TIZIMLAR NAZARIYASI

TOSHKENT

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

TIZIMLAR NAZARIYASI

O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi tomonidan o‘quv qo‘llanma sifatida tavsiya etilgan

TOSHKENT–2018

UO'K: 004.03.01(075.8)
KBK 22.161ya7
T 47

Taqrizchilar:
Gulyamov SH.M. – t.f.d.prof.;
Aripov N.M. – t.f.d.prof.

T 47 **Siddiqov I.X., Zaripov O.O., Yunusova S.T., Izmaylova R.N.**
Tizimlar nazariyasi. –T.: «Fan va texnologiya», 2018, 176 bet.

ISBN 978–9943–11–917–8

Ushbu qo'llanma 5330200- «Informatika va axborot texnologiyalari» (sanoat ishlab chiqarishda) va 5312700 – «Intellektual muhandislik tizimlari» ta`lim yo`nalishi hamda tizimlar nazariyasini o'rganuvchi boshqa mutaxassislik yo'nalishlari talabalari uchun mo'ljallangan.

O'quv qo'llanma tizimlarni matematik asosda tadqiq qilish sohasidagi bilimlarni egallashga va o'rgatishga mo`ljallangan. Q'ollanmada taqdim etilgan tushunchalar va konsepsiyalar, dinamik tizmlarni matematik modellashtirish, graflar nazariyasi, ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi, tasodifiy jarayonlar va matritsalar nazariyasi sohasidagi bilimlarni to'liq egallash imkonini beradi.

O'quv qo'llanma ushbu fanning namunaviy dasturi asosida tayyorlangan.

***

Учебное пособие предназначено для студентов бакалавриата по специальности 5330200-«Информатика и информационные технологии» (в промышленности). 5312700- «Инженерные интеллектуальные системы», а также для студентов всех специальностей, изучающих основы теории систем. также для изучения и приобретения знаний в области математического исследования систем. Концепции и понятия, представленные в пособии, позволят получить исчерпывающие знания в области математического моделирования динамических систем. теории графов, теории массового обслуживания, случайных процессов и теории матриц.

Учебное пособие разработано на основе типовой программы.

***

The manual is intended for undergraduate students in specialties 5330200- "Informatics and Information Technology" (in industry), 5312700- "Engineering intelligent systems", as well as for the direction and specialties studying the basics of systems theory.

The manual is intended for studying and acquiring knowledge in the field of mathematical research of systems. Concepts and concepts presented in the manual will provide an exhaustive knowledge in the field of mathematical modeling of dynamic systems. graph theory, queuing theory, random processes and matrix theory.

The manual is developed on the basis of a sample program.

UO'K: 004.03.01(075.8)
KBK 22.161ya7

ISBN 978–9943–11–917–8

KIRISH

Hozirgi vaqtda texnika va texnologiyaning rivojlanishi amaliy sohadagi fanlarning yanada rivojlanishiga turtki bo'lmoqda. Bu esa turli ishlab chiqarishlarda qo'llaniladigan texnologik qurilmalarni avtomatlashtirishda muhim rol o'ynaydi. Ayniqsa, axborot texnologiyalarining yutuqlarini ishlab chiqarishga tadbiq etish va rivojlantirish asosiy o'rinlardan biridir.

Respublikamiz mustaqillikka erishgandan buyon yuqori malakali ilmiy-pedagogik kadrlar tayyorlashni rivojlantirish, oliy ta'lim va ilmiy-tadqiqot muassasalarini ilmiy salohiyatini mustahkamlash, oliy ta'limda ilm-fanni yanada rivojlantirish, uning akademik ilm-fan bilan integratsiyalashuvini kuchaytirish, oliy ta'lim muassasalari professor- o'qituvchilarining ilmiy tadqiqot faoliyati samaradorligi va natijadorligini oshirish, iqtidorli talaba-yoshlarni ilmiy faoliyat bilan shug'ullanishga jalb etishga qaratilgan keng qamrovli chora-tadbirlar amalga oshirildi. Shuningdek, O'zbekiston Respublikasi yanada rivojlanishi uchun Harakatlar strategiyasi asosida ilmiy-tadqiqot va innovatsion yutuqlarini amaliyotga joriy etish mexanizmlaridan iqtisodiyot tarmoqlarining samaradorligini oshirishda foydalanish muhim ahamiyatga ega hisoblanadi [1].

O'zbekiston Respublikasi prezidenti Shavkat Mirziyoev "2017-2021-yillarda O'zbekistonda rivojlantirishning beshta ustuvor yo'nalishi bo'yicha harakat strategiyasi"ning ijtimoiy sohani rivojlantirishning ustuvor yo'nalishlarida belgilab qo'yganidek, ta'lim va sohani rivojlantirish bo'yicha "Uzluksiz ta'lim tizimini yanada takomillashtirish yo'lini davom ettirish, sifatli ta'lim xizmatlari imkoniyatlarini oshirish, mehnat bozorining zamonaviy ehtiyojlarga muvofiq, yuqori malakali kadrlarni tayyorlash, ta'lim muassasalarini kompyuter texnikasi va o'quv-metodik qo'llanmalar bilan jihozlash bo'yicha ishlarni amalga oshirish orqali ularning moddiy-texnika bazasini mustahkamlash yuzasidan aniq maqsadga qaratilgan chora-tadbirlarni ko'rish" bugungi kunda ta'lim tizimida faoliyat yuritayotgan har bir professor-o'qituvchining vazifasidir [4].

So'zsiz, bu fikrlar ishlab chiqarishni fan-texnikaning so'nggi yutuqlariga asoslanib ishlab chiqarish jarayonlarini avtomatlashtirish masalalariga ham ta'lluqlidir. Bu muammolarni hal qilish boshqarish

Tizimlarni ifodalash uchun "holat" va "tizimni tuzilishi" kabi tushunchalar juda muhimdir.

Tizimning shu paytdagi ***holati*** hal qilinayotgan vazifa nuqtai-nazaridan ahamiyatli bo'lgan tizim ko'rsatkichlarining qiymatlari bilan xarakterlanadi.

Tizimning tuzilishi – tizim elementlarining asosiy xossalarini belgilovchi o'zaro barqaror ichki aloqalar majmuasidir.

Tizimni yaxlitligi – tizimning xossalari va uni tashkil qiluvchi elementlarining xossalaridan farqi orqali namoyon bo'ladi [3].

Tizimni tahlil qilish uchun uni quyidagi algoritmik formuladan foydalanish mumkin:

$$SN = H + P.$$

bu yerda H - tizim va uning holati, P- tizim va jarayonni xarakterlovchi parametrlar[2].

1.2. Tizimlarning turlari

Eng umumiy ko'rinishda barcha tizimlar ashyoviy (material) va mavhum (abstrakt) tizimlarga bo'linadi [8].

Ashyoviy tizimlar – material (ashyoviy) obyektlar majmuasidir: bular noorganik (texnik, kimyoviy va boshqa), organik (biologik), aralash turdagi obyektlar bo'ladi. Aralash turdagi obyektlaridan quyidagilarni ko'rsatishi mumkin: egrotexnik tizimlar ("inson-mashina" tizimi); ijtimoiy tizimlar (odamlarni jamoatdagi munosabatlari), ijtimoiy-iqtisodiy tizimlar (insonlarni jamoadagi munosabatlari bilan ishlab chiqarish jarayonining aloqasi).

Mavhum tizimlar – inson tafakkurini mahsulidir; bular bilim, nazariya va gipotezalar bo'ladi.

Statik va dinamik tizimlarni ajratish mumkin. ***Statik tizimlarning*** holati vaqt o'tishi mobaynida o'zgarmasdan qoladi, ***dinamik tizimlar*** o'zlarining holatlarini vaqt bo'yicha o'zgartiradi.

Dinamik tizimlar, agar ularning elementlarini shu vaqt momentidagi holati, ularning istalgan oldingi yoki keyingi paytdagi holatlari bilan to'la aniqlansa – ***determinik (aniqlangan) tizim*** deb ataladi.

---

[2] Artiqov A. Muhandislik texnologiyasida tahlil, kompyuterli modellashtirish va optimal yechimni topish/Darslik Toshkent "SPEKTRUM SCOPE", 2013- yil.

Agar tizim holatini shu tariqa aniqlash imkoniyati bo'lmasa, unda u *ehtimol (stoxastik) tizimlar* klassiga ta'lluqlidir.

Tizim va tashqi muhitni o'zaro ta'siri harakteri bo'yicha berk va ochiq tizimlar farqlanadi. ***Berk tizimlar***. atrof muhitdan himoyalangan bo'lib, ularda energetik jarayonlardan tashqari barcha jarayonlar tizimning o'z ichida bog'langan bo'ladi. ***Ochiq tizimlar*** atrof muhit bilan faol o'zaro ta'sirda bo'ladi, bu ularni yuqori darajadagi tashkillanishini va o'zining murakkabligini oshirish yo'nalishida rivojlanish imkoniyatini yaratadi.

Tizimlar murakkabligi bo'yicha oddiy, murakkab va o'ta murakkab yoki yirik tizimlarga bo'linadi.

Oddiy tizim – bu tizim, uncha ko'p bo'lmagan sondagi elementlardan tuzilib, u tarmoqlangan tuzilishga ega bo'lmaydi (ya'ni ierarxik darajalarini aniqlash mumkin emas).

Murakkab tizim – tarmoqlangan tuzilishga, o'zaro bog'langan va o'zaro ta'sirda bo'lgan ko'p sonli elementlarga (qism tizimlarga) ega bo'ladi, bunda ular o'z navbatida oddiy qism tizimlarga bo'linadi.

Yirik tizim – bu murakkab tizim bo'lib, bir qancha quyidagi qo'shimcha alomatlarga ega bo'ladi, xususan:

- qism tizimlarning mavjudligi; ular butun tizimni umumiy maqsadli belgilanishiga buysundirilgan xususiy maksadli belgilanishga ega bo'ladi;
- qism tizimlararo va har bir qism tizim ichidagi ko'p sonli turli-tuman bog'lanishlarning mavjudligi;
- ko'rib chiqilayotgan tizimni boshqa tizimlar bilan tashqi aloqalarining mavjudligi (tizimni ochiqliligi);
- tizimda o'z-o'zini tashkillash elementining mavjudligi;
- tizimni ishlashida odamlar, mashinalar va tabiiy muhitni qatnashishi. Yirik tizimlar tadqiqot qilinganda, kibernetikaga xos bo'lgan tizimli yondoshish yagona ta'sirchan ilmiy yondashish bo'ladi.

1.3. Tizimli yondashish

Tizimli yondashish – murakkab obyektlarni qiyin kuzatiladigan va qiyin tushuniladigan xossalari tadqiqotini uslubiyotidir[3]. Bu yo'nalish quyidagilarga asoslanadi:

---

[3] Ronald A. Rohrer. Introduction to Systems Theory. – Department of Electrical Engineering University of California. Berkeley, New York, 2012.

- ko'rib chiqilayotgan tizimning holatini aniqlovchi ko'p sonli ichki va tashqi faktorlarning ko'plab o'zaro ta'sirining borligi bunda yo'qqa chiqarilmaydi;
- tizimda insonlarning ishtiroki va ehtimol faktorlarning ta'siri natijasida, butun tizim va uning alohida qismlarini aniqlanmagan holatlariga ega bo'lishi;
- tizimning o'z xossalari va atrof muhit xossalarini vaqt bo'yicha o'zgarishini hisobga olinishi.

Ko'rib chiqilayotgan yondoshish, tizimlarni tahlil (analiz) va sintez qilishda ham samarali bo'ladi [4].

Tizimni tahlili - tizim amalga oshirayotgan funksiyalarni, tizimni elementlari va tashkil etilishi ma'lum bo'lganda, aniqlashdir.

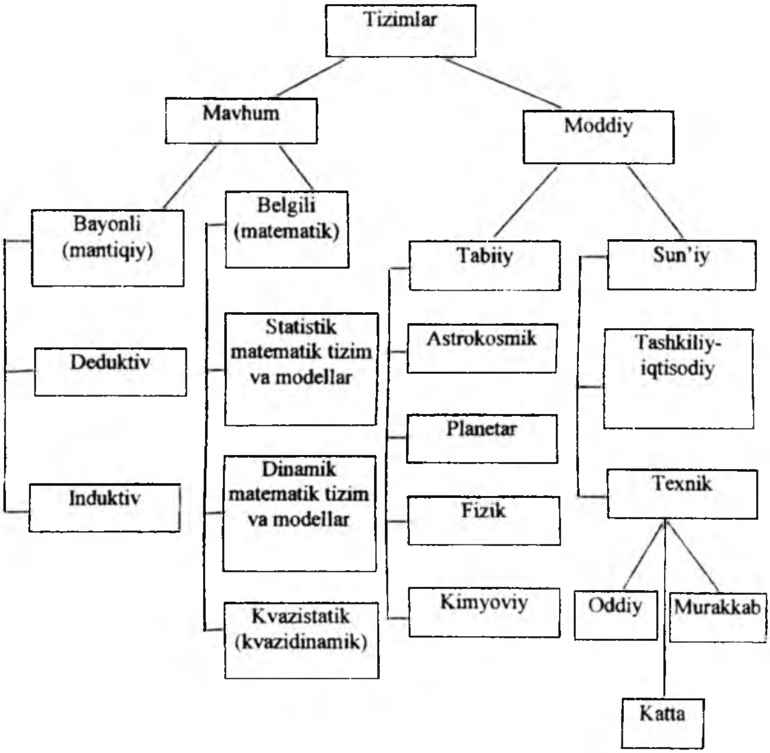
Tizimni sintezi - uning berilgan funksiyasi bo'yicha tizimning tashkiliy elementlarini aniqlash.

Tizimli yondashish iqtisodiyotdagi eng istiqbolli ilmiy yo'nalishlaridan biridir, chunki ko'pchilik ijtimoiy-iqtisodiy tizimlar yirik tizimlar qatoriga ta'lluqli bo'ladi.

Tizimlarni tasniflashga harakat qilib ko'raylik. Ma'lumki, tasniflash – bu obyektlarni eng muhim belgilari bo'yicha sinflarga ajratishdir. Belgilar yoki belgilar birlashmasi tasniflashning asosini tashkil etadi. Sinf – bu umumiy belgilarga ega obyektlar birlashmasidir. Tizim bilan bog'liq barcha tushunchalarni mantiqan sinflarga ajratish qoidalarini hisobga olgan holda mavjud tasniflashni ko'rib chiqadigan bo'lsak, tasniflashga qo'yiladigan quyidagi talablarni ko'rishimiz mumkin:

- bir tasniflashda asos 1 ta bo'lishi lozim;
- sinflashtirilayotgan elementlar soni barcha hosil qilingan sinflardagi elementlar soniga teng bo'lishi lozim;
- hosil qilingan sinflar bir-biri bilan kesishmaydigan bo'lishi zarur;
- qism sinflarga ajratish (ko'p pog'onali tasniflashda) uzluksiz olib borilishi kerak, ya'ni ierarxiyaning bir pog'onasidan 2-siga o'tish chog'ida keyingi tadqiq etish obyekti sifatida sinfning ierarxik tuzilishiga eng yaqin tizimni olish kerak.

Bu talablarga mos holda tizimlarni tasniflasak[4], 2 xil —mavhum va moddiy tizimlarga ajraladi (1.1-rasm).



1.1-rasm.Tizimlarning tasniflanishi.

Moddiy tizimlar real vaqtdagi obyektlardir. Moddiy tizimlar turli xil bo'lib, ular ichidan tabiiy va sun'iy tizimlarni ajratib ko'rsatish mumkin.

Tabiiy tizimlar tabiatdagi obyektlar birlashmasi bo'lib, sun'iy tizimlar esa ijtimoiy-iqtisodiy yoki texnik obyektlar birlashmasidir.

Tabiiy tizimlar, o'z navbatida, astrokosmik va planetar, fizik va kimyoviy turlarga bo'linadi.

[4] www.twirpx.ru, www.infanata.ru

Sun'iy tizimlar bir qancha belgilarga ko'ra sinflarga ajratilib, ulardan eng muhimi insonning tizimodellaragi rolidir. Bu belgiga ko'ra 2 xil sinfni ajratish mumkin: texnik va tashkiliy-iqtisodiy tizimlar.

Texnik tizimlarning ishlashi asosida mashina tomonidan amalga oshiriladigan jarayonlar yotsa, tashkiliy-iqtisodiy tizimlar ishlashining asosida esa inson-mashina majmuasi tomonidan amalga oshiriladigan jarayonlar kiradi.

Mavhum tizimlar — bu moddiy obrazlar yoki modellarning tafakkur yordamida aks ettirilishi bo'lib, ular bayonli (mantiqiy) va belgili (matematik) tizimlarga bo'linadi.

Mantiqiy tizimlar moddiy tizimlarning deduktiv yoki induktiv ifodalanishidir. Ularga moddiy tizimlarning tuzilishi, holatlarining asosiy qonuniyatlari va dinamikasi haqidagi tushuncha hamodellara ta'riflar tizimi sifatida qarash mumkin.

Belgili tizimlar mantiqiy tizimlarning shakllanishi bo'lib, 3 ta sinfga ajraladi:

Statistik matematik tizimlar yoki modellar – ularni moddiy tizimlar holati (holat tenglamasi)ning matematik apparati vositalari bayoni sifatida qarab chiqish mumkin.

Dinamik matematik tizimlar yoki modellar – ularni moddiy (yoki mavhum) tizimlardagi jarayonlarning matematik ko'rinishi sifatida ko'rib chiqish mumkin.

Kvazistatik (kvazidinamik) tizimlar – ular statika va dinamika orasida noturg'un holatda bo'lib, ba'zi ta'sirlarda statik , boshqalarida esa tizimlar kabi bo'ladilar. Keyingi darajaga o'tishda esa kuzatuvchi ***meta-tilyai,*** ya'ni 1-darajali tilni shu tilning o'zini bayon etish orqali kengaytirishdan hosil bo'lgan tilni qo'llaydi. Bu tilni yaratish tizim strukturasi vujudga kelishi qonunlarini ochish bilan barobar bo'lib, tadqiqotning eng yuqori bahodagi natijasi hisoblanadi.

Murakkab tizimlar (MT) — bu shunday tizimlarki, ularni ba'zi qismtizimlarni qo'shib yaratib bo'lmaydi. Bu holat quyidagi bilan barobar:

a) kuzatuvchi asta-sekinlik bilan obyektga nisbatan o'z munosabatini o'zgartiradi va uni turli tomondan kuzatadi;

b) turli kuzatuvchilar obyektni turli tomondan tadqiq etadilar.

Misol: avtomobilning oynasi shishasini tanlash. Masalani hal etish uchun obyektni har xil tarafdan va turli tillarda ko'rib chiqish lozim: shaffoflik va sinish koeffitsiyenti - optik tilda; mustahkamlik va egiluvchanligi - fizik tilda; tayyorlash uchun stanoklar va vositalarning mavjudligi - texnologik tilda; bahosi va rentabelligi - iqtisodiy tilda va h.z.

Har bir kuzatuvchi o'zining talablari va mezonlariga mos keladigan shaffof materialni tanlaydi. Barcha kuzatuvchilar tomonidan yig'ilgan to'plamlarning kesishmasidan foydalanib, metakuzatuvchi pastroq darajali tillardagi barcha tushunchalarni birlashtiradigan hamda ularning xossalari va munosabatlarini bayon etadigan metatilni qo'llagan holda yagona yaxlit materialni tanlab oladi. Qiyinchiligi: 1-darajadagi kuzatuvchilar tomonidan yig'ilgan qismto'plamlar kesishmasligi mumkin. Bunday hollarda metakuzatuvchi ba'zi kuzatuvchilar (fiziklar, texnologlar va h.z.)dan talablarini pasaytirish va mos ravishda, potensial yechimlar qismto'plamlarini kengaytirishni so'rashi mumkin. Bunda ekspert so'rovi - tizimli tahlilning asosiy vositasidir.

Tizimlarni murakkablik darajasiga qarab baholash mumkin, bunda ushbu tushunchaning turlicha ma'nolaridan foydalanish mumkin:

a) MT modellari sonini o'lchash orqali;

b) MT da qo'llaniladigan tillar sonini taqqoslash orqali;

d) metatilning birlashmalari va qo'shimchalari sonini o'lchash orqali;

Dinamik tizimlar (DT) – bu doimiy o'zgarib turadigan tizimlardir. DTda ro'y beradigan har qanday o'zgarish ***jarayon*** deb ataladi. Ba'zan uni tizimning kirishini chiqishga aylantirish sifatida aniqlaydilar.

Agar tizim faqat bir xilda ishlasa, u holda bu tizimni ***determinallashgan*** tizim deb ataladi.

Ehtimolli tizim – bu shunday tizimki, uning qanday ishlashini muayyan ehtimolik bilan oldingi ishlashi (protokoli)ga qarab bashorat qilish mumkin.

Muvozanat xususiyati – tashqi ta'sirlarni kompensatsiyalagan holda boshlang'ich holatga qaytish.

Biz yuqorida berib o'tilgan asosiy tushuncha va ta'riflar. tizim va tizimlar nazariyasi to'g'risidagi tushunchalarni kelgusi mavzularda mustahkamlab chuqur tahlil qilib boramiz. Shu o'rinda shuni ham aytib o'tish joizki, ushbu fanni o'rganish va tatbiq etishdan kutilgan maqsadga erishish uchun texnologik jarayonlar va texnoligik agregatlar avtomatlashtirish prinsiplari va imkoniyatlariga to'la amal qilgan holda tayyorlangan bo'lishi kerak.

I bob yuzasidan nazorat savollari

1. Fanning maqsad va vazifalari nimadan iborat?
2. Tizim deb nimaga aytiladi?
3. Tizim qanday xossalarga ega?
4. Tizimlar va tashqi muhitni o'zaro ta'sir xarakteri bo'yicha qanday farqlanadi?
5. Murakkab tizimlar qanday qo'shimcha alomatlarga ega?
6. Tizimli yondoshish yo'nalishi nimalarga asoslanadi?
7. Tizimlarning umumiy xususiyatlarini tushuntiring.
8. Tizimlar qanday sinflanadi?
9. Dinamik tizim deganda nimani tushunasiz?
10. Tizimlardagi muvozanat xususiyatini tushuntiring.

II-bob. TO'PLAMLAR NAZARIYASI

2.1. To'plam tushunchasi va ularning berilish usullari

Tizimning xossalarini o'rganish, ularni tadqiq qilish va boshqarish uchun avvalo, ularning tarkibi, tuzilishi va faoliyatini biror bir matematik munosabat shaklida ifodalab olish talab qilinadi. Tizimning tarkibi va uning faoliyatini ifodalash uchun to'plamlar nazariyasi tushunchasidan foydalaniladi.

To'plam eng muhim matematik tushunchalardan biridir. Bu tushuncha matematika faniga to'plamlar nazariyasining asoschisi bo'lgan nemis matematigi Georg Kantor (1845-1918) tomonidan kiritilgan [18].

Matematikada doimo turli to'plamlar bilan uchrashishga to'g'ri keladi. Masalan, to'g'ri burchakli uchburchaklar to'plami, natural sonlar to'plami, to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtalar to'plami va hokazo. Umuman to'plam tushunchasi ayrim-ayrim narsalar, buyumlar, obyektlarni birgalikda, ya'ni bir butun deb qarash natijasida vujudga keladi.

Ta'rif. To'plamni tashkil etuvchi narsalar, buyumlar, obyektlar bu ***to'plamning elementlari*** deb aytiladi. To'plamlar, odatda, lotin yoki grek alfavitining katta harflari bilan belgilanadi.

A to'plam $a,b,s,d...$ elementlardan tuzilganligi

$$A=\{a,b,c,d,...\}$$

ko'rinishda yoziladi. To'plamni tashkil etuvchi elementlar soni chekli yoki cheksiz bo'lishi mumkin. Birinchi holda chekli to'plamga, ikkinchi holda esa cheksiz to'plamga ega bo'lamiz.

Masalan:

1) $A=\{a\},\ B=\{a,b\},\ C=\{a,b,c\}$;

2) $A=\{1,2,3,...,n\}$ - chekli to'plamlar;

3) $B=\{2,4,6,...,2n,...\}$;

4) $C=\{1,4,9,16,...,n^2,...\}$;

5) $D = \{2, 3, 5, 7, ..., P, ...\}$ - cheksiz to'plamlar.

Biror a narsa A to'plamning elementi ekanligi $a \in A$ yoki $A \ni a$ ko'rinishda belgilanadi. Birorta b narsa A to'plamning elementi emasligi $b \bar{\in} A$ yoki $A \bar{\ni} b$ ko'rinishda yoziladi.

Masalan: $A = \{2, 4, 6, .8, 10\}$ da $2,4,6,...,10 \in A$, $12, 14, ... \bar{\in} A$.

A va V to'plamlar berilgan bo'lsin. Agar A to'plamning a elementi V to'plamning b elementiga teng deb olsak, ya'ni $a = b$, bundan bitta element ikkala to'plamda ham mavjudligi kelib chiqadi.

Masalan: $A = \{2, 4, 6, .8, 10\}$ va $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ to'plamlardagi $2, 4, 6, .8$ elementlar ikkala to'plamda ham mavjuddir.

Ta'rif. A to'plamning har bir elementi V to'plamda mavjud, aksincha, V to'plamning har bir elementi A to'plamda ham mavjud bo'lsa, A va V to'plamlarni ***teng (tengkuchli)*** deb atab, buni $A = B$ yoki $B = A$ belgi bilan ifodalaymiz.

Demak, ikkala A va V to'plamlar aslida bir to'plamdir.

Ta'rif. Agar V to'plamning har bir elementi A to'plamda ham mavjud bo'lsa, u vaqtda V A ning ***qism to'plami*** deb aytiladi va quyidagicha belgilanadi.

$$B \subseteq A \text{ yoki } A \supseteq B \tag{2.1.1}$$

Masalan:

1) butun sonlar {1, 2, 3,...} haqiqiy sonlar to'plamining qism to'plamini tashkil etadi;

2) viloyatlar respublika to'plamining qism to'plamini tashkil etadi;

3) toq sonlar butun sonlar to'plamining qism to'plamidir va hokazo.

Ta'rif. V to'plamning hamma elementlari A to'plamda mavjud bo'lib, shu bilan birga A to'plamda V ga kirmagan elementlar ham bor bo'lsa, u vaqtda V A ning ***xos qism to'plami*** deyiladi va quyidagicha belgilanadi.

$$B \subset A \textit{ yoki } A \supset B \tag{2.1.2}$$

Demak, $A \subset B$ va $B \supset A$ bo'lsa, u vaqtda

$$A = B \qquad (2.1.3)$$

(3) tenglik A ning o'zi o'zining qism to'plami bo'lishini ko'rsatadi va bu holatni ifodalash uchun "o'zining xosmas qismi" degan iboradan foydalanamiz.

Masalan: $A = \{a,b,c,d,f,g,h.\}$ to'plam uchun $B = \{a\}$, $C = \{a,b\}$, $D = \{d,e,f\}$ to'plamlarning har qaysi xos qismdir.

Odatda, to'plamlar nazariyasida bitta ham elementi bo'lmagan to'plamlar bilan ish ko'rishga to'g'ri keladi.

Masalan: $x^2 + 4 = 0$ tenglamaning haqiqiy ildizlari bo'sh to'plamni tashkil qiladi, chunki $x_{1,2} = \pm 2i$, ya'ni tenglamaning haqiqiy ildizlari mavjud emas.

Ta'rif. Bitta ham elementga ega bo'lmagan to'plam ***bo'sh to'plam*** deb ataladi va *0* simvol bilan belgilanadi. *0* bo'sh to'plam har qanday A to'plamning qism to'plami bo'ladi va u ham A ning xosmas qismi deyiladi.

2.2. Predikatlar va kvantorlar

To'plamlar ustida turli amallarni bajarishda ***predikat*** tushunchasidan foydalaniladi. Bu odatda $P(x)$ bilan belgilanadi. Ya'ni xossasini ko'rsatadi [7,18].

Faraz qilaylik J universal to'plam mavjud bo'lsin. Uning ixtiyoriy elementiga nisbatan biron bir mulohaza yoki xossa xarakterli bo'lsin.

Predikatda u yoki bu belgining mavjudligi yoki mavjudmasligini ifodalovchi mulohaza bo'ladi. Predikat P har bir elementi $x \in X$ ma'lum xossalarga ega X to'plamni beradi va quyidagicha yoziladi:

$$X = \{x : P(x)\}$$

Ya'ni ayrim xossalarga ega bo'lgan elementlarnigina ko'rsatamiz.

Shunday predikatlar bo'lishi mumkinki, unda universal to'plamning ixtiyoriy elementi uchun haqiqiydir. Bunda, barcha elementlarga tegishli bo'lsa, quyidagi belgidan foydalanamiz: $\forall$-bu ***umumiylik kvantori*** deyiladi.

Masalan: $\forall(x)P(x)$-har qanday x uchun $x \in J$, $P(x)$ - xossasi haqiqiydir.

Shuningdek, monandlik yoki mavjudlik kvantori ishlatiladi: $\exists(x)P(x)$-barcha to'plam elementlari uchun hech bo'lmaganda bitta element uchun $P(x)$predikat haqiqiydir.

$\overline{\forall}(x)P(x)$ - har qanday x uchun $x \in J$, $P(x)$- xossasi o'rinli emas.

$\overline{\exists}(x)P(x)$ - barcha to'plam elementlari uchun $P(x)$ predikat o'rinli emas.

Bu erda quyidagi munosabatlarni ishlatishimiz mumkin:

$$\overline{\forall}(x)\overline{P}(x) \Leftrightarrow \overline{\exists}(x)\overline{P}(x)$$

2.3. To'plamlar ustida bajariladigan amallar

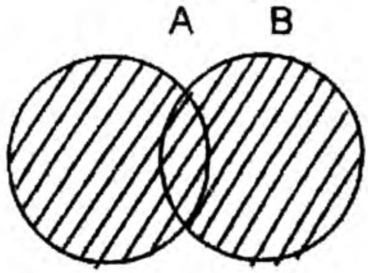
Turli xil masalalarni echishda to'plamlardan foydalanish uchun uning ustida bajariladigan amallarni bilish zarur. Umumiy holda to'plamlar ustida quyidagi amallar bajariladi.

A va V to'plamlar berilgan bo'lsin.

2.3.1-ta'rif. Berilgan A, V ***to'plamlarning yig'indisi*** yoki ***birlashmasi*** deb, shu to'plamlarning takrorlanmasdan olinadigan hamma elementlaridan tuzilgan va $A \cup B$ kabi belgilanadigan to'plamga aytiladi. Agar $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$ to'plamlar berilgan bo'lsa, u holda ularning $A \cup B$ yig'indisi quyidagicha yoziladi:

$$A_\alpha = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup ... \cup A_n \qquad (2.3.1)$$

Ushbu munosabat Eyler Venn diagrammalarida quyidagicha aks etadi:

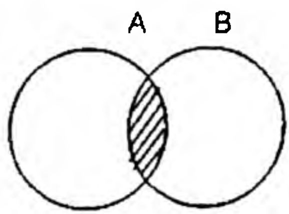


2.3.1-rasm. To'plamlarning yig'indisi.

Masalan: $A=\{a,b\}$, $B=\{a,c,b\}$, $C=\{e,f,k\}$ bo'lsa, u vaqtda $A_1 \cup B \cup C=\{a,b,c,d,e,f,k\}$

2.3.2-ta'rif. Berilgan A, V to'plamlarning hamma umumiy elementlaridan tuzilgan S to'plamga A, V ***to'plamlarning ko'paytmasi (kesishmasi yoki umumiy qismi)*** deyiladi va $C=A\cap B$ ko'rinishida belgilanadi. Agar $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ to'plamlar berilgan bo'lsa, u holda ularning $C=A\cap B$ ko'paytmasi quyidagicha yoziladi:

$$A_\alpha = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n \qquad (2.3.2)$$

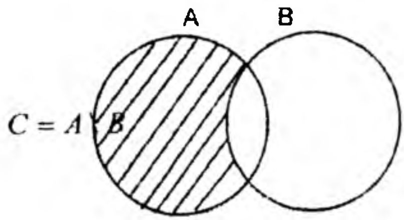


2.3.2-rasm. To'plamlarning kesishmasi.

Masalan: $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{2,4,6,8\}$ bo'lsa, u vaqtda $C=\{2,4\}$.

Bitta ham umumiy elementga ega bo'lmagan to'plamlarning kesishmasi 0 bo'sh to'plamga teng bo'ladi. Masalan, toq sonlar to'plami bilan juft sonlar to'plamining kesishmasi bo'sh to'plamdir.

Ta'rif. A va V to'plamlarning ayirmasi deb, A ning V da mavjud bo'lmagan hamma elementlaridan tuziladigan va $C = A - B$ yoki $C = A \setminus B$ ko'rinishida yoziladigan S to'plamga aytiladi.



2.3.3-rasm. To'plamlarning ayirmasi.

Masalan: $A = \{1,2,3,4\}$ va $B = \{3,4,5,6\}$ bo'lsa, u vaqtda $C = \{1,2\}$.

Ta'rif: A to'plamdagi uning V qism to'plamiga kirmay qolgan hamma elementlaridan tuzilgan qism to'plamga V ning ***A to'plamigacha to'ldiruvchisi*** deb aytiladi va ko'rinishda belgilanadi.

$A = \{1,2,3,4,5,6...\}$ natural sonlar to'plami va $\bar{B} = \{2,4,6,8...\}$ juft sonlar to'plami bo'lsa, u vaqtda $\bar{B} = \{1,3,5,7...\}$ bo'ladi, ya'ni $B \cup \bar{B} = A$ to'plam V ni A gacha to'ldiradi.

Ta'rif: Biror to'plamning xos qismi deb qaralmagan har bir to'plamni ***universal to'plam*** deb atab, uni $\cup$ harfi bilan belgilaymiz.

Ta'rifga binoan, $\cup$ ning hamma qismlari orasida ikkita xosmas qismi bor: bittasi $\cup$ ning o'zi, ikkinchisi $\varnothing$ bo'sh to'plam, qolganlari xos qismlardan iborat.

To'plamlarning bo'linishi. ***M*** to'plam berilgan bo'lsin. $S = \{x_1, x_2, x_n\}$ to'plami ***M*** to'plamining bo'linishi deyiladi, agarda quyidagi shartlar bajarilsa:

1. s to'plamdan ixtiyoriy x_i to'plami $M - x_i \subset M$ bo'lsa;

2. Ixtiyoriy x_i, x_j to'plamlar kesishmasa, ya'ni ularning kesishmasi $\varnothing$ hosil qilsa;

3. Barcha x_i to‘plamining yig‘indisi M to‘plamga tegishli bo‘lsa, $\bigcup_{i=1}^{n} x_i \subseteq M$.

2.4. To‘plamlarning algebraik ayniyatlari

Yuqoridagi amallar asosida to‘plamlarning turli algebraik munosabatini hosil qilish mumkin. Bunday algebraik munosabatni hosil qilishda to‘plamlarning algebraik ayniyatlaridan foydalaniladi [6,18]. Bular quyidagilar:

1. ***Kommutativlik*** (o‘rin almashish) qonuniga bo‘ysunadi:
$A \cup B = B \cup A$
$A \cap B = B \cap A$
2. ***Assotsiativlik*** (guruhlanish) qonuniga bo‘ysunadi:
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
3. ***Distributivlik*** (tarqatish) qonuniga bo‘ysunadi:
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
4. ***De -Morgan*** qonuniga bo‘ysinadi:
$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
$A \cap B = \overline{A} \cup \overline{B}$
5. ***Idempotentlik*** qonuniga bo‘ysunadi:
$A \cup A = A$
$A \cap A = A$
6. $A \cup U = U$
7. $A \cap U = A$
8. ***Yutilish*** qonuniga bo‘ysunadi:
$A \cup (A \cap B) = A$
$A \cap (A \cup B) = A$

2.5. Munosabatlar. Binar munosabat

Amaliy matematikada fundamental tushunchalardan biri bo'l-gan **munosabatlar** tushunchasi predmetlar va tushunchalar orasidagi aloqani ifodalaydi [5].

Munosabatlar tushunchasini aniqlash uchun ***tartiblangan juftlik*** tushunchasiga aniqlik kiritaylik. Ma'lum tartibda joylashgan ikki predmetdan tuzilgan elementga tartiblangan juftlik deyiladi. Matematikada tartiblangan juftlik quyidagi xususiyatlarga ega bo'ladi deb faraz qilinadi:

1) Har qanday (istalgan) *x* va *u* predmetlar uchun ma'lum obyekt mavjud, qaysikim $\langle x, y\rangle$ kabi belgilanadi, *x* va *u* larning tartiblangan juftligi deb o'qiladi. Har bir *x* va *u* predmetlarga yagona tartiblangan $\langle x, y\rangle$ juftlik mos keladi.

2) Ikkita $\langle x,y\rangle$ va $\langle u,v\rangle$ tartiblangan juftliklar berilgan bo'lsin. Agar $x = u$ va $y = v$ bo'lsa, u vaqtda $\langle x,y\rangle = \langle u,v\rangle$ bo'ladi.
Tartiblangan juftlik $\langle x,y\rangle$ quyidagi to'plamdir

$$\langle x, y\rangle = \{\{x\}, \{x, y\}\}$$

ya'ni shunday ikki elementli to'plamdirki, uning bitta elementi $\{x, y\}$ tartibsiz juftlikdan iborat, ikkinchisi esa $\{x\}$ shu tartibsiz juftlikning qaysi a'zosi birinchi hisoblanishi kerakligini ko'rsatadi.

Tartiblangan juftlik $\langle x, y\rangle$ ning *x* predmeti birinchi koordinatasi, *u* predmeti bo'lsa, ikkinchi koordinatasi deb aytiladi.

Tartiblangan juftliklar terminida tartiblangan *n*-liklarni aniqlash mumkin. *x*, *u* va *z* predmetlarning tartiblangan uchligi $\langle x, y, z\rangle$ quyidagi tartiblangan juftliklar shaklida aniqlanadi: $\langle\langle x,y\rangle,z\rangle$. Xuddi shunday $x_1, x_2, \ldots$ va x_p predmetlarning tartiblangan *n*-ligi $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle$, ta'rifga asosan, $\langle\langle x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}\rangle, x_n\rangle$ tarzda aniqlanadi.

Elementlari tartiblangan juftliklardan iborat bo'lgan to'plamga ***tartiblangan juftliklar to'plami*** deb aytiladi[5].

Binar munosabatni tartiblangan juftliklar to'plami sifatida aniqlaymiz. Agar *r* biror munosabatni ifodalasa, u vaqtda $\langle x, y\rangle \in p$ va

---

[5] Kamran Iqbal. Fundamental Engineering Optimization Methods. 1 st edition. ©2013.

$x\ p\ y$ ifodalarni o‘zaro almashuvchi ifodalar deb hisoblaymiz. $x\ p\ y$ ifodani “predmet x predmet u ga nisbatan r munosabatda” deb o‘qiladi.

Quyidagi $x = y$, $x < y$, $x = y$ belgilar xuddi $x\ p\ y$ ifodadan kelib chiqqan.

p-ar munosabati tartiblangan p-liklar to‘plami sifatida aniqlanadi. p -ar munosabatni ko‘pincha adabiyotda temar munosabat deb ham yuritiladi.

Misollar:

1. $\{\langle 2,4\rangle,\langle 5,6\rangle,\langle 7,6\rangle,\langle 8,8\rangle\}$ tartiblangan juftliklar to‘plamiga binar munosabatga misol bo‘la oladi.

2. Agar r ayniyat munosabatini bildirsa, u vaqtda $\langle x,y\rangle \in p$ degani $x \equiv y$ x = u ni bildiradi.

3. Agar r onalik munosabatini bildirsa, u vaqtda $\langle Xurshida, Iroda\rangle \in p$ simvol Xurshida Irodaning onasi ekanligini bildiradi.

4. Temar munosabatiga butun sonlar to‘plamidagi qo‘shish amali misol bo‘la oladi. $5=2+3$ yozuvini $\langle 5,2,3\rangle \in +$ shaklida ham yozish mumkin.

Bundan keyin binar munosabat termini o‘rniga qisqalik uchun munosabat terminini ishlatamiz.

$\{x / x \in A\}$ simvolini quyidagicha tushunish kerak: {Shunday x lar to‘plamiki, $x \in A$}.

$\{$x / ayrim y uchun $\langle x,y\rangle \in p\}$ to‘plami r munosabatning aniqlanish sohasi deyiladi va D_p simvoli bilan belgilanadi. $\{$y / ayrim x uchun $\langle x,y\rangle \in p\}$ to‘plami r munosabatning qiymatlar sohasi deyiladi va R_p simvoli bilan belgilanadi. Boshqacha qilib aytganda, r munosabatning aniqlanish sohasi shu r munosabatning birinchi koordinatalaridan tuzilgan to‘plamga aytiladi, ikkinchi koordinatalaridan tuzilgan to‘plamga esa, qiymatlar sohasi deb aytiladi.

Misol:

$\{\langle 2,4\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 6,7\rangle\}$ r munosabat berilgan bo‘lsin. U vaktda $D_p = \{2,3,6\}$, $R_p = \{4,3,7\}$.

Biror C to‘plam $\langle x,y\rangle$ tartiblangan juftliklar to‘plami bo‘lsin. Agarda x biror X to‘plamning elementi va u boshqa Y to‘plamning elementi bo'lsa, u vaqtda C to'plam X va Y to'plamlarning to'g'ri (dekart) ko'paytmasidan tuzilgan to'plam deyiladi va

$$C = X \times Y = \{\langle x, y\rangle / x \in X \ \ va \ \ y \in Y\}$$

shaklida belgilanadi.

Har bir *r* munosabat ayrim olingan $X \times Y$ to'g'ri ko'paytmaning qism to'plami bo'ladi va $X \supseteq D_p, Y \supseteq R_p$. Agar $p \subseteq X \times Y$ bo'lsa, u vaqtda *r X* dan *Y* ga bo'lgan munosabat deb aytiladi. Agar $p \subseteq X \times Y$ va $Z \supseteq X \cup Y$ bo'lsa, u vaqtda *r* dan *Z* ga bo'lgan munosabat deb aytiladi. *Z* dan *Z* ga bo'lgan munosabatni *Z* ichidagi munosabat deb aytiladi.

X qandaydir to'plam bo'lsin. U vaqtda *X* ichidagi $X \times X$ munosabatni *X* ichidagi universal munosabat deb aytiladi.

$\{\langle x, x\rangle / x \in X\}$ munosabat *X* ichidagi ayniyat munosabati deb aytiladi va i_x yoki i simvoli bilan belgilanadi. Har qanday *X* to'plamining *x* va *u* elementlari uchun $x \ \ i_x \ \ y$ ifoda $x = y$ bilan teng kuchlidir.

A to'plam va *r* munosabat berilgan bo'lsin. U vaqtda $p[A] = \{y / A \text{ ning ayrim } x \text{ lari uchun } x\, p\, y\}$. Bu to'plamga *A* to'plam elementlarining ***r obrazlari to'plami*** deb aytiladi.

Misollar:

$y = 2x + 1$ to'g'ri chiziqni $\{\langle x, y\rangle \in R \times R / y = 2x + 1\}$ va $y < x$ munosabatini $\{\langle x, y\rangle \in R \times R / y < x\}$ shakllarda yozish mumkin.

2.6. Ekvivalentlik munosabati

Ta'rif. Agarda *X* to'plamning istalgan *x* elementi uchun xpx bo'lsa, u vaqtda *r* munosabatiga *X* to'plamidagi ***refleksiv munosabat*** deb aytiladi; agarda xpy dan ypx kelib chiqsa, u holda *r* - ***simmetrik munosabat*** deb aytiladi; agarda xpy va ypz dan xpz kelib chiqsa, u vaqtda *r* - ***tranzitiv munosabat*** deb aytiladi.

Shu ko'rsatilgan uchala xossaga ega bo'lgan munosabatlar matematikada ko'p uchragani uchun, ularga maxsus nom qo'yilgan [5,21].

Ta'rif. Agarda biror to'plamdagi munosabat refleksiv, simmetrik va tranzitiv xossalarga ega bo'lsa, u vaqtda bunday munosabatga shu to'plamdagi ***ekvivalentlik munosabati*** deyiladi.

Agarda r munosabati X to'plamdagi ekvivalentlik munosabati bo'lsa, u vaqtda $D_p = X$.

Misollar: Quyidagi har bir munosabat ma'lum to'plamdagi ekvivaletlik munosabatiga misol bo'la oladi:

1. Istalgan to'plamdagi tenglik munosabati.
2. Evklid tekisligining hamma uchburchaklar to'plamidagi o'xshashlik munosabati.
3. Butun sonlar to'plamidagi p moduli bo'yicha taqqoslama munosabati.
4. O'zbekistonda yashovchi odamlar to'plamidagi "bir uyda yashovchilar" munosabati.

Ekvivalentlik munosabati shunday asosiy xususiyatga egaki, u to'plamni kesishmaydigan qism to'plamlarga bo'ladi. Keyingi misolga, masalan, "bir uyda yashovchilar" munosabati O'zbekistonni bir-biri bilan kesishmaydigan "bir uyda yashovchilar" qism to'plamlariga bo'ladi. Bu aytilganlarni quyidagicha umumlashtirish mumkin.

r X to'plamdagi ekvivalentlik munosabati bo'lsin. U vaqtda X to'plamining A qism to'plami faqat shundagina ekvivalentlik sinfi yoki ekvivalentlik r - sinfi deb aytiladi, qachonki A to'plamining shunday x elementi topilib, $A = \{y / x\,p\,y\}$ bo'lsa.

Shunday qilib, X to'plamning shunday x elementi mavjud bo'lsaki, $A = p[\{x\}]$ tenglik bajarilsa, u vaqtda A to'plam ekvivalentlik sinfi bo'la oladi.

Agarda r munosabati to'g'risida hech qanday anglashmovchilik tug'ilmaydigan bo'lsa, u vaqtda X to'plami $[x]$ shaklida belgilanadi, ya'ni $p[\{x\}] = [x]$ va x yuzaga keltirgan ***ekvivalentlik sinfi*** deb aytiladi. Ekvivalentlik sinfi quyidagi ikki xususiyatga egadir:

1. $x \in [x]$ - bir sinfning hamma elementlari o'zaro ekvivalentdir.
2. Agar xpy bo'lsa, u vaqtda $[x] = [y]$.

1-xossa ekvivalentlik munosabatining refleksivlik xususiyatidan kelib chiqadi.

2-xossaning isboti: xpy bo'lsin, ya'ni x u ga ekvivalent bo'lsin, u vaqtda $[y]\subseteq[x]$.

Haqiqatan ham, $z\in[y]$ ($y\,p\,z$ ni bildiradi)dan va $x\,p\,z$ bo'lganligi uchun r munosabatining tranzitiv xususiyatiga asosan $x\,p\,z$ kelib chiqadi, ya'ni $z\in[x]$. Ekvivalentlik munosabatining simmetriklik xossasidan foydalanib, $[x]\subseteq[y]$ ni isbot etish mumkin. Demak, $[x]=[y]$.

2.7. Funksiya tushunchasi. Funksiyalar superpozitsiyasi

Funksiya tushunchasini oldingi paragraflarda o'rganilgan terminlarda aniqlaymiz. Funksiyaning grafigi tartiblangan juftliklar to'plamidan iborat. Funksiya bilan uning grafigi o'rtasida hech qanday farq yo'q. Funksiya shunday munosabatki, uning ikki xil elementining birinchi koordinatalari hech qachon teng bo'lmaydi [15,20].

Shunday qilib, f munosabati quyidagi talablarni qanoatlantirgandagina funksiya bo'la oladi:

1. f ning elementlari faqatgina tartiblangan juftliklardan iborat.
2. Agar $\langle x,y\rangle$ va $\langle x,z\rangle$ f elementlari bo'lsa, u vaqtda $y=z$.

2.7.1-misol:

1. $\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 3,4\rangle\}$ funsksiyadir. $D_f=\{1,2,3\}$ $R_f=\{2,4\}$.

2. $\{\langle 3,4\rangle,\langle 3,5\rangle,\langle 4,6\rangle\}$ munosabati funksiya bo'la olmaydi, chunki, $\langle 3,4\rangle$ va $\langle 3,5\rangle$ elementlarining birinchi koordinatalari teng.

3. $\{\langle x,x^2+x+1\rangle / x\in R\}$ funksiyadir, chunki agar $x=u$ bo'lsa, u vaqtda $x^2+x+1=u^2+u+1$.

4. $\{\langle x^2,x\rangle / x\in R\}$ funksiya bo'la olmaydi, chunki uning $\langle 1,1\rangle,\langle 1,-1\rangle$ elementlari mavjud.

Agar f - funksiya va $\langle x,y\rangle\in f$ bo'lsa, ya'ni $x\,f\,y$ bo'lsa, u vaqtda x funksiyaning argumenti deb aytiladi va u ni f funksiyaning x dagi qiymati yoki x elementining ***obrazi*** deyiladi.

u ni belgilash uchun xf, $f(x)$, fx yoki x^f simvollarni ishlatadilar. $f(x)$ simvolni $f(x)=f[\{x\}]$ deb, ya'ni x elementining f-***obrazlari to'plami*** deb qarash mumkin.

Ikki f va g funksiyalar bir xil elementlardan tuzilgan bo'lsa, bunday ***funksiyalar teng*** bo'ladi ($f=g$), ya'ni boshqacha qilib aytganda, $D_f = D_g$ va $f(x)=g(x)$ bo'lsagina, $f=g$ bo'ladi.

Shunday qilib, funksiya berilgan bo'lishi uchun aniqlanish sohasi va shu sohaning har bir elementi uchun uning qiymati berilishi kerak.

$\{\langle x, x^2+x+1\rangle / x \in R\}$ dan $f(x)=x^2+x+1$ kelib chiqadi.

Agar f funksiyaning aniqlanish sohasi $R_f \subseteq Y$ bo'lsa, u vaqtda funksiyaning o'zgarish sohasi Y to'plami ichida bo'ladi deb aytiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$f: X \to Y \ yoki \ X \xrightarrow{f} Y$$

Yuqorida ko'rsatilgan hamma f to'plami $(X \times Y)$ to'plamning qism to'plami bo'ladi va uni Y^x deb belgilaymiz.

Agar $X=\phi$ bo'lsa, u vaqtda Y^x faqatgina bir elementdan iborat bo'ladi va u $X \times Y$ to'plamning bo'sh qism to'plamidir.

Agar $Y=\phi$ va $X \neq \phi$ bo'lsa, u vaqtda $Y^x=\phi$.

Agar $x_1 \neq x_2$ dan $f(x_1) \neq f(x_2)$ kelib chiqsa, u vaqtda f ***bir qiymatli funksiya*** deyiladi.

Ikkita f va g funksiyalar berilgan bo'lsin. f va g funksiyalarning ***superpozitsiyasi*** deb quyidagi $gof=\{\langle x,z\rangle shundayy \ mavjudkix \ f \ y \ va \ ygz\}$ to'plamga aytiladi va gof simvoli bilan belgilanadi. Bu to'plam ham funksiya bo'ladi.

Shunday qilib, funksiyalarning superpozitsiyasi quiidagicha bo'ladi:

$$gof = z = g(f(x))$$

Funksiyalarning superpozitsiyasi funksiyalarning funksiyasi deb ham aytiladi.

$y=\sin x$ va $z=\ln y$ bo'lsin, u vaqtda $z=\ln\sin x$ funksiya $\sin x$ va $\ln y$ funksiyalarning superpozitsiyasidir.

Superpozitsiya amali assosiativlik qonuniga bo'ysunadi, ya'ni

$$go(fon) = gof(oh)$$

Agar $f:x\to y$ va $g:y\to z$ bo‘lsa, u holda $gof:x\to z$ va $(gof)(x)=g(f(x))$ bo‘ladi.

Agar f bir qiymatli funksiya bo‘lsa, u vaqtda f dan koordinatalarini o‘rnini almashtirish natijasida hosil bo‘ladigan funksiyaga f funksiyasiga teskari bo‘lgan funksiya deb aytiladi va f^{-1} simvoli bilan belgilanadi.

Faqatgina bir qiymatli funksiyalar uchun bajariladigan bu amalga qaytarish amali deyiladi.

2.8. Tartiblash munosabati

Ta’rif. Agar biror X to‘plamdagi x va u elementlari uchun ypx munosabat o‘rniga xpy munosabat o‘rinli bo‘lishini ko‘rsatuvchi munosabatga ***tartiblash munosabati*** deb aytiladi.

Tartiblash munosabati yordamida elementlarni qay tartibda qo‘yish masalasini hal etish mumkin. Haqiqiy sonlar to‘plami uchun $<, \leq, >, \geq$ munosabatlari tartiblash munosabatlariga misol bo‘la oladi. To‘plamlar sistemasi uchun xuddi shunday rolni $\subset, \subseteq$ munosabatlar o‘ynaydi.

Ta’rif. Agar X to‘plamining istalgan x va u elementlari uchun bir vaqtda xpy va ypx bajarilishidan $x=y$ kelib chiqsa, bunday r munosabat ***antisimmetrik munosabat*** deb aytiladi.

Ta’rif. X to‘plam ichida refleksivlik, antisimmetrik va tranzitivlik xossalariga ega bo‘lgan r munosabatga X to‘plamdagi ***qisman tartiblash munosabati*** deb aytiladi.

Har qanday refleksiv va tranzitiv munosabatga ***tartiblash munosabati*** deb aytiladi.

Qisman tartiblash munosabati $\leq$ simvoli bilan belgilanadi. Agar $\leq$ munosabati X to‘plamni qisman tartiblasa, u vaqtda X to‘plamning istalgan x va u elementlari uchun $x\leq y$ munosabati bajarilishi ham mumkin, bajarilmasligi ham mumkin.

Xuddi shunday, agar $x\leq y$ va $x\neq y$ bo‘lsa, u vaqtda $x<y$ deb yoziladi va x u dan kichik deb aytiladi.

Ta’rif. X to‘plamning har qanday x elementi uchun $x\,p\,x$ munosabat bajarilmasa, u vaqtda r X to‘plamdagi ***irrefleksiv munosabat*** deb aytiladi.

Agar $\leq$ munosabati X to'plamdagi qisman tartiblash munosabati bo'lsa, u vaqtda $<$ munosabati X to'plamidagi ***irrefleksiv va tranzitiv munosabat*** bo'ladi.

Ta'rif. ***r*** munosabat qisman tartiblash munosabati bo'lsin. ***r*** munosabatning aniqlanish sohasiga qarashli har qanday ikki xil x va u elementlari uchun $e\,x\,p\,y$ yoki $e\,y\,p\,x$ o'rinli bo'lsa, bunday munosabatga ***chiziqli (oddiy) tartiblash munosabati*** deb aytiladi.

Haqiqiy sonlarni qiymatiga qarab tartiblash chiziqli tartiblash munosabatiga misol bo'la oladi.

Ta'rif. Agar biror X to'plamda qisman tartiblash munosabati berilgan bo'lsa, bunday to'plamga ***qisman tartiblangan to'plam*** deb aytiladi va $y < x, \leq >$ u tartiblangan juftlikdan iborat bo'ladi.

Agar X to'plamda oddiy tartiblash munosabati berilgan bo'lsa, u vaqtda X ***oddiy tartiblangan to'plam*** deb aytiladi va u ham $y < x, \leq >$ tartiblangan juftlikdan iborat bo'ladi. Bu yerda $\leq$ X to'plamini oddiy (chiziqli) tartiblaydi.

Masalan, agar f to'plamlar sistemasi bo'lsa, u vaqtda $\langle f, \subseteq \rangle$ qisman tartiblangan to'plam bo'ladi.

$f : x \to x^1$ funksiyasi X to'plamining $\leq$ tartiblash munosabatiga va X^1 to'plamining $\leq^1$ tartiblash munosabatiga nisbatan shundagina tartibini saqlaydigan funksiya bo'ladi, qachonki $x \leq y$ dan $f(x) \leq^1 f(y)$ kelib chiqsa, X va X_1 to'plamlar o'rtasidagi o'zaro bir qiymatli bog'lanish $< x, \leq >$ va $< x^1, \leq^1 >$ga ***qisman tartiblangan to'plamlar o'rtasidagi izomorfizm*** deb aytiladi. Agar shunday bog'lanish mavjud bo'lsa, u vaqtda ko'rsatilgan qisman tartiblangan to'plamlar izomorfdir.

X to'plamning hamma x lari uchun $y \leq x$ bo'lsa, u vaqtda X to'plamning u elementi X to'plamning qisman tartiblash munosabati $\leq$ ga nisbatan ***eng kichik elementi*** deb aytiladi. Agar shunday element mavjud bo'lsa, u yagonadir.

X to'plamning hech bir x elementi uchun $x < y$ munosabati bajarilmasa, u vaqtda X to'plamning u elementi shu to'plamning qisman tartiblash $\leq$ munosabatiga nisbatan minimal (eng kichik) elementi deb aytiladi. Minimal element berilgan to'plamda bir nechta bo'lishi mumkin.

Agar har qanday $x \in y$ uchun $x \leq y$ bo'lsa, u vaqtda X to'plamning *u* elementi shu to'plamning $\leq$ munosabatiga nisbatan ***eng katta elementi*** deb aytiladi. Agar shunday element mavjud bo'lsa, u ham yagonadir.

X to'plamning hech bir x elementi uchun $x > y$ munosabati bajarilmasa, u vaqtda X to'plamning u elementi shu to'plamning $\leq$ munosabatiga nisbatan ***maksimal*** elementi deb aytiladi.

Agar X to'plamning har bir bo'sh emas qism to'plami eng kichik elementga ega bo'lsa, u vaqtda $<x,\leq>$ qisman tartiblangan to'plamga ***to'liq tartiblangan to'plam*** deb aytamiz. Masalan, $\{0,1,2,...\}$.

Agar $<x,\leq>$ qisman tartiblangan va $A \subseteq X$ bo'lsin. U vaqtda istalgan $a \in A$ uchun $a \leq x$ bajarilsa, X to'plamning x elementi A to'plamning ***yuqori chegarasi*** deb aytiladi.

Xuddi shunday, agar istalgan $a \in A$ uchun $x \leq a$ bajarilsa, x elementi A to'plamning ***quyi chegarasi*** deb aytiladi.

Agar M tartiblangan to'plam bo'lsa, u holda uning M^1 qism to'plami ham tartiblangan bo'ladi. Agar bu tartiblangan to'plam chiziqli bo'lsa, u vaqtda M^1 qism to'plam M to'plamning ***zanjiri*** deyiladi.

$l = |M^1| - 1$ ga zanjirning uzunligi deb aytiladi. Bu erda $|M^1|$ - chiziqli tartiblangan M^1 qism to'plamning ***quvvati.*** l uzunlikdagi har bir zanjir $1,2,...,l+1$ butun sonli zanjirga izomorfdir.

M to'plamning eng katta elementini m_l bilan va eng kichik elementini m_0 bilan belgilaymiz.

M tartiblangan to'plam m_l elementining ***balandligi*** $d(m_l)$ deb $m_0 < m_1 < m_2 < ... < m_l$ $(M\ to'plamning)$ zanjirlar uzunligining maksimumiga (l_{max}) aytiladi. M tartiblangan to'plam uzunligi $d(M)$ deb M to'plamdagi zanjirlar uzunligining maksimumiga aytiladi, ya'ni tartiblangan M to'plamning uzunligi $d(M)$, uning elementlari balandligi $d(m_l)$ ning maksimumiga teng bo'ladi. $d(M) = \max d_l(m_l)$, $m_l \in M$.

II bob yuzasidan nazorat savollari

1. To‘plam deb nimaga aytiladi?
2. Qism to‘plam nima? Misollar bilan tushuntiring.
3. Universal to‘plam nima? Misollar bilan tushuntiring.
4. Predikat va kvantor tushunchasiga izoh bering.
5. To‘plam to‘ldiruvchisini tushuntiring.
6. Qanday to‘plamga tartiblangan to‘plam deyiladi?
7. To‘plamlarning to‘g‘ri ko‘paytmasi deb nimaga aytiladi?
8. Haqiqiy sonlar to‘plamida aniqlangan $xy \geq 0$ munosabat ekvivalentlik munosabati bo‘lishini isbotlang.
9. Agar $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ bo‘lsa, $\{(1; 1), (1; 2), (2; 1), (2; 2), (3; 3) (4; 4), (5; 5)\}$ kortejlar to‘plamida nechta ekvivalentlik munosabati aniqlangan?
10. Biror to‘plamda refleksiv, simmetrik, lekin tranzitiv bo‘lmagan munosabatga misol keltiring.

III-bob. GRAFLAR NAZARIYASI

3.1. Graflar nazariyasining asosiy tushunchalari

Tizimlar nazariyasida tizimlarni matematik ifodalash uchun graflar nazariyasi keng qo‘llaniladi[6].

Graflar nazariyasi fani – chiziqlar va tugunlardan tuzilgan ba`zi bir geometrik konfiguratsiyalar to‘g‘risidagi masalalarni yechishda ishlatiladi. Bunday masalalarni yechishda, geometrik konfiguratsiyalarda tugunlar bir-biri bilan to‘g‘ri chiziq yoki yoy bilan birlashtirilganmi, bularning uzunligi qancha kabi faktorlar e`tiborga olinmaydi. Eng muhimi shundaki, har bir chiziq qandaydir berilgan ikkita nuqtani birlashtirayapti. Graflar nazariyasida qo‘llaniladigan ta’riflarni ko‘rib chiqamiz [9].

Ta’rif. To‘plam $V=\{a_1,a_2,...,a_n\}$ va V to‘plamdan olingan juftliklar $E=\{(a_{i1},a_{j1}),...,(a_{ik},a_{jk})\}$ naboriga graf deyiladi.

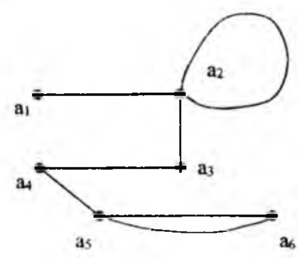
V to‘plamdagi $a_1,...,a_n$ lar qandaydir obyektlar bo`lib, G grafning ***tugunlari*** deyiladi. E to‘plamdagi har bir $((a_{i1},a_{j1}),...,(a_{ik},a_{jk}))$ juftlik ***grafning yoylari*** deyiladi.

Agar a_i,a_j qirra berilgan bo‘lsa, u holda a_i va a_j uchlar ***birlashtirilgan*** deyiladi.

3.1.1-misol:

Agar $V=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7\}$ va $E=\{(a_1,a_2)(a_2,a_2)(a_2,a_3)(a_3,a_4)(a_4,a_5)(a_5,a_6)(a_6,a_5)\}$ bo‘lsin, u holda V va E to‘plam G grafni hosil qiladi.

Grafning uchlarini ***tugunlar***, 2 ta uchini birlashtiruvchi chiziqni ***yoylar*** deb ataymiz.



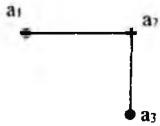
3.1.1-rasm. Graf.

---

[6] Zadeh L.A., Desoer C.A. Linear System Theory, The State Space Approach, McGraw-Hill, N.Y., 2011

Grafning ikkita tuguni umumiy yoy bilan o'zaro bog'langan bo'lsa, ular ***qo'shni tugunlar*** deyiladi.

Agar G ning 2 ta yoyi umumiy tugunga ega bo'lsa, ular ***qo'shma yoylar*** deyiladi.



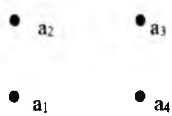
3.1.2-rasm. Qo'shma yoyli graf.

Bu erda (a_1a_2) yoy (a_2a_3) yoyga qo'shma, chunki a_2 umumiy tugunga ega.

Birorta tugunni o'zini - o'ziga bog'laydigan yoyga ***halqa*** deyiladi.

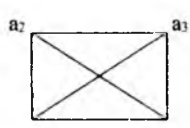
3.1.3-rasm. Halqa.

Agar tugun hech qanday yoyga insedent bo'lmasa, u holda bu tugun ***izolyatsiyalangan*** tugun deyiladi. Faqat izolyatsiyalangan tugunlardan iborat graflar ***0 graflar*** yoki bo'sh to'plamlar deyiladi va G_0 bilan belgilanadi.



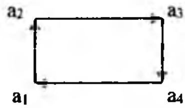
3.1.4-rasm. Nol' (bo'sh) graf.

Agar G grafning barcha tugunlari o'zaro bog'langan bo'lsa. bunday graf ***to'liq graf*** deyiladi.



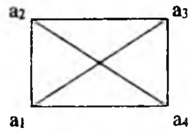
3.1.5-rasm. To'liq graf.

Agar G grafning barcha qirralarida yo‘nalish ko‘rsatilgan bo‘lsa bunday graf ***yo‘naltirigan graf*** deyiladi.



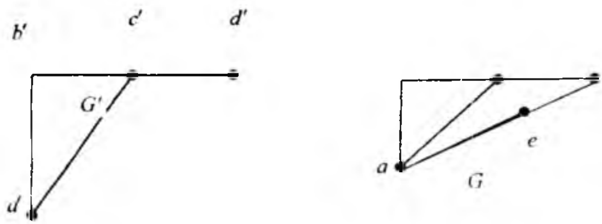
3.1.6-rasm. Yo‘naltirilgan graf.

Agar G grafning qirralarida yo‘naltirish ko‘rsatilmagan bo‘lsa, u holda graf ***yo‘naltirilmagan graf*** deyiladi.



3.1.7-rasm. Yo‘naltirilmagan graf.

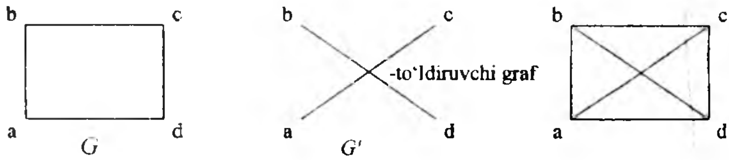
Agar G' ning tugunlari to‘plami G ga tegishli, ya’ni $V' \subseteq V$ bo‘lsa, hamda G' ning barcha qirralari G ning ham qirralari bo‘lsa, ya’ni $E' \subseteq E$, u holda G' graf Γ grafning ***qismi*** deyiladi.



3.1.8-rasm. Qism graf.

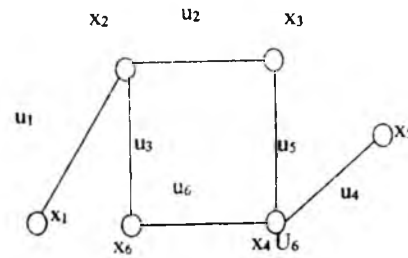
$$V = \{a, b, c, d\}, \qquad V' = \{a', b', c', d'\}, \quad V' \in V$$

Agarda G ning barcha tugunlari G grafga tegishli bo‘lib, birorta ham yoyi G ga tegishli bo‘lmasa. G' graf G ***grafning to‘ldiruvchisi*** deyiladi.



3.1.9-rasm. To‘ldiruvchi graf.

Agar 2 ta yoy umumiy tugunga ega bo‘lsa ular bir biriga ***aloqador (smejniy)*** deyiladi.(3.1.10-rasm)



3.1.10-rasm. Graf.

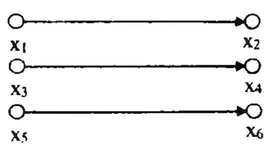
Agar X tugun U yoyning boshi yoki oxiri bo‘lsa, u holda shu yoy uchi X tugun ***insedenti*** deyiladi. O`z navbatida tugun uchun yoy ham insedent hisoblanadi.

X tugunga insedent bo‘lgan yoylar soni shu tugunning darajasini bildiradi va $\rho(x_j)$ bilan belgilanadi.

Masalan: 3.1.10-rasmdan qarasak, $\rho(x_1)=1$, $\rho(x_2)=3$, $\rho(x_6)=2$

Agar graf tugunlarning barchasi bir xil darajaga ega bo‘lsa, bunday graflar ***bir jinsli graf*** deyiladi.

Masalan:



3.1.11-rasm. Bir jinsli graf.

$\rho(x_j)$ tugun darajalari ikkiga bo'linadi va ular tugunga kirish yarim darajasi, hamda tugundan chiqish yarim darajasidan iboratdir. ***Tugundan chiqish yarim darajasi*** deb shunday $\rho^-(x_j)$ qiymatga aytiladiki, bu qiymat ushbu tugundan chiqib ketayotgan yoylar soniga tengdir. ***Tugunga kirish yarim darajasi*** deb shunday $\rho^+(x_j)$ qiymatga aytiladiki, bu qiymat ushbu tugunga kirib ketayotgan yoylar soniga tengdir.

$$\rho(x_j) = \rho^-(x_j) + \rho^+(x_j) \tag{3.1}$$

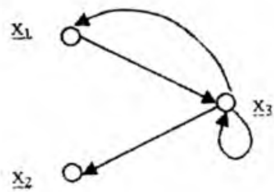
3.1.3-misol:

$\Gamma x_3 = \{x_1, x_3, x_4\}$

$\rho^-(x_3) = 3$

$\rho^+(x_3) = 2$

$\rho(x_3) = 3 + 2 = 5$



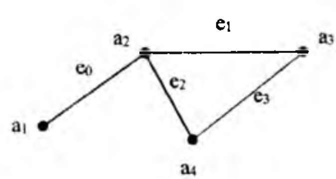
3.1.12-rasm. 3.1.12-misolning graf tasviri.

3.1.1-teorema. Agar grafda karrali yoylari hamda halqa mavjud bo'lmasa, *n* ta tugunga ega bo'lgan va bog'liq komponentasi *K* ga teng bo'lgan grafning yoylari soni eng ko'pi bilan $M = \frac{1}{2}(n-k)(n-k+1)$ da aniqlanadi [9,11].

Marshrutning uzunligi deb, shu marshrutda mavjud qo'shni (e_{i-1}, e_i) yoylar soniga aytiladi.

Grafning ixtiyoriy *a* va ixtiyoriy *b* ***tugunlari orasidagi masofa*** deb, shu tugunlarni bog'lovchi eng kichik uzunlikka ega bo'lgan zanjirga aytiladi.

3.1.4-misol:



3.1.13-rasm. 3.1.4-misolning graf tasviri.

$$d(a_1,a_3)=(e_0,e_1)=2;$$
$$d(a_1,a_4)=(e_0,e_1)=2;$$
$$d(a_1,a_4)=(e_0,e_1,e_3)=3.$$

Grafning ***diametri*** deb, eng katta uzunlikka ega bo'lgan masofaga aytiladi.

$$d(G)=\max_{a,b\in V} d(a,b)$$

3.1.6 – misol:

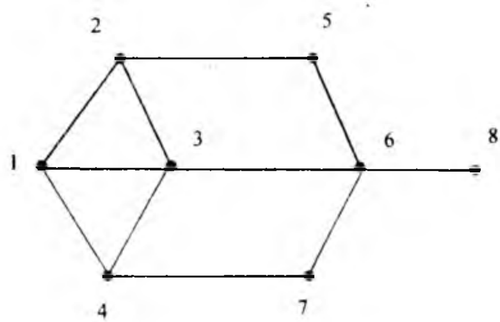
3.1.13 – rasmdagi graf bo'yicha grafning diametri uzunligi topilsin.

$$d(a_1,a_4)=(e_0,e_1,e_3)=3.$$

3.1.7 – misol:

s tugun G grafning fiksirlangan tuguni bo'lsin. x esa grafning ixtiyoriy tuguni bo'lsin. s tugun uchun maksimal masofani hisoblaymiz. Qandaydir c_0 tugun uchun bu maksimal masofa boshqa tugunlarga nisbatan minimal bo'lsa, u holda c_0 G grafning markazi deyiladi va c_0 uchun aniqlangan masofa G grafning radiusi deyiladi.

$$R(c)=\min_{c,x\in V} d(c,x)$$



3.1.14-rasm. 3.1.7-misolning grafi.

Bu misolda markaz 3 yoki 6 tugunlar bo'lishi mumkin, chunki

$$r(c)=2.$$

3.2. Graflarni tasvirlash usullari

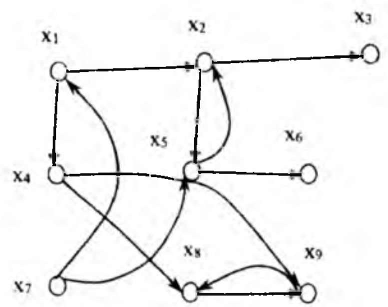
Graflar to'plam elementlari o'rtasidagi munosabatni xarakterlaydi[7]. Graflar turli usullarda tasvirlanadi:

1. Nazariy to'plam shaklida. Bunda to'plamga kiruvchi elementlar $X=(x_1,x_2,...,x_9)$ va ularning o'zaro munosabati ko'rsatiladi.

3.2.1-misol:

$$G:X\to X=\{(x_1,x_2),(x_1,x_4),(x_2,x_3),(x_2,x_5),(x_4,x_8),(x_4,x_9),(x_5,x_2),(x_5,x_6),$$
$$(x_7,x_1),(x_7,x_5),(x_8,x_9),(x_9,x_8)\}$$

2. Geometrik usul. Bunda munosabat yoylar va tugunlardan foydalangan holda tasvirlanadi. Bu usulni 3.2-misolda berilgan munosabatni tasvirlash orqali ko'rib chiqamiz.



3.2.1-rasm. Graflarni geometrik usulda tasvirlash.

3. Analitik usul. Graflar analitik usulda algebraik tenglamalar shaklida yozilishi mumkin. Yuqoridagi grafdan foydalangan holda analitik usulda tasvirlaymiz:

$$x_1=G_{71}*x_7$$
$$x_2=G_{12}*x_1+G_{52}*x_5$$
$$x_3=G_{23}*x_2$$
$$x_4=G_{14}*x_1$$

[7] Ronald A. Rohrer. Introduction to Systems Theory. - Department of Electrical Engineering University of California, Berkeley, New York, 2012.-458s.

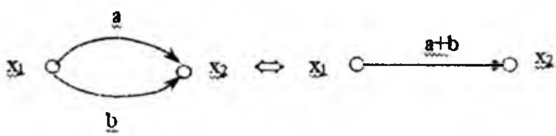
$$x_5 = G_{25} * x_2 + G_{72} * x_7$$
$$x_6 = G_{56} * x_5$$
$$x_7 = G_{x7} = \varnothing$$
$$x_8 = G_{48} * x_4 + G_{98} * x_9$$
$$x_9 = G_{49} * x_9 + G_{89} * x_8$$

Umumiy holda graf $G=(X,G)$ ko‘rinishda belgilanadi.

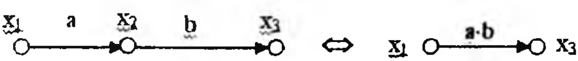
3.3. Yo‘naltirilgan graflarni (strukturasini) o‘zgartirish

Graflar asosida masalalar yechganda ayrim o‘zgartirishlarni bajarish talab qilinadi.

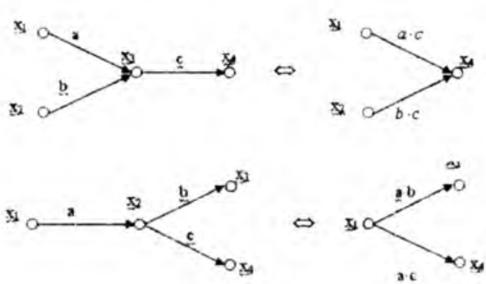
1. Qo‘shish.



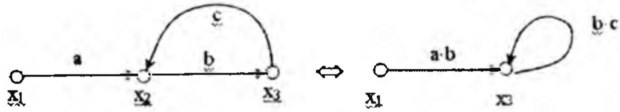
2. Ko‘paytirish.



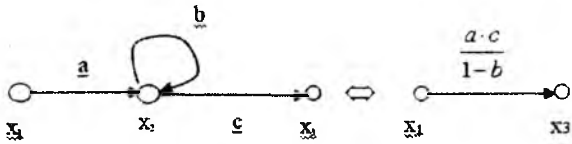
3. Qarama-qarshi yo‘nalishda to‘plamlarga ajratish.



4. Halqa hosil qilish.



5. ***Halqani yo'qotish***



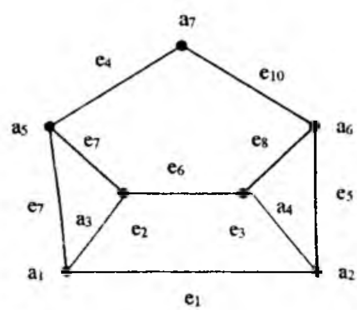
3.4. Graflarning matritsali ko'rinishlari
3.4.1. Qo'shmalik matritsasi

Bizga G yo'naltirilmagan graf berilgan bo'lib, u chekli bo'lsin. Aytaylik, $a_1,...,a_n$ G grafning yoylari bo'lsin. U holda qo'shmalik matritsasi $\|A_{ij}\|(i=1,m, j=1,n)$ m ta qator va n ta ustundan iborat bo'ladi. A_{ij} matritsaning ustunlariga G ning tugunlari va qatorlariga G ning yoylarini mos qo'yamiz. U holda

$$A_{ij}=\begin{cases}1, agar\ \ e_i\ \ yoy\ \ a_j\ \ tugunga\ \ qo`shma\ \ bo`lsa\\ 0, aks\ \ holda.\end{cases} \tag{3.4.1}$$

(3.4.1.)-qoidadan foydalanib qo'shmalik matritsasini hosil qilamiz.

3.4.1-misol:



3.4.1-rasm. Yo'naltirilmagan graf.

3.4.1-jadval.

Yo‘naltirilmagan graf uchun qo‘shmalik matritsasi jadvali.

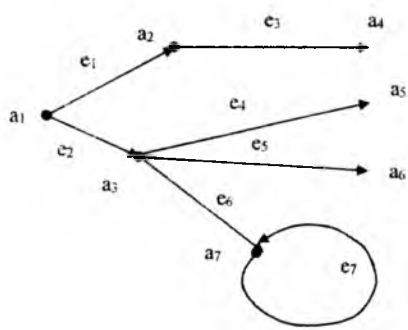
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
e_1	1	1	0	0	0	0	0
e_2	1	0	1	0	0	0	0
e_3	0	1	0	1	0	0	0
e_4	1	0	0	0	1	0	0
e_5	0	1	0	0	0	1	0
e_6	0	0	1	1	0	0	0
e_7	0	0	1	0	1	0	0
e_8	0	0	0	1	0	1	0
e_9	0	0	0	0	1	0	1
e_{10}	0	0	0	0	0	1	1

Agar G yo‘naltirilgan graf bo‘lsa, u holda

$$A_{ij}=\begin{cases} 1, agar\ \ a_j\ \ tugun\ \ e_i\ \ yoyning\ \ boshlanishi\ \ bo`lsa. \\ -1, agar\ \ a_j\ \ tugun\ \ e_i\ \ yoyning\ \ oxiri\ \ bo`lsa. \\ 0, agar\ \ a_j\ \ tugun\ \ e_i\ \ yoyga\ \ qo`shma\ \ bo`lmasa \\ 2, agar\ \ tugun\ \ halqa\ \ bo`lib\ \ e_i - yoyga\ \ qo`shma\ \ bo`lsa. \end{cases} \tag{3.4.2}$$

(3.4.2.)-qoidadan foydalanib qo‘shmalik matritsasini hosil qilamiz.

3.4.2-misol.



3.4.2-rasm. Yo‘naltirilgan graf.

3.4.2-jadval.

Yo'naltirilgan graf uchun qo'shmalik matritsasi jadvali.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
e_1	1	-1	0	0	0	0	0
e_2	1	0	-1	0	0	0	0
e_3	0	1	0	-1	0	0	0
e_4	0	0	1	0	-1	0	0
e_5	0	0	1	0	0	-1	0
e_6	0	0	1	0	0	0	-1
e_7	0	0	0	0	0	0	2

3.4.2. Qo'shnilik matritsasi

Faraz qilaylik, G yo'naltirilmagan graf bo'lsin. Grafning qo'shnilik matritsasida A_{ij} ning ustunlariga ham qatorlariga ham grafning tugunlarini mos qo'yamiz. U holda

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, agar\ \ a_i\ \ va\ \ a_j\ \ tugunlar\ \ qo\text{‘}shni\ \ bo\text{‘}lsa \\ 0, aks\ \ holda. \end{cases} \tag{3.4.3}$$

(3.4.3)-qoidadan foydalanib qo'shnilik matritsasini hosil qilamiz.

3.4.3-misol: 3.4.1-rasmda keltirilgan yo'naltirilmagan graf uchun qo'shnilik matritsasi quyidagicha bo'ladi:

3.4.3-jadval.

Yo'naltirilmagan graf uchun qo'shnilik matritsasi jadvali.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
a_1	0	1	1	0	1	0	0
a_2	1	0	0	1	0	1	0
a_3	1	0	0	1	1	0	0
a_4	0	1	1	0	0	1	0
a_5	1	0	1	0	0	0	1
a_6	0	1	0	1	0	0	1
a_7	0	0	0	0	1	1	0

G yo'naltirilgan graf bo'lsin. U holda qo'shnilik matritsasi A_{ij} ning ustunlariga ham satrlariga ham grafning tugunlarini mos qo'yamiz.

U holda,

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, agar\ a_i\ tugun\ a_j\ tugunning\ boshlanishi\ bo`lsa. \\ 0, agar\ a_i\ tugun\ a_j\ tugunga\ qo`shni\ bo`lmasa\ va\ a_i\ tugun\ a_j \\ tugunning\ oxiri\ bo`lsa. \end{cases} \quad (3.4.4)$$

(3.4.4)-qoidadan foydalanib qo'shnilik matritsasini hosil qilamiz.

3.4.4-misol: 3.4.2-rasmda keltirilgan yo'naltirilgan graf uchun qo'shnilik matritsasi quyidagicha bo'ladi.

3.4.4-jadval.

Yo'naltirilgan graf uchun qo'shnilik matritsasi jadvali.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
a_1	0	1	1	0	0	0	0
a_2	0	0	0	1	0	0	0
a_3	0	0	0	0	1	1	1
a_4	0	0	0	0	0	0	0
a_5	0	0	0	0	0	0	0
a_6	0	0	0	0	0	0	0
a_7	0	0	0	0	0	0	1

3.4.3. Graf yoylari ro'yhati va uzunlik matritsasi

Ro'yhatda grafning barcha tugunlari keltiriladi. Ro'yhatning jadval ko'rinishda tasvirlash qulayroq bo'lib, bunda qo'shni tugunlar juft holda belgilanadi [8].

Agar graf yo'naltirilgan bo'lsa, u holda har bir juftlikda birinchi yoyning boshlang'ich tuguni ikkinchi tugash tuguni nomeri ko'rsatiladi.

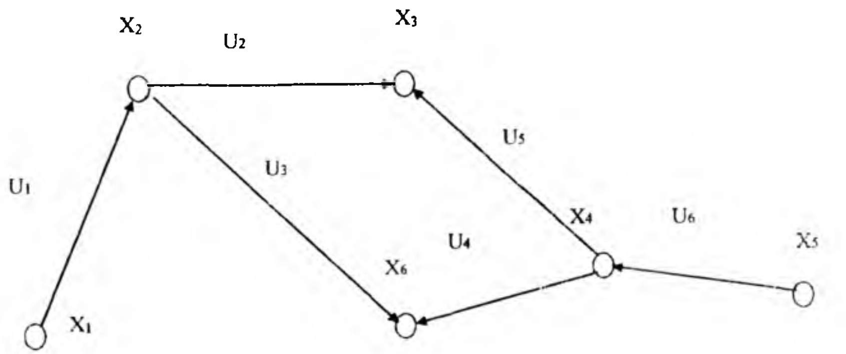
Agar graf izolyatsiyalangan tugunlar bo'lsa, u holda ular alohida ko'rsatilgan bo'lishi shart.

Uzunlik matritsasi. Bu kvadrat matritsa bo'lib, uning umumiy elementi quyidagicha bo'ladi.

$$D = \| d_{i,j} \|_{n \times n} = d_{ij} = \begin{cases} L_{i,j} & agar\ x_i\ va\ x_j\ lar\ qo`shni\ bo`lsa \\ 0, & agar\ x_i\ va\ x_j\ lar\ qo`shni\ bo`lmasa \end{cases} \quad (3.4.5.)$$

bu yerda L_{ij} -yoy uzunligi.

3.4.5.-misol. 3.5.3-rasmdagi grafni yoylar ro'yhati va uzunlik matritsasi shaklida ifodala



3.4.3-rasm. 3.4.5-misolning grafi.

3.4.5-jadval.

Grafning yoylar uzunligi ro'yhati usulida tasvirlash.

X_1	X_2	X_2	X_4	X_4	X_5
X_2	X_3	X_6	X_3	X_6	X_4

3.4.6-jadval.

Grafning uzunlik matritsasi jadvali.

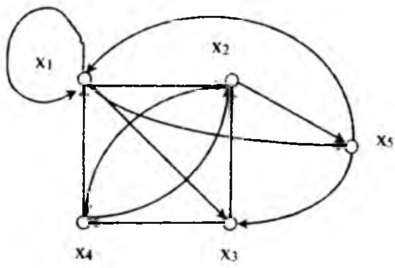
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
	X_1		U_1				
	X_2	$-U_1$		U_2			
A=	X_3		$-U_2$		$-U_5$		
	X_4			$-U_5$		$-U_6$	U_4
	X_5				U_6		
	X_6				$-U_4$		

3.5. Graflarda yo'l va konturlar

Grafdagi *yo'l* deb 2 ta ixtiyoriy x_i va x_j tugunlarni bog'lab turuvchi yoylar ketma-ketligiga aytiladi va u ρ harfi bilan belgilanadi.

3.5.1-misol. Quyidagi grafdagi X_1 tugundan X_4 tugungacha bo'lgan yo'llarni hisoblaylik.

$$P_1 = \{(x_1;x_2),(x_2;x_5),(x_5;x_3),(x_3;x_4)\}$$
$$P_2 = \{(x_1;x_3)(x_3;x_4)\}$$
$$P_3 = \{(x_1;x_2)(x_2;x_4)\}$$
$$P_4 = \{(x_1;x_3)(x_3;x_2)(x_2;x_4)\}$$



3.5.1-rasm. Grafga misollar

Agar bitta yo'ldagi yoy takrorlanmasa, bunday yo'l ***sodda yo'l*** deb ataladi.

Agar yo'lda hech bir tugun bir martadan ortiq qatnashmasa, bunday yo'l ***elementar***, aks holda esa ***noelementar yo'l*** deyiladi. Yo'llar tugallangan va tugallanmagan bo'ladi.

Boshlanishi va oxirgi tugunlari umumiy bo'lsa bunday yo'l ***kontur*** deyiladi.

3.51-rasmda berilgan graf uchun konturlar quyidagicha aniqlanadi:

$$l_1 = \{(x_1;x_5)(x_5;x_3)(x_3;x_4)(x_4;x_1)\}$$
$$l_2 = \{(x_1;x_2)(x_2;x_4)(x_4;x_1)\}$$
$$l_3 = \{(x_1;x_5)(x_5;x_1)\}$$
$$l_4 = \{(x_2;x_4)(x_4;x_2)\}$$

Konturni ham yoylar va tugunlar ketma-ketligi sifatida berish mumkin. Agar yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan faqat bir martagina o'tsa, bunday kontur ***oddiy (elementar) kontur*** deyiladi.

Agar graflardagi yoylarga mos bir qancha sonli koeffitsiyentlar yoki funksiyalar qo'yilgan bo'lsa (yoy ogirligi), bunday graf yuklangan deyiladi. Yo'l yoki kontur uchun uning uzunligi tushunchasi mavjud bo'lib, uni quyidagi ikki usul orqali aniqlash mumkin:

1. Yo'l uzunligi uning tarkibidagi yoylar soniga teng.
2. Yuklangan graflar uchun uning tarkibidagi yoylar uzunliklari (og'irliklari) ko'paytmasi (ba'zida yigindasi)ga teng bo'ladi.

3.6. Mezon formulasi yordamida ikki tugun orasidagi uzatishlarni hisoblash

Graflardagi ixtiyoriy x_i va x_j tugunlar orasidagi uzatish quyidagi Mezon formulasi yordamida aniqlanadi.

$$W_{i,j} = \frac{\{(P_1^{ij} + P_2^{ij} + \ldots + P_n^{ij}) \cdot [(1-L_1)(1-L_2)\ldots(1-L_m)]^{-1}\}^{-2}}{[(1-L_1)\cdot(1-L_2)\ldots(1-L_m)]^{-2}} \qquad (3.6.1)$$

bu yerda:

W_{ij} – i-tugun bilan j-orasidagi umumiy uzatish funksiyasi;

P_n^{ij} – i - tugundan j-tugungacha bo‘lgan yo‘l;

n – yo‘llar soni;

m – konturlar soni;

L_m - i - tugun bilan j - tugun orasidagi kontur;

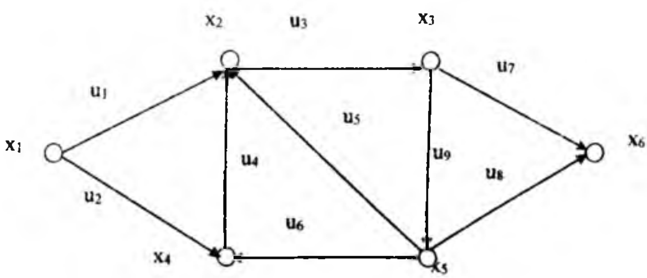
*1 – agar qavslar ochilganda konturlar ko‘paytmasi o‘zaro bir-biriga tegishli bo‘lsa ushbu ko‘paytmani tashlab yuborish kerakligini bildiradi.

*2 – agar qavslar ochilganda yo‘llar hamda konturlar ko‘paytmasi o‘zaro bir-biriga tegishli bo‘lsa ushbu ko‘paytmani tashlab yuborish kerakligini bildiradi.

Mezon formulasida faqat oddiy elementar yo‘l va konturlar hisobga olinadi.

3.6.1-misol:

3.6.1-rasmda berilgan grafdagi x_1 va x_6 tugunlar orasidan uzatishlar (uzatish funksiyasi) topilsin.



3.6.1-rasm. 3.6.1-misol uchun graf.

Yechish:

1) $P_1 = (x_1, x_2, x_3, x_6) = u_1 \cdot u_3 \cdot u_7$

2) $P_2 = (x_1, x_4, x_2, x_3, x_6) = u_2 \cdot u_4 \cdot u_3 \cdot u_7$

3) $P_3 = (x_1, x_4, x_2, x_3, x_5, x_6) = u_2 \cdot u_4 \cdot u_3 \cdot u_9 \cdot u_8$

4) $P_4 = (x_1, x_2, x_3, x_5, x_6) = u_1 \cdot u_3 \cdot u_9 \cdot u_8$

$L_1 = (x_2, x_3, x_5) = u_3 \cdot u_9 \cdot u_5$

$$L_2 = (x_2, x_3, x_5, x_4) = u_3 \cdot u_9 \cdot u_6 \cdot u_4$$

$$W_{x_1,x_6} = \frac{\{(P_1+P_2+P_1+P_4)\cdot[(1-L_1)\cdot(1-L_2)]^{*1}\}^{*2}}{[(1-L_1)\cdot(1-L_2)]^{*2}} = \frac{\{(P_1+P_2+P_3+P_4)\cdot[1-L_2-L_1+L_1\cdot L_2]^{*1}\}^{*2}}{[1-L_2-L_1+L_1\cdot L_2]^{*2}} =$$

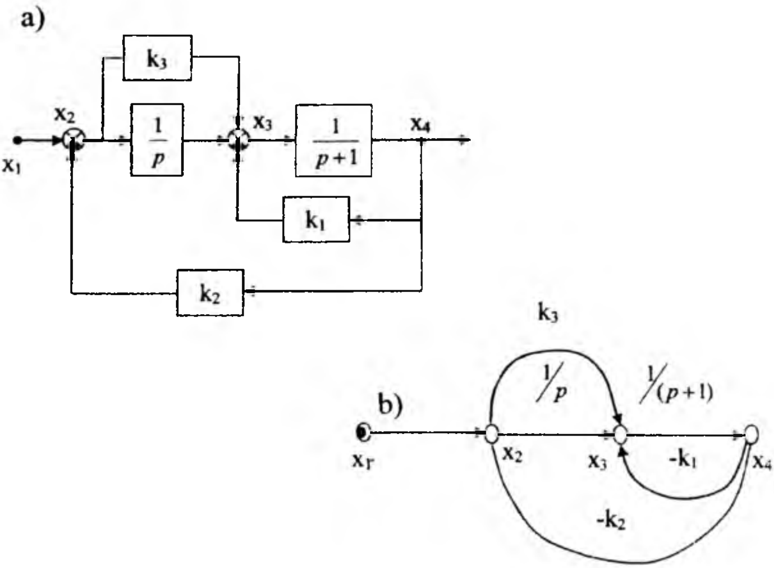
$$= \frac{\{(P_1+P_2+P_3+P_4)\cdot(1-L_1-L_2)\}^{*}}{1-L_1-L_2} =$$

$$= \frac{P_1 - P_1L_1 - P_1L_2 + P_2 + P_2L_1 - P_2L_2 + P_3 - P_3L_1 - P_3L_2 + P_4 - P_4L_1 - P_4L_2}{1-L_1-L_2} =$$

$$= \frac{P_1+P_2+P_3+P_4}{1-L_1-L_2} = \frac{u_1\cdot u_3\cdot u_7 + u_2\cdot u_4\cdot u_3\cdot u_7 + u_2\cdot u_4\cdot u_3\cdot u_9\cdot u_8 + u_1\cdot u_3\cdot u_9\cdot u_8}{1-u_3\cdot u_9\cdot u_5 - u_3\cdot u_9\cdot u_6\cdot u_4}$$

3.6.2-misol:

3.6.2-rasmda berilgan tizimning uzatish funksiyasi Mezon formulasi yordamida topilsin.



3.6.2-rasm. a - tizimning strukturaviy ko‘rinishi, b – graf tasviri

Yechish*:*

Yo‘llar: $p_1 = 1\cdot\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{p+1} = \frac{1}{p(p+1)}$ $P_2 = 1\cdot k_3\cdot\frac{1}{p+1} = \frac{k_3}{p+1}$

Konturlar: $L_1 = -\frac{-k_2}{p(p+1)}$ $\quad L_2 = -\frac{-k_1}{p+1}$ $\quad L_3 = -\frac{-k_2 \cdot k_3}{p+1}$

$$W_{x_1,x_4} = \frac{[(p_1+p_2)[(1-L_1)(1-L_2)(1-L_3)]^*]}{[(1-L_1)(1-L_2)(1-L_3)]^*} =$$

$$= \frac{[(p_1+p_2)[1-L_3-L_2+L_2\cdot L_3-L_1+L_1\cdot L_3-L_1\cdot L_2\cdot L_3]^*]}{[1-L_3-L_2-L_1+L_2\cdot L_3+L_1\cdot L_3-L_1\cdot L_2\cdot L_3]^*} = \frac{[(p_1+p_2)(1-L_3-L_2-L_1)]^*}{1-L_1-L_2-L_3} =$$

$$= \frac{p_1+p_2}{1-L_1-L_2-L_3} = \frac{\frac{1}{p(p+1)}+\frac{k_3}{p+1}}{\left(1+\frac{k_2}{p(p+1)}+\frac{k_1}{p+1}+\frac{k_2\cdot k_3}{p+1}\right)} = \frac{\frac{1+p\cdot k_3}{p(p+1)}}{\frac{p(p+1)+k_2+pk_1+p_2k_2\cdot k_3}{p(p+1)}} =$$

$$= \frac{1+p\cdot k_3}{p^2+p+k_2+pk_1+pk_2+pk_2\cdot k_3}$$

3.7. Graflarda eng qisqa yo‘l masalasi. Deykstra algoritmi.
3.7.1. Masalaning qo‘yilishi

Graflar ixtiyoriy sistemaning topologiyasini ko‘rish imkonini beradi. Graflar nazariyasi asosida turli nazariy va amaliy masalalarni yechish mumkin [10,13]. Amaliy masalalardan biri 2 ta tugun x_1 va x_n tugunlar orasidagi eng qisqa yo‘lni topish masalasidir. Bunda bir necha tugunlar va yoylardan iborat graf berilgan bo‘ladi. Yoylarning vazni matritsa shaklida quyidagicha beriladi:

$$x = [x_{ij}] \quad i = [\overline{1,n}] \quad j = [\overline{1,n}]$$

Ixtiyoriy 2 tugun orasidagi eng qisqa yo‘lni topish masalasini yechishni turli usullari mavjud. Bularga barcha yo‘llarni bir chekkadan qarab chiqish (prostoy), optimallashning Bellman prinsipi, va Deykstra usullari kiradi. Ulardan eng samaralisi Deykstra usulidir. Bu usul graflarning tugunlariga vaqtinchalik belgilar qo‘yishga asoslangandir. Bunda yoylarning vazni $x_{ij} \geq 0$ bo‘lgan musbat sonlardan iborat bo‘ladi.

3.7.2. Masalani yechish algoritmi

Deykstra algoritmi quyidagi bosqichlardan iborat bo'ladi:

1. Graf tugunlariga keyinchalik ma'lum qonuniyatga ko'ra doimiy belgiga almashtiriladigan vaqtinchalik belgilashlar qo'yiladi:

2. Grafning boshlang'ich tuguniga 0 qiymat, qolganlariga esa vaqtinchalik cheksiz belgisi qo'yiladi, ya'ni: $L(x)=0, L(x_i)=\infty$.

Shu bilan birga quyidagi belgilashlardan ham foydalanamiz:

a) $L^{\bullet}(x_i)$ -bu x_i tugunning doimiy belgisi;

b) $L^{y}(x_i)$ -bu x_i tugunning yangi vaqtinchalik belgisi;

c) $L^{e}(x_i)$ -bu x_i tugunning eski vaqtinchalik belgisi;

d) R_{ij} - bu x_i va x_j tugunlarni tutashtiruvchi yoy vazni.

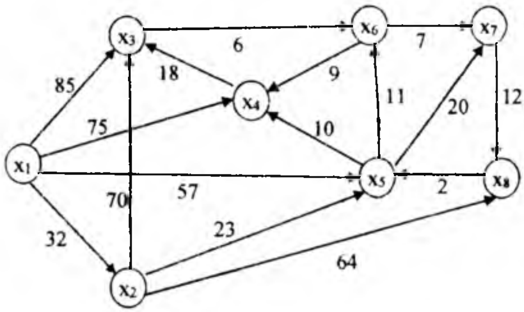
Tugunlarga qo'yiladigan yangi vaqtinchalik belgi quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$L^{y}(x_j)=\min\{L^{e}(x_i), R_{ij}+L^{\bullet}(x_i)\} \qquad (3.6.1)$$

Yuqorida bajarilgan vaqtinchalik belgilashlardan eng kichigi tanlab olinib, doimiy belgi etib belgilanadi. Bu holat har bitta tugunning doimiy belgisi qo'yilguniga qadar davom ettiriladi. Bajarilayotgan har bitta qadamda albatta bitta tugun doimiy belgi oladi. Navbatdagi qadam doimiy belgi olgan tugundan davom etadi. Keyingi tugunlar to'plamini aniqlashda qaralayotgan tugundan chiqayotgan yoylar olinadi. Bunda berilgan misolda nechta tugun bo'lsa, qadamlar soni ham shuncha bo'ladi. Har qadamda har bitta holat natijasi jadvalga qayd qilib boriladi. Formula yordamida hisoblanib olingan natijalarni solishtirishda yuqoridagi qadamlarda vaqtinchalik belgi olgan tugunlarni ham e`tiborga olish kerak bo'ladi. Jadval quyidagi tartibda tuzib olinadi: Jadvalning qatorlariga qadamlar ketma-ketligi, ustunlarga esa berilgan misoldagi barcha tugunlar nomi, oxirgi ustundan bitta oldingi ustunga doimiy belgi olgan tugun nomi, oxirgi ustunga esa belgi olgan (shu qadam uchun) tugunning kattaligi kiritiladi. Jadvaldagi ustunlar va qatorlar soni berilgan misoldagi tugunlar sonidan kelib chiqadi. Jadvalning oxirgi ikkita ustunidagi doimiy belgi olgan tugunlar ketma-ketligi va kattaliklar ***eng qisqa yo'l***ni beradi.

3.7.3. Deykstra algoritmiga misol

3.7.1-misol. Quyida berilgan grafdagi x_1 tugundan x_8 tugungacha bo'lgan eng qisqa yo'lni toping.



3.7.1-rasm. 3.7.1-misolning grafi.

1-QADAM. Boshlang'ich x_1 tugun $L^*(x_1)=0$ doimiy belgi, qolgan tugunlarga esa vaqtinchalik ∞ belgi qo'yiladi.

2-QADAM. Doimiy belgi olgan x_1 tugundan ketma-ket turgan tugunlar to'plamini aniqlaymiz, ya'ni: $G(x_1)=\{x_3,x_4,x_5,x_2\}$. (1)-formulaga ko'ra to'plamdagi tugunlarning vaqtinchalik belgisini hisoblab chiqamiz va quyidagi natijalarga ega bo'lamiz:

$$L^y(x_3)=\min\{L^v(x_3), 85+0=85\},\ L^y(x_3)=85$$
$$L^y(x_4)=\min\{L^v(x_4), 75+0=75\},\ L^y(x_4)=75$$
$$L^y(x_5)=\min\{L^v(x_5), 57+0=57\},\ L^y(x_5)=57$$
$$L^y(x_2)=\min\{L^v(x_2), 32+0=32\},\ L^y(x_2)=32$$

Olingan natijalardan eng minimal qiymat 32 ga teng bo'lgan x_2 tugunga doimiy belgi qo'yamiz, $L^*(x_2)=32$. Natijani jadvalga qayd qilamiz.

3-QADAM. Doimiy belgi olgan x_2 tugundan ketma-ket turgan tugunlar to'plamini aniqlaymiz, ya'ni: $G(x_2)=\{x_3,x_5,x_8\}$. (1)-formulaga ko'ra to'plamdagi tugunlarning vaqtinchalik belgisini hisoblab chiqamiz va quyidagi natijalarga ega bo'lamiz:

$$L^y(x_3) = \min\{85, 32 + 70\} = 85, \quad L^y(x_3) = 85$$
$$L^y(x_5) = \min\{57, 32 + 23\} = 55, \quad L^y(x_5) = 55$$
$$L^y(x_8) = \min\{32 + 64\} = 96, \quad L^y(x_8) = 96$$

Olingan natijalarni yuqorida qaralgan va vaqtinchalik belgi olgan tugunlar bilan solishtiramiz, hamda ularning orasidan eng minimal qiymati 55 ga teng bo'lgan x_5 tugunga doimiy belgi qo'yamiz, $L^*(x_5) = 55$. Natijani jadvalga qayd qilamiz.

4-QADAM. Doimiy belgi olgan x_5 tugundan ketma-ket turgan tugunlar to'plamini aniqlaymiz, ya'ni: $G(x_5) = \{x_4, x_6, x_7\}$. (1)-formulaga ko'ra to'plamdagi tugunlarning vaqtinchalik belgisini hisoblab chiqamiz va quyidagi natijalarga ega bo'lamiz:

$$L^y(x_4) = \min\{75, 55 + 10\} = 65, \quad L^y(x_4) = 65$$
$$L^y(x_6) = \min\{55 + 11\} = 65, \quad L^y(x_6) = 66$$
$$L^y(x_7) = \min\{55 + 20\} = 75, \quad L^y(x_7) = 75$$

Olingan natijalarni yuqorida qaralgan va vaqtinchalik belgi olgan tugunlar bilan solishtiramiz, hamda ularning orasidan eng minimal qiymati 65 ga teng bo'lgan x_4 tugunga doimiy belgi qo'yamiz, $L^*(x_4) = 55$. Natijani jadvalga qayd qilamiz.

5-QADAM. Doimiy belgi olgan x_4 tugundan ketma-ket turgan tugunlar to'plamini aniqlaymiz, ya'ni: $G(x_4) = \{x_3\}$. (1)-formulaga ko'ra to'plamdagi tugunlarning vaqtinchalik belgisini hisoblab chiqamiz va quyidagi natijalarga ega bo'lamiz:

$$L^y(x_3) = \min\{85, 65 + 18\} = 83, \quad L^y(x_3) = 83$$

Hosil bo'lgan vaqtinchalik belgini jadvaldagi boshqa vaqtinchalik belgi olgan tugunlar bilan solishtiramiz. Ularning orasidan eng minimalini tanlab olamiz. Bunda, eng minimal qiymatga teng bo'lgan x_6 tuguniga doimiy belgilash kiritamiz. $L^*(x_6) = 66$. Natijani jadvalga qayd qilamiz.

6-QADAM. Doimiy belgi olgan x_6 tugundan ketma-ket turgan tugunlar to'plamini aniqlaymiz, ya'ni: $G(x_6) = \{x_4; x_7\}$. Yuqorida ko'rib o'tgan qadamlarimizda x_4 tuguni doimiy belgi olgan bo'lganligi sababli bu tugunga qaralmaydi. (1)-formulaga ko'ra to'plamdagi x_7 tugunining vaqtinchalik belgisini hisoblab chiqamiz va quyidagi natijalarga ega bo'lamiz:

$$L^{v}(x_7)=\min\{75,66+7\}=73,\quad L^{v}(x_7)=73$$

Ushbu natijani jadvaldagi doimiy belgi olmagan tugunlarning kattaliklari bilan solishtirgan holda ulardan eng minimal kattalikka ega bo'lganini tanlab olamiz va doimiy belgilashni kiritamiz. Bundan, eng minimal qiymat 73 ga teng bo'lgan $L^{*}(x_6)=66$ tugunga doimiy belgi qo'yamiz, $L^{*}(x_7)=73$. Natijani jadvalga qayd qilamiz.

7-QADAM. Doimiy belgi olgan x_7 tugundan ketma-ket turgan tugunlar to'plamini aniqlaymiz, ya'ni: $G(x_7)=\{x_8\}$. (1)-formulaga ko'ra to'plamdagi x_8 tugunining vaqtinchalik belgisini hisoblab chiqamiz va quyidagi natijalarga ega bo'lamiz:

$$L^{v}(x_8)=\min\{96,73+12\}=85,\quad L^{v}(x_7)=85$$

Ushbu natijani jadvaldagi doimiy belgi olmagan tugunlarning kattaliklari bilan solishtirgan holda ulardan eng minimal kattalikka ega bo'lganini tanlab olamiz va doimiy belgilashni kiritamiz. Bundan, eng minimal qiymat 83 ga teng bo'lgan x_3 tugunga doimiy belgi qo'yamiz, $L^{*}(x_3)=83$. Natijani jadvalga qayd qilamiz.

8-QADAM. Doimiy belgi olgan x_3 tugundan ketma-ket turgan tugunlar to'plamini aniqlaymiz, ya'ni: $G(x_3)=\{x_6\}$. Ushbu tugun doimiy belgilashga ega bo'lganligi sababli, vaqtinchalik 83 minimal qiymatga ega bo'lgan oxirgi x_8 tuguniga doimiy belgilashni kiritamiz, $L^{*}(x_8)=85$.

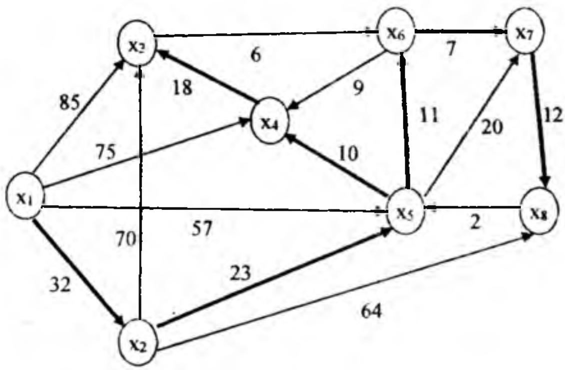
Barcha tugunlar doimiy belgi olib bo'lgandan so'ng jadvaldagi oxirgi ikkita ustunda qayd qilingan natijalar ketma-ketligi bo'yicha chizmaga qaraladi.

3.7.1-jadval

Qadamlar	Tugunlar								x_i	L^*x_i
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8		
1	**0**	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	x_1	0
2		**32**	85	75	57	∞	∞	∞	x_2	32
3			85	75	**55**	∞	∞	96	x_5	55
4			85	**65**		66	75	96	x_4	65
5			83			**66**	75	96	x_6	66
6			83				**73**	96	x_7	73
7			**83**					85	x_3	83
8								**85**	x_8	85

Eng qisqa yo‘llar va ularning uzunliklari yuqoridagi jadvalning oxirgi ikkita ustunida berilgan. Shu qiymatlar asosida qisqa yo‘l daraxtini quramiz. Chizmadagi yoylarni berilgan kattaliklarga asoslangan holda qalin chiziq bilan belgilab chiqamiz, ya’ni

$$(x_1,x_2),(x_2,x_5),(x_5,x_4),(x_4,x_3),(x_5,x_6),(x_6,x_7),(x_7,x_8).$$



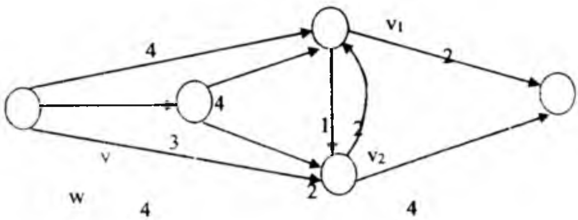
3.7.2-rasm. Eng qisqa yo‘l aniqlangan graf tasviri.

Demak, bu misoldagi grafda eng qisqa yo‘lni tugunlar ketma-ketligini $(x_1,x_2),(x_2,x_5),(x_5,x_4),(x_4,x_3),(x_5,x_6),(x_6,x_7),(x_7,x_8)$ tashkil etar ekan. Eng qisqa yo‘l 85 qiymatga teng.

3.8. Transport tarmoqlarida maksimal oqim va minimal qirqim masalasi. Ford-Falkerson algoritmi.

3.8.1. Maksimal oqim va minimal qirqim to'g'risida tushuncha

Yuqoridagi mavzularda biz garflar to'g'risidagi asosiy tushunchalar, graflarni ifodalash usullari, ikki tugun orasidagi uzatish funksiyasi, graflarda eng qisqa yo'l masalasi kabi mavzular ko'rib o'tildi. Endi yana bir muhim yo'nalishlardan biri tarmoqlardagi oqim masalasini ko'rib chiqamiz. Amaliyotda ko'pincha turli xil tarmoqlar, masalan – transport tarmog'i, aloqa tarmog'i, elektr tarmog'i va boshqa tarmoqlar bilan to'qnash kelishga to'g'ri keladi. Shuning uchun ham bunday tarmoqlarni matematik jihatdan o'rganish muhim amaliy ahamiyatga egadir. Tarmoqlar nazariyasida grafli usullar katta rol o'ynaydi. Masalan, bizga quyidagi graf berilgan bo'lsin:



3.8.1-rasm. Transport tarmog'ini ifodalovchi graf.

Deylik, v yuboruvchi w oluvchiga bir nechta fanni kanallar orqali jo'natmoqchi bo'lsin. 3.8.1-rasmda berilgan grafning yoylaridagi berilgan sonlar mavjud kanallar bo'yicha yuborilishi mumkin bo'lgan fanlarning maksimal sonini bildiradi. v yuboruvchi uchun har bitta kanalning o'tkazish qobiliyatidan oshib ketmagan holda yuboriladigan fanlarning maksimal sonini bilish qiziq, albatta.

Yo'naltirilmagan grafning har bitta yoyiga uning o'tkazish qobiliyati deb nomlanuvchi $\omega(e)$ nomanfiy haqiqiy son qo'yilgan tarmoqni N deb nomlaymiz. Boshqacha so'z bilan aytganda, N tarmoqda (G,ω) juftlik bo'lib, G – yo'naltirilmagan graf, ω – funksiya G grafdagi yoylar to'plamni akslantiruvchi nomanfiy haqiqiy sonlar to'plami. Yo'naltirilgan graflar terminologiyasiga ko'ra N tarmoq uchun (v,x) ko'rinishdagi yoylarning o'tkazish qobiliyatlari summasini aniqlaganimizdek, v tugun chiqishining yarimdarajasini ham aniqlash mumkin. Shu tushunchalarga asoslangan holda tugunlarning kirish yarimdarajasi ham aniqlanadi. Shunisi aniqki, tarmoqdan chiquvchi barcha tugunlarning yarimdarajasi kirish yarimdarajasi summasiga teng [8,9].

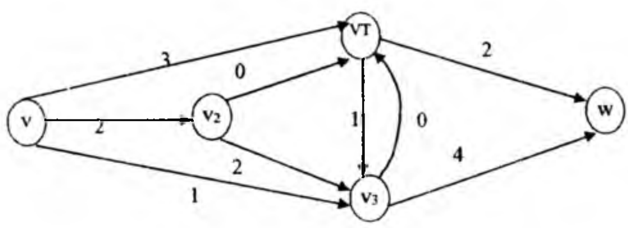
Faraz qilaylik, G yo'naltirilgan grafda kirish yarimdarajasi nolga teng bo'lgan shunday yagona v tugun hamda, xuddi shunday chiqish yarimdarajasi nolga teng bo'lgan ω tugun mavjud. Bu tugunlar mos ravishda tarmoqning kirishi va chiqishi deyiladi.

$N=(G,\omega)$ tarmoq berilgan bo'lsin. Tarmoq orqali, G grafdagi e yoydan o'tadigan, hamda oqim deb nomlanuvchi va har bitta e yoyga taqqoslanuvchi $\varphi(e)$ nomanfiy haqiqiy sonni, φ funksiyada quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi oqimni aniqlaymiz:

1) ixtiyoriy e yoy uchun $\varphi(e)\leq\omega(e)$ shart bajarilsa;

2) (G,ω) tarmoqda kirish va chiqishdan farqli ravishda, ixtiyoriy tugunnning chiqish yarimdarajasi uning kirish yarimdarajasiga teng bo'lsa.

Ushbu shartlar, oqimning ixtiyoriy yoyini o'tkazish qobiliyatini oshirmasligini va ixtiyoriy tugunga kirib kelayotgan "oqim" undan chiqib ketayotgan "oqim"ga (kirish – chiqishdan farqli ravishda) tengligini bildiradi. Ma'lumki, kirishga insendent bo'lgan yoylardan o'tuvchi oqim summasi, chiqishga insendent bo'lgan yoylardan o'tuvchi oqim summasiga tengdir. Bu summa oqim kattaligi deyiladi. Bizni katta qiymat oluvchi maksimal oqim qiziqtiradi. Masalan. quyidagi 9.2-rasmda grafda maksimal oqim 6 ga teng.



3.8.2-rasm. Transport tarmog'i.

$N=(G,\omega)$ tarmoq uchun qirqim tushunchasini aniqlaydigan bo'lsak, bunda G grafning yoyi bo'ladigan bunday A to'plam, ω da v dan keluvchi ixtiyoriy yo'naltirilgan oddiy zanjir A dan olingan yoydan iborat bo'ladi. A qirqimning o'tkazish qobiliyati deb A yoyga tegishli o'tkazish qobiliyati summasiga aytiladi. ***Minimal qirqim*** deb o'tkazish qobiliyati kichik qiymatni qabul qiluvchi qirqimga aytiladi. Masalan, 3.8.2-rasmdagi (v_1,ω), (v_3,ω) yoylar to'plami qirqim hisoblanadi. Uning o'tkazish qobiliyati 6 ga teng bo'lib maksimal oqim kattaligi bilan bir xil. $\varphi(e)=\omega(e)$ tenglik uchun o'rinli bo'lgan e yoy to'yingan deyiladi. Oqimdagi $\varphi(e)=0$ bo'lgan shartlarda barcha yoylar uchun e yoy boshlang'ich deyiladi.

Bilamizki, oqimning ixtiyoriy kattaligi ixtiyoriy qirqimning o'tkazish qobiliyatini oshirmaydi, maksimal oqim kattaligi esa minimal qirqimning o'tkazish qobiliyatidan ortib ketmaydi. Bundan ko'rinadiki, bu ikkita son bir-biriga tengdir. Bu xulosaga mos keluvchi natijalar Ford-Falkerson teoremasida ham o'z aksini topgan [9].

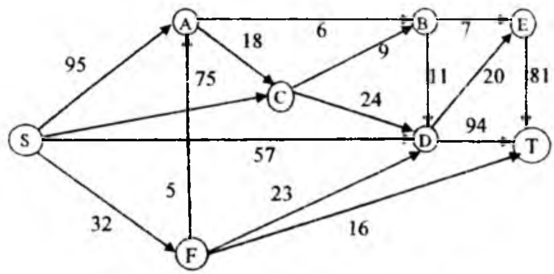
3.8.2. Ford-Falkerson teoremasi

3.8.1-Teorema. Maksimal oqim kattaligi minimal qirqimning o'tkazish qobiliyatiga tengdir.

Isbot: s oqim summasi ixtiyoriy qirqimning minimaliga teng, shu bilan birga minimal qirqimning o'tkazish qobiliyatini oshirmaydi. Bundan, maksimal oqim minimal qirqimning o'tkazish qobiliyatidan katta emasligi kelib chiqadi. Endi, maksimal oqimning minimal qirqimdan kichkina emasligini isbot qilish kerak. Oqim maksimal bo'lsin. Unda, tarmoqdagi qolgan ketuvchi yo'llardan manbaga etib bo'lmaydi. Deylik, A manbadan tarmoqning qolganiga yetkizuvchi tugunlar to'plami, B esa aksincha bo'lsin. U holda $s\in A, t\in B$ bo'lganligi uchun (A,B) qirqim hisoblanadi. Bundan tashqari qolgan tarmoqda $a\in A, b\in B$ bo'lganligi uchun musbat o'tkazish qobiliyatiga ega bo'lgan (a,b) yoy mavjud emas, aks holda b dan s ga borish mumkin bo'lardi. Shu bilan birga, tarmoqqa kiruvchi oqim ixtiyoriy yoyning o'tkazish qobiliyatiga teng, demak (A,B) qirqimdan o'tuvchi oqim ham uning o'tkazish qobiliyatiga tengdir. Lekin, ixtiyoriy qirqimdan o'tadigan oqim manbadagi oqim summasiga, ya'ni maksimal oqimga teng. Demak, maksimal oqim (A,B) minimal qirqimning o'tkazish qobiliyatidan kichik bo'lmagan minimal qirqim o'tkazish qobiliyatiga teng. Teorema isbotlandi.

3.8.3. Ford-Falkerson algoritmiga misol

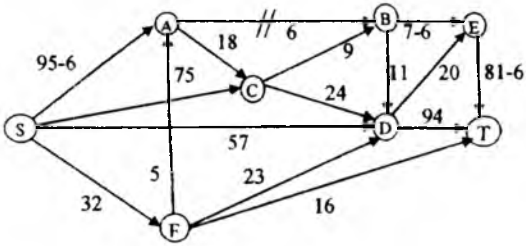
Maksimal oqim qiymati minimal qirqim qiymatiga teng bo'lishining isbotini aniq misolda ko'rish mumkin. Berilgan tarmoq uchun maksimal oqim va minimal qirqimni Ford – Falkerson (belgilar qo'yish) algoritmi orqali yechamiz. Bizga transport tarmog'i uchun maksimal oqim va minimal qirqimni topish quyidagi graf ko'rinishida berilgan bo'lsin.



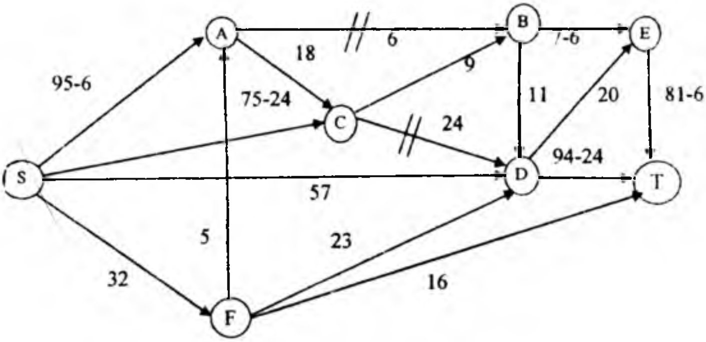
3.8.3-rasm. Transport tarmog'i.

S dan T gacha bo'lgan oqimda S – kirish, T – chiqish hisoblanadi. Oqimni P deb olamiz. S dan T gacha bo'lgan oqimdagi barcha yo'llarni ketma-ket ravishda qarab chiqamiz. Oqimdagi yo'llarni qarab chiqish jarayonida shunga e`tibor berish kerakki, o'chirilgan yoydan qayta yurish mumkin emas.

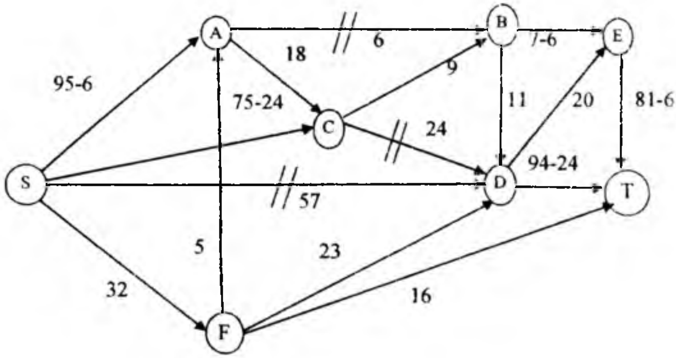
1 - QADAM. Boshlang'ich oqim qiymatini beramiz va belgilashni boshlaymiz. Boshlang'ich oqim 0 deb olinadi. S tugundan boshlab T gacha bo'lgan ixtiyoriy oqimni tanlaymiz, masalan: $P{:}S-A-B-E-T$ oqimni qaraymiz. Bu oqimning o'tkazish qobiliyati uning tarkibiga kiruvchi barcha yoylar orasidagi minimaliga, ya'ni 6 ga tengdir. Shu oqimdagi yoylarning o'tkazish qobiliya'ini 6 ga kamaytiramiz. To‘yingan $A-B$ yoyni o‘chiramiz. Tugunlani qaytadan belgilab chiqamiz.



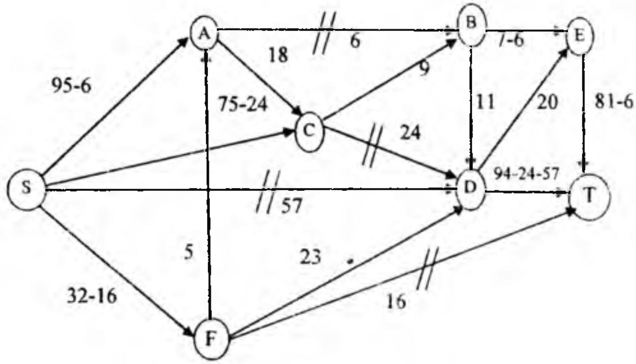
2-QADAM. S tugundan boshlangan navbatdagi ixtiyoriy oqimni qaraymiz, masalan: $P:S-C-D-T$. Bu oqimning o‘tkazish qobiliyati uning tarkibiga kiruvchi barcha yoylar orasidagi minimaliga, ya’ni 24 ga tengdir. Shu oqimdagi yoylarning o‘tkazish qobiliyatini 24 ga kamaytiramiz. To‘yingan $C-D$ yoyni o‘chiramiz. Tugunlarni qaytadan belgilab chiqamiz.



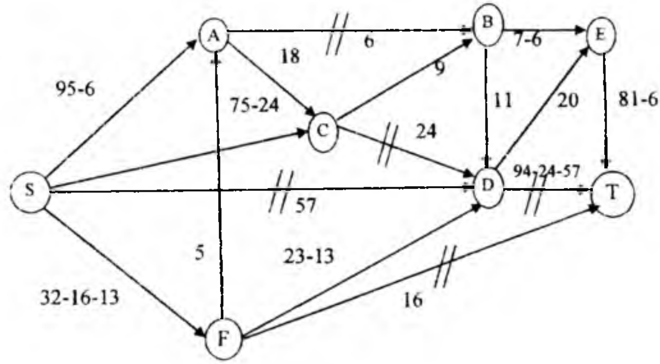
3-QADAM. S tugundan boshlangan navbatdagi ixtiyoriy oqimni qaraymiz, masalan: $P:S-D-T$. Bu oqimning o‘tkazish qobiliyati uning tarkibiga kiruvchi barcha yoylar orasidagi minimaliga, ya’ni 57 ga tengdir. Shu oqimdagi yoylarning o‘tkazish qobiliyatini 57 ga kamaytiramiz. To‘yingan $S-D$ yoyni o‘chiramiz. Tugunlarni qaytadan belgilab chiqamiz.



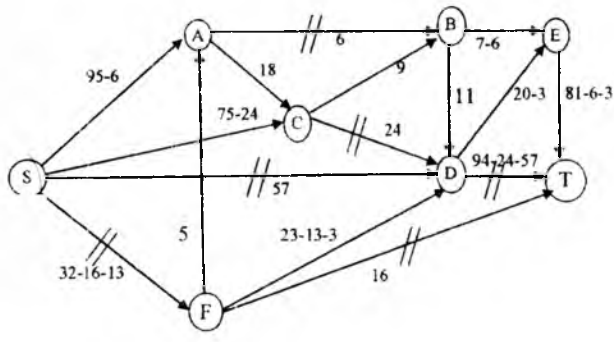
4-QADAM. S tugundan boshlangan navbatdagi ixtiyoriy oqimni qaraymiz, masalan: $P:S-F-T$. Bu oqimning o‘tkazish qobiliyati uning tarkibiga kiruvchi barcha yoylar orasidagi minimaliga, ya’ni 16 ga tengdir. Shu oqimdagi yoylarning o‘tkazish qobiliyatini 16 ga kamaytiramiz. To‘yingan $F-T$ yoyni o‘chiramiz. Tugunlarni qaytadan belgilab chiqamiz.



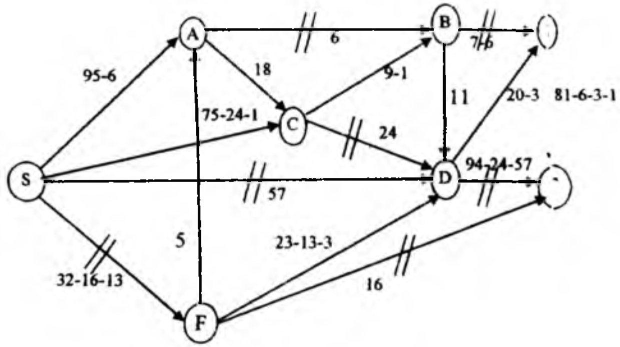
5-QADAM. S tugundan boshlangan navbatdagi ixtiyoriy oqimni qaraymiz, masalan: $P:S-F-D-T$. Bu oqimning o‘tkazish qobiliyati uning tarkibiga kiruvchi barcha yoylar orasidagi minimaliga, ya’ni 13 ga tengdir. Shu oqimdagi yoylarning o‘tkazish qobiliyatini 13 ga kamaytiramiz. To‘yingan $D-T$ yoyni o‘chiramiz. Tugunlarni qaytadan belgilab chiqamiz.



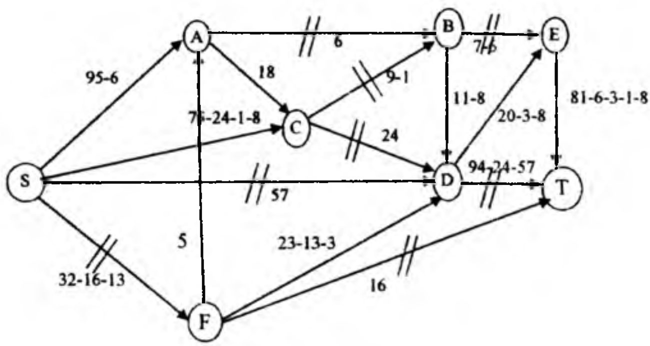
6-QADAM. S tugundan boshlangan navbatdagi ixtiyoriy oqimni qaraymiz, masalan: $P{:}S-F-D-E-T$. Bu oqimning o'tkazish qobiliyati uning tarkibiga kiruvchi barcha yoylar orasidagi minimaliga, ya'ni 3 ga tengdir. Shu oqimdagi yoylarning o'tkazish qobiliyatini 3 ga kamaytiramiz. To'yingan $S-F$ yoyni o'chiramiz. Tugunlarni qaytadan belgilab chiqamiz.



7-QADAM. S tugundan boshlangan navbatdagi ixtiyoriy oqimni qaraymiz, masalan: $P{:}S-C-B-E-T$. Bu oqimning o'tkazish qobiliyati uning tarkibiga kiruvchi barcha yoylar orasidagi minimaliga, ya'ni 1 ga tengdir. Shu oqimdagi yoylarning o'tkazish qobiliyatini 1 ga kamaytiramiz. To'yingan $B-E$ yoyni o'chiramiz. Tugunlarni qaytadan belgilab chiqamiz.

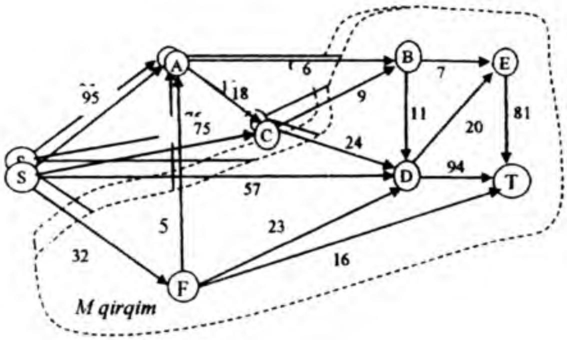


8-QADAM. S tugundan boshlangan navbatdagi ixtiyoriy oqimni qaraymiz, masalan: $P: S-C-B-D-E-T$. Bu oqimning o‘tkazish qobiliyati uning tarkibiga kiruvchi barcha yoylar orasidagi minimaliga, ya’ni 8 ga tengdir. Shu oqimdagi yoylarning o‘tkazish qobiliyatini 8 ga kamaytiramiz. To‘yingan $C-B$ yoyni o‘chiramiz. Tugunlarni qaytadan belgilab chiqamiz.



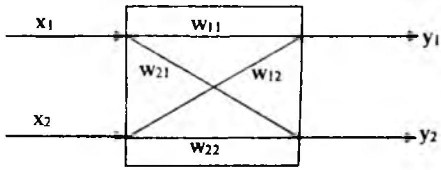
Boshqa yo‘l qolmadi. Oqimning umumiy summasini hisoblaymiz. Oqim summasi 6+24+57+16+13+3+1+8=128 ga teng.

Belgi qo‘yishni boshlaymiz. Boshlang‘ich tugun S ya’ni oqimning boshlanishidagi tugun 0 belgiga ega. Boshlang‘ich tugundan chiquvchi A va C tugunlarga boruvchi yoylar to‘yinmagan. Ularni mos ravishda $+3$ va +4 deb belgilaymiz. Boshqa belgi qo‘yish mumkin emas. Demak, maksimal oqimni topdik. Belgiga ega bo‘lmagan $M=\{F,D,B,E,T\}$ tugunlar minimal qirqimni bildiradi. Minimal qirqimning kattaligi $6+9+24+57++32=128$ ga teng.



3.9. Tizimni graflar yordamida tasvirlash

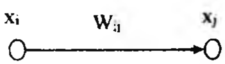
Yuqoridagi tushunchalarga asoslangan holda strukturaviy ko‘rinishda berilgan dinamik tizimni graf yordamida qanday tasvirlashni ko‘rib chiqamiz [25]. Bizga quyidagi strukturaviy ko‘rinishga ega bo‘lgan dinamik tizim berilgan bo‘lsin.



3.9.1-rasm. Dinamik tizimning strukturaviy sxemasi.

$$y_1 = W_{11}x_1 + W_{12}x_2 \qquad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$
$$y_2 = W_{21}x_1 + W_{22}x_2$$

Tizimning strukturaviy sxemasini tasvirlashda graflardan foydalanish mumkin:



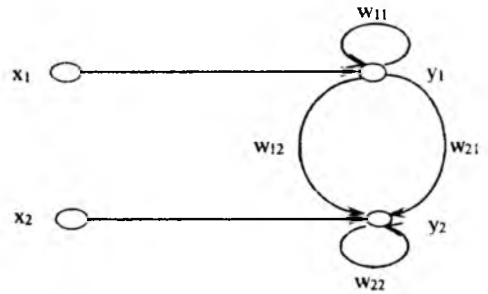
$$x_j = W_{ij} \cdot x_i$$

3.9.2-rasm. Funksiyaning graf ko‘rinishi.

Faraz qilaylik, tizimning dinamikasi matritsa shaklida berilgan bo'lsin:

$$\begin{cases} W_{11}y_1 + W_{12}y_2 + x_1 = y_1 \\ W_{21}y_1 + W_{22}y_2 + x_2 = y_2 \end{cases}$$

Yuqoridagi tenglamani graf ko'rinishida tasvirlaymiz:

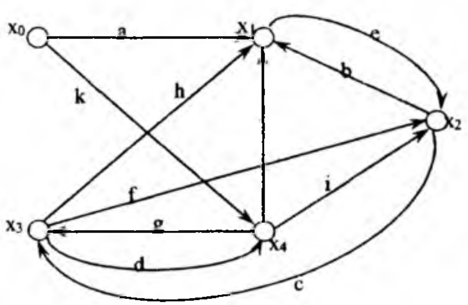


3.9.3-rasm. Graf ko'rinishi.

3.9.1-misol:

Berilgan tenglamalar tizimini graf ko'rinishida tasvirlang.

$$\begin{cases} ax_0 + ex_2 + hx_3 + jx_4 = x_1 \\ bx_1 + fx_3 + ix_4 = x_2 \\ cx_2 + gx_4 = x_3 \\ kx_0 + dx_3 = x_4 \end{cases}$$

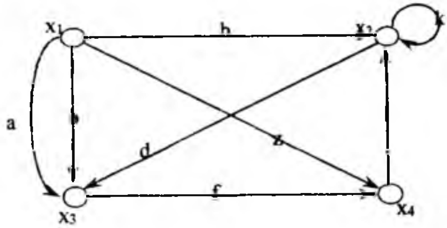


3.9.4-rasm. 3.9.1-misoldagi tenglamaning graf ko'rinishi.

3.9.2-misol:

Berilgan tenglamalar tizimini graf ko'rinishida tasvirlang.

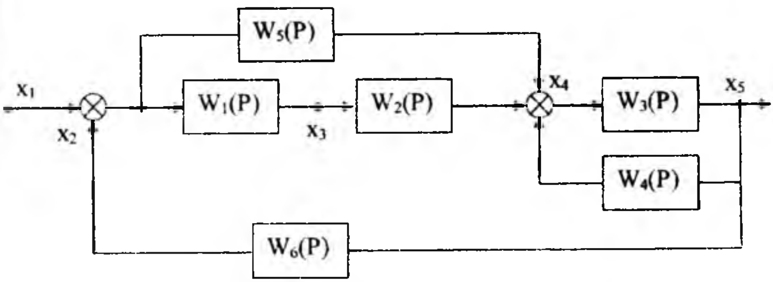
$$\begin{cases} x_1 = ax_3 \\ x_2 = bx_1 + kx_2 + lx_4 \\ x_3 = bx_1 + dx \\ x_4 = zx_1 + fx \end{cases}$$



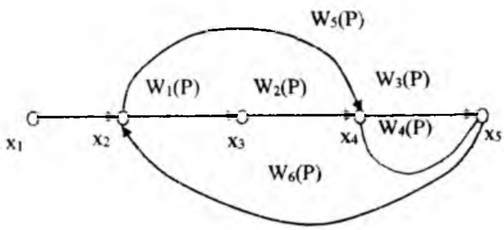
3.9.5-rasm. 3.9.2-misoldagi tenglamaning graf ko'rinishi.

3.9.3-misol:

Bizga avtomatik boshqarish tizimi strukturaviy ko'rinishida berilgan bo'lsin.



3.9.6-rasm. Avtomatik boshqarish tizimining strukturaviy sxemasi



3.9.7-rasm. Avtomatik boshqarish tizimining graf ko'riinishi

III – bob yuzasidan nazorat savollari

1. Graf deganda nimani tushunasiz?
2. Tugun tushunchasini izohlang.
3. Graflar qanday usullarda tasvirlanadi?
4. Graflarni qanday ko'rinishlarda tasvirlash mumkin. Chizmalar bilan tushuntiring.
5. Yo'naltirilgan graflar ustida qanday strukturaviy o'zgartirishlar bajariladi?
6. Insedent tushunchasini izohlang.
7. Graflarda yo'l va kontur tushunchasini izohlang.
8. Yo'l yoki kontur uzunligi qanday aniqlanadi?
9. Graflarni ifodalashning qanday usullari mavjud?
10. Qachon matritsa aloqadorlik matritsasi deyiladi?
11. Insedentlik matritsasi haqida tushuncha bering.
12. Tizimning strukturaviy sxemasini tasvirlashda graflar qurishni tushuntiring.
13. Graflarda Mezon formulasida yo'l va konturlarni hisoblashni tushuntiring.
14. Eng qisqa yo'lni aniqlashni Deykstra algoritmini tushuntiring.
15. Graflardagi yoy vaznlari nimani bildiradi?
16. Grafning boshlang'ich manzili deganda nimani tushunasiz?
17. Maksimal oqim va minimal qirqim to'g'risida tushuncha bering.
18. Ford-Falkerson algoritmining ketma-ketligini tushuntiring.
19. To'yingan yoy deganda qanday yoyni tushunasiz?

IV-bob. MATRITSALAR NAZARIYASI

4.1. Asosiy tushunchalar va matritsalarning umumiy ko'rinishlari

Texnik tizimlar bilan ishlashda doimiy ravishda tenglamalar sistemasiga duch kelamiz. Tenglamalar sistemasini matritsali ko'rinishda ifodalash bir muncha hisob ishlarida yengillik tug'diradi. Bu tenglamalarni yechish orqali biz tizimning xossalarini aniqlash imkoniga ega bo'lamiz [20, 21]. Shuning uchun ham texnik tizimlarni tadqiq qilishda matritsa haqidagi tushunchalarni bilish muhim ahamiyat kasb etadi. Shundan kelib chiqqan holda avval matritsalar haqidagi boshlang'ich tushunchalarga qisqacha to'xtalamiz:

F maydon berilgan bo'lsin. F maydonning elementlaridan tuzilgan ushbu jadval $F-(m\times n)$ maydon ustida berilgan ***tartibli matritsa*** deyiladi:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Bunda $a_{ij} \in F(i=\overline{1,m} \wedge j=\overline{1,n})$-matritsaning elementlari $(m\times n)$ta. Matritsaning barcha gorizontal qatorlari *mm* ta bo'lib, ular matritsaning ***satrlari***, barcha vertikal qatorlar esa n ta bo'lib ular matritsaning ***ustunlari*** deyiladi.

Matritsalar quyidagicha bo'lishi mumkin:

Qator matritsasi: $A=(a_{11},a_{12},a_{13},\dots,a_{1n})_{1\times n}$

Ustun matritsasi: $B=\begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \vdots \\ b_{n1} \end{pmatrix}_{m\times 1}$

Tartibi $(m \times n)$ bo'lgan matritsa ***to'g'ri to'rtburchakli matritsa*** deyiladi.

Matritsaning ustunlar soni va satrlar soni o'rtasida quyidagi munosabatlardan faqat bittasi o'rinli bo'ladi: $m>n \vee m=n \vee m<n$.

Agar matritsada $m>n \vee m<n$ shartlardan biri o'rinli bo'lsa, matritsa ***to'g'ri to'rtburchakli matritsa*** deyiladi.

Agar matritsa uchun $m=n$ shart bajarilsa, matritsa ***kvadrat matritsa*** deyiladi.

Kvadrat matritsa $C = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix}_{m \times n}$

Diagonal matritsa $D = \begin{vmatrix} d_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{nn} \end{vmatrix}$

Birlik matritsa $E = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

4.2. Matritsaning xossalari

Matritsalar ustida amallar bajarishda quyidagi xossalar o'rinlidir:

1. $A \cdot B \neq B \cdot A$
2. $A+B=B+A$
3. $(A+B)+C=A+(B+C)$
4. $\alpha(A \pm B)=\alpha A \pm \alpha B$
5. $(\alpha_1 \alpha_2)A=\alpha_1(\alpha_2 A)$

6. $(\alpha_1+\alpha_2)A=\alpha_1 A+\alpha_2 A$
7. $A(B\pm C)=A\cdot B\pm A\cdot C$
8. $(B\pm C)\cdot A=B\cdot A\pm C\cdot A$
9. $A\cdot E=E\cdot A=A$
10. $(\alpha\cdot A)^T=\alpha\cdot A^T$
11. $(A+B)^T=A^T+B^T$
12. $(A\cdot B)^T=B^T\cdot A^T$

4.3. Matritsalar ustida bajariladigan sodda amallar

Buni aniq misollar yordamida ko'rib chiqamiz. Bizga quyidagi elementlarga ega bo'lgan A va B matritsalar berilgan bo'lsin. Ushbu matritsalar ustida qo'shish, ayirish, matritsani songa ko'paytirish amallari quyidagi tartibda bajariladi:

4.3.1-misol:

$$A=\begin{pmatrix}4 & -7 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & -4 & 8\\ 11 & -5 & 0\end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix}4 & -7 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & -4 & 8\\ 12 & -5 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+1 & -7+(-4) & 5+8\\ 2+12 & 0+(-5) & -3+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & -11 & 13\\ 14 & -5 & -3\end{pmatrix}$$

$$B-A=\begin{pmatrix}1 & -4 & 8\\ 11 & -5 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4 & -7 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-4 & -4-(-7) & 8-5\\ 12-2 & -5-0 & 0-(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & 3 & 3\\ 10 & -5 & 3\end{pmatrix}$$

$$A=\begin{pmatrix}4 & -1\\ 5 & 2\\ 3 & -7\end{pmatrix} \qquad \text{k=-5} \qquad A\cdot k=-5\cdot\begin{pmatrix}4 & -1\\ 5 & 2\\ 3 & -7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-20 & 5\\ -25 & -10\\ -15 & 35\end{pmatrix}$$

4.3.2-misol:

$$A=\begin{pmatrix}-4 & 5\\ 8 & 3\\ -1 & -6\\ 0 & -11\end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 5\\ 6 & -7\\ 1 & -2\end{pmatrix}$$

$$C=5B-4A=5\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 5\\ 6 & -7\\ 1 & -2\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}-4 & 5\\ 8 & 3\\ -1 & -6\\ 0 & -11\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 0\\ -10 & 25\\ 30 & -35\\ 5 & -10\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-16 & 20\\ 32 & 12\\ -4 & -24\\ 0 & -44\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}21 & -20\\ -42 & 13\\ 34 & -11\\ 5 & 34\end{pmatrix}$$

Matritsaning barcha yo'llarini ularga mos ustunlari bilan almashtirilgandan hosil bo'lgan matritsaga berilgan matritsani ***trans-ponerlash*** deyiladi.

4.3.3-misol:

$$A^T_{m\times n}=C_{n\times m} \qquad i=\overline{1,m} \qquad j=\overline{1,n}$$

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ 10 & 9 & 8\end{pmatrix}_{2x3} \qquad A^T=\begin{pmatrix}0 & 10\\ 1 & 9\\ 2 & 8\end{pmatrix}_{3x2}$$

Matritsani matritsaga ko'paytirish quyidagi tartibda amalga oshiriladi:

4.3.4-misol:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 8 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 0 & -1 & -2\end{pmatrix}_{3x3} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\\ 5 & 6\end{pmatrix}_{3x2}$$

$$A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 0 & -1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\\ 5 & 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot0+2\cdot4 & 1\cdot2+2\cdot1 & 1\cdot3+2\cdot1\\ 3\cdot0+4\cdot4 & 3\cdot2+4\cdot1 & 3\cdot3+4\cdot1\\ 5\cdot0+6\cdot4 & 5\cdot2+6\cdot1 & 5\cdot3+6\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 4 & 5\\ 16 & 10 & 13\\ 24 & 16 & 21\end{pmatrix}_{3x3}$$

Matritsa aniqlovchisi quyidagicha hisoblanadi:

$$A=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}$$

Matritsa miqdorini quyidagi tartibda aniqlaymiz:

4.3.5-misol:

$$A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{vmatrix} \qquad M_{23}=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 7 & 8\end{vmatrix}=1\cdot 8-2\cdot 7=-6 \qquad A_{23}=(-1)^{2+3}M_{23}=(-1)^{5}(-6)=6$$

$$A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 1 & 0 & 1\end{vmatrix} \qquad A=1\cdot(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}2 & 3\\ 5 & 6\end{vmatrix}+0(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}1 & 3\\ 4 & 6\end{vmatrix}+1(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}1 & 2\\ 4 & 5\end{vmatrix}$$

$$A=3\cdot(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}4 & 5\\ 1 & 0\end{vmatrix}+6(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{vmatrix}+1(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}1 & 2\\ 4 & 5\end{vmatrix}$$

4.4. Teskari matritsani topish

Teskari matritsani topishdan maqsad chiziqli tenglamalar tizimini yechish va uning xossalarini aniqlashdan iboratdir [14,23]. Teskari matritsani topish algoritmi quyidagilardan iborat:

1) berilgan matritsaning determinanti *det A* topiladi, faqat det A≠0 bo‘lganda yechim bor bo‘lsa teskari matritsa mavjud;

2) i qator va j ustunlarni ko‘chirish natijasida hosil bo‘lgan minorlar topiladi;

3) topilgan minorlardan yangi matritsa hosil qilinadi va u transponerlanadi;

4) transponerlangan matritsaning har bir elementi determinantiga bo‘linadi.

$$A^{-1}=\frac{1}{\det A}\cdot A^{T} \tag{4.4.1}$$

4.4.1-misol:

Quyidagi matritsa berilgan bo‘lsin. Berilgan matritsaga teskari matritsa topilsin:

$$A=\begin{pmatrix}2 & -3 & -2\\ -4 & -2 & 5\\ 5 & 1 & -6\end{pmatrix} \qquad A^{-1}-?$$

detA=?

$$\Delta=\begin{pmatrix}2 & -3 & -2 & 2 & -3\\ -4 & -2 & 5 & -4 & -2\\ 5 & 1 & -6 & 5 & 1\end{pmatrix}$$

$$=24-75+8-20-10+72= -1$$

$$A_{11}=\begin{pmatrix}-2 & 5\\ 1 & -6\end{pmatrix}=12-5=7 \qquad A_{21}=\begin{pmatrix}-3 & -2\\ 1 & -6\end{pmatrix}=18+2=20$$

$$A_{31}=\begin{pmatrix}-3 & -2\\ -2 & 5\end{pmatrix}=-19 \qquad A_{12}=\begin{pmatrix}-4 & 5\\ 5 & -8\end{pmatrix}=24-25=-1$$

$$A_{22}=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 5 & -6\end{pmatrix}=-12+10=-2 \qquad A_{32}=\begin{pmatrix}2 & -2\\ -4 & 5\end{pmatrix}=10-8=2$$

$$A_{13}=\begin{pmatrix}-4 & -2\\ 5 & 1\end{pmatrix}=-4+10=6 \qquad A_{23}=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 5 & 1\end{pmatrix}=2+15=17$$

$$A_{33}=\begin{pmatrix}2 & -3\\ -4 & -2\end{pmatrix}=-4+12=16$$

$$A^{+1}=\begin{pmatrix}A_{11} & A_{12} & A_{13}\\ A_{21} & A_{22} & A_{23}\\ A_{31} & A_{32} & A_{33}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & -1 & 6\\ 20 & -2 & 17\\ -19 & 2 & 16\end{pmatrix} \qquad A^{-1}=\frac{1}{\det A}\bullet A^{-1} \qquad E=A^{-1}A$$

4.5. Matritsaning normasi, rangi va izi

Texnik tizimlarni tadqiq qilishda matritsa haqidagi tushunchalarni bilish va ular ustida bajariladigan amallardan tashqari matritsaning normasi, uning izi to‘g‘risidagi tushunchalarni ham to‘g‘ri tahlil qilish muhim ahamiyat kasb etadi. Yuqoridagilarga asoslangan holda keyingi tushunchalarga to‘xtalamiz.
Matritsa berilgan bo‘lsin.

$$A=\|a_{ij}\|_{n\times m}=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m}\\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm}\end{pmatrix} \qquad (4.2)$$

Ushbu matritsaning 3 xil normasi mavjud:

1. A_I normasi – bu matritsaning qator elementlari yig‘indisining eng kattasiga tengdir, ya’ni:

$$A_1 = \max\left\{\sum_{j=1}^{m}|a_{ij}|\right\} \quad i=\overline{1,n} \qquad (4.5.1)$$

2. A_2 normasi – bu matritsaning ustun elementlari yig'indisining eng kattasiga ya'ni maksimaliga tengdir, ya'ni:

$$A_2 = \max\left\{\sum_{i=1}^{n}|a_{ij}|\right\} \quad j=\overline{1,m} \qquad (4.5.2)$$

3. A_3 normasi – bu matritsaning elementlari kvadratlari summasiga tengdir, ya'ni:

$$A_3 = \max\left\{\sum_{j=1}^{m}\cdot\sum_{i=1}^{n}a_{ij}^2\right\} \qquad (4.5.3)$$

4.5.1-misol:

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&6\\3&4&2\end{pmatrix} \quad A_1=\begin{pmatrix}6\\7\\9\end{pmatrix}=9 \quad A_2=\begin{pmatrix}4&7&11\end{pmatrix}=11$$

$$A_3 = 1+4+9+0+1+36+9+16+4=80$$

Matritsaning izi deb diagonal elementlarining yig'indisiga aytiladi. Masalan:

4.5.2-misol:

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&6\\3&4&2\end{pmatrix} \qquad T_r(A)=t_r\|a_{ij}\|$$

Matritsaning rangi deb uning 0 dan farqli minorlar tartibining eng kattasiga aytiladi.

$$rank(A)=n$$

Masalani yechish uchun quyidagi operatsiya bajariladi:

$$|A-\lambda I|=\left|\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 2 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{pmatrix}\right|=\left|\begin{pmatrix}-1-\lambda & 0\\ 2 & 3-\lambda\end{pmatrix}\right|=(-1-\lambda)(3-\lambda)=0$$

$$\lambda^2-2\lambda-3=0$$

$$A^2=2A+3$$

$$A^3=A^2A=(2A+3)A=2A^2+3A=2(2A+3)+3A=4A+6+3A=7A+6$$

$$A^4=A^3A=(7A+5)A=7A^2+6A=7(2A+3)+6A=14A+21+6A=20A-21$$

IV-bob yuzasidan nazorat savollari

1. Matritsaga ta'rif bering.
2. Matritsaning qanday turlari bor?
3. Matritsalar ustida amallar bajarishda qanday xossalar o'rinli?
4. Matritsalar ustida bajariladigan sodda amallarni misollar bilan tushuntiring.
5. Qanday matritsa teskari matritsa deyiladi?
6. Matritsaning normasi qanday aniqlanadi?
7. Matritsa rangi qanday aniqlanadi?
8. Matritsaning xos soni va xos vektori qanday topiladi?
9. Texnik tizimlar bilan ishlashda matritsaning xos soni va xos vektori qanday ahamiyatga ega?
10. Kelli-Gamelton teoremasining mohiyatini tushuntiring.

V-BOB. DINAMIK TIZIMLARNI MATEMATIK IFODALASH

5.1. Dinamik tizimlar haqida tushuncha

Biz ushbu kitobning boshida tizim, dinamik tizim, tizimlarning turlari va ularning sinflanishi tushunchalariga to'xtalgan edik. Shu bilan birga tizimlarni to'plamlar, graflar yordamida ifodalash masalalarini ham ko'rib chiqdik. Tizimlar ustida turli tadqiqot ishlarini olib borish uchun, avvalo, ularni matematik ifodalash zarur bo'ladi[8]. Bu jarayonni amalga oshirish uchun biz tizimlar tushunchasiga kengroq to'xtalamiz.

Har qanday boshqarish tizimi bir-biri bilan o'zaro bog'langan elementlar yig'indisidan iboratdir. Bunday tizimning fizik xususiyatlarini o'rganish va boshqarishni amalga oshirish uchun uni matematik ifodalab olish zarur. Tizim ishlash mobaynida harakatda bo'ladi va bu harakat uning holatini xarakterlaydi. Tizimning holat o'zgaruvchilari o'zaro bog'lovchi tenglamalar orqali ifodalanadi. Bunda tizimning holat o'zgaruvchilari turlicha bo'lishi mumkin [22, 25].

Masalan: elektr kattaliklar (tok, kuchlanish, quvvat), mexanik kattaliklar (siljish, burilish, sirpanish) va boshqa kattaliklar (harorat, sath, vaqt....).

Tizimni ifodalashda bitta umumlashgan parametr bilan ifodalash qulaydir, bunda tizim va uning elementlari ***signal o'zgartiruvchilar*** deb ataladi.

Dinamik tizim deb, harakatdagi, o'z holatini vaqt davomida o'zgartira oladigan tizimlarga aytiladi. Dinamik avtomatik boshqarish tizimlari umumiy holda quyidagi qurilmalardan iborat bo'lishi mumkin:

1. Topshiriq beruvchi qurilma.
2. Boshqaruvchi qurilma.
3. Amalga oshiruvchi qurilma.

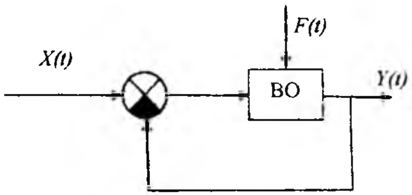
---

[8] Ronald A. Rohrer. Introduction to Systems Theory. – Department of Electrical Engineering University of California, Berkeley, New York, 2012.-458s.

4. Boshqarish obyekti.
5. Kuzatuvchi qurilma.

5.2. Tizimning differensial tenglamalarini qurish

Dinamik tizimlarga misol qilib boshqarish tizimli reaktiv snaryadlar, o'zi uchar qurilmalar, kimyoviy, termodinamik va texnologik jarayonlarni ko'rsatish mumkin. Ushbu tizimlarni tahlil qilib, umumiy holda avtomatik boshqarish tizimlaridagi dinamik jarayonlarni matematik jihatdan ifodalashga urinib ko'ramiz [4, 6]. Buning uchun teskari bog'lanishli quyidagi dinamik tizimga ta'sir etuvchi asosiy ko'rsatkichlarni belgilab olamiz:



5.2.1-rasm. Boshqarish tizimining strukturaviy sxemasi

bu yerda

$X(t)=\{x_1(t),x_2(t),...,x_n(t)$ – topshiriqlar vektori;

$Y(t)=\{y_1(t),y_2(t),...,y_n(t)\}$ – boshqariladigan ko'rsatkichlar vektori;

$F(t)=\{f_1(t),f_2(t),...,f_n(t)\}$ – tashqi ta'sir vektori.

Ushbu dinamik tizimni umumiy holda quyidagi dinamik tizim bilan ifodalash mumkin:

$$F_1\left(y,\frac{dy}{dt},\frac{d^2y}{dt^2},...,\frac{d^ny}{dt^n}\right)=F_2\left(x,\frac{dx}{dt},\frac{d^2x}{dt^2},...,\frac{d^mx}{dt^m},f,\frac{df}{dt},\frac{d^2f}{dt^2},...,\frac{d^vf}{dt^v}\right) \quad (5.2.1)$$

(5.2.1)-differensial tenglama dinamik tizimlarni ifodalovchi matematik ifoda bo'lib, uning ko'rinishiga qarab dinamik tizimlarni bir necha turga bo'lish mumkin. Masalan: (5.2.1)-differensial tenglamadagi F_1, F_2 funksiyalar chiziqli funksiyalar bo'lsa, u holda ushbu chiziqli differensial tenglamalar bilan ifodalanuvchi tizimlar ***chiziqli dinamik tizimlar*** deyiladi. Agar (5.2.1)-differensial tenglamadagi F_1, F_2 funksiyalar nochiziqli xarakterga ega bo'lsa, u holda (5.2.1)-differensial tenglama nochiziqli differensial tenglama bo'lib, u bilan ifodalanuvchi tizimlar ***nochiziqli dinamik tizimlar*** deyiladi.

(5.2.1)-differensial tenglamadagi x, y, f larning hosilalaridan tashqari ularning xususiy hosilalari ham qatnashishi mumkin. Bunday xususiy hosilali differensial tenglamalar bilan ifodalanuvchi tizimlar ***maxsus dinamik tizimlar*** deyiladi. Agar tizimni ifodalovchi matematik model chekli ayirmali tenglamalar ko'rinishida bo'lsa, u holda bunday tizimlar ***impulsli yoki diskret dinamik tizimlar*** deyiladi. Umumiy holda chizizqli dinamik tizimlarning matematik modeli quyidagi yuqori tartibli chiziqli differensial tenglama shaklida yozish mumkin:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = b_0 \frac{d^m k}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} + \ldots + b_{m-1} \frac{dx}{dt} +$$
$$+ b_m x + c_0 \frac{d^y f}{dt^y} + c_1 \frac{d^{y-1} f}{dt^{y-1}} + \ldots + c_{y-1} \frac{df}{dt} + c_y f \qquad (5.2.2)$$

Ushbu tenglamaga quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$p = \frac{d}{dt}, \quad p^2 = \frac{d^2}{dt^2}, \quad \ldots, \quad p^n = \frac{d^n}{dt^n}$$

U holda (5.2.2)- tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n) \cdot y = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m) x +$$
$$+ (c_0 p^y + c_1 p^{y-1} + \ldots + c_{y-1} p + c_y) \cdot f \qquad (5.2.3)$$

Ushbu tenglama uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = A(p)$$
$$b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m = B(p)$$

5.3. Tenglamalarni chiziqlantirish

Real tizimlarda uning statik va dinamik xarakteristikalari nochiziqli tenglamalar bilan yoziladi. Nochiziqli tenglamalarni echish ancha murakkabdir[9].

Nochiziqli tenglamalarni chiziqli tenglamalar ko‘rinishiga keltirish ***chiziqlantirish*** deyiladi.

Chiziqlantirish odatda muvozanat holatiga nisbatan amalga oshiriladi. Bunda og‘ishi juda kichik bo‘ladi. Buning uchun nochiziqli tenglama Teylor qatoriga yoyiladi va har bir o‘zgaruvchiga orttirma beriladi, ya’ni:

$$x = \Delta x + x_0$$

$$y = \Delta y + y_0$$

$$f = \Delta f + f_0$$

Ifodalarni og‘ishga nisbatan qaraydigan bo‘lsak (5.7)-tenglama quyidagicha yoziladi:

$$F = (\Delta \ddot{y}, \Delta \dot{y}, \Delta y + y_0, \Delta \dot{x}, \Delta x + x_0) + \Delta f + f_0 \qquad (5.3.1)$$

(5.2.7) - tenglamani muvozanat tenglamasiga asosan Teylor qatoriga yoyamiz:

$$F(0,0,y_0,0,x_0) + \left(\frac{dF}{dy}\right)_0 \Delta y + \left(\frac{dF}{dy}\right)_0 \Delta y + \left(\frac{dF}{dy}\right)_0 \Delta y + \left(\frac{dF}{dx}\right)_0 \Delta x + ... = 0 \qquad (5.3.2)$$

Bunda xususiy hosilalar o‘zgarmas sonlar bo‘lganligi va Δx va Δy lar muvozanat rejimiga nisbatan juda kichik bo‘lganligi sababli hamda, $F\left(y, y, y, x, x\right) = 0$ tenglama muvozanat holatiga nisbatan silliqroq bo‘lganligi sababli yuqori tartibli xususiy hosilalarni

[9] Zadeh L.A., Desoer C.A. Linear System Theory, The State Space Approach, McGraw-Hill, N.Y., 2011.

tashlab yuborish mumkin[16, 17]. U holda (5.2.8) – tenglamani quyidagicha yozish mumkin bo'ladi:

$$\left(\frac{dF}{dy}\right)_0 \Delta y+\left(\frac{dF}{dy}\right)_0 \Delta y+\left(\frac{dF}{dy}\right)_0 \Delta y+\left(\frac{dF}{dx}\right)_0 \Delta x=0 \qquad (5.3.3)$$

(5.3.3) – tenglamaga quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

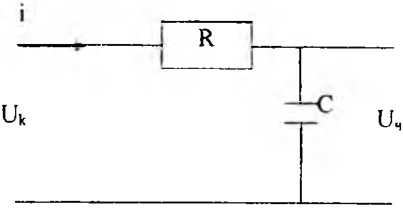
$$a_0=\left(\frac{dF}{dy}\right)_0 \quad a_1=\left(\frac{dF}{dy}\right)_0 \quad a_2=\left(\frac{dF}{dy}\right)_0 \quad b_1=-\left(\frac{dF}{dx}\right)_0$$

U holda (5.3.3)-tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$a_0\Delta\, y+ a_1\Delta\, y+ a_2\Delta\, y = b_1\Delta x \qquad (5.3.4)$$

5.3.1-misol:

RC zanjiri berilgan bo'lsin. 5.3.1-rasmda berilgan zanjirning differensial tenglamasi tuzilsin. $A=?$



5.3.1-rasm. RC zanjir sxemasi.

$$U_{ch}(t)= A\cdot U_k(t)$$

$$A=\frac{U_{ch}(t)}{U_k(t)}$$

$$U_k(t)=i(t)\cdot R+\frac{1}{c}\int_0^t i(t)dt$$

$$U_{ch}(t)=\frac{1}{c}\int_0^t i(t)dt$$

$$\frac{dU_{ch}(t)}{dt} = \frac{1}{c} i(t)$$

$$i(t) = c \cdot \frac{dU_{ch}(t)}{dt}$$

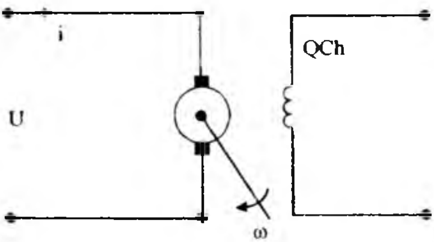
$$U_k(t) = R \cdot C \frac{dU_{ch}(t)}{dt} + U_{ch}(t) \qquad R \cdot C = T$$

$$T \cdot \frac{dU_{ch}(t)}{dt} + U_{ch}(t) = U_k(t) \tag{5.3.5}$$

Ushbu topilgan (5.3.5)-tenglama zanjirning differensial tenglamasidir.

5.3.2–misol:

5.3.2-rasmda berilgan o‘zgarmas tok dvigatelining matematik modeli qurilsin.



5.3.2-rasm. O`zgarmas tok dvigateli.

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_g - M_q \tag{5.3.6}$$

bu yerda ω – dvigatelning aylanish tezligi, M_g – dvigatel momenti, M_q – qarshilik momenti.

Bunda, dvigatel momenti:

$$M_g = M_g(\omega, u) \quad M_q = M_q(\omega. t);$$

Muvozanat holatida dvigatel momenti $M_{g0} = M_{q0}$ bo‘ladi.

$$u = u_0 + \Delta u$$

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega$$

Yuqoridagilardan kelib chiqqan holda dvigatel momentini quyidagicha yozamiz:

$$M_g = M_{g0} + \left(\frac{dM_g}{d\omega}\right)\Delta\omega + \left(\frac{dM_g}{du}\right)\Delta u$$

$$M_q = M_{q0} + \left(\frac{dM_q}{d\omega}\right)\Delta\omega_0 + \Delta M_q$$

Bu ifodalarni (5.3.6) – tenglamaga qo‘ysak quyidagi tenglama hosil bo‘ladi:

$$J\frac{d\omega}{dt} = M_g - M_q = J\frac{d\omega}{dt} = \left(\frac{dM_g}{d\omega}\right)\Delta\omega + \left(\frac{dM_g}{du}\right)\Delta u - \left(\frac{dM_q}{d\omega}\right)\Delta\omega - \Delta M_q$$

(5.3.7)

(5.3.7) – tenglamani o‘lchov birligisiz M_n ga bo‘lamiz:

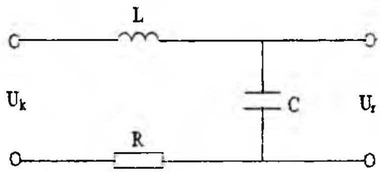
$$\frac{J}{M_n}\cdot\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M_n}\left(\frac{dM_g}{d\omega}\right)_0\Delta\omega + \frac{1}{M_n}\left(\frac{dM_g}{du}\right)\Delta u - \frac{1}{M_n}\left(\frac{dM_q}{d\omega}\right)\Delta\omega - \frac{\Delta M_q}{M_n}$$

Nisbiy birlikka keltirish uchun tenglamaning har bir qismini ω_n va u_n ga ko‘paytirib va bo‘lib yuboramiz.

5.4. Holat fazosi tushunchasi

Avtomatik tizimni tadqiq qilishning ko‘pdan-ko‘p usullari mavjud. Ularning ko‘pchiligi differensial tenglamalarni yozishga asoslangan holat parametrlari fazosi usuli va vektorli analizga asoslangandir [16]. ***Holat*** bu obyektning avvalgi holatiga tegishli bo‘lib, u haqida to‘liq ma’lumot beruvchi va parametrlari haqida xulosa chiqarish imkonini beruvchi minimal ma’lumotlar majmuasidir.

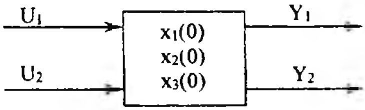
$$U_r = f(U_k, i_l, U_c)$$



5.4.1-rasm. RC-zanjir sxemasi

Bundan xulosa qilish mumkinki, tizimning chiqish signali nafaqat chiqish signaliga, balki uning avvalgi holatiga ham bog'liq bo'lar ekan. Tizimning holat parametrlari fazosi usulida tasvirlanganida o'zgaruvchilar 3 xil bo'ladi:

U-kirish signali
Y-chiqish signali
X-holat parametrlari



5.4.2-rasm. Tizimning strukturaviy ko'rinishi.

Odatda tizimning holati birinchi tartibli differensial tenglama orqali ifodalanadi:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + b_{12}u_2 + \ldots + b_{1m}u_m \\
\dot{x}_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + b_{22}u_2 + \ldots + b_{2m}u_m \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\dot{x}_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + b_{n2}u_2 + \ldots + b_{nm}u_m
\end{aligned}
$$

Bu tenglamani matritsa shaklida quyidagicha yozish mumkin.

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdots \\ u_m \end{bmatrix}
$$

Bundan ko'rinib turibdiki tizim holatining o'zgarishi uning oldingi holatiga va kirish signaliga bog'liq ekan.

Tizimning chiqish signali esa uning holatiga va kirish signaliga bog'liq.

$$\dot{\vec{x}} = f[\vec{x}, \vec{u}] \qquad \vec{y} = f[\vec{x}_0, \vec{u}]$$

5.5. Tizimning algoritmik strukturasi

Umumiy holda tizimning dinamikasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = \vec{A}\vec{x} + \vec{B}\vec{u} \\ \vec{y} = \vec{C}\vec{x} + \vec{D}\vec{u} \end{cases}$$

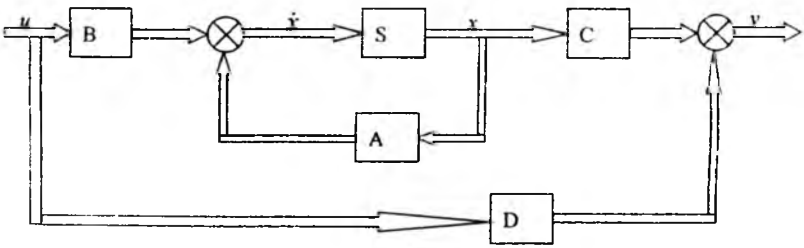
$\vec{A}$ - koeffitsiyentlar matritsasi

$\vec{B}$ - kirish matritsasi

$\vec{C}$ - chiqish matritsasi

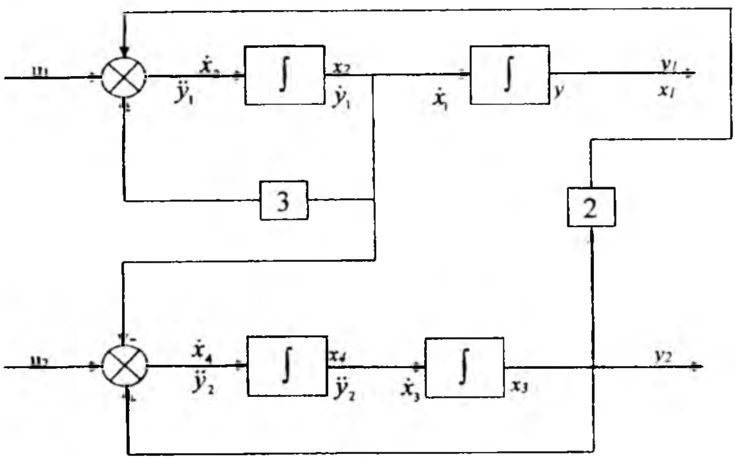
$\vec{D}$- aylanib o'tish matritsasi

Bu tenglamadan tizimning algoritmik strukturasini qurish mumkin.



5.5.1-rasm. Tizimning umumiy algoritmik strukturasi.

Bu sxemani sxematik tarzda tasvirlashda quyidagi belgilashlardan foydalaniladi.



5.6.1-rasm. Tizimning strukturaviy ko‘rinishi.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&-3&-2&0\\0&0&0&1\\0&-1&1-&0\end{bmatrix}}_{A}\cdot\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{bmatrix}+\underbrace{\begin{bmatrix}0&0\\1&0\\0&0\\0&1\end{bmatrix}}_{B}\cdot\begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}y_1\\y_2\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}}_{C}\cdot\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{bmatrix}$$

5.7. Laplas almashtirish.
5.7.1. Laplas almashtirishning mohiyati

Chiziqli differensial tenglamalar bilan yoziluvchi dinamik tizimlarni tadqiq etishda Laplas almashtirishi keng qo‘llaniladi[10]. Uning yordamida tizimni o‘tish va muvozanat rejimlarining analiz va sintez masalalarini yechish mumkin.

Biror bir $f(t)$ funksiya uchun Laplas almashtirishi mavjuddir:

---

[10] Zadeh L.A., Desoer C.A. Linear System Theory. The State Space Approach, McGraw-Hill, N.Y., 2011

$$F(s)=\int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$$

bu yerda

$f(t)$ – original (haqiqiy) funksiya.

$F(s)$ – uning tasviri

S – kompleks son, $S=C+j\omega$ (simvollik shaklda).

5.7.1. – misol:

$f(t)=e^{\alpha t}$

$$F(s)=L\{e^{\alpha t}\}=\int_0^\infty e^{\alpha t}\cdot e^{-st}dt=\int_0^\infty e^{-(s-\alpha)t}dt=-\frac{1}{s-\alpha}\cdot e^{-(s-\alpha)}\Big|_0^\infty=\frac{1}{s-\alpha}$$

5.7.2 – misol:

$f(t)=t$

$$F(s)=L\{t\}=\int_0^\infty t\cdot e^{-st}dt=\frac{t\cdot e^{-st}}{s}\Big|_0^\infty+\frac{1}{s}\int_0^\infty e^{-st}dt=-\frac{1}{s}e^{-st}\Big|_0^\infty=\frac{1}{s^2}$$

Simvolik ravishda Laplas almashtirishi quyidagicha amalga oshiriladi:

$$F(s)=L\{f(t)\}$$

Laplas almashtirishining asosiy xossasi shundan iboratki, $f'(t)$ differensiallash funksiya tasvirini s ga ko‘paytirish orqali bajariladi:

$$\frac{d}{ds}=s.$$

$\frac{F(s)}{s}$ integral esa, $F(s)$ni s ga bo‘lish bilan almashtiriladi:

$$S=\frac{1}{s}.$$

Laplas almashtirishi differensial tenglamani algebraik tenglama bilan almashtirish imkonini beradi. Funksiyaning tasviri mavjud bo‘lsa, uning originali quyidagicha topiladi.

$$f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty}F(s)\cdot e^{st}dt$$

Tasvirdan originalni topish ***Laplasning teskari almshtirishi*** deyiladi va shartli ravishda simvolik shaklda quyidagicha belgilanadi:

$$f(t)=L^{-1}\{F(s)\}$$

Laplas almashtirirshini qo'llash uchun original funksiya quyidagi xossalarga ega bo'lishi kerak:

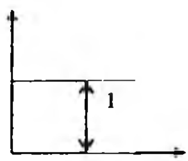
1. $t\geq 0$ qiymatlarda $f(t)$ funksiya uzluksiz bo'lishi kerak.
2. $t<0$ qiymatlarda $f(t)=0$ bo'lishi kerak.
3. $f(t)$ funksiya cheksizlikka o'smaydigan funksiya bo'lishi kerak.

5.7.3 – misol:

5.7.1-rasmda berilgan $f(t)=1(t)$ funksiayning tasviri topilsin (bu yerda signal birlik pog'onalik signal).

$$F(s)=L\{f(t)\}=L\{1(t)\}=\int_0^\infty 1(t)\cdot e^{-st}dt=$$

$$=1(t)\int_0^\infty e^{-st}dt=-\frac{1}{s}\cdot e^{-st}\Big|_0^\infty=-\frac{1}{s}e^{-s\infty}+\frac{1}{s}e^{-s0}=\frac{1}{s}$$



5.7.1-rasm. $f(t)=1(t)$ funksiyaning grafik ko'rinishi

Har qanday funksiyaning tasvirini yoki originalini topish uchun mos keluvchi jadvaldan foydalaniladi:

5.7.1-jadval

$x(t)$ **original**	$X(p)$ **tasvir**
δ-funksiya	1
1(t)	$1/s$
t	$1/s^2$
t^2	$2/s^3$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$
$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{s-\alpha}$
$1-e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s(s+\alpha)}$
$\frac{d^n x(t)}{dt^n}$	$s^n \cdot X(s)$
$\int_0^t x(\tau)d\tau$	$\frac{X(s)}{s}$
$\frac{e^{-\alpha t}-e^{-\beta t}}{\beta-\alpha}$	$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)}$
$\frac{1}{\alpha\cdot\beta}\cdot\frac{\beta e^{-\alpha t}-\alpha\cdot e^{-\beta t}}{\beta-\alpha}$	$\frac{1}{s(s+\alpha)(s+\beta)}$
$\sin(\beta t)$	$\frac{\beta}{s^2+\beta^2}$
$\cos(\beta t)$	$\frac{s}{s^2+\beta^2}$
$e^{-\alpha t}\cdot\cos\beta t$	$\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$
$e^{-\alpha t}\cdot\sin\beta t$	$\frac{\beta}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$

5.7.4 – misol:
$f(t)=t^3$ funksiyaning tasviri topilsin.

$$\int_0^\infty t^3\cdot e^{-st}dt\left|\begin{matrix}u=t^3 & e^{-st}dv\\ du=3t^2dt & -\frac{1}{s}e^{-st}=v\end{matrix}\right|=-\frac{t^3}{s}e^{-st}-\int_0^\infty-\frac{3t^2}{s}e^{-st}dt=-\frac{t^3}{s}e^{-st}+\frac{3}{s}\int t^2e^{-st}dt=$$

$$=-\frac{t^3}{s}e^{-st}+\frac{3}{s}\cdot\left|\begin{matrix}t^2=u & e^{-st}dt=dv\\ 2tdt=du & -\frac{1}{s}e^{-st}=v\end{matrix}\right|=-\frac{t^3}{s}e^{-st}+\frac{3}{s}\cdot\left(-\frac{t^2}{s}e^{-st}-\int-\frac{2t}{s}e^{-st}dt\right)=$$

$$=-\frac{t^3}{s}e^{-st}-\frac{3t^2}{s^2}e^{-st}+\frac{6}{s^2}\int te^{-st}dt=-\frac{t^3}{s}e^{-st}-\frac{3t^2}{s^2}e^{-st}+\frac{6}{s^2}\cdot\left|\begin{matrix}u=t & e^{-st}dt=dv\\ du=dt & -\frac{1}{s}e^{-st}=v\end{matrix}\right|=$$

$$=-\frac{t^3}{s}e^{-st}-\frac{3t^2}{s^2}e^{-st}+\frac{6}{s^2}\cdot\left(-\frac{t}{s}e^{-st}-\int-\frac{1}{s}e^{-st}dt\right)=-\frac{t^3}{s}e^{-st}-\frac{3t^2}{s^2}e^{-st}-\frac{6t}{s^3}e^{-st}+\frac{6}{s^3}\int e^{-st}dt=$$

$$=\left(-\frac{t^3}{s}e^{-st}-\frac{3t^2}{s^2}e^{-st}-\frac{6t}{s^3}e^{-st}-\frac{6}{s^4}e^{-st}\right)\Bigg|_0^\infty=\frac{6}{s^4}$$

5.7.2. Laplas almashtirishning xossalari

Laplas almashtirishi quyidagi asosiy xossalarga ega [12, 17].

1. Chiziqlilik xossasi. Har qanday α va β o‘zgarmas sonlar uchun quyidagi munosabat o‘rinlidir:

$$L\{\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)\}=L\{\alpha x_1(t)\}+L\{\beta x_2(t)\}=\alpha x_1(s)+\beta x_2(s)$$

2. Originalni integrallash va differensiallash quyidagicha amalga oshiriladi.

$$L\{\dot{x}(t)\}=s\cdot x(s)+x(0)$$

$$L\left\{\overset{(n)}{x}(t)\right\}=s^n\cdot x(s)+x(0)$$

$$L\left\{x\int_0^\infty x(t)dt\right\}=\frac{x(s)}{s}$$

3. Kechikuvchi funksiya uchun quyidagi munosabat o‘rinlidir:

$$L\{x(t-\tau)\}=e^{-\tau s}\cdot x(s)$$

4. Tasvirlar ko'paytmasi: Agar $x_1(t)$ va $x_2(t)$ funksiyalarning originali va ularning $x_1(s)$ va $x_2(s)$ tasvirlari berilgan bo'lsa, u holda tasvirlar ko'paytmasi quyidagicha topiladi:

$$x_1(s)\cdot x_2(s)=\int_0^{\infty} x_1(\tau)\cdot x_2(t-\tau)dt=\int_0^{\infty} x_2(\tau)\cdot x_1(t-\tau)d\tau$$

Yuqoridagi xossalarga asoslanib har qanday funksiyaning haqiqiysi yoki tasvirini aniqlash mumkin.

5.7.3. Tasvirdan originalga o'tish

Funksiyaning tasviri berilgan bo'lsa, uning originalini aniqlash muhim ahamiyatga egadir. Bizga surat va maxraji ko'phaddan iborat bo'lgan kasr berilgan bo'lsin:

$$F(s)=\frac{A(s)}{B(s)}=\frac{b_0s^m+b_1s^{m-1}+\ldots+b_{m-1}s+b_m}{a_0s^n+a_1s^{n-1}+\ldots+a_{n-1}s+a_n}$$

Ushbu kasrning maxrajini ildizlari orqali quyidagicha yozish mumkin:

$$F(s)=\frac{b_0s^m+b_1s^{m-1}+\ldots+b_{m-1}s+b_m}{a_0(s-s_1)^{k_1}(s-s_2)^{k_2}\ldots(s-s_n)^{k_n}},$$

bu yerda k_i va s_i ildizlarning karralisi. Originalni topish quyidagi holatlarda mavjud:

1. Ildizlari sodda, oddiy ildizlar bo'lsa, u holda funksiyaning originali quyidagicha topiladi:

$$f(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{A(s_i)}{B'(s_i)}\cdot e^{-s_it}$$

2. Ildizlardan bittasi nolga teng bo'lsa, u holda funksiyaning originali quyidagicha topiladi:

$$B(s)=sB_1(s)$$

$$f(t)=\frac{A(0)}{B_1(0)}+\sum_{i=2}^{n}\frac{A(s_i)}{s_iB_1(s_i)}\cdot e^{s_it}$$

3. Agarda $S_1=j\omega_1$, $S_2=j\omega_2$ ildizlar mavhum bo'lsa, u holda funksiyaning originali quyidagicha topiladi:

$$f(t)=\frac{A(j\omega_1)}{2j\omega B_2(j\omega_1)}+\frac{A(-j\omega_1)}{-2j\omega B_2(-j\omega_2)}\cdot e^{-j\omega_1 t}+\sum_{i=3}^{n}\frac{A(s_i)}{(s_i^2+\omega^2)\cdot B_2'(s_i)}\cdot e^{s_it}$$

5.7.5. – misol:

Quyida berilgan funksiyaning tasviridan originali topilsin.

Yechish: $F(s)=\frac{1}{(s+1)(s+2)}$ $\qquad f(t)=?$

$$f(t)=\sum_{i=1}^{2}\frac{A(s_i)}{B(s_i)}\cdot e^{s_it}=\frac{A(s_i)}{2s_1+3}\cdot e^{s_it}+\frac{A(s_i)}{2s_1+3}e^{s_it}=\frac{1}{2\cdot(-1)+3}\cdot e^{-t}+\frac{1}{2\cdot(-2)+3}\cdot e^{-2t}=e^{-t}-e^{-2t}$$

$$\frac{1}{(s+1)(s+2)}=\frac{A}{s+1}+\frac{B}{s+2}\qquad A(s+2)+B(s+2)=1\qquad As+2S+Bs+b=1$$

$$s(A+B)+2A+B=1$$

$$\begin{cases}A+B=0\\2A+B=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=-B\\2A+B=1\end{cases}\quad\begin{matrix}-2B+B=1\\-B=1\\B=1\quad A=1\end{matrix}\quad\Rightarrow\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}=e^{-t}-e^{-2t}$$

5.8. Dinamik tizimlarning boshqaruvchanligi va kuzatuvchanligi.

5.8.1. Tizimning boshqaruvchanligi

Avtomatik boshqarish tizimlarini loyihalashda asosiy masalalardan biri boshqaruvchi qurilma ya'ni rostlagichni yaratish va uning boshqarish qonuniyatini topishdan iboratdir [24]. Bunda ob`ekt boshqaruvchanlik xususiyatiga egami degan savol beriladi.

(A,B) matritsalar bilan yoziluvchi dinamik tizimdagi ***boshqaruvchanlik*** bu – agar dinamik tizim t^0 vaqtda $x(t_0)$ holatda bo'lsa, shunday boshqarish funksiyasini topish imkoni bo'lsinki, u tizimni t_1

vaqtda $x(t_1)$ holatga o‘tkaza olsin. Odatda tizimni har bir holati ham boshqarish xususiyatiga ega bo‘lmaydi. Tizimning boshqariluvchanligini aniqlash uchun holat tenglamasidan foydalanamiz:

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$

Bunda: u *– boshqarish vektori,* x *– obyekt holatlari.*

Algebraik shartlardan foydalangan holda, quyidagini aniqlash mumkin,

$$rang\left[B\, AB\, A^2\, B \ldots A^{n-1}B\right] = n. \tag{5.8.1}$$

Bitta kirish va bitta chiqishga ega bo‘lgan tizimning A va B matritsalardan tuzilgan $n \times n$ o‘lchamga ega bo‘lgan boshqaruvchanlik matritsasini quyidagicha belgilab olamiz:

$$P_c = \left[B\, AB\, A^2\, B \ldots A^{n-1}B\right] \tag{5.8.2}$$

Bu n -tartibli matritsa bo‘lib, agar uning rangi n ga teng bo‘lsa, demak, tizim to‘liq boshqaruvchan bo‘ladi, agar matritsa rangi $n = 0$ bo‘lsa, tizim boshqaruvchan bo‘lmaydi, agar matritsa rangi $r < n$ bo‘lsa qisman boshqaruvchan bo‘ladi.

Tizim boshqa usul bilan ham boshqaruvchan bo‘ladimi degan savolga javob beramiz. Buning uchun u boshqariluvchi signaldan holat o‘zgaruvchilarining har biriga yo‘l mavjud yoki mavjudmasligini aniqlash va tizimning holat o‘zgaruvchilarini graf tasvirini chizish kerak. Agar bunda yo‘llar mavjud bo‘lsa, u holda tizim boshqaruvchan bo‘ladi.

Fazaviy o‘zgaruvchi shaklidagi strukturada ko‘rsatilgan tizim doimo boshqaruvchan hisoblanadi.

5.8.1-misol:

Tizimning boshqariluvchanligini aniqlang. Berilgan tizim quyidagi uzatish funksiyasiga ega bo‘lsin:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = T(s) = \frac{1}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

5.8.2. Tizimning kuzatuvchanligi

Tizimning boshqarish sifatini oshirish uchun uning holatini kuzata olish zarur bo'ladi [24]. Lekin ko'p hollarda o'zgaruvchilar fizik ma'noga, ya'ni o'lchash imkoniyatiga ega bo'lmaydi.

Xarakteristik tenglamaning barcha ildizlarini S -tekislikning berilgan barcha nuqtalariga joylashtirish mumkin bo'ladi, qachonki tizim kuzatuvchan va boshqaruvchan bo'lsa. Kuzatuvchanlik o'zgaruvchilar holatini baholash imkoniyati bilan bog'liq. Agarda har bitta o'zgaruvchi holati tizimning chiqish signaliga o'z ulushini qo'shsa, tizim kuzatuvchan bo'ladi. Bu esa o'z navbatida, har bitta holat o'zgaruvchisidan chiqishdagi o'zgaruvchiga yo'l mavjudligi ko'rsatilgan graf bilan tizim modeliga ekvivalent bo'ladi.

Agar, $u(t)$ berilgan boshqarishda shunday T vaqt mavjud bo'lsa, hamda, boshlang'ich $x(0)$ holat chiqishdagi $y(t)$ ni, bunda $t \in T$, kuzatish natijasida aniqlangan bo'lsa tizim kuzatuvchan deyiladi.

Tizimning kuzatuvchanligini aniqlashda ham holat tenglamasidan foydalaniladi.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

bu erda C- *qator vektori*, x – esa *ustun vektori*. Agar $n \times n$ o'lchamdagi (kuzatuvchanlik matritsasi deb nomlanuvchi) matritsa aniqlovchisi Q noldan farqli bo'lsa, tizim kuzatuvchan hisoblanadi.

Bundan kuzatuvchanlik matritsasi tuziladi:

$$Q = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \qquad (5.8.3)$$

Fazaviy o'zgaruvchi shaklidagi tuzilishda ko'rsatilgan tizim doimo kuzatuvchan tizim hisoblanadi.

5.8.3.-misol:

Tizimning kuzatuvchanligini aniqlang. 5.8.1-rasmda graf ko'rinishida keltirilgan 5.8.1-misoldagi tizimni ko'rib chiqamiz. Ko'rininb turibdiki, har bitta holat o'zgaruvchisidan $y(t)$ ga yo'l mavjud, shuning uchun ham tizim kuzatuvchan hisoblanadi. Bunga Q matritsani tuzib ishonch hosil qilamiz:

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \text{ va } C=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Bundan,

$$CA=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ va } CA^2=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

U holda,

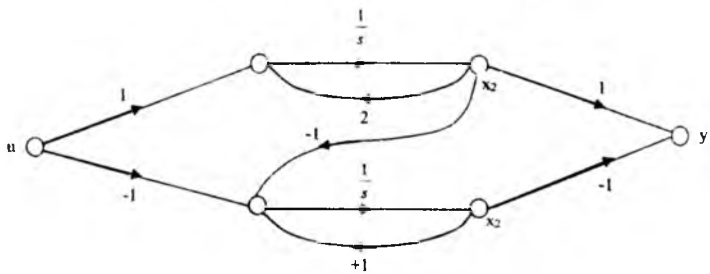
$$Q=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$\det Q = 1$ bo'ladi. Tizim kuzatuvchan hisoblanadi.

5.8.4-misol:

Ikkita holat o'zgaruvchili tizimning kuzatuvchanligini aniqlang. Quyidagi tenglama bilan ifodalanuvchi tizimni ko'rib chiqamiz:

$$\dot{x}=\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}x+\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}u \text{ va } y=\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}x.$$



5.8.3-rasm. 5.8.4-misol uchun graf.

$$P_i(t) = P(S_i),$$

bu yerda $P_i(t)$ tizimning t vaqtda S_i holatida bo'lish ehtimolligi.

U holda tizimning biron bir holatda bo'lish ehtimolligi quyidagicha topiladi:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i(t) = 1$$

Tizimning biron bir qadam mobaynida S_i holatidan S_j holatga o'tish ehtimolligi P_{ij} deb belgilanadi.

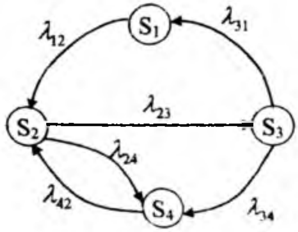
Agarda tasodifiy jarayon uzluksiz bo'lsa, u holda ***o'tish ehtimolligining zichligi tushunchasi*** qo'llaniladi va u quyidagicha topiladi:

$$\lambda_{ij} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{ij}(\Delta t)}{\Delta t},$$

bu yerda $P_{ij}(\Delta t)$ - Δt vaqtda tizimning S_i holatdan S_j holatga o'tish ehtimolligi. Agarda $\Delta t \to 0$ bo'lsa ham, juda kichkina bo'lsa. S_i holatdan S_j holatga o'tish quyidagicha topiladi:

$$P_{ij}(\Delta t) = \lambda_{ij} \Delta t$$

Faraz qilaylik, biron bir tizimning holatini o'zgarishi graf shaklida berilgan bo'lsin.



5.9.2-rasm. Tizim holatining o'zgarishining graf ko'rinishi

1 – indeks qaysi holatdan kelayotganligini, 2 – indeks qaysi holatga o‘tayotganligini bildiradi.

5.9.2. Kolmogorov tenglamasini tuzish

Deylik, yuqoridagi 5.92-rasmda berilgan grafga Kalmogorov tenglamasini tuzish talab qilinsin.

Bunda holat ehtimolligining o‘zgarishiga nisbatan tenglama tuziladi

$$\frac{dP_1}{dt} = -\lambda_{12} \cdot P_1(t) + \lambda_{31} \cdot P_3(t),$$

bu erda $P_1(t)$ – holat ehtimolligi.

$$\frac{dP_2}{dt} = -\lambda_{23}P_2(t) - \lambda_{24}P_2(t) + \lambda_{42}P_4(t) + \lambda_{12}P_1(t)$$

Bu tenglamalar sistemasini yechish orqali holatining o‘tish ehtimolliligi, ya’ni $P_1, P_2, \ldots, P_n$ lar topiladi.

Markov tasodifiy jarayonini qaraganimizda hodisalar oqimi tushunchasi qo‘llaniladi. Hodisalar oqimi deb ketma – ket sodir bo‘layotgan bir jinsli hodisalarga aytiladi. Masalan: ATSdagi telefon chaqirishlari, ob’yektlar holati haqidagi ma’lumotlar oqimi, mashinalar oqimi.

Holatlar oqimi statsionarlik harakatdan keyin sodir bo‘lishsiz, originallik xossalariga ega bo‘lishi mumkin.

Bunday xossalarga ega bo‘lgan hodisalar oqimi ***Puasson oqimi*** deyiladi.

Puasson oqimida oqim intensivligi o‘zgarmasdir, ya’ni: $\lambda - const$

Intensivlik – bu birlik vaqt mobaynida hodisalar sonining o‘rtachasidir.

Puasson oqimi Puasson taqsimoti bilan bevosita bog‘liqdir, ya’ni tasodifiy hodisalarning hosil bo‘lishlar soni Puasson taqsimoti qonuniga bo‘ysinadi.

Ixtiyoriy qism hodisaning sodir bo‘lishi ehtimolligi quyidagi formula orqali topiladi.

$$P_m = \frac{a^m}{m!} e^{-a} (m = 0,1,..\alpha...)$$

bu yerda a τ – qismda paydo bo'ladigan hodisalar soni.

Tasodifiy jarayon statsionar bo'lsa, u quyidagicha topiladi:

$$a = \lambda \cdot \tau$$

Agarda nostatsionarlar bo'lsa:

$$a = \int_{t_0}^{t_0+\tau} \lambda(t) dt$$

U holda taqsimot funksiyasi quyidagicha yoziladi:

$$F(t) = P(T < t)$$
$$F(t) = 1 - P_0$$
$$P_0 = \frac{a^0}{0!} e^{-a} - e^{-\lambda}$$

Puasson oqimining taqsimot zichligi quyidagi formula orqali bajariladi:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Bu kattaliklar asosida tasodifiy jarayonlarning asosiy xarakteristikalari, ya'ni matematik kutilish, dispersiya aniqlanadi.

5.10. Raqamli signallarni matematik ifodalash

Raqamli signallarni ifodalash uchun mantiqiy algebra yoki Bul algebrasi qo'llaniladi. Bu algebrani irland matematigi D.Bul yaratgan [19]. Bul algebrasi shunday matematik tizimki, u ikkita tushunchaga ***hodisa haqiqiy*** yoki ***hodisa yolg'on*** tushunchalarga asoslangandir. Bu tushunchalarni mantiqiy algebra funksiyalari asosida ko'rib chiqamiz.

5.10.1. Bul (mulohazalar) algebrasi haqida asosiy tushunchalar

Har qanday matematik nazariya u yoki bu mulohazaning rost yoki yolg'onligini o'rganadi.

Ta'rif. Rost yoki yolg'onligi bir qiymatda aniqlangan darak gapga ***mulohaza*** deyiladi.

Ta'rifga ko'ra "0<1", "2*5=10", "7-juft son", "1 tub son" gaplar mulohaza bo'lib, ulardan birinchisi va ikkinchisi rost, uchinchi va to'rtinchisi yolg'on mulohazalardir.

Sodda mulohazalar lotin alifbosining katta harflari $A, B, C, \ldots,$ yoki kichik harflari $a, b, c, \ldots, n, q$ orqali belgilanadi. Mulohazaning rost yoki yolg'onligi uning mazmuniga qarab aniqlanadi. Rost mulohazani 1, yolg'on mulohazani 0 qiymat orqali belgilaymiz. Mulohaza bir vaqtning o'zida ham rost, ham yolg'on bo'la olmaydi.

Ta'rif. Qiymatlar ustuni bir xil bo'lgan mulohazalar teng kuchli mulohazalar deyiladi va $a = b$ ko'rinishida belgilanadi. Masalan:

5.10.1-jadval

a	b	$\neg a$	$\neg b$	$a \Rightarrow b$	$\neg a \Rightarrow \neg b$
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

Mulohazalar va ular ustida bajariladigan mantiqiy amallar ***Bul (mulohazalar) algebrasi*** deb yuritiladi.

1. $a, b, c, \ldots, n, q, r, \ldots$ lar mulohazalar algebrasining formulalaridir.

2. Agar a va b lar mulohazalar algebrasining formulalari bo'lsa, u holda $\neg a$, $a \wedge b$, $a \vee b$, $a \Rightarrow b$, $a \Leftrightarrow b$ lar ham formula bo'ladi.

3. Mulohazalar algebrasidagi formulalar faqat yuqoridagi 1 va 2 formulalar yordamida tuziladi. 2-yordamida tuzilgan formulaga esa murakkab formula deyiladi. bunga argumentlari rost yoki yolg'on qiymatni qabul qiluvchi funksiya deb ham qarash mumkin.

Ta'rif. $x_i (i = 1; n)$ argumentlarning har biri qabul qilinishi mumkin bo'lgan barcha 1 va 0 qiymatlar tizimida $A(x_1, x_2, ...x_n)$ formulani ifodalovchi mantiqiy funksiya rost(yolg'on)qiymatga erishsa, u holda bu formula aynan ***rost(yolg'on) formula*** deyiladi.

Tarkibidagi $x_i (i = 1; n)$ o'zgaruvchilarning mumkin bo'lgan barcha qiymatlari ustuni bir xil bo'lsa, u holda bu formulalar ***o'zaro teng kuchli formulalar*** deyiladi.

5.10.2. Bul (mulohazalar) algebrasi operatsiyalari

Odatda o'zbek tilida mulohazalardan yangi murakkab mulohazalar hosil qilish uchun bir necha mantiqiy (logik) bog'lovchilardan foydalaniladi [19]. Bular jumlasiga "va", "yoki", "emas", "agar", "bo'lsa", "u holda", "bo'ladi" va boshqa mantiqiy bog'lovchilar kiradi. Bu mantiqiy bog'lovchilar mulohazalar ustida bajariladigan mantiqiy amallardir.

O`zbek tilidagi barcha mulohazalar to'plamini B bilan, mulohazalarni esa lotin alfavitining bosh harflari yoki indekslangan bosh harflar $A, B, C, ..., A_1 A_2, ...$ bilan belgilaymiz, hamda ularni o'zgaruvchi *mulohazalar* yoki *propozitsional o'zgaruvchilar* deb ataymiz. Mulohazalar ustida quyidagi amallar bajariladi:

1. Kon'yunksiya (mantiqiy ko'paytirish).

Ta'rif. A va B mulohazalarning ***kon'yunksiyasi*** deb, bu mulohazalar bir paytda rost bo'lgandagina rost bo'luvchi, qolgan vaqtda yolg'on bo'luvchi yangi $A \wedge B$ mulohazaga aytiladi. Bu amalga "va" bog'lovchisi mos keladi.

Mulohazalar kon'yunksiyasini AB kabi belgilash ham mumkin. $A \wedge B$ mulohaza "A va B" deb o'qiladi. Kon'yunksiya amalining ta'rifnni jadval ko'rinishda berish ham mumkin.

5.10.2-jadval

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

2. Diz'yunksiya (mantiqiy qo'shish).

Ta'rif. A va B mulohazalarning ***diz'yunksiyasi*** deb, A,B lar yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi $A \vee B$ mulohazaga aytiladi. Bu mulohazaga yoki bog'lovchisi mos keladi.

A va B mulohaza "A yoki B" deb o'qiladi. Mulohazalar diz'yunksiyasi ta'rifining jadval shakli quyidagichadir:

5.10.3-jadval.

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

3. Implikatsiya (mantiqiy xulosa).

Ta'rif. A va B mulohazalarning ***implikatsiyasi*** deb A mulohaza rost, B mulohaza esa yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi $A \Rightarrow B$ mulohazaga aytiladi. Bu mulohazaga "agar", "bo'lsa", "u holda", "bo'ladi" bog'lovchilari mos keladi.

$A \Rightarrow B$ mulohaza "agar A bo'lsa, u holda B bo'ladi", "A dan B kelib chiqadi" yoki "A bo'lishi uchun B ning bo'lishi zarur" deb o'qiladi.

$A \Rightarrow B$ implikatsiyada A implikatsiyaning sharti, B esa xulosasi deyiladi.

5.10.6-ta'rif ushbu jadval yordamida ham berilishi mumkin:

5.10.4-jadval

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Izoh. Matematik mantiqda qaraladigan mulohazalar implikatsiyasi jonli tilda ishlatiladigan implikatsiyadan birmuncha farq qiladi. Jonli tilda $A \rightarrow B$ ni tashkil etuvchi A va B mulohazalar orasida ma'lum darajada ma'noviy bog'liqlik (yaqinlik) bo'lishi talab etilsa, matematik mantiqda esa bunday talab qo'yilmaydi, bu yerda A va B mulohazalarning mazmuni emas, balki ularning qiymati e`tiborga olinadi. Masalan: A : "Qush to'rt oyoqlilar turkumiga kiradi", B: "13 — tub son" mulohazalardan tuzilgan $A \Rightarrow B$ implikatsiya, ya'ni "Agar qush to'rt oyoqlilar turkumiga kirsa, u holda 13-tub son" murakkab mulohaza rost qiymatli deb hisoblanadi, vaholanki, jonli tilda bu kabi mulohazalar ishlatilmaydi.

4. Ekvivalensiya (mantiqiy tengkuchlilik).

Ta'rif. A va B mulohazalarning ***ekvivalensiyasi*** deb, bu mulohazalar bir xil qiymat qabul qilganda rost bo'lib, qolgan hollarda yolg'on bo'ladigan yangi $A \Leftrightarrow B$ mulohazaga aytiladi. Bu amalga "Agar... bo'lsa, shu holda va faqat shu holda ...bo'ladi, bajarilishi uchun" kabi so'zlar mos keladi.

$A \Leftrightarrow B$ mulohaza "A bo'lishi uchun B bo'lishi zarur va yetarli", "A B ga ekvivalent" kabi o'qiladi. Ekvivalensiya ta'rifi quyidagi jadval yordamida ham berilishi mumkin:

5.10.5-jadval

A	B	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0

5. Inkor.

Ta'rif. A mulohazaning ***inkori*** deb A mulohaza rost bo'lganda yolg'on, A yolg'on bo'lganda esa rost bo'luvchi yangi $\neg A$ mulohazaga aytiladi. Bu amalga "emas" bog'lovchisi mos keladi.

$\neg A$ - "A emas" kabi o'qiladi. Inkor amalining roslik jadvali quyidagicha:

5.10.6-jadval

A	$\neg A$
1	0
0	1

Shunday qilib, B to'plamda 4 ta binar (ikki argumentli) $(\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow)$ hamda bitta unar (bir argumentli) $(\neg)$ mantiqiy amalni aniqladik. Bular asosiy mantiqiy amallardir.

Bu amallar qavslar qatnashmaganda quyidagi tartibda bajariladi: $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$. Barcha mulohazalar to'plamini R harfi bilan belgilab, unda aniqlangan mantiq amallarini B harfi bilan belgilasak, u holda ushbu tartiblangan juftlik $\langle R; V \rangle = \langle R; \neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow \rangle$ ***mulohazalar algebrasidir***. Mulohazalar algebrasining alfaviti quyidagilardan iborat:

1. $A, B, C, \ldots, P, Q \ldots$ - propozitsional o'zgaruvchilar.
2. $1, 0$ – o'zgarmaslar.
3. Mantiq amallari - $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$.
4. (,)- chap va o'ng qavslar.

Albatta, mulohazalar to'plamida aniqlanishi mumkin bo'lgan binar mantiqiy amallar ushbu amallar bilan chegaralanmaydi. Binar mantiqiy amallarni $f_i(A,B)$ bilan belgilasak, $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \Rightarrow B$, $A \Leftrightarrow B$ lar $f_1(A,B)$, $f_2(A,B)$, $f_3(A,B)$, $f_4(A,B)$ ko'rinishini oladi. N da aniqlanishi mumkin bo'lgan barcha binar mantiqiy amallar quyidagi jadvalda keltirilgan:

5.10.7-jadval

A	B	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0

Bu amallardan f_5 va f_6 lar: $f_5 = A \mid B$, $f_6 = A \downarrow B$ ko'rinishda belgilanadi va mos ravishda "Sheffer shtrixi" va "Pirs strelkasi" deb ataladi. Binar mantiqiy amallardan yana quyidagilarni qayd etamiz: $f_8(A,B) = A \oplus B$, $f_{15}(A,B) \equiv 1$, $f_{16}(A,B) \equiv 0$. Bulardan birinchisi "qat'iy diz'yunksiya" yoki "2 moduli bo'yicha qo'shish" deyilsa, keyingi ikkitasi esa "konstanta amal" (doimiy amal) deb ataladi.

5.10.3. Rele-kontakt sxemalarini Bul` funksiyalari yordamida realizatsiya qilish

XX asrni “atom asri” deyishadi. Ammo bu asrni to‘la huquq bilan “elektron hisoblash mashinalari asri” deb atash ham mumkin. Asrimizning bu ikki yuksak xususiyatining yuzaga kelishi fanda ilmiy texnika revolyutsiyasining yuz berganligidir. Hozirgi paytda xalq xo‘jaligini, inson faoliyatining har qanday sohasini EHMsiz faraz qilib bo‘lmaydi. Ilmiy-texnika revolyutsiyasining yuz berishida matematik mantiqning katta hissasi bor [14].

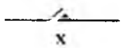
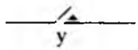
XX asrning boshlaridan boshlab juda tez rivojlana boshlagan matematik mantiqdan yangi mustaqil sohalar ajralib chiqdi: avtomatlar nazariyasi, rele-kontakt va elektron sxemalar sintezi, algoritmlar nazariyasi shular jumlasidandir. Asrimizning o‘ttizinchi yillariga kelib EHMning matematik ta’minoti ishlab chiqildi, qirqinchi yillarning boshlarida esa birinchi EHM lar ishga tushirildi. Avtomatik boshqarish qurilmalari va elektron hisoblash mashinalarida yuzlab va minglab rele-kontakt, elektron-lampa, yarimo‘tkazgich va magnit elementlarini o‘z ichiga olgan rele-kontakt va elektron-lampa sxemalar uchraydi. Bu sxemalar avtomatik boshqarish qurilmalari va elektron hisoblash mashinalari tarkibida benihoya katta tezlikda juda murakkab operatsiyalar bajarishda bevosita ishtirok etadi va avtomatlarning barcha ish faoliyatini boshqarib turadi. Rele-kontakt va elektron sxemalarni analiz va sintez qilishda mulohazalar algebrasi asosiy vazifani bajaradi. Har qanday sxemaga biror Bul` funksiyasini (yoki mulohazalar algebrasining biror formulasini) mos qo‘yish mumkin. Bu funksiyani o‘rganib, berilgan sxemaning imkoniyatlarini aniqlash, uni ixchamlash mumkin. Quyida rele-kontakt sxemalarini Bul` funksiyalari yordamida realizatsiya qilish masalasini ko‘rib chiqamiz.

Tuzilishi bilan qiziqmagan holda tok o‘tkazadigan yoki tok o‘tkazmaydigan har qanday qurilmani kontakt deb atash mumkin. Odatda kontaktning ishlashida elektromagnit rele ishtirok etadi - shuning uchun ham bu birikma rele-kontakt deb ham ataladi. Kontaktni shartli ravishda quyidagi ko‘rinishda belgilaymiz.

Kontaktning o‘ziga xos xususiyati shundan iboratki, u yopiq (tok o‘tkazadigan) yoki ochiq (tok o‘tkazmaydigan) holatda bo‘lishi mumkin. Shuning uchun kontaktning birinchi holatini 1, ikkinchi holatini esa 0 bilan belgilash mumkin.

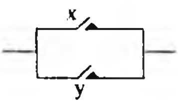
Barcha kontaktlar orasida doimo tok o‘tkazadigan (doimo yopiq) hamda butunlay tok o‘tkazmaydigan (doimo ochiq) kontaktlar mavjuddir - ularni ham mos ravishda 1 va 0 bilan belgilaymiz va mos ravishda

5.10.1-rasm

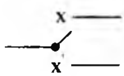
ko‘rinishda ifodalaymiz. Aksariyat biz o‘zgaruvchi kontaktlar bilan ish ko‘rganimiz uchun ularni $x, y, z, \ldots$ harflar bilan belgilaymiz, Bizga  va  kontaktlar berilgan bo‘lsa, ularni

ketma-ket ulash natijasida hosil

bo‘lgan sxema x va y kontaktlar bir paytda yopiq bo‘lgandagina tok o‘tkazishi ayondir. x va y kontaktlarni parallel ulash natijasida hosil



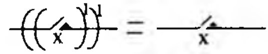
bo‘ladigan sxema x va y kontaktlarning kamida bittasi yopiq bo‘lganda tok o‘tkazadi. x kontakt yopiq bo‘lganda ochiq, x ochiq bo‘lganda esa yopiq bo‘ladigan kontaktni x' bilan belgilaymiz va x kontaktga qarama-qarshi kontakt deb ataymiz. Uni sxematik ravishda



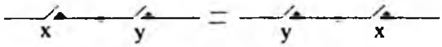
kabi ifodalash mumkin.

Barcha kontaktlar to‘plamini K bilan, kontaktlarni ketma-ket ulash amalini “•” bilan, parallel ulashni esa “+” bilan belgilasak, u holda kontaktlar algebrasi deb ataluvchi $(K;\cdot;+)$ algebra hosil bo‘ladi. Bu algebrada quyidagi shartlar bajarilishini tekshirib ko‘rish qiyin emas:

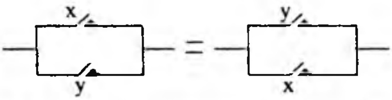
1°. $(x')' = x$



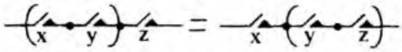
2°. $x \cdot y = y \cdot x$



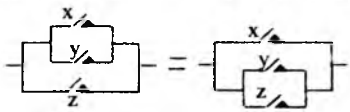
3°. $x + y = y + x$



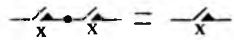
4°. $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$



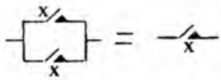
5°. $(x+y)+z = x+(y+z)$



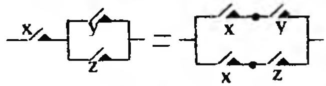
6°. $x \cdot x = x$



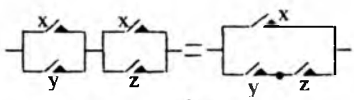
7°. $x + x = x$



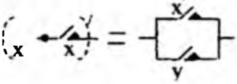
8°. $x \cdot (y+z) = (x \cdot y)+(x \cdot z)$



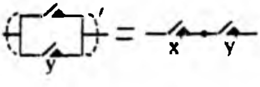
9°. $x+(y \cdot z) = (x+y) \times (x+z)$



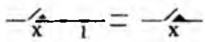
10°. $(x \cdot y)' = x' + y'$

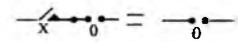


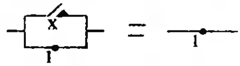
11°. $(x + y) = x' \cdot y'$

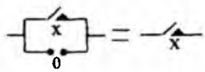


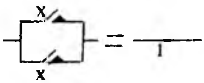
12°. $x \cdot 1 = x$

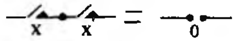


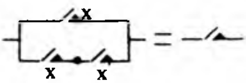
$x \cdot 0 = 0$ 

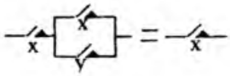
$x + 1 = 1$ 

$x + 0 = x$ 

13°. $x + x' = 1$ 

14°. $x \cdot x' = 0$ 

15°. 

16°. $x \cdot (x + y) = x$ 

Buni ikki usulda tekshirish mumkin.

1-usul. Sxemada qatnashgan o‘zgaruvchi kontaktlarga 1 yoki 0 qiymat berib, sxemadan tok o‘tish yoki o‘tmasligini hisoblab chiqish mumkin. Masalan, 9° da $x = 0$(ochiq), $y = 1$(yopiq), $z = 1$(yopiq) bo‘lsa, tenglikning har ikkala qismidagi sxemadan tok o‘tadi x, y va z kontaktlarga mumkin bo‘lgan barcha qiymatlarni berib, sxemaning qiymatlari hisoblab chiqiladi.

2-usul. Bul` o‘zgaruvchilari $x, y, z, \ldots$ larning har birining qiymati 1 yoki 0 bo‘lganligi uchun, Bul` o‘zgaruvchilari ichki tabiati bo‘yicha kontakt bilan bir xildir. Bundan tashqari kontaktlar ustida bajariladigan amallar bilan ba’zi Bul` amallari (funksiyalari) orasida uzviy o‘xshashlik mavjuddir. Haqiqatdan, kontaktlarni ketma-ket ulash amali $x \cdot y$ bilan $x \wedge y$ funksiya, kontaktlarni parallel ulash amali $x + y$ bilan $x \vee y$ funksiya, qarama-qarshi kontaktga o‘tish amali x' bilan inkor funksiyasi x' tabiatan bir xildir. Yuqorida keltirilgan tengliklarning o‘rinli ekanligi 1°-11°, 19°-23° lardan ko‘rinadi.

Kontaktlar algebrasining biror murakkab rele-kontakt sxemasi berilgan bo‘lsa, unga Bul` algebrasining biror funksiyasini mos qo‘yish mumkin.

***5.10.1-misol**:*

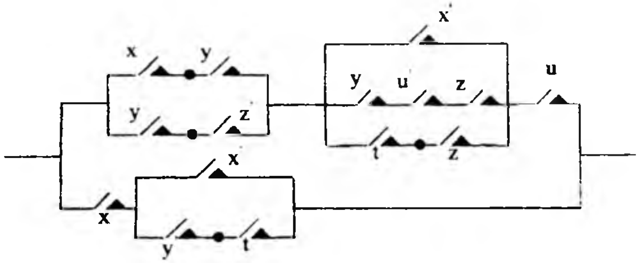
1-shaklda keltirilgan rele-kontakt sxemasiga

$$f(x,y,z,t,u)=(x\wedge y\vee y\wedge z')\wedge(x'\vee y\wedge u'\wedge z\vee t\wedge z)\wedge u\vee t'\wedge(x'\vee y'\wedge t)$$

funksiya mos qo‘yiladi.

Rele-kontaktlar sxemasi nazariyasida qo‘yiladigan asosiy masalalaridan biri rele-kontakt sxemasini soddalashtirishdir (minimizatsiyalash). Bu masalani quyidagicha tushunish kerak.

Rele-kontakt sxemasining uzunligi deb unda qatnashgan kontaktlar soniga aytiladi va $l(\pi)$ bilan belgilanadi, bunda π -berilgan rele-kontakt sxemasi (π -sxema) dir. Masalan, 1-misolda keltirilgan π -sxemaning uzunligi 14 ga tengdir.



5.10.2-rasm. Rele-kontakt sxemasi

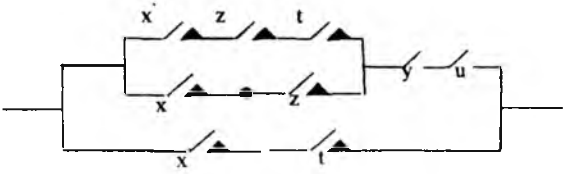
Yuqorida aytilganidek π -sxemadan funksiyaga o‘tishda har bir kontaktga bitta Bul` o‘zgaruvchisi mos qo‘yiladi. Shu sababli $l(\pi)$ sonini funksiyaning ham “uzunligi” (funksiyada qatnashgan o‘zgaruvchilar soni) deyish mumkin.

Shunday qilib, π -sxemani minimizatsiyalash-shu sxemani unga (funksional) teng bo‘lgan, ammo uzunligi kichik bo‘lgan boshqa π -sxema bilan almashtirishdir. Murakkab π -sxemalarni bevosita almashtirish juda qiyin bo‘lib, bu masalani π -sxemaga mos qo‘yilgan. funksiyani soddalashtirish yordamida oson hal etish mumkin. Buni 1-misolda keltirilgan π -sxema misolida qarab chiqaylik.

$$f(x,y,z,t,u)=(xy\vee yz')\cdot(x'\vee y'z\vee tz)u\vee t'(x'\vee y't)=xyx'u\vee xyy'zu\vee xytzu\vee$$
$$\vee yz'x'u\vee yz'y'zu\vee yz'tzu\vee t'x'\vee t'y't=xyztu\vee x'yz'u\vee x't'=(xzt\vee x'z')yu\vee x't'.$$

Bu erda qisqalik uchun $x\wedge y$ ni xy bilan belgiladik.

Hosil bo'lgan funksiya quiidagi π-sxemani realizatsiya qiladi:



5.10.3-rasm. Rele-kontakt sxemasi

5.10.3-rasmda keltirilgan π-sxemaning uzunligi 9 ga tengdir.

Shunday qilib, 1-misolda keltirilgan π-sxema bilan hosil qilingan π-sxema bir xil ishlaydi.

Endi quyida rele-kontakt sxemalari tuzishga olib boradigan muayyan masalalarni qarab chiqamiz.

5.10.2-misol:

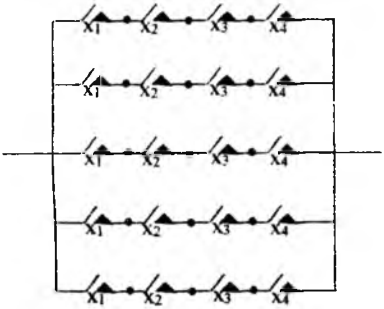
"Ovoz berish schetchigi" deb ataluvchi qurilmaning elektr sxemasini tuzing.

Guruh 4 kishidan iborat bo'lib, ular biror masala bo'yicha qaror qabul qilishayotgan bo'lsin. Masalaning biror echimi uchun qo'mita a'zolari o'z oldidagi knopkani bosish bidan ovoz beradilar. 4 kishidan ko'pchiligi qaralayotgan yechim uchun ovoz bersa (knopkani bossa), lampochka yonadi va shu yechim qabul qilinadi, aks hollarda lampochka yonmaydi va yechim qabul qilinmaydi.

Yechish: Guruh a'zolari knopka (kontakt) larini x_1, x_2, x_3, x_4 lar bilan belgilaylik. Guruh a'zolarining, masalan, birinchisi o'z knopkasini bossa, x, kontakt ulanadi, ya'ni u 1 qiymat qabul qiladi (tok o'tkazadi). Lampochkaning yonish-yonmasligini x_1, x_2, x_3, x_4 kontaktlarga bog'liq bo'lgan qandaydir $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ funksiyaning 1 yoki 0 qiymat qabul qilishi deb tushunish mumkin.

Demak, "ovoz berish schetchigining" elektr sxemasini tuzish uchun faqat ko'pchilik argumentlari 1 qiymat qabul qilganda qiymati

1 ga teng bo‘ladigan $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ funksiyaning quyidagi jadvalini tuzish va unga qarab bu funksiyaning MDNFsini yozish kerak ekan,



5.10.4-rasm. Rele-kontakt sxemasi.

Mazkur funksiya (1, 1, 1, 1) (1, 1, 1, 0) (1, 1, 0, 1) (1, 0, 1, 1), (0, 1, 1, 1) tizmalardagina 1 qiymatga ega bo‘lgani uchun uning MDNFsi

$$x_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3x'_4 \vee x_1x_2x'_3x_4 \vee x_1x'_2x_3x_4 \vee x'_1x_2x_3x_4$$

bo‘ladi, bu erda biz qisqalik uchun $x \wedge y$ ni $x \cdot y$ kabi yozdik.

Qaralayotgan Bul` funksiyasi 5.10.4-rasmdagi rele-kontakt sxemasini realizatsiya qiladi.

Qurilgan sxemada 20 ta kontakt qatnashganini ko‘ramiz. Mazkur sxemani soddalashtirish uchun hosil qilingan MDNFni ayniy shakl almashtirishlar yordamida ushbu ko‘rinishga keltiramiz:

$$x_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3x'_4 \vee x_1x_2x'_3x_4 \vee x_1x'_2x_3x_4 \vee x'_1x_2x_3x_4 \equiv x_2x_3(x_1 \vee x_4) \vee x_1x_4(x_2x'_3 \vee x'_2x_3)$$

va tengkuchlilikning o‘ng tomoni realizatsiya qiladigan sxemani tuzamiz (5.10.3-rasm).

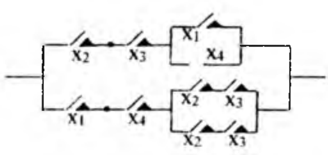
5.10.3 va 5.10.4-rasmlarda ko‘rsatilgan sxemalarning teng kuchliligi ularni realizatsiya qiluvchi funksiyalarning teng kuchliligidan kelib chiqadi.

5.10.8-jadval

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1,x_2,x_3,x_4)$
1	1	1	1	1
1	1	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	0	0	0
1	0	1	1	1
1	0	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	1	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	0

5.10.3-misol:

To‘rtburchakli zalning uchta eshigi bo‘lib (uchta tomonida bittadan) har qanday eshikdan kirgan (yoki chiqqan) odam zal chiroqlarini yoqib (yoki o‘chirib) kirishi (yoki chiqishi) mumkin bo‘lgan elektr sxemasini tuzing.



5.10.5- rasm. Rele-kontakt sxemasi.

Bu masalani yana quyidagicha tushunish mumkin: har bir eshik yonida ulagich bo‘lib, shu ulagichlarning kamida bittasi ulanganda zal chiroqlari yonishi kerak (zal chiroqlari barcha ulagichlar uzilgandagina o‘chadi).

Ushbu jadval izlanayotgan sxemani realizatsiya qiluvchi funksiyaning qiymatlari jadvalidir:

5.10.9-jadval

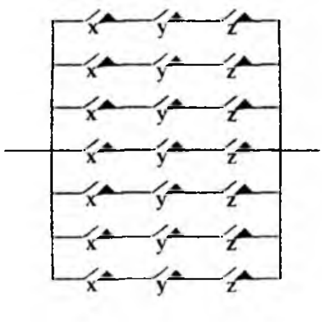
x	y	z	$f(x,y,z)$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0

$$f(x,yz)=xyz\vee xyz'\vee xy'z\vee xy'z'\vee x'yz\vee x'yz'\vee x'y'z$$

Bu funksiyaga mos keluvchi sxema 5.10.6 - rasmda keltirilgan.

$$f(x,y,z)=xyz\vee xyz'\vee xy'z\vee xy'z'\vee x'yz\vee x'yz'\vee x'y'z=x\vee x'(y\vee y'z)=x\vee x'(y\vee z)$$

Bu tenglikdan ko‘rinadiki, hosil qilingan sxema 5.10.6-rasmda keltirilgan sxemaga teng kuchli ekan.



5.10.6- rasm. Rele-kontakt sxemasi.

V-bob yuzasidan nazorat savollari

1. Dinamik tizimlar haqida tushuncha bering va misol keltiring.

2. Dinamik avtomatik boshqarish tizimlarining umumiy strukturasini tushuntiring.

3. Chiziqli va nochiziqli dinamik tizimlarning bir-biridan farqini tushuntiring.

4. Impulsli tizimlarga misol keltiring.

5. Tenglamalarni chiziqlantirishni mohiyatini tushuntiring.

6. Holat fazosi usuli deganda nimani tushunasiz?

7. Tizimning algoritmik strukturasini tushuntiring.

8. Differensial tenglamadan holat tenglamasiga o'tish qanday amalga oshiriladi?

9. Laplas almashtirishning mohiyatini tushuntiring.

10. Laplas almashtirishning qanday xossalari bor?

11. Laplas almashtirishni qo'llash uchun original funksiya qanday xossalarga ega bo'lishi kerak?

12. Teskari Laplas almashtirishi qanday amalga oshiriladi?

13. Boshqaruvchanlik nima?

14. Tizimning boshqaruvchanligi qanday aniqlanadi?

15. Tizimning kuzatuvchanligini tushuntiring.

16. Mulohazalar algebrasi deganda nimani tushunasiz?

17. Quyidagi formulalarning rostlik jadvalini tuzib, ularning qaysilari umum qiymatli ekanini aniqlang:

a) $A \wedge B \to \neg A \vee B$; b) $(\neg A \to B) \to (\neg B \to \neg A)$;

v) $(A \vee B) \wedge \neg C \to A \wedge B$; g) $\neg A \to (B \to A)$.

18. Faqat quyidagi tizmalarda 1 qiymatga ega bo'lgan Bul' funksiyalarining MDNF va MKNF ini tuzing:

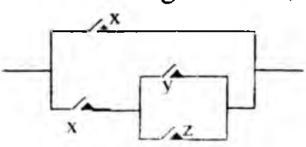
a) (1, 1, 1), (1, 0, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 0);

b) (0, 1), (1, 0);

v) (1, 0, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 1);

g) (1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 1, 0, 1), (0, 1, 0,1), (0, 1, 1,-1).

19. Tengkuchlilikni isbotlang. $(\neg A \wedge B) \to A \wedge B \equiv \neg A \vee B$;



20. Firma 4 kishidan iborat bo'lib, ularning biri firma rahbaridir. Biror masalani hal etish uchun firmaning har bir a'zosi (shu jumladan, firma rahbari ham) o'z oldidagi knopkani bosib ovoz beradi. Masala yechimi lampochka yonganda qabul qilindi deb hisoblanadi. Lampochka quyidagi hollarda yonadi:

1) ko'pchilik knopkani bosganda;

2) knopkani bosganlar soni knopkani bosmaganlar soniga teng bo'lsa, u holda firma rahbarining qaroriga qaraladi: firma rahbari knopkani bosgan bo'lsa, lampochka yonadi, bosmagan bo'lsa, lampochka yonmaydi.

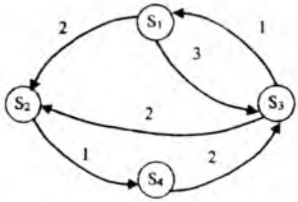
Ko'rsatilgan jarayon uchun elektr sxema tuzing.

VI-bob. OMMAVIY XIZMAT KO'RSATISH NAZARIYASI

Tizimlarni tahlil qilishda shunday holatlar bo'ladiki, bir vaqtning o'zida bir nechta ishni bajarish, ya'ni xizmat qilish deb ataluvchi bitta yoki bir nechta xizmat ko'rsatish qurilmalari bilan ishlashga to'g'ri keladi [12, 17]. Bunday vaqtda o'z-o'zidan ommaviy xizmat ko'rsatishni to'g'ri tashkil qilish muammosi kelib chiqadi. Quyida biz tizimning ehtimolligini hisoblash, bir va ko'p kanalli ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari bilan tanishib chiqamiz.

6.1. Tizimning holatini o'zgarish ehtimolligini hisoblash

Tizim berilgan bo'lsin. Uning mumkin bo'lgan holatlari S_1, S_2, S_3, S_4 bo'lsin. Tizimning faoliyati holat grafi shaklida berilgan bo'lsin.



6.1-rasm. Graf.

Tizimning biron bir holatda bo'lish ehtimolligi hisoblansin. Yuqoridagi grafdan kelib chiqqan holda Kolmogorov tenglamasi tuziladi:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_1}{dt} = -5P_1 + P_3 \\ \dfrac{dP_2}{dt} = -P_4 + 2P_1 + 2P_2 \\ \dfrac{dP_3}{dt} = -P_1 - 2P_2 + 3P_1 + 2P_4 = -2P_2 + 2P_1 + 2P_4 \\ \dfrac{dP_4}{dt} = -2P_4 + P_2 \end{cases} \qquad (6.1)$$

U yoki bu holatda bo'lishligini topish uchun Kolmogorov tenglamasi *0* ga tenglanadi. O'zgaruvchilar esa bitta o'zgaruvchi orqali ifodalanadi. So'ngra (1)- tenglamadan P_3 ni topamiz.

$$
\begin{cases}
\dfrac{dP_1}{dt} = -5P_1 + P_3 = 0 \\
\dfrac{dP_2}{dt} = -P_4 + 2P_1 + 2P_3 = 0 \\
\dfrac{dP_3}{dt} = -2P_2 + 2P_1 + 2P_4 = 0 \\
\dfrac{dP_4}{dt} = -2P_4 + P_2 = 0
\end{cases}
$$

1) $-5P_1 + P_3 = 0$

$P_3 = 5P_1$

2) $-P_4 + 2P_1 + 2P_3 = 0$

$-P_4 + 2P_1 + 5P_1 = 0$

$-P_4 = -7P_1$

3) $-2P_2 + 2P_1 + 2P_4 = 0$

$-2P_2 + 2P_1 + 2\cdot 7P_1 = 0$

$-2P_2 = -16P_1$

4) $-2P_4 + P_2 = 0$

$P_2 = 2P_4$

$$P_1 + 24P_1 + 5P_1 + 12P_1 = 1$$

$$P_1 = \frac{1}{42} \qquad P_2 = \frac{24}{42} \qquad P_3 = \frac{5}{42} \qquad P_4 = \frac{12}{42}$$

Ko'pgina texnik tizimlar, jumladan axborot boshqarish tizimlari ham ***ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi***ga kiradi.

Masalan: lokal tarmoqning server, telefon stansiyalari, avtomatlashtirilgan sex liniyalari, bilet kassalari, magazinlar va hokazo.

Har bir ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari xizmat ko'rsatish birligiga egadir. Bu xizmat ko'rsatish birligi ***xizmat ko'rsatish kanali*** deyiladi. ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari bir kanalli va ko'p kanalli bo'ladi. Bu kanallar talablar oqimi talabini bajarish uchun qo'llaniladi. Talablar oqimi ***tasodifiy xarakter***ga ega. Har qanday ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari ***o'tkazish qobiliyati***ga egadir. Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlarining ***predmeti*** bu talablar oqimi bilan kanallar soni bilan va samaradorligi bilan bog'liqligini o'rnatish uchun xizmat qiladi. Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari 2 tipga bo'linadi:

1. Rad qiluvchili tizim. Bunda, agarda barcha kanallar band bo'lsa, talan tizimdan chiqib ketadi.

2. Kutishli tizim. Bu tizim 2 guruhga bo'linadi.

2.1. Cheksiz kutishli tizim.

2.2. Chegaralangan kutishli tizim.

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlarining samaradorligi quyidagilar orqali baholanadi:

1.***Absolyut o'tkazish qobiliyati***, ya'ni vaqt birligi mobaynida xizmat ko'rsatish mumkin bo'lgan talablarning o'rtacha soni;

2.***Nisbiy o'tkazish qobiliyati***, ya'ni tushgan talablarning xizmat ko'rsatilgan qismi;

3.***Band kanallarning*** o'rtacha soni;

4.***Kanallarning bo'sh vaqtini*** o'rtacha qiymati.

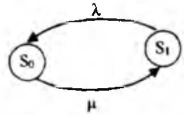
Talablar oqimi Puasson oqimi shaklida bo'lib, uning intensivligi vaqtga bog'liqdir, ya'ni: $\lambda = \lambda(t)$.

Faraz qilaylik, bir kanalli rad qiluvchi ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari bo'lsin. Har bir talabga xizmat ko'rsatish vaqti tasodifiy bo'lib bu tasodifiy funksiya quyidagi taqsimot qonuni orqali ifodalanadi:

$$f(t) = \mu \cdot e^{-\mu}$$

bu yerda μ talablar oqimining intensivligi. Absolyut va nisbiy o'tkazish qobiliyatini topish talab qilinadi:

S_0 - bo'sh, S_1- band



6.2-rasm. Bir kanalli tizimning graf ko'rinishi.

λ-talablar oqimining intensivligi;

μ- xizmat ko'rsatish intensivligi

U yoki bu holatda bo'lishi mumkin:

$P_0(t)$ – holat

$P_1(t)$ – holat

$P_0(t)+P_1(t)=1$

Graf uchun Kolmogorov tenglamasini tuzamiz:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0(t)}{dt}=-\lambda P_0+\mu P_1 \\ \dfrac{dP_1}{dt}=-\mu P_1+\lambda P_0 \end{cases}$$

Tizim ikki holatdan biriga ega bo'lishligi sababli, uni yechishda bitta tenglamadan foydalanishimiz mumkin:

$$P_1=1-P_0$$

$$\frac{dP_0}{dt}=-\lambda P_0+\mu(1-P_0)=-(-\lambda_0+\mu)P_0+\mu$$

Bu differensial tenglamani yechish uchun uni integrallab quyidagini hosil qilamiz:

$$P_0=\frac{\mu}{\lambda+\mu}+\frac{\lambda}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)t}$$

Bundan nisbiy o'tkazish qobiliyati quyidagicha topiladi:

$$q=\frac{\mu}{\lambda+\mu}$$

Bundan absolyut o'tkazish qobiliyati quyidagicha topiladi:

$$A=\frac{\lambda\cdot\mu}{\lambda+\mu}$$

Kanallarni rad qilish ehtimolligi quyidagicha topiladi:

$$P_{rad\,q}\quad 1-q$$

6.1-misol:

Telefon liniyasi bo'lsin. Telefonda chaqirish bir minutda $\lambda = 0{,}8$ ga teng bo'lsin. Mijozning gapirish vaqti $t_{об} = 1{,}5 \min$. Absolyut, nisbiy o'tkazish qobiliyati va rad qilish ehtimolligi topilsin.

Yechish:

$$\mu = \frac{1}{t_{об}} \qquad \mu = \frac{1}{90} \approx 0{,}01$$

$$q = \frac{0{,}01}{0{,}8 + 0{,}01} = 0{,}012 \qquad A = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}01}{0{,}8 + 0{,}01} = 0{,}01 \qquad P_{отк} = 1 - 0{,}012 = 0{,}988$$

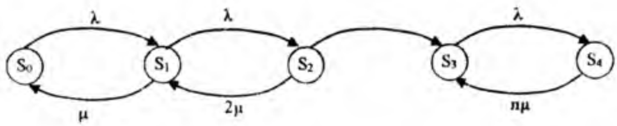
Ko'p kanalli ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari berilgan bo'lsin. Bu yerda n – kanallar soni. Endi belgilash kiritamiz:

S_0–barcha kanallar bo'sh;

S_1– bitta kanal band, qolganlari bo'sh;

S_n – barcha kanallar band.

Tizimning o'zgarish holatini graf shaklida tasvirlaymiz.



6.3-rasm. Ko'p kanalli tizimning graf ko'rinishi.

Graf asosida Kolmogorov tenglamasi tuziladi:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0 + \mu P_1 \\ \dfrac{dP_1}{dt} = -(\lambda + \mu)P_1 + \lambda_1 P_0 + 2\mu P_2 \\ \dfrac{dP_k}{dt} = -(\lambda + k\mu)P_k + \lambda P_{k-1} + (k+1)\mu P_k + 1 \\ \dfrac{dP_n}{dt} = -n\mu P_n + \lambda P_n - 1 \end{cases}$$

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari orqali o'tadigan talablarning o'rtacha soni topilsin. Buning uchun 1-navbatda birinchi talabga ketgan xizmat ko'rsatish vaqti topiladi. Bu ***keltirilgan intensivlik*** deyiladi. U holda P_k kanalning band bo'lish ehtimolligi quyidagicha topiladi:

$$P_k = \frac{\rho^k}{k!} P_0 (k = 1,2,...,n)$$

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + ... + \frac{\rho^n}{n!}}$$

$$P_{omk} = P_n = \frac{\rho^n}{n!} P_0$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$q = 1 - P_n$$

$$A = \lambda q = \lambda(1 - P_n)$$

$$k = \frac{A}{\mu} = \frac{\lambda(1 - P_n)}{\mu}$$

6.2-misol:

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlaridagi kanallar soni 3 ga teng bo'lsin va bizga quyidagi parametrlar berilsin:

$$n = 3 \qquad \lambda = 0,8 \qquad \mu = 0,667$$

$$\rho = \frac{0,8}{0,667} = 1,199$$

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{1,199}{1!} + \frac{1,199^2}{2!} + \frac{1,199^3}{3!}} = \frac{1}{1 + \frac{1,199}{1} + \frac{1.478}{2} + \frac{1,724}{6}} = \frac{1}{1 + 1,2 + 0,7 + 0,3} = \frac{1}{3,2} = 0,31$$

$$P_1 = \frac{1,199}{1} \cdot 0.312 = 0,374 \qquad P_{1omk} = P_1 = \frac{\rho^n}{n!} \cdot P_0 = 0,374$$

$$P_2 = \frac{1,199^2}{2} \cdot 0,312 = 0,224 \qquad P_{2omk} = P_2 = 0,224$$

$$P_3 = \frac{1,199^3}{6} \cdot 0,312 = 0,09 \qquad P_{3omk} = P_3 = 0,09$$

$$q_1 = 1 - 0,374 = 0,626 \qquad A_1 = 0,8 \cdot 0,626 = 0,5 \qquad k_1 = \frac{0,5}{0.667} = 0.75$$

$$q_2 = 1 - 0,224 = 0,776 \qquad A_2 = 0,8 \cdot 0,776 = 0,62 \qquad k_2 = \frac{0,62}{0.667} = 0,93$$

$q_3 = 1 - 0{,}09 = 0{,}91$ $\quad A_3 = 0{,}8 \cdot 0{,}91 = 0{,}728$ $\quad k_3 = \dfrac{0{,}728}{0{,}667} = 1{,}091$

6.2. Navbatli ommaviy xizmat ko‘rsatish

Bir kanalli ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimlari. Faraz qilaylik, bir kanalli ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimlari bo‘lib unga intensivligi λ bo‘lgan talablar oqimi tushayotgan bo‘lsin, hamda tizim μ xizmat ko‘rsatish intensivligiga ega bo‘lsin. Agar kanal band bo‘lsa, u holda talab xizmat ko‘rsatish navbati kelgunga qadar navbatda tursin.

Navbatning soni m ga teng bo‘lsin. Tizimning ishini shakllantirish uchun uning holatini talablar soniga qarab nomerlaymiz. Ya’ni:

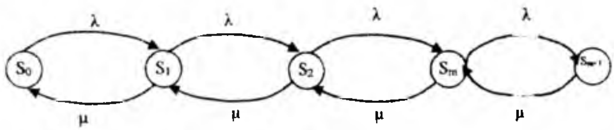
S_0 – barcha kanal bo‘sh;

S_1 – kanal band, navbat yo‘q;

S_n – kanal band, bitta kanal navbatda;

S_{n+1} – kanal band va n ta kanal navbatda.

Tizimga mos keluvchi kanalning graf tasviri quyidagicha:



6.4-rasm. Navbatli ko‘p kanalli tizimning graf ko‘rinishi.

Tizimning u yoki bu holatda bo‘lish ehtimolligi quyidagicha topiladi:

$$P_1 = (\lambda / \mu) P_0$$

$$P_2 = (\lambda / \mu)^2 P_0$$

$$P_{m+1} = (\lambda / \mu)^{m+1} P_0$$

$$P_0 = \frac{1}{1 + \lambda\left(\mu + (\lambda/\mu)^2 + \ldots + (\lambda/\mu)^{m+1}\right)}$$

Belgilash kiritamiz:

$$\rho = (\lambda / \mu)$$

$$P_1 = \rho \cdot P_0$$

$$P_2 = \rho^2 \cdot P_0$$
$$P_{m+1} = \rho^{m+1} P_0$$
$$P_0 = \frac{1}{1+\rho^2+\rho^3+...+\rho^{m+1}}$$

Bu munosabatning maxraji geomtrik progressiya bo'lganligi sababli boshlang'ich holatda bo'lish ehtimolligini quyidagicha hisoblash mumkin:

$$P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}$$

Bu munosabatdan foydalangan holda ommaviy xizmat ko'rsatish tizimining quyidagi xarakteristikalari aniqlanadi:

1. Rad qilish ehtimolligi:

$$P_{rad.q.} = \frac{\rho^{m+1}(1-\rho)}{1-\rho^{m+2}}$$

2. Nisbiy o'tkazish qobiliyati:

$$q = 1 - P_{rad.q.} = 1 - \frac{\rho^{m+1}(1-\rho)}{1-\rho^{m+2}}$$

3. Absolyut o'tkazish qobiliyati:

$$A = \lambda q$$

4. Navbatda turgan talablarning o'rtacha soni:

$$\bar{r} = M[R] \text{ yoki}$$
$$\bar{r} = P_2 + 2P_3 + ... + m \cdot P_{m+1} = \rho^2 P_0 + 2\rho^3 \cdot P_0 + ... + m\rho^{m+1} P_0$$

Talablar soni, ya'ni navbatda turgani ham xizmat ko'rsatayotgani ham quyidagi formula orqali topiladi:

$$\bar{k} = \bar{r} + \frac{\rho - \rho^{m+2}}{1-\rho_{m+2}}$$

O`rtacha kutish vaqti:

$$t_{o'rt.ku} = \frac{\bar{r}}{\lambda}$$

Tizimda talabning bo'lish vaqti:

$$\bar{t} = \frac{\bar{r}}{\lambda} + \frac{q}{\mu}$$

6.3-misol:

Avtomobil yoqilg'i quyish shoxobchasida ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi shaklida tasvirlansin. Unda faqatgina 1 ta kolonka bo'lsin. Navbatda 3 tadan ko'p bo'lmagan mashina turishi mumkin. Mashinalarning kelish intensivligi 1 minut bo'lsin. Zapravka qilish vaqti 1,25minut bo'lsin. ***Talab etiladi:*** Rad qilish ehtimolligini, nisbiy va absolyut o'tkazish qobiliyatini, navbatda turgan mashinalarning o'rtacha sonini, umumiy o'rtacha mashinalar sonini, navbatdagi kutish vaqtini, hamda mashinaning shu stantsiyada bo'lish vaqtini.

Yechish:

Berilgan: $t = 1{,}25$; $m = 3$; $\lambda = 1$.

1) ***Xizmat ko'rsatish intensivligini aniqlaymiz:***

$$\mu = \frac{1}{t} = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$$

2) ***Tizimning u yoki bu holatda bo'lish ehtimolligini topamiz:***

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$$

$$P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}} = \frac{1-1{,}25}{1-1{,}25^{3+2}} = \frac{-0{,}25}{-2{,}05} = 0{,}12$$

Endi ushbu munosabatlar orqali qolgan parametrlar topiladi:

3) ***Rad qilish ehtimolligi:***

$$P_{omк} = \frac{\rho^{m+1}(1-\rho)}{1-\rho^{m+2}} = \frac{1{,}25^{3+1}(1-1{,}25)}{1-1{,}25^{3+2}} = \frac{-0{,}61}{-2{,}05} = 0{,}3$$

4) ***Nisbiy o'tkazish qobiliyati:***

$$q = 1 - P_{omк} = 1 - \frac{\rho^{m+1}(1-\rho)}{1-\rho^{m+2}} = 1 - \frac{1{,}25^{3+1}(1-1{,}25)}{1-1{,}25^{3+2}} = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$$

5) ***Absolyut o'tkazish qobiliyati:***

$$A = \lambda q = 1 \cdot 0,7 = 0,7$$

6) ***Navbatda turgan talablarning o'rtacha soni:***

$$\bar{r} = P_2 + 2P_3 + ... + m \cdot P_{m+1} = \rho^2 P_0 + 2\rho^3 \cdot P_0 + ... + m\rho^{m+1} P_0 =$$
$$= 1,25^2 \cdot 0,12 + 2 \cdot 1,25^3 \cdot 0,12 + 3 \cdot 1,25^{3+1} \cdot 0,12 = 0,19 + 0,49 + 0,88 = 1,56$$

7) ***Talablar soni, ya'ni navbatda turgani ham xizmat ko'rsatayotgani ham quyidagi formula orqali topiladi:***

$$\bar{k} = \bar{r} + \frac{\rho - \rho^{m+2}}{1 - \rho_{m+2}} = 1,56 + \frac{1,25 - 1,25^{3+2}}{1 - 1,25^{3+2}} = 1,56 + 0,87 = 2,43$$

8) ***O'rtacha kutish vaqti:***

$$t_{o.k} = \frac{\bar{r}}{\lambda} = \frac{1.56}{1} = 1,56$$

9) ***Tizimda talabning bo'lish vaqti:***

$$\bar{t} = \frac{\bar{r}}{\lambda} + \frac{q}{\mu} = \frac{1,56}{1} + \frac{0,7}{0,8} = 1,56 + 0,9 = 2,46$$

VI-bob yuzasidan nazorat savollari

1. Xizmat ko'rsatish kanali nima uchun qo'llaniladi?
2. Talablar oqimi qanday xarakterga ega?
3. Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari tiplari haqida tushuncha bering.
4. Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlarning samaradorligi qanday baholanadi?
5. Bir kanalli va ko'p kanalli ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari xarakteristikalarini aniqlashni tushuntiring.

1-ILOVA

O'TILGAN MAVZULAR YUZASIDAN UMUMLASHTIRILGAN TEST SINOV SAVOLLARI

"To'plamlar nazariyasi" bobi bo'yicha

1. Tizim tushunchasi to'g'ri keltirilgan ta'rifni ko'rsating.

A. Tizim deb yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi harakatlanuvchi, faoliyat ko'rsatuvchi hamda o'zaro funksional va algoritmik jihatning bog'langan ta'sirlarga bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi.

B. Tizim deb bir biridan ajralib turuvchi hamda qandaydir bir umumiylik xususiyatiga ko'ra birlashib turuvchi elementlar majmuasiga aytiladi.

C. Tizim deb uning har bir elementi ma'lum o'rniga ega bo'lgan to'plamlarga aytiladi.

D. Tizim deb kichik qavslar orasiga olingan hamda muhim o'z o'rniga ega bo'lgan elementlar to'plamidir.

2. Avtomatik boshqarish tizimi deb nimaga aytiladi?

A. Avtomatik boshqarish tizimi deb yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi harakatlanuvchi, faoliyat ko'rsatuvchi hamda o'zaro funksional va algoritmik jihatning bog'langan ta'sirlarga bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi.

B. Avtomatik boshqarish tizimi deb bir biridan ajralib turuvchi hamda qandaydir bir umumiylik xususiyatiga ko'ra birlashib turuvchi elementlar majmuasiga aytiladi.

C. Avtomatik boshqarish tizimi deb uning har bir elementi ma'lum o'rniga ega bo'lgan to'plamlarga aytiladi.

D. Avtomatik boshqarish tizimi deb mustaqil ravishda faoliyat ko'rsata oladigan, lekin funksional jihatdan o'zaro bog'liqlik va ta'sirida bo'lgan bir necha qurilmalar to'plamiga aytiladi.

3. Qaysi javobda to'plam tushunchasiga to'g'ri ta'rif berilgan?

A. To'plam deb bir biridan ajralib turuvchi hamda qandaydir bir umumiylik xususiyatiga ko'ra birlashib turuvchi elementlar majmuasiga aytiladi.

B. Birorta ham elementga ega bo'lmagan majmuaga to'plam deyiladi.

C. To‘plam deb yagona bir maqsad yo‘lida xizmat qiluvchi harakatlanuvchi, faoliyat ko‘rsatuvchi hamda o‘zaro funksional va algoritmik jihatning bog‘langan ta’sirlarga bo‘lgan elementlar to‘plamiga aytiladi.

D. To‘plam deb uning har bir elementi ma’lum o‘rniga ega bo‘lgan majmuaga aytiladi.

4. Bo‘sh to‘plam deb qanday to‘plamga aytiladi?

A. Birorta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plam bo‘sh to‘plam deyiladi va $\varnothing$ bilan belgilanadi.

B. To‘plamni elementlarini sanash mumkin bo‘lsa bunday to‘plam bo‘sh to‘plam deyiladi.

C. To‘plamni elementlarini sanash mumkin bo‘lmasa bunday to‘plam bo‘sh to‘plam deyiladi.

D. Hech qanday to‘plamning to‘plam ostisi bo‘lmaydigan yoki uning uchun barcha to‘plamlar qism to‘plam bo‘lgan to‘plam bo‘sh to‘plam deyiladi.

5. Universal to‘plam deb qanday to‘plamga aytiladi?

A. Hech qanday to‘plamning to‘plam ostisi bo‘lmaydigan yoki uning uchun barcha to‘plamlar qism to‘plam bo‘lgan to‘plam universal to‘plam deyiladi.

B. Birorta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plam universal to‘plam deyiladi.

C. To‘plamni elementlarini sanash mumkin bo‘lsa bunday to‘plam universal to‘plam deyiladi.

D. A to‘plam B to‘plamning qism to‘plami va B to‘plam A to‘plamning qism to‘plami bo‘lsa, u holda A va B to‘plamlar universal to‘plamlar deyiladi.

6. Teng to‘plam deb qanday to‘plamga aytiladi?

A. A to‘plam B to‘plamning qism to‘plami va B to‘plam A to‘plamning qism to‘plami bo‘lsa, u holda A va B to‘plamlar teng to‘plamlar deyiladi.

B. To‘plamni elementlarini sanash mumkin bo‘lsa bunday to‘plamlar teng to‘plamlar deyiladi.

C. Birorta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plam teng to‘plam deyiladi.

D. To‘plamni elementlarini sanash mumkin bo‘lmasa bunday to‘plam teng to‘plam deyiladi.

7. Qaysi javobda to'plamlarning birlashmasini belgilovchi ifoda berilgan?

A. $A \bigcup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$

B. $A \bigcap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$

C. $A \setminus B = \{x | x \in A \wedge x \bar{\in} B\}$

D. $A \Delta B = (A \setminus B) \bigcup (B \setminus A)$

8. Qaysi javobda to'plamlarning ayirmasini belgilovchi ifoda berilgan?

A. $A \setminus B = \{x | x \in A \wedge x \bar{\in} B\}$

B. $A \bigcap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$

C. $A \bigcup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$

D. $A \Delta B = (A \setminus B) \bigcup (B \setminus A)$

9. Qaysi javobda to'plamlarning kesishmasini belgilovchi ifoda berilgan?

A. $A \bigcap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$

B. $A \setminus B = \{x | x \in A \wedge x \bar{\in} B\}$

C. $A \bigcup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$

D. $A \Delta B = (A \setminus B) \bigcup (B \setminus A)$

10. Tartiblangan to'plamga to'g'ri ta'rif berilgan javobni ko'rsating.

A. To'plam deb bir biridan ajralib turuvchi hamda qandaydir bir umumiylik xususiyatiga ko'ra birlashib turuvchi elementlar majmuasiga aytiladi.

B. Birorta ham elementga ega bo'lmagan majmuaga to'plam deyiladi.

C. To'plam deb yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi harakatlanuvchi, faoliyat ko'rsatuvchi hamda o'zaro funksional va algoritmik jihatning bog'langan ta'sirlarga bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi.

D. Tartiblangan to'plam deb shunday to'plamga aytiladiki, uning har bir elementi ma'lum bir o'ringa egadir.

11. Kartej nima?

A. Shartli ravishda tartiblashtirilgan o'rinlarini almashtirib bo'lmaydigan to'plam.

B. Birorta ham elementga ega bo'lmagan majmua.

C. Yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi to'plam.

D. O‘zaro funksional bog‘langan to‘plamlar.

12. To‘plamlarning to‘g‘ri ko‘paytmasi deb nimaga aytiladi?

A. Birinchi komponenti A to‘plamdan, ikkinchi komponenti B to‘plamdan olingan barcha tartiblangan juftliklar to‘plami A va B to‘plamlarning dekart (to‘g‘ri) ko‘paytmasi deyiladi.

B. A to‘plam B to‘plamning qism to‘plami va B to‘plam A to‘plamning qism to‘plami bo‘lsa, u holda A va B to‘plamlarga to‘plamlarning dekart (to‘g‘ri) ko‘paytmasi deyiladi.

C. Hech qanday to‘plamning to‘plam ostisi bo‘lmaydigan yoki uning uchun barcha to‘plamlar qism to‘plam bo‘lgan to‘plamga to‘plamlarning dekart (to‘g‘ri) ko‘paytmasi deyiladi.

D. To‘plamni elementlarini sanash mumkin bo‘lsa bunday to‘plamlarga to‘plamlarning dekart (to‘g‘ri) ko‘paytmasi deyiladi.

13. Akslantirish nima?

A. Agar q munosabatda ixtiyoriy $\forall x_i \in X$ element uchun shunday $y_j \in Y$ element mavjud bo‘lsakim ular orasida quyidagi (x_i, y_j) mos kelishlik aniqlangan bo‘lsa u holda bunday munosabatga akslantirish deb ataladi.

B. Birinchi komponenti A to‘plamdan, ikkinchi komponenti B to‘plamdan olingan barcha tartiblangan juftliklar to‘plamiga akslantirish deb ataladi.

C. A to‘plam B to‘plamning qism to‘plami va B to‘plam A to‘plamning qism to‘plami bo‘lsa, u holda A va B to‘plamlar orasidagi munosabatga akslantirish deb ataladi.

D. Hech qanday to‘plamning to‘plam ostisi bo‘lmaydigan yoki uning uchun barcha to‘plamlar qism to‘plam bo‘lgan to‘plamlar orasidagi munosabatga akslantirish deb ataladi.

14. To‘plamlarnin to‘g‘ridan-to‘gri ko‘paytirishda qaysi qoida o‘rinli emas?

A. Distributivlik.

B. Kommutativlik.

C. Assotsiativlik.

D. Idempotentlik.

15. Predikat deb nimaga aytiladi?

A. Tarkibida erkli o‘zgaruvchilar qatnashib, bu o‘zgaruvchilarning qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiymatlarida mulohazaga aylanadigan darak gapga predikat deyiladi.

B. Birinchi komponenti A to‘plamdan, ikkinchi komponenti B to‘plamdan olingan barcha tartiblangan juftliklar to‘plamiga predikat deyiladi.

C. Shartli ravishda tartiblashtirilgan o‘rinlarini almashtirib bo‘lmaydigan to‘plamga predikat deyiladi.

D. Predikat deb mustaqil ravishda faoliyat ko‘rsata oladigan, lekin funksional jihatdan o‘zaro bog‘liqlik va ta’sirida bo‘lgan bir necha qurilmalar to‘plamiga aytiladi.

16. Refleksivlik munosabati deb nimaga aytiladi?

A. A to‘plamning istalgan x elementi uchun xRx bajarilsa (rost bo‘lsa), u holda R munosabat A to‘plamda aniqlangan refleksivlik munosabati deyiladi.

B. Agar A to‘plamning har qanday elementi uchun xRx bajarilmasa, R munosabat A to‘plamda aniqlangan refleksivlik munosabati deyiladi.

C. A to‘plamning ba’zi bir elementlari uchun xRx bajarilib, ba’zi bir y elementlari uchun yRy bajarilmasa, R A to‘plamdagi refleksivlik munosabati deyiladi.

D. Bitta to‘plam elementlari o‘rtasidagi o‘zaro akslantirishga refleksivlik munosabati deyiladi.

17. Qaysi javobda umumiy holda munosabat tushunchasiga to‘g‘ri ta’rif berilgan?

A. Bitta to‘plam elementlari o‘rtasidagi o‘zaro akslantirishga munosabat deyiladi.

B. Tarkibida erkli o‘zgaruvchilar qatnashib, bu o‘zgaruvchilarning qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiymatlarida mulohazaga aylanadigan darak gapga munosabat deyiladi.

C. A to‘plamning ba’zi bir elementlari uchun xRx bajarilib, ba’zi bir y elementlari uchun yRy bajarilmasa, R A to‘plamdagi munosabat deyiladi.

D. A to‘plamning istalgan x elementi uchun xRx bajarilsa (rost bo‘lsa), u holda R munosabat A to‘plamda aniqlangan refleksivlik munosabati deyiladi.

18. Simmetriklik munosabatiga to‘gri ta’rif berilgan javobni ko‘rsating.

A. A to‘plamdagi ixtiyoriy x va y elementlar uchun xRy munosabatning bajarilishidan yRx munosabat ham bajarilsa, u holda R ni A to‘plamdagi simmetrik munosabat deyiladi.

B. A dagi x va y elementlar uchun xRy bajarilib, lekin y va x lar uchun yRx bajarilmasa, R munosabat A to‘plamda simmetrik munosabat deyiladi.

C. Agar A to‘plamdagi ixtiyoriy x va y elementlar uchun xRy va yRx larning o‘rinli ekanligidan $x = y$ kelib chiqsa, u holda R ni A to‘plamdagi simmetrik munosabat deyiladi.

D. A to‘plamning istalgan x elementi uchun xRx bajarilsa (rost bo‘lsa), u holda R munosabat A to‘plamda aniqlangan simmetrik munosabati deyiladi.

19. Natural sonlar to‘plamida aniqlangan qoldiqsiz bo‘linish munosabati qanday munosabat bo‘ladi?

A. Tranzitiv
B. Simmetrik
C. Refleksiv
D. Antisimmetrik

20 R haqiqiy sonlar to‘plamida aniqlangan «kichik» (katta) munosabati qanday munosabat bo‘la oladi?

A. Antirefleksiv
B. Simmetrik
C. Refleksiv
D. Tranzitiv

21. Qachon munosabat ekvivalent deyiladi?

A. Agar A to‘plamda aniqlangan R binar munosabat bir vaqtning o‘zida refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo‘lsa, u holda R munosabatga ekvivalentlik munosabati deyiladi.

B. Agar A to‘plamda aniqlangan R binar munosabat bir vaqtning o‘zida refleksiv, simmetrik bo‘lsa, lekin tranzitiv bo‘lmasa u holda R munosabatga tolerantlik munosabati deyiladi.

C. A to‘plamdagi ixtiyoriy x va y elementlar uchun xRy munosabatning bajarilishidan yRx munosabat ham bajarilsa, u holda R ni A to‘plamdagi simmetrik munosabat deyiladi.

D. A to‘plamning ba’zi bir elementlari uchun xRx bajarilib, ba’zi bir y elementlari uchun yRy bajarilmasa, R A to‘plamdagi refleksivlik munosabati deyiladi.

22. Tranzitivlik munosabati qaysi javobda to‘g‘ri ifodalangan?

A. A to‘plamning ixtiyoriy x, y va z elementlari uchun xRy va uRz larning bajarilishi (rostligi) dan xRz ning ham bajarilishi kelib chiqsa, u holda *R* munosabatga *A* to'plamdagi tranzitivlik munosabati deyiladi.

B. Agar *xRy* va *yRz* larning rostligidan *xRz* ning rostligi kelib chiqmasa, *R* ga tranzitivmas munosabat deyiladi.

C. Agar *A* to'plamda aniqlangan *R* binar munosabat bir vaqtning o'zida refleksiv, simmetrik bo'lsa, lekin tranzitiv bo'lmasa u holda *R* munosabatga tolerantlik munosabati deyiladi.

D. *A* to'plamning ba'zi bir elementlari uchun *xRx* bajarilib, ba'zi bir *y* elementlari uchun *yRy* bajarilmasa, *R A* to'plamdagi refleksivlik munosabati deyiladi.

23. Qachon munosabat tolerant bo'ladi?

A. Agar *A* to'plamda aniqlangan *R* binar munosabat bir vaqtning o'zida refleksiv, simmetrik bo'lsa, lekin tranzitiv bo'lmasa

B. Agar *A* to'plamda aniqlangan *R* binar munosabat bir vaqtning o'zida refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo'lsa

C. *A* to'plamdagi ixtiyoriy *x* va *y* elementlar uchun *xRy* munosabatning bajarilishidan *yRx* munosabat ham bajarilsa

D. *A* to'plamning ba'zi bir elementlari uchun *xRx* bajarilib, ba'zi bir *y* elementlari uchun *yRy* bajarilmasa

24. Haqiqiy sonlar to'plamida aniqlangan $|x|=|y|$ ***ifoda uchun qanday munosabat o'rinli?***

A. Ekvivalentlik

B. Tolerantlik

C. Tranzitivlik

D. Refleksivlik

“Graflar nazariyasi” bobi bo‘yicha

1. Graf tushunchasi to‘g‘ri berilgan javobni ko‘rsating?

A. Ikkita tugunlar (cho‘qqi) va yoylar (qovurg‘alar) to‘plamlarining bir-biri bilan bog‘lanishiga graflar deyiladi.

B. Bir nechta yo‘llarning boshlanishi va oxiri (tugashi)ga graf deyiladi.

C. 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog‘lovchi vektorga graf deyiladi.

D. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo‘lgan yoy graf deyiladi.

2. Graflarda tugun tushunchasi to‘g‘ri berilgan javobni ko‘rsating?

A. Bir nechta yo‘llarning boshlanishi va oxiri (tugashi)ga tugun deyiladi

B. 2 ta yoyni tutashtiruvchi yoki bog‘lovchi vektorga tugun deyiladi.

C. Ikkita tugun va yo‘llar to‘plamlarining bir-biri bilan bog‘lanishiga tugunlar deyiladi.

D. Boshlanishi va oxiri bitta bo‘lgan yoy- bu tugundir.

3. Halqa nima?

A. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo‘lgan yoy

B. 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog‘lovchi vektor

C. Tugun va yoylarning ketma-ketligi

D. Bir nechta yo‘llarning boshlanishi va oxiri

4. Zanjir tushunchasi to‘gri berilgan javobni ko‘rsating.

A. Tugun va yoylarning ketma-ketligi

B. 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog‘lovchi vektor

C. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo‘lgan yoy

D. Bir nechta yo‘llarning boshlanishi va oxiri

5. Qaysi javobda yo‘naltirilgan graf tushunchasi to‘g‘ri izohlangan?

A. Yo‘naltirilgan graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi: boshlanishi va tugashi ko‘rsatiladi.

B. Yo‘naltirilgan graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi ko‘rsatilmaydi.

C. Graflar tarkibida ham yo'naltirilgan, ham yo'naltirilmagan yoylar bo'ladi.

D. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo'lgan yoydan iborat bo'ladi.

6. Qaysi javobda yo'naltirilmagan graf tushunchasi to'g'ri izohlangan?

A. Yo'naltirilmagan graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi ko'rsatilmaydi.

B. Yo'naltirilmagan graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi: boshlanishi va tugashi ko'rsatiladi.

C. Graflar tarkibida ham yo'naltirilgan, ham yo'naltirilmagan yoylar bo'ladi.

D. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo'lgan yoy yo'naltirilmagan garfdir.

7. Qaysi javobda aralash graf tushunchasi to'g'ri izohlangan?

A. Agar graflar tarkibida ham yo'naltirilgan, ham yo'naltirilmagan yoylar bo'lsa, bunday graflar aralash graf lar deyiladi.

B. Aralash graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi: boshlanishi va tugashi ko'rsatiladi.

C. Aralash graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi ko'rsatilmaydi.

D. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo'lgan yoy aralash grafdir.

8. Qanday holda yoy uchi X tugun insedenti deyiladi?

A. Agar X tugun U yoyning boshi yoki oxiri bo'lsa, u holda shu yoy uchi X tugun insedenti deyiladi.

B. Agar X tugun U yoyning boshi yoki oxiri bo'lmasa, u holda shu yoy uchi X tugun insedenti deyiladi.

C. Agar X tugun U yoyning faqar boshi bo'lsa, u holda shu yoy uchi X tugun insedenti deyiladi..

D. Agar X tugun U yoyning faqat oxiri bo'lsa, u holda shu yoy uchi X tugun insedenti deyiladi.

9. Qachon tugun izolyatsiyalangan deyiladi?

A. Hech qanday yoyga insedent bo'lmasa.

B. Ixtiyoriy yoyga insedent bo'lsa.

C. Faqat yoy boshiga insedent bo'lsa.

D. Faqat yoy oxiriga insedent bo'lsa.

10. Izolyatsiyalangan tugunlardan iborat graflar qanday graflar deyiladi?

A. Nol (0) graflar

B. Bir jinsli graflar

C. Yo'naltirilgan graflar

D. Aralash graflar

11. Bir jinsli graflar deb qanday graflarga aytiladi?

A. Agar graf tugunlarning barchasi bir xil darajaga ega bo'lsa bunday graflar bir jinsli graf deyiladi.

B. Agar graflar tarkibida ham yo'naltirilgan, ham yo'naltirilmagan yoylar bo'lsa, bunday graflar bir jinsli graf lar deyiladi.

C. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo'lgan yoylarga bir jinsli graflar deyiladi.

D. Tugunlarning chegaraviy nuqtasi ko'rsatilmagan graflarga bir jinsli graflar deyiladi.

12. Tugundan chiqish yarim darajasi nimaga teng?

A. Tugundan chiqib ketayotgan yoylar soniga.

B. Tugunga kirib ketayotgan yoylar soniga

C. Grafdagi barcha yoylar soniga

D. Grafdagi tugunlar soniga

13. Agar $\rho^{-}(x_3)=4$ va $\rho^{+}(x_3)=3$ bo'lsa, $\rho(x_3)$ nechaga teng bo'ladi?

A. 7

B. -1

C. 1

D. 12

14. Tugunga kirish yarim darajasi nimaga teng?

A. Tugunga kirib ketayotgan yoylar soniga

B. Tugundan chiqib ketayotgan yoylar soniga

C. Grafdagi barcha yoylar soniga

D. Grafdagi tugunlar soniga

15. Yo'l nima?

A. 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog'lovchi vektor

B. Bir nechta yo'llarning boshlanishi va oxiri

C. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo'lgan yoy

D. Tugun va yoylarning ketma-ketligi

16. Kontur nima?

A. Tugallangan zanjir

B. 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog'lovchi vektor

C. Tugallangan zanjir, boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo'lgan yoy

D. Bir nechta yo'llarning boshlanishi va oxiri

17. Qachon kontur elementar deyiladi?

A. Yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan faqat bir martagina o'tsa

B. Yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan bir necha bor o'tsa

C. Yoylar ketma-ketligi barcha tugunlardan o'tsa

D. Yoylar ketma-ketligi barcha tugunlardan bir necha bor o'tsa

18. Yo'l uzunligi nimaga teng?

A. Yo'l tarkibidagi yoylar soniga

B. Yo'l tarkibidagi tugunlar soniga

C. Yo'l tarkibidagi yoylar va tugunlar soniga

D. Graf tarkibidagi barcha yo'llar soniga

19. Qachon graflar yuklangan (vzveshenniy) deyiladi?

A. Graflardagi yoylarga mos bir qancha sonli koeffitsiyentlar yoki funksiyalar qo'yilgan bo'lsa

B. Yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan bir necha bor o'tsa

C. Yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan faqat bir martagina o'tsa

D. Yoylar ketma-ketligi barcha tugunlardan bir necha bor o'tsa

20. Agar matritsaning elementlari quyidagi qoida asosida aniqlansa bu matritsa qanday nomlanadi?

$$C = \{C_{ij}\}_{n\times n} = \begin{cases} 1\ agar\ (x_i, x_j)\ tugunlarni\ birlashtir\ ib\ turuvchi\ yoy\ bo`lsa, \\ 0\ agar\ (x_i, x_j)\ tugunlarni\ birlashtir\ ib\ turuvchi\ yoy\ bo`lmasa \end{cases}$$

A. Aloqadorlik matritsasi

B. Insedent matritsa

C. Aniqlangan graf

D. Uzunlik matritsasi

21. Insedentlik matritsasida b qachon 1 ga teng bo'ladi?

A. x_i tugun U_j yoyning boshlang'ich tuguni bo'lsa

B. x_i tugun U_j yoyning oxirgi tuguni bo'lsa

C. x_i tugun U_j yoyning oxirgi va boshlang'ich tuguni bo'lmasa

D. U_j yoy x_i tugunning halqasi bo'lsa

22. Qanday matritsaga uzunlik matritsasi deyiladi?

A. Kvadrat matritsaga

B. Birlik matritsaga

C. Teskari matritsaga

D. Insedent matritsaga

23. Insedentlik matritsasida b qachon -1 ga teng bo'ladi?

A. x_i tugun U_j yoyning oxirgi tuguni bo'lsa

B. x_i tugun U_j yoyning oxirgi va boshlang'ich tuguni bo'lmasa

C. x_i tugun U_j yoyning boshlang'ich tuguni bo'lsa

D. U_j yoy x_i tugunning halqasi bo'lsa

24. Graf yoylari ro'yhati jadval holida berilganda qo'shni cho'qqilar qanday belgilanadi?

A. Juft holda

B. Toq holda

C. Ham juft, ham toq holda

D. Barchasi birgalikda

25. Aniqlanmagan graflar uchun yo'llarning uzunligi nimaga teng?

A. Yoylar soniga

B. Yoylar ko'paytmasiga

C. Yoylar ayirmasiga

D. Yoylar bo'linmasiga

26. Aniqlangan graflar uchun yo'llarning uzunligi nimaga teng?

A. Yoylar ko'paytmasiga

B. Yoylar soniga

C. Yoylar ayirmasiga

D. Yoylar bo'linmasiga

27. Mezon formulasi tarkibidagi *1 - belgi nimani bildiradi?

A. Agar qavslar ochilganda konturlar ko'paytmasi o'zaro bir-biriga tegishli bo'lsa ushbu ko'paytmani tashlab yuborish kerakligini bildiradi

B. agar qavslar ochilganda yo'llar hamda konturlar ko'paytmasi o'zaro bir-biriga tegishli bo'lsa ushbu ko'paytmani tashlab yuborish kerakligini bildiradi.

C. i- tugundan j-tugungacha bo'lgan yo'l

D. i- tugun bilan j- tugun orasidagi kontur

28. Graflarda eng qisqa yo'lni topishda boshlang'ich manzil qiymati nimaga teng?

A. $|\lambda_0 = 0|$

B. $|\lambda_i = \infty|$

C. $|\lambda_i = -\infty|$

D. $|\lambda_0 \geq 0|$

29. Graflarda eng qisqa yo'lni topishda yoylar ketma-ketligi uchun qaysi shart bajarilishi kerak?

A. $\lambda_j - \lambda_i = l(x_i, x_j)$

B. $\lambda_j - \lambda_i \geq l(x_i, x_j)$

C. $\lambda_j = \lambda_i + l(x_i, x_j)$

D. $|\lambda_0 \geq 0|$

30. Mezon formulasi bilan hisoblashda asosan qaysi parametrlar hisobga olinadi?

A. Faqat oddiy elementar yo'l va konturlar
B. Faqat tugunlar
C. Faqat yo'llar
D. Faqat konturlar

“Matritsalar nazariyasi” bobi bo‘yicha

1. Qaysi shart o‘rinli bo‘lganda matritsa to‘g‘ri to‘rtburchakli matritsa deyiladi?

A. $m > n \vee m < n$

B. $m > n \vee m < 0$

C. $m > 0 \vee m < n$

D. $m = n \vee m < 0$

2. Qachon matritsa kvadrat matritsa bo‘ladi?

A. $m = n$ shart bajarilganda

B. $m > n \vee m < n$ shartlar bajarilganda

C. $m > 0 \vee m < n$ shartlar bajarilganda

D. $m > 0 \vee m < n$ shartlar bajarilganda

3. Matritsani transponerlash deb nimaga aytiladi?

A. Matritsaning barcha yo‘llarini ularga mos ustunlari bilan almashtirilgandan hosil bo‘lgan matritsaga berilgan matritsani transponerlash deyiladi.

B. Strukturaga ega bo‘lgan matritsaga transponerlangan matritsa deyiladi.

C. $m > n \vee m < n$ shartni qanoatlantirgan matritsa transponerlangan matritsa deyiladi.

D. $m > 0 \vee m < n$ shartni qanoatlantirgan matritsa transponerlangan matritsa deyiladi.

4. Matritsalar uchun qaysi xossa o‘rinli emas?

A. $A \cdot B = B \cdot A$

B. $A \cdot B \neq B \cdot A$

C. $A + B = B + A$

D. $(A + B) + C = A + (B + C)$

5. Teskari matritsa nima uchun xizmat qiladi?

A. Chiziqli tenglamalar Tizimsini yechish va uning xossalarini aniqlash uchun.

B. Matritsa ustida bajariladigan amallarni soddalashtirish uchun.

C. Transponerlangan matritsani topish uchun.

D. Matritsa elementlari darajalarini pasaytirish uchun.

6. Matritsaning izi deb nimaga aytiladi?

A. Matritsaning izi deb diagonal elementlarining yig‘indisiga aytiladi

B.Matritsaning barcha yo'llarini ularga mos ustunlari bilan almashtirilgandan hosil bo'lgan matritsaga matritsaning izi deyiladi.

C. Strukturaga ega bo'lgan matritsaga matritsaning izi deyiladi.

D. Matritsa elementlari darajalarining eng yuqori ko'rsatkichiga matritsaning izi deyiladi.

7. Matritsaning rangini ifodalovchi ta'rif to'g'ri berilgan javobni ko'rsating.

A. Matritsaning rangi deb uning 0 dan farqli minorlar tartibining eng kattasiga aytiladi.

B. Matritsaning barcha yo'llarini ularga mos ustunlari bilan almashtirilgandan hosil bo'lgan matritsaga matritsaning rangi deyiladi.

C. Matritsaning rangi deb diagonal elementlarining yig'indisiga aytiladi.

D. Matritsa elementlari darajalarining eng yuqori ko'rsatkichiga matritsaning rangi deyiladi.

8. Matritsaning xos sonlari yig'indisi nimaga teng?

A. $\lambda_1+\lambda_2+......+\lambda_n=a_{11}+a_{22}+.......+a_{nn}$

B. $\lambda^n+a_1\cdot\lambda^{n-1}+a_2\lambda^{n-2}+...+a_n=\lambda_1+\lambda_2+......+\lambda_n$

C. $\lambda_1+\lambda_2+......+\lambda_n d=et(A-\lambda\cdot I)$

D. $\lambda_1+\lambda_2+......+\lambda_n)=t_r\|a_{ij}\|$

9. Matritsaning xos soni va xos vektorini topishda qanday matritsadan foydalaniladi?

A. Kvatrat matritsadan

B. Birlik matritsadan

C. Teskari matritsadan

D. Transponerlangan matritsadan.

"Dinamik tizimlarni matematik ifodalash" bobi bo'yicha

1. Qanday tizim dinamik tizim deyiladi?

A. Harakatdagi, o'z holatini vaqt davomida o'zgartira oladigan tizimlarga

B. Harakatdagi, o'z holatini vaqt davomida o'zgartira olmaydigan tizimlarga

C. Tizimning kirish va chiqish o'zgaruvchilarining muvozanat holatidagi bog'liqlikka

D. Tizimning birlik impulsli signaldan olgan reaksiyasiga

2. Differensial tenglama tarkibida xususiy hosilalar ham ishtirok etsa, bunday tenglama bilan ifodalanuvchi tizimlar...

A. Maxsus dinamik tizimlar

B. Impulsli dinamik tizimlar

C. Chiziqli dinamik tizimlar

D. Nochiziqli dinamik tizimlar

3. Impulsli yoki diskret dinamik tizim deb qanday tizimga aytiladi?

A. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli ayirmali tenglamalar ko'rinishida bo'lsa

B. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli ko'paytmali tenglamalar ko'rinishida bo'lsa

C. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli yig'indi ko'rinishida bo'lsa

D. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli bo'linma ko'rinishida bo'lsa

4. Superpozitsiya prinsipi o'rinli bo'lgan dinamik tizimlar qanday nomlanadi?

A. Chiziqli dinamik tizimlar

B. Impulsli dinamik tizimlar

C. Maxsus dinamik tizimlar

D. Nochiziqli dinamik tizimlar

5. Chiziqlantirish deb nimaga aytiladi?

A. Nochiziqli tenglamalarni chiziqli tenglamalar ko'rinishiga keltirishga

B. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli ayirmali tenglamalar ko'rinishiga

C. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli ko'paytmali tenglamalar ko'rinishiga

D. Tizimning kirish va chiqish o'zgaruvchilarining muvozanat holatidagi bog'liqlikka

6. Holat bu...

A. obyektning avvalgi holatiga tegishli bo'lib, u haqida to'liq ma'lumot beruvchi va parametrlari haqida xulosa chiqarish imkonini beruvchi minimal ma'lumotlar majmuasidir

B. chiqish signalini Laplas tasvirining kirish signalini Laplas tasviriga boshlang'ich sharti nol bo'lgandagi nisbatidir

C. tizimni ifodalovchi matematik model chekli ayirmali tenglamalar ko'rinishidir

D. tizimning kirish va chiqish o'zgaruvchilarining muvozanat holatidagi bog'liqlikdir

7. Tizim holatining o'zgarishi nimaga bog'liq?

A. tizimning oldingi holatiga va kirish signaliga

B. tizimning chiqish signaliga

C. roslash parametriga

D. tizimning kirish va chiqish signaliga

8. Laplas almashtirishi nima uchun xizmat qiladi?

A. tizimni o'tish va muvozanat rejimlarining analiz va sintez masalalarini yechish uchun

B. tizimlarda o'tkinchi jarayonlarni hisoblash uchun

C. tizimning turg'unligini aniqlash uchun

D. tizimning sifat ko'rsatkichlarini aniqlash uchun

9. Laplasning teskari almashtirishi deb nimaga aytiladi?

A. tasvirdan originalni topishga

B. originaldan tasvirni topishga

C. tizimning birlik pog'onalik signaldan olgan reaksiyasiga

D. tenglamalarni chiziqlantirishga

10. Laplas almashtirishni qo'llashda original funksiya uchun qaysi xossa o'rinli emas?

A. $t \geq 0$ qiymatlarda *f(t)* funksiya uzlukli bo'lishi kerak

B. $t \geq 0$ qiymatlarda *f(t)* funksiya uzluksiz bo'lishi kerak

C. $t < 0$ qiymatlarda $f(t) = 0$ bo'lishi kerak

D. *f(t)* funksiya cheksizlikka o'smaydigan funksiya bo'lishi kerak

11. Laplas almashtirishning chiziqlilik xossasini ifodalovchi munosabatni ko'rsating.

A. $L\{\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)\}=L\{\alpha x_1(t)\}+L\{\beta x_2(t)\}=\alpha x_1(s)+\beta x_2(s)$

B. $L\{x(t-\tau)\}=e^{-s\tau}\cdot x(s)$

C. $x_1(s)\cdot x_2(s)=\int_0^\infty x_1(\tau)\cdot x_2(t-\tau)dt=\int_0^\infty x_2(\tau)\cdot x_1(t-\tau)d\tau$

D. $f(t)=L^{-1}\{F(s)\}$

12. Laplas almashtirishda kechikuvchi funksiya uchun qaysi munosabat o'rinli hisoblanadi?

A. $L\{x(t-\tau)\}=e^{-s\tau}\cdot x(s)$

B. $L\{\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)\}=L\{\alpha x_1(t)\}+L\{\beta x_2(t)\}=\alpha x_1(s)+\beta x_2(s)$

C. $x_1(s)\cdot x_2(s)=\int_0^\infty x_1(\tau)\cdot x_2(t-\tau)dt=\int_0^\infty x_2(\tau)\cdot x_1(t-\tau)d\tau$

D. $f(t)=L^{-1}\{F(s)\}$

13. Mulohazalar qiymati qanday belgilanadi?

A. Rost mulohaza 1, yolg'on mulohaza 0 orqali belgilanadi.

B. Rost mulohaza 0, yolg'on mulohaza 1 orqali belgilanadi.

C. Rost mulohaza 1, yolg'on mulohaza ham 1 orqali belgilanadi.

D. Rost mulohaza 0, yolg'on mulohaza ham 0 orqali belgilanadi.

14. Qachon mulohazalar teng kuchli bo'ladi?

A. Qiymatlar ustuni bir xil bo'lganda

B. Qiymatlar ustuni bir.har xil bo'lganda

C. Bir vaqtning o'zida ham rost, ham yolg'on bo'lganda

D. Rost yoki yolg'onligi bir qiymatda aniqlanganda

15. A va B mulohazalar kon'yunksiyasi deb qanday mulohazaga aytiladi?

A. A, B mulohazalar bir paytda rost bo'lgandagina rost bo'luvchi, qolgan vaqtda yolg'on bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

B. *A, B* lar yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

C. *A* mulohaza rost, *B* mulohaza esa yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lub, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

D. *A* mulohaza rost bo'lganda yolg'on, *A* yolg'on bo'lganda esa rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

16. A va B mulohazalar diz'yunksiyasi deb qanday mulohazaga aytiladi?

A. *A, B* lar yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

B. A, B mulohazalar bir paytda rost bo'lgandagina rost bo'luvchi, qolgan vaqtda yolg'on bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

C. *A* mulohaza rost, *B* mulohaza esa yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lub, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

D. *A* mulohaza rost bo'lganda yolg'on, *A* yolg'on bo'lganda esa rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

17. A va B mulohazalar implikatsiyasi deb qanday mulohazaga aytiladi?

A. *A* mulohaza rost, *B* mulohaza esa yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lub, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

B. A, B mulohazalar bir paytda rost bo'lgandagina rost bo'luvchi, qolgan vaqtda yolg'on bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

C. *A, B* lar yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

D. *A* mulohaza rost bo'lganda yolg'on, *A* yolg'on bo'lganda esa rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

18. A va B mulohazalar inkori deb qanday mulohazaga aytiladi?

A. *A* mulohaza rost bo'lganda yolg'on, *A* yolg'on bo'lganda esa rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

B. A, B mulohazalar bir paytda rost bo'lgandagina rost bo'luvchi, qolgan vaqtda yolg'on bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

C. *A, B* lar yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

D. *A* mulohaza rost, *B* mulohaza esa yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lub, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

19. Qavslar qatnashmaganda amallarning bajarilish tartibi to'g'ri berilgan javobni ko'rsating?

A. $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

B. $\Leftrightarrow, \Rightarrow, \neg, \wedge, \vee$

C. $\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

D. $\neg, \wedge, \vee, \Leftrightarrow, \Rightarrow$

20. Quyida berilgan mulohazalardan qaysi biri ekvivalentlikni bildiradi?

A. $A \Leftrightarrow B$

B. $A \Rightarrow B$

C. $A \vee B$

D. $A \wedge B$

21. A=1, B=1 bo'lsa, $A \vee B$ **nimaga teng bo'ladi?**

A. 1

B. 0

C. -1

D. ∞

22. A=0, B=1 bo'lsa, $A \vee B$ **nimaga teng bo'ladi?**

A. 1

B. 0

C. -1

D. ∞

“Ommaviy xizmat ko‘rsatish nazariyasi“ bobi bo‘yicha

1. Ommaviy xizmat ko‘rsatish sistemsini samaradorligi qanday aniqlanadi?

A. Absolyut o‘tkazish qobiliyati,nisbiy o‘tkazish qobiliyati, band kanallarning o‘rtacha soni, kanallarni bo‘sh vaqtini o‘rtacha son

V. Sistemani holati

S. Nisbiylik bo‘yicha

D. Xatolik bo‘yicha

2. Ommaviy xizmat ko‘rstish tizimlari necha tipga bo‘ladi ?

A. 2 tipga- rad qiluvchi tizim, kutishli tizim

V. 3 tipga- kutishli tip, qabul qiluvchi, rad qiluvchi

S. 1 tipga- qabul qiluvchi

D. 1tipga – rad qiluvchi

3. Talabni rad etish extimoligi qanday aniqlanadi?

A. $P_{рад.} = 1 - q$

V. $P_{рад.} = 1 \cdot q$

S. $P_{рад.} = \frac{1}{q}$

D. $P_{рад.} = \frac{1}{q+1}$

4. Absolyut qobiliyat qanday aniqlanadi?

A. $A = q \cdot \lambda$

V. $A = q - \lambda$

S. $A = q + \lambda$

D. $A = q + \lambda / l$

5. Absolyut o‘tkazish qobiliyati nima ?

A. Vaqt birligi davomida talablarga xizmat ko‘rsatishning o‘rtacha soni

V. Xizmat ko‘rsatish

S. Talabni rad etish

D. Ko‘rsatkichlar qiymati

2-ILOVA

Qisqartma va atamalar

MT – murakkab tizimlar
DT – dinamik tizimlar
$\forall$ - umumiylik kvantori
$\exists$ - mavjudlik kvantori
DNF – dizyunktiv normal forma
KNF – konyuktiv normal forma
MDNF – mukammal dizyunktiv normal forma
MKNF – mukammal konyuktiv normal forma

GLOSSARIY

Aloqalar – tizim elementlarni va ularning xossalarini o‘zaro bog‘lovchilardir.

Ashyoviy tizimlar - material (ashyoviy) obyektlar majmuasidir.

Agar ***A*** to‘plamning barcha elementlari ***B*** to‘plamga tegishli bo‘lsa u holda ***A*** to‘plam ***B*** to‘plamning ***qism to‘plami*** (to‘plam ostisi) deyiladi va quyidagicha belgilanadi: $A \subseteq B$.

A to‘plam ***B*** to‘plamning qism to‘plami va ***B*** to‘plam *A* to‘plamning qism to‘plami bo‘lsa, u holda ***A*** va ***B*** to‘plamlar ***teng to‘plamlar*** deyiladi.

A va ***B*** to‘plamlarning kamida bittasiga tegishli bo‘lgan barcha elementlar to‘plami ***A*** va ***B to‘plamlarning birlashmasi*** deyiladi.

A to‘plamning ***B*** to‘plamga kirmagan barcha elementlaridan tuzilgan yangi to‘plam ***A*** va ***B to‘plamlarning ayirmasi*** deyiladi.

Agar matritsada $m > n \vee m < n$ shartlardan biri o‘rinli bo‘lsa, matritsa ***to‘g‘ri to‘rtburchakli matritsa*** deyiladi.

Agar matritsa uchun $m = n$ shart bajarilsa, matritsa ***kvadrat matritsa*** deyiladi.

Agar graflar tarkibida ham yo‘naltirilgan, ham yo‘naltirilmagan yoylar bo‘lsa, bunday graflar ***aralash graf*** lar deyiladi.

Agar X tugun U yoyning boshi yoki oxiri bo‘lsa, u holda shu yoy uchi X tugun ***insedenti*** deyiladi.

Agar tugun hech qanday yoyga insedent bo‘lmasa, u holda bu tugun ***izolyatsiyalangan*** tugun deyiladi.

Agar graflar tarkibida ham yo‘naltirilgan, ham yo‘naltirilmagan yoylar bo‘lsa, bunday graflar ***aralash graf*** lar deyiladi.

Agar X tugun U yoyning boshi yoki oxiri bo‘lsa, u holda shu yoy uchi X tugun ***insedenti*** deyiladi.

Agar tugun hech qanday yoyga insedent bo‘lmasa, u holda bu tugun ***izolyatsiyalangan*** tugun deyiladi.

Agar graf tugunlarning barchasi bir xil darajaga ega bo‘lsa bunday graflar ***bir jinsli graf*** deyiladi.

Agar bitta yo‘ldagi yoy takrorlanmasa, bunday yo‘l ***sodda yo‘l*** deb ataladi.

Agar yo'lda hech bir cho'qqi bir martadan ortiq qatnashmasa, bunday yo'l ***elementar***, aks holda esa ***noelementar*** yo'l deyiladi. Yo'llar tugallangan va tugallanmagan bo'ladi.

Agar yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan faqat bir martagina o'tsa, bunday kontur ***oddiy (elementar) kontur*** deyiladi.

Agar grafning yoylari ma'lum bir qiymatga, songa yoki biror-bir funksiyaga ega bo'lsa, bunday grafga ***aniqlangan graf*** deyiladi.

Agar tizimni ifodalovchi matematik model chekli ayirmali tenglamalar ko'rinishida bo'lsa, u holda bunday tizimlar ***impulsli yoki diskret dinamik tizimlar*** deyiladi.

Agar tizimning tarkibida hech bo'lmaganda 1ta signalni vaqt bo'yicha kvantlovchi element bo'lsa, bunday tizimlarga ***impulsli dinamik tizimlar*** deb aytiladi.

A va *B* mulohazalarning ***kon'yunksiyasi*** deb, bu mulohazalar bir paytda rost bo'lgandagina rost bo'luvchi, qolgan vaqtda yolg'on bo'luvchi yangi $A \wedge B$ mulohazaga aytiladi. Bu amalga "va" bog'lovchisi mos keladi.

A va *B* mulohazalarning ***diz'yunksiyasi*** deb, *A, B* lar yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi $A \vee B$ mulohazaga aytiladi. Bu mulohazaga yoki bog'lovchisi mos keladi.

A va *B* mulohazalarning ***implikatsiyasi*** deb *A* mulohaza rost, *B* mulohaza esa yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lub, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi $A \Rightarrow B$ mulohazaga aytiladi. Bu mulohazaga "agar", "bo'lsa", "u holda", "bo'ladi" bog'lovchilari mos keladi.

A va *B* mulohazalarning ***ekvivalensiyasi*** deb, bu mulohazalar bir xil qiymat qabul qilganda rost bo'lib, qolgan hollarda yolg'on bo'ladigan yangi $A \Leftrightarrow B$ mulohazaga aytiladi. Bu amalga "Agar... bo'lsa, shu holda va faqat shu holda ...bo'ladi, bajarilishi uchun" kabi so'zlar mos keladi.

A mulohazaning ***inkori*** deb *A* mulohaza rost bo'lganda yolg'on, *A* yolg'on bo'lganda esa rost bo'luvchi yangi $\neg A$ mulohazaga aytiladi. Bu amalga "emas" bog'lovchisi mos keladi.

Agar tizim bir holatdan 2 – holatga sakrashsimon o'tsa, bu ***diskret holatli Markov jarayoni*** deyiladi.

Agarda tizim holatining o'zgarishi tekis o'zgarsa, ***uzluksiz holatli Markov jarayoni*** deyiladi. (Masalan: tarmoqdagi kuchlanish).

Agar tizimning bir holatdan 2 – holatga o‘tishi oldindan belgilangan vaqtlarda sodir bo‘lsa, bunday jarayon ***diskret vaqtli jarayon*** deyiladi.

Agarda tizim holatining o‘zgarishi ixtiyoriy tasodifiy vaqtda sodir bo‘lsa, bunday jarayon ***uzluksiz vaqtli jarayon*** deyiladi.

Boshlanishi va oxirgi tugunlari umumiy bo‘lsa bunday yo‘l ***kontur*** deyiladi.

Dinamik tizim deb, harakatdagi, o‘z holatini vaqt davomida o‘zgartira oladigan tizimlarga aytiladi.

Dinamik tizimlarda vaqt xarakteristikalari asosan 2 xil bo‘lib, ular ***o‘tish*** va ***vazn*** funksiyalaridir.

Dinamik tizimlarning ***vazn funksiyasi*** deb, ularning impulsli signalga bo‘lgan reaksiyasiga aytiladi.

Ehtimolli tizim – bu shunday tizimki, uning qanday ishlashini muayyan ehtimolik bilan oldingi ishlashi (protokoli)ga qarab bashorat qilish mumkin.

Faqat izolyatsiyalangan tugunlardan iborat graflar ***0 graflar*** yoki bo‘sh to‘plamlar deyiladi va G_0 bilan belgilanadi.

Hech qanday to‘plamning to‘plam ostisi bo‘lmaydigan yoki uning uchun barcha to‘plamlar qism to‘plam bo‘lgan to‘plam ***universal to‘plam*** deyiladi.

Halqa – bu boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo‘lgan yoydir.

Holat bu obyektning avvalgi holatiga tegishli bo‘lib, u haqida to‘liq ma’lumot beruvchi va parametrlari haqida xulosa chiqarish imkonini beruvchi minimal ma’lumotlar majmuasidir.

Jarayon – bu tizim holatining o‘zgarishidir. Jarayon turli fizikaviy va kimyoviy parametrlar bilan xarakterlanadi.

Kirish parametrlari – tadqiqot etiluvchi jarayonga va tizimga ta’sir etib ularning holatini o‘zgartiruvchi omillar va ko‘rsatkichlardir.

Ikkita tugunlar (cho‘qqi) va yo‘llar (qovurg‘alar) to‘plamlarining bir-biri bilan bog‘lanishiga ***graflar*** deyiladi. Uni $G(X;U)$ ko‘rinishida ifodalash mumkin.

Intensivlik – bu birlik vaqt mobaynida hodisalar sonining o‘rtachasidir.

Moddiy tizimlar real vaqtdagi obyektlardir.

Mavhum tizimlar - inson tafakkurini mahsulidir

Murakkab tizim - tarmoqlangan tuzilishga, o'zaro bog'langan va o'zaro ta'sirda bo'lgan ko'p sonli elementlarga (qism tizimlarga) ega bo'ladi.

Mantiqiy tizimlar moddiy tizimlarning deduktiv yoki induktiv ifodalanishidir.

Muvozanat xususiyati - tashqi ta'sirlarni kompensatsiyalagan holda boshlang'ich holatga qaytish.

Matritsaning barcha yo'llarini ularga mos ustunlari bilan almashtirilgandan hosil bo'lgan matritsaga berilgan matritsani ***transponerlash*** deyiladi.

Matrisaning izi deb diagonal elementlarining yig'indisiga aytiladi.

Matrisaning rangi deb uning 0 dan farqli minorlar tartibining eng kattasiga aytiladi.

Mulohazalar va ular ustida bajariladigan mantiqiy amallar ***mulohazalar algebrasi*** deb yuritiladi.

Nochiziqli tenglamalarni chiziqli tenglamalar ko'rinishiga keltirish ***chiziqlantirish*** deyiladi.

Oddiy tizim – bu tizim, uncha ko'p bo'lmagan sondagi elementlardan tuzilib, u tarmoqlangan tuzilishga ega bo'lmaydi.

Parametr – bu tizimni va tadqiqot etiluvchi jarayonni tavsif etuvchi omil yoki ko'rsatkich.

Rost yoki yolg'onligi bir qiymatda aniqlangan darak gapga ***mulohaza*** deyiladi.

Strukturaga ega bo'lgan to'plam ***fazo*** deyiladi. Strukturaga ega bo'lgan X to'plamda d "metrika" tushunchasi kiritilgan bo'lsa, u holda fazo ***metrik fazoga*** aylanadi va quyidagicha belgilanadi: (X, d).

Superpozitsiya prinsipi o'rinli bo'lgan tizimlar ***chiziqli dinamik tizimlar*** deyiladi. Superpozitsiya prinsipi o'rinli bo'lmagan tizimlar ***nochiziqli dinamik tizimlar*** deyiladi.

Tizim deb yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi xarakatlanuvchi, faoliyat ko'rsatuvchi hamda o'zaro funksional va algoritmik jixatning bog'langan ta'sirlarga bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi.

Tizimning tuzilishi - tizim elementlarining asosiy xossalarini belgilovchi o'zaro barqaror ichki aloqalar majmuasidir.

Tizimni yaxlitligi - tizimning xossalari va uni tashkil qiluvchi elementlarining xossalaridan farqi orqali namoyon bo'ladi.

Tizimli yondoshish - murakkab obyektlarni qiyin kuzatiladigan va qiyin tushuniladigan xossalari tadqiqotini uslubiyotidir.

Tizimni tahlili - tizim amalga oshirayotgan funksiyalarni, tizimni elementlari va tashkil etilishi ma'lum bo'lganda, aniqlashdir.

Tizimni sintezi - uning berilgan funksiyasi bo'yicha tizimning tashkiliy elementlarini aniqlash.

Tabiiy tizimlar tabiatdagi obyektlar birlashmasidir.

Tizimni ifodalashda bitta umumlashgan parametr bilan ifodalash qulaydir, bunda Tizim va uning elementlari ***signal o'zgartiruvchilar*** deb ataladi.

To'plam deb bir biridan ajralib turuvchi hamda qandaydir bir umumiylik xususiyatiga ko'ra birlashib turuvchi elementlar majmuasiga aytiladi.

To'plamni tashkil qiluvchi ob'yektlar ***to'plamning elementlari*** deyiladi.

Tartiblangan to'plam deb shunday to'plamga aytiladiki, uning har bir elementi ma'lum bir o'ringa egadir. Ushbu to'plamning elementlari ***kartej*** deb ataladi. Kartejda umuman elelementlar bo'lmasa ***nollik kartej***, bitta element bo'lsa ***birlik kartej,*** n ta element bo'lsa ***n-lik kartej*** deb ataladi.

Tartibi $(m \times n)$ bo'lgan matritsa ***to'g'ri to'rtburchakli matritsa*** deyiladi.

Tugun bu bir nechta yo'llarning boshlanishi va oxiri (tugashi) bo'lishi mumkin.

Tugundan chiqish yarim darajasi deb shunday $\rho^{-}(x_j)$ qiymatga aytiladiki, bu qiymat ushbu tugundan chiqib ketayotgan yoylar soniga tengdir.

Tugunga kirish yarim darajasi deb shunday $\rho^{+}(x_j)$ qiymatga aytiladiki, bu qiymat ushbu tugunga kirib ketayotgan yoylar soniga tengdir.

Tasvirdan originalni topish ***Laplasning teskari almshtirishi*** deyiladi.

Uzatish funksiyasi deb chiqish signalini Laplas tasvirining kirish signalini Laplas tasviriga boshlang'ich sharti nol bo'lgandagi nisbatiga aytiladi.

Vaqt davomida amplitudasi o'zgarmaydigan signalga ***bir pog'onali signal*** deyiladi.

Xossalar - tizimni ifodalash va uni boshqa tizimlar orasidan ajratib turuvchi sifatlardir.

Yo'llar deganda 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog'lovchi vektor tushuniladi.

Yo'naltirilgan graf larda tugunlarning chegaraviy nuqtasi: boshlanishi va tugashi ko'rsatiladi.

Yo'naltirilmagan graf larda tugunlarning chegaraviy nuqtasi ko'rsatilmaydi.

Zanjir – bu tugun va yoylarning ketma-ketligidan iborat. Bunda bir yoyning oxiri keyingi yoyning oxiri yoyning keyingi yoyning boshlanishi bo'ladi.

Chiqish parametrlari – bu tadqiqot etilayotgan jarayon va tizim holatini belgilovchi omillar va ko'rsatkichlardir.

ADABIYOTLAR

1. Mirziyoyev SH.M. Erkin va farovon, demokratik O'zbekiston davlatini birgalikda barpo etamiz. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining lavozimiga kirishish tantanali marosimiga bag'ishlangan Oliy Majlis palatalarining qo'shma majlisidagi nutqi. –T.: "O'zbekiston" NMIU, 2016, 56 b.

2. Mirziyoyev SH.M. Qonun ustuvorligi va inson manfaatlarini ta'minlash – yurt taraqqiyoti va xalq farovonligining garovi. O'zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasi qabul qilinganining 24 yilligiga bag'ishlangan tantanali marosimdagi ma'ruza 2016-yil 7-dekabr. – T.: "O'zbekiston" NMIU, 2016, 48 b.

3. Mirziyoev SH.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz. - T.: "O'zbekiston" NMIU, 2017, 488 b.

4. O'zbekiston Respublkasini yanada rivojlantirish bo'yicha Harakatlar strategiyasi to'g'risida. - T., 2017-yil 7-fevral, PF-4947-sonli Farmoni.

5. Ramin S. Esfandiari Bei Lu Modelig and Analysis of Dinamic systems CRC Press Taylor & Francis Group. 2014.

6. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. ТОМ 1-4. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004.

7. Афанасьев В.Н. Математическая теория конструирования систем с. управления. Учеб. для вузов. /В.Н.Афанасьев, В.Б.Колмановский, В.Р.Носов. – М.:Высшая шк., 2003, 614.

8. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Операционное исчисление. Теория устойчивости: задачи и примеры с подробными решениями. Учебное пособие. – М.:Эдиториал УРСС, 2003, 176 с.

9. Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в

примерах и задачах. Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая шк., 2001, 445 с.

10. Егоров А.И. Основы теории управления. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004, 504с.

11. Бородакий Ю.В., Лободинский Ю.Г. Основы теории систем управления. Исследование и проектирование. – М.: Изд-во: Радио и связь, 2004.

12. Певзнер Л.Д., Чураков Э.П. Математические основы теории систем. –М.: Высшая школа, 2009.

13. Качала В.В. Основы теории систем и системного анализа. –М.: Горячая Линия - Телеком, 2007.

14. Певзнер Л.Д., Чураков Э.П. Математические основы теории систем. –М.: Высшая школа, 2009.

15. Антонов А.В. Системный анализ. Учебник для вузов. 2-е изд., стереотип- М.: Высшая школа, 2006, 452 с.

16. Математические основы теории систем. Учебное пособие / А. Г. Карпов. - Томск : ТМСДО, 2002, ч.I, -104 с.

17. Павлов С.Н. Теория систем и системный анализ. - Томск: ТМСДО, 2003, 134 с.

18. Основы системного анализа. Учебник / Феликс Иванович Перегудов. Феликс Петрович Тарасенко. - 3-е изд. - Томск: Издателство научно-технической литературы, 2001, 390 с.

19. Системный анализ и принятие решений: словар-справочник. Учебное пособие для вузов/ ред. В.Н. Волкова. В.Н.Козлов. - М.: Высшая шк., 2004, 613 с.

20. Тимаков С.О. Теория систем и системный анализ. - Томск: ТМСДО, 2003, 35 с.

21. Шевченко Н.Ю. Моделирование систем.- Томск: ТМСДО, 2002, 176с.

Internet ma'lumotlari

1. www.gov.uz – O'zbekiston Respublikasi hukumat portali.
2. www.catback.ru - научные стати и учебные материалы
3. www.lex.uz – O'zbekiston Respublikasi Qonun hujjatlari ma'lumotlari milliy bazasi.

4. http://elkutubhona.narod.uz;
5. www.tuit.uz;
6. www.ziyonet.uz;
7. www.edu.uz;
8. www.multimedia.com;
9. www.microsoft.com.ru;
10. www.twirpx.ru
11. www.infanata.ru
12. www.boors.ru
13. www.library.ru
14. www.rudocs.exdat.com

Mundarija

СОДЕРЖАНИЕ

Глава V . Математическое описание динамических систем

CONTENT

TIZIMLAR NAZARIYASI

Toshkent – «Fan va texnologiya» – 2018

Muharrir:	Sh.Kusherbayeva
Tex. muharrir:	A.Moydinov
Musavvir:	F.Tishabayev
Musahhih:	Sh.Mirqosimova
Kompyuterda sahifalovchi:	N.Raxmatullayeva

Nashr.lits. AI№149, 14.08.09. Bosishga ruxsat etildi 03.11.2018.
Bichimi 60x84 1/16. «Timez New Roman» garniturasi.
Ofset bosma usulida bosildi.
Shartli bosma tabog'i 10,75. Nashriyot bosma tabog'i 11,0.
Tiraji 100. Buyurtma № 441.