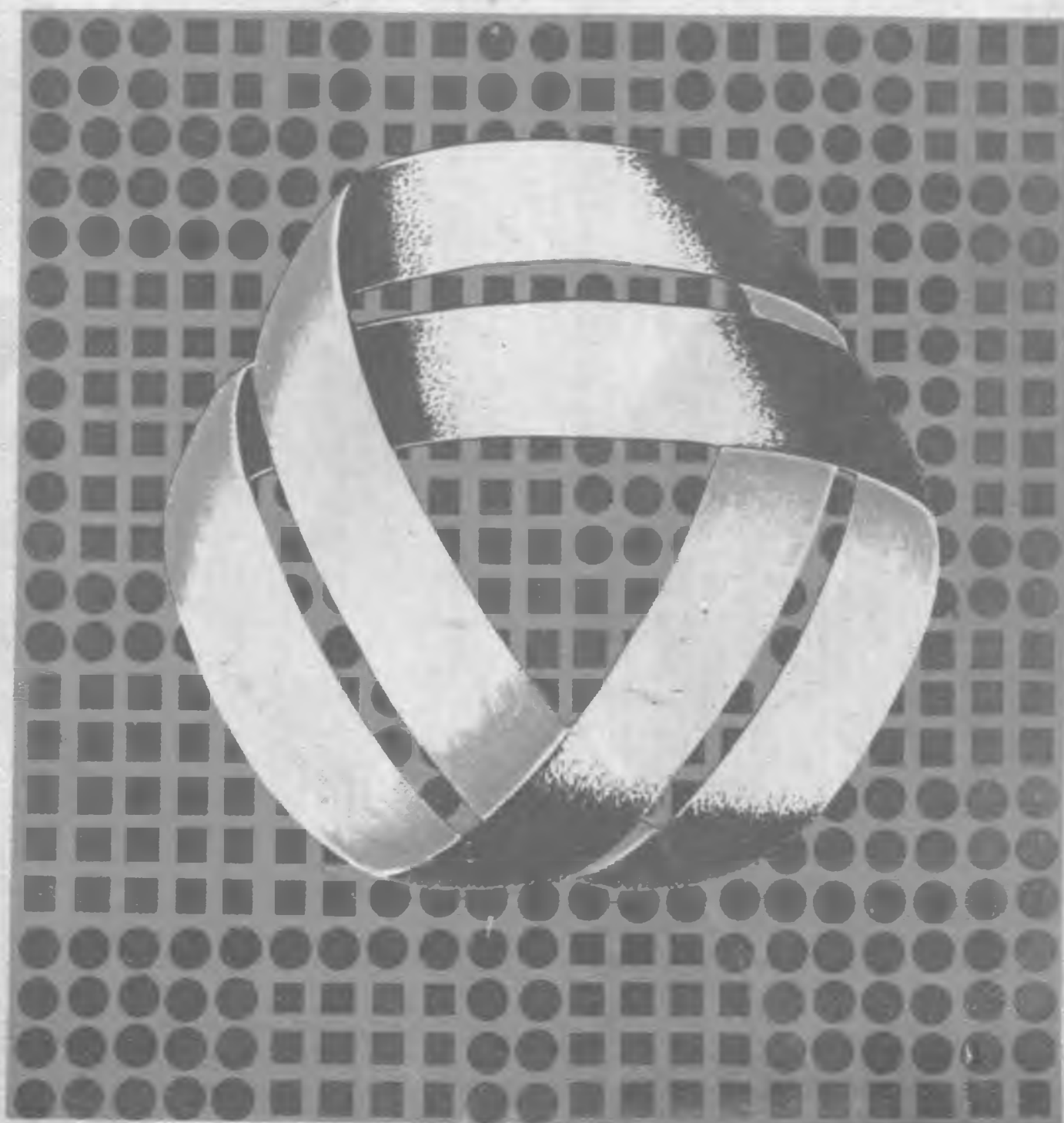


310
п 90

А. В. БУБЕННИКОВ

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

ЗАДАЧИ
ДЛЯ УПРАЖНЕНИЙ



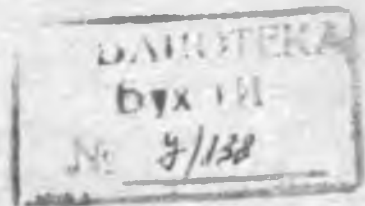
515
590

А. В. БУБЕННИКОВ

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

ЗАДАЧИ ДЛЯ УПРАЖНЕНИЙ

Допущено
Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для студентов всех специальностей
вузов



МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1981

ББК 22.151.3

Б90

УДК 515

Рецензент

Заслуженный деятель
науки и техники РСФСР, д. т. н.
проф. Фролов С. А. (МВТУ им. Баумана)

Бубеников А. В.

Б90 Начертательная геометрия Задачи для
упражнений: Учеб пособие — М : Высш.
школа, 1981 — 296 с., ил

В пер.: 1 р. 30 к.

В учебном пособии приведены не только
задачи для упражнений (большинство на фор-
мирование, задание и изображение поверхно-
стей технических форм), но и процессы решения
типовых задач по каждой теме курса. Задачи
для самостоятельного решения имеют ответы.

Предназначается для всех форм обучения и
особенно для заочных и вечерних вузов и факуль-
тетов.

Б 20201—227
001(01)—81 72—81

1702040000

515
ББК 22.151.3

Изучение в технических вузах фундаментальных математических наук имеет первостепенное значение в формировании будущего инженера. Они призваны дать специалисту с высшим техническим образованием необходимые знания для решения инженерных задач.

Начертательная геометрия как прикладная математическая наука находит особенно большое применение в конструкторской практике, где рассматривается большой комплекс технических задач с широким использованием математического аппарата.

Начертательная геометрия является грамматикой «языка техники» (чертежа).

Невозможно полно представить себе предмет по его даже самому подробному описанию. Описание не может заменить чертежа, построенного по определенным геометрическим правилам.

Начертательная геометрия является наилучшим средством развития у человека его пространственного воображения, без которого немислимо никакое творчество.

Инженер в своей практической деятельности не может обойтись без знания этой науки. Она нужна ему не только при проектировании и при создании по выполненному проекту того или иного сооружения или машины, она нужна ему при исследовании форм предметов на прочность, решении конкретных задач науки и техники.

Учебное пособие «Начертательная геометрия» (задачи для упражнений) имеет целью дать студентам высших технических учебных заведений необходимые практические навыки в решении задач, что способствует более глубокому усвоению теоретических основ начертательной геометрии; в нем рассматриваются задачи применительно к программе технологических, машиностроительных, строительных и конструкторских специальностей втузов.

Учебное пособие рекомендуется для всех форм обучения и особенно для студентов заочных и вечерних вузов и факультетов.

В настоящем пособии учащиеся встречаются не только с постановкой, но и с рассмотрением решений конкретных геометрических задач, в большинстве на формирование, задание и изоб-

ражение поверхностей технических форм; знакомятся с процессом решения типовых задач каждой темы курса начертательной геометрии.

Все предлагаемые для самостоятельного решения задачи имеют ответы.

После изучения по учебнику соответствующей темы курса учащемуся предлагается рассмотреть в настоящем учебном пособии решения задач этой темы, т. е. указать последовательность графических построений, составить план решения задачи (черные номера задач).

Затем предлагается решить задачи при известном ответе (зеленые номера задач).

Предлагаемое учебное пособие может быть использовано и как альбом, в котором выполняют все необходимые графические построения.

Правильный ход решения задачи учащийся может проверить вспомогательными графическими построениями в границах рамки заданного чертежа.

Указанная методика дает возможность в наименьшее время рассмотреть наибольшее число позиционных и метрических задач курса и тем значительно повысить уровень геометрической и конструкторской подготовки инженеров.

При подготовке рукописи к печати учтены советы и замечания профессоров В. С. Левицкого, Н. Н. Рыжова, Н. А. Соболева, Г. И. Федотова, Г. И. Ягодкина и особенно С. А. Фролова — основного рецензента книги.

Большую помощь автору в отборе оптимальных вариантов решения представленных задач оказал коллектив кафедры начертательной геометрии и графики ВЗПИ и прежде всего доценты В. В. Бурметьев, Л. А. Колычева, В. В. Крылов, А. Ф. Садовничий, ст. преподаватель Е. К. Щаренская, которые проверили решения задач в аудиторных группах студентов.

Выражаю сердечную благодарность всем принявшим участие в работе над книгой.

Автор с благодарностью примет все замечания и предложения по улучшению книги, которые следует направлять в издательство «Высшая школа» по адресу: Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14.

Автор

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И УСЛОВНОСТИ

1. Натуральная система координат обозначается *Oxyz*.
2. Плоскости основной (координатной) системы плоскостей проекций обозначают прописной буквой *П* греческого алфавита с добавлением подстрочного индекса 1 или 2. Горизонтальная плоскость проекций (координатная плоскость *Oxy*) — *П₁*, Фронтальная плоскость проекций (координатная плоскость *Oxz*) — *П₂*.
3. Центр проецирования — прописная буква латинского алфавита *S*.
4. Точки обозначаются прописными буквами латинского алфавита: *A, B, C, D, ...* или арабскими цифрами *1, 2, 3, 4, ...*.
5. Линии (прямые и кривые) — строчные буквы латинского алфавита: *a, b, c, d, ...*. Прямые линии также обозначаются: (*AB*) — прямая, проходящая через точки *A* и *B*; [*AB*] — луч с началом в точке *A*; [*AB*] — отрезок прямой, ограниченный точками *A* и *B*.
6. Плоскости и поверхности — прописные буквы греческого алфавита: *Γ, Φ, Σ, Ω, Θ, Ψ, Λ, ...*.
7. Углы обозначают строчными буквами греческого алфавита: *α, β, γ, δ, φ, α, κ, ...*. $\angle ABC$ — угол с вершиной в точке *B*. Угловая величина (градусная мера) обозначается знаком $\angle$.

который ставится над углом: $\widehat{ABC} = \angle ABC$. Прямой угол обозначают точкой внутри сектора — $\sphericalangle$.

8. Дополнительные плоскости проекций в дополнительной системе плоскостей проекций обозначают буквой *П* с добавлением очередного подстрочного индекса: *П₃, П₄, П₅, ...*.

9. Проекции точек, прямых и кривых линий обозначаются теми же буквами, какими обозначены их оригиналы, с добавлением индекса, соответствующего индексу плоскости проекций (в основной и дополнительных системах плоскостей проекций). В некоторых случаях за индекс принимается и обозначение самой плоскости проекций. Так, проекции точки *A*, прямой (кривой) и соответственно обозначают: на плоскости *П₁* — *A₁, a₁*; на плоскости *П₂* — *A₂, a₂*; на плоскости *П₃* — *A₃, a₃*; на плоскости *П₄* — *A₄, a₄*.

10. Последовательность геометрических фигур обозначают теми же буквами с добавлением надстрочного индекса: точек — *A¹, A², A³, A⁴, ...*; линий — *a¹, a², a³, a⁴, ...*; плоскостей — *Σ¹, Σ², Σ³, Σ⁴, ...*.

11. Особые прямые и плоскости имеют постоянные обозначения:

- а) линии уровня:
 - горизонталь — *h*;
 - фронталь — *f*;
- б) проецирующие плоскости:
 - горизонтально-проецирующая плоскость — *Γ*;
 - фронтально-проецирующая плоскость — *Φ*;
 - профильно-проецирующая плоскость — *Р*;
- в) следы проецирующих плоскостей:
 - Γ₁* — горизонтальный след плоскости *Γ* на *П₁*;
 - Φ₂* — фронтальный след плоскости *Φ* на *П₂*.

Проецирующая плоскость изображается только одним следом — тем, который является проекцией данной плоскости на плоскость, ей перпендикулярную;

г) оси вращения — *i, j*.

12. Способ задания геометрического образа указывается в скобках рядом с его буквенным обозначением:

- (*A, B*) — прямая задана двумя ее точками *A* и *B*;
- (*A, B, C*) — плоскость задана тремя ее точками *A, B, C*;
- (*a × b*) — плоскость задана пересекающимися прямыми *a* и *b*;
- (*g, A*) — плоскость задана прямой *g* и точкой *A*;
- (*a || b*) — плоскость задана параллельными прямыми *a* и *b*.

13. Символы:

- $\times$ — знак пересечения, $g = \Sigma \times \Omega$ — линия *g* есть результат пересечения плоскостей *Σ* и *Ω*;
- $\parallel$ — знак параллельности;
- $\perp$ — знак перпендикулярности;
- $\sim$ — знак, указывающий, что прямые линии скрещиваются (не пересекаются);
- $=$ — знак результата действия, равенства;
- $\equiv$ — знак совпадения, тождественности;
- $\neg$ — знак отрицания;
- $\in$ — знак принадлежности. $A \in g$ — точка *A* принадлежит прямой *g*;

$\subset$ — знак включения (является подмножеством), $a \subset \Sigma$ — плоскость *Σ* включает в себя линию *a* или множество точек линии *a* является подмножеством точек плоскости *Σ*;

$\cup$ — объединение множеств;

$\parallel_p$ — параллельное проецирование;

$\wedge$ — конъюнкция предложений — соответствует союзу «и»;

$\Rightarrow$ — импликация — логическое следствие, означает — если... то..., например $(a || c \wedge b || c) \Rightarrow a || b$. Если две прямые линии параллельны третьей прямой, то они параллельны между собой;

$\Leftrightarrow$ — эквивалентность;

$\forall$ — квантор общности — читается для всякого (для любого)

$$\forall (\triangle ABC) : (\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ).$$

Для всякого (для любого) треугольника сумма величин углов при вершинах равна 180°.

Расстояние между элементами пространства обозначается двумя вертикальными отрезками — $\parallel$;

$|AB|$ — расстояние между двумя точками *A* и *B* (длина отрезка *AB*);

$|AS|$ — расстояние от точки *A* до плоскости (поверхности) *Σ*;

$|ab|$ — расстояние между двумя линиями *a* и *b*;

$|\Sigma \Omega|$ — расстояние между двумя плоскостями (поверхностями).

14. Плоскость аксонометрических и перспективных проекций — прописная буква *П* греческого алфавита с добавлением знака «штрих» — *П'*.

15. Плоскость проекций в методе проекций с числовыми отметками — *П₀*.

16. Аксонометрические оси, *X', Y', Z'*: начало аксонометрических осей — *O'*.

17. Аксонометрические и перспективные проекции точек, прямых (кривых) и плоскостей (поверхностей) обозначаются буквами, соответствующими обозначениям их оригиналов, но с добавлением знака «штрих» — *A', a', Σ'*.

18. Вторичные проекции — с добавлением подстрочного индекса:

$$A_1', A_2', A_3', \dots; \\ a_1', a_2', a_3', \dots$$

19. Коэффициенты искажения: *n, v, w*.

20. Проекция точек в проекциях с числовыми отметками обозначаются той же буквой, что и точки пространства, с добавлением числа, характеризующего расстояние точки до плоскости проекций:

$$A_{13}, B_{23}, C_3, D_0, E_{-10}$$

21. Основные операции: совпадение геометрических образов — $a \equiv b$, $A \equiv B$; несовпадение — $a \not\equiv b$, $A \not\equiv B$; взаимная принадлежность геометрических образов — $A \subset \Sigma$, $A \supset a$; пересечение двух геометрических образов — $a \times \Sigma$; результат геометрической операции — $K = a \times \Sigma$.

Латинский алфавит

<i>A, a</i> — а	<i>J, j</i> — йот (жи)	<i>S, s</i> — эс
<i>B, b</i> — бэ	<i>K, k</i> — ка	<i>T, t</i> — тэ
<i>C, c</i> — цэ	<i>L, l</i> — зль	<i>U, u</i> — у
<i>D, d</i> — дэ	<i>M, m</i> — эм	<i>V, v</i> — вэ
<i>E, e</i> — э	<i>N, n</i> — эн	<i>W, w</i> — дубль-вэ
<i>F, f</i> — эф	<i>O, o</i> — о	<i>X, x</i> — икс
<i>G, g</i> — ге (же)	<i>P, p</i> — пэ	<i>Y, y</i> — игрек
<i>H, h</i> — ха (аш)	<i>Q, q</i> — ку	<i>Z, z</i> — зет
<i>I, i</i> — и	<i>R, r</i> — эр	

Греческий алфавит

<i>Α, α</i> — альфа	<i>Ι, ι</i> — йота	<i>Ρ, ρ</i> — ро
<i>Β, β</i> — бэта	<i>Κ, κ</i> — каппа	<i>Σ, σ</i> — сигма
<i>Γ, γ</i> — гамма	<i>Λ, λ</i> — ламбда	<i>Τ, τ</i> — тау
<i>Δ, δ</i> — дельта	<i>Μ, μ</i> — ми	<i>Φ, φ</i> — фи
<i>Ε, ε</i> — эпсилон	<i>Ν, ν</i> — ни	<i>Χ, χ</i> — хи
<i>Ζ, ζ</i> — зета	<i>Ξ, ξ</i> — кси	<i>Υ, υ</i> — ипсилон
<i>Η, η</i> — эта	<i>Ο, ο</i> — омикрон	<i>Ψ, ψ</i> — пси
<i>Θ, θ</i> — тэта	<i>Π, π</i> — пи	<i>Ω, ω</i> — омега

Стремление человека познать тайны природы, законы ее развития, изучить явления и процессы, происходящие в природе, стало его насущной необходимостью, особенно в наши дни, в век бурного развития науки и техники.

Одним из методов познания главных свойств тех или иных явлений природы является метод моделирования, где человек создает физическую или абстрактную (математическую) модель.

Физические модели сохраняют природу изучаемого объекта, повторяя его в малых масштабах.

Абстрактные (математические) модели представляются различного рода уравнениями, которые и передают основные свойства изучаемых объектов; исследование уравнений приводит к раскрытию свойств объектов.

В инженерной практике мы встречаемся с геометрическими моделями. Они изучаются с помощью чертежей. Чертежи являются средством общения людей в их производственной деятельности.

Наука, занимающаяся изучением графических методов отображения пространства, называется начертательной геометрией.

Начертательная геометрия — весьма важная общественная учебная дисциплина вузов.

Основной целью начертательной геометрии является умение изображать всевозможные сочетания геометрических форм на плоскости, а также производить исследование их, умение решать позиционные и метрические задачи.

С помощью изображений-чертежей инженер-конструктор закрепляет свои творческие замыслы и передает их исполнителям: инженерам производства, техникам, рабочим.

По чертежам возводятся инженерные сооружения, создаются машины и механизмы, сложнейшие приборы.

С помощью изображений можно видеть и изучать формы предметов, можно непосред-

ственно сравнивать оригиналы, далеко расположенные один от другого, и т. п.

Однако не всякое изображение отражает геометрические свойства оригинала и может быть принято для всестороннего его исследования. Изображение, которое позволяет определять взаимосвязь (взаимопринадлежность) элементов объекта, называют полным.

Изображения, по которым можно определить размеры объекта, называют метрически определенными.

Изображения бывают рельефные и поверхностные (плоскостные).

К рельефным изображениям можно отнести всякого рода модели и предметы ваяния.

К поверхностным изображениям можно отнести панорамы, картины, фотографии, рисунки, чертежи. Из поверхностных изображений наименее совершенными являются линейные — рисунки и чертежи, однако эти изображения наиболее употребительны в практике.

Рисунком называют изображение предмета от руки и на глаз с кажущимися относительными размерами и положениями отдельных его элементов.

Чертежом называют изображение предмета, построенное по особым правилам при помощи чертежных инструментов, в точной зависимости от размеров и положения в пространстве соответствующих линий предмета.

Чертеж является более точным выразителем наших представлений о каком-либо предмете, чем рисунок. В чертеже отражаются геометрические свойства изображаемого объекта. В технике чертежи являются единственным и незаменимым средством выражения человеческих идей.

Чертежи необходимы в самых разнообразных проявлениях многосторонней деятельности человека. Они должны не только определять форму и размеры предметов, но и быть до-

статочны простыми и точными в графическом исполнении, решать вопросы всестороннего исследования отдельных частей предмета.

Эти требования к чертежам привели к созданию теории изображений, составляющей основу начертательной геометрии.

Правила построений изображений, излагаемые в начертательной геометрии, основаны на методе проекций. Поэтому проекционный метод построения изображений является основным методом начертательной геометрии.

1. *Центральное проецирование* представляет собой один из общих случаев проецирования всевозможных предметов на плоскости.

Центральная проекция фигуры изменяется по виду и в размерах в зависимости от направления плоскости проекций и положения ее относительно центра проецирования и самой фигуры.

2. *Параллельное проецирование* можно рассматривать как случай центрального проецирования с несобственным центром.

Параллельная проекция фигуры изменяется по виду и размерам только в зависимости от направления плоскости проекций.

Предметы при неизменном направлении проецирования имеют одну и ту же параллельную проекцию на все плоскости данного направления.

1. *Инварианты параллельного проецирования.*

Между фигурой и ее проекцией существует определенная геометрическая взаимосвязь, заключающаяся в том, что некоторые свойства, относящиеся к оригиналу, сохраняются и в проекциях при любых их преобразованиях. Такие свойства называют *и н в а р и а н т н ы м и* (независимыми).

Свойство 1. Если отрезок прямой делится точкой в каком-либо отношении, то и проекция отрезка делится проекцией точки в том же отношении.

Свойство 2. Точка пересечения проекций пересекающихся прямых линий является проекцией точки пересечения этих прямых линий.

Свойство 3. Проекции отрезков параллельных прямых линий параллельны и имеют одно

направление, а длины их находятся в таком же соотношении, как и длины самих отрезков.

Свойство 4. Проекции отрезков двух скрещивающихся прямых линий в зависимости от направления проецирования могут или пересекаться, или быть параллельными.

Свойство 5. При прямоугольном проецировании прямой угол между отрезками прямых проецируется без искажения (прямым углом), если одна из его сторон параллельна плоскости проекций, а другая не перпендикулярна ей.

4. Одна параллельная проекция без каких-либо дополнительных условий недостаточна для представления предмета в натуре: по такому изображению нельзя определить не только форму и размеры предмета, но и его положение в пространстве. Параллельная проекция не обладает свойством обратимости.

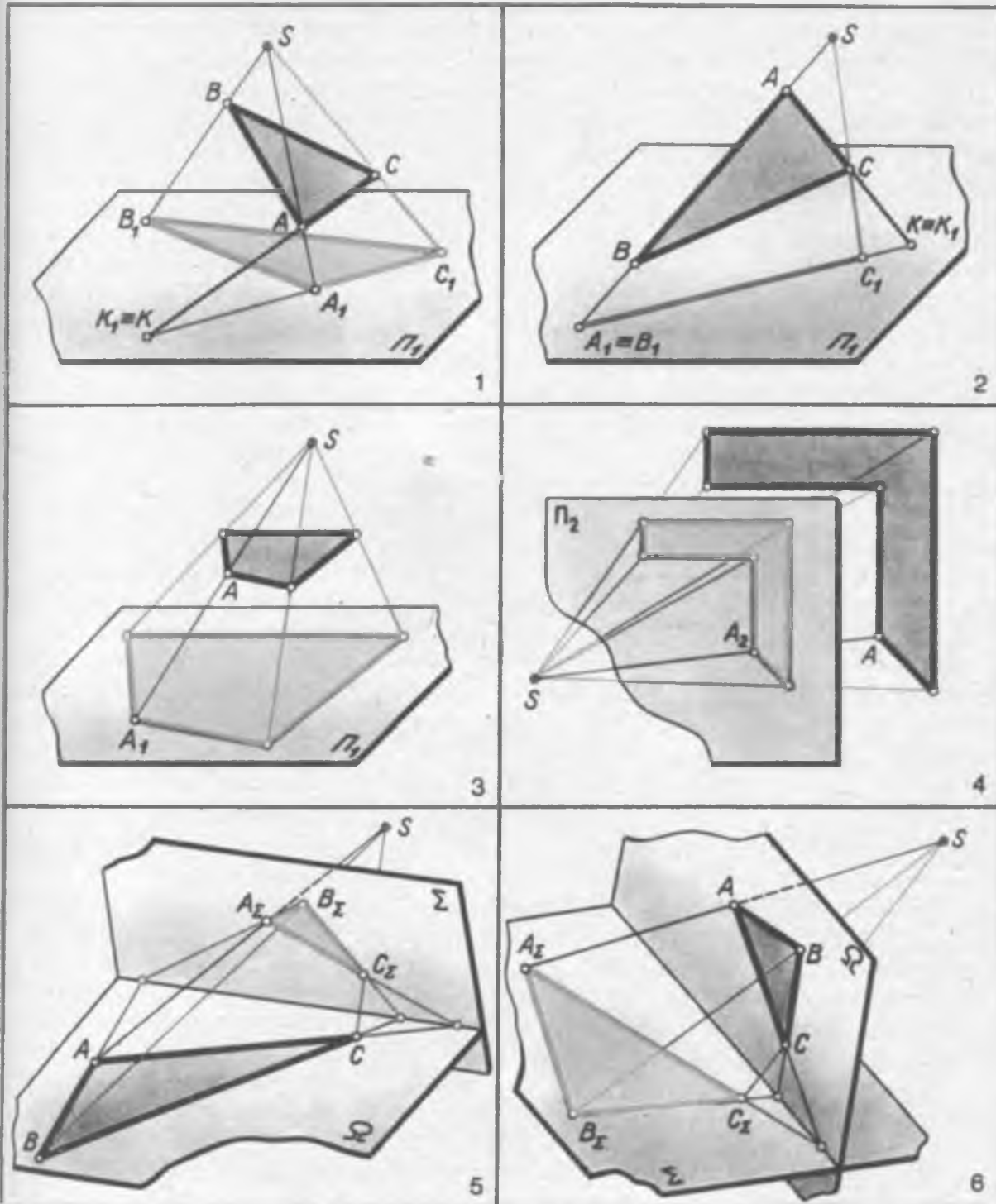
П р я м о у г о л ь н ы е (ортогональные) проекции обеспечивают высокую точность и удобоизмеримость изображений предметов на две плоскости. Они являются основными при составлении технических чертежей.

А к с о н о м е т р и ч е с к и е проекции дают наибольшую наглядность изображений. Здесь предмет связывают с пространственной системой трех взаимно перпендикулярных координатных осей. Предмет и оси координат проецируют на одну плоскость.

Проекции с числовыми отметками и особенно широко используются в строительстве транспортных наземных магистралей, в инженерно-строительной практике. Метод проекций с числовыми отметками основан на том, что все точки геометрического образа ортогонально проецируют на одну горизонтальную плоскость. Удаление точек предмета от плоскости уровня определяется на чертеже числовыми отметками.

В е к т о р и а л ь н ы е (федоровские) проекции представляют собой изображения геометрических образов на одной плоскости проекций. Удаление точек от плоскости проекций здесь определяют путем измерений в заданном масштабе произвольно направленных отрезков (векторов), исходящих из проекций этих точек.

§ 1. ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ



Задачи:

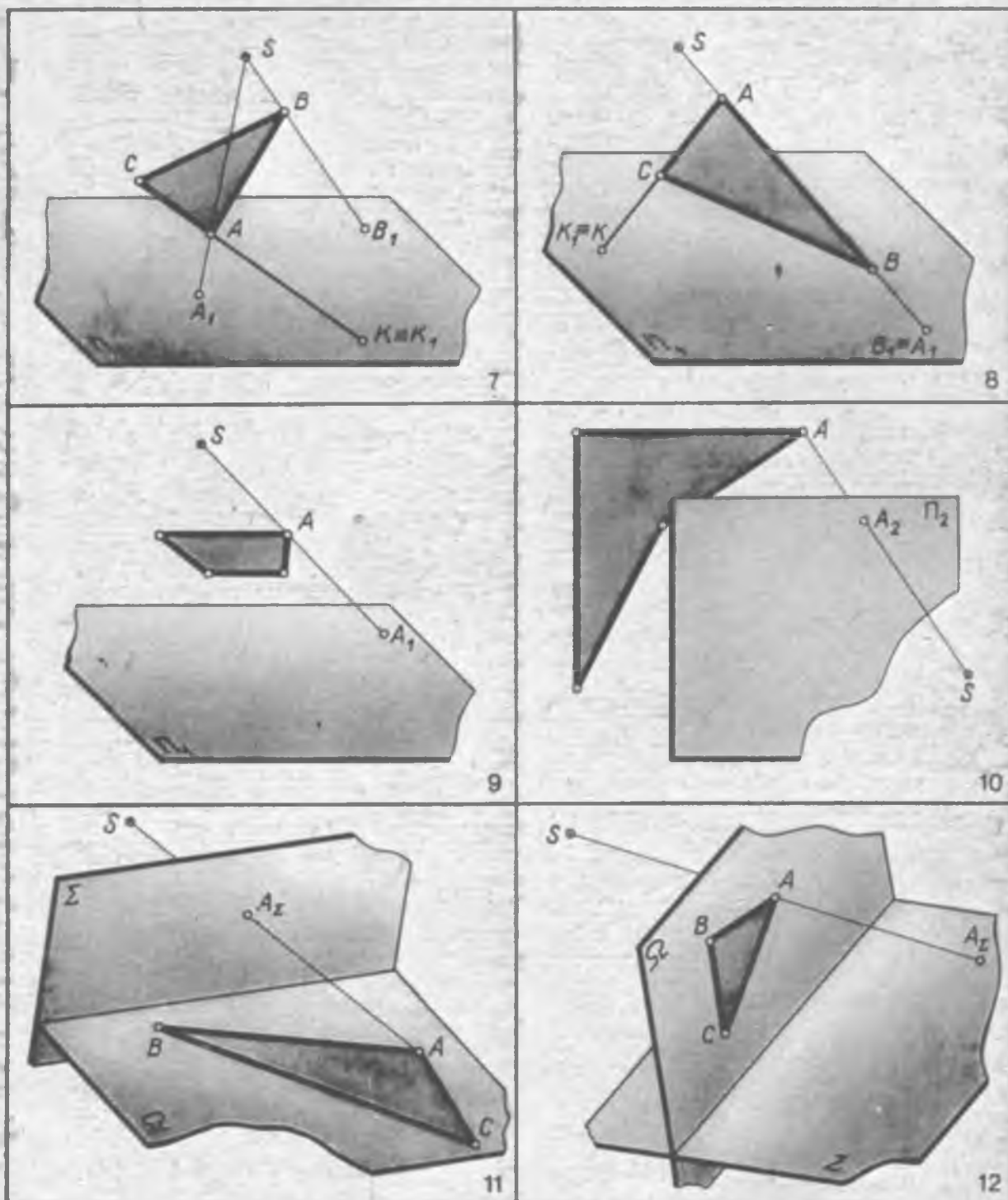
1.2. Из заданного центра S спроецировать треугольник ABC на горизонтальную плоскость Π_1 проекций. Известны центральные проекции A_1 и B_1 вершин A и B треугольника и точка K пересечения прямой линии стороны AC этого треугольника с плоскостью проекций.

3. Построить в горизонтальной плоскости Π_1 центральную проекцию плоской фигуры, параллельной плоскости Π_1 проекций. Центр

проецирования S и проекция A_1 точки A фигуры известны.

4. Построить во фронтальной плоскости Π_2 центральную проекцию плоской фигуры, параллельной плоскости Π_2 проекций. Центр проецирования S и проекция A_2 точки A фигуры известны.

5.6. Построить в плоскости Σ центральную проекцию треугольника ABC , принадлежащего плоскости Ω . Плоскости Σ и Ω пересекаются. Центр проецирования S и проекция A_Σ вершины A треугольника известны.



Задачи:

7.8. Из заданного центра S спроецировать треугольник ABC на горизонтальную плоскость Π_1 проекций. Известны центральные проекции A_1 и B_1 вершин A и B треугольника и точка K пересечения прямой линии стороны AC этого треугольника с плоскостью проекций.

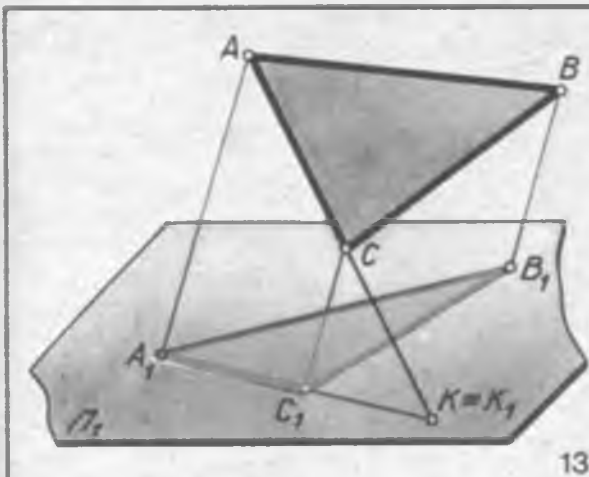
9. Построить в горизонтальной плоскости Π_1 центральную проекцию плоской фигуры, параллельной плоскости Π_1 проекций.

Центр проецирования S и проекция A_1 точки A фигуры известны.

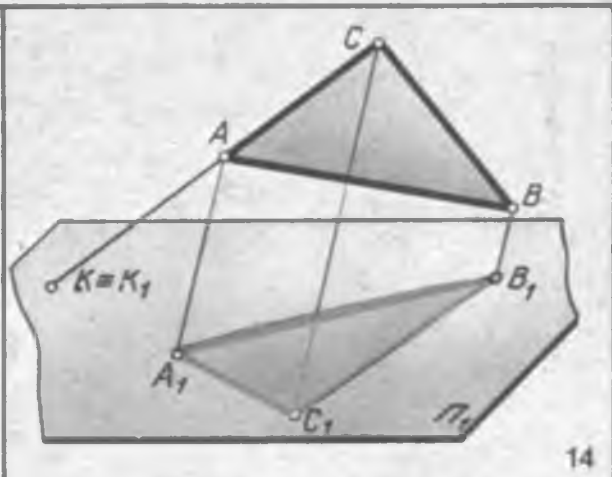
10. Построить во фронтальной плоскости Π_2 центральную проекцию плоской фигуры, параллельной плоскости Π_2 проекций. Центр проецирования S и проекция A_2 точки A фигуры известны.

11.12. Построить в плоскости Σ центральную проекцию треугольника ABC , принадлежащего плоскости Ω . Плоскости Σ и Ω пересекаются. Центр проецирования S и проекция A_2 вершины A треугольника известны.

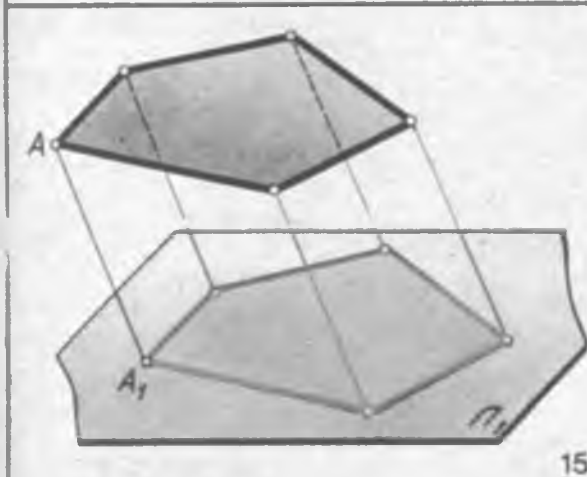
§ 2. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕКЦИРОВАНИЕ



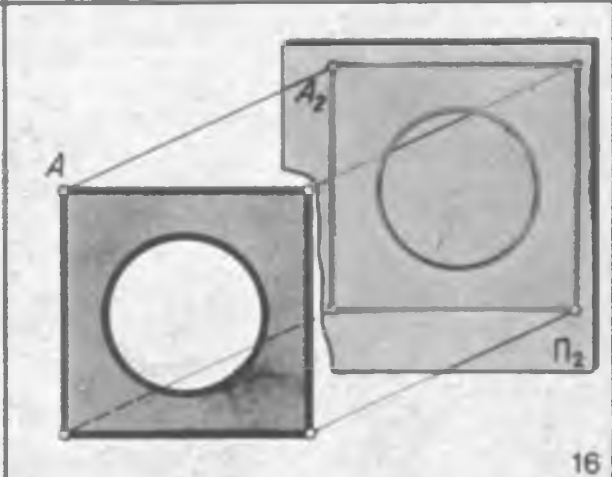
13



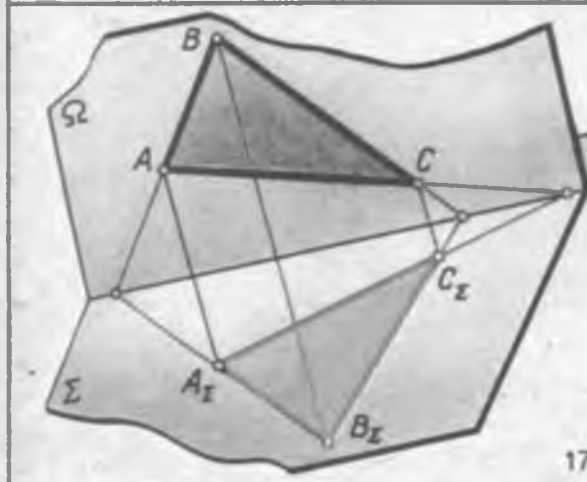
14



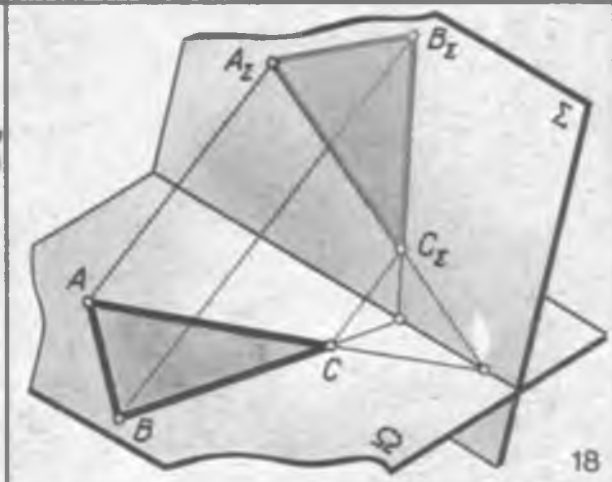
15



16



17



18

Задачи:

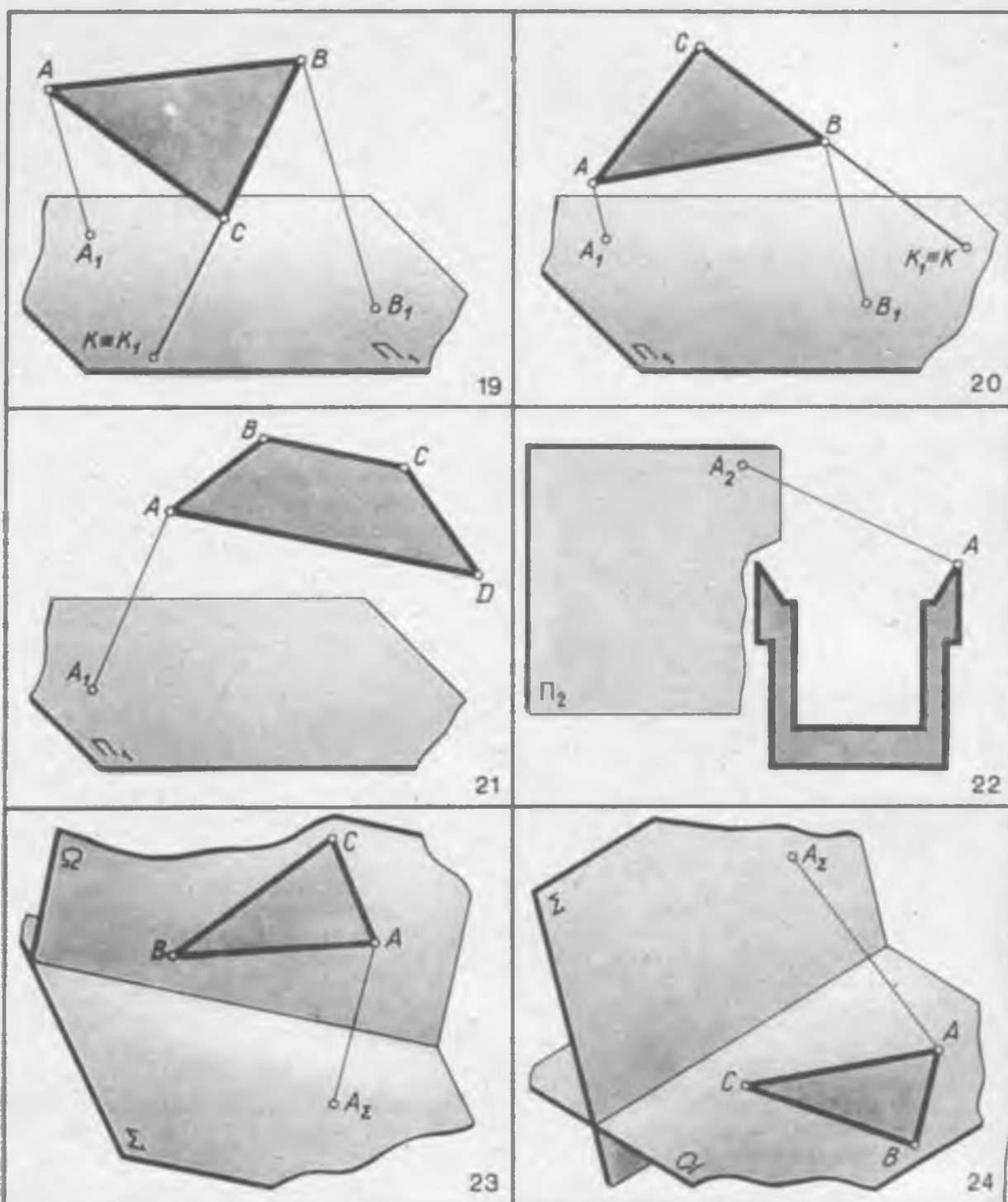
13.14. Построить в горизонтальной плоскости Π_1 параллельную проекцию треугольника ABC . Известны параллельные проекции A_1 и B_1 вершин A и B треугольника и точка $K \equiv K_1$ пересечения прямой линии стороны AC этого треугольника с плоскостью проекций Π_1 .

15. Построить в горизонтальной плоскости Π_1 параллельную проекцию плоской фигуры, параллельной плоскости Π_1 проекций. Па-

раллельная проекция A_1 точки A фигуры известна.

16. Построить во фронтальной плоскости Π_2 параллельную проекцию плоской фигуры, параллельной плоскости Π_2 проекций. Параллельная проекция A_2 точки A фигуры известна.

17.18. Построить в плоскости Σ параллельную проекцию треугольника ABC , принадлежащего плоскости Ω . Плоскости Σ и Ω пересекаются. Параллельная проекция A_Σ вершины A треугольника известна.



Задачи:

19.20. Построить в горизонтальной плоскости Π_1 параллельную проекцию треугольника ABC . Известны параллельные проекции A_1 и B_1 вершин A и B треугольника и точка $K \equiv K_1$ пересечения прямой линии стороны BC этого треугольника с плоскостью проекций Π_1 .

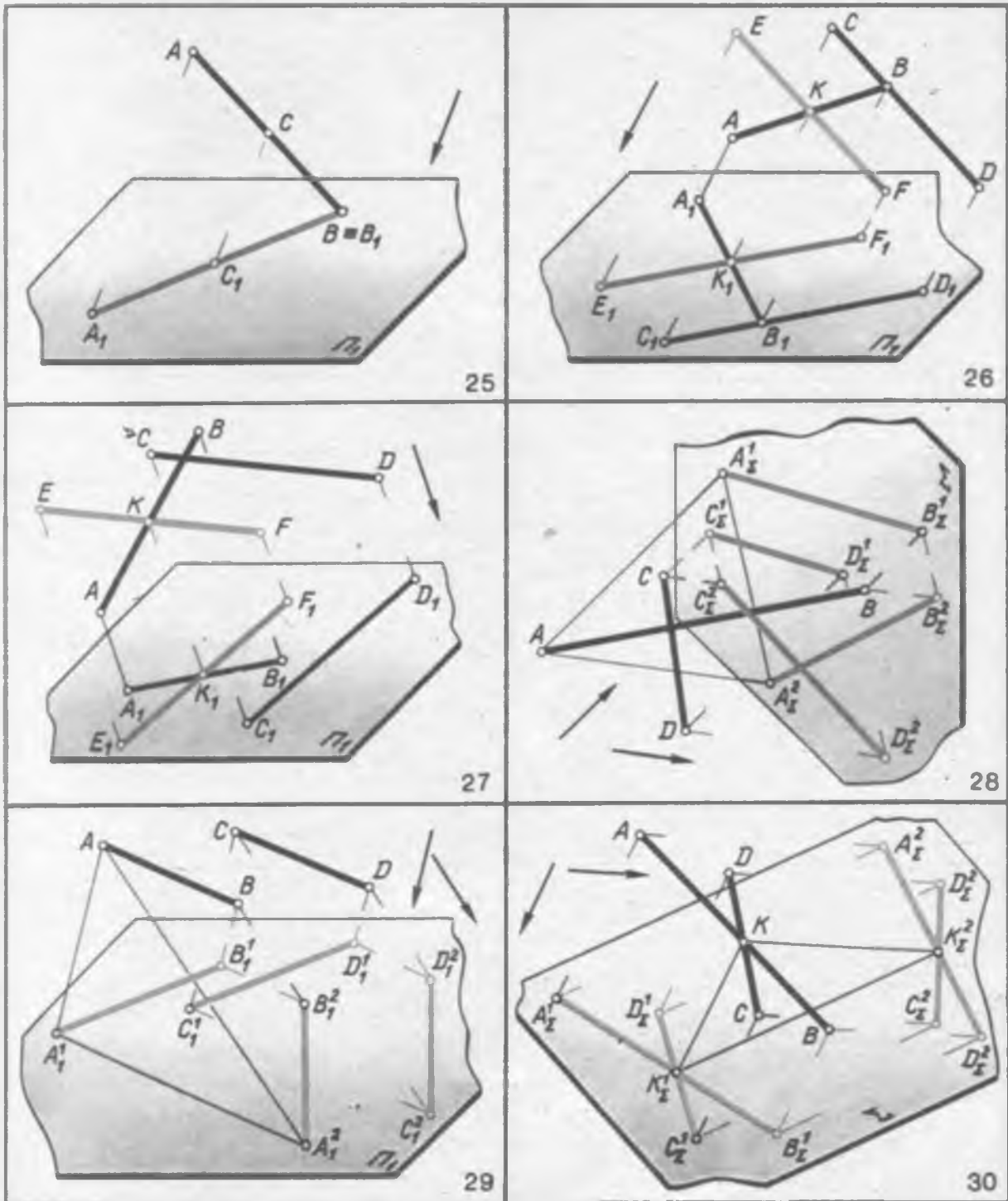
21. Построить в горизонтальной плоскости Π_1 параллельную проекцию плоской фигуры, параллельной плоскости Π_1 проекций. Па-

раллельная проекция A_1 точки A фигуры известна.

22. Построить во фронтальной плоскости Π_2 параллельную проекцию плоской фигуры, параллельной плоскости Π_2 проекций. Параллельная проекция A_2 точки A фигуры известна.

23.24. Построить в плоскости Σ параллельную проекцию треугольника ABC , принадлежащего плоскости Ω . Плоскости Σ и Ω пересекаются. Параллельная проекция A_z вершины A треугольника известна.

§ 3. ИНВАРИАНТЫ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ



Задачи:

25. Построить в плоскости Π_1 параллельную проекцию отрезка AB и определить точку C , делящую отрезок AB пополам.

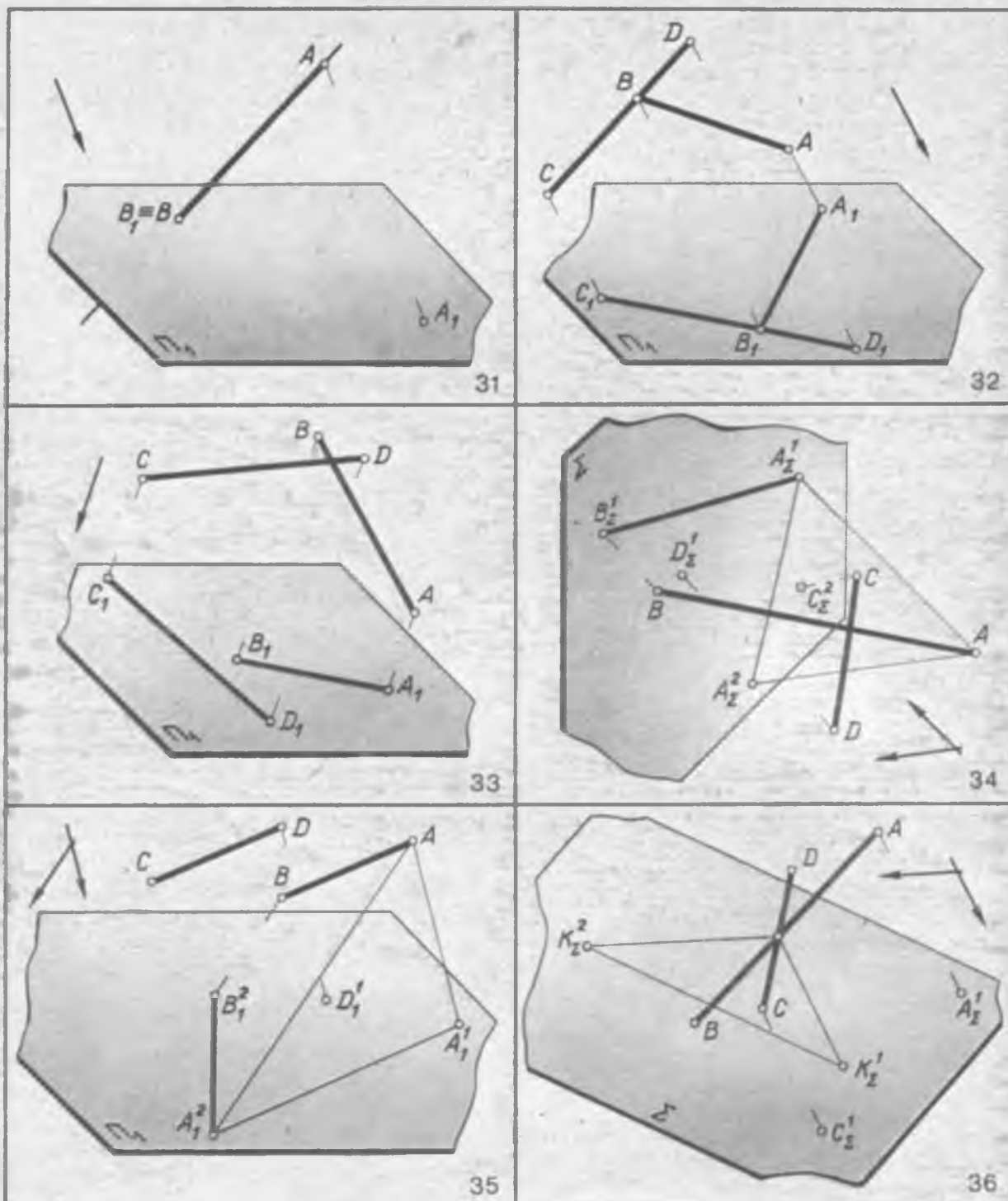
26.27. Через точку K — середину отрезка AB — провести отрезок EF , равный и параллельный данному отрезку CD . В точке K отрезок EF делится пополам. Построить проекцию E_1F_1 отрезка EF на плоскости Π_1 .

28. В плоскости Σ при заданных стрелками направлениях проецирования построить недо-

стающие две параллельные проекции скрещивающихся (непересекающихся) отрезков AB и CD .

29. В плоскости Π_1 при заданных стрелками направлениях проецирования построить недостающие две параллельные проекции параллельных отрезков AB и CD .

30. В плоскости Σ при заданных стрелками направлениях проецирования построить недостающие две параллельные проекции пересекающихся отрезков AB и CD .



Задачи:

31 Построить в плоскости Π_1 параллельную проекцию отрезка AB и определить точку C , делящую отрезок AB пополам.

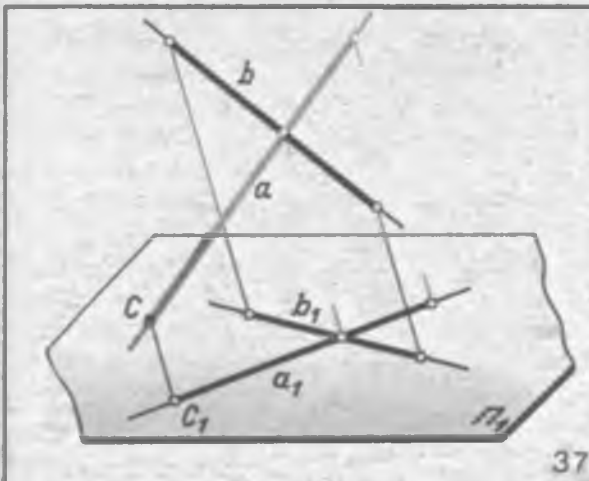
32.33. Через точку K — середину отрезка AB — провести отрезок EF , равный и параллельный данному отрезку CD . В точке K отрезок EF делится пополам. Построить проекцию E_1F_1 отрезка EF на плоскости Π_1 .

34 В плоскости Σ при заданных стрелками

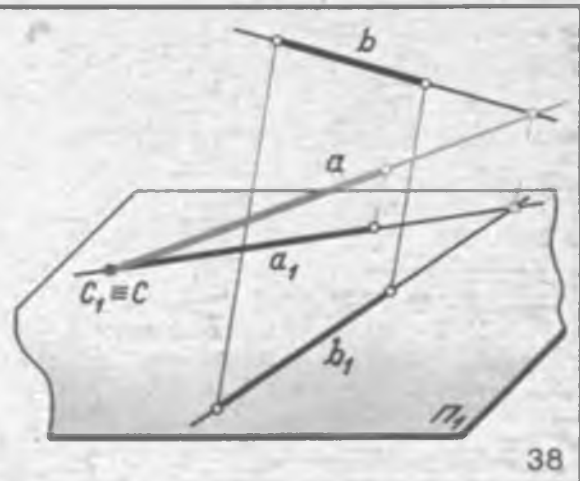
направлениях проецирования построить недостающие две параллельные проекции скрещивающихся (непересекающихся) отрезков AB и CD .

35 В плоскости Π_1 при заданных стрелками направлениях проецирования построить недостающие две параллельные проекции параллельных отрезков AB и CD .

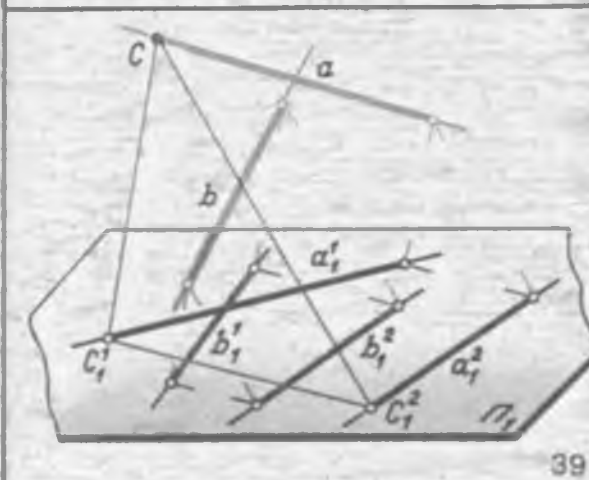
36 В плоскости Σ при заданных стрелками направлениях проецирования построить недостающие две параллельные проекции пересекающихся отрезков AB и CD .



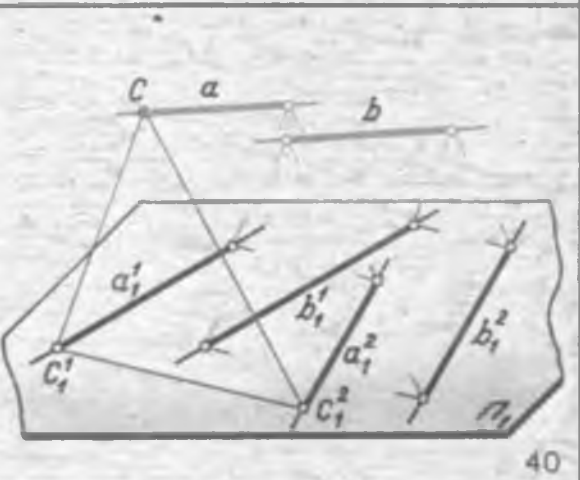
37



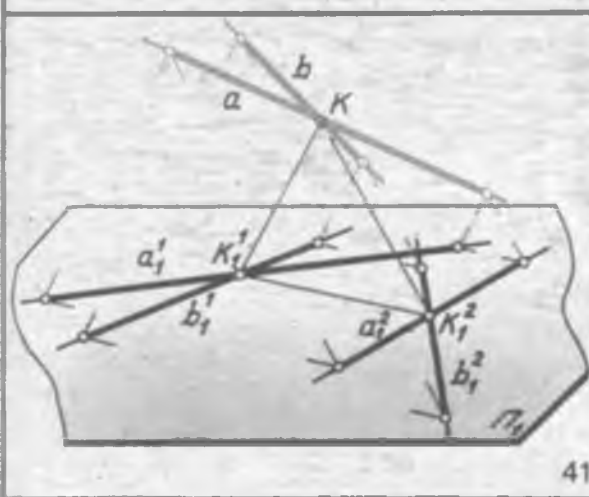
38



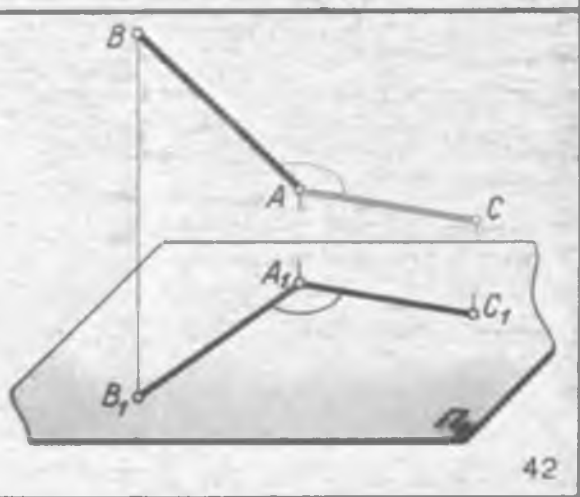
39



40



41



42

Задачи:

37.38. Через точку C провести прямую a , пересекающую прямую b . Параллельные проекции a_1 и b_1 прямых a и b известны.

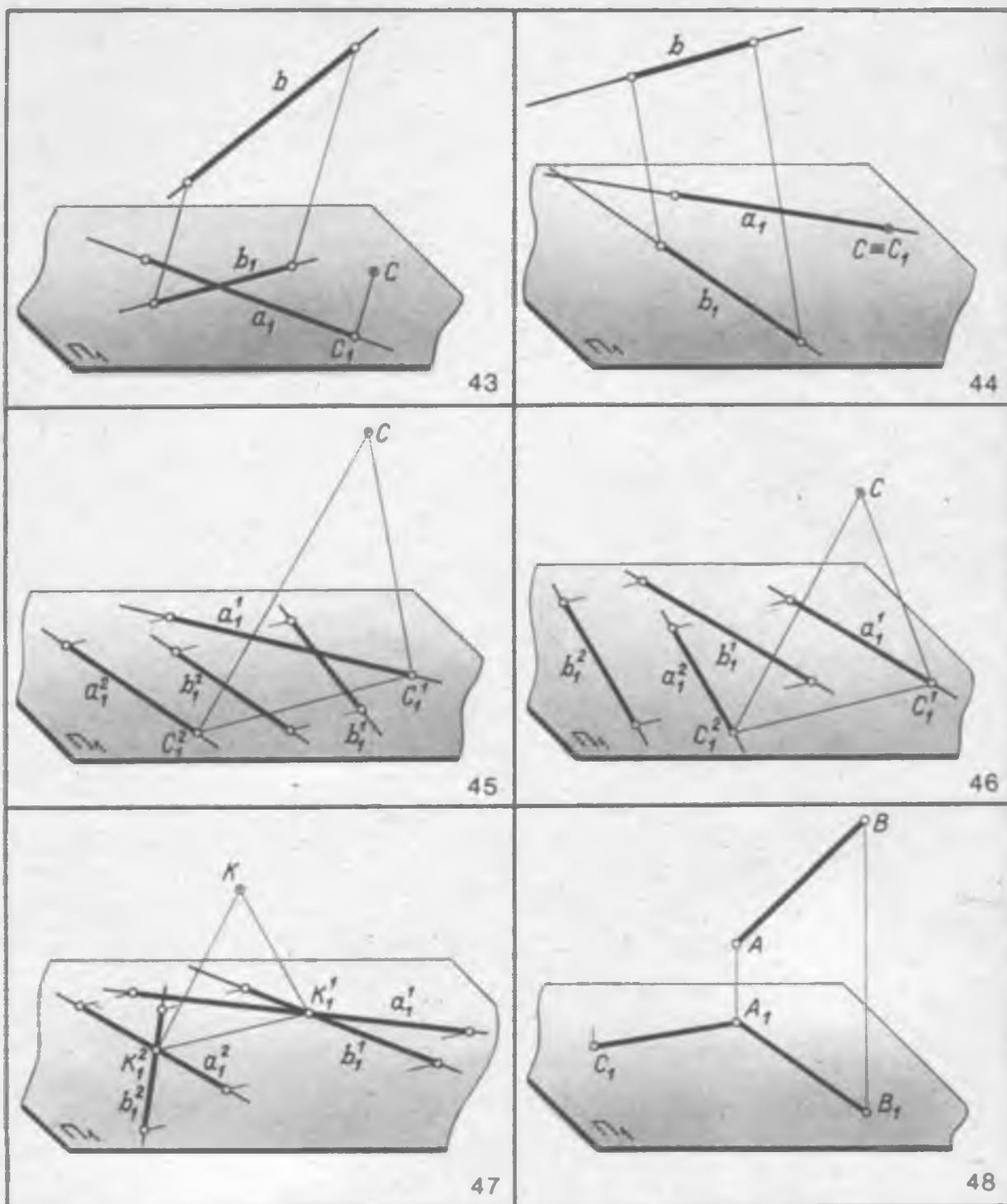
39. Построить скрещивающиеся прямые a и b по заданным их двум параллельным проекциям a_1^1 и b_1^1 , a_1^2 и b_1^2 на плоскости Π_1 . Точка C прямой a и ее проекции C_1^1 и C_1^2 известны.

40. Построить параллельные прямые ли-

нии a и b по заданным их двум параллельным проекциям a_1^1 и b_1^1 , a_1^2 и b_1^2 на плоскости Π_1 . Точка C прямой a и ее проекции C_1^1 и C_1^2 известны.

41. Построить пересекающиеся прямые a и b по заданным их двум параллельным проекциям a_1^1 и b_1^1 , a_1^2 и b_1^2 на плоскости Π_1 . Точка K пересечения прямых и ее проекции K_1^1 и K_1^2 известны.

42. Построить прямой угол при вершине A . Ортогональная проекция прямого угла на плоскости Π_1 известна.



Задачи:

43.44. Через точку C провести прямую a , пересекающую данную прямую b . Параллельные проекции a_1 и b_1 прямых линий a и b известны.

45. Построить скрещивающиеся прямые линии a и b по заданным их двум параллельным проекциям a_1^1 и b_1^1 , a_1^2 и b_1^2 на плоскости Π_1 . Точка C прямой a и ее проекции C_1^1 и C_1^2 известны.

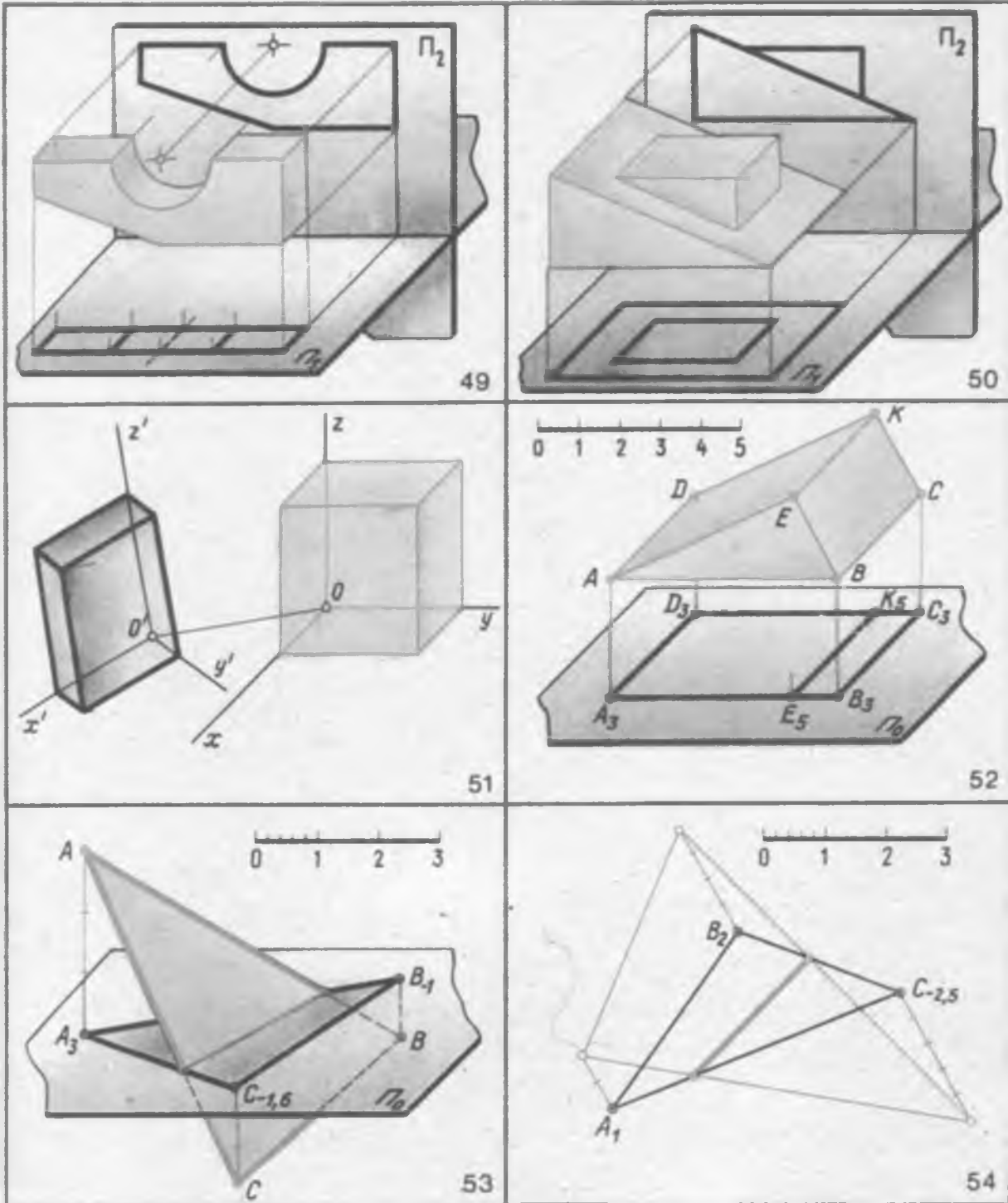
46. Построить параллельные прямые ли-

нии a и b по заданным их двум параллельным проекциям a_1^1 и b_1^1 , a_1^2 и b_1^2 на плоскости Π_1 . Точка C прямой a и ее проекции C_1^1 и C_1^2 известны.

47. Построить пересекающиеся прямые линии a и b по заданным их двум параллельным проекциям a_1^1 и b_1^1 , a_1^2 и b_1^2 на плоскости Π_1 . Точка K пересечения прямых и ее проекции K_1^1 и K_1^2 известны.

48. Построить прямой угол при вершине A . Ортогональная проекция прямого угла на плоскости Π_1 известна.

§ 4. ВОСПРИЯТИЕ (ПРЕДСТАВЛЕНИЕ) ПРЕДМЕТА ПО ЕГО ПРОЕКЦИЯМ



Задачи:

49.50. Рисунок модели взаимно перпендикулярных плоскостей проекций дополнить изображением фигуры, заданной ее двумя ортогональными проекциями на плоскостях Π_1 и Π_2 .

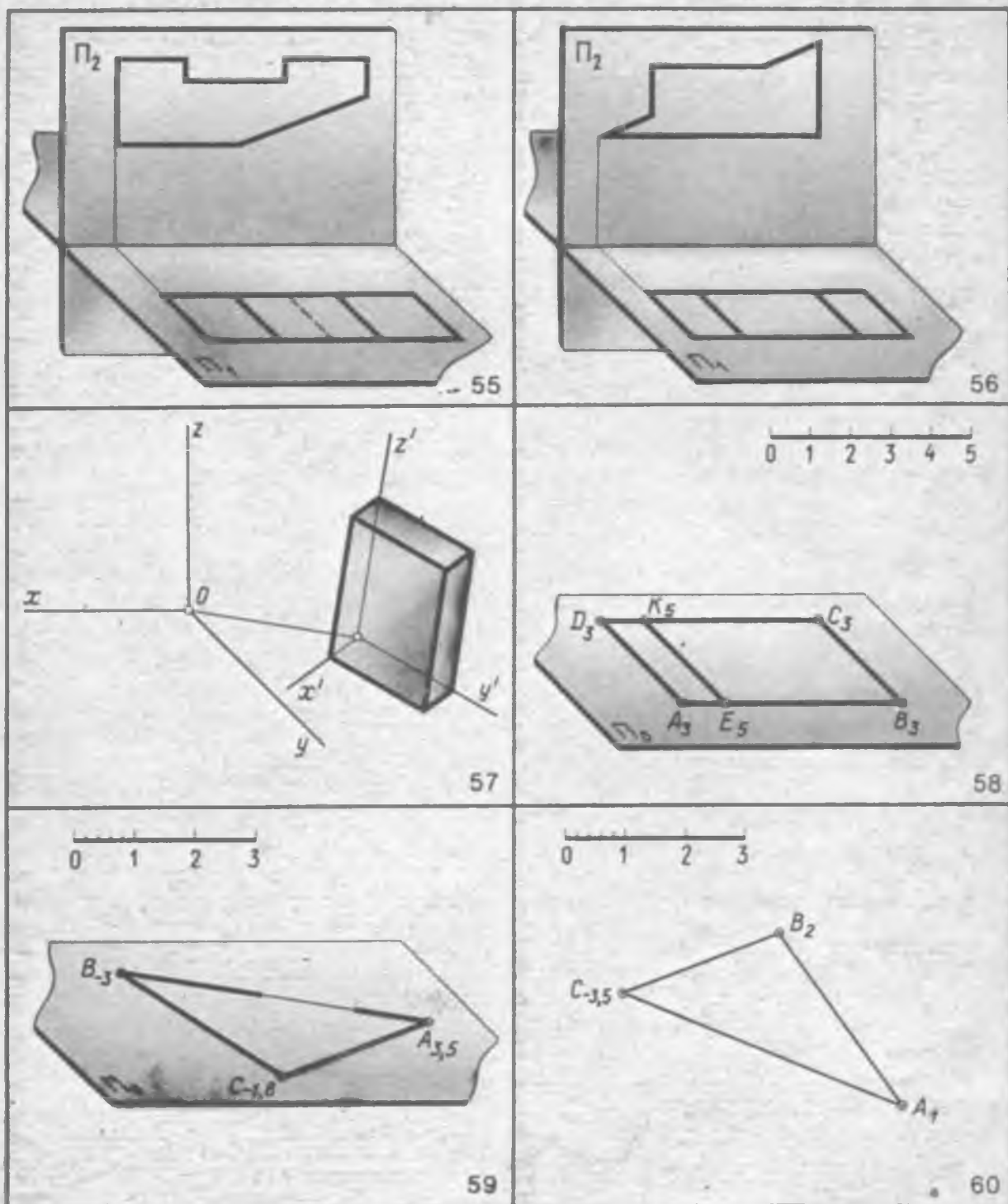
51. Рисунок модели взаимно перпендикулярных плоскостей проекций дополнить изображением параллелепипеда, заданного в аксонометрической проекции общего вида.

52. Рисунок плоскости уровня Π_0 допол-

нить изображением многогранника, заданного одной его ортогональной проекцией на плоскости уровня Π_0 с числовыми отметками его вершин.

53. Рисунок плоскости уровня Π_0 дополнить изображением треугольника ABC , заданного его ортогональной проекцией на плоскости Π_0 с указанием числовых отметок вершин треугольника.

54. В треугольнике ABC , заданном федоровскими проекциями, определить линию нулевых отметок.



Задачи:

55-56. Рисунок модели взаимно перпендикулярных плоскостей проекций дополнить изображением фигуры, заданной ее двумя ортогональными проекциями на плоскостях Π_1 и Π_2 .

57. Рисунок модели взаимно перпендикулярных плоскостей проекций дополнить изображением параллелепипеда, заданного в аксонометрической проекции общего вида.

58. Рисунок плоскости уровня Π_0 допол-

нить изображением многогранника, заданного его ортогональной проекцией на плоскости уровня Π_0 с числовыми отметками его вершин.

59. Рисунок плоскости уровня Π_0 дополнить изображением треугольника ABC , заданного его ортогональной проекцией на плоскости Π_0 с указанием числовых отметок вершин треугольника.

60. В треугольнике ABC , заданном федоровскими проекциями, определить линию нулевых отметок.

5 Пространственные формы вследствие их трехмерности ориентируют относительно общепринятой пространственной прямоугольной декартовой системы координат — системы трех взаимно перпендикулярных координатных плоскостей.

Координатами некоторой точки являются числа: они выражают длины отрезков координатных осей, измеренные некоторой установленной единицей длины.

Положение точки в пространстве вполне определяется ее ортогональными проекциями на две плоскости.

Точка в пространстве удалена от плоскостей проекций Π_1 и Π_2 на величины удаления от оси соответственно ее фронтальной и горизонтальной проекций.

Горизонтальная и фронтальная проекции любой точки предмета располагаются на одной линии связи.

Совместное использование двух ортогональных проекций на двух взаимно перпендикулярных плоскостях проекций положено в основу метода Монжа.

При решении многих задач начертательной геометрии рассматриваемый предмет часто не связывают с плоскостями проекций, а пользуются разностью удалений его точек от соответствующих плоскостей проекций.

6. Две плоскости проекций при их пересечении разделяют пространство на четыре части (четыре двугранных угла). Такие двугранные углы пространства называют также квадрантами или четвертями.

По расположению проекций точек относительно оси проекций можно судить о положении точек в пространстве, т. е. можно установить, на каких расстояниях от плоскостей проекций и в каких углах пространства они находятся.

Если точка принадлежит плоскости проекций, то одна из ее проекций находится на оси, а другая совпадает с точкой.

Если точка принадлежит биссекторной плоскости (плоскости, делящей углы пространства

пополам), то ее горизонтальная и фронтальная проекции равноудалены от оси.

7. Прямая линия может быть расположена произвольно относительно плоскостей проекций или занимать некоторые частные положения — быть параллельной плоскости проекций или перпендикулярной ей, принадлежать плоскости проекций и др.

Прямые линии, параллельные плоскостям проекций, называют соответственно горизонтальной, фронтальной и профильной прямыми. Горизонтальную прямую также называют и линией уровня.

Прямая линия, параллельная направлению проецирования, называется проецирующей.

При прямоугольном проецировании проецирующая прямая совпадает с направлением плоскости проекций, т. е. перпендикулярна плоскости проекций и проецируется на эту плоскость в точку. Прямая линия, направление которой совпадает с направлением горизонтальной плоскости проекций, называется горизонтально-проецирующей прямой.

Прямая линия, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций, называется фронтально-проецирующей прямой.

Прямая линия, перпендикулярная профильной плоскости проекций, называется профильно-проецирующей.

Проецирующие прямые являются в то же время и прямыми, дважды параллельными плоскостям проекций. Они перпендикулярны одной плоскости проекций и параллельны двум другим плоскостям проекций.

Разноименные проекции прямой, параллельной первой биссекторной плоскости, пересекаются и составляют равные углы с направлением оси проекций.

Разноименные проекции прямой, параллельной второй биссекторной плоскости, взаимно параллельны.

II. Точка. Прямая линия

8. Отрезок прямой можно разделить точкой в любом заданном отношении. Точка может располагаться как на самом отрезке, так и на прямой этого отрезка.

Если точка принадлежит отрезку прямой, то она делит этот отрезок в каком-либо определенном отношении. Такое деление называется **внутренним**.

Если точка принадлежит прямой данного отрезка, но лежит не на отрезке, а на его продолжении, то она также делит отрезок в каком-то отношении. Такое деление называется **внешним**.

При рассмотрении свойств параллельного проецирования установлено, что отношение отрезков прямой равно отношению их проекций. Чтобы разделить отрезок прямой в каком-то заданном отношении, достаточно разделить в том же отношении проекции отрезка.

9. Точки пересечения прямой линии с плоскостями проекций называют **следами** прямой линии.

Точку пересечения прямой линии с горизонтальной плоскостью проекций называют **горизонтальным следом**.

Точку пересечения прямой линии с фронтальной плоскостью проекций называют **фронтальным следом**.

Чтобы определить горизонтальный след прямой, необходимо сначала найти на пересечении фронтальной проекции прямой с осью его фронтальную проекцию; недостающая горизонтальная проекция точки прямой тождественна искомому горизонтальному следу.

Чтобы определить фронтальный след прямой, сначала необходимо найти его горизонтальную проекцию как точку пересечения горизонтальной проекции прямой с осью; недостающая фронтальная проекция точки прямой тождественна искомому фронтальному следу.

Если прямая параллельна плоскости проекций, то следом ее на этой плоскости является несобственная точка.

Если прямая пересекает ось проекций, то оба ее следа (горизонтальный и фронтальный) совпадают и находятся в точке пересечения прямой с осью проекций.

Следы профильной прямой можно построить, используя деление отрезка в данном отношении.

10. Угол между прямой и плоскостью определяется углом, составленным прямой и ее ортогональной проекцией на эту плоскость. Этот же угол можно определить, как дополнительный до 90° острого угла между прямой и направлением плоскости.

Длину отрезка прямой и угол его наклона к плоскости проекций можно определить, пользуясь построением прямоугольного треугольника.

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна длине отрезка прямой, один из катетов равен проекции отрезка на плоскости, а другой — разности удалений точек концов отрезка от плоскости проекций. Угол между гипотенузой и катетом, параллельным плоскости проекций, равен углу между прямой и плоскостью.

Отрезки прямых линий, параллельных одной из плоскостей проекций, проецируются на эту плоскость в натуральную величину.

Угол наклона к другой плоскости определяется непосредственно из чертежа.

Отрезки прямых, параллельных биссекторным плоскостям, составляют равные между собой углы наклона к плоскостям проекций ($\alpha = \beta$). Для профильных прямых $\alpha + \beta = 90^\circ$. Для прямых, параллельных оси проекций, $\alpha + \beta = 0$. Для прямых, перпендикулярных одной из плоскостей проекций, $\alpha + \beta = 90^\circ$. Для произвольно расположенной прямой $\alpha + \beta < 90^\circ$.

11. Прямые линии в пространстве могут занимать различные положения: они могут пересекаться, быть взаимно параллельными и быть скрещивающимися.

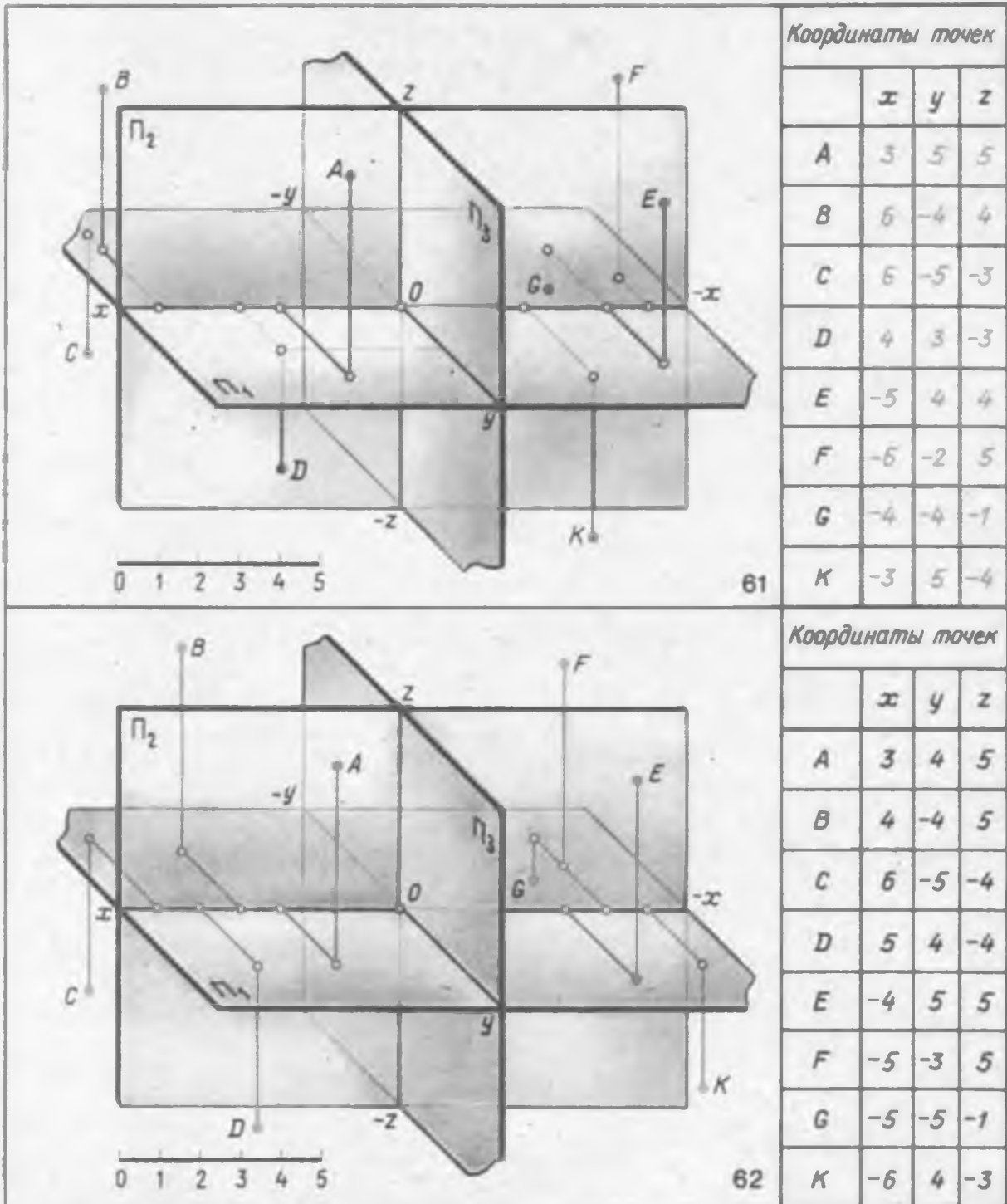
Прямые линии, имеющие общую точку, называют **пересекающимися**.

Прямые линии, пересекающиеся в несобственной точке, называют **параллельными**.

Прямые, не пересекающиеся и не параллельные между собой, называют **скрещивающимися**.

Если пересекающиеся и параллельные прямые принадлежат одной плоскости, то скрещивающиеся прямые лежат в двух параллельных плоскостях.

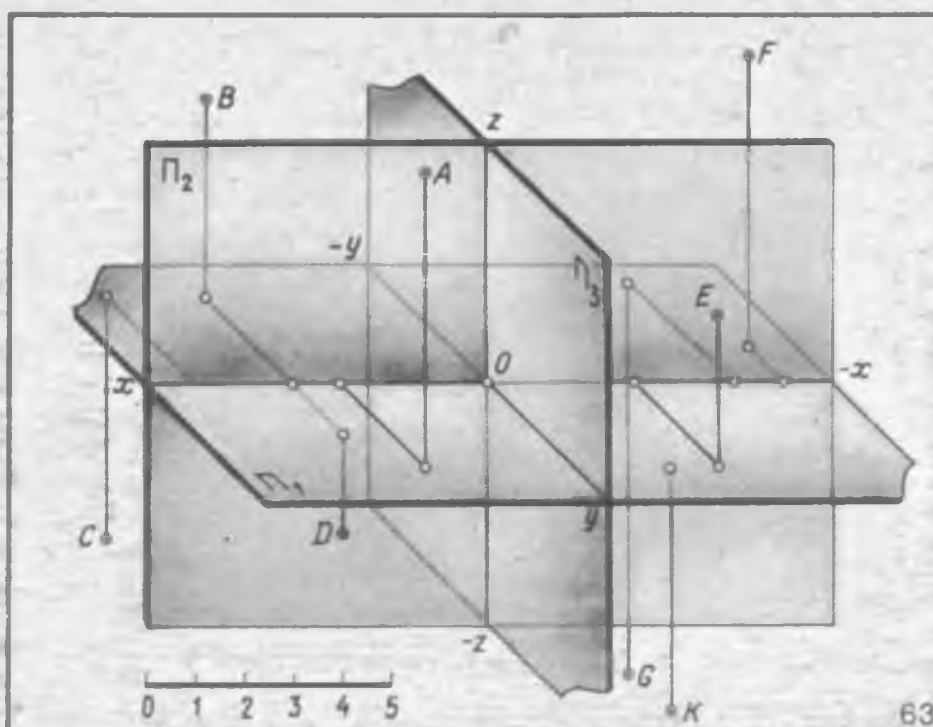
§ 5. КООРДИНАТНЫЕ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ. ЭПЮР МОНЖА



Задачи:

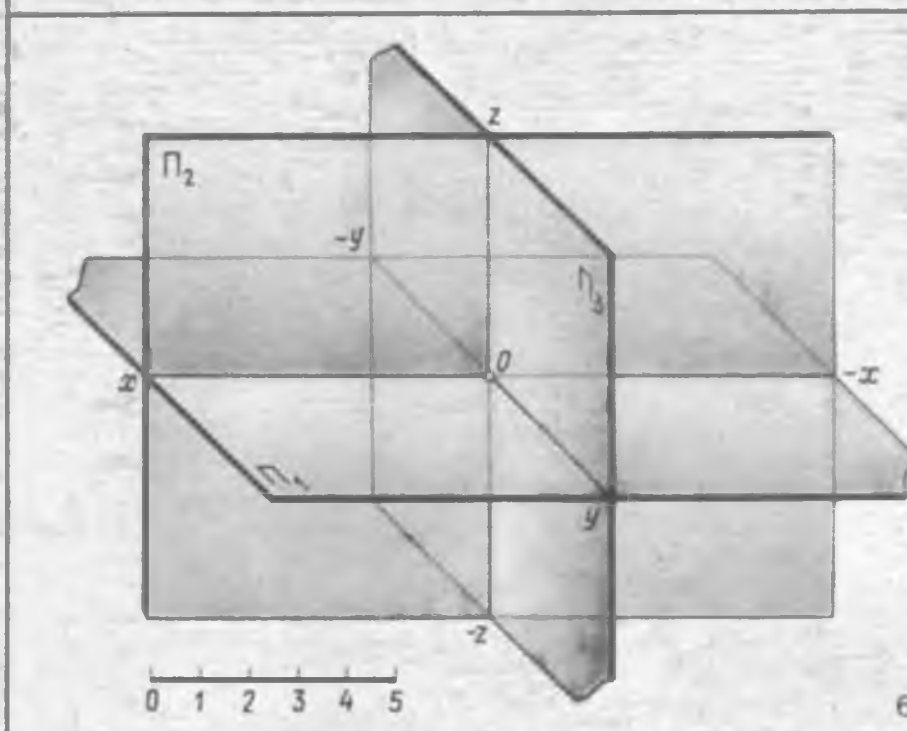
61. Записать в таблицу координаты точек A, B, C, D, E, F, G, K , расположенных в различных углах заданной пространственной модели координатных плоскостей проекций. Точки неизменно связаны координатными ломаными с пространственной системой координатных осей. Назвать углы пространства, в которых располагаются заданные точки. Назвать точки, одинаково удаленные от координатных плоскостей.

62. По заданным координатам x, y, z точек A, B, C, D, E, F, G, K показать их положения на рисунке пространственной модели координатных плоскостей проекций. Построить координатные ломаные, неизменно связывающие точки с пространственной системой координатных осей. Назвать углы пространства, в которых располагаются заданные точки. Назвать точки, одинаково удаленные от координатных плоскостей.



63

Координаты точек			
	x	y	z
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			
K			



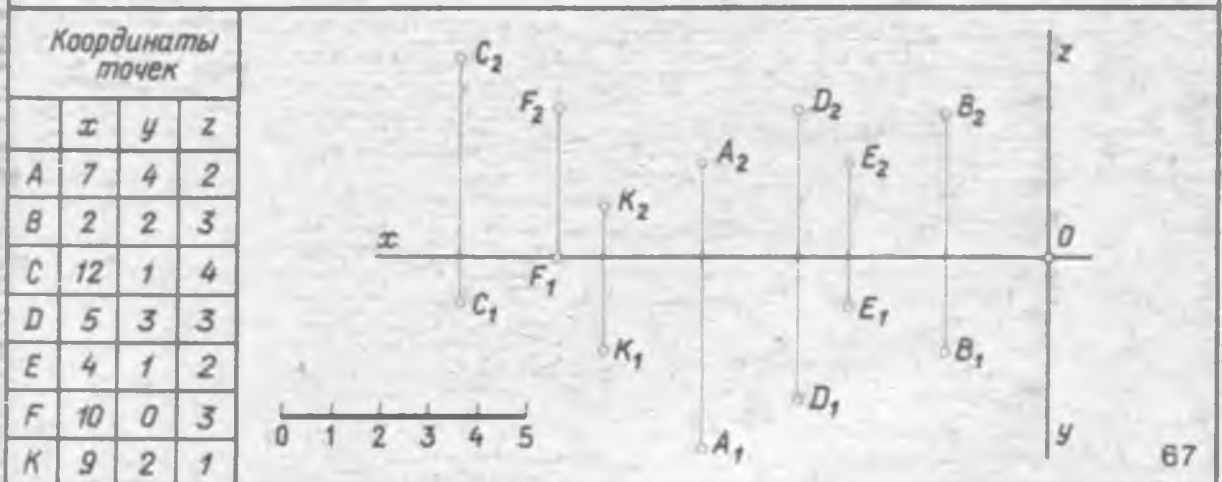
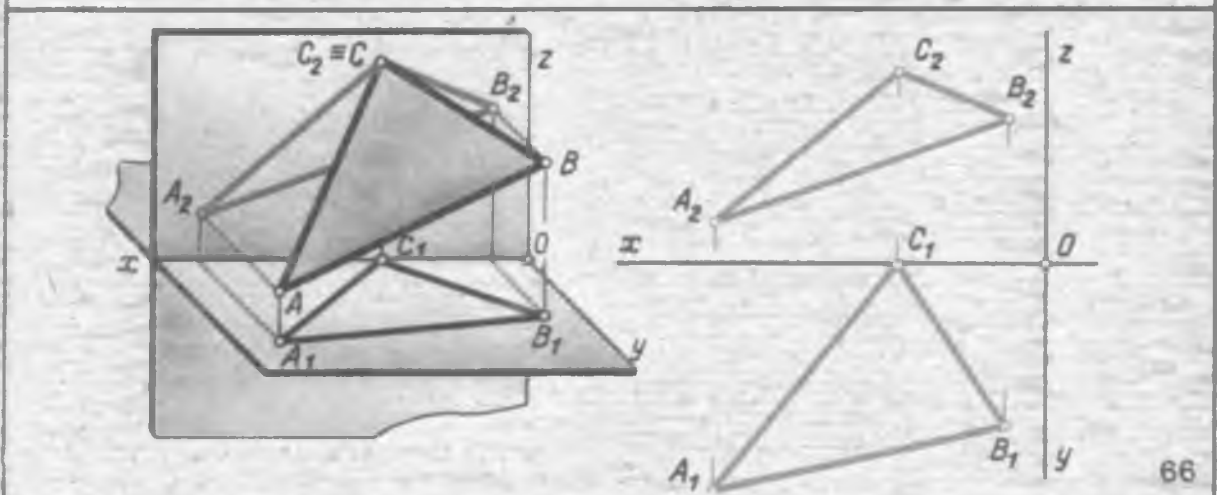
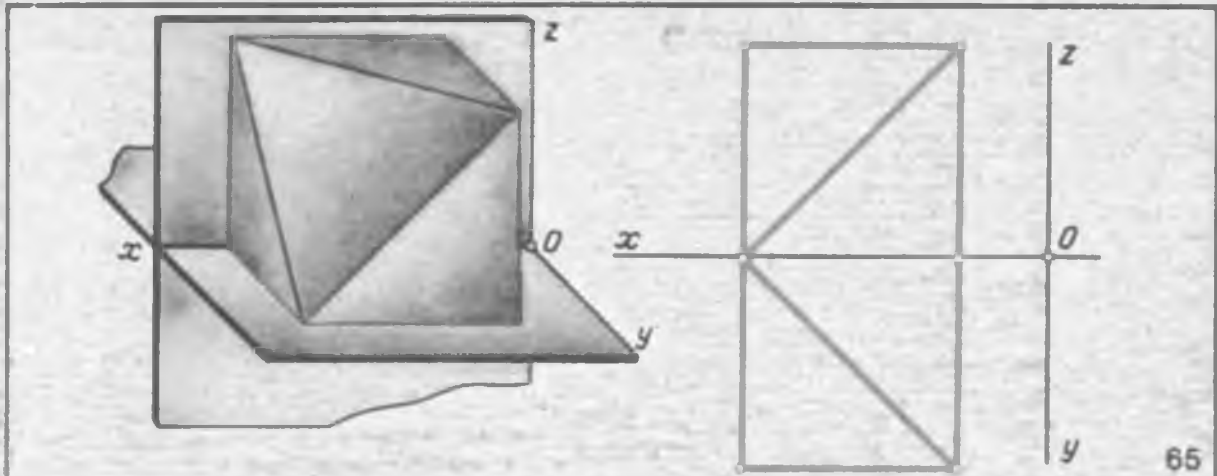
64

Координаты точек			
	x	y	z
A	3	4	2
B	4	-5	4
C	6	-5	-6
D	5	5	-3
E	-4	4	7
F	-6	-5	5
G	-5	-5	-8
K	-5	4	-5

Задачи:

63 Записать в таблицу координаты точек A, B, C, D, E, F, G, K , расположенных в различных углах заданной пространственной модели координатных плоскостей проекций. Точки неизменно связаны координатными ломаными с пространственной системой координатных осей. Назвать углы пространства, в которых располагаются заданные точки. Назвать точки, одинаково удаленные от координатных плоскостей.

64 По заданным координатам x, y, z точек A, B, C, D, E, F, G, K показать их положение на рисунке пространственной модели координатных плоскостей проекций. Построить координатные ломаные, неизменно связывающие точки с пространственной системой координатных осей. Назвать углы пространства, в которых располагаются заданные точки. Назвать точки, одинаково удаленные от координатных плоскостей.



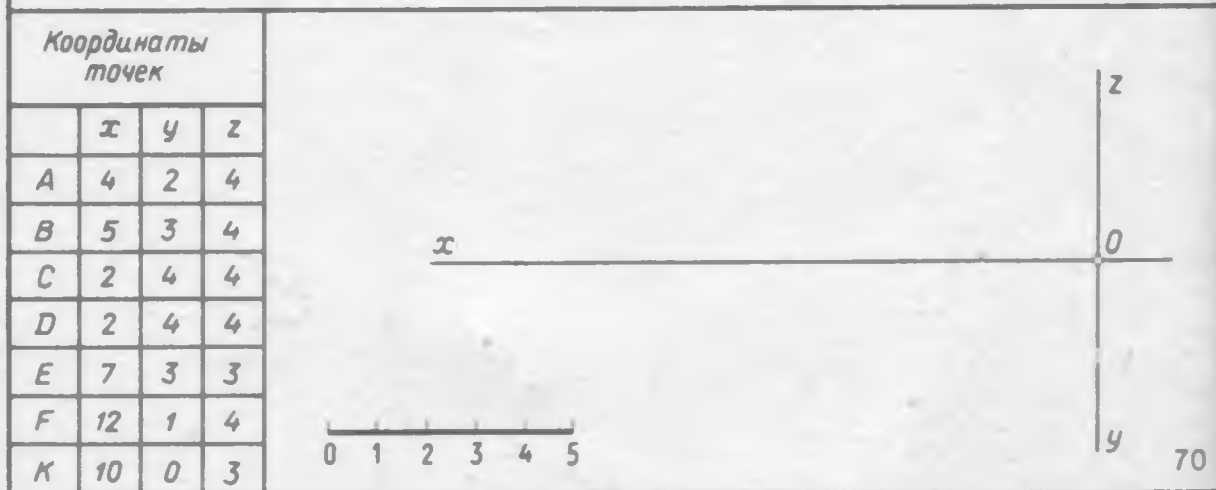
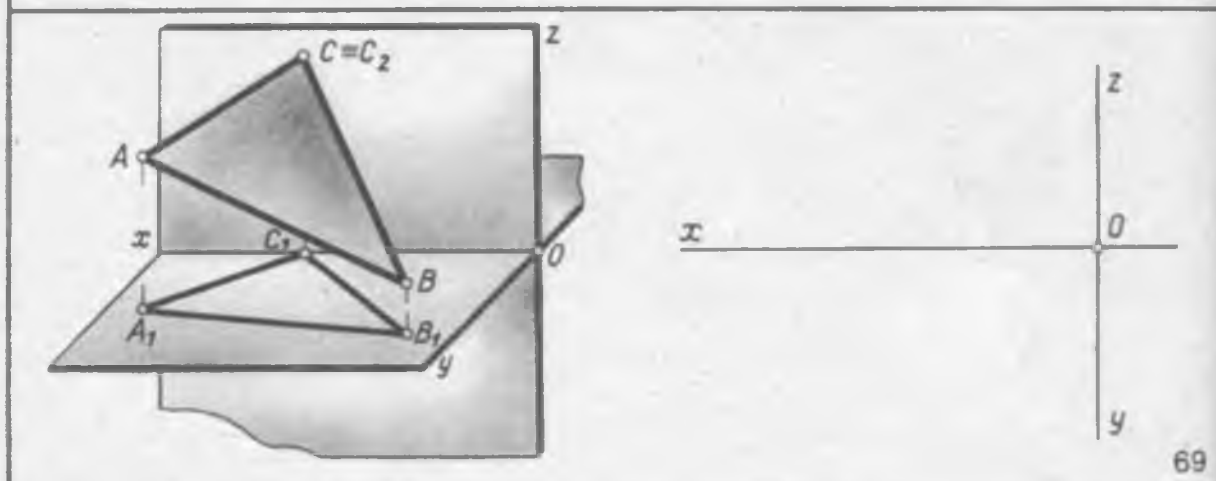
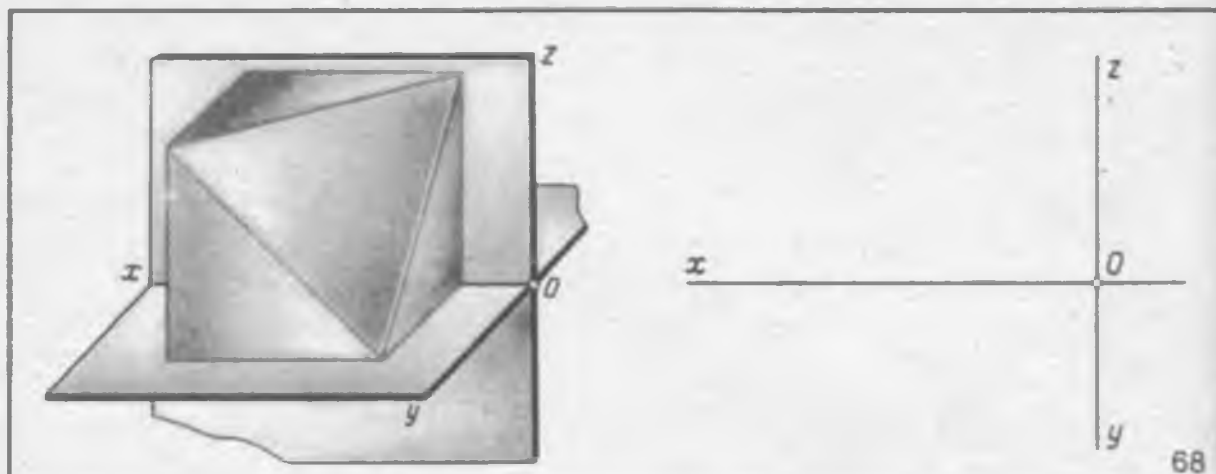
Задачи:

65. На рисунке пространственной модели координатных плоскостей проекций представлен усеченный куб. Две смежные взаимно перпендикулярные грани куба совпадают с координатными плоскостями проекций Π_1 и Π_2 . Построить эпюр Монжа (ортогональный чертеж) усеченного куба.

66. На рисунке пространственной модели координатных плоскостей проекций Π_1 и Π_2

представлены треугольник ABC произвольного положения и его ортогональная проекция $A_1B_1C_1$ на горизонтальной координатной плоскости Π_1 . Построить проекцию $A_2B_2C_2$ данного треугольника на фронтальной плоскости Π_2 . Построить эпюр Монжа (ортогональный чертеж) треугольника ABC .

67. По заданным в таблице координатам x , y и z точек A , B , C , D , E , F , K построить ортогональные проекции этих точек на координатных плоскостях Π_1 и Π_2 .



Задачи:

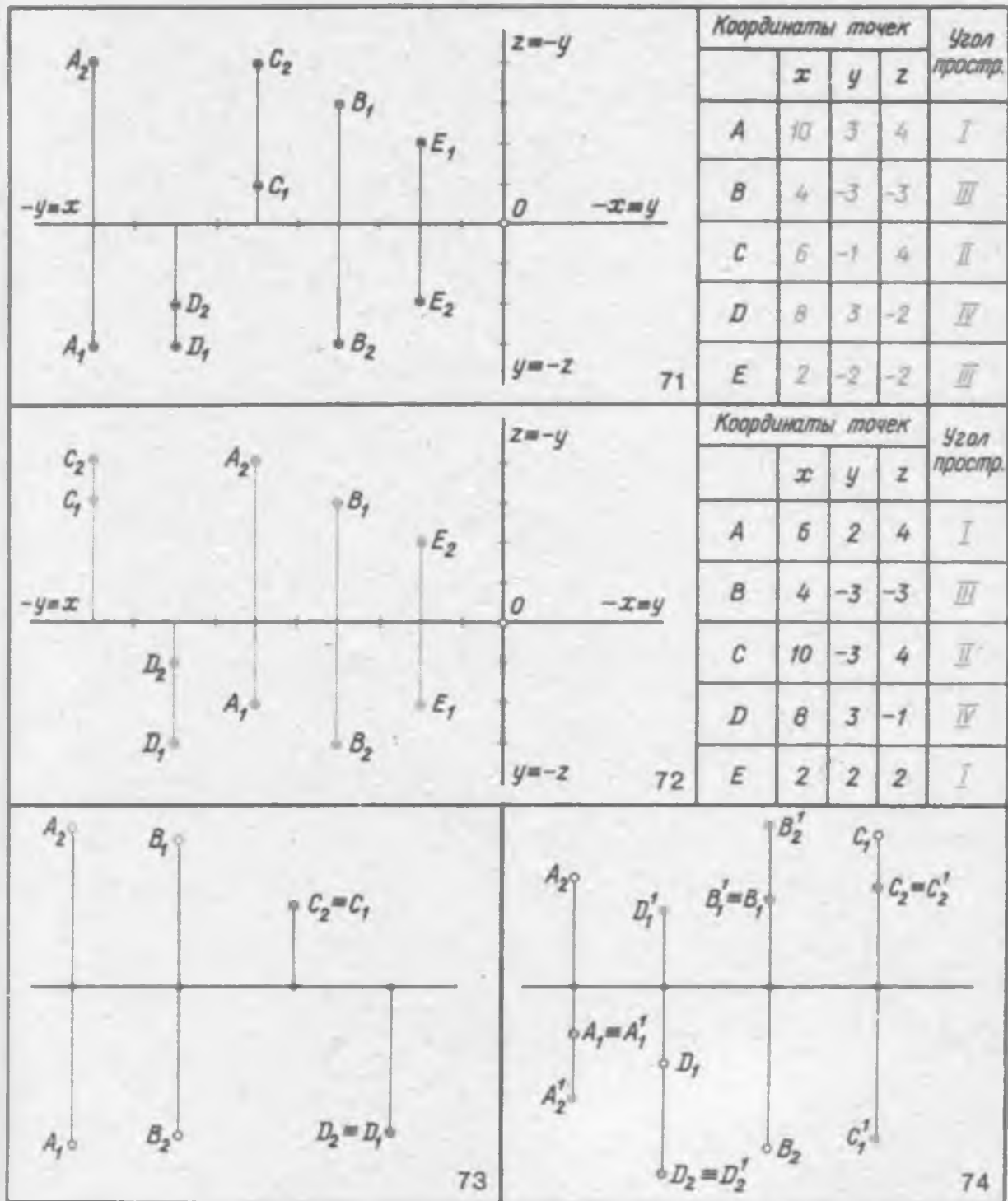
68. На рисунке пространственной модели координатных плоскостей проекций представлен усеченный куб. Две смежные взаимно перпендикулярные грани куба совпадают с координатными плоскостями проекций Π_1 и Π_2 . Построить эпюр Монжа (ортогональный чертеж) усеченного куба.

69. На рисунке пространственной модели координатных плоскостей проекций Π_1 и Π_2

представлены треугольник ABC произвольного положения и его ортогональная проекция $A_1B_1C_1$ на горизонтальной координатной плоскости Π_1 . Построить проекцию $A_2B_2C_2$ данного треугольника на фронтальной плоскости Π_2 . Построить эпюр Монжа (ортогональный чертеж) треугольника ABC .

70. По заданным в таблице координатам x , y и z точек A , B , C , D , E , F , K построить ортогональные проекции этих точек на координатных плоскостях Π_1 и Π_2 .

§ 6. ТОЧКА. ПРОЕКЦИИ ТОЧЕК



Задачи:

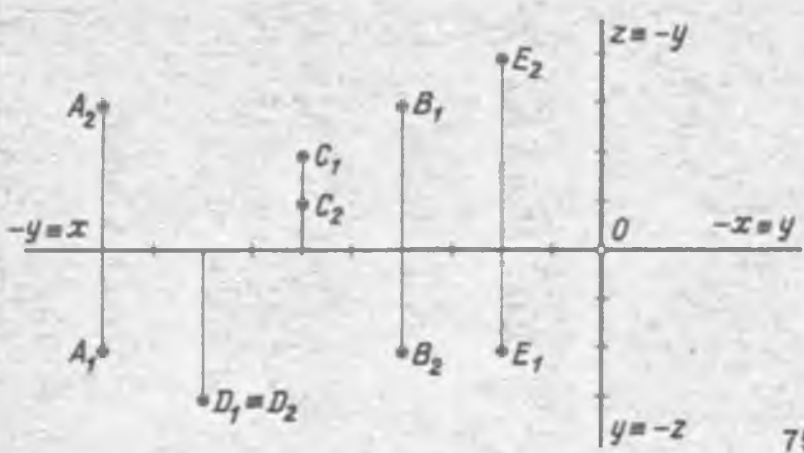
71. Даны ортогональные проекции точек A, B, C, D, E . Записать в таблицу координаты точек и указать углы пространства, в которых они находятся.

72. Построить ортогональные проекции точек A, B, C, D, E по заданным их координатам и указать углы пространства, в которых они находятся.

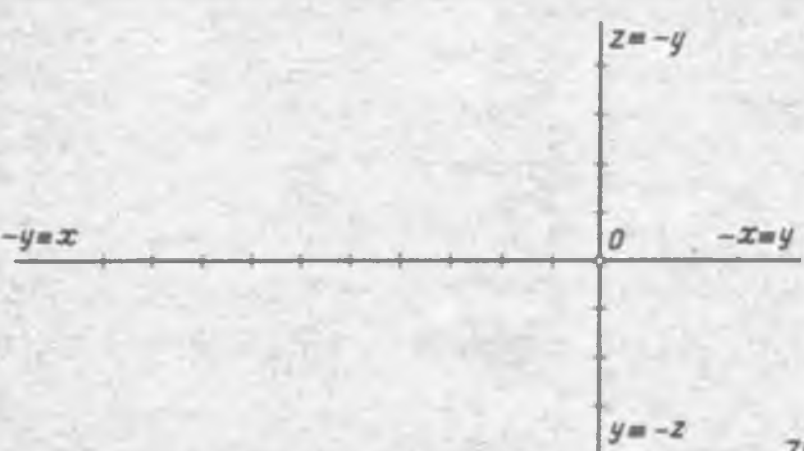
73. Построить недостающие проекции то-

чек A, B, C, D при условии, что точки A и B принадлежат первой биссекторной плоскости, а точки C и D принадлежат второй биссекторной плоскости.

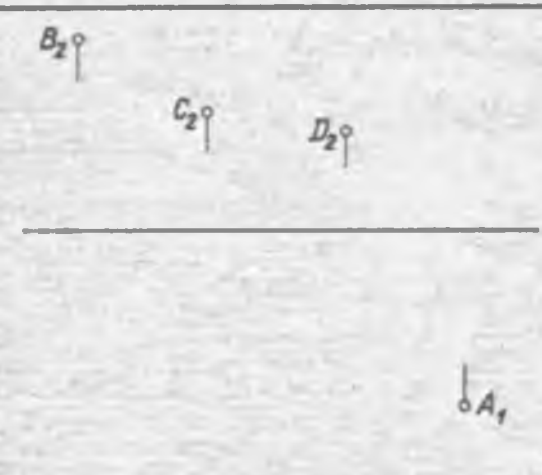
74. Построить проекции точек A' и B' , симметричных данным точкам A и B относительно горизонтальной координатной плоскости, и проекции точек C' и D' , симметричных данным точкам C и D относительно фронтальной координатной плоскости.

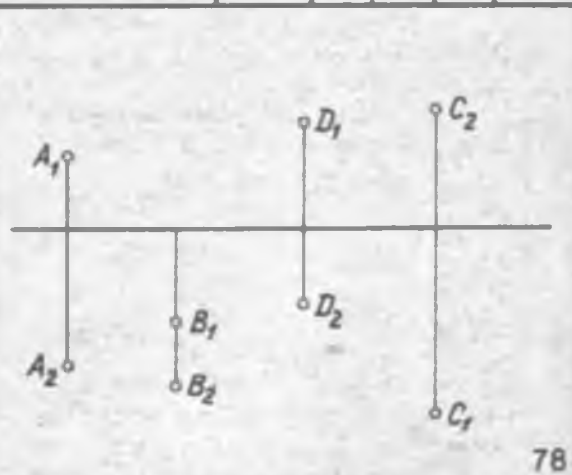


Координаты точек				Угол простр.
	x	y	z	
A				
B				
C				
D				
E				



Координаты точек				Угол простр.
	x	y	z	
A	2	2	-3	
B	6	-4	2	
C	4	3	4	
D	10	-2	4	
E	8	-3	-2	





Задачи:

75. Даны ортогональные проекции точек A, B, C, D, E . Записать в таблицу координаты точек и указать углы пространства, в которых они находятся.

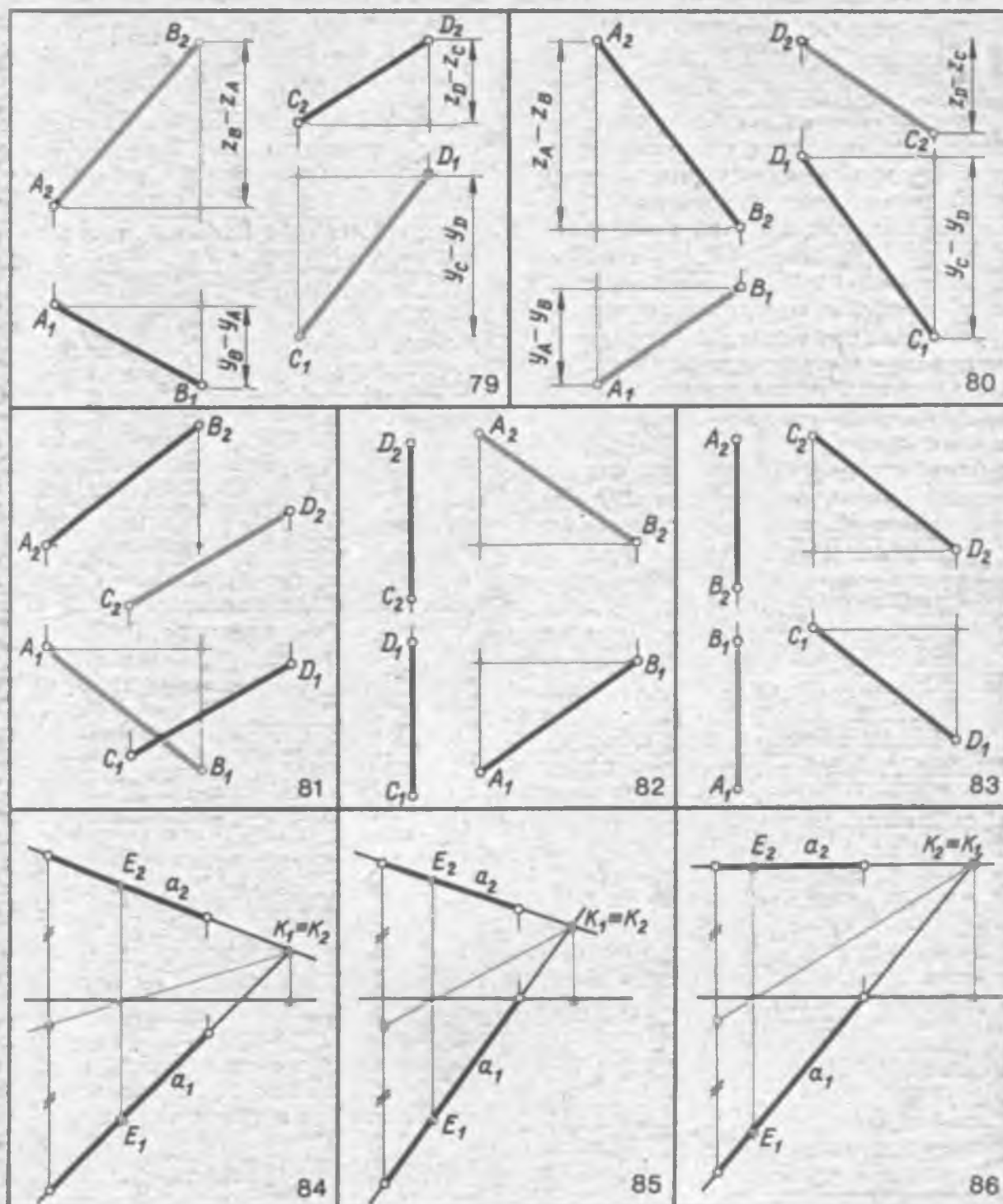
76. Построить ортогональные проекции точек A, B, C, D, E по заданным их координатам и указать углы пространства, в которых они находятся.

77. Построить недостающие проекции то-

чек A, B, C, D при условии, что точки A и B принадлежат первой биссекторной плоскости, а точки C и D принадлежат второй биссекторной плоскости.

78. Построить проекции точек A^1 и B^1 , симметричных данным точкам A и B относительно горизонтальной координатной плоскости, и проекции точек C^1 и D^1 , симметричных данным точкам C и D относительно фронтальной координатной плоскости.

§ 7. ПРЯМАЯ. ПРОЕКЦИИ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ



Задачи:

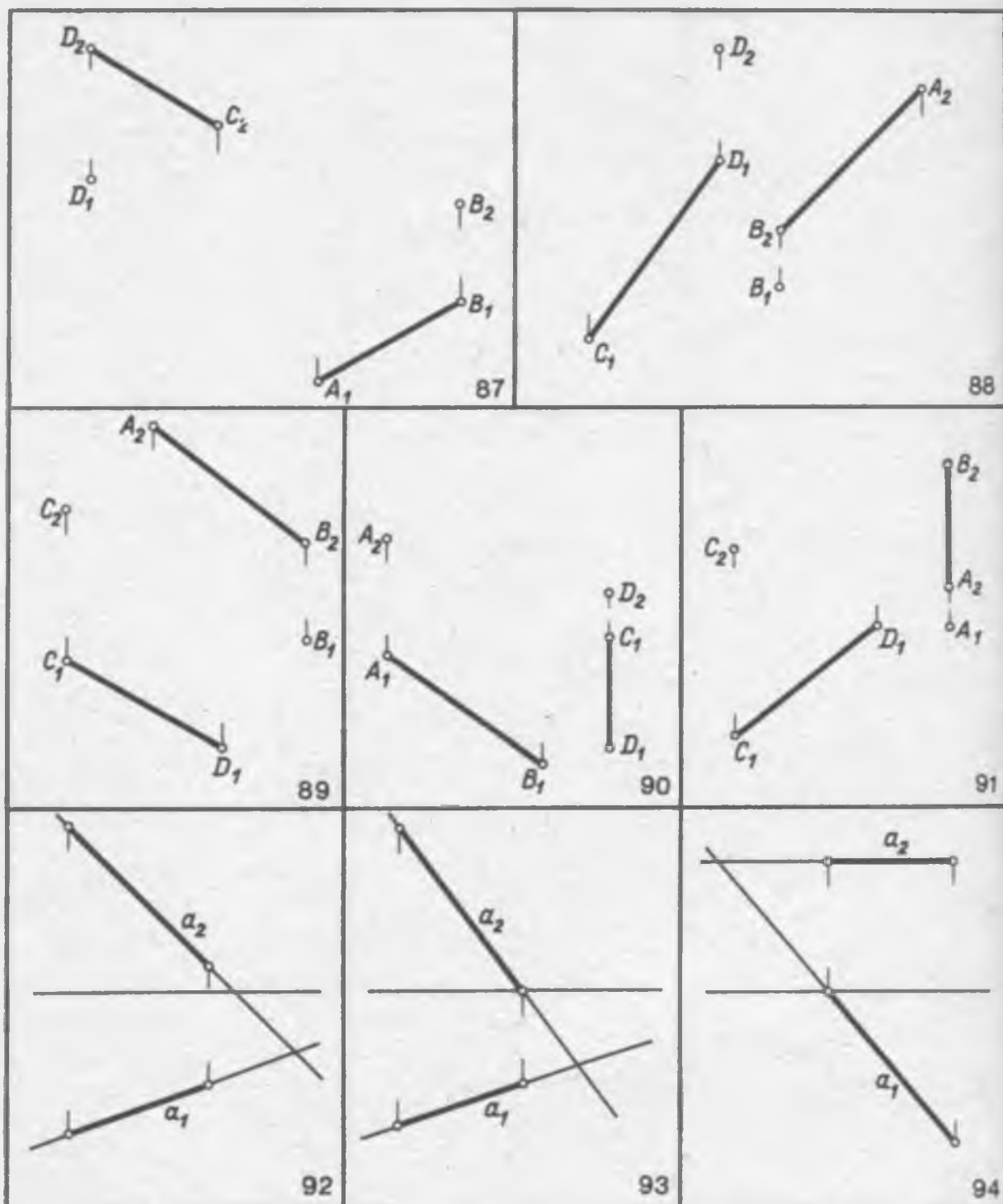
79. Построить недостающую фронтальную проекцию A_2B_2 отрезка AB , если $z_B - z_A = 2(y_B - y_A)$, и недостающую горизонтальную проекцию C_1D_1 отрезка CD , если $y_C - y_D = 2(z_D - z_C)$.

80. Построить недостающую горизонтальную проекцию A_1B_1 отрезка AB , если $y_A - y_B = 0,5(z_A - z_B)$, и недостающую фронтальную проекцию C_2D_2 отрезка CD , если $z_D - z_C = 0,5(y_C - y_D)$.

81.82.83. Построить недостающие проекции отрезков AB и CD прямых при условии, что отрезок AB параллелен первой биссекторной плоскости, а отрезок CD параллелен второй биссекторной плоскости.

84.85. На прямой a произвольного положения определить точки E и K , равноудаленные от плоскостей проекций Π_1 и Π_2 .

86. На горизонтальной прямой a определить точки, одинаково удаленные от плоскостей проекций Π_1 и Π_2 .



Задачи:

87. Построить недостающую фронтальную проекцию A_2B_2 отрезка AB , если $z_B - z_A = (y_A - y_B)$, и недостающую горизонтальную проекцию C_1D_1 отрезка CD , если $y_C - y_D = 2(z_D - z_C)$.

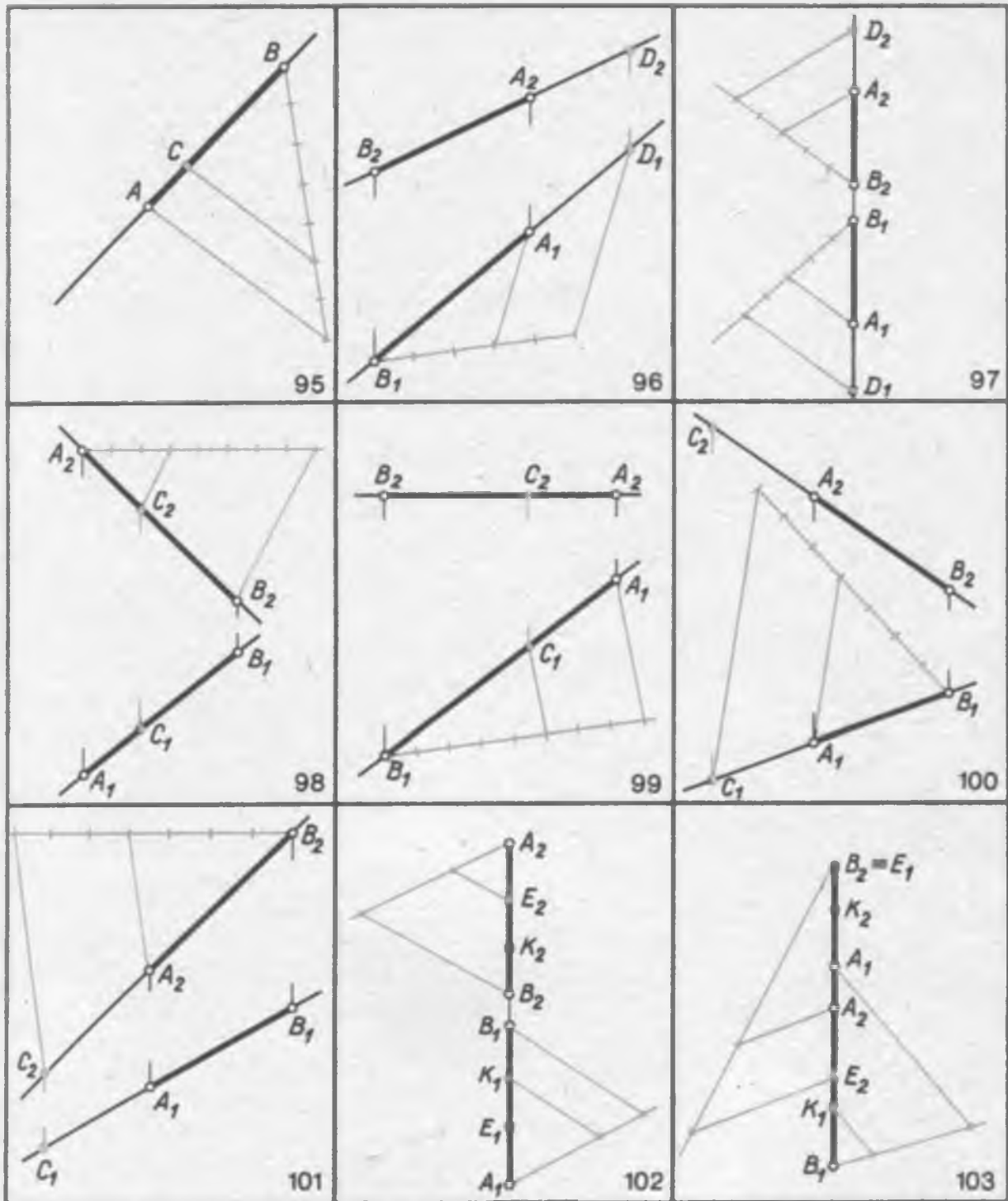
88. Построить недостающую горизонтальную проекцию A_1B_1 отрезка AB , если $y_A - y_B = 0,5(z_A - z_B)$, и недостающую фронтальную проекцию C_2D_2 отрезка CD , если $z_D - z_C = 0,5(y_C - y_D)$.

89.90.91. Построить недостающие проекции отрезков AB и CD прямых при условии, что отрезок AB параллелен первой бисекторной плоскости, а отрезок CD параллелен второй бисекторной плоскости.

92.93. На прямой a произвольного положения определить точки E и K , равноудаленные от плоскостей проекций Π_1 и Π_2 .

94. На горизонтальной прямой a определить точки, одинаково удаленные от плоскостей проекций Π_1 и Π_2 .

§ 8. ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ В ЗАДАННОМ ОТНОШЕНИИ



Задачи:

95. На отрезке AB прямой линии определить точку C , которая делит этот отрезок внутренним образом в заданном отношении $CA : CB = 2 : 5$.

96. На прямой данного отрезка AB определить точку D , которая делит этот отрезок внешним образом в отношении $DA : DB = 2 : 5$.

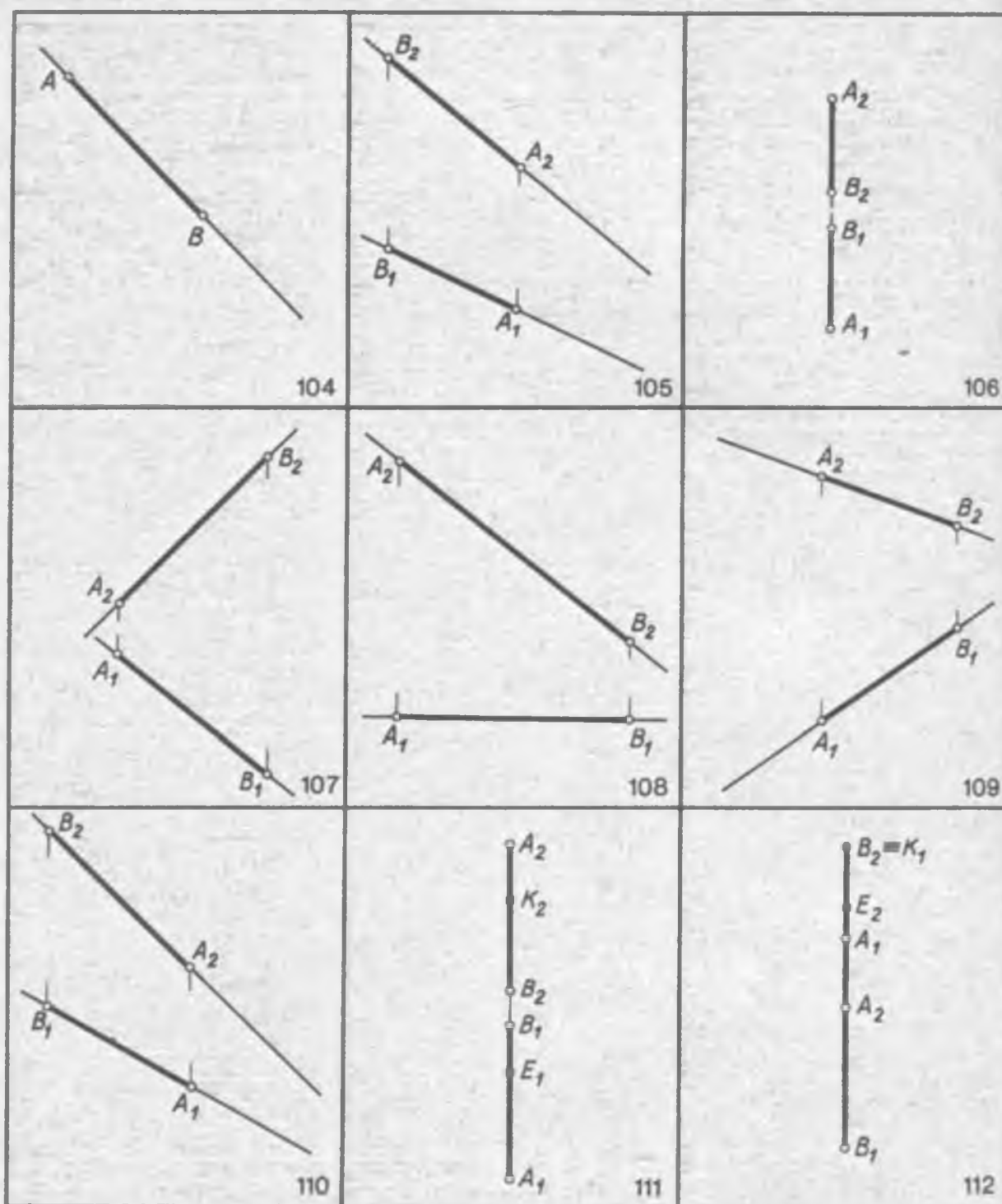
97. На профильной прямой линии, заданной отрезком AB , определить точку D , которая

делит этот отрезок внешним образом в отношении $DA : DB = 2 : 5$.

98.99. Отрезок AB прямой линии разделить точкой C внутренним образом при условии, если $CA : CB = 3 : 5$.

100.101. Отрезок AB прямой линии разделить точкой C внешне при условии, если $CA : CB = 3 : 7$.

102.103. Определить недостающие проекции точек E и K профильной прямой линии, заданной отрезком AB .



Задачи:

104. На отрезке AB прямой линии определить точку C , которая делит этот отрезок внутренним образом в заданном отношении $CA : CB = 2 : 5$.

105. На прямой данного отрезка AB определить точку D , которая делит этот отрезок внешним образом в отношении $DA : DB = 2 : 5$.

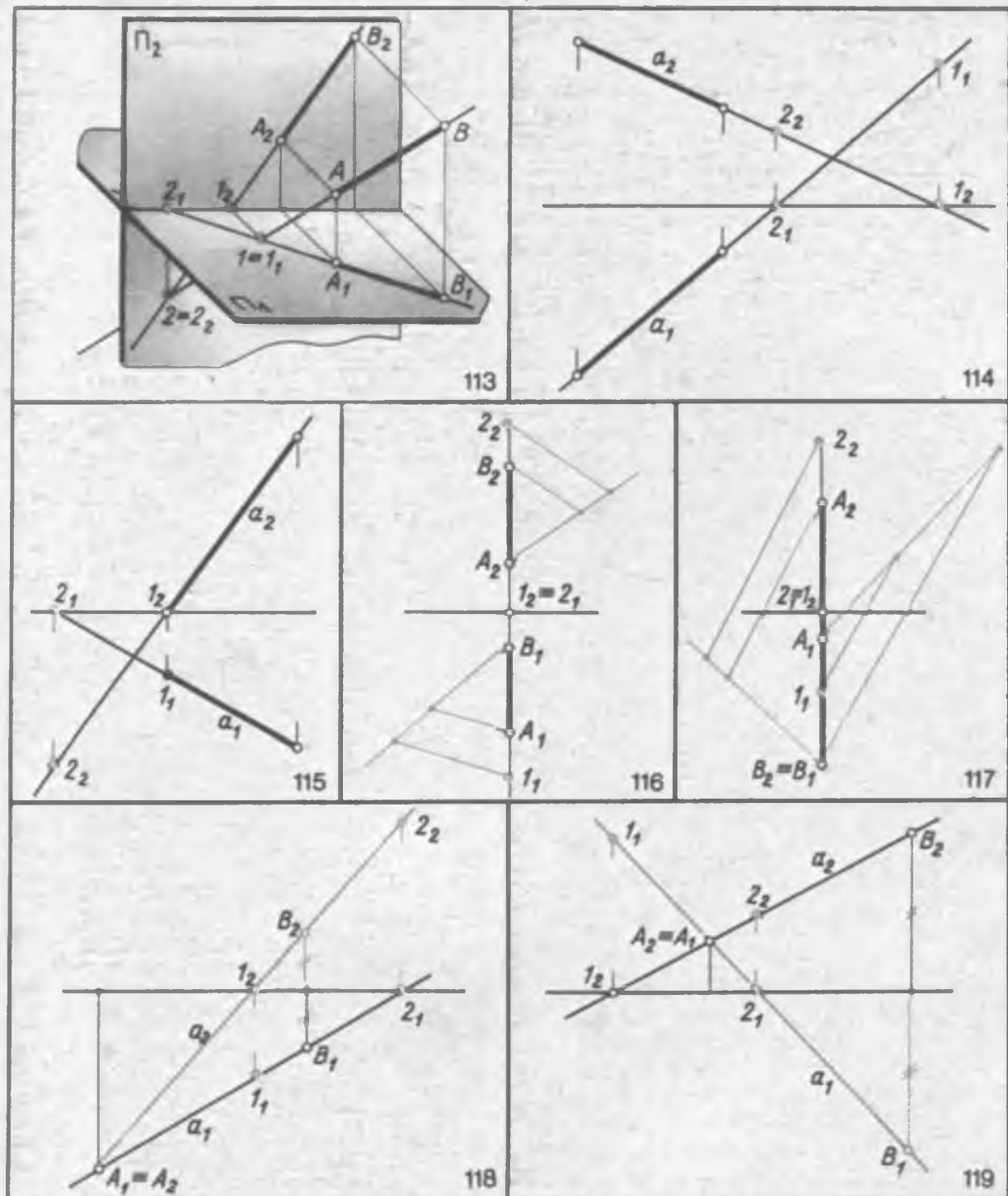
106. На профильной прямой линии, заданной отрезком AB , определить точку D , которая

делит этот отрезок внешним образом в отношении $DA : DB = 2 : 5$.

107.108. Отрезок AB прямой линии разделить точкой C внутренне при условии, если $CA : CB = 3 : 5$.

109.110. Отрезок AB прямой линии разделить точкой C внешне при условии, если $CA : CB = 3 : 7$.

111.112. Определить недостающие проекции точек E и K профильной прямой линии, заданной отрезком AB .



Задачи:

113. На рисунке модели координатных плоскостей проекций построить следы прямой линии общего положения, заданной отрезком AB .

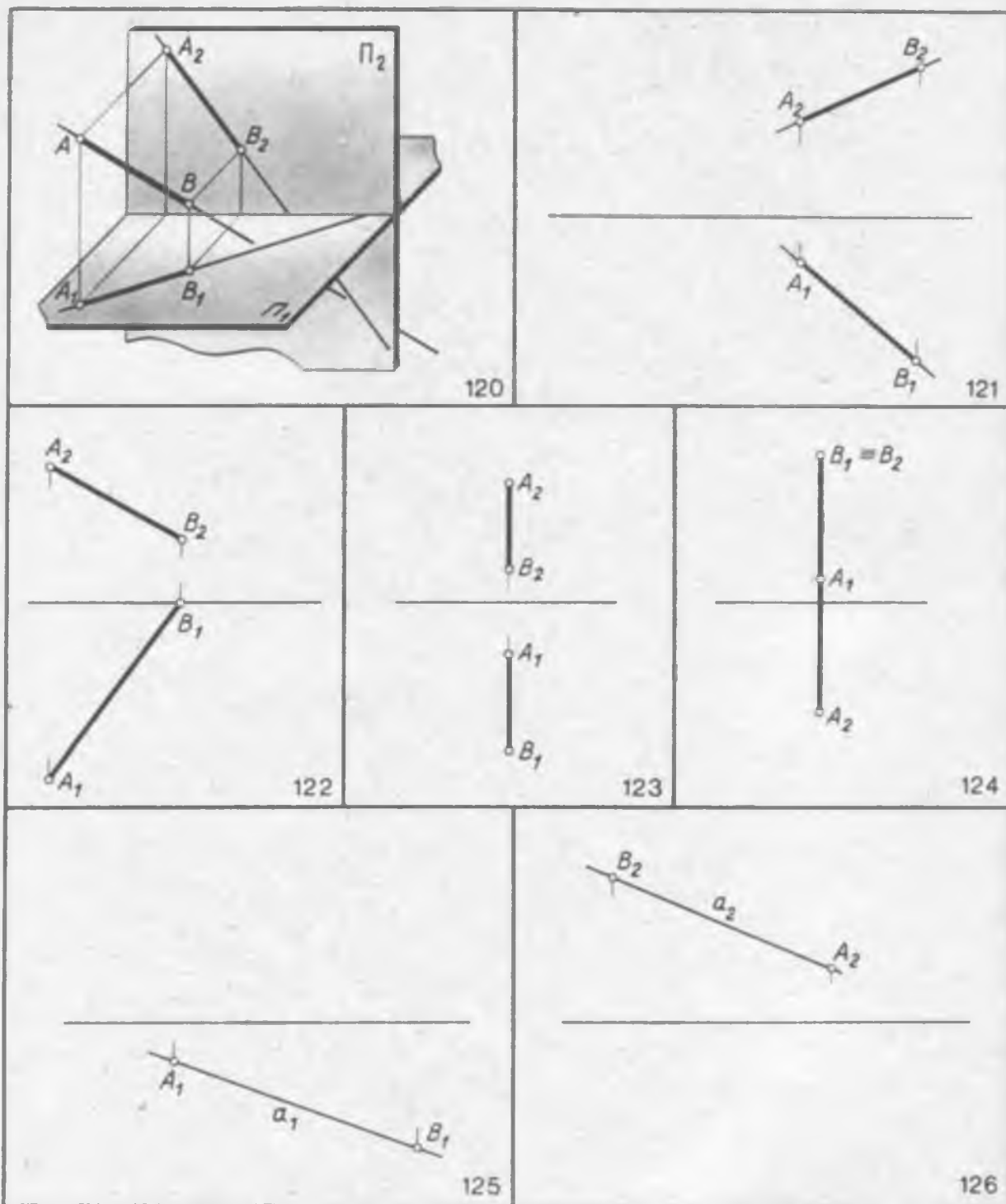
114.115. Определить следы прямой a общего положения. Указать, через какие углы пространства она проходит.

116.117. Определить следы профильной прямой линии, заданной отрезком AB .

118. Построить недостающую фронталь-

ную проекцию a_2 прямой a , пересекающей в точке B первую и в точке A вторую биссекторные плоскости. Определить следы прямой и указать углы пространства, через которые она проходит.

119. Построить недостающую горизонтальную проекцию a_1 прямой a , пересекающей в точке B первую и в точке A вторую биссекторные плоскости. Определить следы прямой и указать углы пространства, через которые она проходит.



Задачи:

120. На рисунке модели координатных плоскостей проекций построить следы прямой линии общего положения, заданной отрезком AB .

121. 122. Определить следы прямой a общего положения. Указать, через какие углы пространства она проходит.

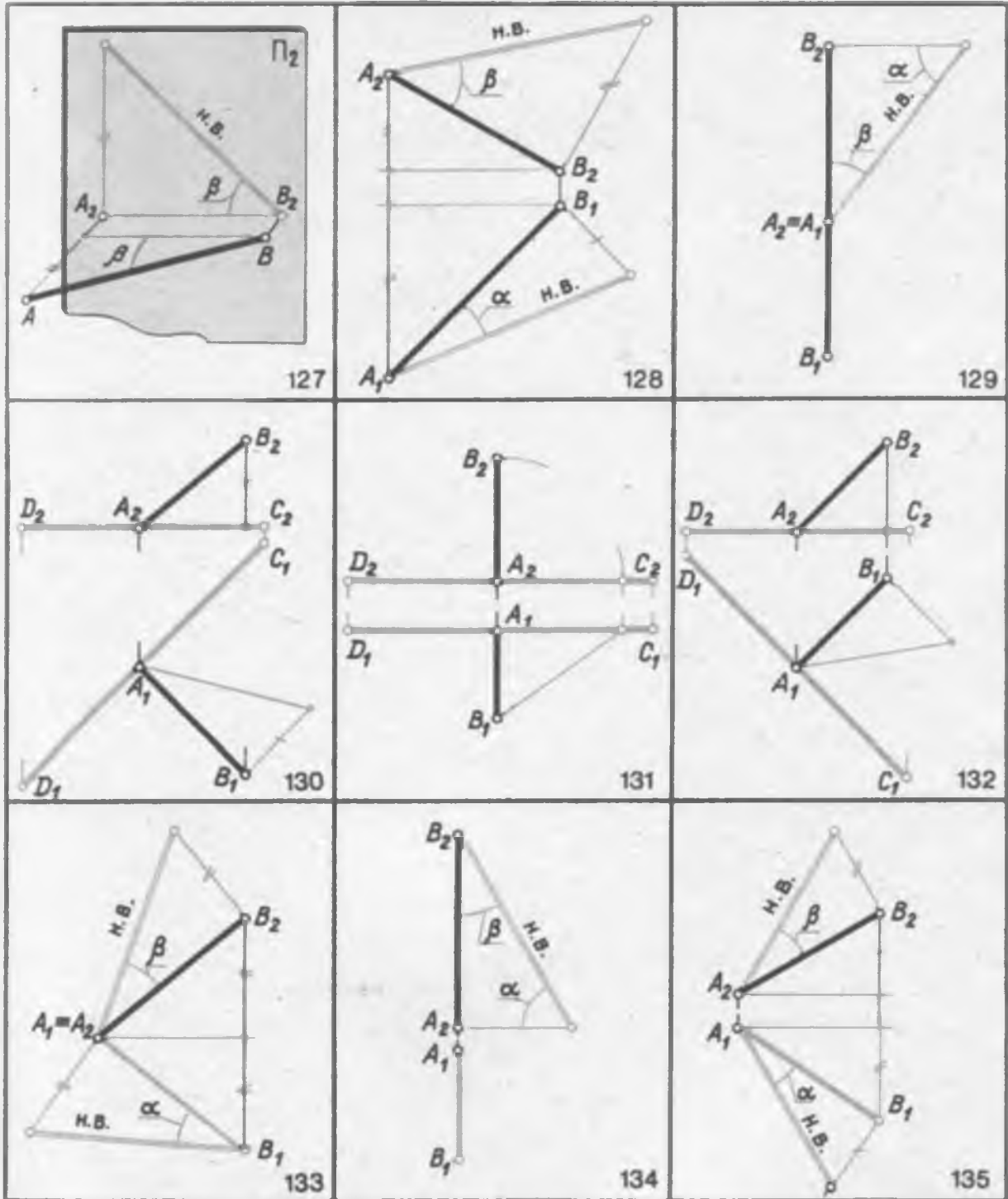
123. 124. Определить следы профильной прямой линии, заданной отрезком AB .

125. Построить недостающую фронталь-

ную проекцию a_2 прямой a , пересекающей в точке B первую и в точке A вторую биссекторные плоскости. Определить следы прямой и указать углы пространства, через которые она проходит.

126. Построить недостающую горизонтальную проекцию a_1 прямой a , пересекающей в точке B первую и в точке A вторую биссекторные плоскости. Определить следы прямой и указать углы пространства, через которые она проходит.

§ 10. ДЛИНА ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ И УГЛЫ ЕГО НАКЛОНА К ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИЙ



Задачи:

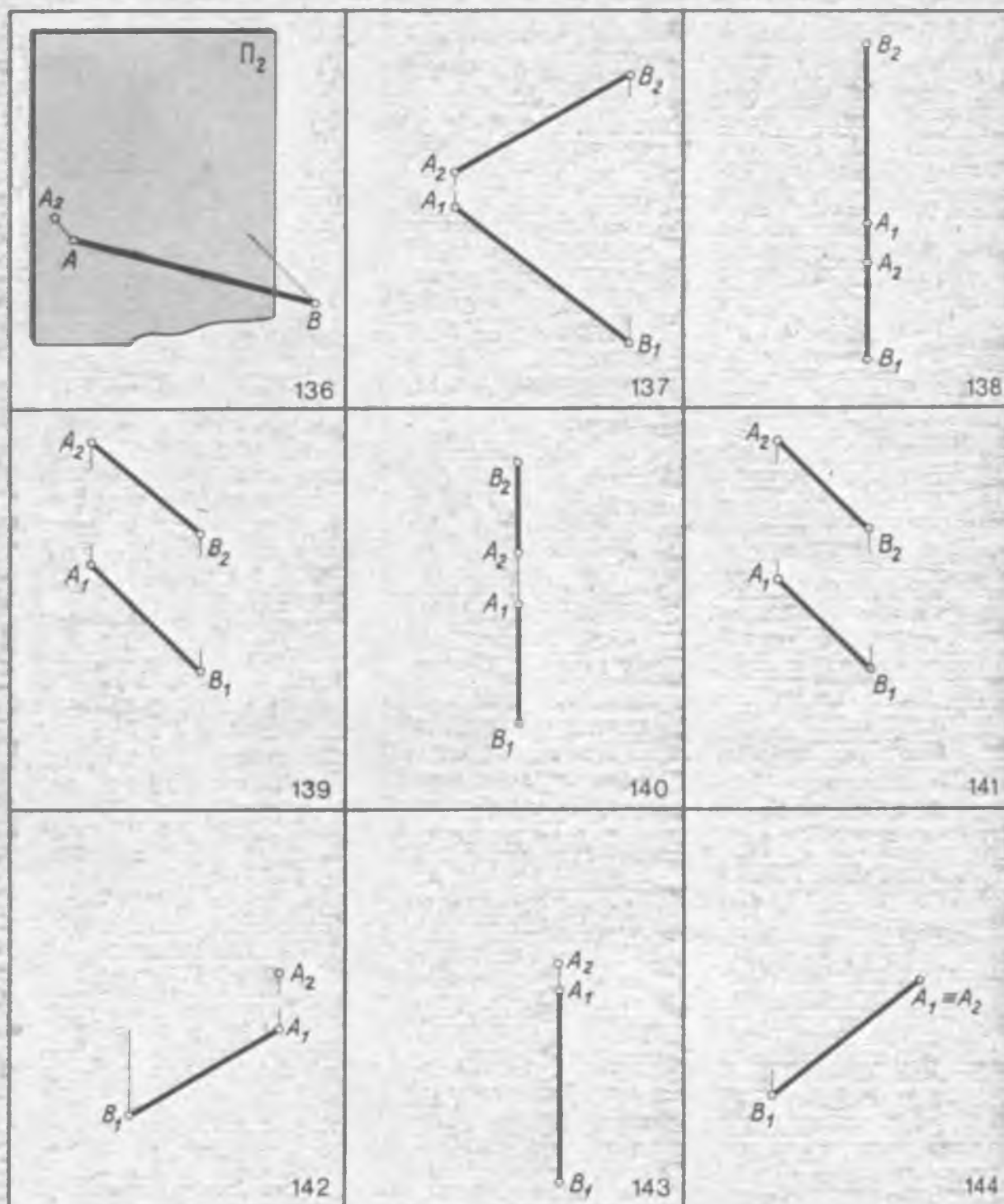
127. На рисунке модели фронтальной координатной плоскости проекций Π_2 и отрезка AB горизонтальной прямой линией построением прямоугольного треугольника в плоскости Π_2 определить длину отрезка AB и угол β его наклона к этой плоскости.

128. Определить длину отрезка AB прямой произвольного положения и углы α и β наклона его к плоскостям Π_1 и Π_2 проекций.

129. Определить длину отрезка AB профильной прямой линии и углы α и β наклона его к плоскостям Π_1 и Π_2 проекций.

130.131.132. Через точку A перпендикулярно отрезку AB провести горизонтальную прямую и на ней по разные стороны от точки A отложить отрезки, равные данному отрезку AB .

133.134.135. Определить недостающую горизонтальную проекцию A_1B_1 отрезка AB , его длину и угол α , если угол $\beta = 30^\circ$ и $z_B > z_A$.



Задачи:

136. На рисунке модели фронтальной координатной плоскости проекций Π_2 и отрезка AB горизонтальной прямой построением прямоугольного треугольника в плоскости Π_2 определить длину отрезка AB прямой и угол β его наклона к этой плоскости.

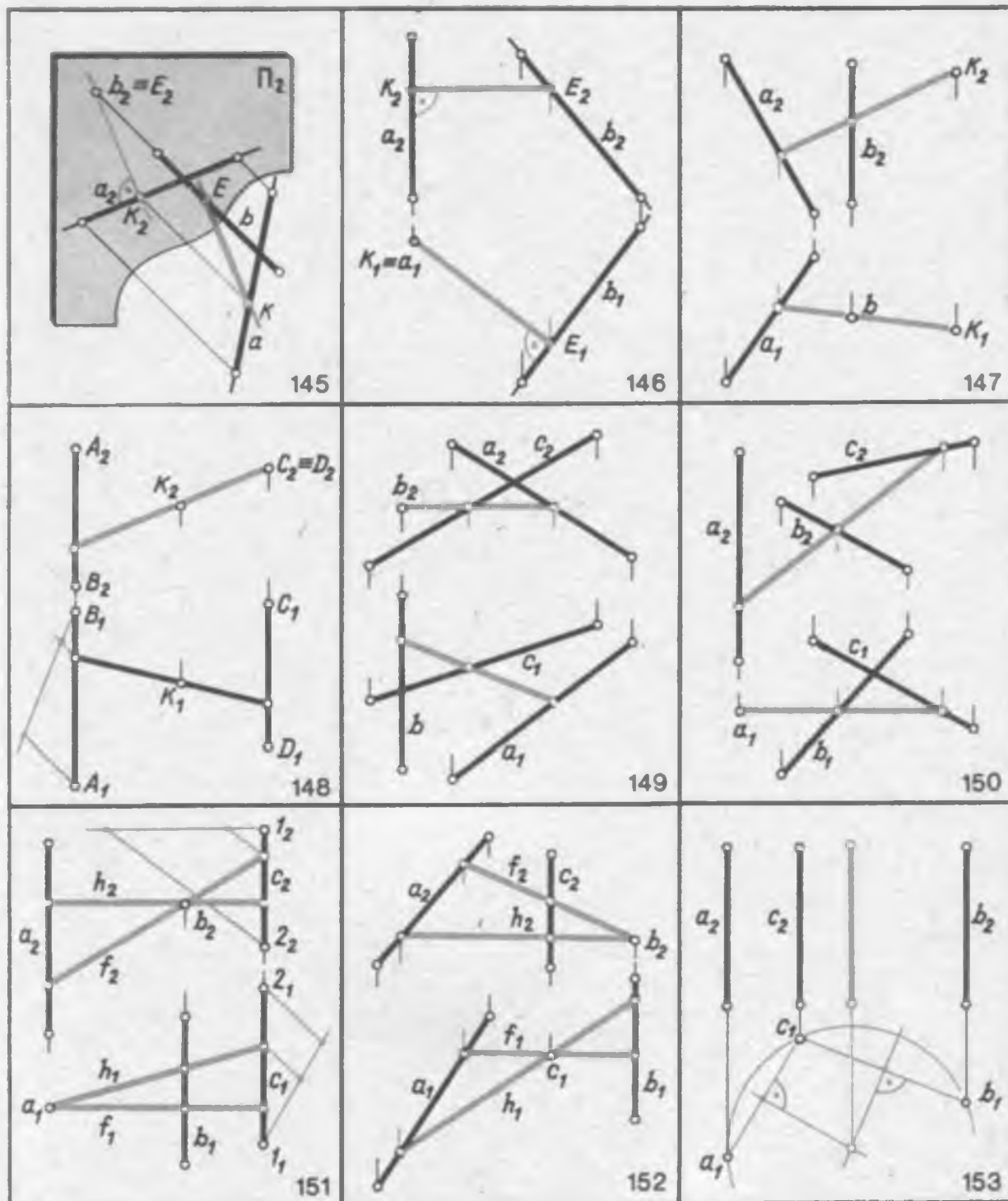
137. Определить длину отрезка AB прямой произвольного положения и углы α и β наклона его к плоскостям Π_1 и Π_2 проекций.

138. Определить длину отрезка AB профильной прямой линии и углы α и β наклона его к плоскостям Π_1 и Π_2 проекций.

139.140.141. Через точку B перпендикулярно отрезку AB провести горизонтальную прямую и на ней по разные стороны от точки B отложить отрезки, равные данному отрезку AB .

142.143.144. Определить недостающую фронтальную проекцию A_1B_1 отрезка AB , его длину и угол α , если угол $\beta = 30^\circ$ и $z_B > z_A$.

§ 11. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ



Задачи:

145. На рисунке модели построить прямую, пересекающую две данные скрещивающиеся прямые a и b в ближайших точках E и K .

146. Определить расстояние между двумя скрещивающимися прямыми a и b .

147.148. Через точку K провести прямую, пересекающую две данные скрещивающиеся прямые линии.

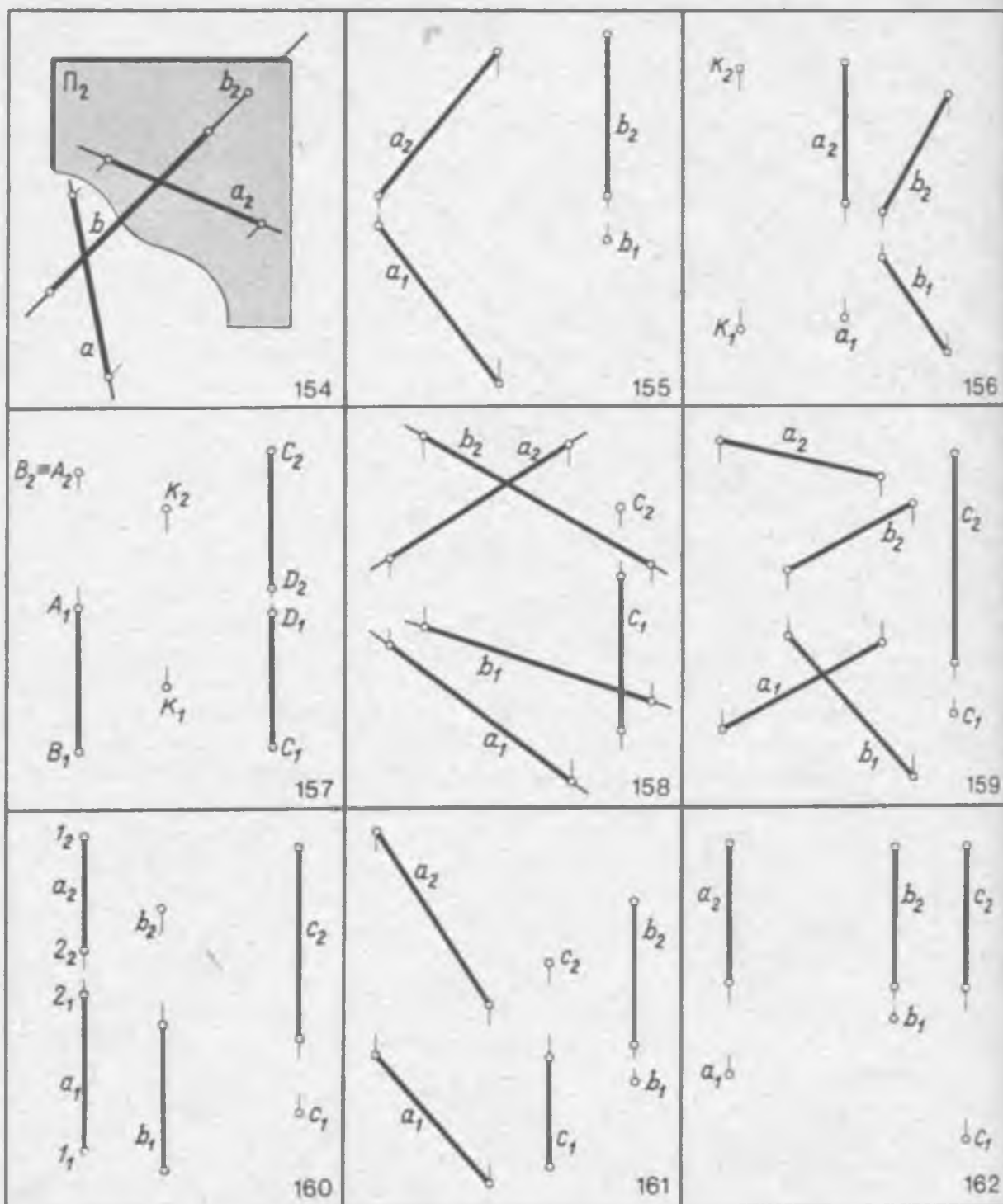
149. Провести горизонтальную прямую, пе-

ресекающую три данные скрещивающиеся прямые линии a , b и c .

150. Провести фронтальную прямую, пересекающую три данные скрещивающиеся прямые линии a , b и c .

151.152. Провести горизонтальную и фронтальную прямые линии, пересекающие каждая три данные скрещивающиеся прямые a , b и c .

153. Провести прямую, равноудаленную от трех данных горизонтально-проецирующих прямых a , b и c .



Задачи:

154. На рисунке модели построить прямую, пересекающую две данные скрещивающиеся прямые a и b в ближайших точках E и K .

155. Определить расстояние между двумя скрещивающимися прямыми a и b .

156.157. Через точку K провести прямую, пересекающую две данные скрещивающиеся прямые a и b .

158. Провести горизонтальную прямую, пе-

ресекающую три данные скрещивающиеся прямые a , b и c .

159. Провести фронтальную прямую, пересекающую три данные скрещивающиеся прямые a , b и c .

160.161. Провести горизонтальную и фронтальную прямые линии, пересекающие каждая три данные скрещивающиеся прямые a , b и c .

162. Провести прямую, равноудаленную от трех данных горизонтально-проецирующих прямых a , b и c .

12. Плоскость можно представить как бесконечное множество прямых, проходящих через неподвижную точку и пересекающих вне ее неподвижную прямую линию.

Плоскость определяют три точки, не лежащие на одной прямой.

Плоскости, перпендикулярные плоскостям проекций, называют проецирующими.

На чертеже проецирующие плоскости обычно задают линиями их пересечения с плоскостями проекций — следами.

На бесосных чертежах проецирующие плоскости представляются одной прямой линией — линией пересечения только с той плоскостью проекций, которой они перпендикулярны.

13. Прямая линия принадлежит плоскости при условии, если она проходит:

- а) через две точки этой плоскости;
- б) через точку плоскости параллельно любой прямой этой плоскости.

Точка в плоскости выбирается по условию, что она находится на прямой линии этой плоскости.

В плоскости кроме прямых произвольного (общего) положения можно наметить и линии, занимающие особое положение по отношению к плоскостям проекций.

Прямые линии, параллельные горизонтальной плоскости проекций, называют горизонталями плоскости.

Прямые линии, параллельные фронтальной плоскости проекций, называют фронталями плоскости.

Прямую линию наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций называют линией наибольшего ската.

14. Проекции плоской фигуры строят по условию принадлежности точек фигуры ее плоскости.

По проекциям можно судить о положении фигуры относительно плоскостей проекций.

В зависимости от расположения плоской фигуры относительно плоскостей проекций каждая из проекций может изображать одну и ту же или разные стороны фигуры (лицевую и оборотную). Это легко представить, прибегая к воображению. Признаком этого может также служить и порядок обхода по контуру проекций фигуры.

Если каждая из проекций изображает одну и ту же сторону фигуры, обход по контуру для обеих проекций производят в разных направлениях: для фронтальной проекции — по ходу часовой стрелки, а для горизонтальной — против хода часовой стрелки, или наоборот.

Если обход по контуру для обеих проекций производят в одном направлении, имеем изображение разных сторон фигуры.

15. Любая фигура, принадлежащая проецирующей плоскости, имеет одну из своих проекций на соответствующем следе этой плоскости.

Прямая пересекает проецирующую плоскость в точке, одна из проекций которой находится на следе этой плоскости.

Линия пересечения плоскости общего положения проецирующей плоскостью определяется по точкам пересечения двух любых прямых линий плоскости общего положения с проецирующей плоскостью.

Линию пересечения двух плоскостей, заданных следами, строят по точкам пересечения их одноименных следов, если они пересекаются в пределах чертежа.

Если следы плоскостей в пределах чертежа не пересекаются, то линию пересечения этих плоскостей строят по точкам пересечения любых двух (пересекающихся в пределах чертежа) прямых плоскости общего положения с проецирующей плоскостью.

16. Схема решения задачи на построение точки пересечения прямой линии с плоскостью является весьма важной среди других позиционных задач курса начертательной геометрии. Она используется и для решения задач на по-

строение точек пересечения прямых с поверхностью, на пересечение поверхности плоскостью, построение линий пересечения поверхностей линейчатыми поверхностями и т. п.

Задача решается в такой последовательности:

а) через прямую проводится проецирующая плоскость;

б) определяется линия пересечения заданной плоскости с вспомогательной проецирующей плоскостью;

в) определяется точка пересечения данной прямой с линией пересечения плоскостей. Эта точка, общая для прямой и плоскости, является искомой точкой пересечения прямой с плоскостью.

Видимость отрезка прямой в проекциях определяют, применяя способ «конкурирующих» точек.

Конкурирующими называют точки, лежащие на одном проецирующем луче.

Если смотреть по направлению проецирующего луча, то можно увидеть ту из конкурирующих точек, которая наиболее удалена от плоскости проекций.

17. Две плоскости пересекаются по прямой линии. Прямую линию пересечения плоскостей можно определить по точкам пересечения двух любых прямых линий одной плоскости с другой плоскостью или по точкам пересечения прямых каждой из плоскостей — пересечения прямой первой плоскости со второй плоскостью и пересечения прямой второй плоскости с первой плоскостью.

Линию пересечения плоскостей можно построить, применяя к решению задачи и вспомогательные секущие плоскости; обычно выбирают проецирующие плоскости, часто — горизонтальные или фронтальные.

18. Прямая параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой этой плоскости.

Две плоскости взаимно параллельны, если две пересекающиеся прямые линии одной пло-

скости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости.

19. Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна любым двум пересекающимся прямым этой плоскости.

Через каждую точку пространства можно провести только одну прямую, перпендикулярную данной плоскости.

Прямая линия перпендикулярна плоскости; на ортогональном чертеже ее проекции перпендикулярны одноименным проекциям направлений горизонтали и фронтали плоскости.

Горизонтальная проекция перпендикуляра составляет прямой угол с горизонтальной проекцией горизонтали плоскости.

Фронтальная проекция перпендикуляра составляет прямой угол с фронтальной проекцией фронтали плоскости.

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из плоскостей имеет прямую линию, перпендикулярную другой плоскости.

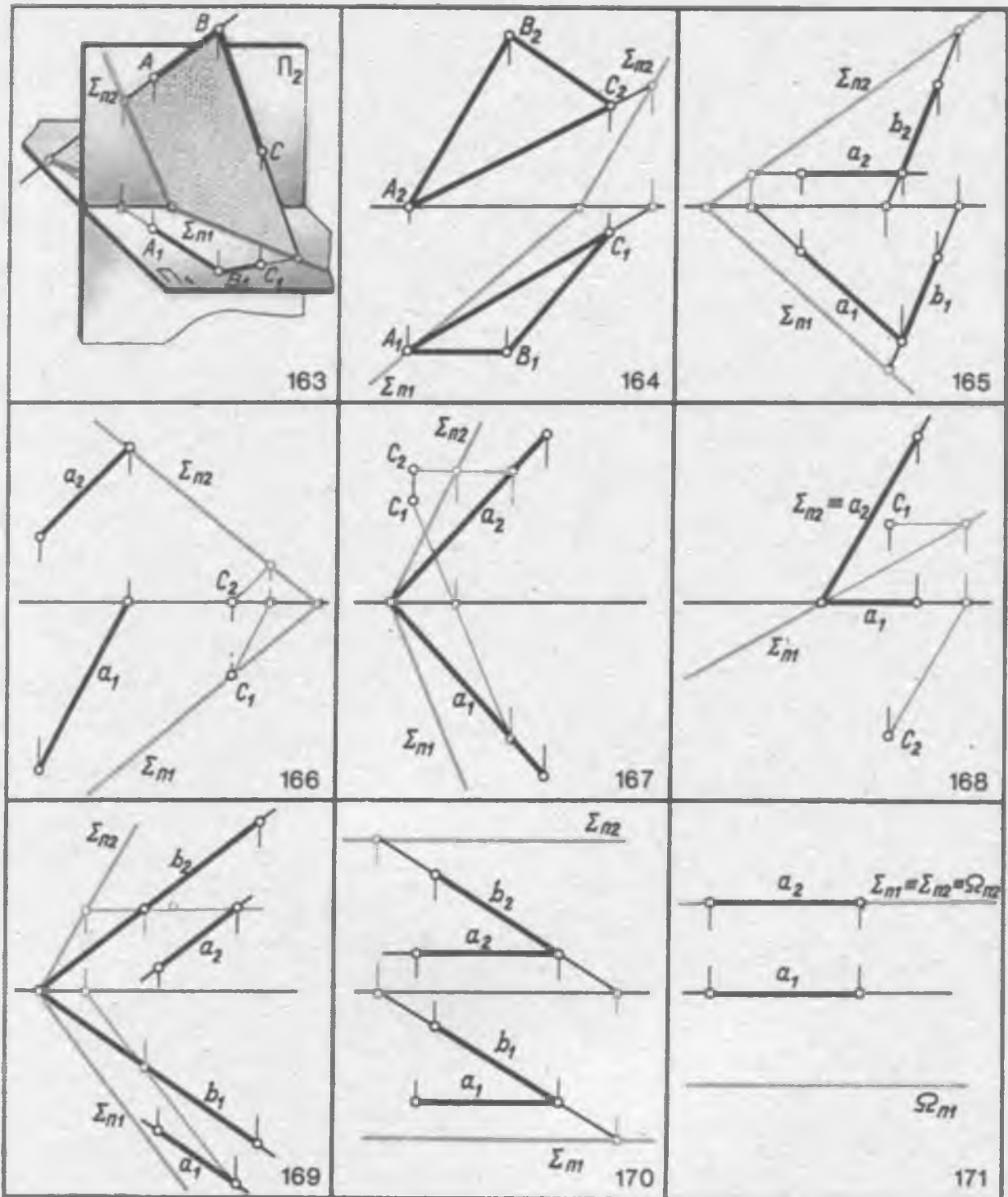
Для построения плоскости, перпендикулярной другой плоскости, достаточно определить прямую, перпендикулярную этой плоскости. Через эту прямую можно провести множество плоскостей, перпендикулярных данной плоскости.

Если одноименные главные линии или следы каждой из двух плоскостей взаимно перпендикулярны, то в плоскости нет прямой, перпендикулярной другой плоскости, т. е. условие перпендикулярности двух плоскостей не соблюдается.

20. Две прямые взаимно перпендикулярны, если каждая из них является направлением одной из плоскостей другой прямой.

Через точку можно провести бесконечное множество прямых, перпендикулярных данной прямой. Все эти прямые принадлежат одной плоскости. Поэтому для построения чертежа прямой линии, перпендикулярной другой прямой, необходимо прежде всего построить плоскость, перпендикулярную этой прямой.

§ 12. ПЛОСКОСТЬ. ЗАДАНИЕ ПЛОСКОСТИ НА ЭПЮРЕ МОНЖА



Задачи:

163. На рисунке модели показать построения следов плоскости Σ , заданной отрезками AB и BC пересекающихся прямых линий.

164. Построить следы плоскости, заданной треугольником ABC .

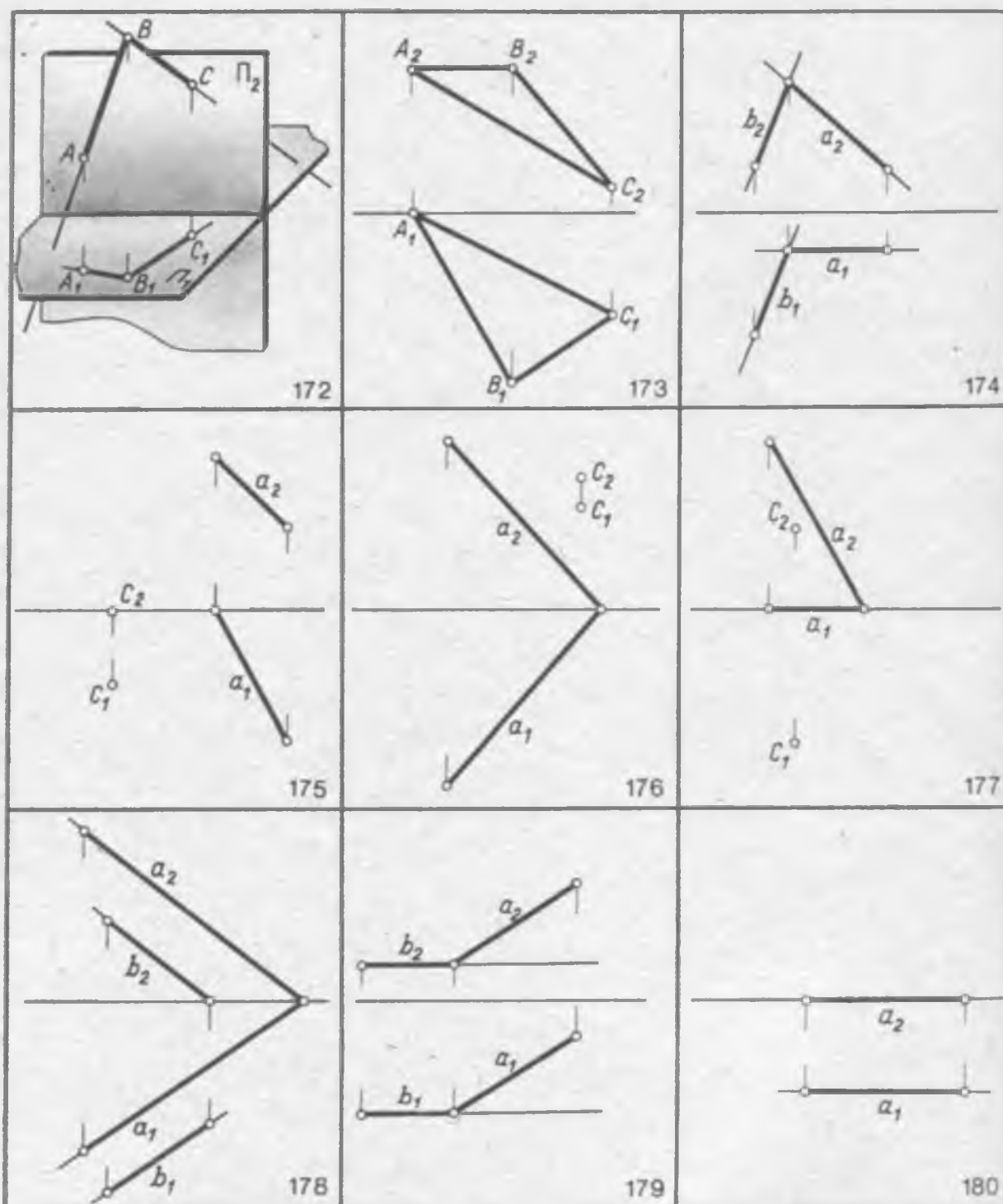
165. Построить следы плоскости, заданной двумя пересекающимися прямыми линиями a и b . Прямая a горизонтальная, прямая b параллельна второй биссекторной плоскости.

166.167.168. Построить следы плоскости, заданной прямой a и точкой C .

169. Построить следы плоскости, заданной двумя параллельными прямыми линиями a и b .

170. Плоскость, заданную пересекающимися прямыми a и b , задать следами.

171. Через прямую a провести две плоскости Σ и Ω . Плоскость Σ параллельна первой биссекторной плоскости, а плоскость Ω параллельна второй биссекторной плоскости.



Задачи:

172. На рисунке модели показать построения следов плоскости Σ , заданной отрезками AB и BC пересекающихся прямых линий.

173. Построить следы плоскости, заданной треугольником ABC .

174. Построить следы плоскости, заданной двумя пересекающимися прямыми линиями a и b . Прямая a горизонтальная, прямая b параллельна второй биссекторной плоскости.

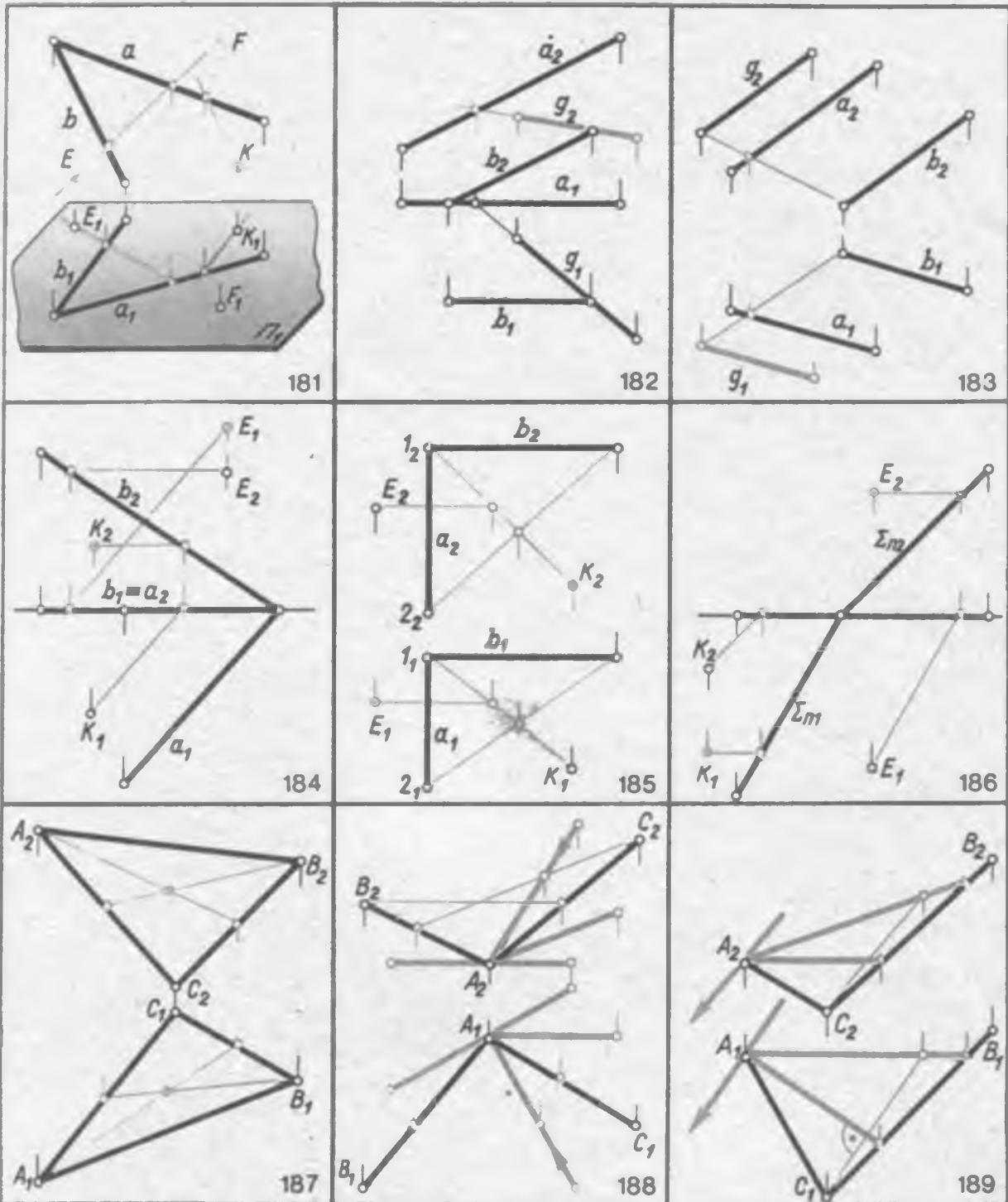
175.176.177. Построить следы плоскости, заданной прямой a и точкой C .

178. Построить следы плоскости, заданной двумя параллельными прямыми линиями a и b .

179. Плоскость, заданную пересекающимися прямыми a и b , задать следами.

180. Через прямую a провести две плоскости Σ и Ω . Плоскость Σ параллельна первой биссекторной плоскости, а плоскость Ω параллельна второй биссекторной плоскости.

§ 13. ПРЯМЫЕ ЛИНИИ И ТОЧКИ ПЛОСКОСТИ



Задачи:

181. На рисунке модели показать точки E , K и F , принадлежащие плоскости Σ ($a \times b$). Ортогональные проекции E_1 , K_1 , F_1 этих точек на горизонтальной плоскости Π_1 известны.

182.183. Построить недостающую проекцию прямой g , принадлежащей данной плоскости Σ ($a \parallel b$).

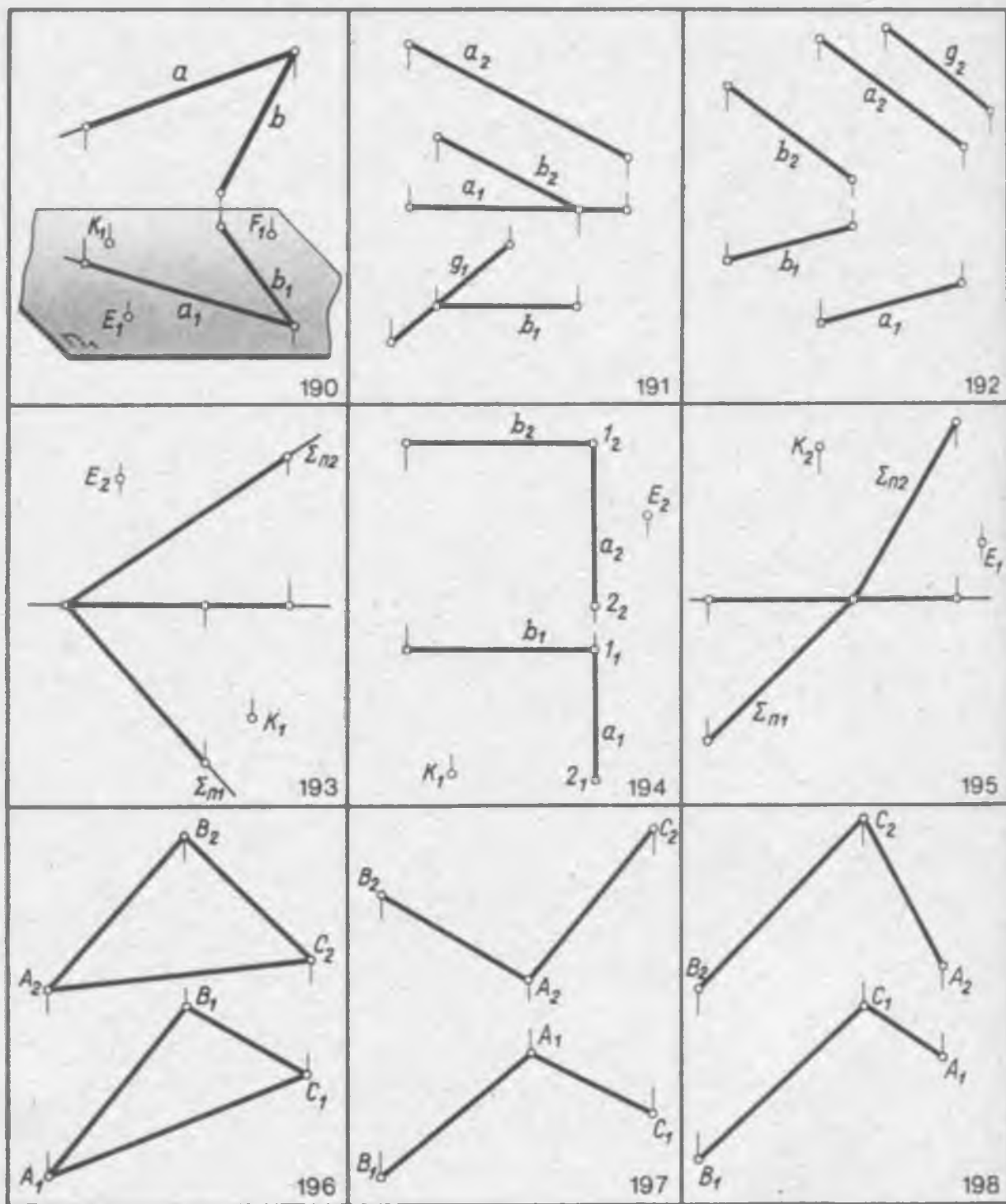
184.185. Определить недостающие проекции

точек E и K , принадлежащих данной плоскости Σ ($a \times b$).

186. Определить недостающие проекции точек E и K , принадлежащих данной плоскости Σ . Плоскость задана следами — Σ_{Π} и Σ_{Π_2} .

187. Определить центр тяжести треугольника ABC произвольного положения.

188.189. Через точку A плоскости ABC провести горизонталь, фронталь и линию наибольшего ската.



Задачи:

190. На рисунке модели показать точки E , K и F , принадлежащие плоскости Σ ($a \times b$). Ортогональные проекции E_1 , K_1 , F_1 этих точек на горизонтальную плоскость Π_1 известны.

191.192. Построить недостающую проекцию прямой g , принадлежащей данной плоскости Σ ($a \parallel b$).

193.194. Определить недостающие проекции

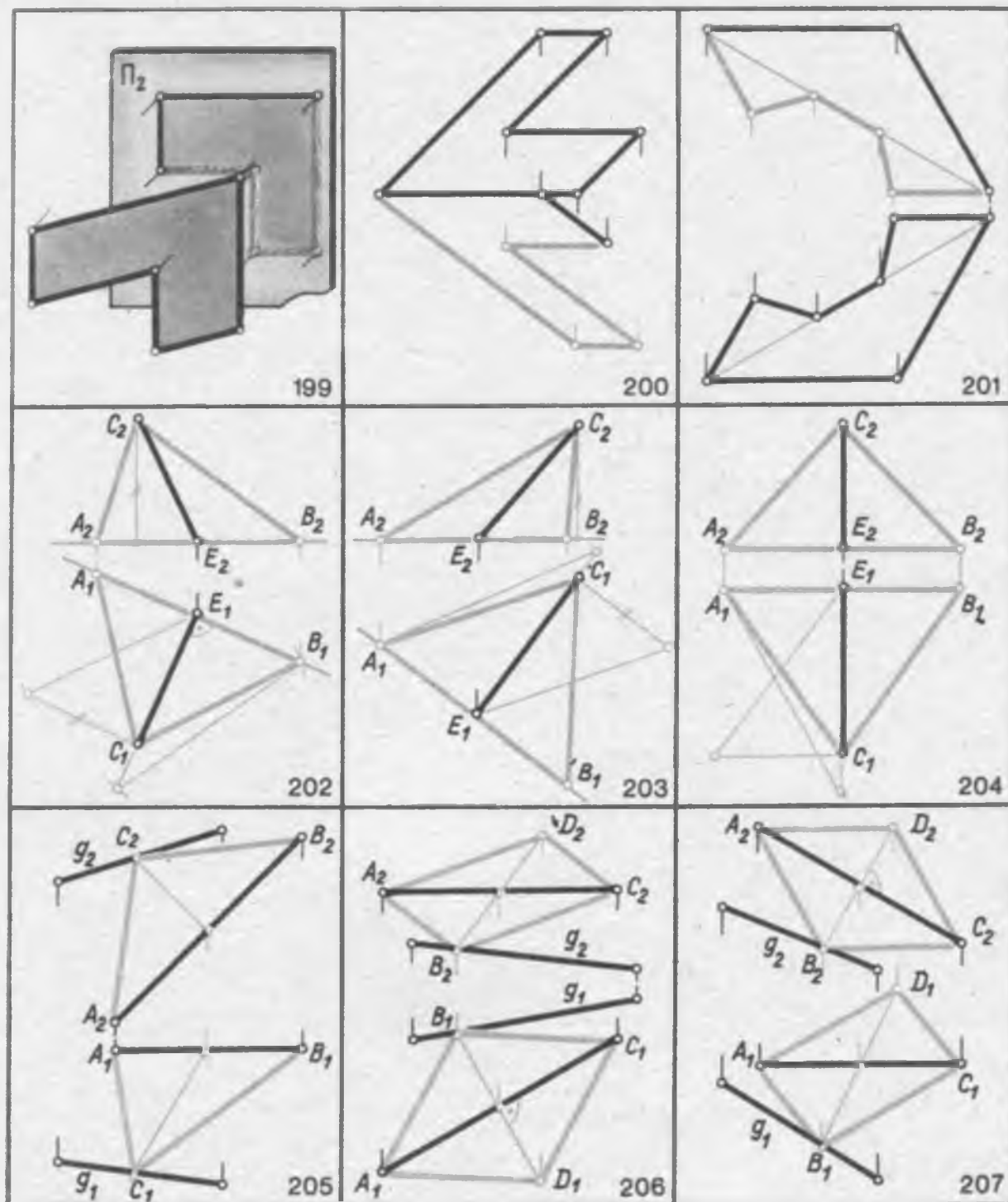
точек E и K , принадлежащих данной плоскости Σ ($a \times b$).

195. Определить недостающие проекции точек E и K , принадлежащих данной плоскости Σ . Плоскость задана следами — Σ_{Π_1} и Σ_{Π_2} .

196. Определить центр тяжести треугольника ABC произвольного положения.

197.198. Через точку A плоскости ABC провести горизонталь, фронталь и линию наибольшего ската.

§ 14. ПРОЕКЦИИ ПЛОСКИХ ФИГУР



Задачи:

199. Построить во фронтальной плоскости Π_2 ортогональную проекцию данной плоской фигуры.

200. Построить недостающую горизонтальную проекцию плоской фигуры.

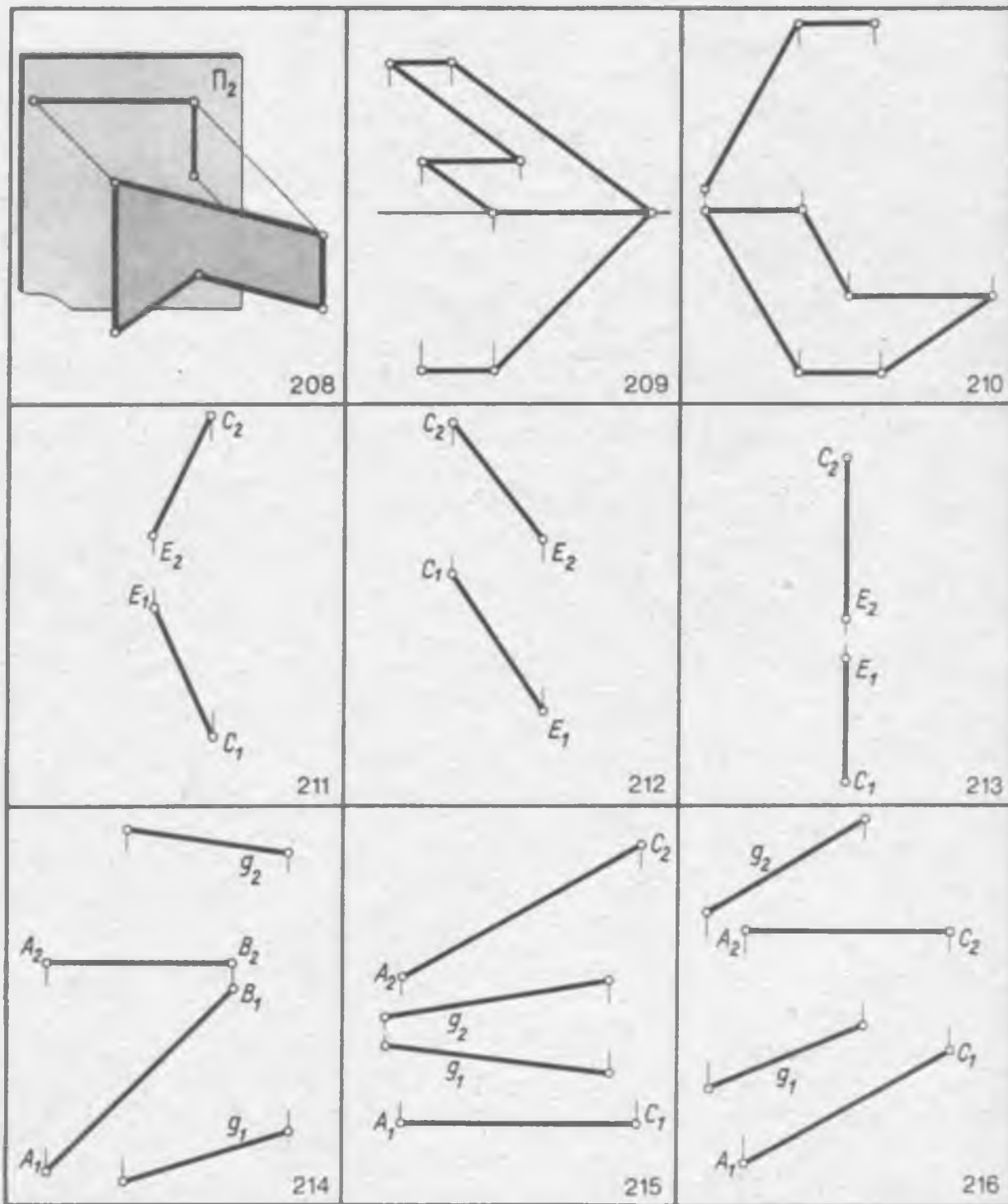
201. Построить недостающую фронтальную проекцию плоской фигуры.

202. 203. 204. Построить равносторонний треугольник ABC , у которого данный отрезок CE — его высота и линия ската.

205. Построить равнобедренный треугольник ABC , основанием которого является данный отрезок AB фронтальной прямой линии, а вершина C треугольника находится на прямой g .

206. Построить проекции ромба $ABCD$ с горизонтальной диагональю AC и вершиной B на прямой g .

207. Построить проекции ромба $ABCD$ с фронтальной диагональю AC и вершиной B на прямой g .



Задачи:

208. Построить во фронтальной плоскости Π_2 ортогональную проекцию данной плоской фигуры.

209. Построить недостающую горизонтальную проекцию плоской фигуры.

210. Построить недостающую фронтальную проекцию плоской фигуры.

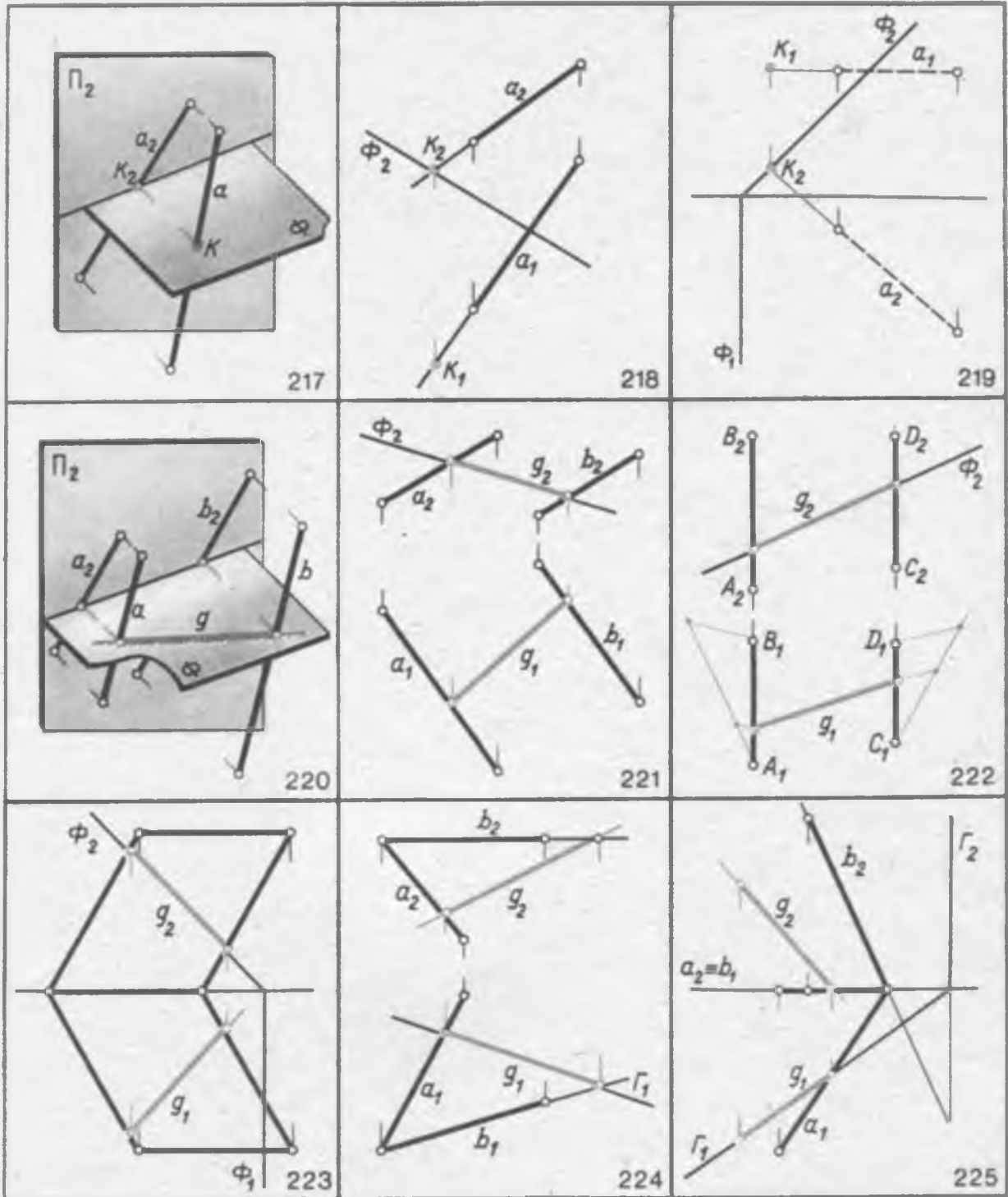
211.212.213. Построить равносторонний треугольник ABC , у которого данный отрезок CE — его высота и линия ската.

214. Построить равнобедренный треугольник ABC , основанием которого является данный отрезок AB фронтальной прямой линии, а вершина C треугольника находится на прямой g .

215. Построить проекции ромба $ABCD$ с фронтальной диагональю AC и вершиной B на прямой g .

216. Построить проекции ромба $ABCD$ с горизонтальной диагональю AC и вершиной B на прямой g .

§ 15. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕЦИРУЮЩИМИ ПЛОСКОСТЯМИ



Задачи:

217. На рисунке пространственной модели определить точку K пересечения прямой a с фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

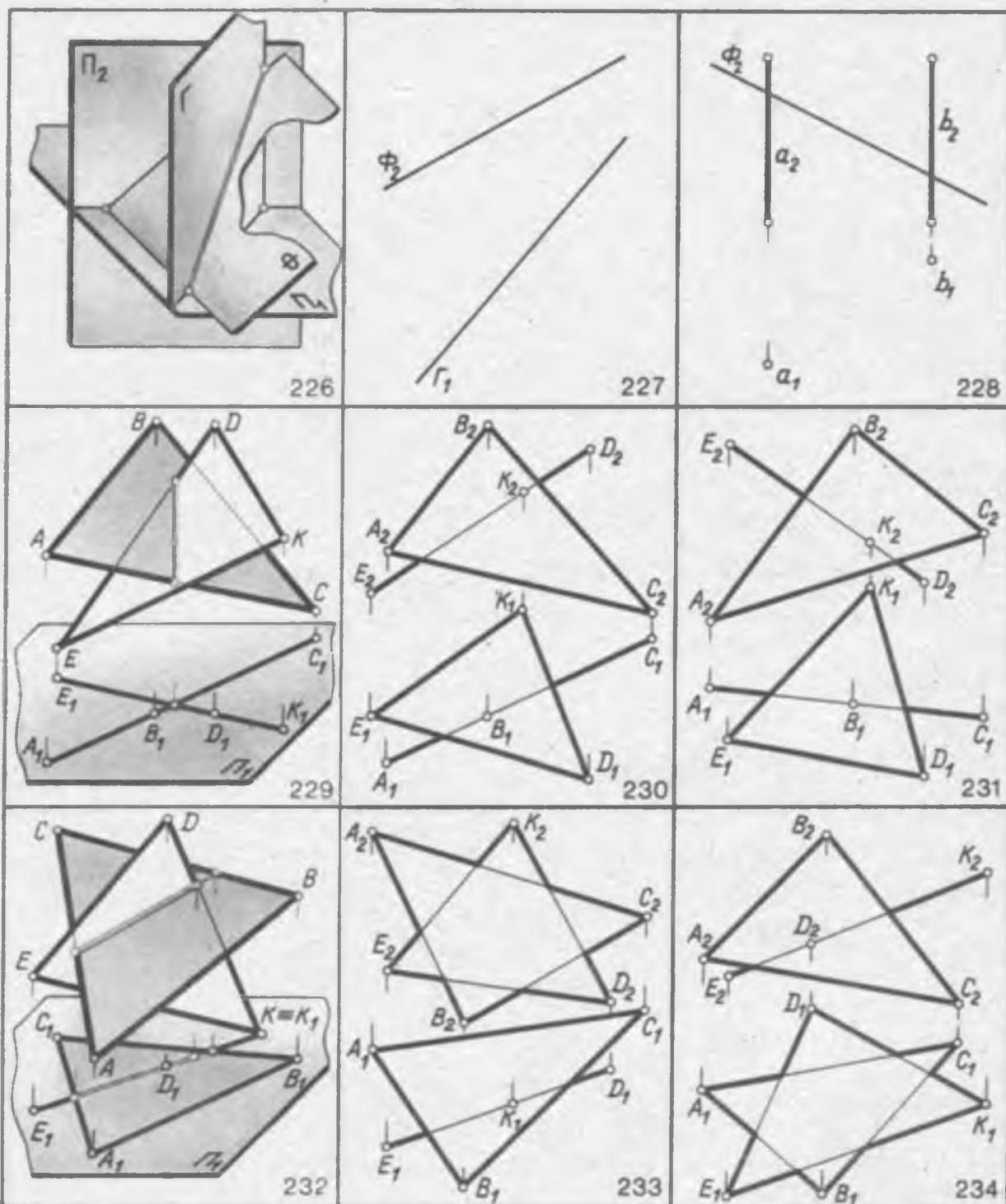
218.219. Определить проекции точки K пересечения прямой линии a с фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

220. На рисунке пространственной модели показать построения линии пересечения плоскости Σ ($a \parallel b$) с фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

221.222. Построить линию пересечения фронтально-проецирующей плоскости Φ с плоскостью Σ , заданной двумя параллельными прямыми линиями.

223. Построить линию пересечения плоской фигуры фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

224.225. Построить линию пересечения плоскости произвольного положения Σ ($a \times b$) горизонтально-проецирующей плоскостью Γ .



Задачи:

226. На рисунке модели основной системы плоскостей проекций показать построения линии пересечения горизонтально-проецирующей плоскости Γ с фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

227. Построить линию пересечения горизонтально-проецирующей плоскости Γ с фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

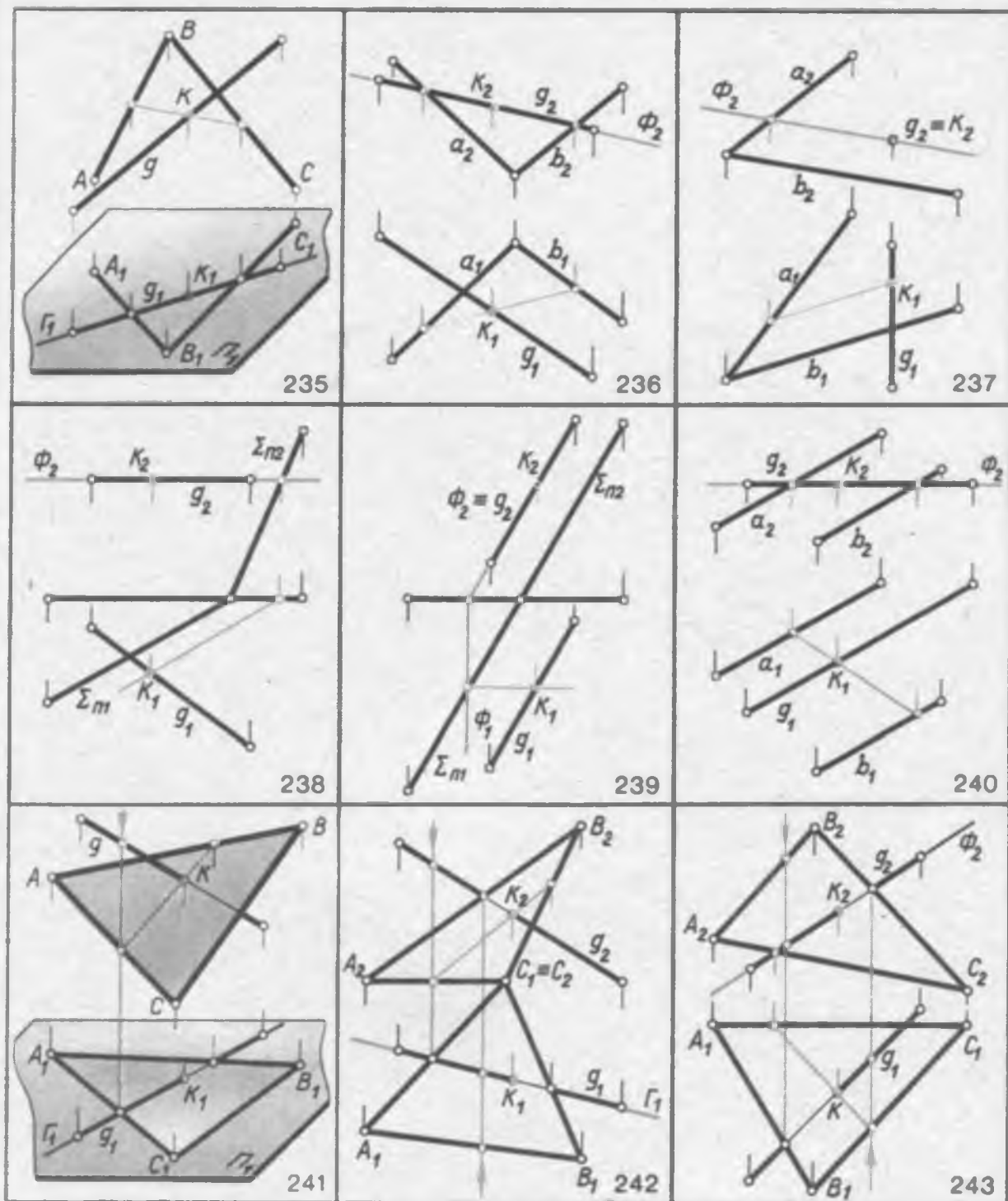
228. Построить линию пересечения гори-

зонтально-проецирующей плоскости, заданной двумя параллельными проецирующими прямыми линиями a и b , с фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

229.230.231. Построить линию пересечения двух проецирующих треугольников ABC и EDK . Определить видимость сторон треугольников.

232.233.234. Построить линию пересечения проецирующего треугольника EDK с треугольником ABC общего положения. Определить видимость сторон треугольников.

§ 16. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМЫХ ПЛОСКОСТЯМИ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ



Задачи:

235. На рисунке модели показать построения для определения точки пересечения прямой g с плоскостью ABC произвольного положения.

236.237. Определить точку пересечения прямой g с плоскостью Σ ($a \times b$) произвольного положения.

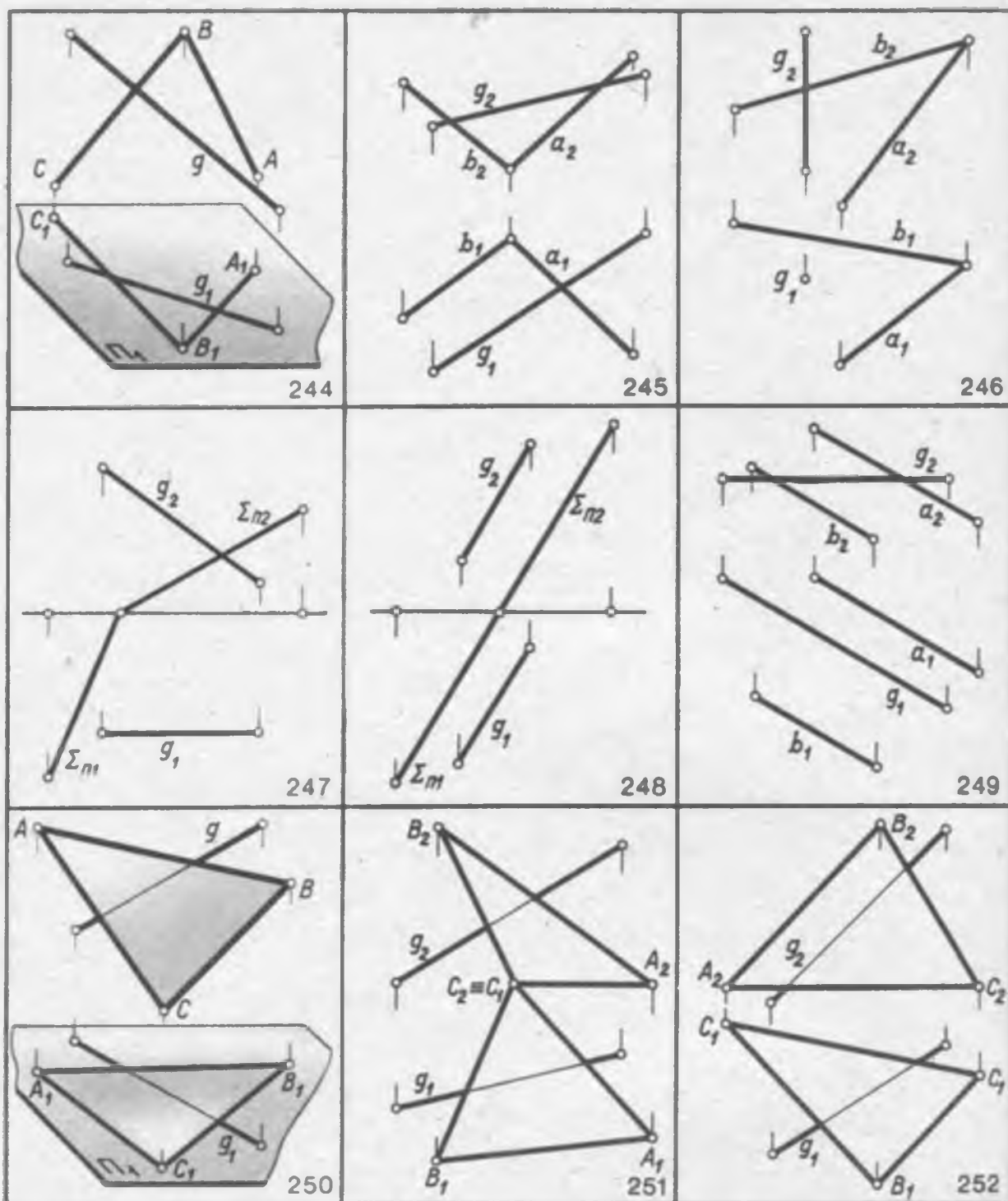
238.239. Определить точку пересечения прямой g с плоскостью Σ ($\Sigma_{п1}$, $\Sigma_{п2}$) произвольного положения.

240. Определить точку пересечения пря-

мой g с плоскостью Σ ($a \parallel b$) произвольного положения.

241. На рисунке модели показать построения для определения точки K пересечения прямой g с плоскостью треугольника ABC произвольного положения. Показать видимость прямой линии.

242.243. Определить точку пересечения прямой g с треугольником ABC произвольного положения. Показать видимость прямой в проекциях.



Задачи:

244. На рисунке модели показать построения для определения точки пересечения прямой g с плоскостью ABC произвольного положения.

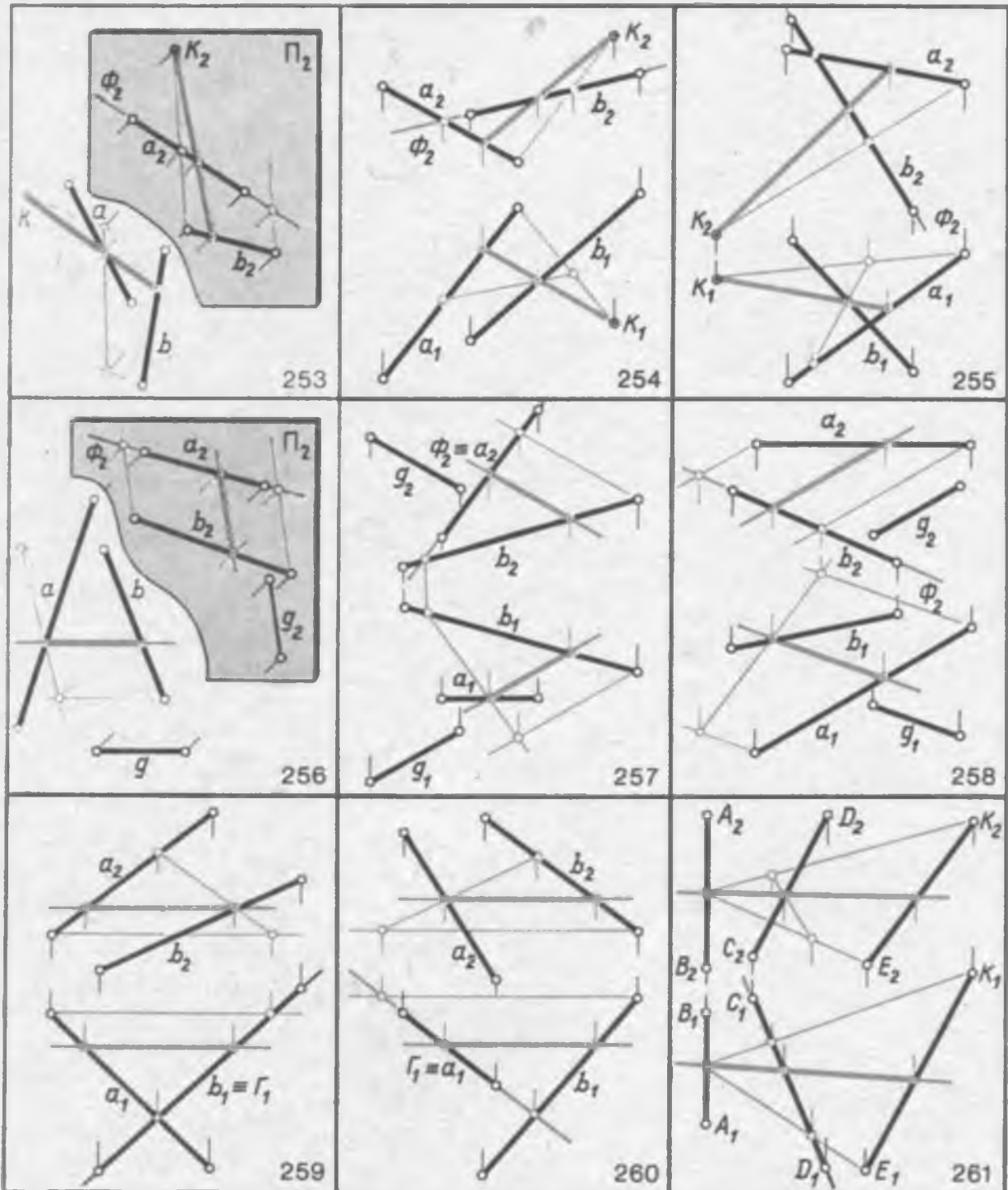
245.246. Определить точку пересечения прямой g с плоскостью Σ ($a \times b$) произвольного положения.

247.248. Определить точку пересечения прямой g с плоскостью Σ (Σ_{Π_1} , Σ_{Π_2}) произвольного положения.

249. Определить точку пересечения прямой g с плоскостью Σ ($a \parallel b$) произвольного положения.

250. На рисунке модели показать построения для определения точки K пересечения прямой g с плоскостью треугольника ABC произвольного положения. Показать видимость прямой линии.

251.252. Определить точку пересечения прямой g с треугольником ABC произвольного положения. Показать видимость прямой в проекциях.



Задачи:

253. На рисунке модели показать построения прямой, проходящей через точку K и пересекающей две данные скрещивающиеся прямые a и b .

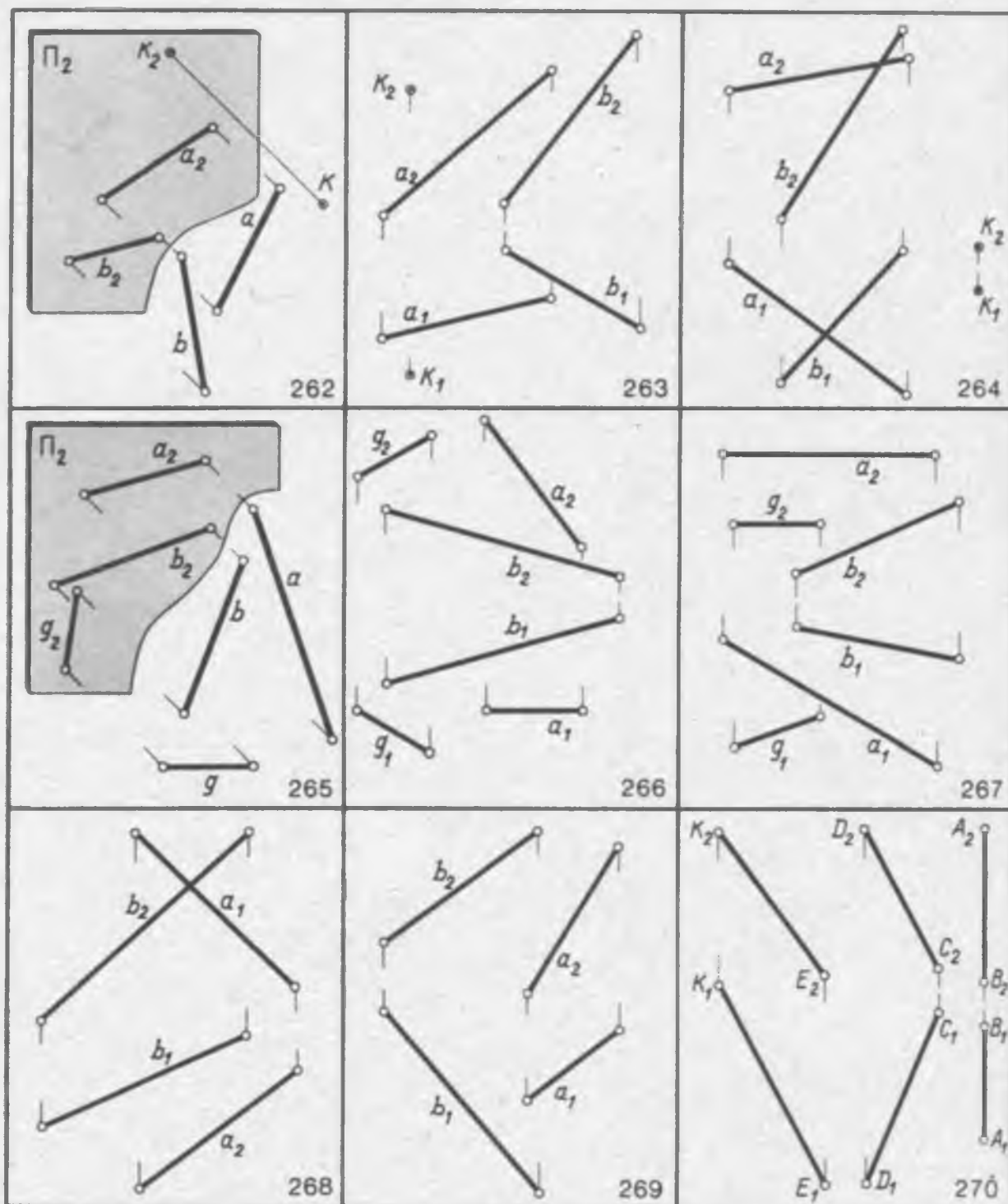
254.255. Через точку K провести прямую, пересекающую данные скрещивающиеся прямые a и b произвольного положения.

256. На рисунке модели показать построения прямой, пересекающей данные прямые a и b и параллельной заданному направлению g .

257.258. Провести прямую, параллельную данной прямой g и пересекающую две скрещивающиеся прямые a и b .

259.260. Провести прямую, параллельную направлению основной оси проекций и пересекающую две данные скрещивающиеся прямые a и b .

261. Через середину отрезка AB профильной прямой линии провести прямую, пересекающую данные отрезки CD и EK скрещивающихся прямых линий.



Задачи:

262. На рисунке модели показать построение прямой, проходящей через точку K и пересекающей две данные скрещивающиеся прямые a и b .

263, 264. Через точку K провести прямую, пересекающую данные скрещивающиеся прямые a и b произвольного положения.

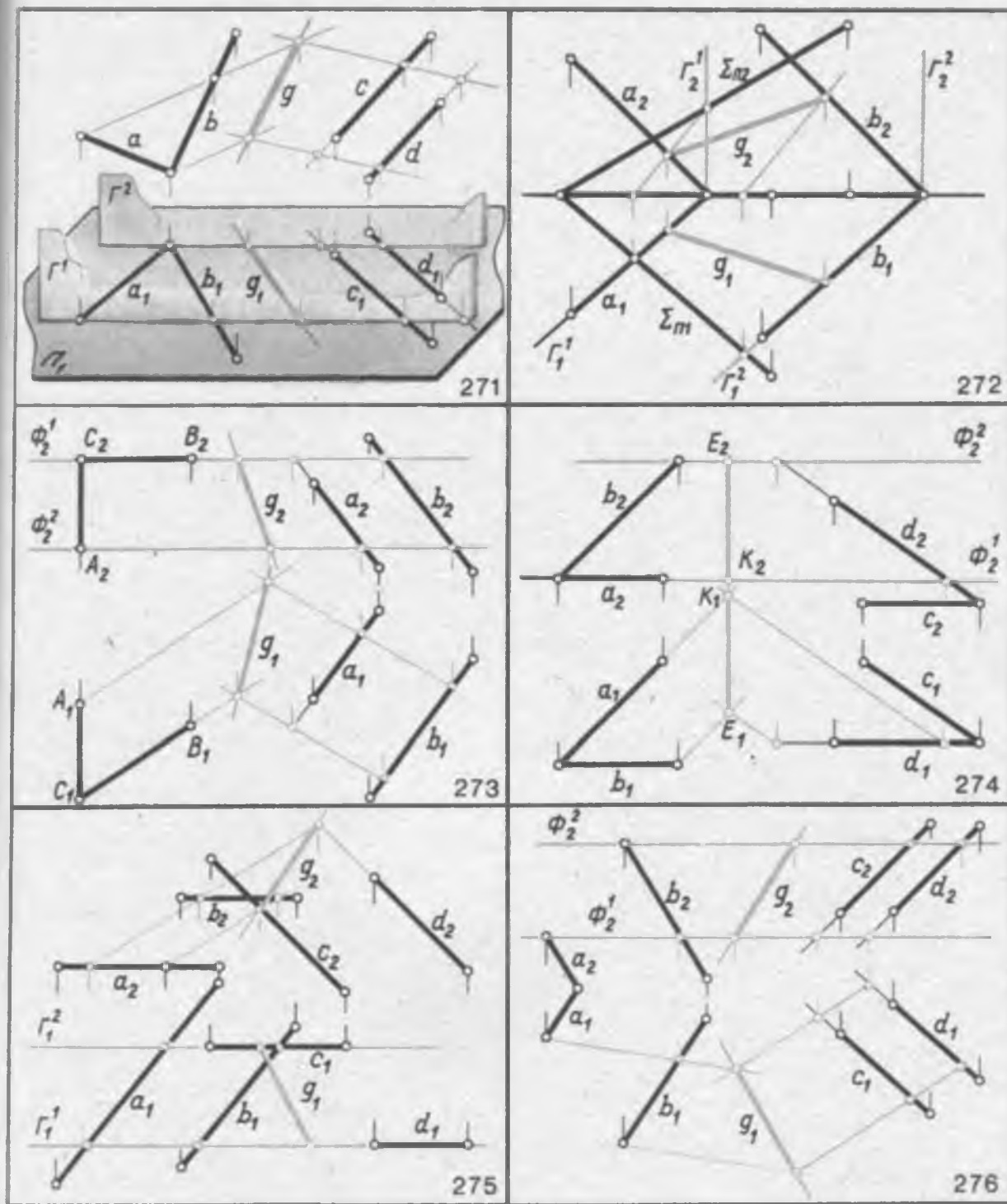
265. На рисунке модели показать построения прямой, пересекающей данные прямые a и b и параллельной заданному направлению g .

266, 267. Провести прямую, параллельную данной прямой g и пересекающую две скрещивающиеся прямые a и b .

268, 269. Провести прямую, параллельную направлению основной оси проекций и пересекающую две данные скрещивающиеся прямые a и b .

270. Через середину отрезка AB профильной прямой линии провести прямую, пересекающую данные отрезки CD и EK скрещивающихся прямых линий.

17. ВЗАИМНО ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ ПЛОСКОСТИ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ



Задачи:

271. На рисунке модели горизонтальной плоскости проекций Π_1 и двух плоскостей произвольного положения Σ ($a \times b$) и Ω ($c \parallel d$) показать необходимые графические построения для определения прямой линии g пересечения плоскостей Σ и Ω .

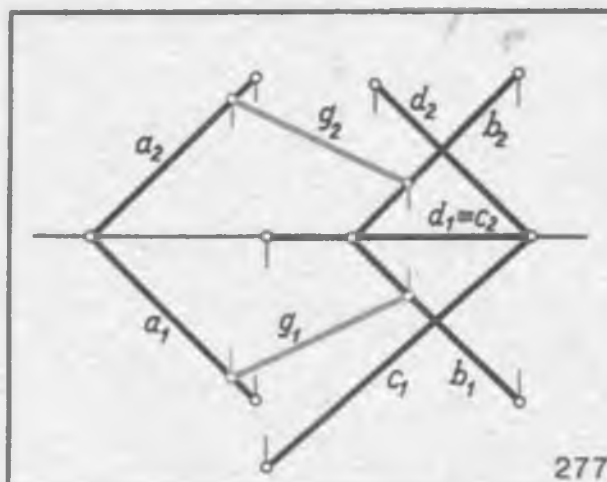
272. Построить прямую линию g пересечения плоскости Σ ($\Sigma_{\Pi_1}, \Sigma_{\Pi_2}$) с плоскостью Ω ($a \parallel b$).

273. Построить прямую линию g пересечения плоскости Σ ($AC \times CB$) с плоскостью Ω ($a \parallel b$).

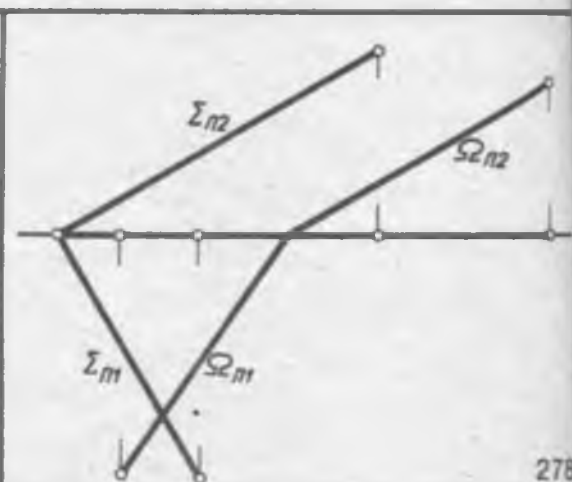
274. Построить прямую линию g пересечения плоскости Σ ($a \times b$) с плоскостью Ω ($c \times d$).

275. Построить прямую линию g пересечения двух плоскостей, заданных: одна — двумя ее горизонталями, другая — двумя ее фронталями.

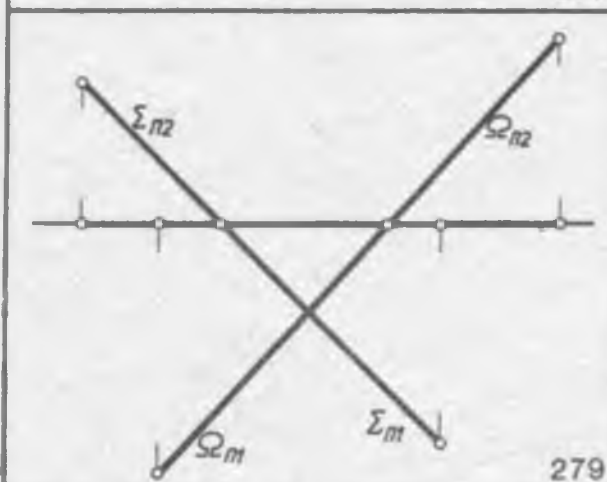
276. Построить прямую линию g пересечения плоскости Σ ($a \parallel b$) с плоскостью Ω ($c \parallel d$).



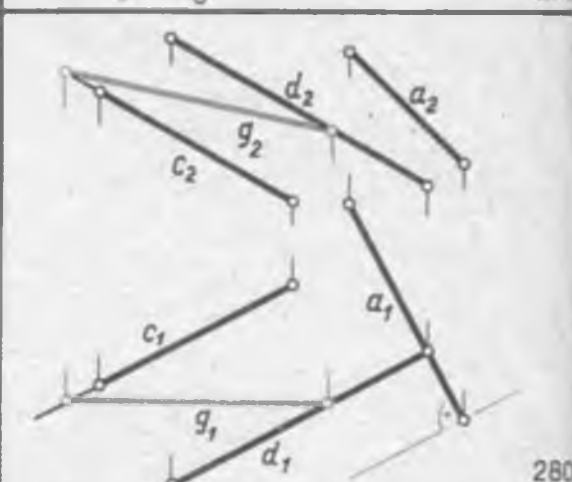
277



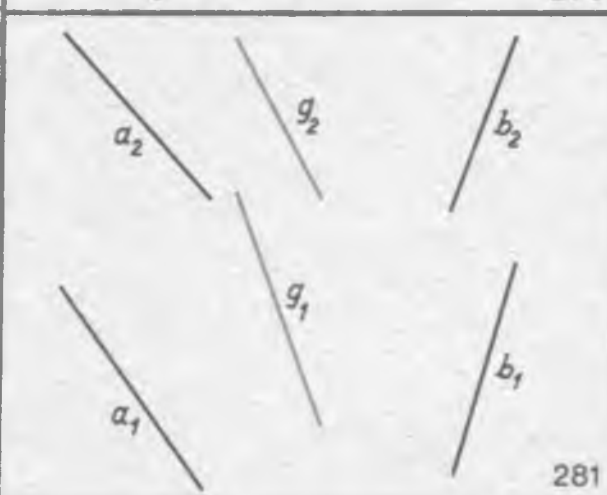
278



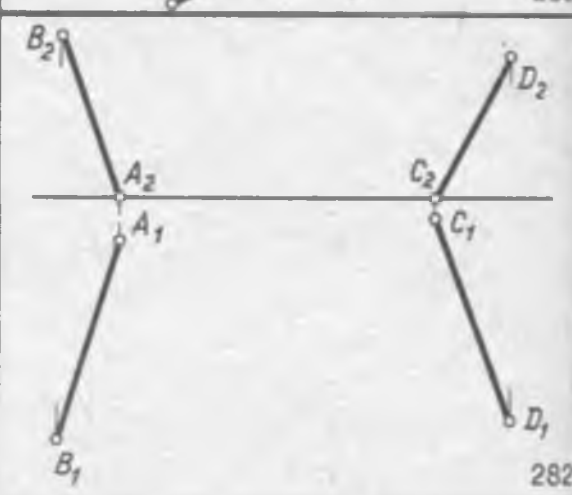
279



280



281



282

Задачи:

277. Построить прямую линию g пересечения плоскости Σ ($a \parallel b$) с плоскостью Ω ($c \times d$).

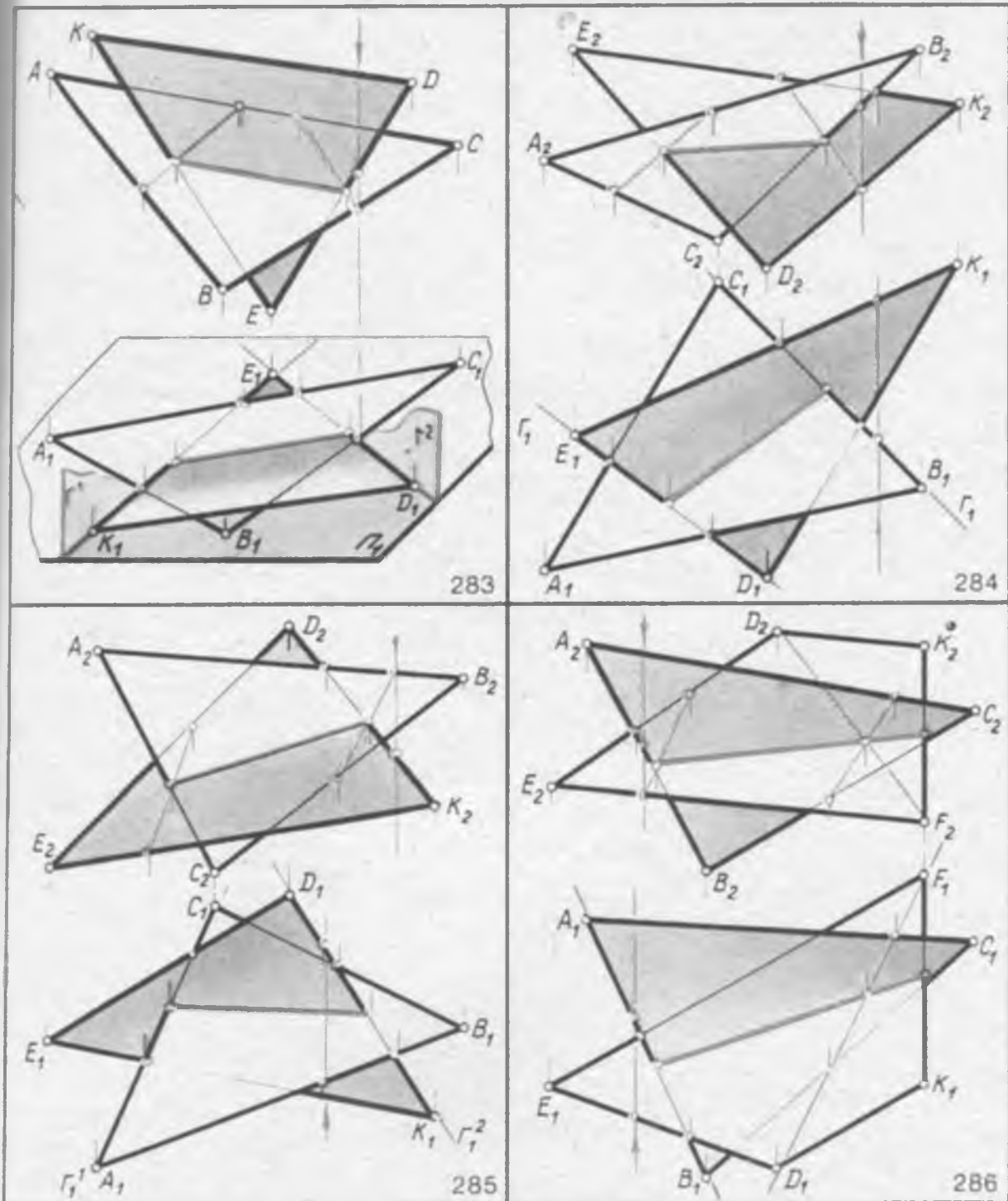
278. Построить прямую линию g пересечения двух плоскостей Σ (Σ_{n1} , Σ_{n2}) и Ω (Ω_{n1} , Ω_{n2}) произвольного положения.

279. Построить прямую линию g пересечения двух плоскостей Σ (Σ_{n1} , Σ_{n2}) и Ω (Ω_{n1} , Ω_{n2}). Данные плоскости перпендикулярны второй биссекторной плоскости.

280. Построить прямую линию g пересечения двух плоскостей. Одна плоскость задана линией ската a ; вторая плоскость — двумя параллельными прямыми c и d .

281. Построить прямую линию g пересечения двух плоскостей, заданных их линиями ската a и b .

282. Построить прямую линию g пересечения двух плоскостей, заданных их линиями ската AB и CD .



Задачи:

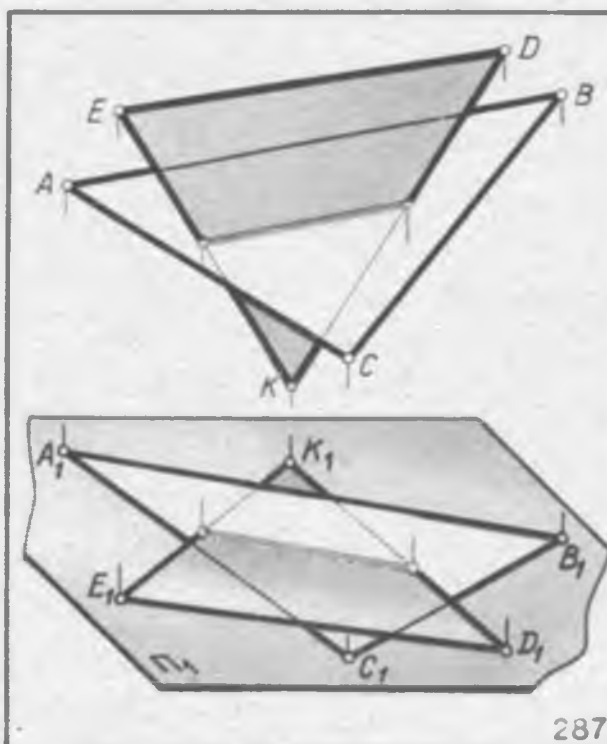
283. На рисунке модели показать необходимые графические построения для определения линии пересечения двух треугольников ABC и EDK и установить их видимость.

284. Построить линию пересечения двух треугольников ABC и EDK произвольного положения. Показать видимость сторон треугольников в проекциях.

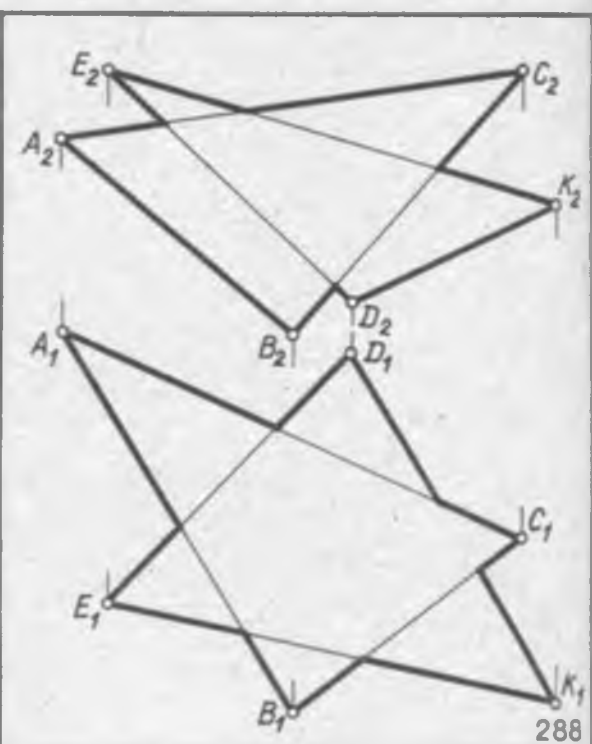
285. Построить линию пересечения двух

треугольников ABC и EDK произвольного положения. Показать видимость сторон треугольников в проекциях. Установить, будет ли каждая из проекций треугольника изображать одну и ту же его сторону (лицевую или обратную) или разные его стороны.

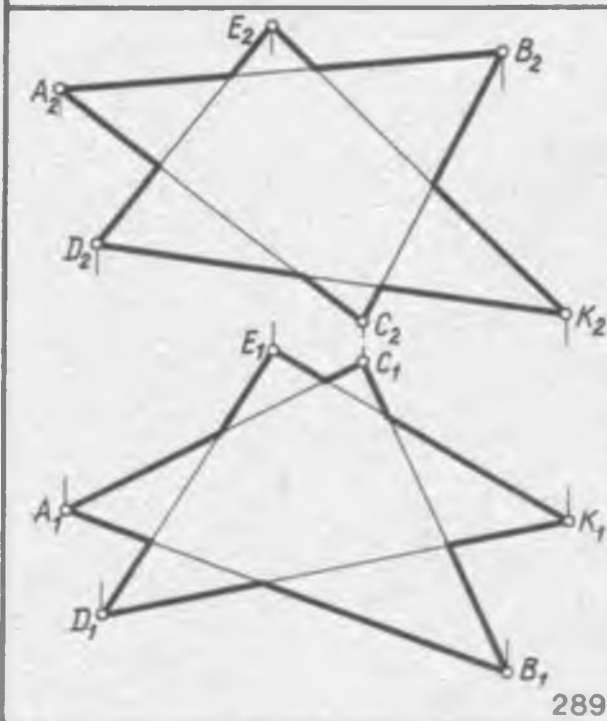
286. Построить линию пересечения треугольника ABC с четырехугольником $EDKF$. Установить, будет ли каждая из проекций фигуры изображать одну и ту же сторону (лицевую или обратную) или разные ее стороны.



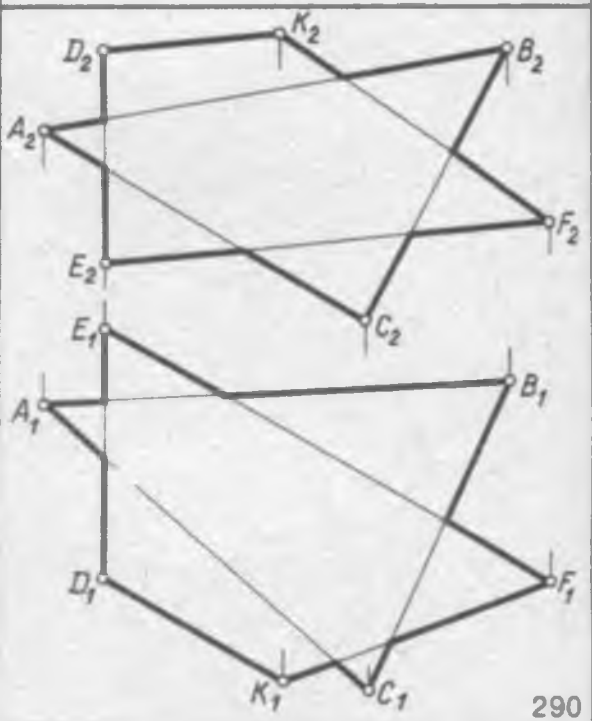
287



288



289



290

Задачи:

287. На рисунке модели показать необходимые графические построения для определения линии пересечения двух треугольников ABC и EDK и установить их видимость.

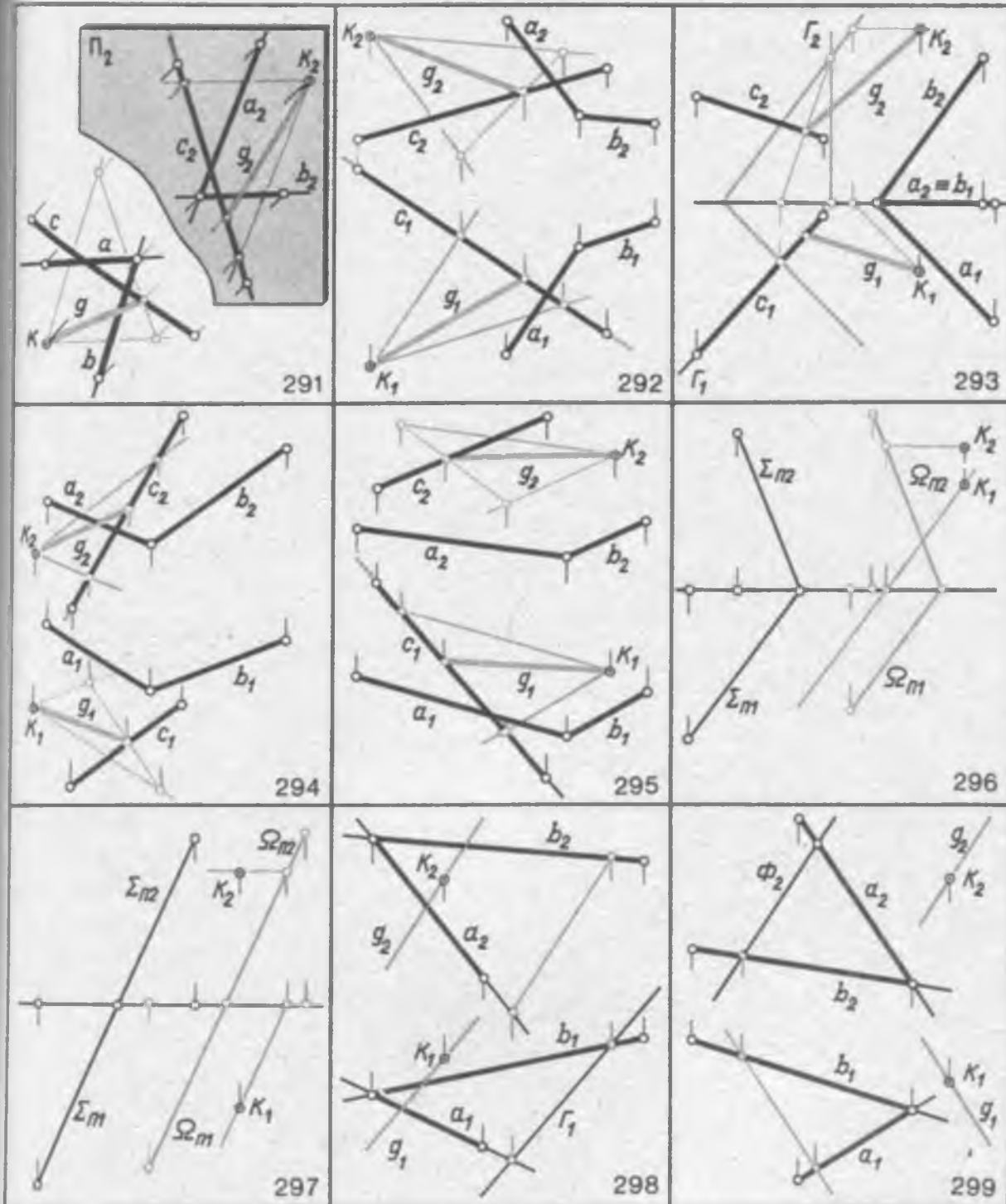
288. Построить линию пересечения двух треугольников ABC и EDK произвольного положения. Показать видимость сторон треугольников в проекциях.

289. Построить линию пересечения двух

треугольников ABC и EDK произвольного положения. Показать видимость сторон треугольников в проекциях. Установить, будет ли каждая из проекций треугольника изображать одну и ту же его сторону (лицевую или обратную) или разные его стороны.

290. Построить линию пересечения треугольника ABC с четырехугольником $EDKF$. Установить, будет ли каждая из проекций фигуры изображать одну и ту же его сторону (лицевую или обратную) или разные ее стороны.

18. ПРЯМЫЕ ЛИНИИ И ПЛОСКОСТИ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЛОСКОСТИ



Задачи:

291. На рисунке модели показать построения прямой g , проходящей через точку K параллельно плоскости Σ ($a \times b$) и пересекающей данную прямую c произвольного положения.

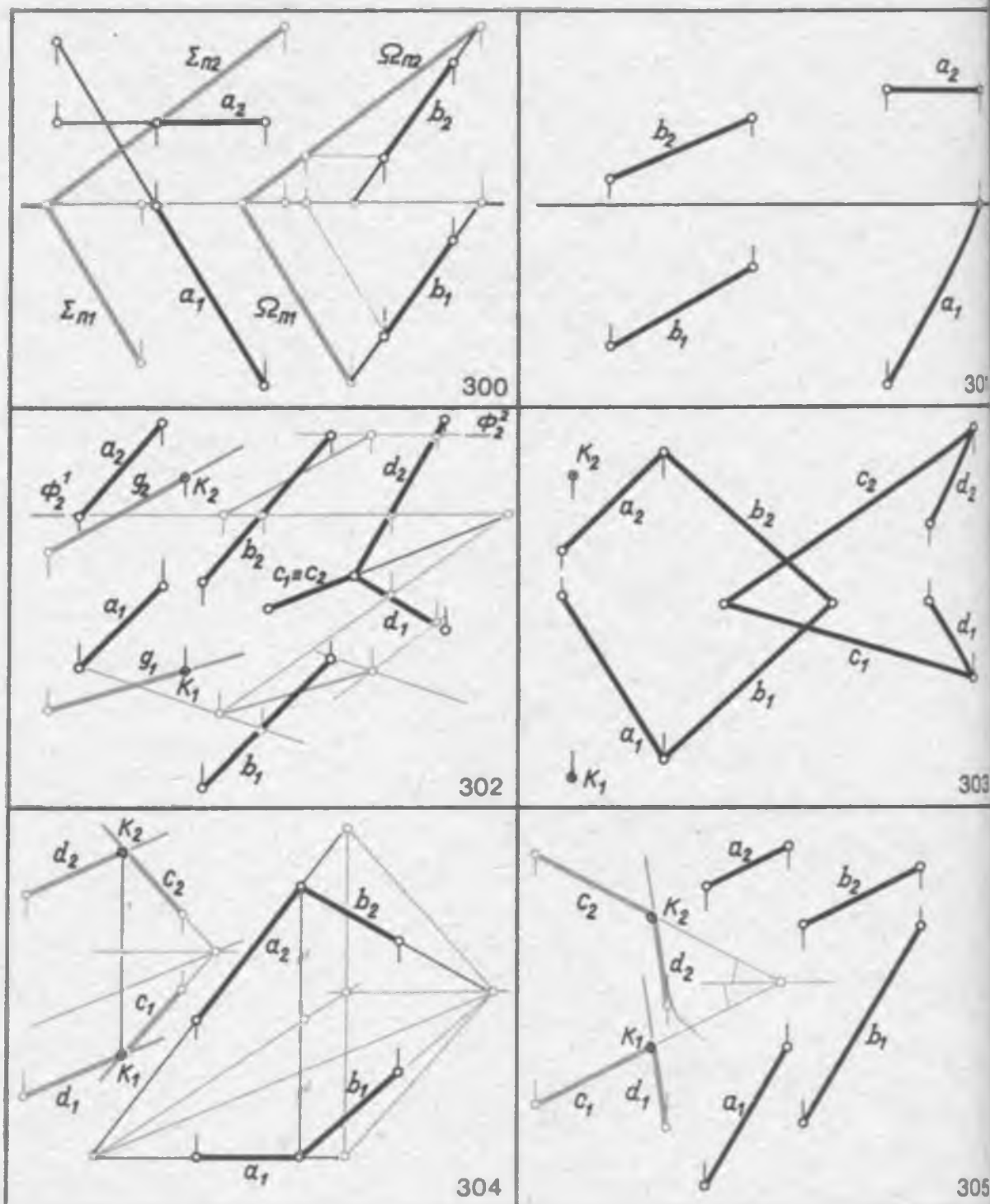
292.293.294.295. Через точку K провести прямую g , параллельную плоскости Σ ($a \times b$) и пересекающую данную прямую c произвольного положения.

296.297. Через точку K провести плоскость

Ω параллельно данной плоскости Σ ($\Sigma_{\Pi_1}, \Sigma_{\Pi_2}$) произвольного положения.

298. Через точку K провести прямую g параллельно двум данным плоскостям: горизонтально-проецирующей плоскости Γ и плоскости Σ ($a \times b$) произвольного положения.

299. Через точку K провести прямую g параллельно двум данным плоскостям: фронтально-проецирующей плоскости Φ и плоскости Σ ($a \times b$) произвольного положения.



Задачи:

300.301. Через данные прямые a и b провести две взаимно параллельные плоскости Σ ($\Sigma_{п1}$, $\Sigma_{п2}$) и Ω ($\Omega_{п1}$, $\Omega_{п2}$).

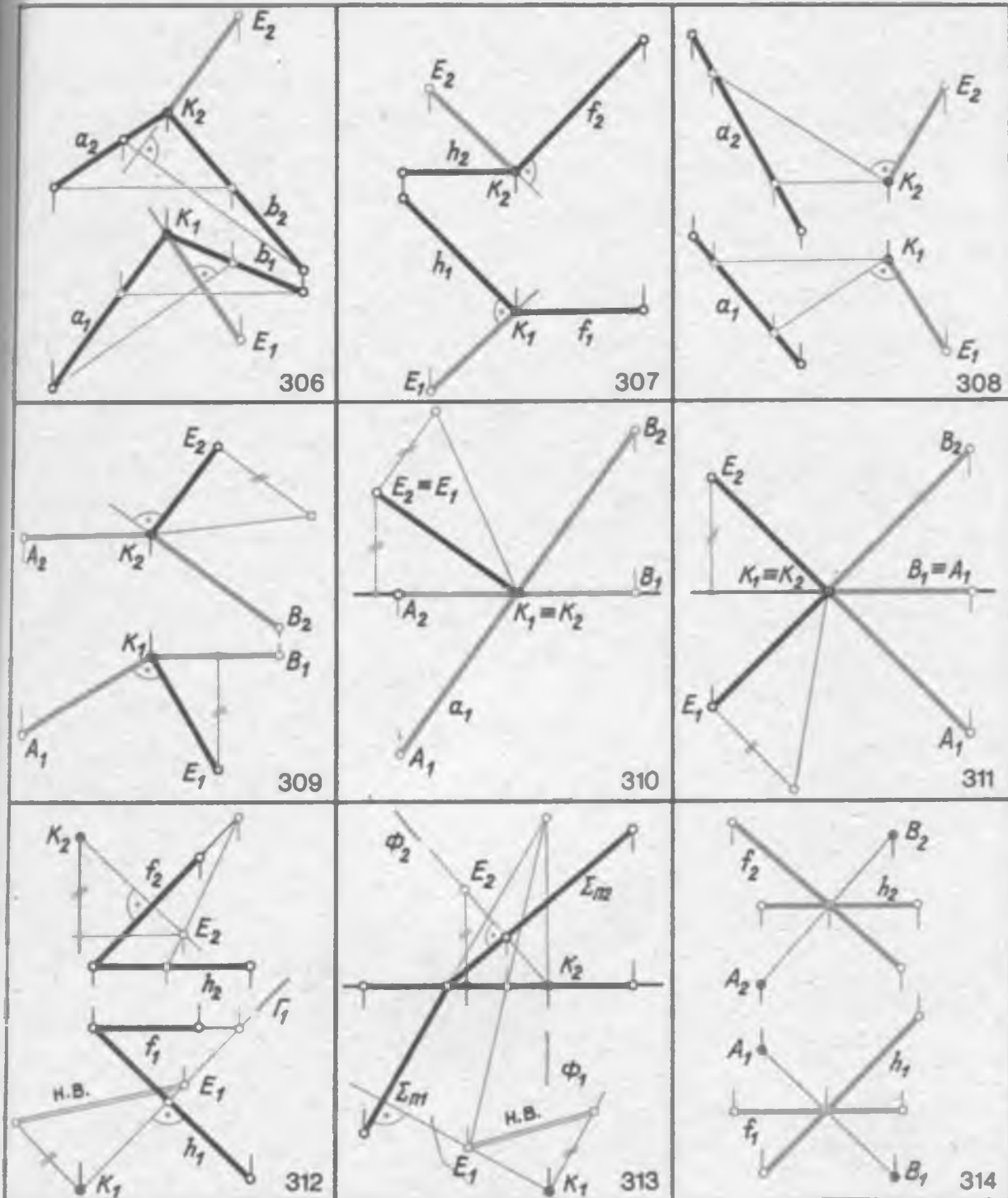
302. Через точку K провести прямую линию g , параллельную двум данным плоскостям Σ ($a \parallel b$) и Ω ($c \times d$).

303. Через точку K провести прямую линию g , параллельную двум данным плоскостям Σ ($a \times b$) и Ω ($c \times d$).

304. Через точку K провести плоскость Ω ($c \times d$) параллельно данной плоскости Σ ($a \times b$). Плоскость Ω задать двумя пересекающимися в точке K прямыми c и d ; прямая c параллельна первой биссекторной плоскости, а прямая d параллельна второй биссекторной плоскости.

305. Через точку K провести плоскость Ω ($c \times d$) параллельно данной плоскости Σ ($a \parallel b$). Прямая c плоскости Ω параллельна первой, а прямая d параллельна второй биссекторной плоскости.

19. ПРЯМЫЕ ЛИНИИ И ПЛОСКОСТИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПЛОСКОСТИ



Задачи:

306. В точке K восстановить перпендикуляр к плоскости Σ ($a \times b$).

307. В точке K восстановить перпендикуляр к плоскости Σ ($h \times f$).

308. В точке K восстановить перпендикуляр к плоскости Σ (K, a).

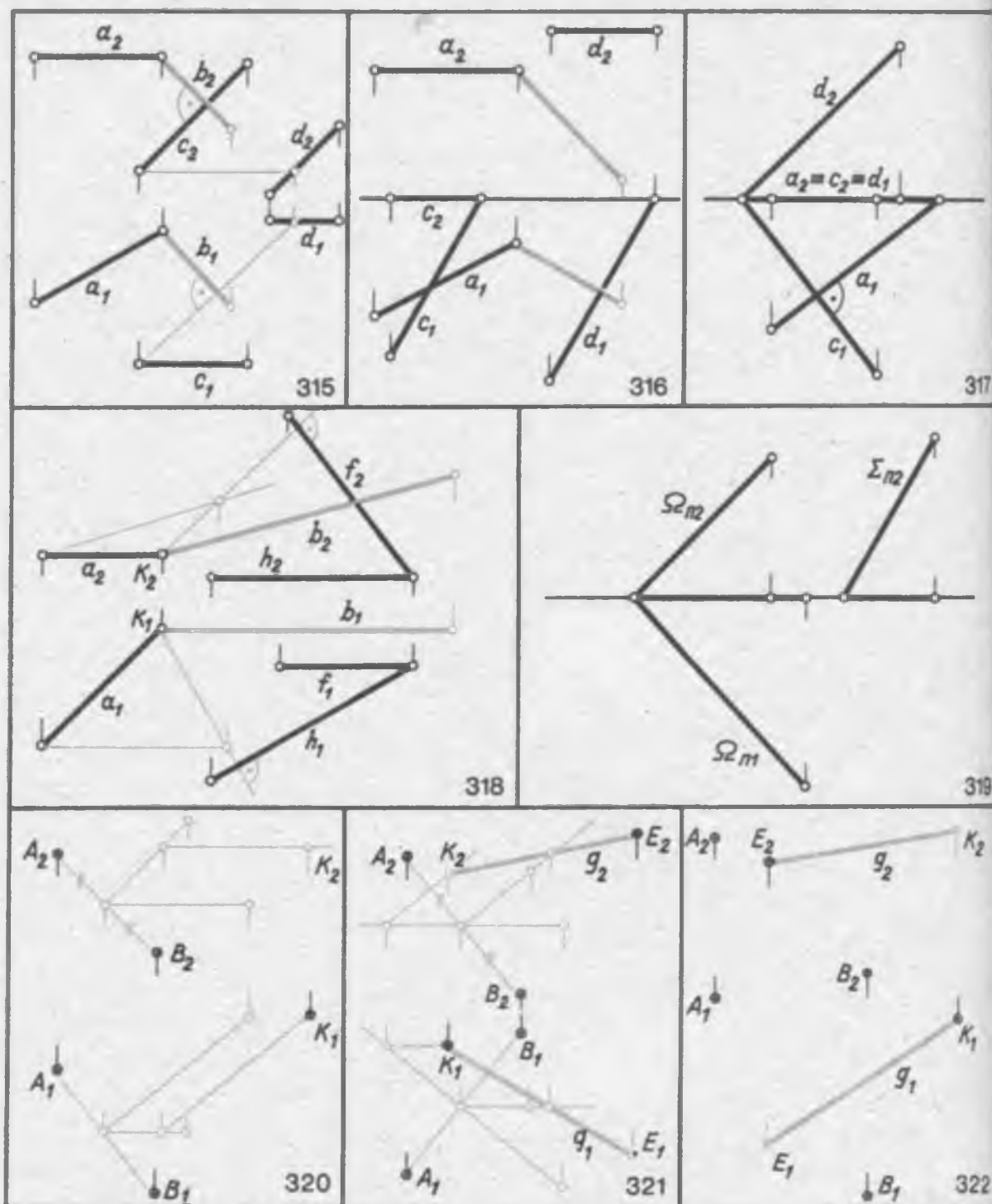
309. Через точку K перпендикулярно данному отрезку EK прямой общего положения провести горизонтальный KA и фронтальный KB отрезки прямых, равные отрезку EK .

310.311. Через точку K перпендикулярно отрезку EK биссекторной плоскости провести горизонтальный KA и фронтальный KB отрезки прямых, равные данному отрезку EK .

312. Определить расстояние от точки K до плоскости Σ ($h \times f$).

313. Определить расстояние от точки K до плоскости Σ ($\Sigma_{\Pi 1}, \Sigma_{\Pi 2}$).

314. Построить плоскость Σ ($h \times f$) как множество точек, равноудаленных от двух данных точек A и B .



Задачи:

315. 316. Через горизонтальную прямую a провести плоскость Ω ($a \times b$), перпендикулярную данной плоскости Σ ($c \parallel d$).

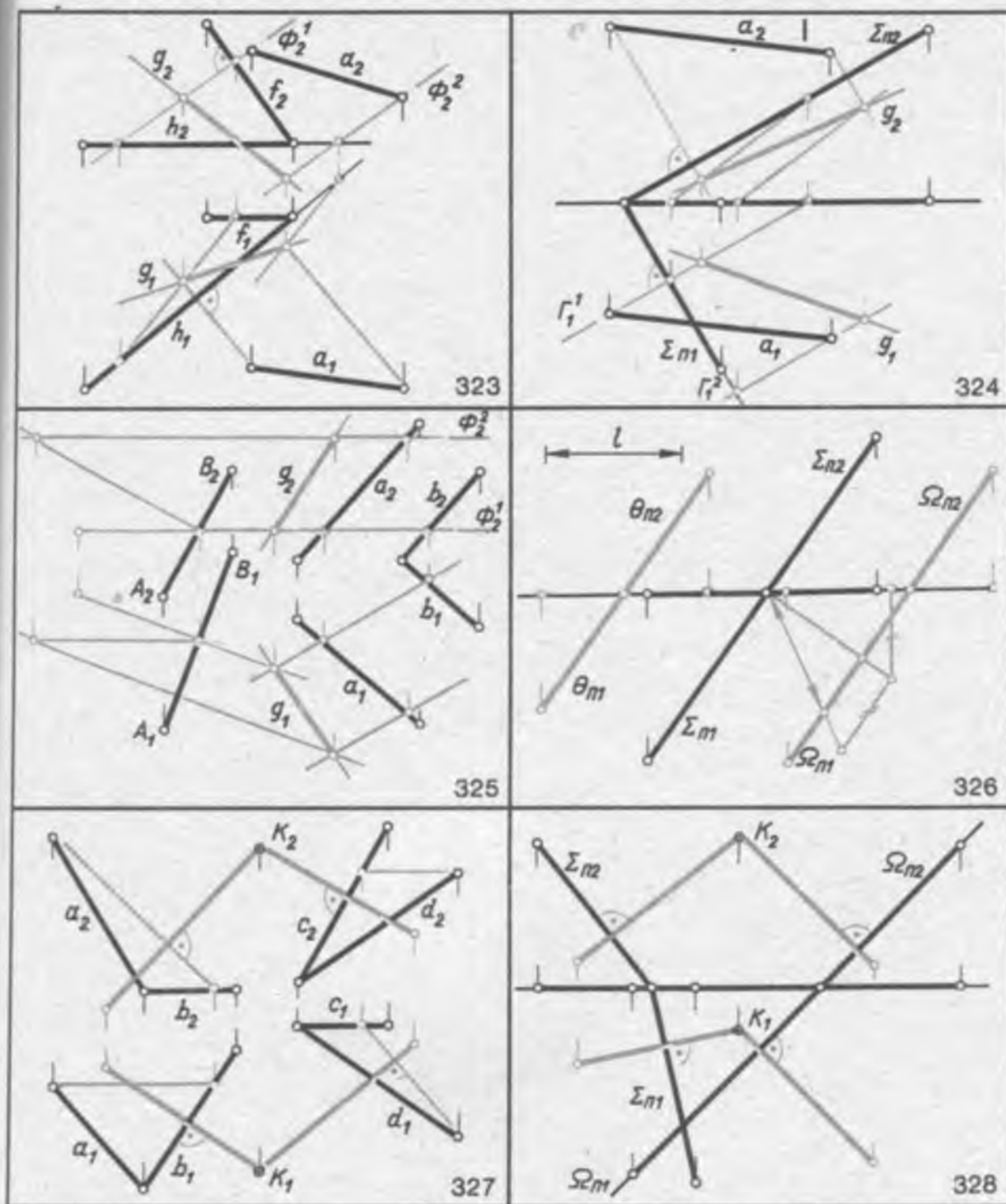
317. Через горизонтальную прямую a провести плоскость Ω ($a \times b$), перпендикулярную данной плоскости Σ ($c \times d$).

318. Через горизонтальную прямую a провести плоскость Σ ($a \times b$), перпендикулярную данной плоскости Ω ($h \times f$). Плоскость Σ задать главными линиями, пересекающимися в точке K .

319. Построить недостающий горизонтальный след $\Sigma_{п1}$ плоскости Σ при условии, что плоскость Σ перпендикулярна данной плоскости Ω ($\Omega_{п1}$, $\Omega_{п2}$).

320. Построить недостающую фронтальную K_2 проекцию точки K , равноудаленной от данных точек A и B .

321. 322. Построить отрезок EK прямой g , все точки которой одинаково удалены от данных точек A и B .



Задачи:

323. В плоскости Σ ($h \times f$) построить прямую g как множество точек оснований перпендикуляров, опущенных из точек прямой a .

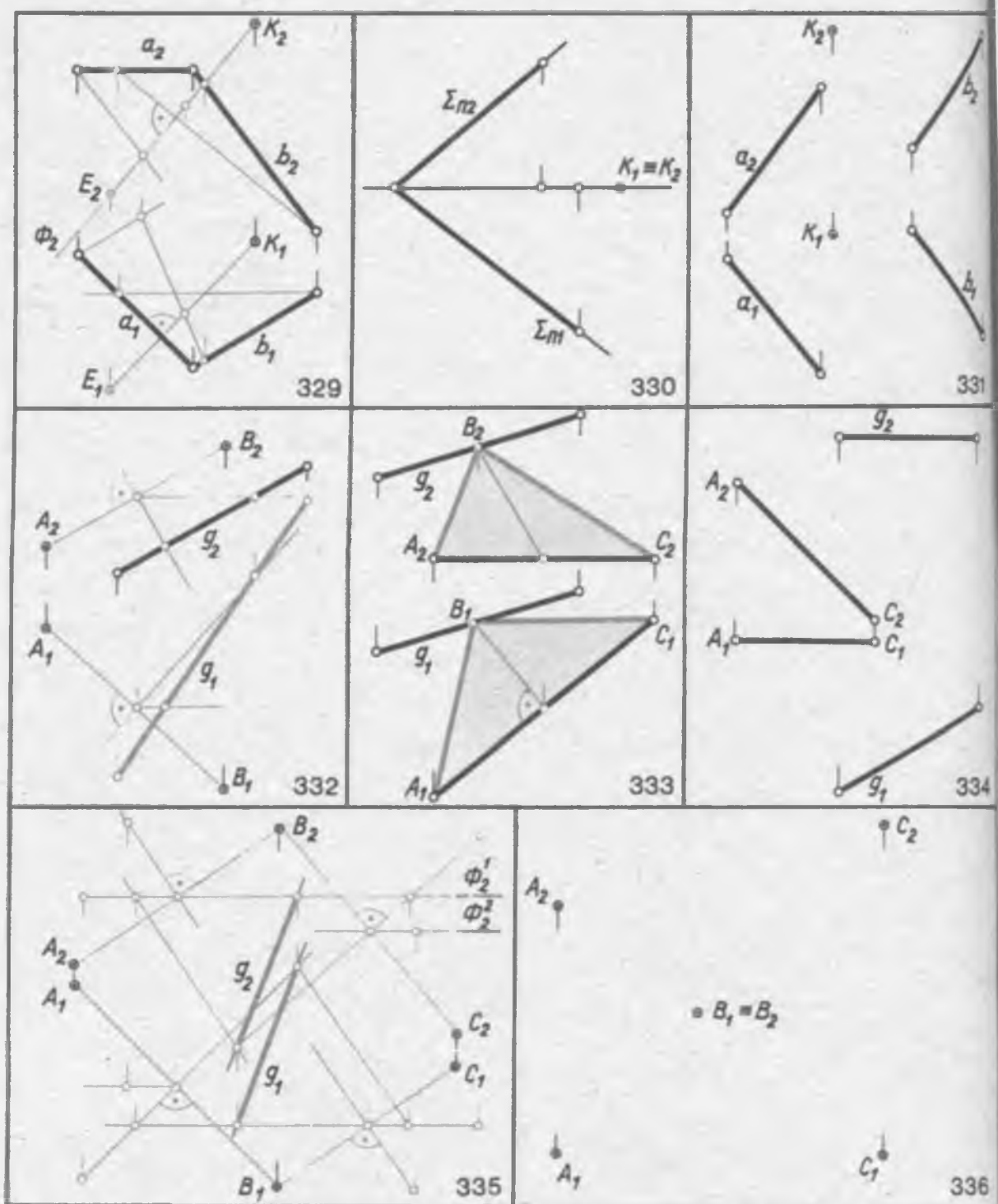
324. В плоскости Σ (Σ_{n1}, Σ_{n2}) построить прямую g как множество точек оснований перпендикуляров, опущенных из точек прямой a .

325. В плоскости Σ ($a \parallel b$) построить прямую g как множество точек, равноудаленных от концов отрезка AB .

326. Построить две плоскости Ω (Ω_{n1}, Ω_{n2}) и Θ (Θ_{n1}, Θ_{n2}), параллельные данной плоскости Σ (Σ_{n1}, Σ_{n2}) и удаленные от плоскости Σ на заданном расстоянии l .

327. Через точку K провести плоскость, перпендикулярную двум данным плоскостям Σ ($a \times b$) и Ω ($c \times d$).

328. Через точку K провести плоскость, перпендикулярную двум данным плоскостям Σ (Σ_{n1}, Σ_{n2}) и Ω (Ω_{n1}, Ω_{n2}).



Задачи:

329. Определить точку E , симметричную данной точке K относительно плоскости Σ ($a \times b$) произвольного положения.

330. Определить точку E , симметричную данной точке K относительно плоскости Σ ($\Sigma_{п1}, \Sigma_{п2}$) произвольного положения.

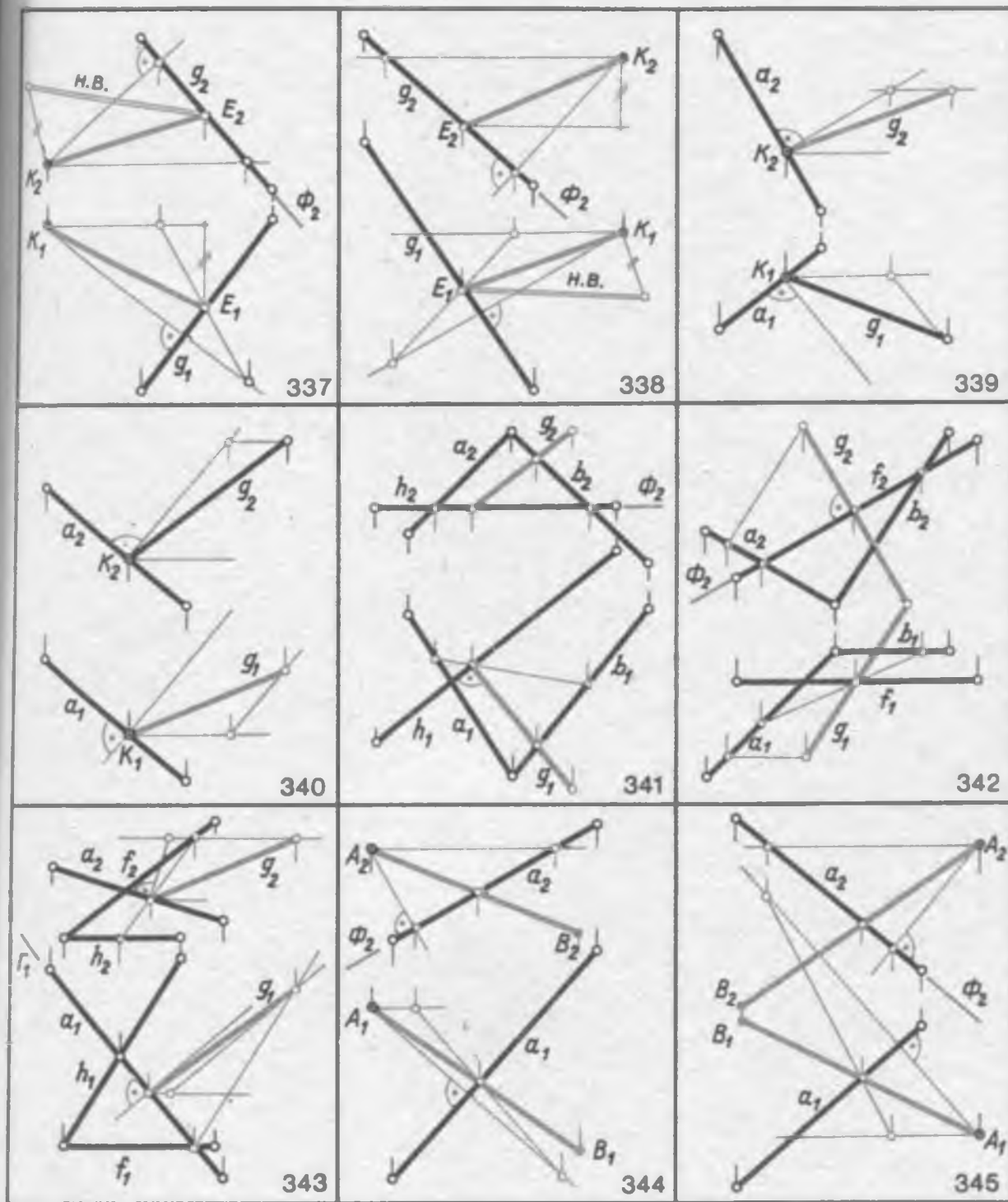
331. Определить точку E , симметричную данной точке K относительно плоскости Σ ($a \parallel b$) произвольного положения.

332. Построить недостающую горизонтальную проекцию g_1 прямой линии g при условии, что любая из точек прямой g находится на равных расстояниях (равноудалена) от данных точек A и B .

333.334. Построить равнобедренный треугольник ABC с данным основанием AC и вершиной B на прямой линии g .

335. 336. Построить прямую линию g как множество точек, равноудаленных от трех данных точек A , B и C .

20. ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ



Задачи:

337.338. Определить расстояние от точки K до прямой g .

339. Определить фронтальную проекцию g_2 прямой g при условии, что прямая g пересекает в точке K данную прямую a под углом 90° .

340. Определить горизонтальную проекцию g_1 прямой g при условии, что прямая g пересекает в точке K данную прямую a под углом 90° .

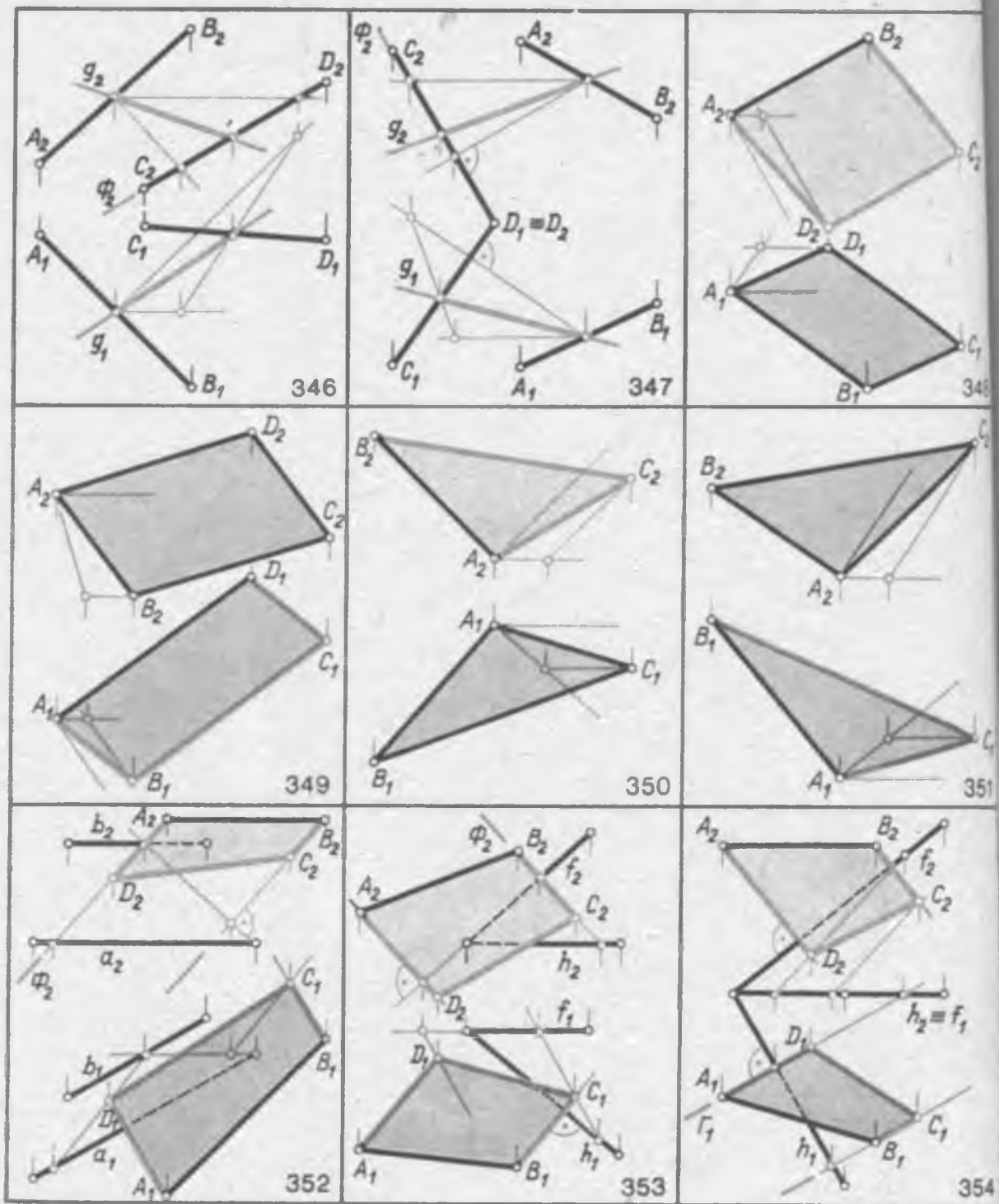
341. В плоскости Σ ($a \times b$) построить пря-

мую g , пересекающую данную горизонтальную прямую h под углом 90° .

342. В плоскости Σ ($a \times b$) построить прямую g , пересекающую данную фронтальную прямую f под углом 90° .

343. В плоскости Σ ($h \times f$) построить прямую g , пересекающую под углом 90° данную прямую a произвольного положения.

344.345. Через точку A провести отрезок AB , пересекающийся под углом 90° в середине с данной прямой a .



Задачи:

346. Из середины отрезка AB провести прямую линию g , перпендикулярную отрезку AB и пересекающую данный отрезок CD .

347. Из середины отрезка AB провести прямую линию g , пересекающую отрезок CD под углом 90° .

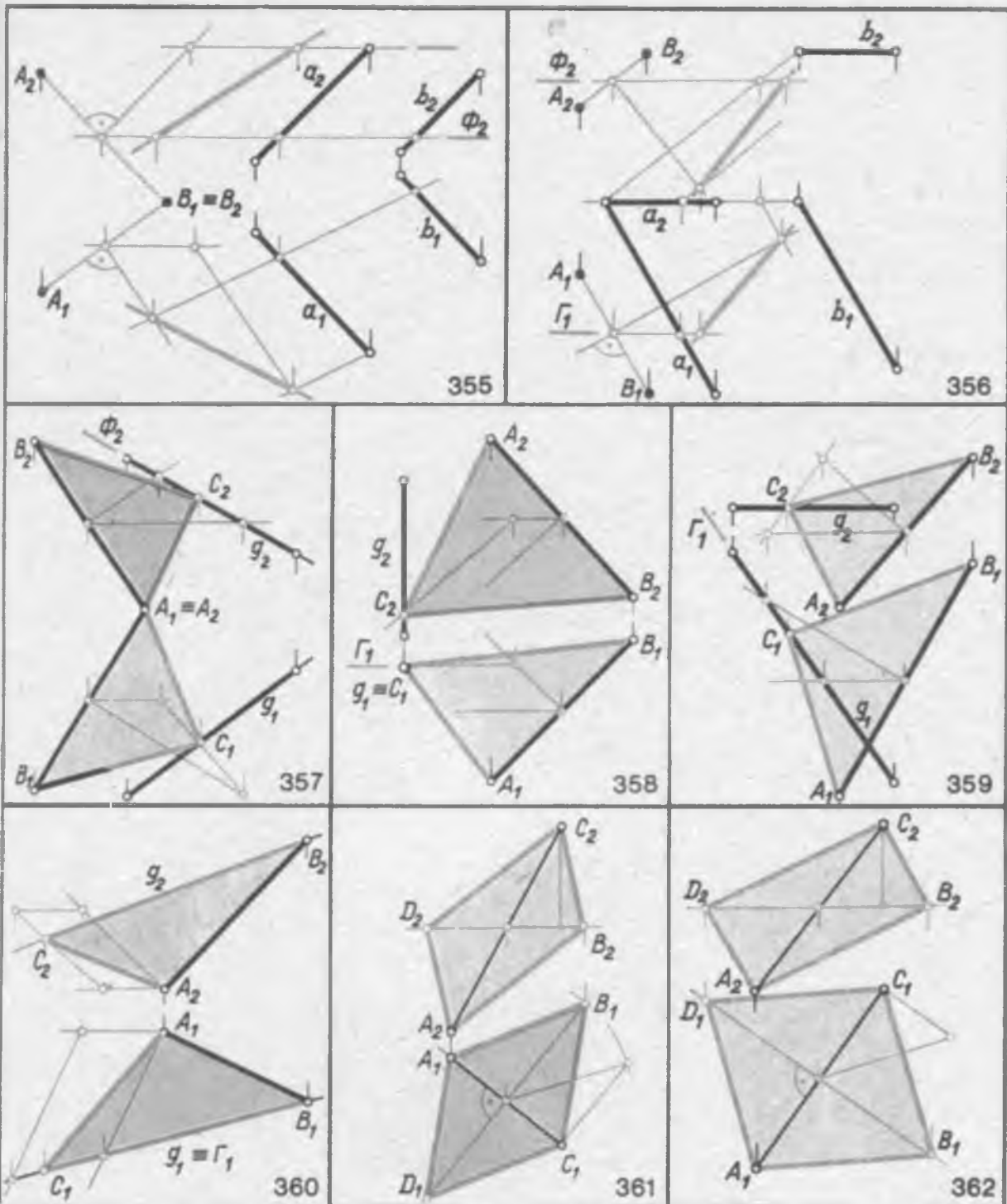
348.349. Построить недостающую проекцию прямоугольника $ABCD$. Одна сторона прямоугольника известна.

350.351. Построить недостающую проекцию

прямоугольного треугольника ABC с прямым углом при вершине A .

352. Построить прямоугольную трапецию $ABCD$. Отрезок AB — боковая сторона трапеции; вторая боковая сторона CD с прямыми углами при основаниях принадлежит плоскости Σ ($a \parallel b$).

353.354. Построить прямоугольную трапецию $ABCD$. Отрезок AB — боковая сторона трапеции; вторая боковая сторона CD с прямыми углами при основаниях принадлежит плоскости Σ ($h \times f$).



Задачи:

355.356. В данной плоскости Σ ($a \parallel b$) построить прямую линию как множество точек, равноудаленных от двух данных точек A и B .

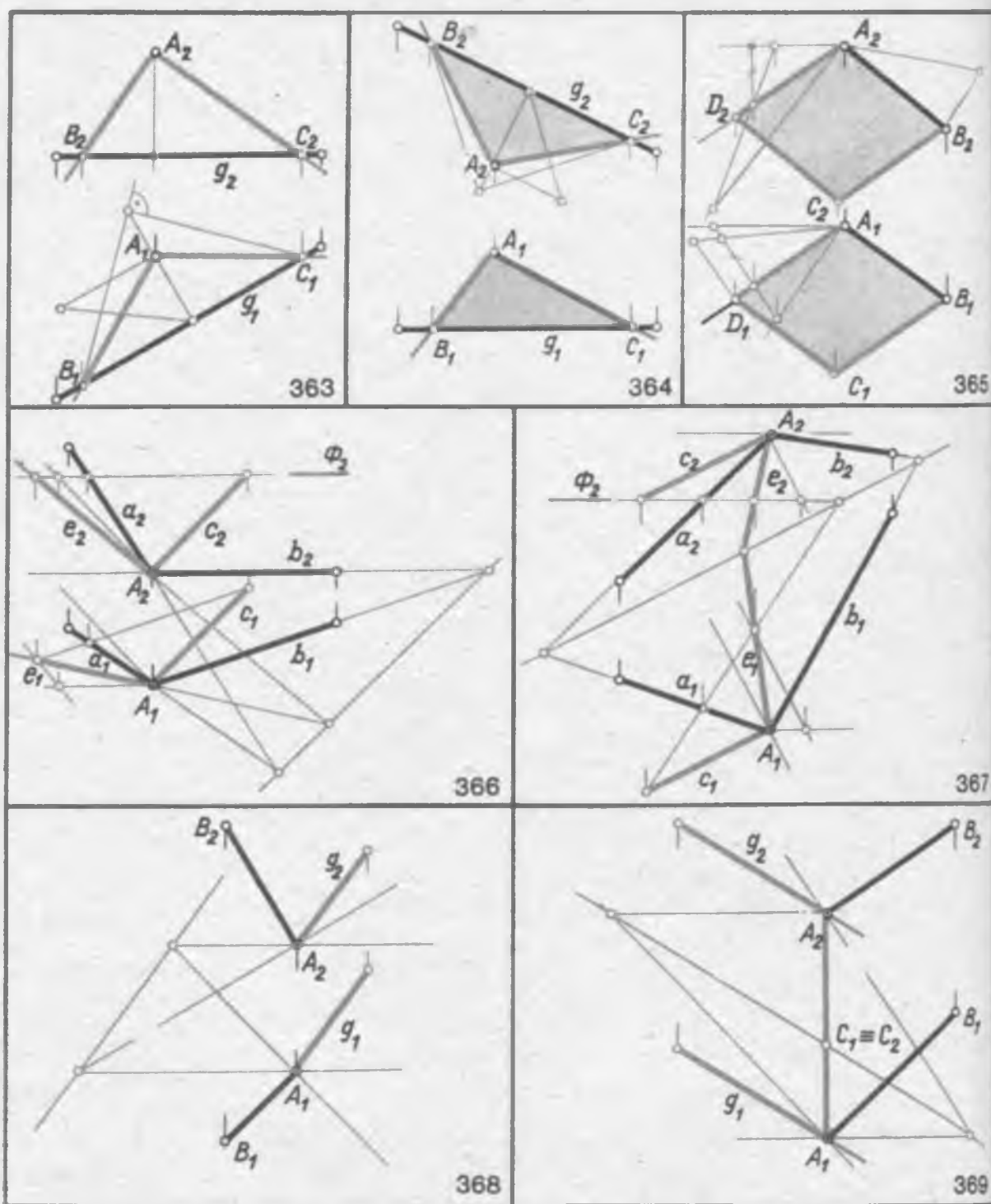
357. Построить равнобедренный треугольник ABC с основанием AB и вершиной C на прямой g общего положения.

358. Построить равнобедренный треугольник ABC с основанием AB и вершиной C на проецирующей прямой g .

359. Построить равнобедренный треугольник ABC с основанием AB и вершиной C на горизонтальной прямой g .

360. Построить прямоугольный треугольник ABC с данным катетом AB и гипотенузой BC на прямой линии g произвольного положения.

361.362. Построить квадрат $ABCD$. Отрезок AC является диагональю квадрата и линией наибольшего наклона плоскости квадрата к горизонтальной плоскости проекции Π_1 .



Задачи:

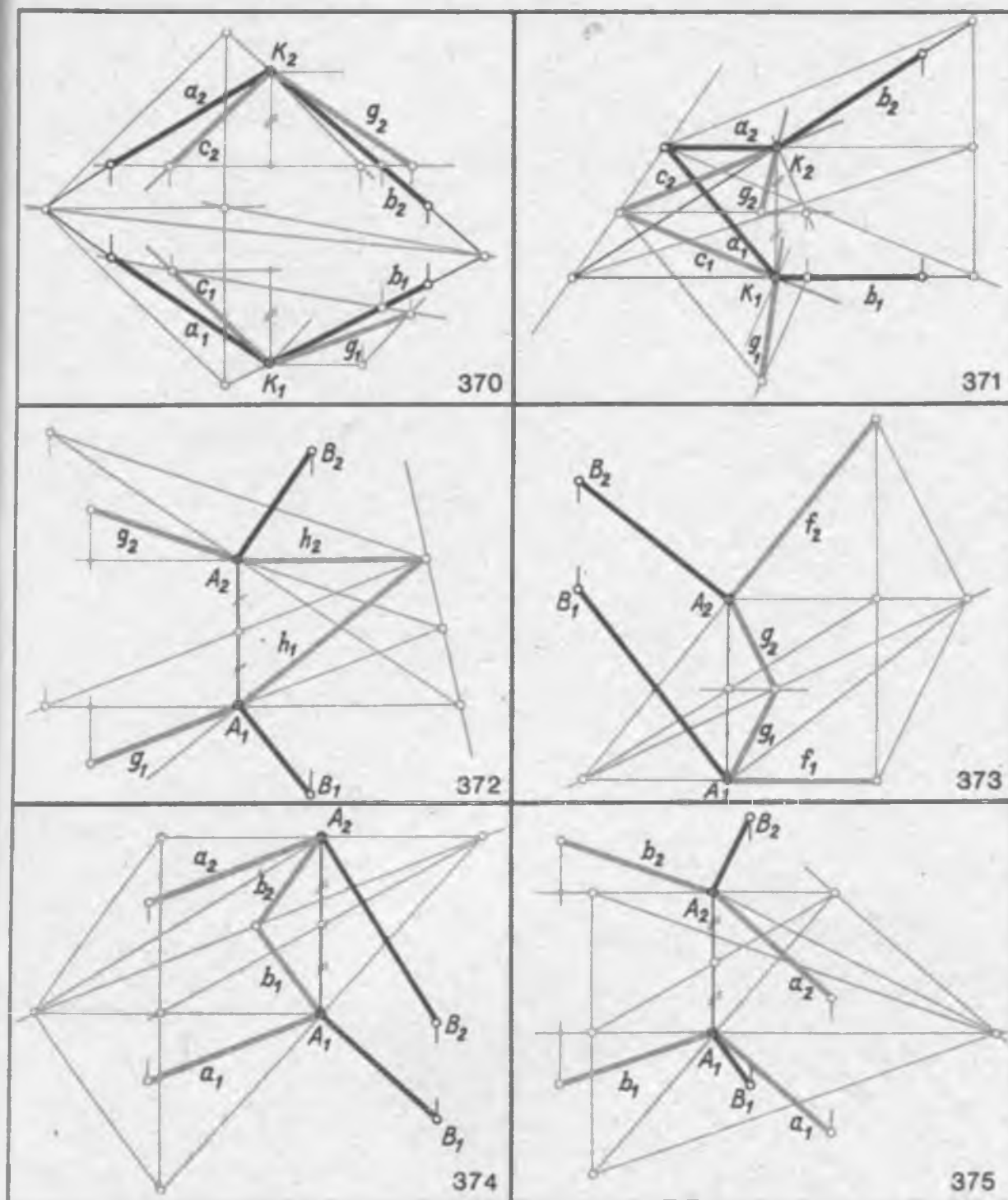
363. Построить равнобедренный прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине A и гипотенузой на горизонтальной прямой линии g .

364. Построить равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине A и гипотенузой BC на фронтальной прямой линии g .

365. На отрезке AB построить квадрат. Направление одной из проекций смежной стороны квадрата известно.

366.367. В плоскости $\Sigma (a \times b)$ провести через данную точку A две прямые линии: прямую c — параллельно второй биссекторной плоскости и прямую e — перпендикулярно прямой c .

368.369. Через точку A отрезка AB провести прямую g , параллельную второй биссекторной плоскости и перпендикулярную отрезку AB .



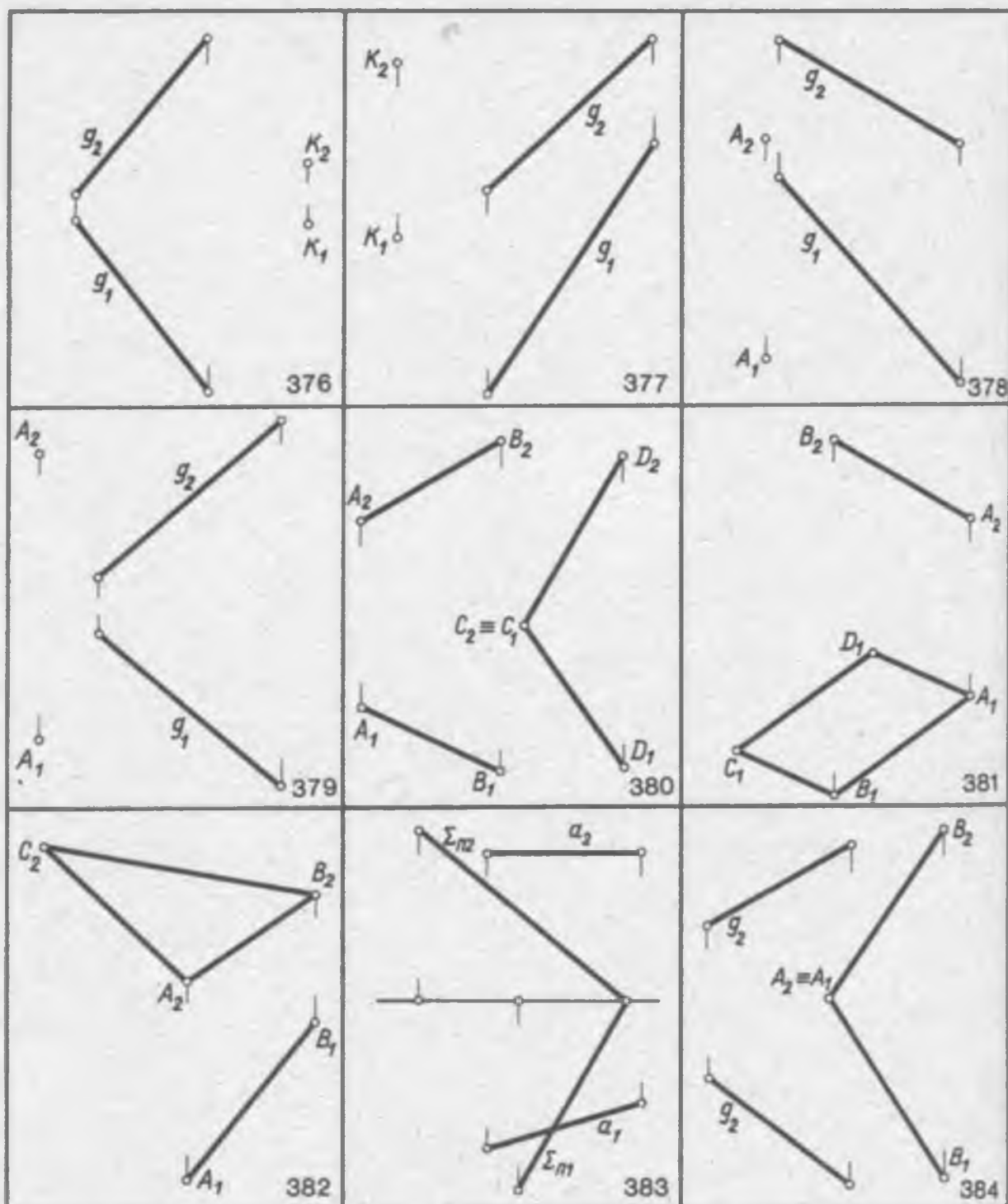
Задачи:

370.371. Через точку K плоскости Σ ($a \times b$) провести две прямые линии: прямую c , параллельную первой биссекторной плоскости, и прямую g , перпендикулярную прямой c .

372. Через точку A провести плоскость данного направления AB . Плоскость задать пересекающимися в точке A прямыми: горизонталью h и прямой g , параллельной первой биссекторной плоскости.

373. Через точку A провести плоскость данного направления AB . Плоскость задать пересекающимися в точке A прямыми: фронталью f и прямой g , параллельной первой биссекторной плоскости.

374.375. Через точку A провести плоскость данного направления AB . Плоскость задать двумя пересекающимися в точке A прямыми линиями. Одна прямая параллельна первой биссекторной плоскости, а вторая прямая параллельна второй биссекторной плоскости.



Задачи:

376-377. Определить расстояние от точки K до прямой линии g произвольного положения.

378-379. Через точку A провести отрезок AB , пересекающийся под углом 90° в середине с прямой g .

380. Из середины отрезка AB провести прямую линию g , пересекающую отрезок CD под прямым углом.

381. Построить недостающую фронталь-

ную проекцию прямоугольника $ABCD$. Сторона AB прямоугольника известна.

382. Построить недостающую горизонтальную проекцию прямоугольного треугольника ABC с прямым углом при вершине A .

383. Построить прямую b оснований перпендикуляров, опущенных из точек прямой a на плоскости Σ ($\Sigma_{\Pi 1}$, $\Sigma_{\Pi 2}$).

384. Построить равнобедренный треугольник ABC с основанием AB и вершиной C на прямой линии g произвольного положения.

Две ортогональные проекции геометрического образа (предмета, фигуры, объекта) определяют его положение в пространстве. Однако произвольное положение такого образа относительно плоскости проекций не всегда удобно для решения ряда позиционных и метрических задач. Здесь происходит искажение в проекциях проецируемых форм, отсутствует необходимая наглядность как объекта в целом, так и отдельных его элементов.

Во многих случаях решение задач значительно упрощается, если прямые линии и плоскости рассматриваемого предмета являются проецирующими относительно плоскости проекций.

Различные требования к чертежу, а также необходимые условия для упрощения решения позиционных и метрических задач требуют построения новых, дополнительных проекций, исходя из двух заданных. Дополнительные проекции позволяют получить либо вырожденные проекции отдельных элементов предмета, либо их натуральные величины. Построение новых, дополнительных проекций называют **преобразованием** чертежа.

21. Дополнительные чертежи предмета могут быть построены способом перемены (замены) плоскостей проекций. При этом предмет в пространстве остается неизменным. Изменяют положения плоскости проекций; при этом всегда сохраняется взаимная перпендикулярность двух плоскостей проекций.

Одна из плоскостей проекций является общей для двух систем плоскостей проекций. Пользуясь данными чертежа геометрического образа в основной системе плоскостей проекций, легко построить его чертеж в дополнительной системе. Все свойства геометрического образа, отнесенные к основной системе, справедливы и для дополнительной системы плоскостей проекций.

Замена одной из плоскостей проекций не всегда может разрешить поставленную задачу. Иногда приходится менять две плоскости и более.

Если плоская фигура занимает произвольное положение относительно плоскостей проекций, то натуральная величина ее определяется с помощью замены двух плоскостей проекций. Дополнительно к основному чертежу последовательно строятся два чертежа плоской фигуры.

Первый дополнительный чертеж представляет собой положение плоской фигуры в проецирующей плоскости; второй (с помощью известных построений) определяет натуральную величину фигуры.

Чтобы произвольно расположенную плоскость представить проецирующей плоскостью, за направление плоскости проекций следует принять направление горизонтали или фронтали данной плоскости.

22. Способ вращения вокруг проецирующих прямых линий дает возможность строить множество чертежей в одной системе плоскостей проекций. При этом плоскости проекций остаются неизменными.

Рассматриваемый предмет путем вращения вокруг осей, перпендикулярных плоскостям проекций, приводится в новое положение. В этом новом положении строят его ортогональные проекции, т. е. строят чертеж.

Способ вращения применяется не только для преобразования проекций. Он широко используется в технике при рассмотрении и исследовании различных вращающихся форм конструкций механизмов и машин.

Весьма важным в инженерной практике является исследование траекторий точек вращающихся элементов конструкций.

Вращение фигуры вокруг оси в большинстве случаев рассматривают на ортогональном чертеже, когда ось вращения перпендикулярна плоскости проекций. Если ось занимает произвольное положение относительно плоскостей проекций, задача значительно усложняется.

Вращая фигуру произвольно расположенной плоскости вокруг проецирующей прямой, можно заметить, что плоскость этой фигуры может быть и перпендикулярна плоскости проекций.

IV. Преобразования проецирований

Известно, что две плоскости взаимно перпендикулярны, если каждая из плоскостей имеет прямую, перпендикулярную другой плоскости. Учитывая это, можно определить одно из положений вращающейся плоскости, когда она перпендикулярна плоскости проекций. Выбирая, например, в плоскости фигуры горизонталь и вращая фигуру вокруг горизонтально-проецирующей прямой, устанавливаем, что угол наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций остается постоянным, а угол наклона к фронтальной плоскости проекций изменяется. Плоскость фигуры перпендикулярна фронтальной плоскости проекций, если горизонталь этой фигуры перпендикулярна фронтальной плоскости проекций.

Угол поворота плоскости вокруг оси определяется углом между начальным и конечным положениями горизонтали этой плоскости.

Фигуру произвольно расположенной плоскости можно перевести в горизонтально-проецирующую плоскость, вращая ее вокруг оси, перпендикулярной фронтальной плоскости проекций.

Выбираем в плоскости фигуры фронталь. Вращаем плоскость вокруг фронтально-проецирующей прямой до положения, когда фронталь будет перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций. Устанавливаем, что плоскость данной фигуры перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций. Угол поворота плоскости вокруг оси определяется углом между начальным и конечным положениями фронтали плоскости.

Таким образом, чтобы произвольно расположенную плоскость перевести во фронтально-проецирующую, за ось вращения следует принять прямую, перпендикулярную горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

Чтобы перевести произвольно расположенную плоскость в горизонтально-проецирующую плоскость, за ось вращения следует принять

прямую, перпендикулярную фронтальной плоскости проекций Π_2 .

Плоскопараллельное перемещение можно рассматривать как вращение вокруг невыявленных проецирующих прямых. Здесь все точки геометрического образа перемещаются во взаимно параллельных плоскостях.

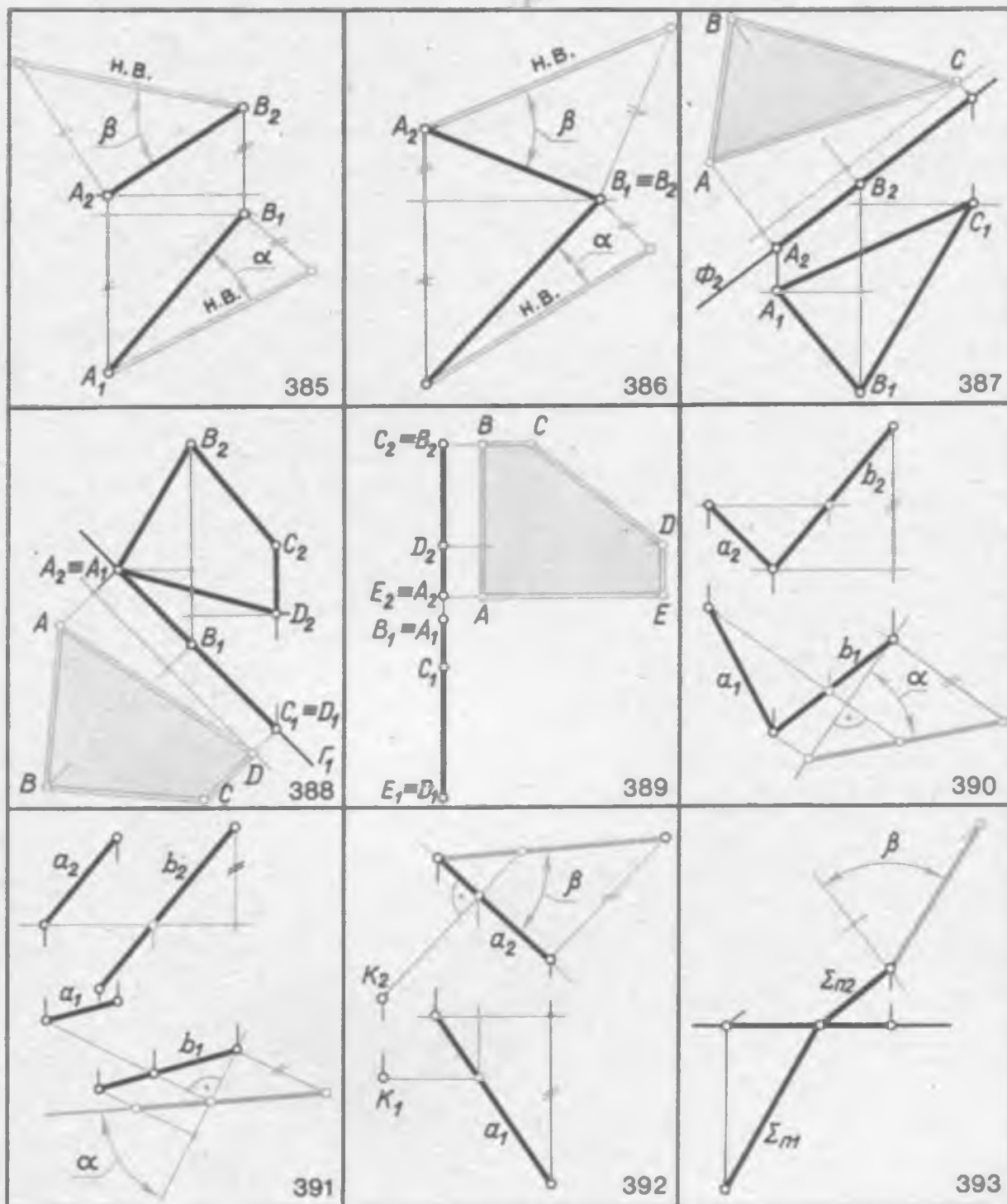
При плоскопараллельном перемещении геометрического образа одна из его проекций, оставаясь равной самой себе, перемещается в плоскости проекций; другие проекции точек геометрического образа перемещаются по прямым, параллельным направлению оси проекций. Пользуясь этой теоремой, можно применить известный способ вращения, не задаваясь изображением оси вращения и не устанавливая величины радиусов вращения точек геометрического образа.

Плоскопараллельное перемещение имеет перед вращением вокруг проецирующих прямых некоторое преимущество: оно позволяет более свободно располагать проекции геометрических форм, исключать оси вращения и вспомогательные дуги; однако чертеж занимает большую площадь.

Натуральную величину плоской фигуры можно определить вращением вокруг оси, параллельной плоскости проекций. В этом случае геометрический образ одним поворотом вокруг оси можно привести в положение, параллельное плоскости проекций.

При этом все точки плоской фигуры вращаются вокруг оси по окружностям в плоскостях, перпендикулярных оси. Таким образом, плоская фигура вращением ее вокруг линии уровня (горизонтали или фронтали) совмещается с соответствующей плоскостью уровня. В частном случае в качестве плоскости уровня принимается плоскость проекций (случай совмещения плоской фигуры с плоскостью проекций).

§ 21. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОЕКЦИЙ СПОСОБОМ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ



Задачи:

385.386. Определить натуральную величину отрезка AB прямой линии и углы α и β наклона данного отрезка к плоскостям проекций Π_1 и Π_2 .

387. Определить натуральную величину треугольника ABC , принадлежащего фронтально-проецирующей плоскости Φ .

388. Определить натуральную величину четырехугольника $ABCD$, принадлежащего горизонтально-проецирующей плоскости Γ .

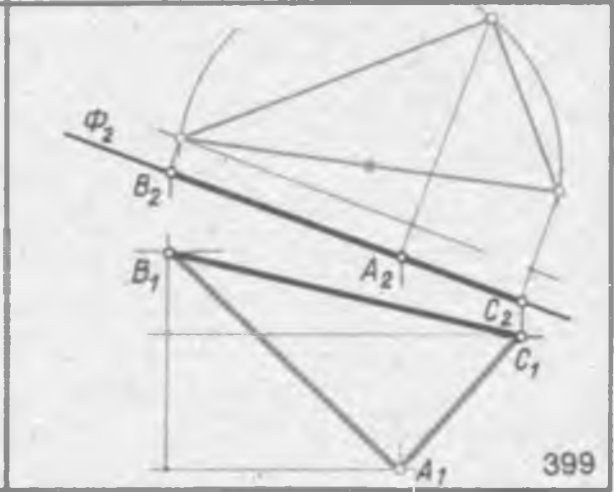
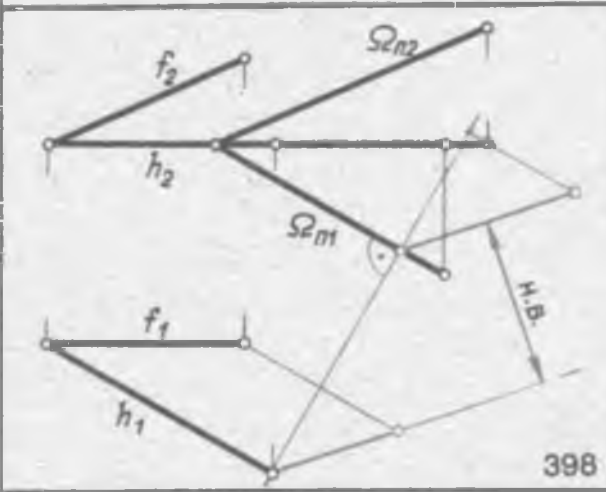
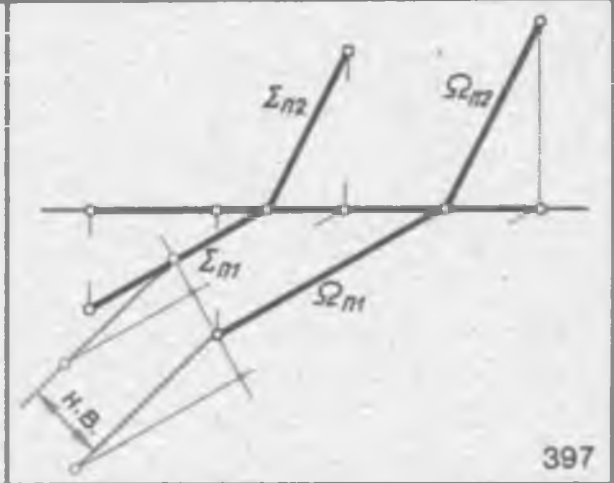
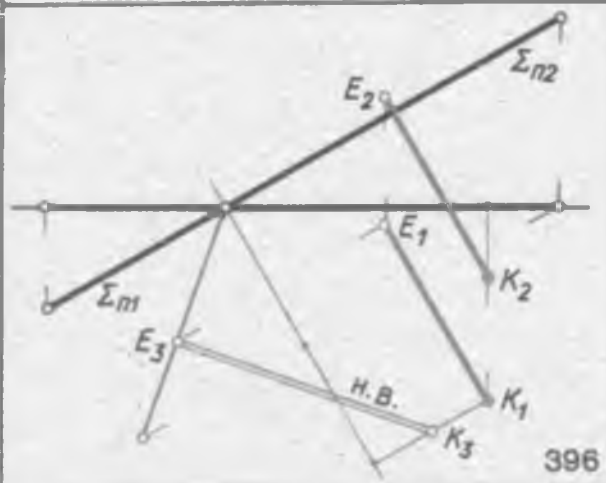
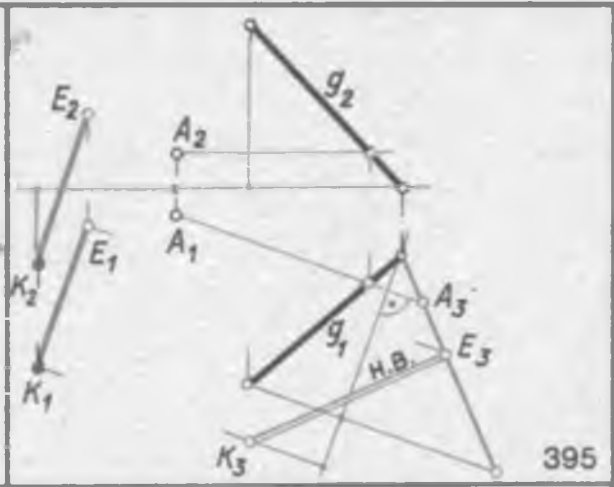
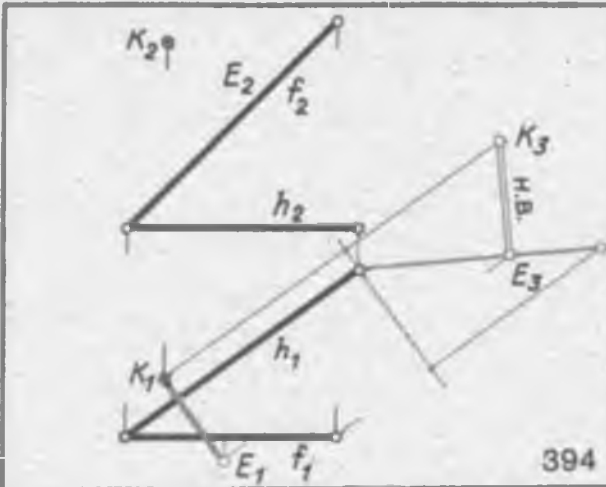
389. Определить натуральную величину пятиугольника $ABCDE$, принадлежащего профильной плоскости.

390. Определить угол α наклона плоскости Σ ($a \times b$) к плоскости Π_1 .

391. Определить угол α наклона плоскости Σ ($a \parallel b$) к плоскости Π_1 .

392. Определить угол β наклона плоскости Σ (K, a) к плоскости Π_2 .

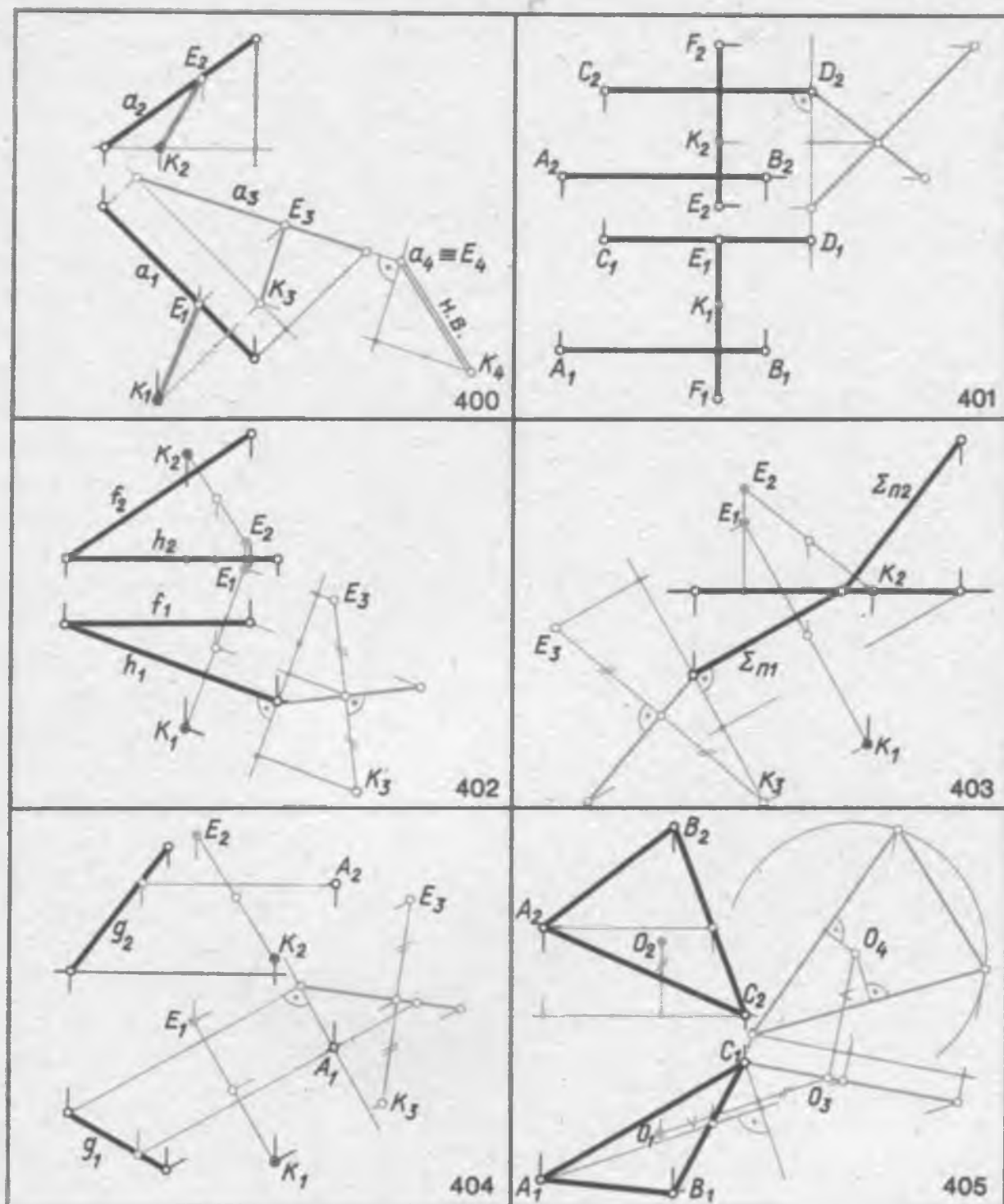
393. Определить угол β наклона плоскости Σ ($\Sigma_{\Pi_1}, \Sigma_{\Pi_2}$) к плоскости Π_2 .



Задачи:

394. Определить расстояние от точки K до плоскости Σ ($h \times f$) произвольного положения.
395. Определить расстояние от точки K до плоскости Σ (A, g) произвольного положения.
396. Определить расстояние от точки K до плоскости Σ (Σ_{n1}, Σ_{n2}), перпендикулярной второй бисекторной плоскости.
397. Определить расстояние между двумя произвольного положения параллельными пло-

- скостями Σ (Σ_{n1}, Σ_{n2}) и Ω (Ω_{n1}, Ω_{n2}).
398. Определить расстояние между двумя данными параллельными плоскостями Σ ($h \times f$) и Ω (Ω_{n1}, Ω_{n2}).
399. Построить недостающую горизонтальную проекцию прямоугольного треугольника ABC , расположенного во фронтально-проецирующей плоскости Φ . Гипотенуза BC и фронтальная проекция A_2 вершины A треугольника известны.



Задачи:

400. Определить расстояние от точки K до прямой линии a произвольного положения.

401. Определить точку K пересечения профильной прямой EF с плоскостью Σ , заданной двумя профильно-проецирующими отрезками AB и CD прямых линий.

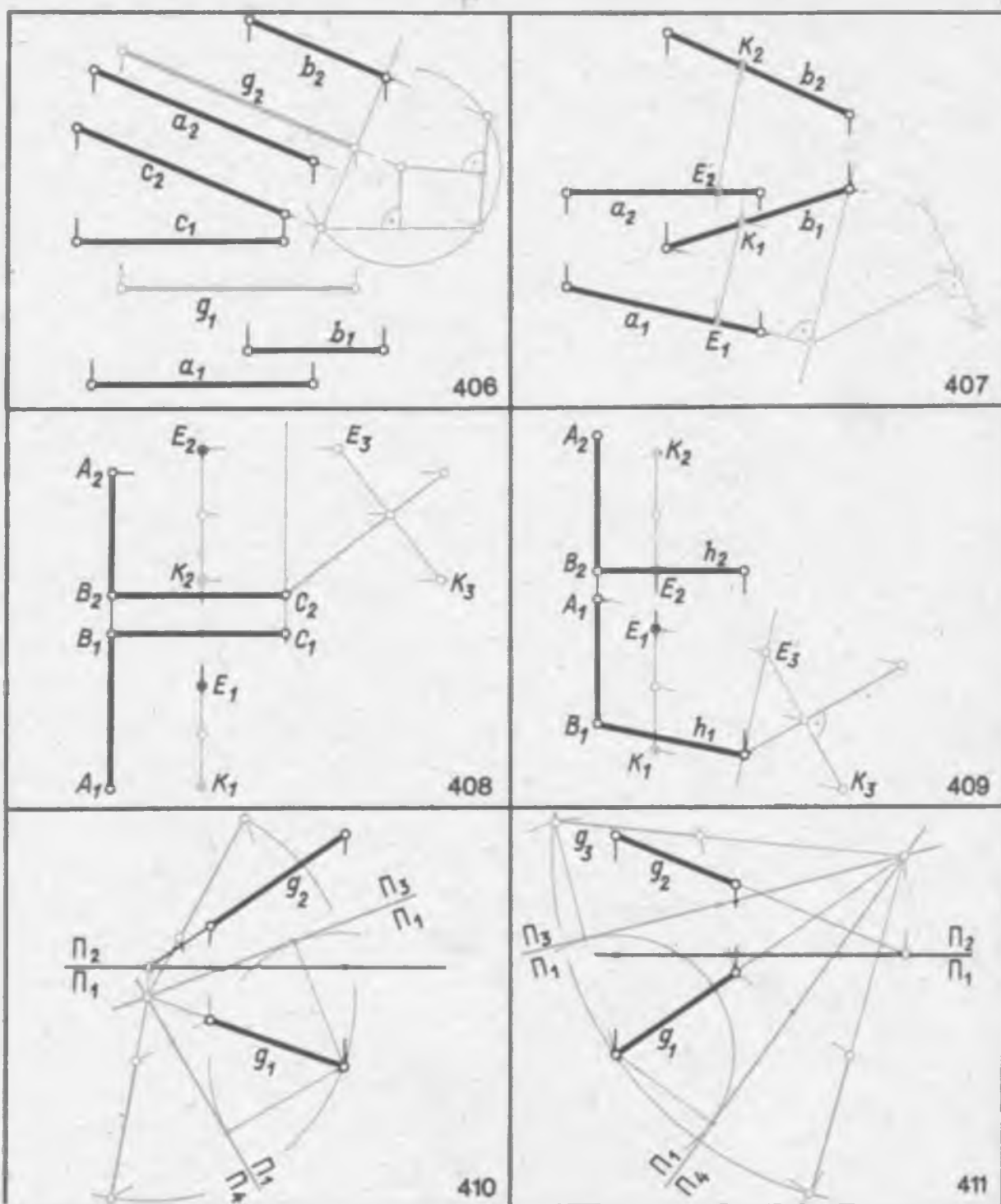
402. Определить точку E , симметричную данной точке K относительно плоскости Σ ($h \times f$).

403. Определить точку E симметричную

данной точке K относительно плоскости Σ (Σ_{n1}, Σ_{n2}).

404. Определить точку E , симметричную данной точке K относительно плоскости Σ (A, g).

405. Определить центр окружности, проходящей через вершины A, B и C данного треугольника ABC произвольного положения. Первая дополнительная вертикальная плоскость проекции Π_3 проходит через вершину C треугольника.



Задачи:

406. Построить прямую линию g , равноудаленную от трех данных параллельных прямых a , b и c .

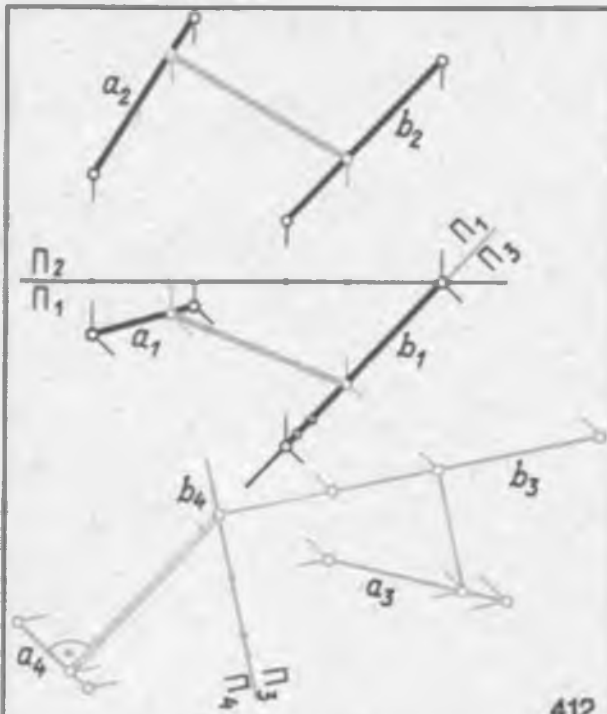
407. Определить ближайшие точки двух данных скрещивающихся прямых линий a и b .

408. Определить точку K , симметричную точке E относительно данной профильно-проецирующей плоскости ABC . Плоскость задана

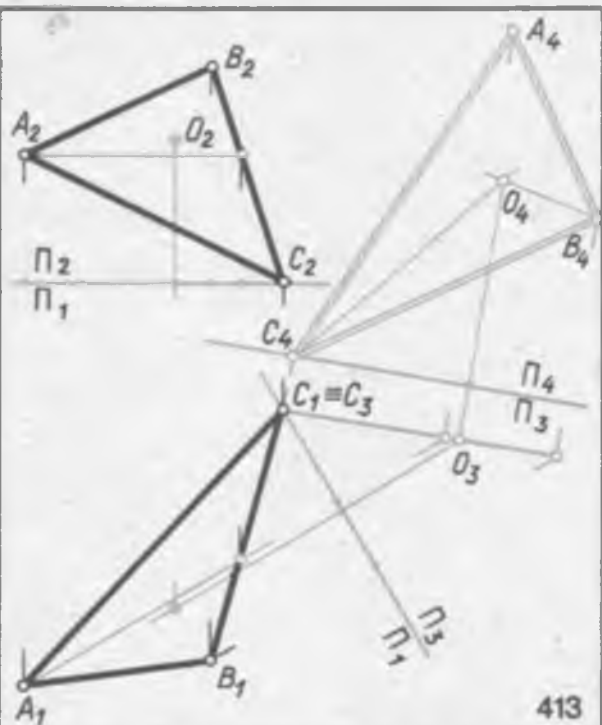
отрезком AB профильной прямой и отрезком BC профильно-проецирующей прямой.

409. Определить точку K , симметричную точке E относительно плоскости Σ ($AB \times h$). Плоскость задана профильной прямой AB и горизонталью h .

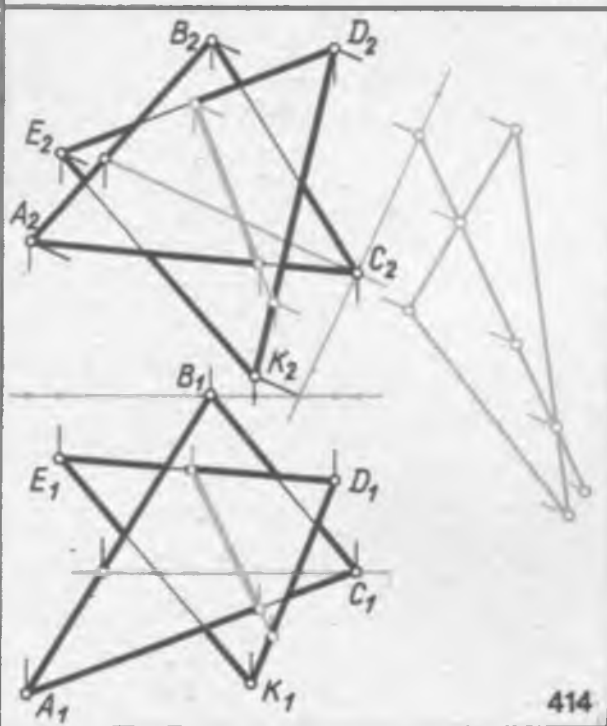
410.411. Выбрать вертикальную плоскость дополнительной системы плоскостей проекций так, чтобы прямая g оказалась в биссекторной плоскости дополнительной системы плоскостей проекций.



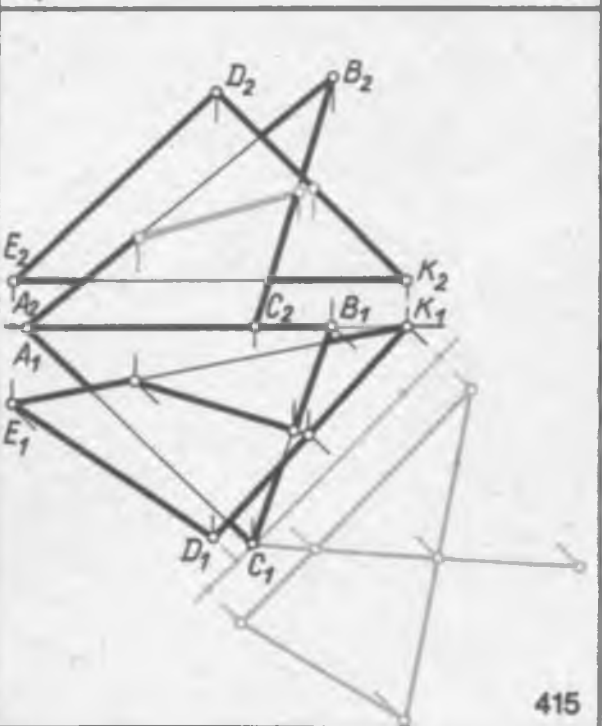
412



413



414



415

Задачи:

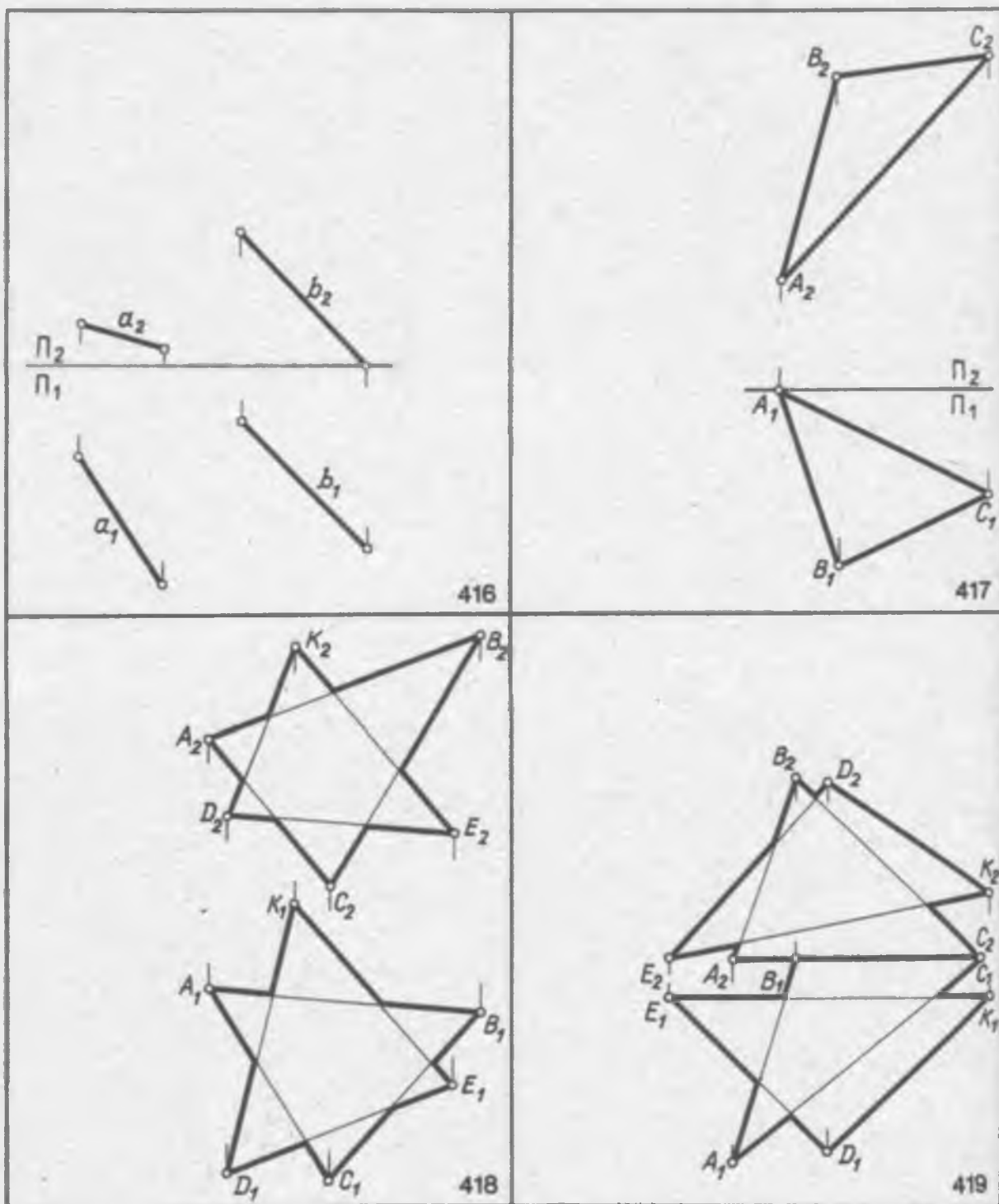
412. Определить расстояние между двумя скрещивающимися прямыми a и b произвольного положения. Построить основные проекции отрезка, соединяющего ближайшие точки данных прямых.

Примечание. Вертикальная плоскость Π_3 первой дополнительной системы Π_3/Π_1 плоскостей проекций проходит через прямую b .

413. Определить натуральную величину треугольника ABC произвольного положения. Определить центр окружности, вписанной в треугольник ABC .

Примечание. Вертикальная плоскость Π_3 первой дополнительной системы Π_3/Π_1 плоскостей проекций проходит через точку C вершины треугольника ABC .

414.415. Построить линию пересечения двух треугольников ABC и EDK . Определить видимость сторон треугольников в проекциях.



Задачи:

416. Определить расстояние между двумя скрещивающимися прямыми a и b произвольного положения. Построить основные проекции отрезка, соединяющего ближайшие точки данных прямых линий.

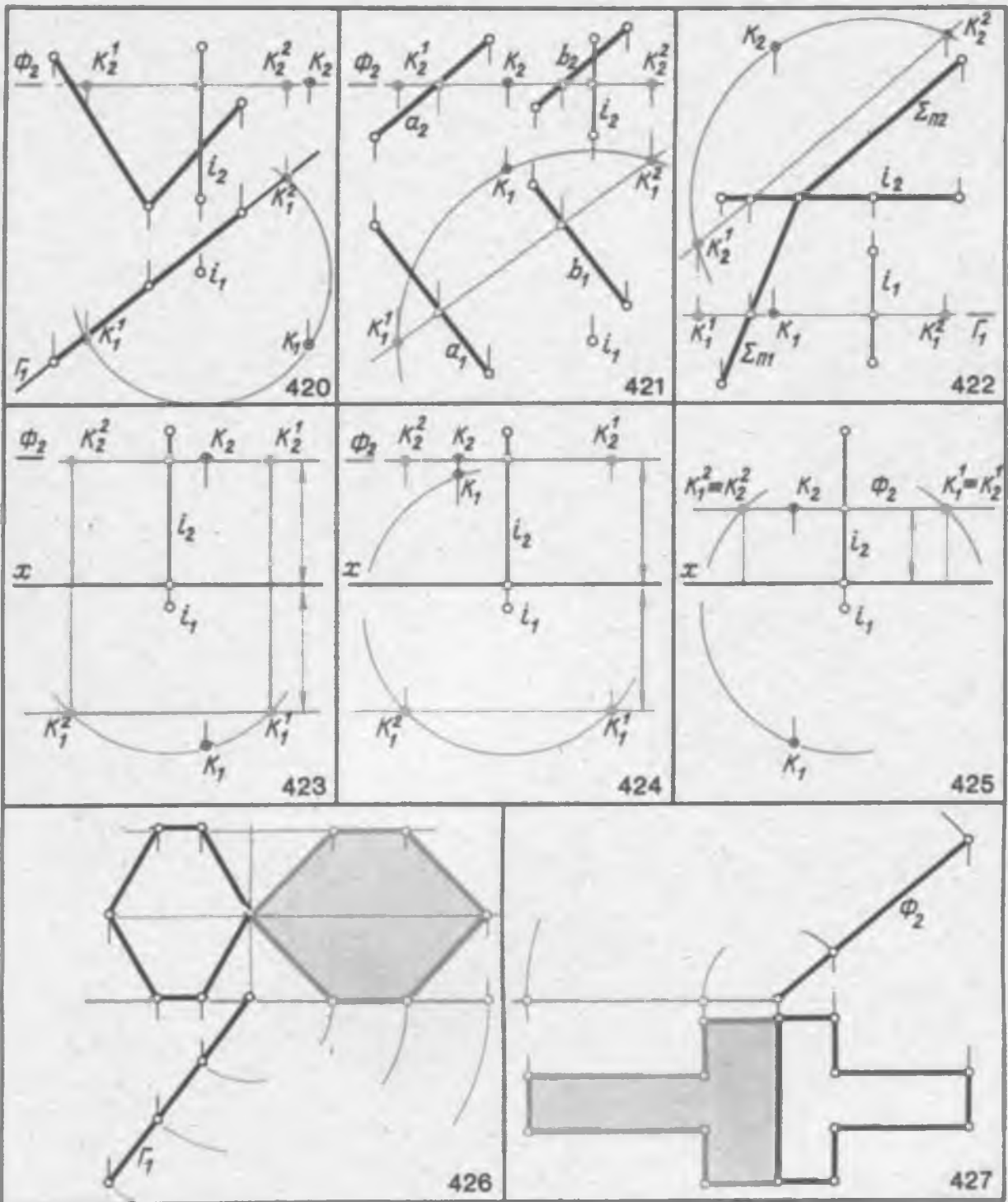
Примечание. Плоскость Π , первой дополнительной системы Π_1/Π_2 плоскостей проекций проходит через прямую b .

417. Определить натуральную величину треугольника ABC произвольного положения. Определить центр окружности, вписанной в треугольник ABC .

Примечание. Плоскость Π , первой дополнительной системы Π_1/Π_2 плоскостей проекций проходит через точку A вершины треугольника ABC .

418. 419. Построить линию пересечения двух треугольников ABC и EDK . Определить видимость сторон треугольников в проекциях.

§ 22. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОЕКЦИЙ СПОСОБОМ ВРАЩЕНИЯ



Задачи:

420. Точку K вращением вокруг горизонтально-проецирующей прямой i совместить с данной горизонтально-проецирующей плоскостью Γ .

421. Точку K вращением вокруг горизонтально-проецирующей прямой i совместить с плоскостью Σ ($a \parallel b$) произвольного положения.

422. Точку K вращением вокруг фронтально-проецирующей прямой i совместить с плос-

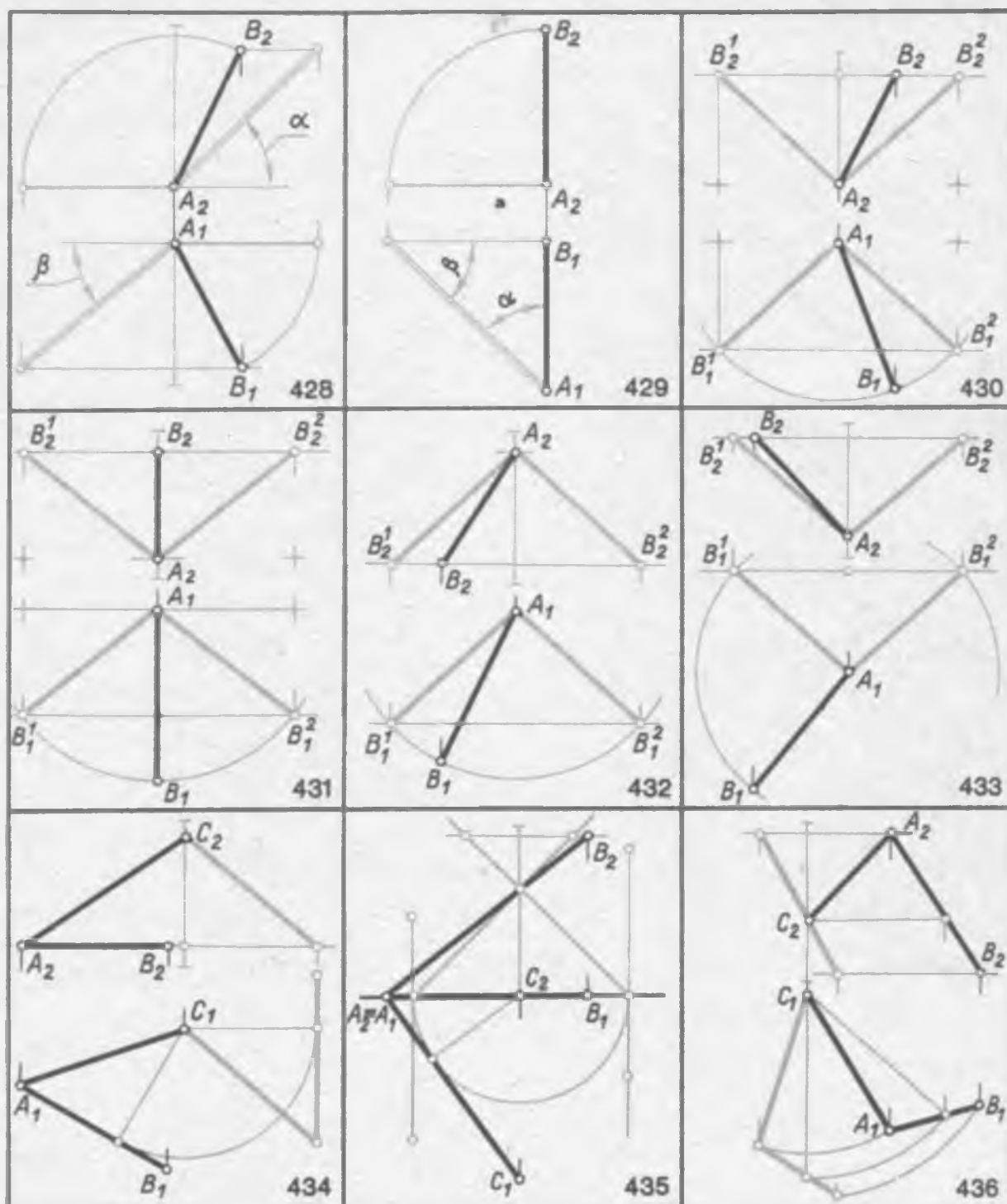
костью Σ ($\Sigma_{\Pi 1}, \Sigma_{\Pi 2}$) произвольного положения.

423.424. Точку K вращением вокруг горизонтально-проецирующей прямой i совместить с первой биссекторной плоскостью.

425. Точку K вращением вокруг горизонтально-проецирующей прямой i совместить со второй биссекторной плоскостью.

426. Определить натуральную величину фигуры плоскости Γ .

427. Определить натуральную величину фигуры плоскости Φ .



Задачи:

428.429. Определить натуральную величину отрезка AB прямой линии и углы α и β его наклона к плоскостям проекций P_1 и P_2 .

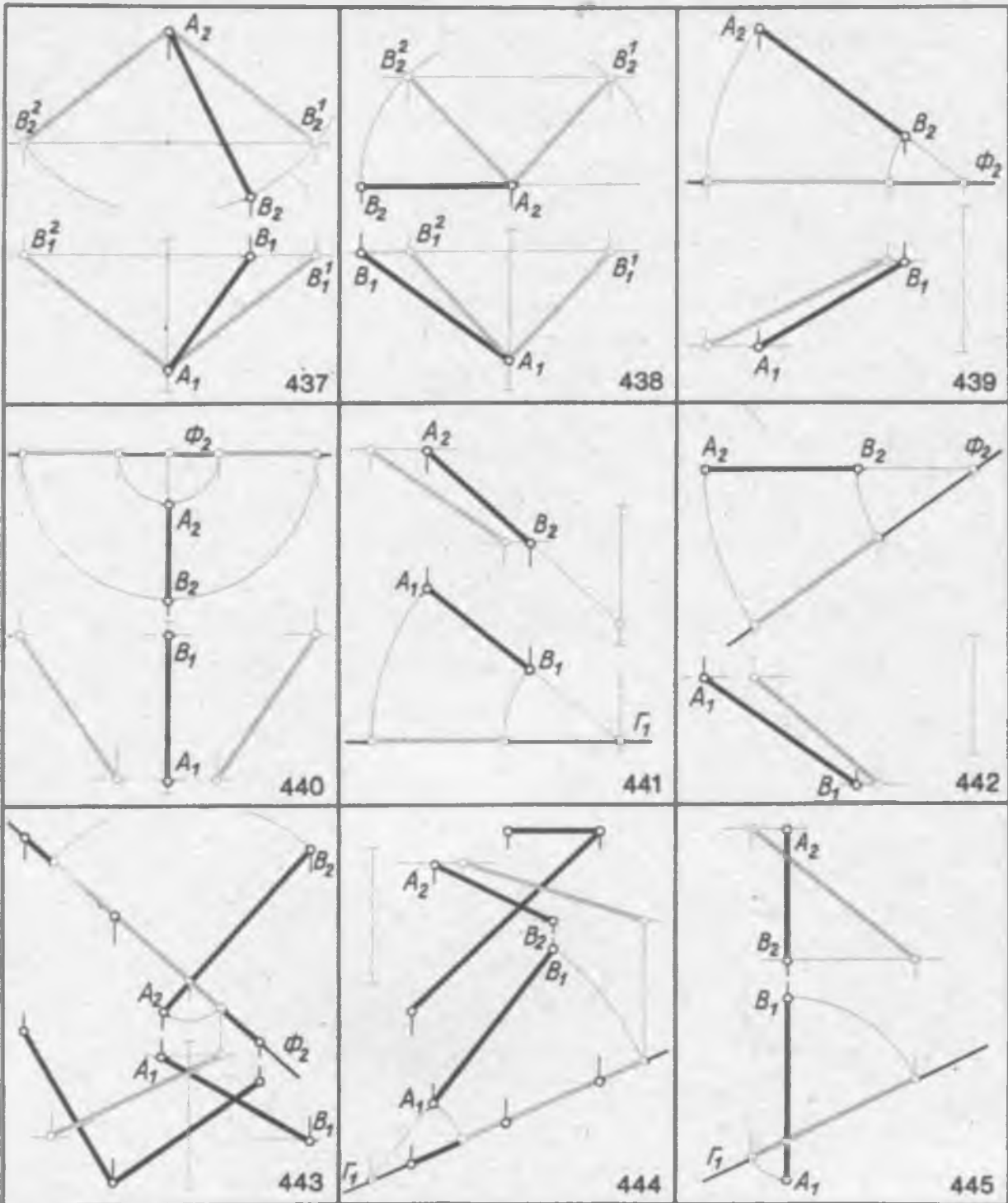
430. Отрезок AB вращением вокруг горизонтально-проецирующей прямой точки A представить параллельным первой биссекторной плоскости.

431. Отрезок AB профильной прямой вращением вокруг горизонтально-проецирующей

прямой точки A представить параллельным первой биссекторной плоскости.

432.433. Отрезок AB вращением вокруг горизонтально-проецирующей прямой точки A представить параллельным второй биссекторной плоскости.

434.435.436. Плоскость ABC произвольного положения вращением вокруг проецирующей прямой точки C привести в положение фронтально-проецирующей плоскости.



Задачи:

437. Отрезок AB прямой произвольного положения вращением вокруг фронтально-проецирующей прямой точки A ввести в первую биссекторную плоскость.

438. Отрезок AB горизонтальной прямой линии вращением вокруг фронтально-проецирующей прямой точки A представить параллельным второй биссекторной плоскости.

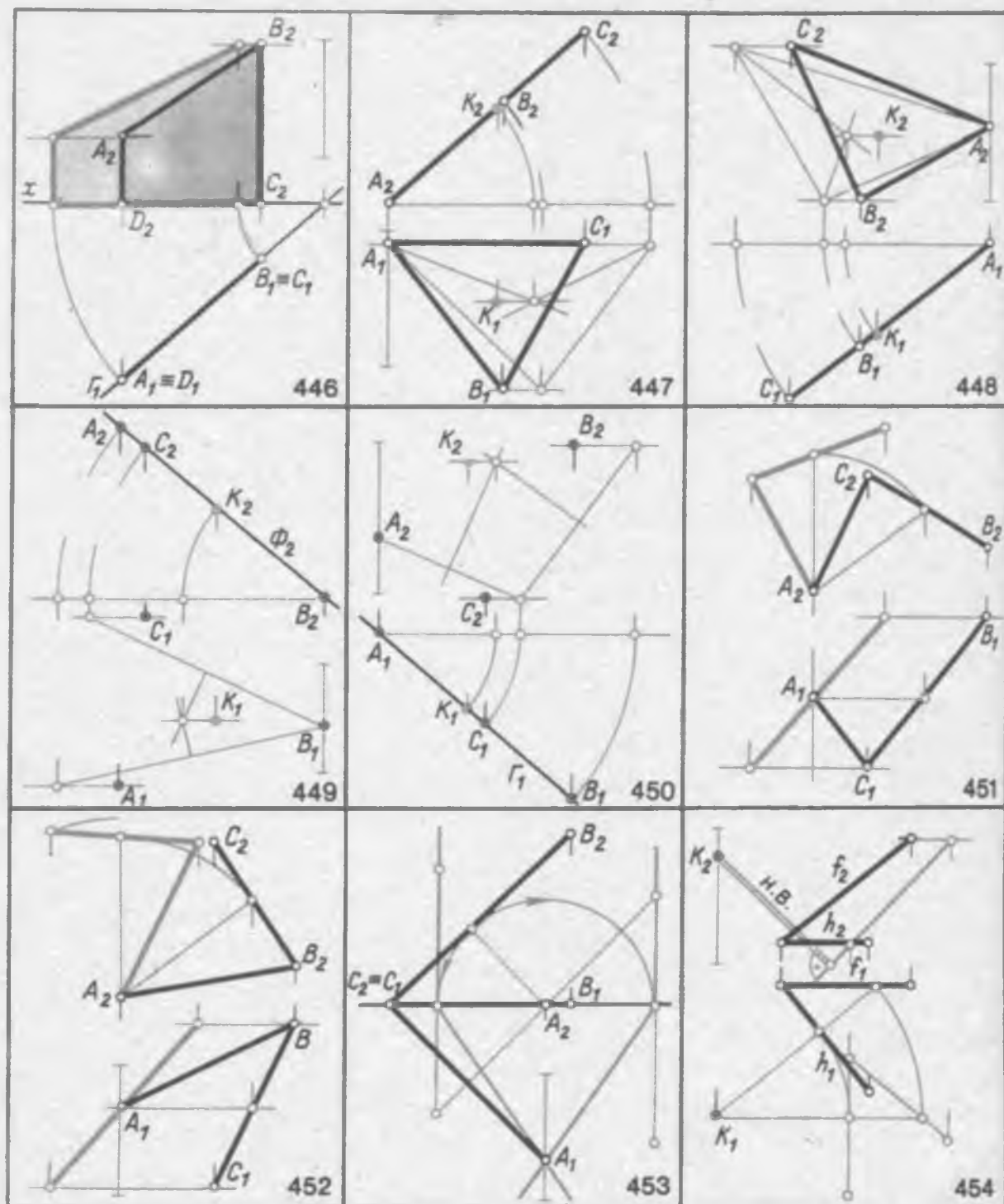
439. Отрезок AB совместить с данной горизонтальной плоскостью Φ .

440. Отрезок AB профильной прямой совместить с данной горизонтальной плоскостью Φ .

441. Отрезок AB совместить с данной фронтальной плоскостью Γ .

442.443. Отрезок AB совместить с данной фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

444.445. Отрезок AB совместить с данной горизонтально-проецирующей плоскостью Γ .



Задачи:

446. Трапецию $ABCD$ горизонтально-проецирующей плоскости Γ совместить с фронтальной плоскостью проекций P_2 .

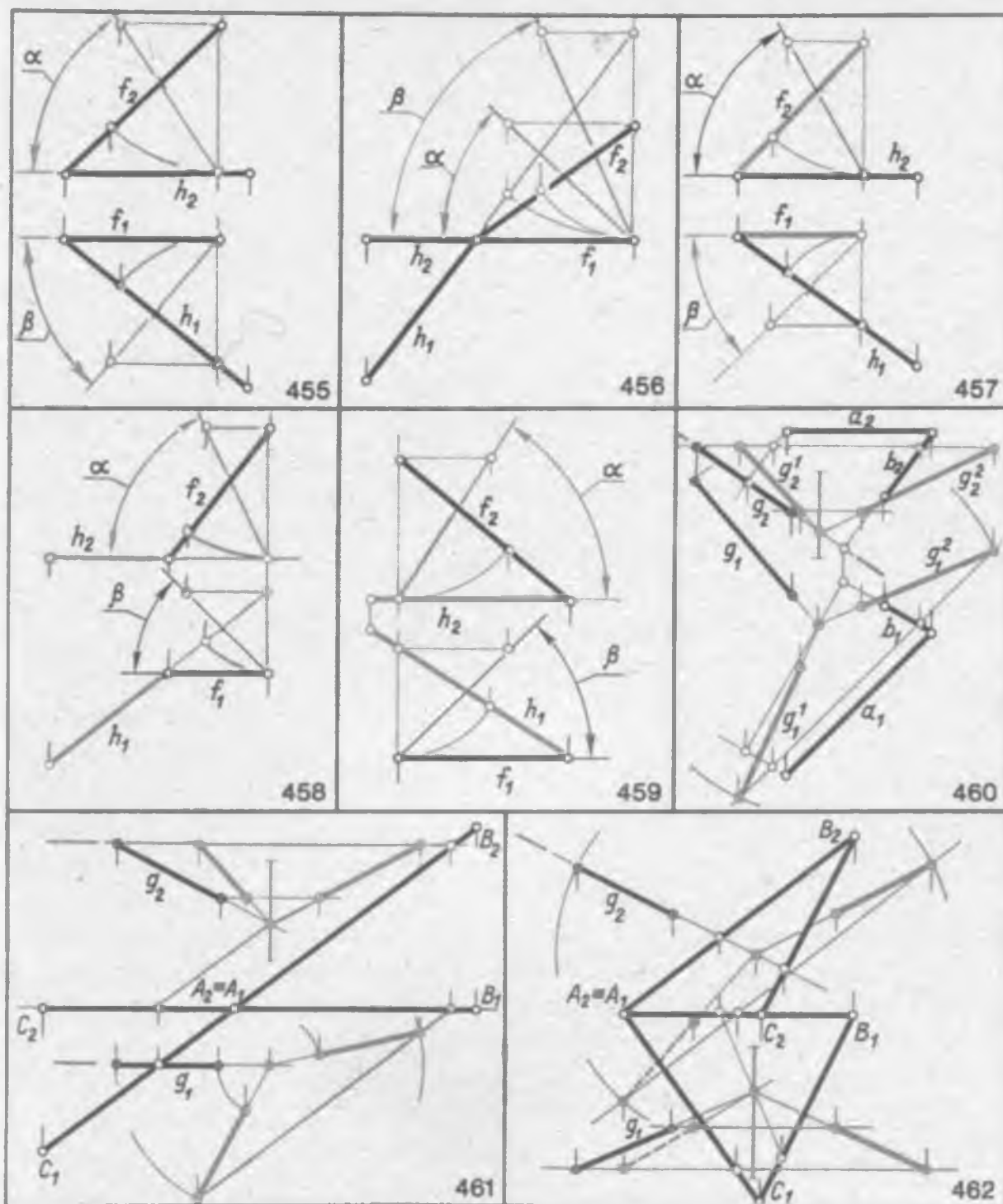
447.448. В треугольнике ABC определить центр вписанной окружности.

449. Определить точку K , равноудаленную от трех заданных точек A , B и C . Все точки принадлежат одной фронтально-проецирующей плоскости Φ .

450. Определить точку K , равноудаленную от трех данных точек A , B и C . Все точки принадлежат одной горизонтально-проецирующей плоскости Γ .

451.452.453. Произвольно расположенную плоскость ACB вращением вокруг проецирующей прямой точки A привести в положение горизонтально-проецирующей плоскости.

454. Определить расстояние от точки K до плоскости Σ ($h \times f$) произвольного положения.



Задачи:

455.456. Определить углы α и β наклона данной плоскости Σ ($h \times f$) к плоскостям проекций P_1 и P_2 .

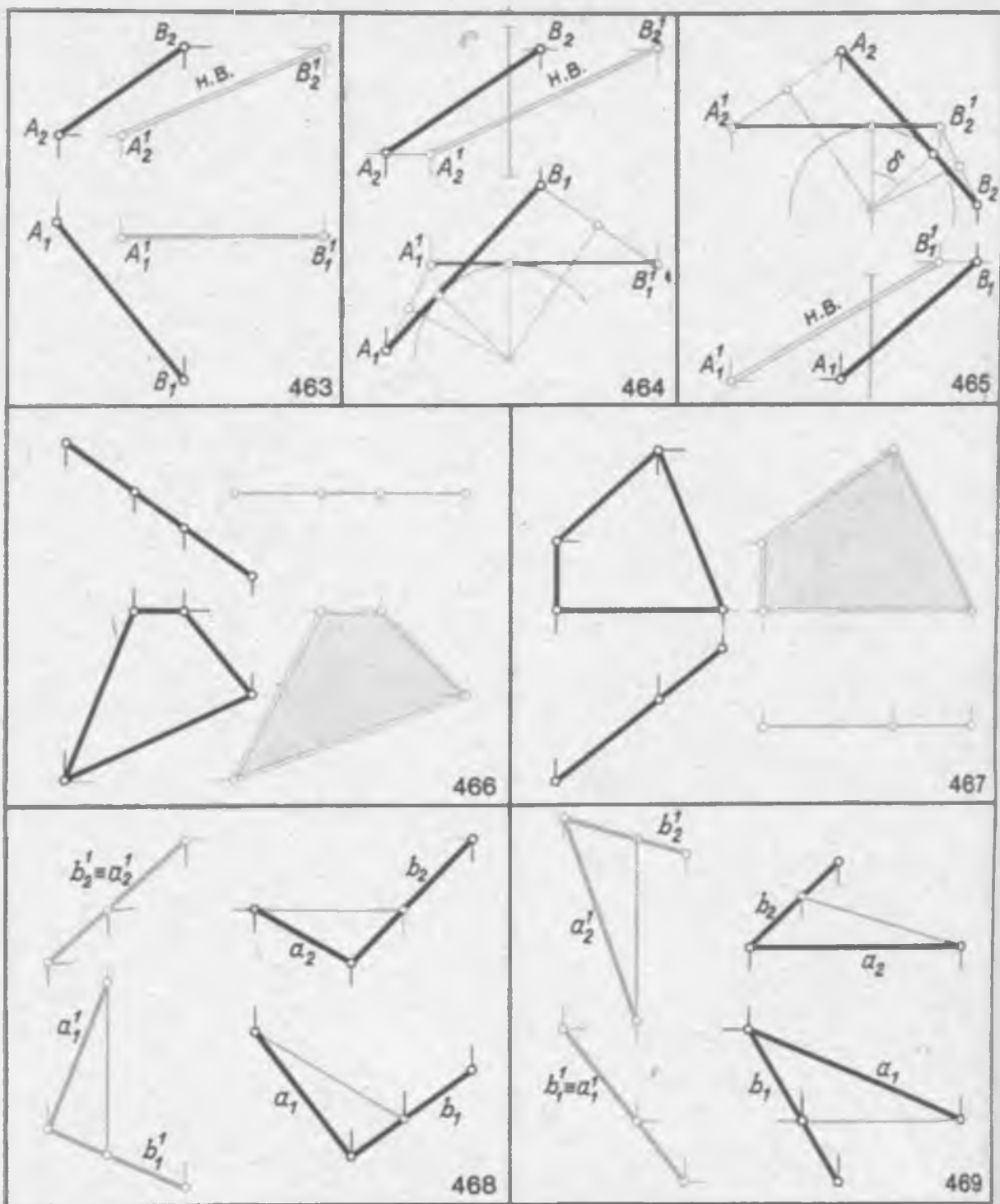
457. Построить фронталь f плоскости Σ . Даны горизонталь h плоскости и угол α наклона этой плоскости к плоскости проекций P_1 . Определить угол β наклона плоскости Σ к плоскости проекций P_2 .

458.459. Построить горизонталь h плоскости Σ . Даны фронталь f плоскости и угол β

наклона этой плоскости к плоскости проекций P_2 . Определить угол α наклона плоскости Σ к плоскости проекций P_1 .

460.461. Прямую g вращением вокруг горизонтально-проецирующей прямой совместить с плоскостью Σ ($a \times b$) произвольного положения, заданной двумя пересекающимися прямыми линиями.

462. Прямую g вращением вокруг фронтально-проецирующей прямой совместить с данной плоскостью Σ (ABC).



Задачи:

463. Определить способом плоскопараллельного перемещения натуральную величину отрезка AB прямой линии.

464. По известной горизонтальной проекции $A_1'B_1'$ отрезка AB прямой в смещенном положении определить его фронтальную проекцию $A_2'B_2'$. Определить ось вращательного перемещения отрезка.

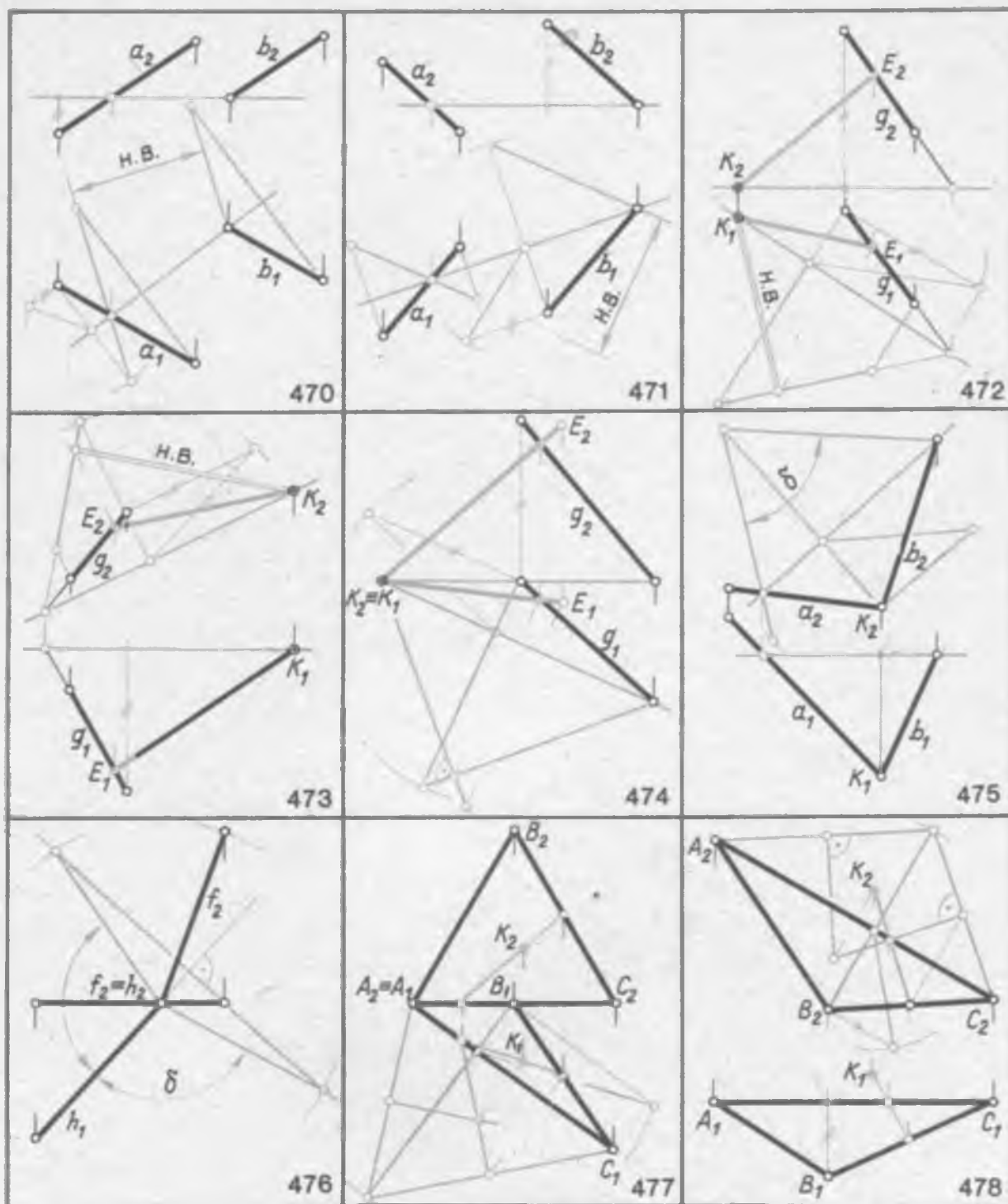
465. По известной фронтальной проекции $A_2'B_2'$ отрезка AB прямой в смещенном положении

определить его горизонтальную проекцию $A_1'B_1'$. Определить ось вращательного перемещения отрезка.

466.467. Определить натуральную величину плоской фигуры.

468. Данную плоскость Σ ($a \times b$) плоскопараллельным перемещением привести в положение фронтально-проецирующей плоскости.

469. Данную плоскость Σ ($a \times b$) плоскопараллельным перемещением привести в положение горизонтально-проецирующей плоскости.



Задачи:

470.471. Определить расстояние между двумя параллельными прямыми линиями a и b вращением их вокруг горизонтальной оси.

472. Определить расстояние от точки K до прямой g произвольного положения вращением прямой вокруг горизонтальной оси.

473. Определить расстояние от точки K до прямой g произвольного положения вращением

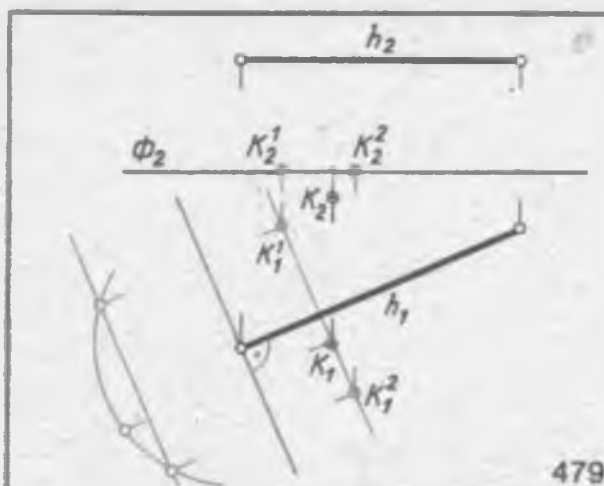
ее вокруг фронтальной оси.

474. Через точку K провести прямую, пересекающую данную прямую g под углом 90° .

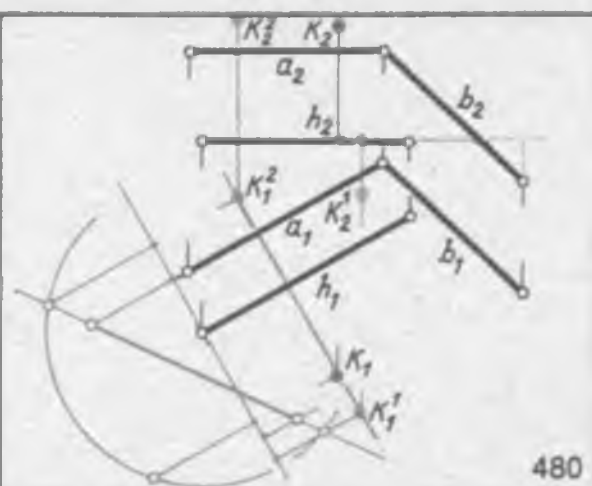
475. Определить угол δ между двумя пересекающимися в точке K прямыми линиями a и b произвольного положения.

476. Определить угол δ между двумя пересекающимися прямыми линиями h и f .

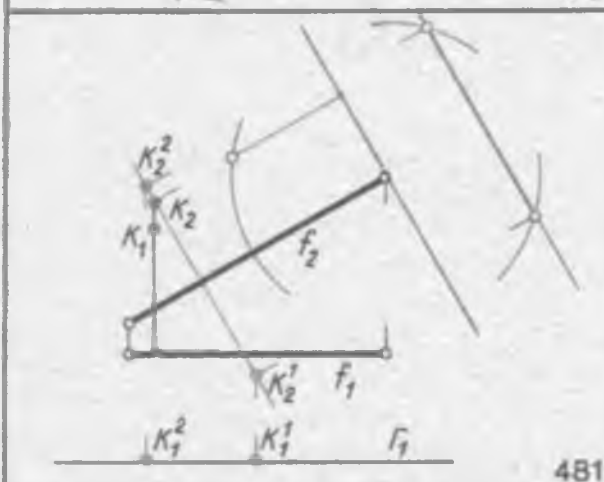
477.478. В треугольнике ABC найти центр описанной окружности.



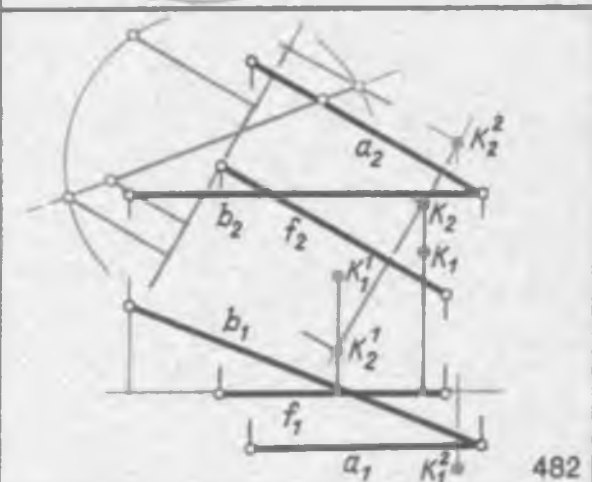
479



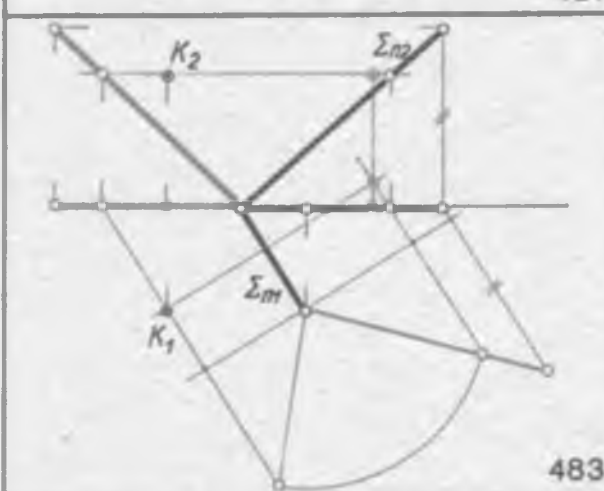
480



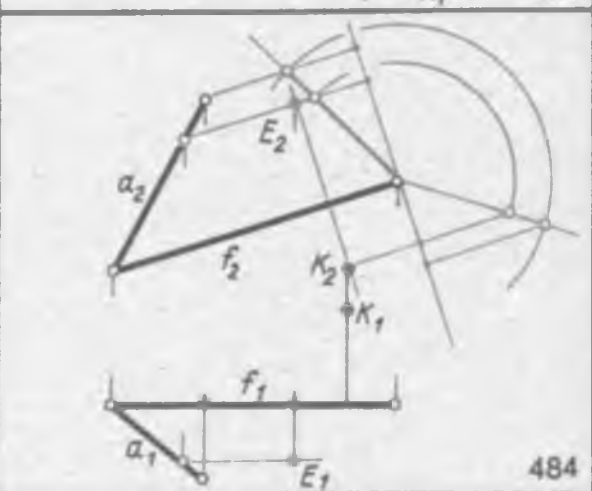
481



482



483



484

Задачи:

479. Точку K вращением ее вокруг горизонтальной прямой h ввести в горизонтальную плоскость Φ .

480. Точку K вращением ее вокруг горизонтальной прямой h ввести в плоскость $\Sigma (a \times b)$, параллельную этой прямой.

481. Точку K вращением ее вокруг фронтальной прямой f ввести во фронтальную плоскость Γ .

482. Точку K вращением ее вокруг фронтальной прямой f ввести в плоскость $\Sigma (a \times b)$, параллельную этой прямой.

483. Плоскость $\Sigma (\Sigma_{n1}, \Sigma_{n2})$ вращением ее вокруг горизонтального следа Σ_{n1} , соприкасающегося с данной точкой K . Найти в плоскости Σ (в начальном ее положении) точку, совпавшую с точкой K .

484. В плоскости $\Sigma (a \times f)$ определить точку E , соприкасающуюся с данной точкой K при вращении плоскости Σ вокруг ее фронтали f .

Многогранники — замкнутые пространственные фигуры, ограниченные плоскими многоугольниками. Вершины и стороны многоугольников являются вершинами и ребрами многогранника. Они образуют пространственную сетку. Если вершины и ребра многогранника находятся по одну сторону плоскости любой из его граней, то многогранник называют *выпуклым*, все его грани — выпуклые многоугольники.

Многогранник, одна грань которого — многоугольник со сколь угодно большим числом сторон (не менее трех), а остальные грани — треугольники с общей вершиной, называют *пирамидой*.

Многогранник, две грани которого представляют собой равные многоугольники с взаимно параллельными сторонами — основаниями, называют *призмой*.

Призматойд — многогранник, ограниченный двумя многоугольниками, расположенными в параллельных плоскостях. Они являются его основаниями. Боковые грани призматойда представляют собой треугольники и трапеции, вершины которых являются и вершинами оснований.

Призматойд называют *антипризой*, если основаниями его являются равные правильные многоугольники, центры которых принадлежат общей нормали к ним, но один многоугольник повернут относительно другого вокруг нормали на угол $\alpha = 180^\circ/n$ (n — число сторон многоугольника).

Боковые грани антипризмы — правильные треугольники, вершины которых являются и вершинами многоугольников оснований.

Многогранник называют *правильным*, если его грани представляют собой правильные и равные многоугольники. Многогранные углы такого многогранника равны между собой.

Правильный тетраэдр — это *правильная трехгранная пирамида*.

Правильный шестигранник (гексаэдр) — это *куб*.

Правильный восьмигранник (октаэдр) состоит из восьми равносторонних и равных между собой треугольников, соединенных по четыре у каждой вершины. Каждая из диагональных плоскостей делит октаэдр на две пирамиды с основаниями, имеющими вид квадрата. В октаэдр, опираясь вершинами в центры его граней, вписывается куб. Поэтому куб и октаэдр называют *взаимно соответствующими (дуальными) многогранниками*.

Правильный двенадцатигранник (додекаэдр) состоит из 12 правильных и равных пятиугольников.

Правильный двадцатигранник (икосаэдр) состоит из 20 равносторонних треугольников, соединенных по пяти около каждой вершины. Икосаэдр можно расчленить на две правильные пятиугольные пирамиды и антипризму с пятиугольными основаниями.

Чертеж выпуклого многогранника можно проверить по формуле Эйлера.

Теорема. У всякого выпуклого многогранника число граней плюс число вершин минус число ребер равно двум, т. е.

$$G + B - P = 2.$$

23. Для получения обратимого чертежа многогранника необходимо соблюдение определенных условий расположения ребер каркаса многогранника в проекциях, а также наложения на чертеж и ряда других дополнительных условий.

Прямая линия вполне определяется двумя точками. Точечный базис прямой состоит из двух точек. Плоскость определяется тремя точками, не лежащими на одной прямой линии.

Точечный базис плоскости состоит из трех независимых точек.

Точечный базис многогранной поверхности, у которой все углы двугранные, можно выразить формулой $B = G + 2$, где G — число граней.

Точечный базис многогранной поверхности, у которой все углы при вершинах трехгранные, равен четырем. Этому условию всегда удовлетворяют пирамиды и призмы. Для любой пирамиды или призмы точечный базис равен четырем.

24. Линией пересечения многогранника плоскостью в общем случае является плоский многоугольник. Такой многоугольник можно построить или по точкам пересечения с плоскостью ребер многогранника, или по линиям пересечения граней многогранника с плоскостью. Задача сводится к определению точек пересечения прямой линии с плоскостью или к определению линий пересечения плоскостей.

Прямая линия может пересекать поверхность многогранника в одной, двух точках и более. Если многогранник выпуклый — не более чем в двух точках.

25. Линию пересечения двух многогранников можно построить двумя способами.

Первый способ позволяет определить линию пересечения многогранников по точкам пересечения ребер одного многогранника с гранями другого и наоборот. Это известная задача на определение точки пересечения прямой с плоскостью.

Второй способ позволяет определить линию пересечения многогранников как линию пересечения граней многогранников. Это задача на построение линии пересечения двух плоскостей.

Линиями пересечения двух многогранников в общем случае являются пространственные замкнутые многоугольники. В зависимости от вида многогранников и их взаимного расположения линиями пересечения могут быть один, два пространственных многоугольника и более.

Линиями пересечения двух выпуклых многогранников являются один или два многоугольника.

Если один многогранник частично пересекается, как бы неполностью врезается в поверхность другого, то имеем одну замкнутую ломаную линию их взаимного пересечения. Такое взаимное пересечение выпуклых многогранни-

ков называют **неполным прониканием** или **врезкой**.

Если один многогранник полностью пересекается вторым многогранником, получаем две линии их пересечения — линию входа одного многогранника в другой и линию выхода. Такое взаимное пересечение геометрических тел называют **полным прониканием**.

Проекции линии пересечения двух многогранников располагаются внутри контура наложения одноименных проекций многогранников.

Если проекция какого-либо ребра одного из многогранников не пересекает общий контур — контур проекций, то ребро не пересекает другой многогранник. Однако, если проекция ребра одного из многогранников пересекает даже и две проекции контура наложения, это еще не означает, что это ребро пересекает второй многогранник.

26. Совмещение всех граней многогранника с одной плоскостью путем последовательного вращения их вокруг ребер называют **разверткой** многогранника.

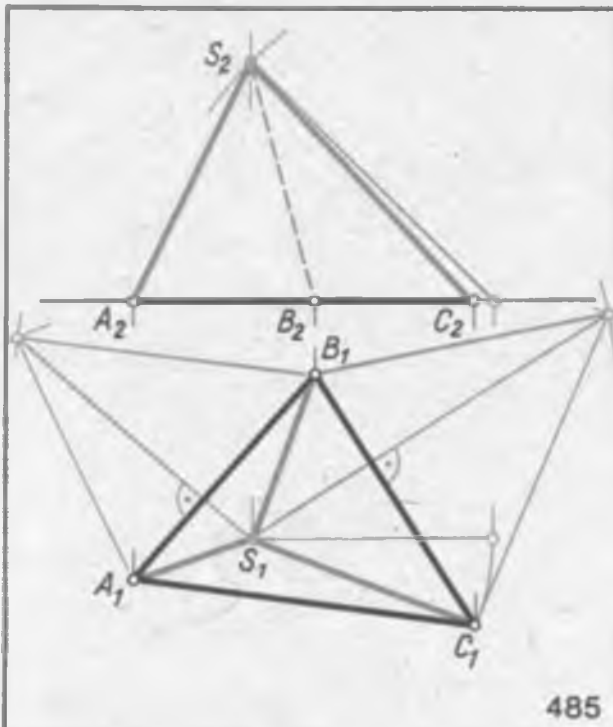
Все грани многогранника на развертке представляются в натуральную величину. Поэтому построение развертки сводится к построению натуральных величин граней многогранника. Их расположение и последовательность могут быть различными, однако развертку надо делать такой, чтобы наивыгоднейшим образом использовать площадь листового материала, из которого создается многогранник. При построении разверток следует также учитывать и общую длину шва.

Обычно шов проводят по ребрам, но это не всегда бывает рационально. Иногда шов проводят и вне ребер многогранника. Это дает возможность уменьшить не только длину шва, но и более экономично раскрыть материал — придать развертке форму, наиболее близкую к формам заготовок.

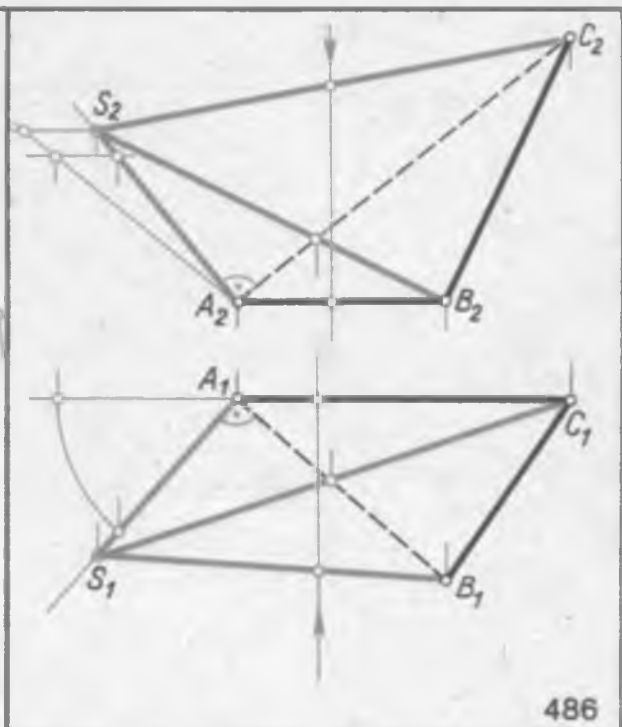
Каждый многогранник имеет несколько вариантов разверток.

Многогранная поверхность и ее развертка на плоскости есть такое геометрическое преобразование поверхности в плоскую фигуру, которое является взаимно-однозначным.

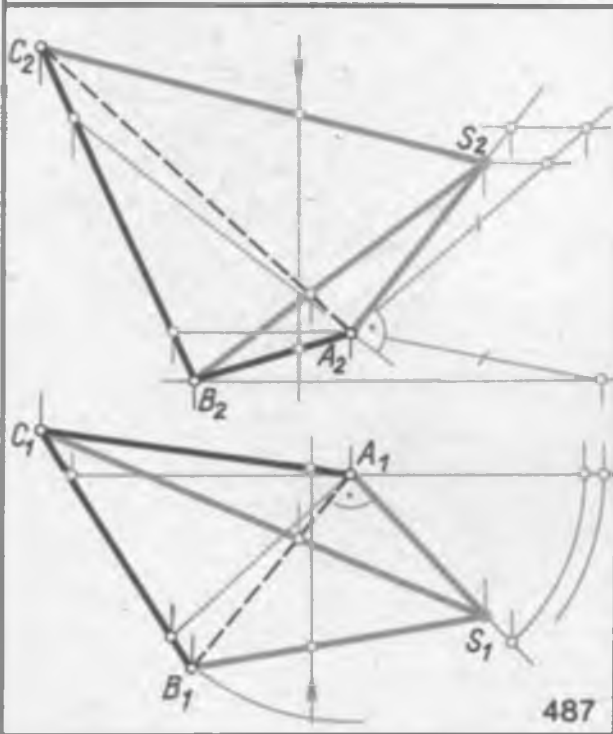
§ 23. ЧЕРТЕЖИ МНОГОГРАННИКОВ И МНОГОГРАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ



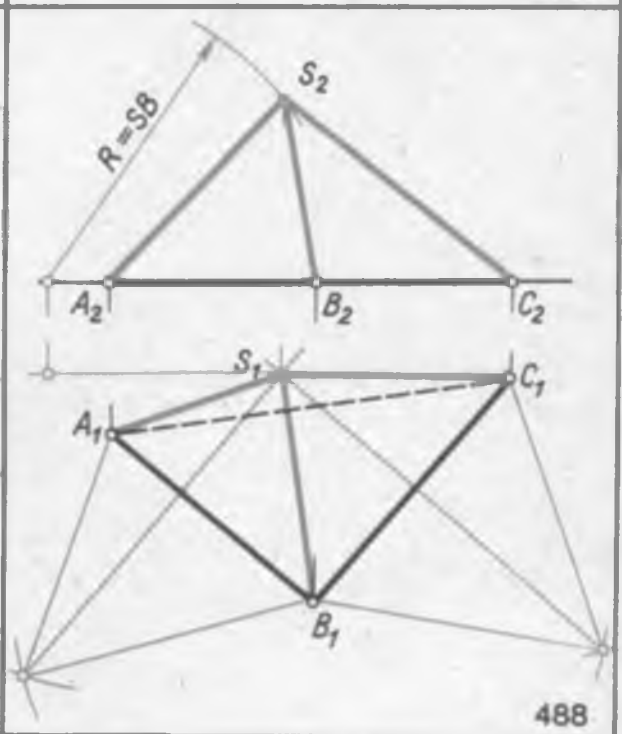
485



486



487



488

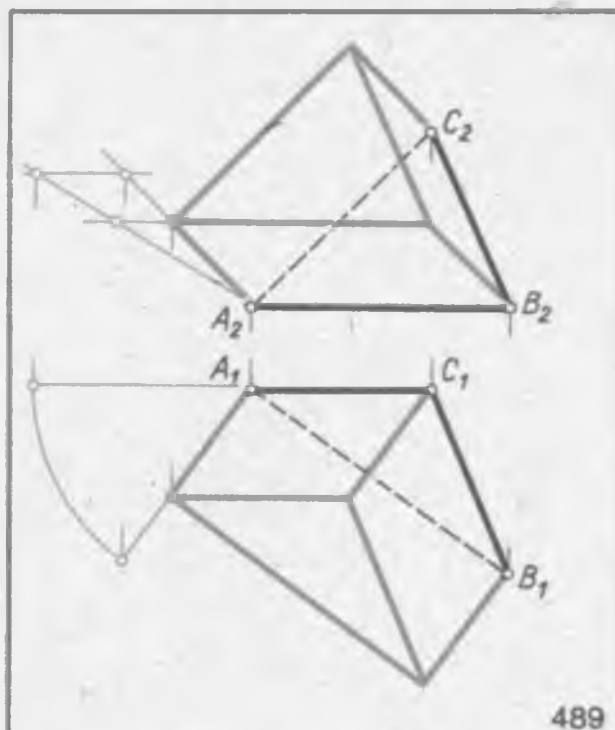
Задачи:

485. Построить проекции треугольной пирамиды с заданным основанием ABC . Вершина S пирамиды находится над плоскостью ее основания. Боковые ребра пирамиды соответственно равны: $SA = AB$; $SB = BC$; $SC = CA$.

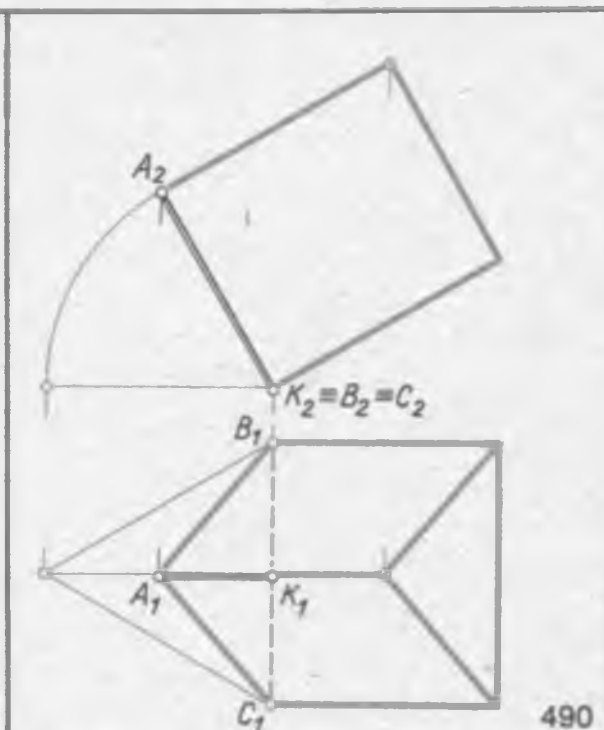
486.487. Построить проекции треугольной пирамиды с данным основанием ABC в плоскости общего положения. Вершина S пирамиды

находится над плоскостью основания. Высота SA пирамиды равна стороне AB заданного треугольника ее основания.

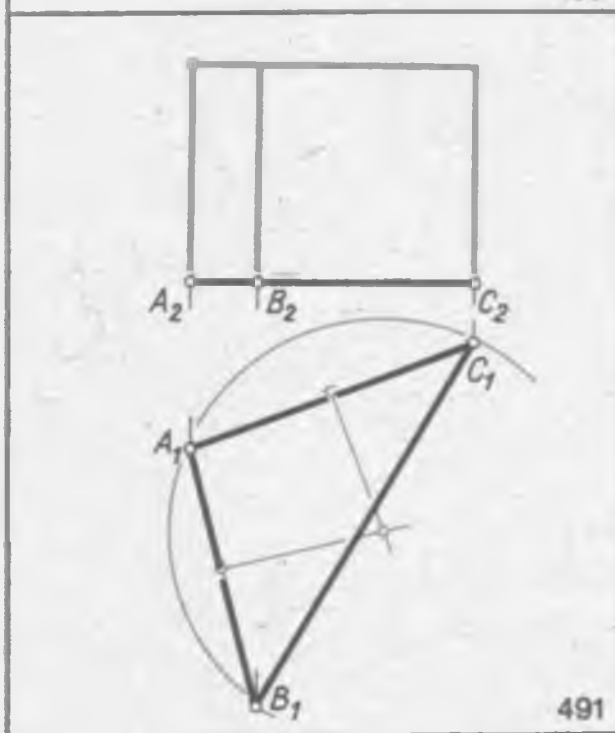
488. Построить проекции треугольной пирамиды, основанием которой является данный треугольник ABC в горизонтальной плоскости. Боковые ребра пирамиды соответственно равны: $SA = AB$, $SB = SC = BC$. Вершина пирамиды находится над плоскостью ее основания ABC .



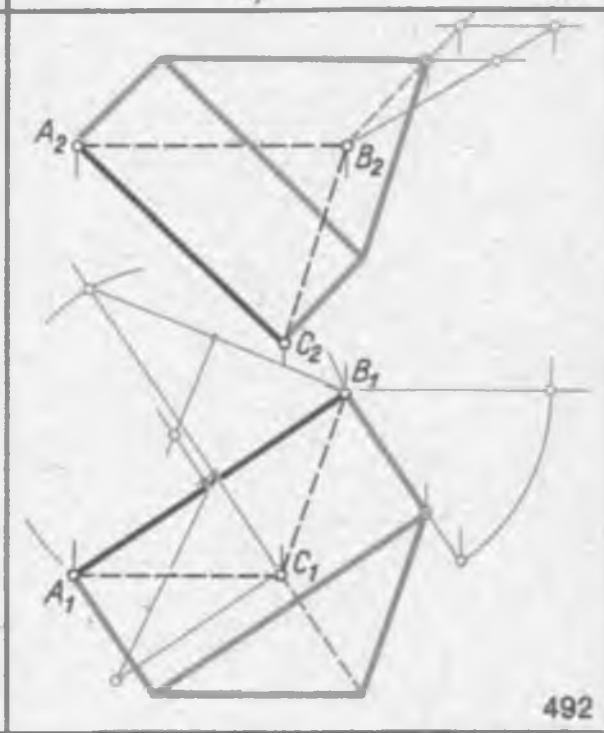
489



490



491



492

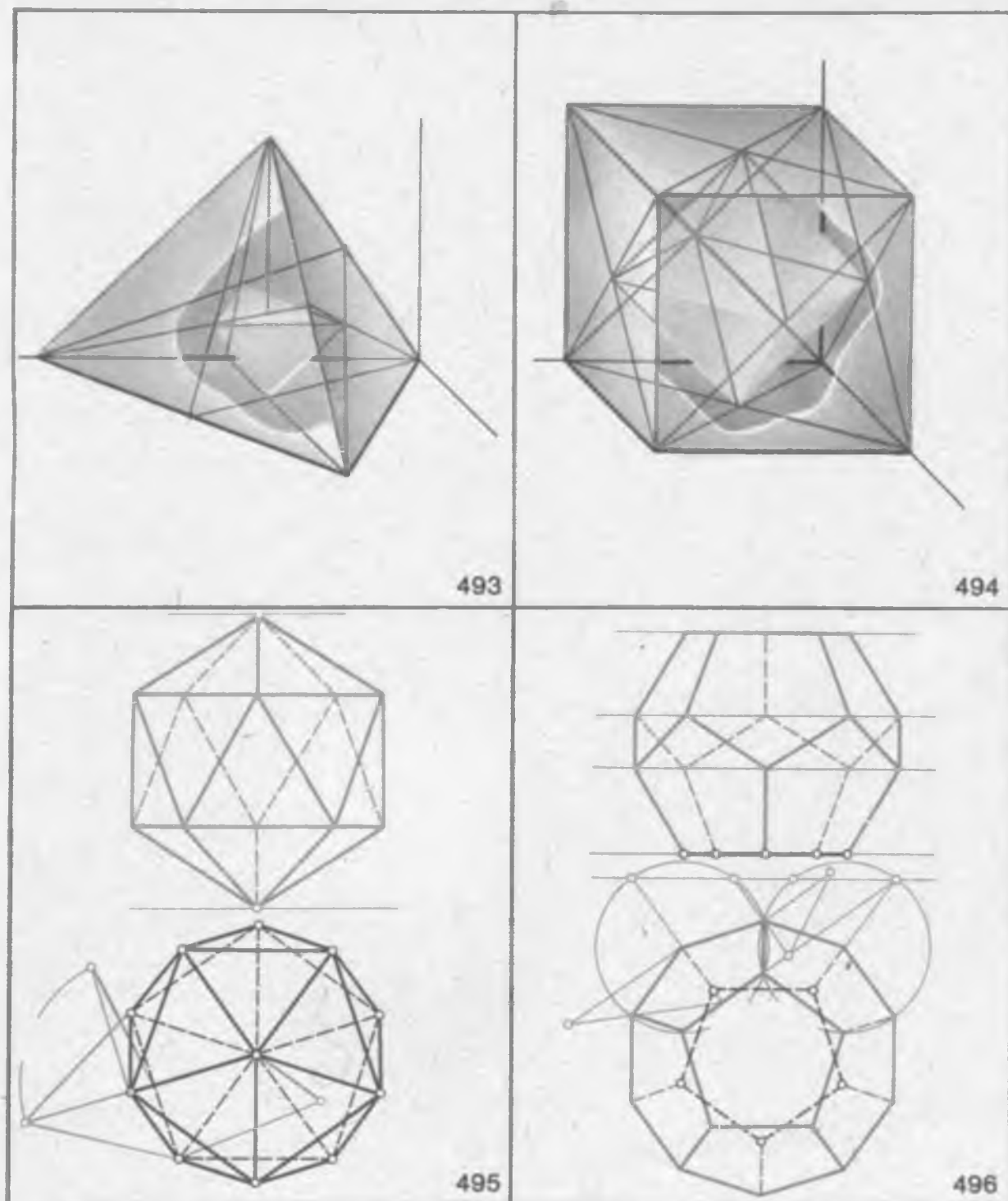
Задачи:

489. Построить проекции прямой треугольной призмы, нижним основанием которой является треугольник ABC плоскости общего положения. Высота призмы равна половине стороны AB треугольника ABC .

490. Построить проекции прямой правильной треугольной призмы. Отрезок AK есть высота равностороннего треугольника нижнего основания призмы и линия его наибольшего ската. Все ребра призмы равны.

491. Построить проекции прямой треугольной призмы, нижним основанием которой является данный треугольник ABC . Высота призмы равна радиусу окружности, описанной около треугольника ABC .

492. Построить проекции прямой треугольной призмы, нижним основанием которой является треугольник ABC плоскости общего положения. Высота призмы равна радиусу окружности, описанной около треугольника ABC .



Задачи:

493. Построить тетраэдр (правильный четырехгранник) и соответствующий ему многогранник. Одна грань тетраэдра задана в горизонтальной координатной плоскости.

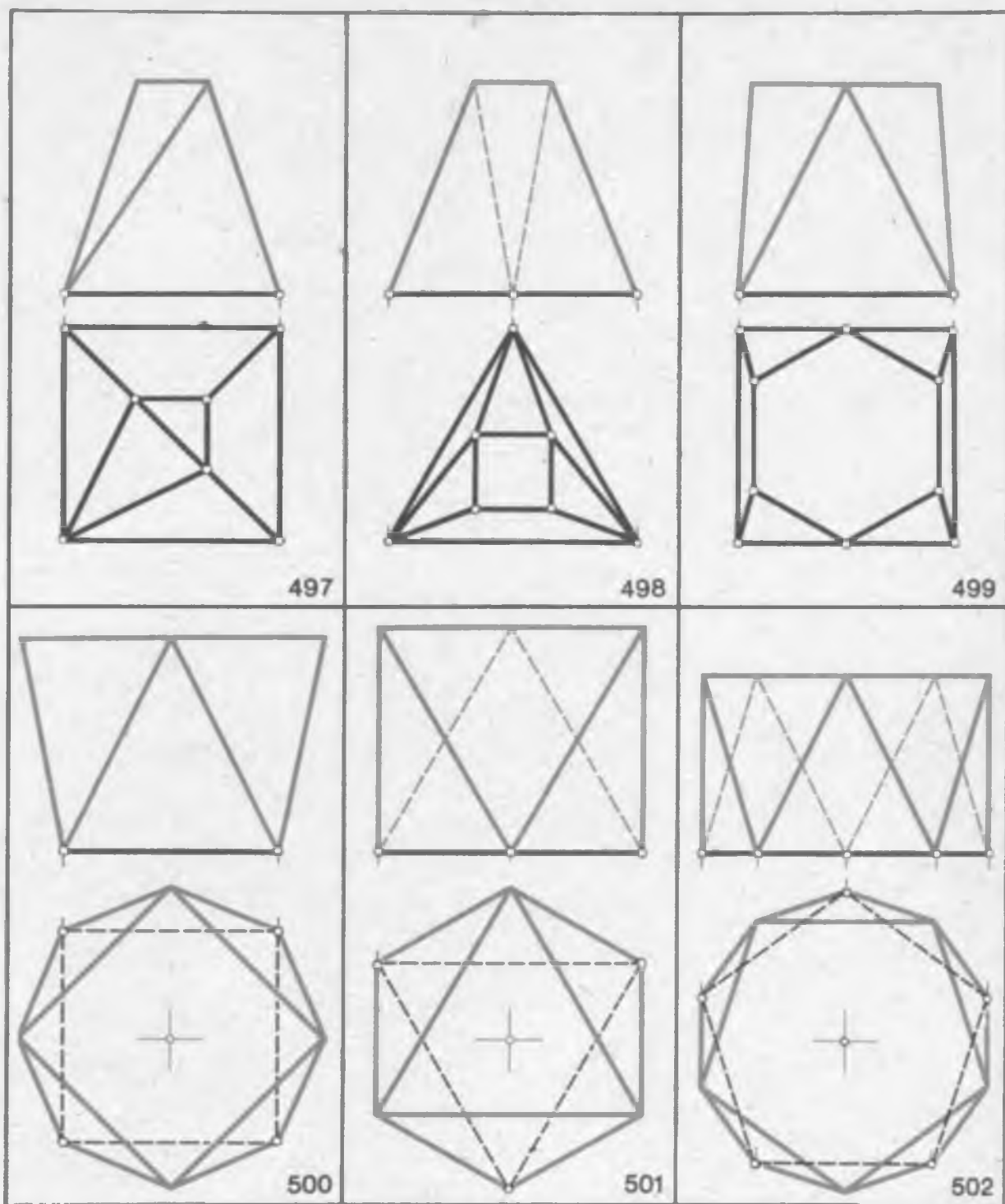
494. Построить гексаэдр (правильный шестигранник) и соответствующий ему многогранник. Одна грань гексаэдра задана в горизонтальной координатной плоскости.

495. Дана горизонтальная проекция ико-

саэдра (правильного двадцатигранника). Построить недостающую фронтальную проекцию многогранника.

496. Построить проекции додекаэдра (правильного двенадцатигранника) по заданной грани его нижнего основания.

Примечание. Два правильных выпуклых многогранника называют взаимно соответствующими (дуальными), если центры граней одного многогранника являются вершинами вписанного в него другого многогранника.



Задачи:

497. Построить недостающую фронтальную проекцию призматоида. Высота призматоида равна стороне квадрата его нижнего основания.

498. Построить недостающую фронтальную проекцию призматоида. Высота призматоида равна высоте равностороннего треугольника его нижнего основания.

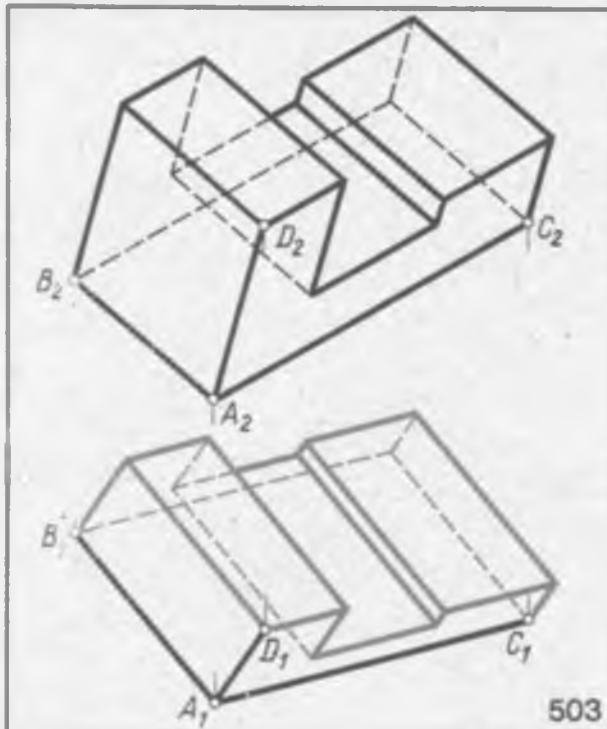
499. Построить недостающую фронтальную проекцию призматоида. Высота призматоида

равна стороне квадрата его нижнего основания.

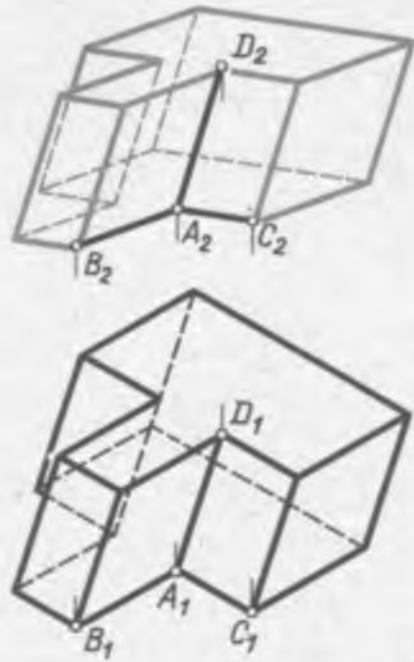
500. Построить проекции антипризмы, высота которой равна стороне данного квадрата ее нижнего основания.

501. Построить проекции антипризмы, высота которой равна высоте данного равностороннего треугольника ее нижнего основания.

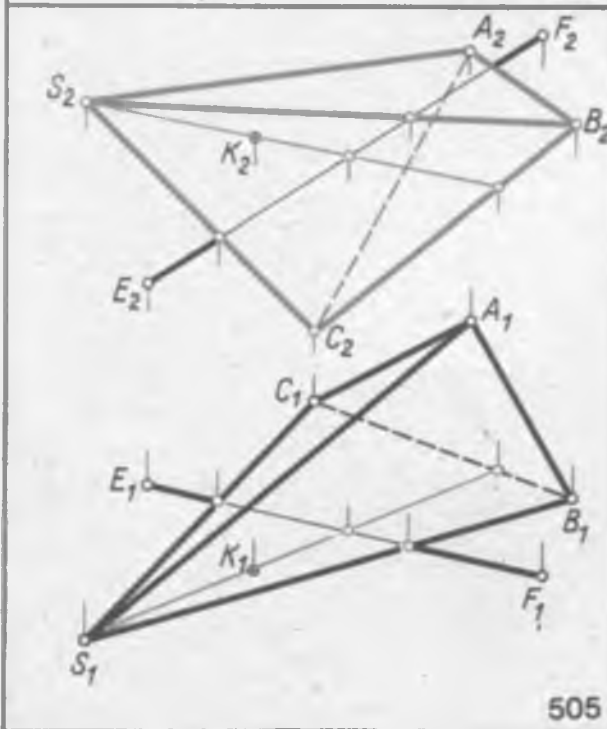
502. Построить проекции антипризмы, высота которой равна стороне данного равностороннего пятиугольника ее нижнего основания.



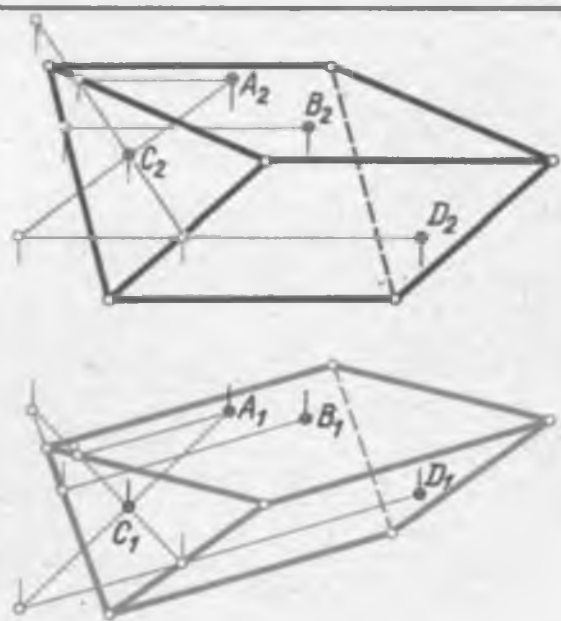
503



504



505



506

Задачи:

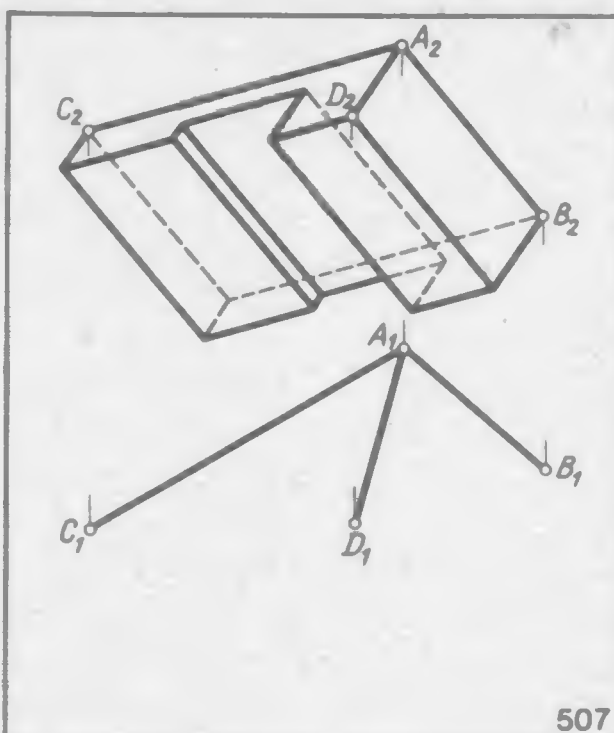
503. Построить недостающую горизонтальную проекцию многогранника. Три ребра AB , AC и AD многогранника, исходящие из одной его вершины A , заданы.

504. Построить недостающую фронтальную проекцию многогранника. Три ребра AB , AC и AD многогранника, исходящие из одной его вершины A , заданы.

505. Построить недостающую фронтальную

проекцию треугольной пирамиды. Известна вершина A пирамиды. Прямая линия EF и точка K определяют плоскость боковой грани SBC пирамиды.

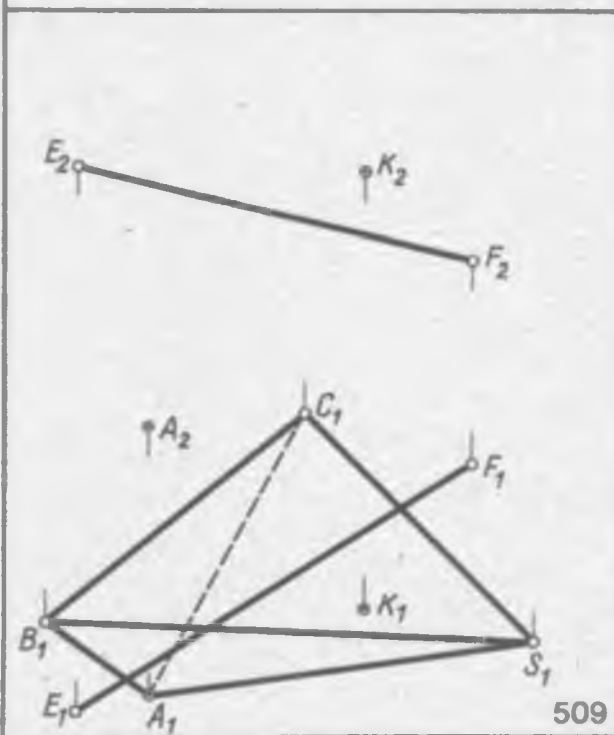
506. Построить недостающую горизонтальную проекцию треугольной призмы. Известны четыре точки A , B , C и D ее граней (точечный базис), причем точки A , C , D трех граней пирамиды во фронтальной проекции видимы, а точка B четвертой грани невидима.



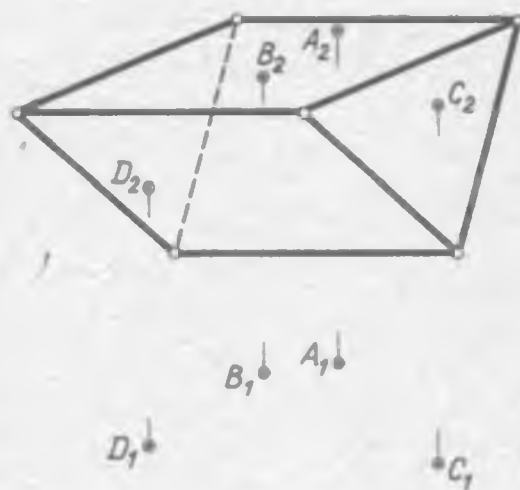
507



508



509



510

Задачи:

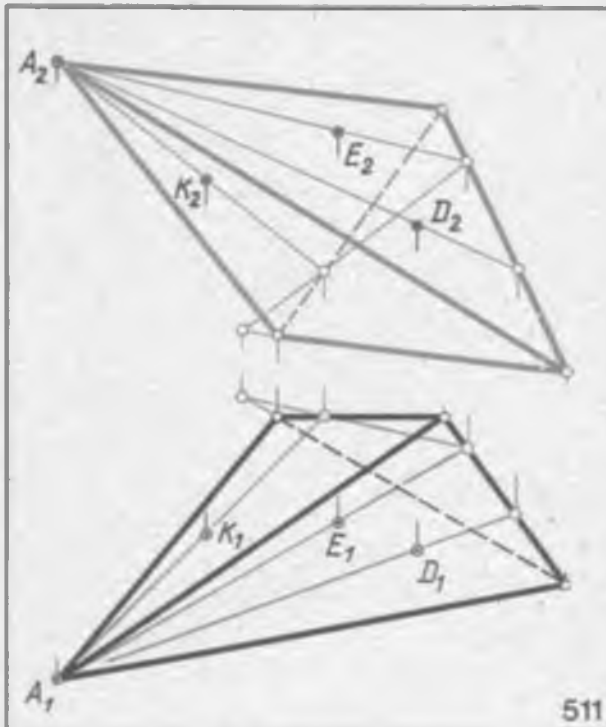
507. Построить недостающую горизонтальную проекцию многогранника. Три ребра AB , AC и AD многогранника, исходящие из одной его вершины A , заданы.

508. Построить недостающую фронтальную проекцию многогранника. Три ребра AB , AC и AD многогранника, исходящие из одной его вершины A , заданы.

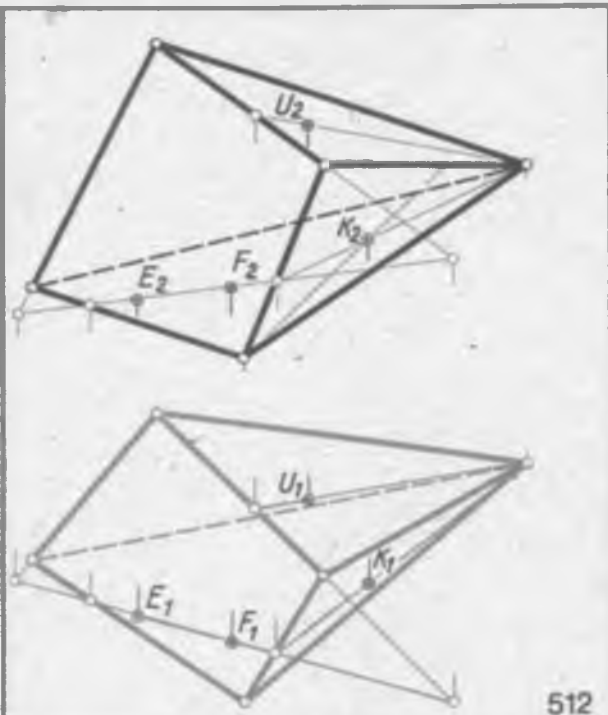
509. Построить недостающую фронтальную

проекцию треугольной пирамиды с вершиной S и основанием ABC . Прямая линия EF и точка K определяют плоскость SBC боковой грани пирамиды.

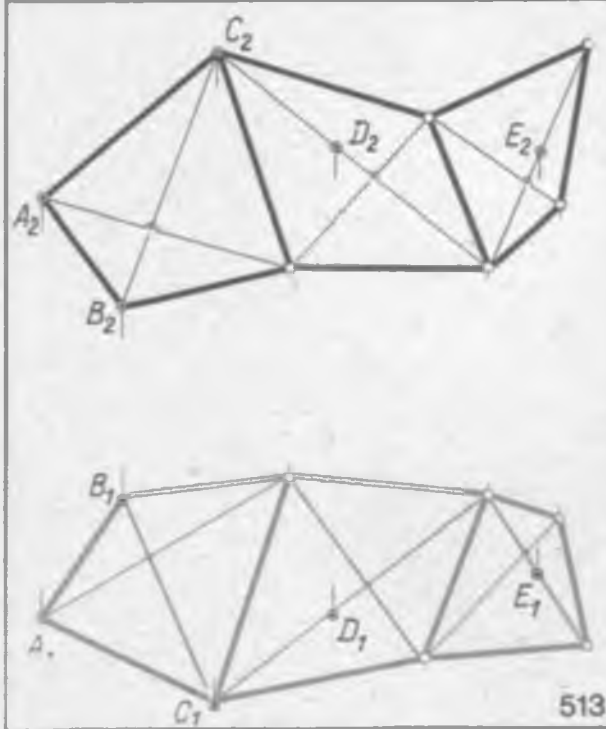
510. Построить недостающую горизонтальную проекцию треугольной призмы. Известны четыре точки A , B , C и D ее граней (точечный базис), причем точки A , C , D трех граней пирамиды во фронтальной проекции видимы, а точка B четвертой грани невидима.



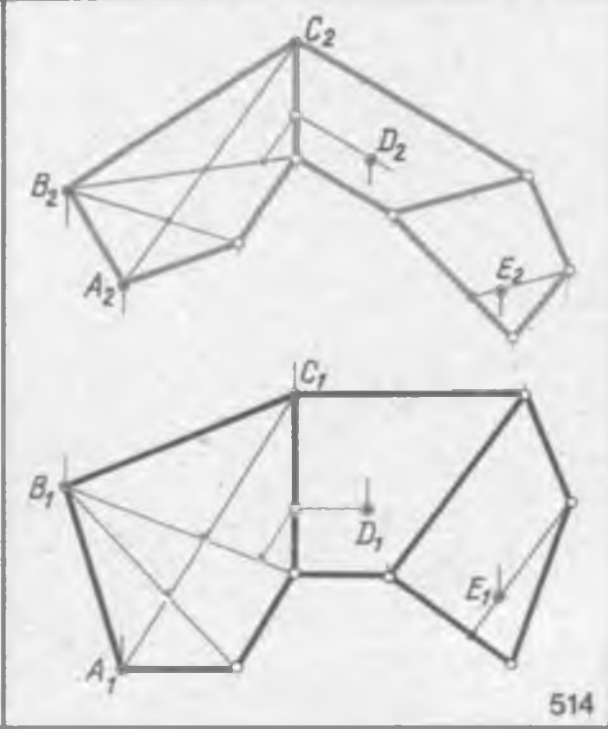
511



512



513



514

Задачи:

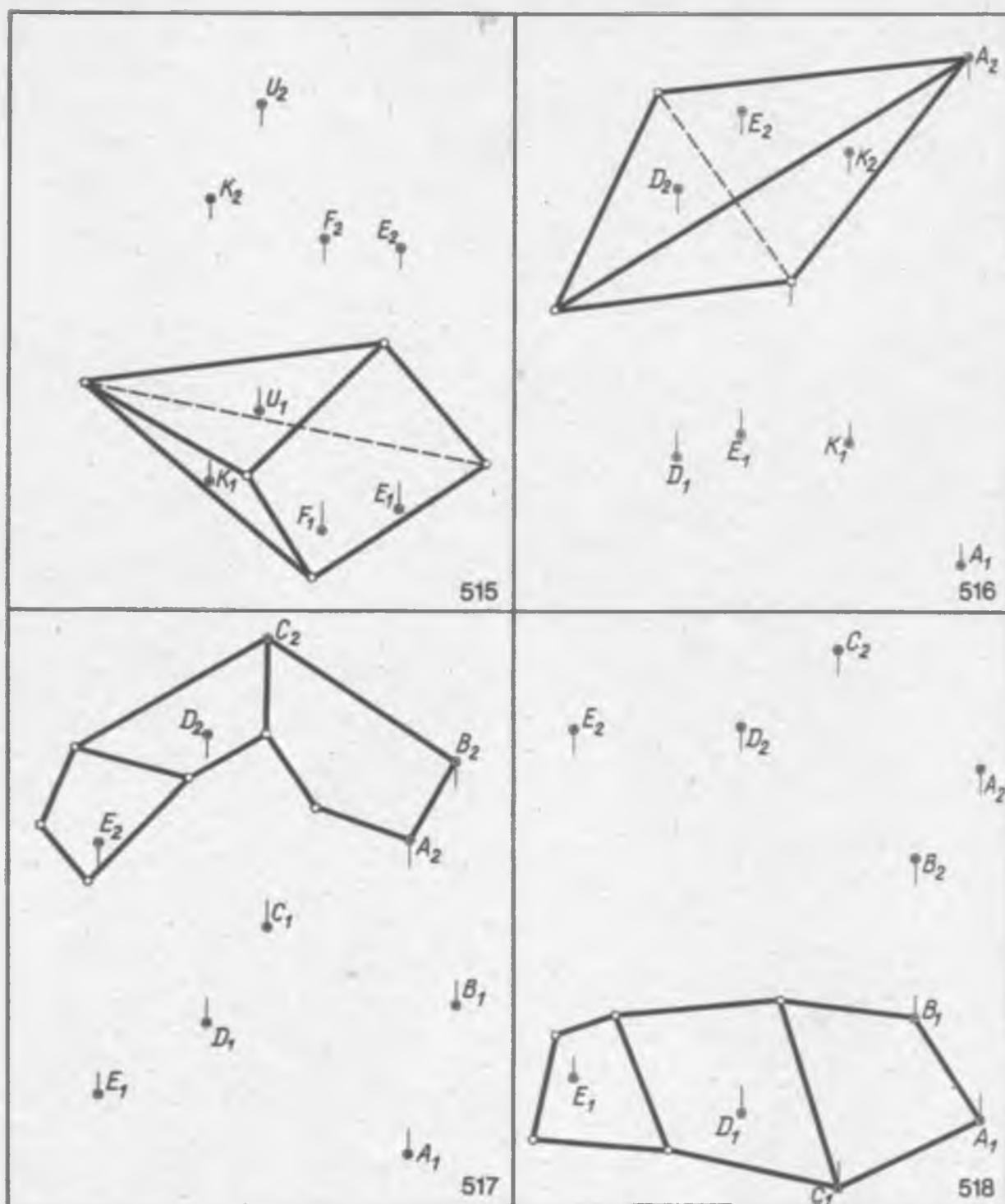
511. Даны горизонтальная проекция треугольной пирамиды и четыре (видимые в горизонтальной проекции) точки A , D , E , K ее поверхности. Построить фронтальную проекцию пирамиды, и определить видимость ее ребер в проекциях.

512. Даны фронтальная проекция четырехугольной пирамиды и четыре (видимые во фронтальной проекции) точки E , K , U , F ее поверхности. Построить горизонтальную проекцию

пирамиды и определить видимость ее ребер в проекциях. Определить точечный базис многогранника.

513. Построить недостающую горизонтальную проекцию многогранной поверхности. Точечный базис многогранной поверхности равен пяти.

514. Построить недостающую фронтальную проекцию многогранной поверхности. Точечный базис многогранной поверхности равен пяти.



Задачи:

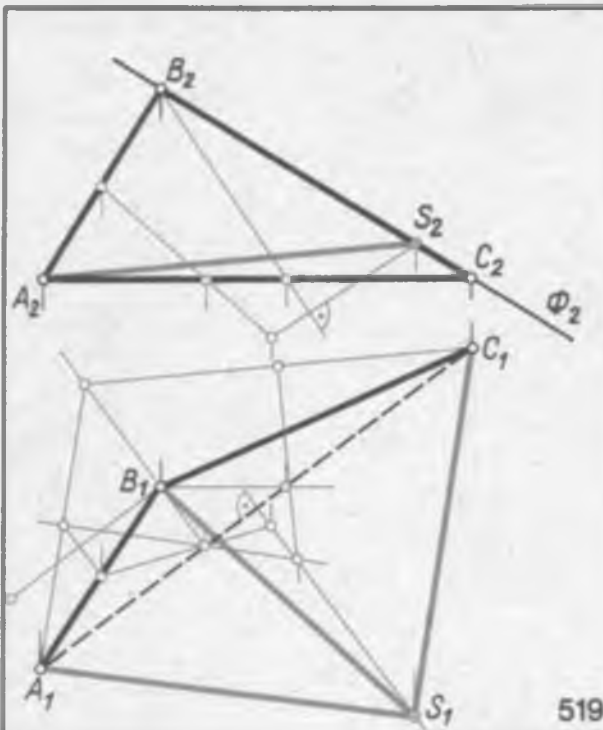
515. Даны горизонтальная проекция четырехугольной пирамиды и четыре (видимые в горизонтальной проекции) точки A, D, E, K ее поверхности. Построить фронтальную проекцию пирамиды и определить видимость ее ребер в проекциях.

516. Даны фронтальная проекция треугольной пирамиды и четыре (видимые во фронтальной проекции) точки E, K, U, F ее поверхности.

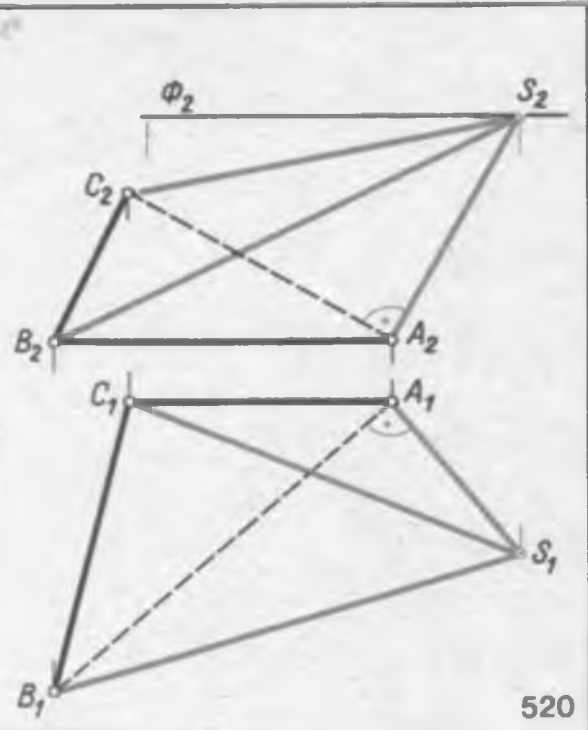
Построить горизонтальную проекцию пирамиды и определить видимость ее ребер в проекциях. Определить точечный базис многогранника.

517. Построить недостающую горизонтальную проекцию многогранной поверхности. Точечный базис многогранной поверхности равен пяти.

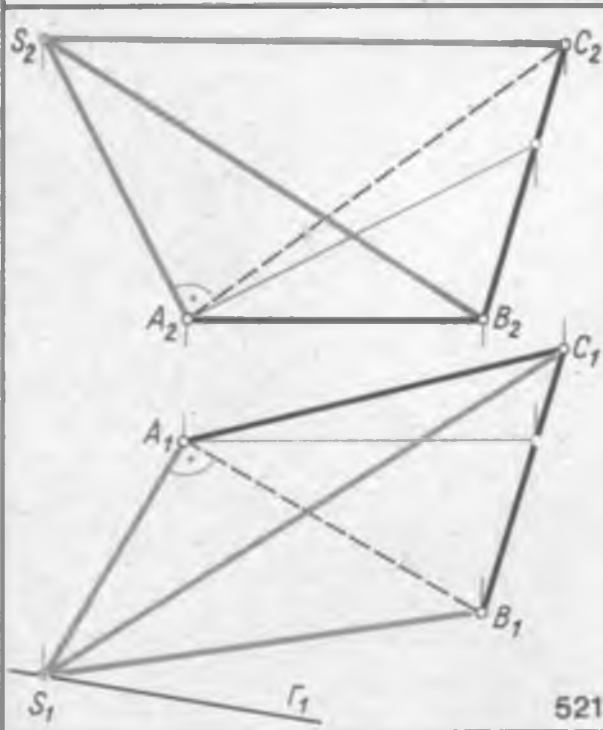
518. Построить недостающую фронтальную проекцию многогранной поверхности. Точечный базис многогранной поверхности равен пяти.



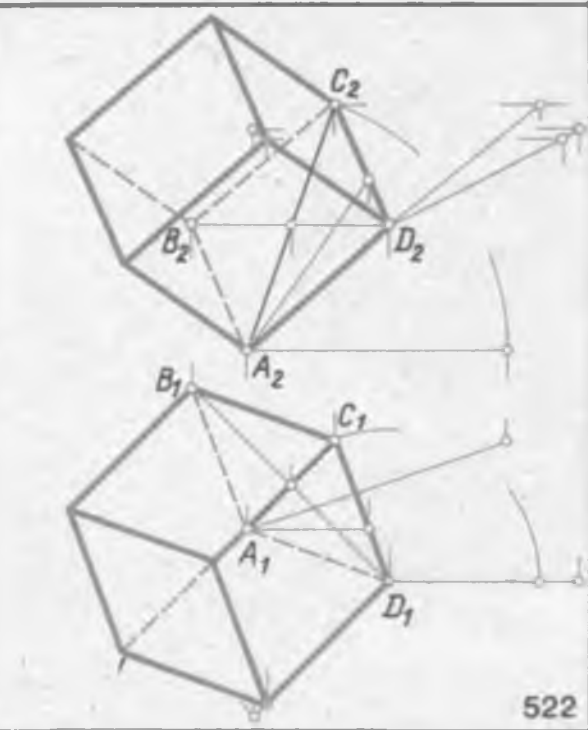
519



520



521



522

Задачи:

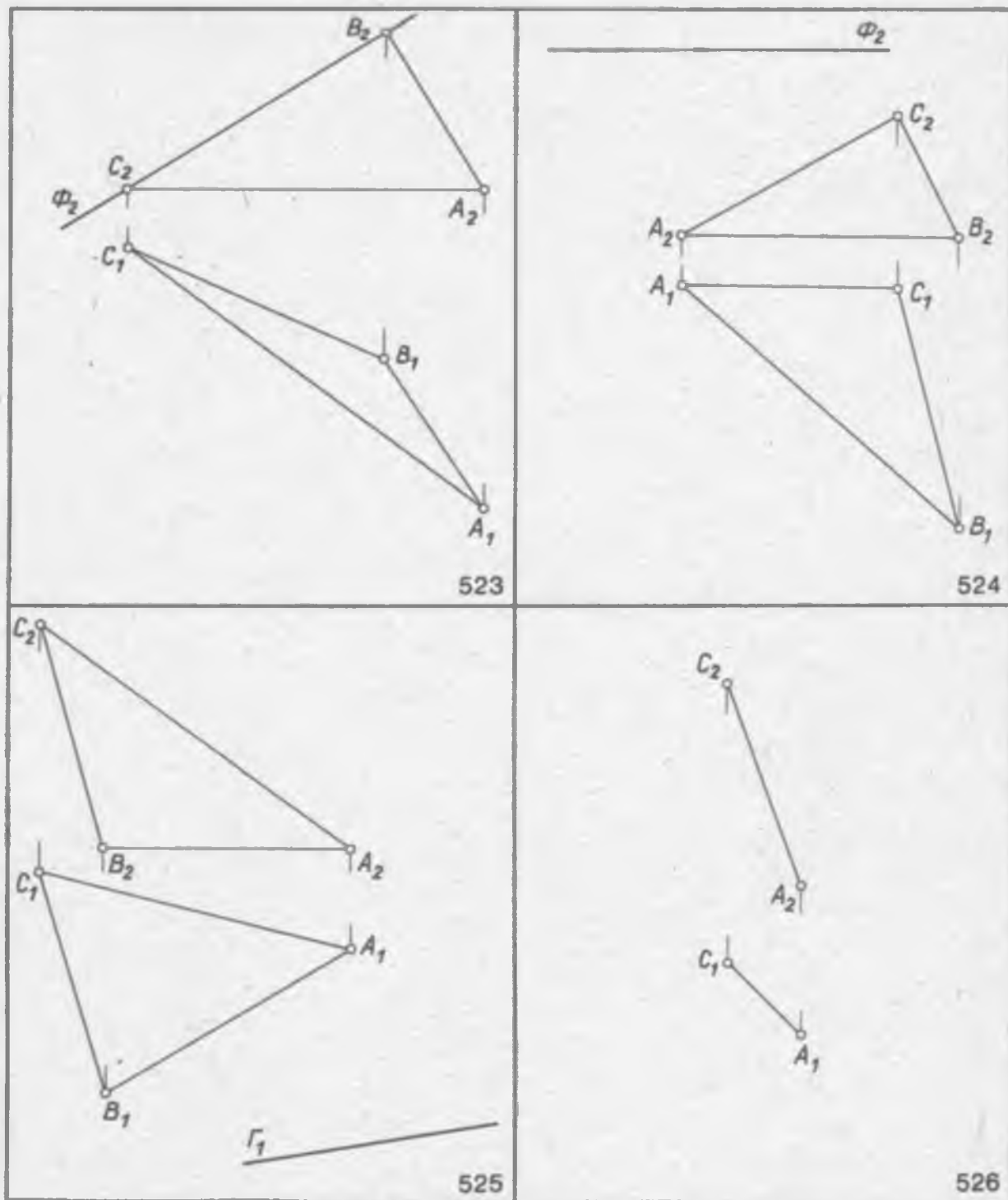
519. Построить проекции треугольной пирамиды, вершина S которой одинаково удалена от вершин треугольника ABC ее основания и находится в данной фронтально-проецирующей плоскости Φ .

520. Построить проекции пирамиды, основанием которой является треугольник ABC произвольного положения. Вершина S пирамиды находится в горизонтальной плос-

кости Φ , а ребро SA определяет высоту пирамиды.

521. Построить проекции пирамиды, основанием которой является данный треугольник ABC произвольного положения. Вершина S пирамиды находится в горизонтально-проецирующей плоскости Γ , а ребро SA определяет высоту пирамиды.

522. Построить проекции куба. Данный отрезок AC является диагональю квадрата и линией ската грани нижнего основания куба.



Задачи:

523. Построить проекции треугольной пирамиды, вершина S которой одинаково удалена от вершин треугольника ABC ее основания и находится в данной фронтально проецирующей плоскости Φ .

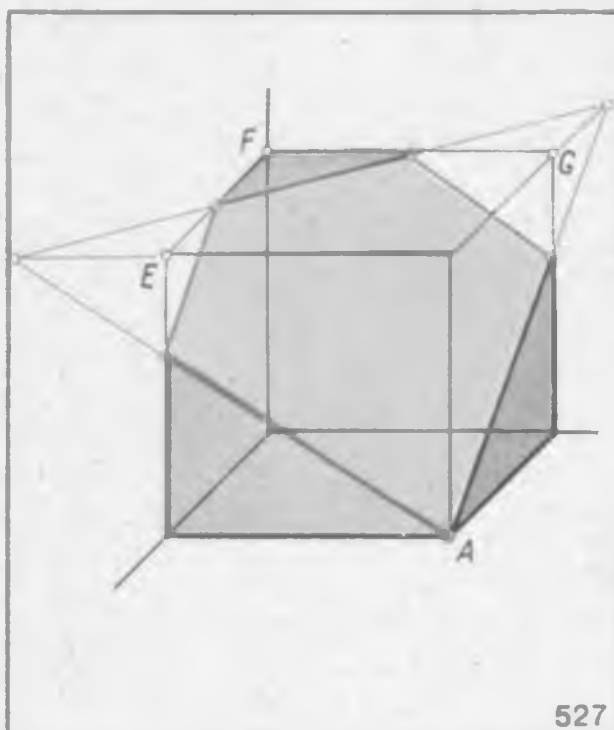
524. Построить проекции пирамиды, основанием которой является треугольник ABC произвольного положения. Вершина S пирамиды находится в горизонтальной плос-

кости Φ , а ребро SA определяет высоту пирамиды.

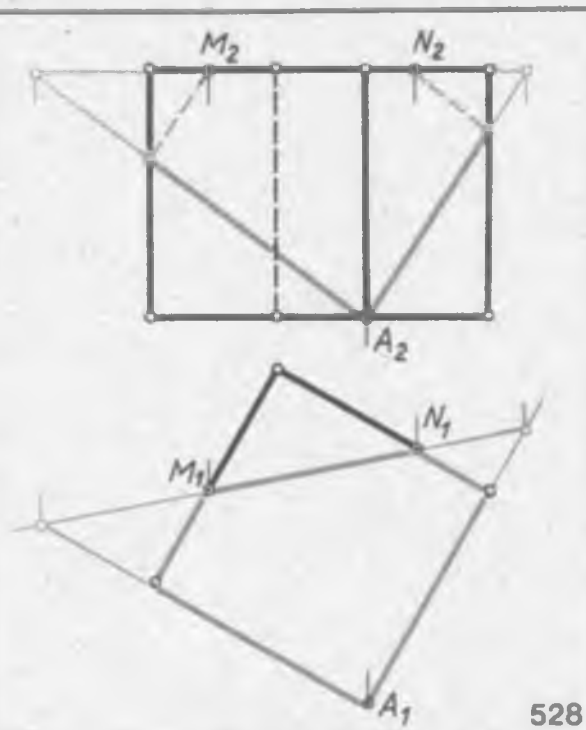
525. Построить проекции пирамиды, основанием которой является треугольник ABC произвольного положения. Вершина S пирамиды находится в горизонтально-проецирующей плоскости Γ , а ребро SA определяет высоту пирамиды.

526. Построить проекции куба. Данный отрезок AC является диагональю квадрата и линией ската грани нижнего основания куба.

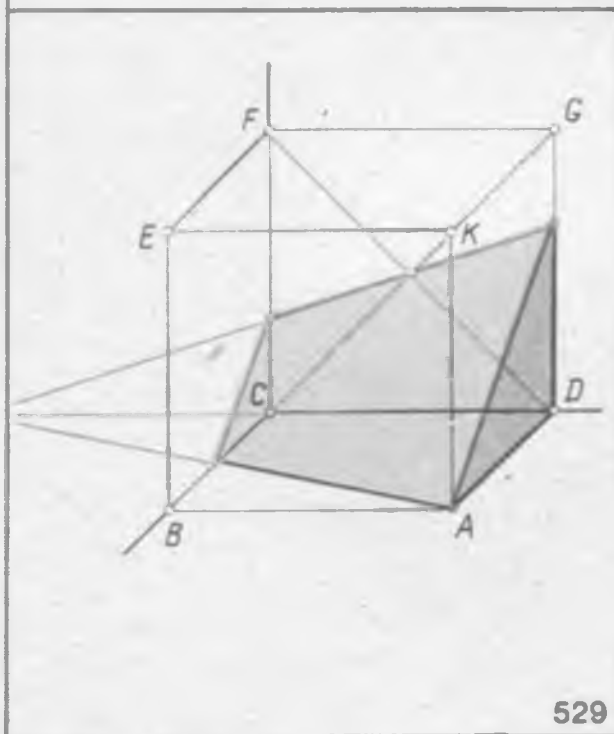
§ 24. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ ПЛОСКОСТЬЮ И ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ



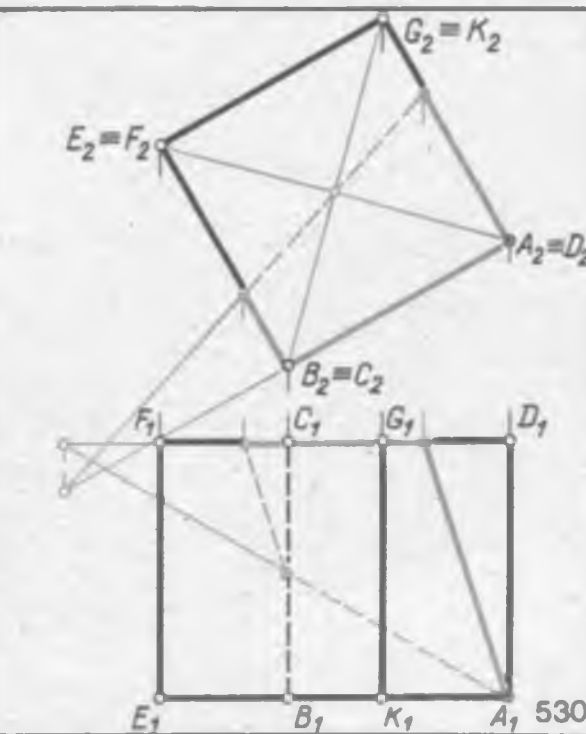
527



528



529



530

Задачи:

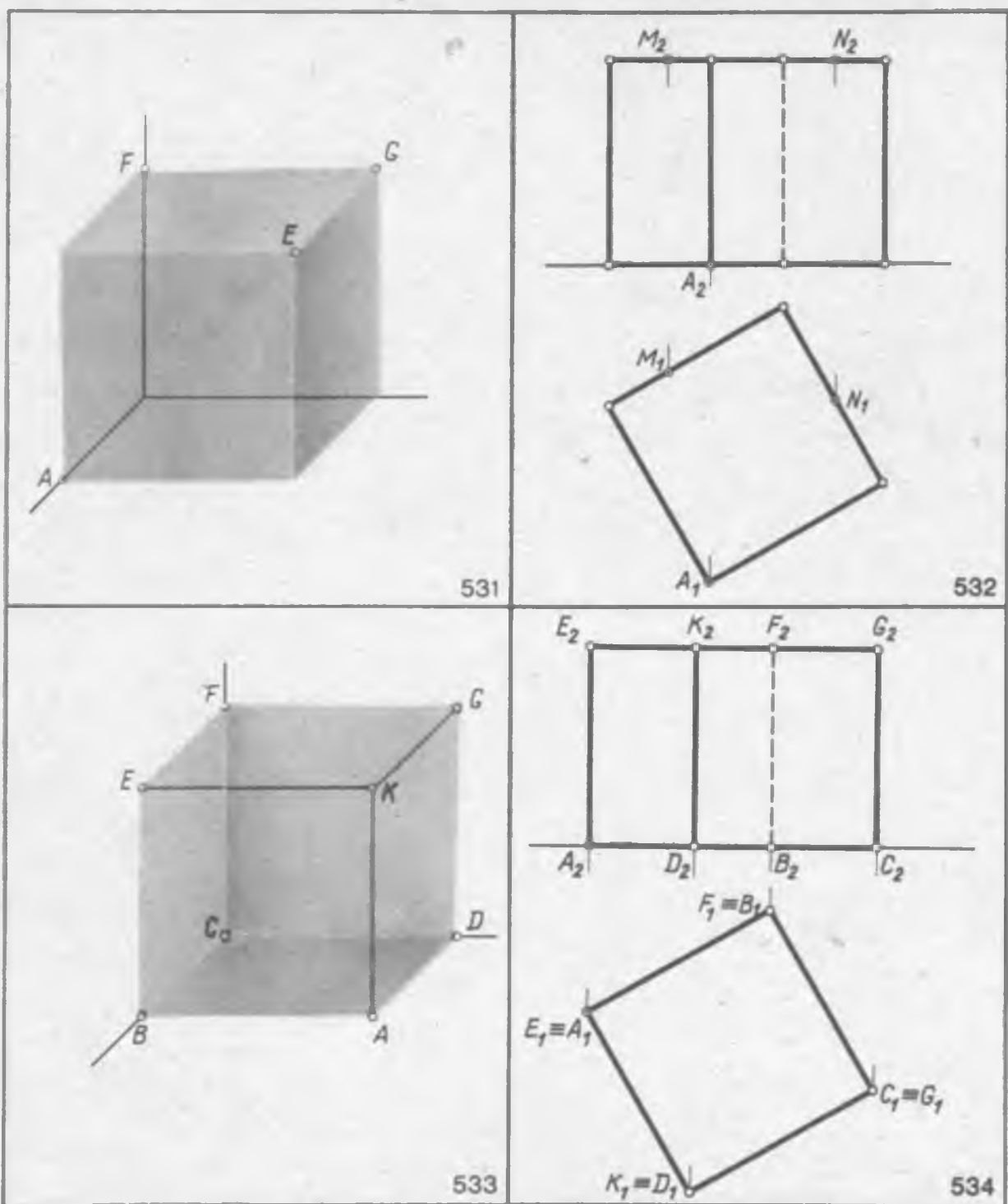
527. Дан куб. Построить сечение куба плоскостью Σ произвольного положения. Плоскость проходит через вершину A куба и середины его горизонтальных ребер EF и FG — сторон квадрата верхнего основания куба.

528. Построить проекции линии пересечения куба плоскостью Σ произвольного положения. Плоскость проходит через вершину A куба и точки M и N его горизонталь-

ных ребер — сторон квадрата верхнего основания.

529. Дан куб. Построить сечение куба плоскостью. Плоскость проходит через вершину A куба, середину ребра BC и центр квадрата его грани $CFGD$.

530. Дан куб с основанием во фронтальной плоскости проекций P_2 . Построить проекции линии пересечения куба плоскостью, проходящей через вершину A куба, середину ребра BC и центр квадрата его грани $DCFG$.



Задачи:

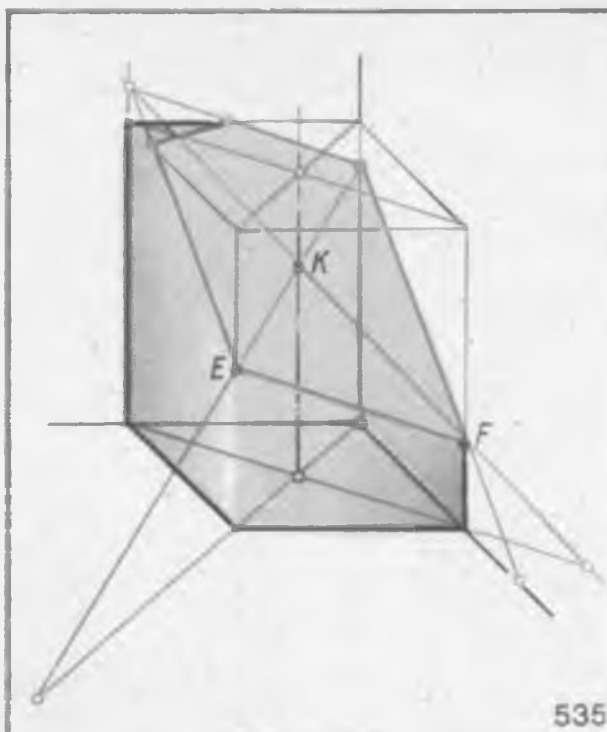
531. Дан куб. Построить сечение куба плоскостью Σ произвольного положения. Плоскость проходит через вершину A куба и середины его горизонтальных ребер FG и EG — сторон квадрата верхнего основания куба.

532. Построить проекции линии пересечения куба плоскостью Σ произвольного положения. Плоскость проходит через вершину A куба и точки M и N его горизонтальных ре-

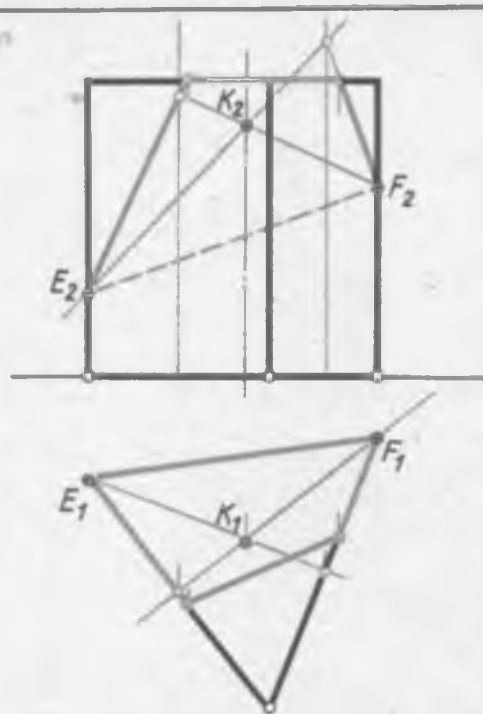
бер — сторон квадрата верхнего основания.

533. Дан куб. Построить сечение куба плоскостью. Плоскость проходит через вершину A куба, середину ребра BC и центр квадрата его грани $EFGK$.

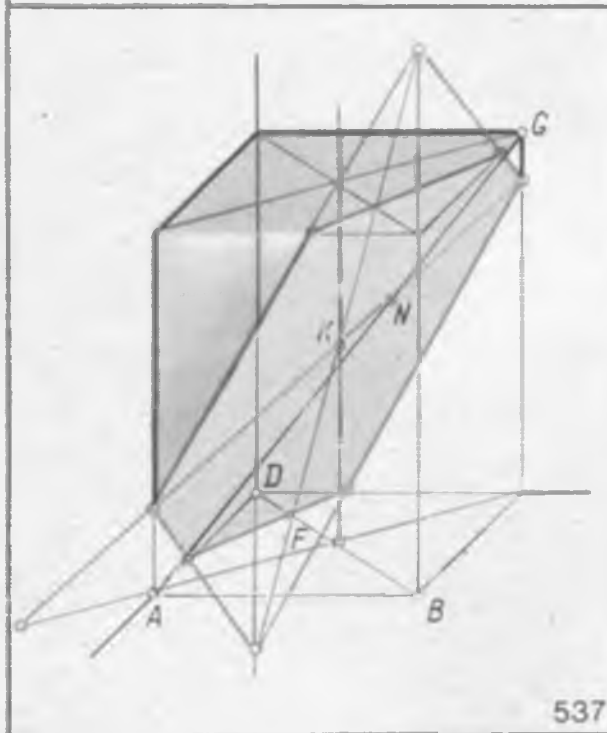
534. Дан куб с основанием в горизонтальной плоскости проекций P_2 . Построить проекции линии пересечения куба плоскостью, проходящей через вершину A куба, середину ребра BC и центр квадрата его верхнего основания $EFGK$.



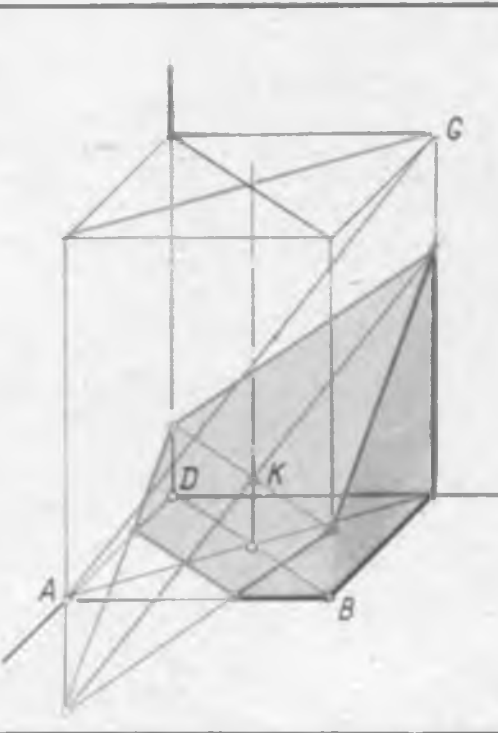
535



536



537



538

Задачи:

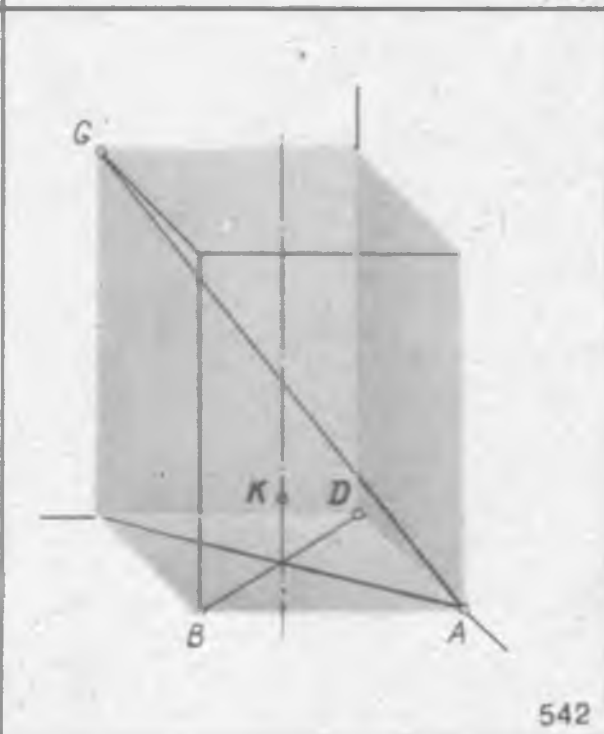
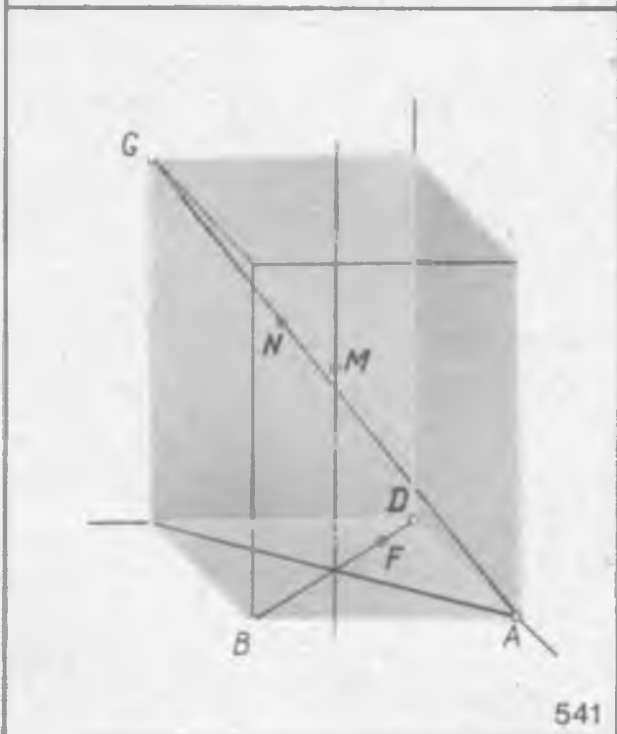
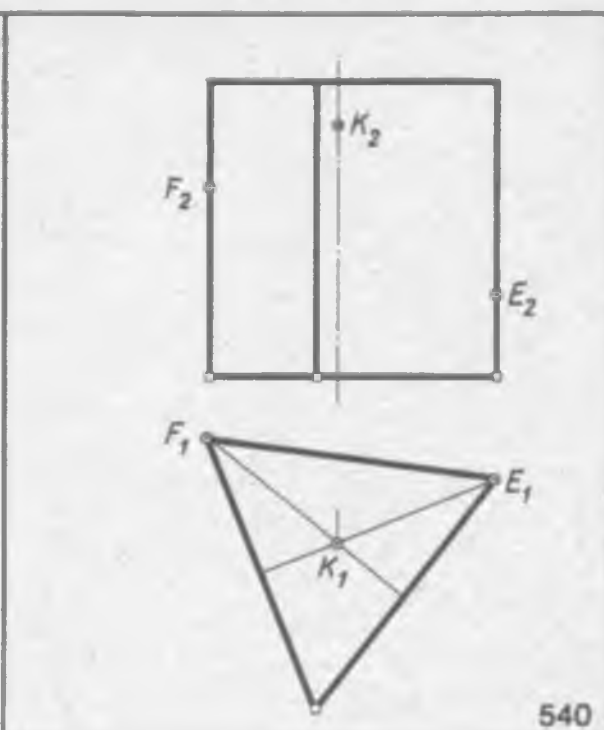
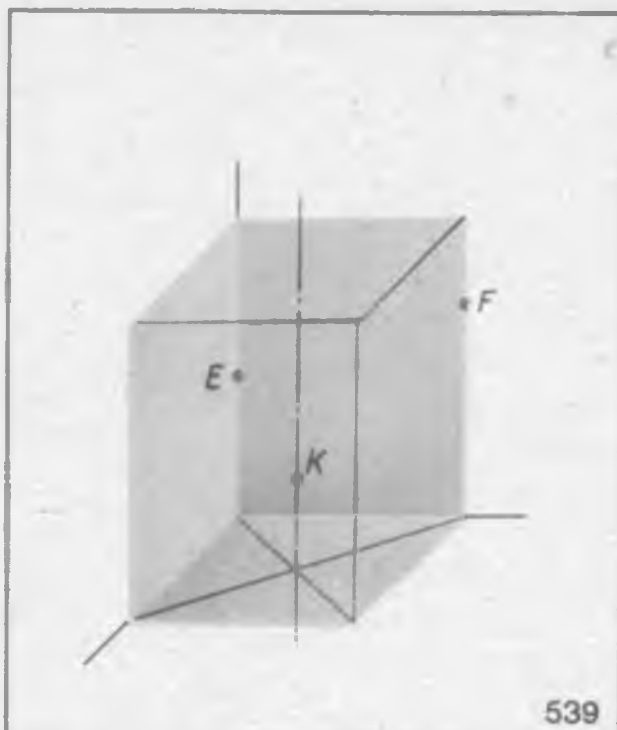
535. Построить сечение данного прямоугольного параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку K оси параллелепипеда и точки E и F его вертикальных ребер.

536. Дана прямая правильная треугольная призма. Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точку K оси призмы и точки E и F ее вертикальных ребер.

537: Построить сечение прямоугольного па-

раллелепипеда плоскостью, проходящей через точку K его оси, точку N диагонали AG и точку F диагонали BD прямоугольника нижнего основания параллелепипеда.

538. Построить сечение прямоугольного параллелепипеда плоскостью. Секущая плоскость проходит через точку K оси параллелепипеда, параллельна его диагонали AG и параллельна диагонали BD прямоугольника нижнего основания параллелепипеда.



Задачи:

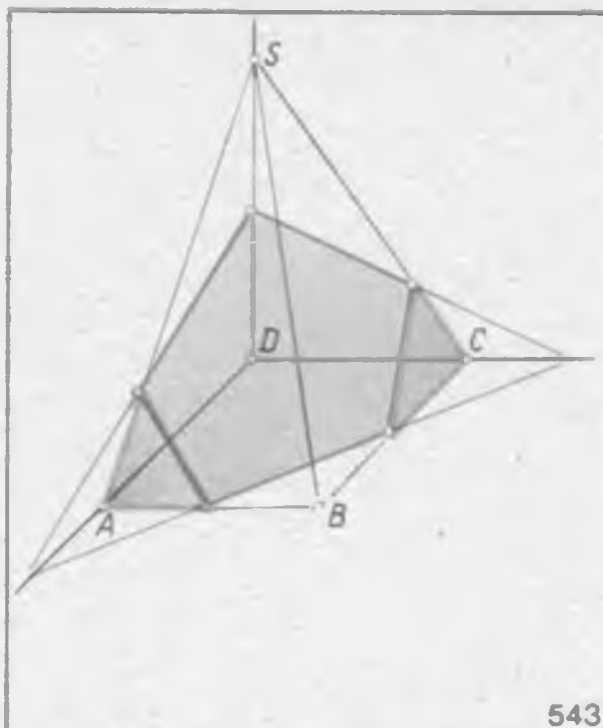
539. Построить сечение данного прямоугольного параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку K оси параллелепипеда и точки E и F его вертикальных ребер.

540. Дана прямая правильная треугольная призма. Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точку K оси призмы и точки E и F ее вертикальных ребер.

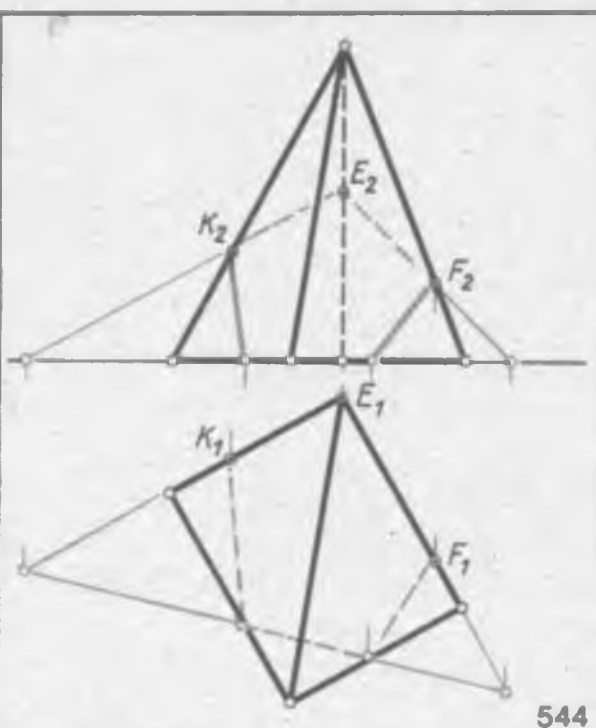
541. Построить сечение прямоугольного па-

раллелепипеда плоскостью, проходящей через точку M его оси, точку N диагонали AG и точку F диагонали BD прямоугольника нижнего основания параллелепипеда.

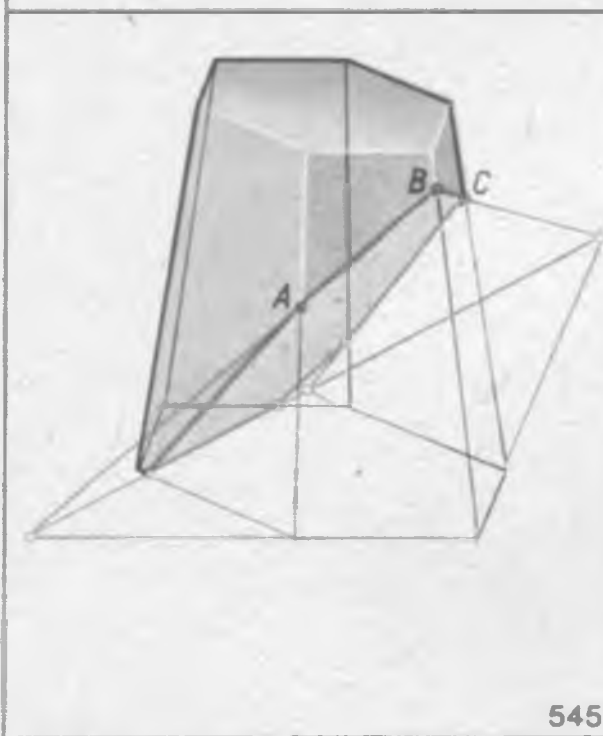
542. Построить сечение прямоугольного параллелепипеда плоскостью. Секущая плоскость проходит через точку K оси параллелепипеда, параллельна его диагонали AG и параллельна диагонали BD прямоугольника нижнего основания параллелепипеда.



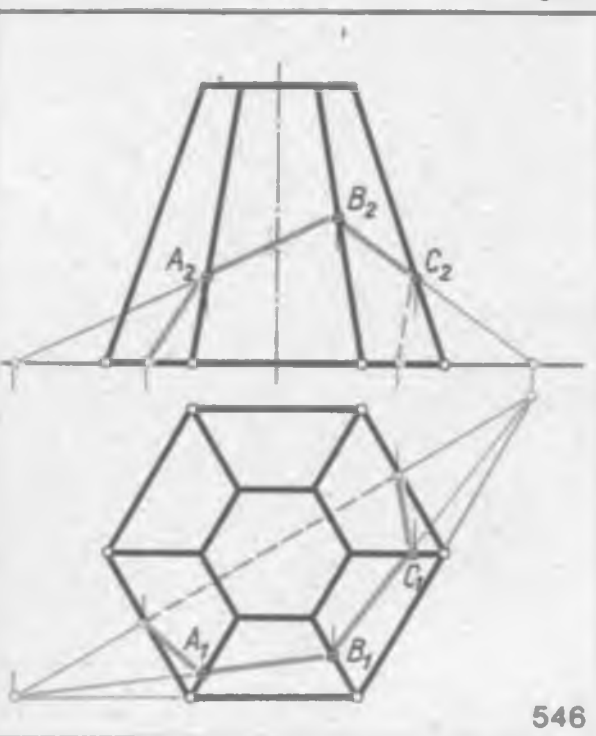
543



544



545



546

Задачи:

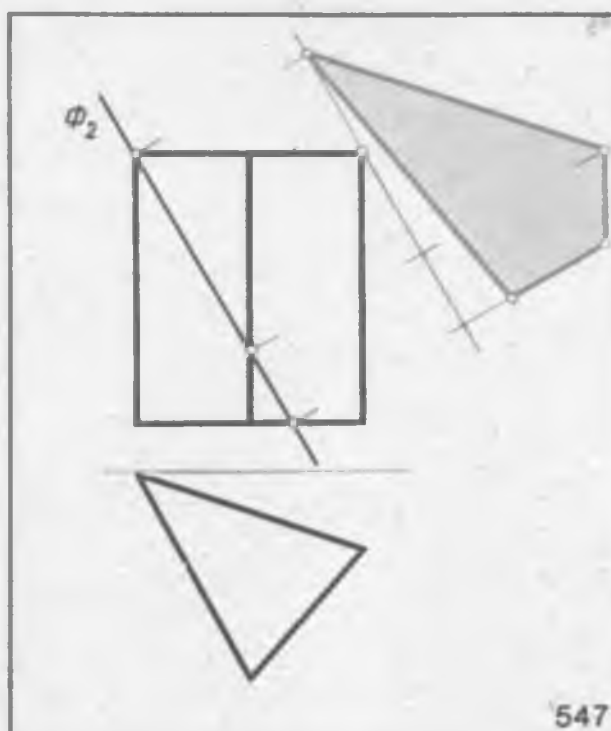
543. Дана четырехугольная пирамида с основанием в горизонтальной плоскости проекций Π_1 и вершиной S . Построить линию пересечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины горизонтальных ребер AB и BC и середину вертикального ребра SD .

544. Дана четырехугольная пирамида. Построить проекции линии пересечения пирамиды

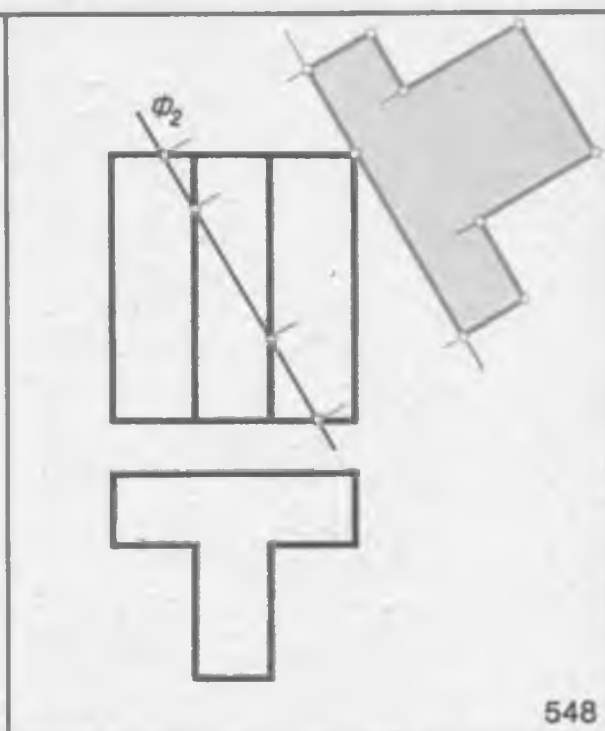
плоскостью, проходящей через заданные точки E , K и F ее ребер.

545. Дана правильная шестиугольная усеченная пирамида. Построить линию пересечения пирамиды плоскостью, проходящей через заданные точки A , B и C ее ребер.

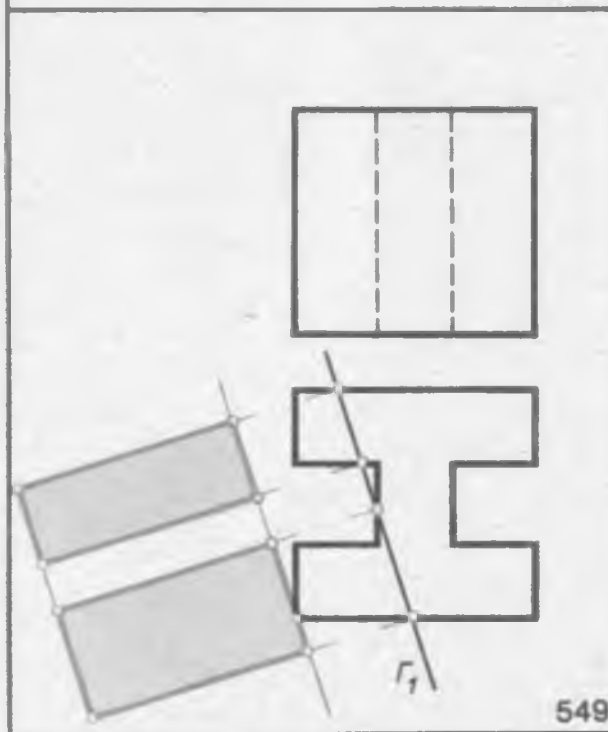
546. Дана правильная шестиугольная усеченная пирамида. Построить проекции линии пересечения пирамиды плоскостью, проходящей через заданные точки A , B и C ее ребер.



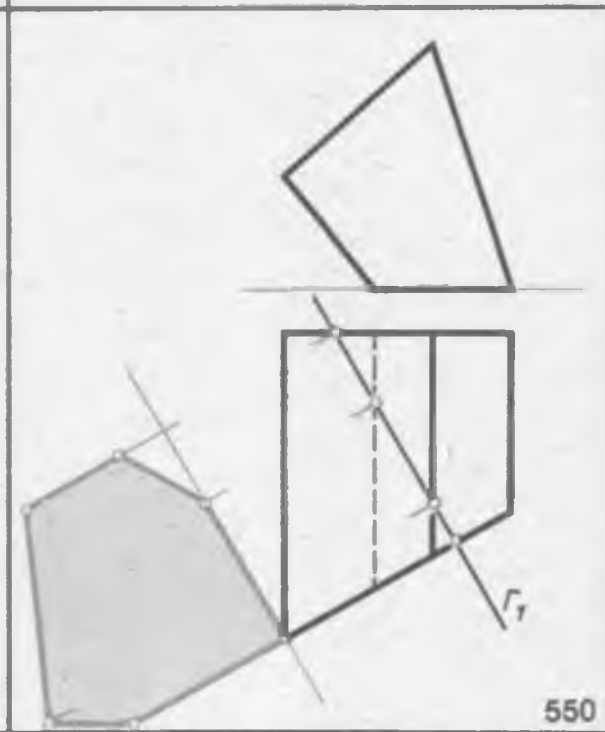
547



548



549



550

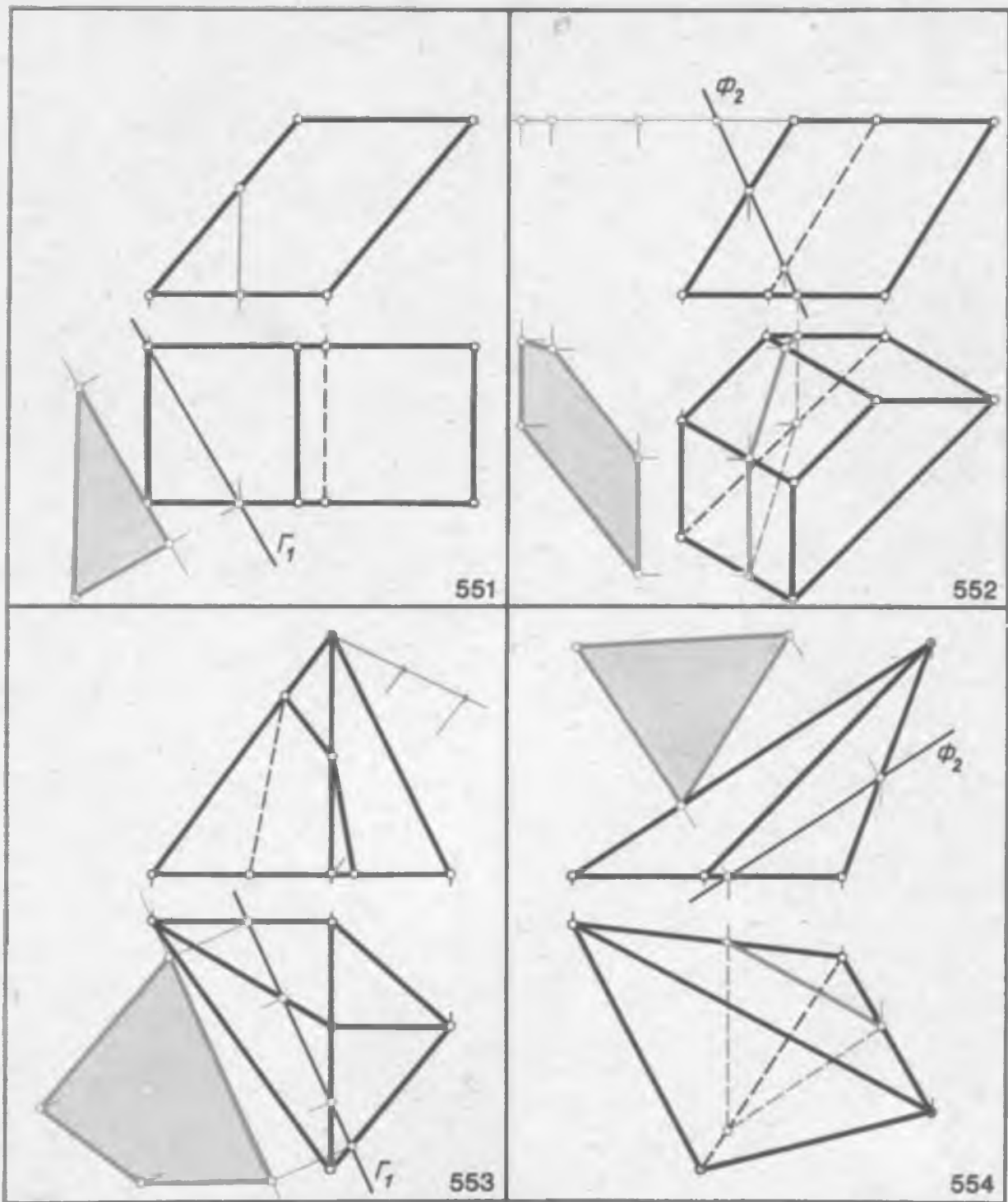
Задачи:

547. Дана прямая треугольная призма с основанием в горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Определить натуральную величину сечения призмы фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

548. Дан тавр с основанием (нормальное сечение) в горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Определить натуральную величину сечения тавра фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

549. Дан двутавр с основанием (нормальное сечение) в горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Определить натуральную величину сечения двутавра горизонтально-проецирующей плоскостью Γ .

550. Определить натуральную величину сечения заданной усеченной прямой четырехугольной призмы горизонтально-проецирующей плоскостью Γ . Основание призмы находится во фронтальной плоскости проекций Π_2 .



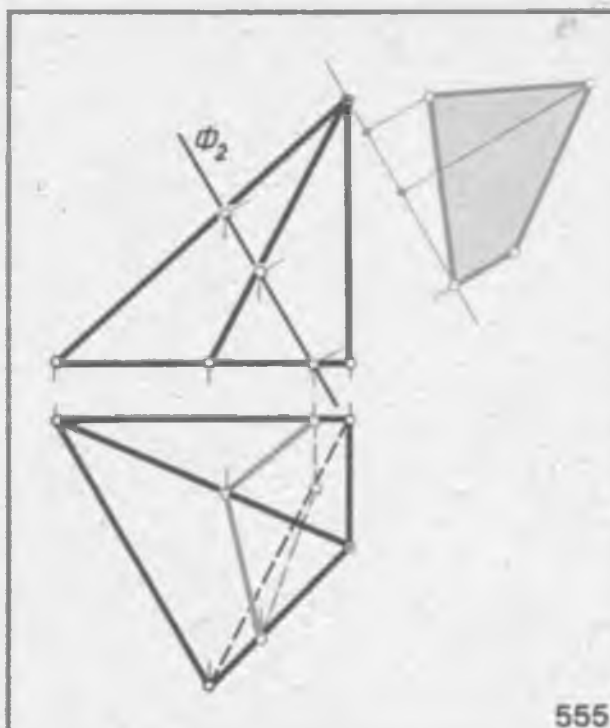
Задачи:

551. Определить натуральную величину сечения наклонной призмы горизонтально-проецирующей плоскостью Γ . Нижнее основание призмы (прямоугольник) находится в горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Боковые ребра призмы параллельны фронтальной плоскости проекций Π_2 .

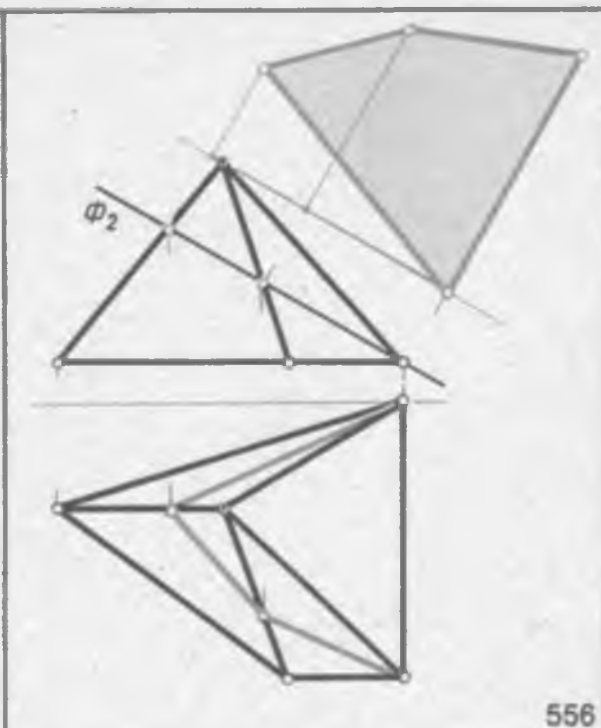
552. Определить натуральную величину сечения наклонной призмы фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Нижнее основание призмы (равнобокая трапеция) находится в горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

553. Определить натуральную величину сечения четырехугольной пирамиды горизонтально-проецирующей плоскостью Γ . Два ребра боковой поверхности пирамиды параллельны профильной плоскости проекций Π_3 .

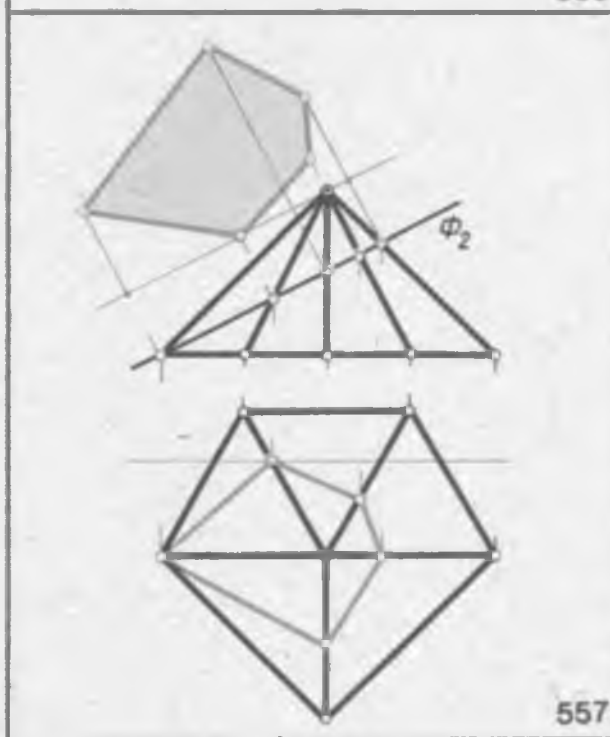
554. Определить натуральную величину сечения треугольной пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью Φ .



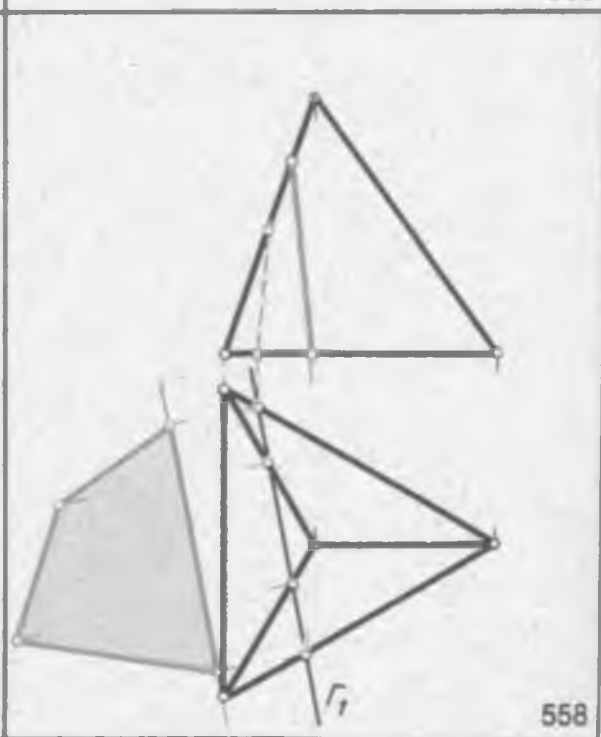
555



556



557



558

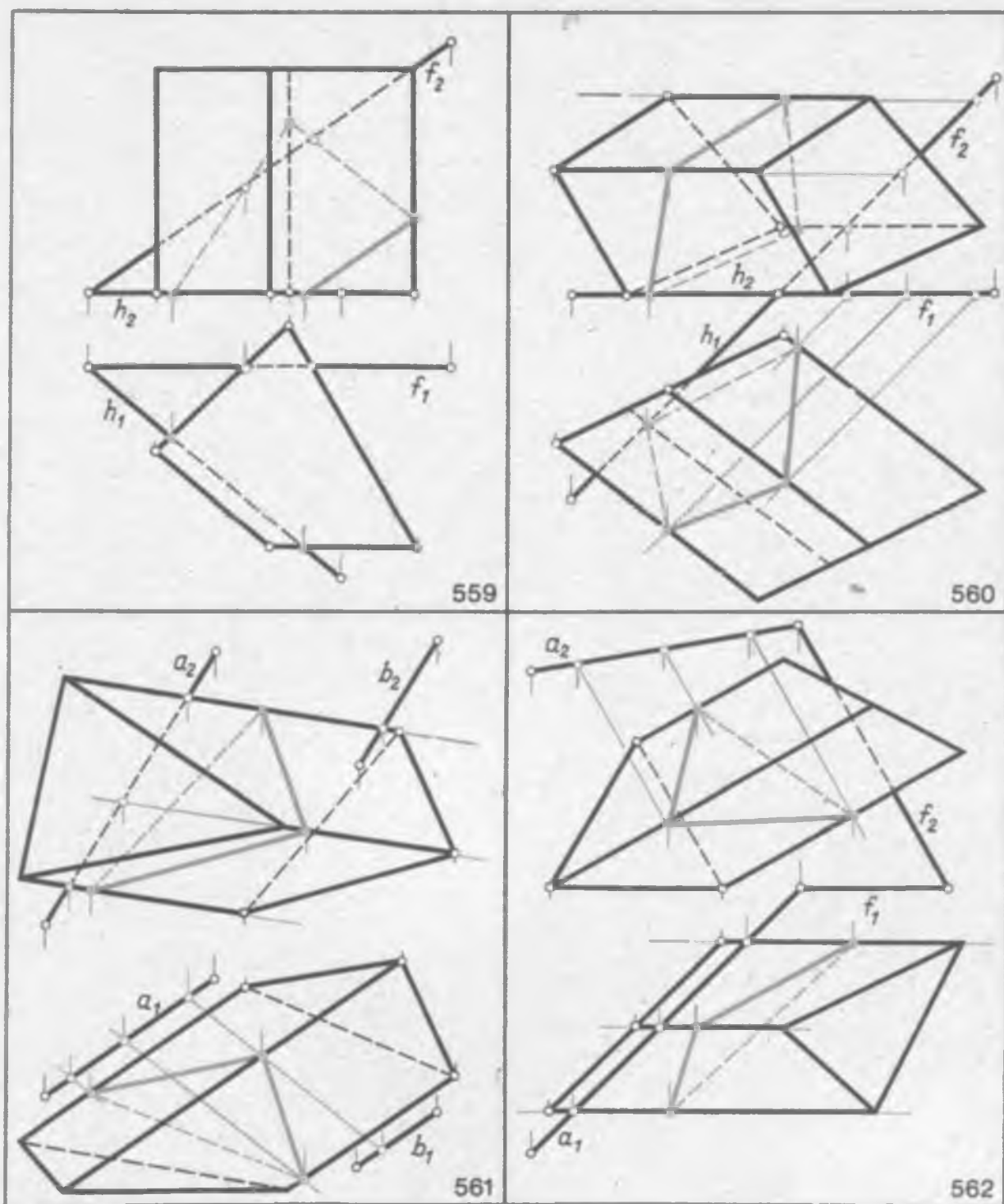
Задачи:

555. Построить натуральную величину сечения треугольной пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Основание пирамиды находится в горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

556. Построить натуральную величину сечения четырехугольной пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Основание пирамиды находится в горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

557. Построить натуральную величину сечения пятиугольной пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Основание пирамиды находится в горизонтальной плоскости проекций Π_1 ; все ребра боковой поверхности пирамиды равно наклонены к плоскости Π_1 .

558. Построить натуральную величину сечения тетраэдра горизонтально-проецирующей плоскостью Γ . Основание тетраэдра (равносторонний треугольник) находится в горизонтальной плоскости проекций Π_1 .



Задачи:

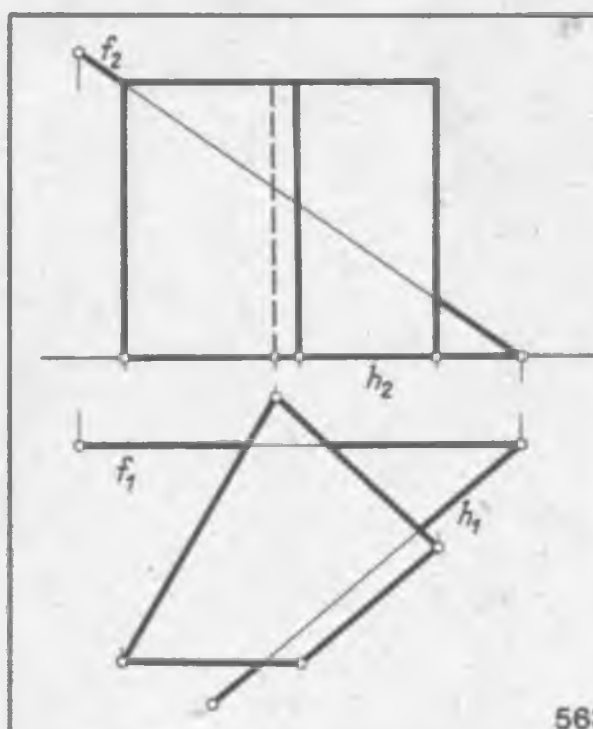
559. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы плоскостью $\Sigma (h \times f)$ произвольного положения. Определить видимость линии пересечения в проекциях.

560. Построить линию пересечения четырехугольной наклонной призмы плоскостью $\Sigma (h \times f)$ произвольного положения. Определить видимость линии пересечения в проекциях. Ребра боковой поверхности призмы парал-

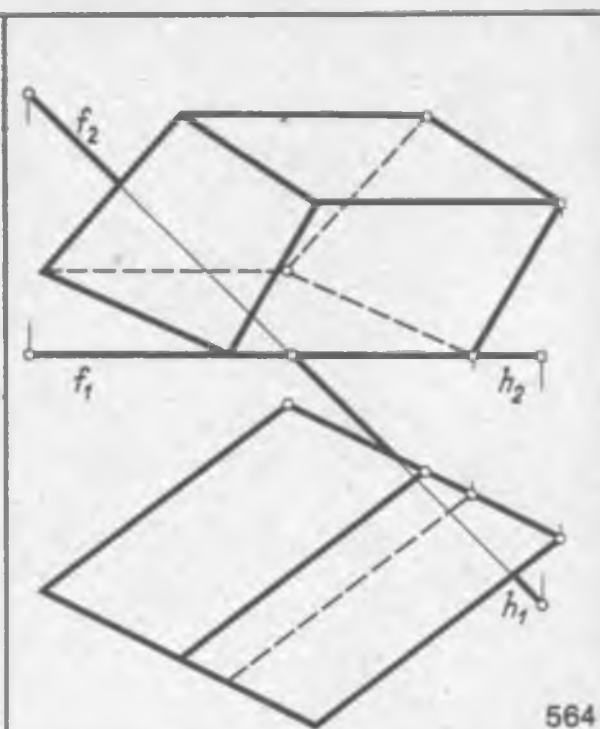
лельны горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

561. Построить линию пересечения наклонной усеченной треугольной призмы плоскостью $\Sigma (a \parallel b)$ произвольного положения. Определить видимость линии пересечения в проекциях.

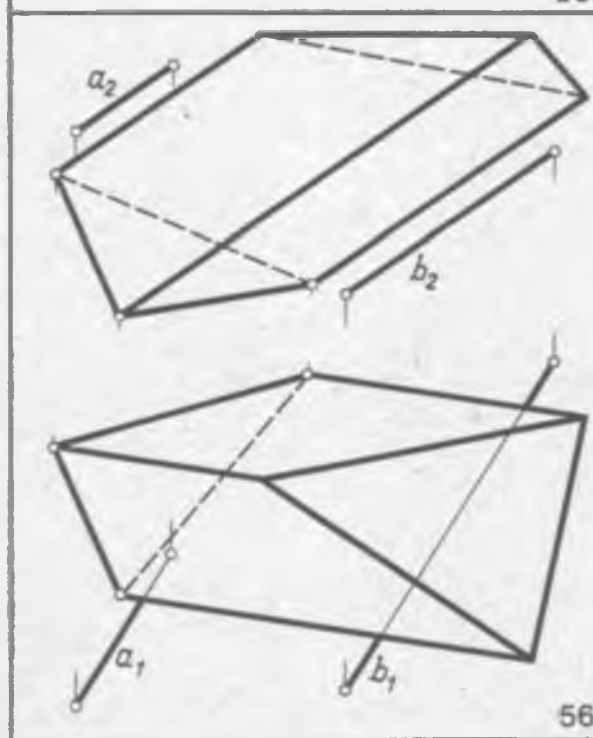
562. Построить линию пересечения наклонной усеченной треугольной призмы плоскостью $\Sigma (a \times f)$. Определить видимость линии пересечения в проекциях.



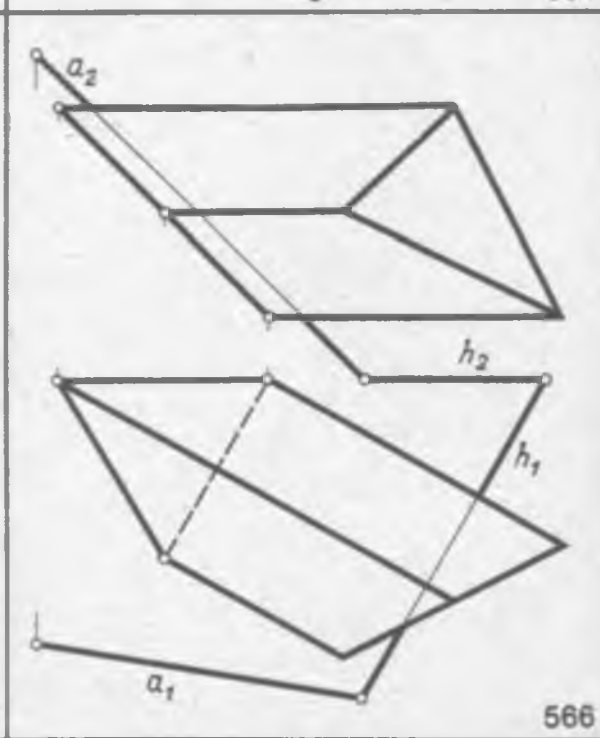
563



564



565



566

Задачи:

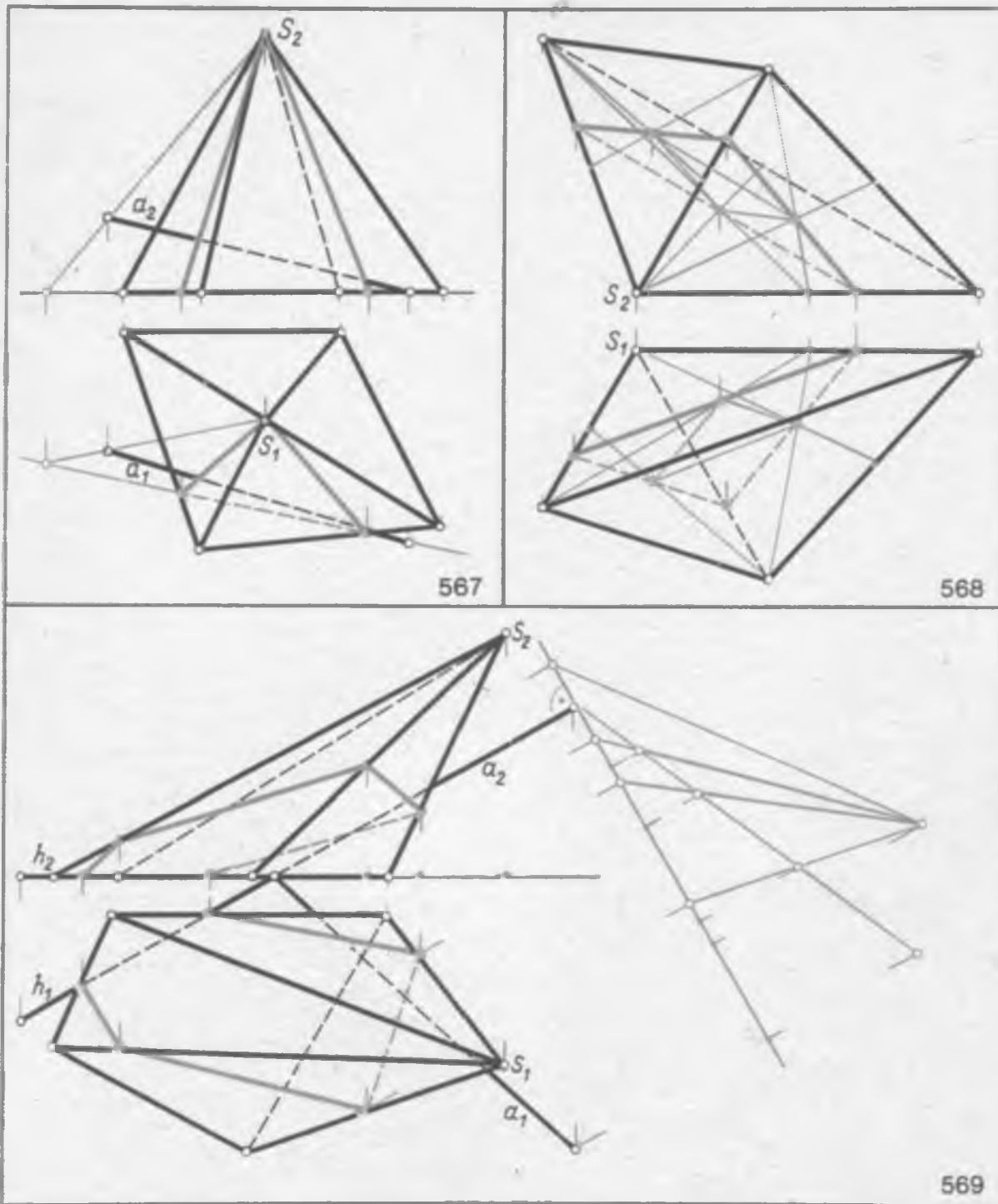
563. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы плоскостью Σ ($h \times f$) произвольного положения. Определить видимость линии пересечения в проекциях.

564. Построить линию пересечения четырехугольной наклонной призмы плоскостью Σ ($h \times f$) произвольного положения. Определить видимость линии пересечения в проекциях. Ребра боковой поверхности призмы парал-

лельны горизонтальной плоскости проекций P_1 .

565. Построить линию пересечения наклонной усеченной треугольной призмы плоскостью Σ ($a \parallel b$) произвольного положения. Определить видимость линии пересечения в проекциях.

566. Построить линию пересечения наклонной усеченной треугольной призмы плоскостью Σ ($a \times h$). Определить видимость линии пересечения в проекциях.



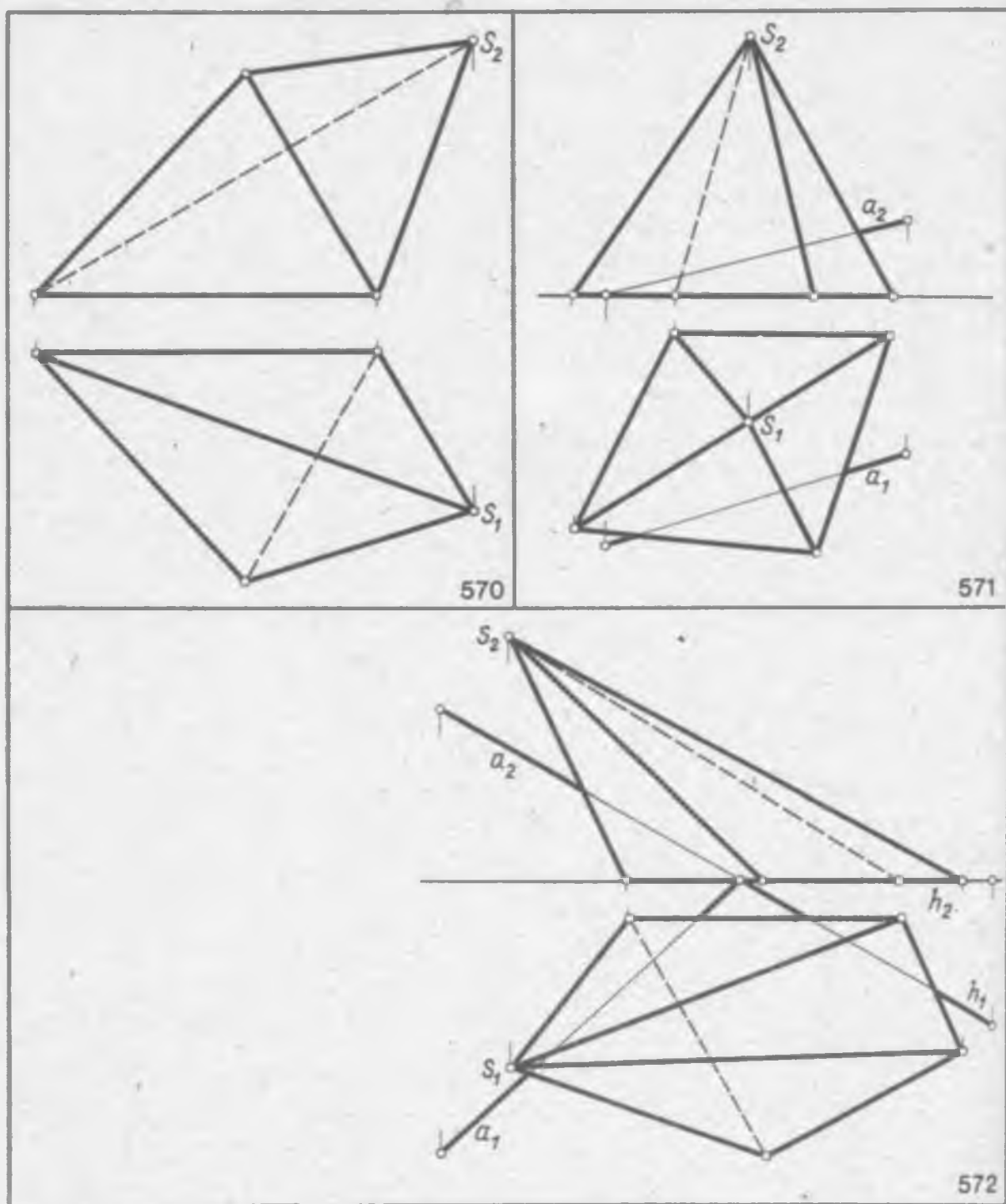
Задачи:

567. Построить линию пересечения четырехугольной пирамиды плоскостью Σ (S, a), проходящей через вершину S пирамиды и данную прямую a . Определить видимость линии пересечения в проекциях.

568. Построить линию пересечения треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через три точки, каждая из которых является центром тяжести боковых граней пирамиды

при вершине S . Определить видимость линии пересечения в проекциях.

569. Построить линию пересечения четырехугольной наклонной пирамиды плоскостью Σ ($a \times h$) произвольного положения. Основание пирамиды находится в горизонтальной плоскости проекций P_1 . Определить видимость линии пересечения в проекциях. В решении задачи использовать преобразование эюра Монжа, применив способ замены плоскостей проекций.



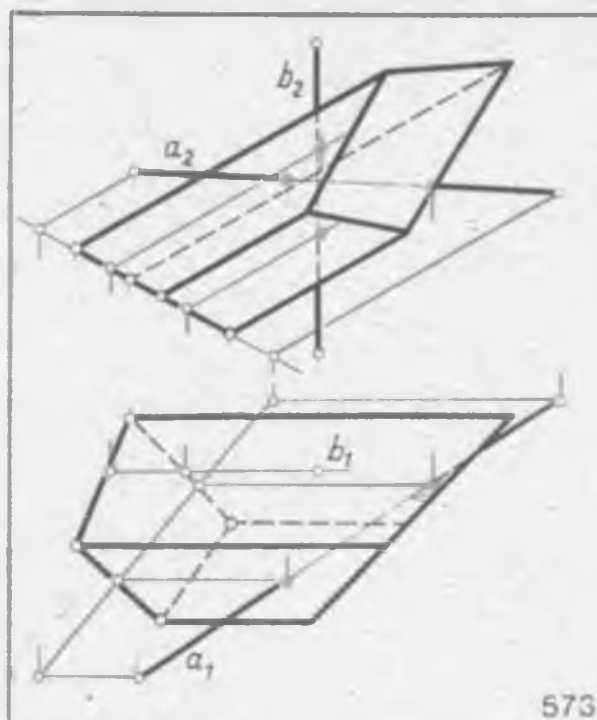
Задачи:

570. Построить линию пересечения треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через три точки, каждая из которых является центром тяжести боковых граней пирамиды при вершине S . Определить видимость линии пересечения в проекциях.

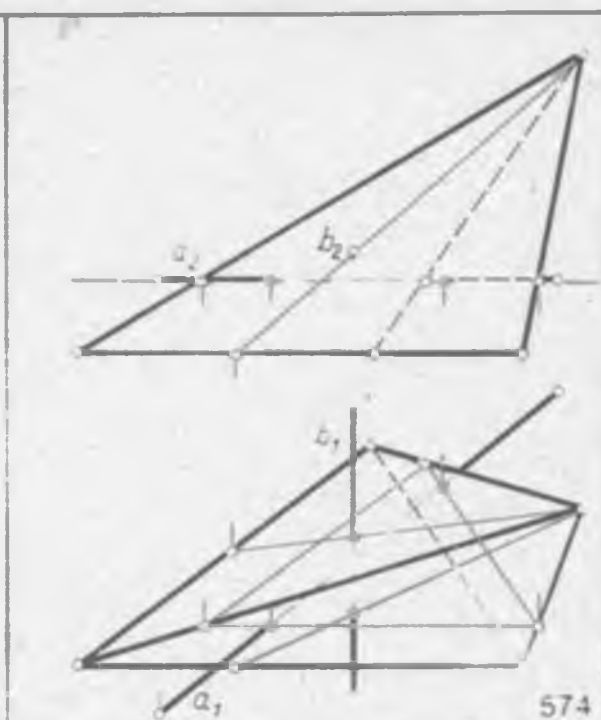
571. Построить линию пересечения четырехугольной пирамиды плоскостью $\Sigma (S, a)$, проходящей через вершину S пирамиды и дан-

ную прямую a . Определить видимость линии пересечения в проекциях.

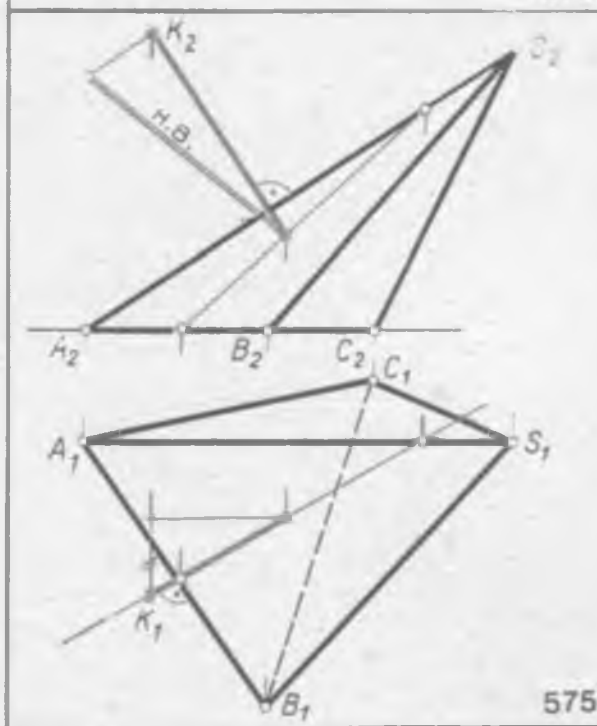
572. Построить линию пересечения четырехугольной наклонной пирамиды плоскостью $\Sigma (a \times h)$ произвольного положения. Основание пирамиды находится в горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Определить видимость линии пересечения в проекциях. В решении задачи использовать преобразование эпюра Монжа, применив способ замены плоскостей проекций.



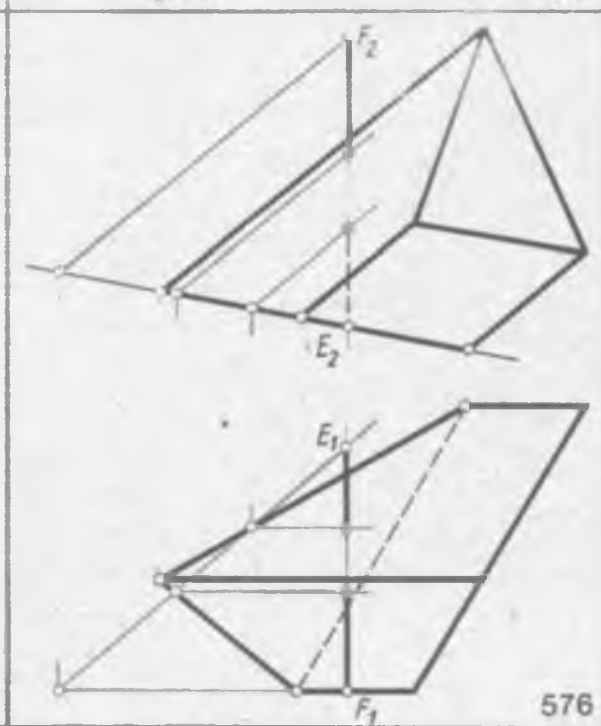
573



574



575



576

Задачи:

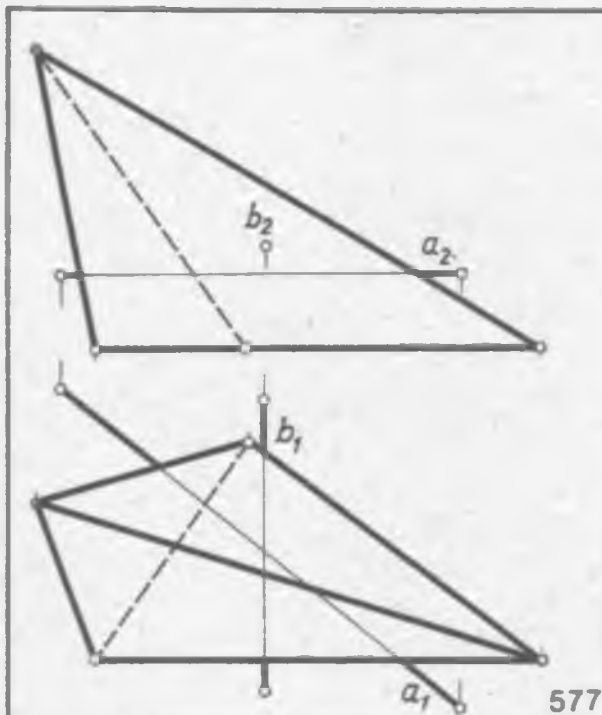
573. Определить точки пересечения прямой линии a произвольного положения и точки пересечения горизонтально-проецирующей прямой b с гранями четырехугольной усеченной наклонной призмы. Определить видимость прямых линий a и b в проекциях.

574. Определить точки пересечения горизонтальной прямой линии a и точки пересечения

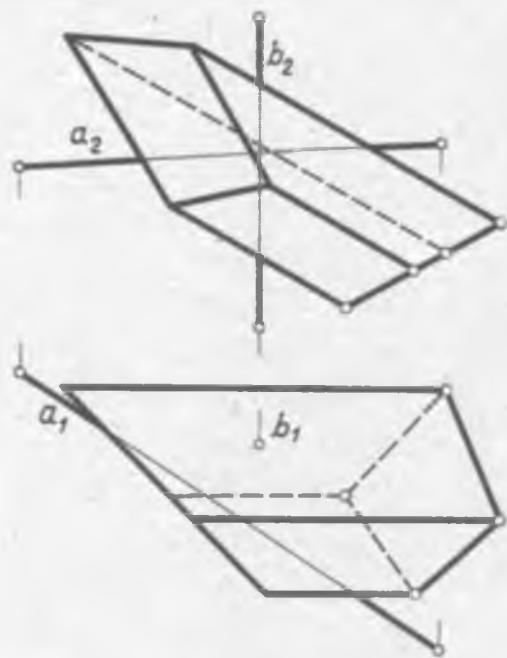
фронтально-проецирующей прямой b с гранями треугольной пирамиды. Определить видимость прямых линий a и b в проекциях.

575. Определить расстояние от точки K до грани SAB данной треугольной пирамиды $SABC$.

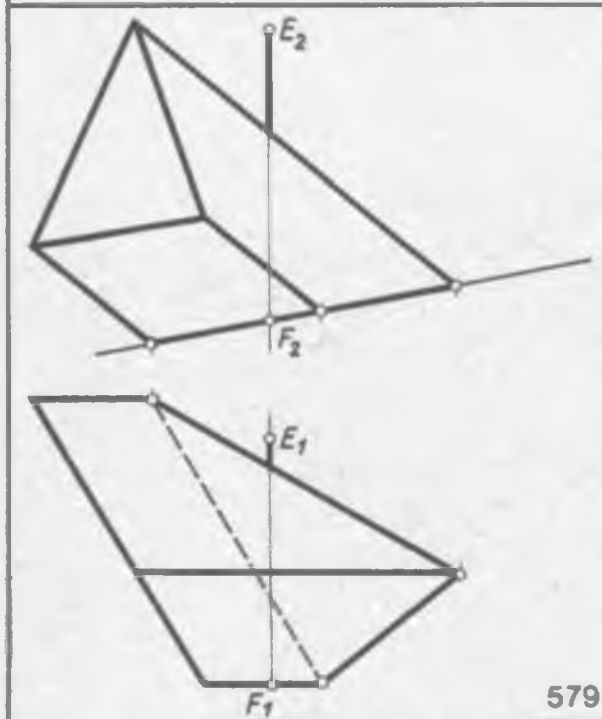
576. Определить точки пересечения профильной прямой линии EF с треугольной усеченной наклонной призмой. Определить видимость прямой в проекциях.



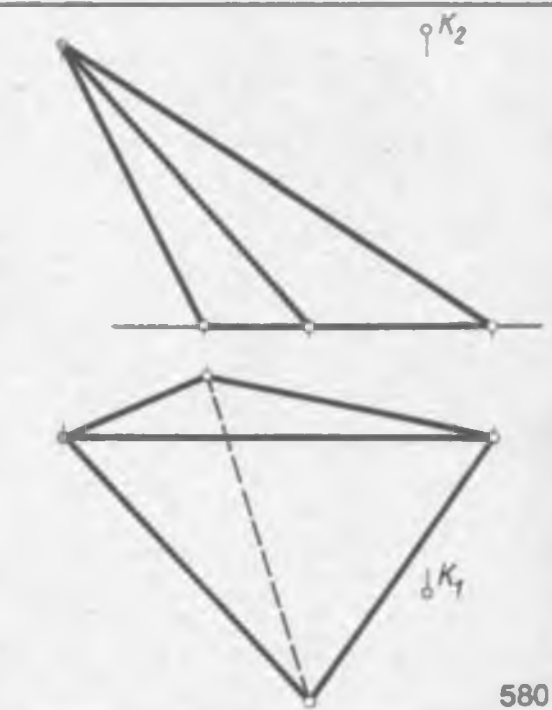
577



578



579



580

Задачи:

577. Определить точки пересечения горизонтальной прямой линии a и точки пересечения фронтально-проецирующей прямой b с гранями треугольной пирамиды. Определить видимость прямых линий a и b в проекциях.

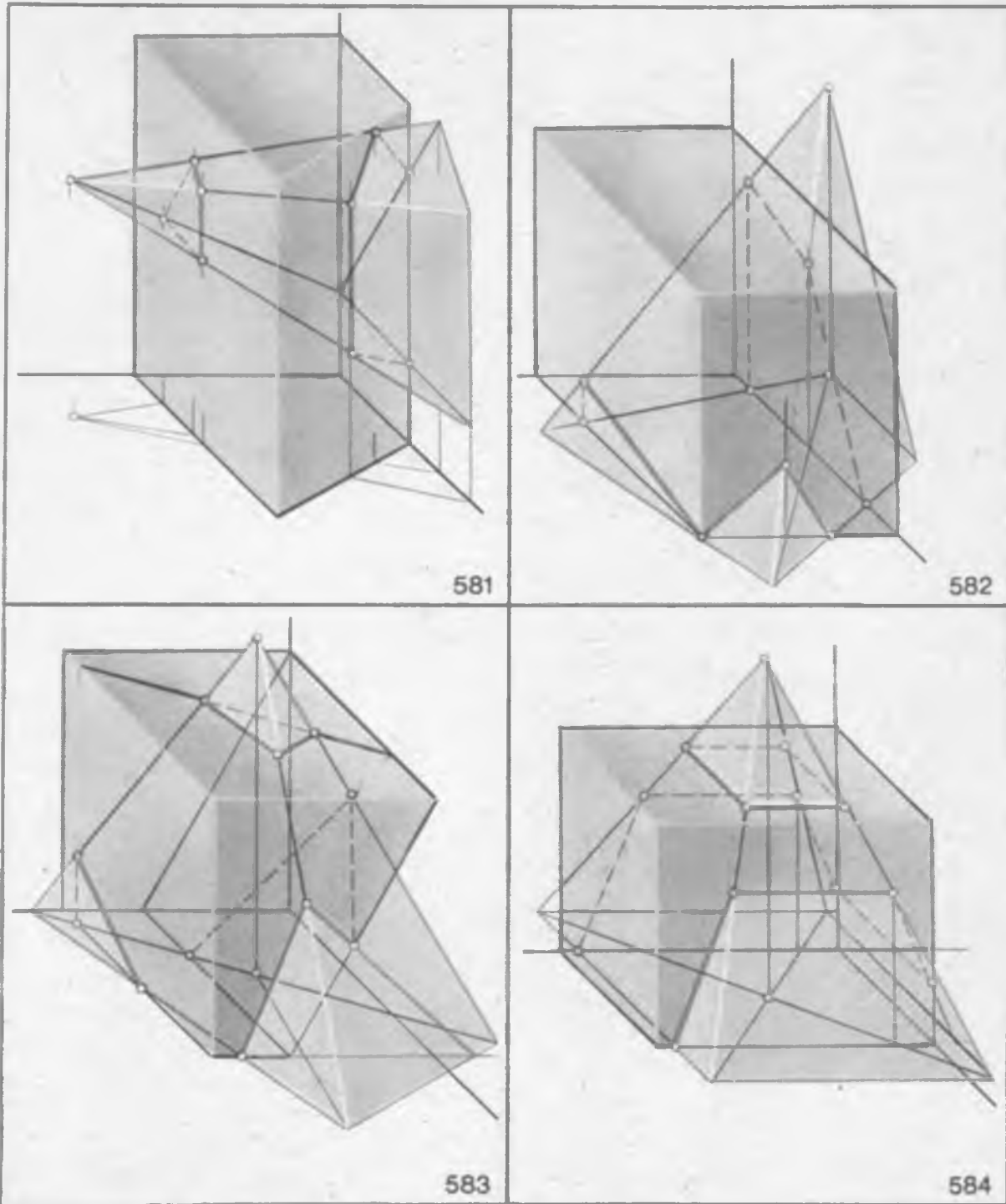
578. Определить точки пересечения горизонтальной прямой линии a и точки пересечения горизонтально-проецирующей прямой b с

гранями четырехугольной усеченной наклонной призмы. Определить видимость прямых линий a и b в проекциях.

579. Определить точки пересечения профильной прямой линии EF с треугольной усеченной наклонной призмой. Определить видимость прямой в проекциях.

580. Определить расстояние от точки K до фронтального ребра данной треугольной пирамиды.

§ 25. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ



Задачи:

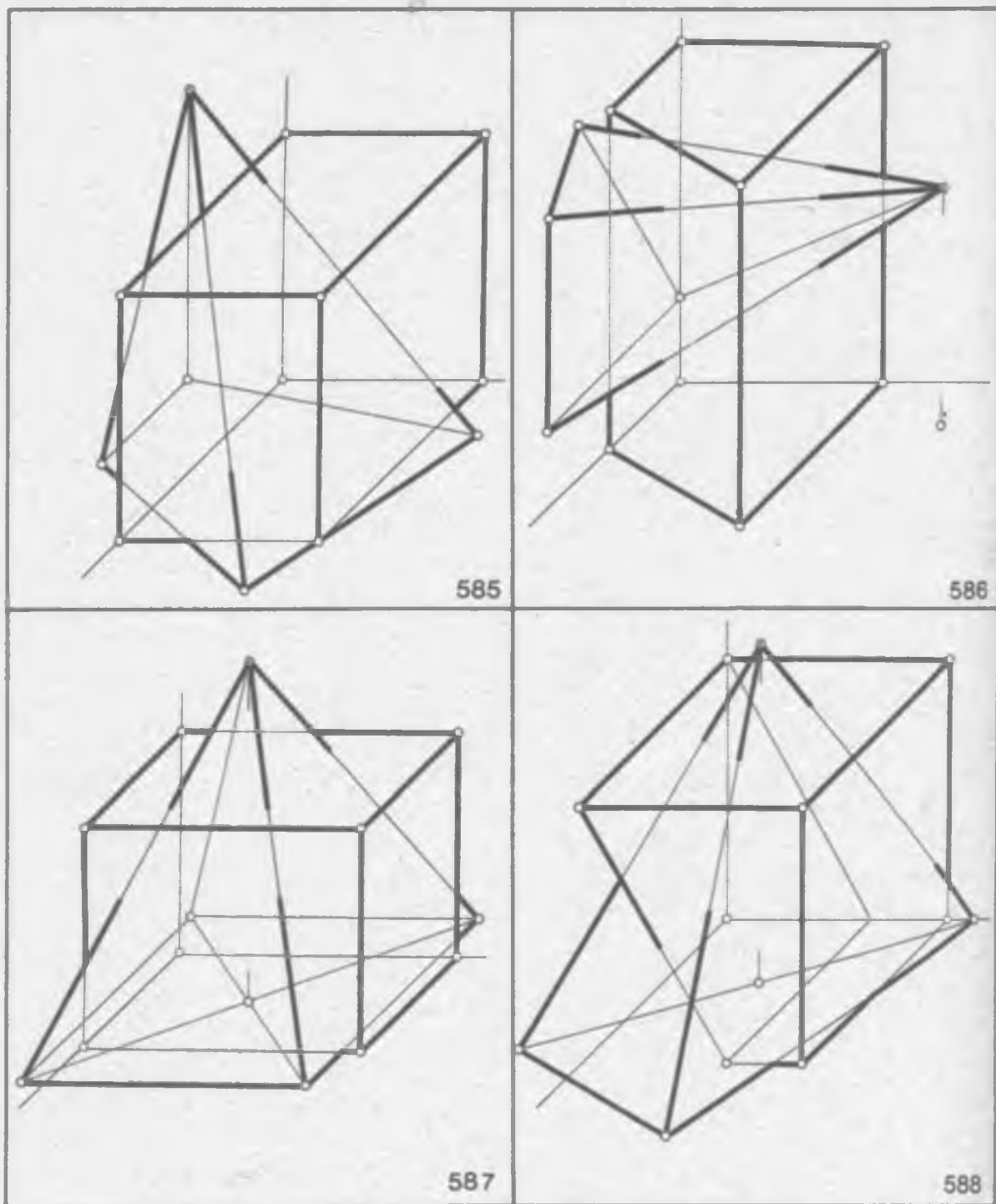
581. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы с четырехугольной пирамидой. Показать видимость линии пересечения, видимость ребер и граней многогранников.

582. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы (параллелепипеда) с четырехугольной пирамидой. Показать видимость линий пересечения, видимость ребер и граней многогранников.

583. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы с треугольной пирамидой. Показать видимость линии пересечения, видимость ребер и граней многогранников.

584. Построить линию пересечения параллелепипеда с четырехугольной пирамидой. Показать видимость линии пересечения, видимость ребер и граней многогранников.

Примечание. В задачах 581—584 основание пирамиды находится в координатной плоскости одной из граней призмы.



Задачи:

585. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы (параллелепипеда) с четырехугольной пирамидой. Показать видимость линии пересечения, видимость ребер и граней многогранников.

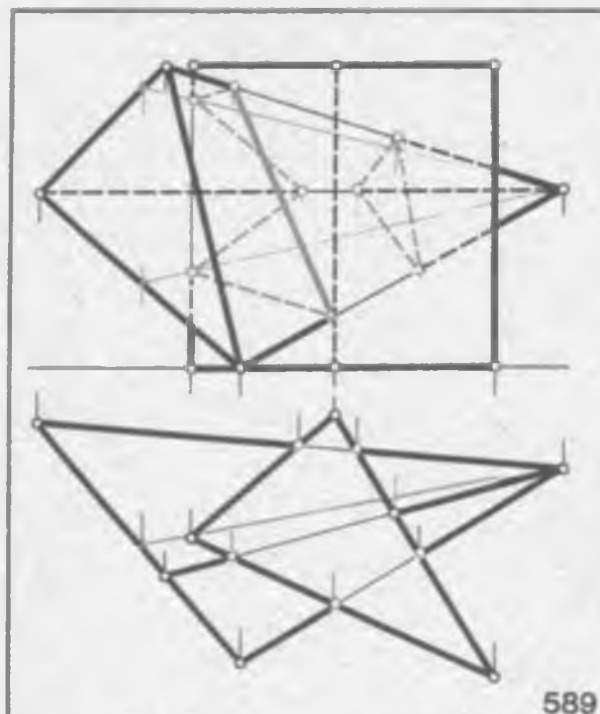
586. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы с четырехугольной пирамидой. Показать видимость линии пересечения, видимость ребер и граней многогранников.

587. Построить линию пересечения четырех-

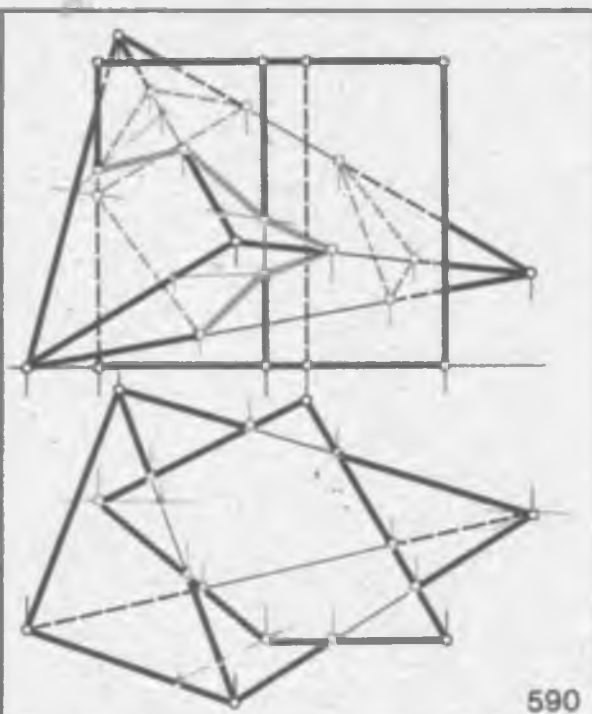
угольной пирамиды с параллелепипедом. Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость ребер и граней многогранников.

588. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с прямой четырехугольной призмой. Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость ребер и граней многогранников.

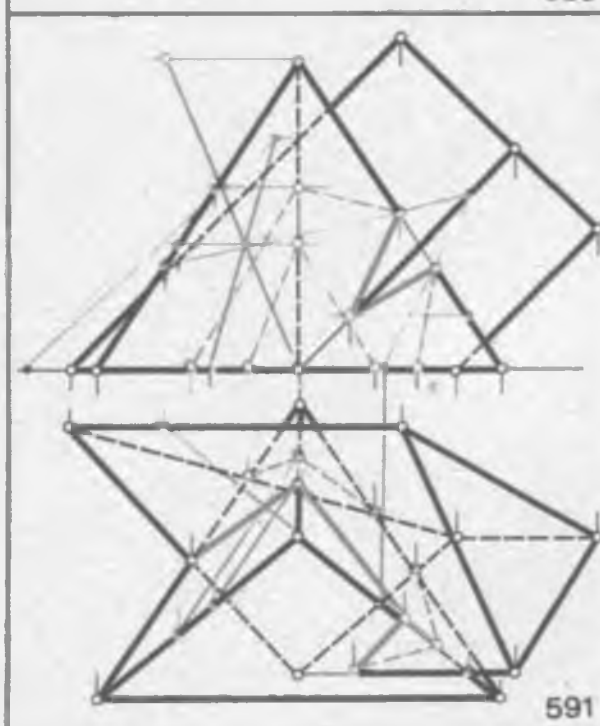
Примечание. В задачах 585—588 основание пирамиды находится в координатной плоскости одной из граней призмы.



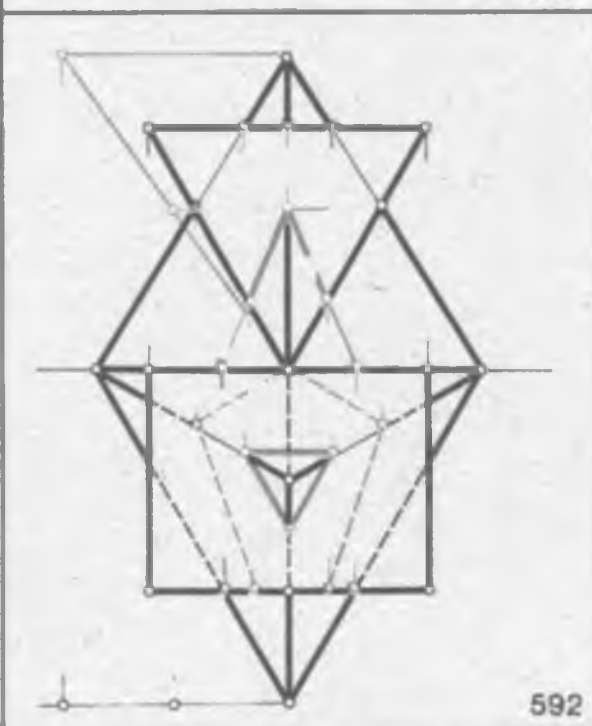
589



590



591



592

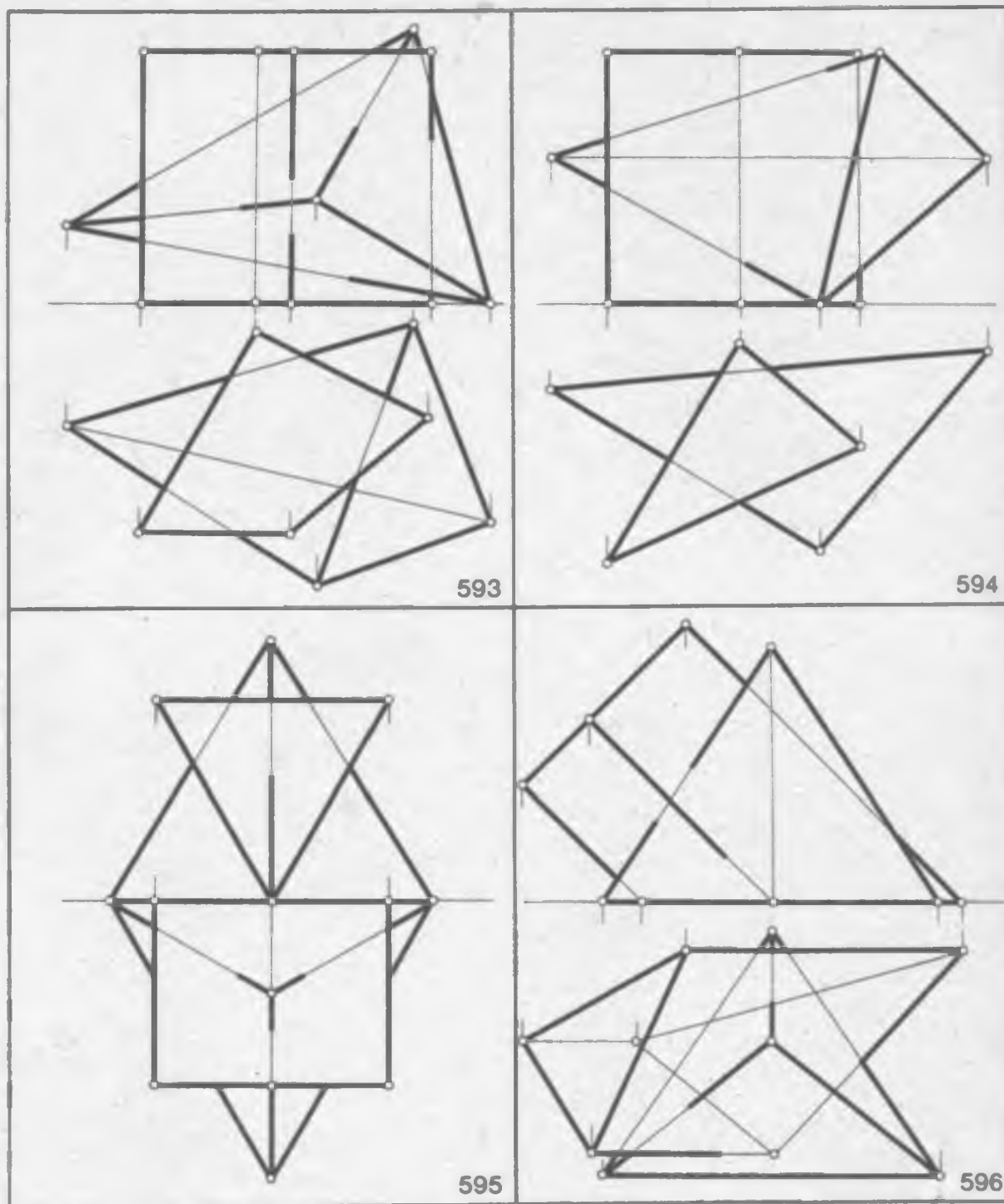
Задачи:

589. Построить линию пересечения прямой треугольной призмы с треугольной пирамидой. Показать видимость линии пересечения и видимость ребер многогранников в проекциях.

590. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы с треугольной пирамидой. Показать видимость линии пересечения и видимость ребер многогранников в проекциях.

591. Построить линию пересечения наклонной усеченной треугольной призмы с треугольной пирамидой. Показать видимость линии пересечения и видимость ребер многогранников в проекциях.

592. Построить линию пересечения прямой треугольной призмы с равногранной треугольной пирамидой (правильным тетраэдром). Показать видимость линии пересечения и видимость ребер многогранников в проекциях.



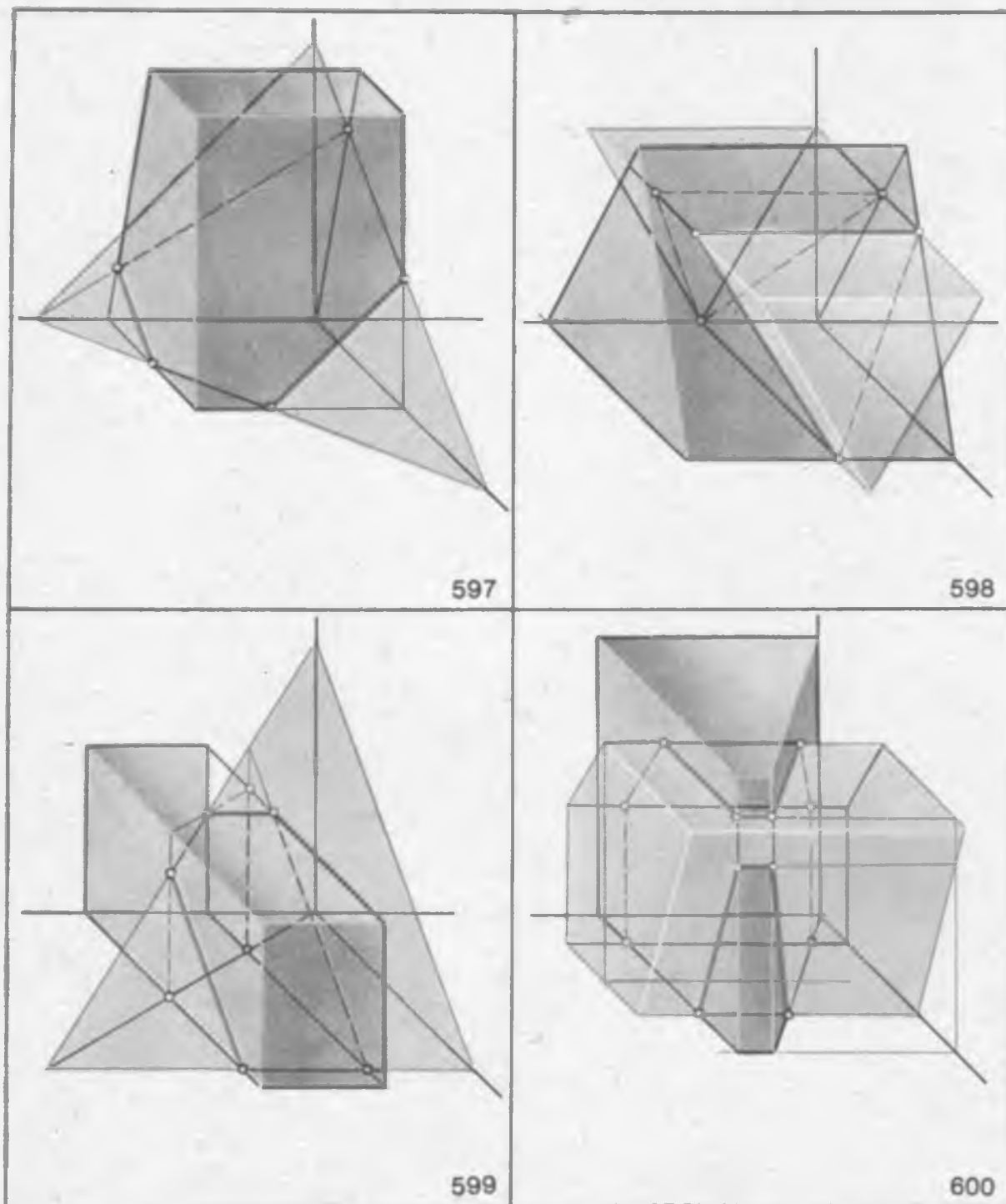
Задачи:

593. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы с треугольной пирамидой. Показать видимость линии пересечения и видимость ребер многогранников в проекциях.

594. Построить линию пересечения прямой треугольной призмы с треугольной пирамидой. Показать видимость линии пересечения и видимость ребер многогранников в проекциях.

595. Построить линию пересечения прямой треугольной призмы с равногранной треугольной пирамидой (правильным тетраэдром). Показать видимость линии пересечения и видимость ребер многогранников в проекциях.

596. Построить линию пересечения наклонной усеченной треугольной призмы с треугольной пирамидой. Показать видимость линии пересечения и видимость ребер многогранников в проекциях.



Задачи:

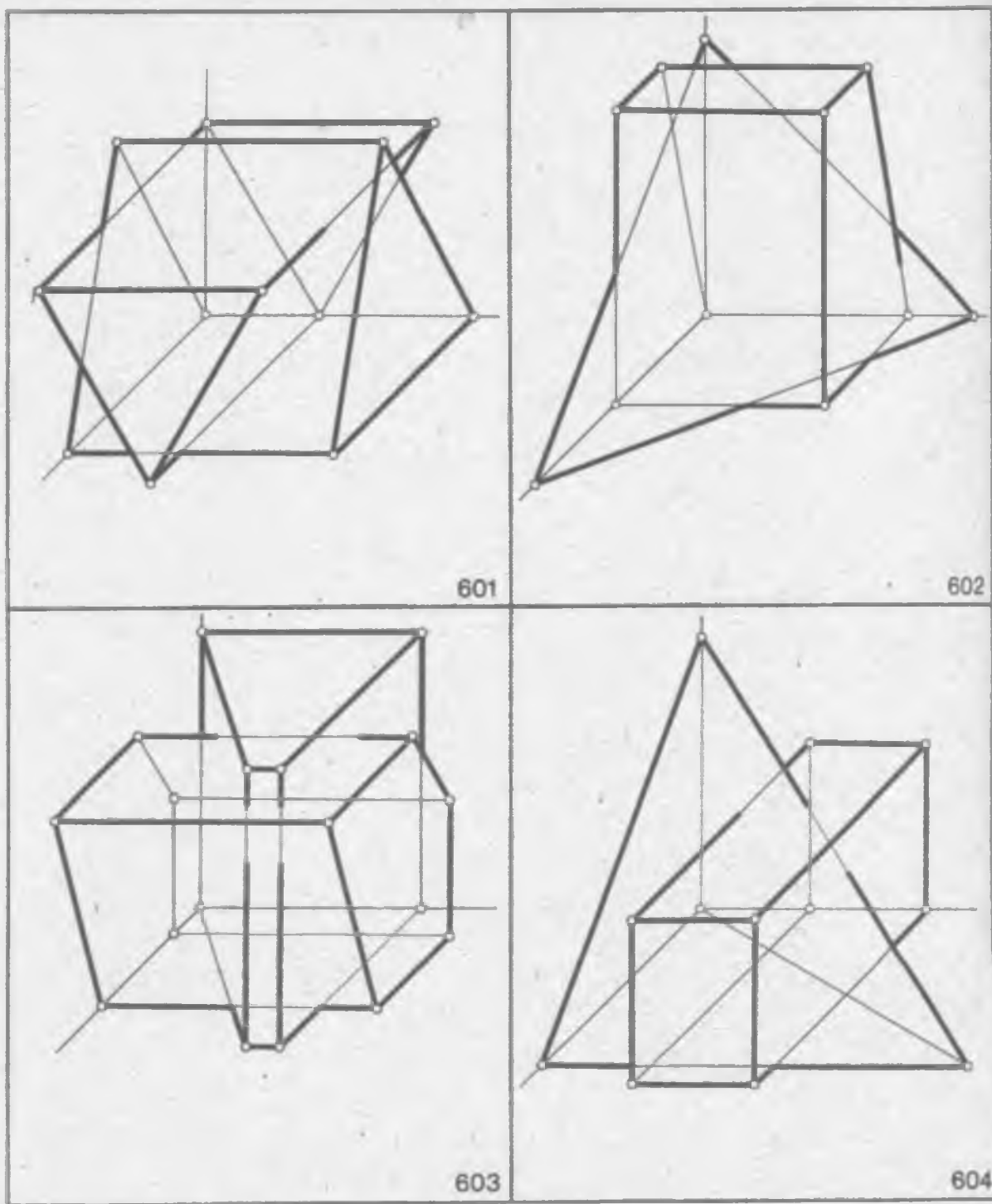
597. Построить линию пересечения прямой усеченной четырехугольной призмы (усеченного параллелепипеда) с прямой усеченной треугольной призмой. Показать видимость линии пересечения и видимость ребер и граней многогранников.

598. Построить линию пересечения прямой треугольной призмы с прямой треугольной призмой. Показать видимость линии пересече-

ния, видимость ребер и граней многогранников.

599. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы (параллелепипеда) с прямой усеченной треугольной призмой. Показать видимость линии пересечения, видимость ребер и граней многогранников.

600. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы (усеченного параллелепипеда) с прямой пятиугольной призмой. Показать видимость линии пересечения, видимость ребер и граней многогранников.



Задачи:

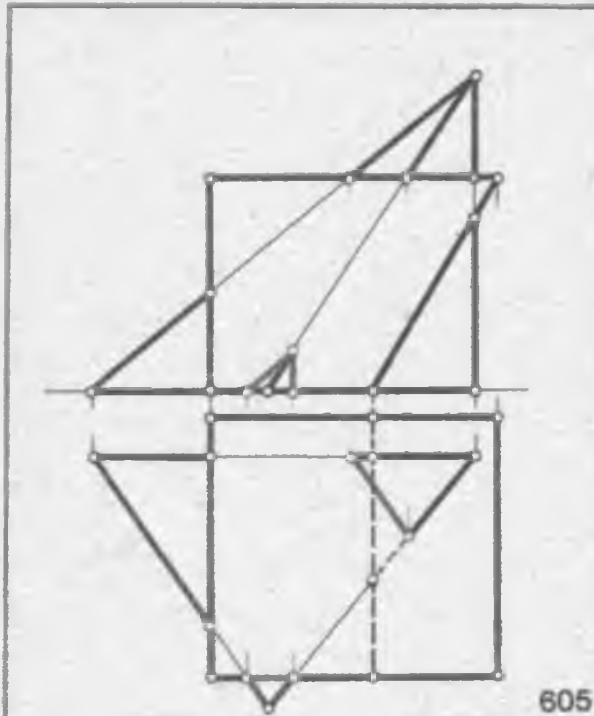
601. Построить линию пересечения прямой треугольной призмы с прямой треугольной призмой. Показать видимость линии пересечения, видимость ребер и граней многогранников.

602. Построить линию пересечения прямой усеченной четырехугольной призмы (усеченного параллелепипеда) с прямой усеченной треугольной призмой. Показать видимость линии

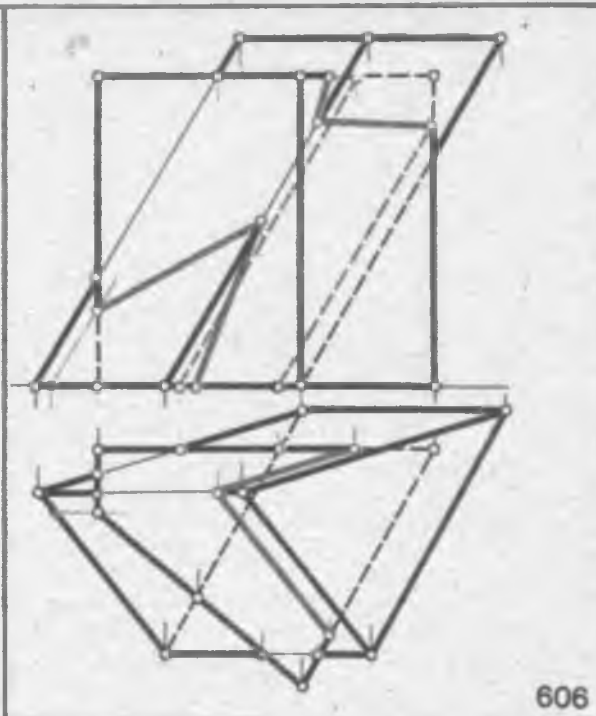
пересечения ребер и граней многогранников.

603. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы (усеченного параллелепипеда) с прямой пятиугольной призмой. Показать видимость линии пересечения, видимость ребер и граней многогранников.

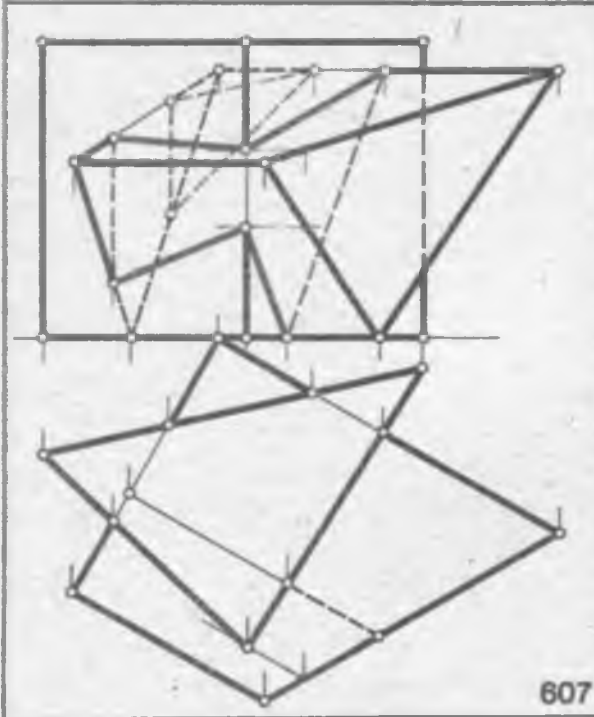
604. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы (параллелепипеда) с прямой усеченной треугольной призмой. Показать видимость линии пересечения, видимость ребер и граней многогранников.



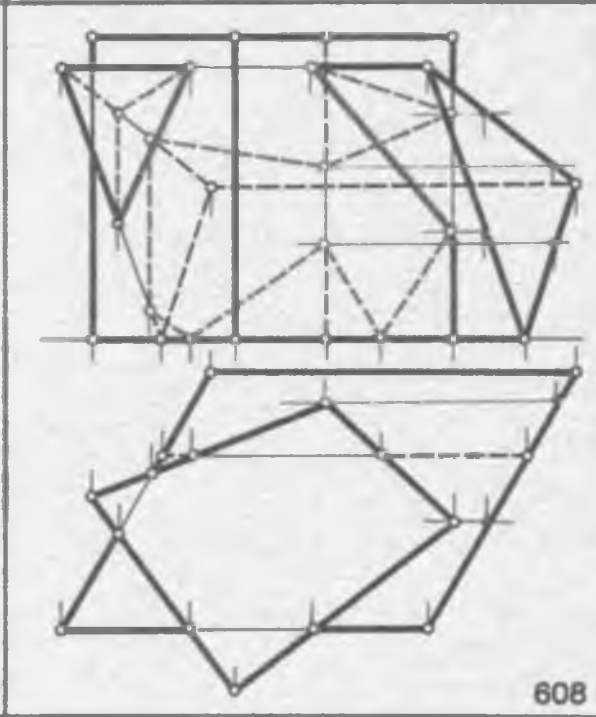
605



606



607



608

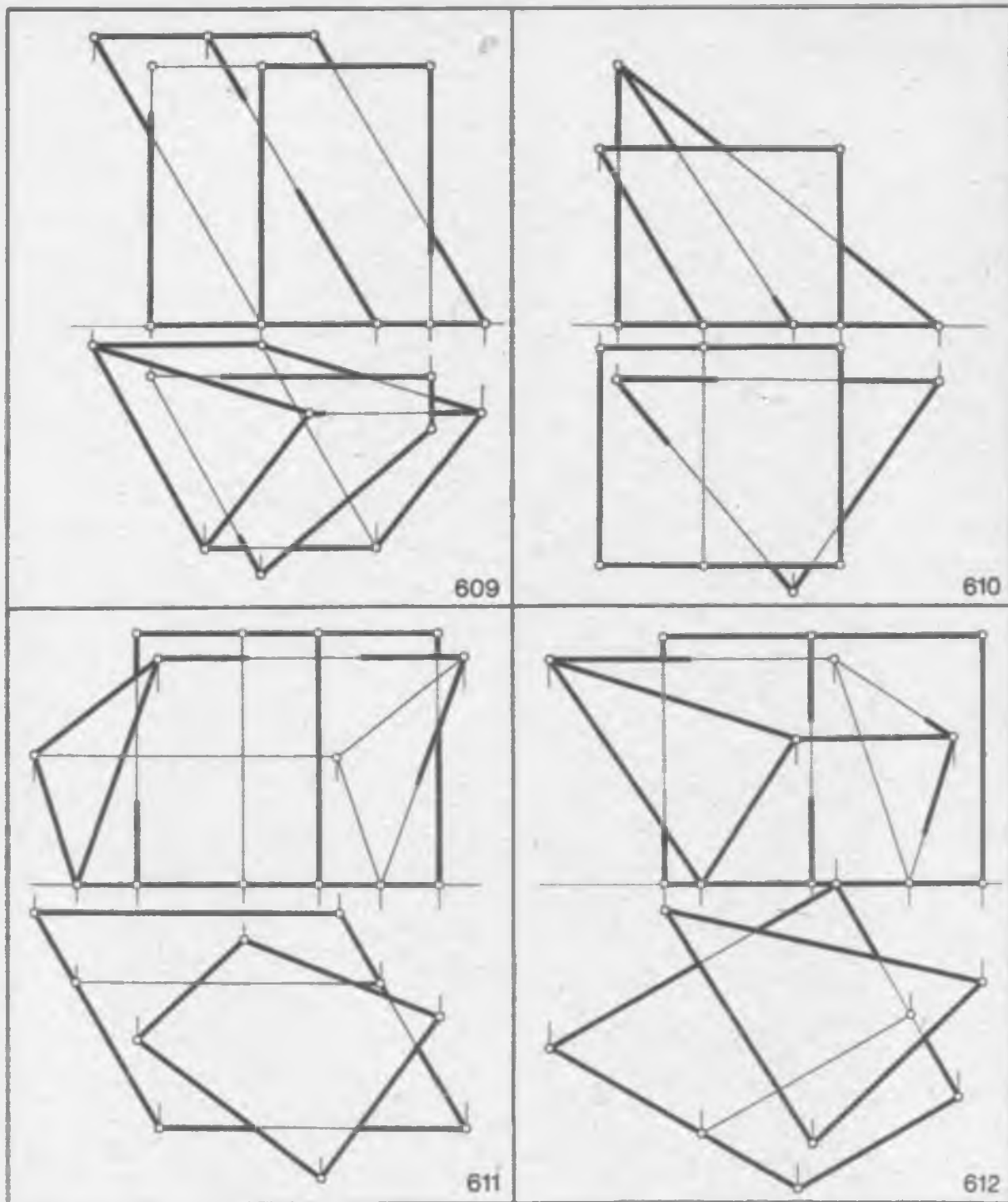
Задачи:

605. Построить линию пересечения прямой усеченной треугольной призмы с прямой четырехугольной призмой. Показать видимость линии пересечения многогранников и видимость их ребер в проекциях.

606. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы с наклонной треугольной призмой. Показать видимость линии пересечения многогранников и видимость их ребер в проекциях.

607. Построить линию пересечения прямой треугольной призмы с прямой усеченной треугольной призмой. Показать видимость линии пересечения многогранников и видимость их ребер в проекциях.

608. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы с наклонной треугольной призмой. Показать видимость линии пересечения многогранников и видимость их ребер в проекциях.



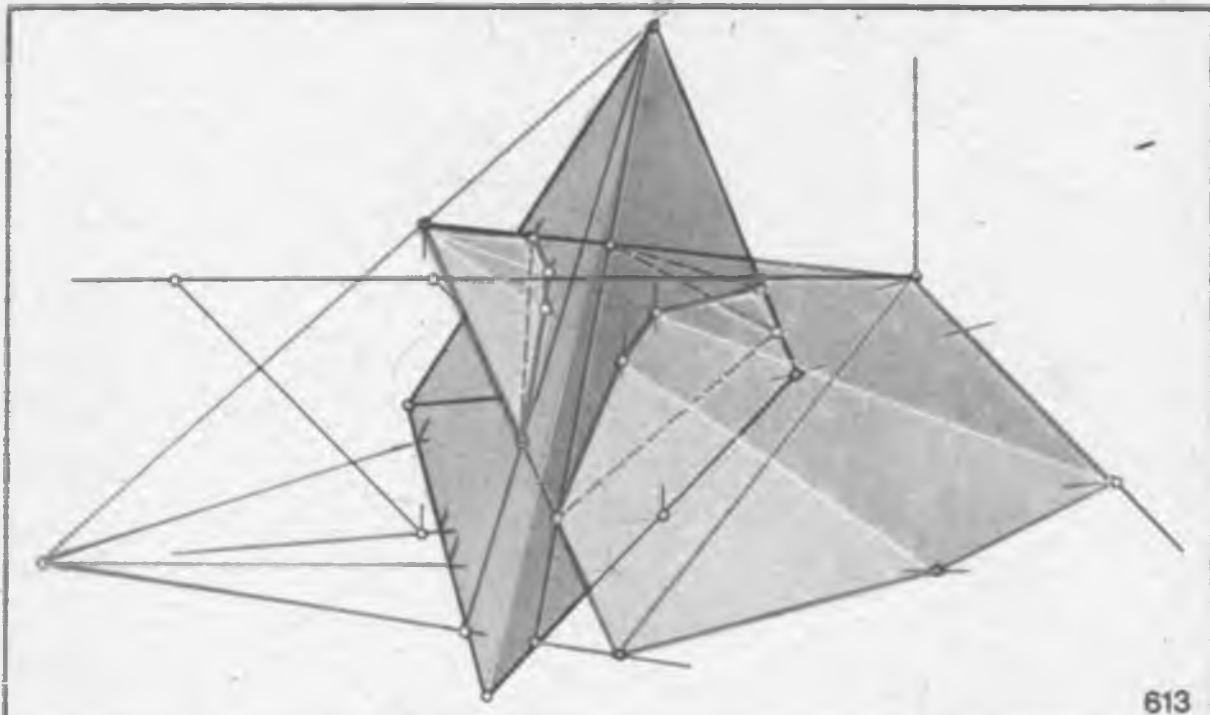
Задачи:

609. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы с наклонной треугольной призмой. Показать видимость линии пересечения многогранников и видимость их ребер в проекциях.

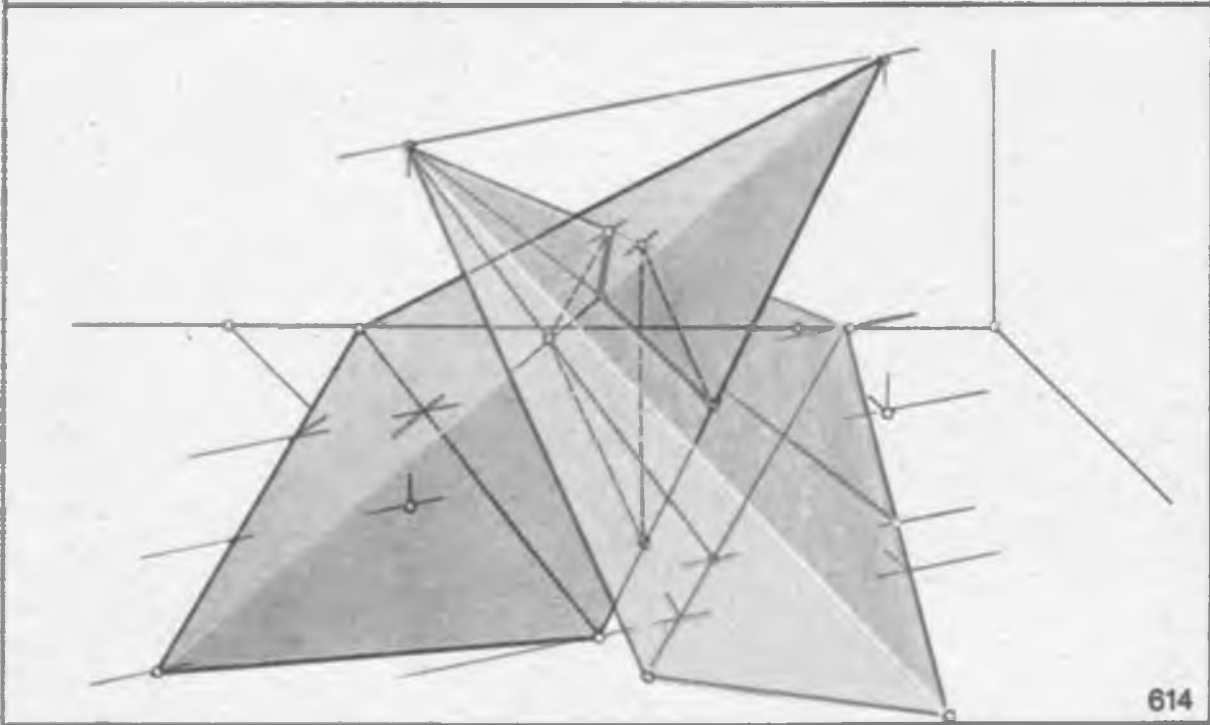
610. Построить линию пересечения прямой усеченной треугольной призмы с прямой четырехугольной призмой. Показать видимость линии пересечения многогранников и видимость их ребер в проекциях.

611. Построить линию пересечения прямой четырехугольной призмы с наклонной треугольной призмой. Показать видимость линии пересечения многогранников и видимость их ребер в проекциях.

612. Построить линию пересечения прямой треугольной призмы с прямой усеченной треугольной призмой. Показать видимость линии пересечения многогранников и видимость их ребер в проекциях.



613

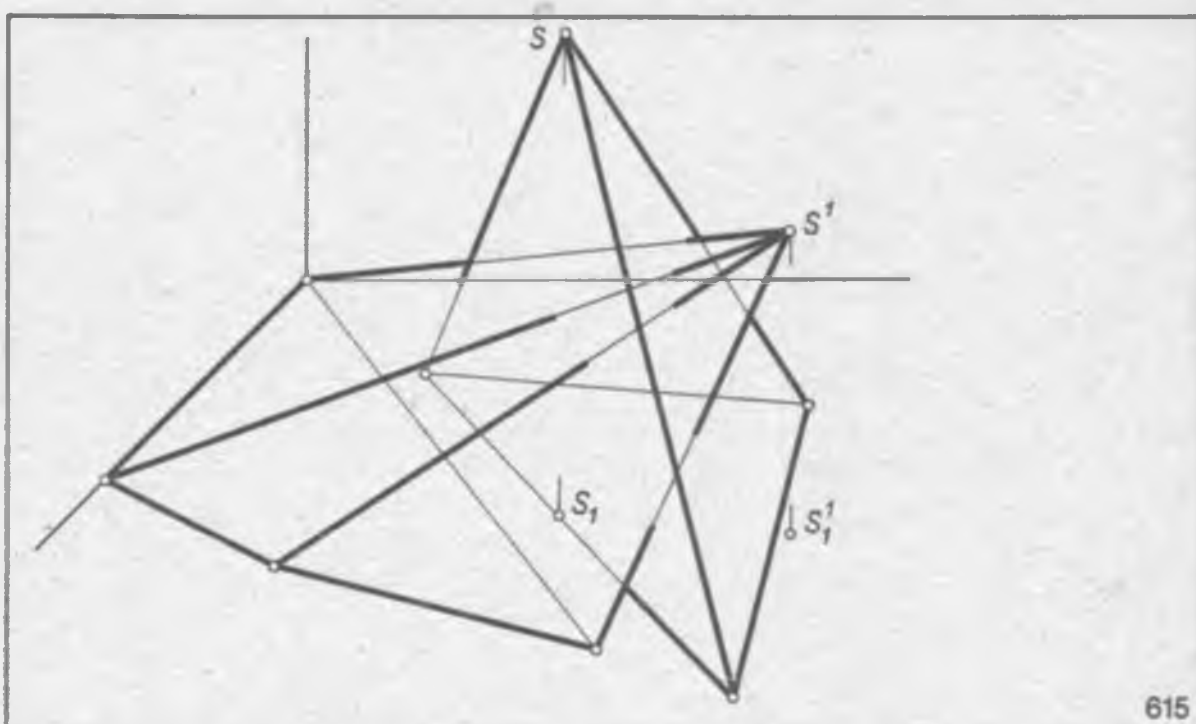


614

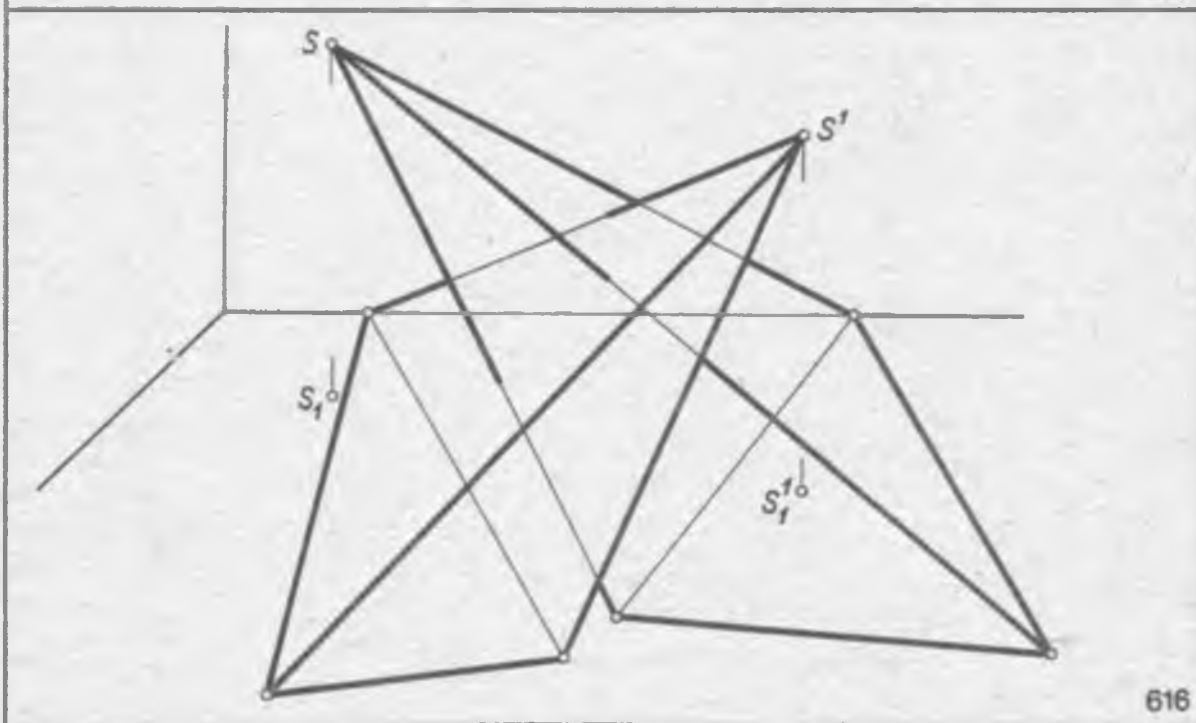
Задачи:

613. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с четырехугольной пирамидой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамид лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Координаты вершин пирамид известны. Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.

614. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с треугольной пирамидой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамид лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Вершины пирамид находятся на равных расстояниях от плоскости их оснований; координаты вершин известны. Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.



615

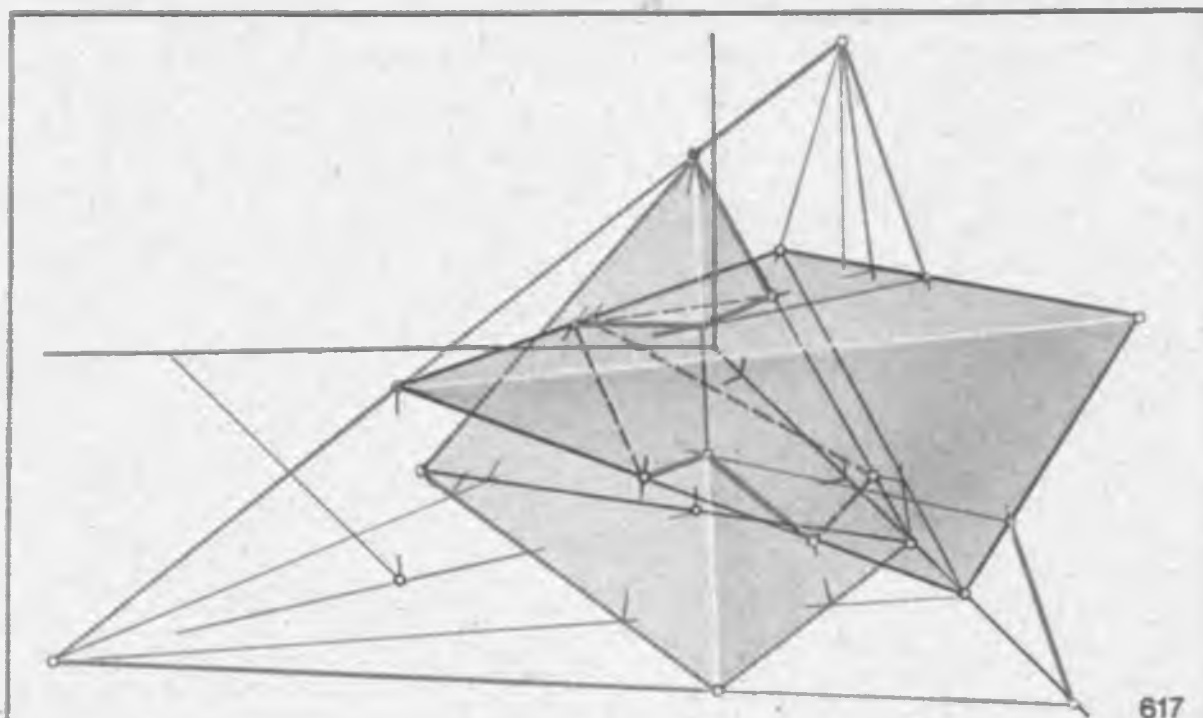


616

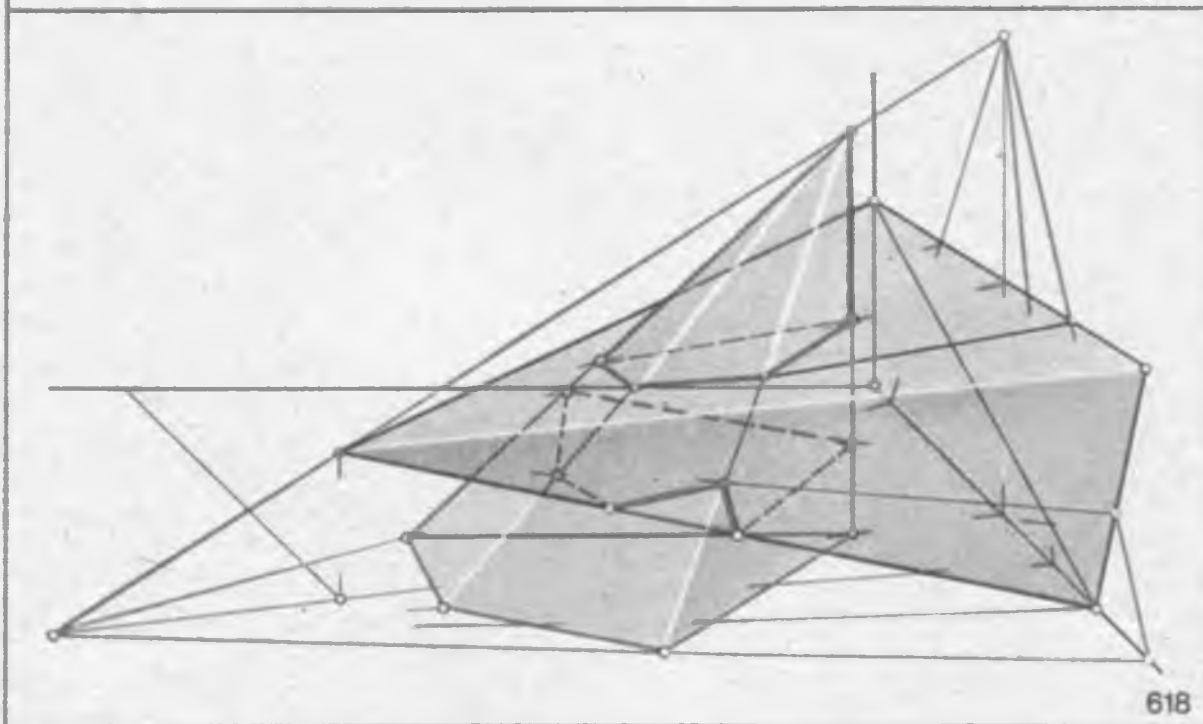
Задачи:

615 Построить линию пересечения треугольной пирамиды с четырехугольной пирамидой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамид лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Координаты вершин пирамид известны. Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.

616. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с треугольной пирамидой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамид лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Вершины пирамид находятся на равных расстояниях от плоскости их оснований. Координаты вершин известны. Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.



617



618

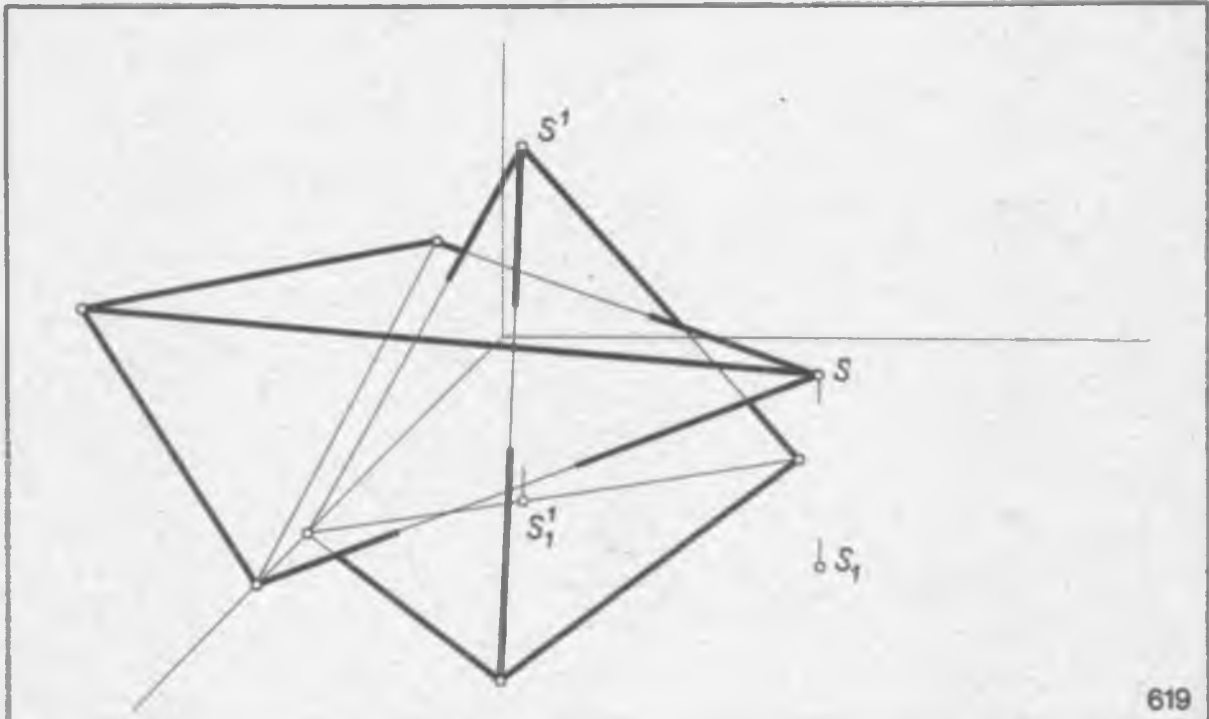
Задачи:

617. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с треугольной пирамидой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамид находятся в разных координатных плоскостях. Координаты вершин пирамид известны.

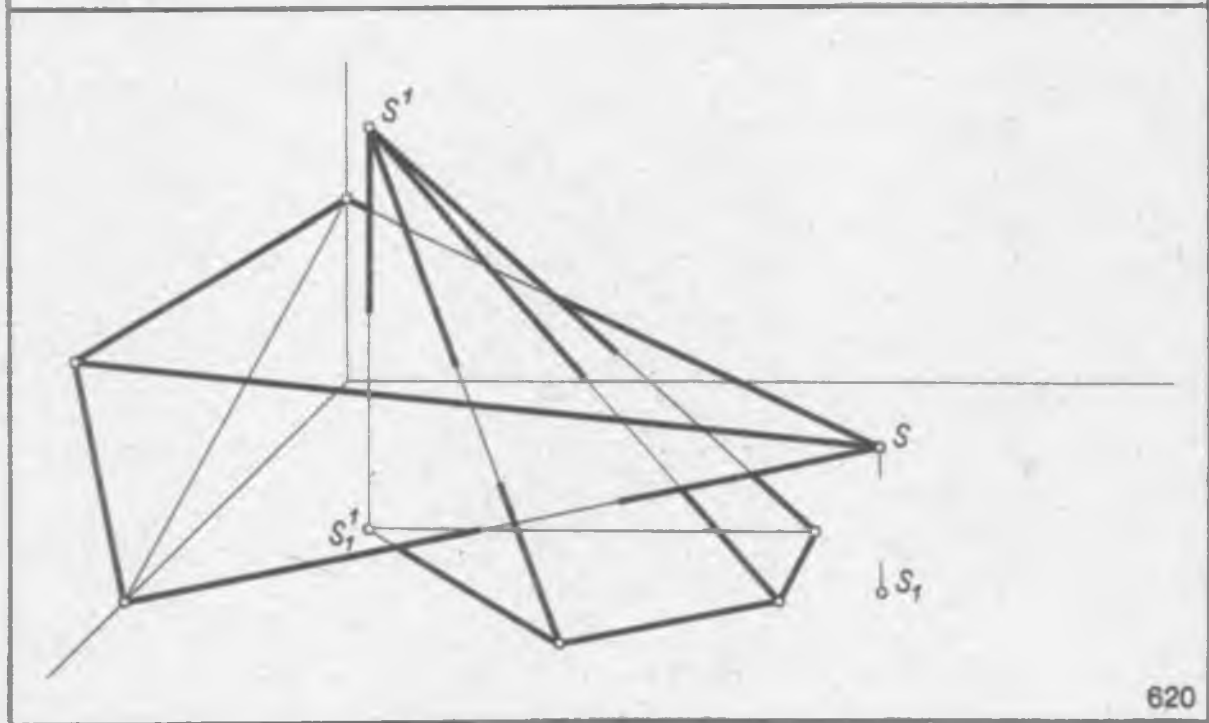
Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.

618. Построить линию пересечения четырехугольной пирамиды с треугольной пирамидой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамид находятся в разных координатных плоскостях. Координаты вершин пирамид известны.

Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.



619



620

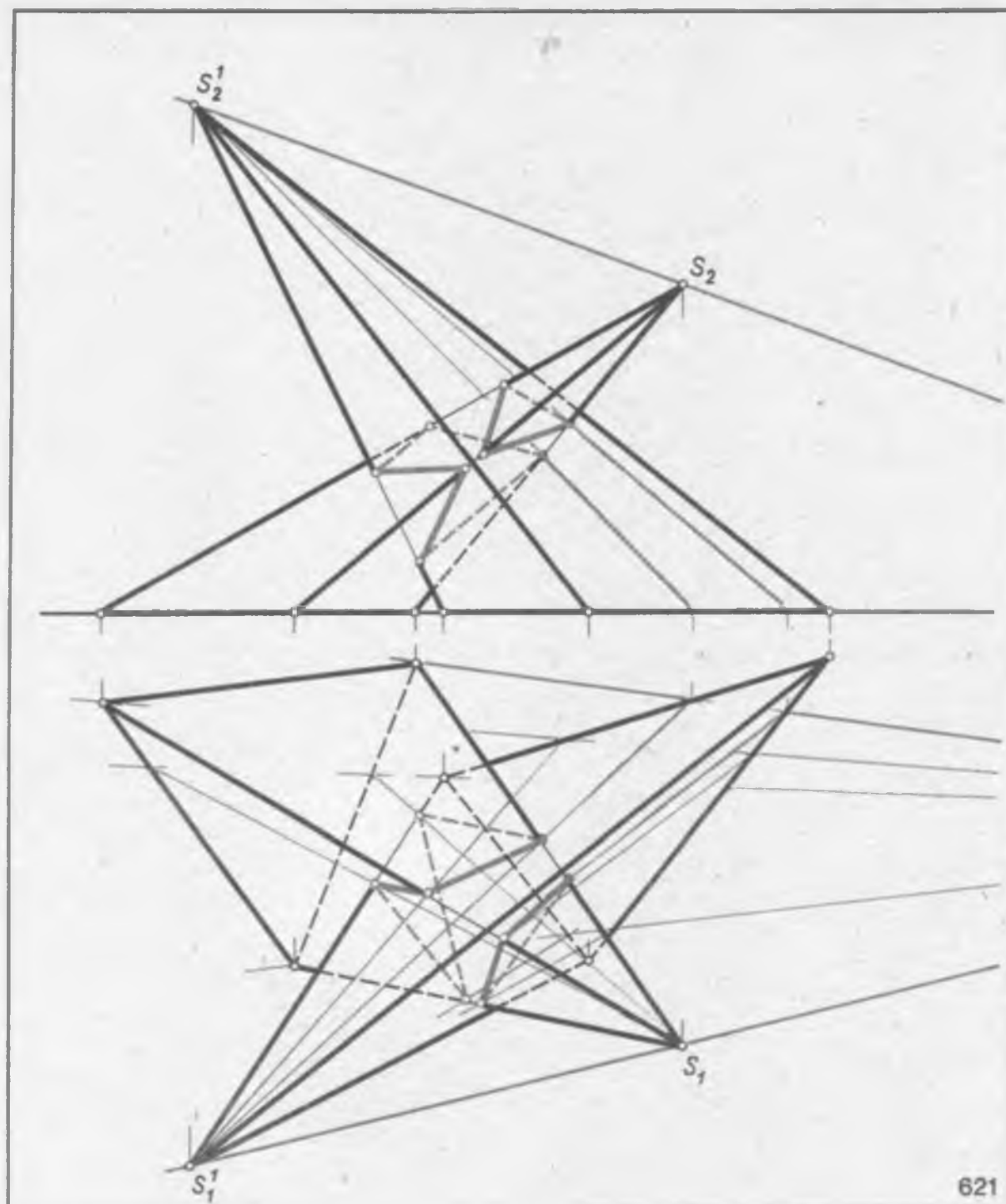
Задачи:

619. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с треугольной пирамидой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамид находятся в разных координатных плоскостях. Координаты вершин пирамид известны.

Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.

620. Построить линию пересечения четырехугольной пирамиды с треугольной пирамидой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамид находятся в разных координатных плоскостях. Координаты вершин пирамид известны.

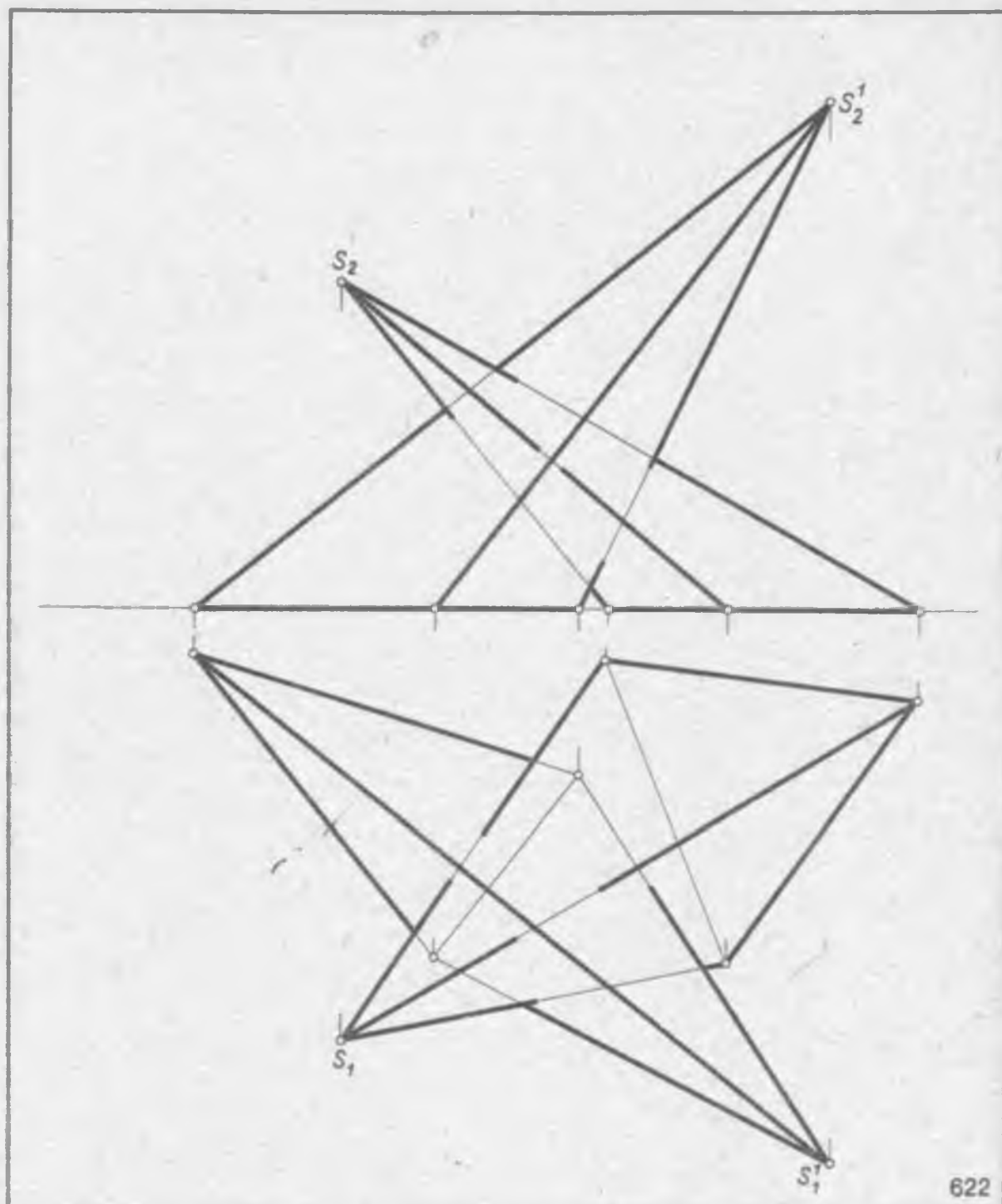
Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.

**Задача:**

621. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с треугольной пирамидой. Основания пирамид находятся в одной горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Показать видимость линии пересечения многогранников и видимость их ребер в проекциях.

Примечание. Вспомогательные секущие плоскости, которые проводят через ребра одной пирамиды при определении точек пересечения их с другой пирамидой, выбирают проходящими через вершины обеих пирамид.

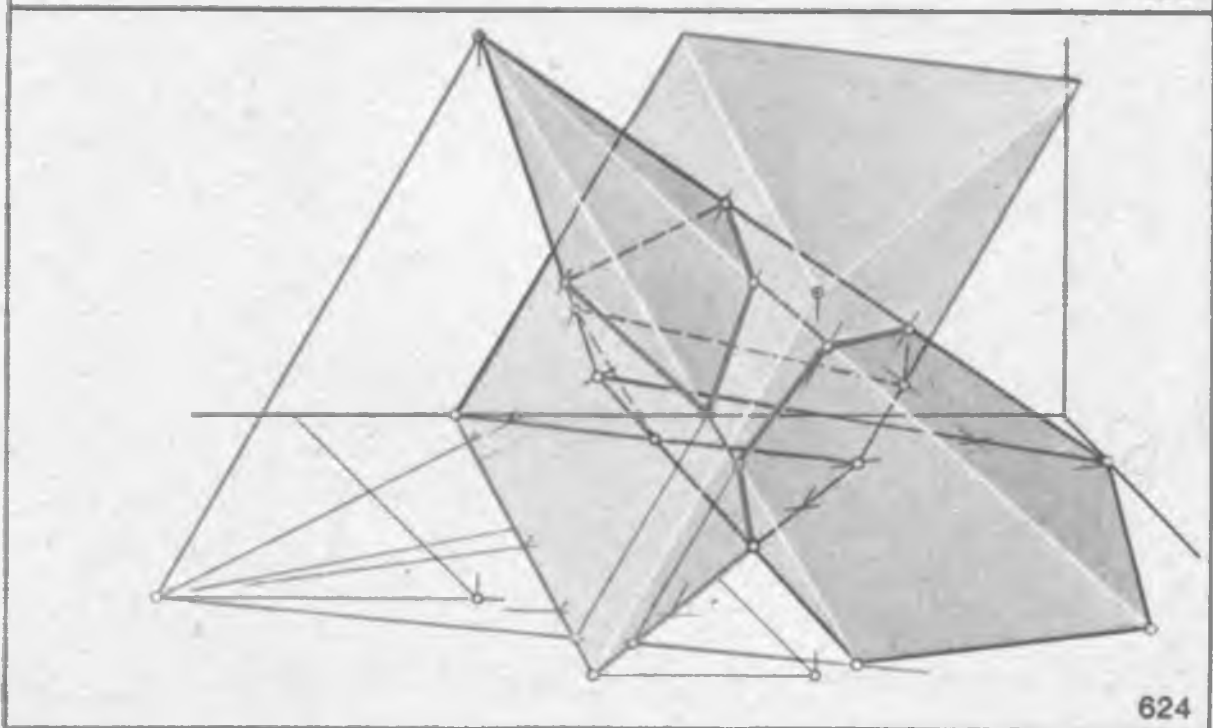
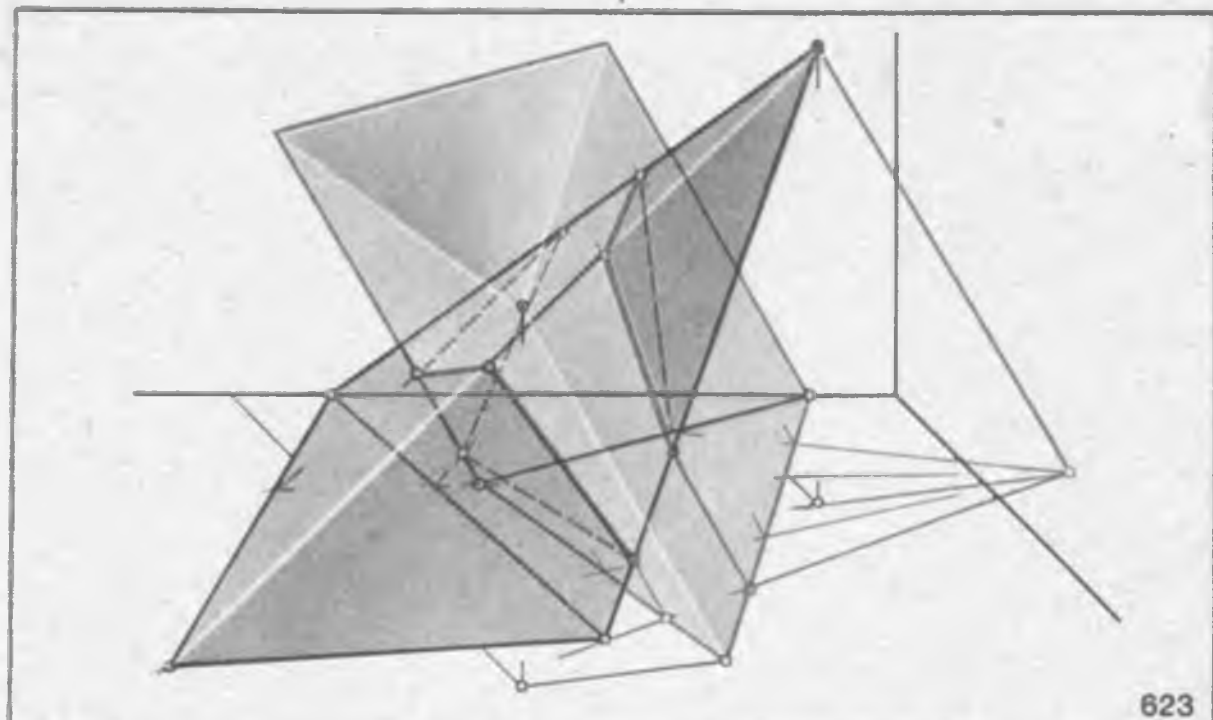
Видимыми являются только те из отрезков пространственного (плоского) многоугольника (линии пересечения многогранников), которые принадлежат двум видимым граням многогранников, все другие отрезки пространственной (плоской) ломаной представляются в проекциях невидимыми.

**Задача:**

622. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с треугольной пирамидой. Основания пирамид находятся в одной горизонтальной плоскости проекций P_1 . Показать видимость линии пересечения многогранников и видимость их ребер в проекциях.

Примечание. Вспомогательные секущие плоскости, которые проходят через ребра одной пирамиды при определении точек пересечения их с другой пирамидой, выбирают проходящими через вершины обеих пирамид.

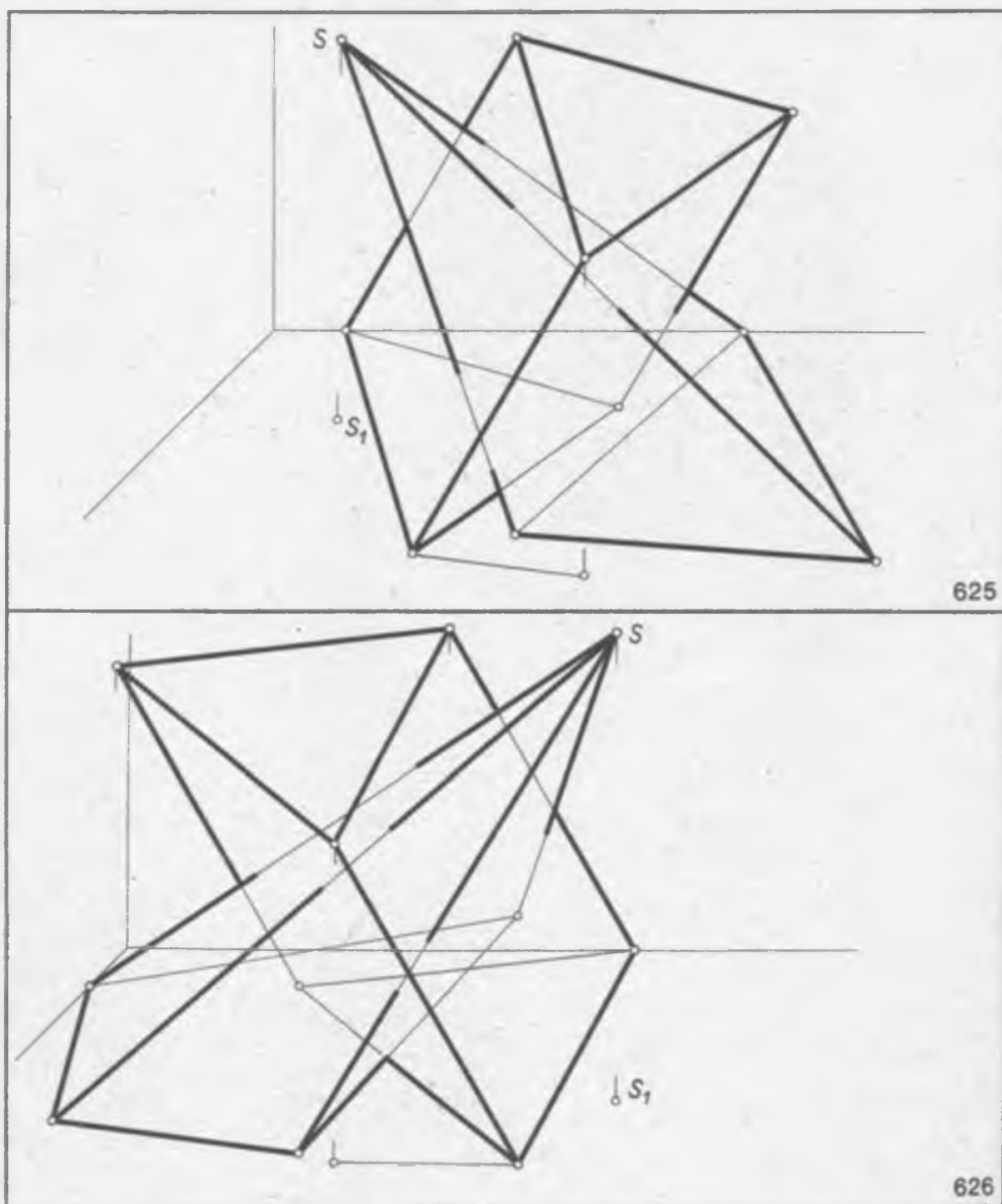
Видимыми являются только те из отрезков пространственного (плоского) многоугольника (линии пересечения многогранников), которые принадлежат двум видимым граням многогранников; все другие отрезки пространственной (плоской) ломаной представляются в проекциях невидимыми.



Задачи:

623. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с треугольной призмой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамиды и призмы лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Координаты вершин многогранников известны. Показать видимость линии пересечения, ребер и граней многогранников.

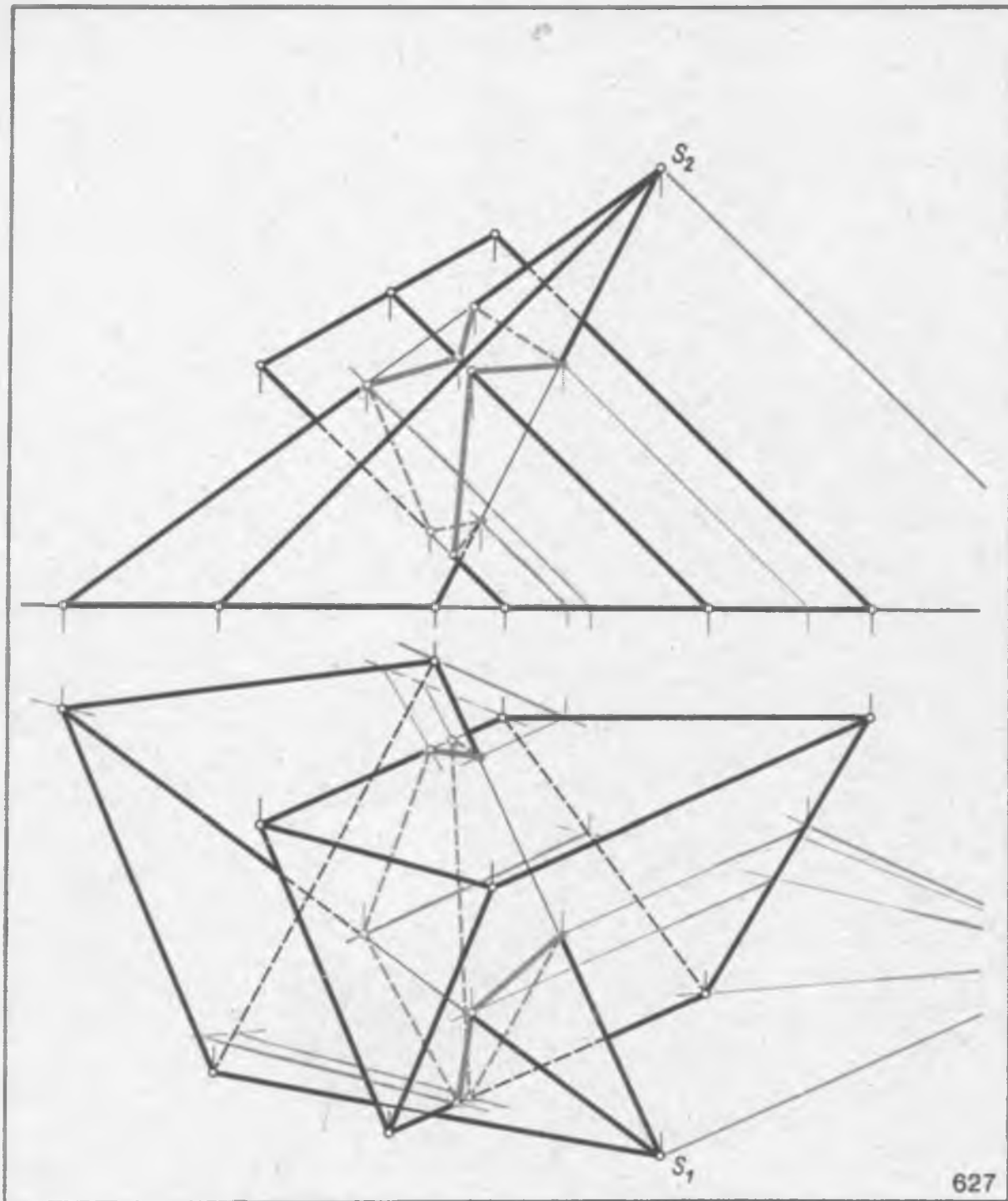
624. Построить линию пересечения четырехугольной пирамиды с треугольной призмой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамиды и призмы лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Координаты вершин многогранников известны. Показать видимость линии пересечения, ребер и граней многогранников.



Задачи:

625. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с треугольной призмой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамиды и призмы лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Координаты вершин многогранников известны. Показать видимость линии пересечения, ребер и граней многогранников.

626. Построить линию пересечения четырехугольной пирамиды с треугольной призмой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания пирамиды и призмы лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Координаты вершин многогранников известны. Показать видимость линии пересечения, ребер и граней многогранников.

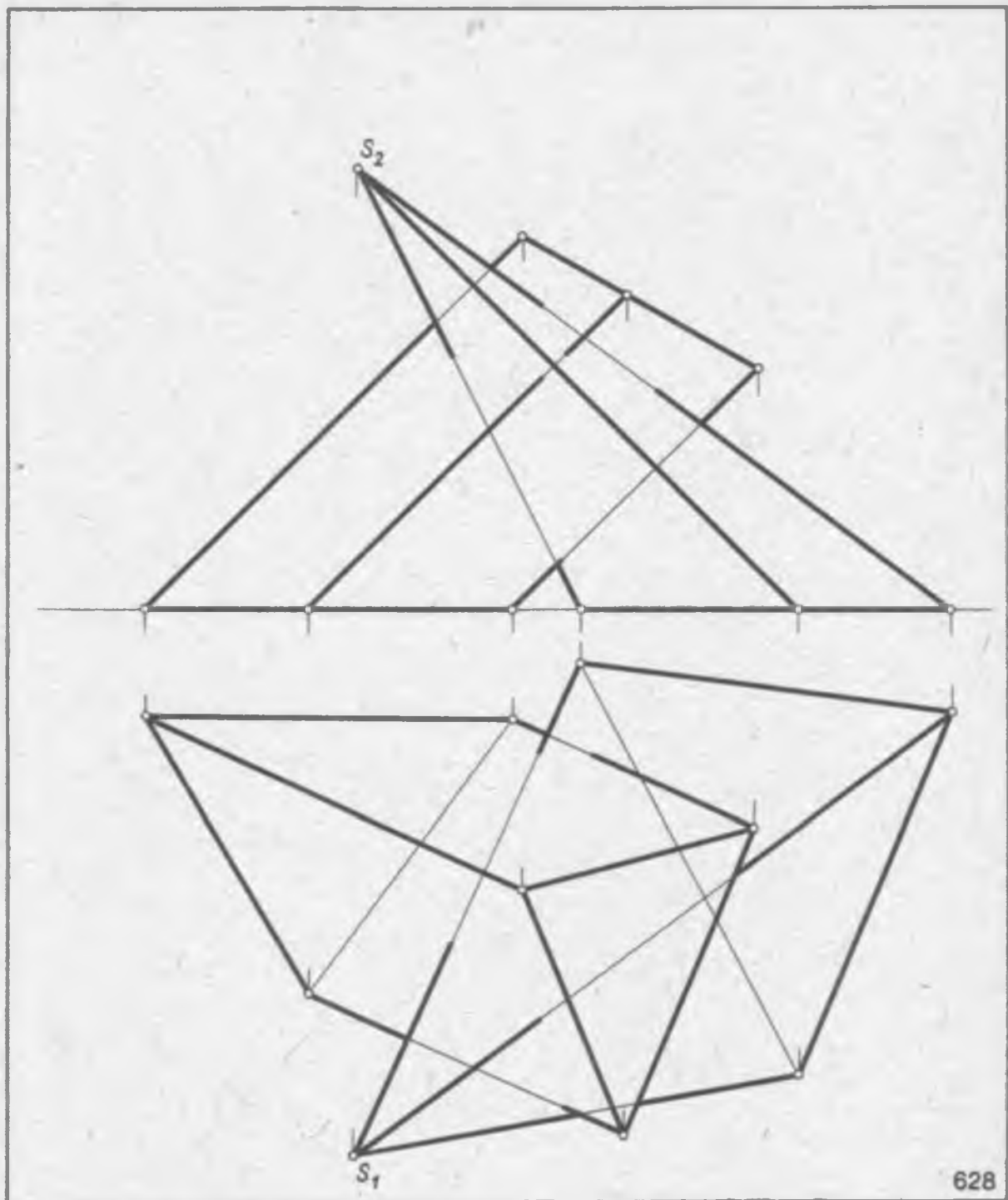


Задача:

627. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с треугольной призмой. Основания пирамиды и призмы лежат в одной горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Показать видимость линии пересечения многогранников, а также видимость их ребер в проекциях.

Примечание. Вспомогательные секущие плоскости, которые проходят через ребра пирамиды (призмы) при определении точек пересечения их с призмой (пирамидой), выбирают проходящими через прямую вершины пирамиды, параллельную боковым ребрам призмы.

Видимыми являются только те из отрезков пространственного (плоского) многоугольника (линии пересечения многогранников), которые принадлежат двум видимым граням многогранников; все другие отрезки пространственной (плоской) ломаной представляются в проекциях невидимыми.

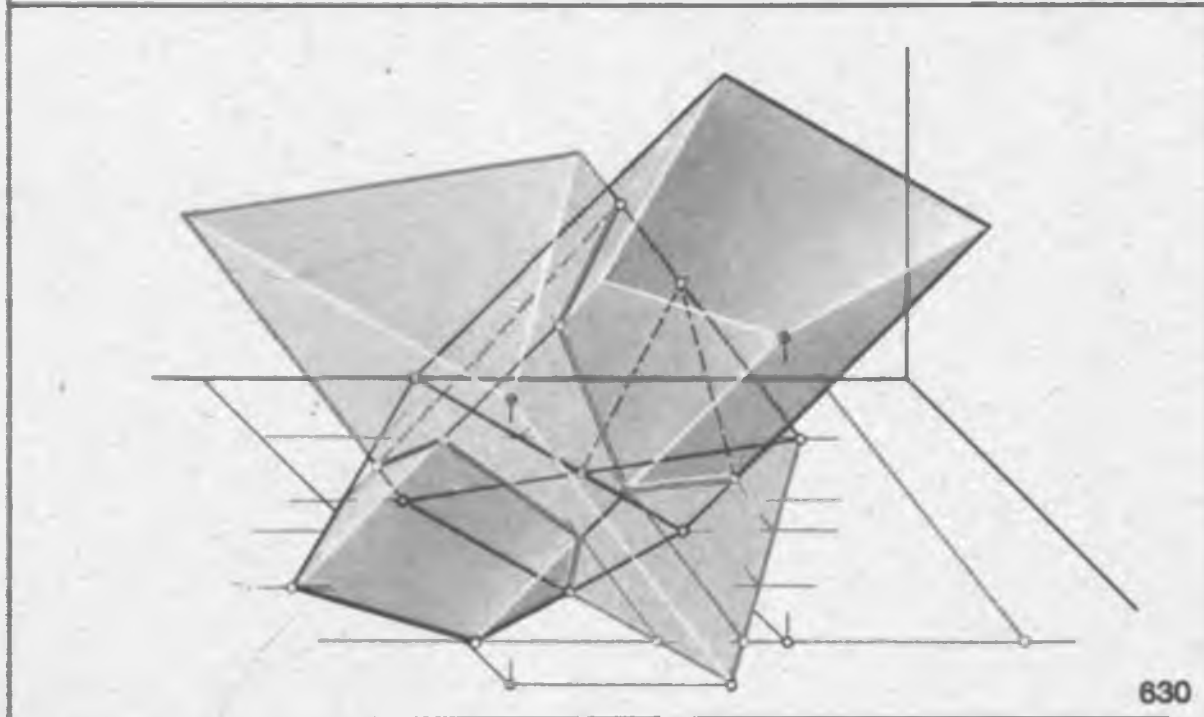
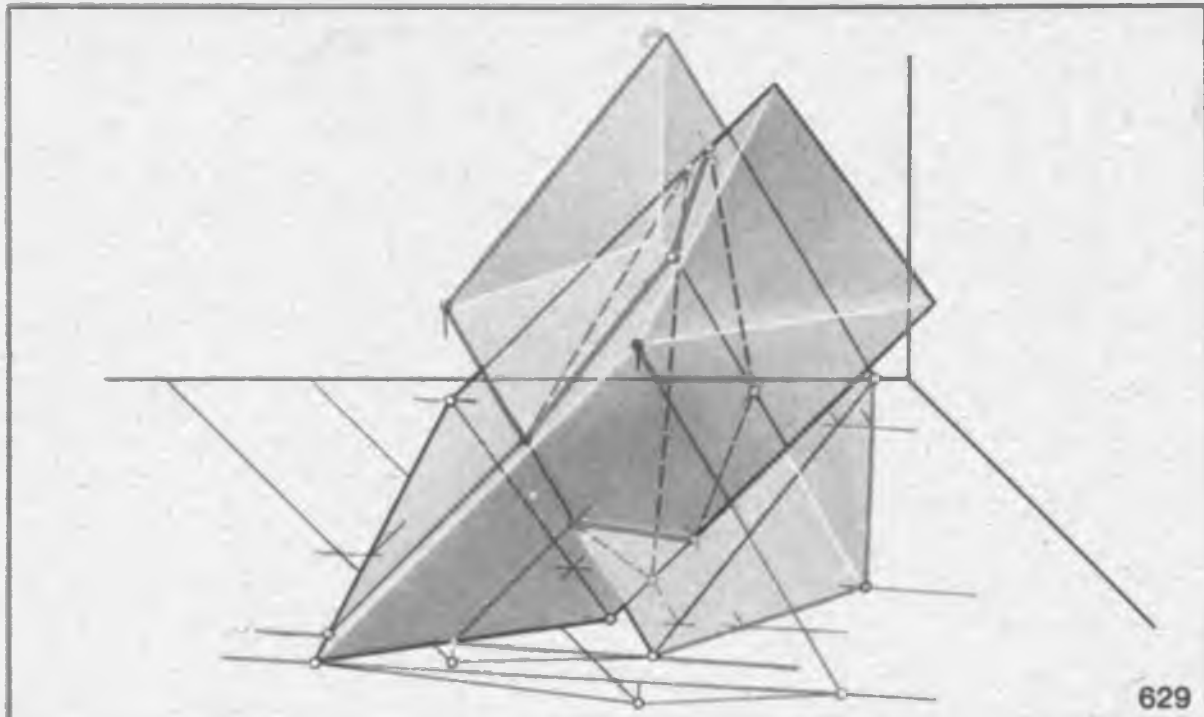


Задача:

628. Построить линию пересечения треугольной пирамиды с треугольной призмой. Основания пирамиды и призмы лежат в одной горизонтальной плоскости проекций P_1 . Показать видимость линии пересечения многогранников, а также видимость их ребер в проекциях.

Примечание. Вспомогательные секущие плоскости, которые проходят через ребра пирамиды (призмы) при определении точек пересечения их с призмой (пирамидой), выбирают проходящими через прямую вершину пирамиды, параллельную боковым ребрам призмы.

Видимыми являются только те из отрезков пространственного (плоского) многоугольника (линии пересечения многогранников), которые принадлежат двум видимым граням многогранников; все другие отрезки пространственной (плоской) ломаной представляются в проекциях невидимыми.



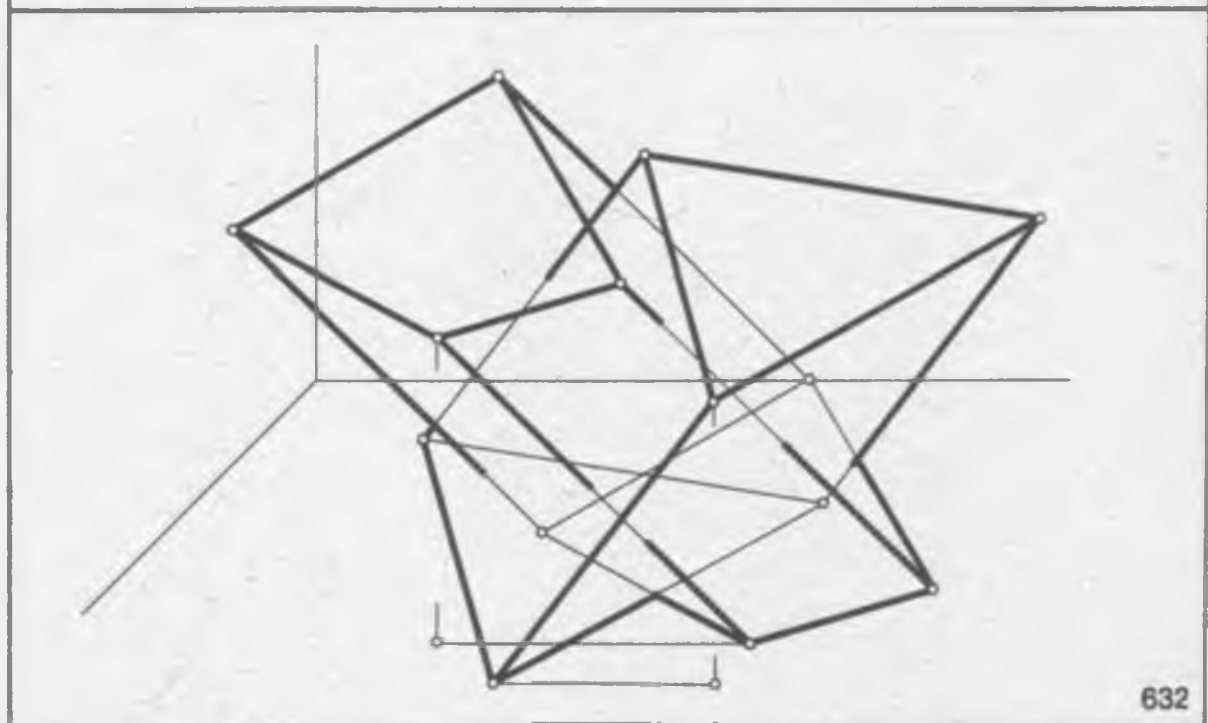
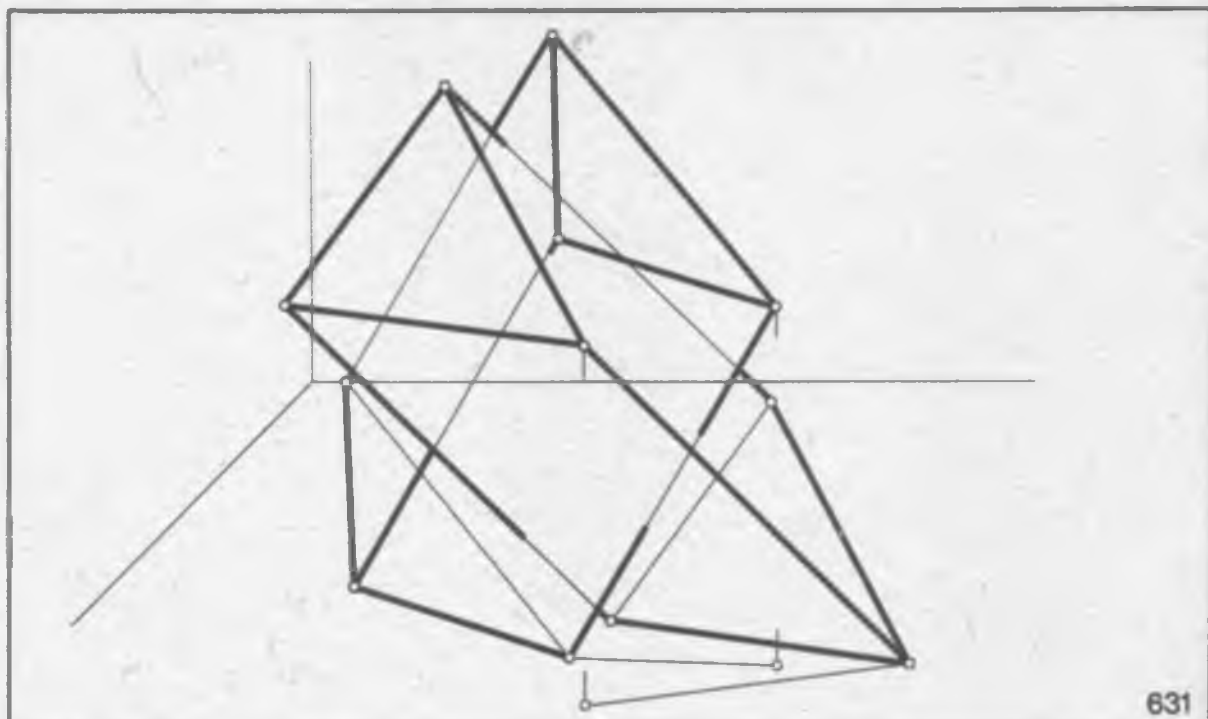
Задачи:

629. Построить линию пересечения двух треугольных призм, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания призм лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Координаты вершин треугольников верхних оснований каждой из призм известны.

Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.

630. Построить линию пересечения треугольной призмы с четырехугольной призмой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания призм лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Координаты вершин многоугольников верхних оснований призм известны.

Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.



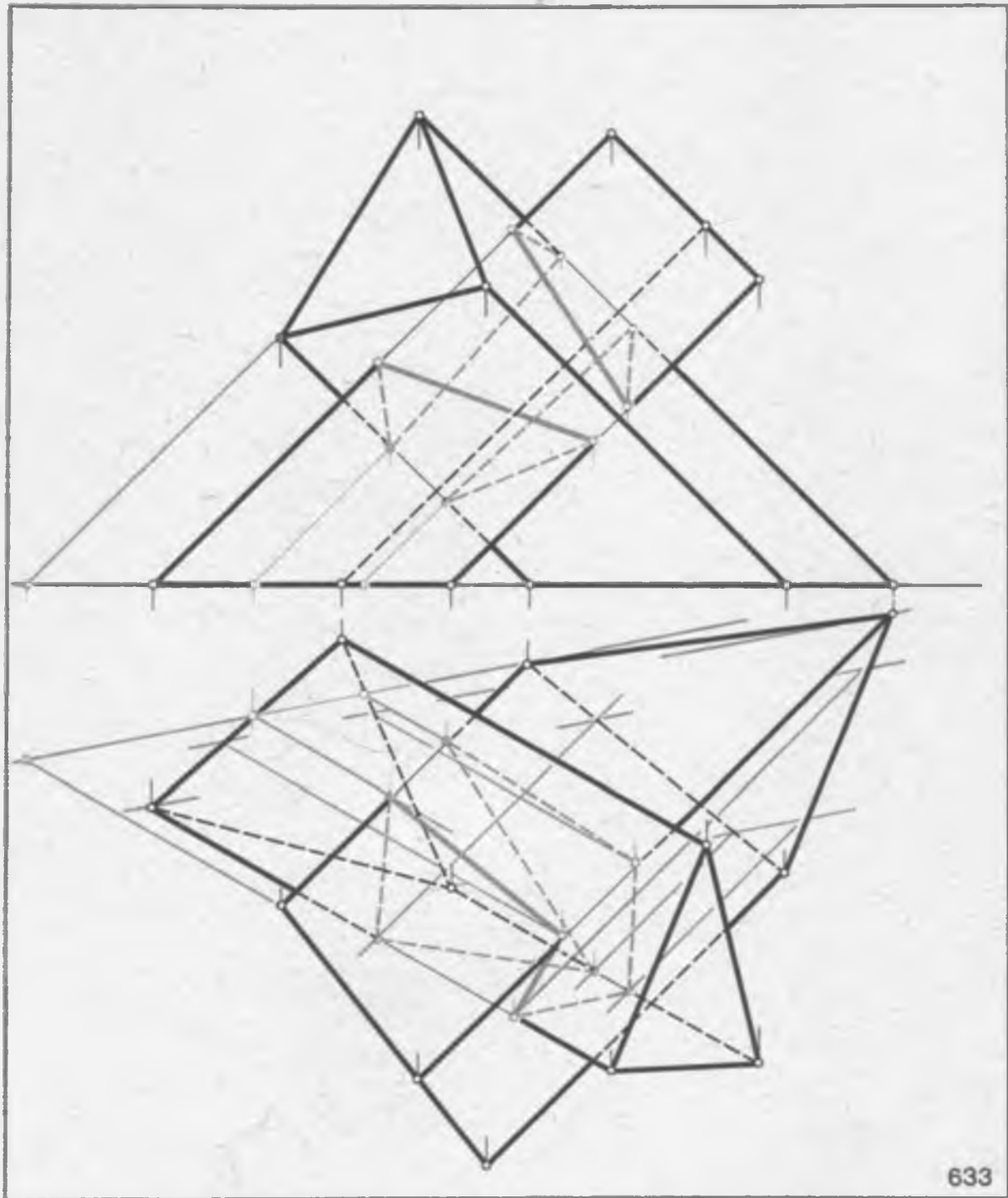
Задачи:

631. Построить линию пересечения двух треугольных призм, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания призм лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Координаты вершин треугольников верхних оснований каждой из призм известны.

Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.

632. Построить линию пересечения треугольной призмы с четырехугольной призмой, неизменно связанных с пространственной декартовой прямоугольной системой координатных осей. Основания призм лежат в одной горизонтальной координатной плоскости. Координаты вершин многоугольников верхних оснований призм известны.

Показать видимость линии пересечения многогранников, видимость их ребер и граней.

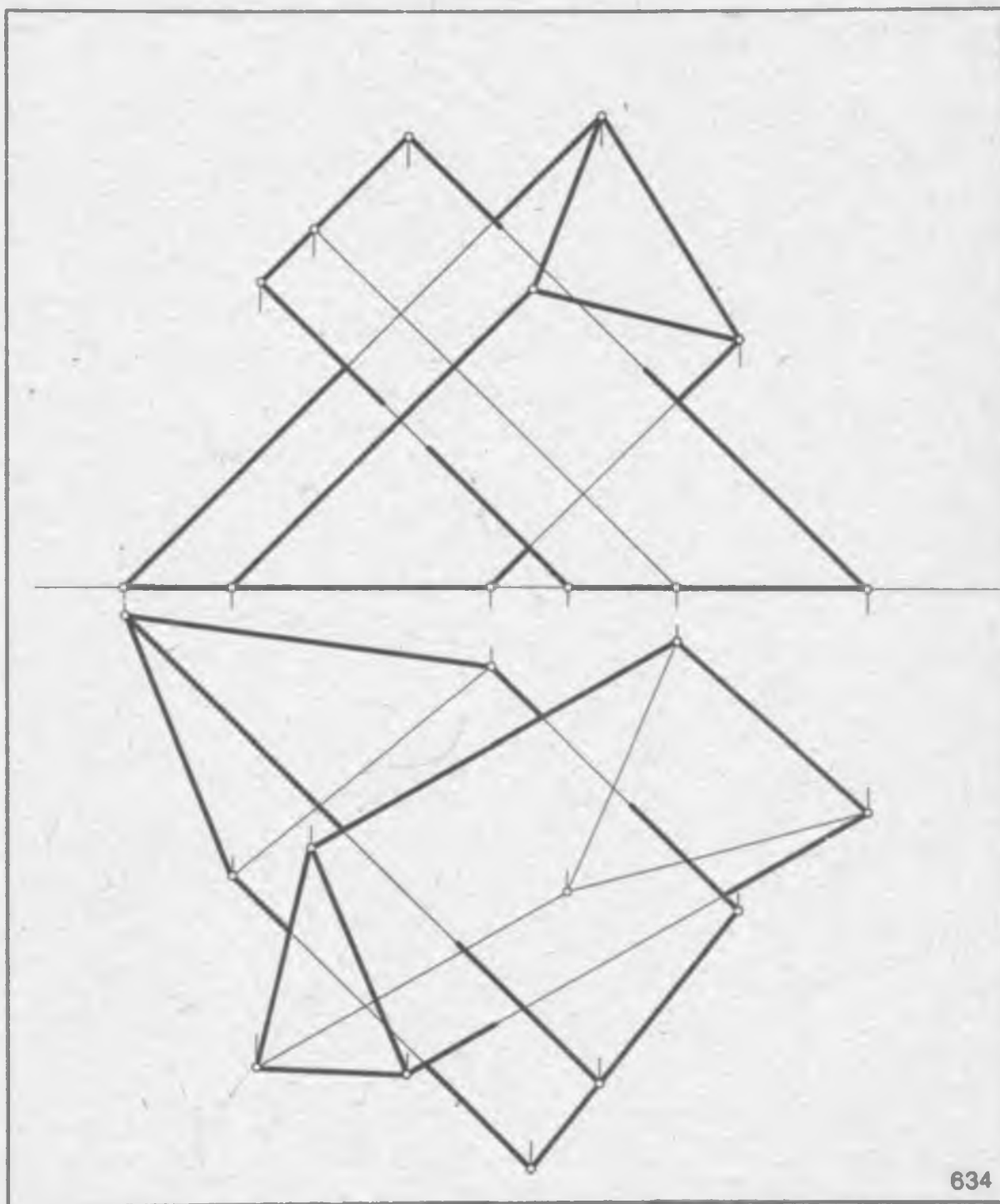


Задача:

633. Построить линию пересечения усеченной треугольной призмы с усеченной треугольной призмой. Основания призм лежат в одной горизонтальной плоскости проекций P_1 . Показать видимость линии пересечения, а также видимость ребер многогранников в проекциях.

Примечание. Вспомогательные секущие плоскости, которые проводят через боковые ребра призм при определении точек пересечения каждого из них с гранями другой призмы, выбирают параллельными боковым ребрам двух заданных призм.

Видимыми являются только те из отрезков пространственного (плоского) многоугольника (линии пересечения многогранников), которые принадлежат двум видимым граням многогранников; все другие отрезки пространственной (плоской) ломаной представляются в проекциях невидимыми.



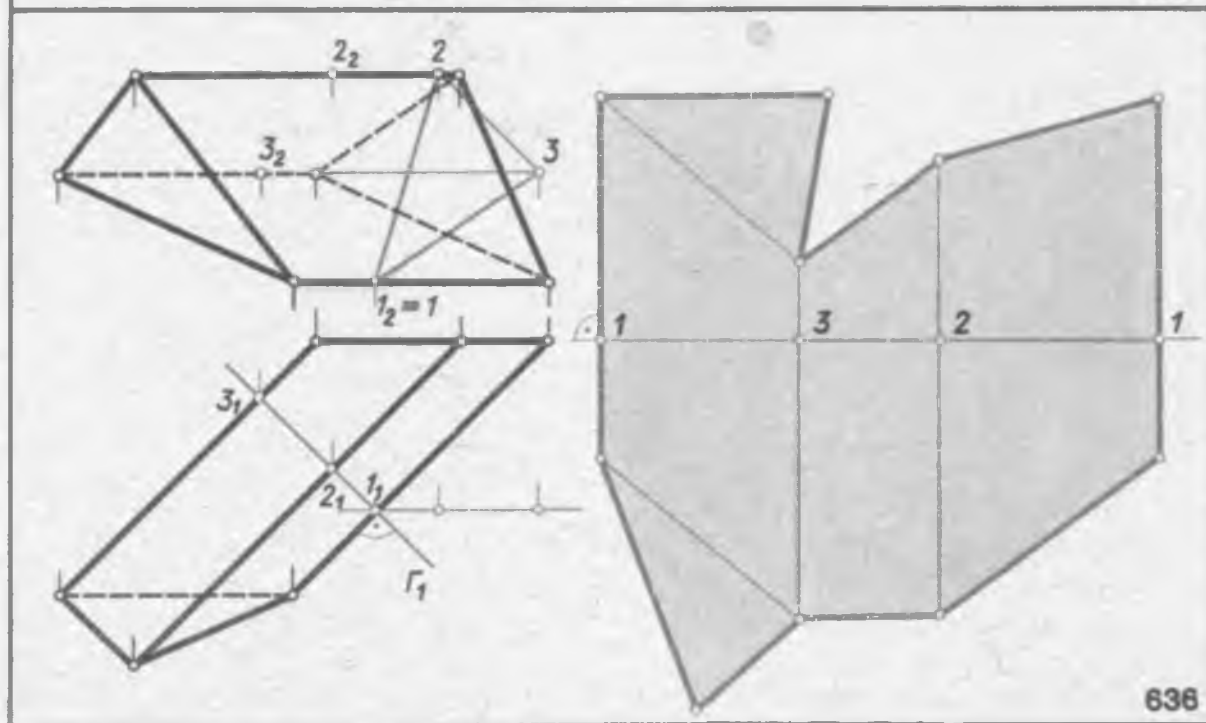
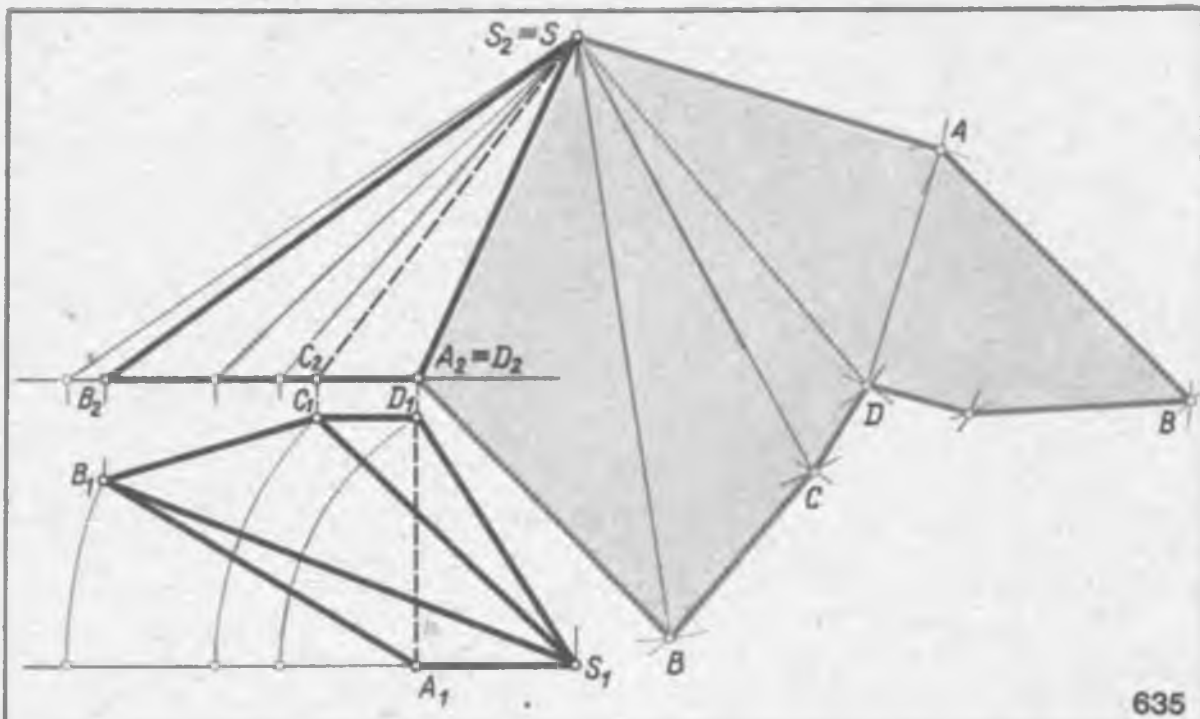
Задача:

634. Построить линию пересечения усеченной треугольной призмы с усеченной треугольной призмой. Основания призм лежат в одной горизонтальной плоскости проекций P_1 . Показать видимость линии пересечения, а также видимость ребер многогранников в проекциях.

Примечание. Вспомогательные секущие плоскости, которые проводят через боковые ребра призм при определении точек пересечения каждого из них с гранями другой призмы, выбирают параллельными боковым ребрам двух заданных призм.

Видимыми являются только те из отрезков пространственного (плоского) многоугольника (линии пересечения многогранников), которые принадлежат двум видимым граням многогранников; все другие отрезки пространственной (плоской) ломаной представляются в проекциях невидимыми.

§ 26. РАЗВЕРТКИ МНОГОГРАННИКОВ



Задачи:

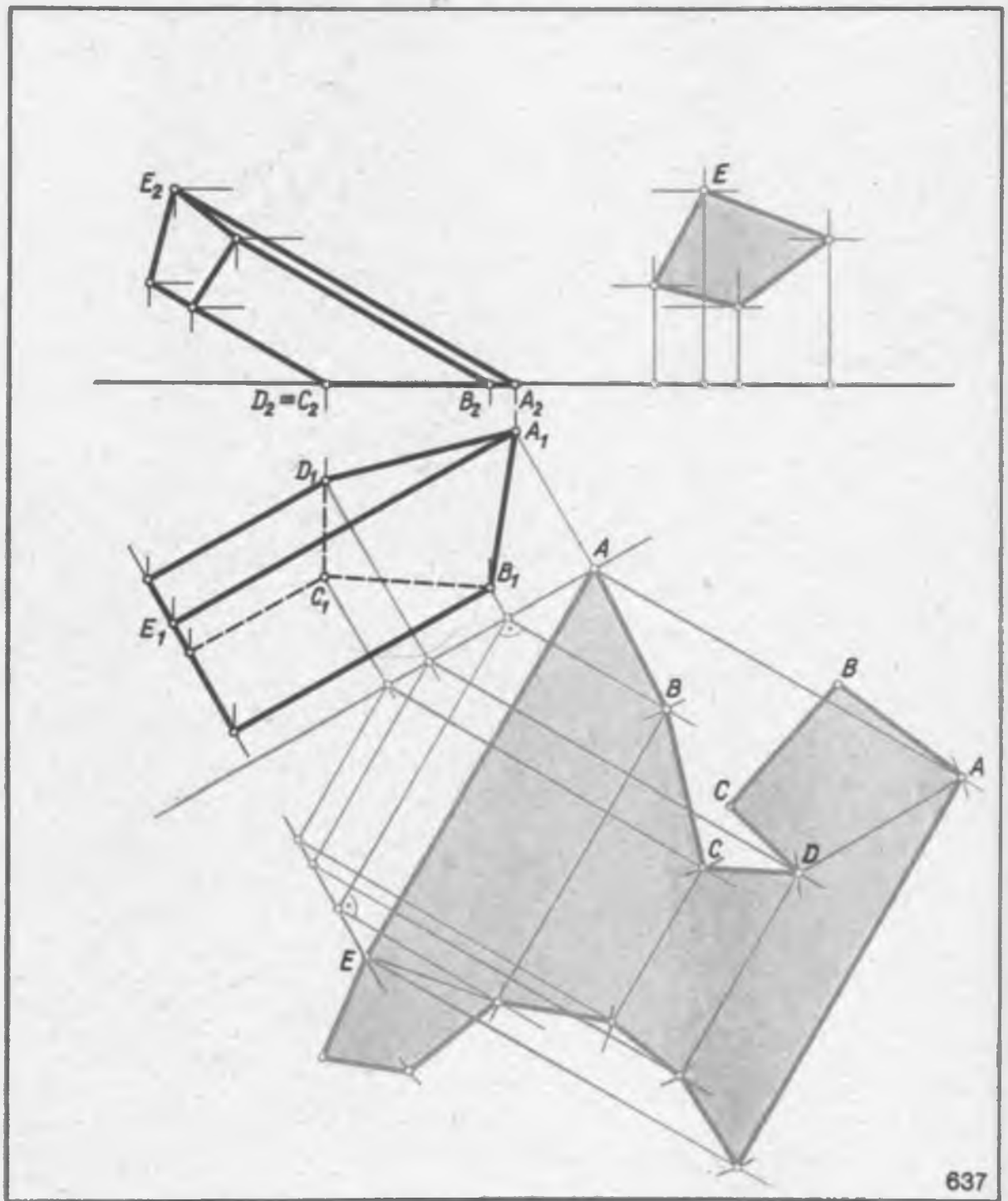
635. Построить полную развертку наклонной четырехугольной пирамиды с вершиной S и основанием $ABCD$ в горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

Примечание. Для построения развертки пирамиды использовать способ раскатки — последовательного совмещения граней пирамиды с плоскостью. Все грани

пирамиды совместить с фронтальной плоскостью ребра SA пирамиды.

636. Построить полную развертку усеченной наклонной треугольной призмы. Ребра боковой поверхности призмы параллельны горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Основание призмы находится во фронтальной плоскости проекций Π_2 .

Примечание. Для построения развертки призмы использовать способ нормального сечения.



Задача:

637. Построить полную развертку усеченной наклонной четырехугольной призмы с основанием $ABCD$ в горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

Ребра боковой поверхности призмы представлены отрезками произвольно расположенных прямых относительно плоскостей проекций Π_1 и Π_2 .

Примечание. Для построения развертки многогранной поверхности, выполненной из листового материала, использовать способ раскатки — последовательного совмещения граней призмы с плоскостью.

Все грани боковой поверхности призмы и грани оснований призмы совместить с дополнительной вертикальной плоскостью одного из ребер призмы. В решении задачи использовать преобразование эюра Монжа, применив способ замены плоскостей проекций.

Способы образования кривых линий могут быть различны. Одни кривые линии образуются по определенному закону (закономерные кривые); образование других носит эмпирический (опытный) характер (незакономерные кривые линии).

Закономерные кривые линии могут быть заданы графически и аналитически, т. е. уравнением. Незакономерные кривые линии задаются только графически на чертеже.

Уравнением кривой линии называют такое уравнение между переменными, которому удовлетворяют координаты любой точки, принадлежащей этой линии.

Закономерные кривые линии разделяют на *алгебраические* (определяемые в декартовых координатах алгебраическими уравнениями) и *трансцендентные* (определяемые неалгебраическими уравнениями).

Порядком алгебраической кривой линии называют степень ее уравнения.

Геометрически порядок плоской алгебраической кривой линии определяется наибольшим числом точек ее пересечения прямой линией. Порядок пространственной алгебраической кривой линии характеризуется наибольшим числом точек ее пересечения плоскостью общего положения.

Проекция кривых в общем случае представляются кривыми того же или более низкого порядка.

27. Кривые линии, все точки которых принадлежат одной плоскости, называют *плоскими*.

При параллельном проецировании порядок плоской алгебраической кривой не изменяется.

Касательная к кривой проецируется в касательную к проекции кривой.

В частном случае, когда плоскость кривой параллельна плоскости проекций, кривая и ее проекция конгруэнтны.

Степень искривленности кривой линии определяет ее кривизна.

Кривизна кривой есть предел отношения угла смежности между полукасательными к длине

дуги. Кривизну кривой в рассматриваемой точке определяют с помощью соприкасающейся окружности. Центр этой окружности определяет центр кривизны кривой. Множеством центров кривизны кривой линии является кривая. Ее называют *эволютой* данной кривой. Саму кривую в этом случае называют *эвольвентой*.

28. Кривые линии, составленные из последовательного ряда дуг монотонных кривых линий, называют *составными*.

Вершины (точки стыка) с общим центром кривизны называют *регулярными*, а замкнутые кривые линии с регулярными вершинами называются *овалами*. Вершины, отличные от регулярных вершин, называют *иррегулярными*. Иррегулярные вершины: *двойная, острья, перегиба, клюва*.

29. Плоскую кривую линию можно рассматривать как траекторию (путь) движущейся точки в плоскости.

Каждому участку пути s , пройденного точкой, соответствует определенный угол α поворота касательной относительно начального положения.

Величины s и α (в радианах) называют *естественными координатами* плоской кривой.

30. Алгебраическую кривую линию, которая описывается в системе декартовых координат уравнением второй степени относительно текущих координат, называют *кривой* *линией* *второго* *порядка*.

Эллипс представляет собой множество точек, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная.

Гипербола — множество точек, разность расстояний от которых до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная.

Парабола представляет собой множество точек, равноудаленных от заданной точки (фокуса) и прямой.

31. Кривые линии, построенные при помощи центроид, называют *рулеттами*. Рулетту

можно задать подвижной и неподвижной центроидами и производящей точкой.

Рулетку называют *циклической* или *циклоидальной*, если центроидами ее являются дуги окружностей.

Кривая линия как траектория точки окружности, катящейся без скольжения по прямой линии, называется *циклоидой*.

Циклическую рулетку называют *эпициклоидой* (надциклоидой), если центроиды ее (окружности данных радиусов) находятся во внешнем соприкосновении. Если соприкосновение центроид (окружностей) внутреннее, рулетку называют *гипоциклоидой* (подциклоидой).

Эпициклоиду называют *кардиоидой*, если $r = R$, где r — радиус подвижной, а R — радиус неподвижной центроиды.

Гипоциклоиду называют *астроидой*, если $r = \frac{R}{4}$.

Гипоциклоиду называют *перициклоидой*, если $r > R$.

Гипоциклоида преобразуется в отрезок прямой, если $r = \frac{R}{2}$.

Точка окружности радиуса r , катящейся без скольжения по внутренней стороне окружности радиуса $R = 2r$, движется по диаметру неподвижной окружности.

32. Кривые линии можно построить путем преобразования других линий.

Конхоидальным называют такое преобразование кривой линии, при котором радиус-векторы ее точек, исходящие из данного полюса, увеличиваются и уменьшаются на одну и ту же величину.

Инверсией кривой линии относительно окружности радиуса R называют такое преобразование, при котором произведение радиус-векторов соответствующих точек данной (базовой) кривой и точек строящейся кривой постоянно и равно R^2 .

Построение кривой, конформной данной кривой линии, называют *конформным преобразованием* этой кривой. Две

кривые называют *конформными*, если они составлены из последовательного ряда их парных точек.

33. Из плоских кривых широко известны замечательные кривые линии: *строфоида*, *циссоида Диокла*, *декартов лист*, *Верзьева Аньези*, *линии Кассини*, *лемниската Бернулли*, *архимедова* и *логарифмические спирали* и др. Такие кривые задаются уравнениями, которые и дают возможность всесторонне их исследовать, выявить их основные свойства.

34. В отличие от плоских пространственные кривые линии не лежат всеми своими точками в плоскости. Пространственную кривую линию рассматриваем как траекторию (путь) движущейся точки в пространстве. Плоскости, проходящие через любые три точки пространственной кривой линии, в общем случае имеют различные направления и положения.

Цилиндрическую винтовую линию — *гелису* — можно рассматривать как траекторию движения точки, равномерно вращающейся вокруг оси и одновременно равномерно перемещающейся в направлении этой оси.

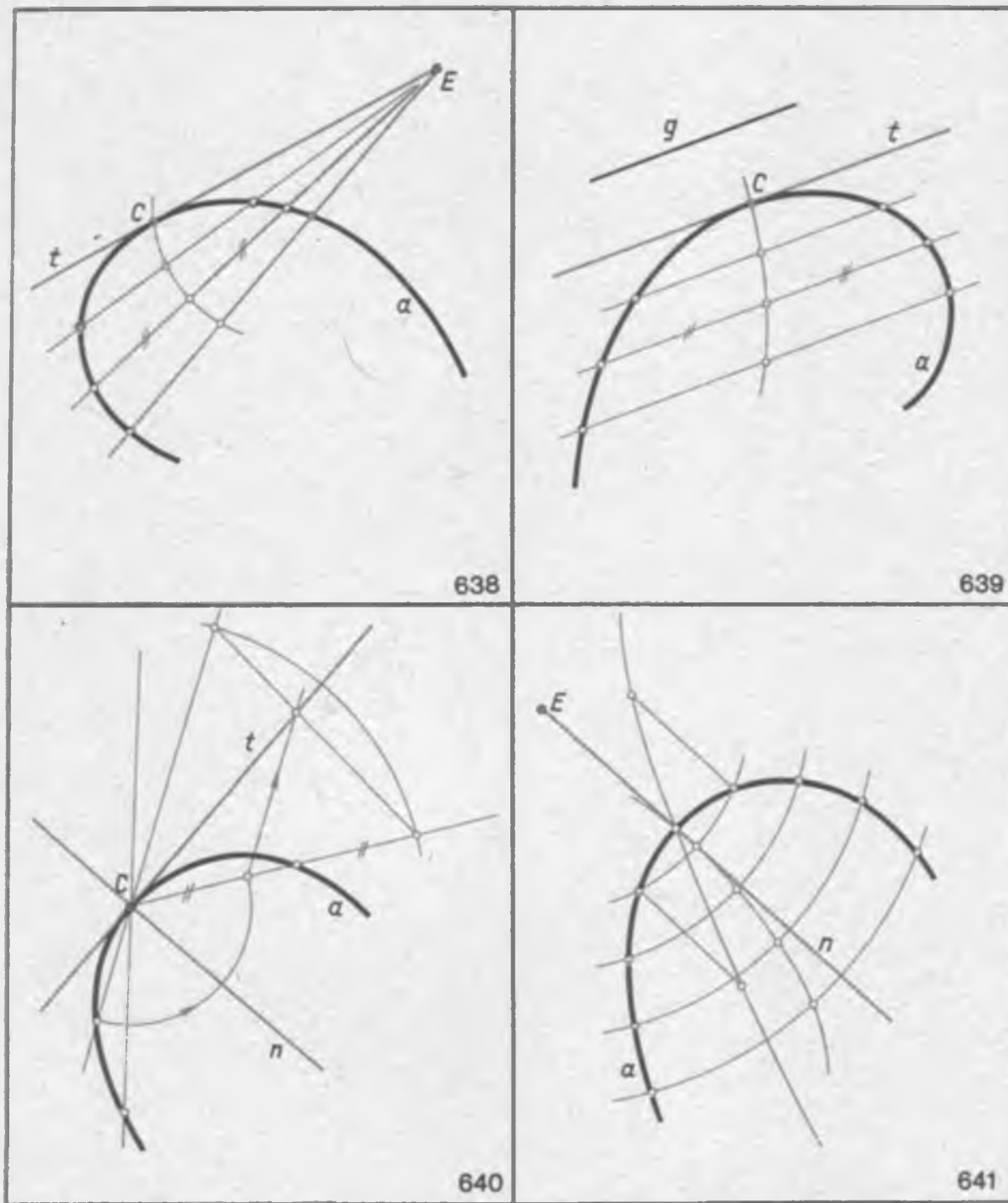
Величину s перемещения точки в направлении оси, соответствующую одному полному обороту вокруг оси, называют *шагом винтовой линии*.

Ход цилиндрической винтовой линии определяет стрелка, поставленная на горизонтальной проекции. Принято считать, что точка опускается по траектории к плоскости, перпендикулярной оси.

Если стрелка совпадает с направлением часовой стрелки, то это цилиндрическая винтовая линия правого хода. Если стрелка указывает направление, обратное ходу часовой стрелки, то цилиндрическая винтовая линия левого хода.

Гелиса используется как эталон при сравнении с ней других пространственных кривых линий на бесконечно малых участках. Она используется как базовая линия при задании винтовых поверхностей, а также при решении ряда задач, относящихся к винтовым поверхностям.

§ 27. ПЛОСКИЕ КРИВЫЕ ЛИНИИ. КРИВИЗНА. ЭВОЛЮТА И ЭВОЛЬВЕНТЫ КРИВОЙ



Задачи:

638. Через точку E , не принадлежащую кривой a , провести касательную t к этой кривой.

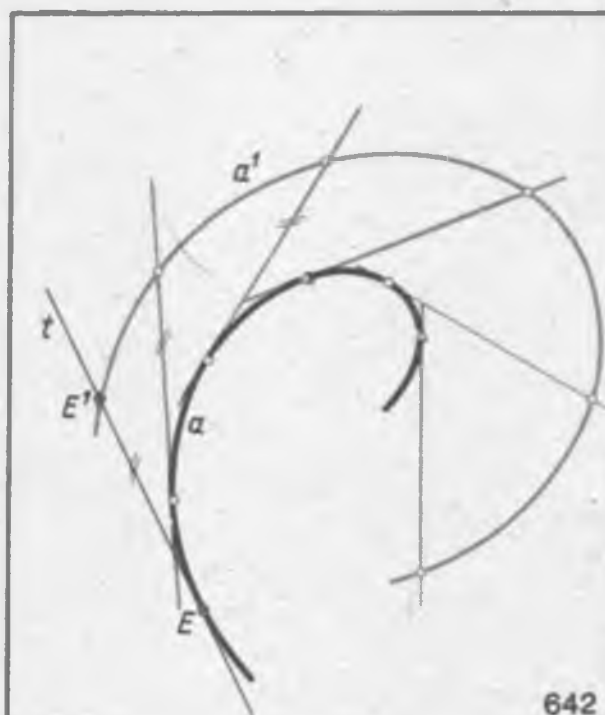
639. Провести касательную t к кривой a параллельно данному направлению g .

640. Через точку C плоской кривой линии a провести касательную t и нормаль n к кривой.

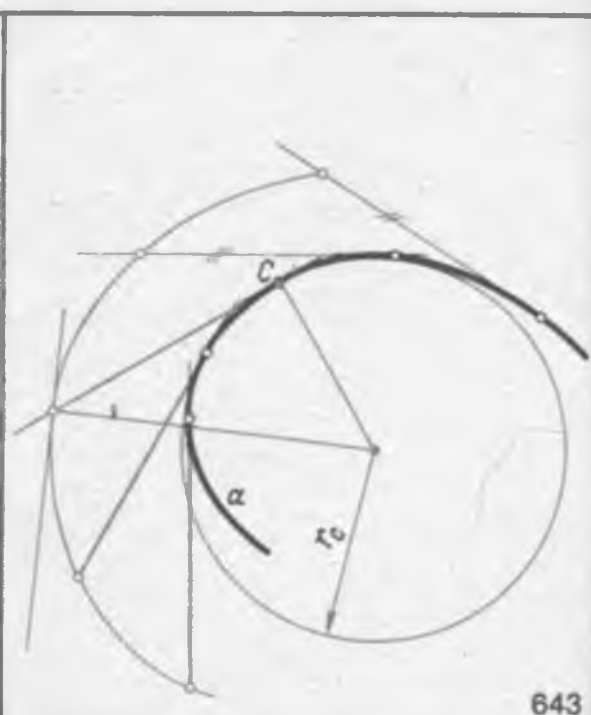
641. Построить нормаль n данной кривой

линии a , проходящую через точку E вне этой кривой.

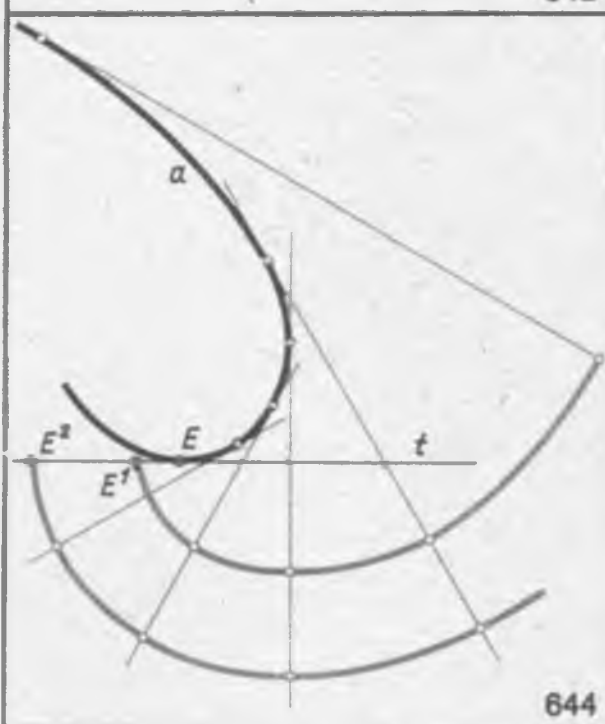
Примечание. Касательная — прямая, соединяющая две бесконечно близкие точки кривой. Касательной t к кривой линии a в точке C называется прямая, с которой стремятся совпасть две разнонаправленные секущие. Нормально в точке C кривой линии a называется перпендикуляр к касательной t .



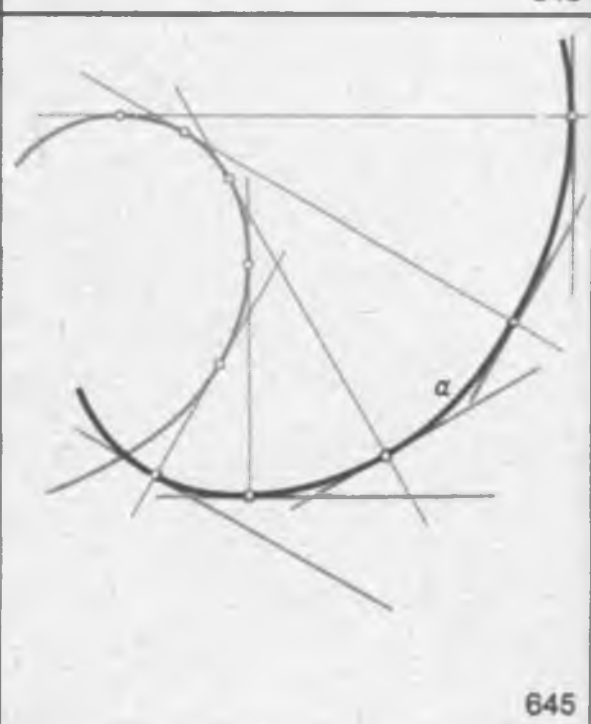
642



643



644



645

Задачи:

642. Через точку E' , принадлежащую касательной t к данной кривой линии a в точке E , провести кривую линию a' , эквитангенциальную данной кривой a .

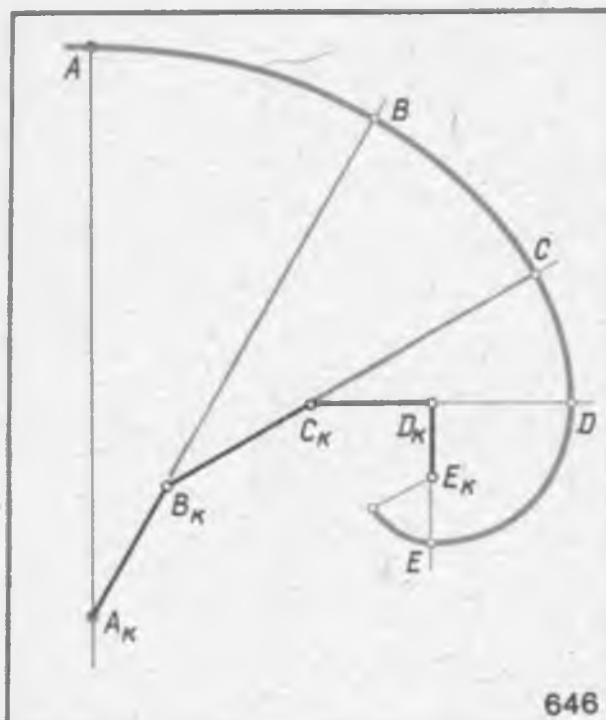
643. Определить центр и радиус кривизны плоской кривой линии a в данной ее точке C . Построить круг кривизны — соприкасающуюся в этой точке окружность.

644. Построить эволюнты кривой a , проходящие через точки E' и E'' касательной t к кривой линии a в данной точке E .

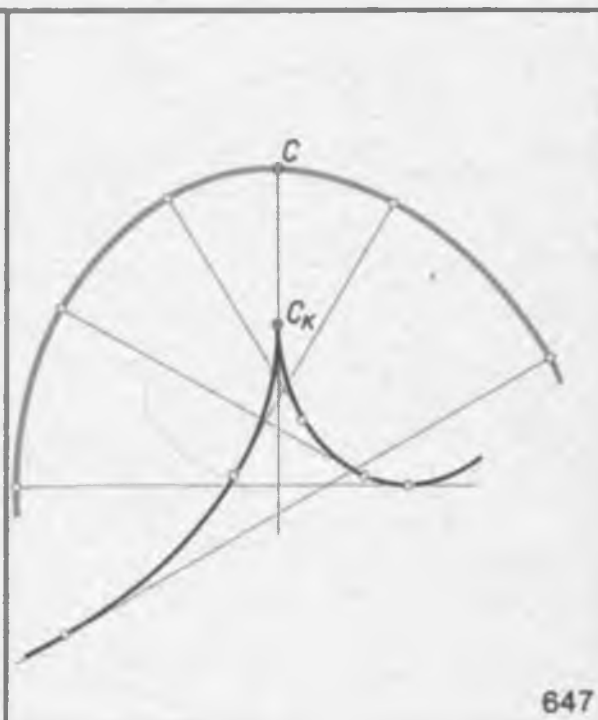
645. Построить эволюту данной кривой линии a .

Примечание. Кривизна — это предел отношения угла смежности касательных к соответствующей дуге, т. е. $k = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \alpha}{\Delta s}$. Эволюта — множество центров кривизны плоской кривой. Данная же кривая относительно своей эволюты называется эвольвентой.

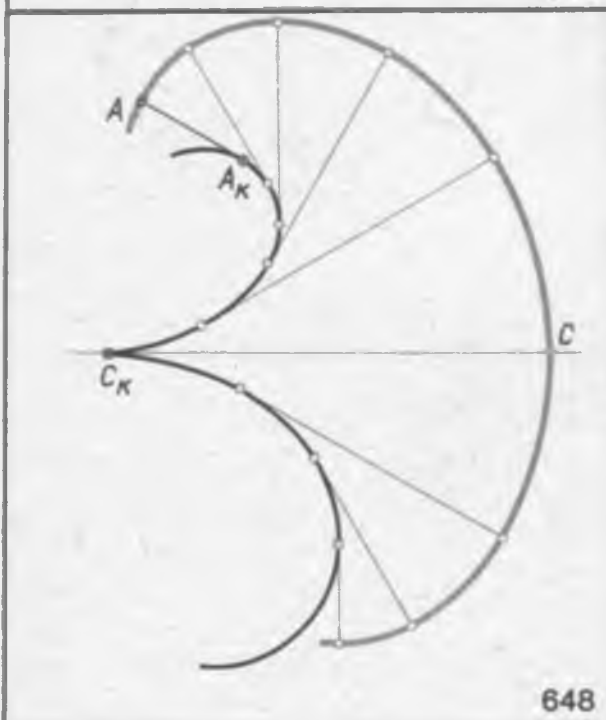
§ 28. ПЛОСКИЕ СОСТАВНЫЕ КРИВЫЕ. ВЕРШИНЫ КРИВЫХ ЛИНИЙ



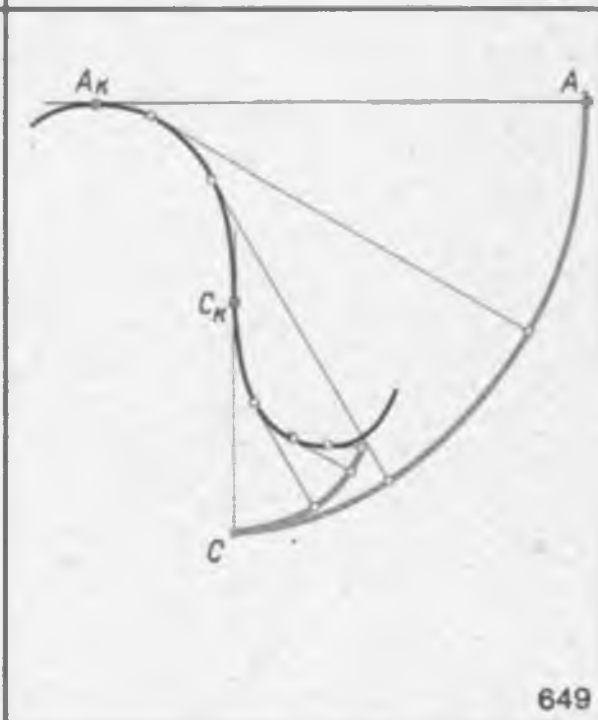
646



647



648



649

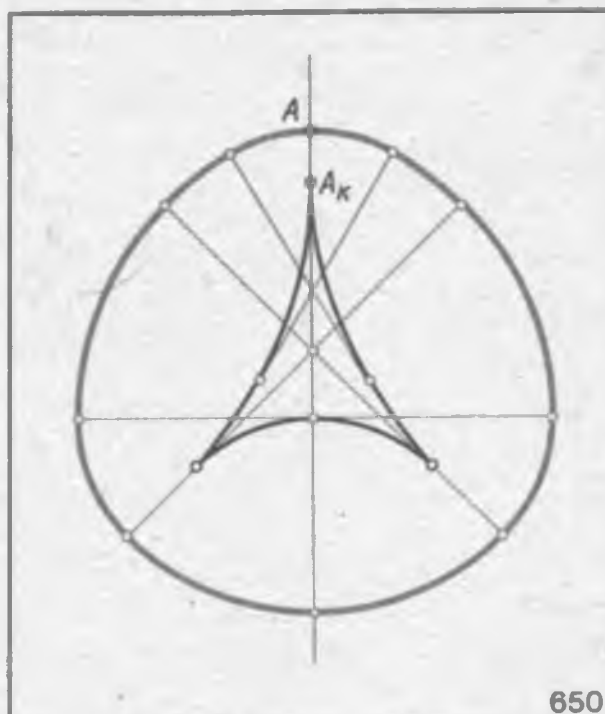
Задачи:

646. Построить корбовую кривую линию. Точки $A_K, B_K, C_K, \dots$ ломаной являются центрами кривизны корбовой кривой в ее двойных вершинах $A, B, C, \dots$. Двойная вершина A кривой известна.

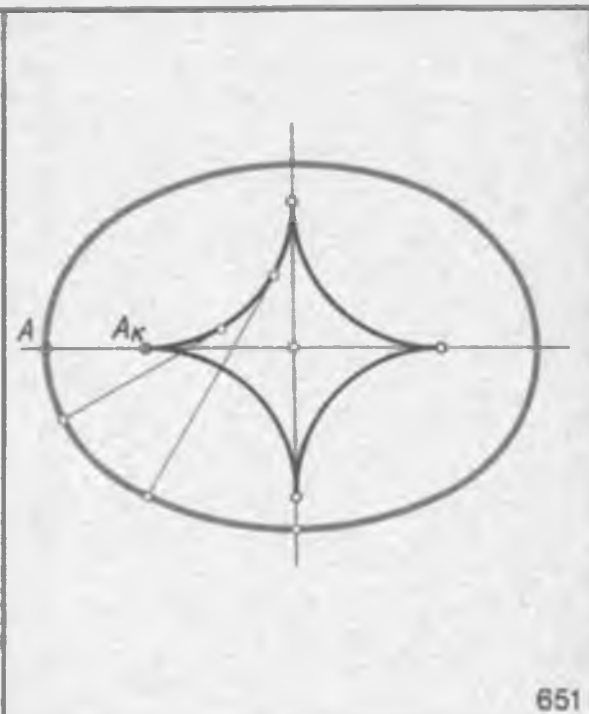
647. По заданной кривой, как эволюте с вершиной возврата первого рода в точке C_K , построить эвольвенту этой кривой, проходящую через точку C касательной к кривой в точке возврата.

648. По заданной кривой, как эволюте с вершиной возврата первого рода в точке C_K , построить эвольвенту этой кривой, проходящую через точку A касательной к кривой в точке A_K . Определить точку C — регулярную вершину составной кривой.

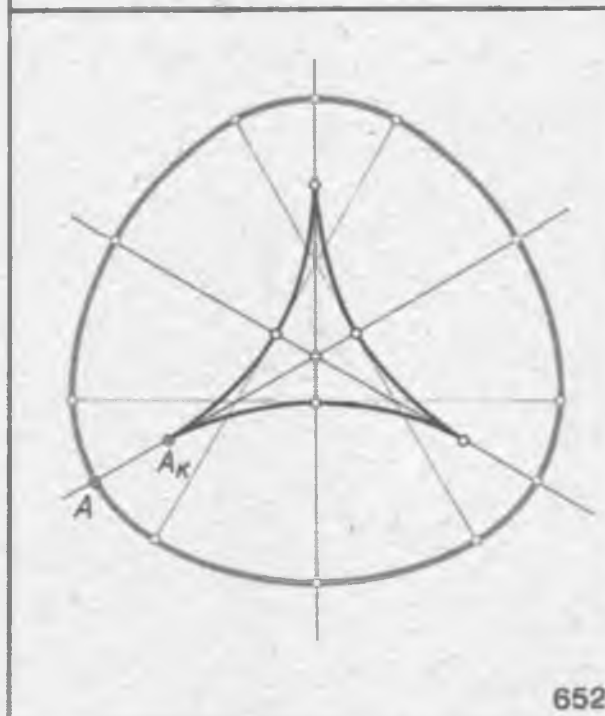
649. По заданной кривой, как эволюте с вершиной перегиба в точке C_K , построить эвольвенту этой кривой, проходящую через точку A касательной к кривой в точке A_K . Определить точку C — иррегулярную вершину составной кривой.



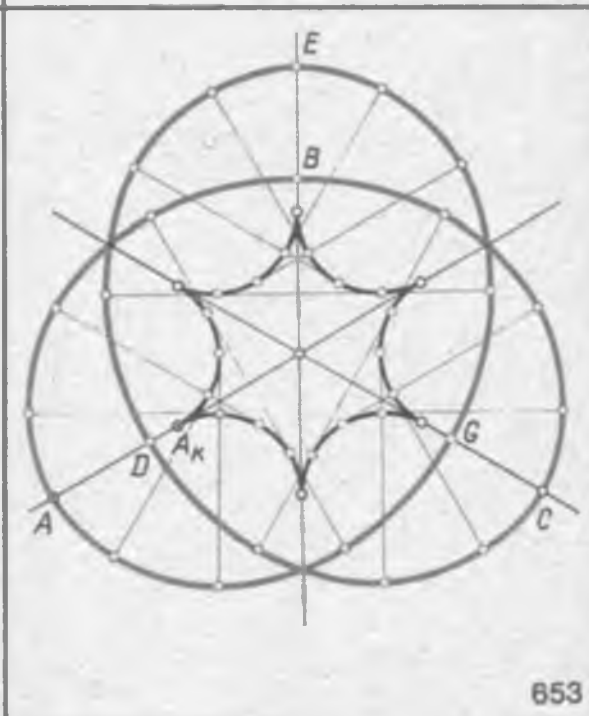
650



651



652



653

Задачи:

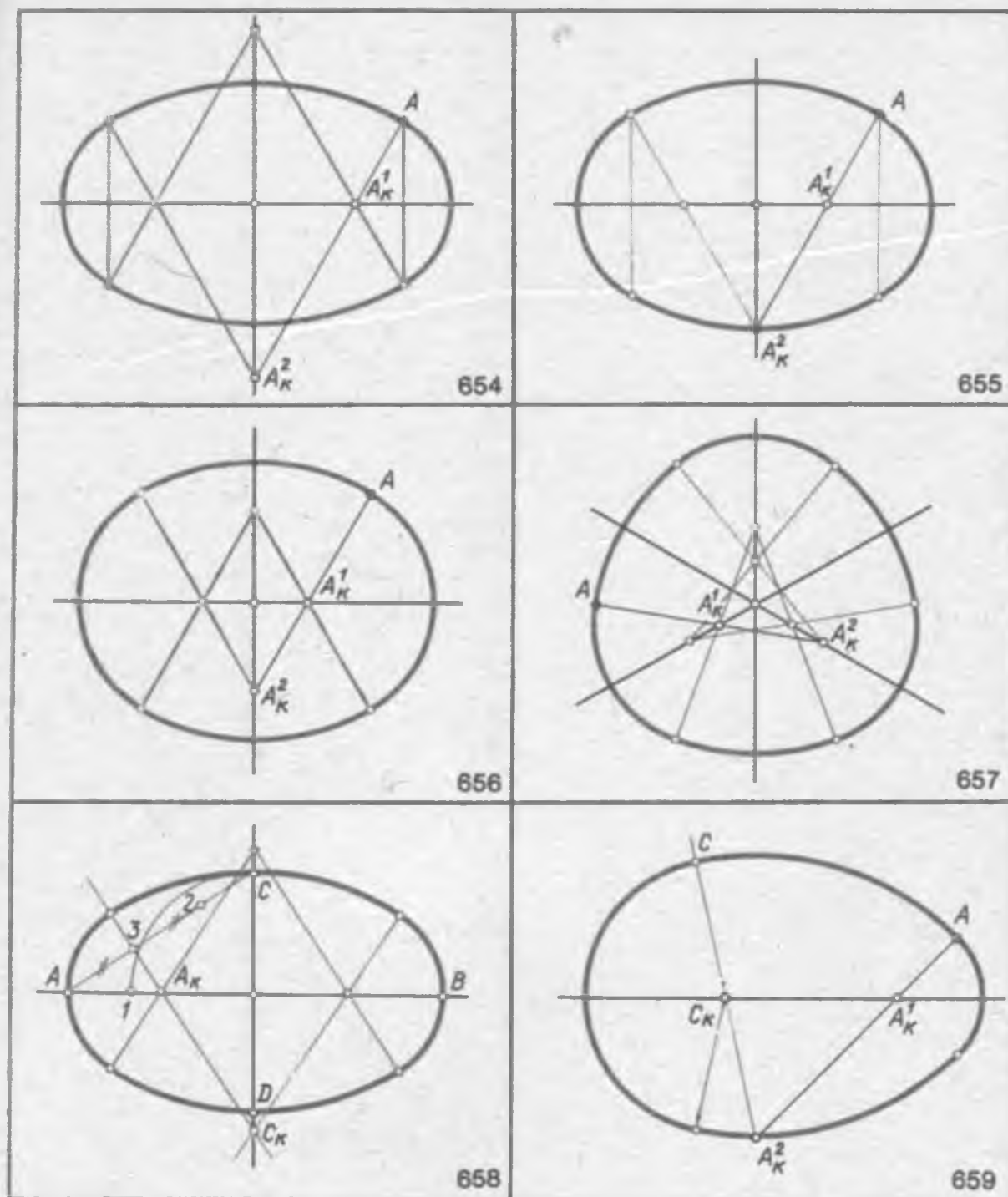
650. Построить односимметричный двойной овал. Эволютой овала является односимметричная замкнутая кривая с тремя вершинами острия. Точка A_K эволюты принадлежит оси симметрии овала и является центром кривизны овала в регулярной вершине A .

651. Построить двухсимметричный простой овал. Точка A_K эволюты овала принадлежит его

оси симметрии и является центром кривизны овала в регулярной вершине A .

652. Построить трехсимметричный двойной овал. Точка A эволюты овала принадлежит его оси симметрии и является центром кривизны овала в регулярной вершине A .

653. Построить шестисторонний трехсимметричный двойной овал. Точка A_K эволюты овала принадлежит его оси симметрии и является центром кривизны овала в регулярной вершине A .



Задачи:

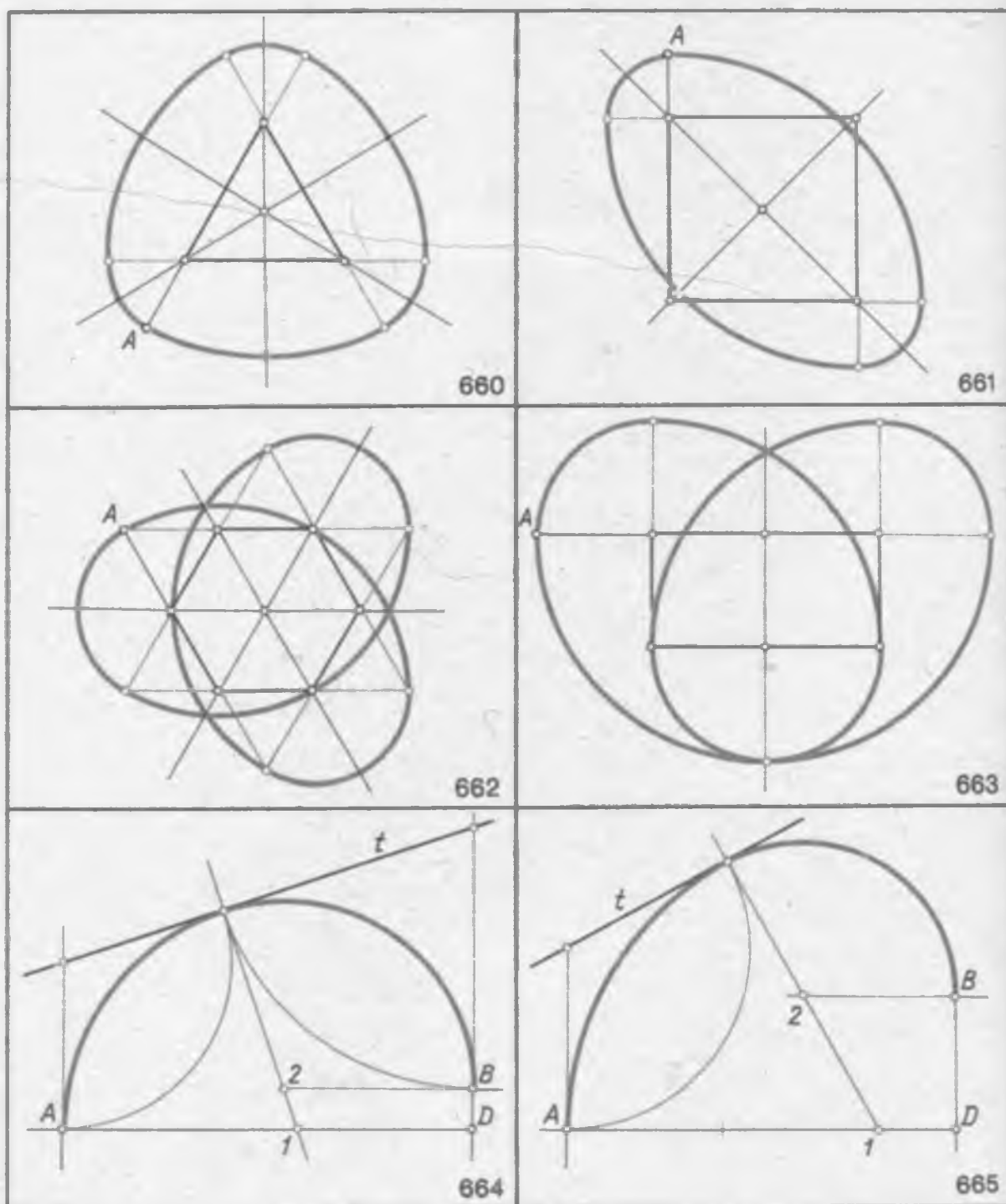
654.655.656. Построить двухсимметричный коробовый овал. Две пересекающиеся взаимно перпендикулярные прямые определяют направления осей симметрии овала. Точки A_K^1 и A_K^2 заданных осей симметрии являются центрами кривизны овала в его двойной вершине A .

657. Построить трехсимметричный коробовый овал. Точки A_K^1 и A_K^2 заданных осей сим-

метрии являются центрами кривизны овала в его двойной вершине A .

658. Построить коробовый овал, заданный размерами его двух осей симметрии AB и CD .

659. Построить односимметричный коробовый овал. Точки A_K^1 и A_K^2 являются центрами кривизны овала в его двойной вершине A ; точка C_K оси симметрии является центром кривизны двойной вершины овала.



Задачи:

660. Построить коробовый овал с двойной вершиной в точке A и центрами кривизны в вершинах данного равностороннего треугольника.

661. Построить двухсимметричный коробовый овал с вершиной в точке A . Вершины данного квадрата являются центрами кривизны овала в его двойных вершинах.

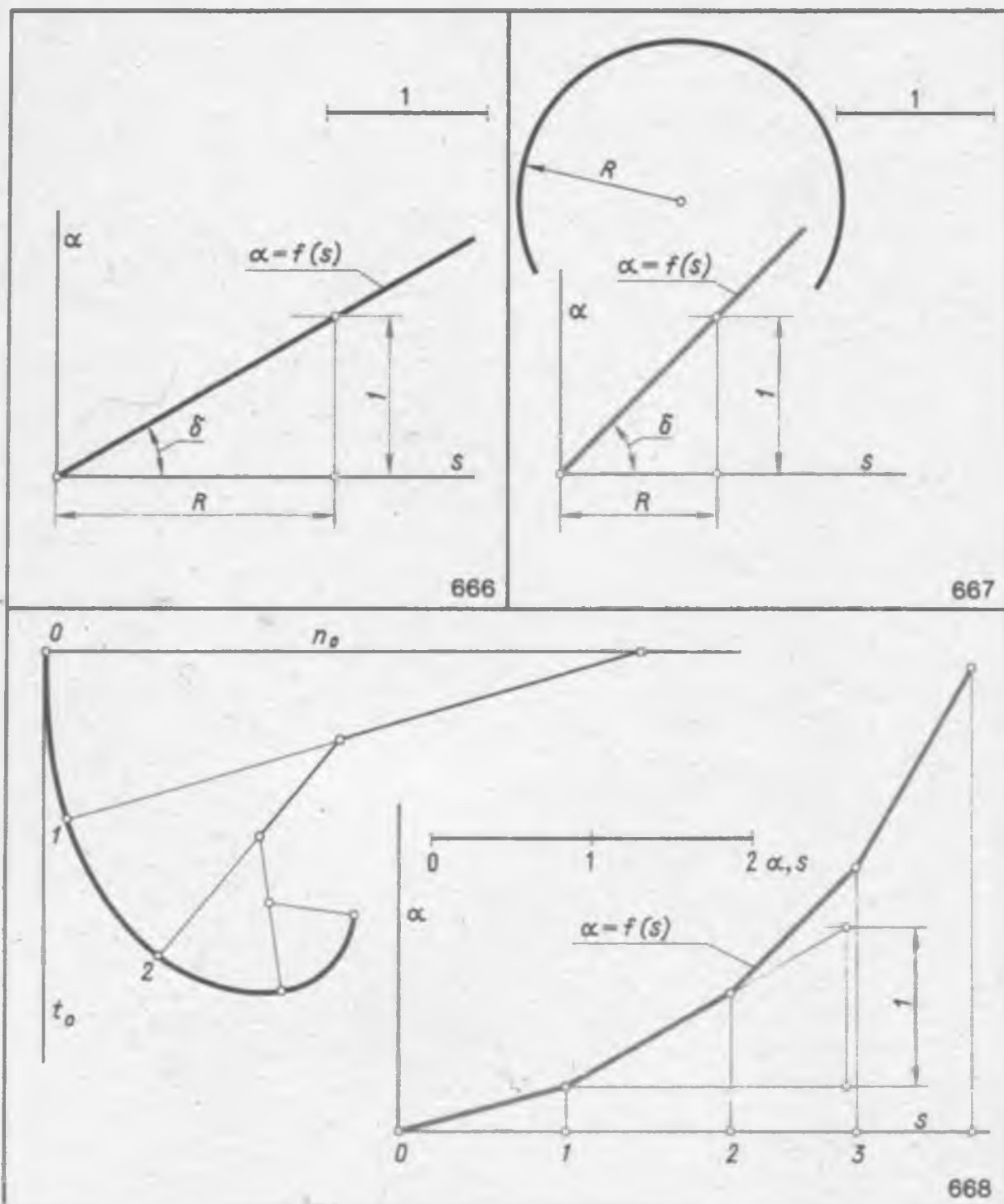
662. Построить трехсимметричный коробовый овал с двойной вершиной в точке A . Вер-

шины данного равностороннего шестиугольника являются центрами кривизны овала в его двойных вершинах.

663. Построить односимметричный коробовый овал с двойной вершиной в точке A . Двойные вершины овала имеют центры кривизны в вершинах двух данных спаренных квадратов.

664.665. Построить очертание ползучего свода. Известны точка A пяты, пролет AD и касательная t в ключе.

§ 29. ЗАДАНИЕ ПЛОСКИХ КРИВЫХ В ЕСТЕСТВЕННЫХ КООРДИНАТАХ



Задачи:

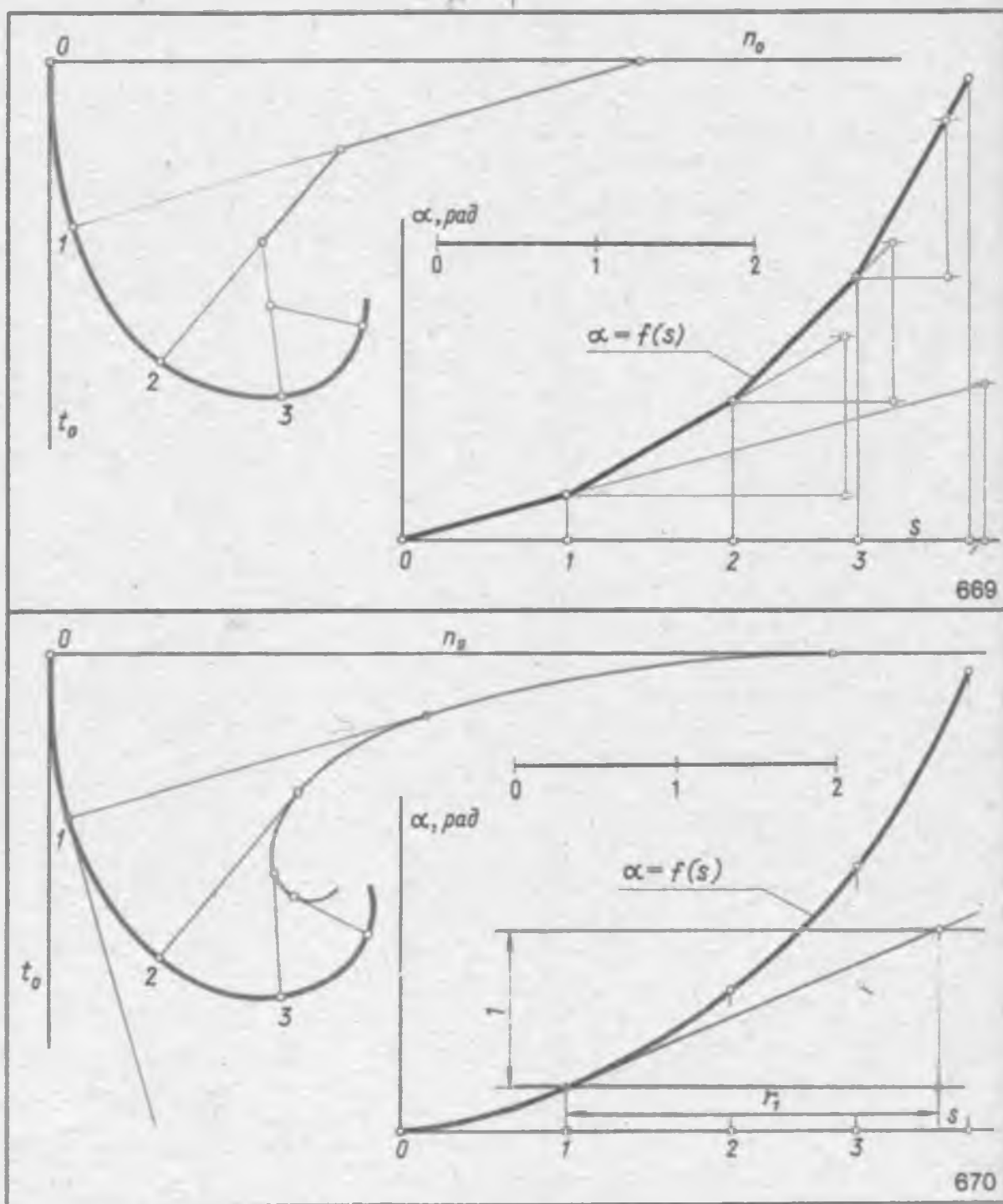
666. Определить радиус R окружности, заданной прямолинейным графиком $\alpha = f(s)$ ее уравнения в естественных координатах.

667. Для данной окружности радиуса R построить график $\alpha = f(s)$ ее уравнения в естественных координатах.

668. Дана коробовая кривая линия с двойными вершинами в точках $0, 1, 2, \dots$ и соответ-

ствующими им радиусами кривизны. Построить график $\alpha = f(s)$ уравнения коробовой кривой в естественных координатах.

Примечание. Длина дуги окружности равна произведению радиуса окружности на радианную меру соответствующего ей центрального угла. Длина дуги есть предел, к которому стремится периметр вписанной ломаной, когда число звеньев ее неограниченно возрастает так, что длина наибольшего из звеньев стремится к нулю.



Задачи:

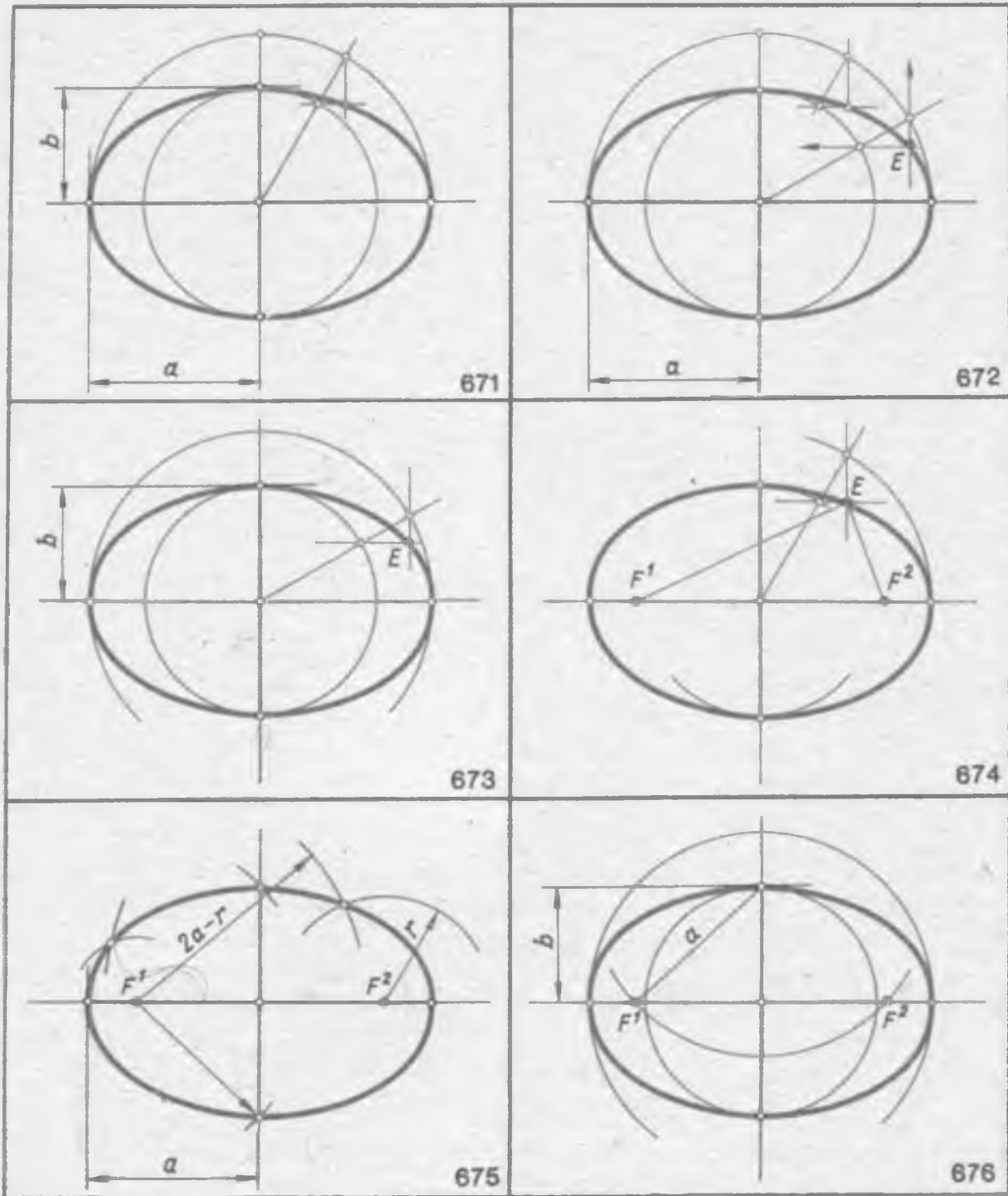
669. Построить коробовую кривую линию по заданному графику ее уравнения $\alpha = f(s)$ в естественных координатах. Известны начальная точка O кривой, направление начальной касательной t_0 и направление начальной нормали n_0 коробовой кривой линии.

670. Построить плавную кривую линию и ее эволюту по заданному графику уравнения

$\alpha = f(s)$ кривой в естественных координатах. Известны начальная точка O кривой, направление начальной касательной t_0 и направление начальной нормали n_0 .

Примечание. Плавные кривые линии называют простыми, если их уравнения $\alpha = f(s)$ являются непрерывными функциями такого вида, где величины s и α изменяются односторонне, т. е. все время увеличиваются при движении точки.

§ 30. КРИВЫЕ ЛИНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА



Задачи:

671. Построить эллипс по заданным его большой $2a$ и малой $2b$ осям.

672. Построить эллипс. Известны точка E эллипса и большая его ось $2a$.

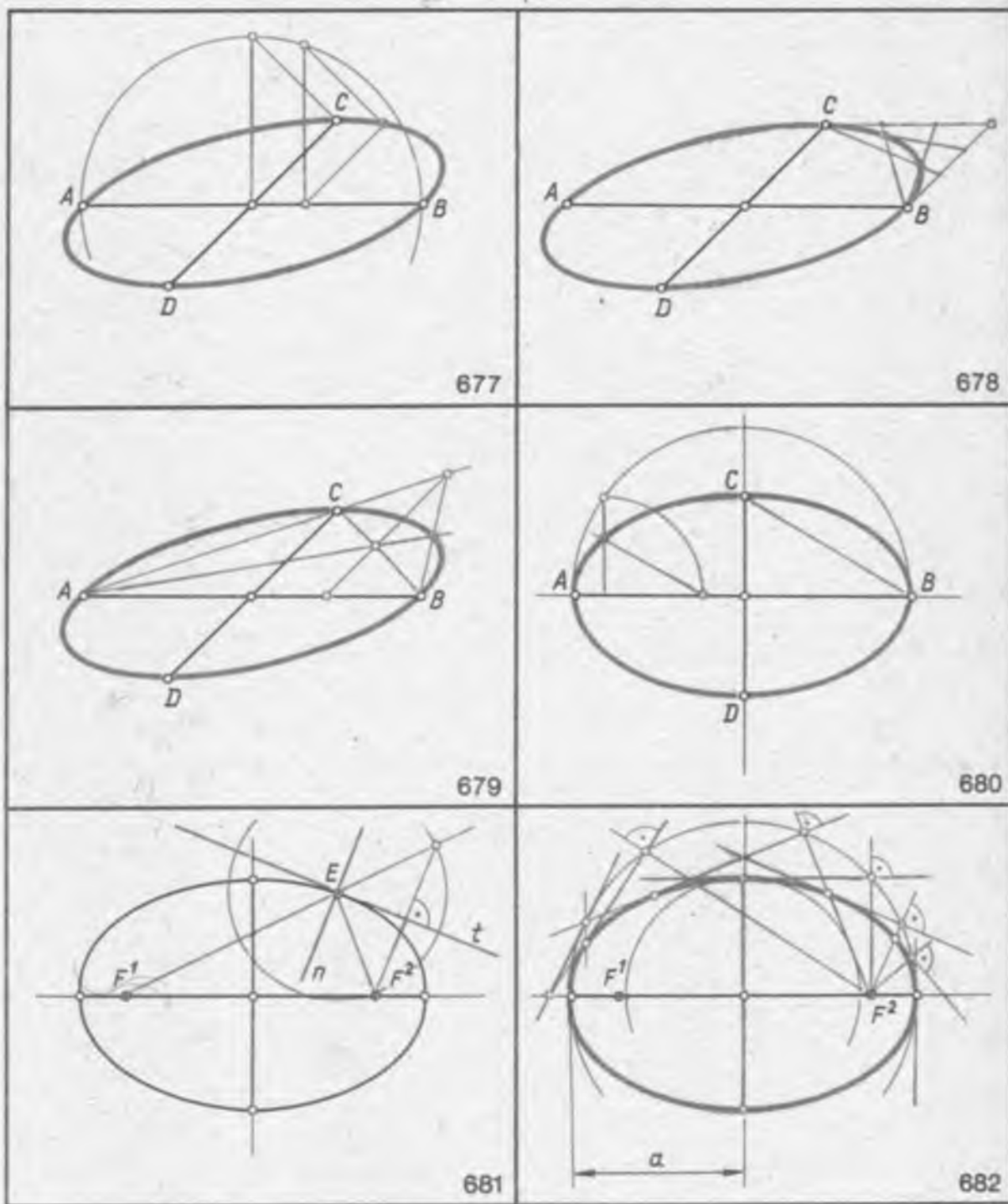
673. Построить эллипс. Известны точка E эллипса и малая его ось $2b$.

674. Построить эллипс. Известны точка E эллипса и его фокусы F^1 и F^2 .

675. Построить эллипс. Известны большая ось $2a$ эллипса и его фокусы F^1 и F^2 .

676. Построить эллипс. Известны малая ось $2b$ эллипса и его фокусы F^1 и F^2 .

Примечание. Отрезки, соединяющие противоположные вершины эллипса (точки пересечения эллипса с осями симметрии), называют соответственно большой и малой осями эллипса.



Задачи:

677. Построить эллипс по его сопряженным диаметрам AB и CD (1-й способ).

678. Построить эллипс по его сопряженным диаметрам AB и CD (2-й способ).

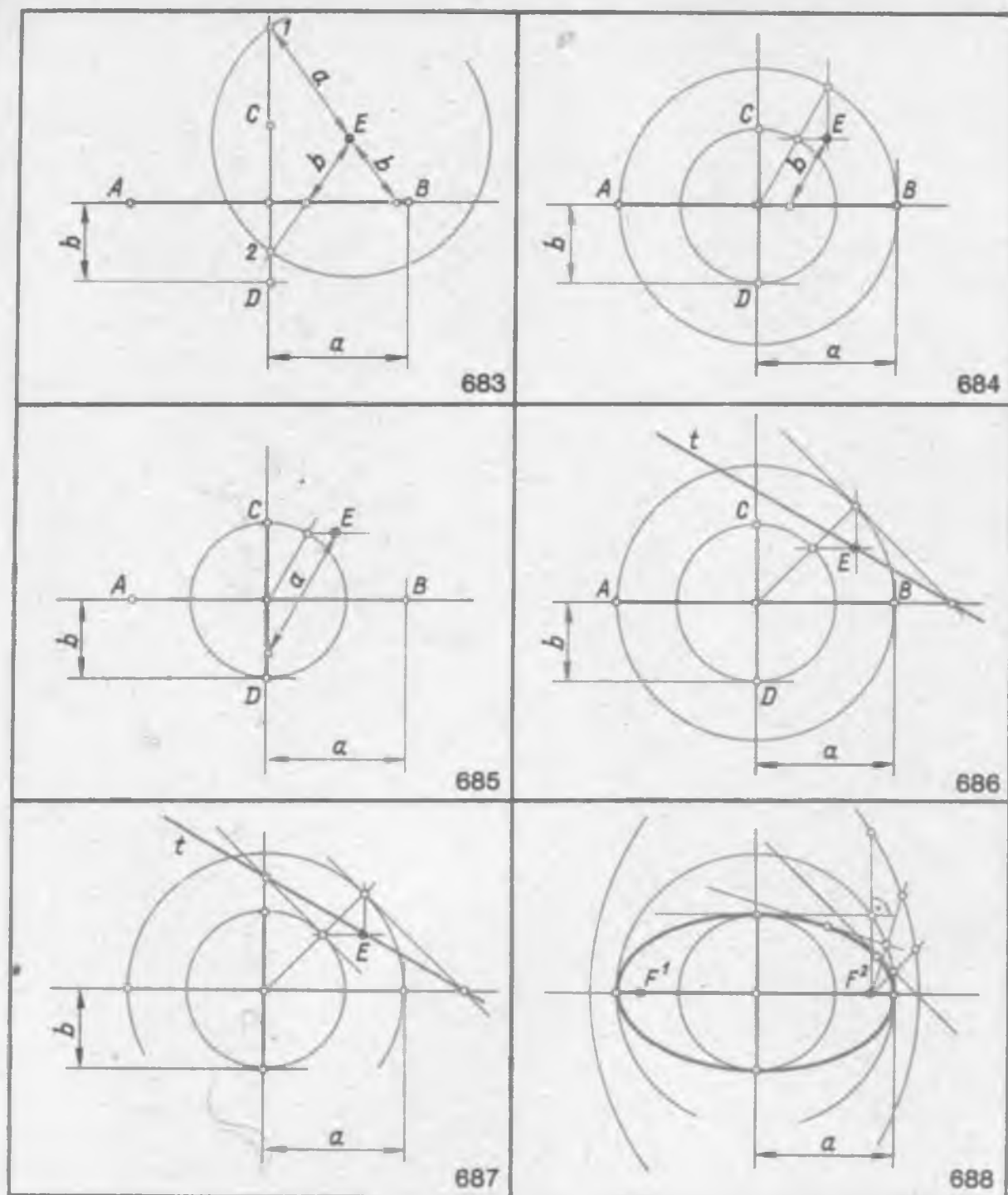
679. Построить эллипс по его сопряженным диаметрам AB и CD (3-й способ).

680. Построить эллипс по заданным

его большой оси $AB = 2a$ и малой оси $CD = 2b$.

681. Построить касательную t и нормаль n в точке E эллипса. Эллипс задан его фокусами F^1 и F^2 и точкой E . Построения касательной и нормали к эллипсу дать, не строя эллипс.

682. Построить эллипс как кривую линию, огибающую его касательные. Эллипс задан фокусами F^1 и F^2 и большой осью $2a$.



Задачи:

683. Определить малую ось $CD = 2b$ эллипса, если известны его большая ось $AB = 2a$ и точка E (1-й способ).

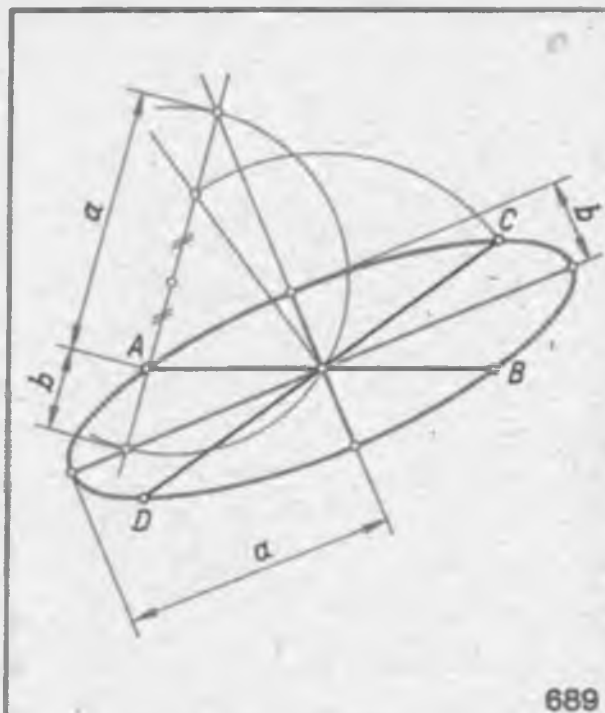
684. Определить малую ось $CD = 2b$ эллипса, если известны его большая ось $AB = 2a$ и точка E (2-й способ).

685. Определить большую ось $AB = 2a$ эллипса, если известны его малая ось $CD = 2b$ и точка E .

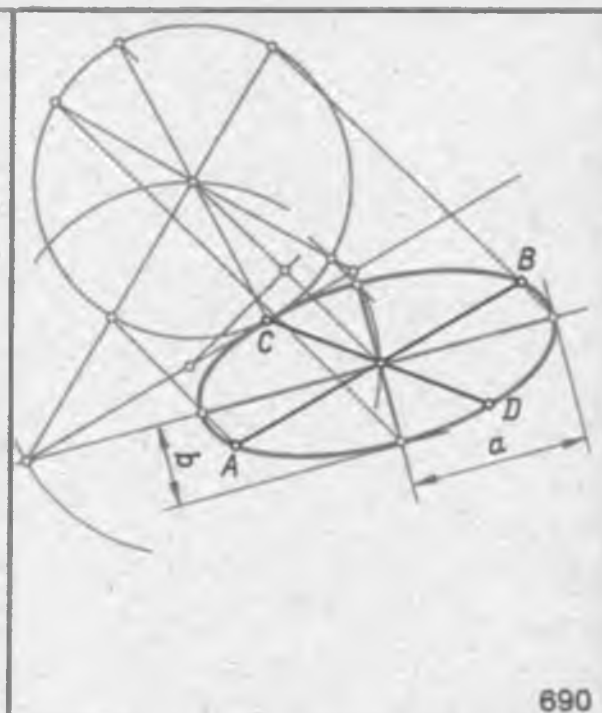
686. Эллипс задан точкой E и его большой осью $AB = 2a$. Определить малую ось $CD = 2b$ эллипса. Построить касательную к эллипсу в точке E .

687. Эллипс задан точкой E и его малой осью $2b$. Определить большую ось $2a$ эллипса. Построить касательную к эллипсу в точке E .

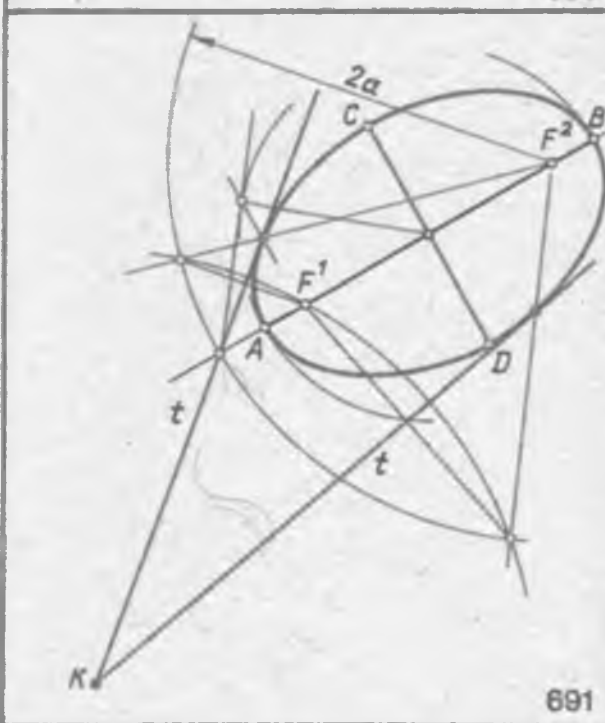
688. Построить эллипс как кривую, огибающую его касательные. Эллипс задан его большой осью $2a$ и фокусами F^1 и F^2 .



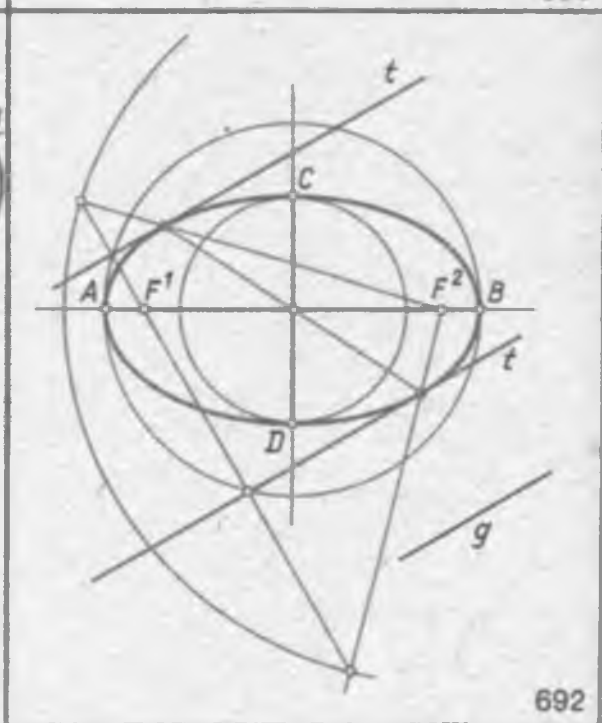
689



690



691



692

Задачи:

689. Построить большую $2a$ и малую $2b$ оси эллипса по его сопряженным диаметрам AB и CD (1-й способ).

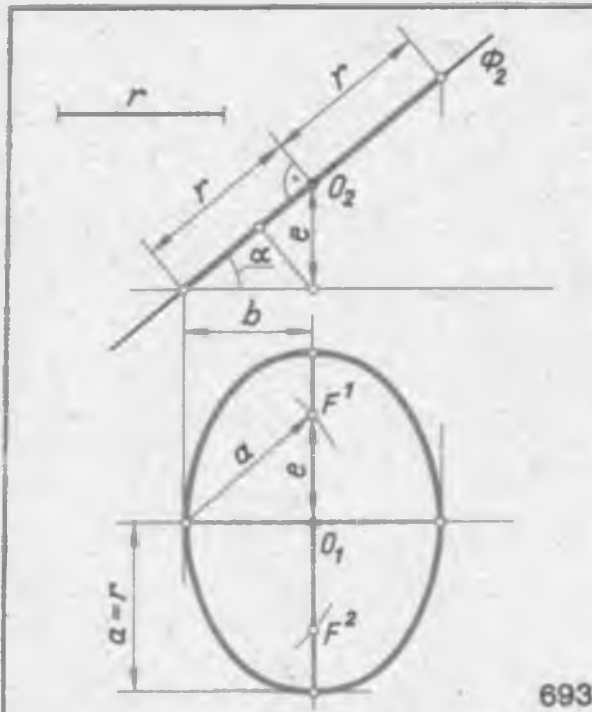
690. Построить большую $2a$ и малую $2b$ оси эллипса по его сопряженным диаметрам AB и CD (2-й способ).

691. Через точку K , выбранную произвольно в плоскости эллипса и вне кривой, провести касательные прямые к эллипсу и определить

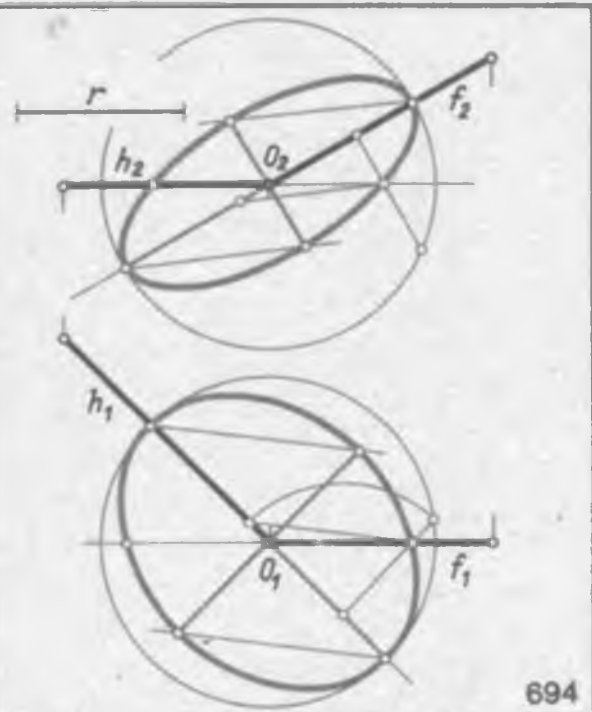
их точки касания. Эллипс задан большой осью $AB = 2a$ и фокусами F^1 и F^2 .

692. Построить две касательные прямые линии к эллипсу, параллельные заданному произвольно выбранному направлению g , и определить их точки касания. Эллипс задан большой осью $AB = 2a$ и фокусами F^1 и F^2 .

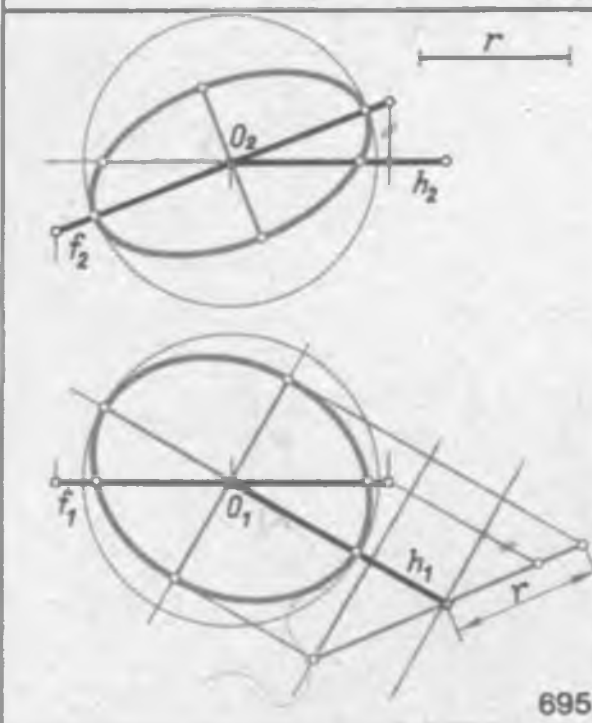
Примечание. Два диаметра эллипса называются сопряженными, если все хорды, параллельные одному из диаметров, делятся пополам другим диаметром, и наоборот.



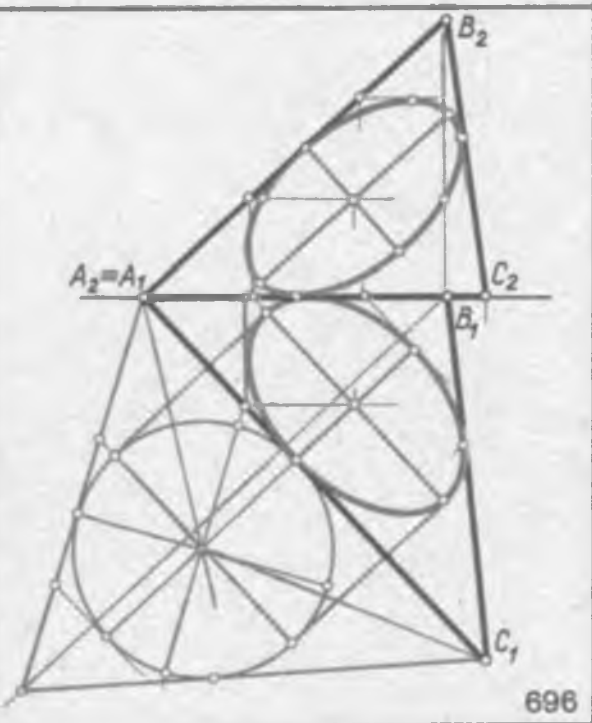
693



694



695



696

Задачи:

693. Построить во фронтально-проецирующей плоскости Φ окружность заданного радиуса r с центром в точке O этой плоскости.

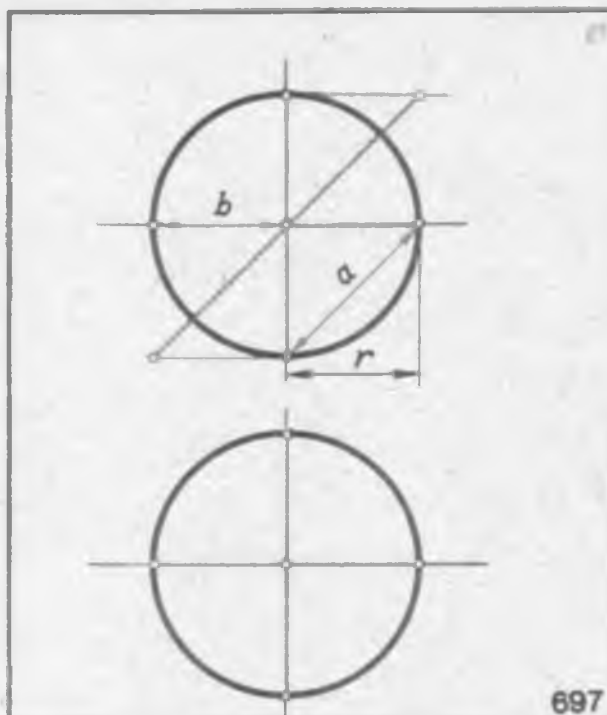
694. В плоскости $\Sigma (h \times f)$ произвольного положения построить окружность заданного радиуса r с центром в точке $O = h \times f$ пересечения главных линий этой плоскости.

695. В плоскости $\Sigma (h \times f)$ произвольного по-

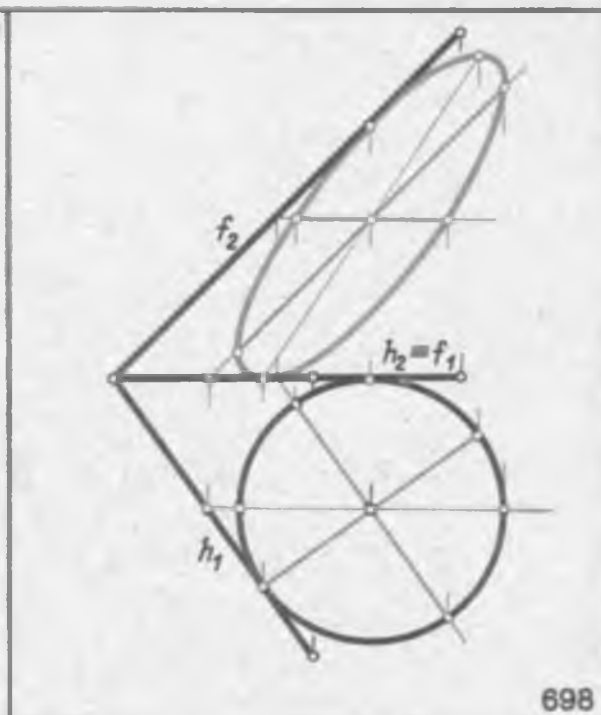
ложения построить окружность заданного радиуса r с центром в точке $O = h \times f$ пересечения главных линий этой плоскости.

Для построения проекций окружности воспользоваться способом замены плоскостей проекций.

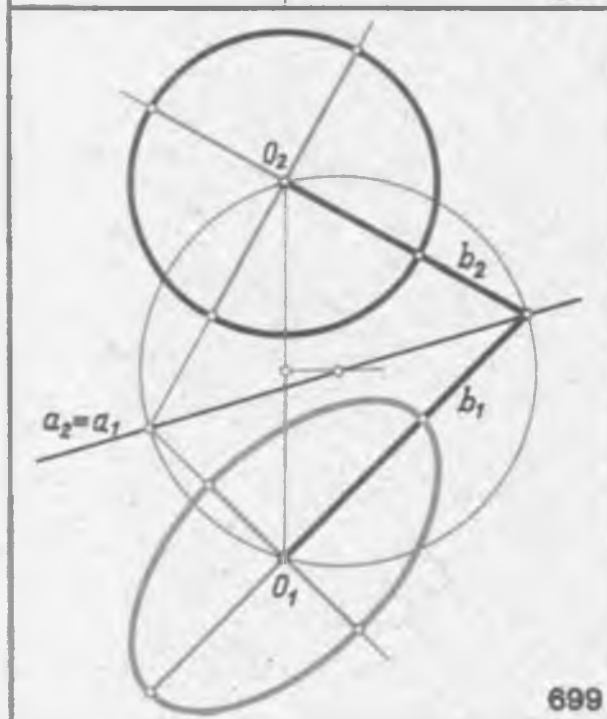
696. Построить проекции окружности, вписанной в данный треугольник ABC . В решении задачи воспользоваться способом совмещения плоскости треугольника с плоскостью уровня.



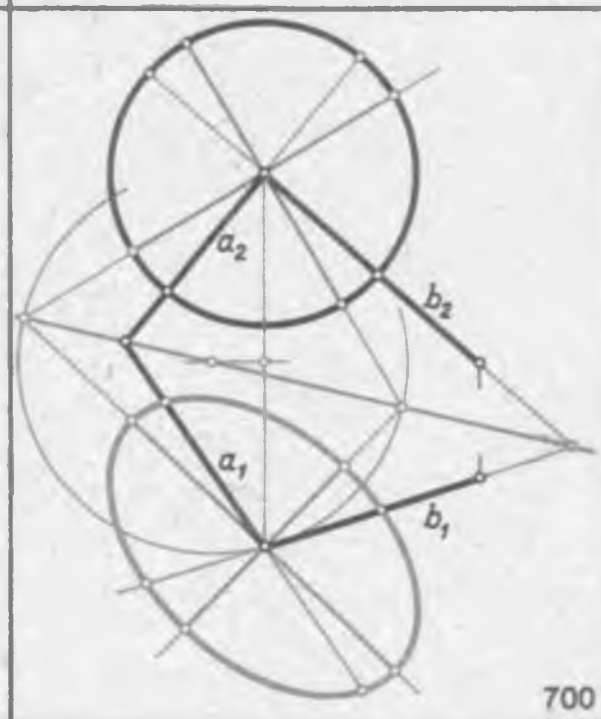
697



698



699



700

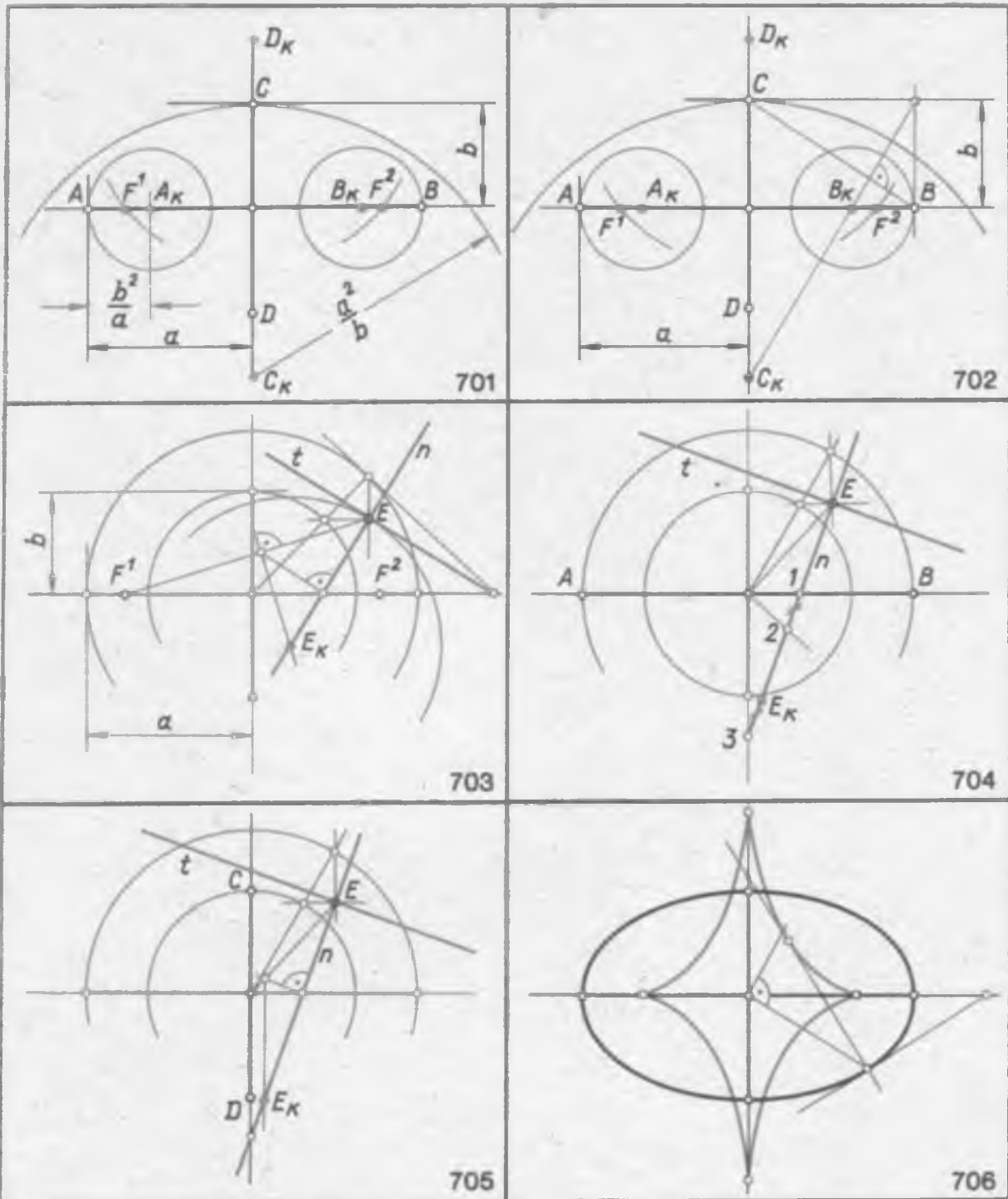
Задачи:

697. Определить большую $2a$ и малую $2b$ оси эллипса, заданного в проекциях окружностями радиуса r .

698. Построить недостающую фронтальную проекцию эллипса, принадлежащего плоскости общего положения $\Sigma (h \times f)$. Горизонтальной проекцией эллипса является окружность заданного радиуса.

699. Построить недостающую горизонтальную проекцию эллипса, принадлежащего плоскости общего положения $\Sigma (a \times b)$. Фронтальной проекцией эллипса является окружность заданного радиуса с центром в точке O .

700. Построить недостающую горизонтальную проекцию эллипса, принадлежащего плоскости общего положения $\Sigma (a \times b)$. Фронтальной проекцией эллипса является окружность заданного радиуса с центром в точке $O = a \times b$.


Задачи:

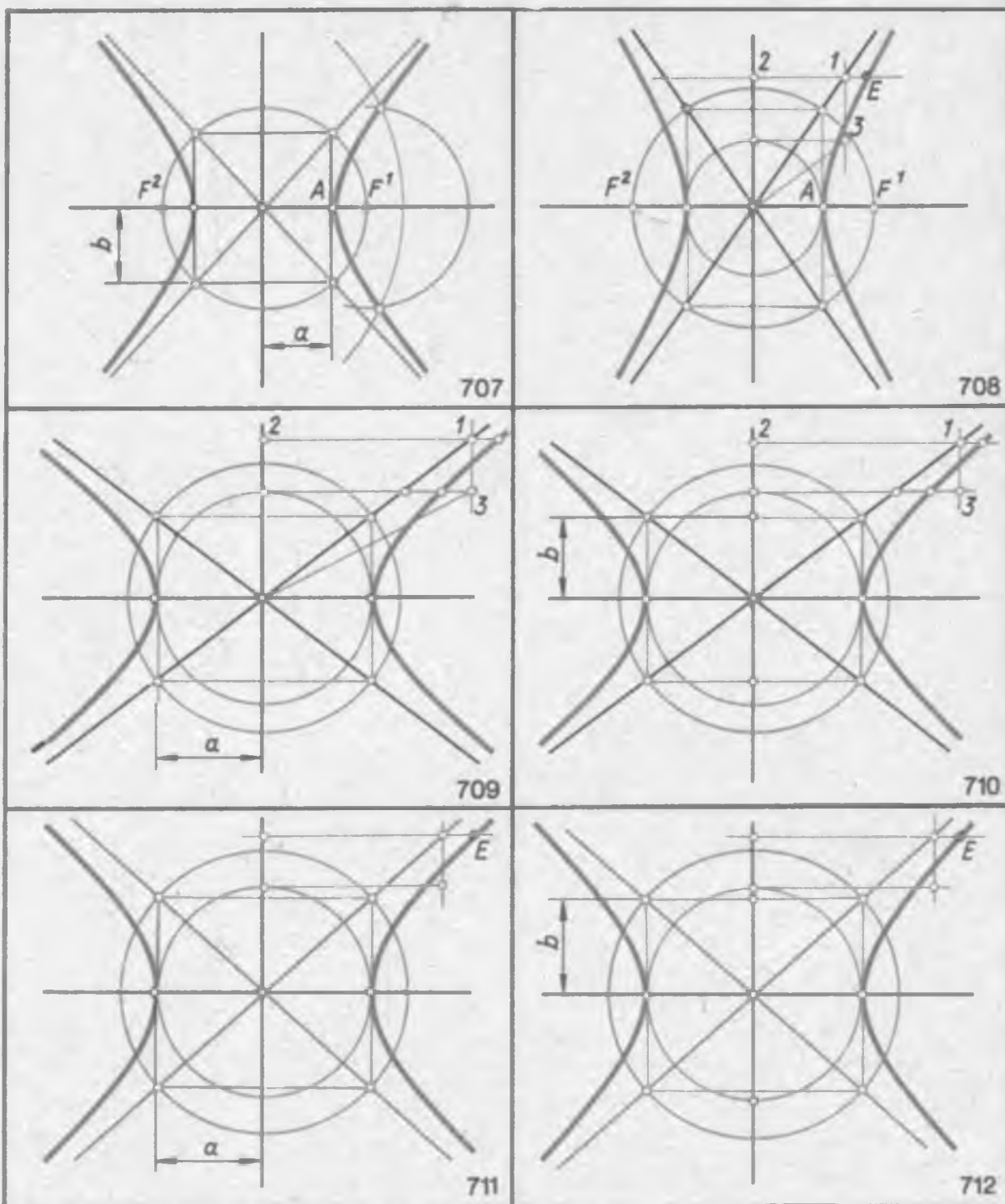
701.702. Эллипс задан большой $2a$ и малой $2b$ осями. Определить центры кривизны эллипса в его вершинах A, B, C и D . Определить фокусы эллипса.

703. Эллипс задан его фокусами F^1 и F^2 и точкой E . Определить центр кривизны эллипса в точке E и построить круг кривизны в этой точке. Построить касательную t и нормаль n к эллипсу в данной точке E .

704. Определить центр кривизны эллипса в точке E . Эллипс задан его большой осью $AB = 2a$ и точкой E . Построить касательную t и нормаль n к эллипсу в данной точке E .

705. Определить центр кривизны эллипса в точке E . Эллипс задан его малой осью $CD = 2b$ и точкой E . Построить касательную t и нормаль n к эллипсу в данной точке E .

706. Построить эволюту эллипса.



Задачи:

707. Построить гиперболу по заданным ее осям $2a$ и $2b$. Построить асимптоты гиперболы и определить фокусы F^1 и F^2 гиперболы.

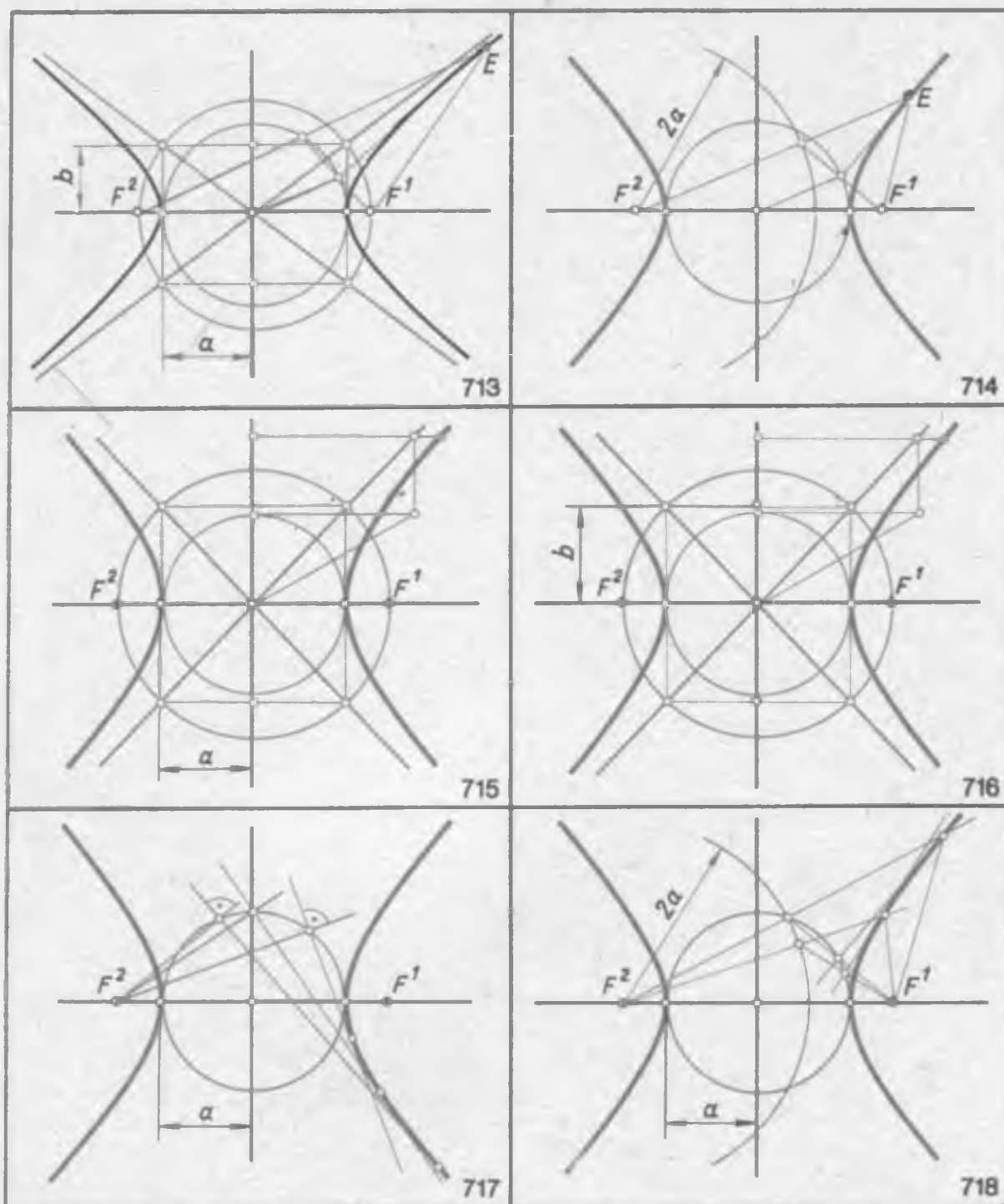
708. Построить гиперболу. Известны точка E гиперболы и ее асимптоты. Определить оси гиперболы и ее фокусы.

709. Построить гиперболу. Известны действительная ось $2a$ гиперболы и ее асимптоты.

710. Построить гиперболу. Известны мнимая ось $2b$ гиперболы и ее асимптоты.

711. Построить гиперболу. Известны точка E и действительная ось $2a$ гиперболы. Определить мнимую ось $2b$ и построить асимптоты гиперболы.

712. Построить гиперболу. Известны точка E и мнимая ось $2b$ гиперболы. Определить действительную ось $2a$ и построить асимптоты гиперболы.



Задачи:

713. Гипербола задана точкой E и фокусами F^1 и F^2 . Построить асимптоты гиперболы. Определить действительную $2a$ и мнимую $2b$ оси гиперболы.

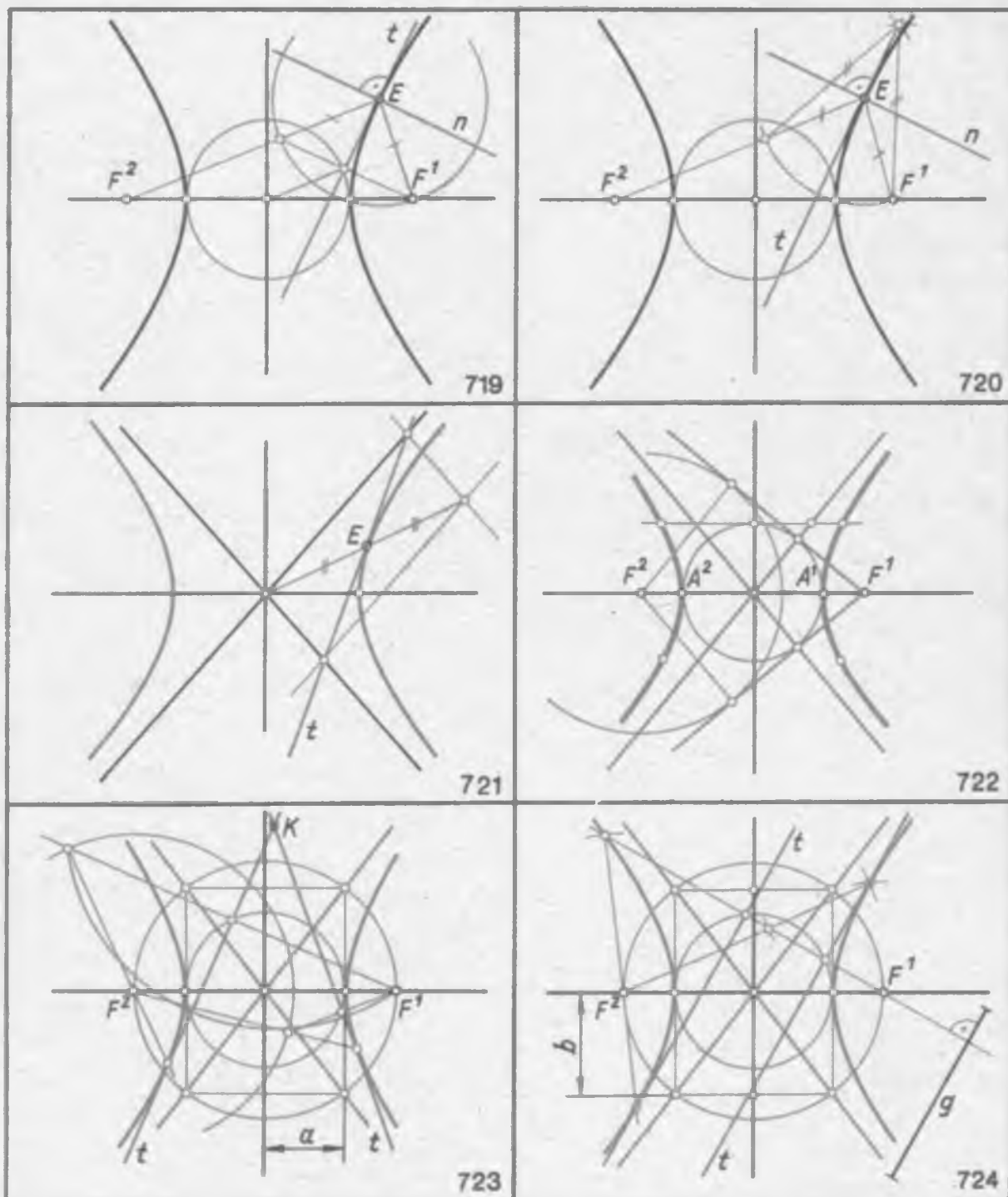
714. Построить гиперболу. Известны точка E гиперболы и ее фокусы F^1 и F^2 .

715. Построить гиперболу и ее асимптоты. Известны действительная ось $2a$ гиперболы и фокусы F^1 и F^2 .

716. Построить гиперболу и ее асимптоты. Известны мнимая ось $2b$ гиперболы и ее фокусы F^1 и F^2 .

717. Построить гиперболу как огибающую ее касательных по заданной действительной оси $2a$ и заданным фокусам F^1 и F^2 гиперболы (1-й способ).

718. Построить гиперболу как огибающую ее касательных по заданной действительной оси $2a$ и заданным фокусам F^1 и F^2 гиперболы (2-й способ).



Задачи:

719. Построить касательную и нормаль в точке E гипербола. Гипербола задана ее фокусами F^1 и F^2 и точкой E (1-й способ).

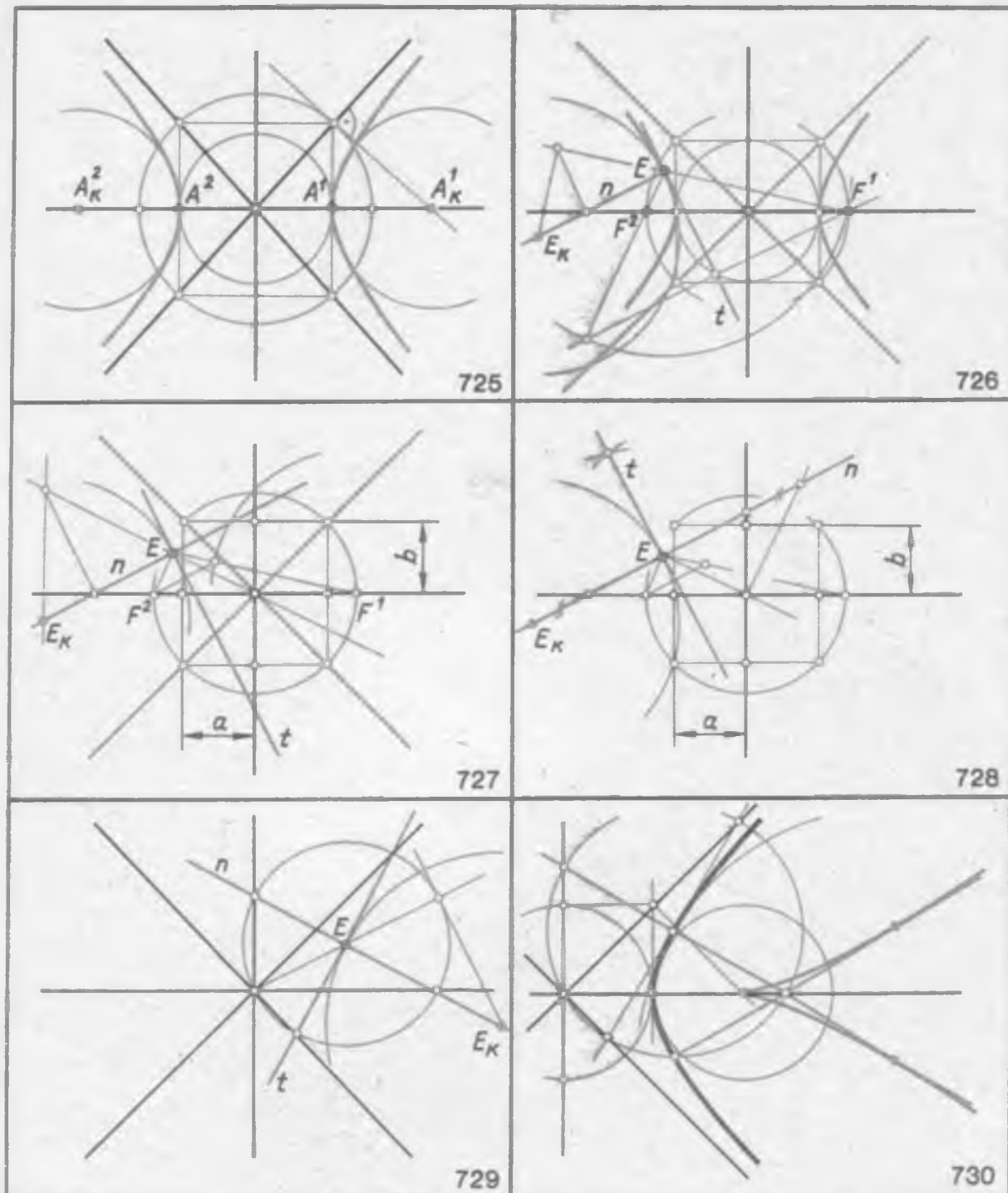
720. Построить касательную и нормаль в точке E гипербола. Гипербола задана ее фокусами F^1 и F^2 и точкой E (2-й способ).

721. Построить касательную в точке E гипербола, заданной ее симптотами и точкой E .

722. Построить гиперболу и ее асимптоты. Известны фокусы F^1 и F^2 гипербола и ее вершины A^1 и A^2 .

723. Через точку K провести касательные к данной гиперболе. Гипербола задана ее фокусами F^1 и F^2 и действительной осью $2a$.

724. Построить касательные к гиперболе, параллельные заданному направлению g . Гипербола задана ее фокусами F^1 и F^2 и мнимой осью $2b$.



Задачи:

725. Определить центры кривизны гиперболы в ее регулярных вершинах A^1 и A^2 . Гипербола задана вершинами A^1 и A^2 и асимптотами.

726. Гипербола задана точкой E и фокусами F^1 и F^2 . Определить центр кривизны гиперболы в точке E .

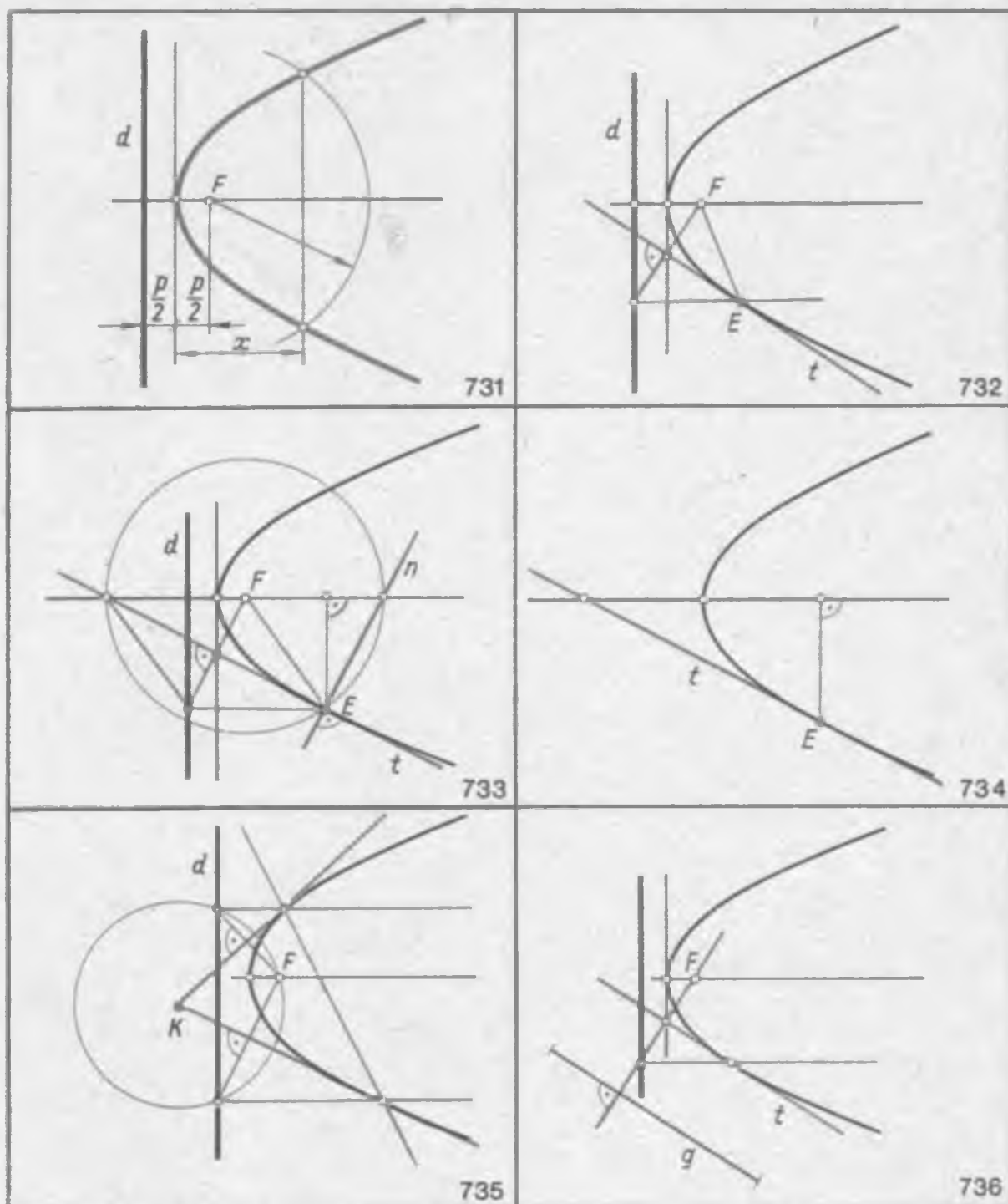
727. Гипербола задана ее осями $2a$ и $2b$. Построить касательную и нормаль гиперболы

в данной точке E . Определить центр кривизны гиперболы в точке E (1-й способ).

728. Гипербола задана ее осями $2a$ и $2b$. Построить касательную и нормаль гиперболы в данной точке E . Определить центр кривизны гиперболы в точке E (2-й способ).

729. Определить центр кривизны гиперболы в точке E . Гипербола задана точкой E и асимптотами.

730. Построить эволюту гиперболы.



Задачи:

731. Построить параболу. Известны фокус F параболы и ее директриса d .

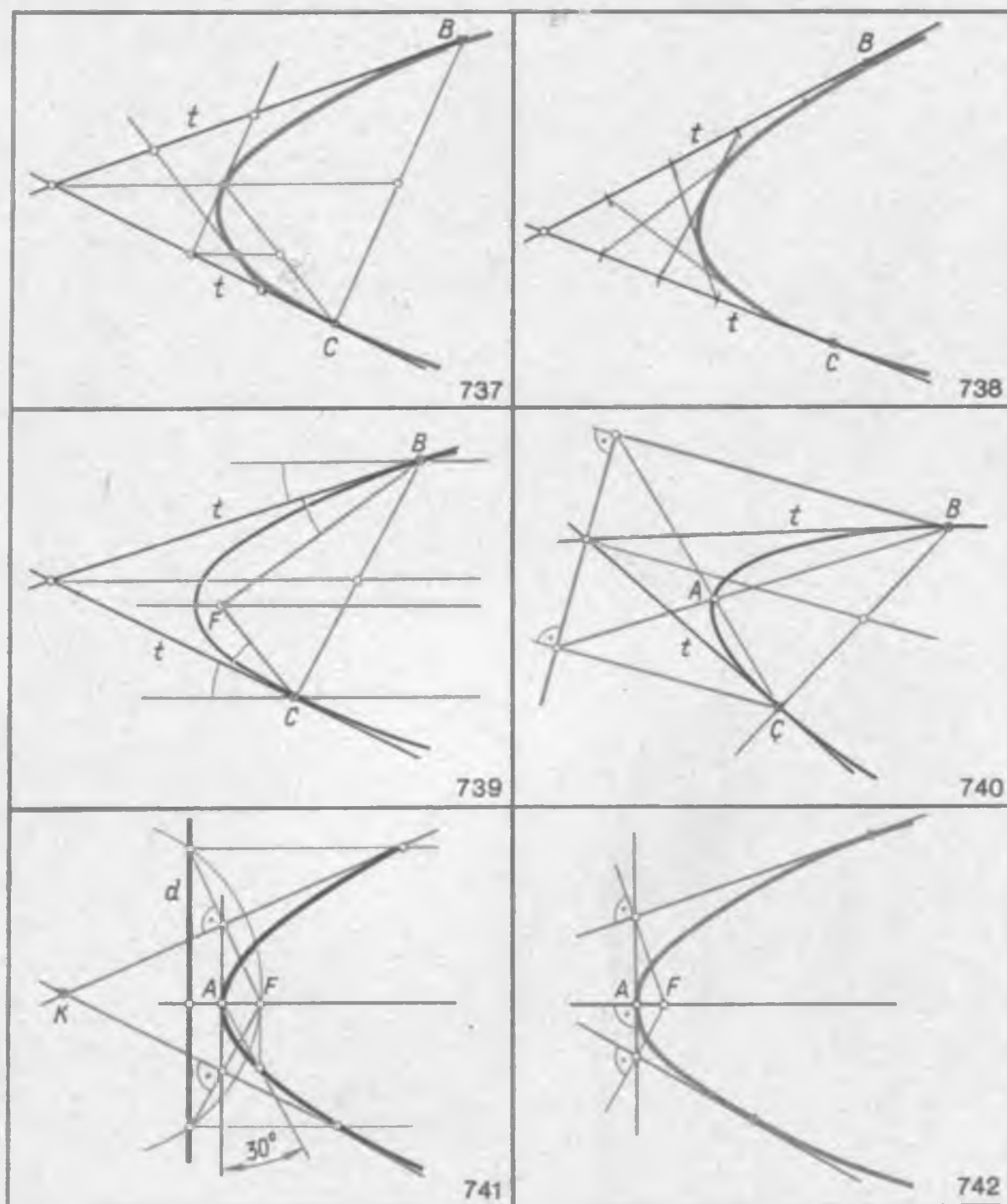
732. Построить касательную к параболе в точке E . Фокус и директриса d параболы известны.

733. Построить касательную и нормаль данной параболы в точке E . Фокус F и директриса d параболы известны.

734. Дана параболa. Построить касательную к параболе в заданной точке E .

735. Построить две касательные к данной параболе, проходящие через произвольно выбранную точку K вне параболы. Известны фокус F и директриса параболы.

736. Построить касательную к данной параболе параллельно заданному направлению g . Известны фокус F и директриса параболы.



Задачи:

737. Построить параболу, для которой известны ее касательные в данных точках B и C (1-й способ).

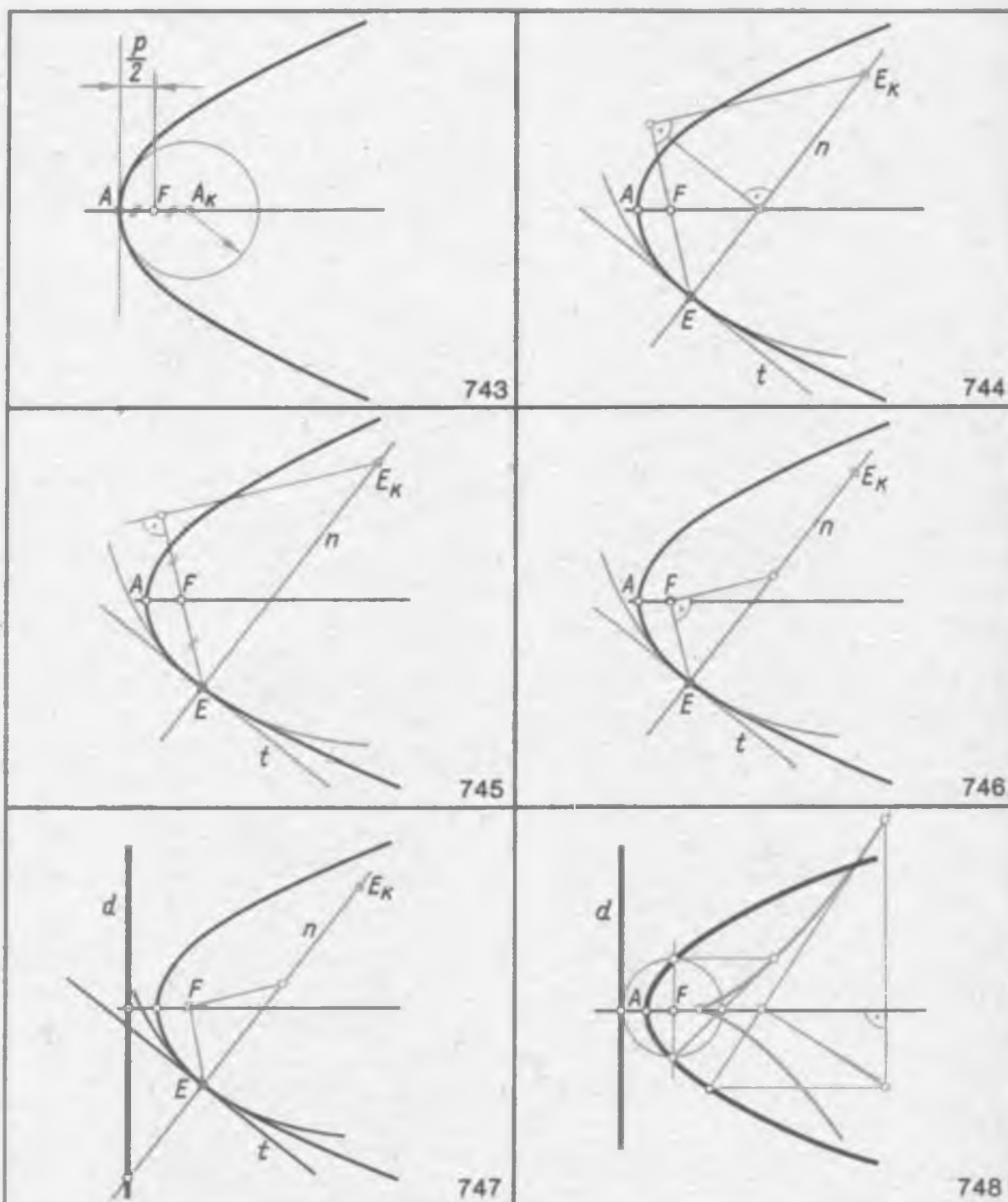
738. Построить параболу, для которой известны ее касательные в данных точках B и C (2-й способ).

739. Определить ось и фокус параболы. Известны касательные параболы в ее точках B и C .

740. Определить вершину A параболы. Известны касательные параболы в ее точках B и C .

741. Определить фокус F данной параболы. Диаметр и вершина A параболы известны. Построить касательные к параболе, проходящие через точку K вне параболы. Построить директрису данной параболы.

742. Построить параболу, как огибающую ее касательных. Известны вершина A и фокус F параболы.



Задачи:

743. Определить центр кривизны и радиус кривизны параболы в вершине A . Известны фокус F параболы и ее вершина A .

744. Определить центр и радиус кривизны параболы в заданной точке E . Известны точка E , ось и фокус F параболы (1-й способ).

745. Определить центр и радиус кривизны параболы в заданной точке E . Известны

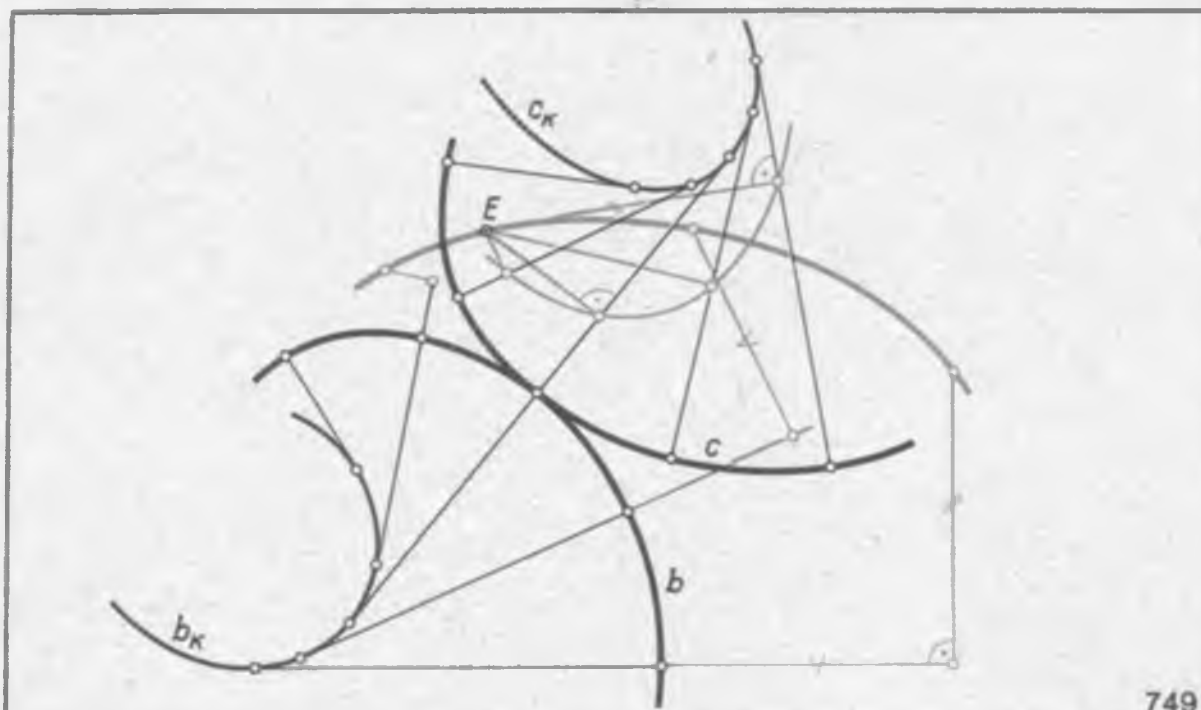
точка E , ось и фокус F параболы (2-й способ).

746. Определить центр и радиус кривизны параболы в заданной точке E . Известны точка E , ось и фокус F параболы (3-й способ).

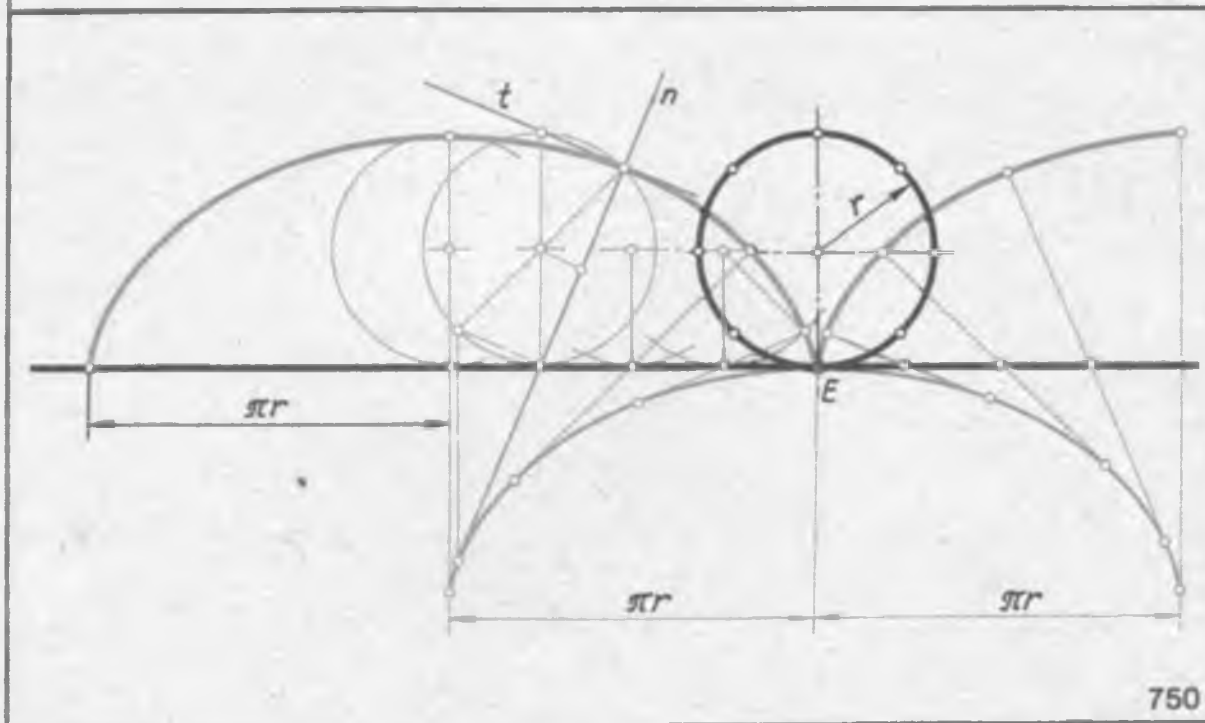
747. Определить центр и радиус кривизны параболы в заданной точке E . Известны директриса d параболы и касательная прямая t в точке E параболы.

748. Построить эволюту параболы.

§ 31. РУЛЕТТЫ



749



750

Задачи:

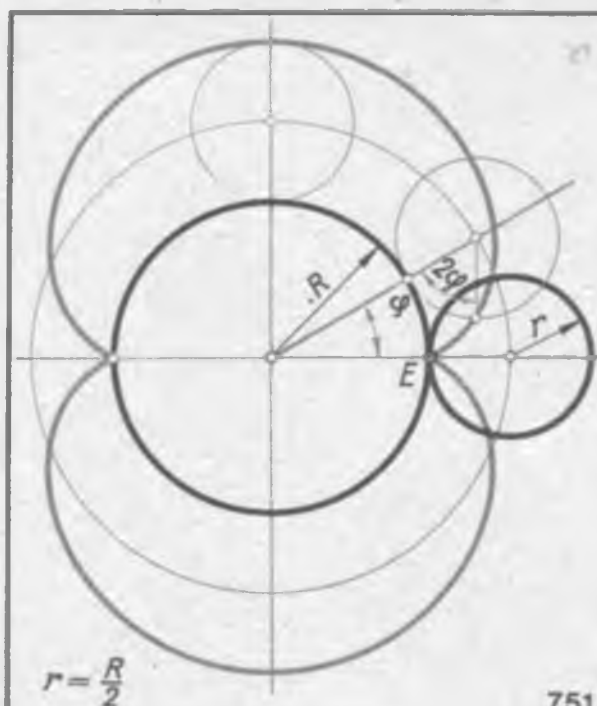
749. Построить рулетту, как траекторию точки E , неизменно связанной с подвижной центроидой c , катящейся без скольжения по неподвижной центроиде b . Эволютами подвижной и неподвижной центроид являются соответствующие им кривые c_k и b_k .

750. Построить циклоиду, как траекторию точки E окружности радиуса r , катящейся без

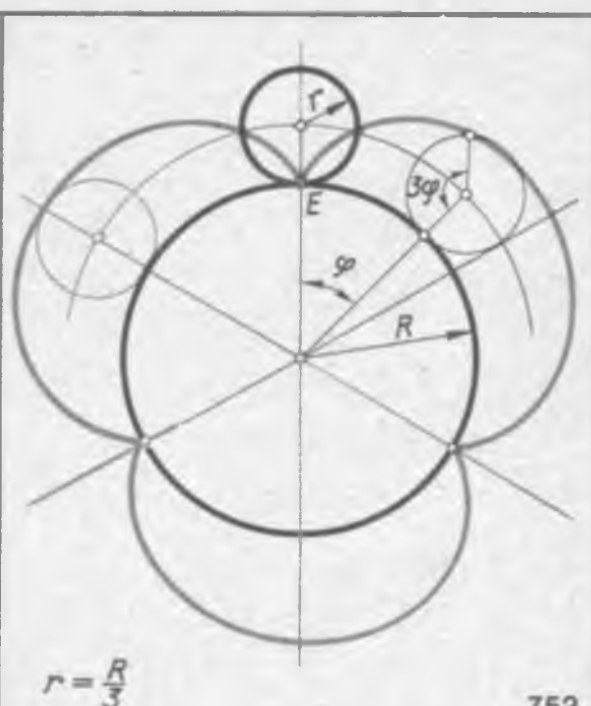
скольжения по прямой линии (окружности бесконечно большого радиуса). Построить эволюту циклоиды.

Примечание. Касательная к циклоиде проходит через верхнюю точку производящего круга, а нормаль ее проходит через нижнюю его точку — точку соприкосновения центроид.

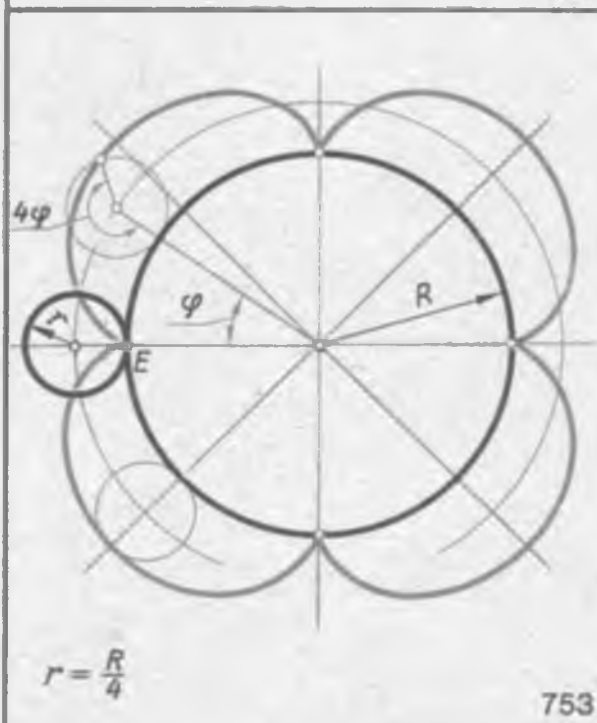
Центр кривизны циклоиды в любой из ее точек находится на нормали к циклоиде на таком же расстоянии от нижней точки производящего круга, что и точка циклоиды.



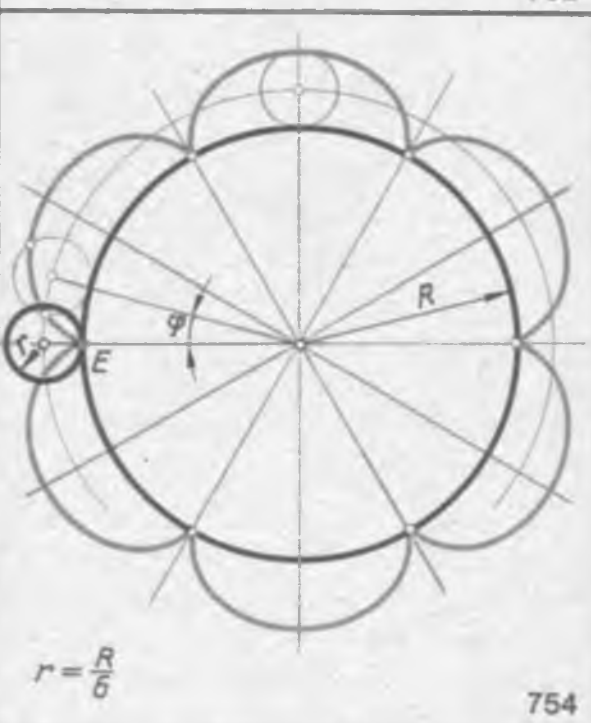
751



752



753



754

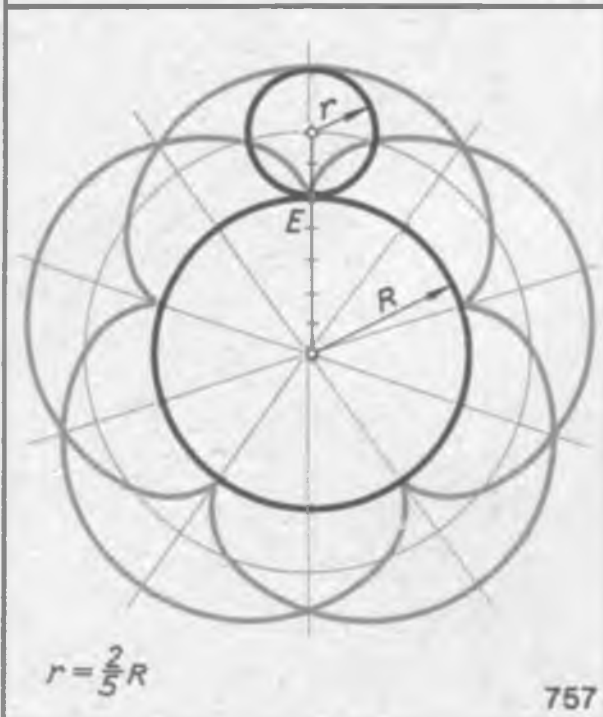
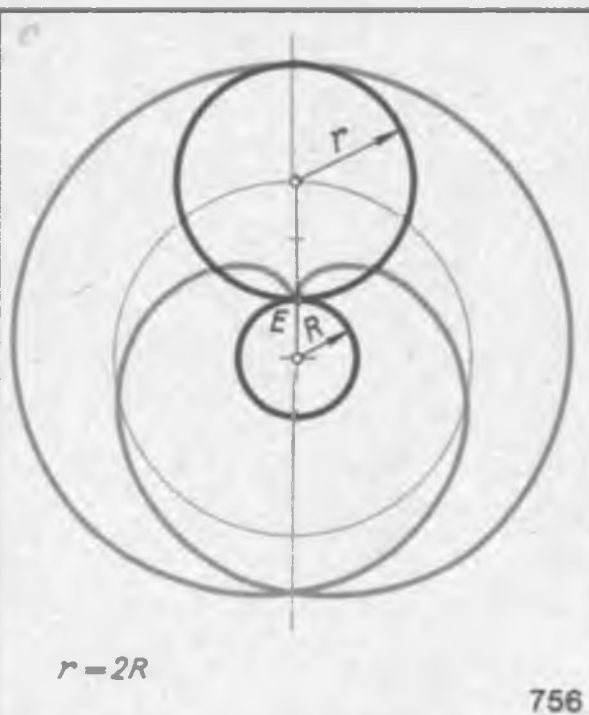
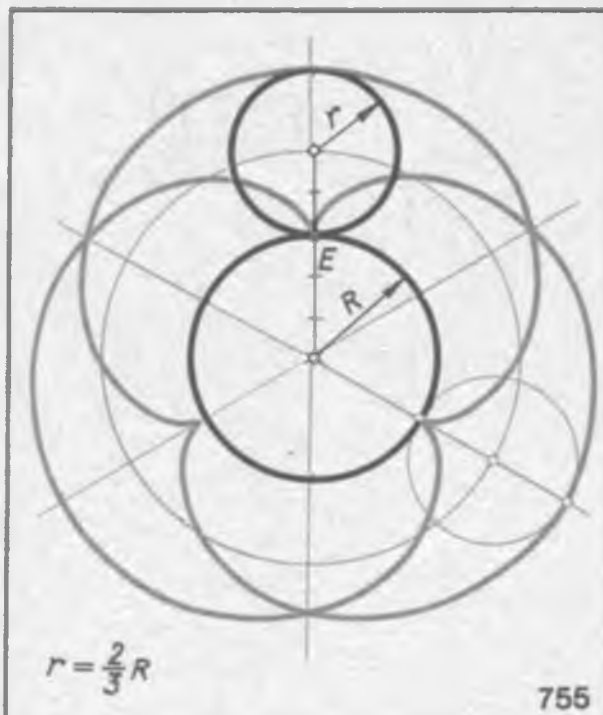
Задачи:

751. Построить эпициклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R ; подвижной центроидой является окружность радиуса $r = R/2$.

752. Построить эпициклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R ; подвижной центроидой является окружность радиуса $r = R/3$.

753. Построить эпициклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R ; подвижной центроидой является окружность радиуса $r = R/4$.

754. Построить эпициклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R ; подвижной центроидой является окружность радиуса $r = R/6$.

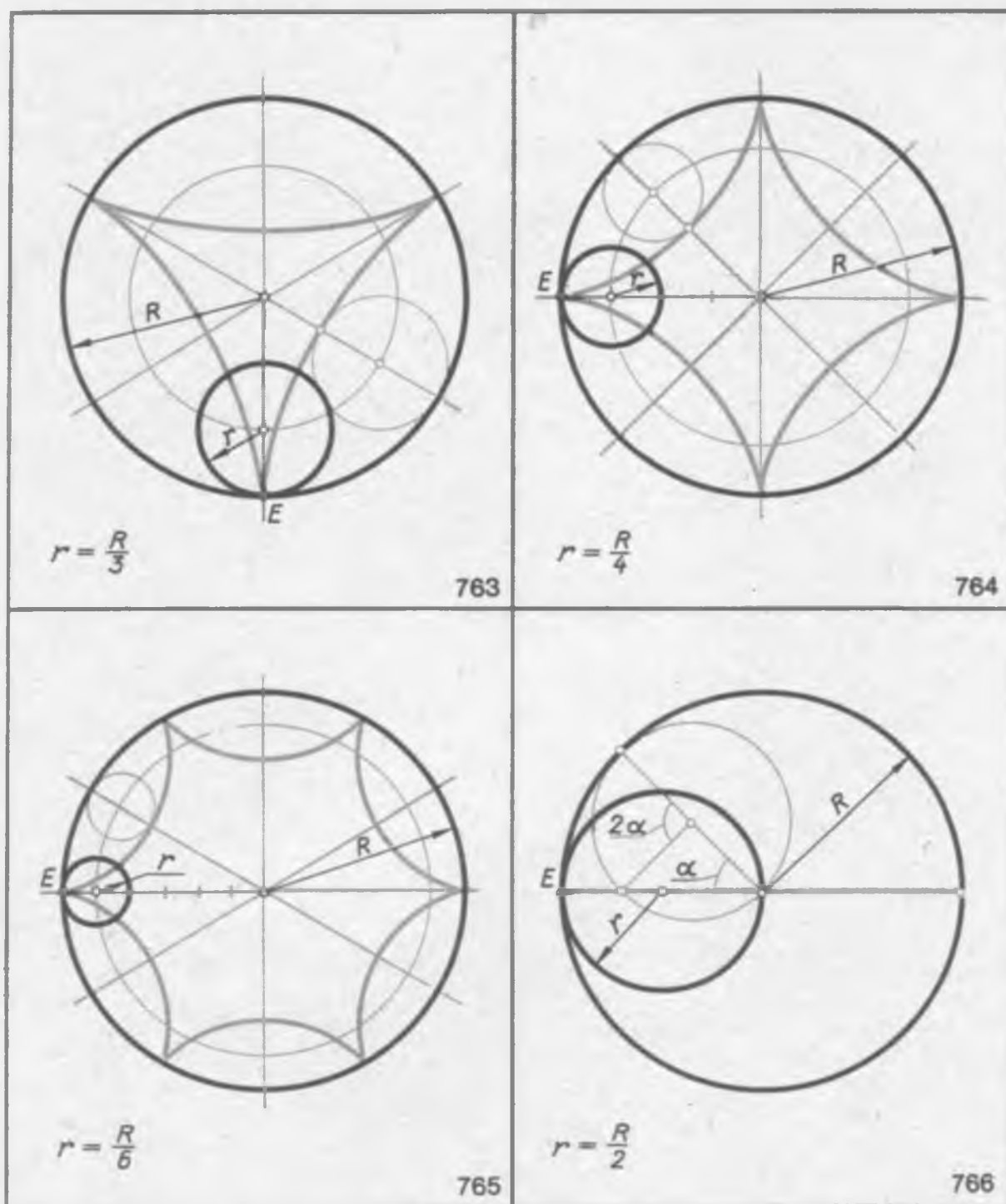
**Задачи:**

755. Построить эпициклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной — окружность радиуса $r = \frac{2}{3}R$.

756. Построить эпициклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной — окружность радиуса $r = R/2$.

757. Построить эпициклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной — окружность радиуса $r = \frac{2}{5}R$.

758. Построить эпициклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной — окружность радиуса $r = \frac{3}{5}R$.

**Задачи:**

763. Построить гипоциклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной центроидой — окружность радиуса $r = R/3$.

764. Построить гипоциклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной центроидой — окружность радиуса $r = R/4$.

765. Построить гипоциклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной центроидой — окружность радиуса $r = R/6$.

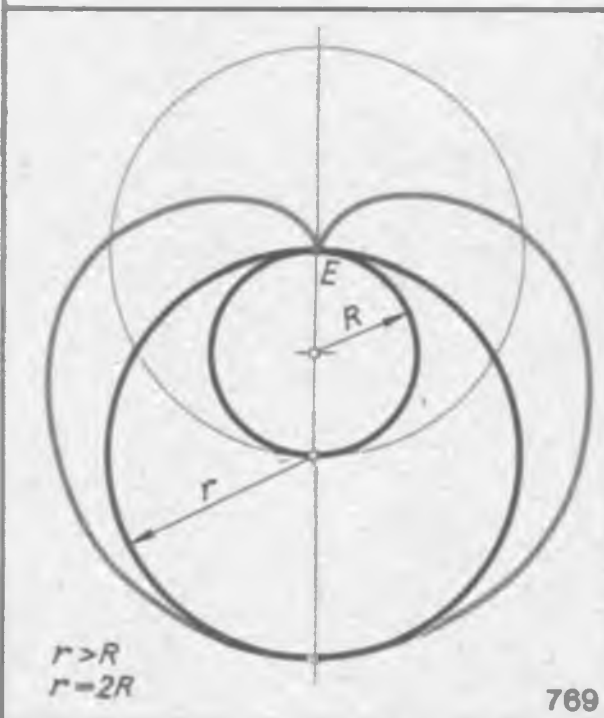
766. Построить гипоциклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной центроидой — окружность радиуса $r = R/2$.



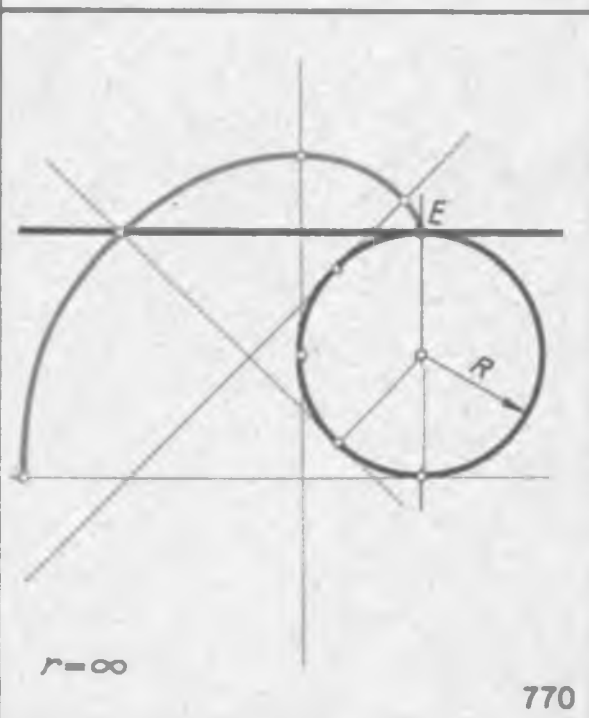
767



768



769



770

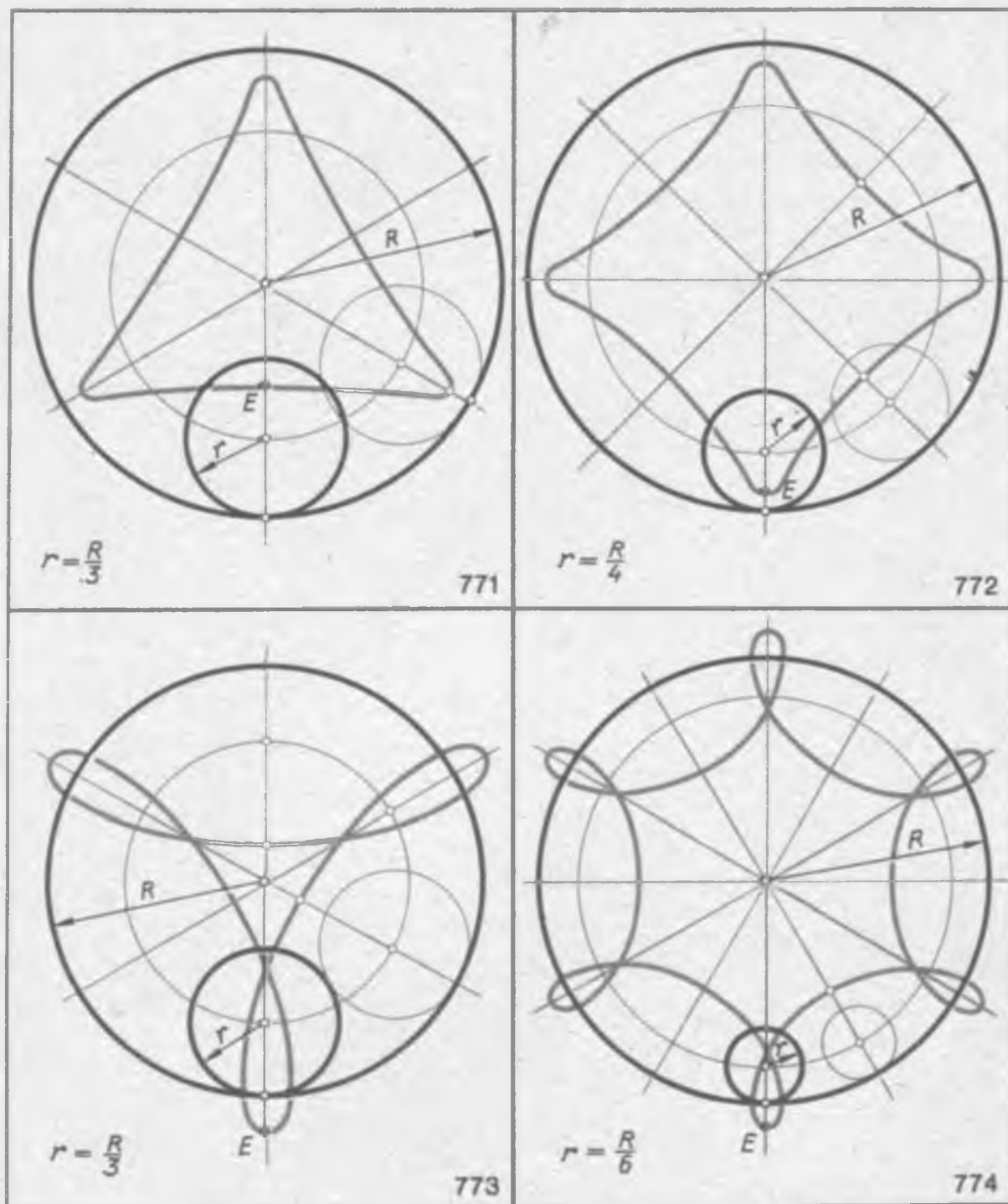
Задачи:

767. Построить гипоциклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной — окружность радиуса $r = \frac{2}{3}R$.

768. Построить гипоциклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной — окружность радиуса $r = \frac{2}{9}R$.

769. Построить перициклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной — окружность радиуса r , где $r > R$.

770. Построить рулетту, для которой неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной центроидой является прямая — окружность радиуса $r = \infty$.

**Задачи:**

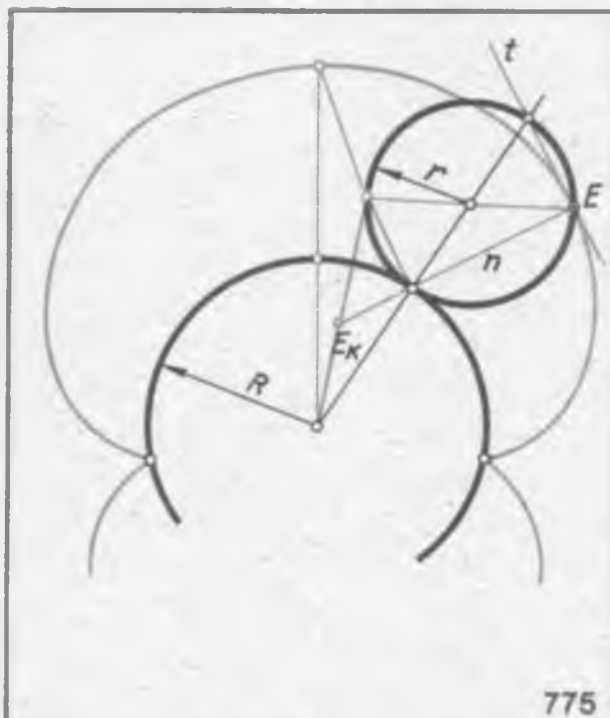
771. Построить гипоциклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной — окружность радиуса $r = R/3$ с производящей точкой E внутри этой окружности.

772. Построить гипоциклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной — окружность радиуса $r = R/4$

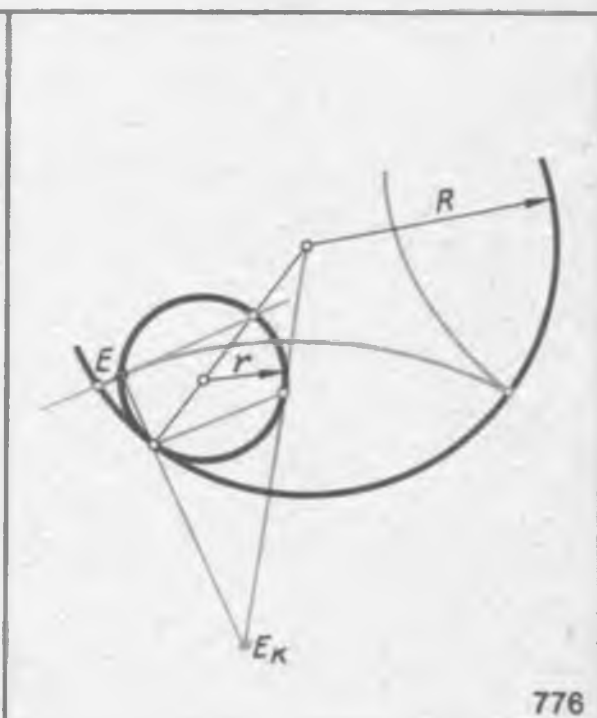
с производящей точкой E внутри этой окружности.

773. Построить гипоциклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной — окружность радиуса $r = R/3$ с производящей точкой E вне этой окружности.

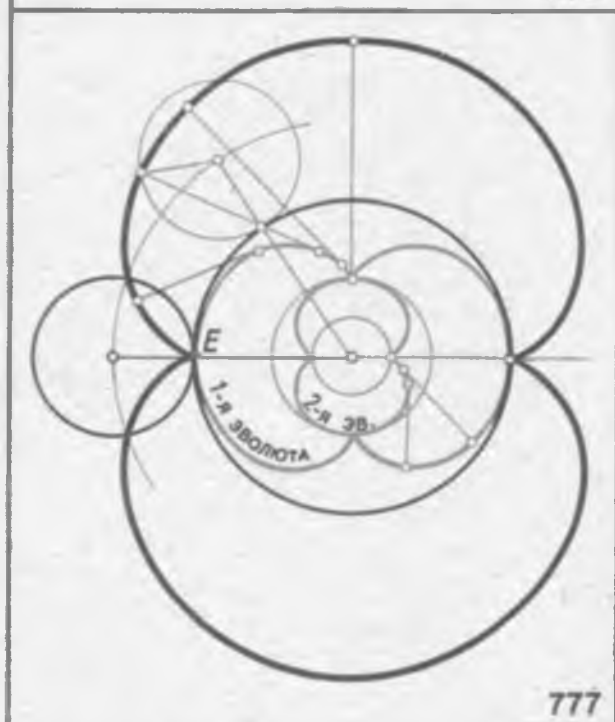
774. Построить гипоциклоиду. Неподвижной центроидой является окружность радиуса R , а подвижной — окружность радиуса $r = R/6$ с производящей точкой E вне этой окружности.



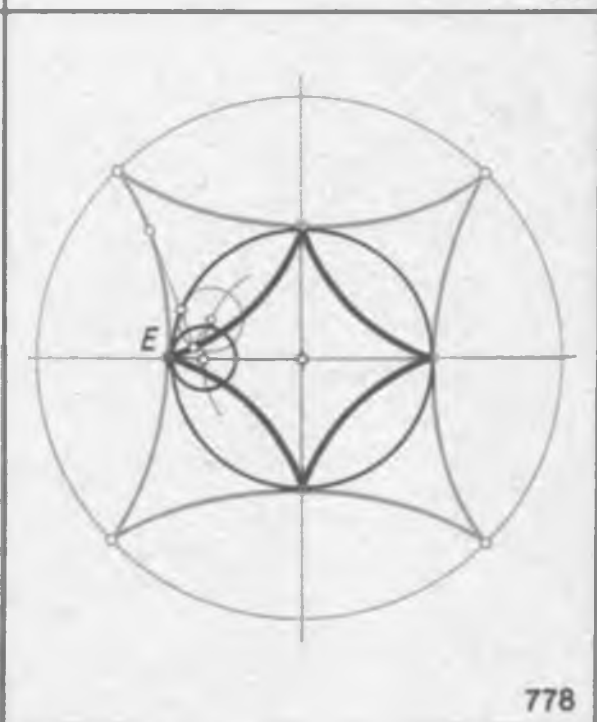
775



776



777



778

Задачи:

775. Определить центр и радиус кривизны эпициклоиды в данной точке. Эпициклоида задана соприкасающимися неподвижной и подвижной центроидами (окружностями радиусов R и r) и производящей точкой E .

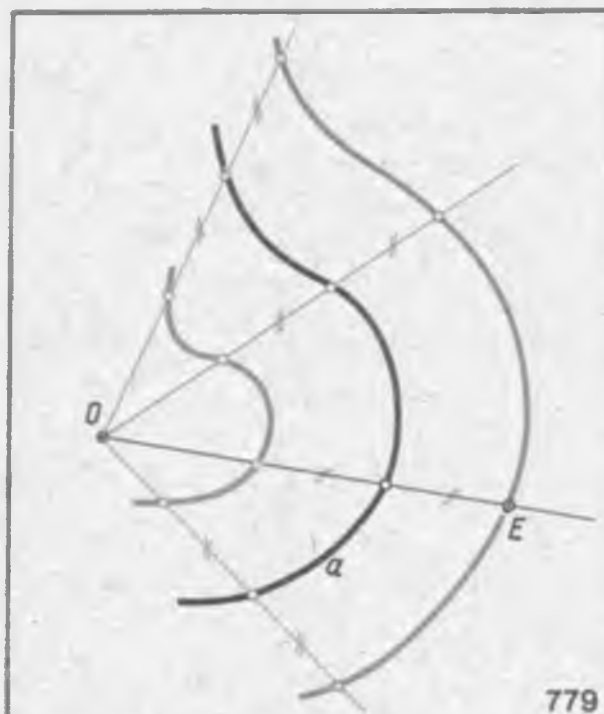
776. Определить центр и радиус кривизны гипоциклоиды в данной точке. Гипоциклоида задана соприкасающимися неподвижной и под-

вижной центроидами (окружностями радиусов R и r) и производящей точкой E .

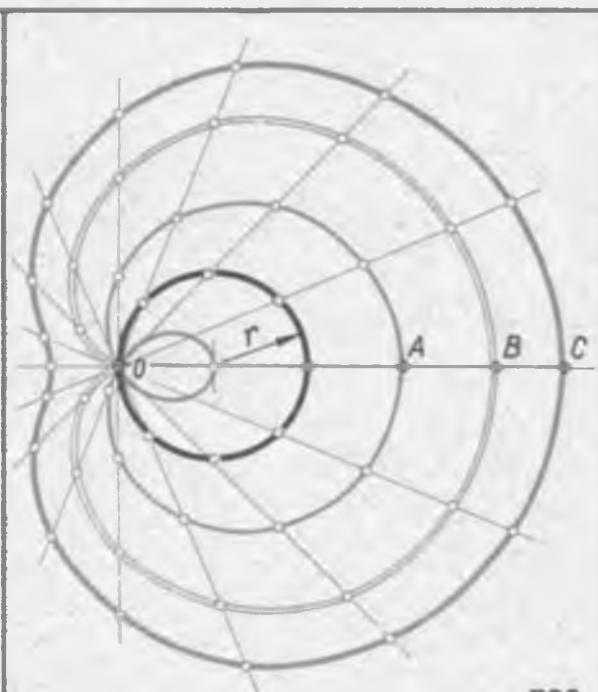
777. Построить первую и вторую эволюты эпициклоиды. Эпициклоида задана неподвижной и подвижной центроидами (окружностями радиусов R и r) и производящей точкой E .

778. Построить эволюту гипоциклоиды. Гипоциклоида задана неподвижной и подвижной центроидами (окружностями радиусов R и r) и производящей точкой E .

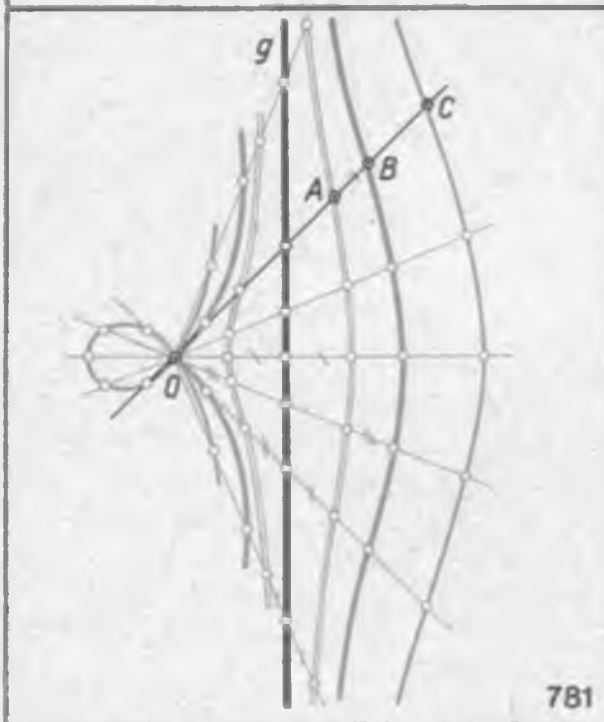
§ 32. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЛОСКИХ КРИВЫХ ЛИНИЙ



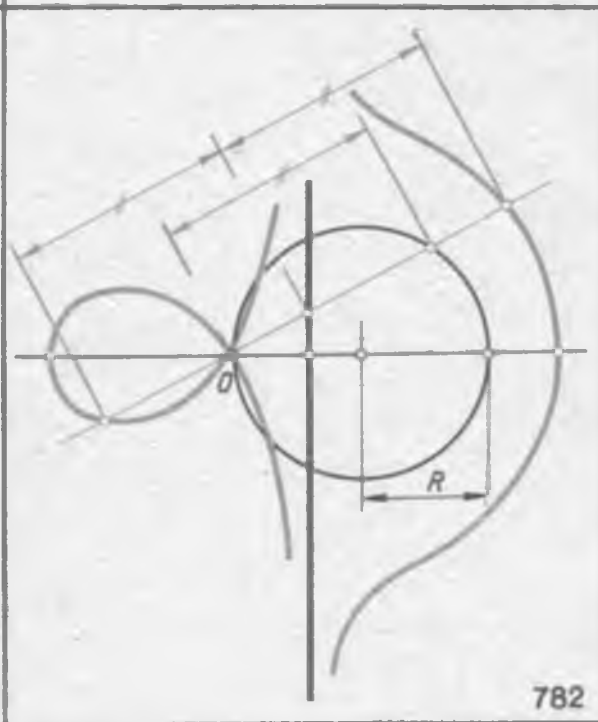
779



780



781



782

Задачи:

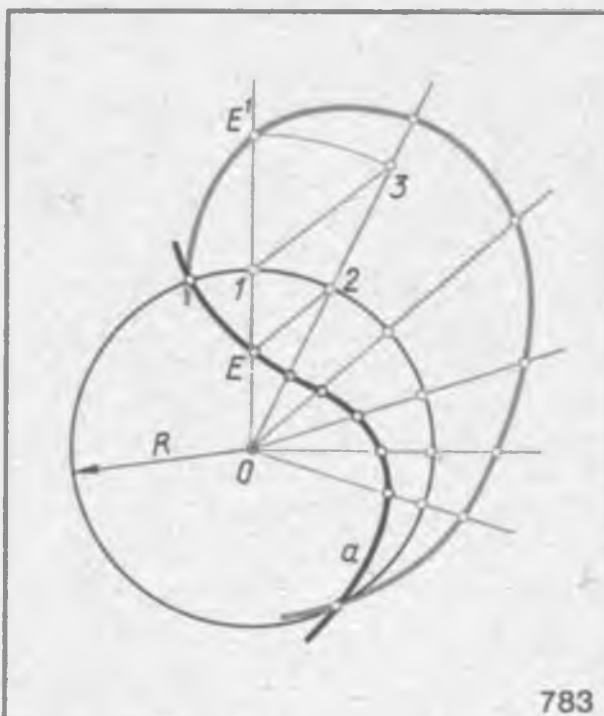
779. Построить конхоиду данной кривой a относительно полюса O вне этой кривой. Точка E радиус-вектора является точкой конхоиды.

780. Построить конхоиды данной окружности радиуса r относительно полюса O , принадлежащего данной окружности. Точки A , B и C радиус-векторов являются точками конхоид. Точка A отстоит от базовой окружности по направлению радиус-вектора на расстоянии r ,

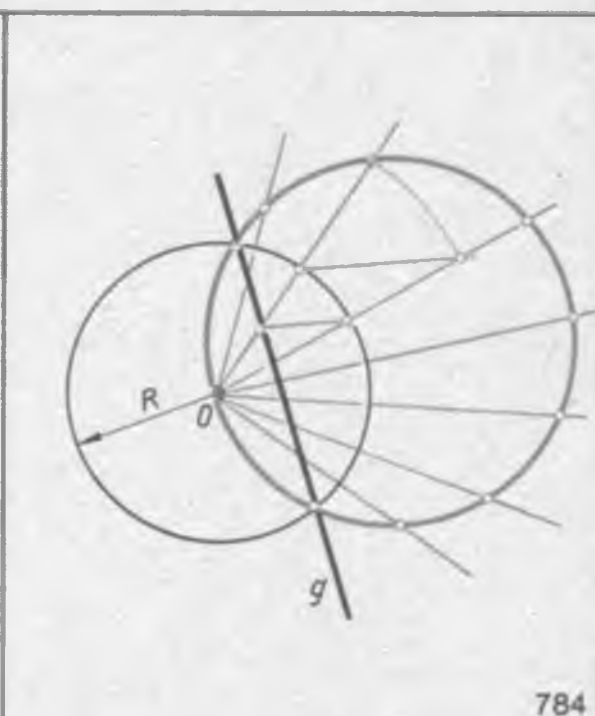
точка B — на расстоянии $2r$, точка C выбрана произвольно.

781. Построить конхоиды прямой линии g относительно полюса O вне этой прямой. Точки A , B , C радиус-векторов являются точками конхоид.

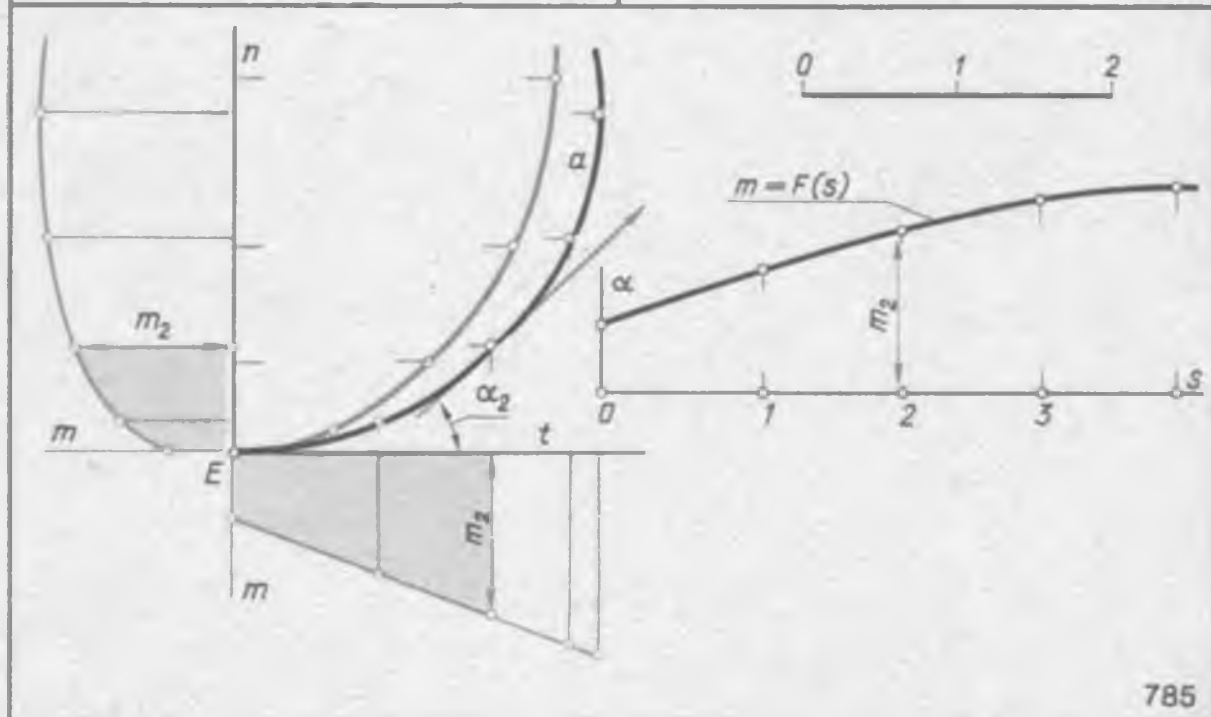
782. Построить конхоиду Слюза относительно полюса O , принадлежащего окружности радиуса R . Прямая g преобразования пересекает окружность.



783



784



785

Задачи:

783. Построить кривую как инверсию данной кривой линии a относительно окружности радиуса R . Заданы полюс O инверсии вне кривой a и окружность радиуса R с центром в точке O . Указать основные свойства инверсии.

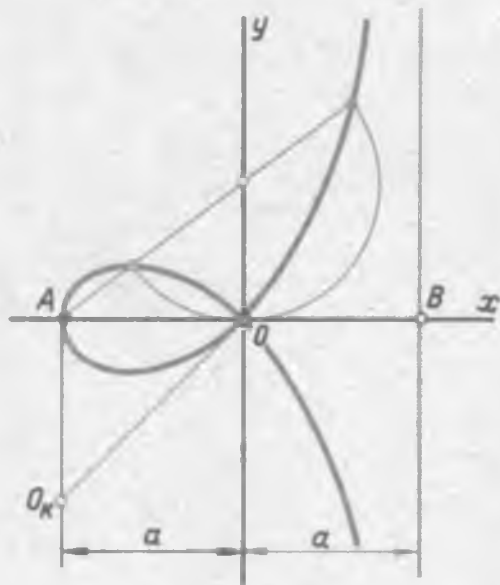
784. Построить кривую как инверсию данной прямой g относительно окружности радиуса R . Заданы полюс O инверсии вне прямой и радиус R окружности с центром в точке O .

В соответствии с основными свойствами инверсии установить вид кривой.

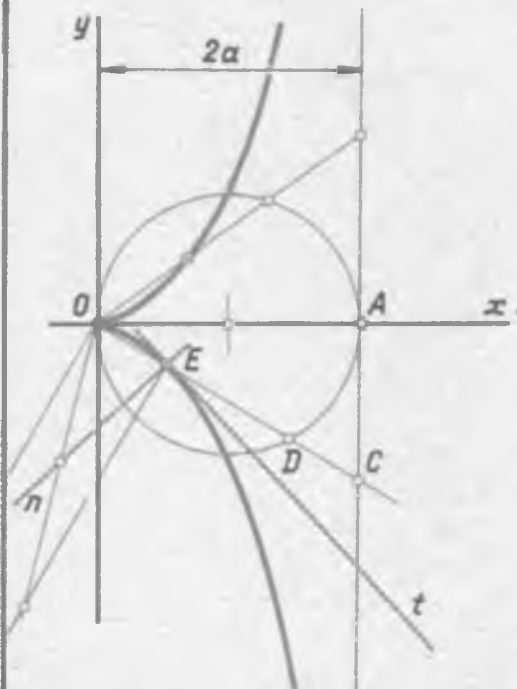
785. Построить кривую линии, конформную данной кривой a . Криволинейный график $m = F(s)$ определяет функциональную зависимость конформного преобразования.

Две взаимно перпендикулярные прямые l и n в начальной точке E кривой линии a определяют начальные касательные и нормаль к этой кривой.

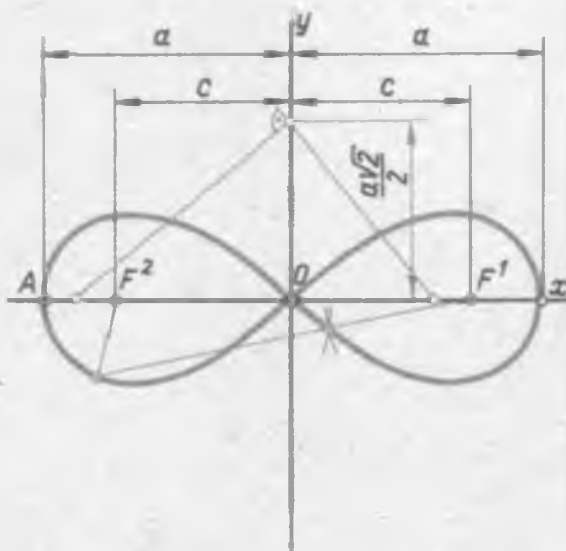
§ 33. НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ПЛОСКИЕ КРИВЫЕ ЛИНИИ



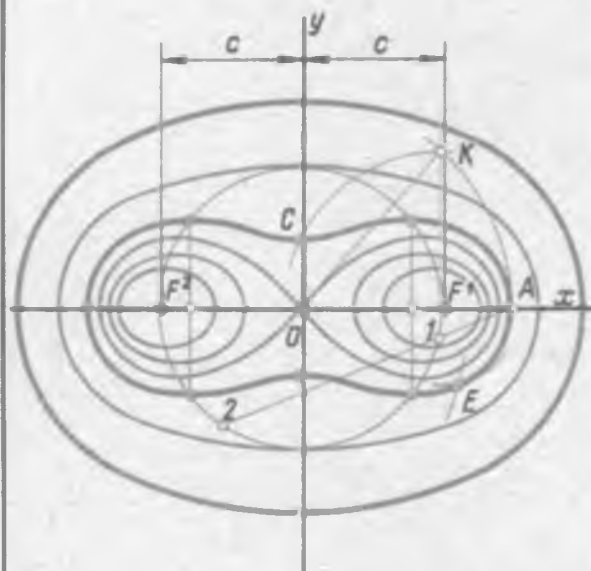
786



787



788



789

Задачи:

786. Построить прямую строфоиду. Уравнение строфоиды в декартовой системе координат

$$y = \pm x \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}.$$

787. Построить циссоиду Диокла. Уравнение циссоиды в декартовой системе координат

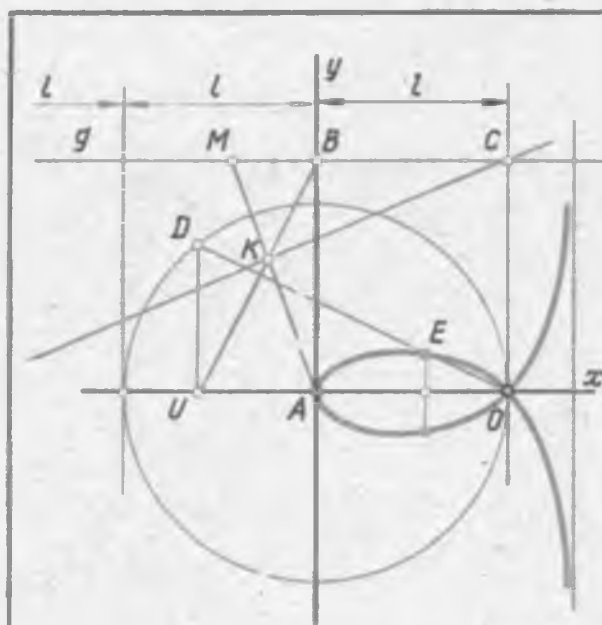
$$y^2 = x^3/(2a-x).$$

788. Построить лемнискату Бернулли. Уравнение лемнискаты в декартовой системе координат:

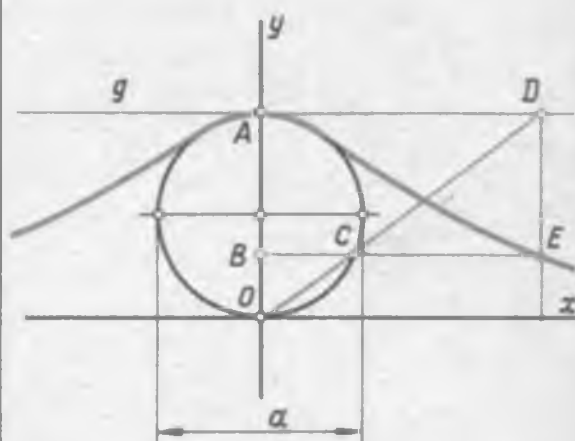
$$(x^2 + y^2)^2 = 2c^2(x^2 - y^2).$$

789. Построить линию Кассини. Уравнение линии Кассини в декартовой системе координат

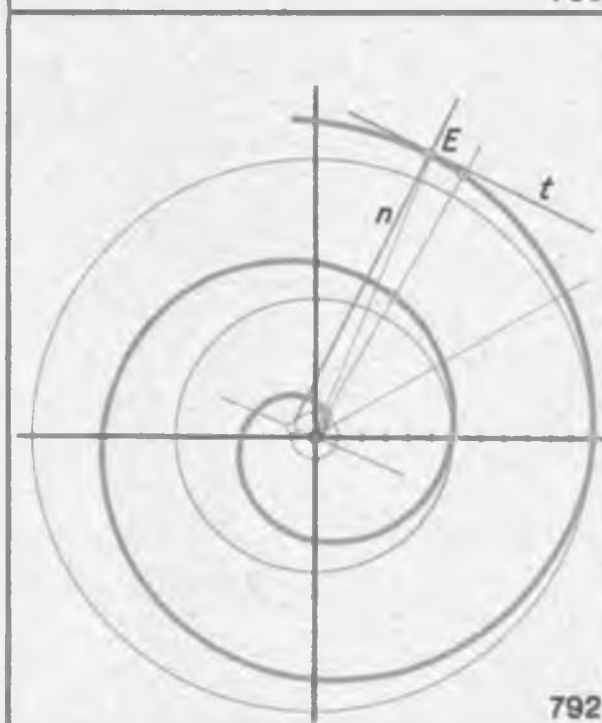
$$(x^2 + y^2)^2 - 2c^2(x^2 - y^2) = a^4 - c^4.$$



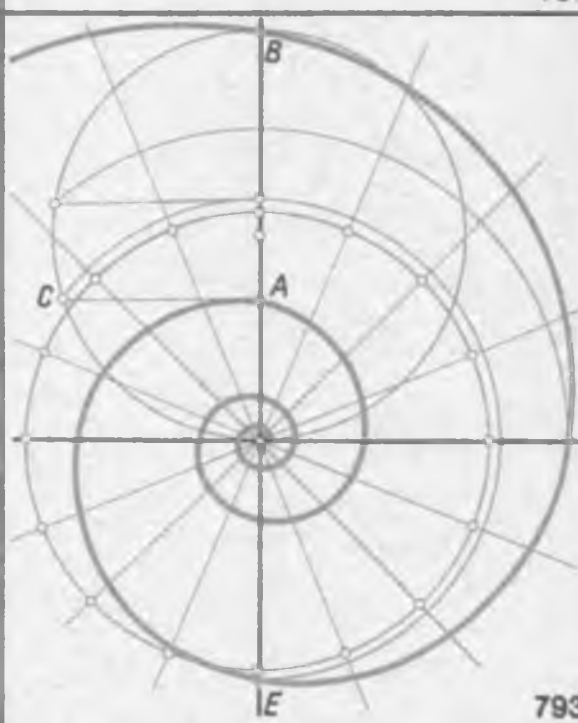
790



791



792



793

Задачи:

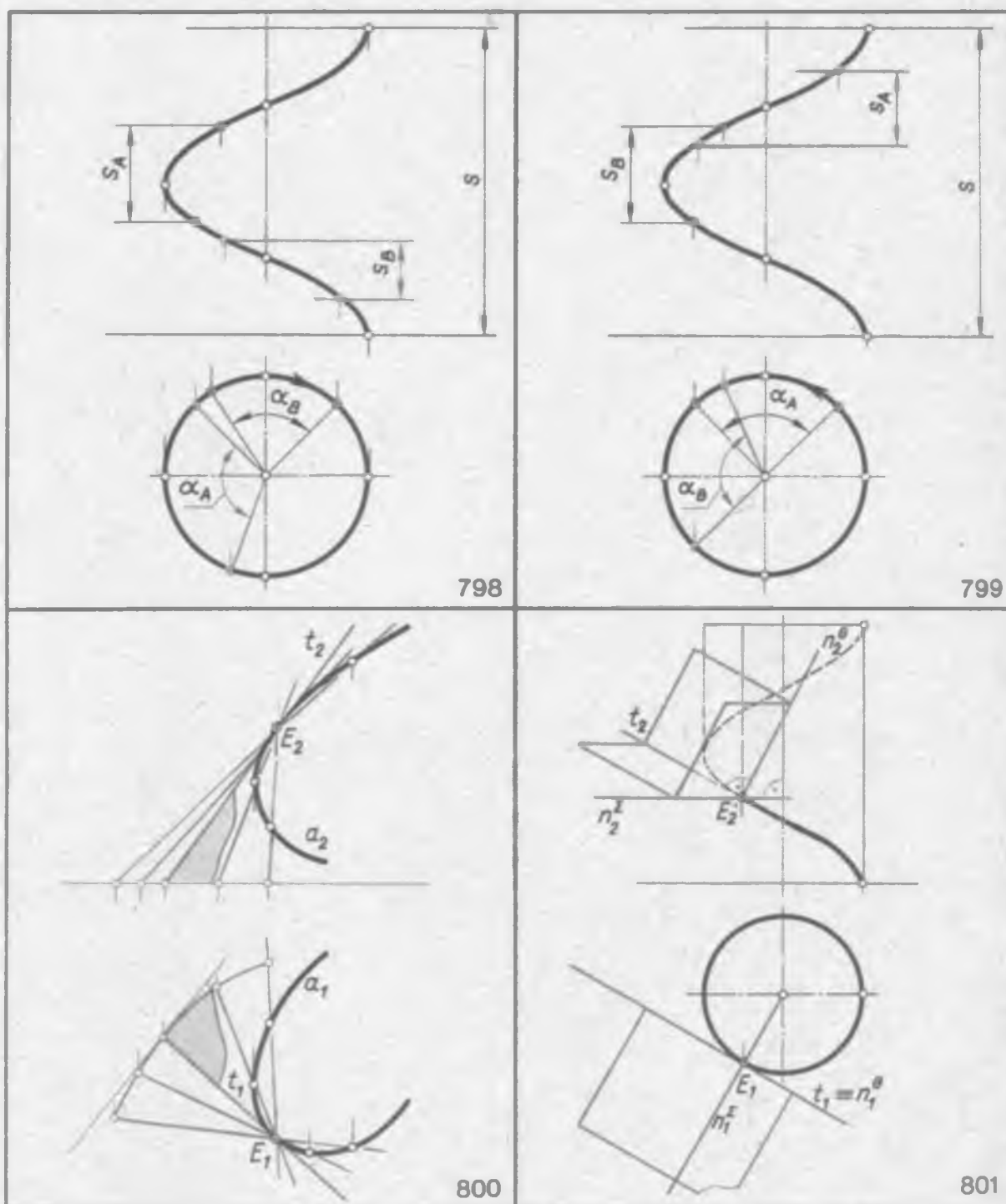
790. Построить декартов лист с диаметром петли l . Уравнение кривой относительно оси симметрии

$y = \pm x \sqrt{\frac{l+x}{l-3x}}$, где $l = \frac{3a}{\sqrt{2}}$, $3a$ — диагональ квадрата, сторона которого равна наибольшей хорде l петли.

791. Построить Верзьеру Аньези по заданному ее уравнению $y = a^3/(a^2 + x^2)$, где a — диаметр производящей окружности.

792. Построить спираль Архимеда, заданную ее уравнением $\rho = k\varphi$.

793. Построить логарифмическую спираль, заданную ее уравнением $\rho = \rho_0 q^{\frac{\varphi}{2\pi}}$, где ρ_0 — полярный радиус точки спирали; q — коэффициент роста ($q = 3$).



Задачи:

798. Для данной гелисы правого хода определить величину α_A углового перемещения точки A по заданному ее осевому перемещению s_A и величину s_B осевого перемещения точки B по заданному ее угловому перемещению α_B .

799. Для данной гелисы левого хода определить величину s_A осевого перемещения точки A по заданному ее угловому перемещению α_A .

нию α_A и величину α_B углового перемещения точки B по заданному ее осевому перемещению s_B .

800. В точке E пространственной кривой линии a общего вида построить касательную прямую t и соприкасающуюся плоскость Σ .

801. Точка E данной цилиндрической винтовой линии (гелисы) является вершиной трехгранника Френе. Построить координатные прямые: касательную t , главную нормаль n^Z и бинормаль n^B трехгранника.

Поверхности (алгебраические и трансцендентные) можно рассматривать как множество точек или линий. Координаты точек этого множества удовлетворяют некоторому заданному уравнению вида $F(x, y, z) = 0$.

Алгебраической поверхностью n -го порядка называют поверхность, уравнение которой — алгебраическое уравнение степени n .

Поверхность называется трансцендентной, если ее уравнение — трансцендентная функция относительно x, y, z . Плоскость, как известно, выражается уравнением первой степени. Ее называют поверхностью первого порядка.

Аналитический способ задания поверхности находит широкое применение в практике, особенно если требуется исследовать свойства поверхности, инвариантные относительно ее изгибания — внутренние свойства поверхности.

Поверхности, к которым нельзя применить математические закономерности, обычно задают достаточно плотной сетью линий, принадлежащих этим поверхностям. Совокупность таких линий называют дискретной сетью или дискретным каркасом поверхности.

В начертательной геометрии поверхности можно рассматривать как кинематические, т. е. образованные непрерывным перемещением в пространстве какой-либо линии или поверхности. Эти линии и поверхности называют *производящими* (образующими) кинематической поверхности. Поверхность, образованная перемещением линии, представляет собой множество различных положений производящей линии.

Совокупность основных параметров поверхности, которые определяют ее задание, называют *определителем* поверхности.

35. *Торсовые* поверхности образуются движением прямой линии (образующей), которая во всех положениях остается касательной к пространственной кривой линии — ребру возврата тора.

Определителем поверхности с ребром возврата является пространственная кривая — ребро возврата поверхности.

Поверхность переноса прямолинейного направления образуется непрерывным поступательным перемещением производящей кривой линии.

36. Поверхность вращения образуется вращательным перемещением производящей вокруг неподвижной оси.

Поверхности вращения обладают свойством сдвигаемости, т. е., вращаясь вокруг своей оси, поверхность может сдвигаться без деформации вдоль самой себя.

Если меридиан поверхности вращения проходит через две точки поверхности, то он является *кратчайшей* линией между этими точками (геодезической линией), и все меридианы равны между собой.

Каждая из параллелей поверхности вращения пересекает меридианы под *прямыми* углами, т. е. параллели и меридианы образуют прямоугольную сеть на поверхности вращения.

Поверхность вращения можно задать любой кривой, если эта кривая пересекает все ходы точек производящей линии.

Каждая из нормалей к поверхности вращения пересекает ось поверхности.

37. *Винтовая* поверхность образуется винтовым перемещением производящей линии. Ее можно задать начальным положением производящей линии и базовой гелисой.

Винтовые поверхности, у которых производящими являются прямые линии, называют *геликоидами*.

Винтовые поверхности, у которых производящими являются окружности, называют *цилиндрическими*.

38. Поверхностью второго порядка называют такую поверхность, которую можно выразить алгебраическим уравнением второй степени в пространственной прямоугольной декартовой системе координат.

Если поверхность второго порядка общего вида имеет центр симметрии, ее называют центральной поверхностью второго порядка.

39 Поверхности К а т а л а н а могут быть образованы перемещением производящей прямой, параллельной во всех ее положениях некоторой плоскости и пересекающей две скрещивающиеся направляющие линии.

В зависимости от вида направляющих поверхности называют:

цилиндронды — направляющие две кривые линии;

коноиды — направляющие кривая и прямая линии;

косые плоскости — направляющие две прямые линии.

40. Линейчатой поверхностью с направляющей плоскостью называют поверхность, образованную движущейся производящей прямой линией, которая остается всегда наклоненной под определенным постоянным углом к неподвижной плоскости.

41. Линейчатую поверхность можно задать тремя направляющими линиями. Линейчатые поверхности такого рода образования называют косыми цилиндрами с тремя направляющими.

42. Поверхности, образованные непрерывным (общего вида) поступательным перемещением производящей линии, называют поверхностями переноса.

Поверхность переноса может быть задана производящей линией в начальном ее положении и некоторой плоской или пространственной кривой линией, определяющей направление переноса.

Любая из точек производящей линии при ее движении в заданном направлении определяет ход производящей линии.

Поверхность представляется сетью, состоящей из ряда последовательных положений про-

изводящей линии и из ходов ее точек. Каждая ячейка такой сети имеет попарно не только равные, но и параллельные криволинейные стороны. Такую сеть называют предельной чебышевской сетью.

Предельную чебышевскую сеть можно построить по двум опорным кривым линиям и при любых заданных коэффициентах пропорциональности.

Сеть поверхности переноса можно построить и по одной заданной опорной кривой линии. Такая сеть может располагаться как внутри опорной кривой линии, так и вне ее. Опорная же кривая линия в этих случаях называется ребром возврата сети поверхности.

Если поверхность переноса находится внутри опорной линии, ее называют поверхностью переноса с внешним ребром возврата сети. Если поверхность переноса располагается вне опорной кривой, ее называют поверхностью переноса с внутренним ребром возврата сети.

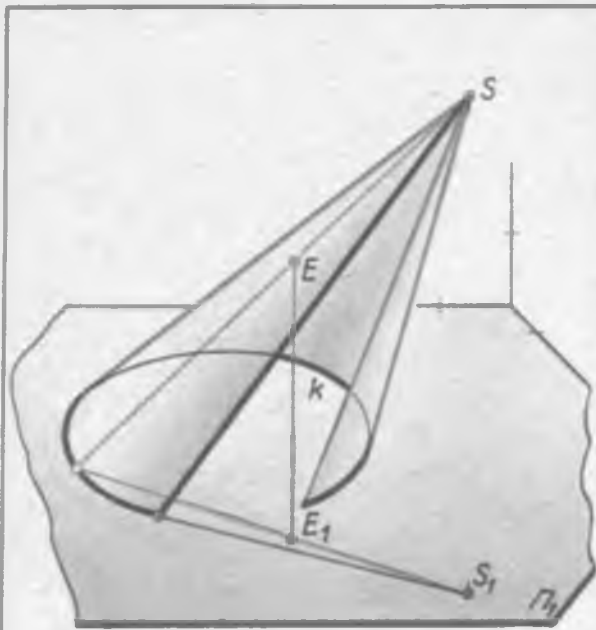
43 Движение производящей линии называют ротативным, если ее бесконечно малые последовательные перемещения являются вращательными вокруг осей, пересекающихся под бесконечно малыми углами.

Поверхность, образованную ротативным движением производящей линии, называют ротативной.

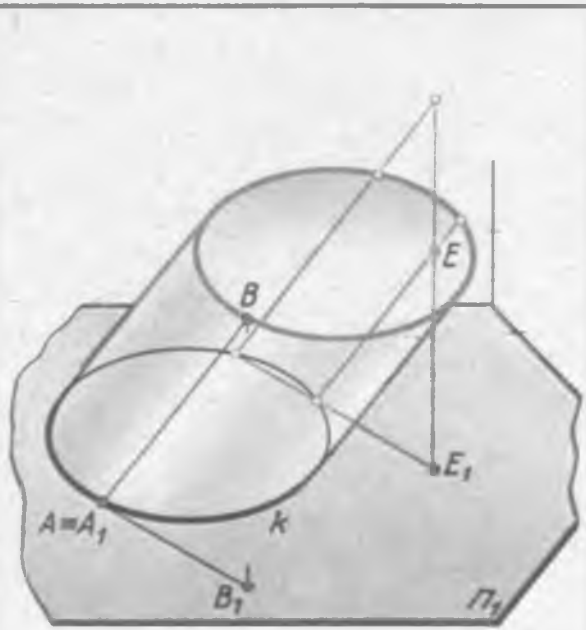
Движение производящей линии называется спироидальным, если ее бесконечно малые последовательные перемещения являются винтовыми перемещениями, а оси ее двух последовательных бесконечно малых перемещений пересекаются и составляют между собой бесконечно малые углы. Параметры последовательных винтовых перемещений могут непрерывно изменяться или оставаться постоянными.

Спироидальным движением производящей практически можно получить любую желаемую форму поверхности.

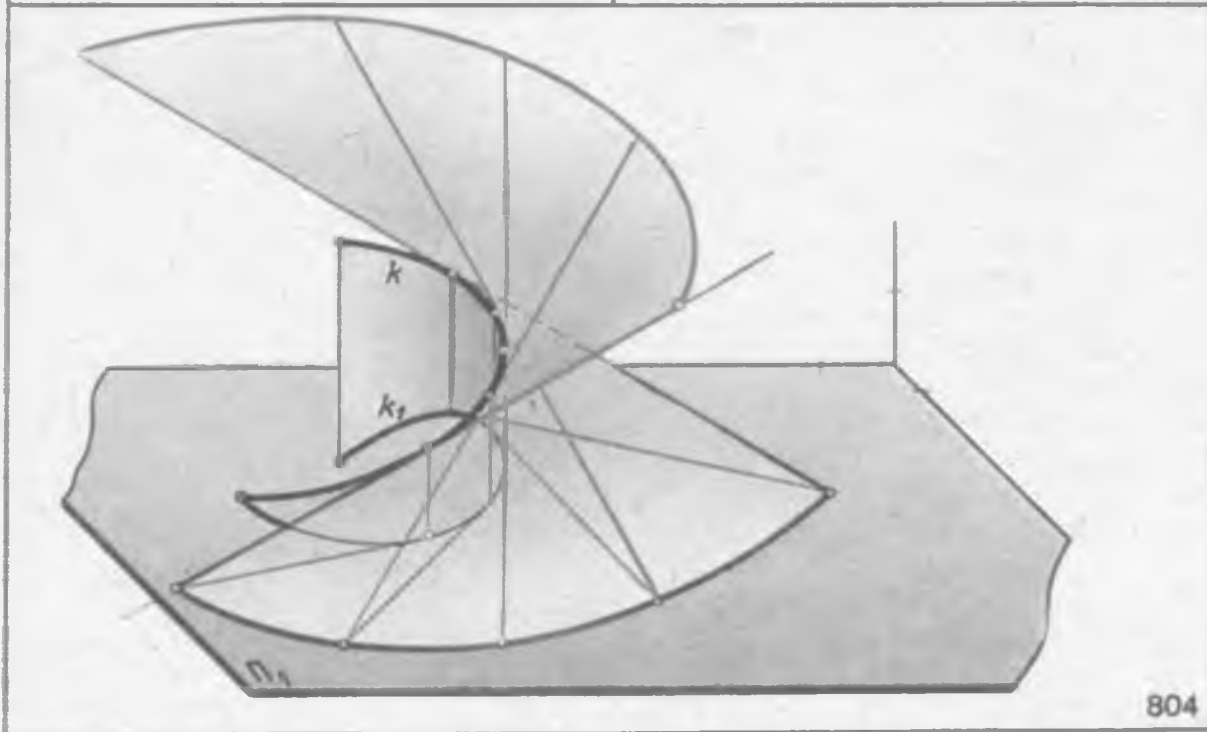
§ 35. ТОРСОВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ. ПОВЕРХНОСТИ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ПЕРЕНОСА



802



803



804

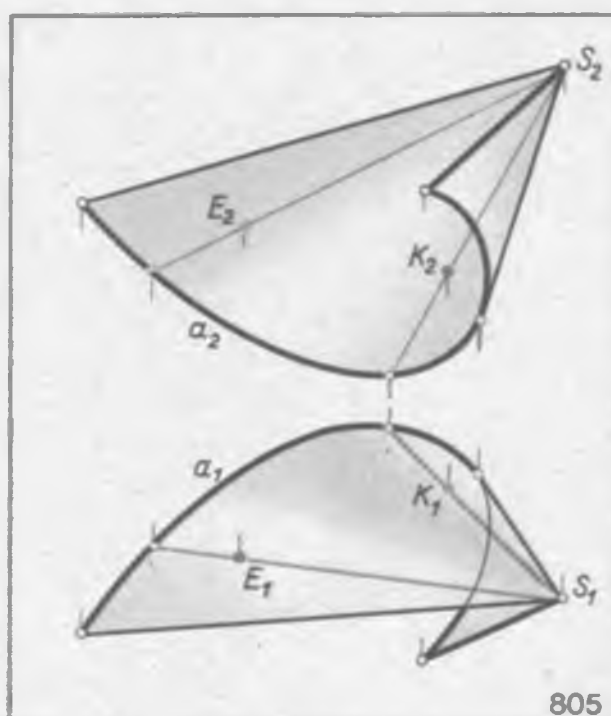
Задачи:

802. Коническая поверхность задана направляющей кривой линией k в горизонтальной координатной плоскости Π_1 и вершиной S . Координаты вершины S конуса известны. Дать рисунок поверхности. Определить точку E на поверхности конуса по известной ее ортогональной проекции E_1 на плоскости Π_1 .

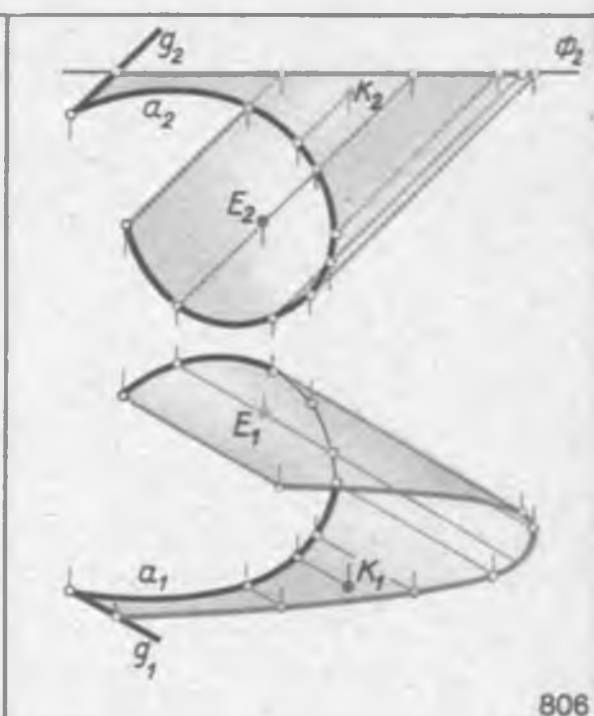
803. Цилиндрическая поверхность задана направляющей кривой линией k в горизонтальной

ной координатной плоскости Π_1 и отрезком AB образующей. Дать рисунок поверхности. Определить точку E на поверхности цилиндра по известной ее ортогональной проекции E_1 на плоскости Π_1 .

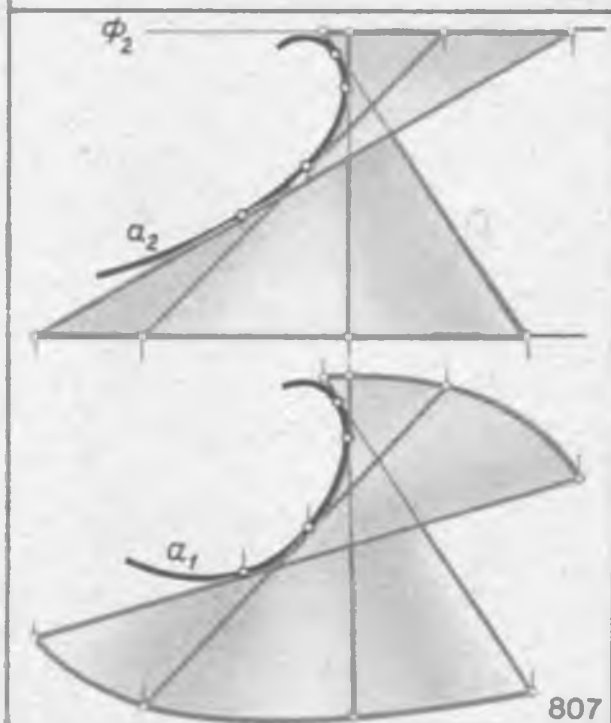
804. Дать рисунок торсовой поверхности. Поверхность задана направляющей пространственной кривой линией k . Торс ограничен горизонтальной координатной плоскостью Π_1 . Прямолинейные образующие торса делятся точками ребра его возврата пополам.



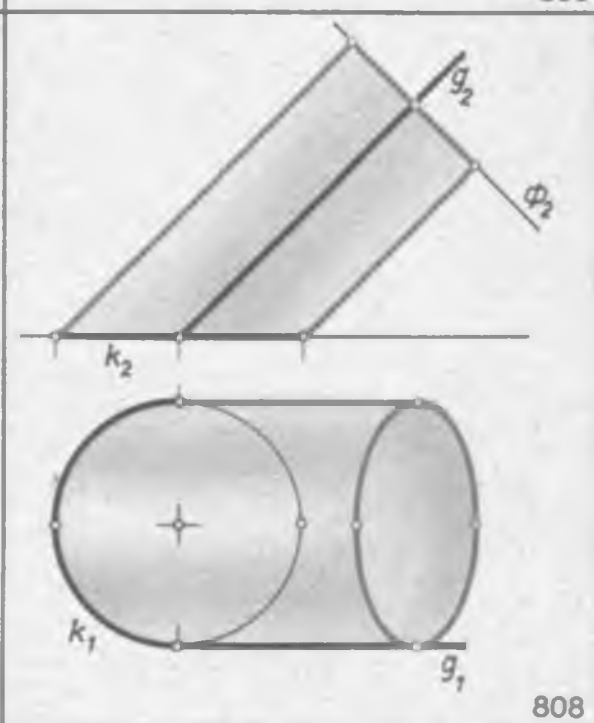
805



806



807



808

Задачи:

805. Определить недостающие проекции точек E и K , принадлежащих конической поверхности. Коническая поверхность задана направляющей кривой линией a и вершиной S .

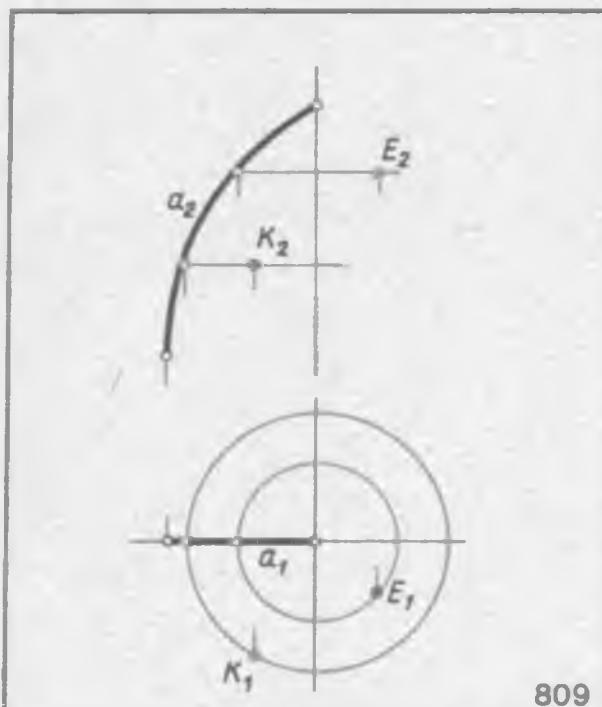
806. Определить недостающие проекции точек E и K , принадлежащих цилиндрической поверхности. Цилиндрическая поверхность задана направляющей кривой линией a и прямолиней-

ной образующей g . Поверхность ограничена горизонтальной плоскостью Φ .

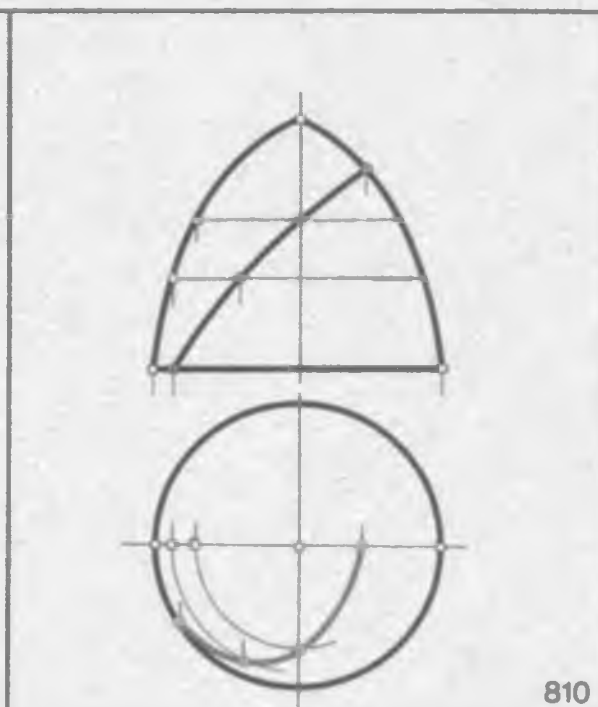
807. Построить проекции торсовой поверхности, заданной ребром возврата — пространственной кривой линией a . Торс ограничен двумя горизонтальными плоскостями.

808. Построить проекции цилиндрической поверхности, заданной направляющей окружностью k в горизонтальной плоскости Π , и прямолинейной образующей g . Цилиндр ограничен фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

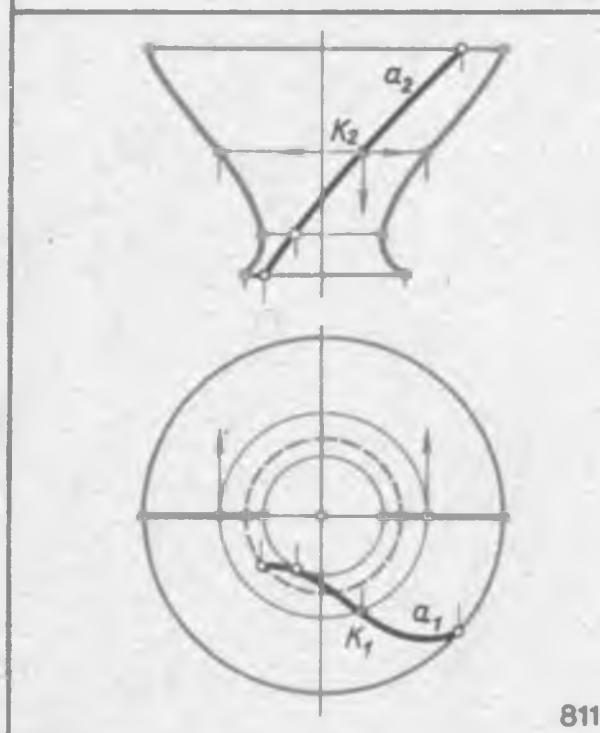
§ 36. ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ



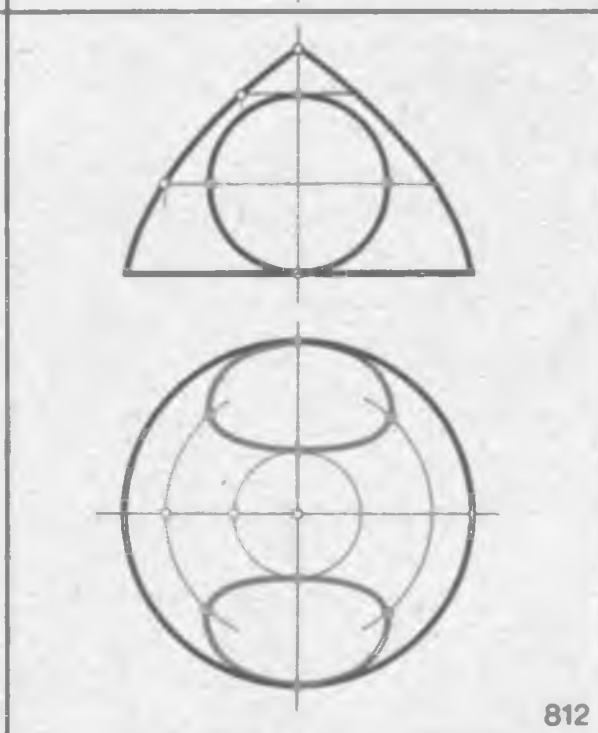
809



810



811



812

Задачи:

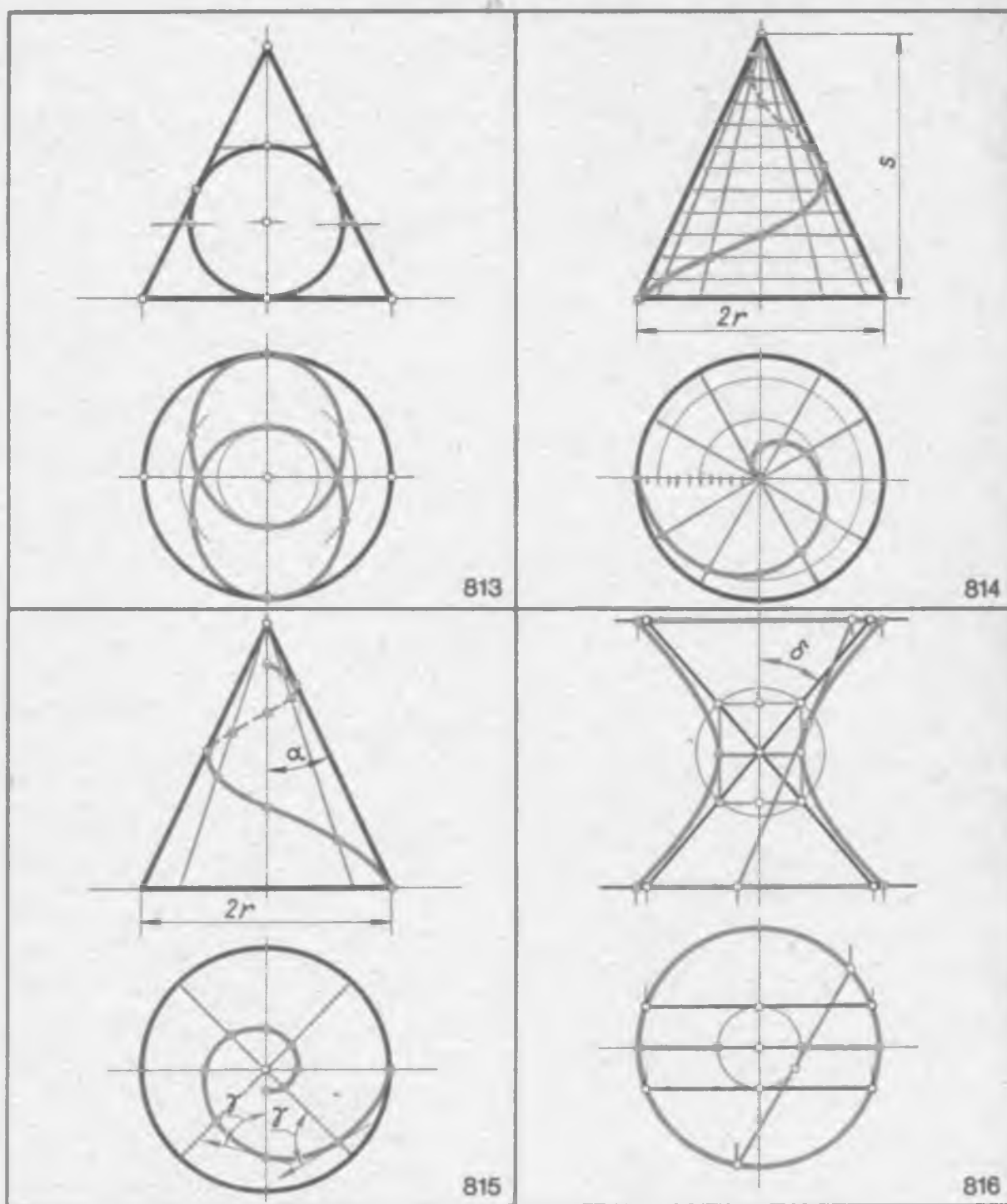
809. Поверхность вращения задана вертикальной осью и фронтальным меридианом — производящей кривой линией a в главной меридиональной плоскости. Определить недостающие горизонтальную K_1 и фронтальную E_2 проекции точек K и E , принадлежащих данной поверхности вращения.

810. Поверхность вращения задана очерта- ниями. Построить недостающую горизонталь-

ную проекцию пространственной кривой линии, принадлежащей данной поверхности вращения.

811. Поверхность вращения задана вертикальной осью и производящей пространственной кривой линией a . Построить очертания поверхности в горизонтальной и фронтальной проекциях.

812. Поверхность вращения задана очерта- ниями. Построить недостающую горизонталь- ную проекцию линии сквозного кругового от- верстия поверхности вращения.



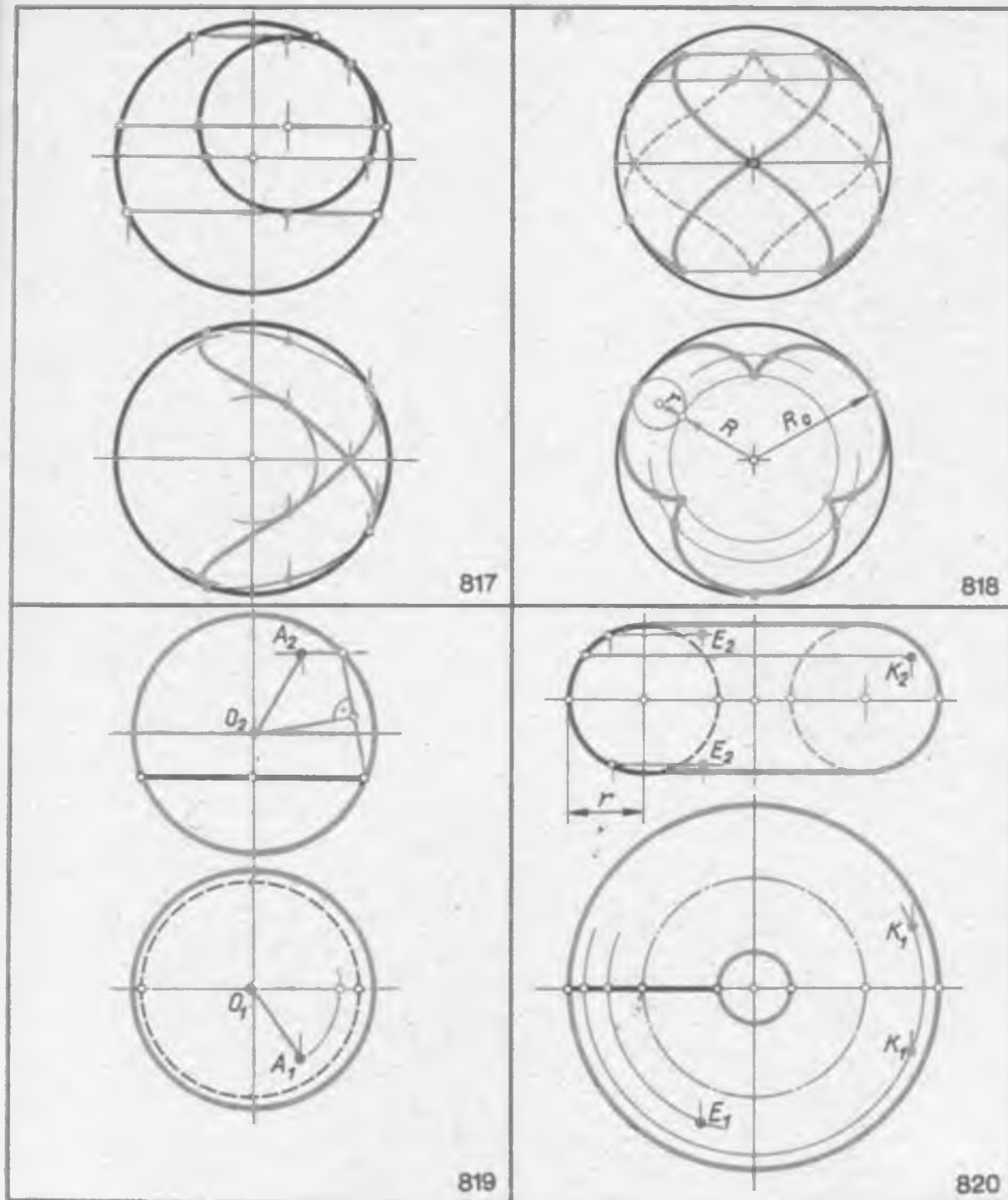
Задачи:

813. Построить недостающую горизонтальную проекцию линии кругового сквозного отверстия поверхности конуса вращения. Поверхность задана очертаниями. Фронтальная проекция такого кругового отверстия задана.

814. На заданной поверхности конуса вращения построить винтовую линию. Шаг конической винтовой равен высоте конуса вращения. Ход винтовой линии правый.

815. На заданной поверхности конуса вращения построить винтовую линию одинакового ската — пространственную кривую под заданным углом γ наклона ее к горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Ход винтовой линии левый.

816. Построить главный меридиан поверхности однополостного гиперболоида вращения. Поверхность задана вертикальной осью и отрезком производящей прямой линии, не пересекающим ось поверхности вращения.



Задачи:

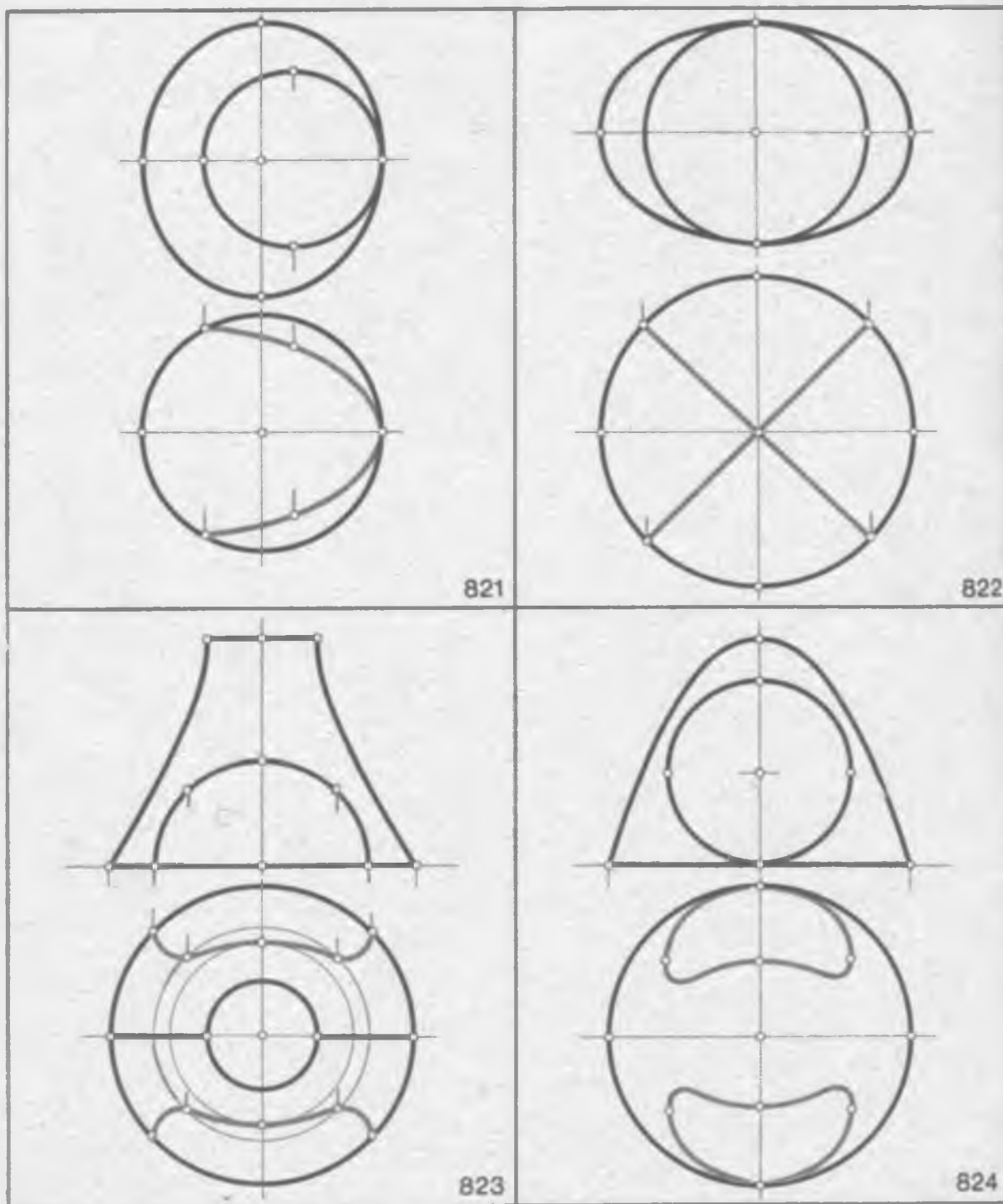
817. Построить недостающую горизонтальную проекцию линии сквозного кругового отверстия поверхности сферы, заданной чертаниями.

818. На поверхности сферы радиусом R_0 построить сферическую линию одинакового ската. Горизонтальная проекция такой линии — эпициклоида, центроидами которой являются

окружности радиусов $R = \frac{3}{5}R_0$ и $r = \frac{1}{5}R_0$.

819. Сфера задана параллелью и точкой A . Построить очертания сферы.

820. Построить очертания поверхности открытого тора, заданного вертикальной осью и производящей окружностью радиуса r в главной меридиональной плоскости. Окружность не пересекает вертикальную ось вращения. Определить недостающие проекции точек E и K , принадлежащих поверхности тора.



Задачи:

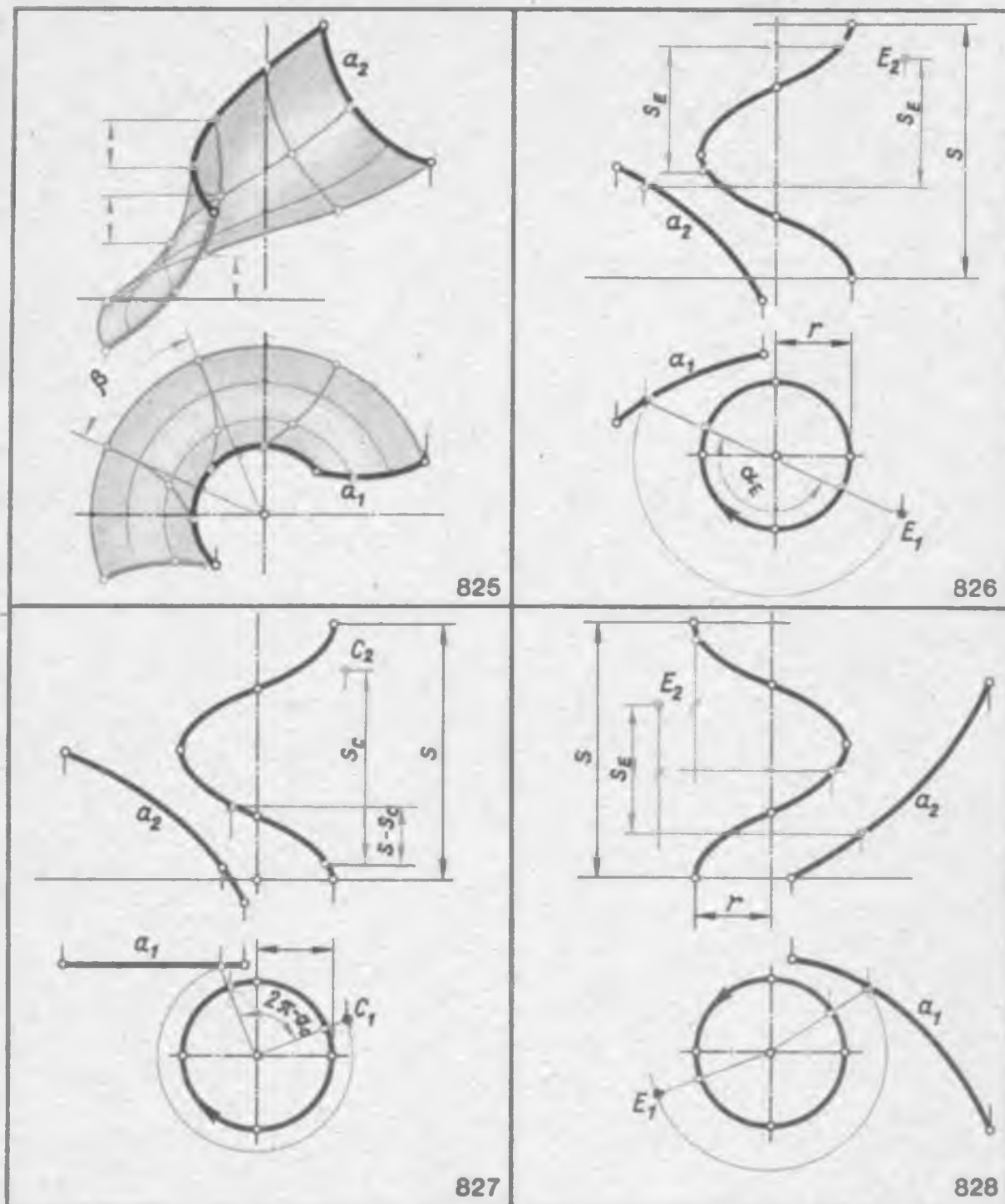
821. Поверхность эллипсоида вращения с вертикальной осью задана очертаниями. Построить по известной фронтальной проекции недостающую горизонтальную проекцию линии сквозного кругового отверстия поверхности эллипсоида вращения.

822. Построить недостающую горизонтальную проекцию линии сквозного кругового отверстия поверхности сжатого эллипсоида вращения. Поверхность задана очертаниями.

823. Построить недостающую горизонтальную проекцию линии полукругового сквозного отверстия поверхности однополостного гиперболоида вращения. Поверхность гиперболоида вращения задана очертаниями.

824. Построить недостающую горизонтальную проекцию линии кругового сквозного отверстия поверхности параболоида вращения с вертикальной осью. Поверхность параболоида вращения задана очертаниями.

§ 37. ВИНТОВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ



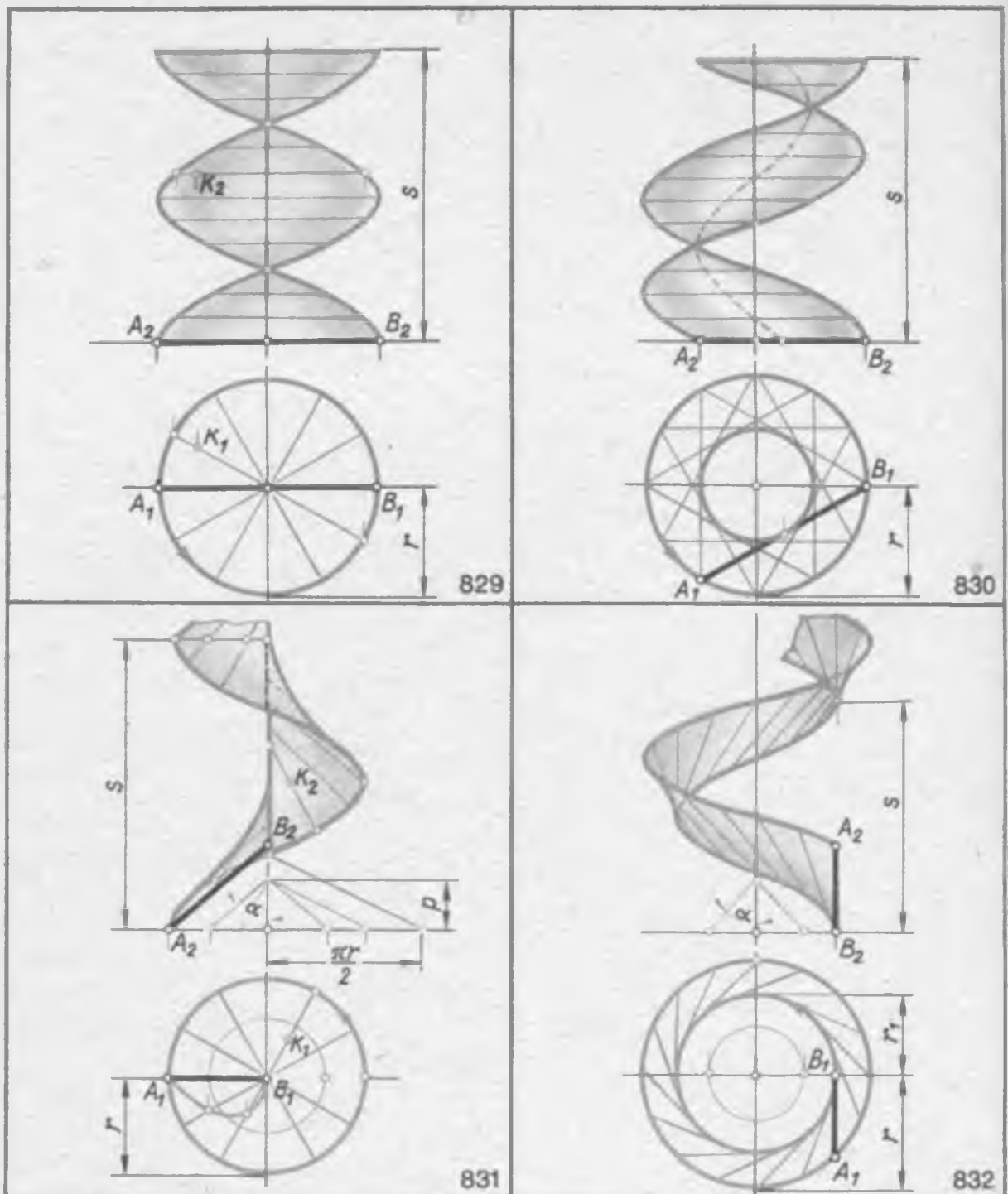
Задачи:

825. Построить сеть винтовой поверхности, т. е. показать проекции последовательных положений производящей линии и проекции ходов точек производящей. Поверхность задана базовой гелисой левого хода и производящей пространственной кривой линией a .

826. Определить на винтовой поверхности недостающую фронтальную проекцию E_2 точки E . Поверхность задана базовой гелисой правого хода и производящей кривой линией a .

827. Определить на винтовой поверхности недостающую фронтальную проекцию C_2 точки C . Поверхность задана базовой гелисой правого хода и производящей плоской кривой линией a .

828. На винтовой поверхности построить недостающую фронтальную проекцию E_2 точки E . Поверхность задана базовой гелисой левого хода и производящей пространственной кривой линией a .



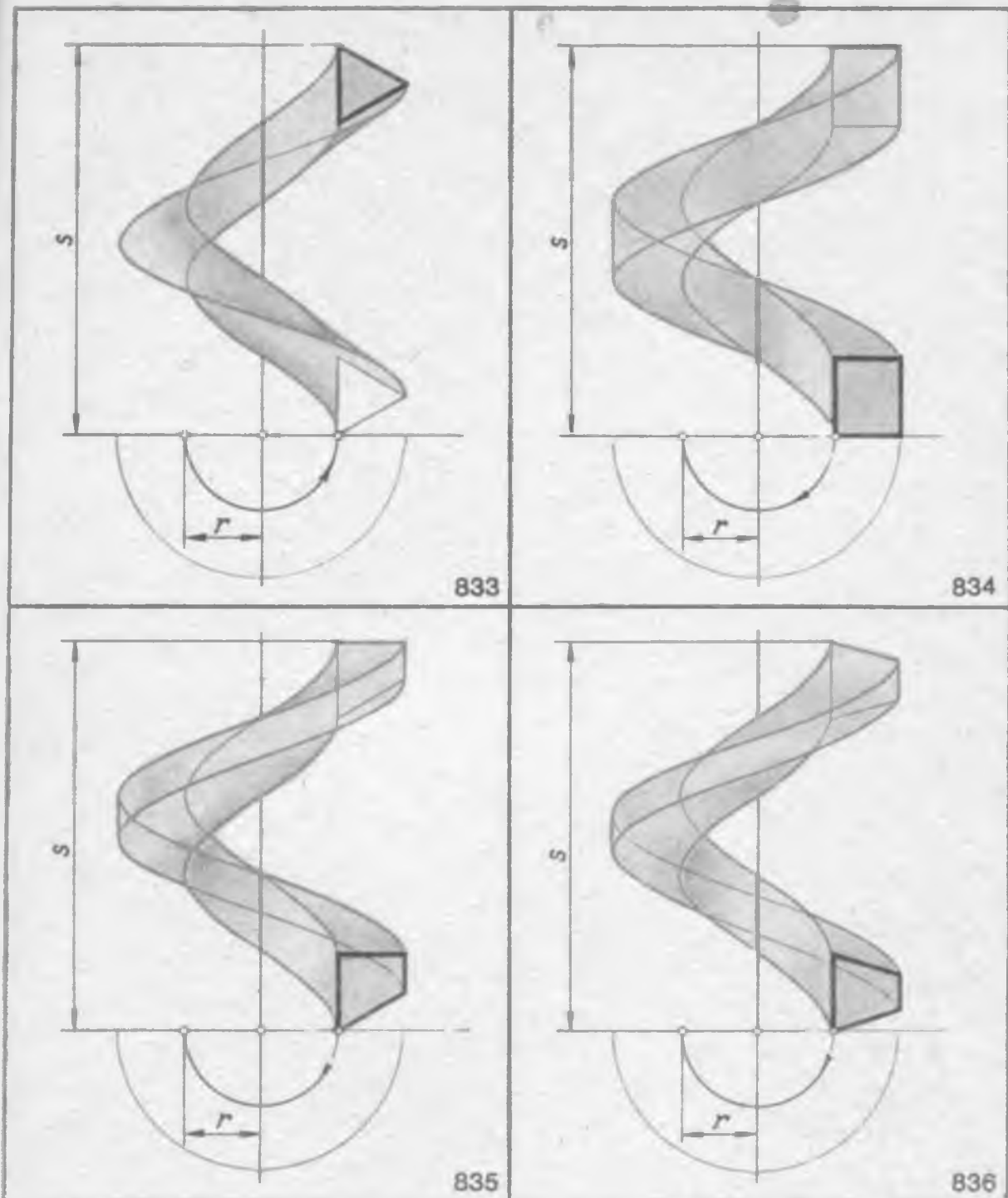
Задачи:

829. Построить проекции прямого закрытого геликоида, представив его рядом последовательных положений отрезка AB производящей прямой линии. Базовая гелиса геликоида левого хода, радиуса r и шага s .

830. Построить проекции прямого открытого геликоида, представив его рядом последовательных положений отрезка AB производящей прямой линии. Базовая гелиса геликоида левого хода, радиуса r и шага s .

831. Построить проекции косоугольного закрытого геликоида, представив его рядом последовательных положений отрезка AB производящей прямой линии. Базовая гелиса геликоида левого хода, радиуса r и шага s . Определить параметр винтовой поверхности.

832. Построить проекции косоугольного открытого геликоида, представив его рядом последовательных положений отрезка AB производящей прямой линии. Базовая гелиса геликоида левого хода, радиуса r и шага s .

**Задачи:**

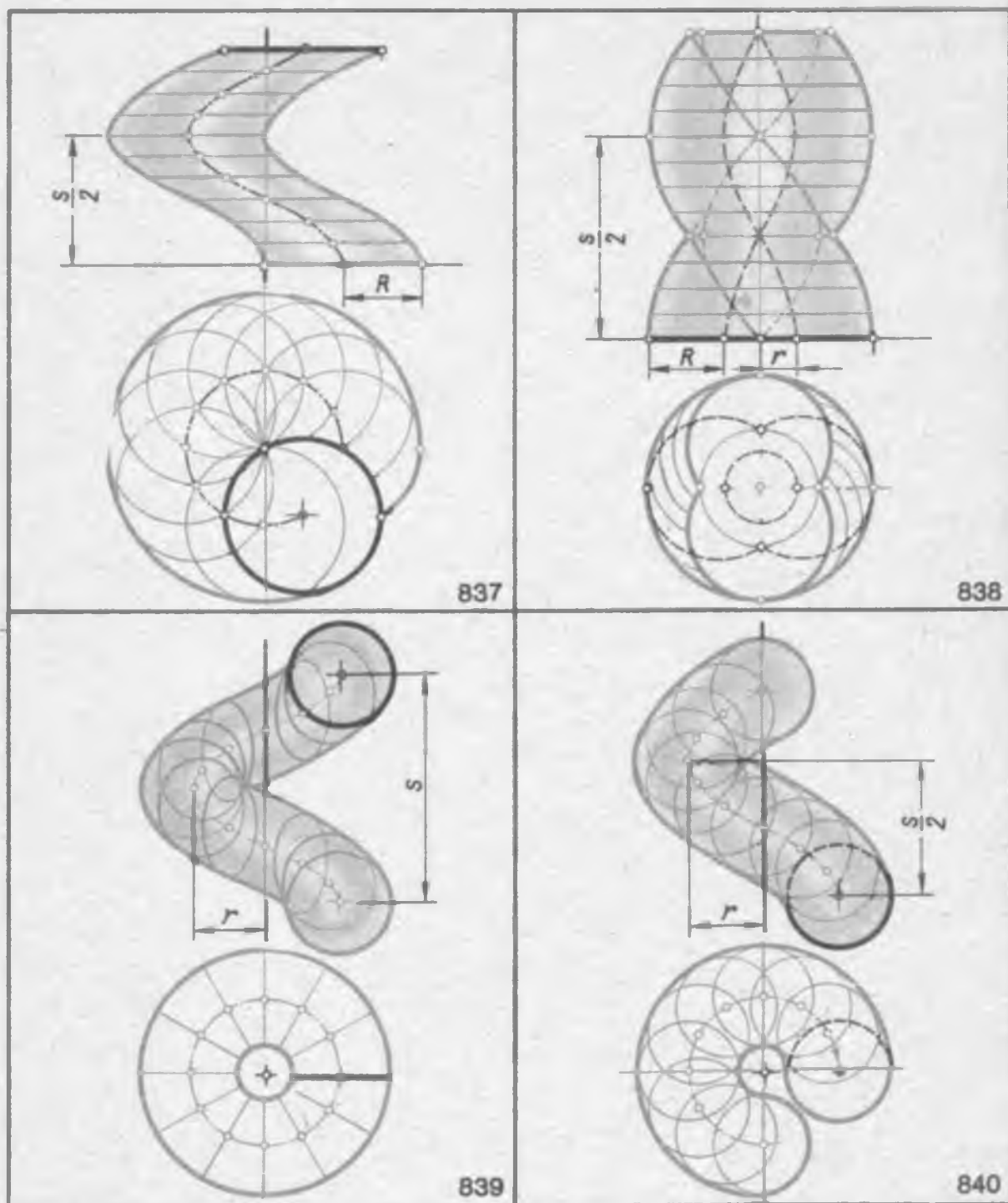
833. Построить фронтальную проекцию винтовой поверхности, заданной базовой гелисой левого хода и производящей. Производящая винтовой поверхности представлена равнобедренным треугольником в главной меридиональной плоскости.

834. Построить фронтальную проекцию винтовой поверхности, заданной базовой гелисой правого хода и производящей. Производящая винтовой поверхности представлена прямо-

угольником в главной меридиональной плоскости.

835. Построить фронтальную проекцию винтовой поверхности, заданной базовой гелисой правого хода и производящей — трапецией в главной меридиональной плоскости.

836. Построить фронтальную проекцию винтовой поверхности, заданной базовой гелисой правого хода и производящей — равнобедренной трапецией в главной меридиональной плоскости.



Задачи:

837. Построить проекции поверхности винтового столба, заданной базовой гелисой правого хода и производящей. Производящей линией поверхности является окружность радиуса r в плоскости уровня с центром на базовой гелисе.

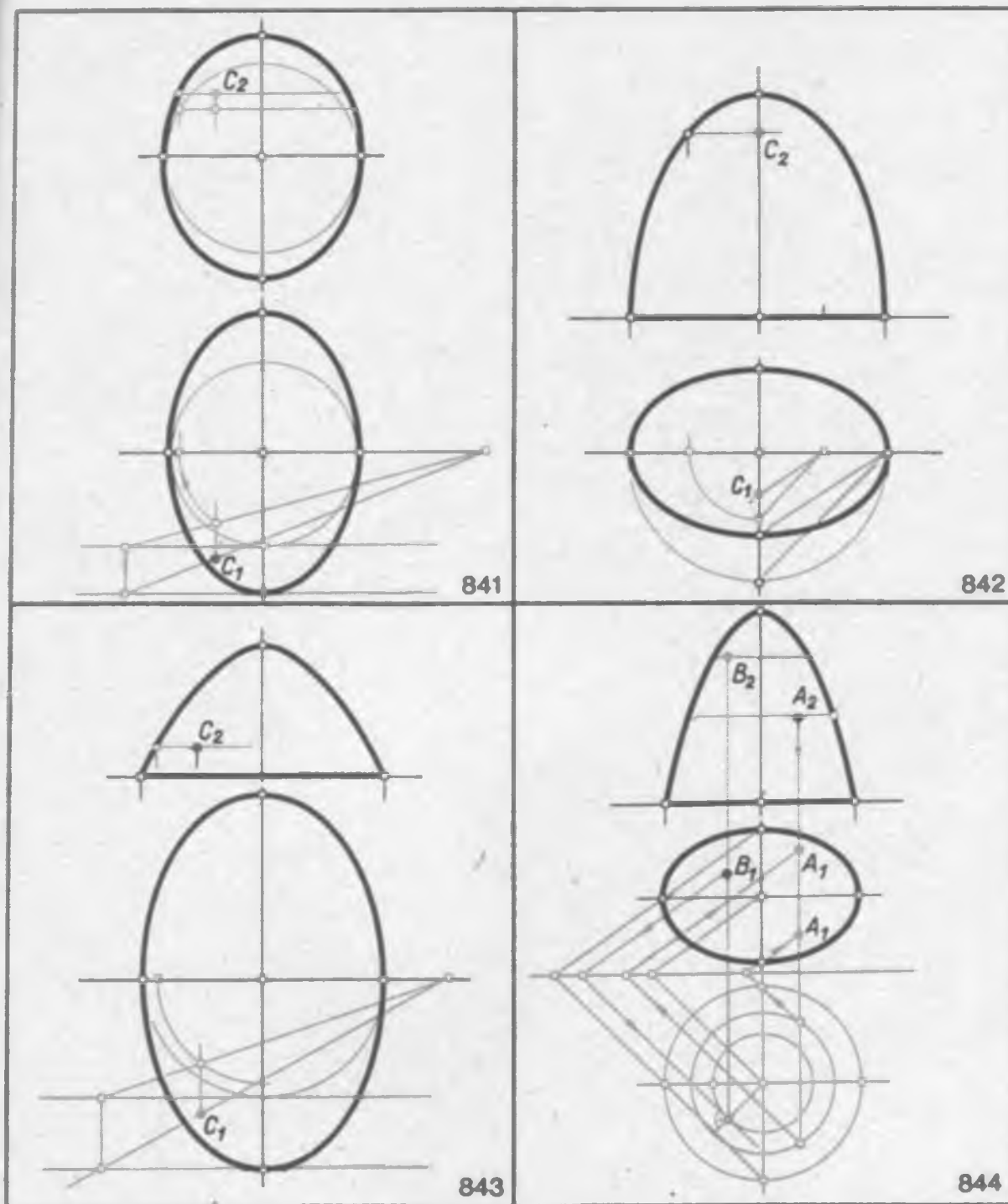
838. Построить проекции поверхности винтового столба, образованной двумя пересекающимися в плоскости уровня производящими

окружностями. Базовая гелиса имеет шаг s , радиус r , ход левый.

839. Построить проекции поверхности винтового тора, заданной базовой гелисой левого хода и производящей окружностью в меридиональной плоскости.

840. Построить проекции поверхности нормального геликоидального цилиндра, заданной базовой гелисой правого хода и производящей. Производящей винтовой поверхности является сфера данного радиуса R .

§ 38. ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА ОБЩЕГО ВИДА



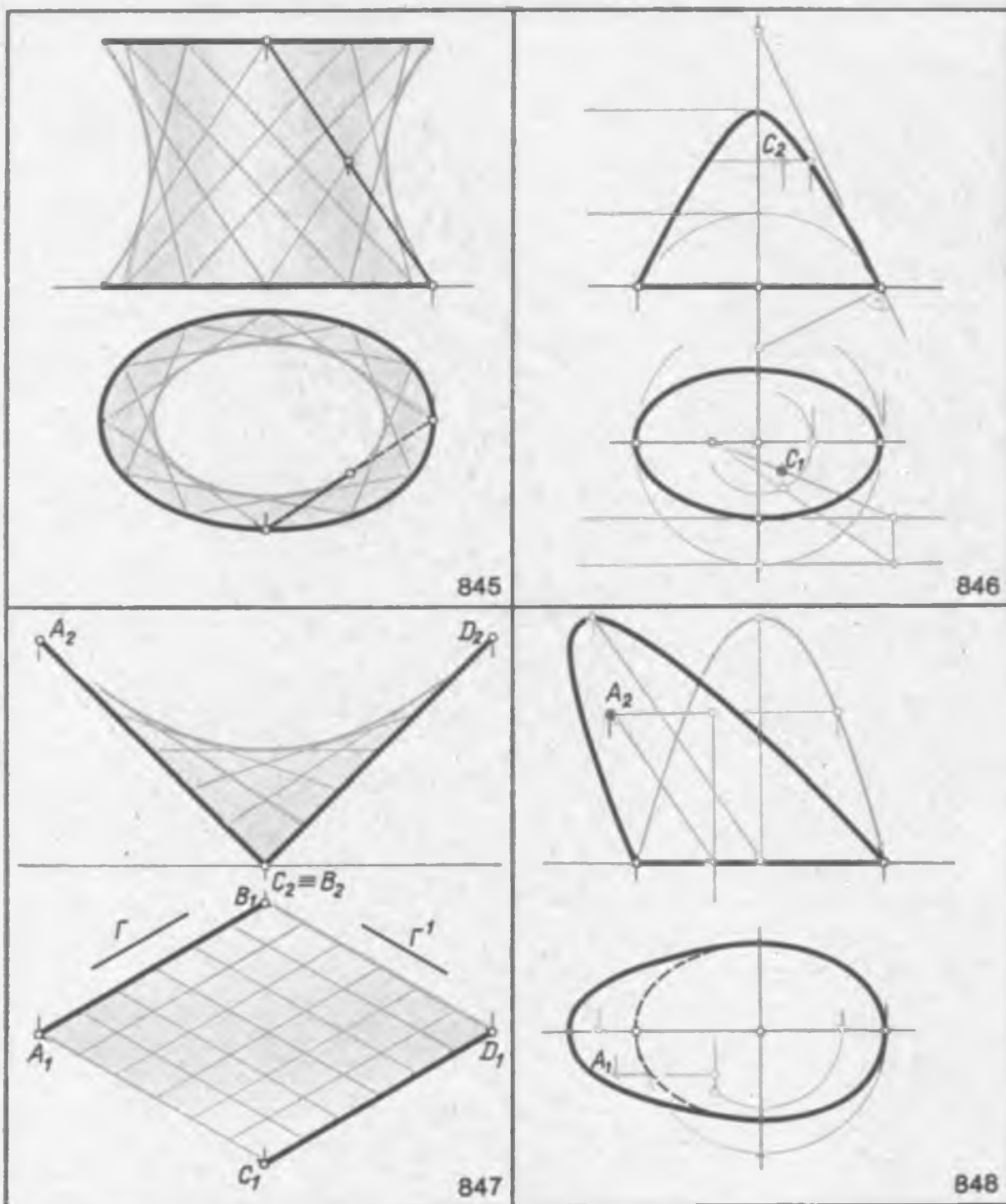
Задачи:

841. Определить недостающую фронтальную проекцию C_2 точки C , принадлежащей видимой части поверхности трехосного эллипсоида. Поверхность задана ее очертаниями.

842. Определить недостающую горизонтальную проекцию C_1 точки C , принадлежащей видимой части поверхности трехосного эллипсоида. Поверхность задана ее очертаниями.

843. Определить недостающую горизонтальную проекцию C_1 точки C , принадлежащей видимой части поверхности двухполостного эллиптического гиперболоида. Поверхность задана ее очертаниями.

844. Определить недостающую горизонтальную проекцию A_1 точки A и недостающую фронтальную проекцию B_2 точки B , принадлежащих поверхности эллиптического параболоида. Поверхность задана ее очертаниями.



Задачи:

845. Построить очертания поверхности однополостного гиперболоида; показать ряд последовательных положений двух семейств образующих. Поверхность задана двумя направляющими эллипсами и производящей прямой в начальном ее положении.

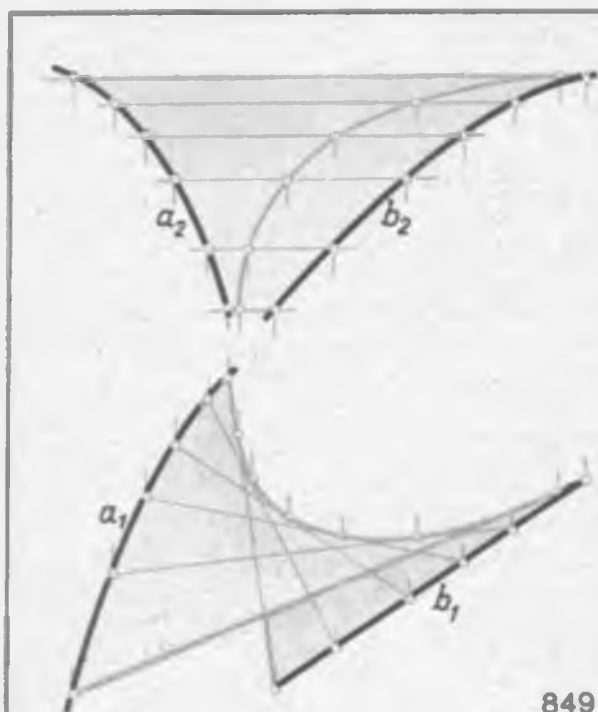
846. Определить недостающую фронтальную проекцию C_2 точки C , принадлежащей поверхности эллиптического гиперболоида. Поверхность задана ее очертаниями.

847. Построить очертания поверхности ги-

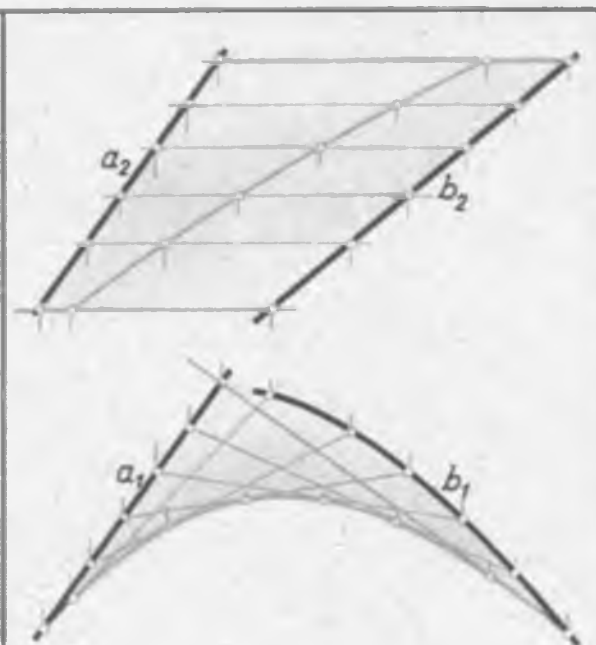
перболического параболоида; показать ряд последовательных положений двух семейств прямолинейных образующих. Поверхность задана двумя направляющими равными отрезками AB и CD прямых линий и горизонтально-проецирующей плоскостью параллелизма их концов — точек A и C .

848. Определить недостающую горизонтальную проекцию A_1 точки A , принадлежащей поверхности эллиптического параболоида с наклонной осью. Поверхность задана ее очертаниями.

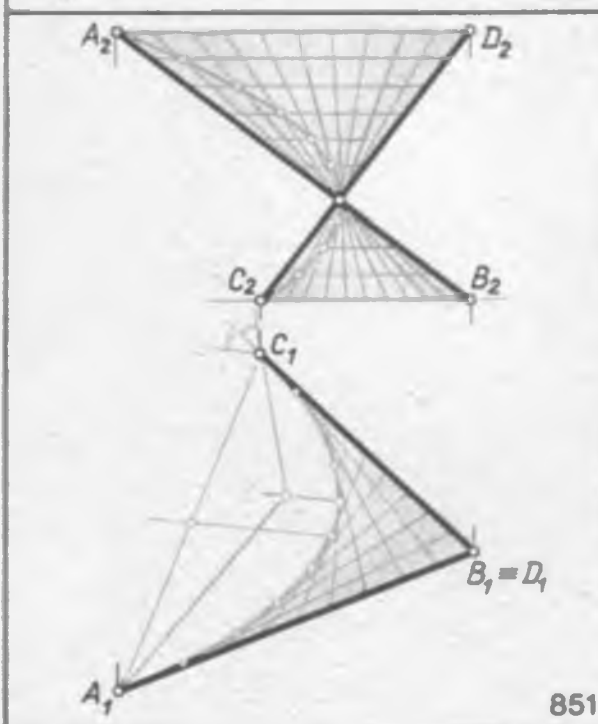
§ 39. ПОВЕРХНОСТИ КАТАЛАНА



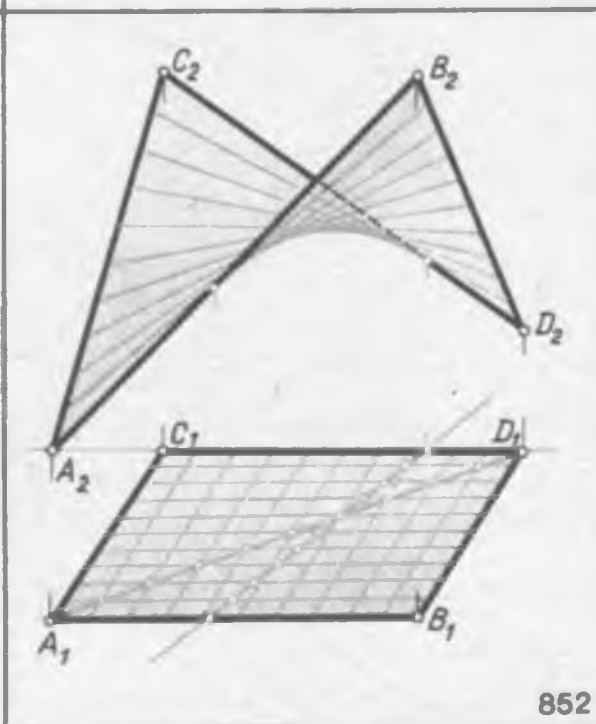
849



850



851



852

Задачи:

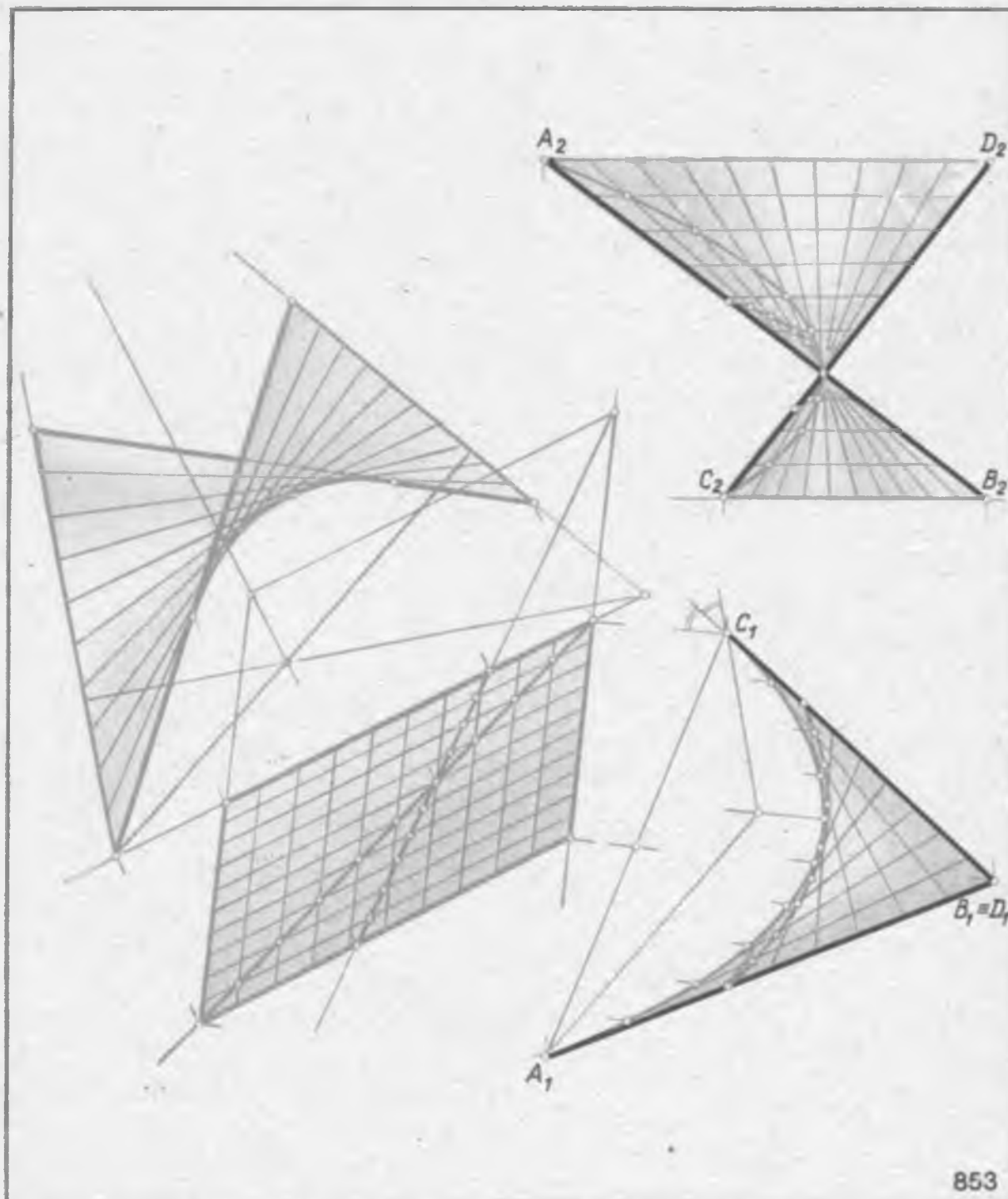
849. Построить последовательный ряд положений производящей прямой линии поверхности цилиндриды, заданной двумя направляющими кривыми линиями a и b и горизонтальной плоскостью параллелизма Π_1 . Построить стрикционную линию (линию сужения) поверхности.

850. Построить последовательный ряд положений производящей прямой линии поверхности коноида, заданной направляющими пря-

мой a и кривой b и горизонтальной плоскостью параллелизма Π_1 . Построить стрикционную линию поверхности.

851. Построить стрикционную линию поверхности косої плоскости, заданной двумя направляющими прямыми AB и CD и горизонтальной плоскостью параллелизма Π_1 .

852. Построить стрикционную линию поверхности косої плоскости, заданной двумя направляющими прямыми AB и CD и фронтальной плоскостью параллелизма Π_2 .



Задача:

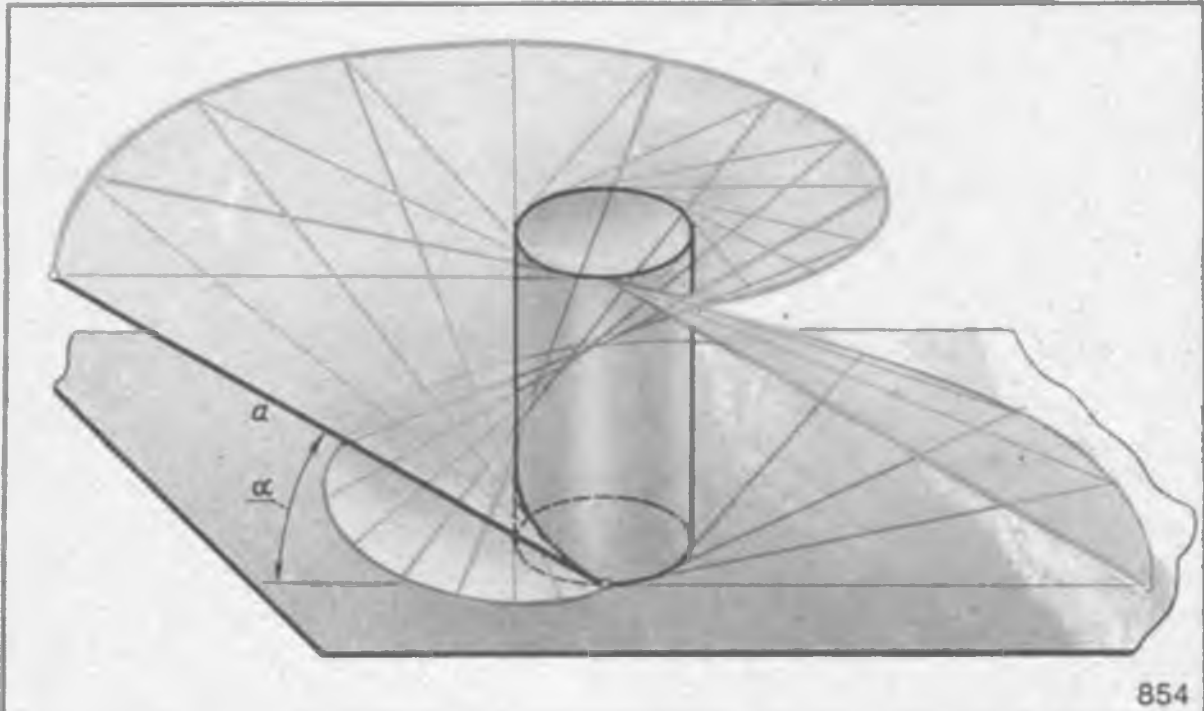
853. Косая плоскость (гиперболический параболоид) задана двумя направляющими отрезками AB и CD прямых линий и горизонтальной плоскостью параллелизма Π_1 . Направляющие прямые и две горизонтальные плоскости концов этих прямых ограничивают данную поверхность. Точки B и D концов направляющих прямых принадлежат одному горизонтально-проецирующему лучу. Эти точки имеют общую

проекцию на плоскости параллелизма.

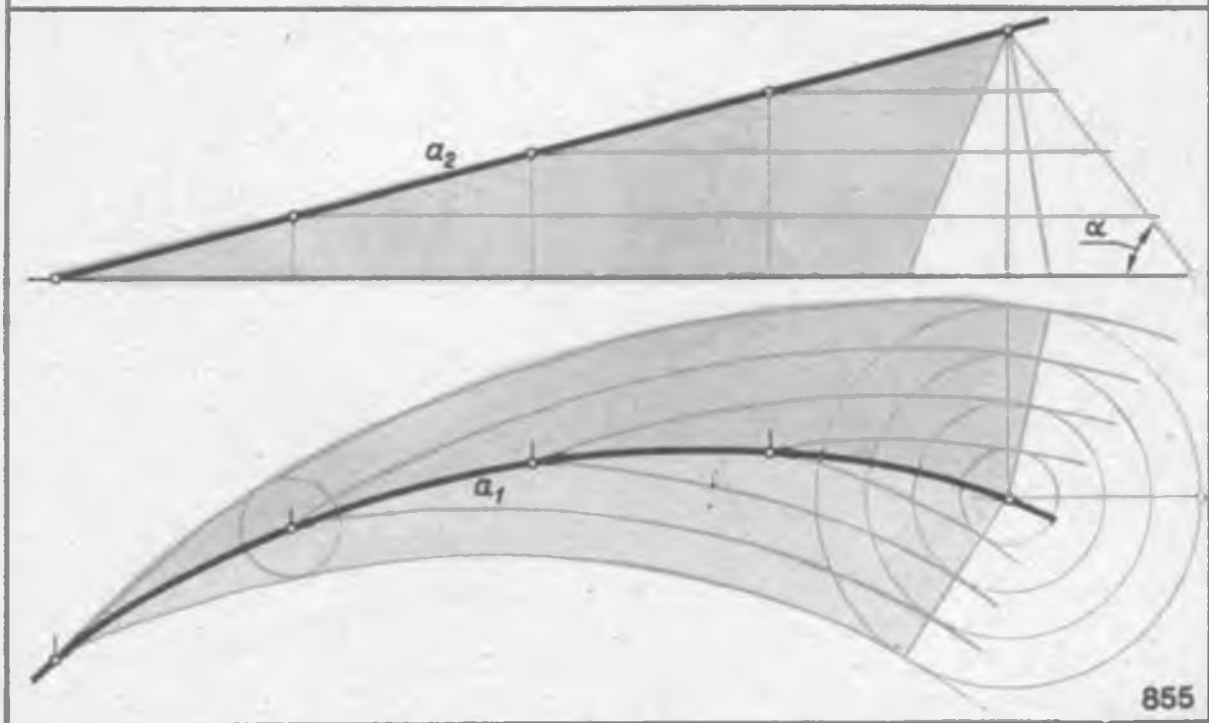
Построить последовательный ряд положений производящей прямой линии поверхности кривой плоскости.

Определить вторую плоскость параллелизма и построить вторую систему образующих, для которых направляющими являются прямые AD и BC концов данных направляющих прямых AB и CD . Построить линию сужения (стрикционную линию) поверхности кривой плоскости.

§ 40. ЛИНЕЙЧАТЫЕ ПОВЕРХНОСТИ С НАПРАВЛЯЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ



854



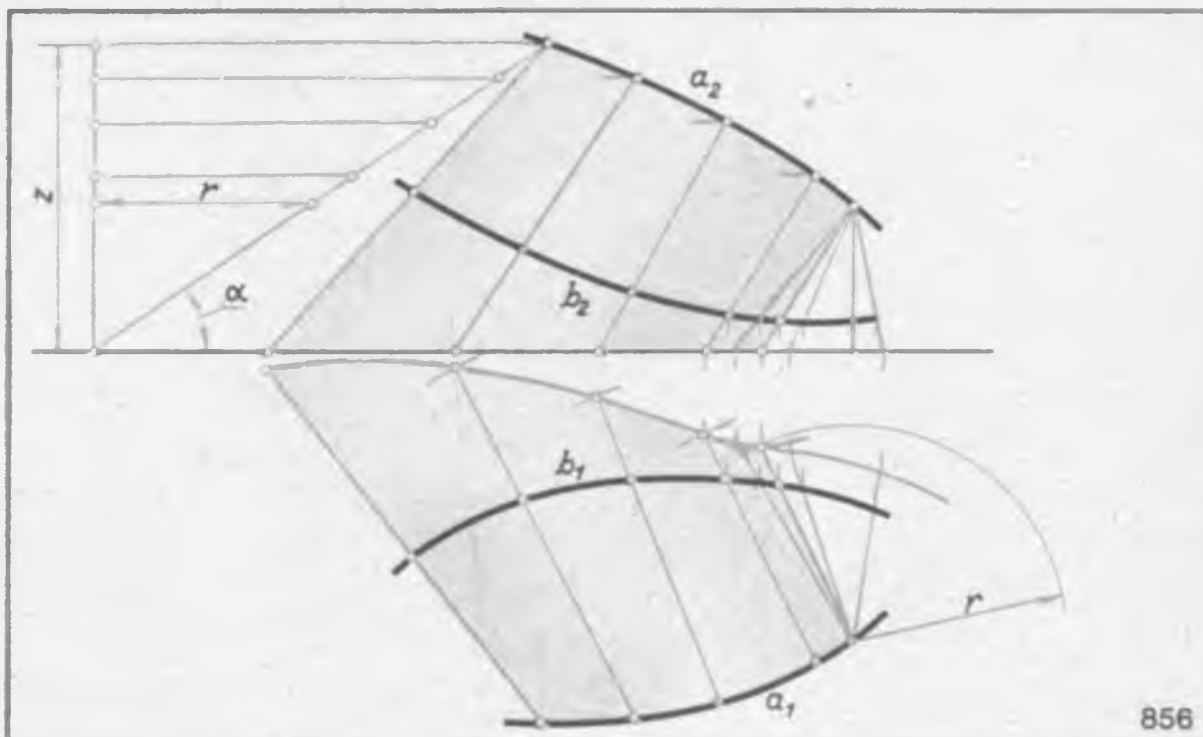
855

Задачи:

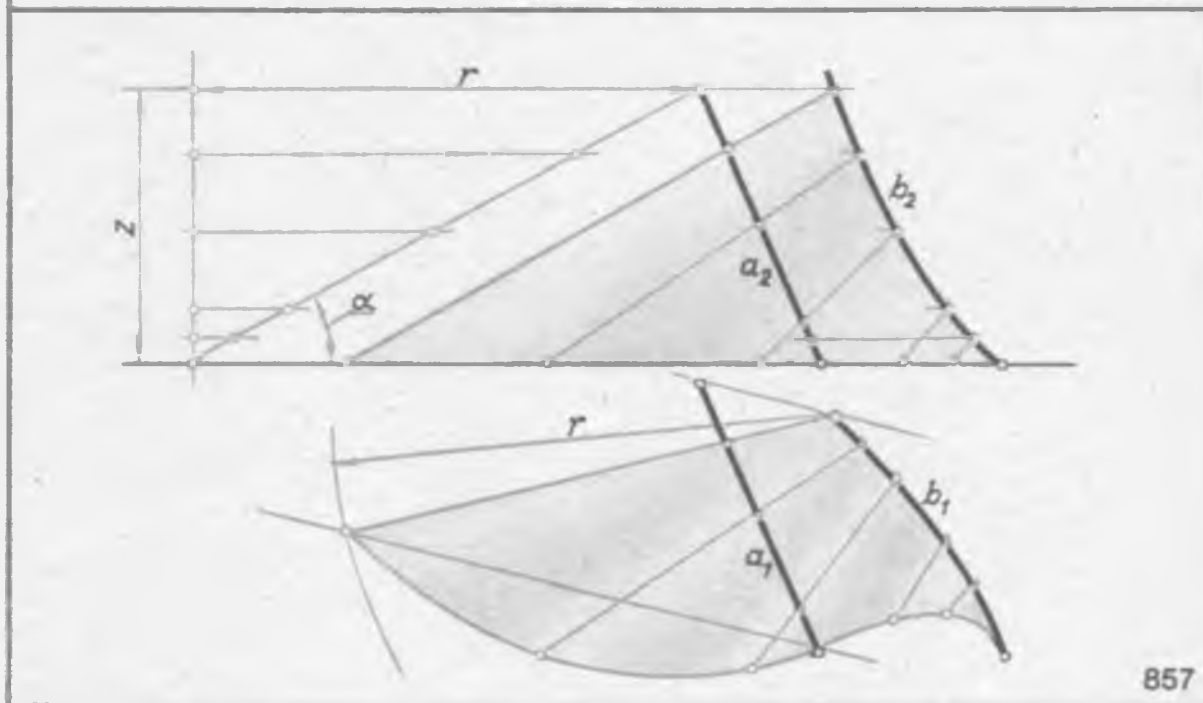
854. Представить поверхность торса-геликоида рядом последовательных положений отрезка производящей прямой линии a , касательной к цилиндрической винтовой линии (гелисе) на поверхности заданного цилиндра вращения. Прямая a обкатывает без скольжения цилиндр вращения, составляет постоянный угол α наклона ее к плоскости уровня — горизонтальной плоскости Π_1 — и совершает один полный обо-

рот вокруг оси цилиндра в левом направлении.

855. Построить в проекциях последовательный ряд горизонталей поверхности равного уклона (одинакового ската). Поверхность задана направляющей плоской кривой линией a и углом α наклона образующих производящего конуса вращения к плоскости уровня Π_1 . Вершина производящего конуса вращения находится на направляющей кривой a ; ось конуса вращения во всех его положениях — вертикальная прямая линия.



856



857

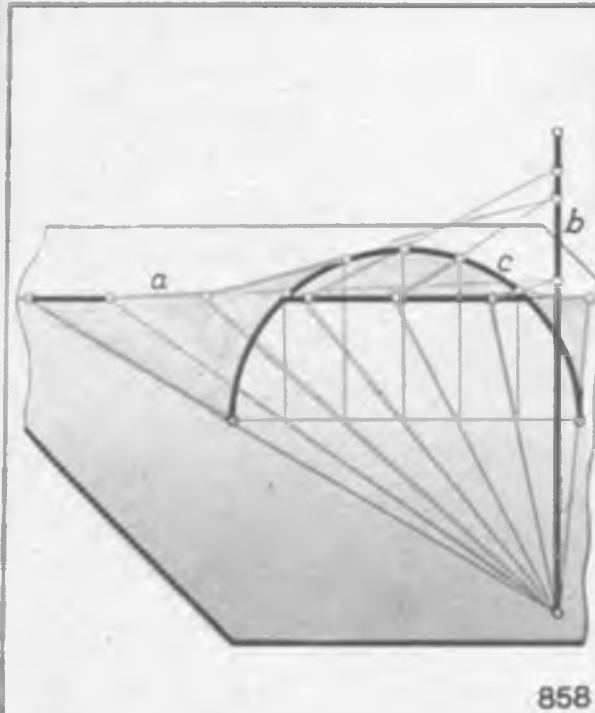
Задачи:

856. Построить проекции последовательного ряда положений производящей прямой линии поверхности с направляющей плоскостью (косого цилиндрида). Поверхность косого цилиндрида задана двумя направляющими пространственными кривыми линиями a и b , направляющей горизонтальной плоскостью Π , и углом α наклона производящей прямой к плоскости Π . Построить линию пересечения

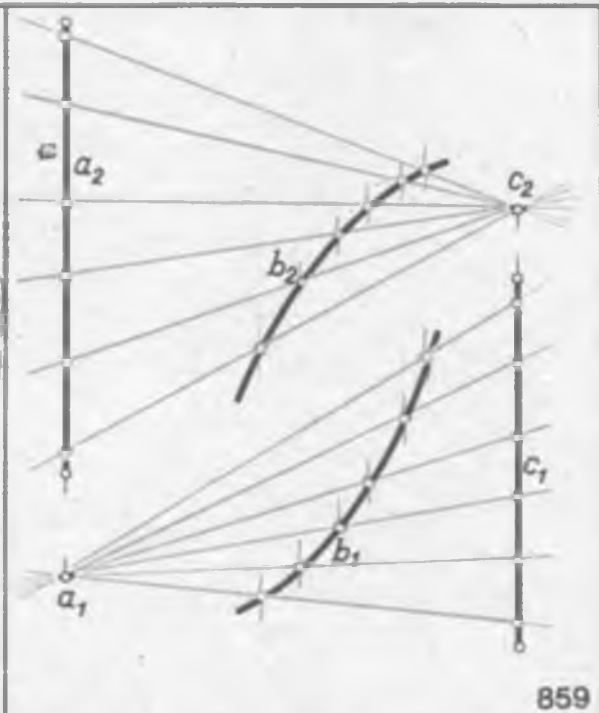
поверхности косого цилиндрида с плоскостью уровня Π_1 .

857. Построить проекции последовательного ряда положений производящей прямой линии поверхности с направляющей плоскостью (косого коноида). Поверхность косого коноида задана направляющими прямой a и кривой b , направляющей горизонтальной плоскостью Π , и углом α наклона производящей прямой к плоскости Π . Построить линию пересечения этой поверхности с плоскостью уровня Π_1 .

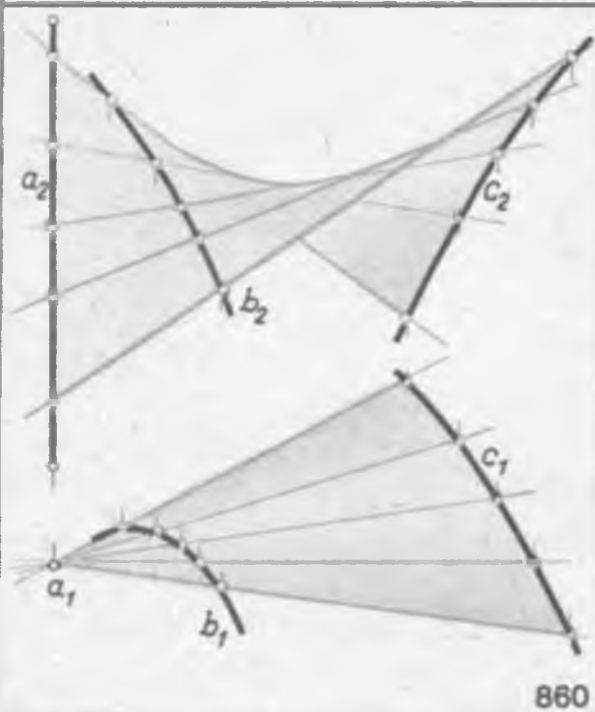
§ 41. КОСЫЕ ЦИЛИНДРЫ С ТРЕМЯ НАПРАВЛЯЮЩИМИ



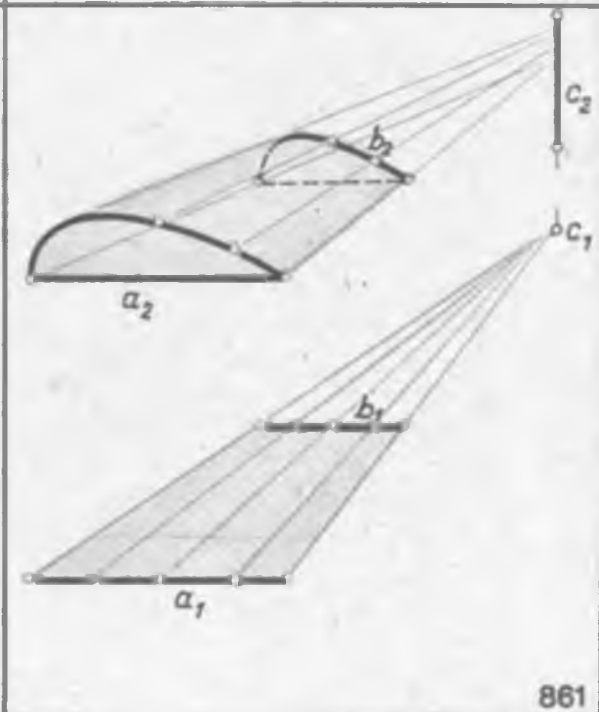
858



859



860



861

Задачи:

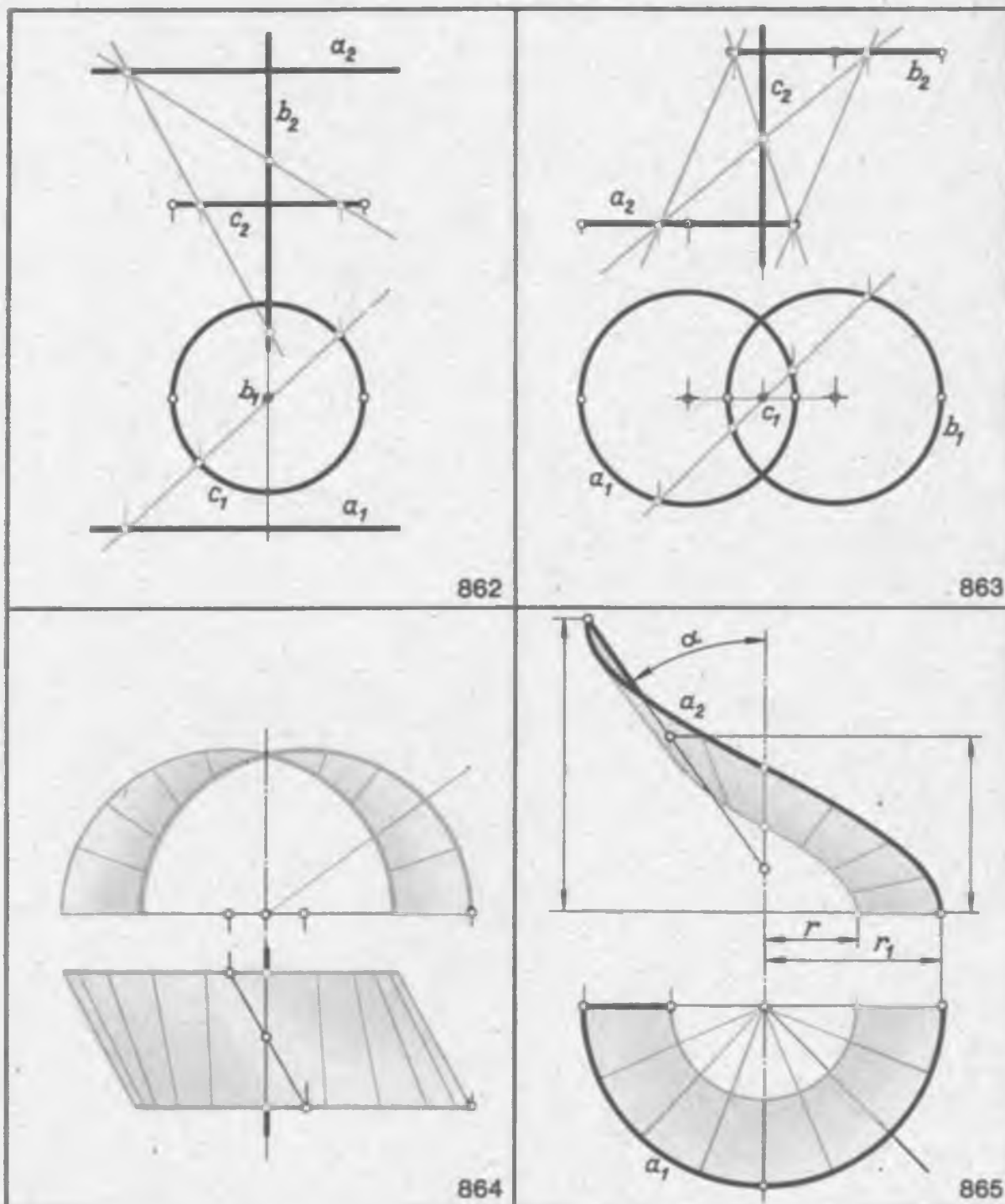
858. Построить поверхность косого цилиндра с тремя направляющими, представив ее последовательным рядом образующих. Направляющими линиями поверхности являются две взаимно перпендикулярные скрещивающиеся прямые a и b и дуга окружности c .

859. Построить в проекциях поверхность косого цилиндра с тремя направляющими, представив ее последовательным рядом образующих. Направляющими линиями поверх-

ности являются две взаимно перпендикулярные проецирующие скрещивающиеся прямые a и c и кривая b .

860. Построить в проекциях поверхность косого цилиндра с тремя направляющими, представив ее последовательным рядом образующих. Направляющими линиями поверхности являются непересекающиеся — прямая a и кривые b и c .

861. Построить поверхность косого клина по данным трем ее направляющим.



Задачи:

862. Построить проекции прямолинейной образующей поверхности косо́го цилиндра с тремя направляющими. Поверхность задана двумя прямыми a и b и окружностью c в горизонтальной плоскости.

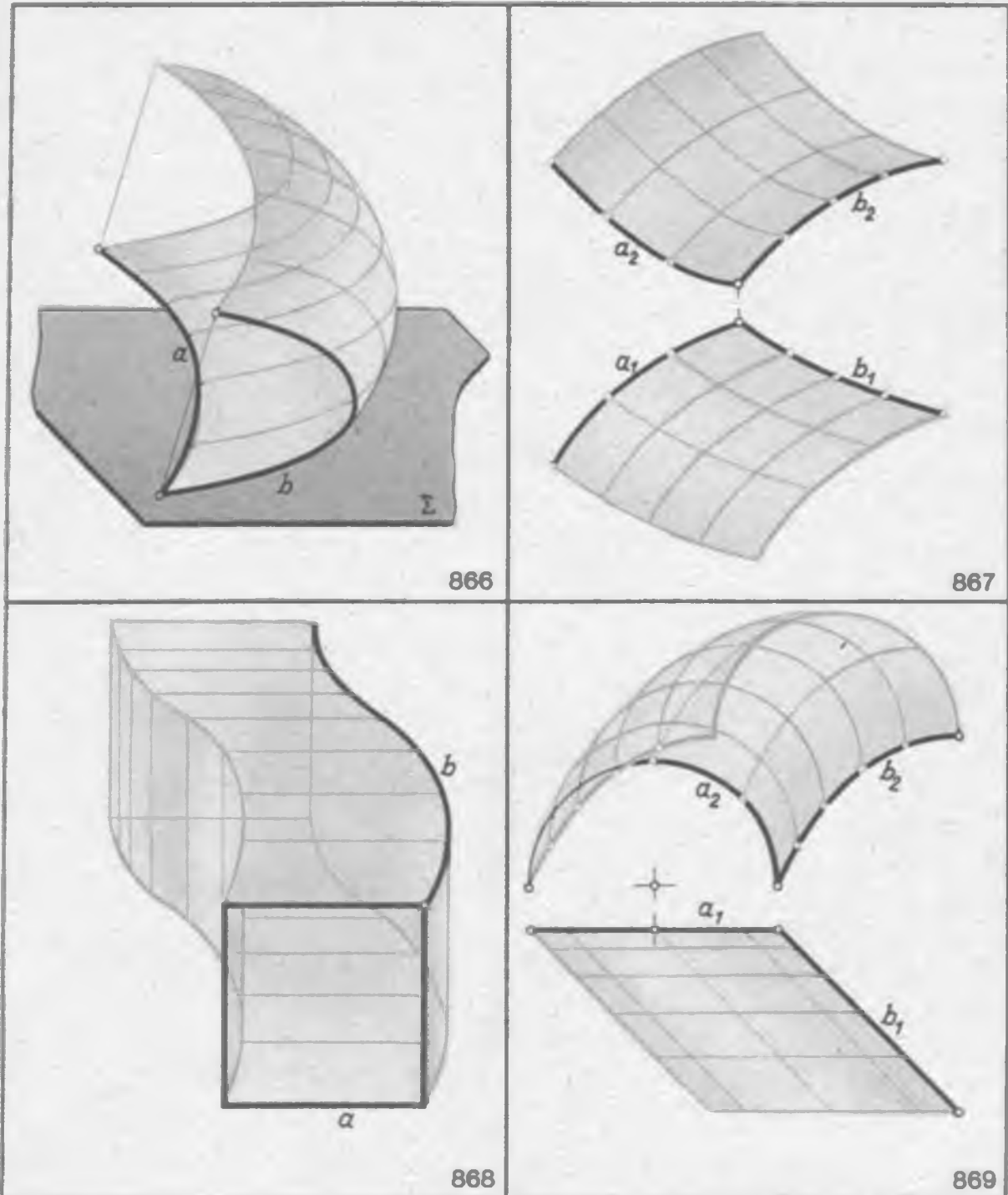
863. Построить проекции прямолинейной образующей поверхности косо́го перехода, заданного двумя горизонтальными окружностями a и b и вертикальной прямой c . Прямая c про-

ходит через середину отрезка, соединяющего центры направляющих окружностей.

864. Построить проекции последовательного ряда образующих поверхности косо́го перехода, заданного двумя фронтальными направляющими полуокружностями и прямой, перпендикулярной их плоскостям.

865. Построить проекции последовательного ряда образующих поверхности косо́го цилиндра с тремя направляющими, заданной двумя направляющими соосными гелисами и прямой — осью гелис.

§ 42. ПОВЕРХНОСТИ ПЕРЕНОСА



Задачи:

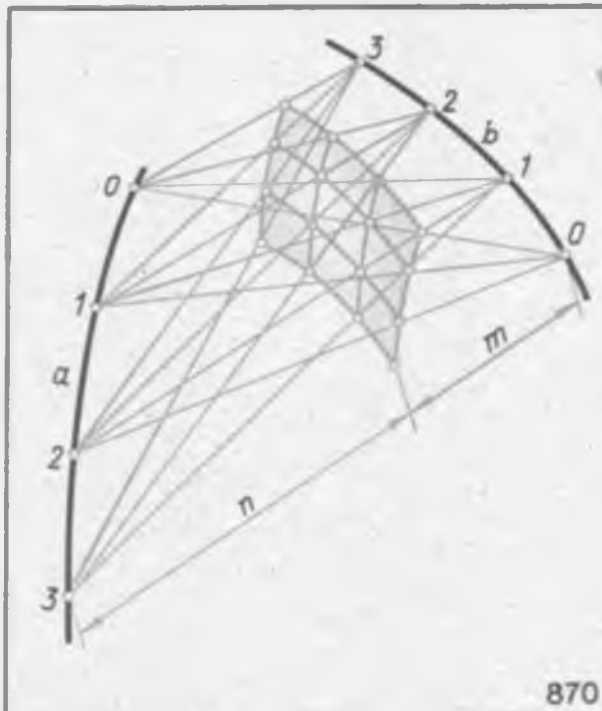
866. Поверхность переноса задана направляющей кривой линией a и производящей кривой линией b . Представить поверхность переноса последовательным рядом положений ее производящей кривой линии.

867. Поверхность переноса задана направляющей кривой a и производящей кривой линией b . Задать поверхность сетью, составленной из последовательного ряда положений про-

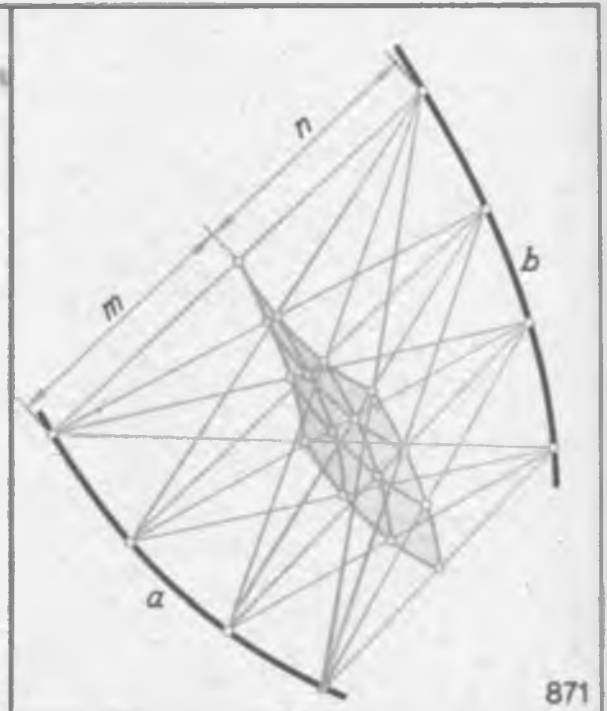
изводящей кривой и ходами точек производящей.

868. Даны плоский контур в виде квадрата и направляющая пространственная кривая линия b его плоскопараллельного перемещения. Представить поверхность переноса последовательным рядом положений производящего квадрата.

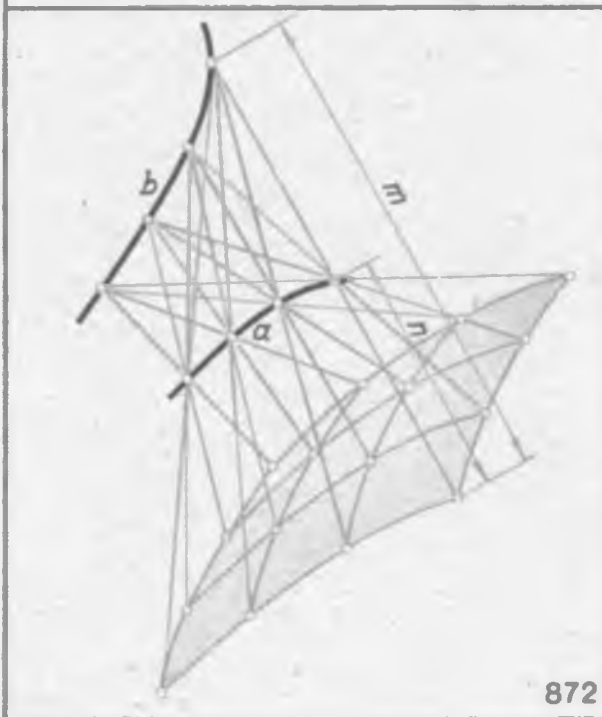
869. Построить проекции сети поверхности переноса. Поверхность задана направляющей фронтальной полуокружностью a и производящей плоской кривой b .



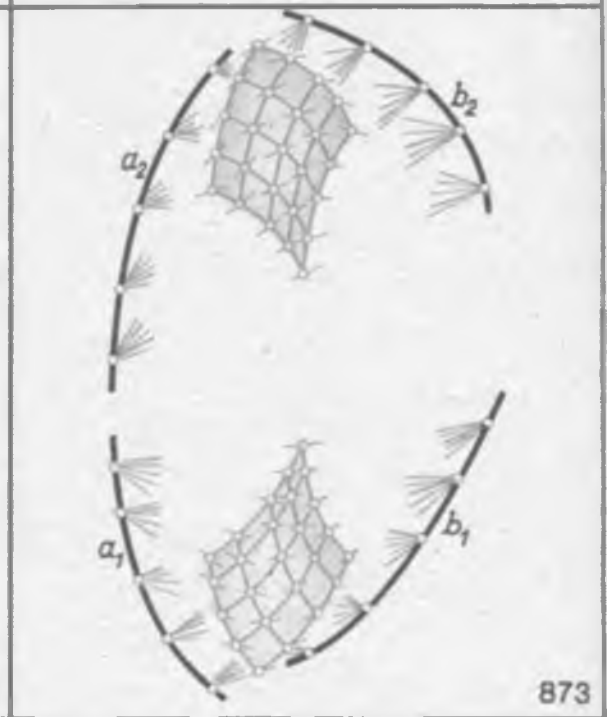
870



871



872



873

Задачи:

870. По заданным опорным кривым линиям a и b построить сеть поверхности переноса. Коэффициенты пропорциональности семейств линий сети относительно соответствующих опорных кривых равны:

$$k = m/(m+n) = 1/3 \text{ и } k_1 = n/(m+n) = 2/3.$$

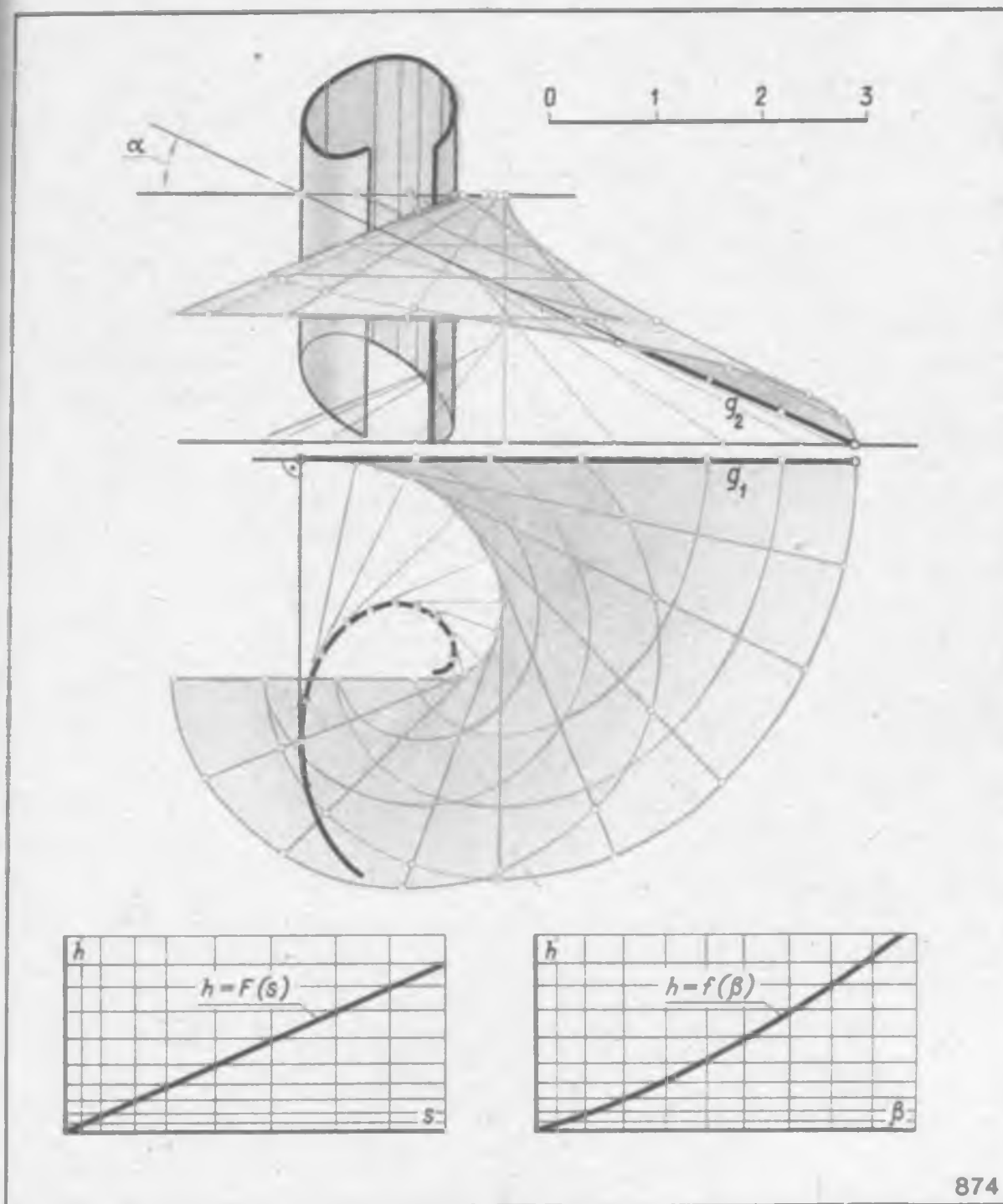
871. По заданным опорным кривым a и b построить сеть изолированной поверхности переноса (поверхности Софуса Ли).

872. По заданным опорным кривым a и b построить сеть поверхности переноса. Коэффициенты пропорциональности семейств линий сети относительно соответствующих опорных кривых равны:

$$k = m/(m-n) = 2/1 \text{ и } k_1 = n/(m-n) = 1/1.$$

873. По заданным опорным кривым a и b построить проекции сети изолированной поверхности переноса (поверхности Софуса Ли).

43. РОТАТИВНЫЕ И СПИРОИДАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

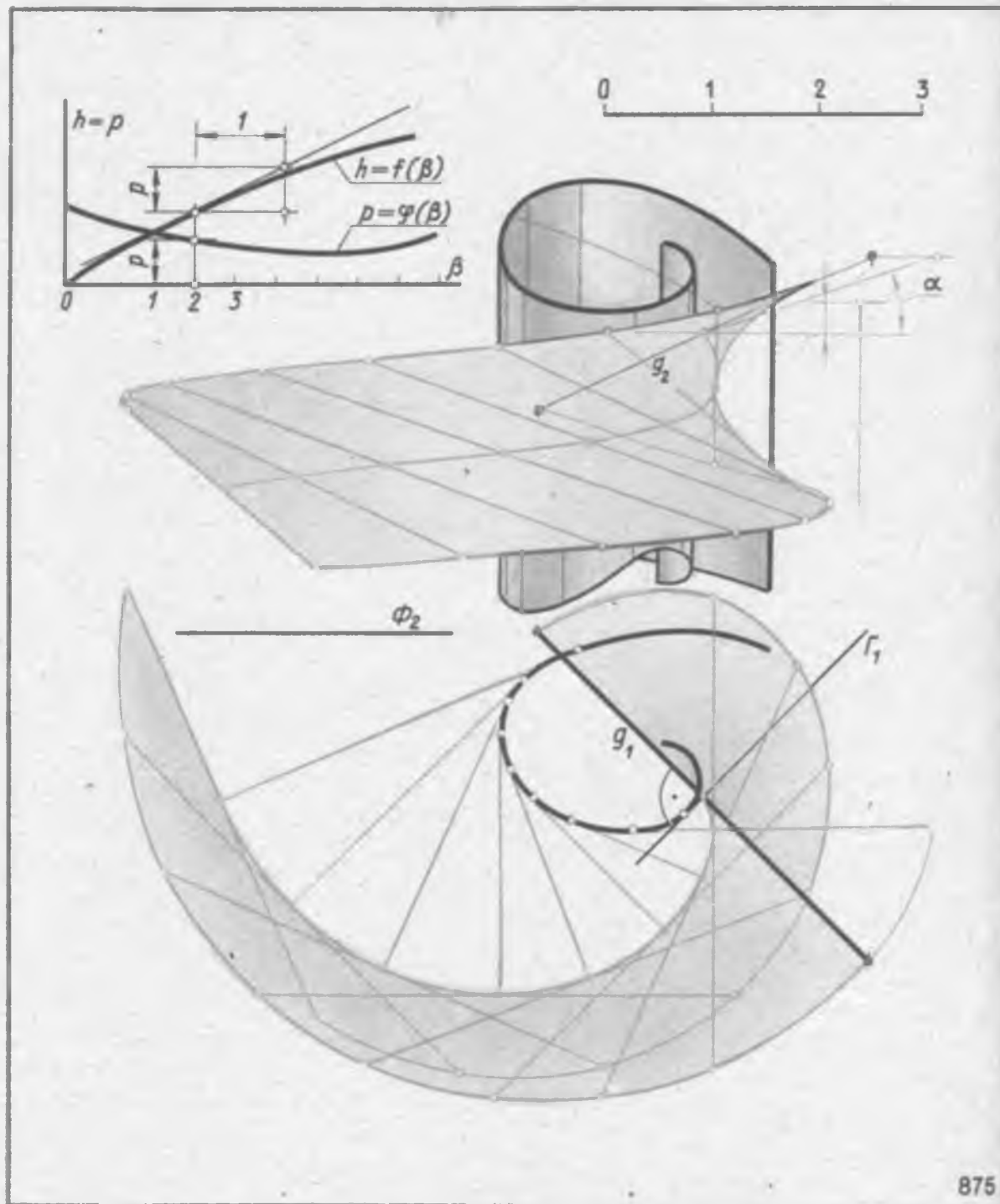


874

Задача:

874. Ротативная поверхность задана неподвижным горизонтально-проецирующим цилиндром-аксоидом, подвижным аксоидом — плоскостью, касательной к неподвижному цилиндру-аксоиду, и производящей прямой линией g . Производящая прямая линия составляет с направляющей плоскостью уровня Π , угол α и принадлежит плоскости, перпендикулярной направляющей плоскости и плоскости подвижного аксоида.

Построить последовательный ряд положений производящей прямой линии g ротативной поверхности и ходов точек ее. Определить стрикционную линию поверхности. Рассматривая ротативную поверхность с направляющей плоскостью как линейчатую винтовую улитку, построить графики зависимостей $h = f(s)$ и $h = f(\beta)$ осевых перемещений касательной плоскости от длины проекции стрикционной линии поверхности и от углов β ее поворота.



Задача:

875. Спироидальная поверхность задана неподвижным горизонтально-проецирующим цилиндром-аксоидом и производящей прямой линией g в начальном ее положении, принадлежащей горизонтально-проецирующей плоскости, перпендикулярной плоскости подвижного аксоида. Плоскость Γ подвижного аксоида касается неподвижного цилиндра-аксоида и скользит вдоль образующих цилиндра.

Построить последовательный ряд положений производящей линии поверхности и ходов точек ее. Определить стрикционную линию поверхности.

Зависимость величины скольжения h от угла β поворота касательной плоскости задается графиком $h = f(\beta)$.

График $p = \varphi(\beta)$ показывает изменение винтового параметра поверхности в зависимости от угла β поворота касательной плоскости Γ .

Линию пересечения поверхности плоскостью строят по точкам пересечения с плоскостью ходов ряда точек производящей линии поверхности и самой производящей линии в ряде ее положений.

Точки пересечения прямой линии с поверхностью строят, придерживаясь следующей схемы:

через прямую линию проводят вспомогательную секущую плоскость (часто проецирующую);

строят линию пересечения этой вспомогательной плоскости с поверхностью;

находят точки пересечения прямой линии с линией пересечения поверхности вспомогательной плоскостью.

44. Линия пересечения торсовой поверхности плоскостью определяется по точкам пересечения прямолинейных образующих поверхности с плоскостью.

Для построения точек пересечения прямой с поверхностью прямолинейного переноса часто используют проецирующие плоскости. В ряде случаев удобно использовать и плоскость произвольного положения как вспомогательную секущую.

45. Линия пересечения поверхности вращения плоскостью определяется по точкам пересечения параллелей поверхности с плоскостью.

При построении линии пересечения поверхности вращения произвольно расположенной плоскостью, как и в случае проецирующей плоскости, сначала определяют главные точки кривой линии пересечения.

Главными точками кривой линии пересечения поверхности вращения плоскостью называют точки пересечения с этой плоскостью главного меридиана, экватора поверхности, а также высшую и низшую точки линии пересечения относительно плоскости уровня.

Промежуточными точками линии пересечения являются точки пересечения с плоскостью параллелей поверхности.

Плоскость экватора поверхности вращения пересекает заданную плоскость по горизонтали, которая пересекает экватор в главных точках линии пересечения. Главная меридиональная плоскость поверхности вращения пересекает заданную плоскость по фронтالي. Фронталь пересекается с главным меридианом в точках, которые также являются главными точками линии пересечения. Заметим, что фронталь пересекается с осью поверхности вращения в точке пересечения оси поверхности вращения заданной плоскостью.

Высшая и низшая точки линии пересечения поверхности вращения плоскостью особенно просто определяются для случая фронтально-проецирующей плоскости.

На горизонтальной проекции видимую часть кривой линии от невидимой отделяют точки ее пересечения с экватором поверхности вращения. Та часть линии пересечения поверхности вращения плоскостью, которая расположена выше экватора, является видимой в горизонтальной проекции; часть этой линии, которая расположена ниже экватора, является невидимой в горизонтальной проекции.

Та часть кривой линии пересечения, которая расположена на второй половине поверхности вращения относительно фронтальной плоскости симметрии, т. е. на половине поверхности вращения, обращенной к фронтальной плоскости проекций, является невидимой во фронтальной проекции.

При пересечении конуса вращения плоскостью могут получаться пересекающиеся прямые, окружность, эллипс, гипербола и парабола. Плоскость, проходящая через вершину конуса, пересекает его по прямым линиям. Линией сечения конуса вращения плоскостью, перпендикулярной его оси, является *окружность*.

Если секущая плоскость пересекает все образующие конуса и не перпендикулярна его оси, то в сечении получается *эллипс*.

Если секущая плоскость пересекает обе половины конуса вращения и, следовательно, параллельна

двум образующим конуса, то в сечении получается *гипербола*. Если же плоскость пересекает только одну полу конуса и параллельна одной образующей, то в сечении получается *парабола*.

Ортогональная проекция плоского сечения конуса вращения на плоскость, перпендикулярную оси вращения, представляет собой кривую второго порядка и имеет одним из своих фокусов ортогональную проекцию на эту плоскость вершины конуса.

Когда секущая фронтально-проецирующая плоскость пересекает обе полу конуса вращения (линия сечения — гипербола), вершины гиперболы и ее центр определяются без каких-либо вспомогательных построений.

Для построения горизонтальной проекции гиперболы пользуются горизонтальной проекцией вершины конуса вращения, которая является одним из фокусов гиперболы-проекции. Пользуясь этой точкой и действительной осью, находят асимптоты гиперболы-проекции, а затем известным способом строят необходимое количество точек гиперболы.

Если фронтально-проецирующая плоскость составляет с осью конуса угол, равный углу наклона к оси конуса его образующих (линия сечения парабола), аналогично определяются вершина, фокус и промежуточные точки параболы. Имея вершину и фокус, строят директрису параболы.

Линией пересечения конуса вращения произвольно расположенной плоскостью является эллипс.

Определяется большая ось эллипса горизонтальной проекции. Проекция вершины конуса вращения является одним из фокусов этого эллипса. Засекая из фокуса радиусом, равным половине отрезка большой оси, точки на перпендикуляре, восстановленном к этому отрезку в его середине, определяют малую ось эллипса. Взаимно перпендикулярные диаметры представляются, как и всякие сопряженные диаметры в их фронтальных проекциях, сопряженными диаметрами фронтальной проекции линии

пересечения конуса вращения заданной плоскостью. По сопряженным диаметрам определяются большая и малая оси эллипса и строится необходимый ряд точек эллипса.

46. Линия пересечения винтовой поверхности плоскостью определяется по точкам пересечения винтовых параллелей поверхности с плоскостью.

Точки производящей линии винтовой поверхности при переходе их из начальных положений до совмещения с плоскостью совершают винтовые перемещения.

Осевые перемещения точек производящей линии, соответствующие их угловым перемещениям, определяют по базовой линии.

Если винтовую поверхность пересекает фронтально-проецирующая плоскость, для построения линии пересечения можно воспользоваться вспомогательными прямыми геликоидами.

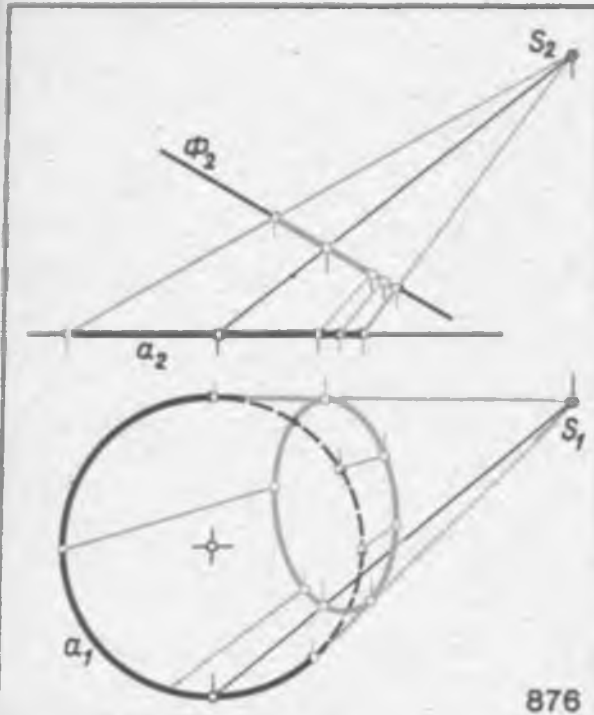
Геликоиды этого семейства имеют общую базовую линию с заданной винтовой поверхностью, а за производящие их линии принимают горизонтали заданной плоскости.

47. Задачи на построение линии пересечения поверхностей второго порядка общего вида плоскостями и задачи на определение точек пересечения поверхностей прямыми линиями значительно упрощаются, если воспользоваться преобразованием поверхности второго порядка общего вида в поверхность вращения второго порядка.

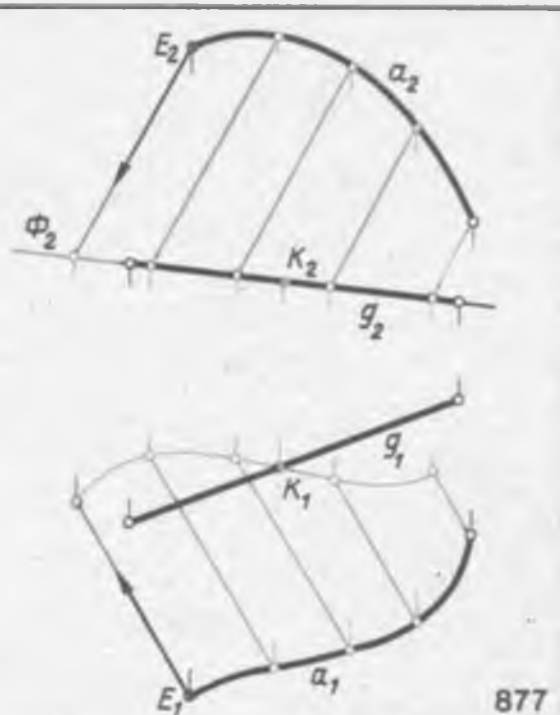
Линиями пересечения конической поверхности второго порядка плоскостью в зависимости от положения плоскости могут быть эллипс, парабола, гипербола или их преобразования.

Линией пересечения плоскостью трехосного эллипсоида может быть только эллипс; параболоида — парабола и эллипс; однополостного гиперболоида — гипербола, парабола и эллипс; двухполостного гиперболоида — гипербола, эллипс; гиперболического параболоида — гипербола, парабола.

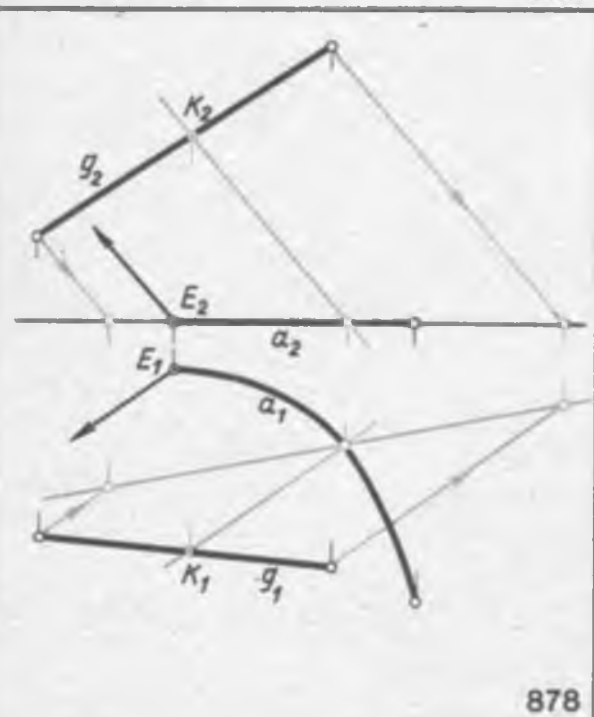
§ 44. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ТОРСОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЛОСКОСТЯМИ И ПРЯМЫМИ



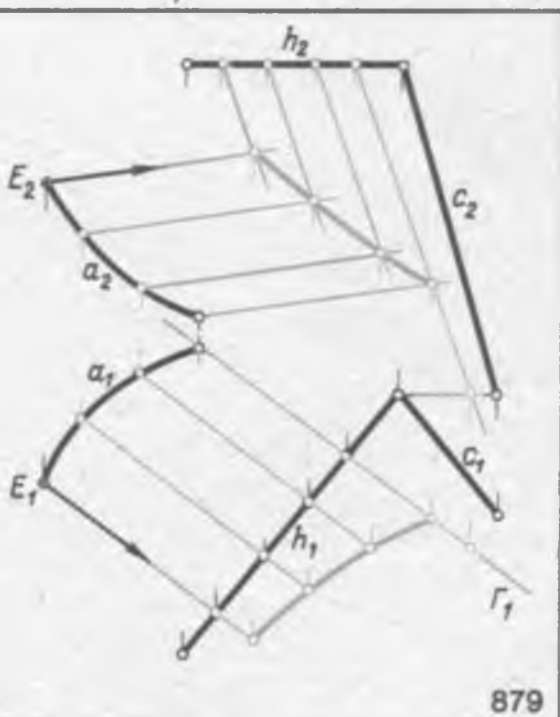
876



877



878



879

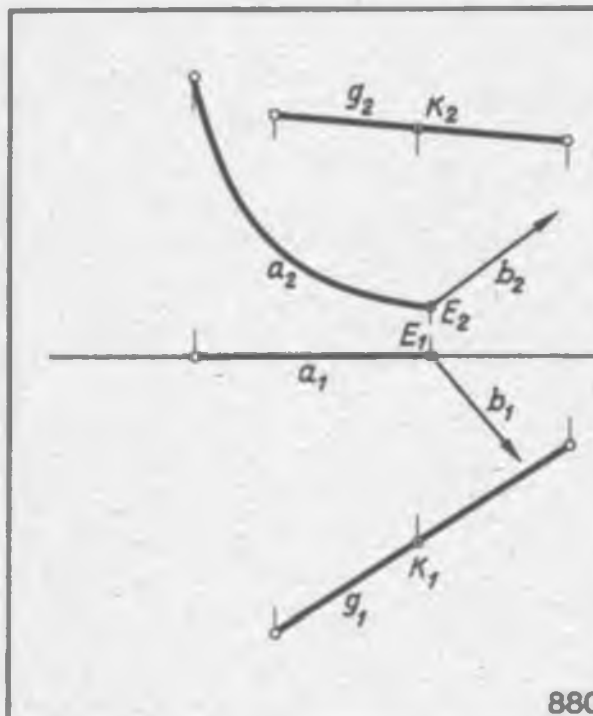
Задачи:

876. Построить линию пересечения конической поверхности фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Поверхность задана направляющей окружностью a и вершиной S .

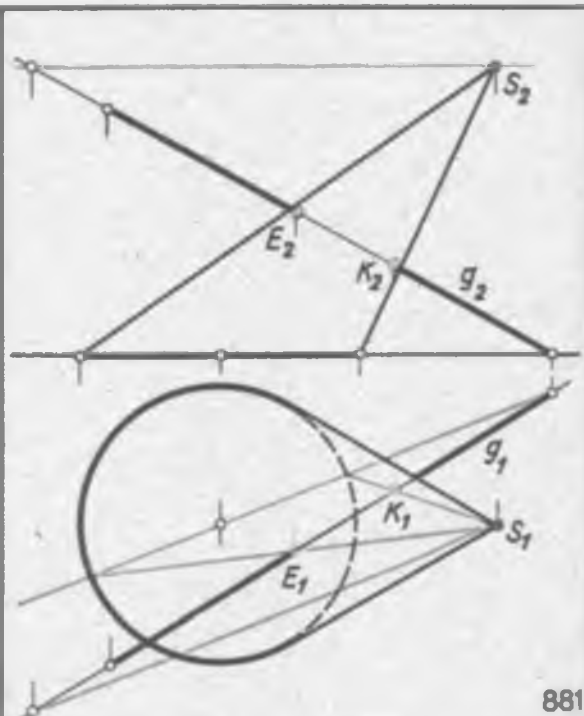
877. Определить точку K пересечения прямой линии g с цилиндрической поверхностью. Поверхность задана направляющей пространственной кривой линии a и направлением образующих — стрелкой точки E кривой линии a .

878. Определить точку K пересечения прямой линии g с цилиндрической поверхностью. Поверхность задана направляющей плоской кривой a и направлением образующих — стрелкой точки E кривой линии a .

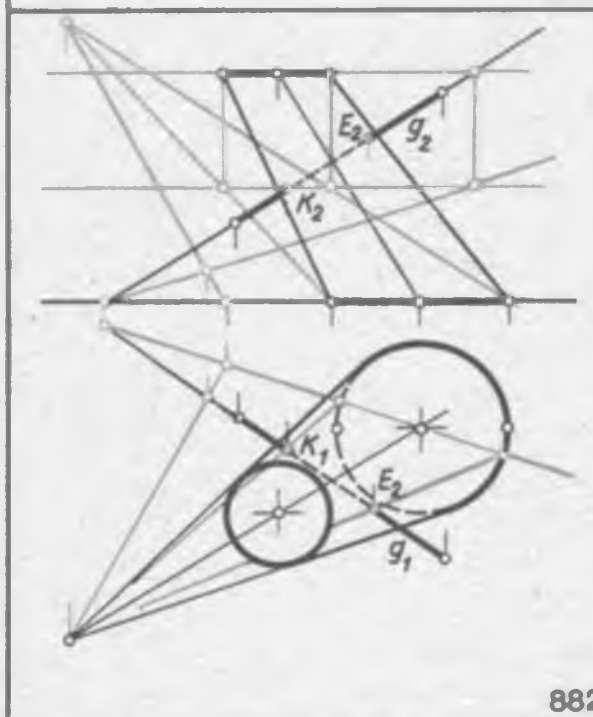
879. Построить линию пересечения цилиндрической поверхности плоскостью Σ ($h \times c$). Поверхность задана направляющей пространственной кривой a и направлением образующих — стрелкой точки E кривой линии a .



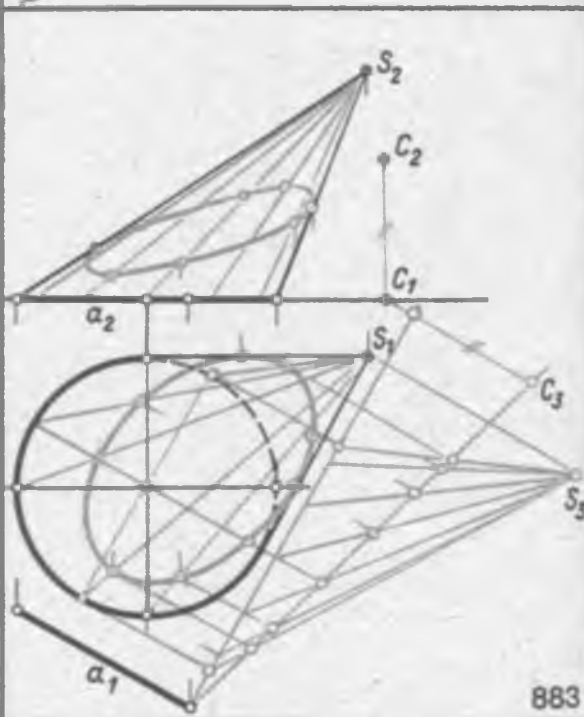
880



881



882



883

Задачи:

880. Определить точку K пересечения прямой линии g произвольного положения с цилиндрической поверхностью. Поверхность задана направляющей плоской кривой a и прямолинейной образующей b — стрелкой точки E кривой линии a .

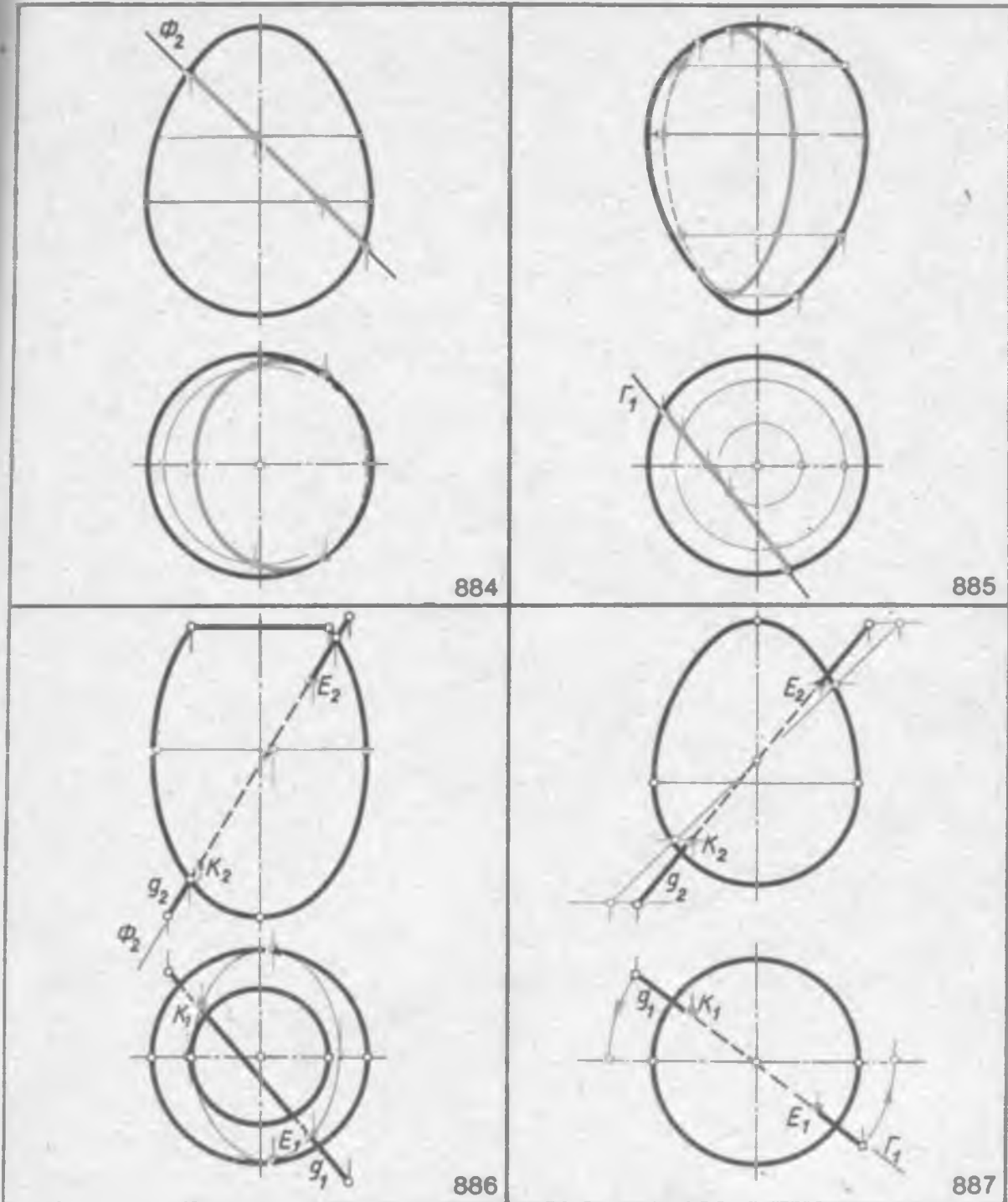
881. Определить точки пересечения прямой линии g произвольного положения с конической поверхностью. Поверхность задана ее

очертаниями. Показать видимость прямой линии g в проекциях.

882. Определить точки пересечения прямой линии g произвольного положения с наклонным усеченным конусом. Показать видимость прямой линии g в проекциях.

883. Наклонный конус с вершиной S и круговым основанием в плоскости уровня пересекает плоскость Σ (a, C) произвольного положения. Построить линию пересечения конической поверхности плоскостью и показать ее видимость в проекциях усеченного конуса.

§ 45. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТЯМИ И ПРЯМЫМИ



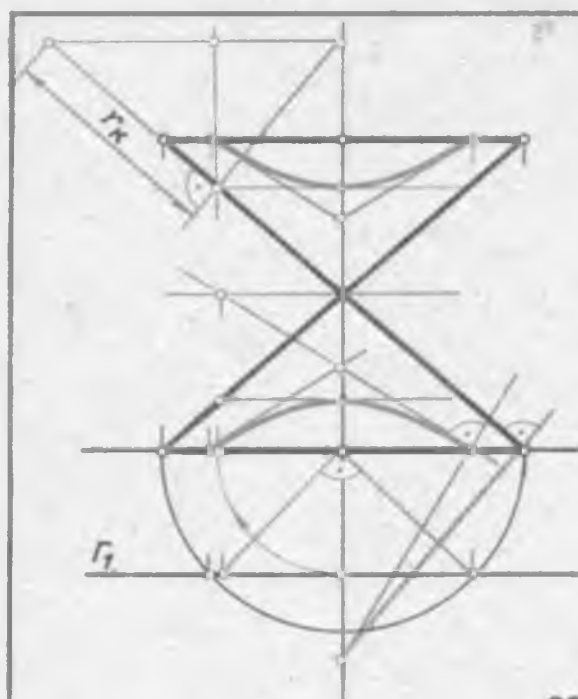
Задачи:

884. Построить линию пересечения поверхности вращения фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Поверхность вращения задана ее очертаниями.

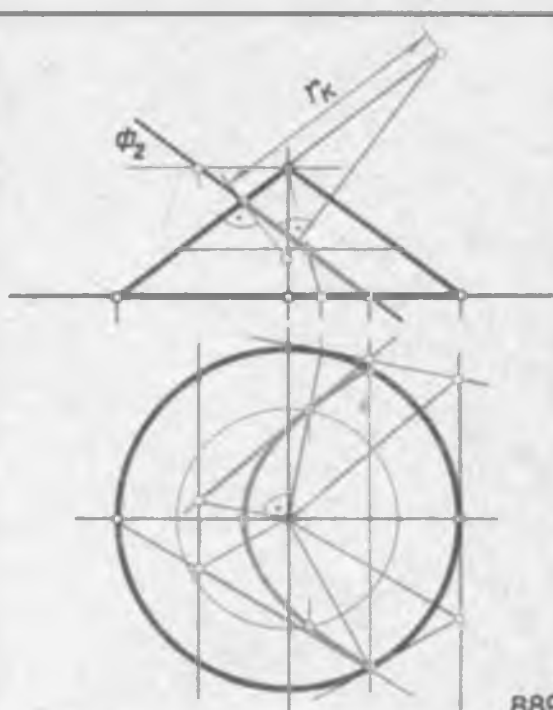
885. Построить линию пересечения поверхности вращения горизонтально-проецирующей плоскостью Γ . Поверхность вращения задана ее очертаниями.

886. Определить точки E и K пересечения прямой линии g с поверхностью вращения. Поверхность вращения задана ее очертаниями. Прямая g не пересекает ось поверхности вращения. Показать видимость прямой в проекциях.

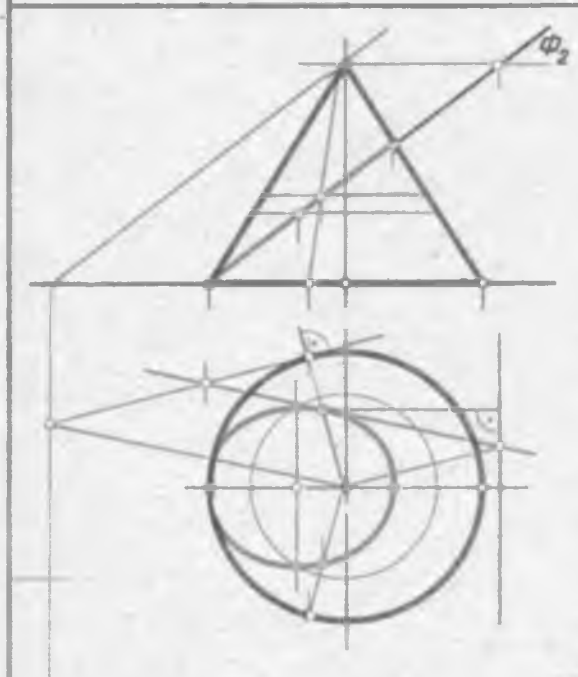
887. Определить точки E и K пересечения прямой линии g с поверхностью вращения. Поверхность вращения задана ее очертаниями. Прямая g пересекает ось поверхности вращения. Показать видимость прямой в проекциях.



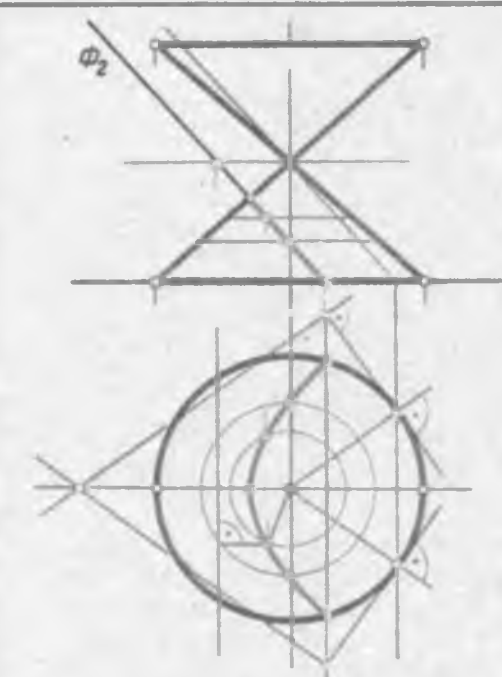
888



889



890



891

Задачи:

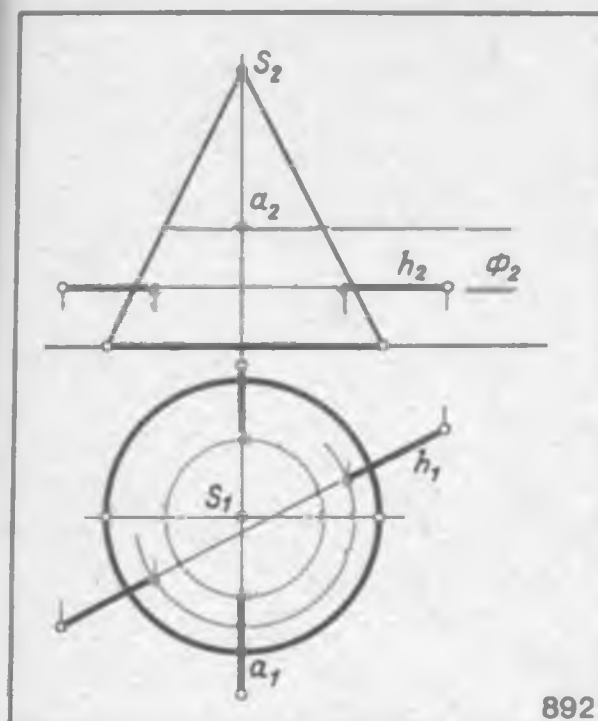
888. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения фронтальной плоскостью Γ . Определить величину радиуса r_k кривизны в вершине гиперболы — кривой линии сечения.

889. Построить линию пересечения конуса вращения фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Секущая плоскость параллельна очерковой образующей конуса. Определить величину

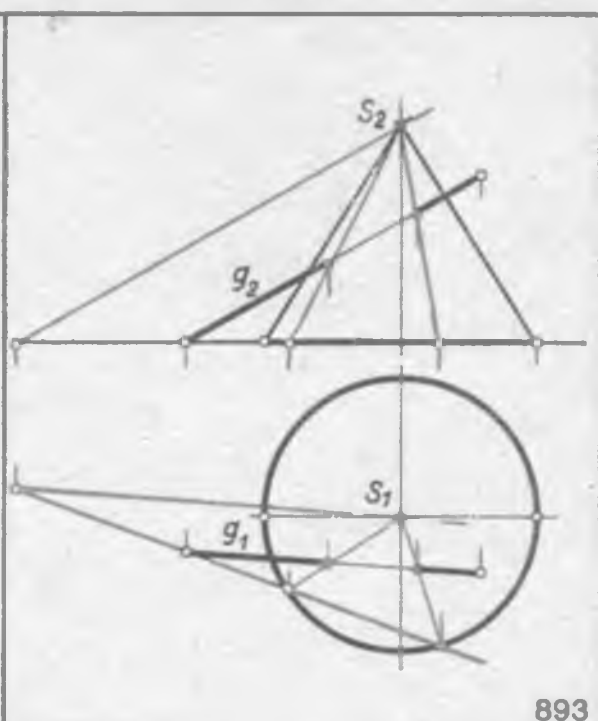
радиуса r_k кривизны в вершине параболы — кривой линии сечения.

890. Построить линию пересечения конуса вращения фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Секущая плоскость пересекает все образующие поверхности конуса вращения.

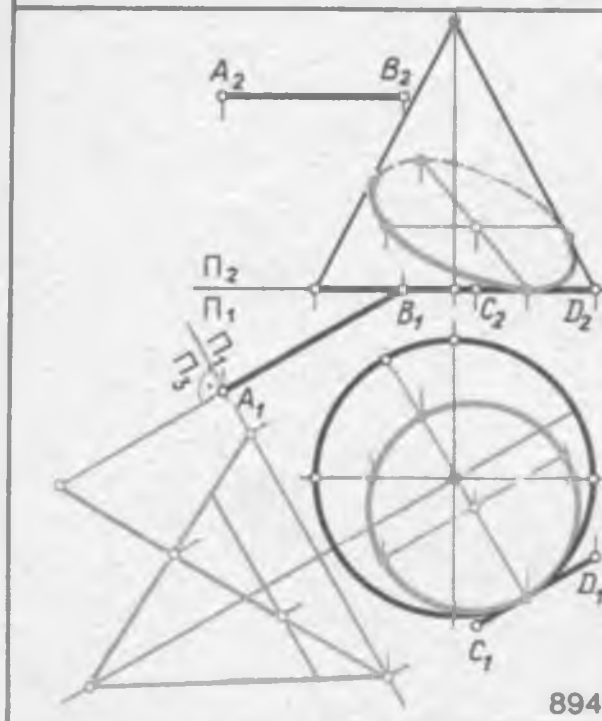
891. Построить линию пересечения конуса вращения фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Секущая плоскость параллельна двум образующим поверхностям конуса вращения.



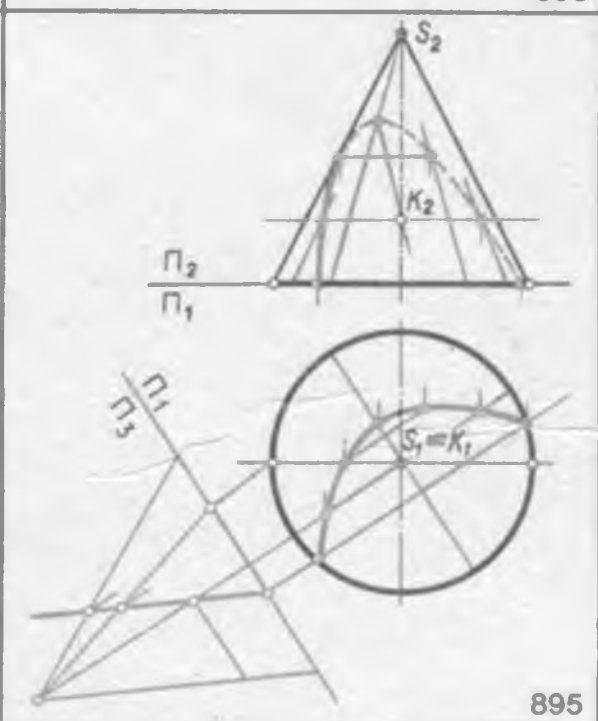
892



893



894



895

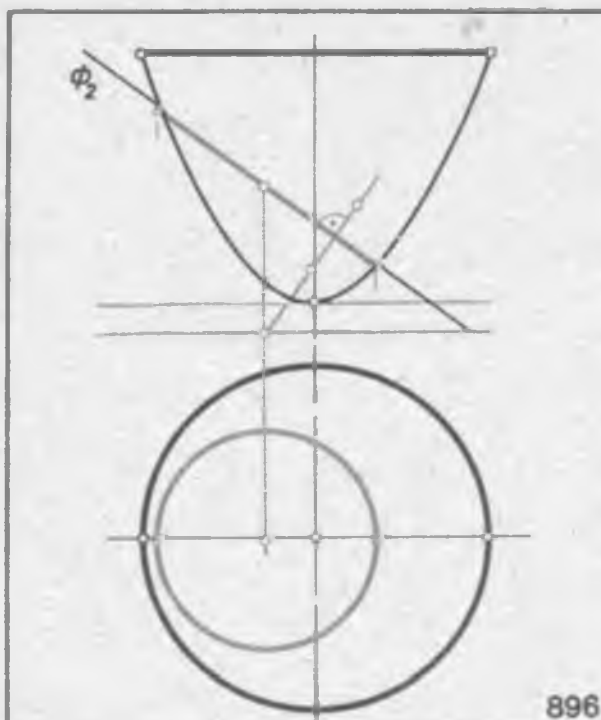
Задачи:

892. Определить точки пересечения фронтально-проецирующей прямой линии a и горизонтальной прямой h с поверхностью конуса вращения. Показать видимость прямых линий в проекциях.

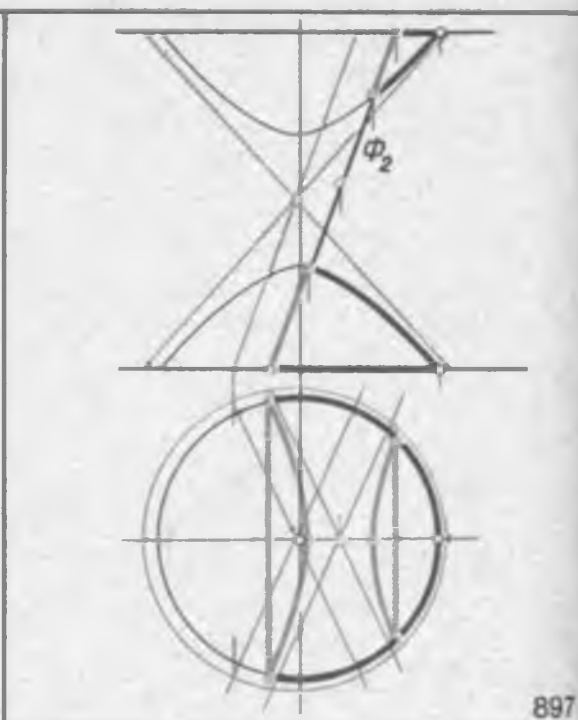
893. Определить точки пересечения прямой линии g произвольного положения с поверхностью конуса вращения. Показать видимость прямой в проекциях.

894. Построить линию пересечения конуса вращения плоскостью Σ ($AB \parallel CD$) произвольного положения. Показать видимость кривой линии сечения в проекциях.

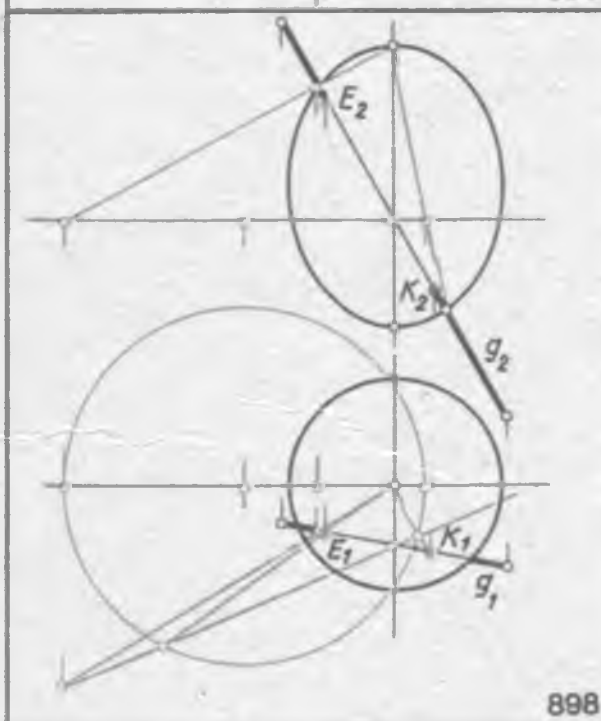
895. Данную поверхность конуса вращения с вертикальной осью пересечь плоскостью так, чтобы в сечении получалась парабола. Секущая плоскость проходит через точку K оси поверхности конуса вращения. Показать видимость кривой линии сечения в проекциях.



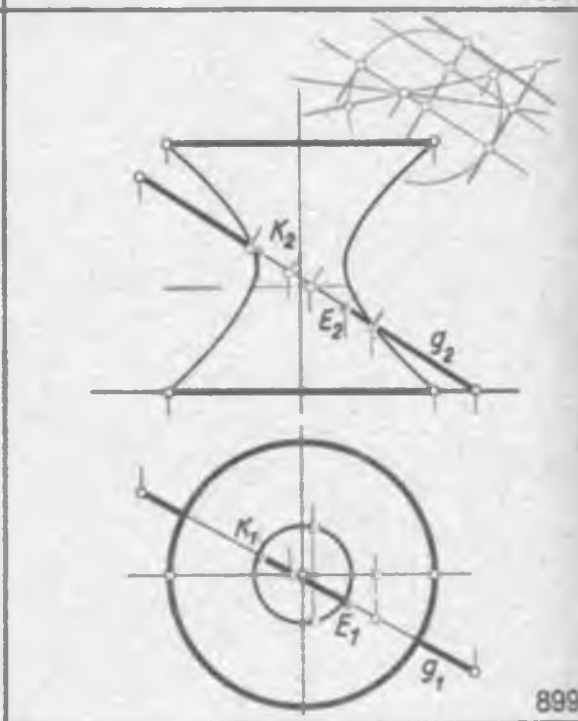
896



897



898



899

Задачи:

896. Построить линию пересечения поверхности параболоида вращения фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

897. Построить линию пересечения поверхности двухполостного гиперboloида вращения фронтально-проецирующей плоскостью Φ .

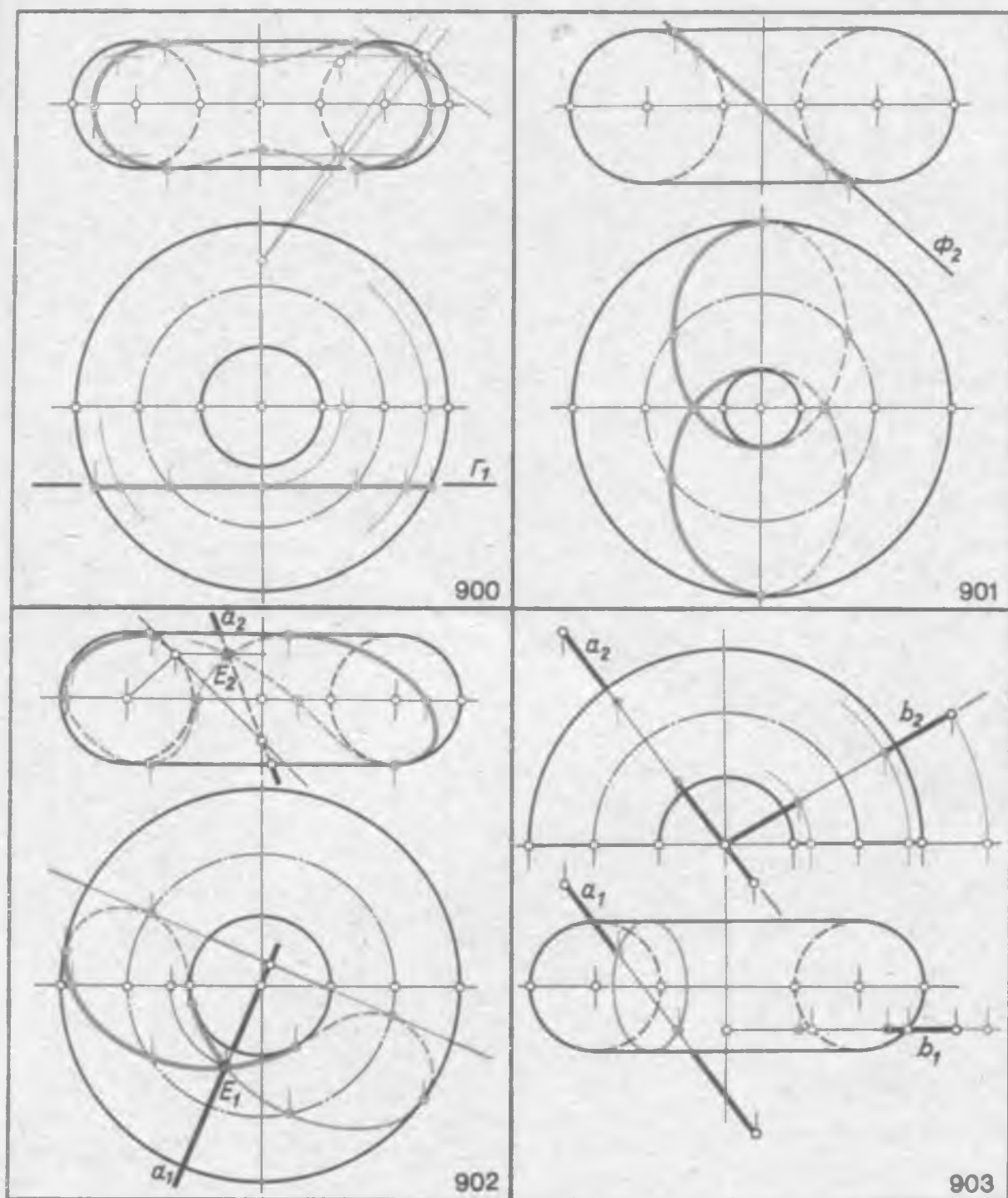
898. Определить точки пересечения поверхности эллипсоида вращения прямой линией g . Прямая не пересекает ось поверхности враще-

ния. Показать видимость прямой линии g в проекциях.

Примечание. Для решения задачи удобно воспользоваться стереографическим проецированием.

899. Определить точки пересечения поверхности однополостного гиперboloида вращения прямой линией g , прямая не пересекает ось поверхности вращения. Показать видимость прямой линии в проекциях.

Примечание. Для решения задачи удобно воспользоваться родственным преобразованием.



Задачи:

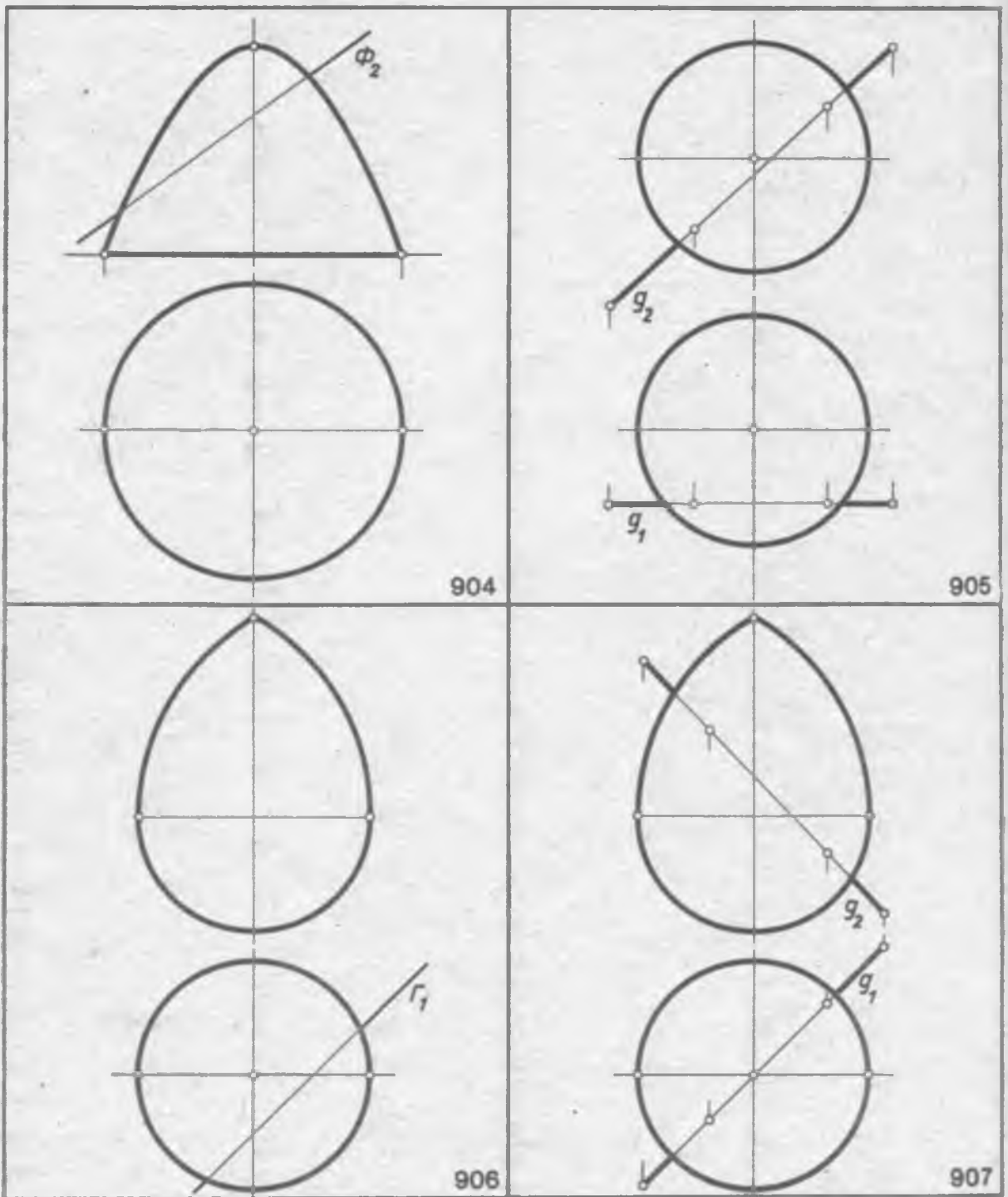
900. Построить линию пересечения поверхности открытого тора (кольца) фронтальной плоскостью Γ и показать ее видимость. Тор задан очертаниями.

901. Построить линию пересечения поверхности открытого тора (кольца) фронтально-проецирующей плоскостью Φ и показать ее видимость. Тор задан очертаниями. Секущая плоскость проходит через экваториальный диа-

метр тора и касается его фронтального меридиана.

902. Построить линию пересечения открытого тора (кольца) плоскостью и показать ее видимость. Тор задан очертаниями. Секущая плоскость задана линией наибольшего ската a , касательной в точке E к меридиану поверхности.

903. Определить точки пересечения прямых линий a и b с поверхностью открытого тора (кольца). Тор задан очертаниями. Показать видимость прямых линий a и b в проекциях.



Задачи:

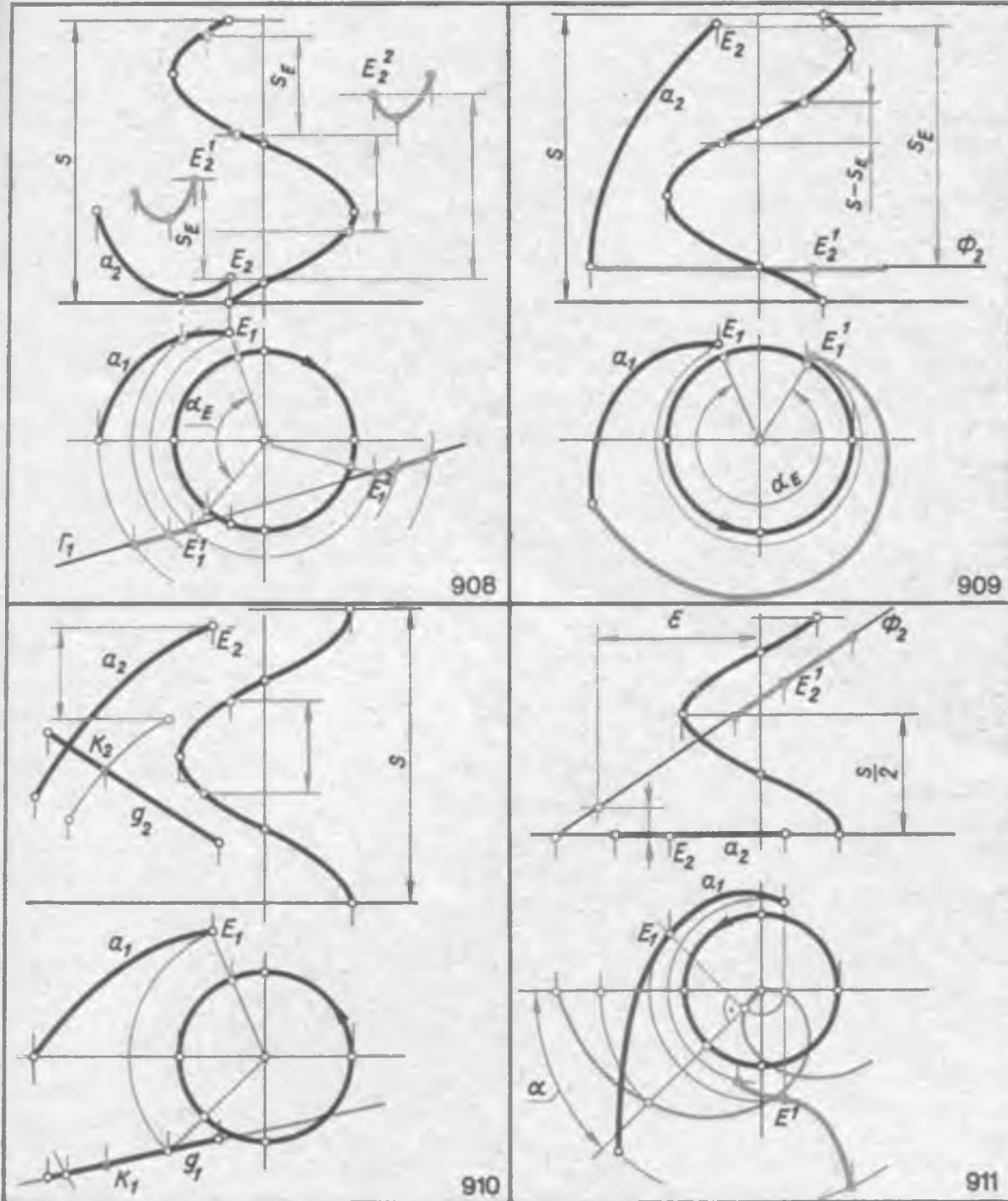
904 Построить линию пересечения параболоида вращения фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Поверхность параболоида вращения задана очертаниями. Показать видимость линии сечения в проекциях.

905 Определить точки пересечения фронтальной прямой линии g с поверхностью сферы, заданной очертаниями. Показать видимость прямой в проекциях.

906 Построить линию пересечения поверхности вращения горизонтально-проецирующей плоскостью Γ . Поверхность вращения задана очертаниями. Показать видимость кривой линии сечения в проекциях.

907 Определить точки пересечения прямой линии g с поверхностью вращения, заданной очертаниями. Прямая пересекает вертикальную ось поверхности вращения. Определить видимость прямой линии g в проекциях.

§ 46. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ВИНТОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЛОСКОСТЯМИ И ПРЯМЫМИ



Задачи:

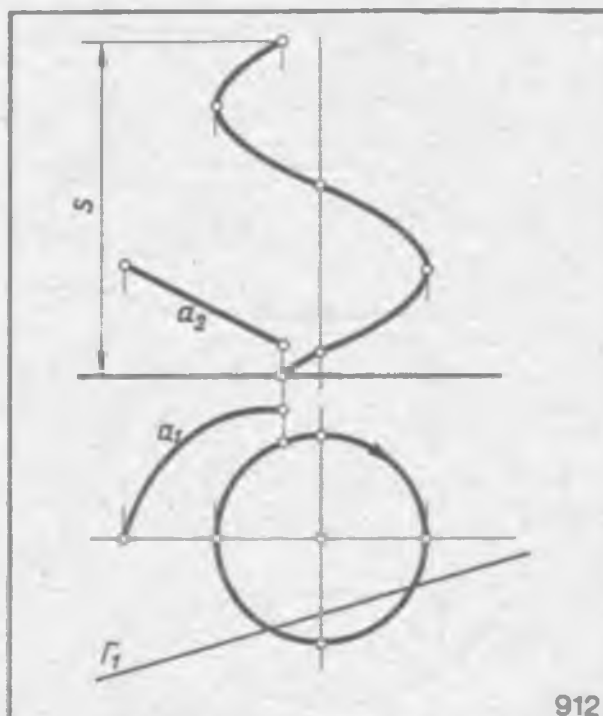
908. Построить линию пересечения винтовой поверхности горизонтально-проецирующей плоскостью Γ . Поверхность задана базовой гелисой правого хода и производящей пространственной кривой линией a .

909. Построить линию пересечения винтовой поверхности горизонтальной плоскостью Φ . Поверхность задана базовой гелисой левого хо-

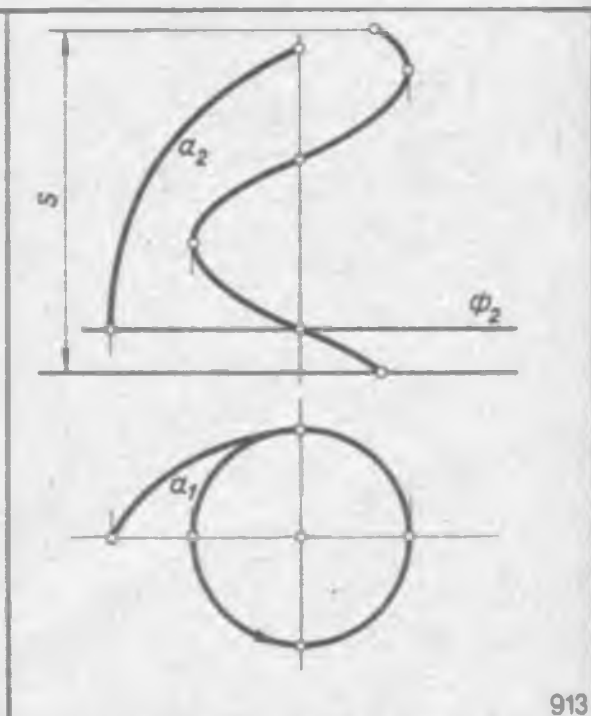
да и производящей пространственной кривой линией a .

910. Определить точку пересечения прямой линии g с винтовой поверхностью. Поверхность задана базовой гелисой левого хода и производящей пространственной кривой линией a .

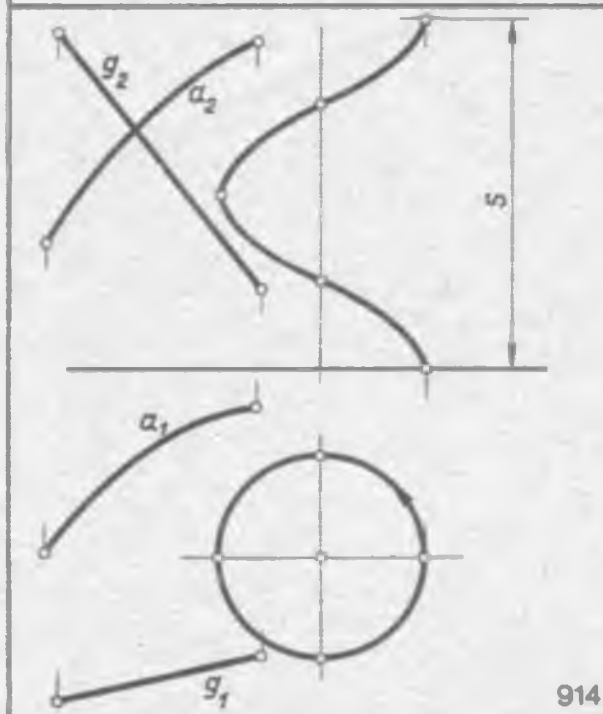
911. Построить линию пересечения винтовой поверхности фронтально проецирующей плоскостью Φ . Поверхность задана базовой гелисой левого хода и производящей плоской кривой линией a в плоскости уровня Π_1 .



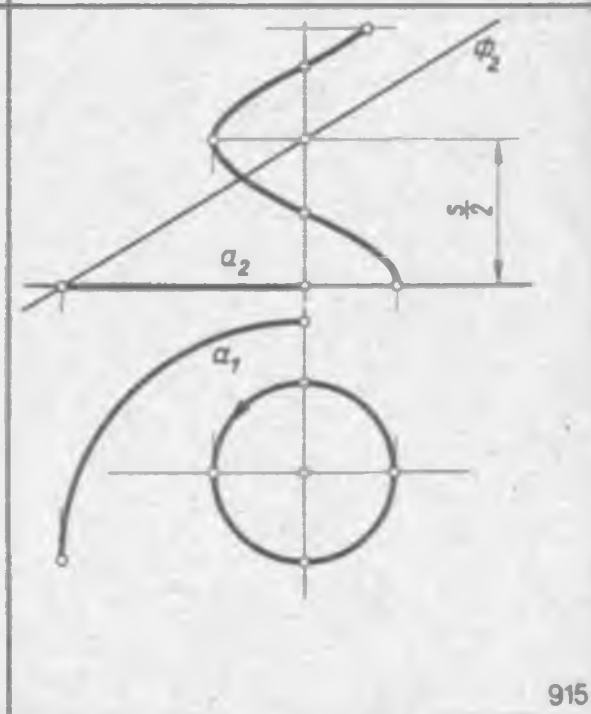
912



913



914



915

Задачи:

912 Построить линию пересечения винтовой поверхности горизонтально-проецирующей плоскостью Γ . Поверхность задана базовой гелисой правого хода и производящей плоской кривой линией a .

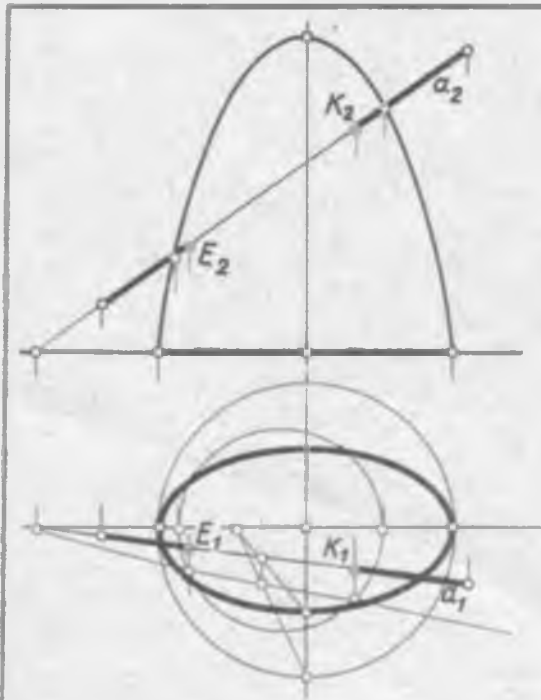
913 Построить линию пересечения винтовой поверхности горизонтальной плоскостью Φ . Поверхность задана базовой гелисой левого

хода и производящей пространственной кривой линией a .

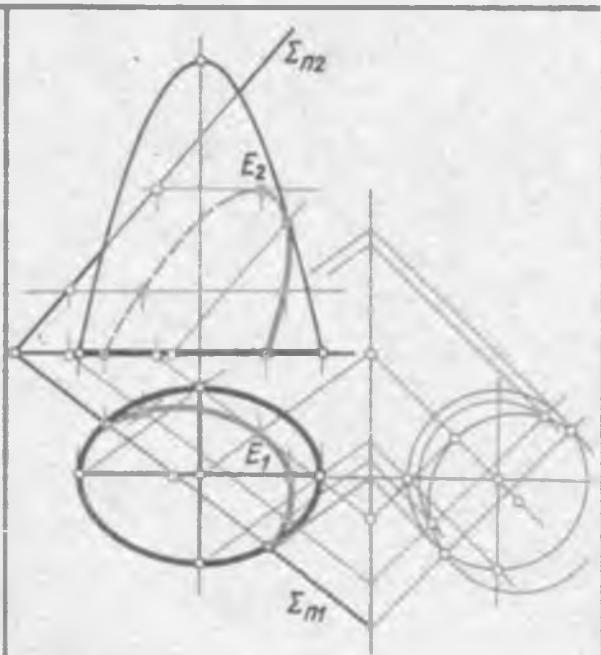
914 Определить точку пересечения прямой линии g с винтовой поверхностью. Поверхность задана базовой гелисой левого хода и производящей пространственной кривой линией a .

915 Построить линию пересечения винтовой поверхности фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Поверхность задана базовой гелисой левого хода и производящей плоской кривой линией a в плоскости уровня Π_1 .

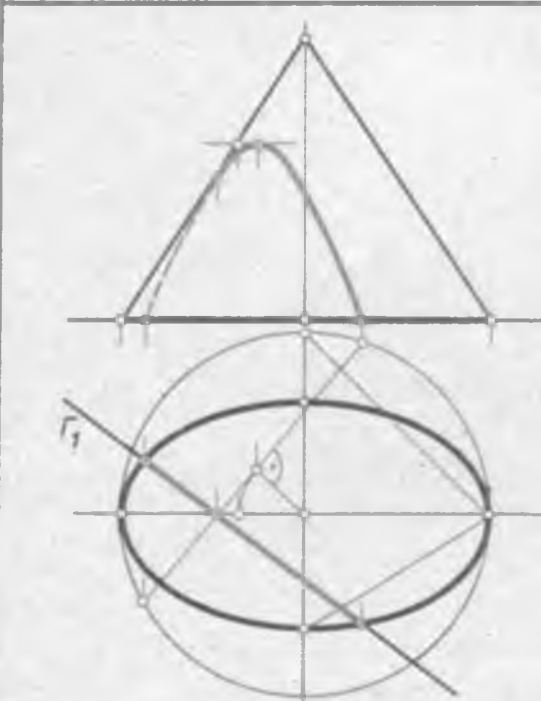
§ 47. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА ПЛОСКОСТЯМИ И ПРЯМЫМИ



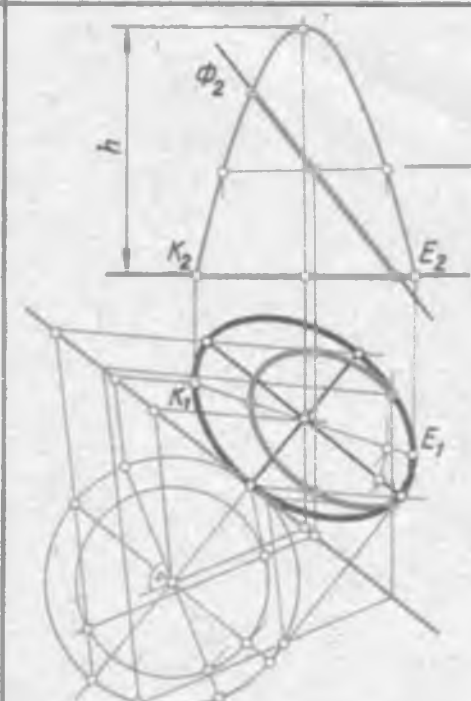
916



917



918



919

Задачи:

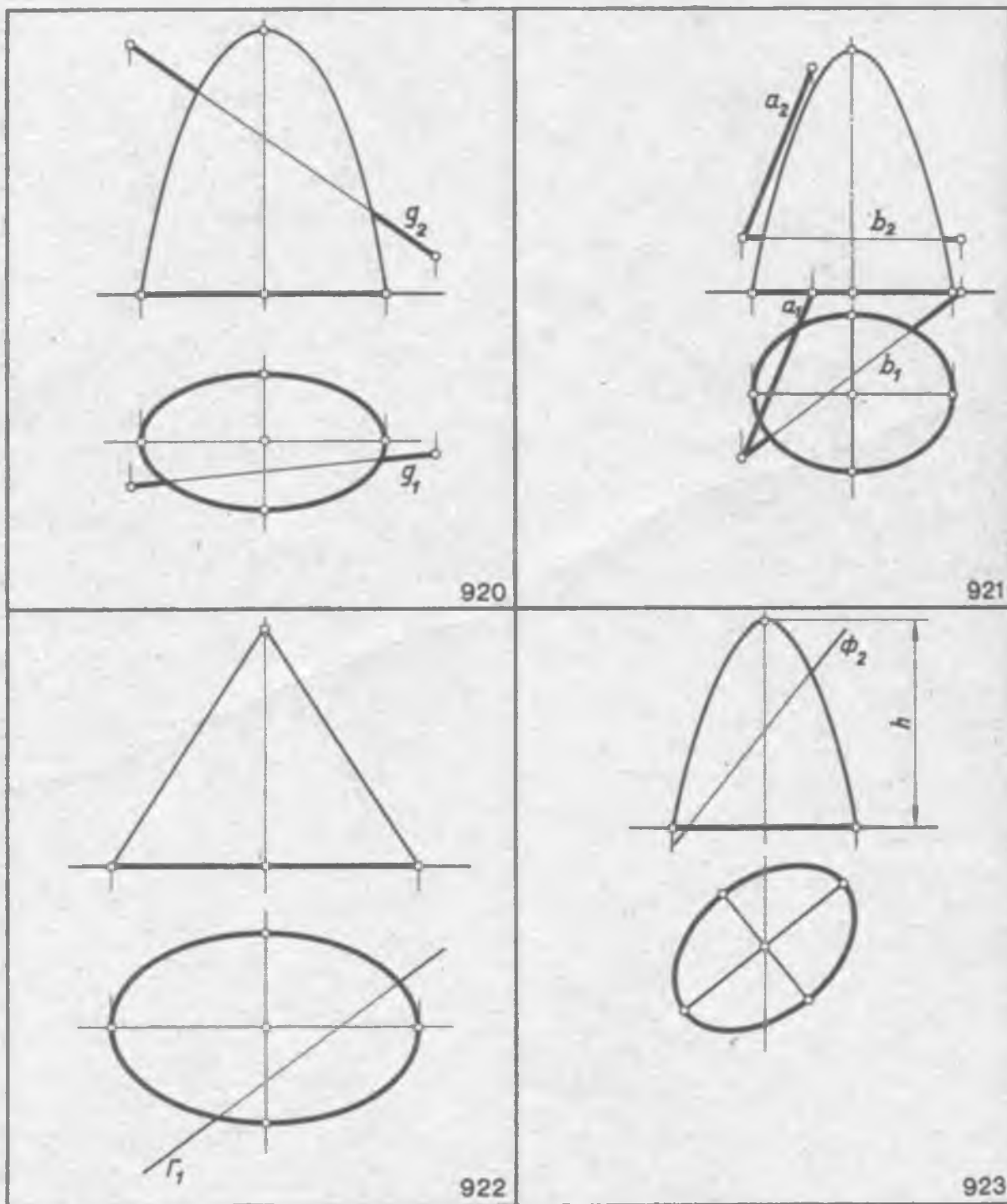
916. Определить точки пересечения прямой линии a с поверхностью эллиптического параболоида, заданной ее очертаниями. Прямая не пересекает ось поверхности эллиптического параболоида. Определить видимость прямой линии в проекциях.

917. Построить проекции линии пересечения поверхности эллиптического параболоида произвольно расположенной плоскостью

Σ (Σ_{n1} , Σ_{n2}). Поверхность эллиптического параболоида задана ее очертаниями.

918. Построить проекции линии пересечения поверхности конуса второго порядка горизонтально-проецирующей плоскостью Γ . Поверхность конуса задана очертаниями.

919. Построить проекции линии пересечения поверхности эллиптического параболоида фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Параболоид задан его очертанием в горизонтальной проекции и высотой h .



Задачи:

920 Определить точки пересечения прямой линии g с поверхностью эллиптического параболоида, заданной ее очертаниями. Прямая не пересекает ось поверхности эллиптического параболоида. Определить видимость прямой линии в проекциях.

921 Построить проекции линии пересечения поверхности эллиптического параболоида произвольно расположенной плоскостью

Σ ($a \times b$). Поверхность эллиптического параболоида задана ее очертаниями.

922 Построить проекции линии пересечения поверхности конуса второго порядка горизонтально-проецирующей плоскостью Γ . Поверхность конуса задана его очертаниями.

923 Построить проекции линии пересечения поверхности эллиптического параболоида фронтально-проецирующей плоскостью Φ . Параболоид задан его очертанием в горизонтальной проекции и высотой h .

Две поверхности пересекаются по кривой линии, которую можно определить по точкам пересечения линий одной поверхности с другой. Такими линиями могут быть производящая в ряде ее положений, ходы точек производящей линии и вообще любые линии на поверхности.

Линию пересечения поверхностей можно построить, применяя вспомогательные секущие поверхности (посредники).

При построении линии пересечения двух поверхностей вспомогательные секущие поверхности (посредники) выбирают такими, чтобы они, пересекаясь с данной поверхностью, давали простые для построения линии (например, прямые или окружности).

Часто за вспомогательные секущие поверхности принимают либо плоскости, либо сферы.

В ряде случаев при решении задач применяют комбинацию вспомогательных секущих поверхностей. Из общей схемы построения линии пересечения поверхностей можно выделить два основных способа — *способ вспомогательных секущих плоскостей и способ сфер*.

Линия пересечения двух поверхностей, так же как и линия пересечения поверхности плоскостью, имеет характерные (опорные, главные) точки, с которых и следует начинать построение линии пересечения. Они позволяют видеть, в каких границах можно изменять положения вспомогательных секущих поверхностей (плоскостей) для определения произвольных точек.

Иногда при общем расположении двух взаимно пересекающихся поверхностей целесообразно преобразовать эпюр Монжа.

Вспомогательные секущие проецирующие плоские посредники применяют в случае, когда они, пересекаясь с каждой из данных поверхностей, дают прямые линии или окружности. Часто проецирующие плоскости выбираются в виде плоскостей уровня.

Вспомогательные секущие вращающиеся плоские посредники применяют для построения

линии пересечения конических и цилиндрических поверхностей.

Вспомогательные секущие концентрические сферические посредники применяют для построения линии пересечения двух поверхностей вращения с пересекающимися осями (с общей плоскостью симметрии). Каждая из этих поверхностей имеет семейство окружностей, по которым она пересекается концентрическими сферами.

Вспомогательные секущие эксцентрические сферические посредники применяют при построении линии пересечения двух поверхностей вращения, имеющих общую плоскость симметрии. Такие поверхности имеют семейство окружностей, по которым пересекаются эксцентрические сферы.

48 Точки пересечения кривых линий с поверхностями можно определить, применяя вспомогательные поверхности, проходящие через данные кривые линии.

49 Линия пересечения любой поверхности проецирующим цилиндром (призмой) имеет одну из своих проекций на следе проецирующей поверхности. Задача сводится к определению недостающих проекций точек поверхности.

50 При определении линии пересечения конической поверхности с конической вспомогательные секущие плоскости, которые проходят через образующие одной поверхности при определении точек их пересечения с другой поверхностью, выбирают проходящими через вершины обеих конических поверхностей.

Построение линии пересечения конической поверхности с цилиндрической или цилиндрической поверхности с цилиндрической поверхностью аналогично случаю определения линии пересечения двух конических поверхностей, из которых цилиндрическая поверхность имеет несобственную вершину.

51 При построении линии взаимного пересечения поверхностей вращения используют вспомогательные секущие поверхности-посред-

ники и определяют прежде всего главные точки линии пересечения — точки, лежащие на главном меридиане, на экваторе, высшую и низшую точки относительно плоскости, перпендикулярной оси поверхности вращения.

52 При построении линии пересечения винтовых поверхностей между собой и линии пересечения винтовых поверхностей с другими поверхностями за производящие линии винтовых поверхностей принимают линии плоскостей уровня — линии плоскостей, перпендикулярных осям винтовых поверхностей.

53 Линией пересечения двух поверхностей второго порядка является в общем случае кривая четвертого порядка. Она может распадаться на более простые кривые низших порядков.

Порядок линий пересечения двух поверхностей второго порядка равен произведению порядков поверхностей. Линией пересечения поверхностей второго порядка всегда является алгебраическая, в общем случае пространственная, кривая четвертого порядка.

Если две поверхности второго порядка пересекаются по одной плоской кривой линии, то они имеют и вторую плоскую кривую линию пересечения. Вторая кривая линия пересечения тоже является кривой второго порядка, поскольку порядок этой линии определяется как разность порядков биквадратной кривой — кривой четвертого порядка и порядка первой линии.

Если сфера пересекает какую-либо поверхность второго порядка по одной окружности, то она пересекает эту поверхность и по другой окружности.

Если биквадратная кривая распадается на пару совпавших кривых второго порядка или на четыре совпавшие прямые, то имеется касание

поверхностей вдоль линии второго или первого порядка соответственно.

Возможен частный случай, когда биквадратная кривая вырождается в точку. Здесь две поверхности касаются друг друга в точке. Например, сфера касается цилиндра второго порядка в точке.

Две поверхности второго порядка, имеющие в двух их общих точках общие касательные плоскости, пересекаются между собой по двум кривым линиям второго порядка.

Если две пересекающиеся поверхности второго порядка касаются в трех точках, то они соприкасаются вдоль кривой второго порядка.

Если две поверхности второго порядка касаются друг друга по кривой линии то эта линия является кривой второго порядка.

Если две поверхности второго порядка описаны около третьей поверхности второго порядка (или вписаны в нее), то они пересекаются по линии, распадающейся на две кривые второго порядка.

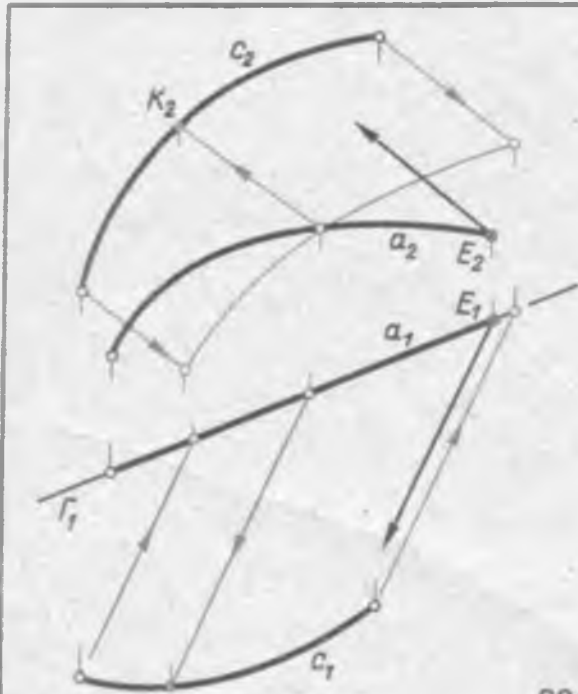
Если пересекающиеся поверхности второго порядка имеют общую плоскость симметрии, то линия их пересечения проецируется на эту плоскость в виде кривой второго порядка.

Проекцией пространственной кривой линии пересечения двух цилиндров вращения или двух конусов вращения с пересекающимися осями на плоскость, параллельную плоскости симметрии поверхностей, является гипербола.

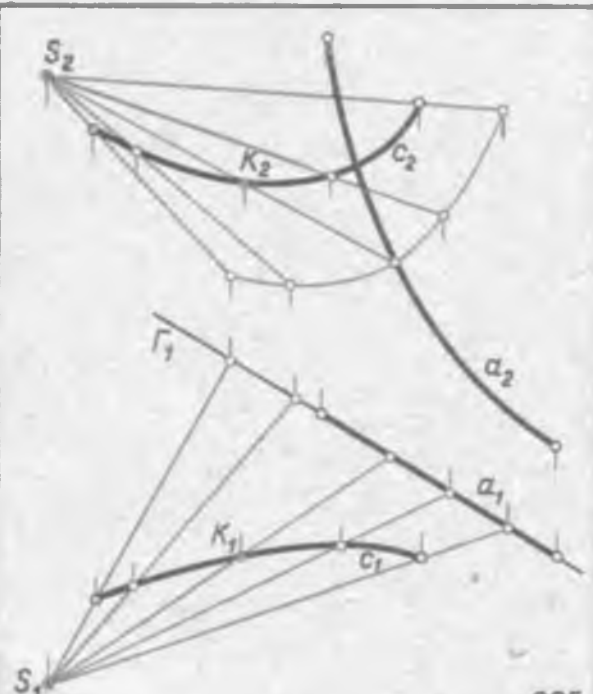
Пространственная кривая линия пересечения поверхностей конуса и цилиндра вращения с параллельными осями проецируется на плоскость, параллельную плоскости симметрии поверхностей в виде параболы.

Очертанием поверхности второго порядка является кривая второго порядка.

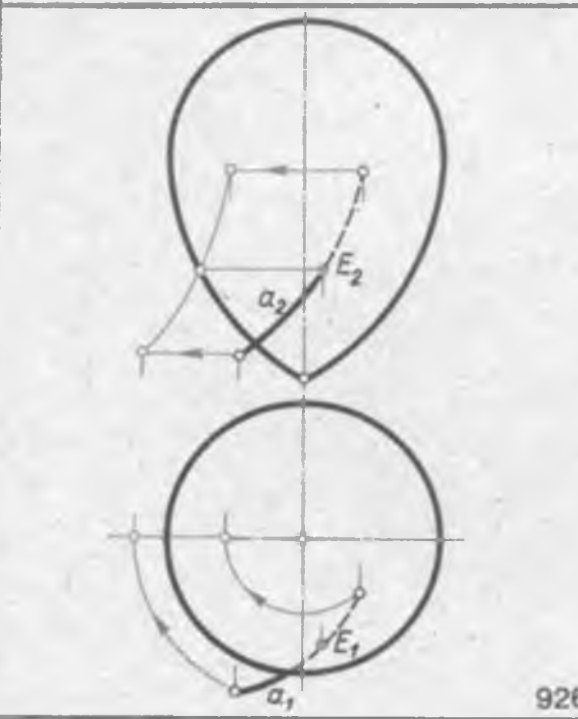
§ 48. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ КРИВЫМИ ЛИНИЯМИ



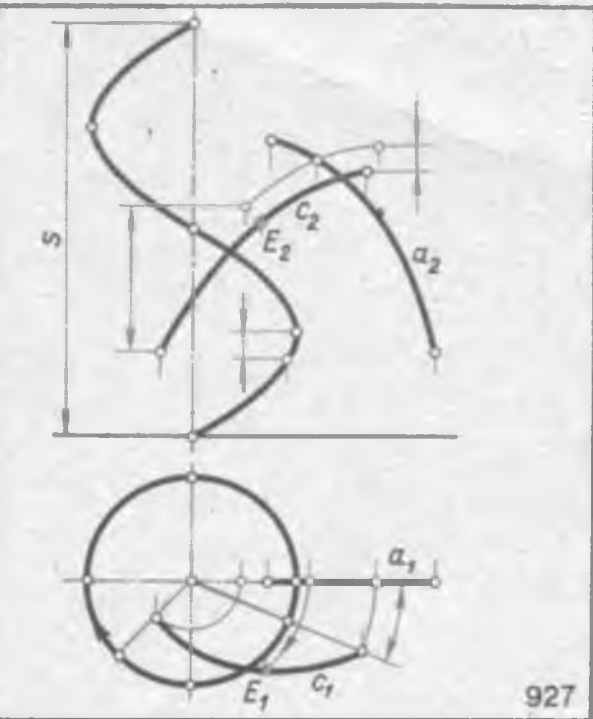
924



925



926



927

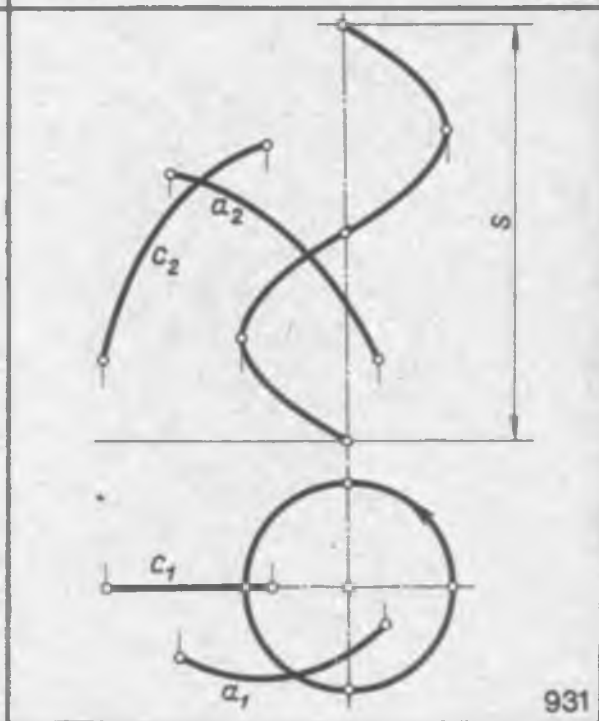
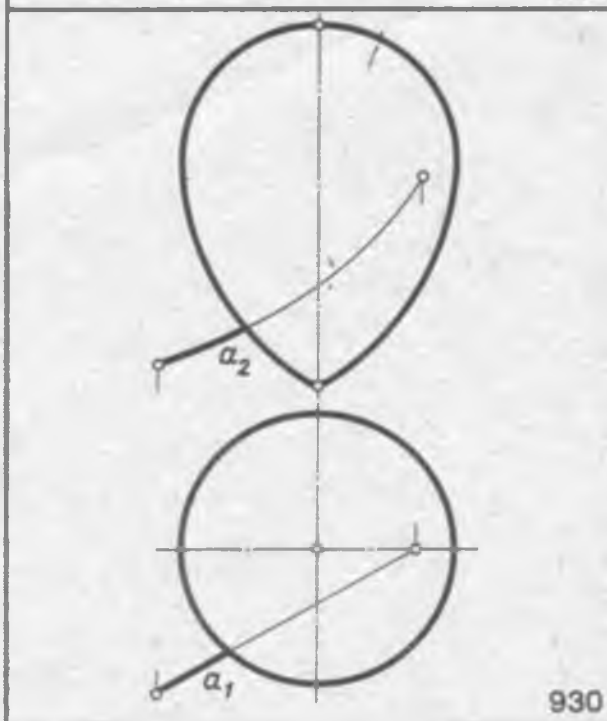
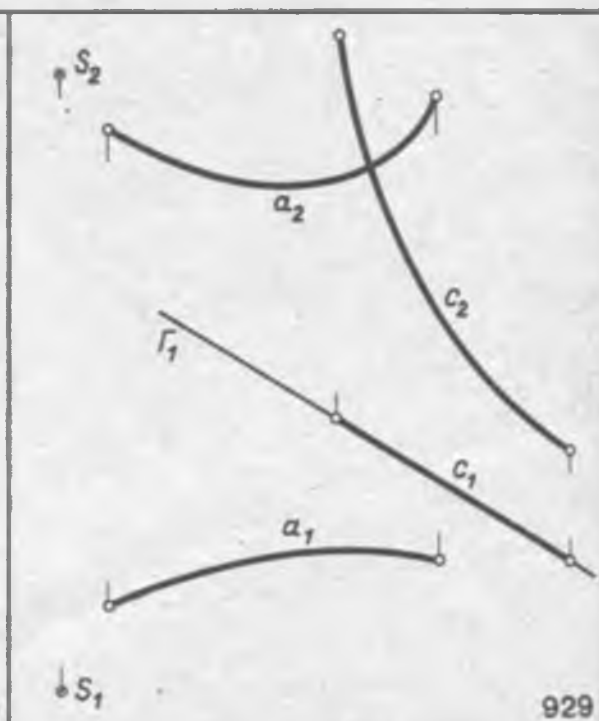
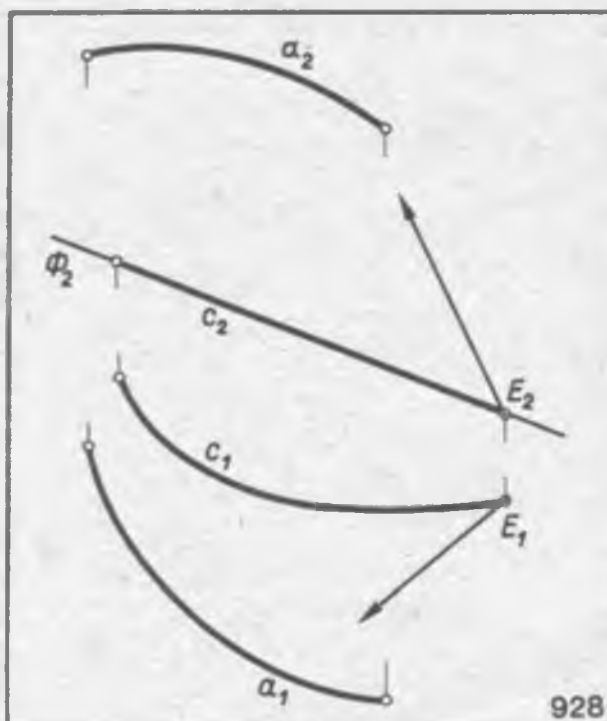
Задачи:

924. Определить точку пересечения кривой линии с цилиндрической поверхностью (поверхностью прямолинейного переноса). Поверхность задана направляющей плоской кривой a и прямолинейной образующей точки E этой кривой (направлением переноса).

925. Определить точку пересечения кривой линии с конической поверхностью. Поверхность задана направляющей кривой a в горизонтально-проецирующей плоскости Γ и вершиной S .

926. Определить точку пересечения кривой линии a с поверхностью вращения, заданной ее очертаниями. Определить видимость кривой линии a в проекциях.

927. Определить точку пересечения кривой линии с винтовой поверхностью. Винтовая поверхность задана базовой гелисой и производящей кривой линией a в главной меридиональной плоскости.



Задачи:

928 Определить точку пересечения кривой линии a с цилиндрической поверхностью (поверхностью прямолинейного переноса). Поверхность задана направляющей плоской кривой c и прямолинейной образующей точки E этой кривой (направлением переноса).

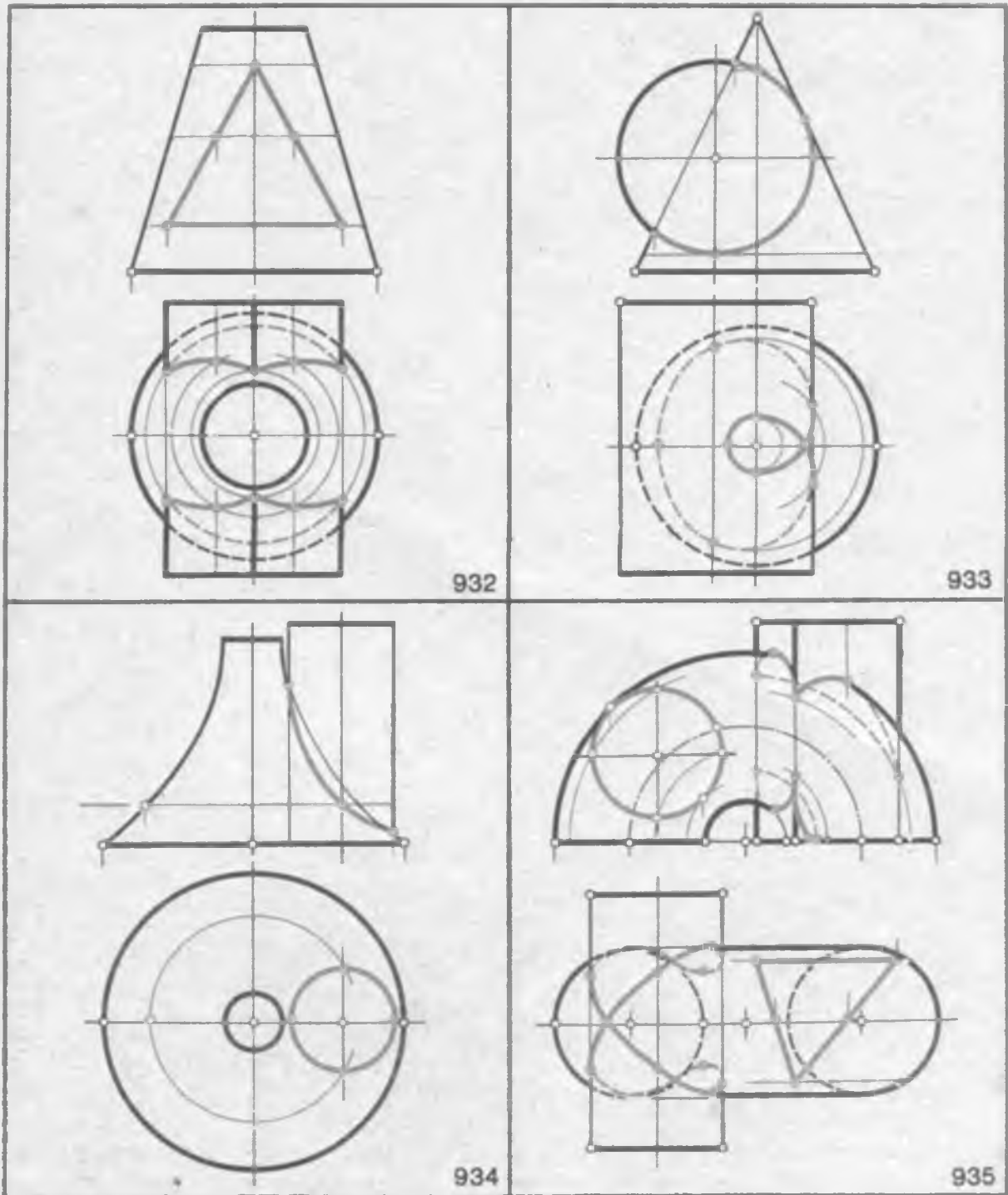
929 Определить точку пересечения кривой линии a с конической поверхностью. Поверхность задана направляющей кривой c в гори-

зонтально-проецирующей плоскости Γ и вершиной S .

930 Определить точки пересечения кривой линии a с поверхностью вращения, заданной ее очертаниями. Определить видимость кривой линии a в проекциях.

931 Определить точки пересечения кривой линии a с винтовой поверхностью. Винтовая поверхность задана базовой гелисой и производящей кривой линией c в главной меридиональной плоскости.

§ 49. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЦИЛИНДРАМИ (ПРИЗМАМИ)



Задачи:

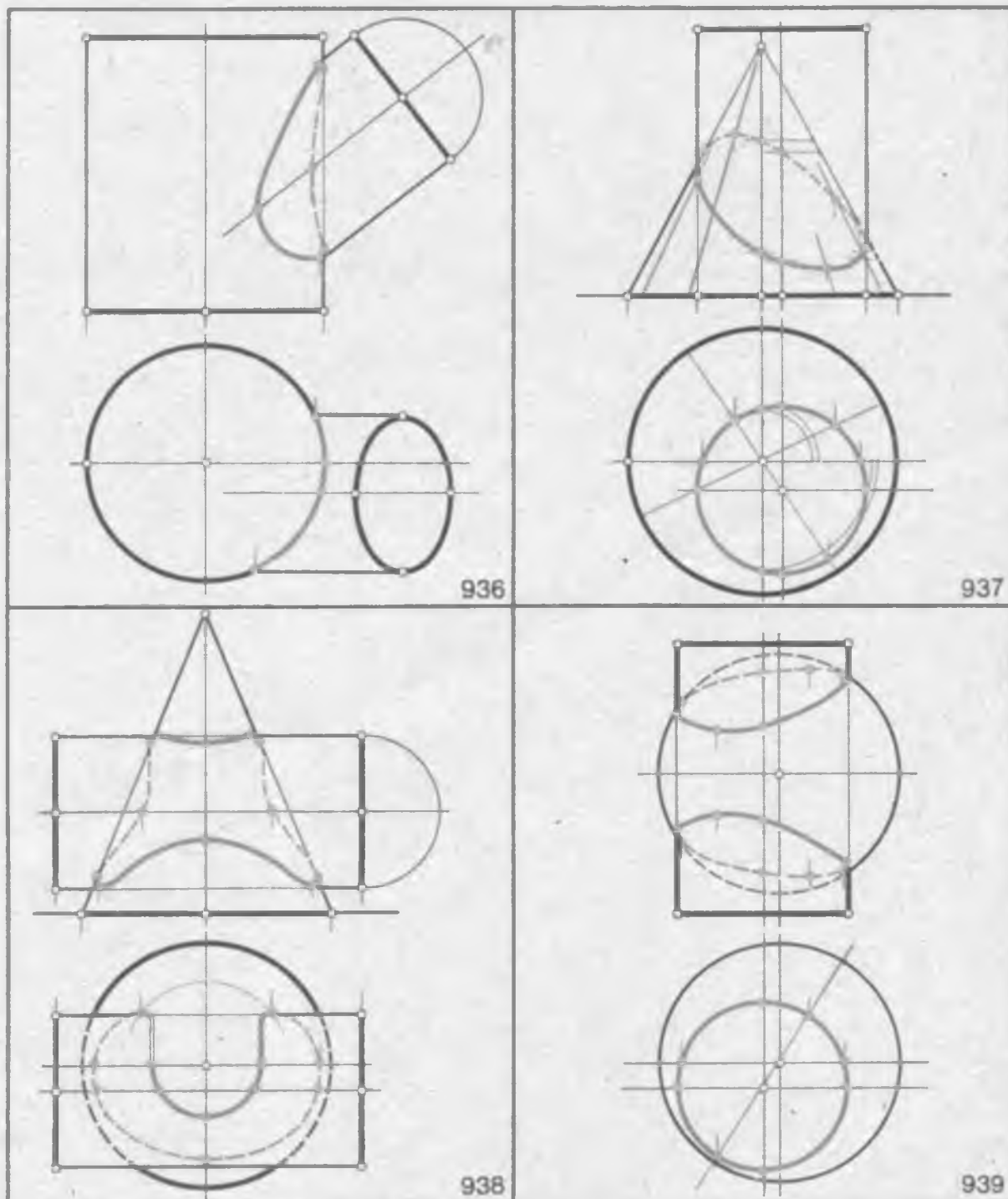
932. Построить линию пересечения усеченного конуса вращения фронтально-проецирующей треугольной призмой. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

933. Построить линию пересечения конуса вращения фронтально-проецирующим цилиндром вращения. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

934. Построить линию пересечения горизон-

тально-проецирующего цилиндра вращения поверхностью вращения с вертикальной осью. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

935. Построить линию пересечения поверхности открытого тора (полукольца) фронтально-проецирующим цилиндром вращения и линию пересечения этого тора прямой треугольной горизонтально-проецирующей призмой. Показать в проекциях видимость линий пересечения поверхностей.



Задачи:

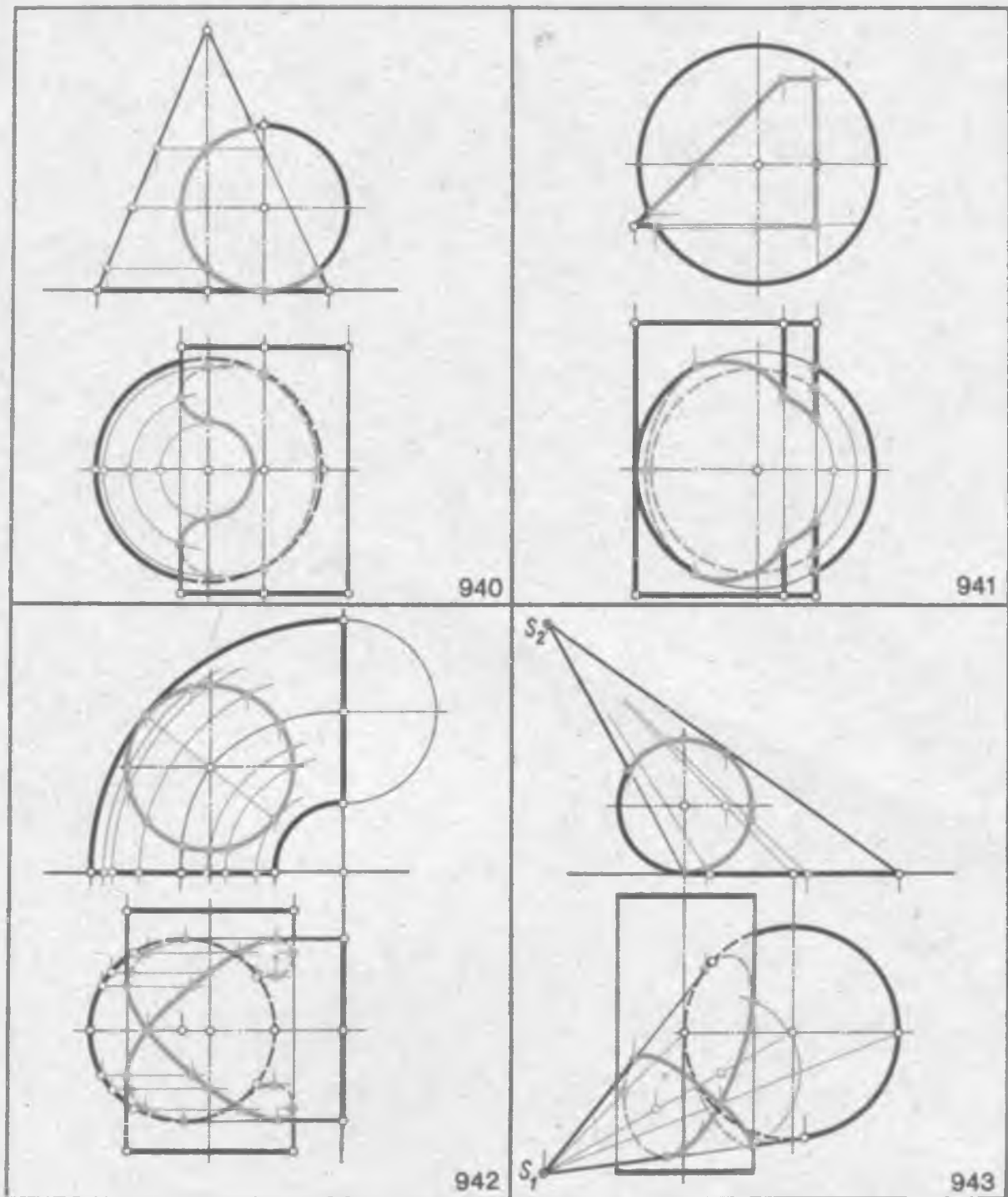
936. Построить линию пересечения горизонтально-проецирующего цилиндра вращения с наклонным цилиндром вращения. Оси поверхностей вращения не пересекаются и находятся в параллельных фронтальных плоскостях. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

937. Построить линию пересечения конуса вращения с горизонтально-проецирующим цилиндром вращения. Оси поверхностей парал-

лельны и принадлежат одной меридиональной плоскости. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

938. Построить линию пересечения конуса вращения с профильно-проецирующим цилиндром вращения. Показать в проекциях видимость линии пересечения двух поверхностей вращения.

939. Построить линию пересечения горизонтально-проецирующего цилиндра вращения сферой. Показать в проекциях видимость линии пересечения двух поверхностей вращения.



Задачи:

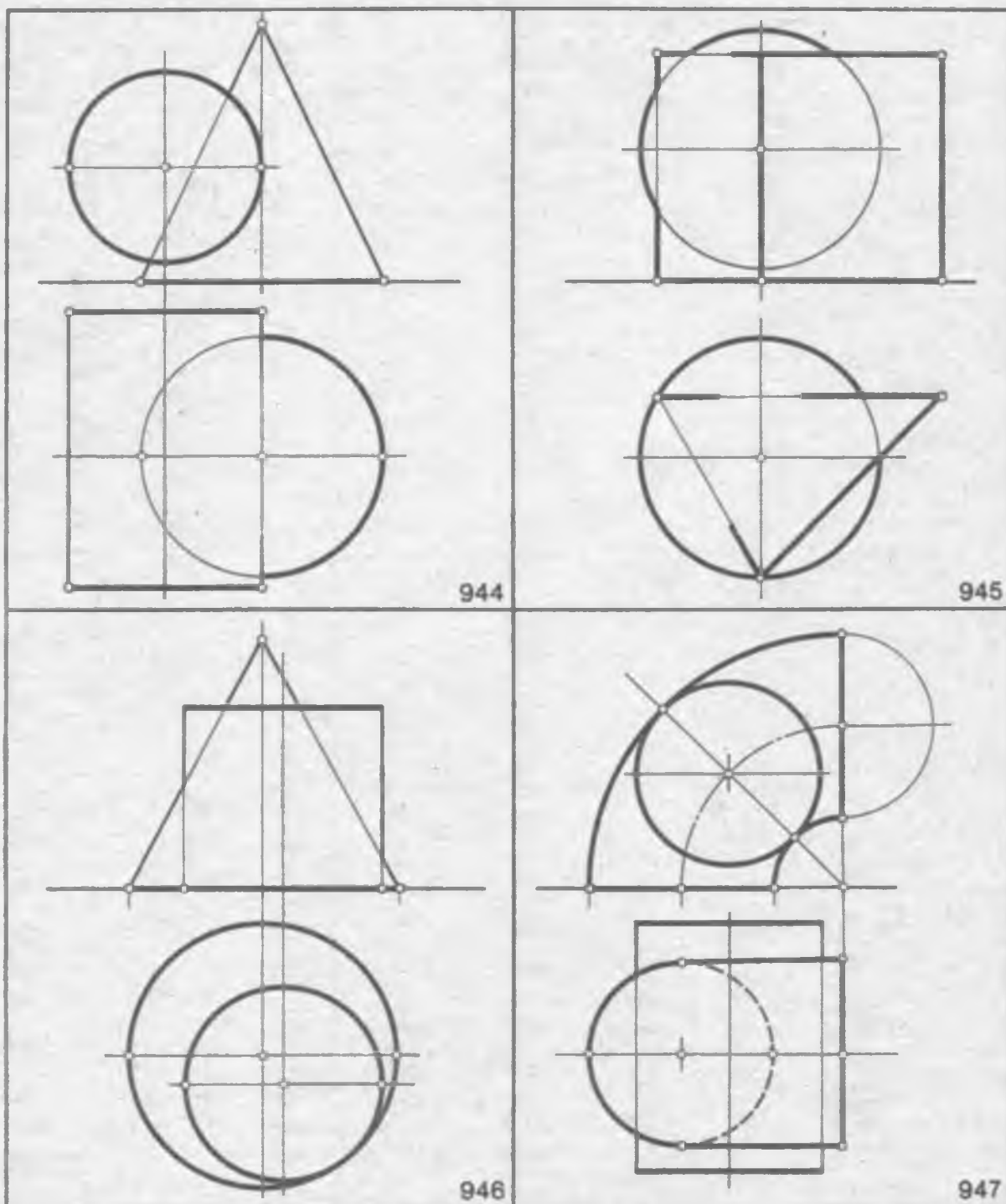
940. Построить линию пересечения конуса вращения с фронтально-проецирующим цилиндром вращения. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

941. Построить линию пересечения сферы с фронтально-проецирующей четырехугольной призмой. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

942. Построить линию пересечения поверхности открытого (четверти кольца) тора с

фронтально-проецирующим цилиндром вращения. Оси поверхностей принадлежат одной их фронтально-проецирующей плоскости. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

943. Построить линию пересечения фронтально-проецирующего цилиндра вращения с поверхностью наклонного конуса с круговым основанием в плоскости уровня Π_1 . Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.



Задачи:

944 Построить линию пересечения конуса вращения с фронтально-проецирующим цилиндром вращения. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

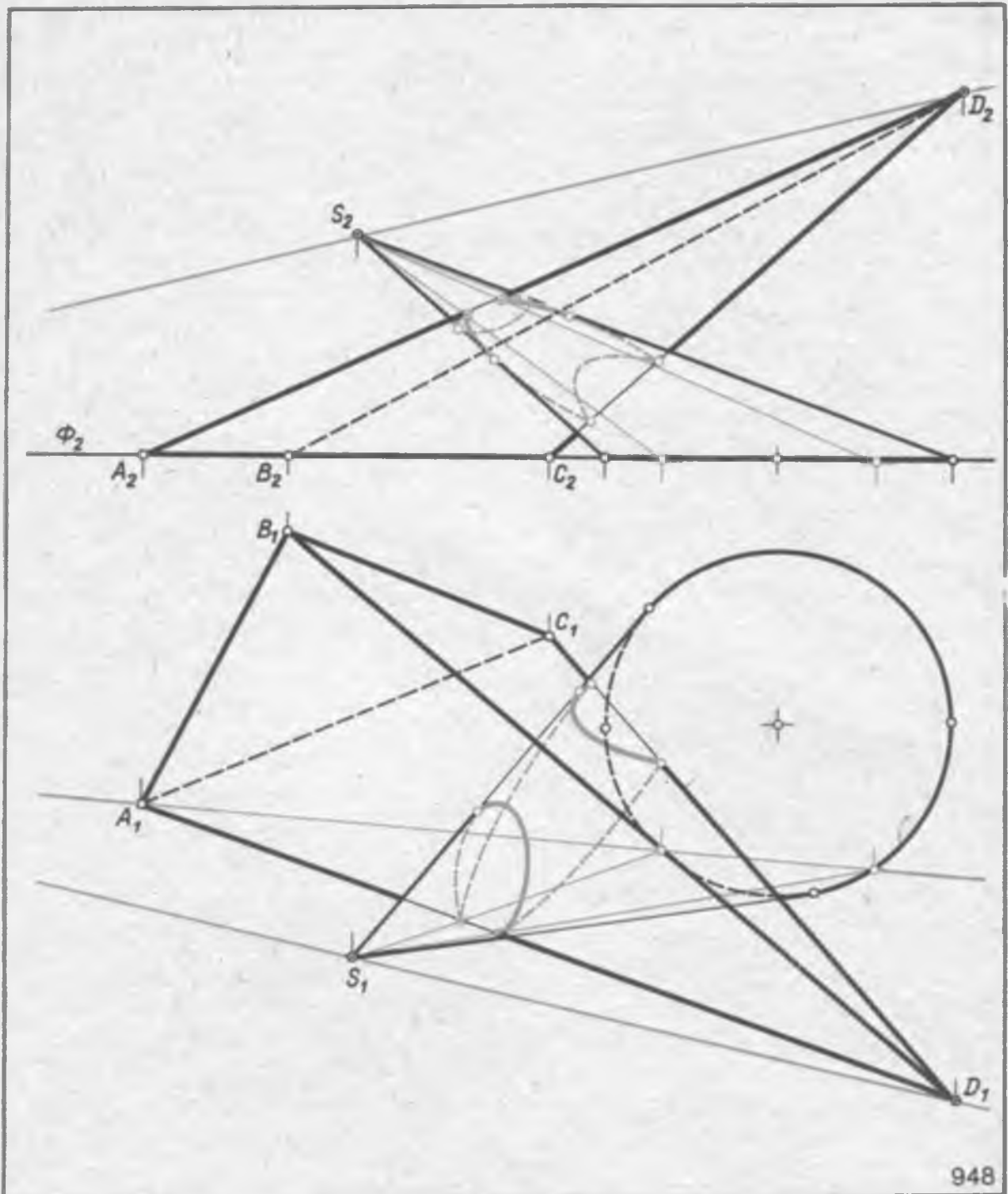
945 Построить линию пересечения сферы с горизонтально-проецирующей треугольной призмой. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

946 Построить линию пересечения конуса вращения с горизонтально-проецирующим ци-

линдром вращения. Оси поверхностей параллельны и принадлежат одной меридиональной плоскости. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

947 Построить линию пересечения фронтально-проецирующего цилиндра вращения с поверхностью открытого тора (четверти кольца). Оси поверхностей принадлежат одной из фронтально-проецирующей плоскости. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

§ 50. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНЕЙЧАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

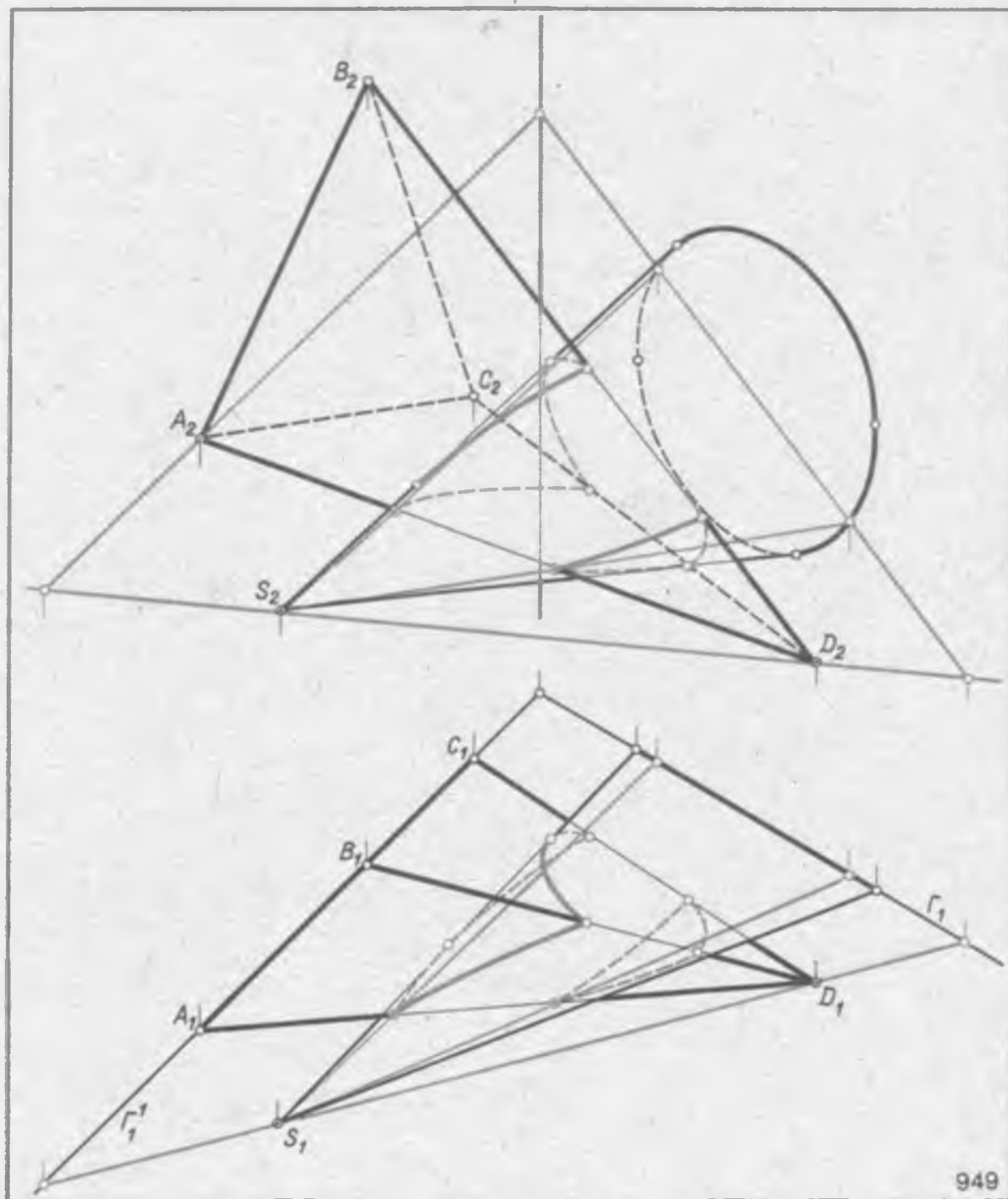

Задача:

948. Коническая поверхность с вершиной S и круговым основанием в горизонтальной плоскости Φ пересекается с треугольной пирамидой, имеющей вершину D и основание ABC в этой же плоскости Φ .

Определить точки пересечения ребер пирамиды с конической поверхностью и точки пересечения очерковых образующих конической по-

верхности с пирамидой. Построить линию пересечения пирамиды с конусом. Показать в проекциях ее видимость. Показать также в проекциях видимость ребер пирамиды и видимость очерковых образующих конуса.

Примечание. Для определения точек линии пересечения плавной и гранной поверхностей следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, проходящими через прямую линию, соединяющую вершину S конической поверхности с вершиной D пирамиды.



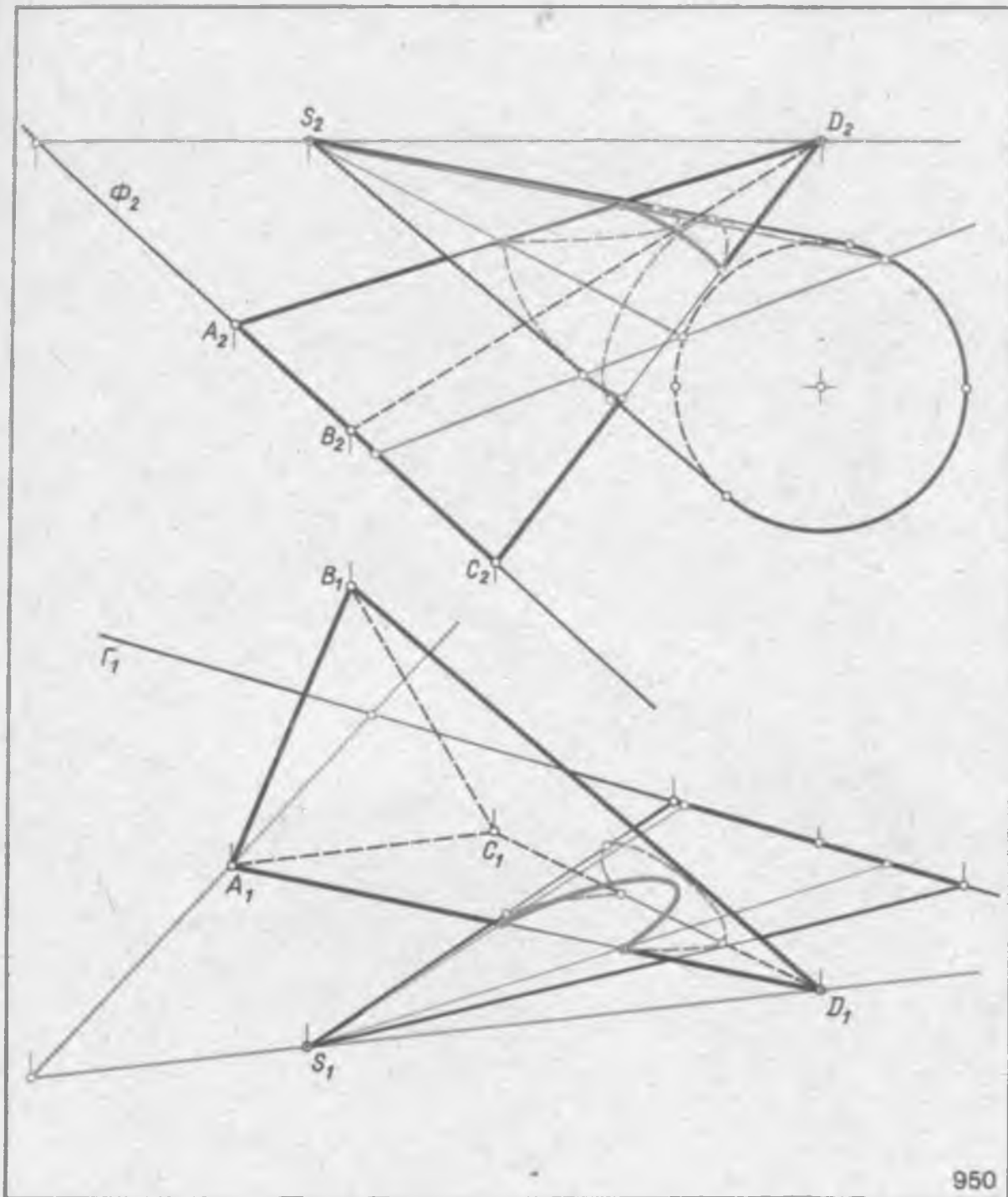
949

Задача:

949. Коническая поверхность с вершиной S и эллиптическим основанием в горизонтально-проецирующей плоскости Γ пересекается с треугольной пирамидой, имеющей вершину D и основание ABC в другой горизонтально-проецирующей плоскости Γ^1 . Определить точки пересечения ребер пирамиды с конической поверхностью и точки пересечения очерковых образующих конической поверхности с пирами-

дой. Построить линию пересечения пирамиды с конусом и показать в проекциях ее видимость. Показать также видимость в проекциях ребер пирамиды и видимость очерковых образующих конуса.

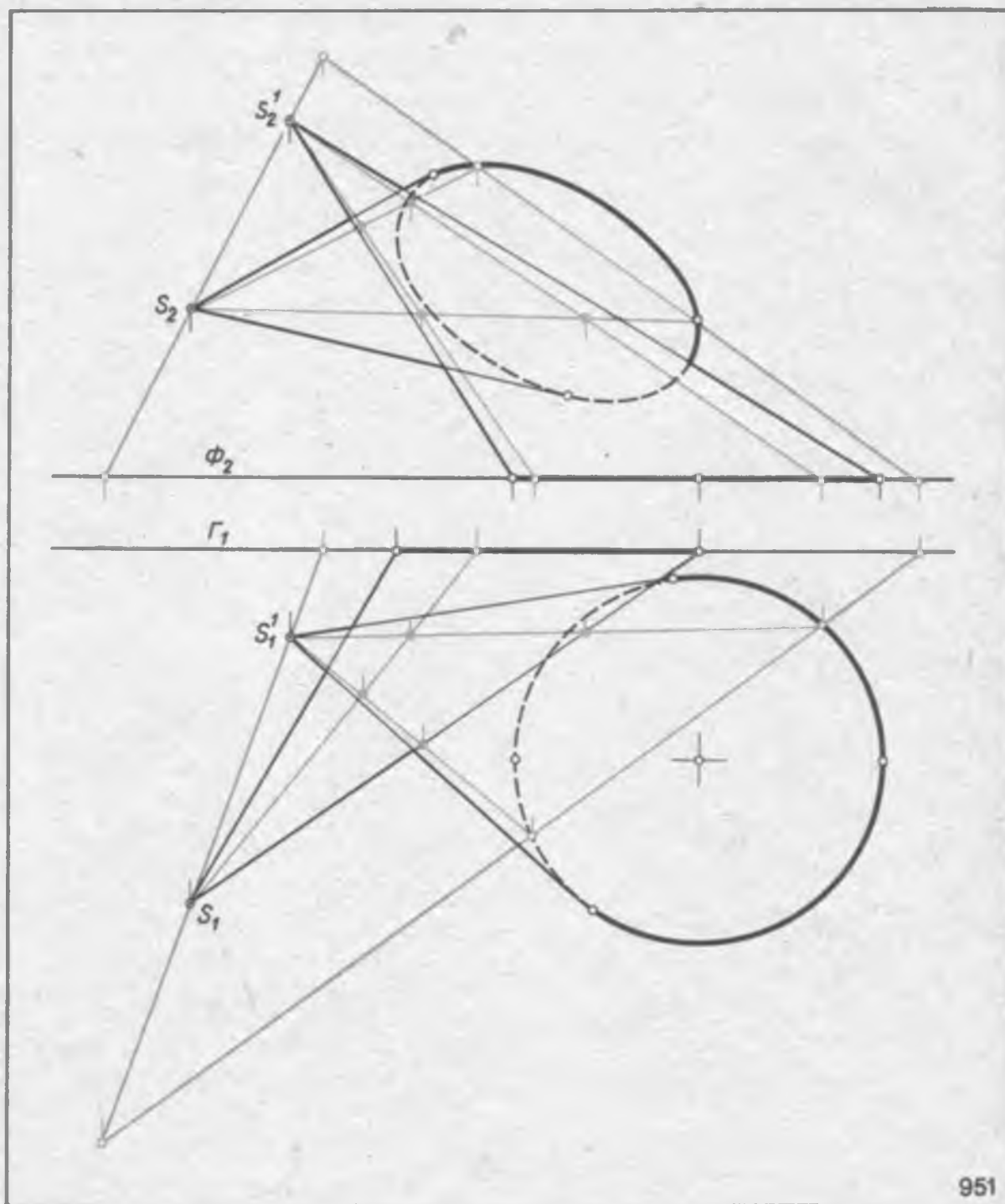
Примечание. Для определения точек линии пересечения плавной и гранной поверхностей следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, проходящими через прямую линию, соединяющую вершину S конической поверхности с вершиной D пирамиды.


Задача:

950. Коническая поверхность с вершиной S и эллиптическим основанием в горизонтально-проецирующей плоскости Γ пересекается с треугольной пирамидой, имеющей вершину D и основание ABC во фронтально-проецирующей плоскости Φ . Определить точки пересечения ребер пирамиды с конической поверхностью и точки пересечения очерковых образующих ко-

нической поверхности с пирамидой. Построить линию пересечения пирамиды с конусом и показать в проекциях ее видимость. Показать также видимость в проекциях ребер пирамиды и видимость очерковых образующих конуса.

Примечание. Для определения точек линии пересечения плавной и гранной поверхностей следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, проходящими через прямую линию, соединяющую вершину S конической поверхности с вершиной D пирамиды.



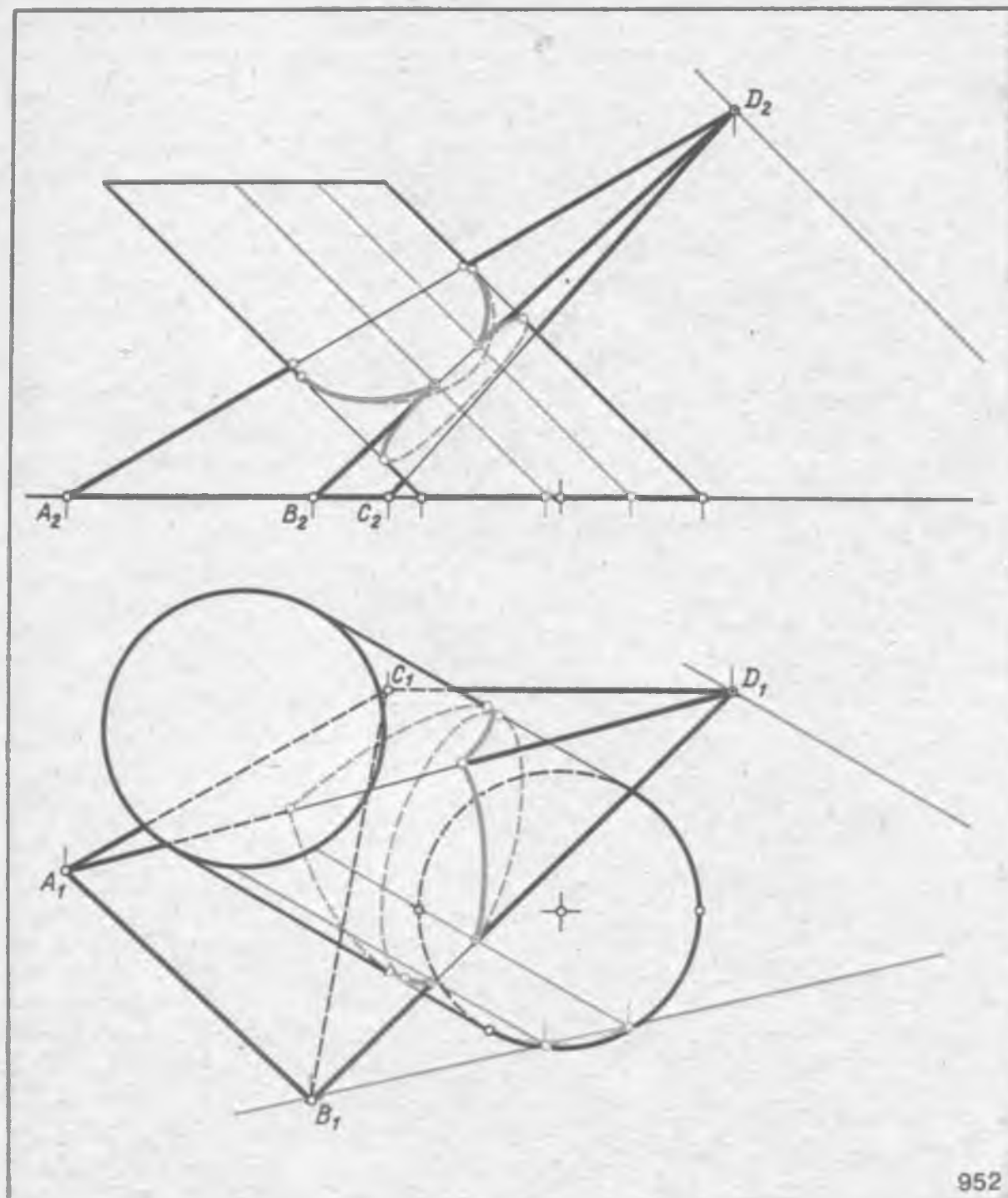
951

Задача:

951 Коническую поверхность с вершиной S^1 и круговым основанием в горизонтальной плоскости Φ пересекает коническая поверхность с вершиной S и эллиптическим основанием во фронтальной плоскости Γ . Определить точки пересечения очерковых образующих одной поверхности с другой поверхностью. Построить линию пересечения двух конических поверхно-

стей и показать ее видимость в проекциях. Показать также видимость в проекциях очерковых образующих конических поверхностей.

Примечание. Для определения точек линии пересечения конических поверхностей следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, проходящими через прямую линию вершин двух конических поверхностей. Любая плоскость, проходящая через такую прямую, пересекает данные конические поверхности по прямолинейным образующим; точки их пересечения являются точками линии пересечения поверхностей.



952

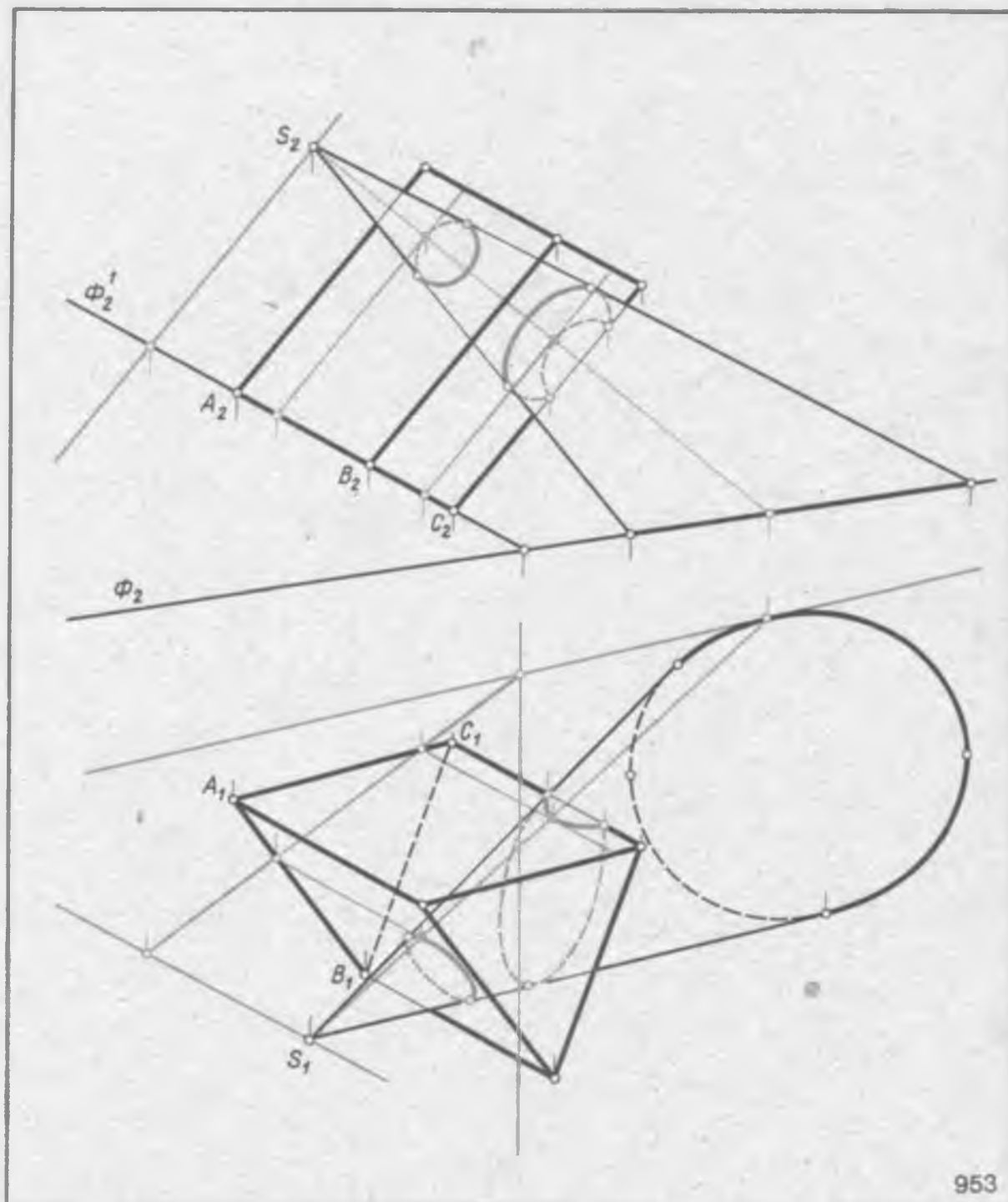
Задача:

952. Поверхность наклонного цилиндра с круговым основанием в горизонтальной плоскости Π_1 проекций пересекает наклонная треугольная пирамида с вершиной D и основанием ABC в той же горизонтальной плоскости Π_1 .

Определить точки пересечения ребер пирамиды с цилиндром и точки пересечения очерковых образующих цилиндра с пирамидой. По-

строить линию пересечения пирамиды с цилиндром и показать в проекциях ее видимость. Показать также видимость в проекциях ребер пирамиды и видимость очерковых образующих цилиндра.

Примечание. Для определения точек линии пересечения плавной и гранной поверхностей следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, проходящими через прямую линию вершины пирамиды, параллельную образующим цилиндрической поверхности.



953

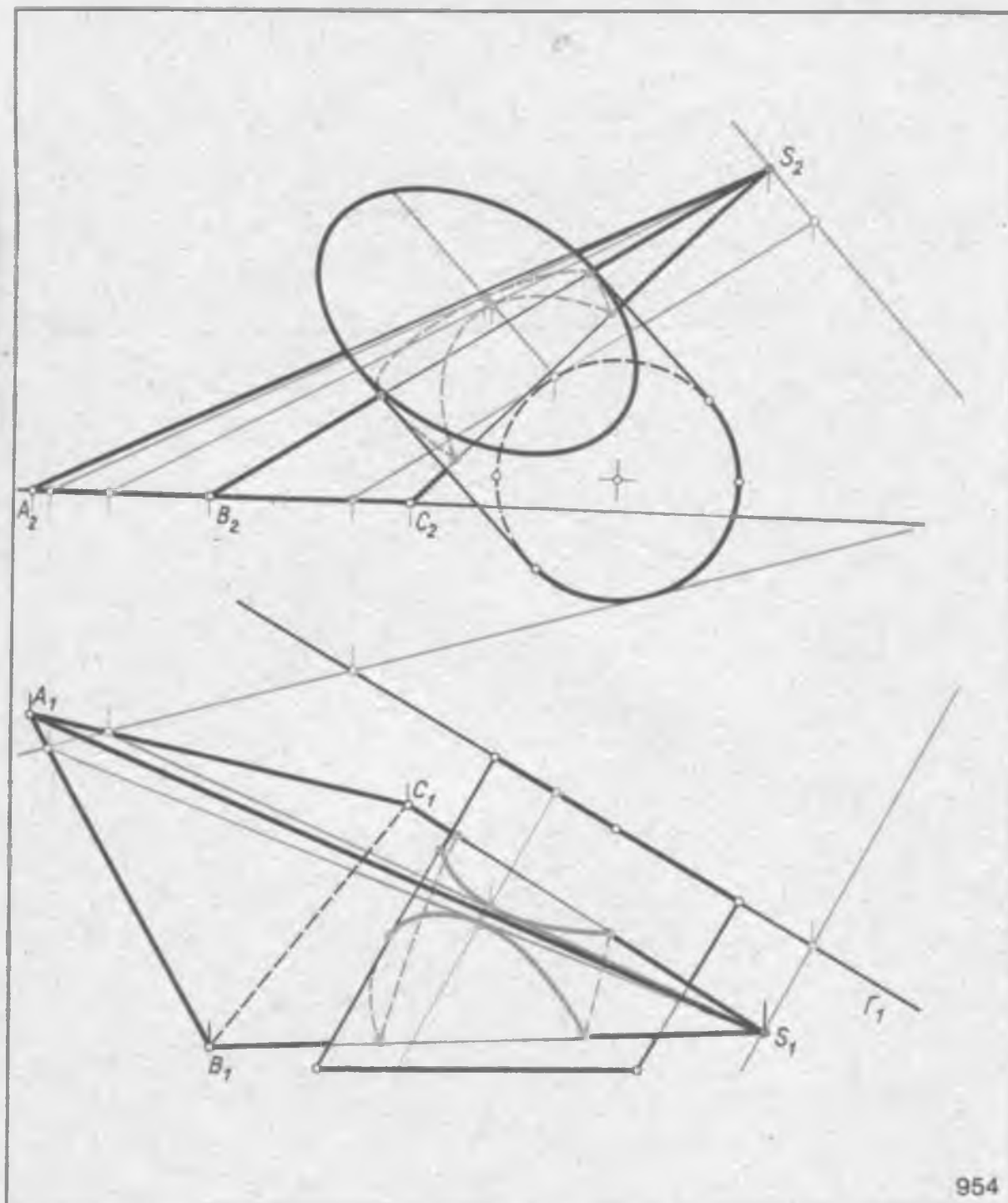
Задача:

953. Поверхность наклонного конуса с вершиной S и эллиптическим основанием во фронтально-проецирующей плоскости Φ пересекает наклонная треугольная призма с основанием во фронтально-проецирующей плоскости Φ' .

Определить точки пересечения ребер призмы с конической поверхностью и точки пересечения очерковых образующих конической по-

верхности с гранями призмы. Построить линию пересечения призмы с конусом. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей, а также видимость в проекциях ребер призмы и видимость очерковых образующих конуса.

Примечание. Для определения точек линии пересечения плавной и гранной поверхностей следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, проходящими через прямую линию вершины конической поверхности, параллельную ребрам призмы (гранной цилиндрической поверхности).



954

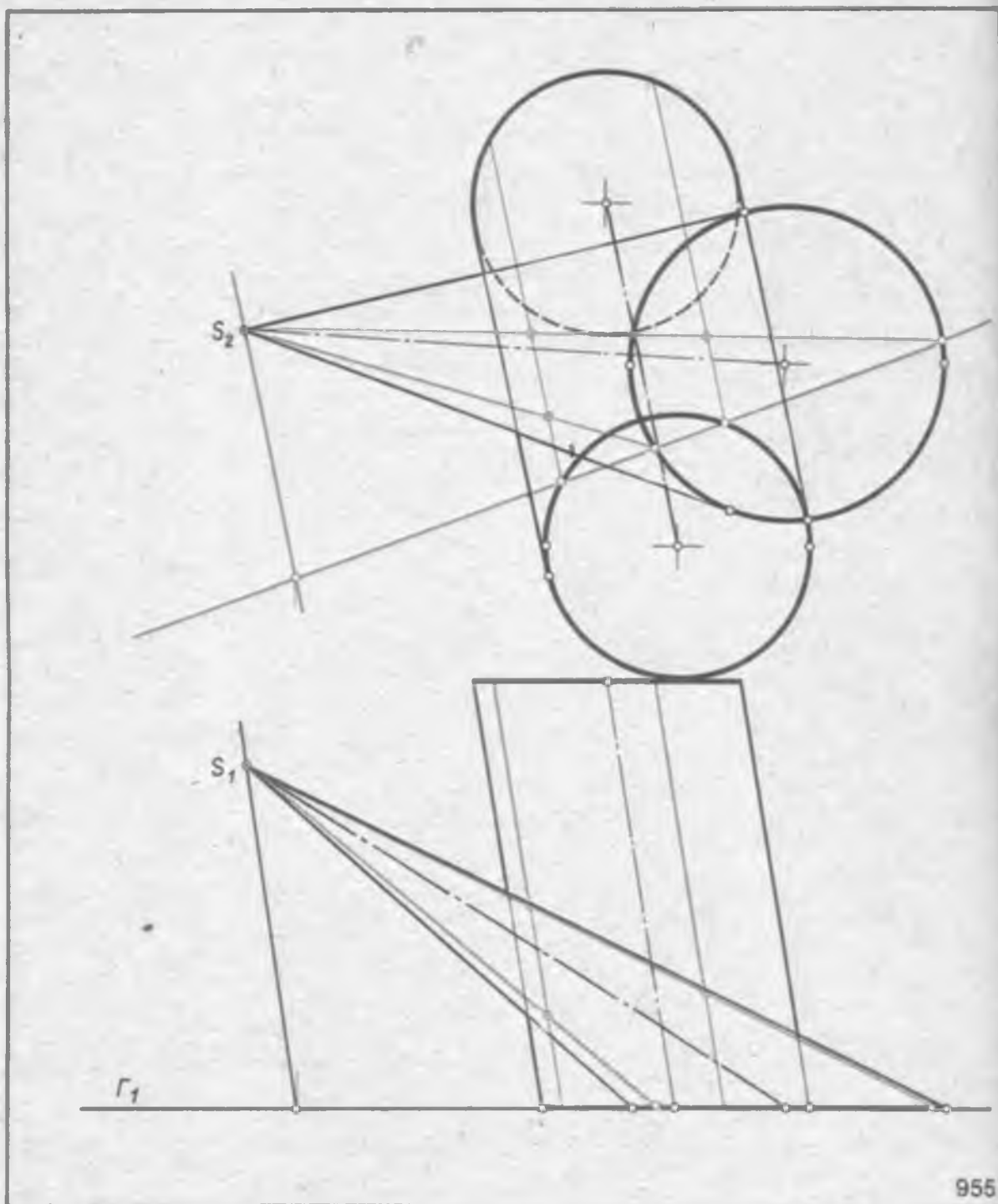
Задача:

954. Поверхность наклонного цилиндра с эллиптическим основанием в горизонтально-проецирующей плоскости Γ пересекает наклонная треугольная пирамида с вершиной S и основанием в горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

Определить точки пересечения ребер пирамиды с цилиндрической поверхностью и точки

пересечения очерковых образующих цилиндрической поверхности с гранями пирамиды. Построить линию пересечения пирамиды с цилиндром и показать в проекциях ее видимость. Показать также видимость в проекциях ребер пирамиды и очерковых образующих цилиндра

Примечание. Для определения точек линии пересечения плавной и гранной поверхностей следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, проходящими через прямую линию вершины пирамиды (гранной конической поверхности), параллельную образующим цилиндрической поверхности.



955

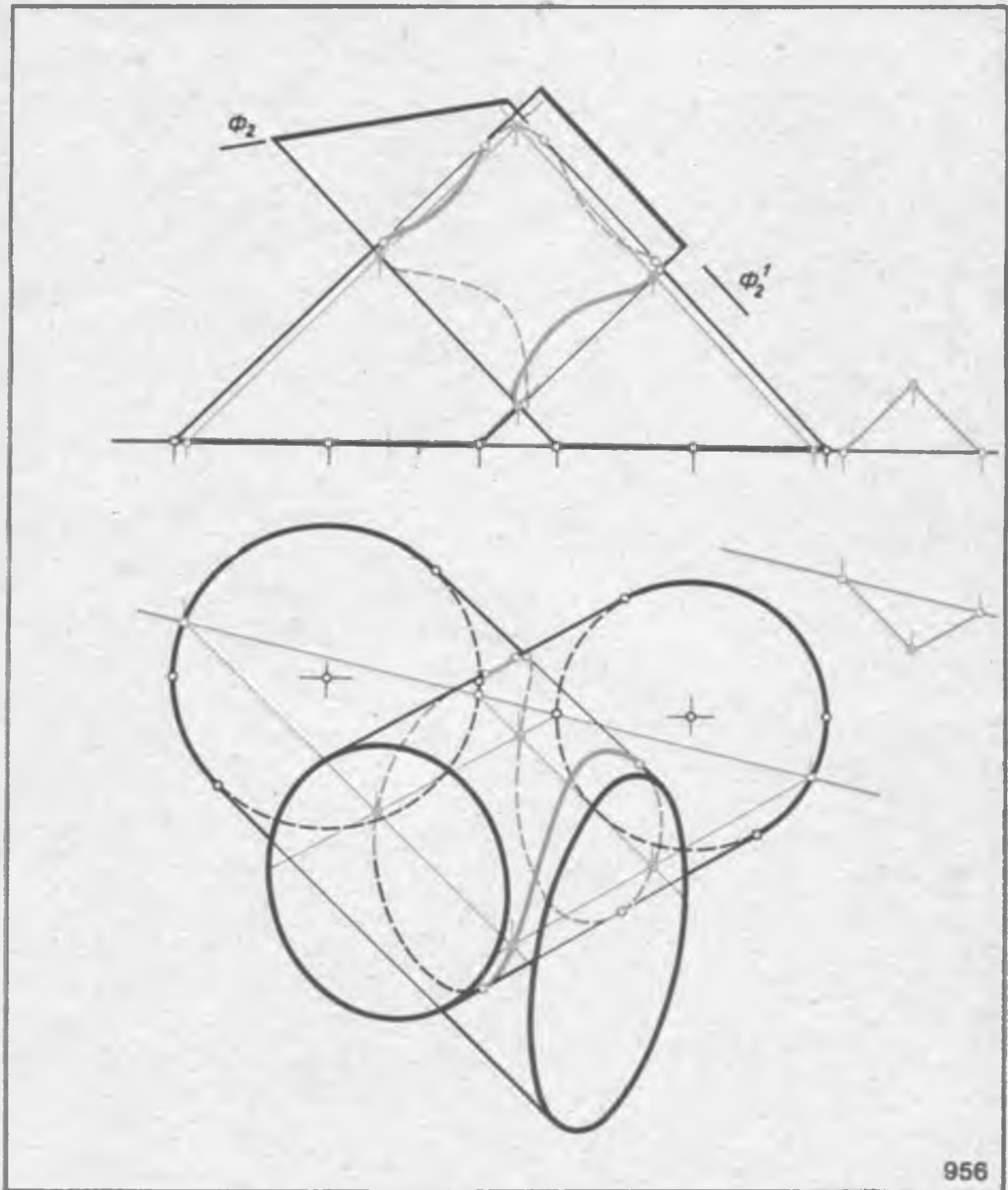
Задача:

955 Коническую поверхность с вершиной S и круговым основанием во фронтальной плоскости Γ пересекает цилиндрическая поверхность с круговым основанием в той же фронтальной плоскости Γ .

Определить точки пересечения очерковых образующих конической поверхности с цилиндрической поверхностью и очерковых образую-

щих цилиндрической поверхности с конической. Построить линию пересечения конуса с цилиндром и показать в проекциях ее видимость. Показать также видимость в проекциях очерковых образующих заданных поверхностей.

Примечание. При определении точек линии пересечения двух плавных поверхностей с прямолинейными образующими следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, проходящими через прямую линию вершины конической поверхности, параллельную образующим цилиндрической поверхности.



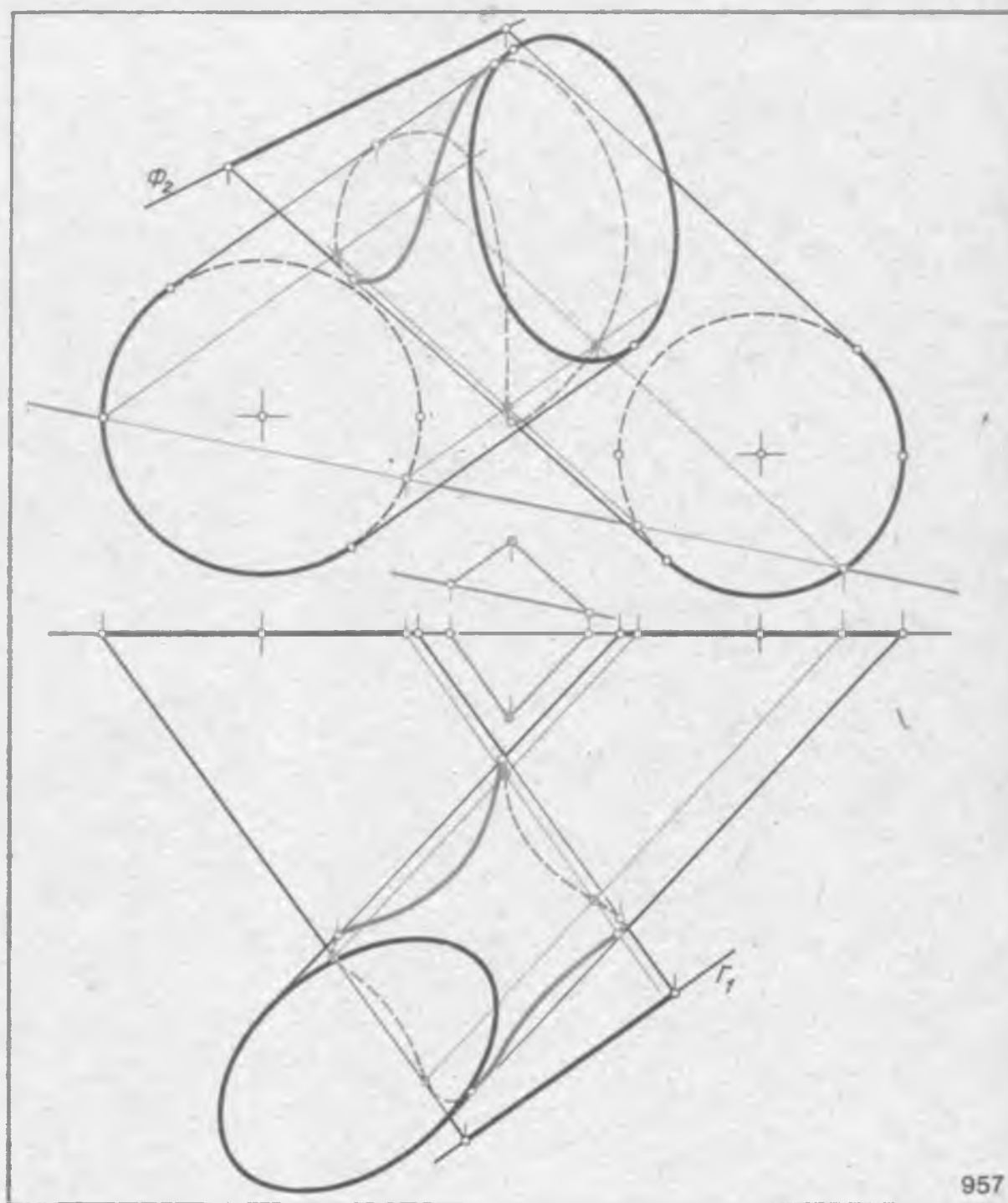
Задача:

956. Цилиндрическую поверхность с круговым основанием в горизонтальной плоскости проекций Π_1 пересекает цилиндрическая поверхность с круговым основанием в той же горизонтальной плоскости Π_1 . Две данные цилиндрические поверхности ограничены фронтально-проецирующими плоскостями. Определить точки пересечения очерковых образующих

одной поверхности с другой поверхностью.

Построить линию пересечения поверхностей и показать в проекциях ее видимость. Показать также видимость в проекциях очерковых образующих заданных поверхностей.

Примечание. Для определения точек линии пересечения двух плавных поверхностей с прямолинейными образующими следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, параллельными образующим каждой из заданных цилиндрических поверхностей.

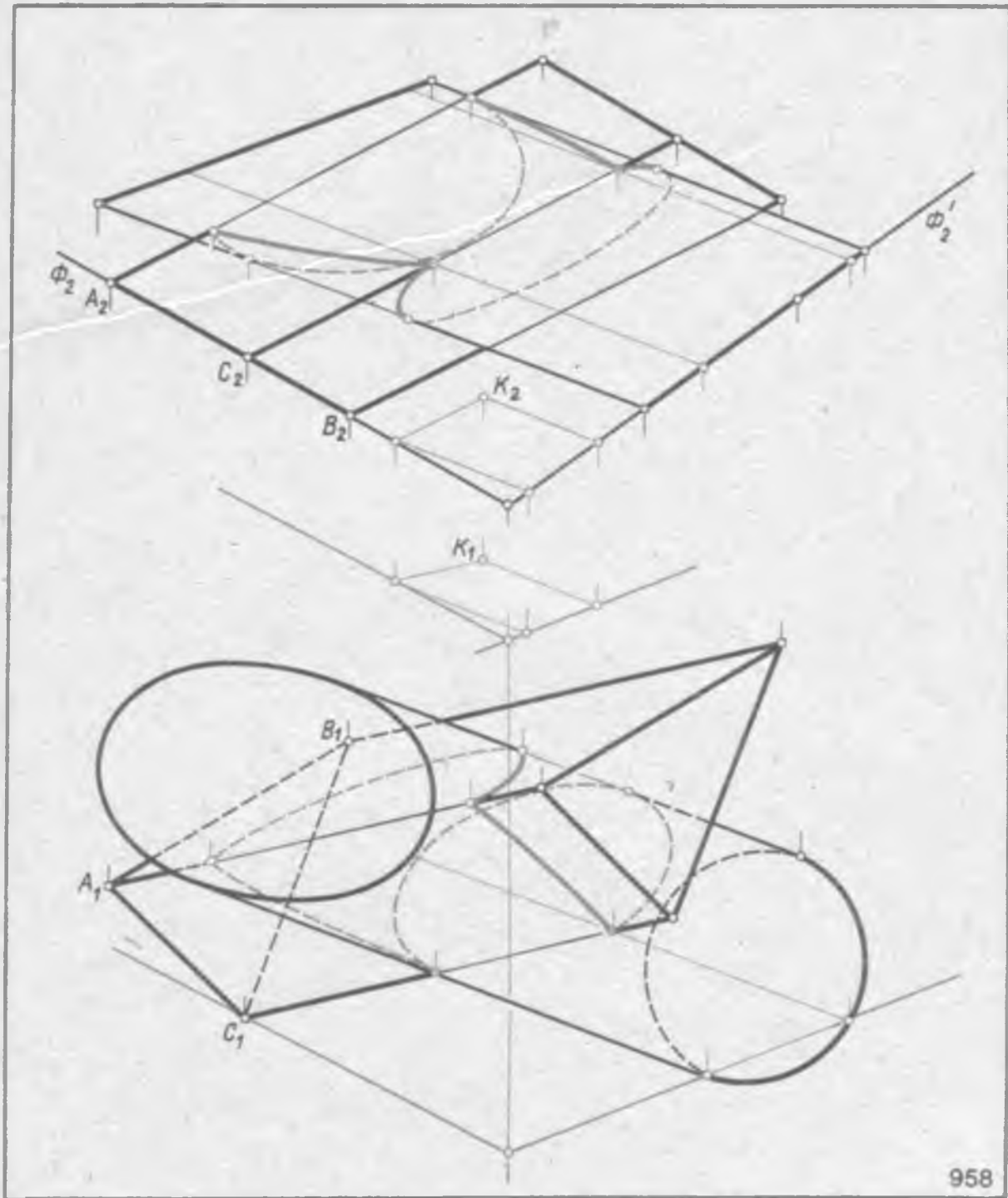
**Задача:**

957. Цилиндрическую поверхность с круговым основанием во фронтальной плоскости проекций Π_2 пересекает цилиндрическая поверхность с круговым основанием в той же фронтальной плоскости Π_2 . Поверхности ограничены: одна — горизонтально-, а вторая — фронтально-проецирующими плоскостями.

Определить точки пересечения очерковых образующих одной цилиндрической поверхно-

сти с другой цилиндрической поверхностью. Построить линию пересечения поверхностей и показать в проекциях ее видимость. Показать также видимость в проекциях очерковых образующих заданных поверхностей.

Примечание. Для определения точек линии пересечения двух плавных поверхностей с прямолинейными образующими следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, параллельными образующим каждой из заданных цилиндрических поверхностей.

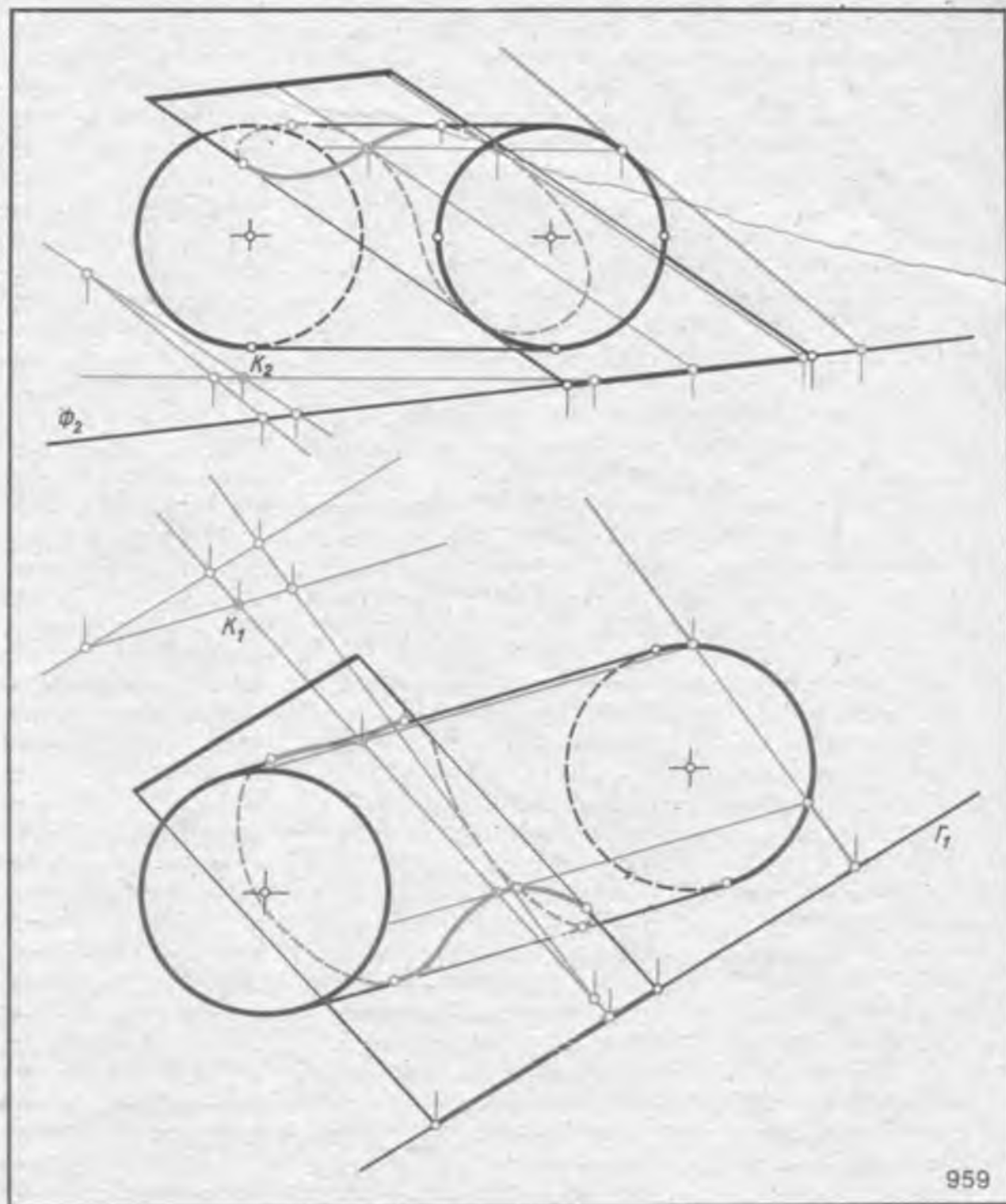

Задача:

958. Наклонная треугольная призма с основанием ABC во фронтально-проецирующей плоскости Φ пересекается цилиндрической поверхностью с эллиптическим основанием во фронтально-проецирующей плоскости Φ' .

Определить точки пересечения ребер призмы с цилиндрической поверхностью и точки пересечения очерковых образующих цилиндри-

ческой поверхности с гранями призмы. Построить линию пересечения призмы с цилиндром и показать в проекциях ее видимость. Показать также видимость в проекциях ребер призмы и очерковых образующих цилиндра.

Примечание. Для определения точек линии пересечения гранной и плавной поверхностей с прямолинейными образующими следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, параллельными образующим цилиндрической поверхности и ребрам призмы.



959

Задача:

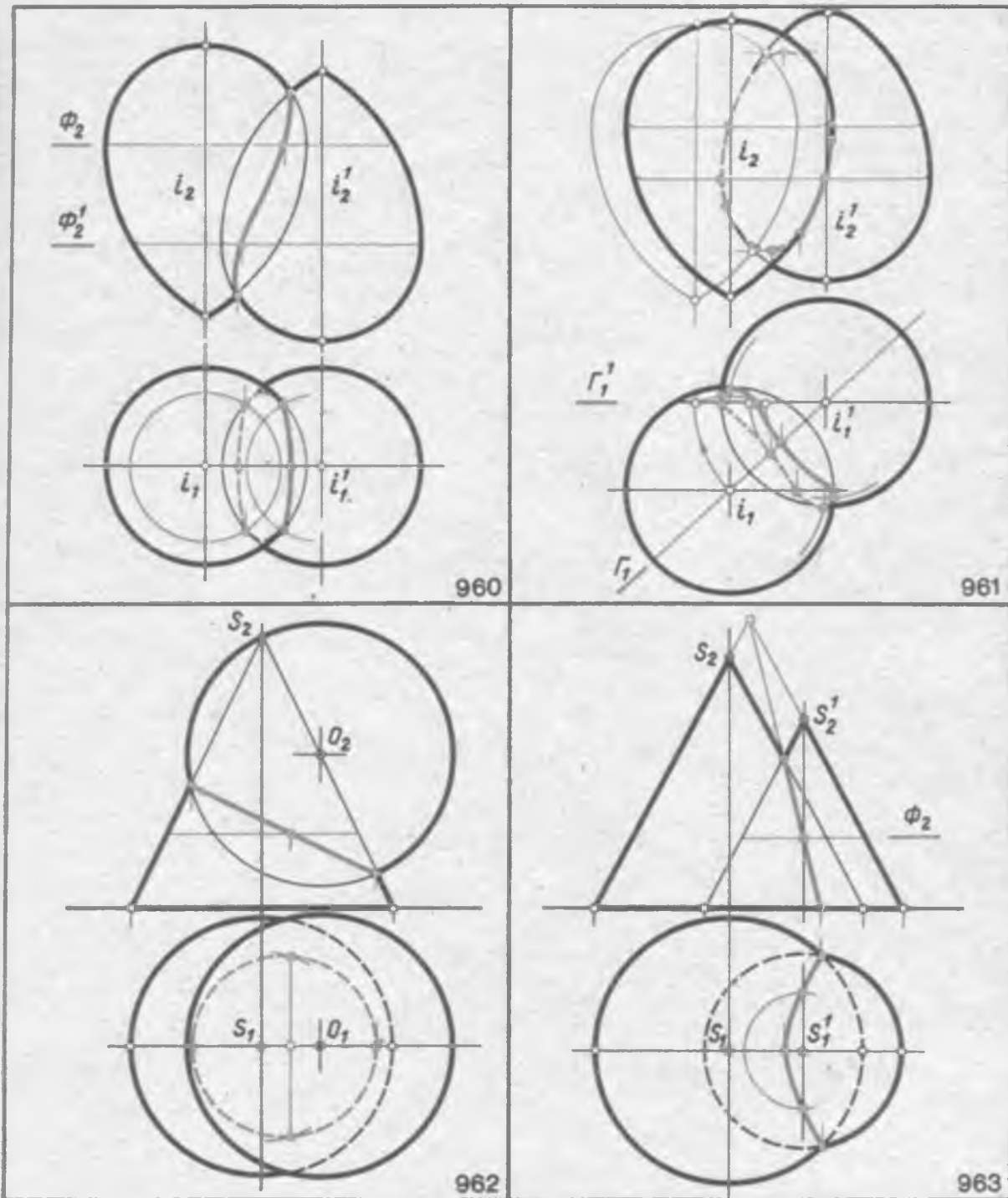
959. Цилиндрическую поверхность с эллиптическим основанием во фронтально-проецирующей плоскости Φ пересекает цилиндрическая поверхность с эллиптическим основанием в горизонтально-проецирующей плоскости Γ .

Определить точки пересечения очерковых образующих одной цилиндрической поверхности с другой цилиндрической поверхностью и

точки пересечения очерковых образующих второй поверхности с первой. Построить линию пересечения поверхностей и показать в проекциях ее видимость. Показать также видимость в проекциях очерковых образующих заданных поверхностей.

Примечание. Для определения точек линии пересечения двух плавных поверхностей с прямолинейными образующими следует воспользоваться вспомогательными секущими плоскостями, параллельными образующим каждой из заданных цилиндрических поверхностей.

§ 51. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ



Задачи:

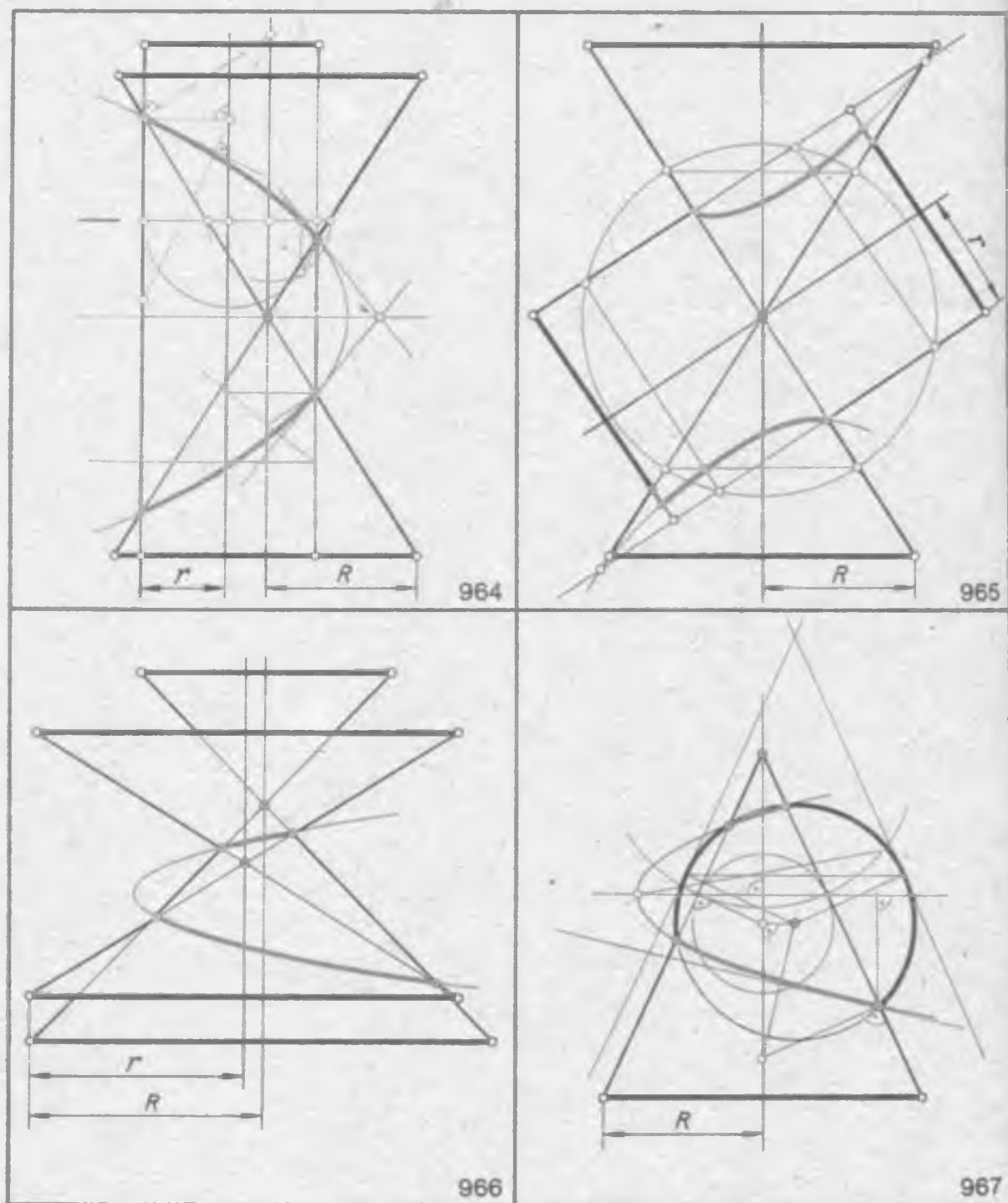
960. Построить линию пересечения двух поверхностей вращения, заданных их очертаниями. Оси поверхностей вращения параллельны и находятся в одной фронтальной меридиональной плоскости. Показать видимость линии пересечения поверхностей в проекциях.

961. Построить линию пересечения двух поверхностей вращения, заданных их очертаниями. Оси поверхностей вращения параллельны и имеют общую меридиональную плос-

кость Г. Показать видимость линии пересечения поверхностей в проекциях.

962. Построить линию пересечения конуса вращения со сферой и показать ее видимость в проекциях. Центр сферы находится на фронтальной образующей конуса вращения.

963. Построить линию пересечения двух подобных конусов вращения и показать ее видимость в проекциях. Оси конусов вращения находятся в одной фронтальной меридиональной плоскости.



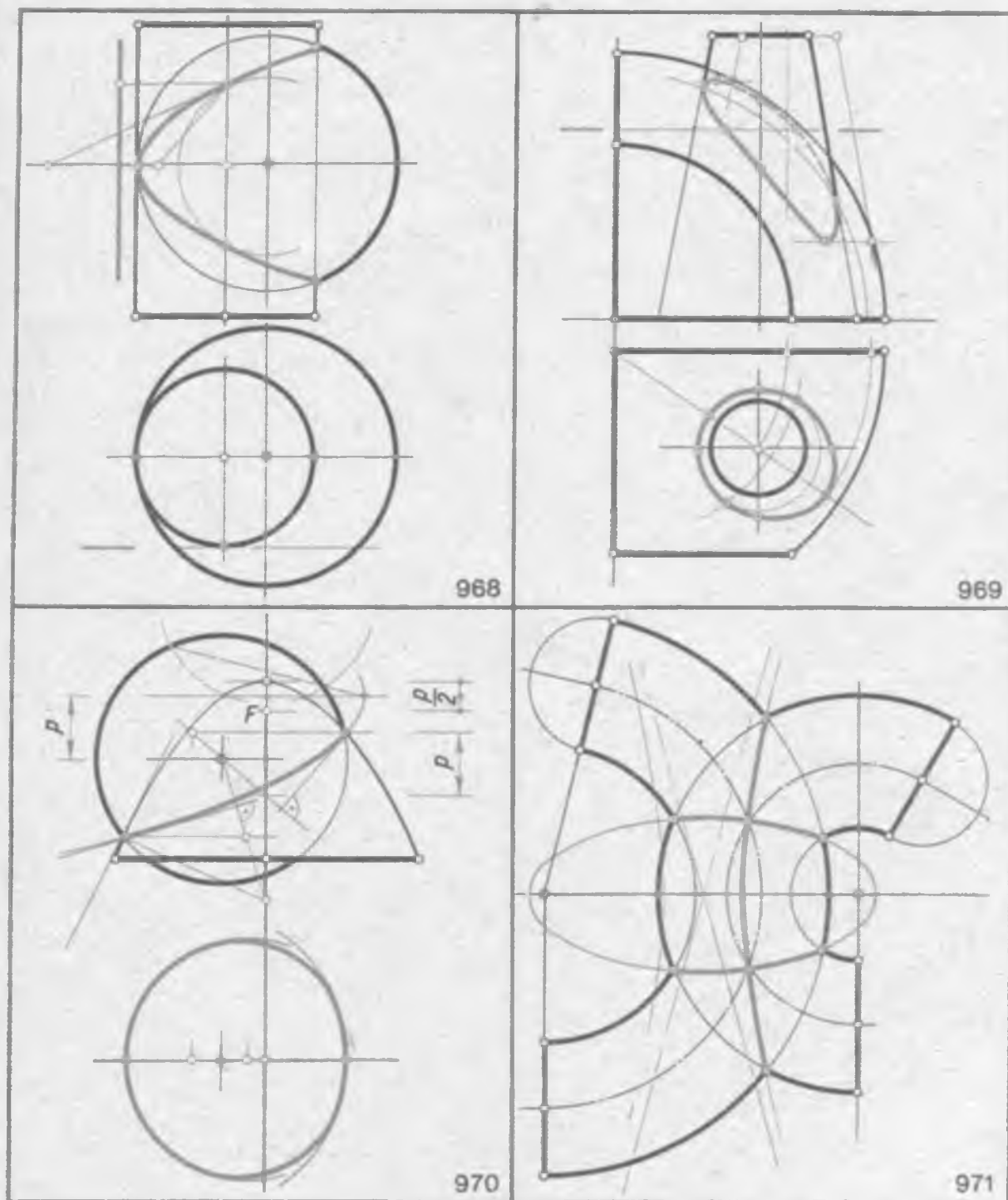
Задачи:

964. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с цилиндром вращения. Оси поверхностей вращения параллельны и принадлежат одной из фронтальной плоскости симметрии.

965. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с цилиндром вращения. Оси поверхностей вращения пересекаются и принадлежат одной из фронтальной плоскости симметрии.

966. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с конусом вращения. Оси поверхностей вращения параллельны и принадлежат одной из фронтальной плоскости симметрии.

967. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения со сферой. Ось конуса вращения и центр сферы принадлежат одной из фронтальной плоскости симметрии.



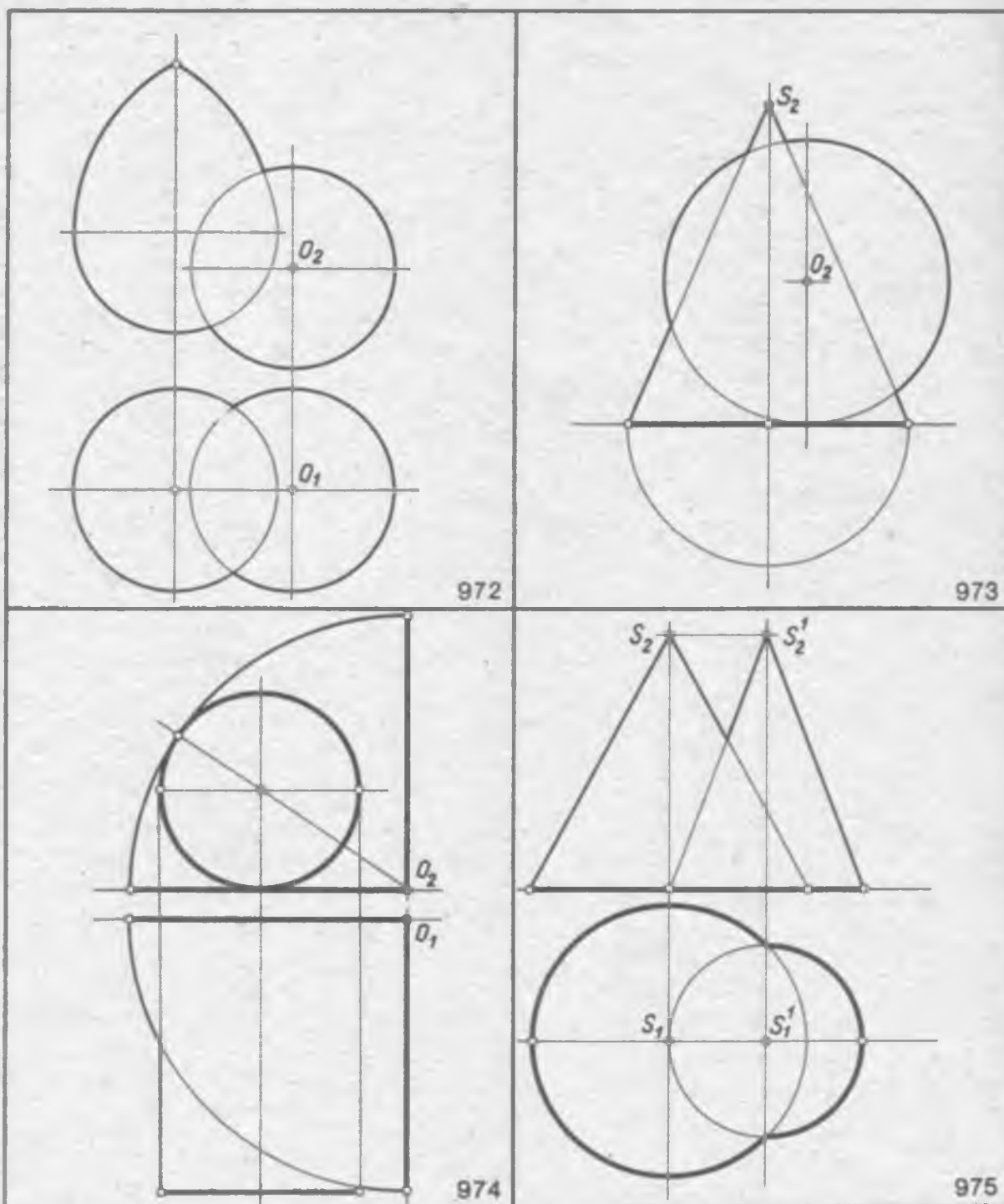
Задачи:

968. Построить проекции линии пересечения сферы с цилиндром вращения. Ось горизонтально-проецирующего цилиндра вращения и центр сферы находятся в одной фронтальной меридиональной плоскости.

969. Построить проекции линии пересечения конического прилива со сферической крышкой подшипника. Показать в проекциях видимость линии пересечения поверхностей.

970. Построить проекции линии пересечения сферы с параболоидом вращения. Ось параболоида вращения и центр сферы находятся в одной их фронтальной меридиональной плоскости.

971. Построить во фронтальной проекции линию пересечения двух поверхностей открытых торов с равными производящими окружностями. Траектории центров производящих окружностей (дути окружностей) находятся в одной их фронтальной плоскости симметрии.



Задачи:

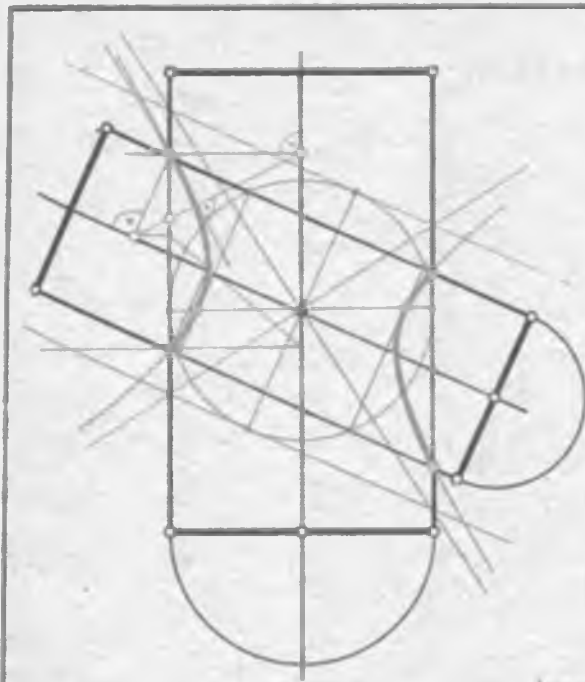
972 Построить линию пересечения поверхности вращения со сферой и показать ее видимость в проекциях. Ось поверхности вращения и центр сферы находятся в одной фронтальной меридиональной плоскости. Показать видимость линии пересечения поверхностей в проекциях.

973 Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения со сферой. Ось конуса вращения и центр сферы находятся

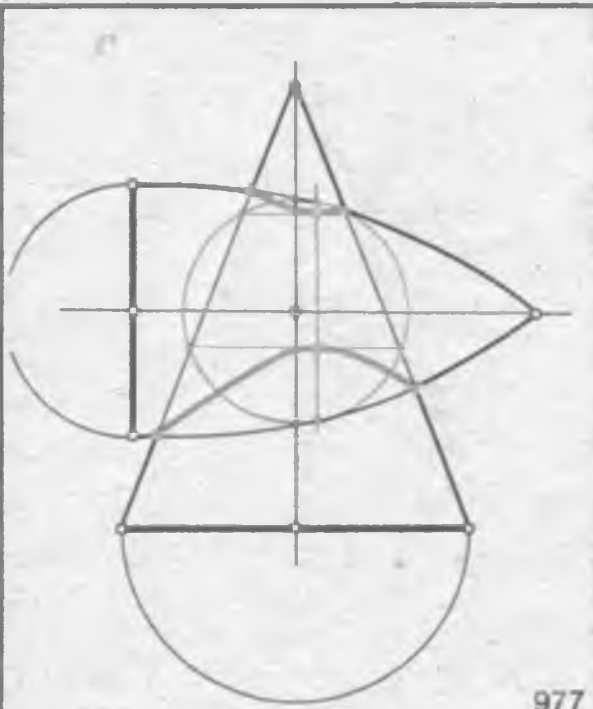
в одной фронтальной меридиональной плоскости.

974 Построить линию пересечения фронтально-проецирующего цилиндра вращения с поверхностью сферы. Показать видимость линии пересечения поверхностей в проекциях.

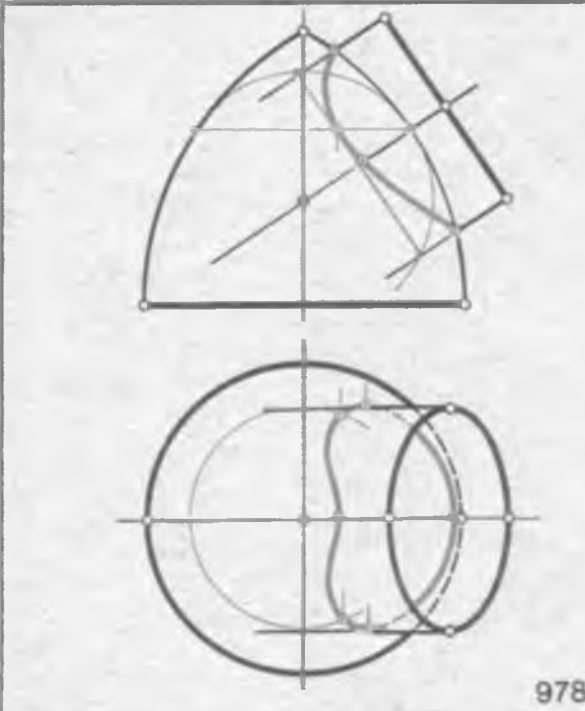
975 Построить линию пересечения конуса вращения с конусом вращения, оси которых параллельны и находятся в одной фронтальной меридиональной плоскости. Показать видимость линии пересечения конусов вращения в проекциях.



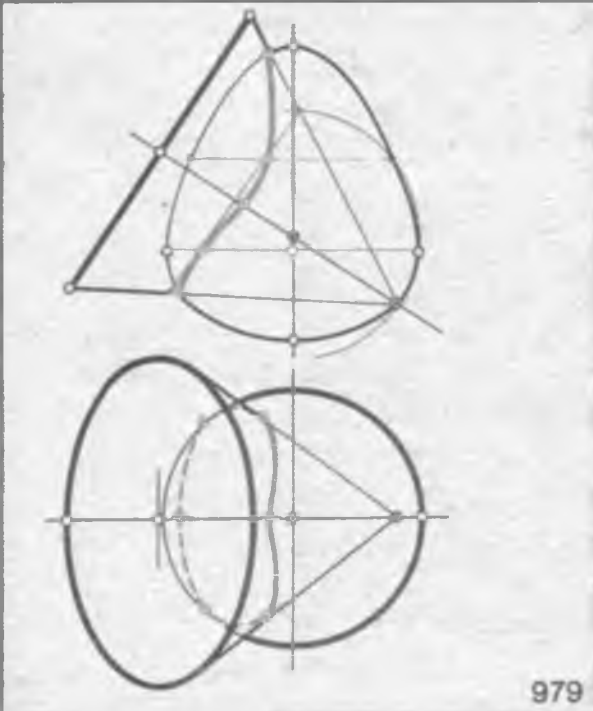
976



977



978



979

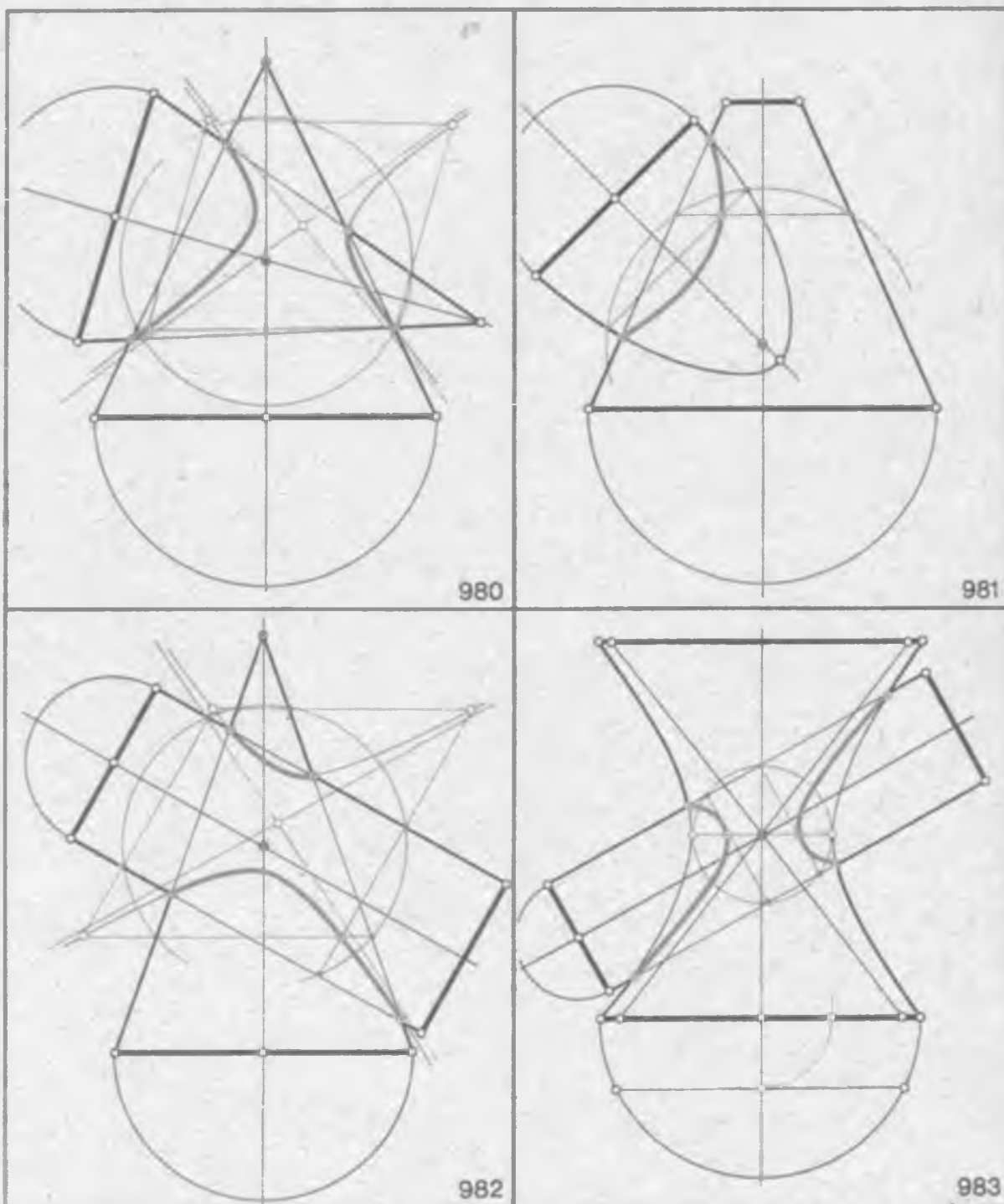
Задачи:

976. Построить во фронтальной проекции линию пересечения двух цилиндров вращения. Оси цилиндров вращения пересекаются и находятся в одной фронтальной их плоскости симметрии.

977. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с поверхностью вращения. Оси поверхностей пересекаются под прямым углом и находятся во фронтальной их плоскости симметрии.

978. Построить линию пересечения закрытого тора с цилиндром вращения и показать ее видимость в проекциях. Оси поверхностей вращения пересекаются и находятся в одной фронтальной плоскости симметрии.

979. Построить линию пересечения поверхности вращения с конусом вращения и показать ее видимость в проекциях. Оси поверхностей пересекаются и находятся в одной фронтальной плоскости симметрии.



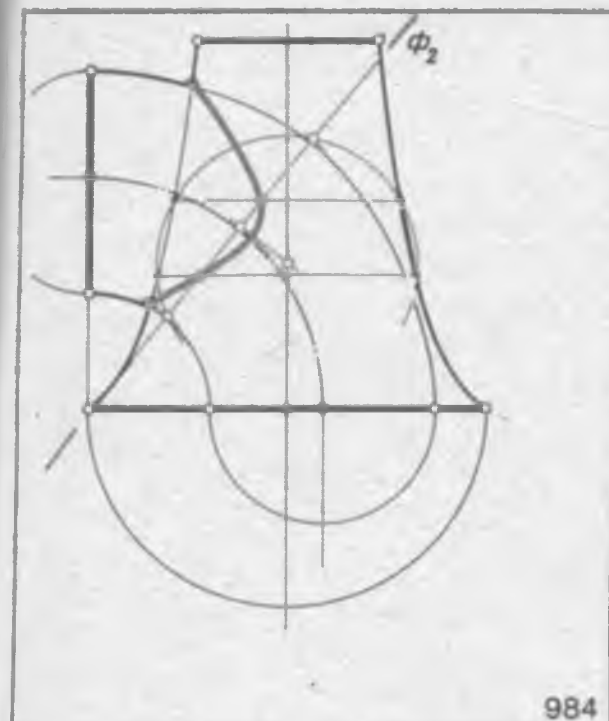
Задачи:

980. Построить во фронтальной проекции линию пересечения двух конусов вращения. Оси поверхностей вращения пересекаются и находятся в одной фронтальной меридиональной плоскости.

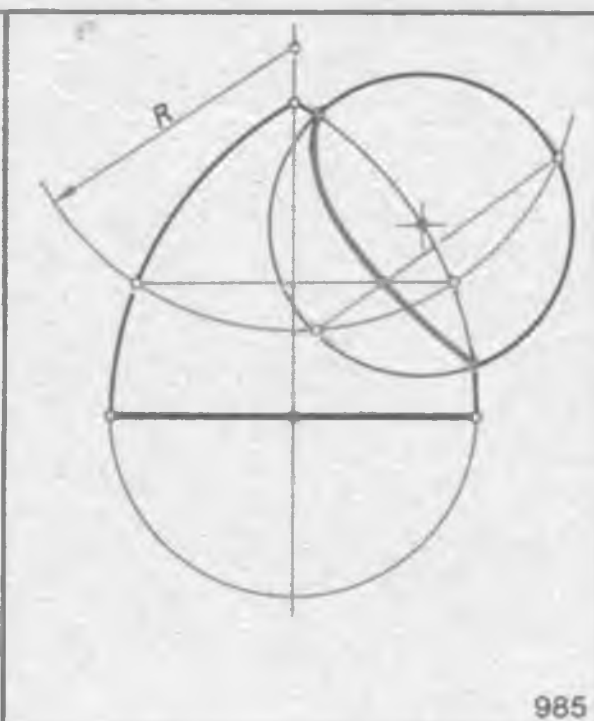
981. Построить во фронтальной проекции линию пересечения поверхности вращения с конусом вращения. Оси поверхностей вращения пересекаются и находятся в одной фронтальной меридиональной плоскости.

982. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с цилиндром вращения. Оси поверхностей вращения пересекаются и находятся в одной фронтальной меридиональной плоскости.

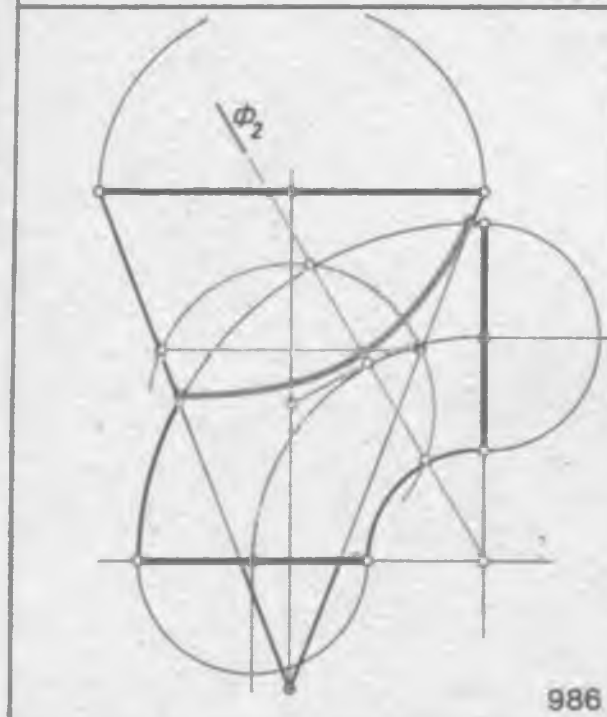
983. Построить во фронтальной проекции линию пересечения поверхности однополостного гиперболоида вращения с поверхностью цилиндра вращения. Оси поверхностей вращения пересекаются и находятся в одной фронтальной меридиональной плоскости.



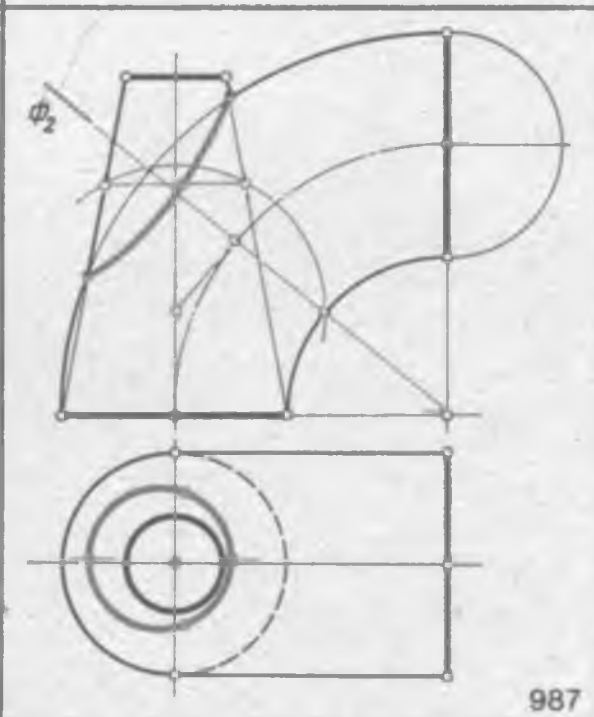
984



985



986



987

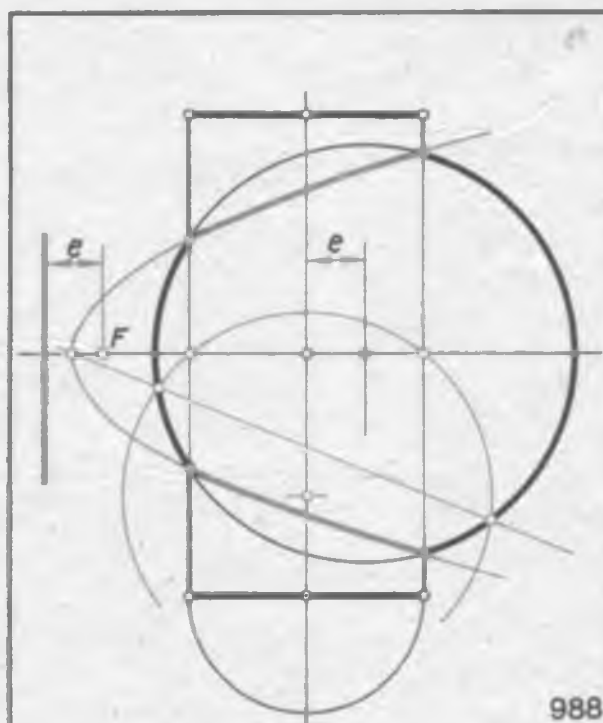
Задачи:

984. Построить во фронтальной проекции линию пересечения открытого тора (четверти кольца) с поверхностью вращения. Ось поверхности вращения и средняя линия кольца находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.

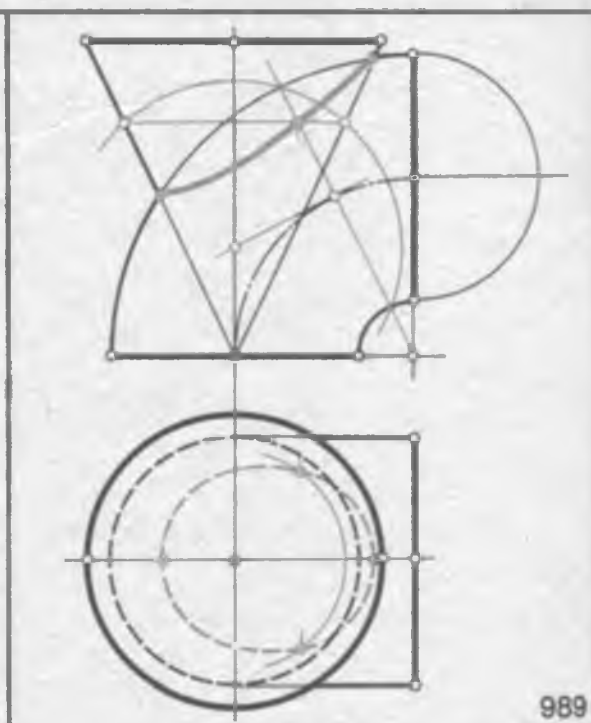
985. Построить во фронтальной проекции линию пересечения сферы с закрытым тором. Центр сферы и ось тора находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.

986. Построить во фронтальной проекции линию пересечения тора (четверти кольца) с конусом вращения. Ось конуса вращения и средняя линия кольца находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.

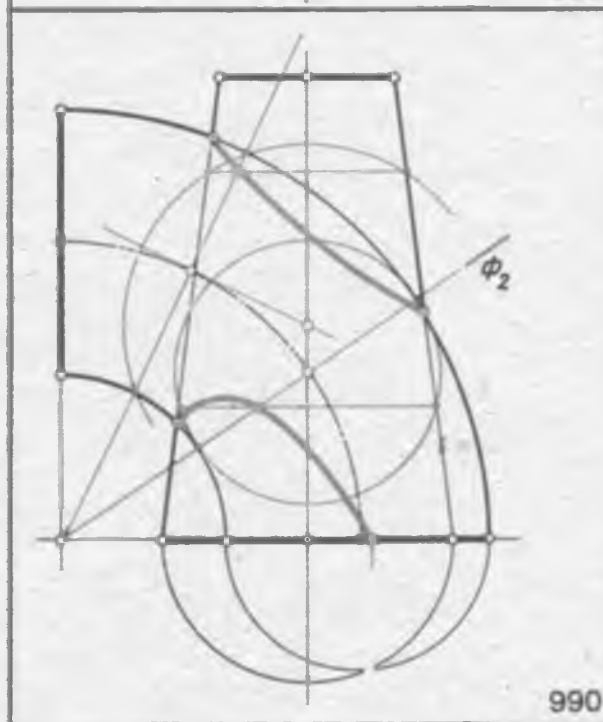
987. Построить линию пересечения тора (четверти кольца) с усеченным конусом вращения. Ось конуса вращения и средняя линия кольца находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.



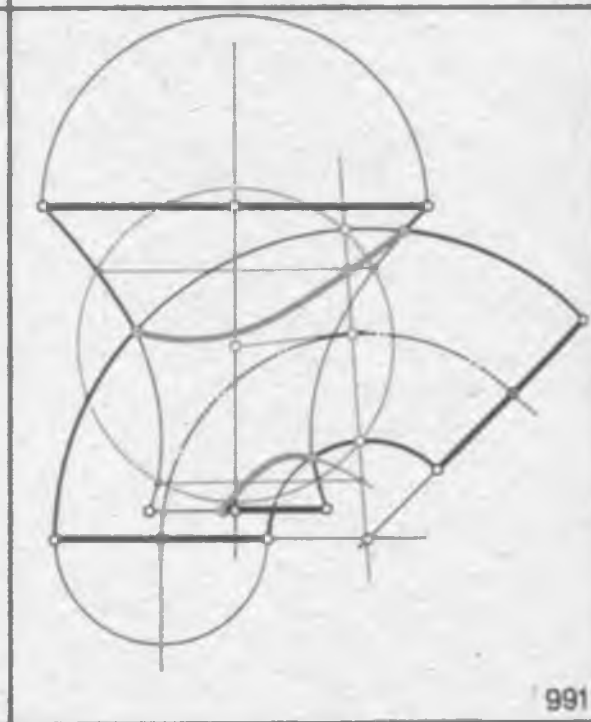
988



989



990



991

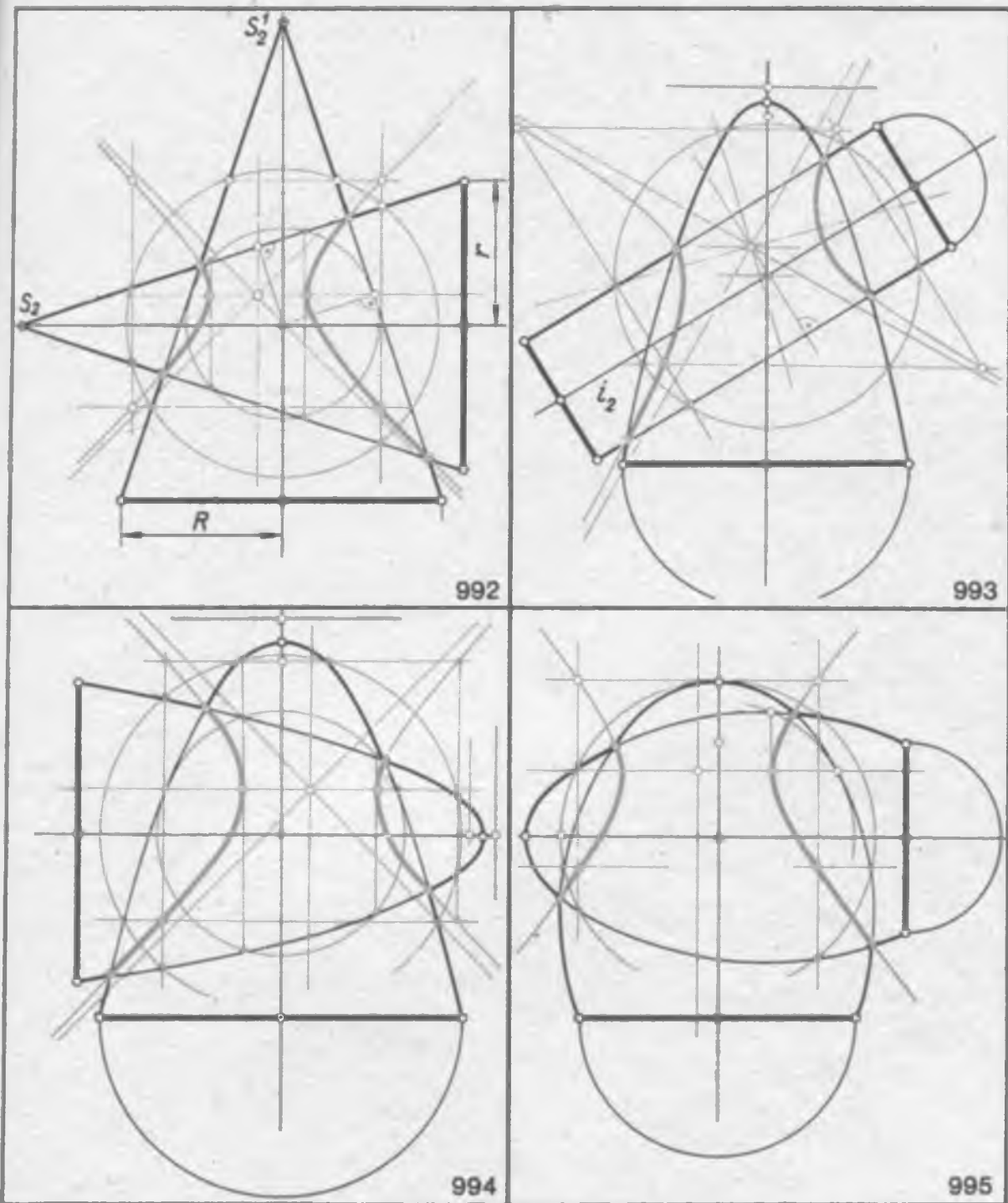
Задачи:

988. Построить во фронтальной проекции линию пересечения цилиндра вращения со сферой. Ось цилиндра вращения и центр сферы находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.

989. Построить линию пересечения конуса вращения с открытым тором (четвертью кольца). Ось конуса вращения и средняя линия кольца находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.

990. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с открытым тором (четвертью кольца). Ось конуса вращения и средняя линия кольца находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.

991. Построить во фронтальной проекции линию пересечения поверхности вращения с открытым тором (кольцом). Ось поверхности вращения и средняя линия кольца находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.



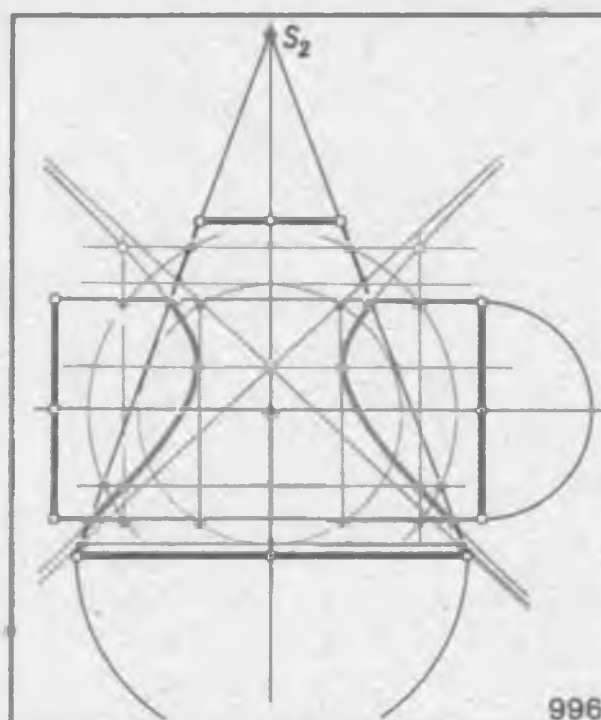
Задачи:

992. Построить во фронтальной проекции линию пересечения двух конусов вращения, оси которых взаимно перпендикулярны и находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.

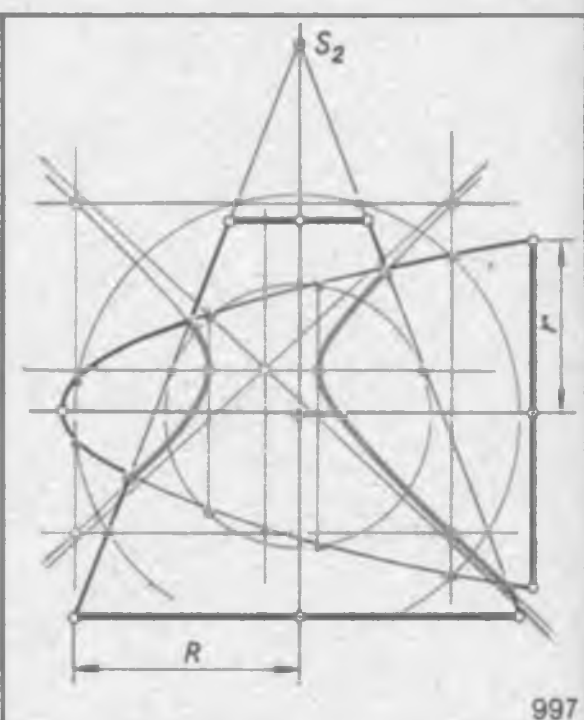
993. Построить во фронтальной проекции линию пересечения параболоида вращения с цилиндром вращения. Оси поверхностей вращения находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.

994. Построить во фронтальной проекции линию пересечения двух параболоидов вращения. Оси параболоидов вращения находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.

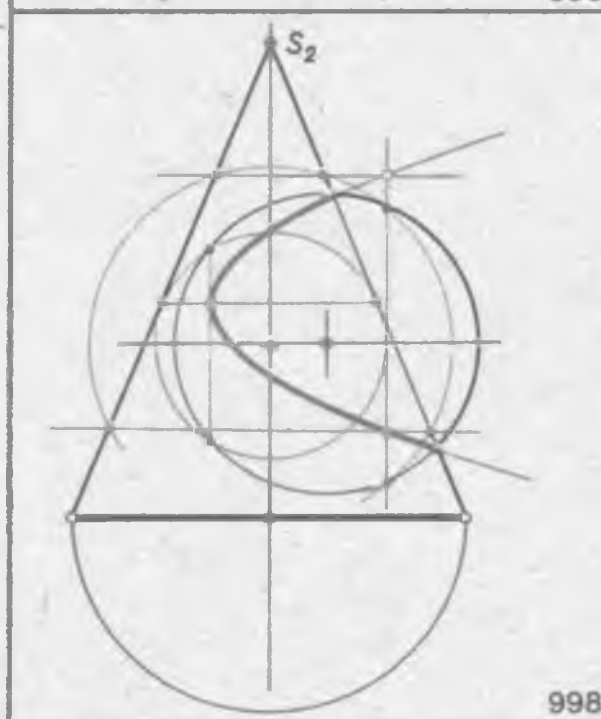
995. Построить во фронтальной проекции линию пересечения двух растянутых эллипсоидов вращения. Оси эллипсоидов вращения взаимно перпендикулярны и находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.



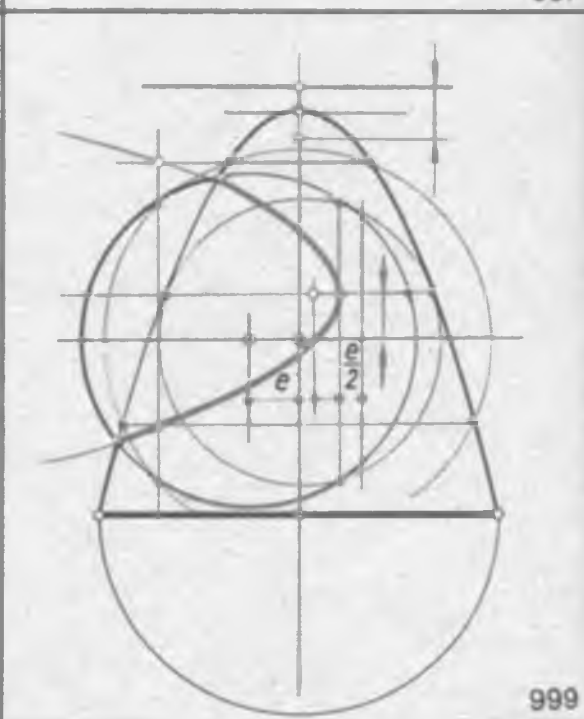
996



997



998



999

Задачи:

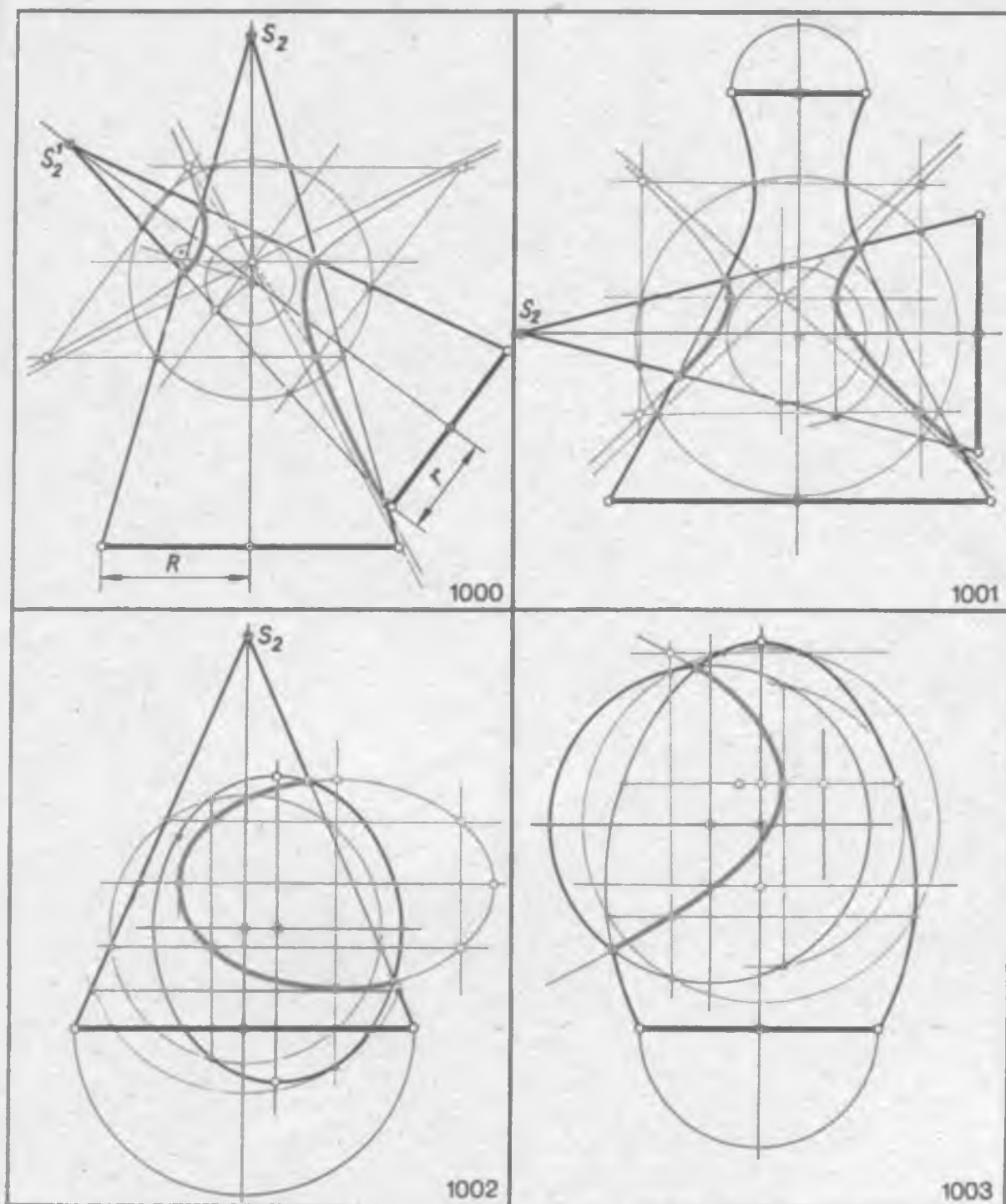
996. Построить во фронтальной проекции линию пересечения усеченного конуса вращения с цилиндром вращения. Оси поверхностей вращения взаимно перпендикулярны и находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.

997. Построить во фронтальной проекции линию пересечения усеченного конуса вращения с параболоидом вращения. Оси поверхностей вращения пересекаются и находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.

фронтальной меридиональной плоскости симметрии.

998. Построить во фронтальной проекции линию пересечения сферы с конусом вращения. Центр сферы и ось конуса вращения находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.

999. Построить линию пересечения сферы с параболоидом вращения. Центр сферы и ось параболоида вращения находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.



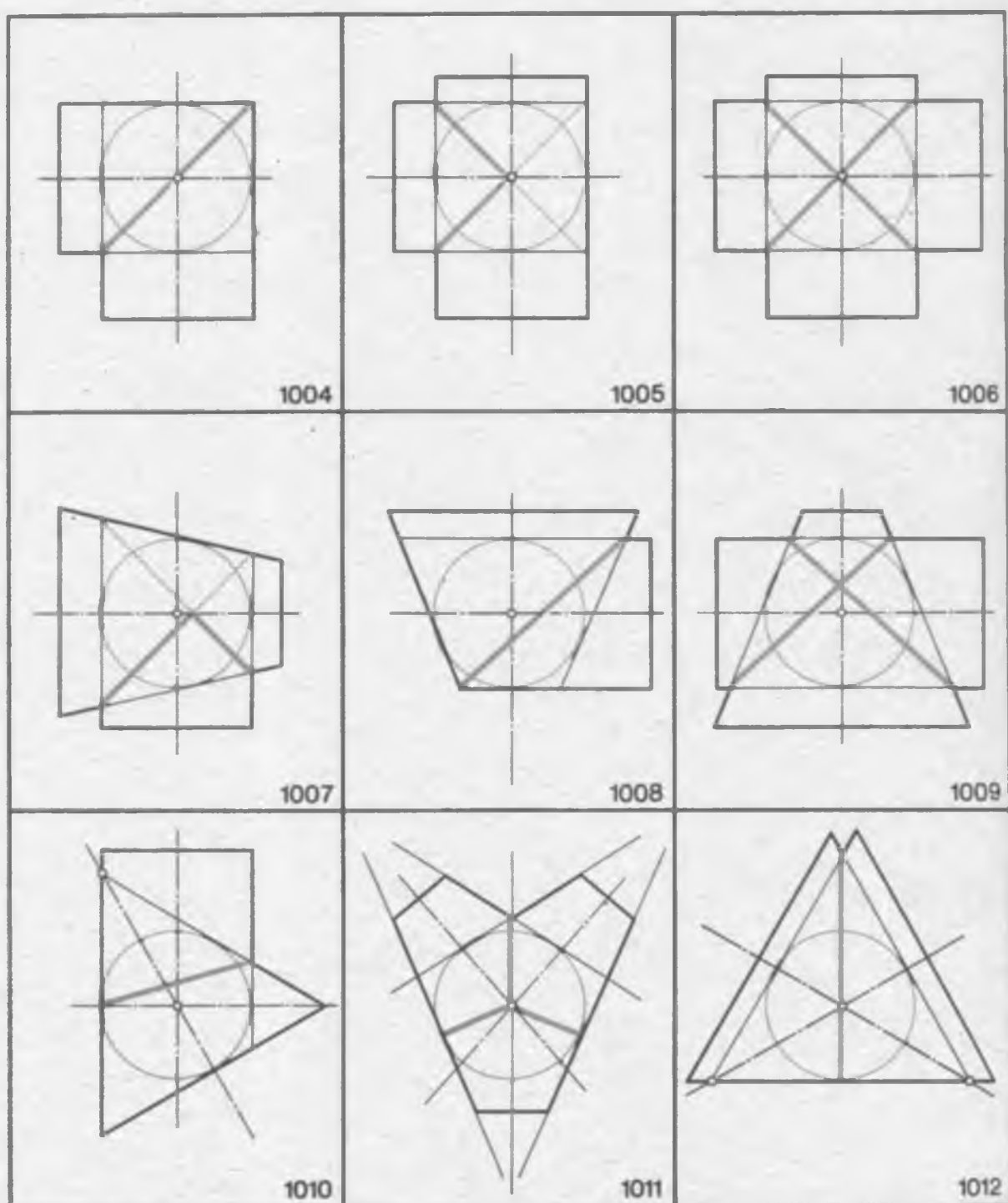
Задачи:

1000. Построить во фронтальной проекции линию пересечения двух конусов вращения. Оси конусов вращения пересекаются и находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.

1001. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с однополостным гиперболоидом вращения. Оси поверхностей вращения взаимно перпендикулярны и находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.

1002. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с эллипсоидом вращения. Оси поверхностей вращения пересекаются и находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.

1003. Построить во фронтальной проекции линию пересечения сферы с растянутым эллипсоидом вращения. Центр сферы и ось эллипсоида вращения находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.



Задачи:

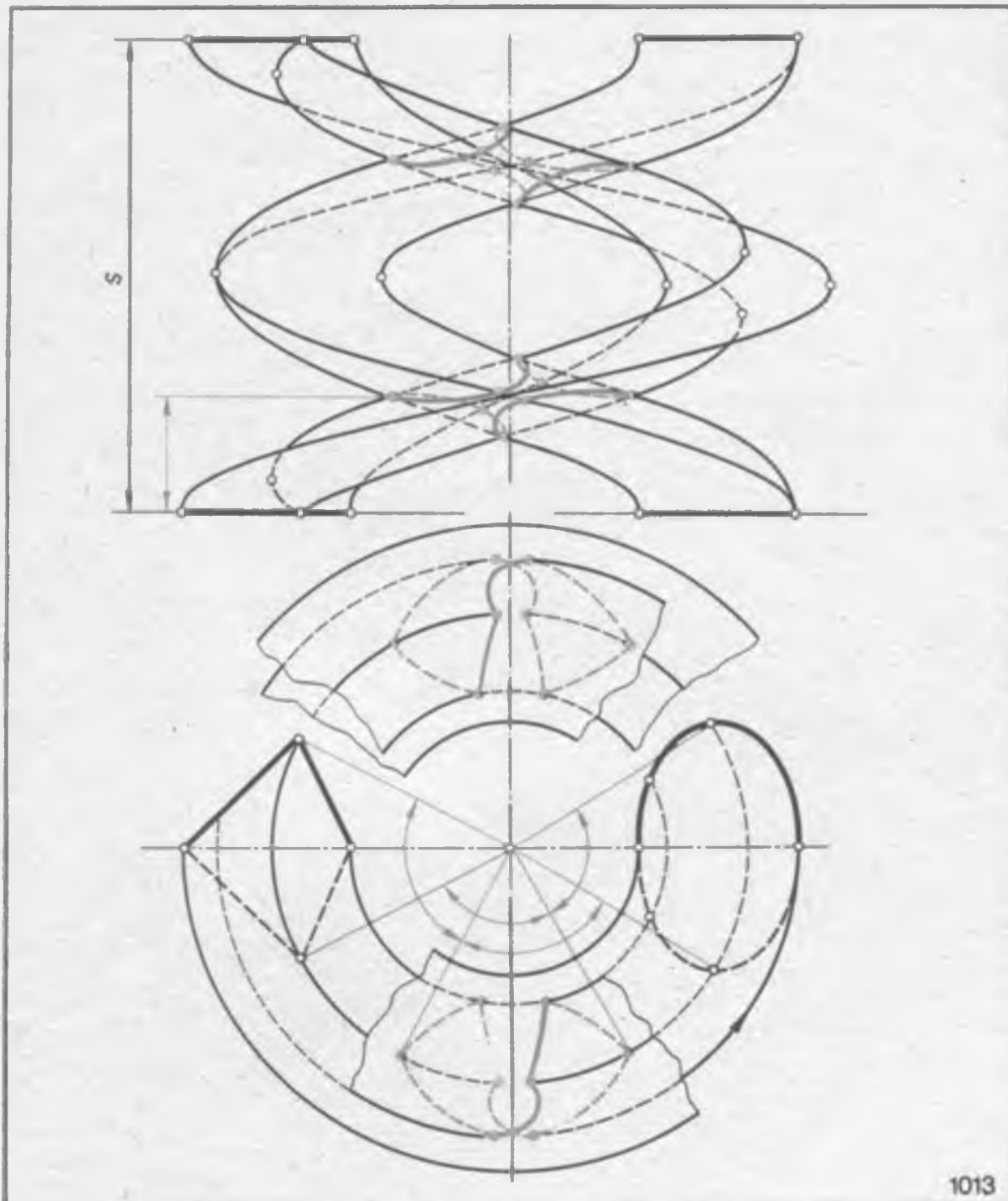
1004.1005.1006. Построить во фронтальной проекции линию пересечения двух цилиндров вращения одинаковых диаметров. Оси цилиндров вращения пересекаются под прямым углом и находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии.

1007.1008.1009.1010. Построить во фронтальной проекции линию пересечения цилиндра вращения с конусом вращения. Оси поверхностей пересекаются и находятся в одной из фронтальной

меридиональной плоскости симметрии. Точка пересечения осей цилиндра вращения и конуса вращения является центром вписанной для них сферы.

1011.1012. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с конусом вращения. Оси поверхностей пересекаются и находятся в одной из фронтальной меридиональной плоскости симметрии. Точка пересечения осей поверхностей вращения является центром вписанной для них сферы.

§ 52. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВИНТОВЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ



1013

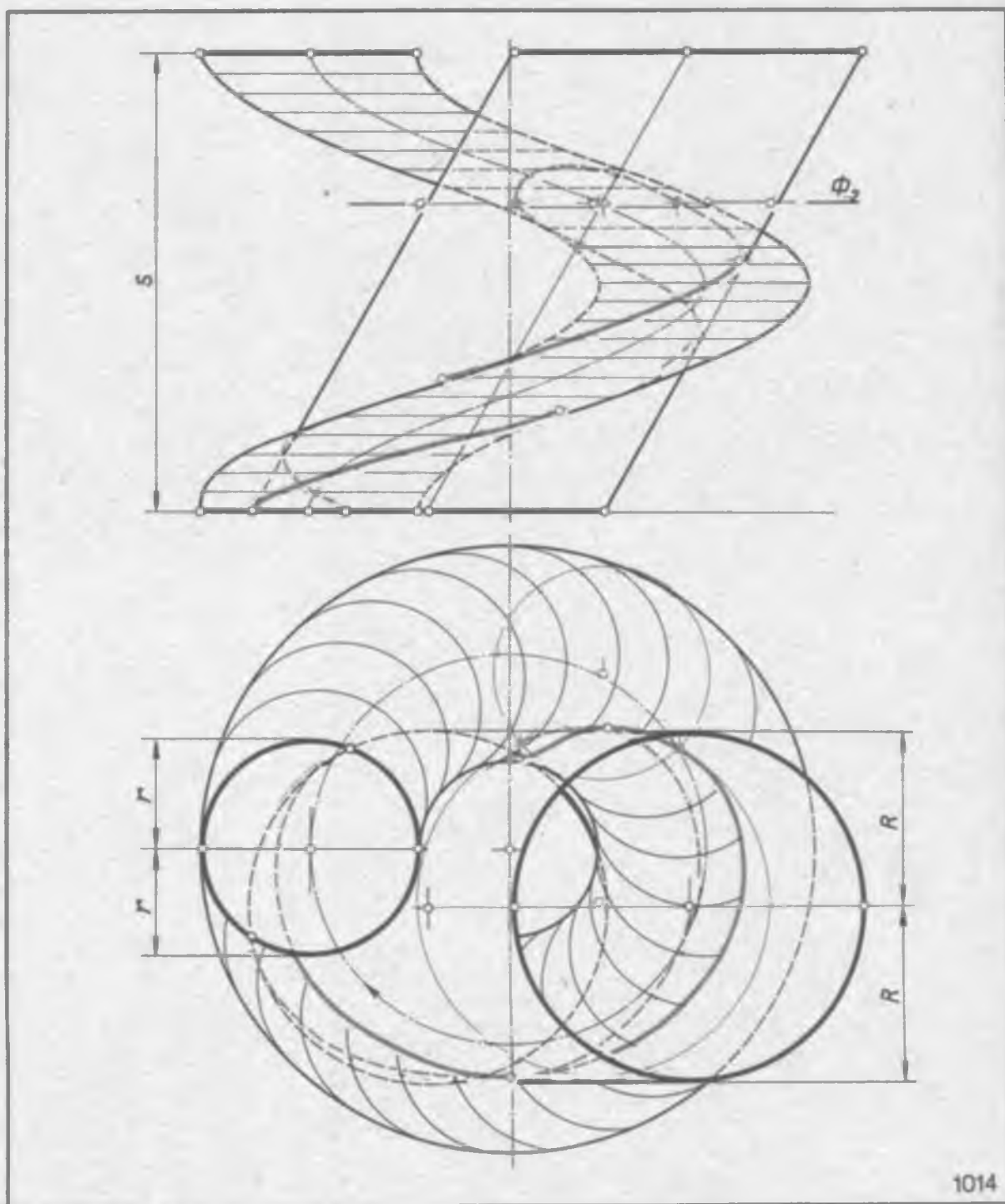
Задача:

1013 Винтовая поверхность правого направления пересекается с винтовой поверхностью левого направления. Производящей линией винтовой поверхности правого направления является эллипс в горизонтальной плоскости проекций Π_1 , а производящей линией винтовой поверхности левого направления является многоугольник в той же горизонтальной плоскости Π_1 .

Винтовые поверхности имеют общую ось.

Шаги s каждой из поверхностей равные.

Определить точки пересечения с эллиптической винтовой поверхностью правого направления ходов (цилиндрических винтовых линий) вершин производящего многоугольника винтовой поверхности левого направления и определить точки пересечения очерковых образующих эллиптической винтовой поверхности с поверхностями прямых открытых геликоидов. Построить линию пересечения винтовых поверхностей и показать ее видимость в проекциях



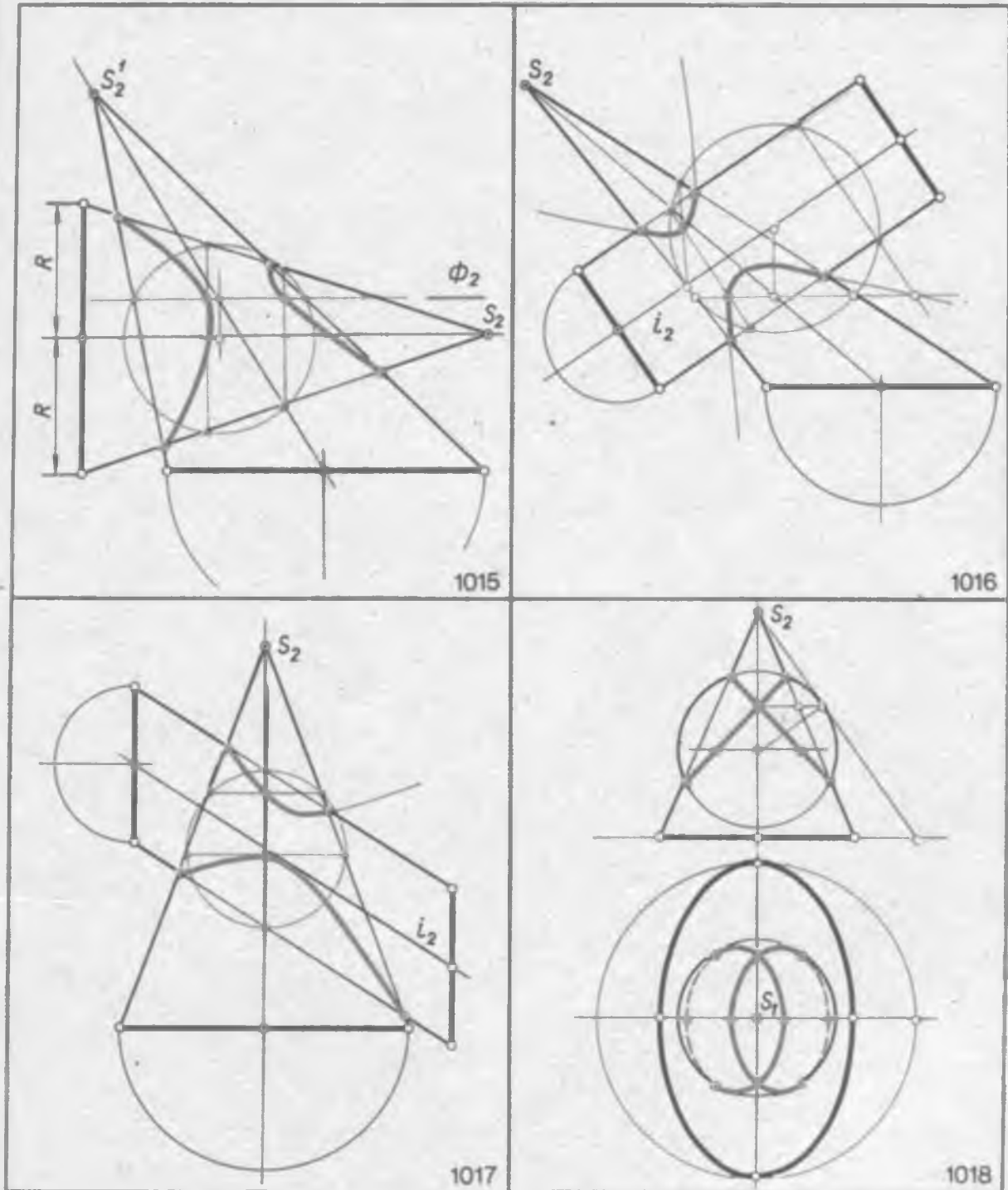
Задача:

1014 Винтовая поверхность (винтовой столб) левого направления пересекается с наклонным цилиндром. Производящей линией винтовой поверхности является окружность радиуса r в горизонтальной плоскости проекций Π_1 ; шаг базовой гелисы s , ход гелисы правый. Цилиндрическая поверхность задана направляющей окружностью радиуса R в той же горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Пря-

молинейные образующие цилиндра параллельны фронтальной плоскости проекций Π_2 . Поверхности ограничены одной горизонтальной плоскостью на расстоянии шага s базовой гелисы от плоскости уровня Π_1 . Оси поверхностей не пересекаются; они находятся в разных параллельных плоскостях.

Построить линию пересечения поверхностей и показать ее видимость в проекциях. Показать также видимость в проекциях очерковых образующих заданных поверхностей.

§ 53. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА



Задачи:

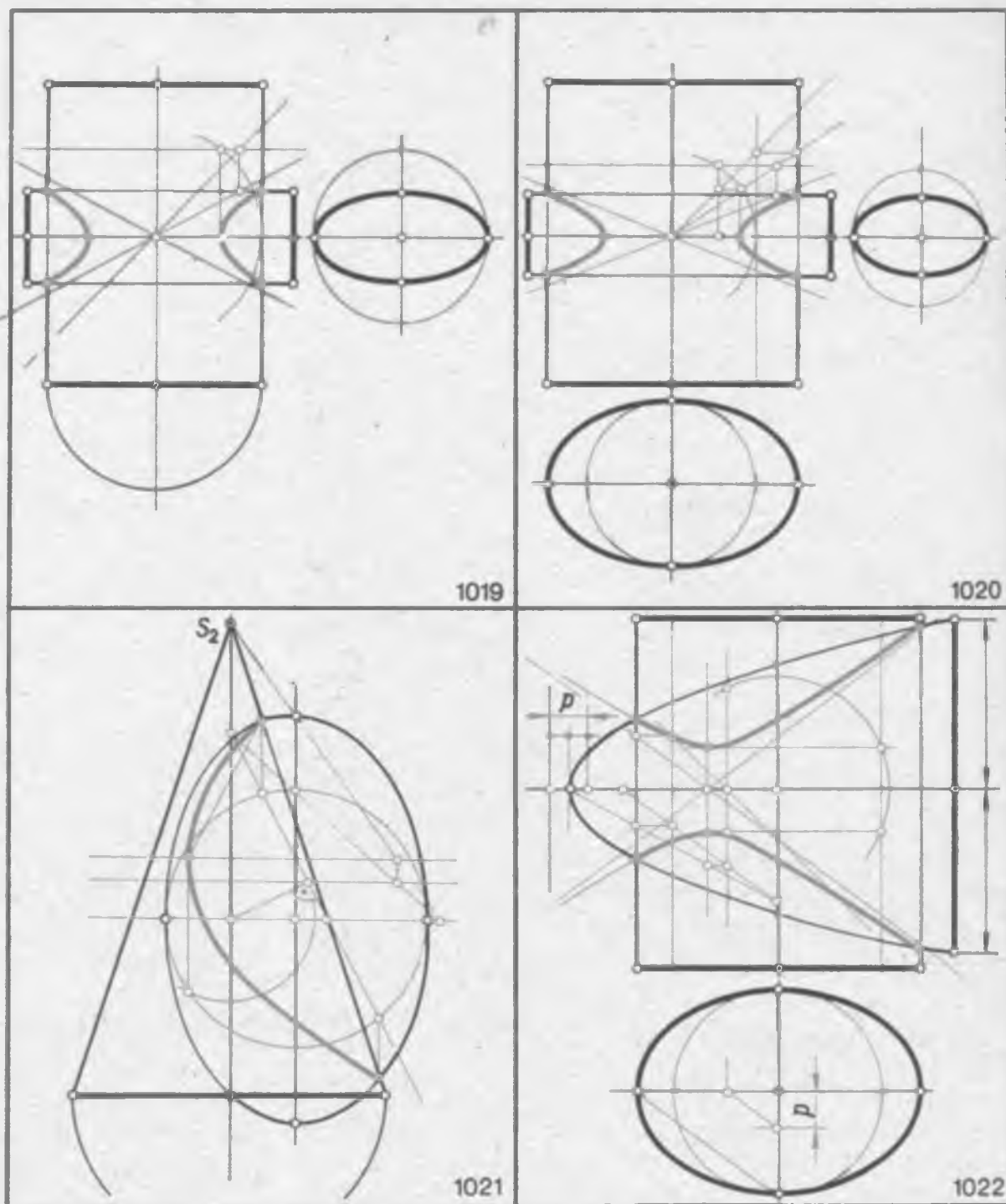
1015 Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с эллиптическим конусом. Оси заданных поверхностей второго порядка пересекаются и находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.

1016 Построить во фронтальной проекции линию пересечения цилиндра вращения с эллиптическим конусом. Оси поверхностей второго

порядка пересекаются и находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.

1017 Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с эллиптическим цилиндром. Оси поверхностей второго порядка пересекаются и находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.

1018 Построить линию пересечения сферы с эллиптическим конусом. Центр сферы и ось конуса находятся в одной из фронтальной плоскости симметрии.



Задачи:

1019. Построить во фронтальной проекции линию пересечения поверхности цилиндра вращения с поверхностью эллиптического цилиндра. Оси цилиндров взаимно перпендикулярны и находятся в одной их фронтальной плоскости симметрии.

1020. Построить во фронтальной проекции линию пересечения двух эллиптических цилиндров. Оси поверхностей пересекаются и находятся в одной их фронтальной плоскости симметрии.

1021. Построить во фронтальной проекции линию пересечения конуса вращения с поверхностью растянутого эллипсоида вращения. Оси поверхностей параллельны и находятся в одной их фронтальной плоскости симметрии.

1022. Построить во фронтальной проекции линию пересечения эллиптического цилиндра с параболоидом вращения. Оси поверхностей взаимно перпендикулярны и находятся в одной их фронтальной плоскости симметрии.

54 Плоскость может касаться поверхности в точке, по прямой линии или плоской кривой. Она может в одном месте касаться поверхности, а в другом пересекать ее. Линия касания может быть одновременно и линией пересечения поверхности плоскостью.

В некоторых точках рассматриваемой поверхности касательная к ней плоскость или неопределенная, или не единственная. Такие точки поверхности называют *особыми*. Это, например, точки ребра возврата поверхности торса, вершина конической поверхности, точки оси поверхности вращения, где меридиан и ось пересекаются не под прямым углом, и др.

Касательная плоскость может иметь с поверхностью одну общую точку. В этом случае все линии поверхности, пересекающиеся в рассматриваемой точке, находятся по одну сторону касательной плоскости. Такие точки поверхности называют *эллиптическими*.

Поверхности, у которых все точки эллиптические, являются выпуклыми криволинейными поверхностями. К ним относятся сфера, эллипсоид вращения, параболоид вращения и др.

Касательную плоскость к поверхности в заданной на ней точке определяют двумя прямыми линиями, касательными к двум пересекающимся в этой точке линиям поверхности. Для построения касательной плоскости в заданной точке поверхности вращения необходимо построить прежде всего на поверхности любые две кривые линии, проходящие через заданную точку. За такие линии обычно принимают параллель и меридиан поверхности.

Для случаев, когда к поверхности вращения проводятся касательные плоскости, проходящие через точку, лежащую вне поверхности, или касательные плоскости, параллельные заданному направлению, имеется множество решений.

Очевидно, через точку вне поверхности вращения можно провести множество касательных

к поверхности плоскостей. Поверхностью, огибающей это семейство плоскостей, является некоторая взаимно касательная с поверхностью вращения коническая поверхность.

Кривую линию соприкасания поверхностей следует рассматривать как множество точек касания поверхности вращения плоскостями, проходящими через заданную точку. Касательных к поверхности вращения плоскостей, параллельных прямой линии, можно провести также множество. Это семейство плоскостей огибает цилиндрическая поверхность, взаимнокасательная с рассматриваемой поверхностью вращения, для которой заданная прямая определяет направление образующих. Кривая линия взаимокасания является множеством точек касания поверхности плоскостями.

Точки торсовых поверхностей, в которых касательная плоскость касается поверхности вдоль ее производящей прямой линии, называют *параболическими*.

Касательную плоскость в заданной точке поверхности с параболическими точками можно определить двумя пересекающимися прямыми, из которых одна является образующей, проходящей через заданную точку, а другая прямая может быть касательной к любой построенной на поверхности кривой линии в точке ее пересечения с этой образующей (за исключением тех, которые касаются ее). Этими кривыми линиями могут быть, например, направляющие линии, входящие в задания поверхностей.

Параболическими например, являются точки на цилиндрах, конусах и поверхностях с ребром возврата.

Касательная плоскость к поверхности в данной ее точке может пересекать эту поверхность. В пересечении могут получиться или две пересекающиеся в данной точке кривые линии, или две пересекающиеся прямые линии, или пересекающиеся в данной точке прямая и кривая линии.

Две пересекающиеся прямые линии получаются в том случае, когда поверхность линейчатая и имеет две производящие прямые линии. Однополостный гиперболоид вращения может служить примером такой поверхности.

Пересекающиеся прямая и кривая линии получаются в случае линейчатой неразвертываемой поверхности, имеющей одну производящую прямую линию. К таким поверхностям относятся все геликоиды, кроме торса-геликоида.

• Касательные плоскости неразвертываемой линейчатой поверхности (однополостный гиперболоид вращения, геликоиды), в отличие от торса в различных точках производящей линии имеют различные направления.

Точку поверхности, касательная плоскость в которой пересекает поверхность, называют гиперболической. Каждый кусок поверхности, все точки которой являются гиперболическими, имеют седлообразную форму.

Гиперболические точки имеют многие поверхности: линейчатые неразвертываемые (косые) поверхности, вогнутые поверхности вращения, винтовые поверхности и др.

Касательную плоскость к косой поверхности в центральной точке производящей линии называют центральной касательной плоскостью.

Нормали косой поверхности вдоль ее производящей линии образуют поверхность прямого гиперболического параболоида. Эту поверхность называют параболоидом нормалей. Его плоскостью параллелизма является плоскость, перпендикулярная производящей линии поверхности.

В каждой точке производящей линии косой поверхности можно провести к поверхности касательную прямую линию, которая может вхо-

дить в систему направляющих линий соприкасающегося однополостного гиперболоида. Этот гиперболоид называют соприкасающимся гиперболоидом с данной косой поверхностью.

Прямые линии, касательные к кривым линиям пересечения поверхности касательной плоскостью, называют главными касательными поверхности в данной точке.

Прямую линию, проходящую через точку касания и перпендикулярную касательной плоскости, называют нормалью поверхности в данной точке. Нормаль определяет направление плоскости, касательной к поверхности.

55 В зависимости от вида поверхностей они могут соприкасаться в одной точке, соприкасаться по прямой или кривой линиям.

Две косые поверхности могут соприкасаться вдоль их общей производящей линии только тогда, когда центры производящих линий соприкасания совпадают и когда параметры перекрещивания этих производящих линий для обеих поверхностей равны.

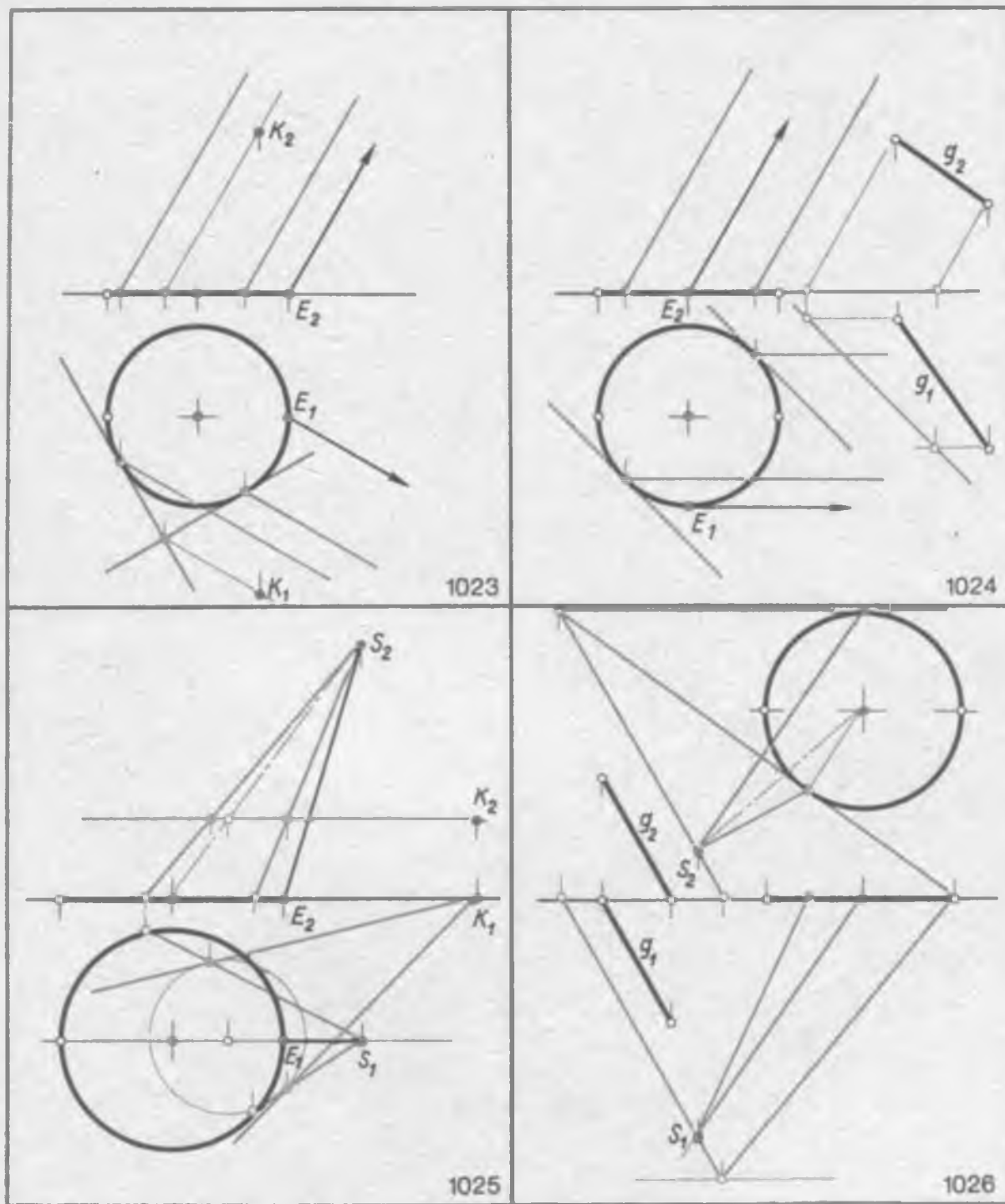
В гиперболических зубчатых колесах, применяемых в передачах с перекрещивающимися валами, имеются соприкасания двух гиперболоидов вращения, катящихся один по другому.

56 Очертание поверхности следует рассматривать как линию пересечения соответствующей плоскостью проекций цилиндра, который огибает касательные к поверхности плоскости, перпендикулярные плоскости проекций.

Эта линия пересечения является множеством ортогональных проекций точек касания поверхности указанными касательными плоскостями.

Для построения кривой линии очертания заданной поверхности вращения применяют метод вспомогательных сфер. Вспомогательные сферы выбирают касающимися заданной поверхности вращения вдоль ее параллелей.

§ 54. ПЛОСКОСТИ, КАСАТЕЛЬНЫЕ К ПОВЕРХНОСТЯМ



Задачи:

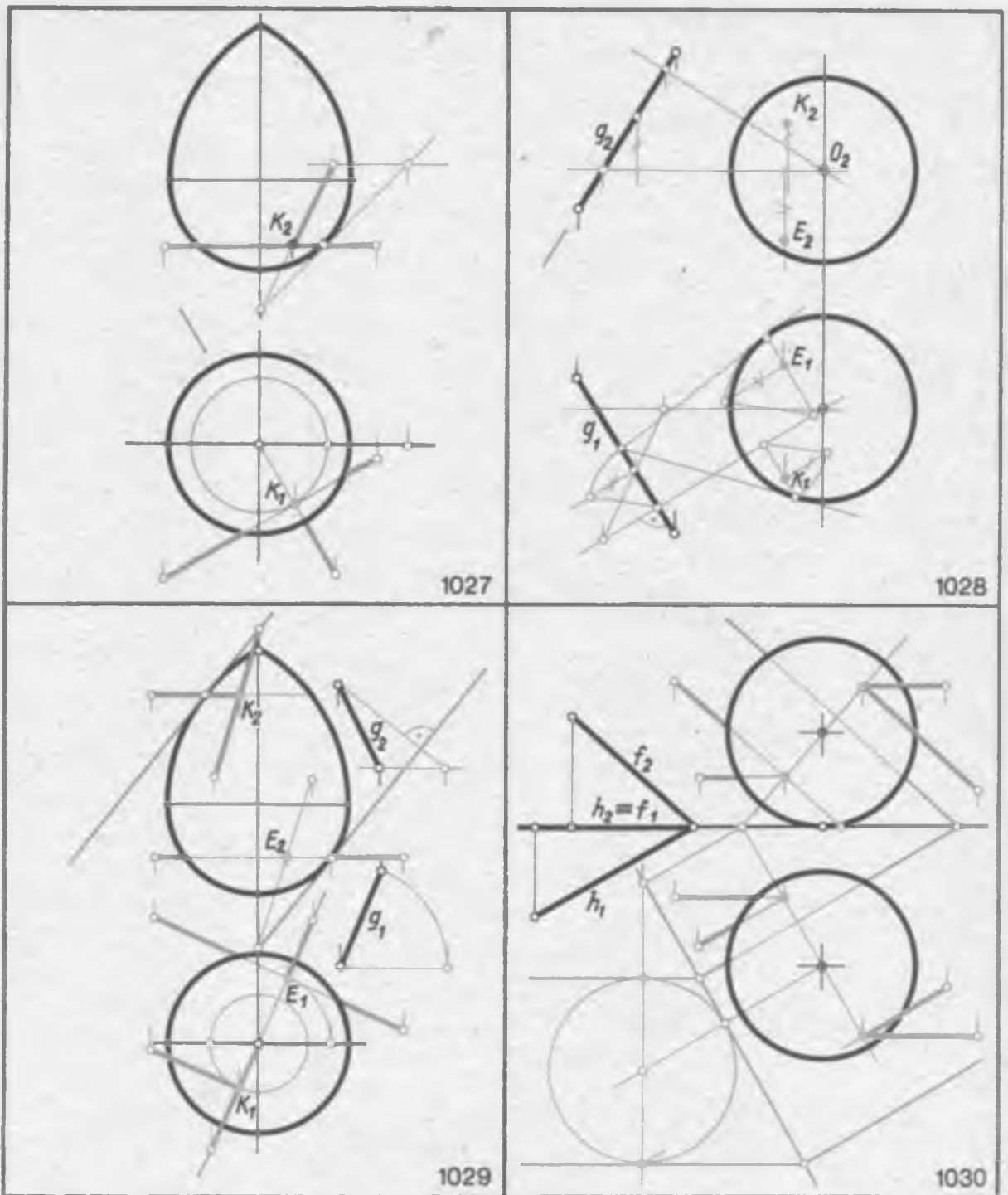
1023 Через точку K провести плоскость, касательную к поверхности цилиндра, заданного направляющей окружностью и прямой образующей, проходящей через точку E направляющей окружности.

1024 Параллельно данной прямой g провести плоскость, касательную к поверхности цилиндра, заданного направляющей окружностью и прямой образующей, прохо-

дящей через точку E направляющей окружности.

1025 Через данную точку K провести плоскость, касательную к поверхности наклонного конуса с вершиной S и круговым основанием в горизонтальной плоскости проекций P_1 .

1026 Параллельно данной прямой линии g провести плоскость, касательную к поверхности наклонного конуса с вершиной S и круговым основанием во фронтальной плоскости проекций P_2 . Плоскость задать следами.



Задачи:

1027. Построить плоскость, касательную в точке K к данной поверхности вращения. Точка K задана фронтальной проекцией K_2 и условием, что она принадлежит поверхности вращения. Поверхность вращения задана очертаниями. Плоскость задать главными ее линиями.

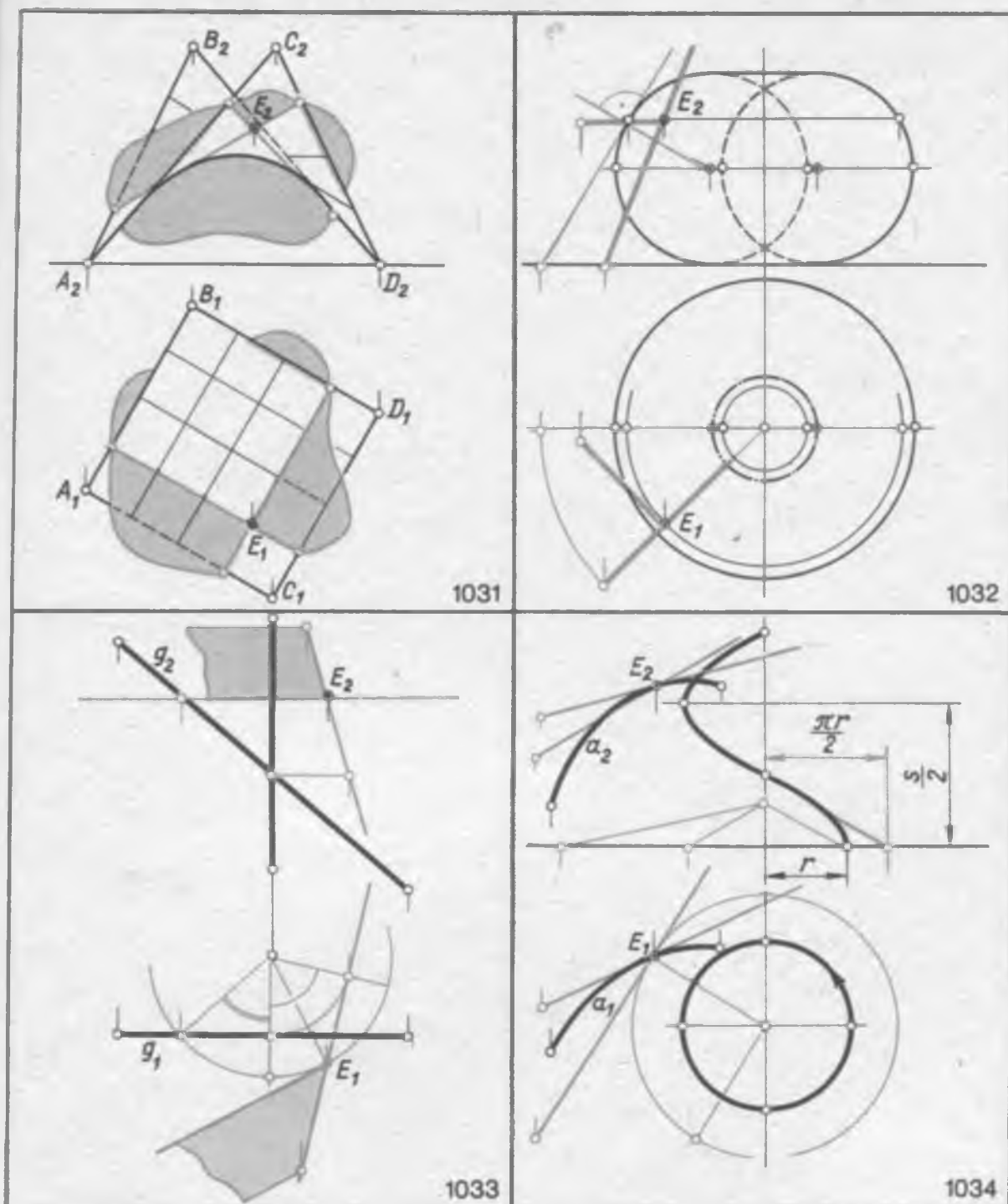
1028. Определить на поверхности сферы точки K и E , в которых касаются плоскости, про-

ходящие через данную прямую g общего положения

1029. Определить на поверхности вращения, заданной очертаниями, точки K и E , в которых касаются плоскости данного направления g .

1030. Параллельно данной плоскости Σ ($h \times f$) провести две плоскости Ω и Θ , касательные к поверхности сферы. Плоскости Ω и Θ задать главными их линиями.

Определить точки касания поверхности сферы плоскостями



Задачи:

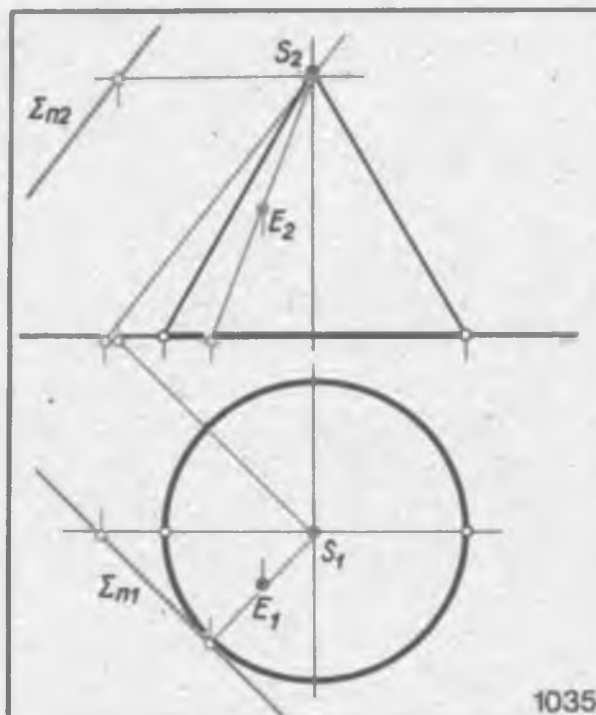
1031. Построить плоскость, касательную в точке E к поверхности кривой плоскости. Поверхность задана проекциями направляющих прямых AB и CD и рядом положений производящей.

1032. Построить плоскость, касательную в точке E к поверхности закрытого тора. Поверхность задана очерками.

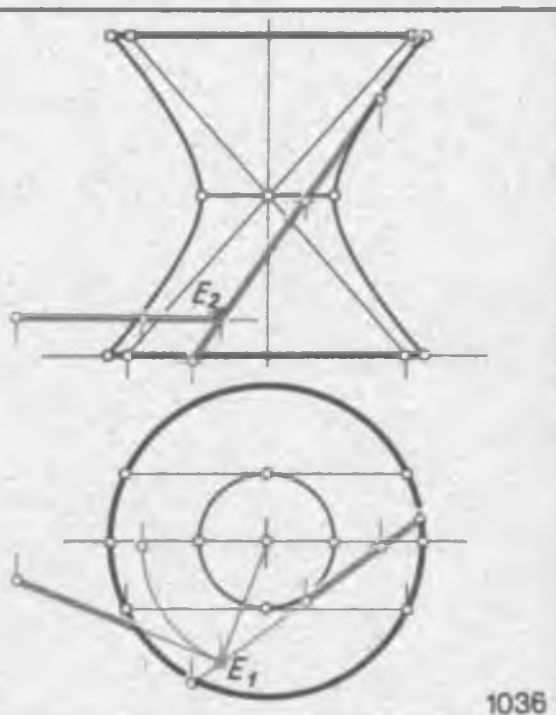
1033. Построить плоскость, касательную в

точке E к поверхности однополостного гиперболоида вращения. Поверхность задана вертикальной осью и фронтальной прямолинейной образующей g . Точка E на эпюре Монжа задана одной фронтальной проекцией E_2 и условием, что она принадлежит поверхности вращения.

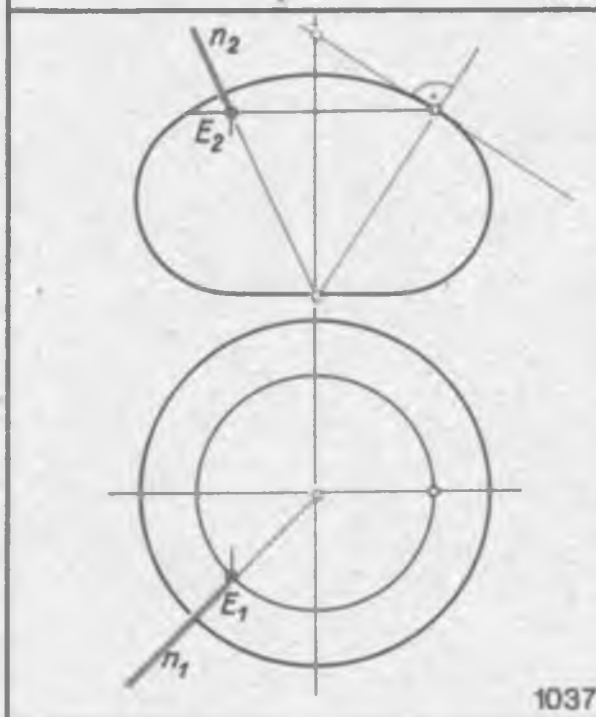
1034. Построить плоскость, касательную в точке E к винтовой поверхности. Поверхность задана базовой гелисой левого хода и производящей кривой линией a .



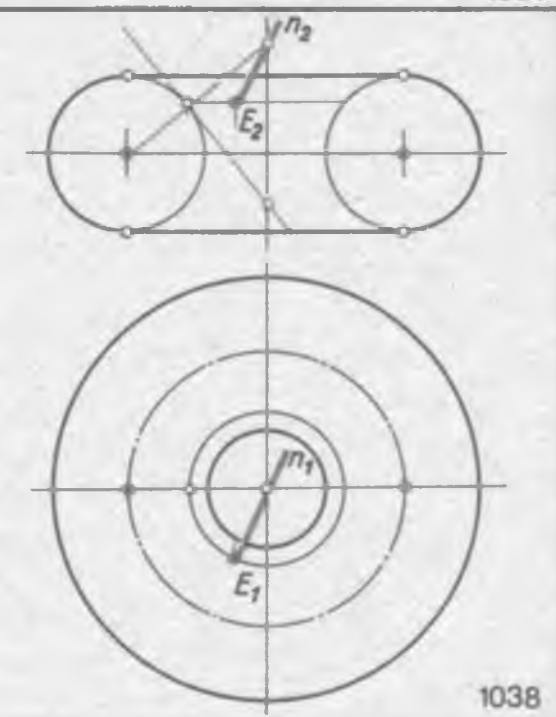
1035



1036



1037



1038

Задачи:

1035 Построить плоскость, касательную в точке E к поверхности конуса вращения. Точка E задана ее горизонтальной проекцией E_1 и условием, что она принадлежит поверхности вращения. Касательную плоскость задать следами.

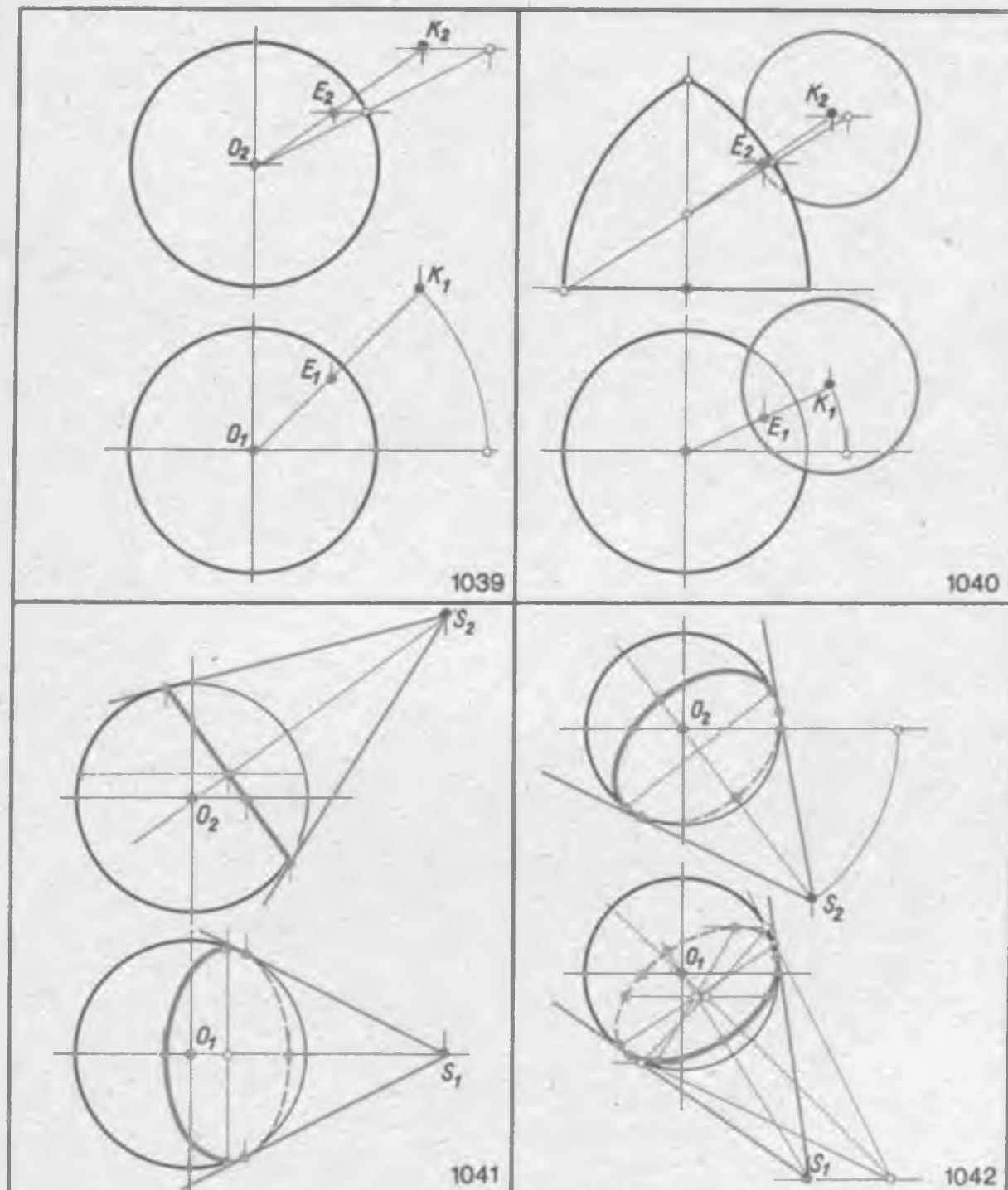
1036 Построить плоскость, касательную в точке E к поверхности однополостного гиперболоида вращения. Точка E задана ее фронтальной проекцией E_2 и условием, что она принад-

лежит поверхности вращения. Касательную плоскость к поверхности гиперболоида вращения задать одной из ее образующих и горизонталью.

1037 Определить направление плоскости, касательной в данной точке E к поверхности вращения.

1038 Определить направление плоскости, т. е. построить прямую, перпендикулярную плоскости, касательной в данной точке E к поверхности открытого тора (кольца).

§ 55. ВЗАИМОКАСАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ



Задачи:

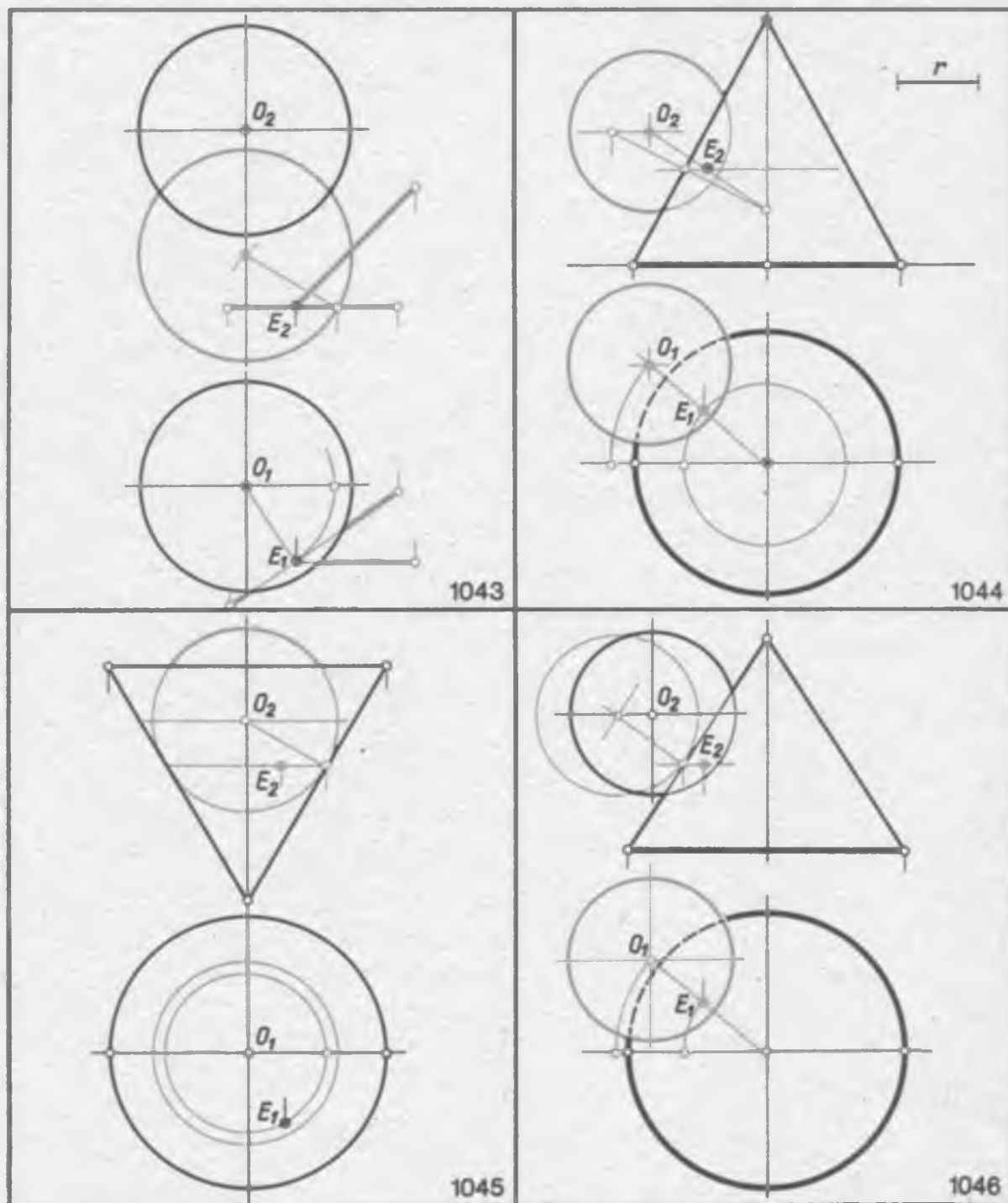
1039 Определить точку E взаимокасания с внешней стороны данной сферы со сферой, центром которой является точка K

1040 Определить точку E взаимокасания закрытого тора со сферой, центром которой является точка K . Определить радиус этой сферы и построить ее очертания.

1041 Построить линию взаимокасания сферы с конической поверхностью. Вершина S

конической поверхности находится во фронтальной (главной) меридиональной плоскости сферы. Определить видимость линии взаимокасания сферы с конической поверхностью в проекциях.

1042 Построить линию взаимокасания сферы с конической поверхностью. Вершина S конической поверхности находится в меридиональной плоскости сферы. Определить видимость линии взаимокасания сферы с конической поверхностью в проекциях.



Задачи:

1043. Свободно падающий шар с центром в точке O касается плоскости в данной точке E . Построить проекции шара в новом его положении и построить плоскость, касательную к шару в точке E .

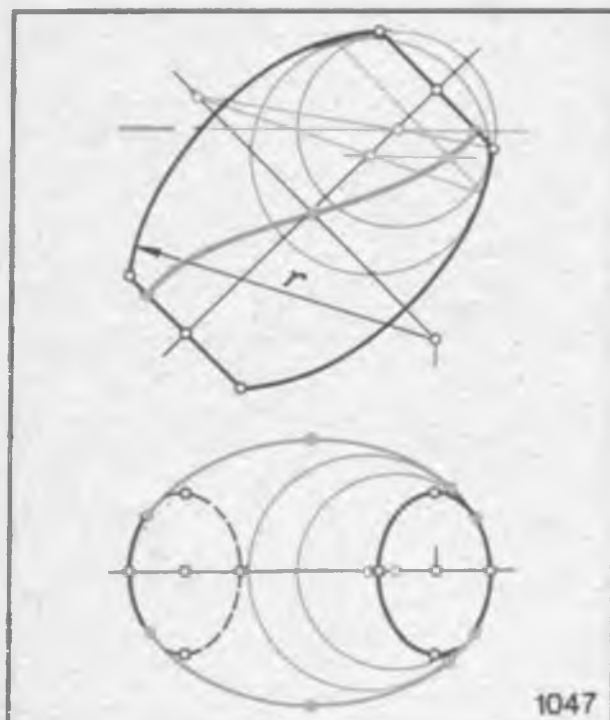
1044. Построить сферу данного радиуса r , соприкасающуюся с внешней стороны в точке E с конусом вращения. Точка E задана одной

фронтальной ее проекцией E_2 и условием, что она принадлежит поверхности вращения.

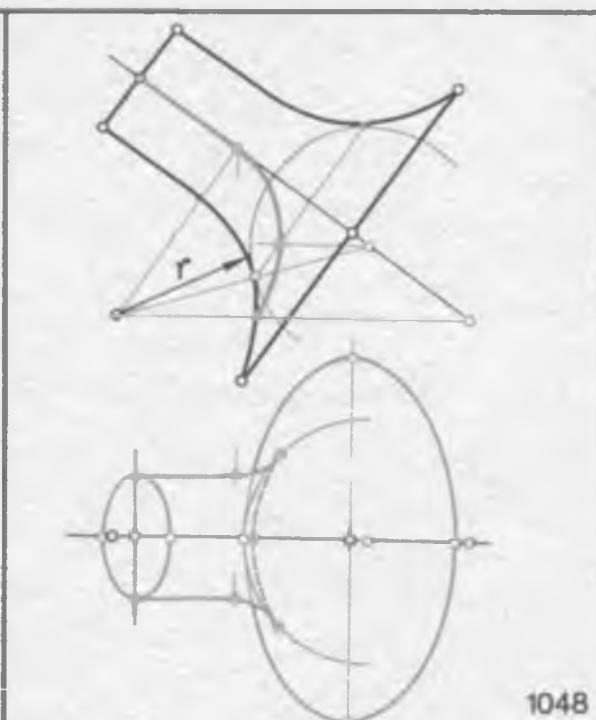
1045. Построить сферу, взаимокасательную с поверхностью конуса вращения. Линия взаимокасания поверхностей проходит через точку E . Точка E задана одной ее горизонтальной проекцией E_1 и условием, что она принадлежит поверхности вращения.

1046. Построить недостающую горизонтальную проекцию сферы, соприкасающейся с поверхностью конуса вращения.

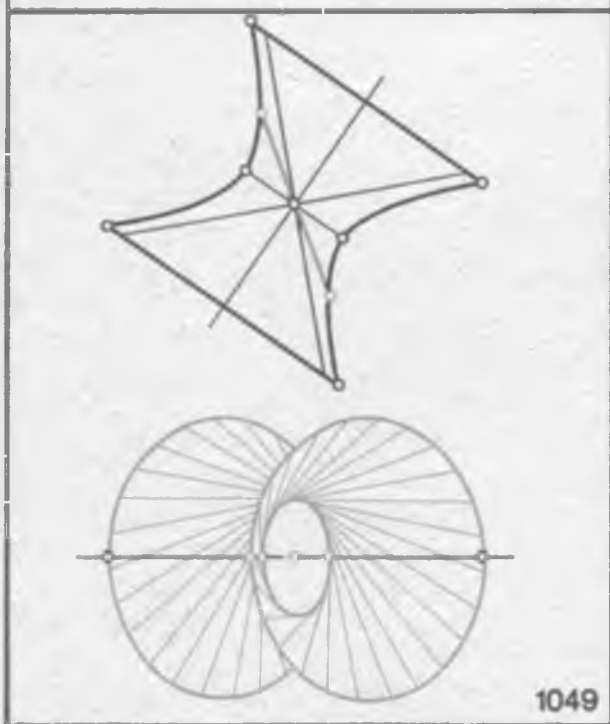
§ 56. ПОСТРОЕНИЕ ОЧЕРТАНИЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ



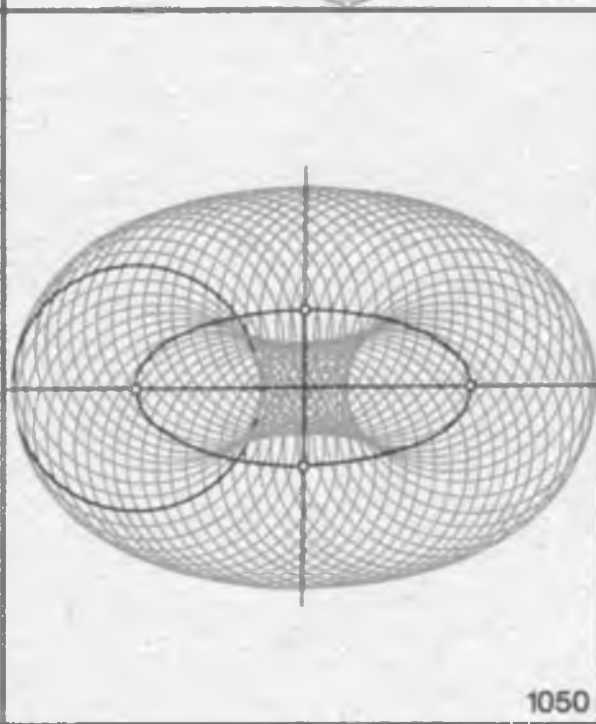
1047



1048



1049



1050

Задачи:

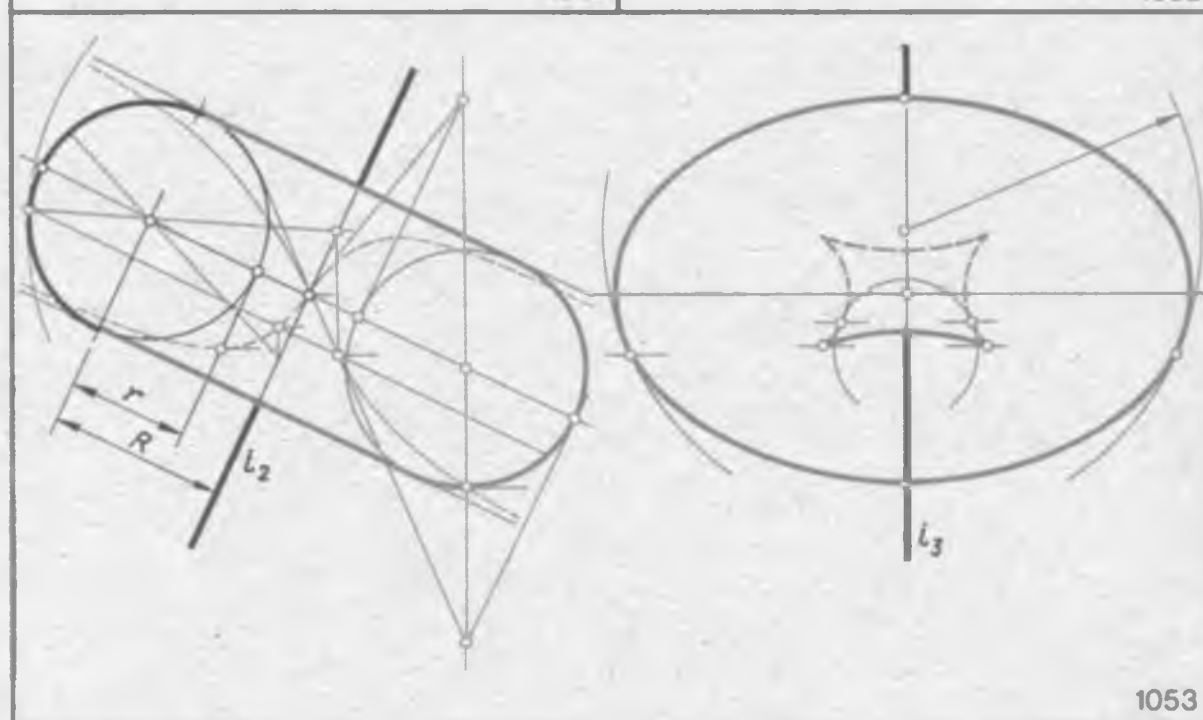
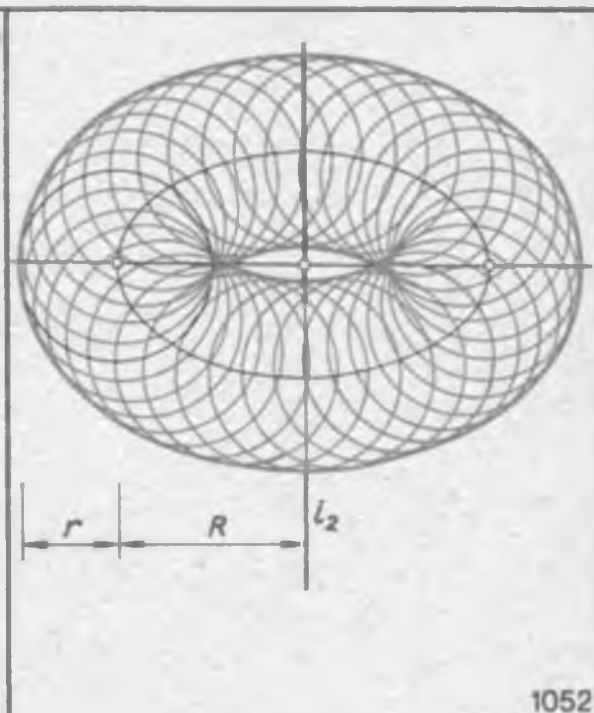
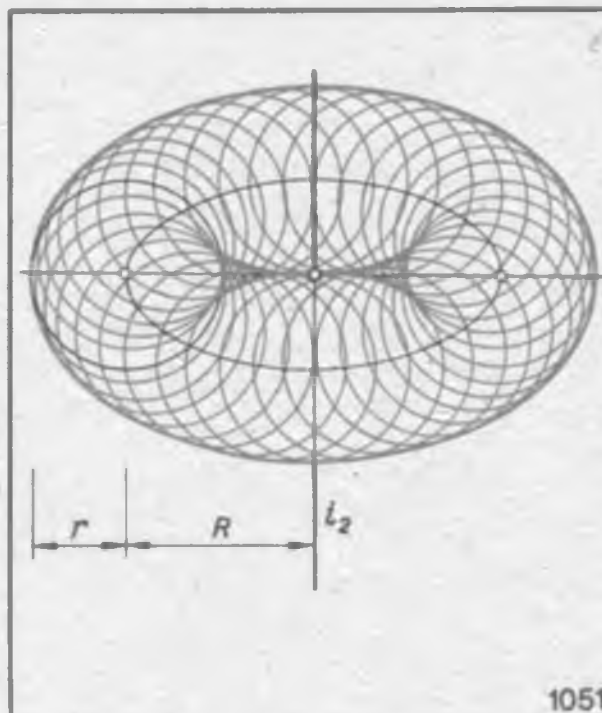
1047. Построить очертание поверхности вращения (закрытого тора) в горизонтальной проекции. Поверхность задана главным меридианом и осью вращения. Ось поверхности параллельна фронтальной плоскости проекций Π_2 и наклонена к горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

1048. Построить очертание поверхности вращения в горизонтальной проекции. Поверх-

ность задана главным меридианом и осью вращения во фронтальной плоскости проекций Π_2 .

1049. Построить очертание поверхности гиперboloида вращения в горизонтальной проекции. Поверхность задана главным меридианом и наклонной осью вращения во фронтальной плоскости проекций Π_2 .

1050. Построить очертание поверхности открытого тора (кольца). Известны проекция осевой окружности (эллипс) и радиус r производящего сферы кольца.



Задачи:

1051 1052 Построить во фронтальной проекции очертание поверхности открытого тора (кольца). Тор задан производящей сферой заданного радиуса r и направляющей окружностью радиуса R — множеством центров производящей сферы. Направляющая окружность тора во фронтальной проекции представлена эллипсом. Ось вращения i тора находится в профильной плоскости и наклонена к плоскостям проекций P_1 и P_2 .

1053 Построить во фронтальной P_2 и профильной P_3 плоскостях проекций очертания поверхности открытого тора (кольца). Тор задан производящей окружностью радиуса r и осью i вращения в плоскости этого круга. Ось поверхности вращения (тора) параллельна фронтальной плоскости проекций P_2 , составляет угол α наклона ее к горизонтальной плоскости проекций P_1 и угол γ наклона к профильной плоскости проекций P_3 .

Некоторые поверхности, если их постепенно деформировать, можно совместить с плоскостью без разрывов и складок. Такие поверхности называют развѣртываемыми. Фигуру, полученную при совмещении развѣртываемой поверхности с плоскостью, называют развѣрткой. Построение развѣрток поверхностей представляет большой интерес, особенно при конструировании из листового материала моделей различных сооружений, форм для металлических отливок, сосудов, трубопроводов, резервуаров и др.

57 К развѣртывающимся поверхностям относятся *торсы* — поверхности с ребром возврата (поверхности, образованные касательными к пространственной кривой линии), в частности *конические* и *цилиндрические* поверхности.

Плоскость, касательная к торсу, при качении по торсу без скольжения получает отпечаток с изображением всех геометрических образов, намеченных на торсе.

Такие же изображения получают и на касательной к торсу плоскости при развѣртывании его на эту плоскость, т. е. при совмещении поверхности торса с плоскостью путем изгибания торса по ряду последовательных положений его производящей прямой линии.

Таким образом, торсы обладают общим свойством развѣртываться на касательных к ним плоскостях.

Любая фигура, начерченная на поверхности торса, преобразуется в плоское изображение на развѣртке. Можно рассматривать торс и его развѣртку как точечные множества, между которыми устанавливается взаимно-однозначное соответствие. Это соответствие обладает рядом важных свойств.

Свойство 1. Каждой точке поверхности торса соответствует единственная точка на его развѣртке.

Свойство 2. Каждой кривой линии на торсе в общем случае соответствует кривая линия на его развѣртке; длина кривой линии на торсе равна длине ее преобразования.

Свойство 3. Угол между кривыми линиями (угол между касательными к кривым в точке их пересечения) на поверхности торса равен углу между преобразованиями этих кривых линий на развѣртке.

Свойство 4. Замкнутая линия на поверхности торса и соответствующая ей линия на развѣртке ограничивают одинаковую площадь.

Развѣртки торсовых поверхностей можно строить при помощи *сферической индикатрисы* их образующих.

Сферическая индикатриса образующих какой-либо линейчатой поверхности может быть получена следующим образом. Из любой точки пространства, принятой за центр сферы радиуса R , равного произвольно выбранной единице масштаба, проведем прямые, параллельные образующим линейчатой поверхности. Множеством точек прямых линий будет некоторая коническая поверхность. Линия пересечения этого конуса с указанной сферой и является сферической индикатрисой образующих линейчатой поверхности. Любая касательная к сферической кривой составляет прямой угол с радиусом сферы, построенным в точке касания.

Таким образом, сферическая индикатриса образующих линейчатой поверхности является одной из кривых линий, начерченных на вспомогательном конусе поверхности. Для конических и цилиндрических поверхностей сферические индикатрисы их образующих строят на самих поверхностях как кривые линии, ортогональные образующим.

Сферической индикатрисой образующих цилиндра является плоская кривая. Здесь сфера будет бесконечно большого радиуса. Она преобразуется в плоскость, перпендикулярную направлению образующих цилиндра.

При развѣртке конической поверхности сферическая индикатриса образующих конуса преобразуется в дугу окружности радиуса, равного радиусу сферы.

При развѣртке цилиндрической поверхности сферическая индикатриса образующих цилинд-

ра преобразуется в прямую линию (дугу окружности бесконечно большого радиуса).

Для построения развертки конической поверхности придерживаются такой последовательности графических построений.

Из вершины конуса, как из центра, проводят сферу радиуса R .

Определяют линию пересечения конуса со сферой. Эта линия строится по точкам пересечения образующих конуса (выбранных произвольно) со сферой.

Строят преобразование сферической индикатрисы образующих и намечают положения в преобразовании выбранных на конусе образующих. Для этого из произвольно выбранной точки S проводят дугу окружности радиуса R . На дуге окружности откладывают отрезки, равные соответствующим отрезкам сферической кривой. Через вершину S и точки дуги окружности проводят прямые, равные отрезкам соответствующих образующих конуса.

Кривой концов этих образующих и двумя крайними образующими определяется контур развертки поверхности конуса.

Для поверхности с ребром возврата (торсовой поверхности) используется сферическая индикатриса направляющего конуса поверхности с ребром возврата.

Намечается следующий порядок развертывания торса. Сначала строятся направляющий конус торса и кривые линии пересечения торса и его направляющего конуса какой-либо плоскостью. Затем строятся развертка вспомогательного конуса и преобразование линии его пересечения плоскостью. Полученную линию конформно преобразовывают в кривую — преобразование линии пересечения торса плоскостью.

Имея преобразование линии пересечения торса плоскостью, строят преобразования об-

разующих торса как прямых линий, параллельных соответствующим им преобразованиям парных образующих вспомогательного конуса. Откладывая на преобразованиях образующих торса их истинные величины, получаем ряд точек, множеством которых является преобразование ребра возврата торса.

При развертывании торса в преобразовании сохраняются длины дуг его ребра возврата и величины бесконечно малых углов между его образующими, а следовательно, сохраняются величины радиусов кривизны ребра возврата торса. Пользуясь этим, легко построить развертку торса-геликоида, заданного его ребром возврата — цилиндрической винтовой линией.

58 В практике для получения нужной поверхности из листового материала строят так называемые *условные* развертки неразвертывающихся поверхностей, где кроме изгибания производят растяжение и сжатие листа.

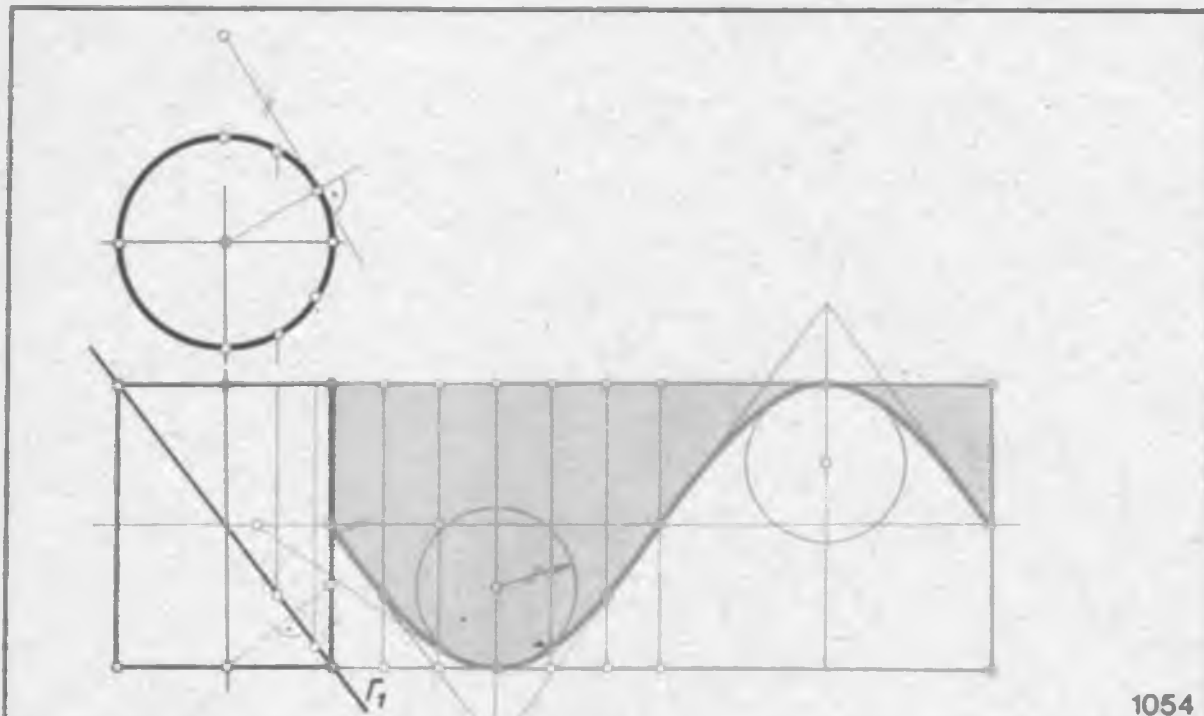
Развертку косоугольной линейчатой поверхности строят способом триангуляции. Косую поверхность заменяют многогранной поверхностью с треугольными гранями.

На плоскости последовательно строят все треугольники многогранной поверхности.

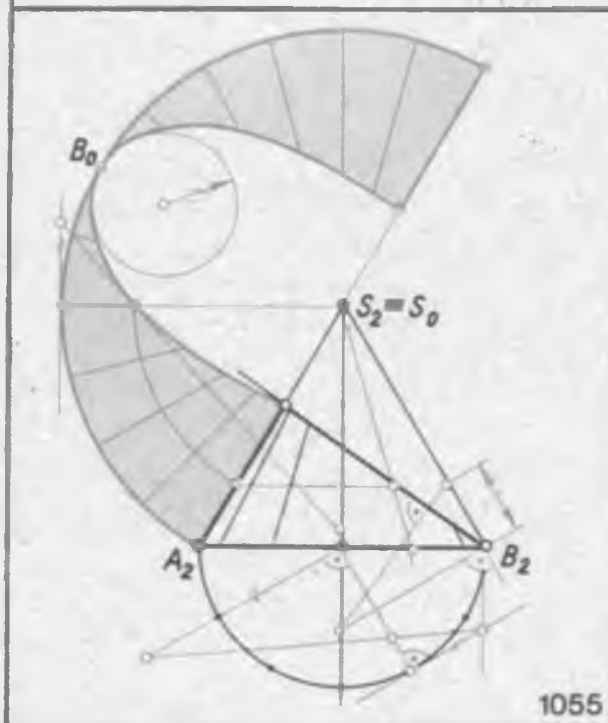
Для построения условных разверток неразвертывающихся поверхностей вращения за аппроксимирующие поверхности принимают цилиндры и конусы.

При аппроксимации неразвертывающихся поверхностей следует учитывать, что листовым материалом развертки после превращения ее в одежду модели должен иметь соответствующие остаточные деформации (растяжение, сжатие и др.). Решение этой задачи зависит от структуры и свойств материала развертки и от выбранных способов его обработки при получении формы одежды модели поверхности.

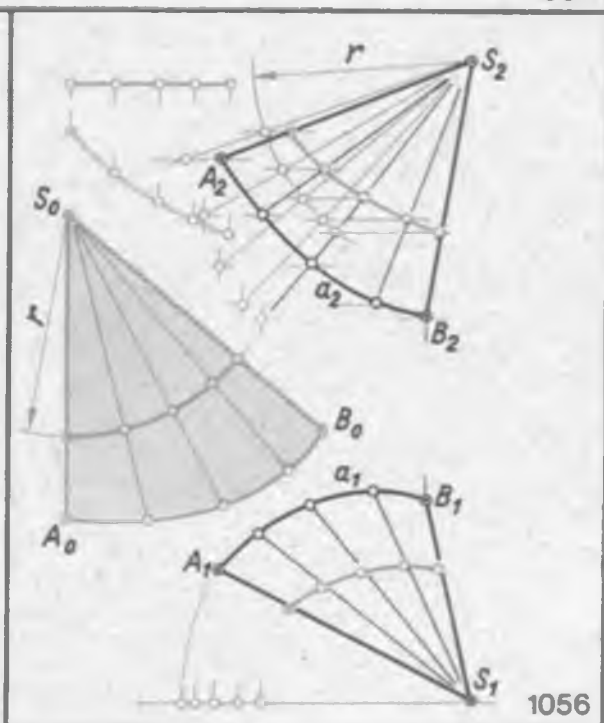
§ 57. РАЗВЕРТКИ ТОРСОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ



1054



1055



1056

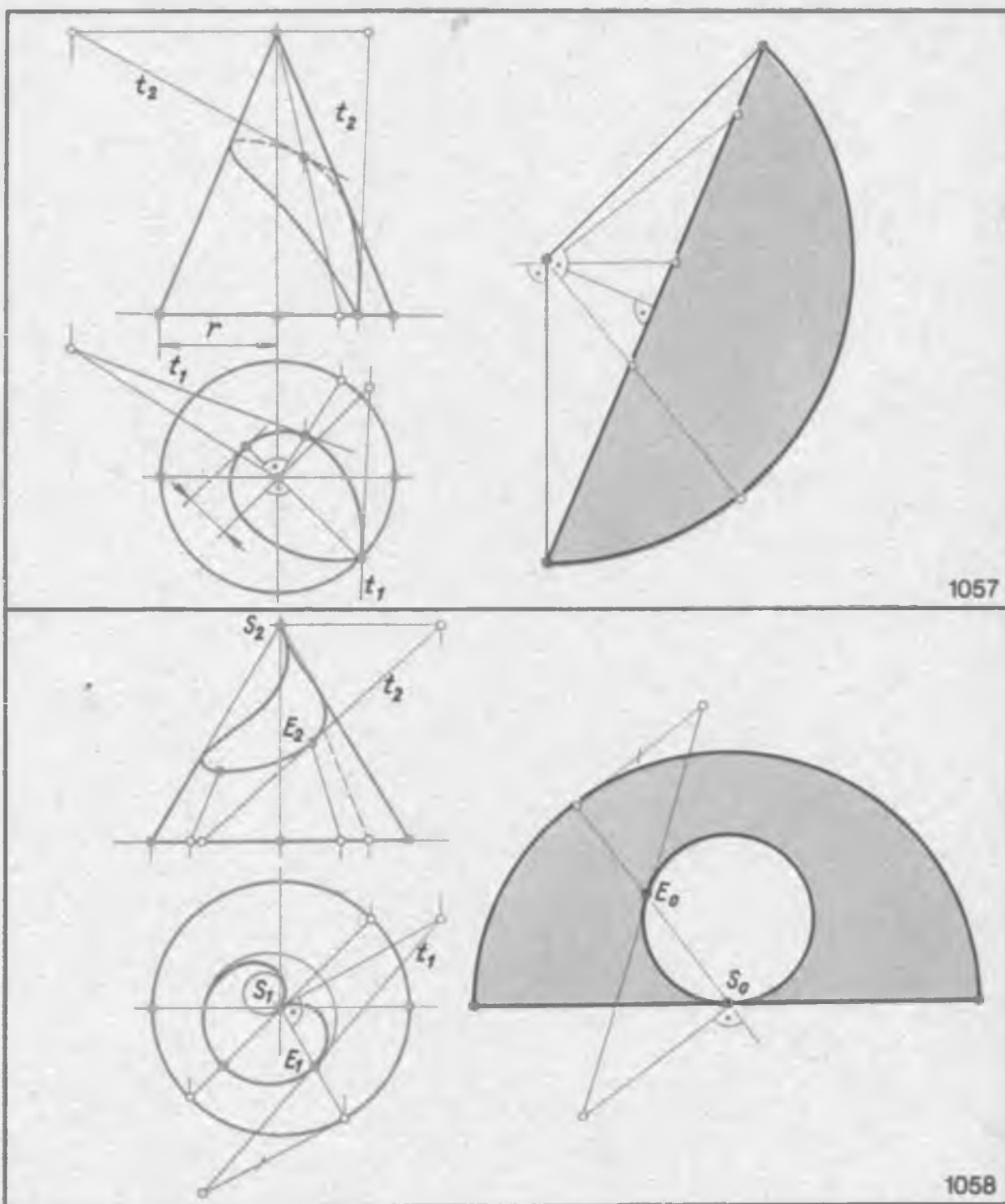
Задачи:

1054. Построить развертку боковой поверхности усеченного фронтально-проецирующего цилиндра вращения. Для построения развертки поверхности применить способ раскатки — способ совмещения прямолинейных образующих цилиндра с плоскостью.

1055. Построить развертку боковой поверхности усеченного конуса вращения, заданного его очертанием во фронтальной проекции.

Для построения развертки конической поверхности применить способ раскатки.

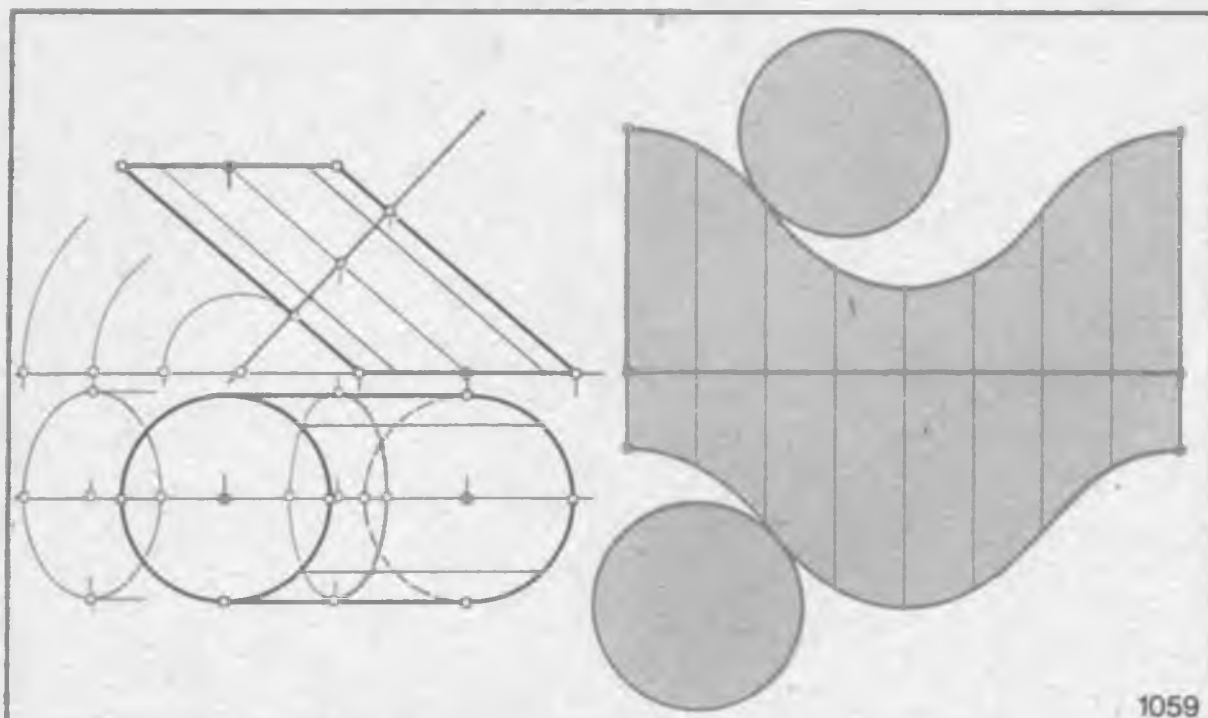
1056. Построить развертку отсека конической поверхности, заданной вершиной S , направляющей кривой линией a и крайними прямолинейными образующими точек A и B направляющей. Для построения развертки конической поверхности использовать ее сферическую индикатрису (линию пересечения конуса сферой с центром в вершине конуса).



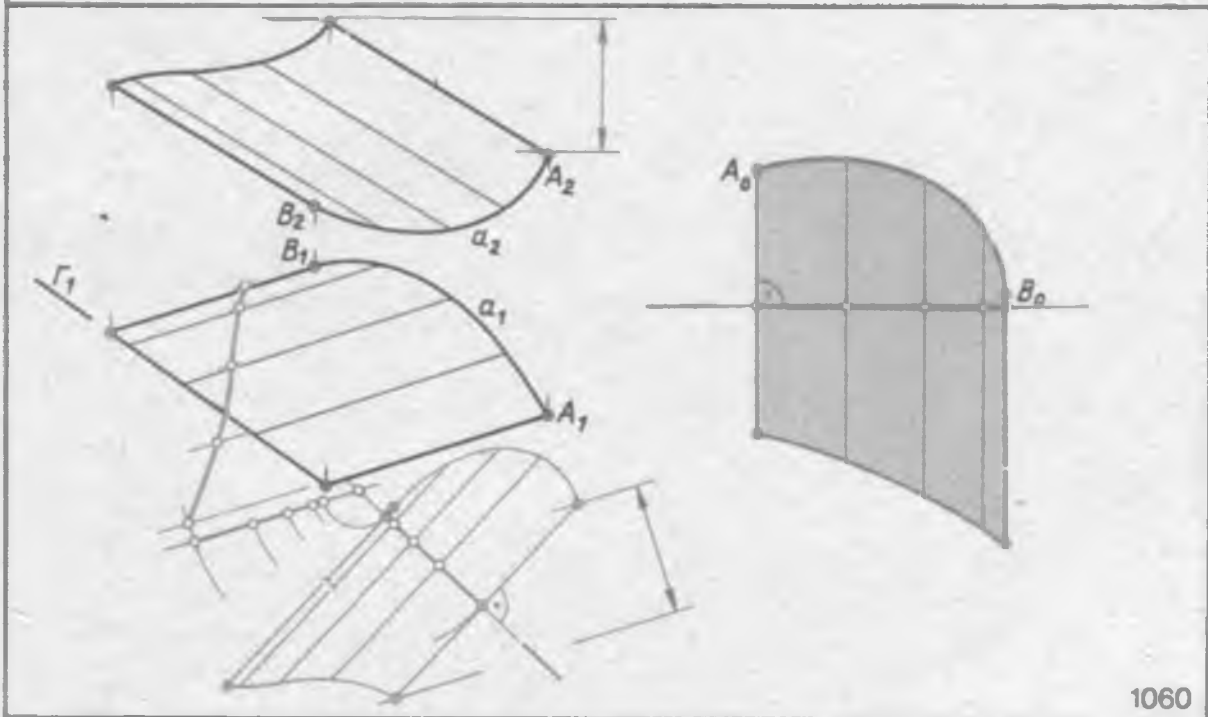
Задачи:

1057. Дана развертка боковой поверхности конуса вращения. На поверхности имеется кривая линия (геодезическая), которая на развертке представляется прямой линией. Построить ортогональные проекции конуса вращения с вертикальной осью и построить на поверхности кривую линию, соответствующую прямой линии на развертке этой поверхности. Построить касательную в произвольной точке геодезической.

1058. Дана развертка боковой поверхности конуса вращения. Конус вращения ограничен горизонтальной плоскостью его основания и кривой линией, которая на развертке представлена окружностью. Построить ортогональные проекции конуса вращения с вертикальной осью. Построить на поверхности кривую линию, соответствующую данной окружности на развертке этой поверхности. Построить касательную в произвольной точке E этой кривой линии.



1059



1060

Задачи

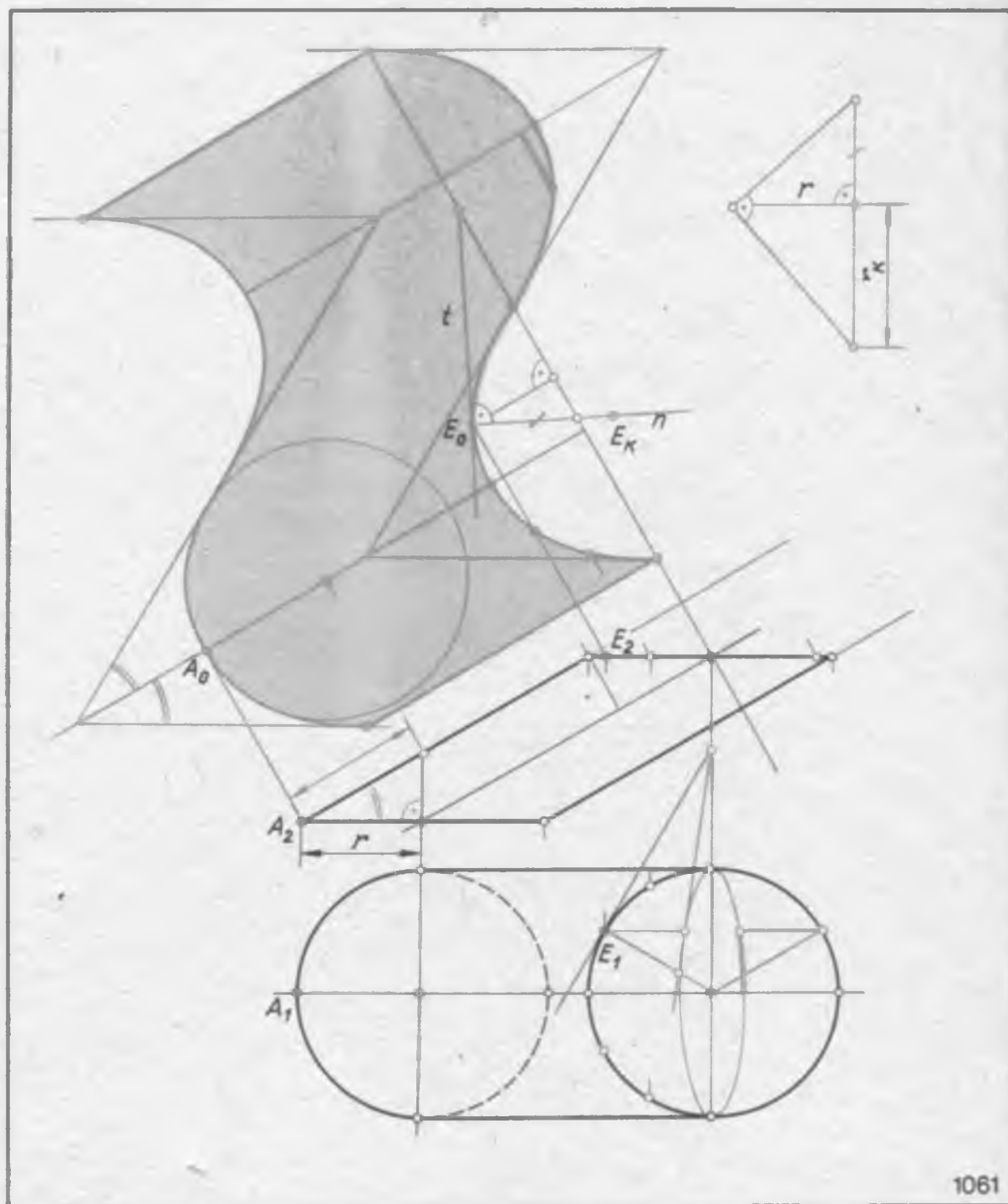
1059. Построить полную развертку наклонного цилиндра с круговым основанием в плоскости уровня Π_1 . Образующие цилиндрической поверхности параллельны фронтальной плоскости проекций. Развертку поверхности цилиндра выполнить способом нормального сечения.

1060. Построить развертку цилиндрической поверхности. Поверхность ограничена направ-

ляющей пространственной кривой линией a , прямолинейными образующими точек A и B направляющей линии и горизонтально-проецирующей плоскостью Γ .

Развертку поверхности цилиндра выполнить способом нормального сечения.

Примечание. Образующие цилиндрической поверхности не параллельны плоскости проекций; в этом случае секущая нормальная плоскость произвольного положения. Следует воспользоваться преобразованием основного эллипа Монжа.



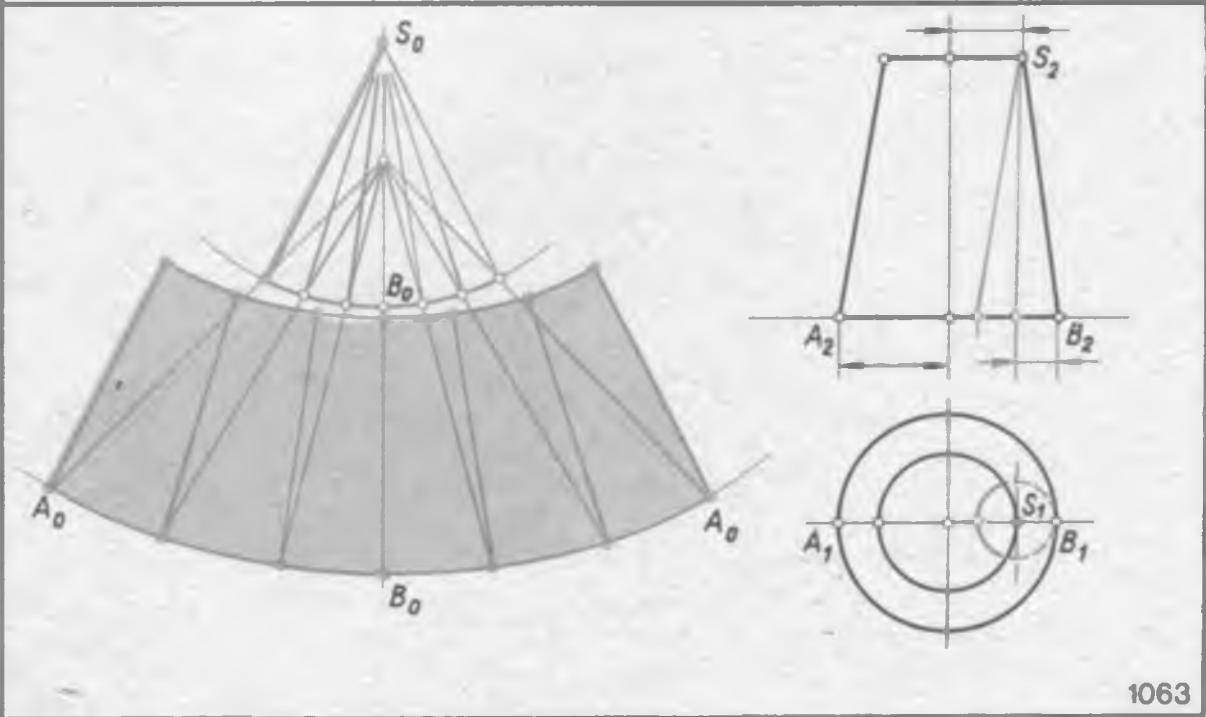
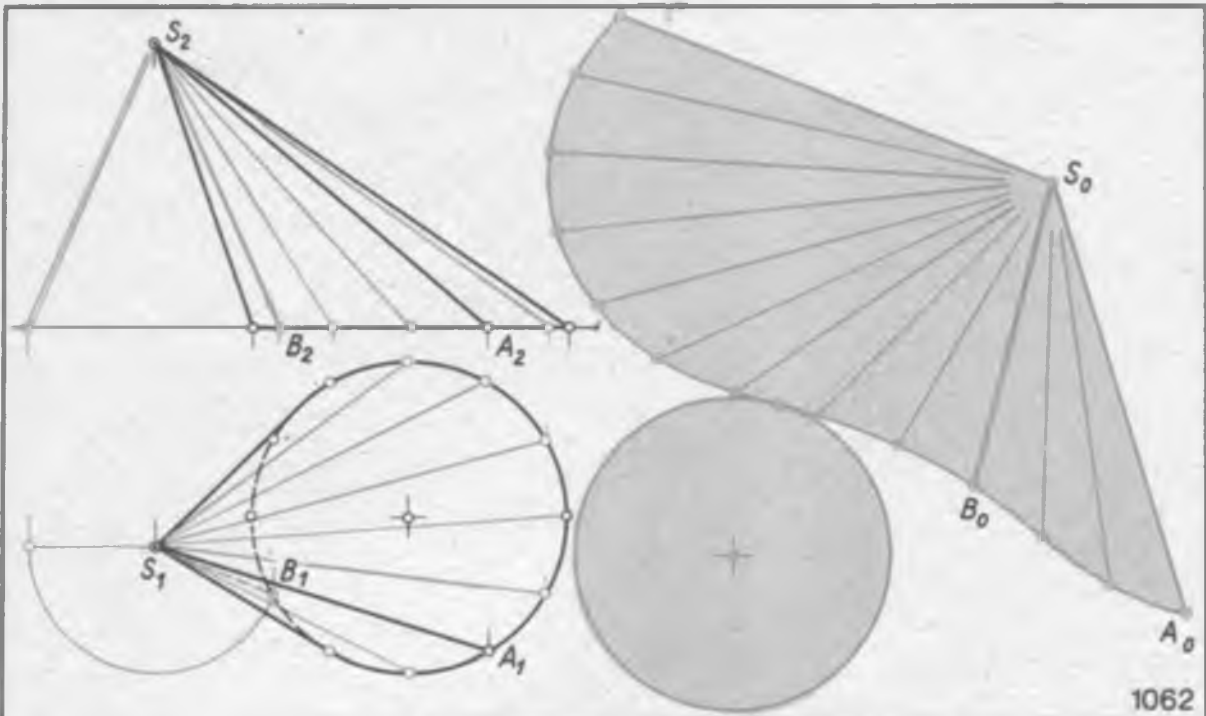
1061

Задача:

1061. Построить развертку боковой поверхности наклонного цилиндра с круговым основанием в горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Ось цилиндра параллельна фронтальной плоскости проекций Π_2 и наклонена к горизонтальной плоскости проекций Π_1 под углом $\alpha = 30^\circ$.

Развертку цилиндрической поверхности выполнить способом нормального сечения

Точке A окружности нижнего основания цилиндра соответствует точка A_0 кривой линии преобразований этой окружности. Построить в преобразовании соприкасающуюся в точке A_0 окружность (круг кривизны). Определить центр и радиус кривизны кривой в точке A_0 . Точке E окружности верхнего основания цилиндра соответствует точка E_0 кривой линии преобразования этой окружности. Определить центр E_K кривизны кривой в точке E_0 .



Задачи:

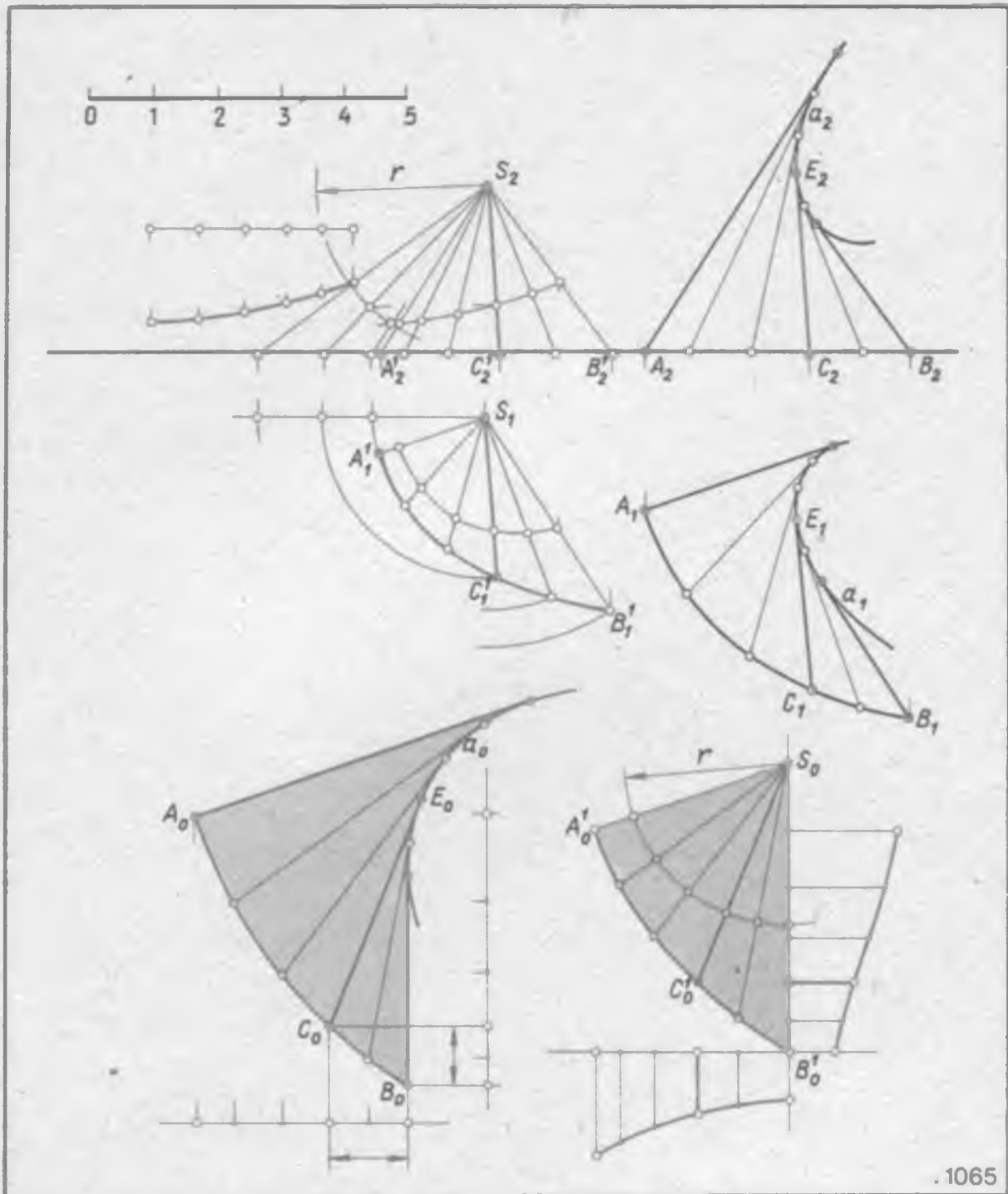
1062. Построить полную развертку наклонного конуса с вершиной S и круговым основанием в горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

Для построения развертки конической поверхности использовать способ триангуляции.

1063. Построить развертку боковой поверхности усеченного конуса вращения с недоступ-

ной вершиной. Для построения развертки поверхности применить прием гомотетического преобразования

Примечание. Строится вспомогательный конус вращения, диаметр основания которого кратен диаметру нижнего основания данного усеченного конуса вращения и строится развертка вспомогательного конуса. В преобразовании все образующие вспомогательного конуса параллельны соответствующим образующим данного конуса, а дуги окружностей их оснований являются пропорциональными кривыми линиями.



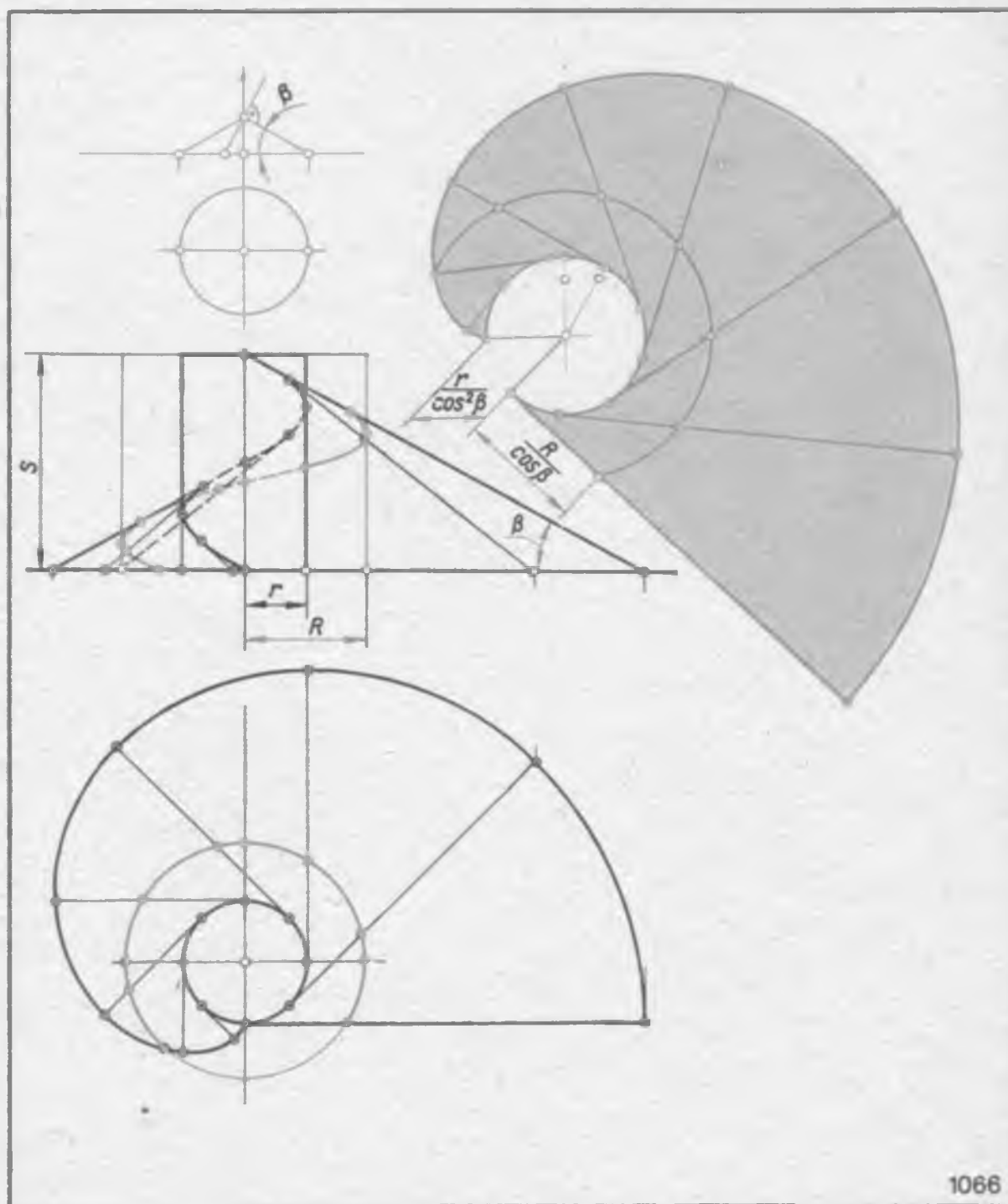
. 1065

Задача:

1065. Построить развертку отсека торсовой поверхности. Поверхность ограничена ребром возврата — пространственной кривой линией a , горизонтальной плоскостью проекций Π_1 и прямолинейными образующими точек A и B кривой AB пересечения торса плоскостью Π_1 .

Примечание. Строится вспомогательный (направляющий) конус торсовой поверхности. Обе поверхности (торс и направляющий конус) пересекаются плоскостью Π_1 по конформным кривым линиям. Такие линии являются конформными и в преобразовании. Строится развертка направляющего конуса и развертка торса. Соответствующие прямолинейные, образующие конуса и торса взаимно параллельны.

При развертывании торса в преобразовании сохраняются длины дуг кривой его ребра возврата и величины углов между прямолинейными образующими.



1066

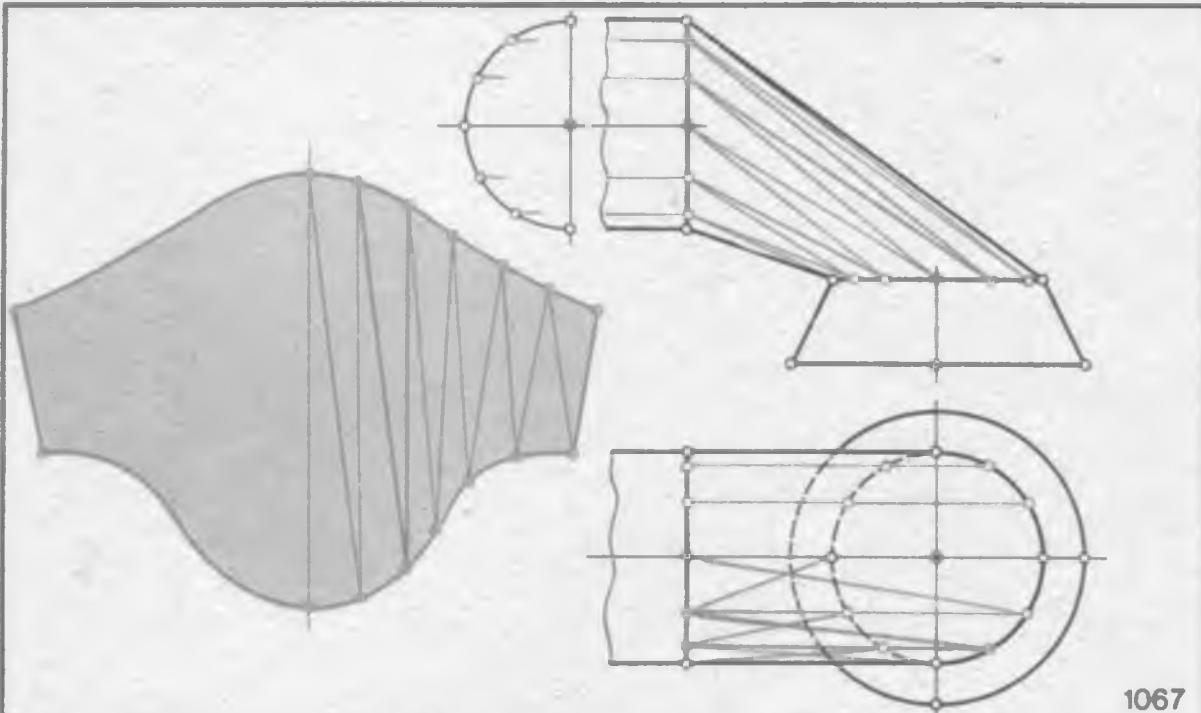
Задача:

1066. Развертывающийся геликоид (торс-геликоид) задан ребром возврата — базовой гелисой левого хода, шага s и радиуса r . Поверхность торса-геликоида пересекает цилиндр вращения радиуса R , ось которого совпадает с осью винтовой поверхности. Построить развертку одной половины поверхности торса-геликоида, ограниченной двумя плоскостями уров-

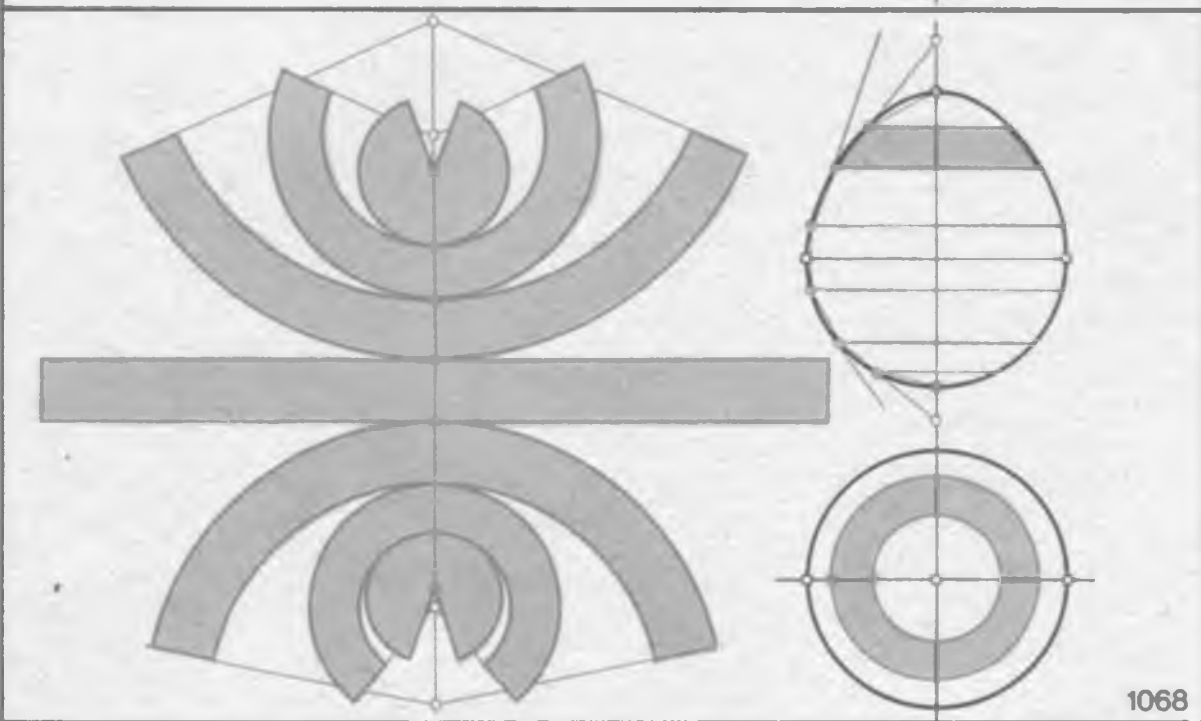
ня, расстояние между которыми равно шагу s базовой гелисы. Показать на развертке линию пересечения торса-геликоида с цилиндром вращения радиусом R .

Примечание. Образующие торса-геликоида параллельны образующим направляющего конуса вращения. Угол сектора развертки направляющего конуса определяется по формуле $\varphi = 2\pi \cos \beta$. Радиус окружности основания направляющего конуса вращения в преобразовании равен $r/\cos^2 \beta$.

§ 58. УСЛОВНЫЕ РАЗВЕРТКИ НЕРАЗВЕРТЫВАЮЩИХСЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ



1067



1068

Задачи:

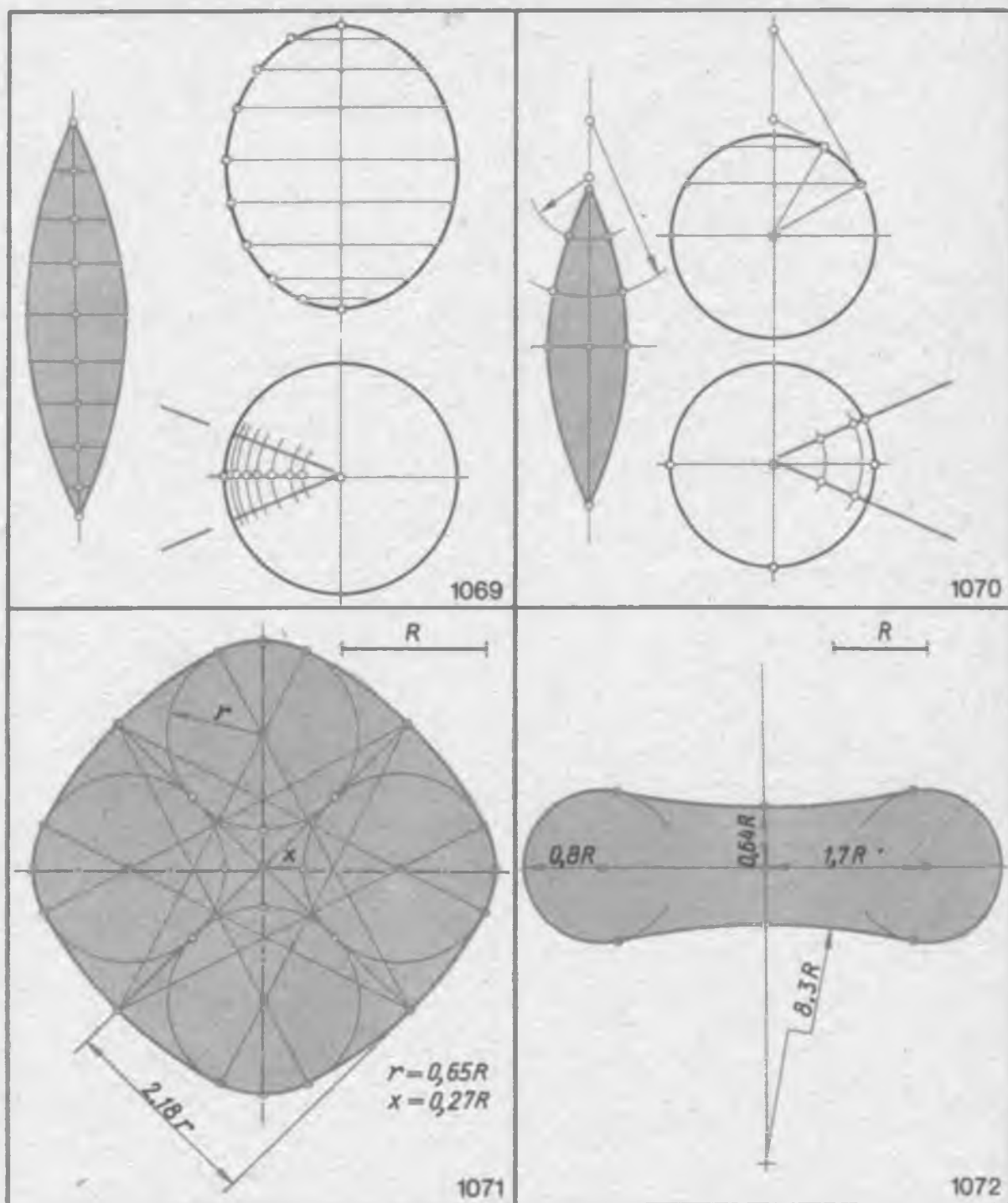
1067. Построить развертку поверхности цилиндроида, представляющего собой конструкцию части трубопровода. Цилиндроид задан двумя направляющими окружностями; плоскостью параллелизма является фронтальная плоскость проекции P_2 . Для построения развертки поверхности цилиндроида применить способ триангуляции.

Примечание. Цилиндроид заменяют (аппроксимируют) вписанной в него многогранной поверхностью с

треугольными гранями. На плоскости последовательно строятся все треугольники многогранной поверхности. Они и составляют в преобразовании данную поверхность.

1068. Построить развертку поверхности вращения, заданной ее очертаниями. Применить способ аппроксимации поверхности вращения соосными конусами вращения.

Примечание. Развертка поверхности вращения представляется последовательным рядом разверток усеченных конусов вращения.



Задачи:

1069. Построить приближенную (условную) развертку поверхности вращения, заданной ее очертаниями. Применить способ аппроксимации поверхности вращения цилиндрическими поверхностями, направляющими которых являются меридианы данной поверхности вращения.

1070. Построить приближенную (условную) развертку поверхности сферы, заданной ее очертаниями.

Примечание. Применить способ аппроксимации поверхности сферы соосными описанными конусами вращения. Каркас сферы представляется рядом параллелей и меридианов.

1071. Построить способом Чебышева выкройку полусферы радиуса R в виде коробового четырехсимметричного овала.

1072. Построить условную развертку поверхности полусферы радиуса R в виде замкнутой коробовой кривой с четырьмя двойными вершинами.

Аксонometрия представляет собой один из методов построения наглядных изображений предметов в одной плоскости.

Аксонometрические чертежи обладают свойством наглядности и одновременно свойством обратимости — по таким чертежам легко представить общую форму предметов и их положение в пространстве.

Наглядность изображений на аксонometрических чертежах зависит от выбора направления проецирования. Эта наглядность теряется, если направление проецирования параллельно одной из координатных плоскостей.

В зависимости от направления проецирования относительно плоскости аксонometрических проекций аксонometрия может быть косоугольной или прямоугольной.

В зависимости от отношений коэффициентов (показателей) искажения по направлениям координатных осей аксонometрические проекции делят на три группы.

Изометрические — все три коэффициента искажения одинаковы: $u = v = w$.

Диметрические — два коэффициента искажения одинаковы: $u = w \neq v$.

Триметрические — все три коэффициента искажения неодинаковы: $u \neq v \neq w$.

По соотношению размеров проецируемого предмета и его изображения аксонometрические проекции разделяют на точные и пропорционально увеличенные — приведенные.

Аксонometрические проекции обратимы только при наличии аксонometрии трех главных направлений измерений фигуры и коэффициентов искажения по этим направлениям.

При построении аксонometрических чертежей необходимо знать степень произвольного выбора аксонometрических осей и аксонometрических масштабов.

Любые три прямые плоскости, исходящие из одной точки и не совпадающие между собой, можно принять за аксонometрические оси. Любые произвольной длины отрезки на этих прямых, отложенные от точки их пересечения, мож-

но принять за аксонometрические масштабы.

В практике построения наглядных изображений обычно применяют лишь некоторые определенные комбинации направлений аксонometрических осей и аксонometрических масштабов.

Коэффициенты искажений главных направлений измерений равны косинусам углов наклона этих направлений к плоскости аксонometрических проекций.

В нормальной аксонometрии сумма квадратов коэффициентов искажений равна двум, т. е.
 $u^2 + v^2 + w^2 = 2$.

В прямоугольных изометрических проекциях коэффициенты искажений по трем осям одинаковы. Здесь плоскость аксонometрических проекций равнонаклонена к координатным осям. В этом случае треугольник следов равноносторонний. Изометрическая единица измерения равна 0,82 натуральной.

Практически для построения изометрических изображений не пользуются коэффициентом искажения, равным 0,82, а заменяют его единицей.

В этом случае получаются изометрические изображения, увеличенные в $1/0,82 = 1,22$ раза.

В изометрии грани куба (квадраты) изображаются ромбами, а окружности — эллипсами.

Центры квадратов (окружностей) в изометрии будут центрами ромбов (эллипсов).

Диаметры окружностей, параллельные координатным осям, будут сопряженными диаметрами эллипсов.

Каждый из диаметров окружности равен по величине стороне квадрата.

Оси эллипсов совпадают с диагоналями ромбов.

Малые оси эллипсов совпадают с направлениями соответствующих аксонometрических осей, большие — им перпендикулярны.

В изометрии большая ось эллипса равна диаметру d проецируемой окружности, малая ось равна $0,58d$.

Пользуясь приведенными коэффициентами искажения, будем иметь увеличение всех раз-

меров изображения в 1,22 раза. В таком отношении увеличиваются большая и малая оси эллипсов:

$$\begin{aligned} 2a &= 1,22d; \\ 2b &= 1,22 \cdot 0,58d = 0,7d. \end{aligned}$$

61 В прямоугольных диметрических проекциях коэффициенты искажений одинаковы по двум осям; третий коэффициент искажения не равен первым двум. Здесь плоскость аксонометрических проекций равнонаклонена к двум координатным осям. В этом случае треугольник следов равнобедренный.

Диметрическая единица измерения по двум осям равна 0,94, а по третьей оси равна 0,47 натуральной. Практически пользуются приведенными коэффициентами искажений, равными 1 и 0,5.

Получаются изображения, увеличенные в $1/0,94 = 1,06$ раза.

В диметрии две грани куба (квадраты), параллельные плоскости, изображаются в виде ромбов; другие же грани, параллельные плоскостям, изображаются параллелограммами. Окружности, вписанные в квадраты, проецируются эллипсами, вписанными в ромбы и параллелограммы.

Центры окружностей и точки соприкосновения их с квадратами в серединах сторон будут, очевидно, и в диметрической проекции также центрами эллипсов и точками соприкосновения эллипсов с ромбами и параллелограммами в серединах их сторон. Диаметры окружностей, параллельные осям, являются сопряженными диаметрами эллипсов.

В диметрии, так же как и в изометрии, малые оси эллипсов имеют направления аксонометри-

ческих осей, а большие — им перпендикулярны.

В натуральной диметрии большие оси эллипсов равны d — диаметру окружности; в приведенной — $1,06d$.

Величина малой оси эллипса — проекции окружности, принадлежащей грани куба, параллельной плоскости xOz , в натуральной диметрии равна $0,882d$; в приведенной — $0,882 \cdot 1,06d$ или $0,94d$.

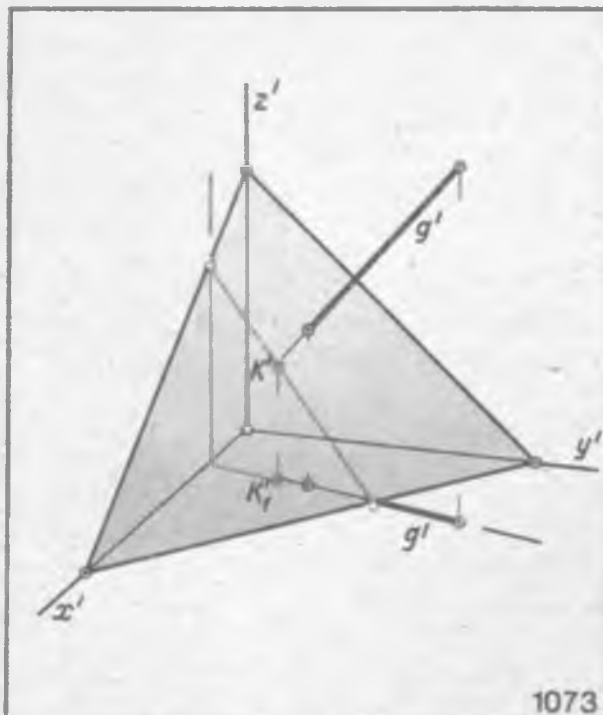
Величина малых осей эллипсов — проекций окружностей, вписанных в грани куба, параллельных плоскостям xOy и yOz , в натуральной диметрии равна $0,33d$, в приведенной — $0,33 \cdot 1,06 = 0,35d$.

62 Плоскость аксонометрических проекций в косоугольной аксонометрии занимает обычно частное положение относительно координатных плоскостей, а направление проецирования не совпадает с направлением плоскости проекций.

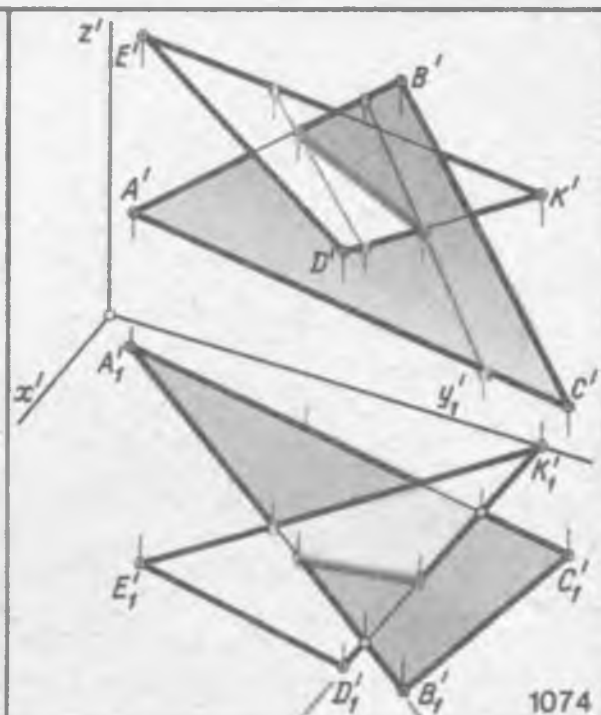
В практике проектирования применяется фронтальная косоугольная диметрия (кабинетная проекция) с показателями искажений по осям $u:v:w = 1:0,5:1$, применяется также зенитная косоугольная изометрия («военная перспектива»). В косоугольной фронтальной и зенитной аксонометриях показатели искажений по двум осям всегда одинаковы; по третьей оси показатели искажений могут быть и одинаковые с первыми двумя (изометрия) и неодинаковые (диметрия).

63 Позиционные задачи в аксонометрии решаются приемами, аналогичными приемам, применяемым для этих целей на эпюре Монжа. Метрические задачи в аксонометрии решаются более сложно.

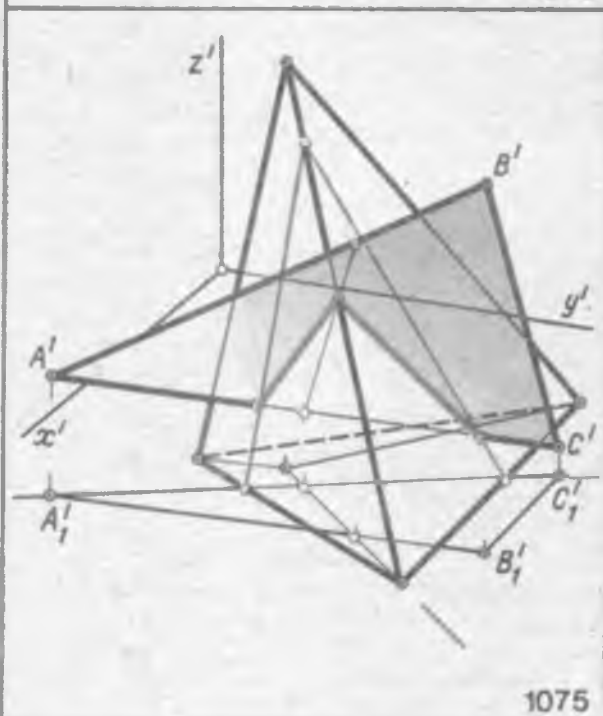
§ 59. ОСНОВНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ В АКСОНОМЕТРИИ



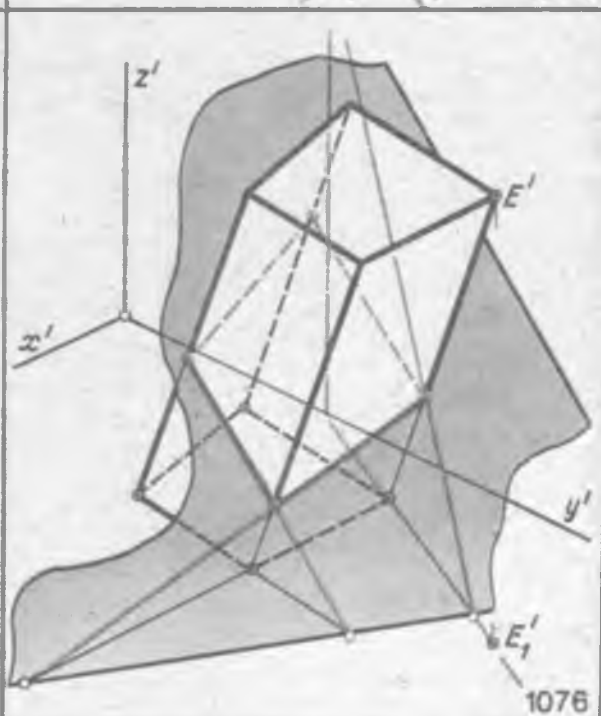
1073



1074



1075



1076

Задачи:

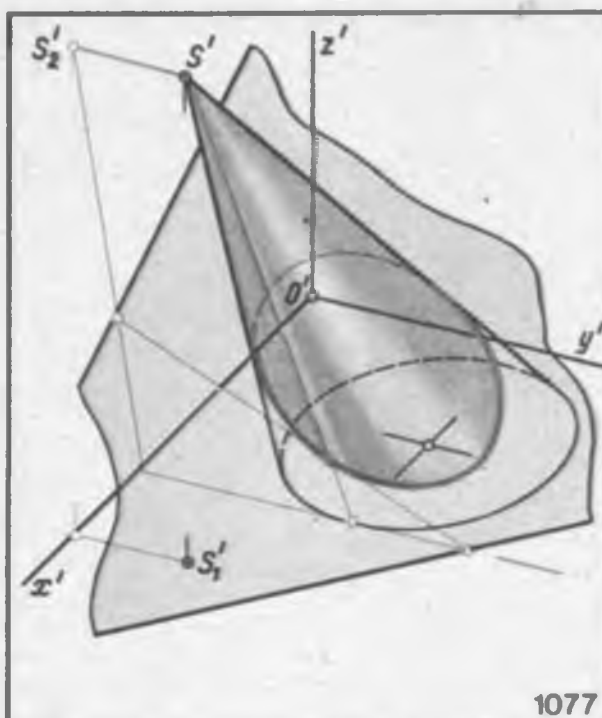
1073. Определить в аксонометрической проекции точку пересечения прямой линии g с плоскостью произвольного положения, заданной треугольником следов.

1074. Построить в аксонометрической проекции линию пересечения двух треугольников ABC и EDK произвольного положения. Определить видимость треугольников.

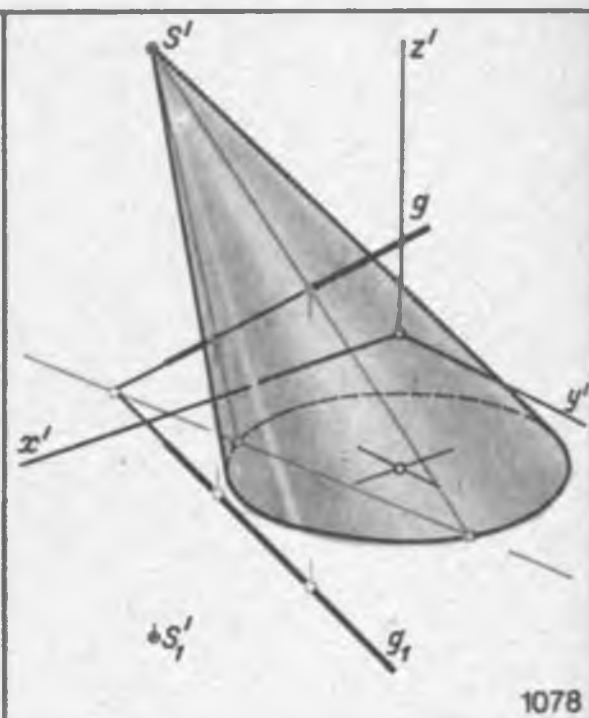
1075. Построить в аксонометрической про-

екции линию пересечения треугольной пирамиды плоской фигурой (треугольником ABC). Пирамида и треугольник заданы аксонометрическими и вторичными проекциями их вершин.

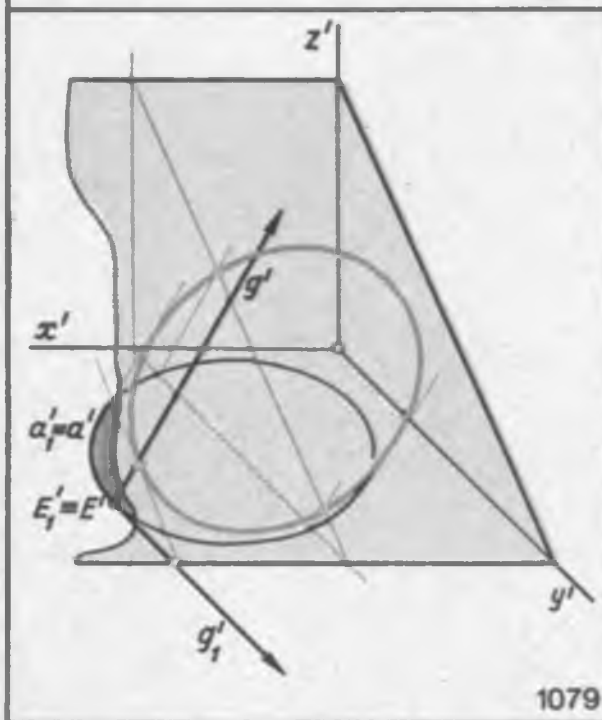
1076. Построить в аксонометрической проекции линию пересечения наклонной четырехугольной призмы плоскостью. Плоскость задана следами. Основание призмы лежит в плоскости xOy . Известны аксонометрическая E' и вторичная проекция E'' вершины E верхнего основания призмы.



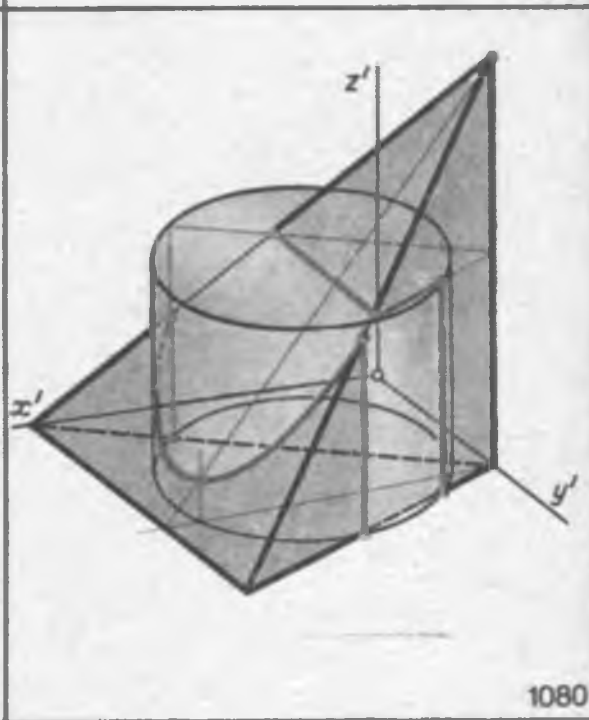
1077



1078



1079



1080

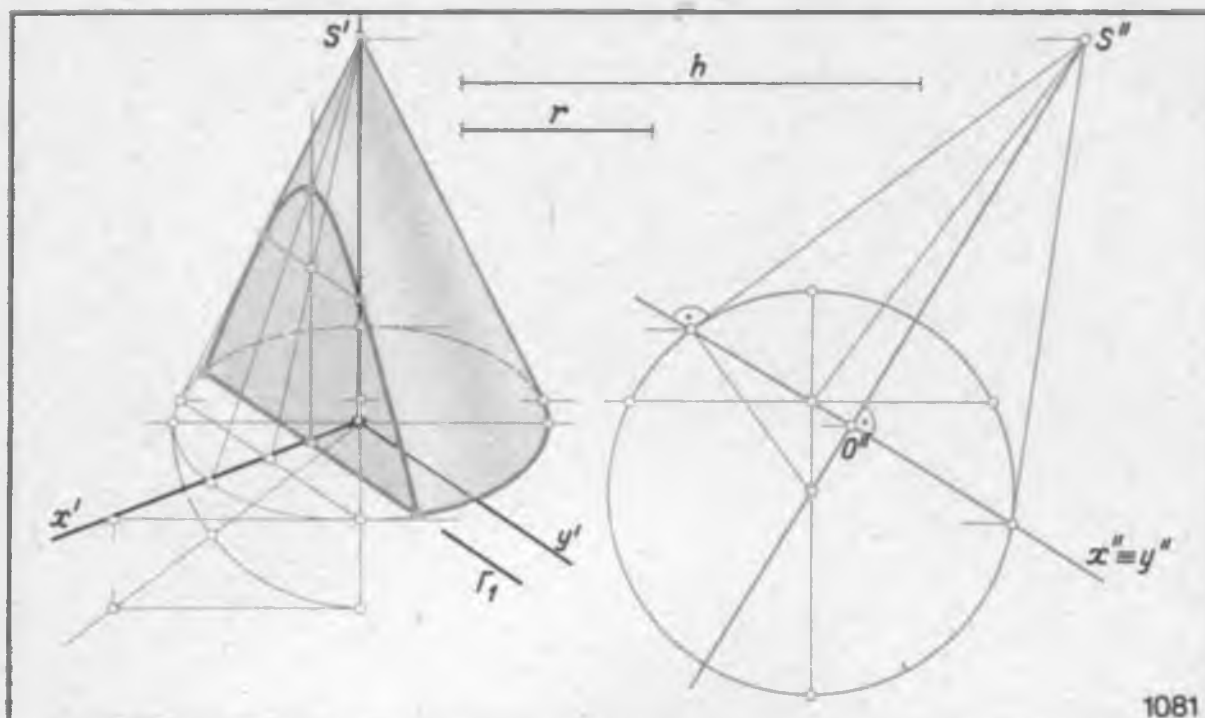
Задачи:

1077. Построить в аксонометрической проекции линию пересечения наклонного конуса с круговым основанием в горизонтальной координатной плоскости плоскостью произвольного положения Σ .

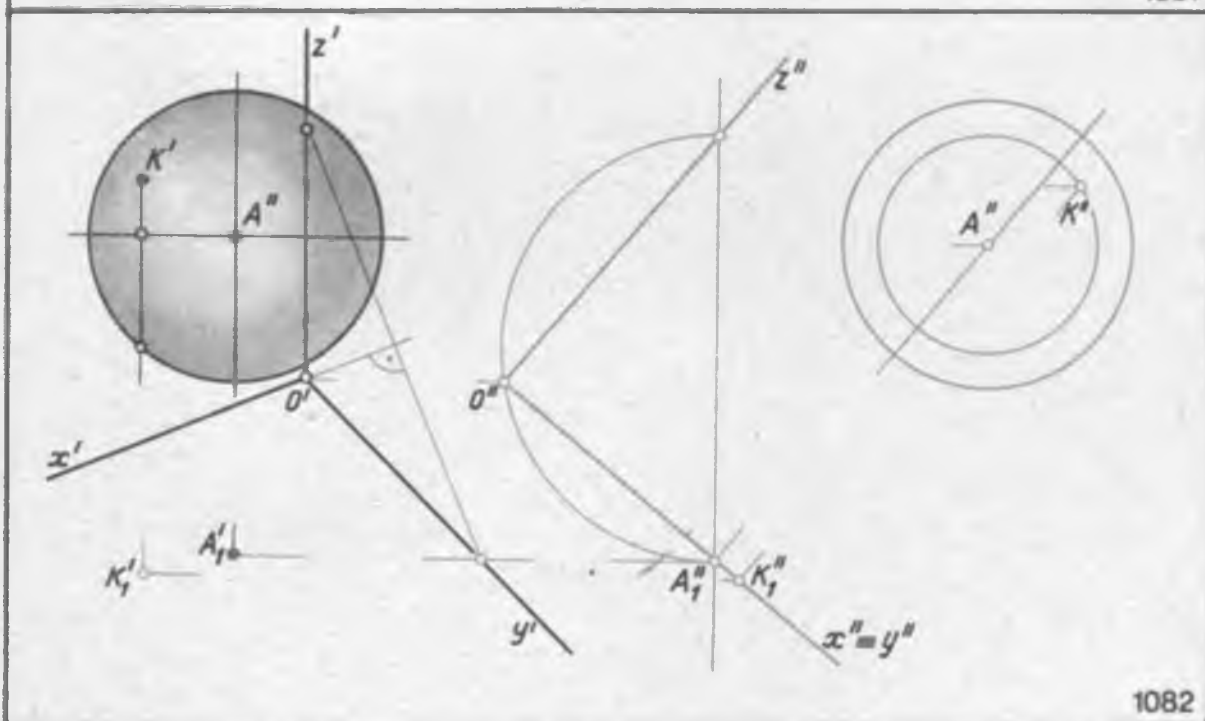
1078. Определить в аксонометрической проекции точки пересечения прямой линии g с наклонным конусом, основание которого принадлежит горизонтальной координатной плоскости.

1079. Построить аксонометрическую проекцию линии пересечения цилиндра плоскостью Σ , заданной следами. Цилиндр задан направляющей a в горизонтальной координатной плоскости и прямолинейной образующей g .

1080. Построить в аксонометрической проекции линию пересечения цилиндра с усеченной прямой треугольной призмой. Нижнее основание цилиндра и основание призмы находятся в одной горизонтальной координатной плоскости.



1081



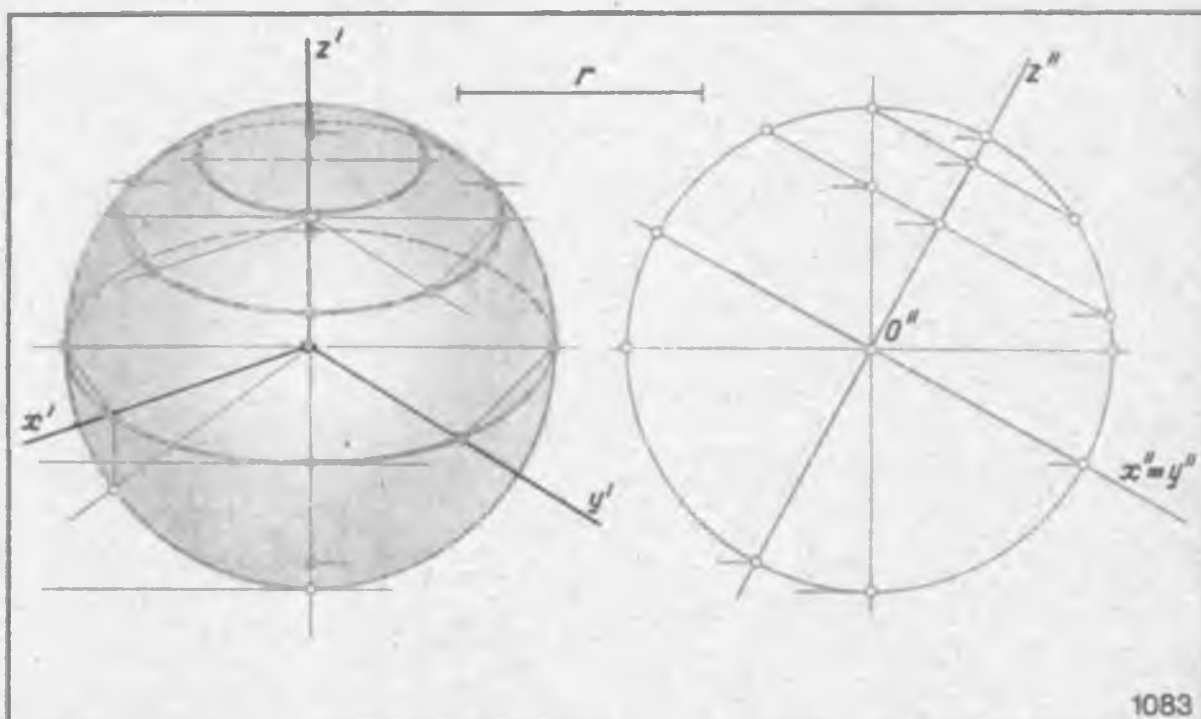
1082

Задачи:

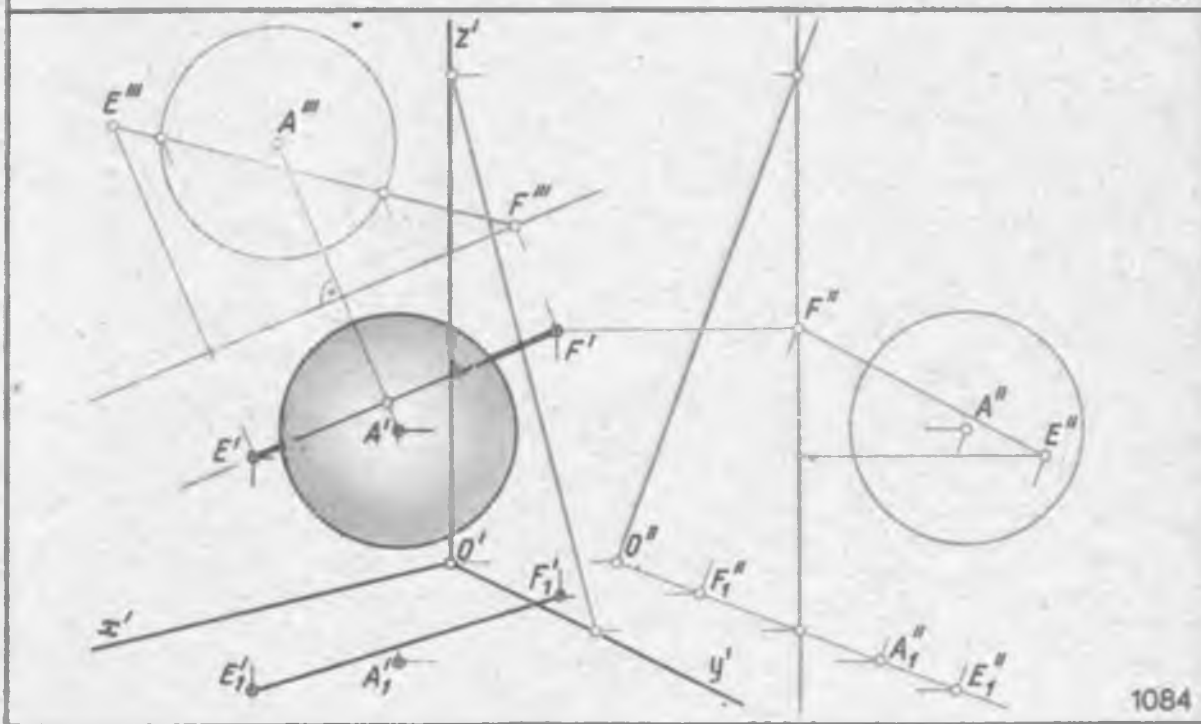
1081. Построить в прямоугольной аксонометрии конус вращения с основанием в горизонтальной координатной плоскости проекций и вершиной S на вертикальной оси z . Известны аксонометрические проекции координатных осей, радиус r основания конуса вращения и его высота h . Конус вращения пересекает горизонтально-проецирующую плоскость Γ , параллельная координатной плоскости yOz , на расстоя-

нии от оси конуса, равно $1/3$ радиуса окружности его основания.

1082. Даны прямоугольная аксонометрическая проекция сферы с центром в точке A (A' , A'') и аксонометрическая проекция K' точки K , принадлежащей видимой части поверхности сферы. Определить вторичную проекцию K'' точки K . Аксонометрические проекции координатных осей натуральной системы координат заданы.



1083



1084

Задачи:

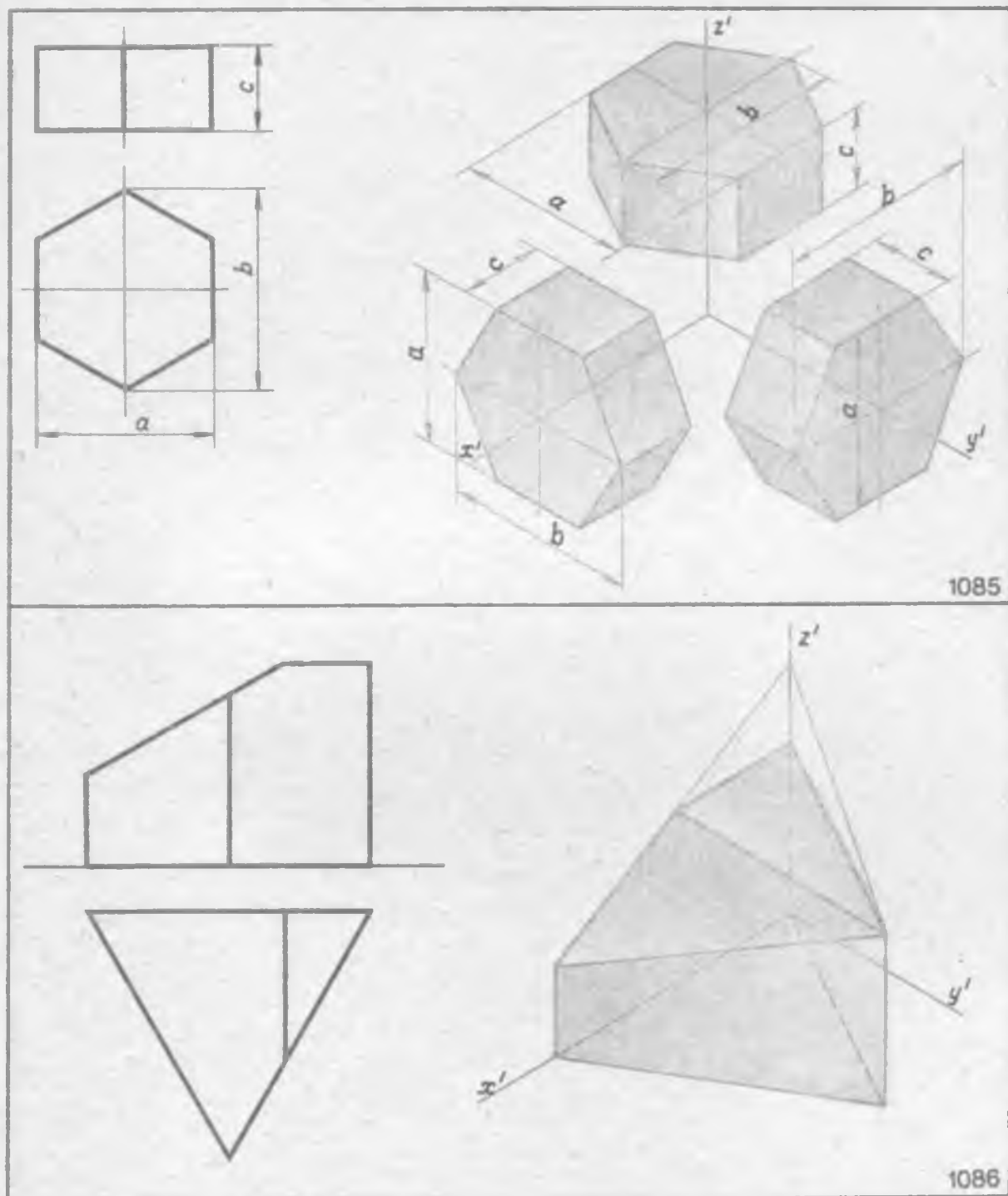
1083. В прямоугольной аксонометрии, заданной проекциями координатных осей натуральной системы, построить очертание сферы заданного радиуса r с центром в точке O — начале координат. Построить аксонометрические проекции параллелей сферы, экватора и полюсов, приняв за ось сферы вертикальную координатную ось Oz .

Показать видимость параллелей сферы в аксонометрической проекции.

1084. В прямоугольной аксонометрии даны проекции координатных осей натуральной системы, заданы сфера с центром в точке A (A' , A_1') и отрезок EF (E' , F' , E_1' , F_1') прямой линии произвольного положения.

Определить точки пересечения прямой EF с поверхностью сферы и показать видимость прямой линии с аксонометрической проекции.

§ 60. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ИЗОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ



Задачи:

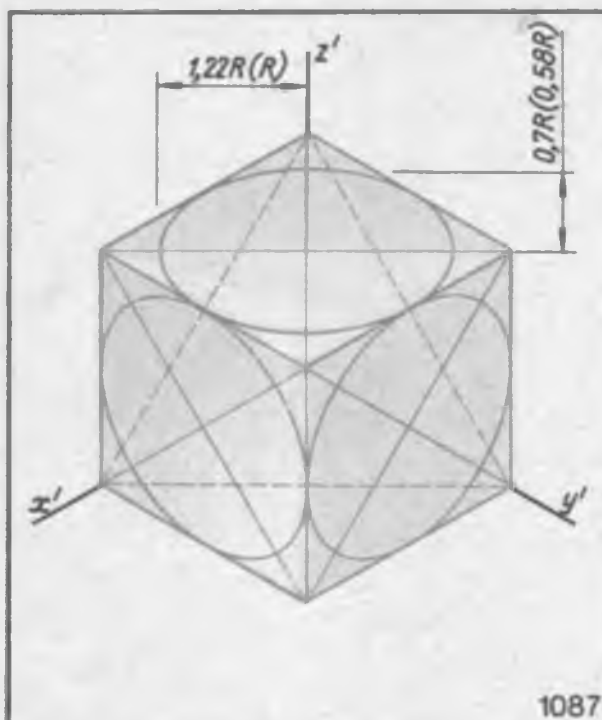
1085. Дан ортогональный чертёж правильной шестиугольной прямой призмы. Построить три прямоугольные изометрические проекции призмы при условии, что основания призмы (равносторонние шестиугольники) параллельны координатным плоскостям проекций, а ось призмы совпадает с соответствующими координатными осями натуральной системы координат.

1086. По заданному ортогональному черте-

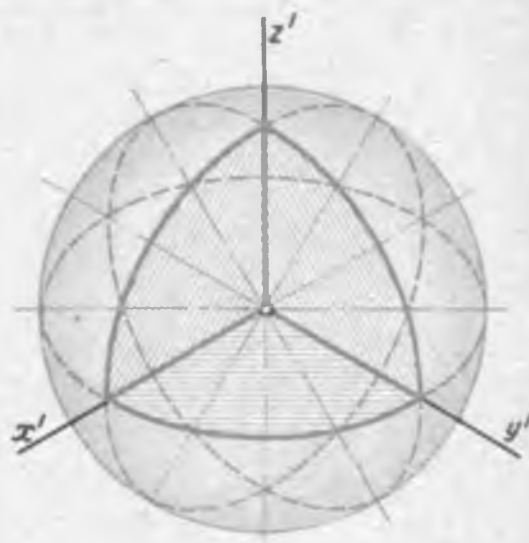
жу усеченной правильной треугольной призмы построить прямоугольную изометрическую проекцию призмы.

Основание призмы (равносторонний треугольник) принадлежит горизонтальной координатной плоскости xOy . Одна из граней призмы принадлежит координатной плоскости xOz , а два ее ребра (стороны этой грани) совпадают с координатными осями Ox и Oz натуральной системы.

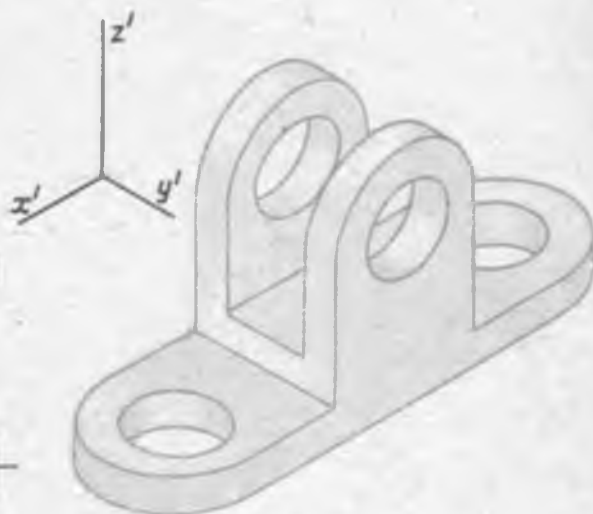
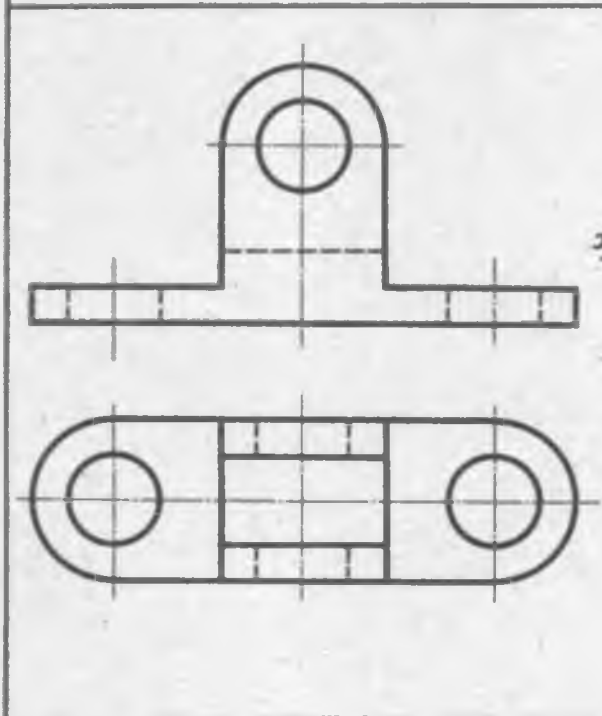
Показать видимость ребер и граней призмы в аксонометрической проекции.



1087



1088



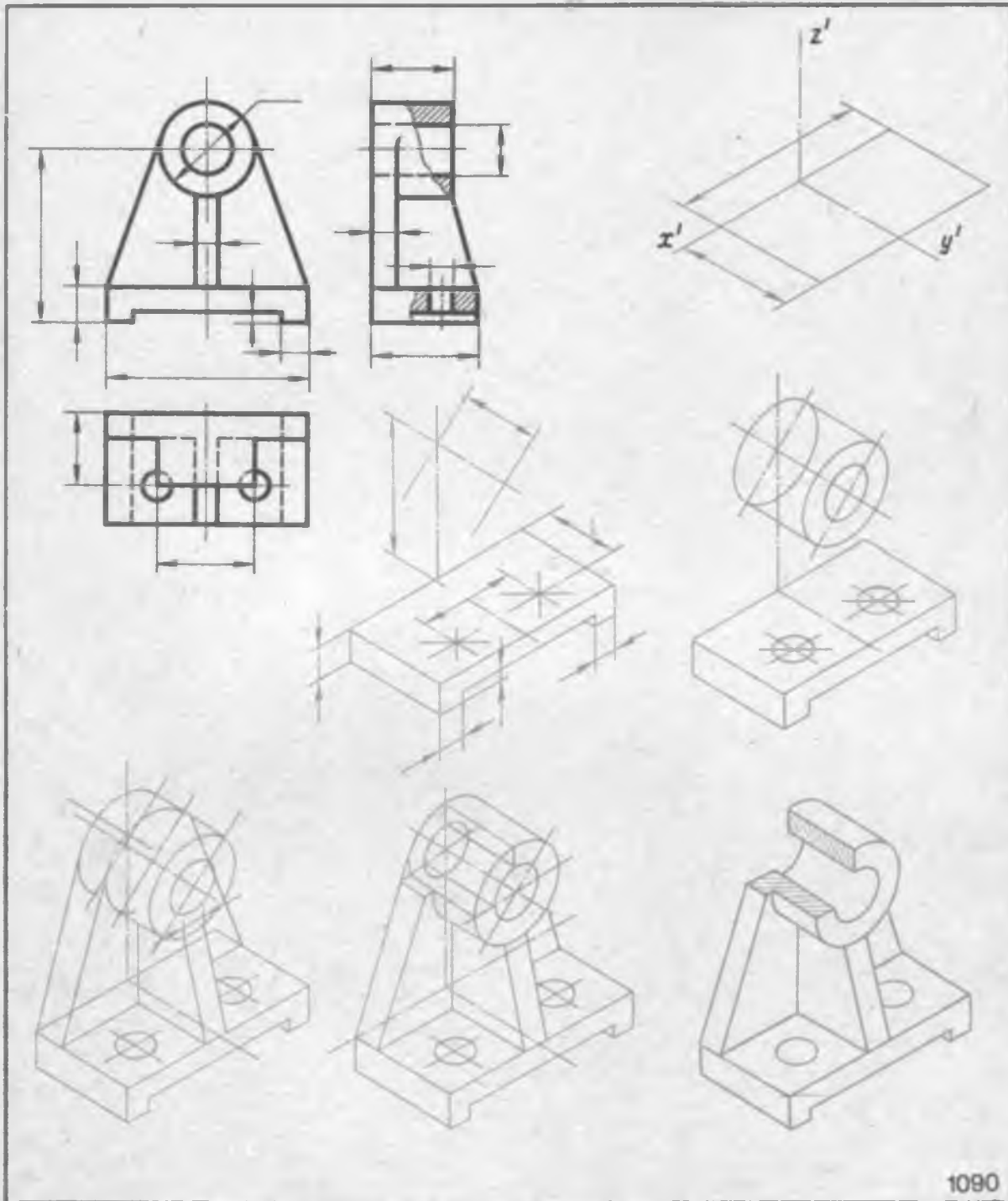
1089

Задачи:

1087. Построить прямоугольную изометрическую проекцию куба с вписанными в его грани окружностями. Три смежных ребра куба имеют направления координатных осей натуральной системы координат, а грани куба совпадают с координатными плоскостями. Указать величины большой и малой осей эллипсов — проекций окружностей каждой из граней в аксонометрической проекции для «точной» и «приведенной» изометрии.

1088. Построить прямоугольную изометрическую проекцию сферы (шара) с центром в точке O (начала координат) и радиуса R . Показать сечения сферы тремя координатными плоскостями xOy , yOz и xOz .

1089. Построить прямоугольную изометрическую проекцию технической детали в виде вилки (кронштейна), выполненной из металла или пластмассы. Деталь на ортогональном чертеже задана двумя ее проекциями.



Задача:

1090. Построить прямоугольную изометрическую проекцию технической детали (подшипника) по заданному ортогональному чертежу детали. Показать в последовательности основные стадии построения аксонометрии детали:

Примечания: 1-я стадия. Производится жесткая привязка координатных осей в ортогональной и аксонометрической проекциях.

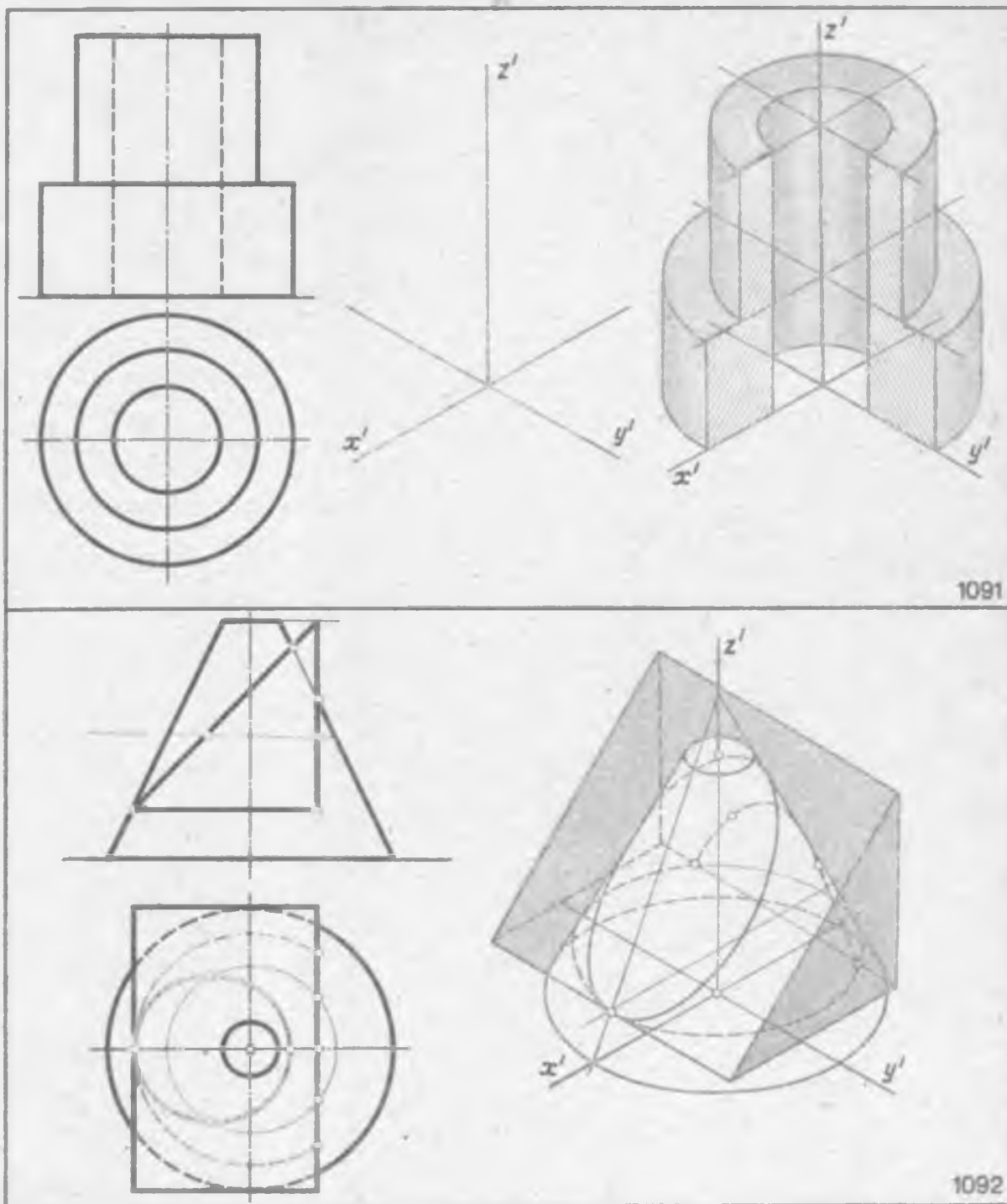
2-я стадия. Строится основание и намечаются центры отверстий в плите и цилиндре.

3-я стадия. Строятся эллипсы — аксонометрические проекции окружностей.

4-я стадия. Строятся стенка и ребро жесткости

5-я стадия. Строятся линии плоскости выреза.

6-я стадия. Удаляются все вспомогательные построения, обводится контур детали и наносится штриховка разрезанных стенок.



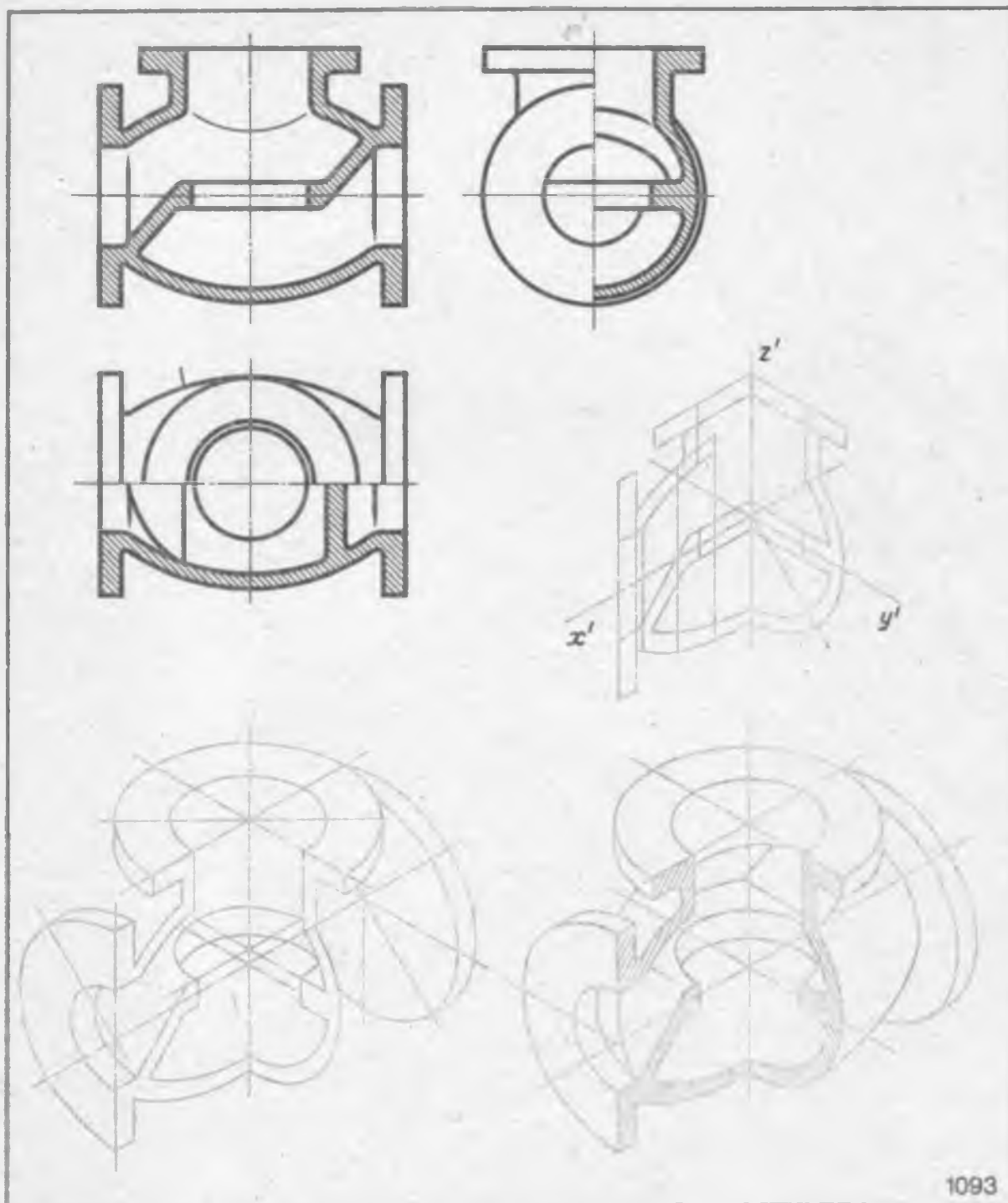
Задачи:

1091. Дан ортогональный чертеж технической детали. Построить прямоугольную изометрическую проекцию детали с вырезом вертикальными координатными плоскостями xOz и yOz . Показать две основные возможные стадии построения аксонометрической проекции детали.

1092. Дан ортогональный чертеж взаимно пересекающихся усеченного конуса вращения и

фронтально-проецирующей прямой треугольной призмы. Построить линию пересечения двух геометрических фигур в ортогональных проекциях и показать ее видимость.

Построить в прямоугольной изометрической проекции данные фигуры и построить линию их пересечения. Показать видимость линий данных фигур и видимость линии их пересечения в аксонометрической проекции. Вертикальная координатная ось Oz совпадает с осью конуса вращения.



1093

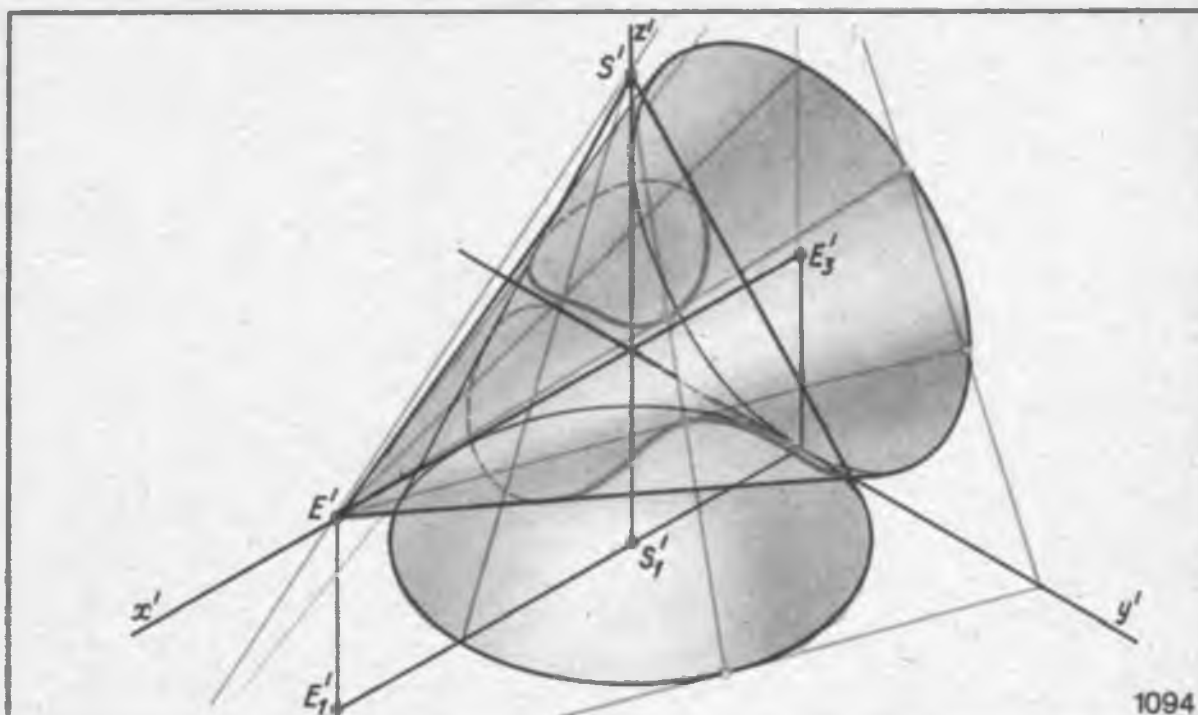
Задача:

1093. Построить прямоугольную изометрическую проекцию технической детали (корпуса вентиля) по заданному ортогональному чертежу детали в трех проекциях. Показать в последовательности основные стадии построения аксонометрии детали.

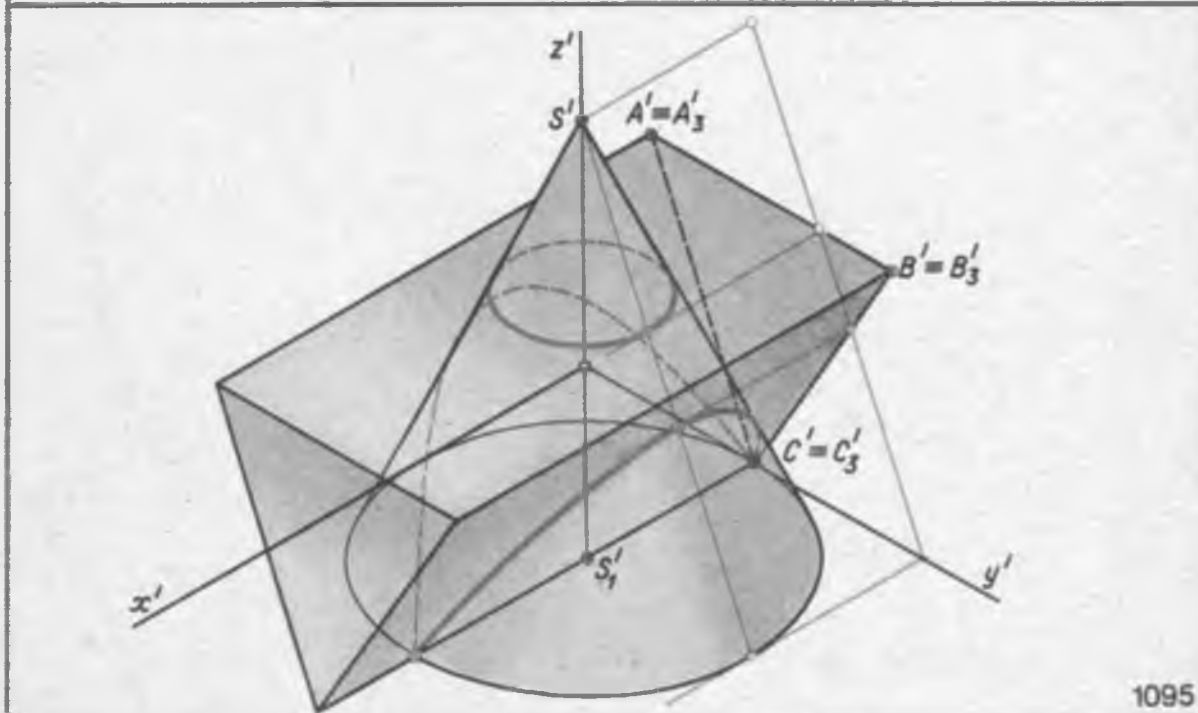
Примечания: 1-я стадия. Выбираются аксонометрические оси и строятся аксонометрические проекции сечений, ограничивающих вырез.

2-я стадия. Строятся эллипсы — аксонометрические проекции окружностей оснований цилиндров, составляющих поверхность корпуса вентиля.

3-я стадия. Строится очертание тора, ограничивающего центральную часть корпуса, и строятся линии пересечения поверхностей, составляющих данную техническую деталь, обводится видимый контур детали и наносится штриховка разрезов детали координатными плоскостями.



1094



1095

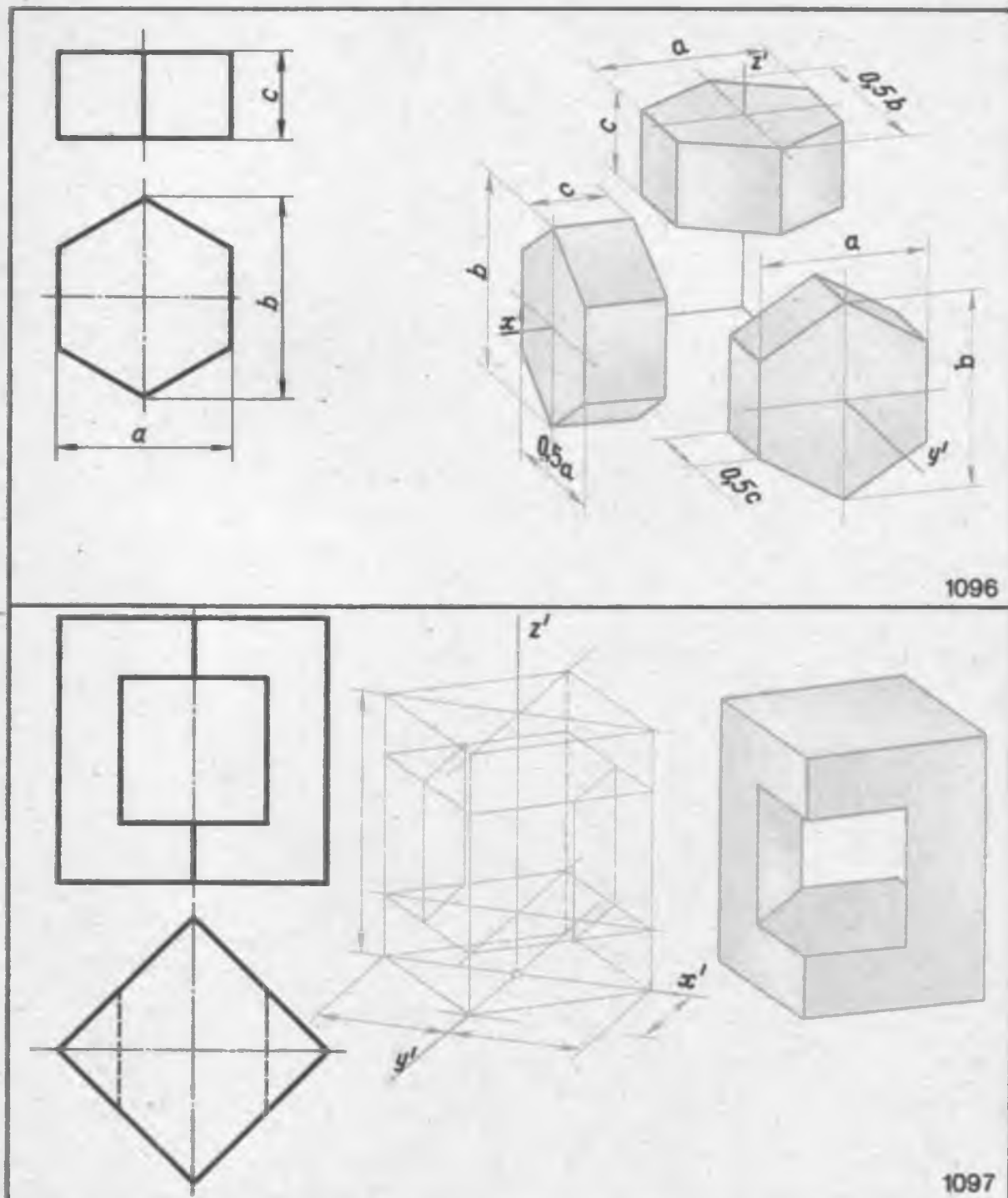
Задачи:

1094. Построить в прямоугольной изометрии линию пересечения двух конусов вращения и показать ее видимость. Конус вращения с вертикальной осью задан вершиной S (S' , S'_1) и окружностью радиуса r его основания в плоскости xOy . Конус вращения с горизонтальной осью задан вершиной E (E' , E'_1) и окружностью радиуса r его основания в плоскости yOz . Основания (окружности) конусов вращения касаются

координатных осей натуральной системы координат.

1095. Построить в прямоугольной изометрии линию пересечения конуса вращения с прямой треугольной призмой и показать ее видимость. Конус вращения с вертикальной осью задан вершиной S (S' , S'_1) и окружностью радиуса r его основания в горизонтальной координатной плоскости xOy . Призма задана проекциями ее ребер; треугольник ABC основания призмы находится в плоскости yOz .

§ 61. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ДИМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ



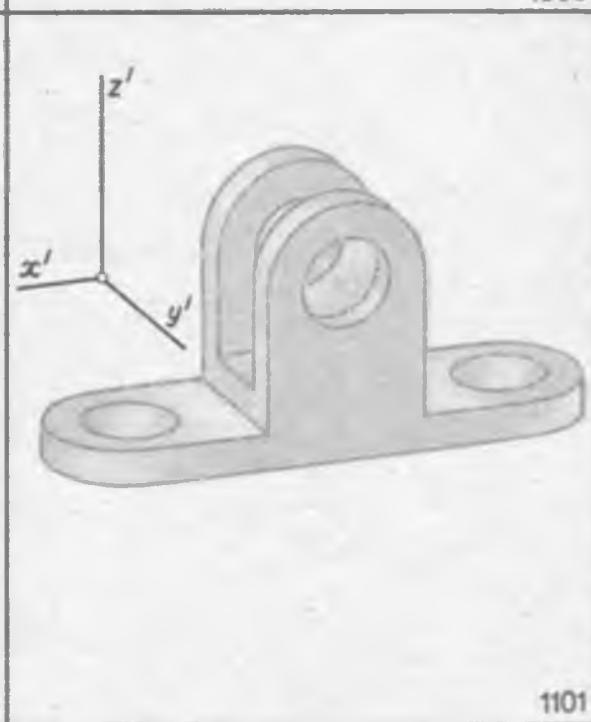
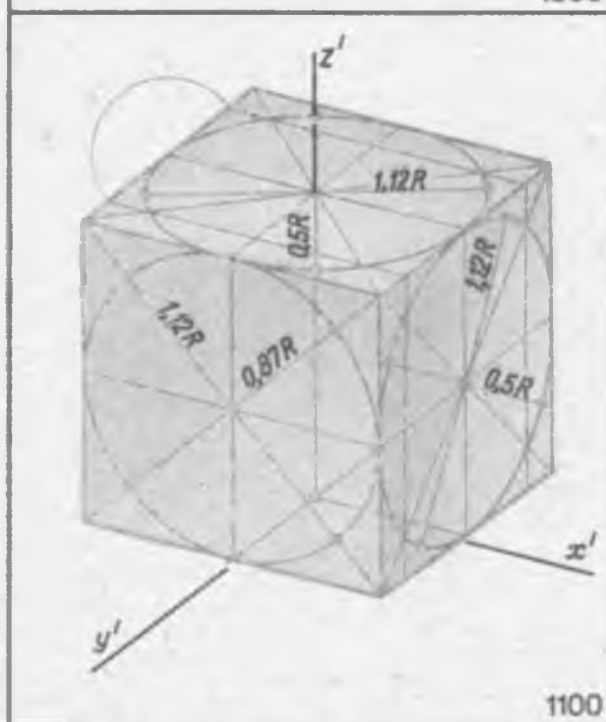
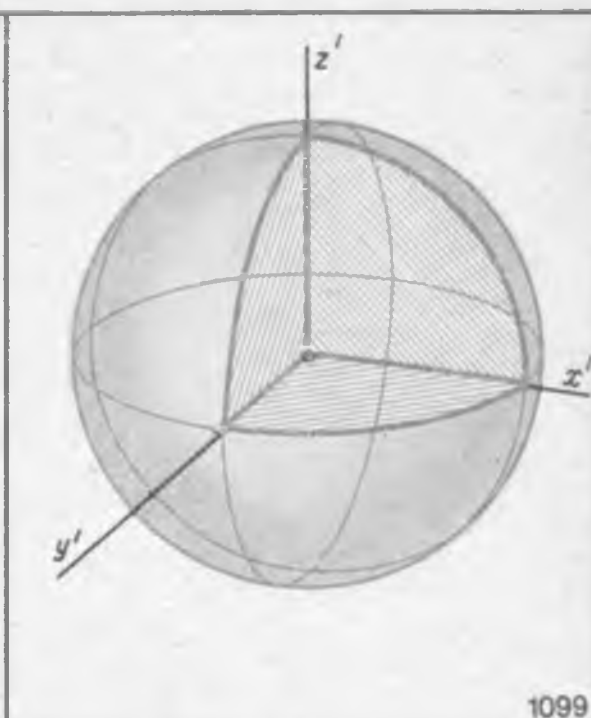
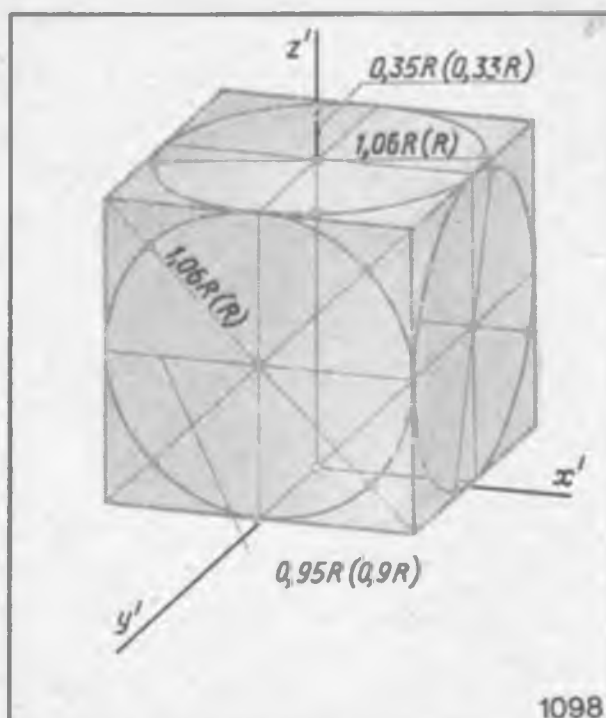
Задачи:

1096. Дан ортогональный чертеж правильной шестиугольной прямой призмы. Построить три прямоугольные диметрические проекции призмы при условии, что основания призмы (равносторонние шестиугольники) параллельны координатным плоскостям проекций, а ось призмы совпадает с соответствующими координатными осями натуральной системы координат.

1097. Дан ортогональный чертеж правильной четырехугольной призмы со сквозным вырезом. Построить прямоугольную диметрическую проекцию призмы. Показать основные две стадии построения аксонометрии детали.

Примечания: 1-я стадия. Производится жесткая привязка координатных осей, строятся контуры оснований, ребра и вырез призмы.

2-я стадия. Дается законченное изображение призмы с вырезом — сквозным прямоугольным отверстием.



Задачи:

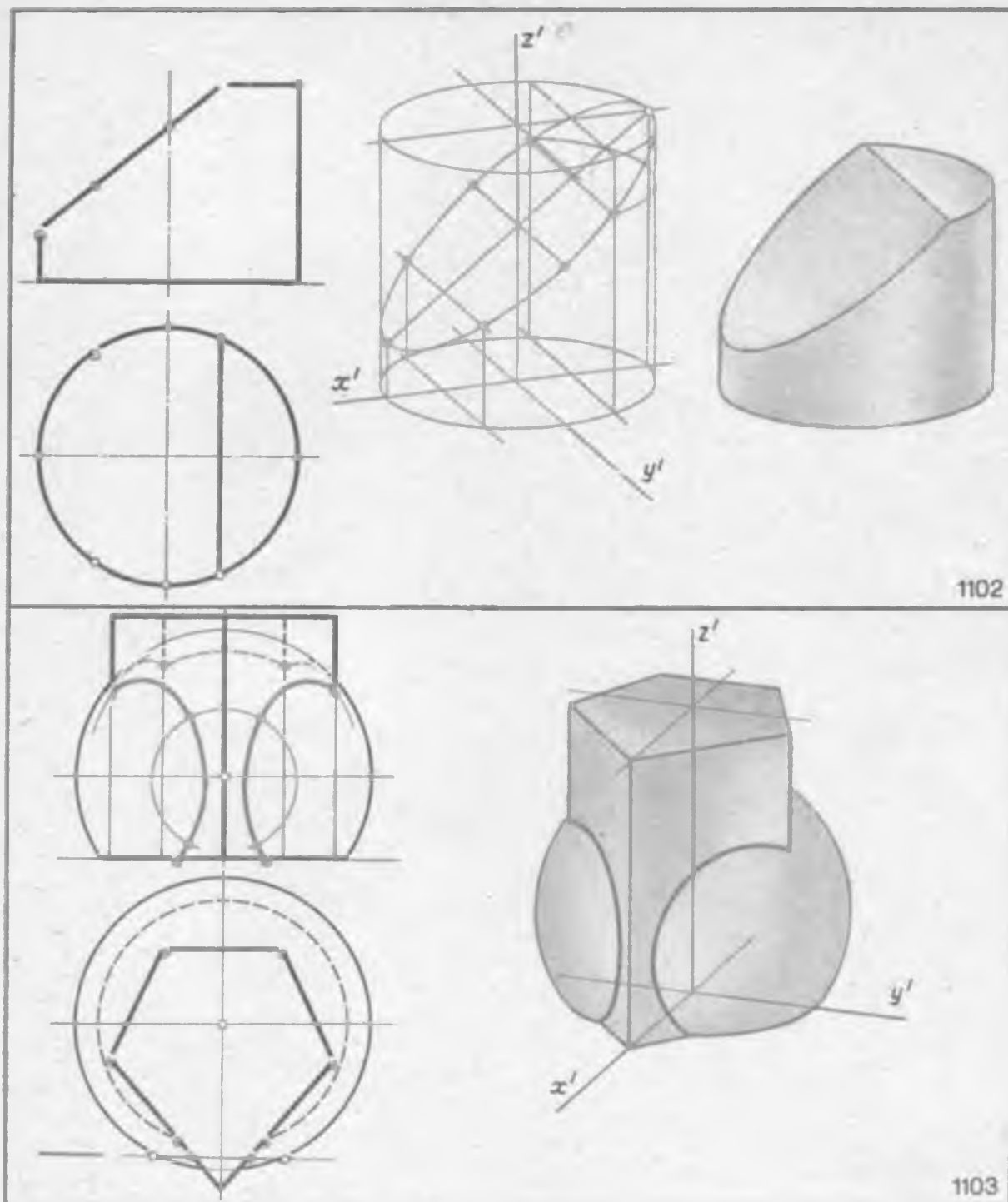
1098. Построить прямоугольную диметрическую проекцию куба с вписанными в его грани окружностями при показателях искажения $u = w = 1$ и $v = 0,5$. Указать величины большой и малой осей эллипсов — проекций окружностей каждой из граней в аксонометрической проекции для «точной» и «приведенной» диметрии.

1099. Построить прямоугольную диметрическую проекцию сферы с центром в точке O и

радиуса R . Показать сечения сферы тремя координатными плоскостями xOy , yOz , xOz .

1100. Построить прямоугольную диметрическую проекцию куба с вписанными в его грани окружностями при показателях искажения $u = w = 1$ и $v = 0,7$.

1101. Построить прямоугольную диметрическую проекцию технической детали (вилки), заданной в ортогональных проекциях (рис. 1089).



Задачи:

1102. Дан ортогональный чертёж прямого кругового цилиндра со срезом. Построить прямоугольную диметрическую проекцию цилиндра. Показать две стадии построения аксонометрии детали.

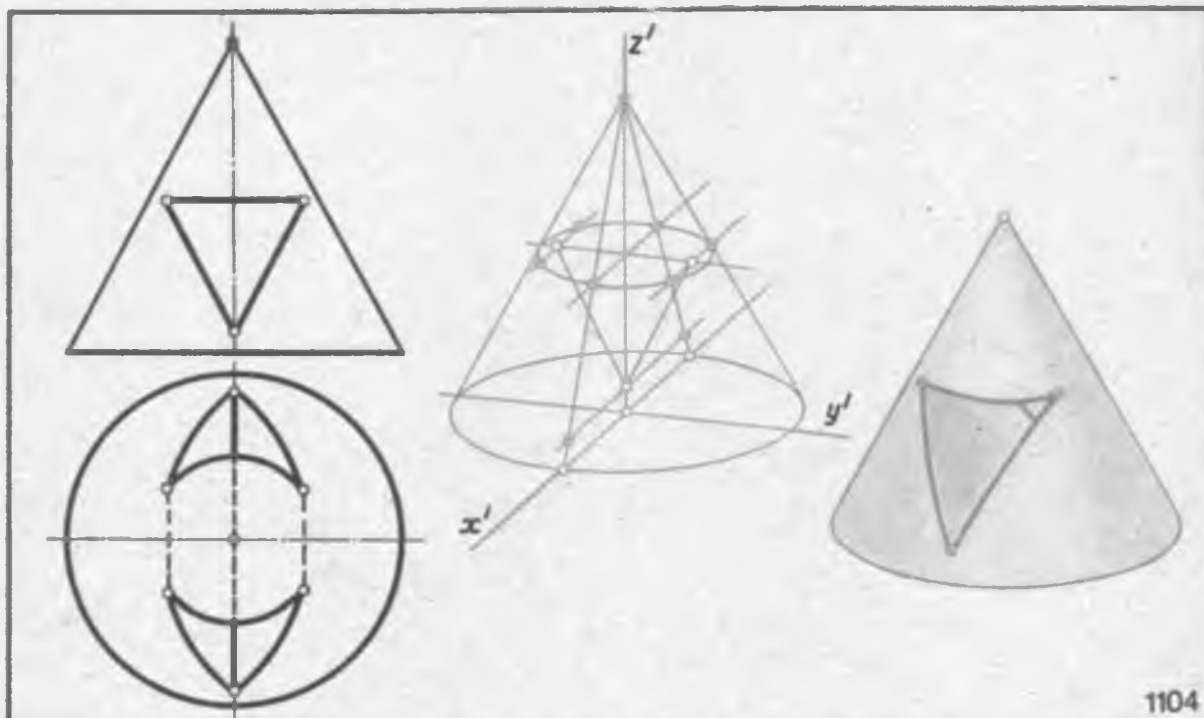
Примечания: 1-я стадия. Производится жесткая привязка координатных осей в ортогональной и аксонометрической проекциях, строятся эллипсы — аксонометрические проекции окружностей нижнего и верхнего оснований цилиндра, очерковые прямолинейные обра-

зующие, строится линия среза (эллипс) цилиндра плоскостью.

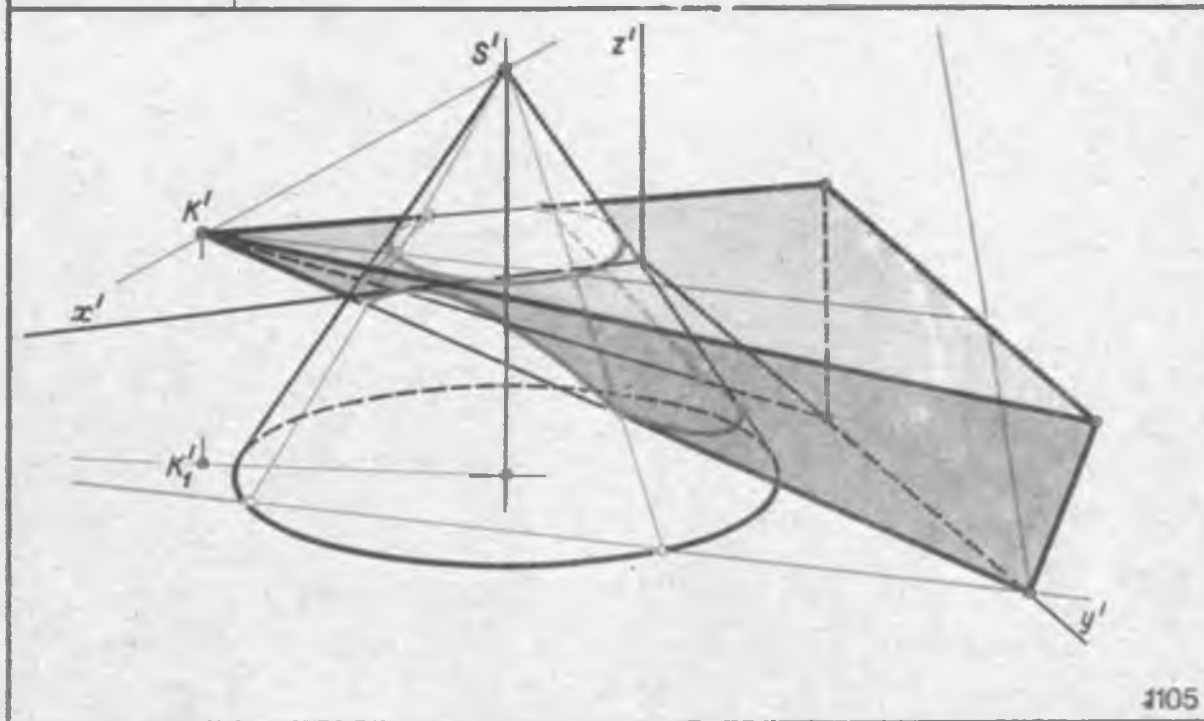
2-я стадия. Дается законченное изображение цилиндра вращения со срезом.

1103. Дан ортогональный чертёж взаимно пересекающихся прямой пятиугольной призмы со сферой.

Построить линию пересечения двух геометрических фигур и показать ее видимость в проекциях. Построить в прямоугольной диметрии взаимно пересекающиеся призмы со сферой.



1104



1105

Задачи:

1104. Дан ортогональный чертеж конуса вращения со сквозным отверстием.

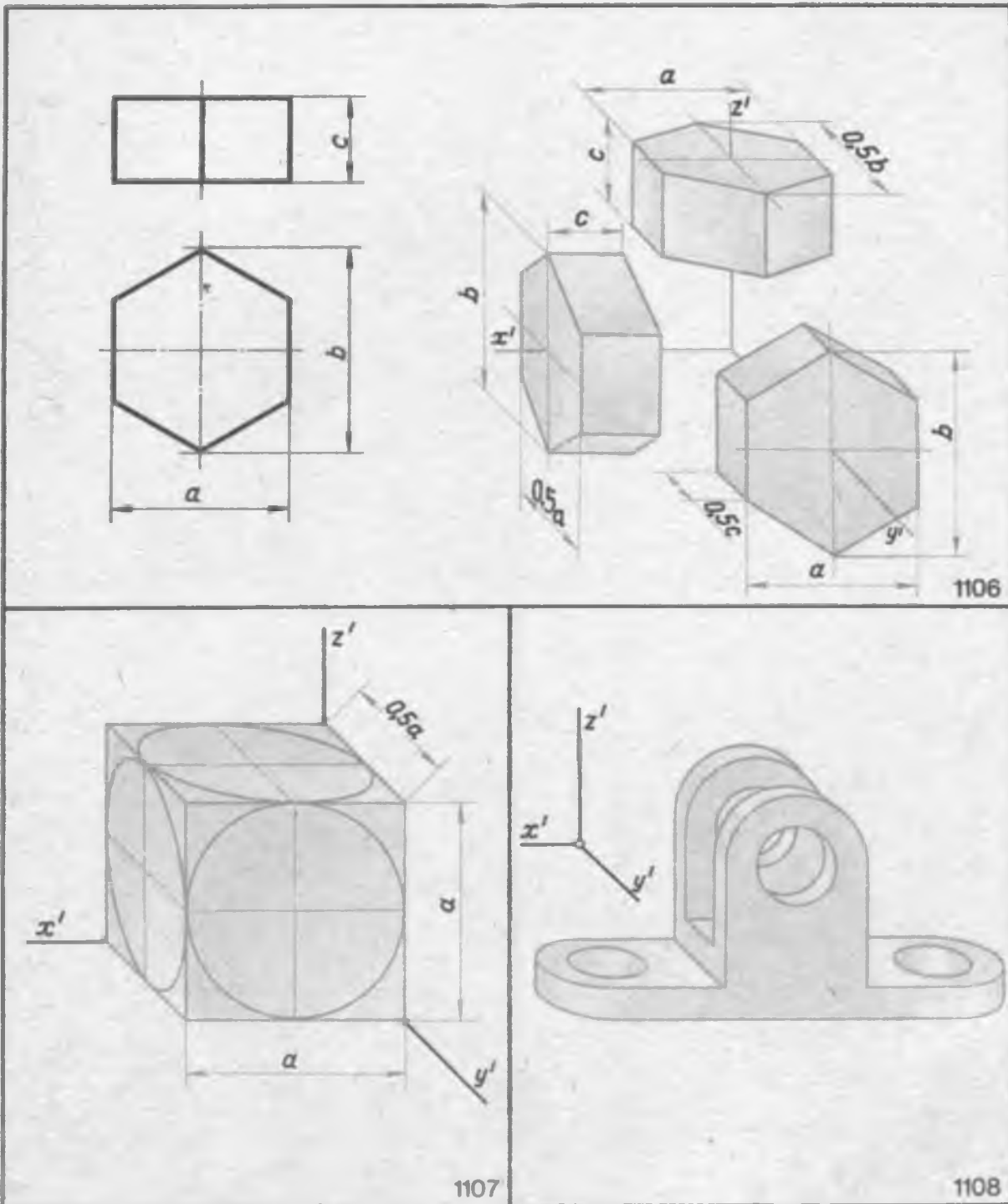
Построить прямоугольную диметрическую проекцию конуса вращения с вырезом. Показать две стадии построения аксонометрии данной фигуры.

1105. Даны в прямоугольной диметрии взаимно пересекающиеся конус вращения и четырехугольная пирамида.

Конус вращения с вертикальной осью задан вершиной S и окружностью радиуса R его основания в горизонтальной координатной плоскости xOy .

Пирамида задана проекциями ее ребер. Четырехугольник основания пирамиды находится в плоскости yOz . Построить линию пересечения конуса вращения с пирамидой. Показать в диметрической проекции видимость линии пересечения и видимость линий поверхности конуса и пирамиды.

§ 62. КОСОУГОЛЬНЫЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

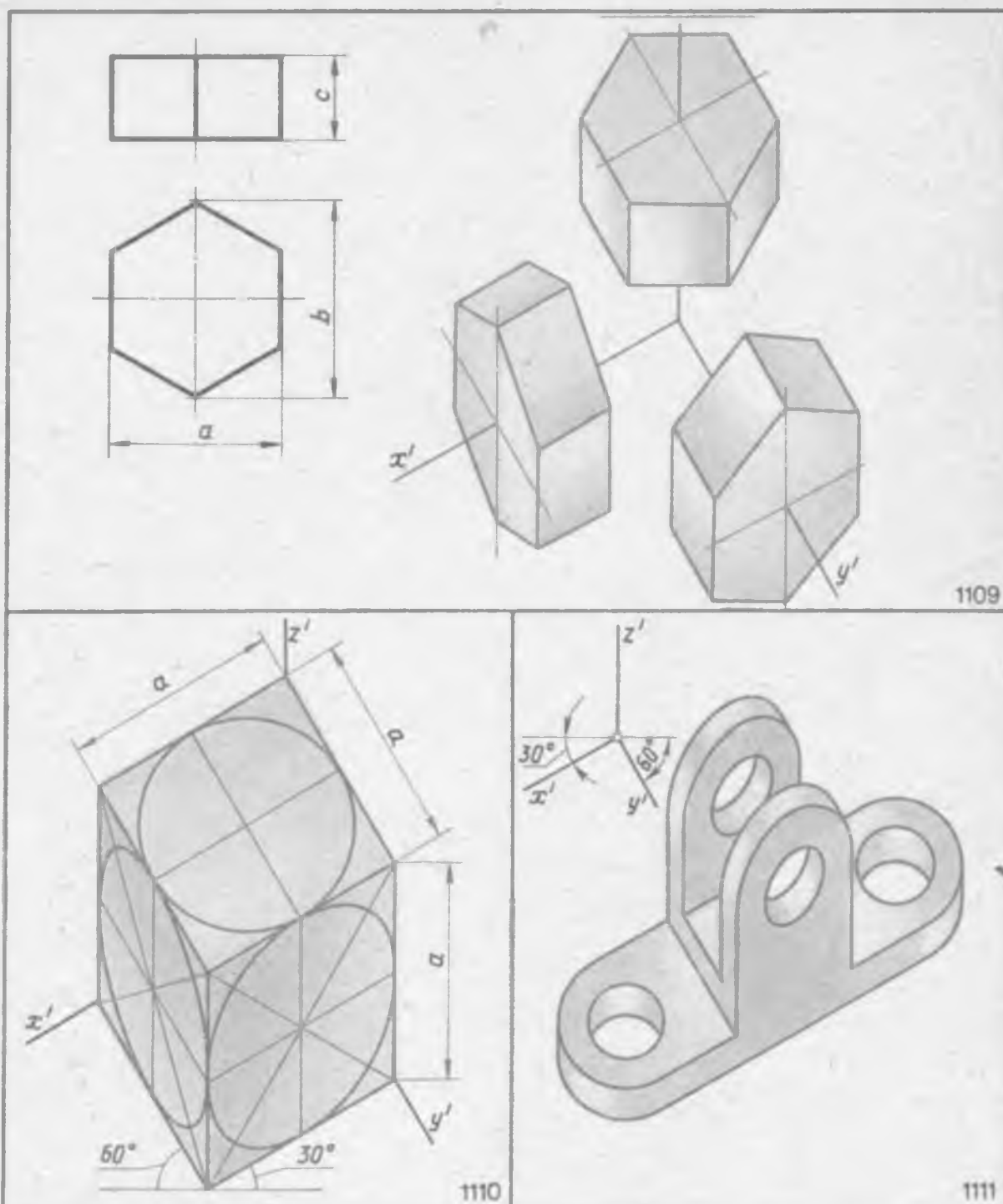


Задачи:

1106. Дан ортогональный чертеж правильной шестиугольной прямой призмы. Построить три фронтальные косоугольные диметрические проекции призмы при условии, что основания призмы (равносторонние шестиугольники) параллельны координатным плоскостям проекций, а ось призмы совпадает с соответствующими координатными осями натуральной системы координат.

1107. Построить фронтальную косоугольную диметрическую проекцию куба с вписанными в его грани окружностями. Соотношение показателей искажения по аксонометрическим осям равно $u:v:w = 1:0,5:1$.

1108. Построить фронтальную косоугольную диметрическую проекцию технической детали (вилки), заданной в ортогональных проекциях (рис. 1089). Соотношение показателей искажения по аксонометрическим осям равно $u:v:w = 1:0,5:1$.



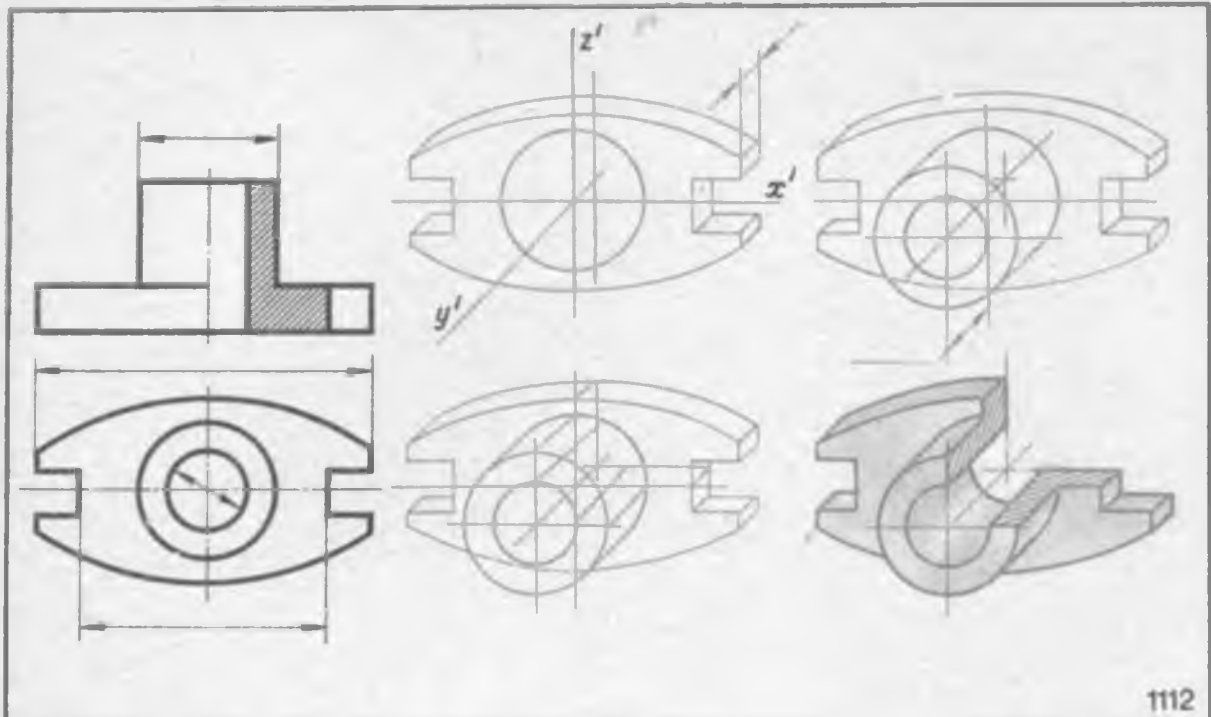
Задачи:

1109. Дан ортогональный чертеж правильной шестиугольной прямой призмы. Построить три зенитные косоугольные изометрические проекции призмы при условии, что основания призмы (равносторонние треугольники) параллельны координатным плоскостям проекций, а ось призмы совпадает с соответствующими координатными осями натуральной системы координат.

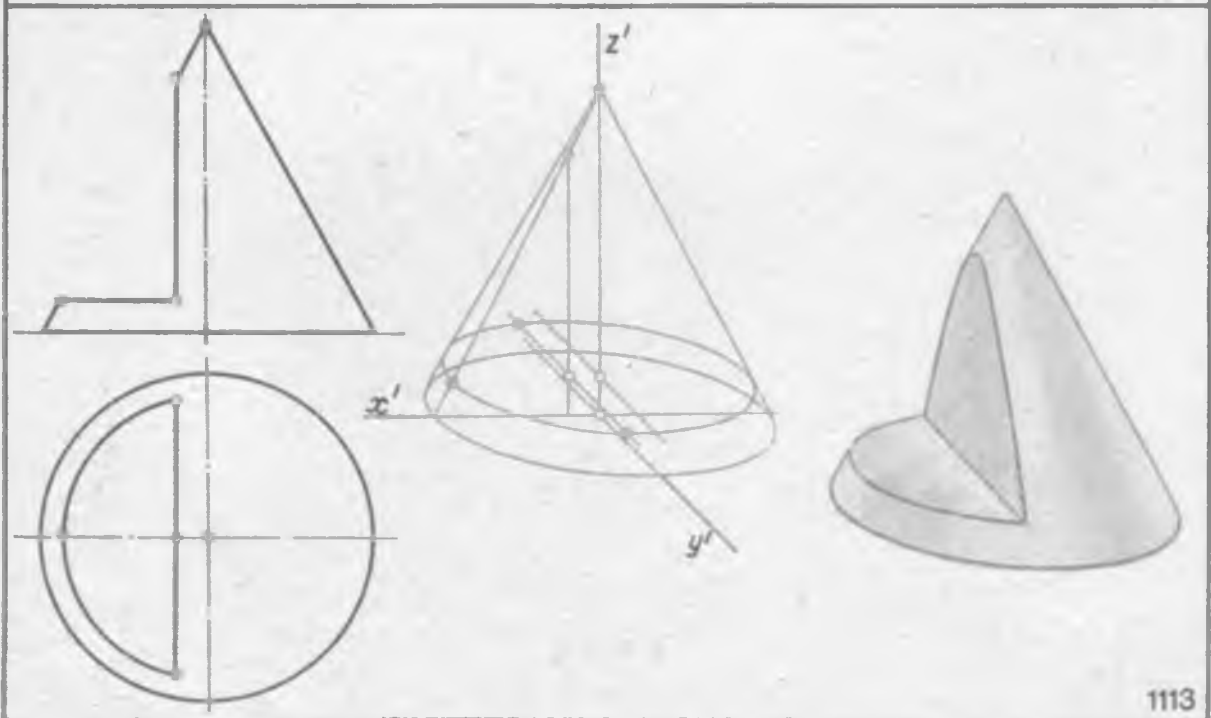
1110. Построить фронтальную косоугольную изометрическую проекцию куба с вписанными в его грани окружностями.

1111. Построить зенитную косоугольную изометрическую проекцию технической детали (вилки), заданной в ортогональных проекциях (рис. 1089).

Примечание. В зенитной косоугольной изометрии углы наклона аксонометрических осей $O'x'$ и $O'y'$ к горизонтальной прямой линии обычно принимаются: $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 60^\circ$. Углы могут иметь и иные значения при условии, если $\alpha + \beta = 90^\circ$.



1112



1113

Задачи:

1112. Построить косоугольную фронтальную диметрическую проекцию технической детали (крышка сальника) по заданному ортогональному чертежу детали. Показать в последовательности основные стадии построения аксонометрии детали.

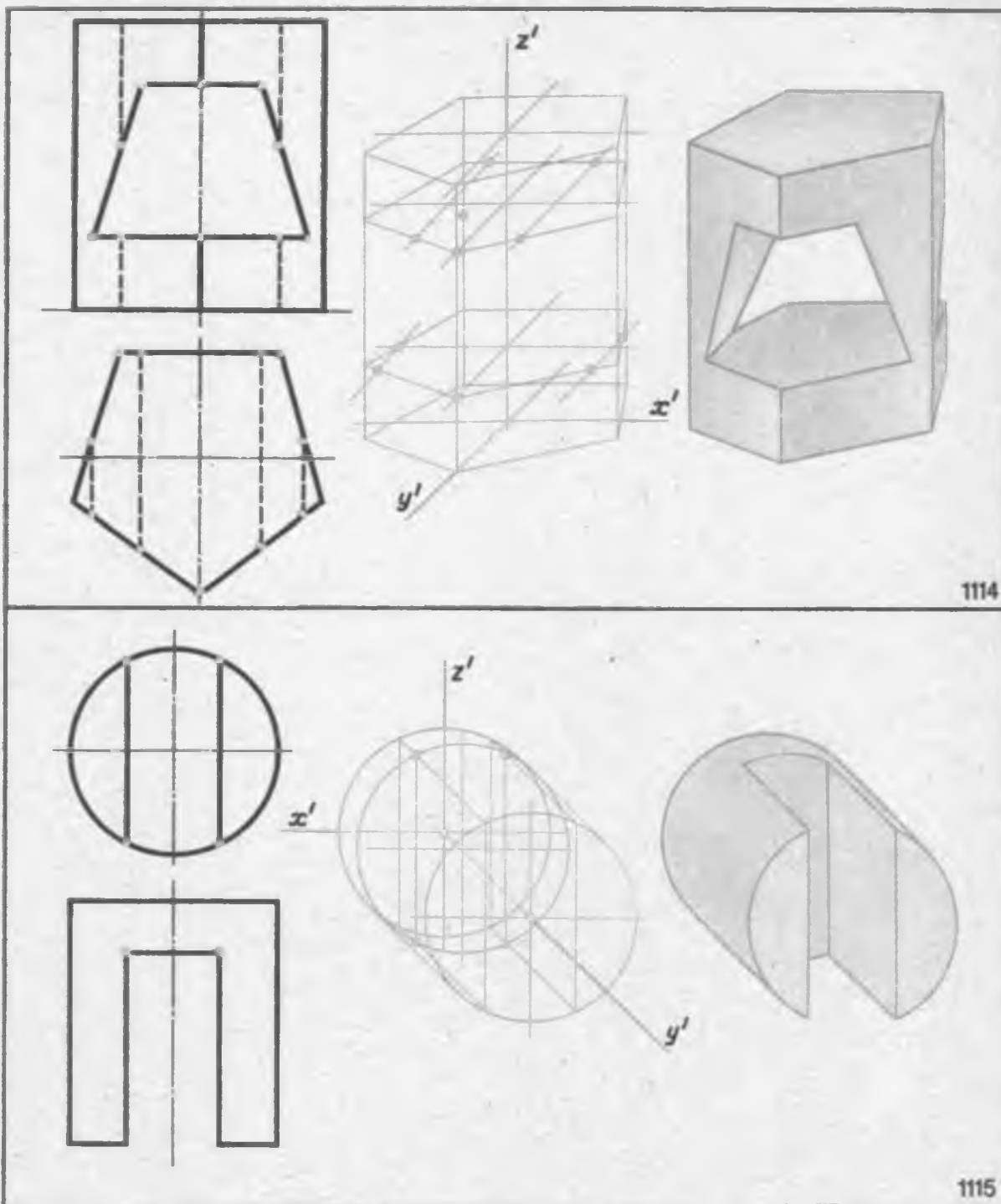
Примечания: 1-я стадия. Производится привязка координатных осей и строятся контуры верхнего и нижнего оснований плиты.

2-я стадия. Определяется ось цилиндра и строятся окружности его оснований.

3-я стадия. Строятся линии плоскости выреза.

4-я стадия. Обводится контур и наносится штриховка плоскости выреза.

1113. Построить косоугольную фронтальную диметрическую проекцию конуса вращения со срезом по заданному ортогональному чертежу фигуры. Показать две стадии построения аксонометрии фигуры.



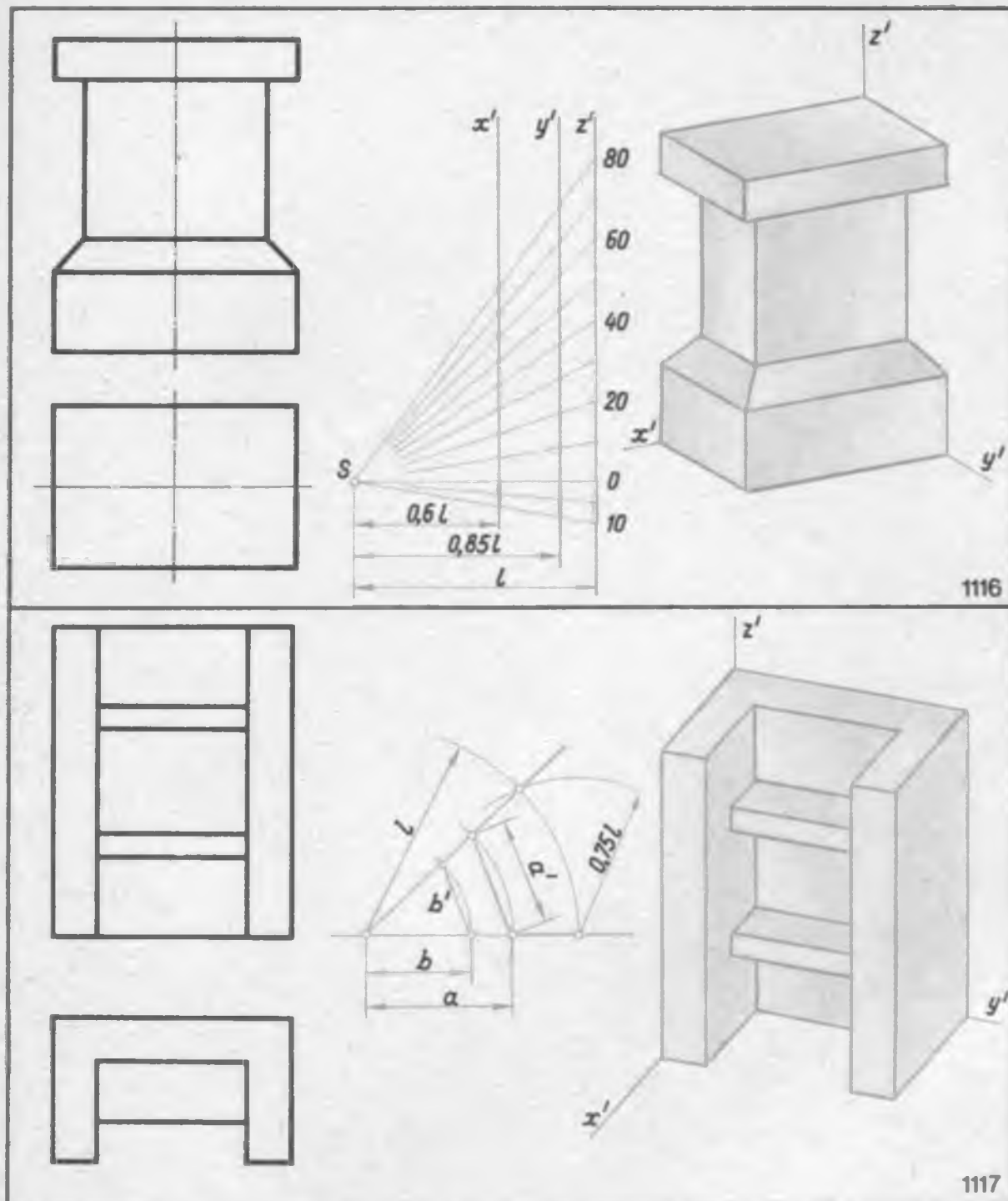
Задачи:

1114. Построить косоугольную фронтальную диметрическую проекцию прямой правильной пятиугольной призмы с вырезом. Вырез призмы сквозной и представляется пересечением данной пятиугольной призмы другой призмой (четырехугольной). На ортогональном чертеже пятиугольная призма представлена как горизонтально-проецирующая, четырехугольная призма — фронтально-проецирующая. Показать две возможные стадии построения аксо-

нометрии пятиугольной призмы со сквозным отверстием.

1115. Построить косоугольную фронтальную диметрическую проекцию цилиндра с вырезом по заданному ортогональному чертежу детали. Вырез представляется пересечением данного прямого кругового цилиндра двумя симметричными относительно оси цилиндра профильными плоскостями и фронтальной плоскостью. Показать две стадии построения аксонометрии детали.

§ 63. ПОЗИЦИОННЫЕ И МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ В АКСОНОМЕТРИИ



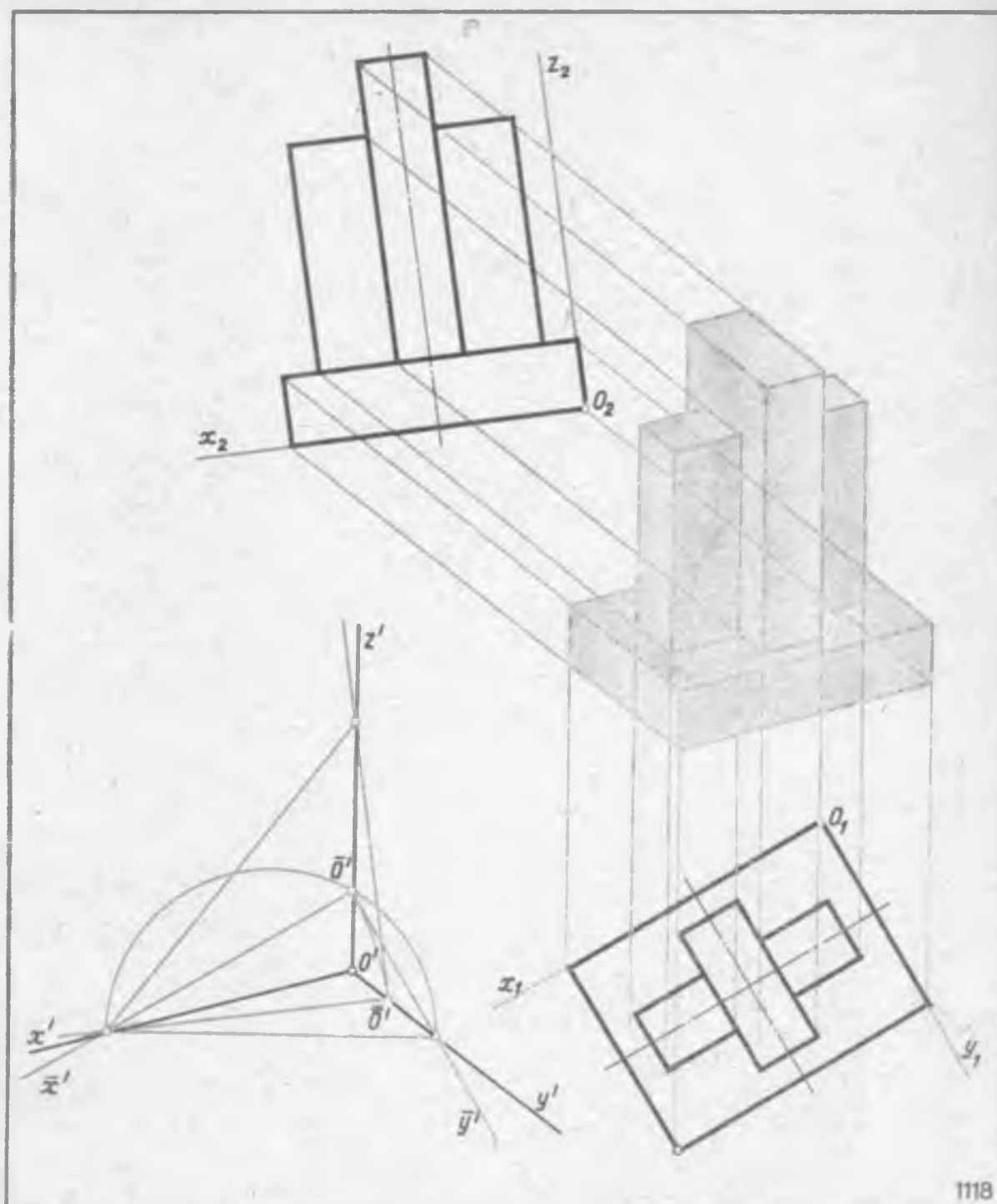
Задачи:

1116. Дан ортогональный чертеж инженерного сооружения (пьедестала), представленного сочетанием призм и пирамиды. Построить косоугольную общего вида аксонометрическую проекцию пьедестала при заданных углах между аксонометрическими осями и заданных приведенных показателей искажения по осям. Угол между аксонометрическими осями $O'x'$ и $O'z'$ равен 100° , а угол между осями $O'y'$ и $O'z'$

равен 120° ; показатели искажения по направлениям аксонометрических осей соответственно равны: $u = 0,85$, $v = 0,6$ и $w = 1,0$.

1117. Дан ортогональный чертеж подставки. Построить косоугольную диметрическую проекцию подставки при заданных углах между аксонометрическими осями и заданных приведенных показателей искажения по осям:

$\angle z'O'y' = 100^\circ$, $\angle x'O'z' = 120^\circ$, $u = 0,75$, $v = w = 1,0$.



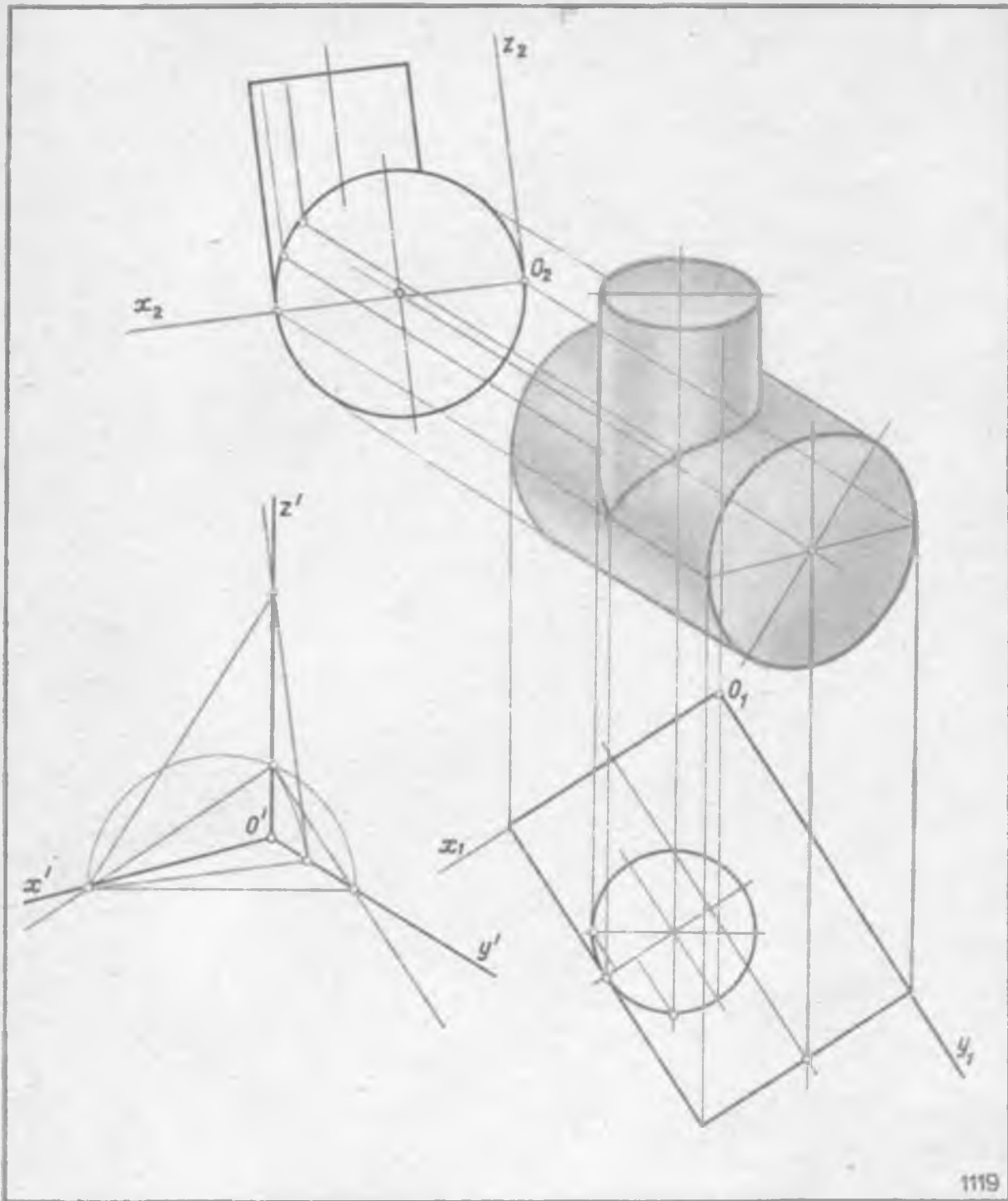
Задача:

1118. По заданным горизонтальной и фронтальной проекциям стойки и заданным направлениям аксонометрических осей построить прямоугольную аксонометрическую проекцию стойки.

Примечание. Для данных направлений аксонометрических осей необходимо определить направления

осей координат в совмещенном с плоскостью аксонометрических проекций положении основных плоскостей проекций Π_1 и Π_2 . По направлениям координатных осей в совмещенном положении располагаются горизонтальная и фронтальная проекции стойки с осями, к которым она отнесена; соответствующие координатные оси в проекциях взаимно параллельны.

Точки и прямые в аксонометрической проекции инженерной конструкции (стойки) определяются на пересечении соответствующих прямых, параллельных аксонометрическим осям $O'x'$ и $O'y'$.



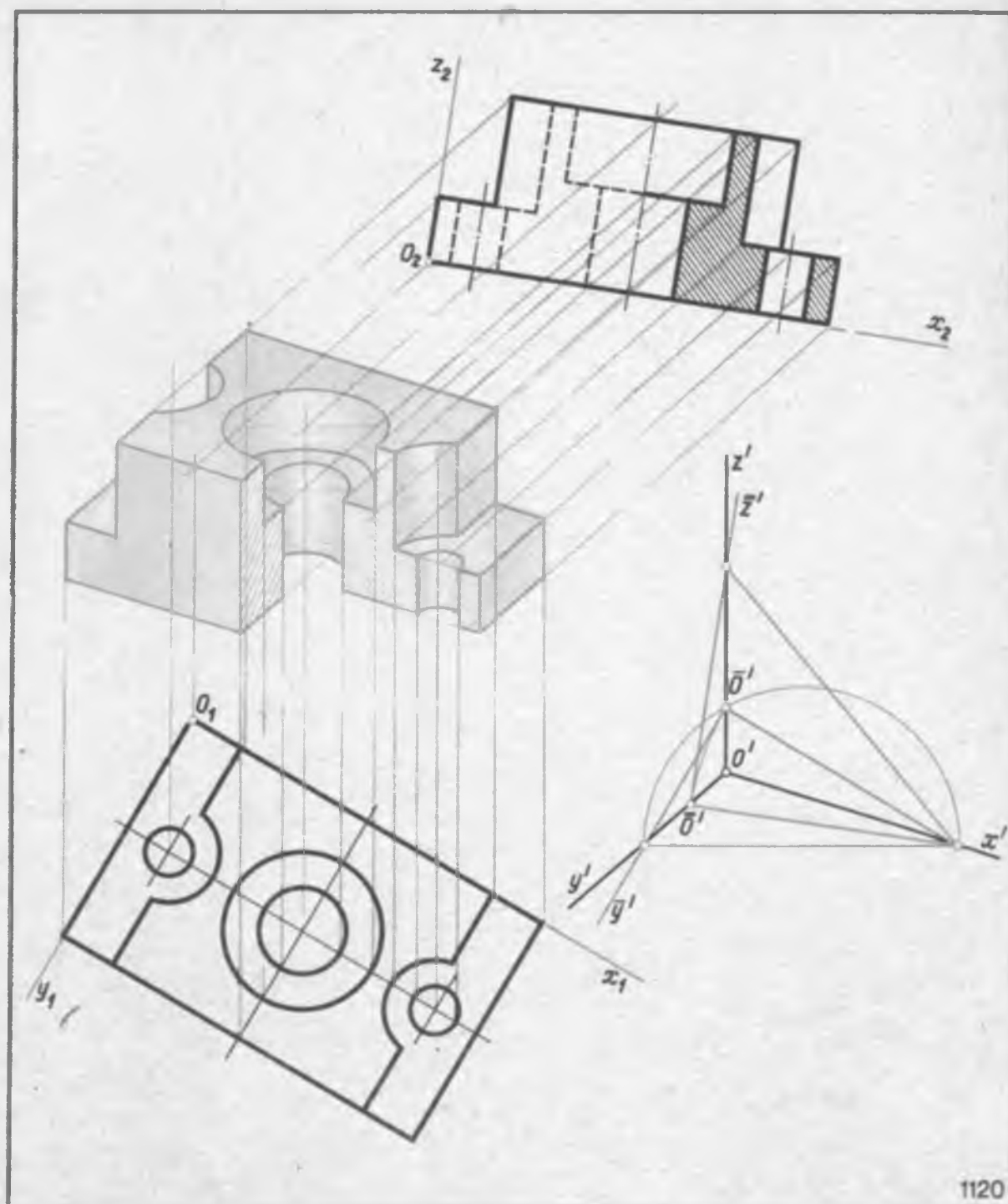
1119

Задача:

1119. По заданным горизонтальной и фронтальной проекциям двух пересекающихся цилиндров вращения и заданным направлениям аксонометрических осей построить прямоугольную аксонометрическую проекцию двух цилиндров вращения и линию их пересечения. Оси цилиндров взаимно перпендикулярны и не принадлежат одной плоскости.

Примечание. Для данных направлений аксонометрических осей необходимо определить направления осей координат в совмещенном их положении. Горизонтальную и фронтальную проекции цилиндров располагают в соответствии с направлениями координатных осей в совмещенном положении.

Точки поверхностей цилиндров вращения в аксонометрии и линия их пересечения определяются на пересечении соответствующих прямых, параллельных аксонометрическим осям $O'x'$ и $O'y'$.



1120

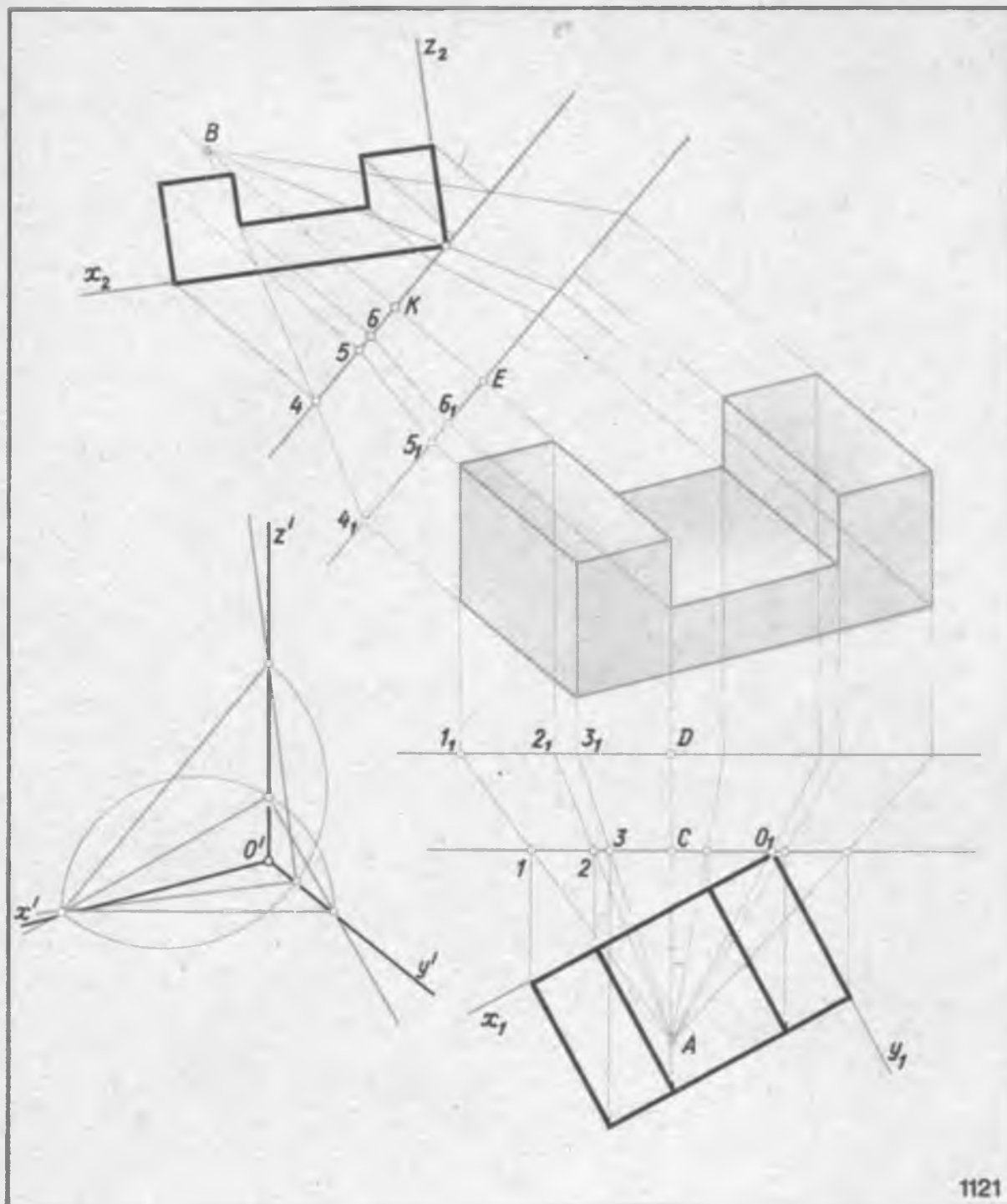
Задача:

1120. По заданным горизонтальной и фронтальной проекциям технической детали (баши-мака) и заданным направлениям аксонометрических осей построить прямоугольную аксонометрическую проекцию детали. Выполнить разрез передней правой четверти детали.

Примечание. Для данных направлений аксонометрических осей необходимо определить направления

осей координат натуральной системы в совмещенном их положении. Горизонтальную и фронтальную проекции детали (проекции основных направлений измерения детали) располагают в соответствии с направлениями координатных осей в совмещенном положении

Точки аксонометрической проекции детали определяются по точкам в горизонтальной и фронтальной проекциях на пересечении соответствующих прямых линий, параллельных аксонометрическим осям $O'Z'$ и $O'Y'$.

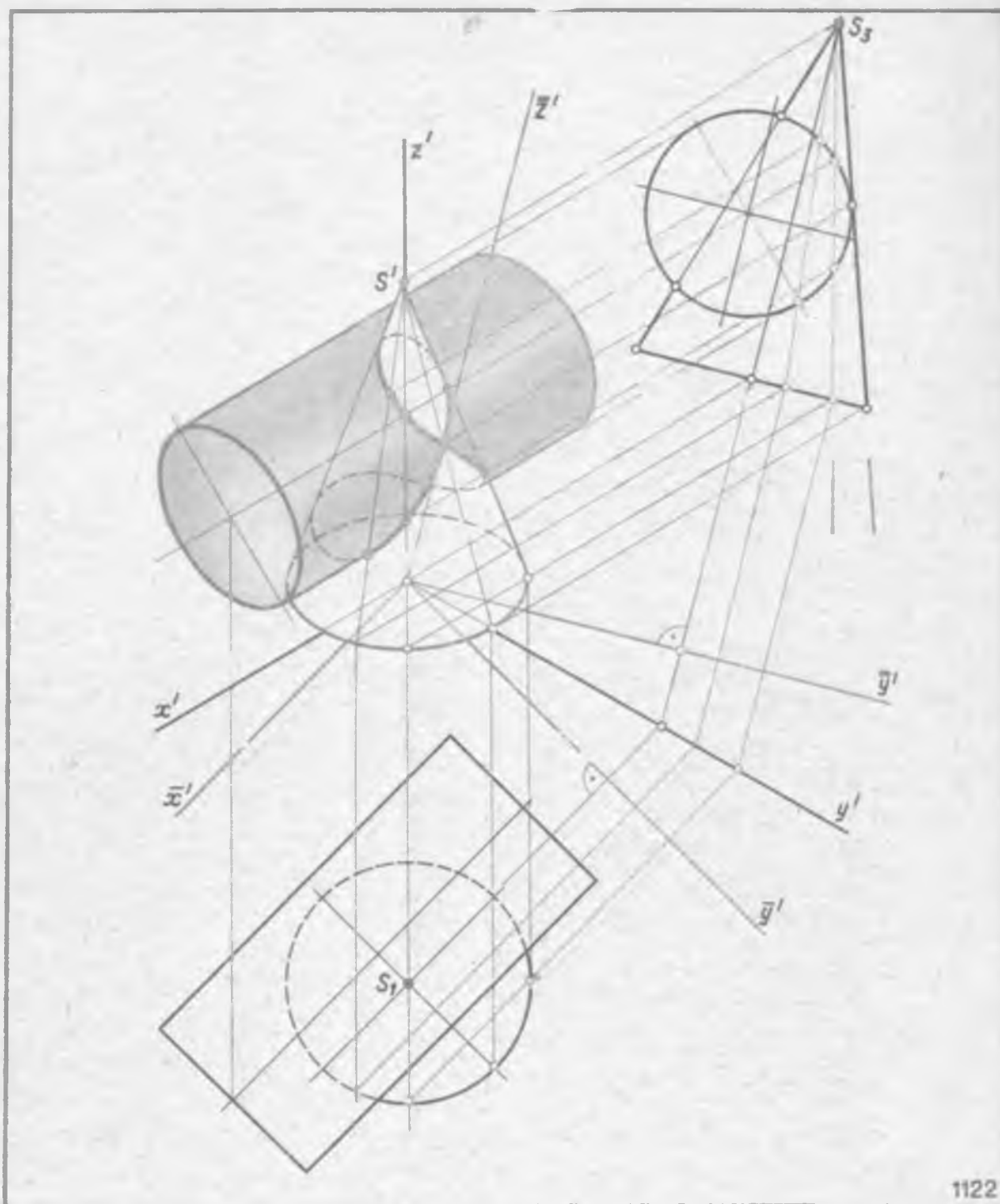


1121

Задача:

1121. По заданным горизонтальной и фронтальной проекциям технической детали (фасонной плиты) и заданным направлениям аксонометрических осей построить прямоугольную аксонометрическую проекцию детали. Аксонометрическую проекцию детали выполнить в увеличенном масштабе 1:1,5 по сравнению с масштабом основного эпюра Монжа.

Примечание. Для данных направлений аксонометрических осей необходимо определить направления осей координат натуральной системы в совмещенном с плоскостью аксонометрических проекций их положении. Горизонтальную и фронтальную проекции детали располагают в соответствии с направлениями координатных осей в совмещенном положении, т. е. параллельно координатным осям в совмещенном положении. Увеличенное аксонометрическое изображение может быть получено с помощью лучевого масштаба.



1122

Задача:

1122. Построить прямоугольную изометрическую проекцию пересекающихся цилиндра вращения и конуса вращения. Построить в аксонометрии линию пересечения поверхностей и показать ее видимость.

Примечание. В изометрии совмещенные с плоскостью аксонометрических проекций координатные оси плоскости Π_1 располагаются симметрично относительно

но оси $O'x'$, а совмещенные координатные оси плоскости Π_3 составляют с осью $O'x'$ углы, равные 45° .

Горизонтальная и фронтальная проекции пересекающихся цилиндра с конусом располагаются в соответствии с совмещенными положениями осей.

Точки линии пересечения поверхностей определяются с помощью вспомогательных секущих плоскостей. Каждая из вспомогательных секущих плоскостей проходит через прямую линию вершины конуса, параллельную прямолинейным образующим цилиндра.

К теме 1. Введение. Центральные и параллельные проекции.

1. Начертательная геометрия как наука и учебная дисциплина. Ее задачи и цель.
2. Какие изображения называют полными и метрически определенными?
3. Какие изображения называют рисунками, какие — чертежами?
4. Что называют обратимостью чертежа?
5. Гаспар Монж. Его роль в становлении начертательной геометрии.
6. Роль и успехи русских и советских ученых в развитии начертательной геометрии.
7. Что означает реконструкция трехмерного евклидова пространства?
8. Сущность метода центрального проецирования.
9. Какие известны вам основные методы проецирования геометрических форм на плоскости?
10. Что называют несобственными элементами пространства?
11. Сущность метода параллельного проецирования.
12. Инварианты параллельного проецирования.
13. Какие проекции геометрических образов называют ортогональными, аксонометрическими, с числовыми отметками, векториальными?
14. Расскажите об особенностях метода ортогональных и аксонометрических проекций, проекций с числовыми отметками и векториальных проекций.
15. Как представляется геометрический образ в ортогональных и аксонометрических проекциях и как он представляется в проекциях с числовыми отметками и в векториальных проекциях?

К теме 2. Точка. Прямая линия.

1. Что называют координатами точки в декартовой прямоугольной пространственной системе координат?
2. Что называют эпюром Монжа?
3. Укажите основные свойства чертежей геометрических образов.
4. Укажите особенности осных и безосных чертежей.
5. Постройте чертежи точек, расположенных в различных углах пространства.
6. Покажите построения чертежей точек, расположенных в различных октантах, в трех проекциях.
7. Что называют постоянной прямой чертежа? Как с помощью постоянной прямой чертежа построить третью проекцию точки?
8. Постройте чертежи отрезков прямых линий, расположенных в различных углах пространства. Укажите частные положения отрезков прямых линий.
9. Какие линии называют линиями уровня, проецируемыми прямыми линиями?
10. Как задаются на чертеже прямые линии, параллельные бисекторным плоскостям основной системы плоскостей проекций?
11. Дайте определение внутреннего и внешнего деления отрезка прямой.
12. Что называют следом прямой линии? Постройте следы прямых частного положения.
13. Укажите правило построения следов прямой линии.

14. Для какой прямой на чертеже следы будут:
а) совпадать; б) равно удалены от оси проекций; в) лежать на оси проекций?

15. Как определяется по заданным проекциям отрезка прямой его длина и углы наклона к плоскостям проекций?
16. Как изображаются на чертеже пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые линии?
17. Могут ли скрещивающиеся прямые линии иметь параллельные проекции на плоскостях Π_1 и Π_2 ?

К теме 3. Плоскость. Позиционные и метрические задачи.

1. Покажите способы задания плоскости общего положения и проецирующих плоскостей.
2. Как строят прямые линии и точки в плоскости?
3. Изложите особенности проецирующих плоскостей?
4. Покажите способы построения горизонтали, фронтали и линии наибольшего наклона плоскости общего положения и проецирующих плоскостей.
5. Как определяют в треугольнике центр его тяжести, центры описанной и вписанной окружности?
6. Покажите на примерах как определяют, точки пересечения проецирующих плоскостей прямыми линиями, линии пересечения проецирующих плоскостей плоскостями общего положения и проецируемыми плоскостями.
7. Изобразите схему и укажите последовательность решения задачи на построение точки пересечения прямой с плоскостью общего положения.
8. Как определяют видимость геометрических образов в проекциях?
9. Укажите общую схему и последовательность графических построений линии пересечения двух плоскостей.
10. Сформулируйте условие параллельности и перпендикулярности прямой линии и плоскости.
11. Сформулируйте условие параллельности и условие перпендикулярности двух плоскостей.
12. Сформулируйте условие перпендикулярности двух прямых общего положения.
13. Как определяют на чертеже расстояния от точки до проецирующей плоскости, плоскости общего положения?
14. Как определяются на чертеже расстояния от точки до прямой частного и общего положения?

К теме 4. Преобразования проекций.

1. В чем состоит принцип преобразований чертежа способом замены плоскостей проекций?
2. Что определяет направление новой плоскости проекций при переводе плоскости общего положения в проецирующую плоскость?
3. Укажите последовательность графических построений при решении задачи на построение углов наклона плоскости к плоскостям проекций способом замены плоскостей проекций.
4. Укажите последовательность графических построений при решении задачи на определение натуральной величины отсека произвольно расположенной плоскости способом замены плоскостей проекций.
5. В чем состоит принцип преобразования чертежа способом вращения вокруг проецирующей прямой?
6. Какую прямую принимают за ось вращения при переводе отсека плоскости из общего положения во фронтально-проецирующую плоскость?

7. Какую прямую принимают за ось вращения при переводе отсека плоскости из общего положения в горизонтально-проецирующую плоскость?

8. Можно ли считать плоскопараллельное перемещение вращением вокруг невыявленных осей (проецирующих прямых) и почему?

9. Определите ось вращения фигуры при плоскопараллельном перемещении.

10. Укажите последовательность графических построений при решении задачи на определение натуральной величины отсека плоскости способом плоскопараллельного перемещения.

11. Укажите последовательность графических построений при решении задачи на определение натуральной величины отсека плоскости способом вращения вокруг прямых, параллельных плоскости проекций.

12. Приведите технические примеры решения задач способом вращения вокруг осей общего положения.

13. Объясните принцип вспомогательного проецирования.

14. Что называют посетелем во вспомогательном проецировании?

15. Какое вспомогательное проецирование называют центральным, косоугольным, прямоугольным?

16. В чем состоит принцип двойного параллельного проецирования на одну плоскость?

17. Какое соответствие называют родственными?

18. Какие чертежи называют обобщенными?

19. Что называют основной линией обобщенного чертежа и как ее определяют?

20. Что называют показателем обобщения?

21. Можно ли ортогональные чертежи рассматривать как обобщенные? Если можно, то почему?

К теме 5. Многогранники. Многогранные поверхности.

1. Какие многогранники называют выпуклыми и какие выпукло-вогнутыми?

2. Какие многогранники называют правильными?

3. Назовите правильные выпуклые многогранники.

4. Какие правильные выпуклые многогранники называются взаимносоответствующими?

5. Какая зависимость между ребрами вписанного и тетраэдр тетраэдра?

6. Какая зависимость между ребрами вписанного в куб октаэдра и зависимость между ребрами вписанного в октаэдр куба?

7. Какая зависимость между ребрами вписанного в икосаэдр додекаэдра и зависимость между ребрами вписанного в додекаэдр икосаэдра?

8. Дайте формулировку теоремы Эйлера.

9. Назовите правильные звездчатые многогранники.

10. Что называют точечным базисом многогранника?

11. Как определяется видимость ребер многогранника в проекциях?

12. Как определяется линия пересечения многогранника плоскостью и точки пересечения многогранника прямой линией?

13. Изложите сущность способов построения линии пересечения многогранников.

14. Что называют разверткой многогранника?

К теме 6. Кривые линии.

1. Какие кривые линии называют алгебраическими и какие трансцендентными?

2. Что называют порядком алгебраической кривой?

3. Что называют кривизной плоской кривой и как ее определяют графически?

4. Дайте определение эволюты и эвольвенты плоской кривой.

5. Укажите основные свойства эволюты и эвольвенты.

6. Какие кривые называют монотонными?

7. Расскажите об иррегулярных вершинах плоских кривых линий.

8. Какие кривые называют овалами? Покажите примеры овалов.

9. Какие кривые называют коробовыми?

10. Какие кривые называют соприкасающимися?

11. Что называют естественными координатами плоской кривой линии?

12. Какие кривые называют кривыми линиями второго порядка? Расскажите о каждой из них.

13. Какие кривые линии называют эквидистантными?

14. Какие кинематические кривые линии называют рулетками?

15. Дайте определение неподвижной и подвижной центроид рулетки.

16. В чем заключается способ Эйлера при определении радиусов кривизны рулетт?

17. Какие рулетты называют циклическими?

18. Назовите основные свойства циклоиды.

19. Какое преобразование плоских кривых называют конхoidalным, инверсией, конформным?

20. Назовите некоторые из замечательных плоских кривых линий.

21. Что называют сопутствующим триедром пространственной кривой линии?

22. Что представляет собой первая и вторая кривизна пространственной кривой линии?

23. Что называют естественными координатами пространственной кривой линии?

24. Что называют винтовым параметром пространственных кривых линий?

25. Как определяется ход (направление) пространственной кривой линии?

26. Какие пространственные кривые называют гелисами, и как их задают на эпюре Монжа?

27. Как определяют направление (ход) цилиндрической винтовой линии?

28. Расскажите о конических винтовых линиях.

29. Расскажите о кривых линиях на сфере.

30. Какие вершины пространственной кривой называют иррегулярными?

31. Расскажите о вершинах составных пространственных кривых линий.

32. Какие пространственные кривые линии называют иррегулярными?

33. Укажите примеры иррегулярных кривых линий.

К теме 7. Поверхности. Образование и задание поверхностей.

1. Укажите основные способы задания поверхностей.

2. Что называют каркасом поверхности?

3. Что представляет собой определитель поверхности?

4. Назовите основные виды перемещений производящей линии.

5. Как образуются и задаются на чертеже поверхности переноса данного направления, поверхности вращения, винтовые поверхности?

6. Какие поверхности вращения называют поверхностями второго порядка?

7. Укажите основные свойства поверхностей вращения.

8. Какие винтовые поверхности называют геликоидами? Укажите их виды.

9. Что представляет собой эксцентриситет геликоида?

10. Какую винтовую поверхность называют конволютным геликоидом, торсом-геликоидом, винтовым столбом, нормальным геликоидальным круглым цилиндром, винтовым тором?

11. Какие поверхности называют торсами?
12. Назовите известные Вам поверхности Каталана.
13. Укажите возможные примеры практического применения поверхностей Каталана.
14. Какую поверхность называют коноидом Плюкера?
15. Что представляет собой линия сужения (стрикционная линия) поверхности Каталана?
16. Какие косые поверхности называют линейчатыми поверхностями с направляющей плоскостью? Укажите схему построения положений производящей линии таких поверхностей.
17. Какие поверхности называют косыми цилиндрами с тремя направляющими?
18. Какую поверхность называют косым переходом? Где она применяется?
19. Дайте определение поверхности второго порядка общего вида?
20. Какие поверхности называют поверхностями переноса общего вида?
21. Какую сеть поверхности называют предельной чебышевской сетью?
22. Какие поверхности переноса называют сопряженными и какие изолированными?
23. Укажите построение поверхности переноса, пользуясь одной опорной кривой.
24. Какие поверхности называют ротативными, регулярными ротативными, улитками вращения?
25. Какие поверхности называют спироидальными, регулярными спироидальными, винтовыми улитками?
26. Расскажите, как образуются ротативные и спироидальные линейчатые поверхности с направляющей плоскостью.
27. В чем заключается способ задания кинематической поверхности общего вида с переменной образующей?
28. Какие поверхности называют каналовыми, графическими?

К теме 8. Пересечение поверхностей плоскостью и прямой.

1. Укажите общую схему определения точек линии пересечения поверхности плоскостью.
2. Какие точки линии пересечения поверхности плоскостью называют главными (опорными)?
3. Укажите последовательность графических построений при определении точек пересечения прямой с поверхностью.
4. Укажите условия, при которых в сечении конуса вращения плоскостью получается окружность, эллипс, гипербола, парабола, пересекающиеся прямые.
5. Укажите последовательность графических построений при определении линий пересечения плоскостями поверхностей второго порядка общего вида.

К теме 9. Пересечение поверхностей кривой линией и поверхностью.

1. Изобразите общую схему построения линии пересечения поверхностей?
2. Изложите принципы построения точек пересечения кривых линий с поверхностями.
3. Назовите основные способы построения линий пересечения поверхностей.
4. Опишите способы секущих плоскостей и сферических посредников при определении линии пересечения поверхностей.
5. Какое пересечение поверхностей называют полным и неполным?

6. Отметьте преимущество решения задач на построение линии пересечения поверхностей проецирующими цилиндрами (призмами)?

7. Покажите схемы построения линий пересечения двух конических (с собственной и несобственной вершинами) поверхностей, имеющих плоские направляющие линии.

8. В какой последовательности соединяются точки искомой линии пересечения поверхностей и как определяется ее видимость в проекциях?

9. Какие точки линии пересечения называют главными (опорными)?

10. Изложите принципы построения линии пересечения поверхности вращения цилиндрами и конусами, винтовых поверхностей между собой.

11. Назовите основные теоремы, применяемые при построении линии пересечения поверхностей второго порядка.

К теме 10. Плоскости, касательные к поверхностям. Взаимокасание поверхностей.

1. Какую плоскость называют касательной к поверхности в данной точке?
2. Что называют нормалью поверхности в данной точке?
3. Какие точки поверхности называют эллиптическими, параболическими, гиперболическими?
4. Приведите примеры поверхностей, имеющих эллиптические, параболические или гиперболические точки.
5. На какой поверхности имеются и эллиптические, и параболические, и гиперболические точки?
6. Докажите, что плоскость, касательная к поверхности вращения в точке, расположенной на главном меридиане, является проецирующей плоскостью.

К теме 11. Развертки поверхностей.

1. Что называют разверткой поверхности?
2. Какие поверхности называют развертывающимися и какие неразвертывающимися?
3. Укажите основные свойства разверток.
4. Дайте определение сферической индикатрисы образующих торса.
5. Укажите последовательность графических построений разверток конуса и цилиндра с помощью сферической индикатрисы их образующих.
6. Что называют аппроксимацией поверхности?

К теме 12. Аксонометрические проекции.

1. Какие проекции называют аксонометрическими? Назовите их виды.
2. Что называют коэффициентом (показателем) искажения?
3. Как производят переход от системы ортогональных проекций эпюра Монжа к аксонометрическому?
4. Сформулируйте теорему Польке.
5. Что называют прямоугольником следов? Назовите основную формулу аксонометрии.
6. В чем различие между прямоугольными и косоугольными аксонометрическими проекциями?
7. Назовите стандартные аксонометрические системы.
8. Назовите соотношение большой и малой осей эллипсов — аксонометрических проекций окружностей, параллельных координатным плоскостям проекций в прямоугольной изометрии и диметрии.

1. Берман Г. Н. Циклоида — М.: Гостехиздат, 1948.
2. Бубенников А. В., Громов М. Я. Начертательная геометрия — М.: Высшая школа, 1973.
3. Выгодский М. Я. Дифференциальная геометрия — М.—Л.: ГИТТЛ, 1949.
4. Галиченко К. Я., Ляшев К. К., Дубова М. И. Аксонометрические проекции (альбом с пояснениями). — Минск: МВССПО БССР, 1963.
5. Глазунов Е. А. О проекции линии пересечения двух поверхностей второго порядка, имеющих общую плоскость симметрии. — М.: Советская наука, 1958.
6. Глазунов Е. А., Четверухин Н. Ф. Аксонометрия — М.: ГИТТЛ, 1953.
7. Гордон В. О. и Семенов-Огиевский М. А. Курс начертательной геометрии. — М.: Физматгиз, 1971.
8. Гордон В. О., Иванов Ю. Б., Солнцева Т. Е. Сборник задач по начертательной геометрии. — М.: Наука, 1967.
9. Громов М. Я. Начертательная геометрия. — М.: ВЗПИ, 1951.
10. Добряков А. И. Курс начертательной геометрии. — М.—Л.: Госстройиздат, 1952.
11. Засов В. Д., Зенгин А. Р., Иконникова Г. С., Крылов Н. Н. Задачник по начертательной геометрии. — М.: Высшая школа, 1975.
12. Климухин А. Г. Начертательная геометрия. — М.: Стройиздат, 1973.
13. Колотов С. М., Евстафиев М. Ф., Михайленко В. Е., Подгорный А. Л., Пономарев А. М. Начертательная геометрия. — Киев: Вища школа, 1975.
14. Котов И. И. Начертательная геометрия. — М.: Высшая школа, 1969.
15. Крылов Н. Н., Лобандиевский П. И., Мил С. А., Николаев В. Л., Иконникова Г. С. Начертательная геометрия. — М.: Высшая школа, 1977.
16. Котов И. И., Полозов В. С., Широкова Л. В. Алгоритмы машинной графики. — М.: Машиностроение, 1977.
17. Кузнецов Н. С. Начертательная геометрия — М.: Высшая школа, 1969.
18. Ланюк А. В. Аксонометрические проекции — М.: ГИЛСА, 1956.
19. Попов Н. А. Курс начертательной геометрии — М.: Гостехиздат, 1947.
20. Рынин Н. А. Начертательная геометрия. — Л.: Госстройиздат, 1939.
21. Русскиевич Н. Л. Начертательная геометрия. — Киев: Вища школа, 1978.
22. Тимрот Е. С. Начертательная геометрия. — М.: Стройиздат, 1962.
23. Траутман Н. Ф. Сборник задач по начертательной геометрии. — М.: Машгиз, 1954.
24. Фролов С. А. Начертательная геометрия. — М.: Машгиз, 1978.
25. Четверухин Н. Ф., Левицкий В. С., Прляшников З. И., Тевлин А. М., Федотов Г. И. Начертательная геометрия. — М.: Высшая школа, 1963.
26. Vaglav Medek, Deskriptivna geometria. Praha, 1962.
27. Rudolf Bereis, Darstellende Geometrie, Berlin, 1964.

Предисловие	3	§ 25. Взаимное пересечение многогранников	107
Принятые обозначения и условности	4	§ 26. Развертки многогранников	129
I. Введение. Центральные и параллельные проекции		VI. Кривые линии	
§ 1. Центральное проецирование	7	§ 27. Плоские кривые линии. Кривизна. Эволюта и эвольвенты кривой	133
§ 2. Параллельное проецирование	9	§ 28. Плоские составные кривые. Вершины кривых линий	135
§ 3. Инварианты параллельного проецирования	11	§ 29. Задание плоских кривых в естественных координатах	139
§ 4. Восприятие (представление) предмета по его проекциям	15	§ 30. Кривые линии второго порядка	141
II. Точка. Прямая линия		§ 31. Рулетты	155
§ 5. Координатные плоскости проекций Эпюр Монжа	19	§ 32. Преобразования плоских кривых линий	163
§ 6. Точка. Проекции точек	23	§ 33. Некоторые замечательные плоские кривые линии	165
§ 7. Прямая. Проекции прямых линий	25	§ 34. Пространственные кривые линии. Гелисы	167
§ 8. Деление отрезка прямой в заданном отношении	27	VII. Поверхности. Образование и задание поверхностей	
§ 9. Следы прямой линии	29	§ 35. Торсовые поверхности. Поверхности прямолинейного переноса	171
§ 10. Длина отрезка прямой и углы его наклона к плоскостям проекций	31	§ 36. Поверхности вращения	173
§ 11. Взаимное положение прямых линий	31	§ 37. Винтовые поверхности	177
III. Плоскость. Позиционные и метрические задачи		§ 38. Поверхности второго порядка общего вида	181
§ 12. Плоскость. Задание плоскости на эпюре Монжа	37	§ 39. Поверхности Каталана	183
§ 13. Прямые линии и точки плоскости	39	§ 40. Линейчатые поверхности с направляющей плоскостью	185
§ 14. Проекции плоских фигур	41	§ 41. Косые цилиндры с тремя направляющими	187
§ 15. Пересечение прямых и плоскостей проецирующими плоскостями	43	§ 42. Поверхности переноса	189
§ 16. Пересечение прямых плоскостями произвольного положения	45	§ 43. Ротативные и спироидальные поверхности	191
§ 17. Взаимно пересекающиеся плоскости произвольного положения	49	VIII. Пересечение поверхностей плоскостью и прямой линией	
§ 18. Прямые линии и плоскости, параллельные плоскости	53	§ 44. Пересечение торсовых поверхностей плоскостями и прямыми	195
§ 19. Прямые линии и плоскости, перпендикулярные плоскости	55	§ 45. Пересечение поверхностей вращения плоскостями и прямыми	197
§ 20. Взаимно перпендикулярные прямые произвольного положения	59	§ 46. Пересечение винтовых поверхностей плоскостями и прямыми	203
IV. Преобразования проекций		§ 47. Пересечение поверхностей второго порядка плоскостями и прямыми	205
§ 21. Преобразование проекций способом замены плоскостей проекций	67	IX. Пересечение поверхностей кривой линией и поверхностью	
§ 22. Преобразование проекций способом вращения	73	§ 48. Пересечение поверхностей кривыми линиями	209
V. Многогранники. Многогранные поверхности		§ 49. Пересечение поверхностей цилиндрами (призмами)	211
§ 23. Чертежи многогранников и многогранных поверхностей	83	§ 50. Взаимное пересечение линейчатых поверхностей	215
§ 24. Пересечение многогранников плоскостью и прямой линией	93	§ 51. Взаимное пересечение поверхностей вращения	227

§ 52. Пересечение поверхностей винтовыми поверхностями	239	§ 58. Условные развертки неразвертывающихся поверхностей	263
§ 53. Взаимное пересечение поверхностей второго порядка	241	XII. Аксиометрические проекции	
X. Плоскости, касательные к поверхностям. Взаимокасание поверхностей		§ 59. Основные геометрические задачи в аксиометрии	267
§ 54. Плоскости, касательные к поверхностям	245	§ 60. Прямоугольные изометрические проекции	271
§ 55. Взаимокасание поверхностей	249	§ 61. Прямоугольные диметрические проекции	277
§ 56. Построение очертаний поверхностей	251	§ 62. Косоугольные аксиометрические проекции	281
XI. Развертки поверхностей		§ 63. Позиционные и метрические задачи в аксиометрии	285
§ 57. Развертки торсовых поверхностей	255	Вопросы для самопроверки	291
		Литература	294

Александр Васильевич Бубеников

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Задачи для упражнений

Редактор *К. И. Аношина*

Художник *В. М. Аладьев*

Иллюстрации художника-графика *Д. С. Котлова*

Художественный редактор *Н. К. Гуторов*

Макетирование и техническое редактирование

Э. М. Чижевского

Корректор *Г. И. Кострикова*

ИБ № 3247

Изд. № ОТ-268. Сдано в набор 03.09.80. Подл. в печать 25.05.81. Формат 70 × 100/16. Бум. офсетная № 2. Гарнитура таймс. Печать офсетная. Объем 24,05 усл. печ. л. Усл. кр.-отт. 48,42. Уч.-изд. л. 24,92. Тираж 60:000 экз. Зак. № 783. Цена 1 р. 30 к.

Издательство «Высшая школа», Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14.

Ярославский полиграфкомбинат Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли. 150014, Ярославль, ул. Свободы, 97.

