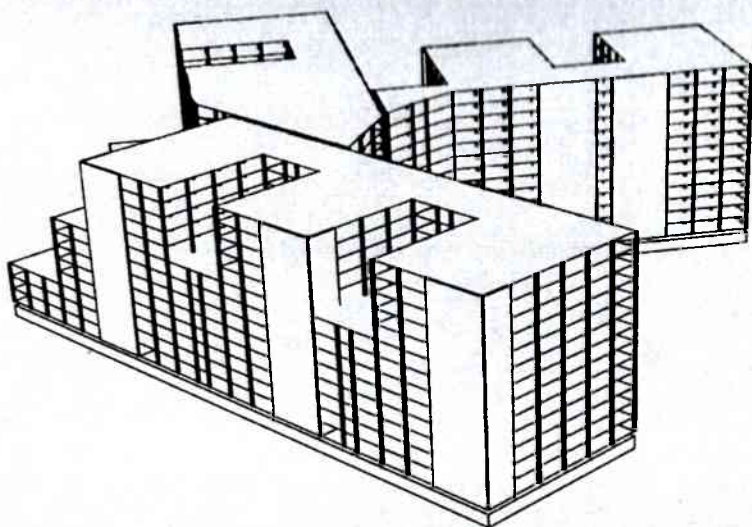


S.A. SAIDIY

QURILISH MEXANIKASI



TOSHKENT

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

TOSHKENT ARXITEKTURA QURILISH INSTITUTI

S.A. SAIDIY

QURILISH MEXANIKASI

*O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi
tomonidan darslik sifatida tavsiya etilgan*

TOSHKENT–2019

UO‘K: 69.04(075)
KBK 38.112ya7
S 21

S 21

S.A. Saidiy. Qurilish mexanikasi. –T.: «Fan va texnologiya», 2019, 272 bet.

ISBN 978–9943–6153–6–6

Ushbu darslikda statik aniq va statik noaniq sistemalarni hisoblash usullari bayon etilgan. Ayrim boblarda zo‘riqish va ko‘chishlarni aniqlash tenglamalarida matritsa usulidan foydalanilgan va hisoblashga doir misollar keltirilgan.

Darslik oliy o‘quv yurtlarining qurilish yo‘nalishi bo‘yicha tahsil olayotgan talabalariga mo‘ljallangan. Bino va inshootlarni hisoblash va loyihalash bilan shug‘ullanuvchi mutaxassislar ham foydalanishlari mumkin.

В настоящем учебнике изложены методы расчета статически определимых и неопределимых систем. В отдельных главах использована матричная форма решения уравнения для определения усилий и перемещений, приведены примеры расчета.

Предназначается для студентов строительных специальностей вузов. Может быть полезен специалистам, работающим в области проектирования и расчета зданий и сооружений.

Comparing with previous edition in this manual are made changes and addition methods of calculations of determinable and interminable are given. In separate chapters is used matrix forms of solution equations for to determinate efforts and movement, and is given calculations.

The book is consigned for students of building specialties. May be it useful for specialties who work in franch of design and calculation of engineering calculation.

UO‘K: 69.04(075)
KBK 38.112ya7

Mas’ul muharrir: Q. S. Abdurashidov – t.f.d., prof.

Taqrizchilar: M. M. Mirsaidov – prof.;
Q.S. Abdurashidov – prof.

ISBN 978–9943–6153–6–6

© «Fan va texnologiya» nashriyoti, 2019.

SO'Z BOSHI

Qurilish mexanikasi fani qurilish mutaxassisligi bo'yicha o'qiydigan bakalavr va magistrlar uchun asosiy fanlardan biridir.

Mazkur darslik oliy texnika o'quv yurtlarining qurilish mutaxassisliklari yo'nalishlari: 5340200 – Bino va inshootlar qurilishi; 5340300 – Shahar qurilishi va xo'jaligi; 5340400 – Muhandislik kommunikatsiyalari qurilishi va montaji; 5340500 – Qurilish materiallari, buyumlari va konstruksiyalarini ishlab chiqarish; 5340700 – Gidrotexnika qurilishi; 5340900 – Ko'chmas mulk ekspertizasi va uni boshqarish; 5341100 – Qiymat injiniringi bo'yicha O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan tasdiqlangan namunaviy dastur asosida yozildi.

Darslikning asosini Toshkent arxitektura qurilish instituti "Qurilish mexanikasi va inshootlar zilzilabardoshligi" kafedrası jamoasining mazkur fandan o'qitish bo'yicha to'plagan ko'p yillik tajribasi hamda "Qurilish mexanikasi" fanidan shu paytgacha chop etilgan o'zbekcha va ruscha darsliklar, o'quv qo'llanmalar hamda chet ellarda nashr etilgan adabiyotlar tashkil etadi.

Bunda qurilish mexanikasining klassik usullari bilan birga, kompyuter texnologiyasini qo'llashga mo'ljallangan zamonaviy matritsa usullarini keng yoritishga harakat qilindi. Mavzularni yaxshi o'zlashtirishlari uchun esa har bir bobda xarakterli misollar keltirildi. Shuningdek, barcha turdagi konstruksiyalarni kompyuterda hisoblashning asosini tashkil etuvchi chekli elementlar usuli ham yoritilgan. Bunda ushbu usulning sterjenli sistemalarni hisoblashda qo'llanilishi keltirilgan.

Darslik ikki qismdan iborat bo'lib, birinchi qismida statik aniq sistemalarni doimiy va harakatlanuvchi yuklar ta'siriga hisoblash ko'rib chiqilgan. Bunda asosiy tushunchalar alohida bob holida berildi. Ikkinchi qismi esa statik noaniq sistemalarni hisoblashga bag'ishlangan.

Darslik bo'yicha bildirilgan tanqidiy fikr-mulohazalar muallif tomonidan mamnuniyat bilan qabul qilinadi.

I BOB.

KIRISH

1.1. Qurilish mexanikasi fani va uning vazifalari

Qurilish mexanikasi inshootlarning mustahkamligi, ustuvorligi va bikirligi haqidagi fandir.

Inshootlarning **mustahkamligi** deganda, ularning yuk ko'tarish qobiliyati tushuniladi, chunki mustahkam inshoot o'ziga qo'yilgan, yuklarni bermalol ko'tarib tura olishi lozim, aks holda, uning mustahkamligi yetarli darajada bo'lmaydi.

Inshootlarning **ustuvorligi** deganda tashqi yuklar ta'sirida inshoot o'zining dastlabki muvozanat holatini saqlab qolishi tushumladi.

Ekspluatatsiya jarayonida inshootda me'yoridan ortiqcha ko'chish, salqilik va og'ishlar ro'y bermasligi uchun ularning **bikirligini** hisoblash yo'li bilan tekshiriladi.

Ma'lumki, mustahkamlik, ustuvorlik va bikirlik masalalari bilan materiallar qarshiligi fani ham shug'ullanadi. Qurilish mexanikasi bilan materiallar qarshiligi fani o'rtasidagi farq shundaki, materiallar qarshiligi fani inshootni tashkil etuvchi alohida elementlar (balka, sterjen va h.k.) ning mustahkamligi, ustuvorligi va bikirligini o'rganadi. Qurilish mexanikasida esa alohida elementlardan tashkil topgan butun inshootning mustahkamligi, ustuvorligi va bikirligi bilan shug'ullanadi. Aniqroq qilib aytganda, yaxlit inshootlar mustahkaniligini, ustuvorligini va bikirligini ta'minlaydigan qonun-qoidalar va usullar bilan tanishib o'tiladi. Qurilish mexanikasi fani materiallar qarshiligi fani bilan uzviy bog'langan fandir. Bundan tashqari, qurilish mexanikasi fani nazariy mexanika, fizika va matematika fanlariga ham bog'liqdir. O'z navbatida qurilish mexanikasi fanining hisoblash usullari qurilish konstruksiyalari fanlari (temir-

beton va g'isht-tosh konstruksiyalari, metall, yog'och va plastmassa konstruksiyalari) da foydalaniladi.

Konstruksiya elementlarining uzunliklari hamda ko'ndalang kesim o'lchamlari elementlarga ta'sir etuvchi kuchlar va elementning materialiga bog'liq holda hisoblash yo'li bilan aniqlanadi.

Qurilish mexanikasi fanining asosiy vazifalaridan biri tashqi kuchlar (yuklar) ta'sirida konstruksiya elementlarida hosil bo'ladigan ichki kuchlarni (zo'riqlashlarni) aniqlashdan iboratdir. Konstruksiya elementlarining ko'ndalang kesim o'lchamlari aniqlangan zo'riqlashlarning miqdoriga qarab belgilanadi.

Tashqi kuchlar ta'sirida inshoot va uning elementlarida hosil bo'ladigan salqilik, ko'chish va tebranish amplitudalarini aniqlash kabi masalalar ham qurilish mexanikasi fani doirasidagi masalalardan hisoblanadi.

Nazariy jihatdan bayon etilgan usullarning amaliy tatbiqi misol va masalalarda o'z aksini topgan.

Qurilish mexanikasida yaratilgan har qanday nazariy usullar tajribada sinab ko'riladi. Shunga ko'ra qurilish mexanikasi fani nazariy va tajribaviy fan sanaladi.

Qurilish mexanikasi fanida ishlab chiqilgan hisoblash usullari loyihalash jarayonida keng qo'llaniladi. Bundan qurilish mexanikasi o'z vazifalarini to'liq bajarib bo'ldi, degan ma'no chiqmaydi, albatta. Qurilish mexanikasi ham boshqa fanlar singari o'sib borayotgan qurilish sanoatining talablariga mos ravishda muttasil rivojlanib, takomillashib boradi.

1.2. Qurilish mexanikasi fanining rivojlanishi

Qurilish mexanikasi rivojlanish jarayonining dastlabki bosqichlarida mustaqil fan bo'lmay, umumiy mexanikaning tarkibiy qismlaridan biri bo'lgan. Binobarin, umumiy mexanikaning ibtidoiy davrlardan boshlab hozirgi davrgacha bo'lgan tarixi qurilish mexanikasiga ham bevosita aloqadordir.

Mexanikaning nazariy asoslari dastlab qadimgi Yunoniston va Misrda paydo bo'lgan.

Mexanikaga doir ilk yozma asar Yunonistonning mashhur faylasufi Aristotelga tegishlidir. Aristotel «*mexanika*» soʻzini ilmiy atama sifatida fanga birinchi boʻlib olib kirgan. Mexanikaning xilma-xil masala va muammolarini hal etishda qadimgi zamon olimlari Arximed, Geron, Platon, Apolloniy, Gipparx, Ptolemey, Nikomed, Arxit va boshqalarning xizmatlari benihoyat kattadir.

Sharq mamlakatlarida mexanika fani IX-XII asrlarda taraqqiy eta boshladi. Bu davrga kelib sharqning mashhur olimlari Abu Rayhon Beruniy, Abu Abdullo al-Xorazmiy, Abu Ali ibn Sino, Umar Hayyom, Abu Nosir Forobiy, Ahmad Fargʻoniy va boshqalar tabiiy fanlar, jumladan, mexanika fanining rivojlanishiga katta hissa qoʻshdilar.

VII – VIII asrlardan boshlab Islom dini keng yoyilgan mamlakatlarda, masjid, madrasa, maqbara singari Mahobatli binolar qurilishi avj oladi. Sharq mamlakatlari, jumladan, Oʻrta Osiyoda bunyod etilgan qadimiy meʼmorchilik yodgorliklarida gumbaz, minora, aylanma zina, peshtoq, ravoq, muqarnas kabi murakkab qurilmalar qoʻllanilgan. Tabiiyki, bunday binolarni qurish uchun muhandis, meʼmor va ustalardan katta bilim va mahorat talab etilgan. Qadimiy binolarning shakl va oʻlchamlari asrlar mobaynida takomillashib bordi. Qadimiy meʼmorchilik obidalarining asrlar osha bizgacha yetib kelishi bobokalon meʼmorlar va usta binokorlarning amaliy qurilish mexanikasidan chuqur xabardor ekanliklaridan dalolat beradi.

Mexanikaning keyingi rivoji Uygʻonish davrida Yevropaga koʻchdi. Bu davr mexanikasi buyuk olimlar Leonardo da Vinchi, Stevin, Kopernik, Kepler, Galiley va Nyutonlarning olamshumul asarlari va ixtirolari bilan boyidi, materiallar qarshiligi va qurilish mexanikasiga doir birinchi kitob oʻsha davrda yaratildi. Kitobning nomi «Ikki yangi fan haqida suxbatlar va matematik isbotlar» deb atalib, muallifi Galileo Galiley edi. 1678-yilda Robert Guk oʻzining mashhur qonunini kashf etdi, yaʼni choʻzilish qanaqa boʻlsa, kuch ham shunaqa boʻladi, deb taʼrifladi. Boshqacha aytganda, deformatsiya kuchga toʻgʻri proporsionaldir. Qurilish mexanikasining deyarli barcha nazariya va usullari ana shu oddiy qonunga asoslanadi.

XVIII asrda sanoatning keng rivojlanishi ilm-fan oldiga yangi-yangi vazifalar qoʻydi.

XIX asrda temir yo'llarning paydo bo'lishi, ko'priklar va yirik sanoat binolarining qad ko'tarishi qurilish mexanikasini yanada rivojlanishiga turtki bo'ldi. Bu va bundan keyingi davrlarda qurilish mexanikasining rivojlanishiga chet ellik olimlardan Dalamber, Lagranj, Kulon, Lams, SenVenan, Eyler, Maksvell, Mor, Myuller-Breslau va boshqalar, rus olimlaridan D. I. Juravskiy, F. S. Yasin'skiy, N. A. Beleyubskiy, V. G. Shuxov, V. L. Kirpichev, L. R. Proskuryakov, A. N. Krilov, I. G. Bubnov, B. G. Galerkin, keyinchalik I.M. Rabinovich, V. 3. Vlasov, K. S. Zavriyev, A. F. Smirnov, N. I. Bezuxov, V. K. Bolotin, A. V. Darkov va boshqalar katta hissa qo'shdilar.

Qurilish mexanikasining rivojlanishida yurtimiz olimlarining hissasi katta.

Qurilish mexanikasi fanining rivojlanishiga o'zbek olimlaridan X.A.Raxmatullin, M.T.O'rozboyev, V.Q.Qobulov, T.R.Rashidov, T.Sh.Shirinqulov, M.M.Mirsaidov, A.O.Eshonxo'jayev, G'.X.Xojmetov, E.A.Odilxo'jayev, Q.S.Abdurashidov, X.Sh.To'rayev, U.X.Faxriddinov, N.J.To'ychiyev, B.A.Hobilov va boshqalar o'zlarining munosib hissalarini qo'shdilar.

Jumladan, akademik M. T. O'rozboev "Nazariy mexanika" va "Materiallar qarshiligi" kurslaridan o'zbek tilida birinchi darslikni yaratdi. Akademik Qobulov V.Q. qurilish konstruksiyalarini kibernetik usullarni qo'llab hisoblashning rivojlanishiga juda katta ahamiyat berganlar. Akademik T.R. Rashidovning Respublikamizda zilzilabardosh bino va inshootlar ustida olib borgan ilmiy tadqiqotlari natijalari katta ahamiyatga ega bo'ldi.

Hozirgi paytda konstruksiyalarning hisobi asosan kompyuterlarda bajarilmoqda. Shu boisdan endilikda qurilish mexanikasida kompyuterlardan foydalanish imkonini beradigan analitik usullarning roli ortib bormoqda.

Hisoblash texnikasidan keng foydalanish imkonini beradigan usullardan biri matritsa usulidir. Matritsa usulining afzalliklaridan biri shundan iboratki, bunda bir xil matritsa amalidan foydalanib, turli xil sistenialarni hisoblash mumkin.

Istiqbolli usullardan yana biri *chekli elementlar* usulidir (CHEU). Bu usulga ko'ra yaxlit jism alohida chekli elementlarga

bo'lib chiqiladi; bu elementlarning o'zaro bog'lanishi alohida nuqtalardagi zo'riqishlarning o'zaro ta'siri orqali uch va to'rt burchaklarga, fazovoy masalalarda esa — parallelepiped yoki tetraedrlarga taqsimlab chiqiladi.

1.3. Inshootlar va ularning hisoblash sxemalari

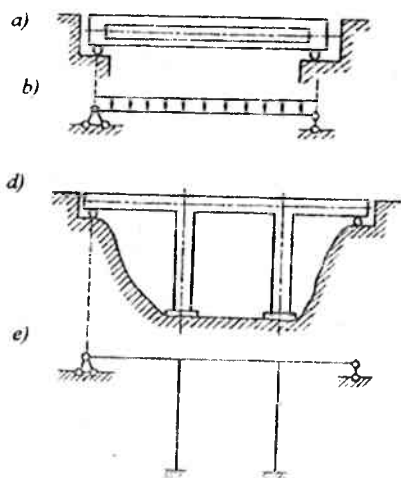
Muhandislik inshootlari odatda sterjen, balka, plastina, qobiq va hajmiy jismlar singari turli konstruktiv elementlarni tegishli ravishda o'zaro birlashtirish yo'li bilan hosil qilinadi. Demak, yaxlit inshoot alohida elementlardan tashkil topgan murakkab sistema hisoblanadi.

Inshootlarni hisoblaganda, ayrim elementlarning o'lcham va shakllarini, ular orasidagi bog'lanishni aniq hisobga olish nazariy jihatdan yo'q, yo o'ta murakkab ishdir. Shuning uchun qurilish mexanikasida boshqa fanlardagi singari ilmiy abstraksiya usulidan foydalanib, mavjud inshoot hisoblash sxemasi bilan almashtiriladi.

Hisoblash sxemasi — inshootning soddalashtirilgan tasviri bo'lib, unda yuk ta'siridagi inshootning asosiy ko'rsatkichlari mujassamlashgan bo'ladi. Hisoblash sxemalarida sterjenlar — o'qlar bilan, plastinalar — o'rta sirtlar bilan, ko'ndalang kesimlar — yuza va inersiya momentlarining son qiymatlari bilan, real tayanchlar ideal tayanchlar bilan almashtiriladi; yuklar o'qlarga qo'yilgan deb faraz etiladi va h.k. Inshootlar hisobi ana shunday hisoblash sxemalari orqali amalga oshiriladi.

1.1- rasmda bir oraliqli ko'prik (a) hamda balka deb ataluvchi uning hisoblash sxema (b) tasvirlangan. 1.1- rasm, d da uch oraliqli ko'prik hamda rama deb ataluvchi uning hisoblash sxemasi (e) berilgan. Yo'l qoplamasining vazni hamda ko'prikning xususiy og'irligi balkaga tekis yoyiq kuch sifatida ta'sir etadi. Balkada tashqi kuchlar va harorat ta'sirida bo'ylama kuchlar hosil bo'lmasligi uchun uning tayanchlaridan biri qo'zg'aluvchan, ikkinchisi qo'zg'almas qilib ishlanadi.

Inshootning hisoblash sxemasini tanlash murakkab, ayni paytda, muhim masalalardan biridir. Hisobning sifati, ya'ni uning aniqligi ko'p jihatdan, hisoblash sxemasining qanday tanlanishiga bog'liq.



1.1-rasm.

Agar hisob noto'g'ri tanlangan hisoblash sxemasi bo'yicha bajarilgan bo'lsa, u o'ta aniq usullar bilan hisoblangan taqdirda ham to'g'ri natija bermaydi.

Ma'lumki, sterjen va plastinalar inshootning asosiy elementlari hisoblanadi. Ko'ndalang kesim o'lchamlari uzunlikka nisbatan ancha kichik bo'lgan element *sterjen* deb ataladi. Bir o'lchami (qalinligi) qolgan ikki o'lchami (uzunligi va eni)ga nisbatan ancha kichik bo'lsa, *plastina* deb ataladi. Egri o'qli plastina *qobiq* (obolochka) deb ataladi. Bulardan tashqari hisoblash sxemalari ichida *hajmiy jismlar* deb ataluvchi katta massaga ega bo'lgan elementlar ham uchraydi. Bunday elementlarning uch o'lchami bir-biriga yaqin bo'ladi. Bunga poydevor bloklari, tirgak devorlar misol bo'la oladi.

Alohida elementlarning joylashuv tartibiga qarab inshootlar yassi va fazoviy sistemalarga bo'linadi. Barcha sterjenlar bir tekislikda joylashgan bo'lsa, bunday inshoot *yassi sistema* deb ataladi. Aks holda sistema fazoviy bo'ladi. Yassi inshootlar mustaqil ko'rinishda kamdan-kam uchraydi. Ko'pincha ular hisobni soddalashtirish maqsadida fazoviy sistemalardan ajratib

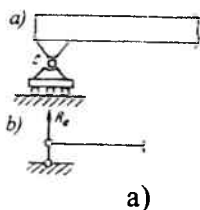
olinadi. Yassi sistemani fazoviy sistemadan ajratib olinishi hisob aniqligini pasaytiradi. Biroq muhandislik amaliyotida ba'zan shunday qilishga to'g'ri keladi.

1.4. Tayanchlar va yuklar

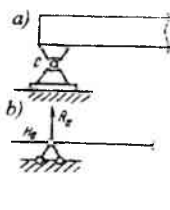
Inshootning poydevor yoki zamin bilan birikkan qismi t a y a n c h deb ataladi. Tayanchlar uch xil bo'ladi: sharnirli qo'zg'aluvchi tayanch, sharnirli qo'zg'almas tayanch, sharnirsiz qo'zg'almas tayanch.

1.2- rasmda sharnirli qo'zg'aluvchi tayanchning konstruksiyasi (a) va uning sodda tasviri (b) berilgan, bunda sterjen sharnir (s) atrofida aylana oladi, gorizontal yo'nalishda qo'zg'ala oladi; birgina vertikal reaksiya vujudga keladi.

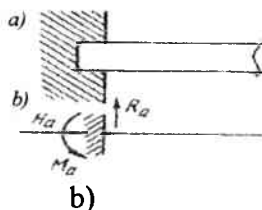
1.3- rasmda sharnirli qo'zg'almas tayanchning konstruksiyasi (a) va sodda tasviri (b) berilgan; bu yerda sterjen sharnir (s) atrofida aylana oladi, biroq gorizontal yo'nalishda qo'zg'almasdir. Bunday tayanchda ham gorizontal, ham vertikal reaksiyalar vujudga keladi.



1.2-rasm.



1.3-rasm.



1.4-rasm.

1.4- rasmda sharnirsiz qo'zg'almas tayanchning konstruksiyasi (a) va sodda tasviri (b) berilgan bo'lib, bunda sterjen uchi tayanchga mustahkam biriktirilgan; sterjen gorizontal yo'nalishda qo'zg'alish yoki tayanch kesimi atrofida aylanish imkoniga ega emas. Bunday tayanchda uchta reaksiya (R_a , N_a , M_a) vujudga keladi.

Inshootga ta'sir etadigan tashqi kuchlar y u k l a r deb ataladi. Yuklar ta'sir etish muddati, ta'sir etish usuli, vazifasi va boshqa belgilarga qarab bir necha turga bo'linadi.

Yuklar inshootga qo'yilish vaqti (muddati)ga qarab statik va dinamik yuklarga bo'linadi. **S t a t i k** yuklar inshootga zarbsiz asta-sekin qo'yiladi; yukning qiymati noldan boshlab oxirgi qiymatiga qadar bir tekisda ortib boradi. **D i n a m i k** yuklar inshootga birdaniga qo'yiladi yoki vaqt o'tishi bilan qiymat va yo'nalishini o'zgartirib turadi.

Qo'yilish usuliga ko'ra yoyiq va yig'iq (to'plangan) yuklar bo'ladi.

Yoyiq yuk inshoot sirti yoki uzunligi bo'ylab yoyilgan bo'ladi. Uzunlik bo'ylab yoyilgan yuk intensivlik bilan o'lchanadi. Intensivlik deganda, uzunlik birligiga to'g'ri keladigan yuk miqdori tushuniladi va u kN/m bilan o'lchanadi. Agar yuk sirt bo'ylab yoyilgan bo'lsa, kN/m^2 bilan o'lchanadi.

Yig'iq yuk deganda, bir nuqtaga to'plangan kuch tushuniladi. Aslida bunday yuklar real holda kamdan-kam uchraydi. Hisob ishlarini soddalashtirish uchun ko'pincha yoyiq yuklar yig'iq kuch holiga keltirib olinadi, ya'ni ma'lum bir nuqtaga to'planadi. Xozirda amalda bo'lgan xalqaro o'lcham birliklari tizimi (SI) bo'yicha kuchning o'lcham birligi nyuton (N) dir. Eslatib o'tamiz: $1 \text{ kgk} \approx 9,81 \text{ N}$.

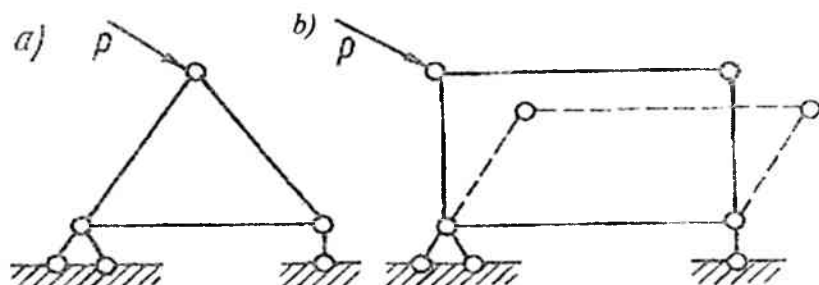
Vazifasiga ko'ra yuklar doimiy, muvaqqat va qo'zg'aluvchan bo'ladi. Inshootga doim ta'sir etib turuvchi yuk (masalan, xususiy og'irlik) doimiy yuk hisoblanadi. Muvaqqat yuk inshootga ma'lum davrlarda ta'sir etadi (masalan, shamol va qor ta'siri, turli uskuna va jihozlar va h. k.). Qo'zg'aluvchan yuklarga transport vositalari misol bo'la oladi.

1.5. Sterjenli sistemalarning geometrik o'zgarmaslik shartlari

Qurilish konstruksiyalarining aksariyati hisoblash chizmalarida sterjenlardan tashkil topadi (balka, ferma, rama va h. k.). Alohida sterjenlarning tugunlarda o'zaro biriktirish yo'li bilan hosil qilingan qurilmalar *sterjenli sistemalar* deb ataladi.

Har qanday inshoot, ya'ni sterjenli sistema geometrik o'zgarmas bo'lishi lozim. Buning ma'nosi shuki, har qanday bino

va inshoot bunyod etilgandan keyin o'zining dastlabki geometrik shakli hech og'ishmay saqlab turishi kerak. Bimokorlikda geometrik o'zgaruvchan sistemalar qo'llanilmaydi, chunki bunday sistemalar deformatsiyalanmagan holda o'z shaklini keskin o'zgartiradi. Geometrik o'zgarmas sistemalar esa o'z shaklini sterjenlarning deformatsiyalanishi evaziga o'zgartiradi.



1.5-rasm.

1.5-rasmda uchburchakli (a) va to'rtburchakli (b) ikkita sterjenli sistema tasvirlangan bo'lib, ulardan biri geometrik o'zgarmas, ikkinchisi o'zgaruvchandır.

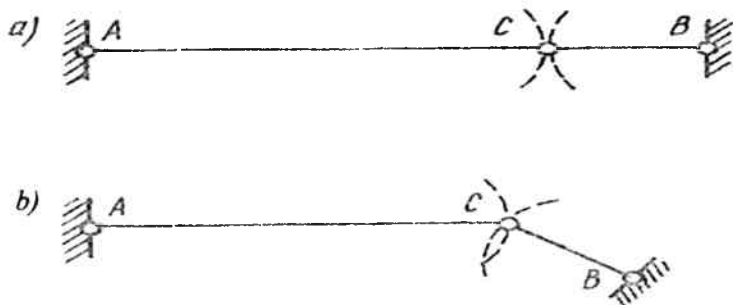
Uchburchakli sistemaning shakli sterjenlar deformatsiya bergandagina o'zgaradi, aks holda o'zgarishsiz turaveradi. Shuning uchun u geometrik o'zgarmas sistema sanaladi. To'rtburchakli sistema esa o'z shaklini osongina o'zgartiradi, bunda sterjenlar dastlabki uzunligini saqlab qoladi, ya'ni deformatsiyalanmaydi. Demak, bu geometrik o'zgaruvchan sistemadir.

Xulosa qilib aytganda, o'zining geometrik shaklini alohida sterjenlarning deformatsiyalanishi hisobiga o'zgartiradigan sistemalar **g e o m y e t r i k o' z g a r m a s** sistemalar deb ataladi.

Uchburchakli sistema eng oddiy geometrik o'zgarmas sistema hisoblanadi. Xo'sh, murakkab shaklga ega bo'lgan, geometrik o'zgarmas sistemalar qanday hosil qilinadi? degan savol tug'iladi. Bu savolga javob berishga urinib ko'ramiz.

Buning uchun avval **o n i y o' z g a r u v c h a n** sistema bilan tanishib chiqamiz.

Bir to'g'ri chiziqda yotuvchi ikki sterjen va uch sharnirdan tashkil topgan sistema bilan tanishib chiqaylik (1.6- rasm, a).



1.6-rasm.

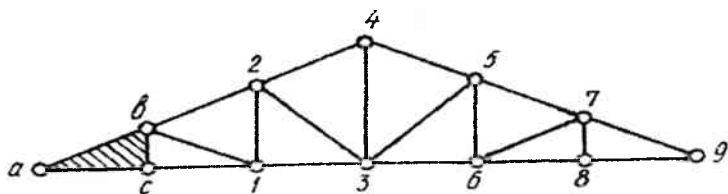
Agar ikki sterjenni bir-biriga ulovchi sharnir C ni yo'q deb faraz qilsak, AC va BC sterjenlari shaklda ko'rsatilgan yoylar bo'yicha qo'zg'alishi mumkin. Bunda har ikkala yoy C nuqtasida umumiy o'rinmaga ega bo'ladi. Binobarin, sterjenlardan biriga tegishli bo'lgan C nuqtasi AB nuqtasi tik yo'nalishida juda qisqa masofaga ko'chsa, ikkinchi sterjen bunga qarshilik ko'rsata olmaydi. Demak, bu sistema geometrik o'zgaruvchan ekan, chunki sistemaning shakl o'zgarishi sterjenlarning deformatsiyasiz amalga oshayapti. Biroq bu sistemaning geometrik o'zgaruvchanligi bir onlikdir, chunki C nuqtasi juda qisqa masofaga ko'cha oladi. C nuqtasining ko'chishini kattalashtirish uchun, ya'ni ikki sterjenli sistemaning shakl o'zgartirishini yanada davom ettirish uchun sterjenlarni deformatsiyalanishga majbur etish lozim bo'ladi. O'z shaklim bu yo'sinda o'zgartiradigan sistema geometrik o'zgarmas bo'ladi. Shuning uchun ham bir o'q ustida yotuvchi ikki sterjen va uch sharnirdan tashkil topgan sistemalar oniy o'zgaruvchan sistemalar deb ataladi.

Agar ikki sterjen va uch sharnir bir o'q ustida yotmasa, u holda yoylar umumiy urinmaga ega bo'lmaydi (1.6- rasm,b). C nuqtasi bu sistemada kichik bir masofaga ko'chishi uchun sterjenlar

deformatsiyalanishi lozim bo'лади. Bunday sistemaning geometrik o'zgarmas bo'lishini yuqorida ko'rib o'tdik.

Demak, geometrik o'zgarmas sistema hosil qilish uchun yangi qo'shiladigan tugun va uni dastlabki sistema bilan bog'lovchi ikki sterjen bir to'g'ri chiziqda yotmasligi lozim ekan. Geometrik o'zgarmas sistema hosil qilishning asosiy qoidasi ana shundan ibarat.

Shu qoida asosida geometrik o'zgarmas sterjenli sistema - ferma hosil qilish tartibini ko'rib chiqaylik (1.7- rasm).



1.7-rasm.

Dastlabki geometrik o'zgarmas sistema – asos sifatida eng oddiy sistema abc uchburchagini qabul qilamiz. Bu uchburchakka birin-ketin ikki sterjen orqali yangi tugunlarni ko'shib boramiz. Tugunlarni qo'shish tartibi chizmada raqamlar bilan ko'rsatilgan. E'tibor bering: har bir yangi tugun va ikki sterjen bir o'q ustida yotmaydi. Shu tartibda hosil qilingan ferma o'zgarmas bo'лади.

Tekshirish uchun tugunlarni va ularga tutashgan ikki sterjenni teskari tartibda birin-ketin tashlab yuboramiz. Agar tashlashlar oxirida uchburchakli sistema qolsa, u holda berilgan sistema geometrik o'zgarmas bo'лади. Bizning misolda aynan shunday: tugunlarni 9-tugundan boshlab birin-ketin tashlab yuborsak, oxirida abs uchburchagi qoladi. Demak, yaxlit ferma geometrik o'zgarmas sistema ekan.

Endi sterjenli sistemalarning geometrik o'zgarmaslik shartlarini formula orqali ifoda etishga urinib ko'ramiz.

Geometrik o'zgarmas oddiy ferma sterjenlari sonini S , tugunlari sonini K deb belgilasak, sterjenlar soni bilan tugunlar soni

orasidagi bog‘lanishni quyidagi tartibda ifodalasa bo‘ladi: asosiy uchburchak uchta tugun va uchta sterjenga ega: bunga kelib qo‘shiluvchi har bir yangi tugun son jihatdan ($K-3$)ga teng bo‘lib, har bir tugunga ikkitadan sterjen tutashgan bo‘ladi. Natijada ferma sterjenlarining umumiy soni quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{aligned} S &= 3 + 2(K - 3) \\ S &= 2K - 3. \end{aligned}$$

yoki 1.1

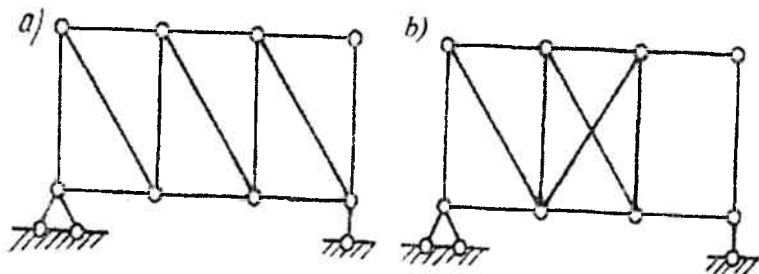
Bu yerda quyidagi uch hol uchrashi mumkin:

1) $S < 2K - 3$, bunda sistema geometrik o‘zgaruvchan, statik aniq bo‘ladi; chunki sterjenlar soni talab etilgan sondan kam;

2) $S = 2K - 3$, bunda sistema geometrik o‘zgarmas, statik aniq bo‘ladi; sistemadagi sterjenlar soni talab darajasida, ortiq ham emas, kam ham emas;

3) $S > 2K - 3$, bunda sistema geometrik o‘zgarmas, statik noaniq bo‘ladi; chunki sterjenlar soni keragidan ortiqcha.

Ko‘rib o‘tilgan uch holdan birinchisi binokorlik uchun yaramaydi, holgan ikki hol qurilish konstruksiyalarini qanoatlantiradi. Chunki inshootlar statik aniq yoki noaniqliigidan qat’i nazar geometrik o‘zgarmas bo‘lishi darkor.



1.8-rasm.

Biroq sterjenli sistemaning formulani qanoatlantirishi masalaning bir tomoni xolos. Masalaning ikkinchi tomoni ham bor: sistemaning geometrik o‘zgarmasligini ta’minlashda uning tuzilishi

ham katta rol o'ynaydi. Masalan, 1.8-rasmda sterjenlari soni formulani qanoatlantiradigan ikkita ferma tasvirlangan. Formulaga ko'ra har ikkalovi ham geometrik o'zgarmas sistema, biroq fermaning tuzilishiga ko'ra ulardan biri (a) geometrik o'zgarmas, ikkinchisi (b) geometrik o'zgaruvchandir. Ikkinchi fermaning oxirgi paneli geometrik o'zgaruvchan to'rtburchakli sistemadan tashkil topganligi sababli u geometrik o'zgaruvchandir.

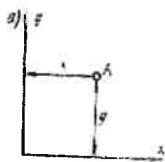
1.6. Sterjenli sistemalarning erkinlik darajalari

Nuqta yoki sistemaning holatini belgilovchi geometrik parametrlar soni *erkinlik darajasi* deb ataladi.

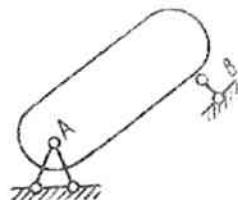
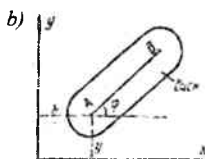
A nuqtasining holatini x va y parametrlari belgilaydi (1.9- rasm, a). Demak, nuqtaning erkinlik darajasi ikkiga teng.

Yassi disk (masalan, faner parchasi)ning erkinlik darajasini ko'rib chiqamiz (1.9-rasm, b) Diskning holatini belgilovchi geometrik parametrlarni belgilash uchun disk sirtida AB kesmasini o'tkazamiz. Bu kesmaning holatini x , y , φ parametrlari orqali bilishimiz mumkin.

Demak, AB kesmasining erkinlik darajasi uchga teng. AB kesmasining holatini belgilovchi parametrlar (x, y, φ) diskning holatini ham belgilaydi, chunki kesma disk suptida yotibdi. Bundan diskning erkinlik darajasi ham uchga teng bo'ladi, degan xulosa kelib chiqadi. Buning ma'nosi shuki, disk uch yo'nalishlarda erkin harakat qiladi: vertikal va gorizontal yo'nalishlarda ko'chishi hamda biror nuqtaga, masalan, A nuqtasiga nisbatan aylanishi mumkin.



1.9-rasm.



1.10-rasm.

Disk yoki sterjenning erkinlik darajasiga chek qo'yadigan har qanday qurilma bog'lagich deb ataladi. Sharnirlar va tayanch sterjenlari bog'lagich hisoblanadi. Har bir sharnir ikkita, har bir tayanch sterjeni esa bitta erkinlik darajasiga chek qo'yadi.

Yaxlit bir disk olaylik. Agar unga hech qanday bog'lagich qo'ymasak, uning erkinlik darajasi uchga teng bo'lishini yuqorida ko'rib o'tdik. Endi diskka A sharnirini qo'yamiz (1.10- rasm) (stol ustida yotgan fanera parchasiga bir dona mix qoqamiz, deganday gap). Bu bilan diskning ikkita erkinlik darajasiga chek qo'yiladi (fanera ikki yo'nalishda harakat qilish imkoniyatidan mahrum bo'ladi, deganday gap). Biroq disk A sharniri atrofida aylana oladi. Agar diskka yana bir bog'lagich – tayanch sterjeni V ni qo'ysak, disk, aylanish imkoniyatidan ham mahrum bo'ladi.

Mana shu mulohazalar asosida sterjenli sistemalarning erkinlik darajasini aniqlashga doir formulani yoza olamiz. Agar sistemaning erkinlik darajasini W , disklar sonini D , sharnirlar sonini SH va tayanch sterjenlari sonini S , deb olsak, sterjenli sistemaning erkinlik darajasini aniqlaydigan formula quyidagicha ifodalanadi:

$$W = 3D - 2SH - C \quad (1.2)$$

Bu formulaning zamirida yuqoridagi mulohaza yotibdi, ya'ni har bir disk uchta erkinlik darajasiga ega, har bir sharnir ikkita erkinlik darajasiga va har bir tayanch sterjeni bitta erkinlik darajasiga chek qo'yadi.

Sharnirlar sonini hisoblashda, ular ikkiga — oddiy va murakkab sharnirlarga ajratiladi. Ikkita diskni birlashtiruvchi sharnir oddiy, ikkidan ortiq diskni birlashtiruvchi, sharnir esa

m u r a k k a sharnir deb ataladi. Sharnirlar soni disklar sonidan bitta kam bo'ladi, ya'ni

$$SH = D - 1$$

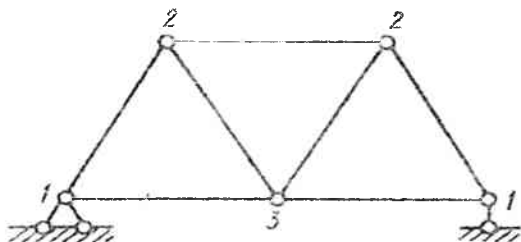
Sterjenli sistemalarning erkinlik darajalarini aniqlashda ham quyidagi uchta hol uchraydi:

1) $W=0$; bunda sistema geometrik o'zgarmas, statik aniq bo'ladi.

2) $W>0$; bunda sistema geometrik o'zgaruvchan, statik aniq bo'ladi;

3) $W<0$; bunda sistema geometrik o'zgarmas, statik noaniq, ortiqcha bog'lanishlarga ega bo'ladi.

1- misol: Yassi fermaning erkinlik darajasini aniqlash kerak (1.11- rasm).



1.11-rasm.

Disklar, ya'ni sterjenlar soni $D=7$;

Sharnirlar soni, $SH=9$ (shaklda sharnirlar soni raqamlar bilan ko'rsatilgan);

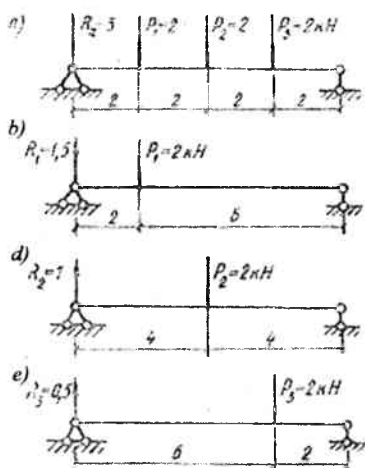
Tayanchi sterjenlari soni $S_T=3$; erkinlik darajasi $W=3 \cdot 7 - 2 \cdot 9 - 3=0$;

Demak, ferma geometrik o'zgarmas, statik aniq ekan.

1.7. Kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipi va umumlashma epyuralar

Qurilish mexanikasida katta ahamiyatga ega bo'lgan bu qoida quyidagicha ta'riflanadi:

Agar inshootga bir necha kuchlar qo'yilgan bo'lsa, ularning birgalikdagi ta'siridan hosil bo'lgan natija, har bir kuchning alohida ta'siridan hosil bo'lgan natijalar yig'indisiga teng bo'ladi.



1.12-rasm.

Reaksiyaning to'liq qiymati alohida topilgan reaksiyalar qiymatlarining yig'indisiga teng bo'ladi: $R_a = R_1 + R_2 + R_3 = 1,5 + 1 + 0,5 = 3 \text{ kN}$.

Shunday qilib, balkaga kuchlar bir yo'la qo'yilgandagi reaksiyaning qiymati kuchlar alohida-alohida qo'yilgan holdagi, reaksiyalar qiymatlarining yig'indisiga teng chiqdi. Kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasi degan iboraning ma'nosi ana shundan iborat.

Kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasi elastiklik chegarasida qo'llaniladi. Reaksiya va ichki kuchlarni aniqlashda inshoot deformatsiyalanmagan deb faraz etiladi. Qo'llaniladigan tenglamalar chiziqsiz bo'lsa, mazkur usuldan foydalanib bo'lmaydi.

Umumlashma epyuralar. Ma'lumki, qurilish konstruksiyalariga turli xil yuklar ta'sir etadi. Har bir yukning o'ziga yarasha epyuralari bo'ladi. Shunday hollar bo'ladiki, ma'lum bir kesimda eng katta moment bir xil yukdan hosil bo'lsa, boshqa kesimda boshqa yukdan hosil bo'ladi. Muhandisni esa maksimal zo'riqishlar qiziqtiradi. Maksimal yoki minimal zo'riqishlarni aniqlash maqsadida umumlashtirilgan epyuralar quriladi.

Bu qoidaning mohiyatini oydinlashtirish uchun oddiy bir misol keltiraylik. Balkaning chap tayanch reaksiyasini (1.12-rasm, a) ikki xil yo'l bilan aniqlaymiz. Birinchi usul bo'yicha R_a , tayanch reaksiyasi uchala kuch (P_1 , P_2 , P_3) ta'sirida bir yo'la aniqlanadi: $R_a = 3 \text{ kN}$ chiqadi. Ikkinchi usulga ko'ra kuchlar navbatma-navbat qo'yiladi va har bir kuchga mos ravishda reaksiyalar aniqlanadi. Topilgan reaksiyalarning qiymati chizmalarda berilgan (1.12-rasm, b, d, e).

Ko'pincha inshootga doimiy va muvaqqat yuklar ta'sir etadi. Doimiy yuklar inshootga muttasil ravishda ta'sir etib, muvaqqat yuklarning ta'sir etish vaqti, qiymati va o'rni o'zgarib turadi. Bu esa o'z navbatida inshoot kesimlaridagi zo'riqishlarning o'zgarishiga olib keladi. Bunday hollarda zo'riqishlarning maksimal yoki minimal qiymatlarini aniqlash uchun doimiy hamda muvaqqat yuklarning turli variantlari uchun alohida epyuralar quriladi. Doimiy yukdan hosil bo'lgan zo'riqish bilan muvaqqat yukdan hosil bo'lgan musbat zo'riqishlarning yig'indisi $S_{\max}$ ni, ya'ni to'liq maksimal zo'riqishni, manfiy zo'riqishlar yig'indisi esa $S_{\min}$ ni, ya'ni to'liq minimal zo'riqishni beradi;

$$\begin{aligned} S_{\max} &= S_{\text{doim}} + \sum (+S_{\text{mpe}}) \\ S_{\min} &= S_{\text{doim}} + \sum (-S_{\text{mpe}}) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Bu yerda S_{doim} — doimiy yukdan hosil bo'lgan zo'riqish; $\sum (+S_{\text{mpe}})$, $\sum (-S_{\text{mpe}})$ — muvaqqat yuklardan hosil bo'lgan musbat va manfiy zo'riqishlar.

Zo'riqishlarning aniqlangan qiymatlarini yagona masshtabda bir o'q ustiga joylashtiriladi va tutash chiziq bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan grafik *umumlashma epyura*¹ deb ataladi. Mazkur epyuraga doir misol statik noaniq uzluksiz balkalar hisobida berilgan.

Qurilish konstruksiyalarini hisoblashda (masalan, armaturaning kesimini tanlashda) epyuradan mutlaq qiymati katta bo'lgan moment tanlab olinadi; konstruksiyaning mustahkamligi ana shu moment bo'yicha tekshiriladi.

¹ Ruschada bu atama «огнблющая» yoki «обемлющая» deb yuritiladi. Bu so'zlarning o'zbek tiliga aynan tarjumasini atama ma'nosiga uncha to'g'ri kelmaganligi sababli asli manosiga yaqinroq termin qabul qildik.

II BOB. TA'SIR CHIZIQLARI NAZARIYASI

2.1. Ta'sir chiziqlari haqida tushuncha

Zamonaviy inshootlarning qo'zg'aluvchan yuklar ta'siriga bardoshlilikini aniqlash katta ahamiyatga egadir.

Ma'lumki, ko'priklari, estakada, kran osti balkalari singari qator muhandislik inshootlarini hisoblashda biz qo'zg'aluvchan yuklarga duch kelamiz.

Inshootlarning qo'zg'aluvchan yuklar ta'siriga bardoshlilikini aniqlashda, asosan, quyidagi ikki masala hal etiladi:

1. Harakatlanuvchi yuklar sistemasi ta'sirida inshoot qismlarida hosil bo'ladigan zo'riqlashlar, inshootning tayanch reaksiyalari, eguvchi momentlari, ko'ndalang va bo'ylama kuchlari, ferma sterjenlaridagi zo'riqlashlar va h. k. aniqlanadi.

2. Harakatlanuvchi yuklar sistemasi ta'sirida inshoot qismlarida hosil bo'ladigan eng katta zo'riqlashlar aniqlanadi, ya'ni harakatlanuvchi yuklar sistemasining inshootda eng nobob joylashuvi masalasi hal etiladi.

Inshoot bo'ylab birlik kuch ($P=1$) harakatlanganda, inshoot qismlaridagi kuch omillarining o'zgarishini ifodalovchi grafik **ta'sir chiziqlari** deb ataladi. Kuch omillari deganda hosil bo'ladigan ichki kuchlar (M, Q, N) va tayanch reaksiyalari tushuniladi.

Inshoot bo'ylab harakatlanuvchi birlik kuchning holatini belgilovchi absissani x bilan, inshootdagi zo'riqlashni S bilan belgilasak, u holda zo'riqlashning ta'sir chiziq tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$S = f(x)$$

Ta'sir chiziqlarini chizishning **s t a t i k** va **k i n e m a t i k** usullari mavjud.

Statik usul harakatlanuvchi birlik kuch ($R=1$) ning ixtiyoriy holati uchun muvozanat tenglamalarini tuzib, ulardan izlanayotgan zo'riqishning analitik ifodasini tuzishga asoslangan.

Bu analitik ifoda yordamida zo'riqish S ning o'zgarish grafigi chiziladi.

Kinematik usul yordamida ta'sir chiziqlarini qurish mumkin bo'lgan ko'chishlar qoidasiga asoslanadi.

2.2. Oddiy balkalarda zo'riqishlarning ta'sir chiziqlari

Agar inshootga qo'zg'aluvchi kuchlar tizimi qo'yilgan bo'lsa, ularni avvalo harakatlanuvchi birlik kuch ($R=1$) ta'siriga hisoblanadi.

Oddiy balkalarga kuch omilining ta'sir chizig'ini qurish uchun birlik kuchni balkaning tegishli nuqtalariga joylashtirib, bizni qiziqtirayotgan miqdorning o'zgarish qonunini ifodalovchi tenglama tuziladi va uning grafigi chiziladi.

Oddiy balkalarda tayanch reaksiyalarining ta'sir chiziqlari

Birlik kuch balka bo'ylab harakatlanganda, tayanch reaksiyalarining qay tarzda o'zgarishini ko'rib chiqamiz. Birlik kuchni shaklda ko'rsatilganidek joylashtiramiz (2.1- rasm).

R_a tayanch reaksiyasini aniqlash uchun V tayanchiga nisbatan statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz

$$R_a \cdot l - P(l-x) = 0; \quad \text{bundan} \quad R_a = \frac{P(l-x)}{l} = \frac{l-x}{l}. \quad (2.1)$$

Demak, birlik kuch ($R=1$) balka bo'ylab harakatlansa, R_a tayanch reaksiyasining o'zgarishi to'g'ri chiziq bo'ylab sodir bo'ladi. Shaklga ko'ra x noldan l gacha o'zgaradi. To'g'ri chiziqni o'tkazish uchun x ga qiymatlar beramiz:

$$x = 0 \quad \text{bo'lsa} \quad R_a = 1;$$

$$x = l \quad \text{bo'lsa} \quad R_a = 0 \quad \text{bo'ladi.}$$

Shu ikki nuqta koordinatalari yordamida R_a tayanch reaksiyasining ta'sir chizig'i quriladi (2.1- rasm, b).

A tayanchiga nisbatan tuzilgan statikaning muvozanat tenglamasidan R_b reaksiyasi topiladi:

$$\sum M_A = 0, \quad P \cdot x - R_b \cdot l = 0,$$

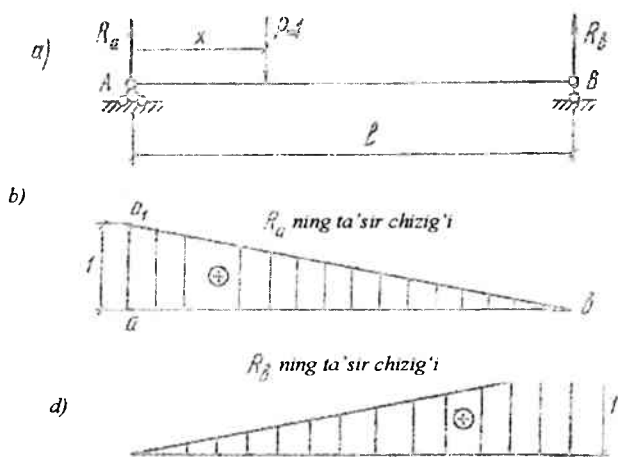
$$R_b = \frac{P \cdot x}{l} = \frac{x}{l} \quad (2.2)$$

Bu yerda $0 \leq x \leq l$ ekanligini hisobga olsak,

$$x = 0, \quad R_b = 0;$$

$$x = l, \quad R_b = 1 \text{ bo'ladi.}$$

Demak R_b tayanch reaksiyasining ta'sir chizig'i ham to'g'ri chiziq tenglamasi orqali qurilar ekan (2.1- rasm, d).



2.1-rasm.

R_a va R_b tayanch reaksiyalarining ta'sir chiziqlari musbat ishorali bo'lib, ordinatalari o'lchamsiz miqdordan iboratdir.

Ikki konsolli balka uchun tayanch reaksiyasining ta'sir chiziqlari

Ikki konsolli balka uchun (2.2- rasm) tayanch reaksiyalarining ta'sir chiziqlarini qurish oddiy balka uchun amalga oshirilgan usullar yordamida bajariladi.

Masalan, balkaning chap tayanch reaksiyasi R_a ning ta'sir chizig'ini qurish uchun muvozanat tenglamasidan foydalanib

$$R_a = \frac{l-x}{l} \text{ ni topamiz.}$$

Bu yerda x masofa quyidagi tarzda o'zgaradi:

$$-a \leq x \leq l+b$$

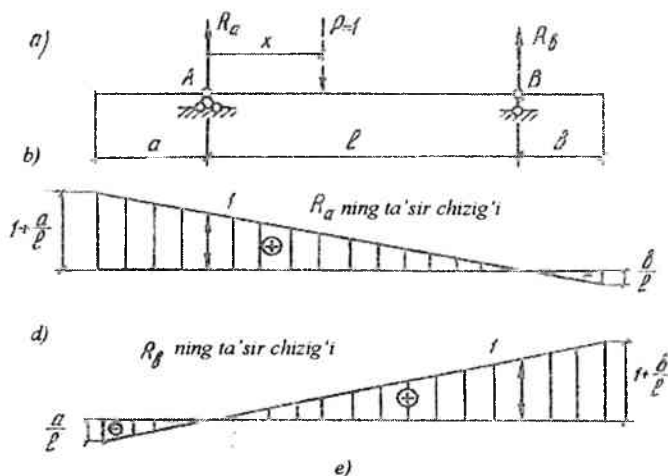
x ga qiymatlar beramiz:

$$x = -a, R_a = 1 + \frac{a}{l};$$

$$x = a, R_a = 1;$$

$$x = l, R_a = 0;$$

$$x = l+b, R_a = -\frac{b}{l};$$



2.2-rasm.

Bu ordinatalar yordamida qurilgan R_a ning ta'sir chizig'i 2.2-rasm, b, da ifodalangan. R_a tayanch reaksiyasining ta'sir chizig'i ham shu tarzda chiziladi (2.2, d-rasm).

Demak, konsolli balka tayanch reaksiyalarining ta'sir chiziqlari oddiy balka tayanch reaksiyalarining ta'sir chizig'iga asoslangan bo'lib, asosiy to'g'ri chiziq konsol uchigacha davom ettirilar ekan.

Oddiy va konsol balkalarda eguvchi moment va ko'ndalang kuchlarning ta'sir chiziqlari

Avvalo eguvchi moment va qirquvchi kuchlarning ta'sir chiziqlari oddiy balka uchun qurib olinadi, keyin konsolga davom ettiriladi. Odatda, M va Q ning ta'sir chizig'i biror kesim uchun quriladi. K kesimdagi eguvchi moment M_k ning ta'sir chizig'ini quraylik. Kesimgacha bo'lgan masofalar, 2.3, a-rasmida ifodalangan.

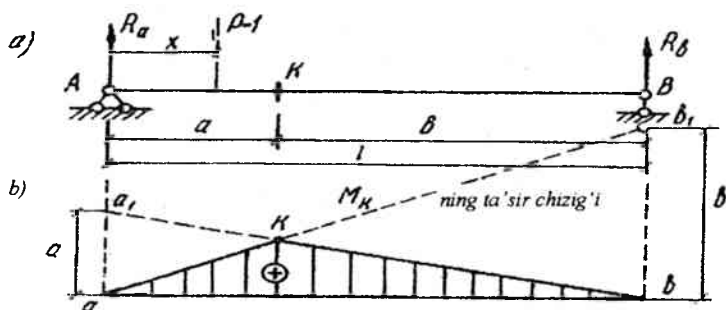
Ta'sir chizig'ini qurishda musbat ishorali ordinatalar o'qdan yuqoriga, manfiy ordinatalar esa o'qdan pastga joylashtiriladi.

Birlik kuch K kesimidan o'ngda harakatlansa, chap qism uchun muvozanat tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$M_k = R_a \cdot a = \frac{l-x}{l} \cdot a, \quad (2.3)$$

Demak, eguvchi momentning ta'sir chizig'i R_a reaksiyasiga bog'liq ekan, ya'ni R_a ning ordinatalarini a ga ko'paytirsak, M_k ning ta'sir chizig'i kelib chiqar ekan.

Ta'sir chizig'ini qurish uchun A tayanch yo'nalishi bo'yicha abssissa o'qiga perpendikular holatda a masofasi joylashtiriladi, topilgan nuqta o'ng tayanch ostidagi nuqta bilan tutashtiriladi va shu to'g'ri chiziqqa K kesim proyeksiyalanadi. Bu yerda kb masofa eguvchi moment ta'sir chizig'ining o'ng chizig'i deyiladi (2.3, b-rasm).



2.3-rasm.

Agar birlik kuch K kesimining chap qismida harakatlansa, u holda kesimning o'ng qismi uchun muvozanat tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$M_K = R_b \cdot b = \frac{x}{l} \cdot b \quad (2.4)$$

Bu yerda ham eguvchi momentning ta'sir chizig'i tayanch reaksiyasi R_b ga bog'liqdir, ya'ni R_b ning ordinatalarini « b » ga ko'paytirsak, M_K ning ta'sir chizig'i kelib chiqadi.

Hosil bo'lgan qiymatlar bo'yicha M_K ning ta'sir chizig'ini quramiz (2.3- rasm). Buning uchun R_b tayanch reaksiyasi yo'nalishi bo'yicha absissa o'qiga perpendikular « b » masofa o'lchab qo'yiladi, hosil bo'lgan nuqta b chap tayanch bilan tutashtiriladi va shu to'g'ri chiziqqa K kesim proyeksiyalanadi. Hosil bo'lgan ak uzunlik, eguvchi moment ta'sir chizig'ining ch a p ch i z i g' i deyiladi.

Har ikki o'ng va chap to'g'ri chiziqlar K kesim ostida kesishadi, chunki $x = a$ bo'lganda, $M_K^{son} = M_K^{mc}$ bo'ladi.

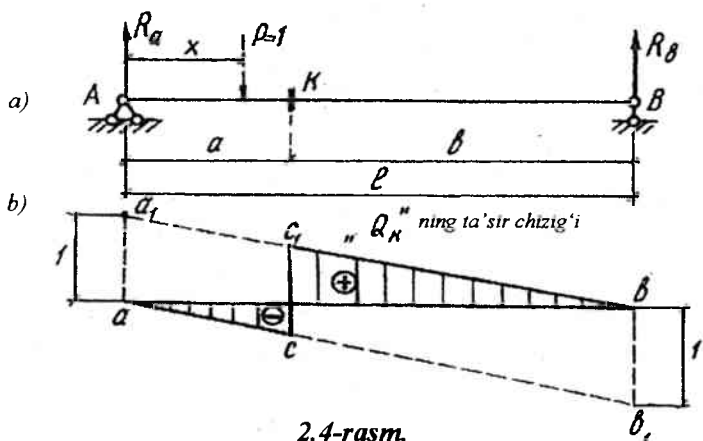
Shunday qilib, akb siniq chizig'i, K kesimidagi eguvchi momentning ta'sir chizig'i bo'ladi.

Eguvchi moment ta'sir chizig'ining ordinatalari uzunlik o'lchamida, ya'ni m (sm) da o'lchanadi. Eguvchi moment ta'sir chizig'ining tashqi ko'rinishi eguvchi moment epyurasi bilan ma'lum o'xshashlikka ega, lekin shunga qaramay bular orasida

keskin farq bor. Eguvchi moment epyurasidan foydalanib, tashqi kuchlar ta'sirida istagan kesimda hosil bo'lgan eguvchi momentni topa olamiz. Eguvchi momentning ta'sir chizig'i orqali esa ma'lum bir kesimdagi eguvchi momentning qiymatini topa olamiz, xolos.

Endi ko'ndalang kuchlarning ta'sir chizig'ini qurishga o'tamiz.

Balkaning K kesimidagi ko'ndalang kuch Q_K ning ta'sir chizig'ini qurish uchun birlik kuch ($R=1$) ning ikki holatini ko'rib o'tamiz (2.4. a-rasm).



2.4-rasm.

Birinci holat. Birlik kuch K kesimining chap qismida harakatlanadi, deb faraz etaylik, u holda o'ng qism muvozanat tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sum Y = 0, \quad Q_K^{chap} = -R_b = -\frac{x}{l}. \quad (2.5)$$

Ikkinchi holat. Birlik kuch K kesimining o'ng qismida harakatlanmoqda, deb qabul qilinadi, u holda chap qism uchun tuzilgan muvozanat tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$Q_K^{o'ng} = R_a = \frac{l-x}{l}, \quad (2.6)$$

Q_K ning ta'sir chizig'ini qurish uchun chap tayanch ostiga biror masshtabda musbat birlik ordinatani joylashtirib, uni o'ng tayanch

ostidagi nol nuqta bilan tutashtiramiz, so'ngra o'ng tayanch ostiga manfiy birlik ordinatani joylashtirib, uni chap tayanch ostidagi nol nuqta bilan tutashtiramiz.

Shu tarzda bir-biriga parallel bo'lgan chap va o'ng to'g'ri chiziqlarga ega bo'ldik. Chap to'g'ri chiziq chap tayanchdan K kesimgacha, o'ng to'g'ri chiziq esa K kesimidan o'ng tayanchgacha bo'lgan oraliqlarda Q_i ning o'zgarishini ifodalaydi (2.4- rasm, b).

Shtrixlangan yuza Q_i ning *ta'siri chizig'i* deb ataladi.

Ko'ndalang kuchning ta'sir chiziqlari tayanch reaksiyalarining ta'sir chiziqlari kabi o'lchamsiz bo'ladi.

Konsol balkaning K kesimi uchun ichki kuchlar (M_i va Q_i ning) 0 ta'sir chiziqlari qurilishi talab qilinsa, u holda ish oddiy balkadagiga o'xshash amalga oshiriladi. Buning uchun balkaning tayanch oralig'iga M_i va Q_i ning ta'sir chizig'i quriladi, so'ngra chap to'g'ri chiziq chap konsol uchigacha, o'ng to'g'ri chiziq esa o'ng konsol uchigacha davom ettiriladi (2.5- rasm, a, b).

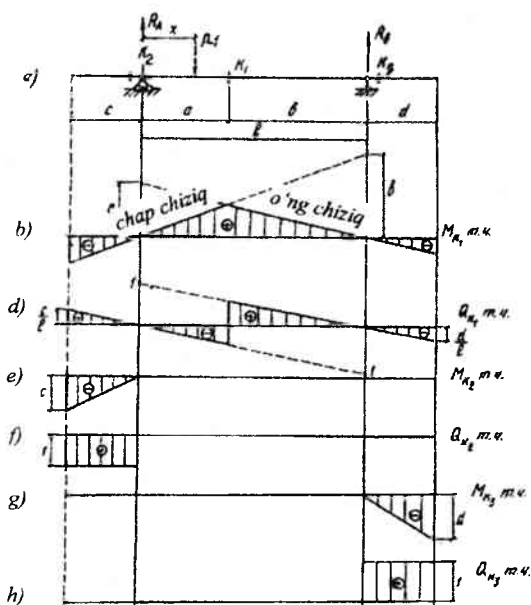
Agar kesim balkaning konsol qismida berilsa, u holda eguvchi moment va ko'ndalang kuchlarning ta'sir chiziqlari quyidagi tartibda quriladi:

K_2 kesimi balkaning chap konsolida joylashgan bo'lsin (2.5- rasm, a). M_{k2} ning ta'sir chizig'ini qurish uchun birlik yukning ikki holatini qarab chiqamiz.

1. Birlik kuch ($P=1$) kesimning chap qismida harakatlansa, u holda

$$\begin{aligned} M_{k_2}^{chap} &= -P(c - x_1) = -(c - x_1), \\ x_1 &= 0, \quad M_{k_2}^{chap} = -c, \\ x_1 &= c, \quad M_{k_2}^{chap} = 0 \text{ bo'ladi.} \end{aligned}$$

Chap to'g'ri chiziqni o'tkazish uchun $x_1=0$ nuqtasiga s ordinatasini ma'lum masshtabda joylashtiramiz, so'ngra uni $x_1=s$ kesimidagi nol nuqta bilan birlashtiramiz (2.5- rasm, e).



2.5-rasm.

Birlik kuch K_2 kesimining o'ng qismida harakatlansa, $M_{K_2}^{nu} = 0$ bo'ladi. Demak, o'ng to'g'ri chiziq nolga teng bo'lib, balka o'qining ustida yotadi. M_{K_2} ning chap va o'ng to'g'ri chiziqlari K_2 kesimi ostida kesishadi.

Q_1 ning ta'sir chizig'ini qurish uchun ham birlik yukning ikki holatini tekshiramiz. Birlik kuch K_2 kesimining chap qismida harakatlansa, u holda konsol qismning muvozanat tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$Q_{K_2}^{chap} = -P = -1,$$

Q_1 ning chap to'g'ri chizig'i konsol uchidan balkaning absissa o'qiga parallel bo'ladi (2.5- rasm, d).

Qo'zg'aluvchan birlik kuch K_2 kesimining o'ng qismida harakatlansa, u holda chap qismining muvozanat tenglamasi $Q_{K_1}^{\text{yoq}} = 0$ bo'ladi.

Demak, o'ng to'g'ri chiziq nolga teng bo'lib, balkaning o'qi ustida yotadi (2.5-rasm, d). Balkaning o'ng konsol qismida joylashgan K_z kesimi uchun M_{K_3} va Q_{K_3} larning ta'sir chiziqlari yuqorida bayon etilgan tartibda amalga oshiriladi (2.5- rasm, h).

2.3. Zo'riqishlar qiymatini ta'sir chiziqlari yordamida aniqlash

Shu bobning boshlang'ich qismida ta'sir chiziqlarini qurish tartibi bilan tanishib o'tdik. Endi shu ta'sir chiziqlari yordamida zo'riqishlarning (ya'ni eguvchi moment, ko'ndalang kuch va tayanch reaksiyalarining) qiymatini aniqlash masalasiga to'xtalamiz.

Qo'zg'almas yuklarning inshootga yig'iq, yoyiq va juft kuch tariqasida qo'yilishi bizga ma'lum. Kuchlarning har qaysi turini alohida ravishda ko'rib chiqamiz.

Inshootga yig'iq kuchlar tizimi qo'yilgan hol

Balkaga P_1 kuchi ta'sir etadi, deylik. Bu holda istalgan zo'riqish S ning qiymati mazkur kuch bilan shu kuch yo'nalishida ta'sir chizig'idan olingan ordmataning ko'paytmasiga teng bo'ladi, ya'ni zo'riqishning qiymati $P_1 \cdot y_1$ bo'ladi.

Agar inshootga kuchlar tizimi qo'yilgan bo'lsa (2.6- rasm, a) kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasiga ko'ra to'liq zo'riqishning qiymati quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

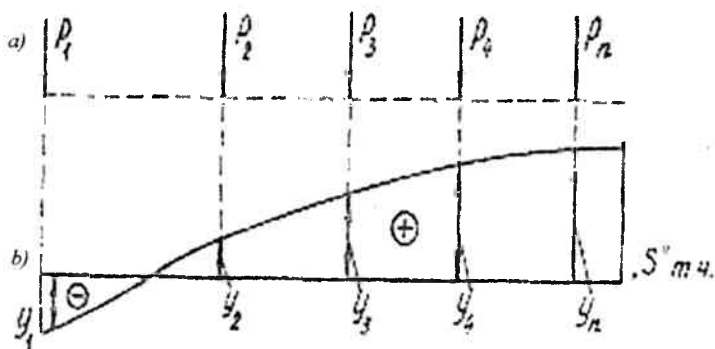
$$S = -P_1 \cdot y_1 + P_2 \cdot y_2 + P_3 \cdot y_3 + P_4 \cdot y_4 + \dots + P_n \cdot y_n,$$

$$\text{yoki } S = \sum_{n=1}^n P_i \cdot y_i \quad (2.7)$$

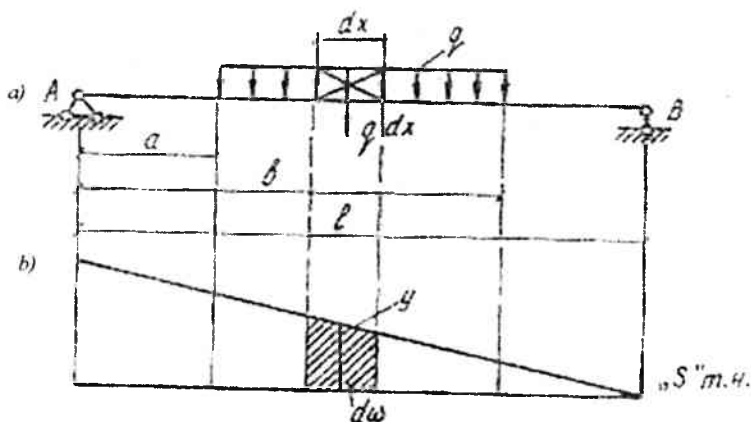
Bu yerda y_i — ta'sir chizig'ida P_i kuch yo'nalishidagi ordinata.

Inshootga yoyiq yuk qo'yilgan hol

Inshootga qo'yilgan yoyiq yukdan uzunligi dx bo'lgan kichkina bo'lakcha ajratamiz va bunga mos kelgan yoyiq yukni elementar yig'iq kuch $q(x)dx$ orqali ifodalaymiz (2.7- rasm).



2.6-rasm.



2.7-rasm.

Elementar kuchdan hosil bo'lgan elementar zo'riqish (2.7) formulaga asosan quyidagicha aniqlanadi:

$$dS = q \cdot dx \cdot y \quad (a)$$

Zo'riqishning to'liq qiymatini aniqlash uchun (a) tenglikni integrallaymiz

$$S = \int_a^b q \cdot dx \cdot y = q \cdot \omega \quad (b)$$

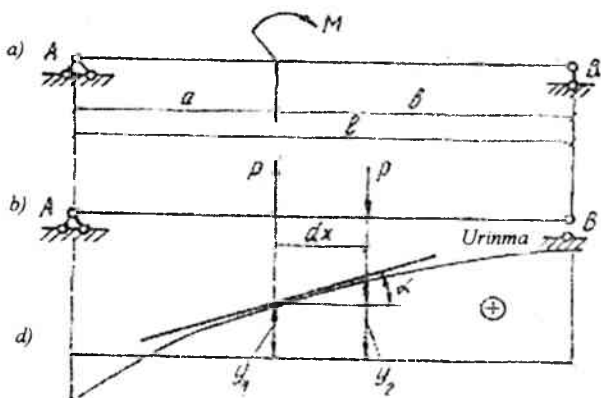
By yerda q yoyiq yuk intensivligi;

ω — ta'sir chizig'ida yoyiq yuk qo'yilgan oraliqqa mos keluvchi yuza.

Inshootga juft kuchlar qo'yilgan hol

Momentdan hosil bo'lgan zo'riqishni aniqlash uchun moment ikki juft yig'iq kuchlarga ajratiladi (2.8- rasm):

$$M = P \cdot dx.$$



2.8-rasm.

Yig'iq kuchlar ta'sirida vujudga keladigan zo'riqish (2.7) formulaga asosan aniqlanadi:

$$S = P \cdot y_2 - P \cdot y_1 = P(y_2 - y_1) = P \cdot d \cdot \sin \alpha = M \cdot \tan \alpha,$$

$$S = M \cdot \tan \alpha.$$

Bu yerda α — moment qo'yilgan nuqtada ta'sir chizig'iga o'tkazilgan urinma bilan absissa o'qi orasidagi burchak.

Agar inshootga bir yo'la yig'iq kuch, yoyiq kuch va juft kuchlar qo'yilgan bo'lsa, u holda hosil bo'lgan zo'riqishlar miqdori ta'sir chizig'i yordamida umumiy holda quyidagicha aniqlanadi:

$$S = \sum_{i=1}^n P_i \cdot y_i + \sum_{i=1}^n q_i \cdot \omega_i + \sum_{i=1}^n M_i \cdot \tan \alpha_i \quad (2.8)$$

Bu formuladan foydalanishda quyidagi ishora qoidasiga amal qilinadi:

1. Yuklar yuqoridan pastga yo'nalgan bo'lsa, ular musbat deb qabul qilinadi.
2. Moment soat strelkasi bo'yicha yo'nalsa, musbat olinadi.
3. Ta'sir chizig'idan olingan ordinata y_i va yuza ω_i o'z ishorasi bo'yicha olinadi.
4. Agar α burchak soat strelkasiga teskari yo'nalishda ortib borsa, musbat bo'ladi.

2.4. Yuk tugunlar orqali uzatilganda ta'sir chiziqlarini chizish

Binokorlikda shunday inshootlar uchraydiki, tashqi yuklar asosiy balkaga bevosita qo'yilmay, balki boshqa yordamchi balkalar orqali ta'sir etadi (2.9- rasm).

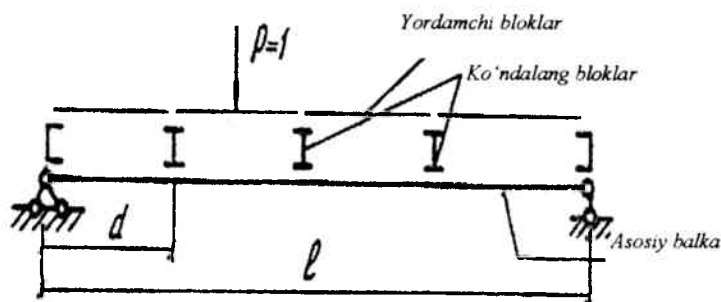
Shakldan ko'rinib turibdiki, tashqi yuklar yordamchi bo'ylama balkachalar bo'ylab harakatlanmoqda. Bunday sistemalarda tashqi yuklar asosiy balkaga tugunlar orqali uzatiladi.

Ko'ndalang balkaning asosiy balkaga tayangan joyi tugun, ikki qo'shni tugun oraliq'i panel uzunligi deb ataladi va d harfi bilan belgilanadi (2.9- rasm).

Endi tashqi yuk yordamchi balka bo'ylab harakatlamb, asosiy balkaga tugunlar orqali ta'sir etishini ko'rib o'tamiz (2.10- rasm).

Harakatlanuvchi birlik kuch 2 — va 3 — tugunlar orasida joylashgan deylik: agar kuch 2 — tayanchdan x masofada va 3 — tayanchdan $d - x$ masofada joylashgan bo'lsa, u holda uning ikkinchi va uchinchi tugunlardagi tasbiqil etuvchi qiymatlari quyidagi formula bilan ifodalanadi (2.10- rasm):

$$P_2 = 1 \cdot \frac{d-x}{d} \text{ va } P_3 = 1 \cdot \frac{x}{d}.$$



2.9-rasm.

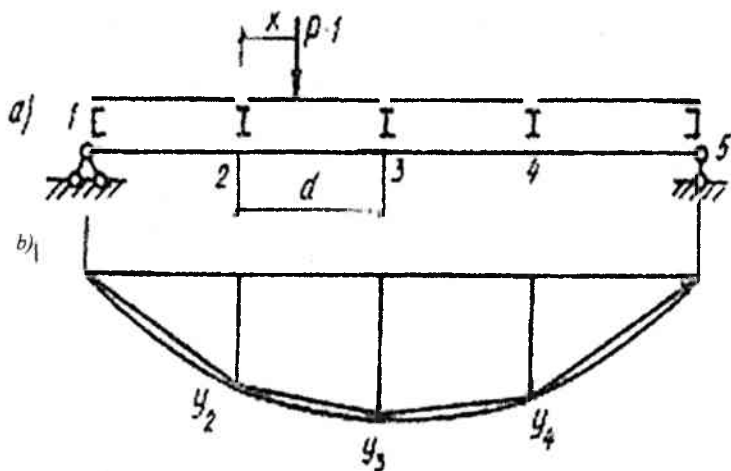
2.10- rasm, b da ifodalangan egrilik birlik kuchning asosiy balka bo'ylab harakatlanishidan hosil bo'lgan ta'sir chizig'i desak, u holda

$$S = P_2 \cdot y_2 + P_3 \cdot y_3 = \frac{d-x}{d} \cdot y_2 + \frac{x}{d} \cdot y_3 \quad (2.9)$$

bo'ladi.

Zo'riqish S ning qiymatini aniqlash uchun tuzilgan bu tenglik to'g'ri chiziq tenglamasini ifodalaydi, shu sababli u_2 bilan u_3 o'zaro to'g'ri chiziq yordamida tutashtiriladi (2.10- rasm, b).

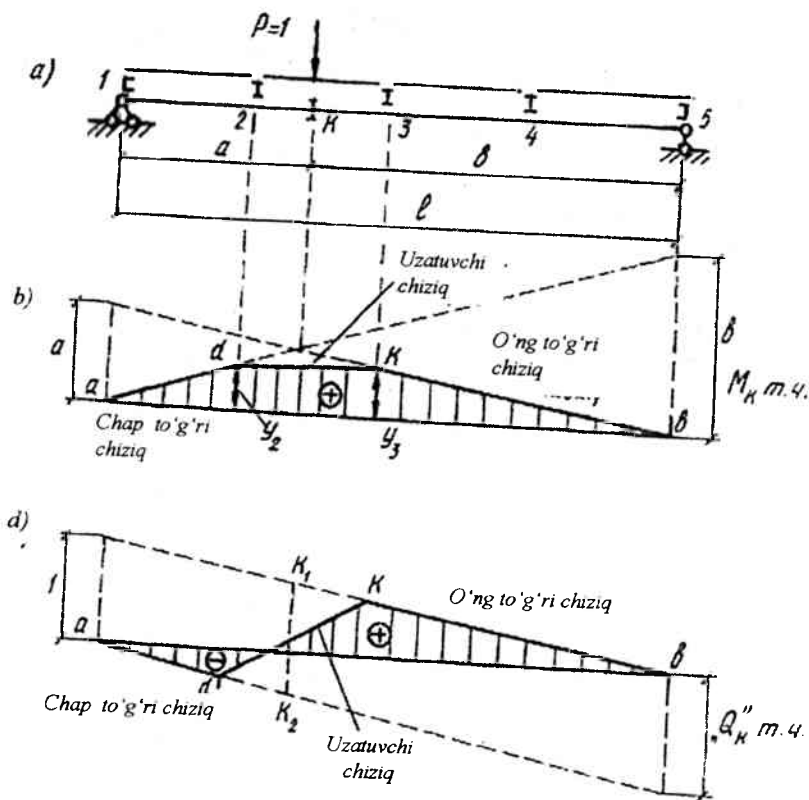
Demak, yuk asosiy balkaga tugunlar orqali ta'sir etganda, biror kesimning ta'sir chizig'ini qurish uchun, avvalo, yordamchi balkalarni e'tiborga olmasdan, balki oddiy balkaning shu kesimi uchun tegishli ta'sir chiziqlari quriladi. Keyin chap va o'ng tugunlar tegishli to'g'ri chiziqlarga proyeksiyalanadi. Topilgan nuqtalar to'g'ri chiziq yordamida tutashtiriladi (2.11- rasm, a, b, d).



2.10-rasm.

Bu rasmda akb asosiy balkaning K kesimi uchun qurilgan eguvchi moment ta'sir chizig'i; $adkb$ yuk tugunlar orqali ta'sir etgan hol uchun eguvchi moment ta'sir chizig'i (2.11- rasm, b); ak_2k_1b — oddiy balkaning K kesimi uchun qurilgan qirquvchi kuchning ta'sir chizig'i (2.11- rasm, d); $adkb$ — yuk asosiy balkaga tugunlar orqali ta'sir etganda hosil bo'lgan qirquvchi kuchning ta'sir chizig'i (2.11- rasm, d).

2.12- rasmda konsolli balkaga tashqi yuk tugunlar orqali ta'sir etgan hol uchun M va Q ning ta'sir chiziqlari tasvirlangan. 2.12- rasm, a da berilgan balka aks etgan; b va v da K_1 kesim uchun, g va d da esa K_2 kesim uchun M va Q ning ta'sir chiziqlari chizilgan.



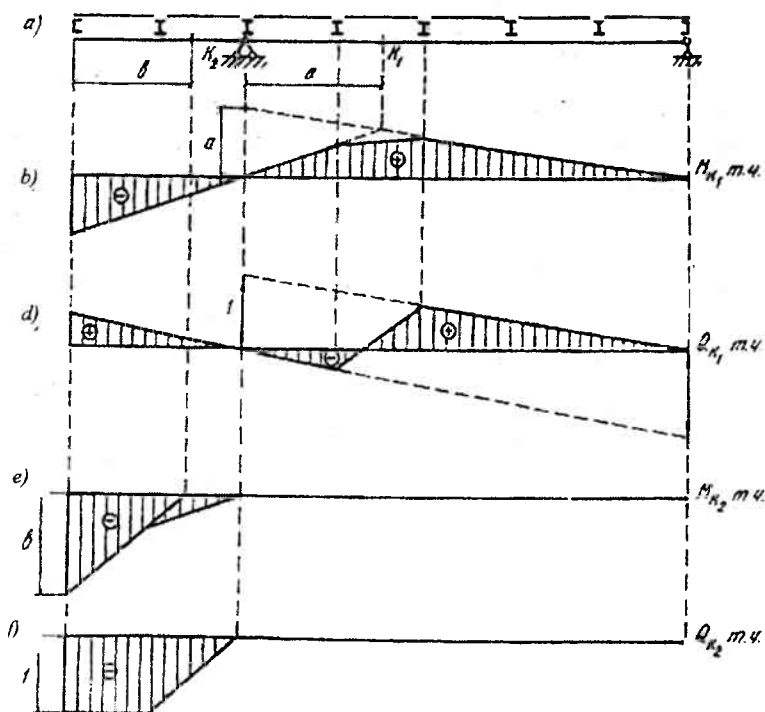
2.11-rasm.

Shunday qilib, yuk asosiy balkaga tugunlar orqali uzatilganda, zo'riqlashlarning ta'sir chiziqlari quyidagi tartibda quriladi:

1. Zo'riqlashlarning ta'sir chizig'i, avvalo, yuk tugunlar orqali uzatilishini e'tiborga olmagan holda asosiy balka uchun quriladi.

2. Kesimning chap va o'ng qismida joylashgan qo'shni tugunlar tegishli chiziqlarga proyeksiyalanadi va nuqtalar o'zaro tutashtiriladi.

Hosil bo'lgan grafik yuklar asosiy balkaga tugunlar orqali ta'sir etgan hol uchun qurilgan ta'sir chizig'i bo'ladi.



2.12-rasm.

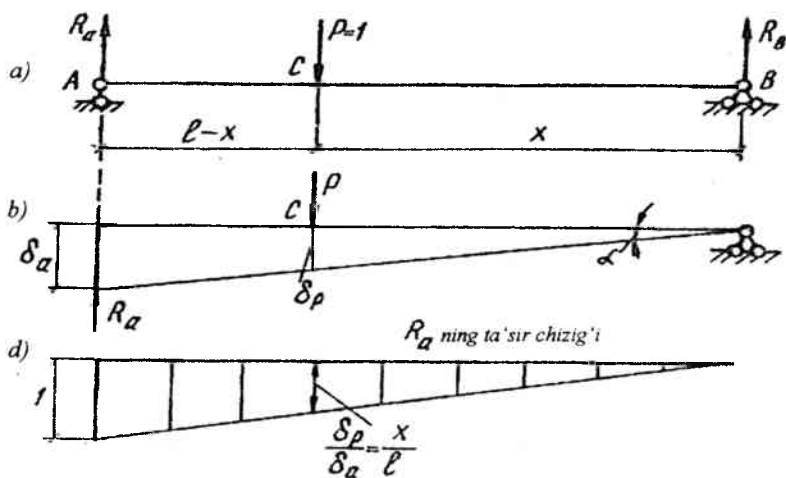
2.5. Ta'sir chiziqlari chizishning kinematik usuli

Ta'sir chiziqlarini kinematik usulda qurishda ko'chishlar epyurasidan foydalaniladi. Buning uchun asosiy sistemada zo'riqishi izlanayotgan bog'lanish tashlab yuboriladi hamda mumkin bo'lgan (joiz) ko'chishlar qoidasidan foydalaniladi. Bu qoidaga ko'ra, agar sistema muvozanat holatda bo'lsa, har qanday kichik joiz ko'chishlarning vujudga kelishida tashqi kuchlar bajaradigan ishlarning yig'indisi nolga teng bo'ladi.

Misol tariqasida oddiy balkaning R_a reaksiyasi uchun kinematik usulda ta'sir chizig'i quramiz (2.13- rasm, a). A tayanchini tashlab yuborib, o'rniga R_a reaksiya kuchini qo'yamiz. AV balka cheksiz kichik burchak α ga ko'chdi deylik. Burchak

kichik bo'lganligi sababli balka o'qi ko'chishlarini vertikal deb qabul qilsa bo'ladi. R kuchi qo'yilgan nuqtaning ko'chishini δ_p , R_a kuchi qo'yilgan nuqtaning ko'chishini δ_a deb belgilaymiz. Joiz ko'chishlar qoidasiga muvofiq balkaga ta'sir etuvchi kuchlar bajargan ish quyidagicha bo'ladi: (kuch yo'nalishi bilan ko'chish yo'nalishi qarama-qarshi bo'lganligi sababli R_a kuchi bajargan ishning ishorasi manfiy olingan):

$$P \cdot \delta_p - R_a \cdot \delta_a = 0. \quad (a)$$



2.13-rasm.

$R=1$ ekanligini e'tiborga olsak, (a) dan

$$R_a = 1 \cdot \frac{\delta_p}{\delta_a} \quad (b)$$

kelib chiqadi. Birlik kuch qo'zg'aluvchan bo'lganligi uchun δ_R ko'chish ham o'zgaruvchan bo'ladi. δ_a esa o'zgarmas miqdordir.

Binobarin, R_a reaksiyasining ta'sir chizig'i δ_p ko'chishning epyurasi tariqasida hosil qilinishi mumkin. Bunda ta'sir chizig'ining ordinatalari ko'chish ordinatalaridan δ_a marotaba kichik bo'ladi (2.13- rasm, d).

Kinematik usulda qurilgan ta'sir chizig'ining statik usuldagi shakli bilan bir xil ekanligi quyidagi ifodadan kurinib turibdi (2.13- rasm. b):

$$\delta_p = x \cdot i q \alpha; \delta_a = l \cdot i q \alpha.$$

Bularni (b)ga qo'ysak, $R_a = \frac{x}{l}$ — kelib chiqadi.

Navbatdagi misolda (2.14- rasm, a) balkaning K kesimidagi eguvchi moment ta'sir chizig'ini kinematik usulda quramiz. Balkaning K kesimiga sharnir kiritamiz, natijada balkaning bitta bog'lanishi yo'qoladi. Yo'qolgan bog'lanishni moment M_k bilan almashtiramiz (2.14- rasm, b).

K sharniri cheksiz kichik masofa δ_k ga ko'chdi deylik. Bu ko'chishning vujudga kelishida M_k va R kuchlari quyidagi ishni bajaradi:

$$P \cdot \delta_p - M_k \alpha - M_k \cdot \beta = 0 \quad (d)$$

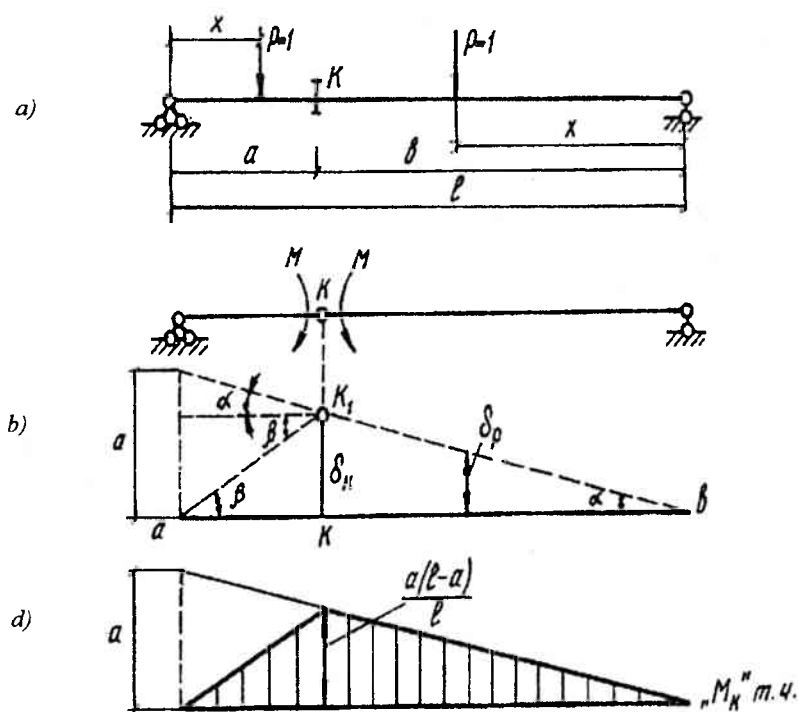
M_k ning yo'nalishi burilish burchaklari α va β ning yo'nalishiga qarama-qarshi bo'lganligi sababli ishorasi manfiy olindi. (d) ifodasidan

$$M_k = \frac{P \cdot \delta_p}{\alpha + \beta} = \frac{l \cdot \delta_p}{\delta_{xx}} \quad (e)$$

kelib chiqadi. Bu yerda

$$\begin{aligned} \delta_p &= \frac{\delta_k}{l-a} \cdot x \\ \delta_{xx} &= \frac{\delta_k}{l-a} + \frac{\delta_k}{a} \end{aligned} \quad (f)$$

(e) ifodasidan ko‘rinadiki, M_k ning ta’sir chizig‘i ham vertikal ko‘chishlar δ_p epyurasi kabi bo‘lib, qiymatiga ko‘ra δ_{xx} marotaba kam bo‘lar ekan (2.14- rasm, d).



2.14-rasm.

(f) ifodani (g) ga qo‘ysak,

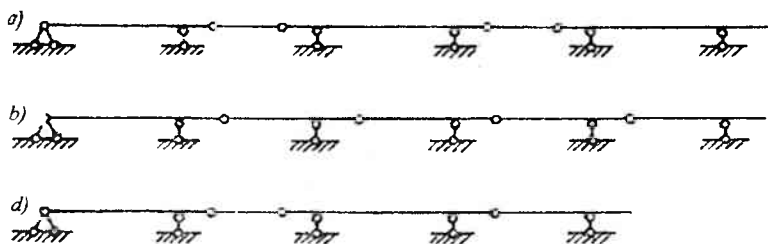
$$M_k = \frac{ax}{l}$$

kelib chiqadi. Bu esa statik usuldagi o‘ng to‘g‘ri chiziqning tenglamasidir.

III BOB. KO'P ORALIQLI STATIK ANIQ BALKALAR

3.1. Umumiy ma'lumotlar

Ko'p oraliqli statik aniq balkalar bir oraliqli konsolli balkalarni sharnirlar vositasida biriktirish yo'li bilan hosil qilinadi (3.1- rasm). Ko'p oraliqli sharnirli balkalar yondash oraliqlarni yopishda qo'llaniladi. Bunday oraliqlarni yopishda ketma-ket joylashgan bir oraliqli balkalardan foydalansa bo'lmaydimi, degan savol tug'ilishi tabiiy. To'g'ri, nazariy va amaliy jihatdan foydalansa bo'ladi. Ammo iqtisodiy jihatdan maqsadga muvofiq emas. Chunki bir xil yuk ta'sirida bir oraliqli balkalarda ko'p oraliqli balkalarga nisbatan ko'proq zo'riqish hosil bo'ladi, demak s ko'proq material sarf bo'ladi, konstruksiya vazminlashadi. Ko'p oraliqli sharnirli balkalar statik aniq bo'lganliklari sababli haroratning o'zgarishi yoki tayanchlarning cho'kishi natijasida qo'shimcha zo'riqishlar paydo bo'lmaydi. Bu esa uning afzallik tomonlari hisoblanadi.



3.1-rasm.

Ko'p oraliqli balkalarda sharnirlar bo'lmasa, sistema statik noaniq uzluksiz balkalarga aylanib qoladi. Ularni bir-biridan farqlab turadigan element sharnirdir. Uzluksiz balkalar haqida darslikning 8- bobida mufassal ma'lumotlar beramiz. Bu bobda esa ko'p oraliqli sharnirli balkalar bilan tanishib chiqamiz. Sharnirli

balkani uzluksiz balkaga qiyoslab, uni uzlukli balka deb atasa ham bo'ladi. Sababi shuki, uzluksiz balkalar butun yaxlit konstruksiyadan iborat, sharnirli balkalar sharnir qo'yilgan yerda uziladi. Sharnirning sxematik tasviri 3.2 - rasmda berilgan.



3.2-rasm.

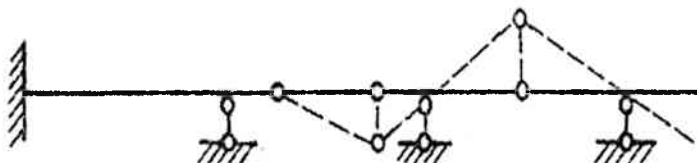
Ko'p oraliqli balkani statik aniq sistemaga aylantirib beradigan element ham sharnirdir. Demak, sharnirlar sonini shunday aniqlash kerakki, hosil bo'lgan sistema statik aniq, geometrik o'zgarmas bo'lsin. Quyidagi formula yordamida aniqlangan sharnirlar soni yuqoridagi talablarni qondiradi:

$$III = C_t - 3 \quad (3.1)$$

Bu yerda, C_t — tayanch sterjenlari soni;

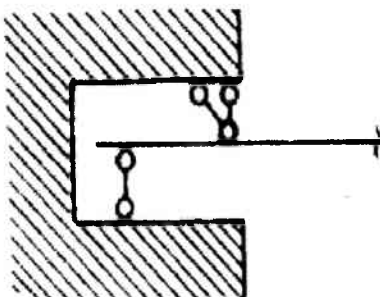
3 — statika tenglamalari soni.

Sharnirlar sonini ushbu formula bilan aniqlanishi zaruriy, ammo yetarli shart emas. Statik aniq, geometrik o'zgarmas sistema hosil qilish uchun sharnirlarni balka bo'ylab to'g'ri joylashtirish talab etiladi. 3.3-rasmda tasvirlangan sistema sharnirlarning noto'g'ri joylashtirilishiga misoldir.



3.3-rasm.

Bu balkadagi sharnirlar soni talab darajasidadir, ya'ni sistema geometrik o'zgarmas bo'lishi uchun $SH = 6 - 3 = 3$ dona sharnir qo'yilishi talab etiladi. Biroq ana shu uchta sharnir balkada noto'g'ri joylashtirilgan. Shuning uchun u geometrik o'zgaruvchan sistema bo'lib qolgan. Agar ikkinchi oraliqdagi ikki sharnirdan biri birinchi oraliqqa ko'chirilsa, sistema geometrik o'zgarnas holga keladi. Shuni ham eslatib o'tish kerakki, sterjenlar sonini aniqlashda sharnirsiz qo'zg'almas tayanchning sterjenlari soni $S_T = Z$ deb qabul qilingan (3.4- rasm).



3.4-rasm.

Bitta oraliqqa uchta sharnir joylashtirish ham noto'g'ridir, chunki bunda oniy o'zgaruvchan sistema hosil bo'ladi. Sharnirlarni to'g'ri joylashtirishning uch xil usuli bor:

a) sharnirlarni ikkinchi oraliqdan boshlab juft joylashtirish (3.1-rasm, a);

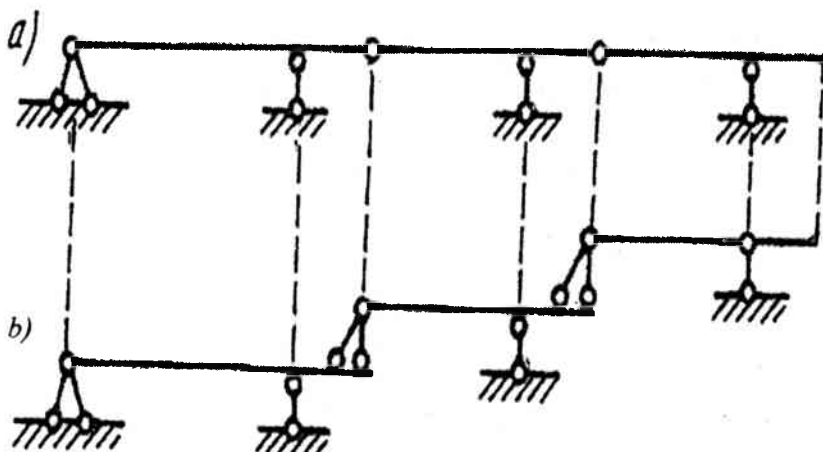
b) sharnirlarni (ikkinchi oraliqdan boshlab) yakka tartibda joylashtirish (3.1-rasm, b);

d) yuqoridagi ikki usulga asoslangan aralash usul (3.1-rasm, d), ya'ni sharnirlarni juft va yakka tartibda joylashtirish.

Juft sharnirlar ikkinchi oraliqdan boshlab oraliq osha qo'yiladi. Yakka sharnirlar birorta oraliqdan boshqa har bir oraliqqa bittadan qo'yib chiqiladi. Juft sharnirning ikki yoni sharnirsiz oraliq bo'lishi lozim, aks holda sistema geometrik o'zgaruvchan bo'lib qoladi.

Ko'p oraliqli balkaning geometrik o'zgarmasligi to'g'risida to'laroq tasavvurga ega bo'lish maqsadida qavatlar sxemasi quriladi. Qavatlar sxemasi balkaning alohida elementlari orasidagi bog'lanishni o'zida aks ettiradi.

3.5 - rasmda tasvirlangan balkaning geometrik o'zgarmasligini uning qavatlar sxemasi (3.5- rasm, b) orqali tahlil etaylik. Qavatlar sxemasida sharnirlar balkalarni tutashtiruvchi sharnirli qo'zg'almas tayanchlar bilan almashtiriladi. Ko'p oraliqli balka uchta bir oraliqli konsolli balkalarning yig'indisidan tashkil topganligi qavatlar sxemasidan ko'rinib turibdi. Har qaysi oddiy balka — geometrik o'zgarmasdir.



3.5-rasm.

Geometrik o'zgarmas oddiy balkalar bir-biri bilan sharnirlar yordamida ulangan. Sharnirlar balkalarning gorizontal yo'nalishda qo'zg'alishiga yo'l bermaydi. Balkalarning vertikal yo'nalishdagi qo'zg'almasligi tayanch sterjenlari orqali ta'minlanadi. Shularga asoslanib, berilgan ko'p oraliqli balka geometrik o'zgarmas sistema ekan, degan xulosaga kelamiz.

Qavatlar sxemasi ikki xil balkalardan tashkil topadi: asosiy va ikkinchi darajali balkalar.

Asosiy balkalar o'ziga qo'yilgan yuklardan tashqari ikkinchi darajali balkalarga qo'yilgan yuklarni ham (to'laligicha yoki qisman) qabul qiladi. Asosiy balkalarga tayanib turuvchi balkalar ikkinchi darajali (osma) balkalar deyiladi. Ikkinchi darajali balka sinfa, asosiy balkaning ishiga putur yetmaydi. Asosiy balka sinfa, osma balka ham qulab tushadi.

Qavatlar sxemasida asosiy balka birinchi qavatda joylashadi (3.5- rasm, *b* da chapdan birinchi balka). Osmo balkalar asosiy balkaning ustiga joylashadi (3.5- rasim, *b* da chapdan ikkinchi va uchinchi balkalar). Bu yerda shuni ta'kidlab o'tish lozimki, o'rtadagi balka chapdagi balkaga nisbatan ikkinchi darajali, o'ngdagi balkaga nisbatan asosiy balka hisoblanadi.

3.2. Ko'p oraliqli statik aniq sharnirli balkalarni analitik usulda hisoblash

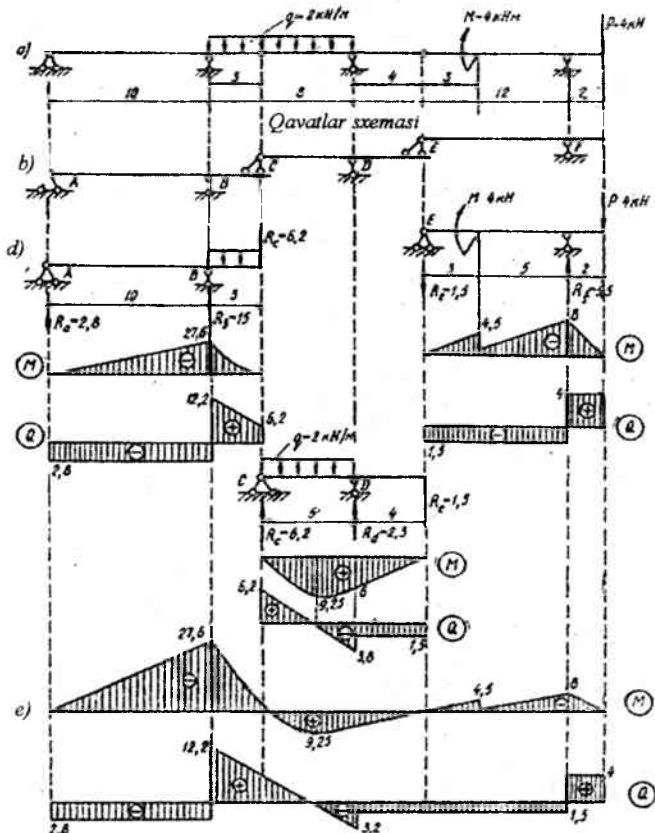
Ko'p oraliqli sharnirli balkalarning hisobi ularning eguvchi momentlar va ko'ndalang kuchlar epyuralarini qurishdan iboratdir.

Bizga materiallar qarshiligi kursidan epyuralarni qurishdan maqsad balkaning ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlashdan iborat ekanligi ma'lum. Epyuralarni qurish ham materiallar qarshiligi kursida bayon etilgan qoidalar asosida bajariladi.

Ko'p oraliqli balkalarning hisobi qavatlar sxemasini qurishdan boshlanadi. Mustaqil ravishda avval ikkinchi darajali (osma) balkalar, keyin asosiy balka hisoblanadi. Osmo balkalar bir nechta bo'lsa, hisob eng ustki qavatdagi balkadan boshlanadi. Buning sababi shuki, ustki qavatdagi yukning ta'siri pastki qavatdagi, balkalarga ham ta'sir etadi. Buni hisobga olish uchun ustki balkaning tayanch reaksiyasini pastki balkaga teskari yo'nalishda qo'yiladi va pastki balkani hisoblashda uni tashqi kuchlardan biri deb qaraladi.

Hisob oxirida alohida qurilgan epyuralar bir o'q ustida joylashtiriladi.

Misol. Ko'p oraliqli statik aniq balkaning M va Q epyurasi qurilsin (3.6- rasm, a).



3.6-rasm.

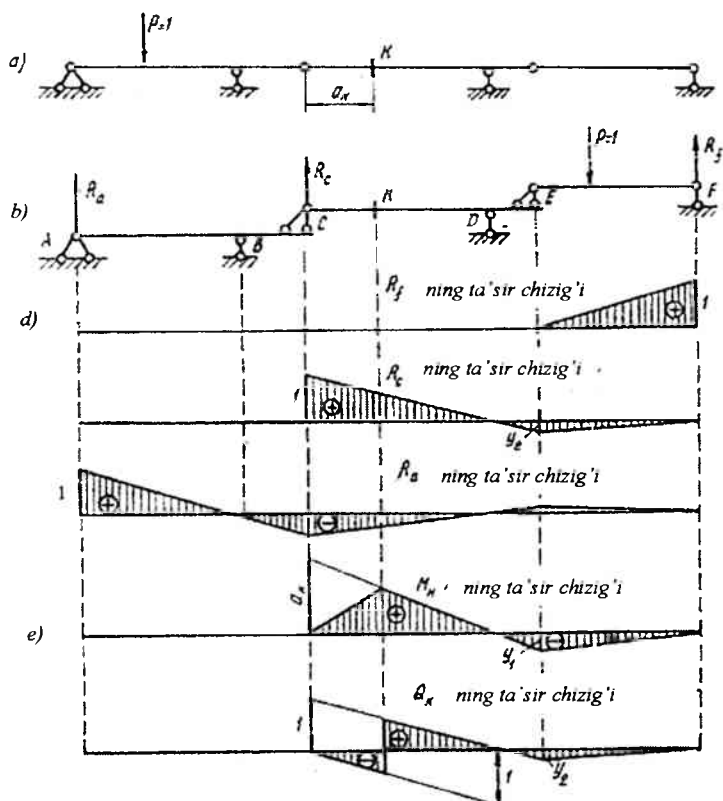
Yechish. Berilgan balkaning qavatlar sxemasini quramiz (3.6-rasm, b) va hisoblash tartibini belgilaymiz.

Hisob ishlari EF balkasidan boshlanadi. Uni asosiy balkadan ajratib olib, M va Q epyuralari quriladi. Shundan so'ng CD balkasi hisoblanadi. EF balkasiga qo'yilgan yuklarning CD balkasiga bo'lgan ta'siri R_e reaksiyasi orqali hisobga olinadi. O'z navbatida CD va EF balkalariga qo'yilgan yuklarning AB balkasiga bo'lgan ta'siri R_a reaksiyasi orqali hisobga olinadi (3.6-rasm, d). Ikkinchi darajali balkalar hisobi tugagach, asosiy balka

AB hisoblanadi. Hisob oxirida alohida hisoblangan epyuralar umumiy o'q ustiga joylashtiriladi (3.6- rasm, e).

3.3. Ko'p opaliqli statik aniq balkalarda ta'sir chiziqlari

Ko'p oraliqli balkalarning ta'sir chiziqlarini chizish balkaning qavatlar sxemasini qurishdan boshlanadi (3.7- rasm, a, b). Ta'sir chiziqlarini chizishda balkaga faqat harakatlanuvchi birlik kuch $R=1$ ta'sir etadi, deb faraz etiladi.



3.7-rasm.

Ta'sir chiziqlari chizib bo'lingandan keyin zo'riqishlarning qiymatini aniqlash jarayonida balkaga qo'yilgan doimiy yuklardan foydalaniladi.

Osma (ikkinchi darajali) balkalarda zo'riqish ularga kuch qo'yilgan taqdirdagina paydo bo'ladi. Asosiy balkalarga qo'yilgan kuch osma balkalarda zo'riqish uyg'otmaydi.

Asosiy balkalarda sharoit butunlay boshqacha: osma balkalarga qo'yilgan kuchlar asosiy balkada ham zo'riqish uyg'otadi. Shu qoidadan kelib chiqib, ko'p oraliqli balkaning ta'sir chiziqlarini quramiz.

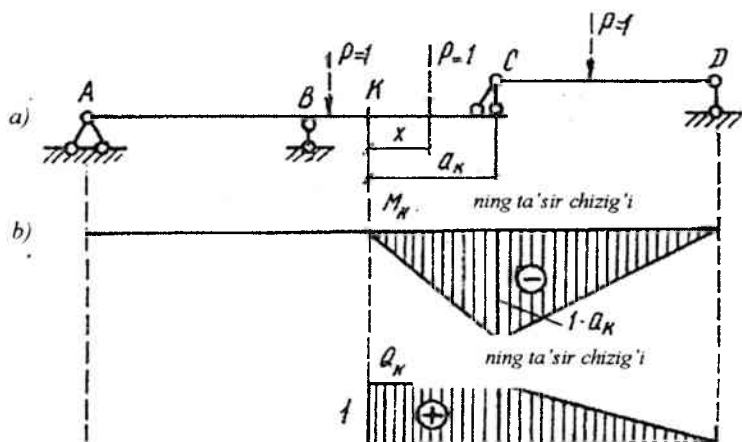
Osma balkaga tegishli R_f tayanch reaksiyasining ta'sir chizig'i oddiy balkalarnikidan farq qilmaydi (3.7- rasm, d).

R_s reaksiyasining ta'sir chizig'ini qurishda CD konsolli balkasining o'zi berilgan (unga tutashgan AB va EF balkalari yo'q) deb faraz qilamiz va shu balkaning o'zi uchun ta'sir chizig'i quramiz. Harakatlanuvchi birlik kuch $R=1$ C nuqtaga kelganda, R_s reaksiyaning qiymati birga teng bo'ladi ($R_s = 1$). Kuch BE nuqtasiga kelganda, $R_s = y_e$ bo'ladi. Endi birlik kuch AB va EF balkalari bo'ylab harakat qilganda, R_s reaksiyasining qay tariqa o'zgarishini ko'rib o'tamiz. Kuch AB balkasida yurganida R_s ga ta'sir etmaydi, ya'ni $R_s = 0$ bo'ladi. Kuch EF balkasida yurganida, R_s ga ta'sir etadi. Kuch BE nuqtasida bo'lganida, R_s ning qiymati y_e ga teng ekanligini bilamiz. Birlik kuch F tayanchga yaqinlashgan sari uning R_s ga bo'lgan ta'siri kamaya boradi. $P=1$ kuchi F nuqtasiga kelganda, $R_s = 0$ bo'ladi, chunki kuchning ta'siri F tayanchi to'liq o'ziga qabul qilib oladi. Shuning uchun, y_e ordimatasi F tayanchi ostidagi nol nuqta bilan tutashtiriladi (3.7- rasm, d).

R_a reaksiyasining ta'sir chizig'i AB balkasidan boshlanadi. Ta'sir chizig'ining dastlabki qismini oddiy balkaga chizgandek quramiz. Osma balkalar ostidagi qismi esa yuqoridagi kabi mulohaza yuritish yo'li bilan quriladi (3.7 - rasm, d).

Endi eguvchi moment va qirquvchi kuchlarning ta'sir chiziqlarini quramiz. Balkaning «K» kesimi uchun M_k va Q_k ning ta'sir chiziqlarini qurish talab etiladi, deylik (3.7- rasın, a). «K» kesimi CD balkasiga qarashli CD balkasi ABga nisbatan ikkinchi

darajali, EF ga nisbatan esa asosiy balka hisoblanadi. Bu shuni anglatadiki, $R=1$ kuchi AB balkasi bo'ylab harakatlenganda



3.8-rasm.

«K» kesimida M ham, Q ham hosil bo'lmaydi. Konsolli CD balkasi uchun ta'sir chiziqlari oddiy balkadagi singari quriladi. Kuch EF balkasida Harakatlenganda, CD balkasining «K» kesimidagi ichki kuchlarga ta'sir etadi. Kuch E nuqtasida turganida $Q_k = y_2$; $M_k = y_1$ bo'ladi. Kuch F nuqtasiga yetganida, $M_k = 0$; $Q_k = 0$ bo'ladi. Shunga ko'ra y_1 ham, y_2 ham nol bilan tutashtirildi. Hosil bo'lgan grafik M_k va Q_k ning ta'sir chiziqlari deb ataladi (3.7- rasm, e).

Ba'zan «K» kesimi balkaning konsol qismida berilishi mumkin (3.8- rasm, a). U holda M_k va Q_k ning ta'sir chizig'i kesimning konsolda yotganligini hisobga olgan holda quriladi. Birlik kuch kesimdan chapda harakatlansa, «K» kesimida hech qanday zo'rliqish hosil bo'lmaydi. Kuch KC oralig'ida bo'lsa, $M_k = -I \cdot x$ va $Q_k = 1$ bo'ladi. Kuch CD balkasi ustida harakatlansa, M_k va Q_k uchburchak qonun bo'yicha o'zgaradi (3.8- rasm, b).

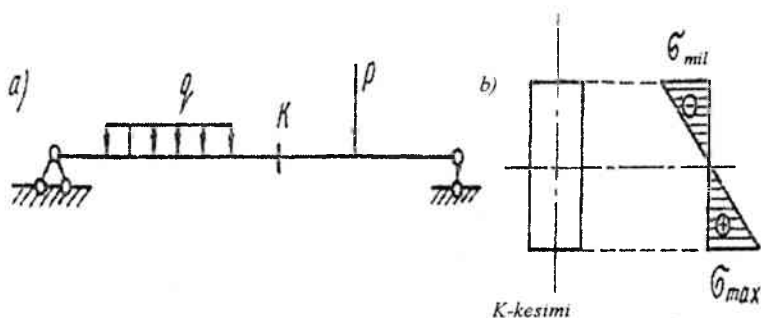
IV BOB. STATIK ANIQ FERMALAR

4.1. Fermalar to'g'risida tushuncha va ularning turlari

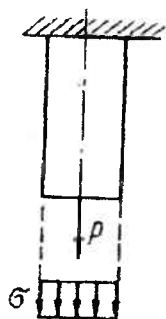
Bikir tugunlarni sharnirlar bilan almashtirganda, o'zining geometrik o'zgarmasligini saqlab qoluvchi sterjenli sistemalar *ferma* deb ataladi (4.1-rasm).

Fermalar balkalarning takomillashgan bir ko'rinishi bo'lib, balkalar o'taydigan vazifani bajaradi: balkalar kichik oraliqlarni yopishda qo'llansa, fermalar katta oraliqlarni yopishda qo'llaniladi.

Balkadan fermaga o'tish g'oyasi uning ishlash sharoitimi tahlil qilish oqibatida paydo bo'lgan. Ma'lumki, balka egilishga ishlaydi (4.1- rasm, a). Balkaning ixtiyoriy kesimi uchun qurilgan normal kuchlanishlar epyurasidan ko'rinib turibdiki, balkaning ashyosidan to'liq foydalanilmaydi. Normal kuchlanish neytral o'qda nol, o'qdan uzoqlashgan sari uning qiymati ortib boradi. Eng ko'p ishni o'qdan uzoqda joylashgan tolalar bajaradi, neytral qatlam va uning atrofi deyarli ishlamaydi. Hattoki prokat profillar (qo'shtavr, shveller va burchakliklar)da ham ashyolarning atigi 60 — 70 foizidan foydalaniladi, xolos.



4.1-rasm.



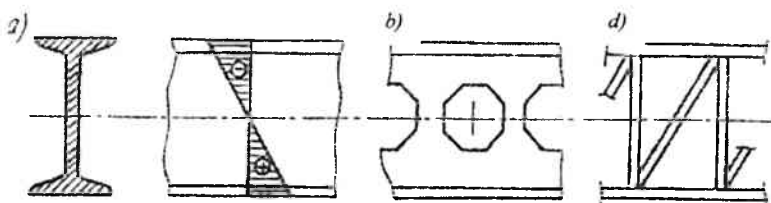
Agar element siqilish yoki cho'zilishga ishlasa, u holda uning ashyosidan to'liq foydalaniladi (4.2- rasm). Normal kuchlanishlar epyurasidan ko'rinadiki, elementning har bir nuqtasi ishlaydi.

Har ikkala epyurani solishtirishdan quyidagi mulohaza paydo bo'ladi. Shunday konstruktsiya yaratish kerakki, unda qo'llanilgan ashyodan to'liq foydalanilsin, agar imkon bo'lsa, element faqat siqilish va cho'zilishga ishlasin.

4.2-rasm.

Bu vazifa bosqichma-bosqich amalga oshirildi. Dastlab to'g'ri to'rtburchakli yaxlit kesim o'rniga qo'shtavr paydo bo'ldi (4.3- rasm, a), keyinchalik qo'shtavr devorlari o'yiqlar hisobiga yengillashtiriladi (4.3- rasm, b) va nihoyat, bu izlanishlarning mantiqiy davomi sifatida ferma konstruktsiyasi yaratildi (4.3- rasm, d). Oddiy statik aniq fermaning hisoblash sxemasi 4.4-rasmda tasvirlangan.

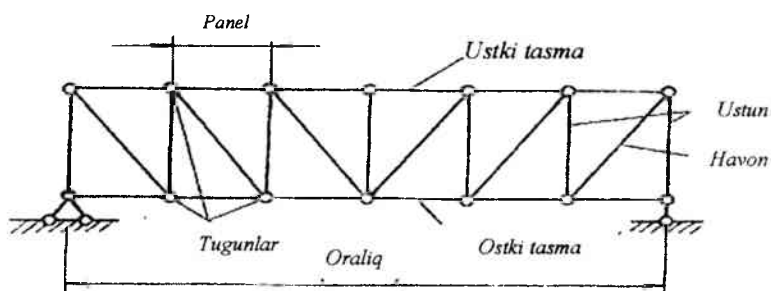
Odatda tashqi kuchlar ferma tugunlariga qo'yiladi. Ferma sterjenlari tashqi kuchlar ta'sirida asosan siqilish va cho'zilishga ishlaydi. Bu hol ferma materialidan samarali foydalanish imkonini beradi, chunki har bir sterjen ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan normal kuchlanishlar epyurasi to'g'ri to'rtburchak shakliga ega bo'ladi.



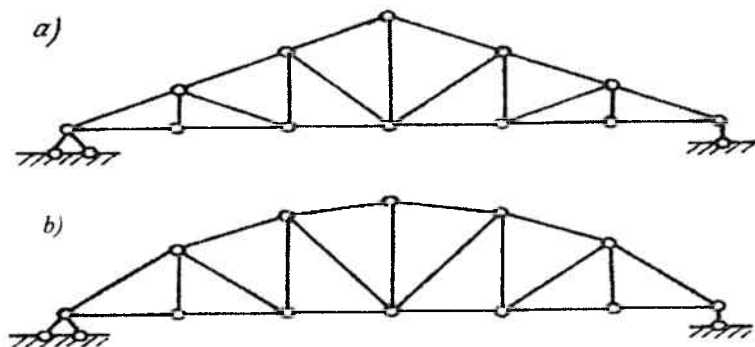
4.3-rasm.

Fernaning barcha sterjenlari yoki ularning o'qlari bir tekislikda joylashsa, tekis yoki yassi fermalar deb, bir tekislikda joylashmasa fazoviy fermalar deb ataladi. Fazoviy fermalar ko'pincha alohida yassi fermalarga ajratilgan holda hisoblanadi.

Ikki tayanch orasidagi masofa oraliq (prolyot) deb ataladi; fernaning tashqi chegarasida joylashgan sterjenlar *tasmalar* deb atalib, ular orasida joylashgan sterjenlar ferma panjaralarini tashkil etadi. Panjaraning tik elementlari ustun, og'ma elementlari – havon deb yuritiladi. Ferma tugunlari orasidagi gorizontaal masofa panel deyiladi.



4.4-rasm.



4.5-rasm.

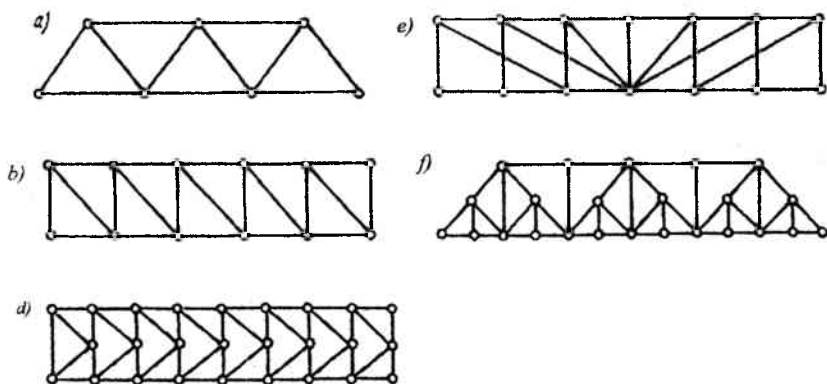
Fermalar tashqi ko‘rinishi, panjara shakli, tayanch xillari va o‘taydigan vazifasiga qarab bir necha turga bo‘linadi:

a) ferma tashqi konturining shakliga ko‘ra parallel tasmali fermalar (4.4- rasm), uchburchak shaklli fermalar (4.5- rasm, a), poligonal tasmali fermalar (4.5- rasm, b);

b) panjarasining tuzilishiga ko‘ra uchburchak panjarali fermalar (4.6- rasm, a), havon panjarali fermalar (4.6- rasm, b), yarim havon panjarali fermalar (4.6- rasm, d), qo‘shhavo panjarali fermalar (4.6- rasm, e), qo‘sh panjarali (shprengelli) fermalar (4.6- rasm, f);

d) tayanch xillariga qarab balkasimon yoki konsol fermalar;

e) o‘taydigan vazifasiga ko‘ra tom, ko‘prik va kran fermalari;



4.6-rasm.

f) ko‘prik fermalarida yukning harakatlanish sathiga qarab yuk ustki yoki pastki tasmadan yuradigan fermalar bo‘ladi.

4.2. Fermalarni analitik usulda hisoblash

Statik aniq yassi fermalarni hisoblash deganda har bir sterjendagi zo‘riqlashlarni aniqlash tushuniladi.

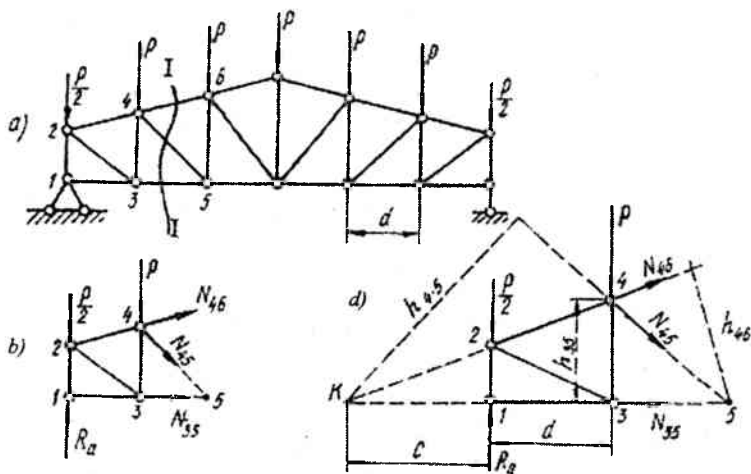
Zo‘riqlashlarni aniqlashning analitik, grafik va ta’sir chiziqlari usuli mavjud. Mazkur paragrafda analitik usul bilan tanishib chiqamiz.

Analitik usulning o'zi bir-birini to'ldiruvchi uchta usulga bo'linadi: moment nuqtasi yoki Ritter usuli, proyeksiyalash usuli hamda tugunlarni kesib olish usuli.

Ussullarning ichida eng qulayi Ritter usulidir, biroq undan hamma vaqt ham foydalana olmaymiz. Moment nuqtasi usulidan foydalanish imkoni bo'lmagan hollarda proyeksiyalash yoki tugunlarni kesib olish usullaridan foydalaniladi. Har uchala usulni birma-bir tanishib o'tamiz.

Moment nuqtasi usuli. Fermaning hisobi tayanch reaksiyalarini aniqlashdan boshlanadi (boshqa usullarda ham xuddi shunday qilinadi). Ferma reaksiyalari oddiy balka reaksiyalari singari aniqlanadi, yaxlit ferma uchun statikaning muvozanat tenglamalari tuziladi va shu tenglamalardan tayanch reaksiyalari aniqlanadi hamda tekshiriladi.

Sterjenlardagi zo'riqishlarni aniqlash uchun ferma xayolan qirgiladi (4.7- rasm, a), hisoblash uchun qirqilgan fermaning bir qismi ajratib olinadi (4.7- rasm, b) va ajratilgan bo'lak uchun muvozanat tenglamasi tuziladi. Muvozanat tenglamasi tarkibiga tashqi kuchlar va tayanch reaksiyalaridan tashqari noma'lum zo'riqishlar kiradi.



4.7-rasm.

Moment nuqtasi usulida kesim shunday o'tkaziladiki, bunda kesimga kirgan sterjenlarning soni, uchtdan ortmasligi va uchala sterjen bir nuqtada kesishmasligi kerak. Kesimga kirgan sterjenlar juft-juft bo'lib, bir nuqtada kesishadi (4.7- rasm, b). Hap bir sterjen o'zining moment nuqtasiga ega. Kesimga kirgan, zo'riqishi izlanmayotgan ikki sterjenning kesishuv nuqtasi *moment nuqtasi* deb ataladi. Muvozanat tenglamalari ana shu moment nuqtalariga nisbatan tuziladi. Bu usulning afzalligi shundan iboratki, tuziladigan tenglamalar har safar bir noma'lumli bo'ladi. Bir noma'lumli oddiy tenglamadan izlanayotgan zo'riqishining qiymati aniqlanadi.

Tenglama tuzayotganda, noma'lum zo'riqishlarning yo'nali-shini fermaning kesilgan tomoniga yo'naltiriladi, ya'ni sterjen cho'ziluvchan deb qaraladi. Hisob natijasida zo'riqish musbat ishorada chiqsa, sterjenning cho'zilishga ishlashi tasdiqlanadi. Manfiy chiqsa sterjen siqiluvchan bo'ladi.

Ferma sterjenlaridagi zo'riqishlar aslida ichki kuchlar bo'lganligi sababli ularni N harfi bilan belgilaymiz va qaysi tugunlar orasidagi sterjenning zo'riqishi ekanini bilish maqsadida ostiga ikki raqamdan iborat belgi qo'yamiz. Masalan, N_{46} — to'rtinchi va oltinchi tugunlar orasidagi sterjenning zo'riqishi ekanini bildiradi.

Endi bevosita zo'riqishlarni aniqlashga kirishamiz. N_{35} , N_{45} va U_{46} zo'riqishlarni aniqlash talab etiladi, deylik. Buning uchun fermani 1 — 1 kesimi bo'yicha qirqamiz (4.7-rasm, a). Fermaning bir qismini (masalan, kuchlar ko'p bo'lganligi uchun o'ng qismini) tashlab yuboramiz, hisoblash uchun esa chap qismini olib qolamiz (4.7- rasm, d).

Fermaning chap qismi tashqi kuchlar (R_a ; $0,5 R$; R) hamda ichki kuchlar (N_{35} , N_{45} va U_{46}) ta'sirida muvozanat holatida bo'lishi lozim. Noma'lum ichki kuchlar fermaning tashlab yuborilgan o'ng qismining ta'sirini o'zida aks ettiradi.

4- tugun 3 — 5 sterjeni uchun moment nuqtasi hisoblanadi. Noma'lum zo'riqish N_{35} ni aniqlash uchun shu nuqtaga nisbatan barcha kuchlarning momentlari yig'indisini yozamiz:

$$\sum M_4 = R_a \cdot d - \frac{P}{2} \cdot d - N_{35} \cdot h_{35} = 0,$$

bu yerdan

$$N_{35} = \frac{R_a \cdot d - 0,5P \cdot d}{h_{35}} = \frac{M_a^0}{h_{35}}.$$

Bu yerda, d va h – yelkalar; M_a^0 – to'rtmchi tugunga nisbatan fermaning chap bo'lagida yotgan kuchlarning momentlari yig'indisi.

Bu moment miqdor jihatidan oddiy balkaning, ferma moment nuqtasiga mos kesimidagi momentga teng bo'ladi.

Zo'riqishning musbat ishorasi 3 - 5 sterjenning cho'ziluvchan ekanligini anglatadi.

Endi 4-6 - tugunlar orasidagi sterjenning zo'riqishi N_{46} ni aniqlaymiz. Kesimga kirgan ikki sterjenning kesishuv nuqtasi (5) N_{46} uchun moment nuqtasi bo'ladi. Shu nuqtaga nisbatan momentlar yig'indisini yozamiz:

$$\sum M_5 = R_a \cdot 2d - \frac{P}{2} \cdot 2d - P \cdot d + N_{46} \cdot h_{46} = 0;$$

bu yerdan

$$N_{46} = -\frac{2d(P - R_a)}{h_{46}} = \frac{M_5^0}{h_{46}}.$$

Zo'riqish ishorasining manfiy chiqishini 4 — 6 sterjenining siqiluvchan ekanligini bildiradi. Umuman fermaga qo'yilgan tashqi kuchlar pastga yo'nalgan bo'lsa, fermaning ustki tasmasi siqilishga, ostki tasmasi cho'zilishga ishlaydi.

Endigi navbat, N_{45} ga. kesimga kirgan, zo'riqishi izlanmayotgan ikki sterjen «K» nuqtasida kesishadi. Ana shu nuqta N_{45} uchun moment nuqtasi hisoblanadi. Shu nuqtaga nisbatan momentlar yig'indisini yozamiz:

$$\sum M_K = -R_a \cdot c + \frac{P}{2} \cdot c + P(c + d) + N_{45} \cdot h_{45} = 0;$$

bu yerdan

$$N_{45} = \frac{R_a \cdot c - 0,5P \cdot c - P(c + d)}{h_{45}} = \frac{M_K^0}{h_{45}}.$$

Shunday qilib, moment nuqtasi usulida istalgan sterjendagi zo'riqish quyidagi formula asosida topilar ekan:

$$N = \frac{M}{h}.$$

Bu yerda M — kesilgan fermaning bir qismida yotgan kuchlarning moment nuqtasiga nisbatan olingan momentlari yig'indisi;

h — izlanayotgan zo'riqishning shu nuqtaga nisbatan yelkasi.

Proyeksiyalash usuli. Ba'zan shunday fermalar uchraydiki, ularda moment nuqtasi usulini qo'llab bo'lmaydi.

Bunday hollarda boshqa usullardan foydalanishga to'g'ri keladi. Parallel tasmali ferma bunga misol bo'la oladi (4.8- rasm, a). Fermaning havon va ustunlari moment nuqtasiga ega emas, chunki tasmalar parallel bo'lganligi sababli o'zaro kesishmaydi. Bunday hollarda proyeksiyalash usuli juda qo'l keladi.

5—6 tugunlar orasidagi ustunning zo'riqishini aniqlamoqchimiz, deylik. Buning uchun eng avval I — I kesim bilan fermani ikki qismga ajratamiz; kuchlar ko'p bo'lgani uchun o'ng tomonini tashlab yuboramiz (4.8- rasm, b). Kesimga kirgan uch sterjenning ikkitasi o'zaro parallel, demak N_{56} ning moment nuqtasi yo'q. Shuning uchun muvozanat tenglamasini tuzishda kuchlar proyeksiyalarining yig'indisidan foydalanamiz:

$$\sum Y = R_a - \frac{P}{2} - P + N_{56} = 0;$$

bu yerdan

$$N_{56} = -(R_a - 1,5P) = -Q.$$

Bu yerda, N_{56} — oddiy balkadagi ko'ndalang kuch.

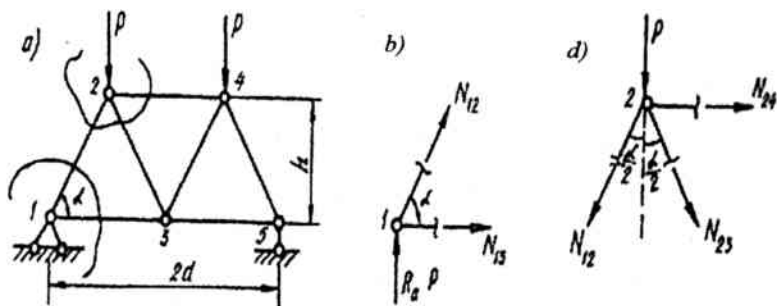
N_{67} zo'riqishni aniqlash uchun fermani II — II kesim bo'ylab qirqamiz va uning chap qismi uchun quyidagi proyeksiyalar tenglamasini yozamiz (4.8- rasm, v):

$$\sum Y = R_a - \frac{P}{2} - P - P - N_{67} \cdot \sin \alpha = 0;$$

bu yerdan

$$N_{67} = \frac{R_a - 2,5P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \alpha}.$$

Bu yerda ham Q oddiy balkaning qirquvchi kuchi.



4.9-rasm.

N_{13} ni aniqlash uchun kuchlarni X o'qiga proyeksiyalaymiz:

bu yerdan

$$\sum X = N_{13} + N_{12} \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$N_{13} = -N_{12} \cdot \cos \alpha = \frac{P}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha = P \cdot \operatorname{ctg} \alpha.$$

Endi 2- tugunga o'tiladi; bu yerdagi uchta zo'riqishdan bittasi ma'lum (N_{12}), holgan ikkitasi noma'lum. N_{23} ni aniqlash uchun kuchlarni U o'qiga proyeksiyalaymiz (4.9- rasm, d).

$$\sum Y = -P - N_{12} \cos \frac{\alpha}{2} - N_{23} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = 0,$$

bu yerdan

$$N_{23} = -P \left(1 - \frac{1}{\sin \alpha} \right) \cos \frac{\alpha}{2}.$$

N_{24} ni aniqlash uchun kuchlarni X o'qiga proyeksiyalaymiz (4,9- rasm, d)

$$\sum X = N_{24} - N_{12} \sin \frac{\alpha}{2} + N_{23} \frac{\alpha}{2} = 0,$$

bu yerdan

$$N_{24} = P \left(1 + \cos \frac{\alpha}{2} \right) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - P \sin \frac{\alpha}{2} / \sin \alpha.$$

Yuqoridagilardan ko'rinib turibdiki, tugunlarni kesib olish usulida navbatdagi sterjen zo'riqishi o'zidan oldingi sterjenlar

zo'riqishlariga bog'liq holda topiladi. Oldingi zo'riqishni aniqlashda yo'l qo'yilgan xato tabiiyki keyingi zo'riqishlarda ham takrorlanadi.

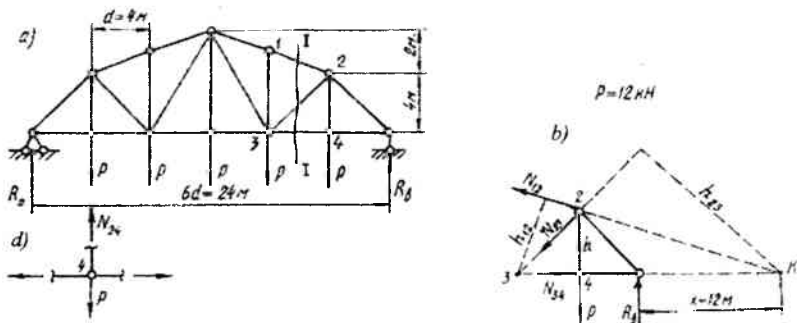
Bu mazkur usulning kamchiliklaridan hisoblanadi. Usulning yana bir kamchiligi shundan iboratki, uning tenglamalarida ko'plab trigonometrik funksiyalar uchraydi, bu esa hisobni murakkablashtiradi.

Ana shularni hisobga olib, fermalarni hisoblaganda ko'rib o'tilgan usullardan qaysi biri qo'l kelsa, o'sha usuldan foydalaniladi. Masalan, fermaning ba'zi zo'riqishlari moment nuqtasi usulida, ba'zilar proyeksiyalash yoki tugunlarni kesib olish usulida aniqlanishi mumkin.

4.1 - misol. 4.10- rasm, a da tasvirlangan fermaning beshinchi paneli sterjenlaridagi zo'riqishlar analitik usulda aniqlansin.

Yechish. Hisob tayanch reaksiyalarini aniqlashdan boshlanadi:

$$R_a = R_b = \frac{5P}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ kN}$$



4.10-rasm.

Fermaning 5- panelini 1 — 1 kesim bilan kesib, chap qismini tashlab yuboramiz va o'ng tomoni uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz. (4.10- rasm, b). Muvozanat tenglamalarini tuzishda kesilgan sterjenlar cho'zilishga ishlaydi deb faraz etiladi va zo'riqishlar tugundan tashqi tomonga yo'naltiriladi.

N_{12} zo'riqlashini aniqlashda 2 — 3 va 3 — 4 sterjenlarning kesishuv nuqtasi (3) moment nuqtasi deb qabul qilinadi. Shu nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasi tuziladi.

$$\sum M_3 = -R_b \cdot 2d + P \cdot d - N_{12} \cdot h_{12} = 0.$$

Trigonometrik yo'llar bilan $x=12$ m va $h_{12}=4,9$ m ni aniqlaymiz. U holda $N_{12} = -39,6$ kN bo'ladi.

N_{34} zo'riqlashining moment nuqtasi 2- tugunga to'g'ri keladi. Momentlar tenglamasini shu nuqtaga nisbatan tuzamiz:

$$\sum M_2 = -R_b \cdot d + N_{34} \cdot h = 0;$$

bundan $N_{34}=30$ kN.

N_{23} zo'riqlashini ham avvalgi zo'riqlashlar singari moment nuqtasi usulida aniqlaymiz. Biroq bu zo'riqlashning moment nuqtasi, ya'ni 1 — 2 va 3 — 4 sterjenlardan o'tgan o'qning kesishuv nuqtasi (K) fermadan tashqarida yotadi. Muvozanat tenglamasi ana shu nuqtaga nisbatan tuziladi:

$$\sum M_K = R_b \cdot x - P(d+x) - N_{23} \cdot h_{23} = 0.$$

Trigonometriyadan $h_{23} = 14,14$ m. Tenglamadan $N_{23} = 11,9$ kN.

N_{24} zo'riqlashi tugunlarni kesib olish usulida aniqlanadi. Buning uchun 4- tugunni kesib olib (4.10- rasm, d), muvozanat tenglamasi tuziladi:

$$\sum Y = N_{24} - P = 0;$$

bundan

$$N_{24}=12 \text{ kN}.$$

4.3. Ferma sterjenlaridagi zo'riqlashlarning ta'sir chiziqlari

Ba'zan fermalarga doimiy yuklardan tashqari qo'zg'aluvchan yuklar kam ta'sir etadi. Qo'zg'aluvchan yuklar ta'sirida ferma sterjenlaridagi zo'riqlashlarning qiymati o'zgarib boradi. Zo'riqlashlarning qanday o'zgarishini bilish uchun ta'sir chiziqlari deb atalgan grafik chiziladi.

Ta'sir chiziqlarining tenglamalari analitik usuldagi singari moment nuqtasi, proyeksiyalash va tugunlarni kesib olish usullarida tuziladi. 4.11-rasm, a da tasvirlangan ferma sterjenlaridagi ayrim zo'riqlashlarning ta'sir chiziqlarini quramiz.

Fermaning ikkinchi panelidagi N_{35} , N_{46} , N_{45} zo'riqlashlarning ta'sir chiziqlari moment nuqtasi usulida, uchinchi paneldagi N_{67} zo'riqlash proyeksiyalash usulida hamda N_{87} zo'riqlashning ta'sir chizig'i tugunni kesib olish usulida quriladi.

Ishni N_{35} zo'riqlashining ta'sir chizig'ini qurishdan boshlaymiz. Buning uchun fermani 1 — 1 kesim bilan xayolan qirqamiz. Harakatlanuvchi birlik kuch kesimning o'ng tomonida deb faraz etamiz va shu tomonni tashlab yuboramiz. Qirqimga tushgan uchta sterjendagi zo'riqlashlarning yo'nalishi tashlab yuborilgan tomonga qaratiladi.

Kesimning chap tomoni uchun moment nuqtasi usulini qo'llab, muvozanat tenglamasini tuzamiz. 3 — 5 sterjeni uchun 4 nuqta moment nuqtasi hisoblanadi. Shu nuqtaga nisbatan momentlar yig'indisini yozamiz:

$$\Sigma M_4 = R_a \cdot d - N_{35} \cdot h_1 = 0,$$

bu yerdan

$$N_{35} = R_a \cdot \frac{d}{h_1}.$$

Demak, N_{35} zo'riqlashning ta'sir chizig'i birlik kuch kesimdan o'ngda harakatlenganda, R_a tayanch reaksiyasining ta'sir chizig'i singari bo'lib, ordinatalari d/h_1 miqdorga farq qiladi. Shunga ko'ra A tayanch ostida o'qdan yuqoriga d/h_1 masofani o'lchab qo'yamiz hamda V tayanch ostidagi nol nuqta bilan tutashtiramiz.

O'tkazilgan chiziq o'ng chiziq deb ataladi (4.11-rasm, b).

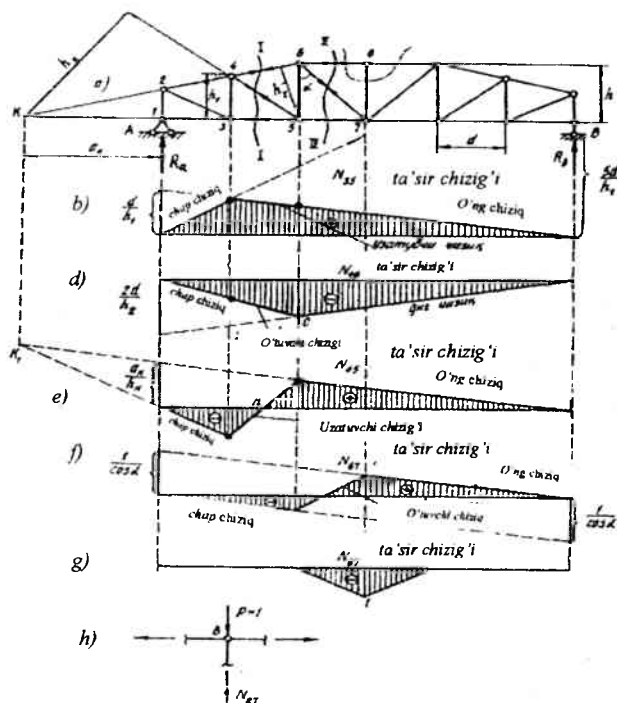
Chap chiziqni o'tkazish maqsadida kesimning o'ng tomoni uchun momentlar tenglamasini yozamiz:

$$\Sigma M_4 = N_{35} \cdot h_1 - R_b \cdot 5d = 0,$$

bu yerdan

$$N_{35} = R_b \cdot \frac{5d}{h_1}$$

Demak, N_{35} zo'riqishning ta'sir chizig'i birlik kuch kesimdan chapda bo'lganda, tuzilishi jihatidan xuddi R_b , reaksiyasining ta'sir chizig'iga o'xshash bo'lib, miqdor jihatdan undan $5d/h_1$ marotaba ko'p bo'ladi. Bunga asosan V tayanch ostida $5d/h_1$ masofani o'qdan yuqoriga o'lchab qo'yamiz va umi A tayanch ostidagi nol nuqta bilan tutashtiramiz. Bu chiziq ch a p ch i z i q deb ataladi. Chap va o'ng chiziqlar moment nuqtasi (4) ostida kesishadi (4.11- rasm, b). Shtrixlangan uchburchak N_{35} zo'riqishining ta'sir chizig'i hisoblanadi. Musbat ishora 3 — 5 sterjem cho'zilishga ishlashini bildiradi. 3- va 5- tugunlarni o'ng chiziqqa tushirilgan proyeksiyalarini tutashtiruvchi chiziq — *uzatuvchi chiziq* deb ataladi.



4.11-rasm.

N_{35} ga taalluqli uzatuvchi chiziq bizning holda o'ng chiziq bilan ustma-ust tushgan. Ba'zi hollarda uzatuvchi chiziq chap yoki o'ng chiziq bilan ustma-ust tushmaydi.

O'ng va chap chiziqlarning moment nuqtasi ostida kesishuvini e'tiborga olib, ta'sir chiziqlarini chizishni birmuncha yengillashtirish mumkin. Buning uchun birgina o'ng yoki chap chiziq chizilsa kifoya. Ikkinchisi moment nuqtasining proyeksiyasi orqali o'tkaziladi.

Shu yo'l bilan N_{46} va N_{45} zo'riqlarining ta'sir chizig'ini quramiz.

1 - 1 kesim o'z - kuchini saqlaydi. 5- nuqta N_{46} ning moment nuqtasi bo'ladi. Birlik kuch $R=1$ kesimdan o'ng tomonda harakatlanadi, deb chap tomon uchun quyidagi tenglamani yozamiz:

$$\sum M_5 = R_0 \cdot 5d + N_{46} \cdot h_2 = 0,$$

bundan

$$N_{46} = -R_0 \frac{2d}{h_2}$$

N_{46} ning ta'sir chizig'ini chizish uchun A tayanchi yo'nalishida o'qdan pastga (manfiy bo'lganligi uchun) $2d/h_2$ masofani o'lchab qo'yamiz va V tayanchi yo'nalishidagi nol bilan birlashtiramiz (4.11- rasm, d). Bu o'ng chiziq bo'ladi. Chap chiziqni o'tkazish uchun moment nuqtasi 5 ni o'ng chiziqqa proyeksiyalaymiz. Topilgan nuqta S ni A tayanchi ostidagi nol bilan tutashtiramiz. Bu chiziq chap chiziq bo'ladi. Shtrixlangan yuza N_{46} zo'riqlashining ta'sir chizig'i hisoblanadi. Manfiy ishora 4 - 6 sterjenining siqilishga ishlashini bildiradi.

Endi havondagi zo'riqlash N_{45} ning ta'sir chizig'ini chizamiz.

1 — 1 kesim bu sterjenni ham kesib o'tgan. Kesimning o'ng tomonini tashlab yuboramiz. Birlik kuch $P=1$ kesimdan o'ngda deb faraz etamiz. Fermaning kesimdan chap qismi uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz. Buning uchun avval moment nuqtasini belgilab olamiz; N_{45} zo'riqlashining moment nuqtasi 3 - 5 va 4 - 6 sterjenlaridan o'tgan o'qning kesishuv nuqtasi K da yotadi. Momentlar yig'indisini shu nuqtaga nisbatan tuzamiz:

bundan

$$\sum M_k = -R_a \cdot a_k + N_{45} \cdot h_k = 0,$$

$$N_{45} = R_a \frac{a_k}{h_k}$$

Demak, kuch ($P=1$) kesimdan o'ngda harakatlanganda, N_{45} zo'riqishning qiyniati R_a reaksiyasidan a_k/h_k marotaba katta bo'lar ekan. Bunga asoslanib, o'qdan yuqoriga a_k/h_k masofani o'lchab qo'yamiz; uni V tayanchi yo'nalishidagi nol bilan tutashtiramiz (4.11- rasm, e), hosil bo'lgan chiziq o'ng chiziq bo'ladi. Chap chiziqni o'tkazish uchun o'ng chiziqni chapga davom ettiramiz. Moment nuqtasi — K ni uning davomiga proyeksiyalaymiz. Ular K_1 nuqtasida kesishadi. K_i nuqtasi bilan A tayanchi ostidagi nol nuqtani birlashtiramiz va o'ngga davom ettiramiz. Bu chap chiziq bo'ladi. Uzatuvchi chiziqni o'tkazish uchun 4- tugunni chap, 5- tugunni o'ng chiziqqa proyeksiyalaymiz. Topilgan nuqtalarni birlashtiruvchi chiziq uzatuvchi chiziq hisoblanadi. Shtrixlangan yuza esa N_{45} ning ta'sir chizig'idir. Bu yerda yuza ikki xil ishoraga ega. n nuqtada ordinata nolga teng. Buning ma'nosi shuki, birlik kuch n nuqtasidan chapda harakatlansa, 4 - 5 sterjen siqilishga, o'ngda harakatlansa cho'zilishga ishlaydi.

Endi ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarning ta'sir chiziqlarini qurishda proyeksiyalash usulini qo'llab ko'ramiz.

4.11- rasm, a da tasvirlangan fermaning uchinchi va to'rtinchi panelidagi ustki va ostki tasmalar o'zaro parallel. Shu boisdan mazkur panellardagi havonlarga moment nuqtasi usulini qo'llab bo'lmaydi. Bunday hollarda proyeksiyalash usuliga murojaat etiladi.

Uchinchi panel havonidagi zo'riqish N_{67} ning ta'sir chizig'ini quraylik. Buning uchun II — II kesimi bo'ylab fermani qirqamiz. O'ng tomonini tashlab, chap tomom uchun tenglama tuzamiz; bunda birlik kuch $R=1$ kesimdan o'ngda deb faraz etamiz:

$$\sum Y = R_a - N_{67} \cdot \cos \alpha = 0$$

$$N_{67} = \frac{1}{\cos \alpha} \cdot R_a.$$

bundan

Birlik kuch kesimdan chapda deb faraz etib, o'ng tomon uchun proyeksiyalar tenglamasini yozamiz:

$$\sum Y = R_b + N_{67} \cdot \cos \alpha = 0,$$

bundan

$$N_{67} = -R_b \cdot \frac{1}{\cos \alpha}.$$

N_{67} zo'riqishning ta'sir chizig'i ham tayanch reaksiyalari R_a va R_b ning ta'sir chizig'i kabi bo'lar, miqdori esa $1/\cos \alpha$ ga farq qilar ekan. Shunga ko'ra reaksiyalar yo'nalishida o'qdan yuqoriga va pastga $1/\cos \alpha$ ni o'lchab qo'yamiz, topilgan nuqtalarni tayanchlar ostidagi nol nuqtalar bilan birlashtiramiz. Yuqorida o'ng, pastda chap chiziq hosil bo'ladi (4.11- rasm, f). 6- tugunni chap, 7- tugunni o'ng chiziqqa proyeksiyalaymiz va topilgan nuqtalarni tutashtirsak, uzatuvchi chiziq hosil bo'ladi.

Shtrixlangan yuza 6 — 7 havondagi zo'riqishning ta'sir chizig'i bo'ladi.

Tugunlarni kesib olish usulini N_{87} zo'riqishi misolida ko'rib o'tamiz.

7 — 8- ustunning zo'riqishini aniqlashda ferma qirqimiga uchdan ortiq (bizning holda 4 ta) sterjen to'g'ri keladi. Shuning uchun 8- tugunni shaklda ko'rsatilgandek kesib, ajratib olamiz (4.11- rasm, a va h).

Birlik kuch 8- tugundan boshqa tugunlar bo'ylab harakatlansa, ustundagi zo'riqish nol bo'ladi:

$$\sum Y = N_{81} = 0.$$

Birlik kuch 8- tugunda bo'lsa,

$$\sum Y = -N_{87} - P = 0$$

bundan

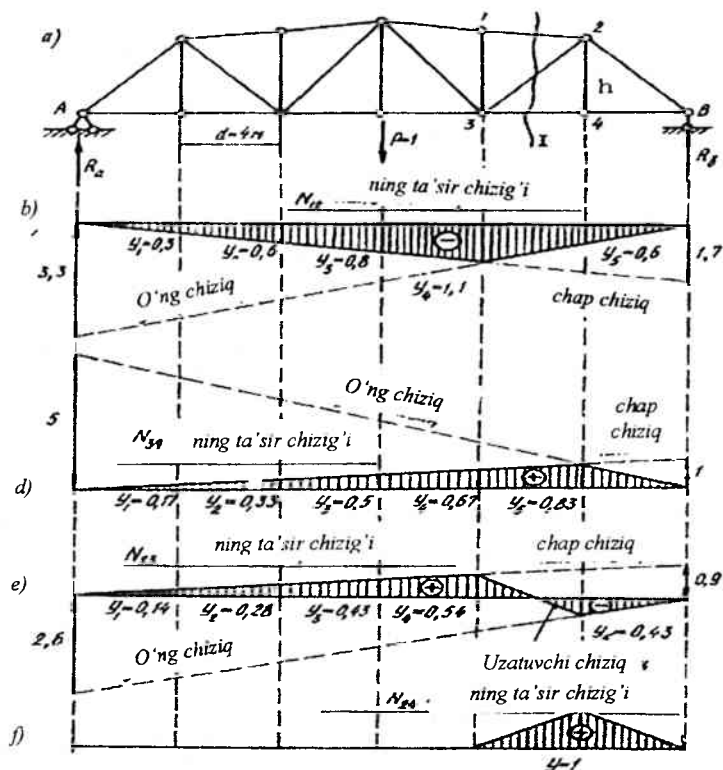
$$N_{87} = -P = -1.$$

Mazkur zo'riqishning ta'sir chizig'i 4.11- rasm, g da tasvirlangan.

Misol. 4.12-rasm, a da tasvirlangan fermaning beshinchi panelidagi zo'riqishlar uchun ta'sir chiziqlari chizilsin hamda chizilgan ta'sir chiziqlaridan foydalanib, zo'riqishlarning qiymati aniqlansin.

Yechish. Moment nuqtasi usulidan foydalanib N_{12} zo'riqishining ta'sir chizig'ini chizamiz. Buning uchun fermani

1 — 1 kesim bilan qirqamiz. Navbatma-navbat fermaning chap va o'ng qismlari uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Fermaning chap qismi uchun tenglama tuzganda, birlik kuch $R=1$ fermaning o'ng tomonida harakatlanadi deb faraz etamiz va aksincha.



4.12-rasm.

3 - tugun N_{12} uchun moment nuqtasi bo'ladi. Shu nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz (4.10- rasm, b).

a) fermaning o'ng tomoni tenglamasi

$$\sum M_3 = -R_b \cdot 2d - N_{12} \cdot h_{12} = 0,$$

bundan

$$N_{12} = -\frac{2 \cdot 4}{4,9} \cdot R_b = -1,7 R_b.$$

Bu ifodaga ko'ra A tayanchi ostiga nol, V tayanchi ostiga — 1,7 ra teng bo'lgan ordinalarni o'lchab qo'yamiz va ularni birlashtirib, chap to'g'ri chiziqni hosil qilamiz (4.12- rasm, b);

b) bu ishlarni fermaning chap tomoni uchun takrorlaymiz

$$\sum M_3 = R_a \cdot 4d + N_{12} \cdot h_{12} = 0,$$

bundan

$$N_{12} = -3,3 R_a.$$

Bu ifodaga ko'ra o'ng to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Shtrixlangan yuza N_{12} zo'riqishning ta'sir chizig'idir (4.12- rasm, b).

N_{34} zo'riqishining moment nuqtasi 2- tugun bilan ustma-ust yotadi. Fermaning chap va o'ng qismlar uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz va ularning N_{34} ga tegishli ordinalarini aniqlaymiz (4.10- rasm, b):

a) fermaning chap qismi uchun

$$\sum M_2 = R_a \cdot 5d - N_{34} \cdot h = 0,$$

bundan

$$N_{34} = 5 R_a.$$

b) fermaning o'ng qismi uchun

$$\sum M_2 = -R_b \cdot d + N_{34} \cdot h = 0, \quad N_{34} = R_b.$$

Shtrixlangan yuza N_{34} ning ta'sir chizig'idir (4.12- rasm, d).

N_{23} zo'riqishning moment nuqtasi (K) fermadan tashqarida yotadi (4.10- rasm, b). Muvozanat tenglamalarini shu nuqtaga nisbatan tuzamiz:

- a) fermaning chap qismi uchun $\sum M_i = R_a(6d + x) + N_{23}h_{23} = 0$ bundan
 $N_{23} = -2,6 R_a$,
 bunga ko'ra o'ng (to'g'ri) chiziq o'tkaziladi;
 b) fermaning o'ng qismi tenglamasi

$$\sum M_i = R_b \cdot x - N_{23} \cdot h_{23} = 0, \quad N_{23} = 0,9 R_b$$

Bunga asosan chap (to'g'ri) chiziq o'tkaziladi.

Chap va o'ng chiziqlar uzatuvchi chiziq yordamida tutashtiriladi. Buning uchun 3- tugun chap va 2- tugun o'ng chiziqqa proyeksiyalanadi hamda topilgan nuqtalar birlashtiriladi. Shtrixlangan yuza N_{23} ning ta'sir chizig'idir (4.12- rasm, e).

N_{24} zo'riqishning ta'sir chizig'i tugunlarni kesib olish usulida quriladi. Buning uchun 4- tugunni kesib olamiz va uning ikki holatini tekshiramiz (4.10- rasm, d).

Birinchi holatda birlik kuch 3 — 4 va 4 — B panellardan tashqarida harakatlanadi, deb faraz etamiz.

Bu holda muvozanat tenglamasi $\sum Y = 0$ dan $N_{24} = 0$ kelib chiqadi.

Ikkinchi holatda birlik kuch 4- tugunga qo'yilgan deb faraz etamiz. Bu hol uchun muvozanat tenglamasi $\sum Y = N_{24} - P = 0$ bo'ladi, bundan $N_{24} = 1$ kelib chiqadi.

Birlik kuch boshqa tugunlarda bo'lganda, N_{24} zo'riqish nolga teng bo'ladi. Mazkur zo'riqishning ta'sir chizig'i 4.12- rasm, d da tasvirlangan.

Endi masalaning ikkinchi qismini hal etishga kirishamiz, ya'ni tayyor ta'sir chiziqlaridan foydalanib, zo'riqishlarning qiymatini aniqlaymiz. Fermaga faqat yig'iq kuchlar qo'yilgan bo'lganligi uchun zo'riqishlar quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$N = P \sum_{i=1}^n Y_i.$$

Bu formuladan foydalanishda yig'iq kuchlar pastga yo'nalganligi uchun (4.10- rasm, a) musbat ishorada, U_i ordmatasining ishoralari esa ta'sir chiziqlari ishorasi bo'yicha olinadi.

N_{12} zo'riqishining qiymatini aniqlaylik. Ferma tugunlariga qo'yilgan qo'zg'almas kuchlarning qiymati $R=12$ kN. Noma'lum ordinatalar (Y) ning qiymati N_{12} zo'riqishining ta'sir chiziqlaridan topiladi. Buning uchun uchburchaklarning o'xshashligidan foydalaniladi.

Topilgan ordinalarning qiymati shaklda ko'rsatilgan (4.12-rasm, b). Izlanayotgan zo'riqishning qiymati

$$N_{12} = P(-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 - y_5) = \\ = -12(0,3 + 0,6 + 0,8 + 1,1 + 0,6) = -39,6 \text{ kN}$$

Bu qiymat analitik usulda topilgan qiymat bilan bir xildir. Qolgan zo'riqishlarning qiymatlari ham shu yo'sinda aniqlanadi.

4.4. Shprengelli fermalar

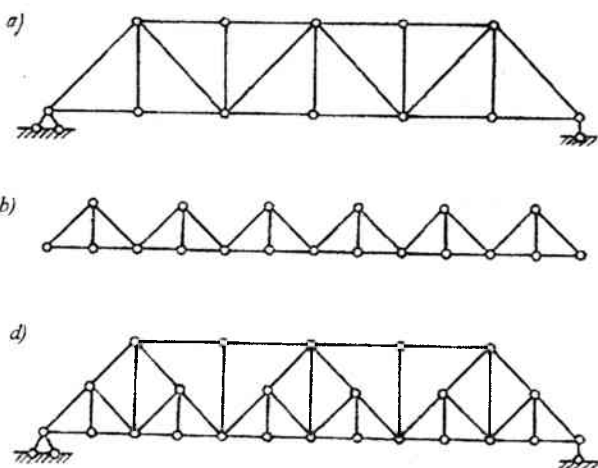
Katta uzunlikka ega bo'lgan fermaning tugunlari orasidagi masofa (panel) ham katta bo'ladi. Buning oqibatida tugunlarga tayanuvchi ko'ndalang balkalar ustiga qo'yiladigan bo'ylama balkalarning vazni ortib ketadi. Bu hol iqtisodiy jihatdan samarasizdir; Panel uzunligini saqlagan holda bo'ylama balkaning uzunligini qisqartirish uchun asosiy fermaga (4.13-rasm, a) qo'shimcha elementlar — shprengellar kiritiladi (4.13-rasm, b). Natijada hosil bo'lgan ferma shprengelli ferma deb ataladi (4.13-rasm, d).

Asosiy ferma barcha yukni o'ziga qabul qiladi, shprengellar esa faqat o'ziga qo'yilgan yukni qabul qiladi.

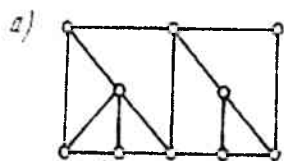
Shprengellar bir va ikki pog'onali bo'lishi mumkin (4.14-rasm, a). Bir va ikki pog'onali shprengellarning hisoblash sxemalari 4.14-rasm, b da tasvirlangan.

Shprengelli fermalarning elementlari to'rt toifaga bo'linadi:

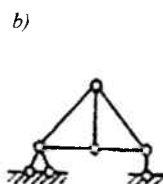
1) faqat asosiy fermaga tegishli bo'lgan elementlar. Bu elementlardagi zo'riqishlar asosiy ferma hisobidan topiladi; ferma tarkibiga shprengellarning qo'shilishi mazkur elementlardagi zo'riqishlarga ta'sir etmaydi;



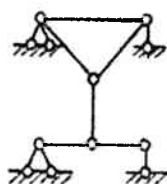
4.13-rasm.



Bir pog'onali shprengel *Ikki pog'onali shprengel*



Bir pog'onali shprengelni hisoblash sharhi



Ikki pog'onali shprengelni hisoblash sharhi

4.14-rasm.

2) faqat shprengellarga, ya'ni qo'shimcha fermachalarga tegishli bo'lgan elementlar. Bu elementlardagi zo'riqishlar shprengellarning alohida hisobidan topiladi;

3) bir vaqtning o'zida ham asosiy fermaga, ham shprengelga tegishli bo'lgan elementlar. Bunday elementdagi zo'riqish ikki xil zo'riqishning yig'indisi sifatida aniqlanadi; bulardan biri asosiy

ferma elementining zo'riqishi; ikkinchisi esa shprengel elementining zo'riqishidir;

4) asosiy fermaning shunday elementlaridirki, qo'zg'aluvchan yukning harakat sathiga ko'ra, ya'ni yukning ostki yoki ustki tasmadan harakatlanishiga qarab elementdagi zo'riqishning ta'sir chiziqlari turlicha bo'ladi.

1- misol. 3 — 4, 3 — 4' va 5 — 4' sterjenlardagi zo'riqishlarning ta'sir chiziqlari qurilsin (4.15- rasm).

Ishni 3 — 4 sterjenidagi zo'riqishning ta'sir chizig'ini chizishdan boshlaylik. Avvalam bor bu sterjen birinchi toifaga kiradigan, ya'ni faqat asosiy fermaga oid bo'lgan sterjendir. Shuning uchun bu masalani hal etishda shprengellarni olib tashlab, asosiy fermaning o'zini qoldiramiz (4.15- rasm, b) va undan 3- tugunni kesib olib, muvozanat tenglamalarini tuzamiz, natijada 4.15- rasm, d da tasvirlangan ta'sir nuqtasi ega bo'lamiz.

3 — 4' sterjen ikkinchi toifaga oid sterjen ekanligini e'tiborga olib, shprengelni asosiy fermadan ajratib olamiz hamda unga mustaqil ferma sifatida yondashamiz (4.15-rasm, e). Harakatlanuvchi birlik kuch $R=1$ 3' — tugunga qo'yilgan deb faraz etib, 3- tugun uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum Y = \frac{1}{2} + N_{34} \sin \alpha = 0;$$

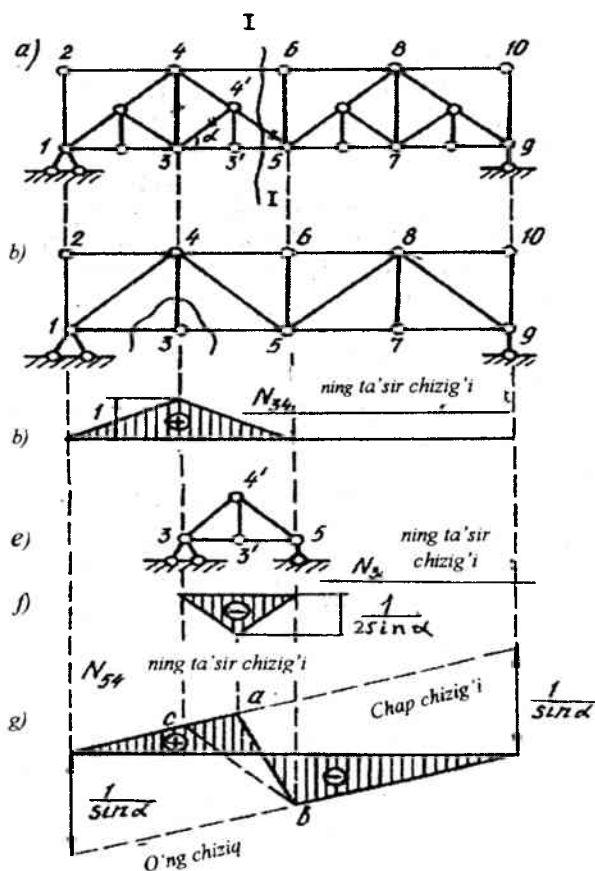
bundan

$$N_{34} = -\frac{1}{2 \sin \alpha}.$$

Birlik kuch tayanchlarga qo'yilsa, 3 — 4' sterjenidagi zo'riqish nolga teng bo'ladi. Bularga asosan 3 — 4' sterjenidagi zo'riqish uchun 4.15- rasm, d da tasvirlangan ta'sir chizig'iga ega bo'lamiz.

Uchinchi toifaga oid bo'lgan 5 — 4' sterjenidagi zo'riqishni aniqlash uchun fermani 1 — 1 kesim bo'ylab qirqamiz va uning chap qismi uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz:

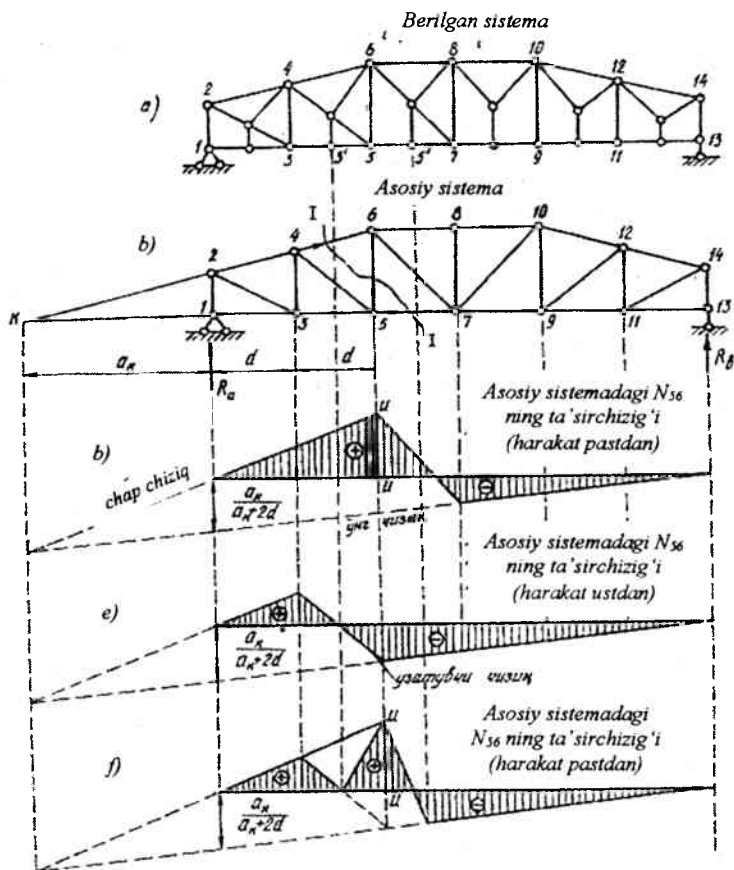
$$\sum Y = R_g + N_{34} \sin \alpha = 0; \text{ bundan } N_{34} = -\frac{R_g}{\sin \alpha}$$



4.15-rasm.

Bu qiymatdan foydalanib, o'ng to'g'ri chiziqni o'tkazamiz (4.15- rasm, g). N_{34} ning moment nuqtasi cheksizlikda bo'lganligi sababli chap to'g'ri chiziqni o'ng to'g'ri chiziqqa parallel qilib o'tkazamiz. Uzatuvchi chiziq ab ni o'tkazish uchun 5 va 4' — tugunlarini o'ng va chap chiziqlarga proyeksiyalaymiz. Agar shprengel bo'lmaganda, uzatuvchi chiziq VS bo'yicha o'tar edi. Bu yerda abc uchburchak shprengelning asosiy elementga ta'sirini ifodalaydi.

2-misol. Tarkibida ikki pog'onali shprengellar mavjud bo'lgan fermaning 5 — 6 ustuni uchun ta'sir chiziqlari qurilsin (4.16- rasm, a).



4.16-rasm.

Fermaning bu ustuni sterjenlarning to'rtmchi toifasiga kiradi, ya'ni ustun asosiy fermaga tegishli element bo'lib, uning ta'sir chiziqlari birlik kuch qaysi tasmadan harakatlanishiga qarab turlicha bo'ladi.

Berilgan sistemadagi shprengellarni tashlab yuborish yo'li bilan asosiy sistemani hosil qilamiz (4.16- rasm, b). Asosiy sistemaning 5 — 6 sterjeni uchun ta'sir chiziqlarini chizamiz. Bunda yukning ustki va ostki tasmalar bo'yicha harakati ko'rib chiqiladi.

Fermani 1 — 1 kesim bo'ylab qirqamiz, birlik kuch kesimdan o'ng tomonda harakat qiladi, deb faraz etib, chap qism uchun K nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_k = -R_o a_k - N_{56} \cdot (a_k + 2d) = 0,$$

bundan

$$N_{56} = -\frac{R_o \cdot a_k}{a_k + 2d}.$$

Bu qiymatga asosan o'ng to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Moment nuqtasidan foydalanib, chap to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Birlik kuch pastki tasmada harakatlansa, uzatuvchi chiziqni o'tkazish uchun chap va o'ng to'g'ri chiziqlarga 5 va 7 tugunlar proyeksiyalanadi (4.16- rasm, v). Yuk yuqori tasmada harakatlansa, uzatuvchi chiziqni o'tkazish uchun 4 va 6 tugunlar proyeksiyalanadi (4.16- rasm, g).

Har ikkala ta'sir chizig'idan ko'rinib turibdiki, yuk uchinchi tugundan chapda va yettinchi tugundan o'ngda harakatlansa, zo'riqishning qiymati harakat sathiga bog'liq bo'lmaydi.

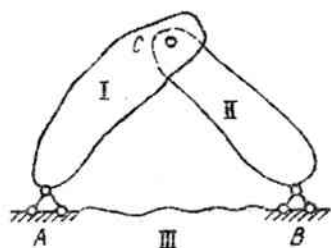
Yuk 3' va 5' tugunlarga qo'yilsa (4.16- rasm, a), uning ta'siri ikki pog'onali shprengellar orqali yuqori tugunlarga uzatiladi; go'yoki harakat ustki tasma bo'ylab sodir bo'lgandek tuyuladi. Shu sababga ko'ra, bunday holda N_{56} ning ordinatalari 4.15- rasm, g dan olinadi. Uning izlanayotgan ta'sir chizig'ini qurish uchun aniqlangan ordinatalar yetarli. Mazkur ta'sir chizig'i 4.16- rasm, d da o'z aksini topgan.

V BOB. UCH SHARNIRLI ARKALAR VA RAMALAR

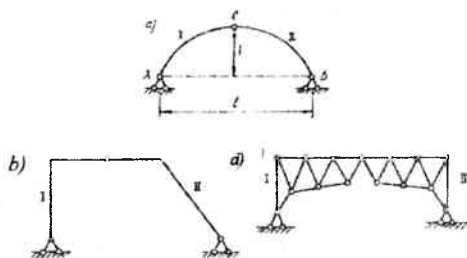
5.1. Uch sharnirli sistemalar

Uch diskni uch sharnir yordamida biriktirish tufayli hosil bo'lgan sistema uch sharnirli sistema deb ataladi (5.1- rasm). Bunda uchinchi disk sifatida yer qabul qilinadi. Uch disk bir o'q ustida yotmagan uch sharnir (A, B, C) yordamida biriksa geometrik o'zgarmas sistema hosil bo'lishi bizga avvaldan ma'lum.

Agar I va II disklar egri chiziqli sterjenlardan iborat bo'lsa, bunday sistema uch sharnirli arka deb ataladi (5.2- rasm, a), agar I va II disk siniq to'g'ri chiziqli sterjenlardan tashkil topgan bo'lsa, *uch sharnirli rama* deb ataladi (5.2- rasm, b); agar I va II disk ferma bo'lsa, u holda sistema *uch sharnirli arkasimon* ferma deb ataladi (5.2- rasm, d).



5.1-rasm.



5.2-rasm.

Uch sharnirli sistemalar vertikal o'qqa nisbatan simmetrik yoki nosimmetrik bo'lishi mumkin. Simmetrik sistemada C sharniri simmetriya o'qi ustida joylashadi, A va B tayanch sharnirlari bir satxda yotadi. Nosimmetrik sistemalarda tayanchlar turli satxda joylashishi mumkin.

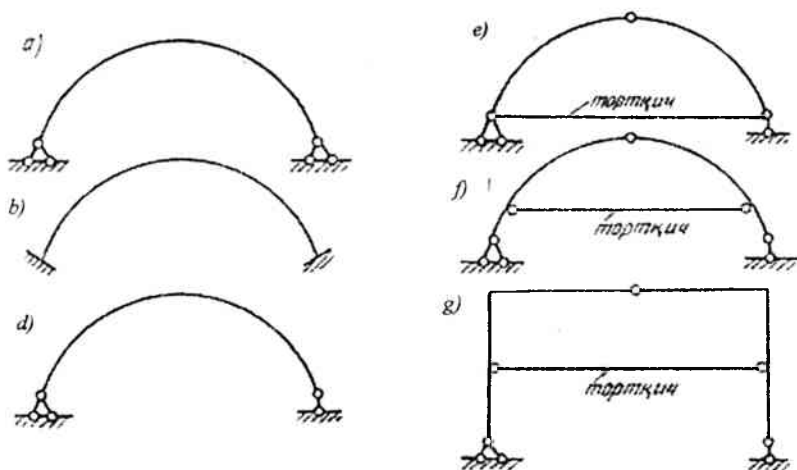
Uch sharnirli sistema tayanchlarida vujudga keladigan gorizontaal bosim va unga qarshi reaksiya kerki (raspor) nomi bilan yuritiladi;

sistemaning o'zi esa *kerkili sistema* deb ataladi. Arkalar kerki kuchining mavjudligi bilan balkalardan farq qiladi.

Arkaning gumbazdan farqi shundaki, arkaning ko'ndalang kesimi ancha kichik bo'ladi, shuning uchun ham u sterjenli sistemalar guruhiga kiradi. Gumbaz esa qobiqlar guruhiga qo'shiladi. Qurilishda uch shamirli, ikki sharnirli (5.3- rasm, a) va sharnirsiz (5.3- rasm, b) arkalar qo'llaniladi. Arkalarda kerki kuchining mavjudligi sababli ularning tayanchlari sharnirli yoki sharnirsiz qo'zg'almas tayanch ko'rinishida ishlanadi.

Tayanchlardan biri sharnirli qo'zg'aluvchan bo'lsa, u arka emas, *egri o'qli balka* deb ataladi (5.3- rasm, d). Bimokorlikda ba'zan uch shamirli arkalar, boshqacha xili—tortqichli arkalar ham uchrab turadi (5.3-rasm, e).

Tortqichlar sharoitga qarab tayanchlardan yuqoriroq o'rnatilishi ham mumkin (5.3- rasm, f). Qurilishda tortqichli ramalar ham keng tarqalgan (5.3- rasm, g). Amalda arkalarining qaysi turidan foydalanish inshootning aniq ish sharoitiga qarab hal etiladi.



5.3-rasm.

Uch sharnirli hamda tortqichli arkalar va ramalar statik aniq, ikki sharnirli va sharnirsiz arkalar statik noaniq sistemalarga kiradi. Bu bobda statik aniq arkalar va ramalar ko'rib o'tiladi. Statik noaniq arkalar bilan 8- bobda tanishamiz.

Arkalarining asosiy belgilari ularning oraliq uzunligi l va arka balandligi f dir. O'rtadagi C sharniri qulf deb ataladi.

Sharnirsiz arkalar O'rta Osiyo binokorligida qadim zamonlardan buyon qo'llanilib kelinadi. Masjid, madrasalar, xashamatli saroy va maqbaralar, hammom, sardoba va ko'priklarda ravoq va gumbaz ko'rinishida arka elementlarini ko'plab uchratamiz. 1502-yili Shayboniyxon tomonidan Zarafshon daryosiga qurilgan suv ayirg'ich ko'prigining ayrim ravoqlari hozirga qadar saqlanib qolgan.

5.2. Uch sharnirli arkalarining tayanch reaksiyalarini aniqlash

Ixtiyoriy kuchlar qo'yilgan uch sharnirli arkaning (5.4- rasm) tayanch reaksiyalarini aniqlash talab etiladi.

Ma'lumki, uch sharnirli arkalar statik aniq bo'ladi. Shu boisdan ularning tayanch reaksiyalarini aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalari kifoya etadi. Uch sharnirli arkalarda tashqi kuchlar ta'sirida ikkita gorizonta (N_a , N_v) va ikkita vertikal (V_a , V_v) reaksiya kuchlari vujudga keladi. Bu noma'lum tayanch reaksiyalari quyidagi tenglamalardan aniqlanishi mumkin:

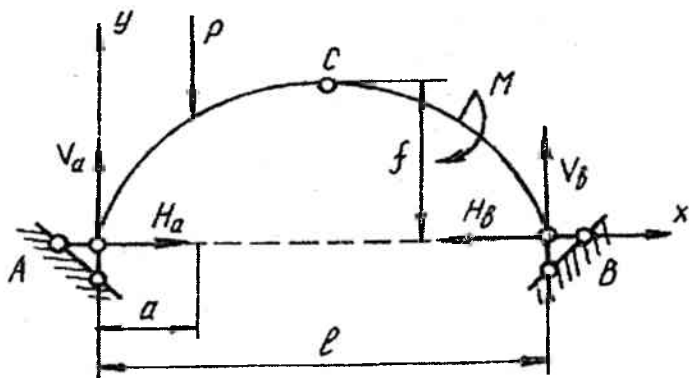
$$\sum M_a = 0; \sum M_b = 0; \sum M_c^{(vzn)} = 0; \sum X = 0.$$

V tayanchidagi vertikal reaksiya kuchi V_b ni aniqlash uchun A sharniriga nisbatan momentlar yig'indisini tuzamiz.

$$\sum M_a = P \cdot a + M - V_b l = 0.$$

Bundan

$$V_b = \frac{P a + M}{l}.$$



5.4-rasm.

Mazkur formulaning surati A nuqtasiga nisbatan barcha tashqi kuchlar momentlari yig'indisi $\sum M_a^{mash}$ ni ifodalaydi. Shunga ko'ra yuqoridagi formulani quyidagi ko'rinishda yoza olamiz:

$$V_b = \frac{\sum M_a^{mash}}{l}$$

A tayanchidagi reaksiyaning vertikal tashkil etuvchisini ham shu yo'sinda topa olamiz:

$$V_a = \frac{\sum M_b^{mash}}{l}$$

Gorizontal reaksiya kuchi N ni aniqlash uchun C sharniriga nisbatan o'ng tomonda yotgan kuchlardan moment olamiz:

$$\sum M_c^{o'ng} = M - V_b \frac{l}{2} + H_b f = 0,$$

bundan

$$H_b = \frac{V_b \frac{l}{2} - M}{f} \quad \text{yoki} \quad H_b = \frac{\sum M_c^{o'ng}}{f}.$$

Bu yerda nol indeksi uzunligi va yuklanishi arka bilan bir xil bo'lgan oddiy balkadagi moment ekanligini bildiradi.

A tayanchidagi gorizonttal reaksiya kuch N_a ikki tenglamaning biridan, ya'ni $\sum M_c^{chap} = 0$ yoki $\sum X = 0$ tenglamalaridan aniqlanishi mumkin. Proyeksiya tenglamasidan foydalanamiz:

$$\sum X = H_a - H_b = 0; \text{ bundan } H_a = H_b = H.$$

Oxirgi ifoda shuni ko'rsatadiki, agar arkaga vertikal kuchlar qo'yilgan bo'lsa, gorizonttal reaksiyalar o'zaro teng bo'lar ekan. Uch sharnirli arkalar uchun bayon etilgan qoidalar to'laligicha uch sharnirli ramalar uchun ham taalluqlidir.

5.3. Uch sharnirli arkalarni analitik usulda hisoblash

Hisoblashdan maqsad bu yerda ham boshqa konstruktsiyalardagi singari ichki kuchlarni aniqlashdan iboratdir. Ichki kuchlar deganda, arkaning ko'ndalang kesimlarida tashqi kuchlar ta'sirida hosil bo'ladigan eguvchi moment M , ko'ndalang kuch Q va bo'ylama kuch N tushuniladi.

Ichki kuchlarni aniqlashda ishora qoidasi balkadagi qoidaga o'xshashdir, ya'ni kuch arkaning egriligimi oshirsa — ishora manfiy, egriligini kamaytirsa — musbat, kesimga nisbatan kuch soat strelkasi bo'yicha aylansa — musbat, teskari yo'nalishda — manfiy olinadi.

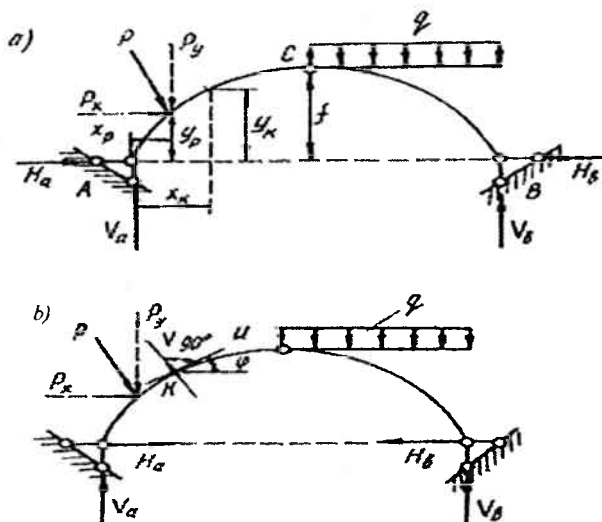
Bo'ylama kuchlar ishorasi boshqacha: kuch sterjenni siqsa — musbat, cho'zsa — manfiy olinadi.

Uch sharnirli arkaning ixtiyoriy K kesimida vujudga keladigan eguvchi moment M_k ni aniqlaymiz (5.5- rasm, a). Buning uchun arkani shu kesim bo'yicha xayolan qirqamiz va kesimning chap yoki o'ng tomoni uchun momentlar yig'indisini yozamiz:

$$M_k = V_a x_k - H_a y_k - P_y (x_k - x_p) - P_x (y_k - y_p). \quad (5.1)$$

Bu yerda x_k va y_k — arkaning K kesimi koordinatalari;

R_x va R_y — tashqi kuch R ning gorizontal va vertikal proyeksiyalari;



5.5-rasm.

x_r va u_r — kuch qo'yilgan nuqtaning koordinatalari.

Agar arkaga qo'yilgan kuch og'ma emas, tik bo'lsa, u holda R kuchining gorizontal proyeksiyasi nol, $R_u = R$ va $N_a = H_b = N$ bo'ladi.

(5.1)- ifoda esa quyidagi ko'rimishni oladi:

$$M_k = V_a x_k - P(x_k - x_p) - H y_k \quad (5.2)$$

Bu formuladagi $V_a x_k - P(x_k - x_p)$ ifoda, uzunligi va yuklanishi jihatidan shu arka bilan bir xil bo'lgan oddiy balkaning eguvchi momenti, M_k^0 ni anglatadi. Buni e'tiborga olsak, (5.2) formula quyidagi sodda ko'rinishga keladi:

$$M_k = M_k^0 - H y_k. \quad (5.3)$$

Ko'ndalang va bo'ylama kuchlarni aniqlash uchun arkaning K kesimiga o'rinma (i) va shu o'rinmaga tik bo'lgan chiziq (v) o'tkazamiz (5.5- rasm, b). Ko'ndalang kuchlarni aniqlash uchun v o'qiga, bo'ylama kuchlarni aniqlash uchun i o'qiga nisbatan kuchlar proyeksiyalarining yig'indisini olamiz:

$$Q_t = V_a \cos \varphi - H_a \sin \varphi - P_y \cos \varphi - P_x \sin \varphi;$$

$$N_t = V_a \sin \varphi + H_a \cos \varphi - P_y \sin \varphi + P_x \cos \varphi. \quad (5.4)$$

By yerda φ — o'rinma bilan gorizontal chiziq orasidagi burchak. Agar arkaga qo'yilgan kuchlar tik bo'lsa, u holda (5.4) formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$Q_t = (V_a - P) \cos \varphi - H \sin \varphi;$$

$$N_t = (V_a - P) \sin \varphi + H \cos \varphi. \quad (5.5)$$

Bu yerda $|V_a - P|$ arkaga teng kuchli bo'lgan oddiy balkadagi ko'ndalang kuch Q_t^0 dir. Buni e'tiborga olsak, (5.5) ifoda quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\begin{aligned} Q_t &= Q_t^0 \cos \varphi - H \sin \varphi; \\ N_t &= Q_t^0 \sin \varphi + H \cos \varphi. \end{aligned} \quad (5.6)$$

(5.3) va (5.6) formulalardan foydalanib, arkaning bir qancha kesimlari uchun eguvchi moment, ko'ndalang va bo'ylama kuchlar aniqlanadi hamda M , Q va N epyuralar quriladi.

Arka momenti balka momentlaridan kichik bo'lishi (5.3) formuladan yaqqol ko'rinishga keladi.

5.4. Uch sharnirli arkaning maqbul o'qi

Agar arkaga vertikal yo'nalishda yoyiq kuch qo'yilgan bo'lsa, arkaning o'qini shunday olish mumkin, bunda arkaning barcha kesimlarida eguvchi moment nolga teng bo'ladi. Eguvchi

momentlari nolga teng bo'lgan arka o'qi maqbul (ratsional) o'q deb ataladi. Arkaning o'zi esa maqbuhl o'qli arka deb yuritiladi (5.6- rasm).

Arkaning maqbul o'qi tenglamasini tuzish uchun (5.3) formuladan foydalanamiz. Ushbu formuladagi arka momentini nolga tenglaymiz:

$$M_x^0 - H y = 0. \quad (a)$$

Shakldan

$$M_x^0 = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} = \frac{qx}{2}(l-x).$$

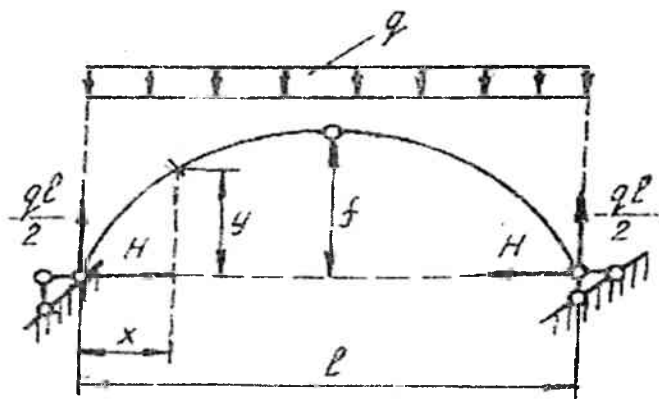
$$H = \frac{M_c^0}{f} = \frac{ql}{2}\left(l - \frac{l}{2}\right) \cdot \frac{1}{f} = \frac{ql^2}{8f}. \quad (b)$$

Ifoda (a) dan

$$y = M_x^0 / H \quad (d)$$

kelib chiqadi. (b) da aniqlangan qiymatlarni (d) ga qo'yamiz:

$$y = \frac{(qx/2)(l-x) \cdot 8f}{ql^2} = \frac{4f}{l^2} \cdot (l-x)x.$$



5.6-rasm.

Shu tenglama yordamida chizilgan parabola arkaning maqbul o'qi bo'ladi, maqbul o'qli arkada eguvchi moment nolga tengdir.

5.5. Uch sharnirli arkalarni qo'zg'aluvchi yuk ta'siriga hisoblash

Balka va fermalar hisobida ko'rib o'tganimizdek, inshootlarni qo'zg'aluvchi yuklar ta'siriga hisoblash uchun ta'sir chiziqlari deb ataluvchi grafik chizib olinadi. Ta'sir chiziqlari har bir tayanch reaksiyasi va har bir ichki kuch (M , Q , N) uchun alohida ravishda quriladi.

Tayanch reaksiyalarining ta'sir chiziqlari

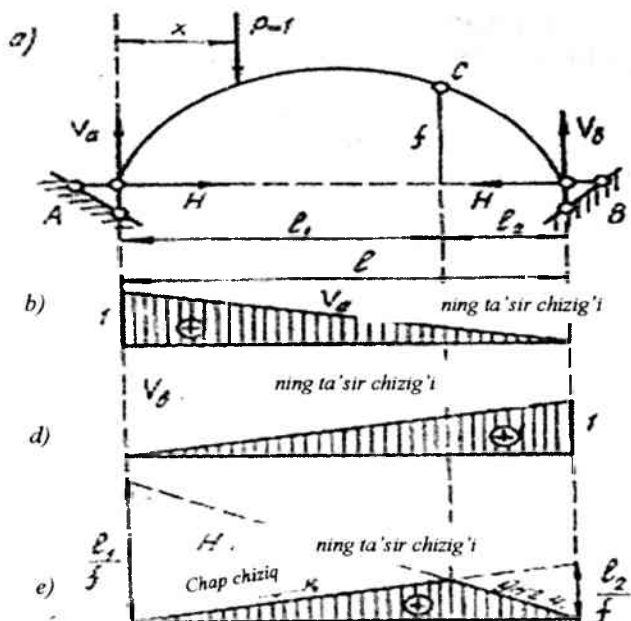
Chap va o'ng tayanch sharnirlariga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz (5.7-rasm, a):

$$\begin{aligned}\sum M_b &= V_a \cdot l - P(l-x) = 0; \\ \sum M_a &= -V_b l + P \cdot x = 0.\end{aligned}$$

Bu tenglamalardan V_a va V_b topiladi.

Tuzilgan ifodalar balka tayanch reaksiyalarining tenglamasidan farq qilmaydi. Demak, arka reaksiyalarining ta'sir chiziqlari ham balkaning ta'sir chiziqlaridan farq qilmasligi kerak (5.7- rasm, b,d).

Ma'himki, kerki kuchi $H = M_c^0 / f$ tenglamasi yordamida aniqlanadi. Bundan N ning ta'sir chizig'i balka momenti M_c^0 ning ta'sir chizig'idan $1/f$ marotaba kichik ekanligi ko'rinib turibdi. Shuning uchun N ning ta'sir chizig'ini qurishda A tayanchi ostiga l_1 ning o'rniga l_1/f ni o'lchab qo'yamiz. Bu miqdorni B tayanch ostidagi nol bilan tutashtirsak, o'ng to'g'ri chiziq kelib chiqadi. Chap to'g'ri chiziqni o'tkazish uchun C sharnirni o'ng to'g'ri chiziqqa proyeksiyalaymiz, topilgan nuqtani A tayanchi ostidagi nol bilan tutashtiramiz. Shtrixlangan yuza kerki kuchi — gorizontaal reaksiya N ning, ta'sir chizig'idir (5.7- rasm, e). Agar $l_1 = l_2 = l/2$ bo'lsa, S sharniri ostidagi ordinata $l/4f$ bo'ladi.



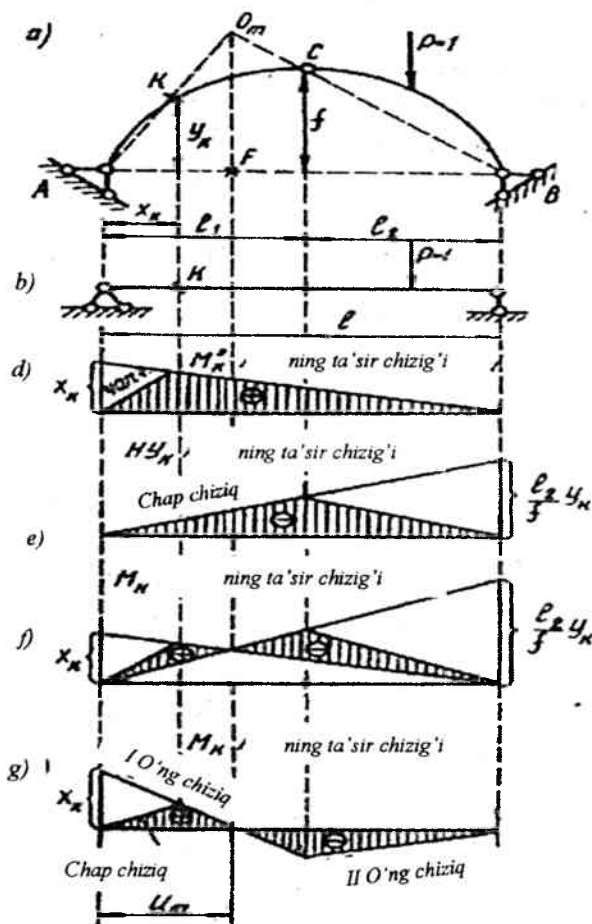
5.7-rasm.

Eguvchi moment M ning ta'sir chizig'i

Arkaning istalgan kesimidagi eguvchi moment $M_k = M_k^0 - H y_k$ formulasi yordamida aniqlanishini yuqorida ko'rib o'tdik. Arkaning ixtiyoriy K kesimidagi eguvchi moment M_k ning ta'sir chizig'ini qurishda ham shu formuladan foydalanamiz (5.8- rasm, a).

Formulaga qaraganda, arkaning ta'sir chizig'i oddiy balkaning (5.8- rasm, b) K kesimidagi eguvchi moment M_k^0 ning ta'sir chizig'i bilan y_k marta kattalashtirilgan kerki kuchi N ning ta'sir chiziqlari orasidagi farqqa teng bo'ladi. M_k^0 va $H y_k$ ning ta'sir chiziqlari 5.8- rasm, d, e da tasvirlangan. Har ikkala shaklni ustma-ust joylashtirish yo'li bilan izlanayotgan ta'sir chizig'ini hosil qilamiz (5.8- rasm, f). Hosil bo'lgan ta'sir chizig'ini to'g'ri o'qqa joylashtirsa ham bo'ladi (5.8- rasm, g).

5.8- rasm, f da tasvirlangan M_k ning ta'sir chizig'ida M_k ning o'ng chizig'i bilan H_{yx} ning chap chizig'i nol nuqtasida kesishadi. Ushbu nuqtaning holatini grafik usulda aniqlasa bo'ladi. Buning uchun BC va AK chiziqlarining kesishuv nuqtasi O ni aniqlaymiz (5.8- rasm, a). Ta'sir chizig'ining 0 nuqtasi ana shu nuqta ostida yotadi.



5.8-rasm.

M_k ning ta'sir chizig'ini bevosita nol nuqtasi orqali qursa ham bo'ladi. Buning uchun ixtiyoriy o'qqa X_k masofasi o'lchab qo'yiladi (5.8- rasm, g). O_m nuqtasini o'qqa proyeksiyalab, nol (O) nuqtasi aniqlanadi. X_k ning uchi 0 bilan birlashtiriladi va C sharnirining proyeksiyasi bilan uchrashguncha davom ettiriladi. O'tkazilgan chiziq I o'ng chiziq deb ataladi. II o'ng chiziq shaklda ko'rsatilgandek o'tkaziladi. Chap chiziq odatdagidek o'tkaziladi, ya'ni K kesimining proyeksiyasi bilan A tayanchi ostidagi nol nuqta birlashtiriladi. Shtrixlangan yuza M_k ming ta'sir chizig'i bo'ladi.

Nol nuqtasining abssissasi u_m AFO_m va BFO_m uchburchaklaridan topiladi:

$$FO_m = \frac{y_k}{x_k} u_m = \frac{f}{l_2} (l - u);$$

bundan $u_m = \frac{f l x_k}{y_k l_2 + f x_k}$ kelib chiqadi.

Ko'ndalang kuch Q_k ning ta'sir chizig'i

Uch sharnirli arkaning K kesimidagi ko'ndalang kuch Q_k ning ta'sir chizig'ini qurishda quyidagi formuladan foydalanamiz (5.9- rasm, a):

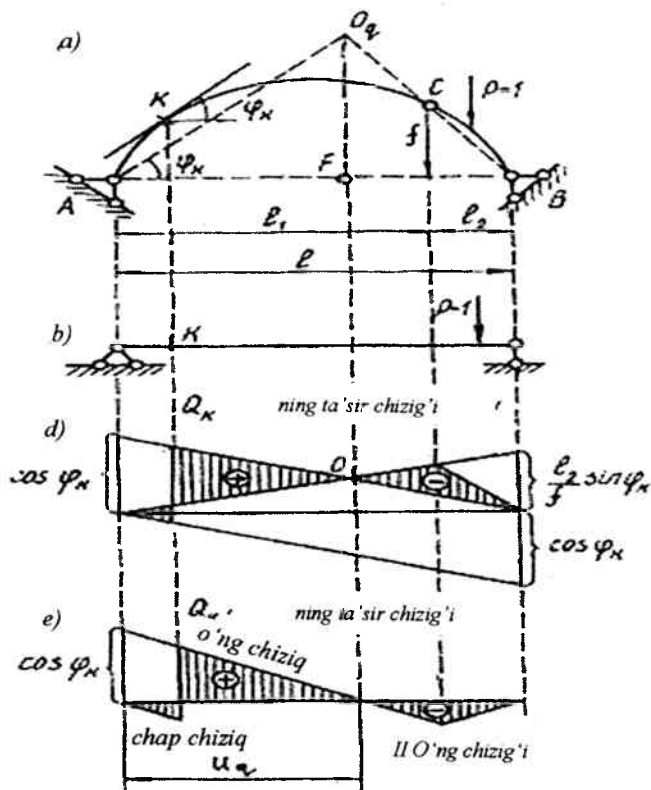
$$Q_k = Q_k^0 \cos \varphi_k - H \sin \varphi_k;$$

bu yerda Q_k^0 oddiy balkaning K kesimidagi ko'ndalang kuch (5.9- rasm, b); φ_k — K kesimiga o'tkazilgan urinma bilan gorizont o'q orasidagi burchak.

Arka bo'ylab birlik kuch harakat qilganda, Q_k^0 bilan N o'zgarib boradi, $\cos \varphi_k$ bilan $\sin \varphi_k$ esa o'zgarishsiz qoladi. Bunga ko'ra Q_k ning ta'sir chizig'i $Q_k^0 \cos \varphi_k$ bilan $H \sin \varphi_k$ ning ta'sir chiziqlari algebraik yig'indisi sifatida qursa bo'ladi. Ana shu yig'indi 5.9- rasm, d da tasvirlangan, ya'ni ikki xil ta'sir chizig'i ustma-ust joylashtirilgan. Miqdorlari teng, ishorasi qarama-qarshi bo'lgan

ordinatalar qisqarib ketgan, qolganlari shtrixlangan. Shtrixlangan yuza Q_k ning ta'sir chizig'idir.

Agar hosil bo'lgan shaklni gorizontal o'q ustiga joylashtirsak, Q_k ning ta'sir chizig'i 5.9- rasni, e da tasvirlangan ko'rinishni oladi.



5.9-rasm.

Mazkur ta'sir chizig'ini nol nuqtasi usulida, ya'ni grafik usulda qursa ham bo'ladi. Buning uchun avval nol nuqtaning holati aniqlab olinadi, izlanayotgan nuqta (O_q) ikki chiziqning kesishuv nuqtasi tariqasida topiladi. Ulardan biri VS chizig'i, ikkinchisi K kesimidan o'tgan urinmaga A sharniridan o'tkazilgan parallel chiziqdır (5.9-

rasm, a). Shu nuqtanng gorizonta o'qqa proyeksiyasi (0) nol nuqta hisoblanadi.

Ixtiyoriy gorizonta o'qqa $\cos\varphi_k$ masofani o'lchab qo'yamiz (5.9- rasm, e). Masofaning uchimi nol nuqta bilan tutashtiramiz va uni S sharniri proyeksiyasi bilan uchrashguncha davom ettiramiz. O'tkazilgan kesma I o'ng chiziq bo'ladi. II o'ng chiziq shaklda ko'rsatilgandek o'tkaziladi. Chap chiziq o'ng I chiziqqa parallel ravishda o'tkazilib, K kesimining proyeksiyasiga qadar davom etadi. Shtrixlangan yuza Q_k ning ta'sir chizig'i hisoblanadi.

Nol nuqtaning absissasi AFO_q va VFO_q uchburchaklari orqali $U_q = \frac{f l}{f + l_1 \operatorname{tg} \varphi_k}$ formuladan topiladi.

Bo'ylama kuch N ning ta'sir chizig'i

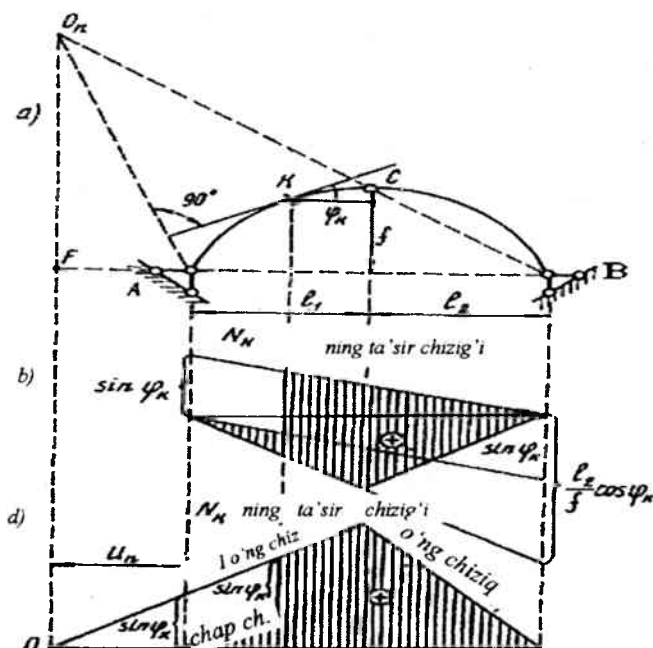
Uch sharnirli arkaming K kesimidagi bo'ylama kuch N_k ning ta'sir chizig'ini qurishda $N_k = Q_k \sin\varphi_k + H \cos\varphi_k$ formulasidan foydalanamiz (5.10 - rasm, a).

Formulaga qaraganda N_k ning ta'sir chizig'ini $Q_k \sin\varphi_k$ bilan $H \cos\varphi_k$ ta'sir chiziqlarining yig'indisi sifatida qursa bo'ladi. Bu ishni amalga oshirish uchun avval $Q_k \sin\varphi_k$ ning ta'sir chizig'ini quramiz. So'ngra buning ustiga $H \cos\varphi_k$ ning ta'sir chizig'ini teskari ravishda joylaymiz (5.10- rasm, b). Shtrixlangan yuza N_k ning ta'sir chizig'i bo'ladi.

Ilgari ko'rib o'tganimizdek, N_k ning ta'sir chizig'ini ham nol nuqtasi usulida qurish mumkin. Buning uchun avval O_n nuqtasi topib olinadi (5.10- rasm, a). Bu nuqta ham ikkita chiziqning kesishuv nuqtasida yotadi: chiziqlardan biri VS kesmasi, ikkinchisi esa K kesimidan o'tkazilgan urinmaga tik bo'lgan AO_n chizig'idir. Topilgan O_n nuqtasini gorizonta o'qqa proyeksiyalab, nol (0) nuqtasini aniqlaymiz (5.10- rasni, d). A tayanch ostiga $\sin\varphi_k$ kesmasini o'lchab qo'yamiz. Kesmaning yuqori uchimi nol nuqta bilan birlashtirib, C sharnirining proyeksiyasigacha davom ettiramiz. Bu I o'ng chiziq bo'ladi. Chap to'g'ri chiziq I o'ng chiziqqa parallel ravishda o'tkaziladi. Shtrixlangan yuza N_k ning ta'sir chizig'idir.

Nol nuqtasining absissasi AFO_n va BFO_n uchburchaklari orqali quyidagi formuladan topiladi:

$$u_n = \frac{fl}{l_1 \operatorname{ctg} \varphi_k - f}.$$



5.10-rasm.

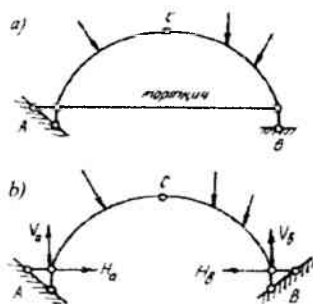
5.6. Uch sharnirli tortqichli arka va ramalarni hisoblash

Yadro momentlari

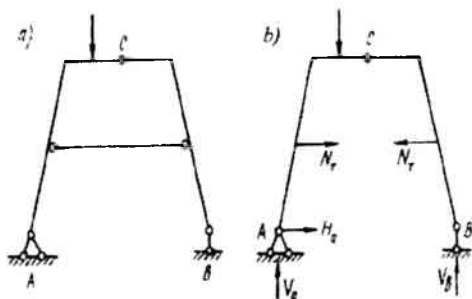
Uch sharnirli tortqichli arka va ramalarning hisobi tortqichsiz sistemalar hisobidan biroz farq qiladi. Bu tafovutni 5.11-rasm, a da tasvirlangan arka misolida ko'rib o'tamiz.

Arkaning B tayanchi sharnirli qo'zg'aluvchidir. O'rtadagi C sharnirning mavjudligini inobatga olsak, bu sistemaga tortqichning

zaruriyligi o'z-o'zidan ayon bo'ladi. Chunki bu **sistemaning** geometrik o'zgarmasligini aynan shu tortqich ta'minlaydi. Boshqacha qilib aytganda, V tayanchi gorizontaal yo'nalishda tortqich tufayli qo'zg'almasdir. Demak, tortqichni V tayanchining gorizontaal sterjeni sifatida talqin etsa ham bo'ladi. Bu esa hisob jarayonida tortqichsiz arka (5.11- rasm, *b*) uchun berilgan formulalardan bimalol foydalanish imkonini beradi. Tortqichdagi zo'riqish gorizontaal tayanch reaksiyasi H_b ga teng bo'lganligi sababli tortqichli arka ko'ndalang kesimlaridagi zo'riqishlar tortqichsiz arka ko'ndalang kesimlaridagi zo'riqishlarga teng bo'ladi. Shuningdek, tortqichli va tortqichsiz arkalarining ta'sir chiziqlarida ham hech qanday tafovut bo'lmaydi.



5.11-rasm.



5.12-rasm.

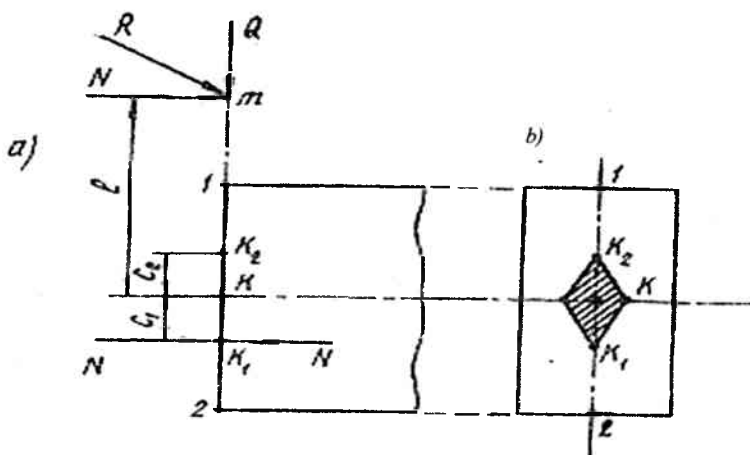
Ba'zan uch sharnirli arka va ramalarda tortqich tayanchdan yuqoriroqqa o'rnatiladi (5.12- rasm, *a*). Tortqichni tashlab yuborib, o'rniqa qarama-qarshi yo'nalgan kuchlar N_T qo'yamiz (5.12- rasm, *b*). Kuchlarning qiymati tortqichdagi zo'riqishga teng bo'ladi. Bu yerda asosiy masala ana shu zo'riqishni aniqlashdan iboratdir. Ramaning tayanch reaksiyalari statikaning muvozanat tenglamalaridan topiladi.

N_T ning qiymati S sharniriga nisbatan chap yoki o'ng tomonda joylashgan kuchlarning momentlari yig'indisini ifodalovchi tenglamalar $\sum_{\text{chap}} M_c = 0$ yoki $\sum_{\text{o'ng}} M_c = 0$ dan topiladi.

N_T aniqlangach, arka yoki ramaning istalgan kesimidagi ichki kuchlar tortqichsiz sistema uchun berilgan formulalardan foydalanib topiladi.

Yadro momentlari va normal kuchlanishlar. Materiallar qarshiligi fanidan ma'lumki, nomarkaziy siqilishda kesimning chetki nuqtalarida hosil bo'ladigan eng katta va eng kichik normal kuchlanishlar quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M}{W}.$$



5.13-rasm.

Bu yerda F — elementning ko'ndalang kesim yuzasi; W — ko'ndalang kesimning qarshilik momenti; N va M — kesimga ta'sir etuvchi bo'ylama kuch va eguvchi moment.

Arka kesimining chetki nuqtalaridagi noma'lum kuchlanishlarni aniqlashda yadro momentlaridan foydalansak, masala ancha osonlashadi.

Arka kesimining eng chetki nuqtalari 1 va 2 da hosil bo'ladigan normal kuchlanishlarni aniqlaylik (5.13- rasm, a). Arkaning chap qismini o'ng qismiga bo'lgan ta'sirini m nuqtaga qo'yilgan teng

ta'sir etuvchi R orqali belgilaylik. Teng ta'sir etuvchi kuch R ni bo'ylama N va ko'ndalang Q tashkil etuvchilarga ajratamiz.

1- nuqtadagi normal kuchlanishni kesim yadrosi orqali aniqlaymiz (5.13- rasm, b). Ma'lumki, bo'ylama siquvchi kuch — yadroning hoshiyasiga qo'yilsa, kesim qirg'oqlarida normal kuchlanish nolga teng bo'ladi. Binobarin, bo'ylama kuch kesim yadrosining K_1 nuqtasiga qo'yilsa, 1- nuqtadagi normal kuchlanish nol bo'ladi.

Kesim yadrosining K_1 nuqtasiga o'zaro teng, ammo qarama-qarshi yo'nalgan N kuchini qo'yamiz. Bu kuchlardan biri m nuqtasiga qo'yilgan N kuchi bilan juft kuch, ya'ni moment hosil qiladi:

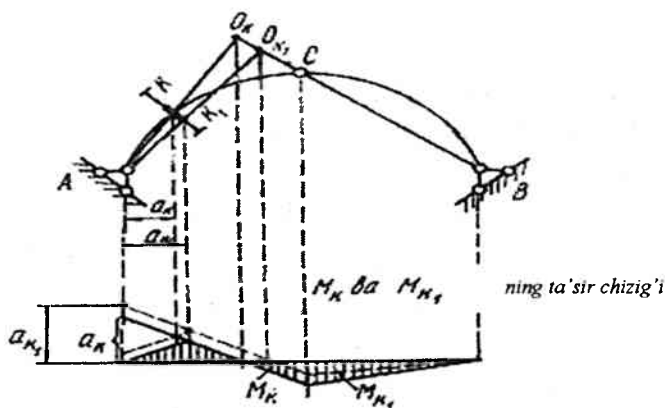
$$M_{k1} = N(l + C_1)$$

ikkinchisi esa 1-nuqtada nolga teng bo'lgan kuchlanish hosil qiladi. Natijada 1- nuqtadagi kuchlanish: σ faqat eguvchi moment M_{k1} orqali ifodalanadi: $\sigma_1 = \frac{M_{k1}}{W}$; bu yerdagi M_{k1} — *yadro momyenti* deb ataladi.

2-nuqtadagi kuchlanishni ham yadro momenti orqali topsa bo'ladi:

$$\sigma_2 = \frac{M_{k2}}{W} \quad \text{bu yerda} \quad M_{k2} = N(l + C_2).$$

5.14- rasmda K kesimidagi eguvchi momenti M_k va yadro momenti M_{k1} ning ta'sir chiziqlari berilgan. Har ikkala ta'sir chizig'i nol nuqtasi usulida qurilgan. Grafikni yasash tartibi har ikkala moment uchun bir xil. Asosiy farq O_{k1} nuqtasini aniqlashda namoyon bo'ladi. Agar O_k nuqtasini topishda AK nuqtalari birlashtirilsa, O_{k1} nuqtasini topishda AK_1 nuqtalari tutashtiriladi. Shuning evaziga nol nuqtalar orasida ozgina farq bo'ladi. Bu farq o'z navbatida ta'sir chiziqlari ordinatalari orasidagi tafovutga olib keladi.



5.14-rasm.

5.7. Uch sharnirli arkasimon fermalarni hisoblash

Arkasimon fermalar tuzilish jihatidan fermalarni, ishlash jarayoni jihatidan arkalarni eslatadi. Shuning uchun ham ularni hisoblashda ba'zan arkaga, ba'zan fermaga xos bo'lgan qoidalaridan foydalaniladi. Muhimi shundaki, uch sharnirli arkasimon fermalar kerkili (rasporli) sistemalarga kiradi, ya'ni bularda ham vertikal kuchlar ta'sirida gorizontall reaksiya kuchlari paydo bo'ladi (5.15-rasm, a). Kerki kuchlarini sharnirli qo'zg'almas tayanchlar qabul qiladi. Arkasimon fermaning ikki diski qulf sharniri S vositasida birlashtiriladi. Rasmdan ko'rinib turibdiki, disklar yaxlit emas panjarodori qilib ferma shaklida ishlangan.

5.15- rasm, a da berilgan uch sharnirli arkasimon fermaning hisobi bilan tanishib chiqamiz.

Berilgan sistemaning vertikal va gorizontall reaksiyalari yaxlit arkaning reaksiyalari kabi aniqlanadi. Masalan, chap tayanchdan x masofada birlik kuch $R=1$ qo'yilgan bo'lsa, V_a va V_b reaksiyalari quyidagicha topiladi:

$$V_a = \frac{l-x}{l}, \quad V_b = \frac{x}{l}.$$

Kerki kuchi N quyidagi tenglamadan aniqlanadi:

$$H = \frac{M_c^0}{f};$$

bu yerda, M_c^0 — arkaga teng uzunlikka ega bo'lgan oddiy balkaning S kesimidagi moment.

V_a , V_b va H ning ta'sir chiziqlari 5.15- rasm, b , d , e da tasvirlangan.

Uch sharnirli arkasimon fermaning 1 — 2 sterjenidagi zo'riqishning ta'sir chizig'ini quramiz (5.15- rasm, a). Fermani 1 — 1 kesimi bo'ylab qirqamiz. Zo'riqishi izlanayotgan sterjen (1 — 2) uchun K nuqta moment nuqtasi hisoblanadi. $N_{1,2}$ ni aniqlash uchun K nuqtaga nisbatan chap tomonda yotgan kuchlardan momentlar yig'indisini yozamiz (bunda birlik kuch kesimdan o'ngda deb faraz etamiz):

$$\sum M_k = V_a a_k - H y_k - N_{12} h = 0;$$

bu yerdan

$$N_{12} = \frac{V_a a_k - H y_k}{h}.$$

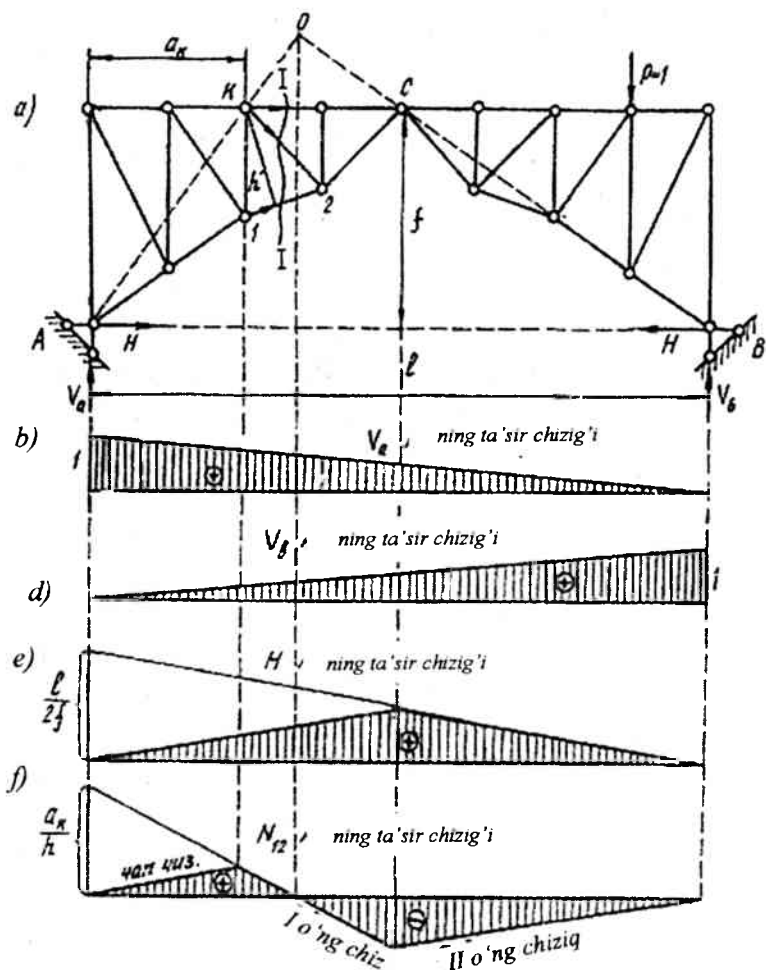
Agar moment nuqtasi K ni arkaning K kesimi deb faraz etsak hamda a_k va y_k larni shu kesimning koordinatalari deb olsak, kasrning surati arkaviy moment M_k^{ar} bo'ladi. U holda zo'riqish

$$N_{12} = \frac{M_k^{\text{ar}}}{h}$$

ifodasi bilan aniqlanadi.

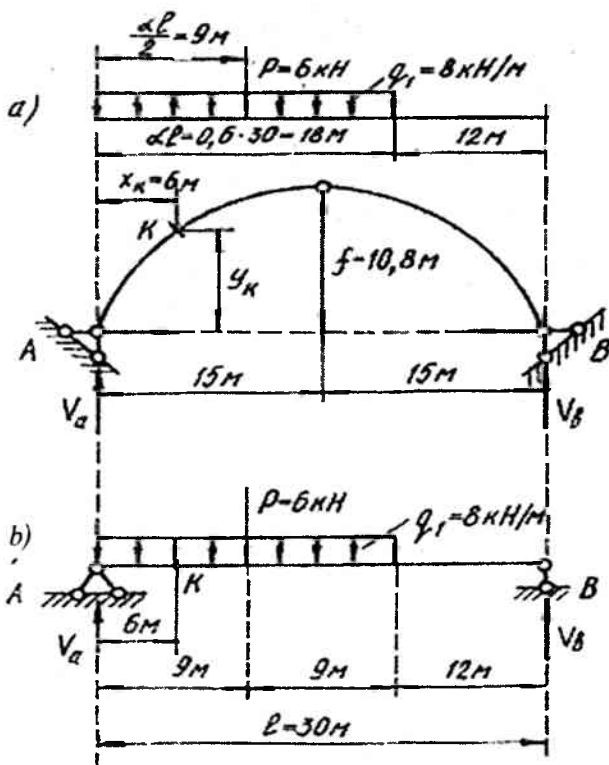
Demak, ferma sterjenidagi zo'riqish N_{12} ning ta'sir chizig'ini arkaviy moment M_k^{ar} orqali qursa bo'ladi. Buning uchun arka momenti ta'sir chiziqlarini h ga qisqartirilsa kifoya.

Arkaning K kesimi uchun momentning ta'sir chizig'ini qurishda A tayanchi ostiga a_k masofani o'lchab qo'yilar edi. Bu safar shu masofam h marotaba kichraytirib qo'yamiz (5.15- rasm, d). Qolgan ishlar uch sharnirli arkadagi ishlar bilan aynan bir xildir.



5.15-rasm.

Misol. Uch sharmirli arkaning K kesimidagi eguvchi moment, ko'ndalang va bo'ylama kuchlar analitik usulda hisoblansin. Ayni shu miqdorlar ta'sir chiziqlari orqali ham aniqlansin. Arka o'qi parabola bo'lib, kuch va o'lchamlar shaklda berilgan (5.16- rasm, a).



5.16-rasm.

Yechish. Hisobni tayanch reaksiyalarini aniqlashdan boshlaymiz:

$$\sum M_A = -V_B \cdot 30 + q_1 \cdot 18 \cdot 9 + P \cdot 9 = 0;$$

bundan $V_B = 45 \text{ kN};$

$$\sum M_B = V_A \cdot 30 - P \cdot 21 - q_1 \cdot 18 \cdot 21 = 0;$$

bundan $V_A = 105 \text{ kN};$

$$\sum M_c^{\text{chap}} = V_A \cdot 15 - P \cdot 6 - q_1 \cdot 15 \cdot 7.5 - H_A f = 0$$

bundan $H_A = 59,167 \text{ kN}.$

Kuchlar vertikal bo'lganligi uchun $H_A = H_B = H = 59,167 \text{ kN}.$

Tekshirish. $\sum Y = V_A - P - q_1 \cdot 18 + V_B = 105 - 6 - 8 \cdot 18 + 45 = 0.$

Analitik usulda K kesimidagi ichki kuchlar (M_k, Q_k, N_k) ni aniqlaymiz. Eguvchi moment quyidagi formuladan (5.3) topiladi:

$$M_k = M_k^0 - Hy_k.$$

Arkaning o'qi parabola bo'lganligi uchun y_k ordinatasi quyidagi tenglamadan topiladi:

$$y_k = \frac{4f}{l^2} x_k (l - x_k) = \frac{4 \cdot 10,8}{30^2} \cdot 6(30 - 6) = 6,912 m.$$

Oddiy balkaning (5.16- rasm, b) K kesimidagi moment

$$M_k^0 = V_A \cdot 6 - q_1 \cdot 6 \cdot 3 = 105 \cdot 6 - 8 \cdot 6 \cdot 3 = 486 kNm.$$

Uch sharnirli arkaning K kesimidagi moment

$$M_k = 486 - 59,167 \cdot 6,912 = 77,04 kNm$$

Ko'ndalang kuchni aniqlash formulasi (5.6):

$$Q_k = Q_k^0 \cos \varphi_k - H \sin \varphi_k.$$

Arka o'qining tenglamasidan foydalanib, φ_k burchakni aniqlaymiz (5.16- rasm, a):

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{dy_k}{dx_k} = \frac{4f}{l^2} (l - 2x_k) = \frac{4 \cdot 10,8}{30^2} (30 - 2 \cdot 6) = 0,864,$$

bundan $\varphi_k = 40^\circ 50'; \sin \varphi_k = 0,6538; \cos \varphi_k = 0,7566.$

Oddiy balkaning (5.16- rasm, b) K kesimidagi ko'ndalang kuch

$$Q_k^0 = V_A - q_1 \cdot 6 = 105 - 8 \cdot 6 = 57 kN$$

Arkaning K kesimidagi ko'ndalang kuch:

$$Q_k = 57 \cdot 0,7566 - 59,167 \cdot 0,6538 = 4,443 kN.$$

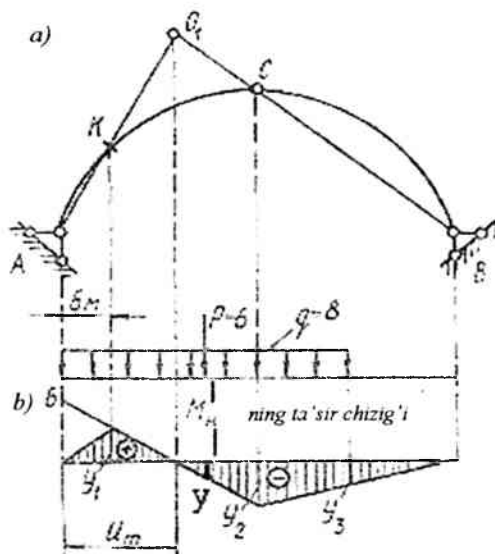
Arkaning K kesimidagi bo'ylama kuchni aniqlaymiz (5.6):

$$N_k = Q_k^0 \sin \varphi_k + H \cdot \cos \varphi_k = 57 \cdot 0,6538 + 59,167 \cdot 0,7566 = 82,033 kH.$$

Shunday qilib, uch sharnirli arkaning K kesimidagi ichki kuchlarni analitik usulda aniqladik. Endi shu miqdorlarni ta'sir chiziqlari yordamida aniqlaymiz.

M_k ning ta'sir chiziqlarini qurish

Ta'sir chizig'ini nol nuqtasi usulida quramiz. Buning uchun A tayanch bilan K kesim to'g'ri chiziq yordamida tutashtiriladi. B tayanch S sharnir bilan tutashtiriladi. Ikki to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi (O_1) eguvchi momentning nol nuqtasi bo'ladi, chunki $P=I$ kuch shu nuqtada bo'lganda K kesimdagi eguvchi moment nolga teng bo'ladi (5.17- rasm, a).



5.17-rasm.

Koordinata o'qining A tayanch ostidagi nuqtasidan K kesimigacha bo'lgan masofa (6m) ni o'qdan yuqoriga masshtab bo'yicha o'lchab qo'yamiz. Bu masofani koordinata o'qidagi O_1 nuqtaning proyeksiyasi bilan tutashtirib, S sharnir proyeksiyasigacha davom ettiramiz. Bu to'g'ri chiziqqa K kesimining proyeksiyasini tushiramiz va uni A tayanch ostidagi koordinata o'qining nol nuqtasi bilan tutashtiramiz. S sharnir ostidagi ordinatani B tayanch ostidagi koordinata o'qining nol nuqtasi bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan grafik M_k ning ta'sir chizig'i deb ataladi (5.17- rasm, b). A tayanchdan O_1 nuqttagacha bo'lgan masofani u_M bilan belgilab, uni quyidagi formula yordamida aniqlaymiz:

$$u_M = \frac{2fl}{1 \cdot \frac{y_k}{x_k} + 2f} = \frac{2 \cdot 10,8 \cdot 30}{30 \cdot \frac{6 \cdot 912}{6} + 2 \cdot 10,8} = \frac{648}{56,16} = 11,538 \text{ m}$$

Ta'sir chiziqlari yordamida zo'riqlishlarning qiymati quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$M = \sum P_i \cdot y_i + \sum q_i \cdot \omega_i.$$

Bizning misol uchun formula quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$M_k = q(\omega - \omega_1 - \omega_2) - P \cdot y.$$

Bu yerda P, q — arkaga qo'yilgan qo'zg'almas yuklar;

y — ta'sir chizig'ida R kuchi ostidagi ordinata;

ω — shu ta'sir chizig'ida yoyilgan kuch ostidagi qismning yuzasi.

Tashqi kuchlar ostidagi ordinatalar, uchburchaklarning o'xshashligidan foydalanib aniqlanadi. Masalan,

$$\frac{6}{11,538} = \frac{y_1}{5,538}; \frac{6}{11,538} = \frac{y}{2,538}; \frac{6}{11,538} = \frac{y_2}{3,462}; \frac{y_2}{15} = \frac{y_3}{12};$$

Yuzalar:

$$\omega = \frac{y_1 \cdot 11,538}{2} = 16,615; \quad \omega_1 = \frac{y_1 \cdot 3,462}{2} = 3,116;$$

$$\omega_2 = \frac{y_2 + y_3}{2} \cdot 3 = 4,860.$$

Shunday qilib, K kesimdagi eguvchi moment:

$$M_k = 8(16,615 - 3,116 - 4,860) - 6 \cdot 1,320 = 69,12 - 7,92 = 77,04 \text{ kNm}$$

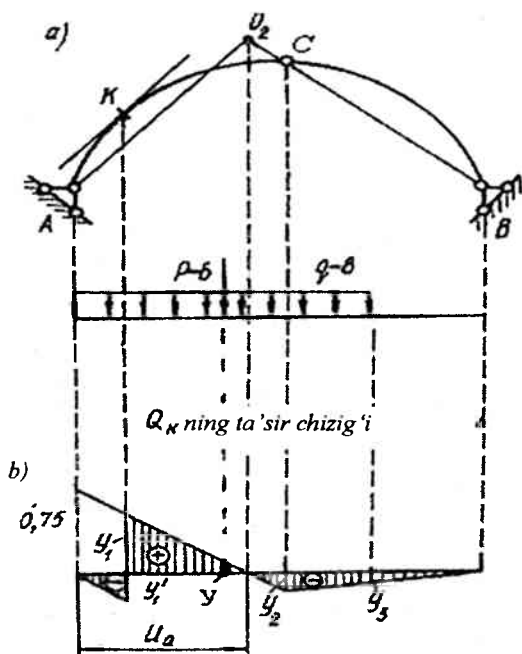
(Avvalgisi bilan taqqoslang).

Q_1 ning ta'sir chizig'ini qurish (5.18- rasm, a)

Ko'ndalang kuch uchun nol nuqtasi holatini aniqlaymiz. Buning uchun K kesimga urinma o'tkazamiz. Bu urinmaga parallel qilib A tayanchdan to'g'ri chiziq o'tkazamiz va bu to'g'ri chiziqni V tayanch bilan S sharnirni tutashtiruvchi chiziqqacha davom ettiramiz. Kesishish nuqtasi O_2 ko'ndalang kuchning nol nuqtasi bo'ladi, chunki $R=1$ birlik kuch shu nuqtada turganda K kesimdagi ko'ndalang kuch nolga aylanadi.

Ko'ndalang kuch ta'sir chizig'ini qurish uchun ixtiyoriy masofada koordinata o'qi olinadi va bu o'qqa A , V tayanchlari, S sharniri va O_2 nuqtasining proyeksiyalari tushiriladi. A tayanchi ostiga $\cos \varphi_1 = 0,7566$ ni masshtab bo'yicha o'lchab qo'yamiz. Bu masofani nol nuqta bilan to'g'ri chiziq yordamida tutashtiramiz. Koordinata o'qining A tayanchi ostida bu to'g'ri chiziqqacha parallel to'g'ri chiziq o'tkazamiz va uni K kesimgacha davom ettiramiz. So'ngra bu ikki parallel to'g'ri chiziqqacha K kesimining proyeksiyasi tushiriladi. S sharnir ostidagi ordmata V tayanchining nol ordinatasi bilan tutashtiriladi. Keyin shaklda ko'rsatilgandek shtrixlanadi, hosil bo'lgan grafik Q_1 ning ta'sir chizig'i bo'ladi (5.18- rasm, b). Ko'ndalang kuchning nol nuqtasigacha bo'lgan masofa u_{Q_1} quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$u_{Q_1} = \frac{2fl}{2f + l \cdot \lg \varphi_1} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 30}{2 \cdot 10,8 + 30 \cdot 0,864} = \frac{648}{47,52} = 13,636 \text{ m}.$$



5.18-rasm.

Ko'ndalang kuchning qiymatini quyidagi formula yordamida aniqlaymiz:

$$Q_k = +q(\omega - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) + P \cdot y.$$

Zarur ordinatalarni uchburchaklarning o'xshashligidan foydalanib topamiz:

$$\frac{0,7566}{13,636} = \frac{y_1}{7,636}; \quad y_1 = 0,424; \quad y'_1 = 0,7566 - y_1 = 0,3326;$$

$$\frac{0,7566}{13,636} = \frac{y}{4,636}; \quad y = 0,257; \quad \frac{0,7566}{13,636} = \frac{y_2}{1,364}; \quad y_2 = 0,076;$$

$$\frac{y_2}{15} = \frac{y_3}{12}; \quad y_3 = 0,8 \cdot y_2 = 0,061$$

Yuzalar:

$$\omega = \frac{y_1 \cdot 7,636}{2} = 1,619; \quad \omega_1 = \frac{y_1 \cdot 6}{2} = 0,938;$$

$$\omega_2 = \frac{y_2 \cdot 1,364}{2} = 0,052; \quad \omega_3 = \frac{y_2 + y_3}{2} \cdot 3 = 0,206$$

Ko'ndalang kuch qiymati

$$Q_k = 8 (1,619 - 0,998 - 0,052 - 0,206) + 6 \cdot 0,257 = 4,446 \text{ kH}.$$

N_k ning ta'sir chizig'ini qurish (5.19- rasm, a).

Bo'ylama kuchning nol nuqtasini aniqlash uchun A tayanchidan K kesimiga o'tkazilgan urinmaga tik chiziq o'tkazamiz va uni V tayanchi bilan S sharnirni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq bilan kesishguncha davom ettiramiz. Kesishuv nuqtasi bo'ylama kuchning nol nuqtasi (O_3) bo'ladi.

Ixtiyoriy masofada koordinata o'qi olinib, unga A , V tayanchlari, S sharniri va O_3 nuqtasining proyeksiyalari (a , b , c va d) tushiriladi. « a » nuqtadan $\sin \varphi_k = 0,6538$ masofa (aa_1) o'lchanadi va bu masofa « d » nuqtasi bilan tutashtiriladi. « a_1d » chizig'ini « c_1 » nuqtasigacha davom ettirib, bu ordinatani « b » nuqtasi bilan birlashtiriladi. « a » nuqtasidan « dc_1 » chizig'iga parallel chiziq o'tqazib, « ak » to'g'ri chizig'ini hosil qilamiz. K kesim ostida bo'ylama kuch $\sin \varphi_k = 0,6538$ ga teng miqdorda sakraydi. Shtrixlangan shakl N_k ning ta'sir chizig'i bo'ladi (5.19- rasm, b).

Bo'ylama kuchning nol nuqtasigacha bo'lgan masofa

$$u_n = \frac{l}{\frac{1}{2f} \cdot \operatorname{ctg} \varphi_k - 1} = \frac{30}{\frac{30}{2 \cdot 10,8} \cdot \frac{0,7566}{0,6538} - 1} = \frac{30}{0,6072} = 49,407 \text{ m}$$

ga teng bo'ladi.

Ta'sir chizig'i yordamida bo'ylama kuchning qiymatini aniqlaymiz.

$$N_k = q_1(\omega + \omega_1 + \omega_2) + P \cdot y$$

Kerakli ordinatalarni aniqlaymiz. Uchburchaklar o'xshashligidan:

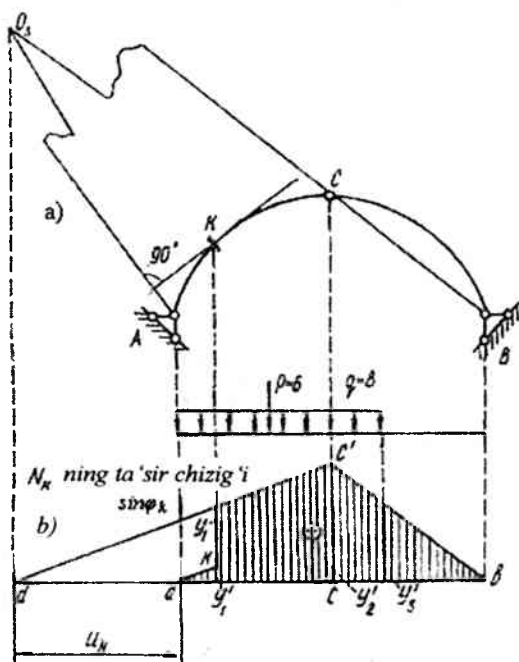
$$\frac{0,6538}{49,407} = \frac{y_2}{64,407}; \frac{0,6538}{49,407} = \frac{y_1}{55,407}; \frac{0,6538}{49,407} = \frac{y}{58,407};$$

$$y_2 = 0,852; y_1 = 0,733; y = 0,773;$$

$$y'_1 = y_1 - 0,6538 = 0,0792; y_3 = 0,8 \cdot y_2 = 0,682.$$

Yuzalar:

$$\omega = \frac{y_1 \cdot 6}{2} = 0,238; \omega_1 = \frac{y_1 + y_2}{2} \cdot 9 = 7,133; \omega_2 = \frac{y_2 + y_3}{2} \cdot 3 = 2,301.$$



5.19-rasm.

Bo'ylama kuchning qiymati

$$N_k = 8 (0,238 - 7,133 - 2,301) + 6 \cdot 0,773 = 77,376 - 4,638 = 82,104 \text{ kN}.$$

Shunday qilib, ta'sir chiziqlari yordamida ichki kuchlarning quyidagi qiymatlarini aniqladik:

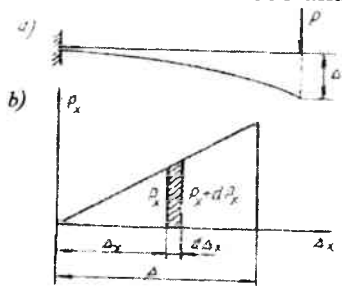
$$M_k = 77,740 \text{ kNm}; Q_k = 4,446 \text{ kN}; N_k = 82,014 \text{ kN}.$$

Ichki kuchlarning bu qiymatlari analitik usulda aniqlangan qiymatlar bilan bir xildir.

VI BOB. KO'CHISHLAR NAZARIYASI

6.1. Ko'chishlar va ishlar haqida tushuncha

Statik noaniq sistemalarni hisoblashda muvozanat tenglamalaridan tashqari ko'chishlar tenglamalarini tuzishga va yechishga to'g'ri keladi. Bunday tenglamalarni tuzish uchun avvalo inshootlarning deformatsiyalarini aniqlashni bilish zarur. Ko'chishlarni aniqlash masalasi faqat statik noaniq sistemalgagina taalluqli bo'lib qolmay, balki statik aniq sistemalarga ham aloqadordir. Statik aniq sistemalardan tashkil topgan qurilish konstruksiyalarining deformatsiyasi me'yordan ortib ketmasligi zarur. Bu masala ham ko'chishlar orqali hal etiladi. Shunday qilib, ko'chishlarni aniqlash masalasi qurilish mexanikasining muhim masalalaridan biri hisoblanadi.



6.1-rasm.

Ko'chishlarni aniqlashda kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasi amal qiladi. Bu qoidaga ko'ra bir necha kuchlarning bir yo'la qo'yilgandagi natijasi har bir kuchni alohida qo'yilgandagi natijalar yig'indisiga teng bo'ladi.

Tashqi kuchlar ishi. Ko'chishlarni aniqlashning umumiy usuli tashqi kuchlar ishi nazariyasiga asoslanadi, ya'ni ishlar orqali ko'chishlarni aniqlasa bo'ladi.

Biror nuqtaning *ko'chishi* deganda, inshootning deformatsiyasi jarayonida uning (nuqtaning) koordmatalarining o'zgarishi tushuniladi. Ko'chishlarni biz Guk qonuni chegarasida aniqlaymiz, ya'ni ko'chishi aniqlanayotgan kesimning kuchlanishlari proportionallik chegarasida yotadi, deb faraz etamiz.

Elastik sistemaga asta-sekin (statik ravishda) qo'yilgan tashqi kuch R ning bajargan ishini aniqlaymiz (6.1- rasm, *a*). Deformatsiyaning kichik miqdorlarida elastik sistemaga kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasini qo'llash mumkin, binobarin, alohida nuqtalarning ko'chishlari ularni vujudga keltiruvchi kuchlarga to'g'ri proporsional bo'ladi. Guk qonuniga ko'ra bu bog'lanish quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta = \alpha P.$$

Bu yerda, Δ — ta'sir etuvchi kuch R yo'nalishidagi ko'chish;
 α — proporsionallik koeffitsiyenti bo'lib, inshootning materiali, sxemasi va o'lchamlariga bog'liq miqdordir.
 R kuchining oraliq qiymatini P_x , unga mos bo'lgan ko'chishni Δ_x deb belgilaymiz, (6.1- rasm, *b*).

R kuchini cheksiz kichik miqdor dP_x ga orttiramiz. Natijada ko'chish ham $d\Delta_x$ masofaga ortadi. Bunda tashqi kuch quyidagi elementar ishini bajaradi:

$$dA = (P_x + dP_x) d\Delta_x = P_x d\Delta_x.$$

Tashqi kuch bajargan to'liq ish bu ifodani integrallash yo'li bilan aniqlanadi.

$$A = \int_0^P P_x d\Delta_x.$$

Guk qonuniga binoan $d\Delta_x = \alpha dP_x$ ekanligni hisobga olsak,

$$A = \int_0^P \alpha P_x dP_x = \frac{\alpha P^2}{2} = \frac{1}{2} P \Delta$$

kelib chiqadi.

Demak, tashqi kuchlar (R) bajargan haqiqiy ish kuch bilan shu kuch vujudga keltirgan ko'chishning ko'paytmasini yarmiga teng ekan. Bu *Klaapeyron teoremasi* deb ataladi. Agar inshootga bir

necha kuchlar $P_1, P_2 \dots P$ qo'yilgan bo'lsa, tashqi kuchlar bajargan to'liq ish quyidagicha bo'ladi:

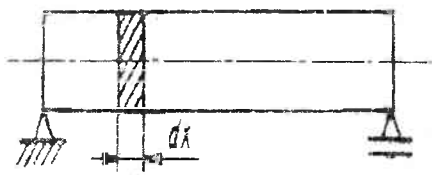
$$A = \frac{1}{2} \sum P_i \Delta_i.$$

Tashqi kuchlarning bu ishi inshootda potentsial energiya tarzida to'planadi.

Garchi Klapeyron teoremasi birgama kuch misolida berilgan bo'lsa-da, aslida uning qo'llanish chegarasi juda keng. Tashqi kuch deganda birgina yig'iq kuch emas, balki turli kuchlar sistemasi tushuniladi. Ko'chishlar ham faqat chiziqli emas, balki burchakli bo'lishi ham mumkin. Xulosa qilib aytganda, kuch deganda elastik sistemaga ta'sir etuvchi har qanday kuchlar majmuasi tushuniladi va «*umumlashgan kuch*» deb ataladi. Bu kuch ta'sirida vujudga kelgan ko'chish «*umumlashgan ko'chish*» deb yuritiladi.

Ichki kuchlar ishi. Ko'chishlarning vujudga kelishida tashqi kuchlar bajargan ishni ichki kuchlar orqali ifoda etsa ham bo'ladi. Ichki kuchlar deganda konstruksiya elementlarida vujudga keladigan eguvchi moment M , ko'ndalang kuch Q va bo'ylama kuch N tushuniladi.

Balkadan (6.2- rasm) cheksiz kichik dx elementini ajratib olamiz (6.3- rasm). Ajratilgan elementga M , Q va N kuchlari ta'sir etadi. Bu kuchlar butun sterjenga nisbatan ichki kuch, ajratilgan elemenga nisbatan esa tashqi kuch deb qaraladi. Bularning har birini dx elementiga bo'lgan ta'sirini alohida ravishda ko'rib o'tamiz.



6.2-rasm.

Eng avval ajratilgan elementga bo'ylama kuch N ning ta'siri bilan tanishamiz (6.4- rasm). Elementning chap tomondagi kesimi qo'zg'almas deb faraz etsak, bo'ylama kuch ta'sirida elementning o'ng tomondagi kesimi

$$\Delta x = N dx EF$$

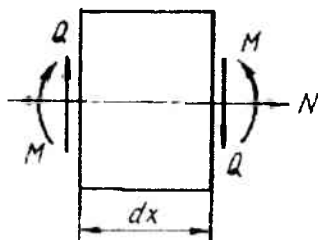
masofaga ko'chadi. Ushbu ko'chishni vujudga kelishida bo'ylama kuch quyidagi ishni bajaradi:

$$dA_N = \frac{1}{2} N \Delta x = N \frac{N dx}{2EF}$$

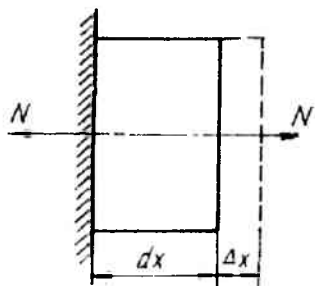
Bu yerda, EF — sterjen ko'ndalang kesimining siqilish yoki cho'zilishdagi bikirligidir.

Δ_φ burchakli ko'chishning vujudga kelishida asta ortib boruvchi eguvchi moment quyidagi miqdorda ish bajaradi (6.5- rasm):

$$dA_M = \frac{1}{2} M \Delta_\varphi = M \frac{M dx}{2EJ}$$



6.3-rasm.



6.4-rasm.

$$\Delta_\varphi = \frac{M dx}{EJ}$$

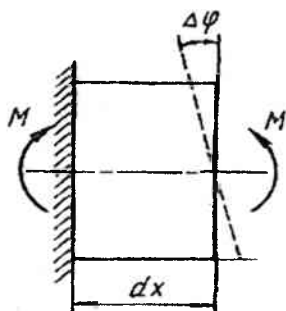
Nihoyat ajratilgan elementga ko'ndalang kuch Q ning ta'sirini ko'rib o'tamiz (6.6- rasm). Agar elementning chap kesimini

mahkamlangan deb qarasak, ko'ndalang kuch ta'sirida uning o'ng tomondagi kesimi

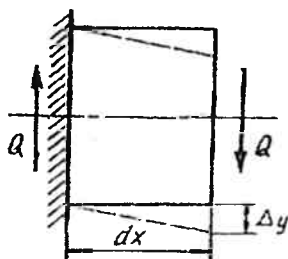
$$\Delta_y = \eta Q dx / GF$$

masofaga siljiydi. Bu yerda GF — kesimning siljishdagi bikirligi. Δ_y siljishning vujudga kelishida asta ortib boruvchi ko'ndalang kuch quyidagi miqdorda ish bajaradi

$$dA_Q = \frac{1}{2} Q \Delta_y = Q \frac{Q dx}{2GF} \eta.$$



6.5-rasm.



6.6-rasm.

Bu yerda η — sterjenning ko'ndalang kesimi shakliga bog'liq koeffitsiyent bo'lib, quyidagi formuladan topiladi:

$$\eta = \frac{F}{J^2} \int \frac{S^2}{b^2} dF.$$

To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun $\eta = 1,2$. Aylana uchun $\eta = 10/9$.

Ajratilgan dx elementga uchala kuch (N , M , Q) bir vaqtning o'zida ta'sir etsa, to'liq ish quyidagicha topiladi:

$$dA = dA_N + dA_M + dA_Q = \frac{1}{2} \left(N \frac{Ndx}{EF} + M \frac{Mdx}{EJ} + Q \frac{Qdx}{GF} \eta \right).$$

Sterjenlarning barcha uchastkalari bo'yicha bajarilgan to'liq ishni aniqlash uchun yuqoridagi ifodani integrallaymiz:

$$A = \frac{1}{2} \left(\sum_0^l M \frac{Mdx}{EJ} + \sum_0^l N \frac{Ndx}{EF} + \sum_0^l Q \frac{Qdx}{GF} \eta \right) \quad (6.1)$$

yoki

$$A = \sum_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ} + \sum_0^l \frac{N^2 dx}{2EF} + \sum_0^l \frac{Q^2 dx}{2GF} \eta \quad (6.2)$$

Shunday qilib, ko'chishlarning vujudga kelishida tashqi kuchlar bajargan ishni ichki kuchlar orqali ifoda etdik.

Elastik sistemalarda tashqi kuchlar bajargan ish deformatsiyaning potensial energiyasi sifatida to'planadi. Har qanday elastik jism tashqi kuchlar vujudga keltirgan energiyani o'zida jamlash xususiyatiga ega. Jismni yukdan bo'shatish jarayonida potensial energiya ish bajaradi, Mana shu ishni jismdagi ichki kuchlar (M , Q , N) bajaradi. Energiyaning saqlanish qonuniga binoan tashqi kuchlar bajargan ish sistema deformatsiyasining potensial energiyasiga (demak, ichki kuchlar bajargan ishga) teng bo'ladi.

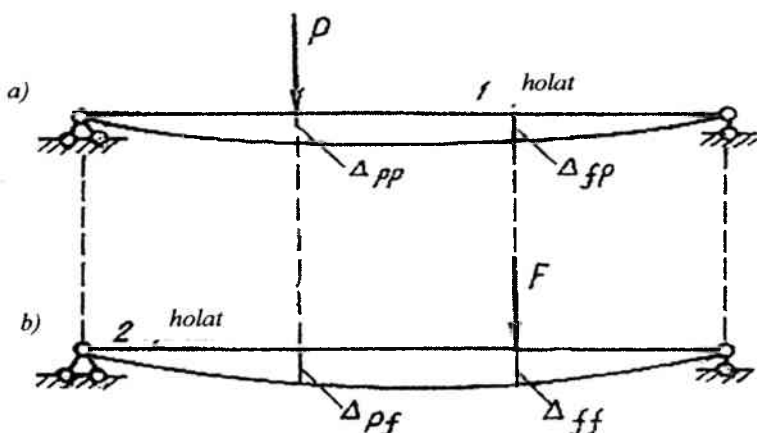
6.2. Ishlar va ko'chishlarning o'zaro bog'lanishi haqidagi teoremlar

Ikki xil kuch ta'sirida muvozanatda bo'lgan elastik sistemaning ikki holatini ko'rib o'tamiz. Birinchi holatda sistemaga P kuchi, ikkinchi holatda F kuchi ta'sir etadi deylik (6.7- rasm).

Sistemaning ko'chishlarini $\Delta_{P,F}$ tarzida belgilaymiz. Bunda birinchi indeks ko'chayotgan nuqta va uming yo'nalishini, ikkinchi indeks esa ko'chishni vujudga keltirayotgan sababni anglatadi. O'qilishi bunday: P kuchi qo'yilgan nuqtaning shu kuch (ya'ni P kuchi) yo'nalishida F kuchi ta'sirida vujudga kelgan ko'chish.

Δ_{pp} — P kuchi yo'nalishida shu kuch ta'sirida vujudga kelgan kuchish deylik. Bu ko'chishning vujudga kelishida P kuchi bajargan ish A_{pp} bo'lsin. Xuddi shuningdek, Δ_{ff} ko'chishning vujudga kelishida F kuchi bajargan ishni A_{ff} deb belgilaylik. Agar har ikkala kuch balkaga statik ta'sir etsa, bu kuchlar bajargan ishlar quyidagi formulalardan topiladi:

$$A_{pp} = \frac{1}{2} P \Delta_{pp} \text{ va } A_{ff} = \frac{1}{2} F \Delta_{ff}$$



6.7-rasm.

Har ikkala ishni ichki kuchlar orqali ifodasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$A_{pp} = \sum_0^l \int_0^l \frac{M_p^2 dx}{2EJ} + \sum_0^l \int_0^l \frac{N_p^2 dx}{2EF} + \sum_0^l \int_0^l \frac{Q_p^2 dx}{2GF} \eta,$$

$$A_{ff} = \sum_0^l \int_0^l \frac{M_f^2 dx}{2EJ} + \sum_0^l \int_0^l \frac{N_f^2 dx}{2EF} + \sum_0^l \int_0^l \frac{Q_f^2 dx}{2GF} \eta.$$

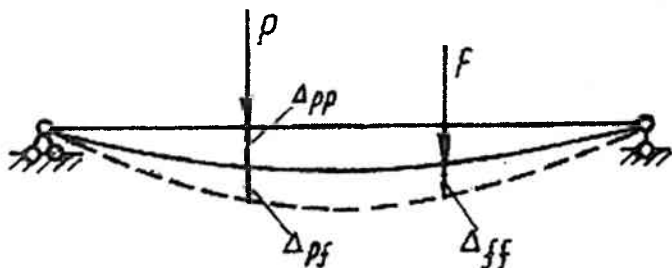
Endi o'sha (6.7- rasm) sistemaga R va F kuchlarining oldinmakyin qo'yilish jarayonini ko'rib o'taylik.

Avval sistemaga statik ortib boruvchi R kuchi qo'yiladi, deylik (6.8- rasm). R kuchi o'zining tugal qiymatiga erishganda, sistemada 6.7- rasm, a da ko'rsatilgandek vaziyat vujudga keladi, ya'ni R kuchi ostida Δ_{pp} ko'chish hosil bo'ladi. Bu ko'chishning vujudga kelishida R kuchi $A_{pp} = P\Delta_{pp}/2$ ga teng bo'lgan ishini bajaradi. Shundan so'ng solqi sistemaga F kuchi qo'yiladi. Bu kuch ta'sirida sistema egilishda davom etib, 6.7- rasm, b . da ko'rsatilgan vaziyat vujudga keladi. Bunda R kuchi ostida Δ_{pf} ga teng bo'lgan qo'shimcha solqilik hosil bo'ladi. F kuchining qiymati noldan o'zining tugal qiymatiga qadar ortib borganda, R kuchining qiymati o'zgarmasdan, $A_{pf} = P\Delta_{pf}$ ga teng bo'lgan qo'shimcha ish bajaradi. F kuchning o'zi esa $A_{ff} = F\Delta_{ff}/2$ miqdorida ish bajaradi. Shunday qilib, sistemaga ketma-ket ravishda R va F kuchlari qo'yilsa, ularning bajargan to'liq ishi

$$A = A_{pp} + A_{pf} + A_{ff} = \frac{1}{2}P\Delta_{pp} + P\Delta_{pf} + \frac{1}{2}F\Delta_{ff} \quad (a)$$

ga teng bo'ladi.

Agar kuchlarning qo'yilish tartibini o'zgartirsak, ya'ni avval F va so'ngra R kuchlarini qo'ysak, u holda to'liq ish quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:



6.8-rasm.

$$A = \frac{1}{2}F\Delta_{ff} + F\Delta_{fp} + \frac{1}{2}P\Delta_{pp} \quad (b)$$

Biroq kuchlarning qo'yilish tartibi o'zgarishi bilan bajarilgan to'liq ishning miqdori o'zgarmaydi. Shunga ko'ra (a) va (b) ifodalarni tenglashtirib, quyidagi xulosaga ega bo'lamiz:

$$P\Delta_{pf} = F\Delta_{\delta}$$

Bu yerda $P\Delta_{pf}$ birinchi holatdagi R kuchining shu yo'nalishda, ikkinchi holatdagi F kuchidan hosil bo'lgan ko'chishning vujudga kelishida bajargan ishidir. $F\Delta_{\delta}$ esa ikkinchi holatdagi F kuchining shu kuch yo'nalishida, birinchi holatdagi R kuchi ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishning vujudga kelishida bajargan ishidir (6.7-rasm).

Shunday qilib, birinchi holatdagi kuchlarning shu kuchlar yo'nalishida ikkinchi holat kuchlari ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlarning vujudga kelishida bajargan ishi ikkinchi holatdagi kuchlarning shu kuchlar yo'nalishida birinchi holat kuchlari ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlarning vujudga kelishida bajargan ishiga tengdir.

Bu xulosa ishlarning o'zaro bog'lanishi haqidagi teorema yoki uning muallifi Italiya olimi Enriko Betti (1823 — 1892) teoremasi nomi bilan mashhurdir.

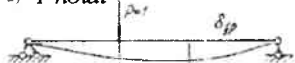
Endi ko'chishlarning o'zaro bog'lanishi haqidagi teorema bilan tanishib chiqamiz.

Buning uchun yana balkaning ikki holatini ko'rib o'tamiz. Birinchi holatda balkaga $R=1$ kuchi, ikkinchi holatda esa $F=1$ kuchi qo'yilgan (6.9-rasm).

Balkaga qo'yilgan kuchlarning qiymati birga teng bo'lganligi sababli balkaning holatini **b i r l i k h o l a t** deb aytamiz.

Birlik kuch ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlar δ bilan, birdan farqli kuchlardan hosil bo'lgan ko'chishlar esa Δ harfi bilan belgilanadi. Shunga binoan birinchi holatdagi ko'chishni δ_{δ} , ikkinchi holatdagi ko'chishni esa δ_{pf} tarzida belgiladik. Har ikkalasi ham birlik kuchlardan hosil bo'lgan **birlik kuchishlardir**.

a) 1-holat



b) 2-holat



6.9-rasm.

bog'lanishi haqidagi teorema yoki Maksvell teoremasi deb ataladi.

Mazkur, tenglik $P = F \neq 1$, bo'lganda ham o'z kuchini saqlaydi va quyidagicha ifodalanadi:

Bu ikki holat uchun Betti teoremasi quyidagicha yoziladi:

$$P\delta_{pf} = F\delta_{ff}$$

Agar $P=F=1$ ekanligini e'tiborga olsak,

$$\delta_{fp} = \delta_{pf} \text{ kelib chiqadi. } (6.5)$$

Bu tenglik ko'chishlarning o'zaro

$$\Delta_{fp} = \Delta_{pf} \quad (6.6)$$

6.3. Ko'chishlarni aniqlash uchun Mor formulasi va Vereshchagin usuli

Ko'chishlarni aniqlaydigan formulani keltirib chiqarishda bevosita ishlar uchun chiqarilgan formulalardan foydalanamiz.

Biror elastik sistemaning, masalan, balkaning ikki holatini ko'rib chiqamiz. Birinchi, ya'ni berilgan holatda balkaga istalgancha kuchlar qo'yilishi mumkin (6.10- rasm, a). Ikkinchi holatda balkaga birlik kuch $\bar{F} = 1$ qo'yiladi (6.10- rasm, b).

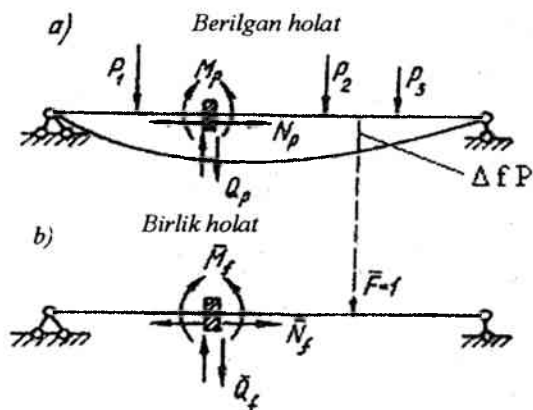
Berilgan kuchlar ta'sirida hosil bo'lgan Δ_{pf} ko'chishning vujudga kelishida ikkinchi holatdagi $\bar{F} = 1$ kuchi quyidagi ishni bajaradi:

$$A_{fp} = \bar{F} \Delta_{fp} = 1 \Delta_{fp} = \Delta_{fp}.$$

A_{fp} ni ichki kuchlar orqali ifoda etsak,

$$\Delta_{fp} = A_{fp} = \sum_0^l \bar{M}_f \frac{M_p dx}{EI} + \sum_0^l \bar{N}_f \frac{N_p dx}{EF} + \sum_0^l \bar{Q}_f \frac{Q_p dx}{GF} \eta \quad (6.7)$$

ko'rinishdagi ko'chishlarni aniqlash formulasiga, ya'ni *Mor formulasiga* ega bo'lamiz.



6.10-rasm.

Bu yerda M_p , N_p va Q_p — berilgan kuchlardan hosil bo'lgan, $\bar{M}_f$, $\bar{N}_f$ va $\bar{Q}_f$ birlik kuchdan hosil bo'lgan ichki kuchlardir.

Birlik kuch odatda ko'chishi aniqlanayotgan nuqtaga qo'yiladi. Agar chiziqli ko'chish (masalan, biror nuqtaning solqiligi) aniqlanadigan bo'lsa, birlik kuch sifatida o'lchamsiz yig'iq kuch qabul qilinadi, agar burchakli ko'chish (masalan, biror kesimning og'ish burchagi) aniqlanadigan bo'lsa, birlik kuch sifatida o'lchamsiz yig'iq moment qabul qilinadi. Har ikkala holda ham birlik kuch ko'chishi izlanayotgan nuqtaga qo'yiladi.

Balka va ramalarning ko'chishlarini aniqlashda bo'ylama va ko'ndalang kuchlar ta'sirini e'tiborga olmasa ham bo'ladi:

$$\Delta_p = \sum \int_0^l \frac{\bar{M}_f M_p}{EJ} dx. \quad (6.8)$$

Oddiy arkalarining ko'chishlarini aniqlashda eguvchi moment bilan bo'ylama kuchning ta'siri e'tiborga olinsa kifoya

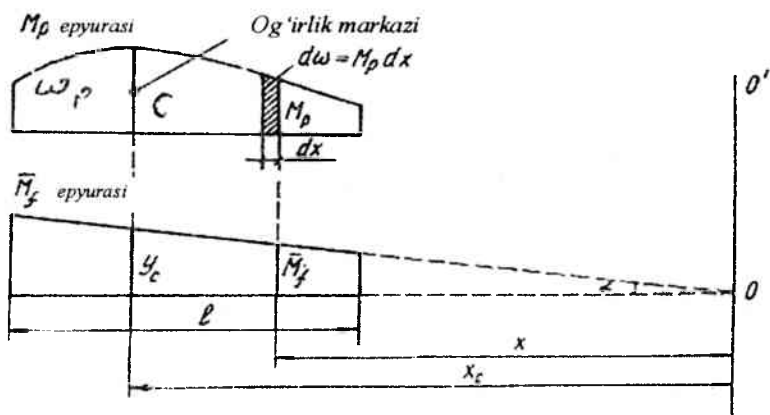
$$\Delta_{\#} = \sum \int_0^l \frac{\bar{M}_f M_p}{EJ} dx + \sum \int_0^l \frac{\bar{N} \cdot N_p}{EF} dx. \quad (6.9)$$

Fermalarning ko'chishlarini aniqlashda bo'ylama kuchlarning ta'siri e'tiborga olinadi, xolos

$$\Delta_{\#} = \sum \int_0^l \frac{\bar{N}_f N_p}{EF} dx. \quad (6.10)$$

Vereshchagin usuli. Ma'lumki, balka va ramalarning ko'chishlarini aniqlashda Mor formulasining birinchi hadidan foydalaniladi (6.8):

$$\Delta_{\#} = \int_0^l \frac{\bar{M}_f M_p}{EJ} dx. \quad (a)$$



6.11-rasm.

Integral chegarasida kesim o'zgarmas bo'lsa, egilishdagi bikirlikni integraldan tashqariga chiqarish mumkin.

$$\Delta_{\#} = \frac{1}{EJ} \int_0^l \bar{M}_f M_p dx. \quad (b)$$

Bu yerda M_p va $\bar{M}_f$ — berilgan va birlik kuchlardan hosil bo'lgan eguvchi momentlar (6.11- rasm). Ko'pincha ikki epyuranning biri to'g'ri chiziqli bo'ladi. Bunday hollarda $\int_0^l \bar{M}_f M_p dx$ integrali osongina yechiladi; aniqrog'i mazkur integralni integralsiz ifoda bilan almashtirish imkoni tug'iladi.

Shakldan (6.11- rasm):

$$\bar{M}_f = x \operatorname{tg} \alpha \text{ esa } d\omega = M_p dx$$

ekanligini hisobga olsak,

$$\int_0^l \bar{M}_f M_p dx = \operatorname{tg} \alpha \int_0^l x M_p dx = \operatorname{tg} \alpha \int_0^l x d\omega$$

kelib chiqadi:

Bu yerda $\int_0^l x d\omega$ integrali M_r epyurasining yuzasi ω_r dan $0 \rightarrow 0'$ o'qiga nisbatan olingan statik momentdir, ya'ni

$$\int_0^l x d\omega = \omega_p \cdot x_c.$$

O'rniga qo'yamiz

$$\int_0^l \bar{M}_f M_p dx = x_c \operatorname{tg} \alpha \cdot \omega_p$$

Biroq $x_c \operatorname{tg} \alpha = y_c$ ekanligini nazarda tutsak,

$$\int_0^l \bar{M}_f M_p dx = \omega_p y_c \quad (d)$$

kelib chiqadi, natijada integral funksiya integralsiz ifoda bilan almashadi.

(d) ifodasini (b) ra qo'ysak, quyidagi formula kelib chiqadi:

$$\Delta_{fp} = \frac{1}{EJ} \sum \omega_p y_c \quad (e)$$

Bu yerda ar ω_r — eguvchi momentlar epyurasining yuzasi;
 u_s — birinchi epyuranning og'irlik markaziga mos kelgan ikkinchi epyuradagi ordinata.

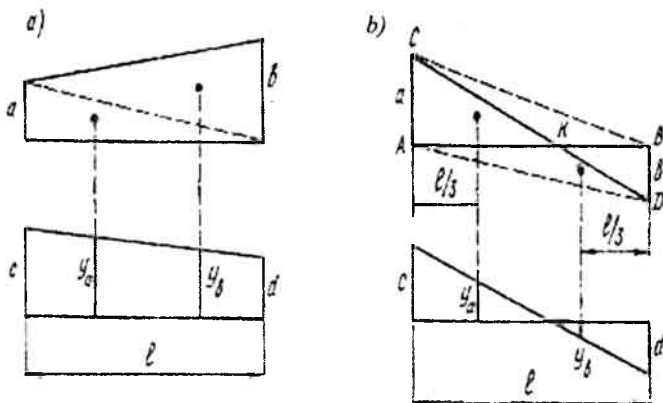
Ko'chishiarni aniqlashning bu usulini 1925-yilda Moskva temiryo'llar transporti muhandislari institutining tolibi A. N. Vereshchagin taklif etgan.

(e) dan ko'rinadiki, har ikkala epyura o'qning bir tomonida joylashsa, ko'chishning ishorasi musbat, o'qning turli tomonlarida joylashsa, ishora manfiy bo'ladi. Shuni ham qayd etish lozimki, y_c ordinatasi albatta to'g'ri chiziqli epyuradan olinishi zarur. Agar har ikkala epyura to'g'ri chiziqli bo'lsa, u holda ordinatani qaysi epyuradan olinishining farqi yo'q.

Trapetsiya shaklli ikki epyura ko'paytiriladigan bo'lsa, ulardan birining og'irlik markazini topish o'miga trapetsiyalardan birini ikkita uchburchakka ajratgan qulay. Bunda ajratilgan uchburchaklardan yuza olinib, trapetsiyadan shu uchburchaklarning og'irlik markazlariga mos bo'lgan ordinatalar olinadi (6.12- rasm, a). Bu hol uchun tayyor formula bor:

$$\frac{al}{2} y_a + \frac{bl}{2} y_b = \frac{l}{6} (2ax + 2bd + ad + bc).$$

Formulaning chap tomonida yuza va ordinatalar ko'paymasi, o'ng tomonida esa shu ko'paytmaning javobi berilgan.



6.12-rasm.

Qavs ichida quyidagi miqdorlarning yig'indisi berilgan: epyuralar chap ordmatalari ko'paytmasining ikkilangani, o'ng ordinatalar

ko'paytmasining ikkilangani, birinchi epyura chap ordinatasini ikkinchi epyura o'ng ordinatasiga ko'paytmasi, shuningdek birinchi epyura o'ng ordinatasini ikkinchi epyura chap ordinatasiga ko'paytmasi.

Ko'paytiriladigan epyuralardan biri yoki har ikkalasi turli ishorali uchburchaklardan tashkil topsa, yana yuqoridagi usuldan foydalanilsa bo'ladi (6.12- rasm, b). Buning uchun epyuralardan birini ABC va ABD uchburchaklariga to'ldiramiz. Hosil bo'lgan CBK va AKD uchburchaklarining ordinatalari teng va ishoralari qarama-qarshi bo'lganligi uchun hisob natijalariga ta'sir etmaydi.

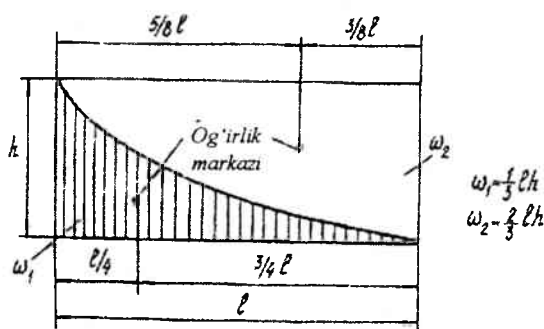
Epyuralar ko'paytmasi (6.12- rasm, b) quyidagi formuladan topiladi:

$$\frac{al}{2} y_a + \left(-\frac{bl}{2}\right)(-y_b) = \frac{al}{2} y_a + \frac{bl}{2} y_b.$$

Ko'chishlarni Vereshchagin usulida aniqlaganda, turli shakllarning yuzalari va og'irlik markazlarini topishga to'g'ri keladi.

Oddiy geometrik shakllarning yuza va og'irlik markazlarini aniqlash o'quvchiga o'rta maktabdan ma'lum.

6.13- rasmda parabolik epyuraning yuzasi va og'irlik markazlari berilgan.



6.13-rasm.

Vereshchagin usulini bikirligi o'zgaruvchi bo'lgan balka va ramalarda qo'llash maqsadga muvofiqdir. Agar bikirlik elementning uzunligi bo'ylab o'zgaruvchi bo'lsa, u holda EI ni integraldan tashqariga chiqarib bo'lmaydi, shu sababli Vereshchagin formulasidan foydalanib bo'lmaydi. Bunday hollarda ko'chishlar Mor integralini bevosita yechish yo'li bilan aniqlanadi.

6.4. Haroratning o'zgarishidan va tayanchlarning cho'kishidan hosil bo'ladigan ko'chishlar

Statik aniq sistemalarda haroratning o'zgarishi sterjenda ko'chishlar paydo bo'lishiga olib keladi. Masalan, harorat ta'sirida sterjen o'zayishi, qisqarishi va qiyshayishi mumkin. Haroratning o'zgarishi statik aniq sistemalarda qo'shimcha zo'rliqlar paydo qilmaydi.

Yuqorida ko'rib o'tilgan Mor formulasini (6.7) harorat ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlarni aniqlash masalasiga tatbiq etamiz.

Harorat ta'sirida bo'lgan inshootdan biror dx bo'lakchani ajratib olaylik. Bo'lakchani ustki tolalarining harorati t_1 pastki tolalarining harorati esa t_2 bo'lsin. Harorat bo'lakchani ko'ndalang kesimida bir tekisda to'g'ri chiziqli qonuni bo'yicha tarqalgan deylik (6.14- rasm, a).

Harorat ta'siridagi chiziqli kengayish koeffitsiyenti α bo'lsa, bo'lakchani ustki to'lasi $\alpha t_1 dx$ ga, pastki to'lasi esa $\alpha t_2 dx$ masofaga uzayadi (6.14- rasm, b).

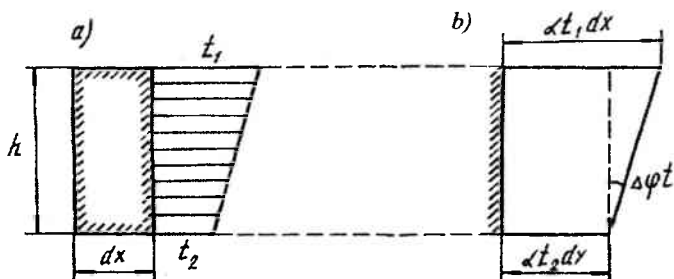
Agar kesim gorizontal o'qqa nisbatan simmetrik bo'lsa, u holda bo'lakchani harorat ta'sirida o'rtacha o'zayishi

$$\Delta_{st} = \frac{\alpha(t_1 - t_2)}{2} dx \quad \text{bo'ladi.}$$

Bo'lakchani ko'ndalang kesimlari bir-biriga nisbatan

$$\Delta_{st} = \frac{\alpha(t_1 - t_2)}{h} dx$$

burchakka og'adi.



6.14-rasm.

Harorat ta'sirida siljish deformatsiyasi ro'y bermaydi.

Bularni e'tiborga olsak, Mor formulasi (6.7) quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\Delta_{\pi} = \sum \alpha \frac{t_1 - t_2}{h} \int_0^l \bar{M}_p dx + \sum \alpha \frac{t_1 + t_2}{2} \int_0^l \bar{N}_p dx \quad (6.11)$$

Agar sterjenlarning ko'ndalang kesimlari o'zgarmas bo'lsa, integrallar birlik epyuralarining yuzalari sifatida hisoblab topilishi mumkin, u holda harorat ta'sirida vujudga kelgan ko'chishlarni aniqlash formulasi quyidagi sodda ko'rinishni oladi:

$$\Delta_{\pi} = \sum \alpha \frac{t_1 - t_2}{h} \omega_{\bar{M}} + \sum \alpha \frac{t_1 + t_2}{2} \omega_{\bar{N}} \quad (6.12)$$

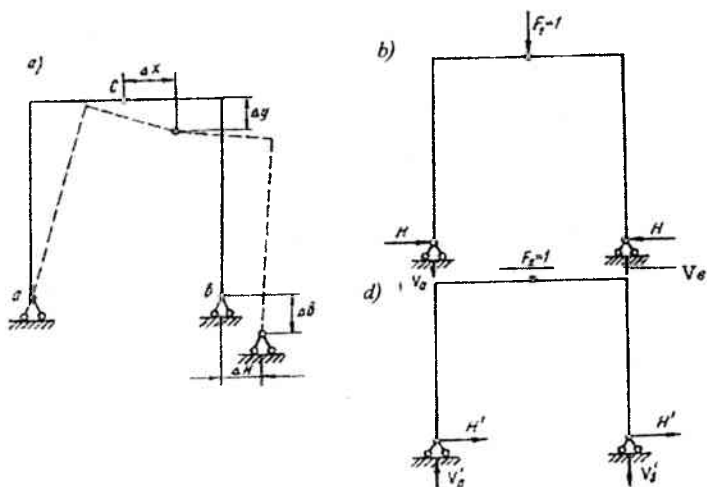
Bu yerda $\omega_{\bar{M}}$ va $\omega_{\bar{N}}$ — birlik epyuralar $\bar{M}$ va $\bar{N}$ ning yuzalari.

(6.12) formula tarkibidagi hadlarning ishorasi deformatsiya-ning yo'nalishiga bog'liq: agar harorat ta'sirida vujudga kelgan ko'chishning yo'nalishi birlik kuch ta'sirida vujudga kelgan ko'chish yo'nalishi bilan bir xil bo'lsa, ishora musbat, aks holda manfiy olinadi.

Tayanchlarining cho'kishidan hosil bo'ladigai ko'chishlar. Statik aniq sistemalarda tayanchlarning cho'kishi inshootda qo'shimcha zo'riqishlar paydo qilmaydi. Tayanchlarning ko'chishi esa tuproqning o'tirishi, suv bosishi yoki siljishi singari turli sabablar ta'sirida ro'y berishi mumkin.

Misol tariqasida 6.15- rasmda tasvirlangan uch sharnirli ramani ko'rib o'tamiz. Ramaning V tayanchi cho'qdi deb faraz etaylik.

Cho'kishning vertikal Δ_b va gorizontal Δ_n tashkil etuvchilari ma'lum deb qaraylik. O'rtadagi S sharnirining holatini aniqlash talab etiladi (6.15- rasm, a). Sharnirning vertikal ko'chishini Mor formulasi bo'yicha aniqlash uchun S nuqtasiga vertikal yo'nalishda birlik kuch $F_1=1$ ni qo'yamiz (6.15- rasm, b).



6.15-rasm.

Birlik holat kuchlarining haqiqiy holat ko'chishlarini vujudga kelishida bajarishi mumkin bo'lgan ishlari yig'indisi quyidagicha ifodalanadi:

$$1\Delta_y - V_b\Delta_b - H\Delta_{H_1} = 0.$$

Bu tenglamadan izlanayotgan ko'chish aniqlanadi

$$\Delta_y = V_b\Delta_b + H\Delta_{H_1}$$

Demak, mazkur ko'chish tayanchlarning cho'kishiga bevosita bog'liq ekan.

Gorizontal ko'chish Δ_x ni aniqlash uchun S sharniriga $F_2=1$ kuchini qo'yamiz (6.15- rasm, d). Mor teoremasi asosida quyidagi ishlar tenglamasini tuzamiz:

$$1\Delta_x + V'_b \cdot \Delta_b + H' \Delta_H = 0,$$

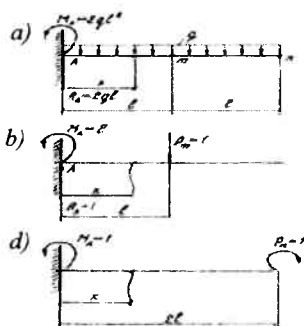
bu yerdan

$$\Delta_x = -V'_b \Delta_b - H' \Delta_H$$

kelib chiqadi.

Quyida ko'chishlarni aniqlashga doir misollar ko'rib o'tamiz.

1-misol. 6.16-rasm, *a* da berilgan balkaning *V* kesimi uchun burilish burchagi (ugol povorota) φ_b aniqlansin. Balkaning bikrligi EJ o'zgarmas.



6.16-rasm.

Ma'lumki, egilgan o'qqa o'tkazilgan urinma bilan balkaning gorizonttal o'qi orasidagi burchak burilish burchagi, deb ataladi. Shu urinmaga tik bo'lgan chiziq bilan vertikal o'q orasidagi burchak ham burilish burchagi bo'ladi.

Balkaning 1-holatidagi ixtiyoriy kesimda hosil bo'lgan eguvchi moment

$$M_1 = -qx \cdot \frac{x}{2} = -\frac{qx^2}{2}.$$

Ikkinchi holatda

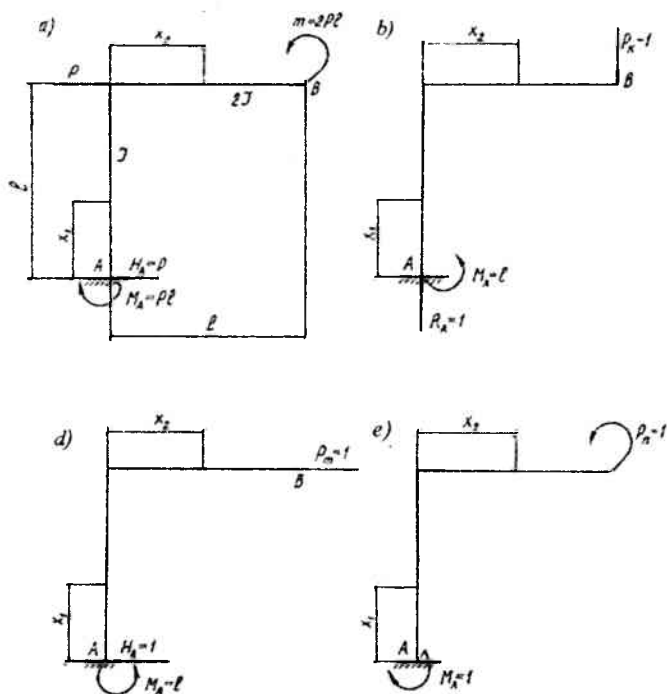
$$\bar{M}_2 = -M = -1$$

Bularni Mor formulasining birinchi hadiga qo'yib, burilish burchagini aniqlaymiz:

$$\begin{aligned}\Delta_{21} = \varphi_B &= \frac{1}{EJ} \int_0^l M_1 \bar{M}_2 dx = \frac{1}{EJ} \int_0^l (-1) \cdot \left(-\frac{qx^2}{2}\right) dx = \frac{q}{2EJ} \int_0^l x^2 dx = \\ &= \frac{q}{2EJ} \left| \frac{x^3}{3} \right|_0^l = \frac{ql^3}{6EJ} = \frac{20 \cdot 5^3}{6EJ} = \frac{417}{EJ}.\end{aligned}$$

2-misol. 6.17- rasm, *a* da berilgan balkaning *V* uchi solqiligi aniqlansin.

Yechish. Balkaning 1 – holatida tashqi kuchlar, 2 – holatida esa solqiligi (progib) aniqlanayotgan nuqtaga birlik kuch ($R=1$) qo'yilgan.



6.17-rasm.

Haqiqiy holatda balka ikkita uchastkaga ega. *SV* uchastkasi uchun $M_I = -Rx$, *AS* uchastkasi uchun $M_I = -Px = P(x-b) = -Px + Pb$.

Ikkinchi holatda har ikkala uchastka uchun $\overline{M}_2 = -1 \cdot x = -x$.
 Izlanayotgan ko'chish (solqilik)

$$\begin{aligned}\Delta_{21} = y_B = f &= \frac{1}{EI} \left[b \int_0^b -x(-Px)dx + \int_0^l -x(-2Px + Pb)dx \right] = \frac{1}{EI} \\ &\left(P \int_0^b x^2 \cdot dx + 2P \int_0^l x^2 \cdot dx - Pb \int_0^l x dx \right) = \frac{1}{EI} \left(P \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^b + 2P \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^l - Pb \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^l \right) \\ &= \frac{P}{6EI} (2b^3 + 4l^3 - 4b^3 - 3bl^2 + 3b^3) = \frac{P}{6EI} (b^3 + 4l^3 - 3bl^2) = \\ &= \frac{20}{6EI} (2^3 + 4 \cdot 5^3 - 3 \cdot 2 \cdot 5^2) = \frac{1193,3}{EI}.\end{aligned}$$

3-misol. 6.18- rasm, α da berilgan fermaning «K» tugunidagi vertikal va gorizontal ko'chishlar aniqlansin. Sterjenlar bikirligi o'zaro teng deb qabul qilinsin.

Yechish. Mor formulasi

$$\Delta_p = \sum \frac{N_i^0 \cdot N_i^* l_i}{EJ}$$

ga ko'ra quyidagi amallarni bajarishimiz zarur:

1. Tashqi kuchdan ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarni aniqlaymiz. Tayanch reaksiyalari $R_A = P$; $R_B = P$; $H_A = 3P$ qiymatlariga ega. Hisoblash uchun zarur bo'ladigan fermaning geometrik parametrlari:

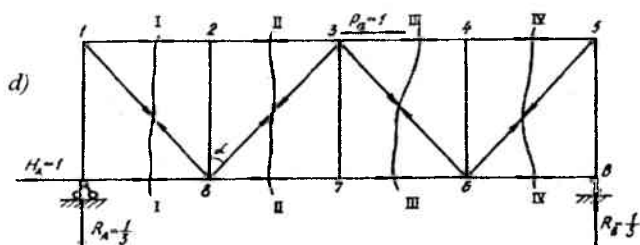
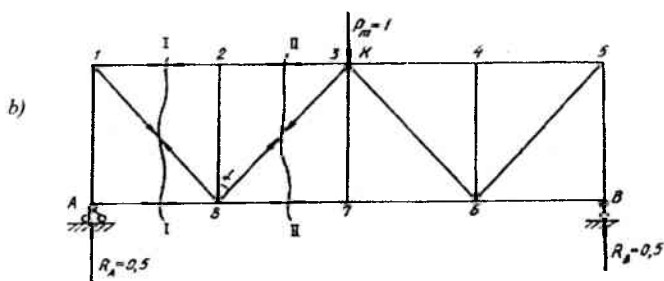
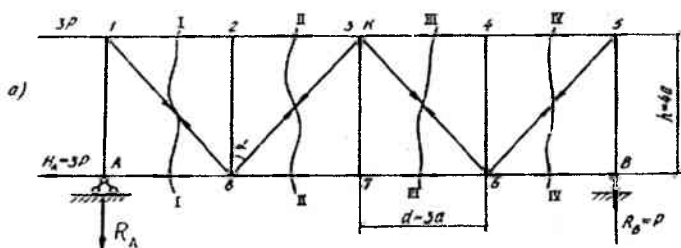
$$l_{18} = l_{38} = l_{36} = l_{56} = \sqrt{h^2 + d^2} = \sqrt{(4a)^2 + (3a)^2} = 5a;$$

$$\cos \alpha = \frac{l_{28}}{l_{38}} = \frac{4a}{5a} = 0,8.$$

A, 2, 7, 4 va B tugunlarning muvozanat shartlaridan foydalanib, quyidagi zo'riqishlar topiladi:

$$N_{1A} = P; \quad N_{8A} = 3P; \quad N_{5B} = -P; \quad N_{28} = 0; \quad N_{37} = 0;$$

$$N_{46}=0; N_{6B}=0; N_{12}=N_{23}; N_{78}=N_{6-7}; N_{34}=N_{45}.$$



6.18-rasm.

I – I kesimning o‘ng qismi muvozanatidan:

$$\sum Y = 0; N_{18} \cdot \cos \alpha + P = 0; N_{18} = -\frac{P}{\cos \alpha} = -\frac{P}{0.8} = -1.25P;$$

$$\sum m_8 = 0; -N_{12} \cdot h - R_b \cdot 3d = 0; N_{12} = \frac{-R_b \cdot 3d}{h} = -\frac{3 \cdot 3a}{4a} P = 2.25P;$$

$$N_{23} = -2.25P.$$

II – II kesimning o‘ng qismi muvozanatidan:

$$\begin{aligned}\sum \phi &= 0; N_{38} \cdot \cos \alpha - P = 0; N_{38} = -\frac{P}{\cos \alpha} = 1,25P; \\ \sum m_3 &= 0; N_{78} \cdot h - P \cdot 2d = 0; N_{78} = \frac{2Pd}{h} = \frac{2P \cdot 3a}{4a} = 1,5P; \\ N_{78} &= 1,5P; N_{67} = 1,5P.\end{aligned}$$

III – III kesimning o‘ng qismi muvozanatidan:

$$\begin{aligned}\sum y &= 0; N_{36} \cdot \cos \alpha + P = 0; N_{36} = -\frac{P}{\cos \alpha} = -1,25P; \\ \sum m_6 &= 0; N_{34}h + P \cdot d = 0; N_{34} = -\frac{Pd}{h} = -\frac{P \cdot 3a}{4a} = -0,75P; \\ N_{43} &= -0,75P.\end{aligned}$$

IV – IV kesimning o‘ng qismi muvozanatidan:

$$\sum y = 0; N_{36} \cdot \cos \alpha - P = 0; N_{36} = \frac{P}{\cos \alpha} = 1,25P.$$

2. Fermaning K tuguniga vertikal yo‘nalishda qo‘yilgan birlik kuch ta’sirida sterjenlarda hosil bo‘ladigan zo‘riqlashlarni aniqlaymiz (6.18- rasm, b).

Tayanch reaksiyalari $R_A = R_B = \frac{1}{2} = 0,5$; $H_A = 0$ bo‘ladi. Bu yerda ferma va yukning simmetrikligi e’tiborga olinadi. A, 2, 7, 4 tugunlar muvozanatidan foydalanib, quyidagi zo‘riqlashlar aniqlanadi:

$$\begin{aligned}N_{1A} = N_{5B} &= -0,5; N_{8A} = N_{6B} = 0; N_{28} = 0; N_{37} = 0; N_{46} = 0; \\ N_{12} = N_{23} = N_{34} &= N_{45}; N_{78} = N_{67}; N_{18} = N_{36}; N_{38} = N_{36}.\end{aligned}$$

I – I kesimning chap qismi muvozanatidan:

$$\sum y = 0; N_{18} \cdot \cos \alpha - 0,5 = 0; N_{18} = \frac{0,5}{\cos \alpha} = \frac{0,5}{0,8} = 0,625.$$

$$\sum m_8 = 0; N_{12} \cdot h + 0,5 \cdot d = 0; N_{12} = \frac{0,5d}{h} = -\frac{0,53a}{4a} = -0,375;$$

$$N_{23} = N_{34} = N_{45} = N_{12} = -0,375.$$

II – II kesimning chap qismi muvozanatidan:

$$\sum y = 0; N_{38} \cdot \cos \alpha + 0,5 = 0; N_{38} = -\frac{0,5}{\cos \alpha} = -0,625; N_{38} = -0,625;$$

$$\sum m_3 = 0; N_{7-8} \cdot h - 0,5 \cdot 2d = 0; N_{78} \frac{0,5 \cdot 2 \cdot 3a}{4a} = 0,75; N_{76} = 0,75.$$

3. Fermaning K tuguniga gorizontol yo'nalishda qo'yilgan birlik kuch ta'sirida sterjenlarda hosil bo'ladigan zo'riqlashlarni aniqlaymiz (6.18, d).

Tayanch reaksiyalari:

$$\sum x = 0; H_A - 1 = 0; H_A = 1,$$

$$\sum m_A = 0; R_B \cdot 4d - P_1 \cdot h = 0; R_B = \frac{P_1 h}{4d} = \frac{P_1 4a}{4 \cdot 3a} = \frac{P_1}{3} = \frac{1}{3};$$

$$\sum y = 0; R_A - R_B = 0; R_A = R_B = \frac{1}{3}.$$

A, 2, 7, 4, V tugunlar muvozanatidan foydalanib quyidagilarni aniqlaymiz:

$$N_{1-A} = R_A = \frac{1}{3}; N_{3-B} = -R_B = -\frac{1}{3}; N_{8-A} = H_A = 1; N_{6-B} = 0.$$

$$N_{28} = 0; N_{3-7} = 0; N_{46} = 0; N_{12} = N_{23}; N_{34} = N_{45}; N_{7-8} = N_{6-7}.$$

I – I kesimning chap qismi muvozanatidan:

$$\sum y = 0; N_{18} \cdot \cos \alpha + \frac{1}{3} = 0; N_{18} = -\frac{1}{3 \cos \alpha} = -\frac{1}{3 \cdot 0,8} = -\frac{1,25}{3} = -0,417;$$

$$\sum m_8 = 0; N_{12} \cdot h - \frac{1}{3}d = 0; N_{12} = \frac{d}{3h} = \frac{3a}{3 \cdot 4a} = 0,25; N_{23} = 0,25.$$

II – II kesimning chap qismi muvozanatidan:

$$\sum y = 0; N_{38} \cdot \cos \alpha - \frac{1}{3} = 0; N_{38} = \frac{1}{3 \cos \alpha} = \frac{1}{3 \cdot 0,8} = \frac{1,25}{3} = 0,417.$$

III – III kesimning o'ng qismi muvozanatidan:

$$\sum y = 0; N_{36} \cdot \cos \alpha + \frac{1}{3} = 0; N_{36} = -\frac{1}{3 \cos \alpha} = -\frac{1}{3 \cdot 0,8} = -0,417;$$

$$\sum m_6 = 0; N_{34} \cdot h + \frac{1}{3} d = 0; N_{34} = -\frac{d}{3h} = -\frac{3a}{3 \cdot 4a} = -0,25; N_{45} = -0,25;$$

$$\sum m_3 = 0; N_{67} \cdot h - \frac{1}{3} 2d = 0; N_{67} = \frac{2d}{3h} = \frac{2 \cdot 3a}{3 \cdot 4a} = 0,5; N_{78} = 0,5.$$

IV – IV kesimning o'ng qismi muvozanatidan:

$$\sum y = 0; N_{36} \cdot \cos \alpha - \frac{1}{3} = 0; N_{36} = \frac{1}{3 \cos \alpha} = \frac{1}{3 \cdot 0,8} = 0,417;$$

4. Hisobning davomi 6.1-jadvalda keltirilgan:

6.1- jadval

	N_{Pi}	l_i	$\bar{N}_m$	$\bar{N}_n$	$N_{\varphi} N_{unl_i}$	$N_{ip} N_{unl_i}$
N_{12}	-2,25P	3a	-0,375	0,25	2,53 Ra	-1,69 Ra
N_{23}	-2,25P	3a	-0,375	0,25	2,53 Pa	-1,69 Ra
N_{34}	-0,75P	3a	-0,375	-0,25	0,84 Ra	0,56 Ra
N_{45}	-0,75P	3a	-0,375	-0,25	0,84 Ra	0,56 Ra
N_{8A}	3P	3a	0	1	0	9 Ra
N_{78}	1,5P	3a	0,75	0,5	3,375 Ra	2,25 Ra
N_{67}	1,5P	3a	0,75	0,5	3,375 Ra	2,25 Ra
N_{6B}	O	3a	0	0	0	0
N_{1A}	P	4a	-0,5	1/3	-2 Ra	1,33 Ra
N_{28}	O	4a	0	0	0	0
N_{37}	O	4a	0	0	0	0
N_{46}	O	4a	0	0	0	0
N_{5B}	-P	4a	0,5	-1/3	2 Ra	1,33 Ra
N_{18}	-1,25P	5a	0,625	-0,417	-3,9 Ra	2,6 Ra
N_{38}	-1,25P	5a	-0,625	0,417	-3,9 Ra	2,6 Ra
N_{36}	-1,25P	5a	-0,625	-0,417	3,9 Ra	1,6 Ra
N_{56}	1,25P	5a	0,625	0,417	3,9 Ra	2,6 Ra
					13,49 Ra	24,3 Ra

Ferma "K" tugunining vertikal ko'chishi

$$\Delta_{np} = \sum \frac{N_p N_m l_i}{EF} = \frac{13,49Pa}{EF}$$

gorizontal ko'chishi

$$\Delta_{np} = \sum \frac{N_p N_m b_i}{EF} = \frac{24,3P_2}{EF}$$

bo'ladi.

4-misol. Berilgan yuklar ta'sirida balkaning p kesimini vertikal ko'chishi va K kesimini burchakli ko'chishi Vereshchagin usulida aniqlansin. Balkaning bikirligi uning butun uzunligi bo'yicha o'zgarmas (6.19- rasm, a).

Yechish. 1. Berilgan yuklar ta'sirida balkaning eguvchi momentlar epyurasini, og'irlik markazi aniq va yuzalarini hisoblash oson bo'lgan, oddiy epyuralar (M_1, M_2, M_3) ga ajratamiz (6.19- rasm, d, e, f).

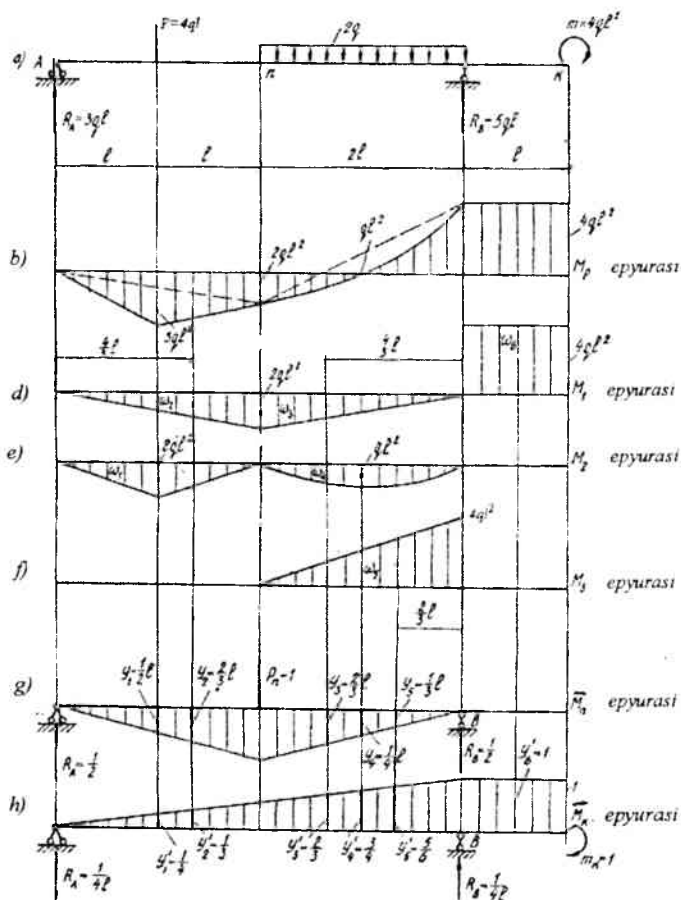
2. Yuklanmagan balkalarning biriga vertikal yo'nalishda birlik kuch ($P_n = 1$), ikkinchisiga birlik moment ($m_k = 1$) qo'yamiz hamda M_n va M_k epyuralarini quramiz. M_n va M_k epyuralaridan, yuqoridagi oddiy yuzalarning og'irlik markazlariga mos keladigan ($y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$ dan $y'_1, y'_2, y'_3, y'_4, y'_5, y'_6$) ordinatalarni aniqlaymiz (6.19- rasm g, h).

3. Vereshchagin qoidasiga (6.11) amal qilib, ko'chishlarni topamiz. Balkaning p kesimidagi vertikal ko'chish

$$\begin{aligned} \Delta_{np} &= \sum \int \frac{M_p \cdot M_n}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \sum \omega_i y_i = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{2} l \right) + \frac{1}{2} 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{q}{3} l + \\ &+ \frac{1}{2} 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{3} l + \frac{2}{3} ql^2 2l \cdot \frac{1}{2} l - \frac{1}{2} 4ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{3} l = \frac{ql^4}{EJ} \left(1 + \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \right) = \frac{3ql^4}{EJ}; \end{aligned}$$

Balkaning K kesimidagi burchakli ko'chish

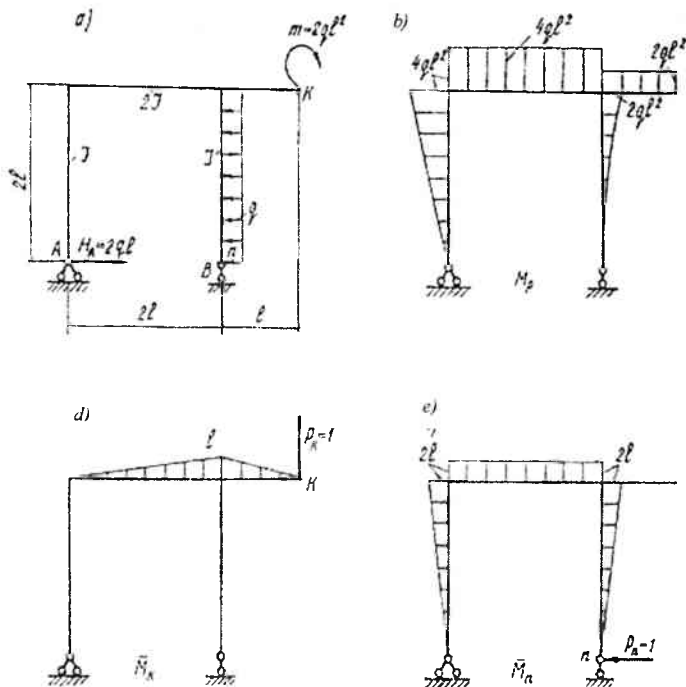
$$\Delta_{kp} = \sum \int \frac{M_p \cdot M_k}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \sum \omega_{qk} = \frac{1}{EJ} \left(-\frac{1}{2} 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{2} 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{2}{3} - \right. \\ \left. - \frac{2}{3} ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} 4ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{5}{6} + 4ql^2 \cdot l \cdot 1 \right) = \frac{ql^3}{EJ} \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{4}{3} - 1 + \frac{10}{3} + 4 \right) = \frac{23}{6} \frac{ql^3}{EJ}$$



6.19-rasm.

5-misol. Ramaning K nuqtasining vertikal ko'chishi va p nuqtasining gorizontal ko'chishi Vereshchagin usulida aniqlansin (6.20- rasm, a).

Yechish. Berilgan yuklardan eguvchi momentlar epyurasi M_p ni quramiz (6.20- rasm, b). Izlanayotgan yo'nalishda birlik kuchlar (P_k, P_n) qo'yib, birlik eguvchi moment epyuralari $\bar{M}_k$ va $\bar{M}_n$ ni quramiz (6.20- rasm, d, e).



6.20-rasm.

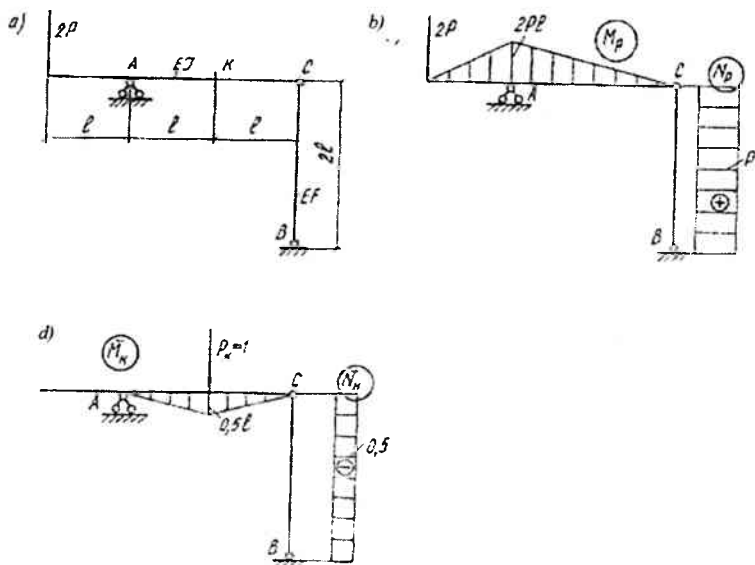
M_p epyurasini alohida ravishda $\bar{M}_k$ va $\bar{M}_n$ epyuralariga ko'paytirib, izlanayotgan ko'chishlarni aniqlaymiz. Vertikal ko'chish:

$$\Delta_{pk} = \sum \int \frac{M_p \bar{M}_k}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \sum \omega_i y_i = \frac{1}{2EJ} 4ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{2} l + \frac{1}{2EJ} 2ql^2 \cdot l \cdot \frac{1}{2} l = \frac{2ql^4}{EJ} + \frac{ql^4}{2EJ} = \frac{5}{2} \frac{ql^4}{EJ}$$

Horizontal ko'chish:

$$\Delta_{\varphi} = \sum \int \frac{M_r \bar{M}_n}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \sum \omega_i y_i = \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} 4ql^2 \cdot 2l \frac{2}{3} 2l +$$

$$\frac{1}{2EJ} 4ql^2 \cdot 2l \cdot 2l + \frac{1}{EJ} \frac{2}{3} \cdot 2ql^2 \cdot 2l \frac{3}{4} 2l = \frac{16}{3} \frac{ql^4}{EJ} + \frac{8ql^4}{EJ} + \frac{4ql^4}{EJ} = \frac{52}{3} \frac{ql^4}{EJ}$$



6.21-rasm.

6- misol. «K» nuqtasining vertikal ko'chishi aniqlansin. Balka A nuqtada sharnirli qo'zg'almas tayanch va S nuqtada VS sterjen (tortqich) yordamida mahkamlangan. Balkaning bikirligi EI, sterjenning bikirligi EF (6.21- rasm, a).

Yechish. Balka egilishga, sterjen esa cho'zilishga ishlaydi. Ko'chishni aniqlashda Mor formulasining ikki hadidan foydalanamiz:

$$\Delta_{ep} = \int_0^l \frac{M_p \bar{M}_k dx}{EJ} + \int_0^l \frac{N_p \bar{N}_k dx}{EF}$$

Berilgan kuchdan eguvchi moment (M_r) va bo'ylama kuchlar (N_p) epyuralarini ko'ramiz (6.21- rasm, b, d).

Izlanayotgan ko'chish yo'nalishida balkaga birlik kuch ($P_k = 1$) qo'yib birlik eguvchi momentlar ($\bar{M}_k$) va birlik bo'ylama kuchlar ($\bar{N}_k$) epyuralarini quramiz: (6.21- rasm, d).

Ko'chishni Vereshchagin qoidasi yordamida aniqlaymiz:

$$\Delta_{ep} = \frac{-1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot l \cdot 2l \cdot \frac{1}{2} 2Pl - \frac{1}{EF} P \cdot l \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \frac{Pl^3}{EJ} - \frac{1}{2} \frac{Pl}{EF} = -\frac{1}{2} \left(\frac{Pl^3}{EJ} + \frac{Pl}{EF} \right)$$

Demak, K kesimining ko'chishi ikki xil deformatsiyaning yig'indisidan tashkil topar ekan. Bularning birinchisi rigelning egilishi (qavsdagi birinchi had), ikkinchisi esa ustunning cho'zilishi (qavsdagi ikkinchi had).

6.5. Ko'chishlarni Simpson usulida aniqlash

Ko'chishlarni aniqlashning ushbu usuli ham, Vereshchagin usuliga o'xshab, ikki xil epyurani o'zaro ko'paytirishga asoslangan. Epyuralarning biri – tashqi kuchlardan qurilgan M_r epyurasi, ikkinchisi – birlik kuchdan qurilgan $\bar{M}_k$ epyurasi. Ammo Simpson usulini o'ziga xos qulayliklari bor. Masalan, epyuralarni ko'paytirish jarayonida, Vereshchagin usulida talab etilganidek, yuzalarni va og'irlik markazlarini albatta egri chiziqli epyuradan olish shart emas. Epyuraning egri yoki to'g'ri chiziqliligi, shuningdek, ularning shakli, hech qanday rol o'ynamaydi. Izlanayotgan ko'chishning qiymati epyuralarning chap va o'ng chekkalaridagi hamda o'rta kesimdagi momentlar qiymatiga bog'liq (6.22-rasm).

Ko'chishlarni aniqlash uchun Simpson formulasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\Delta_{\varepsilon} = \frac{h}{6EJ} \left(M_p^{chap} \cdot \bar{M}_k^{chap} + 4M_p^{orta} \cdot \bar{M}_k^{orta} + M_p^{o'ng} \cdot \bar{M}_k^{o'ng} \right) \quad (6.13)$$

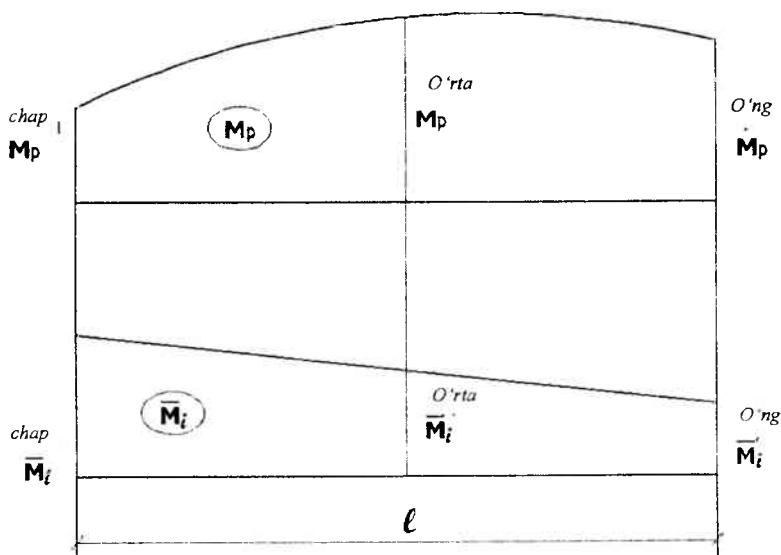
Bu yerda, ℓ – ko‘rilayotgan oraliq uzunligi,

M_p^{chap} – M_r – epyurasida chap kesimdagi eguvchi moment;

$M_p^{o'ng}$ – M_r – epyurasida o‘ng kesimdagi eguvchi moment;

$M_p^{o'rta}$ – M_r – epyurasida o‘rta kesimdagi eguvchi moment;

$\bar{M}_i^{chap}$, $\bar{M}_i^{o'ng}$, $\bar{M}_i^{o'rta}$ – birlik epyuraning chap, o‘ng va o‘rta kesimlaridagi eguvchi momentlar.



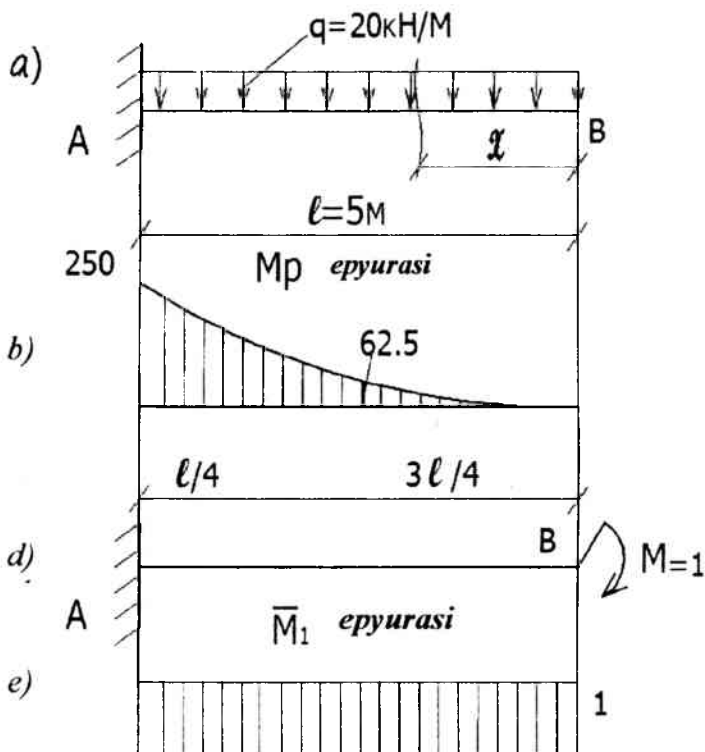
6.22-rasm.

7-misol. 6.23-rasmda berilgan balkaning V uchidagi burilish burchagi φ_v aniqlansin. Balkaning bikrligi o‘zgarmas.

Yechish. Tashqi kuchdan qurilgan M_r va birlik kuchdan qurilgan $\bar{M}_i$ epyuralari 6.23-rasm, b va g da berilgan.

(6.13) formuladan foydalamb, izlanayotgan burchakli ko‘chishni aniqlaymiz:

$$\Delta_{\varphi} = \varphi_8 = \frac{5}{6EJ} (250 \cdot 1 + 4 \cdot 62,5 \cdot 1 + 0 \cdot 1) = \frac{416,67}{EJ}.$$



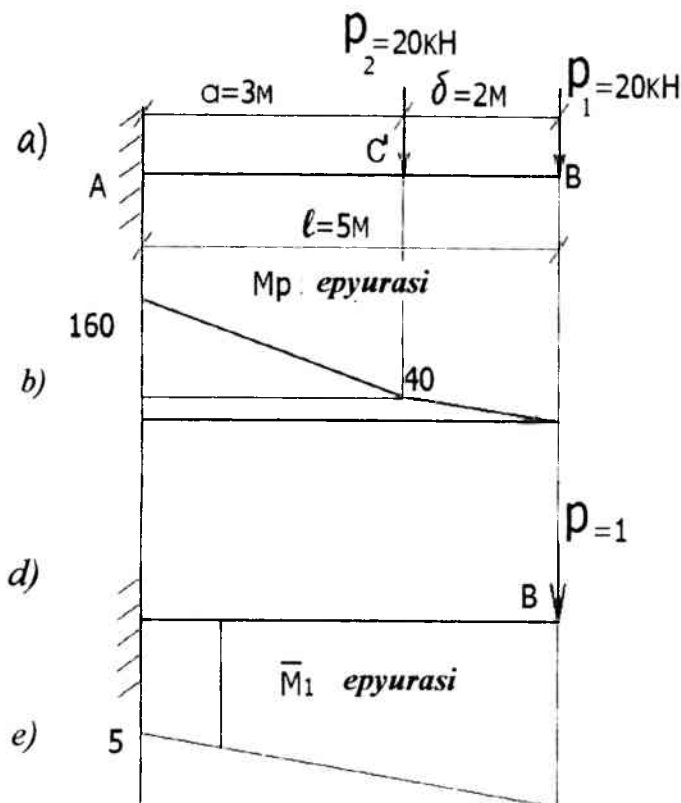
6.23-rasm.

8-misol. 6.24-rasm, a da berilgan balkaning erkin uchi solqiligi aniqlansin. Balkaning bikirligi o'zgaras.

Yechish. Balkaning M_r va $\bar{M}_1$ epyuralari 6.24-rasm b va g da tasvirlangan. Berilgan balka ikki uchastkadan iborat. Simpson formulasini har bir uchastkaga alohida ravishda qo'llaymiz. M_r va $\bar{M}_1$ epyuralaridagi chekka momentlar ma'lum. Biroq o'rta kesimlardagi momentlar noma'lum. Shularni topamiz: M_r – epyurasi bo'yicha

I – uchastka uchun: $M_p^{\text{ypma}} = -R_1 \cdot 1 = -20 \text{ kNm};$

II – uchastka uchun: $M_p^{\text{ypma}} = -R_1 \cdot 3,5 - R_2 \cdot 1,5 = -100 \text{ kNm};$



6.24-rasm.

$\bar{M}_1$ epyurasi bo'yicha

I – uchastka uchun: $\bar{M}_1^{syma} = -R \cdot 1 = -1 \text{ m}$;

II – uchastka uchun: $\bar{M}_1^{syma} = -R \cdot 3,5 = -3,5 \text{ m}$;

(6.13) formuladan foydalanib, izlanayotgan ko'chishni aniqlaymiz:

$$\Delta_{ip} = \frac{2}{6EJ} (40 \cdot 2 + 4 \cdot 20 \cdot 1 + 0 \cdot 0) + \frac{3}{6EJ} (160 \cdot 5 + 4 \cdot 100 \cdot 3,5 + 40 \cdot 2) = \frac{53,33}{EJ} + \frac{1140}{EJ} = \frac{1193}{EJ}$$

VII BOB. STATIK NOANIQ RAMALARNI KUHLAR USULIDA HISOBLASH

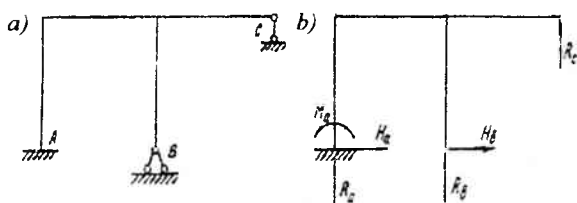
7.1. Statik noaniq sistemalar haqida tushuncha

Bimokorlikda shunday konstruksiyalar uchraydiki, ularni hisoblash uchun, ya'mi ichki kuchlarini aniqlash uchun statikaning muvozanat tenglamalari kifoya qilmaydi. Chunki ularda ortiqcha bog'lanishlar mavjud bo'lib, har bir bog'lanishda noma'lum reaksiyalar vujudga keladi. Noma'lumlar, sonini tenglamalar soniga, tenglashtirish uchun qo'shimcha tenglamalar tuzish talab etiladi. Ana shunday sistemalar *statik noaniq sistemalar* deb ataladi.

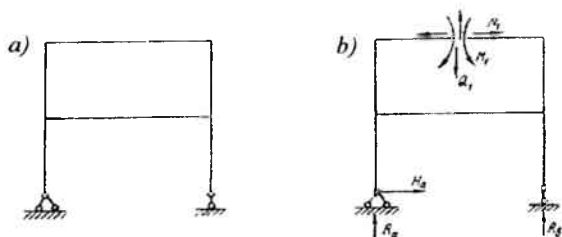
Bog'lanish deganda, nuqtalar va kesimlarning o'zaro qo'zg'alishiga qarshilik ko'rsatuvchi har qanday to'siq tushuniladi. «Ortiqcha» bog'lanish atamasi bog'lanishning «keraksizligini» emas, balki «keragidan ortiqcha» ekanligini anglatadi. Agar statik noaniq sistemadagi ortiqcha bog'lanishlar tashlab yuborilsa, u holda statik aniq, geometrik o'zgarmas sistema hosil bo'ladi. Demak, ortiqcha bog'lanishlar soni sistemaning *statik noaniqlik darajasini* belgilar ekan.

Sistemalar shartli ravishda tashqi va ichki statik noaniq sistemalariga ajratiladi. 7.1- rasmda tashqi, 7.2- rasmda ichki statik noaniq rama tasvirlangan. Bularning farqiga yetish uchun har ikkala ramaning noma'lum reaksiyalarini tahlil etamiz. 7.1- rasm, b-da oltita noma'lum tayanch reaksiyalari ko'rsatilgan. Shulardan uchta statikaning muvozanat tenglamalaridan topilsa, holgan uchta statika uchun «ortiqcha» bo'lib qoladi. Ramaning V va S tayanchlarini ortiqcha bog'lanish deb qabul qilib, ularni tashlab yuborilishi ramaning geometrik o'zgarmasligiga putur yetkazmaydi, ayni paytda statik aniq sistema hosil bo'ladi. Ortiqcha bog'lanishlar o'miga reaksiya kuchlari (H_b, R_b, R_c) ni qo'yamiz. Bu noma'lum reaksiya kuchlarini aniqlash uchun qo'shimcha

tenglamalar tuzish taqozo etiladi. Xullas bu ramaning statik noaniqligi tashqaridan ko'zga tashlanib turibdi.



7.1-rasm.



7.2-rasm.

7.2-rasmdagi ramaning statik noaniqligi ko'zga yaqqol tashlanmaydi. Bir qarashda statik aniq ramaday tuyuladi. Aslida bu rama ham statik noaniqdir.

Geometrik o'zgarma, statik aniq sistema hosil qilish uchun berilgan ramaning biror yeridan qirqamiz (ya'ni ortiqcha bog'lanishlarni tashlab yuboramiz). Qirqimga tushgan kesimning qo'zg'almasligini ta'minlash uchun shu kesimda hosil bo'ladigan ichki kuchlarni tashqi reaksiya kuchlari ko'rinishida tasvirlaymiz (7.2- rasm, b). Bu uchala kuch (M_1 , Q_1 , N_1) ham noma'lum. Noma'lum tayanch reaksiyalari (H_A , R_A , R_B) statika tenglamalaridan topilsa, noma'lum ichki kuchlar qo'shimcha tenglamalardan topiladi. Demak, sharnirlarga ega bo'lmagan har bir yopiq kontur uch marta statik noaniq bo'lar ekan.

Ramalarning statik noaniqlik darajasi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$S_N = Z \cdot K - SH$$

bunda, K — yopik konturlar soni;

SH — oddiy sharnirlar soni.

Oddiy sharnirlar soni disklar, ya'ni sterjenlar somidan bitta kam bo'ladi. Quyida ramalarning statik noaniqlik darajasini aniqlashga doir bir necha misol ko'rib o'tamiz.

1- misol. 7.1- rasm, a-da berilgan ramaning statik noaniqlik darajasi aniqlansin.

Konturlar sonini belgilashda A , V , S tayanchlari xayolan tutashtiriladi. U holda $K=2$ bo'ladi.

Sharnirlar sonini belgilashda sharnirli qo'zg'almas tayanchda $SH=1$ deb, qo'zg'aluvchi tayanchda esa, $SH=2$ deb olinadi:

$$S_N = Z \cdot 2 - 3 = 3.$$

Demak, mazkur rama uch marta statik noaniq ekan.

2- misol. 7.2- rasm, a-da tasvirlangan ramaning statik noaniqlik darajasi aniqlansin.

Yopiq konturlar soni $K=2$; oddiy sharnirlar soni

$$SH = 2 + 1 = 3; C_H = 3 \cdot 2 - 3 = 3.$$

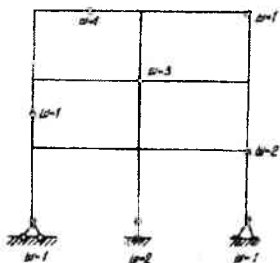
Demak, bu rama ham uch marta statik noaniq ekan.

3- misol. 7.3- rasmda ko'rsatilgan ramaning statik noaniqlik darajasi aniqlansin.

Yopiq konturlar soni $K=6$, oddiy sharnirlar soni (shaklda ko'rsatilgan) $SH=12$;

$$C_H = 3 \cdot 6 - 12 = 6.$$

Demak, rama olti marta statik noaniq ekan.



7.3-rasm.

Statik noaniq sistemalar quyidagi xossalarga egadir:

1. Statik noaniq sistemalar tarkibida ortiqcha bog'lanishlarning mavjudligi tufayli o'ziga mos statik aniq sistemaga nisbatan bikirligi yuqoriroq bo'ladi.

2. Statik noaniq sistemalar o'ziga mos statik aniq sistemalarga nisbatan tejamliroq bo'ladi.

3. Statik noaniq sistemalarda biror ortiqcha bog'lanishning shikastlanishi inshootning butunlay ishdan chiqishiga olib kelmaydi. Statik aniq sistemalarda birorta bog'lanish buzilsa, inshoot butunlay ishdan chiqadi.

4. Statik noaniq sistemalarda haroratning o'zgarishi va tayanchlarning cho'kishi natijasida qo'shimcha zo'riqishlar paydo bo'ladi. Sistema elementlarining uzunligidagi farqlari, elementlarni yig'ishda yo'l qo'yilgan ba'zi noaniqliklar ham sistemada qo'shimcha zo'riqishlar uyg'otadi.

Statik noaniq sistemalarni hisoblashni kuchlar usulidan boshlaymiz. Bu usul qadimiy va puxta ishlangan usullardan biri bo'lib, qamrovining kengligi, o'zlashuvining osonligi bilan boshqa usullardan ajralib turadi.

7. 2. Kuchlar usulining asosiy sistemasini tanlash

Har qanday statik noaniq sistemaning hisobl uning noaniqlik darajasini aniqlashdan boshlanadi. Shundan so'ng asosiy sistema tanlanadi. Berilgan sistemaning asosiy sistemalari bir nechta bo'lishi mumkin.

Hisoblash uchun shularning ichidan eng qulayi tanlab olinadi. Keyingi hisoblar ana shu tanlangan sistema ustida olib boriladi.

Xo'sh, asosiy sistemaning o'zi nima va u qanday hosil qilinadi?

Asosiy sistema statik aniq va geometrik o'zgarmas bo'lib, u berilgan sistemadagi ortiqcha bog'lanishlarni tashlab yuborish yo'li bilan hosil qilinadi.

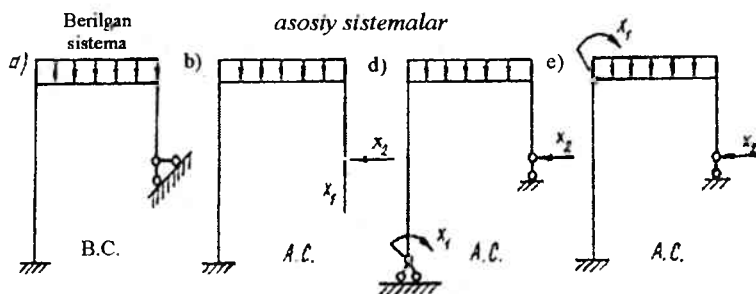
Asosiy sistema hosil qilishning uch xil yo'li bor:

a) ortiqcha deb qabul qilingan tayanchlar yoki tayanch sterjenlari tashlab yuboriladi;

b) berilgan sistemaga sharnirlar kiritiladi;

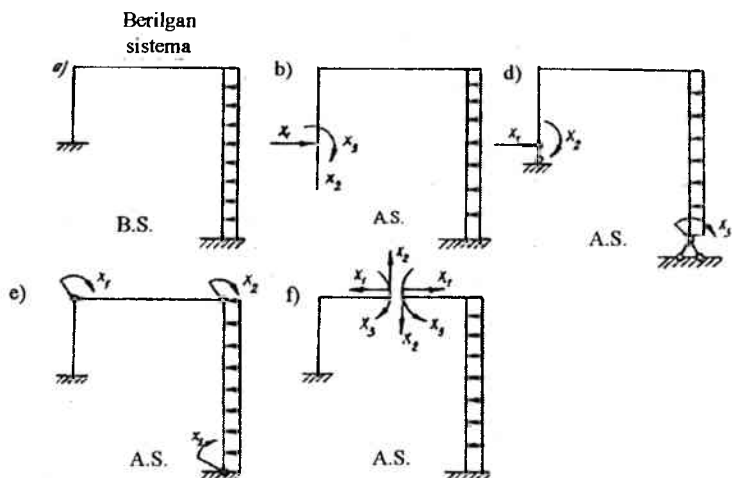
d) berilgan sistemaming biror kesimi qirqiladi.

Har uchala holda ham amalda ortiqcha bog'lanishlar tashlab yuborilgan deb hisoblanadi. Shundan so'ng, berilgan sistemaning dastlabki muvozanat holatini tiklash maqsadida yo'qotilgan bog'lanishlar o'rniga ularning vazifasini bajaruvchi noma'lum kuchlar (X_1 , X_2 , X_3 va x.k.) qo'yiladi. 7.4- rasmda ikki noma'lumli, 7.5-rasmda uch noma'lumli asosiy sistemalar ramaning turli, asosiy sistemalari aks ettirilgan.



7.4-rasm.

Rasmlarga izoh beramiz. 7.4- rasm, b, d, e da 7.4- rasm, a da berilgan ramaning uch xil asosiy sistemasi tasvirlangan. Rasm b da sharnirli qo'zg'almas tayanch tashlab yuborilib, uning o'rniga tayanch reaksiyalari X_1 va X_2 qo'yilgan. Rasm d da chapdagi sharnirsiz tayanch sharnirli qo'zg'almas tayanch bilan, o'ngdagisi esa sharnirli qo'zg'aluvchi tayanch bilan almashtirilgan. Inkor etilgan bog'lanishlar o'rniga reaksiya kuchlari tasvirlangan. Rasm e da ramaning chapki bikir tuguniga sharnir kiritilgan va sharnir tufayli yo'qotilgan bog'lanish o'rniga moment X_1 qo'yilgan. Ramaning o'ng tayanchidagi gorizontal sterjen tashlab yuborilib, o'rniga reaksiya kuchi X_2 qo'yilgan.



7.5-rasm.

Uchala asosiy sistema ham geometrik o'zgarmas, statik aniqdir. Hisob ishlari uchun ular ichidan istalgan sistemani tanlab olish mumkin. Uchala holda ham hisob natijalari bir xil chiqaveradi. Biroq 7.4- rasm, *b* da tasvirlangan asosiy sistema bular ichida eng maqbulidir. Chunki bunday sistemaning M epyuralarini qurish va ko'chishlarini aniqlash boshqalariga nisbatan birmuncha qulay.

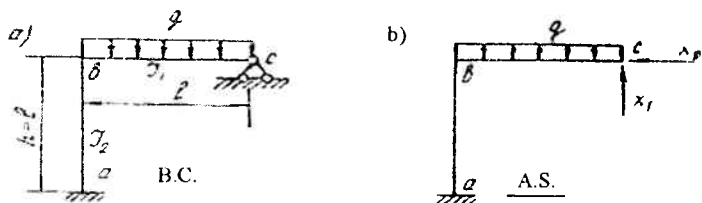
7.5- rasmda uch noma'lumli ramaning to'rt xil asosiy sistemasi tasvirlangan. Bularning dastlabki uchtasi (7.5- rasm, *b*, *d*, *e*) avvalgi ramanikiga o'xshash. Oxirgisi (7.5- rasm, *f*) qirqish usulida hosil qilingan. Qirqilgan kesimga tashqi kuchlar ta'sirida shu kesimda hosil bo'ladigan ichki kuchlar — bo'ylama kuch X_1 , ko'ndalang kuch X_2 va eguvchi moment X_3 lar qo'yilgan. Bu to'rt asosiy sistemaning birinchisi va oxirgisi hisoblash uchun qulaydir.

7.3. Kuchlar usulining kanonik tenglamalari

Asosiy sistemalarda ortiqcha bog'lanishlar noma'lum kuchlar bilan almashtirilishini oldingi paragrafda ko'rib o'tdik. Endigi vazifa ana shu noma'lum kuchlarni aniqlashdan iborat. Buning uchun statika tenglamalariga qo'shimcha ravishda *kanonik*¹ deb

ataluvchi tenglamalar tuzamiz. Kanonik tenglamalarini tuzish tartibini ikki noma'lumli rama minolida ko'rib o'tamiz. Berilgan ramaning (7.6- rasm, a) asosiy sistemani niniq konsol ko'rimshida (7.6- rasm, b) tanlaymiz.

Tashlab yuborilgan tayanch o'rniga noma'lum kuchlar qo'yamiz, so'ngra kuch usulining kanonik tenglamalarini tuzamiz.



7.6-rasm.

Berilgan ramada sharmirli qo'zg'almas tayanchning markazi S vertikal va gorizontaal yo'nalishlarda qo'zg'almasdir, ya'ni uning shu yo'nalishlardagi ko'chishlari nolga tengdir.

¹ *Kanon* — qonun, qoida, kanonik tenglama — ma'lum qonuniyat asosida tuzilgan tenglama.

Bunday shart asosiy sistemada, ham saqlanib qolishi lozim, ya'm S nuqtasining vertikal va gorizontaal ko'chishlari nolga teng bo'lishi zarur. Bu shartni qisqa ko'rinishda quyidagicha ifodalash, mumkin:

$$\Delta_{x_1} = 0; \Delta_{x_2} = 0; \quad (7.1)$$

bu yerda, Δ_{x_1} — terjen uchi S ning X_1 kuch yo'nalishidagi ko'chishi;

Δ_{x_2} — shu nuqtaning X_2 kuchi yo'nalishidagi ko'chishi.

Har ikkala ko'chish x_1 va x_2 kuchlari hamda tashqi yuklar ta'sirida vujudga keladi. Kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasidan foydalanib, (7.1)ni alohida ko'chishlar yig'indisi sifatida ifodalaymiz.

$$\begin{aligned} \Delta_{x_1 x_1} + \Delta_{x_1 x_2} + \Delta_{x_1 P} &= 0; \\ \Delta_{x_2 x_1} + \Delta_{x_2 x_2} + \Delta_{x_2 P} &= 0. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Bu yerda ko'chishlarga qo'yilgan birinchi indekslar ko'chishning yo'nalishini, ikkinchi indekslar esa shu ko'chishni yuzaga keltiruvchi sababni bildiradi.

Endi x_1 va x_2 kuchlari ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlarni Guk qonuniga asosan birlik ko'chishlar orqali ifoda etamiz.

$$\Delta_{x_1 x_1} = x_1 \delta_{11}; \Delta_{x_1 x_2} = x_2 \delta_{12}; \Delta_{x_2 x_1} = x_1 \delta_{21}; \Delta_{x_2 x_2} = x_2 \delta_{22}$$

Bularni (7.2) tenglamaga qo'ysak, ikki noma'lumli sistema uchun kuchlar usulining kanonik tenglamalari kelib chiqadi;

$$\begin{aligned} x_1 \delta_{11} + x_2 \delta_{12} + \Delta_{1P} &= 0; \\ x_1 \delta_{21} + x_2 \delta_{22} + \Delta_{2P} &= 0; \end{aligned} \quad (7.3)$$

Bu yerda $\delta_{11} - x_1$ kuchi qo'yilgan nuqtaning shu kuch yo'nalishida $x_1=1$ kuchi ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishi;

$\delta_{12} - x_1$ kuchi qo'yilgan nuqtaning shu kuch yo'nalishida $x_1=1$ kuchi ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishi;

$\Delta_{1P} - x_1$ kuchi yo'nalishida, $\Delta_{2P} - x_2$ kuchi yo'nalishida tashqi kuchlar ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlar.

Agar (7.3) da ifodalangan kanonik tenglamalarning tuzilishiga jiddiy e'tibor bersak, uning yozilishida ma'lum qonuniyat borligini payqash qiyin emas. Shu qonuniyatdan foydalanib sistemaning statik noaniqlik darajasiga qarab, kanonik tenglamalarni keragicha tuza olamiz. Binobarin, sistema (masalan, rama) necha noma'lumli bo'lsa, tenglamalar soni o'shancha bo'ladi. Masalan, uch noma'lumli rama uchun kanonik tenglamalar quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{aligned} X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + X_3 \delta_{13} + \Delta_{1P} &= 0 \\ X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + X_3 \delta_{23} + \Delta_{2P} &= 0 \\ X_1 \delta_{31} + X_2 \delta_{32} + X_3 \delta_{33} + \Delta_{3P} &= 0 \quad \text{va h.k.} \end{aligned} \quad (7.4)$$

(7.3) va (7.4) da ifodalangan kanonik tenglamalarda noma'lum sifatida kuchlar ($X_1, X_2, X_3 \dots$) turibdi. Mazkur usulning «kuchlar» usuli deb atalishining sababi ham aynan ana shunda. Ushbu tenglamalardagi birlik ko'chishlar (δ_{ik}) — koeffitsiyent, tashqi

kuchlardan hosil bo'lgan ko'chishlar (Δ_{ip}) esa ozod had vazifasini o'taydi. Ko'chishlarning o'zaro munosabati haqidagi Maksvel teoremasiga binoan $\delta_{ik}=\delta_{ki}$ bo'ladi.

Bir xil indeksli birlik ko'chishlar (δ_{11}, δ_{22}) ning ishoralari hamisha musbat bo'ladi. Shu sababli ular hech qachon nolga aylanmaydi va hamma vaqt tenglama tarkibida ishtirok etadi. Shu sababli ular *bosh ko'chishlar* deb ataladi.

Turli indeksli ko'chishlar ($\delta_{12}, \delta_{13}, \dots$) esa musbat va manfiy ishoralarga ega bo'lishi va demak, nol bo'lishi ham mumkin. Shuning uchun bular *ikkinchi darajali ko'chishlar* deb ataladi.

7.4. Kanonik tenglama koeffitsiyentlari va ozod hadlarini aniqlash

Kuchlar usulining kanonik tenglamalarini yechish uchun, ya'ni ulardagi noma'lum kuchlar va momentlarni aniqlash uchun avval tenglamalarning koeffitsiyentlari va ozod hadlari topiladi.

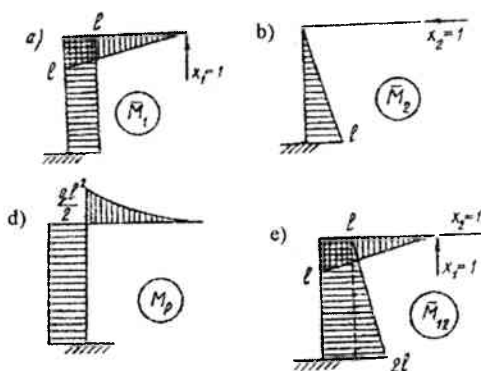
Ma'lumki, kanonik tenglamalarning koeffitsiyent va ozod hadlari ko'chishlardir. Shuning uchun ularni aniqlashda 6-bobda bayon etilgan ko'chishlar nazariyasidan foydalanamiz.

7.6- rasmdagi ramaning ko'chishlarini aniqlaymiz. Buning uchun birlik kuchlar ta'sirida eguvchi momentlarning birlik epyuralarini (7.7- rasm, *a*, *b*) qurib olamiz. Tashqi kuchlar ta'siridagi M , epyurasi 7.7- rasm, *d* da aks ettirilgan.

Birlik ko'chishlar quyidag formulalardan topiladi:

$$\begin{aligned}\delta_{11} &= \sum_n \int_0^l \frac{\bar{M}_1^2}{EJ} dx, & \delta_{12} = \delta_{21} &= \sum_n \int_0^l \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_2}{EJ} dx, \\ \delta_{22} &= \sum_n \int_0^l \frac{\bar{M}_2^2}{EJ} dx.\end{aligned}\tag{7.5}$$

Bu yerda, $\bar{M}_1$ — asosiy sistemaning istalgan kesimda birlik kuch $x_1 = 1$ dan hosil bo'lgan moment; $\bar{M}_2$ — o'sha kesimda $x_2 = 1$ kuchidan hosil bo'lgan moment; n — rama sterjenlari soni.



A.S.

7.7-rasm.

Tashqi yuklardan hosil bo'lgan ko'chishlar quyidagi formulalardan topiladi:

$$\Delta_{1P} = \sum_n \int_0^l \frac{\bar{M}_1 M_P}{EJ} dx, \quad \Delta_{2P} = \sum_n \int_0^l \frac{\bar{M}_2 M_P}{EJ} dx, \quad (7.6)$$

Vereshchagin formulasidan foydalanib, eguvchi moment epyuralaridan (7.7- rasm, a, b) quyidagilarni aniqlaymiz:

$$\delta_{11} = \frac{4l^3}{3EJ}; \quad \delta_{12} = \frac{l^3}{2EJ}; \quad \delta_{22} = \frac{l^3}{3EJ};$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{5ql^4}{8EJ}; \quad \Delta_{2P} = -\frac{ql^4}{4EJ}.$$

Bu yerda $J_1=J_2=J$ deb olingan.

To'g'ri yechimga ega bo'lish uchun ko'chishlar to'g'ri topilgan bo'lishi kerak. Bularning to'g'ri yoki noto'g'ri topilganligini tekshirib ko'rsa bo'ladi. Ikki xil tekshirish bor: qatorma-qator tekshirish va yalpi tekshirish.

Tekshirish uchun birlik epyuralarni qo'shib, yig'indi epyura

($\bar{M}_{12}$) quriladi (7.7- rasm, g). Qatorma-qator tekshirish quyidagi formula asosida amalga oshiriladi:

$$(\delta_{11} + \delta_{12}) = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_1 \overline{M}_{12}}{EJ} dx, \quad (7.7)$$

ya'ni kanonik tenglamaning birinchi qatordagi koeffitsiyentlar yig'indisi $\overline{M}_1$ va $\overline{M}_{12}$ epyuralarining ko'paytmasiga teng chiqsa, u holda bu ko'chishlar to'g'ri topilgan bo'ladi.

Xuddi shuningdek, tenglamaning ikkinchi qatori quyidagicha tekshiriladi:

$$(\delta_{21} + \delta_{22}) = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_2 \overline{M}_{12}}{EJ} dx \quad (7.8)$$

ya'ni ko'chishlar to'g'ri topilgan bo'lsa, ularning yig'indisi $\overline{M}_1$ va $\overline{M}_{12}$ epyuralarining ko'paytmasiga teng bo'ladi.

Yalpi tekshirishda barcha koeffitsiyentlar yig'indisi, $\overline{M}_{12} \cdot \overline{M}_{12}$ ko'paytmasiga teng bo'lishi zarur, ya'ni

$$(\delta_{11} + \delta_{12}) + (\delta_{21} + \delta_{22}) = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_{12}^2}{EJ} dx \quad (7.9)$$

Topilgan koeffitsiyentlarni to'liq tekshiramiz:

$$\sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_{12}^2}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \left(\frac{l^2}{2} \frac{2}{3} l + l^3 \frac{3}{2} l + \frac{l^2}{2} \frac{5}{3} l \right) = \frac{8l^3}{3EJ}.$$

Birlik ko'chishlar yig'indisini hisoblaymiz:

$$\delta_{11} + 2\delta_{12} + \delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{4}{3} l^3 + \frac{1}{3} l^3 + l^3 \right) = \frac{8l^3}{3EJ}.$$

Ko'paytma yig'indiga teng chiqdi. Demak, ko'chishlar to'g'ri topilgan.

Endi birinchi qator koeffitsiyentlarini tekshiramiz:

$$\delta_{11} + \delta_{12} = \frac{11l^3}{6EJ}$$

$\bar{M}_1$ va $\bar{M}_{12}$ epyuralarining ko'paytmasini hisoblaymiz:

$$\sum_n \int_0^l \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_{12}}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \left(\frac{l^2}{2} \cdot \frac{2}{3} l + \frac{3l^2}{2} l \right) = \frac{11l^3}{6EJ}.$$

Bu yerda ham yig'indi ko'paytmaga teng chiqdi. Shunday bo'lishi ham kerak edi.

Nihoyat ozod hadlarni tekshiramiz:

$$\Delta_{1F} + \Delta_{2F} = \sum_n \int_0^l \frac{M_r \bar{M}_{12}}{EJ} dx; \quad (7.10)$$

ya'ni ozod hadlar yig'indisi $\bar{M}_{12}$ epyurasi bilan M_r epyurasining ko'paytmasiga teng bo'lishi kerak. Bu shartning bajarilishi ozod hadlarning to'g'ri topilganligini anglatadi.

Ko'chishlar, ya'ni koeffitsiyent va ozod hadlar to'g'ri topilganiga ishonch hosil qilingach, ularni kanonik tenglamalarga qo'yamiz. Tenglamalarni birgalikda yechib, noma'lum kuchlarni aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} X_1 \cdot \frac{4l^3}{3} + X_2 \cdot \frac{l^3}{2} - \frac{5ql^4}{8} &= 0; \\ X_1 \cdot \frac{l^3}{2} + X_2 \cdot \frac{l^3}{3} - \frac{ql^4}{4} &= 0. \end{aligned}$$

Bu yerdan

$$X_1 = \frac{3ql}{7} \quad \text{va} \quad X_2 = \frac{3ql}{28}$$

kelib chiqadi.

7.5. Statik noaniq ramalarning M , Q va N epyuralarini qurish

Kanonik tenglamalardan ortiqcha noma'lumlar ($X_1, X_2, \dots$) aniqlangach, ramaning natijaviy, ya'ni tugal M epyurasi quriladi. Istalgan kesimdagi momentning qiymati qo'shish usulida aniqlanadi:

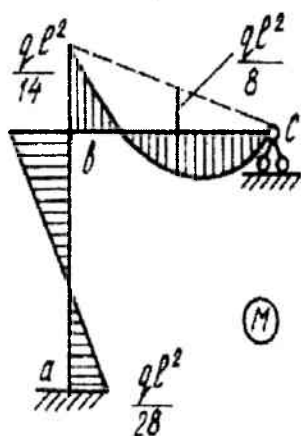
$$M = M_p + X_1 \bar{M}_1 + X_2 \bar{M}_2 + \dots + X_n \bar{M}_n \quad (7.11)$$

Bu yerda M_R — statik aniq asosiy sistemada tashqi yuklardan hosil bo'lgan moment; $\bar{M}_1$ — asosiy sistemada $X_1 = 1$ kuchidan hosil bo'lgan moment.

X_1 kuchining haqiqiy qiymati ta'sirida hosil bo'lgan momentni topish uchun $\bar{M}_1$ momentini X_1 ga ko'paytiramiz, ya'ni X_1 ta'siridagi haqiqiy moment $X_1 \bar{M}_1$ bo'ladi. Bu qoida boshqa noma'lumlar ($X_2, X_3, \dots, X_n$) ga ham tegishlidir,

7.6-rasmda berilgan ikki noma'lumli ramaning mazkur usulda qurilgan M epyurasi 7.8- rasmda aks etgan. Rasmda rigelning o'rtasidagi moment ham ko'rsatilgan. Ramaning eguvchi momentlar epyurasi hamma vaqt sterjenning tolalari cho'zilgan tomonga chizilishini eslatib o'tamiz.

Statik noaniq ramaning yakunlovchi M epyurasini qurib bo'ldik. Bu bilan hisobning eng muhim va murakkab qismi tugadi. Endi ko'ndalang va bo'ylama kuchlar epyuralarini qurishga kirishsak bo'ladi.

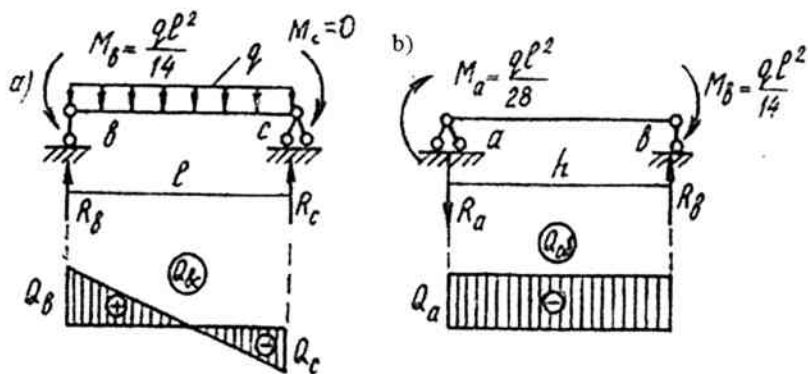


7.8-rasm

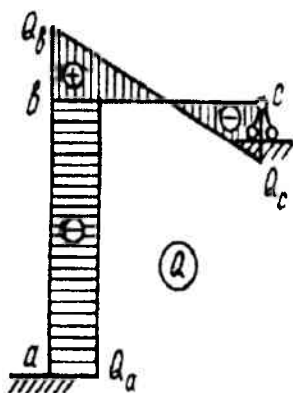
Nega deganda M epyurasi asosida Q epyurasi, Q epyurasi asosida N epyurasi quriladi.

Q epyurasini qurish uchun ramaning sterjenlarini alohida bo'laklarga ajratamiz va ularni bir oraliqli statik aniq balkalar sifatida hisoblaymiz. Bunda balkalarga tashqi kuchlardan tashqari ramaning M epyurasidan olingan tugun momentlari ham qo'yiladi. 7.9- rasmda 7.6- rasm, a -da berilgan ramaning alohida balkalarga ajratilishi va tegishli epyuralari tasvirlangan. 7.9- rasm, a -da bc rigeli, 7.9- rasm, b -da ab ustuni balka ko'rinishida aks ettirilgan hamda tashqi kuch va tugun momentlari ko'rsatilgan.

Oddiy balkaning Q epyurasi materiallar qarshiligi kursida bayon etilgan qoidalar asosida quriladi. Ishming oxirida alohida balkalar uchun qurilgan Q epyurasi rama o'qiga to'planadi (7.10- rasm).



7.9-rasm.



7.10-rasm.

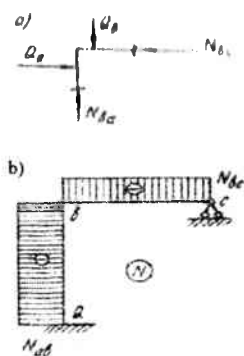
tugunni qirqib olamiz (7.11- rasm, Bu yerdan uvozanat shartlarini yozamiz:

$$\sum X = Q_a - N_{bc} = 0; \text{ bu yerdan } N_{bc} = Q_a;$$

$$\sum Y = N_{ba} - Q_b = 0; \text{ bu yerdan } N_{ba} = Q_b.$$

Aniqlangan qiymatlar bo'yicha ramaning N epyurasi quriladi (7.11- rasm, b)

Tekshirish. Ramalarning statik noaniqlik darajasi ortgan sari hisoblash ishlari murakkablashib boraveradi. Bunday hollarda hisob natijalarini tekshirish muhim ahamiyat kasb etadi. Oldingi paragrafda kanonik tenglama koeffitsiyentlari va ozod hadlarini tekshirishni o'rgangan edik. Bu safar tugal M , Q va N epyuralarini tekshirishni o'rganamiz. M , Q , N epyuralarini tekshirishning ikki usuli bor: statik tekshirish va deformatsion tekshirish.



7.11-rasm.

Epyuralarni *statik* tekshirganda, yaxlit rama yoki uning ayrim qismlari va tugunlari uchun muvozanat shartlari tuziladi. Bunda ramaning barcha tayanch reaksiyalarini vertikal o'qqa bo'lgan proyeksiyalari yig'indisi tashqi yuklarning vertikal proyeksiyalari bilan muvozanatda bo'lishi lozim.

Biror nuqtaga nisbatan tayanch reaksiyalaridan olingan momentlar yig'indisi shu nuqtaga nisbatan tashqi kuchlardan olingan momentlar yig'indisiga teng bo'lishi zarur.

Ramaning har bir tuguni eguvchi momentlar ta'sirida muvozanatda yotishi kerak, buning uchun bir tugunga tutashgan rigel va ustundagi ordinatalar o'zaro teng bo'lishi lozim. Tugunlardagi ko'ndalang va bo'ylama kuchlar alohida qaralganda, muvozanatda bo'lmaydi, biroq birgalikda qaralganda tugun muvozanatda yotishi zarur. M , Q va N epyuralarini statik tekshirish ularning to'g'ri qurilganiga kafolat bo'la olmaydi, chunki statik muvozanat shartlari noma'lumlar xato topilgan taqdirda ham bajarilaveradi. Buning sababi shundaki, ramaning tugal M epyurasi statik aniq asosiy sistema uchun qurilgan. Agar tashqi yuk va aniqlangan noma'lumlar ta'sirida epyura to'g'ri kurilsa, u holda noma'lumlarning istalgan qiymatida rama statik muvozanat holatida bo'laveradi. Natijada noma'lumlarni aniqlashda yo'l qo'yilgan xato ochilmay qolaveradi.

Deformatsion tekshirish ortiqcha noma'lumlarni aniqlashda yo'l qo'yilgan xatolarni payqash imkonini beradi. Hisob natijalarini

deformatsion tekshirishda asosiy sistemalarga qurilgan birlik epyuralar ($\bar{M}_1, \bar{M}_2$) ramaning tugal M epyurasi bilan navbatma-navbat ko'paytiriladi. Agar ortiqcha noma'lumlar to'g'ri aniqlanib, epyuralar to'g'ri qurilgan bo'lsa, bunday ko'paytma nolga teng chiqadi.

7.6. Statik noaniq ramalarni hisoblashda soddalashtirish usullari

Kanonik tenglamalar soni sistemadagi ortiqcha noma'lumlar soniga teng bo'lishini ilgari aytib o'tgan edik. Demak, sistemaning statik noaniqlik darajasi ortgani sari kanonik tenglamalar ham ortib boradi, ularni birgalikda yechish uchun tobora ko'proq vaqt va mehnat talab etiladi. Aniq usullarda berilgan sistemadagi noma'lumlar sonini kamaytirib bo'lmaydi, biroq hisoblash ishlarini birmuncha osonlashtirish imkonini beradigan soddalashtirish usullari mavjuddir. Quyida ana shu usullarning ba'zilari bilan tanishib chiqamiz.

Sistemalarning simmetrikligidan foydalanish

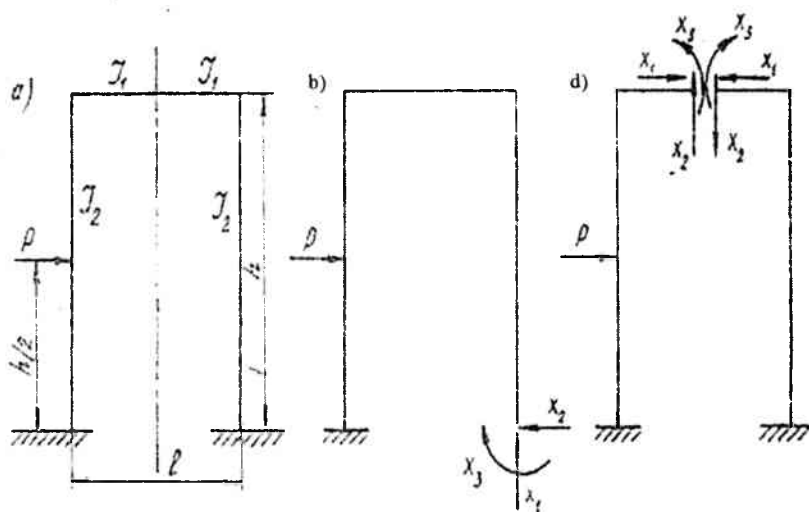
Simmetrik ramalar faqat geometrik shakliga ko'ra emas, balki tayanchlari va bikirliklari bo'yicha ham simmetrik bo'lishi lozim. Shunda ularning simmetrikligidan foydalanib ba'zi soddalashtirishlarga erishish mumkin. 7.12- rasm, *a*-da simmetrik statik noaniq rama tasvirlangan. Rama bitta vertikal simmetriya o'qiga ega. Ramaning chap va o'ng tayanchlari bir xil. Ramaning har ikkala ustuni, shuningdek rigelning chap va o'ng qismlari bir xil inersiya momentiga ega, bu har ikkala ustun bir xil bikirlikka ega, rigelning chap va o'ng qismlari bikirliklari o'zaro teng demakdir.

Agar ramaning asosiy sistemasini 7.12- rasm, *b* da ko'rsatilgandek olsak, hisob jarayonida hech qanday soddalashuvga erishmaymiz, uch noma'lumli uchta kanonik tenglamalar sistemasi o'zgarishsiz qolaveradi:

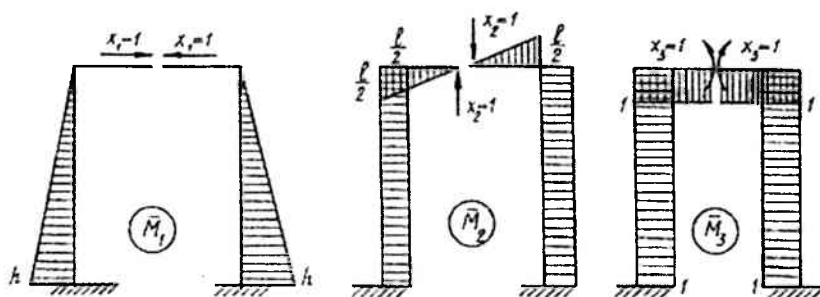
$$X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} + X_3\delta_{13} + \Delta_{1P} = 0;$$

$$X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} + X_3\delta_{23} + \Delta_{2P} = 0;$$

$$X_1\delta_{31} + X_2\delta_{32} + X_3\delta_{33} + \Delta_{3P} = 0. \quad (7.12)$$



7.12-rasm.



7.13-rasm.

Agar ramaning asosiy sistemasini 7.12- rasm, d dagi ko'rinishda olsak, kanonik tenglamalar sistemasini ancha ixchamlashadi. Ramaning asosiy sistemasini hosil qilishda uni simmetriya o'qi o'tgan kesimdan qirqdik. Bu asosiy sistemaning birlik epyuralarini

qursak, simmetrik ($\bar{M}_1, \bar{M}_2$) va teskari simmetrik ($\bar{M}_3$), epyuralar hosil bo'ladi (7.13-rasm).

To'g'ri va teskari simmetrik epyuralarning ko'paytmasi nolga teng bo'ladi. Bu qoida kanonik tenglama koeffitsiyentlarini aniqlashda juda qo'l keladi. Chunonchi, δ_{12} koeffitsiyentini aniqlashda $\bar{M}_1$ va $\bar{M}_2$ epyuralar Vereshchagin formulasi bo'yicha o'zaro ko'paytirilishi kerak. Biroq epyuralarning biri simmetrik, ikkinchisi teskari simmetrik bo'lgani uchun ko'paytma nol chiqishini oldindan bilamiz. Shunday qilib,

$$\delta_{12} = \delta_{21} = 0.$$

$\bar{M}_2$ va $\bar{M}_3$ epyularining ko'paytmasidan $\delta_{23} = \delta_{32} = 0$ kelib chiqadi. Buning oqibatida kanonik tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishga keladi:

$$X_1\delta_{11} + X_3\delta_{13} + \Delta_{1P} = 0;$$

$$X_2\delta_{22} + \Delta_{2P} = 0;$$

$$X_1\delta_{31} + X_3\delta_{33} + \Delta_{3P} = 0;$$

ya'ni yaxlit tenglamalar sistemasi (7.12) ikkita mustaqil tenglamalar sistemasiga ajralib ketdi:
bularidan biri

$$X_1\delta_{11} + X_3\delta_{13} + \Delta_{1P} = 0;$$

$$X_1\delta_{31} + X_3\delta_{33} + \Delta_{3P} = 0; \quad (7.13)$$

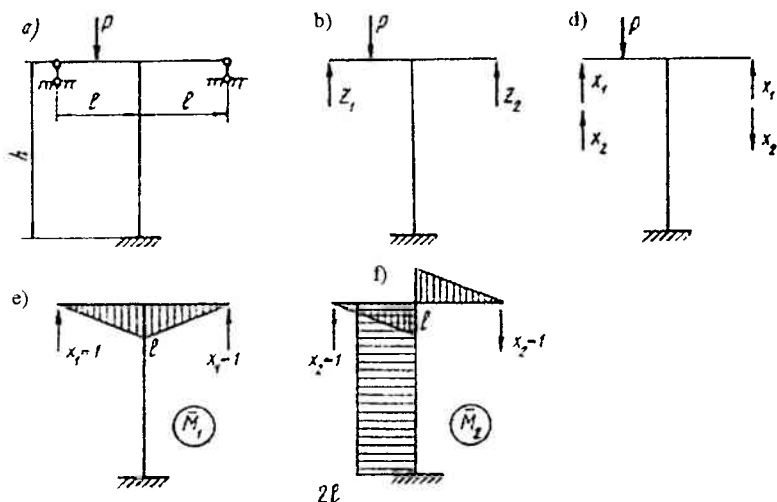
ikkinchisi

$$X_2\delta_{22} + \Delta_{2P} = 0. \quad (7.14)$$

Shunday qilib, asosiy sistema tanlash jarayonida ramaning simmetriklik xususiyatlaridan foydalanib, uch noma'lumli yaxlit tenglamalar sistemasini ikkita mustaqil tenglamalar sistemasiga ajratdik, bularning biri ikki noma'lumli ikkita tenglama, ikkinchisi bir noma'lumli bitta tenglama. Natijada hisob ishlarini ancha qisqartirish imkomiyatiga ega bo'ldik.

Noma'lumlarni guruhlash

Ko'p oraliqli simmetrik ramalarni hisoblashda to'g'ri va tekis simmetrik bo'lgan epyuralar hosil qilish uchun noma'lumlari sifatida alohida kuchlar emas, balki kuchlar guruhi qabul qilinadi. Ikki noma'lumli rama misolida usulning mohiyatini bayon etamiz (7.14- rasm, a).



7.14-rasm.

Berilgan rama ikki oraliqli bo'lib, sharnirli qo'zg'aluvchan tayanchlar ustunga nisbatan simmetrik joylashgan. Ramaning asosiy sistemasini tayanchlarni tashlab yuborish yo'li bilan hosil qilamiz. Yo'qotilgan bog'lanishlar o'rniga noma'lum reaksiya kuchlarini qo'yamiz (7.14- rasm, b). Biroq asosiy sistemani bunday olinishi hisob ishlarini soddalashtirishga olib kelmaydi, kanonik tenglamalar sistemasini yaxlitligicha qolaveradi:

$$Z_1 \delta_{11} + Z_2 \delta_{12} + \Delta_{1P} = 0;$$

$$Z_1 \delta_{21} + Z_2 \delta_{22} + \Delta_{2P} = 0;$$

Hisob jarayonida ma'lum darajada soddalashuvga erishish maqsadida Z_1 reaksiyasini X_1 va X_2 noma'lumlarining yig'indisi bilan, Z_2 reaksiya kuchini esa X_1 va X_2 noma'lumlarining ayirmasi bilan almashtiramiz (7.14- rasm, d). Natijada yakka kuchlar kuchlar guruhi bilan almashiadi. Buning oqibatida to'g'ri $\bar{M}_1$ va teskari $\bar{M}_2$ simmetrik epyuralarga ega bo'lamiz (7.14- rasm, g). Ma'lumki, bunday epyuralar ko'paytmasi nolga teng bo'ladi, Shunga ko'ra $\delta_{12}=0$. Kanonik tenglamalar sistemasi esa alohida ikkita mustaqil tenglamalarga ajralib ketadi:

$$X_1\delta_{11}+\Delta_{1P}=0; \quad X_2\delta_{22}+\Delta_{2P}=0.$$

Mazkur tenglamalardan X_1 va X_2 noma'lumlari aniqlanadi, so'ngra yakunlovchi M epyurasi quriladi.

$$M = M_p + X_1\bar{M}_1 + X_2\bar{M}_2.$$

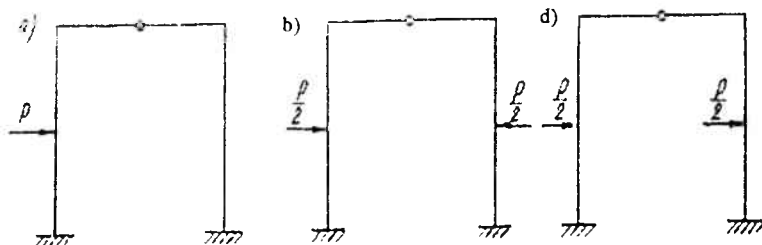
Nosimmetrik yuklarni to'g'ri va teskari simmetrik yuklarga ajratish

Agar statik noaniq simmetrik ramalarga qo'yilgan yuklar nosimmetrik bo'lsa, ularni to'g'ri va teskari simmetrik yuklarga ajratish yo'li bilan hisob ishlarini birmuncha soddalashtirsa bo'ladi.

Simmetrik ramaga nosimmetrik R kuchi qo'yilgan bo'lsin (7.15- rasm, a). Shu kuchni ikkiga bo'lib, to'g'ri va teskari simmetrik kuchlarga ajratamiz (7.15- rasm, b, d). Kuchlar shunday ajratilishi kerakki, ularni qaytadan qo'shganda, dastlabki kuch holati kelib chiqsin. Masalan, ramaning chap ustuniga (rasm, b, d) bir yo'nalishda miqdori $R/2$ bo'lgan ikkita kuch qo'yilgan, ularning yig'indisi R ga teng bo'ladi. Ramaning o'ng ustuniga esa o'sha kuchlar qarama-qarshi yo'nalishda qo'yilgan, bu kuchlarning yig'indisi nolga teng bo'ladi, natijada dastlabki kuch holati kelib chiqadi.

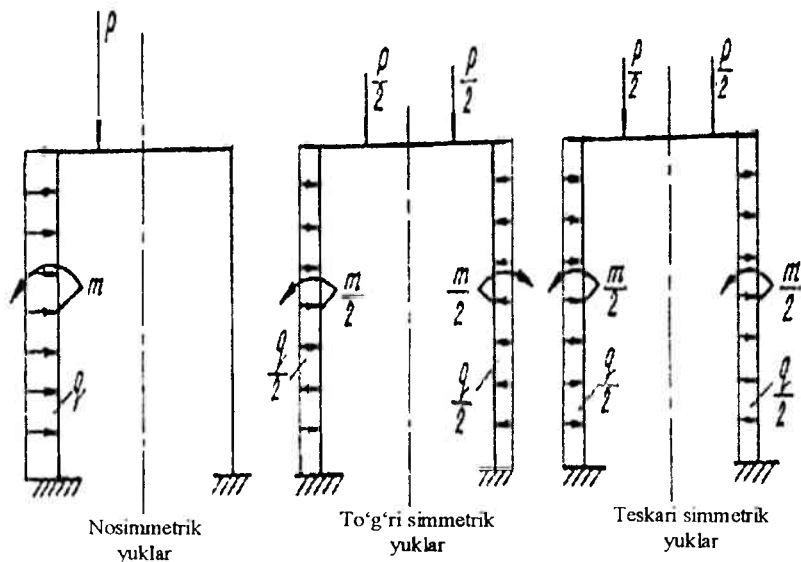
Shunday qilib, to'g'ri va teskari simmetrik kuchlar qo'yilgan ikkita ramaga ega bo'ldik (7.15- rasm, b, d). Endi bu ramalar alohida ravishda hisoblanadi, to'g'ri simmetrik kuchlardan $M_{to'g'}$ epyurasi, teskari simmetrik kuchlardan M_{tes} epyurasi quriladi.

Ramaning berilgan kuchdan hosil bo'ladigan haqiqiy M epyurasi to'g'ri va teskari simmetrik epyuralar yig'indisidan iborat bo'ladi.



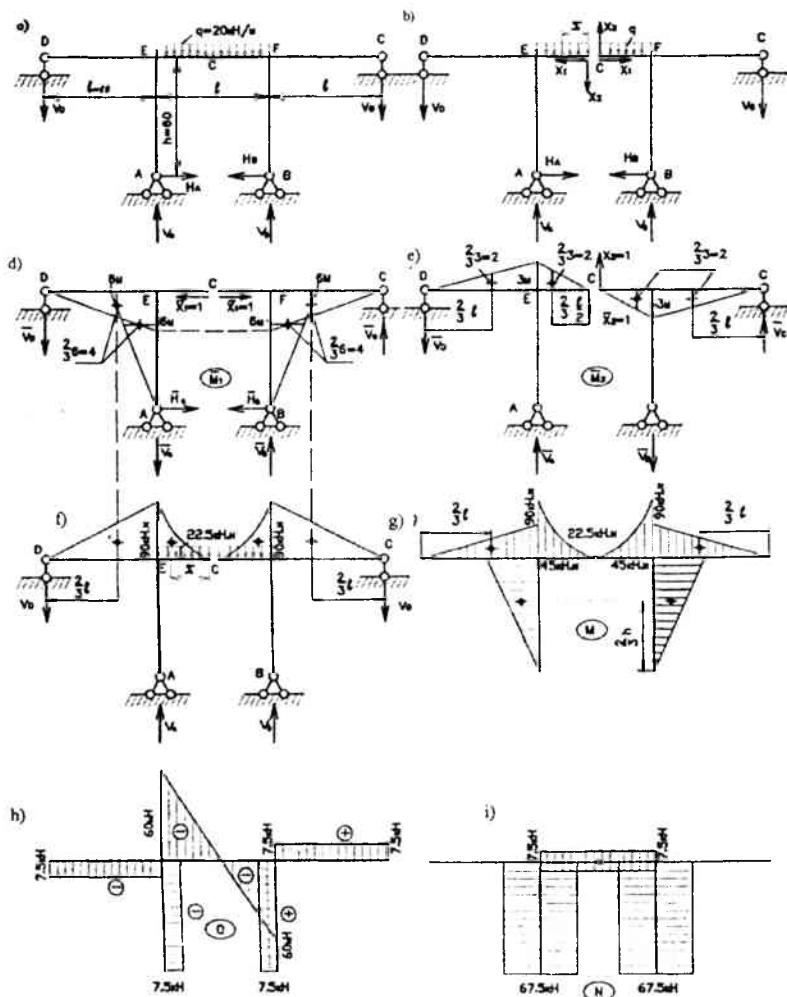
7.15-rasm.

Nosimmetrik ravishda joylashgan turli xil tashqi kuchlarni to'g'ri va teskari simmetrik yuklarga ajratish yo'li 7.16- rasmda ko'rsatilgan.



7.16-rasm.

7.1-misol. 7.17 -rasm, *a* da berilgan rama uchun M , Q , va N epyuralari qurilsin. Yakuniy eguvchi momentlar epyurasining to'g'riligi tekshirilsin. Ramaning barcha elementlari bikirligi o'zgaras.



7.17-rasm.

Yechish.

Ramaning statik noaniqlik darajasini aniqlaymiz.

$$C_n = 3K - III = 3 \cdot 3 - 7 = 2 ,$$

demak, rama ikki marta statik noaniq.

Ramaning asosiy sistemasini hosil qilish uchun o'rtadagi S sharnirini olib tashlaymiz va o'rniga noma'lum ichki kuchlar X_1 va X_2 ni qo'yamiz (7.17- rasm, b). Asosiy sistemani mana shunday tanlash yo'li bilan hisobda ayrim yengilliklarga erishamiz. Masalan, δ_{12} , δ_{21} va Δ_{2p} ko'chishlar nolga aylanadi.

Sharnir olib tashlangach, yondosh kesimlarda vertikal va gorizantal yo'nalishlarda o'zaro ko'chish imkoniyati paydo bo'ladi. Aslida berilgan sistemada sharnir tufayli hech qanday ko'chish vujudga kelmaydi. Ana shu holatni ta'minlash uchun kesim uchlariga qarama-qarshi yo'nalishlarda ikkitadan noma'lum kuchlar (X_1 va X_2) qo'yamiz. Bu kuchlar yondash kesimlarning o'zaro siljishiga chek qo'yadi.

X_1 va X_2 noma'lum kuchlar kanonik tenglamalardan topiladi:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0 ;$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0 .$$

$\bar{M}_1$ epyurasini qurish uchun asosiy sistemadagi barcha kuchlar olib tashlanib, ikkita qarama-qarshi yo'nalgan gorizantal kuch $\bar{X}_1 = 1$ qo'yiladi (7.17- rasm, d), keyin chap tomondagi kesimlar uchun eguvchi momentlar aniqlanadi. Avval tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$\sum M_A = \bar{V}_d \ell - \bar{X}_1 h = 0 , \quad bundan \quad \bar{V}_d = \frac{\bar{X}_1 h}{\ell} = \frac{1 \cdot 6}{6} = 1 ;$$

$$\sum Y = \bar{V}_d - \bar{V}_a = 0 , \quad bundan \quad \bar{V}_a = \bar{V}_d = 1 ;$$

$$\sum X = \bar{H}_a - \bar{X}_1 = 0 , \quad bundan \quad \bar{H}_a = \bar{X}_1 = 1 .$$

DC elementining xarakterli kesimlaridagi eguvchi momentlar:

$$\begin{aligned}\bar{M}_D &= 0; & \bar{M}_E^{\text{чан}} &= \bar{V}_d \ell = 1 \cdot 6 = 6 \text{ м}; \\ \bar{M}_E^{\text{униг}} &= \bar{M}_E^{\text{чан}} - \bar{H}_a h = 6 - 1 \cdot 6 = 0; & \bar{M}_C &= 0.\end{aligned}$$

ABE elementi kesimlaridagi eguvchi momentlar:

$$\bar{M}_A = 0; \quad \bar{M}_E = -\bar{H}_a h = -1 \cdot 6 = -6 \text{ м}.$$

$\bar{M}_2$ epyurasini qurish uchun asosiy sistemaga faqat ikkita vertikal kuch $\bar{X}_2 = 1$ qo'yamiz (7.17- rasm, g) va kerakli kesimlardagi eguvchi momentlarni hisoblaymiz. Tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$\begin{aligned}\sum M_A &= -\bar{V}_d \ell + \bar{X}_2 \frac{\ell}{2} = 0, & \text{bundan} & \quad \bar{V}_d = \frac{\bar{X}_2}{2} = \frac{1}{2} = 0,5; \\ \sum Y &= -\bar{V}_d + \bar{V}_a - \bar{X}_2 = 0, & \text{bundan} & \quad \bar{V}_a = \bar{V}_d + \bar{X}_2 = 0,5 + 1 = 1,5.\end{aligned}$$

Gorizontal kuchlar bo'lmaganligi sababli $\bar{H}_a = 0$.

DC elementining xarakterli kesimlaridagi eguvchi momentlar:

$$\begin{aligned}\bar{M}_D &= 0; \\ \bar{M}_E^{\text{чан}} &= \bar{M}_E^{\text{униг}} = -\bar{V}_d \ell = -0,5 \cdot 6 = -3 \text{ м}; \\ \left(\text{ёки} \quad -\bar{X}_2 \cdot \frac{\ell}{2} = -1 \cdot \frac{6}{2} = -3 \text{ м} \right); & \quad \bar{M}_C = 0.\end{aligned}$$

AE elementining kesimlaridagi eguvchi momentlar nolga teng, chunki bu elementga ta'sir etuvchi yagona kuch $\bar{V}_a$ elementning og'irlik markazidan o'tib, moment hosil qilmaydi.

Endi rama asosiy sistemasining chap yarmiga faqat berilgan kuchlar ta'sirini ko'rib o'tamiz (7.17- rasm, f). Tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz.

$$\begin{aligned}\sum M_A &= -V_d \ell + q \frac{\ell}{2} \cdot \frac{\ell}{4} = 0, & \text{bundan} & \quad V_d = \frac{q\ell}{8} = \frac{20 \cdot 6}{8} = 15 \text{ кН}; \\ \sum Y &= -V_d + V_a - q \frac{\ell}{2} = 0, \\ \text{bundan} & \quad V_a = V_d + q \frac{\ell}{2} = 15 + \frac{20 \cdot 6}{2} = 75 \text{ кН};\end{aligned}$$

gorizontal reaksiya $N_a = 0$.

DS elementining kesimlaridagi eguvchi momentlar:

$$M_D = 0; \quad M_E^{chap} = M_E^{ang} = -V_d \ell = -15 \cdot 6 = -90 \text{ kHM};$$

$$M_{x=1,5 \text{ m}} = -q \frac{x^2}{2} = -20 \cdot \frac{1,5^2}{2} = -22,5 \text{ kHM}; \quad M_C = 0.$$

AE elementining kesimlaridagi eguvchi momentlar nolga teng.

Topilgan qiymatlar asosida asosiy sistemaning chap qismi uchun $\bar{M}_1$, $\bar{M}_2$ va M_p epyuralarini quramiz (7.17- rasm d,e,f).

Asosiy sistemaning o'ng va chap qismlari, shuningdek $\bar{x}_1 = 1$ kuchlari, vertikal o'qqa nisbatan simmetrik bo'lganligi sababli, $\bar{M}_1$ epyurasining o'ng qismi ham chap qismiga simmetrik bo'ladi (7.17- rasm, d). Shunga o'xshab, M_r epyurasi ham vertikal o'qqa nisbatan simmetrik. Simmetrik asosiy sistemaga qo'yilgan $\bar{x}_2 = 1$ kuchlari teskari ko'rinishga ega, shu boisdan $\bar{M}_2$ epyurasi teskari simmetrik epyura bo'ladi. Ushbu mulohazalar asosida $\bar{M}_1$, $\bar{M}_2$ va M_p epyuralarini to'ldiramiz, ya'mi asosiy sistemaning o'ng qismini (hisobsiz ravishda) chizib qo'yamiz.

Yuqorida berilgan kanomik tenglamalar tartibiga kiruvchi ko'chishlarni aniqlashga o'tamiz.

δ_{11} ko'chishni aniqlash uchun $\bar{M}_1$ epyurasini $\bar{M}_1$ epyuraga ko'paytiramiz, ya'mi yuza ω ni ham, ordinata y ni ham shu epyuraning o'zidan olamiz:

$$\delta_{11} = \frac{2}{EI} \left(\frac{6 \cdot 6}{2} 4 + \frac{6 \cdot 6}{2} 4 \right) = \frac{288}{EI}.$$

δ_{12} ko'chishni aniqlash uchun $\bar{M}_1$ epyurani $\bar{M}_2$ epyuraga ko'paytiriladi. Ularning birinchisi vertikal o'qqa nisbatan simmetrik, ikkinchisi rigelning *DC* qismida teskari simmetrik, *AE* va *BF* elementlarida epyura umuman yo'q. Biroq ko'paytirilayotgan epyuralarning biri simmetrik, ikkinchisi teskari simmetrik bo'lsa, izlanayotgan ko'chish nolga teng bo'ladi, chunki epyuralarning chap qismini ko'paytirganda ma'lum miqdorli bir son chiqadi, o'ng qismini ko'paytirganda o'sha son teskari ishora bilan chiqadi. Natijada, $\delta_{12} = 0$ bo'ladi.

Δ_{1p} ko'chishni aniqlashda Mr epyurasi $\bar{M}_1$ epyuraga ko'paytiriladi:

$$\Delta_{1p} = -\frac{1}{EI} \left(\frac{6 \cdot 90}{2} 4 + \frac{6 \cdot 90}{2} 4 \right) = -\frac{2}{EI} \left(\frac{6 \cdot 90}{2} 4 \right) = -\frac{2160}{EI}.$$

Makvel teoremasiga ko'ra $\delta_{12} = \delta_{21}$. Biroq $\delta_{12} = 0$ bo'lganligi sababli $\delta_{21} = 0$.

δ_{22} ko'chishni aniqlash uchun $\bar{M}_2$ epyurani o'zini o'ziga ko'paytiramiz:

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left(\frac{6 \cdot 3}{2} + \frac{3 \cdot 3}{2} 2 + \frac{3 \cdot 3}{2} 2 + \frac{6 \cdot 3}{2} 2 \right) = \frac{2}{EI} \left(\frac{6 \cdot 3}{2} 2 + \frac{3 \cdot 3}{2} 2 \right) = \frac{54}{EI}.$$

Δ_{2p} ni aniqlash uchun $\bar{M}_2$ va Mr epyuralari ko'paytiriladi. Biroq bulardan biri simmetrik, ikkinchisi teskari simmetrik bo'lganligi sababli, izlanayotgan ko'chish $\Delta_{2p} = 0$ bo'ladi. Shunday qilib, asosiy sistemaning simmetrikligi δ_{12} , δ_{12} va Δ_{2p} ko'chishlarni nolga tenglashtirish imkonini berdi.

Ko'chishlarning aniqlangan qiymatlarini kanonik tenglamalarga qo'yamiz:

$$\begin{aligned} 288X_1 + 0 \cdot X_2 - 2160 &= 0; \\ 0 \cdot X_1 + 54X_2 + 0 &= 0. \end{aligned}$$

Bir-biriga bog'liq bo'lmagan ikki tenglamaga ega bo'ldik. Ularning biridan X_1 ni topamiz:

$$X_1 = \frac{2160}{288} = 7,5 \text{ kH}.$$

Ikkinchi tenglamadan $X_2 = 0$ ekanligi ma'lum bo'ladi.

Demak, sistemalarga simmetrik yuklar qo'yilgan bo'lsa, teskari simmetrik noma'lumlar nolga teng bo'lar ekan.

Endigi navbatda xarakterli kesimlardagi yakuniy (yig'indi) eguvchi momentlarning qiymatlarini aniqlaymiz. Buning uchun Mr epyurasi ordinatalari bilan $\bar{M}_1$ epyurasi ordinatalarning $X_1 =$

7,5kN ga ko'paytirilgan ordinatalari algebraik yig'indisini olamiz. Qo'shilayotgan epyuralar simmetrik bo'lganligi sababli, yig'indi epyura ham simmetrik bo'ladi. Shu boisdan ramaning faqat chap qismini hisoblaymiz:

AYE elementi

$$M_A = 0; \quad M_E = 0 - 6 \cdot 7,5 = -45 \text{ kHM}.$$

DS elementi

$$M_D = 0; \quad M_E^{chap} = -90 + 6 \cdot 7,5 = -45 \text{ kHM}; \quad M_C = 0; \\ M_E^{o'ng} = -90 + 0 = -90 \text{ kHM}; \quad M_{x=1,5m} = -22,5 + 0 = -22,5 \text{ kHM}.$$

Topilgan qiymatlar bo'yicha eguvchi momentlar epyurasining chap qismini quramiz, keyin shunga simmetrik ravishda o'ng qismini chizamiz. (7.17- rasm, g).

M epyurasi to'g'ri qurilganligini tekshirish uchun S sharniri qo'yilgan nuqtaning gorizont va vertikal ko'chishlarini aniqlaymiz. Buning uchun M epyurasini navbatma-navbat $\bar{M}_1$ va $\bar{M}_2$ epyuralari bilan ko'paytiramiz. Agar ko'paytma natijalari nol chiqsa, M epyurasi to'g'ri qurilgan bo'ladi.

M va $\bar{M}_1$ epyuralarini ko'paytiramiz:

$$\Delta_{top} = \frac{1}{EI} \left(-\frac{6 \cdot 45}{2} 4 + \frac{6 \cdot 45}{2} 4 - \frac{6 \cdot 45}{2} 4 + \frac{6 \cdot 45}{2} 4 \right) = 0.$$

Simmetrik va teskari simmetrik epyuralar ko'paytmasi hamma vaqt nol bo'lishini bilamiz. Bizning holda M simmetrik, $\bar{M}_2$ esa teskari simmetrik epyura, shu sababga ko'ra $\Delta_{bep} = 0$.

Ramaning Q va N epyuralarini qurish uchun uning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz.

Asosiy sistemaning chap qismidagi tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz (7.17- rasm, b):

$$\sum M_A = -V_d \ell + q \frac{\ell}{2} \cdot \frac{\ell}{4} - X_1 h = 0,$$

$$\text{bundan } V_d = \frac{\frac{q\ell^2}{8} - X_1 h}{\ell} = \frac{\frac{20 \cdot 6^2}{8} - 7,5 \cdot 6}{6} = 7,5 \text{ кН};$$

$$\sum Y = -V_d + V_a - q \frac{\ell}{2} = 0,$$

$$\text{bundan } V_a = V_d + q \frac{\ell}{2} = 7,5 + 20 \cdot \frac{6}{2} = 67,5 \text{ кН};$$

$$\sum X = H_a - X_1 = 0, \quad \text{bundan } H_a = X_1 = 7,5 \text{ кН}.$$

$X_2 = 0$ bo'lganligi sababli yuqoridagi tenglamalar tarkibiga kiritilmadi.

Asosiy sistemaning chap va o'ng qismlari yuklar bilan birga simmetrik bo'lganligi sababli, o'ng qism tayanch reaksiyalari quyidagicha bo'ladi:

$$V_g = V_d = 7,5 \text{ кН}; \quad V_b = V_a = 67,5 \text{ кН}; \quad H_b = H_a = 7,5 \text{ кН}.$$

Asosiy sistema uchun topilgan reaksiyalar berilgan sistema uchun ham reaksiya hisoblanadi. Bu reaksiyalarni berilgan sistemaga ko'chirib, xarakterli kesimlar uchun ko'ndalang kuchlarni hisoblaymiz:

DG elementi

$$\begin{aligned} Q_D &= -V_d = -7,5 \text{ кН}; & Q_E^{chap} &= Q_d = -7,5 \text{ кН}; \\ Q_E^{o'ng} &= Q_E^{chap} + V_a = -7,5 + 67,5 = 60 \text{ кН}; \\ Q_F^{chap} &= Q_E^{o'ng} - q\ell = 60 - 20 \cdot 6 = -60 \text{ кН}; \\ Q_G &= Q_F^{o'ng} = 7,5 \text{ кН}. \end{aligned}$$

AE elementi

$$Q_A = -H_a = -7,5 \text{ кН}; \quad Q_E = Q_A = -7,5 \text{ кН}.$$

BF elementi

$$Q_B = H_a = 7,5 \text{ кН}; \quad Q_F = Q_B = 7,5 \text{ кН}.$$

Q epyurasi 7.17- rasm, *h* da keltirilgan.

Bo'ylama kuchlarni hisoblaymiz va *N* epyurasini quramiz (7.17- rasm, *i*):

$$N_{DE} = 0; \quad N_{EF} = -H_a \text{ (yoki } -H_b) = -7,5 \text{ кН}; \quad N_{FG} = 0; \\ N_{AE} = -V_a = -67,5 \text{ кН}; \quad N_{BF} = -V_b = -67,5.$$

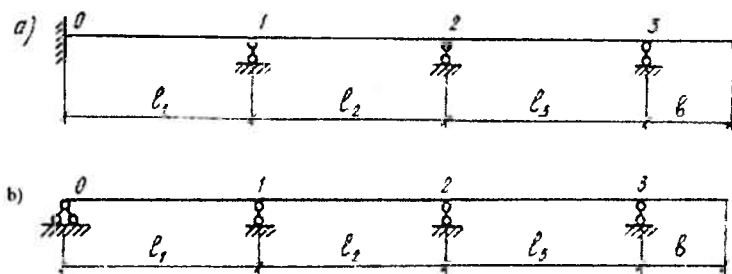
VII BOB. KUCHLAR USULINI STATIK NOANIQ BALKALAR, FERMA VA ARKALAR HISOBIGA TATBIQI

8.1. Uzlüksiz balkalarni hisoblash

Bir necha oraliqlardan tashkil topgan va chekka tayanchlardan biri sharnirli qo'zg'almas yoki bikir bo'lgan balka — *uzlüksiz balka* deb ataladi (8.1- rasm.)

Mazkur paragrafda uzlüksiz balkalar hisobiga kuchlar usulining tatbiqini ko'rib o'tamiz. Ish uzlüksiz balkalarning statik noaniqlik darajasini aniqlashdan boshlanadi:

$$n = 2SH + C_T - 3$$



8.1-rasm.

Bu yerda SH — disklarni tutashtiruvchi oddiy sharnirlar soni;
 S_T — tayanch sterjenlari soni.

Uzlüksiz balka yaxlit balkadan tashkil topganligi sababli $D=1$; $SH=0$ bo'ladi. U holda yuqoridagi formula quyidagi ko'rinishga keladi.

$$n = C_T - 3 \quad (8.1)$$

8.1- rasmda ko'rsatilgan balkalar statik aniqmasdir, chunki ularning har biri uchun noma'lum tayanch reaksiyalarining soni statikaning muvozanat tenglamalari sonidan ortiq.

Rasmdagi balkalarning statik noaniqlik darajasini (8.1) formula yordamida aniqlaymiz:

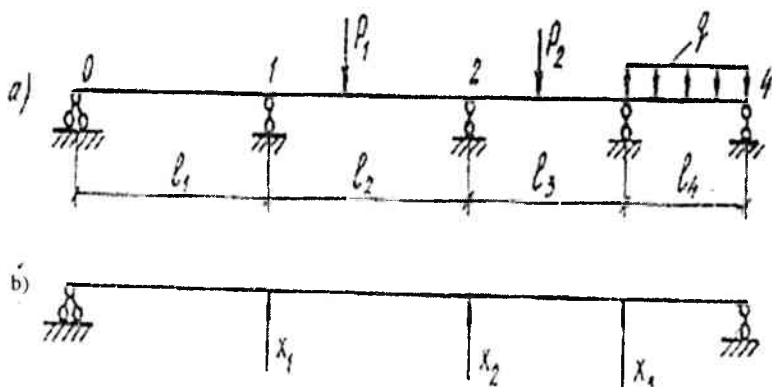
$$n = 6 - 3 = 3, \quad n = 5 - 3 = 2$$

Demak, *a*- rasmdagi balka uch marta, *b*- rasmdagisi esa ikki marta statik noaniq ekan.

Uzluksiz balkaning statik noaniqlik darajasi aniqlanganidan so'ng uning asosiy sistemasi tanlanadi.

8.2-rasm, *b* da tavsiya etilgan asosiy sistema tashqi tayanchlariga ko'ra, 8.2- rasm, *d* da tavsiya etilgan asosiy sistema esa ichki bog'lanishlarga ko'ra hosil qilingan.

Har ikkala asosiy sistema talabga to'liq javob beradi, chunki har ikkalasi ham geometrik o'zgarmas va statik aniqdir.



8.2-rasm.

Uzluksiz balkalarni har ikkala asosiy sistema bo'yicha hisoblasa bo'ladi.

Umuman asosiy sistemani shunday tanlash kerakki, kanonik tenglamaning ayrim yordamchi koeffitsiyentlari nolga aylansin va tanlangan asosiy sistema har tomonlama qulay bo'lsin. Chunki asosiy sistema har tomonlama qulay tanlansa, keyingi hisob ishlari ancha soddalashadi. Shu nuqtayi nazardan yuqoridagi ikki asosiy sistemani tahlil qilib ko'raylik.

Birinchi variantda ifodalangan asosiy sistemada noma'lumlarning yo'nalishi bo'yicha mavjud bo'ladigan chiziqli ko'chishlar nolga teng bo'lmaydi, shu sababli kanonik tenglamaning koeffitsiyent va ozod hadlari ham nolga aylanmaydi.

Ikkinchi variant asosida tanlangan asosiy sistema mustaqil oddiy statik aniq balkalardan iborat bo'lib, ayrim burchakli ko'chishlar nolga teng bo'lishi tufayli kanonik tenglamaning ayrim yordamchi koeffitsiyentlari nolga teng bo'lishiga olib keladi.

Tahlillar uzluksiz balkalarni hisoblashda ikkinchi variant maqsadga muvofiq ekanligini ko'rsatadi.

Uch momentlar tenglamasi

Uzluksiz balkaning asosiy sistemasini oddiy bir oraliqli balkalarning yig'indisi sifatida qabul qilamiz (8.3- rasm, a).

Bu asosiy sistemada noma'lumlar sifatida tayanch kesimlarida vujudga keladigan eguvchi momentlar (X_{n-2} , X_{n-1} , X_n , X_{n+1} , X_{n+2}) qabul qilinadi. Noma'lumlarning yo'nalishini oldindan aytish qiyin. Shu sababli ularni pastki tolachalarni cho'zadi deb shartli ravishda qabul qilamiz. Noma'lumlarning haqiqiy yo'nalishi tenglamaning yechimi natijasida hal etiladi.

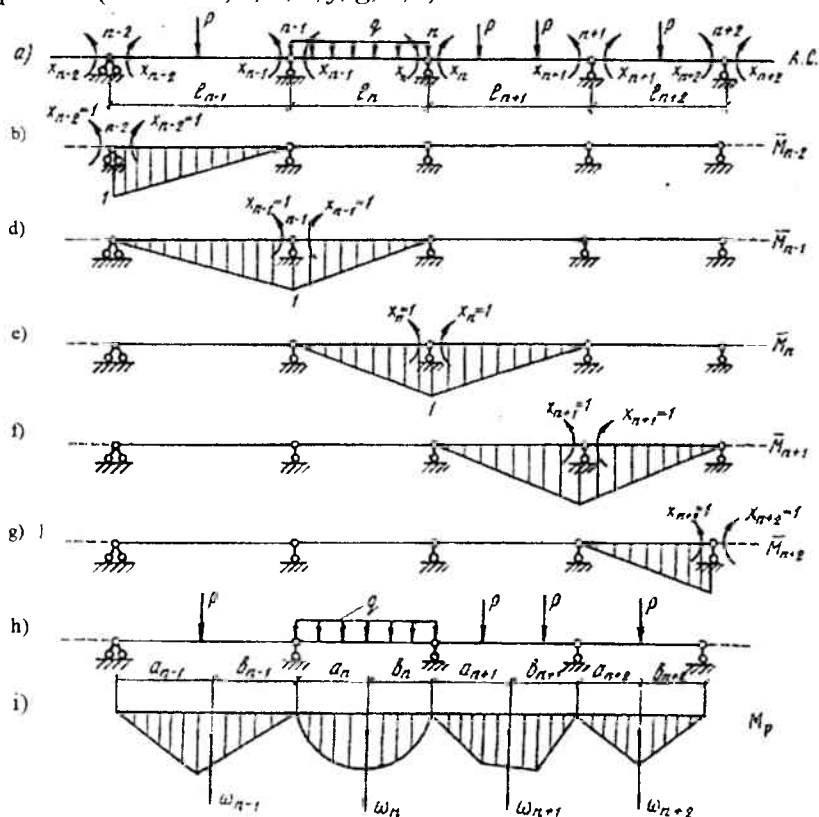
Kanonik tenglama sistemasidan biror qatorini yozamiz:

$$\dots + \delta_{n,n-2} \cdot X_{n-2} + \delta_{n,n-1} \cdot X_{n-1} + \delta_{n,n} X_n + \delta_{n,n+1} X_{n+1} + \delta_{n,n+2} X_{n+2} + \dots + \Delta_{np} = 0.$$

Bu yerda $\delta_{n,n} X_n$ — tayanch kesimining burchakli ko'chishi.

Kanonik tenglamaning koeffitsiyent va ozod hadlarini aniqlash uchun asosiy sistemani birlik va tashqi kuchlar bilan yuklaymiz.

Birlik va tashqi kuchlar ta'sirida eguvchi moment eyupralari quriladi (8.3- rasm, b, d, e, f, g, h, i).



8.3-rasm.

Epyuralardan foydalanib, kanonik tenglamaming ayrim koeffitsiyentlari (masalan, $\delta_{n, n-2}$, $\delta_{n, n+2}$) nolga teng ekanligini bilib olamiz.

U holda n — tayanch uchun kanonik tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\delta_{n, n-1} X_{n-1} + \delta_{n, n} X_n + \delta_{n, n+1} X_{n+1} + \Delta_{np} = 0.$$

Kanonik tentlamaning koeffitsiyenti va ozod hadlarini Mor integrali, Vereshchagin yoki Simpson usulida aniqlaymiz.

$$\begin{aligned}\delta_{n,n-1} &= \sum \int \frac{\bar{M}_n \bar{M}_{n-1}}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} l_n \cdot \frac{1}{3} \right] = \frac{l_n}{6EJ} \\ \delta_{n,n} &= \sum \int \frac{\bar{M}_n \bar{M}_n}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} l_n \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} l_{n+1} \cdot \frac{2}{3} \right] = \\ &= \frac{1}{EJ} \left[\frac{2l_n}{6} + \frac{2l_{n+1}}{6} \right] = \frac{2}{6EJ} [l_n + l_{n+1}] \\ \delta_{n,n+1} &= \sum \int \frac{\bar{M}_n \bar{M}_{n+1}}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l_{n+1} \cdot \frac{1}{3} \right) = \frac{l_{n+1}}{6EJ}; \\ \Delta_{yz} &= \sum \int \frac{\bar{M}_p \bar{M}_n}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} [\omega_n \cdot y_c + \omega_{n+1} \cdot y_c] = \frac{1}{EJ} \\ &\quad \left[\omega_n \cdot \frac{a_n}{l_n} + \omega_{n+1} \cdot \frac{a_{n+1}}{l_{n+1}} \right].\end{aligned}$$

Topilgan ozod had va koeffitsiyentlarni tenglamaga qo'yib ixchamlashtirsak, u quyidagi ko'rinishga keladi:

$$X_{n-1} \cdot l_n + 2X_n (l_n + l_{n+1}) + X_{n+1} = -6 \left(\frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} \right).$$

Agar $X_{n-1} = M_{n-1}$, $X_n = M_n$, $X_{n+1} = M_{n+1}$ bilan almashtirilsa, quyidagi tenglama hosil bo'ladi:

$$M_{n-1} \cdot l_n + 2M_n (l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} l_{n+1} = -6 \left(\frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} \right). \quad (8.2)$$

(8.2) ifoda *uch momentlar tenglamasi* deb atalib, har bir oraliq tayanchi uchun alohida ravishda tuziladi. Tuziladigan tenglamalar soni uzluksiz balkaning statik noaniqlik darajasiga teng bo'ladi.

Uch momentlar tenglamasining o'ng qismini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$M_{n-1} \cdot l_n + 2M_n (l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} l_{n+1} = -6R_n^{\circ} \quad (8.3)$$

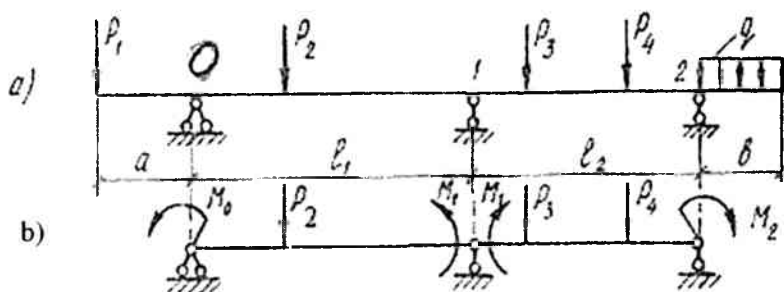
Bu yerda $R_n^{\circ} = A_n^{\circ} + B_n^{\circ}$,

$$A_n^* = \frac{\omega_n a_n}{l_n}, \quad B_n^* = \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}},$$

deb olingan.

Xususiy hollar

1. Agar berilgan uzluksiz balkaning konsol qismi bo'lsa, u holda konsol tayanch momentlari bilan almashtiriladi.



8.4-rasm.

Masalan, 8.4- rasm, *a*- da berilgan bir noma'lumli uzluksiz balka uchun uch momentlar tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$M_o \cdot l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 \cdot l_2 = -6R_1 \bar{O}.$$

Shakldan: $M_o = -P_1 \cdot a$;

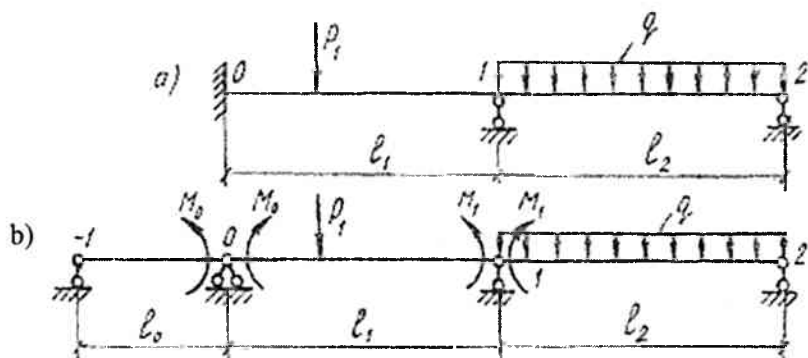
$$M_2 = -\frac{qb^2}{2}$$

ekanligi ko'rinib turibdi.

Uzluksiz balkaning asosiy sistemasi 8.4-rasm, *b* da tasvirlangan.

2. Agar berilgan balkaning chekka tayanchlaridan biri sharnirsiz bikir bo'lsa, (8.5- rasm, *a*), u holda shu bikir tayanch sharmirli tayanch bilan almashtirilib, orasiga qo'shimcha soxta

oraliq qo'shiladi. Bu oraliqning uzunligi nolga teng va bikirligi cheksiz deb qabul qilinadi (8.5- rasm, b).



8.5-rasm.

Uch momentlar tenglamasidan noma'lum tayanch momentlari aniqlangandan so'ng berilgan balkaning eguvchi moment va qirquvchi kuch epyuralari quriladi.

Epyuralarni qurish uchun asosiy sistemadan har bir oddiy balka ajratib olinadi, ajratilgan balkalar tashqi kuch va aniqlangan tayanch momentlari bilan yuklanadi, so'ngra eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari quriladi.

Alohida qurilgan epyuralar yagona o'q ustiga joylashtiriladi. Natijada uzluksiz balkaning eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari hosil bo'ladi.

8.1-misol. 8.6-rasm, a da berilgan uzluksiz balkaning Q va M epyuralari qurilsin.

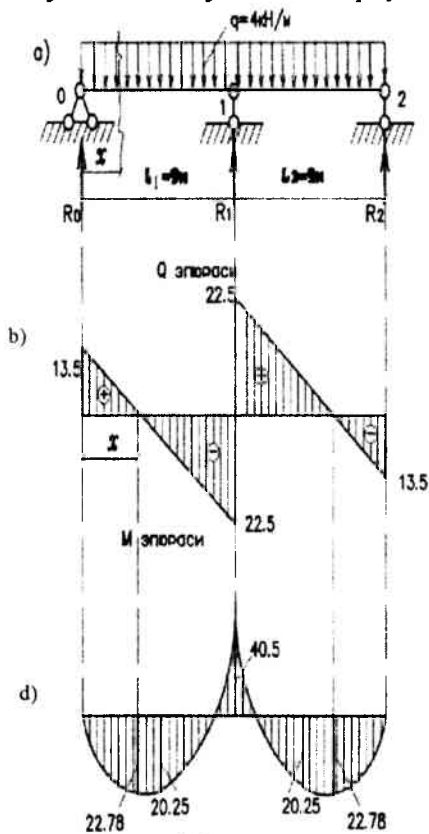
Yechish.

1. Statik noaniqlik darajasini aniqlaymiz:

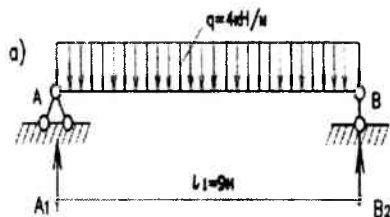
$$n = C_t - 3 = 4 - 3 = 1.$$

Balka bir marta statik noaniq, shu boisdan uch momentlar tenglamasi faqat bitta tuziladi.

2. Balkaning har bir oralig'ini mustaqil balka sifatida ajratib olib, har biri uchun haqiqiy (A^0 va B^0) hamda faraziy (A^f va B^f) tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz.



8.6-rasm.



8.7-rasm.

1-oraliq (8.7-rasm)

$$A_1^0 = B_1^0 = \frac{q\ell_1}{2} = \frac{4 \cdot 9}{2} = 18 \text{ kH}$$

Faraziy tayanch reaksiyalari

$$A_1^f = B_1^f = \frac{q\ell_1^3}{24} = \frac{4 \cdot 9^3}{24} = 121,5 \text{ kN.m}^2$$

2 – oraliq

Ushbu oraliq birinchi oraliq bilan bir xil bo'lganligi sababli, tegishli tayanch reaksiyalari ham bir xil bo'ladi, ya'ni:

$$A_2^0 = B_2^0 = 18 \text{ kN}; \quad A_2^\phi = B_2^\phi = 121,5 \text{ kN.m}^2.$$

3. O'rtadagi tayanch uchun uch momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$M_0 \ell_1 + 2M_1(\ell_1 + \ell_2) + M_2 \ell_2 = -6(B_1^\phi + A_2^\phi)$$

Shaklga ko'ra $M_0 = 0$ va $M_2 = 0$ bo'lgani uchun tenglama quyidagi tusni oladi:

$$2M_1(\ell_1 + \ell_2) = -6(B_1^\phi + A_2^\phi).$$

2 ga qisqartirib, ma'lum qiyniatlarni o'z o'rniga qo'yamiz:

$$M_1(9+9) = -3(121,5+121,5); \\ 18M_1 = -729,$$

bundan

$$M_1 = -\frac{729}{18} = -40,5 \text{ kN.m}$$

4. Bizga ma'lum formuladan foydalanib uzluksiz balkaning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$R_0 = A_1^0 - \frac{M_0 - M_1}{\ell_1} = 18 - \frac{0 - (-40,5)}{9} = 13,5 \text{ kH};$$

$$R_1 = B_1^0 + A_2^0 - \frac{M_1 - M_0}{\ell_1} - \frac{M_1 - M_2}{\ell_2} = 18 + 18 - 40,5 - 0 - \frac{-40,5 - 0}{9} = 45 \text{ kH};$$

$$R_2 = B_2^0 - \frac{M_2 - M_1}{\ell_2} = 18 - \frac{0 - (-40,5)}{9} = 13,5 \text{ kH}.$$

Tekshirish:

$$\sum U = R_0 - q(\ell_1 + \ell_2) + R_1 + R_2 = 13,5 - 4(9+9) + 45 + 13,5 = 0.$$

5. Xarakterli kesimlardagi ko'ndalang kuchlarni aniqlaymiz va Q epyurasini quramiz (8.6-rasm, b):

$$Q_0 = R_0 = 13,5 \text{ kN}; \quad Q^{\text{chap}}_1 = Q_0 - q \ell_1 = 13,5 - 4 \cdot 9 = 22,5 \text{ kN};$$

$$Q^{\text{o'ng}}_1 = Q^{\text{chap}}_1 + R_1 = -22,5 + 45 = 22,5 \text{ kN};$$

$$Q_2 = Q^{\text{o'ng}}_1 - q \ell_2 = 22,5 - 4 \cdot 9 = -13,5 \text{ kN};$$

6. Eguvchi momentlarni hisoblaymiz.

0 – tayanchdan x masofada yotgan kesim uchun eguvchi moment ifodasi:

$$M_x = R_0 x - \frac{qx^2}{2} = 13,5x - \frac{04x^2}{2} = 13,5x - 2x^2.$$

Bu yerda $x = 0 \div \ell_1$ oralig'ida o'zgaradi:

$x = 0$ bo'lganda $M_0 = 0$;

$$x = \frac{\ell_1}{2} = 4,5 \text{ m bo'lganda } M_x = 13,5 \cdot 4,5 - 2 \cdot 4,5^2 = 20,25 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$x = \ell_1 = 9 \text{ m bo'lganda } M_1 = 13,5 \cdot 9 - 2 \cdot 9^2 = -40,5 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Ko'ndalang kuchning qiymati nol bo'lgan absissa x_0 ni topamiz:

$$Q_x = R_0 - q \cdot x_0 = 0, \text{ bundan } x_0 = \frac{R_0}{q} = \frac{13,5}{4} = 3,375 \text{ m}.$$

Ushbu kesimda echuvchi moment maksimal qiymatga ega bo'ladi:

$$M_{\text{max}} = 13,5 \cdot 3,375 - 2 \cdot 3,375^2 = 22,78 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

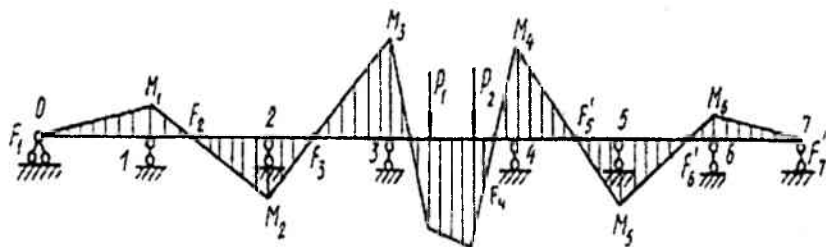
Eguvchi momentlarning aniqlangan qiymatlari asosida birinchi oraliq uchun M epyurasini ko'ramiz (8.6 – rasm, d).

Balka va unga qo'yilgan yuk simmetrik bo'lganligi sababli M epyurasi ham simmetrik bo'ladi. Shu boisdan ikkmchi oraliq uchun eguvchi momentlarni hisoblashning hojati yo'q.

8.2. Uzlüksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash

Oraliqlari soni uch va undan ortiq bo'lib, ayrim oraliqlari tashqi kuchlar bilan yuklangan bo'lsa, uzlüksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash ancha qulay bo'ladi.

Bu usulning mohiyatini anglash uchun uch momentlar tenglamasidan foydalanib, eguvchi moment epyurasini ko'ramiz (8.8- rasm).



8.8-rasm.

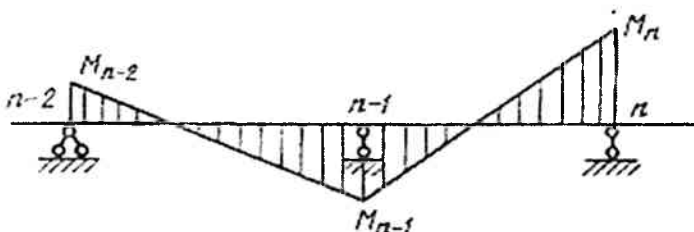
By epyura tahlili asosida quyidagi xulosaga kelish mumkin: yuk qo'yilmagan oraliqlarda eguvchi moment og'ma chiziqlardan iborat bo'lib, balkaning o'qini kesib o'tadi va nol nuqtalar hosil qiladi. Bu nuqtalar *moment fokuslari* deb ataladi.

Agar nol nuqtalar yuk qo'yilgan oraliqqa nisbatan chap tomonda joylashgan bo'lsa — *chap moment fokusi* deb ataladi va $F_1, F_2, F_3 \dots F_n$ deb belgilanadi.

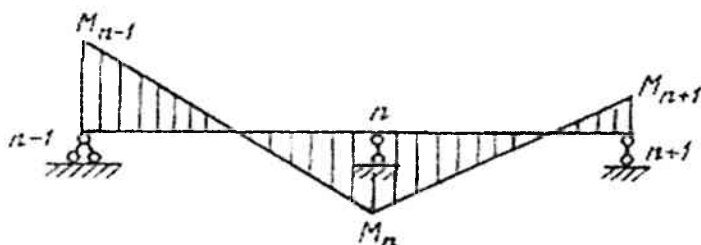
Agar nol nuqtalar yuk qo'yilgan oraliqning o'ng tomonida joylashgan bo'lsa — *o'ng moment fokusi* deb ataladi va $F'_1, F'_2, F'_3 \dots F'_n$ bilan belgilanadi.

Uzluksiz balkaning yuklanmagan oraliq'idagi tayanch momentlarining absolyut qiymatlari nisbati — *fokuslar nisbati* deb ataladi.

Yuk qo'yilgan oraliqlarda fokuslarning holati fokuslar nisbatlari orqali aniqlanadi. Fokus nisbatlari o'z navbatida chap va o'ng nisbatlarga bo'linadi.



8.9-rasm.



8.10-rasm.

Masalan, 8.8-rasmida tasvirlangan eguvchi moment epyurasidan chap va o'ng fokus nisbatlari quyidagicha aniqlanadi: Chap fokus nisbatlari,

$$\frac{M_1}{M_0} = -K_1, \quad \frac{M_2}{M_1} = -K_2, \quad \frac{M_3}{M_2} = -K_3 \quad \text{bo'ladi.}$$

O'ng fokus nisbatlari:

$$\frac{M_4}{M_5} = -K_5^1, \quad \frac{M_5}{M_6} = -K_6^1, \quad \frac{M_6}{M_7} = -K_7^1 \quad \text{bo'ladi.}$$

Tayanch momentlari har xil ishorali bo'lgani uchun fokus nisbatlari manfiy ishoraga ega.

Shunga o'xshash uzluksiz balkaning yuklanmagan n - oraliq'i uchun *chap fokus nisbati* quyidagicha aniqlanadi (8.9- rasm):

$$\frac{M_n}{M_{n-1}} = -K_n \quad (8.4)$$

Agar uzluksiz balkaning yuklanmagan « n » oraliq'i yuk qo'yilgan oraliqqa nisbatan o'ng tomonda bo'lsa, u holda shu oraliq uchun *o'ng fokus nisbati* quyidagicha ifodalanadi (8.10- rasm):

$$\frac{M_{n+1}}{M_n} = -K_n^1 \quad (8.5)$$

Agar yuklanmagan oraliq yuk qo'yilgan n — oraliqning chap tomonida joylashgan bo'lsa, u holda eguvchi momentlar epyurasining chizig'i chap fokusdan o'tadi: yuklanmagan oraliqning tayanch momentlari esa quyidagicha hisoblanadi:

$$M_{n-1} = -\frac{M_{n+1}}{K_{n-1}}, \quad (8.6)$$

Agar yuklanmagan oraliq yuk qo'yilgan oraliqning o'ng tomonida joylashgan bo'lsa, u holda eguvchi momentlar epyurasining chizig'i o'ng fokusdan o'tadi va noma'lum tayanch momentlari quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$M_{n+1} = -\frac{M_n}{K_{n+1}}. \quad (8.7)$$

Demak, uzluksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash uchun birinchi navbatda, fokus nisbatlari va yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlari aniqlangan bo'lishi kerak.

Chap fokus nisbatlarini aniqlash uchun yuk qo'yilgan oraliqdan chap tomonda joylashgan oraliqlar uchun uch momentlar tenglamasini tuzamiz. Uzlüksiz balkaning birinchi tayanchi uchun uch momentlar tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$M_0 l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = 0$$

Shakldan $M_0=0$ va tenglamaning o'ng qismi nol ekanligi ko'rinib turibdi. U holda:

$$\frac{M_2}{M_1} = -\frac{2(l_1 + l_2)}{l_2} = -2\left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right)$$

(8.4) formulaga asosan $\frac{M_2}{M_1} = -K_2$ deb belgilasak,

$$K_2 = 2\left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right) \quad (8.8)$$

kelib chiqadi.

Endi ikkinchi tayanch uchun ($n=2$) uch momentlar tenglamasini yozamiz:

$$M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) + M_3 l_3 = 0$$

Tenglamaning barcha hadlarini M_2 ga bo'lsak,

$$\frac{M_1}{M_2} \cdot l_2 + 2(l_2 + l_3) + \frac{M_3}{M_2} \cdot l_3 = 0$$

kelib chiqadi.

Bu tenglamadagi tayanch momenti nisbatlarini (8.6) formulaga asosan chap fokus nisbatlari orqali ifodalaymiz:

$$-\frac{1}{K_1} \cdot l_2 + 2(l_2 + l_3) - K_2 l_3 = 0$$

Bu tenglamadan ikkinchi oraliq uchun chap fokus nisbati aniqlanadi:

$$K_2 = 2 + \frac{l_2}{l_3} \left(2 - \frac{1}{K_1} \right) \quad (8.9)$$

Bularni umumlashtirib, n — nchi oraliq uchun chap fokuslar nisbati K_n ni quyidagi ko'rinishda yoza olamiz:

$$K_n = 2 + \frac{l_{n-1}}{l_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) \quad (8.10)$$

Shu tartibda o'ng fokuslar nisbatlari aniqlanadi:

$$K_n^1 = 2 + \frac{l_{n+1}}{l_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n+1}^1} \right) \quad (8.11)$$

Chap fokus nisbatlarini aniqlash uzluksiz balkaning birinchi oraliq'idan, o'ng fokus nisbatlarini hisoblash esa oxirgi oraliq'idan boshlanadi.

Birinchi va so'nggi oraliqlarning fokus nisbatlari tayanchlar xiliga bog'liq holda aniqlanadi.

Agar balkaning birinchi tayanchi sharnirli bo'lsa, u holda birinchi oraliq uchun chap fokuslar nisbati quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi (8.11- rasm, a):

$$K_1 = -\frac{M_1}{M_0} = -\frac{M_1}{0} = \infty$$

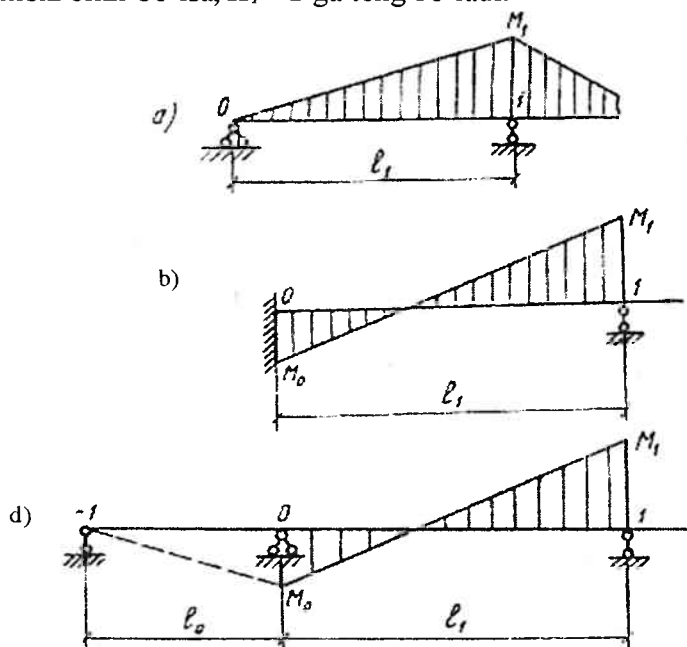
Shakldan $M_0=0$ ekanligi ko'rinib turibdi.

Agar berilgan balkaning birinchi tayanchi sharnirsiz bikir bo'lsa, (8.11- rasm, b) u holda shu bikir tayanch sharnirli tayanch bilan almashtirilib, orasiga qo'shimcha soxta oraliq qo'shiladi (8.11- rasm, d) va shu oraliq uchun chap fokuslar nisbati quyidagi ko'rinishda aniqlanadi:

$$K_0 = -\frac{M_0}{M_1} = -\frac{M_0}{0} = \infty$$

(8.10) formulaga ko'ra birinchi oraliq uchun fokuslar nisbati $K_1 = 2 + l_0/l_1 \left(2 - \frac{1}{K_0} \right)$ bo'lgani uchun $K_1 = 2$ bo'ladi. Bu yerda $l_0 = 0$ va $K_0 = \infty$.

Demak, balkaning birinchi tayanchi sharnirli qo'zg'almas bo'lsa, birinchi oraliq uchun chap fokuslar nisbati $K_1 = \infty$, sharnirsiz bikir bo'lsa, $K_1 = 2$ ga teng bo'ladi.



8.11-rasm.

Uzluksiz balkaning chap va o'ng fokus nisbatlari aniqlangandan so'ng *yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlari aniqlanadi*.

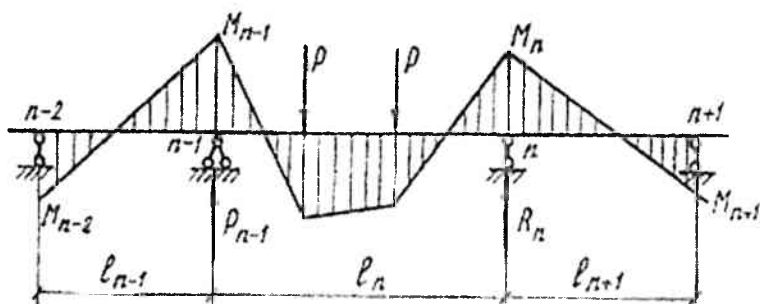
Uzluksiz balkaning «*n*» oralig'iga tashqi kuchlar qo'yilgan deb faraz qilamiz (8.12- rasm).

Yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlari M_{n-1} , M_n larni aniqlash uchun balkaning $n - 1$ va n — nchi tayanchlariga tegishli uch momentlar tenglamasini yozamiz (8.12- rasm):

$$M_{n-2}l_{n-1} + 2M_{n-1}(l_{n-1} + l_n) + M_n l_n = -6R_{n-1};$$

$$M_{n-1}l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1}l_{n+1} = -6R_n. \quad (8.12).$$

Tuzilgan tenglamalar qatorida to'rtta tayanch momentlari M_{n-2} , M_{n-1} , M_n , M_{n+1} mavjuddir. Bulardan ikkitasi (M_{n-1} , M_n) izlanayotgan momentlar, qolgan ikkitasi (M_{n-2} , M_{n+1}) fokuslar nisbati orqali aniqlanadigan tayanch momentlaridir.



8.12-rasm.

(8.6) formulaga asosan $M_{n-2} = -\frac{M_{n-1}}{K_{n-1}};$

(8.7) formulaga asosan $M_{n+1} = -\frac{M_n}{K_{n+1}}.$

Uch momentlar tenglamasining o'ng qismidagi soxta tayanch reaksiyalari quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$R_{n-1}^f = A_n^f, R_n^f = B_n^f$$

Chunki bu yerda 8.12- rasmga asosan $B_{n-1}^f = 0$, $A_{n+1}^f = 0$ tengdir. M_{n-2} , M_{n+1} va R_{n-1} , R_n larning qiymatlarini (8.12) tenglamaga qo'yamiz:

$$-\frac{M_{n-1}}{K_{n-1}} \cdot l_{n-1} + 2M_{n-1}(l_{n-1} + l_n) + M_n l_n = -6A_n^f.$$

$$M_{n-1}l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) - \frac{M_n}{K_{n+1}} \cdot l_n = -6B_n^f.$$

Bu tenglamalarning barcha hadlarini l_n ra bo'lib yuborsak,

$$M_{n-1} = \left[2 + \frac{l_{n-1}}{l_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) \right] + M_n = -\frac{6A_n^f}{l_n};$$

$$M_{n-1} + M_n \left[2 + \frac{l_{n-1}}{l_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) \right] + M_n = -\frac{6B_n^f}{l_n};$$

kelib chiqadi.

(8.10) va (8.11) formulalarga asosan tenglamalar quyidagi ko'rinishga keladi:

$$M_{n-1} \cdot K_n + M_n = -\frac{6A_n^f}{l_n};$$

$$M_n + M_{n+1} K_n^1 = -\frac{6B_n^f}{l_n}.$$

Bu tenglamalardan, yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlarini aniqlaydigan formula kelib chiqadi:

$$M_{n-1} = -\frac{6}{l_n} \cdot \frac{(A_n^f \cdot K_n^1 - B_n^f)}{(K_n K_n^1 - 1)};$$

$$M_n = -\frac{6}{l_n} \cdot \frac{(B_n^f \cdot K_n - A_n^f)}{(K_n K_n^1 - 1)}. \quad (8.13)$$

Shunday qilib, uzluksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash quyidagi tartibda bajariladi:

1. Har bir oraliq uchun chap va o'ng fokus nisbatlari (8.10) va (8.11) formulalarga asosan topiladi.

2. Yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlari (8.13) formula bo'yicha aniqlanadi.

3. Yuk qo'yilmagan oraliqlardagi tayanch momentlari (8.6) va (8.7) formulalar yordamida aniqlanadi.

Agar uzluksiz balkaning bir necha oraliq'i tashqi yuklar ta'sirida bo'lsa, u holda har bir yuk qo'yilgan oraliq uchun balka alohida ravishda hisoblanadi, so'ngra tayanch momentlarining algebraik yig'indilari bo'yicha umumiy epyura quriladi.

8.2- misol. 8.13-rasmda tasvirlangan besh oraliqli uzluksiz balka uchun M epyurasi moment fokuslari usulida qurilsan. Berilgan: $J = \text{const}$; $\ell_1 = \ell_2 = 5\text{m}$; $\ell_3 = \ell_4 = \ell_5 = 4\text{m}$; $q = 15\text{kN/m}$.

Yechish. Fokus nisbatlarini aniqlaymiz.

Chap fokus nisbatlari:

$$K_1 = 2; \quad K_2 = 2 + \frac{\ell_1}{\ell_2} \left(2 - \frac{1}{2} \right) = 3,5; \quad K_3 = 2 + \frac{\ell_2}{\ell_3} \left(2 - \frac{1}{3,5} \right) = 4,14; \\ K_4 = 2 + \frac{\ell_3}{\ell_4} \left(2 + \frac{1}{4,14} \right) = 3,76; \quad K_5 = 2 + \frac{\ell_4}{\ell_5} \left(2 - \frac{1}{3,76} \right) = 3,73.$$

O'ng fokus nisbatlari:

$$K'_5 = \infty; \quad K'_4 = 2 + \frac{\ell_3}{\ell_4} \left(2 - \frac{1}{\infty} \right) = 4; \quad K'_3 = 2 + \frac{\ell_4}{\ell_3} \left(2 - \frac{1}{4} \right) = 3,75; \\ K'_2 = 2 + \frac{\ell_3}{\ell_2} \left(2 - \frac{1}{3,75} \right) = 3,39; \quad K'_1 = 2 + \frac{\ell_2}{\ell_1} \left(2 - \frac{1}{3,39} \right) = 3,70.$$

Kuch qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlarini (8.15) formuladan aniqlaymiz:

$$M_2 = - \frac{K_3^B K_3' - K_3^A}{K_3 K_3' - 1} = \frac{60 \cdot 3,75 - 165}{4,14 \cdot 3,75 - 1} = - \frac{165}{14,525} = -11,4 \text{ kN.m};$$

bu yerda $K_3^B = \frac{60 \cdot 4}{4} = 60; \quad K_3^A = \frac{60 \cdot 4}{4} = 60.$

$$M_3 = - \frac{K_3^A K_3 - K_3^B}{K_3 K_3' - 1} = \frac{60 \cdot 4,14 - 60}{4,14 \cdot 3,75 - 1} = - \frac{18,84}{14,525} = -13,0 \text{ kN.m};$$

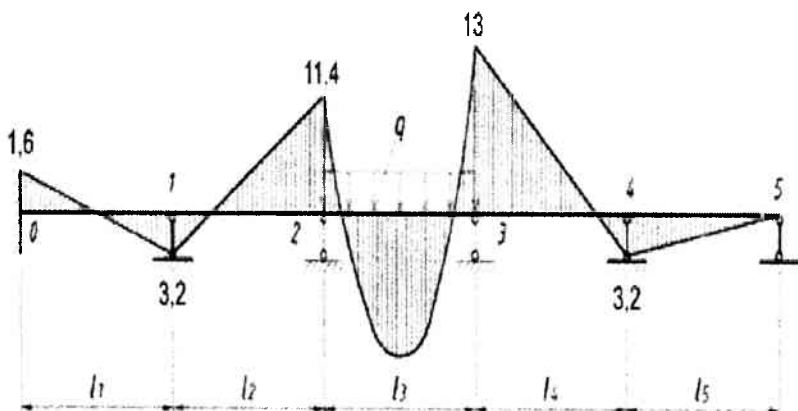
Kuch qo'yilmagan oraliqlardagi tayanch momentlari:

$$M_1 = - \frac{M_2}{3,5} = 3,2 \text{ kN.m}; \quad M_0 = - \frac{M_1}{2} = -1,6 \text{ kN.m};$$

$$M_4 = - \frac{M_3}{4} = 3,25 \text{ kN.m}.$$

Aniqlangan qiymatlar bo'yicha qurilgan M epyurasi 8.13-rasmda tasvirlangan.

M - epyurasi



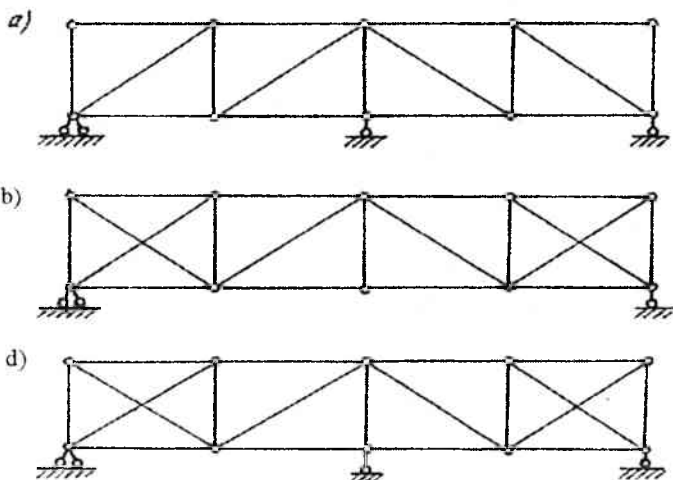
8.13-rasm.

Agar $\frac{6A_n^\phi}{\ell_n} = K_n^B$ va $\frac{6B_n^\phi}{\ell_n} = K_n^A$ deb olsak, (8.13) formula yanada ixchamlashadi:

$$M_{n-1} = -\frac{K_n^B K_n' - K_n^A}{K_n K_n' - 1}, \quad M_n = -\frac{K_n^A K_n' - K_n^B}{K_n K_n' - 1}. \quad (8.14)$$

8.3. Statik noaniq fermalarni hisoblash

Statik noaniq fermalarni hisoblashda ham statik aniq fermalarni hisoblashda qabul qilingan ayrim cheklanishlardan foydalaniladi. Masalan, qo'zg'almas yuklar ferma tugunlariga qo'yilgan, sterjenlar faqat siqilish yoki cho'zilishga ishlaydi, deb qaraladi.



8.14-rasm.

Statik noaniq fermalarni asosan uch guruhga ajratish mumkin:

1. Tayanch reaksiyalari soniga ko'ra statik noaniq fermalar (8.14- rasm, a).
2. Ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarga ko'ra statik noaniq fermalar (8.14-rasm, b).

3. Tayanch reaksiyalari soni va sterjenlardagi zo'riqishlarga ko'ra statik noaniq fermalar (8.14- rasm, d).

Fermalarning statik noaniqlik darajasi quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$n = C + C_0 - 2Y. \quad (8.16)$$

Bu yerda n — fermaning statik noaniqlik darajasi;
 S — fermani tashkil etuvchi sterjenlar soni;
 C_0 — tayanch sterjenlari soni;
 Y — tugunlar soni.

Statik noaniq fermalarni hisoblash tartibi statik noaniq ramalarni hisoblashdan kam farq qiladi. Bu yerda ham birinchi navbatda, (8.14- rasm) fermalarning statik noaniqlik darajasi aniqlanadi va undan so'ng asosiy sistema qabul qilinadi. Buning uchun ortiqcha bog'lanishlar tashlab yuboriladi. Tashlab yuborilgan ortiqcha bog'lanishlar noma'lum zo'riqishlar bilan almashtiriladi (8.15- rasm, *a*, *b*, *d*). So'ngra kanonik tenglamalar tuziladi. Kanonik tenglamalar soni berilgan fermaning statik noaniqlik darajasi soniga teng bo'ladi. 8.15- rasm, *a* da ifodalangan asosiy sistema uchun kuchlar usulining kanonik tenglamasi quyidagicha yoziladi

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1p} = 0.$$

8.15- rasm, *b* da ifodalangan asosiy sistema uchun kuchlar usulining kanonik tenglamalari ikkita tuziladi:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \Delta_{1p} = 0;$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \Delta_{2p} = 0;$$

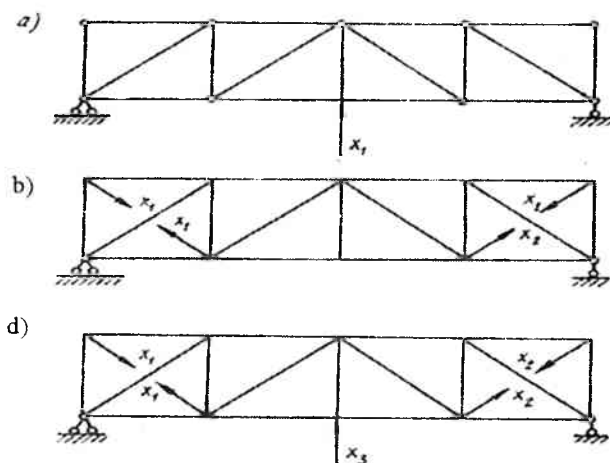
8.15- rasm, *d* da ifodalangan asosiy sistema uchun kuchlar usulining kanonik tenglamalari quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \Delta_{1p} = 0;$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \Delta_{2p} = 0;$$

$$\delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \Delta_{3p} = 0.$$

Tenglamalarning hap biri o'z navbatida, asosiy sistemada tashqi yuk va noma'lum zo'riqishlar ta'sirida hosil bo'ladigan ko'chishlarning yig'indisi nolga teng bo'lishini ifodalaydi.



8.15-rasm.

Kanonik tenglamaning koeffitsiyenti va ozod hadlari quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

$$\begin{aligned}\delta_{11} &= \sum \frac{\bar{N}_k \bar{N}_l}{EF} \cdot S = \frac{1}{E} \sum \frac{\bar{N}_k \bar{N}_l}{F} S; \\ \delta_{12} &= \sum \frac{\bar{N}_k^2}{EF} S = \frac{1}{E} \sum \frac{\bar{N}_k^2}{F} S; \\ \delta_{13} &= \sum \frac{\bar{N}_k N_p}{EF} S = \frac{1}{E} \sum \frac{\bar{N}_k N_p}{F} S.\end{aligned}\quad (8.17)$$

Bu yerda,

$\bar{N}_l$ — ferma sterjenlarida $X_l=1$ birlik kuch ta'sirida hosil bo'ladigan zo'riqishlar;

$\bar{N}_k$ — ferma sterjenlarida $X_k=1$ birlik kuch ta'sirida hosil bo'ladigan zo'riqishlar;

N_p — tashqi kuchlar ta'sirida asosiy sistemada hosil bo'ladigan zo'riqishlar;

S — ferma sterjenining uzunligi;

YE — ferma materialining elastiklik moduli;

F — ferma sterjenining ko'ndalang kesim yuzasi.

Zo'riqishlar N_p , $\bar{N}_1$ va $\bar{N}_n$ larning qiymatlari analitik yoki grafik usullar orqali aniqlanadi.

Kanonik tenglamaning koeffitsiyenti va ozod hadlarini jadval yordamida aniqlash tavsiya etiladi.

Noma'lumlar (X_1, X_2, X_3) topilgandan keyin ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarning yakunlovchi qiymatlari, osonlik bilan topiladi:

$$N = N_p + \bar{N}_1 \cdot X_1 + \bar{N}_2 \cdot X_2 + \dots + \bar{N}_n \cdot X_n$$

Bu yerda, N_p — tashqi kuchlar ta'sirida ferma sterjenlarida hosil bo'ladigan zo'riqish:

$\bar{N}_1, \bar{N}_2, \dots, \bar{N}_n$ — birlik kuchlarning ta'sirida ($X_1=1; X_2=1; \dots X_n=1$) shu elementlarda mavjud bo'ladigan zo'riqishlar.

8.3-misol. 8.16- rasmda berilgan statik noaniq fermaning sterjenlaridagi zo'riqishlar aniqlansin. Ferma sterjenlarining bikirligi EF o'zgarmas.

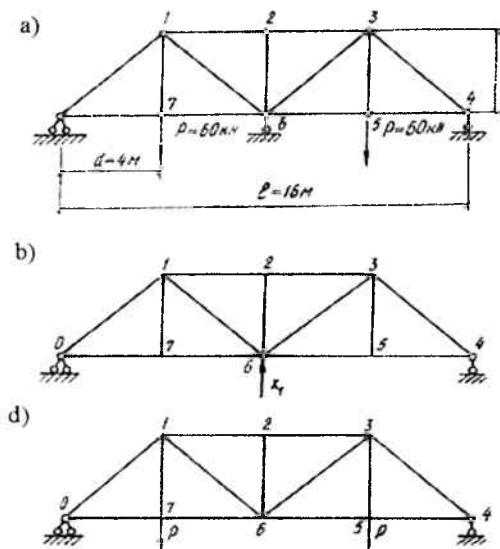
Yechish. Fermaning statik noaniqlik darajasini (8.17) formulaga asosan belgilab olamiz. U bir marta statik noaniq bo'lib, bitta ortiqcha tayanch bog'lanishiga ega.

Fermaning o'rtadagi tayanchini tashlab yuborib, asosiy sistemani tanlaymiz (8.16-rasm, b). Noma'lum tayanch reaksiyasini aniqlash uchun kuchlar usulining kanonik tenglamasini tuzamiz.

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1p} = 0.$$

Bu tenglamadagi δ_{11} va Δ_{1p} ko'chishlar (8.17) formula yordamida aniqlanadi. Ferma sterjenlarida birlik kuch $X_1=1$ va tashqi yuklar ta'sirida hosil bo'ladigan zo'riqishlar 4- bobda bayon etilgan usullardan foydalanib aniqlanadi (8.16- rasm, d).

Ferma va unga qo'yilgan yuklar simmetrik bo'lganligi sababli fermaning yarmini hisoblash kifoya, chunki, 0 — 7 sterjendagi zo'riqish 5 — 4 sterjendagi zo'riqishga teng ($N_{70}=N_{45}$), shunga o'xshash, $N_{12}=N_{23}$, $N_{10}=N_{34}$, $N_{76}=N_{65}$, $N_{16}=N_{63}$ bo'ladi. Fermani hisoblash natijalari 8.1- jadvalda keltirilgan.



8.16-rasm.

8. 1-jadval

Starjenlar	Sterjen uzunligi $l_K (sm)$	Zo'riqish	$\frac{N_1^2 l}{EF}$	N_P kn	$\frac{N_1 N_P l}{EF}$	N kn	$\frac{N_1 N l}{EF}$ tekshirish
1	2	3	4	5	6	7	8
01	500	0,825	1,74	-100	-208	-39,8	-82,3
1 – 2	400	1,333	3,56	-80	-213	16,2	43
0 – 7	400	-0,667	0,89	80	-107	31,8	-42,5
7 – 6	400	-0,667	0,89	80	-107	31,8	-42,5
1 – 6	500	-0,825	1,74	0	0	-60,1	124
1 – 7	300	0,00	0	60	60	60	0
$\delta_{11} = 8,82$				$\Delta_{1P} = -635$		$167 - 167,3 = 0$	

Topilgan ko'chishlarni kanomik tenglamalarga qo'yib, noma'lum reaksiya kuchi X_1 ni aniqlaymiz:

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = \frac{635}{8,82} = 72,2 \text{ kN}$$

Tashqi yuk va aniqlangan tayanch reaksiyasi X_1 ta'sirida statik noaniq fermaning sterjenlarida hosil bo'lgan zo'riqishlar (8.4) formula yordamida hisoblanadi.

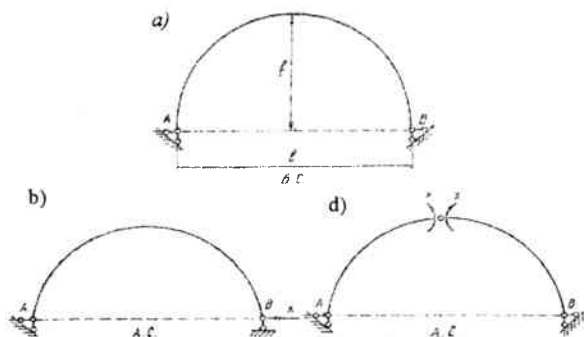
$$N_{01} = N_p + \bar{N}_{01} \cdot X_1 = -100 + 0,825 \cdot 72,2 = -40,44 \text{ kN};$$

$$N_{12} = N_p + \bar{N}_{12} \cdot X_1 = -80 + 1,33 \cdot 72,2 = 16,24 \text{ kN}.$$

8.4. Ikki sharnirli arkalar ni hisoblash

Ikki sharnirli arkalar asosan ko'prik konstruksiyalarida va imoratlar tomini yopishda ishlatiladi.

Ikki sharnirli arka (8.17- rasm, a) bir marta statik noaniqdir. Asosiy sistema tanlashda uning bitta ortiqcha bog'lanishi tashlab yuboriladi. 8.17- rasm, b, d da asosiy sistema ikki xil nusxada tavsiya etilgan. Asosiy sistemaning birida V tayanchining gorizontal sterjeni noma'lum reaksiya kuchi X bilan almashtirilgan. Ikkinchi asosiy sistema esa qo'shimcha shamir kiritish yo'li bilan hosil qilingan.



8.17-rasm.

Noma'lum X_I ni aniqlash uchun kuch usulining kanonik tenglamasini tuzamiz

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0; X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}}.$$

Bu yerda δ_{11} — birlik kuch yo'nalishi bo'yicha va shu birlik kuch ($R=1$) ta'siridan hosil bo'lgan birlik ko'chish;

Δ_{1P} — asosiy sistemaga qo'yilgan tashqi yuklardan hosil bo'ladigan gorizonttal ko'chish.

Ko'chishlar quyidagi formulalardan foydalanib topiladi:

$$\Delta_{1P} = \int \frac{\bar{M}_1 M_P}{EJ} ds + \int \frac{\bar{N}_1 N_P}{EF} ds + \int \eta \frac{\bar{Q}_1 Q_P}{GF} ds;$$

$$\delta_{11} = \int \frac{\bar{M}_1^2}{EJ} ds + \int \frac{\bar{N}_1^2}{EF} ds + \int \eta \frac{\bar{Q}_1^2}{GF} ds.$$

Qiyosiy hisoblar quyidagi xulosaga kelish imkonini beradi: a) agar $f < \frac{1}{3}l$ bo'lsa, δ_{11} ni aniqlashda ko'ndalang kuchni, Δ_{1P} ni aniqlashda esa bo'ylama va ko'ndalang kuchlarni inobatga olmasa bo'ladi, ya'ni

$$\Delta_{1P} = \int \frac{\bar{M}_1 M_P}{EJ} ds;$$

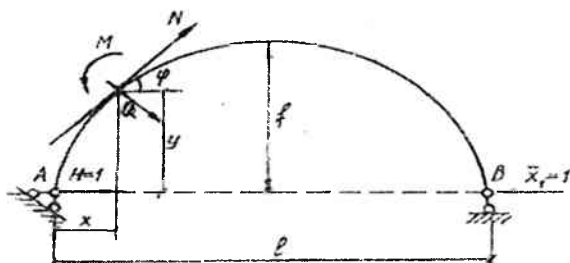
$$\delta_{11} = \int \frac{\bar{M}_1^2}{EJ} ds + \int \frac{\bar{N}_1^2}{EF} ds.$$

8.18- rasmdan

$$\bar{M} = -Y, \quad \bar{N}_1 = -\cos \varphi.$$

Bularni ko'chishlar formulasiga qo'yamiz:

$$\Delta_{1P} = -\int_A^B \frac{Y M_P}{EJ} ds = -\frac{1}{EJ_0} \int_A^B Y \cdot M_P \cdot \frac{J_0}{J} ds.$$



8.18-rasm.

Bu yerda J_0 — ko'ndalang kesimning eng kichik inersiya momenti:

$$\delta_{11} = \int_A^B \frac{y^2 ds}{EJ} + \int_A^B \frac{\cos^2 \varphi}{EJ} ds = \frac{1}{EJ_0} \left[\int_A^B y^2 \cdot \frac{J_0}{J} ds + \int_A^B \cos^2 \varphi \cdot \frac{J_0}{J} ds \right];$$

$$X_1 = \frac{\int_A^B Y \cdot M_p \cdot \frac{J_0}{J} ds}{\int_A^B y^2 \cdot \frac{J_0}{J} ds + \int_A^B \cos^2 \varphi \cdot \frac{J_0}{J} ds};$$

b) agar $\frac{1}{3}l > f > \frac{1}{5}l$ bo'lsa, δ_{11} ni aniqlashda ko'ndalang va bo'ylama kuchlar inobatga olinmaydi:

$$X_1 = \frac{\int_A^B Y \cdot M_p \cdot \frac{J_0}{J} ds}{\int_A^B y^2 \cdot \frac{J_0}{J} ds}.$$

Gorizontal reaksiya kuchi X_1 aniqlangandan so'ng arkaning ixtiyoriy K kesimidagi zo'riqishlar quyidagi formulalar yordamida topiladi:

$$M_K = M_K^0 - H \cdot y_K;$$

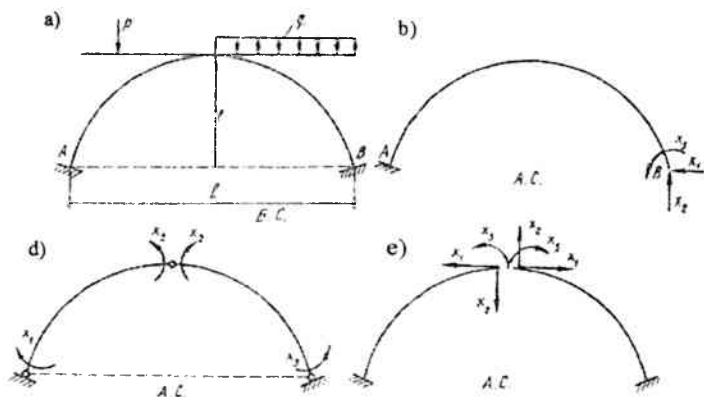
$$Q_K = Q_K^0 \cos \varphi - H \cdot \sin \varphi;$$

$$N_K = Q_K^0 \sin \varphi + H \cdot \cos \varphi.$$

Bu formulalarda N — kerki kuchi bo'lib, uning qiymati gorizontal reaksiya kuchi X_1 ga tengdir.

8.5. Sharnirsiz arkalarni hisoblash

Sharnirsiz arkalar asosan ko'prik konstruksiyalari hamda binokorlikda katta oraliqlarni yopishda ishlatiladi. Sharnirsiz arkalar (8.19-rasm) uch marta statik noaniq bo'ladi. Asosiy sistema hosil qilish uchun arkadan uchta ortiqcha bog'lamish olib tashlanadi. Asosiy sistemaning bir necha nusxasi

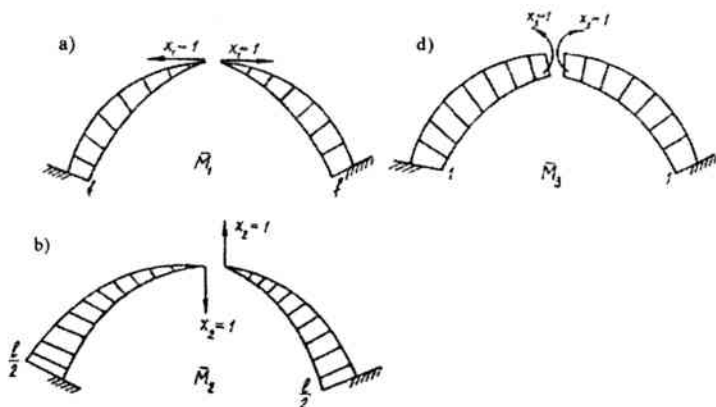


8.19-rasm.

8.19- rasm, *b, d, e* da tasvirlangan. Arkani hisoblash uchun tavsiya etilgan nushalardan biri tanlab olinadi. Ma'lumki, asosiy sistema qulay tanlansa, kanonik tenglamaning ba'zi yordamchi koeffitsiyentlari nolga aylanadi. 8.19- rasm, *e* da tavsiya etilgan asosiy sistema bu talabga to'liq javob beradi, chunki bu asosiy sistema ayrim koeffitsiyentlarning nolga teng bo'lishini ta'minlaydi.

Asosiy sistemadagi noma'lum ichki kuchlar (X_1, X_2, X_3) kuch usulining kanonik tenglamalaridan topiladi:

$$\begin{aligned} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \Delta_{1p} &= 0; \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \Delta_{2p} &= 0; \\ \delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \Delta_{3p} &= 0. \end{aligned}$$



8.20-rasm.

Kanonik tenglamaning koeffitsiyenti va ozod hadlarini aniqlash uchun birlik kuchlardan eguvchi moment epyuralari quriladi (8.20-rasm).

Bu yerda $\bar{M}_1$, $\bar{M}_3$ simmetrik, $\bar{M}_2$ esa teskari simmetrik epyuradir (8.20-rasm, a, b, d), Shuning uchun $\delta_{12}=\delta_{21}=0$ va $\delta_{23}=\delta_{32}=0$ bo'ladi. U holda kuchlar usulining kanonik tenglamalari ikki mustaqil tizimga ajralib, quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{13} \cdot X_3 + \Delta_{1p} &= 0 \\ \delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{33} \cdot X_3 + \Delta_{3p} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\delta_{22} \cdot X_2 + \Delta_{2p} = 0.$$

Kanonik tenglamalarning birinchi guruhida simmetrik noma'lumlar (X_1 , X_3), ikkinchi guruhida esa teskari simmetrik noma'lum (X_2) ishtirok etadi.

Kanonik tenglamaning koeffitsiyenti va ozod hadlari Mor formulasi yordamida aniqlanadi:

$$\delta_{ik} = \sum \int \frac{M_k M_i}{EJ} ds + \sum \int \frac{N_k N_i}{EF} ds + \sum \int \frac{Q_k Q_i}{GF} ds.$$

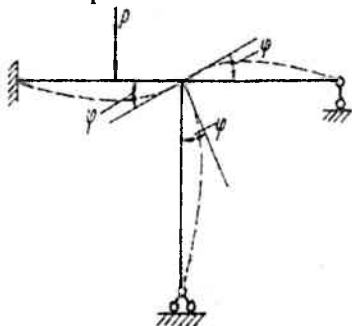
Koeffitsiyent va ozod hadlar topilgach, kanonik tenglamalar yechiladi va noma'lum ichki kuchlar (X_1 , X_2 , X_3) aniqlanadi.

IX BOB. STATIK NOANIQ RAMALARNI KO'CHISHLAR USULIDA HISOBLASH

9.1. Usulning mohiyati

Ma'lumki, statik noaniq ramalarni kuchlar usulida hisoblaganda, noma'lumlar sifatida ortiqcha bog'lamishlardagi zo'riqish kuchlari qabul qilingan edi.

Ortiqcha bog'lanishlardagi zo'riqish kuchlari aniqlangandan so'ng ichki kuchlarning qiymatlari (M , Q , N) va ko'chishlar osonlik bilan aniqlanadi.



9.1-rasm.

Statik noaniq ramalarni kuch usulida hisoblashda avval zo'riqish kuchlari aniqlanadi, undan so'ng ko'chishlar aniqlanadi.

Bu masalani boshqa yo'l bilan ham yechish mumkin. Bunda avval statik noaniq ramalardagi ko'chishlar topiladi, undan so'ng ixtiyoriy kesimdagi ichki kuchlar aniqlanadi.

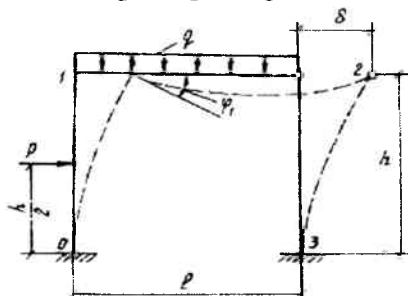
Statik noaniq ramalarni ko'chish usulida hisoblaganda, aynan shunday qilinadi.

Bu usulga ko'ra noma'lumlar sifatida rama tugunlaridagi chiziqli va burchakli elastik ko'chishlar qabul qilinadi.

Ko'chish usuli quyidagi farazlarga asoslanadi:

1. Ikki va undan ortiq sterjenlar kelib tutashgan ramaning bikir tuguni bir xil burchakka buriladi (9.1- rasm).
2. Rama deformatsiyalarini hisoblashda Q va N ning ta'siri hisobga olinmaydi.
3. Deformatsiya natijasida tugunlar orasidagi masofa o'zgarishsiz qoladi.

4. Burchak kichik bo'lganligi sababli uning tangensini burchakning o'ziga teng deb olamiz, ya'ni



9.2-rasm.

9.2- rasmda tasvirlangan rama tashqi kuchlar ta'sirida deformatsiyalanib, uning tugunlari burchakli va chiziqli ko'chishlar oladi.

Ramaning 1 tuguni φ burchakka buriladi va gori-zontal yo'nalishda δ masofaga ko'chadi.

$$\operatorname{tg} \varphi = \varphi.$$

Ko'chishlar usulida noma'lum sifatida rama tugunlarining chiziqli (δ) va burchakli (φ_1) elastik ko'chishlari qabul qilinadi.

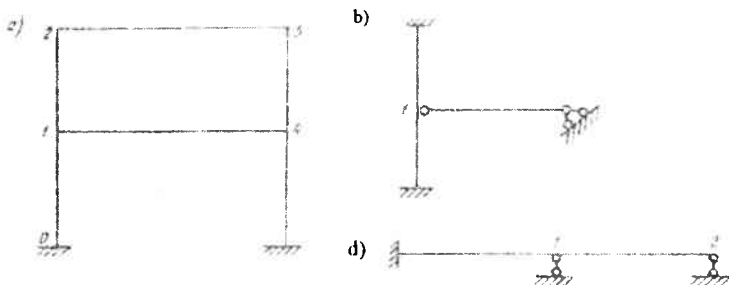
Ko'chishlar usulida ramalarning kinematik noaniqlik darajasi quyidagi formuladan topiladi:

$$n = n_b + n_{ch}$$

Bu yerda:

n_b — bikir tugunlar soni yoki bikir tugunlarning burchakli ko'chishlari soni;

n_{ch} — rama tugunlarining chiziqli ko'chishlari soni.



9.3-rasm.

Noma'lum deb qabul qilingan burchakli ko'chishlar soni « n_b », ramaning tarkibidagi bikir tugunlar soniga teng deb qabul qilinadi.

Ikki va undan ortiq sterjenlarning mustahkam tutashgan joyi *bikir tugun* deb ataladi.

Misol: 9.3- rasm, a da 1, 2, 3, 4-tugunlar, 9.3- rasm, b-da 1-tugun, 9.3- rasm, d da 1 — tugunlar *bikir* tugunlar sanaladi.

Chiziqli ko'chishlar sonini aniqlash uchun berilgan ramaning *bikir* tugunlariga va tayanchlariga sharnirlar kiritib, geometrik o'zgaruvchan sistema hosil qilinadi. Bu hosil bo'lgan sharnirli sistemaning erkinlik darajasi — ramaning chiziqli ko'chishlari soniga teng bo'ladi.

Sharnirli sistemani geometrik o'zgarmas sistemaga aylanishi uchun kerakli bo'lgan kinematik bog'lanishlar soni ramaning chiziqli ko'chishlar sonini ifodalaydi.

Chiziqli ko'chishlar soni quyidagi formulalar yordamida ham aniqlanadi:

$$n_{ch} = 2SH - S - C_T;$$

yoki

$$n_{ch} = 2T - S.$$

Bu yerda:

SH — sharnirlar soni;

S — rama sterjenlari soni;

S_T — tayanch sterjenlari soni;

T — tugunlar soni.

Misol. 9.4- rasm, a-da ifodalangan ramaning kinematik noaniqlik darajasi aniqlansin.

Yechish. Ramaning burchakli ko'chishlar soni $n_b=2$. Rama tugunlarining chiziqli ko'chishlari sonini aniqlash uchun uning *bikir* tugunlariga sharnir kiritib, geometrik o'zgaruvchan sharnirli sistemaga keltiriladi (9.4- rasm, b) va shu sxemaning erkinlik darajasi aniqlanadi. Bu sxemaning erkinlik darajasi $n_{sn}=1$, chunki uning geometrik o'zgarmas bo'lishi uchun unga bitta qo'shimcha sterjen — bog'lovchi kiritilsa kifoya (9.4- rasm, d).

Berilgan ramaning jami noma'lumlari soni

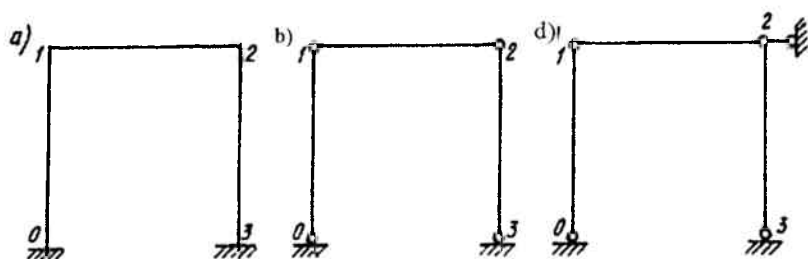
$$n = n_b + n_{ch} = 2 + 1 = 3.$$

Demak, ramaning kinematik noaniqlik darajasi uchga teng ekan.

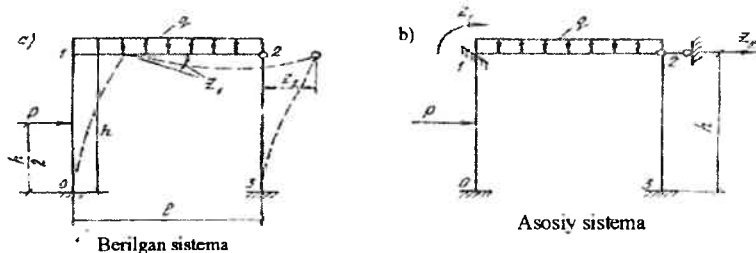
9.2. Ko'chishlar usulining asosiy sistemasi va kanonik tenglamalari

Kuch usulining asosiy sistemasi berilgan sistemadagi ortiqcha bog'lanishlarni tashlab yuborish yo'li bilan hosil qilinadi. Asosiy sistema — statik aniq va geometrik o'zgarmas bo'ladi.

Ko'chishlar usulida asosiy sistema, aksincha, ramaga qo'shimcha bog'lanishlar kiritish yo'li bilan hosil qilinadi. Qo'shimcha bog'lanishlar ikki xil (burchakli va chiziqli) bo'ladi.



9.4-rasm.



9.5-rasm.

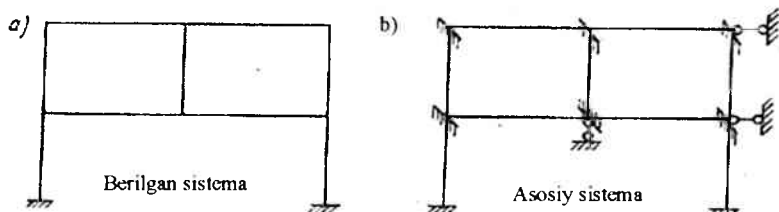
Rama tugunlarining burchakli ko'chishlariga qarshilik ko'rsatuvchi bog'lanishlar — *burchakli bog'lanishlar* deb ataladi.

Rama tugunlarini chiziqli ko'chishlariga qarshilik ko'rsatuvchi bog'lanishlar — *chiziqli* bog'lanishlar deb ataladi.

Ramaga qo'shimcha bog'lanishlar kiritilishi natijasida rama alohida bir oraliqli statik noaniq balkalarning yig'indisiga aylanib qoladi.

9.5- rasm, *a* da tasvirlangan ramaning kinematik noamqlik darajasi 2 ga teng. U bitta burchakli (Z_1), bitta chiziqli (Z_2) ko'chishga ega. Bu ko'chishlarga chek qo'yish uchun ramaga bitta burchakli bog'lanish (birinchi tugun) hamda bitta chiziqli bog'lanish (ikkinchi tugun) kiritiladi. Bu ramaning asosiy sistemasi 9.5- rasm, *b* da berilgan. 9 marta kinematik noaniq ramaning (9.6- rasm, *a*) asosiy sistemasi 9.6- rasm, *b* da tasvirlangan. Ramaning burchakli ko'chishlari soni oltiga teng ($n_b=6$), chiziqli ko'chishlari soni esa uchga teng ($n_{ch}=Z$).

Ko'chishlar usulining kanonik tenglamalari. Kanonik tenglamalar tizimini tuzish qoidasi berilgan sistema bilan asosiy sistema orasidagi farqni yo'qotishga asoslangan.



9.6-rasm.

Asosiy sistemalar berilgan sistemadan qo'shimcha bog'lanishlari borligi bilan farq qiladi. Ma'lumki, burchakli bog'lanishlarda reaktiv moment, chiziqli bog'lanishlarda esa reaktiv kuchlar hosil bo'ladi.

Reaktiv moment va kuchlarni nolga tenglash mumkin. Buning uchun qo'shimcha bog'lanishlarga berilgan sistemada vujudga keladigan miqdorda chiziqli va burchakli ko'chishlar beramiz.

Burchakli va chiziqli bog‘lanishlardagi reaktiv moment va kuchlarni inkor etish ko‘chish usuli kanonik tenglamasining asosini tashkil etadi.

Umumiy ko‘rinishda ko‘chish usulining kanonik tenglamalari quyidagicha yoziladi (9.7- rasm);

$$R_1 = 0; \quad R_2 = 0$$

Bu yerda, R_1 va R_2 — qo‘shimcha bog‘lanishlarda tashqi kuchlar hamda bog‘lanishlarning burchakli va chiziqli ko‘chishlari natijasida hosil bo‘ladigan reaktiv moment va reaktiv kuchlarning algebraik yig‘indisidir.

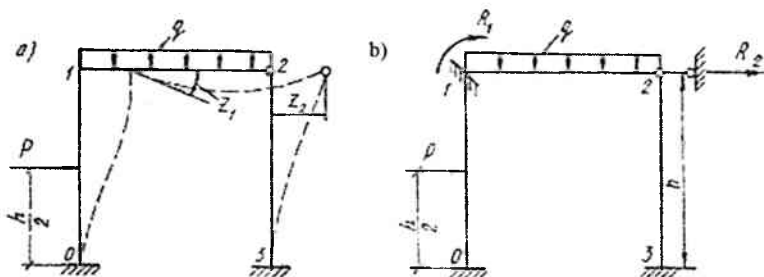
Tuziladigan tenglamalar soni berilgan ramaning kinematik noaniqlik darajasiga teng bo‘ladi.

Kanonik tenglamalar sistemasini tuzish tartibini 9.7- rasmda tasvirlangan rama misolida ko‘rib o‘tamiz.

Birinchi tugunga kiritilgan qo‘shimcha bog‘lanishda vujudga keladigan to‘liq moment R_1 quyidagi hadlardan tashkil topadi:

$$R_1 = R_{1r} + R_{11} + R_{12}.$$

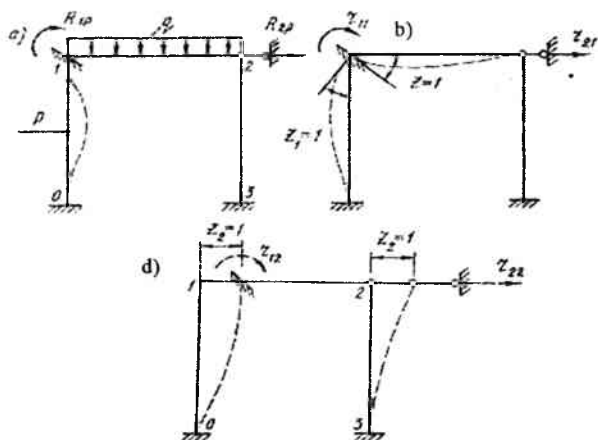
Bu yerda, R_{1r} — qo‘shimcha bog‘lanishda tashqi yuklar ta’sirida vujudga keladigan reaktiv moment (9.8- rasm, a);



9.7-rasm.

R_{11} — birinchi bog‘lanishni Z_1 burchakka burilishi natijasida shu bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv moment;

R_{12} — ramaning 1,2 — tugunlarini Z_2 masofaga ko‘chishi natijasida birinchi bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv moment.



9.8-rasm.

R_{11} va R_{12} reaktiv momentlarni birlik ko‘chish natijasida vujudga keladigan reaktiv momentlar orqali ifodalaymiz:

$$R_{11} = r_{11} \cdot Z_1 \text{ va } R_{12} = r_{12} \cdot Z_2. \quad (9.1)$$

Bu yerda, r_{11} — birinchi bog‘lanishni bir birlikka ($Z_1 = 1$) burganimizda shu bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv moment (9.8- rasm, b); r_{12} — ikkinchi bog‘lanishni $Z_2 = 1$ masofaga siljitganimizda birinchi bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv moment (9.8- rasm, d);

U holda dastlabki tenglama quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + R_{1p} = 0. \quad (9.2)$$

Shu tarzda ikkinchi tenglamani ham tuzsa bo‘ladi:

$$r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + R_{2p} = 0. \quad (9.3)$$

Bu yerda r_{21} — birinchi bog‘lanishni $Z_1 = 1$ burchakka birilishi natijasida ikkinchi bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv kuch (9.8-rasm, b);

r_{22} — ikkinchi bog‘lanishni $Z_2 = 1$ masofaga ko‘chishi natijasida shu bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv kuch (9.8-rasm, d);

R_{2r} — tashqi kuchlar ta‘sirida ikkinchi bog‘lanishda vujudga keladigan reaktiv kuch (9.8-rasm, a).

Shunday qilib, birinchi tenglama birinchi tugunga kiritilgan qo‘shimcha bog‘lanishda reaktiv momentning nolga tengligini, ikkinchi tenglama esa ikkinchi bog‘lanishdagi reaktiv kuchlarning nolga tengligini ifodalaydi. Har ikki tenglama ko‘chish usulining *kanonik tenglamasi* deb ataladi.

Agar sistema to‘rt marotaba kinematik noaniq bo‘lsa, u holda yuqorida bayon etilgan tartib asosida to‘rtta kanonik tenglama tuziladi va u quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\begin{aligned} r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + r_{13} \cdot Z_3 + r_{14} \cdot Z_4 + R_{1p} &= 0; \\ r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + r_{23} \cdot Z_3 + r_{24} \cdot Z_4 + R_{2p} &= 0; \\ r_{31} \cdot Z_1 + r_{32} \cdot Z_2 + r_{33} \cdot Z_3 + r_{34} \cdot Z_4 + R_{3p} &= 0; \\ r_{41} \cdot Z_1 + r_{42} \cdot Z_2 + r_{43} \cdot Z_3 + r_{44} \cdot Z_4 + R_{4p} &= 0. \end{aligned}$$

Bosh diagonal bo‘yicha joylashgan koeffitsiyentlar (r_{11} , r_{22} , r_{33} , r_{44}) bosh koeffitsiyentlar, qolganlari yordamchi koeffitsiyentlar deb ataladi; ozod hadlar R_{1p} , R_{2p} , R_{3p} , R_{4p} — yuk reaksiyalari deb ataladi.

Bu tenglamalarda ham kuch usulidagi singari bosh diagonalga nisbatan simmetrik ravishda joylashgan koeffitsiyentlar o‘zaro teng bo‘ladi, ya‘ni $r_{12} = r_{21}$, $r_{13} = r_{31}$.

Bosh koeffitsiyentlar hamma vaqt noldan katta bo‘ladi $r_{nn} > 0$.

Yordamchi koeffitsiyentlar esa $r_{ki} \geq 0$ bo‘lishi mumkin.

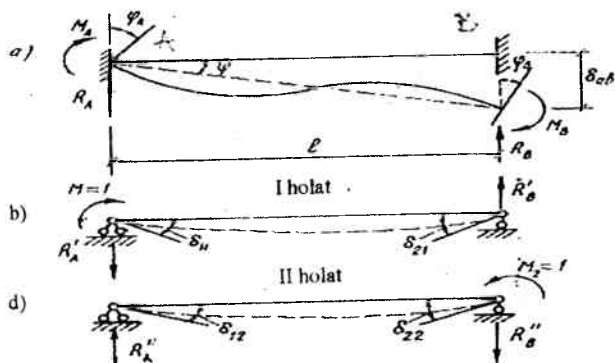
Kuch usulining kanonik tenglamalari ko‘chishlarning nolga tengligini ifodalaydi. Ko‘chish usulining kanonik tenglamalari esa rama tugunlariga kiritilgan qo‘shimcha bog‘lanishlardagi reaktiv moment va reaktiv kuchlarning nolga tengligini ifodalaydi.

9.3. Reaksiyalar va ko'chishlar orasidagi bog'lanish haqida teorema

To'g'ri sterjenlardan tashkil topgan ramularni ko'chishlar usulida hisoblashda kiritilgan qo'shimcha bog'lanishlardagi reaksiyalar bir oraliqli statik noaniq balkalar uchun berilgan formulalardan foydalanib aniqlanadi.

Bir oraliqli bikir tayanchli statik noaniq balkani misol tariqasida ko'rib chiqamiz (9.9- rasm).

Faraz qilamiz, chekka kesimlar φ_A va φ_B burchaklarga burilgan bo'lsin. AV to'g'ri chiziq ψ burchakka burilgan deylik.



9.9-rasm.

9.9- rasm, a da ko'rsatilgan M_A , M_B , φ_A , φ_B , R_A , R_B larning yo'nalishlari musbat ishoraga mos keladi deb qabul qilaylik. M_A va M_B tayanch momentlarini aniqlash uchun kuch usuli bo'yicha asosiy sistemalar quriladi (9.9- rasm, b, d), so'ngra ishlar haqidagi Betti teoremasidan foydalanib, quyidagi tenglamalar yoziladi:

$$\left. \begin{aligned} M_A \cdot \delta_{11} - X_1 \delta_{21} &= 1 \cdot \varphi_A - \frac{1}{l} \delta_{ab} \\ M_B \cdot \delta_{12} - X_2 \delta_{22} &= -1 \cdot \varphi_B + \frac{1}{l} \delta_{ab} \end{aligned} \right\} \quad (9.4)$$

Berilgan sistema va har ikki birlik holat bo'yicha aniqlangan ko'chish va zo'riqishlarning qiymatlari 9.1- jadvalda ifodalangan.

9.1- jadval

Holat	Momentlar	Kuchlar	Ko'chishlar	
			Burilish burchaklari	Og'ish burchagi
Berilgan	M_A, M_B	R_A, R_B	φ_A, φ_B	$0; \delta$
I holat	$M_1 = 1, M_2 = 0$	$R_A^I = \frac{1}{\ell}, R_B^I = \frac{1}{\ell}$	$\delta_{11}, -\delta_{21}$	$0; 0$
II holat	$M_1 = 0, M_2 = 1$	$R_A^I = \frac{1}{\ell}, R_B^I = \frac{1}{\ell}$	$\delta_{12}, -\delta_{22}$	$0; 0$

Birlik ko'chishlarni aniqlaymiz

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{M_1 \cdot l}{6EJ} = \frac{l}{6EJ}; \quad (9.5)$$

$$\delta_{22} = \delta_{11} = \frac{M_2 \cdot l}{3EJ} = \frac{l}{3EJ}; \quad (9.6)$$

Bu qiymatlarni (9.4) ga qo'yib, quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned} M_A \cdot \frac{l}{3EJ} - M_1 \cdot \frac{l}{6EJ} &= \varphi_A - \psi; \\ M_A \cdot \frac{l}{6EJ} - \frac{l}{3EJ} &= -\varphi_B + \psi. \end{aligned} \quad (9.7)$$

Bundan

$$\begin{aligned} M_A &= 2 \cdot \frac{EJ}{l} (2\varphi_A + \varphi_B - 3\psi); \\ M_B &= 2 \cdot \frac{EJ}{l} (\varphi_A + 2\varphi_B - 3\psi) \end{aligned} \quad (9.8)$$

Agar $\frac{EJ}{l} = i$ deb belgilasak, u holda

$$\begin{aligned} M_A &= 2i(2\varphi_A + \varphi_B - 3\psi); \\ M_B &= 2i(\varphi_A + 2\varphi_B - 3\psi). \end{aligned} \quad (9.9)$$

bo'ladi. Bu yerda i — sterjenning nisbiy birligi.

Xususiylar:

Agar $\varphi_A + \varphi_B = 0$ bo'lsa, (9.10) formula quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$M_B = M_A = -6i\psi \quad (9.10)$$

Agar

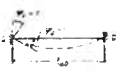
$$\begin{aligned} \varphi_A = \psi = 0 \text{ bo'lsa,} \\ M_A = 2i\varphi_B; \\ M_B = 4i \cdot \varphi_B \text{ bo'ladi.} \end{aligned} \quad (9.11)$$

Agar $\varphi_B = \psi = 0$ bo'lsa, u holda formula quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$M_A = 4i\varphi_A, \quad M_B = 2i\varphi_A. \quad (9.12)$$

Turli xil ta'sirlar ostida bo'lgan sterjenlarning chekka kesimlaridagi tayanch momentlari va reaksiyalarini aniqlash formulalari 9.2-jadvalda berilgan.

9.2-jadval

Balka va unga ta'sir qiluvchi omil	Eguvchi moment epyurasi	Tayanch reaktiv momentlari	Tayanch reaksiyalari
		$M_A = 0$ $M_B = Pl$	$R_A = \frac{3Pl}{l}$ $R_B = -R_A$
		$M_A = -\frac{Pl}{2}$ $M_B = -\frac{Pl}{2}$	$R_A = \frac{3Pl}{l}$ $R_B = -R_A$
		$M_A = -\frac{ql^2}{12}$ $M_B = -\frac{ql^2}{12}$	$R_A = \frac{ql}{2}$ $R_B = \frac{ql}{2}$
		$M_A = 0$ $M_B = Pl$	$R_A = \frac{3Pl}{l} \left(1 + \frac{a^2}{l^2} \right)$ $R_B = -R_A$

9.2-jadvalning davomi

		$M_{ab} = \frac{Pb}{l}(a-b)$ $M_{ba} = \frac{Pa}{l}(a-b)$	$R_{1a} = \frac{Pb}{l}$ $R_{2a} = \frac{Pa}{l}$
		$M_{ab} = \frac{ql^2}{12}$	$R_{1a} = \frac{ql}{2}$ $R_{2a} = \frac{ql}{2}$
		$R_{1a} = \frac{ql}{3}$	$R_{2a} = -\frac{R_{1a}}{2} = -\frac{ql}{6}$
		$R_{1a} = \frac{ql}{3}$	$R_{2a} = \frac{ql}{6}$
		$M_{11} = \frac{Pl^2}{12}$	$R_{1a} = \frac{Pl}{2}$ $R_{2a} = \frac{Pl}{2}$
		$M_{22} = \frac{Pl^2}{12}$	$R_{1a} = \frac{Pl}{2}$ $R_{2a} = \frac{Pl}{2}$

9.4. Kanonik tenglama koefitsiyentlari va ozod hadlarini aniqlash. Statik usul

Kanonik tenglamaning koefitsiyentlari va ozod hadlarini aniqlash uchun asosiy sistemada birlik ko'chishlar va tashqi kuchlar ta'siridan hosil bo'ladigan moment epyuralari quriladi.

Eguvchi moment epyuralarini qurish va kanonik tenglamlarning koefitsiyentlarini aniqlash tartibini 9.10-rasmda tasvirlangan rama misolida ko'rib o'tamiz.

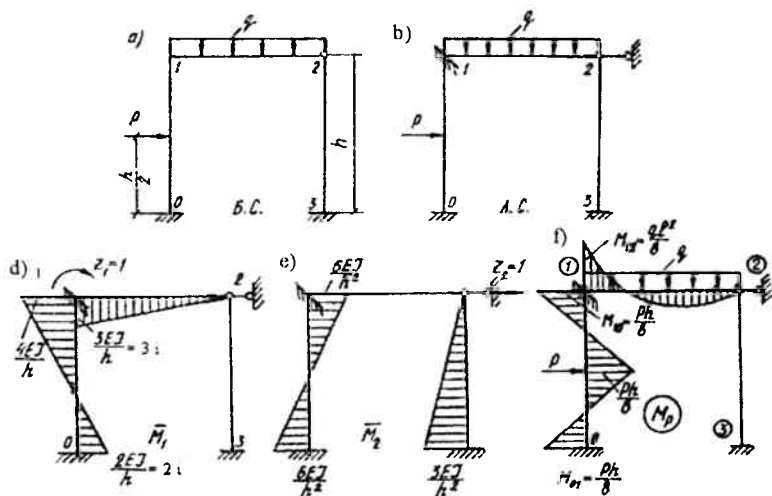
Berilgan ramaning kinematik noaniqlik darajasi $n=2$ bo'lgani uchun ikkita kanonik tenglama tuziladi:

$$\begin{aligned} r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + R_{1p} &= 0; \\ r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + R_{2p} &= 0 \end{aligned} \quad (9.13)$$

Kanonik tenglamani yechish uchun avval uning koeffitsiyentlari va ozod hadlarini topib olishimiz kerak.

$\bar{M}_1$ epyurasini hosil qilish uchun birinchi tugunga kiritilgan bog'lanishni $Z_1=1$ burchakka buramiz (9.10- rasm, d). Shaklda keltirilgan momentlarning qiymati 9.2-jadvaldan olinadi.

$\bar{M}_2$ epyurasi ikkinchi bog'lanishni $Z_2=1$ masofaga ko'chishidan hosil bo'lgan (9.10- rasm, e). Bu yerda ham sterjen uchlaridagi momentlarning qiymati 9.2- jadvaldan olingan.



9.10-rasm.

M_r epyurasi tashqi kuchlardan qurilgan (9.10- rasm, f). Tabiiyki, bu epyurada ham momentlarning qiymatlari o'sha jadvaldan olingan.

Eguvchi moment epyuralari qurilgandan so'ng kanonik tenglamalarning koeffitsiyentlari va ozod hadlarini aniqlashga o'tiladi.

Kanonik tenglamalarning koeffitsiyent va ozod hadlari ikkita guruhga bo'linadi:

1) qo'shimcha bog'lanishlarda vujudga keladigan reaktiv momentlar;

2) qo'shimcha bog'lanishlarda vujudga keladigan reaktiv kuchlar.

Aniqlanayotgan koeffitsiyent yoki ozod had reaktiv moment bo'lsa, u holda asosiy sistemadan tegishli qo'shimcha bog'lamish kesib olinadi hamda muvozanat tenglamalari tuziladi:

$$\sum M = 0.$$

Agar aniqlanayotgan koeffitsiyent va ozod hadlar reaktiv kuch bo'lsa, u holda asosiy sistemaning ustunlari va ikkinchi bog'lamish orqali kesim o'tkaziladi. Shundan so'ng proyeksiyalar tenglamasi tuziladi:

$$\sum T = 0.$$

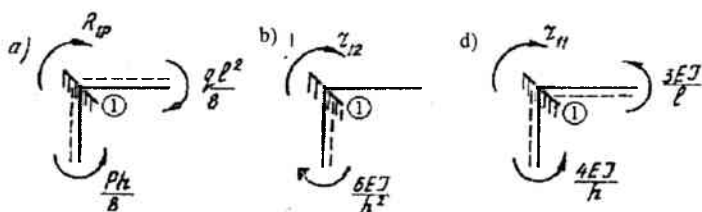
T — o'qning yo'nalishi tenglamalar tuzishga qulay holatda o'tkaziladi.

Kanonik tenglamaning birinchi qatordagi ozod had va koeffitsiyentlarni aniqlaylik.

R_{lp} ning qiymatini aniqlash uchun « M_p » epyurasidan birinchi tugunni kesib olib, muvozanat tenglamasini yozamiz (9.11- rasm, a):

$$\sum M_1 = R_{lp} + \frac{ql^2}{8} - \frac{ph}{8} = 0.$$

Bundan $R_{lp} = \frac{ph}{8} - \frac{ql^2}{8}.$



9.11-rasm.

r_{11} , r_{12} larni aniqlash uchun $\bar{M}_1$ va $\bar{M}_2$ birlik eguvchi moment epyuralaridan 1- tugunni kesib olib, muvozanat tenglamasi yoziladi (9.11- rasm, d, b):

$$\sum M_1 = r_{11} - \frac{3EJ}{l} - \frac{4EJ}{h} = 0; \quad \sum M_1 = r_{12} - \frac{6EJ}{l} - \frac{4EJ}{h^2} = 0;$$

$$r_{11} = \frac{3EJ}{l} + \frac{4EJ}{h}; \quad r_{12} = \frac{6EJ}{h^2}.$$

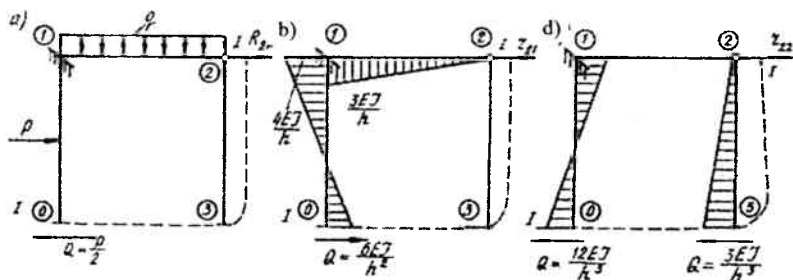
Kanonik tenglamaning ikkinchi qatordagi r_{21} , r_{22} , R_{2p} lar reaktiv kuchlardan iboratdir.

Ikkinchi bog'lanishdagi reaktiv kuch. R_{2p} ni aniqlash uchun asosiy sistemaning ustunlarini 1 — 1 kesim bo'yicha kesib, rigel va ikkinchi bog'lanish ajratib olinadi (9.12- rasm, a). Bu ajratilgan bo'lak uchun statikaning muvozanat tenglamasini yozamiz:

$$\sum X = P + P_{2p} - \frac{P}{2} = 0,$$

bundan

$$R_{2p} = -\frac{P}{2}.$$



9.12-rasm.

r_{21} ni aniqlash uchun asosiy sistemaning ustunlarini 1 — 1 kesim bo'yicha kesib, rigelni va ikkinchi bog'lanishni ajratamiz hamda uning muvozanatini tekshiramiz (9.12- rasm, b):

$$\sum X = \frac{6EJ}{h^2} + r_{21} = 0;$$

bundan

$$r_{21} = -\frac{6EJ}{h^2}$$

r_{22} ni aniqlash uchun ham asosiy sistemaning ustunlarini 1 — 1 kesim bo'yicha kesib, rigel va ikkinchi bog'lanishni ajratamiz hamda uning muvozanatini tekshiramiz (9.12- rasm, d);

$$\sum X = r_{22} - \frac{12EJ}{h^3} - \frac{3EJ}{h^3} = 0;$$

bundan

$$r_{22} = \frac{15EJ}{h^3}.$$

Epyuralarni ko'paytirish usuli

Agar berilgan ramaning ustunlari o'zaro parallel bo'lmasa, u holda statik usul ancha murakkab tus oladi. Chunki og'ma ustunli ramaning asosiy sistemasi uchun muvozanat tenglamasi tuzilganda, uning gorizontall o'qiga ko'ndalang kuchlar bilan birgalikda bo'ylama kuchlar ham proyeksiyalanadi.

Bu usul bilan koeffitsiyentlar va ozod hadlarni hisoblash murakkablashadi. Bunday hollarda epyuralarni ko'paytirish usulidan foydalaniladi. Bu usul tashqi va ichki kuchlarning bajarishi mumkin bo'lgan ishlar haqidagi Betti teoremasiga asoslanadi:

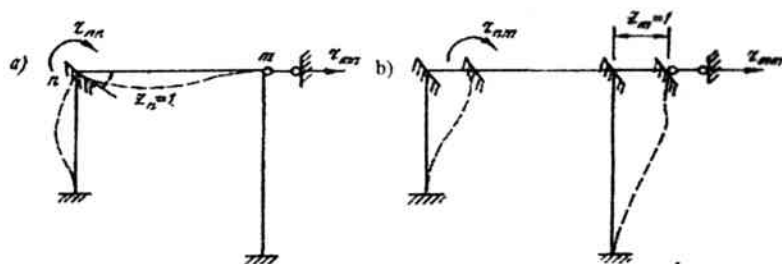
$$T_{nm} = U_{mm}. \quad (a)$$

T_{nm} , « m » holatdagi tashqi kuchlarning bajarishi mumkin bo'lgan ishi;

U_{mm} « n » holatdagi ichki kuchlarning bajarishi mumkin bo'lgan ishi.

Statik noaniq ramani ikki holatda tasvirlaymiz: birinchi holatda « n » tugunni $Z_n = 1$ burchakka buramiz (9.13- rasm, a) ikkinchi holatda « m » tugunni $z_m = 1$ masofaga ko'chiramiz (9.13- rasm, b). Shakllardan foydalanib, tashqi kuchlar bajarishi mumkin bo'lgan ish ifodasini yozamiz:

$$T_{nm} = r_{mn} \cdot 1. \quad (b)$$



9.13-rasm.

Ma'lumki, ichki kuchlar bajarishi mumkin bo'lgan ish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$r_{mn} = \sum \frac{\bar{M}_m \bar{M}_n}{EJ} dx, \quad (d)$$

(a) ifodaga ko'ra

$$r_{mn} = \sum \int \frac{\bar{M}_m \bar{M}_n}{EJ} dx. \quad (e)$$

Demak, ko'chish usuli kanonik tenglamalarining koeffitsiyentlarini aniqlash uchun kuch usulidagi singari ikkita birlik epyurani bir-biriga ko'paytirilsa kifoya ekan.

Ko'chish usuli kanonik tenglamalarining ozod hadlarini ham epyuralarni ko'paytirish usulida topsa bo'ladi. Buning uchun quyidagi formuladan foydalaniladi:

$$R_{np} = - \sum \int \frac{\bar{M}_n M'_p}{EJ} dx.$$

Bu yerda, $\bar{M}_n$ — birlik eguvchi moment epyurasi;

M'_p — statik aniq sistemada tashqi kuchlardan hosil bo'lgan M epyurasi.

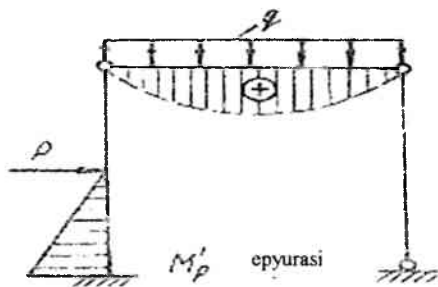
Masalan, 9.10- rasm, a da berilgan statik noaniq rama uchun M'_p epyurasi 9.14- rasmda ko'rsatilgandek bo'ladi. $\bar{M}_1$ va $\bar{M}_2$ birlik

epyuralari o'zgarishsiz qoladi (9.10- rasm, d, e). R_{1p} ni aniqlash uchun M'_p bilan $\bar{M}_1$ epyurasi, R_{2p} ni aniqlash uchun esa M'_p bilan $\bar{M}_2$ epyuralari ko'paytiriladi. Ko'paytirish ishlari Vereshchagin qoidasi bo'yicha analga oshiriladi.

Ko'chish usuli kanonik tenglamalari sistemasining koeffitsiyentlari va ozod hadlari kuch usulidagi kabi tekshiriladi.

Buning uchun avval $\bar{M}_s$ yig'indi epyurasi chizib olinadi:

$$\bar{M}_s = \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_n$$



9.14-rasm.

Bu epyura bilan istagan birlik epyuraning ko'paytmasi, kuch usulidagi singari, tegishli qator koeffitsiyentlarining yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\begin{aligned} r_{1s} &= \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_s}{EJ} dx = \sum \int \frac{\bar{M}_1 (\bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_n)}{EJ} dx = \\ &= \sum \int \frac{\bar{M}_1^2}{EJ} dx + \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_2}{EJ} dx + \dots + \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_n}{EJ} dx = r_{11} + r_{12} + \dots + r_{1n} \end{aligned}$$

Kanonik tenglamaning ozod hadlari quyidagicha tekshiriladi:

$$\begin{aligned} \sum \int \frac{\bar{M}_s M'_p}{EJ} dx &= - \sum \int \frac{(\bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_n) M'_p}{EJ} dx = \\ &= \left(\sum \int \frac{\bar{M}_1 M'_p}{EJ} dx + \sum \int \frac{\bar{M}_2 M'_p}{EJ} dx + \dots + \sum \int \frac{\bar{M}_n M'_p}{EJ} dx \right) = R_{1p} + R_{2p} + \dots + R_{np} \end{aligned}$$

Demak, ozod hadlar to'g'ri topilgan bo'lsa, ularning yig'indisi ikki epyuraning ($\overline{M}_s$ da M_p epyuralarining) ko'paytmasiga teng bo'ladi.

9.5. Ramaning M, Q va N epyuralarini qurish

Kanonik tenglama koeffitsiyentlari to'g'ri topilganira ishonch hosil qilganimizdan so'ng koeffitsiyentlarni tenglamaga qo'yib, undagi noma'lumlar ($z_1, z_2, z_3, \dots z_n$) ni aniqlaymiz va undan so'ng «M» epyurasini qurishga o'tamiz. Epyura quyidagi qoida asosida quriladi:

$$M = M_p + \overline{M}_1 \cdot Z_1 + \overline{M}_2 \cdot Z_2 + \dots + \overline{M}_n \cdot Z_n,$$

bu yerda, M — statik noaniq ramaning istalgan kesimidagi eguvchi moment;

M_p — asosiy sistemada tashqi kuchdan qurilgan M epyurasining ordinatasi;

$\overline{M}_1, \overline{M}_2$ — birlik epyuralarning ordinalari;

Z_1, Z_2 — kanonik tenglamalardan topilgan burchakli yoki chiziqli ko'chishlar.

Yakunlovchi M epyurasi qurilgandan so'ng shu epyura asosida «Q» va «N» epyuralari quriladi.

9.6. Ko'chishlar usulida soddalashtirishlar

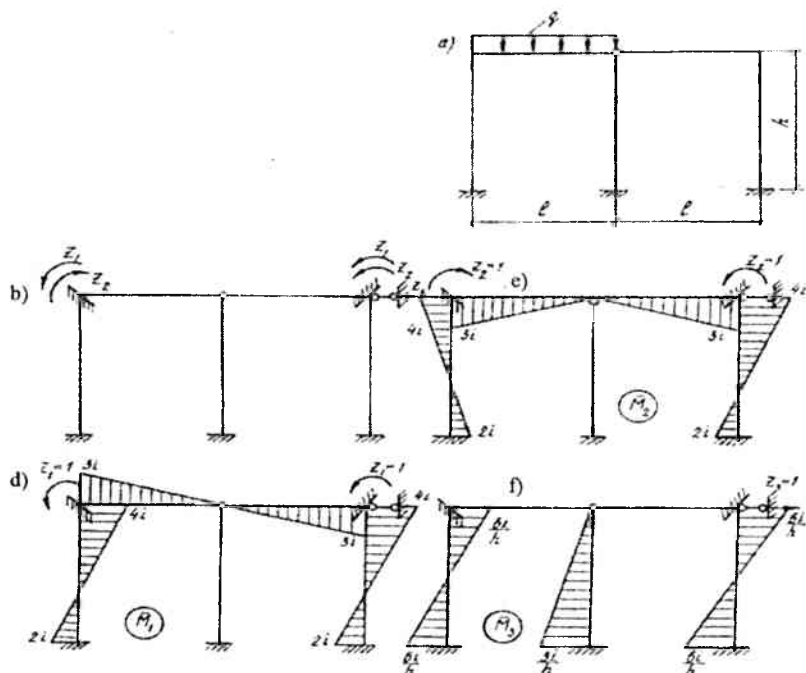
Simmetrik ramalarni ko'chish usulida hisoblaganda ham kuch usulidagi singari noma'lumlarni guruhlash yo'lidan foydalansa bo'ladi.

Misol tariqasida 9.15- rasm, a da tasvirlangan ramani ko'rib o'tamiz. Rama ikkita burchakli va bitta chiziqli ko'chishga ega, ya'mi uning kinematik noaniqlik darajasi $n=3$. Ramaning to'liq kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{aligned} r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + r_{13} \cdot Z_3 + R_{1p} &= 0; \\ r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + r_{23} \cdot Z_3 + R_{2p} &= 0; \end{aligned}$$

$$r_{31} \cdot Z_1 + r_{32} \cdot Z_2 + r_{33} \cdot Z_3 + R_{3p} = 0;$$

Berilgan rama simmetriya o'qiga ega bo'lganligi sababli noma'lumlarni guruhlash yo'li bilan kanonik tenglamaning ayrim koeffitsiyentlarini nolga tenglashtirish mumkin.



9.15-rasm.

Noma'lumlarni guruhlash natijasida ikki xil: to'g'ri simmetrik va teskari simmetrik epyuralar hosil bo'ladi. Ma'lumki, bunday epyuralar ko'paytmasi 0 ga teng bo'ladi. Natijada kanonik tenglama ikkita sistemaga ajralib ketadi. Bu esa hisoblash ishlarini ancha yengillashtiradi.

Noma'lumlarni guruhlash 9.15- rasm, b da ko'rsatilgan shaklda amalga oshiriladi. Birlik M epyuralari 9.15- rasm, d, e, f da tasvirlangan. Bu yerda $\bar{M}_1$ teskari, $\bar{M}_2$ esa to'g'ri simmetrik epyura bo'lib, ularning ko'paytmasidan topiladigan $r_{12}=r_{21}=0$ bo'ladi,

Shuningdek $r_{23}=r_{32}$ ham nolga tengdir. U holda yuqoridagi kanonik tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\left. \begin{aligned} r_{11} \cdot Z_1 + r_{13} + Z_3 + R_{1q} \\ r_{31} \cdot Z_1 + r_{33} + Z_3 + R_{3q} \end{aligned} \right\} \text{ teskari simmetrik tenglama}$$

$$r_{22} \cdot Z_2 + R_{2q} = \text{simmetrik tenglama}$$

9.7. Statik noaniq ramalarni aralash va kombinatsiya usullarida hisoblash

Binokorlikda shunday ramalar uchraydiki, ularni har qancha soddalashtirganda ham umumiy yechimi murakkabligicha qolaveradi. Bunday ramalarning yechilishini soddalashtirish maqsadida kuch va ko'chish usullaridan bir yo'la foydalanish tavsiya etiladi. Bunda ramaning bir qismi kuchlar usulida, ikkinchi qismi esa ko'chishlar usulida hisoblanadi. Bunday hisoblash usuli *aralash usul* deb ataladi. Aralash usulga doir misol ko'rib o'tamiz (9.16- rasm);

Qavatlar	Statik noaniqlik darajasi	Kinematik noaniqlik darajasi
Birinchi	9	2
Ikkinchi	2	12
Jami	11	14

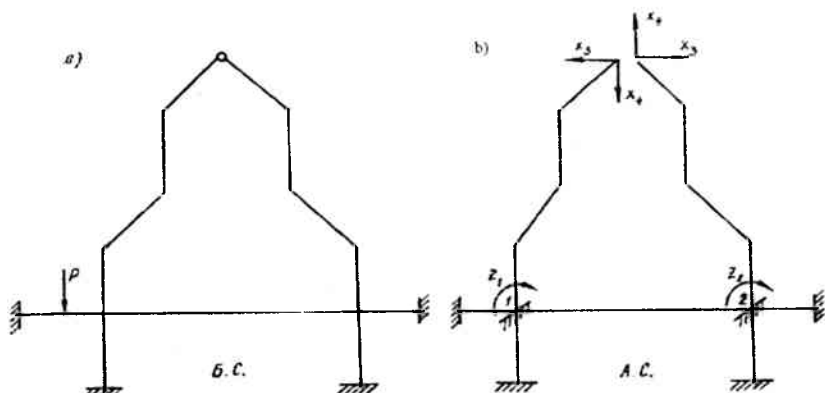
Berilgan ramaning statik va kinematik noaniqlik darajalari quyidagi jadvalda berilgan:

Jadvaldan ko'rinadiki, arap ramani kuch usulida ishlasak, u 11 noma'lumli, ko'chish usulida esa 14 noma'lumli bo'ladi. 11

yoki 14 noma'lumli tenglamalarni yechish oson masala emasligi hammaga ayon.

Agar ramaning birinchi qavatini ko'chish, ikkinchi qavatini kuchlar usulida yechilsa, hisob ancha yengillashadi. Demak, ramani aralash usulda hisoblash maqsadga muvofiqdir. Bu usulga ko'ra noma'lumlar soni 4 ga teng bo'ladi.

Aralash usulning asosiy sistemasi 9.16-rasm, b da tasvirlangan.



9.16-rasm.

Aralash usulning kanonik tenglamalari quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{aligned} r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + r_{13} \cdot X_3 + r_{14} \cdot X_4 + R_{1p} &= 0; \\ r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + r_{23} \cdot X_3 + r_{24} \cdot X_4 + R_{2p} &= 0; \\ \delta_{31} \cdot Z_1 + \delta_{32} \cdot Z_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \delta_{34} \cdot X_4 + \Delta_{3p} &= 0; \\ \delta_{41} \cdot Z_1 + \delta_{42} \cdot Z_2 + \delta_{43} \cdot X_3 + \delta_{44} \cdot X_4 + \Delta_{4p} &= 0. \end{aligned}$$

Kanonik tenglamalar sistemasining 1—2 qatorlari asosiy sistemasning birinchi va ikkinchi qo'shimcha bog'lanishlarida tashqi yuk va noma'lumlardan hosil bo'lgan reaksiyalarning yig'indisi nolga tengligini ifodalaydi. 3 — 4 tenglamalar esa asosiy sistemada tashqi yuk va noma'lumlardan X_3 va X_4 yo'nalishlari bo'yicha ko'chishlarning yig'indisi nolga tengligini ifodalaydi.

Shunday qilib, aralash usul kanonik tenglamalarining bir qismi ko'chishlar usuliga, ikkinchi qismi esa kuchlar usuliga tegishli shartlarni ifodalaydi.

Aralash usulning kanonik tenglamalari sistemasidagi koeffitsiyentlar to'rt guruhga bo'linadi:

1. Asosiy sistemada birlik ko'chishlar ($Z_1=1$, $Z_2=1$) dan hosil bo'lgan reaksiyalarni ifodalovchi koeffitsiyentlar $r_{11} \cdot r_{12}$, $r_{21} \cdot r_{22}$.

2. Asosiy sistemaning qo'shimcha bog'lanishlarida birlik kuchlar ($X_3=1$, $X_4=1$) dan hosil bo'lgan reaksiyalarni ifodalovchi koeffitsiyentlar r_{21} , r_{22} , r_{23} , r_{24} .

3. Asosiy sistemada noma'lum zo'riqishlar yo'nalishida birlik ko'chishlardan hosil bo'lgan ko'chishlarni ifodalovchi koeffitsiyentlar δ_{31} , δ_{32} , δ_{33} , δ_{34} .

4. Asosiy sistemada noma'lum kuch (X_3 va X_4) lar yo'nalishlarida birlik kuchlardan hosil bo'lgan ko'chishlar: δ_{41} , δ_{42} , δ_{43} , δ_{44} .

Kanonik tenglamalarning koeffitsiyentlari va ozod hadlari kuch va ko'chish usullarida bayon etilgan qoidalar asosida topiladi.

Aralash usulda ham quyidagi teoremlar amal qiladi:

$$\begin{aligned} r_{mn} &= r_{nm} \\ \delta_{mn} &= \delta_{nm} \\ r_{mr} &= -\delta_{np} \end{aligned}$$

Aralash usulning kanonik tenglamalari birgalikda yechiladi va z_1 , z_2 , x_3 va x_4 noma'lumlar aniqlanadi. Eguvchi momentlar epyurasini qurish uchun quyidagi formulalardan foydalanamiz:

$$M = M_p + \bar{M}_1 \cdot Z_1 + \bar{M}_2 \cdot Z_2 + \bar{M}_3 \cdot X_3 + \bar{M}_4 \cdot X_4$$

Statik noaniq ramalarni *kombimatsiya* usulida hisoblash ham simmetrik ramalar hisobini osonlashtirish maqsadini ko'zda tutadi. Bu usulga ko'ra ramaga qo'yilgan yuklar to'g'ri va teskari simmetrik yuklarga ajratiladi.

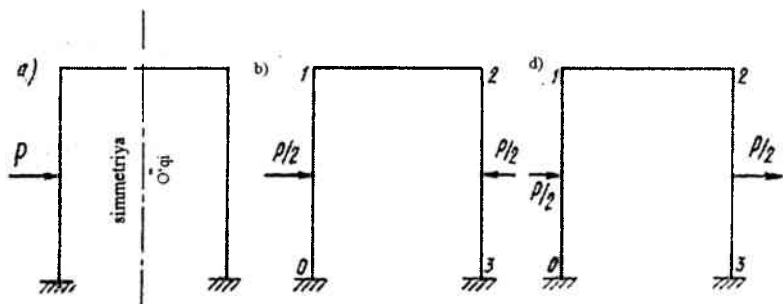
Simmetrik yuklangan ramalarni ko'chishlar usulida hisoblash tavsiya etiladi, chunki bunda simmetrik tugunlarning burilish burchaklari o'zaro teng bo'lib, ishoralari teskari bo'ladi, ularning chiziqli ko'chishlari esa nolga teng bo'ladi.

Teskari simmetrik yuklangan ramalarni kuch usulida hisoblash tavsiya etiladi, chunki kuch usulining asosiy sistemasida simmetrik noma'lumlar nolga teng bo'ladi. Simmetrik ramalarni hisoblashda ularga qo'yilgan tashqi yuklarni simmetrik va teskari simmetrik yuklarga ajratiladi (9.17- rasm, b, d). 9.18- rasmda simmetrik yuklangan ramaning ko'chish (a) va kuch (b) usuli bo'yicha

tanlangan asosiy sistemalari tasvirlangan. 9.19- rasmda xuddi shuning o'zi teskari simmetrik yuklangan rama uchun bajarilgan.

Har ikkala hol uchun ramaning statik va kinematik noaniqlik darajasi, ya'ni noma'lumlar soni aniqlanib, u 9.2 a-jadvalda aks ettirilgan. Shu jadvalning oxirgi ustumida qabul qilingan usul ko'rsatilgan.

Jadvalga ko'ra simmetrik yuklangan rama — ko'chish, teskari simmetrik yuklangan rama — kuch usulida ishlanishi maqsadga muvofiq ekan.



9.17-rasm.

9.2 a- jadval

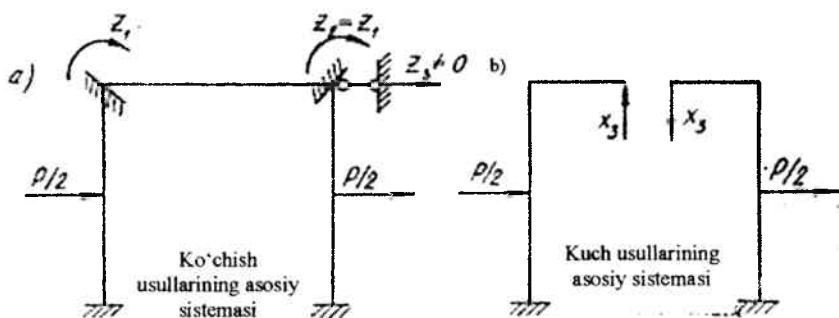
Yuklanish tartibi	Noma'lumlar soni		Qabul qilinadigan usul
	Kuch usuli	Ko'chish usuli	
Simmetrik	2	1	Ko'chish usuli
Nosimmetrik	1	2	Kuch usuli

Ramalarni hisoblashning bu yo'li *kombinatsiya usuli* deb nom olgan.

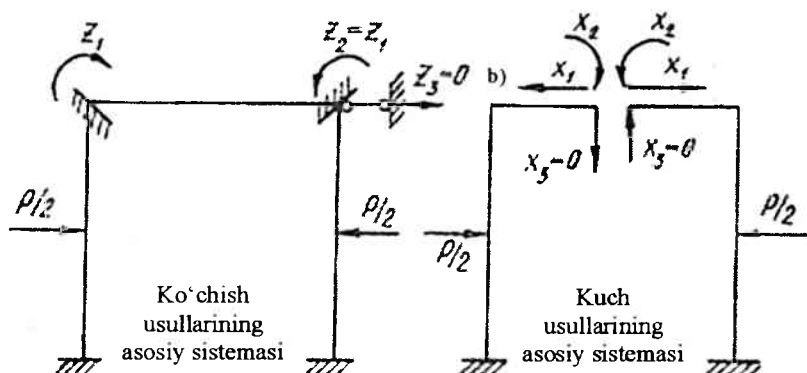
Misol.

Endi statik noaniq ramani ko'chish usulida hisoblashga doir bir misol yechamiz. Ramaning yuklanishi va o'lchamlari 9.20- rasm, a-da ko'rsatilgan.

Rama quyidagi tartibda hisoblanadi:



9.18-rasm.



9.19-rasm.

1. Ramaning kinematik noaniqlik darajasi aniqlanadi:

$$n = n_b + n_{ch};$$

n_b — rama tugunlarining burchakli ko'chishlari soni;

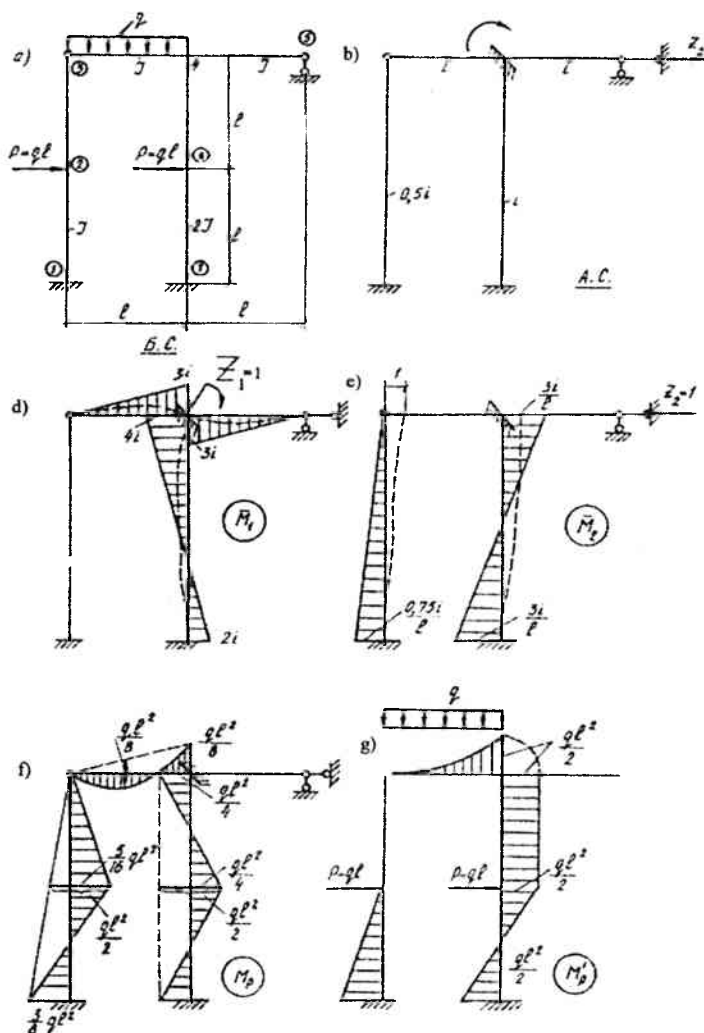
n_{ch} — rama tugunlarining chiziqli ko'chishlari soni; (bu son bikir tugunlarni sharmir bilan almashtirilganda ramaning erkinlik darajasiga teng bo'ladi);

$$n_{ch} = 1$$

Ramaning kinematik noaniqlik darajasi

$$n = 1 + 1 = 2,$$

2. Asosiy sistema tuziladi (9.20- rasm, b) va rama elementlarining nisbiy bikirliklari aniqlanadi:



9.20-rasm.

$$i_{13} = \frac{EJ}{2l} = 0,5 \frac{EJ}{l} = 0,5i; \quad \frac{EJ}{l} = i;$$

$$i_{34} = \frac{EJ}{l} = i;$$

$$i_{47} = \frac{2EJ}{2l} = i.$$

3. Kanonik tenglamalar sistemasi tuziladi:

$$r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + R_{1p} = 0;$$

$$r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + R_{2p} = 0.$$

4. Asosiy sistemada tashqi kuchlardan va birlik ko'chishlardan alohida-alohida eguvchi momentlar epyuralari quriladi (9.20- rasm, d, e, f).

Epyuralarni qurishda maxsus jadvaldan foydalaniladi (9.2- jadval).

5. Kanonik tenglamalar tizimi koeffitsiyentlari va ozod hadlari aniqlanadi.

Statik usul

a) 4 — tugun muvozanatidan quyidagilar topiladi: (9.21- rasm).
 $\bar{M}_1$ epyurasidan (9.21- rasm, a): $r_{11} = 2(3i) - 4i = 0$; $r_{11} = 10i$. $r_{11} = 10i$.

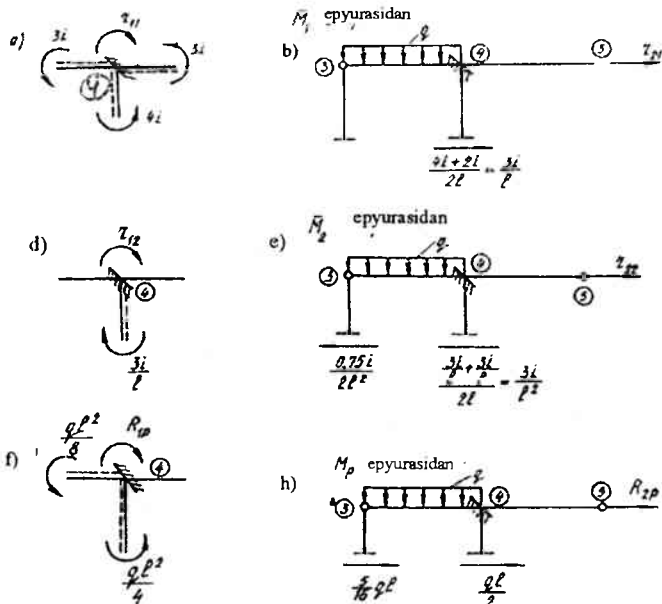
$\bar{M}_2$ epyurasidan (9.21- rasm, d): $r_{12} + \frac{3i}{l} = 0$; $r = -\frac{3i}{l}$;

M_p epyurasidan (9.21- rasm, e): $R_{1p} - \frac{ql^2}{4} - \frac{ql^2}{8} = 0$; $R_{1p} = 0,375ql^2$.

b) ramaning yuqori qismi muvozanatidan quyidagilar topiladi:
 $\bar{M}_1$ epyurasidan (9.21- rasm, b) $r_{21} + \frac{3i}{l} = 0$; $r_{21} = -\frac{3i}{l}$;

$\bar{M}_2$ epyurasidan (9.21- rasm, e) $r_{22} - \frac{0,75i}{2l^2} - \frac{3i}{l^2} = 0$; $r_{22} = \frac{3,375i}{l^2}$;

M_r epyurasidan (9.21- rasm, h) $R_{2p} + \frac{5}{16}ql + \frac{ql}{2} = 0$; $R_{2p} = -\frac{13ql}{16} = -0,81ql$.



9.21-rasm.

Epyuralarini ko'paytirish usuli

Statik usulda topilgan koeffitsiyent va ozod hadlarni epyuralarni ko'paytirish usulida topsa ham bo'ladi. Ko'paytirish amallari Vereshchagin usulida (9.22- rasm) amalga oshiriladi:

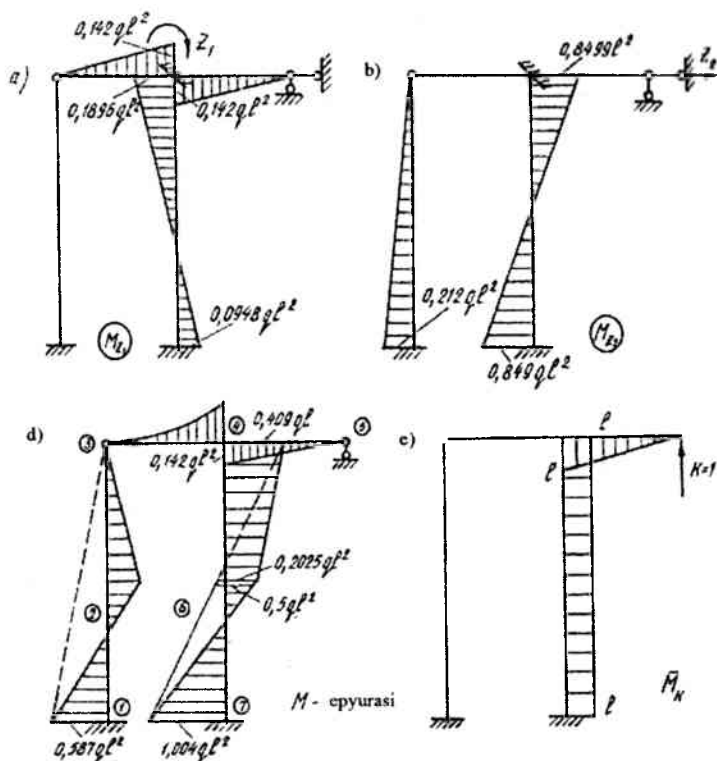
$$r_{11} = (\overline{M}_1 \cdot \overline{M}_1) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3i \cdot l \cdot \frac{2}{3} \cdot 3i \cdot 2 + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4i \cdot 2l \left(\frac{2}{3} \cdot 4i \cdot \frac{1}{3} \cdot 2i \right) + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2i \cdot 2l \left(\frac{2}{3} \cdot 2i - \frac{1}{3} \cdot 4i \right) =$$

$$= \frac{l \cdot l^2}{EJ} (6 + 2 + 2) = 10i;$$

$$r_{12} = (\overline{M}_2 \cdot \overline{M}_2) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{0.75i}{l} \cdot 2l \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{0.75i}{l} + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{3i}{l} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3i}{l} \cdot 2 = \frac{i^2}{EJ \cdot l} (0.375 + 3) =$$

$$= \frac{3.375i^2}{i \cdot EJ} = \frac{3.375i \cdot EJ}{l \cdot EJ} = \frac{3.375i}{l^2};$$

$$r_{21} = r_{12} = \overline{M}_1 \overline{M}_2 = -\frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4i \cdot 2l \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3i}{l} - \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2i \cdot 2l \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3i}{l} = -\frac{3i^2}{EJ} = -\frac{3i \cdot EJ}{EJ \cdot l} = -\frac{3i}{l};$$



9.22-rasm.

Ozod hadlarni aniqlash uchun berilgan sistemadan statik aniq sistema hosil qilinadi va tashqi kuchlardan eguvchi momentlar epyurasi quriladi (9.20- rasm, h):

$$\begin{aligned}
 R_{\psi} &= -[M'_{\psi} \bar{M}_1] = -\frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{ql^2}{2} \cdot l \cdot \frac{3}{4} \cdot 3i + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4i \cdot 2l \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{ql^2}{2} + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2i \cdot 2l \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{ql^2}{2} + \\
 &+ \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{ql^2}{2} \cdot 2l \cdot \frac{1}{2} (4i - 2i) = \frac{ql^2}{EJ} \cdot l \left[-0,375 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + 0,25 \right] = 0,375 \cdot \frac{ql^3}{EJ} \cdot i = 0,375ql^2. \\
 R_{z_p} &= -[M'_{\psi} \bar{M}_2] = -\frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot ql^2 \cdot l \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{0,75}{l} i - \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{ql^2}{2} \cdot l \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3i}{l} \cdot 2 + \\
 &+ \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{ql^2}{2} \cdot 2l \cdot 0 = -\frac{ql^2}{EJ} \cdot l \left[\frac{5}{16} + \frac{1}{2} \right] = -\frac{13}{16} ql = -0,8125ql.
 \end{aligned}$$

Har ikkala usulda topilgan koeffitsiyent va ozod hadlar mos ravishda bir- biriga teng chiqdi.

6. Noma'lumlar aniqlanadi. Buning uchun topilgan koeffitsiyent va ozod hadlar kanonik tenglamaga qo'yiladi:

$$\begin{aligned} 10i \cdot Z_1 - \frac{3i}{l} \cdot Z_2 + 0,375ql^2 &= 0 \\ -\frac{3i}{l} \cdot Z_1 + \frac{3,375i}{l^2} \cdot Z_2 - 0,8125ql &= 0 \end{aligned}$$

Tenglamalar birgalikda yechilib, noma'lum burchakli va chiziqli ko'chishlar aniqlanadi:

$$Z_1 = 0,0474 \frac{ql^2}{i}; \quad Z_2 = 0,283 \cdot \frac{ql^3}{i};$$

7. Quyidagi formula asosida tuzatilgan epyuralar quriladi (9.22- rasm, a, b):

$$M_{z_1} = \bar{M}_1 \cdot Z_1; \quad M_{z_2} = \bar{M}_2 \cdot Z_2$$

8. Natijaviy eguvchi momentlar epyurasi quyidagi formula asosida quriladi (9.22- rasm, d):

$$M = M_p + M_{z_1} + M_{z_2}$$

9. Natijaviy M epyurasi tekshiriladi. Buning uchun statik aniq sistemaga birlik kuchdan $\bar{M}_i$ epyurasi quriladi (9.22- rasm, e) va shu epyura natijaviy M epyurasi bilan ko'paytiriladi:

$$\begin{aligned} \Delta_{kp} &= \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,142ql^2 \cdot l \cdot \frac{2}{3}l + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,409ql^2 \cdot 2l \cdot l + \\ &+ \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,5ql^2 \cdot 2l \cdot l - \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,004ql^2 \cdot 2l \cdot l = \\ &= \frac{ql^4}{EJ} [0,0473 + 0,2045 + 0,25 - 0,502] = \frac{ql^4}{EJ} [0,5018 - 0,502] = -\frac{0,0002}{EJ} ql^4 \end{aligned}$$

Xatosi $\delta\% = \frac{0,0002 \cdot 100}{0,502} = 0,04\% < 1\%$

Ruxsat etilgan chegarada.

10. Ko'ndalang kuchlar epyurasi Q quriladi. Buning uchun quyidagi formuladan foydalaniladi:

$$Q_x = Q_x^0 + \frac{M_{o'ng} - M_{chap}}{l};$$

$$Q_{12} = \frac{0,2065ql^2 - (+0,582ql^2)}{l} = 0,7935ql;$$

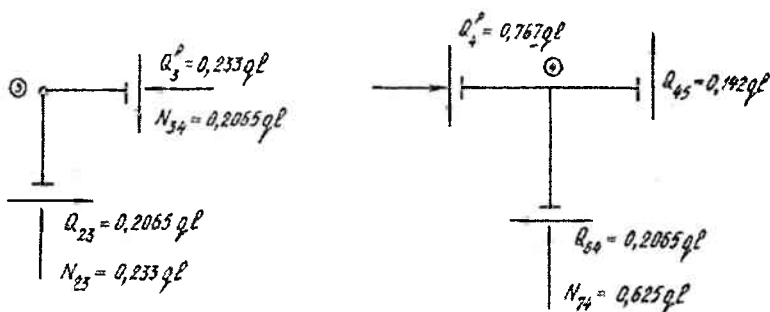
$$Q_3 = \frac{ql}{2} + \frac{-0,267ql^2 - 0}{l} = 0,233ql;$$

$$Q_4 = -\frac{ql}{2} + \frac{-0,267ql^2 - 0}{l} = -0,767ql;$$

$$Q_{45} = \frac{0 - 0,142ql^2}{l} = -0,142ql;$$

$$Q_{64} = \frac{0,409ql^2 - 0,2025ql^2}{l} = 0,2065ql;$$

$$Q_{76} = \frac{0,2025ql^2 - (-1,004ql^2)}{l} = 1,2065ql.$$



9.23-rasm.

11. Bo'ylama kuchlar epyurasi N quriladi. Buning uchun ramaning 3 va 4 tugunlari muvozanati ko'rib chiqiladi (9.23- rasm). 3 tugun muvozanatidan:

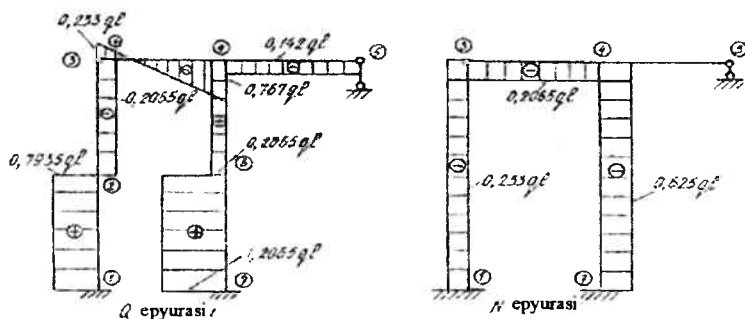
$$\Sigma_x = 0; \quad N_{34} - Q_{23} = 0; \quad N_{13} = Q_{23} = 0,2065$$

$$\Sigma_y = 0; \quad N_{13} - Q_{31}^0 = 0; \quad N_{13} = Q_3^0 = 0,233ql.$$

4 tugun muvozanatidan:

$$\begin{aligned}\Sigma_y &= 0; \quad N_4 - Q_4^p + Q_{45} = 0; \\ N_4 &= Q_4^p - Q_{45} = 0,767ql - 0,142ql = 0,625ql.\end{aligned}$$

Topilgan ordinatalar bo'yicha ko'ndalang va bo'ylama kuchlar epyurasi quriladi (9.24- rasm).



9.24-rasm.

X BOB. STATIK NOANIQ RAMALARNI HISOBLASHNING TAQIRIBIY USULLARI

10.1. Taqribiy usullar haqida tushuncha

Hisoblash usullarini aniq va taqribiy usullarga bo'lishning o'zi shartlidir. Negaki, «aniq» usullarda ham ayrim farazlarga. yo'l qo'yiladi. Masalan, materialni ideal elastik va bir jinsli deb qaraladi, bunda ramaning fazoviy ishi hamda tayanchlarining qayishqoqligi e'tiborga olinmaydi va h.k. Taqribiy usullarda esa hisobni yengillashtiradigan faraz va soddalashtirishga ko'proq o'rin beriladi.

Statik noaniq ramalarni hisoblashda taqribiy usullar keng qo'llaniladi. Ma'lumki, qurilish konstruksiyalarining hisobi ularning ko'ndalang kesimini dastlabki tanlovdan boshlanadi. Bu ishlarni tez va soz amalga oshirishda muhandisga taqribiy usullar juda qo'l keladi.

Taqribiy usullarning qo'shimcha farazlari inshootning hisoblash sxemasini yanada soddalashtirishga, ichki kuchlar taqsimotiga, berilgan yuklarni soddaroq yuklar bilan almashtirishga va shuning singari qator amallarga asoslanadi.

Bu borada hisoblash sxemasini yanada soddalashtirish asosiy yo'llardan biri hisoblanadi. Agar hisoblash sxemasi qo'pol farazlarga asoslansa, u holda hisob natijalari birinchi yaqinlashuv uchun to'g'ri deb qabul qilinadi, tanlangan kesim esa dastlabki nusxa sifatida qaraladi, zarurat tug'lsa, keyinchalik aniqroq sxema bo'yicha qayta hisoblanadi.

Masalan, rama rigelining ko'ndalang kesimi o'lchamlarini dastlabki tanlashda uni oddiy balka ko'rinishida olish mumkin: bunda rigel momenti balka momenti M_0 ning 0,6—0,7 ulushini tashkil etadi:

$$M = (0,6 - 0,7) M_0$$

Rama ustunlarining kesimini tanlashda rigellar ustunga sharnirli birikkan deb faraz etiladi va shu asosda ustunga ta'sir etuvchi bo'ylama kuchlar aniqlanadi. Buni hisobga olib, hisobiy qarshiliklar 20 — 50 foizga kamaytiriladi.

Aniqroq hisoblash sxemalari bo'yicha bajarilgan hisob dastlabki tanlangan kesimni oydinlashtirish imkonini beradi. Ba'zan qayta aniqlangan kesim keyingi aniq hisoblarga asos qilib olinadi.

Amaliy ishlarda taqribiy usullarning ahamiyati bemhoya kattadir.

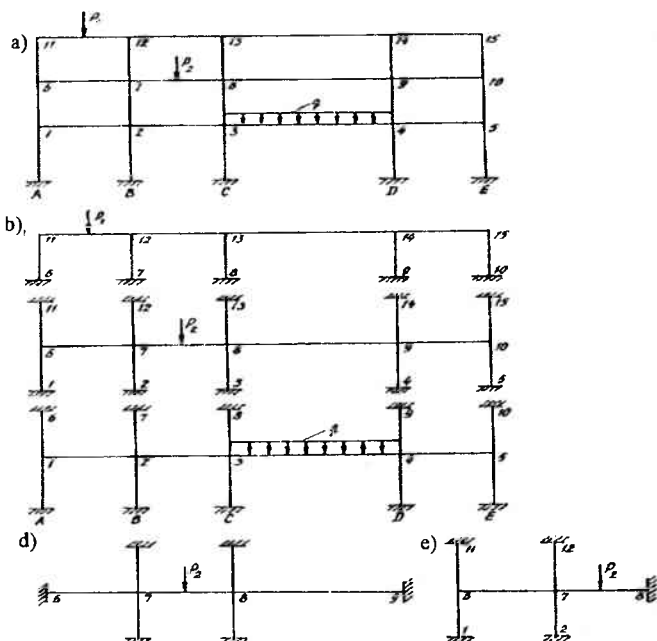
10.2. Ramalarni vertikal yuklar ta'siriga taqribiy hisoblash

Aniq hisoblarning dalolat berishicha, biror qavatning rigeliga qo'yilgan yuk boshqa qavat rigellarida vujudga keladigan eguvchi momentlarga aytarli ta'sir etmaydi. Bu hol 10.1- rasm, *a*-da berilgan ramani 10.1- rasm, *b*-da ko'rsatilgan tarzda alohida ramalarga ajratish imkonini beradi. Ramaning har bir qismi mustaqil rama sifatida ko'riladi. Alohida epyuralar ramaning dastlabki sxemasiga ustma-ust joylashtiriladi, so'ngra ko'ndalang va bo'ylama kuchlar hisoblanadi. Hisob taqribiy bo'lganligi sababli rama tugunlari to'liq muvozanatga ega bo'lmaydi.

Hisobni bundan ham soddalashtirsa bo'ladi. Buning uchun ramaning uch rigeldan iborat bo'lgan bo'lagi ajratib olinadi (10.1- rasm, *d*) va mustaqil ravishda hisoblanadi. Ramaning chekka qismi 10.1- rasm, *e* da ko'rsatilgan tarzda ajratiladi.

Binokorlikda oraliqlari teng hamda bir xil yuklangan ko'p qavatli ramalar ko'p uchraydi. Bunday ramalarni vertikal yuklar ta'siriga hisoblaganda yanada soddaroq sxemalar tanlash mumkin. Masalan, 10.2- rasm, *a* da tasvirlangan ko'p qavatli ko'p oraliqli ramalar hisobi, 10.2- rasm, *b* da ko'rsatilganidek uchta uchi oraliqli ramalar hisobiga keltirilishi mumkin, ya'ni berilgan ramaning ichki kuchlari haqida taqribiy ma'lumotga ega bo'lish uchun yuqori, o'rta va birinchi qavat ramalari hisoblansa kifoya. Rama ustunchasining balandligi qavat balandligining yarmiga teng bo'lib,

uchlari shamirli deb qabul qilinadi. Bunga sabab shuki, gorizontall ko'chishlar yo'q deb faraz etilsa, bir o'q ustida joylashgan tugunlar deyarli bir xil burchakka buriladi. Binobarin, ustunlarning tugundagi momentlari ham o'zaro teng bo'ladi, natijada nol nuqtalar ustunning o'rtalarida hosil bo'ladi.

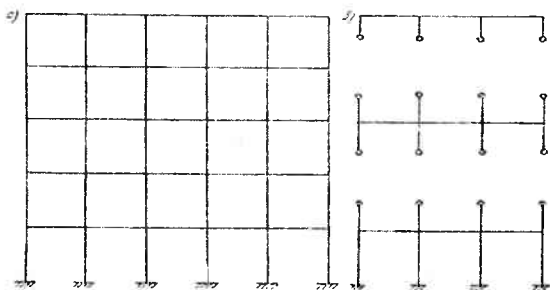


10.1-rasm.

10.3. Ramalarni gorizontall yuklar ta'siriga taqribiy hisoblash

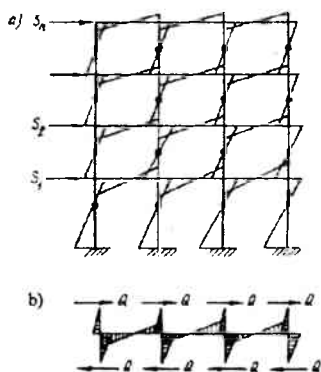
Ramalarni gorizontall yuklar (shamol va seysmik kuchlar) ta'siriga taqribiy hisoblaganda, yuklar yig'iq kuch sifatida tugunlarga qo'yilgan deb qaraladi. Aniq hisoblarning ko'rsatishicha, yuklar tugunlarga qo'yilsa, eguvchl momentlarning nol qiymatlari ustunning o'rta qismida, birinchi qavatda esa ustun

balandligining taxminan uchdan ikki qismida joylashadi (10.3-rasm, a). Shunga ko'ra, nol nuqtalarga sharnirlar kiritish vositasida ramaning statik noaniqlik darajasini pasaytirsa bo'ladi.



10.2-rasm.

Qavat uchun aniqlangan umumiy ko'ndalang kuch Q rama ustunlariga ma'lum tartibda taqsimlanadi. Har bir ustunga ta'sir etuvchi ko'ndalang kuch topilgach, eguvchi momentlarni aniqlash va M epyurasini qurish uchun ramadan bir bo'lagi ajratib olinadi (10.3- rasm, b). Ustun uchlariga Q kuchlarini qo'yib, ustun uchun M epyurasi quriladi. Tugundagi muvozanatlashmagan moment rigeldagi moment bilan muvozanatlashtiriladi. M epyurasi asosida Q va N epyuralari quriladi.



10.3-rasm.

Qavatlar ko'ndalang kuchlari quyidagi tartibda aniqlanadi: birinchi qavat uchun

$$Q_1 = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$$

ikkinchi qavat uchun

$$Q_2 = S_2 + S_3 + \dots + S_n \quad (10.1)$$

Ma'lum qavat chegarasida ustunlarning ko'ndalang kesimlari bir xil bo'lsa, u holda ko'ndalang kuch ustunlarga quyidagi tartibda taqsimlanadi:

qavatning o'rtadagi ustunlari uchun

$$Q_{o'r} = \frac{Q}{m-2(1-\beta)}; \quad (10.2)$$

qavatning chetki ustunlari uchun

$$Q_{chet} = \beta Q_{o'r} \quad (10.3)$$

bu yerda m — bitta qavatdagi ustunlar soni;

β — chetki ustunlar bikirligini kamaytirish koeffitsiyenti; birinchi qavat uchun $\beta = 0,9$; qolgan qavatlar uchun $\beta = 0,54 \dots 0,79$.

10.4. Tugunlarni muvozanatlash usuli

Mazkur usulning zamirida ko'chish usuli yotadi. Biroq bunda kanonik tenglamalar tuzilmay, oddiy arifmetik hisoblar amalga oshiriladi. Usul taqribiy bo'lishiga qaramay, hisob ishlari kerakli aniqlikkacha olib borilishi mumkin. Mazkur usulni ayrim mualliflar momentlarni taqsimlash usuli yoki ketma-ket yaqinlashtirish usuli deb ataydilar.

Tugunlarni muvozanatlash usuli 1929-yilda toshkentlik muhandis N. M. Bernadskiy tomonidan ishlab chiqilgan. Shunga o'xshash usulni 1930-yilda Amerika olimi Hardi Kross ham taklif etgan.

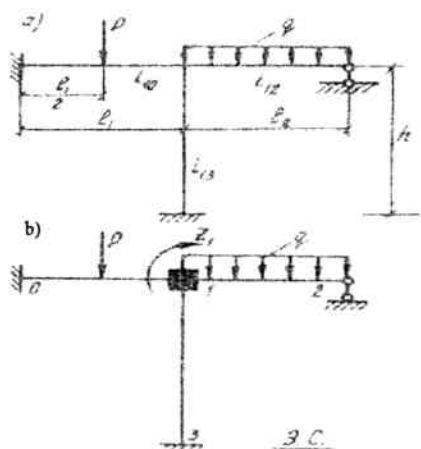
Tugunlarni muvozanatlash usulida ramalar ozod va ozodmas ramalarga ajratiladi. Chiziqli ko'chish imkoniyatiga ega bo'lgan ramalar ozod, ega bo'lmaganlari ozodmas ramalar deb ataladi.

Usulning mohiyati bilan 10.4- rasm, *a*-da tasvirlangan ozodmas rama misolida tanishib o'tamiz. Berilgan ramaga ekvivalent bo'lgan sistema ko'chish usulida 10.4- rasm, *b*-da ko'rsatilgan. Ko'chish usulining kanonik tenglamasi esa quyidagi ko'rinishga ega:

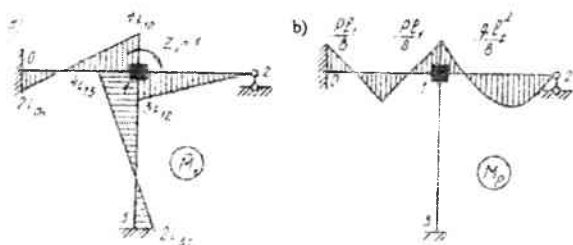
$$Z_I r_{11} + R_{Ip} = 0 \quad (10.4)$$

Bu tenglamadan noma'lum burchakli ko'chish Z_I aniqlanadi:

$$Z_I = - R_{Ip} : r_{11} \quad (10.5)$$



10.4-rasm.



10.5-rasm.

Ramaning birinchi tugunida hosil bo'ladigan reaktiv momentlar r_{11} va R_{1p} birlik ko'chish va tashqi kuchlardan hosil bo'lgan eguvchi moment epyuralari $\bar{M}_1$ va M_p dan topiladi (10.5-rasm, a, b):

$$r_{11} = 4 \left(i_{10} + i_{13} + \frac{3}{4} i_{12} \right); \quad i'_{12} = \frac{3}{4} i_{12} \quad \text{deb olsak;} \quad (10.6)$$

$$r_{11} = 4 \left(i_{10} + i_{13} + i'_{12} \right);$$

$$R_{1p} = \frac{pl}{8} - \frac{pl^3}{8} \quad \text{bo'ladi.} \quad (10.7)$$

Bu yerda R_{lp} ramaning birinchi tuguniga kiritilgan qo'shimcha bog'lanishdagi muvozanatlashmagan moment bo'lib, uni M_1^{neur} deb belgilaymiz, ya'ni $R_{lp} = M^{neur}$ («neur» — neurovnoveshanni — muvozanatlashmagan so'zidan olingan). Buni inobatga olsak, (10.5) ifoda quyidagi ko'rinishni oladi:

$$Z_1 = -\frac{M_1^{neur}}{r_{11}} \quad (10.8)$$

Burchakli ko'chish Z_1 aniqlangach, quyidagi formuladan foydalanib, sterjen uchlaridagi momentlar aniqlanadi:

$$M_k = M_k^p + \overline{M}_k Z_1 \quad (10.9)$$

Ramaning 0 — 1 sterjenini chap uchidagi moment

$$M_{01} = -\frac{Pl_1}{8} + 2i_{01} \left(-\frac{M_1^{neur}}{r_{11}} \right) = \frac{Pl_1}{8} - \frac{2i_{10} \cdot M_1^{neur}}{4(i_1 + i_{13} + i_{12})} = \frac{Pl_1}{8} - \frac{1}{2} K_{01} \cdot M_1^{neur}$$

bo'ladi. Shu sterjenning o'ng uchidagi moment quyidagicha ifodalanadi:

$$M_{10} = \frac{Pl_1}{8} + 4i_{10} \left(-\frac{M_1^{neur}}{r_{11}} \right) = \frac{Pl_1}{8} - \frac{4i_{10} \cdot M_1^{neur}}{4(i_{10} + i_{13} + i_{12})} = \frac{Pl_1}{8} K_{10} \cdot M_1^{neur}$$

Bu yerda quyidagi belgilash qabul qilingan:

$$K_s = K_{10} = \frac{i_{10}}{(i_1 + i_{13} + i_{12})}$$

va unga *taqsimlash koeffitsiyenti* deb nom berilgan. Taqsimlash koeffitsiyenti umumiy ko'rinishda

$$K_h = \frac{i_h}{\sum_{i=1}^n i_h} \quad (10.10)$$

tarzida ifodalanadi.

Qolgan sterjenlardagi momentlar ham shu tariqa aniqlanadi:

$$\begin{aligned}M_{12} &= -\frac{ql_2^2}{8} - K_{12} \cdot M_1^{neyf} ; \\M_{13} &= 0 - K_{13} \cdot M_1^{neyf} ; \\M_{31} &= 0 - \frac{1}{2} K_{13} \cdot M_1^{neyf} ; \quad M_{21} = 0.\end{aligned}$$

Bir tugunda uchrashuvchi sterjenlarning taqsimlash koeffitsiyentlari yig'indisi birga teng bo'ladi.

$$K_{10} + K_{12} + K_{13} = 1. \quad (10.11)$$

Birinchi tugunning muvozanatini tekshiramiz. Buning uchun shu tugundagi momentlar yig'indisini yozamiz:

$$M_{10} + M_{12} + M_{13} = \left(\frac{Pl_1}{8} - K_{01} M_1^{neyf} \right) + \left(-\frac{ql_2^2}{8} - K_{01} M_1^{neyf} \right) + \left(-K_{13} M_1^{neyf} \right).$$

Qavslarni ochib, guruhlaymiz

$$M_{10} + M_{12} + M_{13} = \left(\frac{Pl_1}{8} - \frac{ql_2^2}{8} \right) - (K_{10} + K_{12} + K_{13}) M_1^{neyf}. \quad (10.12)$$

Birinchi qavsdagi ifoda M_1^{neyf} ga, ikkinchi qavs esa birga teng ekanligini hisobga olsak, tugunning muvozanatini belgilovchi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$M_{10} + M_{12} + M_{13} = 0. \quad (10.13)$$

(10.12) tenglamadagi birinchi qavsning o'rmiga M^{neyf} ni qo'yib ikkinchi qavsni ochib yozamiz:

$$M_{10} + M_{12} + M_{13} = M_1^{neyf} + (-K_{12} M^{neyf}) = M_1^{neyf} + M_{10}^{yp} + M_{12}^{yp} + M_{13}^{yp} = 0.$$

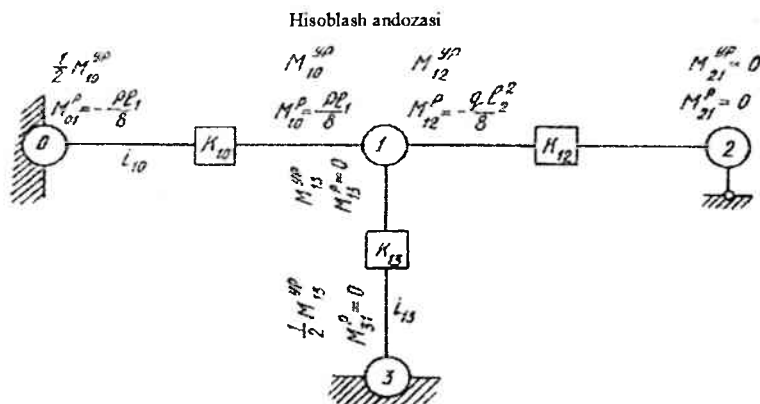
Bu yerda quyidagi belgilash qabul qilindi:

$$M_{ki}^p = -K_{ki} \cdot M_1^{usp} \quad (10.14)$$

M_{ki}^p — ki sterjenning «K» uchidagi muvozanatlashgan moment («ur» — уровновешанный soʻzidan olingan).

(10.14) formulaning maʼnosi: bikir tugunga kiritilgan qoʻshimcha bogʻlanish olib tanlansa, yaʼni tugun boʻshatilsa, u Z_1 burchakka buriladi. Natijada tugundagi muvozanatlashmagan moment M_1^{usp} shu tugunga kelib tutashgan sterjenlarga ularning taqsimlash koeffitsiyentlariga proporsional ravishda taqsimlanib ketadi. Manfiy ishora muvozanatlashgan moment bilan muvozanatlashmagan momentning yoʻnalishi qarama-qarshi ekanligini bildiradi.

(10.14) formula yordamida topilgan muvozanatlashgan momentlarning qiymatini berilgan rama shaklida chizilgan hisoblash andozasiga joylashtiramiz (10.6-rasm). Har qaysi sterjen uchidagi natijaviy momentning qiymati hisoblash andozasiga yozilgan tegishli momentlarning yigʻindisiga teng boʻladi.



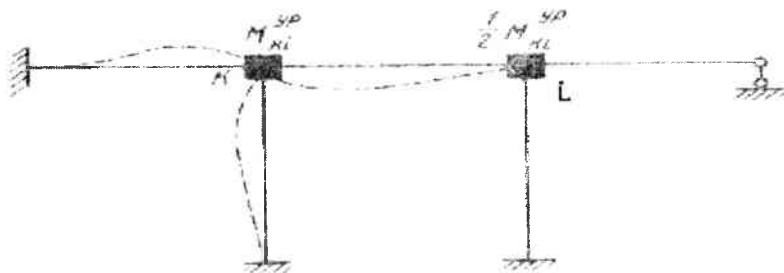
10.6-rasm.

Mazkur misolda bikir tuguni bitta boʻlgan rama, yaʼni bir nomaʼlumli rama koʻrib oʻtildi. Bunda tugundagi muvozanatlashmagan moment sterjenlarga toʻla-toʻkis va qoldiqsiz

taqsimlanib ketdi. Shu sababli hisob aniq bo'ldi. Agar bikir tugunlar soni birdan ortiq bo'lsa, u holda yechim taqribiy bo'ladi.

Ramaning bikir tuguni birdan ortiq bo'lgan hol

Yuqorida ramaning bikir tuguni bitta bo'lgan holni ko'rib o'tdik. Bunda tugundagi muvozanatlashmagan momentning to'la va aniq taqsimlanganining guvohi bo'ldik. Agar ramaning bikir tugunlari ikkita va undan ortiq bo'lsa, u holda vaziyat biroz boshqacha bo'ladi.



10.7-rasm.

Misol tariqasida bikir tuguni ikkita bo'lgan statik noaniq ramani (10.7- rasm) ko'rib o'taylik. Ramaning «K» va «i» tugunlari qo'shimcha bog'lamish bilan mahkamlangan. Hisobni istalgan tugundan boshlash mumkin. Ramaning «K» tugunidagi muvozanatlashmagan moment M_K^{usp} ni aniqladik, deylik. Endi «K» tugunini bo'shatamiz. Bunda tugundagi muvozanatlashmagan moment M_K^{usp} shu tugunga tutashgan sterjenlarga taqsimlanib ketadi. Taqsimot natijasida $k - i$ sterjenining «K» uchiga M_K^p momenti tegadi, «i» uchiga esa shu momentning yarmi, ya'ni $1/2 M_K^p$ tegadi. Shu bilan bitta jarayon tugaydi. Shundan keyin «K» tugunini qayta mahkamlab, «i» tugunini bo'shatamiz. Bunda sterjenning «i» uchiga M_i^p momenti, «K» uchiga esa shuning yarmi, ya'ni $1/2 M_i^p$ tegadi. Shu yo'sinda «K» tuguniga boshqa qarama-

qarshi tugunlardan ham (agar mavjud bo'lsa) yarimtalik momentlar kelib qo'shiladi, natijada « K », tuguninig dastlabki muvozanati buziladi. Biroq endi bu safar « K » tugunidagi muvozanatlashmagan momentning qiymati avvalgisidan kichikroq bo'ladi. Hisobning navbatdagi jarayonida bu momentni yana qayta taqsimlaymiz. Qayta taqsimlash amali bir necha marta takrorlanganda, tugundagi muvozanatlashmagan momentning qiymati tobora nolga yaqinlashib boradi. Qayta taqsimlash amali tugagach, sterjen uchidagi momentlar yig'indisi topiladi. Ana shu yig'indi moment natijaviy moment hisoblanadi.

Tugunlarni barin-ketin muvozanatlash usulining mohiyati ana shundan iborat.

XI BOB. QURILISH MEXANIKASI MASALALARIGA MATRITSALAR NAZARIYASINING TATBIQI

11.1 Matritsalar haqida tushuncha

To'g'ri burchakli jadval ko'rinishida joylashtirilgan sonlar sistemasi *matritsa* deb ataladi va A harfi bilan belgilamb quyidagi tartibda yoziladi:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

Matritsani tashkil etuvchi a_{ik} sonlari uning *elementlari* deb ataladi. Matritsa elementlarining gorizontal qatorlari *satrlar*, vertikal qatorlari *ustunlar* deb ataladi. Yuqorida jadval ko'rinishida ifodalangan A matritsasi t ta satr va p ta ustundan iborat. Demak t va p miqdorlar matritsaming tartibini ifoda etadi. Agar matritsa satrlari soni t , ustunlar soni p ga teng bo'lsa ($t=p$), A matritsa p – tartibli *kvadrat matritsa* deyiladi.

Kvadrat matritsada bosh diagonal bo'ylab joylashgan $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{pp}$ elementlar bosh elementlar deb, boshqa elementlari yordamchi elementlar deb ataladi.

Agar A matritsaning ustunlari soni $p=1$ bo'lsa, u quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$A = \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{vmatrix}$$

hamda bir ustunli matritsa yoki *vektor* – *ustun* deyiladi.

Agar matritsa faqat bir satrdan ($m=1$) iborat bo'lsa, u quyidagi ko'rinishda yoziladi va bir satrli matritsa yoki *vektor – satr* deyiladi:

$$A = |a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n|$$

Agar matritsaning hamma elementlari noldan iborat bo'lsa, *nol matritsa* deyiladi.

Agar matritsaning bosh diagonalidagi elementlari noldan farq qilib, boshqa yordamchi elementlari nolga teng bo'lsa, bunday matritsa *diagonal matritsa* deyiladi va quyidagicha yoziladi:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Agar diagonal matritsada diagonal elementlar birga teng bo'lsa, u birlik matritsa deb ataladi va *BE* harfi bilan belgilanadi:

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix}.$$

Agar bosh diagonalga nisbatan simmetrik joylashgan yordamchi elementlar o'zaro teng bo'lsa, bunday matritsa *simmetrik matritsa* deyiladi.

Satr va ustunlari soni bir xil bo'lgan matritsalar nomdosh matritsalar deyiladi. Agar ikkita nomdosh *A* va *B* matritsalarining simmetrik joylashgan har bir elementi o'zaro teng bo'lsa, ya'ni

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{vmatrix} = B,$$

u holda bu matritsalar *tengdosh matritsalar* deb ataladi.

Agar A matritsaning satrlarini ustunga, ustunlarini esa satrga aylantirib yozsak, u holda A matritsaga nisbatan transponirlangan matritsa hosil bo'ladi va A^T deb belgilanadi:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad A^T = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Satr matritsa ustun matritsa A ning transponirlangan ko'rinishida bo'ladi:

$$A^T = |a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n|$$

Yuqori tartibli tenglamalarni EHM da yechishni osonlashtirish maqsadida bloksimon va kvazi matritsalaridan foydalaniladi. Bloksimon matritsa hosil qilish uchun A matritsada gorizontaal va vertikal punktir chiziqlar o'tkazib, uni bir necha bloklarga ajratamiz:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{37} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}$$

Ajratilgan bloklarni mustaqil matritsalar ko'rinishida alohida ko'chirib yozamiz va $A_{11}, A_{12}, \dots$ harflari bilan belgilaymiz:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} & A_{12} &= \begin{vmatrix} a_{14} \\ a_{24} \end{vmatrix} & A_{13} &= \begin{vmatrix} a_{15} & a_{16} \\ a_{25} & a_{26} \end{vmatrix} \\ A_{21} &= \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{vmatrix} & A_{22} &= \begin{vmatrix} a_{34} \\ a_{44} \\ a_{54} \\ a_{64} \end{vmatrix} & A_{23} &= \begin{vmatrix} a_{35} & a_{36} \\ a_{45} & a_{46} \\ a_{55} & a_{56} \\ a_{65} & a_{66} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

U holda A matritsaning elementlarini quyidagi matritsa ko'rinishida ifodalash mumkin:

$$A = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{vmatrix}$$

Bunday matritsa *bloksimon matritsa* deb ataladi.

Agar bloksimon matritsaning yordamchi elementlari nol bo'lsa, bunday matritsalar *kvazidiagonal*:

$$A = \begin{vmatrix} A_{11} & & & & \\ & A_{22} & & & \\ & & A_{33} & & \\ & & & \dots & \\ & & & & A_{nn} \end{vmatrix}$$

ba'zilar nol bo'lsa,

$$A = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & & & \\ A_{21} & A_{22} & & & \\ & A_{32} & A_{33} & A_{34} & \\ & & \dots & \dots & \\ & & & & A_{nn} \end{vmatrix}$$

kvazilentasimon matritsa deb yuritiladi.

11.2. Matritsa amallari

Matritsalarini qo'shish va ayirish.

A va B matritsalarini qo'shish yoki ayirish amallarini faqat ularning tartiblari bir xil, ya'ni satr va ustunlari soni teng bo'lgandagina bajarish mumkin. Bunda natijaviy yangi C matritsasi qo'shiluvchi yoki ayriluvchi matritsalar bilan nomdosh bo'ladi:

$$C = A \pm B = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \pm \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{vmatrix}$$

bu yerda $c_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}$; $i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, m$

Matritsalarini qo'shish va ayirish amallarida quyidagi algebraik qoidalar o'z kuchiga ega:

$$A+B=B+A; (A+B)+C=A+(B+C); A+0=A$$

Matritsalarini ko'paytirish.

A matritsasini B matritsasiga ko'paytirish uchun A matritsasining ustunlar soni B matritsasining satrlar soniga teng bo'lishi shart. Bularning ko'paytmasidan hosil bo'lgan $C=A \cdot B$ matritsa elementlari quyidagi ko'paytmalar yig'indisiga tengdir:

$$C_j = a_{11}b_{1j} + a_{12}b_{2j} + \dots + a_{ip}b_{pj} = \sum_{k=1}^p a_{ik}b_{kj}$$

Yana shunga e'tibor berish kerakki, A va B matritsalar o'zaro mos bo'lgandagina, ya'ni ularning tartiblari bir xil bo'lgandagina ko'paytirish mumkin.

Masalan:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \text{va} \quad B = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{vmatrix}$$

$$C = A \cdot B = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \\ C_{31} & C_{32} \end{vmatrix} \quad \text{bo'ladi}$$

bu yerda, $C_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31}$ va hokazo.

Agarda A va B matritsalarining tegishli tartiblari teng bo'lmasa, ularni ko'paytirib bo'lmaydi va bunday matritsalar *mos bo'lmagan matritsalar* deyiladi.

Masalan, yuqoridagi B va A matritsalar o'zaro mos emas, shuning uchun ularni $B \cdot A$ tarzida ko'paytirib bo'lmaydi. Chunki matritsalarini ko'paytirishda kommunikativlik (o'rin almashtirish) qoidalari ishlamaydi, ya'ni $A \cdot B \neq B \cdot A$. Bu tengsizlik ikki matritsa kvadrat va teng tartibli (mos matritsalar) bo'lganda ham saqlanadi.

A matritsasini α miqdorga ko'paytirish quyidagicha bajariladi:

$$C = \alpha A = \alpha \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \dots & \alpha a_{1n} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} & \dots & \alpha a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha a_{n1} & \alpha a_{n2} & \dots & \alpha a_{nn} \end{vmatrix}$$

Umuman matritsalarini ko'paytirishda quyidagi algebraik bog'lamishlar amal qiladi:

$$(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A;$$

$$\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B;$$

$$(\alpha\beta)A = \alpha(\beta A) = \beta(\alpha A);$$

$$(AB)C = A(BC);$$

$$\alpha(AB) = (\alpha A)B = (\alpha B)A;$$

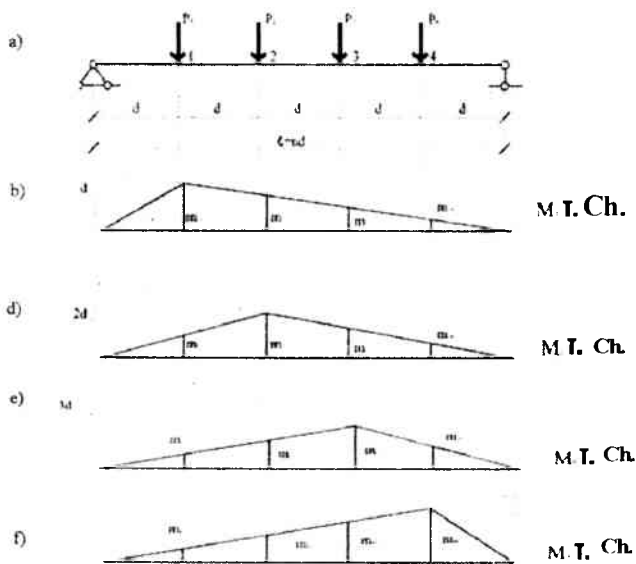
$$(A+B)C = AC + BC;$$

$$C(A+B) = CA + CB;$$

$$AE = A.$$

11.3. Statik aniq balkalarni matritsalar yordamida hisoblash

11.1-rasm, a da berilgan statik aniq balkaning 1, 2, 3 va 4 – kesimlaridagi eguvchi momentlar va ko'ndalang kuchlarni matritsa usulida aniqlash talab etiladi, deylik.



11.1-rasm.

Balkaning to'rtta 1, 2, 3 va 4 kesimi uchun eguvchi momentlarning ta'sir chiziqlarini chizamiz (11.1 – rasm, a , b , d , e , f). Ta'sir chiziqlarida tegishli kesimlar ostidagi ordinatalarni m_{ik} deb belgilaymiz, binobarin, m_{ik} k kesimiga qo'yilgan birlik kuch

$R=I$ dan i kesimida hosil bo'ladigan eguvchi momentdir. m_{ik} ning qiymatlarini ta'sir chiziqlaridan yoki birlik kuchlardan qurilgan eguvchi momentlar epyurasidan topsa bo'ladi.

Agar 1, 2, 3, 4 nuqtalarga R_1 ; R_2 ; R_3 ; R_4 kuchlar qo'yilgan bo'lsa, tegishli kesimlardagi eguvchi momentlar quyidagi tenglamalardan aniqlanadi:

$$M_1 = P_1 m_{11} + P_2 m_{12} + P_3 m_{13} + P_4 m_{14};$$

$$M_2 = P_1 m_{21} + P_2 m_{22} + P_3 m_{23} + P_4 m_{24};$$

$$M_3 = P_1 m_{31} + P_2 m_{32} + P_3 m_{33} + P_4 m_{34};$$

$$M_4 = P_1 m_{41} + P_2 m_{42} + P_3 m_{43} + P_4 m_{44}.$$

bu tenglamalarning matritsa shakli quyidagi ko'rinishga ega:

$$\vec{M} = L_m \cdot \vec{P}. \quad (a)$$

Bu yerda $\vec{M}$ – eguvchi momentlarning matritsa – ustuni (vektor);

$\vec{P}$ – ta'sir etuvchi kuchlarning matritsa – ustuni (vektor);

L_m – eguvchi momentlarning ta'sir matritsasi, m_{ik} miqdorlarning matritsasi.

(a) formula to'liq shaklda quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{pmatrix} \quad (b)$$

Agar balka teng bo'laklarga bo'linsa, ta'sir matritsasi L_m ning elementlari quyidagi formulalardan topilishi mumkin:

$$m_{ik} = \frac{d}{n} i(n-k) \quad i \leq k \quad \text{bo'lganda}$$

$$m_{ik} = \frac{d}{n} k(n-i) \quad i \geq k \quad \text{bo'lganda}$$

Biz ko'rayotgan balka uchun:

$$L_n = \begin{vmatrix} 4d & 3d & 2d & d \\ n & n & n & n \\ 3d & 6d & 4d & 2d \\ n & n & n & n \\ 2d & 4d & 6d & 3d \\ n & n & n & n \\ d & 2d & 3d & 4d \\ n & n & n & n \end{vmatrix} = \frac{d}{n} \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \quad (d)$$

Momentlar ta'sir matritsasi (d)ning tahlili quyidagi xulosalarga olib keladi:

a) momentlar ta'sir matritsasi ($\frac{d}{n}$) ko'paytuvchiga ega.

Bu yerda: d – kesimlar oralig'i, p – kesimlar soni;

b) ta'sir matritsasining birinchi satri (qatori) va birinchi ustun sonlar qatori ($p-1$), ($p-2$), ($p-3$) , 1 dan, masalan, 4, 3, 2, 1 sonlardan tashkil topadi;

d) oxirgi satr va oxirgi ustun ham o'sha sonlardan, biroq teskari tartibda, tashkil topadi;

e) bosh diagonaldan quyida (yoki o'zida) joylashgan elementni aniqlash uchun, kerakli satrning birinchi elementini tegishli ustunning oxirgi elementiga ko'paytirish zarur, ya'ni

$$a_{ik} = a_{i1} \cdot a_{(n-1)k};$$

f) bosh diagonaldan yuqorida (yoki o'zida) joylashgan elementni aniqlash uchun, kerakli ustunning birinchi elementini tegishli satrning oxirgi elementiga ko'paytirish zarur, ya'ni

$$a_{ik} = a_{1k} \cdot a_{i(n-1)};$$

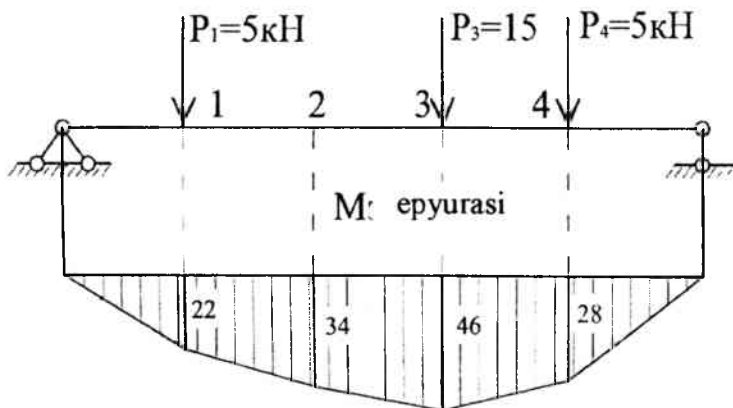
yoki matritsaning simmetrikligidan foydalaniladi. Bayon etilgan qoidalarni sxema ko'rinishida tasvirlash mumkin:

$$L_m = \frac{d}{n} \begin{vmatrix} n-1 & n-2 & n-3 & n-4 & 3 & 1 \\ n-2 & & & & 3 \cdot 2 & 2 \\ n-3 & \text{-----} \rightarrow & (n-3) \cdot 3 & \leftarrow \text{---} & \text{-----} & 3 \\ n-4 & (n-4) \cdot 2 & \uparrow & & & 4 \\ \vdots & \uparrow & \uparrow & & & \vdots \\ 4 & \uparrow & \uparrow & & & n-4 \\ 3 & \uparrow & \uparrow & & & n-3 \\ 2 & \text{---} \uparrow \text{---} & \text{---} \uparrow \text{---} & \text{---} \rightarrow & 2 \cdot (n-3) & n-2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & n-3(n-2) & n-1 \end{vmatrix}$$

Misol. 11.2-rasmda berilgan balkaning M epyurasi momentlarning ta'sir matritsalarini orqali qurilsin. Balkaga $P_1 = P_4 = 5 \text{ kH}$; $P_2 = 0$; $P_3 = 15 \text{ kH}$ kuchlar qo'yilgan. $d=2\text{m}$, $n=5$.

$$\vec{M} = L_m \cdot \vec{P} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \\ 5 \end{vmatrix} = \frac{2}{5} \begin{vmatrix} 55 \\ 85 \\ 115 \\ 70 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 22 \\ 34 \\ 46 \\ 28 \end{vmatrix}$$

Shunday qilib, 1,2,3,4 kesimlarda vujudga keladigan eguvchi momentlar $M_1=22\text{kN}\cdot\text{m}$; $M_2=34\text{kN}\cdot\text{m}$; $M_3=46\text{kN}\cdot\text{m}$; $M_4=28\text{kN}\cdot\text{m}$ aniqlandi. Balkaning M epyurasi 11.2-rasmda tasvirlangan.



11.2-rasm.

11.4. Statik aniq fermalarni matritsalar yordamida hisoblash

Ixtiyoriy n – ta sterjen va q – ta tugundan tashkil topgan statik aniq yassi ferma berilgan bo'lsin. Fermaning yuqori yoki pastki tasmasidagi tugunlarga tashqi kuchlar P_i qo'yilgan deylik. Shu kuchlar ta'sirida ferma sterjenlarida vujudga keladigan zo'riqishlarni aniqlash talab etiladi. Mazkur darslikning 4-bobida shu masalani analitik usulda yechishni o'rganangan edik. Endi shu masalani matritsa usulida yechishni o'rganamiz.

Ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarni matritsa usulida aniqlashda quyidagi formuladan foydalanamiz:

$$\vec{N} = L_N \cdot \vec{P},$$

bu $\vec{N}$ – ferma elementlarida izlanayotgan zo'riqishlardan yerda, tuzilgan bir ustunli matritsa – vektor;

L_N – birlik zo'riqishlarning ta'sir matritsasi;

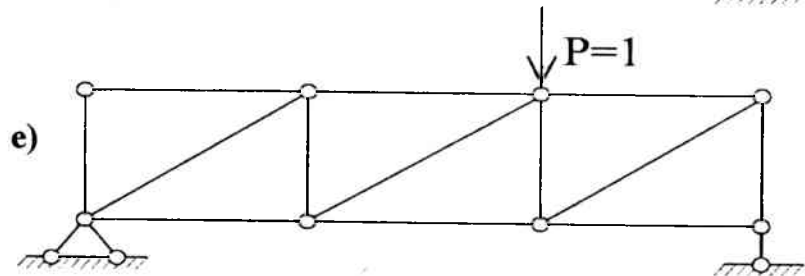
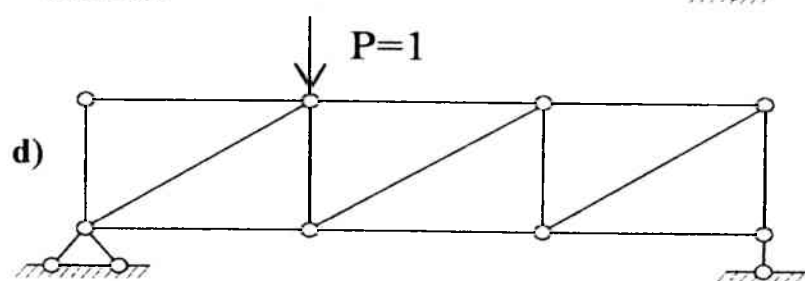
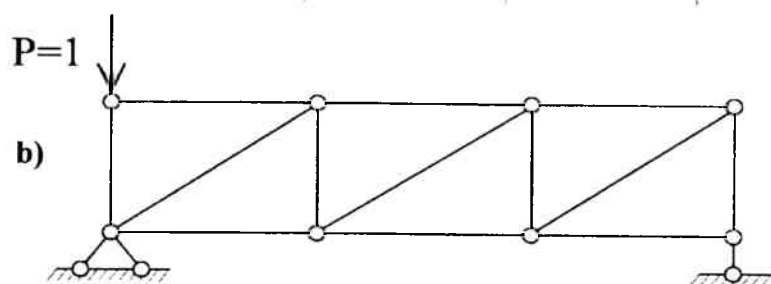
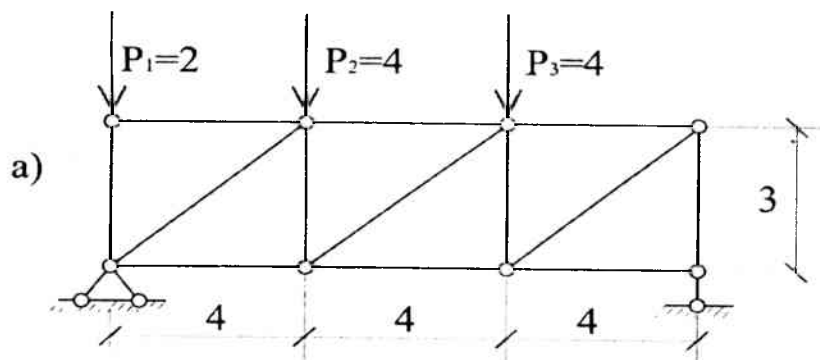
$\vec{P}$ – ferma tugunlariga qo'yilgan tashqi kuchlar matritsa ustuni;

Birlik zo'riqishlarning ta'sir matritsasini tuzish uchun ferma-ni tashqi yuk qo'yilgan tugunlariga navbatma-navbat birlik kuchlar qo'yiladi va ferma sterjenlaridagi zo'riqishlar aniqlanadi.

11.3-rasm, a da berilgan ferma, b , d , e – da fermaning birlik kuchlar qo'yilgan holati tasvirlangan.

Har bir birlik holat uchun fermaning barcha elementlaridagi zo'riqishlarni aniqlaymiz va shular asosida birlik zo'riqishlarning ta'sir matritsasini tuzamiz:

$$L_N = \begin{vmatrix} -2,0 & 0 & 0 \\ -2,0 & -1,0 & 0 \\ -2,0 & -1,33 & -0,67 \\ 2,24 & 0 & 0 \\ 2,24 & 0 & 0 \\ 2,24 & 1,12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,41 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 \\ 0 & -0,6 & 1,2 \end{vmatrix}$$



11.3-rasm.

Tashqi kuchlar ustun matritsasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$P = \begin{vmatrix} 2,0 \\ 4,0 \\ 4,0 \end{vmatrix}$$

Birlik zo'riqlashlar ta'sir matritsasi va tashqi kuchlar vektor matritsasi aniqlangach, ferma sterjenlaridagi zo'riqlashlarni aniqlash imkoniyati tug'iladi:

$$N = \begin{vmatrix} -2,0 & 0 & 0 \\ -2,0 & -1,0 & 0 \\ -2,0 & -1,33 & -0,67 \\ 2,24 & 0 & 0 \\ 2,24 & 0 & 0 \\ 2,24 & 1,12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,41 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 \\ 0 & -0,6 & 1,2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2,0 \\ 4,0 \\ 4,0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4,0 \\ -8,0 \\ -12,0 \\ 4,48 \\ 4,48 \\ 8,96 \\ 0 \\ 5,64 \\ -2,0 \\ 7,20 \end{vmatrix}$$

11.5. Ko'chishlarni aniqlashning matritsa usuli

Elastik sistemalarning ko'chishlarini Mor-Vereshchagin usulida aniqlash tartibini 6-bobda ko'rib o'tgan edik. O'shanda ko'chishlarni aniqlash uchun Morning integrallik formulasi

$$\Delta_{tp} = \sum \int \frac{\bar{M}_k M_p}{EJ} dx \quad \text{ni}$$

Vereshchaginning integralsiz ifodasi

$$\Delta_{tp} = \frac{1}{EJ} \sum \omega_p y_c$$

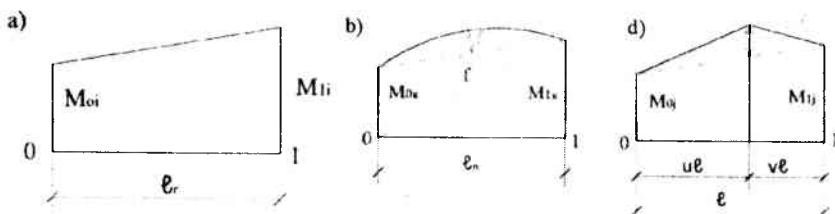
bilan almashtirgan edik.

Bu ω_r – tashqi kuchlardan qurilgan M_r epyurasining yuzasi; yerda,

– M_r epyurasidagi yuzaning og'irlik markaziga mos bo'lgan $\bar{M}_k$ epyurasidagi ordinata.

Ko'chishlarni Vereshchagin usulida aniqlashda ikki epyura o'zaro ko'paytiriladi. Bunday "ko'paytiruvni" matritsa shaklida ham amalga oshirsa bo'ladi.

Misol tariqasida ikki epyura M_i va M_k ni olamiz (11.4-rasm, a, b).



11.4-rasm.

M_k epyurasini punktir chiziqlar bilan uch qismga bo'lamiz va Vereshchagin usuli bo'yicha "ko'paytiramiz".

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{M_i M_k}{EJ_n} dx &= \frac{1}{EJ_n} \cdot \frac{1}{2} M_{oi} l_n \left[M_{oi} + \frac{1}{3} (M_{li} - M_{oi}) \right] + \frac{1}{EJ_n} \cdot \frac{2}{3} l_n \cdot \frac{M_{oi} + M_{li}}{2} + \\ &+ \frac{1}{EJ_n} \cdot \frac{1}{2} M_{lk} l_n \cdot \left[M_{oi} + \frac{2}{3} (M_{li} - M_{oi}) \right] = \left(\frac{2\ell_n}{6EJ_n} M_{oi} + \frac{\ell_n}{6EJ_n} M_{li} \right) M_{oi} + \\ &+ \left(\frac{2\ell_n}{6EJ_n} M_{oi} + \frac{2\ell_n}{6EJ_n} M_{li} \right) f + \left(\frac{\ell_n}{6EJ_n} M_{oi} + \frac{2\ell_n}{6EJ_n} M_{li} \right) M_{lk} \end{aligned}$$

Hosil bo'lgan ifodani satr matritsasi bilan ustun matritsasining ko'paytmasi ko'rinishida yozsa bo'ladi:

$$\int_0^l \frac{M_i M_k}{EJ_n} dx = \left(\frac{2\ell_n}{6EJ_n} M_{oi} + \frac{\ell_n}{6EJ_n} M_{li} \right) \left(\frac{2\ell_n}{6EJ_n} M_{oi} + \frac{2\ell_n}{6EJ_n} M_{li} \right) \left(\frac{\ell_n}{6EJ_n} M_{oi} + \frac{2\ell_n}{6EJ_n} M_{li} \right) \begin{pmatrix} M_{oi} \\ f \\ M_{lk} \end{pmatrix}$$

Satr matritsasi $\frac{\ell_n}{6EJ_n}$ va $\frac{2\ell_n}{6EJ_n}$ koeffitsiyentlari bilan birga M_{oi} va M_{li} momentlarining yig'indisidan iborat. Agar M_{oi} va M_{li} satr matritsalarini koeffitsiyentlardan tashkil topgan matritsalar bilan ko'paytirsak, ularning birinchi ustuni

$$\begin{bmatrix} \frac{2\ell_n}{6EJ_n} \\ \frac{\ell_n}{6EJ_n} \end{bmatrix}; \text{ ikkinchi ustuni } \begin{bmatrix} \frac{2\ell_n}{6EJ_n} \\ \frac{2\ell_n}{6EJ_n} \end{bmatrix}; \text{ uchinchi ustuni } \begin{bmatrix} \frac{\ell_n}{6EJ_n} \\ \frac{2\ell_n}{6EJ_n} \end{bmatrix}$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Bunda masalaning to'liq matritsasi quyidagi ko'rinishda ifodalaniladi:

$$\int_0^{\ell} \frac{M_i M_k}{EJ_n} dx = \begin{bmatrix} M_{0i} & M_{1i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2\ell_n}{6EJ_n} & \frac{2\ell_n}{6EJ_n} & \frac{\ell_n}{6EJ_n} \\ \frac{\ell_n}{6EJ_n} & \frac{2\ell_n}{6EJ_n} & \frac{2\ell_n}{6EJ_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_{0k} \\ f \\ M_{1k} \end{bmatrix} = \bar{M}_i^T \cdot D_m \cdot \bar{M}_k. \quad (11.1)$$

Bu $\bar{M}_i - M_i$ epyurasidagi momentlarning transponirlangan yerda, ustun matritsasi;

$\bar{p}$ – qaralayotgan uchastkaning bikirlik matritsasi;

– M_k epyurasidagi momentlarning ustun matritsasi;

– M_k epyurasining parabolik sigmentidagi qo'shimcha qiymat.

Agar $f=0$ bo'lsa, ya'ni M_k epyurasi to'g'ri chiziqli bo'lsa, bikirlik matritsasining o'rta ustuni chiqarib tashlanadi. U holda matritsa quyidagi sodda ko'rinishga keladi:

$$\int_0^{\ell} \frac{M_i M_k}{EJ_n} dx = \begin{bmatrix} M_{0i} & M_{1i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2\ell_n}{6EJ_n} & \frac{\ell_n}{6EJ_n} \\ \frac{\ell_n}{6EJ_n} & \frac{2\ell_n}{6EJ_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_{0k} \\ M_{1k} \end{bmatrix} \quad (11.2)$$

Agar to'g'ri chiziqli epyurada f qo'shimchasi parabola emas, uchburchakda hosil bo'lsa, u holda M_i va M_j epyuralarning "ko'paytmasi" matritsa ko'rinishida quyidagicha ifodalaniladi (11.4 rasm, d):

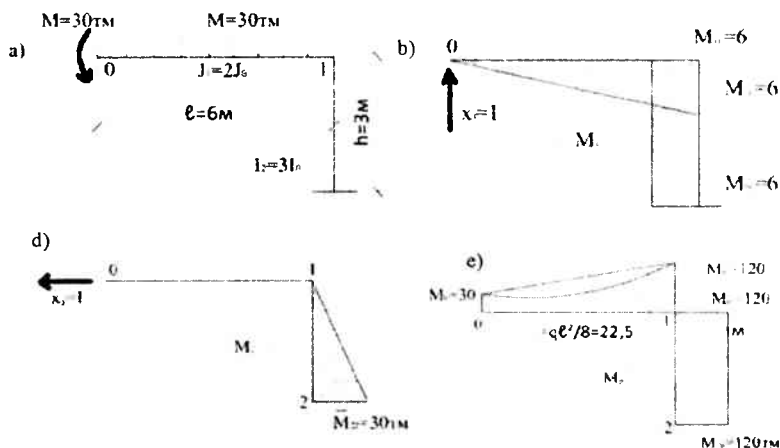
$$\int_0^{\ell} \frac{M_i M_k}{EJ_n} dx = \begin{bmatrix} M_{0i} & M_{1i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2\ell_n}{6EJ_n} & (1+\nu)\frac{\ell_n}{6EJ_n} & \frac{\ell_n}{6EJ_n} \\ \frac{\ell_n}{6EJ_n} & (1+\nu)\frac{\ell_n}{6EJ_n} & \frac{2\ell_n}{6EJ_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_{0j} \\ f \\ M_{1j} \end{bmatrix} \quad (11.3)$$

Misol. Siniq balka ko‘rinishidagi ramaning 0 nuqtasini vertikal va gorizontal ko‘chishi aniqlansin (11.5-rasm, a).

Vertikal ko‘chishni aniqlash uchun 0 nuqtasiga vertikal yo‘nalishda $X_1=1$ kuchini qo‘yamiz va shu kuchdan birlik $\bar{M}_1$ epyurasini quramiz (11.5-rasm, b). Tashqi kuchdan qurilgan epyura 11.5-rasm, g da berilgan.

$\bar{M}_1$ va M_p epyuralarning birinchi uchastkalarini (rigellarni) “ko‘paytiramiz”:

$$\Delta'_{1p} = \left| 0 \quad -6 \right| \cdot \begin{vmatrix} \frac{2 \cdot 6}{6 \cdot 2EJ_0} & \frac{2 \cdot 6}{6 \cdot 2EJ_0} & \frac{6}{6 \cdot 2EJ_0} \\ \frac{6}{6 \cdot 2EJ_0} & \frac{2 \cdot 6}{6 \cdot 2EJ_0} & \frac{2 \cdot 6}{6 \cdot 2EJ_0} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 30 \\ -22,5 \\ 120 \end{vmatrix} = \left| 0 \quad -6 \right| \cdot \frac{1}{EJ_0} \cdot \begin{vmatrix} 67,5 \\ 112,5 \end{vmatrix} = -\frac{675}{EJ_0}$$



11.5-rasm.

Bu yerda rigelning ustki va ustunning o‘ng tomoni tolalarini cho‘zuvchi momentlar musbat, f esa manfiy ishora bilan olingan, chunki u rigeldagi momentni oshirmaydi, aksincha kamaytiradi.

$\bar{M}_1$ va M_p epyuralarning ikkinchi uchastkalarini (ustunlarni) “ko‘paytiramiz”.

$$\Delta_{1P}'' = \begin{vmatrix} -6 & -6 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{2 \cdot 3}{6 \cdot 3EJ_0} & \frac{3}{6 \cdot 3EJ_0} \\ \frac{3}{6 \cdot 3EJ_0} & \frac{2 \cdot 3}{6 \cdot 3EJ_0} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 120 \\ 120 \end{vmatrix} = -\frac{720}{EJ_0},$$

$$\Delta_{1P} = \Delta_{1P}' + \Delta_{1P}'' = -\frac{1395}{EJ_0}.$$

Endi $x_2 = 1$ yo'nalishidagi gorizontaal ko'chishni aniqlaymiz (11.5-rasm, d):

$$\Delta_{2P} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{EJ_0} \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 30 \\ 120 \\ 120 \end{vmatrix} = -22,5 \cdot \frac{180}{EJ_0} = -\frac{180}{EJ_0}.$$

XII BOB. CHEKLI ELEMENTLAR USULI

12.1. Usulning g'oyasi

Chekli elementlar usuli o'tgan asrning o'rtalarida shakllandi va hozirgi paytda fizika va mexanikaning turli masalalarini yechishda samarali vositalardan biriga aylandi. Dastlabki kezlarda chekli elementlar usuli plastinalar, qobiqlar, arkalar, gidrotexnika inshootlari singari elastik sistemalar sohasida qo'llanilgan bo'lsa, keyingi paytlarda mazkur usul dinamika, issiqlik o'tkazuvchanlik, chiziqsiz diffuziya, gidrodinamika singari sohalarda ham keng qo'llanila boshlandi.

Bu usulning nomi ma'lum ma'noda uning mohiyatini anglatadi, ya'ni bu usulga ko'ra yaxlit konstruksiya alohida oddiy elementlarga bo'lib chiqiladi, keyin uning kuchlanish-deformatsiyalanish holati tadqiq etiladi. Elementlarni birlashtirish masalasi muvozanat shartlarini qanoatlantirish yoki ko'chishlarning uzluksizligini ta'minlash orqali amalga oshiriladi.

CHEU ning asosiy afzalliklaridan biri uning keng miqyoslilikidir. Agar har xil qurilish konstruksiyalarini EHMda hisoblash uchun har qaysisiga alohida dasturlar tuzilgan bo'lsa (masalan, ferma uchun alohida, balka uchun alohida) CHEU deyarli hamma qurilish konstruksiyalarini EHMda yagona hisoblash algoritmi va dasturi asosida hisoblash imkonini beradi. Bu loyihachi – muhandisning ishini ancha yengillashtiradi. Yagona hisoblash algoritmi va dasturi hisoblash vaqtini tejaydi, hisobning aniqlik darajasini oshiradi. Bu usulning afzalligi ham shunda.

Umuman konstruksiyalarni EHMda hisoblashda o'ta aniqlik va universal usullardan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Oldingi usullar hamma vaqt ham bu talablarga javob bermaydi. Shuning uchun ham mashinabop usullar yaratilishiga ehtiyoj tug'ildi. Ayniqsa, hisoblashdagi bir necha xil murakkabliklarni, ya'ni konstruksiyalarning chiziqli va chiziqsiz ishlash xususiyatlarini,

yerga elastik tayanishi, ustuvorlik va boshqa shartlarni bir yo'la hisobga oladigan usul kerak edi. Chekli elementlar usuli (CHEU) shunday samarali usullardan biri sifatida yuzaga keldi.

CHEU g'oyasi berilgan sistemani, masalan, ramani chekli element deb ataluvchi alohida sodda elementlarga ajratishdan iboratdir. Chekli elementlar aniq geometrik, fizik va mexanik o'lchamlarga ega bo'lishi shart.

Plastina va qobiq konstruksiyalarini hisoblashda chekli element sifatida uchburchak, ko'pburchak va to'g'ri burchakli plastinalar qabul qilinishi mumkin, massiv konstruksiyalardan kichik hajmiy bo'lak tetraedr va h.k. chekli element deb qabul qilinadi.

Sterjenlar sistemasida chekli element sifatida doimiy bikirlikka ega bo'lgan sterjen qabul qilinadi.

Shunday qilib CHEU berilgan konstruksiyalarni sodda, chekli elementlarga bo'lib, qurilish mexanikasi qoidalari asosida hisoblaydi.

Sodda ko'rinishga ega bo'lgan chekli elementning tashqi ta'sirlarga qarshilik ko'rsatish imkoniyatlari oldindan aniqlanadi. CHEU kuch usuli yoki ko'chish usullariga asoslanishi mumkin. Chekli elementlar usulida ham asosiy sistema tanlanib, tenglamalar tizimi tuziladi. Asosiy sistema — berilgan ramaning eng sodda chekli elementlari yig'indisidir. Tenglamalar tizimi chekli elementlarning uzluksizligini ta'minlovchi shartni ifodalaydi.

Demak, sistemani sodda bo'laklarga bo'lish g'oyasi, murakkab konstruksiyani sodda «chekli» elementlar orqali ifodalash imkonini beradi. Kiritiluvchi uzluksizlik va boshqa statik shartlar esa chekli elementlarning berilgan sistema kabi ishlashini ta'minlaydi. Ramalarni CHEU yordamida hisoblashda noma'lum sifatida kuch yoki ko'chish usullaridagidek ichki kuchlar yoki ko'chishlar qabul qilinadi.

Hisob kuch usuli asosida bajarilsa, chekli elementlarning ulanish joyida noma'lum sifatida kuch qabul qilinadi, agarda ko'chish usuli asosida olib borilsa, u holda noma'lum sifatida tugunlarning ko'chishi qabul qilinadi. Umumiy holda aralash usuldan foydalansa ham bo'ladi. CHEU bo'yicha hisoblashda asosiy rolni *moyillik matritsasi* yoki *bikirlik matritsasi* o'ynaydi.

Agar hisob kuch usulida bajarilsa moyillik matritsasidan, ko'chish usulida bajarilganda esa bikirlik matritsasidan foydalaniladi.

Kuch usulida noma'lum kuchlar chekli elementlarning ulanish joyidagi ko'chishlarning tengligini ifodalasa, ko'chish usulidagi noma'lum ko'chishlar — tugunlarning muvozanatini ifodalaydi.

Ramalni CHEU yordamida hisoblaganda bir vaqtning o'zida har bir elementning ikki uchidagi ichki kuchlar M , Q , N larni aniqlash mumkin. CHEU ni matritsa ko'rinishda ifodalash maqsadga muvofiq bo'lib, hisob oxirida ko'chishlar hamda ichki kuchlar ham matritsa ko'rinishida aniqlanadi.

Chekli elementning ko'chish usuliga asoslangan umumlashtirilgan tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\bar{R} \cdot Z + R_p = 0 \quad (12.1)$$

bu yerda, $\bar{R}$ — konstruksiyaning, xususan, ramaning bikirlik matritsasi;

R_p — yuk matritsasi.

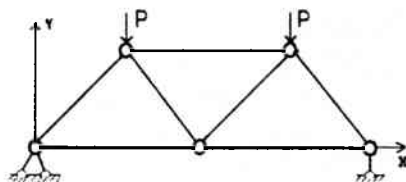
Bu tenglama asosiy sistemaga kiritilgan har bir qo'shimcha bog'lanishda birlik buralish, siljish va cho'zilish, shuningdek, tashqi kuchlar ta'siridan hosil bo'lgan tugunlardagi reaksiyalarning yig'indisi nolga teng ekanligini ifodalaydi.

Chekli elementlar usulining ko'chish usulidan asosiy farqi shundan iboratki, bu usulda deformatsiyalarning barcha turi inobatga olinadi va har bir tugunda umumlashtirilgan ko'chishlar aniqlanadi. Shuning uchun ham bu farqlar bikirlik matritsalarida yaqqol ko'zga tashlanadi.

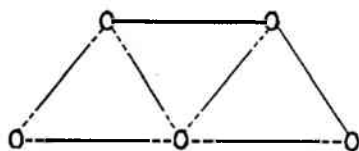
12.2. Sterjenli sistemalarni chekli elementlar usulida hisoblash

Yassi yoki fazoviy fermalar sterjenli sistemalarning eng keng tarqalgan turidir. Statik aniq yassi fermami chekli elementlar usulida hisoblash tartibi bilan tanishamiz. Fermaning tugunlariga tashqi kuchlar qo'yilgan (12.1-rasm). Ko'p hollarda ferma sterjenlaridagi

zo‘riqlashlar va ferma tugunlarining ko‘chishlarini aniqlash talab etiladi.



12.1-rasm.



12.2-rasm.

Ushbu fermanni alohida element va tugunlar yig‘indisidan tashkil topgan sistema deb talqin etsak bo‘ladi (12.2-rasm).

Ferma sterjenlaridagi zo‘riqlashlar quyidagi muvozanat tenglamalaridan topiladi:

$$\sum_k N_k \cos \alpha_k + x_j = 0; \quad \sum_k N_k \sin \alpha_k + y_j = 0;$$

$$(j = 1, 2, \dots, m).$$

Uzluksizlik sharti j tugunga kelib tutashuvchi elementlarning uchlari ko‘chishi, ayni chog‘da, shu ko‘chishlarning koordinat o‘qlariga bo‘lgan proyeksiyalari o‘zaro teng bo‘lishini talab etadi, ya’ni

$$u_{j_1} = u_{j_2} = \dots = u_{j_k} = \dots = u_j, \quad v_{j_1} = v_{j_2} = \dots = v_{j_k} = \dots = v_j,$$

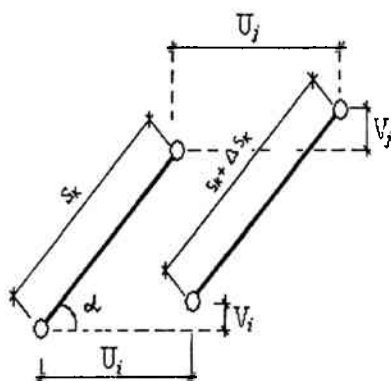
Bu yerda u_j va v_j - j - tugun ko‘chishlarining proyeksiyalari;
 u_{j_k} va v_{j_k} - k sterjen uchlari ko‘chishining koordinat o‘qlariga proyeksiyasi.

Elementlarning uzayishi bilan ular uchlari ko‘chishi orasidagi bog‘lanish quyidagi geometrik tenglamada o‘z aksini topgan (12.3-rasm):

$$\Delta_k = (u_j - u_i) \cos \alpha_k + (v_j - v_i) \sin \alpha_k.$$

Sterjenlar uzayishini bo'ylama kuchlar bilan bog'liqligini ifodalovchi fizik tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$\Delta s_i N_i S_i / (EF_i).$$



12.3-rasm.

Uzayishlar vektori

Muvozanat tenglamalarini matritsa ko'rinishida ifodalaymiz:

$$(\bar{S}_c \bar{\alpha}) \bar{N} + \bar{P} = 0,$$

bu yerda

$$\bar{N} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_r \end{bmatrix}, \quad \bar{P} = \begin{bmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \\ \vdots \\ \bar{P}_m \end{bmatrix},$$

$$\bar{\alpha} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha}_1 & & & \\ & \bar{\alpha}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \bar{\alpha}_r \end{bmatrix}.$$

$$\bar{\Delta} = -\bar{\alpha}^* \bar{S}_c^* \bar{u}, \quad \text{bu yerda} \quad \bar{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}, \quad \bar{u}_j = \begin{bmatrix} u_j \\ v_j \end{bmatrix}.$$

Fizik tenglamalar

$$\bar{\Delta} = \bar{G} \bar{N}, \quad \text{bu yerda} \quad \bar{G} = \begin{bmatrix} \frac{\ell_1}{EF_1} & & & \\ & \frac{\ell_2}{EF_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{\ell_r}{EF_r} \end{bmatrix},$$

bundan $\bar{G} \bar{N} = -\bar{\alpha}^* \bar{S}_c^* \bar{u}$ kelib chiqadi.

Oxirgi tenglamadan zo'riqishlar bilan ko'chishlar orasidagi bog'lanishni aniqlash mumkin:

$$\bar{N} = -\bar{G}^{-1} \bar{\alpha}^* \bar{S}_c^* \bar{u}.$$

Ko'chishlar orqali ifodalangan tenglamani muvozanat tenglamasiga qo'yamiz:

$$\bar{S}_o \bar{S}_c \bar{\alpha} \bar{G}^{-1} \bar{\alpha}^* \bar{S}_c^* \bar{S}_o^* \bar{v} = \bar{Q},$$

bu yerdagi $\bar{v}$ ko'chishlar tenglamasi $\bar{U}$ dan nolga teng bo'lgan ko'chishlarni chiqarib tashlashi yo'li bilan aniqlanadi. $\bar{U}$ ning o'zi quyidagi formuladan topiladi:

$$\bar{u} = \bar{S}_o^* \bar{v}.$$

Shunday qilib, berilgan kuchlar ma'lum bo'lsa, ferma sterjenlaridagi zo'riqishlar

$$\bar{N} = \bar{T} \bar{Q} \quad (a)$$

ifodadan aniqlanishi mumkin,

bu yerda

$$\bar{T} = -\bar{G}^{-1} \bar{\alpha}^* \bar{S}_c^* \bar{S}_o^* (\bar{S}_o \bar{S}_c \bar{\alpha} \bar{G}^{-1} \bar{\alpha}^* \bar{S}_c^* \bar{S}_o^*)^{-1},$$

ko'chishlar esa quyidagi ifodadan topiladi:

$$\bar{V} = \bar{L} \bar{Q}, \quad (d)$$

bu yerda

$$\bar{L} = (\bar{S}_o \bar{S}_c \bar{\alpha} \bar{G}^{-1} \bar{\alpha}^* \bar{S}_c^* \bar{S}_o^*)^{-1}.$$

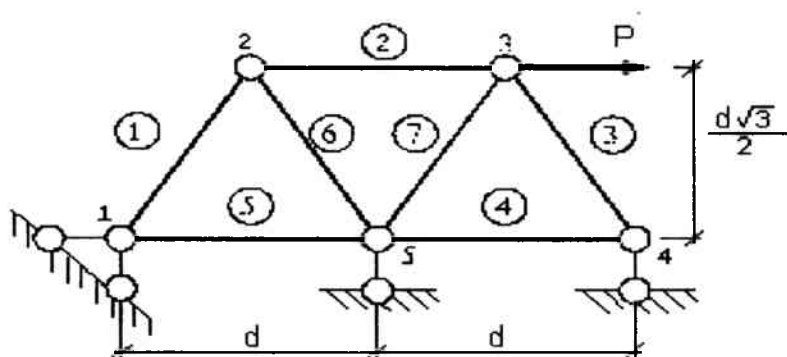
$\bar{L}$ — *sistemaning moyillik matritsasi* deb atalib, uning har bir elementi ko'chishi izlanayotgan nuqtaga qo'yilgan birlik kuchdan hosil bo'ladigan solqilikni aniqlaydi.

Moyillik matritsasining teskarisi *bikirlik matritsasi* deyiladi. Bu matritsa orqali zo'riqishlar aniqlanadi.

Qo'yilgan masala (a) va (b) ifodalar bo'yicha hal etiladigan bo'lsa, biror asosiy sistemani tanlashga ehtiyoj qolmaydi, chunki bunda masala birorta klassik usul doirasida emas, balki umumiyroq tarzda yechiladi; kuchlar usuli va ko'chishlar usuli umumlashgan usulning xususiy holi bo'lib qoladi. Masalani yechishda bunday yondashuvning afzalligi shundan iboratki, bunda statik aniq yoki statik noaniq fermalarni hisoblash uchun yagona algoritmdan foydalaniladi. Bu usul EHM ni qo'llashda yanada samaraliroq sanaladi.

Misol. 12.4-rasmda berilgan fermaning sterjenlaridagi zo'riqishlar va tugunlarining ko'chishlari aniqlansin. Barcha sterjenlarning ko'ndalang kesimlari bir xil deb qabul qilinsin.

Sterjen va tugunlarning tartib raqamlari rasmda qayd etilgan. $\bar{S}_e$, $\bar{S}_o$ va $\bar{\alpha}$ matritsalarini yozib olamiz:



12.4-rasm.

$$\bar{S}_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}; \quad \bar{S}_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\alpha} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,866 \end{bmatrix} & & & & & & & \\ & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} & & & & & & \\ & & \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,866 \end{bmatrix} & & & & & \\ & & & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} & & & & \\ & & & & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} & & & \\ & & & & & \begin{bmatrix} 0,5 \\ -0,866 \end{bmatrix} & & \\ & & & & & & \begin{bmatrix} 0,5 \\ -0,866 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$\bar{G}$ matritsasi

$$\bar{G} = \frac{d}{EF} \begin{vmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{vmatrix}$$

Matritsalarini ko'paytirib, quyidagilarni aniqlaymiz:

$$\bar{S}_o \bar{S}_c \bar{\alpha} = \begin{vmatrix} -0,5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 5 \\ -0,866 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,866 & 0 \\ 0 & -1 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & -0,5 \\ 0 & 0 & -0,866 & 0 & 0 & 0 & -0,866 \\ 0 & 0 & 0,5 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -0,5 & 0,5 \end{vmatrix}$$

Bikirlilik matritsasini tuzamiz:

$$\bar{S}_o \bar{S}_c \bar{\alpha} G^{-1} (\bar{S}_o \bar{S}_c \bar{\alpha})^* = \begin{vmatrix} 1,5 & 0 & -1 & 0 & 0 & -0,25 \\ 0 & 1,5 & 0 & 0 & 0 & 0,433 \\ -1 & 0 & 1,5 & 0 & 0,25 & -0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 1,5 & -0,433 & -0,433 \\ 0 & 0 & 0,25 & -0,433 & 1,25 & 1 \\ -0,25 & 0,433 & -0,25 & -0,433 & 1 & 2,5 \end{vmatrix}$$

Moyillik matritsasini tuzamiz:

$$\bar{L} = \begin{vmatrix} 1,693 & -0,190 & 1,375 & -0,0459 & -0,818 & 0,659 \\ -0,190 & 0,726 & -0,216 & -0,00379 & 0,262 & -0,276 \\ 1,375 & -0,216 & 1,875 & -0,0722 & -1,00 & 0,750 \\ -0,0459 & -0,00379 & -0,0722 & 0,746 & 0,262 & 0,0131 \\ -0,818 & 0,262 & -1,00 & 0,262 & 1,818 & -0,909 \\ 0,659 & -0,276 & 0,750 & 0,0131 & -0,909 & 0,955 \end{vmatrix}$$

Ko'chilshlarni aniqlash uchun (b) formulasidan foydalanamiz:

$$\vec{V} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1,375 \\ -0,216 \\ 1,875 \\ -0,0722 \\ -1,00 \\ 0 \\ 0,750 \\ 0 \end{vmatrix} P.$$

Zo'riqishlar (α) formulasidan aniqlanadi:

$$\vec{N} = -\vec{G}^{-1}(\vec{S}_o \vec{S}_e \vec{\alpha})^* \vec{Z} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \\ -0,5 \\ 1,75 \\ 0,75 \\ -0,5 \\ -1,65 \end{pmatrix}$$

12.3. Yassi ramalarni hisoblash

Har qanday yassi rama sistemasini alohida elementlar va tugunlar majmuasi deb qabul qilish mumkin. Eng avval sistemaning kuchlanish – deformatsiyalanish holatini belgilovchi matritsalarini: zo'riqishlar (ichki kuchlar) vektori $\vec{Y}$, sterjen uchlari ko'chishi $\vec{u}$ va tugunlar ko'chishi $\vec{\delta}$ larni aniqlab olamiz:

$$\vec{Y} = \begin{pmatrix} \vec{Y}_1 \\ \vec{Y}_2 \\ \vdots \\ \vec{Y}_s \end{pmatrix}, \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \\ \vdots \\ \vec{u}_r \end{pmatrix}, \quad \vec{\delta} = \begin{pmatrix} \vec{\delta}_1 \\ \vec{\delta}_2 \\ \vdots \\ \vec{\delta}_m \end{pmatrix},$$

bu yerda, s – sistema elementlarining soni;

m – sistemadagi tugunlar soni;

$\vec{\delta}_i$ – i tugunining uch xil ko'chishi: gorizontaal va vertikal ko'chish hamda og'ish ($i = 1, 2 \dots m$).

Keyin sistemaning kuchlanish-deformatsiyalanish holatini ifodalovchi asosiy tenglamalarni tuzatamiz.

Tugunlarning muvozanat tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\vec{S}_p \vec{S}_1 \vec{Y} = \vec{P}.$$

Bunday tenglamalar soni $3m - C_o$ ga teng bo'ladi.

Bu yerda $\vec{P}$ – tashqi kuchlar vektori bo'lib, uning elementlari soni $3m - C_o$ ga teng (S_o – tayanch sterjenlari soni). No'malum tayanch reaksiyalari $\vec{R}$ vektori orqali aniqlanadi. $\vec{C}$ – tayanch sterjenlari ko'chishlari.

Sterjenlarning muvozanat tenglamalari:

$$\vec{S}_s \vec{Y} = 0.$$

Bularning soni 3_s ga teng.

Oraliq sharnirlarda zo'riqlashlarning nolga tengligi sharti:

$$\bar{S}_i \bar{Y} = 0.$$

Bunday tenglamalarning soni t ga teng bo'ladi.

Fizik tenglamalar

$$\bar{S}_y \bar{Y} - \bar{S}_s \bar{u} = 0.$$

Bunday tenglamalar soni 3_s ga teng.

Tugunlardagi ko'chishlarning uzluksizligi sharti

$$-\bar{S}_y \bar{u} + \bar{S}_s \bar{\delta} = 0.$$

Bunday tenglamalarning soni $6_s - t$ ga teng.

Chegaraviy shartlar

$$\bar{S}_R \bar{\delta} = \bar{C}.$$

Bunday tenglamalar soni S_o ga teng.

Tenglamalarning umumiy soni $3m + 12s$ ga teng.

Sistemaning tayanch reaksiyalari quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\bar{R} = \bar{S}_R \bar{S}_1 \bar{Y}.$$

Yuqorida keltirilgan tenglamalarni umumlashtirsak, quyidagi tenglamalar sistemasi kelib chiqadi:

$$\begin{vmatrix} \bar{S}_p \bar{S}_1 & 0 & 0 \\ \bar{S}_2 & 0 & 0 \\ \bar{S}_t & 0 & 0 \\ \bar{S}_y & -\bar{S}_s & 0 \\ 0 & -\bar{S}_r & \bar{S}_s \\ 0 & 0 & \bar{S}_R \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \bar{Y} \\ \bar{u} \\ \bar{\delta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{P} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{C} \end{vmatrix}$$

Mazkur tenglamalar sistemasi yassi ramaning kuchlamish – deformatsiyalanish holatini to'liq aniqlash imkoniyatini beradi.

MUNDARIJA

Kirish	4
I BOB.	
1.1. Qurilish mexanikasi fani va uning vazifalari.....	4
1.2. Qurilish mexanikasi fanining rivojlanishi.....	5
1.3. Inshootlar va ularning hisoblash sxemalari.....	8
1.4. Tayanchlar va yuklar.....	10
1.5. Sterjenli sistemalarning geometrik o'zgarishlik shartlari.....	11
1.6. Sterjenli sistemalarning erkinlik darajalari	16
1.7. Kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasi va umumlashgan epyuralar.....	18
II BOB. TA'SIR CHIZIQLARI NAZARIYASI	
2.1. Ta'sir chiziqlari haqida tushuncha	21
2.2. Oddiy balkalarda zo'riqlashlarning ta'sir chiziqlari.....	22
2.3. Zo'riqlashlar qiymatini ta'sir chiziqlari yordamida aniqlash.....	30
2.4. Yuk tugunlar orqali uzatilganda ta'sir chiziqlarni chizish.....	33
2.5. Ta'sir chiziqlari chizishning kinematik usuli.....	37
III BOB. KO'P ORALIQLI STATIK ANIQ BALKALAR	
3.1. Umumiy ma'lumotlar.....	41
3.2. Ko'p oraliqli statik aniq sharnirli balkalarni analitik usulda hisoblash	45
3.3. Ko'p oraliqli statik aniq balkalarda ta'sir chiziqlari.....	47
IV BOB. STATIK ANIQ FERMALAR	
4.1. Fermalar to'g'risida tushuncha va ularning turlari.....	50
4.2. Fermalarni analitik usulda hisoblash.....	53
4.3. Ferma sterjenlardagi zo'riqlashlarning ta'sir chiziqlari.....	61
4.4. Shprengelli fermalar.....	70
V BOB. UCH SHARNIRLI ARKALAR VA RAMALAR	
5.1. Uch sharnirli sistemalar.....	76
5.2. Uch sharnirli arkalarining tayanch reaksiyalarini aniqlash.....	78
5.3. Uch sharnirli arkalarni analitik usulda hisoblash.....	80
5.4. Uch sharnirli arkaning maqbul o'qi.....	82
5.5. Uch sharnirli arkalarni qo'zg'aluvchi yuk ta'siriga hisoblash.....	84
5.6. Uch sharnirli tortqichli arka va ramalarni hisoblash. Yadro momentlari.....	90
5.7. Uch sharnirli arkasimon fermalarni hisoblash.....	94
VI BOB. KO'CHISHLAR NAZARIYASI	
6.1 Ko'chishlar va ishlar haqida tushuncha.....	106
6.2. Ishlar va ko'chishlarning o'zaro bog'lanishi haqidagi teoremlar.....	111
6.3. Ko'chishlarni aniqlash uchun Mor formulasi va Vereshchagin usuli.....	115
6.4. Haroratning o'zgarishidan va tayanchlarning cho'kishidan hosil bo'ladigan ko'chishlar.....	121
6.5. Ko'chishlarni Simpson usulida aniqlash.....	135
VII BOB STATIK NOANIQ RAMALARNI KUCHLAR USULIDA HISOBLASH	
7.1. Statik noaniq sistemalar haqida tushuncha.....	139

7.2. Kuchlar usulining asosiy sistemasini tanlash.....	142
7.3. Kuchlar usulining kanonik tenglamalari	144
7.4. Kanonik tenglama koeffitsiyentlari va ozod hadlarini aniqlash.....	147
7.5. Statik noaniq ramalarning M, Q va N epyuralarini qurish.....	150
7.6. Statik noaniq ramalarni hisoblashda soddalashtirish usullari.....	154

VIII BOB. KUCHLAR USULINI STATIK NOANIQ BALKA, FERMA VA ARKALAR HISOBIGA TATBIQI

8.1. Uzluksiz balkalarni hisoblash.....	168
8.2. Uzluksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash.....	178
8.3. Statik noaniq fermalarni hisoblash.....	187
8.4. Ikki sharnirli arkalami hisoblash.....	192
8.5. Sharnirsiz arkalami hisoblash.....	195

IX BOB. STATIK NOANIQ RAMALARNI KO'CHISHLAR USULIDA HISOBLASH

9.1. Usulning mohiyati	197
9.2. Ko'chishlar usulining asosiy sistemi va kanonik tenglamalari.....	200
9.3. Reaksiyalar va ko'chishlar orasidagi bog'lanish haqida teorema.....	205
9.4. Kanonik tenglama koeffitsiyentlari va ozod hadlarini aniqlash.....	208
9.5. Ramaning M, Q, va N epyuralarini qurish	215
9.6. Ko'chishlar usulida soddalashtirishlar	215
9.7. Statik noaniq ramalarni aralash va kombinatsiya usullarida hisoblash...	217

X BOB. STATIK NOANIQ RAMALARNI HISOBLASHNING TAQIRIBIY USULLARI

10.1. Taqribiy usullar haqida tushuncha	229
10.2. Ramalarni vertikal yuklar ta'siriga taqribiy hisoblash.....	230
10.3. Ramalarni gorizontal yuklar ta'siriga taqribiy hisoblash.....	231
10.4. Tugunlarni muvozanatlash usuli.....	233

XI BOB. QURILISH MEXANIKASI MASALALARIGA MATRITSALAR NAZARIYASINING TATBIQI

11.1. Matritsalar haqida tushuncha	240
11.2. Matritsa amallari.....	243
11.3. Statik aniq balkalarni matritsalar yordamida hisoblash.....	245
11.4. Statik aniq fermalarni matritsalar yordamida hisoblash.....	249
11.5. Ko'chishlarni aniqlashning matritsa usuli	251

XII BOB. CHEKLI ELEMENTLAR USULI

12.1. Usulning g'oyasi	256
12.2. Sterjenli sistemalarni chekli elementlar usulida hisoblash.....	258
12.3. Yassi ramalarni hisoblash	264

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
Глава I. Общие сведения	
1.1. Предмет строительной механики и её задачи	4
1.2. Пути развития строительной механики	5
1.3. Сооружения и их расчетные схемы	8
1.4. Опоры и нагрузки	10
1.5. Условия геометрической неизменяемости стержневых систем	11
1.6. Степени свободы стержневых систем	16
1.7. Принцип независимости действия сил и огибающие эпюры	18
Глава II. Теория линий влияния	
2.1. Понятия о линиях влияния	21
2.2. Линии влияния усилий в простых балках	22
2.3. Определение усилий по линиям влияния	30
2.4. Построение линий влияния при узловой передаче нагрузок	33
2.5. Кинематический способ построения линий влияния	37
Глава III. Многопролетные статически определимые балки	
3.1. Общие сведения	41
3.2. Аналитический расчет многопролетных шарнирных балок	45
3.3. Линии влияния усилий в многопролетных статически Определимых балках	47
Глава IV. Статически определимые фермы	
4.1. Сведения о фермах и их классификация	50
4.2. Аналитический расчет ферм	53
4.3. Линии влияния усилий в стержнях ферм	61
4.4. Шпренгелевые фермы	70
Глава V. Трехшарнирные арки и рамы	
5.1. Трехшарнирные системы	76
5.2. Определение опорных реакций трехшарнирных арок	78
5.3. Аналитический расчет трехшарнирных арок	80
5.4. Рациональный ось трехшарнирной арки	82
5.5. Расчет трехшарнирных арок на действие подвижных нагрузок	84
5.6. Расчет трехшарнирных арок и рам с затяжкой.	
Ядровые моменты	90
5.7. Расчет трехшарнирных арочных ферм	94
Глава VI. Теория перемещений	
6.1. Понятия о перемещениях и работах	106
6.2. Теоремы о взаимности работ и перемещений	111
6.3. Формула Мора для определения перемещений и правило Верещагина	115
6.4. Перемещения возникающие в следствии изменения температур и осадка опор	121
6.5. Определение перемещений по способу Симпсона	135
Глава VII. Расчет статически неопределимых рам методом сил	

7.1. Понятие о статически неопределимых системах	139
7.2. Выбор основной системы метода сил	142
7.3. Канонические уравнения метода сил	144
7.4. Определение коэффициентов и свободных членов канонических уравнений	147
7.5. Построение эпюр M , Q и N для статически неопределимых рам...	150
7.6. Способы упрощения при расчетах статически неопределимых рам...	154
Глава VIII. Применение метода сил при расчетах статически неопределимых балок, ферм и арок	
8.1. Расчет неразрезных балок	168
8.2. Расчет неразрезных балок методом моментных фокусов	178
8.3. Расчет статически неопределимых ферм	187
8.4. Расчет двухшарных арок	192
8.5. Расчет безшарнирных арок	195
Глава IX. Расчет статически неопределимых рам методом перемещений	
9.1. Сущность метода	197
9.2. Основная система метода перемещений и канонические уравнения	200
9.3. Теорема о взаимности реакций и перемещений	205
9.4. Определение коэффициентов и свободных членов канонических уравнений	208
9.5. Построение эпюр M , Q и N статически неопределимых рам	215
9.6. Упрощения в методе перемещений	215
9.7. Расчет статически неопределимых рам смешанными и комбинированными методами	217
Глава X. Приближенные способы расчета статически неопределимых рам	
10.1. Понятия о приближенных способах	229
10.2. Приближенный расчет рам на действие вертикальных сил	230
10.3. Приближенный расчет рам на действие горизонтальных сил	231
10.4. Способ уравнивания узлов	233
Глава XI. Применение теории матриц в задачах строительной механики	
11.1. Понятия о матрицах	240
11.2. Матричное исчисление	243
11.3. Расчет статически определимых балок матричным способом	245
11.4. Расчет статически определимых ферм матричным способом	249
11.5. Определение перемещений матричным способом	251
Глава XII. Метод конечных элементов	
12.1. Идея метода	256
12.2. Расчет стержневых систем методом конечных элементов	258
12.3. Расчет плоских рам	264

CONTENT

Introduction.....	4
Chapter I. General information	
1.1. The subject of structural mechanics and its objectives	4
1.2. Development path of structural mechanics	5
1.3. Structures and their design scheme	8
1.4. Support and load	10
1.5. The terms of the geometric stability of core systems	11
1.6. Degrees of freedom of rod systems	16
1.7. The principle of independence of the action of forces and envelope plots	18
Chapter II. Theory of lines of influence	
2.1. No idea about the lines of influence	21
2.2. Lines of influence of forces in simple beams	22
2.3. Define efforts along the lines of influence	30
2.4. The lines of influence in the transfer of nodal loads	33
2.5. Kinematic method of constructing lines of influence	37
Chapter III. Multi-span statically definable beams	
3.1. General information	41
3.2. Analytical calculation of multi-span articulated beams	45
3.3. Lines of influence of efforts in multi-span statically definable beams..	47
Chapter IV. Statically definable farms	
4.1. Information about farms and their classification	50
4.2. Analytical calculation of farms	53
4.3. Influence lines of the stresses in the bars farm	61
4.4. Truss farm	70
Chapter V. Three-Hinged arches and frames	
5.1. Three-hinge systems	76
5.2. Determination of support reactions of three-hinged arches	78
5.3. Analytical calculation of three-hinged arches	80
5.4. Rational axis of three-hinged arch	82
5.5. Calculation of three-hinged arches on the action of mobile loads ...	84
5.6. Calculation of three-hinged arches and frames with tightening. Sound moments	90
5.7. Calculation of three-hinged arch trusses	94
Chapter VI. The theory of displacement	
6.1. The concepts of movement and work	106
6.2. Theorems on reciprocity of works and displacements	111
6.3. Mohr's formula for determining displacements and Vereshchagin's rule...	115
6.4. Movements resulting from changes temperature and sediment supports	121
6.5. Determination of displacements by the Simpson method	135

Chapter VII. Calculation of statically indeterminate frames by force method	
7.1. The concept of statically indeterminate systems	139
7.2. The choice of main method system forces	142
7.3. Canonical equations of the force method	144
7.4. Determination of coefficients and free terms canonical equations.....	147
7.5. Plotting m , Q and N for statically indeterminate frames	150
7.6. Ways to simplify the calculations statically undetectable frames	154
Chapter VIII. Application of the force method in static calculations undetectable beams, trusses and arches	
8.1. Calculation of continuous beam	168
8.2. Calculation of continuous beams by the method of torque foci	178
8.3. Calculation of statically indeterminate farms	187
8.4. Calculation of double arches	192
8.5. Calculation of hingeless arches	195
Chapter IX. Calculation of statically indeterminate frames by displacement method	
9.1. The essence of the method	197
9.2. The main method system is stirred and canonical equations	200
9.3. Theorem on reciprocity of reactions and displacements	205
9.4. Determination of coefficients and free terms canonical equations	208
9.5. Plotting M , Q and N statically indeterminate frames	215
9.6. Simplifications in the displacement method	215
9.7. Calculation of static indeterminate frames mixed and combined methods	217
Chapter X. Approximate methods of calculation statically undetectable frames	
10.1. Notions of approximate methods	229
10.2. Approximate calculation of frames on the action of vertical forces ...	230
10.3. Approximate calculation of frames on the action of horizontal forces ..	231
10.4. Method of balancing nodes	233
Chapter XI. Application of the theory of matrices in problems of structural mechanics	
11.1. Concepts of matrices	240
11.2. Matrix calculus	243
11.3. Calculation of statically definable beams by matrix method	245
11.4. Calculation of statically definable farms by matrix method	249
11.5. Determination of displacements by matrix method	251
Chapter XII. Finite element method	
12.1. The idea of the method	256
12.2. Calculation of rod systems by finite element method	258
12.3. Calculation of plane frames	264

S.A. SAIDIY

QURILISH MEXANIKASI

Toshkent – «Fan va texnologiya» – 2019

Muharrir:	M.Hayitova
Tex. muharrir:	A.Moydinov
Musavvir:	A.Shushunov
Musahhih:	Sh.Mirqosimova
Kompyuterda sahifalovchi:	N.Rahmatullayeva

E-mail: tipografiyacent@mail.ru Tel: 71-245-57-63, 71-245-61-61.

Nashr.lits. AL№149, 14.08.09. Bosishga ruxsat etildi 19.12.2019.

Bichimi 60x84 $\frac{1}{16}$. «Timez Uz» garniturası. Ofset bosma usulida bosildi.

Shartli bosma tabog'i 16,0. Nashriyot bosma tabog'i 17,0.

Tiraji 300. Buyurtma № 275.

**«Fan va texnologiyalar Markazining bosmaxonasi» da chop etildi.
100066, Toshkent sh., Olmazor ko'chasi, 171-uy.**