ÓZBEKSTAN RESPUBLIKASÍ JOQARÍ HÁM
ORTA ARNAWLÍ BILIMLENDIRIW MINISTRLIGI

T. Dj. Uzaqov

QURÍLÍS MEXANIKASÍ

Sabaqlıq

5340000 — Arxitektura hám qurılıs baǵdarı boyınsha

Sholpan atındaǵı baspa-poligrafiyalıq dóretiwshilik úyi
Tashkent—2018

UOK 69.04 (075)
KBK 38.112 ya7
U 29

Pikir bildiriwshiler:

G. Utegenova — QMU «Imaratlar hám soorujenieler qurılısı» kafedrası baslıǵı, texnika ilimleriniń kandidatı;
A. Jumanazarova — TashMAU Nókis filialı, texnika ilimleriniń kandidatı.

U 29 **Uzaqov Torebek Djumabaevich.**
Qurılıs mexanikası páni boyınsha sabaqlıq. — Tashkent «Sholpan» baspası, 2018-jıl. 200 b.

ISBN 978-9943-5379-5-8

Bul sabaqlıq Ózbekstan Respublikası Joqarı hám orta arnawlı bilimlendiriw ministrligi tárepinen tastıyıqlanǵan úlgi baǵdarlaması tiykarında 5340000-arxitektura hám qurılıs baǵdarı boyınsha bilim alıp atırǵan studentlerge arnalıp jazılǵan. Onda teoriyalıq materiallar menen birge házirgi zaman texnikasına tiyisli bilimlerdi iyelew ushın zárúr bolǵan qurılıs mexanikası injenerlik soorujenielerdi esaplaw usılları haqqında túsinikler berilgen. Sonıń menen birge, túrli mısal hám máseleler sheshiw usılı hám juwabı menen kórsetilgen.

Bul sabaqlıq joqarı oqıw orınlarınıń arxitektura hám qurılıs bakalavr baǵdarı studentleri ushın arnalǵan.

UOK 69.04 (075)
KBK 38.112 ya7

ISBN 978-9943-5379-5-8

KIRISIW

2011—2016-jılları joqarı oqıw orınlarınıń material-texnikalıq bazasın bekkemlew hám joqarı dárejedegi qánigeler tayarlaw sapasın túpten jaqsılaw is-ilajları baǵdarın ámelge asırıwda 25 joqarı oqıw orınlarınıń 202 obyektinde jańa qurılıs, kapital remontlaw hám rekonstrukciya jumısları orınlandı.

Ekonomikanıń real sektorı talaplarınan kelip shıǵıp, kommunikaciya, islep shıǵarıw hám qurılıs baǵdarları hám qánigelikleri boyınsha oqıwǵa qabıllaw, onıń ulıwma sanına salıstırǵanda 23 procentten 33,2 procentke astı. Joqarı oqıw tarawında qánigelikler tayarlaw boyınsha jańalanǵan mámleketlik tálim standartları hám oqıw baǵdarlamaları engizildi.

Sonıń menen bir qatarda joqarı oqıw orınlarında ele de ilimiy-pedagogikalıq kadrlar dárejesiniń tómenligi, oqıw procesleriniń informaciyalıq-metodikalıq hám oqıw ádebiyatları menen támiyinleniwi zamanagóy talaplarǵa juwap bermewi, olardıń material-texnikalıq bazasın sistemalı jańalaw tiyis ekenligi sezilerli dárejede kózge taslanadı.

Jańa áwlad oqıw ádebiyatların jaratıw hám olardı joqarı oqıw orınlarınıń oqıw procesinde keńnen qollanıw, joqarı oqıw orınların zamanagóy oqıw, oqıw-metodikalıq hám ilimiy ádebiyatlar menen támiyinlew, sonıń ishinde, eń jańa shet el ádebiyatların satıp alıw hám awdarma qılıw, axborot-resurs orayları fondların turaqlı jańalap barıw tiyis ekenligi búgingi kúnniń áhmiyetli máseleleri bolıp tabıladı.

Mámleketimizde Joqarı oqıw orınları aldına jáhán standartları dárejesindegi tálim hám tárbiyaǵa erisiw wazıypası qoyılmaqta. Bul wazıypalardı orınlaw ushın studentlerdiń ilimiy hám metodikalıq jaqtan joqarı dárejede jaratılǵan sabaqlıq hám oqıw qollanbaları menen támiyinlengen bolıwı talap etiledi.

Usı tiykarda usınılıp atırǵan qurılıs mexanikası páninen tayarlanǵan sabaqlıq, ol qurılıs injenerlerine soorujenie hám onıń elementleriniń shıdamlı hám qolaylı formaların tawıp, joybarlawdı hám qurıwdı úyretetuǵın ádebiyat bolıp esaplanadı.

Qurılıs mexanikası soorujenielerdiń hám konstrukciyalardıń bekkemligin, qattılıǵın hám turaqlılıǵın esaplaw usılları haqqındaǵı pán bolıp esaplanadı. Jańa joybarlanıp atırǵan soorujenielerdiń sırtqı kúshlerge shıdamlı bolıwın támiyinlew ushın álbette bekkemlik talap etiledi.

Soorujenieler sırtqı júkler tásirinde payda bolatuǵın úlken kernewliliktiń aldın alıw hám hár túrli terbelisler tásirine shıdamlılıǵın asırıw hámde olardan únemli paydalanıwdı támiyinlew maqsetinde qattılıqqa esaplanadı.

Turaqlılıqqa esaplaw degende, soorujenielerdiń sırtqı kúshler tásirinde deformaciyalanǵannan keyingi teń salmaqlılıq jaǵdayın saqlawı túsiniledi.

Soorujenielerdi sırtqı júklerge esaplaǵanda qurılıs mexanikası páni matematika, fizika, teoriyalıq mexanika, materiallar qarsılıǵı hám elastiklik teoriyası pánlerine súyengen halda ámelge asırıladı. Qurılıs mexanikası pánin tereń iyelewdi óz aldına maqset etip qoyǵan student joqarıdaǵı pánlerdi tolıq ózlestiriwi tiyis.

Qurılıs mexanikası páninde soorujeniege tásir etiwshi júklerdiń xarakteri boyınsha soorujenieler statistikası hám soorujenieler dinamikası bólimlerine ajıratıladı.

Soorujenieler statikasında soorujeniege tásir etiwshi kúshler áste-aqırınlıq penen, yaǵnıy statikalıq qoyılǵan dep qaraladı. Soorujenieler dinamikasında bolsa sırtqı kúshlerdi dinamikalıq kúsh dep qaralıp muǵdarı hám baǵıtı ózgerip turıwshı kúsh waqıtqa baylanıslı úyreniledi.

Soorujenieler hám olardıń konstrukciyaların esaplawda injener eki máseleni: soorujeniege tásir etiwshi kúshlerdi hám onıń elementlerinde payda bolatuǵın ishki kernewlerdi anıqlawdı biliwi úlken rol oynaydı.

Soorujenielerge sırttan tásir etiwshi kúshlerge tómendegiler kiredi: soorujenieniń óz awırlıǵı, ásbap-úskeneler hám adamlardıń awırlıqları, atmosfera kúshleri hám basqada tásirler.

Ishki qısılıw kúshleri bizge materiallar qarsılıǵı páninen málim bolıp, olar úsh túrge bólinedi: soorujenieniń iyiliwge qarsılıq kórsetiwshi ishki qısılıw kúshin iyiwshi moment (M_x), kesiliwine qarsılıq kórsetiwshi ishki qısılıw kúshin kóldeneń kúsh (Q_x), sozılıw hám qısılıwǵa qarsılıq kórsetiwshi ishki kúshlerin bolsa boylama kúshler (N_x) dep belgilenedi.

Xalıqaralıq *ÓS*—ólshewler sistemasında iyiwshi momenttiń ólshem birligi $kN{\cdot}mj$ da kóldeneń hám boylama kúshler bolsa kN larda ólshenedi. Demek, qurılıs mexanikasınıń tiykarǵı wazıypalarınan biri soorujenielerde sırtqı júklerden payda bolatuǵın ishki kúshlerin (M_x, Q_x, N_x) anıqlawdan ibarat.

Mexanikanıń teoriyalıq tiykarları, dáslep áyyemgi Greciyada hám Mısrda payda bolǵan. Mexanikaǵa tiyisli qol jazba kitap Greciyanıń ataqlı filosofı, eramızdan aldın 384—322-jıllarda jasaǵan ilimpaz Aristoteldiń qálemine tiyisli. Ol «Mexanika» sózin ilimiy atama sıpatında pánge birinshi márte alıp kirgen ilimpaz. Mexanikanıń hár qıylı másele hám mashqalaların sheshiwde áyyemgi zaman ilimpazları Arximed, Geron, Platon, Apolloniy, Gipparx, Ptolemey, Nikomed, Arxit hám basqalardıń xızmetleri júdá úlken áhmiyetke iye.

Shıǵıs mámleketlerinde mexanika páni IX—XII ásirlerde rawajlana basladı. Bul dáwirge kelip shıǵıstıń belgili ilimpazları aǵa-ini Banu Musalar, Sabit ibn Qurra, Abu Rayxan Beruniy, Abu Abdulla al-Xorezmiy, Abu Ali ibn Sino, Umar Hayyam, al-Haziniy, al-Farabiy sıyaqlı úlken ulamalar tábiyiy pánler menen bir qatarda mexanika salasında tabıslı miynet etken.

I BAP. ULÍWMA MAǴLÍWMATLAR

1.1. Qurılıs mexanikası pániniń rawajlanıwı haqqında maǵlıwmatlar

Qurılıs mexanikası páni rawajlanıw dáwiriniń baslanǵısh basqıshlarında ǵárezsiz pán bolmay ulıwma mexanikanıń bólimlerinen biri boldı. Biraq ulıwma mexanikanıń dáslepki dáwirlerden berli házirgi dáwirge shekemgi jetiskenlikleri qurılıs mexanikasına baylanıslı.

On, on eki mıń jıl dawam etken neolit-jańa tas dáwiriniń aqırına kelip Nil, Tigr hám Efrit dáryaları jaǵalawlarında dáslepki qalalar tiklengen. Eramızdan burınǵı V—III ásirlerde dáslepki mashinalar hám suw digirmanı payda bolǵan. Eramızdan burınǵı VI ásir baslarına kelip, áyyemgi ata-babalarımız házirgi zaman ataması menen aytqanda gidravlika, qurılıs mexanikası, statika, dinamikaǵa tiyisli baslanǵısh elementar bilimlerge iye bolǵan. Mısalı kanallar ótkeriw, eginlerdi suwǵarıw, suwdı tóbeliklerge shıǵarıw jumısların orınlaǵan. Házirgi Pakistan territoriyasında jaylasqan Mohinja-Doro qalasında eramızdan burınǵı III ásirde suw ótkizgish trubaları hám jamǵır suwların sırtqa shıǵaratuǵın kanalizaciya tarmaǵı bolǵan. Bunnan 2500 jıl burın Respublikamız territoriyasında jaylasqan Afrosiyob (áyyemgi Samarqand) xalqın ishimlik suwı menen suw tarmaǵı támiyinlep turǵan. Áyyemde Orta Aziyalı jerlesimiz Abu Ali ibn Sina antik ilimpaz Filoponnıń mexanika salasındaǵı pikirlerin dawam ettirip, eger de dene háreketi qarsılıqqa ushıramasa hárekettegi denege tásir ettirilgen kúsh joǵalmaydı, ol udayına dawam etedi, degen pikirdi ayttı. Ibn Sina óziniń «Donishnoma» kitabında júklerdi kóteretuǵın hám qozǵaltatuǵın úskeneler haqqında pikirler júritken. Al-Xorezmiy «Fanlar kaliti» kitabında mexanika bilimlerine óz aldına bap ajıratqan.

VII—VIII ásirlerden baslap islam dini keń tarqalǵan mámleketlerde meshit, medrese sıyaqlı úlken imaratlar qurılısı kóbeyedi. Shıǵıs mámleketleri, ásirese Orta Aziyada jaratılǵan áyyemgi arxitektura esteliklerindegi quramalı konstrukciyalar qollanılǵan. Álbette bunday imaratlardı qurıw ushın injener, arxitektor hám ustalardan úlken bilim hám inta talap etiledi. Buxarada Minorai Kalon atı menen atalıwshı dúnyaǵa dańqı shıqqan úlken minaranıń ultanınıń diametri 9 metr, biyikligi 50 metr, cokoli qırlı bolıp, minaranıń diametri joqarıǵa qarap jińishkelenip baradı.

Minara 1127-jılı injener hám arxitektor Bako tárepinen jaratılǵan. Minaranıń Qurılıs mexanikası boyınsha unamlı tárepi sonnan ibarat, onıń vertikal hám gorizontal kúshler tásirine shıdamlılıǵı joqarı dárejede. Bunnan basqa onıń denesi qısılıwǵa teń qarsılıq kórsetiwshi denege tuwra keledi. Juwmaqlap aytqanda áyyemgi arxitekturalıq kórinislerdiń biziń dáwirimizge shekem jetip keliwi arxitektor hám usta ata-babalarımızdıń ámeliy qurılıs mexanikasınan tereń bilimge iye ekenligin kórsetedi.

Mexanikanıń keyingi rawajlanıwı oyanıw dáwirinde Evropaǵa kóshti. Bul dáwir mexanikası ájayıp ilimpazlar Leonardo da Vinchi, Stevin, Kopernik, Kepler, Galiley hám Nyutonlardıń dúnyaǵa belgili shıǵarmaları menen bayıdı, materiallar qarsılıǵı hám qurılıs mexanikasına tiyisli birinshi kitap «Eki jańa pán haqqında gúrrińler hám matematikalıq dáliller» dep atalıp, avtorı Florenciyalı ilimpaz Galileo Galiley edi (1564—1642). 1678-jılı belgili inglis ilimpazı Robert Guk (1635—1703) óziniń ájayıp nızamın islep shıqtı, yaǵnıy sozılıw qanday bolsa, kúshte sonday boladı dep táripledi. Házirgi sózler menen aytqanda, deformaciya kúshke tuwra proporcional boladı. Házirgi zaman qurılıs mexanikasınıń teoriyası menen usılları usı ápiwayı nızamǵa tiykarlanadı.

XVIII ásirde sanaattıń keń rawajlanıwı ilim-pánniń aldına jańa-jańa wazıypalardı qoydı. XIX ásirde temir jollardıń payda bolıwı, kópirler hám iri sanaat imaratlarınıń boy kóteriwi qurılıs mexanikasınıń jánede rawajlanıwına túrtki boldı. Usı hám keyingi dáwirlerde qurılıs mexanikasınıń rawajlanıwına shet elli ilimpazlardan Dalamber, Lagranj, Kulon, Sen-Venan, Eyler, Maksvell, Mor, Myuller-Breslau hám basqalar rus ilimpazlarınan D. Í. Juravskiy, F. S. Yasinskiy, N. A. Belelyubskiy, V. G. Shuxov, V. L. Kirlichev, L. R. Proskuryakov, A. N. Krılov, Í. G. Bubnov, Í. N. Rabinovich, V. Z. Vlasov, K. S. Zavriev, A. F. Smirnov, N. Í. Bezuxov, V. V. Bolotin, A. V. Darkov hám basqalar miynetlerin qostı.

Qurılıs mexanikasınıń awır júgin kóteriwde ózbek ilimpazlarıda qarap turmay, dúnya ilimpazları menen bir qatarda pánniń awır mashaqatların jeńiwde qatnastı. Mexanika teoriyası hám materiallar qarsılıǵı kurslarınan ózbek tilinde birinshi sabaqlıq jazǵan ilimpaz akademik M. T. Urazbaev ózbek mexanikleriniń atası esaplanadı. Akademik X. A. Raxmatullin ómiriniń aqırına shekem Moskva Mámleketlik Universitetinde studentlerge sabaq bergen. Akademik T. R. Rashidovtıń jer astı soorujenieleriniń seysmikalıq bekkemligi teoriyasına qosqan úlesi júdá úlken. Akademik T. Sh. Shirinqulovtıń «Tiykar hám fundamentler» salasındaǵı alıp barǵan ilimiy izertlew jumıslarına joqarı baha berilgen edi.

Qurılıs mexanikası páni boyınsha E. A. Adixudjaev, T. Ǵ. Ǵulomov hám T. K. Abdukamilovlar tárepinen 1985-jılı jazılǵan sabaqlıq hámde Q. S. Abdurashidov, B. A. Xobilov, N. J. Tuychiev, A. Í. Rahimbaevlar tárepinen 1999-jılı shıǵarılǵan jańa sabaqlıq házirgi kúnde arxitektura hám qurılıs tarawı bakalavrları ushın tiykarǵı resurs sıpatında qollanılıp kelinbekte.

Qurılıs mexanikası páni boyınsha qaraqalpaq tilinde esaplaw-grafikalıq jumısların orınlaw boyınsha oqıw-metodikalıq qollanbalar jazılǵan, biraq, búgingi kúnge deyin usı pánnen qaraqalpaq tilinde sabaqlıq yamasa oqıw qollanbasınıń jaratılmaǵanı Qaraqalpaqstan Respublikasında Arxitektura hám qurılıs tarawı ushın qánige tayarlawshı Qaraqalpaq mámleketlik universiteti studentleri ushın bul pándi tereń úyreniw biraz qıyınshılıq tuwdıradı desek asıra aytqan bolmaymız.

Mámleketimizde arxitektura hám qurılıs bağdarında úlken ózgerisler júzege kelip húrmetli Prezidentimiz Sh. M. Mirziyoev basshılığında alıp barılıp atırğan ullı isler, yağnıy, biyik imaratlardıń tikleniwi, kópirler qurılıwı, úlgi tipindegi awıllıq jaylar hámde iri sanaat kárxanalarınıń hárbir rayonda boy tiklewi bunıń ayqın mısalı boladı. Bulardıń barlığı óz gezeginde imaratlardı joybarlaw, qurıw hám paydalanıw dáwirinde zamanagóy qánigelerge mútájlikti keltirip shığaradı.

Bul mashqalanı sheshiwde sizlerge usınılıp atırğan sabaqlıqtıń da járdemi tiyiwi sózsiz. Sol ushında qaraqalpaq tilinde bakalavr bağdarında tálim alıwshı arxitektura hám qurılıs tarawı studentlerine «Qurılıs mexanikası» atamasındağı sabaqlıq usınılmaqta.

1.2. Qurılıs mexanikası páni hám máseleleri

Qurılıs mexanikası tómendegi bólimlerdi óz ishine aladı: sterjenli sistemalardıń qurılıs mexanikası, plastina hám qabıqlardıń qurılıs mexanikası, elastiklik teoriyası, plastiklik teoriyası, jıljıwshańlıq (polzuchest) teoriyası.

Sterjenli sistemalar, plastina hám qabıqlar qurılıs mexanikası materiallar qarsılığı páninen ózgesheligi soorujenieler hám konstrukciyalardıń bir pútinliginshe bekkemlilikke, qattılıqqa hám turaqlılıqqa esaplaw usılların úyretiwshi pán bolıp esaplanadı.

Elastiklik teoriyasında materiallardıń elastiklik qásiyetleri esapqa alınıp, joqarıdağıdan parqı úlkenirek, máseleler durıs hám anıq sheshiliwi talap etiledi. Sonıń ushın bul jerde ádewir quramalı matematikalıq apparattan paydalanıwğa tuwra keledi.

Plastiklik teoriyasında bolsa, denelerdiń plastiklik, elastiklik-plastiklik qásiyetlerin esapqa alğan halda, deneler deformaciyası hám kernewlikleri arasındağı qatnaslardı úyrenedi.

Jıljıwshańlıq (polzuchest) teoriyası — denelerdiń waqıt ótiwi menen deformaciyalanıwı yamasa ózgermes deformaciya jaǵdayında waqıtqa baylanıslı halda kernewdiń ózgeriwi máselelerin úyreniwge baǵıshlanǵan pán bolıp esaplanadı.

Házirgi waqıtta qurılıs mexanikasınıń jańa zamanagóy baǵdarı payda boldı. Bul shekli elementler teoriyası dep ataladı. Bul teoriyadan paydalanıp qurılıs mexanikasınıń barlıq máseleleri kompyuterler járdeminde sheshiliwi múmkin. Teoriyaǵa tiykarlanıp erisilgen hárbir nátiyje tájiriybede tastıyıqlanbaǵansha praktikada qollanılmaydı.

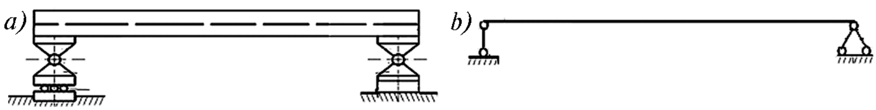
Joqarıda aytılıp ótilgenindey, qurılıs mexanikasınıń barlıq máseleleri ekige bólinedi: statikalıq hám dinamikalıq máseleler. Statikalıq máseleler waqıt esapqa alınbaǵan halda úyrenilse, dinamikalıq máseleler waqıt hám soorujenielerde payda bolatuǵın inerciya kúshleri waqıttıń tuwındısı sıpatında esapqa alıp qaraladı.

Statikalıq hám dinamikalıq máseleler óz náwbetinde, bir ólshemli, tegis hám keńis máselelerge bólinedi. Bir ólshemli máselelerde belgisiz faktor bir koordinata kósheriniń funkciyası arqalı qaralsa, tegis máselelerde eki koordinata kósheriniń funkciyası, keńis máselelerde bolsa úsh koordinata kósheriniń funkciyası, keńis máselelerdi tegis elementlerge ajıratıw arqalı esaplaw biraz ańsatlasadı.

Qurılıs mexanikası máseleleri sızıqlı hám sızıqlı emes máselelerge de ajıraladı. Sızıqlı emes máseleler óz náwbetinde geometriyalıq hám fizikalıq sızıqlı emes máselelerge bólinedi. Geometriyalıq sızıqlı emes máseleler qurılıs konstrukciyasınıń elementleriniń úlken jılısıwında hám deformaciyalanıwında payda bolıp, praktikada júdá kem ushırasadı. Fizikalıq sızıqlı máseleler konstrukciya elementi materialınıń islewi dawamında kernew hám deformaciyanıń proporcionallıq shegarasınıń buzılıwı nátiyjesinde payda boladı. Barlıq konstrukciyalar usınday qásiyetke iye. Kóbinese fizikalıq sızıqlı emes máselelerde úlken kernewler payda bolmasa olardı sızıqlı másele dep qarawımız múmkin.

1.3. Soorujenielerdi esaplaw sxeması hám olardıń túrleri

Soorujenie hám onıń konstrukciyaların esaplaw ushın olardıń esaplaw sxeması qollanıladı. Soorujenielerdiń esaplaw sxeması dep onıń haqıyqıy formasınıń ápiwayılastırılǵan kórinisine aytıladı.



1.1-súwret. *a* — haqıyqıy kórinisi; *b* — esaplaw sxeması.

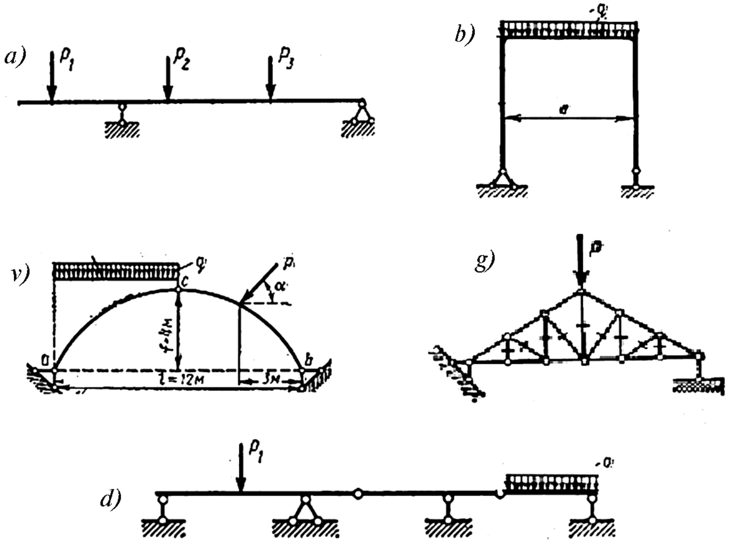
Soorujenieler ádette sterjen, balka, plastina, qabıq (obolochka), massiv deneler hám tayanıshlar túrindegi elementlerden quralǵanlıǵı sebepli, esaplaw sxemalarında sterjenler kósher sızıqlar menen, plastina hám qabıqlar orta beti menen, kese kesimler bet inerciya momentleri yamasa qattılıqlarınıń san muǵdarları menen almastırıladı. Soorujenieniń esaplaw sxemasın tańlaw quramalı hám áhmiyetli másele. Soorujenie esabınıń anıqlıq dárejesi hám sapası esaplaw sxemasınıń durıs tańlanǵanına baylanıslı.

Soorujenieler hám olardıń esaplaw sxemaları tómendegi belgileri boyınsha túrlerge bólinedi:

I. Geometriyalıq belgisi boyınsha soorujenieler úshke bólinedi:

1. Sterjenlerden quralǵan soorejenieler. Sterjen dep kese kesiminiń ólshemleri uzınlıǵına salıstırǵanda birqansha kishi bolǵan elementlerge aytıladı.

Sterjenlerden quralǵan soorujenielerge (1.2-súwret) balka *(a)*, rama *(b)*, arka *(v)*, kóp aralıqlı balka *(d)*, fermalar *(g)* mısal boladı.



1.2-súwret.

Eger soorujenie dúziw sterjennen quralǵan bolsa balka, al iymek sterjenlerden quralǵan bolsa arka delinedi. Sterjenlerdi sharnirler arqalı biriktiriwden payda bolǵan soorujenie fermalar dep ataladı.

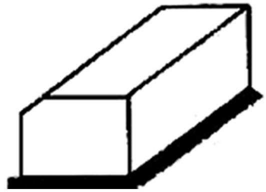
2. Plastina, plita hám qabıqlardan quralǵan soorujenieler.

Bir ólshemi basqa eki ólshemine salıstırǵanda biraz kishi bolǵan soorujenieler plastina yamasa plita dep ataladı.

Orta tegisligi iymek betten ibarat bolǵan plastina qabıq dep ataladı.

1.3-súwret. *a* — plita; *b* — qabıq.

3. Massiv soorujenieler.



1.4-súwret.

Massiv soorujenielerdiń uzınlıǵı hám kese kesim ólshemleri derlik bir-birine jaqın boladı.

II. Kinematikalıq belgisi boyınsha soorujenieler úshke bólinedi:

1) geometriyalıq ózgeriwsheń sistemalar (mexanizmler) (1.5-súwret, *a*);

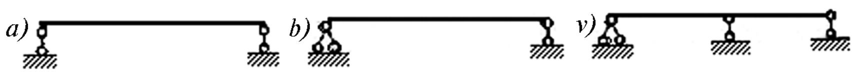
2) geometriyalıq ózgermes, jeterli baylanısqa iye bolǵan sistemalar. (statikalıq anıq sistemalar) (1.5-súwret, *b*);

3) geometriyalıq ózgermes, biraq zıyat baylanısqa iye bolǵan sistemalar (statikalıq anıq emes sistemalar) (1.5-súwret, *v*).

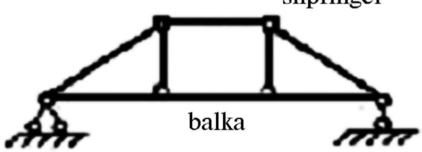
III. Soorujenie elementleriniń óz ara birigiwi boyınsha tómendegi túrlerge bólinedi:

1. Sharnirli birikken soorujenieler;
2. Qattı birikken soorujenieler;
3. Kombinaciyalı birikken soorujenieler.

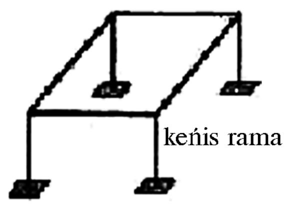
Sharnirli birikken soorujenielerge fermalar mısal bolsa, qattı birikken soorujenielerge ramalar, sharnirli hám qattı birikpelerden quralǵan soorujenieler kombinaciyalı birikpeli soorujenieler dep ataladı. Bunday soorujenielerge balka hám shprengelli balka mısal boladı. (1.6-súwret).



1.5-súwret.



1.6-súwret.



1.7-súwret.

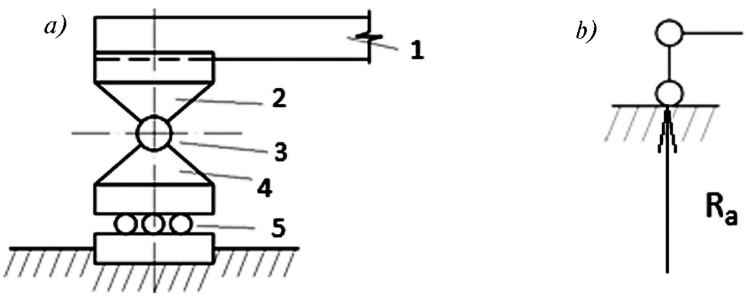
IV. Soorujenie elementleriniń jaylasıwı boyınsha tegis hám keńis sistemalarǵa bólinedi.

Soorujenie hám oǵan qoyılatuǵın júkler bir tegislikte bolsa, bunday soorujenieler tegis sistemalar delinedi. Eger soorujenie elementleri túrli tegisliklerde jaylasqan bolsa, ol keńis sistema delinedi (1.7.-súwret).

V. Soorujenieler, tayanısh reakciyalarınıń baǵıtı boyınsha, tirekli hám tireksiz sistemalarǵa bólinedi. Vertikal júkler tásirinde bolǵan soorujenielerdiń tayanıshlarında vertikal hám gorizontal baǵdarlarda reakciya kúshleri payda bolsa, ol tirekli sistema dep ataladı. Mısalı 1.2 g súwrettegi arka tirekli sistemaǵa kiredi. Eger vertikal júk tásirinde bolǵan soorujenielerdiń tayanıshlarında tek ǵana vertikal reakciyalar payda bolsa ol tireksiz sistema delinedi.

1.4. Tayanıshlar

Soorujenielerdiń fundament benen yamasa tiykar menen birikken bólimi tayanısh dep ataladı.



1.8-súwret. *1*— balka; *2*— joqarǵı balansir; *3*— valik; *4*— tómengi balansir; *5*— dóńgelekler.

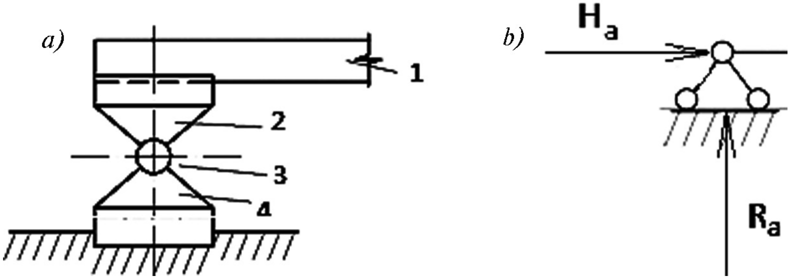
Tayanıshlar tiykarınan tómendegi túrlerge bólinedi:

1. Sharnirli qozǵalıwshı tayanısh.

Bul tayanıshtıń konstrukciyası 1.8-súwret, *a* da kórsetilgen. Onıń esaplaw sxeması 1.8-súwret *b* da kórsetilgen.

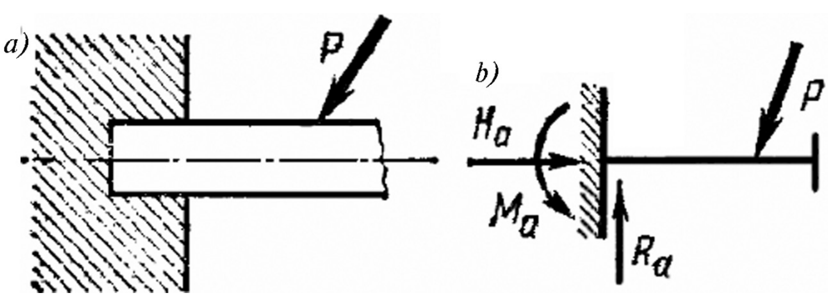
Bunday tayanıshqa bekitilgen soorujenie *A* sharnir átirapında hám gorizontal baǵıtta júriwi múmkin. Ol tekte soorujenieniń vertikal júriwine qarsılıq kórsetedi. Sol sebepli bul tayanıshta soorujenieniń tek ǵana vertikal qozǵalısına qarsılıq kórsetetuǵın vertikal jónelis boyınsha reakciya kúshi R_a payda boladı.

2. Sharnirli qozǵalmas tayanısh 1.9 *a*-súwret, bul tayanıshtıń konstrukciyası hám 1.9. *b*-súwrette onıń esaplaw sxeması kórsetilgen.

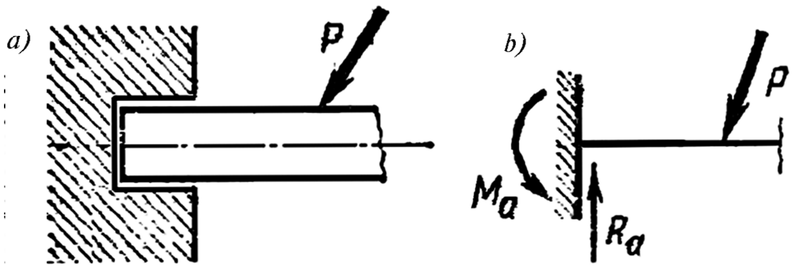


1.9-súwret. *1*— balka; *2*— joqarǵı balansir;
3— valik; *4*— tómengi balansir.

3. Qıstırıp bekkemlengen qozǵalmas tayanısh (1.10-súwret). Bunday tayanıshqa soorujenie ildirilip bekkemlengen boladı. Bul tayanısh soorujenieniń burılıwına, vertikal hám



1.10-súwret.



1.11-súwret.

gorizontal qozǵalıwına qarsılıq etkenligi sebepli, onda vertikal reakciya kúshi R_a, gorizontal reakciya kúshi N_a hám reaktiv moment $M_a$lar payda boladı.

4. Ildirilip bekkemlengen qozǵalıwshı tayanısh. Soorujeniede sırtqı júkler hám temperatura tásirinen boylama kernewler payda bolmawı ushın tayanıshlardan birewi qozǵalıwshı etip tayarlanıladı. 1.11. *a*-súwrette bunday tayanıshtıń konstrukciyası 1.11. *b*-súwrette onıń esaplaw sxeması kórsetilgen. Bunday tayanıshlar soorujenieniń vertikal hám múyeshli qozǵalıwı sheklengenligi sebepli, olarda vertikal reakciya kúshi R_a hám reaktiv moment M_a payda boladı, biraq gorizontal N_a reakciya payda bolmaydı.

1.5. Sırtqı júkler hám olardıń túrleri

Soorujenielerdi esaplawda olarǵa tásir etetuǵın júklerdi biliwimiz kerek. Soorujeniege tásir etip atırǵan aktiv kúshler sırtqı júkler dep ataladı. Sırtqı júkler soorujeniege tásir etiwine qaray úsh toparǵa bólinedi.

1. Paydalı júkler soorujenie qabıl etiwi tiyis bolǵan júkler. Bularǵa mısal etip soorujeniege qoyılatuǵın ásbap-úskeneler, onda háreketleniwshi mexanizmlerdiń awırlıǵı hám usıǵan usaǵanlardı kirgiziw múmkin.

2. Soorujenielerdiń awırlıǵı. Soorujenielerdi esaplaǵanda paydalı júkler qatarında onıń óz awırlıǵın esapqa alıw shárt.

Sebebi soorujenieniń joqarı bólimindegi konstrukciyalardıń awırlıǵı, tómendegi konstrukciyalarǵa tásir etedi. Soorujenielerdiń awırlıǵı onıń fundamentine sırtqı júk túrinde beriledi.

3. Atmosfera júkleri. Bul júklerge qar, samal, temperaturanıń ıssılıǵı yamasa suwıqlıǵı hám taǵı basqalar kiredi. Bul júkler mámleketimizdiń klimatın hám soorujenie túrin esapqa alıwshı qurılıs qaǵıydası hám normalarında berilgen boladı.

Soorujeniege tásir etiwshi barlıq kúshler sırtqı hám kólemli kúshlerge bólinedi. Soorujenieniń bir yamasa barlıq bólimine tásir etip atırǵan kúshler sırtqı kúshler, soorujenieniń barlıq ishki bólimlerine tásir etip atırǵan kúshler kólemli kúshler dep ataladı. Kólemli kúshlerge soorujenieniń óziniń awırlıǵı mısal boladı.

Sırtqı kúshlerdiń qoyılıwına, tásir etiw waqtına, tásir etiw xarakterine, wazıypasına hám basqada belgileri boyınsha bir qansha túrleri bar. Kúshler toplanǵan hám jayılǵan, turaqlı hám waqtınsha, qozǵalıwshı hám qozǵalmas, statikalıq hám dinamikalıq kúshlerge bólinedi. Soorujenieniń óz ólshemlerine salıstırǵanda júdá kishi betine tásir etiwshi kúshler toplanǵan kúshler dep ataladı.

Toplanǵan kúshler ólshew sistemasında ÓS Nyutonda ólshenedi.

1kgk = 9,81 H=10 H. Soorujenieniń qandayda bir bólegine yamasa uzınlıǵı boyınsha tásir etken kúshler jayılǵan kúshler dep ataladı. Jayılǵan kúshler intensivlik penen ólshenedi. Intensivlik degende soorujenieniń 1 m^2 yamasa 1 m uzınlıǵına tuwra keliwshi kúsh muǵdarı túsiniledi. Uzınlıq boylap jayılǵan kúsh n/m menen, maydan boylap jayılǵan kúsh bolsa n/m^2 ta ólshenedi.

Tásir etiw waqtına qarap sırtqı kúshler udayı hám waqıtsha tásir etiwshi kúshlerge bólinedi. Udayı tásir etiwshi kúshler soorujenielerge tásir etiw xarakterine qarap sırtqı kúshler statikalıq hám dinamikalıq kúshlerge bólinedi.

II BAP. IMARATLARDÍŃ KINEMATIKALÍQ ANALIZI

2.1. Sterjenli sistemalardıń geometriyalıq ózgermeslik shártleri

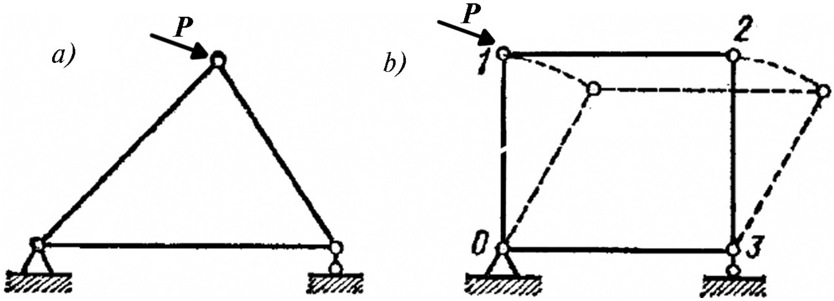
Qurılıs konstrukciyalarınıń quramı esaplaw sxemalarında sterjenlerden quraladı (balka, ferma, rama hám t.b.). Ayırım sterjenlerdi túyinler arqalı óz ara biriktiriw jolı menen payda etilgen qurılmalar sterjenli sistemalar dep ataladı.

Hárbir soorujenie, yamasa sterjenli sistema geometriyalıq ózgermes bolıwı kerek. Bunıń maǵanası sonnan ibarat, imarat hám soorujenie qurılǵannan keyin óziniń dáslepki geometriyalıq kórinisin hesh qıysaymastan saqlap turıwı kerek.

Imarat qurılısında geometriyalıq ózgeriwsheń sistemalar qollanılmaydı, sebebi bunday sistemalar deformaciyalanbaǵan halında óz formasın keskin ózgertedi.

2.1-súwrette úsh múyeshli (*a*) hám tórt múyeshli (*b*) eki sterjenli sistema kórsetilgen bolıp olardıń birinshisi geometriyalıq ózgermes, ekinshisi ózgeriwsheń sistema.

Úsh múyeshli sistemanıń forması sterjenler deformaciyalanǵanda ǵana ózgeredi, keri jaǵdayda ózgerissiz tura beredi. Sonıń ushın ol geometriyalıq ózgermes sistema bolıp esaplanadı. Tórt múyeshli sistema bolsa, óz formasın ańsat ǵana ózgertedi, bunda sterjenler dáslepki uzınlıǵın saqlap qaladı,



2.1-súwret.

yaǵnıy deformaciyalanbaydı. Demek, bul geometriyalıq ózgeriwsheń sistema bolıp esaplanadı.

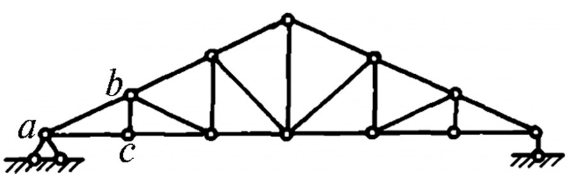
Juwmaqlap aytqanda, óziniń geometriyalıq formasın ayırım sterjenlerdiń deformaciyalanıwı sebebinen ózgerttiretuǵın sistemalar geometriyalıq ózgermes sistemalar dep ataladı. Úsh múyeshli sistema eń ápiwayı geometriyalıq ózgermes sistema boladı.

Endi quramalı sistemaǵa iye bolǵan geometriyalıq ózgermes sistemalar qalay payda etiledi degen sorawǵa juwap beremiz. Geometriyalıq ózgermes sistemanı payda etiw ushın jańadan qosılatuǵın túyin hám onı dáslepki sistema menen biriktiriwshi eki sterjen bir kósher ústinde jatpawı kerek. Bul geometriyalıq ózgermes sistema payda etiwdiń tiykarǵı qaǵıydası bolıp tabıladı.

Usı qaǵıyda tiykarında geometriyalıq ózgermes sterjenli sistema fermanı payda etiw tártibin kórip shıǵamız (2.2-súwret).

Dáslepki geometriyalıq ózgermes sistema tiykarı sıpatında eń ápiwayı sistema $\underline{a\ b\ c}$ úshmúyeshligin qabıl etemiz. Bul úshmúyeshlikke izbe-iz eki sterjen arqalı jańa túyinlerdi qosıp baramız. Túyinlerdi qosıw tártibi sızılmada san menen kórsetilgen. Itibar beriń, hárbir jańa túyin hám eki sterjen bir kósher ústinde jatpaydı. Usı tártipte payda etilgen ferma geometriyalıq ózgermes sterjenli sistema boladı.

Endi sterjenli sistemalardıń geometriyalıq ózgermeslik shártlerin formula arqalı túsindirip beriwge ótemiz. Geometriyalıq ózgermes ápiwayı ferma sterjenleriniń sanın *S*, túyinleri sanın *K* dep belgilesek, sterjenler sanı menen túyinler arasındaǵı



2.2-súwret

baylanıstı tómendegishe tártipte jazsa boladı: tiykarǵı úshmúyeshlik úsh túyin hám úsh sterjenge iye, oǵan kelip qosılıwshı hárbir jańa túyin san jaǵınan (K-3) ke teń bolıp, hárbir túyinge eki sterjen tutasqan boladı. Nátiyjede ferma sterjenleriniń ulıwma sanı tómendegishe anıqlanadı:

$$S = 3 + 2 * (K - 3)$$

$$\text{yamasa } S = 2K - 3 \tag{2.1}$$

Bunda teńlemeniń tómendegi úsh túri kelip shıǵıwı múmkin:

1) $S < 2K - 3$, sistema geometriyalıq ózgeriwsheń, statikalıq anıq, sebebi sterjenler sanı talap etilgen sannan kem;

2) $S = 2K - 3$, sistema geometriyalıq ózgermes, statikalıq anıq, sistemadaǵı sterjenler sanı jeterli dárejede, artıqta emes, kemde emes;

3) $S > 2K - 3$, sistema geometriyalıq ózgermes, statikalıq anıq emes, sebebi sterjenler sanı kereginen artıq.

Bul kórip ótilgen úsh shártten birinshisi imarat qurılısı ushın qollanılmaydı, qalǵan ekewi qurılıs konstrukciyaların qanaatlandıradı, sebebi soorujenieler statikalıq anıq yamasa anıq emesligine qaramastan geometriyalıq ózgermes bolıwı kerek.

2.2. Geometriyalıq ózgermes sistemalardı dúziwdiń tiykarǵı qaǵıydaları

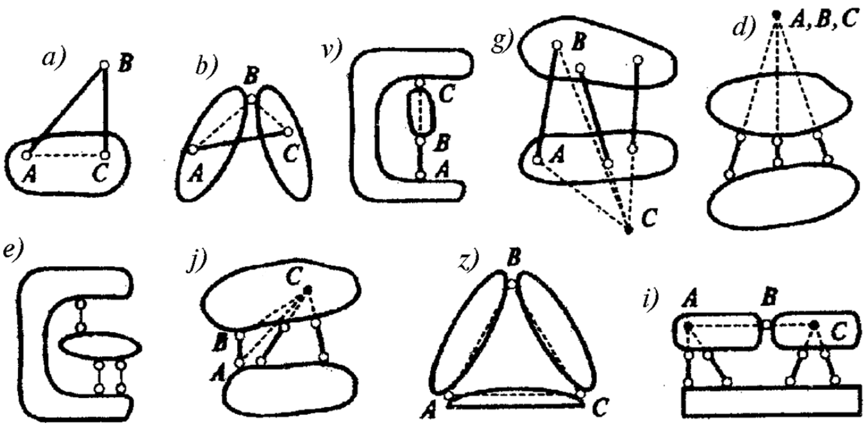
1. Diskke (2.3, *a*-súwret) eki sterjen járdeminde bir túyin biriktiriliwi múmkin, bunda sterjenler kósherleri bir tuwrı sızıqta jaylaspawı tiyis.

2. Eki disk óz ara bir sterjen hám ápiwayı sharnir menen birlestiriliwi múmkin, bunda sterjen kósheri sharnir orayınan ótpewi kerek (2.3, *b*-súwret). Eger sterjen kósheri sharnir orayınan ótse, sistema qıyalıy ózgeriwshi boladı (2.3, *v*-súwret).

3. Eki disk óz ara úsh sterjen menen birlestiriliwi múmkin, olardıń kósherleri bir tochkada kesilispewi hám parallel jaylaspawı kerek (2.3, *g*-súwret), keri jaǵdayda jańa dúzilgen sistema qıyalıy ózgeriwsheń boladı (2.3, *d, e*-súwret). Eger eki sterjen kesilisken tochkalar (fiktiv) sharnir menen almastırılsa, jáne ekinshi qaǵıydaǵa keltiriledi. (2.3, *j*-suwret).

4. Úsh disk, bir tuwrı sızıqta jaylaspaǵan úsh ápiwayı sharnirler menen birlestirilse, geometriyalıq ózgermes sistema payda boladı. (2.3, 2.3-súwret). Eger sharnirler (haqıyqıy hám haqıyqıy emes) bir tuwrı sızıqta jaylassa, alınǵan sistema qıyalıy ózgeriwsheń boladı (2.3, *i*-súwret).

Geometriyalıq ózgermes sistemalardı jaratıwdıń joqarıda keltirilgen qaǵıydaları, haqıyqıy yamasa haqıyqıy emes sharnirli úshmúyesh — ápiwayı geometriyalıq ózgermes formalardı payda etiw kóz qarasına tiykarlanǵan (2.3, *a, b, g, j, z*-súwretke qarań). Eger sharnirli úshmúyesh, sharnirleri bir tuwrı sızıqta jaylassa yamasa tochkada ushırassa, sistemanıń úshmúyesh sharnirleri bir tuwrı sızıqta jaylassa yamasa bir tochkada ushırassa, sistema qıyalıy ózgeriwsheń boladı (2.3, *d, e*-súwret).



2.3-súwret.

Sistemalardıń qıyalıy ózgeriwsheńligin kórsetiw ushın joqarıda keltirilgen belgilerden tısqarı *statikalıq* hám *kinematikalıq* usıllar qollanıladı.

Statikalıq usıldıń mánisi tómendegilerden ibarat. Eger sistemanı bir júkke esaplawda onıń ayrıqsha elementlerinde sheksiz úlken (∞), anıq emes yamasa qarama-qarsı kernewlilik jaǵdayları alınsa, bunday sistema tez ózgeriwsheń boladı. Eger de elementler deformaciyasınıń forması bir halatqa iye bolsa, ol jaǵdayda sistema geometriyalıq ózgermes boladı.

Statikalıq usıldıń eń ápiwayısı nol júkleniwi bolıp esaplanadı. Bul jaǵdayda sistema tayanısh reakciyaları hám elementlerdegi kernewlikler de nolge teń bolıwı kerek. Bolmasa sistema qıyalıy ózgeriwsheń boladı.

Eki yamasa úsh diskten dúzilgen sistemalarǵa kinematikalıq usıldı qollanıw maqsetke muwapıq. Ámelde hárqanday sistemanı eki yamasa úsh diskten quralǵan sistemalarǵa keltiriw múmkin.

Sistema qıyalıy ózgeriwsheń boladı, eger:

1. ushları sharnirli úsh sterjen menen tutastırılǵan eki diskten dúzilgen sistema qıyalıy aylanıwshı orayǵa iye bolsa.

2. bir-biri menen sharnirli baylanısqan úsh diskli sistema tez aylanıw orayları bir tuwrı sızıqta jaylasqan bolsa.

Óz ara sharnir menen biriktirilgen eki dikstiń óz ara qıyalıy aylanıwshı orayı sharnir menen mas tússe, eki hám onnan artıq sterjenler menen biriktirilgende, qıyalıy oray sterjenleriniń kesilisken tochkalarında boladı (jalǵan sharnir). Sol tochkalarǵa salıstırmalı bir disktiń ekinshi diskke qaraǵanda sheksiz kishi múyeshke burılıwı bolıwı múmkin.

Qıyalıy ózgeriwsheń sistemalardı qurılıs imaratlarında qollanıwǵa ruxsat etilmeydi. Qıyalıy ózgeriwsheńlikke jaqın qurılmalardı da qollanıw maqsetke muwapıq emes, sonday-aq bularda sırtqı tásirler nátiyjesinde júdá úlken kernew hám kóshiwler payda boladı.

2.3. Sterjenli sistemalardıń erkinlik dárejeleri

Tochka yamasa sistemanıń halın belgilewshi geometriyalıq parametrler sanı erkinlik dárejesi dep ataladı.

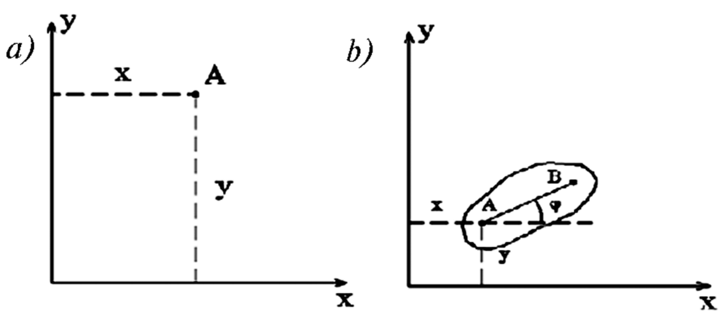
A tochkanıń jaylasıw halatın *X* hám *Y* parametrleri belgileydi. Demek tochkanıń erkinlik dárejesi ekige teń (2.4, *a*-súwret).

Diskanıń jaylasıwın belgilewshi geometriyalıq parametrlerdi belgilew ushın diskadan *AB* kesimin ótkeremiz. Bul kesimdi X, Y, φ parametrleri arqalı belgilewimizge boladı. Demek *AB* kesimniń erkinlik dárejesi úshke teń, *AB* kesiminiń halın belgilewshi parametrler (X, Y, φ) diskanıń halın belgileydi, sebebi kesim diska ústinde jatır. Bunıń mánisi diskanıń úsh baǵıtta erkin háreket etiwin kórsetedi (2.4, *b*-súwret).

Eger sistemanıń erkinlik dárejesin W diskalar sanın D, sharnirler sanın Sh hám tayanısh sterjenler sanın S_t dep alsaq, sterjenli sistemanıń erkinlik dárejesin anıqlaytuǵın formula tómendegishe jazıladı:

$$W = 3D - 2Sh - S_t$$

Bul formuladan kórinip turǵanınday hárbir diska úsh erkinlik dárejesine iye, hárbir sharnir eki erkinlik dárejesine



2.4-súwret.

shek qoyadı. Sharnirler sanı diskler sanınan birge kem boladı, yaǵnıy

$$Sh = D - 1$$

Sistemalardıń erkinlik dárejesi W hám tayanısh sterjenlerine iye bolmaǵan sistemalardıń ózgeriwsheńlik dárejesi V tómendegi formulalardan anıqlanadı:

$$W = 3D - 2Sh - S_t; \quad (2.2)$$

$$V = 3D - 2Sh - 3; \quad (2.3)$$

$$W = 3D - 2Sh - S_t - 3K \quad (2.4)$$

$$V = 3D - 2Sh - 3 - 3K \quad (2.5)$$

$$W = 2T - S - S_t; \quad (2.6)$$

$$V = 2T - S - 3; \quad (2.7)$$

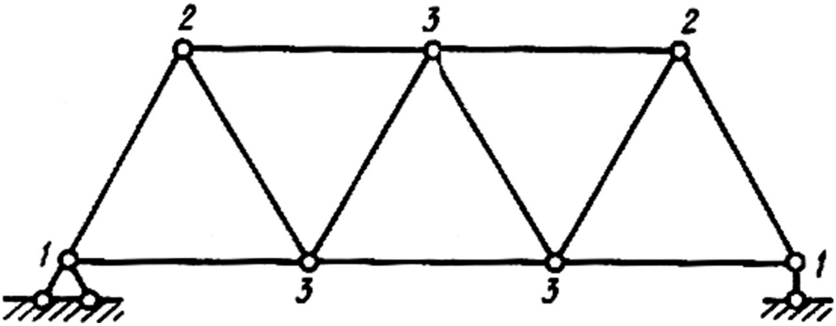
2.2-2.3 sharnirsiz jabıq konturları bolmaǵan barlıq qurılıs sxemaları ushın, 2.4-2.5 sharnirsiz jabıq konturları hám qatnasqan qálegen esaplaw sistemalarına, 2.6-2.7 fermalarǵa mólsherlengen

Bul jerde D — diskler sanı; Sh — ápiwayı sharnirler sanı; S_t — tayanısh sterjenleri sanı; T — ferma túyinleri sanı; S — ferma sterjenleri sanı; K — sharnirsiz jabıq konturlar sanı.

Joqarıda keltirilgen formulalar boyınsha alınǵan W dıń esaplaw nátiyjeleri boyınsha, úsh halatqa dus keliwimiz múmkin:

1. $W > 0$; $(V > 0)$ — sistema geometriyalıq ózgermeli, sebebi jeterli baylanıslarǵa iye emes, ulıwma aytqanda bunday forma qurılıs sistemalarında qollanılıwı múmkin emes.

2. $W = 0$; $(V = 0)$ — sistema eń kem zárúr baylanıslar sanına iye, olardı durıs jaylastırıw nátiyjesinde geometriyalıq ózgermes hám statikalıq anıq sistema payda boladı.



2.5-súwret.

3. $W<0$; ($V < 0$) — sistema artıqsha baylanıslarǵa iye, olardı durıs jaylastırıw nátiyjesinde geometriyalıq ózgermes hám statikalıq anıq emes sistema payda boladı.

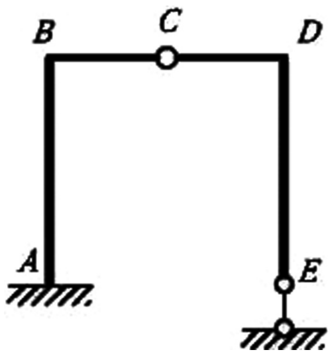
$W=1$ bolǵan sistema m e x a n i z m dep ataladı.

$W \leq 0$ shárt, sistemanıń geometriyalıq ózgermesliginiń belgisi esaplanadı, biraq qaralıp atırǵan esaplaw sxemasınıń ózgermesligi máselesinde sorawǵa jeterli juwap bermeydi. Sonıń ushın, geometriyalıq sistemanı qosımsha analizlep, durıs (yamasa nadurıs) hám disklerdi óz ara qanday izbe-izlikte, jer menen qanday baylanısqanlıǵın anıqlaw kerek.

2.1-mısal. *2.5-súwrette berilgen tegis fermanıń erkinlik dárejesi anıqlansın.*

Bunda diskler sanı $D=11$
Sharnirler sanı $Sh=15$
(2.5-súwrette sharnirler sanlar menen kórsetilgen)
Tayanısh sterjenler sanı $S_t=3$
Erkinlik dárejesi $W=3 \cdot 11-2 \cdot 15-3=0$
Demek, ferma geometriyalıq ózgermes, statikalıq anıq eken.

2.2-mısal. *2.6-súwrette kórsetilgen sistema kinematikalıq analizlensin.*



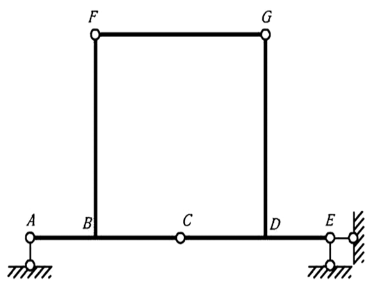
2.6-súwret.

Dáslep (2.2) formulası járdeminde sistemanıń erkinlik dárejesin anıqlaymız. Barlıq sharnir hám tayanısh sterjenlerdi taslap jiberemiz. Sistema eki diskten, yaǵnıy $D = 2$, S noqatındaǵı bir sharnir hám tórt tayanısh sterjenlerden (bikir tayanısh úsh tayanısh sterjenlerinen ibarat) $S_t = 4$ den ibarat ekenligin anıqlaymız.

$$W = 3D - 2Sh - S_t = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0$$

solay etip, sistema geometriyalıq ózgermes hám statikalıq anıq bolıwı ushın eń kem zárúr muǵdardaǵı baylanıslarǵa iye.

Sistemalar geometriyalıq strukturasın analizleymiz. *AVS* disk jer menen qattı baylanısqanlıǵı sebepli, *AVS* diskti jer dep esaplawımız múmkin. Usı diskke *CDE* disk sharnir orayı arqalı ótpegen tayanısh sterjeni hám *S* sharniri járdeminde biriktirilgen. Solay etip sistema ózgermes sistema dúziw qaǵıydasına mas halda dúzildi. Ol statikalıq anıq, geometriyalıq hám qıyalıy ózgermes.



2.7-súwret

2.3-mısal. *2.7-súwrette kórsetilgen sistemanı kinematikalıq analizlew.*

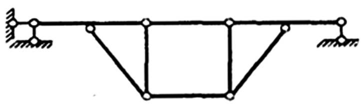
Sistemanıń erkinlik dárejesin esaplaymız. Barlıq sterjen hám tayanısh sterjenlerin taslap jiberip, anıqlaymız: $D = 3$, $Sh = 3$, $S_t = 3$. Ol jaǵdayda:

$$W = 3D - 2Sh + S_t = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0$$

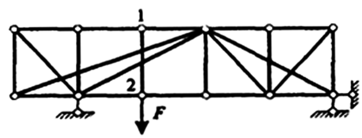
Sistema ózgermes hám statikalıq anıq bolıwı ushın eń kem zárúr baylanıslar sanına iye. Onıń ózgermesligine iseniw ushın, geometriyalıq strukturasın analizlew kerek. Úsh *FABC*, *GCDE* hám F*G* diskleri óz ara bir tuwrı sızıqta jatpaǵan C*FG* sharnirleri menen baylanısıp, quralıw qaǵıydası tiykarında jańa diskti payda etedi. Usı disk jerge bir tochkada kesispegen úsh tayanısh sterjenleri járdeminde biriktirilgen. Solay etip, sistema geometriyalıq hám qıyalıy ózgermes hám statikalıq anıq.

2.4-mısal. *2.8-súwrette kórsetilgen sistema tekserilsin. Diskler sanı D=8, ápiwayı sharnirler sanı Sh=10, tayanısh sterjenleri sanı* $S_t = 3$. *Solay etip,*

$$W = 3D - 2Sh - S_t = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 10 - 3 = 1.$$



2.8-súwret.



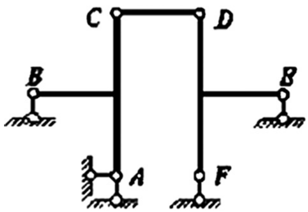
2.9-súwret.

Sistema bir erkinlik dárejesine iye, yaǵnıy mexanizm bolıp esaplanadı hám qurılısta qollanıw múmkin emes.

2.5-mısal. *2.9-súwrette kórsetilgen sistema tekserilsin. Sistema sharnirli-sterjenli bolǵanlıǵı sebepli, onıń erkinlik dárejesin anıqlaw ushın 2.6 formulanı qollanamız. Túyinler sanı Y=12, sterjenler sanı S=22, tayanısh sterjenler sanı* $S_t = 3$. *Solay etip:*

$$W = 2Y - S - S_t = 2 \cdot 12 - 22 - 3 = -1$$

Sistema bir artıqsha baylanısqa iye.



2.10-súwret.

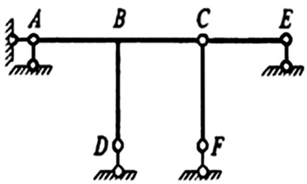
2.6-mısal. *2.10-súwrette kòrsetilgen sistema kinematikalıq analizlensin.*

$D = 3$, $Sh = 2$, $S_t = 5$.
Ol jaǵdayda:

$$W = 3D - 2Sh - S_t = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 5 = 0$$

Strukturalıq analizleymiz. *ABC* disk jerge, bir tochkada kesilispeytuǵın úsh sterjen menen biriktirilgen. Alınǵan jańa diskke (jer+*ABC* diski) *DFE* diski *CD* sterjeni hám eki tayanısh sterjenleri, yaǵnıy jáne bir tochkada kesilispeytuǵın úsh sterjen járdeminde biriktiriledi.

Juwmaq: sistema geometriyalıq hám qıyalıy ózgermes, statikalıq anıq ekenligi belgili boldı.



2.11-súwret.

2.7-mısal. *2.11-súwrette kòrsetilgen sistema kinematikalıq analizlensin.*

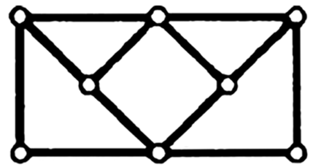
Diskler sanı $D = 3$, tayanısh sterjenleri $S_t = 5$. *S* cilindrik sharniri eseli, sebebi ol úsh diskti birlestiredi. Ápiwayı sharnirler sanı formulası boyınsha, $Sh = n - 1 = 3 - 1 = 2$ Ol jaǵdayda:

$$W = 3D - 2Sh - S_t = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 5 = 0$$

Bir tochkada kesilispeytuǵın úsh sterjen menen jerge biriktirilgen *ABSD* diski, jańa qozǵalmas diskti payda etedi. Bul diskke, *C* sharniri hám sharnir orayı arqalı ótpeytuǵın tayanısh sterjeni járdeminde, *CE* diski birlestiriledi. Solay etip alınǵan sistema hám qozǵalmas disk esaplanadı. Sońǵı diskke *S* sharniri hám sharnir orayı arqalı ótiwshi tayanısh sterjeni járdeminde *CF* diski birlestiriledi, bul quralıw qaǵıydası boyınsha qıyalıy ózgeriwsheńlikke alıp keledi.

2.8-mısal. *2.12-súwrette kórsetilgen sistema tekserilsin.*

Sistema tayanısh sterjenlerge iye bolmaǵanlıǵı sebepli, onıń ishki ózgeriwsheńligin (2.7) formulası boyınsha anıqlaymız:



2.12-súwret.

$$V = 2T - S - 3 = 2 \cdot 8 - 12 - 3 = 1$$

Sistema bir erkinlik dárejesine iye hám qurılısta qollanıwǵa jaramsız.

Tekseriw ushın sorawlar

1. Qurılıs mexanikası páni neni úyrenedi?
2. Qurılıs mexanikası páni qaysı pánler menen tıǵız baylanıslı?
3. Qurılıs mexanikası máseleleriniń bóliniwi?
4. Soorujenielerdiń esaplaw sxemaları belgileri boyınsha neshege bólinedi?
5. Kinematikalıq belgisi boyınsha soorujenieler neshege bólinedi?
6. Tayanısh túrleri haqqında aytıp beriń.
7. Sırtqı júkler soorujeniege tásir etiwine qaray neshe toparǵa bólinedi?
8. Sterjenli sistemalar degenimiz ne?
9. Sterjenli sistemalardıń erkinlik dárejesi degenimiz ne?

III BAP. TÁSIR SÍZÍQLARÍNÍŃ TEORIYASÍ

3.1. Tásir sızıqları haqqında túsinik

Soorujenielerdi esaplawda qozǵalmas sırtqı júklerden tısqarı qozǵalıwshı hárekettegi júkler tásiride esapqa alınadı. Kóbinese injenerlik soorujenielerdi, mısalı, kópir, kran astı balkaları, estakada sıyaqlı soorujenielerdi esaplawda tiykarınan hárekettegi júk tásiri áhmiyetli rol oynaydı.

Temir jol hám avtomobil kópirlerine tásir etiwshi poezd hám avtomobillerdiń tásirin háreketleniwshi bir-birine baylanıslı vertikal júkler sisteması dep qarawımızǵa boladı.

Háreketleniwshi hám bir-biri menen baylanıslı vertikal júkler sisteması tásirinde soorujenie elementlerinde payda bolatuǵın maksimal kernewlerdi anıqlaw ushın tásir sızıqları teoriyasınan paydalanıladı. Bul teoriyaǵa tiykarlanıp dáslep soorujenie boylap vertikal birlik kúshi $\overline{P}=1$ qozǵalısta dep qaraladı. Birlik kúsh tásirinde soorujenie elementinde payda bolatuǵın kernewlerdiń ózgeriw nızamı tekseriledi. Bul ózgeriw nızamına tiykarlanıp hám kúshler tásiriniń bekkemligi shártinen paydalanıp, qozǵalıwshı júkler sisteması tásirinde soorujenie elementlerinde payda bolatuǵın kernewler anıqlanadı.

Soorujenie boylap birlik kúsh $(\overline{P}=1)$ qozǵalatuǵın bolsa onıń elementlerinde (tayanısh reakciyalar yamasa qálegen kesiminde) payda bolatuǵın kernewler muǵdarınıń ózgeriwin anıqlawshı grafik sol kernewdiń tásir sızıǵı dep ataladı.

Tásir sızıqların sızıwdıń statikalıq hám kinematikalıq usılları bar.

Statikalıq usılda qozǵalıwshı birlik kúshi $(\overline{P}=1)$ diń qálegen tochkada turǵan halı ushın teńsalmaqlıq teńlemelerin dúzip, anıqlanıp atırǵan kernewdiń analitikalıq shaması shıǵarıladı.

$$S = f(x) \tag{3.1}$$

Bul analitikalıq shama járdeminde S kernew muǵdarınıń ózgeriw grafigi sızılıp, onıń tásir sızıǵı alınadı.

Kinematikalıq usıl járdeminde tásir sızıqları múmkin bolǵan jılısıw qaǵıydasına tiykarlanıp qurıladı. Bul usıl kernewler tásir sızıǵınıń ulıwma kórinisin payda etiw ushın qollanıladı.

3.2. Ápiwayı balkalarda kernewlerdiń tásir sızıqların qurıw

Eger balkaǵa qozǵalıwshı kúshler sisteması qoyılǵan bolsa, onı dáslep, bir qozǵalıwshı birlik kúshi $\overline{P}=1$ tásirine esaplanadı. Ápiwayı balkanıń tayanısh reakciyaları hám qálegen kesimindegi iyiwshi moment hám kese kúsh qozǵalıwshı birlik kúshtiń halatına baylanıslı bolıp, bul kúshtiń (3.1) analitikalıq shaması alınadı:

$$\begin{aligned} R_A &= f_1(X); \\ R_B &= f_2(X); \\ M_x &= f_3(X); \\ Q_x &= f_4(X) \end{aligned} \tag{3.2.}$$

Tásir sızıǵın sızıw ushın birlik kúsh $\overline{P}=1$ balka boylap belgili tochkalarǵa izbe-iz qoyılıp, bizdi qızıqtırıp atırǵan muǵdardıń ózgeriw nızamın sıpatlawshı funkciya (3.2) anıqlanadı. Keyin bul funkciyanıń grafigi sızıladı.

3.2.1. Ápiwayı balkada tayanısh reakciyalarınıń tásir sızıǵın qurıw

R_A tayanısh reakciyasınıń tásir sızıǵın qurıw ushın balkanıń ústinde qozǵalıwshı birlik júkti $\overline{P}=1$ shep tayanıshtan x

aralıqta jaylastıramız hám statikanıń teńsalmaqlılıq teńlemesin dúzemiz (3.1-súwret, *a*):

$$\sum M_B = 0; \quad R_A \cdot \ell - Px = 0$$

bunda $0 \leq x \leq \ell$

$$R_A = P\frac{x}{\ell} = \frac{x}{\ell} \tag{3.3}$$

Bul shama R_A tayanısh reakciyası tásir sızıǵı dep ataladı. Demek, birlik kúsh $\overline{P} = 1$ balka boylap qozǵalsa, R_A tayanısh reakciyasınıń tásir sızıǵı (3.3) tuwrı sızıq nızamı boyınsha ózgeredi eken. R_A tayanısh reakciyasınıń tásir sızıǵın qurıw ushın (3.3) teńlemedegi ózgeriwshi x ke shegaralıq mánislerin qoyıp esaplaymız.

$x = 0$ bolsa, $R_A = 0$

$x = \ell$ bolǵanda $R_A = 1$

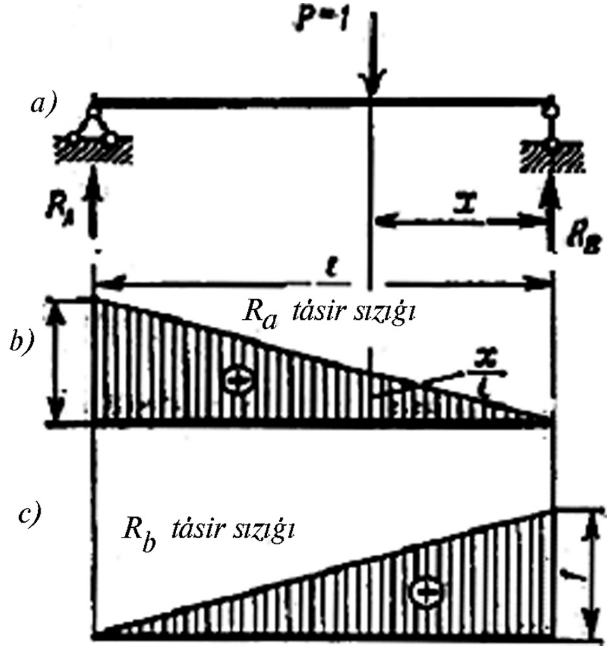
Bul shamalarǵa tiykarlanıp R_A nıń tásir sızıǵın kórsetiwshi grafikti sızamız (3.1-súwret, *b*). Onı qısqasha (R_a t.s.) dep belgileymiz.

R_B tayanısh reakciyasınıń tásir sızıǵın qurıw

Bunıń ushın balka ústinde qozǵalıwshı birlik kúshti $\overline{P} = 1$ shep tayanıshtan x aralıqta jaylastıramız hám statika teńsalmaqlılıq teńlemesin dúzemiz (3.1-súwret, *a*).

$$\sum M_A = 0; \; -R_B \cdot \ell + P \cdot (l - x) = 0$$

bunda $0 \leq x \leq \ell$



3.1-súwret.

$$R_B = P\frac{l-x}{\ell} = \frac{l-x}{\ell} \qquad (3.4)$$

$x=0$ bolsa, $R_v=1$,

$x=\ell$ bolǵanda $R_v=0$ boladı.

Bunda R_A hám R_B tayanısh reakciyaları tásir sızıqlarınıń ordinataları oń mánisli bolıp, ólshemsiz muǵdarlar boladı.

Balkanıń berilgen S kesimindegi kesiwshi kúsh Q_c tiń tásir sızıǵın qurıw ushın $\overline{P}=1$ kúshtiń eki túrli halatın tekseriw kerek.

1. Birlik kúsh $\overline{P}=1$ S kesimniń shep tárepinde qozǵaladı, yaǵnıy $0 \le x \le a$. Balkanıń ońtárepiniń teńsalmaqlıǵı,

$$Q_c^{shep} = -R_B = -\frac{x}{\ell} \quad \text{boladı.} \qquad (3.5)$$

Demek, Q_c^{shep} sızıq ordinataları balkanıń V tayanısh reakciyası tásir sızıǵınıń keri belgi menen alınǵan shep tayanıshtan C kesimine shekem bolǵan ordinatalar muǵdarına teń boladı.

2. Birlik kúsh C kesimniń ońtárepinde qozǵalsın. Onda $a \le x \le \ell$ (3.2-súwret, *a*). Balkanıń shep bóliminiń teńsalmaqlılıǵın tekseremiz:

$$\sum Y = 0; \; Q_c^{on'} = R_A = \frac{\ell - x}{\ell} \qquad (3.6)$$

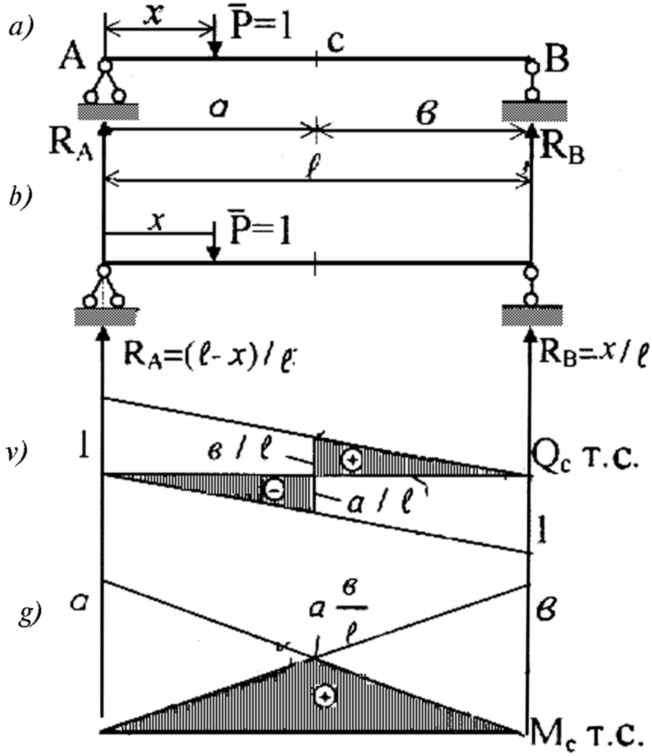
Eger $x = a$ bolsa

$$Q_c^{on'} = \frac{\ell - a}{\ell} = \frac{\text{в}}{\ell};$$

$x = \ell$ bolsa $Q_c^{on'} = 0$ boladı.

$Q_c^{on'}$ sızıq ordinataları bolsa A tayanısh reakciyası tásir sızıǵınıń C kesiminen balkanıń aqırına shekem bolǵan bólimine tuwra keledi.

3.5 hám 3.6 larǵa tiykarlanıp Q_c^{shep} hám $Q_c^{on'}$ sızıqlardı sızamız. Sızıqlar bir-birine parallel boladı. Shep sızıq balkanıń shep tárepinen C kesimge shekem, ońsızıq bolsa C kesimnen oń R_A tayanıshqa shekemgi Q_c tıń ózgeriwin sıpatlaydı (3.2, *v*-súwrettegi shtrix sızıq).



3.2.-súwret.

Solay etip, balkanıń qálegen C kesimindegi kese kúsh Q_c tásir sızıǵın qurıw ushın sanaq sızıǵına shep tayanısh astında birlik oń ordinatanı ólshep qoyıp, onı oń tayanısh sanaq sızıǵınıń nol tochkası menen tutastıramız, keyin sanaq sızıǵınıń oń tayanısh astına birlik teris ordinatanı ólshep qoyıp, onı shep tayanısh astındaǵı nol tochka menen tutastıramız. Nátiyjede bir-birine parallel bolǵan shep hám oń tuwrı sızıqların payda etemiz. Shep tuwrı sızıq shep tayanıshtan C kesimge shekemgi, oń tuwrı sızıq bolsa C kesimnen oń tayanıshqa shekem bolǵan aralıqlarda Q_c tıń ózgeriwin kórsetedi (3.2.-súwret, *v*). Kese kúshtiń tásir sızıqları ólshemsiz muǵdar boladı.

3.2.2. Iyiwshi moment tásir sızıǵın qurıw

Balkanıń C kesiminde payda bolatuǵın iyiwshi moment tásir sızıǵın qurıw ushın birlik kúshtiń eki qıylı jaylasıwın tekseremiz (3.2.-súwret, *a, b*).

1. $R=1$ kúsh C kesimniń shep tárepinde qozǵalsın $0 \le x \le a$ dep qıyal etip balka ushın oń tárep teńsalmaqlılıq teńlemesin jazamız.

$$M_c^{shep} = R_B(\ell - a) = \frac{x}{\ell}в \tag{3.7}$$

Bul teńleme shep sızıq teńlemesi bolıp, onı sızıw ushın sanaq sızıǵınan *V* tayanısh astınan *v* ǵa teń ózgermes ordinata qoyıp, *A* tayanısh astındaǵı nol ordinata menen birlestiremiz.

2. R=1 kúsh *S* kesimniń oń tárepinde $0 \le x \le \ell$ qozǵalsa, $M_c^{on'}$ dı anıqlaymız. Balkanıń shep tárepiniń teńsalmaqlıǵın tekseremiz.

$$M_c^{on'} = R_A \cdot a = \frac{\ell - x}{\ell} a \tag{3.8}$$

Demek, $M_c^{on'}$ sızıq R_A tayanısh reakciyası tásir sızıǵına kóbeytip sızılǵanına tuwra keledi. Bul oń sızıq boladı hám (3.8) oń sızıq teńlemesi delinedi. Barlıq waqıtta shep hám oń sızıqlar kesimnen túsirilgen ordinata sızıǵı ústinde kesilisedi (3.2-súwret, *g*).

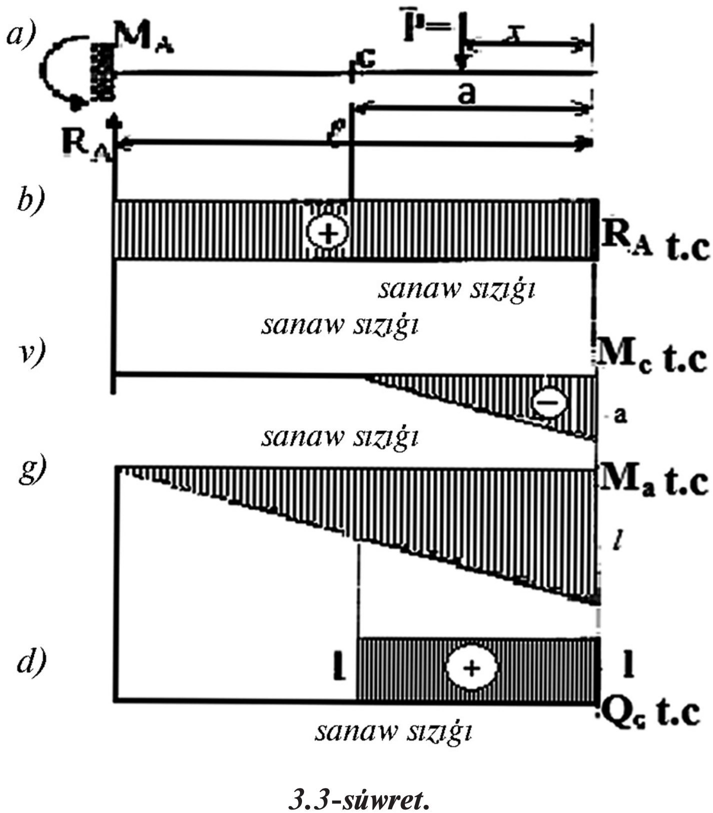
Iyiwshi moment tásir sızıǵınıń ordinataları uzınlıq ólsheminde, yaǵnıy metrde ólshenedi.

3.3. Konsol balka ushın tásir sızıqların qurıw

Konsol balkanıń vertikal tayanısh reakciyası R_A tásir sızıǵın qurıw ushın Y kósherine salıstırmalı proekciyalar jıyındısın alamız (3.3, *a*-súwret).

$$\sum Y = 0 \quad R_A - P = 0, \text{ bunnan } R_A = P = 1$$

Demek, P=1 kúshtiń hárqaysı orında jaylasıwında R_A=1 (3.3, *b*-súwret)



3.3-súwret.

Konsol balkanıń qálegen C kesimindegi iyiwshi moment M_c tásir sızıǵın qurıw ushın R=1 kúshtiń eki qıylı jaylasıw halın qaraymız:

1. R=1 kúsh kesimnen shep tárepte qozǵalsa:

$$0 \le x \le \ell \qquad M_c^{on'} = 0$$

2. R=1 kúsh kesimnen oń tárepte qozǵalsa:

$$0 \le x \le a \qquad M_c^{shep} = -P \cdot x = -x$$

Demek konsoldıń qálegen C kesimindegi iyiwshi moment M_c tásir sızıǵın qurıw ushın, konsol ushınan C kesimge shekem bolǵan aralıqtı ólshep, sanaq sızıǵında konsol ushına teris ordinata etip qoyıp, onı kesim astındaǵı nol tochkası menen birlestiriw kerek (3.3-súwret, *v*)

Eger de C kesimin A tayanıshta dep qarasaq, onda M_A tayanısh reakciyasınıń tásir sızıǵı payda boladı. (3.3-súwret, *g*)

Konsol balkanıń qálegen C kesimindegi kese kúsh Q_c tiń tásir sızıǵın qurıw ushın konsol ushınan kesimge shekem bolǵan aralıqqa birlik oń ordinatanı jaylastıramız. Q_c tiń tásir sızıǵı (3.3-súwret, *d*) kórsetilgen.

IV BAP. EKI KONSOLLÍ BALKALAR USHÍN TÁSIR SÍZÍQLARÍNÍŃ TEORIYASÍ

4.1. Eki konsollı balkalar ushın tásir sızıqların qurıw

Eki konsollı balka ushın tayanısh reakciyaları hám onıń qálegen C kesimindegi Q_c kesiwshi kúsh hám M_c iyiwshi moment kúshleriniń tásir sızığın qurıw ushın ápiwayı hám konsol balkalar ushın qollanılǵan formulalar paydalanıladı. Mısalı, balkanıń shep tayanısh reakciyası R_a nıń tásir sızığın sızıw ushın birlik júkti A tayanıshtan oń tárepte x aralıqta jaylastıramız (4.1.-súwret, *a*)

a) $\sum M_B = 0$ teńlemeden $R_A = \dfrac{\ell - x}{\ell}$ di payda etemiz.

Demek, bul shamadaǵı abcissa x qa $-a \le x \le \ell + в$ aralıqta shamalar beremiz:

$$x=0 \text{ de } R_A=1; \quad x=\ell \text{ de } R_A=0;$$

$$x = \ell + в \text{ da } R_A = \frac{в}{\ell}; \quad x = -a \text{ da } R_A = \frac{\ell + a}{\ell} = 1 + \frac{a}{\ell}$$

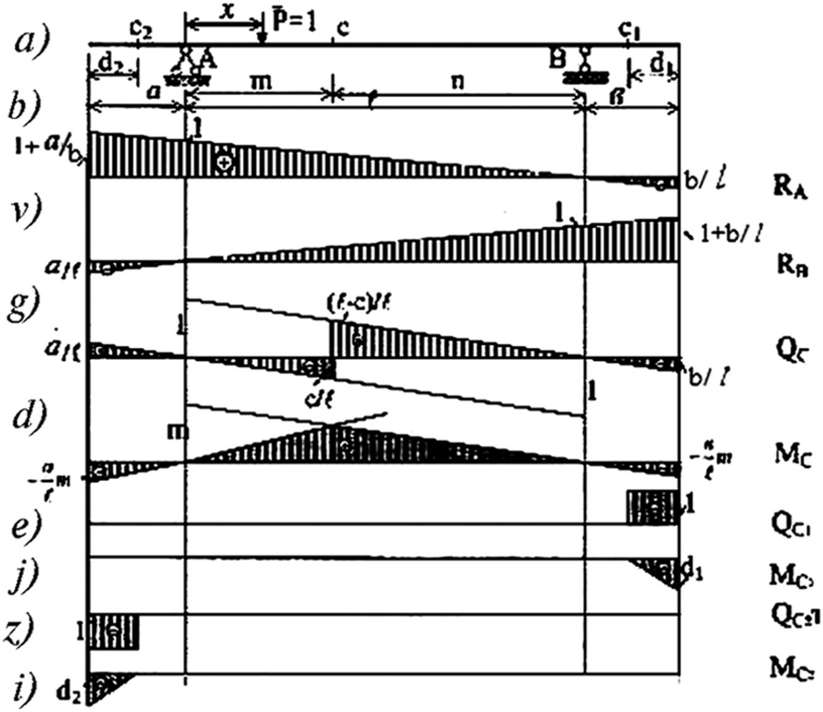
Bul ordinatalar járdeminde sızılǵan R_A tásir sızığı 4.1-súwret, *b* da kórsetilgen

R_v tayanısh reakciyasınıń tásir sızığı (3.4) formulası járdeminde sızıladı.

$$R_в = \frac{x}{\ell} \text{ bunda } -a \le x \le \ell + в$$

$$x = \ell + в \text{ da } R_B = \frac{l + в}{\ell} = 1 + \frac{в}{l}; \quad x = -a \text{ da } R_B = -\frac{a}{\ell}$$

Demek, eki konsollı balka tayanısh reakciyalarınıń tásir sızıqları ápiwayı balka tásir sızıqlarına usap sızıladı, keyin olar konsoldıń ushlarına shekem dawam ettiriledi.



4.1-súwret

Eki konsollı balkanıń aralıq *C* kesimindegi Q_s kesiwshi kúsh hám M_s iyiwshi moment tásir sızıǵı ápiwayı balkalardaǵı kese kúsh hám iyiwshi moment tásir sızıqları sıyaqlı sızılıp, keyin shep sızıq shep táreptegi konsoldıń aqırına shekem, oń sızıq bolsa, oń táreptegi konsoldıń aqırına shekem dawam ettiriledi (4.1-súwret, *g, d*).

Eger de kesim eki konsollı balkanıń konsol bóliminde berilgen bolsa, ol waqıtta iyiwshi momenttiń tásir sızıqları konsol balkalarındaǵıday sızıladı hám teris belgili boladı (4.1-súwret, *j, i*). Shep konsoldaǵı kesiwshi kúsh tásir sızıǵı teris belgili (4.1-súwret, *z*), oń konsoldaǵı kese kúsh tásir sızıǵı bolsa oń belgili bolıp konsol balkalarındaǵı sıyaqlı sızıladı.

4.2. Ishki kúshler shamasın tásir sızıqları járdeminde anıqlaw

Joqarıda kórsetilgen tásir sızıqları járdeminde iyiwshi moment, kese kúsh hám tayanısh reakciyalarınıń shamasın anıqlaw máselesine toqtaymız.

Qozǵalmas júklerdiń soorujeniege toplanǵan, jayılǵan hám jup kúsh túrinde qoyılıwı bizge belgili. Kúshlerdiń hárqaysı túrin bólek kórip shıǵamız.

4.2.1. Soorujeniege toplanǵan kúshler qoyılǵanda

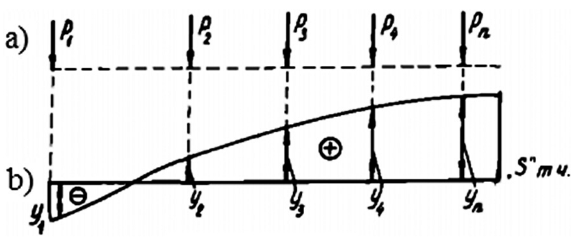
Balkaǵa P_1 kúshi tásir etedi, bunda qálegen ishki kúsh S tiń shaması qoyılǵan kúsh penen sol kúsh baǵıtındaǵı tásir sızıǵınan alınǵan ordinatanıń kóbeymesine teń $P_1 \cdot Y$ boladı.

Eger soorujeniege kúshler sisteması qoyılǵan bolsa (4.2.-súwret, *a*) kúshler tásiriniń teńsalmaqlılıǵı qaǵıydasına tiykarlanıp tómendegi formula járdeminde anıqlanadı.

$$S = -P_1 \cdot Y_1 + P_2 \cdot Y_2 + P_3 \cdot Y_3 + P_3 \cdot Y_4 + ... + P_n Y_n$$

$$\text{yamasa} \qquad S = \sum_{n=1}^{n} P_i \cdot Y_i \qquad (4.1)$$

Bunda Y_i tásir sızıǵındaǵı P_i kúsh baǵıtındaǵı ordinata



4.2-súwret.

4.2.2. Soorujenielerge jayılǵan júk qoyılǵanda

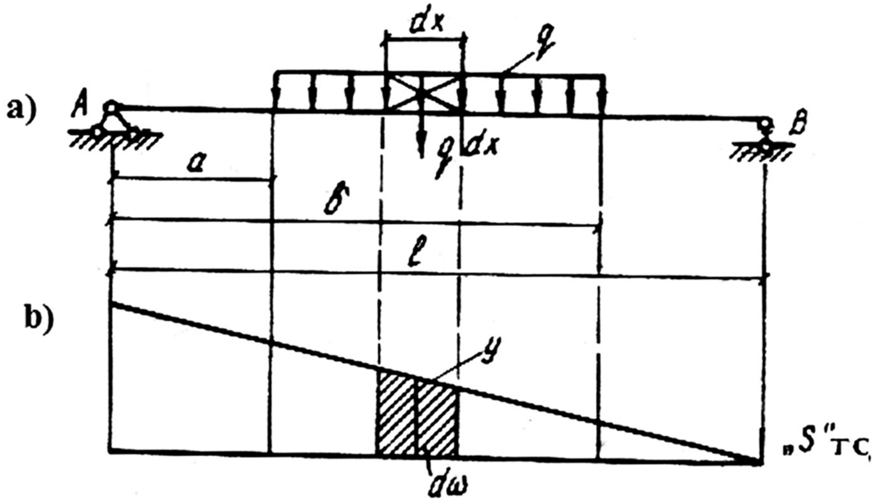
Soorujeniege jayılǵan kúshler qoyılǵanda uzınlıǵı *dx* bolǵan elementar bólekshe ajıratamız hám oǵan tuwra kelgen jayılǵan kúshti elementar toplanǵan kúsh *q(x)dx* arqalı kórsetemiz (4.3-súwret).

Elementar kúshten payda bolǵan elementar kernew (4.1) formulaǵa tiykarlanıp tómendegishe anıqlanadı:

$$ds = q \cdot dx \cdot dy \tag{a}$$

Kernewdiń tolıq shamasın anıqlaw ushın (*a*) teńlemeni integrallaymız.

$$S = \int_a^в q \cdot dx \cdot dy = q \cdot \omega \tag{b}$$



4.3-súwret.

ω — tásir sızıǵında jayılǵan júk qoyılǵan aralıqqa tuwra keliwshi maydan.

4.2.3. Soorujeniege jup kúshler qoyılǵanda

Momentten payda bolǵan kernewdi anıqlaw ushın moment jup kúshler sistemasına ajıratıladı (4.4-súwret).

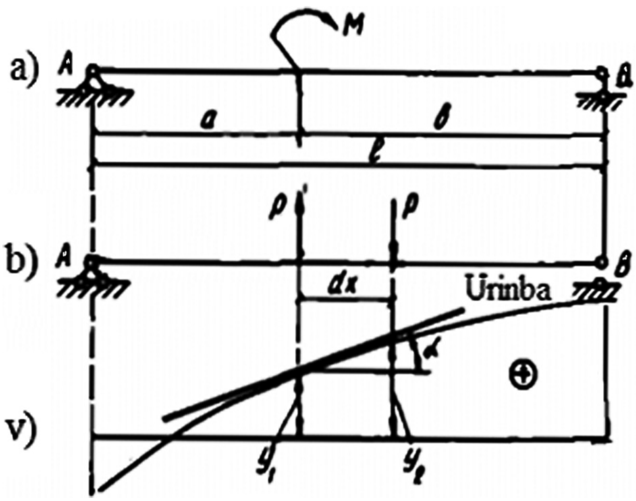
$$M = P \cdot dx \quad \text{bunnan} \quad P = \frac{M}{dx}$$

Toplanǵan kúshler tásirinde payda bolatuǵın kernew (4.1) formulaǵa tiykarlanıp anıqlanadı.

$$S = P \cdot Y_2 - P \cdot Y_1 = P(Y_2 - Y_1) = Pdy$$

$$S = \frac{dy}{dx} \cdot M = M \cdot tg\alpha$$

$$S = M \cdot tg\alpha$$



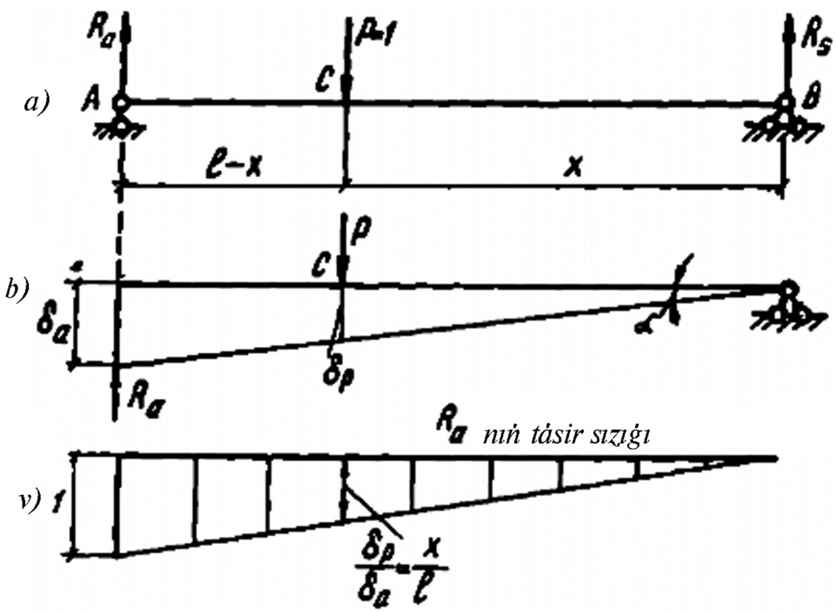
4.4-súwret.

Bul jerde α — moment qoyılǵan tochkada tásir sızıǵına ótkerilgen urınba menen abcissa kósheri arasındaǵı múyesh.

4.3. Tásir sızıqların qurıwdıń kinematikalıq usılı

Tásir sızıqların kinematikalıq usılda qurıwda kóshiwler epyurasınan paydalanıladı. Bunıń ushın tiykarǵı sistemada kernew anıqlanıp atırǵan baylanıs alıp taslanadı hámde múmkin bolǵan kóshiwler qaǵıydasınan paydalanıladı. Bul qaǵıyda tiykarında, eger sistema teńsalmaqlılıqta bolsa, hárqanday kishi kóshiwlerdiń payda bolıwında sırtqı kúshler orınlaytuǵın jumıslardıń jıyındısı nolge teń boladı.

Mısal retinde ápiwayı balkanıń R_a reakciyası ushın kinematikalıq usılda tásir sızıǵın quramız (4.5.-súwret, *a*).



4.5-súwret.

A tayanıshtı qıyalıy taslap jiberip, ornına R_A reakciya kúshin qoyamız. *AV* balka sheksiz kishi múyesh α ǵa kóshti deymiz. Múyesh kishi bolǵanlıǵı sebepli balka kósheri kóshiwlerin vertikal dep qabıl etsek boladı. R kúshi qoyılǵan tochkanıń kóshiwin δ_P, R_A kúshi qoyılǵan tochkanıń kóshiwin δ_a dep belgileymiz. Kóshiwler qaǵıydasına muwapıq balkaǵa tásir etiwshi kúshler orınlanǵan jumıstı bildiredi. Kúsh baǵıtı menen kóshiw baǵıtı qarama-qarsı bolǵanlıǵı sebepli R_a kúshi orınlaǵan jumıstıń epyurası teris alınadı:

$$P\delta p - R_A \cdot \delta_a = 0 \qquad (a)$$

R=1 ekenligin esapqa alsaq, *(a)* dan

$$R_A = 1 \cdot \frac{\delta_P}{\delta_a} \qquad (b)$$

kelip shıǵadı. Birlik kúsh qozǵalıwshı bolǵanı ushın δ_P kóshiw ózgeriwshi boladı, δ_a bolsa ózgermes shama esaplanadı.

R_a reakciyasınıń tásir sızıǵı δ_P kóshiwdiń epyurası túrinde payda etiliwi múmkin. Bunda tásir sızıǵınıń ordinataları kóshiw ordinatalarınan δ_a mártebe kishi boladı (4.5.-súwret, *b*)

Kinematikalıq usılda qurılǵan tásir sızıǵınıń statikalıq usıldaǵı túri menen birdey ekenligi tómendegi formuladan kórinip turıptı:

$$\delta_p = xtg\alpha; \qquad \delta_a = \ell \cdot tg\alpha$$

Bulardı *(b)* ǵa qoysaq, $R_a = \dfrac{x}{\ell}$ kelip shıǵadı.

Tekseriw ushın sorawlar

1. Tásir sızıqlar ne ushın sızıladı?
2. Qozǵalıwshı júkler sistemasın úyreniwde qaysı teoriyadan paydalanıladı?
3. Statikalıq usılda tásir sızıqların qurıw.
4. Kinematikalıq usılda tásir sızıqların qurıw.
5. Tayanısh reakciyalarınıń tásir sızıqların qurıwdı túsindiriń.
6. Iyiwshi moment tásir sızıǵın qurıwdı túsindiriń.
7. Kesiwshi kúsh tásir sızıǵın qurıwdı túsindiriń.
8. Tayanısh reakciyalarınıń tásir sızıqların qurıwdı túsindiriń.
9. Kesiwshi kúsh tásir sızıǵın qurıwdı túsindiriń.
10. Iyiwshi moment tásir sızıǵın qurıwdı túsindiriń.
11. Soorujeniege toplanǵan júkler qoyılǵanda kernew shamasın tásir sızıqları járdeminde esaplawdı kórsetiń.
12. Jayılǵan júkler qoyılǵanda kernew shamasın tásir sızıqları járdeminde esaplawdı kórsetiń.
13. Tásir sızıqların qurıwdıń kinematikalıq usılın aytıp beriń.

V BAP. STATIKALÍQ ANÍQ SISTEMALAR

5.1. Statikalıq anıq sistemalarda ishki kúshlerdi anıqlaw

Qurılıs mexanikası pániniń tiykarǵı máselelerinen birewi — soorujenielerde sırtqı júklerden payda bolǵan ishki kúshlerdi esaplawdan ibarat. Soorujenieniń ishki iyiwshi moment — M_x, kesiwshi kúsh — Q_x hám boylıq kúsh — N_x di esaplaw, sol soorujenieniń statikalıq anıq yamasa statikalıq anıq emesligine baylanıslı.

Statikalıq anıq sistemalar dep onda payda bolıp atırǵan ishki kúshler statika teńsalmaqlılıq teńlemeleri járdeminde anıqlanatuǵın sistemalarǵa aytıladı.

Statikalıq anıq sistemalarda ishki kúshlerdi anıqlaw ushın dáslep sistemanıń tayanısh reakciyaları anıqlanadı. Tayanısh reakciyaları analitikalıq usılda tómendegi statika teńsalmaqlılıq teńlemeleri sistemasınıń birewi járdeminde anıqlanadı:

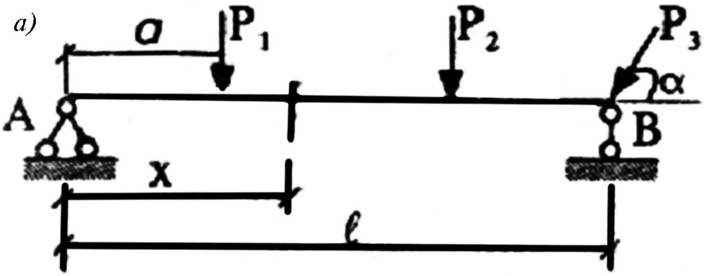
1. $\sum X = 0;\quad \sum Y = 0;\quad \sum Mi = 0;$
2. $\sum Y = 0;\quad \sum Mi = 0;\quad \sum Mj = 0;$
3. $\sum Mi = 0;\quad \sum Mj = 0;\quad \sum Mk = 0;\qquad (5.1.)$

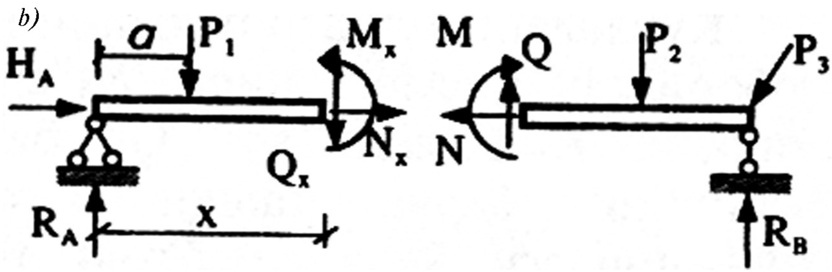
Statikalıq anıq sistemanıń tayanısh reakciyaları esaplap tabılǵannan keyin ondaǵı ishki kúshler kesimler usılı, túyinlerdi almastırıw usılı yamasa kinematikalıq usıl járdeminde anıqlanadı.

5.2. Kesimler usılı

Kesimler usılı óz náwbetinde 2 ge bólinedi: Ápiwayı kesimler usılı, qosımsha kesimler usılı.

Ápiwayı kesimler usılında sistemanı ekige ajıratıp, erkin (shep yamasa oń) bólegin qıyalıy taslap jiberemiz. Taslanǵan bólim ishki kúshler menen almastırıladı (5.1-súwret, *b*).



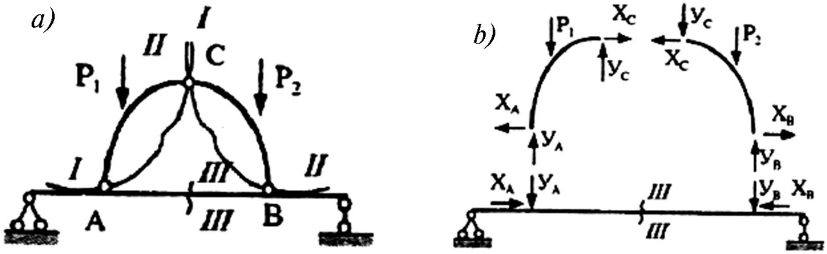


5.1-súwret.

Esaplawdı ańsatlastırıw ushın sistemanıń kóbirek kúsh tásir etip atırǵan yamasa quramalı bólegin taslap jiberiw maqsetke muwapıq.

Eger de sistemanı ápiwayı kesimler usılı járdeminde esaplaǵanda belgisizler sanı statika teńsalmaqlılıq teńlemleri sanınan kóp bolsa onda qosımsha kesimler ótkiziwge tuwra keledi. Mısalı: esaplawda bir waqıtta birden 2 yamasa onnan kóp ápiwayı kesimler ótkizilse, bunday usıl qosımsha kesimler usılı dep ataladı. (5.2-súwret, *a*)

Materiallar qarsılıǵı kursında soorujenie bólimlerinde payda bolıwshı ishki kúshlerdi anıqlawdı kórip shıqqan edik. Qurılıs mexanikasında bolsa, ayırım elementler tásirinde soorujenielerde payda bolǵan ishki kúshlerdi anıqlaw qaraladı. Málim bolǵanınday tegis sistemalardıń qálegen kesiminde payda bolatuǵın ishki kúshler iyiwshi moment — M_x, kese



5.2.-súwret.

kúsh — Q_x, hám boylama kúsh — N_x lardan ibarat (5.1-súwret, *b*).

Balkanıń kesiminde payda bolıwshı jup kúsh, usı kesimdegi iyiwshi moment dep ataladı. Iyiwshi moment balkanıń qaralıp atırǵan bólegine qoyılǵan barlıq kúshlerden kesim orayına salıstırıp alınǵan statikalıq momentleriniń jıyındısına teń (5.1-súwret, *b*).

$$M^{shep}A=R_A\cdot\ x-R_1\ (x-a)$$

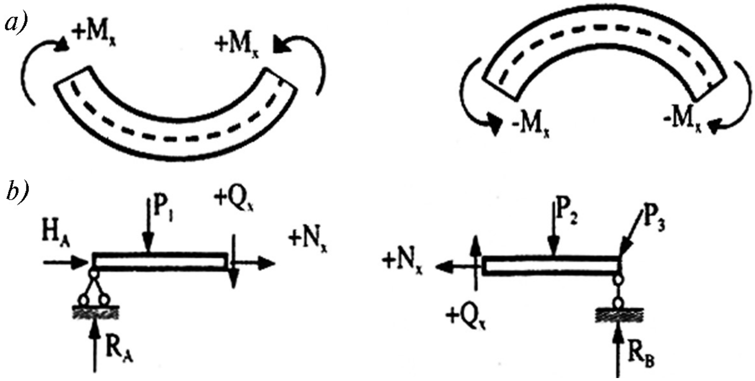
Eger iyiwshi moment balkanıń tómengi qatlamların sozsa oń, kerisinshe bolsa teris dep qabıl etiledi (5.3-súwret, *a*).

Kese kúsh dep balkanıń qaldırılǵan bóleginiń taslap jiberilgen bólegine salıstırmalı qırqıwǵa umtılǵan kúshke aytıladı. Kese kúsh Q_x balkanıń qaralıp atırǵan bólegine qoyılǵan barlıq sırtqı kúshlerdiń balka kósherine perpendikulyar baǵdardaǵı kósherge salıstırıp túsirilgen proekciyalarınıń algebralıq jıyındısına teń (5.1-súwret, *b*)

$$\sum Y^{\ shep} = 0; \quad -Q_x+R_A- P_1 = 0$$

$$\text{bunnan } Q_x = R_A- P_1$$

Balka kesiminde payda bolıwshı boylama kúsh N_x balkanıń qaldırılǵan bólegine qoyılǵan kúshlerdiń balka kósherine túsirilgen proekciyalarınıń algebralıq jıyındısına teń:



5.3-súwret.

$$\sum x^{shep} = 0 \quad N_A + N_x = 0 \text{ bunnan } N_x = -H_A$$

Eger boylama kúsh tásirinde balka sozılsa oń, qısılsa teris dep alınadı (5.3-súwret, *b*). Iyiwshi moment, kese kúsh hám boylama kúshlerdiń balka kósheri boylap ózgeriwin kórsetiwshi grafik ishki kernewlerdiń epyuraları dep ataladı. Ádette balkalarǵa kósheri baǵdarına vertikal bolǵan kúshler tásir etkenliginen boylama kúsh nolge teń boladı. Sonıń ushın balkalar ushın ádette iyiwshi moment hám kesiwshi kúsh epyuraları sızıladı.

Rama, arka túrindegi konstrukciyalar ushın boylama kúsh epyurasın sızıw talap etiledi.

5.3. Statikalıq anıq ápiwayı ramalardı esaplaw

Statikalıq anıq ramalar geometriyalıq ózgermes, tuwrı, sınıq sterjenli sistema bolıp, sterjenler óz ara qatırıp biriktirilgen, ayırım jaǵdaylarda sharnirli biriktirilgen boladı. Ramanıń vertikal sterjenleri kolonnaları, gorizontal sterjenleri bolsa rigeller dep qaraladı. Ramalarda sırtqı júkler tásirinen iyiwshi moment (M_x) kese kúsh (Q_x) hám boylama kúsh (N_x) di anıqlawda kesimler usılınan paydalanıladı. Rama ishki kúshleriniń epyuraların qurıwda tómendegi qaǵıydalarǵa súyenemiz:

1. Ramanıń hárbir sterjen kósheri abscissa kósheri dep qaraladı.

2. Ishki kernewler epyuraların sızıwda esaplanǵan kernewler shamaları sterjen kósherine tik etip alınadı.

3. Iyiwshi moment rama sterjenleriniń sozılǵan qatlamları tárepine sızılıp, epyuraǵa belgi qoyılmaydı.

4. Kese kúsh epyurasınıń oń ordinataları kolonnanıń shep tárepine hám balkanıń joqarı bólegine, teris ordinataları kolonnanıń oń hám balkanıń tómengi tárepine sızılıp, epyurada belgileri kórsetiledi.

5. Boylama kúsh epyurasınıń ordinataları qaralıp atırǵan sterjenniń eki tárepinede simmetriyalıq halda sızılıp epyurada shamalar kórsetiledi. Epyura shaması qısılǵan sterjen ushın oń, sozılǵan sterjen ushın teris boladı.

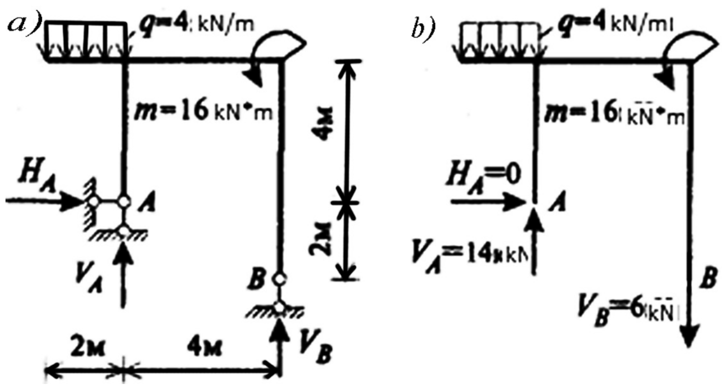
Statikalıq anıq ramalardı esaplaw tártibi:

1. Kinematikalıq analizlenedi.
2. Tayanısh reakciyaları anıqlanadı.
3. Sterjenlerdegi ishki kernewler kesimler usılınan paydalanıp esaplanadı.
4. Ishki kernewlerdiń epyuraları qurıladı.
5. Epyuralardıń durıs qurılǵanlıǵı tekseriledi.

5.1-mısal. *5.4-súwrette a kórsetilgen ápiwayı ramanıń tayanısh reakciyaları anıqlansın.*

Ápiwayı ramalarda, ádette, qaysıdur reakciya (berilgen mısalda — N_A) kósheri (X kósheri) boylap baǵdarlanǵan, basqa ekewi (V_A, V_v) bolsa, oǵan perpendikulyar boladı. Bunnan málim dáslep $\sum x = 0$ teńlemesin dúziw lazım, bunnan N_A=0 ekenligin tabamız. V_v reakciyasın tabıw ushın $\sum M_v = 0$ teńlemesin dúzemiz:

$$-V_B \cdot 4 - 4 \cdot 2 \cdot 1 - 16 = 0, \text{ bunnan } V_V = -6 \text{ kN}.$$



5.4-súwret

«Minus» belgisi V_V reakciyası dáslep oylaǵanımızday joqarıǵa emes, tómenge baǵdarlanǵanlıǵın kórsetedi hám, V_A reakciyasın $\sum M_v = 0$ teńlemesinen anıqlaymız:

$$V_A \cdot 4 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 16 = 0, \text{ bunnan } V_A = 14\ kN.$$

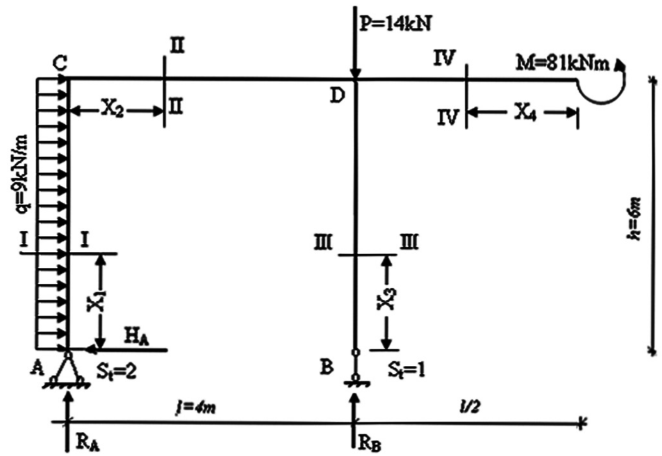
5.4. *b*-súwrette anıqlanǵan tayanısh reakciyalarınıń belgileri hám baǵdarları kórsetilgen. Olardıń belgileriniń durıslıǵın tekseriw ushın $\sum Y = 0$ teńlemesin dúzemiz:

$$-4 \cdot 2 + 14 - 6 = 14 - 14 = 0.$$

Demek, tayanısh reakciyaları durıs anıqlanǵan. *Juwap*: $N_A = 0$; $V_A = 14\ kN$; $V_B = -6\ kN$.

5.2-mısal*. 5.5-súwrette kórsetilgen rama ushın sırtqı júkler tásirinde payda bolatuǵın ishki kúshler (M_x — iyiwshi moment, Q_x — kese kúsh hám N_x — boylama kúsh) esaplansın hám epyuraları qurılsın.*

Sheshiliwi: 1) Ramanı kinematikalıq analizlew. 5.5-súwrette kórsetilgen ramanıń tayanısh sterjenleri S_t=3; diskler sanı *D*=1; ápiwayı sharnirler sanı *Sh*=0. Tómendegi formula boyınsha ramanıń erkinlik dárejesin anıqlaymız:



5.5-súwret.

$$W = 3D - 2Sh - S_t = 3\cdot 1 - 2\cdot 0 - 3 = 0$$

Berilgen rama geometriyalıq ózgermes bolıwı ushın onıń erkinlik dárejesi nolge teń bolıwı shárt. Bul ramanıń geometriyalıq dúzilisin qarasaq, bir disk *A* hám *V* tayanıshlardağı bir tuwrı sızıqta kesilispeytuǵın hám bir-birine parallel bolmaǵan 3 dana sterjenler arqalı tiykarǵa bekkemlengen. Demek bul rama geometriyalıq ózgermes bolıp esaplanadı.

2) *Ramanıń tayanısh reakciyaların anıqlaw.* Ramanıń *A* tayanıshındaǵı vertikal R_A hám N_A, *B* tayanıshında vertikal R_B tayanısh reakciyaları payda boladı. Statika teńsalmaqlılıq teńlemesi járdeminde ramanıń tayanısh reakciyaların anıqlaymız:

$$\sum X = 0; \qquad -H_A + qh = 0;$$

$$\sum M_A = 0; \qquad -R_B \cdot l + P \cdot l - M + q \cdot h \cdot \frac{h}{2} = 0;$$

$$\sum M_B = 0; \qquad R_A \cdot l + q \cdot h \cdot \frac{h}{2} - M = 0;$$

Bul teńlemelerden:

$$H_A = qh = 9 \cdot 6 = 54kN;$$

$$R_B = \frac{P \cdot l - M + q\frac{h^2}{2}}{l} = \frac{14 \cdot 4 - 81 + 162}{4} = \frac{137}{4} = 34,25;$$

$$R_A = \frac{-q\frac{h^2}{2} + M}{l} = \frac{-162 + 81}{4} = \frac{-81}{4} = -20,25;$$

Tekseriw:

$$\sum Y = 0; \qquad R_A - P + R_B = -20,25 - 14 + 34,25 = 0;$$

Demek, ramanıń tayanısh reakciyaları durıs esaplanılǵan.

3) *Rama sterjenleriniń kesimlerindegi ishki zorıǵıwlardı anıqlaw.* Ramanı xarakterli kesimlerge bólip, ózgeriw shegarasın anıqlaymız. Berilgen kesimlerdegi ishki zorıǵıw kúshlerin esaplaymız.

AC aralıǵı ushın I—I kesim beremiz.

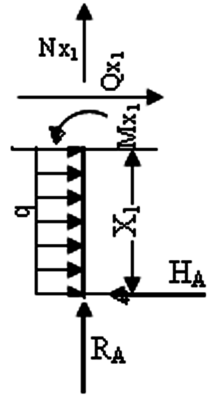
I—I kesimniń ózgeriw shegarası:

$$0 \le x_1 \le h = 6m.$$

$$M_{x_1} = H_A \cdot x_1 - \frac{qx_1^{\ 2}}{2};$$

$x_1 = 0;$ bolsa $M_{x_1} = 0;$

$x_1 = \frac{h}{2};$ bolsa $M_{x_1} = 54 \cdot 3 - \frac{9 \cdot 3^2}{2} = 121{,}5kNm;$



$x_1 = h;$ bolsa $M_{x_1} = 54 \cdot 6 - \frac{9 \cdot 6^2}{2} = 162kNm;$

$-Q_{x_1} - qx_1 + H_A = 0; \quad Q_{x_1} = -qx_1 + H_A;$

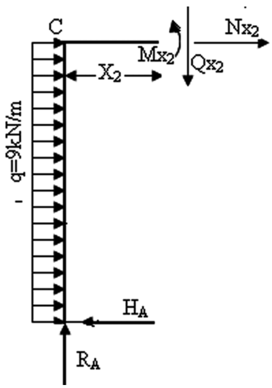
$x_1 = 0; \quad Q_{x_1} = -9 \cdot 0 + 54 = 54kN;$

$x_1 = h; \quad Q_{x_1} = -9 \cdot 6 + 54 = -54 + 54 = 0;$

$N_{x_1} + R_A = 0; \quad N_{x_1} = -R = -20{,}25kN;$

CD aralığı ushın II—II kesim beremiz.

II—II kesimniń ózgeriw shegarası:



$$0 \le x_2 \le l = 4m$$

$N_{x_2} - H_A + qh = 0; \quad N_{x_2} = H_A - qh = 54 - 54 = 0;$

$-Q_{x_2} + R_A = 0; \quad Q_{x_2} = R_A = -20{,}25kN;$

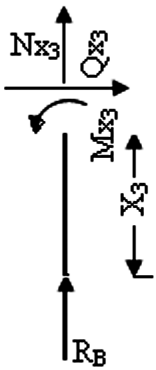
$$M_{x_2} = R_A \cdot x_2 + H_A \cdot h - q \cdot \frac{h^2}{2};$$

$$x_1 = 0;$$

$$M_{x_2} = -20{,}25 \cdot 0 + 54 \cdot 6 - 9 \cdot 6 \cdot \frac{6}{2} = 324 - 162 = 162kNm;$$

$$x_1 = 4m;$$

$$M_{x_2} = -20{,}25 \cdot 4 + 54 \cdot 6 - 9 \cdot 6 \cdot \frac{6}{2} = -81 + 324 - 162 = 81kNm;$$



BD bólimi ushın III—III kesim beremiz.

III—III kesimniń ózgeriw shegarası:

$$0 \le x_1 \le h = 6m.$$

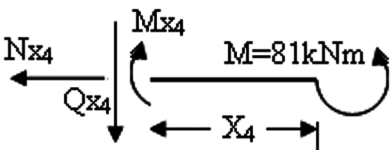
$$M_{x_3} = 0;$$

$$Q_{x_3} = 0;$$

$$N_{x_3} + R_B = 0;$$

$$N_{x_3} = -R_B = -34,25kN;$$

Konsol bólimi ushın IV—IV kesim beremiz.
IV—IV kesimniń ózgeriw shegarası:



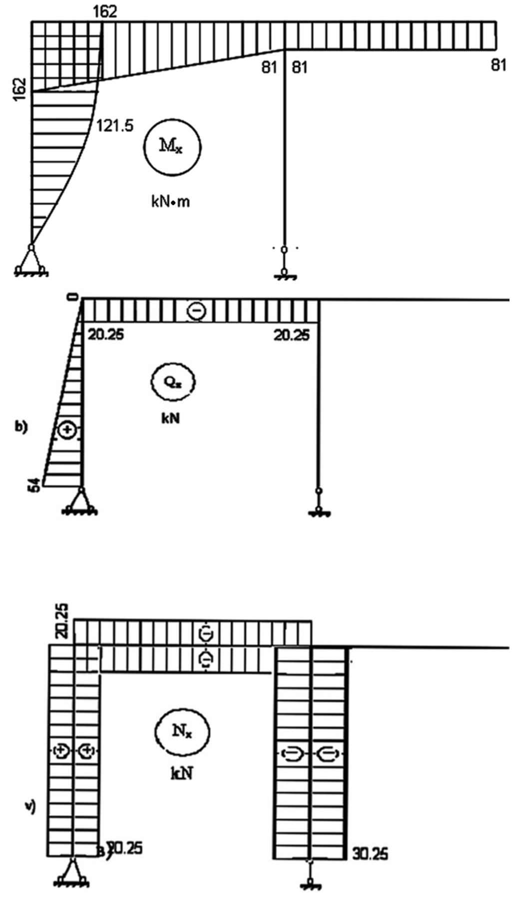
$$0 \le x_2 \le l/2 = 2m$$

$$M_{x_4} = 81kN;$$

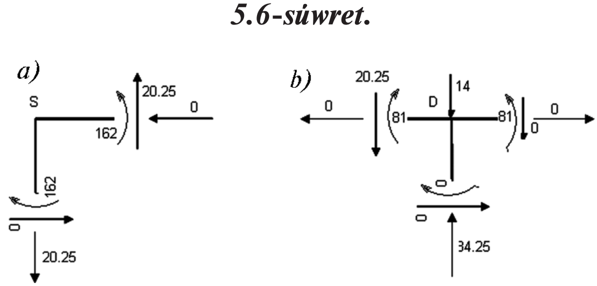
$$Q_{x_4} = 0; \qquad N_{x_4} = 0;$$

4) *Ishki kúshler epyuraların qurıw.* Joqarıda anıqlanǵan ishki zorıǵıwlardıń mánisine tiykarlanıp epyuraların quramız. Bul epyuralar 5.6-súwret, *a*, *b*, *v* larda kórsetilgen:

5) *Epyuralardıń durıs qurılǵanlıǵın tekseriw.* M_x, Q_x, N_x, epyuralarınıń durıs qurılǵanlıǵın tekseriw ushın rama túyinleriniń teńsalmaqlılıǵın tekserip kóremiz. Dáslep, *C* túyinin kesip alıp, túyinge taslap jiberilgen bólimi ushın ishki kúshleriniń tásirin qoyamız (5.7-súwret, *a*) hám túyinniń teńsalmaqlıǵın tekseremiz:



5.6-súwret.



5.7-súwret.

$$\sum X = 0; \quad Q_{ac} - N_{cd} = 0 - 0 = 0;$$
$$\sum Y = 0; \quad Q_{cd} - N_{ca} = 20{,}25 - 20{,}25 = 0;$$
$$\sum M_s = 0; \quad M_{dc} - M_{ac} = 162 - 162 = 0;$$

Teńsalmaqlıq shártleri orınlanǵanlıǵınan *AC*, hám *CD* sterjenlerdegi epyuralar durıs qurılǵan. Teńsalmaqlılıq shárti orınlandı.

Demek, *C* túyini teńsalmaqlılıqta ekenligi *AC* hám *CD* sterjenlerindegi epyuralar durıs qurılǵanlıǵın kórsetedi.

D túyininiń teńsalmaqlılıǵın tekseremiz. Bunıń ushın *D* túyinin berilgen ramadan ajıratamız hám ramanıń kesip taslanǵan bóliminiń ishki zorıǵıwlarınıń tásirlerin qoyamız (5.7-súwret, *b*) hám de túyinniń teńsalmaqlılıǵın tekseremiz:

$$\sum X = 0; \quad Q_{ac} - N_{cd} = 0 - 0 = 0;$$
$$\sum Y = 0; \quad Q_{cd} - N_{ca} = 20{,}25 - 20{,}25 = 0;$$
$$\sum M_s = 0; \quad M_{dc} - M_{ac} = 162 - 162 = 0;$$

Teńsalmaqlıq shártleri orınlanǵanlıǵınan *CD*, *BD* hám *DK* sterjenlerdegi epyuralar durıs qurılǵan ekenligi kelip shıǵadı.

Ramanıń barlıq sterjenlerindegi ishki kúshler epyuraları durıs qurılǵan.

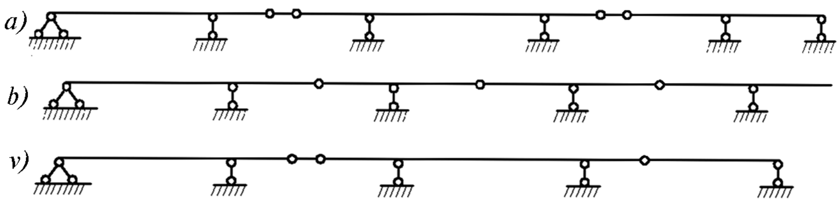
Tekseriw ushın sorawlar

1. Statikalıq anıq sistemalar dep qanday sistemaǵa aytıladı?
2. Statikalıq anıq sistemalardı esaplaw qaysı usıllar járdeminde anıqlanadı?
3. Kesimler usılın túsindirip beriń.
4. Balkanıń kesiminde payda bolıwshı jup kúsh ne dep ataladı?
5. Ramalarda sırtqı júkler tásirinen iyiwshi momentti anıqlaw.
6. Ramalarda sırtqı júkler tásirinen kese kúshti anıqlaw.
7. Ramalarda sırtqı júkler tásirinen boylama kúshti anıqlaw.
8. Ramalarda ishki kúshler epyuraların qurıwda qanday qaǵıydalarǵa súyenedi?

VI BAP. KÓP ARALÍQLÍ STATIKALÍQ ANÍQ BALKALAR

6.1. Ulıwma maǵlıwmatlar

Kóp aralıqlı statikalıq anıq balkalar bir aralıqlı konsollı balkalardı sharnirler menen biriktiriw jolı menen payda etiledi (6.1-súwret).



6.1-súwret.

Kóp aralıqlı sharnirli balkalar aralıqlardı jabıwda qollanıladı. Bunday aralıqlardı jabıwda izbe-iz jaylasqan bir aralıqlı balkalardan paydalanılsa bolmayma degen soraw tuwıladı. Durıs, teoriyalıq hám ámeliy jaqtan paydalansa boladı, biraq ekonomikalıq jaǵınan qaraǵanda maqsetke muwapıq emes. Sebebi bir qıylı júk tásirinde bir aralıqlı balkalarda kóp aralıqlı balkalarǵa salıstırǵanda kóbirek kernew payda boladı, demek kóbirek material jumsalaldı. Kóp aralıqlı sharnirli balkalarda statikalıq anıq emesligi sebepli temperaturanıń ózgeriwi yamasa tayanıshlardıń shógiwi nátiyjesinde qosımsha kernewler payda bolmaydı. Bul onıń abzallıq tárepi bolıp esaplanadı.

Kóp aralıqlı balkalarda sharnirler bolmasa, sistema statikalıq anıq emes úziliksiz balkalarǵa aylanıp qaladı. Olardı bir-birinen ajıratıp turatuǵın element sharnirler.

Kóp aralıqlı balkanı statikalıq anıq sistemaǵa aylandırıp beretuǵın element bul sharnir. Demek, sharnirler sanın sonday etip anıqlaw kerek, payda bolǵan sistema statikalıq anıq, geometriyalıq ózgermes bolsın. Tómendegi formula járdeminde anıqlanǵan sharnirler sanı bul talaplardı qanaatlandıradı.

$$Sh = S_t - 3 \qquad (6.1)$$

S_t — tayanısh sterjenler sanı, 3 — statika teńlemeleri sanı.

Sharnirlerdi durıs jaylastırıwdıń úsh túri bar:

a) sharnirlerdi ekinshi aralıqtan baslap aralıq asa jup etip jaylastırıw (6.1-súwret, *a*);

b) sharnirlerdi ekinshi aralıqtan baslap jeke tártipte jaylastırıw (6.1-súwret, *b*);

v) joqarıdaǵı eki usılǵa tiykarlanǵan aralas usıl (6.1-súwret, *v*);

Jup sharnirler ekinshi aralıqtan baslap aralıq asa qoyıladı. Jeke sharnirler qandayda bir aralıqtan basqa hárbir aralıqqa birewden qoyıp shıǵıladı. Jup sharnirdiń eki tárepi sharnirsiz aralıq bolıwı tiyis, keri jaǵdayda sistema geometriyalıq ózgeriwsheń bolıp qaladı.

6.2. Kóp aralıqlı statikalıq anıq balkalarda tásir sızıqları

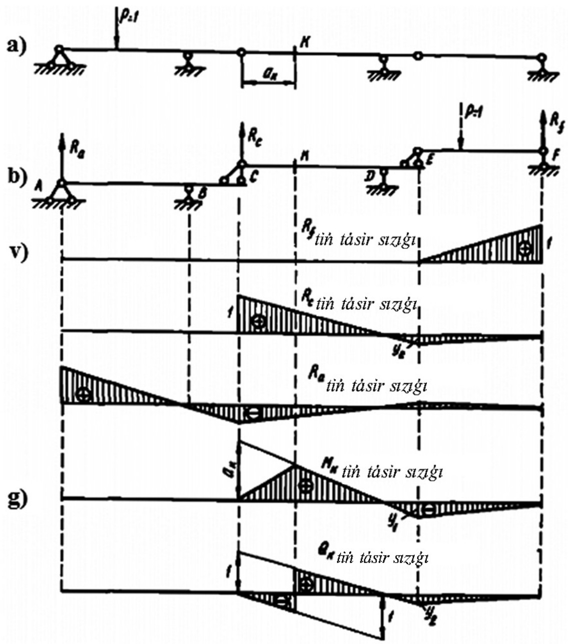
Kóp aralıqlı balkalardıń tásir sızıqların sızıw balkanıń qabatlar sxemasın dúziwden baslanadı (6.2-súwret *a, b*). Tásir sızıqların qurıwda balkaǵa tek qozǵalıwshı birlik kúsh *R*=1 tásir etedi dep qabıl etiledi. Grafikti sızıw waqtında turaqlı júkler tásiri esapqa alınbaytuǵınlıǵın esletip ótemiz. Tásir sızıqları sızıp bolınǵannan keyin ishki kúshler shamasın anıqlaw dáwirinde balkaǵa qoyılǵan turaqlı júklerde qatnasadı.

Aspa balkalarda ishki kúsh olarǵa júk qoyılǵanda ǵana payda boladı. Tiykarǵı balkalarǵa qoyılǵan júk aspa balkalarda ishki kúshlerdi oyatpaydı.

Tiykarǵı balkalarda bolsa aspa balkalarǵa qoyılǵan kúshlerden de kernew oyanadı. Usı qaǵıyda tiykarında kóp aralıqlı balkanıń tásir sızıqların quramız.

Aspa balkaǵa tiyisli R_s tayanısh reakciyasınıń tásir sızıǵınıń ápiwayı balkalardikinen ayırması joq (6.2-súwret, *v*).

R_c — reakciyasınıń tásir sızıǵın qurıwda *CD* konsolli balkanıń ózi berilgen (oǵan tutasqan *AB* hám *E* balkaları



6.2-súwret

joq) dep qıyal etemiz hám usı balkanıń ózi ushın tásir sızığın quramız. Qozǵalıwshı birlik kúshi R=1 S tochkaǵa kelgende, R_c reakciyanıń shaması birge teń boladı (R_c=1). Kúsh E tochkasına kelgende $R_c = Y_c$ boladı. Endi birlik kúsh AB hám E balkaları boylap háreket etkende, R_c reakciyasınıń qanday dárejede ózgeriwin kórip ótemiz. Kúsh AB balkasında júrgeninde R_c ke tásir etpeydi, yaǵnıy $R_c = 0$ boladı. Kúsh E balkasında júrgeninde R_c ke tásir etedi. Kúsh E tochkasında bolǵanda R_c tiń shaması Y_s ke teń ekenligin bilemiz. Birlik kúsh F tayanıshqa jaqınlaǵan sayın onıń R_c ke bolǵan tásiri kemeyip baradı. $R = 1$ kúshi F tochkasına kelgende $R_c = 0$ boladı, sebebi kúshtiń tásirin F tayanıshı tolıq ózine qabıl etip aladı. Sonıń ushın Y_c ordinatası F tayanıshı astındaǵı nol tochka menen tutastırıladı (6.2, *v*-súwret).

R_a reakciyasınıń tásir sızıǵı *AB* balkasınan baslanadı. Tásir sızıǵınıń dáslepki bólegin ápiwayı balka tásir sızıǵınday etip quramız. Aspa balkalardıń tómengi bólegi bolsa joqarıdaǵıday etip túsindiriw jolı menen qurıladı (6.2-súwret, *v*).

Endi iyiwshi moment hám kesiwshi kúshlerdiń tásir sızıqların quramız. Balkanıń «*K*» kesimi ushın M_k hám Q_k nıń tásir sızıqların qurıw talap etiledi (6.2-súwret, *a*).

«*K*» kesimi *CD* balkasına tiyisli. *CD* balkası *AV* ǵa salıstırǵanda ekinshi dárejeli, *EF* ke salıstırǵanda tiykarǵı balka esaplanadı. $R=1$ kúshi *AB* balkası boylap qozǵalǵanda «*K*» kesiminde *M* de *Q* da payda bolmaydı. Konsollı *CD* balkası ushın tásir sızıqları ápiwayı balka sıyaqlı qurıladı. Kúsh *EF* balkasında qozǵalsa, *CD* balkasınıń «*K*» kesimindegi ishki kúshlerge tásir etedi. Kúsh *E* tochkasında turǵanda $Q_k=Y_2$, $M_k=Y_1$ boladı. Kúsh *F* tochkasında turǵanda, $M_k=0$; $Q_k=0$ boladı. Payda bolǵan grafik M_k hám Q_k nıń tásir sızıqları dep ataladı (6.2-súwret, *g*).

6.3. Kóp aralıqlı statikalıq anıq sharnirli balkalardı esaplaw

Kóp aralıqlı statikalıq anıq sharnirli balkalardı qozǵalmas sırtqı júkler tásirine tómendegi tártipte esaplanadı.

1. Kóp aralıqlı statikalıq anıq balkadaǵı sharnirler sanı ($Sh=S_t-3$, bunda S_t — tayanısh sterjenler sanı) formula járdeminde tekseriledi hám olardıń jaylasıwınıń kinematikalıq sxeması sızıladı.
2. Balka bólekleriniń óz ara baylanısı, qabatlar sxeması dúzilip tiykarǵı, járdemshi aspa balkalar belgilep alınadı.
3. Esaplaw, tayanısh reakciyaların anıqlaw, iyiwshi moment hám kese kúsh epyuraların qurıw aspa balkadan baslanadı.
4. Tiykarǵı hám járdemshi balkalar ushın iyiwshi-moment hám kese kúsh epyuraların sızǵanda oǵan qoyılǵan sırtqı júkler qatarında, onıń ushlarına tayanǵan aspa balkalardıń tayanısh reakciyaları keri baǵdarda esapqa alınadı.

5. Tiykarǵı, járdemshi hám aspa balkalardıń iyiwshi moment hám kese kúsh epyuraları sızılǵannan soń olar bir koordinatalar sistemasına keltirilip kóp aralıqlı balka ushın ulıwma iyiwshi moment hám kese kúsh epyuraları qurıladı hám tekseriledi.

6.1-mısal. *6.3-súwrette, a kórsetilgen qozǵalmas sırtqı júkler tásirindegi kóp aralıqlı sharnirli balka ushın iyiwshi moment hám kese kúsh epyuraları qurılsın.*

Sheshiliwi: 1) 6.3-súwrette *a* berilgen balkanı kinematikalıq analizlew.

Tómendegi formula járdeminde balkadaǵı sharnirler sanın anıqlaymız.

$$Sh = S_t - 3 = 6 - 3 = 3$$

Kóp aralıqlı balkada 3 dana sharnir bolıp, olar sharnirlerdi jaylastırıw qaǵıydasına muwapıq qoyılǵan. Demek, kóp aralıqlı sharnirli balka geometriyalıq ózgermes bolıp, statikalıq anıq eken.

2) Balka elementleriniń óz ara baylanısı qabatlar sxeması 6.3-súwrettegi *b* da kórsetilgen bolıp, onda tiykarǵı, járdemshi hám aspa balkalar belgilep kórsetilgen.

3) Joqarıda kórsetip ótkenimizdey esaplaw aspa Sh_1 Sh_2 balkadan baslanadı. Dáslep balkanıń tayanısh reakciyaların anıqlaymız (6.3-súwret, *v*):

$$\sum M_{sh1} = -R_{sh2} \cdot 3 + q \cdot 3 \cdot 1.5 = 0, \quad \text{bunda} \quad R_{sh2} = \frac{q \cdot 3 \cdot 1.5}{3} = 3kN.$$

$$\sum M_{ыр2} = R_{sh1} \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1.5 = 0, \quad \text{bunda} \quad R_{sh1} = \frac{q \cdot 3 \cdot 1.5}{3} = -3kN.$$

Tekseriw:

$$\sum Y = R_{sh1} + R_{sh2} - q \cdot 3 = 3 + 3 - 2 \cdot 3 = 0$$

Demek, tayanısh reakciyaları durıs anıqlanǵan. Ápiwayı kesimler usılınan paydalanıp, M_x, Q_x zorıǵıwlar ushın teńlemeler dúzemiz:

$$M_{x1} = R_{sh1} \cdot x_1 - q\frac{x_1^2}{2} = 3 \cdot x_1 - 2\frac{x_1^2}{2};$$

$$Q_{x1} = R_{sh1} - q \cdot x_1 = 3 - 2 \cdot x_1;$$

$0 \le x_1 \le 3m$ aralıǵında ózgeredi.

Eger, $x_1 = 0$ bolsa $M_{x1} = 0;$ $Q_{x1} = 3 - 2 \cdot 0 = 3kN;$

$x_1 = 1.5$ bolsa $M_{x1} = 3 \cdot 1.5 - \frac{2}{2} \cdot 1.5^2 = 2.25kNm;$

$$Q_{x1} = 3 - 2 \cdot 1.5 = 0; \quad Q_{x1} = 0;$$

$x_1 = 3m$ bolsa $M_{x1} = 0;$ $Q_{x1} = 3 - 2 \cdot 3 = -3kN;$

Bul ordinatalar tiykarında M_x hám Q_x epyuraları sızıladı. Iyiwshi moment epyurası parabola nızamı menen ózgeredi (6.3, *v*-súwret).

4) *Járdemshi Sh_3E balkasın esaplaw.* Balkanıń tayanısh reakciyaların anıqlaymız (6.3-súwret, *g*):

$$\sum M_{sh3} = -R_E \cdot 6 + P_2 \cdot (3 + 6) + q \cdot 6 \cdot 3 = 0 \quad \text{bunnan} \quad R_E = \frac{8 \cdot 9 + 4 \cdot 6 \cdot 3}{6} = 24kN;$$

$$\sum M_E = R_{sh3} \cdot 6 + P_2 \cdot 3 - q \cdot 6 \cdot 3 = 0 \quad \text{bunnan} \quad R_{sh3} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 3 - 8 \cdot 3}{6} = 8kN.$$

Tekseriw:

$$R_{sh3} + R_E - q \cdot 6 - P_2 = 8 + 24 - 4 \cdot 6 - 8 = 0$$

Balkanı aralıqlarǵa bólip, M_x hám Q_x ushın teńlemeler dúzemiz

1-aralıq $0 \le x_1 \le 6m$

$$M_{x1} = R_{sh3} \cdot x_1 - q\frac{x_1^2}{2} = 8 \cdot x_1 - \frac{4}{2}x_1^2$$

$$Q_{x1} = R_{sh3} - q \cdot x_1 = 8 - 4x_1$$

Eger, $x_1 = 0$ bolsa $M_{x1} = 0;$ $Q_{x1} = 8 - 4 \cdot 0 = 8kN;$

$x_1 = 3$ bolsa $M_{x1} = 8 \cdot 3 - 4 \cdot \frac{3^2}{2} = 6kNm$

$x_1 = 6m$ bolsa $M_{x1} = 8 \cdot 6_1 - 4 \cdot \frac{6^2}{2} = -24kNm$;

$$Q_{x1} = 8 - 4 \cdot 6 = -16kN;$$

2-aralıq

$$M_x = -P \cdot x$$

$$Q_{x1} = P = 8kN$$

$x_1 = 0$ bolsa $M_x = 0$:

$x_1 = 3m$ $\quad M_x = -8 \cdot 3 = -24kN$

Iyiwshi moment teńlemesi ekinshi tártipli bolǵanlıǵı sebepli, onıń epyurası parabola nızamı menen ózgeredi. Maksimal iyiwshi momentlerdiń mánisin anıqlaw ushın iyiwshi moment teńlemesinen x boyınsha bir márte tuwındı alamız, yamasa kese kúsh teńlemesin nolge teńleymiz, Juravskiy teoremasına muwapıq

$$Qx_1 = \frac{dM_x}{dx}.$$

$$x_1 = \frac{R_{sh3}}{q}, \text{ bunnan } x_1 = \frac{8}{4} = 2m.$$

Demek, maksimal iyiwshi momenttiń mánisi balkanıń shep tayanıshında 2 m aralıqtaǵı kesimde júzege keledi hám onıń mánisi tómendegishe anıqlanadı:

$$M_{\max} = R_{sh3} \cdot x_1 - q\frac{x_1^2}{2} = 8 \cdot 2 - 4\frac{2^2}{2} = 8kNm.$$

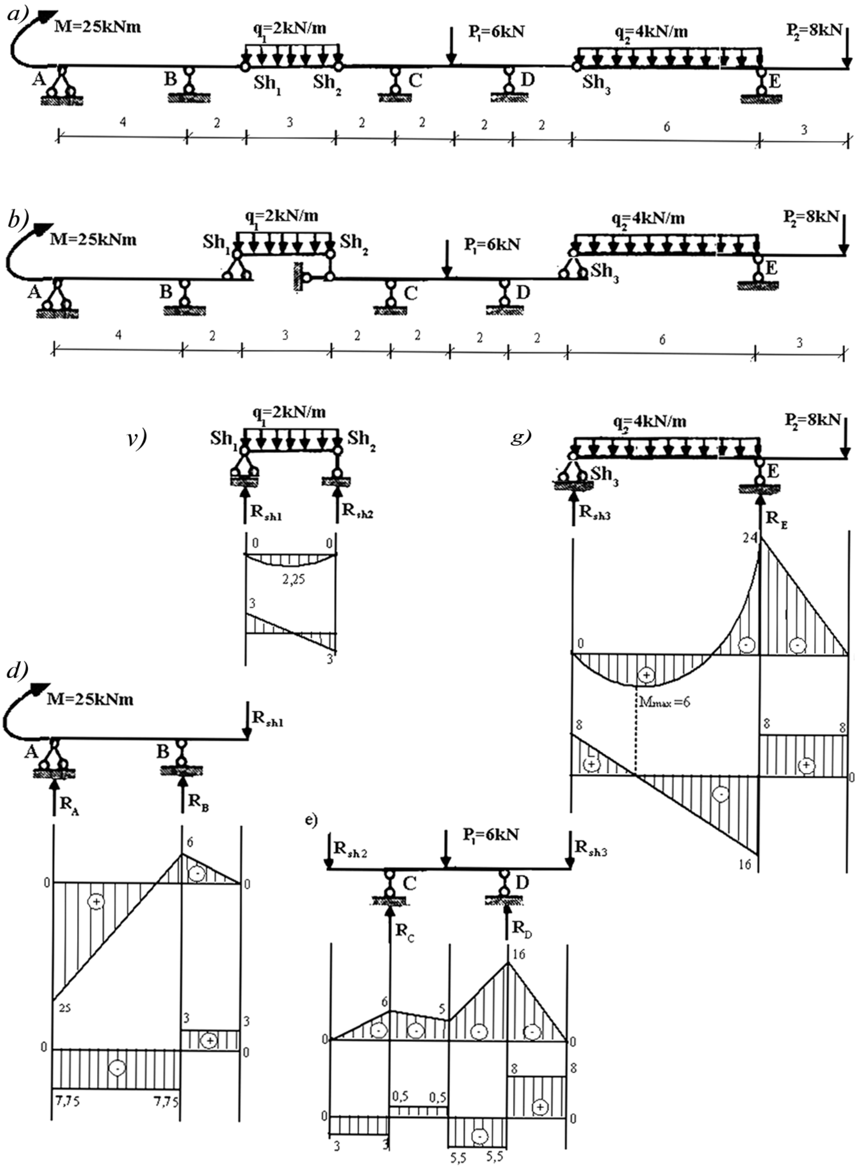
2-aralıq $0 \le x_1 \le 3m$:

$$M_{x2} = -R_{sh2} \cdot x_2 = -8 \cdot x_2 \quad Q_{x1} = P_2 = 8kNm;$$

Eger, $x_2 = 0$ bolsa $M_{x2} = 0$; $x_2 = 3m$ bolsa $M_{x2} = -8 \cdot 3 = -24kNm.$

Toplanǵan mánisler tiykarında M_x hám Q_x epyuraların sızamız (6.3, *g*-súwret).

5) *Tiykarǵı ABSh$_1$ balkanı esaplaw.* Bul balka Sh_1 sharnirine tayanǵan Sh_1Sh_2 aspa balkanıń tásirin RSh_1 reakciya kúshi keri baǵıtta qoyılıp, RA hám RV tayanısh reakciyaların anıqlaymız M_x hám Q_x epyuraların sızamız (6.3, *d*-súwret).


a)
M=25kNm
q1=2kN/m
P1=6kN
q2=4kN/m
P2=8kN
A
B
Sh1
Sh2
C
D
Sh3
E
4
2
3
2
2
2
2
6
3
b)
v)
g)
d)
e)
Rsh1
Rsh2
Rsh3
RE
RA
RB
RC
RD
Mmax=6

6.3-súwret.

$$\sum M_A = -R_{sh1} \cdot 6 + M - R_v \cdot 4 = 0, \text{ bunnan } R_v = \frac{M + R_{sh1} \cdot 6}{4} = 10,75 \ kN$$

$$\sum M_A = R_{sh1} \cdot 2 + M + R_A \cdot 4 = 0 \text{ bunnan } R_A = \frac{-M - R_{sh1} \cdot 2}{4} = -7,75 \ kN$$

Tekseriw:

$$\sum Y = R_v + R_A - R_{sh1} = 10,75 - 7,75 - 3 = 0$$

Birinshi aralıq ($0 \le x_1 \le 2$ m) ushın M_x hám Q_x ushın teńlemeler dúzip, olardıń ordinataların anıqlaymız:

$$M_{x1} = M - R_A \cdot x_1;$$

$$-Q_{x1} - R_A = 0; \quad Q_{x1} = R_A.$$

Eger, $x_1 = 0$ bolsa $M_{x1} = 25 + (-7.75) \cdot 4 = -6 \ kNm \quad M_{x1} = 25$

$x_1 = 4m$ bolsa $M_{x1} = -6$

2-aralıq $0 \le x_2 \le 2m$

$$M = -R_{sh1} \cdot x_2$$

$$Q = R_{sh1} = 3 \ kN$$

$$x = 0 \quad M = 0$$

$$x = 2 \quad M = -6 \ kNm$$

Anıqlanǵan shamalar tiykarında M_x hám Q_x epyuraların sızamız (6.3, *d*-súwret).

6) *Tiykarǵı Sh_2CDSh_3 balkanı esaplaw.* Balka Sh_2 sharnirine tayanǵan Sh_1Sh_2 aspa balkalarınıń tásirin RSh_2 reakciyası arqalı hám Sh_3 sharnirine tayanǵan Sh_3E járdemshi balkanıń tásirin RSh_3 reakciyası menen keri baǵıtta almastırıp, dáslep RD hám Rc tayanısh reakciyaların anıqlaymız.

$$\sum M_s = -R_D \cdot 4 + R_{sh3} \cdot 6 + P \cdot 2 - R_{sh2} \cdot 2 = 0$$

bunnan $R_D = \dfrac{P \cdot 2 - R_{sh2} \cdot 2 + R_{sh3} \cdot 6}{4} = \dfrac{6 \cdot 2 + 8 \cdot 6 - 3 \cdot 2}{4} = 13{,}5 \ kN.$

$$\sum M_D = R_s \cdot 4 + R_{sh3} \cdot 2 + M - P \cdot 2 - R_{sh2} \cdot 6 = 0,$$

bunnan $R_s = \dfrac{3 \cdot 6 + 6 \cdot 2 - 8 \cdot 2}{4} = 3{,}5 kN \ \ R_s = 3{,}5 \ kN.$

Tekseriw:

$$\sum Y_i = R_s + R_D - R_{Sh2} - R_{sh3} - P_1 = 3.5 + 6 - 3 - 8 - 6 = 0$$

Balkanı aralıqlarǵa bólip, M_x hám Q_x ushın teńlemeler dúzemiz (6.3, *e*-súwret).

Birinshi aralıq: $0 \le x_1 \le 2m.$

$$M_{x1} = -R_{sh2} \cdot x_1 = -3 \cdot x_1; \quad Q_{x1} = -R_{sh2} = -3 \, kN.$$

Eger $x_1 = 0$ bolsa $M_{x1} = 0;$

$x_1 = 2m$ bolsa $M_{x1} = -3 \cdot 2 = 6 \ kNm;$

Ekinshi aralıq: $0 \le x_2 \le 2m$

$$M_{x2} = -R_{sh2}\left(2 + x_2\right) + R_s \cdot x_2;$$

$$Q_{x2} = -R_{sh2} - R_s = -3 + 3{,}5 = 0{,}5\ kN;$$

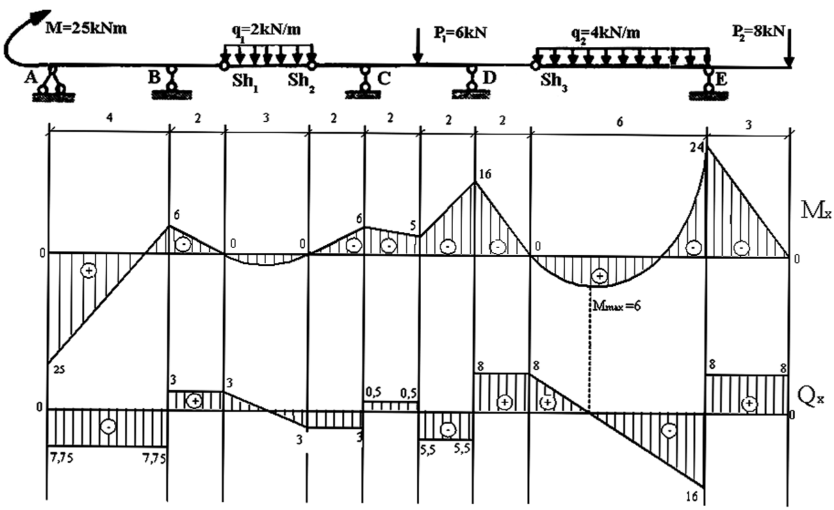
Eger $x_2 = 0$ bolsa $M_{x2} = -6\ kNm;$

$x_2 = 2m$ bolsa $M_{x1} = -3 \cdot (2+2) + 3{,}5 \cdot 2 = -5\ kNm;$

Úshinshi aralıq: $0 \le x_3 \le 2m$

$$M_{x3} = -R_{sh3} \cdot x_2; \quad Q_{x3} = R_{sh3} = 8\ kN;$$

Eger $x_3 = 0$ bolsa $M_{x3} = 0;$



6.4-súwret.

$x_3 = 2m$ bolsa $M_{x3} = -8 \cdot 2 = -16 \ kNm;$

Tórtinshi aralıq: $0 \le x_4 \le 2m$

$$M_{x4} = -R_{sh2}\left(4 + x_4\right) + R_s\left(2 + x_2\right) - P_1 \cdot x_4;$$

$$Q_{x4} = -R_{sh2} + R_s - P_s = -3 + 3{,}5 - 6 = -5{,}5 \ kN;$$

Eger $x_4 = 0$ bolsa $M_{x4} = -5 \ kNm;$

$x_4 = 2m$ bolsa $M_{x4} = -3 \cdot 6 + 3{,}5 \cdot 4 - 6 \cdot 2 = -16 \ kNm;$

Anıqlanǵan shamalar tiykarında M_x hám Q_x epyuraların sızamız (6.3, *e*-súwret).

7) Aspa, járdemshi hám tiykarǵı balkalar ushın sızılǵan M_x hám Q_x epyuraların bir koordinatalar sistemasına keltirip, kóp aralıqlı balkanıń iyiwshi moment (M) hám kese kúsh (Q) epyuraların quramız. Bul epyuralar 6.4-súwrette kórsetilgen.

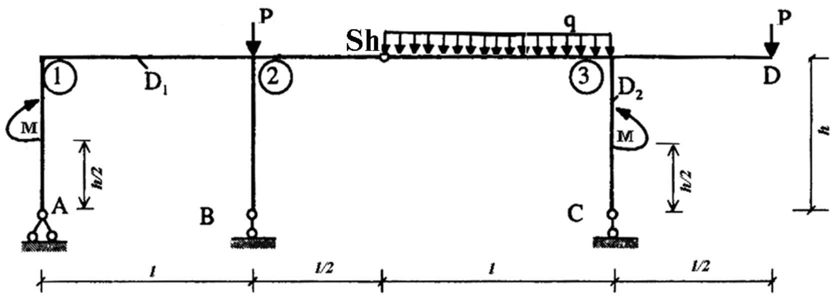
6.4. Kóp aralıqlı yamasa kóp qabatlı statikalıq anıq sharnirli ramalardı esaplaw

Kóp aralıqlı yamasa kóp qabatlı statikalıq anıq sharnirli ramalardı qozǵalmas sırtqı júkler tásirinde esaplaw, kóp aralıqlı statikalıq anıq sharnirli balkalarǵa uqsap orınlanadı.

1. Kóp aralıqlı hám kóp qabatlı statikalıq anıq sharnirli rama kinematikalıq analizlenedi.

2. Kóp aralıqlı hám kóp qabatlı statikalıq anıq sharnirli ramalardıń qabatlar sxeması dúzilip, tiykarǵı hám járdemshi ramalar belgilep alınadı.

3. Iyiwshi moment, kese hám boylama kúsh epyuraların quriw járdemshi ramadan baslanadı. Eger járdemshi ramalar



6.5-súwret

birneshshe bolsa esaplaw járdemshi ramanıń eń joqarǵı qabatındaǵısınan baslanadı.

4. Tiykarǵı ramanı esaplawda bolsa, oǵan qoyılǵan sırtqı júkler qatarında, oǵan tayanǵan járdemshi ramalardıń tayanısh reakciyaları keri baǵıtta tásir ettirilip esapqa alınadı.

5. Tiykarǵı hám járdemshi ramalar ushın iyiwshi moment, kese kúsh hám boylama kúsh epyuraları qurılǵannan keyin, olar bir koordinatalar sistemasına keltirilip, berilgen kóp aralıqlı yamasa kóp qabatlı statikalıq anıq rama ushın ulıwma iyiwshi moment, kese hám boylama kúsh epyuraları qurıladı.

6. Berilgen kóp aralıqlı yamasa kóp qabatlı statikalıq anıq rama ushın qurılǵan ulıwma iyiwshi moment, kese hám boylama kúsh epyuralarınıń durıslıǵı tekseriledi.

6.2-mısal. *6.5-súwrette kórsetilgen qozǵalmas sırtqı júkler $M=70kNm$, $P=22kN$, $q=3kN/m$, tásirindegi kóp aralıqlı $l=6m$, $h=4m$ statikalıq anıq sharnirli rama ushın iyiwshi moment, kese hám boylama kúsh epyuraları qurılsın.*

Sheshiliwi: *1) Berilgen ramanı kinematikalıq analizlew.* 6.5-súwrettegi ramada diskler sanı $D=2$, sharnirler sanı $Sh=1$, tayanısh sterjenler sanı $S_t=4$ ke teń. Tómendegi formuladan paydalanıp, berilgen ramanıń erkinlik dárejesin anıqlaymız:

$$W = 3D - 2Sh + S_t = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0$$

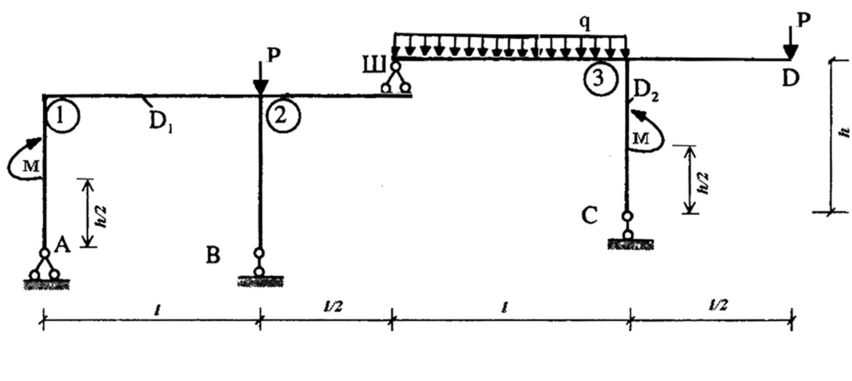
Ramanıń dúzilisin teksersek, *ABSh* ramanı qurawshı D_1 disk tiykarǵa bir-birine parallel emes hám bir tochkada kesilispeytuǵın úsh tayanısh sterjeni arqalı birlestirilgenligi sebepli geometriyalıq ózgermes bolıp tabıladı. Bul D_1 diskke *ShCD* ramanı qurawshı D_2 disk bir sharnir hám sharnir orayınan ótpegen bir tayanısh sterjeni arqalı tiykarǵa birlestirilgenligi sebepli geometriyalıq ózgermes dep esaplanadı. Demek, berilgen rama statikalıq anıq hám geometriyalıq ózgermes.

2) *Berilgen ramanıń qabatlar sxemasın qurıw.* Ramanıń qabatlı sxeması hám ondaǵı tiykarǵı hám járdemshi ramalar 6.6-súwrette kórsetilgen. *ABSh* tiykarǵı, *ShCD* járdemshi rama dep ataladı.

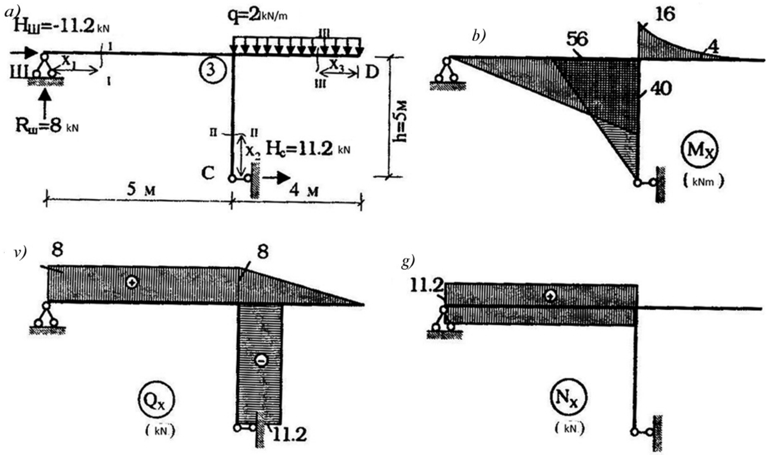
3) Járdemshi *ShCD* ramanı esaplaw. (6.7-súwret, *a*).

Dáslep, járdemshi *ShCD* ramanıń tayanısh reakciyaların anıqlaymız.

$$\sum M_{sh} = -R_c \cdot l + q\frac{l^2}{2} + P(l + \frac{l}{2}) - M = 0$$



6.6-súwret.



6.7-súwret.

$$R_c = \frac{q\dfrac{l^2}{2} + P(l + \dfrac{l}{2}) - M}{l} = \frac{3\dfrac{36}{2} + 22\cdot 9 - 70}{6} = 30.33 \ \text{kN}$$

$$\sum M_s = R_{sh}\cdot l - q\frac{l^2}{2} + P\frac{l}{2} - M = 0$$

$$R_{sh} = \frac{q\dfrac{l^2}{2} - P\dfrac{l}{2} + M}{l} = \frac{3\dfrac{36}{2} - 22\cdot 3 + 70}{6} = 9.67\ kN$$

Tekseriw:

$$\sum Y = R_{sh} + R_c - q\cdot l - P = 9.67 + 30.33 - 3\cdot 6 - 22 = 0$$

$$\sum X = H_{SH} = 0$$

Járdemshi *ShCD* rama ushın iyiwshi moment M_X, kese kúsh Q_X boylama kúsh N_X epyuraların quramız. Bunıń ushın ramanı aralıqlarǵa bólip, ramanıń sterjenlerine xarakterli kesimler berip, ózgeriw shegarasın anıqlaymız. Abcissalar kósherin sterjenler kósheri boylap baǵdarlaymız. Kesimlerdegi ishki zorıǵıwlardı esaplaymız.

Sh-3 aralıǵı ushın I—I kesim beremiz. I—I kesim ushın ózgeriw oblastı:

$$0 \le x_1 \le 6 \ m.$$

$$M_{x1} = Rsh \cdot x_1 = 9.67 x_1;$$

$$Q_{x1} = R_{Sh} = 8 \ kN;$$

$$N_{x1} = - \ N_{Sh1} = 11,2 \ kN;$$

$$\text{Eger } x_1 = 0 \ \text{ bolsa, } M_{x1} = 0;$$

$$x_1 = 5 \ m \text{ bolsa, } M_{x1} = 40 \ kNm.$$

Sh-3 aralıǵındaǵı ishki zorıǵıwlardı anıqlaw ushın II—II kesim beremiz. II—II kesimi ushın ózgeriw oblastı: $0 \le x_2 \le 5 \ m.$

$$M_{x2} = N_S \cdot x_2;$$

$$Q_{x2} = - \ N_S = - \ 11,2 \ \text{kN};$$

$$N_{x2} = 0;$$

$$\text{Eger } x_2 = 0 \text{ bolsa, } Mx_2 = 0;$$

$$x_2 = 5 \ m \text{ bolsa, } M_{x2} = 56 \ kNm.$$

D-3 aralıǵındaǵı ishki zorıǵıwlardı anıqlaw ushın III—III kesim beremiz. III—III kesimi ushın ózgeriw shegarası: $0 \le x_3 \le 4 \ m.$

$$M_{x3} = - \ q \frac{\acute{o}_3^2}{2} = - \acute{o}_3^2;$$

$$Q_{x3} = qx_3 = 2x_3;$$

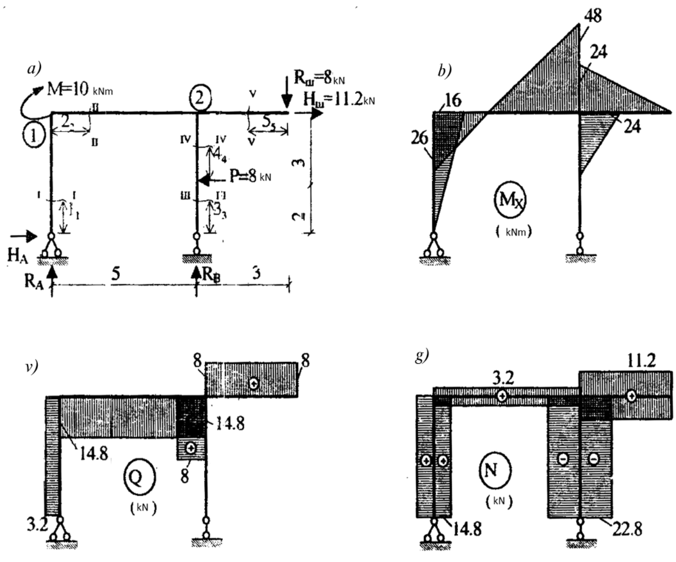
$$N_{x3} = 0;$$

Eger $x_3 = 0$ bolsa, $M_{x3} = 0;$ $Q_{x3} = 0;$
$x_3 = 2\ m$ bolsa, $M_{x3} = -\ 4\ kNm;$ $Q_{x3} = 4\ kN;$
$x_3 = 4\ m$ bolsa, $M_{x3} = -\ 16\ kNm;$ $Q_{x3} = 8\ kN;$

Bul sterjenge iyiwshi moment teńlemesi ekinshi tártipli bolǵanlıǵı sebepli, onıń epyurası kvadrat parabola kórinisinde boladı.

Anıqlanǵan ishki zorıǵıwlar mánisleri tiykarında M_X, Q_X hám N_X epyuraların quramız.

4) *Tiykarǵı ABSh ramanı esaplaw.* Tiykarǵı ramanıń *Sh* sharnirine tayanǵan *ShCD* járdemshi rama tásirin *RSh* hám *NSh* reakciyalar arqalı almastıramız. Bul jerde reakciyalar teris baǵıtqa ózgertiledi. (6.8-súwret, *a*). *ABSh* ramasınıń tayanısh reakciyaların anıqlaymız.



6.8-súwret

$$\sum X=0; \quad N_A-R+NSh=0;$$

bunda $N_A=-\ 3{,}2\ kN.$

$$\sum M_A=0;\ R_V-5+N_{Sh}\cdot 5+R_{Sh}\cdot 8+M-R\cdot 2=0;$$

bunda $R_B=\dfrac{56+64+10-16}{5}=22{,}8\ kN.$

$$\sum M_B=0;\ R_A\cdot 5+M+R_{SH}\cdot 3+N_{SH}\cdot 5-R\cdot 2=0;$$

bunda $R_A=\dfrac{-10-24-56+16}{5}=-14{,}8\ kN.$

Tekseriw:

$$\sum Y=R_A+R_B-R_{Sh}=-\ 14{,}8+22{,}8-8=0;$$

Tiykarǵı rama M_X, Q_X hám N_X epyuraların qurıw ushın aralıqlarǵa bólip, rama sterjenlerine xarakterli kesimler berip, kesimlerdiń ózgeriw oblastın anıqlaymız.

A–1 aralıǵı ushın I—I kesim beremiz. I—I kesim ushın ózgeriw shegarası:

$$0\le x_1\le 5\ m.$$

$$M_{x1}=N_A\cdot x_1=-\ 3{,}2_{x1};$$

$$Q_{x1}=-\ N_A=3{,}2\ kN;$$

$$N_{x1}=-\ R_A=-\ 14{,}8\ kN;$$

Eger $x_1=0$ bolsa, $M_{x1}=0;$

$x_1=5\ m$ bolsa, $M_{x1}=-\ 16\ kNm.$

1—2 aralıǵındaǵı ishki zorıǵıwlardı anıqlaw ushın II—II kesim beremiz. II—II kesimi ushın ózgeriw shegarası: $0\le x_2\le 5\ m.$

$$Mx_2 = R_A \cdot x_2 - N_A \cdot 5 + M = -14{,}8x_2 + 16 + 10 = 26 - 14{,}8x_2;$$

$$Q_{x2} = R_A = -14{,}8\ kN;$$

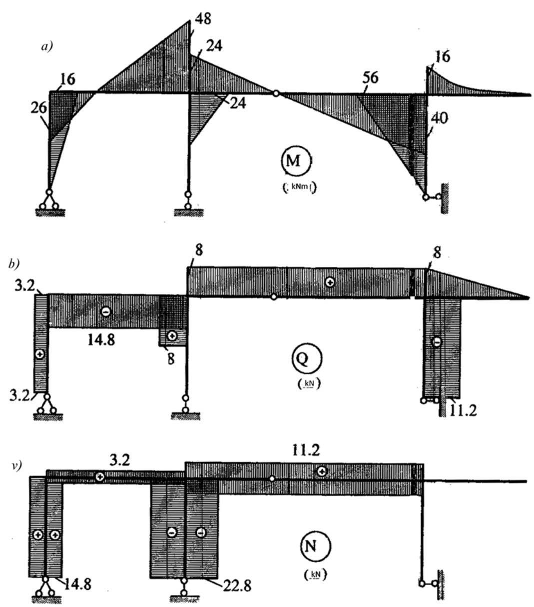
$$N_{x2} = -N_A = 3{,}2\ kN.$$

$$\text{Eger } x_2 = 0 \text{ bolsa, } M_{x2} = 26\ kNm;$$

$$x_2 = 5\ m \text{ bolsa, } M_{x2} = -48\ kNm.$$

B—2 aralıǵında *P* toplanǵan kúsh mánisi qoyılǵanlıǵı sebepli, onı eki aralıqqa ajıratıp qaraymız hám bólek-bólek kesimler beremiz. *B*—*P* aralıǵınıń ishki zorıǵıwlarınıń mánislerin anıqlaw ushın III—III kesim beremiz. III—III kesimi ushın ózgeriw shegarası: $0 \le x_3 \le 2\ m$.

$$M_{x3} = 0; \quad Q_{x3} = 0; \quad N_{x3} = -R_B = 22{,}8\ kN;$$



6.9-súwret.

P–2 aralıǵı ushın IV—IV kesim beremiz.

IV—IV kesimi ushın ózgeriw oblastı: $0 \leq x_4 \leq 3$ *m*.

$$M_{x4} = -R \cdot x_4 = -8x_4;$$

$$Q_{x4} = R = 8\ kN;$$

$$N_{x4} = -R_V = 22{,}8\ kN;$$

Eger $x_4 = 0$ bolsa, $M_{x4} = 0$; $x_4 = 3$ *m* bolsa, $M_{x4} = -24$ *kNm*.

Sh-2 aralıǵındaǵı ishki kúshlerin anıqlaw ushın V—V kesim beremiz.

V—V kesimi ushın ózgeriw shegarası: $0 \leq x_5 \leq 3$ *m*.

$$M_{x5} = -R_{Sh} \cdot x_5 = -8x_5;$$

$$Qx_5 = R_{Sh} = 8\ kN;$$

$$N_{x5} = N_{Sh} = 11{,}2\ kN.$$

$$\text{Eger } x_5 = 0 \text{ bolsa, } M_{x5} = 0;$$

$$x_5 = 3\ m \text{ bolsa, } M_{x5} = -24\ kNm.$$

Tabılǵan ishki zorıǵıwlardıń mánisleri tiykarında M_X, Q_X hám N_X epyuraların quramız (6.8-súwret, *b, v,* hám *g*).

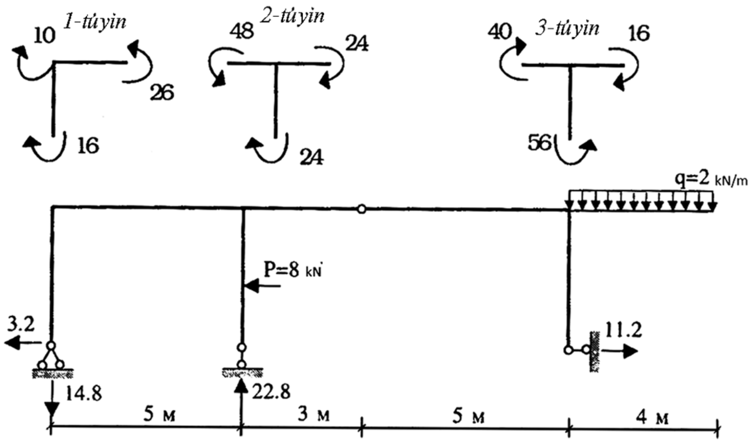
5) *Járdemshi hám tiykarǵı ramalar ushın qurılǵan* M_X, Q_X *hám* N_X *epyuraların bir koordinatalar sistemasına keltirip, kóp aralıqlı rama ushın ulıwma* M_X, Q_X *hám* N_X *epyuraların sızamız* (6.9-súwret, *a, b, v*).

6) *Berilgen kóp aralıqlı rama ushın qurılǵan* M_X, Q_X *hám* N_X *epyuralarınıń durıslıǵın tekseriw.*

Iyiwshi moment *M* epyurası durıs sızılǵanlıǵın biliw ushın rama túyinleriniń teńsalmaqlılıǵın tekseremiz.

Túyinlerde payda bolıwshı momentlerdiń óz ara teńsalmaqlılıqta bolıwı *M* epyurasınıń durıs qurılǵanlıǵın kórsetedi.

Ramanıń *Q* hám *N* epyuraları durıs esaplanǵanlıǵın anıqlaw ushın berilgen ramanıń ulıwma teńsalmaqlılıǵın tekseremiz (6.10-súwret).



6.10-súwret.

$$\sum X = 0;\ -3{,}2-8+11{,}2=0,$$

$$\sum U = 0;\ -14{,}8+22{,}8-2\cdot 4=0.$$

Demek, ramanıń *M, Q* hám *N* epyuraları durıs esaplanıp sızılǵan.

Tekseriw ushın sorawlar

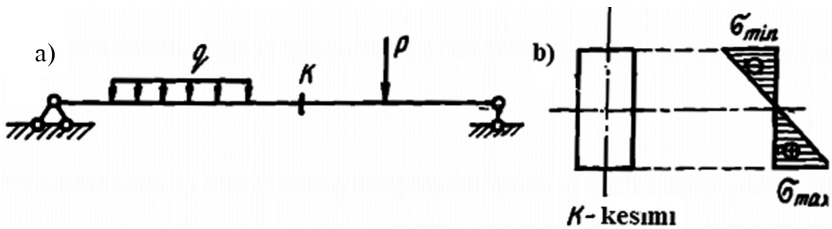
1. Rama ishki kernewleriniń epyuraların qurıwda qanday qaǵıydalardan paydalanadı?
2. Kóp aralıqlı statikalıq anıq sharnirli balkalar haqqında aytıp beriń.
3. Sharnirlerdi durıs jaylastırıwdıń úsh túrin aytıp beriń.
4. Kóp aralıqlı, kóp qabatlı statikalıq anıq sharnirli ramalardı esaplawdı túsindiriń.

VII BAP. STATIKALÍQ ANÍQ FERMALAR

7.1. Fermalar haqqında túsinik hám olardıń túrleri

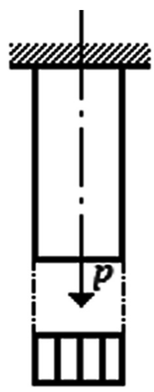
Qattı biriktirilgen túyinlerdi sharnirler menen almastırǵanda, óziniń geometriyalıq ózgermesligin saqlap qalıwshı sterjenli sistemalar fermalar dep ataladı.

Fermalar balkalardıń qolaylastırılǵan bir túri bolıp, balkalar atqaratuǵın wazıypanı orınlaydı, balkalar kishi aralıqlardı jabıwda qollanılsa, fermalar úlken aralıqlardı jabıwda qollanıladı.



7.1-súwret.

Balkadan fermaǵa ótiw, onıń islew sharayatın sxema túrinde kórsetiw arqalı, payda boladı. Málim bolǵanınday, balkalar iyiliwge isleydi.



7.2-súwret.

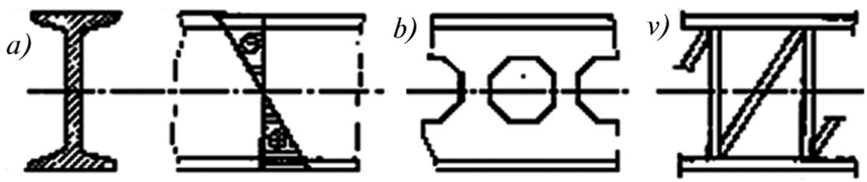
Balkanıń qálegen kesimi ushın qurılǵan normal kernewler epyurası (7.1. *b*-súwret) nan kórinip turǵanınday, balkanıń kese kesiminen tolıq paydalanılmaydı. Normal kernew neytral kósherde nol, kósherden uzaqlaǵan sayın onıń shaması artıp baradı. Eń kóp jumıstı kósherden uzaqta jaylasqan qatlamlar orınlaydı. Hátteki prokat profillerde (qostavr, shveller hám múyeshlikler) de kese kesiminiń tekte 60—70% ti jumıs isleydi.

Eger element tek sozılıw yamasa qısılıwǵa islese, onıń kese kesiminen tolıq paydalanıladı (7.2-súwret). Normal kernewler epyurasınan kórinip turǵanınday elementtiń hárbir tochkası isleydi.

Hár eki epyuranı salıstırıwdan tómendegishe juwmaqqa kelemiz. Sonday konstrukciya jaratılıw kerek, onda qollanılǵan element kese kesiminen tolıq paydalanılsın, eger múmkinshilik bolsa element tekte qısılıw hám sozılıwǵa islesin.

Bul wazıypa qısqa waqıt ishinde basqıshpa-basqısh ámelge asırıladı. Dáslep tuwrı tórt múyeshli kesim ornına qos tavr payda boldı,

(7.3, *a*-súwret) keyinirek qos tavr diywalları oyıqlar esabına jeńillestirildi (7.3. *b*-súwret) hám aqırı bul izleniwlerdiń tiykarǵı dawamı sıpatında ferma konstrukciyası jaratıldı (7.3, *v*-súwret).



7.3-súwret

Ádette sırtqı kúshler ferma túyinlerine qoyıladı, ferma sterjenleri sırtqı kúshler tásirinde tiykarınan sozılıw hám qısılıwǵa isleydi. Bul óz gezeginde ferma materialınan únemli tolıq paydalanıw imkaniyatın beredi, sebebi hárbir sterjenniń kese kesiminde payda bolatuǵın normal kernewler epyurası tuwrı tórt múyeshli túrine iye boladı.

Fermanıń barlıq sterjenleri yamasa olardıń kósherleri bir tegislikte jaylassa, tegis fermalar dep, keńislikte jaylassa keńis fermalar dep ataladı.

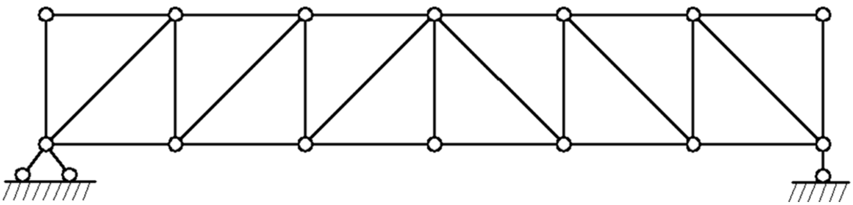
Keńis fermalar ayırım jalpaq fermalarǵa ajıratılıp esaplanadı.

Eki tayanısh arası aralıq (prolyot) dep ataladı; fermanıń sırtqı shegarasında jaylasqan sterjenler belbewler dep atalıp, olar arasında jaylasqan sterjenler ferma torların quraydı. Torlardıń tik elementleri kolonna, qıya elementleri tirek dep ataladı. Ferma túyinleri arasındaǵı gorizontal uzınlıq panel dep ataladı.

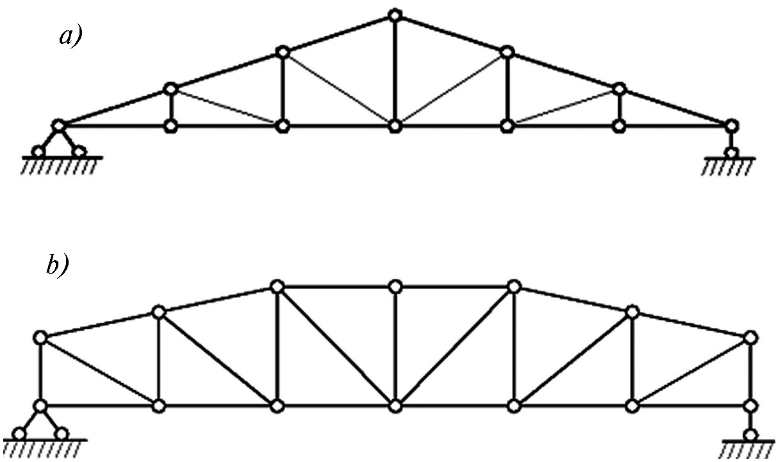
7.2. Fermalardıń túrleri

Fermalar sırtqı kórinisi, torı, tayanısh túrleri hám atqaratuǵın wazıypasına qarap birneshe túrlerge bólinedi:

a) fermanıń sırtqı konturı boyınsha parallel belbewli fermalar (7.4-súwret), úsh múyesh túrindegi fermalar 7.5 *a*,-súwret, poligonal belbewli fermalar 7.5 *b*,-súwret.

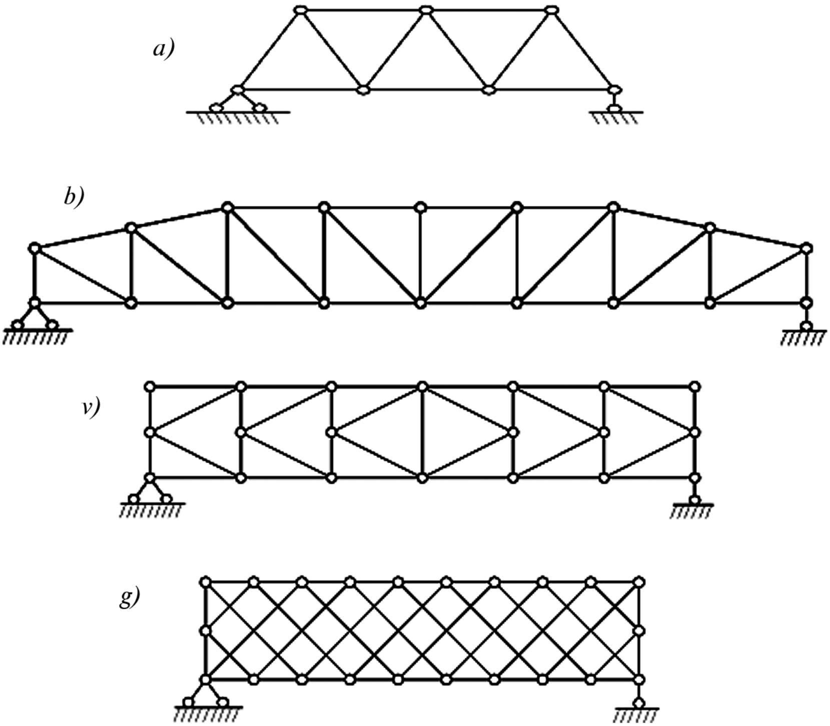


7.4-súwret.



7.5-súwret.

b) torınıń dúzilisi boyınsha úsh múyeshlik torlı fermalar (7.6-súwret, *a*), ápiwayı tirek torlı fermalar (7.6-súwret, *b*) yarım tirek torlı fermalar (7.6-súwret, *v*), kóp torlı fermalar (7.6-súwret, *g*).

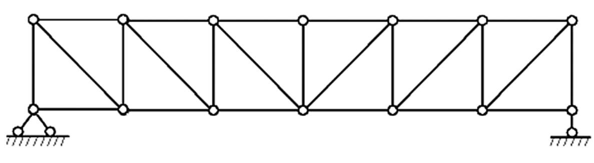


7.6-súwret

Fermalar tayanısh reakciyalarınıń baǵıtı hám olardıń jaylasıwına qarap tómendegi túrlerge bólinedi:

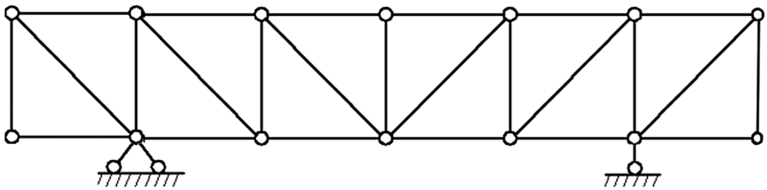
a) balka tárizli fermalar

b)

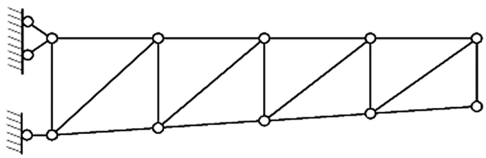


c) konsollı balka tárizli fermalar

d)



v) konsollı fermalar.



Fermalar qurılısta qollanılıwı boyınsha tómendegi túrlerge bólinedi:

- Úlken aralıqlı tamlardı bastırıwǵa arnalǵan fermalar.
- Kópir fermalar
- Kóteriwshi kran fermalar

7.3. Fermalardı analitikalıq usılda esaplaw

Statikalıq anıq fermalardı esaplaw bul hárbir sterjendegi kernewlerdi anıqlaw: Kernewlerdi anıqlawdıń analitikalıq, grafikalıq hám tásir sızıqları usılları bar.

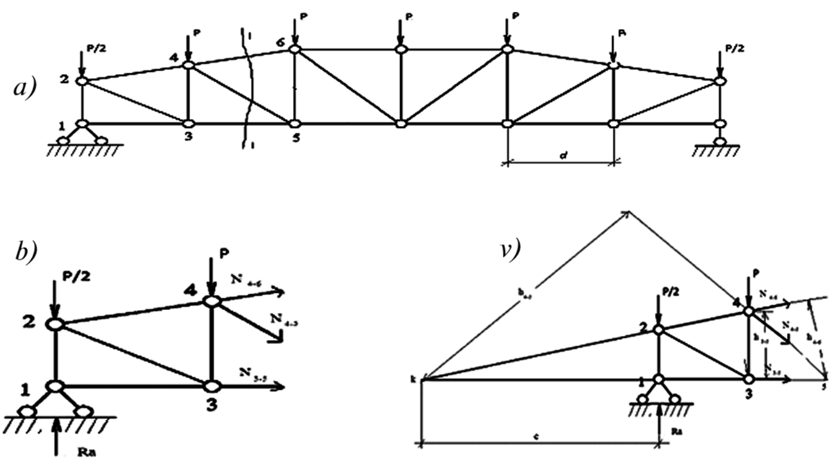
Analitikalıq usıl menen tanısıp ótemiz, bul usıldıń ózi biri-birin toltırıwshı úsh usılǵa bólinedi: moment tochkası yamasa Ritter usılı, túyin qırqıw hám proekciyalaw usılı. Usıllardıń ishinde eń qolaylısı Ritter usılı esaplanadı, biraq onnan hámme waqıtta paydalana almaymız.

Moment tochkası usılı. Fermanı esaplaw tayanısh reakciyaların anıqlawdan baslanadı. Ferma tayanısh reakciyaları ápiwayı balka reakciyaları túrinde anıqlanadı, ferma ushın statikanıń teńsalmaqlıq teńlemeleri dúziledi hám bul teńlemelerden tayanısh reakciyaları anıqlanadı hám de tekseriledi.

Sterjenlerdegi kernewlerdi anıqlaw ushın ferma qıyalıy 1-1 kesim boyınsha qırqıladı (7.7-súwret, *a*) esaplaw ushın qırqılǵan fermanıń bir tárepi ajıratılıp alınadı (7.7-súwret, *b*) hám ajıratılǵan bólek ushın statika teńsalmaqlılıq teńlemesi dúziledi.

Teńsalmaqlılıq teńlemesi quramına sırtqı kúshler hám tayanısh reakciyalarınan basqa belgisiz kernewlerde kiredi.

Moment tochkası usılında kesim sonday etip ótkeriledi, bunda kesimge kirgen sterjenlerdiń sanı úshewden artpawı hám úsh sterjen bir tochkada kesilispewi tiyis (7.7-súwret, *v*). Kesimge kirgen sterjenler jup-jup bolıp bir tochkada kesilisedi. Hárbir sterjen óz moment tochkasına iye. Kesimge kirgen sterjendegi kernewdi esaplawda anıqlanbay atırǵan eki sterjenniń kesisiw tochkası moment tochkası dep ataladı. Teńsalmaqlılıq teńlemeleri sol moment tochkalarına salıstırmalı dúziledi. Bunda bir belgisizli ápiwayı teńlemeden ishki kernew shaması anıqlanadı.



7.7-súwret

Teńleme dúzilip atırǵanda, belgisiz kernew baǵıtın fermanıń kesilgen tamanına baǵdarlanadı, yaǵnıy sterjen sozılıwshı dep qaraladı. Esap nátiyjesinde kernew oń belgide shıqsa, sterjenniń sozılıwǵa islewi tastıyıqlanadı. Teris shıqsa sterjen qısılıwǵa islep atırǵan boladı.

Ferma sterjenlerindegi kernewler tiykarınan ishki kúshler bolǵanlıǵı sebepli olardı *N* háribi menen belgileymiz hám qaysı túyinler arasındaǵı sterjen ekenligin biliw maqsetinde tómenine eki cifradan ibarat belgi qoyamız. Mısalı N_{46} tórtinshi hám altınshı túyinler arasındaǵı sterjenniń ishki kúshin kórsetedi.

Endi ishki kúshlerdi anıqlawǵa ótemiz. N_{35}, N_{45} hám N_{46} sterjenleri ishki kúshlerin anıqlaw kerek bolsa, bunıń ushın fermaǵa 1-1 kesimin ótkeriledi (7.7-súwret, *a*) fermanıń bir bólegin, kúshler kóp bolǵanı ushın oń bólegin taslap jiberemiz. Esaplaw ushın qaldırılǵan shep bólegin qaldıramız (7.7-súwret, *v*).

Fermanıń shep bólegi sırtqı kúshler (R_a; 0,5P; P) hámde ishki kúshler (N_{35}, N_{45}, N_{46}) tásirinde teńsalmaqlılıqta bolıwı tiyis. Belgisiz ishki kúshler fermanıń taslap jiberilgen oń bóleginiń tásirin ózinde saqlap qaladı.

4-túyin 3-5 sterjen ushın moment tochkası esaplanadı. Belgisiz N_{35} ti anıqlaw ushın sol tochkaǵa salıstırmalı barlıq kúshler momentleriniń algebralıq jıyındısın jazamız:

$$\sum M_4 = R_a \cdot d - \frac{P}{2} d - N_{35} \cdot h_{35} = 0$$

Bunnan $$\mathrm{N}_{35} = \frac{R_a \cdot d - 0,5P \cdot d}{h_{35}} = \frac{M_y^0}{h_{35}}$$

Bunda d hám h — iyinler; $\sum M_4$ — tórtinshi túyinge salıstırmalı ferma kesiminiń shep bóleginde jatqan kúshler momentleriniń jıyındısı.

Bul moment shaması boyınsha ápiwayı balkanıń, fermanıń moment tochkasına tuwra keletuǵın kesimdegi momentke teń boladı. Ishki kúshtiń oń belgisi 3—5 sterjenniń sozılıwshı ekenligin ańlatadı.

Endi 4—6 túyinler arasındaǵı sterjen N_{46} nı anıqlaymız. Kesimge kirgen eki sterjenniń kesilisiw tochkası (5) N_{46} ushın moment tochkası boladı. Sol tochkaǵa salıstırmalı momentler jıyındısın jazamız:

$$\sum M_5 = R_a \cdot 2d - \frac{P}{2} \cdot 2d - P \cdot d + N_{46} \cdot h_{46} = 0$$

bul jerde

$$N_{46} = \frac{2d(P - R_a)}{h_{46}} = -\frac{M_5^0}{h_{46}}$$

Ishki kúsh belgisiniń teris shıǵıwı 4—6 sterjenniń qısılıwshı ekenligin bildiredi. Ulıwma fermaǵa qoyılǵan sırtqı kúshler tómenge baǵdarlanǵan bolsa, fermanıń joqarǵı bólimi qısılıwǵa, tómengi bólimi sozılıwǵa isleydi.

Endigi náwbet N_{45} ke. Kesimge kirgen ishki kúshi esaplanbay atırǵan eki sterjen «*K*» tochkasında kesilisedi, sol tochka N_{45} ushın moment tochkası esaplanadı. Sol tochkaǵa salıstırmalı momentlerdiń jıyındısın alamız:

$$\sum M_k = -R_a \cdot c + \frac{P}{2} \cdot c + P(c + d) + N_{45} \cdot h_{45} = 0$$

bunnan, $$N_{45} = \frac{R_a \cdot c - 05R \cdot c - p(c + d)}{h_{45}} = \frac{M_k^0}{h_{45}}$$

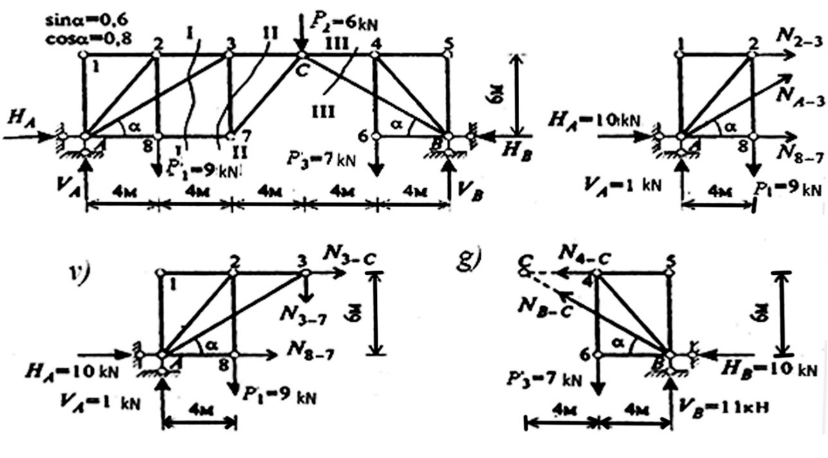
Solay etip, moment tochkası usılında qálegen sterjendegi ishki kúshler tómendegi formula tiykarında esaplanadı eken.

$$N = \frac{M}{h}$$

Bul jerde M kesilgen fermanıń bir tárepinde jatqan kúshlerdiń moment tochkasına salıstırmalı alınǵan momentler jıyındısı. h-esaplanıp atırǵan ishki kúshtiń sol tochkaǵa salıstırmalı alınǵan iyni.

Proekciyalaw usılı. Proekciyalaw usılı parallel belli fermalardı esaplawda qollanıladı. Bunda úsh sterjen arqalı, ótkerilgen kesim, fermanı eki bólimge ajıratadı, olardan biri taslap jiberiledi hám qalǵan bóliminiń teń salmaqlıǵı qaraladı. Parallel belli fermalarda tirek hám tayanıshlar ushın moment tochkaları sheksizlikte jatadı, sonıń ushın bul sterjenlerdiń kernewligi fermanıń shep yamasa oń bólimine qoyılǵan kúshlerdi ferma belbewine perpendikulyar kósherlerge proekciyalarınıń jıyındısın nolge teńew jolı menen anıqlanadı.

7.1-mısal. *7.8-súwrettegi a fermanıń* $N_{A\text{-}3}$, $N_{3\text{-}7}$ *hám* $N_{B\text{-}C}$ *sterjenleriniń ishki kúshleri anıqlansın.*



7.8-súwret

Fermanıń tayanısh reakciyaların anıqlaymız.

$$\sum M_B = 0;\ V_A \cdot 20 – 9 \cdot 16 – 6 \cdot 8 – 7 \cdot 4 = 0,\ V_A = 11\ kH;$$

$$\sum M_A = 0;\ –V_B \cdot 20 + 7 \cdot 16 + 6 \cdot 12 + 9 \cdot 4 = 0,\ V_B = 11\ kH;$$

$$\sum M_C^{shep} = 0;\ 11 \cdot 12 – 9 \cdot 8 – H_A \cdot 6 = 0,\ N_A = 10\ kH;$$

$$\sum M_C^{o\tilde{n}} = 0;\ –11 \cdot 8 + 7 \cdot 4 + H_B \cdot 6 = 0,\ H_B = 10\ kH.$$

Tekseriw:

$$\sum U = 0;\ 11 – 9 – 6 – 7 + 11 = 22 – 22 = 0.$$

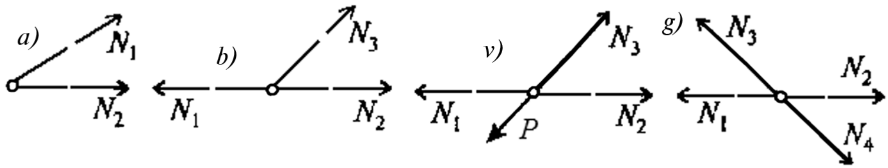
$N_{A\text{-}3}$ sterjenindegi ishki kúshti anıqlaw ushın I—I kesimin ótkeremiz (7.8, *a*-súwretke qarań), kesimniń oń tárepin taslap jiberemiz (7.8, *b*-súwret) hám shep tárepiniń teńsalmaqlılıq teńlemesin jazamız:

$$\sum Y^{shep} = 0;\ V_A - R_1 + N_{\text{A-3}} \cdot \sin\alpha = 0;\ N_{A\text{-}3} = (9\text{-}11)/0{,}6 = -3{,}333\ \text{kH}.$$

N_{3-7} sterjenin anıqlaw ushın II—II kesim ótkeremiz (7.8, *a*-súwretke qarań), oń tárepin taslap jiberemiz hám shep bólimindegi barlıq kúshlerdiń *Y* kósherine proekciyalarınıń jıyındısı kórinisindegi teńsalmaqlıq teńlemesin jazamız (7.8, *v*-súwret):

$$\sum Y^{shep} = 0;\ V_A - R_1 - N_{3-7} = 0;\ N_{3-7} = 11 - 9 = 2\ kH.$$

$N_{B\text{-}C}$ sterjenin anıqlaw ushın III—III kesimin ótkeremiz (7.8, *a*-súwretke qarań), shep bólimin taslap jiberemiz hám oń bólimindegi barlıq kúshlerdiń *Y* kósherine proekciyalarınıń jıyındısı kórinisindegi teń salmaqlıq teńlemesin jazamız (7.8, *g*-súwretke qarań):



7.9-súwret.

$\sum Y^{oń}=0;\ N_{B\text{-}C}\sin\alpha - P_3 + V_B = 0;\ N_{B\text{-}C} = (7\text{–}11)/0{,}6 = -\ 6{,}667\ kH.$

Juwap: $N_{A\text{-}3} = -3{,}333\ kH;\ N_{3\text{-}7} = 2\ kH;\ N_{B\text{–}C} = -\ 6{,}667\ kH.$

Túyin kesiw usılı. Túyin kesiw usılı proekciya usılınıń dara jaǵdayı esaplanadı, bunda hárbir kesim fermanıń túyinlerin izbe-iz kesiwi arqalı proekciya usılınan parqlanadı. Bunday qırqım alınǵannan keyin fermanıń qalǵan bólegi taslap jiberiledi, onıń tásiri bolsa túyinnen ketiwshi kesilgen sterjenlerdiń kósheri boylap baǵıtlanǵan belgisiz kúshler menen almastırıladı. Túyinlerdi kesiwdi eki sterjenli túyinnen baslaw kerek. Olardaǵı ishki kernewler túyinlerde ushırasıwshı kúshlerdi, X hám Y kósherlerine ($\sum X=0$, $\sum Y=0$) yamasa kernew anıqlanıwshı sterjenge tik kósherlerge salıstırmalı proekciyalarınıń jıyındısı nolge teń bolıwı tiyis shártinen anıqlanadı. Túyinnen-túyinge ótip, fermanıń barlıq sterjenlerindegi ishki kernew kúshleri esaplanadı.

Berilgen júkleniwlerden kernew nolge teń bolǵan sterjenler nollik sterjenler delinedi.

Túyin kesiw usılınan kelip shıǵatuǵın hám eslep qalıw kerek bolǵan, teń salmaqlılıqlarınıń dara jaǵdayları:

1. Júklenbegen eki sterjenli túyin (7.9, *a*-súwret).

Eger eki sterjen nollik bolsa ($N_1=0$; $N_2=0$), bunday túyin teń salmaqlıqta bolıwı múmkin.

2. Eki sterjeni bir kósherde jatıwshı júklenbegen úsh sterjenli túyin (7.9, *b*-súwret). Túyindegi úshinshi sterjen «jeke» sterjen delinedi hám ondaǵı kernew nolge teń boladı ($N_3=0$).

Bir sızıq boyınsha baǵıtlanǵan sterjenlerdiń kernewi óz ara teń hám qarama-qarsı baǵıtlanǵan ($N_1 = N_2$).

3. Eki sterjen kósheri bir tuwrı sızıqta jatqan, jeke sterjen kósheri boylap F kúshi qoyılǵan, úsh sterjenli túyin (7.9, *v*-súwret).

Bul jaǵdayda $N_3 = R$, bir tuwrı sızıq boylap baǵıtlanǵan sterjenlerdegi kernew óz ara teń hám qarama-qarsı baǵıtlanǵan boladı ($N_1 = N_2$).

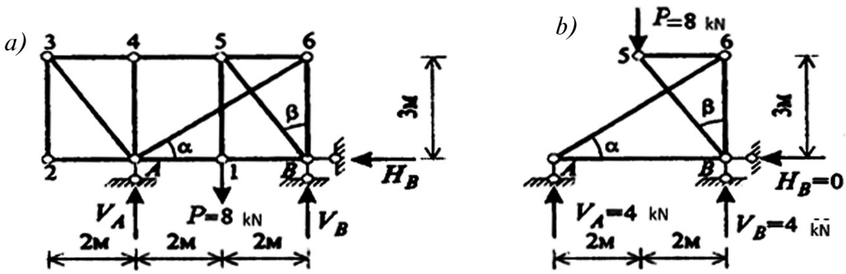
4. Sterjenler kósheri eki tuwrı sızıq boylap baǵıtlanǵan júklenbegen tórt sterjenli túyin (7.9, *g*-súwret).

Bir tuwrı sızıq boylap baǵıtlanǵan sterjenlerdiń kernewi óz ara teń hám qarama-qarsı baǵıtlanǵan ($N_1 = N_2$ hám $N_3 = N_4$).

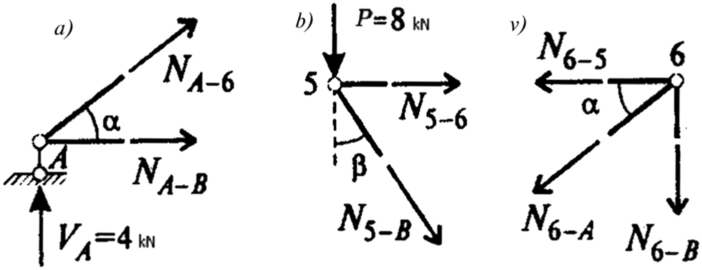
7.2-mısal. *7.10-súwret a da kórsetilgen ferma sterjenleriniń ishki kúshleri anıqlansın.*

Túyinler teń salmaqlıǵınıń jeke shártleri tiykarında berilgen ferma ushın nollik sterjenlerdi ańsat anıqlawımız múmkin. Usınday, júklenbegen eki sterjenli 2-túyinde eki sterjen 2—*A* hám 2—3 nollik boladı (1-halat), yaǵnıy $N_{2\text{-}A}=N_{2-3}=0$, hám bul túyindi sterjenleri menen qıyalıy alıp taslaymız. Onda 3-túyin de eki sterjenli júklenbegen túyin bolıp qaladı hám 3—4 hám 3—*A* sterjenleri nollik bolıp esaplanadı, yaǵnıy

$$N_{3-4} = N_{3-A} = 0.$$



7.10-súwret.



$\sin\alpha=0{,}6;\quad \sin\beta=2/\sqrt{13}=0{,}5547;$

$\cos\alpha=0{,}8;\quad \cos\alpha=3/\sqrt{13}=0{,}832.$

7.11-súwret.

3-túyindi alıp taslap, 4-túyinge ótemiz. Bunda $N_{4-5}=$ $= N_{4-A}=0$ ekenligin kóremiz. Endi, 1-túyinge túyinler teń salmaqlıǵınıń 3-halatın qollanıp

$$N_{1-5}= R = 8\ kH,$$

$$N_{1\text{-}A}=N_{1\text{-}B} \text{ nı alamız.}$$

Esaplardı ańsatlastırıw ushın ishki kernewi belgili 1—5 sterjenin alıp taslap, F=8 kH kúshti joqarǵı 5-túyinge kóshiriwimizge boladı.

Nollik sterjenleri hám 1—5 sterjeni alıp taslanǵannan sońǵı esaplawǵa mólsherlengen ańsatlastırılǵan ferma 7.10, *b*-súwrette kórsetilgen.

A, 5, 6 túyinlerin izbe-iz kesip, fermanıń hámme sterjenlerindegi kernewlerdi anıqlaymız.

A túyin (7.11, *a*-súwret):

$$\sum Y = 0;\ V_A+N_{A6}\cdot \sin\alpha = 0;$$

$$N_{A-6} = -V_A/\sin\alpha = -4/0{,}6 = -6{,}6679\ kH;$$

$\sum X = 0;\ N_{A-B} + N_{A-6}\ \text{sos}\,\alpha\ = 0;$

$N_{A-B} = -\ (-6{,}667)\cdot 0{,}8\ =\ 5{,}333\ kH;$

5-túyin (7.11, *b*-súwret):

$\sum U\ =\ 0;\ -R - N_{5\text{–B}}\ \cos\beta\ \ =\ 0;$

$N_{5\text{-}B} = -\mathrm{R}/\cos\beta\ = -8/0{,}832\ = -\ 9{,}615\ kH;$

$\sum X = 0;\ N_{5-6} + N_{5-8}\ \sin\beta\ = 0;$

$N_{5-6} = -(-9{,}615)\ \cdot\ 0{,}5547\ =\ 5{,}333\ kH.$

6-túyin (7.11, *v*-súwret):

$\sum Y = 0;\ -N_{6\text{–A}}\ \sin\alpha\ - N_{6\text{–V}} = 0;\ N_{6\text{-V}} = -\ (-6{,}667)\cdot 0{,}6 = 4\ kN.$

Juwap: $N_{1-5} = 8\ kN;\ N_{1-A} = N_{1-V} = 5{,}333\ kN;\ N_{A-6} = -6{,}667\ kN;$

$N_{5-6} = 5{,}333\ kN;$

$N_{5\text{-}V} = -\ 9{,}615\ kN;\quad N_{6\text{-}V}\ =\ 4\ kN.$

Qalǵan sterjenlerde ishki kúshler nolge teń.

Tekseriw ushın sorawlar

1. Ferma degenimiz ne?
2. Fermalar atqaratuǵın wazıypası boyınsha neshe túrge bólinedi?
3. Fermalar tayanısh túrleri boyınsha qanday túrlerge bólinedi?
4. Fermalar qurılısta tiykarınan qaysı orınlarda qollanıladı?
5. Fermalardı esaplawdıń moment tochkası usılı haqqında aytıp beriń.
6. Fermalardı esaplawdıń proekciyalaw usılı haqqında aytıp beriń.

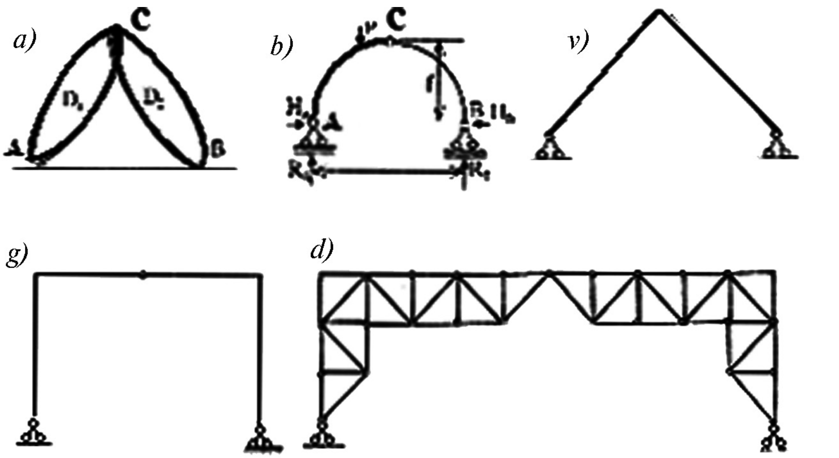
VIII BAP. ÚSH SHARNIRLI SISTEMALAR

8.1. Úsh sharnirli sistemalar haqqında túsinik

Óz ara bir sharnir, tiykar menen 2 sharnir járdeminde tutasqan eki diskadan ibarat sistemaǵa úsh sharnirli sistema delinedi. (8.1-súwret, *a*).

Eger diskalar iymek sterjenlerden quralǵan bolsa, bunday sistemalarǵa úsh sharnirli arkalar delinedi (8.1, *b*-súwret), al diskalar tuwrı hám sınıq sterjenlerden quralǵan bolsa, bunday sistemalar úsh sharnirli ramalar delinedi (8.1, *v, g*-súwret).

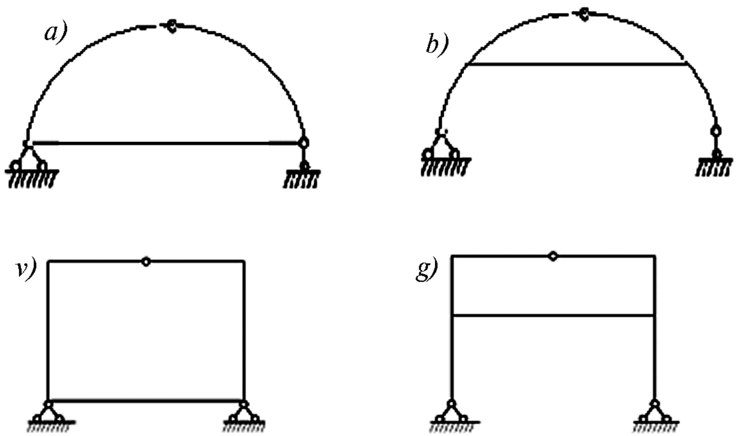
Eger diskalar fermalardan quralǵan bolsa, bunday sistemalar úsh sharnirli arka tárizli fermalar delinedi (8.1, *d*-súwret).



8.1-súwret.

Tayanıshlar arası aralıq delinedi hám ℓ menen belgilenedi. Arkanıń tayanısh sızıǵınan arkanıń eń biyik tochkasına shekemgi bolǵan uzınlıq arkanıń kóteriliw biyikligi delinedi hám f penen belgilenedi. (8.1, *b*-súwret).

A hám *B* tayanısh sharnirleri taban sharnirler, aralıq *C* sharnir bolsa qulıp sharnir dep ataladı (8.1. *b*-súwret)



8.2-súwret

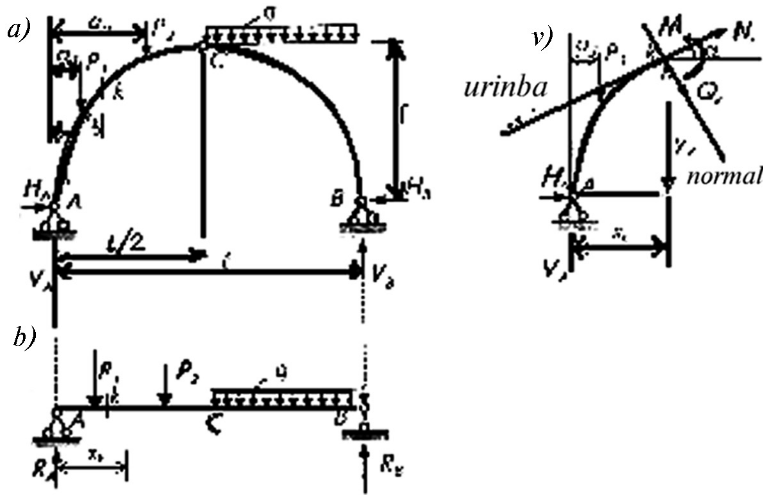
Úsh sharnirli sistemalarda vertikal júkler tásirinde gorizontal reakciya kúshleri payda boladı. Bul gorizontal reakciya kúshleri N_A hám N_B tirekler delinedi. Sonıń ushın da bunday sistemalar tirekli sistemalar delinedi. (8.1, *b*-súwret).

Joqarıda kórilgen sistemalardıń tayanıshları qozǵalmas boladı. Ádette, ámeliyatta bazı bir úsh sharnirli sistemalardıń bir tayanıshı qozǵalıwshı etip tayarlanadı, bunday sistemalar tartqılı úsh sharnirli sistemalar delinedi. (8.2, *a, b, v, g*-súwretler)

8.2. Úsh sharnirli arkalardı qozǵalmas júkler tásirine analitikalıq esaplaw

Tayanısh reakciyaların anıqlaw. Úsh sharnirli arkaǵa vertikal júkler tásir etip atırǵan halat ushın tayanısh reakciyaların anıqlaymız. Vertikal tayanısh reakciyaların V_A, V_B gorizontalların bolsa N_A, N_B menen belgileymiz. Olardı anıqlaw ushın statikanıń teńsalmaqlılıq teńlemeleri dúziledi:

$$\Sigma X = 0; \quad \Sigma M_A = 0; \quad \Sigma M_B = 0$$



8.3-súwret.

Bul statikanıń teńsalmaqlıq teńlemesine qosımsha tórtinshi teńleme C sharnirde moment nol ekenliginen $\sum M_C^{oñ} = 0$, yamasa $\sum M_C^{shep} = 0$ dúziledi.

A tayanıshtıń vertikal reakciyası V_A nı anıqlaw ushın B sharnirge salıstırmalı momentler teńlemesin dúzemiz:

$$\sum M_{B=}0;\ V_A \cdot \ell - P_1(l-a_1) - P_2(l-a_2) - q\frac{\ell}{2}\frac{\ell}{4} = 0$$

bunnan $V_A = \frac{1}{\ell}[P_1(l-a_1) + P_2(l-a_2) + \frac{1}{8}q\ell^2]$ (a)

B tayanıshtıń vertikal reakciyası V_B nı anıqlaw ushın A sharnirge salıstırıp momentler teńlemesin dúzemiz:

$$\sum M_{A=}0;\ V_{v\cdot\ell} + P_1a_1 + P_2a_2 + q\frac{\ell}{2}\frac{3\ell}{4} = 0$$

bunnan $V_B = \frac{1}{\ell}[P_1 a_a + P_2 a_2 + \frac{3}{8} q\ell^2]$ (*b*)

(*a*) hám (*b*) formulalardan úsh sharnirli arkanıń vertikal tayanısh reakciyaları tap sonday aralıqlı arka túrinde júklengen ápiwayı balkanıń (8.3 *b*-súwret) tayanısh reakciyalarına teń ekenligi kórinedi:

$$V_A = R_A; \; V_B = R_B.$$

Úsh sharnirli arkanıń gorizontal tayanıshların esaplaw:

$$\sum X = 0; \quad H_A - H_B = 0; \; H_A = H_B$$

H_A yamasa H_B nı anıqlaw ushın C sharnirde momenttiń nolge teń shártin qollanamız:

$$\sum M_c^{shep} = 0 \quad V_A \frac{\ell}{2} - P_1(\frac{\ell}{2} - a_1) - P_2(\frac{\ell}{2} - a_2) - H_A \cdot f = 0$$

$$H_A = \frac{1}{f}[-P_1(\frac{\ell}{2} - a_1) - P_2(\frac{\ell}{2} - a_2) + V_A \frac{\ell}{2}] = \frac{M_c^0}{f}$$

bunda $M_c^0 = V_A \frac{\ell}{2} - P_1(\frac{\ell}{2} - a_1) - P_2(\frac{\ell}{2} - a_2)$

bolıp, aralıǵı hám júklengenligi arka menen birdey bolǵan ápiwayı balkanıń C kesimindegi iyiwshi moment (8.3, *b*-súwret)

Demek, arkanıń tirek reakciyası oǵan sáykes bolǵan ápiwayı balkanıń C kesimindegi iyiwshi momentin arkanıń kóteriliw biyikligine bólingenine teń eken.

Eger arkaǵa tek vertikal júkler qoyılǵan bolsa, onda bárqulla

$$H_A = H_B = H \text{ boladı.}$$

Úsh sharnirli ramalardıń tayanısh reakciyaların anıqlawda úsh sharnirli arkalardı esaplaw usılı qollanıladı.

8.3. Úsh sharnirli arkanıń qálegen kese kesimindegi ishki kúshlerdi anıqlaw

Úsh sharnirli arkanıń tayanısh reakciyaları anıqlanǵannan keyin, onıń qálegen kesiminde payda bolatuǵın ishki kernewler anıqlanadı.

Arkanıń qandayda bir K kesimindegi kernewler muǵdarın anıqlawdı qarap shıǵamız. Bunıń ushın arkanı K kesim boyınsha qırqıp shep yamasa oń tárepin taslap jiberemiz, qalǵan bólegi teńsalmaqlılıqta bolıwı ushın taslap jiberilgen bólimniń tásirin almastırıwshı kernewlerdi: iyiwshi moment M_K, kese kúsh Q_K hám boylama kúsh N_K lardı kese kesimge qoyamız (8.3-súwret, *v*)

Iyiwshi momentti esaplaw. Arkanıń qálegen k kesimindegi iyiwshi moment sol kesimniń bir tárepindegi barlıq kúshlerden kesimniń awırlıq orayına salıstırmalı alınǵan momentlerdiń algebralıq jıyındısına teń (8.3, *v*-súwret):

$$M_K = V_A \cdot X_K - P_1(X_K - a_1) - H_A \cdot y_K$$

bunda $\quad V_A \cdot X_K - P_1(X_K - a_1) = M_K^0$

bul shama, aralıǵı hám baǵıtı arka menen birdey bolǵan ápiwayı balkanıń iyiwshi momentin ańlatadı, onday bolsa

$$M_K = M_K^0 - H \cdot У к \qquad (8.1)$$

Demek, arkanıń K kesimindegi iyiwshi moment sol arkaǵa uqsas bolǵan ápiwayı balkanıń sol kesimindegi iyiwshi moment

M_K^0 den tirek reakciyasınan alınǵan moment $H \cdot Y_k$ nıń ayırmasına teń.

Kese kúshti esaplaw. Arkanıń qálegen K kesimindegi kese kúsh Q_K kesimnen bir tárepte jaylasqan barlıq kúshlerdiń arka kósheriniń usı tochkasına ótkerilgen normalǵa túsirilgen proekciyalarınıń algebralıq jıyındısına teń (8.3,-súwret, *v*).

$$Q_K = (V_A - P_1) \cdot \cos\alpha_K - H \sin\alpha_k$$

Bul formulada $Q_K^0 = V_A - P_1$ júkleniwi hám aralıǵı arkaǵa sáykes kelgen ápiwayı balkadaǵı kese kúshti bildiredi.

$$Q_K = Q_K^0 \cos\alpha_K - H \sin\alpha_K \qquad (8.2)$$

Boylama kúshti esaplaw. Arkanıń qálegen K kesimindegi boylama kúsh, kesimnen bir tárepte jaylasqan barlıq kúshlerdiń arka kósheriniń K tochkasınan ótkerilgen urınbaǵa proekciyalarınıń algebralıq jıyındısına teń (8.3, *v*-súwret)

$$N_K = (V_A - P_1)\sin\alpha_K + H \cdot \cos\alpha_K$$

bunda $Q_K^0 = V_A - P_1$

$N_K = Q_k^0 \cdot \sin\alpha_k + H \cdot \cos\alpha_k$ yamasa

$$N_k = -(Q_k \cdot \sin\alpha_k + H \cos\alpha_k) \qquad (8.3)$$

Arkalar qısılıwǵa islegeni ushın, boylama kúsh teris boladı. *(8.1)* hám *(8.2)* formulalardan kórinip turǵanınday, arkalarda iyiwshi moment hám kese kúsh muǵdarları arkaǵa sáykes keliwshi balkalarǵa salıstırǵanda anaǵurlım kishi boladı eken. Sonıń ushın arkalar úlken aralıqlı soorujenielerdi bastırıwda balkalarǵa salıstırǵanda anaǵurlım bekkem boladı. Biraq kishi aralıqlı soorujenielerdi jabıwda úsh sharnirli arka balkaǵa salıstırǵanda tayarlaw texnologiyası quramalılıǵı sebepli qımbatqa túsiwi múmkin.

8.4. Úsh sharnirli ramalardı esaplaw

Úsh sharnirli ramalardıń tayanısh reakciyaları úsh sharnirli arkalardıń tayanısh reakciyaların esaplaw sıyaqlı anıqlanadı. Ishki kúshleri iyiwshi moment M_x, kese kúsh Q_x hám boylama kúsh N_x lardıń epyuraların qurıw bolsa ápiwayı ramalardaǵı ishki kúshlerdi esaplawda bayan etilgen qaǵıydalar tiykarında orınlanadı.

8.1-mısal: *8.4-súwret, a da berilgen úsh sharnirli rama ushın iyiwshi moment M_x, kese kúsh Q_x hám boylama kúsh N_x epyuraları sızılsın.*

S h e s h i m i: 1. Ramanıń tayanısh reakciyaların anıqlaw.

Esaplawdı ramanıń vertikal tayanısh reakciyaların anıqlawdan baslaymız. Bunıń ushın statika teńsalmaqlılıq teńlemelerin dúzemiz.

$$\sum M_B = 0; \quad V_A \cdot 8 - q \cdot 8 \cdot 4 - P \cdot 2 = 0$$

bunnan, $V_A = \dfrac{64+8}{8} = 9\ kH$

$$\sum M_A = 0; \quad -V_B \cdot 8 + q \cdot 8 \cdot 4 - P \cdot 2 = 0$$

bunnan, $V_B = \dfrac{64-8}{8} = 7\ kH$

Tekseriw:

$$\sum Y = 0; \quad V_F + V_B - q \cdot 8 = 9 + 7 - 16 = 16 - 16 = 0$$

2. Ramada M_x, Q_x hám N_x epyuraların qurıw ushın úsh sharnirli ramanı bólimlerge bólip, rama sterjenlerine xarakterli qırqımlar berip ózgeriwin anıqlaymız (8.4-súwret, *a*). Abcissalar kósherin barlıq waqıtta sterjenler kósheri boylap baǵdarlaymız.

Rama kesimlerindegi ishki kúshlerdi esaplaymız.

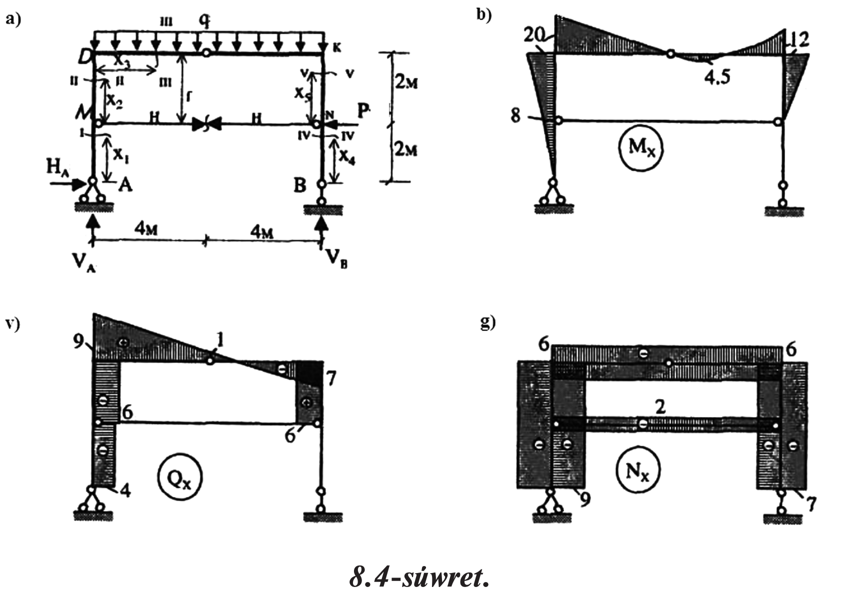
AD kolonna ushın 1—1 kesim beremiz.

1—1 kesimniń ózgeriw shegarası: $0 \leq X_1 \leq 4$ *m*

$$M_{x1} = -N_A \cdot X_1;$$

$$Q_{x1} = -N_A = -5 \;\; kH;$$

$$N_{x1} = -V_A = -9 \;\; kH$$



8.4-súwret.

$$\text{Eger } X_1 = 0 \text{ bolsa, } M_{x1} = 0;$$

$$X_1 = 4 \text{ bolsa, } M_{x1} = 20 \text{ kHM}$$

DK kolonna ushın II—II kesim beremiz hám onıń ózgeriw shegarası:

$$0 \le X_2 \le 8 \ m \qquad q = 2kN{*}m,$$

$$M_{x2} = V_A \cdot X_2 - q\frac{X_2^2}{2} - H_A \cdot 4 = 9X_2 - X_2^2 - 20;$$
$$Q_{x2} = V_A - qX_2 = 9 - 2 \cdot X_2;$$
$$N_{x2} = -H_A = -5kH$$

$$X_2 = 0 \text{ bolsa, } M_{x2} = -20 \ kNm; \quad Q_{x2} = 9kH;$$

$$X_2 = 4 \text{ bolsa, } M_{x2} = 0; \quad Q_{x2} = 1 \ kH;$$

$$X_2 = 8 \text{ bolsa, } M_{x2} = -12 \ kHm; \quad Q_{x2} = -7 \ kH$$

Bul kolonnada iyiwshi moment teńlemesi ekinshi tártipli bolǵanı ushın, onıń epyurası parabola nızamı menen ózgeredi. Minimal iyiwshi momenttiń shamasın anıqlaw ushın iyiwshi moment teńlemesinen *X* boyınsha tuwındı alamız hám onı nolge teńeymiz:

$$\frac{dM_x}{dx} = Q_x = 9 - 2X_2 = 0, \qquad \text{bunnan} \qquad X_2 = \frac{9}{2} = 4,5 м$$

Demek, maksimal iyiwshi momenttiń shaması rama kolonnasınıń shep bóleginen 4,5 m aralıqtaǵı kesimde payda boladı hám onıń mánisi:

$$M_{max} = 9 \cdot 4,5 - 4,5^2 - 20 = 40,5 - 20,25 - 20 = 0,25 \ кНм$$

BK kolonnaǵa *P* toplanǵan júk qoyılǵanlıǵı sebepli, onı 2 aralıqqa ajıratıp qaraymız hám oǵan kesimler beremiz. *BP* aralıq ushın III—III kesim berip ishki kernewler shamasın anıqlaymız.

III—III kesimniń ózgeriw shegarası: $0 \le X_3 \le 2$m

$$M_{x3} = N_{B3} = 1 \ kH$$

$$N_{x3} = - \ V_B = - \ 7 \ kH$$

$$X_{x3} = 0 \text{ bolsa } M_{x3} = 0; \ X_3 = 0;$$

$$X_3 = 2 \text{ bolsa, } M_{x3} = 2 \ kHm$$

BK kolonnanıń *PK* aralıǵı ushın IV—IV kesim beremiz, bul kesimniń ózgeriw shegarası $0 \le X_4 \le 2 \ m$

$$M_{x4} = H_B(2 + X_4) + PX_4 = 2 + X_4 + 4X_4 = 2 + 5 \ X_4;$$

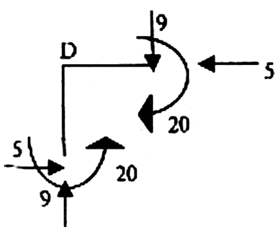
$$Qx_4 = H_B + P = 1 + 4 = 5 \ kN$$

$$N_{x4} = - \ V_B = -7 \text{ kN}$$

$$X_4 = 0 \text{ bolsa, } M_{x4} = 0; \ X_{x4} = 0; \ X_4 = 2 \text{ bolsa, } M_{x4} = - \ 12 \ kNm$$

M_x, Q_x hám N_x epyuraları durıs qurılǵanın tekseriw ushın, ramanı *D* hám *K* túyinleriniń ishki kernewler tásirinen teńsalmaqlıǵın qaraymız.

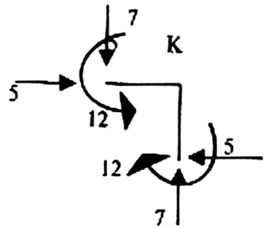
D túyindi qırqamız hám teńsalmaqlıǵın tekseremiz:



$$\sum M_D = 20 - 20 = 0;$$
$$\sum X = 5 - 5 = 0$$
$$\sum У = 9 - 9 = 0$$

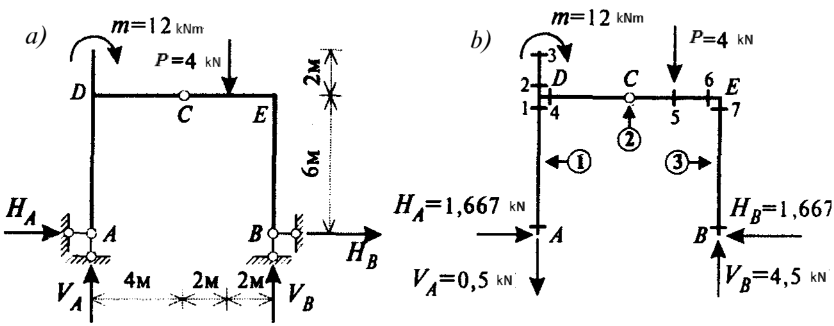
K túyinniń teńsalmaqlıǵın tekseremiz:

$$\sum M_к = 12 - 12 = 0$$
$$\sum X = 5 - 5 = 0$$
$$\sum У = 7 - 7 = 0$$



Demek, teńsalmaqlılıq shártleri orınlanadı. Bul M_x, Q_x hám N_x epyuraları durıs esaplaǵanın bildiredi.

8.2-mısal. *Úsh sharnirli rama ushın M, Q, N epyuraları qurılsın (8.5, a-súwret).*



8.5-súwret.

Tayanısh reakciyaların tómendegi teń salmaqlıq teńlemelerinen anıqlaymız.

1. $\sum M_A = 0;\ -VB \cdot 8 + 4 \cdot 6 + 12 = 0,\ V_B = 4.5\ kN.$

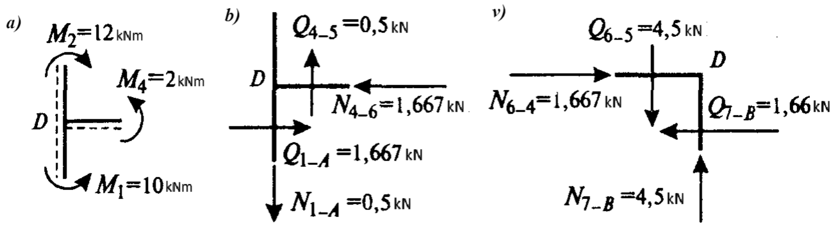
2. $\sum M_V = 0;\ V_A \cdot 8 + 12\ -\ 4 \cdot 2\ =\ 0,\ V_A = -\ 0.5\ kN.$

3. $\sum M_s^{shep}\ =\ 0;\ -0{,}5 \cdot 4 - N_A \cdot 6 + 12\ =\ 0,\ N_A\ =\ 1{,}667\ kn.$

4. $\sum M_C^{o\acute{n}} = 0;\ -4{,}5\cdot 4 + 4\cdot 2 - N_V\cdot 6 = 0,\ N_V = -\ 1{,}667\ kn.$

5. Tekseriw: $\sum U = 0;\ -0{,}5 + 4{,}5 - 4 = 4 - 4 = 0.$

8.5, *b*-súwrette tayanısh reakciyalarınıń haqıyqıy mánisleri hám baǵıtları, *M* epyurasın qurıw ushın momentlerdi anıqlaw ushın xarakterli kesimler kórsetilgen. Ramanıń ishine qıyalımızda, hárbir sterjenge beti menen burılatuǵın, baqlawshını jaylastıramız (baqlawshınıń orınlarınıń nomeri strelkalı dóńgelek penen belgilengen). Xarakterli kesimlerdegi iyiwshi momenttiń oń mánislerin sterjenniń tómengi tárepine (baqlawshıǵa), terislerin-joqarıǵa (baqlawshıdan) qoyılıwın, jáne bir márte esletip ótemiz. 8.6-súwrette túyinlerdiń teńsalmaqlılıǵı kórsetilgen.

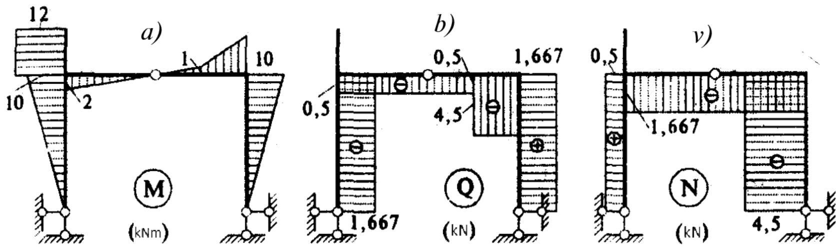


8.6-súwret.

A sharnirde moment nolge teń. *1-kesim*: $M_1 = -N_V\cdot 6 = -1{,}667\cdot 6 = -10$ ($kN\cdot m$) 1-jaǵdayǵa kóre, M_1 momentindegi «teris» belgi, bul ordinatanı baqlawshıdan joqarıǵa qaray qoyıw kerek (8.7, *a*-súwret). Shep talaları sozılıwshı (8.7, *a*-súwretke qarań).

4-kesim: $M_4 = -\ V_4\cdot 0 - N_A\cdot 6 + m = -\ 1.667\cdot 6 + 12 = 2\ kNm.$

2-jaǵdaydan momenttiń «oń» belgisi onı rigelden tómenge qoyıw kerekligin bildiredi (8.7, *a*-súwretke qarań) *S* sharnirde moment nolge teń.



8.7-súwret

5-kesim: $M_5 = V_B \cdot 2 - N_V \cdot 6 = 4{,}5 \cdot 2 - 1{,}667 \cdot 6 = -1 \;\; kN \cdot m \cdot M_5$ momenttiń mánisi «teris» belgisi, onda onı rigelden joqarıǵa qoyamız (8.7, *a*-súwretke qarań).

6-kesim: $M_6 = V_A \cdot 0 - N_V \cdot 6 = -1{,}667 \cdot 6 = -10 \;\; kN \cdot m \cdot M_6 < 0$ sebepli, onı M_5 momenti sıyaqlı, rigeldiń joqarısına qoyamız. (8.7, *a*-súwretke qarań). *E* túyininiń teń salmaqlıǵınan, $M_7 = M_6$ hám sırtqı talalar sozılıwshı bolıwı kelip shıǵadı. 7-*V* bólekte *M* epyurası, *V* sharnirindegi nol ordinatası menen, tuwrı sızıqlı boladı (8.7, *a*-súwretke qarań).

Úsh sharnirli ramalarda boylama kúsh hám kesiwshi kúshler epyuraları 8.1-mısaldaǵı kórsetilgendey sızıladı (8.7, *b* hám *v* súwretler)

Tekseriw ushın sorawlar

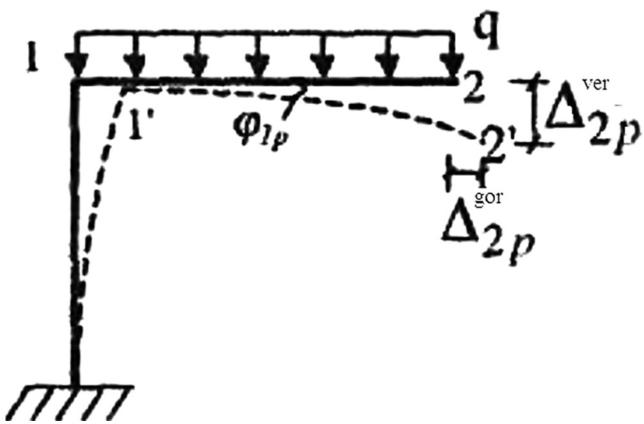
1. Úsh sharnirli sistemalar degenimiz ne?
2. Úsh sharnirli arkalar degenimiz ne?
3. Úsh sharnirli ramalar degenimiz ne?
4. Úsh sharnirli sistemalarda tirekli sistemalar degenimiz ne?
5. Úsh sharnirli arkalar qozǵalmas júkler tásirine qanday usıllarda esaplanadı?
6. Úsh sharnirli arkalarda iyiwshi momentti qalay esaplaymız?
7. Úsh sharnirli arkalarda kese kúsh hám boylama kúshti esaplaw usılları haqqında aytıp beriń.
8. Úsh sharnirli ramalardı esaplaw usılları haqqında aytıp beriń.

IX BAP. KÓSHIWLER TEORIYASÍ

9.1 Kóshiwler hám olardı belgilew

Kóshiwlerdi anıqlaw qurılıs mexanikasınıń áhmiyetli máselelerinen biri bolıp esaplanadı. Qurılıs konstrukciyalarınıń sırtqı tásirlerden deformaciyalanıwı qurılıs normalarında ruqsat etilgen deformaciya muǵdarınan artpawı shárt. Soorujenie tochkalarınıń deformaciyalanıwı nátiyjesinde dáslepki halatınan jańa halatqa ótiwine kóshiw deymiz. Soorujenie elementlerinde kóshiwler tiykarınan sırtqı júkler tásirinen, temperaturanıń ózgeriwinen hám tayanıshlardıń shógiwinen payda boladı.

Soorujenie tochkalarınıń kóshiwleri 2 túrli boladı. Sızıqlı hám múyeshli. Sızıqlı kóshiwler óz náwbetinde vertikal hám gorizontal sızıqlı kóshiwlerge bólinedi. Sızıqlı kóshiw Δ_{ip}, múyeshli kóshiw φ_{ip} penen belgilenedi (9.1-súwret). Birinshi indeks kesimniń kóshiw baǵıtın, ekinshi indeks bolsa bul kóshiwdiń payda bolıw sebebin kórsetedi.



9.1-súwret

Mısalı:

Δ_{2p}^{ver} — 2 tochkadaǵı sırtqı kúshten payda bolǵan vertikal kóshiw;

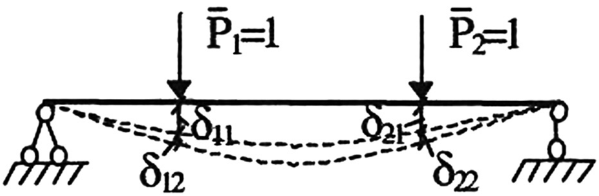
Δ_{2p}^{gor} — 2 tochkadaǵı sırtqı kúshten payda bolǵan gorizontal kóshiw

φ_{1p} — 1 tochkadaǵı sırtqı kúshten payda bolǵan múyeshli kóshiw.

Birlik (P=1) kúsh tásirinen payda bolǵan kóshiwler birlik kóshiw dep ataladı hám δ_{ik} menen belgilenedi (9.2-súwret)

δ_{11} — birlik R_1=1 kúsh baǵıtı boyınsha R_1=1 tásirinen payda bolǵan kóshiw.

$\delta_{2.1}$ — birlik R_2 kúsh baǵıtı boyınsha R_1=1 tásirinen payda bolǵan kóshiw.



9.2-súwret

Elastikalıq sistemalarda kóshiwlerdi anıqlawda deformaciyalanıwshı sistemalar tómendegi qásiyetlerge iye dep qabıl etiledi:

1) Sistemanıń materialı ideal elastik hám sızıqlı deformaciyalanıwshı;

2) Júkler tásirinde sistemanıń tiykarǵı ólshemleri derlik ózgermeydi.

3) Kúshler tásiriniń bekkemlilik qaǵıydasına tiykarlanadı;

4) Materialdıń qálegen tochkasındaǵı kernew proporcionallıq shegarasınan aspaydı, yaǵnıy R. Guk nızamına boysınadı.

9.2 Sırtqı kúshlerdiń atqarǵan jumısı

Elastik sistemaǵa áste-aqırınlıq penen artıp barıwshı statikalıq R kúshiniń orınlaǵan jumısın anıqlaymız.

Elastik sistema P kúsh tásirinde deformaciyalanadı. Elastik sistemadaǵı hárqaysı tochkanıń kóshiwi, Guk nızamına tiykarlanıp, onı payda etiwshi kúsh muǵdarına tuwra proporcional boladı:

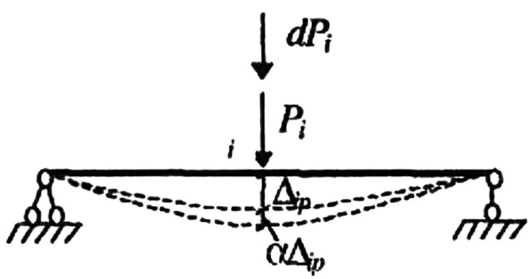
$$\Delta_{ip} = \alpha \cdot P_i \tag{9.1}$$

bunda α — soorujenie elementleriniń ólshemlerine hám materialına baylanıslı koefficient (proporcionallıq koefficienti).

Eger de sırtqı P_i kúsh muǵdarına dP_i qosımsha berilse, kúsh qoyılǵan tochka qosımsha $d\Delta_{ip}$ muǵdarǵa kóshedi (9.3-súwret) hám $P_i + dP_i$ kúsh ózi qoyılǵan tochka menen sol muǵdarǵa kóship jumıs orınlaydı:

$$dA = (P_i + dP_i)d\Delta_{ip} = P_i d\Delta_{ip} + dP_i d\Delta_{ip}$$

bunda $dP_i \; d\Delta_{ip}$ ekinshi tártipli sheksiz kishi muǵdar bolǵanlıǵı ushın esapqa alınbasa da bolatuǵınlıǵın bilemiz, onda:



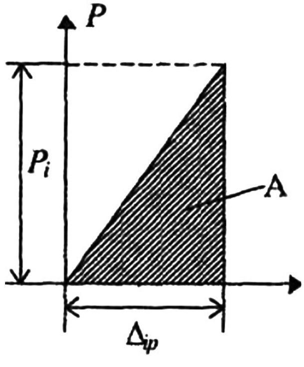
9.3-súwret

$$dA = P_i d\Delta_{iP} = \alpha P_i dP_i \text{ boladı}$$

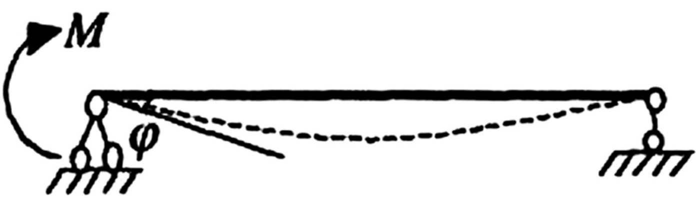
Bul shamanı integrallap P_i kúshtiń orınlaǵan tolıq jumısın anıqlaymız:

$$A = \alpha \int_0^p P_i dP_i = \frac{\alpha P_i^2}{2} = \frac{P_i \Delta_{ip}}{2}, A = \frac{P_i \Delta_{ip}}{2} \tag{9.2}$$

Solay etip, **sırtqı kúshtiń haqıyqıy orınlaǵan jumısı, kúsh penen sol kúshtiń anıq baǵıtı boyınsha payda bolǵan kóshiw muǵdarına kóbeymesiniń yarımına teń** boladı hám **Klapeyron teoreması** dep ataladı (9.4-súwret).



9.4-súwret



9.5-súwret

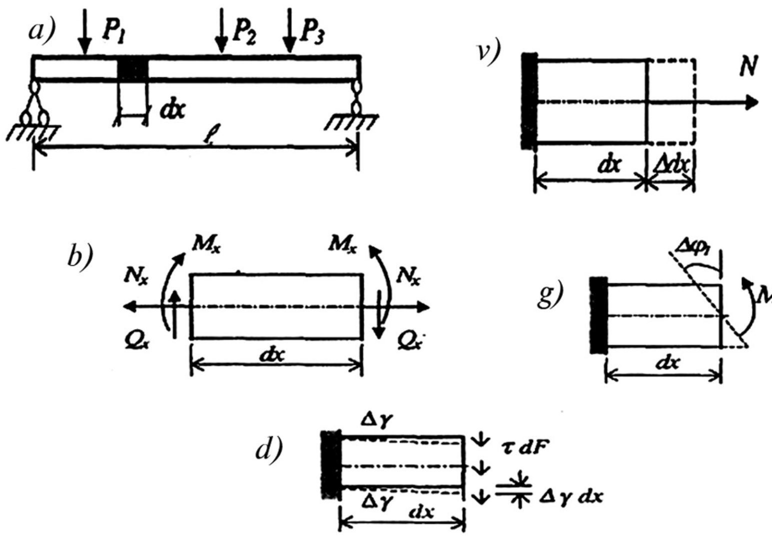
Eger sistemaǵa moment M qoyılǵan bolsa (9.5-súwret), onıń orınlaǵan jumısı tómendegi formula arqalı anıqlanadı.

$$A = \frac{M\varphi}{2} \tag{9.3}$$

9.3. Ishki kúshlerdiń orınlaǵan jumısı

Elastik sistemada sırtqı júkler tásirinde onıń kese kesimlerinde ishki kúshleri *M, Q, N* hám deformaciyalar payda boladı.

Sırtqı kúshler tásirindegi elastik balkadan (9.6-súwret, *a*) sheksiz kishi *dx* uzınlıqtaǵı bóleksheni ajıratıp alıp (9.6, *b*-súwret) onı tekseremiz.



9.6-súwret

Bul elementtiń shep hám oń tárеplerindegi taslap jiberilgen bólimlerdiń tásirin ishki kúshler: iyiwshi moment M_x, kese kúsh Q_x hám boylama kúsh N_x lar menen almastıramız. Bunda ishki kúshler: M_x, Q_x hám N_x lar pútin sterjenge salıstırǵanda ishki kúshler boladı, biraq ajıratılǵan elementke salıstırǵanda olar sırtqı kúshler wazıypasın atqaradı. Ishki kúshler ajıratıp alınǵan elementtiń tiyisli deformaciyalarında orınlaǵan elementar jumısın anıqlaymız.

1. Boylama *N* kúsh tásirinde uzınlıǵı *dx* bolǵan elementti tekseremiz. Elementtiń shep tárepindegi kesimdi qozǵalmas etip bekkemlep, onıń oń tárepine boylama kúsh tásir ettiremiz (9.6, *v*-súwret).

(9.2) formulaǵa tiykarlanıp

$$dW_N = \frac{N \cdot \Delta dx}{2}$$

Guk nızamına muwapıq

$$\Delta dx = \frac{N \cdot dx}{EF}$$

Bunda boylama kúshtiń elementar atqarǵan jumısı

$$dW_N = \frac{N^2 \cdot dx}{2EF} \tag{9.4}$$

2. Iyiwshi momenttiń orınlaǵan jumısın qaraymız (9.6, *g*-súwret)

$$\Delta\varphi = \frac{M \cdot dx}{EJ}$$

Bunda EJ sterjen kese kesiminiń iyiliwdegi serpimliligi.

(9.2) ge tiykarlanıp iyiwshi momenttiń *dx* element deformaciyalanıwında orınlaǵan elementar jumısı:

$$dW_M = \frac{M^2 \cdot dx}{2EJ} \tag{9.5}$$

Kese kúsh Q dıń orınlaǵan jumısın qaraymız. Elementtiń shep bólegin bekkemlep, onıń oń bólimindegi dF maydanǵa urınba kernew $\tau \cdot dF$ ti tásir ettiremiz (9.6, *d*-súwret).

$Q = \int_F \tau\, dF$ boladı.

D. I. Juravskiy formulasına tiykarlanıp: $\tau = \frac{QS_Z}{J_Z в_Z}$

bunda S_{z} – statikalıq moment, v_{z} – kese kesimnniń eni $\tau \cdot dF$ urınba kernewler tásirinde elementtiń jeke bólimleri bir-birine salıstırmalı $\gamma\, dx = \frac{\tau}{G} dx$ muǵdarǵa jıljıydı. Q kúshiniń bul kóshiwde orınlaǵan jumısın (9.2) ge tiykarlanıp:

$$dW_Q = \int_F \frac{\tau\, dF \cdot \gamma\, dx}{2} = \int_F \frac{\tau^2 dF dx}{2G} = \frac{Q^2 dx}{2GJ_Z^2} \int_F \frac{S_Z^2}{в_Z^2} dF$$

$$\text{yamasa } dW_Q = \eta \cdot \frac{Q^2 \cdot dx}{2GF} \tag{9.6}$$

bunda $\eta = \frac{F}{J_Z^2} \int \frac{S_Z^2}{в_Z^2} dF$, η — sterjen kese kesiminiń formasına baylanıslı bolǵan koefficient. Mısalı tuwrı tórt múyeshlik ushın $\eta = 1{,}2$; dóńgelek ushın $\eta = 1{,}18$ ge teń.

Solay etip, elementtiń ishki kúshleriniń orınlaǵan elementar tolıq jumısı

$$dW = dW_N + dW_M + dW_Q = \frac{N^2 dx}{2EF} + \frac{M^2 dx}{2EJ} + \frac{Q^2 dx}{2GF} \cdot \eta$$

Sterjenlerdiń barlıq bólimleri boyınsha ishki kúshlerdiń orınlaǵan tolıq haqıyqıy jumısı:

$$W = \sum_{i=1}^{n} \int_0^{\ell} \frac{M_i^2 \cdot dx}{2EJ} + \sum_{i=1}^{n} \int_0^{\ell} \frac{N_i^2 dx}{2EF} + \sum_{i=1}^{n} \eta \int_0^{\ell} \frac{Q_i^2 dx}{2GF} \qquad (9.7)$$

9.4. Elastik sistemalarda deformaciyanıń potencial energiyası

Elastik sistema sırtqı kúshler tásirinen payda bolǵan energiyanı saqlaw qásiyetine iye. Elastik sistemalarda sırtqı kúshlerdiń orınlaǵan tolıq jumısı tolıǵı menen deformaciyanıń potencial energiyasına aylanadı. Elastika sistemaǵa qoyılǵan sırtqı kúshlerdi áste aqırın statikalıq jaǵdayda qaytarıp alıw qubılısında bolsa deformaciyanıń potencial energiyası ishki kúshleriniń orınlaǵan jumısına aylanadı.

Energiyanıń saqlanıw nızamınan $U = W$ hám (9.7) ge tiykarlanıp:

$$U = \sum \int_0^{\ell} \frac{M^2 dx}{2EJ} + \sum \int_0^{\ell} \frac{N^2 dx}{2EF} + \sum \eta \int_0^{\ell} \frac{Q^2 dx}{2GF} \qquad (9.8)$$

bunda U — deformaciyanıń potencial energiyası

9.5. Jumıslardıń hám kóshiwlerdiń óz ara baylanısı haqqında teoremalar

9.5.1. Jumıslardıń óz ara baylanısı haqqında teorema

Statikalıq túrde izbe-iz qoyılǵan P_1 hám P_2 kúshler tásirinde teńsalmaqlılıqta bolǵan elastik sistemanı qarap shıǵamız.

1. Balkaǵa dáslep P_1 kúsh qoyılǵan bolsın, bunda onıń haqıyqıy orınlaǵan jumısı

$$A_{11} = \frac{P_1 \cdot \Delta_{11}}{2} \quad \text{boladı.}$$

P_1 kúsh shegaralıq muǵdarına jetkennen keyin balkaǵa P_2 statikalıq kúsh qoyıladı. Nátiyjede balka jáne de deformaciyalanadı (9.7-*a*, súwret) P_2 kúshtiń orınlaǵan haqıyqıy jumısı

$$A_{22} = \frac{P_2 \Delta_{22}}{2} \quad \text{boladı}$$

Ózgermes P_1 kúshtiń Δ_{12} kóshiwde orınlawı múmkin bolǵan jumısı

$$(A_{ik} = P_i \Delta_{ik}) \quad \text{formulaǵa tiykarlanıp:}$$

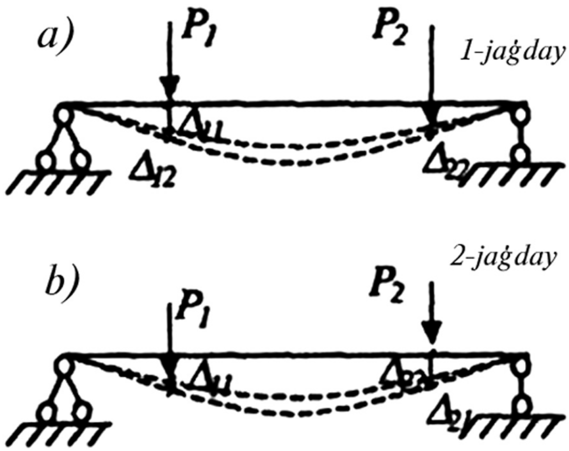
$$A_{12} = P_1 \Delta_{12} \quad \text{boladı. (9.9)}$$

Demek, elastik sistemaǵa izbe-iz qoyılǵan kúshlerdiń tolıq orınlaǵan jumısı:

$$A_1 = A_{11} + A_{12} + A_{22} = \frac{P_1 \cdot \Delta_{11}}{2} + P_1 \Delta_{12} + \frac{P_2 \Delta_{22}}{2} \quad (a)$$

2. Kúshlerdiń qoyılıw tártibin ózgerttiremiz. Balkaǵa dáslep, P_2 kúshti tásir ettiremiz (9.7, *b*-súwret). Bunda sırtqı kúshlerdiń orınlaǵan jumısı joqarıdaǵı aytılǵanlarǵa tiykarlanıp,

$$A_{11} = A_{22} + A_{21} + A_{11} = \frac{P_2 \Delta_{22}}{2} + P_2 \Delta_{21} + \frac{P_1 \cdot \Delta_{11}}{2} \quad (b)$$



9.7-súwret.

Biz kórip shıqqan balkanıń eki túrli júkleniwinde de kúshler muǵdarı hám tásir etiw sharayatı birdey bolǵanı ushın $A_1 = A_{11}$ boladı hám *(a)* hám *(b)* formulalarınıń oń táreplerin teńlestirip tómendegini keltirip shıǵaramız:

$$A_{11} + A_{12} + A_{22} = A_{22} + A_{21} + A_{11} \tag{9.10}$$

bunnan $A_{12} = A_{21}$ boladı.

Demek P_1 sırtqı kúshtiń óz baǵıtı boyınsha P_2 kúshten payda bolǵan kóshiwde orınlaǵan jumısı, P_2 sırtqı kúshtiń óz baǵıtı boyınsha P_1 sırtqı kúshten payda bolǵan kóshiwde orınlaǵan jumısına teń, yaǵnıy

$$P_1 \cdot \Delta_{12} = P_2 \Delta_{21} \text{ yamasa } A_{12} = A_{21} \tag{9.11}$$

Bul teoremaǵa jumıslardıń óz ara teńligi haqqındaǵı teoreması, yamasa italiyalı ilimpaz Enriko Betti (1823—1892-jj.) teoreması delinedi.

9.5.2. Kóshiwlerdiń óz ara baylanısı haqqındaǵı teorema

Elastik sistemanıń tómendegi eki jaǵdayın tekseremiz.

1. Ápiwayı balkaǵa tek bir kúsh $P_i = 1$. hám ekinshi birlik kúsh $P_K = 1$ qoyılǵan bolsın (9.8-súwret) bunday hallar birlik halatlar delinedi.

Sistemanıń eki halı ushın, jumıslardıń óz ara baylanısı haqqındaǵı teoremaǵa tiykarlanıp (9.11):

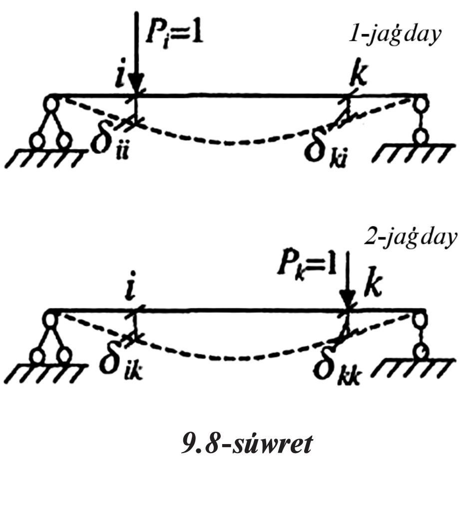
$$A_{iK} = A_{Ki}$$

$$\text{yamasa} \quad P_i \delta_{ik} = P_K \cdot \delta_{Ki}$$

$P_i = 1$ hám $P_K = 1$ bolǵanlıǵı ushın

$$\delta_{iK} = \delta_{Ki} \quad \text{boladı} \qquad (9.12)$$

Demek, **elastik sistemada birlik kúsh P_i baǵıtı boyınsha ekinshi P_k birlik kúshten payda bolǵan kóshiw, ekinshi birlik kúsh P_K baǵıtı boyınsha birinshi birlik kúsh P_i den payda bol-**



9.8-súwret

ǵan kóshiwge teń. Buǵan birlik kóshiwlerdiń óz ara baylanısı haqqındaǵı teorema yamasa **Maksvell teoreması** delinedi.

9.6. Kóshiwlerdi anıqlawdıń universal formulası (Mor formulası)

Kóshiwler qaǵıydasın deformaciyalanǵan sistemalarǵa qollanǵanda, sırtqı hám ishki kúshlerdiń orınlawı múmkin bolǵan jumısın esapqa alıwǵa tuwra keledi.

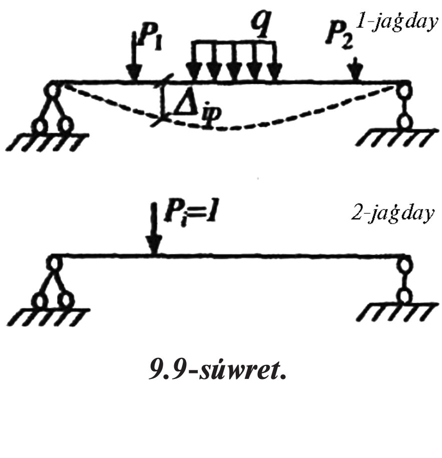
Sırtqı hám ishki kúshlerdiń orınlawı múmkin bolǵan jumıslarınıń qosındısı kishi kóshiwlerde nolge teń:

$$A_{ik} + W_{ik} = 0 \tag{9.13}$$

Deformaciyalanıp atırǵan sterjenli sistemalar ushın (9.13) hám (9.7) formulanı esapqa alsaq.

$$A_{ik} - \left(\sum \int_0^l \frac{\overline{M}_i\, M_K}{2EJ}\,dx + \sum \int_0^l \eta\, \frac{\overline{Q}_i\, Q_K}{2GF}\,dx + \sum \int_0^l \frac{\overline{N}_i\, N_K}{2EF}\,dx\right) = 0 \tag{9.14}$$

Tómendegi balkanıń eki túrli júkleniw halın tekseremiz (9.9-súwret).



9.9-súwret.

I. júkler sisteması qoyılǵan,

II. toplanǵan júk qoyılǵan P_i kúshiniń orınlaǵan jumısı

$$A_{ip} = P_i\Delta_{ip} \tag{9.15}$$

Ishki kúshlerdiń orınlawı múmkin bolǵan jumısın esapqa alıp (9.15) ti (9.14) ǵa qoysaq:

$$P_i\Delta_{iP} = \sum\int_S \frac{M_i M_p}{EJ}dx + \sum\int_S \eta\frac{Q_i Q_p}{GF}dx + \sum\int_S \frac{N_i N_P}{EF}dx \text{ boladı.}$$

Ekinshi jaǵdayda $P_i = 1$ dep qabıl etsek:

$$\Delta_{ip} = \sum\int_0^l \frac{\overline{M}_1 M_F}{EJ}dx + \sum\int_0^l \eta\frac{\overline{Q}_1 Q_P}{GF}dx + \sum\int_0^l \frac{\overline{N}_1 N_F}{EF}dx \tag{9.16}$$

(9.16) formula Mor formulası yaǵnıy kóshiwlerdi anıqlawdıń universal formulası dep ataladı.

Universal formulanıń ózine tán qásiyetleri:

1. Balka hám ramalardaǵı kóshiwlerdi anıqlawda boylama hám kese kúshlerden payda bolatuǵın kóshiwlerdi esapqa almasa da boladı. Sebebi olardan payda bolatuǵın kóshiw iyiwshi moment tásirinen payda bolatuǵın kóshiwge salıstırǵanda júdá kishi boladı. Bunda (9.16) formula tómendegishe jazıladı:

$$\Delta_{ip} = \sum\int_0^{\ell} \frac{\overline{M}_i \cdot M_F}{EI}dx = \frac{\overline{M}_i \cdot M_F}{EI}\cdot \ell i \tag{9.17}$$

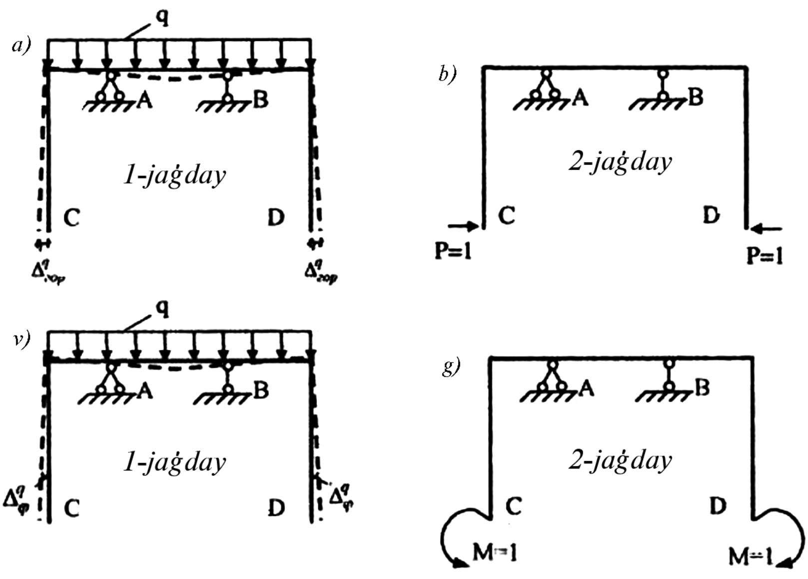
2. Ferma sterjenlerinde tek boylama kúshler payda bolatuǵınlıǵı ushın, iyiwshi moment hám kesiwshi kúshlerdi esapqa almasa da boladı. Bul jaǵdayda (9.16) formulası tómendegishe túrde jazıladı.

$$\Delta_{ip} = \sum \int_0^l \frac{\overline{N}_i N_F}{EF} dx = \frac{\overline{N}_i N_p}{EF} l_i \tag{9.18}$$

3. Arkalardaġı kóshiwlerdi anıqlawda kese kúshlerden payda bolatuġın kóshiwlerdi esapqa almasaqda boladı, (9.16) formula bul jaġdayda tómendegishe jazıladı.

$$\Delta_{ip} = \sum \int_0^\ell \frac{\overline{M}_i \cdot M_F}{EJ} dx + \sum \int_0^\ell \frac{\overline{N}_i N_F}{EF} dx \tag{9.19}$$

Elastik sistemalarda eki kesimniń óz ara kóshiwlerin universal (9.16) formula járdeminde anıqlawımız múmkin. Mısalı *S* hám *D* tochkalarınıń kúsh tásirinen óz ara gorizontal kóshiwlerin (Δ) nı anıqlaw ushın *S* hám *D* tochkalarġa qarama-qarsı baġıtta eki birlik gorizontal kúsh qoyıladı



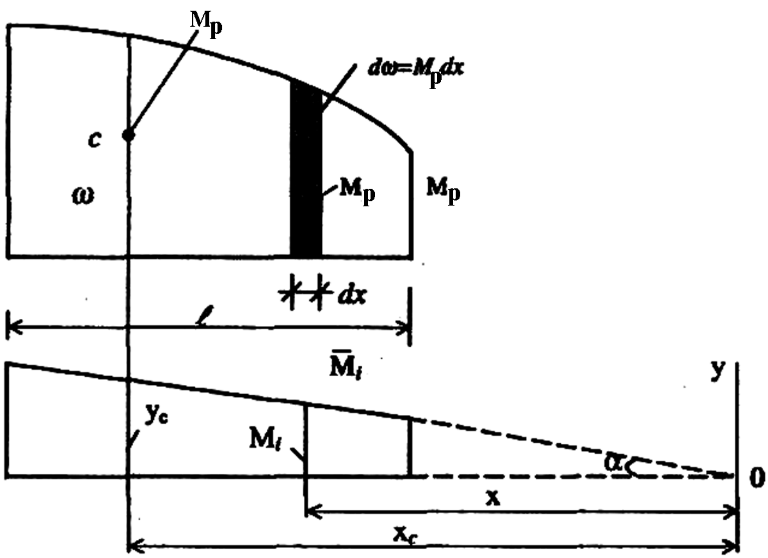
9.10-súwret.

(9.10, *b*-súwret) hám (9.16) formula járdeminde bul kóshiwler anıqlanadı. Egerde sistemanıń *S* hám *D* tochkalarınıń óz ara múyeshli kóshiwlerin anıqlaw kerek bolsa, II jaǵdayda sol tochkalarǵa qarama-qarsı baǵıtlanǵan birlik momentler qoyıladı (9.10, *g*-súwret) hámde (9.16) formula járdeminde bul tochkalardıń óz ara aylanıw múyeshleri anıqlanadı.

Eger sistemanıń eki tochkasınıń óz ara kóshiwi oń bolsa, úyrenilip atırǵan kóshiwlerdiń baǵıtı birlik kúshlerdiń baǵıtına tuwra kelip, *S* hám *D* tochkalar bir-birine jaqınlasadı. Kóshiw teris shama bolsa, *S* hám *D* tochkalar bir-birinen uzaqlasadı.

9.7. Kóshiwlerdi anıqlawdıń A.N. Vereshchagin usılı

Rama hám balkalardı kóshiwge (9.17) ǵa tiykarlanıp integrallaw jolı menen anıqlaw usılın iyiwshi momentler epyuraların kóbeytiw usılı menen almastırıwǵa boladı. Bul usıl kóshiwlerdi anıqlawdı birqansha ápiwayılastıradı.



9.11-súwret.

Sistemanıń serpimliligi ózgermes bolǵan bir bólimin qaraymız. I halatta sırtqı júklerden qurılǵan M_r, II halatta bolsa birlik kúshten sızılǵan M_i epyura berilgen bolıp M_r epyura iymek sızıqlı, M_i tuwrı sızıqlı bolsın (9.11-súwret)

Bunda $M_i = xtg\alpha$ (9.11-súwret II halat)

M_i di (9.17) ǵa qoyıp

$$\Delta_{ip} = \frac{1}{EJ}\int_0^{\ell} M_i M_p dx = \frac{1}{EI} tg\alpha \int_0^{\ell} x\, M_p dx = \frac{1}{EI} tg\alpha \int_0^{\ell} xdw \quad (a)$$

teńlemesine iye bolamız.

Bunda, $M_p dx = dw$

integral $\int_0^{\ell} xdw, M_p$ iyiwshi moment epyurası, maydanı W dı 0_u kósherine salıstırmalı alınǵan statikalıq momentine teń boladı.

$$\int_0^{\ell} xdw = w_p \cdot X_c \qquad (b)$$

(b) nı *(a)* ǵa qoysaq $\Delta_{ip} = tg\alpha \cdot X_c \cdot w_p$ boladı, $tg\alpha \cdot x_c = y_c$ ekenligin esapqa alsaq, tómendegi kelip shıǵadı:

$$\Delta_{ip} = \int_0^{\ell} \frac{M_i M_p}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} w_p \cdot yc \qquad (9.20)$$

Solay etip, Mor integralın (9.20) eki epyuranıń óz ara kóbeymesine almastırıw múmkin eken. Bunda birinshi epyuranıń maydanı, sol maydannıń awırlıq orayına tuwra keliwshi ekinshi epyura ordinatası y_c ke (y_c tuwrı sızıqlı epyuradan alınıwı shárt) kóbeytiledi.

(9.20) nı sistemanıń barlıq bólimleri ushın jazsaq:

$$\Delta_{ip} = \sum_{j=1}^{n} \int_{0}^{\ell} \frac{M_1 M_{pi}}{EJ_j} dx = \sum_{j=1}^{n} \frac{w_{jp} \cdot y_{cj}}{EJ_j} \quad (9.21)$$

bunda $W_{jp} - M_p$ iyiwshi moment epyurasınıń maydanı;

$y_{cj} - M_{pj}$ iyiwshi moment epyurasınıń awırlıq orayına tuwra keliwshi birlik M_i iyiwshi moment epyurasındaǵı ordinata.

Mor integralın bunday tárizde esaplawǵa A. N. Vereshchagin usılı yamasa epyuralar kóbeymesi usılı delinedi. Bul usıldı 1925-jılı Moskva temir jol transportı institutı studenti A. N. Vereshchagin islep shıqqan.

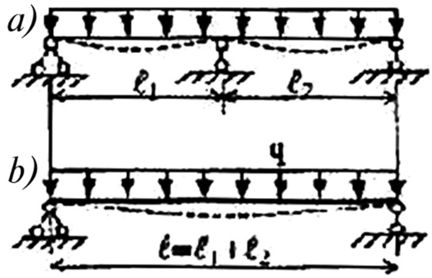
Tekseriw ushın sorawlar

1. Kóshiwler degenimiz ne?
2. Soorujenie tochkalarınıń kóshiwleri neshe túrli boladı?
3. Elastik sistemalarda kóshiwlerdi anıqlawdıń neshe túri bar?
4. Elastik sistemalarda tochkalardıń kóshiwi qaysı nızamǵa tiykarlanadı?
5. Ishki kóshiwlerdiń atqarǵan jumısı haqqında aytıp beriń.
6. Elastik sistemalarda deformaciyanıń potencial energiyası degenimiz ne?
7. Jumıslardıń óz ara baylanısı haqqındaǵı teoremaǵa túsinik beriń.
8. Kóshiwlerdi anıqlawdıń Mor usılı haqqında aytıp beriń.
9. Kóshiwlerdi anıqlawdıń A. N. Vereshchagin usılın túsindiriń.

X BAP. STATIKALÍQ ANÍQ EMES SISTEMALAR

10.1 Statikalıq anıq emes sistemalar haqqında túsinik

Qurılısta tiykarınan statikalıq anıq emes sistemalar qollanıladı. Statikalıq anıq emes sistemalar statikalıq anıq sistemalarǵa salıstırǵanda tómendegi abzallıqlarǵa iye:



10.1-súwret

1) statikalıq anıq emes sistemalar ózine tuwra kelgen statikalıq anıq sistemalarǵa salıstırǵanda únemli sanaladı. (10.1, *a, b*-súwret)

2) statikalıq anıq emes sistemalarda qandayda bir baylanıstıń isten shıǵıwı soorujenieniń pútkilley isten shıǵıwına alıp kelmeydi, al statikalıq anıq sistemalarda bolsa pútkilley isten shıǵıwına alıp keledi. (10.1, *a*-súwret)

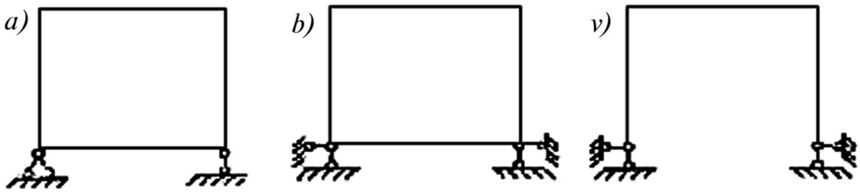
3) statikalıq anıq emes sistemalar quramında zıyat baylanıslardıń bar ekenligi olardıń bekkemligin asıradı. (10.1-súwret, *b*)

Statikalıq anıq emes sistemalardıń tiykarǵı kemshiligi olardıń statikalıq anıq emesligi esaplanadı.

Mısalı 10.1-súwrette kórsetilgen eki aralıqlı *AV* balkanı sonday uzınlıqtaǵı ápiwayı *AV* balka menen almastırsaq, bul balka statikalıq anıq balkaǵa salıstırmalı bir artıqsha tayanısh baylanısqa iye ekenligi kórinedi.

Bul tayanıshlardaǵı reakciya kúshlerin statikanıń teńsalmaqlılıq teńlemeleri járdeminde anıqlaw múmkin emes, sonıń ushın bul balka statikalıq anıq emes balka dep ataladı.

Demek, elementlerinde sırtqı kúshlerden payda bolatuǵın kernew hám tayanısh reakciya kúshleri statikanıń teńsalmaqlılıq



10.2-súwret.

teńlemeleri járdeminde anıqlanbaytuǵın sistemalar statikalıq anıq emes sistemalar dep ataladı.

Statikalıq anıq emes sistemanıń «zıyat» baylanısları sanı sol sistemanıń statikalıq anıq emeslik dárejesi delinedi. Mısalı: Joqarıdaǵı balka (10.1.*a*-súwret) bir «zıyat» tayanısh baylanısına iye bolǵanı ushın bir márte statikalıq anıq emes bolıp esaplanadı.

Statikalıq anıq emes sistemalar ishki, sırtqı, bir waqıtta ishki hám sırtqı statikalıq anıq emes sistemalarǵa bólinedi (10.2-súwret). Ishki baylanısqa iye bolǵan (jabıq kontur) statikalıq anıq emes sistema 10.2, *a*-súwrette kórsetilgen.

Úshten zıyat tayanısh baylanısına iye bolǵan, ashıq sharnirsiz sistemalar sırtqı statikalıq anıq emes sistemalar dep ataladı (10.2, *v*-súwret). Eger sistema jabıq konturdan quralıp, úshewden artıq tayanısh baylanısqa iye bolsa, bunday sistemalarda ishki hám sırtqı statikalıq anıq emes sistemalar delinedi. (10.2, *b*-súwret)

Statikalıq anıq emes sistemalardı esaplaw statikalıq anıq sistemalarǵa salıstırǵanda quramalıraq, temperaturanıń ózgeriwi hám tayanıshlardıń shógiwi qosımsha kernewlikti payda etedi. Sistema elementleriniń uzınlıqları hám kese kesimleri esaplawdan aldın belgilengen hám anıq bolıwı kerek. Bul ólshemlerdegi parıqlar, elementlerdi jıynawda jol qoyılǵan bazı bir anıq emeslikler de sistemada qosımsha kernewlikti payda etedi.

Statikalıq anıq emes sistemalardı esaplaw ushın statika teńsalmaqlılıq teńlemelerinen basqa, qosımsha túrde statikalıq anıq emeslik dárejesine teń bolǵan deformaciya teńlemeleri dúziledi. Sistemalarda payda bolatuǵın deformaciyalardı esapqa alıp dúziletuǵın teńlemeler deformaciya teńlemeleri dep ataladı.

Statikalıq anıq emes sistemalar tómendegi usıllar járdeminde esaplanadı:

1. Kúshler usılı — bul usılda sistemanıń zıyat baylanıslarında júzege keletuǵın kernewlikler belgisizler delinedi hám olar belgisiz kúshler menen almastırıladı, sonıń ushın da bul usıl kúshler usılı delinedi.

2. Kóshiwler usılı. Bul usıl statikalıq anıq emes sistema túyinlerindegi sızıqlı hám múyeshli kóshiwler belgisizler sıpatında qabıl etiledi, belgisizler kóshiwler bolǵanlıǵı sebepli bul usıl kóshiwler usılı dep júrgiziledi.

3. Aralas usıl. Bul usılda sistemanıń zıyat baylanıslarınıń bir bóliminde kúshler, qalǵan bóliminde bolsa sistema túyinleriniń kóshiwleri belgisiz dep qabıl etiledi. Kúshler hám kóshiwler usılınıń bir waqıtta qollanılıwı sebepli bul usıl aralas usıl delinedi.

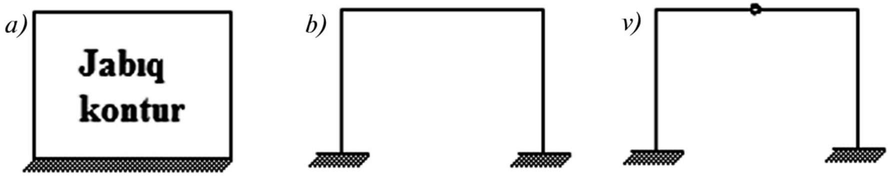
4. Izbe-iz jaqınlasıw usılı. Bul usıllar kóshiwler usılınıń jańalastırılǵan quramalı usılları esaplanadı.

5. Matricalar usılı. Bul usıl matricalar járdeminde EEM lar menen esaplawǵa tiykarlanǵan.

10.2. Statikalıq anıq emeslik dárejesi

Kúshler usılınıń tiykarǵı basqıshlarınan biri sistemanıń statikalıq anıq emeslik dárejesin esaplaw bolıp tabıladı. Sistemanıń statikalıq anıq emeslik dárejesi onı esaplaw qay dárejede quramalı yamasa ápiwayılıǵın bildiredi.

Statikalıq anıq emes sistemalardaǵı zıyat baylanıslar sanı S_A tómendegi Chebıshev formulasına tiykarlanıp esaplanadı:



10.3-súwret.

$$S_A = -\ W = 2Sh + S_t - 3D \qquad (10.1)$$

Sırtqı statikalıq anıq emes sistemalarda zıyat baylanıslar sanı (10.1) formulası menen anıqlanadı. Biraq jabıq konturlı ishki statikalıq anıq emes sistemalardıń zıyat baylanıslarınıń sanın barlıq waqıtta bul formula menen anıqlay almaymız.

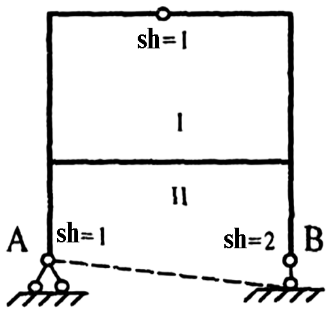
Mısalı, tuwrı tórt múyeshli jabıq konturlı rama úsh márte statikalıq anıq emes (10.3, *a*-súwret).

Sharnirsiz ramaǵa jabıq kontur delinedi (10.3, *b*-súwret)

Eger de jabıq konturdıń elementleriniń birine sharnir qoyılsa, ramanıń statikalıq anıq emeslik dárejesi birge kemiydi (10.3, *v*-súwret). Demek jabıq konturlı ramalardıń statikalıq anıq emeslik dárejesi S_A tómendegi formula menen anıqlanadı:

$$S_A = 3K - Sh \qquad (10.2)$$

Bunda K — jabıq konturlar sanı; Sh — ápiwayı sharnirler sanı. Sharnirli qozǵalmaytuǵın hám sharnirli qozǵalıwshı tayanıshı bar sistemalarda jabıq konturlar payda etiwde, sharnirli qozǵalmas tayanıshtıń ústingi sharnirli qozǵalıwshı tayanıshtıń tómengi sharniri menen shamalap tutastırıladı (10.4-súwret). Jabıq konturlı sistemalarda ápiwayı sharnirler sanın esaplawda sharnirli qozǵalmas tayanıshlarda bir ápiwayı



10.4-súwret

sharnir, sharnirli qozǵalıwshı tayanıshlarda eki ápiwayı sharnir bar dep sanaladı (10.4-súwret).

Demek, rama eki márte statikalıq anıq emes bolıp, 2 zıyat baylanısqa iye.

$S_A = 3 * 2 - 4 = 2$

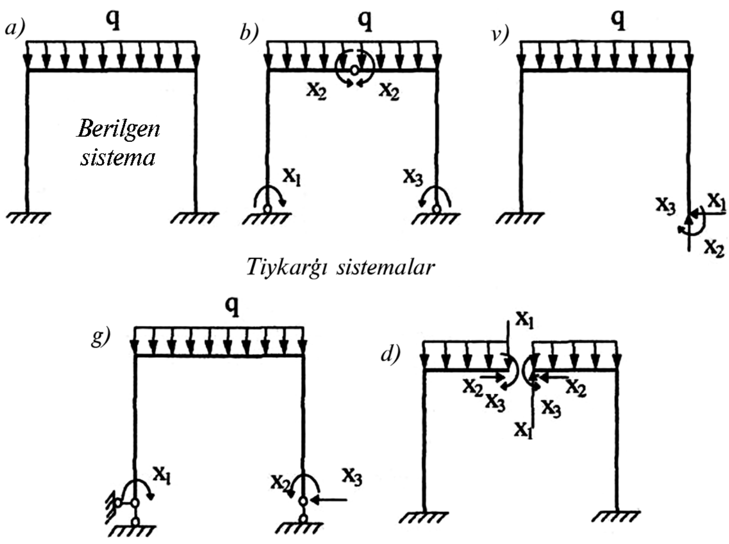
$S_A = - W = 2Sh + S_t - 3D = 2*1 + 3 - 3 * 1 = 2$

(S_t— tayanısh sterjenleriniń sanı)

10.3. Kúshler usılınıń tiykarǵı sisteması

Statikalıq anıq emes ramalardı kúshler usılı menen esaplaw onıń statikalıq anıq emeslik dárejesin anıqlawdan baslanadı, yaǵnıy zıyat baylanıslar sanı anıqlanadı. Sonnan soń tiykarǵı sistema tańlanadı. Tiykarǵı sistema zıyat baylanıslardı taslap jiberiw jolı menen payda etiledi.

Tiykarǵı sistema dep, statikalıq anıq emes sistemadaǵı zıyat baylanıslar belgisiz kúshler menen almastırılǵan, statikalıq



10.5-súwret

anıq hám geometriyalıq ózgermes etip tańlanǵan sistemaǵa aytıladı.

Statikalıq anıq emes sistema ushın tiykarǵı sistemanı birneshe túrli kóriniste tańlawımız múmkin (10.5-súwret, *b, v, g, d*)

Solay etip, kúshler usılınıń tiykarǵı sisteması tómendegi usıllar menen tańlap alınadı.

1. Zıyat dep qabıl etilgen tayanıshlar yamasa tayanısh baylanısları taslap jiberiledi (10.5, *a, b, v*-súwret)

2. Berilgen sistemaǵa sharnirler kiritiledi (10.5 *b, g*-súwret)

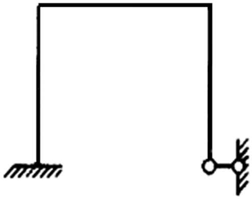
3. Berilgen sistemanıń bazı bir kesimi qırqılıwı múmkin (10.5, *d*-súwret).

10.5-súwrette usı belgisiz rama ushın tórt túrli tiykarǵı sistema tańlap kórsetilgen. Bul tórt túrli tiykarǵı sistemanıń barlıǵı geometriyalıq ózgermes, statikalıq anıq.

Tórt tiykarǵı sistemanı esaplaw nátiyjeleri birdey boladı. Biraq bul tiykarǵı sistemalardan biri eń qolaylısı (racional) tańlap alınadı. Qolaylı tiykarǵı sistema 10.5, *d*-súwret esaplanadı. Bul tiykarǵı sistemada belgisizler simmetriyalı hám simmetriyalı emes bolıp, olardıń iyiwshi moment epyuraları da simmetriyalı hám simmetriyalı emes boladı.

Sebebi, bunday sistema ushın iyiwshi moment epyurasın qurıw ańsat bolıp, kóshiwlerin anıqlaw ápiwayılasadı hám kóshiwlerdiń birazı nolge teń boladı.

10.1-mısal. *Artıqsha baylanıslar sanın anıqlań hám olardı alıp taslaw jolı menen statikalıq anıq sistema dúziń (10.6-súwret).*

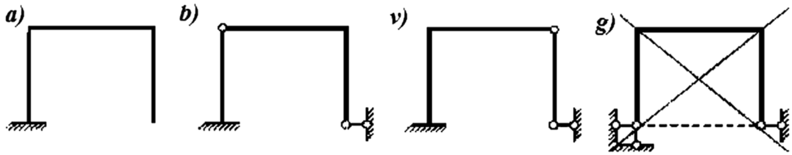


10.6-súwret.

(10.1) formulası boyınsha artıqsha baylanıslar sanın anıqlaymız:

$$W = S_t + 2Sh - 3D = 4 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 1 = 1$$

Berilgen sistema bir artıqsha baylanısqa iye. Sistemanıń oń tayanıshındaǵı gori-

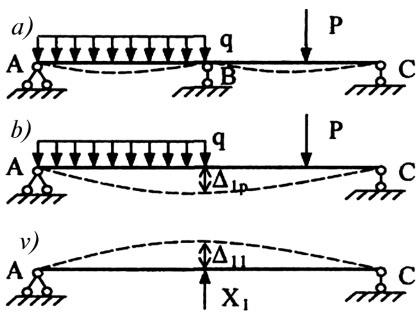


10.7-súwret.

zontal sterjen alıp taslansa, alınǵan sistema eń ápiwayı statikalıq anıq sistema boladı. (10.7, *a*). Eger shep yamasa oń túyinge ápiwayı sharnir kiritilse, sistema onsha jaqsı tańlanbaǵan boladı. (10.7, *b, v*). Konsol tayanıshqa sharnir kiritiw múmkin emes, sebebi sonday tártipte alınǵan sistema ózgeriwsheń boladı (10.7, *g-súwret*).

10.4. Kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemeleri

Statikalıq anıq emes sistemadaǵı belgisiz kernewlerdi anıqlaw ushın, statikanıń teńsalmaqlılıq teńlemelerine qosımsha, zıyat baylanıslar sanına teń bolǵan deformaciya teńlemeleri dúziledi. Qosımsha deformaciya teńlemelerin dúziw tártibin tómendegi bir márte statikalıq anıq emes ápiwayı balka mısalında kóremiz (10.8, *a*-súwret)



10.8-súwret.

Berilgen *ABS* balkadaǵı *B* tayanısh baylanısın belgisiz X_1 kúsh penen almastırıp tiykarǵı sistema tańlaymız. Nátiyjede ápiwayı statikalıq anıq balka payda boldı.

Berilgen balkadaǵı *B* tayanıshta serpimliliktiń nolge teń ekenligin esapqa alsaq $\Delta_{11} - \Delta_{1P} = 0 \quad (a)$ boladı.

Bunda $\Delta_{11} - X_1$ belgisiz kúsh baǵıtındaǵı sol kúshtiń ózinen payda bolǵan kóshiw.

$\Delta_{11} - X_1$ baǵıtındaǵı sırtqı júklerden payda bolǵan kóshiw

Eger de $\bar{X}_1 = 1$ bolsa, Guk nızamına tiykarlanıp $\Delta_{11} = \delta_{11} \cdot X_1$ boladı.

Bul waqıtta *(a)* teńleme tómendegishe kóriniske iye boladı:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0 \quad (b)$$

$$\text{bunnan,} \quad X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}}$$

Bul jerde, δ_{11} hám Δ_{1p} ler Mor formulası boyınsha anıqlanadı:

$$\delta_{11} = \sum \int_0^l \frac{\bar{M}_1^2}{EJ} dx : \Delta_{ip} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 M_p}{EJ} dx,$$

(b) teńlemege kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesi delinedi. Demek, **kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesi dep, taslap jiberilgen baylanıslar baǵıtında belgisiz hám sırtqı kúshlerden payda bolǵan kóshiwler qosındısı nolge teńligin kórsetiwshi teńlemege aytıladı.**

3-márte statikalıq anıq emes rama ushın kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesin dúziw

Berilgen 3-márte statikalıq anıq emes rama (10.9-súwret) ushın *(b)* ǵa tiykarlanıp kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesin dúzemiz:

$$\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\delta_{13}X_3+\Delta_{1p}=0$$

$$\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\delta_{23}X_3+\Delta_{2p}=0$$

$$\delta_{31}X_1+\delta_{32}X_2+\delta_{33}X_3+\Delta_{3p}=0$$

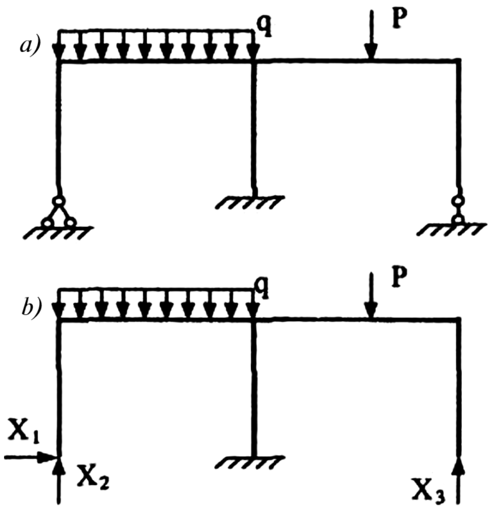
Bunda $\delta_{11}-X_1$ kúsh baǵıtı boyınsha, $\bar{X}_1=1$ den payda bolǵan kóshiw; $\delta_{12},\delta_{13}-X_1$ diń baǵıtı boyınsha birlik kúshler $\bar{X}_2=1$ hám $\bar{X}_3=1$ lerden payda bolǵan birlik kóshiwler; δ_{21},δ_{22} hám δ_{23} ler — X_2 niń baǵıtı boyınsha birlik kúshler $\bar{X}_1=1,$ $\bar{X}_2=1$ hám $\bar{X}_3=1$ lerden payda bolǵan birlik kóshiwler δ_{31},δ_{32} hám δ_{33} ler X_3 tiń baǵıtı boyınsha birlik kúshler $\bar{X}_1=1,$ $\bar{X}_2=1$ hám $\bar{X}_3=1$ lerden payda bolǵan birlik kóshiwler Δ_{1p},Δ_{2p} hám Δ_{3p} lar belgisiz kúshleri X_1, X_2, hám X_3 lerdiń baǵıtı boyınsha sırtqı júk tásirinen payda bolǵan kóshiwler; δ_{11},δ_{22} hám δ_{33} ler birlik bas kóshiwler yamasa kanonikalıq teńleme bas koefficientleri delinedi. δ_{21} hám δ_{12},δ_{13} hám δ_{31},δ_{32} hám δ_{23} ler birlik uqsas kóshiwler yamasa kanonikalıq teńlemeniń uqsas koefficientleri delinedi hám Maksvell teoremasına tiykarlanıp olar óz ara teń boladı:

$$\delta_{12}=\delta_{21};\delta_{13}=\delta_{31};\delta_{32}=\delta_{23}$$

$\Delta_{1p},\Delta_{2p},\Delta_{3p}$ — kanonikalıq teńlemeniń azat sanları dep ataladı.

Bas kóshiwlerdiń belgileri hámme waqıtta oń boladı hám heshqashan nolge teń bolmaydı. Kanonikalıq teńleme koefficientleri hám azat sanlar Mor formulası járdeminde anıqlanadı:

$$\delta_{ii} = \sum \int_0^l \frac{\bar{M}_i^2}{EJ} dx; \quad \delta_{ij} = \sum \int_0^l \frac{\bar{M}_i \bar{M}_j}{EJ} dx; \quad \Delta_{ip} = \sum \int_0^l \frac{\bar{M}_i \bar{M}_p}{EJ} dx \qquad (10.3)$$



10.9-súwret.

Eger de sistema n márte statikalıq anıq emes bolsa, kanonikalıq teńlemeler sanı da n dana boladı

$$\begin{aligned} &\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} X_2 + \ldots + \delta_{in} X_n + \Delta_{ip} = 0 \\ &\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \ldots\ldots + \delta_{2n} X_n + \Delta_{2p} = 0 \\ &\delta_{n1} X_1 + \delta_{n2} X_2 + \ldots\ldots + \delta_{nn} \cdot X_n + \Delta_{np} = 0 \end{aligned} \qquad (10.4)$$

10.5. Statikalıq anıq emes ramalardı sırtqı júkler tásirine kúshler usılı menen esaplaw

Qurılısta eń kóp qollanılatuǵın konstrukciyalar statikalıq anıq emes ramalar bolıp tabıladı. Statikalıq anıq emes ramalar sırtqı júkler tásirine kúshler usılı járdeminde tómendegi tártipte esaplanadı.

1. Ramalardıń statikalıq anıq emeslik dárejesi, yaǵnıy zıyat baylanıslar sanı (10.1) yamasa (10.2) formulalarǵa tiykarlanıp anıqlanadı.

2. Ramadaǵı «zıyat» baylanıslar belgisiz kúshler menen almastırılıp, tiykarǵı sistema tańlap alınadı.

3. Tiykarǵı sistemadaǵı «zıyat» belgisizlerdiń baǵıtı boyınsha sırtqı kúshlerden hám belgisizler tásirinen payda bolatuǵın kóshiwler qosındısınıń nolge teń ekenligin anıqlawshı kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemeler sisteması (10.4) dúziledi.

4. Kanonikalıq teńlemeler sistemasında belgisizler aldındaǵı koefficientler (birlik kóshiwler) hám azat sanlar anıqlanadı. Bunıń ushın Mor formulasınan yamasa Vereshchagin usılınan paydalanıladı.

5. Kanonikalıq teńleme koefficientleri hám azat sanlarınıń durıslıǵı tekseriledi.

a) Kanonikalıq teńleme koefficientleriniń durıslıǵın tekseriw ushın universal tekseriw ótkeriledi.

$$\delta_{ss} = \sum \int_S \frac{M_S^2}{EJ} dx = \sum \delta \qquad (10.5)$$

bunda $\bar{M}_s = \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + ... + \bar{M}_n$ formulası járdeminde sheshiledi.

$$\sum \delta = \delta_{11} + ... + \delta_{nn} + 2(\delta_{12} + \delta_{13} + ...\delta_{n-1,n})$$

$\sum \delta$ — barlıq birlik kóshiwler jıyındısı.

Eger universal tekseriw orınlanbasa, ol jaǵdayda kanonikalıq teńlemeniń koefficientlerin qatarlap tekseriwge boladı:

$$\sum \delta_1 = \delta_{11} + \delta_{12} + ... + \delta_{1n} = \sum \int \frac{M_1, M_s}{EJ} dx;$$

$$\sum \delta_2 = \delta_{21} + \delta_{22} + ...\delta_{2n} = \sum \int \frac{\bar{M}_2 \bar{M}_s}{EJ} dx \qquad (10.6)$$

$$\sum\delta_n = \delta_{n1} + \delta_{n2} + \dots. + \delta_{nn} = \sum\int \frac{\bar{M}_n \bar{M}_s}{EJ} dx;$$

b) Kanonikalıq teńlemeniń azat sanlarınıń durıslığı tekseriledi.

$$\Delta_{SP} = \Delta_{1p} + \Delta_{2p} + \dots + \Delta_{np} = \sum\int \frac{\bar{M}_s M_P}{EJ} dx \qquad (10.7)$$

6. Kanonikalıq teńlemeniń koefficientleri hám azat sanları tekserilip, durıs ekenligi tastıyıqlanǵannan keyin, olar kanonikalıq teńlemege qoyılıp sheshiledi hám belgisiz X_1, X_2.....X_n kúshleriniń shamaları esaplanadı.

7. Ramanıń qálegen kesimindegi iyiwshi moment M_x tómendegi formula menen anıqlanadı:

$$M_x = \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2 + \dots.. + \bar{M}_n X_n + M_p \qquad (10.8)$$

Bunda $\bar{M}_1 X_1, \bar{M}_2 X_2 \dots \bar{M}_n X_n$ — dúzetilgen moment epyuraları dep ataladı. Dúzetilgen moment epyurasınıń ordinataların sırtqı júk iyiwshi moment epyurasına tuwra keletuǵın ordinatalarǵa qollanıw arqalı payda etilgen juwmaqlawshı iyiwshi moment epyurası dep ataladı. M_x epyura statikalıq anıq emes ramanıń sozılǵan talaları tárepine sızıladı.

8. Qurılǵan juwmaqlawshı iyiwshi moment epyurasın tekseriw.

a) Statikalıq tekseriw. Ramanıń hárbir túyini iyiwshi momentler tásirinde teńsalmaqlılıq jaǵdayında bolıwı kerek. Bunı tekseriw ushın ramadan túyinler qırqıp alınıp, olarǵa qalǵan bóliminiń tásirin iyiwshi moment penen almastırıp túyinniń teńsalmaqlılıq shártleri jazıladı. Bul tekseriw májbúriy biraq jeterli emes. Sonıń ushın deformaciyalıq tekseriw ótkeriledi.

b) Deformaciyalıq tekseriw. Eger rama ushın iyiwshi momenttiń M_x epyurası durıs sızılǵan bolsa, ol jaǵdayda hárbir belgisiz kúsh baǵıtı boyınsha kóshiwi nolge teń bolıwı shárt, yamasa:

$$\sum\int\frac{M_X M_S}{EJ}dx=0 \qquad (10.9)$$

Bul tekseriw orınlansa, M_x epyura durıs esaplanǵan boladı.

9. Kese kúsh epyurası Q_x juwmaqlawshı iyiwshi moment epyurası M_x tiykarında sızıladı. Q_x epyuranı qurıwda ramanıń hárbir sterjeni ayırım statikalıq anıq ápiwayı balka dep qaraladı. Sterjenge tásir etip atırǵan sırtqı júklerde balkaǵa qoyıladı. M_x epyurasındaǵı rama sterjenleriniń bası hám aqırına tuwra keliwshi iyiwshi momentler tayanısh momentler sıpatında qaraladı. Sonnan keyin kese kúsh shamaları tómendegi formula menen anıqlanadı:

$$Q_X=Q_X^0+\frac{M^{oñ}-M^{shep}}{\ell} \qquad (10.10)$$

Q_X^0 — bunda, ápiwayı balkadaǵı sırtqı júkten payda bolǵan balkanıń qálegen kesimindegi kese kúsh.

$M^{oń}$ — balkanıń oń tayanıshına qoyılǵan iyiwshi moment

M^{shep} — balkanıń shep tayanıshına qoyılǵan iyiwshi moment

ℓ — balkanıń uzınlıǵı

10. Boylama kúsh epyurası N_x kese kúsh epyurası Q_x ten alınıp sızıladı.

Bunda rigelge qoyılǵan kese kúshler kolonna ushın boylama kúsh, kolonnaǵa qoyılǵan kese kúshler rigelge qoyılǵan boylama kúsh boladı. Boylama kúshlerdiń shamasın anıqlaw ushın Q_x epyurası qorshaǵan ramanıń túyinleri ayırıp qırqıp alınadı hám túyinniń teńsalmaqlıq shártleri $\sum X = 0; \sum Y = 0$ den anıqlanadı.

N_x epyurası da statikalıq anıq ramalardaǵı boylama kúsh epyurası sıyaqlı sızıladı.

11. Ramanı ulıwma statikalıq tekseriw. Bul tekseriwde ramanıń barlıq tayanısh reakciyaları M_x, Q_x hám N_x epyuralarınan anıqlanıp qoyıladı hám statikanıń teńsalmaqlılıq shártleri arqalı tekseriledi.

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum M = 0 \qquad (10.11)$$

Tekseriw orınlansa rama durıs esaplanǵan bolıp, ishki kúshler epyuraları durıs qurılǵan boladı.

Tekseriw ushın sorawlar

1. Statikalıq anıq emes sistemalar degenimiz ne?
2. Statikalıq anıq emes sistemalar menen statikalıq anıq sistemalar arasındaǵı parıqtı aytıp beriń.
3. Statikalıq anıq emes sistemalar qanday usıllar menen esaplanıladı?
4. Statikalıq anıq emeslik dárejesi haqqında túsinik beriń.
5. Kúshler usılınıń tiykarǵı sisteması degenimiz ne?
6. Kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemelerin túsindirip beriń.
7. Statikalıq anıq emes ramalar sırtqı júkler tásirine qaysı usılda esaplanadı?
8. Iyiwshi moment epyurası degenimiz ne?
9. Statikalıq deformaciya haqqında túsinik beriń.

XI BAP. TUTAS BALKALARDÍ ESAPLAW

11.1. Tutas balkalar haqqında ulıwma túsinikler

Tutas balkalar qurılısta kóp ushırasatuǵın soorujenie elementlerinen biri. Olar kópirlerdiń, imarat jer tóleleriniń hám basqa konstrukciyalardıń tiykarǵı bólimleri sıpatında qollanıladı.

Tutas balka dep, ekewden artıq vertikal tayanıshqa iye bolǵan hám tayanıshlardan birewi qozǵalmaytuǵın úziliksiz balkaǵa aytıladı.

Tutas balkalar statikalıq anıq emes bolıp, olardıń statikalıq anıq emeslik dárejesi tómendegi formula menen anıqlanadı:

$$C_A = 2Sh + S_t - 3D \qquad (a)$$

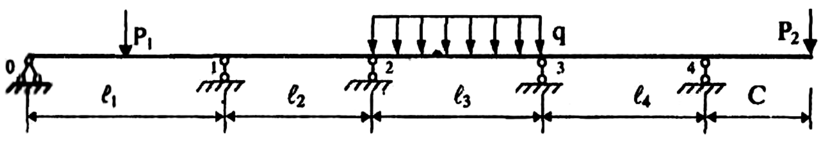
Bul jerde Sh — diskalardı tutastırıwshı ápiwayı sharnirler sanı;

S_t — tayanısh sterjenleriniń sanı

Tutas balka úziliksiz pútin balkadan quralǵanlıǵı sebepli, D=1, Sh=0 boladı. Bul jaǵdayda (a) formula tómendegishe kóriniske keledi:

$$S_A = S_t - 3 \qquad (11.1)$$

Tutas balkalardıń tayanısh baylanısları hám usı tayanıshlarǵa tuwra keliwshi tayanısh momentleri shepten ońǵa qarap 0 den baslap, 1,2....n, dep belgilenedi, aralıqlar bolsa udayına oń tayanısh belgisi menen jazıladı.



11.1-súwret.

Mısalı: 11.1-súwrette berilgen tutas balkanıń statikalıq anıq emeslik dárejesi:

$$S_A = S_T - 3 = 6 - 3 = 3$$

tutas balka 3 márte statikalıq anıq emes.

11.2. Tutas balkalardı kúshler usılı menen esaplaw

Tutas balkalardıń statikalıq anıq emeslik dárejesi kúshler usılında olardaǵı zıyat baylanıslar sanın bildiredi. Tutas balkalardı bul zıyat baylanıslardan azat etip, tiykarǵı sistemanıń eki túrli variantın tańlaymız.

Bunıń ushın joqarıdaǵı mısaldı kórip shıǵamız.

1-variant. Tutas balkada bolǵan zıyat tayanısh baylanısların alıp taslap, olardıń tásirin belgisiz reakciya kúshleri X_1, X_2, X_3 penen almastıramız (11.2, *a*-súwret).

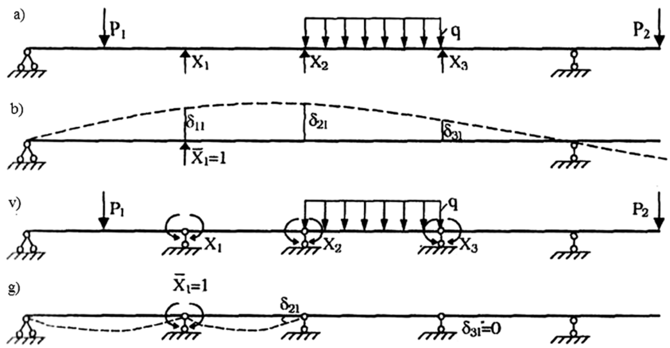
2-variant. Tutas balkanıń aralıq tayanısh kesimlerine sharnirler qoyıp, ishki baylanıslardıń tásirin olarǵa tiyisli belgisiz tayanısh momentleri menen almastıramız (11.2, *v*-súwret). Bunda tiykarǵı sistema ápiwayı statikalıq anıq balkalardan quralǵan boladı.

Kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesin dúzemiz:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1p} = 0$$
$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2P} = 0$$
$$\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} = 0$$

Kanonikalıq teńlemelerdiń hárbiri, tiykarǵı sistemadaǵı belgisizler baǵıtları boyınsha payda bolǵan kóshiwlerdiń qosındısı nolge teńligin belgileydi.

Birinshi variantta kórsetilgen tiykarǵı sistemadaǵı birlik kóshiwlerdiń δ_{ij} heshqaysısı nolge teń bolmaydı (11.2, *b*-súwret)



11.2-súwret

Ekinshi varianttaǵı tiykarǵı sistema ushın kanonikalıq teńlemeniń hárbiri, belgisiz tayanısh momentleri baǵıtı boyınsha óz ara múyeshli kóshiwlerdiń qosındısı nolge teńligin belgileydi. Bul tiykarǵı sistema ushın ayırım járdemshi kóshiwler nolge teń boladı.

Mısalı: $\delta_{31} = \delta_{13} = 0$ (11.2. *g*-súwret)

Tutas balkalardı esaplawdı ańsatlastırıw ushın zıyat belgisizler sıpatında tayanısh momentlerin qabıl etiw qolay keledi.

11.3. Úsh momentler teńlemesi

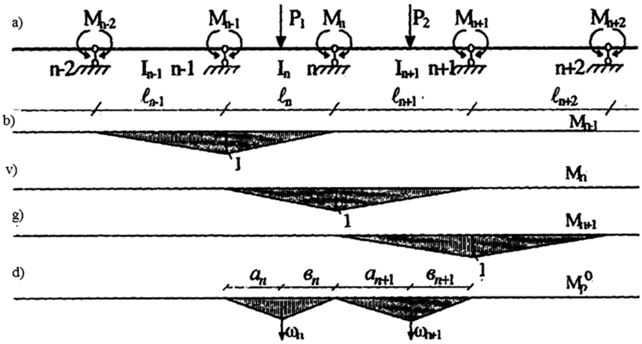
Tutas balkalarda zıyat belgisizler sıpatında tayanısh momentleri qabıl etilip tiykarǵı sistema tańlansa, onda tiykarǵı sistema ápiwayı balkalardan quralǵan boladı. Hárbir ápiwayı balka ózine qoyılǵan júk hám tayanısh momentleri menen júklengen boladı (11.3, *a*-súwret).

Tiykarǵı sistemanıń *n* tayanıshınan shepte aralıqlardı qarasaq, bul aralıqlar tek ózine qoyılǵan júkten hám belgisiz (X_{n-1}, X_n, X_{n+1}),

M_{n-1}, M_n, M_{n+1} tayanısh momentlerinen deformaciyalanadı. Bul waqıtta usı tayanısh ushın kanonikalıq teńleme dúzsek, bul teńleme 3 belgisizli boladı:

$$\delta_{n,n-1}M_{n-1}+\delta_{n,n}M_n+\delta_{n,n+1}M_{n+1}+\Delta_{nP}=0 \qquad (11.2)$$

Birlik momentlerden hám sırtqı júklerden qurılǵan epyuralardı (11.3, *b, v, g* hám *d*) Vereshchagin usılı járdeminde kóbeymeden $\delta_{n,n-1}$; δ_{nn}; δ_{nn-1}; δ_{np} lerdi anıqlap (11.2) teńlemege qoyamız. Azat sandı oń tárepke shıǵarıp, $6EI_0$ ǵa kóbeytip, tómendegi teńlemeni keltirip shıǵaramız:



11.3-súwret.

$$M_{n-1}\ell_n^1+2M_n(\ell_n^1+\ell_{n+1}^1)+M_{n+1}\ell_{n+1}^1=-6\left(\frac{I_0}{I_n}B_n^C+\frac{I_0}{I_{n+1}}A_n^C\right) \qquad (11.3)$$

bunda, $\ell_n^1=\dfrac{I_0}{I_n}\ell_n$; $\ell_{n+1}^1=\dfrac{I_0}{I_{n+1}}\ell_{n+1}$ — aralıqlardıń keltirilgen uzınlıǵı $B_n^{\phi}=w_n\dfrac{a_n}{\ell_n}$ aralıqta sırtqı júkten qurılǵan epyura maydanı yamasa fiktiv júk w_{n+1} payda bolǵan shep tayanıshtaǵı fiktiv reakciya kúshi;

$a_n-\ell_n$ aralıqtaǵı M_p^0 epyurası awırlıq orayınan (*w*-fiktiv júkten) (*n*-1) tayanıshqa shekem bolǵan aralıq.

$e_{n+1} - \ell_{n+1}$ aralıqtaǵı M_p^0 epyurası awırlıq orayınan $(w_{n+1}$ fiktiv júkten) (n+1) tayanıshqa shekemgi aralıq.

I_0 — aralıqlardıń keltirilgen inerciya momenti.

Eger de $EI_{n-1}= EI_n= EI_{n+1}= EI_0=$ const bolsa, ol waqıtta (11.3) teńleme tómendegi kóriniske iye boladı:

$$M_{n-1}\ell_n + 2M_n(\ell_n + \ell_{n+1}) + M_{n+1}\ell_{n+1} = -6(B_n^c + A_{n+1}^c) \qquad (11.4)$$

(11.3) hám (11.4) teńlemede úsh qońsılas tayanısh momentleriniń óz ara baylanıslılıǵı sebepli, bul teńleme úsh moment teńlemesi dep ataladı. Úsh moment teńlemesiniń eń abzal qásiyeti sonnan ibarat, bul teńlemede belgisizler sanı úshten artıq bolmaydı.

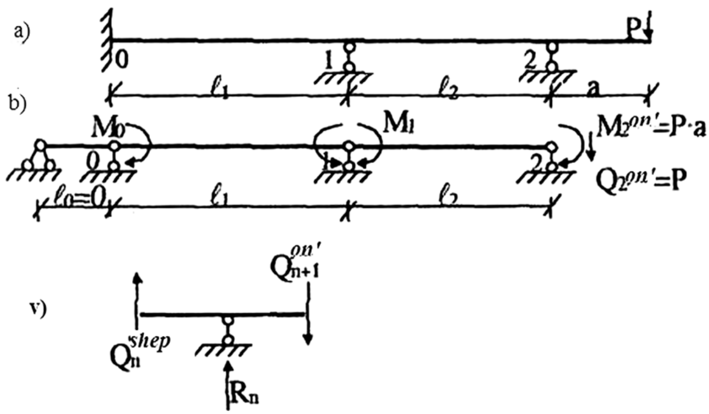
Tutas balkalar aralıqlarınıń hár túrli júkleniwleri ushın 6 ǵa kóbeyttirilgen halda fiktiv tayanısh reakciyalarınıń shamaları 11.1-kestede berilgen.

Tutas balkada qansha aralıq tayanıshlar bolsa, sonsha úsh moment teńlemeleri dúziledi. Demek úsh moment teńlemeleriniń sanı tutas balkanıń statikalıq anıq emeslik dárejesine teń eken. Úsh moment teńlemesin jazıwda tómendegilerdi esapqa alıw kerek.

1. Tutas balkanıń bir ushı konsollı bolsa, konsoldaǵı sırtqı júkten payda bolǵan tayanısh momenti belgili dep, tiykarǵı sistemaǵa qoyıladı (11.4, *b*-súwret).

2. Tutas balkanıń bir ushı qıstırıp bekkemlengen bolsa, tiykarǵı sistema tańlawda balkanıń qıstırılǵan ushı qıyalıy dawam ettirilip, jáne bir aralıq qosıladı. Bul aralıqtıń uzınlıǵın teńleme dúzilgennen keyin 0 ge teń dep alınadı hám bul aralıqtıń qattılıǵı sheksiz dep esaplanadı.

Úsh moment teńlemeleri sistemasın birgelikte sheship, belgisiz tayanısh momentleri anıqlanǵannan keyin tutas balkalar ushın iyiwshi moment hám kese kúsh epyuraları tómendegi formulalar járdeminde qurıladı:



11.4-súwret.

$$M_x = M_p^0 + M_{n+1}\frac{\ell_{n-x}}{\ell_n} + M_n\frac{X}{\ell_n} \tag{11.5}$$

$$Q_x = Q_p^0 + \frac{M_n - M_{n-1}}{\ell_n} \tag{11.6}$$

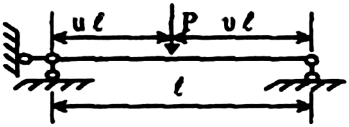
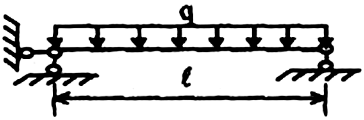
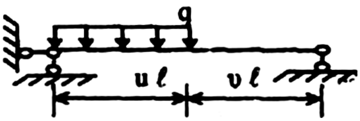
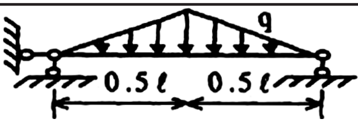
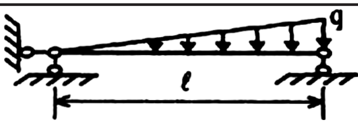
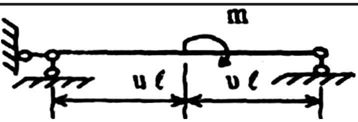
Balkanıń iyiwshi moment epyurası qurılǵannan keyin deformaciyalıq tekseriw ótkeriledi.

$$\sum\int\frac{M_x\bar{M}_i}{EJ}dx = 0 \tag{11.7}$$

Kese kúsh epyurasınan tayanısh reakciyaları tómendegi formula járdeminde anıqlanadı (11.4, *v*-súwret)

$$R_n = Q_{n+1}^{oñ} - Q_n^{shep} \tag{11.8}$$

11.1-keste

Júkleniw túrleri **1**	**6 A^C** **2**	**6 B^C** **3**
	$pl^2u\vartheta(1+\vartheta)$ $u=\vartheta=\frac{3}{8}\rho l^2$	$pl^2u\vartheta(1+u)$ $0,5\ bolsa\ \frac{3}{8}\rho l^2$
	$\frac{ql^3}{4}$	$\frac{ql^3}{4}$
	$\frac{ql^3u^2(2-u^2)}{4}$	$\frac{ql^3u^2(2-u^2)}{4}$
	$\frac{5}{32}ql^3$	$\frac{5}{32}ql^3$
	$\frac{7}{60}ql^3$	$\frac{2}{15}ql^3$
	$-m\ell(1-3\vartheta^2)$ $u=\vartheta=-\frac{m\ell}{4}$	$m\ell(1-3u^2)$ $0,5\cdot bolsa\ \ \frac{m\ell}{4}$

Tekseriw ushın sorawlar

1. Tutas balkalar degenimiz ne?
2. Tutas balkalardıń qurılısta qollanılıwın aytıp beriń.
3. Tutas balkalardıń tayanısh momentleri qalayınsha belgilenedi?
4. Tutas balkalardıń statikalıq anıq emeslik dárejesiniń formulasın túsindirip beriń?
5. Úsh momentler teńlemesi haqqında aytıp beriń.

XII BAP. STATIKALÍQ ANÍQ EMES ARKALARDÍ KÚSHLER USÍLÍ MENEN ESAPLAW

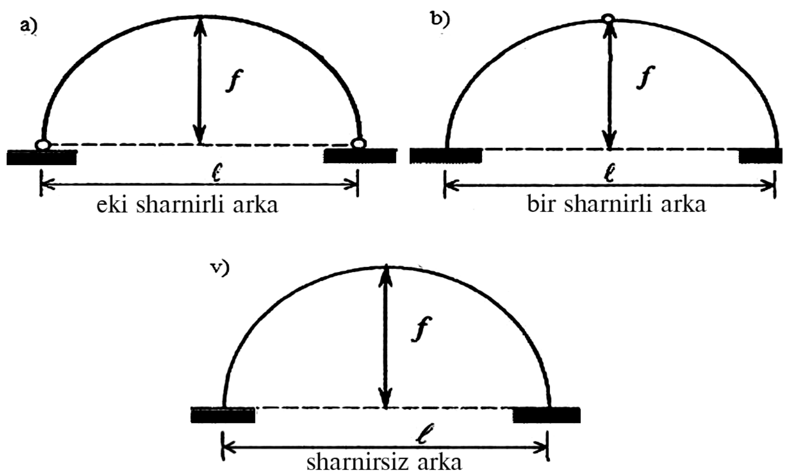
12.1. Statikalıq anıq emes arkalar haqqında ulıwma túsinikler

Statikalıq anıq emes arkalar sanaat-puqara hám kópir qurılısında, gidrotexnikalıq soorujenielerde keńnen qollanıladı. Áyyemnen ata-babalarımız statikalıq anıq emes arkalardı kerekli konstrukciyalar sıpatında qollanǵan. Bunday konstrukciyalar tiykarınan qısılıwǵa isleydi.

Statikalıq anıq emes arkalar tómendegi túrlerge bólinedi: eki sharnirli, bir sharnirli hám sharnirsiz arkalar.

Eki sharnirli arka eki ushı sharnirler arqalı tayanıshlarǵa tirelgen iymek brus bolıp, ol bir márte statikalıq anıq emes sistema (12.1, *a*-súwret).

$$C_A = -W = -3D - 2Sh + C_T = -3\cdot 1 + 2\cdot 0 + 4 = 1$$



12.1-súwret. **Statikalıq anıq emes arkalar**

Sharnirsiz arka eki ushı qıstırıp bekkemlengen iymek brus bolıp, ol úsh márte statikalıq anıq emes sistema (12.1, *v*-súwret).

$$C_A = -W = -3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 6 = 3$$

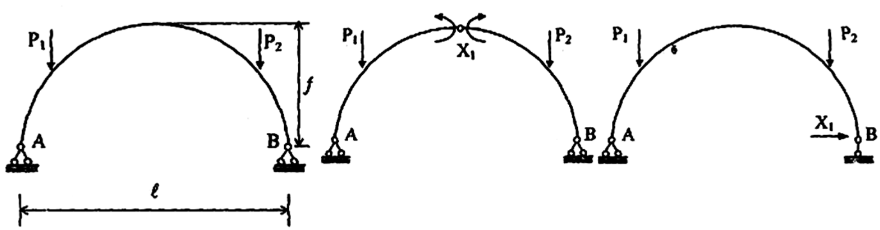
Bir sharnirli arka bolsa, eki márte statikalıq anıq emes (12.1. *b*-súwret).

$$C_A = -W = -3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 6 = 2$$

Statikalıq anıq emes arkalardı esaplaw kúshler usılı járdeminde orınlanadı.

12.2. Eki sharnirli arkalardı esaplaw

Eki sharnirli arka bir márte statikalıq anıq emes sistema bolǵanı ushın, onı bir zıyat baylanıstan azat etip, tiykarǵı sistemanı eki túrli variantta tańlawımızǵa boladı. (12.2-súwret, *b* hám *v*).



12.2-súwret.

Tiykarǵı sistemanıń birinshi túrdegi kórinisinde onıń ortasına qosımsha sharnir kirgiziw jolı menen sol kesimdegi momentti belgisiz kúsh dep alamız (12.2, *b*-súwret). Ekinshi tiykarǵı sistemada *B* tayanıshınıń gorizontal reakciyası belgisiz X_1 kúshi menen almastırılǵan (12.2, *v*-súwret).

Tiykarǵı sistema sıpatında ekinshi varianttı qabıllaymız. Bul jaǵdayda tiykarǵı sistemanıń B tayanıshınıń gorizontal baylanısı, baǵıtında sırtqı júklerden hám belgisiz X_1 kúshinen payda bolǵan gorizontal kúshlerdiń qosındısı nolge teń bolıwı kerek, sebebi arkanıń B tayanıshı sharnirli qozǵalmas tayanısh. Bul shártti anıqlawshı kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesi tómendegishe boladı:

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0 \qquad (12.1)$$

bunda Δ_{1p} — tiykarǵı sistemaǵa qoyılǵan sırtqı júklerden B tayanıshta payda bolǵan gorizontal $\mp$ kóshiw.

δ_{11} — tiykarǵı sistemanıń B tayanıshına gorizontal baǵıtta qoyılǵan birlik kúshi $\overline{X}_1 = 1$ den payda bolǵan gorizontal kóshiw.

(12.1) teńlemeden: $X_1 = H = \dfrac{\Delta_{ip}}{\delta_{11}}$ (12.2)

δ_{11} hám Δ_{ip} kóshiwlerin anıqlawda Mor formulasın qollanamız:

$$\delta_{11} = \int_0^s \frac{\overline{M}_1^2}{EJ} ds + \int_0^S \frac{\overline{N}_1^2}{EF} ds + \int_0^s \eta \frac{\overline{Q}_1^2 \cdot}{GF} ds \qquad (12.3)$$

$$\Delta_{ip} = \sum \int_S \frac{\overline{M}_i M_p}{EJ} dx + \sum \int_S \eta \frac{\overline{Q}_i Q_P}{GF} dx + \sum \int_S \frac{\overline{N}_i N_p}{EF} dx$$

bunda C — arka kósheriniń uzınlıǵı: $ds = \dfrac{dx}{\cos\varphi_x}$.

Ámelde arka kósheriniń inerciya momenti kese kesimleri boyınsha turaqlı yamasa ózgermeli dep qaraladı. Eger arkanıń kese kesiminiń biyikligi tayanısh kesiminen baslap orayǵa qarap kemeyip barsa, inerciya momentiniń hám kese kesim maydanınıń ózgeriw nızamı tómendegishe boladı:

$$J_x = \frac{J_0}{\cos\varphi_x}; \qquad F_x = \frac{F_0}{3\sqrt{\cos\varphi_x}}; \tag{12.4}$$

bunda $J_0 = \dfrac{вh_0^3}{12}$; $F_0 = в \cdot h_0$ — arka orayındaǵı kese kesimniń eń kishkene inerciya momenti hám maydanı; *v* hám h — kese kesimniń eni hám biyikligi, φ_x — arka kósherine ótkizilgen urınba menen abcissa X kósheri arasındaǵı múyesh.

Arka kese kesiminiń inerciya momenti hám maydanı (12.4) formula kórinisinde beriliwi (12.3) integrallawdı birqansha ápiwayılastıradı.

Eger arkanıń kese kesimi tayanısh kesiminen oraylıq kesimge qarap úlkeyip barsa, inerciya momentiniń hám kese kesim maydanınıń ózgeriwi tómendegishe jazıldı:

$$J_x = J_0 \cos\varphi_x \qquad F_x = F_0 \cdot \sqrt[3]{\cos\varphi_x} \tag{12.5}$$

12.2-súwret, *v* da kórsetilgen tiykarǵı sistema ushın:

$$\bar{M}_1 = -1 \cdot y; \quad \bar{N}_1 = 1 \cdot \cos\varphi; \quad \bar{Q}_1 = 1 \cdot \sin\varphi$$
$$M_p = M_p^0; \quad N_p = Q_x^0 \sin\varphi_x : Q_p = Q_x^0 \cos\varphi$$

Ámelde alıp barılǵan esaplawlar sonı kórsetedi, arkanıń kóteriliw biyikligi $f < \frac{1}{3}\ell$ hám kese kesim biyikligi $h < \frac{1}{10}\ell$

bolsa, δ_{11} di anıqlawda kese kúshti, Δ_{1p} nı anıqlawda bolsa boylama hám kese kúshlerdi esapqa almasaqta boladı hám (12.3) formulası tómendegishe jazıladı:

$$\delta_{11} = \int_0^S \frac{y^2 ds}{EJ_x} + \int_0^S \frac{\cos^2 \varphi_x}{EF_x} ds; \tag{12.6}$$

$$\Delta_{1p} = -\sum \int_0^S \frac{M_p^0 y ds}{EJ_x}$$

Eger arkanıń kóteriliw biyikligi $\frac{1}{3}\ell > f > \frac{1}{6}\ell$ hám $h < \frac{1}{10}\ell$ bolsa, δ_{11} di anıqlawda boylama kúshlerdi esapqa almawǵa boladı. Onda (12.6) formulası tómendegishe jazıladı:

$$\delta_{11} = \int_0^S \frac{y^2 ds}{EJ_x}; \quad \Delta_{1p} = -\sum \int_0^S \frac{M_P^o y}{EJ_x} ds \tag{12.7}$$

δ_{11} hám Δ_{1p} anıqlanǵannan keyin olardı (12.1) ge qoyıp, belgisiz gorizontal kúshi X_1 anıqlanadı.

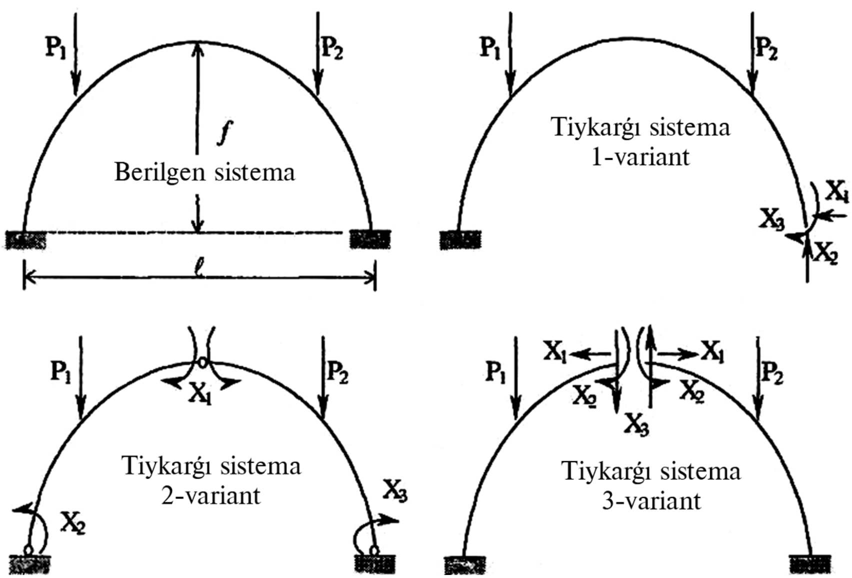
Arkanıń qálegen K kesimindegi payda bolǵan kúshler tómendegi formulalarǵa tiykarlanıp esaplanadı:

$$\begin{aligned} M_л &= M_k^0 - X \cdot y_k \\ Q_k &= Q_K^0 \cos\alpha_k - X_1 \sin\alpha_к \\ N_k &= -(Q_k^0 \sin\alpha_k + X_1 \cos\alpha_k) \end{aligned} \tag{14.8}$$

12.3. Sharnirsiz arkalardı esaplaw

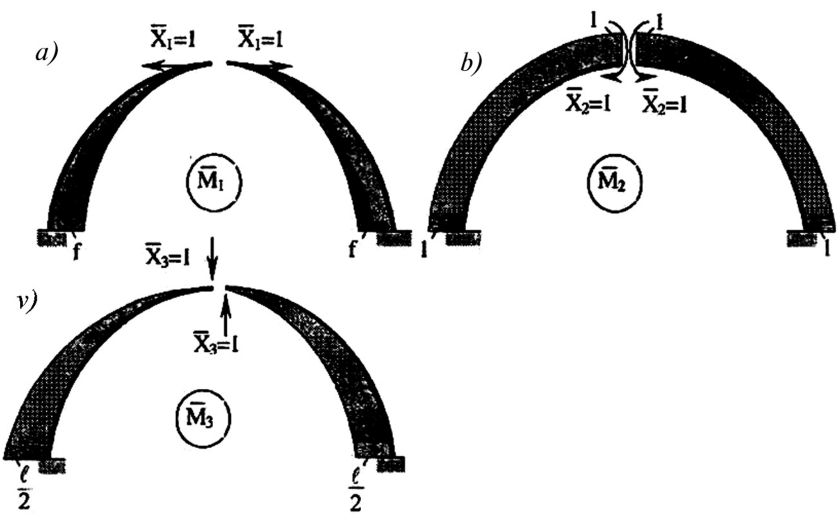
Sharnirsiz arka úsh márte statikalıq anıq emes sistema bolǵanı ushın onı úsh zıyat baylanıslarınan azat etip, tiykarǵı sistema tańlaymız. Tiykarǵı sistemanıń birneshe kórinisin islep shıǵamız (12.4, *b, v, g*-súwret). Tiykarǵı sistemaǵa qoyılǵan sırtqı júk hám belgisiz kúshler tásirinen «zıyat» baylanıslar baǵıtı boyınsha payda bolǵan kóshiwler jıyındısı nolge teńligin kórsetiwshi kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemeleri sistemasın jazamız:

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1P} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2P} &= 0 \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} &= 0 \end{aligned} \qquad (12.9)$$



12.4-súwret.

Eger tiykarǵı sistemanı I variantta kórsetilgendey tańlasaq, kanonikalıq teńlemeler sistemasınıń hesh qanday koefficienti hám azat sanları nolge teń bolmaydı. Tiykarǵı sistemanı II variantta kórsetilgendey tańlasaq, ol jaǵdayda kanonikalıq teńlemeler sistemasınıń bazı koefficientleri hám azat sanları bir-birine teń boladı hám esaplaw biraz ápiwayılasadı.
Arkanıń simmetriyalı ekenligin esapqa alıp, III variantta kórsetilgendey tiykarǵı sistemanı simmetriyalı etip tańlasaq (12.4, *g*-súwret), ol jaǵdayda tiykarǵı sistema ushın birlik kúshlerden $\bar{X}_1 = 1, \bar{X}_2 = 1$ hám $\bar{X}_1 = 1$ den sızılǵan iyiwshi moment epyuraları $\bar{M}_1$ hám $\bar{M}_2$ simmetriyalı, $\bar{M}_3$ bolsa keri simmetriyalı boladı (12.5, *v*-súwret). Sonıń ushın kanonikalıq teńlemelerdiń belgisizleriniń aldındaǵı ayırım koefficientler nolge teń boladı, yaǵnıy $\delta_{13} = \delta_{31} = 0$ hám $\delta_{23} = \delta_{32} = 0$. Bunda (12.9) teńleme tómendegi kóriniste boladı:



12.5-súwret.

$$\begin{aligned} &\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\Delta_{1P}=0\\ &\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\Delta_{2P}=0\\ &\delta_{33}X_3+\Delta_{3P}=0 \end{aligned} \qquad (12.10)$$

Kanonikalıq teńlemeler sistemasın jánede jedellestiriw maqsetinde belgisiz kernewlerdi arkanıń simmetriyalı kesimine bekkemlengen absolyut kepserlengen (EJ$=\infty$) konsollar ushına kóshiremiz. Uzınlıǵı S ke teń bolǵan absolyut kepserlengen konsoldıń ushı arkanıń elastiklik orayı delinedi. Elastiklik oraydıń ornı, arkanıń geometriyalıq ólshemlerine baylanıslı boladı.

$$\delta_n=\delta_{21}=\sum\int_0^s\frac{\bar{M}_1\cdot\bar{M}_2}{EJ}ds=0 \qquad (12.11)$$

$\bar{X}_1=1, \bar{X}_2=1$ kúshlerdiń $\bar{M}_1$ hám $\bar{M}_2$ epyuralarınan $\bar{M}_1=-1(C-J);$ $\bar{M}_2=1$ ol jaǵdayda (12.11) formula tómendegi kóriniske keledi.

$$\delta_{12}=-\int_0^S(c-y)\frac{ds}{EJ} \qquad (12.12)$$

Arkanıń simmetriyalı ekenligin esapqa alsaq (12.12) den absolyut kepserlengen konsol uzınlıǵın anıqlaymız:

$$C-\int_0^{S/2}\frac{ds}{EJ}-\int_0^{S/2}y\frac{ds}{EJ}=0$$

$$C = \frac{\int_{0}^{S/2} y \frac{ds}{EJ}}{\int_{0}^{S/2} \frac{ds}{EJ}} \tag{12.13}$$

Bul jaǵdayda $\delta_{12} = \delta_{21} = 0$ boladı.

Solay etip, kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesi bir-birine baylanıslı bolmaǵan úsh turaqlı teńlemeden ibarat boladı.

$$\begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} &= 0 \\ \delta_{22} X_2 + \Delta_{2P} &= 0 \\ \delta_{33} X_3 + \Delta_{3P} &= 0 \end{aligned} \tag{12.14}$$

(12.14) teńleme koefficientleri Mor formulası járdeminde anıqlanadı:

$$\delta_{11} = \int_0^S \frac{\bar{M}_1^2\, ds}{EJ};$$

$$\delta_{22} = \int_0^S \frac{\bar{M}_2^2}{EJ} ds$$

$$\delta_{33} = \int_0^S \frac{\bar{M}_3^2\, ds}{EJ} ds;$$

$$\Delta_{1P} = \int_0^S \frac{\bar{M}_1 M_P^0}{EJ} ds$$

$$\Delta_{2P} = \int_0^S \frac{\bar{M}_2 M_P^0}{EJ} ds;$$

$$\Delta_{3P} = \int_0^S \frac{\bar{M}_2 M_P^0}{EJ} ds \tag{12.15}$$

(12.15) teńlemelerdi sheshiw arqalı belgisiz kúshlerdi anıqlaymız:

$$X_1 = -\frac{\Delta_{iP}}{\delta_{11}}; \quad X_2 = -\frac{\Delta_{2P}}{\delta_{22}}; \quad X_3 = -\frac{\Delta_{3P}}{\delta_{33}} \tag{12.16}$$

Sharnirsiz arkanıń qálegen kesimindegi iyiwshi moment, kese kúsh hám boylama kúshler tómendegishe anıqlanadı:

$$\begin{aligned} M_\kappa &= M_\kappa^0 - X_1(C - y_\kappa) + X_2 + X_3 x_\kappa; \\ Q_\kappa &= Q_\kappa^0 - X_1 \sin\alpha_\kappa + X_3 \cos\alpha_\kappa; \\ N_K &= -(N_\kappa^0 + X_1 \cos\alpha_\kappa + X_3 \sin\alpha_k \end{aligned} \tag{12.17}$$

Yamasa $M_{xot} = \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2 + \bar{M}_3 X_3 + M_P$ (12.18)

12.4 Bir sharnirli arkalardı esaplaw

Bir sharnirli arka eki márte statikalıq anıq emes bolǵanı ushın, onı eki zıyat baylanıstan azat etip, azat etilgen baylanıslar baǵıtında, usı baylanıslarda payda bolatuǵın kernewlerdi belgisiz X_1 hám X_2 kúshler menen almastırıp, tiykarǵı sistema tańlaymız. Tiykarǵı sistemanıń eki túrli kórinisi menen tanısamız (12.6-*b, v* súwret)

Tiykarǵı sistemaǵa qoyılǵan sırtqı júkler hám belgisiz kernewler tásirindegi artıq baylanıslardıń baǵıtı boyınsha payda bolǵan kóshiwler jıyındısı nolge teńligin kórsetiwshi kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemeler sisteması tómendegishe boladı:

$$\begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1p} &= 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2p} &= 0 \end{aligned} \tag{12.19}$$

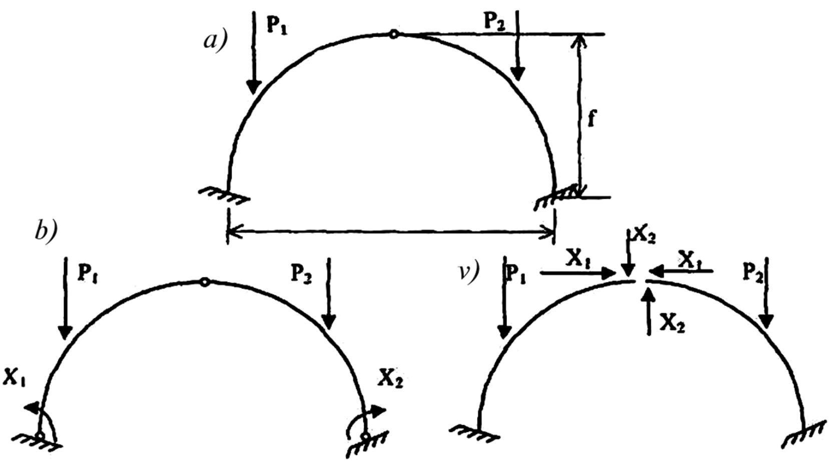
Arkanıń simmetriyalılıǵın esapqa alıp, tiykarǵı sistemanı simmetriyalı tańlasaq (12.6 *v*-súwret), tiykarǵı sistema ushın birlik belgisiz kúsh $\bar{X}_1 = 1$ den payda bolǵan iyiwshi moment epyurası $\bar{M}_2 = 1$ keri simmetriyalı boladı.

Bul jaǵdayda (12.1) kanonikalıq teńlemeniń $\delta_{12} = \delta_{21}$ kóshiwleri nolge teń bolıp, $\delta_{12} = \delta_{21} = 0$ tómendegi kóriniske iye boladı:

$$\begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} &= 0 \\ \delta_{22} X_2 + \Delta_{2P} &= 0 \end{aligned} \qquad (12.20)$$

(12.19) teńlemedegi koefficientler anıqlanadı. (12.20) dan paydalanıp, belgisizlerdi esaplawımız múmkin.

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}}; \quad X_2 = -\frac{\Delta_{2P}}{\delta_{22}} \qquad (12.21)$$



12.6-súwret.

Bir sharnirli arkanıń qálegen kesimindegi iyiwshi moment, kese hám boylama kúshler tómendegishe anıqlanadı:

$$M_k = M_k^0 - X_1 y_k + X_n X_k$$

$$Q_k = Q_k^0 - X_1 \sin\alpha_n + X_2 \cos\alpha_n \qquad (12.22)$$

$$N_k = -(N_k^0 + X_1 \cos\alpha_n + X_2 \sin\alpha_n)$$

Joqarıda kórip ótkenimizdey M_{xot} epyuranı

$$M_{xom} = \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2 + M_P \qquad (12.23)$$

formulasın qollanıp qurıwǵa boladı.

Tekseriw ushın sorawlar

1. Statikalıq anıq emes arkalar haqqında aytıp beriń.
2. Statikalıq anıq emes arkalar qurılısta qay jerlerde qollanıladı?
3. Statikalıq anıq emes arkalar qanday túrlerge bólinedi?
4. Eki sharnirli arkalardı esaplaw haqqında aytıp beriń.
5. Sharnirsiz arkalar qalay esaplanadı?
6. Bir sharnirli arkalar qalayınsha esaplanadı?

XIII BAP. STATIKALÍQ ANÍQ EMES FERMALAR

13.1. Statikalıq anıq emes fermalardı esaplaw

Qurılıs praktikasında statikalıq anıq fermalardan basqa kópshilik hallarda statikalıq anıq emes fermalarda ushırap turadı. Bunday fermalardı esaplaw ushın statika teńlemeleri jeterli emes. Sol sebepli statikalıq anıq emes fermalardı esaplawda belgisizler sanına teń bolǵan qosımsha deformaciya teńlemeleri dúziledi.

Statikalıq anıq emes fermalardı esaplawda statikalıq anıq fermalar sıyaqlı fermalardıń kepserlengen túyinleri sharnirler menen almastırılıp, sırtqı qozǵalmas júkler túyinlerge qoyılǵan dep qabıl etiledi.

Statikalıq anıq emes fermalar kúshler usılı menen esaplanadı hám statikalıq anıq emeslik dárejesi S_A tómendegi formula járdeminde anıqlanadı:

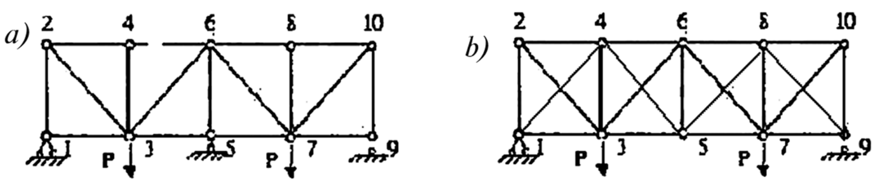
$$S_A = S + S_t - 2T \qquad (13.1)$$

bunda S — ferma sterjenleriniń sanı,

S_T — ferma tayanısh sterjenleriniń sanı,

T — ferma túyinleriniń sanı.

Statikalıq anıq emes fermalar dúzilisi boyınsha sırtqı hám ishki statikalıq anıq emes túrlerge bólinedi.



13.1-súwret.

1-márte sırtqı statikalıq anıq emes

$$S_A = 17 + 4 - 2 \cdot 10 = 21 - 20 = 1$$

3-márte ishki statikalıq anıq emes

$$S_A = 16 + 3 - 2 \cdot 8 = 3$$

Eger de, fermanıń tayanısh sterjenleriniń sanı úshewden artıq bolsa, bunday fermalar sırtqı statikalıq anıq emes ferma delinedi (13.1, *a*-súwret)

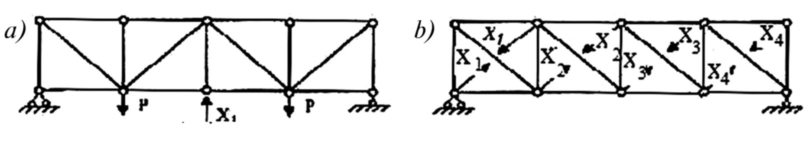
Eger de ferma tayanıshlarınıń sanı úshew bolıp, sterjenleri boyınsha statikalıq anıq emes bolsa, ishki statikalıq anıq emes delinedi (13.1, *b*-súwret)

Ayırım jaǵdaylarda statikalıq anıq emes fermalar bir waqıtta ishki hám sırtqı statikalıq anıq emes bolıwı múmkin.

Kúshler usılınıń tiykarǵı sisteması fermanıń zıyat tayanısh baylanıstırıwshılarınan azat etilip yamasa zıyat sterjenlerin belgisiz kúshler menen almastırıw arqalı tańlanadı.

13.2. Ferma ushın kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesi

Joqarıdaǵı qaralǵan fermalar ushın tiykarǵı sistema tańlaymız 13.1, *a*-súwrettegi bir márte sırtqı statikalıq anıq emes fermanıń tiykarǵı sistemasın tańlaw ushın ortadaǵı tayanısh baylanısı belgisiz X_1 kúsh penen almastıramız (13.2 *a*-súwret). Úsh márte ishki statikalıq anıq emes fermanı (13.2 *b*-súwret) úsh artıq sterjendi qırqıp belgisiz kúshler X_1, X_2, X_3 hám X_4 ler menen almastırıw arqalı tiykarǵı sistema tańlaymız (13.2, *b*-súwret)



13.2-súwret.

Tiykarǵı sistema tańlanǵannan keyin belgisizler sanına teń, kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesi dúziledi. Bir márte sırtqı statikalıq anıq emes fermanıń kanonikalıq teńlemesin dúzsek, ol tómendegishe boladı:

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0 \tag{a}$$

Bul teńleme tiykarǵı sistemada zıyat tayanısh baylanısınıń baǵıtı boyınsha sırtqı júk hám belgisiz kúshten kelip shıqqan kóshiwlerdiń qosındısı nolge teń ekenligin kórsetedi.

Úsh márte ishki statikalıq anıq emes fermanıń kanonikalıq teńlemesi:

$$\begin{aligned}
&\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{18}X_3 + \Delta_{1P} = 0\\
&\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2P} = 0\\
&\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} = 0
\end{aligned} \tag{b}$$

n márte statikalıq anıq emes ferma ushın kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesi tómendegi kóriniste boladı:

$$\begin{aligned}
&\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + ... + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1P} = 0\\
&\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + ... + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2P} = 0\\
&...\\
&\delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + ... + \delta_{nn}X_n + \Delta_{np} = 0
\end{aligned} \tag{13.2}$$

Bul teńlemelerdiń hárbiri tiykarǵı sistemada belgisiz kúshler baǵıtı boyınsha sırtqı júk hám belgisiz kúshler tásirinde payda bolǵan óz ara kóshiwlerdiń qosındısı nolge teń ekenligin kórsetedi.

Kanonikalıq teńlemelerdegi birlik kóshiwler $\delta_{ii}, \delta_{iK} = \delta_{Ki}$ hám azat sanlar Mor formulası járdeminde anıqlanadı:

$$\delta_{ii} = \sum_{j=1}^{m} \frac{\bar{N}_{ji}^2 \, \ell j}{EF_j};$$

$$\delta_{ik} = \delta_{ki} = \sum_{j=1}^{m} \frac{\bar{N}_{ji} N_{jk}}{EF_j};$$

$$\Delta_{ip} = \sum_{j=1}^{m} \frac{\bar{N}_{jP}^0 N_{ji}}{EF_j} \ell_j \tag{13.3}$$

$$(k = 1.......,n; \quad i =,........,n)$$

Bunda $\bar{N}_{ji}, N_{jk}$ hám N_{jP} — tiykarǵı sistemanıń j — sterjeninde birlik belgisiz kúshler hám sırtqı júkten payda bolǵan kernewler; $E\dot{G}_j$ hám ℓ_j — ferma j sterjeniniń bekkemligi hám uzınlıǵı; m — tiykarǵı sistemanıń sterjenleriniń sanı.

Fermanıń tiykarǵı sisteması sterjenlerindegi ishki kúshler hám statikalıq anıq fermalardı esaplawda qollanǵan usıllar járdeminde anıqlanadı.

Kanonikalıq teńlemeni (13.2) esaplap, belgisiz kúshler $\bar{X}_1, \bar{X}_2 - \bar{X}_n$ anıqlanǵannan keyin, statikalıq anıq emes fermanıń qálegen sterjenlerindegi ishki kúshler tómendegi formula járdeminde anıqlanadı:

$$N_j = N_{jP}^0 + \bar{N}_{ji} X_1 + \bar{N}_{j2} \cdot X_2 + ... + \bar{N}_{jn} \cdot X_n \tag{13.4}$$

Ferma sterjenlerindegi ishki kúshler durıs anıqlanǵanın biliw ushın statikalıq hám deformaciyalıq tekseriwler ótkeriledi.

Statikalıq tekseriwde ferma túyinleriniń teńsalmaqlılıǵı tekseriledi:

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0$$

Deformaciyalıq tekseriwde:

$$\sum_{j=1}^{m} \frac{\bar{N}_{js} N_j}{EF_j} \ell_j = 0 \qquad (13.5)$$

bolıwı kerek. Bul jerde $\bar{N}_{js} = \bar{N}_{j1} + \bar{N}_{j2} + ... + \bar{N}_{jn}$ birlik kernew-lerdiń qosındısı.

Tekseriw ushın sorawlar

1. Statikalıq anıq emes fermalar degenimiz ne?
2. Statikalıq anıq emes fermalar qay jerlerde qollanıladı?
3. Statikalıq anıq emes fermalardı esaplaw usılların aytıp beriń.

XIV BAP. STATIKALÍQ ANÍQ EMES RAMALARDÍ ESAPLAWDÍŃ KÓSHIWLER USÍLÍ

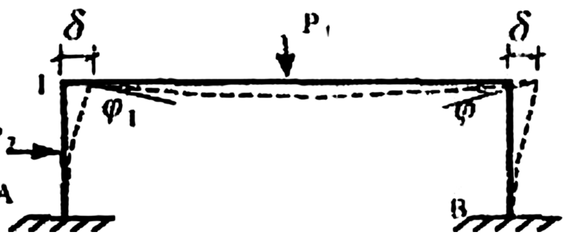
14.1. Kóshiwler usılınıń áhmiyeti hám belgisizleri

Bizge málim, statikalıq anıq emes sistemalardı kúshler usılı menen esaplawda zıyat baylanıslarındağı kernewler belgisiz dep qabıl etilgen edi. Bul belgisizlerdiń shamaları anıqlanǵannan keyin statikalıq anıq emes sistemalardağı kóshiwler esaplanadı.

Bul sistemalardı basqa jol menen de sheshiwge boladı, bunıń ushın aldın sistema túyinlerinde payda bolatuǵın múyeshli hám sızıqlı kóshiwlerdi belgisiz sıpatında qabıl etip, bul kóshiwler anıqlanǵannan keyin qálegen kesimdegi ishki kúshlerdi esaplaymız.

Mısalı 14.1-súwrette berilgen ramanıń sırtqı kúshler tásirinen deformaciyalanıp, onıń túyinleri múyeshli hám sızıqlı kóshedi. Ramanıń 1-túyini φ_1, 2-túyini φ_2 múyeshine burıladı, sonıń menen birge bul túyinler gorizontal bağıtta δ muǵdarǵa kóshedi.

Ramalardı kóshiwler usılı menen esaplawda belgisizler túrinde olardıń túyinlerindegi múyeshli hám sızıqlı kóshiwler qabıllanadı.



14.1-súwret.

Bul kóshiwlerdi esaplawda:

1. Rama elementleriniń tek iyiliwi esapqa alınıp, olardıń qısılıwı hám sozılıwı esaplanbaydı.

2. Ramalar deformaciyalanǵanda olardıń túyinleri arasındaǵı aralıq ózgermeydi, dep qabıl etiledi.

Ramalardı kóshiwler usılı menen esaplawda ulıwma belgisizler sanı n birikken túyinlerdiń múyeshli hám sızıqlı kóshiwleriniń qosındısına teń boladı:

$$n = n_M + n_C \tag{14.1}$$

Bunda, n_M — múyeshli kóshiwler sanı

n_C — rama túyinleriniń sızıqlı kóshiwleri sanı.

Ulıwma belgisizler sanı n ramanıń kinematikalıq anıq emeslik dárejesin ańlatadı.

Múyeshli kóshiwler sanı n_M ramanıń birikken túyinleriniń sanına teń boladı. Sızıqlı kóshiwler sanın anıqlaw ushın ramanıń hárbir birikken túyinine hám birikken tayanıshına sharnir qosıw jolı menen jańa geometriyalıq ózgeriwsheń sharnirli sxema payda etemiz. Bul sharnirli mexanizmniń erkinlik dárejesi ramanıń sızıqlı kóshiwleri sanına teń boladı:

$$n_s = W = 3D - 2Sh - S_t \tag{14.2}$$

14.1. Mısal. *14.2, a-súwrette berilgen ramanıń kinematikalıq anıq emeslik dárejesi anıqlansın.*

S h e s h i m: Ramanıń kinematikalıq anıq emeslik dárejesi (14.1) formulaǵa tiykarlanıp anıqlanadı. Ramanıń birikken túyinleri sanı 6 ǵa teńliginen, múyeshli kóshiwler sanı $n_m = 6$ boladı.

Ramanıń sızıqlı kóshiwleriniń sanın anıqlaw ushın, onıń birikken túyinleri hám tayanıshlarına sharnir qosıp, geometriyalıq ózgeriwsheń sharnirli sxema menen almastıramız (14.2, *b*-súwret) hám bul sharnirli sxemanıń erkinlik dárejesin esaplaymız:

$$n_C = 3 \cdot 9 - 2 \cdot 10 - 4 = 3$$

Demek, rama túyinleriniń sızıqlı kóshiwi sanı $n_C = 3$ ke teń boladı eken.

Solay etip, ramadaǵı belgisizler sanı $n = 6 + 3 = 9$ ǵa teń boladı.

14.2. Kóshiwler usılınıń tiykarǵı sisteması

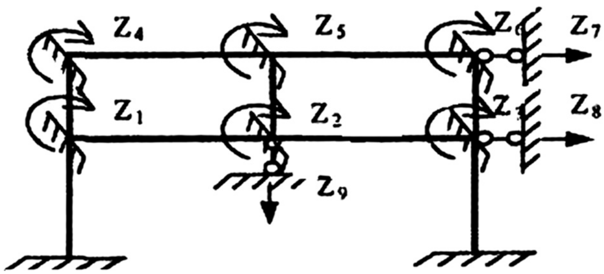
Kúshler usılında tiykarǵı sistema statikalıq anıq emes ramanı zıyat baylanıslardan azat etiw jolı menen tańlanıp, tiykarǵı sistema statikalıq anıq hám geometriyalıq ózgermes bolıwı shárt edi.

Kóshiwler usılında bolsa tiykarǵı sistema berilgen ramaǵa, túyinleriniń múyeshli hám sızıqlı kóshiwlerine qarsılıq kórsetiwshini baylanıstırıwshılar qosıw jolı menen payda etiledi. Birinshi túrdegi baylanıstırıwshılar birikken túyinler bolıp, tek túyinlerdiń múyeshli kóshiwlerine qarsılıq kórsetedi. Ekinshi túrdegi baylanıstırıwshılar sterjenler bolıp, túyinlerdiń sızıqlı kóshiwlerine múmkinshilik bermeydi. Demek, kóshiwler usılınıń tiykarǵı sisteması berilgen rama túyinleriniń múyeshli hám sızıqlı kóshiwlerin sheklew arqalı tańlanadı. Bunday tiykarǵı sistema jalǵız boladı.

***Mısal** 14.2, a-súwrette kórsetilgen rama ushın tiykarǵı sistema tańlansın.*

Sheshiw: 14.1-mısaldan belgili bolǵanınday, rama 6 múyeshli hám 3 sızıqlı kóshiwge iye. 6-múyeshli kóshiwdi sheklew ushın birikken túyinlerdi birikken baylanıslar menen,

14.2-súwret.



14.3-súwret.

3 sızıqlı kóshiwlerdi sheklew ushın usı kóshiwlerdiń baǵıtı boyınsha sterjenler menen bekkemleymiz (14.3-súwret).

14.3. Kóshiwler usılınıń kanonikalıq teńlemeleri

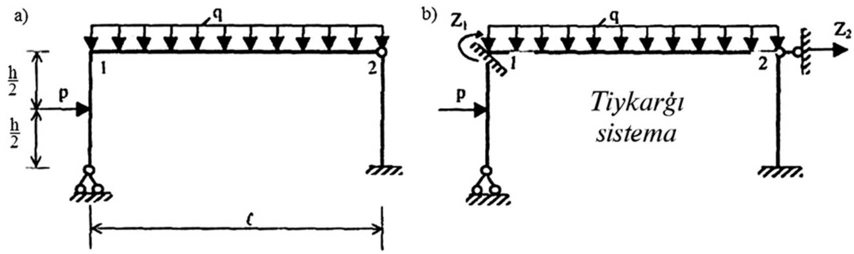
Sırtqı kúshler tásirinde bolǵan statikalıq anıq emes rama túyinleriniń sızıqlı hám múyeshli kóshiwlerin anıqlaw ushın kanonikalıq teńlemeler sistemasın dúziwge tuwra keledi.

Tiykarǵı sistema túyinlerine kirgizilgen hárbir qosımsha baylanısta payda bolǵan reakciyalardıń qosındısı R_i nolge teń bolıwı kerek, sebebi berilgen rama túyinlerinde bul baylanıslardıń hám túyinniń teńsalmaqlılıqta bolıwı shártinen reaktiv kúshler nolge teń boladı, yaǵnıy:

$$R_1 = 0; \quad R_2 = 0;......, R_n = 0 \tag{16.3}$$

Mısalı, 2 márte statikalıq anıq emes rama ushın kanonikalıq teńleme dúzemiz.

Ramanıń túyinlerinen belgisiz múyeshli hám sızıqlı kóshiwlerdi Z_i menen belgileymiz. Tiykarǵı sistema túyinlerine qoyılǵan qosımsha baylanıslardı sırtqı kúshlerden hám Z_1, Z_2 kóshiwlerden reaktiv moment hám ishki kúshler payda boladı (14.4, *b*-súwret), yaǵnıy (14,3) ge tiykarlanıp:



14.4-súwret.

$$\begin{aligned} R_1 &= R_{1Z1} + R_{1Z2} + R_{1P} = 0 \\ R_2 &= R_{2Z1} + R_{2Z2} + R_{2P} = 0 \end{aligned} \qquad (14.3)\ (a)$$

Bul jerde birinshi indeks tiykarǵı sistema payda etiw ushın kiritilgen baylanıslardıń nomerin, ekinshi indeks sol baylanıslarda payda bolıp atırǵan reakciyanıń payda bolıw sebebin kórsetedi.

Mısalı R_{ip}— tiykarǵı sistema 1-baylanısta sırtqı júkten payda bolǵan reaktiv moment, R_{1Z1} hám R_{1Z2} —tiykarǵı sistemanıń birinshi baylanısında Z_1 múyeshli, hám Z_2 sızıqlı kóshiwden payda bolǵan reaktiv momentler.

Eger de $R_{KZi} = r_{ki} Z_i$ dep belgilesek, bul jerde Z_{ki} tiykarǵı sistemanıń K baylanısındaǵı $Z_i = 1$ birlik kóshiwden payda bolǵan reakciya: $Z_i =$ belgisiz kóshiw.

Ol waqıtta (16.3 *a*) nı tómendegishe jazıw múmkin:

$$\begin{aligned} r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + R_{1P} = 0 \\ r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + R_{2P} = 0 \end{aligned} \qquad (14.4)$$

Eger de rama n mártebe statikalıq anıq emes bolsa (14.4) ke tiykarlanıp kanonikalıq teńleme tómendegishe jazıladı:

$$
\begin{aligned}
&r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + ...+ r_{1n}Z_n + R_{1P} = 0\\
&r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + ...+ r_{2n}Z_n + R_{2P} = 0\\
&r_{n1}Z_1 + r_{n2}Z_2 + ...+ r_{nn}Z_n + R_{nP} = 0
\end{aligned} \qquad (14.5)
$$

(14.5) teńlemeler sistemasına kóshiwler usılınıń kanonikalıq teńlemeleri delinedi.

Kanonikalıq teńlemeler sistemasınıń (14.5) bas diagonalı boyınsha jaylasqan birlik reakciyaları bas reakciyalar yamasa bas koefficientler delinedi. Bas koefficientlerden tısqarıda jaylasqan koefficientlerdi járdemshi reakciyalar deymiz. Birlik reakciyalardıń óz ara baylanıs teoremasına tiykarlanıp, bas diagonalǵa salıstırmalı simmetriyalı bolǵan koefficientler bir-birine teń boladı:

$$r_{iK} = r_{ki}$$

R_{1P}, R_{2P}.....R_{nP} ler azat sanlar yamasa sırtqı júk reakciyaları delinedi. (14.5) teńlemeler sistemasın EEM lerinde sheshiw ushın matrica kórinisinde jazıladı:

$$R\overline{Z} + \overline{R}_P = 0 \qquad (14.6)$$

(14.6) formuladan belgisiz kóshiwler vektorı tómendegishe anıqlanadı:

bul jerde $\begin{vmatrix} r_{11}r_{12}.............Z_{1n} \\ r_{21}r_{22}............Z_{2n} \\ .... \\ r_{n1}r_{n2}............Z_{nn} \end{vmatrix}$ -birlik kóshiwlerden payda bolǵan reakciyalar matricası

$\bar{R_P} =$	$\begin{vmatrix} R_{1P} \\ R_{2P} \\ . \\ . \\ . \\ . \\ R_{nP} \end{vmatrix}$	-sırtqı kúshlerden payda bolǵan reakciyalar vektorı	Z=	$\begin{vmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ Z_n \end{vmatrix}$	-belgisiz kóshiwler vektorı

$$\vec{Z} = -R^{-1} \cdot \vec{R}_p \qquad (14.7)$$

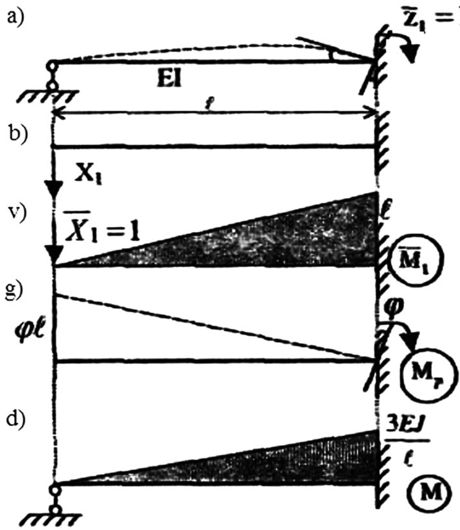
bunda R^{-1} birlik reakciyalar matricasınıń kerisi

14.4 Bir aralıqlı statikalıq anıq emes balka reakciyaların esaplaw

Kóshiwler usılınıń kanonikalıq teńlemesin dúziw ushın Z_{ik} hám R_{iP} reakciyaların anıqlawımız kerek. Bunıń ushın tiykarǵı sistemanıń hárbir sterjenin bir aralıqlı statikalıq anıq emes balka dep, olardıń sırtqı júklerden hám balka ushlarındaǵı birlik kóshiwlerden payda bolıp atırǵan iyiwshi moment epyuraların qurıwǵa tuwra keledi.

Mısal ushın, bir ushı qıstırıp bekkemlengen, ekinshi ushı sharnirli bekkemlengen sterjendi qaraymız (14.5 *a*-súwret). Qıstırıp bekkemlengen tárepin $\bar{Z} = 1$ múyeshke buramız hám bul burılıwdan, birikken tayanıshta payda bolǵan reaktiv momentti anıqlaymız. Bul másele 1 márte statikalıq anıq emes balka bolıp, onı kúshler usılı menen sheshemiz. Kúshler usılınıń tiykarǵı sisteması 14.5, *b*-súwrette kórsetilgen.

Birlik iyiwshi moment epyurası $\bar{M}_1$ 14.5, *g*-súwrette kórsetilgen. Kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesin jazsaq,



14.5-súwret.

$$\delta_{11}X_1+\Delta_{1P}=0 \quad \text{bunnan}$$

$$X_1=-\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}}$$

δ_{11} hám Δ_{1P} birlik hám sırtqı júk kóshiwlerin anıqlaymız:

$$\delta_{11}=\sum\int\frac{\overline{M}_1^2}{EJ}dx=\frac{l\cdot\ell}{2EJ}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ell=\frac{\ell^3}{3EJ};$$

$$\Delta_{1P}=-\varphi\ell$$

Bunda belgisiz reakciya kúshi tómendegishe esaplanadı:

$$X_1=\frac{\varphi\ell}{\ell^3}3EJ=\frac{3EJ\cdot\varphi}{\ell^2}$$

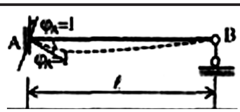
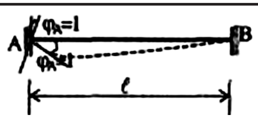
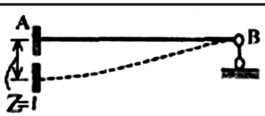
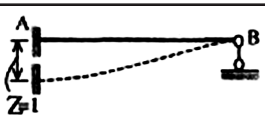
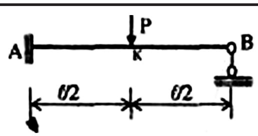
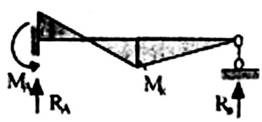
Eger $\varphi=1$ bolsa, $X_1=3EJ/\ell^2$

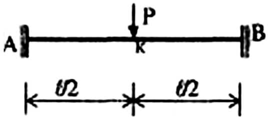
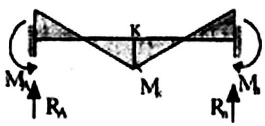
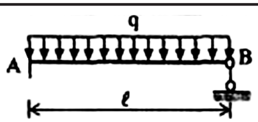
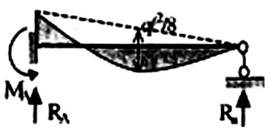
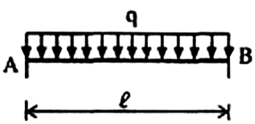
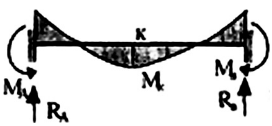
Sońǵı iyiwshi moment epyurasın tómendegi formula járdeminde quramız. (14.5, *d*-súwret):

$$M = \overline{M}_1 \cdot X_1$$

Usı tártipte basqa halatlar ushın da birlik kóshiwler hám sırtqı júklerden epyuralar quramız. 14.1-kestede bir aralıqlı balkalar ushın birlik, múyeshli, sızıqlı kóshiwler hám hár túrli júkleniwler ushın reakciyaları esaplanǵan tayar nátiyjeler berilgen.

14.1-keste

T/n	Balkalardıń sxemaları hám júkleniwleri	Iyiwshi moment epyurası hám reakciyalar	Moment hám reakciya muǵdarları
1			$R_A = R_B = 3EI/\ell^2$ $M_A = 3EI/\ell$
2			$R_A = R_B = -6EI/\ell^2$; $M_A = 4EI/\ell$; $M_B = 2EI/\ell$.
3			$R_A = R_B = 3EI/\ell^3$ $M_A = 3EI/\ell^2$
4			$R_A = R_B = -12EI/\ell^3$; $M_A = M_B = 6EI/\ell^2$.
5			$R_A = \frac{11P}{16}$; $RB = \frac{5P}{16}$; $M_A = 3p\ell^2/16$; $Mk = 5p\ell^2/32$.

T/n	Balkalardıń sxemaları hám jükleniwleri	Iyiwshi moment epyurası hám reakciyalar	Moment hám reakciya muǵdarları
6			$M_B = M_k = \frac{P\ell}{8};$ $M_A = -\frac{P\ell}{8};$ $R_A = R_B = \frac{P}{2}$
7			$M_A = -\frac{q\ell^2}{8};$ $R_A = \frac{5}{8}q\ell;$ $RB = \frac{5}{8}q\ell.$
8			$M_A = -M_B = \frac{q\ell^2}{12};$ $R_A = R_B = \frac{q\ell}{2};$ $M_K = \frac{q\ell^2}{24}.$

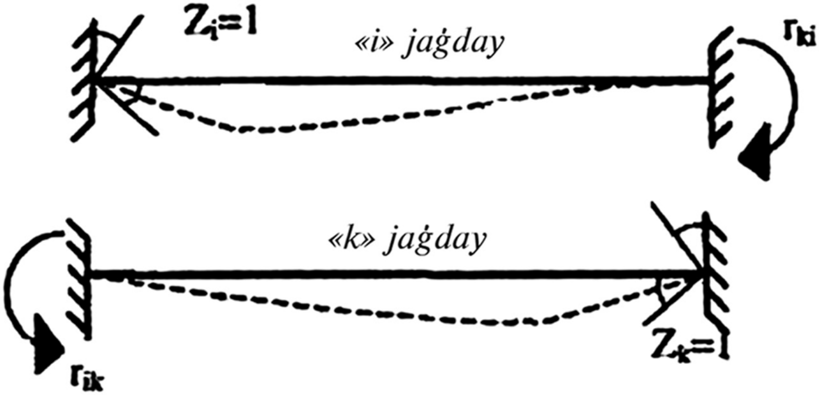
Tekseriw ushın sorawlar

1. Statikalıq anıq emes ramanı esaplawda kóshiwler usılınıń áhmiyeti haqqında aytıp beriń.
2. Statikalıq anıq emes ramanıń sızıqlı kóshiwleriniń sanı qalayınsha anıqlanadı?
3. Kóshiwler usılınıń tiykarǵı sisteması haqqında túsinik beriń.
4. Kóshiwler usılınıń kanonikalıq teńlemesi haqqında aytıp beriń.

XV BAP. BIRLIK REAKCIYALARÍNÍŃ HÁM BIRLIK KÓSHIWDIŃ ÓZ ARA BAYLANÍS TEOREMASÍ

15.1 Birlik reakciyalarınıń óz ara baylanısı haqqında teorema

Tiykarǵı sistemanıń i hám k birlik halatları ushın orınlanıwı múmkin bolǵan jumıslardıń óz ara baylanıs teoremasın jazamız (15.1-súwret).



15.1-súwret.

$$A_{ki} = A_{ik}$$

Yaǵnıy i halatınıń reakciya kúshleriniń k halattaǵı kóshiwde orınlaǵan jumısı k halatınıń reakciya kúshleriniń i halattaǵı kóshiwlerinde orınlaǵan jumısına teń boladı.

$r_{ik}Z_1 = r_{k1}Z_{k,}$, $\quad Z_1 = Z_k = 1$ teń ekenliginen $r_{ik} = r_{ki}$ kelip shıǵadı.

Bul teńlik reakciyalardıń óz ara baylanıs teoreması delinedi.

15.2. Birlik reakciya menen birlik kóshiwdiń óz ara baylanıs teoreması

Tiykarǵı sistema, qálegen elementiniń eki halatın tekseremiz.

1-elementke sırtqı P kúsh qoyılǵan bolsın (15.2, *a*-súwret),

2-tayanısh baylanısı $Z_i = 1$ ge burılǵan bolsın (15.2, *b*-súwret)

Bul eki hal ushın jumıslardıń óz ara baylanıs teoremasın jazamız:

$$A_{Pi} = A_{iP}$$

Bunda $A_{Pi} = R_{iP} \cdot 1 + P \cdot \delta \cdot_{Pi}; A_{iP} = 0$

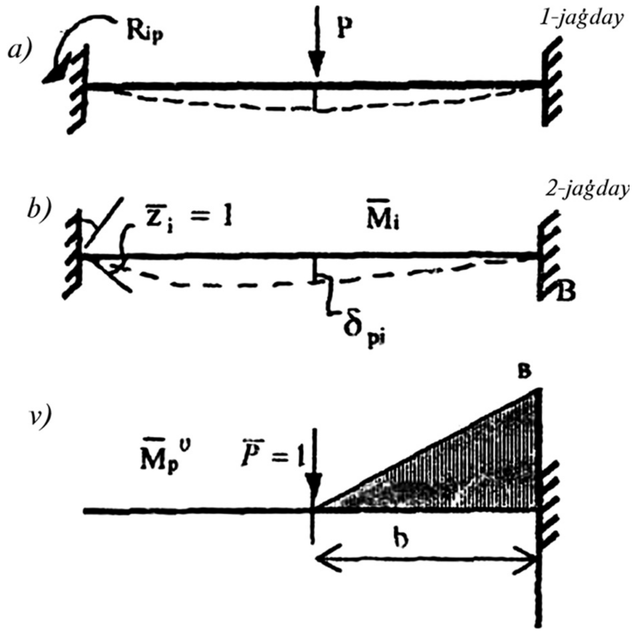
Bul jaǵdayda:
$$R_{iP} + P\delta_{pi} = 0$$
$$R_{iP} = -P\delta_{Pi} \qquad (15.1)$$

Eger de sırtqı júk $\overline{P} = 1$ bolsa

$$R_{iP} = -\delta_{pi} \qquad (15.2)$$

Demek, tiykarǵı sistemada $\overline{P} = 1$ den i baylanısında payda bolǵan reakciya kúshi menen onıń i baylanısınıń birlik kóshiwinen P kúshi baǵıtı boyınsha payda bolǵan kóshiw muǵdarları óz ara teń bolıp, belgileri keri boladı. Buǵan birlik reakciya menen birlik kóshiwdiń óz ara baylanıs teoreması delinedi.

Eger δ_{pi} kóshiw Mor formulasına tiykarlanıp anıqlansa birinshi P halat sıpatında statikalıq anıq sistema alıw usınıs etiledi. (15.2, *v*-súwret):



15.2-súwret

$$\delta_{pi} = \sum \int \frac{\bar{M}_p^0 \bar{M}_i}{EJ} dx \qquad (a)$$

(15.2) hám *(a)* ǵa tiykarlanıp kanonikalıq teńlemelerdiń azat sanların esaplaymız:

$$R_{ip} = -P \cdot \delta_{pi} = -P \sum \int \frac{\bar{M}_p^0 \cdot \bar{M}_i}{EJ} dx$$

bul jaǵdayda $M_p^0 = P \bar{M}_p^0$ dep belgilesek,

$$R_{ip} = -\sum \int \frac{M_p^0 \bar{M}_i}{EJ} dx \tag{15.3}$$

bunda M_p^0 — sırtqı kúshten statikalıq anıq sistemada payda bolǵan iyiwshi moment epyurası. Demek, tiykarǵı sistemanıń baylanısında sırtqı kúshlerden payda bolǵan reakciyanı (15.3) formulaǵa tiykarlanıp anıqlawǵa boladı.

15.3. Statikalıq anıq emes ramalardı sırtqı júkler tásirine kóshiwler usılı menen esaplaw

Sırtqı júkler tásirine statikalıq anıq emes ramalardı kóshiwler usılı menen esaplaw tómendegi tártipte orınlanadı.

1. Ramanıń kinematikalıq anıq emeslik dárejesi $n(n = n_m + {}$ ${}+ n_c)$ anıqlanadı, bunda n_{m-} múyeshli kóshiwler sanı, n_{s-} rama túyinleriniń sızıqlı kóshiwler sanı, ulıwma belgisizler sanı n ramanıń kinematikalıq anıq emeslik dárejesin belgileydi. Múyeshli kóshiwler sanı n_{m-} ramanıń birlesken túyinleriniń sanına teń boladı. Sızıqlı kóshiwler sanın anıqlaw ushın ramanıń hárbir birlesken túyinine hám jabıq tayanıshına sharnir kiritiw jolı menen jańa geometriyalıq ózgeriwsheń sharnirli sxema payda etiledi. Bul sharnirli mexanizmniń erkinlik dárejesi ramanıń sızıqlı kóshiwler sanına teń boladı:

$$n_c = W = 3D - 2Sh - S_t$$

Bunda rama túyinleriniń múyeshli hám sızıqlı kóshiwleri anıqlanadı.

2. Kóshiwler usılınıń tiykarǵı sisteması tańlanadı. Tiykarǵı sistema tańlaw ushın rama túyinleriniń múyeshli hám sızıqlı kóshiwleri baylanıslar kiritiw arqalı sheklenedi.

3. Kóshiwler usılınıń kanonikalıq teńlemeleri dúziledi. Kanonikalıq teńlemeler sanı ramanıń kinematikalıq anıq emeslik dárejesine teń bolıp, ol tiykarǵı sistema túyinlerine kiritilgen baylanıslarda payda bolǵan reakciyalardıń qosındısı nolge teńligin kórsetedi.

4. Kanonikalıq teńlemelerdiń koefficientleri hám azat sanları anıqlanadı. Bunıń ushın ramanıń tiykarǵı sistemasında birlik kóshiwler hám sırtqı júkler tásirinen payda bolatuǵın moment epyuraları qurıladı. Bul moment epyuraları 15.1-kestedegi bólek sterjenlerdiń tayar moment epyuralarınan paydalanıp sızıladı. Kanonikalıq teńleme koefficientleri hám azat sanları kinematikalıq yamasa statikalıq usıllardan paydalanıp tabıladı.

Kinematikalıq usıl moment epyuralarınıń kóbeymesine tiykarlanǵan bolıp, Vereshchagin qaǵıydasına muwapıq anıqlanadı, yaǵnıy kanonikalıq teńleme koefficientleri:

$$r_{ік} = \sum \int \frac{\bar{M}_i \cdot M_k}{EJ} dx \qquad (15.4)$$

formula járdeminde anıqlansa, azat sanları (15.3) ǵa tiykarlanıp tabıladı:

$$R_{iP} = -\sum \int \frac{\bar{M}_i M_p^o}{EJ} dx$$

Statikalıq usılda kanonikalıq teńlemeler koefficientleri hám azat sanların anıqlaw tiykarǵı sistemaǵa qurılǵan moment epyurasınan hárbir baylanıslardı kesip alıp, olar ushın statika teńsalmaqlılıq teńlemelerin dúziwge tiykarlanǵan.

5. Kanonikalıq teńleme koefficientleri hám azat sanları durıs esaplanǵanlıǵı tekseriledi.

a) Kanonikalıq teńleme koefficientlerin tekseriw ushın universal tekseriw ótkeriledi.

$$r_{ss} = \sum \int \frac{\bar{M}_S^2}{EJ} dx = \sum r,$$

bunda $\bar{M}_S$ — birlik moment epyuralarınıń qosındısı:

$$M_S = \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + ... + \bar{M}_n$$

$\sum r$ — birlik reakciyalardıń jıyındısı:

$$\sum r = r_{11} + r_{22} + ... + r_{nn} + 2(r_{12} + z_{13} + ... + r_{n-1,n}) \qquad (15.5)$$

Eger bul tekseriw orınlanbasa kanonikalıq teńlemeniń koefficientlerin qatarlap tekseriw tiyis:

$$\sum r_1 = r_{11} + r_{12} + ... + + r_{1n} = \sum \int \frac{\bar{M}_i \cdot M_k}{EJ} dx$$

$$\sum r_2 = r_{21} + r_{22} + ... + r_{2n} = \sum \int \frac{\bar{M}_2 \bar{M}_s}{EJ} dx$$

$$.. \qquad (15.6)$$

$$\sum r_n = r_{n1} + r_{n2} + ... + r_{nn} = \sum \int \frac{\bar{M}_n \bar{M}_S}{EJ} dx$$

Qatarlap tekseriwdi statikalıq usıl járdeminde orınlaw, esaplawdı ańsatlastırıwı múmkin. Bul jaǵdayda kanonikalıq teńlemeniń birinshi qatarındaǵı koefficientleriniń qosındısı

$\sum r_1$ birlik moment epyuraları qosındısı $\bar{M}_S$ epyuranıń birinshi baylanısındaǵı momentlerdiń qosındısına teń bolıp, sol túyinniń teńsalmaqlılıǵınan anıqlanadı. Usı tártipte kanonikalıq teńlemeniń azat sanların tekseriw maqsetinde tekseriw ótkeriledi:

$$R_{SP} = R_{1P} + R_{2P} + ...R_{nP} = -\sum\int \frac{\bar{M}_S M_P^0}{EJ} dx \qquad (15.7)$$

bunda M_P^0 – statikalıq anıq ramada sırtqı júkten qurılǵan moment epyurası.

6. Kanonikalıq teńleme koefficientleri hám azat sanları durıs ekenligi tekserilgennen keyin, olar kanonikalıq teńlemege qoyılıp sheshiledi hám belgisiz Z_1, Z_2,............,Z_n kóshiwler muǵdarı anıqlanadı.

7. Ramanıń qálegen kesimindegi iyiwshi moment tómendegi formula arqalı anıqlanadı:

$$M_X = M_P + \bar{M}_1 Z_1 + \bar{M}_2 Z_2 + ... + \bar{M}_n Z_n \qquad (15.8)$$

Bul jerde, $\bar{M}_1 Z_1, \bar{M}_2 Z_2, ..., \bar{M}_n Z_n$ — epyuraları dúzetilgen moment epyuraları dep ataladı.

Demek ramada juwmaqlawshı iyiwshi moment epyurası dúzetilgen moment epyuralarınıń xarakterli kesimleri, ordinataların sırtqı júk moment epyurasınıń usı kesimlerge sáykes keliwshi ordinatalarına qosıw arqalı sızıladı. Moment epyuraları ramanıń sozılǵan qatlamları tárepine sızıladı.

8. Juwmaqlawshı M_x iyiwshi moment epyurasın tekseriw ushın statikalıq tekseriw ótkiziledi. Bul tekseriwde ramanıń túyinleri qırqıp alınadı hám olarǵa qalǵan bóliminiń tásiri tiyisli momentler menen almastırıladı. Hárbir túyin ushın teńsalmaqlılıq shártleri jazıladı. Sebebi ramanıń hárbir túyini teńsalmaqlılıqta bolıwı shárt.

Ramanıń kese hám boylama kúsh epyuraların qurıw hám de onı ulıwma statikalıq tekseriw kúshler usılı sıyaqlı orınlanadı.

15.4. Ramalardı esaplawdıń aralas usılı

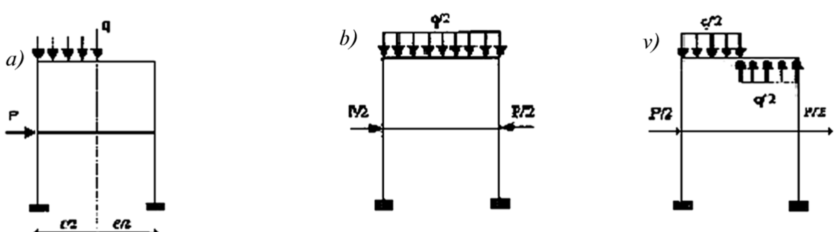
Ayırım jaǵdaylarda simmetriyalı ramalardıń bir bólimi júklengen boladı. Bunday simmetriyalı ramalar esabın ańsatlastırıw maqsetinde olarǵa qoyılǵan sırtqı júkler simmetriyalı hám keri simmetriyalı júklerge ajıratıladı.

Simmetriyalı júklengen ramalardı esaplawda kóshiwler usılı qollanıladı, sebebi bul ramalarda simmetriyalı jaylasqan túyinlerdiń burılıw múyeshleri bir-birine teń hám belgileri keri bolıp, olardıń sızıqlı kúshleri bolsa nolge teń boladı.

Keri simmetriyalı júklengen ramalardı kúshler usılı menen esaplaw tiyis, sebebi kúshler usılınıń tiykarǵı sistemasında simmetriyalı belgisizler nolge teń bolıp, keri simmetriyalı belgisizler payda boladı.

Simmetriyalı ramalarǵa qoyılǵan sırtqı júklerdi simmetriyalı hám keri simmetriyalı júklengen kúshler menen almastırıp, olardan simmetriyalı júklengen ramanı kóshiwler usılı járdeminde keri simmetriyalı júklengen ramanı kúshler usılı járdeminde esaplawǵa kombinaciyalaw usılı dep ataladı.

Kombinaciyalaw usılı járdeminde statikalıq anıq emes simmetriyalı ramalardı esaplawdıń áhmiyetin tómendegi mısalda

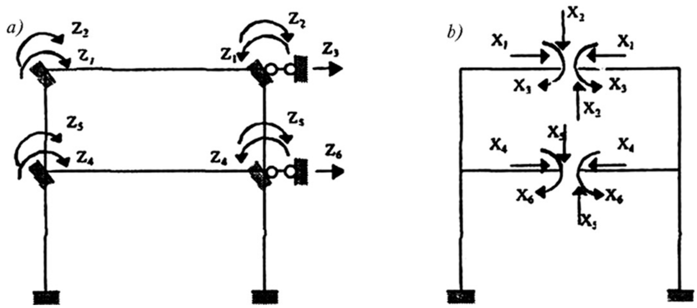


Berilgen rama

Simmetriyalı júklengen rama

Keri simmetriyalı júklengen rama

15.3-súwret.



15.4-súwret

kórip shıǵamız. (15.3-súwret). Ramaǵa tásir etip atırǵan júkler simmetriyalı hám keri simmetriyalı júklerge ajıratıp onı dara-dara qaraymız (15.3-súwret *b* hám *v*.

15.2-keste

Júkleniw usılı	**Kúshler usılı**	**Kóshiwler usılı**	**Kombinaciyalaw usılı**	
			Belgisizler sanı	**Qabıl etilgen usıl**
Simmetriyalı	4	2	2	Kóshiwler usılı
Keri simmetriyalı	2	4	2	Kúshler usılı
Jámi:	6	6	4	

Bul eki jaǵdaydıń hárbirin esaplaw ushın kóshiwler hám kúshler usılın qollanıp, belgisizler sanın 15.2-kesteden anıqlaymız.

Kesteden kórinip turǵanınday simmetriyalı júklengen ramanı kóshiwler usılı menen, keri simmetriyalıq júklengen ramanı kúshler usılı menen esaplaw maqsetke muwapıq eken. Bul ramalardıń tiykarǵı sistemaları 15.4-súwret, *a, b* da kórsetilgen.

Simmetriyalı júklengen ramanı kóshiwler usılı menen esaplasaq, simmetriyalı ramanıń qásiyetlerine muwapıq simmetriyalı emes belgisizler nolge teń boladı.

$$Z_2 = 0,\ Z_3 = 0\ Z_5 = 0 \text{ hám } Z_6 = 0$$

Demek, simmetriyalı júklengen rama kóshiwler usılı menen esaplanadı (15.4-súwret, *a*). Bul ramada eki simmetriyalı belgisiz payda boladı (Z_1 hám Z_4). Onı esaplap M_X^{sim} iyiwshi moment epyurası qurıladı. Keri simmetriyalı júklengen ramanı kúshler usılı menen esaplasaq (15.4-súwret, *b*) simmetriyalı belgisizler nolge teń boladı.

$$X_1 = 0, X_3 = 0, X_4 = 0 \text{ hám } X_6 = 0$$

Solay etip, keri simmetriyalı júklengen rama kúshler usılı menen esaplanadı. Ol jaǵdayda tek keri simmetriyalı belgisizler payda boladı hám onı esaplap, $M_X^{\text{keri}\, sim}$ iyiwshi moment epyurası sızıladı.

Ulıwma iyiwshi moment epyurası tómendegi formula járdeminde qurıladı:

$$M_X = M_X^{sim} + M_X^{\text{ker}\, isim} \tag{15.9}$$

Tekseriw ushın sorawlar

1. Birlik reakciyalardıń óz ara baylanısı haqqında teoremasın túsindiriń.
2. Birlik reakciya menen birlik kóshiwdiń óz ara baylanısı haqqında aytıp beriń.
3. Sırtqı kúshler tásirine statikalıq anıq emes ramalarda kóshiwler usılınıń qaysı usılı menen esaplanadı?
4. Ramalardı esaplawdıń kombinaciyalasqan usılı haqqında aytıp beriń.

XVI BAP. QURÍLÍS MEXANIKASÍ MÁSELELERIN SHESHIWDE MATRICALAR USÍLÍNAN PAYDALANÍW

16.1. Matricalar haqqında tiykarǵı túsinikler

Elektron esaplaw mashinalarınıń (EEM) jaratılıwı qurılıs mexanikasında quramalı statikalıq anıq hám joqarı dárejeli statikalıq anıq emes sistemalardı esaplaw múmkinshiligin jarattı. Bunıń ushın esaplanatuǵın soorujenielerdiń esaplaw algoritmin jaratıp olardı matricalar arqalı jazıw kerek. Matricalar eń quramalı esaplardıń (EEM) da baǵdarlamaların dúziwde óziniń universallıǵı hám ápiwayılıǵı menen ajıralıp turadı. Bul qurılıs mexanikasında matricalar usılın jaratıw zárúrligin talap etedi.

Matricalar teoriyası haqqında qısqasha maǵlıwmat beremiz. α_{ij} — sanlar sistemasınıń belgili tártipte jaylastırıp, keste kórinisinde jazılıwı matrica dep ataladı.

m qatarlı hám *n* kolonnalı sanlardan dúzilgen, tuwrımúyesh keste túrinde jazılǵan $m \cdot n$ tártipli matricanı *A* menen belgilep, onı tómendegishe jazıwǵa boladı:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12}\ldots\ldots\ldots a_{ij}\ldots\ldots\ldots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\ldots\ldots a_{ij}\ldots\ldots\ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{i1}a_{i2}\ldots\ldots\ldots a_{ij}\ldots\ldots a_{in} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}a_{m2}\ldots\ldots a_{mj}\ldots a_{mn} \end{vmatrix}$$

Bunday *m∗n* ólshemli keste tuwrı múyeshli matrica dep ataladı. Bul kestedegi α_{ij} sanlar onıń elementleri dep ataladı.

Qurılıs mexanikasında matrica elementleri haqıyqıy sanlar boladı. Eger de matricada qatarlar m hám kolonnalar n bir-birine teń bolsa, bunday matrica n-tártipli kvadrat matrica dep ataladı. Kvadrat matricada a_{11}, a_{22},.....a_{nn} ler bas elementler bolıp, olar matricanıń bas diagonalın quraydı. Matricanıń basqa elementleri járdemshi elementler dep ataladı.

Matricalar bir qatar hám p kolonnadan yamasa m qatar hám bir kolonnadan quralǵan bolıwı múmkin. Egerde, matrica tek bir kolonnadan quralǵan bolsa, kolonna matrica dep ataladı hám tómendegishe jazıladı:

$$A = \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ . \\ . \\ . \\ a_m \end{vmatrix}$$ bunday matricaǵa vektor kolonnasında delinedi

Eger de matrica tek bir qatardan quralǵan bolsa ol tómendegishe jazıladı:

$$V = |v_1 \ v_2 ......v_n|$$

Bul matricaǵa bir qatarlı matrica yamasa vektor-qatar delinedi.

Eger matricanıń hámme elementleri nolden ibarat bolsa, 0 (nol) matrica delinedi.

Eger, matricanıń bas diagonalındaǵı elementleri nolge teń emes bolsa $a_n \neq 0$, basqa járdemshi elementleri $a_{ij} = 0$ nolge teń bolsa, bunday matrica diagonal matrica dep ataladı hám tómendegishe jazıladı:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} 0 & 0 \ldots\ldots\ldots 0 \\ 0 \quad 0 & a_{22} \ldots\ldots 0 \\ 0 \quad 0 & a_{33} \ldots\ldots 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ 0 \quad 0 \ldots\ldots\ldots a_{nn} & \end{vmatrix}$$

Bas diagonal elementleri birlik sanlardan hám basqa qalǵan járdemshi elementleri nollerden dúzilgen n-tártipli kvadrat matrica birlik matrica dep ataladı. Birlik matrica E háribi menen belgilenedi.

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \ldots\ldots 0 \\ 0 & 1 & 0 \ldots\ldots 0 \\ 0 & 0 & 1 \ldots\ldots 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & \\ 0 & 0 & 0 \ldots\ldots 1 \end{vmatrix}$$

Matricanıń bas diagonalına salıstırmalı simmetriyalı jaylasqan járdemshi elementleri óz ara teń bolsa $(a_{ik} = a_{ki})$ bunday matrica simmetriyalı matrica dep ataladı.

Eger eki A hám B matricanıń qatar hám kolonnaları sanı bir túrde bolsa, bunday matricalar bir atamalı matricalar dep ataladı. Eki A hám B atamalı matricalar óz ara teń bolıwı ushın A matricanıń hárbir a_{ik} elementi B matricanıń B_{ik} elementine teń bolıwı shárt, yaǵnıy $a_{ik} = в_{ik}$ ol jaǵdayda A=B boladı.

Máselen: $A = \begin{vmatrix} X & y \\ u & \nu \end{vmatrix}$; $B = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

bolsa $x = 1$; $u = 0$; $u = 0$; $\nu = 1$ ekenligin kórsetedi.

A matricanıń qatarların kolonna etip, kolonnaların bolsa qatar etip almastırıp jazıwdan payda bolǵan matrica transponirlengen matrica dep ataladı hám ol A^t dep belgilenedi, mısalı:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}\, a_{13} \\ a_{21} & a_{22} a_{23} \\ a_{31} & a_{32} a_{33} \end{vmatrix}; \quad A^T = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} a_{31} \\ a_{12} & a_{22} a_{32} \\ a_{13} & a_{23} a_{33} \end{vmatrix};$$

Bunda A^T-*A* matricanıń transponirlengen matricası.

Tártipleri teń bolǵan matricalarǵa atamaları uqsas matricalar delinedi

16.2. Matricalar usılında ámellerdi orınlaw

A. Matricalardı qosıw

Qosılatuǵın matricalardıń tártipleri óz ara teń bolıwı kerek, yaǵnıy olar atamaları uqsas matricalar bolıwı kerek.

Eki *A* hám *B* ataması uqsas matricanı qosıw ámeli tómendegishe qaǵıydaǵa tiykarlanıp orınlanadı. Eki *A* hám *B* atamaları uqsas qosılıwshı matricalardıń teńdey $a_{ik} + в_{ik}$

A hám *B* matricaǵa atamaları bir bolǵan *C* matricanıń C_{ik} elementine teń boladı, yaǵnıy

$$C_{ik} = a_{ik} + в_{ik}$$

Mısalı: $C = A + B = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+0 & 2+2 \\ 3+1 & 5+3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 8 \end{vmatrix};$

Matrica elementlerin qosıw haqıyqıy sanlardı qosıw qaǵıydalarına tolıq boysınadı:

1. *A*+*B*=*B*+*A* (qosıw kommutativ esaplanadı)

2. $A+(B+C) = (A+B)+C$ (qosıw associativ esaplanadı)

3. Eger A matricaǵa 0 (nol) matricanı qossaq $A+0=A$ boladı.

4. Hárqanday A matrica ushın, oǵan qarama-qarsı ($-A$) matricanı dúziw múmkin. Ol jaǵdayda bul matricanıń elementleri $-a_{ik}$ bolıp, bul matricalardı qosqanda 0 (nol) matricanı alamız:

$$A+(-A)=A-A=0$$

B. Matricalardı ayırıw

Eki ataması uqsas A hám B matricalardıń ayırması sáykes a_{ik} hám $в_{ik}$ elementleriniń ayırmasına, yaǵnıy A hám B ǵa ataması uqsas C matricanıń C_{ik} elementine teń:

$$C_{ik} = a_{ik} - в_{ik}$$

Mısalı: $C = A - B = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5-3 & 6-0 \\ 8-4 & 7-3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 4 \end{vmatrix}$

C. Matricalar kóbeymeleri

Eki A hám B matricalardıń kóbeymesi tómendegi tártipte orınlanadı:

$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ matricanı $B = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$ matricaǵa kóbeytsek, $C=A+B$, yaǵnıy

$C = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{vmatrix}$ matricası payda boladı.

S matricanıń hárbir elementi C_{ik} *A* matricanıń *i* qatarındaǵı elementlerin *B* matricanıń *K* kolonnasındaǵı sáykes elementleriniń kóbeymeleriniń algebralıq jıyındısına teń, yaǵnıy

$$C_{11} = 1\cdot 3 + 2\cdot 1 = 5; \qquad C_{12} = 1\cdot 2 + 2\cdot 0 = 2$$
$$C_{21} = 3\cdot 3 + 4\cdot 1 = 13; \qquad C_{22} = 3,2 + 4\cdot 0 = 6$$
$$C = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 13 & 6 \end{vmatrix}$$ boladı

Eki kvadrat matricalardı kóbeytiwde olardıń tártipleri bir túrde bolıwı talap etiledi. Kóbeyme matricada sonday tártipte boladı.

Matricalardı kóbeytiwde kommutativlik qaǵıydaları orınlanbaydı, yaǵnıy: $A\cdot B = B\cdot A.$

Birneshe matricalardı kóbeytiw associativlik qaǵıydasına boysınadı.

$$C = A\cdot B\cdot Д = A\cdot(B\cdot Д)$$

D. Matricalar kóbeymesiniń ózlestiriw jaǵdayları

1. Qandayda bir skalyar san α nı *A* matricaǵa kóbeytiw degende bul sandı matricanıń hámme elementlerine kóbeytiw túsiniledi:

$$\alpha\cdot A = \begin{vmatrix} \alpha a_{12} \ldots\ldots\ldots \alpha a_{1n} \\ \alpha a_{21} \alpha_{22} \ldots\ldots \alpha a_{2n} \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ \alpha a_{n1} \quad \alpha a_{n2} \ldots \alpha a_{nn} \end{vmatrix}$$

Atamalas matricalar ushın tómendegi teńlikler orınlı boladı:

$$\alpha(A+B)=\alpha A+\alpha B$$
$$(\alpha+\beta)\cdot A=\alpha A+\beta A$$
$$\alpha(A-B)=\alpha A-\alpha B;$$
$$(\alpha-\beta)A=\alpha A-\beta A$$

2. Elementleriniń sanı bir-birine teń bolǵan bir qatarlı A matrica, bir kolonnalı B matricaǵa kóbeytilse ózgermes **muǵdar-skalyar** payda boladı.

Mısalı:

$$A\cdot B=\begin{vmatrix}5 & 4 & 3 & 2\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}4\\3\\2\\7\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}5\cdot4+4\cdot3+3\cdot2+2\cdot7\end{vmatrix}=52$$

3. Bir qatarlı matrica tórt múyeshli matricaǵa kóbeytilse, bir qatarlı matrica payda boladı. Bul bir qatarlı matrica elementleriniń sanı tórt múyeshli matricanıń kolonnalı sanına teń boladı.

$$\begin{vmatrix}2 & 5 & 3 & 1\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}1 & 5\\3 & 4\\2 & 1\\3 & 2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}26 & 35\end{vmatrix}$$

4. Qálegen matrica bir kolonnalı matricaǵa kóbeytilse, bir kolonnalı matrica payda boladı. Onıń elementleriniń sanı kóbeyiwshi matricanıń qatarlar sanına teń boladı.

Mısalı:

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3\cdot 1 + 4\cdot 3 + 5\cdot 2 \\ 3\cdot 1 + 2\cdot 3 + 5\cdot 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 25 \\ 19 \end{vmatrix}$$

6. Kvadrat matrica *A* birlik matrica *E* ge kóbeytilse, *A* matrica ózgermeydi, yaǵnıy:

$$A \cdot E = E \cdot A = \Delta$$

A matrica ushın $A \cdot B = E$ teńlikti qanaatlandırıwshı *B* matrica *A* ǵa keri bolǵan matrica dep ataladı hám ol $B=A^{-1}$ kóriniste jazıladı:

$$A \cdot B = A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$$

Eger *A* matricanıń determinantı *D* nolden parıqlı bolsa onıń keri matricası A^{-1} di anıqlawǵa boladı.

$$A^{-1} = -\bar{A} \backslash \det . A.$$

Bul jaǵdayda $\quad Bunda \quad \bar{A} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}; M_{ij}$

M_{ij} — anıqlawshı shamalar delinedi.

16.3. Matricalardıń statikalıq anıq balkalardı esaplawda qollanılıwı

Konstrukciyalardı matricalar járdeminde esaplawda barlıq baslanǵısh maǵlıwmat matrica kórinisine keltiriledi.

Mısalı, elementtiń hám elementler jıyındısınıń elastiklik qásiyeti iykemlesiwsheńlik yamasa qattılıq matricaları arqalı sáwlelendiriledi. Bul matricalar sırtqı kúsh penen usı kúshler baǵdarı boylap elementte payda bolıwshı kóshiwlerdiń óz ara baylanıslılıǵın kórsetedi.

Eger kóshiwler kúshler arqalı sáwlelendirilse, ol jaǵdayda bul matrica iykemlesiwshi, kerisinshe kúshler kóshiwler arqalı sáwlelendirilse, qattılıq matricası dep ataladı.

Ápiwayı balka járdeminde (16.1-súwret) iykemlilik matricasın keltirip shıǵarıwdı kórsetemiz. Balkanıń $i, j.....n$ kesimlerine qoyılǵan P_i, P_j hám P_n sırtqı kúshlerden balkanıń kesimlerinde $\upsilon_i, \upsilon_j....\upsilon_n$ kóshiwler payda boladı hám olar P_i lerdiń muǵdarına baylanıslı boladı.

Eger de kúshler tásiriniń erkinligi qaǵıydasınan paydalansaq, qálegen kesimniń P_i baǵdarı boyınsha kóshiwi barlıq sırtqı kúshlerdiń usı baǵdar boyınsha kóshiwleri jıyındısına teń boladı, yaǵnıy

$$\upsilon_i = \delta_{ii} P_i + \delta_{ij} P_j + ... + \delta_{in} P_n;$$

bul jerde $\delta_{ii} - i$ kesimniń R = 1 baǵdarı boylap kóshiwi;

$\delta_{ij} - i$ kesimniń P_i baǵdarı boylap $P_i = 1$ kúshinen payda bolǵan kóshiwi.

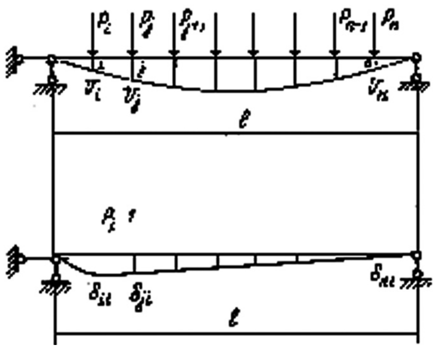
Qalǵan *j* hám *n* kesimleriniń kóshiwleri de tap joqarıdaǵıday etip tabıladı.

$$\begin{aligned} \upsilon_j &= \delta_{ij} P_i + ... + \delta_{jn} P_n; \\ \upsilon_n &= \delta_{ni} P_i + \delta_{nj} P_i + ... + \delta_{nn} P_n \end{aligned} \qquad (16.1)$$

Eger de matrica kórinisinde jazsaq:

$$\begin{bmatrix} \upsilon_i \\ \upsilon_j \\ : \\ \upsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{ii}\delta_{ij}...\delta_{in} \\ \delta_{ji}\delta_{jj}...\delta_{jn} \\ .... \\ \delta_{ni}\delta_{nj}....\delta_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_i \\ P_j \\ : \\ P_n \end{bmatrix} \qquad (16.2)$$

bul jerde $\delta_{ji} = \delta_{ij}$ bolıp, matricanıń qatarlar sanı kolonnalar sanına teń.



16.1-súwret.

(16.2) formulanıń ápiwayı kórinisi tómendegishe:

$$\upsilon_q = \delta_q \cdot P_q \qquad (16.3)$$

bul jerde $\upsilon_q - q$ elementtiń kóshiwler matricası

P_q — sırtqı kúsh matricası

δ_q — elementtiń iykemlilik matricası

Elementler jıyındısınan quralǵan konstrukciyanıń kesimindegi kóshiwlerdi tómendegishe anıqlaw múmkin:

$$\begin{bmatrix} \upsilon_1 \\ \upsilon_2 \\ .: \\ \upsilon_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0..0 \\ 0 & & \delta_2.0 \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0..\delta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ .: \\ P_R \end{bmatrix}$$

yamasa qısqartıp jazǵanda

$$\upsilon = f \cdot P$$

Bul jerde υ — element túyinleriniń kóshiw matricası;

f — kvazidiagonal iykemlilik matricası
P — kúsh matricası

16.4 Tásir sızıqlarınıń matrica formulası, tásir matricası

Tásir sızıqları arqalı ishki kúshlerdi anıqlawda matrica formulalarınan paydalanıw birqansha qolaylılıqlarǵa iye.

Eger balkanıń qálegen $(r_1, r_2, r_3..r_n)$ kesimlerinde sırtqı kúshlerden payda bolǵan ishki kúsh $S_R(M_R$ hám $Q_R)$ lerdi anıqlaw kerek bolsa, bul jaǵdayda kúsh matricası tómendegishe esaplanadı:

$$S_R = b\bar{P} = \begin{bmatrix} b_{11}\bar{b}_{12}..b_{1n} \\ b_{21}b_{22}..b_{2n} \\ .... \\ b_{1R}b_{2R}...b_{nR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ .: \\ P_R \end{bmatrix} \qquad (16.4)$$

bul jerde b— tásir matricası sanalıp, qozǵalıwshı birlik kúshten R kesimi ushın sızılǵan tásir sızıqları ordinataların bildiredi.

$P = [P_1, P_2 ... P]$ — júk matricası

Tásir matricası iyiwshi moment, kesiwshi kúsh yamasa tayanısh reakciyalarına tiyisli bolıwı múmkin.

Mısalı, berilgen balka $R = (1,2,3,4)\frac{1}{5}l$ aralıqtaǵı kesimlerge bólinip, $n = 1,2,3,4$ tochkalarǵa sırtqı kúshler qoyılǵan bolsın. Hárbir kesim ushın tásir sızıqları (16.2-súwret) sızılıp, olardan payda bolǵan ordinatalar tómendegi matricalardı payda etedi.

$$b_{1i} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad b_{2i} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$b_{3i} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 3 \end{bmatrix} \quad b_{4i} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

bunıń mánisi sonnan ibarat, birinshi kesimde iyiwshi moment tómendegige teń bolsa:

$$M_1 = \frac{1}{25}(4P_1 + 3P_2 + 2P_3 + P_4)$$

matrica kórinisinde tómendegishe anıqlanadı:

$$M_1 = \frac{1}{25}\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ P \\ P \\ P \end{bmatrix}$$

Qaralıp atırǵan mısal ushın iyiwshi momenttiń tásir matricası tómendegishe boladı: 16.2-súwret

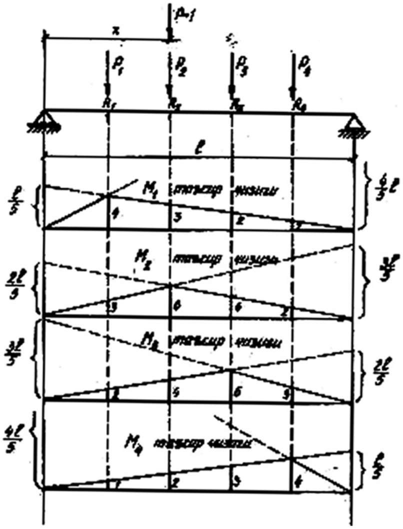
$$L_M = \frac{1}{h^2}L = \frac{1}{25}L = \frac{1}{25}\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

bul jerde m-teń bólekler sanı.

Tásir matricası simmetriyalı bolsa, EEM járdeminde birneshe qozǵalıwshı kúshler tásir sızıqları sızılmasınan bir waqıtta MR hám QR lerdi anıqlawǵa boladı.

Mısalı: 16.2-súwrette kórsetilgen balkaǵa P_1=50 kN, P_2=2P_1 P_3=3P_1, P_4=P_1 sırtqı kúshler tásir etip, l=10 m bolsa, K=1, 2, 3, 4 kesimlerdegi ishki kúsh M_1 tabılsın.

Joqarıda keltirilgen ulıwma formuladan paydalansaq tómendegiler kelip shıǵadı:



16.2-súwret.

$$M=\frac{10}{25}\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 & 50 \\ 3 & 6 & 4 & 2 & 100 \\ 2 & 4 & 6 & 3 & 150 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 50 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 340 \\ 590 \\ 620 \\ 360 \end{bmatrix} \quad KH$$

Kórinip, turǵanınday, tásir matricası ishki kúshlerdi anıqlawda bir qatar qolaylıqlarǵa iye.

Tekseriw ushın sorawlar

1. Matrica teoriyası haqqında túsinik beriń.
2. Matricalardı qosıw, alıw, kóbeytiw usılları haqqında aytıp beriń.
3. Matrica kóbeymesiniń ózlestiriw izbe-izligin aytıp beriń.
4. Matricalardı statikalıq anıq balkalardı esaplawda qollanılıwın aytıp beriń.

PAYDALANÍLǴAN ÁDEBIYATLAR

1. Q.S.Abdirashidov, B.A.Xobilov, N.Sh.Tuychiev, A.Raximbaev. Qurilish mexanikasi T. «O'zbekiston» 1999 y.

2. X. Sh.To'raev, M.X.Ismatov, F.X.Yo'ldashev, B.K.Javliev. Qurilish mexanikasi-T. Moliya, 2002.-459 b.

3. E.A.Odilxo'jaev, T. G'.G'ulomov, T.K.Abdukomilov. Qurilish mexanikasi-T. O'qituvchi, 1985.-272 b.

4. Дарков А. В., Н. Н.Шарошников. Строительная механика. М. Высшая школа, 1986. -440 с.

5. Шитко Н.К. Строителная механика. М.Высшая школа, 1980.-431 с.

6. Клейн Г.К. и др. Руководство к практическом заниятиям по курсу строительной механики (статика стержневих систем). – М. Высшая школа, 1980.-384 с.

7. Исаханов Г.В., Гранат С.Я., Мельников Г.И., Шишов О.В. Строительная механика. Расчёт стержневих систем на ЭВМ. Киев, Высшая школа, 1990.-230 с.

8. Ширас А.А. Строительная механика, М, Стройиздат, 1986.-255 с.

9. Киселев В.А. Строительная механика, М. Высшая школа, 1986.-520 с.

10. Anoxin.N.N. Qurilish mexanikasidan misol va masalalar, Farg'ona, ASB Nashriyoti, 1999.-388 b.

11. T. D. Uzaqov. Qurilis mexanikası páninen esaplaw — grafikalıq jumısların orınlaw ushın metodikalıq qollanba, Nókis-2012-j.

MAZMUNÍ

XI BAP. TUTAS BALKALARDÍ ESAPLAW

XII BAP. STATIKALÍQ ANÍQ EMES ARKALARDÍ KÚSHLER USÍLÍ MENEN ESAPLAW

XIII BAP. STATIKALÍQ ANÍQ EMES FERMALAR

XIV BAP. STATIKALÍQ ANÍQ EMES RAMALARDÍ ESAPLAWDÍŃ KÓSHIWLER USÍLÍ

XV BAP. BIRLIK REAKCIYALARÍNÍŃ HÁM BIRLIK KÓSHIWDÍŃ ÓZ ARA BAYLANÍS TEOREMASÍ

XVI BAP. QURÍLÍS MEXANIKASÍ MÁSELELERIN SHESHIWDE MATRICALAR USÍLÍNAN PAYDALANÍW

Torebek Djumabaevich Uzaqov

QURÍLÍS MEXANIKASÍ

Sabaqlıq

5340000 — Arxitektura hám qurılıs baǵdarı boyınsha

Redaktorı *R. Palwaniyazova*
Xud. redaktorı *I. Serjanov*
Tex. redaktorı *B. Turımbetov*
Operatorı *A. Begdullaeva*

Original-maketten basıwǵa ruqsat etilgen waqtı 12-oktyabr 2018-jıl.
Formatı 60x84 $^1/_{16}$. Tip «Times» garniturası. Ofset usılında basıldı.
Kegl 11,5. Kólemi 12,5 b/t. Shártli 11,63 b/t. Esap b/t 11,84.
Nusqası 200 dana. Shártnama № 92-2018. Buyırtpa №49.

Ózbekstan Baspasóz hám xabar agentliginiń
«Sholpan» baspa-poligrafiyalıq dóretiwshilik úyi. 100011,
Tashkent, Nawayı kóshesi, 30.

Telefon: (371)244-10-45, Faks: (371) 244-58-55.