целом, размерные числа, относящиеся к немасштабным элементам детали, подчеркиваются сплошной тонкой линией.

Для линейных размеров и предельных отклонений, приводимых в технических требованиях и пояснительных надписях на поле чертежа, единица измерения, напротив, указывается в обязательном порядке. Угловые размеры и их предельные отклонения наносят на чертеж в градусах, минутах и секундах всегда с обозначением единицы измерения.

Размеры, не подлежащие выполнению по данному чертежу и указываемые лишь для удобства пользования чертежом, называют *справочными*. На рабочих чертежах деталей к справочным относят следующие размеры:

— один из размеров, замыкающий размерную цепь и не требу-

* Номинальный размер детали — это задаваемый конструктором размер, относительно которого определяются возможные отклонения, неизбежно возникающие в процессе изготовления.

ющий в этом качестве простановки после себя предельных отклонений*;

- размеры, перенесенные с чертежа изделия — заготовки;
- размеры, определяющие положение элементов, подлежащих обработке по другой детали;

- размеры деталей из сортового, фасонного, листового и другого проката, если они полностью определяются обозначением материала, записанного в угловом штампе чертежа.

Справочные размеры отмечаются на чертеже специальным знаком *, а в технических требованиях оговариваются записью «* Размер для справок».

8. Общее количество размеров на чертеже должно быть минимальным, но достаточным для изготовления и контроля детали (ср. 40.3). На машиностроительном чертеже категорически запрещается повторять размеры одного и того же элемента на разных изображениях детали, а также в технических требованиях и в основной надписи чертежа. Однако, несмотря на указанный запрет, количество размеров на чертежах значительно, особенно когда выполняется чертеж сколь-нибудь сложной детали.

Объясняется это тем, что кроме обязательных габаритных размеров изделия проектировщик должен в удобном для прочтения месте указать размеры, характеризующие форму отдельных элементов детали. Далее следует позаботиться о простановке относительных размеров (не более трех для фрагмента), привязывающих каждый структурный элемент к одной или нескольким размерным базам. Заметим, что во многих случаях симметрия и другие особенности детали позволяют существенно уменьшить общее количество размеров. Происходит это обычно за счет сокращения числа относительных размеров до минимума, иногда до нуля, например в том случае, когда центр симметрии отдельного элемента детали совпадает по месту с центром симметрии самой детали.

Что же касается простановки размеров относительно конструктивных баз, в качестве которых чаще всего выступают либо обработанные плоскости, либо жестко закрепленные различные осевые или центровые линии изделия, то в случае, когда размечаются однотипные элементы детали, такие, например, как отверстия, пазы, зубья и т. п., расположенные на одной прямолинейной или криволинейной оси, относительные размеры для таких элементов наносят одним из следующих способов:

- от одной общей базы (рис. 286);

* На машиностроительных чертежах нанесение размеров в виде замкнутой цепочки, кроме указанного в тексте варианта, не допускается.

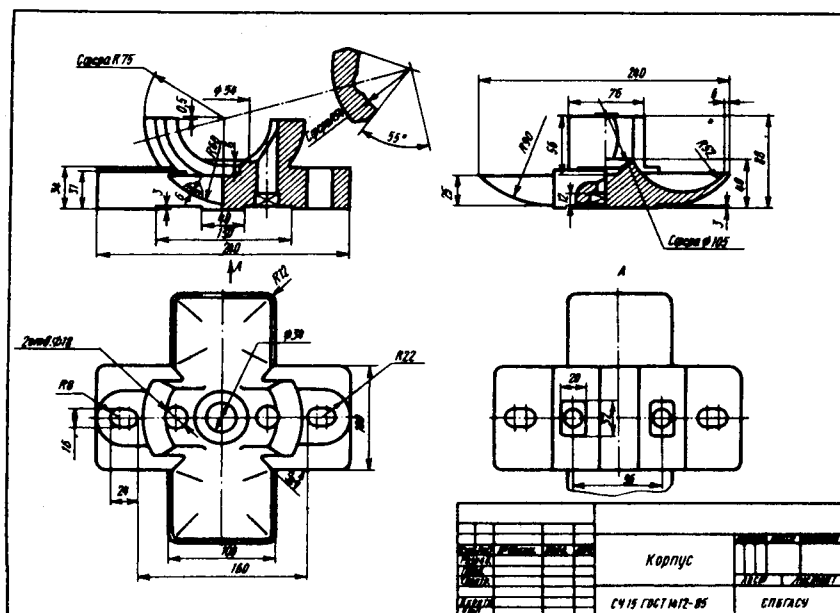


Рис. 286

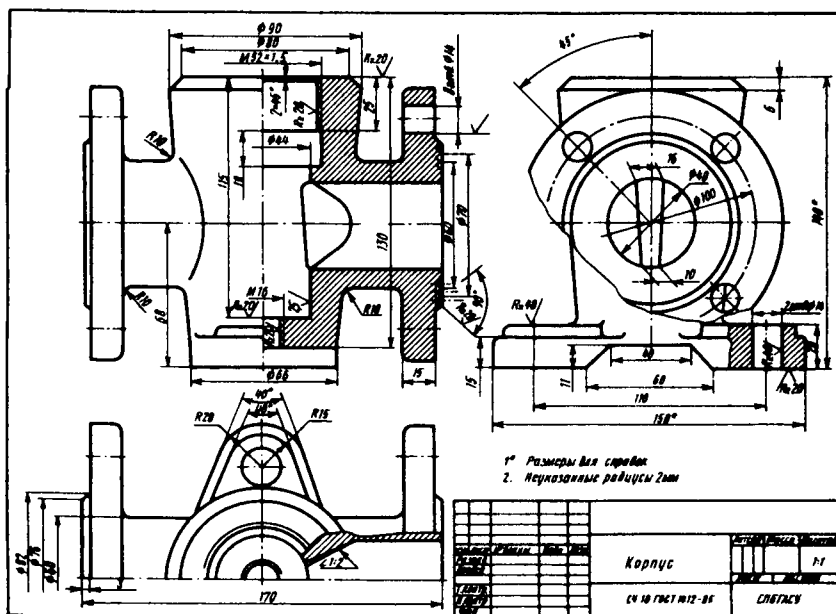


Рис. 287

— от нескольких общих баз, разделяя однородные элементы на группы и связывая конструктивные базы размерами между собой (рис. 287);

— заданием размеров между смежными элементами цепочкой.

Размеры двух симметрично расположенных элементов симметричной детали группируются, как правило, в одном месте, около одного из этих элементов.

9. Во многих случаях количество размеров и общий объем графических работ удается заметно сократить за счет использования специальных условных обозначений, проставляемых на чертеже перед размерными числами (см. рис. 286, 287, 292 и др.).

Так, перед размерным числом диаметра поверхности вращения проставляют специальный знак $\varnothing$ в виде окружности диаметром, равным высоте размерного числа, с поперечной чертой, проведенной под углом 45° . Перед размерным числом радиуса проставляют букву R. Тем самым без ущерба для правильного восприятия формы сводится к минимуму количество ее изображений на чертеже. Если возникают обоснованные затруднения в процессе идентификации сферической поверхности среди других возможных вариантов (других поверхностей вращения), то перед условным обозначением диаметра (радиуса) допускается писать слово «сфера» или ставить дополнительный знак в виде окружности O, например «Сфера $\varnothing$ 18; OR 12».

Аналогично перед размерным числом, характеризующим «крутизну» или конусность поверхности (обычно усеченного конуса вращения), наносят специальный знак $\sphericalangle$, острый угол которого направлен в сторону вершины поверхности конуса. Знак конусности с соответствующим числовым обозначением наносят либо вдоль осевой линии конуса, либо на полке линии-выноски.

Похожим образом фиксируется на чертеже уклон линии или плоскости. И здесь перед размерным числом, характеризующим, например, уклон плоскости и проставляемым в виде отношения или в процентах, наносят знак уклона $\sphericalangle$, острый угол которого направлен в сторону понижения.

Размеры элемента детали, имеющего квадратную форму, также наносят с применением специального знака, высота которого равна высоте размерных чисел на чертеже.

Размеры прямоугольного элемента детали допускается указывать на полке линии-выноски двумя числами через знак умножения, причем на первое место ставят число, отвечающее длине той стороны прямоугольника, от которой проведена линия-выноска.

Размеры стандартных фасок, представляющих собой кольцевые участки конических поверхностей с углом при вершине 90° , которые выполняются обычно на концах цилиндрических, а также кониче-

ских стержней и в отверстиях с целью достижения надежного, осуществляемого с первой попытки сопряжения указанных элементов, наносят согласно рис. 292 или, если размер фаски в масштабе чертежа оказывается равным 1 мм и менее, на полке линии-выноски.

Размеры нестандартных фасок принято указывать на чертеже либо с помощью линейного и углового размеров (рис. 287), либо двумя линейными размерами.

Размеры нескольких одинаковых элементов изделия, как правило, наносят лишь один раз с указанием на полке линии-выноски их количества. Допускается повторять размеры одинаковых элементов, лежащих на одной поверхности, только в том случае, когда они значительно удалены друг от друга и не увязаны между собой размерами.

Если одинаковые элементы изделия равномерно располагаются на одной оси, рекомендуется вместо размерных цепочек проставлять один размер между соседними элементами и второй размер между крайними элементами в виде произведения количества промежутков между элементами на размер промежутка. В том случае, когда осевая линия, на которой равномерно сидят одинаковые структурные элементы детали (чаще всего это сквозные отверстия), является окружностью, вместо угловых размеров, определяющих взаимное положение таких элементов, на чертеже указывается только их количество* (рис. 287). В необходимых случаях кроме общего количества указывают также привязку одного из элементов детали к размерной базе, в качестве которой обычно выступает ось симметрии изделия.

Если одинаковые элементы изделия, например отверстия, расположены на разных поверхностях и показаны на разных изображениях, то количество этих элементов записывают отдельно для каждой поверхности. В том случае, когда изделие содержит несколько групп близких по размерам отверстий, рекомендуется отмечать одинаковые отверстия с помощью специальных условных знаков (например, окружности с зачернением четверти, половины, двух третей круга и т. п.). При обозначении одинаковых отверстий условными знаками количество этих отверстий и их размеры допускается указывать с помощью таблицы, которая помещается непосредственно на чертеже рядом с изображением детали.

10. Вы, наверное, заметили, наблюдая приведенные выше многочисленные примеры, какие графические приемы используются

* Если диаметр окружности отверстия меньше 12 мм в масштабе чертежа, то рекомендуется не вычерчивать такое отверстие полностью, а указывать лишь его центр с помощью пересечения штрихпунктирных линий.

для простановки размеров на чертеже. ГОСТ 2.307—68 содержит на этот счет немало обязательных рекомендаций. Остановимся подробно на некоторых из них (см. рис. 286, 287, 292, 293, 294 и др.).

Нам известно, что размеры указываются, как правило, в миллиметрах с помощью чисел, представляемых обычно непосредственно над линиями, которые называют *размерными*. В свою очередь, размерные линии связываются с изображениями элементов детали с помощью линий, называемых *выносными*. При нанесении на чертеж размеров прямолинейных отрезков выносные линии, за редким исключением, проводят перпендикулярно этому отрезку, а размерные линии — параллельно. При фиксации на чертеже размеров дуги окружности в любом случае над размерным числом наносят специальный знак $\circ$. При нанесении угловых размеров на чертеже выносные линии проводят, как правило, радиально, а размерные — каждая в виде дуги окружности.

Выносные линии проводят на чертеже от линий видимого контура детали, за исключением случаев:

- когда при нанесении размеров и на невидимом контуре детали отпадает необходимость в вычерчивании дополнительного изображения;

- когда образмеривается контур криволинейного профиля;

- когда требуется указать координаты вершины скругленного угла детали или центра дуги сопряжения.

Что касается размерных линий, то их предпочитают наносить вне контура изображения детали на расстоянии не менее 10 мм от линии контура. Если размерных линий несколько и они параллельны, то расстояние между ними зависит от масштаба чертежа, однако не принимается обычно менее 7 мм. При этом линии, характеризующие больший размер детали, вычерчивают на более удаленном расстоянии от изображения этой детали. Не допускается использовать в качестве размерных линии контура, осевые, центровые либо выносные линии.

11. На машиностроительных чертежах размерные линии, если они не указывают радиус сопряжения или скругления, обычно с обоих концов заканчиваются стрелками. Если длина размерной линии недостаточна для размещения на ней стрелок, то размерную линию продолжают за выносные линии (или соответственно за контурные, осевые, центровые линии) и стрелки наносят с наружной стороны. При недостатке места для стрелок на размерных линиях, расположенных цепочкой, стрелки обычно заменяют четко нанесенными точками.

При недостатке места для стрелки из-за близкого расположения контурной или выносной линии последние разрешается прерывать.

Обычно размерная линия проводится на чертеже от стрелки до стрелки. Так поступают и в том случае, когда само изображение

детали в силу ее протяженности выполняется с разрывом. Однако нередки случаи, когда размерная линия на чертеже обрывается. Разрешается поступать так, например, при указании размера диаметра окружности независимо от того, изображена ли данная окружность полностью или частично. Так же поступают при изображении вида или разреза симметричной детали или ее симметрично расположенных элементов только до оси симметрии или с обрывом. Размерная линия обрывается и в том случае, когда база, от которой отсчитывают задаваемый размер, находится за пределами чертежа (см. рис. 291 и др.).

Если по разным причинам нет необходимости указывать размеры, определяющие положение центра дуги окружности, то, согласно ГОСТ 2.307—68, размерную линию радиуса допускается не доводить до центра и даже смещать ее по отношению к последнему (см. рис. 286). В иных простых случаях разрешается не только не фиксировать на чертеже центр дуги окружности, но и не указывать величину ее радиуса. При проведении нескольких радиусов из одного центра размерные линии этих радиусов нельзя располагать на одной прямой; разрешается также не доводить указанные размерные линии, не считая крайних, до их общего центра.

Размеры радиусов наружных скруглений наносят, как показано на рис. 286, 287. Аналогично оформляют и внутренние сопряжения на чертеже. Если радиусы скруглений, сопряжений, сгибов на всем чертеже одинаковы или какой-либо радиус оказывается преобладающим, то вместо нанесения размеров этих радиусов непосредственно на изображении детали рекомендуется в технических требованиях, размещаемых на поле чертежа, делать специальную запись, например: «Радиусы скруглений 4 мм» или «Неуказанные радиусы сгибов 8 мм» и т. д. (рис. 287).

12. В отношении простановки размерных чисел на чертеже цитируемый стандарт рекомендует придерживаться следующих основных положений.

Располагать размерные числа линейных размеров при различных наклонах размерных линий над ними или слева от этих линий, как показано на рис. 286, 287.

Что же касается угловых размеров, то для углов, расположенных в зоне, ограниченной снизу горизонтальной линией, условно проведенной через вершину конкретного угла, размерные числа помещают над размерными линиями со стороны их выпуклости. Напротив, для углов, расположенных ниже условно проведенной через его вершину горизонтальной линии, размерные числа размещают со стороны вогнутости размерных линий (см. рис. 286, 287).

Разрешается также располагать размерные числа на горизонтальных полках специально проведенных для этой цели линий-выносок.

Размерные числа стремятся нанести над размерной линией возможно ближе к ее середине. При нанесении размера диаметра окружности внутри этой окружности размерное число, напротив, смещается от середины к периферии размерной линии. Когда размерных линий несколько и расположены они на минимальном расстоянии друг от друга, размерные числа над ними обычно располагают в шахматном порядке. Если для нанесения размерного числа оказывается недостаточно места над размерной линией, то размеры выносят в сторону.

Размерные числа, как, впрочем, и другие числа на чертеже, не допускается разделять или пересекать какими бы то ни было линиями чертежа. Не допускается также разрывать с целью нанесения размерного числа контурные линии детали. Напротив, осевые, центровые линии и линии штриховки в месте нанесения размерного числа всегда разрывают.

13. Если на чертеже нанести только задаваемые конструктором *номинальные размеры* (см. 42.7) и изготовить по этому чертежу несколько деталей, то в большинстве случаев одинаковые по месту размеры этих деталей будут различаться между собой. Вероятнее всего, они будут близки к заданному на чертеже соответствующему номинальному размеру, но все же не совпадут с ним.

Размеры, полученные путем измерения готовой детали, (16) называют действительными размерами.

В условиях серийного производства необходимо, чтобы все детали, изготовленные по одному чертежу, были взаимозаменяемы, т. е. могли бы заменять друг друга без дополнительной, не предусмотренной технологическим процессом обработки, подгонки или притирки. Именно по этой причине расхождение между номинальными и соответствующими им действительными размерами сопрягаемых поверхностей совместно работающих деталей приходится регулировать.

На практике эта тонкая операция осуществляется с помощью задания уже упоминавшихся нами ранее (см. 42.7) *предельных отклонений* регулируемого размера. Различают верхнее и нижнее предельные отклонения. В зависимости от конкретных обстоятельств эти отклонения могут быть назначены либо односторонними (иметь одинаковые знаки), либо быть направленными в противоположные стороны от некоторой линии отсчета, в частности быть симметричными (иметь равные модули, но разные знаки). Отсчет отклонений ведется от *нулевой линии*, в качестве которой всегда выступает номинальный размер элемента детали. Одно из предельных отклонений, ближайшее к нулевой линии, считается основным.

Следует подчеркнуть, что предельные отклонения на конкрет-

ный размер назначают не только с учетом конструктивных, технологических, эксплуатационных и других требований производства, но и опираясь на стандартный набор числовых параметров, образующих в своей совокупности целую *систему допусков и посадок*, закрепленных нормативными документами различного характера. Что касается, например, системы допусков и посадок для гладких элементов деталей (цилиндрических или ограниченных параллельными плоскостями) с различными номинальными размерами, то она устанавливается ГОСТ 25346—89, 25347—82, 25348—82, а для деталей, изготовленных из пластмасс,— ГОСТ 25349—88.

На рабочем чертеже детали предельные отклонения обозначают согласно ГОСТ 2.307—68. Однако, прежде чем обратиться к основным положениям этого стандарта в части, касающейся проблемы обозначения предельных отклонений, дадим несколько необходимых, поясняющих существо вопроса определений (см. ГОСТ 25346—89).

14. *Допуск размера есть число, равное разности предельных отклонений этого размера.* (17)

Воображаемая полоса, ширина которой равна допуску размера, часто называется *полем допуска*. Назначение предельных отклонений (допуска) для конкретного размера зависит в первую очередь от степени прочности (плотности) или подвижности соединения деталей, удовлетворяющей требованиям сборки и эксплуатации изделия.

Характер соединения двух деталей, определяемый разностью их размеров до сборки, называют посадкой. (18)

Применяют две системы посадок: *система отверстия и система вала*. Системы эти, по существу, почти идентичны. Выбор той или другой из них зависит от технологических условий.

Отверстие — это термин, условно применяемый для обозначения внутренних элементов деталей, включая и нецилиндрические элементы. Отклонения, показанные в системе отверстий, обозначают одной или двумя *прописными буквами* латинского алфавита (A, ..., ZC).

Вал — термин, который используется для обозначения наружных элементов деталей, в том числе и нецилиндрической формы. Отклонения по этой системе обозначают одной или двумя *строчными буквами* латинского алфавита (a, ..., zc).

В технике наиболее распространена система отверстий, отличающаяся тем, что требуемая посадка здесь достигается за счет изменения предельных отклонений вала, в то время как предельные

отклонения отверстия для всех посадок, выполненных с одинаковой степенью точности и отнесенных к одному номинальному размеру, остаются постоянными.

15. Заметим, что не следует допускать назначения необоснованно высокого порога точности соединения деталей, так как с незначительным повышением этого порога стоимость изделия резко возрастает. Важную роль здесь играет понятие о *качестве*, т. е. о степени точности, с которой должны выполняться все элементы данного изделия или изделий. Известный нам ГОСТ 25346—89 устанавливает двадцать *качеств*. Качества обозначают порядковыми номерами: 01, 1, 2, ..., 18. Первые шесть *качеств*, характеризующие высокую степень точности, предназначены преимущественно для *калибров*. С увеличением порядкового номера *качества* степень точности посадки уменьшается.

Допуски по *качествам* обозначают сочетанием прописных букв *IT* с порядковым номером *качества*: *IT01*, *IT1*, *IT4* и т. д. Поле допуска обозначают сочетанием букв (буквы), указывающих на систему посадки, и порядкового номера *качества*: *g6*, *is7*, *H7**. Обозначение поля допуска указывают после номинального размера элемента детали: *40g6*, *20H7*, $\varnothing 40H11$ и т. д.

Посадку обозначают дробью, в числителе которой указывают поле допусков отверстия, а в знаменателе — поле допуска вала: *H7/g6*. Обозначение посадки указывается после номинального размера, например *40^{H7}/g6*.

В некоторых случаях для достижения согласованности между точностью исполнения посадки и стоимостью изделия вместо системы *качеств* рекомендуется использовать систему *классов точности*. ГОСТ 25670—83 называет четыре таких класса: «точный», «средний», «грубый» и «очень грубый». Допуски по классам точности обозначают буквой *t* с индексом (*t₁*, *t₂*, *t₃*, *t₄* соответственно). Между классами точности и частью *качеств* начиная с номера 11 устанавливается связь. Например, *качествам* с номерами 13 и 14 соответствует класс точности «средний».

16. На рабочем чертеже отклонения размеров указывают согласно ГОСТ 2.307—68.

Предельные отклонения линейных и угловых размеров при относительно низкой степени точности разрешается не указывать непосредственно, а оговаривать общей записью в технических требованиях чертежа. Общая запись неуказанных предельных отклонений для всех размеров, кроме размеров радиусов закруглений,

* Принято обозначать одностороннее поле допусков для отверстий буквой *H*, для валов — *h*; симметричные поля допусков для отверстий — буквой *J_s*, для валов — *j_s*; для размеров, не относящихся к отверстиям и валам, — $\pm IT/2$.

фасок и углов, выполняется в зависимости от обстоятельств в одном из нескольких вариантов, определяемых стандартом. Часто такая запись содержит не только условные обозначения, но и сопровождается словами, например: «Неуказанные предельные отклонения размеров: $H14$, $h14$, $it/2$ ». Не указанные после номинальных размеров предельные отклонения радиусов закруглений, фасок и углов специально на чертеже не оговариваются. Назначение их осуществляется в соответствии с ГОСТ 25670—83 и на основе заданных на чертеже предельных отклонений для линейных размеров детали.

Что касается внешней стороны записей, то в общем случае числовые значения в виде десятичных дробей располагают рядом с номинальным размером, при этом верхнее предельное отклонение всегда помещают строго над нижним, например $12 \begin{smallmatrix} 0,032 \\ 0,039 \end{smallmatrix}$, $\varnothing 60 \begin{smallmatrix} 0,014 \\ 0,032 \end{smallmatrix}$. Число знаков после запятой в верхнем и нижнем отклонениях должно быть одинаковым. При необходимости их выравнивают добавлением нулей, например $60 \begin{smallmatrix} 0,100 \\ 0,19 \end{smallmatrix}$. Предельные отклонения, равные нулю, не указывают: $60^{+0,19}$. При таком варианте обозначений размер цифр для предельных отклонений принимают на одну ступень ниже, чем размер цифр базового параметра — номинального размера детали. При симметричном задании поля допуска абсолютную величину предельных отклонений указывают лишь один раз со знаком плюс-минус, при этом высоту цифр для номинального размера и для отклонения принимают одинаковой, например $60 \pm 0,23$.

17. Кроме предельных отклонений размеров на рабочем чертеже в необходимых случаях проставляют так называемые *допуски формы и расположения поверхностей*. Скажем коротко и об этой важной стороне оформления чертежей. Прежде всего, опираясь на ГОСТ 24642—81, поясним основные понятия.

Если некоторая вполне конкретная геометрическая форма (сфера, круговой конус, цилиндр и т. д.) должна быть выполнена с высокой точностью, то специально указанную меру этой точности называют *допуском формы*.

Если привязка некоторого геометрического элемента к другому элементу, принятому в качестве базы, должна быть соблюдена с высокой точностью, то специально указанную меру этой точности называют *допуском расположения*.

На практике в качестве базы, относительно которой указывается допуск расположения поверхностей, выбирают, как правило, другой элемент (поверхность, плоскость, ось, ...) той же детали. База обозначается на чертеже зачерненным равносторонним треугольником, соприкасающимся непосредственно с базой или ее продолжением. С помощью соединительной линии треугольник, обозначающий базу, связывается со специальной прямоугольной рамкой

(рамок может быть несколько), разделенной в общем случае на несколько клеток. Клетки принято заполнять слева направо, при этом в первой клетке помещают графический символ допуска. Во второй клетке записывают числовое значение допуска в миллиметрах. В третьей и последующих клетках с помощью заглавных букв русского алфавита фиксируют обозначение базы или баз, если их несколько.

Правила простановки допусков формы и расположения поверхностей на рабочих чертежах устанавливаются ГОСТ 2.308—79. Допуски формы конических поверхностей проставляют на чертежах согласно ГОСТ 2.320—82. Этот стандарт, называемый «Правила нанесения размеров, допусков и посадок конусов», содержит и другие полезные сведения, касающиеся оформления конических поверхностей на чертеже. Указанные стандарты, а также ГОСТ 24643—81 рекомендуется изучить самостоятельно. Подчеркнем только два существенных момента.

Во-первых, обратим внимание на то, что линейные и угловые размеры, определяющие номинальную форму элементов детали и их номинальное расположение, при назначении некоторых видов допусков проставляют на рабочих чертежах без указания предельных отклонений, но заключают в прямоугольные рамки.

Второе замечание касается обозначения на чертеже так называемых независимых и зависимых допусков. Независимым считается допуск, числовое значение которого постоянно для всей совокупности деталей, изготавливаемых по данному чертежу, и который не зависит от действительного размера базового элемента детали. В том случае, если в силу конструктивных, технологических или иных требований на чертеже указывается только минимальное значение допуска, которое разрешается превышать на ту или иную регулируемую, в свою очередь, величину, то допуск относится к классу зависимых и помечается на чертеже специальным знаком — буквой М в круге. Конкретная ситуация диктует местоположение условного знака на чертеже. Независимые допуски формы и расположения поверхностей никак специально не оговариваются.

18. Обратимся теперь к вопросу о выявлении на чертеже чистоты проектируемых поверхностей. Надежность эксплуатации всякого механизма, а также высокое качество выполнения сборочных операций нельзя обеспечить только за счет точного соблюдения размеров отдельных деталей, его образующих. Столь же необходимо получить при обработке этих деталей требуемую степень чистоты поверхностей, называемую шероховатостью.

Если шероховатость сопрягаемых поверхностей деталей (особенно для свободных посадок) окажется ниже, чем это предусмотрено проектом, то может нарушиться слаженная работа всего механизма и сократится срок его службы. Отступление от чертежа в сторону повышения шероховатости сопрягаемых элементов также

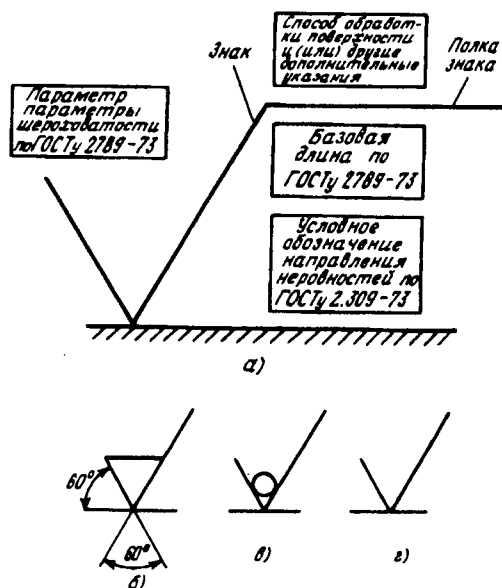


Рис. 288

отрицательно влияет на работу изделия в целом, увеличивает трение, затрудняет смазку соприкасающихся поверхностей и в итоге приводит в лучшем случае к преждевременному износу деталей, а в худшем — способствует возникновению аварийных ситуаций.

Заметим, что степень чистоты поверхности прямо зависит от способа изготовления или обработки конкретной детали. Нередки случаи, когда шероховатость поверхности специально не контролируется, а заведомо обеспечивается той технологической операцией,

в результате осуществления которой образуется данная поверхность. Укажем также на тесную взаимосвязь между шероховатостью и числовым значением допусков для различных элементов детали: чем точнее необходимо выдерживать заданные размеры детали, тем выше должен быть уровень чистоты на поверхности изделия.

Параметры, характеризующие шероховатость поверхностей, определяет ГОСТ 2789—73, а правила соответствующих обозначений на рабочих чертежах изделий устанавливает ГОСТ 2.309—73. Согласно этому стандарту, структура обозначения в общем случае оказывается достаточно сложной, в чем нетрудно убедиться, взглянув на рис. 288, а.

Условный знак, объединяющий многообразную информацию о шероховатости конкретной поверхности, в зависимости от вида ее обработки имеет различное начертание. Для поверхностей, образуемых удалением слоя материала, употребляется знак, изображенный на рис. 288, б. Поверхности, получаемые без удаления слоя материала, обозначают знаком, представленным на рис. 288, в. Этим же знаком, но без указания значения параметра шероховатости обозначают поверхности деталей, изготовляемых из профилированного материала и не требующих дополнительной обработки. Наконец, для поверхностей, вид обработки которых не устанавливается, используют графический знак, показанный на рис. 288, г.

Какой бы из указанных знаков шероховатости ни использовался

на чертеже, знак этот, за редким исключением, служит лишь каркасом, на котором согласно рис. 288, а, соблюдая определенные правила расположения, монтируются отдельные информационные блоки. Центральное место при этом занимает регламентируемое специальным стандартом обозначение одной или нескольких числовых характеристик, количественно определяющих степень шероховатости той или иной поверхности. Здесь же при необходимости справа от условного знака указывают и другие параметры, уточняющие состояние шероховатости данной поверхности. Что касается способа обработки поверхности, то его записывают в одну строку (обычно одним словом) только в том случае, когда этот способ является единственным, позволяющим достичь требуемого качества обозначаемой поверхности.

19. Обозначения шероховатости поверхностей на рабочем чертеже располагают на линиях контура детали, выносных линиях (по возможности ближе к размерной линии) или на полках у специально проведенных линий-выносок. Разрешается при недостатке места располагать обозначения шероховатости и на размерных линиях или их продолжении (см. рис. 287; 289, а).

Обозначение шероховатости для повторяющихся элементов (отверстий, зубьев и т. п.), количество которых указано на чертеже, наносят лишь один раз. Это же замечание относится и к симметрично расположенным элементам. Понятно, что здесь действует старое правило: чем меньше проставляется различных знаков на чертеже, тем экономнее расходуется рабочее время проектировщика и рабочего, изготавливающего деталь.

Если шероховатость поверхностей, образующих внешний или внутренний контур изделия, должна быть одинаковой, обозначения на чертеже наносят, как показано на рис. 289, б. Информацию об одинаковой шероховатости поверхности сложной конфигурации разрешается помещать в технических требованиях чертежа, ссылаясь при этом на буквенное обозначение поверхности и выделяя ее контур утолщенной штрихпунктирной линией.

Если шероховатость всех поверхностей изделия должна быть одинаковой, то общее обозначение шероховатости в виде условного знака, представленного на рис. 288, г, дополненного по мере

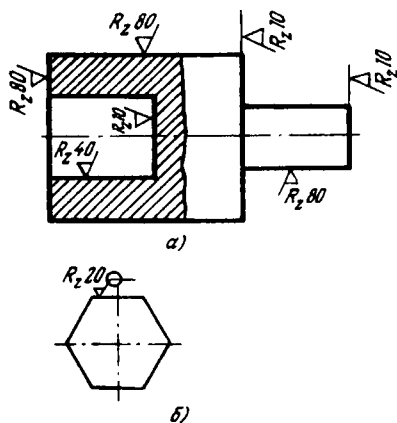


Рис. 289

надобности необходимой количественной информацией, наносят в правом верхнем углу чертежа, причем размеры и толщина линий знака должны быть в 1,5 раза больше, чем в обозначениях, применяемых на изображениях детали*. При наличии в составе изделия поверхностей, шероховатость которых не нормируется, выносить информацию о шероховатости в правый верхний угол не разрешается.

Что касается других не менее важных положений, регламентирующих обозначение шероховатости поверхностей на чертеже, то с ними следует познакомиться самостоятельно.

20. Скажем несколько слов еще об одном стандарте, устанавливающем правила обозначения на рабочих чертежах деталей специальных покрытий или свойств материалов, получаемых в результате необходимой их обработки. Речь идет о ГОСТ 2.310—68, согласно которому все сведения о защитных, декоративных, а также иных покрытиях деталей либо отдельных их участков должны записываться в технических требованиях чертежа и содержать условное обозначение со ссылкой на соответствующий стандарт или другой нормативный документ. В случае нестандартных покрытий на чертеже указывают все данные, необходимые для качественного их исполнения.

Поверхности, на которые наносятся покрытия, в общем случае выделяют на изображении изделия стандартной штрихпунктирной линией, при необходимости снабжают размерами и обозначают заглавными буквами русского алфавита. В технических условиях делается запись: «Покрытие поверхности А...».

Нередко, для того чтобы внести ясность, на какие поверхности детали наносится специальное покрытие, достаточно без указания дополнительных обозначений на чертеже сделать в технических условиях лаконичную запись, например «Покрытие наружных поверхностей...» и т. п.

Что касается показателей свойств материалов для изделий, подвергаемых термической, термохимической или другим видам обработки, то обозначения их мало отличаются от только что рассмотренных нами символов и записей.

В простых и очевидных ситуациях, когда, скажем, вся деталь после ее изготовления подвергается какому-либо виду дополнительной обработки, информация об этом факте приводится в технических требованиях чертежа, например «40...45 HRC₃» или «Цементировать h 0,7...0,9, 58...62HRC₃», где HRC₃ — обозначение

* Обозначение шероховатости, одинаковой для части поверхностей, указывается двойным знаком в верхнем углу чертежа.

твердости материала по Роквеллу; h — глубина обработки поверхности, а цифры характеризуют числовые параметры названных показателей, заданных здесь предельными значениями по типу «от — до». Заметим, что в практике машиностроения нередко используются и другие показатели свойств материалов, например предел прочности (σ_b), ударная вязкость (КСИ), предел упругости (σ_y) и др. Кроме того, колебания числовых значений показателей разрешается указывать с помощью известных уже нам предельных отклонений, например $h0,8 \pm 0,1$, или фиксировать только нижнюю или верхнюю границу конкретного показателя, например «твердость $\geq 780\text{HV}$ ».

21. Завершая обсуждение, обратимся к ГОСТ 2.316—68, устанавливающему правила выполнения различных технологических надписей, технических требований и таблиц.

Надписи размещаются не более чем в две строки на полках линий-выносок рядом с изображением конкретной детали. В зависимости от обстоятельств линии-выноски заканчиваются:

- точкой, когда линия указывает некоторую площадь или локальное место на чертеже;
- стрелкой, если указывается поверхность детали или линия-выноска является продолжением размерной линии;
- вовсе не имеют завершения.

Содержание технологических надписей не формализуется. Надпись может доставлять сведения о количестве конструктивных элементов изделия; указывать направление проката, волокон, измерения; разъяснять способ обработки поверхности детали; указывать лицевую сторону поверхности и т. д.

О технических требованиях на чертеже, также регламентируемых ГОСТ 2.316—68, мы уже не раз упоминали в тексте параграфа. Располагаются они всегда над основной надписью в одну или несколько колонок в зависимости от объема сообщаемой информации. Технические требования излагают в определенной последовательности, группируя вместе однородные и близкие по характеру сведения. На рабочем чертеже детали при формировании блока технических требований обычно соблюдают следующий порядок изложения.

Прежде всего формулируются требования, предъявляемые к материалу, заготовке, термической обработке и к свойствам материала готовой детали. Заметим, что сведения о материале записывают в угловом штампе, строго придерживаясь стандартных обозначений.

Далее в технических требованиях сообщаются данные о размерах и предельных отклонениях, соответствующих им; о допусках формы и взаимного расположения поверхностей, образующих деталь; тре-

бования, предъявляемые к качеству поверхностей, указания о покрытиях, о маркировке, об особых условиях эксплуатации изделия. В заключение делаются ссылки на нормативные документы, содержащие технические требования, которые распространяются на данное изделие, но не приведены на чертеже. Технические требования на рабочем чертеже детали, как правило, не озаглавливаются, его пункты нумеруются и каждый из них начинается с новой строки.

Кроме чисто технических указаний на чертеже в случае необходимости размещают также информацию справочного характера, например фиксируют сопровождаемые краткими комментариями специальные обозначения, применяемые в порядке исключения при выполнении только данного чертежа. Справочные сведения, как правило, не выделяются в самостоятельный блок примечаний, а входят непосредственно в состав технических требований чертежа отдельной строкой. Примером специальных обозначений являются возможные варианты условных обозначений крепежных отверстий. Такие обозначения применяются, когда деталь содержит большое число отверстий, незначительно различающихся между собой по форме или размерам. Ситуации такого рода нередко встречаются в практике приборостроения. С целью предотвращения возможных ошибок, вероятность возникновения которых в процессе изготовления подобных деталей достаточно велика, стандарт рекомендует объединять одинаковые отверстия в группы, присваивать группам специальные условные знаки и снабжать чертеж необходимыми пояснениями. При обозначении одинаковых отверстий условными знаками пояснения относительно их количества, размеров, а также другие дополнительные сведения разрешается сводить в таблицу.

В заключение обратим внимание на ГОСТ 2.109—73, содержание которого непосредственно связано с темой параграфа. Некоторые положения этого стандарта прямо или косвенно уже упоминались нами в процессе изложения. Другие разделы стандарта, содержащие требования к чертежам совместно обрабатываемых деталей, рекомендуется изучить самостоятельно.

§ 43. Крепежные соединения

1. Изготовление отдельных деталей, за редким исключением, не является самоцелью. Деталь чаще всего вступает в работу лишь в соединении с другой, а за нею со следующей деталью, вместе с которыми она образует сборочную единицу или изделие (ср. 42.1). В такой иерархии, когда деталь — это структурная единица изделия или действующего механизма, на первый план выдвигается процесс сборки и монтажа, процесс *соединения деталей*.

По мере развития техники было опробовано множество способов соединения деталей. Сегодня активно используются лишь те из

них, которые оказались наиболее приспособленными к современным материалам, наиболее эффективными и экономичными. Существующие способы соединения деталей подразделяются на две большие группы: *разъемные и неразъемные соединения*. Мы рассмотрим только основные способы соединения, причем о многих из них упомянем лишь вскользь, отослав интересующихся к соответствующим стандартам.

2. Резьбовые соединения. Справедливо утверждение, что нет ни одной машины, механизма или прибора, где бы не применялись детали с резьбой. Резьбовое соединение представляет собой сопряженную пару, одним элементом которой является деталь или часть детали с нарезанной наружной резьбой, условно называемая винтом, а вторым элементом — другая деталь, охватывающая первую, — гайка, снабженная резьбой внутренней. За счет наличия резьбы деталь, называемая винтом, ввинчивается в гайку и либо, перемещаясь колебательно вдоль продольной оси резьбового соединения, совершает полезную работу (так работает *ходовая резьба*), либо, продвинувшись до упора, стягивает отдельные элементы изделия в единое целое (так используется *резьба крепежная*). Термины и определения, касающиеся понятия «резьба», содержатся в ГОСТ 11708—82.

На практике резьба получается путем формирования на цилиндрической или конической поверхности детали впадин — винтовых канавок — и выступов — винтовых нитей.

Часть винтовой поверхности, полученную за один полный оборот плоского контура, образующего резьбу, называют витком. Расстояние между двумя смежными витками, т. е. соседними впадинами или выступами, измеренное вдоль оси направляющей поверхности, называют шагом резьбы. (19)

Иногда предусматривается наличие сразу нескольких винтовых нитей. Такие резьбы, обладающие повышенной скоростью свинчивания и высокой плотностью при движении элементов соединения, называют *многозаходными*. Заметим, что между ходом и шагом резьбы существует простая зависимость, согласно которой ход резьбы всегда равен произведению шага резьбы на число винтовых нитей, ее образующих. Для однозаходной резьбы ход оказывается равным шагу резьбы. На рис. 290 с целью иллюстрации изображен цилиндрический винт с нанесенной на его поверхности двухзаходной резьбой сложного профиля. Здесь же зафиксированы основные параметры резьбы: наружный и внутренний диаметры, шаг и ход резьбы.

В зависимости от направления винтовой линии различают *правую и левую резьбу*. Правая резьба образуется инструментом, пере-

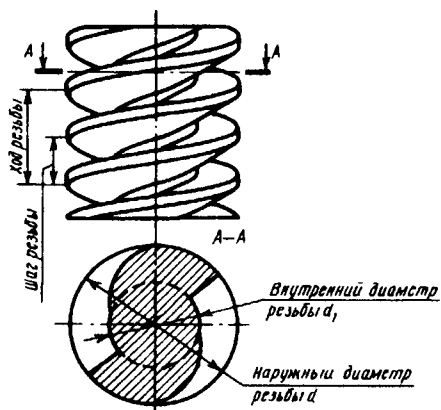


Рис. 290

дольную ось резьбовой поверхности. По форме профиля все резьбы подразделяют на типы, которые в свою очередь нередко разбивают на группы.

Треугольная резьба (рис. 291). По назначению это основная крепежная резьба. Теоретический профиль ее — треугольник, основание которого равно шагу резьбы. Все треугольные резьбы делятся на три группы.

К первой группе относится метрическая резьба с профилем в виде равностороннего треугольника (рис. 291, а), которая бывает цилиндрической (условное обозначение профиля — буква М) и конической (обозначение профиля — сочетание букв МК). Требования, предъявляемые к метрической резьбе, выполненной на цилиндрических поверхностях из металла, содержит ГОСТ 9150—81. Требования к цилиндрической резьбе для деталей из пластмасс излагаются в ГОСТ 11709—81. Метрическую резьбу на конических поверхностях регламентирует ГОСТ 25229—82.

Приведем несколько конкретных примеров обозначения метрических резьб на чертеже, поясняющих общие принципы формирования условных записей подобного рода:

1) М5 — метрическая резьба (цилиндрическая) с номинальным диаметром 5 мм; резьба однозаходная, с крупным шагом, правого направления, с нормальной длиной свинчивания;

2) МК 30х2ЛН — метрическая резьба (коническая) на валу или в отверстии с номинальным диаметром 30 мм; резьба однозаходная с шагом 2 мм, левая (буквы ЛН); длина свинчивания — нормальная.

3) М 16х2(Р1)ЛН—7g6g—30 — метрическая резьба (цилиндрическая, наружная) с номинальным диаметром 16 мм; резьба двухзаходная с шагом Р, равным 1 мм, левая; 7g и 6g — обозначение полей допусков, относящихся к контролируемым размерам профиля

мешающим поступательно в направлении от наблюдателя, в то время как сама поверхность, на которую наносится резьба, вращается по часовой стрелке. Левая резьба образуется обратным круговым движением. Предпочтение отдается деталям с правой резьбой, левая — используется в особых случаях.

3. Важнейшим геометрическим параметром резьбы является ее профиль — плоская фигура, образованная пересечением витка резьбы с плоскостью, проходящей через про-

резьбы и задаваемых согласно требованиям соответствующих стандартов; 30 мм — длина свинчивания.

Ко второй группе относят трубную резьбу (рис. 291, б), имеющую профиль в виде равнобедренного треугольника с углом при вершине 55° , которая также бывает цилиндрической (условное обозначение профиля — буква G; см. ГОСТ 6357—81) и конической (обозначение профиля — буква R; см. ГОСТ 6211—81).

Пример обозначения трубной резьбы на чертеже: $G1\frac{1}{2}LN-B-40$ — резьба трубная цилиндрическая, полутораймовая, левая, класса точности В, длина свинчивания 40 мм.

В отдельную группу выделяется коническая дюймовая резьба (рис. 291, в). Профиль такой резьбы — снова равнобедренный треугольник. Условное обозначение профиля — буква «К». Требования к конической дюймовой резьбе содержатся в ГОСТ 6111—52.

Пример условного обозначения: $K\frac{3}{4}$ ГОСТ 6111—52, где буква К — обозначение профиля, $\frac{3}{4}$ дюйма — размер резьбы с обязательной ссылкой на стандарт.

4. *Трапецевидная резьба.* По назначению это типичная ходовая резьба, которая предназначена главным образом для передачи возвратно-поступательных движений и осевых усилий. Теоретический профиль ее — трапеция, основание которой равно шагу резьбы. Трапецевидные резьбы, как и метрические, подразделяют на три группы. Перечислим их.

К первой группе относится трапецеидальная резьба с профилем в виде равнобокой трапеции с углом 30° между боковыми сторонами.

Условное обозначение профиля — сочетание букв Тр. Трапецеидальная резьба бывает однозаходной, и в этом случае она подчиняется требованиям ГОСТ 9484—81, и многозаходной, регламентируемой ГОСТ 24739—81.

Пример обозначения резьбы: $Tr20 \times 8(P4)LN-8e-110$ — резьба трапецеидальная с номинальным диаметром 20 мм и шагом 4 мм; резьба двухзаходная ($8:4 = 2$), левая, с длиной свинчивания, равной

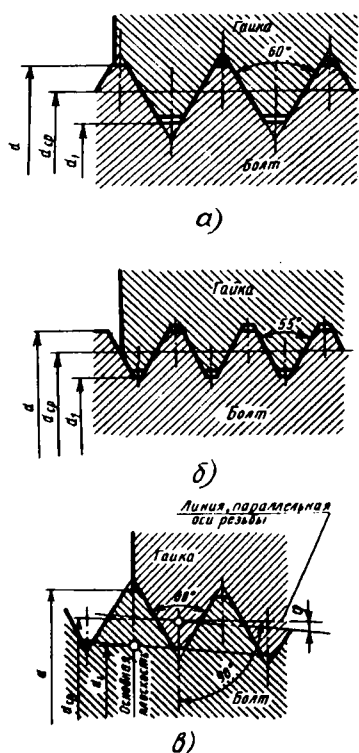


Рис. 291

110 мм; обозначение поля допуска резьбы (сочетание 8e) свидетельствует о том, что речь идет о наружной резьбе (e), степень точности выполнения которой соответствует качеству, обозначаемому цифрой 8.

Вторая группа включает в себя упорные резьбы (ГОСТ 10177—82).

В третью группу входят так называемые резьбы упорные усиленные (ГОСТ 13535—87).

5. *Круглая резьба* (обозначение профиля — сокращение Кр) тоже широко применяется в технике. Классическим примером служат патроны и цоколи электроламп накаливания, снабженные круглой резьбой с профилем в виде полуокружности. Резьба с круглым профилем, удовлетворяющая требованиям ГОСТ 13536—68, с успехом применяется для запорных шпинделей санитарно-технической арматуры. В условном обозначении круглой резьбы указываются ее профиль, номинальный диаметр, шаг и пр.

6. Последние два типа резьб, различаемые по форме профиля, не стандартизованы. Речь идет о *прямоугольной и специальной резьбе*.

Прямоугольная резьба имеет профиль в виде прямоугольника, в частности квадрата. На чертежах прямоугольная резьба задается всеми конструктивными размерами: наружным и внутренним диаметрами, шагом, шириной зуба и другими дополнительными данными.

Специальная резьба может быть как ходовой, так и крепежной. Такая резьба отличается от стандартной либо формой профиля, либо тем, что нарезается она при стандартном профиле на диаметрах или с шагом, которые отличаются от рекомендуемых нормативными документами.

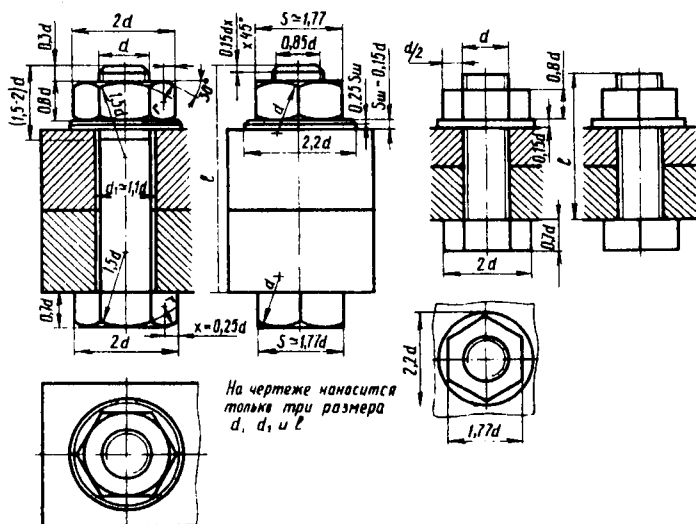
7. Правила изображения резьбы на чертежах устанавливает ГОСТ 2.311—68. Резьба на чертеже изображается: на стержне — сплошными основными линиями по наружному диаметру и сплошными тонкими линиями по внутреннему диаметру резьбы; в отверстии — наоборот (рис. 292). Сплошная тонкая линия наносится на расстоянии не менее 0,8 мм от основной линии и не более величины, равной шагу резьбы. Штриховка в разрезах и сечениях проводится до сплошной основной линии.

Для всех резьб, кроме конических и трубной цилиндрической, обозначения относят к наружному диаметру резьбы, как это показано на рис. 292. Обозначения конических и трубной цилиндрической резьбы наносят на полке со стрелочным указателем.

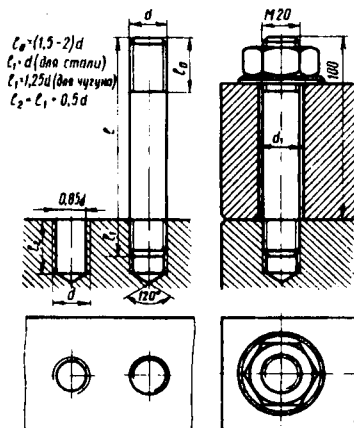
8. При изучении резьбовых соединений нельзя обойти вниманием стандартные крепежные изделия. Начнем с рассмотрения *болтового соединения*, которое на практике осуществляется следующим образом. В соединяемых деталях просверливают сквозные отверстия. Болт пропускают сквозь отверстия, после чего соединя-

Болтовое соединение

Упрощенное изображение



Соединение шпилькой



Трубовое соединение

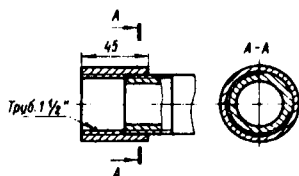


Рис. 292

емые детали сплавляют гайкой, которую наворачивают на резьбовой конец стержня болта. С целью предохранения поверхности детали, расположенной со стороны гайки, под гайку подкладывают шайбу (рис. 292).

Конструкция и размеры болтов определяются многочисленными стандартами. Только для болтов с шестигранными головками их насчитывается около десятка (см. стандарты группы Г31; ср. 38.3). Стандарты на различные виды гаек собраны в отдельную группу Г33. Стандарты группы Г36 устанавливают требования к техническим условиям изготовления шайб различных видов.

Детали болтового соединения, да и само оно в целом лишь в исключительных случаях изображают на чертеже в соответствии с их точными размерами. Чаще, опираясь на указания ГОСТ 2.315—68, болты, гайки и шайбы, а также само болтовое соединение изображаются на чертеже упрощенно.

Что касается условных обозначений для составляющих болтовое соединение крепежных деталей, то с целью иллюстрации приведем лишь несколько примеров:

1) Болт А2 М12х1.25—6g [60.88.35ХТu6 ГОСТ...—болт повышенного класса точности (А) со шплинтовым отверстием в стержне (исполнение 2), с метрической резьбой (номинальный диаметр резьбы 12 мм, шаг 1,25 мм, поле допуска резьбы соответствует обозначению 6 g), длиной 60 мм, со стандартной прочностью, отвечающей классу 8.8, изготовленный из материала марки 35Х, с титановым покрытием (Tu) толщиной 6 мкм; отвечает требованиям ГОСТ...;

2) Гайка АМ 64х2—6Н. 10. 019 ГОСТ...—гайка повышенного класса точности (А), с фасками с двух сторон (исполнение 1), с метрической резьбой (номинальный диаметр резьбы 64 мм, шаг 2 мм, поле допуска 6Н); со стандартной прочностью (класс 10), с цинковым хромированным покрытием (01) толщиной 9 мкм; отвечает требованиям ГОСТ...;

3) Шайба 12—65 Г. 029 ГОСТ...—шайба нормального типа, под болт с резьбой 12 мм, из стали марки 65 Г, с кадмиевым покрытием (02) толщиной 9 мкм; отвечает требованиям ГОСТ... .

9. *Шпильное соединение* используется вместо болтового, когда просверлить сквозное отверстие в одной из соединяемых деталей не удастся. В этом случае основной крепежный элемент — *шпилька* — ввинчивается посадочным концом в глухое резьбовое отверстие. Затем соединяемые детали с помощью гайки, навинчиваемой на свободный конец шпильки, стягиваются в одно целое. Такое соединение показано на рис. 292. Заметим, что на этом рисунке, как и в других аналогичных ситуациях, в резьбовом отверстии показана

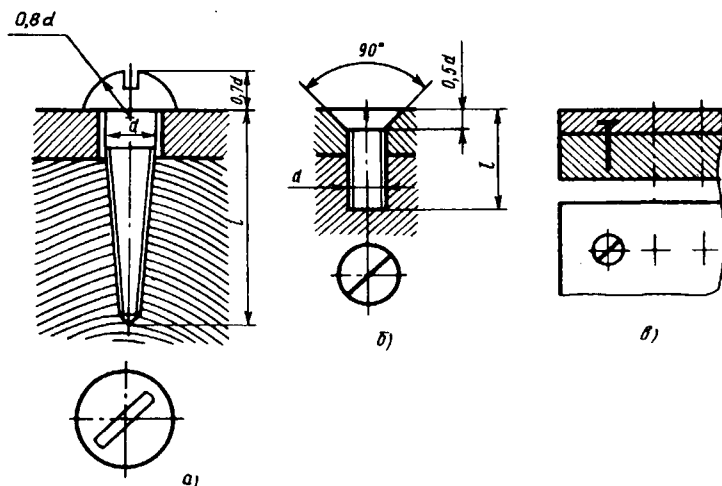


Рис. 293

только та часть резьбы, которая не заслонена резьбой ввинчиваемой в это отверстие шпильки.

Конструкция и размеры шпилек различного назначения регламентируются стандартами, сосредоточенными в группах Г18 и Г32. Своеобразными шпильками являются анкера (в строительстве именуемые фундаментными болтами; см., например, ГОСТ 24379.1—80). Один конец анкера наглухо закрепляется в опорном элементе (фундаменте), на другой конец навинчивается гайка, сплавляющаяся с опорой присоединяемый элемент. Опираясь на указания ГОСТ 2.315—68, часто на чертеже шпильчатое соединение изображают условно.

Для иллюстрации приведем пример условного обозначения шпильки, предназначенной для фланцевого соединения:

Шпилька А М48—6g200 65/90 ЭП 182. IV.2 ГОСТ 9066—75 — шпилька сплошная с одинаковыми номинальными диаметрами резьбовой и гладкой частей (тип А), с метрической резьбой (номинальный диаметр резьбы 48 мм, шаг — крупный, поле допуска 6g), длиной 200 мм (длина посадочного конца 65 мм, гаечного — 90 мм), из стали марки ЭП 182, категории IV, группы качества 2, без покрытия; удовлетворяет требованиям ГОСТ 9066—75.

10. *Винтовые соединения* обеспечивают фиксацию мелких деталей в изделии или их скрепление. В первом случае в качестве фиксирующих элементов используются установочные или стопорные винты, имеющие, как правило, вид цилиндрических стержней с резьбой по всей длине стержня. В крепежном варианте винты,

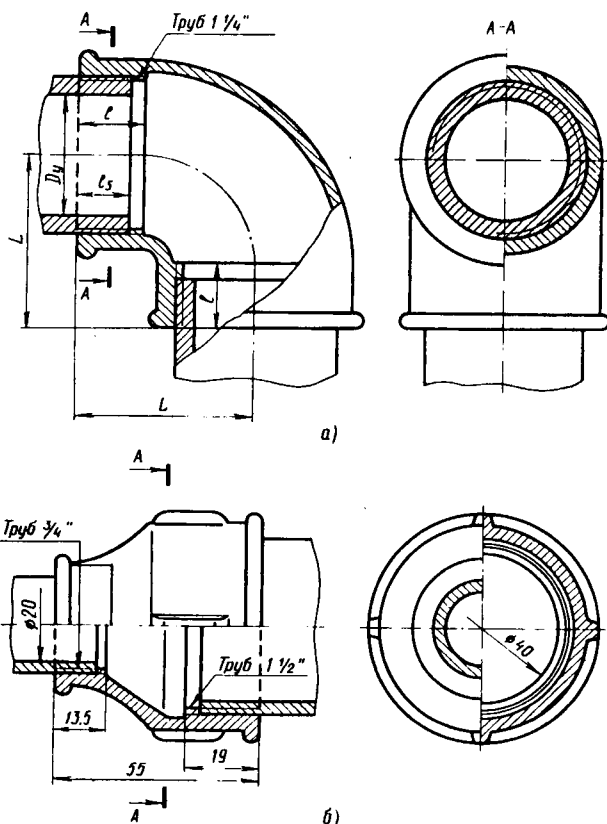


Рис. 294

снабженные метрической резьбой, с головками разнообразной формы служат для плотного соединения деталей и бывают коническими и цилиндрическими соответственно (рис. 293, а, б). Цилиндрические винты при креплении деталей ввинчивают в резьбовые отверстия, подготовленные в одной из деталей заранее. Конические винты, именуемые часто шурупами, ввинчивают непосредственно в одну из скрепляемых деталей с усилием, рассчитанным на податливость материала детали.

Конструкция и размеры винтов регулируются многочисленными стандартами, собранными в группе Г32. В качестве иллюстрации приведем пример условного обозначения крепежного винта:

Винт В. М8х1—8gx50.48.016 ГОСТ 1491—81 — винт класса точности В, с метрической резьбой (номинальный диаметр резьбы 8 мм, шаг 1 мм, поле допуска 8g), длиной 50 мм, класса точности 4.8,

с цинковым покрытием в 6 мкм; удовлетворяет требованиям ГОСТ 1491—80.

На рис. 293, в представлено стандартное условное изображение винтового соединения, в котором в качестве основного элемента используется винт с потайной головкой (ср. рис. 293, б).

11. Еще один вид крепления — *трубное соединение* — рассмотрим на примере монтажа систем водо- и газоснабжения, предусматривающих использование труб и соединительных элементов, именуемых обычно *фитингами*. Они снабжены цилиндрической трубной резьбой, удовлетворяющей требованиям ГОСТ 6357—81.

Соединительные элементы трубопроводов из чугуна подразделяются по форме на угольники, тройники, кресты, муфты и пр. Указанные элементы изготовляют прямыми для соединения в единую систему, в одну нитку труб одинакового диаметра и переходными, предназначенными для монтажа труб разного диаметра. Резьба на трубе и соединительной детали изображается по общепринятым правилам (см. рис. 292). Пример чертежа соединения труб одинакового диаметра угольником представлен на рис. 294, а, а труб разного диаметра с помощью переходной муфты — на рис. 294, б.

Условное обозначение соединительного элемента на чертеже выполняется по следующему типу:

Тройник О — 40х25х32 ГОСТ 8950—75 — тройник оцинкованный (О), с двумя проходами [(40х25х32) — условные диаметры проходов], изготовлен из ковкого чугуна, удовлетворяет требованиям ГОСТ 8950—75.

12. Встречаются и другие разъемные соединения, используемые в практике машино- и приборостроения. Перечислим кратко основные их варианты.

Соединение штифтами, которые служат главным образом для точной и жесткой фиксации положения деталей. В этом случае штифты, называемые установочными, запрессовываются в отверстия, которые сверлят в двух деталях, закрепив их в нужном положении. Крепежные или, иначе, соединительные штифты используются для крепления различных, не испытывающих значительных усилий элементов. Стандарты, касающиеся штифтов различного типа, собраны в группе Г34.

При необходимости передать крутящий момент с одной детали на другую, как правило, применяется *шпоночное соединение*. В зависимости от требований, предъявляемых к соединению, используются шпонки различного типа.

Нередко применяются, например, соединения зубчатого колеса с валом с помощью призматической шпонки, закрепленной на валу винтами.

13. К классу разъемных соединений традиционно относят раз-

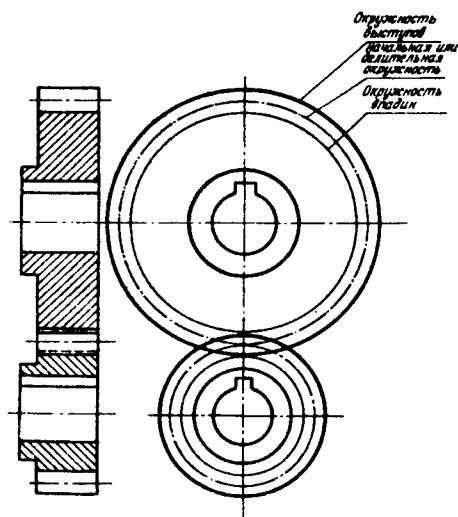


Рис. 295

личного рода зубчатые зацепления, повсеместно используемые для передачи движения с одного вращающегося вала на другой или на специальную зубчатую рейку, перемещающуюся поступательно. В зависимости от взаимного положения в пространстве зубчатые зацепления подразделяются на группы. ГОСТ 2.402—68 фиксирует правила их условных изображений.

Зацепление цилиндрическими зубчатыми колесами. На рис. 295 представлено условное изображение такого соединения. Соединяемые валы на рисунке не показаны, а изображено лишь зацепление

зубчатых колес, одно из которых, в нашем случае нижнее, является ведущим и называется *шестерней*.

Следует иметь в виду, что на плоскости, перпендикулярной продольной оси зубчатого зацепления, вместо полного профиля зубьев прочерчивают для каждого колеса три окружности. Сплошной основной линией показывают окружность выступов колеса, сплошной тонкой линией — окружность впадин, штрихпунктирные окружности — базовые кривые, теоретически катящиеся одна по другой без скольжения и определяющие основной параметр зубчатого зацепления — его *модуль*. В случае необходимости на условном изображении колеса может быть дано очертание одного зуба и двух впадин либо профиля зуба в увеличенном масштабе с помощью выносного элемента.

Зацепление коническими зубчатыми колесами позволяет передавать вращение с одного вала на другой при условии, что оси колес в пространстве пересекаются под прямым углом, а **зацепление с цилиндрическим червяком** используется для передачи вращательного движения с вала на вал, оси которых скрещиваются в пространстве.

Цепная передача (см. ГОСТ 2.402—68) используется в основном для переноса вращательного движения с одного вала на другой вал, параллельный первому и расположенный от него на значительном расстоянии. На рис. 296, а показано условное изображение зубчатой звездочки, на которую набегает цепь при ее движении, а на рис. 296, б дано условное изображение цепной передачи в сборе. Здесь

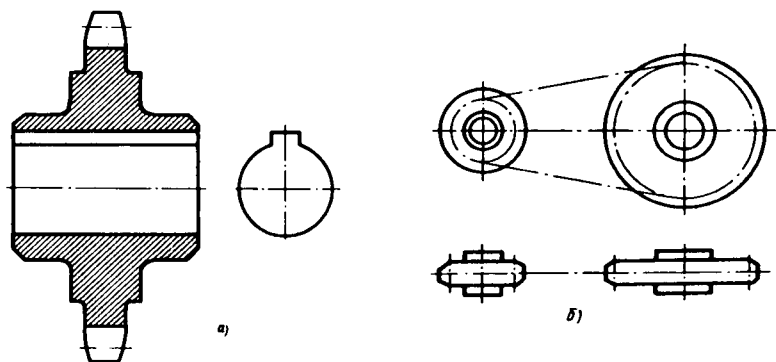


Рис. 296

связующая цепь показана тонкой штрихпунктирной линией, соединяющей делительные окружности вращающихся звездочек.

14. Завершая перечень разъемных соединений, упомянем также *пружины*. В зависимости от прилагаемой нагрузки пружины работают на сжатие, растяжение, изгиб или воспринимают другие, нередко комбинированные воздействия. Из различных типов пружин чаще других встречаются цилиндрические винтовые пружины сжатия и растяжения.

Пружины, согласно требованиям ГОСТ 2.401—68, на рабочих чертежах изображают упрощенно, т. е. прямыми линиями, соединяющими сечения или участки видимого их контура. Если винтовая пружина имеет более четырех рабочих витков, то на чертеже изображают с каждого конца один или два витка, кроме опорных, и проводят осевые линии через центры витков по всей длине пружины.

На сборочных чертежах пружины чаще всего изображают условно — в одну линию.

15. Среди неразъемных креплений важную роль играют *сварные соединения*. Современные технологии широко используют сварку как в машиностроении, так и в строительном производстве при изготовлении металлоконструкций и изделий из железобетона. Способы сварки можно условно разделить на две группы: сварку плавлением и сварку давлением.

Примером первого случая является ручная электродуговая сварка с металлическим электродом, используемая повсеместно, в том числе и на строительных площадках при монтаже сборных и монолитных железобетонных конструкций. При сварке давлением в отличие от сварки с помощью электрической дуги кромки свариваемых деталей не расплавляются, а лишь нагреваются до пластичного состояния, после чего детали соединяются в единое целое под

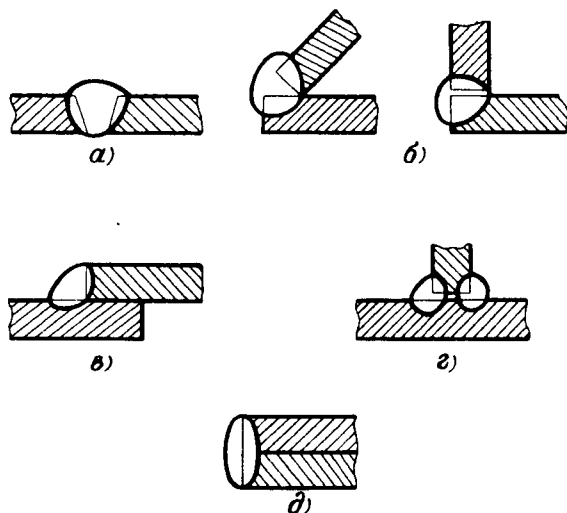


Рис. 297

большим давлением. Характерным примером такого способа сварки является контактная сварка, широко используемая в машиностроении.

Терминологию и основные понятия для всех видов сварки устанавливает ГОСТ 2601—84, относящийся к группе В00. Согласно этому нормативному документу, различают *стыковые, угловые, нахлесточные, тавровые и торцевые сварочные соединения* (рис. 297, а — д соответственно). По протяженности все сварные швы подразделяются на непрерывные, прерывистые и точечные. В последнем случае связь между элементами осуществляется сварными точками. Сварные швы бывают односторонними и двусторонними.

Особый интерес представляет для нас ГОСТ 2.312—72, устанавливающий условные изображения и обозначения сварных соединений. Согласно этому стандарту, независимо от способа сварки видимые сварные швы показываются сплошной основной линией, невидимые — штриховой линией, отдельные сварные точки, расположенные на видимой стороне изделия, — специальным знаком +. Невидимые сварные точки на чертеже не изображаются вовсе.

Структура условного обозначения на чертеже сварных швов или одиночных сварных точек достаточно сложна и собирается из нескольких разделенных горизонтальными черточками блоков, порядок заполнения которых подробно расписан в ГОСТ 2.312—72. При этом используются различные вспомогательные знаки, начертание и значение которых представлены в табл. 7.

Таблица 7

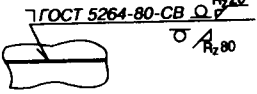
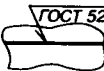
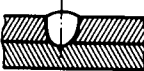
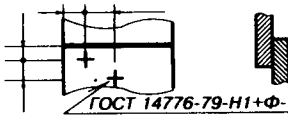
Вспомогательный знак	Значение вспомогательного знака
 ($\phi 3 \times 5$ мм)	Усиление шва снять
 ($R \sim 2$ мм)	Наплывы и неровности шва обработать с плавным переходом к основному металлу
 Угол наклона линии 60°	Шов односторонний прерывистый или точечный; шов двусторонний прерывистый или точечный с цепным расположением
 Угол наклона соединительной линии 60°	Шов двусторонний прерывистый или точечный с шахматным расположением
	Угловой шов
	Шов по незамкнутой линии (знак применяется, если расположение шва ясно из чертежа)
 ($\phi 3 \times 5$ мм)	Шов по замкнутой линии
	Шов выполнять при монтаже изделия, т. е. при установке его по монтажному чертежу на месте применения

П р и м е ч а н и е . Вспомогательные знаки вычерчиваются сплошной тонкой линией, неуказанная высота знаков равна высоте цифр, входящих в обозначение шва.

Два характерных примера обозначения швов сварных соединений приведены в табл. 8.

16. На рис. 298 представлено неразъемное, *заклепочное соединение*, для изготовления которого в сплавляемых деталях просверливают цилиндрические отверстия, а в них устанавливают заклепки — цилиндрические стержни с головками самых различных форм с одной стороны. В процессе установки разность между диаметрами заклепки и заклепочного отверстия устраняется за счет уширения стержня заклепки, а свободный конец ее трансформируется в замыкающую головку.

Таблица 8

Форма поперечного сечения шва	Условное обозначение шва, изготовленного с лицевой стороны	Условное обозначение шва, изготовленного с обратной стороны
	 ГОСТ 5264-80-СВ Ω $R_z 20$ σ $R_z 80$	 ГОСТ 5264-80-СВ Ω $R_z 80$ σ $R_z 20$
Характеристика сварного соединения: монтажный шов (вспомогательный знак — Ω) сварного соединения выполняется с помощью ручной дуговой сварки (ГОСТ 5264—80); соединение стыковое, шов односторонний со скосом одной кромки (код — СВ); усиление со шва снято с обеих сторон (вспомогательный знак σ); параметр шероховатости поверхности шва: с лицевой стороны — $R_z 20$ мкм; с оборотной стороны — $R_z 80$ мкм		
	 ГОСТ 14776-79-Н1+Ф-11 Ω $R_z 80$	
Характеристика сварного соединения: одиночные сварные точки соединения внахлестку (код соединения — Н1) выполняются с помощью дуговой сварки под флюсом (ГОСТ 14776—79, буква — Ф); диаметр электродозаклепки 11 мм; усиление должно быть снято (вспомогательный знак σ); параметр шероховатости обработанной поверхности — $R_z 80$ мкм; количество сварных точек — две		

Один или несколько рядов заклепок образуют заклепочный шов, обеспечивающий прочное, а при необходимости и герметичное соединение. Различают заклепочные соединения, выполненные внахлест (рис. 298, а) либо встык с одной или двумя накладками (рис. 298, б, в соответственно).

В зависимости от назначения чертежа заклепочные соединения вычерчивают с различной степенью условности. В ГОСТ 2.313—82 приведены примеры таких условных изображений. Например, заклепки с полукруглыми основной и замыкающей головками изображают на сборочном чертеже, как показано на рис. 298, г. Если соединение деталей выполняется с применением заклепок одного типа, то рекомендуется показывать их условно в одном-двух местах, а в остальных — центровыми или осевыми линиями. Обозначения заклепок установлены соответствующими стандартами, сосредоточенными в группе Г34.

17. Требования ГОСТ 2.313—82 распространяются и на неразъемные соединения, получаемые с помощью *пайки*, *склеивания* техническим клеем, *сшивания* на специально приспособленных для этой цели машинах, а также посредством стягивания отдельных деталей в единое целое *металлическими скрепами*. Все эти способы образования неразъемных соединений с успехом применяются для изготовления изделий различного назначения.

Места соприкосновения элементов изделия изображают на ри-

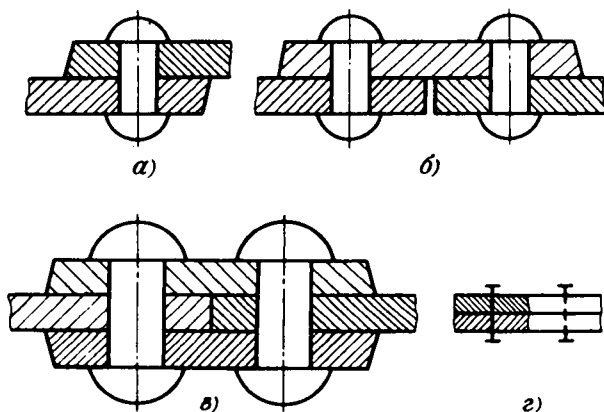


Рис. 298

сунках с помощью сплошных линий толщиной $2s$, где s в зависимости от назначения и масштаба чертежа выбирают в диапазоне $0,6—1,5$ мм. Паяный шов обозначается условным знаком в виде полуокружности, шов клееный — знаком, напоминающим букву К.

Требования ГОСТ 2.313—82, относящиеся к изображению изделий, скрепляемых металлическими скобками, рекомендуется изучить самостоятельно. Это замечание распространим и на другие неразъемные соединения, например на соединения деталей развальцовкой, посадкой с натягом, опрессованием металлических деталей пластмассой, кернением и т. п.

§ 44. Сборочные чертежи

1. Важнейшим видом чертежей являются чертежи сборочные, представляющие собой изображение отдельных сборочных единиц или всего изделия целиком. Изображение на сборочном чертеже должно нести информацию о расположении и взаимной связи составных частей, соединяемых по данному чертежу в единое целое, сообщать сведения, необходимые для выполнения сборочных операций и контроля за изделием после их завершения.

Согласно ГОСТ 2.109—73, сборочный чертеж должен содержать:

- 1) угловую спецификацию (перечень) составных частей изделия и материалов, необходимых для сборки;
- 2) линии-выноски с указанием на их полках номеров позиций составных частей изделия;
- 3) размеры, предельные отклонения и другие параметры, которые должны быть выполнены или проконтролированы по данному сборочному чертежу;

Формат	Зона	Лист	Обозначение	Наименование	Кол.	Примечание
				<u>Документация</u>		
A2			017.04.12.00.00 СБ	Сборочный чертеж		
A3			017.04.12.00.00 ГЧ	Габаритный чертеж		
A2			017.04.12.00.00 ЭЗ	Схема электрическая принципиальная		
A4			017.04.12.00.00 ТУ	Технические условия		
A4			017.04.12.00.00 ТО	Техническое описание		
				<u>Сборочные единицы</u>		
A4	1		017.04.12.01.00	Панель	1	
A4	2		017.04.12.02.00	Каркас	1	
				<u>Детали</u>		
A2	3		017.04.12.00.01	Плата	1	
A3	4		017.04.12.00.02	Крышка	1	
A4	5		017.04.12.00.03	Стенка	2	
				<u>Стандартные изделия</u>		
	6			Винт М3х 10,58 ГОСТ 1491-62 (и т.д.)	4	

б)

Продолжение рис. 299

другая дополнительная информация: контуры пограничных, соседних узлов, а также размеры, определяющие их положение относительно данного изделия; стрелки, указывающие направление вращения валов; количество зубьев и модули зубчатых колес, служащих элементами внешней связи; электрические и другие схемы, если они не оформлены как самостоятельные конструкторские документы, и т. д.

2. Остановимся подробнее на некоторых из перечисленных положений.

Форму и размеры угловых спецификаций устанавливает ГОСТ 2.108—68. Учитывая требования этого стандарта, спецификацию чаще всего размещают на отдельных листах и составляют отдельно для каждой сборочной единицы. В том случае, когда сборочный чертеж вычерчивается на листе формата А4 (ГОСТ 2.301—68), спецификацию разрешается совмещать со сборочным чертежом.

Формат	Зона	Пол.	Обозначение	Наименование	Кол.	Примечание
				<u>Документация</u>		
A3			СПБГАСУ. 251022. 000СБ	Сборочный чертеж		
				<u>Детали</u>		
A3	1		СПБГАСУ. 251022. 001	Корпус	1	
A3	2		СПБГАСУ. 251022. 002.3	Крышка	1	
A4	3		СПБГАСУ. 251022. 003.3	Шпиндель	1	
A4	4		СПБГАСУ. 251022. 004.3	Золотник	1	
A4	5		СПБГАСУ. 251022. 005.3	Кольцо поднабивочное	1	
A4	6		СПБГАСУ. 251022. 006.3	Втулка сальника	1	
A4	7		СПБГАСУ. 251022. 007.3	Гайка накидная	1	
A4	8		СПБГАСУ. 251022. 008.3	Маховик	1	
B4	9			Кольцо уплотнительное φ77х14х6,5 Н14. Пластина 254314.3702 ГОСТ 17133-83	1	0,0005 кг
B4	10			Прокладка φ24,5х14х2,0 НН Паронит ПН-2 ГОСТ 481-80*	1	0,0006 кг
				<u>Стандартные изделия</u>		
	11			Гайка М5-6Н.32 ГОСТ 15918-70*	1	
	12			Гайка М6-6Н.50Н ГОСТ 15918-70*	1	
	13			Шайба 5,32 ГОСТ 11371-78*	1	
	14			Шайба 6,0109 ГОСТ 11371-78*	1	
				<u>Материалы</u>		
	15			Набивка кручения тарки АП2 ГОСТ 5152-84		0,0044 кг
				СПБГАСУ. 251022. 000		
Исполн.	И.В.Волков	Подп.	И.В.Волков	Вентиль запорный муфтовый латунный Dy 13, P _y 10		
Разработ.	Соловьев В.А.					
Проект.						
И. контр.						
Утв.				Лист 1 из 1		

б)

Продолжение рис. 300

линии (рис. 300, а). Размер шрифта номеров позиций выбирают на один-два номера больше размера шрифта, принятого для размерных чисел на этом чертеже. Номера позиций, записываемые на полках, располагают на чертеже либо в возрастающем порядке по часовой или против часовой стрелки обычно в пределах всего сборочного чертежа, либо в соответствии с заранее составленной спецификацией для данного чертежа, без соблюдения возрастающего порядка номеров позиций на проекциях (рис. 300, б).

Линии-выноски не должны пересекаться между собой, не должны быть параллельными линиям штриховки (если выноски про- низывают заштрихованные поля чертежа) и по возможности не должны пересекать изображения других составных частей узла, а также размерные линии чертежа. Допускается применять линии-

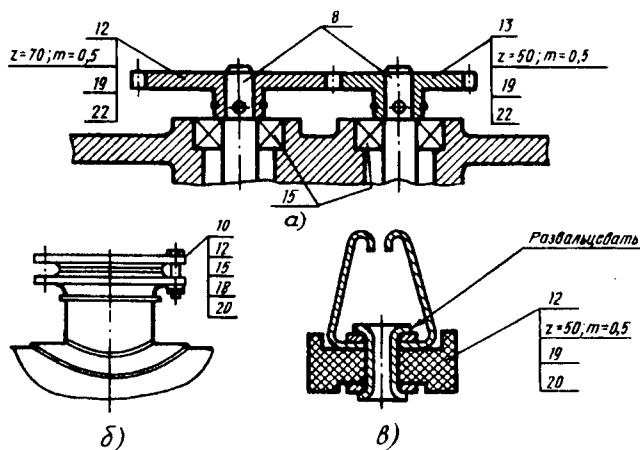


Рис. 301

выноски еще с одним изломом кроме излома около ее полки (рис. 301, а, поз. 15).

Разрешается чертить общую линию-выноску с вертикальным расположением номеров позиций:

— для группы крепежных деталей, относящихся к одному и тому же месту крепления (рис. 301, б);

— для группы деталей с отчетливо выраженной взаимосвязью, исключающей различное толкование (рис. 301, в);

— для отдельных составных частей изделия (изобразить которые на чертеже графически не удастся), указываемых в технических требованиях чертежа специальной записью. Например, не указанная графически поз. 22, проставленная на полке рядом с поз. 12 и 14, для которых соответствующие изображения на чертеже имеются, сопровождается в технических требованиях записью «Жгуты поз. 12 под скобами поз. 14 обернуть прессшпаном поз. 22».

Номера позиций наносят на сборочном чертеже, как правило, один раз. Допускается повторно проставлять номера позиций, маркирующих одинаковые составные части изделия. В простых ситуациях количество одинаковых элементов разрешается указывать, как это сделано на рис. 301, а. На выносках от зубчатых колес, червяков и реек рекомендуется указывать основные параметры зубчатого венца и записывать их на дополнительных полках, присоединяемых к основной (рис. 301, а).

4. На сборочный чертеж наносят лишь те размеры, отсутствие которых затрудняет чтение чертежа или не позволяет успешно использовать его по прямому назначению. Размеры на сборочных чертежах принято группировать следующим образом.

Габаритные размеры указывают длину, ширину и высоту изделия

или сборочной единицы. Если составные части сборочного узла в процессе работы перемещаются, то габариты изделия указывают дважды с учетом крайних положений выдвигающихся деталей. Габаритные размеры рекомендуются размещать снизу и справа от соответствующего изображения.

Монтажные размеры. К этой группе относят размеры, необходимые для соединения отдельных деталей в единое целое, а также, если речь идет о сборочном узле, для установки этого узла в изделие. Примером могут служить размеры между осями валов, размеры от баз до осей главных отверстий и других ответственных элементов узла или изделия, размеры зазоров, размеры, проверяемые в процессе сборки, и т. д.

Установочные или присоединительные размеры указывают положение сборочной единицы в изделии. Сюда относятся координаты мест крепления (расстояния между установочными элементами; размеры опорных отверстий и пр.), расстояния между осями отверстий на фланцах и т. п. Для зубчатых колес, служащих элементами внешних связей, указываются модуль, количество зубьев, для конических колес, кроме того, угол начального конуса и координаты его вершины.

Эксплуатационные размеры характеризуют эксплуатационные параметры изделия, например указывают крайние положения движущихся частей изделия, размеры под ключ. К таким размерам относятся диаметры проходных отверстий у измерительных или регулирующих поток воды, пара либо газа приборов, диаметры отверстий под вал у подшипников, диаметр вала электродвигателя под шкив и т. п.

Особо ответственными сборочными размерами являются, например, углы между осями валов конических передач, расстояния между осями валов других зубчатых зацеплений; размеры предельных величин непараллельности, непрямолинейности, радиального и торцевого биения, отклонения от заданной криволинейной формы и пр.

Прочие размеры. К этой группе относят пределы регулировки пружин, механизмов и приборов, входящих в состав изделия; отдельные размеры особо важных деталей, если указание их необходимо для качественного выполнения сборки либо осуществления послесборочного контроля.

Конечно, деление размеров на группы на сборочных чертежах является условным. Важно, чтобы среди общего количества размеров не потерялись перечисленные. Общее же количество размеров, проставляемых на сборочном чертеже, прямо зависит от сложности изделия, его назначения и конструктивных особенностей. В необходимых случаях на сборочный чертеж наносят справочные размеры и фиксируют предельные отклонения.

5. Сборочные чертежи выполняют с упрощениями, отвечающими требованиям стандартов ЕСКД. Особое внимание в этом отношении следует уделить ГОСТ 2.109—73 и 2.305—68, многие положения которых подробно разъясняют возникающие на чертеже типичные ситуации.

Рекомендуя для самостоятельного изучения указанные стандарты, отметим лишь наиболее характерные условности и упрощения.

На сборочных чертежах, как правило, не показывают: фаски, скругления, проточки, выступы, насечки и другие мелкие элементы; зазоры между стержнем и отверстием; крышки, шиты, кожухи, маховики и пр., если они мешают выявлению формы располагаемых за ними элементов изделия.

При выполнении продольных разрезов на сборочном чертеже оставляют нерассеченными такие детали, как винты, гайки, прокладки, заклепки, шпонки, непустотелые валы, шатуны, рукоятки и пр., а также составные части изделия, на которые имеются самостоятельные сборочные чертежи; на чертеже оставляют незаштрихованными в сечениях спицы маховиков, шкивов, зубчатых колес и т. п., если секущая плоскость направлена вдоль оси или вдоль длинной стороны элемента изделия; типовые, покупные и другие широко применяемые изделия изображают на сборочном чертеже лишь внешними очертаниями и т. д.

б. Серьезной практической задачей является проблема чтения сборочных чертежей, тесно связанная с понятием «деталировка». Деталировка — процесс, обратный сборке, предполагающий умение мысленно выбирать из сборочного узла отдельную конкретную деталь для выполнения ее рабочего чертежа.

Специальные правила чтения сборочных чертежей отсутствуют. Однако, понимая, что процесс чтения любого, в том числе и сборочного, чертежа нельзя отделить от его составления, мы не ошибемся, высказав утверждение, что умение читать сборочный чертеж (умение детализовать) достигается знанием конкретных правил его выполнения и практическим опытом. Имея это в виду, дадим все же краткие рекомендации, полезные при осуществлении деталировки, и в первую очередь укажем на последовательность считывания информации, размещаемой на сборочном чертеже.

Принцип работы конкретного сборочного узла или изделия выясняется с помощью описания, часто сопровождающего сборочный чертеж, особенно если он достаточно сложен. Читая основную надпись на чертеже, уясняют вопрос о степени конструктивной и технологической обработки изделия, выявляют стадию производства. Внимательно просматривая спецификацию, находят каждую отдельную деталь на чертеже. Уясняют способы соединения деталей друг с другом. По спецификации же узнают о количестве одинаковых деталей, о количестве стандартных деталей (болты, винты,

шпонки и пр.), а также о покупных изделиях (шарикоподшипниках, зубчатых колесах и пр.), входящих в состав данной сборочной единицы.

Одновременно, рассматривая сборочный чертеж, выясняют число основных и дополнительных видов, наличие разрезов и положение секущих плоскостей для каждого из них, наличие сечений, выносных элементов и др. Попутно знакомятся с размерами, интересуются масштабом чертежа.

Работая с отдельной деталью, находят ее номер в спецификации и на чертеже. Внимательно изучают сначала то ее изображение, которое указано номером на полке линии-выноски. После этого выявляют проекции этой детали на всех остальных изображениях, помня о том, что направление штриховки и расстояние между штриховыми линиями для всех разрезов и сечений одной и той же детали одинаковы. По найденным изображениям определяют геометрическую форму детали и ее внутреннее устройство.

Уяснив по возможности подробно назначение конкретной детали в изделии, устанавливают, какие поверхности ее являются сопрягаемыми, т. е. по каким поверхностям происходит соединение ее с другими деталями. Опытный специалист определит по сборочному чертежу и другие важные параметры: характер посадок, гарантирующих взаимодействие деталей в изделии; необходимую степень шероховатости поверхности деталей; способ обработки конкретной детали при ее изготовлении и многое другое.

Конечно, навыки в чтении чертежей приобретаются не вдруг, а постепенно и являются результатом систематической работы по анализу вначале простых, а затем и более сложных сборочных чертежей. И все следующие в этом русле учебные упражнения являются лишь первыми шагами на пути к профессиональному мастерству.

Глава 9

ОСНОВЫ СТРОИТЕЛЬНОГО ЧЕРЧЕНИЯ

§ 45. Изображение элементов строительных конструкций

1. Устройство различных строительных конструкций и частей здания изучается в специальных курсах. Здесь ограничимся перечнем основных понятий и терминов, сопровождая их по возможности иллюстрациями и краткими пояснениями.

Фундаменты. Фундаментом называют часть здания, находящуюся в земле и передающую давление надземной части здания на грунт. Форма и размеры фундаментов зависят от величины нагрузок.

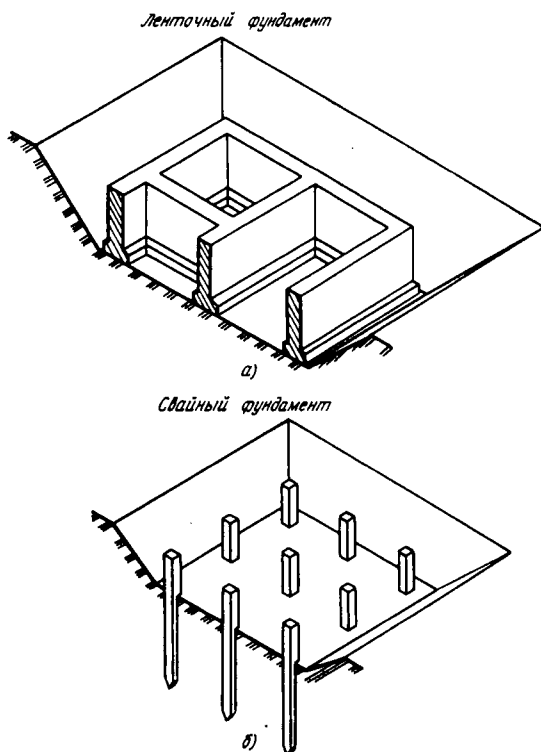


Рис. 302

от допускаемой нагрузки на грунт и от глубины заложения фундамента.

Различают фундаменты следующих видов:

- сплошные — в виде плиты под зданием;
- ленточные, организуемые под стенами здания;
- столбчатые, в частности свайные в виде отдельных столбов.

Фундаменты под каменное здание в зависимости от условий могут выполняться из бутового камня, из монолитного железобетона или блоков заводского изготовления. Во многих случаях, особенно когда речь идет о слабых грунтах, в практике строительства используются так называемые свайные фундаменты, представляющие собой множество погружаемых в тело земли обычно железобетонных столбов-свай, имеющих укрепленные оголовки и связанных по верху общим поясом, именуемым *ростверком*.

Общий вид некоторых фундаментов представлен на рис. 302, а, б.

2. **Стены.** Как правило, фундамент на уровне земли уступом переходит в стену, называемую в своей нижней части *цоколем*.

Стены зданий выполняются из самых различных материалов. Часто стены выкладываются из кирпича, реже — из натурального камня. Стены могут быть железобетонными (сборными или монолитными), из деревянных бревен, брусьев, шитов и т. д.

По расположению в здании различают стены наружные и внутренние.

Толщина стен зависит от климатических условий, от физических свойств материала, из которого они изготовлены, от воспринимаемой ими нагрузки и т. д. Толщина стены кирпичного здания определяется размерами кирпича (60х120х250 мм) и толщиной слоя раствора (около 1 см). Обычно стены выкладывают в 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; ... кирпича; по толщине они составляют соответственно 25, 39, 51, 64, ... см.

Внутренние стены в зданиях, не несущие полезной нагрузки и называемые *перегородками*, имеют обычно толщину от 8 до 12 см. Изображение стен в плане и в разрезах здания можно видеть на рис. 307, 311.

3. Перекрытия. Перекрытием называют часть здания, отделяющую один этаж от другого. Различают чердачные перекрытия, междуэтажные и перекрытия над подвалом.

Основными конструктивными элементами перекрытия, если речь идет о сборных конструкциях, являются балки (железобетонные, металлические или деревянные) либо железобетонные плиты или панели, опирающиеся непосредственно на стены здания. Указанные конструктивные элементы воспринимают нагрузку от прочих слоев перекрытия, а также полезную нагрузку.

По внутреннему устройству перекрытия крайне разнообразны. На рис. 303, а, б, в приведены примеры перекрытий, показанных в разрезе. Обратите внимание на выполнение пояснительных надписей.

Над лестничными клетками, подвалами, котельными предусматриваются, как правило, несгораемые перекрытия, например из железобетона.

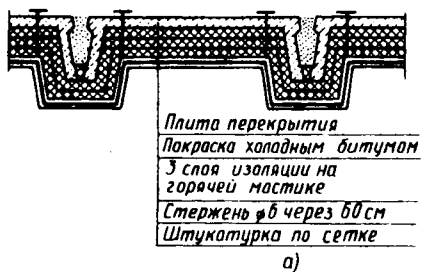
4. Крыша. Верхняя часть здания до недавнего времени повсеместно выполнялась в виде чердачного перекрытия, предназначенного для предохранения помещений от охлаждения, и крыши, защищающей здание от атмосферных осадков.

Крыша состоит из двух частей:

— водонепроницаемой оболочки — кровли, воспринимающей атмосферные осадки;

— конструкции, состоящей из подпор и связей, поддерживающих кровлю и называемых *стропилами*. Над стропилами укладывают элементы обрешетки, т. е. специального настила, непосредственно несущего кровлю.

Чердачное перекрытие



Междуэтажное перекрытие

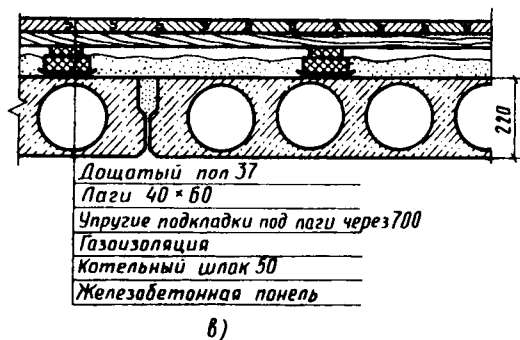
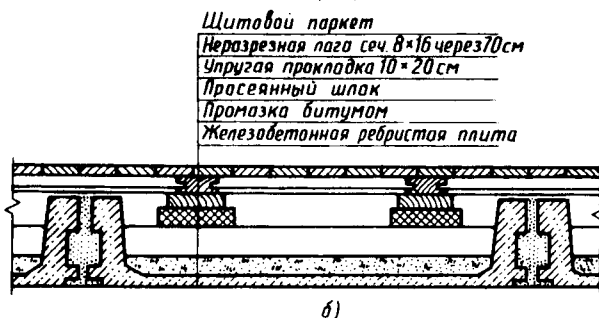
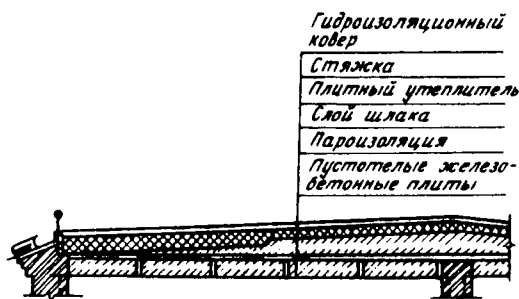
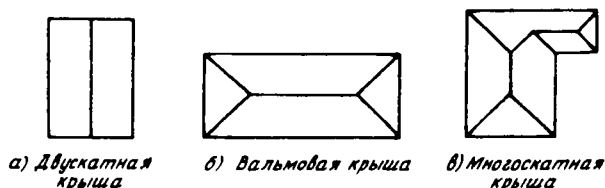


Рис. 303

В целях беспрепятственного отвода атмосферных осадков кровля выполняется в виде наклонных плоскостей, называемых *скатами*.

Уклон скатов крыши зависит от применяемых кровельных материалов, способов их укладки и климатических условий и колеблется от 5 до 45° и более. В простейшем случае крыша имеет один скат. При более сложных архитектурных решениях встречаются



г) Бесчердачное покрытие

Рис. 304

крыши с двумя, четырьмя и вообще со многими скатами. На рис. 304, а — г показаны некоторые варианты устройства крыш — в плане и в разрезе. Заметим, что горизонтальную линию, по которой пересекаются два ската крыши, называют *коньком*. А треугольные торцевые стены, закрывающие с боков чердачное помещение, образуют *фронтон* здания.

В настоящее время для завершения современных промышленных и многоэтажных жилых зданий, как правило, используются *покрытия* — верхняя ограждающая конструкция, отделяющая помещения здания от наружной среды и защищающая их от атмосферных осадков. Эта конструкция совмещает функции чердачного перекрытия и крыши (рис. 304).

5. Лестницы. Лестницы служат для сообщения между этажами. Лестницы бывают внутренние, заключенные в особые закрытые помещения — *лестничные клетки*, или наружные (входные и пожарные).

Лестница состоит из наклонных частей — *маршей* — и горизонтальных — *лестничных площадок*. Марши состояются из *ступеней*, которые укладываются по наклонным балкам — *косоурам*. На рис. 305, а — в показан профиль ступени лестницы. В ступени различают их ширину (проступь, равную обычно 27—30 см) и высоту (подступенок от 15 до 18 см).

На том же рисунке видим изображение двухмаршевой и трехмаршевой лестницы. Уклон лестничного марша определяется отношением высоты марша к его горизонтальной проекции. Для жилых домов применяются уклоны от 1:1,5 до 1:2,0.

6. Стенные проемы. Проемом называют сквозное отверстие в стене, предназначенное для установки *окна, двери, ворот*, а также для иных целей. Размеры окон и их расположение в здании устанавливают в зависимости от общего архитектурного решения с учетом норм освещенности различных помещений. На рис. 306, *а* дано аксонометрическое изображение окна в разрезе. На боковых и верхних частях проема имеются выступы, образующие так называемые *четверти*, которые служат для установки оконной коробки. Оконная коробка — деревянная рама, служащая для прикрепления оконного переплета. В нижней части оконного проема устраивается подоконная доска.

Форма и размеры дверей определяются требованиями беспрепятственного прохода людей и переноса вещей. Различают двери наружные, внутренние, входные в квартиру, двери подсобных помещений. Для устройства двери в проеме, на боковых и верхней частях его обычно устраивается четверть (рис. 306, *б*), служащая для укрепления дверной коробки. Отворяющаяся часть двери прикрепляется к дверной коробке и называется *дверным полотном*. Двери могут быть однопольными, двупольными (из двух равных полотен). Если полотна имеют разную ширину, то дверь называют полуторапольной. Существуют также различные

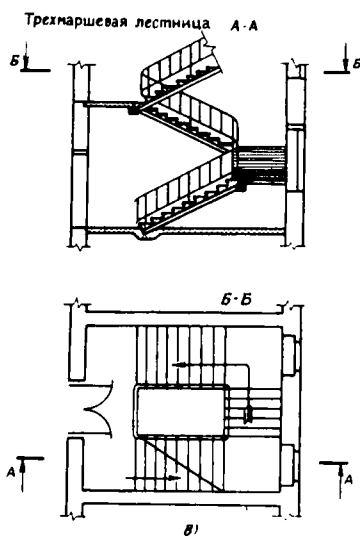
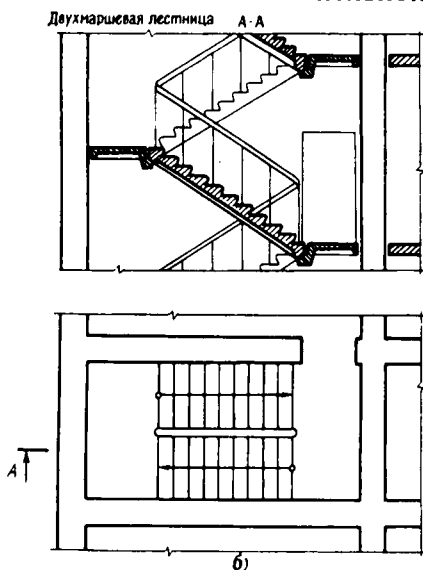
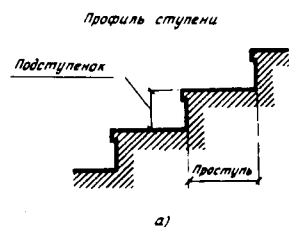


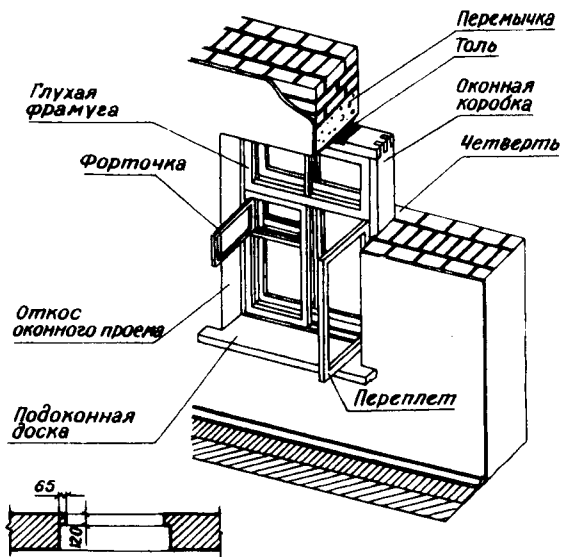
Рис. 305

специальные виды дверей: раздвижные, подъемные, вращающиеся и пр.

7. В настоящее время при возведении промышленных, общественных и жилых зданий наиболее прогрессивным методом считается метод, позволяющий монтировать или собирать здание из элементов и деталей заводского изготовления. Элементы конструкций, которые поставляют на строительную площадку в готовом виде для осуществления монтажа здания, называют строительными изделиями.

Основным конструктивным элементом зданий — типовым строительным изделием — присваиваются буквенные обозначения, именуемые марками. Марки строительных изделий, представленные на рабочих чертежах и схемах расположения элементов сборных конструкций, состоят из начальных букв названий соответствующих элементов. Приведем марки некоторых наиболее часто встречающихся на практике строительных изделий:

<i>Наименование</i>	<i>Обозначение</i>
Балки	Б
Балки подкрановые	БК
Балки стропильные	БС
Балки фундаментные	БФ
Блоки стеновые	СБ
Двери	Д
Каркасы арматурные:	
плоские	КР
пространственные	КП
Колонны	К
Окна	ОК
Марши лестничные	МЛ
Панели перегородок	ПГ
Панели стеновые	ПС
Перекрытия	ПР
Плиты перекрытий, покрытий	П
Площадки лестничные	ПЛ
Связи вертикальные	ВС
Связи горизонтальные	ГС
Сетки арматурные	С
Стойки	СК
Фермы стропильные	ФС
Фермы и балки тормозные	ФТ
Фундаменты	Ф
Фундаментные блоки	ФБ
Фундаменты под оборудование	ФО



а)

Рис. 306

Каждый конструктивный элемент имеет свою нумерацию в проекте, например колонны К1, К2 и т. д. или балки Б1, Б2 и т. д. Марки наносят на полках линий-выносок (рис. 307). Если несколько конструктивных элементов являются идентичными, то им присваивают один и тот же порядковый номер. В этом случае марку наносят на общей полке линии-выноски рядом с изображением однотипных элементов. Если железобетонная строительная конструкция выполняется в монолите, то к марке этой конструкции, проставляемой на чертеже, добавляется строчная буква «м», например Фмб — фундамент монолитный железобетонный.

8. Линии на чертеже, определяющие расположение основных несущих конструкций (стен, столбов или колонн), называют продольными и поперечными координационными осями.

Расстояние между координационными осями в плане здания называют *шагом* (рис. 307). Расстояние между координационными осями объекта строительства, которое соответствует пролету основной несущей конструкции перекрытия или покрытия, называют *пролетом*.

Для определения взаимного расположения элементов здания применяют сетку координационных осей его несущих конструкций (рис. 307). Координационные оси наносят штрихпунктирными линиями и обозначают марками в кружках диаметром от 6 до 12 мм. Для маркировки координационных осей используют арабские циф-

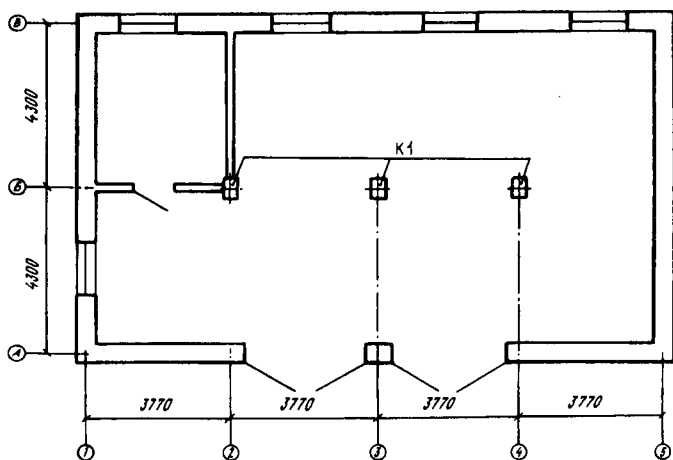


Рис. 307

лестничных клеток и стен с каналами, где допускаются отступления от этого правила.

9. На строительных чертежах встречаются размеры трех видов: конструктивные, номинальные и натурные.

Конструктивными размерами l называют проектные размеры элементов конструкций и строительных изделий.

Номинальными размерами l_0 называют размеры конструктивных элементов и строительных изделий, включающие в себя нормированные зазоры и толщину швов между конструктивными элементами.

Натурными размерами называют фактические размеры конструктивных элементов и строительных изделий, отличающиеся от конструктивных на величину допусков, установленных нормами. При нанесении размеров на строительных чертежах необходимо руководствоваться правилами, приведенными в § 39, с учетом следующих дополнений, предусмотренных стандартом.

Размеры на строительных чертежах наносят в **мм** без обозначения единицы измерения. Допускается указывать размеры в **см** и **м** с обозначением единиц измерения или без их обозначения, но с указанием их в технических требованиях.

Размеры на строительных чертежах наносят в виде замкнутой цепи. Размеры допускается повторять. Чтобы ограничить размерные линии, на пересечении размерных линий с выносными или осевыми линиями можно вместо стрелок применять засечки под углом 45° к размерной линии, что на практике и делается постоянно (см. рис. 311). При недостатке места для засечек на размерных линиях, расположенных цепочкой, засечки можно заменять точками.

В соответствии с ГОСТ 21.105—79 отметки уровней (высоты, глубины) элементов здания от какого-либо отчетного уровня, принимаемого за нулевой, помещают на выносных линиях или непосредственно на линиях контура и обозначают соответствующим знаком (см. рис. 311).

На планах зданий (см. рис. 309) отметки наносят в прямоугольнике или на полке линии-выноски.

Отметки указывают в метрах с тремя десятичными знаками. Условную нулевую отметку обозначают 0.000, отметки ниже условной нулевой обозначают со знаком минус, отметки выше условной фиксируют, не указывая знака. В качестве нулевой отметки для зданий принимают, как правило, уровень пола первого этажа. Отметки при необходимости сопровождаются поясняющими надписями, например **Ур. ч. п.** — уровень чистого пола, **Ур. з.** — уровень земли.

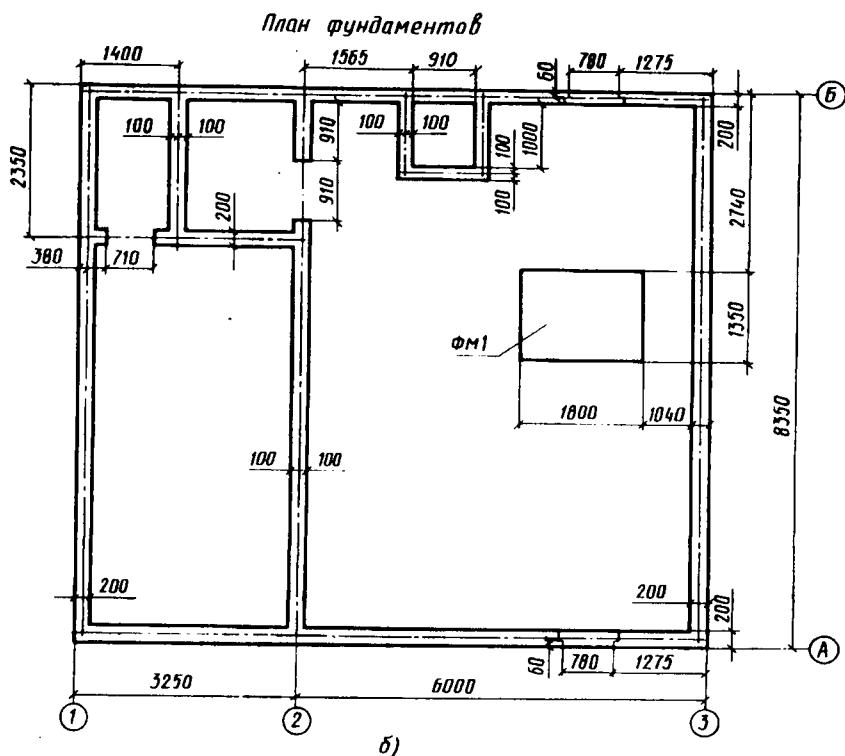
Размеры конструктивных элементов могут быть совмещены с их наименованием. Делается это обычно при оформлении кровельного или междуэтажного «пирога», когда толщина отдельных слоев конструкции перекрытия указывается не на конструкции, а вместе с их наименованиями, вынесенными в сторону. В некоторых случаях размеры сечений конструктивных элементов проставляют в виде произведения (см. рис. 303, 311).

§ 46. Чертежи зданий и сооружений

1. Проекты строительных сооружений обычно представляют собой довольно сложную комплексную модель намеченного к выполнению объекта. Модель эта включает в себя и аналитические, и геометрические, и описательные материалы, т. е. базируется на различных формах и средствах моделирования (ср. рис. 1). Чисто геометрическая, а точнее — графическая, часть проекта составляется, как правило, из нескольких проекционных изображений, которые должны доставлять по возможности полное представление о здании в целом и об отдельных его конструкциях. В случае простых объектов эти изображения располагаются на одном листе. В более сложных вариантах — на нескольких, может быть, даже на многих листах.

Большое значение имеет хорошо подобранная композиция чертежей на листе. Отчетливость и наглядность изображений нужно сочетать здесь с легкостью их прочтения и с художественной стороной исполнения. Поэтому конкретному исполнению архитектурных и строительных чертежей должен предшествовать поиск удачной композиции.

Главное изображение рекомендуется размещать в центре листа или по одной из осей симметрии. Можно также использовать более



Продолжение рис. 308

фундаментов, план балок для междуэтажных перекрытий, план стропил, план кровли, иногда план полов (для промышленных зданий см., например, рис. 308, а, б).

Рабочий чертеж плана здания представляет собой изображение, снабженное многочисленными размерами и доставляющее специалисту все необходимые данные: о расположении стен, перегородок, лестниц, оконных и дверных проемов, о размещении санитарно-технического и другого оборудования, о назначении отдельных помещений (если это требуется) и т. п.

В качестве примера на рис. 309 приведен план этажа жилого и промышленного здания. Следует особенно внимательно познакомиться с этими рисунками, вдумываясь в каждую деталь, поскольку именно знакомство с конкретной и наглядной моделью позволяет быстрее всего приобрести необходимые в этой области знания и навыки.

3. Разумеется, при вычерчивании планов здания инженеру или технику приходится постоянно опираться на свои знания в области строительных конструкций. Например, необходимо правильно ука-

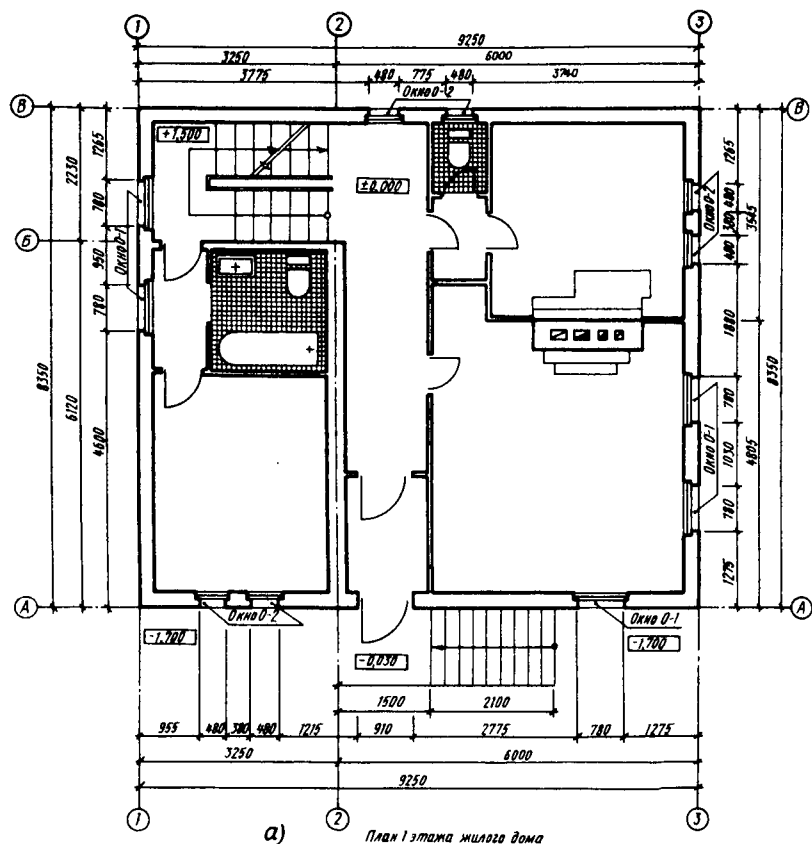


Рис. 309

зывать толщину наружных и внутренних стен, соблюдать нормативные размеры лестничных клеток, обеспечивать оптимальные пролеты между несущими конструкциями и т. п. Но помимо этих профессиональных вопросов нередко возникают и чисто геометрические задачи, решение которых базируется на материалах разд. I этой книги. Так, при построении плана крыши обычно приходится решать задачу о пересечении плоскостей и об изображении возникающих многогранников. Задача эта обычно значительно упрощается благодаря тому, что скаты кровли должны иметь одинаковый уклон, а форма здания в плане, как правило, имеет достаточно простую конфигурацию. Однако при каждом усложнении этой основной формы задача сразу утрачивает свою элементарность. Полезно выполнить несколько упражнений, построив план крыши для здания, имеющего нестандартные очертания (см. рис. 304).

4. Крайне важную информационную нагрузку несут также изображения фасадов и разрезов строительного сооружения.

Разрезы должны показывать все то, что невозможно прочесть по чертежу, сколь бы внимательно ни просматривать планы здания (см. рис. 311). Учитывая это обстоятельство, приходится обычно выполнять несколько продольных и поперечных разрезов. Прежде всего должны быть указаны высота помещений, толщина междуэтажных перекрытий, их состав, различные переходы и перепады высот, подъем над уровнем пола оконных и дверных проемов и т. д. Чтобы облегчить восприятие всей этой информации, на чертежах разрезов проставляют не только размеры, но и специальные высотные отметки (уровень земли, уровень полов на этажах, уровень наружных проемов и т. д.), сопровождая их особым условным знаком (см. рис. 311).

На общих продольных и поперечных разрезах здания часто стремятся показать устройство непосредственно попадающих в секущую плоскость или находящихся вблизи от нее строительных конструкций. С этой целью применяются условные изображения строительных материалов (ГОСТ 2.306—68), а также надписи со стрелками или надписи в последовательно идущих строчках, повторяющих чередование материалов в данной конструкции (см. рис. 303, 311). Если масштаб разреза слишком мелкий, то устройство конструкций показывают на специально выполненных фрагментах, отмечая их надписью: «узел А», «узел В» и т. п.

По степени внутренней проработки различают два вида разрезов: *архитектурные и конструктивные*. Само название указывает их назначение. Первые используются на стадии архитектурного проектирования зданий и отличаются обобщенным, но зато по возможности художественным исполнением. Конструкции фундаментов, устройство перекрытий, кровель и других второстепенных (с точки зрения общего восприятия) элементов здесь не выявляют. Наоборот, на конструктивных разрезах, входящих в состав рабочего проекта, все эти вопросы должны быть максимально раскрыты и отчетливо представлены.

5. В зависимости от принятой композиции в проект включают изображения двух, трех или нескольких *фасадов здания*. Все фасады, имеющие существенные различия, должны быть представлены отдельно. Главный фасад, определяющий вид здания со стороны улицы, или площади, или со стороны основных подходов к нему, стремятся обычно расположить в прямой проекционной связи с типовым планом (чаще всего с планом первого этажа). В необходимых случаях над изображением фасада дается его название, в котором указываются по порядку, слева направо, номера осей крайних наружных стен, например «Фасад 1—12».

Фасады, входящие в состав архитектурных проектов, требуют

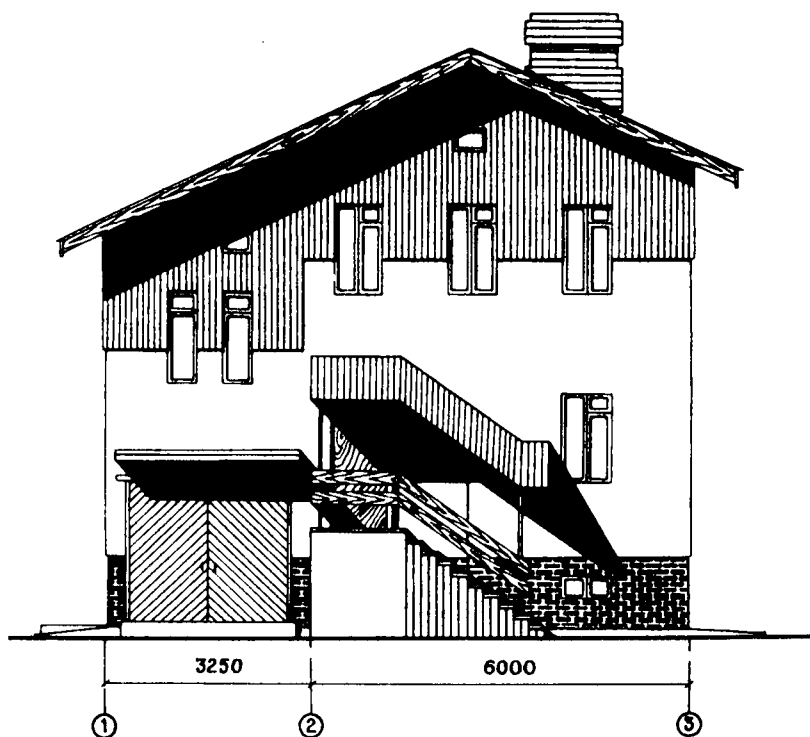


Рис. 310

тщательной художественной проработки, с указанием всех деталей, влияющих на восприятие архитектурного облика здания. На такие изображения, как правило, наносят контуры собственных и падающих теней и выполняют отмывку или используют другие средства художественной графики (см. рис. 310).

На рабочих чертежах такие средства эстетического воздействия отступают на второй план или вообще отсутствуют. Вместо этого подчеркиваются все конструктивные моменты, особенно те, которые не могут быть выявлены на планах и разрезах. Например, указываются заполнения проемов, наружные водостоки, пожарные лестницы, деформационные швы и т. п. Размеры на фасадах обычно не проставляют, но иногда указывают расстояние между осями или основные высотные отметки (уровень земли, горизонтальных членений, карнизов и др.) (см. рис. 310).

Наиболее сложные и ответственные участки фасадов, не поддающиеся детальной прорисовке в принятом масштабе, показывают на дополнительных изображениях — фрагментах. Фрагмент выполняют в более крупном масштабе; ссылка на него дается на основном

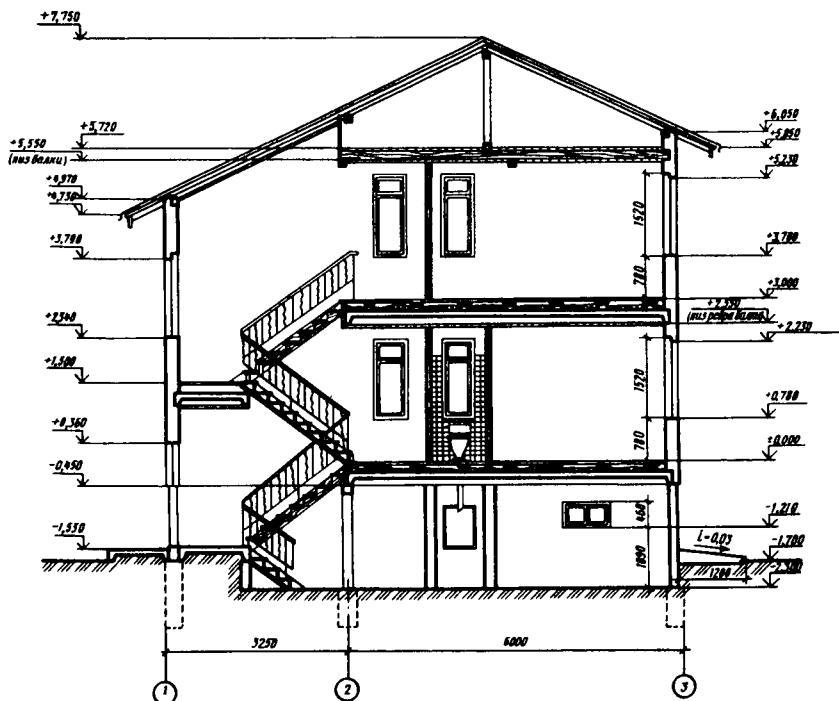


Рис. 311

чертеже согласно общим правилам (см. § 39). Иногда на фрагментах приводятся и маркируются дальнейшие ссылки, указывающие на изображения еще более мелких деталей, которые относятся обычно к числу специальных архитектурных форм (капители колонн, триглыфы, рельефы и пр.).

6. Преимущественное значение в современных условиях имеют индустриальные методы строительства. Это, однако, не освобождает специалиста от необходимости развивать свой художественный вкус, при каждой возможности опираться на высокие эстетические критерии и умело использовать их при моделировании строительных объектов. Давно проверенным инструментом высококачественной архитектурной композиции является так называемая ордерная система, получившая свое развитие еще в древнегреческой и древнеримской архитектуре. Основная ее идея заключается в соблюдении *определенных пропорций* при проектировании главной структурной части здания, в которую входят колонна, поддерживающий ее *пьедестал* и опирающийся на нее *антаблемент* (рис. 312, а — з).

За единицу измерения принимают величину радиуса колонны у

Архитектур-
ные ордера:

- а) тосканский;
- б) дорический;
- в) ионический;
- г) коринфский.

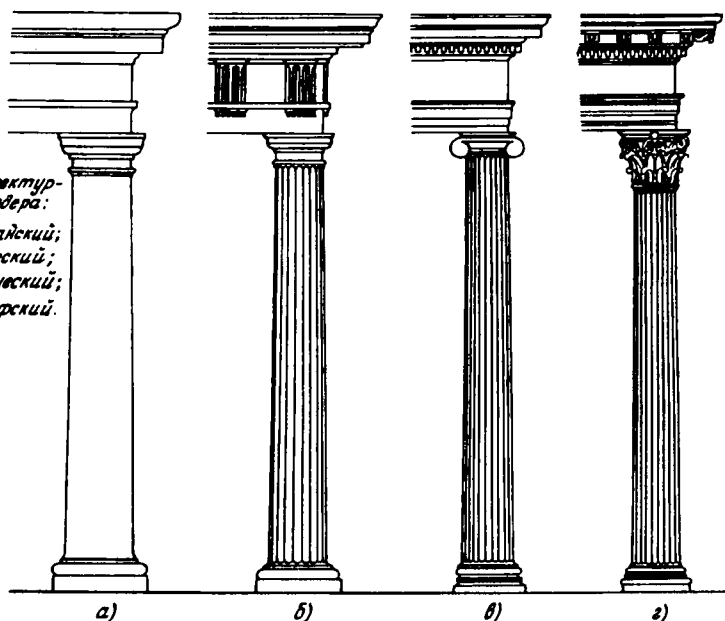


Рис. 312

ее основания. Эту величину называют *модулем*. Для отсчета более мелких членений модуль делится на 12 или на 18 (в зависимости от типа ордера) частей, которые принято было именовать *партами*. Соблюдение установленных ордерам пропорций обеспечивало глубокую гармонию архитектурных форм. Опытному специалисту, хорошо изучившему ордерную систему и привыкшему к ней, удастся сохранять эту гармонию даже в тех случаях, когда основные и определяющие элементы ордера — несущие колонны — вообще отсутствуют или выражаются лишь в виде слабых вертикальных членений на стене здания (пилястры). Самым общим и самым важным отзвуком ордерной системы является требование соблюдать заранее установленные отношения и пропорции в процессе архитектурного проектирования строительных объектов. Эти многократно проверенные практикой приемы обеспечивают получение полноценного облика новых гражданских и общественных зданий.

7. Все три составные части ордера имеют внутренние подразделения. На пьедестале различают *цоколь*, *стул* (тело пьедестала) и *карниз*. Колонна имеет *базу*, *ствол* и *капитель*. А три части антаблемента именуется *архитрав*, *фриз* и *карниз*. По высоте пьедестал составляет $\frac{1}{3}$, а антаблемент — $\frac{1}{4}$ от высоты колонны.

Известны четыре классических ордера: *тосканский*, *дорический*, *ионический* и *коринфский*. В каждом из них колонна имеет свою

Архитектурные обломы

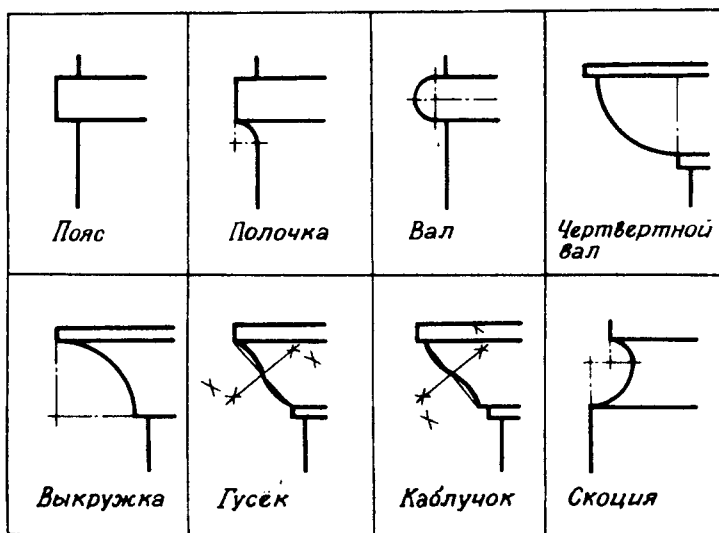


Рис. 313

определенную длину, выраженную в модулях: 14, 16, 18 и 20 модулей соответственно. С нижней трети колонны начинается ее плавное сужение (энтазис), так что наверху, под самой капителью, имеем радиус окружности, составляющий от $\frac{3}{4}$ до $\frac{5}{6}$ начальной его величины. В классических вариантах ордера эти и другие соотношения размеров детально прорабатываются. На практике допускаются, конечно, различные отклонения. Все необходимые подробности следует находить в специальной и справочной литературе [9, 11]. Что касается оформления цоколей, баз, капителей и карнизов, то здесь ведущую роль играют простые геометрические формы, которые именуют обычно *архитектурными обломами*. Основные варианты их показаны на рис. 313, не требующем особых пояснений. Сочетания архитектурных обломов, конструктивно оправданные и приятные для зрительного восприятия, тоже подчинены определенным правилам. Легче всего усвоить эти правила, внимательно знакомясь с классическими образцами архитектуры в натуре и на изображениях. Следует заметить, что капители колонн ионического и коринфского ордера имеют характерное и довольно сложное строение (см. рис. 312). Геометрическое моделирование таких форм с прорисовкой теней и отмывкой представляет собой нелегкую, но увлекательную художественную задачу.

8. На строительных чертежах часто большую роль играет наглядность изображения. Для повышения наглядности, технической и

художественной информативности проекционных моделей применяют специальные средства, в том числе выявляют собственные и падающие тени, производят отмывку и раскраску чертежей. С геометрической стороны задача построения теней рассмотрена в § 23, 24. Выскажем несколько замечаний, касающихся лишь внешнего графического оформления.

Постепенно и очень тщательно выполняемую раскраску чертежа называют его *отмывкой*. Отмывку осуществляют сухой разведенной тушью, приготавливая ее либо в чистом виде, либо с добавкой акварельной краски. Возможно также использование акварельной краски без туши (иллюминовка).

Для качественного выполнения отмывки необходимы специальные приготовления. Во-первых, нужно обратить внимание на выбор бумаги. Предпочтение отдается светостойким, влагоемким сортам бумаги, не имеющим заглаженной поверхности. Во-вторых, бумага должна быть заранее жестко закреплена на *планшете* или на *подрамнике*. Обычно ее обильно смачивают чистой водой, после чего наклеивают на подготовленную картонную или деревянную основу. Наконец, перед самым началом окраски выполненный чертеж снова тщательно промывают, освобождая его от следов жира и случайных пятен. Все эти процедуры должны быть хорошо отработаны на практике.

Тушь или краску, разведенную до весьма слабого тона, наносят на намеченные поверхности. После высыхания первого слоя наносят второй, а затем и последующие слои, постепенно усиливая окраску в нужных местах.

По другому способу, более трудному для непривычного исполнителя, окраску осуществляют за один прием, набирая сразу нужный, достаточно глубокий тон и постепенно, путем добавления чистой воды, сводя его на нет. Этот способ используют и в обратном направлении, внося краску в разгоняемый по бумаге водяной слой.

При выполнении отмывки полезно руководствоваться некоторыми, отчасти условными, общими правилами:

- освещенность поверхности и все световые контрасты снижаются по мере удаления предметов от зрителя;

- падающие тени по сравнению с собственными тенями выделяются более темным тоном;

- чем меньше угол между поверхностью и световым лучом, тем слабее поверхность освещена;

- падающая тень высветляется по мере приближения к поверхности, которая бросает эту тень (рефлекс);

- на криволинейных поверхностях обычно возникают отчетливо выраженные световые рефлексы и отдельные световые пятна (блики).

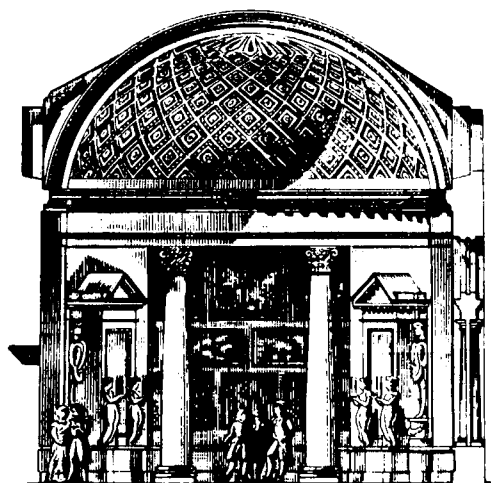
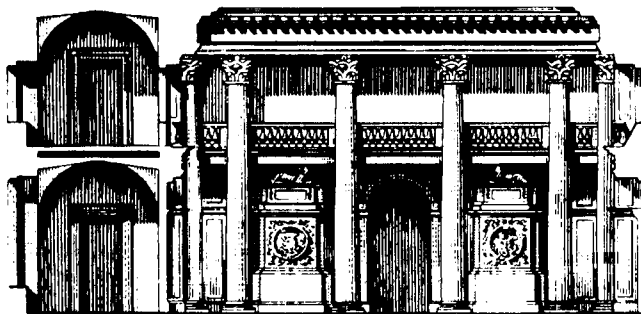


Рис. 314

На рис. 314 можно наблюдать фрагмент фасада здания, объемная структура которого подчеркнута изображением теней и выполненной отмывкой.

9. В заключение следует еще раз напомнить, что чертежи зданий и сооружений подчинены в первую очередь требованиям стандартов, входящих в систему СПДС. Эти *общие требования* уже обсуждались нами в § 37—41. Более глубокое и прочное знакомство со спецификой строительных чертежей может быть достигнуто только в процессе активной работы с ними, т. е. при фактическом использовании геометрического моделирования в двух взаимно противоположных направлениях: от чертежа (т. е. от предметной модели) — к объекту, от объекта (т. е. от самого предмета или от образной его модели) — к чертежу.

§ 47. Технологические чертежи

1. Существенную часть строительного проекта составляют модели инженерного обеспечения и технологического оборудования. Под *инженерным обеспечением* принято понимать все те специальные устройства, которые позволяют фактически эксплуатировать построенное здание. Например, для современного жилого дома это наружные и внутренние водопроводные, канализационные, газопроводные сети, системы отопления и вентиляции, иногда системы электрооборудования, кондиционирования воздуха и пр. При строительстве промышленных сооружений часто приходится предусматривать размещение станков, механизмов, подкрановых путей и т. п. Эти моменты отображаются на чертежах *технологического оборудования*. Общие правила выполнения и оформления таких документов регламентируются группой ГОСТов из комплекса 21 (СПДС).

2. Отличительная особенность инженерных сетей заключается в том, что они изготавливаются, как правило, из стандартных частей и имеют выраженную линейную протяженность. Поэтому и чертежи их в подавляющем большинстве случаев сводятся к графическим схемам, на которых указываются расположение, взаимная связь и размеры отдельных частей (см. рис. 255, 315, а, б — 317). На таких схемах все необходимые для дела детали (арматура, отопительные приборы, санитарное оборудование и т. д.) изображаются с помощью условных стандартных обозначений.

Магистральные линии трубопроводов показывают сплошными (видимые части) или пунктирными (невидимые части) линиями. Если необходимо изобразить совместно различные по назначению проводки, например водоснабжение и канализацию, то применяют линии разного типа или разной расцветки. В таких случаях на чертеже оговаривают эти частные условности.

Изображения инженерных коммуникаций обычно увязывают с принятой системой проекционного моделирования, иными словами, их накладывают на планы и разрезы зданий. В простых случаях это осуществляется прямо на рабочем чертеже, но чаще приходится выполнять отдельные, предельно схематизированные, планы и разрезы, для того чтобы показать на них взаимное расположение инженерных сетей и строительных конструкций, выявить их привязку друг к другу. Кроме того, используют и самостоятельно подобранные проекционные системы, предназначенные для наглядного изображения тех или иных коммуникаций в виде развернутой по трем измерениям пространственной системы (аксонометрия). Аксонометрические изображения имеют здесь особенно широкое хождение, поскольку устройства водопровода, отопления и канали-

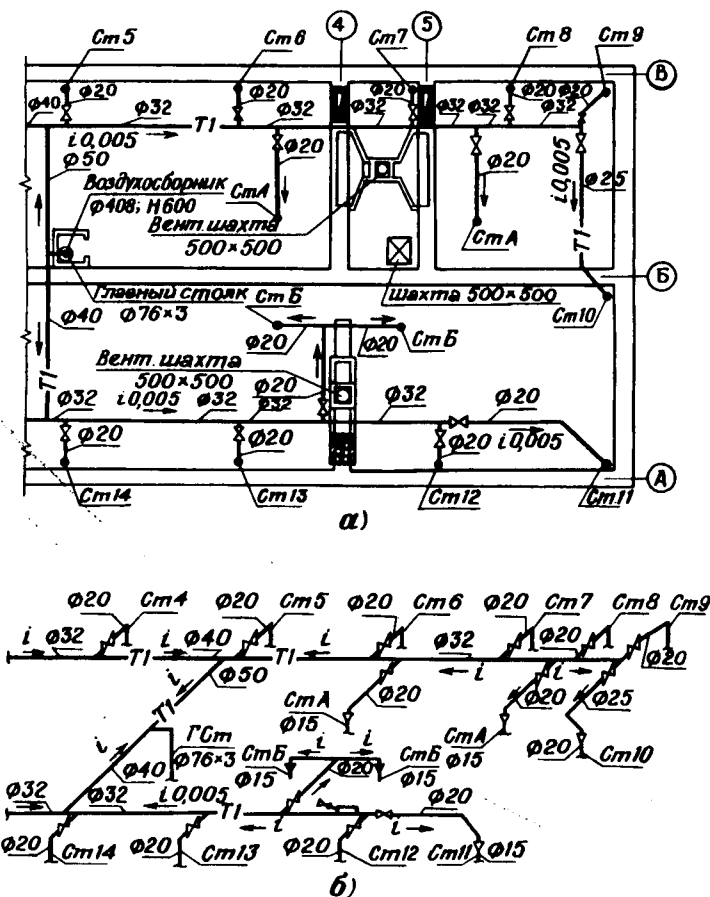


Рис. 315

зации часто образуют достаточно сложные пространственные конфигурации, которые легче всего воспринимаются, когда они представлены в параллельной проекции на произвольно выбранную плоскость.

3. На рис. 315, а в качестве примера показана отопительная система для части здания. Мы наблюдаем ее на плане здания, где, как правило, указывают привязки трубопроводов к основным строительным конструкциям. Сопровождающие схему специальные надписи и условные знаки позволяют прочесть и, если требуется, осуществить в натуре этот проект, подбирая трубы нужного диаметра, соединительные фитинги, отопительные приборы и пр. На рис. 315, б та же система представлена в аксонометрии. Чертеж позволяет

обозревать ее в целом и может быть использован не только в качестве окончательного документа, но и в качестве рабочей модели, облегчающей поиск нужных вариантов в процессе проектирования системы.

На рис. 316, а, б приведена аналогичная схема, определяющая устройство канализационной сети. Здесь должны быть указаны уклоны отводящих трубопроводов, места расположения выпусков из здания, гидравлических затворов, колодцев и т. п.

Помимо чисто графических условных обозначений, предназначенных для моделирования основных линий системы, применяется буквенно-цифровая символика (ГОСТ 21.106—78). Так, хозяйственно-питьевой трубопровод обозначается В1, противопожарный — В2, производственный — В3. Канализационный дождевой

трубопровод имеет символ К2, трубопровод для отвода химически загрязненных вод — К7, а циркуляционная отопительная система обозначается Т4 и т. д.

4. Для многоэтажных зданий при наличии типовых разводов дают подробный чертеж только по одному этажу, сопровождая его перечислением всех других этажей, где эта система повторяется. Если же возникают какие-то местные отличия, то вычерчивают отдельно планы этих участков и указывают номер этажа, к которому данный участок относится.

При проектировании трубопроводов и оборудования внутри

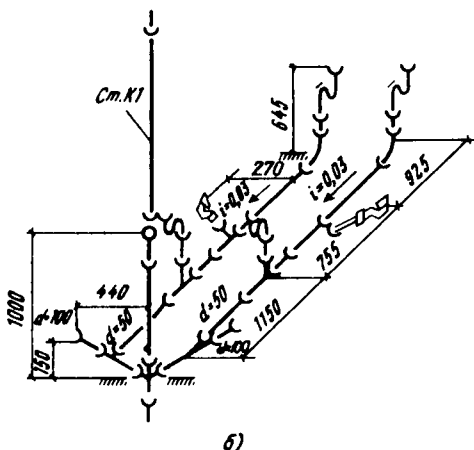
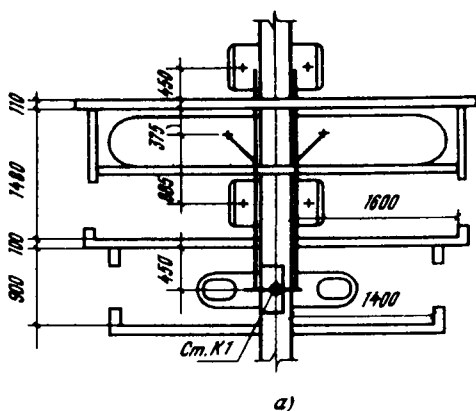


Рис. 316

помещений приходится учитывать различные установленные нормативами и практикой эксплуатации строительные допуски. Полный перечень их относится к ведению узких специалистов и может извлекаться по мере надобности из соответствующих документов. Здесь перечислим для примера некоторые характерные и понятные рекомендации. Так, расстояние от стены до неизолированных вертикальных и горизонтальных трубопроводов (водоснабжение и отопление) должно составлять от 35 до 50 мм; расстояние от пола до отвода от прибора отопления (радиатора) — 140 мм; высота над уровнем пола водоразборного крана — 1000 мм; пожарного крана — 1350 мм и т. д.

5. Имеются также рекомендации по выбору масштабов для изображения инженерных сетей. При моделировании полных коммуникаций используют масштабы 1:100, 1:200, 1:400 (в зависимости от размеров здания). Для фрагментов принимают масштаб 1:50 или 1:100; для узлов — 1:20 и 1:50. Если необходима детальная проработка какого-то узла, то принимают и более крупные масштабы — от 1:2 до 1:10.

При моделировании наружных сетей масштабы обычно уменьшают и могут быть выбраны в пределах от 1:500 до 1:5000.

При построении аксонометрической схемы используют, как правило, фронтальную изометрию, допуская иногда сокращение размеров по наклонной оси или условные разрывы на изображении в случае его значительного протяжения.

Ради сокращения проектной документации во всех не слишком сложных случаях допускается совмещать на одном изображении модель водопроводных и канализационных сетей, а для жилых зданий сюда присоединяют еще и систему газопровода.

6. Упомянутые выше общие принципы моделирования инженерных коммуникаций сохраняют свой смысл и в том случае, когда объектом моделирования является система электроснабжения и электрооборудования. Здесь также речь идет прежде всего о схемах, которые составляются с помощью стандартных или общеупотребительных графических и буквенных символов. Схемы эти также располагаются на подоснове, т. е. на заведомо упрощенном изображении планов и — реже — разрезов сооружения или прилегающих к нему территорий. Обычно различают и показывают отдельно два вида проводки: сети силовые и сети осветительные. Довольно часто изображения их совмещаются. На схемах должны быть указаны средства прокладки и крепления кабелей, щитовые устройства, распределители, рубильники, места установки световых приборов и т. д. На чертеже полагается помещать также перечень оборудования (спецификацию) и дополнительные условные обозначения, если они были использованы. На рис. 317 приведен пример моделирования электросети внутри квартиры жилого дома.

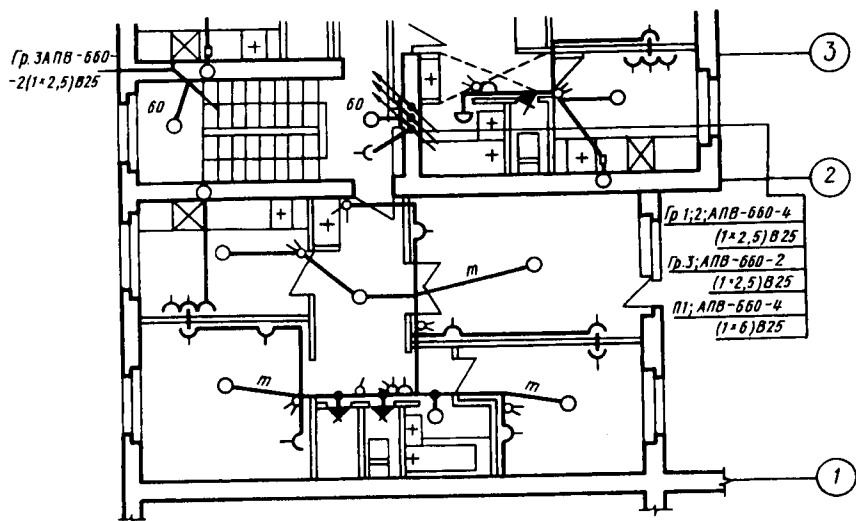


Рис. 317

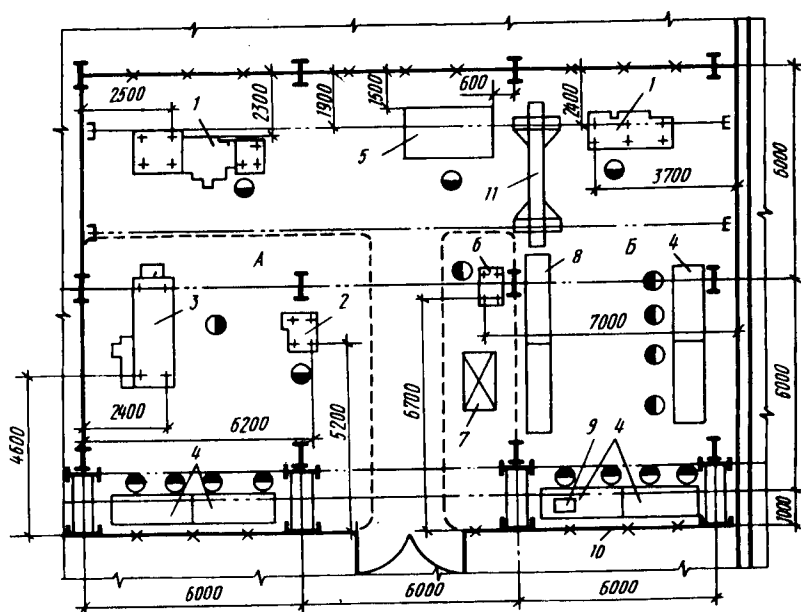


Рис. 318

7. Особую группу составляют схемы производственных процессов и размещения различного машинного и вспомогательного оборудования внутри проектируемых промышленных объектов.

Станки, механизмы и другие агрегаты показывают с помощью максимально упрощенных проекционных изображений, сохраняя, однако, в принятом масштабе их общие габариты и выявляя наиболее характерные черты внешнего их устройства. Отдельные позиции нумеруют и затем перечисляют (вместе с кратким описанием) в приводимой на чертеже экспликации. В случае необходимости должны быть промоделированы фундаменты для проектируемых агрегатов и указаны все существенные размеры, включая привязку к элементам строительных конструкций. Основную роль играют, конечно, планы производственных помещений, но когда высотные размеры оборудования оказываются значительными, необходимо выявить эти факты и на разрезах. В процессе проектирования тщательно изучаются все специальные нормативные требования, а также правила пожарной и производственной безопасности. Если речь идет о кинематике технологических процессов, то на чертежах указываются пути перемещения и предельные положения действующих устройств, дополненные краткими текстовыми пояснениями. В определенных ситуациях целесообразно прибегать к моделированию процессов с помощью графов (ср. § 34). На рис. 318 в качестве примера продемонстрирован план небольшого промышленного объекта и относящегося к нему производственного оборудования*.

§ 48. План застройки. Генплан

1. Проект строительства каких бы то ни было сооружений во всех ответственных случаях должен сопровождаться планом (или планами) того участка, на котором будет осуществлено строительство.

Эта графическая модель участка застройки в зависимости от масштабов намеченных работ может иметь различное содержание. Когда речь идет о простых объектах и о стационарных условиях (например, о проектировании дачного домика на существующей и уже устроенной территории), дело ограничивается одним несложным изображением, на котором указываются границы участка, наносится план самого строения, отмечается его привязка к данному месту и выявляются, может быть, некоторые элементы внешнего благоустройства (зеленые насаждения, дорожки, колодец и т. п.). На рис. 319 приведен пример такого простого изображения. Здесь

* Конкретные названия предметов оборудования перечисляют в специальной экспликации.

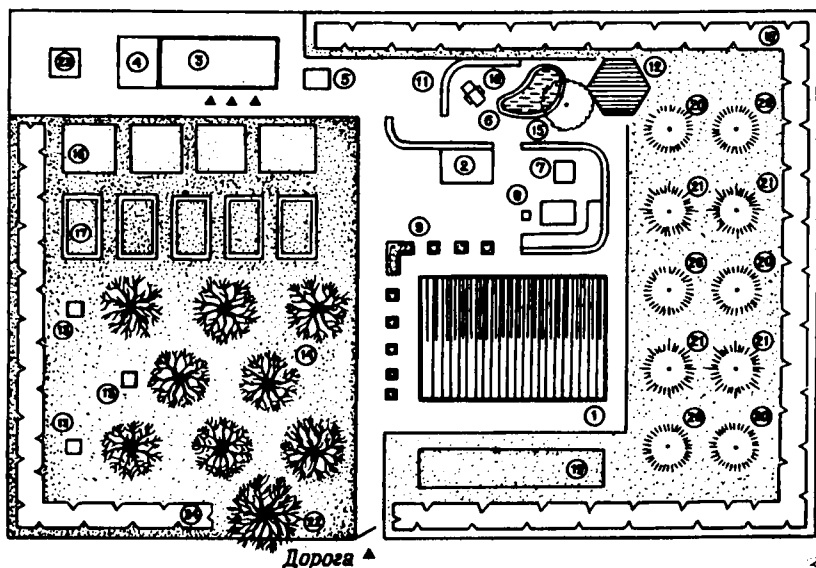


Рис. 319

1 — дом; 2 — погреб; 3 — хозблок; 4 — навес для дров; 5 — кострище; 6 — бассейн; 7 — колодец; 8 — летняя кухня-столовая; 9 — цветник; 10 — площадка для отдыха; 11 — устройство для выющихся растений; 12 — беседка; 13 — ульи; 14 — плодовые деревья; 15 — ива; 16 — пирамида для садовой земляники; 17 — высокие грядки; 18 — плодовые кустарники; 19 — плантации клюквы; 20—21 — хвойные; 22 — береза; 23 — компост; 24 — декоративный кустарник.

Другим, крайним по своей информационной насыщенности, вариантом является разработка участка для строительства нового поселка, крупного производственного предприятия или даже целого города. В этом случае возникает некоторый набор специальных чертежей, входящих в состав *генплана*. Между указанными двумя крайними вариантами находятся многочисленные промежуточные позиции, отличающиеся друг от друга по количеству и составу чертежей, а также по степени их детализации.

2. Первым и наиболее обобщенным элементом развитого генплана является так называемый *ситуационный план*, включающий в себя изображение местности (ср. 10.6), на которой будет расположена строительная площадка или протяженный участок застройки. Ситуационный план выполняется, конечно, в мелком масштабе (от 1:5000 до 1:25000), так как он должен охватить изображение отно-

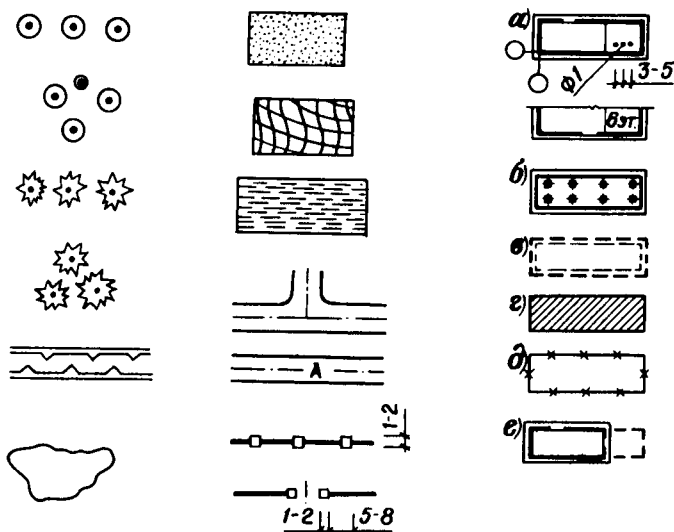


Рис. 321

Чертеж генерального плана принято располагать по принципу географической карты: верхняя сторона — на север, нижняя — на юг. Однако по разным причинам иногда допускается отклонение в пределах $\pm 90^\circ$ от этого основного варианта, но в таком случае географическая ориентация изображения обязательно фиксируется стрелкой «север — юг». Чертеж обычно сопровождается также графической схемой, отображающей статистику направления ветра в данной местности. Эта схема выполняется в виде угловой диаграммы и носит название «роза ветров».

Кроме указанных источников полезно познакомиться с ГОСТ 21.508—85, в котором также сформулированы требования по содержанию и оформлению генпланов. При составлении архитектурных проектов большое значение придается тщательному подбору графических средств исполнения. Чаще всего применяется однотонная или цветная отмывка (см. рис. 322, 323).

4. На стадии рабочего проектирования план застройки участка должен сопровождаться более детальной и конкретной информацией о предстоящих мероприятиях. С этой целью предусматривается выполнение дополнительных чертежей, в число которых входят:

- разбивочный план;
- план организации рельефа;
- план земляных масс;
- сводный план инженерных сетей;
- план благоустройства территории.

Познакомимся вкратце с назначением и содержанием этих проектных документов, несущих на себе марку ГП (генеральный план).

Разбивочный план позволяет находить в натуре узловые точки проектируемого сооружения, т. е. намечать на месте координатные оси объекта (см. 45.8, рис. 307) и приступать фактически к началу строительных работ — к закладке фундаментов. С этой целью на местности и на ее модели — на разбивочном чертеже — определяют так называемую *базу отсчета*. База эта должна включать в себя необходимое число полигонометрических (опорных) пунктов на местности, которые моделируются и на чертеже. В простых случаях в качестве опорных пунктов используются общая линия застройки (так называемая «красная линия»), существующие строения и т. п. Но при значительной протяженности строительного участка его приходится разбивать на квадраты, создавая 100-метровую ортогональную сетку. Эти же квадраты наносятся и на разбивочный чертеж, где сторона квадрата равна 10 см (М 1:1000). Горизонтальные оси сетки обозначают символами ОА, 1А, 2А и т. д.; вертикальные — символами ОВ, 1В, 2В, ... Начало координат — точку $O=OA \cdot OB$ — помещают в левом нижнем углу чертежа. После этого остается отмечать координаты узловых точек проектируемого здания, изображенного на модели, и переносить их на местность. Разумеется, на разбивочном чертеже должны быть промоделированы все объекты, подлежащие строительству.

5. **План организации рельефа** имеет целью изменение естественного рельефа местности путем выполнения необходимых земляных работ или укрепления отдельных участков естественного рельефа, путем создания подпорных стенок, откосов, пандусов и пр. Всю совокупность таких мероприятий называют *вертикальной планировкой* строительного участка.

На чертеже вертикальной планировки кроме контура сооружений наносят в качестве подосновы горизонтали естественного рельефа, а также показывают новые проектные горизонтали. В углах зданий проставляют по две высотные отметки: проектную (красную) — в числителе, существующую (черную) — в знаменателе. Руководствуясь этими данными, производитель работ может спланировать территорию согласно требованиям проекта. Общие рекомендации по моделированию вертикальной планировки содержит ГОСТ 21.508—85.

План земляных масс служит для подсчета объема выполняемых земляных работ. По существу, это определенная графическая форма, облегчающая выполнение таких подсчетов. Площадь строительства делят на квадраты еще более мелкие, чем на разбивочном чертеже (сторона квадрата 10 — 20 м). Для каждого квадрата определяется баланс земляных работ. Балансы эти суммируются сначала по вертикальным колоннам, затем в целом по участку (ср. § 25).

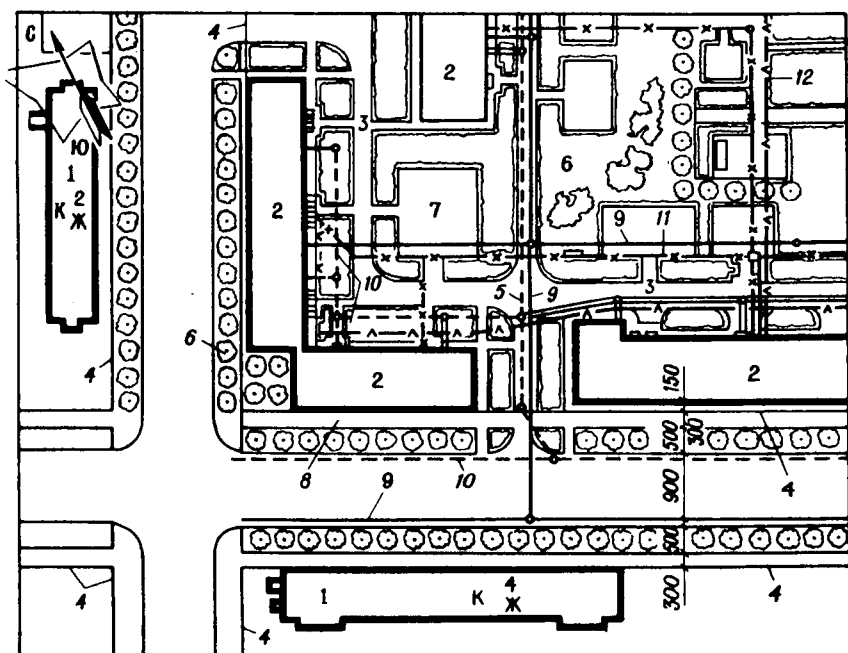


Рис. 322

Сводный план инженерных сетей является документом, координирующим выполнение всех работ по инженерному обеспечению строящихся сооружений (ср. § 47). Чертеж выполняют в масштабе 1:500, 1:1000 и наносят на него схематические изображения объектов строительства, а также все проектируемые внешние устройства инженерных коммуникаций с линейной привязкой их к опорным пунктам плана.

План благоустройства территории выполняется в том случае, когда намечен значительный объем соответствующих работ, не отраженных, однако, на основном листе генплана. К числу таких работ относятся выполнение и установка малых архитектурных форм, устройство покрытий для дорог, проездов, площадок, создание оград, переходов, специальные мероприятия по озеленению и др. Проект работ по благоустройству составляется на основе разбивочного плана.

6. В случае строительства крупных объектов, например промышленных комплексов, поселков и городов, генеральный план является проектным документом, рассчитанным на *долгие сроки*. Поэтому на практике часто приходится иметь дело с фрагментами генплана, т. е. с планами застройки отдельных участков, входящих в общую территорию, или даже одного конкретного участка и одного срав-

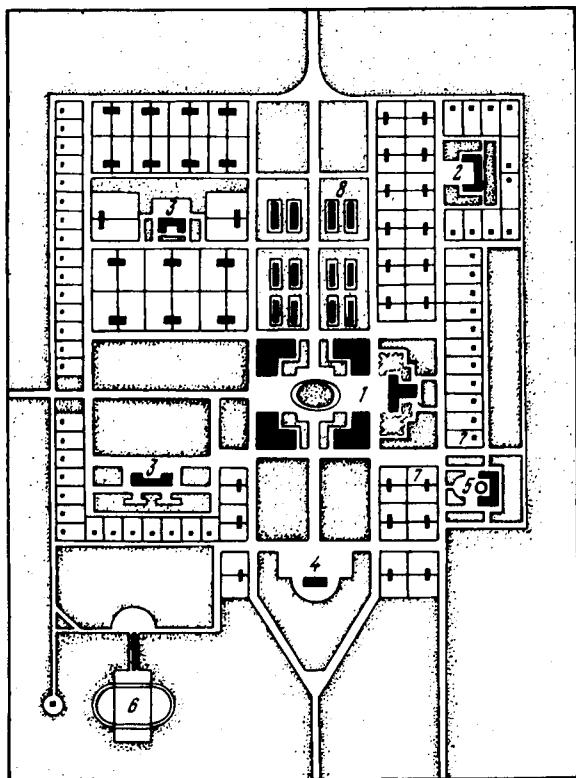


Рис. 323

нительно небольшого объекта. Так, на рис. 322 показан план застройки городского квартала. Здесь 1 — существующие жилые дома; 2 — проектируемые жилые дома; 3 — проезды; 4 — красные (проектируемые) линии застройки; 5 — внутриквартальные проезды; 6 — зеленые насаждения; 7 — площадки для отдыха; 8 — тротуары; 9 — водопровод; 10 — канализация; 11 — теплосеть; 12 — кабель осветительный.

Каждый фрагмент генплана должен иметь полноценную привязку к общим документам, а по своему содержанию он оказывается, конечно, менее насыщенным и часто не требует детальной проработки некоторых вопросов. Например, фрагмент генплана может быть не связан с вертикальной планировкой, со специальными мероприятиями по благоустройству территории и т. п.

При оформлении и отмывке чертежей генпланов рекомендуется постепенный переход от общего к частному (рис. 323). На рисунке 1 — общественный центр; 2 — школа; 3 — детский сад-ясли; 4 —

больница; 5 — парк; 6 — стадион; 7 — жилые одно- и двухквартирные дома с сокращенными по площади усадебными участками; 8 — жилые безусадебные дома. Для отмывки используют только слабо разведенную тушь или прозрачные акварельные краски. Когда имеет существенное значение рельеф местности, его отмывают по горизонталям, высветляя возвышенные участки и сгущая тон по мере спуска вниз. Усиленным тоном отмечают также крутизну скатов. Изображения объектов строительства оставляют без окраски (белый цвет) или, наоборот, выявляют самым темным тоном. В последнем случае падающие от зданий тени вообще не показывают. Если необходимо отделить существующую застройку от новой или показать применение различных материалов, то прибегают к условным цветовым знакам.

Разумеется, сохраняют свою силу все общие правила по оформлению строительных чертежей, упомянутые в предшествующем изложении.

Раздел III

МАШИННАЯ ГРАФИКА

Глава 10

ПУТИ И СРЕДСТВА АВТОМАТИЗАЦИИ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

§ 49. Предварительные сведения

1. Как было указано (см. Введение, 2.7), в области архитектурного и строительного проектирования основная задача машинной графики сводится к сопоставлению трехмерного объекта с его плоской проекционной моделью.

Конечно, за этой широкой формулировкой скрывается много различных по содержанию и смыслу специальных вопросов. Полезно напомнить, что формулировка эта суть проекционная лексическая модель, а ведущий к ней «проектирующий луч» содержит множество возможных ее трактовок (интерпретаций). (Чтобы не утонуть в этом множестве, целесообразно сразу выделить несколько типовых задач, с которыми, безусловно, встречается на практике инженер строительного профиля и которые он может решать с помощью современной компьютерной техники.

Пять типовых задач:

а) Имеется замысел (*образная модель*) будущего строительного объекта. Требуется вычертить его предметную геометрическую модель, выполнив ее в ортогональных проекциях, в аксонометрии или в перспективе.

б) На эскизе Монжа представлена геометрическая модель строительного объекта. Требуется вычертить дополнительное наглядное его изображение — в аксонометрии или в перспективе.

в) Обобщение предыдущей задачи: имея модель, построенную по методу двух изображений, нужно представить объект в дополнительном поле проекций (например, по аксонометрии построить перспективу).

г) Требуется построить расчетную геометрическую модель для выявленной в эксперименте многофакторной зависимости. Зависимость эта представлена в виде таблиц, графиков, формул или в виде пространственной геометрической конструкции.

д) Имеется проекционная модель некоторой геометрической машины (ср. § 16). Требуется реализовать работу этой машины на

отдельном участке (например, построить в проекциях линию пересечения двух сложных поверхностей).

Понятно, что перечисленные задачи не исчерпывают всех потребностей инженера в области графических представлений. Но они обрисовывают круг этих потребностей, в особенности если принять во внимание, что задача д) охватывает самые разнообразные ситуации, при исследовании или записи которых уместно использовать методы геометрического моделирования. Поэтому, обсуждая в дальнейшем возможности машинной графики, будем соотносить их прежде всего с указанными конкретными примерами а) — д).

2. Компьютер — это сложный комплекс физических приборов, физическая машина, символическим прообразом которой может служить машина геометрическая (см. § 16). Компьютер тоже имеет *вход, устройство, рабочий аппарат и выход*.

Всех специалистов, прибегающих к услугам компьютера (или любой другой реальной машины), полезно условно разделять на три категории: *пользователи, программисты и операторы*. Разделение это условно, потому что названные категории могут, конечно, совмещаться друг с другом в любых комбинациях. Например, садясь в такси, вы обычно нажимаете только на «кнопку входа»: сообщаете водителю пункт назначения. Тогда вы — пользователь в чистом виде. Если же вы садитесь в автомашину и сами управляете ею, то вы и пользователь, и программист одновременно, поскольку вы еще и *планируете* действия машины. Если же, сверх того, вы *понимаете устройство* всех ее механизмов и можете их *ремонтировать*, то вы берете на себя и функции оператора. Примерно так же обстоит дело и при работе с компьютером.

Однако чем сложнее устройство машины, тем выгоднее оставаться на уровне ее пользователя. Выгоднее в том смысле, что машина, призванная облегчать труд и действия человека, *должна служить человеку*, но не наоборот. И с этой точки зрения пользователь, нажимающий на «кнопки входа», т. е. осуществляющий относительно простые действия с целью получения конкретного результата на выходе машины, оказывается главным действующим лицом в системе «человек — машина»; машина служит ему. Напротив, программист и оператор, профессионально работающие с весьма сложным устройством или агрегатом, поневоле превращаются в «рабов» машины, вынужденных обслуживать ее. И если действия их остаются все-таки оправданными, то главным образом лишь постольку, поскольку машина с их помощью и их заботами обслуживает в свою очередь значительное количество свободных в указанном смысле пользователей. Этот фактор и этот гуманитарный эффект никогда не следует упускать из поля зрения.

3. При создании любой машины обычно возникает вопрос об изменении *режима работы*. Например, для телевизора предусмат-

риваются возможность переключения программ, регулировка яркости изображения, громкости звука; для фотоаппарата — изменение диафрагмы, фокусного расстояния, времени выдержки; для автомашины — выбор скорости, направления движения и т. д. Чем больше режимов работы имеет машина, тем она универсальнее в своей области действия, но вместе с тем сложнее и дороже. Обычно машине предписывается лишь небольшое число различных режимов или непрерывное изменение одного из них. Поэтому переход от одного режима к другому осуществляется, как правило, с помощью простейших действий: кнопочное управление, переключение тумблера, поворот руля и т. п.

Отличительной чертой компьютера как машины является чрезвычайно высокая его универсальность, т. е. существование *неограниченного множества* различных режимов работы, каждый из которых определяется специально заложенной в компьютер *программой*. Компьютер, например, может производить вычисления по формулам, решать логические задачи, выполнять геометрические построения и совершать многие другие действия, которые удастся сформировать из доступных машине элементарных, начальных операций. Но именно благодаря этой неограниченной универсальности компьютера переход от одного режима работы к другому не удастся совершать с помощью одних только кнопок и тумблеров, ибо возможности этих устройств *заведомо ограничены*. Вот почему инженер, желающий воспользоваться выгодами машинной графики, лишь в особых случаях (о них будет сказано ниже, см. 50.1, а, б) может выступать в качестве чистого пользователя, воздействующего только на вход машины и нажимающего соответствующие клавиши. Гораздо чаще он вынужден будет самостоятельно формировать необходимый ему режим работы, т. е. действовать в роли более или менее активного программиста.

4. Таким образом, ориентируясь на интересы читателя, который стремится стать пользователем машины и отчасти — в меру реальной необходимости! — ее программистом, мы не будем здесь подробно описывать внутреннее устройство современной электронно-вычислительной машины того или иного типа и, в частности, устройство персонального компьютера. Подробные сведения по этому вопросу можно почерпнуть в соответствующих учебных курсах (например, [18, 19]) или в обширной специальной литературе (например, [13, 16, 17]).

На рис. 324 представлена весьма обобщенная схема компьютерного устройства. Основную его часть составляют *центральный процессор* и специальный блок, именуемый *памятью*. Центральный процессор производит все необходимые операции, а в памяти хранятся все требуемые для этого *данные*: постоянные, начальные, промежуточные и конечные записи. Начальные данные подаются

на вход компьютера, а конечные — поступают на выход. Для того чтобы расширить возможности пользователя, т. е. для того чтобы он мог вводить в машину и получать из нее различные по форме данные, применяется так называемое *периферийное оборудование*: печатающие устройства (принтеры), телевизионные экраны (дисплеи), чертежные устройства (графопостроители) и другие приспособления, в том числе предназначенные специально для машинной графики (см. ниже § 51). Общий вид современного персонального компьютера приведен на рис. 325.

5. Приступая к работе с машиной, пользователь должен иметь четкое представление о том, какими аппаратными и программными средствами ему следует воспользоваться для решения стоящих перед ним задач.

Для работы с компьютером необходимо сначала привести в рабочее состояние как сам компьютер, так и периферийное оборудование, которое будет использоваться для ввода-вывода информации. Действия, выполняемые для этого, можно разбить на два этапа:

- подготовка компьютера;
- подготовка всех необходимых устройств ввода-вывода.

Первый этап заключается во включении компьютера, загрузке операционной системы — базисной основной программы компьютера, которая управляет всей его работой, и регистрации пользователя.

Конкретное содержание этого этапа существенно зависит от типа компьютера, на котором вы собираетесь работать. Если речь идет о машине коллективного пользования, т. е. о компьютере, который поддерживает работу сразу с несколькими клиентами, то ее включение и загрузку операционной системы производит опера-

тор или системный программист, обслуживающий данную машину. Внешний клиент к выполнению этих действий не допускается. Поэтому, если машина коллективного пользования не включена, следует обратиться за помощью к обслуживающему персоналу. После этого остается включить терминал (дисплей), за которым вы будете работать. Включение дисплея осуществляется тумблером включения, расположенным обычно на пере-

Схема компьютера

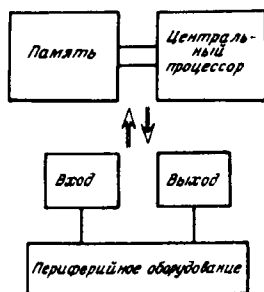


Рис. 324

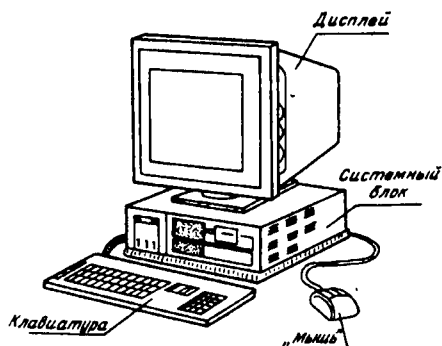


Рис. 325

дней или боковой поверхности корпуса. Затем пользователь с помощью клавиатуры должен ввести в машину свой персональный код установленной формы. После этого машина готова к работе.

Если же вам предстоит действовать на машине индивидуального пользования, т. е. на персональном компьютере, то прежде всего следует подсоединить его поворотом переключателя на системном блоке этой машины (рис. 325), затем присоединить и дисплей этого компьютера, если он включается отдельно от самой машины. После запуска компьютера произойдет автоматический просмотр тестов на исправность различных блоков машины. Также автоматически происходит и загрузка операционной системы. После этого машина готова к работе.

На втором этапе необходимо включить оборудование, которое будет использовано машиной, если оно еще ранее не приведено в рабочее состояние. Обычно такое оборудование, как графический планшет, печатающее устройство и графопостроители, необходимо включать отдельно от машины путем поворота соответствующих тумблеров на корпусах этих устройств.

После выполнения указанных операций машина может принимать от вас специальную информацию. Обычно эта информация содержит в себе имя вызываемой специальной, или, как принято говорить, прикладной, программы. Для ее запуска необходимо набрать и ввести в машину соответствующую команду. При завершении работы пользователь должен выполнить действия, обратные тем, которые описаны выше.

§ 50. Методические основы машинной графики

1. Если машина готова к работе в нужном режиме, прикладная программа вызвана и включены периферийные устройства, то перед запуском автоматической процедуры часто требуется подать на вход компьютера *начальные данные*.

Понятно, что объем этих начальных данных может быть весьма различным. В простейшем случае никаких данных, кроме самой программы, не требуется. Положим, например, что программа предусматривает вычерчивание окружности, центр и радиус которой фиксированы. Условимся обозначать такой вариант символом $n = 0$ (начальных данных нет). При указанных условиях машина будет исполнять, очевидно, функции *чертежного прибора*, в конкретном примере — функции циркуля.

Конечно, программа, заложенная в компьютер, может быть значительно более сложной. Допустим, что машина вычерчивает фасады здания, изображенные в перспективе (рис. 326). Тогда уже

неуместно говорить о приборе, но если по-прежнему $n = 0$, то справедливо отметить, что машина в этом случае выполняет функции *множительного устройства* (клише, светокопировального аппарата, типографского стереотипа и т. п.).

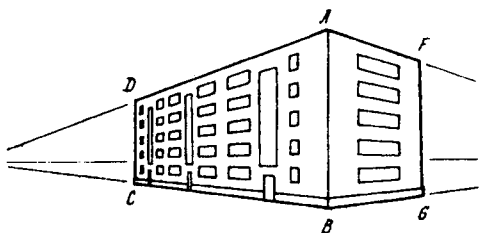


Рис. 326

Представим теперь, что программа предусматривает вычерчивание окружности, центр которой фиксирован, а радиус выбирает исполнитель. Тогда перед пуском вводим в машину одно *начальное число*: $r = r_1$. И отмечаем такой вариант символом $n = 1$ (начальные данные — один параметр).

Далее можно предположить, что свободно выбирается центр окружности. Тогда вводим в машину два начальных параметра — координаты центра; имеем $n = 2$. Если же окружность можно расположить в любом месте чертежа и свободно придать ей нужный радиус, то получим $n = 3$. Совершенно аналогично при вычерчивании фасада здания (рис. 326) можно предусмотреть изменение масштаба, тогда имеем $n = 1$. Допуская изменение длины стороны натуральных прямоугольников на одном или на обоих фасадах, получаем соответственно $n = 2$ или $n = 3$. А если разрешается выбирать и размеры фасадов, и масштаб чертежа, то получаем $n = 4$ (четыре начальных параметра на входе машины). Понятно, что процесс этот может быть продолжен. Мы закладываем в компьютер основную программу, а затем, подавая на вход различные комбинации начальных параметров, перебираем возможные варианты этой программы: вычерчиваем на листе бумаги разные по размерам и по месту расположения окружности или разные по пропорциям перспективные проекции здания и т. п. Чем больше начальных параметров подается на вход, тем более сложные варианты основной программы выполняет компьютер. В любом случае важно отчетливо понимать, на каком уровне будет работать машина:

- а) на уровне обычного чертежного инструмента;
- б) на уровне множительного устройства;
- в) на уровне высокоспециализированного чертежного прибора.

Максимально удобными для пользователя (а потому и для рекламы машины) являются, конечно, уровни а) и б) — никаких начальных данных не требуется! Но с точки зрения технического решения эти уровни зачастую лишены смысла: зачем использовать компьютер в качестве циркуля, транспортира или клише? (ср. 57.5). Поэтому в дальнейшем наше внимание должно быть сосредоточено главным образом на уровне в).

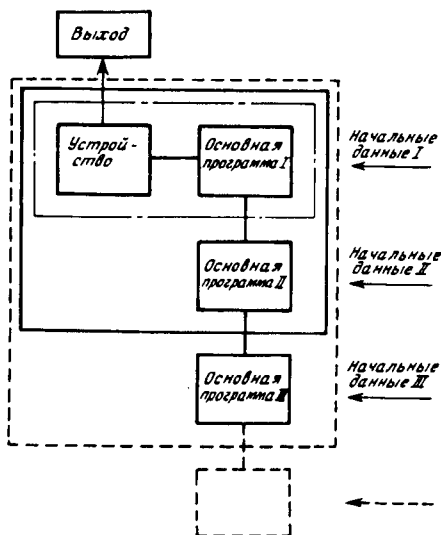


Рис. 327

2. Нетрудно заметить, что фактически мы подаем на вход компьютера *два вида* данных: основную программу и какие-то дополнительные параметры (если они требуются и если n не равно нулю). Предположим, что $n = 0$. Тогда, пуская в ход различные основные программы, получаем различные ответы на выходе машины. Например, вместо окружности графопостроитель вычертит квадрат, или эллипс, или синусоиду и т. д., вместо фасадов здания — перспективу интерьера или изображение моста, механизма и пр. Следовательно, машина имеет, по существу, иерархическое строение, схематически представленное на рис. 327.

На верхней ступени при $n = 0$ имеем устройство компьютера, а на вход подаем основную программу I и получаем ответ.

На следующей ступени основную программу I уже относим к устройству машины, на вход подаем начальные данные (которые назовем основной программой II) и получаем ответ.

На третьей ступени основные программы I и II причисляем в свою очередь к устройству машины, на вход подаем новые начальные данные (назовем их основной программой III) и получаем ответ.

Теоретически этот процесс может быть продолжен неограниченно.

3. Рассматривая рис. 327, мы сразу вынуждены задаться вопросом: что, собственно, подразумевается под выражением «начальные данные»? Во всех приведенных выше примерах начальными данными служили числа: длина радиуса окружности, координаты ее центра, длина отрезка AB (масштаб) на рис. 326 и т. д.

Это, конечно, простейший и особенно удобный для пользователя вариант, но ясно, что он не является единственным. Легко понять, что для решения геометрических (графических) задач в качестве начальных данных часто приходится указывать точки, прямые или кривые линии, фигуры и вообще различные геометрические образы. А рис. 327 подчеркивает: «начальными данными» можно именовать и целую программу, так или иначе вводимую в компьютер. Одним словом, *любые сигналы*, которые, будучи пере-

даны в машину, приводят ее к нужному решению, и составляют то, что мы условились именовать *начальными данными*.

Полезно дополнить рис. 327 следующей простой, но емкой геометрической аналогией (познавательная модель!).

Рассмотрим отрезок AB и назовем его — условно, конечно! — *основной программой I* (рис. 328). Укажем еще точку C в качестве *начальных данных II*. Предположим, что треугольник ABC позволяет решить поставленную задачу. Тогда процесс закончен. Но, может быть, для решения необходимо указать еще точку D (*начальные данные III*) и получить тетраэдр $ABCD$, который и определит искомое решение. Продолжая этот процесс, можно выбрать в качестве *начальных данных IV* точку F , принадлежащую пространству R^4 , и получить симплекс $ABCDF$ в четырехмерном пространстве и т. д.

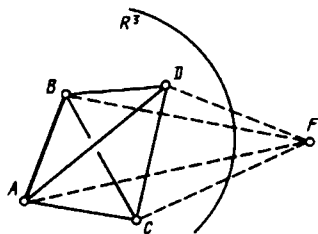


Рис. 328

Пользуясь этой естественной геометрической аналогией, важно заметить, что с каждым новым шагом размерность операционного пространства возрастает. Выбирая *начальную точку C* в плоскости $\alpha = ABC$, затрачиваем два параметра ($n = 2$). На выбор *начальной точки D*, принадлежащей пространству R^3 , затрачиваем три параметра ($n = 3$). На точку F , инцидентную R^4 , уходит уже четыре параметра ($n = 4$) (ср. примеры в 50.1). Но вместе с тем возрастает и *сложность фигуры*, символизирующей основную программу компьютера: треугольник, тетраэдр, четырехмерный симплекс, ...

В геометрии, как мы знаем, линейные пространства $R^1, R^2, R^3, R^4, \dots$, вложенные одно в другое, называются иногда *подпространствами*. А в области машинной графики базовые программы, вложенные одна в другую, именуются *подпрограммами*.

4. Рис. 328 помогает отчетливо увидеть еще один чрезвычайно важный аспект изучаемой ситуации.

Мы уже поняли (см. 50.1), что чем меньше величина n , характеризующая число начальных параметров на входе машины, тем больше работа этой машины напоминает действие примитивных устройств — чертежных инструментов или копировальных аппаратов. Значит, имеет смысл стремиться к повышению числа n . Однако, значительно повышая размерность *пространства входа* R^n , содержащего *начальную точку F*, мы неизбежно и еще более значительно усложняем и основную фигуру $ABCDF$ (рис. 328), т. е. в реальных условиях резко усложняем и специализируем основную программу компьютера.

Заставим, например, компьютер вычерчивать не коробку жилого здания (см. рис. 326), а перспективу сложного архитектурного ансамбля (см. рис. 329). На вход будем подавать координаты всех

узловых точек, определяющих контуры изображения: (x_a, y_a, z_a) для точки A , (x_b, y_b, z_b) для точки B и т. д. Число n примет очень большое значение. Но ведь и программа выполняемых действий станет крайне сложной, а главное — *крайне специализированной*, т. е. пригодной только для такого архитектурного ансамбля, где между точками A и B проходит отрезок прямой, между точками C и D — дуга особо прорисованной кривой линии и т. д. Малейшие изменения проекта потребуют изменений и базовой программы. Следовательно, такой путь тоже представляется явно нецелесообразным.

Тогда остается третья возможность: в качестве начальных данных подавать на вход компьютера не отдельные числовые параметры и не элементарные геометрические образы — точки, а некоторые *вспомогательные типовые подпрограммы*, как это и показано схематически на рис. 327. Из таких типовых подпрограмм, как из отдельных кирпичей, кубиков или блоков, можно будет формировать необходимое графическое изображение. Тогда работа компьютера не сводится к простому копированию уже фактически созданных (в виде чертежа или в виде программы) геометрических форм. И в то же время работа компьютера не привязана к бесконечному варьированию какой-то одной специально проработанной формы. В проект можно будет вносить множество существенных изменений, просматривая их на дисплее или пропечатывая на графопостроителе. Указанный третий путь лежит в основе большинства методов, применяемых теперь в области машинной графики. Нам предстоит подробнее познакомиться с особенностями этой методики. Но прежде чем вдаваться в детали, важно с общих позиций увидеть и правильно оценить ее существенные изъяны.

5. Если мы хотим на вход компьютера подавать в качестве начальных данных не числа и точки, а различные подпрограммы, то нужно, очевидно, *иметь набор* таких подпрограмм, знать их содержание и выбирать из них те, которые приведут к получению искомого изображения. Нужно, следовательно, не просто насытить компьютер начальными данными, а спланировать их состав и их воздействие на конечный результат. Иными словами, нужно *запрограммировать* работу машины, т. е. отказаться от позиции чистого пользователя, а занять комбинированную *позицию пользователя и программиста*. Из человека, который только применяет машину для своих целей, нужно превратиться в человека, который эту машину *отчасти обслуживает*. Поэтому в каждой конкретной ситуации необходимо взвешивать: будут ли действительно эффективными предполагаемые процедуры машинной графики? Это первый существенный недостаток намеченной общей методики.

6. Геометрические формы можно, разумеется, компоновать самыми различными способами. Даже такое простейшее и схематическое изображение, которое показано на рис. 326, можно

трактовать по-разному. Например, как соединение двух трапеций $ABCD$ и $ABFG$, снабженных определенным внутренним узором; или как совокупность двух треугольников, имеющих общее основание AB и вершины (точки схода), расположенные на линии горизонта h ; или как совокупность двух прямоугольников $ABCD$ и $ABFG$, изображенных в центральной проекции; или как собрание множества таких прямоугольников, если включить в дело в качестве самостоятельных первичных объектов оконные и дверные проемы; или как центральную проекцию прямого параллелепипеда, невидимые ребра которого устранены с картины, и т. д. Любой из этих подходов определяет свой образ действий, свою особую программу.

Следовательно, подпрограммы, на которые мы хотели бы опираться в процессе автоматического построения изображений, могут базироваться на различных подходах, иметь различный вид и состав. А это значит, что, овладевая навыками программирования в области машинной графики, приходится либо *узко специализироваться*, принимая какую-то одну возможную версию предстоящих решений, либо, наоборот, изучить всю совокупность предлагаемых подходов и соответствующих технических средств, т. е. стать законченным профессионалом в данной области. Но узкая специализация оказывается, как правило, недостаточной для решения многих возникающих вопросов, а широкий профессионализм — практически неоправданной роскошью. В этом неизбежном противоречии заключается второй существенный недостаток указанной общей методики.

7. Когда приступают к строительству здания, то предварительно выбирают и материал, и способы проведения работы. Возводить ли стены из кирпичей, используя ручную кладку, или собирать их с помощью механизмов из отдельных блоков, или, прибегнув к мощной технике, сразу ставить крупные панели и даже целые готовые секции? Индивидуальный проект требует кирпичной кладки, а крупными панелями и секциями обеспечивается *стандартное строительство*.

Точно так же, прибегая к машинному построению изображений, приходится выбирать «масштаб» используемых на входе подпрограмм. Если выбрать очень мелкий «масштаб», т. е. заложить в подпрограммы элементарные геометрические операции, то можно будет собирать из них практически любые изображения, но при этом потребуется «ручная кладка», которая имеет место и при обычной чертежной работе.

Отличие будет состоять только в том, что в одном случае применяются обычные чертежные инструменты, а в другом — в качестве инструмента используется такое дорогостоящее устройство, как компьютер.

Если попытаться укрупнить «масштаб» подпрограмм, то на

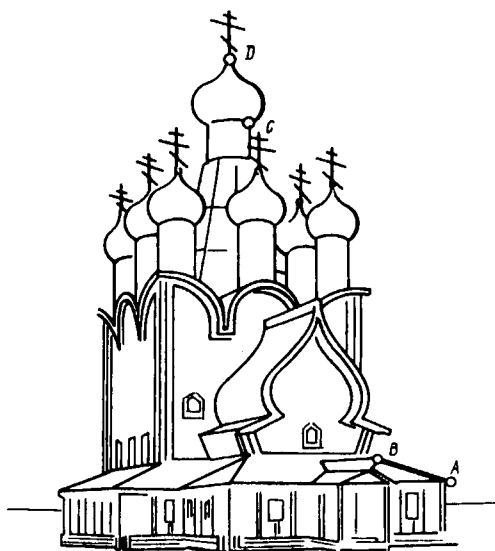


Рис. 329

получаемое изображение сразу будут наложены некоторые ограничения. Кроме того, общее количество действующих подпрограмм начнет катастрофически увеличиваться. Нужно будет как-то называть их, запоминать, классифицировать, обеспечивать их поиск. Допустим, например, что с помощью имеющейся подпрограммы удастся вычерчивать коробку здания, показанную на рис. 326. Из таких изображений можно, конечно, сформировать целый комплекс различных проектных вариантов, но невозможно получить перспективу ансамбля, приведенного на рис. 329. Сколько нужно еще иных подпрограмм для этого ансамбля, как их наименовать, в каком порядке хранить? А для всех других возможных проектных решений?

Если, наконец, перейти к «крупным панелям», т. е. к программированию законченных сложных строительных объектов, то проблема переполнения библиотеки действующих программ, конечно, не снимается, но при этом снова возникает и обостряется вопрос о целесообразности такого образа действий. Почему бы вместо хранилища готовых подпрограмм не организовать хранилище готовых слайдов, клише или других технических записей? Что при этом теряется и что приобретаетается?

Отсутствие четких критериев оптимальности при выборе «масштаба» вспомогательного программирования является третьим существенным недостатком указанной общей методики.

8. Принципиальные соображения, изложенные в этом параграфе, позволяют отчетливо обрисовать стоящую перед нами задачу.

Прежде всего необходимо, очевидно, подробнее познакомиться со специальными техническими приспособлениями, к которым приходится обращаться в области машинной графики.

Далее, на конкретных примерах, связанных с задачами 49.1 а) — д), следует просматривать характерные комбинации и варианты начальных данных, вводимых в компьютер в процессе работы.

Наконец, нужно осветить — только в общих чертах и в принципе — основные приемы решения конкретных задач машинной графики, включая элементы геометрического программирования. Именно на этом этапе полезно постоянно иметь в виду высказанные выше общие соображения. Тогда легче будет правильно оценить и взвесить целесообразность выполняемых операций. Углубление в какую бы то ни было специализированную методику нежелательно. Таких методик слишком много; выбор одной из них зависит от постоянно изменяющихся технических условий и диктуется в конце концов прямым практическим опытом.

В заключение раздела будут затронуты некоторые гуманитарные аспекты современных устремлений к тотальной автоматизации проектных работ и повсеместному использованию компьютерной техники.

§ 51. Технические средства

1. Вспомогательные устройства, которые присоединяются к компьютеру для выполнения графических работ, можно условно разделить на три части: техническое оборудование, предназначенное для ввода информации в машину; оборудование, предназначенное для вывода ее к пользователю; и уже упоминавшиеся так называемые пакеты прикладных программ, т. е. заранее заготовленные информационные блоки, тоже идущие на вход машины. Все эти устройства и материалы подвергаются, конечно, постоянным изменениям и усовершенствованиям. Поэтому важно познакомиться лишь с перечнем применяемых типовых средств и получить представление об их целевом назначении.

2. Для ввода информации при решении графических задач, как правило, используются клавиатура, манипуляторы управления курсором, световое перо в паре с графическим дисплеем, графические планшеты, сканирующие устройства. Остановимся подробнее на их описании.

а) Основным стандартным устройством ввода информации в компьютер является *клавиатура*. С ее помощью пользователь может вводить данные и управлять работой машины. Клавиатура (см. рис. 325) состоит из нескольких групп клавиш, расположенных на одной панели. Состав каждой группы может варьироваться в зависимости от типа и модификации машины, но перечень этих групп клавиш

(алфавитно-цифровые, управляющие, функциональные, специального назначения, управляющие курсором) сохраняется. Алфавитно-цифровые клавиши служат для набора буквенных и числовых символов, которые вводятся в машину как команда или как некие данные для дальнейшей работы. Управляющие клавиши позволяют указывать, что необходимо сделать далее с набранной символьной информацией: подать ли ее на вход или видоизменить, откорректировать и т. п. Функциональные клавиши используются для быстрого ввода тех или иных часто повторяющихся при работе команд или целых последовательностей команд. При работе с изменяющимися прикладными программами одна и та же функциональная клавиша может выполнять совершенно различные команды. Клавиши специального назначения применяют для переключения режимов на алфавитно-цифровой панели. Благодаря существованию разных режимов можно, используя одну алфавитно-цифровую клавишу, ввести в машину до шести различных символов, например для набора прописной и строчной буквы как латинского, так и русского алфавита, для набора знака препинания, математического знака и цифры. Клавиши управления курсором служат для перемещения специальной крестообразной метки по экрану дисплея при работе с прикладными программами.

Клавиатура тесно связана со стандартным устройством вывода информации — дисплеем. Обычно при большинстве режимов работы вся вводимая информация высвечивается на экране дисплея, что позволяет вовремя отслеживать ошибки набора и исправлять их перед окончательным вводом информации в машину.

б) В последнее время очень широкое распространение получили различные *манипуляторы управления курсором* на экране дисплея, которые используются как устройства ввода информации при работе с большим количеством прикладных программ. В отличие от клавиш управления курсором они обеспечивают значительно большую скорость перемещения курсора по экрану дисплея посредством передвижения рукой какого-либо механического устройства. Различные типы манипуляторов, отличающиеся конструктивными особенностями, имеют две степени свободы движения в попарно перпендикулярных направлениях. Это движение вызывает соответствующее смещение курсора на экране дисплея. Кроме того, на манипуляторах устанавливается от одной до трех кнопок, позволяющих выполнять те или иные команды. Во многих случаях наличие этих кнопок дает возможность управлять работой машины, не прибегая к помощи клавиатуры. Работа в таком случае строится следующим образом: прикладная программа выводит на экран дисплея кадр, где есть поле неких световых клавиш; с помощью манипулятора курсор подводят к одной из них, затем нажимают кнопку на манипуляторе, т. е. производят выбор определенной световой клавиши, обозначающей

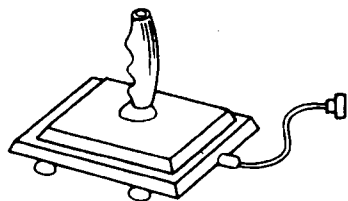


Рис. 330

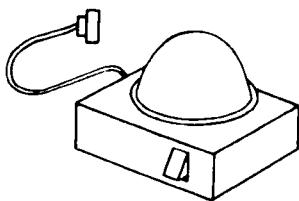


Рис. 331

некую функцию. Далее курсор перемещают в нужную область кадра; нажимают на манипуляторе кнопку (ту же или другую в зависимости от типа манипулятора), которая обеспечивает исполнение выбранной операции. В результате этих действий происходит изменение изображения на экране монитора, соответствующее выбранной световой клавише.

В настоящее время наиболее распространены манипуляторы: рычаг (джойстик), шар (трекбол) и мышь.

Рычаг (рис. 330) представляет собой рукоятку высотой несколько сантиметров, шарнирно закрепленную на основании и смещаемую рукой в произвольном направлении. При отклонении рычага от исходного вертикального положения происходит перемещение курсора по экрану аналогично смещению проекции верха рукоятки в горизонтальной плоскости. Кнопки управления расположены обычно сверху или сбоку непосредственно на рукоятке.

Шар (рис. 331) выполняется в виде выступающей над поверхностью плоского основания сферы, которая может независимо вращаться в одном из двух перпендикулярных направлений, что дает аналогичное перемещение курсора на экране дисплея. Кнопка управления располагается обычно на боковой стороне корпуса устройства.

Мышь (рис. 332) представляет собой конструктивную вариацию шара. На нижней части ее корпуса есть круглое отверстие, внутри корпуса — шар большего диаметра, чем отверстие. При перемещении мыши по поверхности стола шар, соприкасаясь с этой поверхностью, получает вращение в двух взаимно перпендикулярных направлениях, что вызывает смещение курсора по экрану дисплея. Обычно мышь имеет три управляющие кнопки. Благодаря удачной конструкции этот манипулятор получил на практике наибольшее распространение.

в) *Световое перо* (рис. 333) также является устройством, позволяющим вводить различную, в том числе и графическую, информацию в машину. По форме оно напоминает авторучку со стержнем на конце, на корпусе которой располагается управляющая кнопка. Чтобы задать режим рисования световым пером, необходимо с

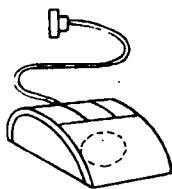


Рис. 332

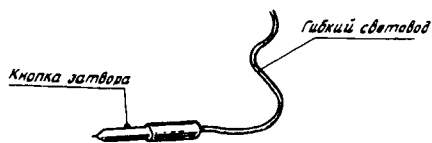


Рис. 333

клавиатуры ввести определенную команду, после чего соответственно движению кончика пера на экране дисплея возникает траектория этого движения. После завершения этапа рисования световое перо может быть переведено в режим корректировки, что позволяет исправлять тот или иной участок выполненного рисунка, встраивать в рисунок различные графические шаблоны, стирать часть изображения и т. д. На заключительном этапе после команды с клавиатуры готовое изображение с помощью обводки концом светового пера контура рисунка вводится в компьютер. Следует иметь в виду, что световое перо требует наличия специального графического дисплея, роль которого, как правило, может выполнять дисплей персонального компьютера.

г) Для ввода графической информации может быть использован *графический планшет*, именуемый также кодировочным или оцифровочным планшетом. Другое название планшета — *сколка* или *дишитайзер*. Графический планшет (рис. 334) представляет собой плоскую панель, снабженную устройством съема — щупом или визиром с увеличительной оптикой. Чтобы ввести некоторую графическую информацию в машину, следует поместить чертеж или рисунок на поверхность планшета и обвести его контуры устройством съема. При этом положение точек контакта щупа или визира с поверхностью планшета передается в машину. Кроме того, с помощью сколки можно вводить определенный набор команд. Для этого часть поверхности планшета разливована на прямоугольные зоны, каждая из которых служит для ввода некоторой команды.

д) Самым сложным устройством ввода информации в электронно-вычислительную машину является *сканер* (сканирующее устройство). Принцип его действия в чем-то аналогичен принципу действия видеокамеры. Эти устройства имеют довольно разнообразное конструктивное оформление. Один из типов сканера изображен на рис. 335. Он имеет в нижней части корпуса, которая соприкасается с плоскостью изображения, специальное окно. Через это окно лазерное устройство производит считывание графической информации. Для ввода такой информации в машину необходимо провести окном считывания по всему полю чертежа с заданным изображением, обычно в направлении сверху вниз. Если ширина

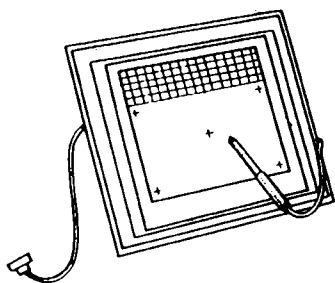


Рис. 334

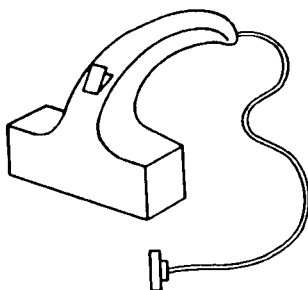


Рис. 335

чертежа больше ширины считывающего окна, то необходимо провести сканером по нему несколько раз, каждый раз сдвигая его в нужную сторону, причем для синхронизации считываемых полос чертежа при каждом следующем проходе требуется захватывать часть уже просмотренной полосы. Ввиду значительной стоимости сканеры пока не получили особенно широкого распространения.

3. Для вывода графической информации, получаемой в результате выполнения тех или иных прикладных программ, используются в основном следующие устройства: дисплеи, печатающие устройства и графопостроители.

а) *Дисплей* (или монитор) — стандартное устройство отображения текстовой или графической информации, не предназначенной для длительного хранения. Когда на дисплей выводится некая информация о результатах выполнения программы, то предполагается, что пользователь, просмотрев ее на экране монитора, сделает соответствующие выводы и продолжит или закончит работу с машиной. Дисплей (см. рис. 325) внешне напоминает телевизор. Он имеет тумблер или кнопку включения в сеть, регуляторы яркости, контрастности, ширины и высоты развертки экрана и т. п., которые обычно расположены на передней или боковой поверхности корпуса. Дисплеи делятся на алфавитно-цифровые и графические. На экран алфавитно-цифровых мониторов может быть выведена лишь символьная информация из ограниченного набора различных символов, распознаваемых машиной, так как экран такого дисплея используется как совокупность ячеек, в каждую из которых может быть помещен некий стандартный символ — буква, цифра, знак препинания, специальный символ и т. п.

Графические дисплеи могут быть использованы для вывода не только символьной, но и графической информации. Дело в том, что такие мониторы могут работать как в алфавитно-цифровом, так и в непосредственно графическом режиме. При работе в графическом режиме экран дисплея представляет собой множество физических точек. Вывод изображения осуществляется путем задания яркости

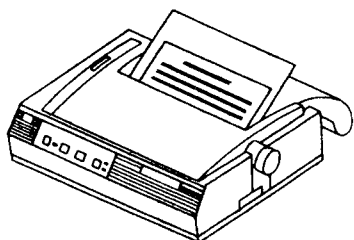


Рис. 336

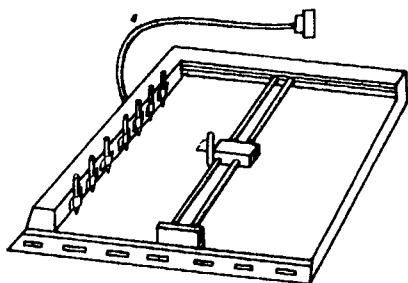


Рис. 337

и цвета (если дисплей является не монохромным, а цветным) для каждой точки экрана. Благодаря этому на экран графического дисплея может выводиться любая графическая информация.

Как упоминалось, экран служит для непродолжительного хранения полученной информации. Длительное хранение информации обеспечивают печатающие устройства или графопостроители.

б) *Печатающее устройство* (или принтер) служит для переноса полученной информации на бумагу. Существующие принтеры составляют многочисленные группы, различающиеся либо конструктивным оформлением, либо техническими приемами, положенными в основу их действия (см. [16, 17]). Один из принтеров изображен на рис. 336. Следует отметить, что часть принтеров предназначена для вывода лишь буквенных и цифровых сообщений, в то время как довольно широкий их класс позволяет получать и другую графическую информацию, отпечатанную на бумажной копии. Недостатком современных печатающих устройств является отсутствие средств для получения цветной копии.

Перед началом работы необходимо вставить в принтер бумагу, включить его и с помощью определенных переключателей задать нужный режим работы. Эти переключатели, как и тумблер включения принтера, обычно находятся на передней или верхней панели этого устройства.

в) Чтобы получить рисунок, чертеж или другое плоское графическое изображение, используют также *графопостроители* (или плоттеры). Существует большое количество таких устройств, различающихся принципом получения изображения. Один из видов плоттера показан на рис. 337 — это планшетный плоттер. Как правило, работа графопостроителя проходит следующим образом: после приведения в готовность (включения, закрепления бумаги на рабочей плоскости, вставки в пишущие узлы одного или нескольких перьев) плоттер ждет от машины сигнала о начале работы. Затем согласно поступающим командам вычерчивается изображение. Перемещением каретки с вставленными перьями в двух взаимно

перпендикулярных направлениях, а также опусканием перьев на бумагу или их поднятием руководит машина. Отличительной особенностью плоттеров, делающих их использование более выгодным, является возможность вывода разнообразных графических изображений: крупномасштабных или мелкомасштабных чертежей, рисунков и схем. С помощью графопостроителей удастся получать и цветную графическую информацию.

4. Термин «прикладные программы» является общепринятым. Он должен означать, что эти программы прикладываются, присоединяются к основной программе компьютера именно для того, чтобы обеспечить выполнение заранее намеченных — в данном случае графических — операций. В контексте всего предыдущего изложения более подходящим могло бы казаться выражение «прикладные подпрограммы». Но рис. 327 ясно показывает нам, что возникающее здесь различие является совершенно условным: все зависит от той ступени машинной иерархии, на которой мы сами себя в данный момент ставляем.

Как неоднократно отмечалось, прикладные программы — это тоже начальные данные, которые подаются на вход машины. Но они имеют свои крайне характерные особенности, благодаря чему мы и выделяем их в отдельную группу.

Первая и вполне очевидная особенность заключается в том, что прикладная программа представляет собой более или менее *крупный блок* начальных данных, техническими средствами собранный воедино.

Вторая, менее очевидная, особенность заключается в том, что пакет прикладных программ — это *некоторый запас* начальных данных. Определенная часть этого запаса будет использоваться здесь и теперь, а другая часть просто остается в резерве.

Наконец, третья — пожалуй, наиболее тонкая — особенность заключается в том, что обычные цифровые или графические начальные данные содержат, как правило, *информацию о геометрических объектах* (например, о координатах точек *A* и *B* на рис. 326), а прикладная программа содержит, кроме того, главным образом информацию о *действиях, выполняемых с геометрическими объектами* (например, о проведении отрезка прямой линии, проходящего между точками *A* и *B* на рис. 326).

5. Программы пользователя или пакеты прикладных программ оформляются обычно в виде файлов на дисках — внешних носителях информации машины. Как правило, активизация той или иной программы происходит с помощью ввода в компьютер командной строки с указанием имени дисководы («магнитофона»), осуществляющего связь ЭВМ с необходимым диском, и имени файла, по которому компьютер определит, к какому месту диска следует обратиться.

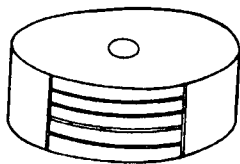


Рис. 338

Диски бывают различных типов. Обычно одна машина может работать с дисками нескольких типов. Кроме того, типы дисков зависят от типа электронно-вычислительной машины. Они различаются по размерам, строению, способу чтения записей, расположенных на них.

При работе на ЭВМ коллективного пользования всю работу по обслуживанию машины ведет оператор или системный программист. Поэтому пользователь должен знать только название типа диска и имя диска, на котором находится нужная ему программа. Установку диска на дисковод, его включение осуществляет обслуживающий персонал данной вычислительной машины. Пользователю даже не требуется знать, как внешне выглядит диск с его программой. Поэтому мы не будем останавливаться на описании типов дисков и принципов работы с ними на таких машинах.

При работе на персональном компьютере, в отличие от предыдущей ситуации, пользователь должен знать о типах используемых дисков и о принципах работы с ними, т. е. о том, как привести нужный диск в рабочее состояние.

Существует два класса дисков, используемых в персональных компьютерах: жесткие и гибкие.

Жесткий диск (рис. 338) состоит из нескольких металлических круглых дисков, сидящих на одной оси и помещенных в герметичный корпус. Доступ к информации, записанной на диске, или запись информации на диск происходит с помощью головок чтения-записи (как у обычного магнитофона), помещенных внутри герметичного корпуса жесткого диска и «плавающих» между его пластинами. Достоинствами дисков этого типа являются короткое время доступа к нему и большая информационная емкость (в сотни раз превышающая емкость гибких дисков). Недостатком таких дисков является их несъемность, так как они расположены внутри системного блока персональной ЭВМ (для их замены необходимо разобрать компьютер).

Гибкие диски (дискеты) получили значительно более широкое распространение, чем жесткие. Гибкий диск представляет собой круглую гибкую пластмассовую основу диаметром около 13 или 9 см (5,25 и 3,5 дюйма соответственно, рис. 339). В зависимости от диаметра дискеты подразделяются на пятидюймовые («5,25») и трехдюймовые («3,5»). Гибкая основа может иметь обе рабочие стороны, реже — одну. Основа помещена в бумажный (для дискеты «5,25») или пластмассовый (для дискеты «3,5») корпус. Головка чтения-записи располагается снаружи дискеты на дисковом, она осуществляет чтение или запись информации на дискету через окно.

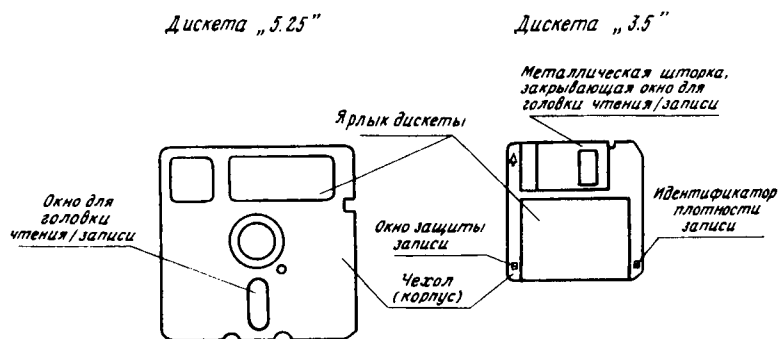


Рис. 339

вырезанное в корпусе (у дискеты «3,5» окно закрыто шторкой). На дискетах также есть боковое отверстие — вырез для указания режима доступа к дискете. Если у дискеты «5,25» оно открыто, а у дискеты «3,5» — закрыто, то можно выполнять операции и чтения, и записи. В противном случае операция записи на дискету запрещена. На верхней стороне дискет наклеен ярлык (метка) дискеты, на котором имеется информация о емкости дискеты, зависящей от количества рабочих поверхностей основы и плотности записи, предусмотренной как самой дискетой, так и соответствующим дисководом.

Чтобы персональный компьютер мог работать с дискетой, ее необходимо вставить в дисковод через щель, расположенную на передней боковой поверхности системного блока, причем дискету надо вставлять так, чтобы окно для чтения-записи было дальше от пользователя, чем ярлык дискеты, который должен быть сверху. Среди достоинств гибких дисков можно отметить их малую стоимость, компактность и простоту обращения с ними. Недостатком дискет является их незащищенность от механических и магнитных воздействий, температурных перепадов, что приводит к потере информации на дискете, кроме того, они имеют малую по сравнению с жестким диском емкость. Первый из отмеченных недостатков требует от пользователя аккуратности и осторожности при работе с дискетой. Следует отметить, что дискеты «5,25» и «3,5» различаются также и между собой: первые значительно дешевле вторых, но в то же время они менее защищены от каких-либо повреждений.

§ 52. Набор исходных данных

1. Приступая к решению любой конкретной задачи, полезно отдать себе отчет в том, какие исходные данные потребуются для машины. Желая познакомиться с разнообразием возникающих

здесь ситуаций, обратимся к типовым задачам, перечисленным в 49.1.

В первой из них решающую роль играют форма проектируемого сооружения и требования, предъявляемые к искомому изображению. Положим, что форма сооружения проста, например состоит из прямоугольных объемов, а на изображении нужно промоделировать лишь внешние контуры и пропорции отдельных частей строительного объекта (ср. рис. 326). В этом случае целесообразно опереться на подпрограмму, которая позволяет строить изображения прямоугольных объемов в соответствующей проекционной системе (эпюр Монжа, аксонометрия, перспектива) с учетом их размеров и масштаба чертежа. Тогда получаем следующий набор исходных данных: указанная вспомогательная подпрограмма плюс параметры, определяющие выбранную проекционную систему (например, координаты точки зрения и картины для перспективы, а также координаты узловых точек всех проектируемых объемов).

Если, однако, форма задуманного сооружения выглядит сложнее, если, скажем, она включает в себя кроме прямоугольных еще и цилиндрические, и сферические объемы, то придется привлечь к делу более развитую комплексную подпрограмму (предположим, что она имеется в «пакете») или две-три отдельные подпрограммы, дополняющие одна другую и выдающие проекционные изображения призматических, цилиндрических и сферических поверхностей. В этом случае в указанный выше набор исходных данных дополнительно вводятся все необходимые подпрограммы плюс параметры, однозначно определяющие размеры и положение участвующих в проекте цилиндрических и сферических объемов.

Допустив дальнейшее усложнение проектируемого сооружения, а также усилив требования к полученному изображению (если нужен, например, не общий очерк, а детальный чертеж фасадов, планов, разрезов и т. д.), приходим к следующей почти неизбежной альтернативе. Либо мы должны составить полную специальную программу, предназначенную именно для данного проекта — тогда к ней и будет сводиться набор исходных данных, — либо мы обратимся к элементарным чертежным операциям, которые можно «заказывать» с помощью кнопочного управления (ср. § 53), и тогда набор исходных данных сводится к совокупности всех этих операций [ср. уровни а) и б) в 50.1].

Во всяком случае анализ задачи а) ясно показывает, что тактика исполнителя не может быть заранее регламентирована. Она зависит и от содержания самого проекта, и от содержания имеющегося пакета прикладных программ, и от требований, предъявляемых к искомому изображению, и просто от выбора пути, который представляется исполнителю наиболее целесообразным. Последующие примеры будут только подтверждать и дополнительно иллюстрировать эту характерную ситуацию.

2. Задача б) (см. 49.1) по содержанию мало отличается от предыдущей. Разница состоит лишь в том, что здесь в руках исполнителя находится *готовый чертеж*. Поэтому координаты узловых точек, если они используются, придется брать не «из головы», а снимать их с листа, используя для этого имеющиеся технические средства (см. 51.2). При таком образе действий набор исходных данных, зафиксированный в предшествующих вариантах, сохраняется, конечно, и здесь.

Возможен, однако, и принципиально иной подход. Дополнительное проекционное изображение, как мы знаем (см. 3.17, 3.18), целесообразно строить с помощью алгоритма Гаука. Тогда нет необходимости снимать три координаты для каждой узловой точки. В первом проекционном поле снимаем только один параметр [луч пучка (I_1) (ср. рис. 162)], и во втором — тоже один [луч пучка (I_2)]. Следовательно, для каждой работающей точки набор исходных данных уменьшается: вместо трех — два параметра (две координаты). Но для получения искомого изображения нужна уже другая (или другие) подпрограмма, *реализующая алгоритм Гаука* и позволяющая находить проекции прямоугольных, цилиндрических, сферических объемов и т. п.

При наличии сложного проекта, изобилующего различными геометрическими формами и деталями, а также при высоких требованиях к подробной прорисовке искомого изображения необходимо, как и в первой задаче, идти на разработку специальной программы либо на последовательное выполнение элементарных чертежных операций. Но последний путь здесь значительно осложняется: ведь исполнитель не знает, какую форму должна иметь искомая дополнительная проекция, т. е. он субъективно не ведает, что именно нужно чертить. Поэтому требуется еще одна программная запись, так или иначе переводящая элементарные геометрические операции, выполняемые на эюре Монжа, в соответствующие операции, выполняемые в аксонометрии или в перспективе. Тогда набор исходных данных пополняется, естественно, еще и этим документом.

Рассмотренным примером подчеркивается один новый момент: набор исходных данных может оказаться избыточным (например, три координаты для точки) или оптимальным (две координаты для той же точки), но использование оптимального варианта обычно требует специальной программной проработки.

3. Высказанные соображения полностью сохраняют свой смысл и для задачи в) (см. 49.1), поскольку она является очень мягким обобщением предыдущей. Зато ряд практически важных вопросов порождает задача г). Можно считать, что здесь тоже речь идет о построении дополнительной проекционной модели, коль скоро предполагается, что имеющиеся таблицы, графики, формулы или геометрические конструкции адекватно отражают изучаемую мно-

гофакторную зависимость. Но специфика задачи заключается в том, что вид этой дополнительной проекции вообще еще не определен! В самом деле, ведь обнаружив экспериментально многофакторную зависимость, очень трудно бывает заранее угадать, в какую или в какие расчетные модели она может быть уложена (ср. 27.4 — 7). Поэтому следует различать два варианта.

В первом случае, когда данная зависимость, по счастью, сразу помещается *в известную каноническую форму* (см. 30.6, 8), дело обстоит примерно так же, как при изображении простых архитектурных объемов: в набор исходных данных входят одна или несколько соответствующих вспомогательных подпрограмм и, кроме того, все узловые параметры, позволяющие конкретизировать размеры и взаимное положение шкал и расчетных полей на модели.

Во втором случае задачу приходится сначала решать неформально, т. е. без помощи машины. Если одно или несколько неформальных решений будут найдены, то они могут потребовать составления специальной программы, что в свою очередь повлечет за собой значительный объем немашинных действий. Только в конце такой процедуры определится набор исходных данных: найденная специальная подпрограмма плюс конкретизирующие ее узловые параметры. Ясно, что эта процедура имеет смысл лишь при одном непременном условии: изучаемая экспериментальная зависимость приобретает в дальнейшем статус канонической формы, т. е. будет постоянно встречаться на практике, и найденное ее формальное представление входит отныне в пакет обязательных прикладных программ.

В то же время следует отметить, что при построении расчетных моделей машину можно использовать для выполнения отдельных вспомогательных и трудоемких чертежных операций. Например, для построения бинарного поля, содержащего два семейства кривых второго порядка, нужно будет подать на вход специально подготовленную типовую подпрограмму плюс 18 начальных параметров (восемь параметров определяют четыре узловые точки одного семейства, один параметр укажет шаг кривых, ...).

4. Условие последней задачи д) высказано в очень широкой форме. Оно слишком многозначно для того, чтобы можно было как-то очертить необходимый набор исходных данных. Но именно эта широта и многозначность позволяют подчеркнуть наиболее существенный вывод, вытекающий из нашего краткого обзора: чтобы успешно использовать компьютер в задачах машинной графики, необходимо оснастить его *чрезвычайно богатой библиотекой прикладных программ*.

Одно достаточно богатое множество программ должно отражать разнообразие архитектурных и строительных форм, встречающихся в практике инженера, другое множество — служить для охвата общеупотребительных вариантов расчетных моделей, третье мно-

жество — для решения позиционных и метрических задач (см. § 11—16), а также и для других полезных геометрических представлений (см. § 17—26). Ясно, что к столь обширной библиотеке должен быть приставлен свой библиотекарь, иначе поиск нужного объекта сам по себе превращается в слишком серьезную проблему.

5. Остается сказать несколько слов о таком наборе исходных данных, в который входит, в частности, готовый чертеж, предназначенный для автоматического прочтения специальным сканирующим устройством. Эти варианты работы с компьютером в принципе удобны, например, при решении задачи б) или в) из 49.1. Они позволяют возложить на машину получение всех или почти всех необходимых ей начальных параметров. Но процедура автоматического чтения чертежа наталкивается на большие технические трудности, связанные прежде всего с необходимостью находить нужные геометрические объекты одновременно в двух или трех проекционных полях (см. 9.8). Во всяком случае здесь требуется специальное оборудование, специальные алгоритмы и сохраняются отмеченные выше общие правила и закономерности.

Глава 11

ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ

§ 53. Работа на функциональных кнопках

1. В некотором смысле кирпич — самый удобный и привлекательный строительный материал. Он удобен в том смысле, что является атомарной, наиболее мелкой строительной единицей, из которой можно собирать любые формы — от крошечной и примитивной трансформаторной будки до крупномасштабного и сложного по своему строению общественного сооружения.

На идее использования атомарных единиц, пригодных для выполнения *самых разнообразных операций*, базируется и современная электронно-вычислительная машина — компьютер. В качестве кирпичей здесь выступают простейшие арифметические и логические операции. Но для того чтобы из простейших элементов собрать сложный и крупномасштабный объект, нужно затратить чрезвычайно много усилий. Это очень кропотливая работа. Поэтому сразу же возникает неотвязный вопрос: *как такую работу ускорить, упростить или даже вообще ее избежать?* Вопрос этот имеет отношение и к строительству зданий, и к выполнению вычислений, и ко многим другим процедурам, в частности к машинному построению изображений. Можно сказать, что это основной вопрос технологии или методологии решения любой поставленной задачи: *с чего начинать, что следует заготовить заранее, как организовать процесс сборки*

объекта (строительного сооружения, числового результата, графического изображения, ...)? Ответы могут быть разными в зависимости от обстоятельств.

2. В машинной графике заготовленной заранее является, во всяком случае, базовая, или, как говорят, встроенная, программа компьютера. Примем, далее, в качестве основного подручного материала элементарные чертежные операции: указание точки, проведение прямых отрезков, построение окружности, параллельных и перпендикулярных прямых линий и т. п. Так как таких элементарных операций набирается сравнительно немного, то можно применить для выполнения их *прямое кнопочное управление* (ПФК — программные функциональные кнопки), т. е. за каждой кнопкой, расположенной на специальной панели, закрепить одну операцию (одну небольшую подпрограмму) и, нажимая кнопку, вызывать эту операцию по мере надобности. Разумеется, при таком подходе необходимо помнить, какие операции имеются на клавиатуре и какие обозначения на кнопках им соответствуют. В качестве примера приведем небольшую выдержку из списка элементарных операций (табл. 9), которые используются в одной из действующих автоматических систем [18]. В этом списке слева приводится номер управляющей кнопки, а справа — содержание выполняемой операции.

Таблица 9

Номер управляющей кнопки	Операция
12	Отрезок прямой между двумя заданными точками
...	...
14	Проведение горизонтальной (вертикальной) прямой
15	Отрезок прямой между заданной точкой и точкой касания к заданной окружности
16	Проведение прямой под определенным углом к заданной прямой
...	...
18	Построение взаимно перпендикулярных прямых
...	...
21	Проведение прямой, касательной к заданной окружности и перпендикулярной указанной прямой
24	Проведение окружности данного радиуса, имеющей указанный центр
...	...
29	Проведение окружности через три заданные точки
...	...
37	Повторение с заданной регулярностью нескольких копий построенного объекта
...	...

3. Рассматривая табл. 9, можно высказать ряд важных замечаний.

а) Практически все элементарные чертежные операции осуществляются не только с помощью функциональной кнопки, но и с помощью дополнительного указания необходимых начальных данных. Например, для проведения отрезка (см. №12) нужно указать начальную и конечную точки, для вычерчивания окружности — центр ее и радиус (см. № 24) или три точки (№29) и т. д. При этом подразумевается, что начальные параметры либо вводятся в машину с помощью клавиатуры, либо уже хранятся в памяти и автоматически извлекаются оттуда.

б) Как бы мы ни стремились ограничить число функциональных кнопок, оно все же оказывается значительным: не менее четырех или пяти десятков. Это связано с тем, что даже такой простой геометрический образ, как окружность, имеет разнообразный набор реперов (центр и точка, центр и радиус, две касательные и радиус и пр.) и каждый вариант репера встречается на практике. В принципе ясно, что любой набор функциональных кнопок обеспечивает лишь *очень ограниченную свободу* элементарных операций. Иными словами, элементарные чертежные операции недостаточно атомарны: они не идут в сравнение со строительным кирпичом, а лишь со строительным блоком. А число блоков, отличающихся друг от друга по форме и величине, разумеется, не поддается учету. Точно так же не удастся учесть с помощью функциональных кнопок все встречающиеся на практике и необходимые для исполнителя чертежные операции.

в) Для того чтобы работа с функциональными кнопками не являлась только игрой или учебным упражнением, а приносила реальный эффект, необходимо приобрести навык такой работы, развить у себя достаточную беглость, подобно тому как требуют привычки и беглости печатание текстов на пишущей машинке, игра на пианино и т. п. Следовательно, уже на этом этапе область чисто внешнего пользования вычислительной машиной со всеми сопутствующими ей устройствами заканчивается и *начинается область более или менее развитого профессионализма*.

г) При использовании функциональных кнопок компьютер работает на уровне а) (см. 50.1).

4. Кроме рассмотренных программных функциональных кнопок на клавиатуре машины обычно размещены и другие, аналогично устроенные элементы управления, которые позволяют осуществлять разнообразные вспомогательные действия, называемые иногда *модальными функциями*. Примеры их приводятся выборочно в табл. 10. Отметим, что нумерация управляющих кнопок не является существенной, не отражает никаких стандартов, а лишь соответствует и

здесь, и ранее определенной автоматизированной системе [18], выбранной в качестве иллюстрации из множества других существующих устройств.

Т а б л и ц а 10

Номер управляющей кнопки	Вспомогательная операция
1	Завершение работы
2	Возврат к предыдущему этапу работы
3	Подтверждение предстоящего действия: «да»
4	Отказ от предстоящего действия: «нет»
5	Запись координат точки, выведенной на экран
...	...
8	Запись некоторого множества данных (открытие файла)
...	...
10	Выбор устройства для вывода информации
...	...
14	Удаление элементов изображения
15	Передача информации на графопостроитель
...	...

По поводу табл. 2 и выборочно указанных в ней модальных функций уместно повторить замечания б) и в) из п. 3. Нужно только учесть, что в первом из этих замечаний вместо разнообразия реперов следует обратить внимание на разнообразие «модульных функций», т. е. вспомогательных действий, в осуществлении которых может быть заинтересован исполнитель. А замечание в) приобретает еще большую актуальность в связи с дальнейшим расширением множества управляющих элементов на клавиатуре компьютера.

5. Если даже предположить, что исполнитель вполне освоился с работой на клавиатуре своей машины и приобрел в этом деле большую беглость, все равно процесс «сборки» графического изображения из мелких блоков — из элементарных чертежных операций — не сулит ему больших выгод. Отпадает, правда, надобность в чертежных инструментах — зато появляется необходимость в манипулировании управляющими устройствами, а процесс мелкой «ручной кладки» при построении изображения по-прежнему сохраняется и лежит в основе всего. Кроме того, во многих реальных ситуациях при построении изображения приходится все время увязывать его с уже имеющимся графическим материалом. Так, например, происходит при изображении объекта в дополнительном поле проекций (ср. задачи б) — г) из 49.1]. Как же реализовать эту связь, если исходный графический материал находится на чертежном столе, управляющие кнопки — на клавиатуре машины, а до-

полнительное поле проекций — на экране дисплея или на рулоне графопостроителя? Все эти соображения указывают на необходимость перехода к следующему этапу, когда вместо программирования элементарных чертежных операций мы обратимся к программам более сложных, комплексных операций, т. е. попытаемся строить изображение, собирая его из значительно укрупненных блоков.

§ 54. Программирование операций

1. Итак, будем считать, что в нашем распоряжении имеются программы многочисленных чертежных операций, позволяющие создавать проекционные модели разнообразных объектов и выполнять над полученными изображениями необходимые вспомогательные операции (изменение масштаба, поворот, перенос, выделение намеченной части, устранение ее и т. п.). Критерий элементарности для программируемой операции перестает быть главным фактором. Важно, чтобы программа отражала *типичное и необходимое* для практики построение или действие. Сложность построения не является больше препятствием, она, скорее, даже желательна, если только эта сложная чертежная операция и отражающая ее программа не остаются лежать без дела. Например, можно иметь (среди прочего) программу построения дуги спирали, полагая, что известен центр O этой спирали, а также начальная и конечная точки дуги (рис. 340). При этом подразумевается, что закон образования такой кривой фиксирован и «спрятан» в самой программе, а в частном случае, когда $OA = OB$, кривая превращается в дугу окружности или в полную окружность ($A = B$), чем и обеспечивается достаточно широкий спрос на эту программу.

Все изготовленные и собранные вместе программы должны образовать тот фонд, который обеспечит выполнение любой или большинства графических операций, интересующих пользователя. Практика показывает, что таких программ набирается обычно несколько сотен (четыре, пять и более). Закреплять их за управляющими кнопками становится невозможно и бессмысленно: и кнопок не напасешься, и бегло играть на подобной клавиатуре никто не возьмется. Как же привести их в действие?

2. Прежде всего каждую программу нужно как-то обозначить, назвать. Иногда ее обозначают русскими буквами, но чаще латинскими. Это зависит от выбранного «языка», или, как условимся говорить, системы. Например, программу вычерчивания эллипса в одной системе называют ЭЛЛ (система Алграф, см. [16]), в другой системе (Фортран) — EL, и т. д.

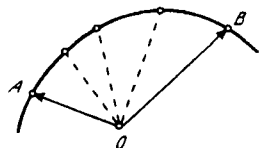


Рис. 340

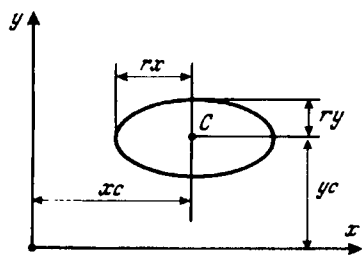


Рис. 341

Далее, поскольку каждая программа обычно допускает некоторые вариации своего исполнения ($n \neq 0$; ср. 50.1), вслед за названием ее указываются необходимые начальные данные. Например, для того же эллипса в системе Алграф напомним: ЭЛЛ. x_c , y_c , r_x , r_y , где первая пара чисел указывает координаты центра эллипса, а вторая — длину его полуосей, параллельных соответственно координатным направлениям x и y

(рис. 341). Аналогичное дополнение появится и в системе Фортран: CALL EL (X_C , Y_C , R_X , R_Y).

Приведенные примеры демонстрируют лишь простейшие варианты обозначений. В других случаях в состав начальных данных может включаться название геометрического объекта, над которым производится операция, или название другой программы, которая входит в первоначальную как составная часть и т. д. Но уже и первые простые примеры явно показывают, что названия программ необходимо *тщательно изучить, разобраться во всех их тонкостях и помнить, что за этими тонкостями стоит*. Так, оперируя записью ЭЛЛ. x_c , y_c , r_x , r_y , нужно понимать, во-первых, значение сокращенного символа ЭЛЛ; во-вторых, нужно помнить, в каком порядке записываются начальные данные (сначала координаты центра, потом длина полуосей); далее нужно знать, что программа эта относится к частному положению эллипса (r_x , r_y параллельны координатным осям); наконец, при подготовке конкретной задачи нужно не забывать вместо последних символов вписать четыре требуемых числа и указать их без скобок (ср. с записью Фортран). Таким образом, возникает проблема изучения «языка», т. е. всей той символики, который следует в совершенстве овладеть, прежде чем обратиться к машине.

3. Программы, входящие в намеченный фонд, образуют материал, пользуясь которым будем строить графическое изображение. Мы должны оперировать ими, как оперируют отдельными блоками при строительстве здания. Поэтому их так и принято называть — *операторы*. Название *оператор* должно отличать их от той общей программы, согласно которой в конце концов и будет построено искомое изображение, подобно тому как слово *блок* отличает элемент здания от предусмотренного проектом целого сооружения.

Поэтому, после того как изучены и усвоены все *операторы*, необходимо составить из них программу и текст этой общей программы ввести в машину.

Вот пример очень простой программы (в системе Фортран), позволяющей вычертить изображение, приведенное на рис. 342 (ср. задачу 49.1, а):

Программа 1

```
CALL SBROS/X0., X90., Y0., Y 80./  
CALL LINA /15., 10./  
CALL PERO  
CALL LINA /75., 10./  
CALL LINA /75., 45./  
CALL LINA /45., 70./  
CALL LINA /15., 45./  
CALL LINA /15., 10./  
CALL VP  
CALL OTREZ /25., 20., 35., 20./  
CALL LINA /35., 35./  
CALL LINA /25., 35./  
CALL LINA /25., 20./  
CALL VP  
CALL OTREZ /55., 20., 65., 20./  
CALL LINA /65., 35./  
CALL LINA /55., 35./  
CALL LINA /55., 20./  
CALL VP  
CALL OK /45., 55., 5./  
CALL STP  
END
```

Знакомясь с этой записью, мы тотчас убеждаемся, что составление программ само по себе тоже требует изучения многих условностей и правил, тем более что содержание и форма записи существенно зависят от выбранной системы (Фортран, Алграф, Алгол, Бейсик, Графор и т. д.), а также и от некоторых технических особенностей данного компьютерного устройства.

Прибегая к обычным выражениям, можно сказать, что Программа 1 описывает следующую процедуру: двигаясь от точки *A* к точке *B* (см. рис. 342), вычерчиваем сначала внешний пятиугольник, замыкая его снова в точке *A*; затем, двигаясь от точки *C* к точке *D*, обходим чертежным пером левый внутренний прямоугольник; далее обходим таким же образом правый прямоугольник, а после него — верхнюю окружность.

Однако при выполнении программной записи мы обязаны:

а) сначала указать границы «окна», т. е. размеры и масштаб чертежного поля (оператор CALL SBROS);

б) помня, что перо находится в нулевой точке координатной системы, перевести его *холостым ходом* в точку *A* (оператор CALL LINA);

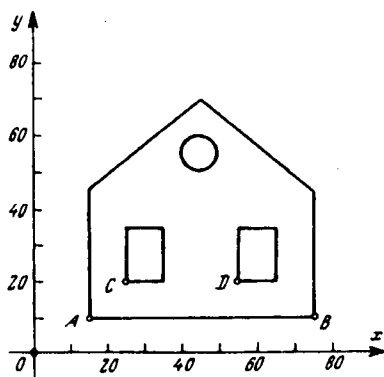


Рис. 342

в) в точке А включить перо (оператор CALL PERO) и т. д.;

г) каждый оператор записывать отдельной строкой;

д) помнить, что каждый оператор начинается с символа CALL, указывающего на соответствующую подпрограмму;

е) учитывать различие операторов CALL LINA и CALL OTREZ (проведение отрезка из «отработанной» точки, без управления пером, и проведение отрезка из начальной точки в конечную, с управлением пером) и т. д.

Одним словом, составляя программу, мы обязаны помнить (или находить) все требуемые ею символы (операторы), а также помнить и соблюдать все правила последовательной записи этих символов с учетом некоторых конструктивных особенностей действующей машины. Это, конечно, профессиональная задача.

4. Рассматривая рис. 342, замечаем, что Программу I можно было выполнить и с помощью функциональных управляющих кнопок (см. 53.2, 3). Но такая возможность существует, поскольку рис. 342 очень прост. Если чертеж усложняется или, более того, если в процессе работы мы хотим использовать не одни лишь простейшие операции, но и более развитые процедуры и разнообразные промежуточные результаты (например, саму Программу I, т. е. весь объект, указанный на рис. 342), то изучаемый в этом параграфе новый подход становится неизбежным.

Сущность этого нового подхода заключается в том, что мы записываем все необходимые — простые и сложные — графические операции в виде специальной программы, затем с помощью клавиатуры вводим эту программу в машину, а машина выдает нам на выходе (на экране, на графопостроителе, на магнитных дисках) желаемый результат.

Именно потому, что рис. 342 можно выполнить как с помощью управляющих кнопок, так и с помощью Программы I, становится очевидно, что, *записывая текст программы, мы как раз и осуществляем ту поэтапную «ручную кладку» чертежа*, которую раньше осуществляли при посредстве функциональных кнопок. Разница и практический выигрыш сводятся лишь к тому, что теперь мы не заботимся о количестве кнопок — операторов. Теперь, как упоминалось, можно использовать много сотен операторов, и поэтому не приходится думать о том, чтобы все они были элементарны, т. е. *общеупотребительны*. Важно лишь, чтобы они *достаточно часто* или хотя бы *периодически* все-таки шли в дело.

Однако необходимо увидеть и явный проигрыш, который связан с применением особой системы символов и записей при подготовке текста программы. *Пользователь вынужден становиться программистом*

стом или должен иметь при себе программиста в качестве обязательного посредника при обращении к машине.

5. Какую же систему символов и записей следует тщательно изучить и твердо запомнить, если мы готовимся работать с компьютером без программиста — посредника? Твердо ответить на этот вопрос можно только в том случае, *когда в ваших руках находится определенная машина, определенный пакет прикладных программ и ставится очень узкий класс задач, требующих автоматического решения.*

Дело в том, что имеется очень много сравнительно универсальных систем, которые позволяют составлять программы для самых различных задач, решаемых на компьютере. Такие системы называют обычно языками программирования. Термин этот крайне неудачен, о чем будет сказано ниже. Широкую известность получили языки Фортран, Алгол, Кобол, Паскаль, Бейсик, PL-1, Лого и др. Кроме этих общеупотребительных средств появились и появляются многочисленные профессионально ориентированные системы, часть из которых предназначена специально для задач машинной графики. Уже упоминались выше Алграф и Графор. В дополнение к ним можно указать ФАП-КФ, Графол, Униграф, Аниграф, Граф-СМ и др., не говоря о крайне разнообразных и пестрых зарубежных разработках (GEKON, USER, GHOST, PCAD, AUTOCAD и т. д.). Нет возможности и нет никакого смысла изучать все эти предлагаемые варианты геометрически ориентированных программных систем. Гораздо важнее уяснить себе общие принципы построения «языков» программирования и причины возникающей здесь явно чрезмерной пестроты. Именно эта тема и будет затронута в следующем параграфе.

§ 55. Структура знаковых систем

1. Рассмотрим различные фигуры, изображенные на рис. 343, *a* — *d*. Попытаемся наметить геометрические операторы, которые позволяют вычертить одну из этих фигур, или несколько таких фигур, или любую из них, или все их вместе.

Для первой фигуры естественно выбрать оператор ТОЧКА* (x , y , d), где x , y — координаты центра точки, d — ее диаметр. Если машина выполняет такой оператор, то, написав программу, содержащую двенадцать подобных строчек (с разными x , y в скобках), построим нужный чертеж. Назовем этот вариант *системой 1*.

В настоящих языках программирования запись слов, как правило, сокращают, чтобы уменьшить число знаков в тексте программы.

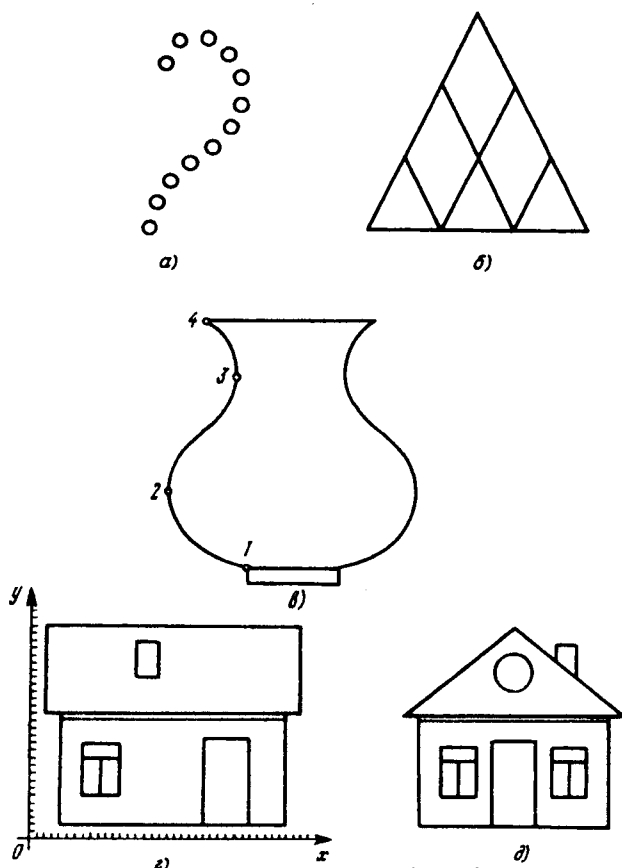


Рис. 343

Для второй фигуры тоже можно обойтись одним оператором **ОТРЕЗОК** ($x_n, y_n; x_k, y_k$), где x_n, y_n — координаты начала, а x_k, y_k — координаты конца отрезка (*система 2*).

Естественно предложить и другой вариант: **ТРЕУГОЛЬНИК** (x, y, d), где x, y — координаты левой нижней вершины треугольника, d — длина стороны, и **УГОЛ** (x, y, d), где x, y — координаты вершины угла, d — длина его стороны. При этом подразумевается, что как треугольник, так и угол имеют определенную форму и ориентацию, указанную на рис. 343, б (*система 3*).

Для фигуры в) достаточно двух операторов: **ОТРЕЗОК** ($x_n, y_n; x_k, y_k$) и **КРИВАЯ** ($x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3; x_4, y_4$), где x_i, y_i — координаты четырех точек, лежащих на кривой. При этом подразумевается, что указанные четыре точки (см. рисунок) составляют репер данной ограниченной кривой (*система 4*).

Для фигуры *г*) можно воспользоваться системой 2 или предложить *систему 5*, включающую один оператор: ПРЯМОУГОЛЬНИК (x, y, d, l), где x, y — координаты левой нижней вершины прямоугольника; d, l — длина его горизонтальной и вертикальной сторон. При этом подразумевается, что прямоугольник имеет определенную ориентацию, указанную на рисунке.

Достаточно удобно было бы в данном случае пойти и на соединение систем 2 и 5.

Наконец, для последней фигуры *д*) годится система 2 плюс система 5, или 3 плюс 5, или 2 плюс 3 плюс 5, но любой из этих вариантов должен быть дополнен оператором ОКРУЖНОСТЬ (x, y, r), где x, y — центр окружности, r — ее радиус (*система б*).

Заметим, что для последних двух фигур весьма удобна *система 7*, имеющая один оператор: ФАСАД ($k_1, \dots, k_n$), где $k_1, \dots, k_n$ — параметры, позволяющие изменять некоторые его пропорции. Разумеется, эту идею можно распространить и на всю совокупность приведенных фигур, если ввести в дело пять операторов: ФИГУРА *а*), ФИГУРА *б*) и т. д., вплоть до ФИГУРА *д*) (*система 8*).

2. Все перечисленные системы включают в себя от одного до пяти операторов, поскольку они относятся к отдельным и притом простым фигурам. Какими факторами определяется оптимальное число операторов?

Важно понять, что число операторов зависит не от сложности фигур и не от степени их разнообразия, а *от требований, которые мы предъявляем к структуре программы*. Программа для фигуры *а*), как уже упоминалось, включает в себя двенадцать строк. Теоретически можно было бы систему 1, имеющую единственный оператор, использовать и для всех других фигур, и для любой их совокупности. Но при этом будут возникать огромные, по числу строк, программы. Ведь для проведения «непрерывной» линии требуется указать неограниченное множество очень плотно расположенных «точек».

Подключение системы 2 значительно упрощает дело. Для фигур *б, г, д* программы становятся короче. Еще более легкие программы появляются при использовании операторов КРИВАЯ, ТРЕУГОЛЬНИК, ПРЯМОУГОЛЬНИК. Чрезвычайно простую программу, содержащую всего одну строку, обеспечивает система 7 или 8.

Итак, мы видим, что различные системы операторов подсказываются и порождаются, во-первых, содержанием поставленных задач (видом фигур на рис. 343), во-вторых, многообразными способами их решения (способами «сборки» фигур), в-третьих, стремлением максимально упростить план этих решений (т. е. собирать фигуры по возможности из крупных блоков). Остается указать, что рассмотренные системы операторов являются как бы мини-моделями геометрически ориентированных, профессионально ориентированных или, напротив, общих, часто называемых универсальными, «языков» программирования. Становится понятно, *почему предложено так много разных «языков»*. Потому что много

разных задач, много способов их решения и в каждом случае возможны свои упрощения за счет использования более или менее крупных блоков.

Рассматривая рис. 343 и экстраполируя подмеченные на основе его закономерности, нетрудно обнаружить, что в процессе конструирования подходящей системы операторов («языка» программирования) мы балансируем среди следующих четырех крайних возможностей (табл. 11).

Т а б л и ц а 11

Номер варианта	Состав системы операторов	Состав программы для объекта средней сложности	Область применения данной системы
1	Простейший (предел — один оператор)	Неприемлемо сложный (в пределе — бесконечное множество строк)	Универсальная система
2	Неприемлемо сложный (в пределе — бесконечное множество операторов)	Простейший (предел — одна строка)	То же
3	Простейший (предел — один оператор)	Простейший (предел — одна строка)	Неприемлемо узкая система (примерно один объект)
4	Относительно сложный (m операторов)	Относительно сложный (n строк)	Ограниченная система (s объектов)

$$(m + n > 2)$$

Прообразом первого варианта для рис. 343 служит *система 1* (оператор: ТОЧКА). Прообразом второго варианта является *система 8* (операторы — названия всех фигур данного рисунка). Для третьего варианта имеем в качестве прообраза *систему 7* (оператор ФАСАД). Наконец, последний, четвертый, вариант иллюстрируется *системами 3 и 4*, а также разными сочетаниями всех упомянутых систем (ср. указания по фигуре *д*). Понятно, что практический смысл и значение имеет только последний случай. Поэтому все «языки» программирования развиваются по схеме четвертого варианта, расширяясь по мере надобности за счет третьего варианта.

3. Возвратимся еще раз к рис. 343, *г* и запишем программу построения этой фигуры, пользуясь системой 7, затем системой 5 плюс 2, потом 2 и, наконец, 1 (табл. 12). Подчеркнем еще раз, что это *учебное упражнение*, где действуют упрощенные модели реальных «языков» программирования и реальных программ. Простота приводимых примеров позволяет ясно видеть суть стоящей перед нами задачи. Ясность здесь особенно необходима, поскольку в большинстве специальных руководств по машинной графике суть этой задачи не раскрывается. В частности, для облегчения восприятия будем обозначать операторы полными словами, хотя на практике это никогда не делается (ср. сноску на с. 449). Опустим также

начальные и конечные строки программы и т. п. (ср. представленную на стр. 447 Программу 1). Программа построения фигуры (см. рис. 343, з) представлена в табл. 12.

Т а б л и ц а 12

Количество строк	Содержание программы	Описываемые программой части здания
а) Запись в системе 7 (третий вариант из табл. 11)		
1	ФАСАД (рис. 343, з)	Все видимые части
б) Запись в системе 2 + 5 (ср. четвертый вариант из табл. 11)		
9	ПРЯМОУГОЛЬНИК (4, 2, 30, 14) ПРЯМОУГОЛЬНИК (2, 17, 34, 12) ПРЯМОУГОЛЬНИК (7, 6, 5, 7) ПРЯМОУГОЛЬНИК (14, 22, 3, 5) ОТРЕЗОК (23, 2, 23, 12) ОТРЕЗОК (23, 12, 29, 12) ОТРЕЗОК (29, 12, 29, 2) ОТРЕЗОК (9.5, 6, 9.5, 11) ОТРЕЗОК (7, 11, 12, 11)	Стена Крыша Окно Труба Дверь Рама
в) Запись в системе 2 (четвертый вариант из табл. 11)		
21	ОТРЕЗОК (4, 2, 34, 2) ОТРЕЗОК (34, 2, 34, 16.7) ОТРЕЗОК (34, 16.7, 4, 16.7) ОТРЕЗОК (4, 16.7, 4, 2) ОТРЕЗОК (2, 17, 36, 17) ОТРЕЗОК (36, 17, 36, 29) ОТРЕЗОК (36, 29, 2, 29) ОТРЕЗОК (36, 29, 2, 29) ОТРЕЗОК (2, 29, 2, 17) ОТРЕЗОК (7, 6, 12, 6) ОТРЕЗОК (12, 6, 12, 13) ОТРЕЗОК (12, 13, 7, 13) ОТРЕЗОК (7, 13, 7, 6) ОТРЕЗОК (9.5, 6, 9.5, 11) ОТРЕЗОК (7, 11, 12, 11) ОТРЕЗОК (23, 2, 23, 12) ОТРЕЗОК (23, 12, 29, 12) ОТРЕЗОК (29, 12, 29, 2) ОТРЕЗОК (14, 22, 14, 27) ОТРЕЗОК (14, 27, 17, 27) ОТРЕЗОК (17, 27, 17, 22) ОТРЕЗОК (17, 22, 14, 22)	Стена Крыша Окно Рама Дверь Труба
г) Запись в системе 1 (ср. первый вариант из табл. 11)		
Примерно 1000 (при условии, что точки располагаются через 0,3 мм)	ТОЧКА (4.0, 2.0, 0.2) ТОЧКА (4.0, 2.3, 0.2) ТОЧКА (4.0, 2.6, 0.2)	Начало контура стены здания

Сравнивая между собой приведенные программы, видим, какой ценой достигается свобода в формировании графических изображений: *чем элементарнее оператор, тем шире возможности построений и тем сложнее программа*. В то же время ясно, что одну программу можно переводить в другую с помощью заранее подготовленной процедуры: например, *заданный* прямоугольник можно представить как ряд *заданных* отрезков, а ряд *заданных* отрезков — как ряд *заданных* точек. Выполнение таких подготовленных процедур естественно поручить тому же компьютеру. Тогда говорят, что осуществляется *трансляция* (перевод) одной программы в другую.

Если транслятор действительно имеется, то систему операторов («язык») целесообразно подбирать, исходя из содержания стоящей задачи или задач. Например, для рис. 343, *г* и для других подобных фигур естественно воспользоваться оператором ПРЯМОУГОЛЬНИК, а для рис. 343, *в* и для других подобных фигур естественно применить оператор КРИВАЯ и т. д. Между тем машина будет работать (после *трансляции*) только с оператором ТОЧКА, т. е. сохранит свои универсальные возможности, вычерчивая по мере надобности и фигуру *г*, и фигуру *в*, и другие указанные программой изображения.

Понятно, что программисты, стремясь максимально упростить свои программные тексты, разрабатывают *все новые и новые системы операторов* («языки»), и процесс этот неизбежен и нескончаем, поскольку никому не захочется писать программу в тысячу строк, если можно написать ее в одну строку [ср. табл. 12, системы 7 и 1]. В специальной литературе системы операторов, позволяющие писать простые программы, принято называть *языками высокого уровня*, а системы операторов, порождающие крайне сложные, но зато универсальные по своему спектру программы, именуют *машинными языками*.

4. На выбор системы операторов влияют не только вид и форма графического изображения, появляющегося на выходе машины, но и содержание начальных данных, которыми мы оперируем на входе компьютера.

До сих пор, рассматривая рис. 343, мы фактически ориентировались на решение задачи 49.1, а, т. е. подразумевали переход от имеющегося (в замыслах или в эскизе) плоского изображения к его автоматически прочерченному дубликату. Поэтому и все предложенные операторы сводились к плоским геометрическим образам. Переход к задачам 49.1, б-в или обращение к той же задаче 49.1, а, но уже не в плоской, а в объемной ее интерпретации, сразу же повлечет за собой поиск операторов, выражающих различные трехмерные отношения и конфигурации. В самом деле, как вычертить, например, произвольную параллельную проекцию прямоугольного параллелепипеда, если известны его ортогональные проекции (за-

дача 49.1, б)? Проще всего было бы, пожалуй, использовать оператор **ПР. ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД** ($l, m, n, \alpha, \beta, k_x, k_y, k_z$), где l, m, n — длины ребер параллелепипеда; α и β — углы, определяющие направление проектирования; k_x, k_y, k_z — параметры, задающие положение новой плоскости проекций π_3 (рис. 344).

Имея такой оператор, можно вычерчивать коробку здания в произвольной аксонометрии (основной текст программы уложится в одну строку; ср. 55.3, а). А если еще

добавить к начальным данным координаты какой-либо заранее намеченной вершины параллелепипеда, то можно вычерчивать аксонометрические проекции различных строительных объектов, представляющих собой комбинацию таких прямоугольных форм (основной текст программы уложится в n строк — по числу параллелепипедов, входящих в состав объекта; ср. 55.3, б).

Понятно, что при движении по этому пути нам могут потребоваться операторы **ПРИЗМА**, **СФЕРА**, **ЦИЛИНДР**, **КОНУС** и другие названия объемных геометрических фигур. А это и означает, что состав исходных данных диктует нам новые удобные приемы и порождает новые системы операторов (новые геометрически ориентированные «языки» программирования).

5. Технические характеристики компьютерного устройства тоже оказывают влияние на выбор системы операторов. Это нетрудно понять, если вспомнить, что за каждым отдельным оператором стоит своя более или менее сложная подпрограмма. А за системой операторов в целом стоит пакет соответствующих прикладных программ. Имеется ли этот пакет в машине, входит ли он вообще в библиотеку программ, которыми мы располагаем? Достаточно ли память устройства, для того чтобы вместить всю необходимую по данной системе операторов информацию? Существует ли транслятор, пригодный для перевода предлагаемой программы на машинный язык?

Это всё — чисто технические вопросы, но ответ на них непосредственно влияет на наше решение: пустить ли в дело имеющуюся систему операторов или разработать новую, достаточно удобную и в то же время приспособленную к этому конкретному техническому устройству?

Косвенное, но тем не менее существенное влияние на организацию системы операторов оказывают и такие технические подроб-

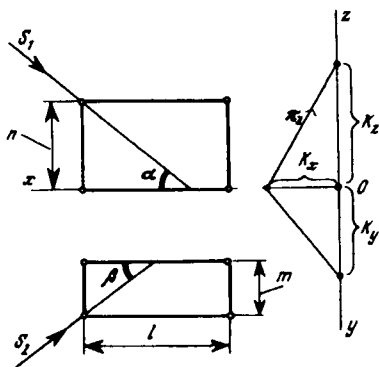


Рис. 344

ности, как, например, способ вывода изображения на экран дисплея. В одном случае применяется так называемое *произвольное сканирование*, когда рисующий луч, отклоняемый в двух взаимно перпендикулярных направлениях, подает в любую точку экрана необходимый элемент изображения — *примитив*. В другом случае рисующий луч пробегает экран построчно, т. е. осуществляется так называемое телевизионное, *растровое, сканирование*. Эти технические различия влекут за собой некоторые изменения в компоновке исходных данных, в общей программе предстоящих действий, а следовательно, и в принятой системе операторов. Поэтому во многих руководствах по машинной графике принято даже рассматривать как два самостоятельных раздела *векторную* (первый случай) и *растровую* (второй случай) системы графических построений. Не входя в дальнейшие подробности, подчеркнем еще раз основной интересующий нас момент: разнообразие «языков» программирования стимулируется, в частности, разнообразием существующих и возникающих технических решений и устройств.

6. Развитие и накопление различных знаковых систем, позволяющих создавать программы и работать с вычислительной машиной, происходило примерно следующим образом.

Сначала речь шла преимущественно о вычислительных процедурах и некоторых связанных с ними основных логических операциях. Подразумевалось, что встающая перед пользователем задача должна быть обязательно промоделирована теми или иными процедурами аналитической математики, после чего становилось возможным ее программирование и решение на машине.

На этом этапе возникли широко известные «языки» программирования: Фортран, Алгол, ПЛ/I, Бейсик, Паскаль, СИ и др. Это так называемые языки высокого уровня, т. е. языки, приближенные по своей лексике и синтаксису к естественным языкам. Остановимся коротко на некоторых особенностях этих языков.

Фортран — первый из языков программирования высокого уровня — был создан во второй половине 50-х годов. Главным устремлением, лежащим в его основе, было решение вычислительных задач. Поэтому в нем присутствуют необходимые средства для ввода, обработки и вывода числовой информации. К недостаткам Фортрана следует отнести слабую реализацию возможностей работы с символьной информацией, информационно-поисковыми системами. В первых его версиях отсутствовала, а в современных версиях имеется лишь довольно ограниченная поддержка средств машинной графики.

Алгол (создан в 60-е годы) тоже предназначен главным образом для решения вычислительных задач. Однако в отличие от Фортрана в нем реализован удобный механизм подпрограмм, который позволяет разрабатывать программы «сверху вниз» с помощью последо-

вательного уточнения абстрактных действий. Кроме того, в версиях Алгола впервые для описания алгоритмов используется согласованное и единообразное множество конструкций.

Эти первые два языка по сути не являются универсальными, так как в основном предназначены для решения задач именно числового анализа. Поэтому перейдем к универсальным языкам программирования, позволяющим решать довольно широкий класс задач (вычислительные, экономические, логические задачи, задачи инженерного профиля, задачи машинной графики и др.).

ПЛ/1 — первый из универсальных языков программирования, созданный в 60-х годах. Язык вобрал в себя возможности Фортрана и Алгола и, кроме того, имеет ряд новых возможностей. Он допускает блочную структуру программ, позволяет обрабатывать как числовую, так и табличную информацию, хорошо приспособлен для обработки текста и организации списочных структур данных. К числу его недостатков следует отнести его сложность, громоздкость. Он получил распространение лишь в сфере «больших компьютеров», таких, как машины серии ЕС ЭВМ.

Бейсик — язык программирования, разработанный в 60-х годах, — изначально предназначался для начинающих программистов. В связи с этим на нем несложно реализовать ряд простых операций, описание которых на Фортране или Алголе потребовало бы больших усилий. В этот «язык» программирования включены средства редактирования, обработки числовой и символьной информации, средства работы с файлами*. С целью расширения его возможностей Бейсик был дополнен многими функциями и операциями, в результате чего к настоящему времени возникло порядка тридцати самостоятельных версий данного «языка», отличающихся по объему и классу предоставляемых возможностей. Он получил широкое распространение в среде персональных ЭВМ, где в его арсенал включены довольно сильные средства машинной графики.

Однако на Бейсике с трудом реализуются сложные типы данных, применяемых в информационно-поисковых системах. Кроме того, программы на Бейсике медленнее выполняются и занимают больше памяти ЭВМ, чем на Паскале или Си.

Паскаль был разработан первоначально в качестве средства для систематизированного обучения программированию на рубеже 60—70-х годов. Главным в Паскале является принцип, согласно которому данные должны представляться в программе непосредственно в той абстрактной форме, с которой работает пользователь-програм-

* Файл — это специальным образом выделенная часть информации в памяти машины.

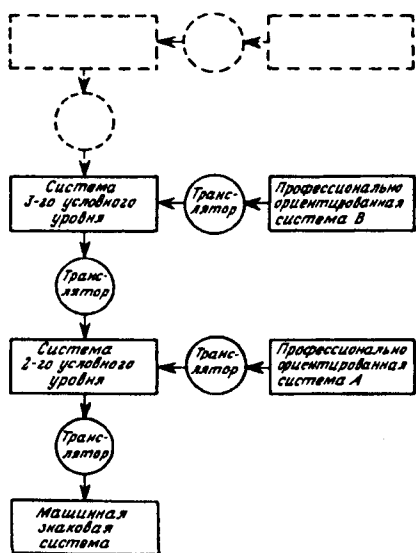


Рис. 345

мист. Для реализации этого принципа в языке есть возможность для программиста создавать свои собственные типы данных с помощью большого набора базовых форм, хотя в нем не решены проблемы, как специализировать множество операций, которые можно применять к этим типам. В версиях Паскаля, предназначенных для работы в среде персональных компьютеров, имеются средства для решения задач машинной графики. К достоинствам этого языка следует отнести надежность, удобочитаемость программ, легкость усвоения и эффективное использование средств ЭВМ.

СИ, созданный в начале 70-х годов, считается среди универсальных языков программирования одним из самых эффективных. К его достоинствам следует отнести высокую мобильность, так как важной предпосылкой его создания была идея максимального приближения программиста к уровню используемых аппаратных средств персональных ЭВМ. Он не используется в среде компьютеров коллективного пользования. Язык СИ отличается компактностью, простой алгоритмической организацией, лаконичным синтаксисом. Кроме всех прочих областей применения имеет возможности для решения задач графического характера. Однако «язык» довольно сложен в изучении, что следует отнести к его недостаткам.

Рассмотренным набором, конечно, далеко не исчерпывается перечень «языков» программирования. Мы указали лишь самые распространенные из них. И пользователю-программисту для решения стоящей перед ним задачи необходимо выбрать, исходя из его личных привычек и специфики самой задачи, один из возможных вариантов, что иногда уже само по себе является сложной проблемой.

7. В дальнейшем стало до конца понятно, что знаковые системы, именуемые *языками*, всегда можно относить к разным условным уровням, в зависимости от сложности включаемых в них операторов, от их взаимных связей и общего их числа (ср. 55.3, варианты а — г). В то же время на любом условном уровне может происходить ответвление знаковой системы, уводящее пользователя в ту или

иную специальную область. Такие ответвления как раз и стали именовать профессионально ориентированными языками (рис. 345). Для профессионально ориентированной системы характерен *отход от вычислительных терминов и процедур*. Все такие процедуры оказываются спрятанными в основной ствол знаковой системы, а профессионал строит свое ответвление на основе интересующих его терминов, понятий и действий. Именно эту ситуацию мы наблюдали на простейших примерах, пытаясь строить фигуры, представленные на рис. 343 и 344. При этом мы убедились, что внутри геометрически ориентированного ответвления возникает снова своя иерархия, намечаются разные уровни и разные варианты рабочих программ.

§ 56. Практические рекомендации

1. Итак, приступая к работе с машиной, нужно прежде всего определить свои цели. От этого самым существенным образом будет зависеть ваша дальнейшая тактика. Можно условно выделить четыре наиболее характерные ситуации:

— вам предстоит выполнять *несложную чертежную работу* или получать сложное изображение, которое порождается многократным повторением одного и того же простого фрагмента (орнамент, узор);

— вам предстоит решать *узкий класс задач*, например строить перспективу прямоугольных объемов, наблюдаемых с различных точек зрения;

— вам предстоит решать *группу задач*, ограниченных по своему разнообразию и сложности, например задачи типа 49.1, в;

— вам предстоит решать *весьма широкий набор задач*, охваченный, например, списком 49.1, а — д.

2. В первом случае целесообразно воспользоваться программными функциональными кнопками (см. 53.2). Имея в виду эту цель, необходимо тщательно изучить обозначения, имеющиеся на клавиатуре или на так называемых *съемных панелях*. Усвоив все обозначения, следует добиться *хороших навыков* в работе на клавишах, так как только при этом условии использование чертежной машины может приносить определенный эффект. Так или иначе речь здесь идет о профессионализации *в самом узком смысле*, как это всегда бывает при освоении приемов работы с любым ручным орудием, приспособлением, инструментом. Понятно, что в этом случае речь идет не об автоматизации, а просто *о смене орудий ручного труда*.

3. Во втором случае рекомендуется запастись соответствующей подпрограммой. Эта подпрограмма или должна находиться в библиотеке прикладных программ, или придется составить ее специально, поручив это дело программисту. Необходимые практические навыки сводятся здесь к тому, чтобы *суметь найти нужную про-*

грамму в библиотеке, ввести ее в машину или вызвать ее, а также набрать на клавиатуре требуемые начальные данные. Предполагается, что общее число этих начальных параметров не слишком велико, т. е. размерность пространства входа (ср. 50.1—3) ограничена разумными пределами. Если, например, требуется строить перспективу объекта, возникающую при переходе к новой точке зрения, то нужно указывать три начальных параметра (координаты точки зрения при неизменной картине) или шесть начальных параметров (координаты точки зрения и координаты картинной плоскости).

Допустив, что задача эта подразумевает композицию из нескольких стандартных (например, прямоугольных) объектов, придется еще увеличить размерность входа, указывая дополнительно параметры присоединяемых стандартных фигур. Тогда необходимо будет впечатывать на клавишах достаточно длинную цепочку цифр, однако содержание выполняемой вами работы остается прежним. В этом случае процесс построения изображений проходит, конечно, автоматически. Но автоматизация эта спрятана в программе, которая составлена раз и навсегда. А специалист, писавший программу, собирал ее из отдельных операторов (ср. 54.3), т. е. как бы создавал искомое изображение с помощью функциональных кнопок. Следовательно, описанный в п. 2 *этап работы, когда речь идет лишь о смене орудий ручного труда, переложен теперь на плечи программиста.* После того как он решил свою задачу, вам остается пользоваться плодами этой «автоматизации», вводя минимальный набор начальных данных.

4. Третий упомянутый выше случай не может быть охвачен одной-единственной программой, поскольку меняется и содержание поставленных задач, и состав изображаемых объектов. При таких условиях необходимо овладеть какой-либо знаковой системой («языком» программирования) для того, чтобы иметь возможность разбираться в предлагаемых программах, видоизменять их или даже составлять заново. Выбор знаковой системы диктуется, конечно, внешними обстоятельствами: она уже заложена в пакет прикладных программ, который имеется в вашем распоряжении, и обусловлена техническими возможностями машины, с которой вы работаете. Круг необходимых здесь практических навыков и знаний сразу *значительно расширяется.* Требуется хорошее знакомство с библиотекой имеющихся программ, чтобы заранее понять, достаточно ли их для решения поставленной задачи, и если достаточно, то каким образом они должны быть скомпонованы. Понятно, что такое плодотворное знакомство достигается лишь в процессе настойчивых упражнений и практической работы с намеченной группой задач и с имеющимися техническими устройствами. Требуется умение свободно читать и писать тексты, составленные по правилам принятой

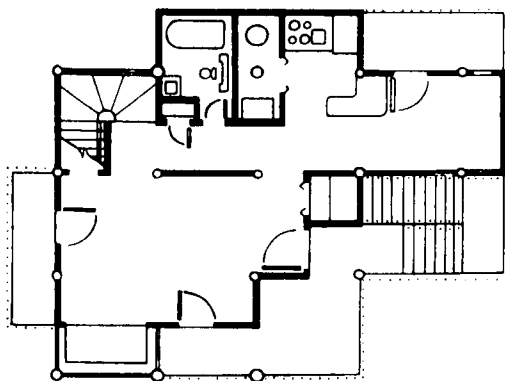
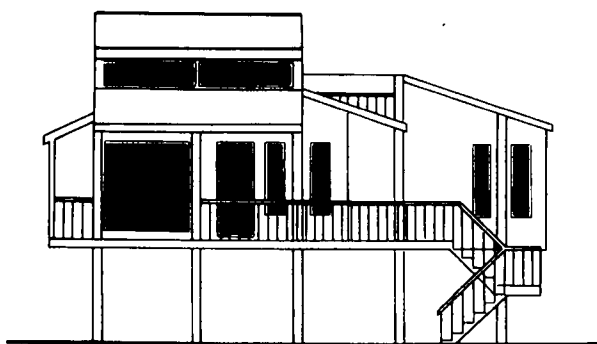


Рис. 346

знаковой системы, а также знание множества тонкостей и деталей, связанных с практической реализацией намеченных к действию программ. В качестве примера на рис. 346 приведены план и фасад простого загородного домика. Программа, позволяющая оформить весьма схематичный проект этого сооружения, включает в себя 20 страниц убористого текста, напечатанного мелким шрифтом, и содержит свыше 1600 строк ([18], с. 171—191), причем некоторые строки являются просто символическими представителями других программ. Ясно, что для составления такого текста кроме основной инженерной специальности *требуется приобрести опыт профессионального программиста*, обслуживающего данную машину. При таких условиях автоматически идущие процедуры естественно рассматривать как овеществленную модель всех тех предварительно выполненных операций, которые были совершены при подготовке программных документов.

5. В последнем случае, когда предстоит решение широкого круга задач, волей-неволей придется погрузиться в изучение различных знаковых систем, получивших распространение в области машинной графики. Как упоминалось, одни из этих систем нацелены на вычерчивание плоских конфигураций, именуемых иногда «узорами» в том смысле, что они никак не связаны с представлением о порождающих их пространственных объектах. Другие системы, напротив, приспособлены для выполнения строительных и машиностроительных проекционных изображений. Имеются программные пакеты, предназначенные для вычерчивания разрезов, сечений, резьбовых соединений, для нанесения размеров и надписей, для решения отвлеченных задач начертательной геометрии, для подготовки и преобразования расчетных моделей, для создания технологических схем и т. п. Каждый пакет может быть связан с определенной системой записей. На простейших примерах (см. рис. 343) мы видели, что даже внутри одной легко обозримой области возможны разные подходы, порождающие разные знаковые системы. Все это говорит о том, что квалифицированная работа по широкому кругу задач машинной графики требует высокого уровня специализации, причем уровень этот продиктован *не сложностью самих задач и не особой глубиной их решения, но прежде всего огромной нестрогой существующих геометрических и технических путей их реализации.*

6. Уровень профессионализма, необходимый для работы с машиной в двух последних случаях, оказывается обычно практически недостижимым. Ради облегчения труда специалистов, желающих воспользоваться компьютером, но не обладающих достаточными для этого практическими навыками и знаниями, может быть использован так называемый *интерактивный* метод работы с машиной, сущность которого сводится к следующему.

Интерактивный (диалоговый) режим работы машины подразумевает, что во время выполнения той или иной программы ведется активный диалог «машина — пользователь».

С одной стороны, пользователь получает возможность непосредственно и оперативно контролировать работу программы, влиять на ход ее выполнения — приостанавливать, изменять его или прекращать вовсе, возвращать выполнение программы на несколько шагов назад для исправления своих неверных шагов при ведении диалога и т. п.

Для нас на данном этапе является более важной другая сторона интерактивного режима. Он позволяет пользователю-непрофессионалу работать с пакетами прикладных программ таким образом, что пользователь быстро осваивает неизвестные ему области работы с компьютером. Как правило, все прикладные программы, работающие в диалоговом режиме, созданы так, что позволяют пользова-

телю учиться работать с данной программой уже в процессе ее выполнения. Машина все время «подсказывает» ему, какую информацию и какого типа ответы она хочет получить от него. Для этой цели служат различные типы диалогов. Среди них — *меню, шаблоны* и т. п. При работе в режиме меню машина выводит на экран дисплея целый набор функций, которые в данный момент может выбрать пользователь. Кроме того, он узнает, с помощью каких средств ввода можно осуществить этот выбор. Здесь могут быть использованы и клавиатура, и манипуляторы курсора. При шаблонной системе диалога пользователь получает на экране структурный вид данных, которые он должен ввести в компьютер для продолжения выполнения программы.

Как правило, интерактивные системы имеют значительно большую надежность и гибкость в отличие от систем, работающих в пакетном (недиалоговом) режиме, при котором пользователь, задав исходные данные, не имеет возможности влиять на выполнение запущенной программы.

Существенным недостатком систем интерактивного режима работы является значительное увеличение времени на выполнение программ, так как скорость диалога с человеком зависит от реакции пользователя и вообще не идет ни в какое сравнение с беспрепятственно протекающими автоматическими процедурами.

Глава 12

ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ

§ 57. Эффективность машинных процедур

1. Если внимательно проследить за процессом автоматического построения изображений, то нетрудно заметить, что процесс этот сводится к изоморфному моделированию уже *осуществленных ранее действий*. Действия были выполнены при изготовлении программы и закреплены в ней материально, так что процесс построения геометрических фигур разворачивается внутри машины в двух различных формах: в форме чередующихся сигналов на магнитном диске (программа) и в форме движений луча по экрану или пера по бумаге (окончательный чертеж). При включении машины начинается *изоморфное моделирование* и первая форма постепенно переливается во вторую.

Достаточно близкой аналогией может послужить в этом случае игра на музыкальном инструменте. Здесь также имеем действие, выраженное в двух формах: в форме нотных записей на бумаге (программа) и в форме звуковых колебаний воздушной среды

(исполняемая мелодия). Когда к делу подключается пианист, начинается изоморфное моделирование и первая форма постепенно порождает вторую.

Мы видим, таким образом, что в основе автоматического построения изображений лежит *повторение действий*. Зачем нужно это повторение?

Ясно, что повторение может приносить полезный эффект, когда требуется *копирование* геометрических фигур, осуществляется их *размножение*. Так, композитор не станет писать ноты, если он собирается только один-единственный раз проиграть свою мелодию. Ноты пишутся для многократного повторения музыкального произведения. Следовательно, первым, наиболее очевидным и несомненным оправданием практики машинного рисования является *необходимость получения некоторого множества копий* (ср. 49; 50.1, б).

2. Прямое копирование действий, о котором шла речь, имеет место лишь при сопоставлении чертежных операций на графопостроителе или дисплее с программой, записанной *в машинной знаковой системе* (см. рис. 345). Если программа записана в системе операторов более высокого уровня, то, во-первых, процесс моделирования (и копирования действий) распадается на несколько этапов: от системы высокого уровня к системе более низкого уровня, далее к машинной системе и, наконец, к чертежу. А во-вторых, в этом случае обычно уже не идет речь о полном повторении всех действий, но только о повторении *отдельных фрагментов их*, из которых потом собирается, склеивается — на уровне машинной системы — окончательный общий сценарий. Так, возвращаясь к рис. 343, *г* и *к* программе построения этой фигуры по варианту 55.3, б, мы видим, что здесь повторяются два фрагмента: ПРЯМОУГОЛЬНИК и ОТРЕЗОК. Однако прямоугольник не просто повторяется, а еще и *выбирается* из некоторого множества с помощью указания *начальных данных* (координаты левой нижней вершины и длины двух сторон) (см. 55.1). Точно так же и отрезок не просто повторяется, а еще и выбирается из множества всех возможных отрезков путем указания координат для начальной и конечной его точек. Выбор повторяемого элемента осуществляется пользователем, который вводит начальные данные. Следовательно, на этом уровне имеем и *повторение* (тип фигуры), и *новацию* (конкретные данные). Спустившись до машинного уровня, эти две ветви сливаются в одну общую машинную программу, которая и подвергается прямому копированию.

Если снова воспользоваться наглядной аналогией, то можно сравнить эту ситуацию с выполнением картины средствами мозаики. В картине могут повторяться камни определенного цвета и формы, их целесообразно разыскивать и ставить на место с учетом новых конкретных требований. Но если камней очень много и поиск повторений становится затруднительным, то проще отесать новый

элемент. Так и в практике машинного рисования: повторение отдельных фрагментов (использование специальных подпрограмм) приносит полезный эффект, если только поиск и компоновка этих фрагментов не превращаются в дело слишком затруднительное. Возникает характерное противоречие: что перевешивает в данной задаче — *повторение или новация? Работа с машиной оправдана, если перевешивает повторение.* Опираясь на эту формулировку, необходимо учитывать живую диалектику понятий «повторение» и «новация». Так, для специалиста, постоянно работающего с данной машиной, самый поиск нужной подпрограммы может восприниматься как «повторение», тогда как для пользователя чистой воды это явная «новация».

3. Очень часто решающим аргументом в пользу обращения к машинным методам служит *большой объем предстоящей рутинной работы*, даже если момент повторения не выступает как ведущий фактор. Пусть требуется, например, наметить на чертеже пару точек по выбранным их координатам. Здесь момент повторения — это закрепленный вид геометрического образа: ТОЧКА. А момент новации — выбор ее координат. Нельзя сказать, что момент повторения в данном случае превалирует. Ради указания пары точек никто не станет запускать машину. Но если при подготовке расчетной модели требуется находить целые множества точек для вычерчивания семейств кривых линий, образующих бинарные поля (ср. задачу 49.1, г), то использование машинной графики становится безусловно целесообразным.

Можно, правда, заметить, что в этом случае в дело пойдут, скорее всего, специальные подпрограммы, позволяющие вычерчивать кривые линии определенной формы, т. е. снова выступит на первый план момент *повторения*. Но такое, верное по сути, замечание просто переводит вопрос в иную плоскость: действительно, *большой объем рутинной работы всегда таит в себе возможность полного или фрагментарного повторения операций.* Однако эта возможность далеко не всегда воплощена в действительность (в виде необходимых программных записей).

4. Итак, мы убеждаемся, что эффективность процедур машинной графики, а в более широкой постановке — эффективность любых автоматизированных процедур прямо упирается в проблему повторения операций. Это глубокая тема, и здесь уместно лишь слегка приоткрыть ее.

Конечно, всякое наше действие или является прямым и относительно полным повторением чего-то предыдущего, или включает в себя отдельные фрагменты таких повторений. С этой точки зрения всегда полезно иметь под рукой *заготовки и шаблоны*, облегчающие достижение наших целей. Например, при строительстве деревянного дома полезно иметь заранее напиленные, обтесанные и пригнанные друг к другу бревна, при строительстве каменного сооружения

— готовые блоки, балки и даже целые секции, при написании письма — заготовки обращений, употребительных фраз и варианты более или менее длинных текстов.

Но кроме очевидной пользы применение шаблонов часто влечет за собой столь же очевидные трудности и неудобства. Неудобно, например, всюду таскать за собой напиленные бревна — это может оказаться, в частности, экономически невыгодным и даже бессмысленным. Наличие готовых секций связывает архитектурный замысел, а использование стандартных текстов искажает или даже убивает живую мысль и т. д.

Совершенно аналогично применение шаблонов и повторений в области машинной графики является, с одной стороны, источником всех полезных эффектов, а с другой стороны, достаточно часто ведет к деловому, экономическому или творческому проигрышу. Чрезвычайная пестрота существующих в настоящее время знаковых систем, технических решений и специальных приемов служит этому ярким подтверждением. Современные компьютерные системы нередко истощают пользователя, которому, образно выражаясь, приходится повсюду таскать за собой заготовки заранее напиленных бревен. Знакомясь с этими фактами, нельзя забывать, что всякое наше действие является не только повторением, но и *обновлением* предыдущего, и иногда гораздо удобнее срубить новый дом, чем долго и утомительно доказывать, что его можно было бы собрать из старых бревен.

5. Широкое использование шаблонов и заготовок при выполнении графических операций не обязательно должно быть связано с работой на компьютерном устройстве. Технический опыт ясно показывает, что узконаправленный, специализированный прибор всегда дешевле и проще в употреблении, чем охватывающий его как частность более универсальный манипулятор. Например, при вычерчивании окружностей циркуль удобнее, чем эллипсограф, а при перемещении небольших грузов блок предпочтительнее, чем подъемный кран, — это очевидно. Точно так же для повторного использования геометрических форм и геометрических операций могут быть созданы высокоспециализированные приспособления, основанные, быть может, на совершенно других принципах, чем современный компьютер. Здесь важно только отчетливо видеть сущность стоящей перед нами задачи: максимально широкое использование графических шаблонов и заготовок, а также отказ от каких бы то ни было иных практических целей, кроме построения «узоров»* или проекционных изображений. Собственно говоря, повсеместное ис-

* Плоский чертеж, полностью оторванный от какой-либо объемной интерпретации, принято называть *узором*.

пользование в области машинной графики *геометрически ориентированных* знаковых систем («языков» программирования; ср. рис. 345) как раз и свидетельствует о том, что поиск целесообразных конструктивных решений развивается теперь именно по указанному направлению. Решается первая часть задачи: формируются удобные шаблоны. А вторая часть — *отказ от компьютерной универсальности* — еще стоит на очереди.

§ 58. Проекционное моделирование и автоматизация

1. Возвратимся еще раз к рис. 343 и к вариантам намеченных в 55.3 программ. Если спросить себя, в чем заключается *общая идея*, которая руководит нами при разработке и написании таких документов, то можно ответить примерно следующим образом.

Нам предстоит создать модель объекта. Объектом в данном случае является *набор действий*, приводящих к определенному результату, а именно к конкретному графическому изображению. Как правило, можно предложить *множество* различных физических систем, моделирующих данный объект, и *множество* самих этих объектов (вариантов действий), приводящих к искомому изображению. На рис. 347 точка *J* символизирует изображение, которое должно быть построено; точки *A, B, C, ...* столь же символически представляют различные варианты (наборы) действий, выполняемых в процессе построения, а точки *A', A'', A''', ...* или *B', B'', B''', ...* — это символы различных записей, с помощью которых удастся зафиксировать набор действий *A* или набор действий *B* и т. д.

Рис. 347 — типичная познавательная геометрическая модель (ср. 35.10), позволяющая отчетливо увидеть и даже обрисовать с общих позиций процесс программирования операций в задачах машинной графики.

2. Мы видим прежде всего, что речь идет о проекционных связях, о проекционном схематизме (см. 33.1). Операция проектирования разбивается на два этапа. На первом этапе разные формы записи намеченного действия сопоставляются с самим действием (от точек *A', A'', A''', ...* к точке *A*). На втором этапе разные варианты действий сопоставляются с общим их результатом (от точек *A, B, C, ...* к точке *J*). При работе компьютера переходы совершаются именно в указанном здесь направлении: от записи, выполненной в какой-либо знаковой системе, к машинным командам (от точки *A'* к точке *A*); далее, от машинных команд — к вычерчиванию изображения (от точки *A* к точке *J*). Сам же программист движется как раз в обратном направлении: от задуманного изображения к соответствующему набору действий (от *J* — к *A, B* или *C, ...*), а затем от выбранного набора действий к записи этих действий в той или иной знаковой системе (от *A* — к *A', A''* или *A'''*, ...). Таким образом,

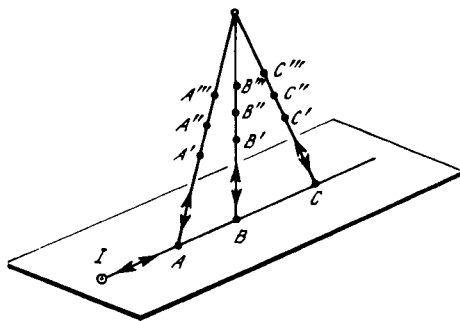


Рис. 347

одной и той же дорогой проходим дважды: программист вкатывает камень на гору, а машина скатывает этот камень с горы.

3. Рассматривая рис. 347, не следует забывать, что предложенная здесь геометрическая аналогия имеет свои границы. Прямые линии, изображенные на рис. 347, естественно воспринимаются как *непрерывные* множества точек, тогда как в реальной машинной системе приходится иметь дело только с *дискретными и ограниченными* множествами. Машинные команды, как известно, приспособлены к выполнению арифметических и логических операций; следовательно, наборы действий $A, B, C, \dots$ не могут включать в себя ничего иного, кроме именно этих шаблонов и заготовок. Это заведомо дискретный ряд. Еще более узкие ограничения накладываются на знаковые системы A', A'', A''' . Мы видели, что эти системы приспособлены к записи таких, например, операций, как построение прямоугольника с заданным направлением сторон, проведение спирали, определяемой центром и тремя точками (см. рис. 340), и т. п. Ничего иного, кроме заранее фиксированных шаблонов и заготовок, в эти записи входить не может; дискретность ряда на этом этапе значительно усугубляется. Поэтому справедливо утверждение, что *программирование операций неразрывно связано с проекционным моделированием внутри ограниченных дискретных множеств*.

4. В машине одно действие может моделироваться только другим действием. Действия эти иногда оказываются одинаковыми по природе. Например, движение круговое порождает другое движение — прямолинейное (рис. 348). Чаше приходится иметь дело с разными по своей природе действиями. Например, электрические импульсы вызывают механические перемещения, световые сигналы претворяются в магнитные притяжения и т. п. Все «фокусы» таких преобразований и переходов спрятаны в конструкциях технических устройств, формирующих тот или иной процесс моделирования. Так, на рис. 348 показана замена кругового движения прямолинейным, обеспеченная наличием зубчатого зацепления, работающего

в точке A . Если же в этой точке создать глухое соединение, то круговое движение точки A будет промоделировано более широким по радиусу круговым движением точки B . Новая конструкция изменяет характер модели, но в любом случае одно действие отображается другим действием. Поэтому если рассматривать рис. 347 с

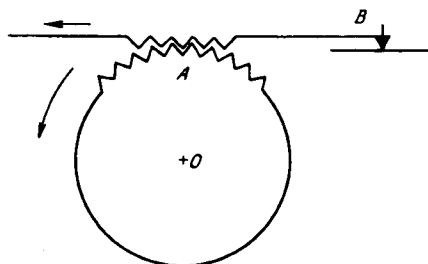


Рис. 348

точки зрения чисто машинных преобразований, то можно сказать, что речь здесь идет об *изоморфном моделировании*: действия, отмеченные на рисунке символом A' (или A'' , A''' , ...), однозначно переводятся в действия, отмеченные символом A , и далее они однозначно переходят в действия, создающие искомое графическое изображение J .

5. Иную картину мы наблюдаем, когда проходим тот же путь в обратном направлении, рассматривая его теперь с точки зрения программиста. Во-первых, при переходе от изображения J к набору машинных команд возникает глубокая неоднозначность. Какую точку выбрать — A , B , C или еще иную из множества возможных вариантов? (Чем сложнее чертеж, тем больше, конечно, открывается различных и относительно удобных возможностей. Теоретически даже формирование прямой линии допускает неограниченное число геометрических алгоритмов.) Неоднозначным, конечно, оказывается и переход от выбранной точки к знаковым системам A' , A'' , A''' , ... (ср. § 55).

Во-вторых, — и это наиболее важный момент! — документ, содержащий запись действий в символах выбранной знаковой системы, с точки зрения программиста не может быть назван *действием*. Это, конечно, модель предстоящих действий, но модель словесная, лексическая, *неразрывно связанная с моделью мысленной* (см. 1.2, рис. 1). Это — представление о действиях, выраженное с помощью условных символов, которое невозможно ни прочесть, ни истолковать, ни тем более претворить в действительность, если не обладать *знанием и пониманием* всех пушенных в ход условностей. Пользователь, не умеющий читать текст программ, может сколько угодно сидеть перед машиной с этим текстом в руках — и ничто не сдвинется с места. Зато программист, понимающий запись, начнет набирать программу на клавиатуре или записывать ее на магнитный диск, т. е. начнет *представление о действии претворять в действие*. Следовательно, программист на своем пути от точки J к точке A''' (см. рис. 347) обязательно перешагивает через фундаментальный рубеж, отделяющий физическое моделирование от моделирования

интеллектуального, отделяющий действие от представления о действии, *отделяющий СИГНАЛ от СЛОВА*.

6. Человек с легкостью совершает переход от слова к сигналу и наоборот. Например, напечатав на клавиатуре компьютера слово «окружность», программист тем самым переводит это слово в сигнал, и дальше уже идет цепочка чисто технических машинных превращений одного сигнала в другой, пока в конце цепочки не возникает сигнал, который переместит соответствующим образом перо графопостроителя и оно вычертит окружность.

Благодаря такой непосредственной и очевидной связи слово постоянно смешивают с сигналом и знаковую систему, с помощью которой пишется текст программы, называют *языком* программирования. В области автоматизации такая терминология стала общепотребительной и принята повсеместно. Однако она явно неудачна, поскольку ведет ко многим теоретическим недоразумениям, а теоретические недоразумения могут приводить к неожиданным по силе и совершенно непредсказуемым практическим отголоскам.

В 55.2 мы рассмотрели на материале подчеркнуто элементарных геометрических схем несколько различных и, конечно, примитивных «языков» программирования. Ясно, что во всех подобных случаях речь идет просто об *условных знаках*, с помощью которых мы подаем соответствующий сигнал. Эти условные знаки можно было бы наклеить на функциональные кнопки и, нажимая на эти кнопки, получать необходимый результат. Нажимая, например, на кнопку со знаком *T* (и вводя дополнительно значения координат *x*, *y*), мы могли бы рисовать точку. Аналогично действуя кнопкой, отмеченной знаком *O*, могли бы рисовать отрезок, и т. д. Вместо знаков *T* и *O*, которые призваны напоминать нам о словах ТОЧКА и ОТРЕЗОК, можно наклеить на кнопки соответствующие геометрические изображения или вообще *любые другие символы*, если только мы не побоимся забыть, какие сигналы и какие действия машины они обозначают. Так, на кране горячей воды ставят обычно красную точку и не пишут ГОРЯЧАЯ ВОДА, а на кране холодной воды ставят синюю метку и не пишут ХОЛОДНАЯ ВОДА. Может быть, поэтому никому не приходит в голову утверждать, что мы разговариваем с домашней сантехникой на «водопроводно ориентированном языке».

Два крана — это две функциональные кнопки. Если кнопок станет больше — двадцать, двести, две тысячи, — то суть дела от этого не изменится: действие будет вызывать действие, сигнал останется сигналом и знак, обозначающий сигнал, *не станет словом*.

7. Слово — это элемент языка, т. е. всей системы имеющихся интеллектуальных представлений. Слово неотделимо от этой проекционной системы, оно всегда обозначает не только определенный объект, но и всю ту неопределенность, которая не является этим

объектом. Например, слово «окружность» позволяет вам говорить «да», когда вы видите объект, являющийся окружностью (определенность!), и говорить «нет», когда вы видите *любой объект*, окружностью не являющийся (неопределенность!).

Слово всегда проекционно, так как определенный объект, который оно обозначает, всегда выступает в качестве бесконечного множества, входящего в данный «проектирующий образ». Например, слово «окружность» — суть проекция всех тех окружностей, которые можно себе представить в разные времена и в разных местах вселенной.

Слово всегда многозначно, оно меняет свой смысл в зависимости от обстоятельств и от контекста (т. е. от примыкающих к нему слов). Оно может иметь прямой и переносный смысл, может выявлять даже прямо противоположные вещи, порождать новые словосочетания и изменять свою форму.

Слово может переходить в конкретное действие, указывать на определенную вещь, вызывать требуемый сигнал. Но это совершается всегда лишь при посредстве человека. Без человека, *понимающего слово*, оно просто исчезает, превращаясь в случайные воздушные колебания (звук) или в неопределенные узоры (написание).

Во всех этих своих проявлениях слово противоположно действию, вещи, сигналу. Вот почему *крайне нецелесообразно говорить о языках программирования*. Здесь уместно говорить лишь о знаковых системах, тем более что знаки, которые используются в задачах программирования, представляют собой лишь малейшую часть общей системы знаков, применяемых для выявления слов русского, английского, немецкого или любого другого живого языка.

8. Итак, мы видим, что процесс подготовки программы, позволяющей автоматически получить необходимое графическое изображение (предметную, расчетную, познавательную геометрическую модель), сводится в общем случае к моделированию тех действий, которые должен выполнить рисующий прибор.

Моделирование распадается на два этапа. На одном из них выбирается *образ действий* (точки *A, B, C, ...* на рис. 347). На другом этапе выбирается знаковая система, с помощью которой этот образ действий будет выражен программистом (точки *A', A'', A'''* и др. на рис. 347).

И на том, и на другом этапе моделирование осуществляется при посредстве имеющихся шаблонов и заготовок. При планировании образа действий такими шаблонами служат имеющиеся в распоряжении базовая и прикладные программы компьютера. А при записи текста программы приходится оперировать символами выбранной знаковой системы, которые и являются здесь обязательными шаблонами. Основная задача программиста заключается в том, чтобы

свои живые представления, выраженные в словах, претворить в систему сигналов, причем сделать это нужно непременно шаблонными средствами, т. е. программист должен учиться *мыслить шаблонно*. Вот почему имеет смысл говорить о профессиональных вредностях в этой области (ср. 2.8).

После того как совершен переход от слов к сигналам, появляется текст (запись) программы и вступают в действие машинные процедуры.

Остается заметить, что все соображения, изложенные в этом параграфе, базировались на представлении о задачах машинной графики, однако фактически они имеют, конечно, прямое отношение к задачам автоматизации вообще.

§ 59. Естественные ограничения

1. Автоматизация производственных процессов (и, в частности, графических построений) имеет две стороны: чисто техническую и идейно-установочную.

С чисто технической стороны цель и значение автоматических процедур совершенно очевидны. Они призваны повышать производительность труда, увеличивать объем выпускаемой продукции, способствовать решению задач, которые другими средствами решить не удастся, облегчать физические усилия человека, ускорять выполнение проектов и т. д.

В определенных условиях все эти цели действительно достигаются, в частности в области машинной графики. Так, при наличии отлаженных программ рабочие чертежи относительно сложного строительного сооружения могут быть получены в течение нескольких минут (повышение производительности труда). На протяжении рабочего дня может быть изготовлен ряд различных проектов (увеличение объема выпускаемой продукции). Путем мгновенного пересчета данных удается осуществлять сравнение многочисленных проектных вариантов и выбирать оптимальную композицию (средство решения трудных задач) и т. д. Одним словом, автоматические устройства, как и любая другая техника, расширяют возможности человека, помогают ему подчинять себе окружающие предметы и обстоятельства, безгранично увеличивают, как принято говорить, его власть над природой.

2. Опираясь на эти неоспоримые факты, многие современные специалисты рассматривают автоматизацию производственных процессов как первоочередную и даже глобальную цель, несущую в себе только положительный потенциал и призванную разрешать все возникающие трудности. Для указанной группы специалистов технические успехи полностью определяют их идейно-установочную позицию. Именно на этой волне возникают такие понятия и

термины, как «языки программирования», «искусственный интеллект», «компьютерная грамотность», «электронный разум» и пр.

Между тем, знакомясь на самых простых примерах с принципами действия компьютерного устройства, мы легко могли заметить характерные диалектические противоречия и весьма жесткие ограничения, неотвратимо действующие в этой области. Оценивая их — теперь уже с общих позиций! — вернемся к ним еще раз.

3. Первое противоречие заключается в том, что автоматическое устройство *тем более удобно в пользовании, чем менее оно нужно*. В самом деле, для простого копирования каких бы то ни было результатов (чертежей, вычислений, текстов, ...) не нужен автомат, а нужно специализированное и часто примитивное устройство, не совершающее никаких «самостоятельных» действий. Эталоном такого примитивного устройства служит обыкновенная печать: прижал подлинник или клише с подлинника к бумаге — и копия готова. Но именно такое обращение с автоматическим устройством наиболее удобно для пользователя: нажал на кнопку — и готов результат. Поэтому чем более совершенствуем мы автоматические процедуры, тем меньше они заслуживают такого названия. В этом смысле компьютеризация производства — бесперспективна.

4. Второе противоречие связано с выбором шаблонов, на основе которых создаются программы. *Чем мельче и универсальнее становится основной шаблон, тем более громоздкие формы приобретает соответствующая ему программа*.

Из точек можно собрать любое изображение, но, прежде чем это сделает автомат, программисту придется «подержать на ладони» и «пересчитать» все эти точки. Такой огромный труд, пожалуй, был бы оправдан, если бы компьютеру предстояло потом бесконечное множество раз *копировать* именно эту программу. Однако вспомним о том, что идея составления программ как раз и возникает при попытках оторваться от механического копирования (т. е. выйти из первого противоречия; ср. 50.1). Следовательно, нужно укрупнять шаблоны, упрощать труд программиста и тем самым *ограничивать область достижимых результатов*, т. е. снова снижать эффект автоматизации, устремляясь в сторону заранее фиксированных, механических процедур. В итоге можно сказать, что совершенствование способов и условий программирования влечет за собой отказ от поставляемых целей. Ибо целью программирования является *расширение возможностей машины*, а облегчение труда программиста требует *ограничения этих возможностей*.

5. Третье коренное противоречие порождается стремлением, с одной стороны, иметь максимальное множество прикладных программ, а с другой стороны, обеспечить достаточно простой обзор этого множества. *Богатая библиотека прикладных программ чрезвы-*

чайно облегчает работу пользователя, который, однако, сразу же начинает задыхаться в этом богатстве.

Действительно, наличие в библиотеке той или иной программы освобождает нас от труда по ее составлению. Второе противоречие как бы отходит на задний план: нам не нужно выбирать никаких шаблонов для составления программы, нужно только *вызвать* ее. Но чтобы вызвать программу, необходимо *знать, что она существует, помнить, как она обозначается, помнить ее содержание и уметь посылать за ней соответствующий машинный сигнал.* Иными словами, богатая библиотека программ подразумевает наличие возле нее высококвалифицированного специалиста. Таким образом, желая облегчить предстоящую работу, мы создаем новую, дополнительно возникающую работу (подготовку специалиста). Конечно, этот прием может оправдать себя, если богатая библиотека прикладных программ снова и снова идет в дело. Но тогда мы возвращаемся, очевидно, к первому противоречию; правда, уже на другом, более высоком уровне.

6. Быть может, наибольшего внимания заслуживает еще одно противоречие, приносящее немало практических затруднений. Речь идет о естественном многообразии эквивалентных по своему конечному результату программ и о соответствующем многообразии применяемых знаковых систем. *Чем больше свободы имеет программист при составлении своих документов, тем лучше качество выпускаемых им программ и тем хуже общая ситуация, в которой находятся пользователи машин.*

Действительно, каждое планируемое материальное действие (например, вычерчивание расчетной геометрической модели) имеет свою конкретную специфику, с учетом которой программист может находить оптимальный вариант выполнения предстоящих операций. Но этот оптимальный вариант влечет за собой необходимые технические приемы и соответствующую знаковую систему. В результате возникает та чрезмерная пестрота конкретных методик, которая затрудняет и обучение специалистов, и их работу. Часто специалист предпочитает проделать весь путь заново, чем разбираться в уже написанной программе, которую подготовил его коллега. Казалось бы, здесь может помочь стандарт, но, выражаясь образно, кто согласится ловить рыбу, пользуясь стандартной методикой?

7. Итак, за громкими фразами, которыми часто окружают проблему автоматизации, необходимо различать реальную действительность и неизбежную диалектику противоборствующих тенденций. Необходимо помнить, что власть человека над предметами и обстоятельствами отнюдь не исчерпывает многомерность событий и поэтому *никогда не должна служить приманкой.* Преследуя цели, которые доступны прогнозированию и расчету, человек может

упускать — и постоянно упускает — значительно более важные факторы, которые могли бы быть обнаружены лишь в пространстве повышенной размерности.

Любые автоматические устройства всегда действуют в рамках глубокого проекционного схематизма (ср. 58.1). В самой основе их лежит идея *повторения ситуаций* (см. 57.1), т. е., выражаясь чисто геометрически, идея замыкания размерности. Как мы уже знаем (см. § 35), существует множество практических задач, где эта идея реализуется и приносит пользу. Поэтому, обращаясь к автоматизированным процедурам, грамотный специалист должен многократно убедиться в том, что он имеет дело с задачами именно этого класса. В противном случае действительность может преподнести ему неожиданные и, главное, весьма неприятные сюрпризы.

Заметим также, что в современных условиях «компьютерная грамотность» с большой легкостью оборачивается обыкновенной человеческой безграмотностью. Убедительной иллюстрацией этого служат социальные кризисы и производственные катастрофы, которые происходят, как правило, в реальном, а не в компьютерном операционном пространстве.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Бросая ретроспективный взгляд на пройденный путь и стремясь успешно усвоить материал предложенного учебного курса, читатель должен прежде всего задаться вопросом: на какие ключевые моменты следует обратить особое внимание?

Если в процессе изложения затронутых вопросов авторы прибегали, в основном, к индивидуальному методу, т.е. сначала рассматривали и разъясняли частные случаи, примеры, задачи и лишь впоследствии — по мере возможности — переходили к общим идеям и выводам, то на стадии подведения итогов и закрепления в памяти необходимых сведений следует настойчиво рекомендовать читателю обратный, дедуктивный, образ действий. Это означает, что в качестве ключевых моментов, облегчающих и обеспечивающих усвоение материала, следует избрать наиболее общие идеи и выводы, относящиеся ко всему учебному процессу или к отдельным его разделам.

Ведь общих идей и принципов набирается сравнительно немного, и они, как правило, достаточно просты, если только ведущие к ним ступени были своевременно и сознательно пройдены. В то же время, попытка тщательно отесывать отдельные ступени знания и как-то скреплять их, не ведая, куда и зачем они ведут, обречена на неудачу. Опыт постоянно и ясно свидетельствует, что надеясь запомнить рецептуру многочисленных графических построений, студент лишь напрасно тратит время. Такая форма его работы бесплодна.

Итак, на заключительном этапе процесса обучения при осуществлении серьезной подготовки к самостоятельным действиям, целесообразно обратиться, в первую очередь, к наиболее ёмким, обобщающим позициям пройденного пути, с тем, чтобы именно на них опираться в дальнейшем при встрече с реальными и большей частью неожиданно возникающими ситуациями. Перечислим конструктивно некоторые из этих опорных позиций.

1. Наиболее общая идея, охватывающая все разделы данного учебного курса, сводится к представлению о геометрической модели, которая по каким-то практическим причинам должна заменить (*отчасти* заменить!) интересующий нас реальный объект. Эта геометрическая модель базируется на опыте нашего пространственного восприятия предметов и конкретно выражается либо в виде мысленных образов, либо в виде графических изображений и схем, либо, наконец, в виде каких-то материальных конструкций.

2. Образную (мысленную) геометрическую модель иногда удобно размещать в условно построенном многомерном пространстве.

Такой прием позволяет сразу же ввести в поле зрения любые *многофакторные* явления и процессы, т.е. ближе прикоснуться к живой действительности.

3. Переход от условного многомерного пространства к вполне доступным для привычного восприятия трехмерным и, далее, к двумерным и одномерным геометрическим формам может быть осуществлен с помощью операции проектирования. Операция проектирования выступает как наиболее важный, универсальный инструмент моделирования, позволяющий классифицировать элементы изучаемого объекта, понижать его сложность (размерность), рассматривать его в условиях *проекционного схематизма*.

4. Очень важно заметить, что именно проекционный схематизм лежит в основе наблюдения и анализа реальных явлений. Отсюда проистекает особая роль *познавательных* геометрических моделей, дающих возможность наметить границы научно-исследовательских формализаций и в рамках этих границ вырабатывать план предстоящих мероприятий, прогнозировать их эффективность, обрисовывать предстоящие расчетные операции.

5. Детальная проработка какой-либо познавательной геометрической модели приводит, как правило, к модели *расчетной*. Расчетная модель — это относительно удобная графическая конструкция, связывающая начальные числовые данные с конечным числовым результатом. Она используется либо для часто повторяющихся непосредственных вычислений, либо для наглядного выявления оптимального геометрического алгоритма, который может быть реализован в дальнейшем в другом материале и в другой форме.

6. Если актуальная задача инженера сводится к проектированию или воспроизведению форм и размеров строительного объекта, то в дело вступают предметные геометрические модели. Такие модели стоят на основе *метода двух изображений*, частными вариациями которого являются ортогональные проекции, аксонометрия, перспектива. Специальным ответвлением этого метода, соединяющим в себе геометрические и аналитические приемы, оказываются проекции с числовыми отметками.

7. Поскольку, практически, два изображения предмета не всегда обеспечивают его изомоторное (однозначное) моделирование, возникает вопрос о построении дополнительного поля проекций. Этот вопрос решается с помощью *универсального* геометрического алгоритма (алгоритм Гаука), позволяющего по двум проекциям точки, расположенным в основных полях, построить третью, дополнительную ее проекцию. Изменение конкретных условий задачи не влияет на общую структуру алгоритма, но порождает лишь разнообразные частные его варианты.

8. Работа с предметными моделями приводит обычно к решению ряда специальных задач, которые делятся на два больших класса: позиционные и метрические. Позиционные задачи решаются на

основе общих принципов, не зависящих от избранной проекционной системы (от той или иной вариации метода двух изображений). Решение метрических задач существенно зависит от вида избранной модели. Во всех случаях возникающие причинно-следственные ситуации полезно рассматривать как результат действия определенной *геометрической машины*.

9. Использование предметных моделей в узко обусловленных границах архитектурного и строительного проектирования обязано подчиняться заранее установленным *техническим стандартам*. Знание действующей системы стандартов, умение ориентироваться внутри нее и выходить к необходимым справочным материалам определяет компетентность специалиста в области инженерной графики.

10. Кроме чисто теоретических знаний важную роль играет уровень общей графической культуры инженера, его художественный вкус и практические навыки, помогающие не только верно оценивать, но и самому создавать *полноценно оформленные* эскизы, чертежи, проекты.

11. Значительную часть работы, возникающей в процессе геометрического моделирования, инженер может выполнить с помощью компьютерной тени. Здесь он должен прежде всего бороться за *позицию пользователя* и четко видеть условия, при которых для него имеет смысл переходит на позицию программиста.

12. Системы операторов (знаковые системы), которые используются при составлении программ, диалектически связаны со структурой программы, ее назначением и объемом начальных данных. Чем сложнее оператор, тем проще программа, тем уже спектр ее действия, тем короче список начальных данных, и наоборот. В соответствии с этими факторами общее количество разнообразных, удобных в том или ином отношении знаковых систем *практически необозримо*, как необозримо разнообразие возникающих конкретных задач.

- " - " - " - " -

При последующей детализации перечисленных общих положений, возникает ряд специальных закономерностей, правил, соотношений, типовых геометрических построений. Погружаясь в это обилие частных, необходимо по-прежнему твердо придерживаться дедуктивного метода. Некоторые наиболее общие приемы следует отрабатывать в практических упражнениях с тем, чтобы взять их в конце концов на постоянное вооружение. Другие, вспомогательные по своему смыслу, операции нужно научиться самостоятельно выводить по мере надобности, исходя из базовых данных. Наконец, третью группу рассмотренных выше факторов допустимо отнести к области справочного материала, который всегда можно почерпнуть со знанием дела в соответствующей подручной литературе. Конечно, выбор среди последних двух возможностей в значительной мере зависит от индивидуальных устремлений, способностей и интересов читателя.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение I

Перечень действующих стандартов, положения и требования которых составляют основу курса «Инженерная графика»

В нижеследующей таблице выделено три группы стандартов. Внутри групп стандарты располагаются в порядке возрастания номеров с учетом объединения некоторых из них в комплексы ЕСКД и СПДС.

Обозначение стандарта	Название стандарта
Г р у п п а I. Стандарты, требования которых следует изучать с особым вниманием	
Стандарты комплекса ЕСКД	
ГОСТ 2.001—70	Общие положения
ГОСТ 2.104—68	Основные надписи
ГОСТ 2.108—68	Спецификация
ГОСТ 2.109—73	Основные требования к чертежам
ГОСТ 2.301—68	Форматы
ГОСТ 2.302—68	Масштабы
ГОСТ 2.303—68	Линии
ГОСТ 2.304—81	Шрифты чертежные
ГОСТ 2.305—68	Изображения — виды, разрезы, сечения
ГОСТ 2.306—68	Обозначения графические материалов и правила их нанесения на чертежах
ГОСТ 2.307—68	Нанесение размеров и предельных отклонений
ГОСТ 2.308—79	Указание на чертежах допусков форм и расположения поверхностей
ГОСТ 2.309—73	Обозначение шероховатости поверхностей
ГОСТ 2.311—68	Изображения резьбы
ГОСТ 2.312—72	Условные изображения и обозначения швов сварных соединений
ГОСТ 2.317—69	Аксонметрические проекции
ГОСТ 2.320—82	Правила нанесения размеров, допусков и посадок конусов
Стандарты комплекса СПДС	
ГОСТ 21.001—77	Общие положения
ГОСТ 21.101—79	Основные требования к рабочим чертежам
ГОСТ 21.103—78	Основные надписи
ГОСТ 21.104—79	Спецификация

Обозначение стандарта	Название стандарта
ГОСТ 21.105—79	Нанесение на чертежи размеров, надписей, технических требований и таблиц
ГОСТ 21.107—78	Условные обозначения элементов зданий, сооружений и конструкций
ГОСТ 21.108—78	Условные графические изображения и обозначения на чертежах генеральных планов и транспорта
ГОСТ 21.501—80	Архитектурные решения. Рабочие чертежи
Г р у п п а II. Стандарты, основные требования которых знать необходимо	
Стандарты комплекса ЕСКД	
ГОСТ 2.101—68	Виды изделий
ГОСТ 2.102—68	Виды и комплектность конструкторских документов
ГОСТ 2.103—68	Стадии разработки
ГОСТ 2.310—68	Нанесение на чертежах обозначений покрытий, термической и других видов обработки
ГОСТ 2.313—82	Условные изображения и обозначения неразъемных соединений
ГОСТ 2.315—68	Изображения упрощенные и условные крепежных деталей
ГОСТ 2.316—68	Правила внесения на чертежах надписей, технических требований и таблиц
ГОСТ 2.318—81	Правила упрощенного нанесения размеров отверстий
ГОСТ 2.321—84	Обозначения буквенные
ГОСТ 2.401—68	Правила выполнения чертежей пружин
ГОСТ 2.402—68	Условные обозначения зубчатых колес, реек, червяков и звездочек цепных передач
ГОСТ 2.410—68	Правила выполнения чертежей металлических конструкций
Стандарты комплекса СПДС	
ГОСТ 21.102—79	Общие данные по рабочим чертежам
ГОСТ 21.502—78	Схемы расположения элементов сборных конструкций
ГОСТ 21.503—80	Конструкции бетонные и железобетонные. Рабочие чертежи
ГОСТ 21.508—85	Генеральные планы предприятий, сооружений и жилищно-гражданских объектов. Рабочие чертежи
Г р у п п а III. Стандарты, с требованиями которых следует ознакомиться	
Стандарты комплекса ЕСКД	
ГОСТ 2.105—79	Общие требования к текстовым документам
ГОСТ 2.106—68	Текстовые документы
ГОСТ 2.118—73	Техническое предложение
ГОСТ 2.119—73	Эскизный проект
ГОСТ 2.120—73	Технический проект

Обозначение стандарта	Название стандарта
ГОСТ 2.201—80	Обозначение изделий и конструкторских документов
ГОСТ 2.403—75	Правила выполнения чертежей цилиндрических зубчатых колес
ГОСТ 2.404—75	Правила выполнения чертежей зубчатых реек
ГОСТ 2.405—75	Правила выполнения чертежей зубчатых колес
ГОСТ 2.406—76	Правила выполнения чертежей цилиндрических червяков и червячных колес
ГОСТ 2.408—68	Правила выполнения рабочих чертежей звездочек приводных роликов и втулочных цепей
ГОСТ 2.409—74	Правила выполнения чертежей зубчатых (шлицевых) соединений
ГОСТ 2.411—72	Правила выполнения чертежей труб, трубопроводов и трубопроводных систем
ГОСТ 2.503—90	Правила внесения изменений
ГОСТ 2.601—68	Эксплуатационные документы
ГОСТ 2.604—68	Чертежи ремонтные
ГОСТ 2.701—84	Схемы. Виды и типы. Общие требования к выполнению
Стандарты комплекса СПДС	
ГОСТ 21.106—78	Условные обозначения трубопроводов санитарно-технических систем
ГОСТ 21.201—78	Правила оформления внесения изменений в рабочую документацию
ГОСТ 21.202—78	Правила оформления привязки проектной документации
ГОСТ 21.403—80	Обозначения условные графические в схемах. Оборудование энергетическое
ГОСТ 21.507—81	Интерьеры. Рабочие чертежи
ГОСТ 21.601—79	Водопровод и канализация. Рабочие чертежи
ГОСТ 21.602—79	Отопление, вентиляция и кондиционирование воздуха. Рабочие чертежи
ГОСТ 21.604—82	Водоснабжение и канализация. Наружные сети. Рабочие чертежи
ГОСТ 21.605—82	Сети тепловые (тепломеханическая часть). Рабочие чертежи
ГОСТ 21.610—85	Газоснабжение. Наружные газопроводы. Рабочие чертежи
Стандарты, не входящие в комплексы	
ГОСТ 2601—84	Сварка металлов. Термины и определения основных понятий
ГОСТ 2789—73	Шероховатость поверхности. Параметры и характеристики
ГОСТ 6111—52	Резьба коническая дюймовая с углом профиля 60°
ГОСТ 6211—81	Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба трубная коническая
ГОСТ 6357—81	Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба трубная цилиндрическая

Обозначение стандарта	Название стандарта
ГОСТ 8944—75	Соединительные части из ковкого чугуна с цилиндрической резьбой для трубопроводов. Технические требования
ГОСТ 8965—75	Части соединительные стальные с цилиндрической резьбой для трубопроводов Р 1,6 МПа. Технические условия
ГОСТ 9150—81	Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба метрическая. Профиль
ГОСТ 9484—81	Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба трапецидальная. Профили
ГОСТ 10177—82	Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба упорная. Профиль и основные размеры
ГОСТ 11708—82	Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба. Термины и определения
ГОСТ 13535—87	Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба упорная усиленная 45°
ГОСТ 13536—68	Резьба круглая для санитарно-технической арматуры. Профиль, основные размеры, допуски
ГОСТ 16530—83	Передачи зубчатые. Общие термины, определения и обозначения
ГОСТ 24739.1—80	Болты фундаментные. Конструкция и размеры
ГОСТ 24642—81	Основные нормы взаимозаменяемости. Допуски формы и расположения поверхностей. Основные термины и определения
ГОСТ 24643—81	Основные нормы взаимозаменяемости. Допуски формы и расположения поверхностей. Числовые значения
ГОСТ 24739—81	Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба трапецидальная многозаходная
ГОСТ 25069—81	Основные нормы взаимозаменяемости. Неуказанные допуски формы и расположения поверхностей
ГОСТ 25142—82	Шероховатость поверхности. Термины и определения
ГОСТ 25229—82	Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба метрическая коническая
ГОСТ 25346—89	Основные нормы взаимозаменяемости. ЕСДП. Общие положения, ряды допусков и основных отклонений
ГОСТ 25347—82	ЕСДП. Поля допусков и рекомендуемые посадки
ГОСТ 25348—82	Основные нормы взаимозаменяемости. ЕСДП. Ряды допусков, основных отклонений и поля допусков для размеров свыше 3150 мм
ГОСТ 25349—88	Основные нормы взаимозаменяемости. ЕСДП. Поля допусков деталей из пластмасс
ГОСТ 25670—83	Основные нормы взаимозаменяемости. Предельные отклонения размеров с неуказанными допусками
ГОСТ 27017—86	Изделия крепежные. Термины и определения

**Перечень стандартов Единой системы
конструкторской документации (ЕСКД), требования которых
подлежат учету при выполнении рабочих чертежей зданий,
сооружений, строительных конструкций и изделий**

Обозначение и наименование стандарта	Условия применения стандарта в рабочих чертежах
ГОСТ 2.101—68— «ЕСКД. Виды изделий»	—
ГОСТ 2.102—68— «ЕСКД. Виды и комплектность конструкторских документов»	С учетом требований ГОСТ 21.101—79. Кроме того, п. 1.3 в части стадий проектирования, а также ссылки на ГОСТ 2.601—68 и 2.602—68 не учитывают
ГОСТ 2.105—68— «ЕСКД. Общие требования к текстовым документам»	С учетом требований ГОСТ 21.103—78, 21.104—79 и 21.105—79. Ссылки на ГОСТ 2.104—68, 2.106—68 и 2.601—68, а также требования к оформлению титульного листа не учитывают
ГОСТ 2.108—68— «ЕСКД. Спецификация»	С учетом требований ГОСТ 21.104—79
ГОСТ 2.109—73— «ЕСКД. Основные требования к чертежам»	С учетом требований ГОСТ 21.101—79
ГОСТ 2.110—68— «ЕСКД. Патентный формуляр»	С учетом требований ГОСТ 21.103—78, 21.201—78 и 21.203—78 Ссылки на ГОСТ 2.104—68, 2.201—68, 2.501—68 и 2.503—74 не учитывают
ГОСТ 2.113—75— «ЕСКД. Групповые и базовые конструкторские документы»	С учетом требований ГОСТ 21.101—79
ГОСТ 2.301—68— «ЕСКД. Форматы»	С учетом требований ГОСТ 21.101—79
ГОСТ 2.302—68— «ЕСКД. Масштабы»	—
ГОСТ 2.303—68— «ЕСКД. Линии»	—
ГОСТ 2.304—68— «ЕСКД. Шрифты чертежные»	—
ГОСТ 2.305—68— «ЕСКД. Изображения — виды, разрезы, сечения»	С учетом требований ГОСТ 21.101—79 и 21.105—79
ГОСТ 2.306—68— «ЕСКД. Обозначения графических материалов и правила их нанесения на чертежах»	—
ГОСТ 2.307—68— «ЕСКД. Нанесение размеров и предельных отклонений»	С учетом требований ГОСТ 21.101—79 и 21.105—79
ГОСТ 2.308—68— «ЕСКД. Указание на чертежах предельных отклонений формы и расположения поверхностей»	С учетом требований ГОСТ 21.101—79
ГОСТ 2.309—73— «ЕСКД. Обозначения шероховатости поверхностей»	С учетом требований ГОСТ 21.101—79

Обозначение и наименование стандарта	Условия применения стандарта в рабочих чертежах
ГОСТ 2.310—68— «ЕСКД. Нанесение на чертежах обозначений покрытий, термической и других видов обработки»	—
ГОСТ 2.311—68— «ЕСКД. Изображение резьбы»	—
ГОСТ 2.312—72— «ЕСКД. Условные изображения и обозначения швов сварных соединений»	С учетом требований ГОСТ 21.107—78
ГОСТ 2.313—68— «ЕСКД. Условные изображения и обозначения швов неразъемных соединений»	—
ГОСТ 2.314—68— «ЕСКД. Указания на чертежах о маркировании и клеймении изделий»	—
ГОСТ 2.315—68— «ЕСКД. Изображения упрощенные и условные крепежных деталей»	С учетом требований ГОСТ 21.107—78
ГОСТ 2.316—68— «ЕСКД. Правила нанесения на чертежах надписей, технических требований и таблиц»	С учетом требований ГОСТ 21.105—79
ГОСТ 2.317—69— «ЕСКД. Аксонометрические проекции»	—

Приложение 3

Стандартные ряды масштабов (ГОСТ 2.302—68)

Масштабы уменьшения

1:2, 1:2.5, 1:4, 1:5, 1:10, 1:15, 1:20, 1:25, 1:40, 1:50, 1:75, 1:100, 1:200, 1:400, 1:500, 1:800, 1:1000

Масштабы увеличения

2:1, 2.5:1, 4:1, 5:1, 10:1, 20:1, 40:1, 50:1, 100:1

Допускается применять масштабы увеличения $(100n):1$, где n — целое число

Масштабы для генпланов

1:2000, 1:5000, 1:10000, 1:20000, 1:25000, 1:50000

Ш Р И Ф Т Ы

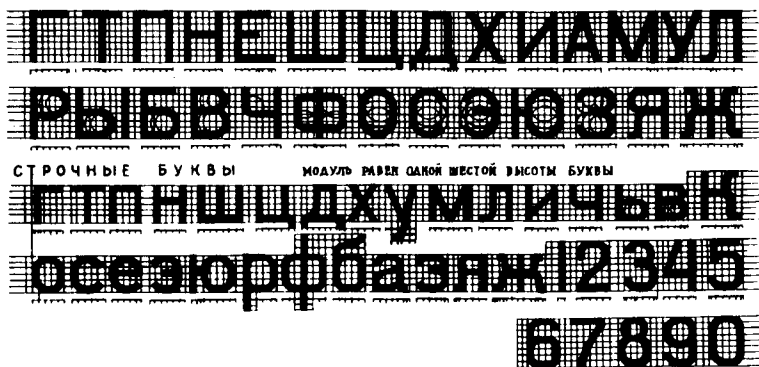
1. АКАДЕМИЧЕСКИЙ

МОДУЛЬ РАВЕН ОДНОЙ СЕДЬМОЙ ВЫСОТЫ БУКВЫ. ТОЛЩИНА ТОНКИХ ШТРИХОВ РАВНА НЕ БОЛЕЕ 1/3 ШИРИНЫ СТОЙКИ БУКВЫ



2. БРУСКОВЫЙ

МОДУЛЬ РАВЕН ОДНОЙ ВОСЬМОЙ ВЫСОТЫ БУКВЫ



3. АРХИТЕКТУРНЫЙ /рукописный/

Шрифт пишется от руки трубочкой или пером

А Б В Г Д Е Ж З И К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я
а б в г д е ж з и к л м н о п р с т у ф х ц ч ш щ ъ ы ь э ю я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

4. ПРОМСТРОЙПРОЕКТА /рукописный/

Б В Г Д Ж З Л Н У Х Ц Ч Щ Ъ Ы Э Ю Я №
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1 1/4 2 2/3 7 1/2 0.85 35.6

ПРИМЕЧАНИЕ

1. Единица измерения буквы (модуль) равна ширине ее стойки.
2. Расстояние между буквами в среднем равно 1/2 ширины нормальной буквы.
3. Промежутки между словами должны быть не менее ширины буквы и не более удвоенной высоты.
4. Расстояние между строками от 1/2 до 1 1/4 высоты буквы.

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я а б в г д е ж з и й к л м н о п р с т у ф х ц ч ш щ ъ ы ь э ю я 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 № № № № № № № № № № №																																	
				Шрифт чертежный ГОСТ 2304-68																													
				<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="2">Лит.</td> <td colspan="2">Масса</td> <td colspan="2">Масштаб</td> </tr> <tr> <td style="width: 20px;"> </td> <td style="width: 20px;"> </td> <td style="width: 20px;"> </td> <td style="width: 20px;"> </td> <td style="width: 20px;"> </td> <td style="width: 20px;"> </td> </tr> <tr> <td colspan="2">Лист</td> <td colspan="2">Листов</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td colspan="2"> </td> <td colspan="2"> </td> <td colspan="2"></td> </tr> </table>						Лит.		Масса		Масштаб								Лист		Листов									
Лит.		Масса		Масштаб																													
Лист		Листов																															

Алф. лист	№ докум.	Издатель	Дата
Рис. лист			
Проект			
У. проект			
А. проект			
Издатель			

Таблица параметров прямоугольных аксонометрических проекций

№ п/п	Вид проекции	Углы между проекциями направлений аксонометрического проектирования и осью x (схема 1)		Углы между аксонометрическими осями (схема 2)		Показатели искажения по осям: точные/приведенные			Масштаб увеличения
		ξ_1	ξ_2	τ_1	τ_2	$\frac{k_x}{K_x}$	$\frac{k_y}{K_y}$	$\frac{k_z}{K_z}$	
1	Изометрия	Стандартная по ГОСТ 2.317—69							
		45°	45°	120°	120°	$\frac{0.82}{1.00}$	$\frac{0.82}{1.00}$	$\frac{0.82}{1.00}$	1.22
2	Диметрия	Стандартная по ГОСТ 2.317—69							
		45°	69°18'	97°10'	131°25'	$\frac{0.94}{1.00}$	$\frac{0.47}{0.50}$	$\frac{0.94}{1.00}$	1.06
		45°	64°54'	100°22'	129°49'	$\frac{0.92}{1.00}$	$\frac{0.55}{0.60}$	$\frac{0.92}{1.00}$	1.09
		45°	61°52'	102°50'	128°35'	$\frac{0.9}{1.0}$	$\frac{0.6}{2/3}$	$\frac{0.9}{1.0}$	1.10
		45°	60°20'	104°10'	127°55'	$\frac{0.9}{1.0}$	$\frac{0.63}{0.70}$	$\frac{0.9}{1.0}$	1.12
		45°	57°58'	106°20'	126°50'	$\frac{0.88}{1.00}$	$\frac{0.66}{3/4}$	$\frac{0.88}{1.00}$	1.13
7	Триметрия	20°16'	62°02'	95°11'	107°49'	$\frac{0.89}{0.90}$	$\frac{0.49}{0.50}$	$\frac{0.99}{1.00}$	1.02
8		29°04'	58°22'	99°47'	114°26'	$\frac{0.86}{0.90}$	$\frac{0.58}{0.60}$	$\frac{0.96}{1.00}$	1.04
9		36°35'	54°20'	104°32'	116°42'	$\frac{0.84}{0.90}$	$\frac{0.65}{0.70}$	$\frac{0.93}{1.00}$	1.07

Схема 1

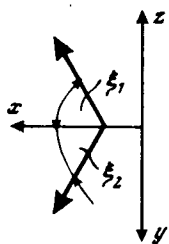
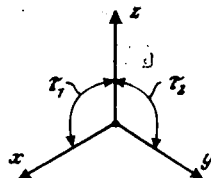
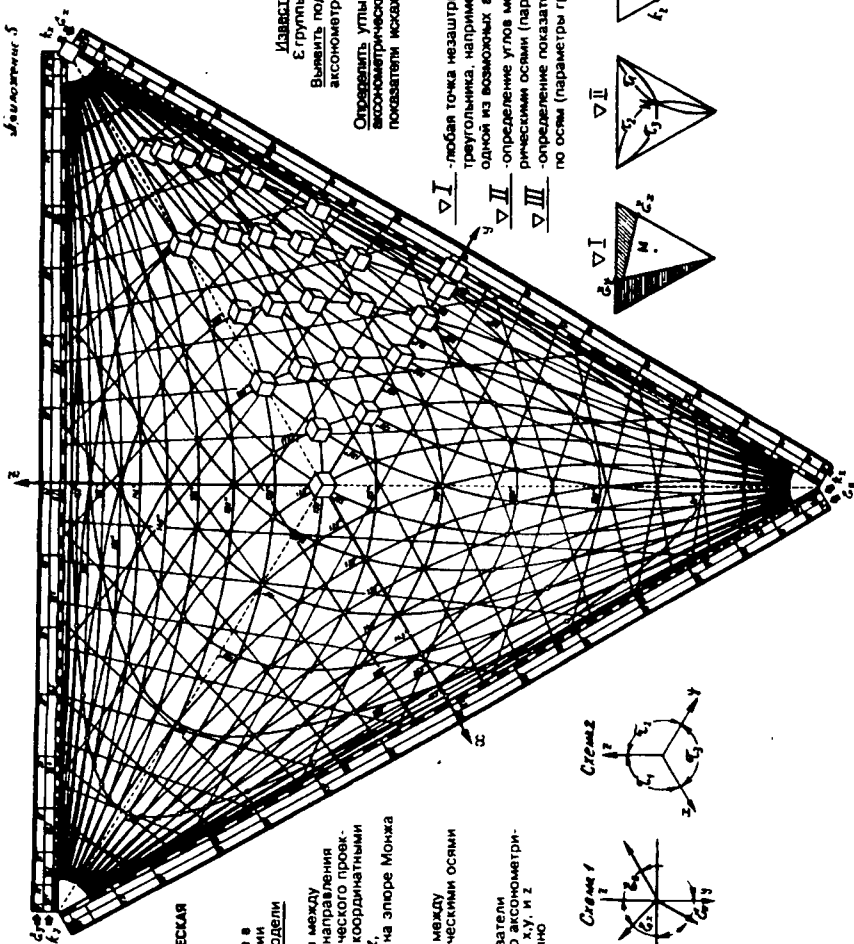


Схема 2





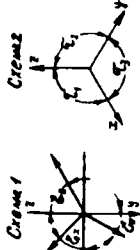
РАСЧЕТНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Параметры,
участвующие в
формировании
расчетной модели

$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ - углы между
проециями направления
аксонометрического проэк-
тирования и координатными
осями x, y и z ,
измеренные на элipse Монжа
(схема 1)

τ_1, τ_2 - углы между
аксонометрическими осями
(схема 2)

K_x, K_y, K_z - показатели
искажения по аксонометри-
ческим осям x, y и z
соответственно



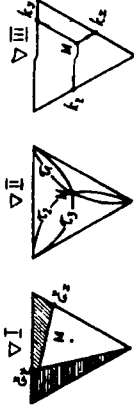
Пример

Известны два параметра
 ϵ_1 группы (например, ϵ_1 и ϵ_2)
Выделить подпадающую схему
аксонометрических проекций.

Определить углы между
аксонометрическими осями и
показатели искажения по осям.

Решение

- ΔI - любая точка незашифрованной области
треугольника, например точка M , отвечает
одной из возможных аксонометрических схем.
- ΔII - определение углов между аксономет-
рическими осями (параметры τ).
- ΔIII - определение показателей искажения
по осям (параметры группы K).



ЛИТЕРАТУРА

К разделу I

1. Вальков К.И. Лекции по основам геометрического моделирования. — Л.: ЛГУ, 1975.
2. Вальков К.И. Введение в теорию моделирования. — Л.: ЛИСИ, 1974.
3. Вальков К.И. Проекционный схематизм — инструмент и метод. — Л.: ЛИСИ, 1988.
4. Глаголев Н.А. Курс номографии. — М.: Высшая школа, 1961.
5. Глазунов Е.А., Четверухин Н.Ф. Аксонометрия. — М.: Гостехиздат, 1953.
6. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия. — М.: Просвещение, 1969.
7. Справочник по элементарной математике/Под ред. П.С. Фильчакова. — Киев: Наукова думка, 1967.

К разделу II

8. Благоевещенский Ф.А., Букин Е.Ф. Архитектурные конструкции. — М.: Высшая школа, 1985.
9. Соколов А.М. Основные понятия архитектурного проектирования. — Л.: ЛГУ, 1976.
10. Попова Г.Н., Алексеев С.Ю. Машиностроительное черчение: Справочник. — Л.: Машиностроение, 1987.
11. Потишко А.В., Крушевская Д.П. Справочник по инженерной графике. — Киев: Будивельник, 1983.
12. Семенов В.Н. Унификация и стандартизация проектной документации для строительства. — Л.: Стройиздат, 1985.

К разделу III

13. Автоматизированные системы обработки информации и управления. Сб. — М.: Энергоиздат, 1991.
14. Вальков К.И. Моделирование и формализация. Ч. 1 и 2. — Л.: ЛИСИ, 1984, 1985.
15. Вальков К.И. Машину учат говорить. — В кн.: Вопросы геометрического моделирования. — Л.: ЛИСИ, 1980.
16. Котов Ю.В. Как рисует машина. — М.: Наука, 1988.
17. Михайленко В.Е. и др. Справочник по машинной графике. — Киев: Будивельник, 1984.
18. Райан Д. Инженерная графика в САПР. — М.: Мир, 1989.
19. Смирнов А.Д. Архитектура вычислительных систем. — М.: Наука, 1990.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аксометрия 64
— прямоугольная 67
— стандартная 329
Аксометрические оси 64
— показатели искажения 64
Алгоритм Гаука 165, 170
— геометрический 53, 138
Аппарат проекционный 40
- Базис съемки 206
Бинарное поле 223
- Вершина конуса 28
— пучка 32
— связки 32
- Геометрия аналитическая 231
— начертательная 11, 19
— проективная 19
Гипербола 25
Гиперболоид 27
Гиперплоскость 251
Главная точка картины 74
Главные лучи 168
гомотопия 51
— афинная 52
— тождественная 52
Гомоморфизм 264
Горизонталь 93
Градуирование прямой 115
Граф 266
Графика 15, 18
— инженерная 14
— машинная 16
Графопостроитель 434
Гуманитарные проблемы 278
- Деление отрезка 129
Диски 435
Дисплей 433
Дистанционная окружность 74
- Единица аксонометрическая 64
— масштабная 64
- Задачи метрические 97
— позиционные 97
Зависимость многофакторная 214
Звезда линейная 253
— проектирующая 41, 251
Знаковая система 449
Значность соответствия 60
- Изображение 18
— дополнительные 143
Изоморфизм 47, 83
Интерактивный режим 462
Интервал прямой 92
Информация 421, 429
Инцидентность 98
- Картина 40, 62, 74
— вертикальная 73, 79
— наклонная 79
Квадрика 27, 100
— линейчатая 28
Ключ расчетной модели 224
Клавиатура компьютера 429
Классификация 5, 25, 44, 261
Кнопки функциональные 430, 442
Коллинеация 88
Команда машинная 430
Комплекс прямых 34
Компьютер 419
Конгруэнция линейная 32
Контур падающей тени 181
— собственной тени 181
Коноид 30
Конус 27, 29
Корреляция 240
Кривая алгебраическая 26
— второго порядка 25
— плоская 25
— пространственная 25
Коэффициент искажения 64
Курсор 430
- Линейные образы 250
Линия горизонта 74
— кривая 25
— наибольшего ската 94
— направляющая 28

- образующая 28
- связи 49
- схода 78
- уровня 121
- Луч главный 79
- проектирующий 40
- Марки 389
- Масштаб 308, 481
- уклонов 94
- Машина вычислительная 16, 420
- геометрическая 137
- Метод двух изображений 88
- Монжа 46
- Метрика 97
- Модальные функции 443
- Моделирование геометрическое 8, 21
- некорректное 270
- Модель 5
- аналитическая 6
- геометрическая 6
- гомоморфная 264
- графоаналитическая 92
- изоморфная 47
- лексическая 6
- математическая 6
- образная 5
- познавательная 10, 248
- предметная 8, 46
- расчетная 10, 214
- с метрикой в ключе 227
- Начальные данные 422
- Несобственная плоскость 37
- Несобственные элементы 37
- Номограмма 231
- из выравненных точек 226
- сетчатая 225
- составная 226, 234
- циркулярная 227
- Номография 21, 231
- Образ линейный 55, 250
- проектирующий 40, 43
- Оборудование периферийное 421
- Ограничение машины на входе 259
- Окружность дистанционная 74
- Оператор машины 419
- программы 446, 449
- Операция проектирования 11, 40
- Ось гомотопии 53
- перспективности 86
- Парабола 25
- Параболоид 27
- гиперболический 29
- Перспектива 18, 73
- на вертикальной картине 73
- на наклонной картине 79
- Перо световое 431
- Плоскость 27, 50
- предметная 74
- проектирующая 54
- профильная 54
- тождественная 52
- Поверхность 27
- винтовая 30
- второго порядка 27
- закономерная 27
- линейчатая 28
- незакономерная 30, 91
- овальная 28
- сферическая 27
- цилиндрическая 27
- Подпрограмма 426
- Поле проекций дополнительное 143
- основное 146
- Пользователь 419
- Примитив 456
- Принцип двойственности 39
- Проекция 40
- вторичная 65
- ортогональная 41, 46
- первичная 65
- параллельная 40
- с числовыми отметками 91
- центральная 40
- Проекционный схематизм 45, 260
- Проекционный коэффициент 230
- Программа 420
- прикладная 422
- Программист 419
- Процессор центральный 420
- Пространство геометрическое 22
- гиперболическое 38
- двумерное 35
- многомерное 24
- одномерное 35
- операционное 217, 256
- предельное 258
- проективное 37
- физическое 22
- Пучки перспективные 84
- проективные 85
- Пучок плоскостей 32
- прямых 32
- Размерность пространства 13, 23, 250
- Репер 206
- искусственный 206
- неполный 206
- полный 206

— точечный 26, 30

Ряд точек 39

Связка плоскостей 32

— прямых 32

Семейство линий 222

Система знаковая 449

— отсчета 24

Сканер 432

Следы плоскости 54

Стандарт 292

Сфера 27

Тень падающая 180

— собственная 180

Теорема Польке-Шварца 65

Тернарное поле 223

Точка зрения 74

— главная 74

— исключенная 84

— схода 77

Трансляция программы 454, 464

Транслятор 254

Треугольник следов 67

Уклон прямой 92

Управление кнопочное 442

Устройство компьютера 419

— памяти 420

— управления 421

Файлы 435

Формализация 271

Форма каноническая 235, 237

Форматы 305

Функции модальные 443

Центр гомологии 51

Цилиндр 27, 29

Цилиндроид 30

Шкала проективная 221

— логарифмическая 221

— немая 220

— прямолинейная 221

— равномерная 221

— функциональная 222

Шрифты 310

Элементы исключенные 84

— несобственные 37

Эллипс 25

Эллипсоид 27

Эпюр Монжа 46

Языки программирования 454, 470

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
§ 1. Геометрические модели и возможности их использования в строительном деле	5
§ 2. Основные задачи начертательной геометрии, инженерной и машинной графики	11
§ 3. Краткие исторические сведения	18
Раздел I. НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ	
Глава 1. Построение проекционных моделей	22
§ 4. Геометрическое пространство и его элементы	22
§ 5. Проективное пространство и операция проектирования	35
§ 6. Эпюр Монжа: моделирование точек, линий, поверхностей	46
§ 7. Аксонометрия	62
§ 8. Перспектива	73
§ 9. Метод двух изображений	83
§ 10. Проекции с числовыми отметками	91
Глава 2. Решение задач на проекционных моделях	97
§ 11. Позиционные и метрические задачи. Общий обзор	97
§ 12. Решение основных позиционных задач	100
§ 13. Особенности решения позиционных задач на графоаналитической модели	115
§ 14. Решение основных метрических задач на эпюре Монжа	120
§ 15. Специальные варианты решения метрических задач на других проекционных моделях	126
§ 16. Геометрические машины и алгоритмы	136
Глава 3. Преобразование моделей	143
§ 17. Задача построения дополнительного поля проекций	143
§ 18. Построение дополнительной ортогональной проекции на эпюре Монжа	149
§ 19. Построение дополнительной параллельной проекции	154
§ 20. Построение дополнительной центральной проекции	152
§ 21. Общий случай преобразования модели. Алгоритм Гаука	165
§ 22. Примеры решения задач с помощью дополнительного поля проекций	170
Глава 4. Специальные задачи	180
§ 23. Построение теней на проекционных моделях. Тени на эпюре Монжа и в аксонометрии	180
	493

§ 24. Тени в перспективе	194
§ 25. Определение границ земляных работ	200
§ 26. Использование фотосъемки для обмера сооружений	205
Глава 5. Расчетные геометрические модели	214
§ 27. Многофакторные зависимости и их проекционное моделирование	214
§ 28. Структура расчетной модели	219
§ 29. Классификация моделей по ключевым алгоритмам	225
§ 30. Аналитические и синтетические способы построения моделей	230
§ 31. Примеры построения и использования расчетных моделей	240
Глава 6. Познавательные геометрические модели	248
§ 32. Геометрические конструкции как модель предметов, явлений, процессов	248
§ 33. Проекционный схематизм — основа наблюдения, анализа и исследования явлений	260
§ 34. Проекционное моделирование с помощью графов	265
§ 35. Познавательные модели в задачах планирования и управления	270
§ 36. Проекционный схематизм и гуманитарные проблемы	278
Раздел II. ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА	
Глава 7. Общие сведения	286
§ 37. Технический чертеж как специальная предметная модель	286
§ 38. Системы конструкторской и проектной документации	291
§ 39. Правила оформления чертежей	304
§ 40. Изображение предметов на чертежах (ортогональные проекции)	312
§ 41. Изображение предметов в аксонометрии	327
Глава 8. Основы машиностроительного черчения	338
§ 42. Чертежи деталей	338
§ 43. Крепежные соединения	360
§ 44. Сборочные чертежи	375
Глава 9. Основы строительного черчения	383
§ 45. Изображение элементов строительных конструкций	383
§ 46. Чертежи зданий и сооружений	392
§ 47. Технологические чертежи	405
§ 48. План застройки. Генплан	410
Раздел III. МАШИННАЯ ГРАФИКА	
Глава 10. Пути и средства автоматизации графических работ	418
§ 49. Предварительные сведения	418
§ 50. Методические основы машинной графики	422
§ 51. Технические средства	429
§ 52. Набор исходных данных	437
Глава 11. Построение изображений	441
§ 53. Работа на функциональных кнопках	441
§ 54. Программирование операций	445
§ 55. Структура знаковых систем	449

§ 56. Практические рекомендации	459
Глава 12. Элементы общей теории	463
§ 57. Эффективность машинных процедур	463
§ 58. Проекционное моделирование и автоматизация	467
§ 59. Естественные ограничения	472
Заключение	476
Приложения	479
Литература	489
Предметный указатель	490

Учебное издание

**Вальков Кирилл Иванович,
Дралин Борис Иванович,
Клементьев Валерий Юрьевич,
Чукова Мария Николаевна**

**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ.
ИНЖЕНЕРНАЯ И МАШИННАЯ ГРАФИКА**

Редактор *И.Г. Волкова*. Художественный редактор *Ю.Э. Иванова*.
Технический редактор *Н.В. Яшукова*.
Компьютерная верстка *С.Н. Луговая*.
Оператор *М.Н. Паскарь*.
Корректор *Г.И. Кострикова*

ЛР №010146 от 25.12.96. Изд. № ОТМ-819. Сдано в набор 08.08.96.
Подп. в печать 25.06.97. Формат 60x88¹/₁₆. Бум. газетная. Гарнитура «Таймс».
Печать офсетная. Объем 30,38 усл. печ. л. 30,38 усл. кр. отт. 31,09 уч. изд.-л.
Тираж 8000 экз. Зак. № 361
Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Набрано на персональных компьютерах издательства.

Отпечатано в ОАО «Оригинал», 101898, Москва, Центр, Хохловский пер., 7.