ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МЕТОДОЛОГИЯ В ИЗУЧЕНИИ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Под редакцией
А.А.Спирина, О.Э.Башиной

Рекомендовано
Государственным комитетом Российской
Федерации по высшему образованию
в качестве учебника для студентов
высших учебных заведений,
обучающихся по направлению "Экономика",
общеэкономическим специальностям

Москва
"Финансы и статистика"
1996

ББК 65.051я73
О-28

Авторы: *А.И.Харламов, О.Э.Башина, В.Т.Бабурин, И.А.Ионсен, Т.П.Пройдакова, А.А.Спирин, М.П.Федоров*

Рецензенты: кафедра общей теории статистики Московского экономико-статистического института и канд.экон.наук *А.М.Куренков*

Общая теория статистики: Статистическая методология в изу-
О-28 чении коммерческой деятельности: Учебник/А.И.Харламов, О.Э.Башина, В.Т.Бабурин и др.; Под ред. А.А.Спирина, О.Э.Башиной.-- М.: Финансы и статистика, 1996.-- 296 с.: ил.

ISBN 5-279-00845-1.

В отличие от прежних изданий в этом учебнике вопросы статистической методологии рассматриваются применительно к решению управленческих задач в коммерческой деятельности на рынке товаров и услуг. Изучение общей теории статистики во многом способствует формированию деловых качеств коммерсанта, экономиста, менеджера.

Для студентов торговых вузов и экономических факультетов, коммерсантов, менеджеров, экономистов, слушателей школ бизнеса.

$О\frac{0702000000 — 037}{010(01) — 96}$ без объявл. ББК 65.051я73

ISBN 5-279-00845-1

ПРЕДИСЛОВИЕ

Во всем мире возрастает интерес к статистике. В нашей стране это внимание тем более обострено в связи с осуществлением экономических реформ, затрагивающих интересы всех людей. В статистических данных, отображающих развитие отдельных сторон жизни общества и служащих информационной базой принятия управленческих решений, каждый из нас ищет результаты реформ.

Одним из непременных условий правильного восприятия и тем более практического использования статистической информации, квалифицированных выводов и обоснованных прогнозов является знание статистической методологии изучения количественной стороны социально-экономических явлений, природы массовых статистических совокупностей, значения и познавательных свойств показателей статистики, условий их применения в экономическом исследовании.

В настоящее время перед статистической наукой встают актуальные проблемы дальнейшего совершенствования системы показателей, приемов и методов сбора, обработки, хранения и анализа статистической информации. Это имеет важное значение для развития и повышения эффективности автоматизированных систем управления, создания автоматизированных банков данных, распределительных банков данных и т. д., которые в свою очередь могли бы способствовать созданию автоматизированной системы коммерческой информации (АСКИ).

Все эти и другие вопросы статистической методологии излагаются в *общей теории статистики,* изучение которой во многом способствует формированию деловых качеств менеджера, коммерсанта, экономиста.

В предлагаемом учебнике содержится системное изложение статистических методов, применяемых на основных стадиях экономико-статистического исследования: сбора (в соответствии с целевой функцией исследования) первичной информации, ее обработки в ходе статистической сводки, вычисления обобщающих показателей для анализа и прогнозирования с применением экономико-математических методов, табличного и графического методов.

Особенностью данного учебника является то, что вопросы статистической методологии рассматриваются применительно к решению управленческих задач в коммерческой деятельности на рынке товаров и услуг и прежде всего в розничной торговле товарами народного потребления, где в условиях рыночной экономики наибольшие массивы порождаемой и потребляемой информации. Важной особенностью учебника является и то, что рассмотрение статистической методологии изучения закономерностей коммерческой деятельности основывается на широком использовании средств современной вычислительной техники. Изучение вариации, динамики, связей показателей коммерческой деятельности дается с использованием стандартных программ ПЭВМ, синтезированием адекватных моделей тренда, сезонной волны, теоретической линии регрессии. Большое внимание уделено применению выборочного метода в торговле, который в условиях рыночной экономики приобретает доминирующее значение среди других способов получения информации.

Учебник подготовлен авторским коллективом кафедры статистики Московского коммерческого университета под руководством д. э. н. проф. Спирина А. А., к. э. н. доц. Башиной О. Э.

Авторы приносят благодарность зав. кафедрой общей теории статистики Московского экономико-статистического института, доц. Короткову В. А., а также проректору Университета менеджмента и коммерции, доц. Куренкову А. М. за обстоятельное рецензирование рукописи и ценные замечания по улучшению ее структуры и содержанию.

Учебник написан коллективом авторов в составе:

доц. А. И. Харламов — предисловие (совместно с О. Э. Башиной), гл. 1 (§ 4 совместно с А. А. Спириным), гл. 4, 8, 9, 10, 11 § 1, 2, 3, приложение 1;

доц. О. Э. Башина — предисловие (совместно с А. И. Харламовым), гл. 2, гл. 11 § 5, приложения 2—5;

доц. В. Т. Бабурин — гл. 3; гл. 5 (совместно с Т. П. Пройдаковой);

доц. И. А. Ионсен — гл. 6, 7;

ст. преп. Т. П. Пройдакова — гл. 5 (совместно с В. Т. Бабуриным);

проф. А. А. Спирин — гл. 1 § 4 (совместно с А. И. Харламовым);

ст. преп. М. П. Федоров — гл. 11 § 4.

Глава 1

ПРЕДМЕТ И МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ НАУКИ

1.1. СТАТИСТИКА КАК НАУКА

Переход к рыночной экономике наполняет новым содержанием работу коммерсантов, менеджеров, экономистов. Это предъявляет повышенные требования к уровню их статистической подготовки. Овладение статистической методологией — одно из непременных условий познания конъюнктуры рынка, изучения тенденций и прогнозирования спроса и предложения, принятия оптимальных решений на всех уровнях коммерческой деятельности на рынке товаров и услуг.

Термин «статистика» употребляется в различных значениях. Под статистикой понимается практическая деятельность по сбору, накоплению, обработке и анализу цифровых данных, характеризующих население, экономику, культуру, образование и другие явления в жизни общества.

Статистикой также называют особую науку, т. е. отрасль знаний, изучающую явления в жизни общества с их количественной стороны. Как учебная дисциплина статистика составляет важный блок учебного плана подготовки коммерсантов, менеджеров, экономистов высшей квалификации.

Между статистической наукой и практикой существуют тесная связь и зависимость. Статистическая наука использует данные практики, обобщает их и разрабатывает методы проведения статистических исследований. В свою очередь, в практической деятельности применяются теоретические положения статистической науки для решения конкретных управленческих задач.

Статистика имеет многовековую историю. Ее возникновение и развитие обусловлены общественными потребностями: подсчет населения, скота, учет земельных угодий, имущества и т. д. Наиболее ранние сведения о таких работах в Китае относятся к XXIII в. до нашей эры. В Древнем Риме проводились цензы (учеты) свободных граждан и их имущества.

По мере развития общественного производства, внутренней и внешней торговли увеличивалась потребность в статистической информации. Это расширило сферу деятельности статистики, вело к совершенствованию ее приемов и методов. Многообразная пракнародного потребления, где в условиях рыночной экономики наибольшие массивы порождаемой и потребляемой информации. Важной особенностью учебника является и то, что рассмотрение статистической методологии изучения закономерностей коммерческой деятельности основывается на широком использовании средств современной вычислительной техники. Изучение вариации, динамики, связей показателей коммерческой деятельности дается с использованием стандартных программ ПЭВМ, синтезированием адекватных моделей тренда, сезонной волны, теоретической линии регрессии. Большое внимание уделено применению выборочного метода в торговле, который в условиях рыночной экономики приобретает доминирующее значение среди других способов получения информации.

Учебник подготовлен авторским коллективом кафедры статистики Московского коммерческого университета под руководством д. э. н. проф. Спирина А. А., к. э. н. доц. Башиной О. Э.

Авторы приносят благодарность зав. кафедрой общей теории статистики Московского экономико-статистического института, доц. Короткову В. А., а также проректору Университета менеджмента и коммерции, доц. Куренкову А. М. за обстоятельное рецензирование рукописи и ценные замечания по улучшению ее структуры и содержанию.

Учебник написан коллективом авторов в составе:

доц. А. И. Харламов — предисловие (совместно с О. Э. Башиной), гл. 1 (§ 4 совместно с А. А. Спириным), гл. 4, 8, 9, 10, 11 § 1, 2, 3, приложение 1;

доц. О. Э. Башина — предисловие (совместно с А. И. Харламовым), гл. 2, гл. 11 § 5, приложения 2—5;

доц. В. Т. Бабурин — гл. 3; гл. 5 (совместно с Т. П. Пройдаковой);

доц. И. А. Ионсен — гл. 6, 7;

ст. преп. Т. П. Пройдакова — гл. 5 (совместно с В. Т. Бабуриным);

проф. А. А. Спирин — гл. 1 § 4 (совместно с А. И. Харламовым);

ст. преп. М. П. Федоров — гл. 11 § 4.

Глава I

ПРЕДМЕТ И МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ НАУКИ

1.1. СТАТИСТИКА КАК НАУКА

Переход к рыночной экономике наполняет новым содержанием работу коммерсантов, менеджеров, экономистов. Это предъявляет повышенные требования к уровню их статистической подготовки. Овладение статистической методологией — одно из непременных условий познания конъюнктуры рынка, изучения тенденций и прогнозирования спроса и предложения, принятия оптимальных решений на всех уровнях коммерческой деятельности на рынке товаров и услуг.

Термин «статистика» употребляется в различных значениях. Под статистикой понимается практическая деятельность по сбору, накоплению, обработке и анализу цифровых данных, характеризующих население, экономику, культуру, образование и другие явления в жизни общества.

Статистикой также называют особую науку, т. е. отрасль знаний, изучающую явления в жизни общества с их количественной стороны. Как учебная дисциплина статистика составляет важный блок учебного плана подготовки коммерсантов, менеджеров, экономистов высшей квалификации.

Между статистической наукой и практикой существуют тесная связь и зависимость. Статистическая наука использует данные практики, обобщает их и разрабатывает методы проведения статистических исследований. В свою очередь, в практической деятельности применяются теоретические положения статистической науки для решения конкретных управленческих задач.

Статистика имеет многовековую историю. Ее возникновение и развитие обусловлены общественными потребностями: подсчет населения, скота, учет земельных угодий, имущества и т. д. Наиболее ранние сведения о таких работах в Китае относятся к XXIII в. до нашей эры. В Древнем Риме проводились цензы (учеты) свободных граждан и их имущества.

По мере развития общественного производства, внутренней и внешней торговли увеличивалась потребность в статистической информации. Это расширило сферу деятельности статистики, вело к совершенствованию ее приемов и методов. Многообразная праких развития, определяет соотношение между отдельными показателями, дает цифровую оценку проявляющимся при этом закономерностям.

Статистика также изучает влияние природных и технических факторов на изменение количественных характеристик социально-экономических явлений и влияние жизнедеятельности общества на среду обитания.

Явления и процессы в жизни общества изучаются статистикой посредством статистических показателей.

Статистический показатель — это количественная оценка свойства изучаемого явления. В зависимости от целевой функции статистических показателей их можно подразделить на два основных вида: учетно-оценочные показатели, аналитические показатели.

Учетно-оценочные показатели — это статистическая характеристика размера качественно определенных социально-экономических явлений в конкретных условиях места и времени.

В зависимости от специфики изучаемого явления учетно-оценочные показатели могут отображать или объемы их распространенности в пространстве, или достигнутые на определенные моменты (даты) уровни развития. Так, например, по данным Госкомстата РФ, объем розничного товарооборота государственной и кооперативной торговли России в 1990 г. составил 264,1 млрд. руб.

По своей архитектонике данный статистический показатель состоит из двух частей. Первая — выражена смысловым понятием: «розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли». Это установленное на основе положений экономической теории понятие, определяющее качественную специфику отображаемого показателем явления, на основе которого розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли отличается от других видов реализации товаров (оптовой, колхозно-базарной торговли и др.).

Вторая — характеризует его величину 264,1 млрд. руб. Это количественная сторона, цифровая оценка результата функционирования изучаемого явления, объема его распространения в конкретных исторических условиях: в целом по России за период с 1 января по 31 декабря 1990 г.

Другой разновидностью учетно-оценочных показателей является количественная характеристика достигнутого уровня развития изучаемых явлений на определенный момент (дату). Например, в сообщении Госкомстата РФ сказано, что численность населения России составляет на начало 1991 г. 148,5 млн. человек.

Аналитические показатели применяются для анализа статистической информации и характеризуют особенности развития изучаемого явления: типичность признака, соотношение его отдельных частей, меру распространения в пространстве, скорость развития во времени и т. д. В качестве аналитических показателей в статистике применяются относительные и средние величины, показатели вариации и динамики, тесноты связи и др.

В качестве примера использования аналитических показателей воспользуемся данными о структуре продажи товаров в истекшем десятилетии (табл. 1.1).

Из табл. 1.1 следует, что сопряженные изменения удельных весов основных товарных групп, отображая происходившие в 80-е годы сдвиги в структуре товарооборота, характеризуют тенденцию реализованного спроса: повышение доли реализации непродовольственных товаров.

Таблица 1.1

Соотношение продовольственных и непродовольственных товаров в общем объеме товарооборота государственной и кооперативной торговли, %

	1980	1985	1990
Все товары	100	100	100
В том числе:			
продовольственные	53,6	51,5	46,2
непродовольственные	46,4	48,5	53,8

Количество и качество выступают в статистике как две стороны единого. Количество в статистике всегда имеет качественную определенность. Именно в этом и состоит познавательное значение статистического метода изучения социально-экономических явлений.

Одной из важных категорий статистической науки, тесно связанной с показателем, является понятие признака. Под *признаком* в статистике понимается характерное свойство изучаемого явления, отличающее его от других явлений.

Так, основным признаком розничного товарооборота является продажа товаров населению в обмен на его денежные доходы. С этих позиций включение в розничный товарооборот безналичного отпуска товаров (в порядке мелкого опта) нельзя признать правильным, так как это ведет к искусственному завышению объема продажи товаров населению.

Иногда понятие статистического показателя отождествляется с понятием признака изучаемого явления. Надо иметь в виду, что в статистическом показателе выражается единство качественной и количественной сторон: розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли составил в 1990 г. 264,1 млрд. руб. А изучаемый признак отображает лишь качественную особенность изучаемого явления: «розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли» — реализация товаров населению в обмен на их денежные доходы в розничных предприятиях государственной и кооперативной торговли. При статистическом изучении данный качественный признак получает количественную оценку и становится статистическим показателем.

Изучаемые статистикой признаки могут выражаться как смысловыми понятиями, так и числовыми значениями. Признаки, выраженные смысловыми понятиями, принято называть *атрибутивными*. Например, атрибутивными признаками являются: пол человека — мужчина и женщина; специализация магазинов (продовольственные, непродовольственные) и т. д. Если атрибутивные чений, их называют *альтернативными*.

Признаки, выраженные числовыми значениями, принято называть *количественными*, например возраст (число прожитых лет), стаж работы, получаемая заработная плата и т. д.

Признаки, принимающие различные значения у отдельных единиц изучаемого явления, называются варьирующими. Так, при изучении коммерческой деятельности магазинов объем товарооборота — признак варьирующий, так как его величина у отдельных магазинов, как правило, различна. Значение варьирующего признака у отдельных единиц изучаемого явления называется *вариантом*.

В конкретном статистическом исследовании признаки могут подразделяться на *основные* (существенные), определяющие главное содержание изучаемого явления, и *второстепенные*, не связанные непосредственно с основным их содержанием. Например, при изучении зависимости издержек обращения от определяющих их факторов основным (главным) признаком будет объем товарооборота. В нормальных условиях развития торговли, как правило, увеличение объема продажи товаров вызывает повышение текущих расходов, принимающих в торговле форму издержек обращения. Но при изучении прибыли издержки обращения являются одним из основных факторов, влияющих на размер доходов от коммерческой деятельности.

Важная особенность статистической науки состоит в том, что, изучая свой предмет, она образует статистические совокупности (коллективы).

Статистическая совокупность — это множество единиц изучаемого явления, объединенных в соответствии с задачей исследования единой качественной основой. Так, например, при определении объема розничного товарооборота все предприятия торговли, осуществляющие продажу товаров населению, рассматриваются как единая статистическая совокупность «розничная торговля». Но по признакам объема продажи товаров, торговой специализации, формам и методам обслуживания покупателей и другим признакам коммерческой деятельности единицы данной статистической совокупности могут быть разнородными. Из этого следует, что состав статистических совокупностей не является постоянным. Он формируется статистикой в соответствии с целями конкретного исследования.

Из специфики предмета статистики следует, что теоретической основой статистической науки являются положения исторического материализма и экономической теории, которые исследуют и формируют законы развития социально-экономических явлений, выясняют их природу и значение в жизни общества. Опираясь на знание положений экономической теории, статистика формирует статистические совокупности, устанавливает существенные признаки для выделения социально-экономических типов, осуществляет разработку адекватных методов их изучения.

Руководствуясь положениями экономической теории, статистика обогащает экономические науки фактами, полученными в статистическом исследовании, подтверждает или отрицает их теоретические догмы.

Экономическая теория, опираясь на статистику, формулирует законы развития социально-экономических явлений. Статистика, характеризуя количественную сторону общественных явлений в конкретных исторических условиях, создает фундамент из точных и бесспорных фактов. Экономические науки используют статистическую информацию для проверки, обоснования или иллюстрации своих теоретических положений.

1.3 МЕТОД СТАТИСТИКИ

Для изучения своего предмета статистика разрабатывает и применяет разнообразные методы, совокупность которых образует *статистическую методологию*. Применение в статистическом исследовании конкретных методов предопределяется поставленными при этом задачами и зависит от характера исходной информации.

Общей основой разработки и применения статистической методологии являются принципы диалектического подхода к изучению явлений жизни общества. Это прежде всего требование рассмотрения фактов, характеризующих изучаемые явления, в их целом, во взаимосвязи и взаимообусловленности, что весьма важно при статистическом изучении причинных отношений.

Важнейшим положением диалектического метода познания является рассмотрение изучаемого явления в развитии, движении от возникновения до исчезновения. В соответствии с этим общим гносеологическим требованием статистика изучает динамику социально-экономических явлений в их исторической обусловленности.

При статистическом изучении социально-экономических явлений руководствуются положением материалистической диалектики о переходе количественных изменений в качественные. Это имеет важное значение при изучении количественных изменений в массовых социально-экономических явлениях для познания глубоких качественных изменений.

Статистика опирается на диалектические категории случайного и необходимого, единичного и массового, индивидуального и общего.

Все многообразие статистических методов изучения коммерческой деятельности в курсе «Общая теория статистики» систематизируется по их целевому применению в последовательно выполняемых при этом трех основных стадиях экономико-статистического исследования:

1) сбор первичной статистической информации;
2) статистическая сводка и обработка первичной информации;
3) анализ статистической информации.

На первой стадии статистического исследования решается задача получения соответствующих поставленной задаче значений вокупности. Для осуществления этой начальной стадии статистического исследования применяются методы массового наблюдения. Требование массовости единиц наблюдения обусловливается тем, что изучаемые статистикой закономерности проявляются в достаточно большом массиве данных на основе действия закона больших чисел.

Основное содержание *закона больших чисел* заключается в том, что в сводных статистических характеристиках действия элементов случайности взаимопогашаются, хотя они и могут проявляться в признаках индивидуальных единиц статистической совокупности. Так, например, в условиях развитых рыночных отношений каждый покупатель магазина выбирает именно тот товар, который ему в данный момент требуется. Но в целом по магазину возможно сравнительно точно предвидеть как общий объем, так и структуру спроса за год, отдельные сезоны и даже дни недели. Для выявления конкретных закономерностей покупательского спроса необходима статистическая информация, отображающая специфику спроса по дням недели, времени года и в целом за год.

На второй стадии статистического исследования собранная в ходе массового наблюдения информация подвергается статистической обработке: получение итогов по изучаемой совокупности в целом и отдельным ее частям, систематизация единиц совокупности по признакам сходства и т. д.

Важнейшим методом второй стадии статистического исследования является метод статистических группировок, позволяющий выделять в изучаемой совокупности социально-экономические типы. Основное содержание второй стадии статистического исследования заключается в переходе от характеристик единичного к сводным (обобщающим) показателям совокупности в целом или ее частей (групп). Отграничение качественно однородных в существенном отношении групп социально-экономических явлений — одно из непременных условий научного применения в статистическом исследовании метода обобщающих статистических показателей. Нарушение принципа качественной однородности изучаемой совокупности приводит к получению нетипичных характеристик, искажению результата исследования.

На третьей, заключительной стадии статистического исследования проводится анализ статистической информации на основе применения обобщающих статистических показателей: абсолютных, относительных и средних величин, статистических коэффициентов и др.

Анализ статистической информации позволяет раскрывать причинные связи изучаемых явлений, определять влияние и взаимодействие различных факторов, оценивать эффективность принимаемых управленческих решений, возможные экономические и социальные последствия складывающихся ситуаций. В сравнении обобщающих статистических показателей изучаемых явлений определяются количественные оценки их распространенности в про-ки связи и зависимости. Сопоставлением единичного с общим определяются мера развития индивидуального, его отличие от других единиц изучаемой совокупности.

При анализе статистической информации широкое применение имеют табличный и графический методы.

В «Общей теории статистики» рассматриваются основные категории и методы статистической науки, природа статистических совокупностей, познавательные свойства статистических показателей, условия их применения с использованием средств современной вычислительной техники.

Представляя базовый курс статистической науки, «Общая теория статистики» является основополагающей учебной дисциплиной, с изучением которой начинают формироваться необходимые профессиональные качества экономистов высшей квалификации, коммерсантов, менеджеров. Создается фундамент для усвоения и квалифицированного применения статистической методологии познания закономерностей развития социально-экономических явлений в условиях рыночной экономики.

1.4. ЗАДАЧИ СТАТИСТИКИ В УСЛОВИЯХ ПЕРЕХОДА К РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКЕ

Коренным вопросом осуществления радикальной экономической реформы является переход от командно-административных форм управления к экономическим. Это ставит перед статистикой как составной частью системы управления народным хозяйством новые задачи.

Исходя из изменений характера управления, роли и места предприятий, складывающихся межрегиональных отношений и сношений с внешним миром, *основными задачами статистики* на современном этапе ее развития являются:

1) всестороннее исследование происходящих в обществе глубоких преобразований экономических и социальных процессов на основе научно обоснованной системы показателей;

2) обобщение и прогнозирование тенденций развития народного хозяйства;

3) выявление имеющихся резервов эффективности общественного производства;

4) своевременное обеспечение надежной информацией законодательной власти, управленческих, исполнительных и хозяйственных органов, а также широкой общественности.

В условиях изменения социально-политической роли статистики как фактора формирования общественного сознания особое значение имеет существенное расширение гласности и доступности сводной статистической информации при сохранении принципа конфиденциальности индивидуальных данных. Это является одним из крайне необходимых направлений демократизации общества. Расширение публикаций статистической информации позволяет сосредоточить внимание на недостатках и упущениях для их устранения.

Возвращение статистике широкого общественного предназначения определяет главные направления ее развития: совершенствование анализа статистической информации, упорядочение отчетности, обеспечение ее достоверности.

Главным средством повышения достоверности статистической информации является дальнейшее совершенствование методологии ее формирования. Предстоит пересмотреть существующие методики, которые не свободны от стремления к приукрашиванию результатов экономического и социального развития. Так, в данные за 1985—1987 гг. по национальному доходу, реальным доходам населения вносились коррективы, устраняющие влияние сокращения производства и реализации алкогольных напитков. В результате завышались темпы роста национального дохода. В официальных публикациях тех лет сообщалось о превышении государственных доходов над расходами. Но доходы все сокращались, росло покрытие расходов в счет будущих поступлений. Не соответствовало действительности утверждение о постоянстве цен на товары народного потребления. Ранее публикуемые индексы прейскурантных цен отображали лишь изменения цен, осуществлявшиеся в законодательном порядке. Но они не отображали повышение цен новых товаров, влияние неудовлетворенного спроса, других форм скрытого роста цен и т. д.

Ясно, что статистике необходимо освободиться от всего привнесенного в нее командно-административной системой, преодолеть сложившуюся практику получения статистических показателей как таковых при закрытой методике их расчета. Это порождает разрозненность статистических данных, несоответствие исчисления сопряженных параметров международным стандартам.

Весьма важным является критический пересмотр сложившейся в годы преобладания затратных методов хозяйствования практики формирования статистической отчетности, которая в основном строилась на сплошной, весьма обильной и дорогостоящей информации. Это сводило на нет применение статистических методов изучения массовых социально-экономических явлений. Необходим поиск путей существенного сокращения отчетности, прежде всего срочной отчетности, перегруженной оперативно-техническими показателями, освобождения предприятий от мелочной опеки их производственной и коммерческой деятельности.

Перед статистической наукой встают важные проблемы теоретического обоснования объема и структуры статистической информации, отвечающей современным и перспективным условиям развития экономики, перехода к функциональным принципам управления.

Весьма важно решить вопрос о переходе от сплошной отчетности к несплошным видам статистического наблюдения: единовременным учетам, выборочным и монографическим обследованиям. Это прямо вытекает из изменения положений предприятий в условиях рыночной экономики, из разнообразия форм кооперирования, динамичности их организационно-экономических процессов.

Применение несплошных статистических методов наблюдения повышает оперативность реагирования на происходящие конъюнктурные изменения, обеспечивает управление информацией, позволяющей принимать своевременные решения. Периодические выборочные обследования должны стать главным инструментом статистического наблюдения за изменениями массовых социально-экономических явлений, за положением дел в регионах.

Все более необходимыми и значимыми в сборе статистической информации становятся единовременные учета. На их основе решаются вопросы анализа накопленного экономического потенциала, изучения уровня жизни, обеспеченности населения товарами. Статистическая информация должна характеризовать становление многоукладной экономики, развития различных форм собственности и видов предпринимательства, социальную структуру народного хозяйства.

Необходимо по-новому оценивать конечные результаты статистических разработок, которые состоят не только в учете и составлении сводок, но и содержат аналитические выводы. Особое значение имеет усиление прогностической направленности аналитической работы. Она должна содержать элементы предвидения, выявления критических точек роста, указывать на возможные последствия складывающихся ситуаций.

Переход к рыночной экономике обусловливает необходимость внедрения в статистический и бухгалтерский учет *системы национальных счетов* (СНС). Широко применяемая в мировой практике СНС наиболее отвечает особенностям и требованиям рыночных отношений. В этой связи важно развитие профессиональных контактов с *международными статистическими службами ООН*, прежде всего с ее Статистической комиссией.

Статистическая комиссия ООН осуществляет разработку методологии статистических работ, сопоставимости показателей, подготавливает рекомендации для Статистического бюро Секретариата ООН, координирует статистическую работу специализированных органов ООН, осуществляет консультации по вопросам сбора, накопления, разработки, анализа и распространения статистической информации.

Статистическое бюро Секретариата ООН, являясь исполнительным органом, собирает статистическую информацию от государств — членов ООН, публикует эти данные, а также подготавливает доклады по различным вопросам статистики и осуществляет разработку методологических вопросов статистики. Результаты этих работ публикуются в периодических изданиях: «Ежемесячный статистический бюллетень», «Демографический ежегодник», «Ежегодник по внешней торговле» и др.

Вопросы статистики рассматриваются также *региональными экономическими комиссиями* для Европы, Азии и Дальнего Востоии, Латинской Америки, Африки. Международным статистическим органом является *Международный статистический институт* (МСИ), который ведет обобщение научных исследований в области теории и методологии статистики.

Координация деятельности статистических служб стран — членов СНГ осуществляется созданным в 1992 г. *Статистическим комитетом Содружества независимых государств*, в Российской Федерации — Государственным комитетом РФ по статистике (Госкомстатом РФ).

В республиках, входящих в Российскую Федерацию, имеются республиканские статистические комитеты, а в областях (краях) — областные (краевые) управления статистики с разветвленной сетью районных (городских) отделов государственной статистики.

Статистический комитет СНГ призван выполнять ряд важных функций по координации деятельности статистических служб государств — членов Содружества.

Это прежде всего разработка и осуществление на основе взаимных консультаций единой статистической методологии. Обеспечение национальных статистических служб государств — членов СНГ методическими материалами и инструментарием, организация обучения кадров, проведение семинаров и других мероприятий, связанных с переводом статистики на систему национальных счетов, международных стандартов и классификаторов;

обеспечение сопоставимости и преемственности статистических разработок. Формирование сводных статистических данных, необходимых для взаимодействия государств — членов СНГ в политической, социально-экономической, внешнеэкономической деятельности;

публикация систематизированных данных по международной статистике и международным сопоставлениям, обеспечение этими данными государств — членов СНГ;

осуществление взаимодействия с координирующими службами Содружества, обеспечение их необходимой экономико-статистической информацией; анализ хода реализации программ, предусмотренных соглашениями СНГ, и взаимных обязательств; статистическое изучение развития общеевропейского и евроазиатского рынков, интеграции государств — членов СНГ в мировую экономику; статистическое исследование процессов экономических реформ, приватизации и демонополизации, становления рыночных отношений; обеспечение взаимодействия в статистическом изучении и анализе экологических проблем;

методологическое и программное обеспечение проведения переписей населения, единовременных учетов и обследований в области промышленности, в том числе в топливно-энергетическом комплексе, других базовых отраслях — сельском хозяйстве, капитальном строительстве, процессов, происходящих в социальной сфере.

Осуществляемая в народном хозяйстве экономическая реформа ставит на передний план изменение основных функций внутренней и внешней торговли, обеспечивающих переход от распределительного механизма к регулирующему удовлетворению населения товарами народного потребления. Это, в свою очередь, предопределяет требования к *статистике коммерческой деятельности.*

К основным функциям внутренней торговли относятся изучение и определение товарного потенциала регионов, региональных балансов производства — потребления, экономического оборота (ввоза-вывоза) между регионами как отражение сложившегося, объективно существующего разделения общественного труда внутри народнохозяйственного комплекса. Статистические методы должны позволять прогнозировать развитие рынка товаров народного потребления, способствовать рациональному регулированию межрегиональных поставок в соответствии со сложившимся разделением труда и национальными особенностями.

Разработка механизма изучения товарных ресурсов, их перераспределения, создания гибкой информационной базы спроса-предложения товаров народного потребления является первоочередной задачей коммерческих служб.

Основное направление коммерческой деятельности в новых условиях — всемерно способствовать повышению уровня жизни населения. В своей деятельности торговля должна опираться на научно обоснованную систему расчетов, определяющих прожиточный минимум средств на удовлетворение потребностей населения по научно обоснованным нормам потребления основных продуктов питания и непродовольственных товаров. Выполнению этого важного требования будет способствовать разработка статистикой обобщающего показателя измерения уровня жизни населения как по социальным группам и группам доходности, так и по другим отдельным слоям общества.

Совершенствуя механизм обеспечения населения товарами, торговля призвана осуществлять и социальные функции защиты прав потребителя, должна представлять его интересы. Для этого заказ торговли на производство и поставку товаров должен стать основой формирования объемов производства промышленных предприятий и организаций аграрно-промышленного комплекса. В связи с этим целесообразно также предусмотреть эффективную систему штрафных санкций за нарушения договорных условий и гибкую систему учета деятельности этих предприятий по обеспечению товарами народного потребления, включающую показатели не только количественной (затратной) оценки, но и отражающую качество выпускаемых изделий, их соответствие международным стандартам.

Качество товаров тесно связано с политикой цен. Существующая система индексации цен не дает репрезентативных результатов, а практика не обеспечивает корректность расчетов, так как не отражает рост цен на новые товары, не отличающиеся новыми качествами, что не отражает объективно фактическую ситуацию.

В настоящее время ценообразование разошлось с качеством товаров, с анализом их потребительских стоимостей, с фактической издержкоемкостью товаров.

Рыночный механизм ценообразования требует создания гибкой системы статистических показателей как информационной основы моделирования рыночных ситуаций, а на их основе научно обоснованного прогнозирования последствий.

В условиях развития рыночных отношений необходим высокий профессионализм коммерческих работников. Вот почему необходима разработка модели нового торгового специалиста — коммерсанта, в совершенстве владеющего статистической методологией анализа ситуаций и прогнозирования рыночных отношений.

Эффективность и направленность коммерческой деятельности в условиях рыночной экономики определяются критерием максимальной прибыли при оптимальных расходах. Основным достоинством рыночной экономики является принцип саморегулирования производства товаров через выравнивание размеров прибыли. Потребительная стоимость товаров из абстрактного понятия переходит в ранг регулятора, происходит смена затратного механизма на рыночные отношения. Для работы в этих условиях должен быть изменен торговый механизм, а специалисты торговли — коммерсанты, менеджеры, экономисты — должны владеть новыми методами управления, обладать знаниями коммерческого товароведения, методами предвидения последствий принимаемых решений.

С развитием международных экономических отношений начинается процесс создания совместных торговых предприятий с иностранными фирмами. Здесь необходима глубокая проработка комплекса вопросов российскими предпринимателями и их партнерами в зарубежных странах, с одной стороны, а с другой — регулирующих функций в защиту населения от оттока дефицитных товаров за границу и притока некачественных зарубежных товаров. В этой связи важна научно-практическая разработка вопросов организационного, экономического, этического плана в области внешнеэкономических связей, обеспечивающая выполнение их на высоком профессиональном уровне для достижения эффективных результатов.

Как внутренняя, так и внешняя торговля в условиях рыночных отношений нуждается в определенном государственном регулировании. При этом имеется в виду экономическое и правовое их регулирование. К первому относятся система санкций, налоговый контроль, система стандартов, ценовая политика и т. п. Ко второму — правовая защищенность потребителя от диктата производителя, наличие действенного торгового права и надзора торговли за его исполнением. В этих целях подлежат пересмотру многие нормативные акты, действующие в торговле, нужна перестройка ряда аспектов статистической работы, в том числе и статистики коммерческой деятельности на рынке товаров и услуг.

Глава 2

СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

2.1. ПОНЯТИЕ О СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Слово «информация» в переводе с латинского языка означает осведомленность, давать сведения о чем-либо.

Статистическая информация (статистические данные) — первичный статистический материал, формирующийся в процессе статистического наблюдения, который затем подвергается систематизации, сводке, обработке, анализу и обобщению.

Первичный статистический материал — это фундамент статистического исследования.

Статистическое наблюдение — это начальная стадия экономико-статистического исследования. Она представляет собой научно организованную работу по собиранию массовых первичных данных о явлениях и процессах общественной жизни.

Важность этого этапа исследования определяется тем, что использование только объективной и достаточно полной информации, полученной в результате статистического наблюдения, на последующих этапах исследования в состоянии обеспечить научно обоснованные выводы о характере и закономерностях развития изучаемого объекта.

Любое статистическое наблюдение осуществляется с помощью оценки и регистрации признаков единиц изучаемой совокупности в соответствующих учетных документах. Таким образом, полученные данные представляют собой факты, которые так или иначе характеризуют явления общественной жизни. В результате статистической обработки доказательная способность фактов еще более возрастает, что обеспечивает их систематизацию и представление в сжатом виде.

Однако не всякое собирание сведений может быть названо статистическим наблюдением, например наблюдение покупателя за качеством товаров или изменением цен на городских рынках, в коммерческих структурах. Статистическим можно назвать лишь такое наблюдение, которое обеспечивает регистрацию устанавливаемых фактов в учетных документах для последующего их обобщения. Примером могут служить установленные формы отчетности предприятий, записи счетчиков в переписных листах ответов граждан на вопросы программы переписи населения, записи регистраторов для выяснения удовлетворения спроса населения товарами и т. д.

Статистическое наблюдение должно отвечать следующим требованиям.

1. Наблюдаемые явления должны иметь научную или практическую ценность, выражать определенные социально-экономические типы явлений.

2. Непосредственный сбор массовых данных должен обеспечить полноту фактов, относящихся к рассматриваемому вопросу, так как явления находятся в постоянном изменении, развитии. В том случае, если отсутствуют полные данные, анализ и выводы могут быть ошибочными.

3. Для обеспечения достоверности статистических данных необходима тщательная и всесторонняя проверка (контроль) качества собираемых фактов, что является одной из важнейших характеристик статистического наблюдения.

4. Научная организация статистического наблюдения необходима для того, чтобы создать наилучшие условия для получения объективных материалов. В свою очередь, наблюдение должно проводиться по заранее разработанным системе, плану, программе, которые обеспечивают научное решение программно-методологических и организационных вопросов наблюдения.

2.2 ОСНОВНЫЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ ФОРМЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ. ВИДЫ И СПОСОБЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Статистическое наблюдение осуществляется в двух формах: путем предоставления отчетности и проведения специально организованных статистических наблюдений.

Отчетностью называют такую организованную форму статистического наблюдения, при которой сведения поступают в виде обязательных отчетов в определенные сроки и по утвержденным формам.

При этом источником сведений, как правило, являются первичные учетные записи в документах бухгалтерского и оперативного учета. Учетно-статистический аппарат обрабатывает первичные записи в документах, и результаты служат основой составления отчетности.

В практике коммерческой работы отчетность подразделяется на общегосударственную и внутриведомственную. *Общегосударственная отчетность* представляется как в вышестоящую организацию, так и в соответствующие органы государственной статистики. *Ведомственная отчетность* представляется только в вышестоящие органы торговли.

Отчетность подразделяется также на текущую, представляемую в течение года, и годовую. Наиболее полной по составу отображаемых показателей является годовая отчетность.

Специально организованное статистическое наблюдение представляет собой сбор сведений посредством переписей, единовременных учетов и обследований. Примером специально организованного статистического наблюдения могут быть: перепись населения, всякого рода социологические обследования, переписи промышленного оборудования, остатков материалов и другие переписи в промышленности, сельском хозяйстве, строительстве, на транспорте, в торговле и т. п. Организована обширная сеть статистики семейных бюджетов рабочих, служащих и крестьян, которая дает сведения об уровне доходов населения.

Все более необходимыми и значимыми в получении статистической информации становятся социологические обследования как основной источник данных о явлениях и процессах в жизни общества.

Виды статистического наблюдения различаются по времени регистрации данных и по степени охвата единиц исследуемой совокупности.

По характеру регистрации данных во времени различают наблюдение непрерывное, или текущее, и прерывное (периодическое). Последнее, в свою очередь, подразделяется на наблюдение периодическое и наблюдение единовременное.

Текущим (непрерывным) является такое наблюдение, которое ведется систематически. При этом регистрация фактов производится по мере их свершения, например регистрация актов гражданского состояния, учет произведенной продукции, отпуска материалов со склада, выручки магазинов. При текущем наблюдении нельзя допускать значительного разрыва между моментом возникновения факта и моментом его регистрации.

Прерывным (периодическим) называют такое наблюдение, которое повторяется через определенные промежутки времени. Примером периодического наблюдения являются ежегодные переписи скота, проводимые по состоянию на 1 января, регистрация цен ярмарочной торговли на сельскохозяйственные продукты, осуществляемая 25-го числа каждого месяца.

Единовременное (разовое) наблюдение проводится по мере надобности, время от времени, без соблюдения строгой периодичности или вообще проводится единожды. Примером единовременного наблюдения могут служить социально-экономические выборочные обследования, проводимые Научно-исследовательским институтом по изучению спроса на товары народного потребления и конъюнктуры торговли (ВНИИКС). Так, например, широкое распространение получает изучение мнений покупателей о качестве товаров, целесообразности расширения их выпуска и т. п.

По степени охвата единиц изучаемой совокупности различают сплошные и несплошные статистические наблюдения.

Сплошным называют такое наблюдение, при котором обследованию подвергаются все без исключения единицы изучаемой совокупности. Примером сплошного наблюдения (специально организованного) может служить Всесоюзная перепись населения 1989 г. Путем сплошного наблюдения осуществляется получение отчетности от предприятий и учреждений. На статистические органы возложен контроль за надежностью отчетной информации.

Несплошным называют такое наблюдение, при котором обследованию подвергаются не все единицы изучаемой совокупности, а только заранее установленная их часть, например изучение торговых оборотов и цен на городских рынках.

Несплошные наблюдения имеют ряд преимуществ перед сплошным: за счет уменьшения числа обследуемых единиц совокупности они требуют меньших затрат, сил и средств, позволяют применять более детальную программу и более совершенный способ учета фактов, быстрее подводить итоги обследования и, следовательно, повышают оперативность статистического материала.

Несплошное наблюдение организуется по-разному, в зависимости от задачи исследования и характера объекта может быть выборочным, методом основного массива, анкетным, монографическим. Основным видом несплошного наблюдения является выборочное.

Выборочным наблюдением называется наблюдение, при котором характеристика всей совокупности фактов дается по некоторой их части, отобранной в случайном порядке. При правильной организации оно дает достаточно достоверные данные, вполне пригодные для характеристики всей изучаемой совокупности. Выборочное наблюдение широко применяется в различных отраслях народного хозяйства. В промышленности его используют для контроля качества продукции, в сельском хозяйстве — при выявлении продуктивности скота, в контрольных проверках — при переписях скота и других работах. В торговле с его помощью изучают эффективность новых, передовых форм торговли, спрос населения и степень его удовлетворения. Постоянно проводятся выборочные обследования бюджетов семей рабочих, служащих и колхозников и т. д.

Метод основного массива состоит в том, что обследованию подвергается та часть единиц совокупности, у которой величина изучаемого признака является преобладающей во всем объеме. Так, организовано наблюдение за работой городских рынков. Из всех городов и поселков городского типа для наблюдения взято 308 городов. Это наиболее крупные промышленные и культурные центры, в которых проживает свыше 50% всего городского населения. Оборот рынков в этих городах составляет свыше 60% всего товарооборота рыночной торговли.

В *анкетном обследовании* сбор данных основан на принципе добровольного заполнения адресатами анкет (листов опроса). Как правило, заполненных анкет возвращается меньше, чем рассылается. Кроме того, проверить достоверность собранного материала очень сложно. Поэтому такой способ наблюдения может применяться в тех случаях, когда не требуется высокая точность сведений, а нужны приблизительные характеристики. К нему прибегают при проведении социологических обследований, в статистике связи, в библиотеках для опроса читателей, в торговле для изучения спроса населения на отдельные товары и т. д.

Монографическое обследование представляет собой детальное, глубокое изучение и описание отдельных, характерных в каком-либо отношении единиц совокупности. Монографическое обследование проводится в целях выявления имеющихся или намечающихся тенденций в развитии явления или для изучения и распространения передового опыта отдельных хозяйств и т. д. Оно также может применяться для выявления недостатков в работе отдельных предприятий. В торговле с помощью монографического обследования изучается работа магазинов, перешедших на новые формы обслуживания населения, и т. д.

Основанием для регистрации ответов на поставленные при наблюдении вопросы могут служить: показания опрашиваемых лиц, соответствующие документы, непосредственное установление фактов работником, проводящим наблюдение. В связи с этим различают непосредственное наблюдение, документальное наблюдение и опрос.

Непосредственным является такое наблюдение, при котором сами регистраторы путем замера, взвешивания или подсчета устанавливают факт, подлежащий регистрации, и на этом основании производят записи в формуляре наблюдения. Так, при учете остатков товаров в торговле за основу берется их инвентаризация. При переписи оборудования сведения заносятся в формуляр на основе личного осмотра машин и т. д.

При *документальном учете фактов* источником сведений служат соответствующие документы. Этот способ наблюдения используется при составлении предприятиями и учреждениями отчетности на основе документов первичного учета. Поскольку источником сведений при составлении первичных документов является непосредственное наблюдение, то при надлежащей организации первичного учета и правильной разработке на их основе форм статистической отчетности документальный способ наблюдения обеспечивает большую точность сведений.

Так, при переписи оборудования необходимые сведения могут быть получены на основании технических паспортов. В торговле источником таких сведений является паспорт торгового предприятия, содержащий достаточно полную и достоверную информацию о самых разнообразных сторонах его коммерческой деятельности.

Опрос — это наблюдение, при котором ответы на изучаемые вопросы записываются со слов опрашиваемого. К опросу, например, прибегают при проведении переписи населения.

В свою очередь, опрос может быть организован по-разному. В статистике применяются следующие основные способы опроса: экспедиционный (устный опрос), саморегистрации и корреспондентский способ.

Экспедиционный способ заключается в том, что специально подготовленные работники, которых обычно называют счетчиками, или регистраторами, сами устанавливают учитываемые факты путем непосредственного наблюдения на основании документов или опроса соответствующих лиц и сами заполняют формуляр наблюдения. Этот способ обеспечивает получение более доброкачественных материалов. Важнейшие статистические обследования населения проводятся экспедиционным способом.

При *способе саморегистрации (самоисчислении)* соответствующие документы заполняют сами опрашиваемые. Обязанность счетчиков (регистраторов) здесь состоит в раздаче бланков наблюдения опрашиваемым, инструктаже их и затем в сборе заполненных формуляров, которые при этом проверяются.

Корреспондентский способ заключается в том, что сведения в органы, ведущие наблюдение, сообщают их корреспонденты. Этот способ не требует больших затрат, но он не обеспечивает высокого качества материалов, так как проверить точность сообщаемых сведений непосредственно на месте не всегда представляется возможным.

В связи с созданием автоматизированной статистической информационной системы (АСИС) во многом меняется организация сбора, обработки и доставки в статистические органы данных наблюдения. АСИС позволит обеспечить надежной, качественной информацией потребности управления экономикой на отраслевом и региональном уровнях.

2.3. ПРОГРАММНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

При подготовке к проведению статистического наблюдения возникает ряд вопросов, требующих своего решения. Они отражаются в организационном плане статистического наблюдения, который содержит две группы вопросов: программно-методологические, организационные.

К первой группе относятся вопросы, связанные с определением цели, объекта и единицы наблюдения, разработкой программы наблюдения, проектированием формуляров и текста инструкций, установлением источников и способов сбора данных.

Вторая группа включает вопросы об органе наблюдения, сроках и месте проведения наблюдения, составлении предварительных списков единиц изучаемой статистической совокупности, расстановке и подготовке кадров и др.

Каждое статистическое наблюдение проводится с конкретной целью. При организации наблюдения должны быть правильно определены и четко сформулированы его задачи.

Цель наблюдения — это основной результат статистического исследования. Четкое формулирование цели наблюдения необходимо для того, чтобы не допускать сбора излишних и неполных данных.

При организации наблюдения важно точно определить, что именно подлежит обследованию, иначе говоря, установить объект наблюдения.

Объектом статистического наблюдения называется совокупность единиц изучаемого явления, о которых должны быть собраны статистические данные. При определении объекта статистического наблюдения указывают его основные отличительные черты, важнейшие признаки. Например, перед тем, как произвести статистическое обследование коммерческой деятельности предприятий службы быта, нужно точно определить объект наблюдения, т. е. какие предприятия будут к ним относиться. Этот вопрос решается исходя из задач исследования и знания отличительных особенностей изучаемого явления.

Для определения объекта наблюдения при изучении объема розничного товарооборота в государственной и кооперативной торговле необходимо исходить из положений экономической теории о формах собственности, а также из положений о признаках розничного товарооборота. Наряду с определением объекта статистического наблюдения необходимо определить единицу совокупности, а также установить единицу наблюдения.

Единица наблюдения — это первичный элемент объекта статистического наблюдения, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации, и основой ведущегося при обследовании счета.

От единицы статистического наблюдения следует отличать единицу статистической совокупности.

Единица совокупности — это та первичная ячейка, от которой должны быть получены необходимые статистические сведения. Например, при проведении переписи торгового оборудования единицей наблюдения является торговое предприятие, а единицей совокупности — их оборудование (прилавки, холодильные агрегаты и т. д.). При определении объема розничного товарооборота единицами статистической совокупности являются акты купли-продажи товаров населению, а торговые предприятия — единицами наблюдения.

Основным вопросом статистического наблюдения является его программа.

Программой статистического наблюдения называется перечень показателей, подлежащих изучению. От того, насколько хорошо разработана программа наблюдения, во многом зависят качество собранного материала, его ценность.

В программу наблюдения должны включаться только те вопросы, которые отвечают задачам исследования, на которые могут быть получены правдивые, достоверные ответы. Формулировка вопросов имеет большое значение. Они должны быть сформулированы таким образом, чтобы их содержание всюду понималось одинаково.

Статистические формуляры — это бланки определенных форм учета и отчетности. В условиях машинной обработки результатов наблюдения носителями информации служат технические средства: перфокарты, перфоленты, магнитные диски (ленты, карты) и др.

Обязательным элементом статистического формуляра являются титульная и адресная его части. В титульной и адресной его частях указываются наименование наблюдения, кем и когда утвержден, дата представления сведений, наименования предприятий или фамилии, имена и отчества обследуемых лиц и их адреса. Эти сведения необходимы, во-первых, чтобы проверить, все ли отчетные единицы представили сведения, во-вторых, для последующей разработки материалов по отраслевому, территориальному, ведомственному и иным признакам.

Различают два вида носителей информации: индивидуальные и списочные формуляры.

Индивидуальный формуляр содержит сведения об одной единице совокупности (например, формы статистических отчетов о товарообороте № 1-торг и 3-торг заполняются каждой торговой организацией в отдельности).

В *списочном формуляре* содержатся данные по нескольким единицам совокупности. Например, при переписи населения члены каждой семьи записываются в один переписной лист. Списочная форма носителя информации более удобна для машинной обработки, при которой с меньшими затратами производятся такие трудоемкие операции, как шифровка, перфорация и др.

Индивидуальные формуляры легче обрабатывать вручную. К статистическим формулярам составляется инструкция.

Инструкцией называют совокупность разъяснений и указаний, главным образом по программе статистического наблюдения. В инструкции подробно разъясняются цели и задачи исследования, объект и единица статистического наблюдения, указываются способы проведения наблюдения, даются подробные указания к записям ответов на вопросы. В зависимости от сложности программы наблюдения инструкции выпускаются в виде отдельной брошюры либо помещаются на самом бланке документа. Инструкция должна быть написана кратко, просто, указания должны быть ясными и четкими.

2.4 ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

В целях успешного проведения статистического наблюдения разрабатывается *организационный план*. Это основной документ, в котором отображаются важнейшие вопросы организации и проведения намеченных мероприятий. В организационном плане указываются: органы наблюдения, время наблюдения, сроки наблюдения, а также подготовительные работы к наблюдению, в том числе порядок комплектования и обучения кадров, необходимых для проведения наблюдения, порядок его проведения, приема и сдачи материалов, получения и представления предварительных и окончательных итогов и др. При организации статистического наблюдения обязательно должен быть решен вопрос о времени проведения наблюдения, включая выбор сезона наблюдения, установление срока (периода) и критического момента наблюдения.

Сезон (время года) для наблюдения следует выбрать такой, в котором изучаемый объект пребывает в обычном для него состоянии. Например, перепись населения в нашей стране чаще всего проводится зимой, так как наблюдается наименьшее передвижение населения.

Под *периодом (сроком)* проведения наблюдения понимается время начала и окончания сбора сведений.

Время наблюдения — это время, к которому относятся данные собранной информации. Для предупреждения неполного учета или повторного счета для всех единиц статистической совокупности устанавливается единое время регистрации изучаемых показателей.

Критической называют дату, по состоянию на которую сообщаются сведения. При переписях обычно устанавливаются время начала (дата, а иногда и час) и время окончания регистрации наблюдения фактов. Например, Всесоюзная перепись населения 1989 г. проводилась в течение 8 дней, с 12 января по 19 января.

Критическим моментом наблюдения выбирают полночь, момент окончания одних суток и начала других. Так, критическим моментом Всесоюзной переписи населения в 1989 г. было 12 ч ночи с 12 января на 13 января. Все сведения о каждом жителе страны фиксировались такими, какими они были по состоянию на данный момент. Умершие после 12 ч ночи вносились в переписные листы, а родившиеся после 12 ч ночи учету не подлежали и в переписные листы не записывались.

Значительное место в организационном плане статистического наблюдения принадлежит проведению подготовительных работ. Наиболее существенный этап подготовительной работы — составление списка отчетных единиц. Этот список (например, торговых предприятий, предприятий общественного питания и т. п.) необходим как для проверки полноты и своевременности поступивших сведений, так и для определения объема работ и расчета необходимого количества работников для проведения статистического наблюдения.

Важнейшее место в системе подготовительных работ имеют подбор и подготовка кадров, а также инструктаж аппарата учетно-экономических служб, привлеченных для сбора необходимой информации.

В целях успешного осуществления статистического наблюдения немаловажное значение имеют подготовка статистического инструментария (различного рода бланков, инструкций и т. п.), его размножение и своевременное снабжение им персонала, проводящего наблюдение. Наконец, к числу важнейших подготовительных мероприятий относится пропаганда проводимых статистических работ средствами печати, радио, телевидения (разъяснение задач и целей обследования). Все это способствует более успешному их проведению.

2.5. ОШИБКИ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ МЕРЫ ПО ОБЕСПЕЧЕНИЮ НАДЕЖНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Всякое статистическое наблюдение ставит задачу получения таких данных, которые точнее бы отображали действительность. Точность и достоверность собираемой статистической информации — важнейшая задача статистического наблюдения. Под точностью статистической информации понимается уровень соответствия величины изучаемого показателя показателю, получаемому посредством статистического наблюдения, действительному его значению. Чем ближе величина показателей, полученных в результате статистического наблюдения, к фактическим их значениям, тем выше точность статистического наблюдения.

Отклонения или разности между исчисленными показателями и действительными (истинными) величинами исследуемых явлений нашли отражение в показателях, называемых ошибками или погрешностями. Чтобы предупредить их возникновение или уменьшить их размеры, необходимо в процессе подготовки и проведения наблюдения предусмотреть и осуществить ряд мероприятий. Во-первых, необходимо обеспечить правильный подбор и обучение персонала, на который будут возложены проведение наблюдения, систематический контроль за ходом наблюдения, широкая разъяснительная работа. Во-вторых, следует предусмотреть соответствующие меры во избежание сознательного искажения фактов, приписок и т. д., что является не только нарушением государственной дисциплины, но и прямым преступлением, наносящим вред интересам дела.

В зависимости от характера и степени влияния на конечные результаты наблюдения, а также исходя из источников и причин возникновения неточностей, допускаемых в процессе статистического наблюдения, обычно выделяют ошибки регистрации и ошибки репрезентативности (представительности).

Ошибки регистрации возникают вследствие неправильного установления фактов в процессе наблюдения или неправильной их записи. Они подразделяются на случайные и систематические и могут быть как при сплошном, так и несплошном наблюдении.

Случайные ошибки — это, как правило, ошибки регистрации, которые могут быть допущены как опрашиваемыми в их ответах, так и регистраторами при заполнении бланков. Например, записывается цифра не в ту графу или вместо возраста 28 лет записывается 38 лет.

Систематические ошибки могут быть преднамеренными и непреднамеренными. *Преднамеренные ошибки* (сознательные, тенденциозные искажения) получаются в результате того, что опрашиваемый, зная действительное положение дела, сознательно сообщает неправильные данные. Нередки случаи преднамеренного искажения в отчетах сведений об объеме выпущенной продукции, об остатках дефицитного сырья, материалов и т. д. *Непреднаме-*

ренные ошибки вызываются различными случайными причинами (например, небрежностью или невнимательностью регистратора, неисправностью измерительных приборов и т. п.).

Ошибки репрезентативности (представительности) свойственны несплошному наблюдению. Они возникают в результате того, что состав отобранной для обследования части единиц совокупности недостаточно полно отображает состав всей изучаемой совокупности, хотя регистрация сведений по каждой отобранной для обследования единице была проведена точно. Ошибки репрезентативности (так же, как и ошибки регистрации) могут быть случайными и систематическими.

Случайные ошибки репрезентативности — это отклонения, возникающие при несплошном наблюдении из-за того, что совокупность отобранных единиц наблюдения неполно воспроизводит всю совокупность в целом. Величина случайной ошибки репрезентативности может быть оценена с помощью соответствующих математических методов.

Систематические ошибки репрезентативности — это отклонения, возникающие вследствие нарушения принципов случайного отбора единиц изучаемой совокупности. Размеры систематической ошибки репрезентативности не поддаются количественной оценке.

Для выявления и устранения допущенных при регистрации ошибок может применяться счетный и логический контроль собранного материала.

Счетный контроль заключается в проверке точности арифметических расчетов, применявшихся при составлении отчетности или заполнении формуляров обследования.

Логический контроль заключается в проверке ответов на вопросы программы наблюдения путем их логического осмысления или путем сравнения полученных данных с другими источниками по этому же вопросу.

Примером логического сопоставления могут служить листы переписи населения. Так, например, в переписном листе двухлетний мальчик показан женатым, а девятилетний ребенок — грамотным. Ясно, что полученные ответы на вопросы неверны. Подобные записи требуют уточнения сведений и исправления допущенных ошибок. Примером сравнения могут быть сведения о заработной плате работников промышленного предприятия, которые имеются в отчете по труду и в отчете по себестоимости продукции. В торговле примером такого логического контроля может служить сопоставление сведений о фонде оплаты труда, содержащихся как в отчетности по труду, так и в отчете по издержкам обращения.

Указанные приемы проверки статистических данных путем счетного и логического контроля могут быть использованы при проверке как материалов специальных статистических наблюдений, так и отчетности.

2.6 ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ ОРГАНИЗАЦИИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОТЧЕТНОСТИ

Статистическая отчетность — это официальный документ, в котором содержатся сведения о работе подотчетного объекта, занесенные на специальную форму. Статистическая отчетность чаще всего базируется на данных бухгалтерского учета.

Первичный учет представляет собой регистрацию различных фактов (событий, процессов и т. п.), производимых по мере их свершения и, как правило, на первичном учетном документе. Примером может служить свидетельство о рождении ребенка. В торговле к первичным учетным документам относятся наряды на отпуск товаров, счета-фактуры, накладные и т. п.

В функции первичного учета входят операции наблюдения, т. е регистрация данных и подсчет итогов.

Первичный учет — неотъемлемая функция всех предприятий, учреждений и организаций. Без такого учета их деятельность немыслима. Четко налаженный первичный учет и отчетность имеют большое значение.

Программа и принципы организации первичного учета должны исходить из интересов, потребностей и условий деятельности предприятия (учреждения, организации и т. п), а также из потребностей вышестоящих органов и народного хозяйства в целом.

Отчетность как форма статистического наблюдения основана на первичном учете и является его обобщением.

Руководство статистической отчетностью и ее организация возложены на органы государственной статистики. Каждое предприятие или учреждение представляет установленные формы статистической отчетности, характеризующие различные стороны их деятельности.

Все формы статистической отчетности утверждают органы государственной статистики. Представление отчетности по неутвержденным формам рассматривается как нарушение отчетной дисциплины, за что руководители предприятий и ведомств несут ответственность. В торговле по полной программе представление отчетности осуществляется лишь теми торговыми предприятиями и организациями, которые состоят на самостоятельном балансе. При этом все торгующие организации как в центре, так и на местах представляют органам государственной статистики копии всех своих статистических отчетов, направляемых ими по линии своего министерства или ведомства.

Перечень отчетности является списком форм отчетности с указанием их важнейших реквизитов.

Основные реквизиты отчетности: 1) наименование формы отчетности; 2) номер и дата утверждения формы отчетности; 3) адрес, в который следует представлять отчетность; 4) период, за который представляются сведения или на какую дату; 5) сроки представления отчетности; 6) название предприятия или учреждения, которое представляет отчет, и его адрес: 7) название министерства (ведомства), которому подчинено предприятие; 8) подписи должностных лиц, ответственных за составление отчета.

Программа отчетности — система показателей деятельности торгового предприятия. В отчете могут быть также представлены показатели, не предусмотренные в работе торгового предприятия. В этом случае их собирают для того, чтобы глубже изучить факторы, влияющие на рентабельность торгового предприятия.

По своему содержанию формы отчетности бывают типовыми (общими) и специализированными.

Общая отчетность — это отчетность, содержащая одни и те же данные для определенной отрасли народного хозяйства и для предприятий (учреждений и т. п.) всего народного хозяйства.

В *специализированной отчетности* содержатся специфические показатели отдельных отраслей промышленности, сельского хозяйства и т. п.

По периоду времени, за который представляется отчетность, по его длительности различают отчетность текущую и годовую. Если сведения представляются за год, то такую отчетность называют *годовой*. Отчетность же за все другие периоды в пределах менее года, соответственно квартальная, месячная, недельная и т. п., называется *текущей*.

По способу представления различают отчетность срочную, когда сведения представляются по телетайпу, телеграфу, и почтовую. Срочная отчетность может иметь любую периодичность: недельную, двухнедельную, месячную и даже полугодовую и годовую.

При переходе к рыночной экономике изменяются государственная статистика, ее организационные структуры. Она может и должна внести вклад в обеспечение переустройства хозяйственной системы и прогресса преобразования политических структур. Это коренной вопрос для работников статистики всех уровней.

За годы командно-административного управления статистическая отчетность неоправданно разбухала от стремления вышестоящих органов властно вмешиваться в процесс организации производства, определения контрагентов предприятий, а также в распределение и использование их ресурсов и т. п. При переходе к рыночным отношениям из всех видов статистической отчетности исключаются плановые показатели с отображением только фактических данных. Ведется сокращение оперативной отчетности, которая перегружает статистику. Принято решение об отмене ряда форм межотраслевой статистической отчетности. Это касается многих видов внутрипроизводственной информации (например, отчеты заводов о работе литейных и кузнечно-прессовых цехов, ремонте электрооборудования, об аттестации рабочих мест, наличии предприятий, вырабатывающих полуфабрикаты, об объеме их выработки, об упаковочных тканях повторного использования, наличии грузов на холодильниках и др.).

Методы и формы организации статистической отчетности дифференцируются применительно к различным социальным типам предприятий и форм предпринимательства — к государственным, в том числе арендным, акционерным, кооперативным, с привлечением иностранного капитала, а также связанным с индивидуальными видами деятельности.

Обеспечение необходимой статистической информацией вышестоящих управленческих звеньев решается в рамках устанавливаемого состава государственной отчетности, а также на основе договорных отношений при предпосылке равенства сторон. При взаимном интересе предприятия добровольно (за плату или бесплатно) могут передавать вышестоящему управленческому звену любой объем информации, а также отказаться от этого, если это не выгодно. В такой ситуации органы государственной статистики могут отказываться от права и обязанности утверждать всю внутриведомственную (министерств, ассоциаций, концернов и т. п.) отчетность. Часть ведомственной информации, необходимой для полноты характеристики народнохозяйственных процессов, переводится в государственную статистическую отчетность.

2.7. ПЕРЕПИСИ И ДРУГИЕ ВИДЫ СПЕЦИАЛЬНО ОРГАНИЗОВАННОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Среди приемов статистического наблюдения наибольшее распространение получили переписи.

Перепись — это специально организованное статистическое наблюдение, основная задача которого состоит в учете численности и характеристике состава изучаемого явления путем записи в статистический формуляр данных по обследуемым единицам статистической совокупности.

Статистические сведения о развитии народного хозяйства и культуры дают предприятия, организации и учреждения в статистической отчетности. Потребности в разносторонних статистических материалах настолько велики, что наряду со статистической отчетностью переписи имеют большое значение, а в некоторых случаях материалы переписей дополняют и проверяют данные отчетности.

Различают два вида переписей. Первый — это переписи, в которых статистические формуляры заполняют на основе материалов первичного учета. Такие переписи называют ***единовременным учетом***. Примером являются переписи остатков различных материалов, оборудования, учет посевных площадей и т. п.

Этот вид переписи все более необходим и приобретает все большее значение в сборе статистической информации.

В условиях перехода экономики к рынку на основе единовременных учетов решаются вопросы, связанные с анализом накопленного производственного потенциала, его научно-технических характеристик. Их объектом являются также жилищные условия, состав семей, обеспеченность их товарами культурно-бытового и хозяйственного назначения, бюджет времени различных групп трудящихся, их денежные сбережения, условия отдыха в период отпусков и т. д., относящиеся к уровню жизни населения.

Второй вид — это переписи, при которых формуляры заполняются на основе специально организованной регистрации фактов, например перепись населения.

Перепись населения — научно организованная статистическая операция для получения данных о численности, составе и размещении населения.

При проведении переписи населения составляется программа. Программа переписи населения излагается в переписном листе, который может состоять из индивидуальных карт или представляет собой список на некоторое число переписываемых. В последние годы при проведении переписей населения переписной лист составлялся на отдельную семью, квартиру, комнату в общежитии. Такой порядок позволяет экономить время на записях адресной части, оставлять место для еще не переписанных членов семьи и, таким образом, полнее вести счет населения. Индивидуальные листы более удобны в употреблении, особенно при проверке данных и машинной их разработке. Переписные листы переписи населения 1979, 1989 гг. одновременно являлись и носителями информации — прямо вводились в машину.

Для разработки материалов переписи на электронных машинах более удобна карточная форма. Для механического считывания данных применяется не простое заполнение ответов, а различные условные обозначения этих ответов, а иногда и подчеркивание одного из них.

Материалы переписи всесторонне обобщаются по заранее составленным макетам разработочных простых и комбинированных таблиц. При точной и надежной документации эти разработки, проводимые также машинами, дают хороший материал для анализа.

В настоящее время кроме переписей большое распространение получили социально-демографические обследования. Таким примером является выборочное обследование населения в 1985 г. Его задачи состояли в получении следующих сведений: о половом, возрастном, брачном, национальном, образовательном, социальном и семейном составе населения; об экономической активности людей, источниках средств к существованию, среднемесячном доходе; об образовательном составе трудовых ресурсов и возможности использования в общественном производстве лиц нетрудоспособного возраста, не занятых в нем; о миграционной подвижности населения; подробной характеристики брачного состояния и хронологии его изменения; развернутой демографической характеристики деторождения и действенности некоторых мер демографической политики: о жилищных условиях населения; об общественном мнении по поводу развития социальной сферы.

Обследование проводилось по состоянию на 12 ч ночи с 1 января 1985 г. в течение 10 дней специально подготовленными счетчиками путем опроса постоянного населения. Им было охвачено 5% населения страны.

3 2126

2.8. ПУТИ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Важнейшие задачи статистики в новых условиях хозяйствования — это всестороннее исследование происходящих в обществе глубоких преобразований, экономических и социальных процессов посредством научно обоснованной системы показателей, а также обобщение и прогнозирование тенденций развития народного хозяйства, выявление имеющихся резервов роста эффективности общественного производства.

Конкретные пути и направление решения этих проблем закреплены в концепции создания автоматизированной статистической информационной системы. Основные из них — разработка научно обоснованной системы статистических показателей и научная организация статистического наблюдения.

В настоящее время действует система статистических показателей социально-экономического развития, которая является единой для всех уровней управления, обеспечивается единой методологией их исчисления. В целом система статистических показателей призвана обеспечить получение информации, всесторонне характеризующей состояние и развитие экономической, социальной, политической и общественной жизни во всех сферах и на всех уровнях управления.

Статистическое наблюдение обеспечивает получение необходимых данных о количественных значениях тех или иных показателей и, естественно, должно изменяться в соответствии с требованиями системы статистических наблюдений.

Важнейшим направлением совершенствования статистического наблюдения в рамках создания автоматизированной статистической информационной системы является обеспечение повышения содержательности, достоверности и оперативности отчетных данных на основе органического сочетания текущей отчетности, переписей, единовременных учетов, выборочных и монографических обследований.

Основные принципы формирования системы статистического наблюдения состоят в следующем: сплошная статистическая регулярная отчетность должна содержать, как правило, систему отчетных показателей и обеспечивать возможность оперативного контроля за ходом выполнения плановых программ; выборочные обследования, перепись, учеты, цензы призваны обеспечивать получение количественных значений статистических показателей с целью их последующего экономического анализа.

В этих условиях понятие «статистическая отчетность» может сохраниться лишь для тех форм статистической документации, где превалируют отчетные показатели. Что касается системы отчетных показателей, то ее цель — контроль за ходом выполнения и достижения контрольных цифр, государственных заказов, соблюдение установленных нормативов и лимитов.

При совершенствовании системы статистического наблюдения необходимо также учитывать, что в настоящее время значительно меняются организационная структура управления народным хозяйством, формы и методы ведения хозяйства. В частности, применяются различные модели хозяйственного расчета, активно формируются малые и совместные предприятия, акционерные общества, расширяется сфера применения арендных отношений. Учитывая сложность поставленной задачи как в научном, так и в организационном плане, статистическим органам предстоит разработать и осуществить программу совершенствования организации статистического наблюдения.

Программный подход позволит проводить целевой комплекс мероприятий по совершенствованию системы статистического наблюдения — от постановки вопросов до разработки конкретных форм отчетности.

Разработаны следующие основные направления совершенствования системы статистического наблюдения: прежде всего формирование на базе системы статистических показателей социально-экономического развития перечня важнейших мероприятий за ходом и выполнением реализации экономических реформ в системе народнохозяйственного управления; методика важнейших показателей, учитываемых при проведении переписей, единовременных, выборочных и монографических обследований.

Показатели должны быть максимально ориентированы на методологию, применяемую для международных статистических сопоставлений, а также свободными от конъюнктурных наслоений периода застоя.

Предлагается разработать и внедрить в практику статистической системы цензов ряд регулярно предоставляемых отчетных показателей.

Ценз содержит в себе ряд признаков (обычно в количественном выражении), наличие которых при проведении статистических работ (переписи, выборочные обследования и т. п.) служит основанием для отнесения объекта к исследуемой совокупности.

Систему цензов можно применить также и для проведения единовременных учетов и обследований, охватывая ими лишь предприятия или организации, преобладающие в изучаемой совокупности.

Установление цензов, проведение выборочных и монографических обследований не получили еще широкого распространения в практике. Кроме того, требуется разработка специальных методик для распространения результатов этих видов статистического наблюдения на всю исследуемую совокупность.

Исходя из программы совершенствования системы статистического наблюдения, предлагается следующая последовательность этапов ее разработки и реализации.

1. Определение перечня статистических показателей, характеризующих важнейшие экономические процессы, для сплошного наблюдения, а также перечня показателей и объектов статистического наблюдения, информация по которым может быть получе-

3*

на при помощи переписей, выборочного наблюдения и единовременных учетов.

2. Разработка и внедрение форм отчетности для сплошного наблюдения, а также форм и программ выборочного наблюдения и необходимого математического аппарата для распространения данных выборочного наблюдения на всю совокупность объектов.

3. Разработка системы цензовой отчетности и необходимого математического аппарата для распространения данных цензовой отчетности на всю совокупность объектов.

4. Обучение экономистов методам выборочных, монографических обследований и цензовой отчетности.

Глава 3

СТАТИСТИЧЕСКАЯ СВОДКА. ГРУППИРОВКА. ТАБЛИЦЫ

3.1. ПОНЯТИЕ О СТАТИСТИЧЕСКОЙ СВОДКЕ

Получаемая в процессе статистического наблюдения информация об отдельных единицах статистической совокупности характеризует их, как правило, с различных сторон. Например, при изучении торговли района собранные статистические данные о коммерческой деятельности отдельных торговых предприятий содержат соответствующую оценку работы каждого из них. Однако обобщающую характеристику по торговым предприятиям в целом можно получить, систематизируя и обобщая полученную информацию, а также сводку, являющуюся второй стадией статистического исследования, в процессе которого осуществляется научная обработка собранного материала. В результате этого этапа индивидуальные данные превращаются в упорядоченную систему статистических показателей, дающих возможность в целом оценить коммерческую деятельность торговых предприятий, выявить закономерности их развития.

Таким образом, *статистическая сводка* — систематизация единичных фактов, позволяющая перейти к обобщающим показателям, относящимся ко всей изучаемой совокупности и ее частям, и осуществлять анализ и прогнозирование изучаемых явлений и процессов.

Применение соответствующих приемов статистической сводки обусловлено характером и формами развития изучаемых явлений. С их изменением должны видоизменяться и способы осуществления статистической сводки. Переход на рыночную экономику объективно меняет принципиальные подходы и ко второй стадии статистического исследования.

Статистические сводки различаются по ряду признаков: по сложности построения, месту проведения и способу разработки материалов статистического наблюдения.

По сложности построения сводка может прежде всего представлять общие итоги по изучаемой совокупности в целом без какой-либо предварительной систематизации собранного материала. Она определяет общий размер изучаемого явления по заданным показателям. Это так называемая простая сводка. Она может быть вспомогательной, если содержащаяся в ней информация используется в дальнейшем для углубленного изучения статистической совокупности.

Однако сбор сведений и итоговое их обобщение могут иметь самостоятельное значение. Ценность этого вида сводки возрастает в условиях рыночной экономики, поскольку и итоговые данные по основным показателям могут быть получены быстро и служить основой для принятия оперативных управленческих решений, связанных со сложившейся по конкретным товарам конъюнктурой рынка. Так, нередко в практике коммерческой деятельности обобщенные данные в целом, например о состоянии товарных запасов, поступлении в реализацию отдельных товаров, о выполнении поставщиками своих договорных обязательств, имеют первостепенное значение для обеспечения нормального торгово-закупочного процесса, внесения необходимых коррективов в его осуществление.

Статистическая сводка в широком ее понимании предполагает систематизацию и группировку цифровых данных, характеристику образованных групп системой показателей, подсчет соответствующих итогов и представление результатов сводки в виде таблиц, графиков.

Выделение однородных в социально-экономическом отношении групп является основой статистической сводки исходной информации, непременным условием ее научной разработки и практического использования в коммерческой работе.

Вся многогранная и сложная работа по статистической сводке исходной информации подразделяется на следующие этапы:

1) формулировка задачи сводки на основе целей статистического исследования;

2) формирование групп и подгрупп, определение группировочных признаков, числа групп и величины интервала. Решение вопросов, связанных с осуществлением группировки, включая выделение существенных признаков, установление специализированных интервалов, построение комбинированных группировок;

3) осуществление технической стороны сводки, т. е. проверка полноты и качества собранного материала, подсчет различных итогов и исчисление необходимых показателей для характеристики всей совокупности и ее частей.

Статистическая сводка осуществляется по специально составленной программе, содержание которой в большинстве своем отражается в системе макетов разработочных таблиц, позволяет получать данные по многим признакам и охарактеризовать объект, его отдельные части многочисленными показателями. В программе также указываются способы сводки данных статистического наблюдения.

Способ разработки статистической сводки может быть централизованным и децентрализованным.

При *централизованной сводке* все данные сосредоточиваются в одном месте и сводятся по разработанной методике. При *децен-*

рализованной сводке обобщение материала осуществляется снизу доверху по иерархической лестнице управления, подвергаясь на каждом из них соответствующей обработке. В условиях изменения форм хозяйствования, реальных рыночных отношений принципиально меняются приемы осуществления сводки статистической информации.

1. Сокращается общегосударственная и отраслевая отчетность, а объем и разнообразие данных, связанных с рынком и коммерческой деятельностью в самих предприятиях и других уровнях, возрастают. Происходит упорядочение способов получения, сводки и использования каждой единицы информации.

2. Развиваются такие источники данных, как выборочное обследование, единовременные учеты и другие пути получения необходимых сведений для управления коммерческими процессами, главным образом в низовых и средних звеньях отрасли.

3. Для координирующих, регулирующих целей, обеспечивающих пропорциональное территориально-отраслевое развитие всего общества, централизованная форма сводки также будет совершенствоваться, изменяться по содержанию.

4. Методы и формы организации статистической отчетности как один из видов сводки предполагается дифференцировать с обязательным условием сводимости применительно к различным социальным типам предприятий (государственным, в том числе арендным, акционерным, кооперативным и другим формам хозяйствования) с тем, чтобы в полной мере характеризовать становление многоукладности экономики, социальную структуру народного хозяйства, в том числе и торговли.

На современном этапе в связи с изменениями порядка сбора, обработки и выдачи информации, происходящими на основе создания автоматизированных рабочих мест с использованием ПЭВМ, соотношение в способах систематизации информации складывается в пользу децентрализованной сводки. Она преимущественно применяется в тех низовых звеньях, где был получен материал. В последующих разделах будет рассмотрена методика приемов обобщения и систематизации данных, которая может быть использована в коммерческой деятельности.

Положив начало научной систематизации и обработке исходной информации, сводка и группировка статистических данных служат тем самым базой для осуществления всестороннего анализа и прогнозирования коммерческой деятельности на рынке товаров и услуг.

3.2 МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГРУППИРОВОК, ИХ ЗНАЧЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ ИССЛЕДОВАНИИ

Сводка статистической информации, как правило, не огр... на-чивается получением общих итогов по изучаемой совок... делиям Чаще всего исходная информация на этой стадии стат... машинам

работы систематизируется, образуются отдельные статистичес
совокупности, т. е. осуществляется статистическая группиро
Причем различающиеся между собой единицы статистической со
вокупности по значениям изучаемого признака можно объедини
в группы (по их сходству или различию в существенном отноше
нии).

Например, признак квалификации продавцов представлен тре
мя категориями: первой, второй, третьей. При расчленении сово
купности продавцов по этому признаку получают группы комме
ческих работников по квалификации. Их можно дифференцировать
и по стажу работы. Однако и здесь, систематизировав всю числен
ность продавцов по признаку продолжительности времени работы
их можно объединить в отдельные группы по стажу, например,
3-летним интервалом: до 3 лет, 3—6, 6—9, 9—12 и т. д.

Опираясь на диалектическое единство синтеза и анализа как
дополняющих друг друга способов познания, допуская определен-
ную степень абстракции, статистическое исследование производит
расчленение множества единиц изучаемой совокупности на разли-
чающиеся между собой, но внутренне однородные части и одно-
временно с этим объединяет их в типичные группы по существен-
ному для них признаку. Именно при таком подходе к изучению
социально-экономических явлений группировки являются важ-
нейшим методом статистического исследования, позволяющим уло-
вить переход количественных изменений в качественные, выявить
закономерности их развития.

Существование множества форм развития социально-экономи-
ческих явлений, а также конкретных целей исследования и неод-
нородных по содержанию исходных данных обусловливает необ-
ходимость осуществления разнообразных приемов группировок.
Их методологическую сущность можно сформулировать следую-
щим образом: *группировка — это процесс образования однородных
групп на основе расчленения статистической совокупности на ча-
сти или объединение изучаемых единиц в частные совокупности
по существенным для них признакам.*

Иначе говоря, в зависимости от содержания и форм изучае-
мых признаков статистические группировки образуются или по-
средством разделения совокупности на отдельные части, характе-
ризующиеся внутренней однородностью и различающиеся между
собой рядом признаков, или благодаря объединению в группы еди-
ниц совокупности по типичным признакам. Результатом осущест-
ления этого двуединого процесса является разделенный на груп-
[illegible] объект наблюдения.

[illegible]лагая информацией по совокупности торговых предпри
[illegible]осуществить группировку по одному или нескольким
[illegible] признаков: объему товарооборота, численности ра
[illegible]чине основных фондов и др. Признаки, по которым
рал[illegible] определение единиц наблюдаемой совокупности
[illegible]аются *группировочными признаками, или осно*
При[illegible]
в одном м[illegible]и. Их правильный выбор определяется научны

анализом законов развития тех явлений и процессов, по признакам которых и образуются различные группы.

Особым видом группировок являются *классификации*, получившие широкое распространение в статистике. Объективная необходимость разработки классификации обусловлена многообразием атрибутивных признаков при изучении многочисленных явлений и процессов (классификации по труду, основным фондам, объему выпуска товаров и др.), создающих трудности при отнесении единиц совокупности к определенной группе или классу. При наличии нескольких признаков у отдельной единицы статистической совокупности ее относят к определенной группе по признаку, имеющему преимущественное значение: кассир и продавец, шофер и грузчик и т. п.; в подобных случаях этих работников относят к конкретной группе по их основной деятельности.

Классификация, представляющая собой устойчивую номенклатуру классов и групп, образованных на основе сходства и различий единиц наблюдаемого объекта, имеет фундаментальное значение для всего цикла статистических работ, особенно для составления баланса народного хозяйства, позволяющего следить за пропорциональностью экономического развития отдельных регионов. С помощью классификации общественных явлений вариация их признаков фиксируется в определенном системном виде. Классификации выступают в роли своеобразного статистического стандарта. Из множества такого рода номенклатур в качестве примера можно привести несколько классификаций из числа действующих в настоящее время: классификация производимой продукции, товаров народного потребления, учитываемых в розничном товарообороте, издержек обращения, а также классификации по труду — по профессиям, занятиям и др.

В современных условиях, связанных с переходом к рыночной экономике, возникает потребность внесения соответствующих коррективов в действующие классификации и создания новых, отвечающих задачам коммерческой деятельности коллективов магазинов, объединений, ассоциаций и других предприятий, организаций торговли. Это прежде всего классификации деклараций доходов отдельных лиц или их групп, работающих в разных отраслях народного хозяйства, расширения номенклатуры продукции промышленности, классификации типов покупателей по характеру спроса, роду занятий, размеру и составу семьи и т. д., сегментации рынка, т. е. разделения покупателей на группы по целому комплексу, по ряду количественных характеристик, связанных с потребительскими свойствами товаров, и др.

Наряду с этим в условиях рынка многократно возрастает потребность в соответствующей систематизации и группировке информации для характеристики договорных связей торговых предприятий с производителями товаров в исследовании емкости и насыщенности рынка отдельных регионов по конкретным изделиям (например, холодильникам, стиральным и швейным машинам и др.), в изучении интенсивности покупательских потоков в отдельных магазинах и т. д.

Одно из требований, предъявляемых в процессе осуществления группировки, состоит в том, что образуемые группы должны быть реальными. Но это не означает, что они существуют в действительности в готовом виде. Чаще всего для их получения необходимы глубокое и всестороннее осмысление цели исследования, оценка исходной информации и учет других обстоятельств, связанных с изучаемым объектом. Только исходя из всей этой теоретико-методологической основы, делается заключение о возможных группах, способах образования и выделения их из всей совокупности. Этот вопрос является наиболее сложным и ответственным во всей методологии статистических группировок.

Значение статистических группировок состоит в том, что они раскрывают объективное положение вещей и выявляют самые существенные черты и свойства изучаемых явлений, а также позволяют получать информацию о размерности отдельных групп, соотношении их в общей совокупности и о связях между изучаемыми показателями, характеризующими выделенные части, и признаками, положенными в основу группировки. Этого можно достичь в том случае, когда применение метода статистических группировок опирается на положения экономической науки.

3.3. ЗАДАЧИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГРУППИРОВОК, ИХ ВИДЫ

Содержание и приемы группировок многообразны. Различны и задачи, выполняемые ими. Однако принято выделять следующие основные задачи, решаемые с помощью метода статистических группировок: образование социально-экономических типов явлений; изучение строения изучаемых явлений и структурных изменений, происходящих в них; выявление связи между изучаемыми признаками.

Для решения этих задач соответственно применяют типологические, структурные и аналитические группировки. Следует отметить, что приведенная классификация статистических группировок по выполняемым ими задачам имеет некоторую условность, поскольку они на практике применяются в комплексе. Это обусловлено многогранностью процессов, протекающих в общественной жизни, в том числе и в коммерческой деятельности.

Типологические группировки. Важнейшим их содержанием является выделение из множества признаков, характеризующих изучаемые явления, основных типов в качественно однородные.

Типологические группировки широко применяются в экономических, социальных и других исследованиях. Необходимость проведения типологической группировки обусловлена прежде всего потребностью теоретического обобщения первичной статистической информации и получения на этой основе обобщающих статистических показателей. Именно в выделении социально-экономических типов явлений, позволяющих проследить зарождение, развитие и

отмирание их, состоит основная задача типологических группировок.

При использовании метода типологических группировок важное значение имеет правильный выбор группировочного признака. При атрибутивном признаке с незначительным разнообразием его значений число групп определяется свойствами изучаемого явления: группировка населения по половозрастному признаку, предприятий торговли — по формам собственности и т. д.

Выделение типов на основе количественного признака состоит в определении групп с учетом значений (величины) изучаемых признаков. При этом очень важно правильно установить *интервал группировки*, на основе которого количественно различаются одни группы от других, намечаются границы выделения их нового качества.

Многообразие общественных явлений обусловливает необходимость дифференцированного подхода к образованию и использованию типологических группировок.

Наряду с выделением типов хозяйств, разделением населения по социальным группам в практике коммерческих служб торговли и быта выделяются однородные группы, которые различаются между собой качественными особенностями. Эту многоярусность типологических группировок необходимо определять, поскольку социально-экономическую их сущность нельзя беспредельно расширять. Например, группировку магазинов по специализации (продовольственные, непродовольственные, смешанные) не следует ставить в один ряд с социально-экономическими группировками, так как она отражает определенную специфику в характере организации труда и торгового процесса. Среди продовольственных могут быть магазины, разные по формам собственности, организации труда и другим признакам, которые нельзя включать в одну социально-экономическую группу.

Таблица 3.1

Распределение промышленной продукции, произведенной в различных формах хозяйствования за отчетный период

Группы предприятий по формам хозяйствования	Объем промышленной продукции, млрд. руб.	В % к итогу
Государственные, с традиционными методами управления	405,0	89,20
Арендные	19,0	4,19
Кооперативные	30,0	6,61
Всего	454,0	100,0

Приведем пример типологической группировки (табл. 3.1).

Приведенные данные характеризуют социально-экономический состав промышленной продукции, а также свидетельствуют о возникших в последнее время новых формах хозяйствования. Происходят изменения в социальной занятости работников в народном хозяйстве: увеличилось число работников в кооперативном и индивидуальном секторах экономики, что является отражением страловиях перехода к рыночной экономике.

Структурные группировки. Выделенные типы явления с помощью типологической группировки могут изучаться с точки зрения их структуры и состава. При этом используются структурные группировки. Это группировки, используемые для изучения строения изучаемой совокупности. В большинстве своем структурные группировки производятся на основе образования качественно однородных групп, хотя нередко они применяются и без предварительного расчленения совокупности на части.

Таблица 3.2

Группировка торговых предприятий района по объему товарооборота (в процентах к итогу)

Группы магазинов по объему товарооборота, тыс. руб.	Число магазинов	Розничный товарооборот	Торговая площадь
А	1	2	3
До 1700	21,87	11,22	18,05
1700—2000	28,13	19,04	21,38
2000—3000	21,87	20,00	19,08
3000—4200	15,63	22,23	19,47
Свыше 4200	12,50	27,51	22,02
Всего	100,0	100,00	100,00

С помощью структурных группировок изучается, например, состав товарооборота по товарным группам; торговая сеть — по специализации; работники торговли — по профессиям, возрасту, стажу работы, образованию и т. д. Так, группировка по образованию за ряд лет может характеризовать качественные сдвиги в рабочей силе по данному признаку. Структурная группировка, кроме того, позволяет оценить процесс концентрации, если в их основание положен существенный признак, что видно из данных табл. 3.2.

Приведенная в табл. 3.2 группировка содержит систему показателей, характеризующих структуру изучаемой совокупности по ряду признаков, концентрацию торгово-закупочного процесса, нашедшего свое выражение в укрупнении магазинов по величине товарооборота. Крупные магазины имеют большую долю в обороте, чем в общей их численности. Данная группировка, кроме того, позволила выявить определенную последовательность в изменении показателей, характеризующих выделенные части. На практике структурная группировка с комплексным решением задач встречается довольно часто. Однако в коммерческой деятельности нередко применяется другой вид группировки. Так, для изучения явления, а также связи между отдельными признаками явления используются аналитические группировки.

В торговле и сфере быта встречается большое разнообразие взаимосвязей между признаками, выступающими в роли причины или следствия явления. Из них можно выделить следующие:

1) когда фактором выступает количественный признак, а результативным — качественный (стаж работы и квалификация продавца, продолжительность договорных связей между поставщиками товаров и предприятиями торговли, с одной стороны, и качеством товаров — с другой);

2) когда в основу группировки положен качественный признак, а результативным — представлен количественный (например, квалификация продавцов и производительность их труда);

3) когда в роли фактора и результата выступает качественный признак (например, категории работников торговли и их образование);

4) когда в группировке факторный и результативный показатели представлены количественным признаком (например, производительность труда и заработная плата).

Наиболее распространенный вид коммерческих связей представлен в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Качество продукции и продолжительность договорных связей поставщиков с магазином

Продолжительность связей магазина с поставщиками, лет	Число поставщиков		Доля стандартной продукции, %
	абсолютная величина	% к итогу	
А	1	2	3
До 3	4	16	73
3—7	9	36	78
7—11	7	28	85
Свыше 11	5	20	98
Итого	25	100,0	88,5

Данные группировки позволяют сделать вывод о том, что устойчивые и надежные хозяйственные связи между сторонами, основанные на договорах, оказывают положительное влияние также и на качество поставляемых товаров.

Комбинированные группировки. Образование групп по двум и более признакам, взятым в определенном сочетании, называется комбинированной группировкой. При этом группировочные признаки принято располагать, начиная с атрибутивного, в определенной последовательности, исходя из логики взаимосвязи показателей.

Применение комбинированных группировок обусловлено многообразием экономических явлений, а также необходимостью их всестороннего изучения. Но увеличение числа группировочных признаков ограничивается уменьшением наглядности, что снижает

...мером комбинированной группировки может служить разделение образованных групп по формам хозяйствования на подгруппы по уровню рентабельности (доходности) или по другим признакам (производительность труда, фондоотдача и т. д.).

3.4. ПРИНЦИПЫ ВЫБОРА ГРУППИРОВОЧНОГО ПРИЗНАКА. ОБРАЗОВАНИЕ ГРУПП И ИНТЕРВАЛОВ ГРУППИРОВКИ

Социально-экономические явления отличаются большим многообразием форм своего развития, и поэтому при группировке встает вопрос о выборе того признака, который адекватен цели исследования и характеру исходной информации. Руководствуясь теоретическими положениями экономической науки и исходя из задач исследования, для осуществления группировки необходимо из множества признаков выбрать определяющие.

Определяющими являются признаки, которые наиболее полно и точно характеризуют изучаемый объект, позволяют выбрать его типичные черты и свойства. Например, торговое предприятие характеризуется различными признаками, каждый из которых имеет определенное значение. Тем не менее основным, существенным признаком величины предприятия торговли является объем товарооборота, свидетельствующий о концентрации торгового процесса.

Важным моментом при выборе группировочного признака является необходимость учета изменившихся обстоятельств, в которых действует то или иное явление. Принцип соблюдения условий места и времени здесь должен выполняться.

Все многообразие признаков, на основе которых могут производиться статистические группировки, можно соответствующим образом классифицировать.

1. По форме выражения группировочные признаки могут быть атрибутивными, не имеющими количественного значения (профессия, образование и т. д.), и количественными, т. е. признаками, принимающими различные цифровые характеристики у отдельных единиц изучаемой совокупности (число работающих, величина дохода и т. д.). При этом количественные признаки, в свою очередь, могут быть дискретными (прерывными), значения которых выражаются только целыми числами (число комнат в квартире и т. д.) и непрерывными, принимающими как целые, так и дробные значения (объем проданных населению товаров в стоимостном выражении, сумма издержек обращения).

2. По характеру колеблемости группировочные признаки могут быть альтернативными, которыми одни единицы обладают, а другие — нет (например, поставка товаров в магазин может быть качественной или некачественной), и имеющими множество количественных значений (например, размер торговой площади, величина фонда оплаты труда и т. д.).

3. По той роли, которую играют признаки во взаимосвязи изучаемых явлений, их подразделяют на *факторные*, воздействующие на другие признаки, и *результативные*, испытывающие на себе влияние других. Причем в зависимости от сложившихся объективных условий и цели исследования признаки могут меняться ролями. В одних случаях они являются факторными признаками, в других — результативными. Так, с одной стороны, величина прибыли предприятий торговли зависит от качества деятельности их коллективов, с другой — является основным источником дальнейшего расширения всего торгового потенциала (основных фондов, увеличения числа работников торговли и т. д.). Таким образом, в первом случае прибыль выступает результативным признаком, во втором — факторным. А это положение имеет важное значение в статистическом исследовании коммерческой деятельности.

Следующим важным шагом после определения группировочного признака является распределение единиц совокупности по группам. Здесь встает вопрос о количестве групп и величине интервала, которые между собой взаимосвязаны. При прочих равных условиях чем больше число групп, тем меньше величина интервала и наоборот. Одним из основных требований, возникающих при решении данного вопроса, является выбор такого числа групп и величины интервала, которые позволяют более равномерно распределить единицы совокупности по группам и достичь при этом их представительности, качественной однородности. Оптимальная наполняемость интервалов является важным критерием правильности группировки. Например, в настоящее время пока не получили большого распространения в экономике страны арендные, кооперативные, акционерные предприятия, но для изучения перспектив развития целесообразно объединять их по объему основной производственной деятельности, товарообороту и другим существенным признакам в отдельные группы.

Вопрос о числе групп и величине интервала следует решать с учетом множества обстоятельств, прежде всего исходя из целей исследования, значения изучаемого признака, объема коммерческой деятельности и т. д.

Количество групп во многом зависит от того, какой признак служит основанием группировки. Так, нередко атрибутивные группировочные признаки предопределяют число групп (группировка работников по образованию, продавцов по категориям). По аналогии также расчленяется совокупность по дискретному признаку, изменяющемуся в незначительном диапазоне (при группировке магазинов по числу товарных секций, семей — по числу их членов и др.).

Интервалы групп устанавливаются только при значительной колеблемости дискретного признака (торговая площадь, число работников) и тем более при непрерывно изменяющемся количественном признаке (величина зарплаты, сумма издержек обращения и т. д.). Например, для выделения групп по размеру торговой площади магазинов необходимо установить следующие количественные границы ($м^2$): до 15, 16—100, 101—200, 201—400, 401—1000, сти от размера торговой площади.

Под величиной интервала обычно понимают разность между максимальными и минимальными значениями признака в каждой группе. Однако эту величину можно определить как разность между верхними или нижними границами значений признака в смежных группах. Так, разность, определяемая по нижним границам, характеризует предшествующую группу (интервал), а определяемая по верхним границам разность относится к последующей группе (интервалу). Опыт показывает, что величина интервала в каждой группе, устанавливаемая различными приемами, весьма незначительно влияет на результат.

В практике статистических группировок правильное установление величины интервала имеет первостепенное значение для образования качественно однородных групп. Например, нельзя объединять в одну группу явления, которые относятся к разным частным совокупностям. При характеристике работы производителей товаров по уровню выполнения ими договоров не следует включать в одну и ту же группу те из них, которые не выполнили обязательства, и те, которые их перевыполнили. Например, нецелесообразно образовывать группу 95—105%, а надо образовать две группы: 95—100%, 101—105%. При распределении продукции на стандартную и нестандартную необходимо точно соблюдать границы, по которым качественно различаются совокупности по ряду показателей, характеризующих их потребительские свойства.

В зависимости от степени колеблемости группировочного признака, характера распределения статистической совокупности устанавливаются интервалы *равные* или *неравные*. При более или менее равномерной разности между верхней и нижней границами интервалов устанавливаются одинаковые границы во всех группах. Произведем, например, группировку с выделением пяти групп продавцов, отличающихся разными интервалами, по данным об их выработке. При этом наибольшая производительность труда продавцов составила 180 тыс. руб., а наименьшая — 80 тыс. руб. Разделив размах вариации, т. е. разницу между значениями наибольшего и наименьшего признаков, в нашем случае (180—80), на число назначаемых групп (5), определяем величину интервала — 20 тыс. руб. В результате последовательного прибавления этой величины к нижней границе каждой группы получим следующую группировку с равными интервалами: 80—100, 100—120, 120—140, 140—160, 160—180.

Число групп тесно связано с объемом совокупности. Здесь нет строго научных приемов, позволяющих решать этот вопрос при любых взаимосвязях названных величин. Всякий раз эта задача решается с учетом конкретных обстоятельств. Однако при равенстве интервалов для ориентировки существует формула, предложенная американским ученым Стерджессом, с помощью которой можно наметить число групп n при известной численности совокупности N:

$$n = 1 + 3{,}322 \lg N. \qquad (3.1)$$

При 200 единицах совокупности число групп определяется следующим образом:

$$1 + 3{,}322 \lg 200 = 9.$$

Зная размах колеблемости значений изучаемого признака во всей совокупности и намечаемое число групп, величина равного интервала i определяется по формуле

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \qquad (3.2)$$

при этом n — число групп.

В экономической практике в большинстве своем применяются неравные интервалы, прогрессивно возрастающие или убывающие. Такая необходимость возникает особенно в тех случаях, когда колеблемость признака осуществляется неравномерно и в больших пределах. Например, будет неправильным применять равновеликий интервал по товарообороту для мелких, средних и крупных магазинов, поскольку разница в обороте в несколько тысяч рублей для мелких магазинов, палаток имеет решающее значение, а для крупных — несущественное (при распределении их по группам). Нужны интервалы более короткие для мелких и более длинные (широкие) для крупных предприятий.

В пределах одной группировки могут применяться несколько признаков и устанавливаться разной величины интервалы. Так, магазины по количественному признаку можно подразделить на подгруппы по товарообороту, численности работников, площади торгового зала, а палатки могут быть объединены в группы только по первым двум признакам, поскольку площади торгового зала они не имеют. При этом расчленение магазинов и палаток на подгруппы, например по числу работников, следует производить с применением разных по величине интервалов, обусловленных разной колеблемостью этого признака у изучаемых единиц.

Аналогично поступают и в том случае, когда на основе мелких групп образуют более крупные (удлиняя интервалы), позволяющие получить новое качество групп, не нарушая их однородности.

При определении величины интервала и распределении единиц объекта наблюдения по группам важное значение имеет точное установление границ, которые в большинстве своем обозначаются указанием значений признака «от» и «до» для единиц, включаемых в данную группу. Например, группы товарных секций по числу работников обозначаются так: от 1 до 3 человек, 4—7, 8—11, 12—15 человек. Этот прием позволяет четко обозначить границы и правильно распределить единицы совокупности по группам. Однако в практике построения группировки нередко (при непрерывном изменяющемся признаке) одно и то же число служит верхней и нижней границами двух смежных групп. Например, группы работников магазина по производительности труда обозначаются так: до 90 тыс. руб., 90—120, 120—150, 150—180, свыше 180 тыс. руб. При таком построении интервалов вопрос об отнесении единиц объекта наблюдения по группам в практике решается двояко: по принципу «включительно» к первой группе относится работник, производительность труда которого обозначается — до 90 тыс. руб.; по принципу «исключительно» этот работник включается во вторую группу — 90—120 тыс. руб. Применение этих принципов зависит от формы написания интервалов, особенно первой и последней групп. В данном примере работника, производительность которого 180 тыс. руб., включают в предпоследнюю группу, поскольку ее интервал обозначен 150—180, а последний — свыше 180 тыс. руб. Соответственно работник, имеющий выработку 90 тыс. руб., относится к первой группе. Если бы запись была «180 и более», то по принципу «исключительно» работник, имеющий выработку 180 тыс. руб., включался бы в последнюю группу.

В практике применяются оба метода, но все же предпочтительнее принцип «исключительно».

Намечаемые при группировке интервалы бывают открытые (у них указана одна граница — верхняя или нижняя) и закрытые (имеющие нижнюю и верхнюю границы). Во втором примере — первый и последний интервалы являются открытыми, а второй, третий и четвертый — закрытыми. Необходимость в открытых интервалах обусловлена большой колеблемостью изучаемого признака, разбросом его количественных значений, требующих образования множества групп, если отделять их обеими границами.

Серединное значение интервалов определяется несколькими приемами. Этот показатель можно рассчитать суммированием верхней и нижней границ интервала и делением суммы пополам. В нашем примере во втором интервале середина равна 105 тыс. руб. (90+120) : 2; в третьем — 135 тыс. руб.: (120+150) : 2. Эти значения также получают прибавлением к серединному значению второго интервала величины равного интервала (105+30). Вычитая величину равного интервала из серединного значения второго интервала, будем иметь середину первого (105 — 30), а середина последнего, открытого интервала определяется прибавлением длины интервала к середине интервала из предпоследней группы (165+30=195).

3.5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения оформляются в виде статистических рядов распределения и таблиц.

Статистические ряды распределения представляют собой упорядоченное расположение единиц изучаемой совокупности на группы по группировочному признаку. Они характеризуют состав (структуру) изучаемого явления, позволяют судить об однородности совокупности, границах ее изменения, закономерностях развития наблюдаемого объекта.

Ряды распределения, образованные по качественным признакам, называют атрибутивными. Например, распределение работников торговли по занимаемой должности, профессии, образованию; распределение товарооборота — по формам торговли, товарным группам; распределение работников по возрасту, стажу работы, производительности труда, заработной плате и другим признакам. При группировке ряда по количественному признаку получаются вариационные ряды. При этом вариационные ряды по способу построения бывают дискретными (прерывными), основанными на прерывной вариации признака (например, число касс в магазине, комнат в квартире), и интервальными (непрерывными), базирующимися на непрерывно изменяющемся значении признака, имеющими любые (в том числе и дробные) количественные выражения (объем товарооборота, величина фонда оплаты труда, выработка продавца). В практике применяются также и интервальные ряды распределения. При их построении возникают вопросы о числе групп, величине интервала, его границе.

Вариационные ряды состоят из двух элементов: варианты и частоты. *Варианта* — это отдельное значение варьируемого признака, которое он принимает в ряду распределения. *Частотами* называются численности отдельных вариант или каждой группы вариационного ряда. Частоты, выраженные в долях единицы или в процентах к итогу, называются *частостями*. Сумма частот составляет объем ряда распределения.

Таблица 3.4

Распределение продавцов магазина по категориям

Группы продавцов по категориям	Число продавцов, чел.	В % к итогу
Первая	50	25
Вторая	100	50
Третья	50	25
Итого	200	100

Рассмотрим на примерах способы построения рядов распределения, прежде всего статистический ряд распределения по атрибутивному признаку (табл. 3.4).

Половину продавцов изучаемой совокупности составляет вторая категория. Остальные распределяются поровну между первой и третьей группами по данному качественному признаку. Если такую группировку составить за два периода по данному магазину, то можно выявить происходящие структурные изменения, качественные сдвиги в составе основной категории работников.

Далее рассмотрим дискретный ряд распределения (табл. 3.5):

Таблица 3.5

Распределение магазинов района по числу товарных секций

Число товарных секций	На 1 января 1990 г.		На 1 января 1993 г.	
	число магазинов	в % к итогу	число магазинов	в % к итогу
1	3	6	6	10
2	10	20	16	27
3	15	30	20	33
4	12	24	12	20

4*

Число товарных секций	На 1 января 1990 г.		На 1 января 1993 г.	
	число магазинов	в % к итогу	число магазинов	в % к итогу
5	7	14	4	7
6	3	6	2	3
Итого	50	100	60	100

В приведенных рядах частоты выражены в процентах, что позволяет посредством их сравнения обнаружить процесс уменьшения количества товарных секций в магазинах на начало 1993 г. по сравнению с началом 1990 г. Это во многом связано со сложившейся конъюнктурой рынка, вызвавшей дефицит по многим товарам и приведшей к укрупнению или ликвидации ряда товарных секций. Улучшение рыночной ситуации может вызвать обратный процесс.

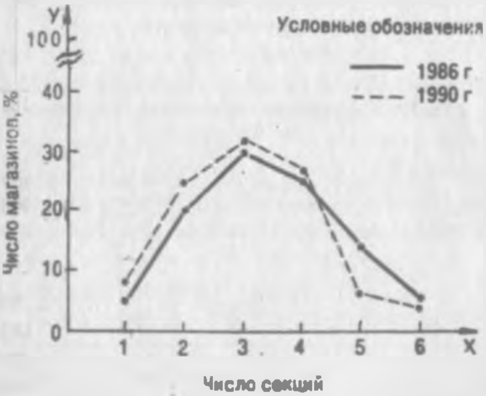


Рис. 3.1. Полигон распределения магазинов района по числу товарных секций

Характер распределения изображается графически в виде полигона распределения, представленного на рис. 3.1.

Рис. 3.1 подтверждает сделанные выше (по данным табл. 3.5) выводы. Но в практике не всегда возникает необходимость в графическом изображении информации, содержащейся в таблице. В ряде случаев можно воспользоваться одним из этих методов иллюстрации данных наблюдения, чтобы получить достаточное суждение о характере распределения изучаемого явления.

Далее рассмотрим интервальный ряд распределения на данных табл. 3.6.

Таблица 3.6

Распределение продавцов магазина по выработке

Выработка продавцов, тыс. руб.	Число продавцов, чел.	В процентах к итогу	Кумулятивная (накопленная) численность продавцов
А	1	2	3
80—100	5	10	5
100—120	10	20	15 (5+10)
120—140	20	40	35 (15+20)
140—160	10	20	45 (35+10)
160—180	5	10	50 (45+5)
Итого	50	100	

Интервальный ряд распределения, так же как и дискретный, помогает выявить структуру изучаемого явления. Приведенные в табл. 3.6 данные свидетельствуют о составе продавцов по уровню производительности труда.

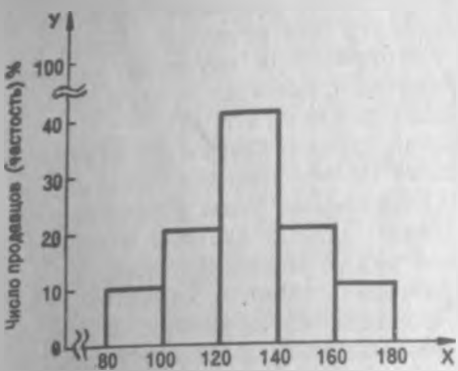


Рис 3.2. Гистограмма распределения продавцов по выработке

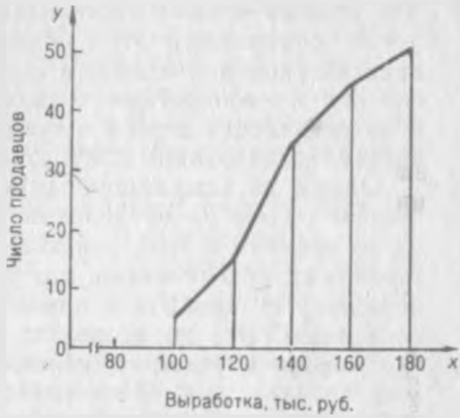


Рис. 3.3. Кумулята распределения 50 продавцов магазина по выработке

Интервальный ряд распределения изображается графически в виде *гистограммы*. При ее построении на оси абсцисс откладывают интервалы ряда, высота которых равна частотам, отложенным на оси ординат. Над осью абсцисс строятся прямоугольники, площадь которых соответствует величинам произведений интервалов на их частоты. Данные табл. 3.6 представлены на рис. 3.2.

В практике экономической работы возникает потребность в преобразовании рядов распределения в кумулятивные ряды, строящиеся по накопленным частотам. С их помощью можно определить структурные средние, прослеживать за процессом концентрации изучаемого явления. Они облегчают анализ данных ряда распределения. Например, в табл. 3.6 накопленная частота третьей группы показывает число продавцов или их долю с размером выработки 120—140 тыс. руб. (35 продавцов).

Накопленные частоты определяются путем последовательного прибавления к частотам (или частостям) первой группы этих показателей последующих групп ряда распределения (табл. 3.6, гр. 3). Используя данные накопленного ряда, строят график в виде кумуляты (кривой сумм) (рис. 3.3).

При графическом изображении кумуляты накопленные частоты наносят на поле графика в виде перпендикуляров к оси абсцисс в верхних границах интервалов, а именно в точках 100, 120, 140, 160, 180. Длина этих линий равна величине накопленных частот в конкретном интервале. Соединяя затем эти перпендикуляры, получаем ломаную линию, от начала ряда до той точки, которая равна объему данной совокупности, т. е. сумме частот ряда.

С помощью кумулятивных кривых можно иллюстрировать процесс концентрации, если наряду с накопленными частотами (или частостями) иметь в статистическом ряду распределения также суммы накопленных группировочных и других важных признаков. Эти кривые концентрации называются *кривыми Лоренца*. Применение современных ЭВМ позволяет строить эти виды графиков в практической деятельности коммерсанта при изучении спроса населения на конкретные товары, например при изучении размера и интенсивности спроса в зависимости от цены на товары, их качества, исследовании покупательских потоков и т. д.

Одним из важнейших требований, предъявляемых к статистическим рядам распределения, является обеспечение сравнимости их во времени и пространстве. Вариационные ряды с равными интервалами обеспечивают это условие. Однако частоты отдельных неравных интервалов в названных рядах непосредственно не сопоставимы. Это не позволяет правильно оценить характер распределения изучаемого явления по данному признаку. В подобных случаях для обеспечения необходимой сравнимости исчисляют *плотность распределения*, т. е. определяют, сколько единиц в каждой группе приходится на единицу величины интервала.

Рассмотрим следующий пример в табл. 3.7.

Таблица 3.7

Распределение магазинов по размеру товарооборота

Группы магазинов по размеру товарооборота, тыс. руб.	Число магазинов	Величина интервала, тыс. руб.	Плотность распределения, единиц (1 : 2)
А	1	2	3
До 50	25	50	0,5
50—120	45	70	0,64
120—250	65	130	0,5
250—450	80	200	0,4
450—980	20	530	0,04
Итого	235		

Сравнение частот отдельных групп показывает, что чаще всего встречаются магазины с интервалом 250—450 тыс. руб. Расчет плотности распределения вносит в это поправку и дает более точную характеристику распределения магазинов по товарообороту.

При построении графика распределения вариационного ряда с неравными интервалами высоту прямоугольников определяют пропорционально не частотам, а показателям плотности распределения значений изучаемого признака в соответствующих интервалах.

3.6. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Результаты сводки и группировки материалов наблюдения, как правило, представляются в виде статистических таблиц. Это наиболее рациональная форма представления результатов статистической сводки.

Значение статистических таблиц состоит в том, что они позволяют охватить материалы статистической сводки в целом. Статистическая таблица, по существу, является системой мыслей об исследуемом объекте, излагаемых цифрами на основе определенного порядка в расположении систематизированной информации. В экономической и управленческой работе, связанной с коммерческой деятельностью, статистические таблицы применяются очень часто. Поэтому необходимо научиться правильно их составлять и анализировать.

По внешнему виду статистическая таблица представляет собой ряд пересекающихся горизонтальных и вертикальных линий, образующих по горизонтали строки, а по вертикали — графы (столбцы, колонки), которые в совокупности составляют как бы скелет таблицы.

В образовавшиеся внутри таблицы клетки записывается соответствующая информация. Составленную таблицу, но не заполненную цифрами принято называть *макетом таблицы,* в котором мысленно определяются в деталях цель обследования, объем разработки материалов сводки.

Статистическая таблица имеет свое подлежащее и сказуемое. *Подлежащее таблицы* показывает, о каком явлении идет речь в таблице, и представляет собой группы и подгруппы, которые характеризуются рядом показателей. *Сказуемым таблицы* называются показатели, с помощью которых изучается объект, т. е. подлежащее таблицы. В основном в сказуемом отражаются численные значения и характеристики изучаемого явления.

Обычно составные части изучаемого объекта, образующие подлежащее, располагают в левой части таблицы, а показатели, составляющие сказуемое, помещают справа. Но бывает и обратное расположение подлежащего и сказуемого таблиц, обусловленное целями исследования, характером материала.

Составленная и оформленная статистическая таблица должна иметь общий, боковые и верхние заголовки. Общий заголовок обычно располагается над таблицей и выражает ее основное содержание. Таблица иногда может и не иметь общего заголовка, если она вмонтирована в текст. В таком случае дается подробное разъяснение ее содержания в текстовой части. Помещенные, как правило, слева боковые заголовки раскрывают содержание строк подлежащего, а верхние — вертикальных граф (сказуемого таблицы).

В коммерческой работе обычно составляются разнообразные статистические таблицы, которые в зависимости от построения подлежащего делятся на три вида: перечневые, групповые и комбинационные.

Простые таблицы получили большое распространение во многих экономических разработках. Они не содержат в подлежащем систематизации изучаемых единиц статистической совокупности.

По характеру представляемого материала эти таблицы бывают собственно перечневые, территориальные и хронологические.

Простая таблица в подлежащем содержит перечисление единиц изучаемой совокупности. Для примера приведем простую табл. 3.8.

Таблица 3.8

Продажа некоторых продуктов питания продовольственными магазинами города

Товарные группы	Продано, тыс. руб.	
	1991	1992
Мясо и птица	12,8	13,9
Колбасные изделия и копчености всякие	14,0	13,9
Рыба всякая и сельди	2,0	2,4
Молоко и молочные продукты	8,83	8,78

Данные этой таблицы характеризуют изменение продажи по каждой товарной группе продуктов в 1991 г. по сравнению с 1992 г. Наличие таких данных имеет важное информативное значение.

Сведения простой таблицы применяют и для оценки изменения какого-либо явления во времени. Для этого в подлежащем таблицы приводятся периоды времени или даты, а в сказуемом — ряд показателей. Хронологическую таблицу можно составлять за любые по величине отрезки времени или на моменты, отстоящие друг от друга по времени на различную длину.

Таблицы, в подлежащем которых приводится перечень территорий (районов, областей и т. п.), называются перечневыми территориальными.

Нередко в практике коммерческой работы строятся таблицы, в которых подлежащее содержит перечень единиц изучаемой совокупности, а сказуемое — данные по отдельным годам о величине товарооборота, размере торговой площади, сумме издержек обращения и других показателях. Здесь налицо сочетание собственно перечневого и хронологического принципа размещения единиц совокупности. Довольно часто применяются и территориальные хронологические таблицы, в которых сказуемое также содержит показатели по годам, кварталам и т. д., а подлежащее — показатели по районам, областям, республикам.

Наличие такого сочетания в построении простых таблиц усиливает их информационные возможности. И все же этот вид таблиц в основном носит описательный характер, хотя роль их в освещении коммерческой деятельности достаточно велика.

Групповые статистические таблицы дают более информативный материал для анализа изучаемых явлений благодаря образованным в их подлежащем группам по существенному признаку или выявлению связи между рядом показателей. Рассмотрим в качестве иллюстрации табл. 3.9.

Содержащаяся в табл. 3.9 информация характеризует последовательную и прямую связь между производительностью труда в виде среднего оборота, приходящегося на одного работника, и другими качественными показателями (фондоотдачей, рентабельностью основных фондов и эффективностью использования торговой площади). Фондоотдача и эффективность использования торговой площади определяются делением товарооборота соответственно на сумму активной части основных фондов и на величину торговой площади магазинов. Делением прибыли на величину активной части основных фондов определена рентабельность фондов (гр. 3).

Таблица 3.9

Группировка магазинов по уровню производительности труда работников за отчетный период

Группы магазинов по уровню производительности труда, тыс. руб.	Число магазинов, единиц	Фондоотдача на 1 руб. активной части основных фондов, руб.	Рентабельность фондов, руб.	Эффективность использования торговой площади, тыс. руб.
1	2	3	4	5
До 60	4	40,4	2,3	3,9
60—70	4	43,1	2,8	5,6
70—80	7	75,8	4,7	8,8
80—90	7	65,9	4,0	9,3
90—100	3	93,1	5,1	9,4
Свыше 100	7	109,3	6,4	13,0
Итого	32	75,0	4,4	8,7

Изложенные выше парные взаимосвязи между одним фактором и одним результативным признаком не решают в полной мере вопрос многостороннего анализа явлений. Для этого используются комбинационные таблицы, при построении которых каждая группа подлежащего, сформированная по одному признаку, делится на подгруппы по второму признаку, каждая вторая подгруппа делится по третьему признаку, т. е. факторные признаки в данном случае берутся в определенном сочетании, комбинации.

Для иллюстрации комбинационных таблиц рассмотрим материалы по продовольственным магазинам города (табл. 3.10).

Для построения комбинационной таблицы каждая группа магазинов по товарообороту делится на две подгруппы по продолжительности работы в течение дня. Наряду с этим образованные группы магазинов делятся по доле торговой площади в общей их величине. В сказуемом же этих таблиц помещаются показатели, наиболее полно характеризующие эффективность работы магазинов.

Комбинационная таблица, следовательно, устанавливает взаимное действие на результативные признаки (показатели) и существующую связь между факторами группировки. Подобное углубленное изучение позволяет администрации магазинов принимать соответствующие решения об изменении состава площади и установлении оптимальной продолжительности рабочего дня для коллектива.

Таблица 3.10

Группировка продовольственных магазинов города по доле площади торгового зала и продолжительности их рабочего дня

Группы и подгруппы магазинов по доле площади торгового зала (%) и продолжительности рабочего дня (ч)	Число магазинов, единиц	Фондоотдача на 1 руб. активной части основных фондов, руб.	Уровень рентабельности активной части основных фондов
1	2	3	4
До 35%	13	48,5	3,10
В том числе			
8—10 ч	4	41,2	2,20
свыше 10 ч	9	57,5	4,02
35—45%	21	69,8	5,20
В том числе			
8—10 ч	6	54,6	3,08
свыше 10 ч	15	77,4	7,10
45—55%	18	90,6	6,40
В том числе			
8—10 ч	5	68,9	4,17
свыше 10 ч	13	108,7	7,98
Итого	52	73,5	4,70

3.7. РАЗРАБОТКА СКАЗУЕМОГО СТАТИСТИЧЕСКИХ ТАБЛИЦ

Одним из ответственных моментов построения статистических таблиц являются разработка сказуемого, определение его содержания, правильное установление связи между группировочными признаками и показателями, их характеризующими. Только органическая увязка этих двух частей таблицы во всех необходимых деталях делает ее единым целым, позволяющим выполнить с помощью этого метода ряд задач в процессе статистического исследования.

Сказуемое, находясь объективно в диалектической взаимосвязи с подлежащим таблицы, должно быть построено так, чтобы с помощью системы его показателей можно было получить полную характеристику выделенных групп, охватить их существенные черты.

В зависимости от задачи исследования и характера исходной информации сказуемое статистических таблиц бывает простым и сложным. Показатели сказуемого при простой разработке располагаются последовательно один за другим. Распределяя показатели на группы по одному или нескольким признакам в определенном сочетании, получают сложное сказуемое. Причем содержание и характер информации таблицы прежде всего определяются не столько числом показателей сказуемого, сколько правильной их комбинацией и расположением.

Примером простой разработки сказуемого может служить следующий макет таблицы.

Число магазинов и объем розничного товарооборота по областям республики — по городам и селам

Область	Число магазинов	Розничный товарооборот, млн. руб.		Продано товаров, млн. руб.		Итого
		в городских поселениях	в сельских поселениях	продовольственных	непродовольственных	
А	1	2	3	4	5	6
Итого						

В приведенном макете таблицы сказуемое содержит несколько групп магазинов, расположенных параллельно без соответствующего сочетания показателей. Построенная таким образом таблица имеет определенную практическую ценность, поскольку в ней приведены данные по каждой области о численности магазинов, товарообороте по городам и селам, выделены показатели, характеризующие объем продажи продовольственных и непродовольственных товаров. Однако анализ этих данных можно углубить, а таблицу сделать более информативной. Для иллюстрации этого приведем макет таблицы с комбинированным сказуемым.

Число магазинов и объем розничного товарооборота по областям республики — по городам и селам

Область	Число магазинов			Розничный товарооборот, млн. руб.	В том числе			
	всего	в том числе			в городских поселениях, из них по товарам		в сельских поселениях, из них по товарам	
		в городе	в селе		продовольственным	непродовольственным	продовольственным	непродовольственным
А	1	2	3	4	5	6	7	8
Итого								

Естественно, что такая сложная разработка сказуемого имеет большую информацию, чем простая, поскольку она дает возможность оценить состав розничного товарооборота по каждой области по основным товарным группам в пределах города и села. Однако при построении таблиц со сложным сказуемым следует соблюдать меру. Чрезмерное увеличение показателей в таблице делает ее менее комплектной и удобной для анализа.

3.8. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА СОСТАВЛЕНИЯ ТАБЛИЦ

В практике построения таблиц сложились следующие правила их построения и оформления.

1. По возможности таблицу следует составлять небольшой по размеру, легко обозримой. Иногда целесообразно вместо одной большой таблицы построить несколько органически связанных между собой, последовательно расположенных таблиц.

2. Общий заголовок таблицы должен кратко выражать ее основное содержание. В нем обычно указываются время, территория, к которым относятся данные, единица измерения, если она выступает единой для всей совокупности. Следует также заголовки строк подлежащего и граф сказуемого формулировать точно, кратко и ясно. Слова в таблице пишутся полностью, без сокращений. При отсутствии общей единицы измерения в каждой графе проставляется своя единица измерения.

3. Обычно строки подлежащего и графы сказуемого располагают в виде частных слагаемых с последующим подытоживанием по каждому из них. При неполном объеме единиц изучаемой совокупности или отсутствии исходных данных все слагаемые сначала показывают в строке «общие итоги», а потом после пояснения в строке «в том числе» перечисляют наиболее важные их составные части.

4. Для удобства анализа таблицы при большом числе строк подлежащего и граф сказуемого возникает потребность в нумерации тех из них, которые заполняются данными. Подлежащее и единицы измерения обычно обозначаются буквами (А, Б, В и т. д.). В таблице взаимосвязанные данные (например, абсолютные уровни, темпы роста и др.) приводятся в рядом стоящих графах.

5. При заполнении таблиц нужно использовать следующие условные обозначения: при отсутствии явления пишется прочерк (—), если же нет информации о явлении, ставится многоточие (...) или пишется: «нет сведений». Если изучаемое значение признака не имеет осмысленного содержания, то ставится ×. Бессмысленно, например, такое сочетание строк и граф, когда подлежащее содержит группировку населения по возрасту — строки «от 5 до 7 лет», а сказуемое (графа) — «число разведенных браков на 1000 человек». В таком случае в пересечении названных строк и граф ставится ×. При наличии информации по изучаемому явлению, числовое значение которого составляет величину меньше принятой в таблице точности, принято записывать 0,0.

6. Одинаковая степень точности, обязательная для всех чисел, обеспечивается соблюдением правил их округления (от 0,1 до 0,01 и т. д.). Когда одна величина превосходит другую многократно, то полученные показатели динамики лучше выражать не в процентах (%), а в разах. Например, вместо 568% следует написать «в 5,7 раза больше». В аналитических таблицах значность абсолютных цифр должна быть наименьшей. В многозначных числах, наличие которых обусловлено интересами исследования, лучше от-

делять, начиная справа, друг от друга классы, выделять миллионы, тысячи, единицы. Например, вместо 1568631 более ясно можно записать 1 568 631. Иногда при построении таблиц приходится иметь дело с численностью, состоящей из 7—8 и более знаков; в таком случае удобнее применять округление до 2—3 знаков (например, 1,57 млн.).

7. Когда в таблице приводятся наряду с отчетными данными сведения расчетного порядка, следует об этом сделать соответствующую оговорку. По возможности эти пояснения лучше сделать в самой таблице или в заглавии к ней. Однако это не исключает и примечания, в котором можно указывать источники информации, содержание некоторых показателей и другие сведения, относящиеся к таблице.

Анализ статистической таблицы логичнее начинать с общего итога, который позволяет получить общую характеристику совокупности, затем переходить к изучению данных отдельных строк и граф, т. е. к оценке частей изучаемого объекта, исследуя при этом вначале наиболее важные, а потом уже и все остальные элементы таблицы.

Глава 4

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД В ИЗУЧЕНИИ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

4.1. ЗНАЧЕНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА В СТАТИСТИКЕ

Важное значение при изучении коммерческой деятельности имеет графическое изображение статистической информации.

Статистический график представляет собой чертеж, на котором при помощи условных геометрических фигур (линий, точек или других символических знаков) изображаются статистические данные. В результате этого достигается наглядная характеристика изучаемой статистической совокупности.

Правильно построенный график делает статистическую информацию более выразительной, запоминающейся и удобно воспринимаемой.

В коммерческой деятельности графический метод находит широкое применение для иллюстрации сложившегося положения дел на рынке товаров и услуг, конъюнктуры спроса и предложения, рекламы товаров. Важную роль статистические графики играют не только в иллюстрации изучаемых явлений, но и в обобщении статистической информации. Наряду с этим статистические графики имеют важное аналитическое значение.

Графический метод в статистике коммерческой деятельности является продолжением и дополнением табличного метода. То, что при чтении таблицы может остаться незамеченным, обнаруживается на графике. Статистические графики дают целостную картину изучаемого явления, его обобщенное представление. При графическом изображении статистических данных становится более выразительной сравнительная характеристика изучаемых показателей, отчетливее проявляется тенденция развития изучаемого явления, лучше видны основные взаимосвязи.

Применение графиков в статистике насчитывает более чем двухсотлетнюю историю. Основоположником графического метода в статистике коммерческой деятельности считают английского экономиста У. Плейфейра (1731—1798). В его работе «Коммерческий и политический атлас» (1786 г.) впервые были применены способы графического изображения статистических данных (линейные, столбиковые, секторные и другие диаграммы).

4.2 ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО ГРАФИКА

В статистическом графике различают следующие основные элементы: поле графика, графический образ, пространственные и масштабные ориентиры, экспликация графика.

Полем графика является место, на котором он выполняется. Это листы бумаги, географические карты, план местности и т. п. Поле графика характеризуется его форматом (размерами и пропорциями сторон). Размер поля графика зависит от его назначения. Стороны поля статистического графика обычно находятся в определенной пропорции. Принято считать, что наиболее оптимальным для зрительного восприятия является график, выполненный на поле прямоугольной формы с соотношением сторон от 1 : 1,3 до 1 : 1,5 (правило «золотого сечения»). Иногда используется и поле графика с равными сторонами, т. е. имеющее форму квадрата.

Графический образ — это символические знаки, с помощью которых изображаются статистические данные. Они весьма разнообразны: линии, точки, плоские геометрические фигуры (прямоугольники, квадраты, круги и т. д.). В качестве графического образа выступают и объемные фигуры. Иногда в графиках используются негеометрические фигуры в виде силуэтов или рисунков предметов.

Одни и те же статистические данные можно изобразить с помощью различных графических образов. Поэтому при построении графика важен правильный подбор графического образа. Он должен наиболее доходчиво отображать изучаемые показатели и соответствовать основному предназначению графика.

Пространственные ориентиры определяют размещение графических образов на поле графика. Они задаются координатной сеткой или контурными линиями и делят поле графика на части, соответствующие значениям изучаемых показателей.

В статистических графиках чаще всего применяется система прямоугольных (декартовых) координат. Но могут быть и графики, построенные по принципу полярных координат (круговые графики).

В так называемых *статистических картах* средствами пространственной ориентации выступают географические ориентиры (контуры суши или линии рек, морей и океанов и т. д.). Пространственные ориентиры позволяют определять расположение графических образов на поле графика.

Масштабные ориентиры статистического графика придают графическим образам количественную значимость, которая передается с помощью системы масштабных шкал.

Масштаб графика — это мера перевода численной величины в графическую (например, 1 см соответствует 100 тыс. руб.). При этом чем длиннее отрезок линии, принятой за числовую единицу, тем крупнее масштаб.

Масштабной шкалой является линия, отдельные точки которой читаются (в соответствии с принятым масштабом) как определен-

При построении линейной диаграммы важно правильно выбрать масштаб как по оси абсцисс, так и по оси ординат. От оптимального соотношения этих масштабов зависит наглядность (доходчивость) статистического графика. Если масштаб шкалы по оси абсцисс будет слишком растянут, то изменения уровней во времени окажутся не столь заметны, но при растянутом масштабе по оси ординат колебания уровней окажутся преувеличенно резкими. Для исключения таких зрительных иллюзий, искажающих реальное представление о действительном развитии, целесообразно строить координатную сетку с учетом правила «золотого сечения», при котором формат поля графика выбирается в соотношении от 1 : 1,3 до 1 : 1,5.

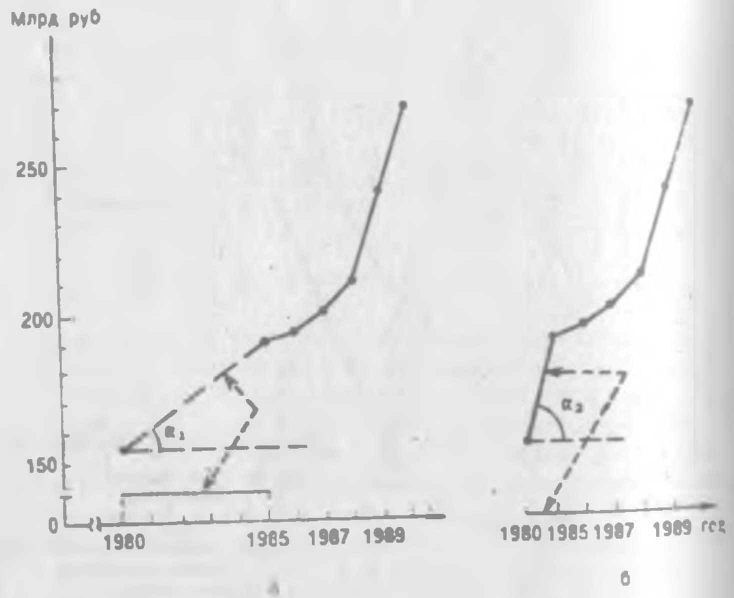


Рис. 4.3. Общий объем розничного товарооборота государственной, кооперативной и колхозной торговли:
а) правильно; б) неправильно

Необходимо строго соблюдать установленный масштаб не только по оси ординат, но и по оси абсцисс. Если показания времени между отдельными периодами (или датами) неравновеликие, то при нанесении на поле графика точек изучаемых уровней на оси абсцисс должно быть строго соблюдено соотношение между ними.

Для иллюстрации этого приведем графическое изображение данных Госкомстата РФ о розничном товарообороте России 1980—1990 гг. (рис. 4.3).

Из рис. 4.3 видно, что при отсутствии промежуточных данных (1981—1984 гг.) на графике следует точно соблюдать установ-

ный масштаб по шкале времени (t). При нарушении масштаба в периоде 1980—1985 гг. создается неверное представление о скорости (темпе) развития товарооборота ($L\alpha_1 < L\alpha_2$).

Важным достоинством линейных графиков является то, что на одном и том же поле графика можно изобразить несколько показателей, что позволяет сравнивать и выявлять специфику их развития во времени или характер изменения одного показателя по разным объектам в пространстве или территории. При этом следует учитывать, что каждую кривую надо изображать отдельной формой линии (сплошная, пунктирная и т. д.) или окрашивать разными цветами.

Нежелательно изображать на одном линейном графике большое число показателей, так как это приводит к потере наглядности. Если же на одном графике необходимо отобразить разноименные показатели, то могут возникнуть затруднения, связанные с различием в их размерности. Преодолевается это путем пересчета абсолютных величин в относительные (приняв за базу сравнения уровень одного года). Тогда все линии будут исходить из одной точки, принятой за 100%. Это видно из рис. 4.2, на котором за общую базу сравнения принят 1985 год = 100%.

Линейные графики иногда строятся с логарифмической шкалой по оси ординат. В статистике коммерческой деятельности, как правило, строятся графики с равномерной шкалой. Координатную сетку, в которой по оси абсцисс нанесена шкала в равномерном масштабе, принято называть арифметической.

Графики с равномерной шкалой по оси ординат дают достаточно наглядное представление об изменениях изучаемых абсолютных показателей.

Другим также часто используемым в статистике коммерческой деятельности методом наглядного изображения статистической информации являются *столбиковые диаграммы*.

При построении столбиковых диаграмм используется, как и в линейных графиках, прямоугольная система координат. При этом каждое значение изучаемого показателя изображается в виде вертикального столбика. По оси абсцисс размещается основание столбиков. Их ширина может быть произвольной, но обязательно одинаковой для каждого столбика. Высота столбиков (в соответствии с принятым по оси ординат масштабом) должна строго соответствовать изображаемым данным.

Количество столбиков определяется числом изучаемых показаний (данных). Расстояние между столбиками должно быть одинаковым. У основания столбиков дается название изучаемого показателя. Уровни (величины), характеризующие значения изображаемых показателей, помещаются внутри каждого столбика. В качестве примера столбиковой диаграммы приведем графическое изображение использованных в рис. 4.3 данных о розничном товарообороте России в 1980—1990 гг. (рис. 4.4).

Из рис. 4.4 видно, что отсутствие информации за 1981—1984 гг. на технику построения столбиковой диаграммы не повлияло. При

5*

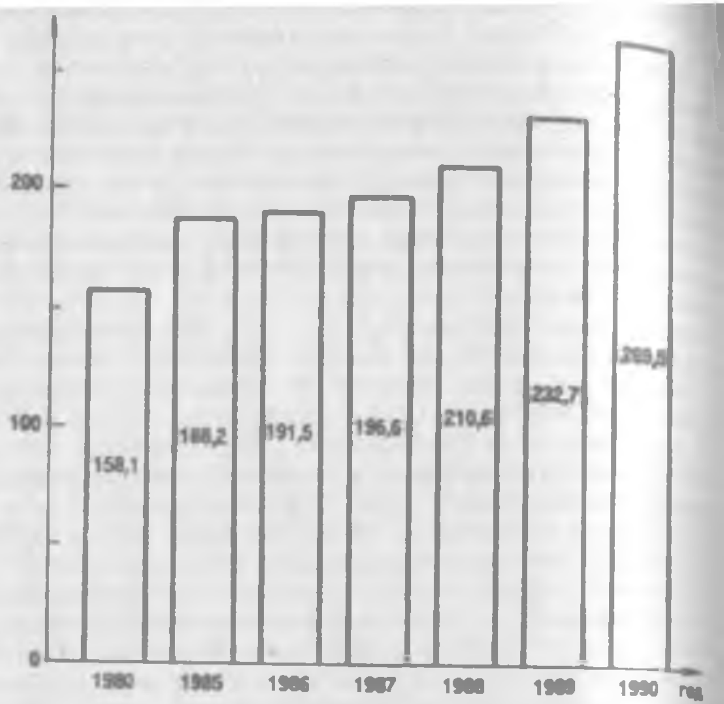


Рис. 4.4. Общий объем розничного товарооборота государственной, кооперативной и колхозной торговли

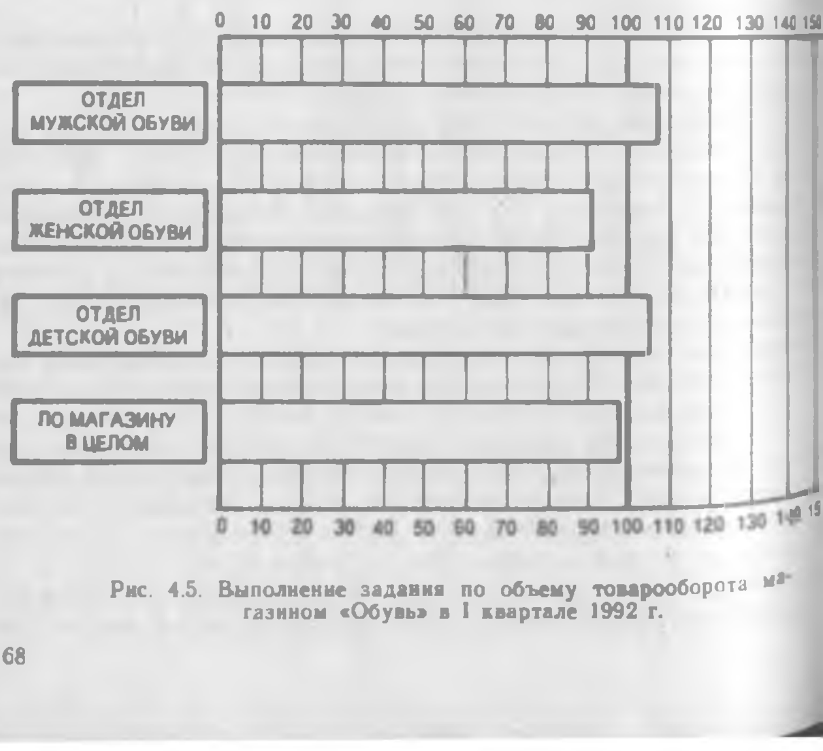


Рис. 4.5. Выполнение задания по объему товарооборота магазином «Обувь» в I квартале 1992 г.

этом важно, чтобы все данные по приведенным годам располагались в хронологической последовательности.

В статистике коммерческой деятельности находят применение и так называемые *ленточные (полосовые) графики*. В этих диаграммах основания столбиков располагаются вертикально, а масштабная шкала наносится на горизонтальную ось. По своей форме ленточная диаграмма представляет ряд простирающихся по оси абсцисс полос одинаковой ширины. Длина полос (лент) соответствует значениям изображаемых показателей. При построении ленточных диаграмм соблюдаются те же требования, что и при построении столбиковых графиков (одинаковая ширина полос, начало масштабной шкалы от нулевой отметки и др.). В качестве примера полосовой диаграммы приведем графическое изображение данных о выполнении задания по реализации товаров в магазине «Обувь» (рис. 4.5).

На рис. 4.5 изображены данные о выполнении задания по реализации обуви магазином в целом и его отделами. Для построения такой диаграммы на поле графика откладываются полосы, длина которых соответствует значениям изображаемых данных на масштабной шкале.

Диаграммы, выполненные в виде выдвигающихся от начала масштабной шкалы полос, представляют определенное практическое удобство для систематического отображения хода выполнения производственных заданий нарастающим итогом.

Линейные, столбиковые и полосовые диаграммы имеют широкое применение в изображении статистической информации о коммерческой деятельности на рынке товаров и услуг. При этом линейным и столбиковым диаграммам отдается предпочтение, если в изучаемых показателях проявляется общая тенденция роста. Горизонтальные ленты (полосы) нагляднее, если изображаемые показатели отображают результат (итог) функционирования того или иного процесса.

Широкое применение в статистике коммерческой деятельности находят *круговые диаграммы*. В этих диаграммах площадь окружности принимается за величину всей изучаемой статистической совокупности, а площади отдельных секторов отображают удельный вес (долю) ее составных частей. При этом поскольку площади секторов пропорциональны их центральным углам, то для построения секторной диаграммы сумма всех углов (360°) распределяется пропорционально удельным весам отдельных частей изучаемой совокупности. При процентном выражении состава изучаемой статистической совокупности исходят из соотношения $1\% = 3{,}6°$. В качестве примера круговой диаграммы приведем график, изображающий данные Госкомстата РФ о соотношении отдельных групп товаров в общем объеме товарооборота России в 1980 и 1990 гг. (рис. 4.6).

При изучении статистической информации о коммерческой деятельности на рынке товаров и услуг применяются так называемые *радиальные диаграммы*. Строятся они на базе полярных ко-

Рис. 4.6. Соотношение продовольственных и непродовольственных товаров в общем объеме товарооборота государственной и кооперативной торговли

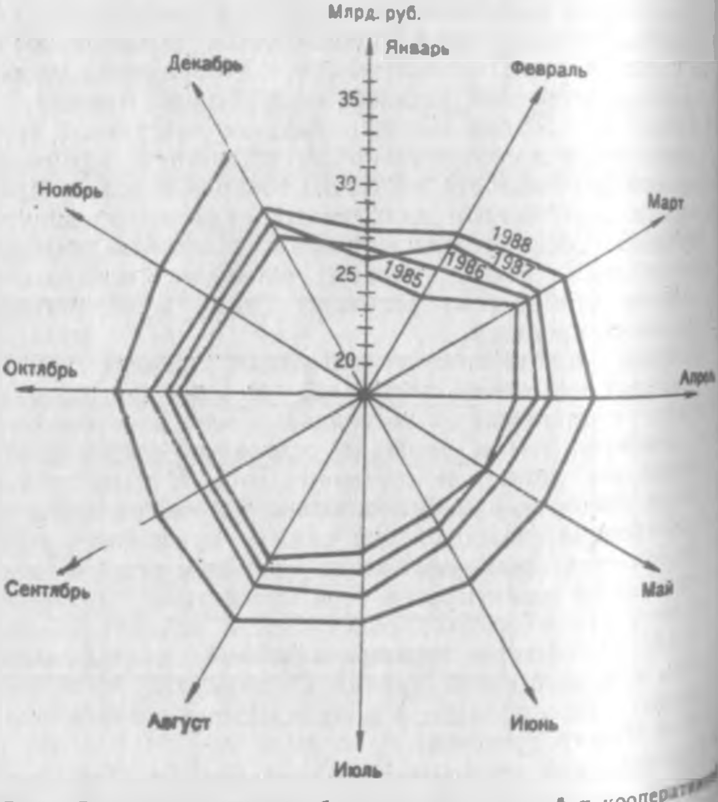


Рис. 4.7. Розничный товарооборот государственной и кооперати
торговли по месяцам 1985—1988 гг.

ординат. Началом отсчета в них служит центр окружности, а носителями масштабных шкал являются радиусы круга. Обычно в основе радиальных диаграмм лежат повторяющиеся годовые циклы с помесячными или поквартальными данными. Так, при изучении годового цикла с помесячными данными окружность делят радиусами на 12 равных частей. Каждому радиусу дается название месяца года, а их расположение подобно циферблату часов. На каждом радиусе в соответствии с установленным масштабом наносятся точки, соответствующие изучаемым за каждый месяц данным. Полученные таким образом точки соединяют между собой линиями. В результате получается спиралеобразная линия, характеризующая внутригодовые циклы коммерческой деятельности. В качестве примера радиальной диаграммы приведем графическое изображение данных Госкомстата о розничном товарообороте по месяцам в 1985—1988 гг. (рис. 4.7).

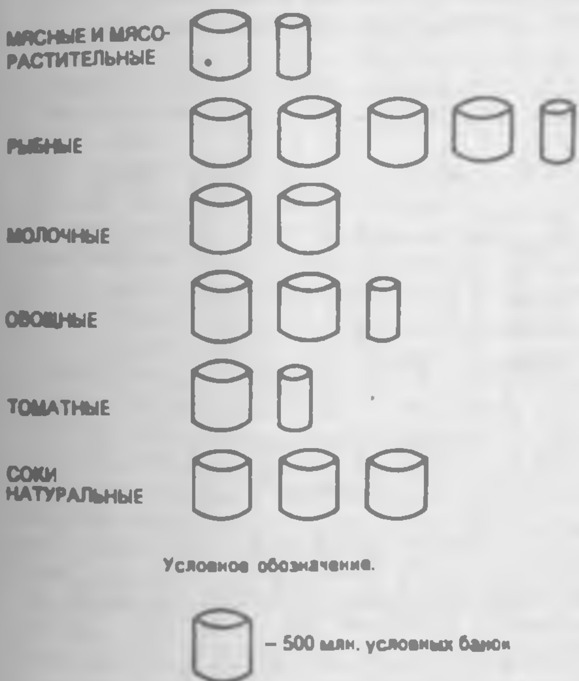


Рис. 4.8. Производство консервов в 1990 г.

В статистике коммерческой деятельности, прежде всего для рекламных целей, применяются *фигурные диаграммы*. При их построении статистические данные изображаются рисунками-символами, которые в наибольшей степени соответствуют существу отображаемых явлений. Эти диаграммы более выразительны, зри-

... воспринимаются, и поэтому их применяют для ре-
ламы отдельных товаров.

В фигурных статистических диаграммах каждому знаку-сим-
волу условно придается определенное числовое значение, и путем
последовательного их расположения на поле графика формиру-
ются соответствующие полосы.

Величина отображаемого показателя определяется количест-
вом стандартных знаков в каждой полосе.

В качестве примера фигурной диаграммы приведем графиче-
ское изображение данных о производстве консервов в России в
1990 г. (рис. 4.8).

Недостатком фигурных диаграмм является то, что графическое
изображение изучаемого явления знаками-символами не всегда
соответствует точному значению изображаемых данных. Поэтому
наряду с целыми фигурами приходится иметь дело с их частями.
Это придает отображаемым показателям приближенное значение.

Для графического изображения статистических показателей
коммерческой деятельности применяются и так называемые знаки
Варзара.

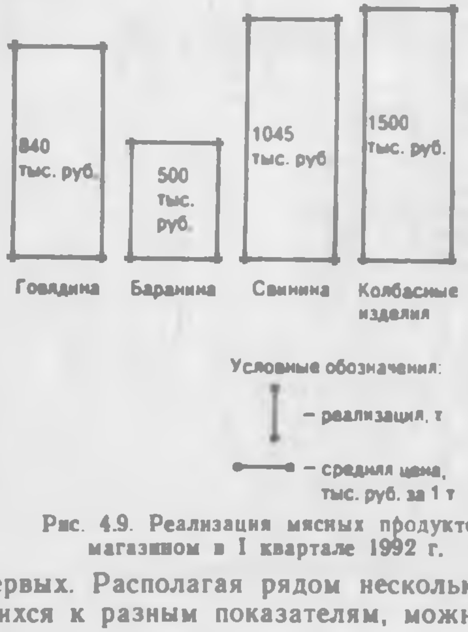


Рис. 4.9. Реализация мясных продуктов магазином в I квартале 1992 г.

Известный русский статистик В. Е. Варзар (1851—1940) предложил использовать прямоугольные фигуры для графического изображения трех показателей, один из которых является произведением двух других. В каждом таком прямоугольнике основание пропорционально одному из показателей - сомножителей, а высота его соответствует второму показателю-сомножителю. Площадь прямоугольника равна величине третьего показателя, являющегося произведением двух первых. Располагая рядом нескольких прямоугольников, относящихся к разным показателям, можно сравнивать не только размеры показателя-произведения, но и значения показателей-сомножителей.

С помощью знаков Варзара можно графически изображать стоимость продажи отдельных товаров с отображением их цены и количества реализации. Так, на рис. 4.9 посредством знаков Варзара графически изображены данные о денежной выручке от продажи отдельных товаров. В соответствии с принятым масштабом основания прямоугольников отображают цену, а высота каждого прямоугольника — количество реализованной продукции.

Картограмма — это схематическая (контурная) карта, или план местности, на которой отдельные территории в зависимости от величины изображаемого показателя обозначаются с помощью графических символов (штриховки, расцветки, точек). В свою очередь, картограммы подразделяются на фоновые и точечные.

В фоновых картограммах территории с различной величиной изучаемого показателя имеют различную штриховку. Иногда в качестве условных знаков используются различные цвета. При этом каждому значению показателя соответствует определенный оттенок раскраски или вид штриховки. Примером этого вида картограмм являются карты плотности населения, рождаемости, смертности. С помощью фоновых картограмм отображается показатель объема товарооборота, приходящегося на душу населения (по отдельным регионам), и др.

В точечных картограммах в качестве графического знака используются точки одинакового размера, размещенные в пределах определенных территориальных единиц. Каждая точка условно принимается за определенную величину показателя. Количественная характеристика отдельных территорий по размеру изучаемого показателя достигается при помощи соответствующего количества точек.

Важное требование к точечным картограммам — выбор оптимального количественного значения точки. Если точки изображают слишком крупные числа, то создается впечатление оголенности территории. Если же взять точки со слишком малыми значениями, то они сливаются и не дают отчетливой картины.

В коммерческой статистике точечные картограммы могут использоваться для характеристики интенсивности спроса и предложения товаров по обслуживаемым торговлей отдельным регионам.

Картодиаграмма представляет собой сочетание контурной карты (плана) местности с диаграммой. В отличие от диаграммы используемые геометрические символы (столбики, круги и др.) на картодиаграмме располагают не в один, а размещают по всей карте. Преимущество картодиаграммы перед диаграммой состоит в том, что она не только дает представление о величине изучаемого показателя на различных территориях, но и изображает пространственное размещение изучаемого показателя.

В зависимости от формы применяемых графических образов статистические графики могут быть точечными, линейными, плоскостными и фигурными.

В *точечных графиках* в качестве графических образов применяется совокупность точек (см. рис. 4.7).

В *линейных графиках* графическими образами являются линии (см. рис. 4.2).

Для *плоскостных графиков* графическими образами являются геометрические фигуры: прямоугольники, квадраты, окружности (см. рис. 4.4—4.6).

В зависимости от характера решаемых задач статистичес графики классифицируются по их целевому применению в ста стическом изучении коммерческой деятельности на рынке товар и услуг.

Различают следующие основные виды статистических граф ков: рядов распределения; структуры статистической совокупн сти; рядов динамики; показателей связи; показателей выполнен заданий.

Познавательное значение этих видов статистических графи рассматривается в соответствующих разделах курса «Общая те рия статистики».

Обобщение многогранной практики использования графического метод изображении показателей коммерческой деятельности позволяет сформул вать ряд требований к методике построения статистических графиков.

При графическом изображении количественных показателей комме деятельности (объем, состав и динамика товарооборота, состояние товар предложения, товарных запасов, издержек обращения, прибыли и др.) в ка стве графического образа предпочтительнее использовать линейные, столб вые или круговые диаграммы, имеющие наибольшую по сравнению с объем или плоскостными фигурами наглядность и доходчивость.

В общем расположении на поле графика графических образов посл в целях правильного чтения и понимания изучаемого показателя разме слева направо. При этом масштабные ориентиры графика по горизон шкале (ось абсцисс), как правило, размещаются от его нижней части. Для ве тикальной шкалы (ось ординат) масштабные ориентиры обычно разме в левой части графика.

В график по возможности следует включать исходные данные к их постр нию. Если это нецелесообразно, то исходные данные должны в табличной фо ме сопровождать график. Это обусловливает доверие к графическому изоб жению показателей коммерческой деятельности, повышает познавательное з чение статистических графиков.

Все буквенные и цифровые значения должны располагаться на графи та чтобы их легко можно было отсчитывать от начала масштабной шкалы. Р цифровых данных, отображающие изменения показателей коммерческой де тельности во времени, размещаются в строгой хронологической последовате ности и обязательно по оси абсцисс.

Общим требованием графического метода изображения статистических п казателей является то, что факторные признаки размещаются на горизонт шкале графика и их изменения читаются слева направо, а результативные при наки — по вертикальной шкале и читаются снизу вверх. Это повышает ана тическое значение статистических графиков. При этом важно, чтобы загол (титула) графика был бы кратким, но достаточно четко пояснял основное его с держание.

Глава 5

ОБОБЩАЮЩИЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ

5.1. ВИДЫ И ЗНАЧЕНИЕ ОБОБЩАЮЩИХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В ИЗУЧЕНИИ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Обобщающие статистические показатели отражают количественную сторону изучаемой совокупности общественных явлений, представляют собой их величину, выраженную соответствующей единицей измерения. Эти статистические величины характеризуют объемы изучаемых процессов (численность работников, объем товарооборота), их уровни (например, уровень производительности труда работника торговли), соотношение (например, между продавцами и другими категориями работников магазина) и т. д. В практике исчисляются разнообразные статистические показатели, относящиеся ко многим сторонам жизни общества.

Статистические показатели, отображая экономические категории, имеют взаимосвязанные количественную и качественную стороны. Качественная сторона показателя отражается в его содержании безотносительно к конкретному размеру признака, например в раскрытии того, что представляют собой согласно экономической теории розничный товарооборот, издержки обращения и т. д. Количественная сторона статистического показателя — это его числовое значение. Например, объем розничного товарооборота магазина в изучаемом году составил 10,5 млн. руб.

Статистические показатели выполняют ряд функций и прежде всего познавательную и управленческую (контрольно-организаторскую). Однако некоторые из них (экономические), кроме того, выполняют стимулирующую функцию.

Познавательная функция статистических показателей заключается в том, что они характеризуют состояние и развитие изучаемых явлений, направление и интенсивность процессов, происходящих в обществе. Обобщающие показатели служат базой анализа и прогнозирования социально-экономического развития отдельных районов, областей, регионов и страны в целом. Изучая количественную сторону явлений, познавая ее, экономист анализирует качественную сторону объекта, проникает в его сущность.

Статистический показатель выполняет также важную управленческую функцию, суть которой состоит в том, что он является важнейшим элементом процесса управления на всех его уровнях. В связи с переходом на рыночные отношения эта роль статистических показателей возрастает. Усиливается контроль за ходом выполнения договоров и другими сторонами деятельности предприятий, связанными с качеством обслуживания покупателей и экономическими результатами работы коллективов магазинов.

Многообразие функций и целей, которые выполняют статистические показатели, определяет их виды. Показатели, исчисляемые в статистической практике, можно подразделить на группы по следующим признакам:

1) по сущности изучаемых явлений. Статистические показатели бывают объемные, характеризующие размеры процессов (объем товарооборота), и качественные, выражающие собой количественные соотношения, типичные свойства изучаемых совокупностей (например, уровень производительности труда);

2) по степени агрегирования явлений. Статистические показатели подразделяются на индивидуальные, характеризующие единичные процессы, и обобщающие, отображающие совокупность в целом или ее части;

3) в зависимости от характера изучаемых явлений. Среди статистических показателей выделяют интервальные и моментные. Данные, выражающие развитие явлений за отдельные периоды времени, являются интервальными показателями, например товарооборот за месяц, квартал, год. Они характеризуют процесс изменения признаков. К моментным показателям относят те из них, которые отражают состояние явления на определенную дату (момент). Это может быть величина товарных запасов, число предприятий на начало или конец периода. Если показатели процесса (интервальные) можно суммировать, то данные, приведенные на конкретную дату, складывать чаще всего нецелесообразно.

Чтобы статистические показатели правильно отражали изучаемые явления, необходимо выполнять следующие требования:

1) опираться при их построении на положения экономической теории, а также на статистическую методологию и опыт статистических работ управления торговлей; стремиться к тому, чтобы показатели выражали сущность изучаемых явлений и давали им точную количественную оценку;

2) добиваться полноты информации как по охвату единиц изучаемого объекта, так и по комплексному отображению всех сторон протекаемого процесса;

3) обеспечивать сравнимость статистических показателей посредством единообразия исходных данных в пространственном и временном отношениях, а также применяя одинаковые единицы измерения;

4) повышать степень точности исходной информации, на основе которой исчисляются показатели, так как данные достоверны только в том случае, если они полностью совпадают с действительными размерами процессов, правильно характеризуют их содержание.

С достоверностью данных связано понятие точности, которую обычно отождествляют с областью неопределенности результата измерения, предполагающего допустимые пределы действительного размера величины изучаемого явления. Это требование дополняется понятием надежности оценки точности, основывающейся на определенной степени вероятности, поскольку размер отклонений в пределах поля допуска всегда связан с вероятностью.

Статистические показатели, являясь отражением объективной действительности, взаимозависимы. Поэтому они обычно рассматриваются не отдельно друг от друга, а в определенной связи, поскольку по одному показателю, характеризующему только одну или несколько сторон явления, нельзя составить цельное представление об изучаемом процессе. Например, для характеристики деятельности магазина необходимо рассмотреть несколько показателей (объем товарооборота, основные фонды и др.), которые, находясь в определенной взаимосвязи, и образуют систему статистических показателей.

В основе разработки систем показателей должны лежать глубокое знание сущности анализируемого объекта и четко сформулированная целевая установка процесса исследования с выделением основного звена во всей совокупности показателей. В магазине важнейшим показателем, вокруг которого группируются другие, является товарооборот. К требованиям научности систем показателей относится также взаимная их связь друг с другом, обусловленная логикой реальных процессов, протекаемых в торговле, содержанием коммерческой деятельности.

Системы статистических показателей имеют разный масштаб, например, они характеризуют деятельность магазина, ассоциации, торговли района, области и т. д. Кроме того, выделяются подсистемы показателей, с помощью которых изучаются отдельные сферы деятельности предприятий отрасли, например подсистема показателей по труду, материальным ресурсам, финансовым средствам и др.

Как бы ни была хороша система показателей, она не дает однозначной характеристики исследуемого объекта. Поэтому возникает потребность в поисках таких интегральных или комплексных показателей, которые бы отражали изучаемую совокупность в целом. В последнее время статистикой предложен целый ряд обобщающих показателей, например для оценки социально-экономической эффективности деятельности предприятий и качества их работы. Содержание названных и других показателей, методика их расчета рассматриваются в других главах.

§ 2 АБСОЛЮТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ, ИХ ОСНОВНЫЕ ВИДЫ

Абсолютные величины, выражающие размеры (уровни, объемы) явлений и процессов, получают в результате статистического наблюдения и сводки исходной информации. Их широко используют в практике торговли, применяют в анализе и прогнозирова-

нии коммерческой деятельности. На их основе составляют хоз
ственные договоры, оценивают объем спроса на конкретные то
ры, изделия и т. д.

Практически статистическая информация начинает формиро
ваться с абсолютных величин, ими измеряются все стороны обще
ственной жизни. Значение этих величин на современном этапе воз
растает, поскольку необходимо знать и обеспечивать увяз
товарных ресурсов с доходами населения, сбалансированность спро
са покупателей на конкретные товары с возможностью их произ
водства и т. д.

По способу выражения размеров изучаемых явлений абсолют
ные величины подразделяются на индивидуальные и
суммарные, которые представляют собой один из видов об
общающих величин. Первые из них характеризуют размеры коли
чественных признаков у отдельных единиц, например выработ
одного продавца за конкретный период и т. д. Этот вид показа
телей служит основанием при статистической сводке для включе
ния единиц объекта в группы. На их базе получают абсолютны
величины, из которых, в свою очередь, можно выделить показа
тели численности совокупности и показатели объема признака
совокупности. При изучении состояния и развития торговли рай
на, области и т. д. число предприятий можно отнести к первом
виду из названных величин, а число работников, объем товаро
оборота — ко второму. При изменившихся задачах исследован
один и тот же показатель может выступать в роли показател
численности совокупности, а в другом — показателем объема при
знака. Например, при изучении уровня производительности труд
работников их количество будет показателем уже не объема при
знака, а численностью единиц объекта, поскольку в данном слу
чае они выступают той совокупностью явлений, которая исслед
ется.

Абсолютные величины характеризуют совокупности экономи
чески сравнительно простые (численность магазинов, работнико
и сложные (объем товарооборота, размер основных фондов). По
этому количественному их выражению в абсолютных величина
предшествует тщательный теоретический анализ данной экономи
ческой категории.

Абсолютные величины — всегда числа именованные, имеющи
определенную размерность, единицы измерения. В зависимости
различных причин и целей анализа применяются натуральные,
нежные (стоимостные) и трудовые единицы измерения. Нату
ральные единицы измерения в большинстве своем соответст
вуют природным или потребительским свойствам предмета, това
ра и выражаются в физических мерах веса, мерах длины и т. д.
Так, продажа мяса измеряется в килограммах (кг), тоннах (т),
жидких продуктов — в литрах (л), декалитрах (дкл), обуви —
парах.

Иногда одна натуральная единица измерения недостаточ
для характеристики изучаемого явления. В подобных случая

используют вторую единицу в сочетании с первой. Поэтому в практике натуральные единицы измерения могут быть составными. Так, трудовые затраты в торговле измеряются числом работников и количеством человеко-часов (чел.-ч), человеко-дней (чел.-дн.), работа транспорта выражается в тонно-километрах (ткм). В статистике применяют и условно-натуральные единицы измерения при суммировании количества различных товаров, продуктов. Такие единицы получают, приводя различные натуральные единицы к одной, принятой за основу, эталон.

Пример. В консервной промышленности емкость банки, равной 353,4 см³, принята за условную. Если завод выпустил 200 тыс. банок емкостью 858,0 см³, то объем производства в пересчете на условную банку равен 480 тыс. (858,0 см³ : 353,4 см³·200 тыс.).

Аналогично производится пересчет в условно-натуральные измерители и в других отраслях (текстильной, топливной и т. д.).

Абсолютные величины измеряются и в стоимостных единицах — ценах (как правило, в сопоставимых или неизменных). Это особенно важно в условиях рыночной экономики, которая не исключает и товарообмен (бартерные сделки) с другими регионами. Степень укрупнения единиц измерения объективно определяется размерами отображаемых объектов изучения. Так, объем товарооборота магазина показывается в тысячах, а города, области — в миллионах рублей и т. д. Значительно реже абсолютные величины выражаются в трудовых единицах измерения — человеко-часах, человеко-днях.

В практической деятельности торговли при отсутствии необходимой информации абсолютные величины получают расчетным путем. Так, разность валового товарооборота и оптового равна размеру розничного оборота. Можно для этих целей использовать и балансовую взаимосвязь показателей товарооборота, характеризующую движение товаров: запасы на начало периода ($З_н$) плюс поступление товаров (П) равняются реализации (Р) плюс запасы товаров на конец периода ($З_к$). Например, запасы на начало периода рассчитываем по схеме:

$$З_н = Р + З_к - П; \text{ или } З_к = З_н + П - Р \text{ и т. д.}$$

На рынках объем завезенных продуктов рассчитывают следующим образом: количество привезенных мешков, ящиков, бочек умножают на вес каждого из них.

Пример. Вес картофеля в мешке составляет в среднем 50 кг, завезено их на рынок 1000 шт. Соответственно общий привоз этого продукта составит 50 т (50 кг·1000 шт.).

5.3 ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ, ИХ ЗНАЧЕНИЕ И ОСНОВНЫЕ ВИДЫ

Изучая экономические явления, статистика не может ограничиваться исчислением только абсолютных величин. В анализе статистической информации важное место занимают производные об-

обобщающие показатели — средние и относительные величины. Средние величины подробно рассматриваются в гл. 6. Здесь же остановимся на характеристике относительных величин.

Анализ — это прежде всего сравнение, сопоставление статистических данных. В результате сравнения получают качественную оценку экономических явлений, которая выражается в виде относительных величин.

Относительные величины в статистике представляют собой частное от деления двух статистических величин и характеризуют количественное соотношение между ними.

При расчете относительных величин следует иметь в виду, что в числителе всегда находится показатель, отражающий то явление, которое изучается, т. е. сравниваемый показатель, а в знаменателе — показатель, с которым производится сравнение, принимаемый за основание или базу сравнения. База сравнения выступает в качестве своеобразного измерителя. В зависимости от того, какое числовое значение имеет база сравнения (основание), результат отношения может быть выражен либо в форме коэффициента и процента, либо в форме промилле и децимилле. Существуют также именованные относительные величины. Например, показатель фондоотдачи в торговле получают делением объема товарооборота на среднегодовую стоимость основных фондов. Этот коэффициент показывает, сколько рублей товарооборота приходится на каждый рубль основных фондов.

Если значение основания или базы сравнения принимается за единицу (приравнивается к единице), то относительная величина (результат сравнения) является коэффициентом и показывает, во сколько раз изучаемая величина больше основания. Расчет относительных величин в виде коэффициента применяется в том случае, если сравниваемая величина существенно больше той, с которой она сравнивается. Если значение основания или базу сравнения принять за 100%, результат вычисления относительной величины будет выражаться также в процентах.

В тех случаях, когда базу сравнения принимают за 1000 (например, при исчислении демографических коэффициентов), результат сравнения выражается в промилле (‰). Относительные величины могут быть выражены и в децимилле, если основание отношения равно 10 000.

Форма выражения относительных величин зависит от количественного соотношения сравниваемых величин, а также от смыслового содержания полученного результата сравнения. В тех случаях, когда сравниваемый показатель больше основания, относительная величина может быть выражена или коэффициентом, или в процентах. Когда сравниваемый показатель меньше основания, относительную величину лучше выразить в процентах; если же сравнительно малые по числовому значению величины сопоставляются с большими, относительные величины выражаются в промилле. Так, в промилле рассчитываются коэффициенты рождаемости, смертности, естественного и механического прироста населения.

В каждом отдельном случае следует выбирать ту форму выражения относительных величин, которая более наглядна и легче воспринимается. Например, лучше сказать, что объем товарооборота магазина за анализируемый период вырос почти в 2 раза, чем сказать, что объем товарооборота составил 199,5%.

Расчет относительных величин может быть правильным лишь при условии, что показатели, которые сравниваются, являются сопоставимыми. Причины, вызывающие несопоставимость показателей, неодинаковы, например различия в методологии сбора, обработки статистической информации, в длительности периодов времени, за которые исчислены сравниваемые показатели, и др. Во всех этих случаях расчет относительных величин можно выполнять только после приведения изучаемых показателей к сопоставимому виду.

По своему познавательному значению относительные величины подразделяются на следующие виды: выполнение договорных обязательств, структура, динамика, сравнение, координация, интенсивность.

В связи с переходом экономики страны на рыночные отношения в статистической отчетности не будет содержаться плановых показателей. Поэтому в процессе анализа относительные величины выполнения плана рассчитываться не будут. Вместо них исчисляется относительная величина выполнения договорных обязательств — показатель, характеризующий уровень выполнения предприятием своих обязательств, предусмотренных в договорах.

Расчет этих показателей производится путем соотношения объема фактически выполненных обязательств (например, объема фактической поставки товара) и объема обязательств, предусмотренных в договоре (объем поставки товаров по договору). Выражаются относительные величины выполнения договорных обязательств в форме коэффициентов или в процентах.

$$\text{Относительная величина выполнения договорных обязательств, \%} = \frac{\text{Фактический уровень}}{\text{Уровень, предусмотренный договором}} \cdot 100.$$

Относительные величины структуры характеризуют состав изучаемых совокупностей. Исчисляются они как отношение абсолютной величины каждого из элементов совокупности к абсолютной величине всей совокупности, т. е. как отношение части к целому, и представляют собой удельный вес части в целом. Как правило, относительные величины структуры выражаются в процентах (база сравнения принимается за 100).

$$\text{Относительная величина структуры, \%} = \frac{\text{Величина изучаемой части совокупности}}{\text{Величина всей совокупности}} \cdot 100.$$

6 2128

Показатели структуры могут быть выражены также в долях (база сравнения принимается за 1).

Сравнивая структуру одной и той же совокупности за разные периоды времени, можно проследить структурные изменения, происшедшие во времени.

Пример. Из общей численности населения России, равной на конец 1985 г. 143,8 млн. человек, 104,1 млн. составляли городские жители, 39,7 млн. — сельские. Рассчитав относительные величины структуры, можно определить удельные веса (или доли городских и сельских жителей) в общей численности населения страны, т. е. структуру населения по месту жительства:

городское — (104,1 : 143,8) · 100 = 72,4;

сельское — (39,7 : 143,8) · 100 = 27,6.

Спустя 6 лет, численность населения страны составила 148,7 млн., в том числе: городских жителей — 109,7 млн., сельских — 39,0 млн. Исходя из этих данных исчисляются показатели структуры населения:

городское — (109,7 : 148,7) · 100 = 73,8;

сельское — (39,0 : 148,7) · 100 = 26,2.

Сравнив состав населения страны в 1985 г. и 1991 г., можно сделать вывод о том, что происходит увеличение удельного веса городских жителей.

Относительные величины структуры широко используются в анализе коммерческой деятельности торговли и сферы услуг. Они дают возможность изучить состав товарооборота по ассортименту, состав работников предприятия по различным признакам (полу, возрасту, стажу работы), состав издержек обращения и т. д.

Относительные величины динамики характеризуют изменение изучаемого явления во времени, выявляют направление развития, измеряют интенсивность развития. Расчет относительных величин выполняется в виде темпов роста и других показателей динамики.

Пример. Реализация хлопчатобумажных тканей секцией универмага составила в январе 3956 тыс. руб., в феврале — 4200 тыс. руб., в марте — 4700 тыс. руб.

Темпы роста:

базисные (база — уровень реализации в январе)

$К_{ф/я} = 4200 : 3950 \cdot 100 = 106{,}3\%$;

$К_{м/я} = 4700 : 3950 \cdot 100 = 118{,}9\%$;

цепные

$К_{ф/я} = 4200 : 3950 \cdot 100 = 106{,}3\%$;

$К_{м/ф} = 4700 : 4200 \cdot 100 = 111{,}9\%$.

Более подробно показатели динамики рассматриваются в гл. 9.

Относительные величины сравнения характеризуют количественное соотношение одноименных показателей, относящихся к различным объектам статистического наблюдения.

Пример. По данным Всесоюзной переписи населения 1989 г. численность населения Москвы составила 8967 тыс., а численность населения Ленинграда (ныне Санкт-Петербурга) — 5020 тыс. человек.

Рассчитаем относительную величину сравнения, приняв за базу сравнения численность жителей Санкт-Петербурга: 8967:5020=1,79. Следовательно, численность населения Москвы в 1,79 раза больше, чем Санкт-Петербурга.

Можно использовать относительные величины сравнения для сопоставления уровня цен на один и тот же товар, реализуемый через государственные магазины и на рынке. В этом случае за базу сравнения, как правило, принимается государственная цена.

Относительные величины координации представляют собой одну из разновидностей показателей сравнения. Они применяются для характеристики соотношения между отдельными частями статистической совокупности и показывают, во сколько раз сравниваемая часть совокупности больше или меньше части, которая принимается за основание или базу сравнения, т. е., по существу, они характеризуют структуру изучаемой совокупности, причем иногда более выразительно, чем относительные величины структуры.

Пример. На начало года численность специалистов с высшим образованием, занятых в ассоциации «Торговый дом», составила 53 человека, а численность специалистов со средним специальным образованием — 106 человек. Приняв за базу сравнения численность специалистов с высшим образованием, рассчитаем относительную величину координации: 106:53=2,0:1,0, т. е. на двух специалистов со средним специальным образованием приходится один специалист с высшим образованием.

Относительные величины интенсивности показывают, насколько широко распространено изучаемое явление в той или иной среде. Они характеризуют соотношение разноименных, но связанных между собой абсолютных величин.

В отличие от других видов относительных величин относительные величины интенсивности всегда выражаются именованными величинами.

Рассчитываются относительные величины интенсивности делением абсолютной величины изучаемого явления на абсолютную величину, характеризующую объем среды, в которой происходит развитие или распространение явления. Относительная величина показывает, сколько единиц одной совокупности приходится на единицу другой совокупности.

Примером относительных величин интенсивности может служить показатель, характеризующий число магазинов на 10 000 человек населения. Он получается делением числа магазинов в регионе на численность населения региона.

Пример. Число предприятий розничной торговли региона на конец года составило 6324. Численность населения данного региона на ту же дату составила 234,2 тыс. человек. Следовательно, на каждые 10 000 человек в данном регионе приходится 27,3 пред-

6*

приятия розничной торговли: [(6324 · 10 000) : 234 200] = 27,3 предприятия.

Эффективность использования статистических показателей во многом зависит от соблюдения ряда требований и прежде всего необходимости учета специфики и условий развития общественных явлений и процессов, а также комплексного применения абсолютных и относительных величин в статистическом исследовании. Это обеспечивает наиболее полное отражение изучаемой действительности.

Одним из условий правильного использования статистических показателей является изучение абсолютных и относительных величин в их единстве. Если это условие не соблюдено, можно прийти к неправильному выводу. Только комплексное применение абсолютных и относительных величин дает всестороннюю характеристику изучаемого явления.

Глава 6

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

6.1. СУЩНОСТЬ И ЗНАЧЕНИЕ СРЕДНЕЙ ВЕЛИЧИНЫ

Большое распространение в статистике коммерческой деятельности имеют средние величины. В средних величинах отображаются важнейшие показатели товарооборота, товарных запасов, цен. Средними величинами характеризуются качественные показатели коммерческой деятельности: издержки обращения, прибыль, рентабельность и др.

Средняя — это один из распространенных приемов обобщений. Важность средних величин для статистической практики и науки отмечалась в работах многих ученых. Так, английский экономист В. Петти (1623—1667) при рассмотрении экономических проблем широко использовал средние величины. В частности, он предлагал использовать в качестве меры стоимости затраты на среднее дневное пропитание одного взрослого работника. Его не смущала абстрактность средних, то, что данные, относящиеся к отдельным конкретным людям, могут не совпадать со средней величиной. Он считал устойчивость средней величины как отражение закономерности изучаемых явлений и полагал, что можно реконструировать информацию при отсутствии достаточного объема исходных данных (метод косвенных расчетов).

Весьма широко применял средние и относительные величины английский ученый Г. Кинг (1648—1712) при анализе данных о населении Англии (средний доход на одну семью, среднедушевой доход и т. д.)[1].

Теоретические разработки бельгийского статистика А. Кетле (1796—1874), внесшего значительный вклад в разработки теории устойчивости статистических показателей, основаны на противоречивости природы социальных явлений — высокоустойчивых в массе, вместе с тем сугубо индивидуальных.

Согласно Кетле, постоянные причины действуют одинаково (постоянно) на каждое изучаемое явление. Именно они делают эти явления похожими друг на друга, создают общие для всех их закономерности.

[1] См.: *Плошко Б. Г., Елисеева И. И.* История статистики. — М.: Финансы и статистика, 1990. — С. 23, 27.

Следствием учения А. Кетле об общих и индивидуальных причинах явилось выделение средних величин в качестве основного приема статистического анализа. Он подчеркивал, что статистические средние представляют собой не просто меру математического измерения, а категорию объективной действительности. Типическую, реально существующую среднюю он отождествлял с истинной величиной, отклонения от которой могут быть только случайными.

Ярким выражением изложенного взгляда на среднюю является его теория «среднего человека». Средний человек — это человек, наделенный всеми качествами в среднем размере. Этот человек будет иметь средний рост и вес, среднюю быстроту бега, среднюю смертность. и рождаемость, среднюю наклонность к браку и самоубийству, преступлениям, к добрым делам и т. д. Для Кетле «средний человек» не простая абстракция. Это идеал человека. Несостоятельность антинаучной теории «среднего человека» Кетле была доказана в русской статистической литературе еще в конце прошлого столетия. Известный русский статистик Ю. Э. Янсон (1835—1893) писал, что Кетле предполагает существование в природе типа среднего человека как чего-то данного, от которого жизнь отклонила «средних человеков» данного общества и данного времени, а это, естественно, приводит его к совершенно механическому взгляду и на законы движения социальной жизни: движение — это не есть развитие, а есть постепенное возрастание средних свойств человека, постепенное восстановление типа; следовательно, такое нивелирование всех проявлений жизни социального тела, за которым всякое поступательное движение прекращается [1].

Однако сущность этой теории нашла отражение в работах ряда теоретиков статистики как теория «истинных величин». У Кетле были последователи — немецкий статистик и экономист Лексис (1837—1914), перенесший теорию «истинных величин» на экономические явления общественной жизни. Его теория известна под названием «теория устойчивости». Другая разновидность идеалистической теории средних основана на философии махизма. Ее основатель — английский статистик А. Боули (1869—1957); является одним из самых видных теоретиков новейшего времени в области теории средних величин. Его концепция средних величин изложена в книге «Элементы статистики». А. Боули рассматривает средние величины лишь с количественной стороны, тем самым отрывает количество от качества. Определяя значение средних или, как он выражается, «их функцию», Боули на первый план выдвигает махистский принцип мышлений. Так, он писал, что функция средних ясна: она заключается в том, чтобы выражать сложную группу при помощи немногих простых чисел. Ум не в состоянии сразу охватить величины миллионов статистических данных, они должны быть сгруппированы, упрощены, приведены к средним.

---

[1] См.: *Янсон Ю. Э.* Теория статистики, 1913. — С. 32.

Взгляд на метод средних как на технический прием упрощения цифровых материалов разделяли Р. Фишер (1890—1968), Дж. Юл (1871—1951), Фредерик С. Миллс (р. 1892) и др.

В 30-е и последующие годы средняя величина все чаще стала рассматриваться как социально значимая характеристика, информативность которой зависит от однородности данных. Однако зарубежная статистика не ставит вопрос о связи между средними величинами по разным признакам, не рассматривает системы средних.

Виднейшие представители итальянской школы Бенини (1862—1956) и Коррадо Джини (1884—1965), считая статистику отраслью логики, расширили область применения статистической индукции. Причем познавательные принципы логики и статистики они связывали с природой изучаемых явлений, следуя традициям социологической трактовки статистики[1].

Правильное понимание сущности средней определяет ее особую значимость в условиях рыночной экономики, когда средняя через единичное и случайное позволяет выявить общее и необходимое, выявить тенденцию закономерностей экономического развития.

Средние величины — это обобщающие показатели, в которых находят выражение действие общих условий, закономерность изучаемого явления. В чем же различие статистических средних и житейских? Житейская практика устанавливает средние величины на глаз, на основе ограниченного числа наблюдений, личного опыта.

Статистические средние рассчитываются на основе массовых данных правильно статистически организованного массового наблюдения (сплошного или выборочного). Однако статистическая средняя будет объективна и типична, если она рассчитывается по массовым данным для качественно однородной совокупности (массовых явлений). Пример нетипичной средней хорошо показан в рассказе Глеба Успенского «Живые цифры». Там средний доход определялся сложением 1 млн. миллионера Колотушкина и 1 гроша просвирни Кукушкиной, и получалось, что он составил 0,5 млн. руб. Например, если рассчитывать среднюю заработную плату в кооперативах и на госпредприятиях, а результат распространить на всю совокупность, то средняя фиктивна, так как рассчитана по неоднородной совокупности, и такая средняя теряет всякий смысл.

При помощи средней происходит как бы сглаживание различий в величине признака, которые возникают по тем или иным причинам у отдельных единиц наблюдения.

Например, средняя выработка продавца зависит от многих причин: квалификации, стажа, возраста, формы обслуживания, здоровья и т. д. Средняя выработка отражает общее свойство всей совокупности.

---

[1] См.: *Плошко Б. Г., Елисеева И. И.* История статистики — С. 164—165.

Средняя величина — величина абстрактная, потому что характеризует значение абстрактной единицы, а значит, отвлекается от структуры совокупности.

Средняя абстрагируется от разнообразия признака у отдельных объектов. Но то, что средняя является абстракцией, не лишает ее научного исследования. Абстракция есть необходимая ступень всякого научного исследования. В средней величине, как и во всякой абстракции, осуществляется диалектическое единство отдельного и общего.

Применение средних должно исходить из диалектического понимания категорий общего и индивидуального, массового и единичного.

Средняя отражает то общее, что складывается в каждом отдельном, единичном объекте. Благодаря этому средняя получает большое значение для выявления закономерностей, присущих массовым общественным явлениям и не заметных в единичных явлениях.

Отклонение индивидуального от общего — проявление процесса развития. В отдельных единичных случаях могут быть заложены элементы нового, передового. В этом случае именно конкретные факты, взятые на фоне средних величин, характеризуют процесс развития. Поэтому в средней и отражается характерный, типичный, реальный уровень изучаемых явлений. Характеристики этих уровней и их изменений во времени и в пространстве являются одной из главных задач средних величин. Так, через средние проявляется, например, закономерность изменения производительности труда рабочих, свойственная предприятиям на определенном этапе экономического развития; изменение благосостояния населения находит свое отражение в средних показателях заработной платы, доходов семьи в целом и по отдельным социальным группам, уровня потребления продуктов, товаров и услуг.

Однако в маркетинговой деятельности нельзя ограничиваться лишь средними цифрами, так как за общими благоприятными средними могут скрываться крупные серьезные недостатки в деятельности отдельных подразделений предприятия, акционерного общества.

Средний показатель — это значение типичное (обычное, нормальное, сложившееся в целом), но таковым оно является потому, что формируется в нормальных, естественных, общих условиях существования конкретного массового явления, рассматриваемого в целом. Средняя отображает объективное свойство явления. В действительности часто существуют только отклоняющиеся явления, и средняя как явление может и не существовать, хотя понятие типичности явления и заимствуется из действительности. Такое понимание типичности пришло из геометрии — круг как вписанный или описанный многоугольник с бесконечным увеличивающимся числом сторон (в действительности невозможно бесконечное увеличение числа сторон). Бесконечная — математическое понятие, а не существующая величина и исключает возможность всякого увеличения $\sim +1 = \sim$. Другой пример, качания маятника тяготеют к своей оси, но не совпадают с ней.

Индивидуальные значения изучаемого признака у отдельных единиц совокупности могут быть теми или иными (например, цены у отдельных продавцов). Эти значения невозможно объяснить, не прослеживая причинно-следственные связи. Поэтому средняя величина индивидуальных значений одного и того же вида есть продукт необходимости. Он является результатом совокупного действия всех единиц совокупности, который проявляется в массе повторяющихся случайностей, опосредуемых общими условиями процесса.

Распределение индивидуального значения изучаемого признака порождает случайность его отклонения от средней, но не случайно среднее отклонение, которое равно нулю.

Образцом научной значимости диалектики случайного и необходимого в области общественных явлений служит учение К. Маркса. В «Капитале» на примере перехода от одной формы стоимости товара к другой он показывает основное содержание трансформации случайного в необходимое. При случайной форме стоимости случайным выглядит и то количественное соотношение, в котором обмениваются два продукта при случайной встрече их владельцев, когда отношения владельцев продуктов единичны. Естественный переход случайной формы стоимости в более полную (развернутую) происходит, когда отдельный товар вступает в отношения не с одним товаром другого вида, а «со всем товарным миром». В этом случае меновые отношения регулируются величиной стоимости и отношение двух индивидуальных товаровладельцев не случайны. При всеобщей форме стоимости все множество товаров находится в общественном отношении с одним и тем же товаром, и отношения товаровладельцев становятся всеобщими. Обмен повторяется постоянно, а стоимость выражает то общее, что имеется у данного товара со всеми остальными товарами. Индивидуальное время, затрачиваемое на изготовление товаров, имеет значение для их владельцев лишь постольку, поскольку оно соответствующим образом может быть сведено к общественно необходимому времени, которое утверждается с абсолютной необходимостью, а по природе своей является средним.

Приведенный пример, а также многие другие примеры трансформации случайности в необходимость позволяют сделать вывод о том, что средние значения определенных признаков в массовых явлениях — продукт необходимости.

Каждое наблюдаемое индивидуальное явление обладает признаками двоякого рода — одни имеются во всех явлениях, только в различных количествах (рост, возраст человека), другие признаки, качественно различные в отдельных явлениях, имеются в одних, но не встречаются в других (мужчина не может быть женщиной). Средняя величина вычисляется для признаков, присущих всем явлениям в данной совокупности, для признаков качественно (средняя рост,

Средняя величина является отражением значений изучаемого признака и, следовательно, измеряется в той же размерности, что и этот признак. Однако существуют различные способы приближенного определения уровня распределения численностей для сравнения сводных признаков, непосредственно не сравнимых между собой, например средняя численность населения по отношению к территории (средняя плотность населения). В зависимости от того, какой именно фактор нужно элиминировать, будет находиться и содержание средней.

Сочетание общих средних с групповыми средними дает возможность ограничить качественно однородные совокупности. Расчленяя массу объектов, составляющих то или иное сложное явление, на внутренне однородные, но качественно различные группы и характеризуя каждую из этих групп своей средней, можно вскрыть резервы, процесс нарождающегося нового качества. Например, распределение населения по доходу позволяет выявить формирование новых социальных групп.

Теория диалектического материализма учит, что ни одно явление не остается неизменным, что все в мире меняется, развивается. Меняются и те признаки, которые характеризуются средними, а следовательно, и сами средние.

В общественной жизни происходит непрерывный процесс нарождения нового. Носителем нового качества сначала являются единичные объекты, а затем количество этих объектов увеличивается, и новое становится массовым, типичным.

Отклонения от средней и противоположные стороны являются результатом борьбы противоположностей, одна из которых должна поддерживаться, другая, наоборот, преодолеваться.

Каждая средняя величина характеризует изучаемую совокупность по какому-либо одному признаку. Чтобы получить полное и всестороннее представление об изучаемой совокупности по ряду существенных признаков, в целом необходимо располагать системой средних величин, которые могут описать явление с разных сторон. Так, изменения доходов торговых предприятий характеризуют показатели среднего оборота на одно предприятие, среднего размера дохода на одно предприятие, среднего уровня доходности и др. Тогда общая тенденция видна более отчетливо, т. е. здесь нет уже действия тех разнообразных условий, которые определяли размер дохода каждого предприятия.

6.2. ВИДЫ СРЕДНИХ И МЕТОДЫ ИХ РАСЧЕТА

В практике статистической обработки материала возникают различные задачи, имеются особенности изучаемых явлений, и поэтому для их решения требуются различные средние. Математическая статистика выводит различные средние из формул степенной средней:

$$\bar{x} = \sqrt[z]{\frac{\Sigma x^z}{n}},$$

при $z=1$ — средняя арифметическая;
при $z=0$ — средняя геометрическая;
при $z=-1$ — средняя гармоническая;
при $z=-2$ — средняя квадратическая.

Однако вопрос о том, какой вид средней необходимо применить в отдельном случае, разрешается путем конкретного анализа изучаемой совокупности, определяется материальным содержанием изучаемого явления, а также исходя из принципа осмысленности результатов при суммировании или при взвешивании. Только тогда средняя применима правильно, когда получают величины, имеющие реальный экономический смысл.

Введем следующие понятия и обозначения: признак, по которому находится средняя, называется *осредняемым признаком* и обозначается $\bar{x}$; величина осредняемого признака у каждой единицы совокупности называется *индивидуальным его значением, или вариантами*, и обозначается как $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$; частота — это повторяемость индивидуальных значений признака, обозначается буквой f.

Средняя арифметическая — наиболее распространенный вид средней. Она исчисляется в тех случаях, когда объем осредняемого признака образуется как сумма его значений у отдельных единиц изучаемой статистической совокупности.

В зависимости от характера исходных данных средняя арифметическая $\bar{x}$ определяется следующим образом.

1. Предположим, что требуется вычислить средний стаж десяти работников торгового предприятия 6, 5, 4, 3, 3, 4, 5, 4, 5, 4, т. е. дан ряд одиночных значений признака, тогда $\bar{x}$ рассчитывается как

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{6+5+4+3+3+4+5+4+5+4}{10} = \frac{43}{10} = 4{,}3 \text{ года}$$

т. е. как средняя арифметическая невзвешенная делением количества сводного признака на число показаний:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}.$$

Часто приходится рассчитывать среднее значение признака по ряду распределения, когда одно и то же значение признака встречается несколько раз. Объединив данные по величине признака (т. е. сгруппировав) и подсчитав число случаев повторения каждого из них, мы получим следующий вариационный ряд (табл. 6.1). Тогда средняя равна:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i f_i}{\Sigma f_i} = \frac{43}{10} = 4{,}3 \text{ года}$$

или как *средняя арифметическая взвешенная*

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i f_i}{\Sigma f_i} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}.$$

Таблица 6.1

Ряд распределения работающих на торговом предприятии по стажу работы

Продолжительность стажа работы (варианты) x_i	Число работников торгового предприятия (частоты) f_i	Отработано человеко-лет $x_i f_i$	Доля работников к общей численности работников, % (частости) $w_i = \frac{f_i}{\Sigma f_i} \cdot 100$	$x_i w_i$
1	2	3	4	5
3	2	6	20	60
4	4	16	40	160
5	3	15	30	150
6	1	6	10	60
Итого	10	43	100	430

Следовательно, для исчисления взвешенной средней выполняются следующие последовательные операции: умножение каждого варианта на его частоту, суммирование полученных произведений, деление полученной суммы на сумму частот.

В ряде случаев роль частот при исчислении средней играют какие-либо другие величины. Например, при исчислении средней урожайности единственно правильным будет взвешивание по размеру площади посева, а не по числу участков. Частоты отдельных вариантов могут быть выражены не только абсолютными величинами, но и относительными величинами — частостями (w_i). Заменив в этом примере абсолютные значения частот соответствующими относительными величинами, получим тот же результат

$$x = \frac{\Sigma x_i w_i}{\Sigma w_i} = \frac{430}{100} = 4{,}3 \text{ года.}$$

Взвешенная средняя учитывает различное значение отдельных вариантов в пределах совокупности. Поэтому она должна употребляться во всех тех случаях, когда варианты имеют различную численность. Употребление невзвешенной средней в этих случаях недопустимо, так как это неизбежно приводит к искажению статистических показателей. Сам по себе вопрос о весах, которые должны быть приняты при исчислении средней, как это видно из приведенных примеров, определяется исходной информацией.

Арифметическая средняя как бы распределяет поровну между отдельными объектами общую величину признака, в действительности варьирующую у каждого из них. Общий объем стажа, отработанного всеми рабочими, распределяется между ними поровну.

Часто вычисление средних величин приходится производить и по данным, сгруппированным в виде интервальных рядов распределения, когда варианты признака, из которых исчисляется средняя, представлены в виде интервалов (от — до), например в табл. 6.2.

Распределение предприятий региона по объему товарооборота

Группы предприятий по объему товарооборота, млн. руб. x	Число предприятий f	Середина интервала x'	$x'f$	$x'-A$	$\left(\frac{x'-A}{i}\right)$	$\left(\frac{x'-A}{i}\right)f$
1	2	3	4	5	6	7
До 400	9	350	3 150	—200	—2	—18
400—500	12	450	5 400	—100	—1	—12
500—600	8	550	4 400	0	0	0
600—700	9	650	5 850	100	1	9
Свыше 700	2	750	1 500	200	2	4
Итого	40		20 300	—	—	—17

Для вычисления средней величины надо в каждом варианте определить серединное значение x', после чего произвести взвешивание обычным порядком $x'f$. В закрытом интервале серединное значение определяется как полусумма значений нижней и верхней границ (см. табл. 6.2). Иногда задача исчисления средней по величинам интервального ряда осложняется тем, что неизвестны крайние границы начального и конечного интервалов. В этом случае предполагается, что расстояние между границами данного интервала такое же, как и в соседнем интервале.

Объем товарооборота в среднем на одно предприятие составит:

$$\bar{x} = \frac{20\,300}{40} = 507{,}5 \text{ млн. руб.}$$

Необходимо отметить, что изложенный прием исчисления средней является вынужденным в случае, когда нет прямых данных о конкретной величине отдельных вариантов. Этот прием основан на предположении, что отдельные конкретные варианты равномерно распределены внутри интервала.

Однако в действительности распределение отдельных вариантов в пределах интервала может оказаться неравномерным, и тогда середина интервала будет в той или иной степени отличаться от принятой средней. Это может повлиять на правильность общей средней, исчисленной по данным интервального ряда.

Необходимо отметить, что, хотя мы и используем для расчета средней из интервального ряда формулу средней арифметической взвешенной, исчисленная средняя не является точной величиной, так как в результате умножения средних значений групп на их численность мы не получим действительного значения. Сходство исчисленной средней со средней взвешенной лишь в исчислении. Здесь взяты не индивидуальные значения вариант, а условные средние каждой группы. Их взвешивание имеет чисто формальный характер.

Степень расхождения зависит от ряда причин: первой является число вариант. Чем больше число вариант, тем вероятнее, что середина интервала будет мало отличаться от групповой средней. Если же на каждую группу приходится малое число единиц, групповые средние могут находиться не только в середине, но и вблизи верхней либо нижней границы интервала. Если же наблюдений много и они более или менее равномерно распределяются в пределах интервала, то средняя величина в группе будет приближаться к середине интервала. Второй причиной является величина интервала. Если интервал невелик, то и ошибка будет незначительной, так как фактически групповая средняя будет мало отличаться от середины интервала. Третьей причиной является характер распределения. Чем симметричнее распределение, тем ошибка меньше. Размер ошибки зависит и от принципа построения интервального ряда. При равных интервалах середина построения его будет ближе примыкать к средней по данной группе. Кроме того, при наличии открытых интервалов к этому добавляются неточности, связанные с условным установлением неизвестных границ. Поэтому очень важно, чтобы средняя отобразила всю совокупность наблюдений, к которой относится эта средняя.

При этом, отвлекаясь от индивидуальных количественных различий, средняя должна учитывать в полной мере и качество изучаемого признака совокупности.

Средняя гармоническая. Учитывая, что статистические средние всегда выражают качественные свойства изучаемых общественных процессов и явлений, важно правильно выбрать форму средней исходя из взаимосвязи явлений и их признаков. Средняя гармоническая — это величина, обратная средней арифметической, когда $z = -1$. Когда статистическая информация не содержит частот по отдельным вариантам совокупности, а представлена как их произведение, применяется формула *средней гармонической взвешенной.*

Так, например, расчет средней цены выражается отношением

$$\textit{Средняя цена} = \frac{\textit{Сумма реализации}}{\textit{Количество реализованных единиц}}$$

Таблица 6.3

Город	Цена, руб. x_i	Сумма реализации, тыс. руб. w_i	Частоты $f_i = \frac{w_i}{x_i}$
А	30	600	20
Б	20	1 000	50
В	35	350	10
Итого		1 950	80

Величина суммы реализации, т. е. показателя, который находится в числителе исходного отношения, известна. Для определения неизвестной величины — количества реализованных единиц — нужно отдельно по каждому виду товара разделить сумму реализации на цену (табл. 6.3).

$$\overline{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}} = \frac{600+1000+350}{\frac{600}{30} + \frac{1000}{20} + \frac{350}{235}} = \text{[illegible]} \text{ руб.}$$

$$\overline{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}} = \frac{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}{\frac{w_1}{x_1} + \frac{w_2}{x_2} + \ldots + \frac{w_n}{x_n}}.$$

При определении средней цены, используя невзвешенную среднюю арифметическую, получим среднюю, которая не отражает объема реализации, т. е. нереальна.

$$\overline{x} = \frac{30+20+35}{3} = 28 \text{ руб.}$$

Как видно, средняя гармоническая является превращенной формой арифметической средней. Вместо гармонической всегда можно рассчитать среднюю арифметическую, но для этого сначала нужно определить веса отдельных значений признака.

В том случае, если объемы явлений, т. е. произведения, по каждому признаку равны, применяется средняя гармоническая (простая).

Пример. Две автомашины прошли один и тот же путь: одна со скоростью 60 км/ч, а вторая — 80 км/ч, тогда средняя скорость составит:

$$\overline{x} = \frac{1+1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{80}} = \frac{2}{\frac{80+60}{4800}} = \frac{9600}{140} = 68{,}6 \text{ км/ч,}$$

тогда

$$\overline{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}},$$

где $\sum \frac{1}{x}$ — сумма обратных значений вариант; n — число вариант.

Средняя геометрическая — это величина, используемая как средняя из отношений или в рядах распределения, представленных в виде геометрической прогрессии, когда $z=0$, $\overline{x} = \sqrt[n]{\Pi(x)}$. Этой средней удобно пользоваться, когда уделяется внимание не абсолютным разностям, а отношениям двух чисел. Поэтому средняя геометрическая используется в расчетах среднегодовых темпов роста.

Основные свойства средней арифметической. Средняя арифметическая обладает рядом свойств:

1. *От уменьшения или увеличения частот каждого значения признака x в n раз величина средней арифметической не изменится.* Если все частоты разделить или умножить на какое-либо число, то величина средней не изменится. Это свойство дает возможность частоты заменить удельными весами, называемыми *часто-*

[illegible]. Тогда средний объем товарооборота предприятия составит:

$$\bar{x} = \frac{\sum\left(\frac{x-A}{i}\right)f}{\Sigma f} + A = \frac{-17}{40} \cdot 100 + 550 = 507{,}5 \text{ млн. руб.}$$

Необходимость использования упрощенных методов расчета в настоящее время ограничена, так как все более широко внедряются ЭВМ, позволяющие производить расчеты по индивидуальным значениям.

6.3. СТРУКТУРНЫЕ СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Для характеристики структуры совокупности применяются особые показатели, которые можно назвать *структурными средними*. К таким показателям относятся мода и медиана.

Модой (Мо) называется чаще всего встречающийся вариант, или модой называется то значение признака, которое соответствует максимальной точке теоретической кривой распределений.

Мода представляет наиболее часто встречающееся или типичное значение. Мода широко используется в коммерческой практике при изучении покупательского спроса (при определении размеров одежды и обуви, которые пользуются широким спросом), регистрации цен.

В дискретном ряду мода — это варианта с наибольшей частотой. Например, по приведенным ниже данным наибольшим спросом обуви пользуется размер 37 (табл. 6.4).

Таблица 6.4

Размер обуви	Число купленных пар
34	2
35	10
36	20
37	88 «М»
38	19
39	9
40	1

Таблица 6.5

Стаж (лет)	Число работников
До 2	4
2—4	23
4—6	20
6—8	35
8—10	11
Свыше 10	7

В интервальном вариационном ряду модой приближенно считают центральный вариант так называемого модального интервала, т. е. того интервала, который имеет наибольшую частоту (частость). В пределах интервала надо найти то значение признака, которое является модой.

Решение вопроса состоит в том, чтобы в качестве моды выявить середину модального интервала. Такое решение будет правильным лишь в случае полной симметричности распределения либо тогда, когда интервалы, соседние с модальными, мало отличаются друг от друга по числу случаев. В противном случае середина модального интервала не может рассматриваться как мода. Конкретное значение моды для интервального ряда определяется формулой

$$\text{Mo} = x_{\text{Mo}} + i_{\text{Mo}} \frac{(f_{\text{Mo}} - f_{\text{Mo}-1})}{(f_{\text{Mo}} - f_{\text{Mo}-1}) + (f_{\text{Mo}} - f_{\text{Mo}+1})},$$

где x_{Mo} — нижняя граница модального интервала; i_{Mo} — величина модального интервала; f_{Mo} — частота, соответствующая модальному интервалу; $f_{\text{Mo}-1}$ — частота, предшествующая модальному интервалу; $f_{\text{Mo}+1}$ — частота интервала, следующего за модальным.

Эта формула основана на предположении, что расстояния от нижней границы модального интервала до моды и от моды до верхней границы модального интервала прямо пропорциональны разностям между численностями модального интервала и прилегающих к нему. В нашем примере (табл. 6.5) модальным интервалом величины стажа работников торгового предприятия будут 6—8 лет, а модой продолжительности стажа — 6,77 года.

$$\text{Mo} = 6 + 2 \frac{35-20}{(35-20)+(35-11)} = 6{,}77 \text{ года.}$$

Мода всегда бывает несколько неопределенной, так как она зависит от величины групп, от точного положения границ групп.

Мода — это именно то число, которое в действительности встречается чаще всего (является величиной определенной) — в практике имеет самое широкое применение (наиболее часто встречающийся тип покупателя).

Медиана (Me) — это величина, которая делит численность упорядоченного вариационного ряда на две равные части: одна часть имеет значения варьирующего признака меньшие, чем средний вариант, а другая — большие. Понятие медианы легко уяснить из следующего примера. Для ранжированного ряда (т. е. построенного в порядке возрастания или убывания индивидуальных величин) с нечетным числом членов медианой является варианта, расположенная в центре ряда.

Например, в ранжированных данных о стаже работы семи продавцов — 1, 2, 2, 3, 5, 7, 10 лет — медианой является четвертая варианта — 3 года. Для ранжированного ряда с четным числом членов (индивидуальных величин) медианой будет средняя арифметическая из двух смежных вариант. Если в бригаде продавцов из шести человек распределение по стажу работы было таким: 1, 3, 4, 5, 7, 9 лет, то медианой будет значение, равное: $(4+5) : 2 = 4{,}5$ года, т. е.

$$\text{Me} = \frac{x_{\text{Me}} + x_{\text{Me}+1}}{2}.$$

В интервальном вариационном ряду порядок нахождения медианы следующий: располагаем индивидуальные значения признака по ранжиру; определяем для данного ранжированного ряда накопленные частоты; по данным о накопленных частотах находим медианный интервал.

Медиана делит численность ряда пополам, следовательно, она там, где накопленная частота составляет половину или больше половины всей суммы частот, а предыдущая (накопленная) частота меньше половины численности совокупности.

Если предполагать, что внутри медианного интервала нарастание или убывание изучаемого признака происходит по прямой равномерно, то формула медианы в интервальном ряду распределения будет иметь следующий вид:

$$Me = x_{Me} + i_{Me} \frac{\frac{\Sigma f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}},$$

где x_{Me} — нижняя граница медианного интервала; i_{Me} — величина медианного интервала; $\Sigma f/2$ — полусумма частот ряда; S_{Me-1} — сумма накопленных частот, предшествующих медианному интервалу; f_{Me} — частота медианного интервала.

Медиана ряда наблюдений может быть очень далека от его типичной величины и в действительности может не приближаться ни к одному из наблюдаемых объектов. Но поскольку медиана является серединным (центральным) значением, это делает ее смысл вполне ясным. Медиана по своему положению более определенна, чем мода.

Медиана находит практическое применение вследствие особого свойства — сумма абсолютных отклонений членов ряда от медианы есть величина наименьшая $\Sigma(x - Me) = \min$.

Таблица 6[illegible]

№ п/п	Расположение магазинов от базы снабжения, км (x)	Отклонения от среднего значения ($x - \bar{x}$)	Отклонения от медианного значения ($x - Me$)
1	2	3	2
2	3	2	1
3	4	1	0
4	6	1	2
5	10	5	6
Итого	25	13	11

$$\bar{x} = 25 : 5 = 5 \text{ км}; \quad Me = 4 \text{ км}.$$

Вышеназванное свойство Me находит широкое практическое применение в маркетинговой деятельности.

Величины, приходящиеся на одной четверти и на трех четвертях расстояния от начала ряда, называются *квартилями*, на одной десятой — *децилями*, на одной сотой — *процентилями*.

При статистическом изучении совокупности правильно выбранная средняя обладает следующими свойствами: если в индивидуальном признаке явления есть какая-либо типичность, то средняя ее обнаруживает, но она учитывает и влияние крайних значений. Если $\bar{x}$, Me, Mo совпадают, то данная группа симметрична. Но $Me < \bar{x}$ при немногочисленной группе с очень высокими числами и $\bar{x} < Me$, если нет очень больших чисел и данные концентрируются.

Если совокупность неоднородна, то мода трудно определяется. $Mo < \bar{x}$, если имеется немногочисленная группа с высокими числами и Mo отчетливо выражена при однородности группы.

Глава 7

ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

7.1. ПОНЯТИЕ ВАРИАЦИИ

Различие индивидуальных значений признака внутри изучаемой совокупности в статистике называется *вариацией признака*. Она возникает в результате того, что его индивидуальные значения складываются под совокупным влиянием разнообразных факторов (условий), которые по-разному сочетаются в каждом отдельном случае.

Средняя величина, как уже отмечалось, — это абстрактная, обобщающая характеристика признака изучаемой совокупности, но она не показывает строения совокупности, которое весьма существенно для ее познания. Средняя величина не дает представления о том, как отдельные значения изучаемого признака группируются вокруг средней, сосредоточены ли они вблизи или значительно отклоняются от нее. В некоторых случаях отдельные значения признака близко примыкают к средней арифметической и мало от нее отличаются. В таких случаях средняя хорошо представляет всю совокупность. В других, наоборот, отдельные значения совокупности далеко отстают от средней, и средняя плохо представляет всю совокупность. В нашем примере (табл. 7.1 и 7.2) в первом регионе средняя характеристика более надежна, более типична, чем во втором регионе; объем товарооборота в среднем на одно предприятие, который складывался под влиянием более разнообразных условий, и изучаемая совокупность менее однородны, а средняя величина менее надежна.

Колеблемость отдельных значений характеризуют *показатели вариации*.

Термин «вариация» произошел от латинского variatio — изменение, колеблемость, различие. Однако не всякие различия принято называть вариацией. Под *вариацией* в статистике понимают такие количественные изменения величины исследуемого признака в пределах однородной совокупности, которые обусловлены перекрещивающимся влиянием действия различных факторов. Различают вариацию признака: случайную и систематическую.

Анализ систематической вариации позволяет оценить степень зависимости изменений в изучаемом признаке от определяющих ее факторов. Например, изучая силу и характер вариации в ... ленной совокупности, можно оценить, насколько однородной ... ется данная совокупность в количественном, а иногда и качест... ном отношении, а следовательно, насколько характерной явля... исчисленная средняя величина. Степень близости данных отд... ных единиц x_i к средней измеряется рядом абсолютных, средних ... относительных показателей.

Абсолютные и средние показатели вариации и способы их рас... чета. Для характеристики колеблемости признака использу... ряд показателей. Наиболее простой из них — размах вариац... определяемый как разность между наибольшим (x_{max}) и наимен... шим (x_{min}) значениями вариантов:

$$R = x_{max} - x_{min}. \qquad (7.1)$$

Рассмотрим колеблемость показателей объема товарооборота в среднем на одно предприятие (см. табл. 7.1 и 7.2).

Таблица 7.1

Регион 1

Группы предприятий по объему товарооборота, млн. руб. x_i	Число предприятий f_i	Расчетные показатели					
		x_i'	$x_i'f_i$	$\lvert x_i-\bar{x}\rvert$	$\lvert x_i-\bar{x}\rvert f$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x}$...
1	2	3	4	5	6	7	8
90—100	28	95	2 660	—10	—280	100	2 800
100—110	48	105	5 040	0	0	0	0
110—120	20	115	2 300	10	200	100	2 000
120—130	4	125	500	20	80	400	1 600
Итого	100		10 500		560	560	6 400

Таблица 7.2

Регион 2

Группы предприятий по объему товарооборота, млн. руб. x_i	Число предприятий f_i	Расчетные показатели							
		x_i'	$x_i'f_i$	$\lvert x_i'-\bar{x}\rvert$	$\lvert x_i'-\bar{x}\rvert f_i$	x_i-A	$\frac{x_i-A}{i}$	$\left(\frac{x_i-A}{i}\right)f$	$\left(\frac{x_i-A}{i}\right)^2 f$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
60—80	21	70	1470	—35	—735	—40	—2	—42	84
80—100	27	90	2430	—15	—405	—20	—1	—27	27
100—120	24	110	2640	50	120	0	0	0	0
120—140	16	130	2080	25	400	20	1	16	16
140—160	8	150	1200	45	360	40	2	16	32
160—180	4	170	680	65	260	60	3	12	36
Итого	100	10 500			2 280			—25	195

Средний объем товарооборота на одно предприятие по регионам равен 105 млн. руб.:

$$\text{регион 1: } \bar{x} = \frac{\Sigma x' f}{\Sigma f} = \frac{10\,500}{100} = 105 \text{ млн. руб.};$$

$$\text{регион 2: } \bar{x} = \frac{\Sigma x' f}{\Sigma f} = \frac{10\,500}{100} = 105 \text{ млн. руб.}$$

Однако показатель размаха вариации составил:

регион 1: $R = 130 - 90 = 40$ млн. руб.;

регион 2: $R = 180 - 60 = 120$ млн. руб.

Сравнение показателей в нашем примере свидетельствует, что размах вариации объема товарооборота выше в регионе 2. Но он улавливает только крайние отклонения и не отражает отклонений всех вариант в ряду. Однако легкость вычислений и простота истолкования обусловили широкое применение этого показателя.

Чтобы дать обобщающую характеристику распределению отклонений, исчисляют *среднее линейное отклонение* $\bar{d}$, которое учитывает различия всех единиц изучаемой совокупности. Среднее линейное отклонение определяется как средняя арифметическая из отклонений индивидуальных значений от средней, без учета знака этих отклонений:

$$\bar{d} = \frac{\Sigma |x - \bar{x}|}{n}, \tag{7.2}$$

$$\text{или } \bar{d} = \frac{\Sigma |x - \bar{x}| f}{\Sigma f}. \tag{7.3}$$

$$\text{Регион 1: } \bar{d}_1 = \frac{\Sigma |x' - \bar{x}| f}{\Sigma f} = \frac{560}{100} = 5{,}6 \text{ млн. руб.};$$

$$\text{регион 2: } \bar{d} = \frac{\Sigma |x' - \bar{x}| f}{\Sigma f} = \frac{228}{100} = 22{,}8 \text{ млн. руб.}$$

В нашем примере в регионе 1 показатели объема товарооборота более однородны, чем в регионе 2. Среднее линейное отклонение как меру вариации признака применяют в статистической практике редко. Во многих случаях этот показатель не устанавливает степень рассеивания.

На практике меру вариации более объективно отражает *показатель дисперсии* (σ^2 — средний квадрат отклонений), определяемый как средняя из отклонений, возведенных в квадрат $(x - \bar{x})^2$:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n}, \tag{7.4}$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2 f}{\Sigma f}. \tag{7.5}$$

Корень квадратный из дисперсии σ^2 среднего квадрата отклонений представляет собой среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}. \tag{7.6}$$

σ^2 и σ являются общепринятыми мерами вариации признака. Так, по региону 1 дисперсия составила:

$$\sigma_1^2 = \frac{\Sigma (x' - \bar{x})^2 f}{\Sigma f} = \frac{6400}{100} = 64,$$

и среднеквадратическое отклонение соответственно:

$$\sigma_1 = \sqrt{\sigma_1^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ млн. руб.}$$

По региону 2:

$$\sigma_2^2 = 755 \text{ и } \sigma_2 = \sqrt{\sigma_2^2} = \sqrt{750} = 27{,}5 \text{ млн. руб.}$$

Среднее квадратическое отклонение является мерилом надежности средней. Чем меньше среднее квадратическое отклонение, тем лучше средняя арифметическая отражает собой всю представляемую совокупность. Как видим, в регионе 1 дисперсия и среднее квадратическое отклонение значительно меньше, чем в регионе 2, что также подтверждает большую надежность средней в регионе 1.

Дисперсия обладает рядом свойств (доказываемых в математической статистике), которые позволяют упростить расчеты.

1. *Если из всех значений вариант отнять какое-то постоянное число А, то средний квадрат отклонений от этого не изменится.*

$$\sigma^2_{(x_i - A)} = \sigma^2. \tag{7.7}$$

2. *Если все значения вариант разделить на какое-то постоянное число А, то средний квадрат отклонений уменьшится от этого в A^2 раз, а среднее квадратическое отклонение — в А раз:*

$$\sigma^2_{\left(\frac{x_i}{A}\right)} = \sigma^2 : A^2. \tag{7.8}$$

3. *Если исчислить средний квадрат отклонений от любой величины А, которая в той или иной степени отличается от с арифметической $\bar{x}$, то он всегда будет больше среднего квадрата отклонений σ^2, исчисленного от средней арифметической.*

$$\sigma^2_A > \sigma^2_{\bar{x}}. \tag{7.9}$$

При этом больше на вполне определенную величину — на квадрат разности между средней и этой условно взятой величиной, т. е. на $(\bar{x} - A)^2$:

$$\sigma^2 = \sigma^2_A + (\bar{x} - A)^2$$

или

$$\sigma^2 = \sigma^2_A - (\bar{x} - A)^2. \qquad (7.10)$$

Дисперсия от средней имеет свойство минимальности, т. е. она всегда меньше дисперсий, исчисленных от любых других величин. В этом случае, когда A приравниваем к 0 и, следовательно, не вычисляем отклонения, формула принимает такой вид:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma x^2 f}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma x f}{\Sigma f}\right)^2 \text{ или } \sigma^2 = \underset{\substack{\text{средний}\\ \text{квадрат}\\ \text{значений}\\ \text{признака}\\ m_2}}{\overline{x^2}} - \underset{\substack{\text{квадрат}\\ \text{среднего}\\ \text{значения}\\ \text{признака}\\ m_1^2}}{(\bar{x})^2}. \qquad (7.11)$$

Значит, средний квадрат отклонений σ^2 равен среднему квадрату значений признака $\overline{x^2}$ минус квадрат среднего значения признака $(\bar{x})^2$, т. е. $m_2 - m_1^2$.

Изложенный способ расчета дисперсии и среднего квадратического отклонения называется *способом моментов*, или *способом отсчета от условного нуля*. Он применим при условии равных интервалов.

Используя второе свойство дисперсии, разделив все варианты на величину интервала, получим формулу

$$\sigma^2 = i^2(m_2 - m_1^2). \qquad (7.12)$$

Используем изложенные выше свойства дисперсии для расчета показателей по региону 2. Так, средняя в данном примере равна: $\bar{x} = A + im_1 = 110 + 20(-0{,}25) = 105$ млн. руб. Дисперсия $\sigma^2 = 20^2(1{,}95 - (-0{,}25)^2 = 755$ и среднеквадратическое отклонение $\sigma = 27{,}477$ млн. руб. σ выражается в именованных числах.

Средняя величина отражает тенденцию развития, т. е. действие главных причин (факторов). σ измеряет силу воздействия прочих факторов.

Показатели относительного рассеивания. Для характеристики меры колеблемости изучаемого признака исчисляются показатели колеблемости в относительных величинах. Они позволяют сравнивать характер рассеивания в различных распределениях (различные единицы наблюдения одного и того же признака в двух совокупностях, при различных значениях средних, при сравнении разноименных совокупностей). Расчет показателей меры относительного рассеивания осуществляют как отношение абсолютного показателя рассеивания к средней арифметической, умножаемое на 100%.

1. *Коэффициент осциляции* отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней.

$$K_o = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%. \qquad (7.13)$$

В регионе 2 разница между крайними значениями на 14,3% превышает среднее значение товарооборота на одно предприятие.

$$K_o = \frac{120}{105} \cdot 100\% = 114,3\%.$$

В то же время в регионе 1 этот показатель составляет 38,1% среднего значения.

$$K_o = \frac{40}{105} \cdot 100\% = 38,1\%.$$

2. *Относительное линейное отклонение* характеризует долю усредненного значения абсолютных отклонений от средней величины.

$$K_d = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\%. \qquad (7.14)$$

В регионе 2 он составил 21,7% против 5,3% в регионе 1.

$$K_{d_1} = \frac{5,6}{105} \cdot 100 = 5,3\%, \quad K_{d_2} = \frac{22,8}{105} \cdot 100 = 21,7\%.$$

3. *Коэффициент вариации.*

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%. \qquad (7.15)$$

тогда $v_1 = \dfrac{8}{105} \cdot 100 = 7,6\%, \qquad v_2 = \dfrac{27,5}{105} \cdot 100 = 26\%.$

Учитывая, что среднеквадратическое отклонение дает обобщающую характеристику колеблемости всех вариантов совокупности, коэффициент вариации является наиболее распространенным показателем колеблемости, используемым для оценки типичности средних величин. При этом исходят из того, что если v больше 40%, то это говорит о большой колеблемости признака в изучаемой совокупности. В нашем примере коэффициент вариации подтверждает большую колеблемость товарооборота в регионе 2.

Виды дисперсий и закон (правило) сложения дисперсий. Изучая дисперсию интересующего нас признака в пределах исследуемой совокупности и опираясь на общую среднюю в своих расчетах, мы не можем определить влияние отдельных факторов, характеризующих колеблемость индивидуальных значений (вариант) признака.

Это можно сделать при помощи группировок, подразделив изучаемую совокупность на группы, однородные по признаку-фактору. При этом можно определить три показателя колеблемости признака в совокупности: общую дисперсию, межгрупповую дисперсию и среднюю из внутригрупповых дисперсий.

Общая дисперсия характеризует вариацию признака, которая зависит от всех условий в данной совокупности. Исчисляется общая дисперсия по формуле

$$\sigma_0^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x}_0)^2 f_i}{\Sigma f_i}, \tag{7.16}$$

где $\bar{x}_0$ — общая средняя для всей изучаемой совокупности.

Межгрупповая дисперсия отражает вариацию изучаемого признака, которая возникает под влиянием признака-фактора, положенного в основу группировки. Она характеризует колеблемость групповых (частных) средних $\bar{x}_i$ около общей средней $\bar{x}_0$. Межгрупповая дисперсия вычисляется по формуле

$$\delta^2 = \frac{\Sigma(\bar{x}_i - \bar{x}_0)^2 f_i}{\Sigma f_i}, \tag{7.17}$$

где $\bar{x}_i$ — средняя по отдельным группам; $\bar{x}_0$ — средняя общая; f_i — численность отдельных групп.

Средняя внутригрупповых дисперсий характеризует случайную вариацию в каждой отдельной группе. Эта вариация возникает под влиянием других, не учитываемых факторов и не зависит от условия (признака-фактора), положенного в основу группировки. Определяется она по формуле

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\Sigma \sigma_i^2 f_i}{\Sigma f_i}. \tag{7.18}$$

Рассмотрим методику расчета дисперсий по данным распределения торговых предприятий по объему товарооборота и формам собственности (табл. 7.3).

Объем товарооборота в среднем на одно предприятие:

$$\bar{x} = \frac{181,4}{100} = 1,814 \text{ млрд. руб.}$$

Колеблемость объема товарооборота по исследуемым предприятиям составила: $\sigma_0^2 = \frac{8,9804}{100} = 0,089804$, или 89,804 млн. руб., что обусловлено и мощностью предприятий и формой собственности.

Далее рассмотрим, как складываются показатели товарооборота и его вариации по группам в зависимости от форм собственности (табл. 7.4).

Объем товарооборота в среднем на одно предприятие составил: $\bar{x}_г = \frac{100,0}{50} = 2,0$ млрд. руб., колеблемость его в совокупности государственных торговых предприятий — $\sigma_г^2 = \frac{2,34}{50} = 0,0468$, или 46,8 млн. руб. Таким образом, 46,8 млн. руб. характеризуют вариацию признака внутри группы государственных предприятий.

Произведем расчет показателей по приватизированным предприятиям (табл. 7.5).

Используя свойство средней и дисперсии определяем: $m_1 =$

В регионе 2 разница между крайними значениями на 14,3% превышает среднее значение товарооборота на одно предприятие.

$$K_o = \frac{120}{105} \cdot 100\% = 114{,}3\%.$$

В то же время в регионе 1 этот показатель составляет 38,1% среднего значения.

$$K_o = \frac{40}{105} \cdot 100\% = 38{,}1\%.$$

2. *Относительное линейное отклонение* характеризует долю усредненного значения абсолютных отклонений от средней величины.

$$K_d = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\%. \qquad (7.14)$$

В регионе 2 он составил 21,7% против 5,3% в регионе 1.

$$K_{d_1} = \frac{5{,}6}{105} \cdot 100 = 5{,}3\%, \quad K_{d_2} = \frac{22{,}8}{105} \cdot 100 = 21{,}7\%.$$

3. *Коэффициент вариации.*

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%, \qquad (7.15)$$

тогда $v_1 = \frac{8}{105} \cdot 100 = 7{,}6\%$, $\quad v_2 = \frac{27{,}5}{105} \cdot 100 = 26\%$.

Учитывая, что среднеквадратическое отклонение дает обобщающую характеристику колеблемости всех вариантов совокупности, коэффициент вариации является наиболее распространенным показателем колеблемости, используемым для оценки типичности средних величин. При этом исходят из того, что если v больше 40%, то это говорит о большой колеблемости признака в изучаемой совокупности. В нашем примере коэффициент вариации подтверждает большую колеблемость товарооборота в регионе 2.

Виды дисперсий и закон (правило) сложения дисперсий. Изучая дисперсию интересующего нас признака в пределах исследуемой совокупности и опираясь на общую среднюю в своих расчетах, мы не можем определить влияние отдельных факторов, характеризующих колеблемость индивидуальных значений (вариант) признака.

Это можно сделать при помощи группировок, подразделив изучаемую совокупность на группы, однородные по признаку-фактору. При этом можно определить три показателя колеблемости признака в совокупности: общую дисперсию, межгрупповую дисперсию и среднюю из внутригрупповых дисперсий.

Общая дисперсия характеризует вариацию признака, которая зависит от всех условий в данной совокупности. Исчисляется общая дисперсия по формуле

$$\sigma_0^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x}_0)^2 f_i}{\Sigma f_i}, \qquad (7.16)$$

где $\bar{x}_0$ — общая средняя для всей изучаемой совокупности.

Межгрупповая дисперсия отражает вариацию изучаемого признака, которая возникает под влиянием признака-фактора, положенного в основу группировки. Она характеризует колеблемость групповых (частных) средних $\bar{x}_i$ около общей средней $\bar{x}_0$. Межгрупповая дисперсия вычисляется по формуле

$$\delta^2 = \frac{\Sigma(\bar{x}_i - \bar{x}_0)^2 f_i}{\Sigma f_i}, \qquad (7.17)$$

где $\bar{x}_i$ — средняя по отдельным группам; $\bar{x}_0$ — средняя общая; f_i — численность отдельных групп.

Средняя внутригрупповых дисперсий характеризует случайную вариацию в каждой отдельной группе. Эта вариация возникает под влиянием других, не учитываемых факторов и не зависит от условия (признака-фактора), положенного в основу группировки. Определяется она по формуле

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\Sigma \sigma_i^2 f_i}{\Sigma f_i}. \qquad (7.18)$$

Рассмотрим методику расчета дисперсий по данным распределения торговых предприятий по объему товарооборота и формам собственности (табл. 7.3).

Объем товарооборота в среднем на одно предприятие:

$$\bar{x} = \frac{181,4}{100} = 1,814 \text{ млрд. руб.}$$

Колеблемость объема товарооборота по исследуемым предприятиям составила: $\sigma_0^2 = \frac{8,9804}{100} = 0,089804$, или 89,804 млн. руб., что обусловлено и мощностью предприятий и формой собственности.

Далее рассмотрим, как складываются показатели товарооборота и его вариации по группам в зависимости от форм собственности (табл. 7.4).

Объем товарооборота в среднем на одно предприятие составил: $\bar{x}_т = \frac{100,0}{50} = 2,0$ млрд. руб., колеблемость его в совокупности государственных торговых предприятий — $\sigma_т^2 = \frac{2,34}{50} = 0,0468$, или 46,8 млн. руб. Таким образом, 46,8 млн. руб. характеризуют вариацию признака внутри группы государственных предприятий.

Произведем расчет показателей по приватизированным предприятиям (табл. 7.5).

Используя свойство средней и дисперсии определяем: $m_1 =$

В регионе 2 разница между крайними значениями на 14,3% превышает среднее значение товарооборота на одно предприятие.

$$K_o = \frac{120}{105} \cdot 100\% = 114{,}3\%.$$

В то же время в регионе 1 этот показатель составляет 38,1% среднего значения.

$$K_o = \frac{40}{105} \cdot 100\% = 38{,}1\%.$$

2. *Относительное линейное отклонение* характеризует долю усредненного значения абсолютных отклонений от средней величины.

$$K_d = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\%. \qquad (7.14)$$

В регионе 2 он составил 21,7% против 5,3% в регионе 1.

$$K_{d_1} = \frac{5{,}6}{105} \cdot 100 = 5{,}3\%, \quad K_{d_2} = \frac{22{,}8}{105} \cdot 100 = 21{,}7\%.$$

3. *Коэффициент вариации.*

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%, \qquad (7.15)$$

тогда $v_1 = \frac{8}{105} \cdot 100 = 7{,}6\%$, $\quad v_2 = \frac{27{,}5}{105} \cdot 100 = 26\%$.

Учитывая, что среднеквадратическое отклонение дает обобщающую характеристику колеблемости всех вариантов совокупности, коэффициент вариации является наиболее распространенным показателем колеблемости, используемым для оценки типичности средних величин. При этом исходят из того, что если v больше 40%, то это говорит о большой колеблемости признака в изучаемой совокупности. В нашем примере коэффициент вариации подтверждает большую колеблемость товарооборота в регионе 2.

Виды дисперсий и закон (правило) сложения дисперсий. Изучая дисперсию интересующего нас признака в пределах исследуемой совокупности и опираясь на общую среднюю в своих расчетах, мы не можем определить влияние отдельных факторов, характеризующих колеблемость индивидуальных значений (вариант) признака.

Это можно сделать при помощи группировок, подразделив изучаемую совокупность на группы, однородные по признаку-фактору. При этом можно определить три показателя колеблемости признака в совокупности: общую дисперсию, межгрупповую дисперсию и среднюю из внутригрупповых дисперсий.

Общая дисперсия характеризует вариацию признака, которая зависит от всех условий в данной совокупности. Исчисляется общая дисперсия по формуле

$$\sigma_o^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x}_o)^2 f_i}{\Sigma f_i}, \qquad (7.16)$$

где $\bar{x}_o$ — общая средняя для всей изучаемой совокупности.

Межгрупповая дисперсия отражает вариацию изучаемого признака, которая возникает под влиянием признака-фактора, положенного в основу группировки. Она характеризует колеблемость групповых (частных) средних $\bar{x}_i$ около общей средней $\bar{x}_o$. Межгрупповая дисперсия вычисляется по формуле

$$\delta^2 = \frac{\Sigma(\bar{x}_i - \bar{x}_o)^2 f_i}{\Sigma f_i}, \qquad (7.17)$$

где $\bar{x}_i$ — средняя по отдельным группам; $\bar{x}_o$ — средняя общая; f_i — численность отдельных групп.

Средняя внутригрупповых дисперсий характеризует случайную вариацию в каждой отдельной группе. Эта вариация возникает под влиянием других, не учитываемых факторов и не зависит от условия (признака-фактора), положенного в основу группировки. Определяется она по формуле

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\Sigma \sigma_i^2 f_i}{\Sigma f_i}. \qquad (7.18)$$

Рассмотрим методику расчета дисперсий по данным распределения торговых предприятий по объему товарооборота и формам собственности (табл. 7.3).

Объем товарооборота в среднем на одно предприятие:

$$\bar{x} = \frac{181{,}4}{100} = 1{,}814 \text{ млрд. руб.}$$

Колеблемость объема товарооборота по исследуемым предприятиям составила: $\sigma_o^2 = \frac{8{,}9804}{100} = 0{,}089804$, или 89,804 млн. руб., что обусловлено и мощностью предприятий и формой собственности.

Далее рассмотрим, как складываются показатели товарооборота и его вариации по группам в зависимости от форм собственности (табл. 7.4).

Объем товарооборота в среднем на одно предприятие составил: $\bar{x}_г = \frac{100{,}0}{50} = 2{,}0$ млрд. руб., колеблемость его в совокупности государственных торговых предприятий — $\sigma_г^2 = \frac{2{,}34}{50} = 0{,}0468$, или 46,8 млн. руб. Таким образом, 46,8 млн. руб. характеризуют вариацию признака внутри группы государственных предприятий.

Произведем расчет показателей по приватизированным предприятиям (табл. 7.5).

Используя свойство средней и дисперсии определяем: $m_1 =$

функция переменной x вместе с арифметической средней и стандартным отклонением распределения.

Фактическое распределение отличается от теоретического в силу влияния случайных факторов. Их влияние сглаживается с увеличением объема исследуемой совокупности. Большое значение имеет сопоставление фактических кривых распределения с теоретическими.

Поскольку уравнение нормальной кривой выражено посредством средней арифметической и стандартного отклонения распределения, из этого следует, что фактическая форма кривой для любого распределения будет зависеть от этих двух значений и что очертания кривых для различных распределений будут несколько дифференцированы. В действительности все они сохраняют симметричную куполообразную форму, но она может удлиняться (например, там, где вокруг средней арифметической концентрируется огромное большинство зарегистрированных значений) или же принимать приплюснутую сверху форму (в случаях, когда отклонения от средней относительно велики). Естественно, верно также и то, что общее удлинение или растяжение нормальной кривой может быть достигнуто просто увеличением масштаба рисунка, но при этом изменится только внешний вид кривой, а ее основные свойства останутся неизменными.

Площадь внутри кривой также может быть вычислена, что делает возможным подсчет общей плотности частот, заключенных между двумя любыми ординатами y. Например, около 68% общей площади заключено в пределах ординат, проведенных с каждой стороны средней на расстоянии одного (1) стандартного отклонения от средней. Тем самым около 68% общего числа частот лежит в пределах двух (2) стандартных отклонений с любой стороны средней и около 99,73% — в пределах $\pm$ трех (3) стандартных отклонений. Эти данные свидетельствуют о том, что 50% площади кривой заключено в пределах $\pm 0{,}6745$ стандартного отклонения и что площадь между ± 4 стандартными отклонениями составляет 99,994% всей площади. Эта информация исключительно полезна. Если, например, средняя нормального распределения равна 100 и стандартное отклонение равно 2, то известно, что не менее 68% всех наблюдений лежит между значениями 98 и 102 (т. е. 100 ± 2) и что почти все наблюдения будут лежать между 94 и 106 (т. е. 100 ± 3) стандартными отклонениями.

Нормальная кривая имеет огромное значение в теории выборочного метода, поскольку может быть показано, что средние стандартные отклонения, рассчитанные по случайным выборкам, тяготеют к нормальным в случае больших размеров выборок, если даже совокупность, из которой они взяты, сама не является нормально распределенной.

В кривой нормального распределения выражается закономерность, возникающая при взаимодействии множества случайных причин, поэтому она нашла широкое применение не только в математической статистике, но и в исследованиях различных процессов коммерческой деятельности.

Для симметричных распределений рассчитывается показатель *эксцесса* (островершинности). Линдбергом предложен следующий показатель:

$$E_x = n - 38{,}9, \tag{7.36}$$

где n — доля (%) количества вариантов, лежащих в интервале, равном половине среднего квадратического отклонения в ту и другую сторону от $\bar{x}$.

Наиболее точным является показатель, использующий центральный момент четвертого порядка:

$$E_x = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3. \tag{7.37}$$

Эксцесс представляет собой выпад вершины эмпирического распределения вверх или вниз от вершины кривой нормального распределения, где отношение $M_4/\sigma^4 = 3$. Средняя квадратическая ошибка эксцесса рассчитывается по формуле

$$\sigma_{E_x} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n-1)^2(n+3)(n+5)}}, \tag{7.38}$$

где n — число наблюдений.

Оценка существенности показателей асимметрии и эксцесса позволяет сделать вывод о том, можно ли отнести данное эмпирическое распределение к типу кривых нормального распределения.

Если непрерывная случайная величина имеет плотность распределения

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\, e^{\frac{-(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}, \tag{7.39}$$

то она подчиняется закону нормального распределения.

Таблица 7.7

Расчет значений частот теоретического ряда распределения на основании данных объема товарооборота государственных магазинов

Группы предприятий по объему товарооборота, млн. руб.	Число предприятий	x'	$x' - \bar{x}$	$\frac{x' - \bar{x}}{\sigma} = t$	$f(t)$	f'
1,6—1,8	11	1,7	—0,3	—1,38696	0,15285	7
1,8—2,0	13	1,9	—0,1	—0,46232	0,3589	17
2,0—2,2	18	2,1	0,1	0,46232	0,3589	17
2,2—2,4	6	2,3	0,3	1,38696	0,15285	7
2,2—2,6	2	2,5	0,5	2,31160	0,0283	1
Итого						49

$$f' = f(t)\cdot\frac{\Sigma fi}{\sigma} = 0{,}15285\cdot\frac{50\cdot 0{,}2}{0{,}2163} = 7{,}066 \text{ и т. д.}$$

Для построения кривой нормального распределения надо знать два параметра $\bar{x}$ и σ.

Для удобства вычислений вероятностей случайные величины нормируются, а затем используются заранее табулированные значения плотности функции распределения нормированной случайной величины (табл. 7.7).

$$\bar{x} = 2{,}0, \quad \sigma = 0{,}2163, \quad \pi = 3{,}1415, \quad e = 2{,}7182.$$

Если обозначим $(x - \bar{x})/\sigma$ через t, то величину

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) e^{-\frac{t^2}{2}} \tag{7.40}$$

назовем *нормированной функцией*, эта функция табулирована.

Для нормированной случайной величины математическое ожидание равно нулю, а дисперсия равна единице. Определенный интеграл вида

$$\Phi_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{u^2/2} du \tag{7.41}$$

носит название нормированной функции Лапласа и характеризует площадь под кривой в промежутке от 0 до t.

Чтобы оценить вероятность попадания в интервал от $-\infty$ до x, рассчитаем

$$F_x = \frac{1}{2} + \Phi_t. \tag{7.42}$$

Для определения вероятности попадания нормально распределенной случайной величины x в заданный интервал $(x_1;\ x_2)$ находим разность

$$F_{x_2} - F_{x_1},$$

т.е.

$$p(x_1 \leqslant x \leqslant x_2) = Fx_2 - Fx_1 = \left[\frac{1}{2} + \Phi_{t_2}\right] - \left[\frac{1}{2} + \Phi_{t_1}\right] =$$
$$= \Phi_{t_2} - \Phi_{t_1}, \tag{7.43}$$

где

$$t_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma}; \quad t_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma}.$$

Особенности кривой нормального распределения:

кривая симметрична относительно максимальной ординаты, которая соответствует $\bar{x} = \text{Mo} = \text{Me}$, ее величина равна $1/\sqrt{2\pi}\sigma$;

кривая асимптотически приближается к оси абсцисс, продолжаясь в обе стороны до бесконечности. При этом чем больше значения отклоняются от $\bar{x}$, тем реже они встречаются.

Равновероятны одинаковые по абсолютному значению, но противоположные по знаку отклонения значений переменной x от $\bar{x}$;

кривая имеет две точки перегиба, находящиеся на расстоянии $\pm\sigma$ от $\bar{x}$;

при $\bar{x}=\text{const}$ с увеличением σ кривая становится более пологой. При $\sigma=\text{const}$ с изменением $\bar{x}$ кривая не меняет свою форму, а лишь сдвигается вправо или влево по оси абсцисс;

в промежутке $\bar{x}+\sigma$ (при $t=1$) находится 68,3% всех значений признака; в промежутке $\bar{x}\pm2\sigma$ (при $t=2$) находится 95,4% всех значений признака; в промежутке $\bar{x}\pm3\sigma$ (при $t=3$) — 99,7% всех значений признака.

Нормальное распределение возможно в том случае, когда на величину признака влияет большое число случайных причин.

Значения $\Phi^{н}_{t_i}$ и $\Phi^{в}_{t_i}$ определяются по таблицам интегральной функции Лапласа. Оценка вероятности попадания случайной величины в интервал p определяется разностью $\Phi^{в}_{t_i}-\Phi^{н}_{t_i}$. Теоретическая частота $f'_i=p_i\cdot n$.

7.3 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА

При рассмотрении маловероятных событий, имеющих место в большой серии независимых испытаний некоторое (конечное) число раз, вероятности появления этих событий подчиняются закону Пуассона, или закону редких событий

$$P_m=\frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}, \tag{7.44}$$

где λ равна среднему числу появления событий в одинаковых независимых испытаниях, т. е. $\lambda=nP$, где P — вероятность события при одном испытании; e=2,71828: m — частота данного события. Математическое ожидание m равно λ.

Закон Пуассона можно применять для совокупностей, достаточно больших по объему ($n\geqslant100$) и имеющих достаточно малую долю единиц, обладающих данным признаком ($P\leqslant0{,}1$).

При этом распределение Пуассона можно применить, когда не только не известно значение n — общего числа возможных результатов, но и когда не известно конечное число, которое n может представлять. Там, где есть среднее число случаев наступления события, вероятность наступления события описывается членами разложения:

$$e^{-m}\left(1+m+\frac{m^2}{2!}+\frac{m^3}{3!}+\ldots\right), \tag{7.45}$$

где е есть математическая постоянная величина, приблизительно равная 2,71828. Знак «!» — математический факториальный знак, означающий: «умножь указанное число на все положительные натуральные числа до нуля, меньшие, чем указанное число». Так, член 4! есть сокращенный способ записи $4\cdot3\cdot2\cdot1$. Соответствующие вероятности поэтому такие:

0 случаев	$P=e^{-m}$;
1 случай	$P=me^{-m}$;
2 случая	$P=\left(\frac{m^2}{2!}\right)e^{-m}$;
3 случая	$P=\left(\frac{m^3}{3!}\right)e^{-m}$.

Поэтому если среднее число землетрясений равно одному в месяц, то $m=1$ и вероятность случаев в месяц будет следующей, рассчитанной по приблизительному значению $e^{-m}=0{,}3679$.

Число случаев	Вероятность	Приблизительный числовой эквивалент
0	e^{-m}	0,3679
1	me^{-m}	0,3679
2	$\left(\frac{m^2}{2!}\right)e^{-m}$	0,1839
3	$\left(\frac{m^3}{3!}\right)e^{-m}$	0,0613

Распределение Пуассона, подобно нормальному распределению, есть распределение, которое оправдывает себя собственными результатами. При наличии достаточного количества данных, на которых можно основать расчет среднего количества случаев в пределах установленного периода времени, будет также достаточно данных для выявления фактического количества случаев в каждом из конкретных количеств однотипных периодов. Сравнение этих данных по фактическим случаям с данными, которые были бы предсказаны распределением, покажет, насколько хорошо распределение вероятности удовлетворяет распределение фактически наблюдаемых частот.

В результате проверки 1000 партий одинаковых изделий получено следующее распределение количества бракованных изделий в партии:

Количество брака	m_i	0	1	2	3	4	Итого
Количество партий, содержащих данное число бракованных изделий	f_i	604	306	77	12	1	1000

Определим среднее чиело бракованных изделий в партии:

$$\lambda=\frac{0\cdot604+1\cdot306+2\cdot77+3\cdot12+4\cdot1}{1000}=0{,}5.$$

Находим теоретические частоты закона Пуассона:

$$f' = nP(m)_1 f_i' = \frac{0,5^m e^{-0,5}}{m!} n, \qquad (7.46)$$

при $m_i = 0$ $\quad f_0' = 1000 \cdot 0,606 = 606;$

$m_i = 1$ $\quad f_1' = 1000 \cdot 0,5 \cdot 0,606 = 303;$

$m_i = 2$ $\quad f_2' = \frac{1000 \cdot 0,25 \cdot 0,606}{2} = 76;$

$m_i = 3$ $\quad f_3' = \frac{1000 \cdot 0,125 \cdot 0,5 \cdot 0,606}{6} = 13;$

$m_i = 4$ $\quad f_4' = \frac{1000 \cdot 0,125 \cdot 0,5 \cdot 0,606}{24} = 2.$

Эмпирическое и найденное теоретическое распределение Пуассона:

604	306	77	12	1
606	303	76	13	2

Сопоставление свидетельствует о соответствии эмпирического распределения распределению Пуассона. Степень расхождений теоретических и эмпирических частот оценивается с помощью особых показателей — критериев согласия, на базе которых проверяется гипотеза о законе распределения.

7.4. БИНОМИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Биномиальное распределение симметрично только в его ограничивающей форме. Это распределение именуется так из-за его отношения к разложению двучлена $(p+q)^n$. Биномиальное выражение — это выражение, которое содержит два члена, соединенных знаком «плюс» или «минус». *Биномиальное распределение* есть распределение вероятности исходов события, которые могут быть классифицированы как положительные или отрицательные, т. е. оно связано с обстоятельствами, в которых какое-либо специфическое событие может или случиться, или не случиться. Здесь нет места для полумер и не принимается в расчет степень интенсивности события. Общая вероятность события, случающегося или не случающегося, равна 1. Поэтому если вероятность того, что оно случится, равна p, то вероятность того, что оно не случится, равна $1-p$, $p+q=1$.

Члены p и q относятся к вероятности наступления или ненаступления только одного события. Вероятность наступления двух отдельных событий по закону умножения равна для независимых явлений: $p \cdot p = p^2$, т. е. 0,01. Точно так же вероятность не наступления каждого из двух событий составляет q^2, или 0,81. Но возникает новая серия возможностей, поскольку в первом случае возможность того, что событие случится, связана с тем, что оно не случится во втором случае; вероятность этого равна pq, или 0,09. Аналогичным образом вероятность наступления события во втором случае, связанная с наступлением в первом случае, также равна 0,09. Поэтому все вероятности в целом таковы:

наступление события в обоих случаях	$-p^2 = 0{,}01$;
ненаступление в обоих случаях	$-q^2 = 0{,}81$;
наступление в первом и ненаступление во втором	$-pq = 0{,}09$;
наступление события во втором случае и ненаступление в первом	$-pq = 0{,}09$;
общая вероятность всех исходов	$-p^2 + 2pq + q^2 = 1{,}0$.

Общая вероятность, таким образом, может быть алгебраически представлена как $p^2+2pq+q^2$, или $(p+q)^2$. Соответственно там, где имеются три события, вероятности будут составлять:

наступление события в трех случаях — $p^3=0{,}001$;

ненаступление события в трех случаях — $q^3=0{,}729$;

наступление в двух случаях и ненаступление в одном — $3p^2q= =0{,}027$;

наступление в одном случае и ненаступление в двух — $3pq^2= =0{,}243$;

общая вероятность всех исходов — $(p+q)^3=1{,}0$.

В дальнейшем будет видно, что каждый из членов разложения $(p+q)^3$ представляет соответствующую вероятность различных возможных сочетаний исходов всех отдельных событий.

Подобным образом для n событий вероятности 0, 1, 2, 3, ..., n того, что событие не произойдет, представлены соответственно последовательными членами разложения бинома $(p+q)^n$. Альтернативно вероятности 0, 1, 2, 3, ..., n наступления событий представлены последовательными членами разложения $(q+p)^n$. Следует также отметить, что общая вероятность всегда точно выражена единицей, поскольку $(p+q)$, согласно определению, равно 1, а из этого следует, что $(p+q)$ всегда равно 1, каким бы ни было значение n.

Таблица 7.8

Члены разложения	Представление вероятности	
	наступление событий	ненаступление событий
Первый	3	0
Второй	2	1
Третий	1	2
Четвертый	0	3

Там, где желательно вычислить вероятность по меньшей мере одного события, это достигается сложением отдельных вероятностей для 1, 2, 3, ..., n случаев наступления событий, поскольку каждый из этих исходов удовлетворяет требованиям по крайней мере одного наступления событий. Знание этого должно, пожалуй, облегчить понимание проблемы, которая была поставлена С. Пепусом перед И. Ньютоном. Суть проблемы в том, что из трех человек один пытается выкинуть по крайней мере одну шестерку при шести бросках игральной кости; второй — по крайней мере две шестерки при двенадцати бросках кости; третий — по крайней мере три шестерки при восемнадцати бросках. Каковы их относительные шансы на успех? Опрометчивый человек может поддаться искушению и сказать, что вероятности успеха соответственно равны: а) $\frac{1}{6}$, б) $\frac{2}{12}$, в) $\frac{3}{18}$ и что все они эквивалентны.

Но эти вероятности относятся только к выбрасыванию одной шестерки; требуемая вероятность для первого человека есть по меньшей мере одна шестерка, и мы должны поэтому включать все вероятности выбрасывания более чем одной шестерки.

Требуемая вероятность поэтому эквивалентна общей вероятности всех исходов минус вероятность того, что шестерка вообще не будет выброшена. Вероятность подобного исхода для одного броска равна $^5/_6$; вероятность того, что шестерка не выпадет в шести бросках, составит $^5/_6{}^6$, так что вероятность выбрасывания по крайней мере одной шестерки в шести бросках составит:

$$1-\frac{5^6}{6}=\frac{31\,031}{46\,656}=0{,}665.$$

Чтобы иметь вероятность по крайней мере двух шестерок в двенадцати бросках, мы должны вычесть из общей вероятности сумму вероятностей выбрасывания: а) всех нешестерок и б) лишь одной шестерки.

$$1-12\cdot\frac{1}{6}-\frac{5^{11}}{6}-\frac{5^{12}}{6}=\frac{1\,346\,704\,211}{2\,176\,782\,336}=0{,}619.$$

Таким образом, вероятность здесь ниже, чем вероятность выбрасывания по крайней мере одной шестерки в шести бросках. По аналогии еще меньше вероятность выбрасывания по крайней мере трех шестерок в восемнадцати бросках.

Таковы, следовательно, математические ответы и, конечно, математически они правильны. Но дают ли они реальные ответы на то, каковы же реальные шансы людей на успех в ограниченных пределах сферы их деятельности? Это вновь ставит вопрос о том, какова вероятность того, что отношения вероятностей представляют реальный результат. Ньютон почему-то не сослался на тот факт, что отношения вероятностей более определенно представляют исходы большого числа событий, чем исходы изолированных событий. Человек, подбрасывающий монету, имеет в среднем один из двух шансов, что в каждом из двух случаев выпадет «орел». И все же он может подбросить монету, скажем, десять раз, и ни разу монета не ляжет «орлом» вверх.

Однако когда один человек подбрасывает монету 1000 раз, количество выпаданий «орла» будет близко к половине всех результатов. Поэтому неправильно предполагать, что реальные шансы одинаково пропорциональны как для двух, так и для тысячи подбрасываний. Соответствующие вероятности успеха равны $^1/_2$ и $^{500}/_{1000}$, и каждое отношение эквивалентно 0,5, но все же реальные шансы в двух различных числовых категориях явлений в действительности не идентичны.

Человек, решивший получить по крайней мере одну шестерку в шести попытках, имеет меньше шансов на успех в одной серии бросков, чем он мог бы иметь в ряде последовательных серий. Математическая вероятность, примененная к изолированным явлениям, бессмысленна.

Математическая вероятность получения вторым человеком по крайней мере двух шестерок в двенадцати бросках ниже, чем вероятность получения одной шестерки в шести бросках. Обстоятельства, в которых совершаются эти действия, настолько различны, что нет смысла сравнивать их относительные шансы на успех.

Там, где $p=q=1/2$, кривая биномиального распределения симметрична. Разложение $(p+q)^3$, например, есть $(p+q)^3=p^3+$ $+3p^2q+3pq^2+q^3$, и если p и q равны, то p^3 и q^3 тоже равны друг другу, а $3p^2q=3pq^2$. Там же, где p и q не равны, кривая не будет симметрична. Если, например, $p=0{,}1$ и $q=0{,}9$, кривая будет совершенно иной. Это различие выявляется соответствующими многоугольниками частот.

Биномиальное, пуассоново и нормальное распределения являются главными из тех форм распределения, которыми пользуются для выполнения значительной части статистической работы.

Математическая статистика дает несколько показателей, по которым можно судить, насколько фактические значения согласуются с нормальным распределением. Эти показатели называются критериями Согласия. Известны критерии Согласия, Пирсона (хи-квадрат), Романовского, Колмогорова, Ястремского.

Критерий χ^2 (хи-квадрат) основывается на свойствах распределения, позволяющих оценивать значимость разности между наблюдаемыми частотами и теми частотами, которые следовало бы ожидать, если бы данные соответствовали теоретическому распределению.

Таблица 7.9

Частоты: фактические f	Частоты: теоретические f'	$f-f'$	$(f-f')^2$	$\frac{(f-f')^2}{f'}$	Кумулятивные частоты: фактические Σf	Кумулятивные частоты: теоретические $\Sigma f'$	$\Sigma f-\Sigma f'$
11	7	3	16	2,2857	11	7	4 (Д)
13	17	−4	16	0,8412	24	24	—
18	17	1	1	0,0588	42	41	1
6	7	−1	1	0,14286	48	48	
2	1	1	1	1,0	50	49	1
50	49			4,32857			

$$\chi^2=\frac{\Sigma(f-f')^2}{f'}=4{,}33.$$

Теоретическое значение определяется с учетом числа степеней свободы $K=n-r-1$, где n — число групп, r — число параметров, и степени вероятности. В нашем примере $K=2$.

В соответствии с таблицей критических значений критерия Пирсона находим $\chi^2_{(0,95 \text{ и } K=2)}=5,99$ (см. приложение 2).

В нашем примере фактическое значение χ^2 меньше табличного и, значит, с вероятностью 0,95 можно утверждать, что в основе фактического распределения предприятий по объему товарооборота лежит закон нормального распределения.

Если χ^2 фактическое велико, то расхождения не могут объясняться случайными факторами.

Критерий Колмогорова (ламбда λ) рассматривает близость фактического и теоретического распределения путем сравнения кумулятивных частот в вариационном ряду $\lambda=D:\sqrt{n}$.

Наибольшее отклонение $D=4$ $\lambda=\frac{4}{\sqrt{50}}=\frac{4}{7,071}=0,566.$

По таблице значений вероятностей λ критерия Колмогорова находим значение вероятности $\lambda=0,566$, которая $\simeq 0,90$.

Следовательно, с вероятностью 0,90 можно утверждать, что отклонения фактических частот от теоретических являются случайными и в основе фактического распределения лежит закон нормального распределения.

Глава 8

ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД В СТАТИСТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

8.1. ПОНЯТИЕ О ВЫБОРОЧНОМ ИССЛЕДОВАНИИ

Статистическое исследование может осуществляться по данным несплошного наблюдения, основная цель которого состоит в получении характеристик изучаемой совокупности по обследованной ее части. Одним из наиболее распространенных в статистике методов, применяющим несплошное наблюдение, является *выборочный метод.*

Под выборочным понимается метод статистического исследования, при котором обобщающие показатели изучаемой совокупности устанавливаются по некоторой ее части на основе положений случайного отбора. При выборочном методе обследованию подвергается сравнительно небольшая часть всей изучаемой совокупности (обычно до 5—10%, реже до 15—25%). При этом подлежащая изучению статистическая совокупность, из которой производится отбор части единиц, называется *генеральной совокупностью.* Отобранная из генеральной совокупности некоторая часть единиц, подвергающаяся обследованию, называется *выборочной совокупностью,* или просто *выборкой.*

Значение выборочного метода состоит в том, что при минимальной численности обследуемых единиц проведение исследования осуществляется в более короткие сроки и с минимальными затратами труда и средств. Это повышает оперативность статистической информации, уменьшает ошибки регистрации.

В проведении ряда исследований выборочный метод является единственно возможным, например при контроле качества продукции (товара), если проверка сопровождается уничтожением или разложением на составные части обследуемых образцов (определение сахаристости фруктов, клейковины печеного хлеба, установление носкости обуви, прочности тканей на разрыв и т. д.).

При соблюдении правил научной организации обследования выборочный метод дает достаточно точные результаты, поэтому его целесообразно применять для проверки данных сплошного учета. Минимальная численность обследуемых единиц позволяет про-вести исследование более тщательно и квалифицированно. Так, при переписках населения практикуются выборочные контрольные обходы для проверки правильности записей сплошного наблюдения.

Выборочный метод получил широкое распространение в государственной и ведомственной статистике (например, бюджетные обследования семей рабочих, крестьян и служащих, обследования жилищных условий, заработной платы и др.). В торговле с помощью выборочного метода изучаются качество поступивших товаров, эффективность новых форм торговли, спрос населения на определенные виды товаров, степень его удовлетворения и др.

В статистической практике нередко осуществляется выборочная разработка экономической информации, полученной методом сплошного наблюдения.

Большую актуальность приобретает выборочный метод в современных условиях перехода к рыночной экономике. Изменения в характере экономических отношений, аренда, собственность отдельных коллективов и лиц обусловливают изменения функций учета и статистики, сокращение и упрощение отчетности. Вместе с тем возрастающие требования к менеджменту усиливают потребность в обеспечении надежной информацией, дальнейшего повышения ее оперативности. Все это обусловливает более широкое применение выборочного метода в экономике, прежде всего в торговле, порождающей и потребляющей огромные массивы информации.

По сравнению с другими методами, применяющими несплошное наблюдение, выборочный метод имеет важную особенность. В основе отбора единиц для обследования положены принципы равных возможностей попадания в выборку каждой единицы генеральной совокупности. Именно в результате соблюдения этих принципов исключается образование выборочной совокупности только за счет лучших или худших образцов. Это предупреждает появление систематических (тенденциозных) ошибок и делает возможным производить количественную оценку ошибки представительства (репрезентативности).

Поскольку изучаемая статистическая совокупность состоит из единиц с варьирующими признаками, то состав выборочной совокупности может в той или иной мере отличаться от состава генеральной совокупности. Это объективно возникающее расхождение между характеристиками выборки и генеральной совокупности составляет *ошибку выборки*. Она зависит от ряда факторов: степени вариации изучаемого признака, численности выборки, методов отбора единиц в выборочную совокупность, принятого уровня достоверности результата исследования.

Способы определения ошибки выборки при различных приемах формирования выборочных совокупностей и распространение характеристик выборки на генеральную совокупность составляют основное содержание статистической методологии выборочного метода.

Проведение исследования социально-экономических явлений выборочным методом складывается из ряда последовательных этапов:

1) обоснование (в соответствии с задачами исследования) целесообразности применения выборочного метода;

2) составление программы проведения статистического исследования выборочным методом;

3) решение организационных вопросов сбора и обработки исходной информации;

4) установление доли выборки, т. е. части подлежащих обследованию единиц генеральной совокупности;

5) обоснование способов формирования выборочной совокупности;

6) осуществление отбора единиц из генеральной совокупности для их обследования;

7) фиксация в отобранных единицах (пробах) изучаемых признаков;

8) статистическая обработка полученной в выборке информации с определением обобщающих характеристик изучаемых признаков;

9) определение количественной оценки ошибки выборки;

10) распространение обобщающих выборочных характеристик на генеральную совокупность.

Применяя выборочный метод в торговле, обычно используют два основных вида обобщающих показателей: относительную величину альтернативного признака и среднюю величину количественного признака.

Относительная величина альтернативного признака характеризует долю (удельный вес) единиц в статистической совокупности, которые отличаются от всех других единиц этой совокупности только наличием изучаемого признака. Например, доля нестандартных изделий во всей партии товара, удельный вес продукции собственного производства в товарообороте предприятия общественного питания, удельный вес продавцов в общей численности работников магазина и т. д.

Средняя величина количественного признака — это обобщающая характеристика варьирующего признака, который имеет различные значения у отдельных единиц статистической совокупности. Например, средний образец в товароведении, средняя выработка одного продавца, средняя заработная плата одного работника магазина и т. д.

В генеральной совокупности доля единиц, обладающих изучаемым признаком, называется *генеральной долей* (обозначается p), а средняя величина изучаемого варьирующего признака — *генеральной средней* (обозначается $\bar{x}$).

В выборочной совокупности долю изучаемого признака называют *выборочной долей*, или *частостью* (обозначается w), а среднюю величину в выборке — *выборочной средней* (обозначается $\tilde{x}$).

Основная задача выборочного обследования в торговле состоит в том, чтобы на основе характеристик выборочной совокупности (частости w или средней $\tilde{x}$) получить достоверные суждения о показателях доли p или средней $\bar{x}$ в генеральной совокупности. Для уяснения этого рассмотрим следующий пример.

Пример. При контрольной проверке качества хлебобулочных изделий проведено 5%-ное выборочное обследование партии нарезанных батонов из муки высшего сорта. При этом из 100 отобранных в выборку батонов 90 шт. соответствовали требованиям стандарта. Средний вес одного батона в выборке составлял 500,5 г при среднем квадратическом отклонении $\pm 15{,}4$ г.

На основе полученных в выборке данных нужно установить возможные значения доли стандартных изделий и среднего веса одного изделия во всей партии.

Прежде всего устанавливаются характеристики выборочной совокупности. Выборочная доля, или частость, w определяется из отношения единиц, обладающих изучаемым признаком m, к общей численности единиц выборочной совокупности n:

$$w = \frac{m}{n}. \tag{8.1}$$

Поскольку из 100 изделий, попавших в выборку n, 90 ед. оказались стандартными m, то показатель частости равен: $w = 90 : 100 = 0{,}9$.

Средний вес одного изделия в выборке $\tilde{x} = 500{,}5$ г определен взвешиванием. Но полученные показатели частости (0,9) и средней величины (500,5 г) характеризуют долю стандартной продукции и средний вес одного изделия лишь в выборке. Для определения соответствующих показателей для всей партии товара надо установить возможные при этом значения ошибки выборки.

8.2 ОШИБКА ВЫБОРКИ

В связи с тем что изучаемые статистикой признаки варьируют, т. е. товар состоит из неодинаковых по качеству и весу изделий, то состав единиц, попавших в выборку, может не совпасть (по изучаемым признакам) с составом изделий во всей партии. Это значит, что обобщающие показатели в выборке (w и $\tilde{x}$) могут в той или иной мере отличаться от значений этих характеристик в генеральной совокупности (P и $\bar{X}$).

Возможные расхождения между характеристиками выборочной и генеральной совокупности измеряются средней ошибкой выборки μ.

В математической статистике доказывается, что значения средней ошибки выборки определяются по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}}. \tag{8.2}$$

Использование формулы (8.2) предполагает, что известна генеральная дисперсия σ_0^2. Но при проведении выборочных обсле-

Проведение исследования социально-экономических явлений выборочным методом складывается из ряда последовательных этапов:

1) обоснование (в соответствии с задачами исследования) целесообразности применения выборочного метода;

2) составление программы проведения статистического исследования выборочным методом;

3) решение организационных вопросов сбора и обработки исходной информации;

4) установление доли выборки, т. е. части подлежащих обследованию единиц генеральной совокупности;

5) обоснование способов формирования выборочной совокупности;

6) осуществление отбора единиц из генеральной совокупности для их обследования;

7) фиксация в отобранных единицах (пробах) изучаемых признаков;

8) статистическая обработка полученной в выборке информации с определением обобщающих характеристик изучаемых признаков;

9) определение количественной оценки ошибки выборки;

10) распространение обобщающих выборочных характеристик на генеральную совокупность.

Применяя выборочный метод в торговле, обычно используют два основных вида обобщающих показателей: относительную величину альтернативного признака и среднюю величину количественного признака.

Относительная величина альтернативного признака характеризует долю (удельный вес) единиц в статистической совокупности, которые отличаются от всех других единиц этой совокупности только наличием изучаемого признака. Например, доля нестандартных изделий во всей партии товара, удельный вес продукции собственного производства в товарообороте предприятия общественного питания, удельный вес продавцов в общей численности работников магазина и т. д.

Средняя величина количественного признака — это обобщающая характеристика варьирующего признака, который имеет различные значения у отдельных единиц статистической совокупности. Например, средний образец в товароведении, средняя выработка одного продавца, средняя заработная плата одного работника магазина и т. д.

В генеральной совокупности доля единиц, обладающих изучаемым признаком, называется *генеральной долей* (обозначается p), а средняя величина изучаемого варьирующего признака — *генеральной средней* (обозначается $\bar{x}$).

В выборочной совокупности долю изучаемого признака называют *выборочной долей*, или *частостью* (обозначается w), а среднюю величину в выборке — *выборочной средней* (обозначается $\tilde{x}$).

Основная задача выборочного обследования в торговле состоит в том, чтобы на основе характеристик выборочной совокупности (частости w или средней $\tilde{x}$) получить достоверные суждения о показателях доли p или средней $\bar{x}$ в генеральной совокупности. Для уяснения этого рассмотрим следующий пример.

Пример. При контрольной проверке качества хлебобулочных изделий проведено 5%-ное выборочное обследование партии нарезанных батонов из муки высшего сорта. При этом из 100 отобранных в выборку батонов 90 шт. соответствовали требованиям стандарта. Средний вес одного батона в выборке составлял 500,5 г при среднем квадратическом отклонении ±15,4 г.

На основе полученных в выборке данных нужно установить возможные значения доли стандартных изделий и среднего веса одного изделия во всей партии.

Прежде всего устанавливаются характеристики выборочной совокупности. Выборочная доля, или частость, w определяется из отношения единиц, обладающих изучаемым признаком m, к общей численности единиц выборочной совокупности n:

$$w = \frac{m}{n}. \tag{8.1}$$

Поскольку из 100 изделий, попавших в выборку n, 90 ед. оказались стандартными m, то показатель частости равен: $w = 90 : 100 = 0{,}9$.

Средний вес одного изделия в выборке $\tilde{x} = 500{,}5$ г определен взвешиванием. Но полученные показатели частости (0,9) и средней величины (500,5 г) характеризуют долю стандартной продукции и средний вес одного изделия лишь в выборке. Для определения соответствующих показателей для всей партии товара надо установить возможные при этом значения ошибки выборки.

8.2. ОШИБКА ВЫБОРКИ

В связи с тем что изучаемые статистикой признаки варьируют, т. е. товар состоит из неодинаковых по качеству и весу изделий, то состав единиц, попавших в выборку, может не совпасть (по изучаемым признакам) с составом изделий во всей партии. Это значит, что обобщающие показатели в выборке (w и $\tilde{x}$) могут в той или иной мере отличаться от значений этих характеристик в генеральной совокупности (P и $\bar{X}$).

Возможные расхождения между характеристиками выборочной и генеральной совокупности измеряются средней ошибкой выборки μ.

В математической статистике доказывается, что значения средней ошибки выборки определяются по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}}. \tag{8.2}$$

Использование формулы (8.2) предполагает, что известна генеральная дисперсия σ_0^2. Но при проведении выборочных обследований эти показатели, как правило, неизвестны. Применение выборочного метода как раз и предполагает определение характеристик генеральной совокупности.

На практике для определения средней ошибки выборки обычно используются дисперсии выборочной совокупности σ^2. Эта замена основана на том, что при соблюдении принципа случайного отбора дисперсия достаточно большого объема выборки стремится отобразить дисперсию в генеральной совокупности.

В математической статистике доказывается следующее соотношение между дисперсиями в генеральной и выборочной совокупностях:

$$\sigma_0^2 = \sigma^2 \left(\frac{n}{n-1}\right). \tag{8.3}$$

Из формулы (8.3) видно, что дисперсия в выборочной совокупности меньше дисперсии в генеральной совокупности на величину

$$\frac{n}{n-1}.$$

Если n достаточно велико, то отношение $\frac{n}{n-1}$ близко к единице. Например, при $n=100$ значение $\frac{n}{n-1}=1{,}01$, а при $n=500$ значение $\frac{n}{n-1}=\frac{500}{499}=1{,}002$ и т. д.

При замене генеральной дисперсии σ_0^2 дисперсией выборочной σ^2 формула расчета средней ошибки записывается так:

$$\mu \simeq \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}. \tag{8.4}$$

При этом для показателя доли альтернативного признака дисперсия в выборочной совокупности определяется по формуле

$$\sigma_w^2 = w(1-w). \tag{8.5}$$

Для показателя средней величины дисперсия количественного признака в выборке определяется по формулам:

$$\sigma_x^2 = \frac{\Sigma (X_i - \tilde{x})^2}{n}, \tag{8.6}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\Sigma (x_i - \tilde{X})^2 f_i}{\Sigma f_i}. \tag{8.6'}$$

Способы расчета дисперсий по формулам (8.5), (8.6) и (8.6′) рассмотрены в гл. 7.

Следует иметь в виду, что формула (8.4) применяется для определения средней ошибки выборки лишь при так называемом *повторном отборе.*

Сущность повторного отбора состоит в том, что каждая попавшая в выборку единица после фиксации значения изучаемого признака должна быть возвращена в генеральную совокупность, где ей опять представляется равная возможность попасть в выборку. Но на практике повторный отбор осуществляется редко. Обычно выборочные обследования в торговле проводятся по схеме бесповторного отбора, при котором повторное попадание в выборку одних и тех же единиц исключено.

Поскольку при бесповторном отборе численность генеральной совокупности N в ходе выборки сокращается, то в формулу для расчета средней ошибки выборки включают дополнительный множитель $1-\frac{n}{N}$. Формула средней ошибки выборки принимает следующий вид:

$$\mu \simeq \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}. \qquad (8.7)$$

Формулу (8.7) используем для решения нашего примера, так как она соответствует характеру проведенного при этом обследования (последнее будет пояснено при рассмотрении в 8.6 способов формирования выборки).

Определим значения средней ошибки выборки:

а) для показателя доли стандартных изделий

$$\mu_w \simeq \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} \simeq \sqrt{\frac{0,9(1-0,9)}{100}\left(1-\frac{100}{2000}\right)} \simeq \pm 0,029;$$

б) для показателя среднего веса изделия

$$\mu_{\tilde{x}} \simeq \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} \simeq \sqrt{\frac{15,4^2}{100}\left(1-\frac{100}{2000}\right)} \simeq \pm 1,5 \text{ г}.$$

(Значение $\sigma_x = 15,4$ из условия задачи.)

Полученные значения средней ошибки выборочной доли ($\pm 0,029$) и средней ошибки выборочной средней ($\pm 1,5$ г) необходимы для установления возможных значений генеральной доли p и генеральной средней $\bar{x}$.

Одно из возможных значений, в пределах которых может находиться доля стандартных изделий во всей партии, определяется по формуле

$$p = w \pm \mu_w, \qquad (8.8)$$

т. е. $p = 0,9 \pm 0,029$, что соответствует значениям от $0,9 - 0,029 = 0,871$ до $0,9 + 0,029 = 0,929$.

В общем виде это записывается: $0,871 \leqslant p \leqslant 0,929$ и читается так: удельный вес стандартных изделий во всей партии продукции находится в пределах от 87,1% до 92,9%.

Одно из возможных значений среднего веса изделия по всей партии продукции определяется по формуле

9—2128

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \mu_{\tilde{x}}, \qquad (8.9)$$

т. е. $\tilde{x}=500,5\pm1,5$ (г), что соответствует значениям от 500,5 — 1,5=499 г и до 500,5+1,5=502 г. В общем виде это записывается так: $499\leqslant\bar{x}\leqslant502$, т. е. можно полагать, что средний вес одного изделия во всей партии продукции находится в пределах от 499 г до 502 г.

Полученные таким образом характеристики доли p и средней в генеральной совокупности отличаются от показателей выборочной доли w и средней $\tilde{x}$ на величины средней ошибки выборки $\pm\mu$.

Но такое суждение можно гарантировать не с абсолютной достоверностью, а лишь с определенной степенью вероятности.

В математической статистике доказывается, что пределы значений характеристик генеральной совокупности (p и $\bar{x}$) отличаются от характеристик выборочной совокупности (w и $\tilde{x}$) на величину $\pm\mu$ лишь с вероятностью, которая определена числом 0,683.

Это означает, что в 683 случаях на 1000 генеральная доля p и генеральная средняя $\bar{x}$ будут находиться в установленных пределах $p=w\pm\mu_w$ и $\bar{x}=\tilde{x}\pm\mu_x$. В остальных же 317 случаях (1000 — 683) они могут выйти за эти пределы.

Вероятность суждения можно повысить, если расширить пределы отклонений, приняв в качестве меры среднюю ошибку выборки, увеличенную в t раз.

Так, при удвоенном значении μ (т. е. при $t=2$) вероятность суждения достигает 0,954. Это значит, что только в 46 случаях из 1000 (т. е. 1000 — 954) характеристики могут выйти за пределы двух μ. При этом расширяются и границы характеристик генеральной совокупности. Это можно видеть на данных нашего примера.

При удвоенной средней ошибке выборки изучаемые характеристики во всей партии продукции будут находиться в пределах:

а) доля стандартной продукции

$p=w\pm2\mu=0,9\pm2\cdot0,029$. Это соответствует значениям: от 0,9 — 0,058=0,842 до 0,9+0,058=0,958. В общем виде это записывается так: $0,842\leqslant p\leqslant0,958$, т. е. с вероятностью, равной 0,954, можно утверждать, что удельный вес стандартных изделий во всей партии (p) находится в пределах от 84,2% до 95,8%;

б) средний вес одного изделия $\bar{x}=\tilde{x}\pm2\mu=500,5\pm2\cdot1,5$, или от 500,5 — 3,0 г и до 500,5+3,0 г, т. е. с вероятностью 0,954 можно утверждать, что в генеральной совокупности средняя величина веса изделия $\bar{x}$ находится в пределах от 497,5 г до 503,5 г.

Если взять, например, утроенное μ, то вероятность суждения повышается до 0,997. При этом только в трех случаях из 1000 характеристики генеральной и выборочной совокупностей могут отличаться более чем на 3μ. Расчет заданных показателей в этом случае производится так:

а) для доли стандартных изделий

$$p=w\pm3\mu=0,9\pm3\cdot0,029;$$

б) для среднего веса одного изделия

$$\bar{x}=\bar{x}\pm3\mu=500,5\pm3\cdot1,5\text{ (г)}.$$

Таким образом, показатели p и x генеральной совокупности по показателям выборки w и $\tilde{x}$ определяются:

а) при изучении доли альтернативного признака

$$p = w \pm t \cdot \mu_w, \tag{8.10}$$

б) при изучении средней величины количественного признака

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm t \cdot \mu_x. \tag{8.11}$$

Множитель t в формулах (8.10) и (8.11) (в статистике он называется *коэффициентом доверия*) определяется в зависимости от того, с какой доверительной вероятностью надо гарантировать результаты выборочного обследования.

Известный русский математик А. М. Ляпунов (1857—1918) дал выражение конкретных значений множителя t для различных степеней вероятности в виде функции

$$F_{(t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \tag{8.12}$$

На практике пользуются готовыми таблицами этой функции, которые вычислены для различных значений t применительно к случаю нормально распределенной совокупности (см. приложение 2). В табл. 8.1 приведены некоторые их значения.

Из табл. 8.1 видно, что с увеличением t функция $F_{(t)}$ приближается к единице.

Практически в экономических и товароведных исследованиях обычно ограничиваются значениями t, не превышающими двух-трех единиц. При этом выбор той или иной доверительной вероятности зависит от того, с какой степенью достоверности требуется гарантировать результаты выборочного обследования.

Таблица 8.1

Кратность ошибки t	Вероятность $F_{(t)}$	Кратность ошибки t	Вероятность $F_{(t)}$
0,0	0,0000	2,0	0,9545
0,1	0,0797	2,5	0,9876
0,5	0,3829	2,6	0,9907
1,0	0,6827	3,0	0,9973
1,5	0,8664	4,0	0,999937

Допустим, что ошибку выборки в рассматриваемом примере надо гарантировать с вероятностью 0,99. Тогда при значении $t = 2,6$ расчет характеристик генеральной совокупности следующий:

а) доля стандартных изделий

$$p = w \pm t \cdot \mu = 0,9 \pm 2,6 \cdot 0,029, \text{ т. е. от } 0,9 - 0,075 = 0,825$$
$$\text{до } 0,9 + 0,075 = 0,975.$$

Это значит, что в 99 случаях из 100 удельный вес стандартных изделий во всей партии будет находиться в пределах от 82,5% до 97,5%;

б) средний вес изделия, г

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm t \cdot \mu = 500,5 \pm 2,6 \cdot 1,5, \text{ т. е. от } 500,5 - 3,9 \text{ до } 500,5 + 3,9.$$

Следовательно, с вероятностью, равной 0,99, можно утверждать, что средний вес изделия во всей партии находится в пределах от 496,9 г до 504,4 г.

Гарантия результатов выборочного обследования в 99 случаях из 100 практически равнозначна достоверности.

Итак, в чем же состоит смысл средней ошибки выборки?

Исчисленные характеристики выборочной доли w и выборочной средней $\bar{x}$ по своей природе являются случайными величинами. Они могут принимать различные значения в зависимости от того, какие конкретные единицы генеральной совокупности попадут в выборку. Это значит, что в каждом варианте отбора будет различная ошибка выборки. При этом каждый из возможных результатов выборки, а следовательно, и каждая из возможных ошибок выборки имеют определенную вероятность возникновения. Поэтому средняя ошибка выборки, по существу, представляет среднюю квадратическую величину из отдельных ошибок, взвешенную по вероятности их возникновения.

Для практики выборочных обследований важно, что средняя ошибка выборки применяется для установления предела отклонений характеристик выборки из соответствующих показателей генеральной совокупности небезотносительно. Лишь с определенной степенью вероятности можно утверждать, что эти отклонения не превысят величины $t \cdot \mu$, которая в статистике называется *предельной ошибкой выборки.*

Предельная ошибка выборки Δ связана со средней ошибкой выборки μ отношением:

$$\Delta = t \cdot \mu. \tag{8.13}$$

При этом t как коэффициент кратности средней ошибки выборки зависит от вероятности, с которой гарантируется величина предельной ошибки выборки.

Если в формулу (8.13) подставить конкретное содержание μ, то расчет предельной ошибки выборки при бесповторном отборе можно записать следующими алгоритмами:

а) доля альтернативного признака

$$\Delta_w = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}, \tag{8.14}$$

б) средняя величина количественного признака

$$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}. \tag{8.15}$$

При этом следует иметь в виду, что при сравнительно небольшом проценте единиц, взятых в выборку (до 5%), множитель $(1-\frac{n}{N})$ близок к единице. Поэтому на практике при расчете величины предельной ошибки выборки (при бесповторном отборе)

множитель $(1-\frac{n}{N})$ можно опустить, и расчет производится по формулам повторного отбора, т. е.

$$\Delta_w = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}, \tag{8.16}$$

$$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}. \tag{8.17}$$

Опуская в формулах (8.16) и (8.17) множитель $(1-\frac{n}{N})$, мы несколько преувеличиваем результаты выборки. Это видно на данных рассматриваемого примера. Так, средняя ошибка выборки по схеме повторного отбора составляет:

а) для доли стандартных изделий

$$\mu_w = \sqrt{\frac{0{,}9\,(1-0{,}9)}{100}} = \pm 0{,}03;$$

б) для среднего веса изделия

$$\mu_x = \sqrt{\frac{15{,}4^2}{100}} = \pm 1{,}54 \text{ г}.$$

Сравнение этих величин со значениями, полученными при расчете по схеме бесповторного отбора ($\mu_w = \pm 0{,}029$ и $\mu_x = \pm 1{,}5$), показывает, что разница между ними незначительная.

§ 3. МАЛАЯ ВЫБОРКА

При контроле качества товаров в экономических исследованиях эксперимент может проводиться на основе малой выборки.

Под *малой выборкой* понимается несплошное статистическое обследование, при котором выборочная совокупность образуется из сравнительно небольшого числа единиц генеральной совокупности. Объем малой выборки обычно не превышает 30 единиц и может доходить до 4—5 единиц.

В торговле к минимальному объему выборки прибегают, когда большая выборка или невозможна, или нецелесообразна (например, если проведение исследования связано с порчей или уничтожением обследуемых образцов).

Величина ошибки малой выборки определяется по формулам, отличным от формул выборочного наблюдения со сравнительно большим объемом выборки ($n > 100$). Средняя ошибка малой выборки $\mu_{м.в}$ вычисляется по формуле

$$\mu_{м.в} \simeq \sqrt{\frac{\sigma^2_{м.в}}{n}}, \tag{8.18}$$

где $\sigma^2_{м.в}$ — дисперсия малой выборки.

По формуле (8.3) имеем: $\sigma_в^2 = \sigma^2 \frac{n}{n-1}$.

Но поскольку при малой выборке $\frac{n}{n-1}$ имеет существенное значение, то вычисление дисперсии малой выборки производится с учетом так называемого числа степеней свободы. Под числом степеней свободы понимается количество вариантов, которые могут принимать произвольные значения, не меняя величины средней. При определении дисперсии σ^2 число степеней свободы равно $n-1$:

$$\sigma^2_{м.в} = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n-1}. \tag{8.19}$$

Предельная ошибка малой выборки $\Delta_{м.в}$ определяется по формуле

$$\Delta_{м.в} = t\mu_{м.в}. \tag{8.20}$$

При этом значение коэффициента доверия t зависит не только от заданной доверительной вероятности, но и от численности единиц выборки n. Для отдельных значений t и n доверительная вероятность малой выборки определяется по специальным таблицам Стьюдента, в которых даны распределения стандартизованных отклонений:

$$t = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\mu_{м.в}}. \tag{8.21}$$

Таблицы Стьюдента приводятся в учебниках по математической статистике. Приведем некоторые значения из этих таблиц, характеризующие вероятность того, что предельная ошибка малой выборки не превзойдет t-кратную среднюю ошибку:

$$S_{(t)} = P[(\tilde{x} - \bar{x}) \leqslant \Delta_{м.в}]. \tag{8.22}$$

Таблица 8.2

n	t				
	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0
4	0,347	0,609	0,769	0,861	0,942
6	0,362	0,637	0,806	0,898	0,970
8	0,368	0,649	0,823	0,914	0,980
10	0,371	0,657	0,832	0,923	0,985
15	0,376	0,666	0,846	0,936	0,992
20	0,377	0,670	0,850	0,940	0,993

Из табл. 8.2 видно, что по мере увеличения объема выборки распределение Стьюдента приближается к нормальному и при 20 его уже мало отличается от нормального распределения (см. табл. 8.1).

При проведении малых выборочных обследований важно иметь в виду, что чем меньше объем выборки, тем больше различие между распределением Стьюдента и нормальным распределением. При минимальном объеме выборки ($n=4$) это различие весьма существенно, что указывает на уменьшение точности результатов малой выборки.

Посредством малой выборки в торговле решается ряд практических задач, прежде всего установление предела, в котором находится генеральная средняя изучаемого признака.

Поскольку при проведении малой выборки в качестве доверительной вероятности практически принимается значение 0,95 или 0,99, то для определения предельной ошибки выборки $\Delta_{м.в}$ используются следующие показания распределения Стьюдента (табл. 8.3).

Таблица 8.3

n	$S_{(t)}$	
	0,95	0,99
4	3,183	5,841
5	2,777	4,604
6	2,571	4,032
7	2,447	3,707
8	2,364	3,500
9	2,307	3,356
10	2,263	3,250
15	2,119	2,921
20	2,078	2,832

Таблица 8.4

Пробы x_i	$x_i-\bar{x}$	$(x_i-\bar{x})^2$
1	2	3
4,3	0,2	0,04
4,2	0,1	0,01
3,8	0,3	0,09
4,3	0,2	0,04
3,7	−0,4	0,16
3,9	−0,2	0,04
4,5	0,4	0,16
4,4	0,3	0,09
4,0	−0,1	0,01
3,9	−0,2	0,04
Σ 41,0	—	0,68

Пример. При контрольной проверке качества поставленной в торговлю колбасы получены следующие данные о содержании поваренной соли в пробах, %: 4,3; 4,2; 3,8; 4,3; 3,7; 3,9; 4,5; 4,4; 4,0; 3,9.

По данным выборочного обследования нужно установить с вероятностью 0,95 предел, в котором находится средний процент содержания поваренной соли в данной партии товара.

Для вычисления необходимых значений составим расчетную табл. 8.4.

По итогам табл. 8.4 определяется средняя проба малой выборки:

$$\tilde{x}=\frac{\Sigma x_i}{n}=\frac{41}{10}=4,1\%.$$

По формуле (8.19) и итоговым данным табл. 8.4 определим дисперсию малой выборки:

$$\sigma^2_{м.в} = \frac{\Sigma (x_i - \tilde{x})^2}{n-1} = \frac{0,68}{10-1} = 0,075\%.$$

По формуле (8.18) определим среднюю ошибку малой выборки:

$$\mu_{м.в} = \sqrt{\frac{0,075}{10}} = \pm 0,087\%.$$

Исходя из численности выборки ($n=10$) и заданной вероятности $S_t=0,95$ устанавливается по распределению Стьюдента (см. табл. 8.3) значение коэффициента доверия $t=2,263$.

По формуле (8.20) предельная ошибка малой выборки составит:

$$\Delta_{м.в} = 2,263\,(\pm 0,087) \simeq \pm 0,2\%.$$

Следовательно, с вероятностью 0,95 можно утверждать, что во всей партии колбасы содержание поваренной соли находится в пределах:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_{м.в} = 4,1\% \pm 0,2\%, \text{ т. е. от } 4,1 - 0,2\% = 3,9\%$$
$$\text{до } 4,1 + 0,2\% = 4,3\%.$$

8.4. ОПТИМАЛЬНАЯ ЧИСЛЕННОСТЬ ВЫБОРКИ

При организации выборочного обследования следует иметь в виду, что размер ошибки выборки прежде всего зависит от численности выборочной совокупности n. Из формулы (8.4) следует, что средняя ошибка выборки обратно пропорциональна $\sqrt{n}$, т. е. при увеличении, например, численности выборки в четыре раза ее ошибки уменьшаются вдвое.

Вернемся к первому примеру. Отбираем из генеральной совокупности не 5%, а, например, 20% готовой продукции. Численность выборки n будет равна 400 шт. Тогда при условии, что $\sigma_x=15,4$ г, размер ошибки для выборочной средней при повторном отборе составит:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{15,4^2}{400}} = \pm 0,77 \text{ г}.$$

Сопоставляя полученный результат с данными 5%-ного отбора, видим, что ошибка выборки уменьшилась в два раза.

Увеличивая численность выборки, можно довести ее ошибку до сколь угодно малых размеров. Можно представить, что при доведении n до размеров N ошибка выборки μ становится равной нулю. Но так как при проведении выборочных обследований в торговле определение характеристик выборки в ряде случаев сопровождается разрушением обследуемых образцов, то нормы отбора проб в выборку должны быть минимальными. Это сообразуется с основным преимуществом несплошного наблюдения: получением необходимой информации с минимальными затратами времени и труда. Поэтому вопрос об оптимальной численности выборки имеет важное практическое значение. Повышение процента выборки, как правило, ведет к увеличению объема исследовательской работы, вызывает дополнительные затраты труда и материальных средств. Но, с другой стороны, если в выборку взять недостаточное количество проб (образцов), то результаты исследования могут содержать большие погрешности. Все это необходимо учитывать при организации выборочного обследования.

Определение необходимой численности выборки основывается на формуле предельной ошибки выборки. Так, применительно к формуле

$$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}}$$

объем необходимой выборки можно получить путем преобразований, решая это равенство относительно n.

$$\Delta_x^2 = t^2\frac{\sigma_x^2}{n}. \qquad (8.23)$$

Отсюда необходимая численность выборки при расчете средней величины количественного признака (назовем ее n_x) выразится так:

$$n_x = \frac{t^2\sigma_x^2}{\Delta_x^2}. \qquad (8.24)$$

Так же выводят формулу для расчета численности выборки при выборочном обследовании доли альтернативного признака (n_w):

$$\Delta_w^2 = t^2\,\frac{w(1-w)}{n}, \qquad (8.25)$$

отсюда

$$n_w = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}. \qquad (8.26)$$

Вывод формул для определения численности выборки при бесповторном отборе аналогичен. Здесь также преобразования сводятся к определению значения n из формул (8.14) и (8.15).

Конечный результат для бесповторного отбора будет таким:

а) для доли альтернативного признака

$$n_w = \frac{Nt^2 w(1-w)}{N\Delta_w^2 + t^2 w(1-w)}, \qquad (8.27)$$

б) для средней величины количественного признака

$$n_x = \frac{Nt^2\sigma_x^2}{N\Delta_x^2 + t^2\sigma_x^2}. \qquad (8.28)$$

... оптимальной численности выборки проиллюстрируем на данных первого примера.

Пример. Исходя из требований ГОСТа необходимо установить оптимальный объем выборки из партии нарезных батонов (2000 шт.), чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка не превысила 3% веса 500-граммового батона.

Заданную ГОСТом относительную ошибку выборки выразим абсолютной величиной:

$$\Delta_x = \frac{500\,(\pm 3)}{100} = \pm 15 \text{ г.}$$

Подставляя это значение в формулу (8.28), получаем:

$$n_x = \frac{2000 \cdot 3^2 \cdot 15{,}4^2}{2000 \cdot 15^2 + 3^2 \cdot 15{,}4^2} \simeq 10 \text{ шт.}$$

8.5. СПОСОБЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫБОРКИ НА ГЕНЕРАЛЬНУЮ СОВОКУПНОСТЬ

Выборочный метод чаще всего применяется для получения характеристик генеральной совокупности по соответствующим показателям выборки. В зависимости от цели исследования это осуществляется или прямым пересчетом показателей выборки для генеральной совокупности, или посредством расчета поправочных коэффициентов.

Способ прямого пересчета состоит в том, что показатели выборочной доли w или средней $\bar{x}$ распространяются на генеральную совокупность с учетом ошибки выборки.

Так, в торговле определяется количество поступивших в партии товара нестандартных изделий. Для этого (с учетом принятой степени вероятности) показатели доли нестандартных изделий в выборке умножаются на численность изделий во всей партии товара. Применение этого способа проиллюстрируем на данных примера.

При выборочном обследовании партии нарезных батонов в 2000 ед. доля нестандартных изделий в выборке составляет: $w = 0{,}1$ (10 : 100) при установленной с вероятностью $\Phi_t = 0{,}954$ предельной ошибке выборки $\Delta_w = \pm 0{,}06$.

На основе этих данных доля нестандартных изделий во всей партии составит: $p = 0{,}1 \pm 0{,}06$, или от 0,04 до 0,16.

Способом прямого пересчета можно определить пределы абсолютной численности нестандартных изделий во всей партии: минимальная численность: $2000 \cdot 0{,}04 = 80$ шт.: максимальная численность: $2000 \cdot 0{,}16 = 320$ шт.

Способ поправочных коэффициентов применяется в случаях, когда целью выборочного метода является уточнение результатов сплошного учета.

В статистической практике этот способ используется при уточнении данных ежегодных переписей скота, находящегося у населения. Для этого после обобщения данных сплошного учета практикуется 10%-ное выборочное обследование с определением так называемого «процента недоучета».

Так, например, если в хозяйствах населения поселка по данным 10%-ной выборки было зарегистрировано 52 головы скота, а по данным сплошного учета в этом массиве значится 50 голов, то коэффициент недоучета составляет 4% $[(2\cdot 50):100]$. С учетом полученного коэффициента вносится поправка в общую численность скота, находящегося у населения данного поселка.

Распространение выборочных данных на генеральную совокупность производится с учетом доверительных интервалов. Для этого соответствующие обобщающие показатели выборочной совокупности w и $\tilde{x}$ корректируются величиной предельной ошибки выборки Δ_w и Δ_x:

для доли альтернативного признака

$$p = w \pm \Delta_w, \tag{8.29}$$

для средней величины количественного признака:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_x. \tag{8.30}$$

8.6. СПОСОБЫ ОТБОРА ЕДИНИЦ ИЗ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ

В статистике применяются различные способы формирования выборочных совокупностей, что обусловливается задачами исследования и зависит от специфики объекта изучения.

Основным условием проведения выборочного обследования является предупреждение возникновения систематических (тенденциозных) ошибок, возникающих вследствие нарушения принципа равных возможностей попадания в выборку каждой единицы генеральной совокупности.

Предупреждение систематических ошибок достигается в результате применения научно обоснованных способов формирования выборочной совокупности.

Практика применения выборочного метода в экономико-статистических исследованиях использует следующие способы отбора единиц из генеральной совокупности:

1) *индивидуальный отбор* — в выборку отбираются отдельные единицы;

2) *групповой отбор* — в выборку попадают качественно однородные группы или серии изучаемых единиц;

3) *комбинированный отбор* как комбинация индивидуального и группового отбора.

Способы отбора определяются правилами формирования выборочной совокупности.

Выборка может быть:

1) собственно-случайная;

2) механическая;

3) типическая;

4) серийная;

5) комбинированная.

Собственно-случайная выборка (рис. 8.1) состоит в том, что выборочная совокупность образуется в результате случайного (непреднамеренного) отбора отдельных единиц из генеральной совокупности. При этом количество отобранных в выборочную совокупность единиц обычно определяется исходя из принятой доли выборки.

Доля выборки есть отношение числа единиц выборочной совокупности n к численности единиц генеральной совокупности N, т. е.

$$\frac{n}{N} = K_в. \tag{8.31}$$

Так, при 5%-ной выборке из партии товара в 2000 ед. численность выборки n составляет 100 ед. $\left(\frac{5 \cdot 2000}{100}\right)$, а при 20%-ной выборке она составит 400 ед. $\left(\frac{20 \cdot 2000}{100}\right)$ и т. д.

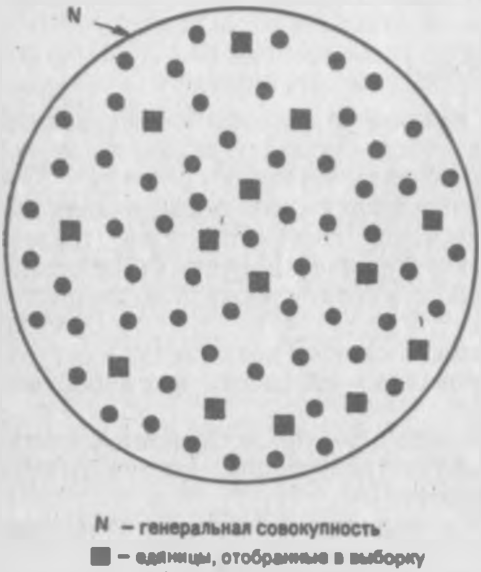


Рис. 8.1. Собственно-случайная выборка

Важным условием репрезентативности собственно-случайной выборки является то, что каждой единице генеральной совокупности предоставляется равная возможность попасть в выборочную совокупность. Именно принцип случайности попадания любой единицы генеральной совокупности в выборку предупреждает возникновение систематических (тенденциозных) ошибок выборки. Это представлено на рис. 8.1.

Одним из примеров использования собственно-случайной выборки является проведение тиражей выигрышей денежно-вещевой лотереи, при которых обеспечивается равная возможность попадания в тираж любого номера лотерейного билета.

Формирование собственно-случайной выборки обычно осуществляется с помощью специальных фишек. При этом все единицы генеральной совокупности нумеруются и каждый номер записывается на фишку (жребий) одинаковой формы. Фишки тщательно перемешиваются и отбираются в выборку по одной.

Можно использовать и таблицы случайных чисел. Для этого берется любая строка или колонка таблицы, и в выборку включаются указанные номера единиц генеральной совокупности.

Собственно-случайная выборка может быть осуществлена по схемам повторного и бесповторного отбора. Выбор схемы отбора зависит от характера изучаемого объекта.

При повторном отборе каждая единица, попавшая в выборку после ее обследования, должна обратно возвратиться в генеральную совокупность. Но практически это не всегда осуществимо. Например, если при контроле качества электроламп они в выборке были подвергнуты проверке на продолжительность горения, то ясно, что возвращать в генеральную совокупность лампочки с перегоревшими нитями не имеет смысла. Поэтому на практике чаще применяются схемы бесповторного отбора.

Но в торговле выборочное наблюдение может проводиться по схеме повторного отбора. Например, при изучении покупательского спроса населения не исключена повторная регистрация неудовлетворенного спроса одного и того же лица в нескольких магазинах города.

Для вычисления средней ошибки собственно-случайной выборки применяются формулы (8.4) и (8.7), которые были применены в первом примере.

Механическая выборка состоит в том, что отбор единиц в выборочную совокупность производится из генеральной совокупности, разбитой на равные интервалы (группы). При этом размер интервала в генеральной совокупности равен обратной величине доли выборки. Так, при 2%-ной выборке отбирается каждая 50-я единица (1 : 0,02), при 5%-ной выборке — каждая 20-я единица (1 : 0,05) и т. д.

Таким образом, в соответствии с принятой долей отбора генеральная совокупность как бы механически разбивается на равновеликие группы. Из каждой такой группы в выборку отбирается лишь одна единица.

Для обеспечения репрезентативности (представительности) выборки все единицы генеральной совокупности должны располагаться в определенном порядке. При этом по отношению к изучаемому показателю единицы генеральной совокупности могут быть упорядочены по существенному, второстепенному или нейтральному признаку. Это важно для установления порядка отбора единиц в выборку.

При упорядочении генеральной совокупности по существенному признаку, т. е. по признаку, который всецело определяет поведение изучаемого показателя, в выборочную совокупность должна отбираться та единица, которая находится в середине каждой группы (рис. 8.2). Это позволяет избежать появления систематической ошибки выборки. Так, например, при изучении выполнения нормы выработки кассирами-операционистами торгового зала составляется список, в котором кассиры располагаются по возрастанию показателя выполнения норм. Тогда при 10%-ном выбо-

...особенностью типической выборки является то, что она ...ет более точные результаты по сравнению с другими способами ...бора единиц в выборочную совокупность. Репрезентативность ...пической выборки обеспечивается расчленением генеральной со...купности на качественно однородные группы. Это обусловлива... представительство в выборке каждой типологической группы. ...но, что чем однороднее состав образованных типических групп, ...м лучше типическая выборка будет воспроизводить характери... ...ки изучаемого признака в генеральной совокупности.

Качественно однородные группы при типической выборке мо...т образоваться в результате специально проведенной типической ...уппировки единиц генеральной совокупности или же могут ис...льзоваться уже имеющиеся, в том числе и естественно сложив...шиеся явления. Так, например, при анализе причин выполнения ...дания по продаже товаров вначале производят группировку ма...зинов по уровню выполнения задания на три типические груп...: не выполнившие, выполнившие и перевыполнившие задания. ...ри изучении же производительности труда работников рознич...й торговой сети используются имеющиеся данные о товарообо...те и численности работающих по группам с однородными пока...телями трудоемкости реализации товаров.

При определении ошибки типической выборки в качестве пока...теля вариации выступает средняя из внутригрупповых диспер...й.

Для доли альтернативного признака средняя из внутригруппо...вых дисперсий исчисляется по формуле

$$\bar{\sigma}_w^2 = \frac{\Sigma w_i (1 - w_i) n_i}{\Sigma n_i}, \tag{8.32}$$

для средней величины количественного признака применяется ...рмула

$$\bar{\sigma}_x^2 = \frac{\Sigma \sigma_i^2 n_i}{\Sigma n_i}. \tag{8.33}$$

На практике формирование выборочной совокупности типиче...ской выборки обычно осуществляется пропорционально численно...сти единиц, составляющих типические группы. При этом для оп...ределения средней ошибки типической выборки используются фор...мулы:

1) для доли альтернативного признака

...торный отбор

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}, \tag{8.34}$$

...овторный отбор

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\overline{w(1-w)}}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \tag{8.35}$$

...) для средней величины количественного признака

...торный отбор

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_x^2}{n}}, \tag{8.36}$$

бесповторный отбор

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_x^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \tag{8.37}$$

Методы расчета ошибки типической выборки рассмотрим на следующих данных.

Пример. При изучении производительности труда работников розничной торговли произведено 10%-ное выборочное обследование выполнения норм выработки кассирами-операционистами магазинов города. В результате пропорционального типического отбора из групп кассиров, прошедших и не прошедших производственное обучение, получены следующие данные о распределении выборочной совокупности по уровню выполнения кассирами норм выработки за смену (табл. 8.5).

Таблица 8.5

Группы кассиров по квалификации	Выполнение норм выработки, %								
	до 90	90—100	100—110	110—120	120—130	130—140	140—150	150 и выше	итого
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Прошедшие производственное обучение	—	2	14	22	11	6	4	1	60
Не прошедшие производственное обучение	3	5	16	10	4	2	—	—	40
Итого	3	7	30	32	15	8	4	1	100

При условии, что в каждой группе кассиров производилась собственно-случайная бесповторная выборка, нужно определить для генеральной совокупности (с вероятностью 0,954): 1) предел значений удельного веса кассиров, не выполняющих нормы выработки; 2) предел, в котором находится средний процент выполнения кассирами норм выработки.

1. Для установления предела, в котором находится доля кассиров, не выполняющих нормы выработки в изучаемой совокупности, используем алгоритм:

$$p = w \pm \Delta_w, \tag{8.38}$$

где

$$\Delta_w = t\sqrt{\frac{\overline{w(1-w)}}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \tag{8.39}$$

По формуле (8.1) определим долю в выборочной совокупности:

а) для выборки в целом w:

$$w = \frac{m}{n} = \frac{3+7}{100} = 0{,}1,$$

б) для группы 1 кассиров w_1:

$$w_1 = \frac{m_1}{n_1} = \frac{2}{60} \simeq 0{,}03,$$

в) для группы 2 кассиров w_2:

$$w_2 = \frac{m_2}{n_2} = \frac{3+5}{40} = 0{,}2.$$

По формуле (8.32) определим среднюю дисперсию альтернативного признака:

$$\bar{\sigma}_w^2 = \overline{w(1-w)} = \frac{\Sigma w_i(1-w_i)n_i}{\Sigma n_i} =$$

$$= \frac{0{,}03(1-0{,}03)\cdot 60 + 0{,}2(1-0{,}02)\cdot 40}{60+40} \simeq 0{,}065.$$

По формуле (8.35) определим среднюю ошибку выборочной доли:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\overline{w(1-w)}}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0{,}065}{100}\left(1-\frac{100}{1000}\right)} \simeq \pm 0{,}024.$$

По формуле (8.39) определим предельную ошибку выборочной доли:

$$\Delta_w = t\mu_w = 2(\pm 0{,}024) \simeq \pm 0{,}05.$$

По алгоритму (8.38) определим предел значения доли изучаемого признака в генеральной совокупности:

$$p = w \pm \Delta_w = 0{,}1 \pm 0{,}05.$$

Следовательно, для всей изучаемой совокупности удельный вес кассиров, не выполняющих нормы установленной выработки, составляет: от 0,1 – 0,05 = 0,05 до 0,1 + 0,05 = 0,15, или от 5% до 15%.

2. Для установления предела, в котором находится средняя величина выполнения норм выработки всеми кассирами-операционистами, используем алгоритм:

$$\bar{\bar{x}} = \bar{x} \pm \Delta_x, \qquad (8.40)$$

где

$$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\bar{\sigma}_x^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}. \qquad (8.41)$$

Ход расчета необходимых значений представим в табл. 8.6, в которой для определения $\bar{x}$ и $\bar{\sigma}_x^2$ использован способ условных моментов:

$$\bar{x} = A + im_1, \qquad (8.42)$$

$$\sigma^2 = i^2(m_2 - m_1^2). \qquad (8.43)$$

При этом: $A = 115$ — условное начало, $i = 10$ — интервал в группах,

$$m_1 = \frac{\Sigma x\, n_i}{\Sigma n_i} \text{ — условный момент первого порядка,} \qquad (8.44)$$

$$m_2 = \frac{\Sigma x_1^2 n_i}{\Sigma n_i} \text{ — условный момент второго порядка,} \qquad (8.45)$$

$$x_1 = \frac{x_i - A}{i}. \qquad (8.46)$$

Таблица 8.6

Расчет $\bar{x}$ и σ^2 способом условных моментов

Выполнение норм выработки, %	Серединное значение вариантов (x_i)	Число кассиров			Расчетные графы						
		всего (n)	в том числе с уровнем квалификации: прошедших производственное обучение n_1	не прошедших производственное обучение n_2	$\frac{x-115}{10}=x_1$	xn	x_1^2	$x_1^2n_1$	$x_1^2n_2$	x_1n_1	x_1n_2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
До 90	85	4	—	3	–3	–12	9	—	27	—	–9
90—100	95	6	2	5	–2	–12	4	8	20	–4	–10
100—110	105	30	14	16	–1	–30	1	14	16	–14	–16
110—120	115-A	32	22	10	0	0	0	0	0	0	0
120—130	125	15	11	4	1	15	1	11	4	11	4
130—140	135	8	6	2	2	16	4	24	8	12	4
140—150	145	4	4	—	3	12	9	36	—	12	—
150 и выше	155	1	1	—	4	4	16	16	—	4	—
		100	60	40	—	–7	—	109	75	21	–27

По формуле (8.42) определим среднюю величину выполнения нормы нагрузки в выборке:

$$\bar{x} = A + im_1 = 115 + 10\cdot\left(\frac{-7}{100}\right) = 114{,}3\%.$$

По формуле (8.43) определим внутригрупповые дисперсии:
а) для группы 1 кассиров:

$$\sigma_1^2 = i^2(m_2 - m_1^2) = 10^2\left[\frac{109}{60} - \left(\frac{21}{60}\right)^2\right] = 169{,}4\%,$$

б) для группы 2 кассиров:

$$\sigma_2^2 = i^2(m_2 - m_1^2) = 10^2\left[\frac{75}{40} - \left(\frac{-27}{40}\right)^2\right] = 141{,}9\%.$$

По формуле (8.33) определим среднюю внутригрупповую дисперсию:

$$\bar{\sigma}_x^2 = \frac{\Sigma\sigma_i^2 n_i}{\Sigma n_i} = \frac{69{,}42 \cdot 60 + 41{,}94 \cdot 40}{60 + 40} = 158{,}4\%.$$

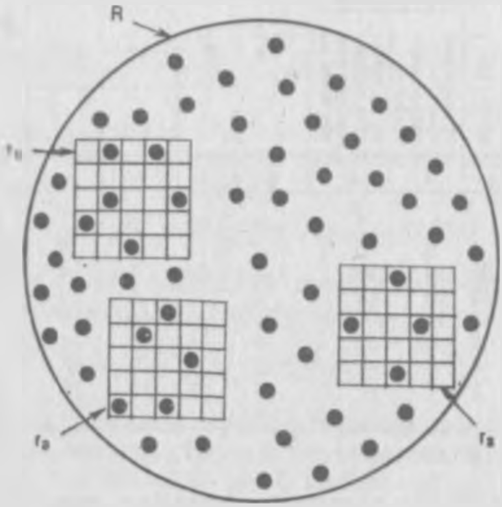
По формуле (8.37) определим среднюю ошибку выборочной средней:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_x^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{58{,}43}{100}\left(1 - \frac{100}{1000}\right)} = \pm 1{,}19\%.$$

Отсюда установим значение предельной ошибки типической выборки:

$$\Delta_x = t\mu_x = 2(\pm 1{,}19) = \pm 2{,}38\%.$$

Следовательно, для кассиров торговой сети города средний процент выполнения норм выработки находится в пределе, %: $\bar{x} = 114{,}3 \pm 2{,}38$, т. е. от $114{,}3 - 2{,}38 = 111{,}9\%$ до $114{,}3 + 2{,}58 = 116{,}7\%$.



R – генеральная совокупность разбивается на серии.
В случайном порядке отбираются целые серии (r), в которых проводится сплошное обследование.

Рис. 8.4. Серийная выборка

В статистике известны также формулы расчета средней ошибки типической выборки, которые применяются при отборе групп, а также и при отборе, пропорциональном колеблемости изучаемого признака в типических группах. Но на практике их применяют сравнительно редко. Формулы расчета средней ошибки этих разновидностей типической выборки приводятся в курсах математической статистики.

Довольно широко в торговле применяется так называемая *серийная*, или *гнездовая, выборка* (рис. 8.4).

При серийной выборке из генеральной совокупности отбираются не отдельные единицы, а целые их серии (гнезда). Внутри же каждой из попавшей в выборку серии обследуются все без исключения единицы, т. е. применяется сплошное наблюдение.

Применение серийной выборки в торговле обусловлено тем, что многие товары для их транспортировки, хранения и продажи упаковываются в пачки, коробки, ящики и т. п. Поэтому при контроле качества поступившего в упаковке товара рациональнее проверить несколько отдельных упаковок (серий), чем из всех упаковок отобрать необходимое количество единиц товара.

Отбор отдельных серий в выборочную совокупность осуществляется либо посредством собственно случайной выборки, либо механическим отбором. Практически серийная выборка производится, как правило, по схеме бесповторного отбора. Для определения средней ошибки выборки применяются формулы:

а) для доли альтернативного признака

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}\left(\frac{R-r}{R-1}\right)}, \tag{8.47}$$

где δ_w^2 — межсерийная дисперсия выборочной доли:

$$\delta_w^2 = \frac{\Sigma(w_i - \bar{w})^2}{r}, \tag{8.48}$$

б) для средней величины количественного признака

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{r}\left(\frac{R-r}{R-1}\right)}. \tag{8.49}$$

При этом δ_x^2 — межсерийная дисперсия выборочной средней:

$$\delta_x^2 = \frac{\Sigma(\tilde{x}_i - \tilde{x})^2}{r}, \tag{8.50}$$

где r — число серий в выборке; R — число серий в генеральной совокупности.

Расчет ошибки серийной выборки рассмотрим на следующих данных.

Пример. При контрольной проверке качества поставляемых торговле пищевых яиц проведено 10%-ное выборочное обследование. Из партии, содержащей 100 коробок (ящиков) диетических яиц, методом механического отбора в выборку взято 10 коробок. В результате сплошного обследования находящихся в каждой ко-

Таблица 8.7

Коробки	Количество упаковок	
	всего	в том числе с весом десятка яиц 440 г и выше
1	2	3
1. 6-я	36	36
2. 16-я	36	35
3. 26-я	36	33
4. 36-я	36	34
5. 46-я	36	34
6. 56-я	36	36
7. 66-я	36	34
8. 76-я	36	33
9. 86-я	36	34
10. 96-я	36	36
По выборке в целом 10	360	345

робке упаковок получили следующие данные о распределении выборочной совокупности (табл. 8.7).

По данным выборочного обследования нужно установить с вероятностью 0,95 предел удельного веса стандартной продукции во всей партии.

По условию поставки к стандартной продукции относятся диетические яйца весом не менее 440 г в десятке.

Для установления предела, в котором во всей партии поставки находится доля стандартной продукции, используется алгоритм

$$p = w \pm \Delta_w. \qquad (8.51)$$

При этом

$$\Delta_w = t\mu_w = t\sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}\left(\frac{R-r}{R-1}\right)}, \qquad (8.52)$$

где δ_w^2 — межсерийная дисперсия выборочной доли, $t = 1{,}96$ (по таблице интеграла Лапласа).

Для определения значений δ_w^2 составим табл. 8.8.

По формуле (8.48) и итоговым данным гр. 6 табл. 8.8 определяем межсерийную дисперсию в выборке:

$$\delta_w^2 = \frac{\Sigma(w_i - \bar{w})}{r} = \frac{0{,}009634}{10} = 0{,}0009634.$$

По формуле (7.49) определяем среднюю ошибку выборки:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}\left(\frac{R-r}{R-1}\right)} = \sqrt{\frac{0{,}0009634}{10}\left(\frac{100-10}{100-1}\right)} = \pm 0{,}0094.$$

По формуле (8.52) определим предельную ошибку выборки:

$$\Delta_w = t\mu_w = 1{,}96\,(\pm 0{,}0094) = \pm 0{,}018.$$

Подставляя полученное значение Δ_w в алгоритм (8.51), получаем:

$$p = w \pm \Delta_w = 0{,}958 \pm 0{,}018.$$

Следовательно, во всей партии данной поставки доля стандартной продукции (с вероятностью 0,95) находится в пределе от 0,958 — 0,018 = 0,94 до 0,958 + 0,018 = 0,976, т. е. от 94% до 97,6%.

Таблица 8.8

Серия r_i	Количество упаковок		Расчетные графы		
	всего n_i	в том числе с весом десятка яиц 440 г и выше m_i	$w_i = \frac{m_i}{n_i}$	$w_i - \overline{w}$	$(w_i - \overline{w})^2$
1	2	3	4	5	6
1	36	36	1,000	0,042	0,001764
2	36	35	0,972	0,014	0,000196
3	36	33	0,917	−0,041	0,001681
4	36	34	0,944	−0,014	0,000196
5	36	34	0,944	−0,014	0,000196
6	36	36	1,000	0,042	0,001764
7	36	34	0,944	−0,014	0,000196
8	36	33	0,917	−0,041	0,001681
9	36	34	0,944	−0,014	0,000196
10	36	36	1,000	0,042	0,001764
В целом по выборке	360	345	0,958	—	0,009634

По сравнению с типической выборкой серийная выборка дает более высокую ошибку представительности (репрезентативности). Это обусловлено тем, что при серийной выборке, как правило, обследуется сравнительно небольшое число серий.

Для уменьшения возможной ошибки серийной выборки на практике приходится увеличивать объем обследуемых серий r, т. е. брать более высокую долю выборки.

Для статистического изучения протекающих во времени процессов применяются *моментные выборочные обследования*. Большое распространение этот метод получил при анализе использования рабочего времени. Моментные выборочные обследования менее трудоемки, чем хронометраж или фотография рабочего дня, а результаты при правильной организации моментных обследований достаточно точные.

Основным содержанием метода моментных выборочных обследований является периодическая фиксация (в заранее установленные моменты времени) состояния изучаемой совокупности. При сплошном охвате всех единиц совокупности этот метод по времени получения информации относится к выборочному наблюдению. При этом генеральной совокупностью является общий фонд рабочего времени, а выборочную совокупность представляет сумма периодов рабочего времени, в которых проводилась фиксация состояния изучаемых признаков. Важнейшим вопросом проведения моментного выборочного исследования является установление объема выборки. На практике для определения числа моментов обследования n применяется формула

$$n = \frac{t^2 (1 - w)\, 100^2}{d^2 w}, \tag{8.53}$$

где w — доля изучаемого признака в выборке; d — относительная величина предельной ошибки выборки, %.

Применение формулы (8.53) рассмотрим на примере.

Пример. Нужно определить количество необходимых обследований для изучения использования рабочего времени 30 продавцов магазина при нормальной доле загруженности $w=0{,}9$ и относительной величине предельной ошибки выборки $d=\pm 5\%$. Результаты исследования гарантировать с вероятностью 0,954.

По формуле (8.53) определяется оптимальное количество наблюдений n:

$$n=\frac{2^2(1-0{,}9)100^2}{5^2\cdot 0{,}9}\simeq 180.$$

Для осуществления 180 моментных обследований 30 продавцов магазина необходимо выполнить 6 обходов их рабочих мест (180 : 30).

Отбор в выборку моментных состояний единиц изучаемой совокупности осуществляется, как правило, механически. В силу необратимости времени способ отбора должен быть бесповторным. Но поскольку количество моментов времени достаточно большое, то для определения ошибки моментной выборки практически используется формула повторного отбора (8.16).

Рассмотрим методы расчета ошибки моментной выборки и распространение ее на генеральную совокупность.

Пример. При изучении использования фонда рабочего времени продавцов магазина проведено моментное выборочное обследование. При регистрации состояния их занятости установлено, что за время наблюдения, составившего 1500 мин, 300 мин затрачены на неосновные операции. Всего было произведено 180 наблюдений.

Нужно определить долю затрат рабочего времени продавцами магазина на выполнение основных торговых операций.

Из полученной при моментном обследовании информации следует, что доля затрат рабочего времени в выборке на неосновные операции w составляет:

$$w=\frac{300}{1500}=0{,}2, \text{ или } 20\%.$$

По формуле (8.4) определяется средняя ошибка выборки μ_w:

$$\mu_w=\sqrt{\frac{0{,}2(1-0{,}2)}{180}}=\pm 0{,}03, \text{ или } 3\%.$$

С учетом общепринятой на практике доверительной вероятности $\Phi_t=0{,}954$ по формуле (8.13) определяется предельная ошибка выборки $(\Delta_w)\cdot\Delta_w=2(\pm 0{,}03)=\pm 0{,}06$, или $\pm 6\%$. Следовательно, с вероятностью $\Phi_t=0{,}954$ можно утверждать, что доля затрат рабочего времени на неосновные операции составляет у продавцов магазина $0{,}2\pm 0{,}06$, т. е. не менее 14% и не более 26%. Отсюда получаем, что доля использования фонда рабочего времени на выполнение продавцами магазина основных операций находится в пределах от 74% до 86%.

Метод моментных выборочных исследований применяется при анализе времени использования (загрузки) оборудования и в других протекающих во времени процессах.

* *
*

Рассмотренные способы выборки на практике обычно применяются не в «чистом» их виде, а комбинируются в различных сочетаниях и с различной последовательностью.

Это вызвано тем, что отбор единиц из генеральной совокупности для их обследования представляет порой сложный процесс, который затрагивает различные стороны образования выборки и в каждом конкретном случае может быть осуществлен по различным схемам.

В статистике торговли можно, например, комбинировать серийный отбор со случайной выборкой. При этом генеральная совокупность вначале разбивается на серии и отбирается нужное число серий. Далее в отобранных сериях производится случайный отбор единиц в выборочную совокупность.

Средняя ошибка комбинированной выборки определяется по формулам:

а) при повторном отборе

$$\mu = \sqrt{\frac{\overline{\sigma^2}}{n} + \frac{\delta^2}{r}}, \qquad (8.54)$$

б) при бесповторном отборе

$$\mu = \sqrt{\frac{\overline{\sigma^2}}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right) + \frac{\delta^2}{r}\left(\frac{R-r}{R-1}\right)}, \qquad (8.55)$$

при этом n — число единиц, взятое в выборку из серий.

В статистике различают также одноступенчатый и многоступенчатый способы отбора единиц в выборочную совокупность.

При **одноступенчатой** выборке каждая отобранная единица сразу же подвергается изучению по заданному признаку. Так обстоит дело при собственно-случайной и серийной выборке.

При **многоступенчатой** выборке производят отбор из генеральной совокупности отдельных групп, а из групп выбираются отдельные единицы. Так производится типическая выборка с механическим способом отбора единиц в выборочную совокупность.

Комбинированная выборка может быть двухступенчатой. При этом генеральная совокупность сначала разбивается на группы. Затем производят отбор групп, а внутри последних осуществляется отбор отдельных единиц.

Выборка может быть многоступенчатой, если сначала производят отбор крупных групп. Затем из крупных групп отбираются средние, потом мелкие и внутри последних отбираются отдельные единицы. Например, трехступенчатый отбор осуществляется при бюджетных обследованиях семей крестьянских хозяйств. Вначале отбирают районы, затем внутри каждого района отбираются хозяйства и внутри последних выбираются личные хозяйства крестьян. При этом на отдельных ступенях могут изменяться и виды выборки. Так, при отборе районов обычно применяется случайная выборка, при отборе крестьян — механическая выборка, а при отборе хозяйств — снова применяется собственно-случайный отбор.

В отличие от типической выборки, где формирование выборочной совокупности производится из всех групп, при многоступенчатой выборке производится отбор самих групп. Поэтому не все они попадают в выборочную совокупность.

Средняя ошибка выборки при многоступенчатом отборе определяется по формуле

$$\mu = \sqrt{\mu_1^2 + \frac{\mu_2^2}{n_1} + \frac{\mu_3^2}{n_1 n_2} + \ldots + \frac{\mu_n^2}{n_1 n_2, \ \ldots, \ n_n}}, \qquad (8.56)$$

где $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ — средние ошибки выборки на отдельных ступенях отбора; $n_1, n_2, \ldots, n_n$ — численность выборки на соответствующих ступенях отбора.

На практике известны случаи, когда выборочное обследование организуется так, что одни сведения получают от всех единиц, а другие — только по некоторым из них. Такая выборка называется **многофазной**.

Отличие многофазной выборки от многоступенчатого отбора заключается в том, что при многофазной выборке на каждой фазе сохраняется одна и та же единица отбора. В многоступенчатых выборках единица отбора на каждой ступени выборки различная.

Важной особенностью многофазного наблюдения является возможность использовать сведения, полученные на первой фазе, для уточнения расчетов на последующих фазах исследования. Так, например, сведения, полученные при сплошной переписи населения 1970 г. (вопросы 1—19 программы переписи), используются для уточнения оценок, полученных при выборочном 25%-ном обследовании (вопросы 12—18 программы переписи).

В заключение отметим, что способы формирования выборочной совокупности выступают в качестве важнейшего фактора, который определяет репрезентативность (представительность) выборочного обследования. Как это показано выше, способы отбора единиц в выборку имеют важное практическое значение при проведении выборочных обследований в торговле, прежде всего для повышения точности характеристики выборки, а также и для определения оптимальной численности выборочной совокупности.

Глава 9

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

9.1 ПОНЯТИЕ О СТАТИСТИЧЕСКИХ РЯДАХ ДИНАМИКИ

Коммерческая деятельность на рынке товаров и услуг развивается во времени. Изучение происходящих при этом изменений является одним из необходимых условий познания закономерностей их динамики. Динамизм социально-экономических явлений есть результат взаимодействия разнообразных причин и условий. И поскольку их совокупное действие происходит во времени, то при статистическом изучении динамики коммерческой деятельности время предстает как собирательный фактор развития.

Основная цель статистического изучения динамики коммерческой деятельности состоит в выявлении и измерении закономерностей их развития во времени. Это достигается посредством построения и анализа статистических рядов динамики.

Рядами динамики называются статистические данные, отображающие развитие изучаемого явления во времени.

В каждом ряду динамики имеются два основных элемента:

1) показатель времени t;

2) соответствующие им уровни развития изучаемого явления y.

В качестве показаний времени в рядах динамики выступают либо определенные даты (моменты) времени, либо отдельные периоды (годы, кварталы, месяцы, сутки).

Уровни рядов динамики отображают количественную оценку (меру) развития во времени изучаемого явления. Они могут выражаться абсолютными, относительными или средними величинами.

В зависимости от характера изучаемого явления уровни рядов динамики могут относиться или к определенным датам (моментам) времени, или к отдельным периодам. В соответствии с этим ряды динамики подразделяются на моментные и интервальные.

Моментные ряды динамики отображают состояние изучаемых явлений на определенные даты (моменты) времени.

Примером моментного ряда динамики является следующая информация о списочной численности работников магазина в 1991 г.:

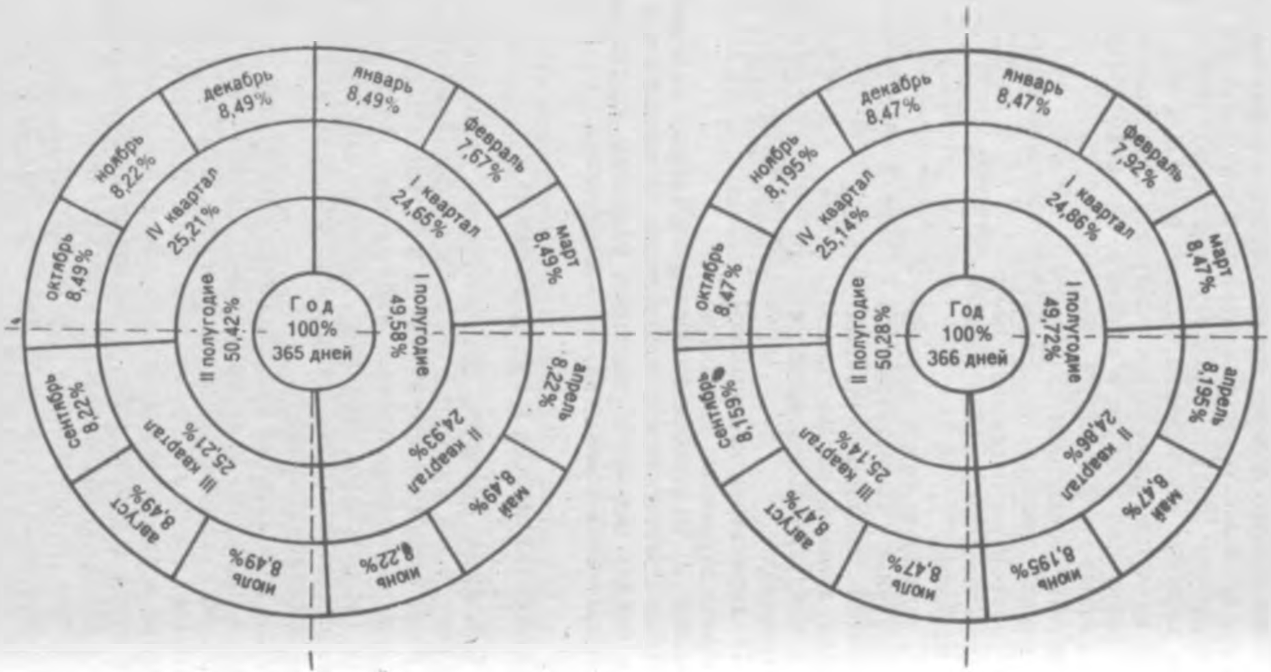


Рис. 9.1. Удельные веса внутригодовых периодов (календарный год = 100%)

неоднородность состава изучаемых совокупностей во времени, изменения в методике первичного учета и обобщения исходной информации, различия применяемых в отдельные периоды единиц измерения, цен и др.

Так, при изучении динамики товарооборота по внутригодовым периодам несопоставимость возникает при неодинаковой продолжительности показаний времени (месяцев, кварталов, полугодий). Наглядно это представлено на рис. 9.1.

Требования повышения точности экономико-статистического анализа делают исходные данные несопоставимыми из-за неодинаковой продолжительности так называемого високосного года (366 дней) и обычного года (365 дней). Это приходится учитывать в современных условиях развития торговли, когда на один день в среднем приходится свыше 1200 млн. руб. розничного товарооборота.

Для анализа интенсивности развития торговли объемные данные за разновеликие периоды пересчитываются (с учетом фактического рабочего времени) в среднесуточные показатели. Это устраняет несопоставимость уровней рядов динамики и ограждает от ошибок в выводах.

В качестве иллюстрации приведем данные о розничном товарообороте дежурных продовольственных магазинов города по кварталам 1992 г. (табл. 9.2).

Таблица 9.2

Показатель	Квартал			
	I	II	III	IV
1	2	3	4	5
Объем розничного товарооборота, млн. руб	61,8	60,9	63,2	62,7
Среднесуточный товарооборот, тыс. руб.	813,2	812,0	810,3	814,3

Из данных табл. 9.2 видно, что для III квартала характерными являются наибольший объем товарооборота и одновременно самая низкая интенсивность.

При отсутствии информации о фактическом времени работы для получения сопоставимых среднесуточных показателей используется режимное время работы. Последнее различно в зависимости от выполняемых торговлей функций и обслуживаемого контингента.

Для розничной торговли возможны следующие основные варианты режимного времени:

а) предприятия, работающие без перерыва в праздничные и выходные дни (например, дежурные продуктовые и хлебобулочные магазины, рестораны, кафе). Их фонд рабочего времени соответствует календарному;

б) предприятия, не работающие в праздничные дни (например, городские рынки). Их фонд рабочего времени меньше календарного на число ежегодных праздничных дней:

в) предприятия, не работающие в праздничные и общевыходные дни (например, городские промтоварные магазины, предприятия общественного питания на фабриках, в учреждениях и т. д.). Величина их фонда рабочего времени зависит от размещения в каждом календарном году праздничных и выходных дней;

г) предприятия, работающие в отдельные периоды (сезоны) года (например, городские овощные базары, торговля в местах массового летнего отдыха и т. д.).

Несопоставимость в рядах динамики может произойти в связи с имевшимися в отчетном периоде административно-территориальными изменениями.

Пример. В 1989 г. произошло укрупнение обслуживаемого торговой организацией региона, результаты которого отображены в следующих изменениях объемов товарооборота (млн. руб.):

	1988	1989	1990
В прежних границах	432	450	—
В новых границах	—	630	622,5

Для приведения этой информации к сопоставимому виду производится так называемое смыкание рядов динамики. При этом для 1989 г. определяется коэффициент соотношения двух уровней: 630:450=1,4. Умножая на этот коэффициент объем товарооборота 1988 г. (432·1,4=604,8 млн. руб.), можно построить ряд динамики сопоставимых уровней в новых границах региона (млн. руб.):

1988	1989	1990
604,8	630	622,5

Несопоставимость в ряду динамики происходит при изменениях в методике учета изучаемого показателя. Так, в связи с переходом в 1987 г. торговли на новые условия хозяйствования образован фонд оплаты труда за счет распределяемых доходов. Для получения сопоставимых данных о текущих затратах торговли по годам пятилетки необходимо из суммы издержек обращения в данных до 1987 г. исключить расходы на заработную плату.

Проблема сопоставимости в рядах динамики возникает в связи с применением в статистической информации различных по экономическому значению денежных измерителей. Так, для денежной оценки объема поставки (оптовой продажи) товаров применяются оптовые цены промышленности, а для оценки объема продажи товаров населению применяются розничные цены. К разновидностям розничных цен относятся кооперативные и договорные цены, цены базарной торговли, закупочные и сдаточные цены на сельскохозяйственную продукцию и др.

Поскольку уровни цен изменяются во времени, то для стоимостной оценки товарооборота используются цены соответствующих периодов. Но для изучения динамики физического объема продажи товаров денежная оценка товарооборота в ценах соответствующих периодов не подходит. На объем товарооборота влияет не только фактор реализованной товарной массы, но и фактор изменения цен. Для устранения влияния изменения цен товарооборот пересчитывается в неизменные (базисные) цены. В результате получают ряды динамики объема товарооборота в сопоставимых ценах. Методы пересчета товарооборота (выраженного в текущих ценах) в товарооборот сопоставимых цен рассматриваются в гл. 10.

9.3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ДИНАМИКИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Для количественной оценки динамики социально-экономических явлений применяются статистические показатели: абсолютные приросты, темпы роста и прироста, темпы наращивания и др.

В основе расчета показателей рядов динамики лежит сравнение его уровней. В зависимости от применяемого способа сопоставления показатели динамики могут вычисляться на постоянной и переменной базах сравнения.

Для расчета показателей динамики на постоянной базе каждый уровень ряда сравнивается с одним и тем же базисным уровнем. Исчисляемые при этом показатели называются *базисными*. Для расчета показателей динамики на переменной базе каждый последующий уровень ряда сравнивается с предыдущим. Вычисленные таким образом показатели динамики называются *цепными*. Например, для ряда динамики розничного товарооборота магазина в 1987—1991 гг. (с. 156) за постоянную базу сравнения принят уровень 1987 г. — года перехода торговли на новые условия хозяйствования. При изучении развития торговли в послевоенные годы за постоянную базу обычно принимается уровень 1940 г. Для рядов динамики со значительными колебаниями уровней в качестве базы сравнения применяются средние уровни и т. д.

Способы расчета показателей динамики рассмотрим на данных о товарообороте магазина в 1987—1991 гг. (см. с. 156).

Важнейшим статистическим показателем динамики является *абсолютный прирост*, который определяется в разностном сопоставлении двух уровней ряда динамики в единицах измерения исходной информации.

Базисный абсолютный прирост $\Delta y_б$ исчисляется как разность между сравниваемым уровнем y_i и уровнем, принятым за постоянную базу сравнения y_{0_i}:

$$\Delta y_{б_i} = y_i - y_{0_i}. \tag{9.1}$$

Цепной абсолютный прирост $\Delta y_ц$ — разность между сравниваемым уровнем y_i и уровнем, который ему предшествует, y_{i-1}:

$$\Delta y_{ц_i} = y_i - y_{i-1}. \tag{9.2}$$

11 2128

Таблица 9.

Основные показатели динамики товарооборота магазина в 1987—1991 гг.

Показатель	1987	1988	1989	1990	1991
1	2	3	4	5	6
Товарооборот, тыс. руб. y	885,7	932,6	980,1	1028,7	1088,4
Абсолютный прирост, тыс. руб					
базисный ($\Delta y_{б_i} = y_i - y_{б_i}$)	—	932,6—885,7=46,9	980,1—885,7=94,4	143,0	202,7
цепной ($\Delta \bar{y}_{ц_i} = \bar{y}_i - \bar{y}_{i-1}$)	—	932,6—885,7=46,9	980,1—932,6=47,5	48,6	59,7
Темп роста, %					
базисный [$Тр_{б_i} = (y_i : y_{б_i})100$]	—	$\frac{932,6}{885,7}100=105,3$	$\frac{980,1}{885,7}100=110,6$	116,1	122,9
цепной [$Тр_{ц_i} = (y_i : y_{i-1})100$]	—	$\frac{932,6}{885,7}100=105,3$	$\frac{980,1}{932,6}100=105,1$	104,9	105,8
Темп прироста, %					
базисный [$Тп_{б_i} = (\Delta y_{б_i} : y_{б_i})100$]	—	$\frac{46,9}{885,7}100=5,3$	$\frac{94,4}{885,7}100=10,6$	16,1	22,9
цепной [$Тп_{ц_i} = (\Delta y_{ц_i} : y_{i-1})100$]	—	$\frac{46,9}{885,7}100=5,3$	$\frac{47,5}{932,6}100=5,1$	4,9	5,8
Темп наращивания, %					

Расчет абсолютных приростов по формулам (9.1) и (9.2) приведен в табл. 9.3.

Из табл. 9.3 видно, что по сравнению с 1987 г. в каждом последующем году происходило систематическое увеличение абсолютных приростов товарооборота (тыс. руб.): $46{,}9<94{,}4<143{,}0<202{,}7$. Цепные абсолютные приросты показывают, что нарастание объемов товарооборота происходило из года в год: $46{,}9<47{,}5<48{,}6<59{,}7$.

Абсолютный прирост может иметь и отрицательный знак, показывающий, насколько уровень изучаемого периода ниже базисного.

Между базисными и цепными абсолютными приростами имеется связь: сумма цепных абсолютных приростов $\Sigma\,\Delta y_ц$ равна базисному абсолютному приросту последнего периода ряда динамики $\Delta y_{б_n}$:

$$\Delta y_{б_n} = \Sigma \Delta y_ц. \qquad (9.3)$$

Так, применяя формулу (9.3), можно по вычисленным в табл. 9.3 цепным абсолютным приростам определить базисный абсолютный прирост:

$$\Delta y_{б_n} = 46{,}9 + 47{,}5 + 48{,}6 + 59{,}7 = 202{,}7 \text{ тыс. руб.}$$

Распространенным статистическим показателем динамики является *темп роста*. Он характеризует отношение двух уровней ряда и может выражаться в виде коэффициента или в процентах.

Базисные темпы роста $Тр_б$ исчисляются делением сравниваемого уровня (y_i) на уровень, принятый за постоянную базу сравнения, y_{0_i}:

$$Тр_{б_i} = y_i : y_{0_i}. \qquad (9.4)$$

Цепные темпы роста $Тр_ц$ исчисляются делением сравниваемого уровня y_i на предыдущий уровень y_{i-1}:

$$Тр_{ц_i} = y_i : y_{i-1}. \qquad (9.5)$$

Если темп роста больше единицы (или 100%), то это показывает на увеличение изучаемого уровня по сравнению с базисным. Темп роста, равный единице (или 100%), показывает, что уровень изучаемого периода по сравнению с базисным не изменился. Темп роста меньше единицы (или 100%) показывает на уменьшение уровня изучаемого периода по сравнению с базисным. Темп роста всегда имеет положительный знак.

Расчет темпов роста по формулам (9.4) и (9.5) приведен в табл. 9.3.

Показатели базисных темпов роста табл. 9.3 свидетельствуют, что по сравнению с 1987 г. происходило систематическое увеличение товарооборота магазина, достигшего в 1991 г. 122,9% базисного уровня. Цепные темпы роста показывают, что в развитии товарооборота имело место замедление погодовых темпов (%): $105{,}3>105{,}1>104{,}9<105{,}8$.

Между базисными и цепными темпами роста имеется взаимосвязь: произведение последовательных цепных темпов роста равно базисному темпу роста, а частное от деления последующего базисного темпа роста на предыдущий равно соответствующему цепному темпу роста:

$$\frac{y_{1988}}{y_{1987}} \cdot \frac{y_{1989}}{y_{1988}} \cdot \frac{y_{1990}}{y_{1989}} \cdot \frac{y_{1991}}{y_{1990}} = \frac{y_{1991}}{y_{1987}}. \quad (9.6)$$

Так, подставляя в левую часть формулы (9.6) вычисленные в табл. 9.3 цепные темпы роста (в коэффициентах): 1,053·1,051× ×1,049·1,058, получаем базисный темп роста в 1991 г. =1,229.

Темпы прироста характеризуют абсолютный прирост в относительных величинах. Исчисленный в процентах темп прироста показывает, на сколько процентов изменился сравниваемый уровень с уровнем, принятым за базу сравнения.

Базисный темп прироста Тп$_б$ вычисляется делением сравниваемого базисного абсолютного прироста $\Delta y_{б_i}$ на уровень, принятый за постоянную базу сравнения y_{0_i}:

$$Тп_{б_i} = \Delta y_{б_i} : y_{0_i}. \quad (9.7)$$

Цепной темп прироста Тп$_ц$ — это отношение сравниваемого цепного абсолютного прироста $\Delta y_{ц_i}$ к предыдущему уровня y_{i-1}:

$$Тп_{ц_i} = \Delta y_{ц_i} : y_{i-1}. \quad (9.8)$$

Расчет темпов прироста по формулам (9.7) и (9.8) приведен в табл. 9.3.

Между показателями темпа прироста и темпа роста имеется взаимосвязь:

$$Тп_i\,(\%) = Тр_i\,(\%) - 100 \quad (9.9)$$

(при выражении темпа роста в процентах).

$$Тп_i = Тр_i - 1 \quad (9.10)$$

(при выражении темпа роста в коэффициентах).

Формулы (9.9) и (9.10) используются для определения темпов прироста по темпам роста. Например, на основе вычисленного для 1991 г. базисного темпа роста товарооборота 122,9% по формуле (9.9) можно определить темп прироста:

$$Тп_{б_{1991}} = 122{,}9 - 100 = 22{,}9\%.$$

Если уровни ряда динамики сокращаются, то соответствующие показатели темпа прироста будут со знаком минус, так как они характеризуют относительное уменьшение прироста уровня ряда динамики. Например, если в I квартале 1990 г. объем реализации товаров А составил 92% уровня продажи этого товара в IV квартале 1989 г., то, применяя формулу (9.5), получим такой темп прироста:

$$Тп_{I кв.} = 92 - 100 = -8\%.$$

т. е. произошло сокращение продажи на 8%.

Важным статистическим показателем динамики социально-экономических процессов является *темп наращивания*, который в условиях интенсификации экономики измеряет наращивание во времени экономического потенциала.

Вычисляются темпы наращивания Тн делением цепных абсолютных приростов $\Delta y_{ц_i}$ на уровень, принятый за постоянную базу сравнения, y_{0_i}:

$$Тн_i = \Delta y_{ц_i} : y_{0_i}. \qquad (9.11)$$

Применение формулы (9.11) проиллюстрировано в табл. 9.3.

В отличие от вычисленных в табл. 9.3 цепных темпов прироста $Тп_ц$, показывающих затухание, развитие товарооборота в 1988—1990 гг.: 5,3>5,1>4,9, темп наращивания Тн свидетельствует о наращивании из года в год объема товарооборота: 5,3<5,4<5,5<<6,8.

Противоречивость вычисленных в табл. 9.3 показателей темпов прироста и наращивания объясняется особенностями принятого метода счета. Так, например, в ряду чисел 1, 2, 3, 4, ... при одинаковых цепных абсолютных приростах (равных 1) отношения чисел дают следующие результаты (%): $\frac{2}{1}100=200$, $\frac{3}{2}100=150$, $\frac{4}{3}100=133$ и т. д., т. е. налицо затухание темпа роста. Аналогичные действия производятся и при вычислении в табл. 9.5 темпов роста и прироста.

Из преобразований в формуле (9.11) следует, что темпы наращивания можно непосредственно определять по базисным темпам роста:

$$Тн_i = \frac{\Delta y_{ц_i}}{y_{0_i}} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{0_i}} = Тр_{б_i} - Тр_{б_{i-1}}. \qquad (9.12)$$

Формула (9.12) удобна для практики, так как статистическая информация о динамике социально-экономических явлений публикуется чаще всего в виде базисных рядов динамики.

Применение формулы (9.12) проиллюстрируем на базисных темпах роста товарооборота магазина (см. табл. 9.3). Для определения темпа наращивания объема товарооборота в 1991 г. найдем разность между базисными темпами роста 1991 и 1990 гг.:

$$Тн_{1991} = 122,9 - 116,1 = 6,8\%.$$

9.4 СРЕДНИЕ ПОКАЗАТЕЛИ В РЯДАХ ДИНАМИКИ

Для получения обобщающих показателей динамики социально-экономических явлений определяются средние величины: средний уровень, средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста и др.

Средний уровень ряда динамики характеризует типическую величину абсолютных уровней.

В интервальных рядах динамики средний уровень $\bar{y}$ определяется делением суммы уровней Σy_i на их число n:

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y_i}{n} = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n}. \qquad (9.13)$$

Применение формулы (9.13) проиллюстрируем на данных интервального ряда динамики товарооборота магазина в 1987—1991 гг.

$$\bar{y} = \frac{885,7 + 932,6 + 980,1 + 1028,7 + 1088,4}{5} = 983,1 \text{ тыс. руб.}$$

В моментном ряду динамики с равностоящими датами времени средний уровень определяется по формуле

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + \ldots + \frac{1}{2} y_n}{n - 1}. \qquad (9.14)$$

Применение формулы (9.14) проиллюстрируем на данных о списочной численности работников магазина в 1991 г. При определении среднего уровня данного ряда динамики промежутки времени между отчетными датами практически принимаются за равновеликие. Тогда по формуле (9.14)

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} 192 + 190 + 195 + 198 + \frac{1}{2} 200}{5 - 1} = 195 \text{ человек.}$$

В моментном ряду динамики с неравноотстоящими датами средний уровень определяется по формуле

$$\bar{y} = \frac{\Sigma t_i y_i}{\Sigma t_i} = \frac{t_1 y_1 + t_2 y_2 + \ldots + t_n y_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}, \qquad (9.15)$$

где y_i — уровни ряда динамики, сохранившиеся без изменения в течение промежутка времени t_i.

Применение формулы (9.15) проиллюстрируем на данных о состоянии численности работников магазина в апреле 1991 г. С 1 по 20 апреля в списочном составе работников магазина значилось 190 человек, с 21 апреля и до конца месяца числилось 196 человек. Тогда в соответствии с формулой (9.15) среднедневная (списочная) численность работников магазина в апреле составила:

$$\bar{y} = \frac{20 \cdot 190 + 10 \cdot 196}{30} = 192 \text{ человека.}$$

Средний абсолютный прирост представляет собой обобщенную характеристику индивидуальных абсолютных приростов ряда динамики. Для определения среднего абсолютного прироста $\overline{\Delta y}$ сумма цепных абсолютных приростов $\Sigma \Delta y_{ц_i}$ делится на их число n:

$$\overline{\Delta y} = \Sigma \Delta y_{ц_i} : n. \qquad (9.16)$$

Применение формулы (9.16) проиллюстрируем на данных табл. 9.3 о цепных абсолютных приростах товарооборота магазина:

$$\overline{\Delta y} = \frac{46,9 + 47,5 + 48,6 + 59,7}{4} = 50,7 \text{ тыс. руб.}$$

Средний абсолютный прирост может определяться по абсолютным уровням ряда динамики. Для этого определяется разность между конечным y_n и базисным y_0 уровнями изучаемого периода, которая делится на $m - 1$ субпериодов:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_0}{m - 1}. \qquad (9.17)$$

Применение формулы (9.17) проиллюстрируем на данных табл. 9.3:

$$\overline{\Delta y} = \frac{1088,4 - 885,7}{5 - 1} = 50,7 \text{ тыс. руб.}$$

Основываясь на взаимосвязи между цепными и базисными абсолютными приростами (9.3), показатель среднего абсолютного прироста можно определить по формуле

$$\overline{\Delta y} = \frac{\Delta y_{б_n}}{m - 1}. \qquad (9.18)$$

Применение формулы (9.18) проиллюстрируем на данных о базисном приросте товарооборота магазина в 1991 г. (см. табл. 9.3):

$$\overline{\Delta y} = \frac{202,7}{5 - 1} = 50,7 \text{ тыс. руб.}$$

Средний темп роста — обобщающая характеристика индивидуальных темпов роста ряда динамики. Для определения среднего темпа роста $\overline{Тр}$ применяется формула

$$\overline{Тр} = \sqrt[n]{Тр_1 \cdot Тр_2, \ldots, Тр_n}. \qquad (9.19)$$

где $Тр_1, Тр_2, \ldots, Тр_n$ — индивидуальные (цепные) темпы роста (в коэффициентах), n — число индивидуальных темпов роста.

Применение формулы (9.19) проиллюстрируем на данных табл. 9.5 о цепных темпах роста розничного товарооборота магазина, заменив процентное их выражение коэффициентами: 1987 г. — 1,053; 1988 г. — 1,051 и т. д.

По формуле (9.19) имеем:

$$\overline{Тр} = \sqrt[4]{1,053 \cdot 1,051 \cdot 1,049 \cdot 1,058} = 1,053, \text{ или } 105,3\%.$$

Средний темп роста можно определить и по абсолютным уровням ряда динамики по формуле

$$\overline{Тр} = \sqrt[m-1]{y_n : y_0}. \qquad (9.20)$$

Применение формулы (9.20) проиллюстрируем на данных об объемах розничного товарооборота магазина в 1987—1991 гг.

$$\overline{\text{Т}}\text{р} = \sqrt[5-1]{1083{,}4 : 885{,}7} = 1{,}053, \text{ или } 105{,}3\%.$$

На основе взаимосвязи между цепными и базисными темпами роста (9.6) средний темп роста можно определить по формуле

$$\overline{\text{Т}}\text{р} = \sqrt[m-1]{\text{Тр}_{бi}}. \qquad (9.21)$$

Применяя формулу (9.21), рассчитаем среднегодовой темп роста товарооборота магазина за 1987—1991 гг.:

$$\overline{\text{Т}}\text{р} = \sqrt[5-1]{1{,}229} = 1{,}053, \text{ или } 105{,}3\% \quad \text{(см. приложение 1)}.$$

Средний темп прироста $\overline{\text{Т}}\text{п}$ можно определить на основе взаимосвязи между темпами роста и прироста. При наличии данных о средних темпах роста $\overline{\text{Т}}\text{р}$ для получения средних темпов прироста $\overline{\text{Т}}\text{п}$ используется зависимость:

$$\overline{\text{Т}}\text{п} = \overline{\text{Т}}\text{р} - 1 \qquad (9.22)$$

(при выражении среднего темпа роста в коэффициентах).

Применяя формулу (9.22), можно вычислить средний темп прироста объема розничного товарооборота магазина за 1987—1991 гг. (см. табл. 9.3) на основе среднего темпа роста по (9.19) и (9.20) как 1,05:

$$\overline{\text{Т}}\text{п} = 1{,}053 - 1 = 0{,}053, \text{ или } 5{,}3\%.$$

9.5. ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОЙ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ

Важным направлением в исследовании закономерностей динамики социально-экономических процессов является изучение общей тенденции развития (тренда). Это можно осуществить, применяя специальные методы анализа рядов динамики. Конкретное их использование зависит от характера исходной информации и предопределяется задачами анализа.

Изменения уровней рядов динамики обусловливаются влиянием на изучаемое явление ряда факторов, которые, как правило, неоднородны по силе, направлению и времени их действия. Постоянно действующие факторы оказывают на изучаемые явления определяющее влияние и формируют в рядах динамики основную тенденцию развития (тренд). Воздействие других факторов проявляется периодически. Это вызывает повторяемые во времени колебания уровней рядов динамики. Действие разовых (спорадических) факторов отображается случайными (кратковременными) изменениями уровней рядов динамики.

Различные результаты действия постоянных, периодических и разовых причин и факторов на уровни развития социально-экономических явлений во времени обусловливают необходимость изучения основных компонентов рядов динамики: тренда, периодических колебаний, случайных отклонений.

Особенностью изучения развития социально-экономических процессов во времени является то, что в одних рядах динамики основная тенденция роста проявляется при визуальном обзоре исходной информации, в других рядах динамики общая тенденция развития непосредственно не проявляется. Она может быть выражена расчетным путем в виде некоторого теоретического уровня. Рассмотрим закономерность систематического роста розничного товарооборота по отдельным этапным периодам социально-экономического развития страны на данных о розничном товарообороте государственной и кооперативной торговли, включая общественное питание:

Год	1960	1970	1980	1989
Объем розничного товарооборота, млрд. руб.	78,6	155,2	270,5	404,5

Большую наглядность основной тенденции развития объема розничного товарооборота можно получить из графического изображения ряда динамики (рис. 9.2).

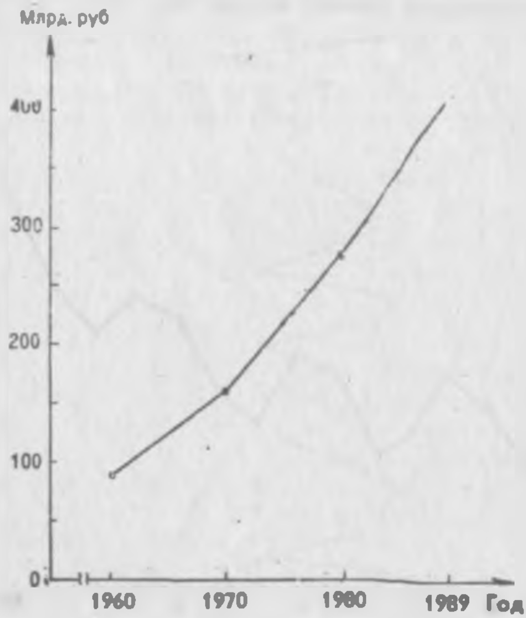


Рис 9.2. Розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли (включая общественное питание) в 1960—1989 гг.

Потребности квалифицированного управления развитием коммерческой деятельности, прогностические и иные цели обусловливают необходимость придания основной тенденции развития обобщающей количественной оценки.

В рядах динамики сильно колеблющихся уровней основная тенденция непосредственно не просматривается. В качестве примера приведем следующие данные (табл. 9.4).

Таблица 9.4

Розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли (включая общественное питание) по кварталам в 1985—1988 гг., млрд. руб.

Квартал	1985	1986	1987	1988
I	78,2	81,4	82,0	86,6
II	78,8	80,1	83,3	89,3
III	82,6	84,4	87,5	93,6
IУ	84,6	86,1	88,7	97,0

Из табл. 9.4 видно, что для поквартальной динамики розничного товарооборота характерны значительные колебания уровней. В каждом последующем году уровень I квартала неизменно ниже уровня IV квартала предыдущего года. Это затрудняет суждение о характере общей тенденции развития. Не способствует объяснению этого и графическое изображение данных табл. 9.4 на рис. 9.3.

Еще большую скачкообразную колеблемость имеют помесячные уровни рядов динамики розничного товарооборота. Это можно видеть из графического представления фактических данных на рис. 9.4.

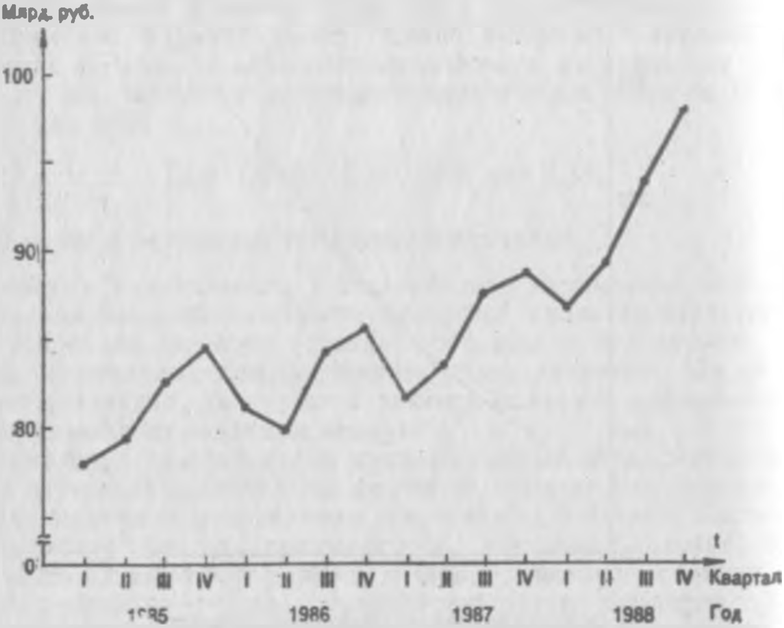


Рис. 9.3. Розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли (включая общественное питание) по кварталам в 1985—1988 г.

Из рассмотренных в качестве примеров статистических данных следует, что при изучении в рядах динамики основной тенденции развития (тренда) решаются две взаимосвязанные задачи: выяв-

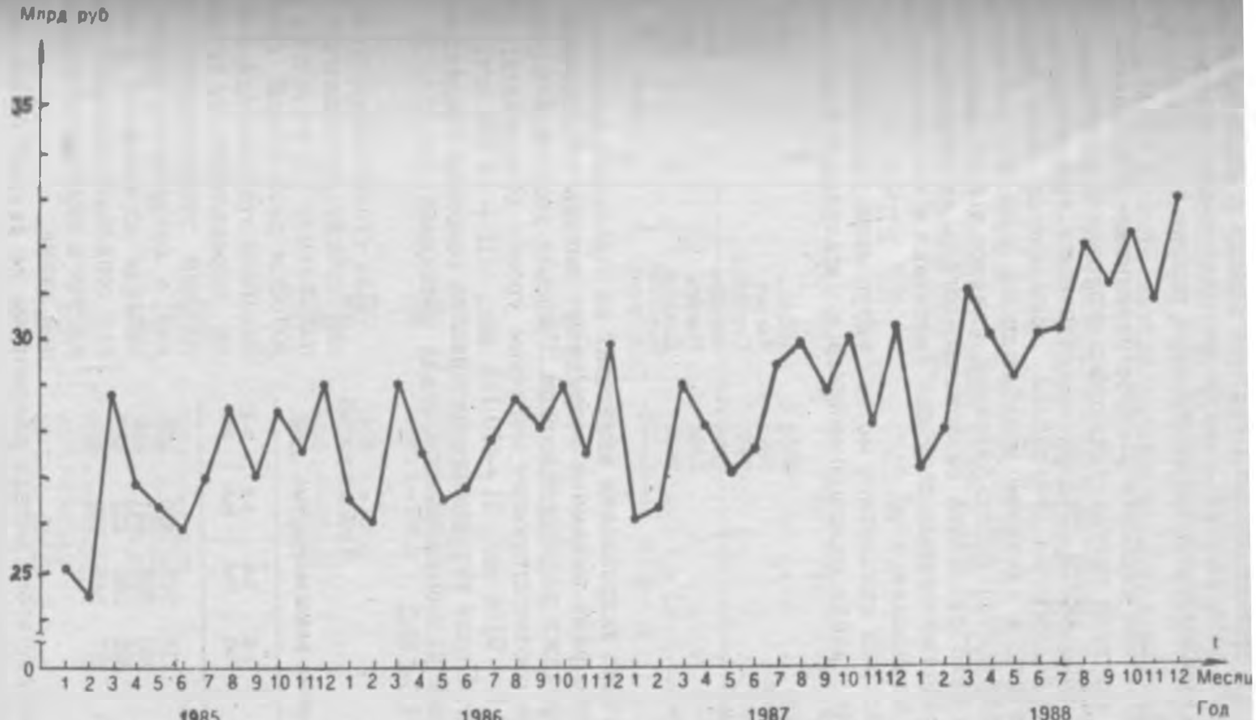


Рис. 9.4. Розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли (включая общественное питание) по месяцам в 1985—1988 гг.

ление в изучаемом явлении наличия тренда с описанием его качественных особенностей; измерение выявленного тренда, т. е. получение обобщающей количественной оценки основной тенденции развития.

На практике наиболее распространенными методами статистического изучения тренда являются: укрупнение интервалов, сглаживание скользящей средней, аналитическое выравнивание.

Метод укрупнения интервалов применяется для выявления тренда в рядах динамики колеблющихся уровней, затушевывающих основную тенденцию развития. Главное в этом методе заключается в преобразовании первоначального ряда динамики в ряды более продолжительных периодов (месячные в квартальные, квартальные в годовые и т. д.).

Рассмотрим применение метода укрупнения интервалов на данных о реализации радиоприемников в магазинах города (шт.):

Январь	3662	Июль	3803
Февраль	3096	Август	3812
Март	2956	Сентябрь	3921
Апрель	3805	Октябрь	4442
Май	3364	Ноябрь	3824
Июнь	2946	Декабрь	3976

Различные направления изменений по отдельным месяцам уровней данного ряда динамики затрудняют выводы об основной тенденции продажи радиоприемников. Решение этой задачи упрощается, если соответствующие месячные уровни объединить в квартальные: I — 9714 шт., II — 10 115 шт., III — 11 536 шт., IV — 12 242 шт. После укрупнения интервалов основная тенденция роста продажи радиоприемников стала очевидной (тыс. шт.): 9,7<<10,1<11,5<12,2.

Таблица 9.5

Среднедневная реализация, тыс. руб.

Квартал	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год
I	175	247	420	426
II	263	298	441	449
III	326	366	453	482
IV	297	341	399	460

Для статистического изучения тренда применяется так называемое с г л а ж и в а н и е *методом скользящей средней*. В основу этого метода положено определение по исходным данным теоретических уровней, в которых случайные колебания погашаются, а основная тенденция развития выражается в виде некоторой плавной линии.

Применение этого метода рассмотрим на данных о реализации продуктов сельскохозяйственного производства магазинами потребительской кооперации города (табл. 9.5).

Особенностью данных табл. 9.5 являются периодическая колеблемость квартальных уровней, увеличение уровня продажи во II и III кварталах и некоторое снижение в IV квартале. Основная тенденция развития непосредственно не просматривается.

Для выявления основной тенденции развития методом скользящей средней прежде всего устанавливаются ее звенья. Звенья скользящей средней должны составляться из числа уровней, отвечающих длительности внутригодовых циклов в изучаемом явлении.

Для ряда динамики, отображающего развитие товарооборота по кварталам, скользящие средние обычно составляются из четырехчленных звеньев. Их расчет состоит в определении средних величин из четырех уровней ряда с отбрасыванием при вычислении каждой новой скользящей средней одного уровня слева и присоединением одного уровня справа:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4}; \quad \bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{4} \text{ и т. д.}$$

В нашем примере исчисляются 13 скользящих средних (табл. 9.6, гр. 3).

Таблица 9.6

Год, квартал	Исходные уровни y_i	Скользящие средние $\bar{y}_i$	Сглаженные уровни с центрированием $\bar{y}_{\hat{c}_i}$
1	2	3	4
1-й год			
I кв.	175	—	—
II »	263	1061 : 4 = 265,25	—
III »	326	1133 : 4 = 283,25	274,25
IV »	297	1168 : 4 = 292,0	287,6
2-й год	247	1208 : 4 = 302,0	297,0
I кв.	298	1252 : 4 = 313,0	307,5
II »	366	1425 : 4 = 356,25	334,6
III »	341	1568 : 4 = 392,0	374,1
IV »			
3-й год			
I кв.	420		402,9
II »	441	1655 : 4 = 413,75	421,0
III »	453	1713 : 4 = 428,25	429,0
IV »	399	1719 : 4 = 429,25	430,75
4-й год			
I кв.	426	1727 : 4 = 431,75	435,37
II »	449	1756 : 4 = 439,0	446,62
III »	482	1817 : 4 = 454,25	—
IV »	460	—	—

Для четного числа уровней каждое значение скользящей средней приходится на промежуток между двумя смежными кварталами. Так, первая скользящая средняя (265,25) записывается между II и III кварталами, вторая (283,25) — между III и IV квартиями и т. д. Для определения сглаженных уровней производится центрирование (с). Для III квартала определяется серединное значение между первой и второй скользящими средними: (265,25+ +283,25) : 2=274,25 тыс. руб., для IV квартала центрируются вторая и третья скользящие средние: (283,25+292) : 2=287,6 тыс. руб. и т. д.

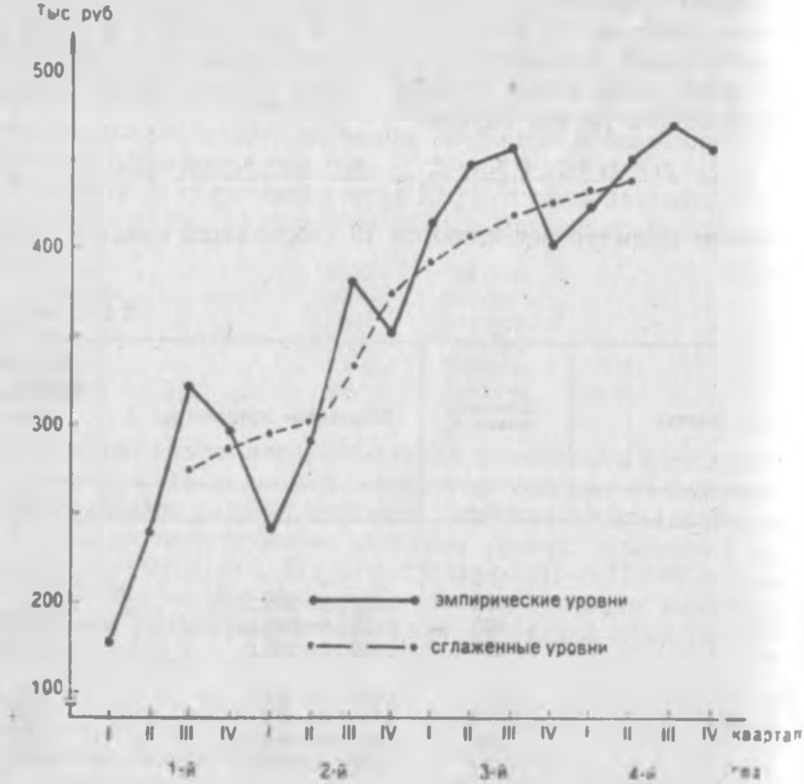


Рис. 9.5. Реализация сельскохозяйственной продукции по кварталам четырехлетия

Полученные значения сглаженных уровней помещены в гр. 4 табл. 9.7. Из их графического изображения отчетливо видна основная тенденция развития комиссионной торговли (рис. 9.5).

При применении метода скользящей средней к ряду динамики месячных уровней рассчитываются 12-членные скользящие средние:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_{11} + y_{12}}{12};$$

$$\bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + \ldots + y_{12} + y_{13}}{12}$$

и т. д. с последующим центрированием полученных значений.

Если при сглаживании рядов динамики звенья скользящей средней составляются из нечетного числа уровней, то необходимость в центрировании отпадает.

Применение в анализе рядов динамики методов укрупнения интервалов и скользящей средней позволяет выявить тренд для его описания, но получать обобщенную статистическую оценку тренда посредством этих методов невозможно. Решение этой более высокого порядка задачи — измерения тренда — достигается *методом аналитического выравнивания*.

Основным содержанием метода аналитического выравнивания в рядах динамики является то, что основная тенденция развития y_i рассчитывается как функция времени

$$y_{t_i} = f(t_i). \qquad (9.23)$$

Определение теоретических (расчетных) уровней y_{t_i} производится на основе так называемой адекватной математической функции, которая наилучшим образом отображает основную тенденцию ряда динамики.

Подбор адекватной функции осуществляется методом наименьших квадратов — минимальностью отклонений суммы квадратов между теоретическими y_{t_i} и эмпирическими y_i уровнями:

$$\Sigma (y_{t_i} - y_i)^2 = \min. \qquad (9.24)$$

Значение уравнения (9.24) состоит в том, что при изучении тренда оно принимается в качестве критерия оценки соответствия расчетных (теоретических) уровней с фактическими (эмпирическими) уровнями ряда динамики.

Важнейшей проблемой, требующей своего решения при применении метода аналитического выравнивания, является подбор математической функции, по которой рассчитываются теоретические уровни тренда. От правильности решения этой проблемы зависят выводы о закономерностях тренда изучаемых явлений. Если выбранный тип математической функции адекватен основной тенденции развития изучаемого явления во времени, то синтезированная на этой основе трендовая модель может иметь полезное применение при изучении сезонных колебаний, прогнозировании и других практических целях.

Одним из условий обоснованного применения метода аналитического выравнивания в анализе рядов динамики является знание типов развития социально-экономических явлений во времени, их основных отличительных признаков. В практике статистического изучения тренда различают следующие эталонные типы развития социально-экономических явлений во времени:

1) *равномерное развитие*. Для этого типа динамики присущи постоянные абсолютные приросты:

$$\Delta y_ц \simeq \text{const}. \qquad (9.25)$$

Основная тенденция развития в рядах динамики со стабильными абсолютными приростами отображается уравнением прямолинейной функции:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t, \tag{9.26}$$

где a_0 и a_1 — параметры уравнения: t — обозначение времени.

Параметр a_1 является коэффициентом регрессии, определяющим направление развития. Если $a_1 > 0$, то уровни ряда динамики равномерно возрастают, а при $a_1 < 0$ происходит их равномерное снижение;

2) равноускоренное (равнозамедленное) развитие. Этому типу динамики свойственно постоянное во времени увеличение (замедление) развития. Уровни таких рядов динамики изменяются с постоянными темпами прироста:

$$T_{п_ц} \simeq \text{const}. \tag{9.27}$$

Основная тенденция развития в рядах динамики со стабильными темпами прироста отображается функцией параболы второго порядка:

$$\bar{y} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2. \tag{9.28}$$

В формуле (9.28) значения параметров a_0 и a_1 идентичны параметрам, используемым в формуле (9.26). Параметр a_2 характеризует *постоянное изменение интенсивности развития (в единицу времени)*. При $a_2 > 0$ происходит ускорение развития, а при $a_2 < 0$ идет процесс замедления роста. Параметр a_1 может быть как со знаком плюс, так и со знаком минус;

3) *развитие с переменным ускорением (замедлением)*. Для этого типа динамики основная тенденция развития выражается функцией параболы третьего порядка:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3. \tag{9.29}$$

В уравнении (9.29) параметр a_3 отображает изменение ускорения. При $a_3 > 0$ ускорение возрастает, а при $a_3 < 0$ ускорение замедляется;

4) *развитие по экспоненте*. Этот тип динамики характеризуют стабильные темпы роста:

$$T_{р_ц} \simeq \text{const}. \tag{9.30}$$

Основная тенденция в рядах динамики с постоянными темпами роста отображается показательной функцией:

$$\bar{y}_t = a_0 a_1^{\,t}, \tag{9.31}$$

где a_1 — темп роста (снижения) изучаемого явления в единицу времени, т. е. интенсивность развития;

5) *развитие с замедлением роста в конце периода*. У этого типа динамики показание цепного абсолютного прироста сокращается в конечных уровнях ряда динамики:

$$\Delta y_{ц_п} \to 0. \tag{9.32}$$

жается полулогарифмической функцией:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 \lg t. \tag{9.33}$$

При аналитическом выравнивании в рядах динамики можно применить и другие математические функции. Так, при изучении основной тенденции неудовлетворенного и реализованного спроса населения применяются:

$$\text{степенная функция} - \bar{y}_t = a_0 t^{a_1}, \tag{9.34}$$

$$\text{функция гиперболы} - \bar{y}_t = a_0 + a_1 \frac{1}{t}. \tag{9.35}$$

Специфика и основные свойства математических функций рассматриваются в курсе «Экономико-математические методы».

Применение метода аналитического выравнивания при статистическом изучении тренда проиллюстрируем на примере.

Пример. По данным о розничном товарообороте региона в 1980—1985 гг. (табл. 9.7) нужно произвести анализ основной тенденции развития товарооборота:

Таблица 9.7

Год	Объем розничного товарооборота, млрд. руб.	Темп роста по годам, %	Абсолютный прирост по годам, млрд. руб.
1	2	3	4
1980	11,18	—	—
1981	12,23	109,4	1,05
1982	13,28	108,6	1,05
1983	14,31	107,7	1,03
1984	15,36	107,3	1,05
1985	16,40	106,8	1,04
В среднем	14,32	107,9	1,04

Из табл. 9.7 видно, что развитие товарооборота происходило с *затухающими темпами роста* (гр. 3) и *относительно стабильными абсолютными приростами* (гр. 4).

Для установления в данном ряду динамики типа развития определяющим признаком является характер изменения абсолютных приростов. Поскольку при среднем абсолютном приросте, равном 1,04 млрд. руб., величина их изменений незначительная ($\pm$0,01 млрд. руб.), то анализируемый ряд динамики можно считать с равномерным развитием (см. (9.25)). Поэтому для аналитического выравнивания применяется функция (9.26) $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$.

Для вычисления параметров функции (9.26) на основе требований метода наименьших квадратов (см. (9.24)) составляется система нормальных уравнений:

$$na_0 + a_1\Sigma t = \Sigma y;$$
$$a_0\Sigma t + a_1\Sigma t^2 = \Sigma t \cdot y. \qquad (9.36)$$

Для решения системы уравнений (9.36) обычно применяется *способ определителей*, позволяющий получать более точные результаты за счет сведения к минимуму ошибки из-за округлений в расчетах параметров:

$$a_0 = \frac{\Sigma y \Sigma t^2 - \Sigma t y \Sigma t}{n\Sigma t^2 - \Sigma t \Sigma t}; \qquad (9.37)$$

$$a_1 = \frac{n\Sigma t y - \Sigma t \Sigma y}{n\Sigma t^2 - \Sigma t \Sigma t}. \qquad (9.38)$$

Применительно к анализируемым данным для определения алгоритмов (9.37) и (9.38) составляется матрица расчетных показателей (табл. 9.8).

Таблица 9.8

Год	Объем розничного товарооборота, млрд. руб.	t_i	t_i^2	$t_i y_i$	$\bar{y}_{t_i}$
1	2	3	4	5	6
1980	11,18	1	1	11,18	11,183
1981	12,23	2	4	24,46	12,226
1982	13,28	3	9	39,84	13,269
1983	14,31	4	16	57,24	14,312
1984	15,36	5	25	76,80	15,355
1985	16,40	6	36	98,40	16,398
Σ	62,76	21	91	307,92	82,743

По итоговым данным табл. 9.8 определяем по формуле (9.37):

$$a_0 = \frac{82,76 \cdot 91 - 307,92 \cdot 21}{6 \cdot 91 - 21 \cdot 21} = 10,14 \text{ млрд. руб.};$$

по формуле (9.38):

$$a_1 = \frac{6 \cdot 307,92 - 21 \cdot 82,76}{6 \cdot 91 - 21 \cdot 21} = 1,043 \text{ млрд. руб.}$$

По вычисленным параметрам производим *синтезирование трендовой модели функции* (см. формулу (9.26)):

$$\bar{y}_t = 10,14 + 1,043t. \qquad (9.39)$$

На основе модели (9.39) определяются теоретические уровни тренда ($\bar{y}_{t_i}$) для каждого года анализируемого ряда динамики:

$$\bar{y}_{t_{1980}} = 10,14 + 1,043 \cdot 1 = 11,183 \text{ млрд. руб.};$$

$$\bar{y}_{t_{1981}} = 10,14 + 1,043 \cdot 2 = 12,226 \text{ млрд. руб.};$$

. . . .

$$\bar{y}_{t_{1985}} = 10,14 + 1,043 \cdot 6 = 16,398 \text{ млрд. руб.}$$

Вычисленные теоретические уровни помещены в гр. 6 табл. 9.11. Правильность расчетов проверяется по равенству:

$$\Sigma_{y_t} = \Sigma y_{it}. \tag{9.40}$$

Несовпадение в равенстве (9.40) на 0.017 млрд. руб. объясняется округлениями в расчетах.

Параметр a_1 трендовой модели (9.39) показывает, что объем розничного товарооборота региона возрастал в среднем на 1,043 млрд. руб. в год.

Практика статистического изучения тренда социально-экономических явлений показывает, что порой невозможно однозначно решить вопрос, какому типу развития больше всего отвечают показатели ряда динамики. Рассмотренные выше признаки классификации типов развития (абсолютные приросты, темпы роста и прироста) весьма схематичны. На практике ряды динамики с показателями, соответствующими признакам эталонных математических функций, скорее исключение, чем правило. Реальные условия формирования уровней развития социально-экономических явлений таковы, что совокупное действие факторов (постоянных, периодических, разовых) обусловливают такие изменения показателей ряда динамики, которые не согласуются с основными признаками типовых эталонных функций. Это осложняет выбор адекватной математической функции для аналитического выравнивания.

Но, как отмечалось выше, при изучении социально-экономических явлений приходится иметь дело со сложным механизмом взаимодействия факторов, формирующих тренд. Поэтому на основе качественного анализа не всегда возможно получать надежные выводы о типе развития в виде адекватной математической функции. В лучшем случае на основе качественного анализа может быть выдвинута рабочая гипотеза о возможных типах развития. Но выбор на этой основе конкретной математической функции весьма затруднителен. Особенно это относится к криволинейным функциям, теория которых разработана недостаточно.

Для подтверждения гипотезы о возможном типе развития можно использовать графический метод. Наглядное изображение анализируемого ряда динамики позволяет получать образное представление о размещении на поле графика эмпирических уровней. Это способствует лучшему осмыслению специфики изменений в ряду динамики. Но дать обобщенную статистическую оценку выявленного тренда графический метод не может.

Практика статистического изучения тренда с использованием средств современной вычислительной техники показывает, что в решении проблемы выбора адекватной математической функции определяющее значение имеет обеспеченность ЭВМ пакетом стандартных программ для машинной обработки исходной информации. Возможности широкого использования в анализе тренда современных ЭВМ позволяют выбрать наиболее адекватную трендовую модель. Быстродействие современных ЭВМ с большой емкостью памяти позволяет получать все необходимые для анализа тренда показатели, в том числе и применяемые для выбора адекватной математической функции.

Одним из применяемых в практике статистического изучения тренда показателей адекватности математической функции является *стандартизованная ошибка аппроксимации* σ_{y_t}:

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{\Sigma (y_{t_i} - y_i)^2}{n}}. \qquad (9.41)$$

Таблица 9.9

Год	Объем розничного товарооборота, млрд. руб.	Темп роста по годам, %	Абсолютный прирост по годам, млрд. руб.
1	2	3	4
1985	16,4	—	—
1986	16,9	103,5	0,5
1987	17,8	105,3	0,9
1988	18,3	102,8	0,5
1989	19,1	104,4	0,8
В среднем	17,7	103,9	0,67

Применение в изучении тренда формулы (9.41) основано на том, что за наиболее адекватную принимается функция, у которой стандартизованная ошибка аппроксимации минимальная.

Использование формулы (9.41) для подбора наиболее адекватной математической функции при статистическом изучении тренда проиллюстрируем на примере.

Пример. По данным о розничном товарообороте региона (табл. 9.9) нужно произвести синтезирование трендовой модели товарооборота.

Разнохарактерность изменений погодовых темпов роста ($103{,}5 < 105{,}3 > 102{,}8 < 104{,}4$) и значительная колеблемость цепных абсолютных приростов (от 0,5 до 0,9 млрд. руб.) затрудняют определение типа динамики объема розничного товарооборота.

Для решения поставленной задачи, прежде всего в порядке первого приближения, намечаются типы функций, которые могут отобразить имеющиеся в ряду динамики изменения. В помощь этому исходные данные табл. 9.9 изображаются графически (рис. 9.6).

Из характера размещения уровней анализируемого ряда динамики на поле графика (рис. 9.6) можно сделать предположение о возможном применении тренда при аналитическом изучении ряда математических функций. Это может быть и уравнение прямолинейной функции (9.26), и уравнение показательной кривой (9.31), и уравнение параболы второго порядка (9.28), и уравнение параболы третьего порядка (9.29). Для выбора наиболее адекватной из них следует осуществить сравнительный анализ тренда исходных данных способом перебора решений по намеченным математическим функциям.

Для определения параметров математических функций при анализе тренда в рядах динамики используется *способ отсчета времени от условного начала*. Он основан на обозначении в ряду динамики показаний времени таким образом, чтобы $\Sigma t=0$. При этом в ряду динамики с нечетным числом уровней порядковый номер уровня, находящегося в середине ряда, обозначают через нулевое значение и принимают его за условное начало отсчета вре-

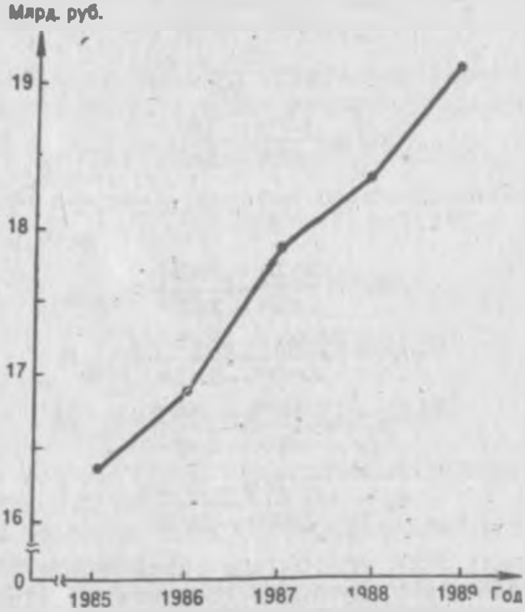


Рис. 9.6. Розничный товарооборот региона в 1985—1989 гг.

мени с интервалом +1 всех последующих уровней и —1 всех предыдущих уровней. Например, при $n=5$ обозначения времени будут —2, —1,0, +1, +2. При четном числе уровней, например $n=6$, порядковые номера верхней половины ряда (от середины) обозначаются числами: —1, —3, —5, а нижней половины ряда обозначаются: +1, +3, +5.

При использовании способа условного обозначения времени, когда $\Sigma t=0$, параметры математических функций определяются по формулам:

а) для прямолинейной функции $\bar{y}_t=a_0+a_1t$ (при $\Sigma t=0$):

$$a_0=\frac{\Sigma y}{n}; \tag{9.42}$$

$$a_1=\frac{\Sigma t\cdot y}{\Sigma t^2}; \tag{9.43}$$

б) для показательной функции $\bar{y}_t=a_0a_1{}^t$ (при $\Sigma t=0$):

$$\lg a_0=\frac{\Sigma \lg y}{n}; \tag{9.44}$$

$$\lg a_1 = \frac{\Sigma t \lg y}{\Sigma t^2}; \qquad (9.45)$$

в) для параболы второго порядка $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ (при $\Sigma t = 0$):

$$a_0 = \frac{\Sigma t^4 \Sigma y - \Sigma t^2 \Sigma t^2 y}{n \Sigma t^4 - \Sigma t^2 \Sigma t^2}; \qquad (9.46)$$

$$a_1 = \frac{\Sigma t \cdot y}{\Sigma t^2}; \qquad (9.47)$$

$$a_2 = \frac{n \Sigma t^2 y - \Sigma t^2 \Sigma y}{n \Sigma t^4 - \Sigma t^2 \Sigma t^2}; \qquad (9.48)$$

г) для параболы третьего порядка $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$ (при $\Sigma t = 0$):

$$a_0 = \frac{\Sigma t^4 \Sigma y - \Sigma t^2 \Sigma t^2 y}{n \Sigma t^4 - \Sigma t^2 \Sigma t^2}; \qquad (9.49)$$

$$a_1 = \frac{\Sigma t^6 \Sigma t \cdot y - \Sigma t^4 \Sigma t^3 \cdot y}{\Sigma t^2 \Sigma t^6 - \Sigma t^4 \Sigma t^4}; \qquad (9.50)$$

$$a_2 = \frac{n \Sigma t^2 y - \Sigma t^2 \Sigma y}{n \Sigma t^4 - \Sigma t^2 \Sigma t^2}; \qquad (9.51)$$

$$a_3 = \frac{\Sigma t^2 \Sigma t^3 y - \Sigma t^4 \Sigma t y}{\Sigma t^2 \Sigma t^6 - \Sigma t^4 \Sigma t^4}. \qquad (9.52)$$

В современных ЭВМ алгоритмы определения параметров различных математических функций составляют содержание стандартных программ машинной обработки рядов динамики при анализе тренда.

Применительно к анализу данных рядов динамики табл. 9.9 по функциям (9.26), (9.31), (9.28) и (9.29) для определения параметров составляется матрица с необходимыми расчетными значениями (табл. 9.10).

Таблица 9.10

Матрица определения параметров математических функций при $\Sigma t = 0$, $\Sigma t^3 = 0$, $\Sigma t^5 = 0$

Год	Условные обозначения времени						y_i	$t_i y_i$	$t_i^2 y_i$	$t_i^3 y_i$	$\lg y_i$	$t_i \lg y_i$
	t_i	t_i^2	t_i^3	t_i^4	t_i^5	t_i^6						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1985	−2	4	−8	16	−32	64	16,4	−32,8	65,6	−131,2	1,21484	−2,42968
1986	−1	1	−1	1	−1	1	16,9	−16,9	16,9	−16,9	1,22789	−1,22789
1987	0	0	0	0	0	0	17,8	0	0	0	1,25042	0
1988	1	1	1	1	1	1	13,3	18,3	18,3	18,3	1,26245	1,26245
1989	2	4	8	16	32	64	19,1	38,2	76,4	152,8	1,28103	2,56206
	0	10	0	34	0	130	88,	6,8	177,2	23,0	6,23663	0,16694

По итоговым данным табл. 9.10 определяются параметры уравнения прямолинейной функции (9.26):

по формуле (9.42) параметр $a_0 = 88{,}5:5 = 17{,}7$,

по формуле (9.43) параметр $a_1 = 6{,}8:10 = 0{,}68$.

На основе вычислительных параметров синтезируется трендовая модель по функциям (9.26):

$$\bar{y}_t = 17{,}7 + 0{,}68t. \qquad (9.53)$$

По модели (9.53) для каждого года анализируемого ряда динамики определяются теоретические уровни тренда y_{t_i}, млрд. руб.:

$$y_{t_{1985}} = 17{,}7 + 0{,}68(-2) = 16{,}34;$$

$$y_{t_{1986}} = 17{,}7 + 0{,}68(-1) = 17{,}02;$$

$$y_{t_{1987}} = 17{,}7 + 0{,}68.0 = 17{,}7;$$

$$y_{t_{1988}} = 17{,}7 + 0{,}68(1) = 18{,}38;$$

$$y_{t_{1989}} = 17{,}7 + 0{,}68(2) = 19{,}06.$$

Полученные по модели (9.53) теоретические уровни тренда записаны в гр. 4 табл. 9.11.

По итоговым данным табл. 9.10 определяются параметры показательной функции (9.31):

по формуле (9.44) $\lg a_0 = 6{,}23663:5 = 1{,}24733$, или $a_0 = 17{,}67$;

по формуле (9.45) $\lg a_1 = 0{,}16694:10 = 0{,}01669$, или $a_1 = 1{,}04$.

На основе вычисленных параметров синтезируется трендовая модель по функции (9.31):

$$\lg \bar{y}_t = 1{,}24733 + t\,0{,}01669, \qquad (9.54)$$

$$\text{или } \bar{y}_t = 17{,}67 \cdot 1{,}04^t. \qquad (9.55)$$

По модели (9.54) для каждого года анализируемого ряда динамики определяются теоретические уровни тренда $\bar{y}_{t_i}$:

для 1985 г. $\lg y_t = 1{,}24733 + (-2)0{,}01669 = 1{,}21395$,

или $y_{t_{1985}} = 16{,}37$ млрд. руб.;

для 1986 г. $\lg y_t = 1{,}24733 + (-1)0{,}01669 = 1{,}23064$,

или $y_{t_{1986}} = 17{,}01$ млрд. руб.;

для 1987 г. $\lg y_t = 1{,}24733 + (0)0{,}01669 = 1{,}24733$,

или $y_{t_{1987}} = 17{,}67$ млрд. руб.;

для 1988 г. $\lg y_t = 1{,}24733 + (1)\,0{,}01669 = 1{,}26402$,

или $y_{t_{1988}} = 18{,}36$ млрд. руб.;

$$\text{для 1989 г.}\quad \lg y_t = 1{,}24733 + (2)\,0{,}01669 = 1{,}28071,$$

$$\text{или } y_{t_{1989}} = 19{,}09 \text{ млрд. руб.}$$

Полученные по модели (9.54) теоретические уровни тренда записаны в гр. 5 табл. 9.11.

По итоговым данным табл. 9.10 определяются параметры функции параболы второго порядка (9.28):

$$\text{по формуле (9.46) } a_0 = \frac{34 \cdot 88{,}5 - 10 \cdot 177{,}2}{5 \cdot 34 - 10 \cdot 10} = 17{,}67;$$

$$\text{по формуле (9.47) } a_1 = \frac{6{,}8}{10} = 0{,}68;$$

$$\text{по формуле (9.48) } a_2 = \frac{5 \cdot 177{,}2 - 10 \cdot 88{,}5}{5 \cdot 34 - 10 \cdot 10} = 0{,}014.$$

На основе вычисленных параметров синтезируется трендовая модель по функции (9.28):

$$\bar{y}_t = 17{,}67 + 0{,}68t + 0{,}014t^2. \tag{9.56}$$

По модели (9.56) для каждого года анализируемого ряда динамики (табл. 9.12) определяются теоретические уровни тренда y_t, млрд. руб.:

$$y_{t_{1985}} = 17{,}67 + 0{,}68(-2) + 0{,}014(4) = 16{,}37;$$

$$y_{t_{1986}} = 17{,}67 + 0{,}68(-1) + 0{,}014(1) = 17{,}0;$$

$$y_{t_{1987}} = 17{,}67 + 0{,}68(0) + 0{,}014(0) = 17{,}67;$$

$$y_{t_{1988}} = 17{,}67 + 0{,}68(1) + 0{,}014(1) = 18{,}36;$$

$$y_{t_{1989}} = 17{,}67 + 0{,}68\,(2) + 0{,}014(4) = 19{,}1.$$

Вычисленные по модели (9.56) теоретические уровни тренда записаны в гр. 6 табл. 9.14.

По итоговым данным табл. 9.10 определяются параметры уравнения параболы третьего порядка (9.29):

$$\text{по формуле (9.49) параметр } a_0 = \frac{34 \cdot 88{,}5 - 10 \cdot 177{,}2}{5 \cdot 34 - 10 \cdot 10} = 17{,}67;$$

$$\text{по формуле (9.50) параметр } a_1 = \frac{130 \cdot 6{,}8 - 34 \cdot 23{,}0}{10 \cdot 130 - 34 \cdot 34} = 0{,}71;$$

$$\text{по формуле (9.51) параметр } a_2 = \frac{5 \cdot 177{,}2 - 10 \cdot 88{,}5}{5 \cdot 34 - 10 \cdot 10} = 0{,}014;$$

по формуле (9.52) параметр $a_3 = \dfrac{10 \cdot 23{,}0 - 34 \cdot 6{,}8}{10 \cdot 130 - 34 \cdot 34} = -0{,}009.$

На основе вычисленных параметров синтезируется трендовая модель по функции (9.29):

$\bar{y}_t = 17{,}67 + 0{,}71t + 0{,}014t^2 - 0{,}009t^3.$

По модели (9.57) для каждого года анализируемого ряда динамики (табл. 9.9) определяются теоретические уровни тренда y_{t_i}, млрд. руб.:

$$y_{t_{1985}} = 17{,}67 + 0{,}71\,(-2) + 0{,}014\,(4) - 0{,}009\,(-8) = 16{,}31;$$

$$y_{t_{1986}} = 17{,}67 + 0{,}71\,(-1) + 0{,}014\,(-1) - 0{,}009\,(-1) = 16{,}98;$$

$$y_{t_{1987}} = 17{,}67 + 0{,}7\,(0) + 0{,}014\,(0) - 0{,}009\,(0) = 17{,}67;$$

$$y_{t_{1988}} = 17{,}67 + 0{,}71\,(1) + 0{,}014\,(1) - 0{,}009\,(1) = 18{,}39;$$

$$y_{t_{1989}} = 17{,}67 + 0{,}71\,(2) + 0{,}014\,(4) - 0{,}009\,(8) = 19{,}15.$$

Вычисленные по модели (9.57) теоретические уровни тренда записаны в гр. 7 табл. 9.11.

Таким образом, в анализе тренда ряда динамики табл. 9.9 по четырем математическим функциям (9.26), (9.31), (9.28) и (9.29) синтезированы четыре трендовые модели:

1) $\bar{y}_t = 17{,}7 + 0{,}68t;$

2) $\bar{y}_t = 17{,}67 \cdot 1{,}04^t;$

3) $\bar{y}_t = 17{,}67 + 0{,}68t + 0{,}014t^2;$

4) $\bar{y}_t = 17{,}67 + 0{,}71t + 0{,}014t^2 - 0{,}009t^3.$

Для решения вопроса, какая из этих моделей является наиболее адекватной, сравниваются их стандартизованные ошибки аппроксимации σ_{y_i}. Для определения σ_{y_i} составляется матрица расчетных значений (табл. 9.11).

По итоговым данным табл. 9.11 определяем по формуле (9.41) стандартные ошибки аппроксимации:

для модели (9.26):

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{0{,}036}{5}} = \pm 0{,}085;$$

для модели (9.31)

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{0{,}0176}{5}} = \pm 0{,}059;$$

для модели (9.28)

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{0{,}0314}{5}} = \pm 0{,}079;$$

Таблица 9.11

Матрица определения σ_{y_t} по функциям (9.26); (9.31), (9.28) и (9.29)

Год	t_i	y_i	Теоретические уровни по моделям				Отклонения теоретических уровней y_i от фактических уровней y_{t_i}							
			прямолинейной функции (9.26)	показательной функции (9.31)	функции параболы второго порядка (9.28)	функции параболы третьего порядка (9.29)	прямолинейной функции (9.26)		показательной функции (9.31)		параболы второго порядка (9.28)		параболы третьего порядка (9.29)	
							$y_{t_i}-y_i$	$(y_{t_i}-y_i)^2$	$y_{t_i}-y_i$	$(y_{t_i}-y_i)^2$	$y_{t_i}-y_i$	$(y_{t_i}-y_i)^2$	$y_{t_i}-y_i$	$(y_{t_i}-y_i)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1985	−2	16,4	16,34	16,37	16,37	16,31	−0,06	0,0036	−0,03	0,0009	−0,03	0,0009	−0,09	0,0081
1986	−1	16,9	17,02	17,01	17,0	16,98	0,12	0,0144	0,11	0,0121	0,1	0,01	0,08	0,0064
1987	0	17,8	17,7	17,67	17,67	17,67	−0,1	0,01	−0,03	0,0009	−0,13	0,0169	−0,13	0,0169
1988	1	18,3	18,38	18,36	18,36	18,39	0,08	0,0064	0,06	0,0036	0,06	0,0036	0,09	0,0081
1989	2	19,1	19,06	19,09	19,1	19,15	−0,04	0,0016	−0,01	0,0001	0	0	0,05	0,0025
	0	88,5	88,5	88,5	88,5	88,5	×	0,036	×	0,0176	×	0,0314	×	0,042

для модели (9.29)

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{0,042}{5}} = \pm 0,092.$$

Из сравнения полученных значений стандартной ошибки аппроксимации следует, что по критерию минимальности предпочтение следует отдать трендовой модели (9.55) $\bar{y}_t = 17,67 \cdot 1,04^t$, синтезированной на основе показательной функции $\bar{y}_t = a_0 a_1^t$.

9.6. ИЗУЧЕНИЕ СЕЗОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Под *сезонными колебаниями* понимается более или менее устойчивые внутригодовые колебания уровней развития социально-экономических явлений. Проявляются они с различной интенсивностью во всех сферах жизни общества: производстве, обращении и потреблении.

Большое практическое значение статистического изучения сезонных колебаний состоит в том, что получаемые при анализе рядов внутригодовой динамики количественные характеристики отображают специфику развития изучаемых явлений по месяцам и кварталам годового цикла. Это необходимо для познания закономерностей развития социально-экономических явлений во внутригодовой динамике, прогнозирования и разработки оперативных мер по квалифицированному управлению их развитием во времени.

Повседневная жизнедеятельность людей в условиях периодической сменяемости сезонов сопровождается специфическими изменениями интенсивности динамики социально-экономических процессов. В большинстве отраслей народного хозяйства это проявляется в виде внутригодовых чередований подъемов и спадов выпуска продукции, неодинаковом потреблении сырья и энергии, колебаний уровней производительности труда, себестоимости, прибыли и других показателей. Для некоторых сфер человеческой деятельности внутригодовая динамика характеризуется приостановкой процессов в межсезонные периоды (сахароварение, рыболовство, лесоразработка, охота, бортничество, навигация, туризм и т. д.). Ярко выраженный сезонный характер имеет сельскохозяйственное производство, особенно растениеводство в условиях открытого грунта. Это вызывает неравномерность использования трудовых ресурсов, напряженность в работе транспорта, хранилищ, баз. С этим связаны неравномерность работы предприятий по переработке сельскохозяйственного сырья и поставка изготовленной продукции в торговлю.

Значительной колеблемости во внутригодовой динамике подвержены денежное обращение и товарооборот. Наибольшие денежные доходы образуются у населения в III и IV кварталах, особенно это характерно для селян. Максимальный объем розничного товарооборота приходится на конец каждого года. Продажа молочных продуктов обычно приходится на II и III кварталы, а мельных продуктов, фруктов и овощей — на второе полугодие. Такие ритмы просматриваются из года в год.

В некоторых работах по теории статистики можно встретить одностороннее толкование цели изучения сезонных колебаний. Поскольку сезонные спады обусловливают ряд отрицательных последствий, то основная цель изучения рядов внутригодовой динамики состоит в разработке мер по ликвидации или смягчению сезонных колебаний.

Конечно, важность осуществления мер по устранению негативных последствий сезонности бесспорна. Но реальные условия жизни, развития производства, обращения и потребления показывают на недостаточность такой постановки цели исследования. В своей практической деятельности люди, воздействуя на природу, создают более благоприятные условия труда и быта. Но на данной стадии своего развития человечество не управляет всеми силами природы. Практически, например, нельзя по своему усмотрению изменять время наступления и продолжительность неблагоприятных сезонов. Сельскохозяйственное производство было и остается сезонным. Сокращение или удлинение периода массового производства основных продуктов растениеводства зависит от изменений естественных климатических условий.

Именно эти важные обстоятельства жизни общества являются уточняющими мотивами цели изучения рядов внутригодовой динамики. Если для бесперебойного хода воспроизводства сезонные спады должны по возможности устраняться, то сезонные подъемы этих процессов должны рассматриваться как важные факторы, способствующие наращиванию социально-экономического потенциала. Основной принцип хозяйствования — получение максимального эффекта при оптимальных затратах — предполагает рациональное сочетание бесперебойности производственных процессов с задачами всемерного использования благоприятствующих факторов, в том числе и природно-климатических условий. В ряде производственных отраслей время производства включает период, когда на предмет труда воздействуют силы природы. И чем больше разница между временем производства и рабочим периодом, тем большую зависимость от природно-климатических условий имеет конечный результат.

Задачи, связанные с максимальным удовлетворением покупательского спроса, предполагают полное его удовлетворение в каждом периоде года. Для этого необходимо изучать со всех сторон развитие во внутригодовой динамике как общего объема спроса населения, так и состава спроса на отдельные товары и виды услуг в торговле.

С ростом и совершенствованием производства товаров, улучшением материально-технической базы торговли (строительство современных хранилищ, оптовых баз, оснащение магазинов холодильным оборудованием и т. д.) создаются условия для сглаживания неравномерности во внутригодовой динамике при реализации основных продуктов питания. Но ликвидация сезонных колебаний в торговле продовольственными товарами была бы неправильной. Это обусловливается рядом обстоятельств, в том числе и факторами технологического и экономического порядка. Несмотря на известные достижения науки и техники в способах переработки и консервации скоропортящихся продуктов сезонного производства, длительное их хранение сопровождается изменениями потребительских свойств, ухудшением качества. Это ведет к увеличению товарных потерь и росту издержек обращения.

Следует также принимать во внимание и факторы чисто физиологических особенностей потребления продуктов человеческим организмом. Состав потребностей человека в продуктах питания неодинаков во внутригодовой динамике. Так, в осенне-зимний период, как правило, повышаются потребности в высококалорийных продуктах питания. В теплое время года, наоборот, возникают потребности в более легкой пище, в растительных и молочных продуктах, зелени, фруктах. Различны в отдельные сезоны года требования людей к условиям труда, быта, отдыха. Все большее значение в современных условиях приобретают сезонные особенности спроса населения на непродовольственные товары.

Состав потребляемых населением одежды, обуви, тканей, культтоваров, предметов домашнего обихода и других непродовольственных товаров, как правило, во многом зависит от сезона. При этом чем выше благосостояние народа и больше объем производимых товаров, тем благоприятнее возможности по удовлетворению меняющихся по внутригодовым периодам потребностей населения в товарах.

С ростом производства непродовольственных товаров более четко проявляются посезонные неравномерности покупок, в то время как для производства этих товаров более рациональным является непрерывный и равномерный их выпуск в течение года.

Поэтому так важно решить проблему рационального сочетания во времени периода массового производства, времени пребывания непродовольственных товаров на складах в качестве товарных запасов, а также их поступления в розничную продажу. Решающее значение в согласовании этого важного временного лага с соблюдением интересов производителей и потребителей конкретных видов товара имеют данные изучения особенностей их спроса в торговле по сезонам.

Знание сезонных особенностей спроса на отдельные товары имеет важное значение для торговли как отрасли народного хозяйства: разработка мероприятий по повышению эффективности торговли, улучшению организации торговли, повышению культуры обслуживания покупателей. Выявление особенностей спроса населения на товары по сезонам важно для разработки научно обоснованных нормативов, позволяет избежать нерациональных затрат и потерь.

Таким образом, применительно к коммерческой деятельности научно обоснованная постановка цели изучения внутригодовой динамики предполагает не только решение задачи по смягчению сезонной неравномерности объема товарооборота. В целях наилучшего использования условий, благоприятствующих производству, обращению и потреблению товаров, необходимо всестороннее и глубокое изучение в рядах внутригодовой динамики данных, отображающих сезонные подъемы этих процессов.

При статистическом изучении в рядах внутригодовой динамики сезонных колебаний решаются следующие две взаимосвязанные задачи: выявление специфики развития изучаемого явления во внутригодовой динамике; измерение сезонных колебаний изучаемого явления с построением модели сезонной волны.

На специфику изменения уровней рядов внутригодовой динамики могут оказывать влияние как факторы, образующие их составные компоненты (тренд, периодические колебания, случайные отклонения), так и внешние причины, обусловленные характером сбора и обработки исходной информации.

Статистические ряды внутригодовой динамики обычно составляются по материалам текущей отчетности. В разделе 9.2 рассмотрены основные условия построения и способы приведения рядов динамики к сопоставимому виду. Выполнение этих требований является одним из непременных условий статистического изучения сезонных колебаний. При этом надо иметь в виду, что разновеликие по продолжительности месяцы и кварталы годовых периодов являются одной из причин, влияющих на изменения уровней рядов внутригодовой динамики. Для устранения этой причины объемные величины пересчитываются в средние величины, характеризующие интенсивность развития изучаемого явления в единицу времени. Это имеет важное значение для повышения точности показателей сезонных колебаний.

Для измерения сезонных колебаний обычно исчисляются *индексы сезонности* i_s. В общем виде они определяются отношением исходных (эмпирических) уровней ряда динамики y_i к теоретическим (расчетным) уровням y_{t_i}, выступающим в качестве базы сравнения:

$$i_{s_i} = y_i : y_{t_i}. \tag{9.57}$$

Именно в результате того, что в формуле (9.57) измерение сезонных колебаний производится на базе соответствующих теоретических уровней тренда y_{t_i}, в исчисляемых при этом индивидуальных индексах сезонности влияние основной тенденции развития элиминируется (устраняется). И поскольку на сезонные колебания могут накладываться случайные отклонения, для их устранения производится усреднение индивидуальных индексов одноименных внутригодовых периодов анализируемого ряда динамики. Поэтому для каждого периода годового цикла определяются обобщенные показатели в виде средних индексов сезонности $\bar{i}_s$:

$$\bar{i}_{s_i} = \frac{\Sigma i_{s_i}}{n}. \tag{9.58}$$

Вычисленные на основе формулы (9.58) средние индексы сезонности (с применением в качестве базы сравнения соответствующих уровней тренда) свободны от влияния основной тенденции развития и случайных отклонений.

В зависимости от характера тренда формула (9.58) принимает следующие формы:

1) для рядов внутригодовой динамики с ярко выраженной основной тенденцией развития

$$\bar{i}_{s_t} = \frac{\sum \frac{y_i}{y_{it}}}{n}. \qquad (9.59)$$

Выступающие при этом в качестве переменной базы сравнения теоретические уровни y_t, представляют своего рода «среднюю ось кривой», так как их расчет основан на положениях метода наименьших квадратов (9.23). Поэтому измерение сезонных колебаний на базе переменных уровней тренда называется *способом переменной средней:*

2) для рядов внутригодовой динамики, в которых повышающийся (снижающийся) тренд отсутствует или он незначителен

$$\bar{i}_{s_t} = \bar{y}_i : \bar{y}. \qquad (9.60)$$

В формуле (9.60) базой сравнения является общий для анализируемого ряда динамики средний уровень $\bar{y}$. Поскольку для всех эмпирических уровней анализируемого ряда динамики этот общий средний уровень является постоянной величиной, то применение формулы (9.60) называется *способом постоянной средней.*

Применение формул для изучения сезонных колебаний проиллюстрируем на примерах.

Таблица 9.12

Среднедневная реализация, т

Квартал	1987	1988	1989	1990
1	2	3	4	5
I	39,9	38,1	40,9	50,7
II	65,8	82,3	96,5	110,6
III	63,9	83,4	98,8	116,7
IV	38,5	45,1	58,8	60,5
Годовая	52,0	62,2	73,7	84,6
Темпы роста, в % к 1987 г.	100,0	119,6	141,7	162,7
в % по годам	—	119,6	118,5	114,8
Абсолютный прирост по годам, *т*	—	10,2	11,5	10,9
Темп наращивания, %	—	19,6	22,1	21,0

Пример. По данным о продаже молочных продуктов в магазинах города по кварталам 1987—1990 гг. нужно вычислить индексы сезонных колебаний реализации данных продуктов (см. табл. 9.12).

Из данных табл. 9.12 видно, что в 1990 г. рост продажи данной продукции по сравнению с 1987 г. достиг 162,7%, или в среднем за год интенсивность роста составила 117,5% ($\sqrt[3]{1,627}$). Это позволяет считать, что в анализируемом году динамики имеется значительная тенденция роста. Графическое изображение исходной информации подтверждает эти выводы (рис. 9.7).

Выводы о значительном росте реализации данной продукции в 1987—1990 гг. предопределяет выбор формулы (9.57) для расчета индексов сезонности *способом переменной средней*.

Для определения в формуле (9.57) теоретических уровней тренда y_{t_i} важно правильно подобрать математическую функцию, по которой будет производиться аналитическое выравнивание в анализируемом ряду динамики. Это наиболее сложный и ответственный этап изучения сезонных колебаний. От обоснованности подбора той или иной математической функции во многом зависит практическая значимость получаемых в анализе индексов сезонности.

По содержащимся в табл. 9.15 показателям анализируемого ряда динамики можно выдвинуть рабочую гипотезу о возможных типах математических функций для получения теоретических уровней тренда.

С известной степенью приближения это может быть прямолинейная функция (9.25):

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t.$$

В основе такого предположения лежит характер изменения абсолютных приростов. При общем среднем абсолютном приросте $10{,}9m \left(\frac{84,6-52,0}{3}\right)$ отклонения по отдельным годам не столь значительны: $-0{,}7m$ в 1988 г. и $+0{,}6m$ в 1989 г.

Но при наибольшем абсолютном приросте в 1989 г. ($+11{,}5m$) в 1990 г. было снижение этого показателя до $10{,}9m$. Эта максимальная интенсивность роста продажи данного продукта в 1989 г., и последующее снижение в 1990 г. отображает показатель темпа наращивания (9.12), %: $19{,}6<22{,}1>21{,}0$.

Цепные темпы роста показывают затухание интенсивности реализации данной продукции из года в год: $119{,}6>118{,}5>114{,}8$.

Все эти показания анализируемого ряда динамики позволяют сделать предположения о возможном применении в аналитическом выравнивании параболы второго порядка (9.27):

$$y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2.$$

Таким образом, на основе статистических показателей изменений уровней анализируемого ряда динамики сделано предположение о возможном применении в аналитическом выравнивании исходных данных двух математических функций (9.25) и (9.27). Для решения вопроса о том, какая из них является наиболее адекват-

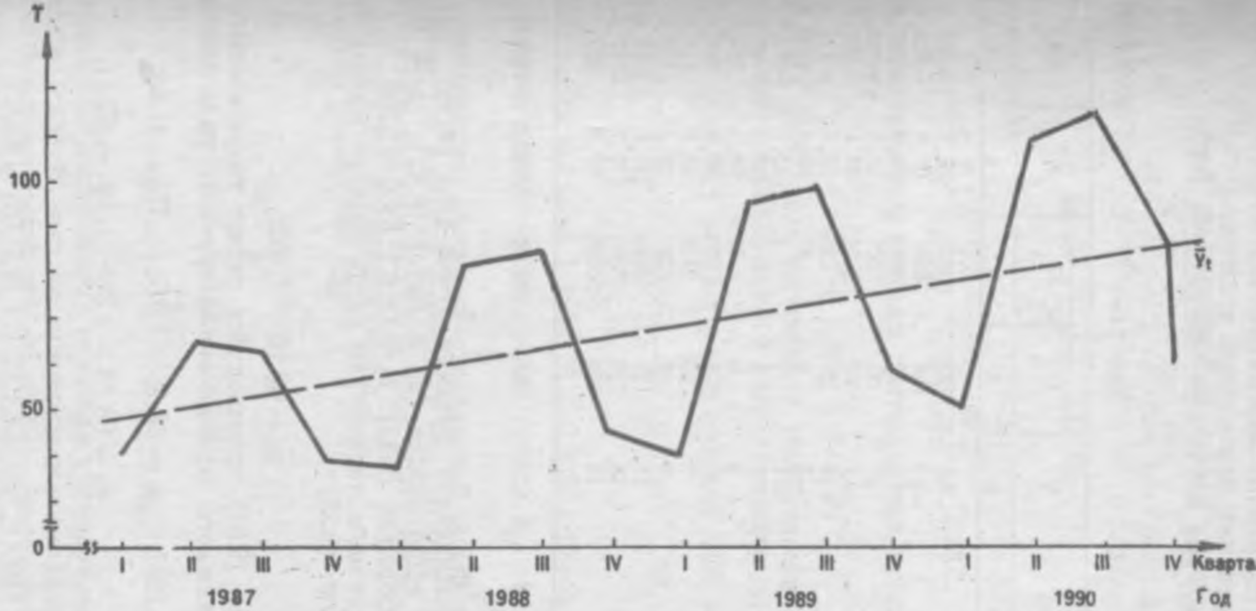


Рис. 9.7. Реализация молочной продукции по кварталам 1987—1990 гг.

ной, может применяться критерий минимальности стандартной ошибки аппроксимации (9.41). Для этого прежде всего должны быть решены выбранные математические функции.

Для определения параметров уравнений (9.25) и (9.27) составляется матрица расчетных показателей (табл. 9.13).

Таблица 9.13

При $\Sigma t=0$

Год, квартал	t_i	t_i^2	t_i^4	y_i	t_iy_i	$t_i^2y_i$
1	2	3	4	5	6	7
1987 I	−15	225	50625	39,9	−598,5	8977,5
II	−13	169	28561	65,8	−855,4	11120,9
III	−11	121	14641	63,9	−702,9	7731,2
IV	−9	81	6561	38,5	−346,5	3118,5
1988 I	−7	49	2401	38,1	−266,7	1866,9
II	−5	25	625	82,3	−411,5	2057,5
III	−3	9	81	83,4	−250,2	750,6
IV	−1	1	1	45,1	−45,1	45,1
1989 I	1	1	1	40,9	40,9	40,9
II	3	9	81	96,5	289,5	868,5
III	5	25	625	98,8	494,0	2470,0
IV	7	49	2401	58,8	411,6	2881,2
1990 I	9	81	6561	50,7	456,3	4106,7
II	11	121	14641	110,6	1216,6	13382,6
III	13	169	28561	116,7	1517,1	19722,3
IV	15	225	50625	60,5	907,5	13612,5
Σ 16	0	1360	206992	1090,5	1856,7	92752,9

Для прямолинейной функции $\bar{y}_t=a_0+a_1t$ расчет параметров (при $\Sigma t=0$) производится по формуле (9.42): $a_0=1090{,}5:16=$ $=68{,}16$; по формуле (9.43): $a_1=1856{,}7:1360=1{,}365$.

По вычисленным параметрам синтезируется модель тренда на основе функции (9.25):

$$\bar{y}_t = 68{,}16 + 1{,}365t. \qquad (9.61)$$

По модели (9.61) производится расчет теоретических уровней тренда для каждого периода анализируемого ряда динамики y_{t_i}:

$$1987 \text{ г. } y_{\mathrm{I}} = 68{,}16 + 1{,}365\,(-15) = 47{,}68;$$

$$y_{\mathrm{II}} = 68{,}16 + 1{,}365\,(-13) = 50{,}41;$$

. . . .

$$1990 \text{ г. } y_{\mathrm{IV}} = 68{,}16 + 1{,}365\,(15) = 88{,}63.$$

Полученные теоретические значения уровней тренда y_{t_i} записаны в гр. 4 табл. 9.14.

Для функции параболы второго порядка $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ (при $\Sigma t = 0$) расчет параметров:

по формуле (9.46)

$$a_0 = \frac{206\,992 \cdot 1090,5 - 1360 \cdot 1090,5}{16 \cdot 206\,992 - 1360 \cdot 1360} = 68,1;$$

по формуле (9.47)

$$a_1 = \frac{1856 \cdot 7}{1360} = 1,365;$$

по формуле (9.48)

$$a_2 = \frac{16 \cdot 92752,9 - 1360 \cdot 1090,5}{16 \cdot 206\,992 - 1360 \cdot 1360} = 0,0007.$$

По вычисленным параметрам синтезируется модель тренда по функции (9.27)

$$\bar{y}_t = 6,552 + 1,365t + 0,0007t^2. \qquad (9.62)$$

По модели (9.62) рассчитываются теоретические уровни для каждого периода анализируемого ряда динамики y_{t_i}:

$$1987 \text{ г. } y_{\text{I}} = 68,1 + 1,365\,(-15) + 0,0007\,(225) = 47,78;$$

$$y_{\text{II}} = 68,1 + 1,365\,(-13) + 0,0007\,(169) = 50,47;$$

. . . .

$$1990 \text{ г. } y_{\text{IV}} = 68,1 + 1,365\,(15) + 0,0007\,(225) = 88,73.$$

Полученные теоретические уровни тренда y_{t_i} записаны в гр. 5 табл. 9.14.

Для определения показаний стандартной ошибки аппроксимации составляется матрица расчетных показателей (табл. 9.14).

По итоговым данным гр. 7 и 9 табл. 9.14 определяется по формуле (9.38) ошибка аппроксимации σ_{y_t}:

1) для модели $\bar{y}_t = 68,16 + 1,365t$

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{8109,7}{16}} = \pm 22,51;$$

2) для модели $\bar{y}_t = 6,552 + 1,365t + 0,0007t^2$

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{8129,1}{16}} = \pm 22,54.$$

Из сравнения вычисленных значений стандартной ошибки аппроксимации следует, что по критерию минимальности предпочтительнее будет трендовая модель (9.61), синтезированная на основе прямолинейной функции (9.26). Поэтому определение индексов сезонности реализации данной продукции следует осуществлять на базе теоретических уровней тренда, вычисленных по модели тренда (9.61): $\bar{y}_t = 68,16 + 1,365t$.

Таблица 9.14

Матрица расчетных показателей для определения стандартной ошибки аппроксимации $\sigma_{y_{t}}$

Год, квартал	t_i	y_i	Теоретические уровни тренда y_{t_i} по моделям: прямолинейной функции	параболы второго порядка	Отклонения теоретических уровней y_{t_i} от эмпирических y_i по моделям: прямолинейной функции: $y_{t_i}-y_i$	$(y_{t_i}-y_i)^2$	параболы второго порядка: $y_{t_i}-y_i$	$(y_{t_i}-y_i)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1987								
I	−15	39,9	47,68	47,78	7,78	60,5	7,88	62,1
II	−13	65,8	50,41	50,47	−15,39	236,8	−15,33	235,0
III	−11	63,9	53,14	53,17	−10,76	115,8	−10,73	115,1
IV	−9	38,5	55,88	55,87	17,38	302,1	17,37	301,7
1988								
I	−7	38,1	58,61	58,58	20,51	420,7	20,48	419,4
II	−5	82,3	61,34	61,29	−20,96	439,3	−21,0	441,2
III	−3	83,4	64,07	64,0	−19,33	373,6	−19,4	376,4
IV	−1	45,1	66,79	66,74	21,69	470,5	21,64	468,3
1989								
I	1	40,9	69,52	69,47	28,62	819,2	28,57	816,2
II	3	96,5	72,25	72,2	−24,25	588,1	−24,3	590,5
III	5	98,8	74,98	74,94	−23,82	567,4	−23,86	569,3
IV	7	58,8	77,72	77,69	18,92	358,0	18,89	356,8
1990								
I	9	50,7	80,45	80,44	29,75	885,1	29,74	884,5
II	11	110,6	83,18	83,2	−27,42	751,8	−27,4	750,8
III	13	116,7	85,91	85,96	−30,19	929,5	−30,74	944,9
IV	15	60,5	88,63	88,73	28,13	791,3	28,23	796,9
Σ	0	1090,5	1090,56	1090,53	×	8109,7	×	8129,1

Теоретические уровни тренда анализируемого ряда динамики изображены на графике (см. рис. 9.7) в виде пунктирной прямой линии.

Для определения индексов сезонности $\bar{i}_s$ используется следующая матрица расчетных показателей (табл. 9.15).

В гр. 4 табл. 9.15 определены индивидуальные индексы сезонности i_{s_i}, характеризующие отношение эмпирических уровней y_i к теоретическим y_{t_i} для каждого периода анализируемого ряда внутригодовой динамики. Для элиминирования действия факторов случайного порядка производится усреднение индивидуальных индексов сезонности. Для этого по формуле (9.13) производится расчет средних индексов сезонности по одноименным кварталам $\bar{i}_{si}$ анализируемого ряда внутригодовой динамики:

$$
\begin{aligned}
&\text{I кв.} - \frac{83,6+65,0+58,8+63,0}{4} = 67,6\%;\\
&\text{II кв.} - \frac{130,5+134,2+133,6+132,9}{4} = 132,8\%;\\
&\text{III кв.} - \frac{120,3+130,3+131,7+137,0}{4} = 129,8\%;\\
&\text{IV кв.} - \frac{68,9+67,3+75,7+68,3}{4} = 70,1\%.
\end{aligned}
\tag{9.63}
$$

Таблица 9.15

y_i	y_{ti}	$\frac{y_i}{y_{ti}}\times100$	Год, квартал	y_i	y_{ti}	$\frac{y_i}{y_{ti}}\times100$
2	3	4	1	2	3	4
			1989			
39,9	47,68	83,6	I	40,9	69,52	58,8
65,8	50,44	130,5	II	96,5	72,25	133,6
63,9	53,15	120,3	III	98,8	74,98	131,7
38,5	55,88	68,9	IV	58,8	77,72	75,7
			1990			
38,1	58,61	65,0	I	50,7	80,45	63,0
82,3	31,34	134,2	II	110,6	83,18	132,9
83,4	64,07	130,3	III	116,7	85,91	137,0
45,1	66,79	67,3	IV	60,5	88,63	68,3

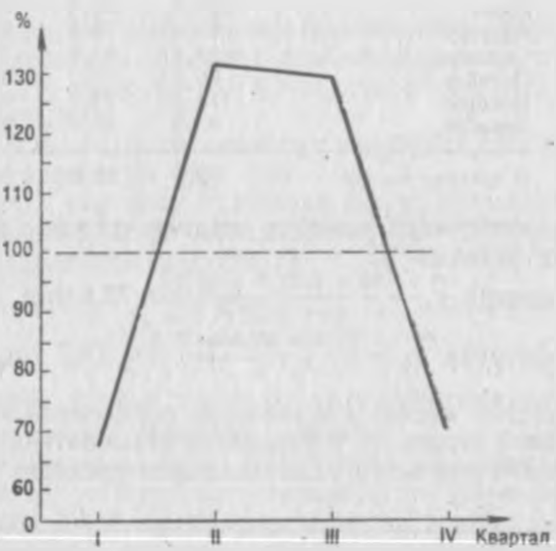


Рис. 9.8. Сезонная волна реализации молочной продукции по кварталам 1987—1990 гг.

Вычисленные средние индексы сезонности (9.63) составляют модель сезонной волны реализации молочной продукции во внутригодовом цикле. Наибольший объем продаж приходится на II и III кварталы с превышением среднегодового уровня соответственно на 32,8 и 29,8%. В I и IV кварталах происходит снижение среднегодового уровня соответственно на 32,4 и 29,9%. Более наглядно полученная модель сезонной волны может быть представлена графически (рис. 9.8).

Применение *способа постоянной средней* по формуле (9.60) при определении индексов сезонности проиллюстрируем на данных следующего примера, в которых нет значительной тенденции роста ($\overline{Тр} = \sqrt{84{,}4:83{,}4} = 1{,}006$, или 0,6%).

Пример. По данным о товарообороте группы предприятий массового питания нужно определить индексы сезонности товарооборота (табл. 9.16).

Таблица 9.16

Среднедневной товарооборот, тыс. руб.

Месяц	1-й год	2-й год	3-й год
1	2	3	4
Январь	78,4	82,8	75,1
Февраль	79,3	83,4	76,5
Март	80,9	83,5	84,4
Апрель	81,1	85,4	83,6
Май	74,3	73,2	77,2
Июнь	102,9	108,4	110,0
Июль	101,0	92,4	100,8
Август	81,3	75,0	82,6
Сентябрь	85,7	85,9	78,9
Октябрь	76,7	78,2	80,4
Ноябрь	73,1	73,8	76,3
Декабрь	83,3	84,0	87,2
В среднем за год	83,4	83,8	84,4

Прежде всего определяются средние уровни одноименных внутригодовых периодов $\bar{y}_i$:

$$\text{для января } \bar{y}_я = \frac{78{,}4 + 82{,}8 + 75{,}1}{3} = 78{,}8 \text{ тыс. руб.};$$

$$\text{для февраля } \bar{y}_ф = \frac{79{,}3 + 83{,}4 + 76{,}5}{3} = 79{,}7 \text{ тыс. руб. и т. д.}$$

Для каждого месяца эти значения определены в гр. 6 табл. 9.17. В итоговой строке гр. 6 определен знаменатель формулы (9.60) в виде общего для всего ряда динамики среднего уровня $\bar{y}$:

$$\bar{y} = \frac{78{,}8 + 79{,}7 + 82{,}9 + 83{,}4 + 74{,}9 + 107{,}4 + 98{,}1 + 90{,}6 + 83{,}5 +}{12}$$

$$\frac{+ 78{,}4 + 74{,}4 + 84{,}8}{} = 83{,}9 \text{ тыс. руб.}$$

Таблица 9.17

Месяц	Уровни, тыс. руб. y_i			Расчетные графы		
	1-й год	2-й год	3-й год	Σy_i	$\bar{y}_i = \Sigma y_i : n$	$\bar{i}_{s_i} = [\bar{y}_i : \bar{y}]\,100$
1	2	3	4	5	6	7
Январь	78,4	82,8	75,1	236,3	78,8	93,9
Февраль	79,3	83,4	76,5	239,2	79,7	95,0
Март	80,9	83,5	84,4	248,8	82,9	98,8
Апрель	81,8	85,4	83,6	250,1	83,4	99,4
Май	74,3	73,2	77,2	224,7	74,9	89,3
Июнь	102,9	108,4	110,0	321,3	107,1	127,7
Июль	101,0	92,4	100,8	294,2	98,1	116,9
Август	84,3	75,0	82,6	241,9	80,6	96,1
Сентябрь	85,7	85,9	78,9	250,5	83,5	99,5
Октябрь	76,7	78,2	80,4	235,3	78,4	93,5
Ноябрь	73,1	73,8	76,3	223,2	74,4	88,7
Декабрь	83,3	84,0	87,2	254,5	84,8	101,1
Σ	1001,0	1006,0	1013,0	3020,0	83,9	100,0

Этот общий средний уровень и используется в качестве постоянной базы сравнения при определении средних индексов сезонности, которые помещены в гр. 7 табл. 9.17:

$$\bar{i}_{s_я} = (78{,}8 : 83{,}9) \cdot 100 = 93{,}9\%;$$

$$\bar{i}_{s_ф} = (79{,}7 : 83{,}9) \cdot 100 = 95\% \text{ и т. д.}$$

Из гр. 7 видно, что сезонные колебания товарооборота группы предприятий массового питания характеризуются повышением в июне (+27,7%), июле (+16,9%) и декабре (+1,1%) и снижением в других месяцах.

Для большей наглядности сезонных колебаний средние индексы изображаются графически (рис. 9.9).

Для выявления сезонных колебаний можно применить рассмотренный в разделе 9.5 *метод скользящей средней*. Средние индексы сезонности определяются по формуле

$$\bar{i}_{s_i} = \left[\sum \frac{y_i}{\bar{y}_{c_i}}\right] : n, \tag{9.64}$$

где y_i — исходные уровни ряда; $\bar{y}_{c_i}$ — сглаженные уровни ряда; n — число одноименных периодов.

Применение формулы (9.64) рассмотрим на данных о продаже продуктов сельскохозяйственного производства магазинами потребительской кооперации города, для которых в табл. 9.9 были определены сглаженные уровни, отображающие основную тенденцию развития ряда динамики. Расчет индексов сезонности приведен в табл. 9.18.

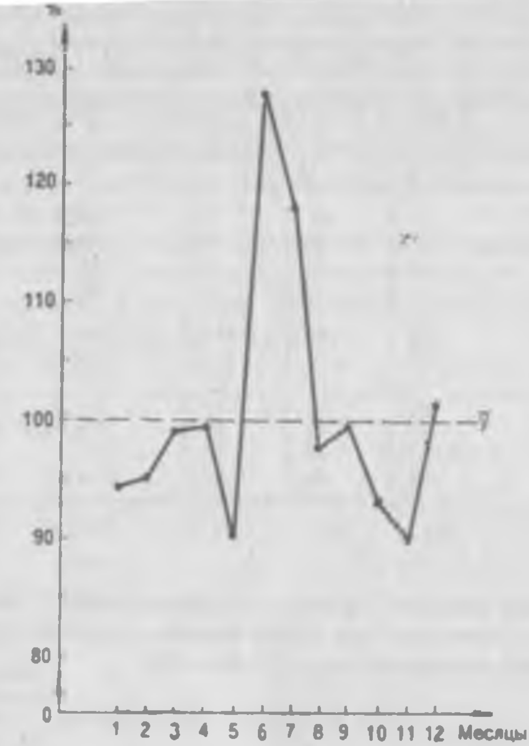


Рис. 9.9. Сезонная волна товарооборота предприятия массового питания (в % к среднему уровню = 100)

Таблица 9.18

Год, квартал	Исходные уровни y_i	Сглаженные уровни $y_{\hat{c}_i}$	$y_i : y_{\hat{c}_i}$	Год, квартал	Исходные уровни y_i	Сглаженные уровни $y_{\hat{c}_i}$	$y_i : y_{\hat{c}_i}$
1	2	3	4	1	2	3	4
1-й год				3-й год			
I	175	—	—	I	420	402,9	1,042
II	263	—	—	II	441	421,0	1,047
III	326	274,25	1,318	III	453	429,0	1,056
IV	297	287,6	1,033	IV	399	430,75	0,926
2-й год				4-й год			
I	247	297,0	0,832	I	426	435,37	0,978
II	298	307,5	0,969	II	449	446,62	1,005
III	366	334,6	1,094	III	[illegible]	—	—
IV	341	374,1	0,911	IV	460	—	—

В гр. 4 табл. 9.18 исходные уровни y_i сопоставлены с соответствующими сглаженными уровнями $\bar{y}_{\hat{c}_i}$. При использовании центрированной скользящей средней расчет значений $y_i:\bar{y}_{\hat{c}_i}$ начинается с III квартала первого года: 326:274,25=1,318. Для IV квартала первого года: 297:287,6=1,033 и т. д.

Для получения средних индексов сезонности $\bar{i}_{s_i}$ производится осреднение исчисленных значений $y_i:\bar{y}_{\hat{c}_i}$ по одноименным кварталам:

$$\text{I кв.} - \frac{0,832+1,042+0,978}{3}=0,951, \text{ или } 95,1\%;$$

$$\text{II кв.} - \frac{0,969+1,047+1,005}{3}=1,007, \text{ или } 100,7\%;$$

$$\text{III кв.} - \frac{1,318+1,094+1,056}{3}=1,156, \text{ или } 115,6\%;$$

$$\text{IV кв.} - \frac{1,033+0,911+0,926}{3}=0,957, \text{ или } 95,7\%.$$

Исчисленные показатели являются средними индексами сезонных колебаний продажи продукции сельскохозяйственного производства по кварталам. Для наглядности сезонные колебания изображаются на графике (рис. 9.10).

Для анализа внутригодовой динамики социально-экономических явлений могут применяться *гармоники ряда Фурье*.

При аналитическом выражении изменений уровней ряда динамики используется формула

$$y_t = a_0 + \Sigma\,(a_k \cos kt + b_k \sin kt). \tag{9.65}$$

В формуле (9.65) k определяет номер гармоники, которая используется с различной степенью точности (обычно от 1 до 4).

При решении уравнения (9.65) параметры определяются на основе положений метода наименьших квадратов (9.22). Определяя для функции (9.65) частные производные и приравнивая их ну-

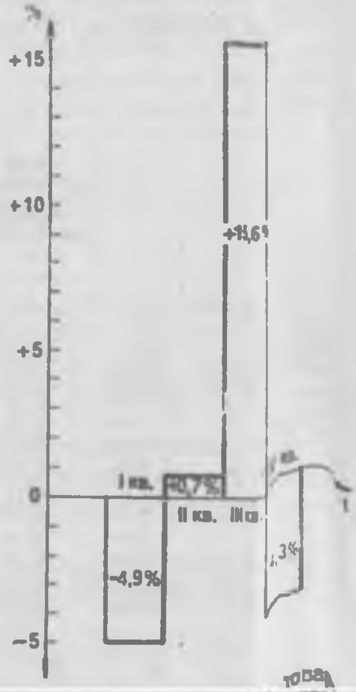


Рис. 9.10. Сезонная вол[на] товарооборота комиссионной [торговли] сельскохозяйственными [продуктами] (прирост в % к средн[ему уровню])

..., получим систему нормальных уравнений, параметры которых вычисляются по формулам:

$$a_0 = \frac{\Sigma y_i}{n};$$ (9.66)

$$a_k = \frac{2}{n} \Sigma y_i \cos kt_i;$$ (9.67)

$$b_k = \frac{2}{n} \Sigma y_i \sin kt_i.$$ (9.68)

При анализе ряда внутригодовой динамики по месяцам значение k принимается за 12. Представляя месячные периоды как части окружности, ряд внутригодовой динамики можно записать в таком виде:

Периоды (t_i)	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$
Уровни (y_i)	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}

Проиллюстрируем построение модели внутригодовой динамики по первой гармонике ряда Фурье на данных о розничном товарообороте государственной и кооперативной торговли (включая общественное питание) по месяцам 1988 г. (табл. 9.19).

Таблица 9.19

Месяц	t_i	Объем розничного товарооборота, млрд. руб. y_i	$\cos t_i$	$\sin t_i$	$y_i \cos t_i$	$y_i \sin t_i$	$\bar{y}_{t_i}$
1	2	3	4	5	6	7	8
Январь	0	27,3	1,0	0,0	27,3	0,0	30,1
Февраль	(1:6)π	28,0	0,866	0,5	24,2	14,0	[illegible]
Март	(1:3)π	31,2	0,5	0,866	15,6	27,0	29,2
Апрель	(1:2)π	30,1	0,0	1,0	0,0	30,1	29,2
Май	(2:3)π	29,2	−0,5	0,866	−14,6	25,3	29,6
Июнь	(5:6)π	30,0	−0,866	0,5	−26,0	15,0	30,2
Июль	π	30,1	−1,0	0,0	−30,1	0,0	30,9
Август	(7:6)π	32,0	−0,866	−0,5	−27,7	−16,0	31,[illegible]
Сентябрь	(4:3)π	31,4	−0,5	−0,866	−15,7	−27,2	31,[illegible]
Октябрь	(3:2)π	32,3	0,0	−1,0	0,0	−32,3	31,8
Ноябрь	(5:3)π	31,2	0,5	−0,886	15,6	−27,0	31,4
Декабрь	(11:6)π	33,5	0,866	−0,5	29,0	−16,7	30,9
	×	366,4	×	×	−2,4	−7,8	366,2

Применяя первую гармонику ряда Фурье, определяются параметры уравнения (9.65):

по формуле (9.65) $a_0 = \frac{366,4}{12} = 30,5;$

по формуле (9.67) $a_1 = \frac{2(-2,4)}{12} = -0,4;$

по формуле (9.68) $b_1 = \frac{2(-7,8)}{12} = -1,3.$

По полученным параметрам синтезируется математическая модель:

$$\bar{y}_t = 30,5 - 0,4\cos t - 1,3\sin t. \qquad (9.69)$$

На основе модели (9.69) определяются для каждого месяца расчетные уровни $\bar{y}_{t_i}$:

$\bar{y}_{t_1} = 30,5 - 0,4 \cdot 1,0 - 1,3 \cdot 0 = 30,1$ млрд. руб.;

$\bar{y}_{t_2} = 30,5 - 0,4 \cdot 0,866 - 1,3 \cdot 0,5 = 29,5$ млрд. руб.;

. . . .

$\bar{y}_{t_{12}} = 30,5 - 0,4\,(0,866) - 1,3\,(-0,5) = 30,9$ млрд. руб.

Вычисленные для каждого месяца 1989 г. теоретические уровни $\bar{y}_{t_i}$ записаны в гр. 8 табл. 9.19. Итоговые данные этой графы свидетельствуют о достаточно точном распределении выравненных данных. Отклонение $\Sigma \bar{y}_{t_i}$ от Σy_i на 0,2 объясняется неизбежными округлениями в расчетах.

9.7 ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ В РЯДАХ ДИНАМИКИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

Определяемые в анализе рядов динамики показатели изменения уровней, тренда, сезонной волны имеют широкое применение при прогнозировании, т. е. при получении статистической оценки возможной меры развития социально-экономических явлений на будущее.

Составление надежных прогнозов динамики спроса и предложения товаров является необходимым условием регулирования рыночных отношений. Важное значение при этом имеют статистические методы экстраполяции.

Под *экстраполяцией* понимается распространение выявленных в анализе рядов динамики закономерностей развития изучаемого явления на будущее.

Основой прогнозирования является предположение, что закономерность, действующая внутри анализируемого ряда динамики, выступающего в качестве базы прогнозирования, сохраняется и в дальнейшем. Точность прогноза зависит от того, насколько обоснованными окажутся предположения о сохранении на будущее действий тех факторов, которые сформировали в базисном ряду динамики его основные компоненты.

Важное значение при экстраполяции имеет продолжительность базисного ряда динамики и сроков прогнозирования.

Практика прогнозирования динамики социально-экономических явлений показывает, что при экстраполяции следует брать те субпериоды базисного ряда динамики, которые составляют определенный этап в развитии изучаемого явления в конкретных исторических условиях.

Установление сроков прогнозирования l зависит от задачи исследования. Но следует иметь в виду, что чем короче сроки упреждения прогноза, тем надежнее результаты экстраполяции.

Применение методов экстраполяции зависит от характера изменений в базисном ряду динамики и предопределяется постановкой задачи исследования.

При экстраполяции уровней развития изучаемого явления на базе ряда динамики с постоянными абсолютными приростами ($\Delta y_{п} \simeq \text{const}$) применяется формула

$$y_{n+l} = y_n + \overline{\Delta y} \cdot l, \tag{9.70}$$

где y_{n+l} — экстраполируемый уровень; y_n — конечный уровень базисного ряда динамики; l — срок прогноза (период упреждения).

Так, если по данным табл. 9.15 требуется определить возможный уровень среднедневной реализации молочных продуктов в 1991 г., то при относительно стабильных абсолютных приростах ($\overline{\Delta y} = 10{,}9 m$) экстраполяция производится по формуле (9.70)

$$y_{1991} = 84{,}6 + 10{,}9 = 95{,}5 m.$$

При экстраполяции уровня развития изучаемого явления на базе ряда динамики со стабильными темпами роста ($\text{Тр}_{п} \simeq \text{const}$) применяется формула

$$y_{n+l} = y_n (\bar{\text{Т}}\text{р})^l. \tag{9.71}$$

При прогнозировании тренда изучаемого явления на основе аналитического выравнивания для экстраполяции тренда применяется адекватная трендовая модель. Так, при выравнивании розничного товарооборота региона в 1985—1989 гг. (табл. 9.9) была определена на основе показательной функции трендовая модель (9.55):

$$\bar{y}_t = 17{,}67 \cdot 1{,}04^t.$$

Для прогнозирования возможного уровня развития товарооборота региона в 1990 г. в модель (9.55) подставляется $t=3$ (табл. 9.11).

$$y_{t_{1990}} = 17{,}67 \cdot 1{,}04^3 = 19{,}83 \text{ млрд. руб.}$$

На практике результат экстраполяции прогнозируемых уровней социально-экономических явлений обычно выполняются не точечными (дискретными), а интервальными оценками. Для определения границ интервалов используется формула

$$\bar{y}_t \pm t_a \sigma_{\varepsilon_t}, \qquad (9.72)$$

где t_α — коэффициент доверия по распределению Стьюдента; $\sigma_{\varepsilon_t} = \sqrt{\frac{\Sigma(y_i - y_{t_i})^2}{n - m}}$ — остаточное среднее квадратическое отклонение тренда, скорректированное по числу степеней свободы ($n - m$); n — число уровней базисного ряда динамики; m — число параметров адекватной модели тренда.

Применение формулы (9.72) проиллюстрируем на данных экстраполяции объема розничного товарооборота региона в 1990 г.

Число степеней свободы при $n=5$ и $m=3$ составляет 2. При уровне значимости $\alpha=0{,}05$ коэффициент доверия t_α по таблице Стьюдента равен 4,3. При $\Sigma(y_i - y_{t_i})^2 = 0{,}0176$ (см. гр. 11 табл. 9.11) значение остаточного среднего квадратического отклонения σ_{ε_t}:

$$\sigma_{\varepsilon_t} = \sqrt{\frac{0{,}0176}{5-3}} = \pm 0{,}094.$$

Значение вероятностных границ интервала составляет: $19{,}7 \pm 4{,}3 \cdot 0{,}094$. Следовательно, с вероятностью 0,95 верхняя граница объема розничного товарооборота региона составит $19{,}7 - 0{,}4 = 19{,}3$ млрд. руб., а нижняя граница — $19{,}7 + 0{,}4 = 20{,}1$ млрд. руб.

Важно иметь в виду, что экстраполяция в рядах динамики носит не только приближенный, но и условный характер. Это обусловлено распространением на ряды динамики положений корреляционно-регрессионного анализа выборочных совокупностей. Эти вопросы в теории статистики разработаны недостаточно. Поэтому применение методов экстраполяции в рядах динамики не является самоцелью. При разработке прогнозов социально-экономических явлений привлекается дополнительная информация, на основе которой в полученные методом экстраполяции количественные оценки вносятся соответствующие коррективы.

Глава 10

ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД В СТАТИСТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

10.1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ И ИХ РОЛЬ В ИЗУЧЕНИИ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Важное значение в статистических исследованиях коммерческой деятельности имеет *индексный метод*. Полученные на основе этого метода показатели используются для характеристики развития анализируемых показателей во времени, по территории, изучения структуры и взаимосвязей, выявления роли факторов в изменении сложных явлений.

Таблица 10.1

Индексы цен на потребительские товары

	1991 в процентах к	
	1985	1990
Государственные цены	205	184
Цены кооперативной торговли (Горкоопторгов)	243	212
Цены колхозного рынка	363	231
Сводный индекс цен	218	195
Цены кооперативов и индивидуальной трудовой деятельности	—	221

Индексы широко применяются в экономических разработках государственной и ведомственной статистики. Так, в кратком статистическом сборнике «Российская Федерация в цифрах. 1992» содержатся материалы, полученные на основе индексного метода. В качестве иллюстрации приведем следующие данные об индексах цен на потребительские товары по каналам реализации (табл. 10.1).

Индексный метод имеет широкое применение в статистике торговли. В зависимости от характера изучаемого явления здесь вычисляются индексы объемных и качественных показателей. Посредством индексов объемных показателей характеризуются изменения объема поступления и реализации товаров, уровня товарных запасов и т. д. Индексами качественных показателей характеризуются изменения цен, производительности труда, издержек обращения, прибыли и других показателей.

Статистический индекс — это относительная величина сравнения сложных совокупностей и отдельных их единиц. При этом под сложной понимается такая статистическая совокупность, отдельные элементы которой непосредственно не подлежат суммированию.

Например, ассортимент продовольственных товаров состоит из товарных разновидностей, первичный учет которых на производстве и в оптовой торговле ведется в натуральных единицах измерения: молоко — в литрах, мясо — в центнерах, яйцо — в штуках, консервы — в условных банках и т. д. Для определения общего объема производства и реализации продовольственных товаров суммировать данные учета разнородных товарных масс в натуральных измерителях нельзя. Не подлежат непосредственному суммированию и данные о количестве произведенных и реализованных различных видов непродовольственных товаров. Было бы, например, бессмысленно для получения общего объема реализации суммировать данные о продаже тканей (в метрах), костюмов (в штуках), обуви (в парах) и т. д.

В этих сложных статистических совокупностях единицами наблюдения являются товары с различными потребительскими свойствами. Данные о натурально-вещественной форме реализации отдельных товарных разновидностей непосредственному суммированию не подлежат. Для получения в сложных статистических совокупностях обобщающих (суммарных) величин прибегают к индексному методу.

Основой индексного метода при определении изменений в производстве и обращении товаров является переход от натурально-вещественной формы выражения товарных масс к стоимостным (денежным) измерителям. Именно посредством денежного выражения стоимости отдельных товаров устраняется их несравнимость как потребительных стоимостей и достигается единство. К. Маркс при рассмотрении свойств товаров отметил, что различные вещи становятся количественно сравнимыми лишь после того, как они сведены к известному единству: «Если мы действительно отвлечемся от потребительной стоимости продуктов труда, то получаем их стоимость»[1].

10.2 ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ И ОБЩИЕ ИНДЕКСЫ

В зависимости от степени охвата подвергнутых обобщению единиц изучаемой совокупности индексы подразделяются на индивидуальные (элементарные) и общие.

Индивидуальные индексы характеризуют изменения отдельных единиц статистической совокупности. Так, например, если при изучении оптовой реализации продовольственных товаров определяются изменения в продаже отдельных товарных разновидностей, то получают индивидуальные (однотоварные) индексы.

Общие индексы выражают сводные (обобщающие) результа-

[1] *Маркс К., Энгельс Ф.* Соч. — Т. 23. — С. 58—59.

ты совместного изменения всех единиц, образующих статистическую совокупность. Например, показатель изменения объема реализации товарной массы продуктов питания по отдельным периодам будет общим индексом физического объема товарооборота. Из общих индексов выделяют иногда групповые индексы (субиндексы), охватывающие только часть (группу) единиц в изучаемой статистической совокупности.

Важной особенностью общих индексов является то, что они обладают синтетическими и аналитическими свойствами.

Синтетические свойства индексов состоят в том, что посредством индексного метода производится соединение (агрегирование) в целое разнородных единиц статистической совокупности.

Аналитические свойства индексов состоят в том, что посредством индексного метода определяется влияние факторов на изменение изучаемого показателя. Использование индексов в аналитических целях — один из важных аспектов экономических разработок. На основе изучения состава и роли факторов, выявления силы их действия осуществляются возможности квалифицированного управления развитием экономических процессов не только в нужном направлении, но и с заранее заданными параметрами.

Для определения индекса надо произвести сопоставление не менее двух величин. При изучении динамики социально-экономических явлений сравниваемая величина (числитель индексного отношения) принимается за текущий (или отчетный) период, а величина, с которой производится сравнение, — за базисный период. Если в индексном отношении сравнивается величина фактического уровня развития явления с величиной планового задания, то основание сравнения называют плановым уровнем.

Основным элементом индексного отношения является *индексируемая величина*. Под индексируемой величиной понимается значение признака статистической совокупности, изменение которой является объектом изучения. Так, при изучении изменения цен индексируемой величиной является цена единицы товара p. При изучении изменения физического объема товарной массы в качестве индексируемой величины выступают данные о количестве товаров в натуральных измерителях q.

Индивидуальные индексы принято обозначать i, а общие индексы — I.

Индивидуальные индексы физического объема реализации товаров i_q определяются по формуле

$$i_q = q_1 : q_0, \tag{10.1}$$

при этом q_1 и q_0 — количество продажи отдельной товарной разновидности в текущем и базисном периодах в натуральных измерителях.

Для определения индивидуальных индексов цен i_p применяется формула

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \tag{10.2}$$

где p_1 и p_0 — цены за единицу товара в текущем и базисном периодах.

Результат расчета индексных отношений может выражаться в коэффициентах или в процентах. Рассмотрим методы определения индивидуальных индексов на примере.

Пример. Имеются следующие данные о ценах продукта К (табл. 10.2).

Таблица 10.2

	Сентябрь p_0	Ноябрь p_1	Индивидуальный индекс цен $p_1 : p_0$
1	2	3	4
Модальная цена рынка за 1 кг, руб.	30	40	1,33, или 133%
Договорная цена за 1 кг, руб.	20	20	1,0, или 100%

Вычисленные в гр. 4 индивидуальные индексы показывают, что цена за 1 кг данного продукта на рынке была в ноябре на 33,3% выше сентября. Договорная цена не изменилась. Но если требуется определить соотношение договорных цен розничной торговли и рынка, то индекс ноября исчисляется так:

$$i_p = \frac{\text{рыночной торговли}}{\text{розничной торговли}} = \frac{40}{20} = 2{,}0, \text{ или } 200\%. \qquad (10.3)$$

Индекс (10.3) показывает, что цена 1 кг продукта К на рынке была в ноябре в 2 раза выше договорных цен розничной торговли.

При анализе цен возможна иная постановка вопроса: определите, на сколько процентов договорная цена 1 кг продукта К была в ноябре ниже цены рынка?

Для ответа на этот вопрос за базу сравнения p_0 принимается уровень цены рынка:

$$i_p = \frac{\text{розничной торговли}}{\text{рыночной торговли}} = \frac{20}{40} = 0{,}5, \text{ или } 50{,}0\%. \qquad (10.4)$$

Индекс (10.4) показывает, что договорная цена в ноябре была на 50,0% ниже уровня цены рынка (100,0 — 50,0). Из рассмотренного примера видно, что при вычислении индексов база сравнения имеет определяющее значение на показание индекса, а выбор базы сравнения определяется целью исследования.

Общие индексы могут исчисляться как по агрегатной, так и по средней форме (среднего арифметического или среднего гармонического индекса). Выбор формы общих индексов зависит от характера исходных данных.

10.3. АГРЕГАТНАЯ ФОРМА ОБЩЕГО РЫНКА

Основной формой общих индексов являются *агрегатные индексы*. Свое название они получили от латинского слова «aggrega», что означает «присоединяю». В числителе и знаменателе общих индексов в агрегатной форме содержатся соединенные наборы (агрегаты) элементов изучаемых статистических совокупностей.

Достижение в сложных статистических совокупностях сопоставимости разнородных единиц осуществляется введением в индексные отношения специальных сомножителей индексируемых величин. В литературе такие сомножители называются *соизмерителями*. Они необходимы для перехода от натуральных измерителей разнородных единиц статистической совокупности к однородным показателям. При этом в числителе и знаменателе общего индекса изменяется лишь значение индексируемой величины, а их соизмерители являются постоянными величинами и фиксируются на одном уровне (текущего или базисного периода). Это необходимо для того, чтобы на величине индекса сказывалось лишь влияние фактора, который определяет изменение индексируемой величины.

В качестве соизмерителей индексируемых величин выступают тесно связанные с ними экономические показатели: цены, количества и др. Произведение каждой индексируемой величины на соизмеритель образует в индексном отношении определенные экономические категории.

Основным условием применения в статистике коммерческой деятельности агрегатных индексов является наличие информации о поступлении или реализации товаров в натуральных измерителях и ценах единицы товара.

Примером рассмотрения индексного метода изучения динамики сложных статистических совокупностей являются данные табл. 10.3 о ценах и реализации товаров за два периода.

Таблица 10.3

Товар	Единица измерения	I период		II период		Индивидуальные индексы	
		цена за единицу измерения, руб. (p_0)	количество (q_0)	цена за единицу измерения, руб. (p_1)	количество (q_1)	цен $i_p = p_1 : p_0$	физического объема $i_q = q_1 : q_0$
1	2	3	4	5	6	7	8
А	т	20	7 500	25	9 500	1,25	1,27
Б	м	30	2 000	30	2 500	1,0	1,25
В	шт.	15	1 000	10	1 500	0,67	1,5

При определении по данным табл. 10.3 статистических индексов первый период принимается за базисный, в котором цена единицы товара обозначается p_0, а количество — q_0.

Второй период принимается за текущий (или отчетный), в котором цена единицы товара обозначается p_1, а количество — q_1

Индивидуальные (однотоварные) индексы показывают, что в текущем периоде по сравнению с базисным цена на товар *А* повысилась на 25%, на товар *Б* осталась без изменения, а на товар *В* снизилась на 33%. Количество реализации товара *А* возросло на 27%, товара *Б* — на 25%, а товара *В* — на 50%.

Разновеликие по направлению и интенсивности изменения индивидуальных индексов обусловливают необходимость при их обобщении определения общего для данного ассортимента изменения цен и количества реализованных товаров. Для этого вычисляются соответствующие общие индексы.

При определении общего индекса цен в аграрной форме I_p в качестве соизмерителя индексируемых величин p_1 и p_0 могут применяться данные о количестве реализации товаров в текущем периоде q_1. При умножении q_1 на индексируемые величины в числителе индексного отношения образуется значение $\Sigma p_1 q_1$, т. е. сумма стоимости продажи товаров в текущем периоде по ценам того же текущего периода. В знаменателе индексного отношения образуется значение $\Sigma p_0 q_1$, т. е. сумма стоимости продажи товаров в текущем периоде по ценам базисного периода.

Агрегатная формула такого общего индекса имеет следующий вид:

$$I_p = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}. \qquad (10.5)$$

Расчет агрегатного индекса цен по формуле (10.5) предложен немецким экономистом Г. Пааше. Поэтому индекс (10.5) принято называть *индексом Пааше.*

Применим формулу (10.5) для расчета агрегатного индекса цен по данным табл. 10.3:

числитель индексного отношения

$$\Sigma p_1 q_1 = 25 \cdot 9500 + 30 \cdot 2500 + 10 \cdot 1500 = 327\ 500 \text{ руб.};$$

знаменатель индексного отношения

$$\Sigma p_0 q_1 = 20 \cdot 9500 + 30 \cdot 2500 + 15 \cdot 1500 = 287\ 500 \text{ руб.}$$

Полученные значения подставляются в формулу (10.5):

$$I_p = \frac{327\ 500}{287\ 500} = 1{,}139, \text{ или } 113{,}9\%.$$

Применение формулы (10.5) показывает, что по данному ассортименту товаров в целом цены повысились в среднем на 13,9%.

При сравнении числителя и знаменателя формулы (10.5) в разности определяется показатель абсолютного прироста товарооборота за счет фактора изменения цен в текущем периоде по сравнению с базисным периодом:

$$\Sigma \Delta qp\,(p) = \Sigma p_1 q_1 - \Sigma p_0 q_1. \qquad (10.6)$$

Применяя формулу (10.6) к данным табл. 10.3, определяется прирост товарооборота:

$$\Sigma\Delta qp\,(p) = 327\,500 - 287\,500 = 40\,000 \text{ руб.}$$

Полученная величина прироста говорит о том, что повышение цен на данный ассортимент товаров в среднем на 13,9% обусловило увеличение объема товарооборота в текущем периоде на 40 тыс. руб. Величина этого показателя (с противоположным знаком, т. е. —40 тыс. руб.) характеризует перерасход денежных средств населением при покупке товаров данного ассортимента по ценам, повышенным на 13,9%.

При другом способе определения агрегатного индекса цен в качестве соизмерителя индексируемых величин p_1 и p_0 могут применяться данные о количестве реализации товаров в базисном периоде q_0. При этом умножение q_0 на индексируемые величины в числителе индексного отношения образует значение Σp_1q_0, т. е. сумму стоимости продажи товаров в базисном периоде по ценам текущего периода. В знаменателе индексного отношения образуется значение Σp_0q_0, т. е. сумма стоимости продажи товаров в базисном периоде по ценам того же базисного периода.

Агрегатная форма такого общего индекса имеет вид:

$$I_p = \frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0}. \qquad (10.7)$$

Расчет общего индекса цен по формуле (10.7) предложен немецким экономистом Э. Ласпейресом. Поэтому индекс цен, рассчитанный по этой формуле, принято называть *индексом Ласпейреса*.

Применим формулу (10.7) для расчета агрегатного индекса цен по данным табл. 10.3:

числитель индексного отношения $\Sigma p_1q_0 = 25\cdot7500 + 30\cdot2000 + 10\cdot1000 = 257\,500$ руб.;

знаменатель индексного отношения $\Sigma p_0q_0 = 20\cdot7500 + 30\cdot2000 + 15\cdot1000 = 225\,000$ руб.

Полученные величины подставим в формулу (10.7)

$$I_p = \frac{257\,500}{225\,000} = 1{,}144, \text{ или } 114{,}4\%.$$

Применение формулы (10.7) показывает, что по ассортименту в целом повышение цены составило в среднем 14,4%.

При сравнении числителя и знаменателя формулы (10.7) определяется показатель прироста товарооборота при продаже товаров в базисном периоде по ценам текущего периода:

$$\Sigma\Delta qp\,(p) = \Sigma p_1q_0 - \Sigma p_0q_0. \qquad (10.8)$$

Применяя формулу (10.8), определим величину прироста товарооборота по данным табл. 10.3:

$$\Sigma\Delta qp\,(p) = 257\,500 - 225\,000 = 32\,500 \text{ руб.}$$

Полученная сумма прироста товарооборота показывает, что повышение цен в текущем периоде в среднем на 14,4% обусловливает увеличение объема товарооборота на 32,5 тыс. руб.

Таким образом, выполненные по формулам (10.5) и (10.7) расчеты имеют разные показания индексов цен. Это объясняется тем, что индексы Пааше и Ласпейреса характеризуют различные качественные особенности изменения цен.

Индекс Пааше характеризует влияние изменения цен на стоимость товаров, реализованных в отчетном периоде. Индекс Ласпейреса показывает влияние изменения цен на стоимость количества товаров, реализованных в базисном периоде.

Применение индексов Пааше и Ласпейреса зависит от цели исследования. Если анализ проводится для определения экономического эффекта от изменения цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, то применяется индекс Пааше, который отображает разницу между фактической стоимостью продажи товаров в отчетном периоде (Σp_1q_1) и расчетной стоимостью продажи этих же товаров по базисным ценам (Σp_0q_1).

Если целью анализа является определение объема товарооборота при продаже в предстоящем периоде такого же количества товаров, что и в базисном периоде, но по новым ценам, то применяется индекс Ласпейреса. Этот индекс позволяет вычислять разность между суммой фактического товарооборота базисного периода (Σp_0q_0) и возможного объема товарооборота при продаже тех же товаров по новым ценам (Σp_1q_0). Эти особенности индекса Ласпейреса обусловливают его применение при прогнозировании объема товарооборота в связи с намечаемыми изменениями цен на товары в предстоящем периоде.

Вместе с тем при изучении отчетных данных, когда целью анализа является количественная оценка изменения объема товарооборота в результате имевшегося изменения цен в отчетном периоде, для определения общего индекса цен и получаемого при этом экономического эффекта применяется формула Пааше (см. (10.5)).

При синтезировании общего индекса цен вместо фактического количества товаров (в отчетный или базисный периоды) в качестве соизмерителей индексируемых величин (p_1 и p_0) могут применяться средние величины реализации товаров за два или большее число периодов. При таком способе расчета формула общего индекса синтезируется в следующем виде:

$$I_p = \frac{\Sigma p_1\bar{q}}{\Sigma p_0\bar{q}}, \qquad (10.9)$$

где $\bar{q}$ — среднее количество товаров, реализованных за анализируемый период.

В литературе индекс (10.9) принято называть *индексом Лоу*.

Если при определении индекса цен по формуле (10.9) исходная информация содержит лишь данные о количестве реализации товаров в базисном и текущем периодах, то средняя их величина определяется методом средней невзвешенной:

$$\bar{q} = \frac{q_0 + q_1}{2}. \qquad (10.10)$$

Применительно к данным табл. 10.3 (при средней величине реализации товара A — 8500 т, товара $Б$ — 2250 м и товара $В$ — 1250 шт.) расчет общего индекса цен по формуле (10.9) следующий:

$$I_p = \frac{25 \cdot 8500 + 30 \cdot 2250 + 10 \cdot 1250}{20 \cdot 850 + 30 \cdot 2250 + 15 \cdot 1250} = \frac{292\ 500}{256\ 250} = 1{,}141, \text{ или } 114{,}1\%,$$

т. е. цена в текущем периоде повысилась в среднем на 14,1%.

Индекс цен Лоу применяется в расчетах при закупках или реализации товара в течение продолжительных периодов времени (пятилетках, десятилетиях и т. д.). Этот метод дает возможность анализа цен с учетом происходящих внутри отдельных субпериодов изменений в ассортиментном составе товаров.

По полноте охвата единиц статистической совокупности индексы цен могут определяться на основе информации, отображающей изменения уровней цен и реализации общего количества всех товаров. Такие расчеты могут охватывать несколько десятков и сотен тысяч ассортиментных позиций и характеризовать общий результат изменения цен на товары народного потребления. Это так называемые тотальные индексы розничных цен государственной и кооперативной торговли, которые публикуются в статистических ежегодниках и сборниках.

Большое значение имеет определение индексов цен по ограниченному кругу — набору наиболее важных *товаров-представителей,* составляющих так называемую потребительскую корзину. Так, в 1989 г. проведена регистрация цен 650 товаров-представителей по выборочной сети магазинов государственной торговли в 150 регионах страны. Результаты этой работы показали, что определение индексов цен по товарам-представителям позволяет изучать динамику прейскурантных цен на сопоставимую продукцию, появление новых видов товаров, влияние договорных и временных цен. Этот метод позволяет показывать изменения затрат покупателя на единицу потребительной стоимости товара данного качества, исключать воздействие ассортиментных и структурных сдвигов. Сводный индекс цен товаров-представителей отображает влияние цен и объемов реализации продукции в государственной, кооперативной и колхозной торговле, а также кооператоров и индивидуальной трудовой деятельности. Именно эти достоинства обусловливают применение таких индексов в мировой практике для определения инфляции на потребительском рынке.

Рассмотренная методика определения общих индексов цен в агрегатной форме может быть применена и к другим индексам качественных показателей: себестоимости I_z, производительности труда I_t и др. Это можно видеть из схематического их представления в табл. 10.4.

В табл. 10.4 в дополнение к уже рассмотренным выше категориям принята следующая символика: z_1 и z_0 — себестоимость единицы продукции в текущем и базисном периодах; $\Sigma z_1 q_1$ и $\Sigma z_0 q_0$ — фактические затраты на производство продукции в текущем и базисном периодах; $\sum z_0q_1$ — расчетные затраты на производство продукции в текущем периоде по себестоимости базисной и $\sum z_1q_0$ — расчетные затраты на производство продукции базисного периода по себестоимости текущего периода; t_1 и t_0 — затраты рабочего времени (труда) на производство единицы продукции данного вида (трудоемкость); $\sum t_1q_1$ и $\sum t_0q_0$ — фактические затраты рабочего времени (труда) на производство продукции в текущем и базисном периодах; $\sum t_0q_1$ — расчетные затраты труда на производство продукции текущего периода по нормативам затрат базисного периода и $\sum t_1q_0$ — расчетные затраты труда на производство продукции базисного периода по нормативам затрат текущего периода.

Таблица 10.4

Индекс	Индексируемые величины	Индивидуальный индекс	Соизмерители	Агрегатная форма общего индекса I
1	2	3	4	5
Цен	p_1 и p_0	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$ (10.2)	q_1	$\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}$ (10.5)
			q_0	$\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0}$ (10.7)
Себестоимости	z_1 и z_0	$i_z = \frac{z_1}{z_0}$ (10.11)	q_1	$\frac{\sum z_1q_1}{\sum z_0q_1}$ (10.12)
			q_0	$\frac{\sum z_1q_0}{\sum z_0q_0}$ (10.13)
Производительности труда	t_1 и t_0	$i_t = \frac{t_0}{t_1}$ (10.14)	q_1	$\frac{\sum t_0q_1}{\sum t_1q_1}$ (10.15)
			q_0	$\frac{\sum t_0q_0}{\sum t_1q_0}$ (10.16)

Другим важным видом общих индексов, которые широко применяются в статистике торговли, являются *агрегатные индексы физического объема товарной массы.*

При определении агрегатного индекса физического объема товарной массы I_q в качестве соизмерителей индексируемых величин q_1 и q_0 могут применяться неизменные цены базисного периода p_0. При умножении p_0 на индексируемые величины в числителе индексного отношения образуется значение $\sum q_1p_0$, т. е. сумма стоимости товарной массы текущего периода в базисных ценах. В знаменателе — $\sum q_0p_0$, т. е. сумма стоимости товарной массы базисного периода в ценах того же базисного периода.

Агрегатная форма общего индекса имеет следующий вид:

$$I_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}. \qquad (10.17)$$

Поскольку в числителе формулы (10.17) содержится сумма стоимости реализации товаров в текущем периоде по неизменным (базисным) ценам, а в знаменателе — сумма фактической стоимости товаров, реализованных в базисном периоде в тех же неизменных (базисных) ценах, то данный индекс является *агрегатным индексом товарооборота в сопоставимых (базисных) ценах*.

Используем формулу (10.17) для расчета агрегатного индекса физического объема реализации товаров по данным табл. 10.3:

числитель индексного отношения

$$\Sigma q_1 p_0 = 9500 \cdot 20 + 2500 \cdot 30 + 1500 \cdot 15 = 287\,500 \text{ руб.};$$

знаменатель индексного отношения

$$\Sigma q_0 p_0 = 7500 \cdot 20 + 2000 \cdot 30 + 1000 \cdot 15 = 225\,000 \text{ руб.}$$

Подставляя полученные суммы в формулу (10.17), получают:

$$I_q = \frac{287\,500}{225\,000} = 1{,}278, \text{ или } 127{,}8\%,$$

т. е. по данному ассортименту товаров в целом прирост физического объема реализации в текущем периоде составил в среднем 27,8%.

При сравнении в разности числителя и знаменателя индексного отношения (10.17) получаем показатель, характеризующий прирост суммы товарооборота в текущем периоде по сравнению с базисным периодом в сопоставимых базисных ценах:

$$\Sigma \Delta qp\,(p) = \Sigma q_1 p_0 - \Sigma q_0 p_0. \qquad (10.18)$$

Применяя формулу (10.18) к данным табл. 10.3, вычислим сумму прироста товарооборота:

$$\Sigma \Delta qp(q) = 287\,500 - 225\,000 = 62\,500 \text{ руб.},$$

т. е. в результате изменения физического объема реализации товаров в текущем периоде получен прирост объема товарооборота в сопоставимых ценах на 62,5 тыс. руб.

Агрегатный индекс физического объема товарооборота может определяться посредством использования в качестве соизмерителя индексируемых величин q_1 и q_0 цен текущего периода p_1.

При умножении p_1 на индексируемые величины в числителе индексного отношения образуется значения $\Sigma q_1 p_1$, т. е. сумма фактического товарооборота текущего периода. В знаменателе — $\Sigma q_0 p_1$, т. е. расчетная сумма товарооборота базисного периода в ценах текущего периода.

Агрегатная формула общего индекса имеет следующий вид:

$$I_q = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_1}. \qquad (10.19)$$

Применим формулу (10.19) для вычисления общего индекса физического объема товарооборота по данным табл. 10.3: числитель индексного отношения

$$\Sigma q_1 p_1 = 9500 \cdot 25 + 2500 \cdot 30 + 1500 \cdot 10 = 327\,500 \text{ руб.};$$

знаменатель индексного отношения

$$\Sigma q_0 p_1 = 7500 \cdot 25 + 2000 \cdot 30 + 1000 \cdot 10 = 257\,500 \text{ руб.}$$

Подставим полученные значения в формулу (10.19):

$$I_q = \frac{327\,500}{257\,500} = 1{,}272, \text{ или } 127{,}2\%,$$

т. е. применение формулы (10.19) показывает, что по данному ассортименту реализованных в текущем периоде товаров прирост физического объема товарооборота составил 27,2%.

При сопоставлении числителя и знаменателя индекса (10.13) (в разности) определяется показатель, характеризующий прирост суммы фактического товарооборота в текущем периоде по сравнению с расчетной при продаже количества товаров базисного периода по ценам текущего периода:

$$\Sigma \Delta qp(q) = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_0 p_1. \tag{10.20}$$

Применяя формулу (10.20) к данным табл. 10.3, определим:

$$\Sigma \Delta qp(q) = 327\,500 - 257\,500 = 70\,000 \text{ руб.},$$

т. е. в текущем периоде в результате изменения физического объема продажи товаров общий прирост суммы товарооборота составил 70 тыс. руб.

Таким образом, при определении агрегатных индексов физического объема товарной массы по формулам (10.17) и (10.19) получены разновеликие их значения. Это обусловлено различиями используемых при их расчетах весов-соизмерителей индексируемых величин.

В индексе (10.17) в качестве веса-соизмерителя используются базисные цены или цены, которые приняты за неизменные (например, оптовые цены 1983 г. для оценки объема производства и поставки товаров в одиннадцатой и двенадцатой пятилетках). Этот способ расчета индексов физического объема использовался при разработках рядов динамики в сопоставимых ценах.

Но уже при оценке итогов социально-экономического развития за 1989 г. расчет обобщающих показателей был произведен в текущих ценах, т. е. на основе индекса (10.19). Это позволяет исключать влияние фактического роста цен, так как цены всегда тесно связаны с натуральной формой товаров.

При индексном методе анализа коммерческой деятельности следует учитывать, что факторы, влияющие на объем товарооборота, — количество реализации товаров q и их цены p действуют одновременно. При этом как направление, так и интенсивность проявления отдельных факторов могут быть различными. Поэтому в анализе важно определять общий результат их совокупного взаимодействия. Это можно достигнуть обобщением показателей абсолютных приростов товарооборота, исчисленных по формулам (10.6) и (10.18):

$$\underbrace{(\Sigma q_1p_1 - \Sigma q_0p_0)}_{\substack{\text{прирост объема товаро-}\\\text{оборота за счет}\\\text{фактора } p\\(10.6)}} + \underbrace{(\Sigma q_1p_0 - \Sigma q_0p_0)}_{\substack{\text{прирост объема товаро-}\\\text{оборота за счет}\\\text{фактора } q\\(10.18)}}. \tag{10.21}$$

Заметим, что примененная в формулах (10.5)—(10.20) последовательность записей символов q и p определяется тем, что первым сомножителем в индексных отношениях является индексируемая величина, а вторым сомножителем — ее вес-соизмеритель. От перестановки в записях этих символов в формуле (10.21) и в последующих формулах их экономический смысл не меняется

Исходя из формулы (10.21), получим формулу для определения прироста объема товарооборота за счет совокупного действия факторов q и p:

$$\Sigma\Delta qp(q) = \Sigma q_1p_1 - \Sigma q_0p_0. \tag{10.22}$$

Подставляя в формулу (10.22) соответствующие данные, определим:

$$\Sigma\Delta qp(q) = 327\,500 - 225\,000 = 102\,500 \text{ руб.},$$

т. е. прирост фактического объема товарооборота в текущем периоде составил 102,5 тыс. руб. При этом за счет роста физического объема продажи товаров на 27,8% (10.17) этот прирост составил 62,5 тыс. руб. (10.18), а повышение цен в среднем на 13,9% (10.5) увеличило объем товарооборота на 40,0 тыс. руб. (10.6).

Величина фактического прироста объема товарооборота в текущем периоде может быть получена обобщением формул (10.8) и (10.20):

$$\underbrace{(\Sigma q_0p_1 - \Sigma q_0p_0)}_{\substack{\text{прирост объема товаро-}\\\text{оборота за счет}\\\text{фактора } p \ (10.8)}} + \underbrace{(\Sigma q_1p_1 - \Sigma q_0p_1)}_{\substack{\text{прирост объема товаро-}\\\text{оборота за счет}\\\text{фактора } q \ (10.20)}}. \tag{10.23}$$

Преобразование многочлена (10.23) дает следующую формулу для определения прироста суммы товарооборота за счет совокупного действия факторов q и p:

$$\Sigma\Delta qp(qp) = \Sigma q_1p_1 - \Sigma q_0p_0. \tag{10.23'}$$

Формула (10.22′) тождественна формуле (10.22). Подставляя в формулу (10.22) соответствующие данные, подтверждается расчет прироста суммы товарооборота, полученный по формуле (10.22), т. е. 102,5 тыс. руб.

Тождественность расчета прироста суммы товарооборота в текущем периоде по формулам (10.2) и (10.23) возможна лишь при применении определенной системы весов-соизмерителей. В индексном сопоставлении (10.21) весами-соизмерителями индекса цен (10.5) должны быть количества текущего периода q_1, а весами-соизмерителями индекса физического объема (10.17) — цены базисного периода p_0. В индексном сопоставлении (10.23) весами-соизмерителями индекса цен (10.7) должны быть количества базисного периода q_0, а весами-соизмерителями индекса физического объема (10.19) — цены текущего периода p_1.

Сопоставление в отношении значений $\Sigma q_1 p_1$ и $\Sigma q_0 p_0$ дает общий индекс товарооборота в текущих ценах I_{qp}:

$$I_{qp} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_0}, \tag{10.24}$$

где $\Sigma q_1 p_1$ — сумма фактического товарооборота текущего периода; $\Sigma q_0 p_0$ — сумма фактического товарооборота базисного периода. Производится сравнение двух качественно однородных величин (стоимостей).

Применительно к данным табл. 10.3 общий индекс товарооборота в текущих ценах составляет:

$$I_{qp} = \frac{327\,500}{225\,000} = 1{,}455, \text{ или } 145{,}5\%,$$

т. е. в текущем периоде товарооборот в фактических ценах возрос по данному ассортименту товаров по сравнению с базисным периодом в среднем на 45,5%.

Общие принципы определения агрегатных индексов применяются и для индексов, используемых при контроле за выполнением плановых заданий.

Так, для определения уровня выполнения плана реализации товаров сопоставляются сумма фактической продажи товарной массы в отчетном периоде $\Sigma q_1 p_1$ и величина планового задания продажи товаров в тех же ценах отчетного периода $\Sigma q_{пл} p_1$:

$$I_q = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_{пл} p_1}. \tag{10.25}$$

10.4. СРЕДНИЕ ИНДЕКСЫ

В предыдущем разделе отмечалось, что для определения общих индексов цен и физического объема товарооборота в агрегатной форме необходимы данные о количестве отдельных товаров в натуральных измерителях. Но количественный учет продажи в современных условиях развития торговли осуществляется не везде. Он осуществляется лишь в оптовой торговле, колхозной, комиссионной торговле сельхозпродуктами потребительской кооперации и в общественном питании.

В розничной сети государственной и кооперативной торговли реализация товаров, как правило, учитывается в стоимостном (денежном) выражении. Учет продажи многочисленных товарных разновидностей в натуральных измерителях без применения специальной электронно-вычислительной техники практически невозможен. Поэтому агрегатная форма общих индексов здесь не применяется.

Для определения сводных обобщающих показателей изменения розничных цен в государственной и кооперативной торговле используется *средняя гармоническая форма* общего индекса цен, в которой в отличие от индекса Пааше (10.5) знаменатель преобразован:

$$I_p = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}}. \tag{10.26}$$

Суть этого преобразования заключается в том, что на основе формулы (10.2) в значение $\Sigma p_0 q_1$, вместо p_0 подставляется $p_1 : i_p = p_0$:

$$\Sigma p_0 q_1 = \sum \left(\frac{p_1}{i_p}\right) q_1 = \sum \frac{p_1 q_1}{i_p}. \tag{10.27}$$

Из тождества (10.27) следует, что поскольку

$$\sum \frac{q_1 p_1}{i_p} = \Sigma p_0 q_1,$$

то общий индекс цен в среднегармонической форме тождествен общему индексу цен в агрегатной форме, т. е.:

$$I_p = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}. \tag{10.28}$$

Пример. Определим общий индекс цен по данным табл. 10.5 о продаже товаров в магазине по формуле (10.28):

Таблица 10.5

Товар	Продажа в ценах соответствующего периода, тыс. руб.		Изменение цен в текущем периоде по сравнению с базисным, %	Расчетные графы	
	базисный $q_0 p_0$	текущий $q_1 p_1$		$i_p = \frac{p_1}{p_0}$	$\frac{q_1 p_1}{i_p}$
1	2	3	4	5	6
А	153,5	185,0	−4	0,96	192,71
Б	245,0	260,6	+10	1,1	236,91
В	21,5	29,4	без изменения	1,0	29,4
Итого	420,0	475,0	×	×	459,02

В гр. 5 по формуле (10.2) определены индивидуальные (одноговарные) индексы цен:

$$i_p^{\text{А}} = \frac{100-4}{100} = 0{,}96; \quad i_p^{\text{Б}} = \frac{100+10}{100} = 1{,}1.$$

В гр. 6 по каждому товару исчислены отношения стоимости продажи товаров в текущем периоде к индивидуальному индексу цен. Например, $185 : 0{,}96 = 192{,}71$ тыс. руб. и т. д.

Итоговые данные гр. 3 и гр. 6 подставляются в формулу (10.28):

$$I_p = \frac{475{,}0}{459{,}02} = 1{,}035, \text{ или } 103{,}5\%,$$

т. е. по данному ассортименту в текущем периоде цены повышены в среднем на 3,5%.

Если в формуле (10.28) из числителя вычесть значение знаменателя, то получают показатель прироста товарооборота в текущем периоде в результате изменения цен:

$$\sum \Delta qp\,(p) = \sum q_1p_1 - \sum \frac{q_1p_1}{i_p}. \qquad (10.29)$$

Для данных табл. 10.5 прирост товарооборота в текущем периоде в результате изменения цен составит: $475{,}0 - 459{,}02 = 15{,}98$ тыс. руб., т. е. объем товарооборота возрос на 15,98 тыс. руб.

Полученное в итоге гр. 6 (табл. 10.5) значение

$$\sum \frac{q_1p_1}{i_p} = \sum q_1p_0$$

может использоваться для определения общего индекса физического объема товарооборота в сопоставимых (базисных) ценах. Для этого на основе тождества (10.27) применяется преобразованная формула агрегатного индекса физического объема:

$$I_q = \frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0} = \frac{\sum \frac{q_1p_1}{i_p}}{\sum q_0p_0}. \qquad (10.30)$$

При этом $i_p = p_1 : p_0$, т. е. индивидуальный индекс цен (10.2).

Подставляя в формулу (10.30) итоговые данные гр. 2 и гр. 6 (табл. 10.5), вычисляется:

$$I_q = \frac{459{,}02}{420{,}0} = 1{,}093,$$

т. е. физический объем продажи товаров увеличился в текущем периоде в среднем на 9,3%.

На основе формулы (10.30) исчисляется прирост суммы товарооборота в текущем периоде в результате изменения физического объема продажи товаров:

$$\sum \Delta qp\,(q) = \sum \frac{q_1p_1}{i_p} - \sum q_0p_0. \qquad (10.31)$$

Подставляя в формулу (10.31) соответствующие данные, получаем:

$$\Sigma\Delta qp\,(q) = 459{,}02 - 420 = 39{,}02 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, индексный анализ данных табл. 10.5 пока вает, что снижение цен по ассортименту в целом в среднем на 3 вызвало увеличение товарооборота на 15,98 тыс. руб. Увеличе физического объема продажи товаров в среднем на 9,3% обу вило рост товарооборота на 39,02 тыс. руб. В результате сово ного действия этих факторов прирост объема товарооборота в т кущих ценах составил 55 тыс. руб. (39,02+15,98). Это соотве вует расчету по формуле (10.16):

$$\Sigma\Delta qp\,(qp) = \Sigma q_0p_1 - \Sigma q_0p_0 = 475 - 420 = 55{,}0 \text{ тыс. руб.,}$$

т. е. в текущем периоде прирост товарооборота (в ценах соотв ствующих периодов) составил 55 тыс. руб.

Применительно к практике ведения стоимостного учета реа зации товаров невозможно непосредственно применить в анал агрегатной формы индекс Ласпейреса (10.7). Но при наличии и формации об индивидуальных индексах цен (10.2) формула (10 может быть преобразована в среднюю арифметическую. Это о ществляется заменой Σp_1q_0 на $\Sigma i_p \cdot p_0q_0$, так как из формулы (10 $p_1 = i_p \cdot p_0$.

$$I_p = \frac{\Sigma i_p \cdot p_0q_0}{\Sigma p_0q_0}. \qquad (10.3$$

Формула (10.32), имеющая в качестве веса осредняемых и дексов i_p объем товарооборота реализации товаров в базисном п риоде q_0p_0, применяется при определении среднего изменения це и общей суммы прироста товарооборота в предстоящем периоде п сравнению с базисным периодом.

Отсутствие данных о количестве товаров (в натуральных из мерителях) не позволяет непосредственно применять агрегатны индексы физического объема (10.17) и (10.19).

При наличии информации об индивидуальных индексах физи ческого объема (10.1) и стоимости реализованных в базисном пе риоде товаров q_0p_0 общий индекс физического объема может оп ределяться по формуле среднего арифметического индекса:

$$I_q = \frac{\Sigma i_p \cdot q_0p_0}{\Sigma q_0p_0}. \qquad (10.33$$

Числитель формулы (10.33) получен заменой в агрегатном ин дексе физического объема (10.17) значения Σq_1p_0 на $\Sigma i_q q_0p_0$, так как из формулы (10.1) следует $q_1 = i_q \cdot q_0$.

В формуле (10.33) индивидуальные индексы физического объ ема i_q выступают как осредняемые величины, а q_0p_0 — в качестве веса.

Пример. По данным о производстве продукции (табл. 10.6) рас смотрим применение формулы (10.33).

Для определения общего индекса физического объема произ водства в гр. 4 определены (по каждому виду продукции) инди

дуальные индексы физического объема. В гр. 5 исчислены про изведения индивидуальных индексов физического объема на стоимость товарной продукции текущего периода, которая по отношению к плану на предстоящий период выступает в качестве базисного уровня q_0p_0.

Таблица 10.6

Вид продукции	Продукция текущего периода, тыс. руб. q_0p_0	Рост объема продукции в предстоящем периоде, %	Расчетные графы	
			$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	$i_q \cdot q_0p_0$
1	2	3	4	5
А	165,2	+20	1,2	198,24
Б	123,4	+12	1,12	138,21
В	320,0	−5	0,95	304,00
Г	276,4	без изменения	1,0	276,40
Итого	885,0	×	×	916,85

Итоговые данные гр. 2 и гр. 5 подставим в формулу (10.33):

$$I_q = \frac{916{,}85}{885{,}0} = 1{,}035, \text{ или } 103{,}5\%,$$

т. е. в предстоящем периоде прирост объема продукции по данному ассортименту в целом составит в среднем 3,5%.

На основе формулы (10.33) можно определить общую сумму прироста объема производства продукции в предстоящем периоде. Для этого из числителя индекса надо вычесть значение знаменателя:

$$\Sigma\Delta qp\,(q) = \Sigma i_q q_0p_0 - \Sigma q_0p_0. \qquad (10.34)$$

Для данных табл. 10.6:

$$\Sigma\Delta qp\,(q) = 916{,}85 - 885 = 31{,}85 \text{ тыс. руб.,}$$

т. е. общий прирост производства продукции в планируемом периоде составит в сопоставимых ценах 31 850 руб.

При наличии информации об индивидуальных индексах физического объема (10.1) и фактической стоимости продукции (товаров) в текущем периоде q_1p_1 общий индекс физического объема определяется по средней гармонической формуле

$$I_q = \frac{\Sigma q_1p_1}{\sum \frac{1}{i_q} q_1p_1}. \qquad (10.35)$$

$$\Sigma\Delta qp\,(q) = 459{,}02 - 420 = 39{,}02 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, индексный анализ данных табл. 10.5 показывает, что снижение цен по ассортименту в целом в среднем на 3,5% вызвало увеличение товарооборота на 15,98 тыс. руб. Увеличение физического объема продажи товаров в среднем на 9,3% обусловило рост товарооборота на 39,02 тыс. руб. В результате совокупного действия этих факторов прирост объема товарооборота в текущих ценах составил 55 тыс. руб. (39,02+15,98). Это соответствует расчету по формуле (10.16):

$$\Sigma\Delta qp\,(qp) = \Sigma q_1p_1 - \Sigma q_0p_0 = 475 - 420 = 55{,}0 \text{ тыс. руб.},$$

т. е. в текущем периоде прирост товарооборота (в ценах соответствующих периодов) составил 55 тыс. руб.

Применительно к практике ведения стоимостного учета реализации товаров невозможно непосредственно применить в анализе агрегатной формы индекс Ласпейреса (10.7). Но при наличии информации об индивидуальных индексах цен (10.2) формула (10.7) может быть преобразована в среднюю арифметическую. Это осуществляется заменой Σp_1q_0 на $\Sigma i_p \cdot p_0q_0$, так как из формулы (10.2) $p_1 = i_p \cdot p_0$.

$$I_p = \frac{\Sigma i_p \cdot p_0q_0}{\Sigma p_0q_0}. \qquad (10.32)$$

Формула (10.32), имеющая в качестве веса осредняемых индексов i_p объем товарооборота реализации товаров в базисном периоде q_0p_0, применяется при определении среднего изменения цен и общей суммы прироста товарооборота в предстоящем периоде по сравнению с базисным периодом.

Отсутствие данных о количестве товаров (в натуральных измерителях) не позволяет непосредственно применять агрегатные индексы физического объема (10.17) и (10.19).

При наличии информации об индивидуальных индексах физического объема (10.1) и стоимости реализованных в базисном периоде товаров q_0p_0 общий индекс физического объема может определяться по формуле среднего арифметического индекса:

$$I_q = \frac{\Sigma i_p \cdot q_0p_0}{\Sigma q_0p_0}, \qquad (10.33)$$

Числитель формулы (10.33) получен заменой в агрегатном индексе физического объема (10.17) значения Σq_1p_0 на $\Sigma i_pq_0p_0$, так как из формулы (10.1) следует $q_1 = i_q \cdot q_0$.

В формуле (10.33) индивидуальные индексы физического объема i_q выступают как осредняемые величины, а q_0p_0 — в качестве веса.

Пример. По данным о производстве продукции (табл. 10.6) рассмотрим применение формулы (10.33).

Для определения общего индекса физического объема производства в гр. 4 определены (по каждому виду продукции) индивидуальные индексы физического объема. В гр. 5 исчислены произведения индивидуальных индексов физического объема на стоимость товарной продукции текущего периода, которая по отношению к плану на предстоящий период выступает в качестве базисного уровня q_0p_0.

Таблица 10.6

Вид продукции	Продукция текущего периода, тыс. руб. q_0p_0	Рост объема продукции в предстоящем периоде, %	Расчетные графы	
			$i_q=\frac{q_1}{q_0}$	$i_q\cdot q_0p_0$
1	2	3	4	5
А	165,2	+20	1,2	198,24
Б	123,4	+12	1,12	138,21
В	320,0	−5	0,95	304,00
Г	276,4	без изменения	1,0	276,40
Итого	885,0	×	×	916,85

Итоговые данные гр. 2 и гр. 5 подставим в формулу (10.33):

$$I_q=\frac{916,85}{885,0}=1,035,\text{ или }103,5\%,$$

т. е. в предстоящем периоде прирост объема продукции по данному ассортименту в целом составит в среднем 3,5%.

На основе формулы (10.33) можно определить общую сумму прироста объема производства продукции в предстоящем периоде. Для этого из числителя индекса надо вычесть значение знаменателя:

$$\Sigma\Delta qp\,(q)=\Sigma i_q q_0p_0-\Sigma q_0p_0. \tag{10.34}$$

Для данных табл. 10.6:

$$\Sigma\Delta qp\,(q)=916,85-885=31,85\text{ тыс. руб.},$$

т. е. общий прирост производства продукции в планируемом периоде составит в сопоставимых ценах 31 850 руб.

При наличии информации об индивидуальных индексах физического объема (10.1) и фактической стоимости продукции (товара) в текущем периоде q_1p_1 общий индекс физического объема определяется по средней гармонической формуле

$$I_q=\frac{\Sigma q_1p_1}{\sum\frac{1}{i_q}q_1p_1}. \tag{10.35}$$

Формула (10.35) получена заменой в формуле (10.19) знаменателя $\Sigma q_0 p_1$ на $\Sigma \frac{q_1 p_1}{i_q}$, так как из формулы (10.1) следует $q_0 = \frac{q_1}{i_q}$.

В формуле (10.34) значения i_q являются осредняемыми величинами, а $q_1 p_1$ (фактическая стоимость продукции изучаемого периода) — весами.

Сопоставление числителя и знаменателя индексного отношения (10.35) дает показатель прироста стоимости продукции вследствие изменения физического объема:

$$\Sigma \Delta qp\,(q) = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma \frac{1}{i_q} q_1 p_1. \qquad (10.36)$$

Такие же принципы положены в преобразование агрегатных форм индексов качественных и объемных показателей. Это видно из табл. 10.7.

Значимость преобразованных индексов состоит в том, что в качестве весов осредняемых индексов выступают реальные экономические категории:

$q_1 p_1$ и $q_0 p_0$ — фактический товарооборот текущего и базисного периодов;

$z_1 q_1$ и $z_0 q_0$ — фактические затраты денежных средств на производство продукции в текущем и базисном периодах;

$t_1 q_1$ и $t_0 q_0$ — фактические затраты рабочего времени (труда) на производство продукции в текущем и базисном периодах.

10.5. ИНДЕКСЫ С ПОСТОЯННЫМИ И ПЕРЕМЕННЫМИ ВЕСАМИ

При изучении динамики коммерческой деятельности приходится производить индексные сопоставления более чем за два периода. Поэтому индексные величины могут определяться как на постоянной, так и на переменной базах сравнения. При этом если задача анализа состоит в получении характеристик изменения изучаемого явления во всех последующих периодах по сравнению с начальным, то вычисляются *базисные индексы*. Например, сопоставление объема розничного товарооборота II, III и IV кварталов с I кварталом.

Но если требуется охарактеризовать последовательное изменение изучаемого явления из периода в период, то вычисляются *цепные индексы*. Например, при изучении объема розничного товарооборота по кварталам года сопоставляют товарооборот II квартала с I кварталом, III квартала — со II кварталом и IV квартала — с III кварталом.

В зависимости от задачи исследования и характера исходной информации базисные и цепные индексы исчисляются как индивидуальные (однотоварные), так и общие.

Таблица 10.7

Индекс	Индивидуальный индекс i	Агрегатный индекс I	Производные индивидуальных индексов	Средний индекс
1	2	3	4	5
Цен	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$ (10.2)	$\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$ (10.5)	$p_0 = \frac{p_1}{i_p}$	$\frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma \frac{1}{i_p} q_1 p_1}$ (10.26)
		$\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}$ (10.7)	$p_1 = i_p p_0$	$\frac{\Sigma i_p q_0 p_0}{\Sigma q_0 p_0}$ (10.32)
Физического объема	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$ (10.1)	$\frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}$ (10.17)	$q_1 = i_q \cdot q_0$	$\frac{\Sigma i_q q_0 p_0}{\Sigma q_0 p_0}$ (10.33)
		$\frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_1}$ (10.19)	$q_0 = \frac{q_1}{i_q}$	$\frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma \frac{1}{i_q} q_1 p_1}$ (10.35)
Себестоимости	$i_z = \frac{z_1}{z_0}$ (10.11)	$\frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_1}$ (10.12)	$z_0 = \frac{z_1}{i_z}$	$\frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma \frac{1}{i_z} z_1 q_1}$ (10.37)
		$\frac{\Sigma z_1 q_0}{\Sigma z_0 q_0}$ (10.13)	$z_1 = i_z \cdot z_0$	$\frac{\Sigma i_z \cdot z_0 q_0}{\Sigma z_0 q_0}$ (10.38)
Производительности труда	$i_t = \frac{t_0}{t_1}$ (10.14)	$\frac{\Sigma t_0 q_1}{\Sigma t_1 q_1}$ (10.15)	$t_0 = i_t \cdot t_1$	$\frac{\Sigma t_1 q_1}{\Sigma i_t t_1 q_1}$ (10.39)
		$\frac{\Sigma t_0 q_0}{\Sigma t_1 q_0}$ (10.16)	$t_1 = \frac{t_0}{i_t}$	$\frac{\Sigma \frac{1}{i_t} t_0 q_0}{\Sigma t_0 q_0}$ (10.40)

Способы расчета индивидуальных базисных и цепных индексов аналогичны расчету относительных величин динамики. Общие индексы в зависимости от их вида (по экономическому содержанию) вычисляются с *переменными и постоянными весами — соизмерителями*. Так, рассмотренная в предыдущих разделах агрегатная форма общего индекса физического объема вычисляется как индекс с постоянными весами-соизмерителями. Агрегатная форма общего индекса цен исчисляется как индекс с переменными весами-соизмерителями.

Пример. Рассмотрим способы вычисления базисных и цепных индексов цен и физического объема на данных табл. 10.8.

Таблица 10.8

Товар	Среднесуточная продажа, кг			Цена за 1 кг, руб.		
	октябрь q_0	ноябрь $q_н$	декабрь $q_д$	октябрь p_0	ноябрь $p_н$	декабрь $p_д$
1	2	3	4	5	6	7
А	1 200	1 000	600	0,8	1,0	1,2
Б	800	300	100	1,1	1,5	2,0

Для изучения изменения цен по месяцам IV квартала определяются цепные и базисные общие индексы цен.

Среднее изменение цен в ноябре по сравнению с октябрем:

$$I_{p_{н/о}} = \frac{\Sigma p_н q_н}{\Sigma p_о q_н} = \frac{1,0 \cdot 1000 + 1,5 \cdot 300}{0,8 \cdot 1000 + 1,1 \cdot 300} = \frac{1450}{1130} = 1,26. \qquad (10.41)$$

Среднее изменение цен в декабре по сравнению с ноябрем:

$$I_{p_{д/н}} = \frac{\Sigma p_д q_д}{\Sigma p_н q_д} = \frac{1,2 \cdot 600 + 2,0 \cdot 100}{1,0 \cdot 600 + 1,5 \cdot 100} = \frac{920}{750} = 1,227. \qquad (10.42)$$

В системе индексных сопоставлений индексы (10.41) и (10.42) образуют цепные индексы цен: ноября по отношению к октябрю (126%) и декабря по отношению к ноябрю (122,7%).

Среднее изменение цен в декабре по сравнению с октябрем:

$$I_{p_{д/о}} = \frac{\Sigma p_д q_д}{\Sigma p_о q_д} = \frac{1,2 \cdot 600 + 2,0 \cdot 100}{0,8 \cdot 600 + 1,1 \cdot 100} = \frac{920}{590} = 1,56. \qquad (10.43)$$

В системе индексных сопоставлений индексы (10.41) и (10.43) образуют базисные индексы цен: ноября по отношению к октябрю (126%) и декабря по отношению к октябрю (156%).

В анализе статистических данных изменения индексируемой величины p_1 часто фиксируются на уровне количества продажи товаров изучаемого периода q_1. Это дает цепные и базисные индексы с переменными весами-соизмерителями. Они показывают, как изменились цены на товары, продаваемые в каждом изучаемом периоде: ноябрьский индекс исчисляется по ноябрьским количествам продажи товаров, декабрьский — по декабрьским количествам.

При определении по отчетным данным общих индексов физического объема товарооборота изменение индексируемой величины q часто фиксируется на уровне цен базисного периода p_0.

Для определения индексов с постоянными весами воспользуемся данными табл. 10.9.

Таблица 10.9

Товар	Среднесуточная продажа, кг			Цена за 1 кг в октябре, руб. p_0	Расчетные графы		
	октябрь q_0	ноябрь $q_н$	декабрь $q_д$		q_0p_0	$q_нp_0$	$q_дp_0$
1	2	3	4	5	6	7	8
А	1 200	1 000	600	0,8	960	800	480
Б	800	300	100	1,1	880	330	110
Итого	×	×	×	×	1 840	1 130	590

В расчетах гр. 6—8 для каждого товара определена стоимость продажи по месяцам IV квартала в ценах октября. По итоговым данным таблицы определим изменение физического объема реализации по месяцам квартала.

Среднее изменение объема реализации в ноябре по сравнению с октябрем:

$$I_{q_{н/о}} = \frac{\Sigma q_н p_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{1130}{1840} = 0{,}6141. \qquad (10.44)$$

Общее изменение объема реализации в декабре по сравнению с ноябрем:

$$I_{q_{д/н}} = \frac{\Sigma q_д p_0}{\Sigma q_н p_0} = \frac{590}{1130} = 0{,}5221. \qquad (10.45)$$

В системе индексных сопоставлений индексы (10.44) и (10.45) образуют цепные индексы физического объема с *постоянными весами-соизмерителями:* ноября по сравнению с октябрем (61,41%) и декабря по сравнению с ноябрем (52,21%).

Среднее изменение объема реализации товаров в декабре по сравнению с октябрем:

$$I_{q_{д/о}} = \frac{\Sigma q_д p_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{590}{1840} = 0{,}3207. \qquad (10.46)$$

В системе индексных сопоставлений индексы (10.44) и (10.46) образуют базисные индексы физического объема с постоянными весами-соизмерителями: ноября по отношению с октябрем (61,41%) и декабря по отношению с октябрем (32,07%).

В этих индексах используются веса-соизмерители, взятые на уровне одного и того же базисного периода. Полученные значения индексов показывают, как изменился физический объем товарооборота в ноябре и декабре по ценам октября.

Цепные и базисные индексы с постоянными весами-соизмерителями находятся в следующей взаимосвязи:

1) произведение цепных индексов дает базисный индекс (последнего периода), т. е.

$$I_{q_{н/о}} \cdot I_{q_{д/н}} = I_{q_{д/о}}. \qquad (10.47)$$

Из формулы (10.47) следует, что значение индекса (10.46) можно получить из произведения индексов (10.44) и (10.45): 0,6141 $\times$ 0,5221 = 0,3207;

2) деление последующего базисного индекса на предыдущий базисный индекс дает цепной индекс (последующего периода), т. е.

$$I_{q_{д/о}} : I_{q_{н/о}} = I_{q_{д/о}}. \qquad (10.48)$$

Из формулы (10.48) следует, что значение индекса (10.45) можно получить из отношения индекса (10.46) к индексу (10.44): 0,3207 : 0,6141 = 0,5221.

В индексах с переменными весами-соизмерителями такой зависимости нет.

Так, произведение цепных индексов (10.41) и (10.42) не дает базисного индекса:

$$I_{p_{н/о}} \cdot I_{p_{д/н}} \neq I_{p_{д/о}}. \qquad (10.48)$$

10.6. ВЗАИМОСВЯЗИ ИНДЕКСОВ ТОВАРООБОРОТА. ВЫЯВЛЕНИЕ РОЛИ ФАКТОРОВ ДИНАМИКИ СЛОЖНЫХ ЯВЛЕНИЙ

Изучаемые в статистике торговли показатели находятся между собой в определенной связи. Так, для каждого периода объем розничного товарооборота зависит от количества реализованных товаров и от уровня цен на эти товары. Ясно, чем больше продано товаров при данном уровне цен, тем больше объем товарооборота. Изменения цен также вызывают соответствующие изменения объема товарооборота. Связь между изменениями объема товарооборота, количеством продажи товаров и уровнем их цен выражается в системе взаимосвязанных индексов товарооборота.

Поскольку величина объема товарооборота равна произведению количества продажи товаров на цены, то индекс физического объема I_q, умноженный на индекс цен I_p, даёт индекс товарооборота в фактических ценах I_{qp}:

$$I_q \cdot I_p = I_{qp}. \qquad (10.49)$$

Значение формулы (10.49) состоит в том, что на ее основе выявляется влияние отдельных факторов на изменение товарооборота.

Так, если в отчетном периоде товарооборот в фактических ценах возрос по сравнению с базисным периодом на 12%, а цены на реализованные товары снижены в среднем на 3%, то на основе этой информации можно определить изменение товарооборота в неизменных ценах:

$$I_q = I_{qp} : I_p. \qquad (10.50)$$

По исходной информации имеем: $I_{qp} = 1{,}12$; $I_p = 0{,}97$. Подставляя эти данные в формулу (10.50), определим индекс физического объема продажи товаров: $I_q = 1{,}12 : 0{,}97 = 1{,}154$, или 115,4%, т. е. товарооборот в сопоставимых ценах увеличится в текущем периоде на 15,4%.

На основе формулы (10.49) можно по известным индексам товарооборота в фактических ценах I_{qp} и товарооборота в сопоставимых ценах I_q определить индекс цен I_p:

$$I_p = I_{qp} : I_q. \qquad (10.51)$$

Так, если в отчетном периоде товарооборот в фактических ценах возрос на 7%, а физический объем реализованной товарной массы увеличен на 10%, то для определения по этим данным изменения цен используется формула (10.51): $I_p = 1{,}07 : 1{,}1 = 0{,}97$, т. е. цены в отчетном периоде снизились на 3%.

При использовании формул взаимосвязанных индексов (10.49)—(10.51) надо иметь в виду, что взаимосвязь образуется лишь при условии, когда веса-соизмерители в индексах физического объема и цен берутся на разных уровнях.

В предыдущих разделах показано, что при анализе отчетных данных изменение количества реализованной продукции (q_1 и q_0 — в индексе физического объема) часто фиксируется по ценам базисного периода p_0, а изменения цен p_1 и p_0 в индексе цен могут фиксироваться по количествам отчетного периода q_1. Такая система фиксации изменений индексируемых величин позволяет их применять в анализе компонентной зависимости:

$$\frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \cdot \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1 p_0} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_0}. \qquad (10.52)$$

Взаимосвязанные индексы применяются для изучения влияния структурных сдвигов на изменение социально-экономических явлений. В таком анализе индексы находятся во взаимосвязи со средними величинами.

Из формулы средней

$$\bar{x} = \Sigma x_i f_i : \Sigma f_i \qquad (10.53)$$

следует, что на среднюю величину оказывает влияние как значение осредняемого признака x_i, так и численность отдельных вариантов изучаемой совокупности f_i. Так, на среднюю цену овощей, продаваемых на рынках, влияют как различия индивидуальных цен, так и изменения объема реализации. Поэтому при анализе изменения цен важно определить, в какой мере это вызвано изменениями индексируемых величин и в какой — структурными сдвигами количества реализованной продукции.

Это выполняется с помощью системы взаимосвязанных индексов, в которой индекс изменения средней величины $I_{\bar{x}}$ выступает как произведение индекса в неизменной структуре I_x на индекс, отображающий влияние изменения структуры явления на динамику средней величины $I_{стр}$.

В общем виде эта зависимость записывается так:

$$I_{\bar{x}} = I_x \cdot I_{стр}. \tag{10.54}$$

При этом

$$1)\ I_{\bar{x}} = \bar{x}_1 : \bar{x}_0 = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma f_1} : \frac{\Sigma x_0 f_0}{\Sigma f_0}. \tag{10.55}$$

Индекс (10.55) называется *индексом переменного состава*, так как в качестве весов-соизмерителей в нем выступает состав продукции (товаров) текущего f_1 и базисного f_0 периодов;

$$2)\ I_x = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma f_1} : \frac{\Sigma x_0 f_1}{\Sigma f_1} = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_1}. \tag{10.56}$$

Индекс (10.56) называется *индексом постоянного (фиксированного) состава*, так как в качестве весов-соизмерителей выступает состав продукции (товаров) текущего периода f_1;

$$3)\ I_{стр} = \frac{\Sigma x_0 f_1}{\Sigma f_1} : \frac{\Sigma x_0 f_0}{\Sigma f_0}. \tag{10.57}$$

В индексе (10.57) изменяются лишь веса-соизмерители f_1 и f_0. Поэтому данный индекс отображает влияние структурных сдвигов на изучаемый показатель.

Пример. Применение формул (10.54)—(10.57) рассмотрим на данных табл. 10.10 о продаже товара *М* в магазинах торговой ассоциации за отчетный период.

Таблица 10.10

Магазин	Базисный период		Текущий период		Расчетные графы		
	цена 1 кг, руб. p_0	количество, кг q_0	цена 1 кг, руб. p_1	количество, кг q_1	i_p	удельный вес реализации, %: базисный период	удельный вес реализации, %: отчетный период
1	2	3	4	5	6	7	8
1	50	200	48	800	0,96	20,0	40,0
2	35	400	34	600	0,97	40,0	30,0
3	40	400	38	600	0,95	40,0	30,0
Итого	×	1 000	×	2 000	×	100,0	100,0

При анализе изменений лишь уровней цен (гр. 2 и гр. 4) исчисленные в гр. 6 индексы показывают, что в текущем периоде было снижение цен на 4% в магазине 1, на 3% — в магазине 2 и на 5% — в магазине 3.

Однако определены эти индексы безотносительно к объемам реализации. Для определения изменения цен с учетом количества реализованной продукции на основе формулы (10.55) вычисляется индекс цен переменного состава:

$$I_{\bar{p}} = \bar{p}_1 : \bar{p}_0. \tag{10.58}$$

Применительно к данным табл. 10.10:

$$\bar{p}_1 = \frac{48 \cdot 800 + 34 \cdot 600 + 38 \cdot 600}{800 + 600 + 600} = \frac{81600}{2000} = 40{,}8 \text{ руб.};$$

$$\bar{p}_0 = \frac{50 \cdot 200 + 35 \cdot 400 + 40 \cdot 400}{200 + 400 + 400} = \frac{40\,000}{1000} = 40 \text{ руб.}$$

Следовательно, $I_{\bar{p}} = 40{,}8 : 40 = 1{,}02$, т. е. средняя цена реализации данного продукта в трех магазинах в целом возросла в текущем периоде на 2%. Население при покупке каждого килограмма данного продукта переплачивало по 0,8 руб. (40,8 — 40,0).

За счет действия каких факторов произошло это повышение средней цены? Для ответа на поставленный вопрос рассмотрим данные о структуре реализации товара по отдельным магазинам.

Вычисленные в гр. 7 и гр. 8 удельные веса реализации показывают, что в текущем периоде произошли значительные структурные сдвиги: с 20 до 40% возрос удельный вес продажи данного товара в (более дорогом) магазине 1, а удельные веса продажи этого продукта в магазинах 2 и 3 снизились.

Как же это повлияло на среднюю цену? Для оценки этого фактора на основе формулы (10.57) определяется индекс влияния структурных сдвигов в реализованной продукции на изменение средней цены:

$$I_{\text{стр}} = \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma q_1} : \frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}. \tag{10.59}$$

В формуле (10.59) $\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0} = \bar{p}_0$, т. е. средняя цена 1 кг в базисном периоде, а $\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma q_1} = \bar{p}'_0$ — расчетная средняя цена продажи 1 кг в текущем периоде по цене базисного периода.

Для данных табл. 10.10.

$$\bar{p}_0' = \frac{50 \cdot 800 + 35 \cdot 600 + 40 \cdot 600}{800 + 600 + 600} = \frac{85\,000}{2000} = 42{,}5 \text{ руб.}$$

Следовательно, $I_{\text{стр}} = 42{,}5 : 40 = 1{,}0625$, т. е. структурные сдвиги в реализации объема данной продукции по отдельным рынкам города вызвали повышение средней цены в текущем периоде на 6,25%. В абсолютном выражении это вызвало переплату населением на каждом килограмме приобретенной продукции 2,5 руб. (42,5 — 40,0).

Но в связи с тем, что в текущем периоде в каждом магазине было снижение цен, это также оказало свое влияние на уровень средней цены. Для оценки действия этого фактора на основе формулы (10.36) определяется индекс цен постоянного (фиксированного) состава:

$$I_p = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} = \frac{81\,600}{85\,000} = 0{,}962, \qquad (10.60)$$

т. е. в отчетном периоде цены в магазинах снизились в среднем на 3,8%. В абсолютном выражении это дало экономию населению при покупке каждого килограмма данного продукта 1,7 руб.: (81 600 — 86 000) : 2000.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что рост в текущем периоде средней цены продажи данного товара на 2% обусловлен, с одной стороны, ростом на 6,25% в результате структурных сдвигов в объеме реализации и, с другой стороны, снижением в среднем на 3,8% цен в отдельных магазинах.

В абсолютном выражении рост в текущем периоде средней цены 1 кг на 0,8 руб. вызван увеличением на 2,5 руб. за счет фактора структурных сдвигов и снижением в среднем на 1,7 руб. цен на отдельных рынках (0,8 = 2,5 — 1,7).

Вычисленные по формулам (10.58)—(10.62) индексы находятся во взаимосвязи:

$$I_{\bar{p}} = I_p \cdot I_{\text{стр}}. \qquad (10.61)$$

В рассмотренном примере $I_{\bar{p}} = 1{,}0625 \cdot 0{,}96 = 1{,}02$.

Для практики система (10.61) удобна тем, что на ее основе по любым двум известным индексам можно определить третий неизвестный индекс.

Так, если в текущем периоде по сравнению с базисным индекс цен переменного состава равен 1,05, а индекс цен фиксированного состава — 0,98, то это означает, что в ассортименте реализованных товаров произошли заметные структурные сдвиги: $I_{\text{стр}} = 1{,}05 : 0{,}96 = 1{,}071$.

10.7. ТЕРРИТОРИАЛЬНЫЕ ИНДЕКСЫ

В предыдущих разделах статистические индексы применялись главным образом для изучения развития коммерческой деятельности во времени. В современных условиях развития статистики все большее значение приобретает использование индексного метода для территориальных сравнений. При рыночных отношениях возникает необходимость сравнения коммерческой и иной деятельности отдельных территорий (регионов) страны. Большое значение имеет индексный метод в международной статистике при сопоставлениях показателей социально-экономического развития отдельных стран.

Общие принципы использования индексного метода при территориальных сравнениях во многом подобны изучению динамики сложных статистических совокупностей. Но в отличие от строгой хронологической последовательности расчета показателей динамики коммерческой деятельности при определении региональных индексов свою специфику имеет выбор базы сравнения. Так, при двусторонних сравнениях каждый регион может быть принят как в качестве сравниваемого, так и в качестве базы сравнения. При этом для определения сводных (общих) индексов необходимо решить вопрос о весах-соизмерителях индексируемых величин.

Пример. Рассмотрим эти вопросы на следующих данных о реализации товаров на рынках двух городов в отчетном периоде (табл. 10.11).

Таблица 10.11

Товар	Город К		Город М		Индивидуальные индексы цен	
	модальная цена 1 т, руб. $p_к$	количество, т $q_к$	модальная цена 1 т, руб. $p_м$	количество, т $q_м$	$i_{p_{к/м}} = \frac{p_к}{p_м}$	$i_{p_{м/к}} = \frac{p_м}{p_к}$
1	2	3	4	5	6	7
а	600	50	700	20	0,857	1,167
б	800	60	1 000	15	0,8	1,25
в	5 000	10	4 500	30	1,11	0,9

Для анализа соотношения уровней цен на товары, реализованные в городе К по сравнению с городом М, определяется сводный (общий) индекс цен, в котором в качестве весов-соизмерителей индексируемых величин $p_К$ и $p_М$ принимаются количества товаров, проданных в городе К:

$$I_{p_{к/м}} = \frac{\Sigma q_к p_к}{\Sigma q_к p_м}. \qquad (10.62)$$

В формуле (10.62) числитель $\Sigma q_К p_К$ характеризует фактический объем товарооборота при продаже данного ассортимента товаров в городе К (по сложившимся там ценам). Знаменатель формулы $\Sigma q_К p_М$ отображает условную величину товарооборота, которая могла быть при продаже изучаемого ассортимента товаров по ценам, сложившимся в городе М.

Применим формулу (10.62) для определения сводного (общего) индекса цен:

$$I_{p_{к/м}} = \frac{50 \cdot 600 + 60 \cdot 800 + 10 \cdot 5000}{50 \cdot 700 + 60 \cdot 1000 + 10 \cdot 4500} = \frac{128\ 000}{140\ 000} = 0{,}914, \text{ или } 91{,}4\%.$$

Это свидетельствует о том, что если бы товары изучаемого ассортимента продавались по ценам города М, то их уровень был бы ниже уровня цен города К в среднем на 8,6%.

Разность между числителем и знаменателем формулы (10.62) отображает сумму экономического эффекта от различия цен в данных городах:

$$\Sigma q_к p_к - \Sigma q_к p_м. \qquad (10.63)$$

Применяя формулу (10.63) к анализируемым данным, определим: 128 000 — 140 000 = —12 000 руб., т. е. при продаже данного ассортимента товаров по ценам города М денежная выручка была бы ниже фактического объема их товарооборота в городе К на 12 тыс. руб.

Но при изучении данных табл. 10.11 возможна и иная постановка цели анализа: определить соотношение уровней цен на товары, реализованные в городе М по сравнению с городом К. При этом для определения сводного (общего) индекса цен в качестве весов-соизмерителей индексируемых величин используются данные о количестве реализации товаров в городе М ($q_м$):

$$I_{p_{м/к}} = \frac{\Sigma q_м p_м}{\Sigma q_м p_к}. \qquad (10.64)$$

В формуле (10.64) числитель индексного отношения $\Sigma q_м p_м$ отображает фактический объем товарооборота реализации товаров в городе М (по сложившимся там ценам), а знаменатель индексного отношения $\Sigma q_м p_к$ характеризует условную величину товарооборота, который мог бы образоваться при продаже изучаемого ассортимента товаров по ценам города К.

Применяя формулу (10.64), определим:

$$I_{p_{м/к}} = \frac{20 \cdot 700 + 15 \cdot 1000 + 30 \cdot 4500}{20 \cdot 600 + 15 \cdot 800 + 30 \cdot 5000} = \frac{164\,000}{174\,000} = 0{,}942, \text{ или } 94{,}2\%.$$

Это означает, что при продаже анализируемого количества товаров города М по ценам, сложившимся в городе К, было бы понижение их уровня в среднем на 5,8%.

Сопоставлением в разности числителя и знаменателя индекса (10.64) определяется сумма экономического эффекта от различия в уровнях цен по данным регионам:

$$\Sigma q_м p_м - \Sigma q_м p_к. \qquad (10.65)$$

Подставляя в формулу (10.65) анализируемые данные, определим: 164 000 — 174 000 = 10 000 руб., т. е. при условии, что если бы данный ассортимент товаров города М был бы продан по ценам города К, то объем товарооборота снизился бы на 10 тыс. руб.

Таким образом, при фиксации весов-соизмерителей индексируемых величин $p_к$ и $p_м$ на уровне сравниваемого региона (города) получены сводные (общие) индексы, согласно которым в каждом регионе (городе) средний уровень цен оказывается более низким, чем в другом. В то время как индивидуальные (однотоварные) индексы (гр. 6 и гр. 7 табл. 10.11) показывают, что цена на товар *а* в городе М выше, чем в городе К, на 16,7%, а по сравнению с городом К она ниже, чем в городе М, на 14,3%. Цена на товар *б* в городе М выше, чем в городе К, на 25%, а по сравнению с городом К она ниже, чем в городе М, на 20%. Цена на товар *в* в городе М ниже, чем в городе К, на 10%, а по сравнению с городом К она выше, чем в городе М, на 11%.

Для преодоления этих противоречивых показаний между сводными (общими) территориальными и индивидуальными (однотоварными) индексами определяется индекс цен, в котором в качестве веса-соизмерителя выступает сумма реализации товаров по двум регионам (городам) q:

$$q = q_к + q_м. \quad (10.66)$$

С учетом значения (10.66) формула сводного (общего) индекса цен при анализе изменения цен в городе К по сравнению с городом М следующая:

$$I_{p_{к/м}} = \frac{\Sigma p_к q}{\Sigma p_м q}. \quad (10.67)$$

Подставляя в формулу (10.67) исходные данные табл. 10.11, определим:

$$I_{p_{к/м}} = \frac{600(50+20)+800(60+15)+5000(10+30)}{700(50+20)+1000(60+15)+4500(10+30)} = \frac{302\,000}{304\,000} = 0{,}993, \text{ или } 99{,}3\%,$$

т. е. цены в городе К ниже цен в городе М в среднем на 0,7%.

Это подтверждается расчетом обратного индекса, т. е. изменения цен в городе М по сравнению с городом К:

$$I_{p_{м/к}} = \frac{\Sigma p_м q}{\Sigma p_к q}. \quad (10.68)$$

Подставляя в формулу (10.68) соответствующие данные, определим:

$$I_{p_{м/к}} = \frac{700 \cdot 70 + 1000 \cdot 75 + 4500 \cdot 40}{600 \cdot 70 + 800 \cdot 75 + 5000 \cdot 40} = \frac{304\,000}{302\,000} = 1{,}007, \text{ или } 100{,}7\%,$$

т. е. по изучаемому ассортименту товаров цены в городе М выше, чем в городе К, в среднем на 0,7%.

В сводных (общих) территориальных индексах физического объема в качестве весов-соизмерителей могут выступать средние цены $\bar{p}$:

$$I_{q_{к/м}} = \frac{\Sigma q_к \bar{p}}{\Sigma q_м \bar{p}}. \quad (10.69)$$

В формуле (10.69) средние цены по изучаемым регионам (городам) определяются методом средней взвешенной (см. 10.53).

Применительно к анализируемым данным (см. табл. 10.11) средние цены определяются по каждому товару за 1 т:

$$\bar{p}^а = \frac{600 \cdot 50 + 700 \cdot 20}{50 + 20} = 628{,}6 \text{ руб.};$$

$$\bar{p}^б = \frac{800 \cdot 60 + 1000 \cdot 15}{60 + 15} = 840 \text{ руб.};$$

$$\overline{p}^{в} = \frac{5000 \cdot 10 + 4500 \cdot 30}{10 + 30} = 4625 \text{ руб.}$$

Применительно к данным табл. 10.11 сводный (общий) индекс физического объема продажи товаров в городе К по сравнению с городом М составит:

$$I_{q_{к/м}} = \frac{50 \cdot 628{,}6 + 60 \cdot 840 + 10 \cdot 4625}{20 \cdot 628{,}6 + 15 \cdot 840 + 30 \cdot 4625} = 0{,}781, \text{ или } 78{,}1\%,$$

т. е. общий объем реализации товарной массы в городе К в среднем на 21,9% ниже, чем в городе М.

Для определения обратного индекса используется формула

$$I_{q_{м/к}} = \frac{\Sigma q_{м} \overline{p}}{\Sigma q_{к} \overline{p}}. \tag{10.70}$$

Применительно к анализируемым данным (см. табл. 10.11) расчет индекса (10.70) дает следующий результат:

$$I_{q_{м/к}} = \frac{20 \cdot 628{,}6 + 15 \cdot 840 + 30 \cdot 4625}{50 \cdot 628{,}6 + 60 \cdot 840 + 10 \cdot 4625} = 1{,}28, \text{ или } 128\%,$$

т. е. общий объем реализованной товарной массы в городе М больше, чем в городе К, в среднем на 28%.

При многосторонних сравнениях выбор базы сравнения и весов-соизмерителей индексируемых величин предопределяется конкретными целями анализа. При сопоставлениях качественных показателей по ряду регионов соответственно расширяются границы территории, на уровне которых фиксируются веса-соизмерители.

Глава 11

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ СВЯЗИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

11.1. ВЗАИМОСВЯЗИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И ЗАДАЧИ СТАТИСТИКИ ПО ИЗУЧЕНИЮ СВЯЗИ

Изучение взаимосвязей на рынке товаров и услуг — важнейшая функция работников коммерческих служб: менеджеров, коммерсантов, экономистов. Особую актуальность это приобретает в условиях развивающейся рыночной экономики. Изучение механизма рыночных связей, взаимодействия спроса и предложения, влияния объема и состава предложения товаров на объем и структуру товарооборота, формирования товарных запасов, издержек обращения, прибыли и других качественных показателей имеет первостепенное значение для прогнозирования конъюнктуры рынка, рациональной организации торговых процессов и решения многих вопросов успешного ведения бизнеса.

При этом важно, что изучение связи показателей коммерческой деятельности необходимо не только для установления факта наличия связи. В целях научно обоснованного прогнозирования и рационального управления механизмом рыночных отношений важно выявленным связям придавать математическую определенность. Без количественной оценки закономерности связи невозможно доводить результаты экономических разработок до такого уровня, чтобы они могли использоваться для практических целей.

В решении этих задач важная роль принадлежит статистике. Изучая коммерческую деятельность с количественной стороны, статистика призвана придавать выявленным на основе положений экономической теории связям количественные характеристики. Это осуществляется в экономико-статистическом анализе с помощью соответствующих приемов и методов статистики и математики.

Статистические показатели коммерческой деятельности, отображая объективную взаимообусловленность и взаимозависимость отдельных сторон коммерческой деятельности, могут состоять между собой в следующих основных видах связи: балансовой, компонентной, факторной.

Балансовая связь показателей коммерческой деятельности характеризует зависимость между источниками формирования ресурсов (средств) и их использованием. Свое проявление она получает, например, в формуле товарного баланса:

$$О_н + П = В + О_к, \tag{11.1}$$

где $О_н$ — остаток товаров на начало изучаемого периода; П — поступление товаров за период; В — выбытие товаров в изучаемом периоде; $О_к$ — остаток товаров на конец периода.

Левая часть формулы (11.1) характеризует предложение товаров ($О_к$+П), а правая часть — использование товарных ресурсов (В+$О_к$). Важное практическое значение формулы товарного баланса состоит в том, что при отсутствии количественного учета продажи товаров на основе формулы (11.1) определяют величину розничной реализации отдельных товаров.

Компонентные связи показателей коммерческой деятельности характеризуются тем, что изменение статистического показателя определяется изменением компонентов, входящих в этот показатель, как множители:

$$a = b \cdot c. \tag{11.2}$$

В статистике коммерческой деятельности компонентные связи используются в индексном методе выявления роли отдельных факторов в совокупном изменении сложного показателя. Так, в гл. 10 показано, что индекс товарооборота в фактических ценах I_{qp} представляет произведение двух компонентов — индекса товарооборота в сопоставимых ценах I_q и индекса цен I_p, т. е.

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q.$$

Важная практическая значимость показателей, состоящих в компонентной связи, в том, что она позволяет определять величину одного из неизвестных компонентов: $I_q = I_{pq} : I_p$, или $I_p = I_{pq} : I_q$.

Факторные связи в коммерческой деятельности характеризуются тем, что они проявляются в согласованной вариации изучаемых показателей. При этом одни показатели выступают как факторные, а другие — как результативные. По своему характеру этот вид связи является причинно-следственной (детерминированной) зависимостью.

В свою очередь, факторные связи могут рассматриваться как функциональные и корреляционные.

При *функциональной связи* изменение результативного признака y всецело обусловлено действием факторного признака x:

$$y = f(x). \tag{11.3}$$

Примером функциональной связи является зависимость длины окружности l от радиуса (r):

$$l = 2\pi r.$$

При *корреляционной связи* изменение результативного признака y обусловлено влиянием факторного признака x не всецело, а лишь частично, так как возможно влияние прочих факторов ε:

$$y = \varphi(x) + \varepsilon. \tag{11.4}$$

По своему характеру корреляционные связи — это связи соотносительные. Примером корреляционной связи показателей коммерческой деятельности является зависимость сумм издержек обращения от объема товарооборота. В этой связи помимо факторного признака — объема товарооборота x на результативный признак (сумму издержек обращения y) влияют и другие факторы, в том числе и неучтенные ε. Поэтому корреляционные связи не являются полными (жесткими) зависимостями.

Характерной особенностью функциональной связи является то, что она проявляется с одинаковой силой у каждой единицы изучаемой совокупности. Поэтому, установив при изучении любой единицы совокупности ту или иную закономерность, ее можно распространить как на каждую единицу, так и на всю изучаемую совокупность. Знание функциональных зависимостей позволяет абсолютно точно прогнозировать события, например наступление солнечных затмений с точностью до секунды.

Иное дело при корреляционных связях. Здесь при одном и том же значении учтенного факторного признака возможны различные значения результативного признака. Это обусловлено наличием других факторов, которые могут быть различными по составу, направлению и силе действия на отдельные (индивидуальные) единицы статистической совокупности. Поэтому для изучаемой статистической совокупности в целом здесь устанавливается такое соотношение, в котором определенному изменению факторного признака соответствует среднее изменение признака результативного.

Следовательно, характерной особенностью корреляционных связей является то, что они проявляются не в единичных случаях, а в массе. Поэтому изучаются корреляционные связи по так называемым эмпирическим данным, полученным в статистическом наблюдении. В таких данных отображается совокупное действие всех причин и условий на изучаемый показатель.

При статистическом изучении корреляционной связи определяется влияние учтенных факторных признаков при отвлечении (абстрагировании) от прочих аргументов. Применяемый таким образом способ научной абстракции хотя и ведет к некоторому упрощению (аппроксимации) реального механизма связи, но делает возможным установление закономерностей взаимодействия изучаемых показателей, что позволяет, не прибегая к экспериментированию, получать количественные характеристики корреляционной связи.

При изучении корреляционной связи показателей коммерческой деятельности перед статистикой ставятся следующие основные задачи:

проверка положений экономической теории о возможности связи аналитической формы зависимости;

установление количественных оценок тесноте связи, характеризующих силу влияния факторных признаков на результативные.

11.2. МЕТОДЫ КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА СВЯЗИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Использование возможностей современной вычислительной техники, оснащенной пакетами программ машинной обработки статистической информации на ЭВМ, делает практически осуществимым оперативное решение задач изучения корреляционной связи показателей коммерческой деятельности методами корреляционно-регрессионного анализа.

Наиболее разработанной в теории статистики является методология так называемой парной корреляции, рассматривающая влияние вариации факторного признака x на результативный y. Овладение теорией и практикой парной корреляции представляет исходный этап познания других приемов и методов изучения корреляционной связи.

В основу выявления и установления аналитической формы связи положено применение в анализе исходной информации математических функций. При изучении связи показателей коммерческой деятельности применяются различного вида уравнения прямолинейной и криволинейной связи.

Так, при анализе прямолинейной зависимости применяется уравнение

$$y_x = a_0 + a_1 x. \qquad (11.5)$$

При криволинейной зависимости применяется ряд математических функций:

полулогарифмическая $y_x = a_0 + a_1 \lg x;$ (11.6)

показательная $y_x = a_0 + a_1^x;$ (11.7)

степенная $y_x = a_0 x^{a_1};$ (11.8)

параболическая $y_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2;$ (11.9)

гиперболическая $y_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$ (11.10)

и другие

Решение математических уравнений связи предполагает вычисление по исходным данным их параметров. Это осуществляется способом выравнивания эмпирических данных методом наименьших квадратов. В основу этого метода положено требование минимальности сумм квадратов отклонений эмпирических данных y_i от выравненных y_{x_i}:

$$\Sigma(y_i - y_{x_i})^2 = \min. \qquad (11.11)$$

При машинной обработке исходной информации на ЭВМ, оснащенных пакетами стандартных программ ведения корреляционно-регрессионного анализа, вычисление параметров применяемых математических функций является быстро выполняемой счетной операцией. Результаты выдаются в виде соответствующих машинограмм (распечаток) ЭВМ.

При изучении корреляционной связи показателей коммерческой деятельности в условиях преобладания так называемого малого и среднего бизнеса анализу подвергаются сравнительно небольшие по составу единиц совокупности. При численности объектов анализа до 30 единиц возникает необходимость испытания параметров уравнения регрессии на их типичность. При этом осуществляется проверка, насколько вычисленные параметры характерны для отображаемого комплекса условий. Не являются ли полученные значения параметров результатами действия случайных причин.

Применительно к совокупностям, у которых $n<30$, для проверки типичности параметров уравнения регрессии используется t-критерий Стьюдента. При этом вычисляются фактические значения t-критерия:

для параметра a_0

$$t_{a_0} = a_0 \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_e}; \qquad (11.12)$$

для параметра a_1

$$t_{a_1} = a_1 \frac{\sqrt{n-2} \cdot \sigma_x}{\sigma_e}. \qquad (11.13)$$

В формулах (11.12) и (11.13):

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{\Sigma(y_i - y_{x_i})^2}{n}} \qquad (11.14)$$

— среднее квадратическое отклонение результативного признака y_i от выравненных значений y_{x_i};

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}} \qquad (11.15)$$

— среднее квадратическое отклонение факторного признака x_i от общей средней $\bar{x}$.

Полученные по формулам (11.12) и (11.13) фактические значения t_{a_0} и t_{a_1} сравниваются с критическим t_k, который получают по таблице Стьюдента с учетом принятого уровня значимости α и числа степеней свободы k.

Полученные в анализе корреляционной связи параметры уравнения регрессии признаются типичными, если t фактическое больше t критического:

$$t_{a_0} > t_k < t_{a_1}. \qquad (11.16)$$

По проверенным на типичность параметрам уравнения регрессии производится синтезирование (построение) математической модели связи. При этом параметры примененной в анализе математической функции получают соответствующие количественные значения.

Смысловое содержание синтезированных таким образом моделей состоит в том, что они характеризуют среднюю величину результативного признака $\bar{y}_x$ в зависимости от вариации признака-фактора x.

Важным этапом корреляционного анализа связи является оценка практической значимости синтезированных моделей. Смысл такой оценки состоит в том, чтобы обосновать применение метода функционального анализа при изучении корреляционной зависимости. Правомерность такого приема анализа будет оправданной лишь в тех случаях, если изучаемая корреляционная (соотносительная) связь не столь значительно отстоит от функциональной (жесткой) связи. При этом необходимо доказать, что применение метода функционального анализа при изучении корреляционной зависимости не дает существенных погрешностей.

Проверка практической значимости синтезированных в корреляционно-регрессионном анализе математических моделей осуществляется посредством показателей тесноты связи между признаками x и y.

Для статистической оценки тесноты связи применяются следующие показатели вариации:

1) *общая дисперсия* результативного признака σ_y^2, отображающая совокупное влияние всех факторов:

$$\sigma_y^2 = \frac{\Sigma (y_i - \bar{y})^2}{n}. \qquad (11.17)$$

В формуле (11.17) отклонения $y_i - \bar{y}$ обусловлены тем, что сочетание значений факторов, влияющих на вариацию признака y, для каждой единицы анализируемой совокупности различно;

2) *факторная дисперсия* результативного признака $\sigma^2_{y_x}$, отображающая вариацию y только от воздействия изучаемого фактора x:

$$\sigma^2_{y_x} = \frac{\Sigma (y_{x_i} - \bar{y})^2}{n}. \qquad (11.18)$$

В формуле (11.18) отклонения $(y_{x_i} - \bar{y})$ характеризуют колеблемость выравненных значений y_x от их общей средней величины $\bar{y}$;

3) *остаточная дисперсия* σ_e^2, отображающая вариацию результативного признака y от всех прочих, кроме x, факторов:

$$\sigma_e^2 = \frac{\Sigma (y_i - y_{x_i})^2}{n}. \qquad (11.19)$$

В формуле (11.19) отклонения $y_i - y_{x_i}$ характеризуют колеблемость эмпирических (фактических) значений результативного признака y от их выравненных значений y_{x_i}.

Соотношение между факторной $\sigma^2_{y_x}$ и общей σ^2_y дисперсиями характеризует меру тесноты связи между признаками x и y:

$$\frac{\sigma^2_{y_x}}{\sigma_y^2} = R^2 \tag{11.20}$$

Показатель R^2 называется *индексом детерминации* (причинности). Он выражает долю факторной дисперсии в общей дисперсии, т. е. характеризует, какая часть общей вариации результативного признака y объясняется изучаемым фактором x.

На основе формулы (11.20) определяется индекс корреляции R:

$$R = \sqrt{\frac{\sigma^2_{y_x}}{\sigma_y^2}}. \tag{11.21}$$

При функциональной (однозначной) связи значения y_x полностью совпадают с соответствующими индивидуальными значениями y_i. Тогда $\sigma_e^2 = 0$. При отсутствии связи вариация x_i не отражается на изменении y_{x_i}. В этом случае $\sigma^2_{y_x} = \sigma^2_y$, а при наличии корреляционной (соотносительной) связи $\sigma^2_{y_x} < \sigma^2_y$.

На основе «правила» сложения дисперсий

$$\sigma_y^2 = \sigma^2_{y_x} + \sigma_e^2 \tag{11.22}$$

получают формулу индекса корреляции:

$$R = \sqrt{\frac{\sigma_y^2 - \sigma_e^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_y^2}}. \tag{11.23}$$

Формула (11.23) является основным алгоритмом для определения индекса корреляции с использованием машинной обработки анализируемых данных.

При прямолинейной форме связи показатель тесноты связи определяется по формуле линейного коэффициента корреляции r:

$$r = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n}}{\sqrt{\left[\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}\right]\left[\Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n}\right]}}. \tag{11.24}$$

Алгоритм (11.24) применяется при определении показателя тесноты связи с использованием ЭВМ.

Заметим, что по абсолютной величине линейный коэффициент корреляции r равен индексу корреляции R только при прямолинейной связи.

Показатели тесноты связи, исчисленные по данным сравнительно небольшой статистической совокупности, могут искажаться действием случайных причин. Это вызывает необходимость проверки их существенности.

Для оценки значимости коэффициента корреляции r применяется t-критерий Стьюдента. При этом определяется фактическое значение критерия t_r:

$$t_r = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}. \qquad (11.25)$$

Вычисленное по формуле (11.25) значение t_r сравнивается с критическим t_k, которое берется из таблицы значений t Стьюдента с учетом заданного уровня значимости α и числа степеней свободы k.

Если $t_r > t_k$, то величина коэффициента корреляции признается существенной.

Для оценки значимости индекса корреляции R применяется F-критерий Фишера.

Фактическое значение критерия F_R определяется по формуле

$$F_R = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-m}{m-1}, \qquad (11.26)$$

где m — число параметров уравнения регрессии.

Величина F_R сравнивается с критическим значением F_k, которое определяется по таблице F-критерия с учетом принятого уровня значимости α и числа степеней свободы $k_1 = m-1$ и $k_2 = n-m$.

Если $F_R > F_k$, то величина индекса корреляции признается существенной.

В совокупностях достаточно большого объема вместо таблицы распределения Стьюдента пользуются таблицей интеграла вероятностей Лапласа (см. приложение 2).

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \frac{1}{2} t^2.$$

При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ табличная величина $t = 2$.

По значению показателя тесноты связи можно посредством t-критерия произвести оценку значимости коэффициента регрессии (a_1):

$$t_{a_1} = \frac{a_1 \sigma_x \sqrt{n-2}}{\sigma_y \sqrt{1-r^2}}. \qquad (11.27)$$

Сравнивая исчисленное по формуле (11.27) значение t_{a_1} с табличным t_k, получают заключение о существенности основного параметра уравнения связи — коэффициента регрессии (a_1).

Для получения выводов о практической значимости синтезированных в анализе моделей показаниям тесноты связи дается качественная оценка. Это осуществляется на основе шкалы Чеддока:

Показания тесноты связи	0,1—0,3	0,3—0,5	0,5—0,7	0,7—0,9	0,9—0,99
Характеристика силы связи	слабая	умеренная	заметная	высокая	весьма высокая

Заметим, что функциональная связь обозначается 1, а отсутствие связи — 0.

При значениях показателей тесноты связи, превышающих 0,7, зависимость результативного признака y от факторного x является высокой, а при значениях более 0,9 — весьма высокой. Это в соответствии с показаниями индекса детерминации R^2 означает, что более половины общей вариации результативного признака y объясняется влиянием изучаемого фактора x. Последнее позволяет считать оправданным применение метода функционального анализа для изучения корреляционной связи, а синтезированные при этом математические модели признаются пригодными для их практического использования.

При показаниях тесноты связи ниже 0,7 величина индекса детерминации R^2 всегда будет меньше 50%. Это означает, что на долю вариации факторного признака x приходится меньшая часть по сравнению с прочими признаками, влияющими на изменение общей дисперсии результативного признака. Синтезированные при таких условиях математические модели связи практического значения не имеют.

Показатели вариации результативного признака используются и при выборе адекватного (наиболее соответствующего) эмпирическим данным уравнения регрессии. В изучении корреляционной связи это наиболее важный и ответственный этап анализа. Именно от адекватности примененного уравнения регрессии зависит правильность выводов корреляционно-регрессионного анализа.

В статистической литературе для выбора оптимальной математической функции обычно рекомендуется исходить из качественного (логического) анализа природы и значения изучаемых показателей, выявления факторов, определяющих изменение результативного признака и т. д.

Но при изучении связи показателей коммерческой деятельности, как правило, приходится иметь дело со сложностью механизма взаимодействия изучаемых показателей и часто при ограниченности исходной информации. Свое воздействие на результативный признак могут оказывать и не учтенные в наблюдении факторы. При этом влияние отдельных факторов весьма разнообразно как по направлению, так и силе их проявления. Они взаимодействуют друг с другом.

Поэтому на основе качественного (логического) анализа не всегда удается получать надежные выводы о форме связи и соответствующих уравнениях регрессии. Эмпирические данные, как правило, не укладываются в математические формулы: реальная действительность разнообразнее математических абстракций. Поэтому в лучшем случае на основе качественного (логического) анализа могут возникнуть лишь рабочие гипотезы о возможных типах связи. Но выбор конкретного уравнения регрессии весьма затруднителен. Особенно это относится к криволинейным зависимостям, теория которых разработана недостаточно.

В ряде работ по теории статистики имеются указания , что для подтверждени [illegible] мошных видах связи может применяться графич[illegible] это, в частности, указывается в фундаменталь[illegible]стного американского экономиста Ф. Миллса «Ст[illegible]етоды»[1].

Действитель[illegible]ическом изучении связи наглядное изображение ал[illegible]данных позволяет получать образное представление [illegible] на корреляционном поле точек эмпирической лин[illegible]о дать обобщенную количественную оценку адеква[illegible]ного уравнения связи графический метод не може[illegible]

Практика [illegible]тического анализа связи с применением средств [illegible] техники показывает, что при решении вопроса о [illegible]того или иного уравнения регрессии важным явля[illegible]ость ЭВМ соответствующими программами ма[illegible] исходной информации. При этом проведение ан[illegible]дается перебором решений известных математическ[illegible] Быстродействие ЭВМ с большой емкостью пам[illegible]бежно возникающие при безмашинной обраб[illegible]ой информации процедурные сложности громозд[illegible] возможности широкого использования в кор[illegible]ессионном анализе связи средств современной выч[illegible] позволяют по каждому из применяемых урав[illegible] определять необходимые показатели, в том чи[illegible] используемые в качестве критерия подбора адек[illegible]еской функции.

В работах [illegible]тистиков отмечается, что при подборе адекват[illegible]ой функции важное значение имеет остаточная ди[illegible]тивного признака σ_e^2.

Так, в мон[illegible] К. Дружинина «Математическая статистика в э[illegible]ено, что в качестве одного из критериев подбор[illegible] может быть использована величина остаточн[illegible]оскольку эта линия должна проходить в максим[illegible] к эмпирическим данным, то минимальная велич[illegible] дисперсии должна свидетельствовать о более у[illegible]ии регрессии[2].

Такие же, [illegible]мендации о критерии адекватности математическ[illegible] проф. И. П. Сусловым: «Лучшей, т. е. более аде[illegible]ся та модель, в которой меньше среднее отклон[illegible]ых уровней от эмпирических»[3].

Для оценк[illegible]равнения регрессии может использоваться показат[illegible]шибки аппроксимации ε:

$$[illegible] \frac{|y_i - y_{x_i}|}{y_i} \cdot 100, \qquad (11.28)$$

[1] См.: Миллс [illegible]етоды: Пер. с англ. — М.: Госстатиздат, 1958. — 589 с.

[2] См.: Друж[illegible]еская статистика в экономике. — М.: Статистика, 1971. — [illegible]

[3] Суслов И. [illegible]тистики. — М.: Статистика, 1978. — 310 с.

где $y_i - y_{x_i}$ — линейные отклонения абсолютных величин эмпирических и выравненных точек регрессии.

В некоторых работах по статистике рекомендуются иные критерии адекватности математических функций.

Практика анализа корреляционной связи показателей коммерческой деятельности с использованием ЭВМ подтверждает, что применение критерия минимальности остаточной дисперсии и показателя средней ошибки аппроксимации является достаточно надежным способом отбора адекватных математических моделей.

11.3. ПРИМЕНЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА СВЯЗИ ПАРНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Рассмотрим применение методов корреляционно-регрессионного анализа влияния вариации факторного показателя x на результативный y.

Пример. Имеется следующая информация по однотипным предприятиям торговли о возрасте (продолжительности эксплуатации) типового оборудования и затратах на его ремонт (табл. 11.1).

В целях нормирования расхода средств на ремонт оборудования произвести синтезирование адекватной экономико-математической модели.

Таблица 11.1

Номер предприятия	Возраст оборудования, лет	Затраты на ремонт, тыс. руб.
1	2	3
1	4	1,5
2	5	2,0
3	5	1,4
4	6	2,3
5	8	2,7
6	10	4,0
7	8	2,3
8	7	2,5
9	11	6,6
10	6	1,7

Решение поставленной задачи может быть выполнено с помощью корреляционно-регрессионного анализа.

В условиях использования ЭВМ выбор адекватной математической функции осуществляется перебором решений наиболее часто применяемых в анализе парной корреляции уравнений регрессии.

При статистическом изучении связи показателей коммерческой деятельности нередко постулируется прямолинейная форма зависимости между признаками x и y применением формулы (11.5):

$$y_x = a_0 + a_1 x. \tag{11.5}$$

Для определения параметров уравнения (11.5) на основе требований метода наименьших квадратов (11.11) составляется система нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x = \Sigma y; \\ a_0\Sigma x + a_1\Sigma x^2 = \Sigma xy. \end{cases} \tag{11.29}$$

Для решения системы (11.29) применяется способ определите-подтверждения гипотезы о возможных видах связи может применяться графический метод. На это, в частности, указывается в фундаментальной работе известного американского экономиста Ф. Миллса «Статистические методы» [1].

Действительно, при статистическом изучении связи наглядное изображение анализируемых данных позволяет получать образное представление о размещении на корреляционном поле точек эмпирической линии регрессии. Но дать обобщенную количественную оценку адекватности того или иного уравнения связи графический метод не может.

Практика экономико-статистического анализа связи с применением средств вычислительной техники показывает, что при решении вопроса об адекватности того или иного уравнения регрессии важным является обеспеченность ЭВМ соответствующими программами машинной обработки исходной информации. При этом проведение анализа сопровождается перебором решений известных математических уравнений связи. Быстродействие ЭВМ с большой емкостью памяти исключает неизбежно возникающие при безмашинной обработке статистической информации процедурные сложности громоздких расчетов. Именно возможности широкого использования в корреляционно-регрессионном анализе связи средств современной вычислительной техники позволяют по каждому из применяемых уравнений регрессии определять необходимые показатели, в том числе и показатели, используемые в качестве критерия подбора адекватной математической функции.

В работах ряда ученых-статистиков отмечается, что при подборе адекватной математической функции важное значение имеет остаточная дисперсия результативного признака σ_e^2.

Так, в монографии проф. Н. К. Дружинина «Математическая статистика в экономике» отмечено, что в качестве одного из критериев подбора линии регрессии может быть использована величина остаточной дисперсии. Поскольку эта линия должна проходить в максимальной близости к эмпирическим данным, то минимальная величина остаточной дисперсии должна свидетельствовать о более удачном выборе линии регрессии [2].

Такие же, по существу, рекомендации о критерии адекватности математической модели даются проф. И. П. Сусловым: «Лучшей, т. е. более адекватной, считается та модель, в которой меньше среднее отклонение теоретических уровней от эмпирических» [3].

Для оценки адекватности уравнения регрессии может использоваться показатель средней ошибки аппроксимации $\bar{\varepsilon}$:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum \frac{|y_i - y_{x_i}|}{y_i} \cdot 100, \qquad (11.28)$$

[1] См.: *Миллс Ф.* Статистические методы: Пер. с англ. — М.: Госстатиздат, 1958. — 589 с.

[2] См.: *Дружинин Н. К.* Математическая статистика в экономике. — М.: Статистика, 1971. — 129 с.

[3] *Суслов И. П.* Общая теория статистики. — М.: Статистика, 1978. — 310 с.

где $y_i - y_{x_i}$ — линейные отклонения абсолютных величин эмпирических и выравненных точек регрессии.

В некоторых работах по статистике рекомендуются иные критерии адекватности математических функций.

Практика анализа корреляционной связи показателей коммерческой деятельности с использованием ЭВМ подтверждает, что применение критерия минимальности остаточной дисперсии и показателя средней ошибки аппроксимации является достаточно надежным способом отбора адекватных математических моделей.

11.3. ПРИМЕНЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА СВЯЗИ ПАРНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Рассмотрим применение методов корреляционно-регрессионного анализа влияния вариации факторного показателя x на результативный y.

Пример. Имеется следующая информация по однотипным предприятиям торговли о возрасте (продолжительности эксплуатации) типового оборудования и затратах на его ремонт (табл. 11.1).

В целях нормирования расхода средств на ремонт оборудования произвести синтезирование адекватной экономико-математической модели.

Решение поставленной задачи может быть выполнено с помощью корреляционно-регрессионного анализа.

В условиях использования ЭВМ выбор адекватной математической функции осуществляется перебором решений наиболее часто применяемых в анализе парной корреляции уравнений регрессии.

Таблица 11.1

Номер предприятия	Возраст оборудования, лет	Затраты на ремонт, тыс. руб.
1	2	3
1	4	1,5
2	5	2,0
3	5	1,4
4	6	2,3
5	8	2,7
6	10	4,0
7	8	2,3
8	7	2,5
9	11	6,6
10	6	1,7

При статистическом изучении связи показателей коммерческой деятельности нередко постулируется прямолинейная форма зависимости между признаками x и y применением формулы (11.5):

$$y_x = a_0 + a_1 x. \qquad (11.5)$$

Для определения параметров уравнения (11.5) на основе требований метода наименьших квадратов (11.11) составляется система нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x = \Sigma y; \\ a_0\Sigma x + a_1\Sigma x^2 = \Sigma xy. \end{cases} \qquad (11.29)$$

Для решения системы (11.29) применяется способ определителей, позволяющий сводить к минимуму неточности округлений в расчетах параметров уравнений регрессии:

$$a_0 = \frac{\Sigma y \Sigma x^2 - \Sigma xy \Sigma x}{n\Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma x}; \qquad (11.30)$$

$$a_1 = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{n\Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma x}. \qquad (11.31)$$

Применительно к анализируемым данным для решения алгоритмов (11.30) и (11.31) составляется расчетная табл. 11.2.

Таблица 11.2

№ п/п	y	x	x^2	$x \cdot y$
1	2	3	4	5
1	1,5	4	16	6,0
2	2,0	5	25	10,0
3	1,4	5	25	7,0
4	2,3	6	36	13,8
5	2,7	8	64	21,6
6	4,0	10	100	40,0
7	2,3	8	64	18,4
8	2,5	7	49	17,5
9	6,6	11	121	72,6
10	1,7	6	36	10,2
	27,0	70	536	217,1

По итоговым данным табл. 11.2 определим параметры уравнения регрессии (11.5):

$$a_0 = \frac{27 \cdot 536 - 217,1 \cdot 70}{10 \cdot 536 - 70 \cdot 70} = -1,576;$$

$$a_1 = \frac{10 \cdot 217,1 - 70 \cdot 27}{10 \cdot 536 - 70 \cdot 70} = 0,611.$$

Вычисленные значения параметров $a_0 = -1,576$ и $a_1 = 0,611$ необходимы для синтезирования математической модели зависимости расходов на ремонт от возраста оборудования. Подставляя значения вычисленных в анализе параметров в уравнение регрессии (11.5), получаем:

$$y_x = -1,576 + 0,611x. \qquad (11.32)$$

Но прежде чем использовать модель (11.32) в последующем анализе, необходима проверка ее параметров на типичность, что осуществляется по формулам (11.12) и (11.13). В этих формулах содержатся: σ_ε (11.14) и σ_x (11.15).

Для определения σ_e на основе модели (11.32) определяются выравненные значения y_{x_i}:

$$y_{x_1} = -1,576 + 0,611 \cdot 4 = 0,868;$$

$$y_{x_{2,3}} = -1,576 + 0,611 \cdot 5 = 1,479;$$

$$y_{x_{4,10}} = -1,576 + 0,611 \cdot 6 = 2,09;$$

$$y_{x_{5,7}} = -1,576 + 0,611 \cdot 8 = 3,312;$$

$$y_{x_6} = -1,576 + 0,611 \cdot 10 = 4,534$$

$$y_{x_8} = -1,576 + 0,611 \cdot 7 = 2,7;$$

$$y_{x_9} = -1,576 + 0,611 \cdot 11 = 5,145.$$

Необходимые значения для применения формул (11.12) и (11.13) определяются в расчетной таблице 11.3.

Таблица 11.3

№ п/п	y	x	y_x	$y - y_x$	$(y - y_x)^2$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	y^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1,5	4	0,868	0,632	0,399	−3	9	2,25
2	2,0	5	1,479	0,521	0,271	−2	4	4,0
3	1,4	5	1,479	−0,079	0,006	−2	4	1,96
4	2,3	6	2,09	0,21	0,044	−1	1	5,29
5	2,7	8	3,312	−0,612	0,374	1	1	7,29
6	4,0	10	4,534	−0,534	0,285	3	9	16,0
7	2,3	8	3,312	−1,012	1,024	1	1	5,29
8	2,5	7	2,7	−0,2	0,04	0	0	6,25
9	6,6	11	5,145	1,455	2,117	4	16	43,56
10	1,7	6	2,09	−0,39	0,152	1	1	2,89
	27,0	70	27,01	×	4,712	×	46	94,78

По формуле (11.14) определяется среднее квадратическое отклонение результативного признака y_i от выравненного значения y_{x_i}:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{4,712}{10}} = 0,69.$$

По формуле (11.12) определяется фактическое значение t-критерия для параметра a_0:

$$t_{a_0} = \frac{1,576\sqrt{10-2}}{0,69} = 6,46.$$

При $\bar{x} = 70:10 = 7$ по формуле (11.15) определяется среднее квадратическое отклонение факторного признака x_i от общей средней $\bar{x}$:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{46}{10}} = 2,14.$$

По формуле (11.13) определяется фактическое значение t-критерия для параметра a_1:

$$t_{a_1} = \frac{0,611\sqrt{10-2} \cdot 2,14}{0,69} = 5,36.$$

С учетом принятых в экономико-статистических исследованиях значимости $\alpha = 0,05$ и числа степеней свободы $k = 10 - 2$ табличное критическое значение $t_k = 2,3$.

Сравнение фактических и табличных значений t-критерия:

$$t_{a_0} > t_k < t_{a_1}.$$

Это позволяет признать вычисленные по уравнению (11.5) параметры типичными.

Далее произведем оценку практической значимости синтезированной модели (11.32). Для прямолинейной связи это выполняется посредством показателя коэффициента корреляции r. По формуле (11.24) определяется значение r:

$$r = \frac{217,1 - \frac{70 \cdot 27}{10}}{\sqrt{\left(536 - \frac{70^2}{10}\right)\left(94,78 - \frac{27^2}{10}\right)}} = 0,89.$$

Полученная величина $r = 0,89$ означает, что в соответствии со шкалой Чеддока установленная по уравнению регрессии (11.5) связь между затратами на ремонт и возрастом оборудования высокая.

Оценка значимости коэффициента корреляции осуществляется по t-критерию.

Фактическое значение этого критерия t_r определяется по формуле (11.25):

$$t_r = 0,89\sqrt{\frac{10-2}{1-0,89^2}} = 3,69.$$

При критическом значении $t_k = 2,3$ получается, что $t_r > t_k$. Поэтому вычисленный коэффициент корреляции признается существенным.

Из значения $r^2 = 0,792$ следует, что 79,2% общей вариации объясняется изменением факторного признака. Поэтому синтезированная по уравнению (11.[redacted]) математическая модель (11.[redacted]) может быть использована для практических целей.

При статистическом анализе криволинейной связи в торговле часто применяется полулогарифмическая функция (11.6):

$$y_x = a_0 + a_1 \lg x.$$

Параметры уравнения (11.6) определяются из системы нормальных уравнений, отвечающих требованию метода наименьших квадратов (11.11):

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma \lg x = \Sigma y; \\ a_0 \Sigma \lg x + a_1 \Sigma (\lg x)^2 = \Sigma y \cdot \lg x. \end{cases} \qquad (11.33)$$

С использованием метода определителей составляются алгоритмы расчета параметров уравнения (11.6):

$$a_0 = \frac{\Sigma y \Sigma (\lg x)^2 - \Sigma y \lg x \Sigma \lg x}{n \Sigma (\lg x)^2 - \Sigma \lg x \Sigma \lg x}; \qquad (11.34)$$

$$a_1 = \frac{n \Sigma y \lg x - \Sigma y \Sigma \lg x}{n \Sigma (\lg x)^2 - \Sigma \lg x \Sigma \lg x}. \qquad (11.35)$$

Применительно к анализируемым данным для решения алгоритмов (11.34) и (11.35) составляется расчетная таблица 11.4.

Таблица 11.4

№ п/п	y	x	$\lg x$	$(\lg x)^2$	$y \lg x$
1	2	3	4	5	6
1	1,5	4	0,60206	0,36248	0,90309
2	2,0	5	0,69897	0,48856	1,39794
3	1,4	5	0,69897	0,48856	0,97856
4	2,3	6	0,77815	0,60552	1,78975
5	2,7	8	0,90309	0,81557	2,43834
6	4,0	10	1,0	1,0	4,0
7	2,3	8	0,90309	0,81557	2,07711
8	2,5	7	0,84510	0,71419	2,11275
9	6,6	11	1,04139	1,0845	6,87319
10	1,7	6	0,77815	0,60552	1,32286
	27,0	70	8,24897	6,98047	23,89359

По итоговым данным табл. 11.4 определяются параметры уравнения (11.6):

$$a_0 = \frac{27 \cdot 6,98047 - 23,89359 \cdot 8,24897}{10 \cdot 6,98047 - 8,24897 \cdot 8,24897} = -4,9027;$$

$$a_1 = \frac{10 \cdot 23,89359 - 27 \cdot 8,24897}{10 \cdot 6,98047 - 8,24897 \cdot 8,24897} = 9,2166.$$

По вычисленным параметрам $a_0 = -4,9027$ и $a_1 = 9,2166$ синтезируется модель зависимости расходов на ремонт от возраста оборудования по уравнению регрессии (11.6):

$$y_x = -4{,}9027 + 9.2166 \lg x. \qquad (11.36)$$

Для проверки типичности параметров модели (11.36) определяются выравненные уровни y_x:

$$y_{x_1} = -4{,}9027 + 9{,}2166 \lg 4 = 0{,}65;$$

$$y_{x_{2,3}} = -4{,}9027 + 9{,}2166 \lg 5 = 1{,}54;$$

$$y_{x_{4,10}} = -4{,}9027 + 9{,}2166 \lg 6 = 2{,}27;$$

$$y_{x_{5,7}} = -4{,}9027 + 9{,}2166 \lg 8 = 3{,}42;$$

$$y_{x_6} = -4{,}9027 + 9{,}2166 \lg 10 = 4{,}31;$$

$$y_{x_8} = -4{,}9027 + 9{,}2166 \lg 7 = 2{,}89;$$

$$y_{x_9} = -4{,}9027 + 0{,}2166 \lg 11 = 4{,}7.$$

Проверка типичности параметров модели (11.36) осуществляется по формулам (11.12) и (11.13).

При $\sigma_x = 2{,}14$ величина $\sigma_в$ определяется по формуле (11.14). Необходимые для этого значения получают из расчетной табл. 11.5.

Таблица 11.5

№ п/п	y	x	y_x	$y - y_x$	$(y - y_x)^2$	y^2
1	1,5	4	0,65	0,85	0,7225	2,25
2	2,0	5	1,54	0,46	0,2116	4,0
3	1,4	5	1,54	−0,14	0,0196	1,96
4	2,3	6	2,27	0,03	0,0009	5,29
5	2,7	8	3,42	−0,72	0,5184	7,29
6	4,0	10	4,31	−0,31	0,0961	16,0
7	2,3	8	3,42	−1,12	1,2544	5,29
8	2,5	7	2,89	−0,39	0,1521	6,25
9	6,6	11	4,7	−1,9	3,61	43,56
10	1,7	6	2,27	−0,57	0,3249	2,89
	27,0	70	27,01	×	6,9105	94,78

По итогам табл. 11.5 определяется $\sigma_в$:

$$\sigma_в = \sqrt{\frac{6{,}91}{10}} = 0{,}83.$$

Далее вычисляются фактические значения t-критерия:
по формуле (11.12) определяется t_{a_0}:

$$t_{a_0} = \frac{-4,9027\sqrt{10-2}}{0,83} = 16,7;$$

по формуле (11.13) определяется t_{a_1}:

$$t_{a_1} = \frac{9,217\sqrt{10-2}\cdot 2,14}{0,83} = 67,2.$$

Сравним фактические значения t_{a_0} и t_{a_1} с критическим ($t_k = 2,3$) получаем: $t_{a_0} > t_k < t_{a}$.

Следовательно, вычисленные по уравнению регрессии (11.6) параметры модели (11.36) признаются типичными.

Оценка практической значимости модели (11.36), синтезированной на основе уравнения криволинейной связи (11.6), производится посредством индекса корреляции R по формуле (11.23). Для этого по итоговым данным табл. 11.5 определяется общая дисперсия σ_y^2:

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - (\overline{y})^2 = \frac{94,78}{10} - \left(\frac{27}{10}\right)^2 = 2,19.$$

При $\sigma_e^2 = 0,83^2 = 0,691$ определяется по формуле (11.23) индекс корреляции R:

$$R = \sqrt{1 - \frac{0,691}{2,19}} \approx \pm 0,827.$$

Полученный индекс корреляции означает, что в соответствии со шкалой Чеддока установленная на основе уравнения регрессии (11.6) связь между затратами на ремонт и возрастом оборудования является высокой.

Оценка значимости индекса корреляции $R = \pm 0,827$ осуществляется по F-критерию.

По формуле (11.25) определяется фактическое значение F_R:

$$F_R = \frac{0,827^2}{1-0,827^2}\cdot\frac{10-2}{2-1} = 17,3.$$

При уровне значимости $\alpha = 0,05$ и степенях свободы $k_1 = 2-1$ и $k_2 = 10-2$ табличное значение $F_k = 5,32$.

Следовательно, при $F_R > F_k$ показатель тесноты связи $R = \pm 0,827$ признается существенным.

Из показания индекса детерминации $R^2 = \pm 0,827^2$ следует, что 68,4% общей вариации объясняется изменением факторного признака x. Поэтому синтезированная математическая модель (11.36) по уравнению полулогарифмической функции (11.6) может быть признана пригодной для практических целей.

При статистическом анализе нелинейной корреляционной свяви возможно применение уравнения регрессии показательной функции (11.7):

$$\bar{y}_x = a_0 a_1^x.$$

Для решения уравнения (11.7) производится его логарифмирование:

$$\lg \bar{y}_x = \lg a_0 + x \lg a_1. \qquad (11.37)$$

С учетом требований метода наименьших квадратов (11.11) составляется система нормальных уравнений:

$$\begin{cases} n \lg a_0 + \lg a_1 \Sigma x = \Sigma \lg y; \\ \lg a_0 \Sigma x + \lg a_1 \Sigma x^2 = \Sigma x \lg y. \end{cases} \qquad (11.38)$$

Применением к системе (11.38) метода определителей устанавливаются алгоритмы расчета параметров уравнения (11.7):

$$\lg a_0 = \frac{\Sigma \lg y - \lg a_1 \Sigma x}{n}; \qquad (11.39)$$

$$\lg a_1 = \frac{\Sigma x \lg y - \bar{x} \Sigma \lg y}{\Sigma x^2 - \bar{x} \Sigma x}. \qquad (11.40)$$

Применительно к анализируемым данным расчетные значения для вычисления (11.39) и (11.40) определяются из табл. 11.6.

Таблица 11.6

№ п/п	y	x	x^2	$\lg y$	$x \lg y$
1	2	3	4	5	6
1	1,5	4	16	0,17609	0,70436
2	2,0	5	25	0,30103	1,50515
3	1,4	5	25	0,14613	0,73065
4	2,3	6	36	0,36173	2,17038
5	2,7	8	64	0,43136	3,45088
6	4,0	10	100	0,60206	6,02060
7	2,3	8	64	0,36173	2,89384
8	2,5	7	49	0,39794	2,78558
9	6,6	11	121	0,81954	9,01494
10	1,7	6	36	0,23045	1,38270
	27,0	70	536	3,82806	30,65908

По итоговым данным табл. 11.6 определяются параметры уравнения (11.7):

$$\lg a_1 = \frac{30,65908 - 7 \cdot 3,82806}{536 - 7 \cdot 70} = 0,08397, \text{ или } a_1 = 1,2133;$$

$$\lg a_0 = \frac{3,82806 - 0,08397 \cdot 70}{10} = -0,20498, \text{ или } a_0 = 0,6238.$$

По вычисленным параметрам a_0 и a_1 синтезируется модель зависимости расходов на ремонт от возраста оборудования:

$$\lg y_x = -0{,}20498 + 0{,}08397x \qquad (11.41)$$

или

$$y_x = 0{,}6238 \cdot 1{,}2133^x. \qquad (11.42)$$

Для проверки типичности параметров модели (11.42) определяются выравненные значения y_x:

$$\lg y_{x_1} = -0{,}20498 + 4 \cdot 0{,}08397 = 0{,}13090, \text{ или } y_{x_1} = 1{,}36 \text{ тыс. руб.};$$

$$\lg y_{x_{2,3}} = -0{,}20498 + 5 \cdot 0{,}08397 = 0{,}21487, \text{ или } y_{x_{2,3}} = 1{,}64 \text{ тыс. руб.};$$

$$\lg y_{x_{4,10}} = -0{,}20498 + 6 \cdot 0{,}08397 = 0{,}29884, \text{ или}$$

$$y_{x_{4,10}} = 1{,}99 \text{ тыс. руб.};$$

$$\lg y_{x_{5,7}} = -0{,}20498 + 8 \cdot 0{,}08397 = 0{,}46678, \text{ или}$$

$$y_{x_{5,7}} = 2{,}93 \text{ тыс. руб.};$$

$$\lg y_{x_6} = -0{,}20498 + 10 \cdot 0{,}08397 = 0{,}63472, \text{ или}$$

$$y_{x_6} = 4{,}31 \text{ тыс. руб.};$$

$$\lg y_{x_9} = -0{,}20498 + 11 \cdot 0{,}08397 = 0{,}71870, \text{ или}$$

$$y_{x_9} = 5{,}23 \text{ тыс. руб.}$$

Проверка типичности параметров модели (11.42) осуществляется по формулам (11.12) и (11.13). При $\sigma_x = 2{,}14$ величина σ_e определяется по формуле (11.14). Необходимые при этом значения получают из расчетной табл. 11.7.

Таблица 11.7

№ п/п	y	x	y_x	$y - y_x$	$(y - y_x)^2$
1	1,5	4	1,36	0,14	0,0196
2	2,0	5	1,64	0,36	0,1296
3	1,4	5	1,64	−0,24	0,0576
4	2,3	6	1,99	0,31	0,0961
5	2,7	8	2,93	−0,23	0,0529
6	4,0	10	4,31	−0,31	0,0961
7	2,3	8	2,93	−0,63	0,3969
8	2,5	7	2,41	0,09	0,0081
9	6,6	11	5,23	1,37	1,8769
10	1,7	6	1,99	−0,29	0,0841
	27,0	70	26,43	×	2,8179

По итогам табл. 11.7 определяют σ_{ε}:

$$\sigma_{\varepsilon}=\sqrt{\frac{2,8179}{10}}=\pm 0,53.$$

Фактические значения t-критерия определяются:
по формуле (11.12) для t_{a_0}:

$$t_{a_0}=\frac{0,6238\sqrt{10-2}}{0,53}\approx 3,34;$$

по формуле (11.13) для t_{a_1}:

$$t_{a_1}=\frac{1,2133\sqrt{10-2}\cdot 2,14}{0,53}\approx 7,35.$$

Сравнивая фактические значения t_{a_0} и t_{a_1} с критическими $t_k=2,3$, получаем $t_{a_0}>t_k<t_{a_1}$.

Следовательно, вычисленные по уравнению регрессии (11.7) параметры модели (11.42) признаются типичными.

Оценка практической значимости модели (11.42) осуществляется посредством индекса корреляции. При $\sigma_y^2=2,19$ и $\sigma_{\varepsilon}^2=0,53^2=0,281$ по формуле (11.23) определяется R:

$$R=\sqrt{1-\frac{0,281}{2,19}}\approx \pm 0,93.$$

Это означает, что в соответствии со шкалой Чеддока установленная по уравнению показательной функции (11.7) связь между затратами на ремонт и возрастом оборудования является весьма высокой.

Для оценки значимости полученного индекса корреляции по формуле (11.26) определяется фактическая величина критерия Фишера F_R:

$$F_R=\frac{0,93^2}{1-0,93^2}\cdot\frac{10-2}{2-1}=51,2.$$

При уровне значимости $\alpha=0,05$ и степеней свободы $k_1=2-1$ и $k_2=10-2$ табличная величина $F_k=5,32$.

Следовательно, $F_R>F_k$. Поэтому показатель тесноты связи $R=\pm 0,93$ признается существенным.

Из значения индекса детерминации $R^2=0,93^2$ следует, что 86,5% общей вариации результативного признака объясняется вариацией факторного признака. Поэтому синтезированная по уравнению показательной функции (11.7) математическая модель (11.42) признается пригодной для ее практического использования.

Таким образом, из предпринятого анализа исходных данных (табл. 11.1) следует, что практическую значимость имеют модели (11.32), (11.36), (11.42).

Для отбора наиболее адекватной модели производится сравнение их остаточных дисперсий (табл. 11.8):

Таблица 11.8

Модель	Остаточная дисперсия
1. $y_x = -1{,}576 + 0{,}611x$ (11.32)	0,48
2. $y_x = -4{,}9027 + 9{,}2166 \lg x$ (11.36)	0,691
3. $y_x = 0{,}6238 \cdot 1{,}2133^x$ (11.42)	0,282

Из табл. 11.8 следует, что по критерию минимальности остаточной дисперсии предпочтение следует отдать модели (11.42), синтезированной по уравнению показательной функции $y_x = a_0 a_1^x$.

Такой же вывод следует и при использовании в качестве критерия адекватности синтезированных моделей показателя минимальности средней ошибки аппроксимации $\bar{\varepsilon}$.

Проиллюстрируем это посредством расчетных таблиц 11.9—11.13.

Для модели (11.32), синтезированной по уравнению регрессии прямолинейной функции (11.5), вычисление производится по итоговым данным табл. 11.9.

Таблица 11.9

№ п/п	y	$y - y_x$	$\frac{y - y_x}{y} \cdot 100$
1	2	3	4
1	1,5	0,632	42,1
2	2,0	0,521	26,1
3	1,4	0,079	5,6
4	2,3	0,21	9,1
5	2,7	0,612	22,7
6	4,0	0,534	13,3
7	2,3	1,012	44,0
8	2,5	0,2	8,0
9	6,6	1,455	22,0
10	1,7	0,39	22,9
	27,0	×	215,8

Таблица 11.10

№ п/п	y	$(y - y_x)$	$\frac{(y - y_x)}{y} \cdot 100$
1	2	3	4
1	1,5	0,85	56,67
2	2,0	0,46	23,0
3	1,4	0,14	10,0
4	2,3	0,03	1,3
5	2,7	0,72	26,67
6	4,0	0,31	7,75
7	2,3	1,12	48,69
8	2,5	0,39	16,6
9	6,6	1,9	28,79
10	1,7	0,57	33,53
	27,0	×	252,0

В табл. 11.9 абсолютные значения гр. 3 получены из расчетной табл. 11.7.

По формуле (11.28) определяется средняя ошибка аппроксимации $\bar{\varepsilon} = 215{,}8 : 10 = 21{,}6\%$.

Для модели (11.36), синтезированной по полулогарифмической функции (11.6), определение средней ошибки аппроксимации $\bar{\varepsilon}$ произведено по итоговым данным расчетной таблицы 11.10.

В табл. 11.10 абсолютные значения гр. 3 получены из расчетной табл. 11.5.

По формуле (11.28) определяется средняя ошибка аппроксимации: $\bar{\varepsilon}=252{,}0:10=25{,}2\%$.

Для модели (11.42), синтезированной по уравнению регрессии показательной функции (11.6), расчет $\bar{\varepsilon}$ производится по данным табл. 11.11.

В табл. 11.11 абсолютные значения получены из расчетной табл. 11.9.

По формуле (11.28) определяется средняя ошибка аппроксимации: $\bar{\varepsilon}=143{,}02:10=$ $=14{,}3\%$.

Из сравнения относительных величин (в%) средней ошибки аппроксимации следует, что наиболее адекватной является модель (11.42) $y_x=$ $=0{,}6238\cdot 1{,}2133^x$, как имеющая минимальное значение средней ошибки аппроксимации.

Таблица 11.11

№ п/п	y	$y-y_x$	$\frac{(y-y_x)}{y}\cdot 100$
1	1,5	0,14	9,33
2	2,0	0,36	18,0
3	1,4	0,24	17,14
4	2,3	0,31	13,48
5	2,7	0,23	8,52
6	4,0	0,31	7,75
7	2,3	0,63	27,39
8	2,5	0,09	3,6
9	6,6	1,37	20,75
10	1,7	0,29	17,06
	27,0	×	143,02

11.4 МНОЖЕСТВЕННАЯ РЕГРЕССИЯ

Проведенный выше анализ статистических совокупностей позволяет изучить взаимосвязь только двух переменных.

На практике часто приходится исследовать зависимость результативного признака от нескольких факторных признаков. В этом случае статистическая модель может быть представлена уравнением регрессии с несколькими переменными величинами. Такая регрессия называется *множественной*.

Например, линейная регрессия с m независимыми переменными имеет вид:

$$\hat{y}_i = a_0\cdot x_0 + a_1\cdot x_1 + a_2\cdot x_2 + \ldots + a_m\cdot x_m. \quad (11.43)$$

При оценке параметров этого уравнения в каждом i-м наблюдении фиксируют значение результативного признака y и факторных признаков $x_{i0}\ldots x_{im}$. Слагаемое ε_i является случайным возмущением, имеющим математическое ожидание, равное 0, и дисперсию σ^2; x_0 — фиктивная переменная, равная 1.

Оценки параметров уравнения регрессии с помощью метода наименьших квадратов в случае множественной регрессии удобнее представить в матричном виде [1].

Примем следующие обозначения:

[1] См.: *Четыркин Е. М., Калихман И. Л.* Вероятность и статистика. — М.: Финансы и статистика, 1982.

$\alpha = (\alpha_j)$, $j = 0, 1, \ldots, m$ — вектор неизвестных параметров: m — число неизвестных параметров;

$\mathbf{a} = (a_j)$ — вектор оценок параметров;

$\mathbf{y} = (y_i)$, $i = 1, \ldots, n$ — вектор значений зависимой переменной; n — число наблюдений;

$\mathbf{X} = (x_{ij})$ — матрица значений независимых переменных размерностью $n(m+1)$;

$\varepsilon = (\varepsilon_i)$ — вектор ошибок в модели:

$\mathbf{e} = (e_i)$ — вектор ошибок в уравнении с оцененными параметрами.

Напомним, что в обычной записи вектор понимается как вектор-столбец, т. е. матрица размерностью $n \cdot 1$.

Уравнение регрессии с оцененными параметрами имеет вид:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\mathbf{a}.$$

Линейная модель (11.43) в векторном виде имеет вид:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{a} + \mathbf{e}. \tag{11.44}$$

Сумма квадратов отклонений равна:

$$Q = \Sigma e_i^2 = \mathbf{e}^{\mathsf{T}}\mathbf{e} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{a})^{\mathsf{T}}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{a}) = \mathbf{y}^{\mathsf{T}}\mathbf{y} - \mathbf{a}^{\mathsf{T}}\mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{y} -$$

$$- \mathbf{y}^{\mathsf{T}}\mathbf{X}\mathbf{a} + \mathbf{a}^{\mathsf{T}}\mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{X}\mathbf{a} = \mathbf{y}^{\mathsf{T}}\mathbf{y} - 2\mathbf{a}^{\mathsf{T}}\mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{y} + \mathbf{a}^{\mathsf{T}}\mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{X}\mathbf{a}.$$ [1]

Дифференцируя Q по $\mathbf{a}$, получим:

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{a}} = -2\mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{y} + 2(\mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{X})\mathbf{a}.$$

Приравнивая производную к нулю, получим выражение для определения вектора оценки $\mathbf{a}$:

$$\mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{y} = \mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{X}\mathbf{a},$$

$$\mathbf{a} = (\mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{y}). \tag{11.45}$$

Оценку $\mathbf{a}$, определенную изложенным способом, называют *оценкой метода наименьших квадратов* (оценкой МНК).

Применительно к рассматриваемому уравнению регрессии матрицы коэффициентов при неизвестных параметрах имеют вид:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \ldots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \ldots & x_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \ldots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

и, следовательно,

---

[1] Знак т обозначает операцию транспонирования, т. е. строки исходной матрицы в транспонированной матрице занимают положение столбцов.

$$\beta_j = a_j \left(\frac{\sigma_{x_j}}{\sigma_y} \right), \qquad (11.46)$$

где a_j — коэффициент регрессии при x_j факторе;
$j=1, 2, \ldots,$; m — число факторных признаков;
σ_{x_j} — СКО факторного признака x_j;
σ_y — СКО результативного признака.

Для множественной регрессии могут быть также определены частные коэффициенты эластичности $Э_j$ относительно x_j:

$$Э_j = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_j} \cdot \frac{x_j}{\hat{y}}, \qquad (11.47)$$

где $\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_j}$ — частная производная от регрессии по переменной x_j; x_j — значение фактора x_j на заданном уровне; y — расчетное значение результативного признака при заданных уровнях факторных признаков.

Коэффициент $Э_j$ показывает, на сколько процентов изменится результативный признак при изменении факторного признака на один процент при фиксировании значений остальных факторов на каком-либо уровне. Если в качестве такого уровня принять их средние значения, то получим средний частный коэффициент эластичности.

По данным рассматриваемого примера имеем оценки:

СКО:	$\sigma_{x_1}=54{,}05$;	$\sigma_{x_2}=22{,}36$;	$\sigma_y=54{,}28$;
среднее:	$\bar{y}=95{,}65$;	$\bar{x}_1=71{,}69$;	$\bar{x}_2=51{,}58$;
вариация:	$v_y=56{,}7$;	$v_{x_1}=75{,}4$;	$v_{x_2}=43{,}35$.
β-коэффициент:	$\beta_1=0{,}187$;	$\beta_2=0{,}631$;	
эластичность:	$Э_1=0{,}14$;	$Э_2=0{,}82$.	

Из анализа полученных результатов по коэффициенту эластичности вытекает, что в среднем второй фактор (оборотные средства) в 5,8 раза сильнее влияет на результат, чем первый фактор (основные фонды); $Э_2/Э_1=0{,}82/0{,}14=5{,}8$.

Анализ уравнений регрессии по нормированным коэффициентам β_j показывает, что второй фактор влияет сильнее лишь в 3,5 раза ($\beta_2/\beta_1=0{,}63/0{,}18=3{,}5$), т. е. при учете вариаций факторов их влияние на результат определяется более точно.

Совокупный коэффициент множественной корреляции r_y характеризует тесноту связи результативного y и факторных $x_1, x_2, \ldots, x_m$ признаков и в общем случае определяется по формуле

$$r_y = \sqrt{\frac{\sigma^2_{y12\ldots m}}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma^2_{y(12\ldots m)}}{\sigma_y^2}}, \qquad (11.48)$$

где $\sigma^2_{y12\ldots m}$ — факторная дисперсия; $\sigma^2_{y(12\ldots m)}$ — остаточная дисперсия; σ_y^2 — дисперсия результативного признака:

$$\sigma^2_{y12\ldots m} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{n-1}; \quad \sigma^2_{y(12\ldots m)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-1};$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}, \tag{11.49}$$

где $\hat{y}_i$ — расчетное значение результативного признака; $\bar{y}$ — среднее значение результативного признака.

Принятая здесь форма записи индексов трактуется следующим образом:

$\sigma^2_{y12\ldots m}$ — дисперсия $\hat{y}$, полученная с учетом факторов $x_1, x_2, \ldots$ $\ldots, x_m$;

$\sigma^2_{y(12\ldots m)}$ — дисперсия y, полученная при элиминации влияния $x_1, \ldots, x_m$.

Чем плотнее фактические значения y_i располагаются относительно линии регрессии, тем меньше остаточная дисперсия (больше факторная дисперсия) и, следовательно, больше величина r_y.

Таким образом, коэффициент множественной корреляции, как и величина остаточной дисперсии, характеризует качество подбора уравнения регрессии.

Квадрат величины r_y является коэффициентом множественной детерминации и характеризует долю влияния выбранных признаков на результативный фактор:

$$B_y = r_y^2 = \frac{\sigma^2_{y12\ldots m}}{\sigma_y^2}. \tag{11.50}$$

По данным сквозного примера имеем:

$$\sigma^2_{y12} = 1568{,}992; \quad \sigma^2_{y(12)} = 1378{,}114; \quad \sigma^2_y = 2947{,}109;$$

$$r_y = \sqrt{\frac{1568{,}992}{2947{,}109}} = 0{,}730; \quad r_y^2 = 0{,}532.$$

В соответствии с таблицей Чеддока связь результативного и факторных признаков считается высокой (0,73). Регрессия y на x_1, x_2 объясняет 50% колеблемости значений y.

В матричном виде коэффициент множественной корреляции характеризуется следующим выражением:

$$r_y = \sqrt{\frac{\mathbf{a}\mathbf{X}\mathbf{y} - n\bar{y}^2}{\mathbf{y}^T\mathbf{y} - n\bar{y}^2}}. \tag{11.51}$$

Значение коэффициента находится в пределах $0 \leqslant r_y \leqslant 1$.

При отсутствии связи между результативным и факторным признаками факторная дисперсия равна нулю, коэффициент множественной корреляции равен нулю и линия регрессии совпадает с прямой $\hat{y}=\bar{y}$. При функциональной связи факторная дисперсия совпадает с общей дисперсией, а коэффициент корреляции равен 1.

Коэффициент частной корреляции. Если вычислить по данным сквозного примера регрессию y на x_1, а затем y на x_1 и x_2, то увидим, что во втором случае коэффициент множественной регрессии возрастает: $r_{y1}=0{,}4520$; $r_{y12}=0{,}7298$.

Этот рост коэффициента множественной корреляции обеспечивается в результате использования в уравнении регрессии факторного признака x_2.

Для оценки вклада во множественный коэффициент корреляции каждого из факторов применяют частные коэффициенты корреляции.

Частный коэффициент корреляции — это показатель, характеризующий тесноту связи между признаками при элиминации всех остальных признаков. В общем случае формула для определения частного коэффициента корреляции между факторами y и x при элиминации влияния факторов $x_1, \ldots, x_{m-1}$ имеет вид:

$$R_{ym(12\ldots m-1)}=\sqrt{\frac{\sigma^2_{y12\ldots m}-\sigma^2_{y12\ldots m-1}}{\sigma^2_{y(12\ldots m-1)}}}=$$

$$=\sqrt{\frac{\sigma^2_{y12\ldots m}-\sigma^2_{y12\ldots m-1}}{\sigma_y^2-\sigma^2_{y12\ldots m-1}}}, \qquad (11.52)$$

где $\sigma^2_{y12\ldots m}$ — факторная дисперсия регрессии y на $x_1, x_2, \ldots, x_m$;

$\sigma^2_{y(12\ldots m)}$ — факторная дисперсия регрессии y на $x_1, x_2, \ldots, x_{m-1}$;

$\sigma^2_{y(12\ldots m-1)}$ — остаточная дисперсия регрессии y на $x_1, x_2, \ldots, x$;

σ^2_y — дисперсия результативного фактора.

Величина частного коэффициента корреляции лежит в пределах от 0 до 1, а знак определяется знаком соответствующих параметров регрессии.

Для рассматриваемого примера частный коэффициент корреляции первого фактора x_1 при элиминации второго фактора x_2 равен:

$$r_{y1(2)}=\sqrt{\frac{\sigma^2_{y12}-\sigma^2_{y2}}{\sigma^2_y-\sigma^2_{y2}}}=\sqrt{\frac{1568{,}992-1483{,}966}{2947{,}109-1483{,}966}}=\sqrt{0{,}058}=0{,}241.$$

Частный коэффициент корреляции второго фактора x_2 при элиминации первого фактора x_1 равен:

$$r_{y2(1)}=\sqrt{\frac{\sigma^2_{y12}-\sigma^2_{y1}}{\sigma^2_y-\sigma^2_{y1}}}=\sqrt{\frac{1568{,}992-601{,}841}{2947{,}109-601{,}841}}=\sqrt{0{,}4123}=0{,}642.$$

Квадрат частного коэффициента корреляции является частным коэффициентом детерминации:

$$B_{ym(12\ldots m-1)}=r^2_{ym(12\ldots m-1)}. \qquad (11.53)$$

В сквозном примере $B_{y1(2)}=0{,}058$; $B_{y2(1)}=0{,}4123$, т. е. 5,8% колеблемости результативного признака объясняется фактором x_1 и 41,2% — фактором x_2.

Доверительные интервалы множественной регрессии. Получаемые оценки параметров множественной регрессии по методу наименьших квадратов являются несмещенными, состоятельными и эффективными при выполнении ряда условий.

1. В каждом наблюдении ошибка ε_i является случайной нормально распределенной величиной с $M(\varepsilon_i)=0$, $\sigma_\varepsilon^2=\text{const}$, $M(\varepsilon_{i1}\times\times\varepsilon_{i2})=0$.

2. Матрица X коэффициентов при параметрах регрессии состоит из линейно-независимых переменных.

В этом случае для оценки интервалов множественной регрессии необходимо найти дисперсии оценок параметров, т. е. диагональные элементы матрицы ковариаций для вектора оценок a:

$$\text{cov}(a)=M[(a-\alpha)(a-\alpha)^T].$$

Учитывая, что $a=(X^TX)^{-1}X^Ty$, $M(\varepsilon\varepsilon^T)=\sigma^2 I$, где σ — СКО случайных ошибок: I — единичная матрица, выражение для ковариации принимает вид: $\text{cov}(a)=\sigma^2(X^TX)^{-1}$.

Принимая вместо σ^2 его оценку s^2,

$$S^2=\sum_{i=1}^{n} e^2{}_i/(n-m-1), \tag{11.54}$$

где n — число наблюдений; m — число объясняющих переменных.

Тогда $S_{aj}{}^2=S^2\cdot b_{jj}$,

где b_{jj} — диагональные элементы матрицы $(X^TX)^{-1}=0, 1, 2, \ldots, m$.

Квадратическая ошибка S_{aj} равна:

$$S_{aj}=S\sqrt{b_{jj}}\,. \tag{11.55}$$

Полученные квадратические ошибки могут быть использованы для расчета доверительных интервалов оценок параметров регрессии и для проверки значимости их отличия от нуля.

В рассматриваемом сквозном примере диагональные элементы матрицы $(X^TX)^{-1}$ равны: $b_{00}=0{,}3569$; $b_{11}=0{,}23_{10^{-4}}$; $b_{22}=0{,}13_{10^{-3}}$. Учитывая, что $S^2=\Sigma e_i{}^2/(n-m-1)=24806:050/(19-2-1)=1550{,}378$, имеем: $S=39{,}375$.

$$S^2a_0=1550{,}378\cdot 0{,}357=553{,}485; \qquad Sa_0=23{,}826;$$

$$S^2a_1=1550{,}378\cdot 0{,}23^{-4}=3{,}56^{-2}; \qquad Sa_1=0{,}1886;$$

$$S^2a_2=1550{,}378\cdot 0{,}13^{-3}=0{,}202; \qquad Sa_2=0{,}448.$$

Расчетный критерий t_i равен:

$$t_0=\frac{a_0}{Sa_0}=\frac{3{,}1459}{23{,}526}=0{,}133;\ t_1=\frac{a_1}{Sa_1}=\frac{0{,}1877}{0{,}1886}=0{,}995;$$

$$t_2=\frac{a_2}{Sa_2}=\frac{1{,}5321}{0{,}448}=3{,}420.$$

18—1388

Для доверительной вероятности $p = 0{,}95$ и числа степеней свободы $k = 16$ по таблице Стьюдента находим $t_{кр} = 2{,}12$. По этому критерию в уравнении регрессии значимым является лишь параметр a_2.

$$t_2 = 3{,}42 > t_{кр} = 2{,}12.$$

Доверительный интервал для параметра a_2 равен:

$$a_2 \pm t_{кр} \cdot S_{a_2} = 1{,}5321 \pm 2{,}12 \cdot 0{,}448 = \begin{cases} 2{,}482 \\ 0{,}582 \end{cases}.$$

По принятому критерию параметры a_1 и a_0 являются незначимыми. В этом случае обычно параметр a_1 исключается из регрессии и оценивание параметров повторяется для другого набора факторных признаков.

Вместе с тем, исходя из содержания задачи, на практике подобные уравнения могут оставлять для дальнейшего анализа.

Доверительный интервал регрессии определяется по формуле

$$\hat{y} \pm t_{кр} \cdot S\hat{y} \qquad (11.56)$$

где $S\hat{y} = S\sqrt{\mathbf{X}^{т}{}_{p}(\mathbf{X}^{т}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}_{p}}$;

$\mathbf{x}_p = (1, x_{p1}, x_{p2}, \ldots, x_{pm})$ — вектор заданных значений независимой переменной.

Для сквозного примера задавшись $\mathbf{x}_p$ и рассчитав $\hat{y}$ ($x_{p1} = 150$, $x_{p2} = 80$, $\hat{y} = 153{,}878$), получим:

$$S\hat{y} = \sqrt{1550{,}378 \cdot [1\ \ 150\ \ 30] \cdot \begin{bmatrix} 0{,}357 & -0{,}44_{10-3} & -0{,}53_{10-2} \\ -0{,}44_{10-3} & 0{,}23_{10-4} & -0{,}23_{10-4} \\ -0{,}53_{10-2} & -0{,}23_{10-4} & 0{,}13_{10-3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 150 \\ 80 \end{bmatrix}} = \sqrt{81{,}599} = 9{,}033;$$

$$\hat{y} + t_{кр} S\hat{y} = 153{,}878 \pm 2{,}12 \cdot 9{,}033 = 153{,}878 \pm 19{,}15 = \begin{cases} 173{,}028 \\ 134{,}728 \end{cases}.$$

Доверительный интервал прогнозного значения $\hat{y}$ определяем по формуле

$$\hat{y}_p \pm t_{кр} s \sqrt{1 + \mathbf{x}_p^{т}(\mathbf{x}^{т}\mathbf{x})^{-1}\mathbf{x}_p}. \qquad (11.57)$$

В примере доверительный интервал равен:

$$153{,}878 \pm 2{,}12 \cdot 39{,}375\sqrt{1{,}198822} = 153{,}878 \pm 91{,}40 = \begin{cases} 245{,}278 \\ 62{,}478 \end{cases}.$$

Нелинейная множественная регрессия. Линейные модели регрессии, т. е. модели, в которых переменные имеют первую степень (модель, линейная по переменным), а параметры являются коэффициентами при этих переменных (модель, линейная по параметрам), наиболее широко применяются на практике.

Однако нередки случаи, когда модели описывают уравнениями, нелинейными по переменным и параметрам. Например, уравнение вида $y=a_0+a_1x_1+a_2x_2+a_3x_1^2+e$ является нелинейным по переменным. Уравнение вида $y=a_1x_1^{a_2}x_3^{a_3}$ является нелинейным по параметрам.

В этих случаях для оценки параметров регрессии также применяют метод наименьших квадратов, предварительно преобразовав уравнение к линейному виду. Выше этот вопрос подробно рассмотрен для ряда нелинейных моделей, линеаризация которых обеспечивалась логарифмированием.

Недостатком линеаризации моделей путем логарифмирования является то, что оценки параметров регрессии получаются смещенными.

В общем случае оценивание нелинейных параметров регрессии производят с помощью нелинейного метода наименьших квадратов. Здесь, как и в линейном МНК, минимизируют сумму квадратов отклонений расчетных $f(a_1, a_2, \ldots)$ и фактических y_i значений результативного фактора

$$Q=\Sigma e_i^2=\Sigma[y_i-f(a_1, a_2, \ldots)]^2$$

путем дифференцирования Q по параметрам a_j и получают систему нормальных уравнений. Последнюю линеаризуют, например, с помощью разложения в ряд Тейлора и далее используют линейный МНК.

Методика оценки тесноты связи при нелинейной модели регрессии такая же, как при линейной. Коэффициент связи при этом называется индексом множественной корреляции, а его квадрат — индексом множественной детерминации.

Доверительные интервалы оценки коэффициента корреляции. Выборочный коэффициент корреляции представляет собой случайную величину.

Распределение коэффициента парной корреляции можно считать нормальным или приближенно нормальным при следующих условиях.

1. Переменные y и x, у которых определяется корреляционная связь, имеют совместное нормальное или приближенно-нормальное распределение.
2. Коэффициент корреляции не слишком близок к ± 1.
3. Объем выборки достаточно велик.

В этом случае ошибка определения оценки коэффициента корреляции определяется по формуле

$$\sigma_r=\frac{\sqrt{1-r^2}}{\sqrt{n-2}}. \qquad (11.58)$$

где r — коэффициент парной корреляции: n — объем выборки.

Доверительный интервал равен:

$$r \pm t_{кр}\sigma_r, \qquad (11.59)$$

где $t_{кр}$ — доверительный множитель (определяется из распределения Стьюдента по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $n-2$).

Значимость коэффициента корреляции определяется из соотношения

$$t_{расч} > t_{кр},$$

$$t_{расч} = \frac{r}{\sigma_r}.$$

Распределение выборочного коэффициента частной корреляции также можно считать нормальным.

Распределение коэффициента множественной корреляции и индекса корреляции даже при сравнительно больших выборках сильно отличается от нормального. Отличается от нормального и распределение парного коэффициента корреляции при невыполнении указанных выше условий.

В этом случае коэффициент корреляции преобразуют в величину z, имеющую нормальное распределение и зависящую только от объема выборки[1]:

$$z = 0{,}5 \ln \frac{1+r}{1-r} = 1{,}1513 \lg \frac{1+r}{1-r}; \qquad (11.60)$$

математическое ожидание в распределении величины z равно:

$$M_z = 0{,}5 \ln \frac{1+\rho}{1-\rho} + \frac{\rho}{2(n-1)}; \qquad (11.61)$$

среднеквадратическое отклонение равно:

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}. \qquad (11.62)$$

ρ — коэффициент корреляции генеральной совокупности.

Доверительные границы находят по формуле

$$z \pm \lambda\sigma_z, \qquad (11.63)$$

где λ — доверительный множитель (определяется по таблице нормального распределения для заданного уровня значимости α).

Обратный пересчет z и r производят по формуле

$$r = \tanh z = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}. \qquad (11.64)$$

По данным сквозного примера оценим частный коэффициент корреляции $r_{y2(1)}$ двумя описанными способами (далее для удобства $r_{y2(1)}$ обозначим через r).

---

[1] См.: *Фёрстер Э., Рёнц Б.* Методы корреляционного и регрессионного анализа. — М.: Финансы и статистика, 1983. — 302 с.

Точность оценки нормально распределенного коэффициента корреляции равна:

$$\sigma_r = \frac{\sqrt{1-r^2}}{\sqrt{n-m-1}} = \frac{\sqrt{1-0{,}642^2}}{\sqrt{19-2-1}} = \frac{\sqrt{1-0{,}4121}}{\sqrt{16}} = 0{,}1917,$$

$$t = \frac{r}{\sigma_r} = \frac{0{,}642}{0{,}192} = 3{,}349.$$

Коэффициент доверия определяем из распределения Стьюдента для $\alpha = 0{,}05$; $f = 16$; $t_{кр} = 2{,}12$.

Доверительный интервал равен:

$r \pm t_{кр} \cdot \sigma_r = 0{,}642 \pm 2{,}12 \cdot 0{,}1917 = 0{,}642 \pm 0{,}406$,

т. е. границы интервала равны 1,05; 0,24. Так как верхняя граница превышает 1, то примененный способ оценки является некорректным, хотя коэффициент корреляции формально является значимой величиной ($t > t_{кр}$).

Точность оценки r с использованием величины z равна

$$z = 0{,}5 \ln \frac{1+r}{1-r} = 0{,}5 \ln \frac{1+0{,}642}{1-0{,}642} = 0{,}7615;$$

$$\sigma_r = \frac{1}{\sqrt{n-3}} = \frac{1}{\sqrt{19-3}} = 0{,}25.$$

Примем, как и ранее, что коэффициент доверия $t_{кр} = 2{,}12$. Доверительный интервал для z равен:

$z \pm t_{кр} \cdot \sigma_z = 0{,}7615 \pm 2{,}12 \cdot 0{,}25 = 0{,}7615 \pm 0{,}530$,

т. е. границы интервала равны: $z_{min} = 0{,}2315$; $z_{max} = 1{,}2915$.

Пересчитаем границы интервала z в границы интервала r:

$$r_{min} = \frac{e^{z_{min}} - e^{-z_{min}}}{e^{z_{min}} + e^{-z_{min}}} = \frac{1{,}261 - 0{,}793}{1{,}261 + 0{,}793} = \frac{0{,}466}{2{,}054} = 0{,}227;$$

$$r_{max} = \frac{e^{z_{max}} - e^{-z_{max}}}{e^{z_{max}} + e^{-z_{max}}} = \frac{3{,}639 - 0{,}275}{3{,}639 + 0{,}275} = \frac{3{,}364}{3{,}913} = 0{,}859.$$

Из расчетов следует, что значения границ доверительного интервала с использованием величины z найдены корректно.

Оценка значимости коэффициента множественной корреляции вытекает из оценки значимости коэффициента (индекса) множественной детерминации.

Оценка значимости коэффициента (индекса) детерминации определяется с использованием критерия Фишера.

$$F = \frac{B \cdot f_2}{(1-B) f_1}, \quad (B = r^2_{y_1, \ldots, m}).$$

По данным сквозного примера расчетное значение показателя равно:

$$F=\frac{r^2_{ym}(n-m-1)}{m\,(1-r^2_{ym})}=\frac{0,5324\,(19-2-1)}{2\,(1-0,5324)}=\frac{8,5184}{0,9322}=9,1086.$$

По таблице F-распределения находим для степеней свободы $f_1=m=2$ и $f_2=n-m-1=19-2-1=16$, $\alpha=5\%$, $F_{кр}=3{,}63$, и, следовательно, значение коэффициента детерминации и значение коэффициента множественной корреляции являются значимыми ($F>F_{кр}$).

11.5. ПОСТРОЕНИЕ МНОГОФАКТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ. ОТБОР ФАКТОРОВ

Отбор факторов для построения многофакторных моделей производится на основе качественного и количественного анализа социально-экономических явлений с использованием статистических и математических критериев.

Общепринятым, например, является трехстадийный отбор факторов [1].

На первой стадии осуществляется априорный анализ и на факторы, включаемые в предварительный состав модели, не накладывается особых ограничений. На второй стадии производятся сравнительная оценка и отсев части факторов. Это достигается анализом парных коэффициентов и индексов корреляции и оценкой их единственности (значимости). Для этого составляется матрица парных коэффициентов корреляции, измеряющих тесноту связи каждого из факторов-признаков с результативным фактором и между собой (табл. 11.13).

Таблица 11.13

Матрица парных коэффициентов корреляции множественной модели регрессии

	y	x_1	x_2	...	x_j	...	x_m
y	1	r_{y1}	r_{y2}	...	r_{yj}	...	r_{ym}
x_1	r_{1y}	1	r_{12}	...	r_{1j}	...	r_{1m}
x_2	r_{2y}	r_{21}	1	...	r_{2j}	...	r_{2m}
...	...	...	...	1	...	...	...
x_i	r_{iy}	r_{i1}	r_{i2}	...	1	...	r_{im}
...	...	...	...	...	...	1	...
x_m	r_{my}	r_{m1}	r_{m2}	...	r_{mj}	...	1

[1] См.: Общая теория статистики/Под ред. А. М. Гольдберга, В. С. Козлова. — М.: Финансы и статистика, 1985. — 367 с.

Анализ таблицы ведется с использованием следующих критериев:

$$r_{yi} > r_{ij}, \quad r_{yj} > r_{ij}, \quad r_{ij} < 0.8. \qquad (11.65)$$

На третьей, заключительной стадии производят окончательный отбор факторов путем анализа значимости вектора оценок параметров различных вариантов уравнений множественной регрессии с использованием критерия Стьюдента.

$$t_{расч} > t_{f,\alpha}, \qquad (11.66)$$

где f — число степеней свободы; α — уровень значимости.

В таблице результирующий фактор обозначен индексом y, факторные признаки $x_{1...m}$ — соответственно индексами $1 \ldots m$, r_{ij} — парный коэффициент корреляции.

В сквозном примере матрица парных коэффициентов корреляции имеет вид:

$$r = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,4519 & 0,7096 \\ 0,4519 & 1,0000 & 0,4198 \\ 0,7096 & 0,4198 & 1,0000 \end{bmatrix}.$$

Анализ матрицы показывает следующее.

1. Каждый из парных коэффициентов корреляции результативного признака r_{yi} и r_{yj} удовлетворяет неравенствам $r_{yi} > r_{yj}$ и $r_{yj} > r_{ij}$, т. е. $r_{y1} = -0,4519 > r_{21} = 0,4198$; $r_{yk} = 0,7096 > r_{12} = 0,4198$.

Это означает, что между факторными признаками нет тесной линейной взаимосвязи (отсутствует явление мультиколлинеарности).

2. Коэффициенты корреляции результативного и факторных признаков (первая строка) заметно различаются, и это может послужить основанием для исключения из модели фактора x_1.

$$r_{y1} < r_{y2} \quad (0,4519 < 0,7096).$$

3. Анализ параметров множественной регрессии был проведен выше, где было показано, что при уровне значимости 5% значимой является лишь оценка параметра регрессии для фактора x_2.

$$t_2 = 3,42 > t_{5\%;\,16} = 2,12.$$

Критерии выбора модели регрессии были рассмотрены ранее. Подчеркнем только те особенности, которые возникают при использовании множественной регрессии.

1. Решение проблемы мультиколлинеарности. Существо вопроса мультиколлинеарности заключается в том, что между факторными признаками может существовать значительная линейная связь, что приводит в конечном счете к недопустимому росту ошибок оценок параметров регрессии из-за больших ошибок обращения матрицы X^TX. Один из способов выявления и устранения мультиколлинеарности, основанный на анализе парных коэффициентов корреляции, описан выше.

2. Автокорреляция остатков. При исследовании статистических совокупностей приходится сталкиваться с фактом, когда случайные ошибки исходных данных не являются независимыми. Если последовательные значения реализаций ошибок e_i, коррелируют между собой, то существует автокорреляция ошибок, также приводящая к росту ошибок параметров регрессии. Особенно это проявляется при работе с динамическими рядами.

Простым и обоснованным методом выявления автокорреляции является метод Дарбина — Уотсона, основанный на критерии вида:

$$d = \frac{\sum\limits_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum\limits_{t=1}^{n} e_t^2} \approx 2\left(1 - \frac{\sum\limits_{t=2}^{n} e_t \cdot e_{t-1}}{\sum\limits_{t=1}^{n} e_t^2} \right). \tag{11.67}$$

Индекс t вместо i здесь применен для того, чтобы подчеркнуть, что речь идет о выявлении ошибок, связанных с временной корреляцией.

Из формулы следует, что при отсутствии автокорреляции $d \approx 2$, при полной положительной автокорреляции $d \approx 0$, при полной отрицательной $d \approx 4$.

Для d-статистики разработаны таблицы критических границ ($d_н$ — верхняя граница, $d_в$ — нижняя граница) со входами по числу испытаний и по уровню значимости $\alpha = 1\%$, $2{,}5\%$, 5%, позволяющих судить о наличии или отсутствии автокорреляции.

В заключение раздела необходимо отметить следующее. При анализе социально-экономических явлений множественная регрессия и корреляция применяются одновременно. С помощью регрессии определяется форма связи и оцениваются параметры регрессионной модели. Посредством корреляционного анализа определяется сила связи между факторами.

При линейной связи результативного и факторных признаков параметры регрессии, частные и общие коэффициенты детерминации, частные и общие коэффициенты корреляции функционально связаны между собой. В изложенном материале эта взаимосвязь использована через уравнение регрессии, параметры которого определялись методом наименьших квадратов.

Однако частные и общие множественные коэффициенты корреляции могут быть найдены также на основе парных коэффициентов корреляции.

В частности, коэффициент множественной корреляции равен:

$$r_{y12\ldots m} = \sqrt{\mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}}\,, \tag{11.68}$$

где $\mathbf{r}$ — вектор парных коэффициентов корреляции результативного и факторных признаков: $\mathbf{R}$ — матрица парных коэффициентов корреляции между факторными признаками.

Коэффициент частной корреляции определяется по формуле

$$r_{y1(2\ldots m)} = \frac{r_{y1(3\ldots m)} - r_{y2(3\ldots m)} \cdot r_{y12(3\ldots m)}}{\sqrt{(1 - r^2_{y2(3\ldots m)})(1 - r^2_{y12(3\ldots m)})}}. \qquad (11.69)$$

Из формулы следует, что вычисление частного коэффициента корреляции порядка m вытекает из вычисления частного коэффициента корреляции порядка $m-1$ и в конечном счете из вычисления парных коэффициентов.

Для данных сквозного примера имеем, что коэффициент множественной корреляции r_{y12} равен $r_{y12} = \sqrt{\mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}}$,

где $$\mathbf{R}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{21} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}4198 \\ 0{,}4198 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1{,}2139 & -0{,}5096 \\ -0{,}5096 & 1{,}2139 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{r} = [r_{y1} \;\; r_{y2}] = [0{,}4519 \;\; 0{,}7096];$$

$$r_{y12} = \sqrt{[0{,}4519 \;\; 0{,}7096] \cdot \begin{bmatrix} 1{,}2139 & -0{,}5096 \\ -0{,}5096 & 1{,}2139 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}4519 \\ 0{,}7096 \end{bmatrix}} =$$
$$= \sqrt{0{,}532} = 0{,}73.$$

Таким образом, результат соответствует значению, полученному ранее по формуле (11.47).

Коэффициенты частной корреляции $r_{y1(2)}$ и $r_{y2(1)}$ равны:

$$r_{y1(2)} = \frac{r_{y1} - r_{y2} \cdot r_{12}}{\sqrt{(1 - r^2_{y2})(1 - r^2_{12})}} = \frac{0{,}4519 - 0{,}7096 \cdot 0{,}4198}{\sqrt{(1 - 0{,}7096^2)(1 - 0{,}4198)^2}} =$$
$$= \frac{0{,}1540}{0{,}6395} = 0{,}24;$$

$$r_{y2(1)} = \frac{r_{y2} - r_{y1} \cdot r_{12}}{\sqrt{(1 - r^2_{y1})(1 - r^2_{12})}} = \frac{0{,}7096 - 0{,}4519 \cdot 0{,}4198}{\sqrt{(1 - 0{,}4519^2)(1 - 0{,}4198)^2}} =$$
$$= \frac{0{,}5199}{0{,}8141} = 0{,}64.$$

Полученные коэффициенты частной корреляции равны соответствующим коэффициентам, рассчитанным по формуле (11.51).

Таким образом, множественный и частные коэффициенты корреляции, рассчитанные с использованием формул парной корреляции, равны соответствующим коэффициентам, рассчитанным по формулам с использованием факторной и общей дисперсии результативного признака.

11.6. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ СВЯЗИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Потребности социальной практики требуют разработки методов количественного описания социальных процессов, позволяющих точно регистрировать не только количественные, но и качественные факторы.

Тенденция к использованию статистических методов в социальных исследованиях вызвала к жизни ряд специфических проблем, в частности проблему измерения тесноты связи.

При исследовании степени тесноты связи между качественными признаками, каждый из которых представлен в виде альтернативных признаков, возможно использование так называемых «тетрахорических показателей». Тогда расчетная таблица состоит из четырех ячеек (обозначаемых буквами *a*, *b*, *c*, *d*). Каждая из клеток соответствует известной альтернативе того и другого признака.

	Да	Нет
Да	*a*	*b*
Нет	*c*	*d*

Для такого рода таблиц построен ряд показателей: *коэффициент ассоциации* Д. Юла и *коэффициент контингенции* К. Пирсона. Например, нужно оценить наличие связи между работниками торговли, распределенными по полу и содержанию работы. Для этой цели был проведен анализ «Исследование социальных аспектов трудовой деятельности работников торговых предприятий». Результаты исследования были помещены в статистическую таблицу (табл. 11.14).

Таблица 11.14

Распределение работников торговли по полу и оценке содержания работы

Работа	Мужчины	Женщины	Всего
Интересная	300 (a)	201 (b)	501 ($a+b$)
Неинтересная	130 (c)	252 (d)	381 ($c+d$)
Итого	430 ($a+c$)	453 ($b+d$)	883 ($a+b+c+d$)

Коэффициент ассоциации K_a определяется по формуле

$$K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc}.$$

В приведенном примере его величина будет равна 0,486.

$$\frac{(300 \cdot 252) - (201 \cdot 130)}{(300 \cdot 252) + (201 \cdot 130)} = +0,486.$$

Величина коэффициента в нашем примере соответствует среднему размеру связи, несмотря на различие мнений о своей работе мужчин и женщин.

В тех случаях, когда один из показателей в четырехклеточной таблице отсутствует, величина коэффициента ассоциации, следовательно, будет равна единице, что дает несколько преувеличенную оценку степени тесноты связи между признаками, в этом случае необходимо предпочтение отдать коэффициенту контингенции ($K_к$):

$$K_к = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)\cdot(b+d)\cdot(a+c)\cdot(c+d)}},$$

где a, b, c, d — числа в четырехклеточной таблице.

Коэффициент контингенции изменяется от $+1$ до -1, но всегда меньше коэффициента ассоциации.

Для определения тесноты связи как между количественными, так и между качественными признаками при условии, что значения этих признаков могут быть упорядочены или проранжированы по степени убывания или возрастания признака, может быть использован коэффициент Спирмена, который рассчитывается по следующей формуле:

$$P = 1 - \frac{6\Sigma d_i^2}{N(N^2-1)},$$

где d_i^2 — квадраты разности рангов, связанных величин x и y; N — число наблюдений (число пар рангов).

Рассмотрим наличие связи между обеспеченностью товарной продукцией ряда предприятий и накладными расходами по реализации (табл. 11.15).

Таблица 11.15

Обеспеченность товарной продукцией, млн. руб. x	Накладные расходы по реализации, тыс. руб. y	Ранжирование				Сравнение рангов		Разность рангов d_i	d_i^2
		x	ранг $R_x x$	y	ранг $R_y y$	R_x	R_y		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12,0	462	11,0	1	462	1	2	1	−1	1
18,8	939	12,0	2	506	2	5	6	−1	1
11,0	506	15,4	3	765	3	1	2	−1	1
29,0	1108	17,5	4	804	4	9	9	0	0
17,5	872	18,8	5	872	5	4	5	−1	1
23,4	765	20,7	6	939	6	7	3	4	16
35,6	1368	23,4	7	998	7	10	10	0	0
15,4	1002	26,1	8	1002	8	3	8	−5	25
26,1	998	29,0	9	1108	9	8	7	1	1
20,7	804	35,0	10	1368	10	6	4	2	4
Итого									50

...примере в табл. 11.15 получим следующие значения коэффициента Спирмена:

$$P = 1 - \frac{6 \cdot 50}{10 \cdot 99} = 0{,}700.$$

Пользуясь определением тесноты связи по шкале Чеддока, можно сказать, что полученная связь заметная.

Когда каждый из качественных признаков состоит из более чем двух групп, то для определения тесноты связи можно применить коэффициент взаимной сопряженности К. Пирсона и А. А. Чупрова. Коэффициент К. Пирсона вычисляется по следующей формуле:

$$C = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}},$$

где φ^2 — показатель взаимной сопряженности.

Расчет коэффициента взаимной сопряженности производится по следующей схеме (табл. 11.16).

Таблица 11.16

Группы признака A	Группы признака B			Итого
	B_1	B_2	B_3	
A_1	f^1	f_2	f_3	n^1
A_2	f_4	f_5	f_6	n_2
A_3	f_7	f_8	f_9	n_3
Итого	m_1	m_2	m_3	

Расчет производится так:

по первой строке: $\left(\frac{f_1^2}{m_1} + \frac{f_2^2}{m_2} + \frac{f_3^2}{m_3}\right) : n_1 = z_1;$

по второй строке: $\left(\frac{f_4^2}{m_1} + \frac{f_5^2}{m_2} + \frac{f_6^2}{m_3}\right) : n_2 = z_2;$

по третьей строке: $\left(\frac{f_7^2}{m_1} + \frac{f_8^2}{m_2} + \frac{f_9^2}{m_3}\right) : n_3 \pm z_3;$

$$\varphi^2 = z_1 + z_2 + z_3 - 1 = \Sigma z_1 - 1.$$

Рассмотрим на примере исследование связи между себестоимостью продукции и накладными расходами на реализацию (табл. 11.17).

По данным таблицы:

$$\varphi^2 = 1{,}204 - 1 = 0{,}204;$$

$$C = \sqrt{\frac{0{,}204}{1{,}204}} = 0{,}41 \ldots$$

Таблица 11.17

Накладные расходы	Себестоимость									Итого n_i	$\Sigma \frac{f_i^2}{n_i}$	z_i
	низкая			средняя			высокая					
	f_i	f_i^2	$f_i^2/30$	f_i	f_i^2	$f_i^2/40$	f_i	f_i^2	$f_i^2/50$			
Нижние	19	361	12,033	12	144	3,6	9	81	1,620	40	17,253	0,431
Средние	7	49	1,633	18	324	8,1	15	225	4,5	40	14,233	0,35
Высокие	4	16	0,533	10	100	2,5	26	676	13,52	40	16,533	0,424
Итого	30			40			50			120		1,21

Достаточно высокое значение C указывает на наличие связи между исследуемыми признаками.

Коэффициент взаимной сопряженности, предложенный известным статистиком А. А. Чупровым, вычисляется по формуле

$$C_ч = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(K_1-1)\cdot(K_2-1)}}},$$

где K_1 — число групп по колонкам; K_2 — число групп по строкам.

Он изменяется от 0 до 1.

Результат, полученный по коэффициенту взаимной сопряженности А. А. Чупровым, более точен, поскольку он учитывает число групп по каждому признаку.

Приложение I

Таблица расчета средних темпов роста

$$\overline{\text{Тр}} = \sqrt[n]{\text{Тр}_{1/0}\text{Тр}_{2/1}\ldots\text{Тр}_{n/n+1}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} = \sqrt[m-1]{\text{Тр}_{n/0}}.$$

Средний темп	Коэффициенты								
	$\sqrt{}$	$\sqrt[3]{}$	$\sqrt[4]{}$	$\sqrt[5]{}$	$\sqrt[6]{}$	$\sqrt[7]{}$	$\sqrt[8]{}$	$\sqrt[9]{}$	$\sqrt[10]{}$
0,75	0,562	0,422							
0,80	0,640	0,512	0,410	0,328					
0,81	0,656	0,531	0,430	0,349					
0,82	0,672	0,551	0,452	0,371					
0,83	0,689	0,572	0,475	0,394					
0,84	0,706	0,593	0,498	0,418					
0,85	0,722	0,614	0,522	0,444					
0,86	0,740	0,636	0,547	0,470					
0,87	0,757	0,658	0,573	0,498					
0,88	0,774	0,681	0,600	0,528					
0,89	0,792	0,705	0,627	0,558					
0,900	0,810	0,729	0,656	0,590	0,531	0,478			
0,901	0,812	0,731	0,659	0,594	0,535	0,482			
0,902	0,814	0,734	0,662	0,597	0,539	0,486			
0,903	0,815	0,736	0,665	0,600	0,542	0,490			
0,904	0,817	0,739	0,668	0,604	0,546	0,498			
0,905	0,819	0,741	0,671	0,607	0,549	0,497	0,450	0,407	0,368
0,9055	0,820	0,742	0,672	0,609	0,551	0,499	0,452	0,409	0,371
0,906	0,821	0,744	0,674	0,610	0,553	0,501	0,454	0,411	0,373
0,907	0,823	0,746	0,677	0,614	0,557	0,505	0,458	0,415	0,377
0,908	0,824	0,749	0,680	0,617	0,560	0,509	0,462	0,419	0,381
0,909	0,826	0,751	0,683	0,621	0,564	0,513	0,466	0,424	0,385
0,910	0,828	0,754	0,686	0,624	0,568	0,517	0,470	0,428	0,389
0,911	0,830	0,756	0,689	0,627	0,572	0,521	0,471	0,432	0,394
0,912	0,832	0,759	0,692	0,631	0,575	0,525	0,479	0,436	0,398
0,913	0,834	0,761	0,695	0,634	0,579	0,529	0,483	0,441	0,402
0,914	0,835	0,764	0,698	0,638	0,583	0,533	0,487	0,415	0,407
0,915	0,837	0,766	0,701	0,641	0,587	0,537	0,491	0,450	0,411
0,9155	0,838	0,767	0,702	0,643	0,589	0,539	0,493	0,452	0,414
0,916	0,839	0,769	0,704	0,645	0,591	0,541	0,496	0,454	0,416
0,917	0,841	0,771	0,707	0,648	0,595	0,545	0,500	0,458	0,420
0,918	0,843	0,774	0,710	0,652	0,598	0,549	0,504	0,463	0,425
0,919	0,845	0,776	0,713	0,655	0,602	0,554	0,509	0,468	0,430
0,920	0,846	0,779	0,716	0,659	0,606	0,558	0,513	0,472	0,434
0,921	0,848	0,781	0,719	0,663	0,610	0,562	0,518	0,477	0,439
0,922	0,850	0,784	0,723	0,666	0,614	0,566	0,522	0,481	0,444
0,923	0,852	0,786	0,726	0,670	0,618	0,571	0,527	0,486	0,449

Средний темп	Коэффициенты								
	$\sqrt{}$	$\sqrt[3]{}$	$\sqrt[4]{}$	$\sqrt[5]{}$	$\sqrt[6]{}$	$\sqrt[7]{}$	$\sqrt[8]{}$	$\sqrt[9]{}$	$\sqrt[10]{}$
0,924	0,854	0,789	0,729	0,673	0,622	0,575	0,531	0,491	0,454
0,925	0,856	0,791	0,732	0,677	0,626	0,579	0,536	0,496	0,459
0,9255	0,857	0,793	0,734	0,679	0,628	0,582	0,538	0,498	0,461
0,926	0,857	0,794	0,735	0,681	0,630	0,584	0,541	0,501	0,464
0,927	0,859	0,797	0,738	0,684	0,635	0,588	0,545	0,505	0,469
0,928	0,861	0,799	0,742	0,688	0,639	0,593	0,550	0,510	0,474
0,929	0,863	0,802	0,745	0,692	0,643	0,597	0,555	0,515	0,479
0,930	0,865	0,804	0,748	0,696	0,647	0,602	0,560	0,520	0,484
0,931	0,867	0,807	0,751	0,699	0,651	0,606	0,564	0,525	0,489
0,932	0,869	0,809	0,754	0,703	0,655	0,611	0,569	0,531	0,495
0,933	0,870	0,812	0,758	0,707	0,660	0,615	0,574	0,536	0,500
0,934	0,872	0,815	0,761	0,711	0,664	0,620	0,579	0,541	0,505
0,935	0,874	0,817	0,764	0,715	0,668	0,625	0,584	0,546	0,511
0,9355	0,875	0,819	0,766	0,716	0,670	0,627	0,587	0,549	0,513
0,936	0,876	0,820	0,767	0,718	0,672	0,629	0,589	0,551	0,516
0,937	0,878	0,823	0,771	0,722	0,677	0,634	0,594	0,557	0,522
0,938	0,880	0,825	0,774	0,726	0,681	0,639	0,599	0,562	0,527
0,939	0,882	0,828	0,777	0,730	0,685	0,644	0,604	0,567	0,533
0,940	0,884	0,831	0,781	0,734	0,690	0,648	0,610	0,573	0,539
0,941	0,885	0,833	0,784	0,738	0,694	0,653	0,615	0,579	0,544
0,942	0,887	0,836	0,787	0,742	0,700	0,658	0,620	0,584	0,550
0,943	0,889	0,839	0,791	0,746	0,703	0,663	0,625	0,59	0,556
0,944	0,891	0,841	0,794	0,750	0,708	0,668	0,631	0,595	0,562
0,945	0,893	0,844	0,797	0,754	0,712	0,673	0,636	0,601	0,568
0,9455	0,894	0,845	0,799	0,756	0,714	0,675	0,639	0,604	0,571
0,946	0,895	0,847	0,801	0,758	0,717	0,678	0,641	0,607	0,574
0,947	0,897	0,849	0,804	0,762	0,721	0,683	0,647	0,613	0,580
0,948	0,899	0,852	0,808	0,766	0,726	0,688	0,652	0,618	0,586
0,949	0,901	0,855	0,811	0,770	0,730	0,693	0,658	0,624	0,592
0,950	0,902	0,857	0,814	0,774	0,735	0,698	0,663	0,630	0,599
0,951	0,904	0,860	0,818	0,778	0,740	0,703	0,669	0,636	0,605
0,952	0,906	0,863	0,821	0,782	0,744	0,709	0,675	0,642	0,611
0,953	0,908	0,865	0,825	0,786	0,749	0,714	0,680	0,648	0,618
0,954	0,910	0,868	0,828	0,790	0,754	0,719	0,686	0,654	0,624
0,955	0,912	0,871	0,832	0,794	0,759	0,724	0,692	0,661	0,631
0,9555	0,913	0,872	0,833	0,796	0,761	0,727	0,695	0,664	0,634
0,956	0,914	0,874	0,835	0,798	0,763	0,730	0,698	0,667	0,638
0,957	0,916	0,876	0,839	0,803	0,768	0,735	0,704	0,673	0,644
0,958	0,918	0,879	0,842	0,807	0,773	0,741	0,709	0,680	0,651
0,959	0,920	0,882	0,846	0,811	0,778	0,746	0,715	0,686	0,658
0,960	0,922	0,885	0,849	0,815	0,783	0,751	0,721	0,692	0,665
0,961	0,923	0,887	0,853	0,820	0,788	0,757	0,727	0,699	0,672
0,962	0,925	0,890	0,856	0,824	0,793	0,762	0,733	0,706	0,679
0,963	0,927	0,893	0,860	0,828	0,797	0,768	0,740	0,712	0,686
0,964	0,929	0,896	0,864	0,832	0,802	0,774	0,746	0,719	0,693
0,965	0,931	0,899	0,867	0,837	0,807	0,779	0,752	0,726	0,700
0,9655	0,932	0,900	0,869	0,839	0,810	0,782	0,755	0,729	0,704
0,966	0,933	0,901	0,871	0,841	0,813	0,785	0,758	0,732	0,708
0,967	0,935	0,904	0,874	0,845	0,818	0,791	0,765	0,739	0,715
0,968	0,937	0,907	0,878	0,850	0,828	0,796	0,771	0,746	0,732
0,969	0,939	0,910	0,882	0,854	0,828	0,802	0,777	0,753	0,720
0,970	0,941	0,913	0,885	0,859	0,833	0,808	0,784	0,760	0,737
0,971	0,943	0,915	0,889	0,863	0,838	0,814	0,790	0,767	0,745

Средний темп	Коэффициенты $\sqrt{}$	$\sqrt[3]{}$	$\sqrt[4]{}$	$\sqrt[5]{}$	$\sqrt[6]{}$	$\sqrt[7]{}$	$\sqrt[8]{}$	$\sqrt[9]{}$	$\sqrt[10]{}$
0,972	0,945	0,918	0,893	0,868	0,843	0,820	0,797	0,774	0,753
0,973	0,947	0,921	0,896	0,872	0,848	0,826	0,803	0,782	0,761
0,974	0,949	0,924	0,900	0,877	0,854	0,832	0,810	0,789	0,768
0,975	0,951	0,927	0,904	0,881	0,859	0,838	0,817	0,796	0,776
0,9755	0,952	0,928	0,905	0,883	0,862	0,841	0,820	0,800	0,780
0,976	0,953	0,930	0,907	0,886	0,864	0,844	0,823	0,804	0,784
0,977	0,954	0,933	0,911	0,890	0,870	0,850	0,830	0,811	0,792
0,978	0,956	0,935	0,915	0,895	0,875	0,856	0,837	0,819	0,801
0,979	0,958	0,938	0,919	0,899	0,880	0,862	0,844	0,826	0,809
0,980	0,960	0,941	0,922	0,904	0,886	0,868	0,851	0,834	0,817
0,981	0,962	0,944	0,926	0,908	0,891	0,874	0,858	0,841	0,825
0,982	0,964	0,947	0,930	0,913	0,897	0,881	0,865	0,849	0,834
0,983	0,966	0,950	0,934	0,918	0,902	0,887	0,872	0,857	0,842
0,984	0,968	0,953	0,937	0,922	0,908	0,893	0,879	0,865	0,851
0,985	0,970	0,956	0,941	0,927	0,913	0,900	0,886	0,873	0,860
0,9855	0,971	0,957	0,943	0,930	0,916	0,903	0,890	0,877	0,864
0,986	0,972	0,959	0,945	0,932	0,919	0,906	0,893	0,881	0,868
0,987	0,974	0,961	0,949	0,937	0,924	0,912	0,901	0,889	0,877
0,988	0,976	0,964	0,953	0,941	0,930	0,919	0,908	0,897	0,886
0,989	0,978	0,967	0,957	0,946	0,936	0,925	0,915	0,905	0,895
0,990	0,980	0,970	0,961	0,951	0,941	0,932	0,923	0,913	0,904
0,991	0,982	0,973	0,964	0,956	0,947	0,939	0,930	0,922	0,914
0,992	0,984	0,976	0,968	0,961	0,953	0,945	0,938	0,930	0,923
0,903	0,986	0,979	0,972	0,965	0,959	0,952	0,945	0,939	0,932
0,994	0,988	0,982	0,976	0,970	0,964	0,959	0,953	0,947	0,942
0,995	0,990	0,985	0,980	0,975	0,970	0,965	0,961	0,956	0,951
0,9955	0,991	0,987	0,982	0,978	0,973	0,969	0,965	0,960	0,956
0,996	0,992	0,988	0,984	0,980	0,976	0,972	0,968	0,965	0,961
0,997	0,994	0,991	0,988	0,985	0,982	0,979	0,976	0,973	0,970
0,998	0,996	0,994	0,992	0,990	0,988	0,986	0,984	0,982	0,980
0,999	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,990
1,001	1,002	1,003	1,004	1,005	1,006	1,007	1,008	1,009	1,010
1,002	1,004	1,006	1,008	1,010	1,012	1,014	1,016	1,018	1,020
1,0025	1,005	1,0075	1,010	1,0126	1,015	1,018	1,020	1,023	1,025
1,003	1,006	1,009	1,012	1,015	1,018	1,021	1,024	1,027	1,030
1,004	1,008	1,012	1,016	1,020	1,024	1,028	1,032	1,037	1,041
1,005	1,010	1,015	1,020	1,025	1,030	1,035	1,041	1,046	1,051
1,0055	1,011	1,017	1,022	1,028	1,033	1,039	1,045	1,051	1,056
1,006	1,012	1,018	1,024	1,030	1,036	1,043	1,049	1,055	1,062
1,007	1,014	1,021	1,028	1,035	1,043	1,050	1,057	1,065	1,072
1,0075	1,015	1,023	1,030	1,0380	1,046	1,054	1,062	1,070	1,078
1,008	1,016	1,024	1,032	1,041	1,049	1,057	1,066	1,074	1,083
1,009	1,018	1,027	1,036	1,046	1,055	1,065	1,074	1,084	1,094
1,010	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0605	1,0710	1,0820	1,0930	1,1040
1,011	1,0220	1,0330	1,0440	1,0550	1,0670	1,0790	1,0910	1,1030	1,1150
1,012	1,0240	1,0360	1,0480	1,0606	1,0740	1,0870	1,1000	1,1130	1,1260
1,0125	1,0252	1,0380	1,0515	1,0641	1,0774	1,0909	1,1045	1,1183	1,1323
1,013	1,0262	1,0395	1,0530	1,0667	1,0806	1,0946	1,1088	1,1232	1,1378
1,014	1,0282	1,0426	1,0572	1,0720	1,0870	1,1022	1,1176	1,1332	1,1491
1,015	1,0302	1,0456	1,0613	1,0772	1,0934	1,1098	1,1264	1,1433	1,1604
1,016	1,0323	1,0488	1,0656	1,0826	1,0999	1,1175	1,1354	1,1536	1,1721
1,017	1,0343	1,0519	1,0698	1,0880	1,1065	1,1253	1,1444	1,1638	1,1836
1,0175	1,0353	1,0534	1,0718	1,0906	1,1097	1,1291	1,1489	1,1690	1,1890

Средний темп	Коэффициенты $\sqrt{}$	$\sqrt[3]{}$	$\sqrt[4]{}$	$\sqrt[5]{}$	$\sqrt[6]{}$	$\sqrt[7]{}$	$\sqrt[8]{}$	$\sqrt[9]{}$	$\sqrt[10]{}$
1,018	1,0363	1,0549	1,0739	1,0932	1,1129	1,1329	1,1533	1,1741	1,1952
1,019	1,0384	1,0581	1,0782	1,0987	1,1196	1,1409	1,1626	1,1847	1,2070
1,020	1,0404	1,0612	1,0824	1,1040	1,1261	1,1486	1,1716	1,1950	1,2190
1,021	1,0424	1,0643	1,0866	1,1094	1,1327	1,1565	1,1808	1,2051	1,2309
1,022	1,0445	1,0675	1,0910	1,1150	1,1395	1,1646	1,1902	1,2164	1,2432
1,023	1,0465	1,0706	1,0952	1,1204	1,1462	1,1726	1,1996	1,2272	1,2554
1,024	1,0486	1,0738	1,0996	1,1260	1,1530	1,1807	1,2090	1,2380	1,2677
1,025	1,0506	1,0769	1,1038	1,1314	1,1597	1,1887	1,2184	1,2489	1,2801
1,026	1,0527	1,0801	1,1082	1,1370	1,1666	1,1969	1,2280	1,2595	1,2927
1,027	1,0547	1,0832	1,1124	1,1424	1,1732	1,2049	1,2374	1,2708	1,3051
1,0275	1,0558	1,0848	1,1146	1,1452	1,1767	1,2091	1,2423	1,2765	1,3116
1,028	1,0568	1,0864	1,1168	1,1481	1,1802	1,2132	1,2472	1,2821	1,3180
1,029	1,0588	1,0895	1,1211	1,1536	1,1870	1,2214	1,2568	1,2932	1,3307
1,030	1,0609	1,0927	1,1255	1,1593	1,1941	1,2290	1,2668	1,3048	1,3439
1,031	1,0630	1,0960	1,1300	1,1650	1,2011	1,2383	1,2767	1,3163	1,3571
1,032	1,0650	1,0991	1,1345	1,1706	1,2080	1,2467	1,2866	1,3278	1,3703
1,0325	1,0661	1,1007	1,1365	1,1734	1,2115	1,2509	1,2915	1,3335	1,3768
1,033	1,0671	1,1023	1,1387	1,1763	1,2151	1,2552	1,2966	1,3394	1,3836
1,034	1,0692	1,1055	1,1431	1,1820	1,2222	1,2637	1,3067	1,3511	1,3970
1,035	1,0712	1,1087	1,1475	1,1877	1,2293	1,2723	1,3168	1,3629	1,4106
1,036	1,0733	1,1119	1,1519	1,1934	1,2364	1,2809	1,3270	1,3748	1,4243
1,037	1,0754	1,1152	1,1565	1,1993	1,2437	1,2897	1,3394	1,3869	1,4382
1,0375	1,0764	1,1168	1,1587	1,2021	1,2472	1,2940	1,3425	1,3928	1,4450
1,038	1,0774	1,1183	1,1608	1,2049	1,2507	1,2982	1,3475	1,3987	1,4518
1,039	1,0795	1,1216	1,1653	1,2107	1,2579	1,3070	1,3580	1,4110	1,4660
1,040	1,0820	1,1253	1,1703	1,2171	1,2658	1,3164	1,3691	1,4239	1,4809
1,041	1,0837	1,1281	1,1743	1,2224	1,2725	1,3247	1,3790	1,4355	1,4944
1,042	1,0858	1,1314	1,1789	1,2284	1,2800	1,3338	1,3898	1,4482	1,5090
1,0425	1,0868	1,1330	1,1811	1,2313	1,2836	1,3381	1,3950	1,4543	1,5161
1,043	1,0878	1,1346	1,1834	1,2343	1,2874	1,3428	1,4005	1,4607	1,5235
1,044	1,0899	1,1379	1,1880	1,2403	1,2949	1,3519	1,4114	1,4735	1,5383
1,045	1,0920	1,1411	1,1924	1,2461	1,3022	1,3608	1,4220	1,4860	1,5529
1,046	1,0941	1,1444	1,1970	1,2521	1,3097	1,3699	1,4329	1,4988	1,5677
1,047	1,0962	1,1477	1,2016	1,2581	1,3172	1,3791	1,4439	1,5118	1,5829
1,0475	1,0973	1,1494	1,2040	1,2612	1,3211	1,3839	1,4496	1,5185	1,5906
1,048	1,0983	1,1510	1,2062	1,2641	1,3248	1,3884	1,4550	1,5248	1,5980
1,049	1,1004	1,1543	1,2109	1,2702	1,3324	1,3977	1,4662	1,5380	1,6134
1,050	1,1025	1,1576	1,2155	1,2763	1,3401	1,4071	1,4775	1,5514	1,6290
1,051	1,1046	1,1609	1,2201	1,2823	1,3477	1,4164	1,4886	1,5645	1,6443
1,052	1,1067	1,1642	1,2247	1,2884	1,3554	1,4259	1,5000	1,5780	1,6600
1,0525	1,1078	1,1660	1,2272	1,2916	1,3594	1,4308	1,5059	1,5850	1,6682
1,053	1,1088	1,1676	1,2295	1,2947	1,3633	1,4356	1,5117	1,5918	1,6762
1,054	1,1109	1,1709	1,2341	1,3007	1,3709	1,4449	1,5229	1,6051	1,6918
1,055	1,1130	1,1742	1,2388	1,3069	1,3788	1,4546	1,5346	1,6190	1,7080
1,056	1,1151	1,1775	1,2434	1,3130	1,3865	1,4641	1,5461	1,6327	1,7241
1,057	1,1172	1,1809	1,2482	1,3193	1,3945	1,4740	1,5580	1,6468	1,7407
1,0575	1,1183	1,1826	1,2506	1,3225	1,3985	1,4789	1,5639	1,6538	1,7489
1,058	1,1194	1,1843	1,2530	1,3257	1,4026	1,4840	1,5701	1,6612	1,7575
1,059	1,1215	1,1877	1,2578	1,3320	1,4106	1,4938	1,5819	1,6752	1,7740
1,060	1,1236	1,1910	1,2625	1,3383	1,4186	1,5037	1,5939	1,6895	1,7909
1,061	1,1257	1,1944	1,2673	1,3446	1,4266	1,5136	1,6059	1,7039	1,8078
1,062	1,1278	1,1977	1,2720	1,3509	1,4347	1,5237	1,6182	1,7195	1,8250
1,0625	1,1289	1,1995	1,2745	1,3542	1,4388	1,5287	1,6242	1,7257	1,8336

Продолжение

Средний темп	Коэффициенты								
	$\sqrt{}$	$\sqrt[3]{}$	$\sqrt[4]{}$	$\sqrt[5]{}$	$\sqrt[6]{}$	$\sqrt[7]{}$	$\sqrt[8]{}$	$\sqrt[9]{}$	$\sqrt[10]{}$
1,063	1,1300	1,2012	1,2769	1,3573	1,4428	1,5337	1,6303	1,7330	1,8422
1,064	1,1321	1,2046	1,2817	1,3637	1,4510	1,5439	1,6427	1,7478	1,8597
1,065	1,1342	1,2079	1,2864	1,3700	1,4590	1,5538	1,6548	1,7624	1,8770
1,066	1,1364	1,2144	1,2914	1,3766	1,4675	1,5644	1,6677	1,7778	1,8951
1,067	1,1385	1,2148	1,2962	1,3830	1,4757	1,5716	1,6801	1,7927	1,9128
1,0675	1,1396	1,2165	1,2986	1,3863	1,4799	1,5798	1,6864	1,8002	1,9217
1,068	1,1406	1,2182	1,3010	1,3895	1,4840	1,5849	1,6927	1,8078	1,9307
1,069	1,1428	1,2210	1,3060	1,3961	1,4924	1,5954	1,7055	1,8232	1,9490
1,070	1,1449	1,2250	1,3108	1,4026	1,5008	1,6059	1,7183	1,8386	1,9673
1,071	1,1470	1,2284	1,3156	1,4090	1,5090	1,6161	1,7308	1,8537	1,9853
1,072	1,1492	1,2319	1,3206	1,4157	1,5176	1,6269	1,7440	1,8696	2,0042
1,0725	1,1503	1,2337	1,3231	1,4190	1,5219	1,6322	1,7505	1,8774	2,0135
1,073	1,1513	1,2353	1,3255	1,4223	1,5261	1,6375	1,7570	1,8853	2,0229
1,074	1,1535	1,2389	1,3306	1,4291	1,5349	1,6485	1,7705	1,9015	2,0422
1,075	1,1556	1,2423	1,3355	1,4357	1,5434	1,6592	1,7836	1,9174	2,0612
1,076	1,1578	1,2458	1,3405	1,4424	1,5520	1,6670	1,7937	1,9300	2,0767
1,077	1,1599	1,2492	1,3454	1,4499	1,5606	1,6808	1,8102	1,9496	2,0997
1,0775	1,1610	1,2510	1,3480	1,4525	1,5651	1,6864	1,8171	1,9579	2,1096
1,078	1,1621	1,2527	1,3504	1,4557	1,5692	1,6916	1,8235	1,9657	2,1190
1,079	1,1642	1,2562	1,3554	1,4625	1,5780	1,7027	1,8372	1,9823	2,1389
1,080	1,1664	1,2597	1,3605	1,4693	1,5868	1,7137	1,8508	1,9989	2,1588
1,081	1,1686	1,2633	1,3656	1,4762	1,5958	1,7251	1,8648	2,0158	2,1791
1,082	1,1707	1,2667	1,3706	1,4831	1,6046	1,7362	1,8786	2,0326	2,1993
1,0825	1,1718	1,2685	1,3732	1,4865	1,6091	1,7419	1,8856	2,0412	2,2096
1,083	1,1729	1,2703	1,3757	1,4899	1,6136	1,7475	1,8925	2,0496	2,2197
1,084	1,1751	1,2738	1,3808	1,4968	1,6225	1,7588	1,9065	2,0666	2,2402
1,085	1,1772	1,2773	1,3859	1,5037	1,6315	1,7702	1,9207	2,0840	2,2611
1,086	1,1794	1,2808	1,3909	1,5105	1,6404	1,7815	1,9347	2,1011	2,2818
1,087	1,1816	1,2844	1,3961	1,5176	1,6496	1,7931	1,9491	2,1187	2,3030
1,0875	1,1827	1,2862	1,3987	1,5211	1,6542	1,7989	1,9563	2,1275	2,3137
1,088	1,1837	1,2879	1,4012	1,5245	1,6587	1,8047	1,9635	2,1363	2,3243
1,089	1,1859	1,2914	1,4063	1,5315	1,6678	1,8162	1,9778	2,1538	2,3455
1,090	1,1882	1,2950	1,4116	1,5386	1,6771	1,8280	1,9925	2,1718	2,3673
1,091	1,1903	1,2986	1,4168	1,5457	1,6864	1,8399	2,0073	2,1900	2,3893
1,092	1,1925	1,3022	1,4220	1,5528	1,6957	1,8517	2,0221	2,2081	2,4112
1,0925	1,1936	1,3040	1,4246	1,5564	1,7094	1,8577	2,0295	2,2172	2,4223
1,093	1,1946	1,3057	1,4271	1,5598	1,7049	1,8635	2,0368	2,2262	2,4332
1,094	1,1968	1,3093	1,4324	1,5670	1,7143	1,8754	2,0517	2,2446	2,4556
1,095	1,1990	1,3129	1,4376	1,5742	1,7237	1,8875	2,0668	2,2631	2,4781
1,096	1,2012	1,3165	1,4429	1,5814	1,7332	1,8996	2,0820	2,2819	2,5010
1,097	1,2034	1,3201	1,4481	1,5886	1,7427	1,9117	2,0971	2,3005	2,5236
1,0975	1,2045	1,3219	1,4508	1,5923	1,7475	1,9179	2,1049	2,3101	2,5353
1,098	1,2056	1,3237	1,4534	1,5958	1,7522	1,9239	2,1124	2,3194	2,5467
1,099	1,2078	1,3274	1,4588	1,6032	1,7619	1,9365	2,1282	2,3389	2,5705
1,100	1,2100	1,3310	1,4641	1,6105	1,7716	1,9488	2,1437	2,3581	2,5939
1,101	1,2122	1,3346	1,4694	1,6178	1,7812	1,9611	2,1592	2,3773	2,6174
1,102	1,2144	1,3383	1,4748	1,6252	1,7910	1,9737	2,1750	2,3969	2,6414
1,1025	1,2155	1,3401	1,4775	1,6289	1,7959	1,9800	2,1830	2,4068	2,6535
1,103	1,2166	1,3419	1,4801	1,6326	1,8008	1,9868	2,1909	2,4166	2,6655
1,104	1,2188	1,3456	1,4855	1,6400	1,8106	,9989	2,2068	2,4363	2,6897
1,105	1,2210	1,3492	1,4909	1,6474	1,8204	2,0115	2,2227	2,4561	2,7140
1,106	1,2232	1,3529	1,4963	1,6549	1,8302	2,0243	2,2389	2,4762	2,7387
1,107	1,2254	1,3565	1,5016	1,6623	1,8402	2,0371	2,2551	2,4964	2,7635

Продолжение

Средний темп	Коэффициенты								
	$\sqrt{}$	$\sqrt[3]{}$	$\sqrt[4]{}$	$\sqrt[5]{}$	$\sqrt[6]{}$	$\sqrt[7]{}$	$\sqrt[8]{}$	$\sqrt[9]{}$	$\sqrt[10]{}$
1,1075	1,2266	1,3585	1,5045	1,6662	1,8453	2,0437	2,2634	2,5067	2,7762
1,108	1,2277	1,3608	1,5072	1,6700	1,8504	2,0502	2,2716	2,5169	2,7887
1,109	1,2299	1,3640	1,5127	1,6776	1,8605	2,0633	2,2882	2,5376	2,8142
1,110	1,2321	1,3676	1,5180	1,6850	1,8704	2,0761	2,3045	2,5580	2,8394
1,111	1,2343	1,3713	1,5235	1,6926	1,8805	2,0892	2,3211	2,5787	2,8649
1,112	1,2365	1,3750	1,5290	1,7002	1,8906	2,1023	2,3378	2,6996	2,8908
1,1125	1,2377	1,3769	1,5318	1,7041	1,9958	2,1091	2,3464	2,6104	2,9041
1,113	1,2388	1,3788	1,5346	1,7080	1,9010	2,1158	2,3549	2,6210	2,9172
1,114	1,2410	1,3825	1,5401	1,7157	1,9113	2,1292	2,3719	2,6423	2,9435
1,115	1,2432	1,3862	1,5456	1,7233	1,9215	2,1425	2,3889	2,6636	2,9699
1,116	1,2455	1,3900	1,5512	1,7311	1,9319	2,1560	2,4061	2,6852	2,9967
1,117	1,2477	1,3937	1,5568	1,7389	1,9424	2,1697	2,4236	2,7072	3,0239
1,118	1,2499	1,3974	1,5623	1,7467	1,9528	2,1832	2,4408	2,7288	3,0508
1,119	1,2522	1,4012	1,5679	1,7545	1,9633	2,1969	2,4583	2,7508	3,0781
1,120	1,2544	1,4049	1,5735	1,7623	1,9738	2,2107	2,4760	2,7831	3,1059
1,121	1,2566	1,4086	1,5790	1,7701	1,9848	2,2244	2,4936	2,7953	3,1335
1,122	1,2589	1,4125	1,5848	1,7781	1,9950	2,2384	2,5115	2,8179	3,1617
1,1225	1,2600	1,4144	1,5877	1,7822	2,0005	2,2456	2,5207	2,8295	3,1766
1,123	1,2611	1,4162	1,5904	1,7860	2,0057	2,2524	2,5294	2,8405	3,1899
1,124	1,2634	1,4201	1,5962	1,7941	2,0166	2,2667	2,5478	2,8637	3,2188
1,125	1,2556	1,4238	1,6018	1,8020	2,0273	2,2807	2,5658	2,8865	3,2473
1,126	1,2679	1,4277	1,6076	1,8102	2,0381	2,2951	2,5843	2,9099	3,2765
1,127	1,2701	1,4314	1,6132	1,8181	2,0490	2,3092	2,6025	2,9880	3,3055
1,1275	1,2713	1,4334	1,6162	1,8223	2,0546	2,3166	2,6120	2,9450	3,3205
1,128	1,2724	1,4353	1,6190	1,8262	2,0600	2,3237	2,6211	2,9566	3,3350
1,129	1,2746	1,4390	1,6246	1,8342	2,0708	2,3379	2,6395	2,9800	3,3644
1,130	1,2769	1,4429	1,6305	1,8425	2,0820	2,3527	2,6586	3,0042	3,3947
1,131	1,2792	1,4468	1,6363	1,8507	2,0931	2,3673	2,6774	3,0281	3,4248
1,132	1,2814	1,4505	1,6420	1,8587	2,1040	2,3817	2,6961	3,0520	3,4549
1,1325	1,2826	1,4525	1,6150	1,8680	2,1098	2,3893	2,7059	3,0644	3,4704
1,133	1,2837	1,4544	1,6178	1,8670	2,1153	2,3966	2,7153	3,0764	3,4856
1,134	1,2860	1,4588	1,6537	1,8753	2,1266	2,4116	2,7344	3,1018	3,5169
1,135	1,2882	1,4621	1,6595	1,8835	2,1378	2,4264	2,7540	3,1258	3,5478
1,136	1,2905	1,4660	1,6654	1,8919	2,1492	2,4415	2,7735	3,1507	3,5792
1,137	1,2928	1,4699	1,6713	1,9003	2,1606	2,4566	2,7932	3,1759	3,6110
1,1375	1,2939	1,4718	1,6742	1,9044	2,1668	2,4642	2,8080	3,1884	3,6268
1,138	1,2950	1,4787	1,6771	1,9085	2,1719	2,4716	2,8127	3,2009	3,6426
1,139	1,2973	1,4776	1,6880	1,9169	2,1833	2,4868	2,8325	3,2262	3,6746
1,140	1,3996	1,4815	1,6889	1,9253	2,1938	2,5021	2,8524	3,2517	3,7069
1,141	1,2019	1,4855	1,6950	1,9340	2,1067	2,5178	2,8728	3,2779	3,7401
1,142	1,3042	1,4894	1,7009	1,9424	2,2182	2,5332	2,8929	3,3037	3,7728
1,1425	1,3053	1,4913	1,7088	1,9466	2,2240	2,5409	2,9080	3,3167	3,7898
1,143	1,3064	1,4932	1,7067	1,9508	2,2298	2,5487	2,9132	3,3298	3,8060
1,144	1,3087	1,4972	1,7128	1,9594	2,2416	2,5644	2,9337	3,3562	3,8395
1,145	1,3110	1,5011	1,7188	1,9680	2,2534	2,5801	2,9542	3,1820	3,8731
1,146	1,3133	1,5050	1,7247	1,9765	2,2651	2,5958	2,9748	3,4091	3,9068
1,147	1,3156	1,5090	1,7308	1,9852	2,2770	2,6117	2,9956	3,4360	3,9411
1,148	1,3179	1,5129	1,7368	1,9938	2,2889	2,6277	3,0166	3,4681	3,9756
1,149	1,3202	1,5169	1,7429	1,0026	2,3010	2,6438	3,0377	3,4903	4,0104
1,150	1,3225	1,5209	1,7490	1,0114	2,3131	2,6601	3,0591	3,5180	4,0457
1,151	1,3248	1,5248	1,7550	2,0200	2,3250	2,6761	3,0802	3,5453	4,0806
1,1525	1,3288	1,5309	1,7644	2,0325	2,3436	2,7010	3,1129	3,5876	4,1347
1,153	1,3294	1,5328	1,7673	2,0377	2,3495	2,7090	3,1235	3,6014	4,1457

Средний темп	Коэффициенты								
	$\sqrt{\ }$	$\sqrt[3]{\ }$	$\sqrt[4]{\ }$	$\sqrt[5]{\ }$	$\sqrt[6]{\ }$	$\sqrt[7]{\ }$	$\sqrt[8]{\ }$	$\sqrt[9]{\ }$	$\sqrt[10]{\ }$
1,154	1,3317	1,5368	1,7735	2,0466	2,3618	2,7255	3,1452	3,6296	4,1886
1,155	1,3340	1,5408	1,7796	2,0554	2,3740	2,7420	3,1670	3,6579	4,2249
1,156	1,3363	1,5448	1,7858	2,0644	2,3864	2,7587	3,1891	3,6866	4,2617
1,157	1,3386	1,5488	1,7920	2,0733	2,3988	2,7754	3,2111	3,7152	4,2985
1,1575	1,3398	1,5508	1,7951	2,0778	2,4051	2,7839	3,2224	3,7299	4,3174
1,158	1,3410	1,5529	1,7983	2,0824	2,4114	2,7924	3,2336	3,7445	4,3361
1,159	1,3433	1,5569	1,8044	2,0913	2,4238	2,8092	3,2559	3,7736	4,3736
1,160	1,3456	1,5609	1,8106	2,1003	2,4363	2,8261	3,2783	3,8028	4,4112
1,161	1,3479	1,5649	1,8168	2,1093	2,4489	2,8432	3,3010	3,8325	4,4495
1,162	1,3502	1,5689	1,8231	2,1184	2,4616	2,8604	3,3238	3,8623	4,4850
1,1625	1,3514	1,5710	1,8263	2,1231	2,4681	2,8692	3,3354	3,8774	4,5075
1,163	1,3526	1,5731	1,8295	2,1277	2,4745	2,8778	3,3469	3,8924	4,5269
1,164	1,3549	1,5771	1,8357	2,1368	2,4872	2,8951	3,3699	3,9226	4,5659
1,165	1,3572	1,5811	1,8420	2,1459	2,5000	2,9125	3,3931	3,9530	4,6052
1,166	1,3596	1,5853	1,8485	2,1554	2,5132	2,9304	3,4168	3,9840	4,6453
1,167	1,3619	1,5893	1,8547	2,1644	2,5259	2,9477	3,4400	4,0145	4,6849
1,168	1,3642	1,5934	1,8611	2,1738	2,5390	2,9656	3,4638	4,0457	4,7254
1,169	1,3666	1,5976	1,8676	2,1832	2,5522	2,9835	3,4877	4,0771	4,7661
1,170	1,3689	1,6016	1,8739	2,1925	2,5652	3,0013	3,5115	4,1085	4,8069
1,171	1,3712	1,6057	1,8803	2,2018	2,5783	3,0192	3,4355	4,1401	4,8481
1,172	1,3736	1,6099	1,8868	2,2113	2,5916	3,0374	3,5598	4,1721	4,8897
1,1725	1,3748	1,6120	1,8901	2,2161	2,5984	3,0466	3,5721	4,1883	4,9108
1,173	1,3759	1,6139	1,8931	2,2206	2,6048	3,0554	3,5840	4,2040	4,9313
1,174	1,3783	1,6181	1,8996	2,2301	2,6181	3,0736	3,6084	4,2363	5,9734
1,175	1,3806	1,6222	1,9061	2,2397	2,6316	3,0921	3,6332	4,2690	5,0161
1,176	1,3830	1,6264	1,9126	2,2492	2,6451	3,1106	3,6581	4,3019	5,0590
1,177	1,3853	1,6305	1,9191	2,2588	2,6586	3,1292	3,6831	4,3350	5,1028
1,1775	1,3865	1,6326	1,9224	2,2636	2,6654	3,1385	3,6956	4,3516	5,1240
1,178	1,3877	1,6347	1,9257	2,2685	2,6723	3,1480	3,7083	4,3684	5,1460
1,179	1,3900	1,6388	1,9321	2,2779	2,6856	3,1663	3,7331	4,4013	5,1891
1,180	1,3924	1,6430	1,9387	2,2877	2,6995	3,1854	3,7588	4,4354	5,2338
1,181	1,3948	1,6473	1,9455	2,2976	2,7135	3,2046	3,7846	4,4696	5,2786
1,182	1,3971	1,6514	1,9520	2,3073	2,7272	3,2236	3,8103	4,5038	5,3235
1,1825	1,3983	1,6535	1,9553	2,3121	2,7341	3,2331	3,8231	4,5208	5,3458
1,183	1,3995	1,6556	1,9586	2,3170	2,7410	3,2426	3,8360	4,5380	5,3685
1,184	1,4019	1,6598	1,9652	2,3268	2,7549	3,2618	3,8620	4,5726	5,4140
1,185	1,4042	1,6640	1,9718	2,3366	2,7689	3,2811	3,8881	4,6074	5,4598
1,186	1,4066	1,6682	1,9785	2,3465	2,7829	3,3005	3,9144	4,6425	5,5060
1,187	1,4090	1,6725	1,9853	2,3566	2,7973	3,3204	3,9413	4,6783	5,5531
1,188	1,4113	1,6766	1,9918	2,3663	2,8112	3,3397	3,9676	4,7135	5,5996
1,189	1,4137	1,6809	1,9985	2,3762	2,8253	3,3593	3,9942	4,7491	5,6467
1,190	1,4161	1,6852	2,0054	2,3864	2,8398	3,3794	4,0215	4,7856	5,6949
1,191	1,4185	1,6894	2,0121	2,3964	2,8541	3,3992	4,0484	4,8216	5,7425
1,192	1,4209	1,6937	2,0189	2,4065	2,8685	3,4193	4,0778	4,8584	5,7912
1,1925	1,4221	1,6959	2,0224	2,4117	2,8760	3,4296	4,0898	4,8771	5,8159
1,193	1,4232	1,6979	2,0256	2,4165	2,8829	3,4393	4,1031	4,8950	5,8497
1,194	1,4256	1,7022	2,0324	2,4267	2,8975	3,4596	4,1308	4,9322	5,8890
1,195	1,4280	1,7065	2,0393	2,4370	2,9122	3,4801	4,1587	4,9696	5,9387
1,196	1,4304	1,7108	2,0461	2,4471	2,9267	3,5003	4,1864	5,0069	5,9883
1,197	1,4328	1,7151	2,0530	2,4574	2,9415	3,5210	4,2146	5,0449	6,0387
1,1975	1,4340	1,7172	2,0563	2,4624	2,9487	3,5311	4,2285	5,0636	6,0637
1,198	1,4352	1,7194	2,0598	2,4676	2,9562	3,5415	4,2427	5,0828	6,0892
1,199	1,4376	1,7237	2,0667	2,4780	2,9711	3,5623	4,2712	5,1212	6,1403

Средний темп	Коэффициенты								
	$\sqrt{}$	$\sqrt[3]{}$	$\sqrt[4]{}$	$\sqrt[5]{}$	$\sqrt[6]{}$	$\sqrt[7]{}$	$\sqrt[8]{}$	$\sqrt[9]{}$	$\sqrt[10]{}$
1,200	1,4400	1,7280	2,0736	2,4883	2,9860	3,5832	4,2998	5,1598	6,1918
1,201	1,4424	1,7323	2,0805	2,4987	3,0009	3,6041	4,3285	5,1985	6,2434
1,202	1,4448	1,7366	2,0874	2,5091	3,0159	3,6251	4,3574	5,2376	6,2956
1,2025	1,4460	1,7388	2,0909	2,5143	3,0234	3,6356	4,3718	5,2571	6,3217
1,203	1,4472	1,7410	2,0944	2,5196	3,0311	3,6464	4,3866	5,2771	6,3484
1,204	1,4496	1,7453	2,1013	2,5300	3,0461	3,6675	4,4157	5,3165	6,4011
1,205	1,4520	1,7497	2,1084	2,5406	3,0614	3,6890	4,4452	5,3565	6,4546
1,206	1,4544	1,7540	2,1153	2,5511	3,0766	3,7104	4,4747	5,3965	6,5082
1,207	1,4568	1,7584	2,1224	2,5617	3,0920	3,7320	4,5045	5,4369	6,5623
1,2075	1,4581	1,7607	2,1260	2,5671	3,0998	3,7430	4,5197	5,4575	6,5899
1,208	1,4593	1,7628	2,1295	2,5724	3,1075	3,7539	4,5347	5,4779	6,6173
1,209	1,4617	1,7672	2,1365	2,5830	3,1228	3,7755	4,5646	5,5186	6,6720
1,210	1,4641	1,7716	2,1436	2,5938	3,1385	3,7976	4,5951	5,5601	6,7277
1,211	1,4665	1,7759	2,1506	2,6044	3,1539	3,8194	4,6253	5,6012	6,7831
1,212	1,4689	1,7803	2,1577	2,6151	3,1695	3,8414	4,6558	5,6428	6,8391
1,2125	1,4702	1,7826	2,1614	2,6207	3,1776	3,8528	4,6715	5,6642	6,8678
1,213	1,4714	1,7848	2,1650	2,6261	3,1855	3,8640	4,6870	5,6853	6,8963
1,214	1,4738	1,7892	2,1721	2,6369	3,2012	3,8863	4,7180	5,7277	6,9534
1,215	1,4762	1,7936	2,1792	2,6477	3,2170	3,9087	4,7491	5,7702	7,0108
1,216	1,4787	1,7981	2,1865	2,6588	3,2331	3,9314	4,7806	5,8132	7,0689
1,217	1,4811	1,8025	2,1936	2,6696	3,2489	3,9539	4,8119	5,8561	7,1269
1,218	1,4835	1,8069	2,2008	2,6806	3,2650	3,9768	4,8437	5,8996	7,1857
1,219	1,4860	1,8114	2,2081	2,6917	3,2812	3,9998	4,8758	5,9436	7,2452
1,220	1,4884	1,8158	2,2153	2,7027	3,2973	4,0227	4,9077	5,9874	7,3046
1,221	1,4908	1,8203	2,2226	2,7138	3,3135	4,0458	4,9399	6,0216	7,3646
1,222	1,4933	1,8248	2,2299	2,7249	3,3298	4,0690	4,9723	6,0762	7,4251
1,2225	1,4945	1,8270	2,2335	2,7305	3,3380	4,0807	4,0887	6,0987	7,4557
1,223	1,4957	1,8292	2,2371	2,7360	3,3461	4,0923	5,0049	6,1210	7,4860
1,224	1,4982	1,8338	2,2446	2,7474	3,3628	4,1161	5,0381	6,1666	7,5479
1,225	1,5006	1,8382	2,2518	2,7585	3,3792	4,1395	5,0709	6,2119	7,6096
1,226	1,5031	1,8428	2,2593	2,7699	3,3959	4,1634	5,1043	6,2576	7,6722
1,227	1,5055	1,8472	2,2655	2,7810	3,4123	4,1869	5,1373	6,3035	7,7344
1,2275	1,5058	1,8496	2,2704	2,7869	3,4209	4,1992	5,1545	6,3271	7,7665
1,228	1,5080	1,8518	2,2740	2,7925	3,4392	4,2111	5,1712	6,3502	7,3980
1,229	1,5104	1,8563	2,2814	2,8038	3,4459	4,2350	5,2048	6,3967	7,8615
1,230	1,5129	1,8609	2,2889	2,8153	3,4628	4,2592	5,2388	6,4437	7,8258
1,231	1,5154	1,8655	2,2964	2,8269	3,4799	4,2838	5,2734	6,4916	7,9912
1,232	1,5178	1,8699	2,3037	2,8382	3,4967	4,3079	5,3073	6,5386	8,9556
1,2325	1,5191	1,8723	2,3076	2,8441	3,5054	4,3254	5,3249	6,5629	8,0888
1,233	1,5203	1,8745	2,3113	2,8498	3,5138	4,3325	5,3420	6,5867	8,0214
1,234	1,5228	1,8791	2,3188	2,8614	3,5310	4,3573	5,3769	6,6351	8,0877
1,255	1,6252	1,8836	2,3262	2,8729	3,5480	4,3818	5,4115	6,6832	8,2538
1,236	1,5277	1,8882	2,3338	2,8846	3,5654	4,4068	5,4468	6,7322	8,3210
1,237	1,5302	1,8929	2,3415	2,8964	3,5828	4,4319	5,4823	6,7816	8,3888
1,2375	1,5314	1,8951	2,3452	2,9022	3,5915	4,4445	5,5001	6,8364	8,4229
1,238	1,5326	1,8974	2,3490	2,9081	3,6002	4,4570	5,5178	6,8310	8,4568
1,239	1,5351	1,9020	2,3566	2,9198	3,6176	4,4822	5,5534	6,8807	8,5252
1,240	1,5376	1,9066	2,3642	2,9316	3,6352	4,5076	5,5894	6,9309	8,5943
1,241	1,5401	1,9113	2,3719	2,9435	3,6529	4,5332	5,6257	6,9815	8,6640
1,242	1,5426	1,9159	2,3795	2,9553	3,6705	4,5588	6,6620	7,0322	8,7340
1,2425	1,5438	1,9182	2,3834	2,9614	3,6795	4,5718	5,6805	7,0500	9,7696
1,243	1,5450	1,9204	2,3871	2,9672	3,6882	4,5844	5,6984	7,0831	9,8043
1,244	1,5475	1,9251	2,3948	2,9791	3,7060	4,6103	5,7352	7,1346	9,8754

Средний темп	Коэффициенты								
	$\sqrt{\ }$	$\sqrt[3]{\ }$	$\sqrt[4]{\ }$	$\sqrt[5]{\ }$	$\sqrt[6]{\ }$	$\sqrt[7]{\ }$	$\sqrt[8]{\ }$	$\sqrt[9]{\ }$	$\sqrt[10]{\ }$
1,245	1,5500	1,9298	2,4026	2,9912	3,7240	4,6364	5,7723	7,1865	8,9472
1,246	1,5525	1,9344	2,4103	3,0032	3,7420	4,6625	5,8095	7,2386	9,0193
1,247	1,5550	1,9390	2,4179	3,0151	3,7598	4,6885	5,8466	7,2907	9,0915
1,2475	1,5563	1,9415	2,4220	3,0214	3,7692	4,7021	5,8659	7,3177	9,1288
1,248	1,5575	1,9438	2,4259	3,0275	3,7783	4,7153	5,8847	7,3441	9,1654
1,249	1,5600	1,9484	2,4336	3,0396	3,7965	4,7418	5,9225	7,3972	9,2391
1,250	1,5625	1,9531	2,4414	3,0518	3,8148	4,7685	5,9606	7,4508	9,3135
1,251	1,5650	1,9578	2,4492	3,0639	3,8329	4,7950	5,9985	7,5041	9,3876
1,252	1,5675	1,9625	2,4571	3,0763	3,8525	4,8233	6,0388	7,5606	9,4659
1,2525	1,5688	1,9649	2,4610	3,0824	3,8607	4,8355	6,0565	7,5858	9,5012
1,253	1,5700	1,9672	2,4649	3,0885	3,8699	4,8490	6,0758	7,6130	9,5391
1,254	1,5725	1,9719	2,4728	3,1009	3,8885	4,8762	6,1148	7,6680	9,6157
1,255	1,5750	1,9766	2,4806	3,1132	3,9071	4,9034	6,1538	7,7230	9,6924
1,256	1,5775	1,9813	2,4885	3,1256	3,9258	4,9308	6,1931	7,7785	9,7698
1,257	1,5800	1,9861	2,4965	3,1381	3,9446	4,9584	6,2327	7,8345	9,8480
1,258	1,5816	1,9909	2,5046	3,1508	3,9637	4,9863	6,2728	7,8912	9,9721
1,259	1,5851	1,9956	2,5125	3,1632	3,9825	5,0140	6,3126	7,9476	10,0060
1,260	1,5876	2,0004	2,5205	3,1758	4,0015	5,0419	6,3528	8,0045	10,0857
1,261	1,5901	2,0051	2,5284	3,1883	4,0204	5,0697	6,3929	8,0614	10,1654
1,262	1,5926	2,0099	2,5365	3,2011	4,0398	5,0982	6,4339	8,1196	10,2469
1,2625	1,5939	2,0123	2,5405	3,2074	4,0493	5,1122	6,4541	8,1483	10,2872
1,263	1,5952	2,0147	2,5446	3,2138	4,0590	5,1265	6,4748	8,1777	10,3284
1,264	1,5977	2,0195	2,5526	3,2265	4,0783	5,1550	6,5159	8,2361	10,4104
1,265	1,6002	2,0242	2,5606	3,2392	4,0976	5,1835	6,5571	8,2947	10,4928
1,266	1,6027	2,0290	2,5687	3,2520	4,1170	5,2121	6,5985	8,3537	10,5748
1,267	1,6063	2,0339	2,5769	3,2649	4,1366	5,2411	6,6405	8,4135	10,6599
1,2675	1,6066	2,0363	2,5810	3,2714	4,1465	5,2557	6,6616	8,4436	10,7023
1,268	1,6078	2,0397	2,5851	3,2779	4,1564	5,2703	6,6827	8,4737	10,7447
1,269	1,6104	2,0436	2,5933	3,2909	4,1762	5,2996	6,7252	8,5343	10,8300
1,270	1,6129	2,0484	2,6015	3,3039	4,1960	5,3289	6,7677	8,5950	10,9157
1,271	1,6154	2,0532	2,6096	3,3168	4,2157	5,3582	6,8103	8,6556	11,0016
1,272	1,6180	2,0581	2,6179	3,3300	4,2358	5,3879	6,8534	8,7175	11,0887
1,2725	1,6193	2,0606	2,6221	3,3366	4,2458	5,4028	6,8851	8,7486	11,1326
1,273	1,6205	2,0629	2,6261	3,3430	4,2556	5,4174	6,8964	8,7791	11,1758
1,274	1,6231	2,0678	2,6344	3,3562	4,2758	5,4474	6,9400	8,8416	11,2642
1,275	1,6256	2,0726	2,6426	3,3693	4,2959	5,4773	6,9836	8,9041	11,3527
1,276	1,6282	2,0776	2,6510	3,3827	4,3163	5,5056	7,0277	8,9673	11,4423
1,277	1,6307	2,0824	2,6592	3,3958	4,3364	5,5376	7,0715	9,0303	11,5317
1,2775	1,6320	2,0849	2,6635	3,4026	4,3468	5,5530	7,0940	9,0626	11,5775
1,278	1,6333	2,0874	2,6677	3,4093	4,3571	5,5684	7,1164	9,1948	11,6232
1,279	1,6358	2,0922	2,6759	3,4225	4,3774	5,5987	7,1607	9,1585	11,7137
1,280	1,6384	2,0972	2,6844	3,4360	4,3981	5,6296	7,2059	9,2236	11,8062
1,281	1,6410	2,1021	2,6928	3,4495	4,4188	5,6605	7,2511	9,2887	11,8988
1,282	1,6435	2,1070	2,7012	3,4629	4,4394	5,6913	7,2962	9,3537	11,9914
1,2825	1,6448	2,1095	2,7054	3,4697	4,4499	5,7070	7,3192	9,3869	12,0387
1,283	1,6461	2,1119	2,7096	3,4764	4,4602	5,7224	7,3418	9,4195	12,0852
1,284	1,6487	2,1169	2,7181	3,4900	4,4812	5,7539	7,3880	9,4862	12,1803
1,285	1,6512	2,1218	2,7265	3,5036	4,5021	5,7852	7,4340	9,5527	12,2752
1,286	1,6538	2,1268	2,7351	3,5173	4,5232	5,8168	7,4804	9,6198	12,3711
1,287	1,6564	2,1318	2,7436	3,5310	4,5444	5,8486	7,5271	9,6874	12,4677
1,2875	1,6577	2,1343	2,7479	3,5379	4,5550	5,8646	7,5507	9,7215	12,5164
1,288	1,6589	2,1367	2,7521	3,5447	4,5656	5,8805	7,5741	9,7554	12,5650
1,289	1,6615	2,1417	2,7607	3,5585	4,5869	5,9125	7,6212	9,8237	12,6627

Продолжение

Средний темп	Коэффициенты								
	$\sqrt{}$	$\sqrt[3]{}$	$\sqrt[4]{}$	$\sqrt[5]{}$	$\sqrt[6]{}$	$\sqrt[7]{}$	$\sqrt[8]{}$	$\sqrt[9]{}$	$\sqrt[10]{}$
1,290	1,6641	2,1467	2,7692	3,5723	4,6083	5,9447	7,6687	9,8926	12,7615
1,291	1,6667	2,1517	2,7778	3,5861	4,6297	5,9769	7,7162	9,9616	12,8604
1,292	1,6693	2,1567	2,7865	3,6002	4,6515	6,0097	7,7645	10,0317	12,9610
1,2925	1,6706	2,1593	2,7909	3,6072	4,6623	6,0260	7,7886	10,0668	13,0113
1,293	1,6718	2,1616	2,7949	3,6138	4,6726	6,0417	7,8119	10,1008	13,0603
1,294	1,6744	2,1667	2,8037	3,6280	4,6946	6,0748	7,8608	10,1719	13,1624
1,295	1,6770	2,1717	2,8124	3,6621	4,7165	6,1079	7,9097	10,2431	13,2648
1,296	1,6796	2,1768	2,8211	3,6561	4,7383	6,1408	7,9585	10,3142	13,3672
1,297	1,6822	2,1818	2,8298	3,6703	4,7604	6,1742	8,0079	10,3862	13,4709
1,2975	1,6835	2,1843	2,8341	3,6772	4,7712	6,1906	8,0323	10,4219	13,5224
1,298	1,6848	2,1869	2,8386	3,6845	4,7825	6,2077	8,0576	10,4588	13,5755
1,299	1,6871	2,1919	2,8473	3,6986	4,8045	6,2410	8,1071	10,5311	13,6799
1,300	1,6900	2,1970	2,8561	3,7129	4,8268	6,2748	8,1572	10,6044	13,7857
1,305	1,703	2,222	2,900	3,785	4,939	6,446	8,412	10,98	14,32
1,310	1,716	2,248	2,945	3,858	5,054	6,621	8,673	11,36	14,88
1,315	1,729	2,274	2,990	3,932	5,171	6,800	8,941	11,76	15,46
1,320	1,742	2,300	3,036	4,007	5,290	6,983	8,217	12,17	16,06
1,325	1,756	2,326	3,082	4,084	5,411	7,170	9,500		
1,330	1,769	2,353	3,129	4,162	5,535	7,361	9,791		
1,335	1,782	2,379	3,176	4,240	5,661	7,557	10,090		
1,340	1,796	2,406	3,224	4,320	5,789	7,758	10,390		
1,345	1,809	2,433	3,273	4,402	5,920	7,963			
1,350	1,822	2,460	3,321	4,484	6,053	8,172			
1,355	1,836	2,488	3,371	4,568					
1,360	1,849	2,515	3,421	4,653					
1,365	1,863	2,543	3,472	4,739					
1,370	1,883	2,571	3,523	4,826					
1,375	1,890	2,600	3,575	4,915					
1,380	1,904	2,628	3,627	5,000					
1,385	1,918	2,657	3,680						
1,390	1,932	2,686	3,733						
1,395	1,946	2,715	3,787						
1,400	1,960	2,744	3,842						
1,410	1,988	2,803	3,952						
1,420	2,016	2,863							
1,430	2,045	2,924							
1,440	2,074	2,986							
1,450	2,088	3,017							
1,460	2,132	3,112							
1,470	2,161	3,176							
1,480	2,190	3,242							
1,490	2,220	3,308							
1,500	2,250	3,375							
1,550	2,402	3,724							
1,600	2,560	4,096							
1,650	2,722	4,492							
1,700	2,890	4,913							

Значения интеграла вероятностей нормального закона распределения

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt; \quad \Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

t	F(t)	Φ(t)	t	F(t)	Φ(t)
0,00	0,0000	0,0000	0,40	0,3108	0,1554
0,01	0,0080	0,0040	0,41	0,3182	0,1591
0,02	0,0160	0,0080	0,42	0,3255	0,1628
0,03	0,0239	0,0120	0,43	0,3328	0,1664
0,04	0,0319	0,0160	0,44	0,3401	0,1701
0,05	0,0399	0,0200	0,45	0,3473	0,1737
0,06	0,0478	0,0239	0,46	0,3545	0,1773
0,07	0,0558	0,0279	0,47	0,3616	0,1808
0,08	0,0638	0,0319	0,48	0,3688	0,1844
0,09	0,0717	0,0359	0,49	0,3759	0,1880
0,10	0,0797	0,0399	0,50	0,3829	0,1915
0,11	0,0876	0,0438	0,51	0,3899	0,1950
0,12	0,0955	0,0478	0,52	0,3969	0,1985
0,13	0,1034	0,0517	0,53	0,4039	0,2020
0,14	0,1113	0,0557	0,54	0,4108	0,2054
0,15	0,1192	0,0596	0,55	0,4177	0,2089
0,16	0,1271	0,0636	0,56	0,4245	0,2123
0,17	0,1350	0,0675	0,57	0,4313	0,2157
0,18	0,1428	0,0714	0,58	0,4381	0,2191
0,19	0,1507	0,0754	0,59	0,4448	0,2224
0,20	0,1585	0,0793	0,60	0,4515	0,2257
0,21	0,1663	0,0832	0,61	0,4581	0,2291
0,22	0,1741	0,0871	0,62	0,4647	0,2324
0,23	0,1819	0,0910	0,63	0,4713	0,2357
0,24	0,1897	0,0949	0,64	0,4778	0,2389
0,25	0,1974	0,0987	0,65	0,4843	0,2422
0,26	0,2051	0,1026	0,66	0,4907	0,2454
0,27	0,2128	0,1064	0,67	0,4971	0,2486
0,28	0,2205	0,1103	0,68	0,5035	0,2518
0,29	0,2282	0,1141	0,69	0,5098	0,2549
0,30	0,2358	0,1179	0,70	0,5161	0,2581
0,31	0,2434	0,1217	0,71	0,5223	0,2612
0,32	0,2510	0,1255	0,72	0,5285	0,2643
0,33	0,2586	0,1293	0,73	0,5346	0,2673
0,34	0,2661	0,1331	0,74	0,5407	0,2704
0,35	0,2737	0,1369	0,75	0,5467	0,2734
0,36	0,2812	0,1406	0,76	0,5527	0,2764
0,37	0,2886	0,1443	0,77	0,5587	0,2794
0,38	0,2961	0,1481	0,78	0,5646	0,2823
0,39	0,3035	0,1518	0,79	0,5705	0,2853

Продолжение

t	$F(t)$	$\Phi(t)$	t	$F(t)$	$\Phi(t)$
0,80	0,5763	0,2882	1,25	0,7887	0,3944
0,81	0,5821	0,2911	1,26	0,7923	0,3962
0,82	0,5878	0,2939	1,27	0,7959	0,3980
0,83	0,5935	0,2968	1,28	0,7995	0,3998
0,84	0,5991	0,2996	1,29	0,8030	0,4015
0,85	0,6047	0,3023	1,30	0,8064	0,4032
0,86	0,6102	0,3051	1,31	0,8098	0,4049
0,87	0,6157	0,3078	1,32	0,8132	0,4066
0,88	0,6211	0,3106	1,33	0,8165	0,4083
0,89	0,6265	0,3133	1,34	0,8198	0,4099
0,90	0,6319	0,3160	1,35	0,8230	0,4115
0,91	0,6372	0,3186	1,36	0,8262	0,4131
0,92	0,6424	0,3212	1,37	0,8293	0,4147
0,93	0,6476	0,3238	1,38	0,8324	0,4162
0,94	0,6528	0,3264	1,39	0,8355	0,4178
0,95	0,6579	0,3290	1,40	0,8385	0,4193
0,96	0,6629	0,3315	1,41	0,8415	0,4208
0,97	0,6680	0,3340	1,42	0,8444	0,4222
0,98	0,6729	0,3365	1,43	0,8473	0,4237
0,99	0,6778	0,3389	1,44	0,8501	0,4251
1,00	0,6827	0,3414	1,45	0,8529	0,4265
1,01	0,6875	0,3438	1,46	0,8557	0,4279
1,02	0,6923	0,3462	1,47	0,8584	0,4292
1,03	0,6970	0,3485	1,48	0,8611	0,4306
1,04	0,7017	0,5089	1,49	0,8638	0,4319
1,05	0,7063	0,3532	1,50	0,8664	0,4332
1,06	0,7109	0,3555	1,51	0,8690	0,4345
1,07	0,7154	0,3577	1,52	0,8715	0,4358
1,08	0,7199	0,3600	1,53	0,8740	0,4370
1,09	0,7243	0,3622	1,54	0,8764	0,4382
1,10	0,7287	0,3644	1,55	0,8789	0,4395
1,11	0,7330	0,3665	1,56	0,8812	0,4406
1,12	0,7373	0,3687	1,57	0,8836	0,4418
1,13	0,7415	0,3708	1,58	0,8859	0,4430
1,14	0,7457	0,3729	1,59	0,8882	0,4441
1,15	0,7499	0,3750	1,60	0,8904	0,4452
1,16	0,7540	0,3770	1,61	0,8926	0,4463
1,17	0,7580	0,3790	1,62	0,8948	0,4474
1,18	0,7620	0,3810	1,63	0,8969	0,4485
1,19	0,7660	0,3830	1,64	0,8990	0,4495
1,20	0,7699	0,3850	1,65	0,9011	0,4506
1,21	0,7737	0,3869	1,66	0,9031	0,4516
1,22	0,7775	0,3888	1,67	0,9051	0,4526
1,23	0,7813	0,3907	1,68	0,9070	0,4535
1,24	0,7850	0,3925	1,69	0,9090	0,4545

Продолжение

t	$F(t)$	$\Phi(t)$	t	$F(t)$	$\Phi(t)$
1,70	0,9109	0,4555	2,15	0,9684	0,4842
1,71	0,9127	0,4564	2,16	0,9692	0,4846
1,72	0,9146	0,4573	2,17	0,9700	0,4850
1,73	0,9164	0,4582	2,18	0,9707	0,4853
1,74	0,9181	0,4591	2,19	0,9715	0,4858
1,75	0,9199	0,4600	2,20	0,9722	0,4861
1,76	0,9216	0,4608	2,21	0,9729	0,4865
1,77	0,9233	0,4617	2,22	0,9736	0,4868
1,78	0,9249	0,4625	2,23	0,9742	0,4871
1,79	0,9265	0,4633	2,24	0,9749	0,4875
1,80	0,9281	0,4641	2,25	0,9756	0,4878
1,81	0,9298	0,4649	2,26	0,9762	0,4881
1,82	0,9312	0,4656	2,27	0,9768	0,4884
1,83	0,9328	0,4664	2,28	0,9774	0,4887
1,84	0,9342	0,4671	2,29	0,9780	0,4890
1,85	0,9357	0,4679	2,30	0,9786	0,4893
1,86	0,9371	0,4686	2,31	0,9791	0,4896
1,87	0,9385	0,4693	2,32	0,9797	0,4899
1,88	0,9399	0,4700	2,33	0,9802	0,4901
1,89	0,9412	0,4706	2,34	0,9807	0,4904
1,90	0,9426	0,4713	2,35	0,9812	0,4906
1,91	0,9439	0,4720	2,36	0,9817	0,4909
1,92	0,9451	0,4726	2,37	0,9822	0,4911
1,93	0,9464	0,4732	2,38	0,9827	0,4914
1,94	0,9476	0,4738	2,39	0,9832	0,4916
1,95	0,9488	0,4744	2,40	0,9836	0,4918
1,96	0,9500	0,4750	2,41	0,9840	0,4920
1,97	0,9512	0,4756	2,42	0,9845	0,4923
1,98	0,9523	0,4762	2,43	0,9849	0,4925
1,99	0,9534	0,4767	2,44	0,9853	0,4927
2,00	0,9545	0,4773	2,45	0,9858	0,4929
2,01	0,9556	0,4778	2,46	0,9861	0,4931
2,02	0,9566	0,4783	2,47	0,9865	0,4933
2,03	0,9576	0,4788	2,48	0,9869	0,4934
2,04	0,9586	0,4793	2,49	0,9872	0,4936
2,05	0,9596	0,4798	2,50	0,9876	0,4938
2,06	0,9606	0,4803	2,51	0,9879	0,4939
2,07	0,9616	0,4808	2,52	0,9883	0,4941
2,08	0,9625	0,4813	2,53	0,9886	0,4943
2,09	0,9634	0,4817	2,54	0,9889	0,4945
2,10	0,9643	0,4822	2,55	0,9892	0,4946
2,11	0,9651	0,4826	2,56	0,9895	0,4948
2,12	0,9660	0,4830	2,57	0,9898	0,4949
2,13	0,9668	0,4834	2,58	0,9901	0,4951
2,14	0,9676	0,4838	2,59	0,9904	0,4952

Продолжение

t	F(t)	Φ(t)	t	F(t)	Φ(t)
2,60	0,9907	0,4953	2,95	0,9968	0,4984
2,61	0,9910	0,4955	2,96	0,9969	0,4985
2,62	0,9912	0,4956	2,97	0,9970	0,4985
2,63	0,9915	0,4957	2,98	0,9971	0,4986
2,64	0,9917	0,4959	2,99	0,9972	0,4986
2,65	0,9920	0,4960	3,00	0,9973	0,4986
2,66	0,9922	0,4961	3,01	0,9974	0,4987
2,67	0,9924	0,4962	3,02	0,9975	0,4987
2,68	0,9926	0,4963	3,03	0,9976	0,4988
2,69	0,9928	0,4964	3,04	0,9976	0,4988
2,70	0,9931	0,4965	3,05	0,9977	0,4989
2,71	0,9933	0,4966	3,06	0,9978	0,4989
2,72	0,9935	0,4967	3,07	0,9979	0,4989
2,73	0,9937	0,4968	3,08	0,9979	0,4990
2,74	0,9939	0,4969	3,09	0,9980	0,4990
2,75	0,9940	0,4970	3,10	0,9980	0,4990
2,76	0,9942	0,4971	3,11	0,9981	0,4991
2,77	0,9944	0,4972	3,12	0,9982	0,4991
2,78	0,9946	0,4973	3,13	0,9982	0,4991
2,79	0,9947	0,4974	3,14	0,9683	0,4992
2,80	0,9949	0,4974	3,15	0,9984	0,4992
2,81	0,9950	0,4975	3,17	0,9985	0,4992
2,82	0,9952	0,4976	3,19	0,9986	0,4993
2,83	0,9954	0,4977	3,21	0,9987	0,4993
2,84	0,9955	0,4977	3,23	0,9988	0,4994
2,85	0,9956	0,4978	3,26	0,9989	0,4994
2,86	0,9958	0,4979	3,28	0,9990	0,4995
2,87	0,9959	0,4979	3,31	0,9991	0,4995
2,88	0,9960	0,4980	3,34	0,9992	0,4996
2,89	0,9962	0,4981	3,38	0,9993	0,4996
2,90	0,9963	0,4981	3,42	0,9994	0,4997
2,91	0,9964	0,4982	3,46	0,9995	0,4997
2,92	0,9965	0,4982	3,51	0,9996	0,4998
2,93	0,9966	0,4983	3,58	0,9997	0,4998
2,94	0,9967	0,4984	3,67	0,9998	0,4999
			3,80	0,9999	0,4999

Приложение 3

Квантили χ^2-распределения

k \ p	0,025	0,050	0,10	0,90	0,95	0,975
1	0,01	0,04	0,02	2,71	3,84	5,02
2	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38
3	0,22	0,35	0,58	6,25	7,82	9,35
4	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14
5	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,03
6	1,24	1,64	2,20	10,65	12,59	14,45
7	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01
8	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,54
9	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02
10	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48
11	3,82	4,58	5,58	17,28	19,68	21,92
12	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34
13	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74
14	5,63	6,57	7,79	21,06	23,69	26,12
15	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49
16	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85
17	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19
18	8,23	9,39	10,87	25,09	28,87	31,53
19	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85
20	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17
22	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78
24	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36
26	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92
28	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46
30	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,90
35	20,57	22,47	24,80	46,06	49,00	53,20
40	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34
45	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41
50	32,36	34,76	37,69	63,17	67,51	71,42

Критические значения корреляционного отношения η^2 и коэффициента детерминации R^2

а) уровень значимости $\alpha = 0{,}05$

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	8	10	20
3	0,771	865	903	924	938	947	959	967	983
4	658	776	832	865	887	902	924	937	967
5	569	699	764	806	835	854	885	904	948
6	500	632	704	751	785	811	847	871	928
7	444	575	651	702	739	768	810	839	908
8	399	527	604	657	697	729	775	807	887
9	362	488	563	628	659	692	742	777	867
10	332	451	527	582	624	659	711	749	847
11	306	420	495	550	593	628	682	722	828
12	283	394	466	521	564	600	655	696	809
14	247	345	417	471	514	550	607	650	773
16	219	312	378	429	477	507	564	609	740
18	197	283	348	394	435	470	527	573	709
20	179	259	318	364	404	432	495	540	680
22	164	238	294	339	377	410	466	511	653
24	151	221	273	316	353	385	440	484	628
26	140	206	256	297	332	363	417	461	605
28	130	193	240	279	314	344	396	439	583
30	122	182	227	264	297	326	373	419	563
32	115	171	214	250	282	310	360	401	544
34	108	162	203	238	268	296	344	384	526
36	102	153	102	226	256	282	329	368	509
38	097	146	184	218	245	271	316	355	493
40	093	139	176	207	234	259	304	342	479
50	075	113	143	170	194	216	254	288	416
60	063	095	121	144	165	184	218	249	368
80	047	072	093	110	127	142	170	196	298
100	038	058	075	090	103	116	140	161	251
120	032	049	063	075	087	098	119	137	217
200	019	030	038	046	053	060	073	086	139
400	010	015	019	023	027	031	038	044	074

Критические значения F-критерия

k_1 \ k_2	1	2	3	4	5	6	8	10	20
	уровень значимости $\alpha=0{,}05$								
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	238,9	242,0	248,0
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,39	19,44
3	10,13	9,45	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,78	8,66
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,80
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,56
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,87
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,63	3,44
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,34	3,15
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,13	2,93
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,97	2,77
11	4,82	3,98	3,59	3,63	3,20	3,09	2,95	2,86	2,65
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,76	2,54
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,39
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,28
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,19
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,12
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	1,93
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,12	1,84
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	2,04	1,75
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,02	1,90	1,65
	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,83	1,57
	уровень значимости $\alpha=0{,}01$								
1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5981	6056	6208
2	98,49	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,40	99,45
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,49	27,23	26,69
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,80	14,54	14,02
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,27	10,05	10,55
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,10	7,87	7,39
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,84	6,62	6,15
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,03	5,82	5,36
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,02	5,80	5,47	5,26	4,80
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,06	4,85	4,41
11	9,65	7,20	6,22	5,64	5,32	5,07	4,74	5,54	4,10
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,50	4,30	3,86
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,14	3,94	3,51
16	8,58	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,69	3,25
18	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,71	3,51	3,07
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,56	3,37	2,94
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,17	2,98	2,55
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	2,99	2,80	2,37
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,82	2,63	2,20
120	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,66	2,47	2,03
	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2,80	2,51	2,32	1,87

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ: СТАТИСТИЧЕСКАЯ МЕТОДОЛОГИЯ В ИЗУЧЕНИИ КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Редактор *О.Л.Борисова*
Технический редактор *Л.Г.Челышева*
Художественный редактор *О.Н.Поленова*
Корректоры *Т.М.Колпакова, Н.П.Сперанская*
Обложка художника *Д.Б.Краснобаева*

ИБ № 2936

Лицензия ЛР № 010156 от 03.01.1992 г.

Подписано в печать 16.09.96
Формат 60х90/16. Гарнитура "Литературная". Печать офсетная
Усл.п.л. 18,5. Усл.кр.-отт. 18,62. Уч.-изд.л. 21,25
Доп.тираж 10000 экз. Заказ 2128. "С"037

Издательство "Финансы и статистика"
101000, Москва, ул. Покровка, 7
Телефон (095) 925-35-02, факс (095) 925-09-57

Великолукская городская типография Упринформпечати Псковской области
182100, Великие Луки, ул. Полиграфистов, 78/12