

POLATOV A.M.

**KOMPYUTER VOSITASIDA MODELLASHTIRISH
ASOSLARI**

(o‘quv qo‘llanma)

Toshkent 2018

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI
MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI
O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI**



A. M. POLATOV

**KOMPYUTER VOSITASIDA MODELLASHTIRISH
ASOSLARI**

(o‘quv qo‘llanma)

**Toshkent
“Universitet”
2018**

UDK 681.3.06

BKB

K

Polatov A.M. Kompyuter vositasida modellashtirish asoslari. Toshkent.
“Universitet” nashriyoti, 2018.-131 bet.

BKB

Ushbu o'quv qo'llanmada kompyuter vositasida murakkab jarayonlarni modellashtirish nazariyasi asoslari, modellar va modellashtirining asosiy usullarining turlari tavsiflari va tizimlarni imitatsion modellashtirishning har xil turlari keltirilgan. Shu bilan birga ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlarida modellashtirish, uzluksiz tizimlarni modellashtirish usullari, geometrik modellashtirish, tizimlarni modellashtirish, real vaqt masshtabida modellashtirish, avtomatik loyihalashtirish, hamda iqtisod va ekologiya masalalarini kompyuter vositasida murakkab jarayonlarni modellashtirish tadqiq qilingan. Misol sifatida qattiq jism deformatsiyalanishini kompyuter vositasida modellashtirish jarayoni tahlil qilingan. O'quv qo'llanma O'zbekiston Milliy Universitetining "Algoritmlar va dasturlash texnologiyalari" kafedrasida ishlab chiqilgan va "Kompyuter vositasida modellashtirish" o'quv kursi dasturiga mos keladi.

The manual contains the basics of the theory of computer modeling of complex systems, the basic concepts of the model and modeling, as well as the stages of building a mathematical model of the real task process, conceptual modeling, and various types of simulation of simulation systems. At the same time, the processes of modeling in systems of mass service, modeling of continuous systems, geometric modeling, modeling in real time, automatic design and modeling in economics and ecology are considered. As an example, computer simulation of the process of solving the problem of deforming a complex configuration is given. The curriculum is developed at the department “Algorithms and Programming Technologies” of the National University of Uzbekistan and corresponds to the curriculum of the course “Computer modeling”.

Учебное пособие содержит основы теории компьютерного моделирования сложных систем, приведены основные понятия модели и моделирования, а также этапы построения математической модели реального процесса задачи, концептуальное моделирование и представлены различные типы моделирования имитационных систем. Вместе с этим рассмотрены процессы моделирования в системах массового обслуживания, моделирования непрерывных систем, геометрическое моделирование, моделирование в режиме реального времени, автоматическое проектирование и моделирование в экономике и экологии. В качестве примера приводится компьютерное моделирование процесса решения задачи деформирования конструкции сложной конфигурации. Учебная программа разработана на кафедре “Алгоритмы и технологии программирования” Национального университета Узбекистана и соответствует учебной программа курса “Компьютерное моделирование”.

Ma'sul muharrir f.-m.f.d., professor M.M.Aripov
Taqrizchilar: f.-m.f.d., dotsent SH.A. Sadullayeva
f.-m.f.d., professor N.A.Ignatyev

Ushbu o'quv qo'llanmani nashr etishga O'zbekiston Respublikasi
Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 2018 yil XX xxxxxdagi XX sonli buyrug'iga asosan ruxsat
berilgan (ro'yxatga olish raqami XX-XXX)

Polatov A.M.
Kompyuter vositasida modellashtirish asoslari
(o'quv qo'llanma)

KOMPYUTER VOSITASIDA MODELLASHTIRISH ASOSLARI

MUNDARIJA

KIRISH

1. KOMPYUTERDA MODELLASHTIRISH ASOSLARI

- 1.1. Modellashtirish bo'yicha asosiy tushunchalar
- 1.2. Matematik modelni qurish bosqichlari
- 1.3. Kompyuter vositasida modellashtirish
- 1.4. Konseptual modellashtirish
- 1.5. Ierarxiya prinsipidan foydalanib modellar qurish

2. IMITATSIYALI MODELLASHTIRISH

- 2.1. Modda va energiya muvozanatining modeli
- 2.2. Energiyaning saqlanish qonuni
- 2.3. Modda massasining saqlanish qonuni
- 2.4. Impulsning saqlanish qonuni

3. OMMAVIY XIZMAT KO'RSATISHDA MODELLASHTIRISH

- 3.1. Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari modellari
- 3.2. Xizmat ko'rsatish kanallari faoliyatini modellashtirish

4. UZLUKSIZ TIZIMLARNI MODELLASHTIRISH USULLARI

- 4.1. Issiqlik tarqalish masalasi
- 4.2. Tenglamalar sistemasini yechish usuli

5. GEOMETRIK MODELLASHTIRISH

- 5.1. Geometrik modellar
- 5.2. Murakkab sohalarning diskret modelini yaratish

6. TIZIMLARNI MODELLASHTIRISH

- 6.1. Tizimlarni modellashtirishning asosiy tushunchalari
- 6.2. Monte-Karlo usulini modellashtirish

7. REAL VAQT MASSHTABIDA MODELLASHTIRISH

- 7.1. Real vaqt masshtabida jarayonlar
- 7.2. Epidemiya modeli

8. AVTOMATIK LOYIHALASHTIRISH

8.1. Loyihalashga tizimli yondashuv

8.2. Avtomatik modellashtirish

9. IQTISOD SOHALARINI MODELASHTIRISH

9.1. Iqtisodiy oʻsishining makromodeli

9.2. Ikki davlat orasidagi qurollanish poygasi modeli

9.3. Reklama kompaniyasini tashkillashtirish

9.4. Korxonalar oʻzaro qarzlarini bartaraf etishi

9.5. Bozor iqtisodiyoti muvozanatining makromodeli

10. EKOLOGIYA SOHALARINI MODELASHTIRISH

10.1. Ekologik va biologik modellar

10.2. Oʻzaro taʼsirlashuvchi populyatsiyalar sonini modellashtirish

11. JISM DEFORMATSIYALANISHI DASTURIY TAʼMINOTI

11.1 Jismning chekli elementli koʻrinishini modellashtirish

11.2. Elastik jismning kuchlanganlik holatini sonli modellashtirish

11.3 Natijalarni tasvirini yaratish texnologiyasi

11.4 Amaliy masalalarni yechish ixtisoslashgan dasturiy taʼminoti

11.5. Tolalik kompozitlar deformatsiyalanishining sonli tahlili

NAZORAT UCHUN SAVOLLAR

TESTLAR

GLOSSARIY

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

Kirish

Mazkur o'quv qo'llanmaning maqsadi magistrantlarda amaliy masalalarni matematik modellashtirish jarayonlarini tahlil qilish, asosiy sifat ko'rsatkichlari bo'yicha baholash va aksincha, berilgan talablarga javob beruvchi masalalarni yechish va natijalarni tahlil qilish uchun zarur bo'lgan asosiy bilim va ko'nikmalarni hosil qilishga qaratilgan. Shunga binoan quyidagi asosiy vazifalarga e'tibor beriladi: magistrantlarga nazariy bilim berish, tegishli tushunchalar, kompyuterlar yordamida dastur ta'minoti yaratish jarayonlarini o'rgatish, olgan nazariy bilimlarini sozlashda tadbiq eta bilish, ularda mantiqiy mushoxada qilish, fazoviy tasavvur hamda abstrakt tafakkur kabi, inson faoliyatining barcha sohalalaridagi jarayonlarining modellashtirish uchun zarur bo'lgan qobiliyatni shakllantirishdan iboratdir [1].

Mutaxassislik bo'yicha oldinga qo'yilgan masalalarni yechishda zarur dasturiy vositalarni to'g'ri tanlash va ulardan foydalana olish, olingan bilimlari asosida qo'yilgan masalalarni yechish, kompyuterlarning dasturiy ta'minotlari bilan tanishish, kompyuterning amaliy dasturlari bilan ishlay olish, zamonaviy kompyuter texnologiyalari vositalaridan foydalana olish hamda bilim va ko'nikmalariga ega bo'lish qo'llanmaning asosiy vazifasidir [2].

O'quv qo'llanmada "Kompyuter vositasida modellashtirish" fani doirasida ko'plab amaliy masalalar tahlil kilingan. Bu fanni chuqur o'rgangan har bir magistrant olgan bilim va ko'nikmalaridan ilmiy-tadqiqot ishlarida, bank tizimida, ishlab chiqarishning turli jabhalarida, shuningdek, talim tizimida samarali foydalanish imkonini beradi.

O'quv qo'llanmada kompyuter vositasida modellashtirishning dastlabki tushunchalar, model va modellashtirish, jamiyat fikrining abstraktlanish jarayoni, kompyuter vositasida modellashtirish tushunchalari, bilish jarayonida va insonning amaliy faoliyatida modellashtirishning roli, matematik modelga misollar, matematik modelni ifodalash shakllari, matematik modelni qurish va ularni tadqiq qilish uslublari va ularga qo'yiladigan asosiy talablar yoritilgan. Matematik modellashtirishning asosiy bosqichlari, matematik modellarning adekvatligi,

jarayonlari modellashtirishda tabiatning saqlanish qonunlaridan va boshqa usullaridan foydalanish. Shu bilan birga chekli elementlar usuli asoslari, diskret (chekli elementli) modellar qurish, uning asosida modellashtirish, murakkab tizimlarni modellashtirish, konseptual modellashtirish, modellashtirish tizimlarini tashkil qilish va qurish texnologiyalari, imitatsiyali modellashtirish, ommaviy xizmat to'rlari modellashtirish usullari, uzluksiz tizimlarni modellashtirish usullari, geometrik modellashtirish, hamda iqtisod, biologiya va ekologiya sohalaridagi masalalarni kompyuter vositasida modellashtirish jarayonlari tahlil qilingan [3, 4].

1. KOMPYUTERDA MODELASHTIRISH ASOSLARI

1.1. Modellashtrish bo'yicha asosiy tushunchalar

Modellashtrish jarayon va hodisalarni anglashning asosiy usullaridan biri hisoblanib, reallikni akslantirish shaklidir va real ob'yektlar, predmetlar va hodisalarni boshqa ob'yektlar, jarayonlar, hodisalar yoki tasvir, reja, xarita, tenglamalar majmuasi, algoritmlar va dasturlar majmui ko'rinishlaridagi abstrakt tavsifi yordamida aniqlash yoki real ob'yektlarning ba'zi bir boshqa hususiyatlarini tasvirlashdan iborat [5].

Model lotincha "modulus" so'zidan olingan bo'lib, o'lchov va namuna ma'nosini bildiradi. Model bu real ob'yekt ustida tadqiqot va tajriba olib borish uchun qulay va arzon bo'lgan boshqa bir real yoki abstrakt ob'yektdir. Model real ob'yektning asosiy hususiyatlarini o'zida mujassam etgan soddalashtirilgan ko'rinishidir.

Turli sohalarda model tushunchasining o'ziga xos ta'rifi mavjud, bularning ba'zi birlarini misol sifatida keltirish mumkin.

Model (ilm va fanda) – real mavjud bo'lgan ob'yekt yoki tizimning faqat eng muhim hususiyatlari o'z ichiga olgan soddalashtirilgan ob'yekt bo'lib, va oldindan ularni o'rganish uchun tayinlangan. Model real ob'yekt va/yoki unda o'tayotgan jarayonlarning soddalashgan ko'rinishidir.

Model (informatikada) – bu tizim bo'lib, uni tadqiq qilish natijasida boshqa bir tizim to'g'risida ma'lumot olish uchun ishlatiladi:

berilganlar modeli:

relyatsion, ierarxik, tarmoq – ma'lumotlar bilan ishlash nazariy konsepsiyadir;

axborot modeli – konkret predmet sohalari yoki ob'yekt ma'lumotlar modeli;

konseptual model (predmet soha yoki ob'yektning);

tarmoq modellari – tarmoq protokollarining o'zaro bog'lanishi;

fizik model–material ob'yekt yoki fizik hodisalarning ma'lum bir hususiyatlarini taqlid (imitatsiya) qilish uchun ishlatiladigan texnik qurilma.

Model (sanoatda) – ketma-ket ishlab chiqariladigan bir turdagi qanday-dir buyumlar

turkumi majmui (model qatori).

Model - tadqiq va hisob qilinayotgan jarayon yoki hodisani tasvir etuvchi ta'riflar, bog'lanishlar, shartlar va cheklashlar tizimi iborat.

Matematik model esa real ob'yektning tasavvurimizdagi abstrakt ko'rinishi bo'lib, u matematik belgilar va ba'zi bir qonun–qoidalar bilan ifodalangan bo'ladi [6].

Matematik modelga qo'yiladigan asosiy talablar quyidagilardan iborat:

1. **Universiallik**, ya'ni konkret ob'yektni modeli boshqa o'xshash ob'ektlarga qo'llanishi uchun yetarli darajada universal bo'lishi kerak. Bu degani real ob'yektni matematik modeli boshqa o'xshash ob'ektlarga juda kam o'zgartirishlar orqali qo'llash uchun yetarli darajada umumiy bo'lishi kerak.
2. **Kompaktlik**. Model shunday qurilishi kerakki, uni deyarli o'zgartirishsiz o'zidan yuqori darajali modelga model osti sifatida kiritish mumkin bo'lsin. Masalan, daraxtni matematik modeli o'rmon ekosistemi modeli bir bloki sifatida qo'llanilishi. Fotosintez jarayonining matematik modeli daraxt matematik modelini bir bloki sifatida ishlatilishi mumkin bo'lsin.
3. **Soddalik**. Ya'ni, matematik modelni qurishda ikkinchi, uchinchi darajali faktorlar hisobga olinmasligi lozim. Bu faktorlarni hisobga olish matematik modelni murakkablashtiradi. Misol: epidemiyani tarqalishi jarayoni matematik modelida shamol tezligini hisobga olish modelni ancha murakkablashtiradi. Ammo atrof – muhitni ekologiyasini o'rganishda shamol tezligini va yo'nalishini hisobga olmaslik mumkin emas. Suv quvuridagi suvni harakatini o'rganayotganda oyniing tortishish kuchini hisobga olmasa ham bo'ladi. Ammo, dengiz va okeanlardagi suv toshqinlarini o'rganayotganda oyniing tortishish kuchini albatta hisobga olish lozim. Bu toshqinlar oyniing tortishi natijasidir.
4. **Sezgirlik darajasi** past bo'lishi lozim. Matematik modelni qurishda hisobga olinishi zarur bo'lgan asosiy faktorlarga nisbatan modelni sezgirlik darajasi past bo'lishi lozim. Ya'ni real ob'yektni o'rganayotgan paytda o'lchashlar ko'p hollarda xatolik bilan bajariladi. Ayrim hollarda modelda ishtirok etayotgan asosiy faktorni

aniq o'lchashni imkoni bo'lmaydi. Masalan, ob – havoni bashorat qilish haligacha taxminiy, paxta maydonidagi hashoratlar sonini aniq o'lchash mumkin emas.

Agar matematik modellar hisobga olinayotgan faktorlarni qiymatini o'lchashda yo'l qo'yilgan xatoliklarga nisbatan sezgir bo'lsa, ushbu matematik model mukammal bo'lmaydi, Ya'ni hech qachon bu model orqali o'rganilayotgan ob'yekt to'g'risida qoniqarli natijalar olib bo'lmaydi. Shu sababli hisobga olinayotgan faktorlarga nisbatan matematik model qo'pol bo'lishi, Ya'ni faktorlarning qiymatiga sezgir bo'lmasligi kerak. Ammo, bu talab faqatgina tabiiy jarayonlar uchungina o'rinli. Ishlab chiqarishda yoki texnologik jarayonlarda bu talab o'rinli emas. Masalan, avtomobil ishlab chiqarilishda.

5. **Moslashish darajasi** yuqori bo'lishi lozim. Ya'ni model blokli prinsipda qurilishi lozim. Bunda o'zgaruvchilar iloji boricha alohida blokda – avtonom holda hisoblanishi maqsadga muvofiq. Bu esa matematik modelni tez o'zgartirish, modifikatsiya qilish imkonini yaratadi. Umuman olganda bu talab unga katta bo'lmagan o'zgartirish orqali boshqa real ob'yektga moslashishni, ya'ni matematik modelni universalligini xarakterlaydi.

Tabiiy va texnik fanlar bilan bog'liq modellashtirish turlari quydagilar:

- konseptual modellashtirish, bunda ma'lum bo'lgan faktlar yoki tadqiqot qilinadigan ob'yektga nisbatan tasavvurlar yoki maxsus belgilar, simvollar ustidan bajariladigan amallar bilan yoki tabiiy yoki sun'iy tillar asosida tasvirlanadi;
- jismoniy modellashtirish, unda model va modellashtiruvchi ob'yekt real ob'ektlar yoki yagona yoki turli jismoniy tabiiyatli jarayonlarni tasvirlaydi, bunda jarayonlarning jismoniy o'xshashligidan asl ob'yekt va modeldagi jarayonlar o'rtasida ba'zi bir o'xshashlik munosabatlari amalga oshiriladi;
- tuzilmaviy-funksional modellashtirish, bunda modellar sifatida sxemalar (blok-sxemalar), grafiklar, chizmalar, diagrammalar, jadvallar, maxsus birlashtirish va o'zgartirish qoidalari bilan to'ldirilgan suratlar ishlatiladi,
- matematik (mantiqiy-matematik) modellashtirish, bunda modellashtirish, shu jumladan model qurish, matematika va mantiq vositalari orqalik amalga oshiriladi;

- imitatsion (kompyuter vositasida) modellashtirish, bunda tadqiqot qilinuvchi ob'jektning mantiqiy-matematik modeli ob'jektning faoliyat jarayoning kompyuter uchun dasturiy ta'minot sifatida amalga oshirilgan algoritmi sifatida tasvirlanadi.

Matematik model matematik terminlarda ifodalangan bo'lib, real ob'jekt, jarayon yoki tizimni asl nusxaning muhim xususiyatlarini saqlagan taqribiy ko'rinishidir. Matematik modellar miqdoriy shaklda ob'jekt, jarayon yoki tizimning asosiy xususiyatlarini, parametrlari, ichki va tashqi bog'lanishlarini mantiqiy matematik qurilmalar asosida tasvir qiladi.

Matematik modellashtirish - bu real ob'jekt, jarayon yoki tizimni o'rganib bilmoq uchun ularni matematik modeli bilan almashtirgan holda kompyuterda qulayroq eksperimental tadqiqot qilish vositasidir.

1.2. Matematik modelni qurish bosqichlari

Matematik modelni qurish quyidagi asosiy bosqichlardan iborat [7]:

1. Jarayonni o'rganish. Bu bosqichda jarayonga doir, uning dinamikasini, tabiatini xarakterlovchi ma'lumotlari yig'inadi.
2. Yig'ilgan ma'lumotlarni tizimlashtirish. Ishchi gipotezalar qabul qilish. Jarayonni jarayon osti bloklarga ajratish, bloklarda o'zgaruvchilarni aniqlash, bloklar va ulardagi o'zgaruvchilar orasidagi bog'liqliklarni o'rnatish. Jarayon uchun ikkinchi, uchinchi darajali faktorlar aniqlanib, bu faktorlar tashlab yuboriladi.
3. Yig'ilgan ma'lumotlar asosida jarayon bo'ysunadigan qonun yoki qonuniyatlar tanlanadi (variatsiya yoki analogiya prinsiplari). Ushbu qonunlar asosida jarayon matematik tilda yoziladi. Matematik modelni nazariy tadqiqoti o'tkaziladi.
4. Jarayonning taklif etilayotgan matematik modeli "jihozlanadi". Masalan, jarayonni boshlang'ich holati beriladi (jism tezligi, boshlang'ich vaqtda populyatsiya soni va shunga o'xshash). Shu bilan matematik formallashtirish, ya'ni matematik modelni yozish jarayoni tugaydi.
5. Jarayonning matematik modeli asosida diskret modeli quriladi va diskret model asosida dastur tuzilib, kompyuterda qo'yilgan matematik masala yechiladi. Bu bosqichda hisoblash eksperimenti o'tkaziladi. Hisoblash eksperimenti natijasida matematik model real ob'jektga muvofiqligi tekshiriladi. Modelni unda ishtirok

etayotgan faktorlarga nisbatan sezgirligi o'rganiladi. Modelda qatnashayotgan kattalik yoki parametrlarni o'zgarish chegaralari aniqlanadi. Boshqacha qilib aytganda, ushbu bosqichda matematik modelni real jarayonga moslashtirish bajariladi.

Model va jarayon orasidagi muvofiqlik. Ma'lumki, model o'rganilayotgan jarayonning sodda ko'rinishidir. Model hamma vaqt real jarayondan farq qiladi.

Matematik modellashtirish boshqa modellashtirishlarga nisbatan ustunliklarga ega bo'lsada, hech qachon jarayonni to'la akslantira olmaydi.

Matematik model va uning real jarayon orasidagi muvofiqlik deyilganda jarayon va uning matematik modeli dinamikalarining sifat jihatdan o'xshashligi va yaqinligi tushuniladi.

Agar jarayon va uning matematik modelining dinamikalari orasida o'xshashlik, ya'ni muvofiqlik bo'lmasa, bu muvofiqlikni o'rnatishning bir nechta usuli mavjud:

1. Matematik modelda ishtirok etayotgan o'zgarmas kattaliklarni qaytadan baholash.
2. Matematik modelni yozishda qabul qilingan ishchi gipotezalarni qaytadan ko'rib chiqish.
3. Real jarayon haqida qo'shimcha ma'lumotlar yig'ish.
4. Yangi yig'ilgan ma'lumotlar asosida modelni qaytadan ko'rib chiqish.

Jarayon va uning matematik modeli dinamikalari sifat jihatdan o'xshash bo'lib, miqdor jihatdan farqli bo'lsa, u holda muvofiqlashtirishning birinchi usulidan foydalanish lozim. Aks holda muvofiqlashtirishning 2-4 usullarning har biridan ayrim – ayrim foydalanish kerak. Qaysi biridan foydalanish jarayon va uning modeli dinamikasini farq qilish darajasiga bog'liq.

Matematik modelni real jarayonga muvofiqlashtirish ko'p hollarda real jarayonga nisbatan o'tkazilgan tajriba, eksperiment natijalaridan foydalaniladi va bu natijalar bir necha marta solishtiriladi. Bu jarayon matematik model real jarayonga yetarli darajadagi aniqlikda yaqinlashgancha davom ettiriladi.

Kompyuter vositasida modellashtirish maqsadlari va asosiy qadamlari tahlilini ko'rib chiqamiz. Buning uchun hisoblash eksperimenti va modelni o'z ichiga olgan kompyuter vositasida modellashtirish jarayoni tadqiq qilinadi va u quyidagi

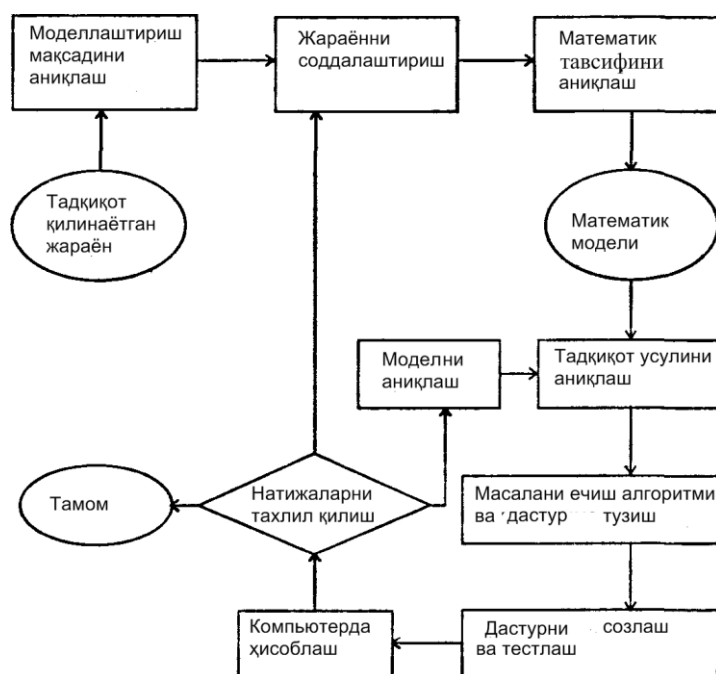
sxemada keltiriladi (rasm 1.1.).

Boshlang'ich qadam – modellashtirishning maqsadlarini aniqlash [8]:

1) muayyan jarayonning tuzilishi, strukturasi, asosiy xususiyatlari, rivojlanish qonuniyatlari va tashqi muhit bilan o'zaro bog'likligini anglash uchun model kerak (**tushunish**);

2) qo'yilgan maqsad va shartlarda jarayonni boshqarishni o'rganish va boshqarishning eng qulay usullarini aniqlash uchun model kerak (**boshqarish**);

3) jarayonga ta'sir qiluvchi berilgan usullar va shakllarning bevosita va bilvosita oqibatlarni bashorat qilish uchun model kerak (**bashorat qilish**).



Рasm 1.1. Компьютер vositasida modellashtirish asosiy ko‘rinishi

Bularni misolda ko‘rib chiqaylik. Faraz qilaylik, tadqiqot jarayoni jism bilan gaz yoki suyuqlik oqimining qattiq jism bilan to‘qnashishidan iborat bo‘lsin. Jism oqim uchun to‘g‘onoq bo‘ladi. Tajriba ko‘rsatadiki, jism tomonidan oqimga qarshilik kuchi oqimning tezligiga to‘g‘ri proporsional ravishda o‘sadi. Lekin oqimning qandaydir muayyan katta tezligida jismning qarshilik kuchi keskin kamayadi. So‘ngra, tezlik yanada ko‘proq oshganida, jism qarshiligi yana oshaveradi. Bu holatni anglash uchun oqimning qattiq jism bilan to‘qnashish jarayoni matematik

modellashtirilishi aniq javob bera oladi. Qarshilik keskin kamaygan holatda, jism orqasida hosil bo‘ladigan uyurma jismdan ajralib, oqim bilan birga jismdan uzoqlashadi.

Modellashtirishning yana bir maqsadi – jarayonni boshqarish mezonlarini hosil qilishdir. Samolyotning parvozi yo‘lovchiga bezarar va qulay bo‘lib, shu bilan birga kam xarj bo‘lishi uchun uning parvoz rejimini qanday tanlash kerak? Imkon qadar tez vaqtda katta ob‘yekt qurish uchun bajaraladigan ishlar grafigini qanday tanlash kerak? Shunga o‘xshash har xil savollar doimo iqtisodchilar, konstruktorlar va olimlar oldiga qo‘yiladi.

Va nihoyat, ob‘yektga bo‘lgan ta’sir natijasini bashorat qilish murakkab bo‘lmagan jarayonlar uchun qiyin ish bo‘lmasa, murakkab ekologik yoki sotsial tizimlar uchun esa juda qiyin ishdir. Agar sterjenda issiqlik tarqalishini aniqlash ancha sodda bo‘lsa, katta GES qurilishining ekologiyaga va ob-havoga ta’siri, yoki soliq qonunchiligining o‘zgarishini sotsial oqibatlarini bashorat qilish ancha qiyin masaladir. Bu muammolarni hal qilishda ham matematik modellashtirish usullari o‘z hissasini qo‘shadi va masalani yechishga yordam beradi.

Jarayonga ta’sir qiluvchi (boshlang‘ich) parametrlar $x_1, x_2, \dots, x_n$ va modellashtirish natijasida olinadigan (natijaviy) parametrlar $y_1, y_2, \dots, y_k$ munosabatlarini tuzaylik. Jarayonning o‘tishini simvolik ravishda

$$u_j = F_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (j=1, 2, \dots, k), \quad (1)$$

ko‘rinishda tasvirlash mumkin. Bu yerda F_j – natija olish uchun boshlang‘ich parametrlar ustidan bajariladigan amallar. $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ yozuv funksiyani tasviriga o‘xshasa ham, bu yerda biz uni kengroq ma’noda ishlatamiz. Faqat eng sodda hollardagina, $F(x)$ –elementar matematikadagi funksiya bo‘lishi mumkin. Shuning uchun biz $F(x)$ munosabatga «operator» tushunchasi ishlatiladi.

Modellashtirish jarayonining asosiy qadamlaridan biri boshlang‘ich ma’lumotlarni jarayonga qiladigan ta’siri bo‘yicha ajratib olishdir. Ko‘p holatlarda boshlang‘ich parametrlarning hammasini hisobga olish shart emas. Ularning asosiylarini ajratib olish – modelashtirishning muvaffaqiyatligiga bog‘liq bo‘lib, maqsadga tez va samarali erishish imkonini beradi. Tadqiqot qilinayotgan sohaga

tegishli mutaxassisgina ahamiyatga ega (salmoqli) parametrlarni ajratib olishi mumkin. Salmog'i kam bo'lgan boshlang'ich parametrlarni ajratish va ularni hisobga olmaslik modellashtirish jarayonini soddalashtiradi va uning asosiy hususiyatlari va qonuniyatlarini anglashga imkon beradi.

Navbatdagi qadam – jarayonning matematik tavsifini (ko'rinishini) aniqlash. Bu qadamda modelning abstrakt tavsifidan konkret matematik ma'noga ega bo'lgan ko'rinishiga o'tish kerak. Bu holatda model tenglama, tenglamalar sistemasi, tengsizliklar sistemasi, differensial tenglama yoki shunda o'xshash tenglamalar sistemasi ko'rinishda bo'ladi.

Jarayonning matematik modeli aniqlangandan so'ng, uni tadqiq qiladigan usul tanlanadi. Odatda bir masalani yechish uchun bir-nechta usullar mavjud. Ular bir-biri bilan samaraligi, yechimning turg'unligi va boshqa hususiyatlari bilan farqlanadi. Yechish usulini to'g'ri tanlash masalani yechish jarayonining muvaffaqiyatiga bog'liq.

Masala yechish algoritmini tuzish va uning dasturini yozish bu juda murakkab formallashtirish jarayondir. Hozirgi vaqtda kompyuter vositasida modellashtirish jarayonida strukturalik dasturlash usullaridan keng foydalaniladi. Dasturlash tillaridan ko'pgina fiziklar FORTRAN tilini xush ko'radi, chunki ular bu tilga o'rganib qolgan va undagi ko'p sonli standart funksiyalaridan foydalanish ular uchun qulaydir. Masalaning qaysi sohaga yo'nalganligi va dastur tuzuvchining rayiga qarab kerak bo'lgan dasturlash tili tanlanishi mumkin.

Masalani yechish dasturi tuzilgandan so'ng, uning yordamida sodda test masalasi yechiladi. Iloji boricha, agar test masala aniq yechimga ega bo'lsa bu qulay bo'ladi. Maqsad – boshlang'ich xatolarni tezkorlik bilan bartaraf qilish. Bu qadam bilan testlash jarayoni boshlanishi. Testlash jarayoni yechish algoritmi va dasturdagi barcha xatolar tugatilmaguncha davom etadi.

Testlashdan so'ng hisoblash eksperimenti jarayoni boshlanadi va tuzilgan model muayyan jarayonga mosligi aniqlanadi. Agar kompyuterda olingan natijalar eksperiment natijalari bilan kerak bo'lgan aniqlikda mos bo'lsa model muayyan jarayonga mos keladi deyiladi. Agar yaratilgan model muayyan jarayonga mos

kelmasa, u holda oldingi qadamlardan biriga qaytiladi va modelni muayyan jarayonga moslashtirish jarayoni davom ettiriladi.

1.3. Kompyuter vositasida modellashtirish

Kompyuter vositasidagi model (yoki sonli model) – alohida kompyuterda, superkompyuterda yoki kompyuterlar tarmog'ida amalga oshiriladigan kompyuter dasturidir. Dastur ob'yekt, tizim yoki tushunchalar tavsifini real ob'yektdan farqliroq, lekin algoritmik tavsifiga yaqin va tizim xususiyatlarini tasvirlovchi ma'mumotlar majmui hamda vaqt bo'yicha o'zgarish dinamikasini amalga oshirishni o'z ichiga oladi.

Eksperiment – bu nazoratchi tomonidan boshqariladigan biror bir hodisani tadqiq qilish ilmiy usulidir. Eksperiment kuzatishdan tadqiq qilinadigan ob'yekt bilan faol munosabatda bo'lishi bilan farq qiladi. Odatda eksperiment gipotezalarni tekshirish va hodisalar orasidagi bog'liklarni o'rnatish uchun ilmiy tadqiqotlar doirasida o'tkaziladi. Eksperiment bu ilmga empirik yondashuvning hal qiluvchi elementi hisoblanadi.

Eksperiment xususiyatlari:

- tadqiqotchi o'rganiladigan hodisa yuz berishini kutmasdan, uni o'zi hosil qiladi;
- o'rganiladigan hodisaning o'tish jarayoni shartlarini o'zgartirishi mumkin;
- muqobil tabiiy bog'lanishlarni (qonuniyatlarni) o'rnatish uchun eksperimentda ma'lum shartlarni istisno qilish mumkin;
- eksperiment shartlar miqdoriy nisbatlarini o'zgartirishga imkon beradi va shu asosda berilganlarni matematik qayta ishlashni amalga oshirish imkonini yaratadi.

Kompyuter vositasida eksperiment – bu tadqiqot ob'yektining matematik modeli asosida kompyuter vositasida bajariladigan eksperimentdir. Unda matematik model bilan tasvirlangan ob'yekt xususiyatlari haqida xulosa qilish va ba'zi bir parametrlar bo'yicha uning boshqa parametrlarini hisoblashdan iborat. Eksperimentning bu turini faqat shartli ravishda eksperiment deb nomlash mumkin, chunki u hodisaning tabiatini aks ettirmaydi va faqat inson tomonidan yaratilgan matematik modelni sonli amalga oshiradi. Albatta, matematik model korrekt bo'lmaganda, uning sonli yechimi jismoniy eksperiment natijalaridan farq qiladi.

Kompyuter vositasida modellashtirish - kompyuter modeli asosida murakkab tizimning tahlili yoki ayrim elementlari o'rtasidagi bo'lgan aloqalarni muqarrarlash masalasini yechish usulidir. Kompyuter vositasida modellashtirish mohiyati mavjud model asosida tadqiq qilinuvchi ob'yekt haqida miqdoriy va sifat natijalarni olishdan iborat.

Kompyuter vositasidagi modellar matematik modellashtirishning oddiy ish quroli (instrumenti) bo'lib, har xil sohadagi amaliy masalalarni yechish uchun ishlatiladi. Kompyuter vositasidagi modellar modellashtirilayotgan ob'yekt haqida yangi bilimlar olish uchun yoki analitik tadqiqot uchun murakkab bo'lgan tizimlarning faoliyatini taxminiy baholashda ishlatiladi. Kompyuter vositasida modellashtirish murakkab tizimlarni tahlil qilishning samarali usullaridan biri hisoblanadi. Kompyuter vositasidagi modellashtirish real hisoblash tajribalar o'tkazish imkoniyatining mavjudligi, moliyaviy yoki jismoniy to'siqlar, yoki oldindan aytib bo'lmaydigan natija berishi mumkin bo'lgan hollarda tadqiqot o'tkazish uchun ishlatilishi sodda va qulayroqdir.

Kompyuter vositasidagi modellarning mantiqqa egaligi va shakllantirilganligi original ob'yektni (yoki ob'yektlar butun sinfini) o'rganilayotgan original ob'yektning asosiy omillarini aniqlashga imkon beradi, xususan, parametrlar va boshlang'ich berilganlar o'zgarishini modellashtirilayotgan jismoniy tizimga ta'sirini tadqiqot qilish.

Kompyuterli modelni ishlab chiqarilishi hodisaning muayyan tabiatidan yoki o'rganilayotgan original ob'yektdan abstraktlashishga asoslangan bo'lib, ikki bosqichdan iborat - avvalo sifat, so'ngra miqdoriy modelni tuzish. Original ob'yektning qanchalik ko'p muhim xususiyatlari aniqlangan bo'lsa va kompyuter modeliga o'tkazilsa, shunchalik uni real modelga yaqinlashtirish imkoniyati bo'ladi va shu modeldan foydalanuvchi tizim shuncha ko'proq imkoniyatlarga ega bo'ladi. Kompyuter vositasida modellashtirish esa, kompyuterda qator hisoblash eksperimentlar o'tkazishdan iborat, ularning maqsadi: tahlil qilish, talqin qilish va modellashtirish natijalarini muayyan o'rganayotgan ob'yekt aynan shunday yo'l

tutishi bilan solishtirish, va kerak bo'lsa, keyinchalik modelni aniqlashtirish va boshqalar.

Modellashtirish analitik va imitatsiyali ko'rinishlariga ajratiladi. Analitik modellashtirishda algebraik, differensial va boshqa tenglamalar shaklidagi real ob'yektning matematik (abstrakt) modellari o'rganiladi, shuningdek, ular aniq yechimga olib keladigan aniq hisoblash jarayonini amalga oshirishni ta'minlashi kerak. Imitatsiyali modellashtirishda algoritmlar shaklidagi matematik modellar tadqiq qilinadi, unda tadqiq qilinayotgan tizimning faoliyati katta hajmdagi bir qator elementar amallarni bajarish orqali amalga oshiriladi.

Kompyuter vositasida modellashtirish asosiy bosqichlari quyida keltirilgan.

Bosqichning nomi	Qanday amallar bajariladi
1. Masalaning qo'yilishi va uning tahlili	1.1. Model yaratish maqsadini aniqlash. 1.2. Qanday boshlang'ich ma'lumotlar va qanday ko'rinishda ularni olishligini aniqlash. 1.3. Model yaratish uchun qanday boshlang'ich ma'lumotlar kerakligini aniqlash.
2. Axborot modelini ishlab chiqish	2.1. Model parametrlarini aniqlash va ular orasidagi uzviy bog'lanishlarni aniqlash 2.2. Ko'rilayotgan masala uchun ahamiyatga ega parametrlarni aniqlash. 2.3. Parametrlar orasidagi bog'liqlikni matematika tilida tasvirlash.
3. Kompyuter vositasidagi modelni amalga oshirishning usullari va algoritmilarini ishlab	3.1. Boshlang'ich natijalarni hisoblash usulini tanlash yoki ishlab chiqish. 3.2. Tanlangan usul natijalari bo'yicha hisoblash algoritmini tuzish. 3.3. Algoritm to'g'riligini tekshirish.

chiqish	
4. Kompyuter vositasidagi modelni ishlab chiqarish	4.1. Algoritm asosida kompyuterda dasturni ishlab chiqish vositasini tanlash. 4.2. Kompyuter vositasidagi modelni ishlab chiqish. 4.3. Yaratilgan kompyuter vositasidagi to‘g‘riligini tekshirish.
5. Kompyuterda eksperimentlar o‘tkazish	5.1. Tadqiqot rejasini ishlab chiqish. 5.2. Yaratilgan kompyuter vositasidagi model asosida eksperiment o‘tkazish. 5.3. Olingan natijalarni tahlil qilish. 5.4. Yaratilgan model hususiyatlari haqida xulosalar qilish.

Eksperiment jarayoni davomida aniqlanishi mumkin bo‘lgan hollar:

- tadqiqot rejasini moslashtirish;
- masala yechishning boshqa usulini tanlash;
- natijani olish algoritmini takomillashtirish;
- axborot modelini aniqlashtirish;
- masala qo‘yilishiga o‘zgarishlar kiritish.

Bu hollarda mos qadamga qaytiladi va jarayon boshidan boshlanadi.

Matematik modellashtirish faqat kompyuterda hisoblashlar o‘tkazishgina emas. Bu birinchi navbatda voqea va jarayonlarni o‘rganish, ularni matematik tilda ifodalashdir. Demak, matematik model – voqea va jarayonlarni absolyut to‘g‘ri ifodalash emas, balki ularni taqribiy ifodalashdir.

Matematik modellashtirish qimmat baholi eksperimentlar o‘tkazmasdan turib, voqea va jarayonlarning keyingi bosqichidagi hodisa va detallarini kompyuter ekranida o‘rganish, shuningdek, hattoki zamonaviy asbob - uskunalar ilg‘amaydigan (payqamaydigan) jarayonlarni izohlashdan iboratdir.

1.4. Konseptual modellash

Muammoli vaziyatni o'rganish natijalari asosida tuzilgan tizimning mazmunli tavsifi o'z ichiga tadqiq qilinadigan ob'yektlar hamda vaziyatlarni oladi va tadqiqot maqsadlarini belgilaydi. Konseptual model - bu modellashuvchi tizimning tuzilishini, tizimga xos va modellash maqsadiga erishish uchun ahamiyatli bo'lgan uning elementlari xususiyatlari va sabab-natijaviy bog'lanishlari aniqlaydigan abstrakt modeldir.

Tizimning mazmunli ta'rifi va tadqiq qilinuvchi masaladan tegishli konseptual modelni qurishga o'tish yo'li bir xil bo'lmaydi.

Lekin tajriba tadqiqoti deyarli har doim quyidagi bosqichlarni o'z ichiga olishini ko'rsatadi:

- tizimda bo'lib o'tayotgan asosiy jarayonlarning funksional sxemasi ishlab chiqish;
- model qo'llanishining chegarasini aniqlash;
- elementlarning to'la-to'kis tasvirlanish darajasi aniqlash.

Ko'rsatilgan qadamlarni ketma-ket bajarish aslida tizimlar modellarini qurish texnologiyasini tashkil etadi. Shuni ta'kidlash mumkinki, ko'p jihatdan o'xshash texnologiya dasturiy mahsulotni ob'yektlar modellash usullari bilan yaratishda ishlatiladi. Har bir ko'rsatilgan bosqich o'zining tushunchalar yig'imi bilan tavsiflanadi, shuning uchun bir bosqichdan navbatdasisiga o'tish bu bir tushunchalarda yozilgan modeldan boshqa bir tushunchalarga asoslangan modelga o'zgarishdan iborat. Bu o'zgarish nafaqat tushunchalar o'zgarishlari bilan, balki bizning tizim haqida bilim jamlash va tartibga solish bilan birga olib boriladi.

Navbatdagi qadam bu asosiy jarayonlarning bir biri bilan ta'sir etishi, ularning xususiyatlari va modelning chegaralarini aniqlashni tavsif etishdan iborat. Modelning asosiy elementlari va jarayonlari aniqlanganidan so'ng, ularni moslik darajasi savolini hal qilish kerak, ya'ni har bir ajratilgan jarayonda qaysi omillar va parametrlar hisobga olingan va qayd qilinganligini aniqlash kerak. Omillar va parametrlar ro'yxati modelning ham maqsadi, ham uning tadqiq qilinadigan ish nizomiga bog'liq. Bunda tizimni har xil (uzoq muddat, qisqa muddat va operativ

rejalashtirish) vaqt oralig'ida ishlashini tadqiq qilish kerak. Bu batafsil modelda vaqtinchalik parametrlarni olgandan so'ng, dag'allashgan modelni tuzish mumkin, va bu topilgan parametrlar unga boshlang'ich ma'lumotlar sifatida kiritiladi. Natijada biz bir-biriga ta'sir qiluvchi elementlar, jarayonlar va ularning ishlash xususiyatlari ro'yxatini o'z ichiga olgan va ularni o'z ishlash jarayonida hisobga oladigan konseptual modelga ega bo'lamiz.

Bu ro'yxatlarni axborot bilan ta'minlanganligini tekshirish kerak. Bu tizim haqida ma'lumotlar mavjud majmui asosida tanlangan parametrlarni o'rnatish qobiliyatini anglatadi. Ya'ni, har bir element ishlashi uchun kerak bo'lgan ma'lumotlar bilan ta'minlangan bo'lishiga ishonch hosil qilish zarur. Aks holda, yetishmaydigan ma'lumotni olish yo'lini aniqlash kerak.

1.5. Ierarxiya prinsipidan foydalanib modellar qurish

Oldingi paragrafda biz modellarni qurishda fizik qonunlarning tadbqiqini o'rganib chiqqan edik, bu paragrafda esa model qurilgan, ammo endilikda bu model yanada umumiyroq holga nisbatan qo'llanilishi mumkinligi ma'lum bo'lib qolgan vaziyatni o'rganib chiqamiz. Faqatgina ayrim hollarda eng soddada modellarning matematik modellarini to'liq ko'rinishda, uning xatti-harakati uchun mos bo'lgan barcha omillarni qurish o'zini oqlaydi. Shuning uchun "soddadan-murakkablikka qarab" tamoyilini amaliyotga tadbqiq etuvchi yondashuv o'rinli bo'lib, bu yondashuvga ko'ra keyingi qadamga murakkab bo'lmagan modelni sinchkovlik bilan o'rganib chiqqandan so'ng o'tiladi. Bunda har biri oldingingi modellarni umumlashtiruvchi va ularni xususiy hol sifatida o'ziga biriktirib oluvchi to'la modellar zanjiri (ierarxiyasi) hosil bo'ladi.

Bunday zanjirni ko'p pog'onali raketaning modeli misolida quraylik. Oldingi ma'ruzaning oxirida qayd qilinganidek, haqiqatan ham bir pog'onali raketa birinchi kosmik tezlikka erisha olmaydi. Buning sababi - yonilg'ining kerakli bo'lmagan tuzilmaviy massasi harakatlantirib yuborishga sarf bo'lishidir. Demak, raketa o'zining harakati davomida davriy ravishda ballastdan qutulib borishi lozim.

Amaliy konstruksiyada esa bu raketa foydalanib bo‘lingandan so‘ng tashlab yuboriladigan bir nechta pog‘onalardan tashkil topishini anglatadi.

m_i – i -pog‘onaning umumiy massasi, λm_i – tuzilmaviy massa (bunda yonilg‘ining massasi $(1 - \lambda)m_i$), m_p kattalikka, Ya’ni foydali yuk massasiga teng bo‘ladi). λ kattalik va gazlarning tugab bitish tezliklari barcha pog‘onalarga nisbatan bir xildir. Aniqlik uchun pog‘onalar sonini $n = 3$ ga teng deb olamiz. Bunday raketaning boshlang‘ich massasi

$$m_0 = m_p + m_1 + m_2 + m_3$$

ga teng. Birinchi pog‘onaning butun yonilg‘isi sarf bo‘lgan va raketa massasi

$$m_p + \lambda m_1 + m_2 + m_3.$$

ga teng bo‘lgan momentni o‘rganib chiqamiz. U holda Siolkovskiyning formulasiga ko‘ra, raketaning tezligi

$$v_1 = u \ln \left(\frac{m_0}{m_p + \lambda m_1 + m_2 + m_3} \right).$$

ga teng bo‘ladi. v_1 tezlikka erishilgandan so‘ng, λm_1 tuzilmaviy massa tashlab yuboriladi va ikkinchi pog‘ona ishga kiradi. Bu momentda raketaning massasi $m_p + m_2 + m_3$ ga teng bo‘ladi.

Shu momentdan boshlab, to ikkinchi pog‘onadagi yonilg‘i to‘la yonib bitgunga qadar qurilgan modeldan foydalanishga hech narsa halaqit bermaydi. Umumiy impulsning saqlanishi to‘g‘risidagi barcha mulohazalar o‘z kuchini saqlab qoladi (endilikda raketaning boshlang‘ich tezligi v_1 ga teng ekanligini hisobga olish darkor). U holda, Siolkovskiyning formulasiga ko‘ra, ikkinchi pog‘onadagi yonilg‘i yonib bitgandan so‘ng, raketa

$$v_2 = v_1 + u \ln \left(\frac{m_p + m_2 + m_3}{m_p + \lambda m_2 + m_3} \right).$$

tezlikka erishadi.

Huddi shu mulohazalarni raketaning uchinchi pogʻonasiga nisbatan ham qoʻllash mumkin. Raketaning dvigatellari oʻchirilgandan soʻng, raketaning tezligi

$$v_3 = v_2 + u \ln \left(\frac{m_p + m_3}{m_p + \lambda m_3} \right)$$

ga teng boʻladi.

Bu zanjirni ixtiyoriy sondagi pogʻonalarga nisbatan davom ettirib, mos formularni hosil qilish mumkin. $n=3$ holda esa oxirgi tezlikka nisbatan

$$\frac{v_3}{u} = \ln \left(\frac{m_0}{m_p + \lambda m_1 + m_2 + m_3} \right) \left(\frac{m_p + m_2 + m_3}{m_p + \lambda m_2 + m_3} \right) \left(\frac{m_p + m_3}{m_p + \lambda m_3} \right),$$

yoki

$$\alpha_1 = \frac{m_0}{m_p + m_2 + m_3}, \alpha_2 = \frac{m_p + m_2 + m_3}{m_p + m_3}, \alpha_3 = \frac{m_p + m_3}{m_p},$$

belgilashlarni kiritgan holda,

$$\frac{v_3}{u} = \ln \left\{ \left(\frac{\alpha_1}{1 + \lambda(\alpha_1 - 1)} \right) \left(\frac{\alpha_2}{1 + \lambda(\alpha_2 - 1)} \right) \left(\frac{\alpha_3}{1 + \lambda(\alpha_3 - 1)} \right) \right\}$$

tenglikka ega boʻlamiz.

Mazkur ifoda $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ kattaliklarga nisbatan simmetrik boʻlib, u oʻzining maksimumiga simmetrik holda, Yaʼni $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$ boʻlganda erishadi. Bunda, $i = 3$ ga nisbatan

$$\alpha = \frac{1 - \lambda}{P - \lambda}, \quad P = \exp \left(-\frac{v_3}{3u} \right).$$

munosabat oʻrinlidir.

$\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 = \alpha$ munosabat oʻrinlidir, buni m_0/m_p yoki

$$\alpha^3 = \frac{m_0}{m_p} = \left(\frac{1 - \lambda}{P - \lambda} \right)^3.$$

bo'lganda tekshirish mumkin. Ko'p pog'onali raketaga nisbatan shunga o'xshash ravishda

$$\frac{m_0}{m_p} = \left(\frac{1 - \lambda}{P - \lambda} \right)^n, \quad P = \exp \left(-\frac{v_n}{nu} \right), \quad (1)$$

ga ega bo'lamiz, bu yerda n — pog'onalar soni.

(1) formulani tahlil qilaylik. $v_n = 10,5$ km/s, $A = 0,1$ deb olamiz. U holda $n = 2, 3, 4$ ga nisbatan mos ravishda $m_0 = 149 m_r$, $m_0 = 77 m_p$, $m_0 = 65 m_p$ deb olamiz. Bu degani, ikki pog'onali raketa foydali massani orbitaga chiqarishga layoqatlidir (ammo bir tonnalik foydali yukda 149 tonnalik vaznli raketaga ega bo'lish darkor). Uchinchi pog'onaga o'tish raketaning massasini deyarli ikki martaga kamaytiradi (ammo uning tuzilmasini murakblashtiradi), to'rt pog'onali raketa esa uch pog'onaliga nisbatan sezilarli yutuqni bermaydi.

Ierarxik zanjirni qurish natijasida bu kabi muhim xulosalarga nisbatan oson yo'l bilan kelindi. Matematik modellarning ierarxiyasi teskari “murakkabdan osonga qarab” tamoyili bo'yicha ham quriladi. Bunday holatda “yuqoridan pastga” tartibda ish ko'riladi - umumiy va murakkab modeldan soddalashtiruvchi farazlar asosida nisbatan sodda (ammo tadbiq etilish doirasi ancha tor bo'lgan) modellar ketma-ketligi hosil qilinadi.

2. IMITATSIYALI MODELASHTIRISH

2.1. Modda va energiya muvozanatining modeli

Modda va energiyaning muvozanatini hisobga olgan differensial tenglamalarga asoslanuvchi modelga misol ko'raylik. Ma'lumki, tabiatda, hattoki eng qulay sharoitlarda ham daraxtning o'sishi ma'lum bir chegaradan oshmaydi. Nima uchun hamma daraxtlar tabiati qanday bo'lishidan qat'iy nazar, avvaliga tez

o'sib, so'ngra o'sish sur'atlari sekinlashadi va nihoyat umuman o'sishdan to'xtab qoladi?

Ongli ravishda shunisi ravshanki, daraxt o'sishi bilan fotosintez tufayli energiya ko'payadi, boshqa tomondan esa ozuqaviy moddalarni daraxtning butun hajmi bo'yicha uzatish bilan bog'liq qiyinchiliklar paydo bo'ladi, bundan esa energiyaning katta qismi shu kabi ehtiyojlarga sarf bo'ladi. Va nihoyat, shunday vaqt momenti keladiki, daraxt o'sishi uchun kerak bo'ladigan yangi energiya xarajatlarini qoplay olmaydi va daraxt o'sishdan to'xtaydi. Bu kabi ongli mulohazalar asosida gipotezalar bayon qilinib, model qurish, so'ngra esa mulohaza qilish mumkin.

Poletaev I.A. tomonidan taklif etilgan modelni o'rganib chiqamiz. Bu model quyidagi soddalashtiruvchi farazlarga asoslangan:

1. Yetuk yoshdagi o'simlik o'sish jarayonida geometrik o'xshashlikni saqlab qoladi. Bu degani, yetuk daraxtda o'sish davomida geometrik o'lchamlarning nisbati, masalan balandlikning diametriga nisbati ($h/d = const$) o'zgarmasdan qoladi.
2. Erkin energiyani (yoki faol moddani) o'simlik faqatgina fotosintez yo'li bilan oladi.
3. Erkin energiya fotosintezga, tirik tanani qurish (o'sish) va eritmani tuproqdan ko'tarish uchun sarf bo'ladi.
4. Katta vaqt oraliklarida o'simlik tanasining birlik yuzasiga to'g'ri keluvchi o'zgarmas miqdordagi yorug'likni oladi (kunlik va mavsumiy tebranishlarni hisobga olmagan holda) va tuproqdagi chegaralanmagan zahiradan kerakli moddalarni yutadi.

Endi muvozanat tenglamasini qurish mumkin bo'ladi. x – daraxtning balandligi bo'lsin; u holda 1-farazga ko'ra, barg sathining yuzasi x^2 ga, o'simlik hajmi esa x^3 kattalikka proporsional bo'ladi. Ma'lumki, x vaqt o'tishi bilan o'zgaradi: $x = x(t)$. Muvozanat tenglamasida qatnashgan barcha kattaliklarni x orqali ifodalashga harakat qilamiz. Avval, kelib tushuvchi E erkin energiyaga mos keluvchi ifodani topamiz. Bu energiya fotosintez tufayli hosil bo'ladi. O'simlikning

yashil qismi qanchalik ko‘p bo‘lsa, energiya shunchalik katta bo‘ladi. Shunday qilib, E energiya x^2 ga proporsional deb hisoblash mumkin: $E = \alpha x^2$, bu yerda α - proporsionallik koeffitsiyenti (u barglarning o‘lchami va shakliga bog‘liq bo‘lib, konkret turdagi o‘simlik uchun uni o‘zgaras deb hisoblash mumkin).

2-farazga ko‘ra boshqa energiya manbalari yo‘q va shuning uchun energiya sarf bo‘lishini kuzatib borish mumkin. Energiyaning bir qismi avval, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladi. Bu xarajat ham x^2 ga bog‘liq bo‘lib, uni βx^2 ko‘rinishda ifodalash mumkin, bu yerda β proporsionallik koeffitsiyenti α dan kichikdir. So‘ngra energiya ozuqaviy eritmani o‘simlikning barcha qismlariga yetkazib berish uchun sarf bo‘ladi. Yetkazib beriluvchi yo‘llar, ya‘ni, o‘simlikning hajmi qanchalik katta bo‘lsa, xarajat ham shunchalik katta bo‘ladi. Bundan tashqari, bu xarajat og‘irlik kuchini yengib o‘tish bilan bog‘liq bo‘lib, ozuqaviy moddalarni qanchalik kattaroq balandlikka ko‘tarish kerak bo‘lsa, u ham shunchalik katta bo‘ladi. Shunday qilib, bu xarajat ham x^3 hajmga, ham x balandlikka bog‘liq bo‘lib, uni hajm va balandliklarning ko‘paytmasi, ya‘ni $\gamma x^3 x$ ga proporsional deb hisoblash mumkin.

Va nihoyat, energiya o‘simlik massasini orttirishga, ya‘ni o‘sishga sarf bo‘ladi. Bu xarajat o‘sish tezligiga, ya‘ni massaning vaqt bo‘yicha olingan hosilasiga proporsional ($m = \rho x^3$, bu yerda ρ - o‘simlikning o‘rtacha zichligi, x^3 – hajm). Shunday qilib, oxirgi harajat

$$\delta \frac{d}{dt}(\rho x^3)$$

ko‘rinishda ifodalanishi mumkin, bu yerda δ – proporsionallik koeffitsiyenti.

Energiyaning saqlanish qonuniga ko‘ra (aytib o‘tilgan farazlarni hisobga olgan holda) energiya sarf bo‘lishi uning kelib tushishiga teng bo‘lishi kerak, bundan quyidagi muvozanat tenglamasiga ega bo‘lamiz:

$$\alpha x^2 = \beta x^2 + \gamma x^4 + \delta \frac{d}{dt}(\rho x^3)$$

yoki

$$\alpha x^2 = \beta x^2 + \gamma x^4 + \delta \rho 3x^2 \frac{dx}{dt}. \quad (1)$$

Bu munosabat $x(t)$ ga nisbatan differensial tenglamani ifodalaydi.

Tenglamani noldan farqli bo'lgan $3\delta\rho x^2$ ifodaga bo'lib va

$$a = \frac{\alpha - \beta}{3\delta\rho} > 0; \quad b = \frac{\gamma}{3\delta\rho} > 0$$

belgilashlarni kiritgandan so'ng, $\frac{dx}{dt} = a - bx^2$, $x(0) \approx 0$ (2)

munosabatlarga ega bo'lish mumkin.

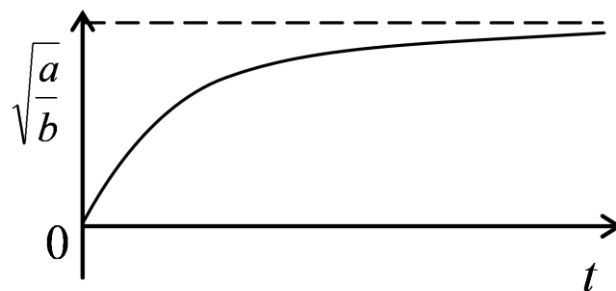
Daraxt o'sib borayotganligi tufayli, dx/dt hosila musbat. Bu degani $a - bx^2 > 0$, Ya'ni $x^2 < a/b$. Shuning uchun (2) ifodani integrallab,

$$\ln \frac{\sqrt{\frac{a}{b}} + x}{\sqrt{\frac{a}{b}} - x} = 2\sqrt{ab}(t - t_0)$$

ga ega bo'lamiz, bu yerdan

$$x(t) = \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{1 - e^{-2\sqrt{ab}(t-t_0)}}{1 + e^{-2\sqrt{ab}(t-t_0)}}.$$

Bu formula daraxt o'sishining vaqt bo'yicha egri chizig'ini beradi (rasm 2.1.).



Rasm 2.1.

Agarda a va b lar ma'lum bo'lsa (ular daraxtning turiga bog'liq bo'ladi), u holda mazkur formula bo'yicha berilgan turdagi daraxtning yoshiga qarab o'rtacha o'sishini aniqlash mumkin. Modelning real tajribaviy vaziyatlarda sinovdan

o‘tkazilishi uning adekvatligini tasdiqlab berdi. Demak, uning asosida yotgan farazlar haqiqatga zid emas.

Masala. O‘rmondagi daraxtlarning maksimal balandligi 50 metr. 40-yoshli daraxtlarni kesib, sellyuloza tayyorlashda xom-ashyo sifatida ishlatadilar. Bu daraxtlarning o‘rtacha balandligi 15 metr a va b koeffitsiyentlarni aniqlang va modelni quring.

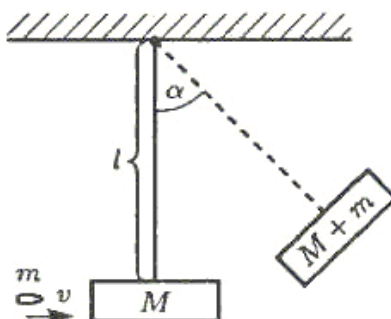
Yechish sxemasi. (t) yosh ortib borishi bilan, $x(t)$ balandlik $\sqrt{\frac{a}{b}}$ ga yaqinlashib boradi (tenglamaning yechimiga qarang).

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{a}{b}} = 50 \\ \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{1 - e^{-2\sqrt{ab}40}}{1 + e^{-2\sqrt{ab}40}} = 15 \end{cases} .$$

Bu sistemani yechish natijasida a va b koeffitsiyentlarning qiymatlarini topish mumkin bo‘ladi.

2.2. Energiyaning saqlanish qonuni

Bu qonun qariyb ikki yuz yillardan buyon ma’lum bo‘lib, tabiatning buyuk qonunlari orasida alohida o‘rinni egallaydi. Bu qonunga tayanib, yaqin atrofda maxsus laboratoriyaga ega bo‘linmasada, to‘pponcha o‘qining tezligini tezkor aniqlash niyatida mayatnik turidagi nisbatan oson qurilma - mustahkam va erkin aylanuvchi yengil sterjenga osilgan yukdan foydalanish mumkin (rasm 2.2.).



Rasm 2.2. Matematik mayatnik

Faraz qilaylik, m massali o'q M massali yukka v tezlik bilan otilsin. Natijada yukda tiqilib qolgan o'q "o'q-yuk" sistemasiga o'zining kinetik energiyasini beradi. Bu kinetik energiya sterjenning vertikalidan eng yuqori chetlashish momentida "o'q-yuk" sistemasining potensial energiyasiga o'tadi.

Bu o'tishlar quyidagi tengliklar zanjiri orqali tasvirlanadi:

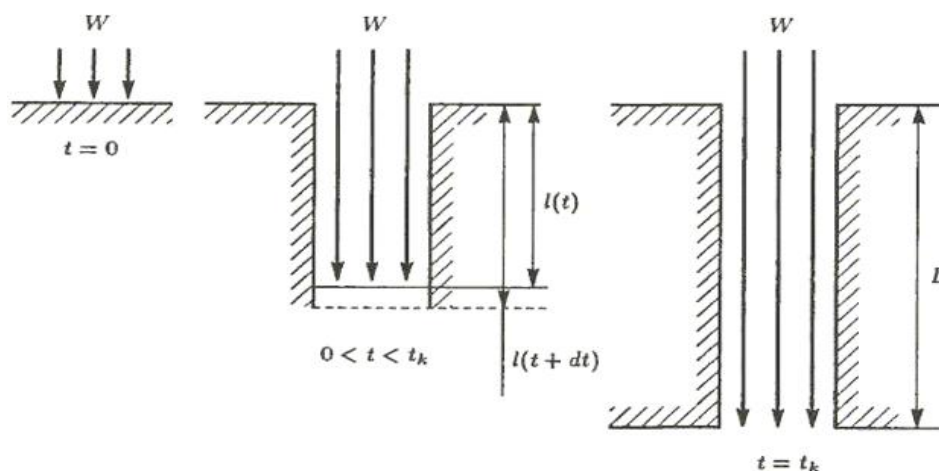
$$\frac{mv^2}{2} = (M + m) \frac{V^2}{2} = (M + m)gl(1 - \cos \alpha).$$

Bu yerda $mv^2/2$ – v tezlikka ega bo'lgan m massali o'qning kinetik energiyasi, M – yukning massasi, V – "o'q-yuk" sistemasining to'qnashuvdan keyingi tezligi, g – erkin tushish tezlanishi, l – sterjenning uzunligi, α – vertikalidan eng yuqori chetlashish burchagi.

Izlanayotgan tezlik quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$v = \sqrt{\frac{2(M + m)gl(1 - \cos \alpha)}{m}},$$

Bu qiymat o'q va yukni isitish, havoning qarshiligini yengish, sterjenni tezlashtirish va boshqa harakatlarga sarf bo'lgan energiyalar unchalik katta bo'lmaganida aniq ko'rinishga ega bo'ladi. Bir qarashda o'rinli hisoblangan mazkur mulohaza aslida to'g'ri emas. O'q va mayatnikning "yopishish"i paytida sodir bo'ladigan jarayonlar endilikda sof mexanik jarayonlar emas.



Rasm 2.3. Metalni lazer bilan o'yishning boshlang'ich, oraliq va yakuniy bosqichlari.

Shuning uchun V kattalikni hisoblashda qo'llanilgan mexanik energiyaning saqlanish qonuni o'rinli emas: sistemaning mexanik energiyasi emas, to'liq energiyasi saqlanadi. U o'qning tezligini baholash uchun quyi chegarani beradi, xolos (bu sodda masalani to'g'ri yechish uchun impulsning saqlanish qonunidan ham foydalanish kerak).

Shunga o'xshash mulohazalarni muhandis ham L qalinlikdagi metall qatlamini nurlanishi materialning sirtiga perpendikulyar bo'lgan W quvvatli lazer bilan o'yish vaqti t_k ni baholashda ham tadbqiq etishi mumkin (4).

Agarda lazerning energiyasi $LS\rho$ (S – nurlanuvchi yuza, LS – ustunchaning hajmi, ρ – moddaning zichligi) massali metall ustunchasining bug'lanishiga to'liq sarf bo'lsa, u holda energiyaning saqlanish qonuni quyidagi tenglik bilan ifodalanadi:

$$E_0 = Wt_k = hLS\rho, \quad (1)$$

bu yerda h – birlik massaning bug'lanishi uchun kerak bo'ladigan energiya. h kattalik tarkibli tuzilmaga ega: $h=(T_{pl}-T)h_1+h_2+h_3$, chunki materialni ketma-ket ravishda erish temperaturasi T_{pl} gacha isitish, so'ngra qizitib, bug'ga aylantirish kerak (T – boshlang'ich temperatura, h_1 – solishtirma issiqlik sig'imi, h_2 va h_3 – mos ravishda erish va bug' hosil qilishning solishtirma issiqligi).

O'yish chuqurligi $l(t)$ ning vaqt o'tishi bilan o'zgarishi t dan $t+dt$ gacha bo'lgan vaqt oralig'idagi energiyaning muvozanatidan aniqlanadi. Bu vaqt ichida bug'langan

$$[l(t+dt) - l(t)]S\rho = dlS\rho$$

massaga $dl hS\rho$ energiya sarf bo'lib, bu energiya lazer tomonidan moddaga uzatiladigan Wdt energiyaga teng bo'ladi:

$$dl hS\rho = W dt$$

Bu yerdan quyidagi differensial tenglama

$$\frac{dl}{dt} = \frac{W}{hS\rho}.$$

kelib chiqadi. Tenglamani integrallash (boshlang'ich o'yish chuqurligi nolga tengligini hisobga olgan holda) natijasida

$$l(t) = \frac{W}{hS\rho}t = \frac{E(t)}{hS\rho} \quad (2)$$

ga ega bo'lamiz, bu yerda $E(t)$ – lazer tomonidan t vaqt momentigacha ajralgan to'la energiya. Demak, o'yish chuqurligi sarf bo'lgan energiyaga proporsionaldir.

Aslida o'yish jarayoni o'rganib chiqilgan sxemaga qaraganda ancha murakkabdir – energiya moddani isitish, noto'g'ri shaklda bo'lishi mumkin bo'lgan o'ymadan bug'larni yo'qotish uchun sarf bo'ladi. Shuning uchun, taklif etilgan matematik modelning to'g'riligiga ishonch unchalik katta emas. Ob'yekt va uning modeli o'rtasidagi muvofiqlik to'g'risidagi masala – matematik modellashdagi markaziy masalalardan biri bo'lib, kelgusida biz unga yana ko'p marotaba qaytamiz.

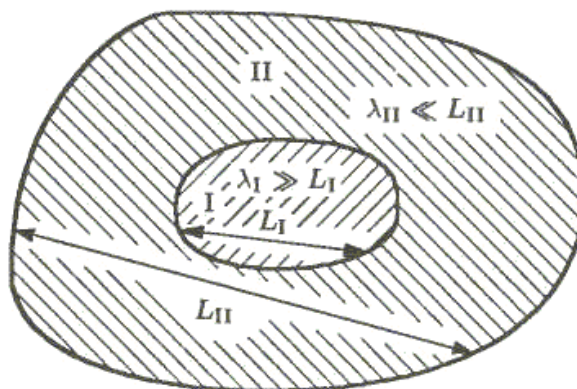
2.3. Modda massasining saqlanish qonuni

Maktab o'quvchisi ikkita quvurdan oqib keluvchi va chiquvchi suv bilan basseyini to'ldirish to'g'risidagi masalani yechish paytida aynan bu mulohazaga tayanadi. Albatta mazkur qonunning tadbiq etilish doirasi bunga qaraganda yanada kengroqdir.

Faraz qilaylik, radioaktiv modda (uran) “oddiy” material (qo'rg'oshin) ning qalin qatlami bilan o'ralgan bo'lsin. Ushbu holat bo'linuvchi materiallarni saqlashda yoki ulardan energetikada foydalanishda uchrab turadigan tabiiy holdir.

“Katta bo'lmagan” iborasi ostida soddalashtirilgan hol, aniqrog'i, yemirilishda qatnashgan barcha mahsulotlar moddaning atomlari bilan to'qnashmagan holda I-sohani hech qanday qiyinchiliklarsiz tark etishi tushuniladi. Boshqa so'z bilan aytganda, birinchi moddadagi yemirilish mahsulotlarining erkin yugurib o'tish uzunligi λ_I materialning xarakterli o'lchami L_I dan anchagina kattadir, Ya'ni $\lambda_I \gg L_I$. Agar ikkinchi moddadagi yemirilish mahsulotlarining

erkin yugurib o'tish uzunligi materialning xarakterli o'lchamidan anchagina katta, Ya'ni $\lambda_{II} \ll L_{II}$ bo'lsa ajraluvchi mahsulotlar II sohada to'la yutiladi (rasm 2.4.).



Rasm 2.4. Radioaktiv chiqindilarni saqlash sxemasi

Shunday qilib, I-sohadan uchib chiqadigan barcha moddalar II-sohada yutiladi va ikkala moddaning umumiy massasi vaqt o'tishi bilan o'zgarmaydi. Aytib o'tilgan mulohazalar berilgan vaziyatga nisbatan tadbiiq etilgan moddaning saqlanish qonunidir. Agarda boshlang'ich vaqt momenti $t=0$ da moddalarning massalari mos holda $M_I(0)$ va $M_{II}(0)$ teng bo'lgan bo'lsa, u holda ixtiyoriy vaqt momentida

$$M_I(0) + M_{II}(0) = M_I(t) + M_{II}(t). \quad (3)$$

muvozanat o'rinli bo'ladi. Ikkita $M_I(t)$ va $M_{II}(t)$ massalarning joriy qiymatlarini aniqlash uchun (3) tenglamaning o'zi yetarli bo'lmaydi. Matematik bayonni oxiriga yetkazish uchun yemirilish jarayonini qo'shimcha mulohazalarni jalb etgan holda o'rganish kerak. Ushbu mulohaza quyidagicha: yemirilish tezligi (birlik vaqt ichida yemiriluvchi atomlar soni) radioaktiv moddadagi atomlarning umumiy soniga proporsional. t va $t+dt$ momentlar orasidagi dt vaqt oralig'ida jami

$$N_I(t + dt) - N_I(t) = -\alpha N_I(t + \xi dt), \quad \alpha > 0, \quad 0 < \xi < 1,$$

ta atom yemiriladi. Bu yerda moddaning saqlanish qonuni butun jarayonga emas, faqatgina dt vaqt oralig'i uchun ikkinchi marotaba qo'llanilgan. Atomlarning muvozanatini ta'riflovchi mazkur tenglamaning o'ng tomonida minus ishorasi

turibdi (modda kamayadi), $N_I(t + \xi dt)$ kattalik esa ko‘rilayotgan vaqt ichida atomlar sonining o‘rtacha qiymatini ifodalaydi. Uni differensial shaklda yozib olamiz:

$$\frac{dN_I(t)}{dt} = -\alpha N_I(t).$$

$M_I(t) = \mu_I N_I(t)$ ekanligini hisobga olgan holda, bu yerda μ_I – I moddaning atom vazni,

$$\frac{dM_I(t)}{dt} = -\alpha M_I(t). \quad (4)$$

ga ega bo‘lamiz. O‘z-o‘zidan chiqaruvchi radioaktivlikda har qanday atom o‘zining atrofidagi moddaning holatiga bog‘liq bo‘lmagan yemirilish ehtimolligiga ega bo‘ladi. Shuning uchun, radioaktiv modda qanchalik ko‘p (kam) bo‘lsa, birlik vaqt ichida shunchalik ko‘p (kam) mahsulot ajralib chiqadi. Proporsionallik koeffitsiyenti $\alpha > 0$ (emirilish doimiysi) har bir konkret modda uchun o‘zining aniq qiymatiga ega.

(3), (4) tenglamalar $\lambda_I \gg L_I$, $\lambda_I I \ll L_{II}$ shartlar hamda $M_I(0)$, $M_{II}(0)$ kattaliklar bilan birgalikda o‘rganilayotgan ob‘yektning matematik modelini tashkil etadi.

(4) ni integrallab, bo‘linuvchi (ajraluvchi) moddaning massasi eksponensial qonun bo‘yicha kamayishiga guvoh bo‘lamiz

$$M_I(t) = M_I(0)e^{-\alpha t},$$

va $t \rightarrow \infty$ da I sohada modda butunlay yo‘qoladi, ya’ni I sohadagi moddalar butunlay II sohaga o‘tib ketadi. Umumiy massa (3) ga ko‘ra o‘zgarmasdan qolganligi uchun, II sohadagi modda miqdori ortib boradi:

$$M_{II}(t) = M_{II}(0) + M_I(0) - M_I(0)e^{-\alpha t} = M_{II}(0) + M_I(0)(1 - e^{-\alpha t}),$$

va $t \rightarrow \infty$ da yemiriluvchi moddalar I-sohadan butunlay II-sohaga o‘tib ketadi.

2.4. Impulsning saqlanish qonuni

Ma'lumki, shamol bo'lmasa dengiz sathida qo'zg'almasdan turgan qayiqning bir uchidan ikkinchi uchiga qarab bir necha qadam qo'yilsa, qayiq harakatlanishni boshlaydi. Impulsning saqlanish qonuni aynan shu yerda o'zini namoyon qiladi, bu qonunga ko'ra: sistema tashqi ta'sirga uchramasa sistemaning impulsi saqlanadi. Eshkaklar harakatga keltirilgandan so'ng qayiq bu harakatga qarama-qarshi tomonga siljish bilan harakatlanadi.

Ko'pgina ajoyib texnik qurilmalar reaktiv harakat prinsipiga asolangan. Masalan, sun'iy yo'ldoshni Yer atrofidagi orbitaga chiqaruvchi raketa tezligini birinchi kosmik tezlik – 8 km/s ga yetkazishi zarur.

Raketa harakatining eng sodda matematik modeli havoning qarshiligi, yerning tortish kuchini hisobga olmagan holda impulsning saqlanish qonunidan kelib chiqadi.

Raketa yoqilg'i bakidagi yonish mahsulotlaridan hosil bo'lgan gaz yoqilg'i bakidan u tezlik (zamonaviy yoqilg'ilarga nisbatan bu kattalik 3-5 km/s ga teng) bilan chiqib ketsin. t va $t+dt$ momentlar orasidagi kichik vaqt oralig'i dt da yonilg'ining bir qismi yonadi va raketaning massasi dm kattalikka o'zgaradi. Shuningdek, raketaning impulsi ham o'zgaradi, ammo "raketa plus yoqilg'i mahsulotlari" sistemasining impulsi t vaqtidagi kabi o'zgarmasdan, saqlanib qoladi, ya'ni

$$m(t)v(t) = m(t+dt)v(t+dt) - dm[v(t+\xi dt) - u],$$

Bu yerda $v(t)$ – raketaning tezligi, $v(t+\xi dt) - u$, $0 < \xi < 1$ – dt vaqt oralig'ida yoqilg'i bakidan ajralib chiqadigan gazlarning o'rtacha tezligi (ikkala tezlik ham Yerga nisbatan olinadi). Bu tenglikning o'ng qismida turgan birinchi had – raketaning $t+dt$ vaqt momentidagi impulsini, ikkinchisi – dt vaqt ichida yoqilg'i bakidan ajralib chiqadigan gazlarning impulsini anglatadi.

$$m(t+dt)=m(t)+(dm/dt)dt+O(dt^2)$$

tenglikni hisobga olgan holda, impulsning saqlanish qonunini quyidagi differensial tenglama ko‘rinishida yozib olish mumkin

$$m \frac{dv}{dt} = - \frac{dm}{dt} u,$$

bu yerda $-(dm/dt)u$ had raketa dvigatellarining tortish kuchi bo‘lib, uni

$$\frac{dv}{dt} = -u \frac{d(\ln m)}{dt},$$

ko‘rinishga keltirib olgandan so‘ng, osongina integrallash mumkin:

$$v(t) = v_0 + u \ln \left(\frac{m_0}{m(t)} \right),$$

bu yerda v_0, m_0 – mos ravishda raketaning $t=0$ vaqt momentdagi tezligi va massasi. Agarda $v_0=0$ bo‘lsa, u holda raketa yoqilg‘isining to‘la yonib bo‘lganida erishiladigan raketaning maksimal tezligi

$$v = u \ln \left(\frac{m_0}{m_p + m_s} \right) \quad (5)$$

ga teng. Bu yerda m_p – foydali massa (sputnik massasi), m_s – struktura massasi (raketaning massasi yoqilg‘i baklari, dvigatellar, boshqaruv tizimlari va h.k. larning massalaridan tashkil topadi).

Siolkovskiyning (5) sodda formulasi kosmik uchishlar uchun raketaning strukturasi qanday bo‘lishi kerakligi to‘g‘risida fundamental xulosani chiqarishga imkon beradi.

$$\lambda = \frac{m_s}{m_0 - m_p},$$

kattalikni kiritaylik. Bu kattalik $m_r=0$ da raketaning strukturaviy va boshlang‘ich massalari nisbatini ifodalaydi. U holda haqiqiy $\lambda = 0,1, u = 3$ km/s qiymatlarga nisbatan, $m_r = 0$ da

$$\lambda = \frac{m_s}{m_0 - m_p},$$

ga ega bo‘lamiz. Bu yerdan hattoki eng ideal vaziyat (foydali massa nolga teng, yerning tortish kuchi va havoning qarshiligi yo‘q bo‘lgan) da ham o‘rganilayotgan turdagi raketa birinchi kosmik tezlikka erisha olmasligi kelib chiqadi. Shu tufayli, kosmonavtikaning asoschilari kelgan xulosaga ko‘ra, ko‘p pog‘onali raketalardan foydalanish lozimdir.

Keltirilgan misol shu jumladan murakkab ob‘yektlarni matematik modellash tirishning boshlang‘ich davrida qo‘llaniladigan “eng katta qulaylik” prinsipini namoyish qiladi: agarda eng yaxshi sharoitlarga qo‘yilgan ob‘yekt kerakli xarakteristikalariga erisha olmasa, u holda ob‘yektga nisbatan yondashuvni o‘zgartirish yoki unga qo‘yilgan talablarni yumshatish lozim; agarda talablarga erishib bo‘lsa, u holda keyingi qadamlar ob‘yektga nisbatan qo‘shimcha murakkablashtiruvchi omillarning ta’sirini o‘rganish bilan bog‘liqdir.

3. OMMAVIY XIZMAT KO‘RSATISH TIZIMLARINI MODELLASHTIRISH

3.1. Ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimlari modellari

Ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimlari – bu unga tushadigan talablarni amalga oshiradigan tizimdir. Ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimlarida talablarni amalga oshirish xizmat ko‘rsatish qurimlalar bilan bajariladi.

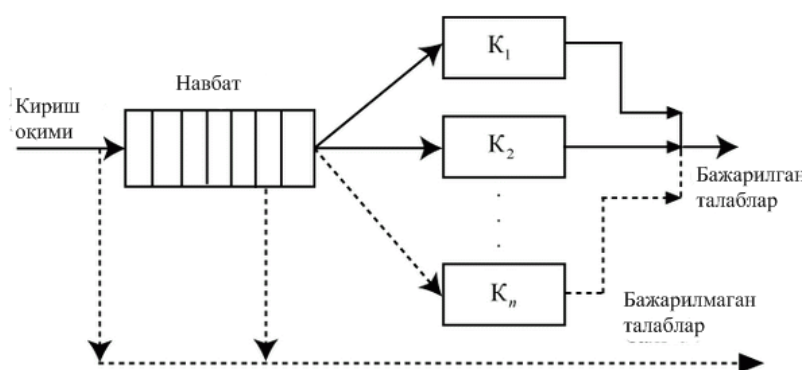
Klassik ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimlari birdan cheksizgacha qurilmalarni o‘z ichiga oladi.

Ishlab chiqarishni boshqarish, axborot, tarmoqlari transport tizimlari optimallashtirish masalalarini hal etishda ko‘pincha bir qator o‘xshash muammolar paydo bo‘ladi:

- aloqa kanallar, avtomobil va temir yo‘llarining sig‘imligini baholash va boshqalar;
- korxonalar , kompyuter tarmoqlari ishlashining samaradorligiri baholash;

- aloqa kanallari va transport aloqa yo'llarini (marshrutlari) sonini aniqlash va boshqalar.

Barcha bu masalalarning o'xshashligi ularda ommaviy xizmat ko'rsatishga talab mavjudligidan iborat. Bu talabni qondirishda ommaviy xizmat ko'rsatish tizimini tashkil qiluvchi aniq bir elementlar majmui ishtrok etadi (rasm 3.1.).



Rasm 3.1. Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi elementlari quyidagilarda iborat:

- xizmat ko'rsatishga talablar (so'rovlar) kirish (kiruvchi) oqimi;
- xizmat ko'rsatish qurilmalari (kanallari);
- xizmat ko'rsatishni kutayotgan talablar navbati;
- chiqish (chiquvchi) xizmat ko'rsatilgan talablar oqimi;
- xizmat ko'rsatilmagan talablar oqimi;
- bo'sh kanallar navbati (ko'p kanalli ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari uchun).

Kirish oqimi – bu xizmat ko'rsatish talablar majmui. Ko'pincha talab uni tashuvchisi bilan belgilanadi. Masalan, birlashmaning ustaxonasiga keladigan buzilgan radioappaturalar oqimi bu ommaviy xizmat ko'rsatish tizimida xizmat ko'rsatishga talablar oqimidan iborat.

Odatda amalda rekurrent oqimlar deb nomlanuvchi, quyidagi xususiyatlarga ega oqimlar bilan shug'ullanadilar:

- statsionarlik (turg'unlik);
- ordinarlik (oddiylik);

- amaldang so‘ng cheklanganligi.

Amaldan so‘ng cheklanganligi oqibatiga kelganda, bu tizimga tushayotgan talablar (so‘rovlar) orasidagi intervallar ixtiyoriy tasodifiy o‘zgaruvchi miqdordir.

Rekurrent oqimlar ko‘p uchraydi. har bir interval taqsimlanishi qonuni o‘zining rekurrent oqimini hosil qiladi. Rekurrent oqimlari boshqacha qilib Palma oqimlari deyiladi.

Sodda statsionar oqim – bu Puasson oqimi bo‘lib, unda so‘rovlar orasidagi tasodifiy intervallar eksponensial taqsimlangan.

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, f(t) = \lambda e^{-\lambda t},$$

bunda λ - oqimlar jadalligi.

Puasson oqimining nomi Δt vaqt intervalida k so‘rovlarning $P_k(\Delta t)$ ehtimoli bilan paydo bo‘lishi Puasson qonuni asosida aniqlangan

$$P_k(\Delta t) = \frac{(\lambda \cdot \Delta t)^k}{k!} e^{-\lambda \cdot \Delta t}$$

Aynan shu ko‘rinishdagi oqimni ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimlari ishlab chiqishda loyihalovchilar tomonidan taklif qiladi.

Birinchidan, ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimlaridagi bu turdagi oqim ehtimollik nazariyasidagi normal tarqalgan qonunga mos keladi. Chunki, ixtiyoriy hususiyatli oqim limit o‘tkazish asosida sodda statistik oqimiga keltiradi. Sodda statistik oqim esa oqimlar soni cheksizga o‘sganda ixtiyoriy hususiyatli oqimlarning yig‘indisini tashkil qiladi va ularning intensivligi kamayadi. Ya’ni λ_i intensivlarigi ega ixtiyoriy bog‘lanmagan oqimlar yig‘indisi

$$\lambda = \sum_i \lambda_i$$

qiymatga ega sodda oqim hisoblanadi.

Ikkinchidan, agar xizmat kanallari (qurilmalari) so‘rovlarning sodda oqimlarga mo‘ljallangan bo‘lsa, u holda boshqa turdagi oqimlarga xizmat qilishni ta’minlash (bir xil intensivlik bilan) undan kam bo‘lmagan samaradorlikda amalga oshiriladi.

Uchinchidan, tizimda xuddi shunday oqimni Markov jarayoni aniqlaydi va tizimning matematik tahlilining qulayligi ta’minlanadi.

Ko‘pincha xizmat ko‘rsatishda bo‘lgan kirish oqim so‘rovlarining soni so‘rovlar soniga bog‘liq bo‘lgan tizimlar uchraydi. Bunday ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimlari **yopiq**, aks holda **yopiq emas** deyiladi.

Misol uchun, birlashmaning aloqa ustaxonasi faoliyati yopiq ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimining yopiq modeli bilan tasvirlanishi mumkin.

Faraz qilaylik, bu ustaxona m -ta radiostansiyalariga xizmat qilishga mo‘ljallangan.

Ularning har birini λ ishdan chiqish intensivligiga ega.

Ishdan chiqqan apparatning kirish oqimi λ_p ga teng intensivlikga ega bo‘ladi

$$\lambda_p = \lambda(m - n),$$

bunda n - ustaxonada ta‘mirlashdagi bo‘lgan radiostansiyalar soni.

Xizmat ko‘rsatish kelgan so‘rovlar uchun har xil huquqlarga ega bo‘lishi mumkin.

Bu holda so‘rovlar *bir jinsli emas* deb aytiladi. Bir oqim so‘rovlarining boshqalaridan avzalligi ustuvorlik shkalasi bilan beriladi.

Variatsiya koeffitsiyenti kirish oqimining muhim hususiyati hisoblanadi va so‘rovlar notekis tushishligining darajasini aks ettiruvchi hususiyati:

$$\nu = \frac{\sigma}{\bar{\tau}_{\text{инт}}},$$

bu yerda

$\bar{\tau}_{\text{инт}}$ - interval uzunligining matematik kutilishi;

σ - tasodifiy miqdor bqlib, $\tau_{\text{инт}}$ (interval uzunligining) o‘rta kvadratik chetlanishi.

Sodda oqim uchun
$$\left(\sigma = \frac{1}{\lambda}, \tau_{\text{инт}} = \frac{1}{\lambda} \right) : \nu = 1$$

Ko‘pchilik real oqimlar uchun $0 \leq \nu \leq 1$. $\nu = 0$ bo‘lganda oqim regulyar, deterministik deyiladi.

3.2. Xizmat ko‘rsatish kanallari faoliyatini modellashtirish

Ommaviy xizmat ko‘rsatish tizimlarida bir yoki bir necha xizmat ko‘rsatish kanallari (qurilmalari) bo‘lishi mumkin. Shunga nisbatan ular bir yoki ko‘p kanallik

deb ataladi. Ko'p kanallik ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi bir yoki har xil turli qurilmalardan iborat bo'lishi mumkin.

Xizmat qiluvchi qurilmalar quyidagilardan iborat:

- aloqa chizig'i;
- ta'mirlash ustaxonasining ustasi, sotuvchilar, kassirlar;
- kompyuter tarmoqlaridagi marshrutizatorlar;
- transport vositalari
- to'lov terminallari;
- serverlar va boshqalar.

Kanal asosiy xususiyati - xizmat ko'rsatish (muddati) vaqti. Odatda, xizmat ko'rsatish muddati – tasodifiy miqdordir.

Amaliyotda odatda, xizmat ko'rsatish muddati eksponensial qonun bo'yicha taqsimlanadi:

$$F(t) = 1 - e^{-\mu t}, f(t) = e^{-\mu t},$$
$$\mu = \frac{1}{\overline{T}_{\text{o6c.n}}};$$

bu yerda

μ xizmat ko'rsatish intensivligi;

$\overline{T}_{\text{o6c.n}}$ xizmat ko'rsatish muddatining matematik kutilma.

Ya'ni, bu xizmat ko'rsatish turi - Markov jarayonidir, bu esa kompyuter vositasida modellashtirishda muhim qulayliklar yaratadi. Eksponensialdan tashqari, k - Erlang taqsimlanishi, giperekspensial, uchburchak, va bir qancha boshqalar mavjud.

Bular bizni adashtirmasligi kerak, chunki ommaviy xizmat ko'rsatish tizimining samaradorlik mezonini qiymatlari xizmat ko'rsatish muddati ehtimollik taqsimlash qonuni turiga kichik miqdorda bog'langan.

Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimini tadqiq qilishda xizmat ko'rsatishning mohiyati, sifatini bizda ko'rib chiqilmadi. Kanallar juda ishonchli bo'lishi mumkin, ya'ni ishdan chiqmaydigan. Aniqrog'i tadqiqotda shunday deb qabul qilish mumkin. Kanallar yakuniy ishonchlikka ega bo'lishi mumkin. Bu holda ommaviy xizmat ko'rsatish tizimining modeli ancha murakkab bo'ladi.

So'rovlar navbati. So'rovlar oqimining tabiati va xizmat ko'rsatish tasodifiy bo'lgani sababli, kelgan so'rov uchun kanal yoki kanallar avvalgi so'rovga xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishi mumkin. Bu holda so'rov yoki ommaviy xizmat ko'rsatish tizimidan xizmat ko'rsatilmay chiqib ketishi mumkin, yoki xizmat ko'rsatish boshlanishini kutib, tizimda qolishi kerak.

Bunga asosan ajratiladi:

- rad qilish bilan ifodalanadigan ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi;
- kutish bilan ifodalanadigan ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi;

Kutish asosidagi ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi – navbatlar mavjudligi bilan ifodalanadi. Navbat chekli yoki cheksiz sig'imga ega bo'lishi mumkin $1 \leq L < \infty$. Tadqiqotchini odatda so'rovlarni navbatda bo'lishiga bog'liq quyidagi statik xususiyatlari qiziqtiradi:

- tadqiq oralig'idagi navbatdagi o'rtacha so'rovlar soni;
- so'rovni navbatda o'rtacha turib qolish (kutish) vaqti.

Chegaralangan sig'imga ega navbatli ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi aralash turlik ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlarga tegishli.

Aralash turli ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari – ularda so'rov sig'imidan qat'iy ravishda navbatda cheklanmagan vaqt davomida bo'lishi mumkin.

Chiqish oqimi – ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi tomonidan xizmat ko'rsatilgan va uni tark etadigan so'rovlar oqimidir.

4. UZLUKSIZ TIZIMLARNI MODELLASHTIRISH USULLARI

4.1. Issiqlik tarqalish masalasi

Ko'p fizik masalalar kvazigarmonikli differensial tenglama bilan ta'riflanadi va bu tenglama tarkibida vaqtga bog'liq alohida hosila bor. Natijada quyidagi tenglama hosil bo'ladi:

$$K_{xx} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + K_{zz} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + Q = \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1.a)$$

Uning chegaraviy shartlari (1.a) va (1.2) formulari bilan ta'riflanadi.

$$\varphi = \varphi_B, S_1 \text{ da} \quad (1.1)$$

$$K_{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} l_x + K_{yy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} l_y + K_{zz} \frac{\partial \varphi}{\partial z} l_z + q + h(\varphi - \varphi_\infty) = 0 \quad (1.b)$$

Bu yerda (1.a) tenglamasidagi λ o'lchovi materialning ayrim parametri yoki shunday parametrlar kombinatsiyasining yig'indisidan iborat. Tenglamaning barcha koeffitsiyentlari K_{xx} , K_{yy} , K_{zz} va λ , hamda Q vaqt davomida o'zgarishi mumkin. (1.a) tenglamasini yechishda chekli elementlar usulidan foydalanilganda vaqtga nisbatan alohida hosilali a'zo vaqtning har bir belgilangan onida fazoviy koordinatalar funksiyasi sifatida ko'riladi. Bunday holda (1) tenglamani (1.c) tenglamasiga teng deb hisoblash kerak, lekin bunda (2) tenglamadagi Q , $Q - \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ ayirmaga almashtiriladi.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) + Q = 0 \quad (2)$$

Bunday almashuvdan so'ng fizik masalaning yechimi (1) tenglamadagi vaqt intervalining har biri uchun funksionalni minimumlashtirishdan iborat bo'ladi. Har bir minimumlashtirish oldidan issiqlik o'tkazish koeffitsiyenti va boshqa o'lchovlar (vaqtga bog'liq bo'lgan o'lchovlar) qaytadan hisoblanishi kerak.

Masalada uch o'lchovli jismga issiqlik ta'sir qiladi. Jismga issiqlik ta'siri boshlangandan Δt vaqtdan keyingi jism elastik parametrlarini aniqlash kerak bo'lsin. Bu elastik parametrlarga quyidagilar kiradi:

- tugun nuqtalar siljishlari: u, v, w ;
- normal kuchlanishlar: $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$;
- urinma kuchlanishlar: $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$;
- deformatsiya intensivligi: ε_i ;
- kuchlanish intensivligi: σ_i .

Masalani yechishda temperatura maydoni aniqlangan deb faraz qilinadi va elastiklik masalasi chekli elementlar usuli yordamida yechiladi.

(1.1) tenglamasi bilan bog'liq funksional quyidagi ko'rinishga ega

$$\chi = \int_V \frac{1}{2} \left[K_{xx} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + K_{yy} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + K_{zz} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - 2 \left(Q - \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \varphi \right] dV +$$

$$+ \int_{S_1} q \varphi dS + \int_{S_2} \frac{h}{2} [\varphi^2 - 2\varphi\varphi_\infty + \varphi_\infty^2] dS$$

Bu ifodasi (3.a) dan faqat hajm integralidan Q o'lchami bilan farq qiladi.

$$\chi = \int_V \frac{1}{2} \left[K_{xx} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + K_{yy} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + K_{zz} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - 2Q\varphi \right] dV + \int_S \left[q\varphi + \frac{1}{2} h(\varphi - \varphi_\infty)^2 \right] dS \quad (3.a)$$

Minimumlashtirish natijasida (3b) va (3.v) kabi nisbatlar hosil bo'ladi.

$$[k^{(e)}] = \int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] dV + \int_{S_2^{(e)}} h [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] dS \quad (3.b)$$

$$\{f^{(e)}\} = - \int_{V^{(e)}} Q [N^{(e)}]^T dV + \int_{S_1^{(e)}} q [N^{(e)}]^T dS - \int_{S_2^{(e)}} h \varphi_\infty [N^{(e)}]^T dS \quad (3.c)$$

Bu nisbatlar quyida keltiriladi.

$$\chi_Q = - \int_V \varphi \left(Q - \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) dV \quad (4)$$

(3) funksional uchun modifikatsiya qilingan Q o'lchamining hissasi (4) tashkil etadi.

$$\chi_Q = \sum_{e=1}^E \int_{V^{(e)}} \varphi^{(e)} \left(\lambda^{(e)} \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial t} Q^{(e)} \right) dV \quad (5)$$

Oxirgi nisbat qayta (5) formulasi bilan ta'riflanadi, chunki φ elementar aniqlanadi. $\varphi^{(e)}$ maydon funksiyasi (6) funksiyasi bilan belgilanadi, unda $[N^{(e)}]$ -shakl funksiyasi matritsasining kengaytirilma shaklidir.

$$\varphi^{(e)} = [N^{(e)}] \Phi \quad (6)$$

(6) ifodasini vaqtga nisbatan differensiallashtirish natijasida (7) hosil bo'ladi,

$$\frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial t} = [N^{(e)}] \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (7)$$

chunki $[N^{(e)}]$ faqat koordinatalar funksiyasi bo'lib, vaqtga bog'liq emas.

(5) ifodasiga (6) va (7) ifodalarini kiritsak (8) hosil bo'ladi.

$$\chi_Q = \sum_{e=1}^E \int_{V^{(e)}} \left(\lambda [N^{(e)}]^T \{\Phi\} [N^{(e)}] \frac{\partial \{\Phi\}}{\partial t} - [N^{(e)}] \{\Phi\} Q \right) dV \quad (8)$$

Bu integrallar yig'indisi $\{\Phi\}$ bo'yicha minimumlashtirilishi kerak. $\{\Phi\}$ bo'yicha differensiallashtirib (9) ni hosil qilamiz.

$$\frac{\partial \chi_Q}{\partial \{\Phi\}} = \sum_{e=1}^E - \int_V [N^{(e)}] \cdot Q dV + \sum_{e=1}^E \left(\int_V \lambda [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] dV \right) \frac{\partial \{\Phi\}}{\partial t} \quad (9)$$

(9.a) tenglamasidagi ikkinchi nisbat (9) nisbati bilan almashtirish kerak.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \{\Phi\}} \int_{V^{(e)}} Q [N^{(e)}] \{\Phi\} dV &= \int_{V^{(e)}} Q [N^{(e)}]^T dV \\ \frac{\partial}{\partial \{\Phi\}} \int_{S_1^{(e)}} q [N^{(e)}] \{\Phi\} dS &= \int_{S_1^{(e)}} q [N^{(e)}]^T dS \end{aligned} \quad (9.a)$$

(9) ni (3) dagi boshqa integrallar differensiallashtirish natijalari bilan birlashtirgandan so'ng minimumlashtirish jarayoni quyidagi differensial tenglamalar sistemasiga olib keladi.

$$[C] \frac{\partial \{\Phi\}}{\partial t} + [K] \{\Phi\} + \{F\} = 0 \quad (10)$$

Matritsaning har bir elementi [K], [C] va [F] larning hissasi (11a), (11b) va (11v) formulalari bilan ta'riflanadi.

$$[c^{(e)}] = \int_V \lambda [N]^T [N] dV \quad (11.a)$$

$$[k^{(e)}] = \int_B [B]^T [D] [B] dV + \int_{S_2} h [N]^T [N] dS \quad (11.b)$$

$$\{f^{(e)}\} = - \int_V Q [N]^T dV + \int_{S_1} q [N]^T dS - \int_{S_2} h \Phi_\infty [N]^T dS \quad (11.c)$$

(11.a)-(11.c) formulalardagi barcha integrallar alohida elementlardan olinadi. Alohida elementlarning hissasini jamlash oddiy usulda amalga oshiriladi. (10) nisbati birinchi darajali chiziqli differensial tenglamalar tizimini hosil qiladi. (10) dagi [C] matritsani demfirlashtirish matritsasi deb ataladi. Bu yagonalik matritsasi. (11.b), (11.c) formulalardagi $[K^{(e)}]$ va $[f^{(e)}]$ larni aniqlovchi integrallarni yuqorida ko'rib chiqdik.

Issiqlik o'tkazish masalalarini yechishda (1) formulasida λ o'lchami $\rho \cdot c$ ko'paytmasiga teng, bu yerda ρ -zichlik, kg/m^3 , c esa solishtirma issiqlik sig'imi, $\text{J/(m}^3 \cdot ^\circ\text{C)}$, K_{xx} , K_{uu} , K_{zz} o'lchamlari yuqorida kiritilgan issiqlik o'tkazish koeffitsiyentiga teng.

$\{\Phi\}$ qiymatini vaqt intervalining har bir nuqtasida olish uchun (10) chiziqli differensial tenglamani yechish kerak bo'ladi. Vaqt bo'yicha xususiy hosilani

chekli ayirmali sxema bilan almashtirib yechish mumkin. Chekli ayirmali sxemalardan markaziy ayirmali sxemani qo'llab yechamiz. $\varphi(t)$ chiziqda ikkita absissasi t_0 va t_1 bo'lgan, $\Delta t = t_1 - t_0$ masofada joylashgan nuqtalar berilgan bo'lsin. $t_1 - t_0$ interval markazidagi 1-tartibli hosila uchun quyidagiga ega bo'lamiz.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\Phi_1 - \Phi_0}{\Delta t} \quad (12)$$

Agar tugun nuqtalardagi qiymatlarni vaqt funksiyasi sifatida qaraydigan bo'lsak, quyidagicha yozish mumkin bo'ladi.

$$\frac{d\{\Phi\}}{dt} = \{\dot{\Phi}\} = \frac{1}{\Delta t} (\{\Phi\}_1 - \{\Phi\}_0) \quad (13)$$

$\{\dot{\Phi}\}$ vaqt intervalining markazida hisoblanar ekan, bu nuqtada $\{\Phi\}$ va $\{F\}$ qiymatini hisoblash kerak bo'ladi. Bu kattaliklar quyidagi taqribiy formulalar orqali aniqlanadi:

$$\{\Phi\}^* = \frac{1}{2} (\{\Phi\}_1 + \{\Phi\}_0) \quad (14)$$

$$\{F\}^* = \frac{1}{2} (\{F\}_1 + \{F\}_0) \quad (15)$$

(12) – (15) ifodalarni differensial tenglamalar sistemasiga qo'yib quyidagi munosabatga ega bo'lamiz.

$$\frac{1}{\Delta t} [C]\{\Phi\}_1 - \frac{1}{\Delta t} [C]\{\Phi\}_0 + \frac{1}{2} [K]\{\Phi\}_1 + \frac{1}{2} [K]\{\Phi\}_0 + \{F\}^* = 0 \quad (16)$$

Bu tenglamani bunday yozsa ham bo'ladi:

$$\left([K] + \frac{2}{\Delta t} [C] \right) \{\Phi\}_1 = \left([K] + \frac{2}{\Delta t} [C] \right) \{\Phi\}_0 - 2\{F\}^* \quad (17)$$

Tugun nuqtalardagi qiymatlar t vaqt momentida ma'lum deb hisoblab, $t + \Delta t$ vaqt uchun tugun nuqtalardagi qiymatlarni (17) tenglamani yechib olish mumkin. Bunda yakuniy tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$[A]\{\Phi\}_{yangi} = [P]\{\Phi\}_{old} - \{F\}. \quad (18)$$

$[A]$ matritsa $[C]$ va $[K]$ matritsalar kombinatsiyasidan iborat va vaqt qadami Δt ga bog'liq.

4.2. Tenglamalar sistemasini yechish usuli

Aksariyat holda matematik modellashtirish jarayonida tenglamalar sistemasini yechishga to'g'ri keladi. Tenglamalar sistemasini yechish usullari biri kvadrat ildizlar usulidir. Bu usul yuqori tartibli algebraik tenglamalar sistemasi koeffitsiyentlari simmetrik va lentalik ko'rinishga ega bo'lgan holda yechish uchun qulay bo'lgan usullardan biridir.

Uning ma'nosi $\tilde{A} = \hat{A}$ chiziqli tenglamalar sistemasining $[A]$ matritsa elementlari ikki o'zaro transponirlangan uchburchak matritsalar ko'paytmasi ko'rinishida tasvirlanadi: $[A] = [T]'[T]$, u holda $[A](X) = (B)$ tenglamalar sistemasi quyidagi ikki uchburchak ko'rinishidagi matritsali tenglamalar sistemasiga ajraladi:

$$[T]'(Y) = (B) \text{ va } [T](X) = (Y).$$

bu yerda

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & \dots & t_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & t_{nn} \end{bmatrix}.$$

$[T]$ matritsaning elementlari quyidagicha aniqlanadi:

$$t_{11} = \sqrt{a_{11}}; \quad t_{1j} = \frac{a_{1j}}{t_{11}}, (j > 1); \quad t_{ii} = \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki}^2}, (1 < i \leq n);$$

$$t_{ij} = \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} t_{kj}}{t_{ii}} \quad (i < j); \quad t_{ij} = 0 \text{ pri } i > j.$$

(Y) va (X) vektorlar qiymatlari quyidagi formulalar orqali aniqlanadi:

$$y_1 = \frac{b_1}{t_{11}}; \quad y_i = \frac{b_i - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} y_k}{t_{ii}} \quad (i > 1);$$

$$x_n = \frac{y_n}{t_{nn}}; \quad x_i = \frac{y_i - \sum_{k=1}^n t_{ik} x_k}{t_{ii}} \quad (i < n).$$

Agar matritsa elementlarining simmetrik va lentaligini hisobga olinsa, u holda quyi uchburchak matritsa elementlarini S_{ij} (o'lchovlari $n \times l$ (rasm 1.8.), bunda n – tenglamalar sistemasining tartibi, l – tenglamalar sistemasining lenta uzunligining yarmisi). Bunda diogonal elementlari S_{ij} matritsasining oxirgi l –chi ustunida joylashadi. Misol sifatida $n=9$, $l=4$ bo'lsin. U holda quyi uchburchak va S_{ij} matritsasining ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$T' = \begin{bmatrix} t_{11} & & & & & & & & \\ t_{21} & t_{22} & & & & & & & \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & & & & & & \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} & & & & & \\ 0 & t_{52} & t_{53} & t_{54} & t_{55} & & & & \\ 0 & 0 & t_{63} & t_{64} & t_{65} & t_{66} & & & \\ 0 & 0 & 0 & t_{74} & t_{75} & t_{76} & t_{77} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t_{85} & t_{86} & t_{87} & t_{88} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_{96} & t_{97} & t_{98} & t_{99} \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & s_{14} \\ 0 & 0 & s_{23} & s_{24} \\ 0 & s_{32} & s_{33} & s_{34} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} \\ s_{71} & s_{72} & s_{73} & s_{74} \\ s_{81} & s_{82} & s_{83} & s_{84} \\ s_{91} & s_{92} & s_{93} & s_{94} \end{bmatrix}$$

Rasm. 4.1. Matritsadagi koeffitsiyentlarning joylashishi

S_{ij} matritsani x_j vektor elementlariga ko'paytirish uchun quyidagi munosabat ishlab chiqilgan:

$$y_i = \sum_{j=1}^p s_{i,q} x_r + \sum_{j=i}^m s_{j,i+l-j} x_j ,$$

Bu yerda

$$p = \left\{ \begin{matrix} i-1, 1 \leq i \leq l \\ l-1, \text{aksida} \end{matrix} \right\} \quad q = \left\{ \begin{matrix} l+j-i, 1 \leq i \leq l \\ j, \text{aksida} \end{matrix} \right\} \quad r = \left\{ \begin{matrix} j, 1 \leq i \leq l \\ i-l+j, \text{aksida} \end{matrix} \right\} \quad m = \left\{ \begin{matrix} i+l-1, 1 \leq i \leq n-l+1 \\ n, \text{aksida} \end{matrix} \right\}$$

Bu munosabat asosida kvadrat ildizlar usulidagi matritsa koeffitsiyentlarini vektor elementlariga ko‘paytirish jarayoni amalga oshiriladi.

5. GEOMETRIK MODELLASHTIRISH

5.1. Geometrik modellar

Geometrik modellash – geometrik xususiyatlarga ega elementlar va hodisalarni tavsiflash uchun ishlatiladi, chunki ularni aks ettirishning eng tabiiy usuli grafik tasvirdan iborat.

Geometrik modellar ko‘pincha ierarxik tuzilishiga ega, chunki ular odatda pastdan-yuqoriga prinsipi bo‘yicha hosil bo‘ladi. Ularning ba’zi bir komponentlari yuqori darajadagi ob’ektlar uchun ishlatilishi mumkin, o‘z navbatda ular yanada yuqoriroq darajadagi ob’ektlarda ishlatilishi mumkin. Umumiy holda geometrik model ikki va uch o‘lchovlilarga ajratiladi. Egri chiziq va sirtlar majmui ko‘rinishida tasvirlangan real ob’ektlarni tavsirlarni loyihalashda, loyihalovchi ko‘pincha turli geometrik shartlar ishlatadi, masalan to‘g‘ri chiziqni berilgan nuqtadan o‘tishi, egri chiziqqa urinma bo‘lishi va hokazolar.

Ikki o‘lchovli geometrik modelga misol sifatida bir necha to‘g‘ri chiziqdan iborat egri chiziqni tasvirlanishi keltirish mumkin.

Ikki o‘lchovli geometrik modellashda interpolatsiya, approksimatsiya va silliqashtirish masalalari uchraydi. Yuqorida izohlangan tuzish turlari, nuqtalarni silliq chiziq bilan birlashtirishda ishlatiladi. Dastlabki geometrik tasvirni yetarlicha aniqlik bilan tasvirlovchi geometrik obraz approksimatsiyalanuvchi deyiladi, uni aniqlash jarayoni esa - approksimatsiya deb ataladi.

Shunga o‘xshash amallar uch o‘lchovli geometrik modellashda ham bajariladi, ya’ni diskret ko‘rinishda berilgan regulyar va noregulyar nuqtalar yoki chiziqlar bilan berilgan sirtlarni interpolatsiya va approksimatsiyasi.

Bunda sirtlarni tavsiflash uchun kaskad-parametrik usul qo'llaniladi. Bu usul kerak bo'lganda sirtidagi chiziqlarni qaytadan tasvirlash, bu karkasni zichlash imkonini beradi va boshqalar.

Sirtlarni diskretlash geometrik modellashtirishda ko'p uchraydi, bu amal sirtlarni har xil turdagi bo'laklarga ajratishdan iborat. Masalan, ikki o'lchovli jismlarni kuchlanganlik parametrlarini hisoblashda, jism egallagan sohasini bo'laklarga ajratish masalasida ishlatiladi. Kompyuterda ob'yektning tasvirini ishlab chiqish uch o'lchovli geometrik modellashtirishning muhim qismidir.

Bu tasvirlar har xil proyeksion-tasvirlovchi tizimlarda perspektiv, aksonometrik yoki ortogonal proyeksiyalar usullarda sintez qilinishi mumkin.

Ob'yektlarni o'zgartirish, ularni display ekrandagi ko'rinishini tahlil qilish, hamda tasvirlangan ob'yektda pozitsion va metrik masalalarni ham qilish geometrik modellashtirish masalalariga tegishli.

Mashina grafikasida qo'yilgan maqsadlarga yetish uchun matritsalar matematik apparati ishlatiladi.

5.2. Murakkab sohalarning diskret modelini yaratish

Muayyan sohani chekli elementlarga ajratish jarayoni diskretlash deb ataladi. Jismning diskret (chekli-elementli) modeli deganda quydagi to'plam faraz qilinadi:

$$\Omega = \{N, M, MK, MN\} ,$$

bunda

N – diskret modeldagi tugun nuqtalar soni;

M – chekli elementlar soni;

MK – tugun nuqtalari koordinatalaridan tashkil qilingan massiv;

MN – chekli elementlarni tashkil qiladigan tugun nuqtalar nomerlaridan tuzilgan massiv.

Diskret modeldagi tugun nuqtalar koordinatalaridan iborat bo'lgan massivning o'lchami $MK[1..N, 1..v]$, bunda v – sohaning o'lchami. Diskret modeldagi chekli elementlarni tashkil qiladigan tugun nuqtalar nomerlaridan

tuzilgan massiv o'lchami $MN[1..M,1..t]$, bunda t – chekli elementdagi tugun nuqtalar soni.

Agar soha murakkab bo'lsa, u holda quyidagi amallar bajariladi. Avvalo murakkab soha bir necha elementar soha ostiga ajratiladi. Elementar soha deganda diskretlash jarayonini avtomatlashtirish imkoni mavjud bo'lgan sohaga aytiladi.

U holda quyidagi munosabat o'rinli

$$\Omega = \bigcup_{e=1}^r \Omega^e,$$

bunda r – elementar sohalar soni; e – sohaning tartib nomeri; Ω^e - e -chi sohaning diskret modeli bo'lib quyidagi ko'rinishga ega:

$$\Omega^e = \{N_e, M_e, MK_e, MN_e\},$$

bunda

N_e – e –chi elementar sohadagi tugun nuqtalar soni;

M_e - chekli elementlar soni;

MK_e - tugun nuqtalari koordinatalaridan tashkil qilingan massiv;

MN_e - chekli elementlarni tashkil qiladigan tugun nuqtalar nomerlaridan tuzilgan massiv.

Yagona, ya'ni boshlang'ich qaralayotgan sohaning diskret modelini qurish jarayoni quydagicha. Avvalo ikki elementar sohani ulanish sharti keltiriladi. Agar ikki soha bir – biri bilan umumiy yuzaga ega bo'lsa, shu bilan birga yuzalar tomonlari bilan umumiy bo'lsa va tomonlaridagi tugun nuqtalar ustma – ust tushsa, u holda ko'rilayotgan ikki sohani bir biriga ulash mumkin.

Faraz qilaylik ko'rilayotgan elementar sohalar bu shartni qanoatlantiradi. Unda quyidagi algoritm bo'yicha bu sohalar birlashtiriladi:

- a) boshlang'ich ma'lumot sifatida birinchi - Ω_1 diskret model elementlari olinadi ;
- b) navbatdagi Ω_2 diskret modeldagi MK_2 – tugun nuqtalar koordinatalaridan iborat bo'lgan massiv elementlari MK_1 massiv koordinatalari bilan quyidagi shart bo'yicha solishtiriladi: $|X_i^1 - X_j^2| \leq \varepsilon \ \& \ |Y_i^1 - Y_j^2| \leq \varepsilon \ \& \ |Z_i^1 - Z_j^2| \leq \varepsilon$. Agar bu shart bajarilsa, u holda ikki solishtirilgan nuqta ustma – ust tushadi deyiladi va bunday

nuqtalarning sonini k deb aniqlaylik. Umumiy MK- massiv elementlariga ikkinchi sohadagi ustma – ust tushmagan tugun nuqtalarga yagona tartib bo'yicha dastlabki nomer beriladi (ε -etarlicha kichik musbat son);

c) mos ravishda MN_2 – dagi tugun nuqtalar nomerlari o'zgartiriladi va umumiy MN chekli elementlar bo'yicha hosil bo'ladigan massivga qo'shiladi ;

d) $N = N_1 + N_2 - K$; $M = M_1 + M_2$;

e) dastlabki soha sifatida boshlang'ich ikki soha yig'indisidan iborat bo'lgan diskret model olinib, jarayon boshidan davom etib, oxirgi elementar soha birlashguncha davom etadi.

Shu algoritm asosida dastlabki berilgan uch o'lchovli murakkab sohaning diskret modeli yaratiladi.

6.TIZIMLARNI MODELASHTIRISH

6.1. Tizimlarni modellashtirishning asosiy tushunchalari

Tizim tushunchasining bir necha xos ta'riflarini keltiramiz.

Tizim – umumiy (tizimli) hususiyatlarga ega o'zaro bog'lik bo'lgan elementlar to'plami bo'lib, bu hususiyatlar elementlarga tegishli emas. (Internet-ensiklopediya).

Tizim – quyilgan biror bir maqsadga erishish uchun yaratilgan o'zaro bog'langan elementlar to'plami (kompyuter tizimlari).

Tizim – bu o'zaro ta'sir qiluvchi komponentalar majmuidir (Bertalanfi, tizimli analitik).

Tizim – elementlari bir - biri va atrof - muhit bilan ma'lum jihatdan bog'langan majmuidir. (L. fon Bertalanfi, tizimli analitik).

Bu erda tizimni biz har bir elementi sonli qiymatlardan (hususiyatlar, tavsiflar) iborat majmui sifatida ko'ramiz va bu hususiyatlarning o'zgarishi ba'zi matematik yoki fizik qonunining ta'siri natijasidir.

Bu ta'rifdan ko'rish mumkinki, elementlar o'rtasidagi munosabatlar tizimning mavjudligi uchun shart emas.

Modellar ustida bajariladigan asosiy amallar quyidagilardir.

1. Chiziqlashtirish.

Faraz qilaylik $M=M(X,Y,A)$, bo'lsin, bunda X - kirishlar to'plami, Y –chiqishlar to'plami, A - tizimning holati. Sxema ko'rinishida buni quyidagicha tasvirlash mumkin:

$$X \rightarrow A \rightarrow Y.$$

Agar X, Y, A - chiziqli fazo (to'plami), ϕ, ψ - chiziqli operatorlar bo'lsa, u holda tizim (model) chiziqli deyiladi. Boshqa tizimlar (modellar) –nochiziqli. Nochiziqli tizimlarni tadqiqot qilish murakkab masala hisoblanadi, shuning uchun ularni ko'pchilik hollarda, qandaydir yo'l bilan chiziqli ko'rinishga keltiriladi.

2. Identifikatsiyalash (muvofiglashtirish).

Faraz qilaylik $M=M(X,Y,A)$, $A=\{a_i\}$, $a_i=(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ik})$ – ob'yekt (tizim) holatining vektori. Agar a_i vektori bir necha noma'lum parametrlarga bog'liq bo'lsa, u holda (model, model parametrlarni) muvofiglashtirish masalasi ularni ba'zi bir qo'shimcha shartlar asosida aniqlashdan iborat.

Tizimlarni identifikatsiyalash– bu kuzatuvlar natijasida olinadigan dinamik tizimlarning matematik modellarini ishlab chiqish uchun foydalaniladigan usullar majmuidir. Shu nuqtai nazardan, matematik model qandaydir tizim yoki jarayonning vaqt birligidagi xatti-harakatining matematik tavsifini anglatadi. Masalan, jismoniy jarayonlarda – mexanik tizimning yer tortish kuchining ta'sirida harakati, iqtisod jarayonida – birja kotirovkalarining tashqi ta'sirlarga bo'lgan aks ta'siri yoki reaksiyasi va boshqalar

3. Agregirlash (o'lchovni pasaytirish amali). Bu amal modelni pastroq o'lchovli (X, Y, A) modelga olib keltirishdan iborat, masalan, matematik modeldagi tenglamalarning fazo birligini pasaytirish.

4. Dekompozitsiyalash (ajratish) – bu masala tuzilmasidan foydalanib, murakkab masalani yechimini, o'zaro bog'liq bo'lsada, lekin nisbatan soddaroq bir qator masalalar yechishi bilan almashtirish imkonini beradigan ilmiy usuldir. Dekompozitsiyalash, jarayoni sifatida, ixtiyoriy tadqiq qilinayotgan murakkab

tizimni bir-biri bilan o‘zaro bog‘liq tizim-ostilar sifatida qarash imkonini beradi. O‘z navbatida, tizim-ostilar ham bo‘laklarga bo‘linishi mumkin. Tizimlar sifatida nafaqat moddiy ob‘yektlar, balki jarayonlar, hodisalar va tushunchalar ishlatilgan bo‘ligi mumkin.

5. Yig‘ish. Bu amal qo‘yilgan maqsadni amalga oshiradigan tizim, modelni berilgan yoki aniqlanadigan model-ostilardan (tuzilmaviy bog‘langan va turg‘un) qaytadan tuzishdan iborat.

6. Maketlashtirish. Bu amal funksional qismi soddalashtirilangan (lekin model-osti kirish va chiqishlari saqlangan holda) soddalashtirilgan maketlar yoki model-ostilar asosida modelni sinash, tarkibiy ulanishlar, murakkablik va turg‘unligini sozlashdan iborat.

7. Ekspertiza, ekspert baholash. Tadqiqot qilinayotgan yoki modellashtirilayotgan tizim-ostilar murakkab tuzilmaviy, yomon formallashtirilgan bo‘lgan holda ekspertlar tajriba, bilim, sezgi va tafakkuridan foydalanish amali yoki jarayoni.

8. Hisoblash eksperimenti. Tizimni holati, u yoki bu kirish signallarga reaksiyasini oldindan bashorat qilish, taqsimlash maqsadida kompyuterdagi model yordamida bajariladigan eksperimentdir. Bu yerda eksperimental qurilma sifatida kompyuter (va model!) ishlatiladi.

6.2. Monte-Karlo usulini modellashtirish

Model stoxastik deyiladi, agar tizimning holat parametrlari tasodifiy o‘zgaruvchilardan iborat, ya’ni ularning miqdori faqat qandaydir tasodifiy xususiyatlari bilan aniqlanadi. Biz kompyuter vositasida modellashtirishda murakkab (ko‘p qismlik) tizim va jarayonlardan biri stoxastik modellashtirish usuli bo‘lgan Monte-Karlo usuli bilan $\pi = 3,1415922653\dots$ qiymatini hisoblashni ko‘rib chiqamiz. Bu masalada mexanik pribor sifatida ruletka ishlatiladi.

Tasodifiy sonlarni generatsiya qilish uchun mexanik qurilmalardan biri ruletka hisoblanadi. Birlik radiusli yuzasini hisoblash uchun eksperiment o‘tkazamiz.

Monte-Karlo usuli. π sonini hisoblash masalasining qo‘ylishi. Monte-Karlo usuli yordamida π sonini hisoblash uchun markazi $O(1,1)$ nuqtada joylashgan birlik radiusli doirani ko‘raylik. Uning yuzasi π – ga teng. Doira yuzasi 4 ga teng kvadrat ichida joylashgan. Kvadrat ichida N ta tasodifiy nuqta olamiz.

N_{kr} orqali doira ichiga tushgan nuqtalarni belgilaymiz. Geometriyadan ma’lumki

$$S_{kruga}/S_{kvadrata}=N_{kr}/N. \quad (1)$$

(1) chi munosabat π sonining bahosini beradi. N soni qanchalik katta bo‘lsa, bahoning aniqligi shunchalik yuqori bo‘ladi.

Ta’kidlash lozimki, bu maydon yuzasini hisoblash usuli adolatli bo‘lishi uchun butun kvadratning maydoni bo‘yicha tasodifiy nuqtalar albatta tekis sochilgan bo‘lishi kerak.

Masalan, C++ tilida 0 dan 1 gacha bo‘lgan intervaldagi tekis taqsimlangan tasodifiy miqdorini modellashtirish uchun tasodifiy sonlar hisoblagichi – *RANDOM* funksiyasi ishlatiladi.

Bu maxsus kompyuter dasturi asosida 0 dan 1 gacha bo‘lgan tekis taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi hosil qiladi.

Shunday qilib, kompyuter eksperimenti mohiyati (x,u) nuqtaning koordinatalarini olish uchun *RANDOM* funksiyasiga N marta murojaat qilishdan iborat.

Bunda (x,u) nuqta birlik radiusli doiraning ichiga tushganligi aniqlanadi. Doira ichiga tushgan holida N_{kr} miqdor qiymati 1 ga ortadi.

7. REAL VAQT MASSHTABIDA MODELLASHTIRISH

7.1. Real vaqt masshtabida jarayonlar

Real vaqt masshtabida modellashtirishda real jarayonning turli xil xususiyatlari to‘laligicha yoki qisman tekshiriladi. Bunday tadqiqotlar jarayonni to‘laligicha yoki tadqiqotchini qiziqtirayotgan xususiyatlarini tahlil qilish uchun maxsus rejimlarda tashkil etiladi.

Real vaqt masshtabida modellashtirish real jarayonga adekvat bo‘ladi, shu bilan birga real jarayonning barcha hususiyatlarini hisobga olishi cheklangan. Jarayonni modellashtirishda tadqiqotlar real jarayonda o‘tkaziladi va eksperiment natijalarining qayta ishlanishi o‘xshashlik nazariyasi asosida bajariladi. Ilmiy eksperiment faol tajriba o‘tkazishda va ma’lumotlarni qayta ishlashda avtomatlashgan vositalardan foydalanish bilan xarakterlanadi. Murakkab sinovlarda bir necha eksperimentlar natijasida jarayonga tegishli bo‘lgan qonuniyatlar va hususiyatlari aniqlanadi, bunda real jarayonning kritik holatlariga tegishli parametrlari kiritiladi va barqarorlik chegarasi aniqlanadi. Hisoblash eksperimenti jarayon haqidagi bilimlarni umumlashtirish bilan bog‘liq.

7.2. Epidemiya modeli

Insoniyatning uzoq tarixi davomida ko‘p odamlar turli xil epidemiyalar tufayli vafot etganlar. Epidemiyalar bilan kurashish, ya’ni u yoki bu tibbiy tadbirlar (karantin, emlashlar va h.k) ni o‘z vaqtida amalga oshirish imkoniyatiga ega bo‘lish uchun, bu tadbirlarning samaradorligini solishtira bilish lozim. Ularni u yoki bu tarzda epidemiyaning ko‘rinishi, avvalambor bemorlar soni qanday qilib o‘zgarishini oldindan bashorat qilish mumkin bo‘lgandagina solishtirish mumkin. Bu yerdan bashorat qilish maqsadlariga xizmat qiluvchi modellarni qurishga zarurat tug‘iladi.

Avvalambor, epidemiyaning “tabiiy” holda (tibbiyotni aralashtirmagan holda) rivojlanishini o‘rganib chiqamiz. Ma’lumki, epidemiya modeli o‘z ichiga har xil darajadagi omillarning ta’sirini qamrab olishi mumkin. Bunda bakteriya katakchalarining faoliyatini boshqaruvchi qonunlarni, alohida olingan kishilarning infeksiyalarga nisbatan sezuvchanlik darajasini, infeksiya tashuvchilarning sog‘lom kishilar bilan uchrashib qolish ehtimoli va boshqa omillarni hisobga olish mumkin edi. Bizning maqsadimiz faqatgina tasvirlovchi modelni qurish bo‘lganligi uchun, biz ko‘pgina omillardan voz kechamiz.

N ta sog‘lom kishi mavjud bo‘lib, $t=0$ vaqt momentida bu guruhga bitta kasal odam (infeksiya manbai) kelib qo‘shilsin. Faraz qilaylik, guruhdan bemorlar

chiqarib tashlanmaydi (tuzalish ham, o'lish ham, izolyatsiya ham yo'q). Shuningdek, odam kasallikni o'ziga yuqtirishi bilanoq, infeksiya manbaiga aylanadi deb faraz qilamiz.

t vaqt momentidagi kasallar sonini $x(t)$ bilan, sog'lom bo'lganlar sonini esa $y(t)$ bilan belgilaymiz (har qanday vaqt momentida $x(t)+y(t)=N+1$ ekanligi ko'rinib turibdi). $t = 0$ da $x(0) = 1$ shart bajariladi.

$t+dt$ vaqt oralig'ini o'rganib chiqamiz, bu yerda dt – kichik vaqt oralig'i. Shu vaqt oralig'ida nechta yangi kasal paydo bo'lishini aniqlash darkor. Ularning soni dt katalikka, sog'lom va bemor kishilarning o'zaro uchrashuvlar soniga, ya'ni $x \cdot y$ kattaliklarning ko'paytmasiga proporsional bo'ladi deb faraz qilish mumkin:

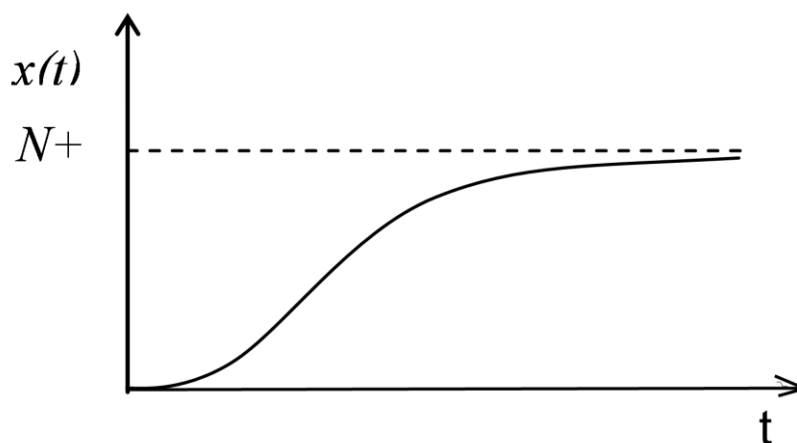
$$dx = \alpha \cdot x \cdot y \cdot dt,$$

bu yerda α – proporsionallik koeffitsiyenti (infeksiyani uzatish koeffitsiyenti).

$$y = N + 1 - x \quad \rightarrow \quad \frac{dx}{dt} = \alpha x [N + 1 - x].$$

Bu tenglamaning yechimi:
$$x(t) = \frac{N + 1}{N e^{-\alpha(N+1)t} + 1}.$$

Bashorat qilish: guruhdagi bemorlar sonining vaqtga bog'liqlik shakli 7.1.- rasmda kelirilgan.



Rasm 7.1.

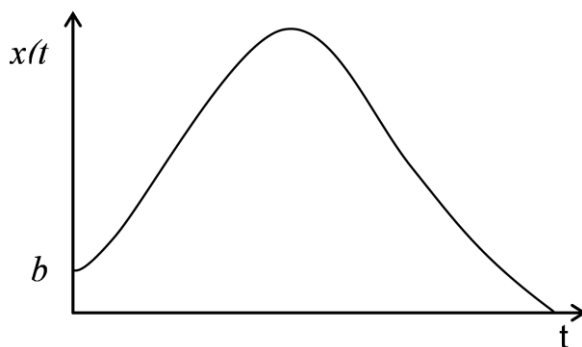
Masala. Agar $\alpha = 0,001$, $N+1=1101$ kishi bo'lsa, u holda 6 sutkadan keyingi bemorlar soni qancha bo'lishini va 6 kun ichida qancha odam kasal bo'lishini baholang?

Javob olish uchun tenglamaning yechimidan foydalanish lozim. Modelni yanada murakkablashtirish mumkin, buning uchun t vaqt momentida 1 ta emas, bir nechta (b) odam kasallangan deb faraz qilinadi. Bundan tashqari, kichik vaqt oralig'idan so'ng bemor tuzalib, immunitetga ega bo'ladi deb faraz qilamiz. U holda $z(t)$ – bu t vaqt momentigacha kasal bo'lib, so'ngra tuzalgan bemorlar soni.

$$x + y + z = N + b,$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha xy - \gamma x \\ \frac{dy}{dt} = -\alpha xy \end{cases}.$$

Bu yerda γx – tuzalganlar soni. U holda bemorlar sonini bashorat qilish 7.2.-rasmدا keltirilgan shaklga ega bo'ladi. Egri chiziqning aniq ko'rinishi N , b , α , γ larga bog'liq bo'ladi.



Rasm 7.2.

Modelda kasallik tufayli vafot etish, kasallikning tashuvchi (kemiruvchi) orqali uzatilishi va h.k. larni hisobga olish mumkin.

8. AVTOMATIK LOYIHALASH

8.1. Loyihalashga tizimli yondashuv

Loyihalash – bu mavjud bo‘lmagan ob‘yektning zarur belgilangan shartlarda ishlab chiqish uchun kerak bo‘ladigan ta’rif etishni yaratish jarayonidir. Loyihalash shu loyihalovchi ob‘yektga jamiyatning o‘tkir ehtiyoji bo‘lgan holda boshlanadi. Loyihalovchining harakatlari qandaydir usul yoki nuqtai nazarga asoslanadi.

Hozirgi vaqtda loyihalashda tobora kompyuter texnikasi va texnologiyalari qo‘llanadi, biz “inson-kompyuter” tizimlari usullari va harakatlarini aytishimiz mumkin. Insonning ongli oqilona harakati asosida usul yotadi. Usulning mavjud bo‘lishi uchun quyidagilar talab qilinadi: qoidalar, harakat uslubi ta’rifi sifatida; harakat uchun asos sifatida qo‘llanish usuli; qoidalarga qat’iy bo‘ysunish; ushbu usulga tegishli bo‘lgan vaziyatlarni ta’riflash. Xususiylik va umumiylik nuqtai nazaridan loyiha faoliyatini tahlil qilib, uning asosini *harakat-yo‘llar (tamoyillar)-usullar* tashkil etadi deb aytish mumkin. Loyihachilar tomonidan ijodiy harakatlarda qo‘llanadigan vositalarga qarab usullar evristik va algoritmik usullarga ajratiladi. Evristik usullarda assosiativ qobiliyatlar, intuitiv fikrlash va fikrlashni boshqarish usullari hal qiluvchi ahamiyatga ega. Evristik usullar umumiy qoidalar va tavsiyalarni ishlatishga asoslangan. Ular, masala yechimini topa oladigan tasodifiy yoki mantiqiy birlashmalar orqali har xil tushuncha va ta’kidlashlarni izlash yoki abstrakt munosabatlarni yaratishga yordam beradi. Algoritmik usullar, ko‘rsatmalar ketma-ketligi ko‘rinishida keltirilgan masalani yecha oladigan algoritmgaga asoslangan. Mantiqiy va matematik algoritmlarni e’tirof etishimiz mumkin.

Loyihalash usullari: qo‘lda boshqarish – kompyuterdan foydalanmasdan; avtomatlashtirilgan – “inson-kompyuter” o‘zaro harakati asosida, bunda loyihalovchining evristik harakatlari muayyan algoritmlar orqali amalga oshirilgan, kompyuterning hisoblash imkoniyatlari bilan to‘ldiriladi; avtomatik – loyihalash oraliq bosqichlarida inson aralashuvisiz.

8.2. Avtomatik modellash

Avtomashtirilgan loyihalash tizimlari – bu tashkiliy-texnik tizim bo‘lib, loyiha tashkiloti bilan bog‘langan va avtomatashtirilgan loyihalarni bajaruvchi vositalarning majmuidir. Shunday qilib, avtomatashtirilgan loyihalash ham tizimlarni kompyuter dasturi, va keng ma’noda tashkiliy-texnik tizim deb tushunish kerak. Avtomatashtirilgan loyihalash, axborot elementlarining majmuini hisoblash tarmoqlar va telekommunikatsiyaviy texnologiyalardan to ilg‘or hisoblash matematika usullarigacha o‘z ichiga olgan, aslida sintezga asoslangan fan bo‘lib, axborot texnologiyalar orasida alohida o‘rin egallaydi.

Avtomashtirilgan loyihalash tizimlarini tasniflash (sinflash) turli belgilar bo‘yicha amalga oshiriladi, masalan, qo‘llash, maqsad, yechiladigan masalalarning kompleksligi va tayanch tizim osti sifati.

Qo‘llash bo‘yicha eng dolzarb va keng rivojlangan dasturlar:

- Muhandislik avtomatashtirilgan loyihalash tizimlari
- Radioelektronika avtomatashtirilgan loyihalash tizimlari
- Arxitektura va qurilish avtomatashtirilgan loyihalash tizimlari

Avtomobil yo‘llari avtomatashtirilgan loyihalash tizimini arxitektura-qurilish avtomatashtirilgan loyihalash tizimi deb tasniflash mumkin. Shu bilan birga avtomobil yo‘llari avtomatashtirilgan loyihalash tizimlarini bu sinfdagi mustaqil bo‘limi sifatida hisobga olish kerak.

Yo‘llarni loyihalash o‘ziga xosligi bu chiziqli-cho‘zilgan ob’yektlardir.

Yo‘llarning konturlari, bir tomondan, maydonning rel’yefi, tuproq-geologik va gidrolog holatlariga bog‘liq. Boshqa tomondan, loyihalashtiriladigan yo‘lning geometrik xususiyatlari harakat intensivligi va transport harakati tarkibi bilan bog‘langan.

Quriladigan yo‘l asosi trassa bo‘lib, uning shakli transport vositalari harakatining fizik qonunlari hisobga olgan holda loyihalashtiriladi.

Bu trassaning konturlari ko‘pincha kelajak yo‘lning texnik va texnik-ekspluatatsiyasi sifatlarini aniqlaydi. Avtomobil yo‘llari bilan bir qatorda chiziqli–

choʻzilgan loyihalashtiriladigan qurilish obʻyektlari sinf ostiga aerodrom, temir yoʻl, truboprovod, kanallar, elektr oʻtkazish trassalarini ham qoʻshish mumkin.

Maqsadli jihatlarini boʻyicha avtomatlashtirilgan loyihalash tizimlari loyihalashning turli jabhalari amalga oshiradi. Obʻyektlarning kuchlanganligi, turgʻunligi, chidamligi va boshqa jihatlarini boʻyicha loyihalash CAE (Computer Aided Engineering – kompyuter injeniring) tizim ostida bajariladi. Yoʻllar loyihalashida CAE masalalariga yotqazilgan yoʻlning mustahkamligi, sovuqqa chidamligini, siljish va egilishi, yoʻldagi sunʼiy tuynuklarini gidrogeologik hisoblash, transport oqimini modellashtirish va boshqalarni oʻz ichiga oladi.

Ishlab chiqarishni texnologik tayyorlashga oid hisoblashni CAM (Computer Aided Manufacturing - kompyuter boshqarish) tizim ostida amalga oshiriladi. Yoʻl qurilishda CAM tizim ostiga qaydnoma varaqlari tayyorlash, ishlab chiqarishning texnologik kartalari tayyorlash, ishlar jadvalini tayyorlash, transport harakatini tashkil qilish sxemasini ishlab chiqish, ishlarni chiziqli-kalendar grafikini tuzish va boshqalar kiradi.

Yechiladigan masalalar murakkabligiga koʻra yuqorida qoʻrib chiqilgan tizim osti CAD/CAE/CAMdan aloxida tizim ostilarga ajladi.

Maʼlumotlarni boshqarish tizim osti PDM (Product Data Management) hozirgi davrga kelib integrallashgan tizimlarining muhim tarkibiy qismiga aylandi. Uning yordamida loyihalar ustida kollektiv ish olib borish, maʼlumotlarning yaxlitligini taʼminlash va boshqarish tizimi sifatini samarali amalga oshirishga imkon beradi.

Kompyuter texnologiyalarning obʻyektlar faoliyatini loyihalashdan to ularni yagona axborot tizimiga foydali suratda taʼminlash qobiliyati PLM (Product Lifesyle Management) –konsepsiyasini yaratilishiga sabab boʻldi. Bu konsepsiya yoʻl qurish sohasining kelajagi uchun juda istiqbolli hisoblanadi. Bu konsepsiyaning eng aniq mohiyatini quyidagi taʼrifda keltirilgan: PLM - bu ish bajarishga strategik yondashuv boʻlib, axborot mahsulotini yaratish, amalga oshirish va foydalanish jarayonida birgalikdagi yechimlar majmuidan foydalanadi. Bu taʼrifning mantigʻi boʻyicha, PLM – bu CAD kabi tizim emas, va

CAD/CAM/CAE kabi sinflar tizimi ham emas, balki bu – kompyuterlashtirishdan foydalangan holda integratsiyalangan, ma'lumotlar (mahsulot) haqidagi yagona tasavvurga asoslangan ishlab chiqarish strategiyasi. Bu ma'lumotlar kengaytirilgan korxona barcha a'zolari: asosiy ishlab chiqaruvchi, yetkazib beruvchilar, pudratchi, mijozlar va iste'molchilar tomonidan foydalanishi mumkin (va kerak).

9. IQTISOD MASALALARINI MODELASHTIRISH

9.1. Iqtisodiy o'sishining makromodeli

O'suvchi iqtisodda vaqt o'tishi bilan ishlovchilar soni ko'payib boradi. Eng oddiy holda ish bilan ta'minlanganlarning o'sish sur'ati ishlayotganlar soni bilan proporsional.

$$\frac{dR}{dt} = \alpha R(t) \quad (1)$$

Shuning uchun $R(t) = R_0 e^{\alpha t}$ vaqtning ma'lum bir funksiyasi, $R_0 = R(0)$ - boshlang'ich vaqtdagi ishlovchilar soni, α - ma'lum miqdor.

Ishchilar mehnati tufayli $y(t)$ milliy daromad keltirsak. Bu daromad qisman ehtiyojlarni qondirishga va jamg'arishga ketadi, ya'ni

$$y(t) = W + A \quad (2)$$

Bu yerda W – ehtiyojlarni qondirishga sarf buladigan, A – jamg'arilgan daromad qismlaridir.

Jamg'arilgan A qism esa o'z navbatida qatordan chiqib qolgan sanoat quvvatini tiklash va yangi quvvatlar yaratish uchun sarf etilib, yana iqtisodga qaytadi.

$M(t)$ – quvvat deyilganda mahsulotni mumkin qadar maksimal ishlab chiqarish tushuniladi.

Mahsulotni real ishlab chiqarish ishlovchilar soniga bog'liq bo'ladi.

$$y(t) = M(t) f(x(t)) \quad (3)$$

(3) da - $x(t) = R(t) / M(t)$ – bir birik quvvatda ishlovchilar soni.

$f(x)$ funksiya to'g'risida quyidagiga faraz qilinadi:

$f(0) = 0, f'(x) > 0$, ya'ni ishlovchilar soni oshishi bilan ishlab chiqarilayotgan mahsulot ham oshib boradi va $f''(x) < 0$ iqtisodni mahsulot bilan to'lganligini (ta'minlanganligini) bildiradi.

$f(x)$ funksiya $x \in [0; X_M]$ da aniqlangan, $X_M = R_M / M$, $R_M(t) - M(t)$ quvvatni ta'minlovchi xo'jalikdagi ishchilar soni. Agar hamma ish joylari ishchilar bilan ta'minlangan bo'lsa, u holda mahsulotni ishlab chiqarish miqdori $Y(t)$ ta'rifga ko'ra $Y(t) = M(t)$, Ya'ni $f(X_M) = 1$ bo'ladi.

Ishlab chiqarishdan topilgan daromadni ehtiyojni qondirishga va jamg'arishga ajratishning optimal usullarini aniqlash iqtisodiyot masalalarining asosiy masalalaridan biridir. Optimallikni kriteriyasi sifatida jon boshiga (1 ishchiga) sarf bo'ladigan ehtiyojni $C(t) = W(t) / R(t)$ ni qabul qilish mumkin.

Vaqt birligi ichida jamg'arilgan $A(t)$ daromad yangi quvvatlarni yaratishga sarf bo'ladi:

$$A(t) = a I(t) \quad (4)$$

Bu yerda $a > 0$ yangi quvvat birligini yaratish uchun zarur bo'ladigan fondni tashkil etuvchi berilgan o'zgarmas miqdor, $I(t)$ – yangi quvvat birligi soni.

Mavjud quvvatni ishdan chiqish tezligi quvvatning o'ziga proporsional, ya'ni $\beta M(t)$ deb hisoblanadi, u holda quvvat quyidagiga o'zgaradi:

$$\frac{dM}{dt} = I(t) - \beta M(t), \quad (5)$$

$\beta > 0$ - ishdan chiqish koeffitsiyenti.

(2), (3) va (5) tenglamalarda 4 ta noma'lum $y(t)$, $W(t)$, $M(t)$, $I(t)$ lar qatnashayapti. Modelni to'ldirish uchun yangi quvvat miqdori mavjud quvvat miqdoriga proporsional $I(t) = \gamma M(t)$ deb faraz qilamiz. γ - berilgan o'zgarmas miqdor bo'lib, $\gamma > \beta$.

U holda (5) quyidagi yechimga ega bo'ladi:

$$M(t) = M_0 e^{(\gamma - \beta)t} \quad (6)$$

va shu orqali boshqa miqdorlar ham aniqlanadi.

Oddiy

$$\gamma - \beta = \alpha \quad (7)$$

holni qaraymiz. Bu esa quvvat $R(t)$ va $y(t)$ lar bilan bir xil surat bilan o'sar ekan, chunki

$$f(x(t)) = f\left(x = \frac{R_0}{M_0} = \text{const}\right).$$

Jon boshiga sarf bo'ladigan ehtiyojni quyidagiga ifodalash mumkin:

$$C(t) = \frac{W(t)}{R(t)} = \frac{y(t) - A(t)}{R(t)}$$

(3 – 4) va (6 – 7) larni hisobga olsak

$$C(t) = c = \frac{f(t) - \alpha(\alpha + \beta)}{x} = \text{const}.$$

Uning maksimumi quyidagi shartdan topiladi:

$$\frac{dC}{dX} = \frac{d}{dX} \left(\frac{f(x) - \alpha(\alpha + \beta)}{x} \right) = 0.$$

Ya'ni, quyidagi tenglamadan:

$$X_m f'(X_m) - f(X_m) + \alpha(\alpha + \beta) = 0 \quad (8)$$

$0 < X_m \leq X_m$ va $X_m = R_0 / M_0$ shartlarni qanoatlantiruvchi yagona yechimni aniqlash mumkin.

Jon boshiga sarf bo'ladigan maksimum ehtiyoj C_m ni ta'minlaydigan jamg'arish normasi quyidagicha:

$$n_m = \frac{A_m}{y_m}.$$

$y_m = M_m f(X_m)$ va $A_m = \alpha\gamma M_m$ va (3), (6) – lardan aniqlanadi:

$$n_m = 1 - X_m \frac{f'(X_m)}{f(X_m)}. \quad (9)$$

Bu norma iqtisod o'sishini oltin qoidasining normasi (Solou) deyiladi.

Agar (7) shart bajarilmasa, iqtisod o'sishi rejimi murakkab protsessdan iborat bo'ladi.

9.2. Ikki davlat orasidagi qurollanish poygasi modeli

Ushbu modelni hosil qilishda vaqt o'tishi bilan har bir davlatdagi qurollar miqdori uchta faktorga bog'liq holda o'zgaradi deb faraz qilindi:

- 1) raqib davlatdagi qurollar miqdori;
- 2) mavjud qurollarning eskirishi;
- 3) raqiblar o'rtasidagi o'zaro ishonchsizlik darajasi.

Qurollanishning o'sishi va kamayishi ko'rsatilgan faktorlarga proporsional bo'ladi, Ya'ni

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{dt} = \alpha_1(t)M_2 - \beta_1(t)M_1 + \gamma_1(t) \\ \frac{dM_2}{dt} = \alpha_2(t)M_1 - \beta_2(t)M_2 + \gamma_2(t) \end{cases} \quad (1)$$

(1)da quyidagi belgilashlar qo'llanilgan: $M_1, M_2 > 0$ qurollar miqdorlari, $\alpha_1(t) > 0$, $\alpha_2(t) > 0$ – qurollarni eskirish tezligini xarakterlovchi koeffitsiyentlar, $\gamma_1 \geq 0$, $\gamma_2 \geq 0$ funksiyalar qurol miqdoriga bog'liq emas deb hisoblaniladi va boshqa sabablar bilan aniqlanib, raqiblar o'rtasidagi ishonchsizlik darajasini ifodalaydi.

Bu model qurollanish poygasi dinamikasiga ta'sir etuvchi ko'pgina muhim faktlarni hisobga olmasada, lekin bir qator kerakli ma'lumotlarni tahlil qilish imkonini beradi.

Agar α_i, β_i ($i = 1, 2$) funksiyalar vaqtga bog'liq bo'lmasa, (1) model quyidagi ko'rinishga keladi.

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= \alpha_1 M_2 - \beta_1 M_1 + \gamma_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= \alpha_2 M_1 - \beta_2 M_2 + \gamma_2\end{aligned}\quad (2)$$

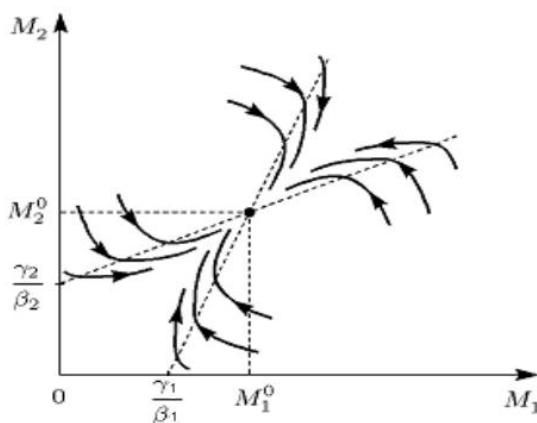
(1) tenglama $\frac{dM_1}{dt} = 0, \frac{dM_2}{dt} = 0$ muvozanat holatlariga ega. M_1^0, M_2^0 – muvozanat qiymatlari quyidagi shartdan aniqlanadi:

$$\begin{cases} \alpha_1 M_2 - \beta_1 M_1 + \gamma_1 = 0 \\ \alpha_2 M_1 - \beta_2 M_2 + \gamma_2 = 0 \end{cases}$$

$$M_1^0 = \frac{\alpha_1 \gamma_2 + \beta_2 \gamma_1}{\beta_1 \beta_2 - \alpha_1 \alpha_2}, M_2^0 = \frac{\alpha_2 \gamma_1 + \beta_1 \gamma_2}{\beta_1 \beta_2 - \alpha_1 \alpha_2} \quad (3)$$

(3) dan ko‘rinib turibdiki, $M_1^0 > 0, M_2^0 > 0$ larda muvozanat holat mavjud bo‘lishi uchun $\beta_1 \beta_2 > \alpha_1 \alpha_2$ (4) shart bajarilishi kerak.

Agar $\alpha_1, \beta_1, \beta_2$ lar o‘zgarmas bo‘lsa, α_2 esa o‘ssa, bu shuni bildiradiki, birinchi davlat qurollanish sohasiga qarashlarini, strategiyasini o‘zgartirmaydi, ikkinchi davlat esa qurollar eskirishi bilan qurollanishga zo‘r beradi. U holda α_2 yetarlicha katta qiymatga erishsa, muvozanat holati buziladi va (4) tengsizlik bajarilmaydi. Agar γ_1 va γ_2 nolga teng bo‘lsa, muvozanat holati ikkala davlatda ham qurollar yo‘qligiga mos keladi. $M_1(t)$ va $M_2(t)$ funksiyalar t o‘shishi bilan (4) shart bajarilgan vaqtlarda muvozanat qiymatlariga intiladi (rasm 9.1).



Rasm 9.1.

Shunday qilib, muvozanat turg'un, ya'ni muvozanat holatidagi og'ishlar vaqt o'tishi bilan kichik miqdorlarga aylanib boradi.

9.3. Reklama kompaniyasini tashkillashtirish

Faraz qilaylik, firma yangi tovari yoki xizmatini reklama qilishni rejalashtirmoqda. Ish boshlanishida yangilikdan iste'molchilarning ozgina qismi xabardorligi sababli reklamaga sarf etiladigan xarajatlar reklama kompaniyasi oladigan foydaga nisbatan ko'proq bo'lishi mumkin. Keyinchalik, vaqt o'tishi bilan iste'molchilar sonini oshishi tufayli sezilarli foydaga umid qilish mumkin. Shunday vaqt momenti keladiki, bu vaqtda firma yangi tovari yoki xizmati turi bilan iste'molchilar bozori to'yingan bo'ladi va endi tovarni yoki xizmatni reklama qilish ma'noga ega bo'lmay qoladi. Bundan keyin mavzuni bayon qilishda tovar yoki xizmat turi iboralari o'rniga qulaylik uchun faqat tovar so'zidan foydalanamiz.

Reklama kompaniyasining matematik modelini tuzishda quyidagi belgilashlardan foydalaniladi: t - reklama kompaniyasi boshlanganidan kuzatuvgacha bo'lgan vaqt; $N(t)$ - firma tovaridan xabardor mijoz yoki iste'molchilarning t vaqtdagi soni; N_0 - firma tovariga pul to'lashi mumkin bo'lgan xaridorlarning umumiy soni. Matematik modelni qurish quyidagi asosiy farazlarga asoslanadi. Tovar haqida xabardor bo'lgan va ularni sotib olishga qurbi yetgan iste'molchilar sonining vaqt bo'yicha o'zgarish tezligi dN/dt tovar haqida xabari bo'lmagan xaridorlar soni $\alpha_1(t)(N_0 - N(t))$ ga proporsional. Bu yerda $\alpha_1(t) > 0$ - reklama kompaniyasi ishini jadalligi (ushbu vaqt momentida reklamaga sarf etilgan xarajatlar) ni anglatadi. Shuningdek, tovar haqida xabardor bo'lgan xaridorlar tovar haqida xabardor bo'lmagan xaridorlarga u yoki bu tarzda tovar haqida axborot tarqatib, firmani qo'shimcha reklama agenti sifatida ishtirok etadi deb faraz qilinadi. Ularning ulushi $\alpha_2(t)N(t)(N_0 - N(t))$ miqdorga teng bo'lib, agentlar soni oshishi bilan bu miqdor ham oshib boradi. $\alpha_2(t) > 0$ miqdor xaridorlar o'rtasidagi o'zaro muomala (axborot almashish) darajasini xarakterlaydi (bu miqdorni qiymati, masalan, so'rovnoma o'tkazish yo'li bilan ham aniqlanishi mumkin).

Yuqoridagi farazlarga asosan reklama kompaniyasining matematik modeli quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\frac{dN}{dt} = [\alpha_1(t) + \alpha_2(t)N(t)](N_0 - N). \quad (1)$$

Agar $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)N(t)$ bo‘lsa, (1) modeldan Maltus tipidagi modelga ega bo‘lish mumkin, aksincha tengsizlikda populyatsiyaning quyidagi modelini hosil qilish mumkin:

$$\frac{dN}{d\tau} = N(N_0 - N), \quad d\tau = \alpha_2(t)dt.$$

Ushbu modelni va populyatsiya modelini tuzishda qandaydir miqdorning vaqt bo‘yicha o‘rish tezligi ushbu miqdorning joriy vaqtdagi $N(t)$ qiymatini muvozanat holati (populyatsiyada) dagidan yoki xaridorlarning maksimal qiymatidan joriy vaqtdagi $N(t)$ qiymatini ayirmasi - $N_0 - N(t)$ ko‘paytmasiga proporsional degan farazga tayanilgan edi. Shu sababli ularni analogiyasidan foydalanish mumkin. Agar $\alpha_1(t) + \alpha_2(t)N(t)$ miqdor vaqtning qandaydir momentida nolga tenglashsa yoki manfiy qiymatga ega bo‘lsa (buning uchun $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ koeffitsiyentlarning birortasi yoki ikkalasi ham manfiy ishoraga ega bo‘lishi lozim) ushbu jarayonlar o‘rtasidagi analogiya tugaydi. Shunga o‘xshash negativ holatlar turli reklama kompaniyalarida tez-tez uchraydi. Bunday hollarda reklamani xarakterini o‘zgartirish yoki bo‘lmasa reklamadan butunlay voz kechish lozim bo‘ladi. Tovarni ommaviyligini oshirish tadbiri $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$, $N(t)$ miqdorlarni qiymatlariga bog‘liq holda to‘g‘ridan-to‘g‘ri ($\alpha_1(t)$ parametr) yoki ikkilamchi tarzda ($\alpha_2(t)$ parametr) reklama natijasini yaxshilashga yo‘naltirilishi mumkin.

(1) matematik model chekli vaqt momentlarida nolga aylanadigan yechimlarga ega emas. Populyatsiya sonini vaqt bo‘yicha o‘zgarishidan ma’lumki, $t \rightarrow -\infty$ da $N(t) \rightarrow 0$. Reklama kompaniyasiga nisbatan bu narsa shuni anglatadiki, reklama boshlanishidan oldinroq xaridorlarning bir qismi yangi tovardan xabardor bo‘lishgan.

Agar $N \ll N_0$, $\alpha_2(t)N \ll \alpha_1(t)$ deb hisoblab, (1) matematik modelni $N(t=0) = N(0) = 0$ ($t=0$ - reklamani boshlanish vaqti) nuqta atrofida qaraydigan bo'lsak, (1) tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\frac{dN}{dt} = \alpha_1(t)N_0$$

va u $t=0$ dagi boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi

$$N(t) = N_0 \int_0^t \alpha_1(t) dt \quad (2)$$

yechimga ega.

Endi, bitta tovardan tushadigan foydani p orkali belgilaymiz. Soddalik uchun har bir xaridor faqatgina bitta tovar sotib olsin deb hisoblaymiz. Ma'lumki, $\alpha_1(t)$ koeffitsiyent ma'nosi bo'yicha reklama uchun vaqt birligi ichida qilinadigan harakatlar soniga teng (masalan, bir turdagi afishalarni yelimlash). s orqali elementar reklama harakatining narxini belgilaymiz. U holda jami foyda quyidagiga teng bo'ladi:

$$P = pN(t) = pN_0 \int_0^t \alpha_1(t) dt, \quad (3)$$

sarf qilingan xarajatlar esa

$$S = s \int_0^t \alpha_1(t) dt.$$

Ko'rinib turibdiki, $pN_0 > s$ bo'lgandagina foyda xarajatlarga nisbatan yuqori bo'ladi. Juda samarali bo'lmagan yoki qimmat reklamadan firma birinchi qadamidayoq kamomadga uchraydi. Ammo, bu holat reklamani to'xtatish uchun asos bo'la olmaydi. Haqiqatdan ham (3) ifoda va $pN_0 > s$ shart faqatgina $N(t)$ ning kichik qiymatlarida hamda P va S vaqt bo'yicha bir xil qonuniyat asosida o'sib borsagina o'rinli bo'ladi. $N(t)$ ning o'sishi bilan (1) formulada tashlab yuborilgan hadlar sezilarli qiymatlarga ega bo'ladi, xususan ikkilamchi reklamaning ta'siri

kuchayadi. Shuning uchun $N(t)$ funksiya (3) formuladagiga nisbatan vaqt bo'yicha tez o'suvchi funksiya bo'lib qolishi mumkin. $N(t)$ miqdorning o'zgarishidagi bu chiziqsiz effekt xarajatlarning o'zgarmas tempda o'sishida reklama kompaniyasining boshlang'ich bosqichidagi moliyaviy muvaffaqiyatsizligini kompensatsiya qilish imkonini beradi.

Ushbu tasdiqni (1) tenglamaning xususiy holi, ya'ni $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ koeffitsiyentlar o'zgarmas bo'lganda izohlaymiz. Quyidagi

$$\bar{N} = \alpha_1 / \alpha_2 + N$$

belgilash orqali (1) tenglama

$$\frac{d\bar{N}}{dt} = \alpha_2 \bar{N} (\bar{N}_0 - \bar{N}), \quad \bar{N}_0 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} + N_0 \quad (4)$$

ko'rinishga keladi. Ushbu tenglamani yechimi quyidagidan iborat:

$$\bar{N}(t) = [1 + (\bar{N}_0 \alpha_2 / \alpha_1 - 1) \cdot \exp(-\alpha_2 t \bar{N}_0)]^{-1}. \quad (5)$$

Bunda $\bar{N}_0 = \alpha_1 / \alpha_2$. Shunday qilib, $N(0) = 0$, ya'ni boshlang'ich shart bajarilmoqda. (4) dan ko'rinish turibdiki, $\bar{N}(t)$ funksiyaning hosilasi, xususan $N(t)$ funksiya $t > 0$ bo'lganda boshlang'ich qiymatlaridan katta bo'lishi mumkin ($\bar{N}_0 > 2\alpha_1 / \alpha_2$ yoki $N_0 > \alpha_1 / \alpha_2$ shartlarda). $\bar{N} = \bar{N}_0 / 2$, $N = (\alpha_1 / \alpha_2 + N_0) / 2$ qiymatlarda $\bar{N}(t)$ funksiyaning hosilasi maksimumga erishadi:

$$\left(\frac{d\bar{N}}{dt} \right)_m = \left(\frac{dN}{dt} \right)_m = \alpha_2 \frac{\bar{N}_0^2}{4} = \alpha_2 \frac{(\alpha_1 / \alpha_2 + N_0)^2}{4}.$$

Bu vaqtga kelib vaqt birligi ichida olinadigan joriy foyda quyidagiga teng:

$$P_m = p \frac{dN}{dt} = p \alpha_2 \frac{(\alpha_1 / \alpha_2 + N_0)^2}{4}.$$

P_m joriy foydadan boshlang'ich joriy foyda $P_0 = p(dN/dt)_{t=0} = \alpha_1 N_0$ ni ayirib, quyidagiga ega bo'lish mumkin:

$$P_m - P_0 = p \frac{(\alpha_1 / \sqrt{\alpha_2} - \sqrt{\alpha_2} N_0)^2}{4}.$$

Bundan ko‘rinib turibdiki, boshlang‘ich joriy foyda va maksimal joriy foydaning farqi yetarli darajada sezilarli bo‘lishi mumkin.

(4) tenglamadan yana shuni ta’kidlash mumkinki, qandaydir vaqtdan boshlab reklamani davom ettirish foydasiz bo‘lib koladi. Haqiqatdan ham, $\bar{N}(t)$ ning N_0 ga yaqin qiymatlarida (4) tenglamani

$$\frac{d\bar{N}}{dt} = \alpha_2 N_0 (\bar{N}_0 - \bar{N}) \quad (6)$$

ko‘rinishda yozish mumkin. Bu tenglamaning yechimi $t \rightarrow \infty$ da sekin eksponensial qonun bo‘yicha $\bar{N}_0$ chekli qiymatga ($N(t)$ funksiya esa N_0 ga) intiladi. Vaqt birligi ichida uncha ko‘p bo‘lmagan sondagi yangi xaridorlar paydo bo‘ladi va tovarni sotishdan tushayotgan foyda ixtiyoriy shartlarda ham davom etayotgan xarajatlarni qoplamay qoladi.

9.4. Korxonalar o‘zaro qarzlarini bartaraf etishi

Ixtiyoriy iqtisodiy tizim bir-biri bilan tovar va xizmatlar almashinuvchi o‘n minglab korxona (firma, korporatsiya va boshqalar) larni o‘z ichiga oladi. Hattoki, nisbatan uncha ko‘p bo‘lmagan bevosita hamkorlarga ega bo‘lgan kichik bir korxona ikkilamchi tarzda (ikkilamchi hamkorlari aloqalari orqali) katta miqdordagi korxonalar bilan bog‘langan. Ushbu korxonaning iqtisodiy o‘sishi hamkorlarning iqtisodiy holatiga to‘g‘ridan-to‘g‘ri bog‘liq. Aynan bu tasdiq yuzlab va minglab hamkorlar bilan aloqa qiluvchi katta korporatsiya va korxonalar uchun juda o‘rinli.

Iqtisodiy sistemani barcha zvenalarining bir-biriga o‘zaro bog‘liqligi sotilgan tovarlar yoki ko‘rsatilgan xizmatlar uchun to‘lovlarni amalga oshirishda korxonalar o‘rtasida bo‘ladigan hisob-kitobda yaqqol ko‘rinadi. Haqiqatdan ham, korxona sotilgan tovari uchun mijozlardan olinadigan to‘lovni korxonani faoliyatini samarali yuritish maqsadida boshqa firmalardan yangi mahsulotlar va mashinalar sotib olishga, oylik maoshi to‘lashga (ya’ni, ishchi kuchi sotib olishga), reklamaga va

boshqa harakatlarga sarflaydi. Shu sababli ushbu korxona hamkorlarining kattagina qismi qo‘shimcha tarzda iqtisodiy aylanma (oborot)ga jalb etiladi. O‘z navbatida korxonadan tovar sotib olgan mijoz ushbu tovardan qayta sotish yoki o‘zini mahsulotini ishlab chiqarish va boshqa maqsadlar uchun foydalanib, iqtisodiy faoliyatda ishtirok etuvchi agentlar sonini oshiradi.

Agar tovarlar o‘z vaqtida mijozlarga yetkazib berilsa va o‘z navbatida mijozlar ushbu tovarlarga to‘lovlarni vaqtida amalga oshirsalar moliyaviy tomondan iqtisodiy sistemaga hech narsa xavf solmaydi. Shu sababli korxonalar o‘z faoliyatlarini davom ettirish uchun bank hisob raqamlaridagi moliyaviy resurslarini kattagina qismini foydalanishlariga, boz ustiga asosiy fondlarini (yer, ko‘chmas mulk, qurilma, texnologiya) sotishlariga hech narsa to‘sqinlik qila olmaydi. Amalda tovarni yetkazib berish va uni to‘lovi (yoki barcha tovarlar uchun yoxud bundan keyin yetkazib beriladigan tovarlar uchun oldindan to‘lovlar) o‘rtasida doimo vaqt bo‘yicha kechikish mavjud. Bu kechikishning minimal qiymati sof texnik sabablar bilan aniqlanadi, chunki tovarni transportirovka va rasfasovka qilish, bankdan pul ko‘chirish uchun doimo vaqt talab qilinadi.

Ammo, shunday holatlar ham mavjudki, qandaydir iqtisodiy, moliyaviy, ichki va tashqi siyosat, ijtimoiy va boshqa sabablarga ko‘ra to‘lovlarni (tovarlarni yetkazib berishni) kechikish vaqtini moliyaviy oborot vaqti bilan taqqoslash mumkin bo‘lib qoladi. Amalga oshirilmagan to‘lovlar yoki yetkazib berilmagan tovarlarning hajmi esa korxonaning erkin oborotdagi vositalari bilan taqqoslash mumkin bo‘lgan darajadagi miqdorga ega bo‘ladi. Bu holda butun iqtisodiy sistemani jiddiy krizisga olib keluvchi to‘lay olmaslik (krizis neplatejey) krizisi kelib chiqadi.

Haqiqatdan ham, yetkazib berilgan tovarga pul olmagan (yoki tovarga pul to‘lagan, ammo uni olmagan) korxona tovarni sotganlar (birinchi sotuvchilar) ga tovar uchun to‘lashi lozim bo‘lgan to‘lovni amalga oshira olmaydi (chunki korxonaning qarzlar hajmi erkin oborotdagi vositalari bilan taqqoslash mumkin bo‘lgan darajada, ulardan foydalanish situatsiyani yaxshi tomonga o‘zgartira olmaydi). O‘z navbatida tovarni yetkazib beruvchilar o‘z mijozlari bilan, bu

mijozlar esa o'zlarini mijozlari bilan va x.k. hisob-kitob qila olmaydilar. Natijada butun iqtisodiy sistemada (neplatejey) to'lay olmaslikning uzun zanjiri paydo bo'ladi. Bu zanjir N ta zvenodan iborat bo'lib, ularning umumiy soni $N!$ ga (N - korxonalarning umumiy soni) yetishi mumkin. Zanjirdagi qarzlari miqdorlarining absolyut qiymatlari yig'indisi korxonaning nafaqat erkin oborotdagi vositalaridan oshib ketadi, balki ularning asosiy fondlari narxlari bilan solishtirish mumkin bo'lgan darajaga yetadi (ixtiyoriy korxona bir vaqtning o'zida o'z hamkorlarining qarzdori va kreditori bo'lishi mumkin, shu sababli bu yerda gap aynan qarzlari miqdorlarining absolyut qiymatlari yig'indisi haqida ketmoqda). Bu holatda sistema boshi berk ko'chaga kirib qoladi - korxona ishlab chiqarishni to'xtatishi kerak yoki jami qarzlari miqdorini oshirib, bir-biridan qarz olib, faoliyatini davom etirishi mumkin.

Umuman olganda, situatsiyadan chiqish uchun quyidagicha yondashish mumkin: qandaydir vakolatli muassasa (masalan, markaziy bank) barcha korxonalarga qarzlari miqdorida bir vaqtning o'zida kredit berish. U holda bu korxonalar bir-biri bilan hisob-kitob qilib, kreditlarni qaytarishadi. Ammo, bunday kredit siyosati salbiy oqibatlarga olib keluvchi, kuchli infilyatsiyani paydo bo'lishiga turtki bo'lishi mumkin (tovarlarni ishlab chiqarish ko'paytirilmadi, oborotdagi pul esa birdaniga ko'payib ketdi).

Ixtiyoriy to'lay olmaslik krizisida hisob-kitoblar protsedurasini o'zini nomukammalligi bilan bog'liq bo'lgan sof «texnik» komponentalar doimo hal qiluvchi rolni bajaradi. Keyinchalik iqtisodiy, siyosiy va boshqa sabablar bilan paydo bo'lmagan krizislarni, ya'ni aynan hisob-kitoblar protsedurasini nomukammalligi bilan bog'liq bo'lgan krizislarni o'rganamiz.

Masalaning mohiyatini avval uchta korxonadan tashkil topgan sistema uchun sonli misolda tushuntiramiz. Ushbu korxonalardan har biri shartli bitta moliyaviy birlikka teng bo'lgan erkin oborot vositasiga va 10 birlikka teng asosiy fondlarga ega. Birinchi korxona ikkinchisiga 100 birlik, ikkinchisi uchinchisiga 100 birlik va uchinchisi birinchisiga 100 birlik qarz bo'lsin. Korxonalarning qarzlari absolyut yig'indilari 600 birlikka teng bo'lib, ularning asosiy fondlari (30 birlik) ga nisbatan

ancha katta, erkin oborot vositalari (3 birlik) ga nisbatan solishtirmasa ham bo‘ladi. Shu bilan bir vaqtda ushbu sistemaning moliyaviy ahvoli juda yaxshi, chunki korxonalar har birining alohida jami qarzlar (ya’ni, korxona berishi lozim bo‘lgan va olishi lozim bo‘lgan vositalar) yig‘indisi nolga teng. Bu holatda o‘zaro hisob-kitob qilish protsedurasi bir vaqtning o‘zida barcha qarzlarni bekor qilishdan iborat: hech kim hech kimdan qarz emas va qarz g‘avg‘osidan holis holda hamkorlar o‘z ishini davom ettirishi e‘lon qilinadi. Bu holda markazlashgan kreditga hojat qolmaydi.

Katta moliyaviy majburiyatlar zimmasida bo‘lgan ko‘p sondagi korxonalar uchun bu yondoshishni amalga oshirib bo‘lmaydi. Buning uchun masalani formallashtirish va chuqur tahlil qilish lozim bo‘ladi.

Iqtisodiy tizim o‘zaro bir-biriga qarz berishi va bir-biridan qarz olishi mumkin bo‘lgan N ta moliyaviy baquvvat korxonalardan iborat bo‘lsin. x_{nm} M orqali n -chi korxonaning m -chi korxonadagi qarzini (agar $x_{nm} < 0$ bo‘lsa birinchi korxona ikkinchisidan qarzdor bo‘ladi va $x_{nm} > 0$ bo‘lsa aksincha bo‘ladi) belgilaymiz. Bu belgilashga asosan

$$x_{nm} = -x_{mn}, \quad x_{nn} = 0$$

ekanligi kurinib turibdi. Demak, jami qarzlar to‘plamini diagonali nollardan iborat (chunki, $x_{nn} = 0$, ya’ni korxona o‘zidan qarzdor bo‘la olmaydi) bo‘lgan $N \times N$ o'lchovli egrisimmetrik matritsa ko‘rinishida ifodalash mumkin.

Barcha o‘zaro qarzlar yig‘indisini individual qarzlar orqali quyidagi formula yordamida hisoblash mumkin:

$$X = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N |x_{nm}|. \quad (1)$$

Agar (1) formula bilan aniqlanadigan miqdorni korxonalarning barcha erkin vositalari yig‘indisi X_0 bilan taqqoslash mumkin bo‘lsa, u holda bu miqdor tizim moliyaviy holatining miqdoriy harakteristikasi sifatida xizmat qilishi mumkin, ya’ni

$$X > X_0 = \sum_{n=1}^N x_n. \quad (2)$$

(2) tengsizlik bilan ifodalanadigan holat to'lay olmaslik krizisini anglatadi, bu yerda $x_n \geq 0$ bilan n -chi korxonaning individual erkin vositasi belgilangan.

Har bir korxonaning kredit va qarzlari (saldo) balansi korxonalarning yana bitta muhim bo'lgan harakteristikasidir, u quyidagicha aniqlanadi:

$$S_n = \sum_{m=1}^N x_{nm}. \quad (3)$$

(3) tenglikka asosan quyidagi hollardan biri bo'lishi mumkin: $S_n > 0$, $S_n < 0$ va $S_n = 0$. $S_n > 0$ da korxona $S_n < 0$ balansga ega bo'lgan qarzdor korxonalar uchun qarz beruvchi – kreditor vazifasini o'taydi. $S_n = 0$ korxonani kreditor ham debitor ham emasligini, ya'ni korxona hech kimdan hech qanaqa qarzi yo'qligini anglatadi. $|S_n| < x_n$ bo'lgan hol korxonaning individual moliyaviy holati normal holatda ekanligini, korxonani qarzlari (yoki uning boshqa korxonalarga bergan kreditlari)ning real yig'indisi uning erkin vositalaridan kichik ekanligidan dalolat beradi.

Xuddi shunga o'xshash, iqtisodiy tizimning absolyut saldolari yig'indisi

$$S = \sum_{n=1}^N |S_n| \quad (4)$$

bu sistemaning moliyaviy ahvolini anglatuvchi makroko'rsatkich sifatida xizmat qiladi. Agar $S < X_0$ bo'lsa, ushbu iqtisodiy tizimda erkin vositalar qarzlar hajmidan katta bo'lib, bu sistema normal faoliyat yuritishi mumkin (yuqorida keltirilgan misoldagi uchta korxonadan iborat sistema kabi).

X va S miqdorlar o'rtasida doimo ma'lum munosabat mavjud. Ixtiyoriy qarzlar matritsasi uchun

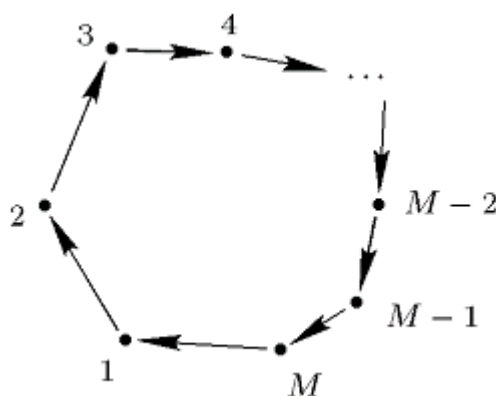
$$X \geq S, \quad (5)$$

o‘rinli, ya’ni qarzlar yig‘indisi hech qachon saldolari yig‘indisidan kichik bo‘lishi mumkin emas.

O‘zaro qarzlarni bartaraf qilish masalasi x_{nm} lar matritsasini bilgan holda $X' < X$ shartni qanoatlantiruvchi «yangi» x'_{nm} lardan tashkil togan qarzlar matritsasini topishdan iborat. (5) tengsizlikdan ko‘rinib turibdiki, $X' = S$ bu masalaning ideal yechimidir. U holda normal moliyaviy holat ($S \leq X_0$) dagi sistema uchun $X' = S \leq X_0$ munosabat bajariladi va o‘zaro qarzlar uzilgandan keyin bu sistema normal faoliyatini yuritishi mumkin.

O‘zaro qarzlarni uzish (bartaraf etish) protsedurasining matematik modelini qurishda quyidagi ketma-ket harakatlardan foydalaniladi. Birinchi navbatda ma’lum bir bosqichda individual qarzlar to‘plamini va korxonalar o‘rtasidagi aloqalarni chuqur tahlil qilishdan voz kechish lozim.

Yuqorida keltirilgan misolda uchta korxonaga qo‘llanilgan qarzlarni to‘lay olmaslik zanjirini kuzatish protsedurasini N ta korxona uchun nafaqat bajarish qiyin, balki bu protsedura kamchiliklardan holi emas. M ta korxonaning har biri ikkinchisiga, ikkinchisi uchinchisiga va hokazo M -chisi birinchisiga bir xil miqdordagi qarzdor bo‘lgan zanjirni qaraymiz (rasm 9.2).



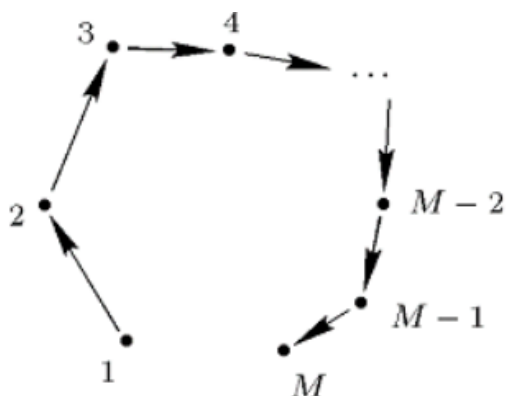
Rasm 9.2

Ko‘rinib turibdiki, bu yopiq zanjir va har bir korxona qarzlariidan qutilishlari mumkin, ya’ni korxonalarni qarzlari bekor qilinadi.

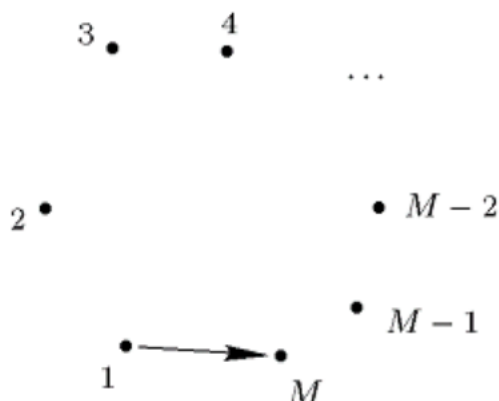
Agar M -chi korxona birinchisiga qarzdor bo‘lmasa, hosil bo‘lgan zanjir ochiq bo‘lib (rasm 9.3), endi yuqoridagi usulni bu zanjirga qo‘llab bo‘lmaydi. Bu

holda qarzdorlikdan qutilishni yo‘li ikkinchi, uchinchi va hokazo $(M - 1)$ chi korxonalarni qarzlari bekor qilinib, birinchi korxona o‘z qarzini M -chi korxonaga to‘lashni birinchi korxona zimmasiga yuklashdan iborat (rasm 9.4).

Qarzni bir korxonadan ikkinchi korxonaga yo‘naltirish mohiyati va mazmuni bo‘yicha veksel bilan muomala qilishga mos keladi. Bu holda qarz bergan xo‘jayin o‘zgarib, natijada qarzdor korxona (birinchi) da yangi kreditor (M -chi korxona) paydo bo‘ladi.



Rasm 9.3



Rasm 9.4

Qarzdorlikning yopiq zanjiri (rasm 9.1) da $x_{nm} = -x_{mn}$ ekanligini hisobga olsak, quyidagini hosil qilish mumkin:

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N x_{nm} = 0.$$

Bu tenglikdan $S_n = \sum_{m=1}^N x_{nm}$ ekanligini nazarda tutib, har bir korxonaning kreditlari va qarzlari (saldo) balansi uchun quyidagiga ega bo‘lish mumkin:

$$\sum_{n=1}^N S_n = 0 \quad (6)$$

yoki

$$\sum_{S_n > 0} S_n = - \sum_{S_n < 0} S_n = \frac{S}{2}. \quad (7)$$

(6) munosabatdan ko‘rinib turibdiki, korxonaning musbat saldolari yig‘indisi uning manfiy saldolari yig‘indisiga teng. Ko‘rib chiqilgan o‘zaro qarzlardan qutilish tizimi «simmetrik konservativlik» (7) xususiyatiga ega, shuningdek bu tizim uchun «saqlanish qonunlari» (massaning, energiyaning va boshqalarning saqlanish qonunlari) - (6) o‘rinli bo‘ladi.

(7) munosabatga asosan, o‘zaro qarzlardan ideal qutilishning matematik modelini qurishda quyidagi shartlardan foydalanish mumkin:

1) barcha x_{nm} qarzlar ma’lum va bu qarzlarni korxonalar tan olishadi;

2) o‘zaro qarzlarni uzishda korxonalarni S_n saldosi o‘zgarmasdan qoladi: $S'_n = S_n$, Ya’ni bu holda korxonalarning individual moliyaviy holati o‘zgarmaydi;

3) x_{nm} qarzlarni bir qismi bekor qilinadi, bir qismi boshqa korxonalarga yo‘naltirilishi mumkin, ya’ni korxona yangi debitorlarga va kreditorlarga ega bo‘lishi hamda eski qarzlarining bir qismidan qutilishi mumkin.

O‘zaro qarzlardan qutilish protsedurasining mohiyati x_{nm} qarzlarni o‘rniga korxonalarni S_n saldosi o‘rganishdan iborat. $S_n < 0$ bo‘lgan korxonalar qarzdor, saldosi $S_n > 0$ korxonalar kreditor deb e’lon qilinadi. Keyin esa saldosi $S_n < 0$ bo‘lgan korxonalarning qarzlar kreditorlar o‘rtasida qanaqadir yo‘llar bilan taqsimlanadi, Ya’ni «yangi» x'_{nm} qarzlar tizimi topiladi. Bunda (6) saqlanish konuni va 2) shart hamda $X' = S$ tenglik bajariladi. Shu sababli o‘zaro qarzlardan qutilish masalasining bu yechimi *optimal yechim deb ataladi*.

Yuqorida keltirilgan optimal yechim juda ko‘plab variantda bo‘lishi mumkin. Chunki kreditorlar o‘rtasida qarzlarni har xil yo‘llar bilan taqsimlash mumkin. Bunga ikkita sodda misol keltiramiz. Birinchisida yangi qarzlar eskilari orqali quyidagi formula bo‘yicha hisoblanadi:

$$x'_{nm} = \frac{S_n |S_m| - S_m |S_n|}{S}. \quad (8)$$

(8) formulaga asosan qarzi S_n ($S_n < 0$) bo‘lgan ixtiyoriy korxonaning qarzi kreditor korxonalar o‘rtasida ularning saldolari ($S_m > 0$) ga proporsional ravishda

taqsimlanadi. Musbat saldosi katta bo'lgan korxonalar zimmasiga har bir qarzidor korxonalar qarzlarning kattagina qismi yuklanadi. Bu qarzlarning umumiy miqdori S_m ga teng bo'ladi.

Agar $S_n < 0$, $S_m < 0$ yoki $S_n > 0$, $S_m > 0$ bo'lsa (8) formulaga asosan yangi qarzlari $x'_{nm} = 0$ (Ya'ni, korxonalar o'zaro qarzlardan qutilganlaridan so'ng qarzidorlar qarzidorlarga, kreditorlar kreditorlarga qarz emas). Bu shuni anglatadiki, korxonalar o'zaro qarzlardan qutilganlaridan so'ng hosil bo'lgan moliyaviy aloqalar soni har bir korxona boshqa korxona uchun debitor yoki qarzidor bo'lgan, ya'ni qarzlari matritsasi nol bo'lmagan (bosh diagonal elementlaridan boshqa) elementlardan iborat holdagi moliyaviy aloqalar sonidan ancha kam.

Korxonalarni ular saldolarining absolyut qiymatlari bo'yicha tartiblab, bir xil masshtabdagi qarzidorlar va kreditorlar o'rtasida qarzlarni to'lash maqsadida bevosita aloqalar o'rnatilsa, moliyaviy aloqalar sonini ancha kamaytirish mumkin.

Shuni ta'kidlash joizki, korxonalarni o'zaro qarzlardan qutilishining yuqorida keltirilgan va boshqa protseduralari faqatgina (1)-(3) shartlar bajarilgandagina, ya'ni korxonalar o'rtasidagi ma'lum bir kelishuvlardagina ma'noga ega. Bu kelishuvga amal qilmaslik sabablari turlicha bo'lishi mumkin. Masalan, qarzlarni qandaydir xalqaro yoki boshqa tashkilotlar sanksiyasigacha (ya'ni, korxona hisob raqamini muzlatib qo'yguncha) qarzlarni to'lamaslik qarzidor korxona uchun moliyaviy tomondan ahamiyatli bo'lishi mumkin.

9.5. Bozor iqtisodiyoti muvozanatining makromodeli

Bozor iqtisodiyoti jarayonida ixtiyoriy ishtirok etuvchi o'zining individual manfaatdorligiga bo'yicha harakat qiladi (ya'ni foyda olish, mehnat sharoitini yaxshilash, iqtisodiy xavfni kamaytirish, vositalarni tejash va boshqalar). Har bir sub'yekt iqtisodiy nochor ahvolda, ya'ni ishlab chiqarishga, narxlarga, oylik maoshiga va boshqa makroko'rsatkichlarga bevosita ta'sir qila olmaydigan darajada bo'lsa bunday tizimning eng sodda varianti – raqobatdan iqtisod qilishdir. Shu bilan birgalikda iqtisodiy tizimda mavjud oldi-sotdi munosabatlari ish beruvchilar va

yollanma ishchilar, moliyachilar hamda sarmoya kirituvchilar va boshqalarning muvofiqlashgan harakati iqtisodiy agentlarning harakati natijasida bo‘lishi mumkin. Agar bunday jamoaviy o‘zaro harakat natijasida tizimda tovar va xizmatlarni umumiy ishlab chiqarish ularga bo‘lgan umumiy ehtiyojlarga muvofiqlashsa, u holda iqtisodiyotni bunday holati muvozanatli, bu holdagi turg‘un narxlar turg‘un bozor narxlari deyiladi. Talab va taklif o‘rtasidagi balans aynan shu turg‘un bozor narxlarida o‘rinli bo‘lib, xususan, talabni to‘lash qodirligini (platejesposobnost sprosa) anglatadi.

Iqtisodiy fanlarni muhim masalalaridan biri – iqtisodiyotni muvozanat shartlarini, shu jumladan, turg‘un bozor narxlarini aniqlashdan iborat. Iqtisodiy muvozanatning eng sodda matematik modellari quyidagi farazlarga asoslanib quriladi:

1) yirik ishlab chiqaruvchi korporatsiya (ya’ni, monopoliya) larni shuningdek, butun tizim uchun o‘zlarini shartlarini himoya (diktovka) qiladigan ishchilar birlashmasining mavjud emasligi anglatuvchi mukammal bozor raqobati

2) tizim ishlab chiqarish imkoniyatining o‘zgarmasligi: asbob-uskunalar, ishlab chiqarish inshootlari va texnologiyalari vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydi;

3) vaqt o‘tishi bilan hamkorlar iqtisodiy manfaatdorligini o‘zgarmasligi: tadbirkorlarni o‘z foydalarini, ishchilar o‘z oylik maoshlarini oshirishga intilmasliklari hamda investorlarni qimmatli qog‘ozlardan va boshqalardan tushayotgan foizlarni qanoatlantirishi.

Yuqorida ko‘rsatilgan farazlarga javob beruvchi modellar ideal bozor iqtisodiyotining vaqt bo‘yicha «qotib qolgan» (sovub qolgan) hollarini ifodalaydi. Ammo, bu modellar bozor «xaos»idan shakllanuvchi iqtisodiy muvozanatni mavjudlik imkoniyati haqidagi savolga javob beradi va bundan tashqari iqtisodiy tizimning asosiy makroko‘rsatkichlarini o‘zaro bog‘laydi.

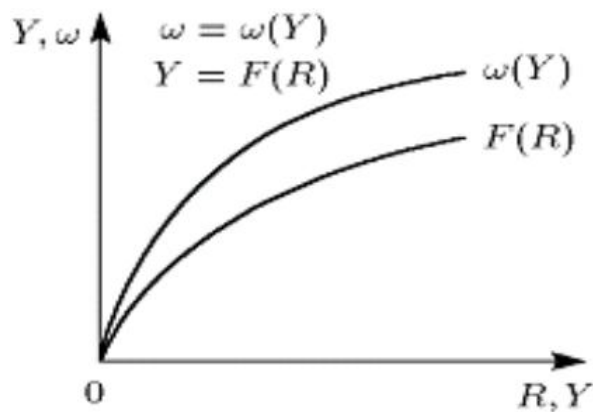
Ushbu modellardan bittasi – Keyns modelidir. Ushbu modelda ishga yollovchilar va yollanuvchilar, iste’molchilar va jamg‘aruvchilar, ishlab chiqaruvchilar va ishchi kuchi bozorida harakat qiluvchi investorlar, mahsulotlar va

pul, ya'ni bu tovar (mehnat, mahsulot, pul) larni o'zaro taqsimlovchilar va almashuvchilar agentlar sifatida qaraladi.

Milliy daromad Y tizimning birinchi makroko'rsatkichi bo'lib, vaqt birligi ichida ishlab chiqariladigan yagona mahsulotdir. Ushbu mahsulot iqtisodiyotning ishlab chiqarish sektorida ishlab chiqariladi, uning miqdori F funksiya orqali ifodalanadi. F funksiya resurs (vosita) larni miqdori va sifatiga, asosiy fondlar tarkibiga va band bo'lgan ishchilar soni R (ikkinchi makroko'rsatkich) bilan bog'lik. 2) farazga asosan iqtisodiy muvozanat holatida ishlab chiqarish funksiyasi R va Y faqatgina bandlik orqali aniqlanadi, ya'ni

$$Y = F(R). \quad (1)$$

$F'(R) > 0, R > 0$ nisbatan quyidagilar urinli deb xisoblaniladi: $F(0) = 0$, $F'(R) > 0, R > 0$ va $F''(R) < 0, R > 0$ da (rasm 9.5). funksiyasi to'yinganlik hususiyatiga ega: R oshishi bilan tovar ishlab chiqarish sekinlashadi. Bunday yondashish amalda o'zini oqlaydi: ishlab chiqarishda band bo'lganlar soni haddan tashqari oshib ketsa, ularga mos keluvchi ish frontini topish ancha mushkullashadi.



Rasm 9.5

Shuningdek, ishchilar soni me'yoriga nisbatan ko'pchilikni tashkil etsa, ular bir-biriga xalaqit bera boshlaydi va individual foydali ish koeffitsiyenti tushib ketadi.

(3.1) munosabat mehnat bozori R va Y mahsulotlar o'rtasidagi o'zaro aloqani ifodalaydi. Qo'shimcha munosabatlar esa klassik siyosiy iqtisodning asosiy postulatlaridan bittasi orqali aniqlanadi.

4) ishchining s mehnat haqi ish o'rnini bitta birlikka kamaytirilganda yo'qotilgan mahsulotni narxiga teng.

Shuni ta'kidlash lozimki, 4-chi postulatda ish o'rnini bittaga kamaytirishdan hosil bo'ladigan zararlar (resurslarga, asbob-uskunalariga va boshqalarga sarflanadigan xarajatlar) hisobga olinmagan. Shunday qilib, 4) postulatdan quyidagiga ega bo'lish mumkin:

$$\Delta Y^{(1)} \cdot p = s,$$

bu yerda $\Delta Y^{(1)}$ – ish o'rnini bitta birlikka kamaytirilganda yo'qotilgan mahsulotlar sonini, p – yo'qotilgan mahsulot narxi. Agar ish bilan bandlik ΔR miqdorga o'zgarsa, oxirgi tenglikdan quyidagini hosil qilish mumkin:

$$\Delta Y \cdot p = s \cdot \Delta R,$$

bu yerda $\Delta Y = \Delta Y^{(1)} \cdot \Delta R$ ishchilar soni ΔR miqdorga o'zgarganda yo'qotiladigan yoki qo'shimcha paydo bo'ladigan narx. ΔR va ΔY miqdorlarni R va Y miqdorlarga taqqoslaganda kichik deb hisoblab, oxirgi tenglikni differensial ko'rinishda yozish mumkin:

$$\frac{\partial Y}{\partial R} = \frac{s}{p}.$$

(3.1) tenglikni e'tiborga olsak, oxirgi tenglikdan quyidagini hosil qilish mumkin:

$$F'(R) = \frac{s}{p}. \quad (2)$$

$F(R)$ funksiya berilgan (bunga asosan $F'(R)$ ni ham aniqlash mumkin) ligini hisobga olsak, s va p makroko'rsatkichlarning ma'lum qiymatlarida (2) dan bandlik darajasi R ni va (1) dan mahsulotlar miqdori Y ni aniqlash mumkin. Bu yerda aniqlangan bandlik darajasi iqtisodiy tizimda mavjud narxlar va boshqa xarakteristikalariga mos keluvchi ushbu kundagi oylik maoshlariga rozi bo'lib, ishlayotgan ishlovchilar sonini ifodalashini ta'kidlash joiz. Bandlik darajasi

muvozanatini ta'minlovchi, mavjud sharoitlarda ishlashni xohlovchilarni hamma vaqtlarda ham topish mumkin, ya'ni quyidagicha faraz qilinadi:

5) (1) va (2) tenglamalarda to'rtta miqdorlar qatnashmoka. Ishchining s mehnat haqiga nisbatan quyidagilar faraz qilinadi: modelda ishchining s mehnat haqi berilgan deb hisoblanadi.

6) s miqdor ish beruvchilar va yollanuvchilar o'rtasidagi kompromiss natijasida aniqlanadi (real ish haqi narxlar darajasiga ham bog'liq).

Yopiq matematik model qurish uchun mahsulot bozorlari va moliyaviy bozorlarni ham o'rganish lozim bo'ladi. Ishlab chiqarilgan mahsulotni bir qismi ehtiyojni qondirishga va ma'lum bir qismi jamg'arilib boriladi:

$$Y = S + \omega,$$

bu yerda ω - mahsulotning iste'mol qilinadigan (iqtisodiyotga qaytmaydigan) qismi, S esa iqtisodiy tizimga qaytuvchi, jamg'arib boriladigan (yoki fondni tashkil qiluvchi mahsulotlar) qismini ifodalaydi. S va ω miqdorlar o'rtasidagi munosabat quyidagi mulohazalardan aniqlanadi. ω miqdorga nisbatan quyidagilar faraz qilinadi:

7) ishlab chiqarilgan mahsulotning iste'mol qilinadigan qismi ishlab chiqarilgan mahsulot miqdori Y ning o'ziga bog'liq, Ya'ni $\omega = \omega(Y)$. Bu yerda $\omega(Y)$ funksiyasi $F(R)$ funksiyasiga o'xshab to'yinganlik xususiyatiga ega: ishlab chiqarilgan mahsulot miqdori qancha katta bo'lsa, iste'mol qilishga sarflanadigan qo'shimcha ishlab chiqariladigan mahsulot miqdori ΔY ning ulushi shuncha kichik bo'ladi (5.4 rasm) va katta qismi jamg'arilib boriladi. $d\omega/dY = c(Y)$ miqdor iste'mol qilishga moyillik deyiladi. $0 < c < 1$, aks holda kichik miqdorda ishlab chiqarilgan mahsulotlarda ishlab chiqarilgan miqdoriga nisbatan ko'proq iste'mol talab qilinadi. $d = 1 - c$ miqdor jamg'arish (yig'ish) ga moyillikni anglatadi.

$$S = Y - \omega(Y) \quad (3)$$

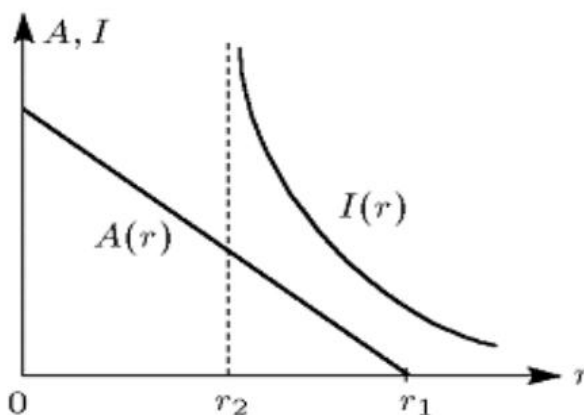
fondni tashkil qiluvchi mahsulot kelgusida foyda olish maqsadida investitsiya sifatida investorlar tomonidan iqtisodiyotga kiritiladi. Matematik modelda

kiritilayotgan investitsiya kelgusida iste'mol uchun tashlab qo'yilgan mahsulotga ekvivalent deb hisoblaniladi va shu sababli tizimning yana bitta moliyaviy makroko'rsatkichi – bank foizining normasi r bilan aniqlanadi. Haqiqatdan ham A miqdorda investiya qilib, bir yildan keyin $D = A \cdot r$ daromad olib, ushbu vositalarni bankka r foizga qo'yishga solishtiriladigan bo'lsa, investor hech narsa yutqazmaydi (bu misolda yutmaydi ham). Ikkala holda ham keyingi yilda katta miqdordagi iste'mollik imkoniyati sababli bugungi iste'mol keyinga qoldirilmoqda. Investitsiyaga talab $A(r)$ funksiya bilan beriladi. Agar $0 < r < r_1$ bo'lsa $A'(r) < 0$ va $r \geq r_1$ bo'lsa $A'(r) = 0$ bo'ladi - investitsiyaning katta foizli normasida investitsiyaga talab bo'lmaydi (rasm 9.6).

Muvozanat sharoitida fondni tashkil qiluvchi mahsulotga bo'lgan talab $S(Y)$ investitsiyaga bo'lgan talab $A(r)$ bilan balanslashadi:

$$S(Y) = A(r).$$

Agar (3) ni e'tiborga olsak, $Y - \omega(Y) = A(r)$. (4)



9.6 - rasm

Modelni yopiq ko'rinishda ifodalash uchun moliyaviy bozor o'rganiladi. Iqtisodiy agentlar uchun pul fondni tashkil qiluvchi mahsulotlar sotib olishga, iste'mol uchun, shuningdek, jamg'arishning bir vositasi sifatida kerak. Faraz qilinadiki, pulni davlat chiqaradi va ularning miqdori (*taklif*) Z iqtisodiy tizimning *berilgan boshqariluvchi parametri deyiladi*. Pulga bulgan talabga nisbatan quyidagicha faraz qilinadi:

8) pulga bo'lgan talab operatsion va chayqovchilik talablari yig'indisidan iborat.

Operatsion talab Y tovarni sotib olish uchun (ham fondni tashkil qiluvchi sifatida hamda iste'mol uchun) qo'lda bo'lishi lozim bo'lgan pul miqdori bilan aniqlanadi. Agar mahsulot narxi p ga teng, muomala vaqti τ ga teng bulsa, u holda operatsion talab τ muomala vaqti pY miqdorga teng.

10. EKOLOGIYA MASALALARINI MODELLASHTIRISH

10.1. Ekologik va biologik modellar

Biologik sistemalar va jarayonlarni modellashtirish uchun differensial tenglamalarning bir nechta tadbiqlarini keltirib o'tamiz.

Darvin Ch. har bir bioturning geometrik progressiya bilan ko'payishiga e'tibor bergan edi. Ya'ni, har bir organizmlar juftligi yetuklik davrigacha tirik qoladiganlariga qaraganda ancha ko'proq nasl qoldiradi. Har bir tur sonining ushbu potensial o'sish hodisasi ko'payish progressiyasi nomini oldi. Evolyutsiyaning o'zini esa haddan ortiq ko'payishga qo'yilgan chegara sifatida qabul qilish mumkin.

Ko'payish progressiyasi va unga qo'yilgan chegaralanishlarni chuqurroq anglashga imkon beruvchi ikki turdagi modellarni o'rganib chiqamiz. Bunday murakkab bo'lmagan matematik modellar evolyutsiya, ekologiya, genetika, ekologiya, biofizika, demografiya va tibbiyotda tadbiq etiladi.

Oddiy hollarda ko'payish progressiyasini o'rganib chiqish uchun populyatsiyaning genetik strukturasini hisobga olmagan holda, butun e'tiborni populyatsiya soni N ning t vaqt bo'yicha o'zgarishiga qaratish lozim.

Ma'lum bir turdagi populyatsiyanini harakterlovchi asosiy ko'rsatkich-populyatsiyaning tabiiy o'sish tezligidir (r). Bu bitta urg'ochidan birlik vaqt ichida paydo bo'ladigan avlodlarning o'rtacha sonidir.

$r=b-d$, bu yerda b – bir urg'ochiga birlik vaqt ichida to'g'ri keladigan o'rtacha tug'ilishlar soni; d – bitta urg'ochiga nisbatan birlik vaqt ichiga to'g'ri keladigan o'rtacha o'limlar soni.

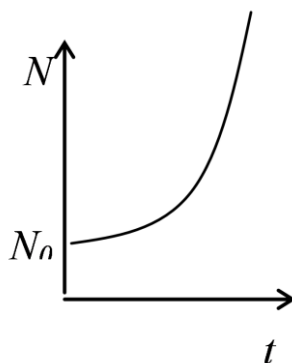
Misol. Populyatsiya 800 ta urg‘ochidan iborat bo‘lsin. Bir yilda o‘rtacha 150 ta urg‘ochi tug‘ilib, 50 ta urg‘ochi vafot etadi. Populyatsiyaning tabiiy ko‘payish tezligi (r) ni aniqlang. Javob: $r = 150/800 - 50/800 = 0,125$ 1/yil.

Populyatsiya sonining vaqt o‘tishi bilan o‘zgarishini $v = \frac{dN}{dt}$ tezlik orqali ifodalash mumkin. Tezlikning o‘zi ham populyatsiya soni singari vaqt o‘tishi bilan o‘zgarishi mumkin. Ya’ni populyatsiyaning ayni paytdagi soni qanchalik katta bo‘lsa, populyatsiyaning o‘sish tezligi ham shunchalik yuqori bo‘ladi.

N ga hech qanday chegaralanishlar qo‘yilmaganda, progressiv ko‘payishni harakterlovchi asosiy tenglama:

$$v = \frac{dN}{dt} = (b - d)N = rN . \quad (1)$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Bu tenglamaning yechimi: $N = N_0 e^{rt}$ bo‘lib, bu yerda N_0 – populyatsiyaning boshlang‘ich soni; e – natural logarifmning asosi. Yechimning grafik ko‘rinishi 10.1.-rasmida keltirilgan. Bu modelda populyatsiya sonining diskret harakteri e’tiborga olinmasa ham bo‘ladigan yetarli darajada katta joriy N_0 qiymatga nisbatan o‘rinlidir.



Rasm 10.1

Masala. Birinchi populyatsiyaga nisbatan r – tabiiy o‘sish tezligi 0,11/yil, ikkinchi populyatsiyaga nisbatan esa 0,05 1/yilga teng. Ikkinchi populyatsiyaning boshlang‘ich soni birinchining boshlang‘ich soniga nisbatan 2,72 marta ko‘p. Qanday vaqt oralig‘idan so‘ng ikkala populyatsiyaning soni tenglashib qolishini aniqlang.

Yechish sxemasi. $r_1 = 0,1$ 1/yil; $r_2 = 0,05$ 1/yil; $N_{02} = 2,72 \cdot N_{01}$

$$\frac{N_{t1}}{N_{t2}} = 1; \quad (2)$$

$$\frac{N_{02}e^{r_2t}}{N_{01}e^{r_1t}} = 1 \quad (3)$$

Javob: $t = 20$ yil.

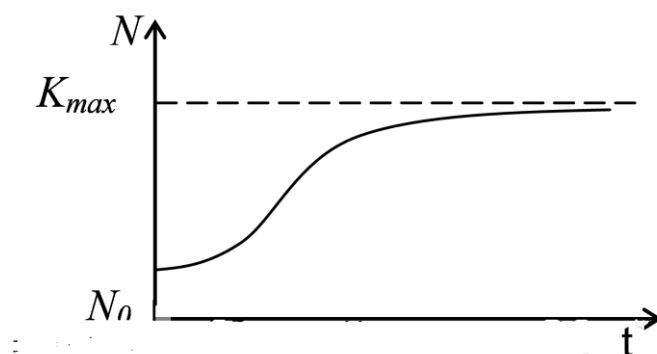
Populyatsiya soniga hech qanday chegaralanishlar qo'yilmagan deb faraz qilgan holda, har xil turlarga nisbatan N baholashlarga bir qator misollar keltirish mumkin.

Turlarning progressiv ko'payishga bo'lgan bunday potensial layoqatlari "hayot bosimini" va buning natijasida raqobatni, urg'ochilar, populyatsiyalar va turlar o'rtasida yashash uchun kurashni keltirib chiqaradi.

Tabiiy abiotik va biotik omillar natijasida populyatsiya sonining o'sish tezligiga nisbatan chegaralanishlar paydo bo'ladi. Eng sodda variant (modellashtirish uchun) – bu populyatsiyaning yashash maydoni chegaralanganligi tufayli ma'lum bir mumkin bo'lgan maksimal bosqich K_{max} da N ni muvozanatlashtirishdir.

Modelda mazkur farazni ko'payish progressiyasiga taalluqli asosiy tenglamaning chap qismiga $(1-N/K_{max})$ ko'paytuvchini qo'shish orqali akslantirish mumkin:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K_{max}}\right) \quad (4)$$



Rasm 10.2.

K_{max} nisbatan kichik populyatsiya soni N da qo'shimcha ko'paytuvchi 1 ga yaqin bo'lib, N ning t ga bog'liqligiga deyarli ta'sir ko'rsatmaydi. Populyatsiya soni o'sib borishi va N ning K_{max} ga tobora yaqinlashib borishi bilanoq, tenglamaning o'ng

qismi 0 ga yaqinlashadi (rasm 10.2.). Demak, populyatsiyaning o'sish tezligi ham nolga yaqinlashadi: o'sish egri chizig'i $N_t = K_{max}$ platoga chiqadi.

Chayqovchilik talabi foiz normasi miqdori r bilan bog'lik. Agar foiz normalari yuqori bo'lsa, katta pulga ega bo'lgan puldorlar yaxshi daromaddan umid qilib, pullarining anchagina qismini bankda saqlaydilar. Bunda ular bankga nisbatan banknotlarni yuqori darajada likvidatsiya qilish (bu pullarni mahsulotlarga almashtirish) imkoniyatini qurbon qiladilar. Kichkina foiz stavkasida chayqovchilik talabi oshadi: puldorlar o'z qo'llariga ko'proq miqdordagi pullarni ushlab turishni xohlaydilar. Shuning uchun chayqovchilik talabi $I(r)$ funksiya orqali beriladi (6.5–rasm). $r > r_2$ bo'lganda $I'(r) < 0$ bo'ladi, $r \rightarrow r_2$ da $I(r)$ funksiya juda tez o'sadi ($r \rightarrow r_2$ da $\lim I(r) = \infty$; pul egalari bank majburiyatlariga ega bo'la olmaydilar). $r_2 < r_1$ deb hisoblash tabiiy, aks holda yoki investitsiya nolga teng va iqtisodiy muvozanat haqida gapirishga hojat qolmaydi yoxud $I(r)$ funksiya aniqlanmagan va uni o'rganish ma'no kasb etmaydi.

Moliyaviy bozor muvozanat holatida bo'lganida pullarni balansi («saqlanish qonuni») iqtisodiy tizimda quyidagi tenglama bilan ifodalanadi

$$Z = \tau pY + I(r). \quad (5)$$

(1)-(5) tenglamalarni birlashtirib, yuqoridagi farazlar asosida hosil qilingan bozor muvozanatining matematik modeliga ega bo'lish mumkin:

$$Y = F(R), F'(R) = \frac{s}{p}, Y - \omega(Y) = A(r), Z = \tau pY + I(r) \quad (6)$$

(6) matematik modelda sistemaning parametri s (oylik maosh stavkasi) va τ texnik parametrlar beriladi. F, F', ω, A, I funksiyalar har biri o'z argumentlarining ma'lum funksiyalari bo'lib, ular yuqorida bayon etilgan xossalarga ega. Ushbu berilganlarga asosan modeldan to'rtta noma'lum miqdorlar: Y (ishlab chiqarilgan mahsulot miqdori), R (bandlik), p (mahsulot narxi) va r (daromad normasi) aniqlanadi.

(6) dan p, r, Y miqdorlarni yo‘qotib, (6) tenglamani R ga nisbatan quyida keltirilgan bitta tenglama ko‘rinishida ifodalash mumkin:

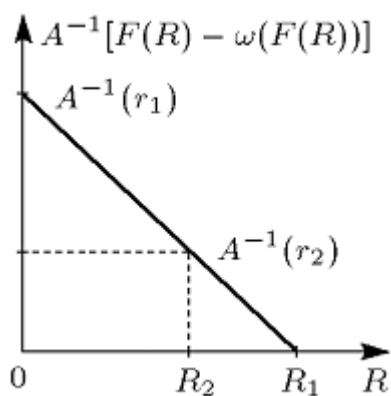
$$-\frac{\tau s F(R)}{F'(R)} + Z = I(A^{-1}[F(R) - \omega(F(R))]), \quad (7)$$

bu yerda A^{-1} funksiya A funksiyaga teskari funksiyadir. (7) dan R ni qiymatini aniqlab, (6) tenglamalardan boshqa noma'lum miqdorlarni ham aniqlash mumkin. (7) tenglamani chap va o‘ng tomonlariga kiruvchi funksiyalarni grafiklari tahliliga asoslanib, bu tenglama yagona yechimga ega ekanligini ko‘rsatamiz.

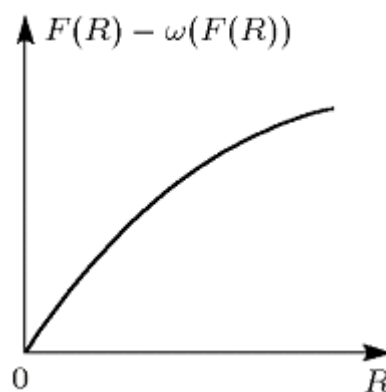
$F(R) - \omega(F(R))$ funksiya $R=0$ da nolga teng bo‘lib, R ning monoton o‘sovchi funksiyasidir (10.3 rasm).

Uning monotonligi $d\omega(F(R))/d(F(R)) = c < 1$ shartdan, bu funksiya R ni o‘sishi bilan o‘sovchi ekanligi $dF(R)/dR > 0$ shartdan esa kelib chiqadi

. Shuningdek, bu funksiya A^{-1} monoton funksiyaning argumentidir. A funksiyaning xossasidan (10.4.–rasm) A^{-1} funksiyaning R argumentga sifat jihatdan qaysi ko‘rinishda bog‘liqligini ko‘rish mumkin (5.7–rasm).

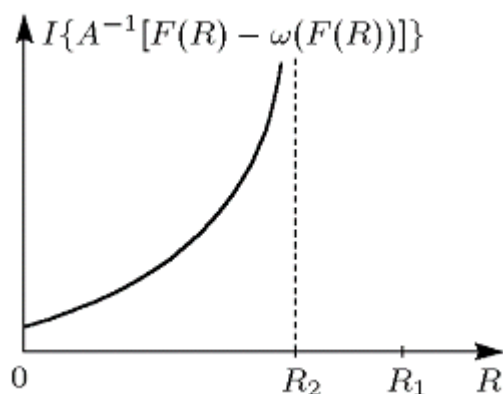


Rasm 10.3.

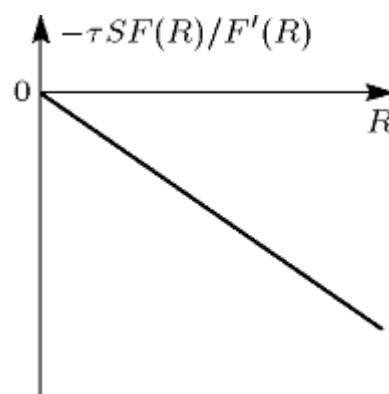


Rasm.10.4

Rasmdan ko‘rinib turibdiki, $R > R_1$ ($R_1 - R$ ning qandaydir qiymati bo‘lib, $0 < R_1 < \infty$) shart bajarilsa, $A^{-1} \equiv 0$. O‘z navbatida A^{-1} funksiya tenglamada I funksiyaning argumenti sifatida ishtirok etayapti. I funksiyaning xossasi 10.3.–rasmda keltirilgan. 10.5.–rasmda bu funksiyaning grafigi keltirilgan bo‘lib, u $R > R_2$ da aniqlanmagan.



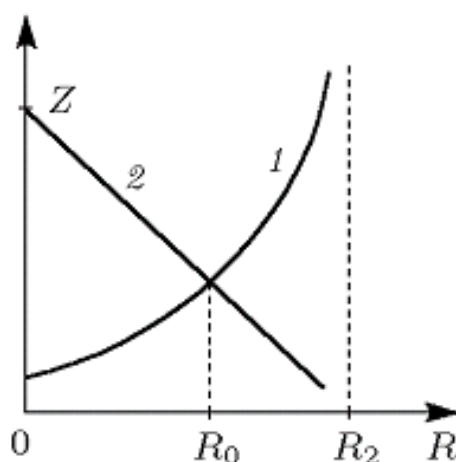
Rasm 10. 5. Funksiyaning grafigi



Rasm 10.6. Funksiya kamayuvchidir

Endi (7) tenglamaning chap tomonini ko'rib chiqamiz. $-\tau sF(R)/F'(R)$ funksiya $R=0$ da nolga teng ($F'(R) \neq 0$ deb faraz qilinadi) (rasm 10.3). Uning R bo'yicha birinchi tartibli hosilasi funksiyaning $F'(R) > 0$, $F''(R) < 0$ xossalariga asosan manfiy, ya'ni bu funksiya monoton kamayuvchidir (rasm 10.6.).

(7) tenglama uchun va chap qismlari grafigini (ularning grafigi mos holda 1 va 2 egri chiziqlar) birlashtirib (rasm 10.7.), shunga ishonch hosil qilish mumkinki, boshqaruvchi parametr Z ning yetarlicha katta qiymatlarida bu egri chiziqlar qandaydir R_0 ($0 < R_0 < \infty$) nuqtada kesishadi.



Rasm 10.7 Tenglama chap qismlari grafigini

Grafiklarning monotonligiga asosan kesishish nuqtasi yagonadir. Xususan, (6) matematik model haqiqatdan ham iqtisodiyotning muvozanat holatini ifodalovchi yagona yechimga ega.

(6) matematik model muvozanat holatiga yaqin bo'lgan turli holatlarni qiyosiy tahlili uchun ham ishlatilishi mumkin (qanday qilib sistema muvozanat holatiga keladi yoki muvozanat holatidan chiqadi degan savollarga javob bermasdan).

10.2. O'zaro ta'sirlashuvchi populyatsiyalar sonini o'sishi

Oldingi xususiy misol - populyatsiya soni o'sishining abiotik omillar bilan chegaralanishidir. Evolyutsiya va ekologiya uchun yanada qiziq va muhim vaziyatlar har xil turdagi populyatsiyalarning o'zaro ta'sirlashuvi yoki tashqi sharoitlarning o'zgarishi davomida paydo bo'ladi. Bu kabi vaziyatlarda N populyatsiya soni bo'yicha populyatsiyaviy to'liqlar yoki hayot to'liqlari (S.S.Chetverikov bo'yicha) paydo bo'ladi.

Populyatsiyaviy to'liqlarning klassifikatsiyasi:

1. populyatsiya sonining davriy tebranishlari (masalan, mavsumiy);
2. yirtqich va o'lja populyatsiyalarining o'zaro ta'sirlashuvi hisobiga populyatsiya sonining davriy bo'lmagan yoki davriy tebranishlari;
3. populyatsiya sonining ortib ketishi (populyatsiya qulay sharoitlarga tushib qolganida);
4. populyatsiya sonining jadal sur'atlar bilan qisqarishi (epifitotiyalar, talofatlar).

Har xil turdagi ikkita populyatsiya bir necha xil turda o'zaro munosabatda bo'lishi mumkin: $(-, -)$ – raqobat, bunda ikkala populyatsiyaning yashash sharoitlari salbiy tomonga o'zgaradi; $(+, +)$ – simbioz; $(+, -)$ – yirtqich-o'lja va h.k.

“Yirtqich-o'lja” turidagi o'zaro munosabatni o'rganib chiqamiz. Yirtqich va o'ljani o'lja uchun yetarli darajadagi ozuqa solingan chekli hajmdagi muhitga joylashtirilsa, u holda ularning soni qanday qilib o'zgarishini kuzatamiz.

Faraz qilaylik x - o'ljalarning soni; y – yirtqichlar soni bo'lsin. U holda modellashtirish uchun Lotka-Volterra tenglamalaridan foydalanish mumkin:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = rx(1 - \frac{x}{K_{\max}}) - cxy \\ \frac{dy}{dt} = gxy - fy \end{cases}.$$

Bu yerda

xu – o‘lja va yirtqichning chekli arealda uchrashish chastotasini xarakterlaydi;

r – o‘lja populyatsiyasining tabiiy o‘sinh tezligi (yirtqichlarning ta’sirini hisobga olmagan holda);

K_{max} – chekli arealda o‘ljalar sonining ko‘payish chegarasi (odatda yirtqichlar soni o‘ljalarning soniga nisbatan ancha kam bo‘ladi);

s – ovning muvaffaqiyatlik koeffitsiyenti;

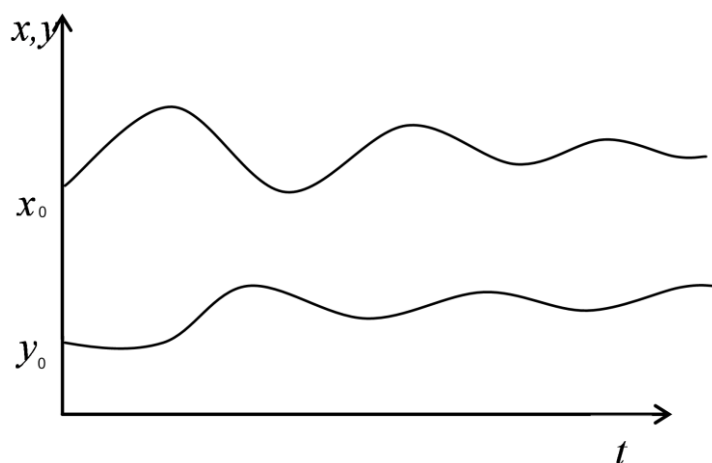
g – yirtqichlarga nisbatan tug‘ilish koeffitsiyenti (ularning ko‘payish tezligi nafaqat x ga, balki y ga ham bog‘liq, aniqroq qilib aytganda u xy ga proporsional bo‘ladi);

f – yirtqichlarning tabiiy o‘lish koeffitsiyenti.

Bu tenglamalarning yechimlari – yirtqich va o‘ljalar sonining to‘lqinli tebranishlaridir. Ularning shakli va davriyligi (x_0, u_0) boshlang‘ich shartlarga hamda s, f, r, g va K_{max} o‘zgarmaslarga bog‘liq bo‘ladi.

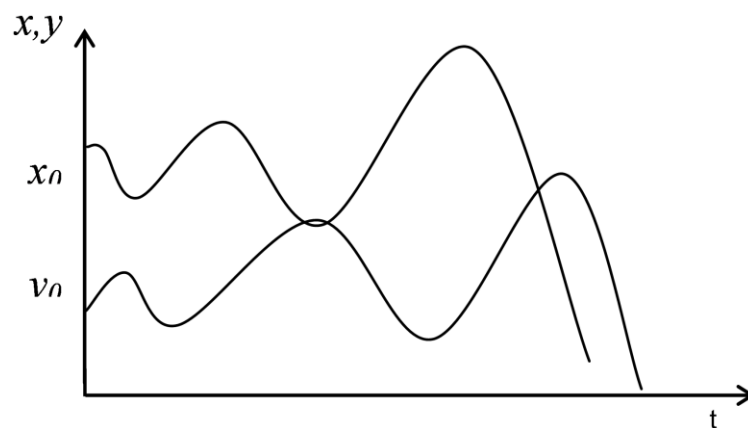
Bir nechta variantlar mavjud:

Muvozanatli bosqichga chiqish (rasm 10.8.). Bunday vaziyat yirtqichlarga $N_y = const$ bo‘lishi uchun $N_x = const$ dan ko‘proq tug‘iladigan o‘ljalar kerak bo‘lishini harakterlaydi.

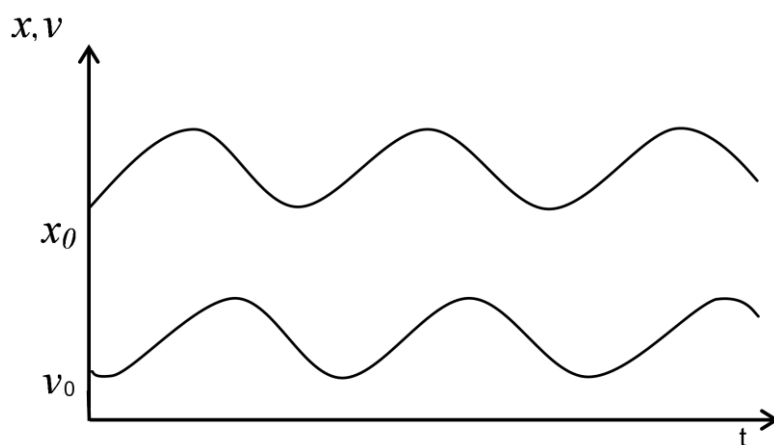


Rasm 10.8 Muvozanatli bosqichga chiqish

O‘ljalarning jadal sur‘atlar bilan yeyilishi, so‘ngra yirtqichning ochlikdan o‘lishi. To‘lqinlar amplitudalar bo‘yicha, x_0 ga aylanguniga qadar “yoyilib boradi” (rasm 10.9.).



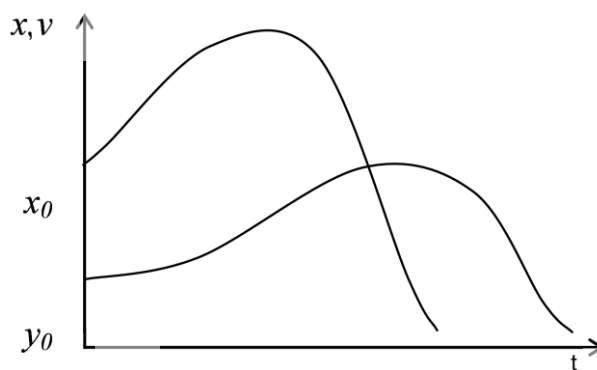
Rasm 10.9 To'liqlar amplitudalari



Rasm 10.10. O'zgarmas amplitudali muvozanatli to'liqlar

Bu matematik model tajribalar asosida tasdiqlangan bo'lib (Smit, 1976), u tabiatdagi sodda ekologik va evolyutsion vaziyatlarni o'rganishga fizik model bo'lib xizmat qildi. Kipriksimonlarning ikkita turi (yirtqich va o'lja populyatsiyasi) o'ljalari uchun yetarli darajadagi ozuqa solingan chekli hajmdagi suyuqlikka (kolbaga) joylashtirildi. Har xil vaziyatlar kuzatilishi mumkin edi:

1. Agarda kolbada yirtqichlar bo'lmasa, u holda o'ljalari sonining o'sishi suyuqlik hajmi bilan belgilanadigan K_{max} gacha sodir bo'lar edi.
2. Kolbaga yirtqich populyatsiyasi qo'shilganda, ular o'ljalarni faol ravishda yeb, shu bilan o'zlarining sonini ko'paytirar edilar. Bunda o'ljalarning soni ularning butunlay yo'qolib ketguniga qadar tobora kamayib borar, oxir oqibat yirtqich populyatsiyasi ochlikdan o'lar edi (rasm 10.11.).



Rasm 10.11.

3. Yirtqichlar uchun ov muvaffaqiyatining koeffitsiyenti (s), demak, yirtqichga nisbatan tugʻilishlar koeffitsiyenti (g) ni pasaytirish uchun mazkur tajribada suyuqlikka selluloza qoʻshildi, selluloza eritmaning qovushqoqligini oshirar edi. Mazkur holatda barcha oʻljalar yeb boʻlinguniga ($x=0$) qadar oʻsib boruvchi amplitudali toʻlqinlar paydo boʻlib, bunday vaziyatda yirtqichlar qirilib, nobud boʻlishni boshlar edi.
4. Oʻlja populyatsiyasining tabiiy oʻsish tezligi (r) ni qisqartirish maqsadida oʻlja ozuqasi 2 baravarga qisqartirildi. Bu holatda oʻlja sonlarining ortish amplitudasi ancha kamaydi va natijada yirtqichlar sonining jadal surʼatlar bilan oʻsishi va oqibatda oʻlja sonlarining tezda kamayib ketishi kuzatilmadi. x va y lar boʻyicha barqaror toʻlqinlar paydo boʻldi (10.10.-rasm).

11. JISM DEFORMATSIYALANISHI DASTURIY TAʼMINOTI

Misol sifatida hisoblash mexanikasiga doir masalani yechishda kompyuter vositasida modellashtirish jarayoni tahlil qilinadi.

Tolalik kompozit materiallarning chiziqli deformatsiyalanish masalalarini chekli elementlar usulida kompyuter vositasida modellashtirish texnologiyasi ishlab chiqish loyihalovchiga konstruksiyalar uchun kerak boʻlgan mexanik va geometrik parametrlarini aniqlash imkoniyatini beradi. Bu esa yangi hususiyatlarga ega kompozit materiallarni yaratish imkonini beradi. Masalani yechishda chekli elementlar usulini qoʻllash, konstruksiya mustahkamligiga taʼsir qiluvchi materiallarning baʼzi hususiyatlarini, jumladan, materialning tuzilishi, undagi tola va

asosning hajmiy nisbatlari, hamda tashqi kuchlarga konstruktsiya geometriyasining ta'sirini tadqiq qilishga bag'ishlangan ilmiy izlanishlar va tajribaviy hisoblashlarning samarali usullarini rivojlantirish uchun shart-sharoitlar yaratadi.

Murakkab masalani yechishda dekompozitsiya usulidan foydalaniladi, Ya'ni masala tuzilmasidan foydalanib, murakkab masalani yechimini, o'zaro bog'liq bo'lsada, lekin nisbatan soddaroq bir qator masalalar yechishi bilan almashtirish imkonini beradi. Shu sababli masala uchta bir biriga bog'liq masalalarga ajratiladi:

- 1) murakkab sohani chekli-elementli modelini tuzish;
- 2) elastik jismning kuchlanganlik holatini aniqlash;
- 3) natijalarni vizuallashtirish.

Shuni ta'kidlash kerakki, ajratilgan masalalar ham o'ziga xos murakkablikka ega, shuning uchun ularni yechishda ham dekompozitsiya usulidan foydalaniladi.

11.1. Murakkab sohani chekli elementli modellashtirish

Jismning diskret modelini yaratish, ya'ni uni chekli elementlarga ajratish qo'yilgan masalani yechishning birinchi qadami hisoblanadi va nazariy asosga ega emas.

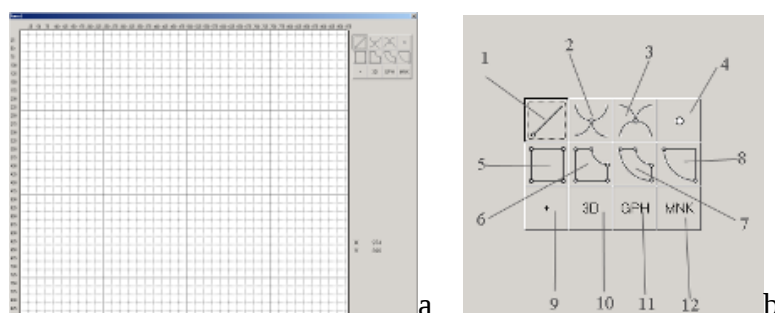
Shuning uchun iloji boricha ko'rilayotgan jismni har tomonlama o'rganib uni chekli elementlar yordamida ifodalash kerak. har bir xususiy holda bu jarayonga individual yondashish kerak va chekli elementlar yordamida keraklicha maydalagan holda jismni to'ldirish kerak. Jismni chekli elementlarga ajratish uch bosqichdan iborat:

Birinchi bosqichda turli konfiguratsiyaga ega elementar sohalarni diskretlash modellari tuziladi, ikkinchi bosqichda shu elementar sohalar yordamida boshlang'ich soha hosil qilinadi (bir biriga yondashgan sohalar o'zaro ulanadi) va yakuniy bosqichda tadqiq qilinayotgan jismning diskret modelidagi tugun nuqtalar nomerlari tayinlanadi. Uch o'lchovli murakkab sohada ham diskretlash jarayonini avtomatlashtirish mumkin.

Chekli elementlar usulining chiziqli algebraik tenglamasi koeffitsiyentlarining ko'p qismi nollardan iborat bo'ladi va jismni hosil qiluvchi chekli elementlar va

tugun nuqtalarini nomerlash jarayoniga katta ahamiyat berish kerak. Chunki bu jarayon tenglamalar sistemasini yechish vaqtini oshirib yuboradi. Shuning uchun tugun nuqtalar va chekli elementlarni shunday samarali nomerlash kerak-ki, pirovard natijada tenglamalar sistemasining tuzilishi lentalik ko‘rinishiga ega bo‘lishi kerak. Va nolga teng bo‘lmagan koeffitsiyentlar lentasinig uzunligi iloji boricha kichik bo‘lishi kerak. Buning uchun jismning diskret modelini tuzish uchun “frontal” usulini qo‘llaniladi. Bu usulni qo‘llash natijasida boshlang‘ich holdagi diskret modelidagi tugun nuqtalar va chekli elementlar qaytatdan nomerlanadi. Shuning natijasida jismning samarali diskret modeli tuziladi. Odatda, uch o‘lchovli jismlarni diskretlash uchun tetraedrlar va to‘rtburchakli prizmalar foydalaniladi. Lekin qulaylirog‘i albatta to‘rtburchakli prizmalardir, chunki ulardan diskret model hosil qilish ancha yengilroq va jarayonni vizuallashtirish ravon tasavvur qilinadi.

Sichqoncha ko‘rsatkichi yordamida monitor ekranida konstruksiyaning proyeksiyasi chiziladi. Konstruksiyaning uch o‘lchovli ko‘rinishi proyeksiya yuzaga nisbatan “bosim o‘tkazish” amali orqali bajariladi. Foydalanuvchi ishlashi uchun ekranda ishchi maydon tashkil qilinadi (rasm 11.1.a). Ishchi maydonning koordinata boshi sifatida yuqori chap qismidagi nuqta ishlatiladi. Yuqori o‘ng burchagida uskunalar paneli tasvirlangan (rasm 11.1.b), o‘ng pastki qismida – sichqoncha ko‘rsatkichining ayni koordinatalari aks ettirilgan.

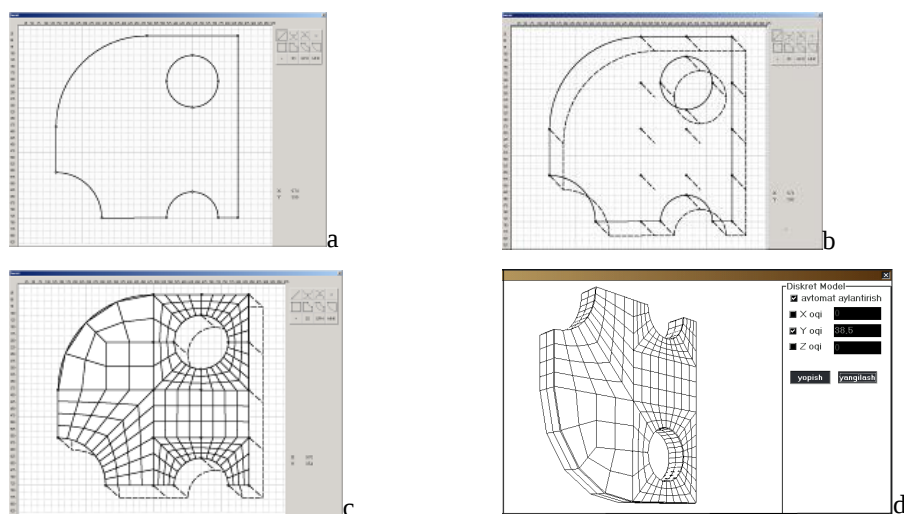


Rasm 11.1. Monitordagi ishchi soha va uskunalar

Konstruksiyaning chekli-elementli tasvirini generatsiya qilish uchun ishlatiladigan asosiy uskunalardan quyidagicha foydalaniladi:

- 1-4 – chegaraviy chiziqlar va suyanch cho‘qqilarni tayinlash (rasm 11.2.a);
- 5-8 –elementar sohalarning chekli-elementli tasvirini yaratish;

9 (+) – elementar sohalarni ketma-ket ulash uskunasi.



Rasm 11.2. Chekli-elementli toʻrni hosil qilish qadamlari

Konstruksiyaning uch oʻlchovli chekli-elementli toʻrini tashkil qilish uchun 10 (3D) uskuna ishlatiladi. Bunda sichqoncha koʻrsatkichi bilan biror choʻqqi nuqta tayin qilib, kerak boʻlgan masofaga tortiladi. Shu bilan boshlangʻich sirdan kerak boʻlgan masofada uning parallel “izi” paydo boʻladi va konstruksiyaning uch oʻlchovlik tasviri hosil qilinadi (rasm 11.2.b,c). Konstruksiyani vizual tasvirini yaratish uchun 11(GPH) -uskuna ishlatiladi. Unda yangi oyna ochiladi, uning chap qismida konstruksiya chekli-elementli tasvirining umumiy koʻrinishi, oʻng tomonida esa chekli elementli toʻrni har tomonlama koʻrib chiqish uchun uskuna paydo boʻladi (rasm 11.2.d). 12(MNK)–uskuna konstruksiyaning chekli-elementli toʻriga tegishli sonli maʼlumotni olish uchun ishlatiladi. Yaratilgan dasturiy majmuida konstruksiyaning chekli elementli koʻrinishidagi tugun nuqtalar va chekli elementlar nomerlarini tartiblash bajariladi. Buning uchun frontal usulidan foydalaniladi. Bu usul uchun boshlangʻich frontni avtomatik ravishda aniqlash uchun maxsus dastur yaratilgan. Shu bilan birga konstruksiyaning vizual koʻrinishini kompyuter monitorida tahlil qilish imkoniyati paydo boʻladi.

Dasturlar moduli APKEMda murakkab prizmatik koʻrinishdagi uch oʻlchovlik konstruksiyaning chekli-elementli tasvirini yaratish jarayoni avtomatlashtirilgan.

11.2. Elastik jismning kuchlanganlik holatini aniqlash

Dekart koordinatalar tizimida uch o'lchovli izotrop elastik jism tashqi kuchlar ta'sirida turg'un holatda bo'lsin. Muvozanat tenglamarini va yuzada berilgan chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi siljishlarni aniqlash kerak bo'lsin. Bu masalani yechish uchun unga teng kuchli bo'lgan variatsion masalaning qo'yilishini ko'ramiz. U jismning to'liq potensial energiyasini minimizatsiyalash (Lagranj prinsipi)ga asoslanadi va masalani yechish uchun taqribiy usullarni qo'llash imkonini beradi. Ulardan biri bo'lib chekli elementlar usuli hisoblanadi.

Masalaning variatsion ko'rinishi qo'yidagicha tasvirlanishi mumkin

$$\int_V \delta \{\sigma^T\} \{\varepsilon\} dV - \int_S \delta \{U\}^T \{P\} dS = 0$$

bu yerda

V-jismning hajmi;

S-jismning yuzasi;

$\{U\} = \{u, v, w\}$ - siljish vektorining komponentlari;

$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}$ - deformatsiya vektorining komponentlari;

$\{\sigma\} = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}$ - ko'chish vektorining komponentlari.

Guk qonuniga asosan kuchlanish va deformatsiya vektorlar komponentlari qo'yidagi munosabat bilan bog'langan:

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad ,$$

bu yerda $[D]$ -jismning elastiklik matritsasi.

Izotrop jismning qattqlik matritsasi atigi ikkita bog'lanmagan parametrga ega va uning ko'rinishi quyidagicha:

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\mu}{E} & -\frac{\mu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\mu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu}{E} & -\frac{\mu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix}$$

bunda

μ – Puasson koeffitsiyenti;

E – elastiklik moduli;

$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ - siljish moduli.

Yuqoridagi barcha hollarda $[D]^{-1}$ –matritsaning determinanti nolga teng bo‘lmaganligi uchun uning $[D]$ –matritsasi albatta mavjud va qo‘yidagi ko‘rinishlarga ega:

$$\begin{bmatrix} \frac{E(\mu-1)}{2\mu^2+\mu-1} & -\frac{E\mu}{2\mu^2+\mu-1} & -\frac{E\mu}{2\mu^2+\mu-1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{E\mu}{2\mu^2+\mu-1} & \frac{E(\mu-1)}{2\mu^2+\mu-1} & -\frac{E\mu}{2\mu^2+\mu-1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{E\mu}{2\mu^2+\mu-1} & -\frac{E\mu}{2\mu^2+\mu-1} & \frac{E(\mu-1)}{2\mu^2+\mu-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix}$$

Deformatsiya vektori $\{\varepsilon\}$ o‘z navbatida siljish vektori bilan qo‘yidagi munosabat bilan bog‘langan:

$$\{\varepsilon\} = [B] \cdot \{U\} \quad (1)$$

Bu yerda $[B]$ - gradiyentlar matritsasi bo‘lib, qo‘yidagi ko‘rinishga ega:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Qo'yilgan masala chekli elementlar usuli bilan yechiladi. Bu usulda jism egallab to'rgan soha kichik hajmga ega bo'lgan chekli elementlarga bo'laklanadi. U, V, W - siljishlarning approksimatsiya funksiyalari har bir chekli elementlar uchun keltiriladi. Asosiy no'malumlar sifatida tugun nuqtalar siljishi olinadi, chunki kichik soha ichidagi siljishlarning approksimatsiyasi uchun sodda funksiyalarni ishlatish imkoni bor.

Ko'rilayotgan jismning hususiyatlarini o'rganish chekli o'lchovlarga ega bo'lgan elementlarning hususiyatlarini o'rganishdan boshlanadi.

e-chi chekli elementining siljish vektori komponentalari qo'yidagi ko'rinishda tasvirlanadi:

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = [I_{N_1}, I_{N_2}, \dots, I_{N_n}] \{g\}^e \quad (3)$$

bu yerda

N_i - chekli elementning forma (ko'rinish) funksiyasi;

n – chekli elementdagi tugun nuqtalar soni;

I – o'lchami 3×3 bo'lgan birlik matritsa;

$\{g\}^e = \{U_1 V_1 W_1, U_2 V_2 W_2, \dots, U_n V_n W_n\}$ – chekli element tugun nuqtalarining siljish vektori.

Har bir chekli element uchun deformatsiya vektori (1) va kuchlanish vektori o'zaro qo'yidagicha bog'lanadi:

$$\{\varepsilon\}^e = [B] \{g\}^e \quad (4) \quad \text{va}$$

$$\{\sigma\}^e = [D] \{\varepsilon\}^e \quad (5),$$

bu yerda $[B]$ - gradiyentlar matritsasi bo'lib, u quyidagi ko'rinishga ega:

$$[B] = [B_1, B_2, \dots, B_n] \quad \text{va}$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Har bir chekli element uchun Lagranj variatsiya tenglamasini quyidagi ko'rinishda tasvirlash mumkin:

$$\left(\int_{V^e} [B]^T [D] [B] dV \right) \{g\}^e - \int_{S^e} [N]^T \{P\} dS = 0 \quad (7).$$

Quyidagi ifodalashlarni kiritamiz:

$$[K]^e = \int_{V^e} [B]^T [D] [B] dV \quad (8)$$

va

$$\{F\}^e = \int_{S^e} [N]^T \{P\} dS \quad (9)$$

U holda yuqoridagi (7) tenglamaning ko'rinishi qo'yidagicha bo'ladi:

$$[K]^e \{g\} - \{F\}^e = 0 \quad (10)$$

bu yerda

$[K]^e$ - **e**-chi chekli elementning qattiqlik matritsasi;

$\{F\}^e$ -tugun nuqtalarga keltirilgan kuchlar vektori.

Hal qiluvchi chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini qurish jarayonini ko‘rib chiqiladi. Jismning chekli-elementli modelidagi har bir tugun nuqta bir necha chekli elementning tarkibida ishtirok etganligi sababli, shu tugun nuqtaning muvozanat holatini tasvirllovchi tenglamaning satri shu chekli elementlar mos koeffitsiyentlari yig‘indisini o‘z ichiga oladi. Misol uchun i -chi tugun nuqtaga mos keluvchi qattqlik matritsasi va unga mos keluvchi tugun nuqtalaridagi tashqi kuchlar vektori qo‘yidagi munosabat bilan aniqlanadi:

$$\left(\sum_e [K_{i1}]\right)\{g_1\} + \left(\sum_e [K_{i2}]\right)\{g_2\} + \dots + \left(\sum_e [K_{im}]\right)\{g_m\} - \sum_e \{F_i\}^e = 0 \quad (11)$$

bu yerda $\sum_e \{F_i\}^e$ - i -chi tugun nuqtaga keltirilgan tashqi kuchlar komponentalarining yig‘indisi.

Tabiiyki bu yig‘indiga faqat i -chi tugun nuqtani o‘z tarkibiga olgan chekli elementlar hissa qo‘shadi.

Barcha diskret modeldagi tugun nuqtalar uchun (10) ko‘rinishdagi tenglamalarni birlashtirganda boshlang‘ich jism diskret modelining umumiy tenglamalar sistemasi qo‘yidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$[K]\{G\} - \{F\} = 0 \quad (12)$$

bu yerda $[K]$ -qattqlik matritsasining global sistemasi;

$\{G\} = \{g_1, g_2, \dots, g_m\}$ - jami chekli elementlarning tugun nuqtalari siljishlarining umumiy vektori;

$\{F\}$ - har bir tugun nuqtalarga keltirilgan kuchlar yig‘indisining vektori;

m - jismni hosil qiluvchi chekli elementlarning umumiy soni.

11.3. Natijalar tasvirini yaratish texnologiyasi

Hisoblash natijalarining vizual tasviri OpenGL dasturiy interfeys kutubxonasi imkoniyatlaridan foydalanilgan holda TASVIR modulida bajariladi (rasm 11.4).

Modulga kirishda chekli elementli to‘r parametrlarini DISKR1 fayldan, PARAMS faylidan – tugun nuqtalardagi deformatsiya va kuchlanish parametrlarni va chekli elementli to‘rining CONF konfiguratsion faylini o‘qib oladi.

Vizualizatsiya moduli konfiguratsion faylni satr bo'yicha tahlil qilish uchun INIT modulidan foydalanadi.

Konfiguratsion fayl quydagi formatga ega:

[<parametr>=<qiymat>][#<izox>]

Parametrlar nomlari lotin harflari, maxsus belgilar, raqamlar, maxsus belgilar, izoh belgisida tashqari, harflar registri hisobga olinmaydi. Parametrlar nomlari ichidagi probellar hisobga olinmaydi. Fayl satri bo'sh bo'lishi, (#) izox yoki probel belgisi bilan boshlanishi mumkin.

Bundan tashqari, sart faqat probellardan iborat bo'lishi mumkin emas, aks holda oxirgisidan keyin <parametr>=<qiymat> yozuvi kelish kerak. '=' belgidan avval va keyin probel simvollarini ko'yishga ruxsat bor.

Ma'lumotlarni o'qish jarayonida INIT moduli o'zgaruvchining turini tekshiradi, va agar moslik bo'lmasa, ma'lumotlarni yuklash to'xtatiladi va xato to'g'risida batafsil xabar beriladi. O'zgaruvchilarning 4 turi ishlatiladi: uzun butun (butun), qisqartirilgan butun, haqiqiy (suzuvchi nuqtalik) va satr. Barcha soniy qiymatlar dasturlash tili umumiy standartlariga mos keladi. Satrli qiymat qo'shtirnoqlarga olingan bo'lishi kerak va izoh belgisi bo'lishi kerak emas.

INIT moduli interfeysining tavsifi quyidagicha:

n3 – butun son, to'rdaga chekli elementlar soni;

n4 – butun son, to'rdagi tugun nuqtalar soni;

discret_model – satrli ma'lumot bo'lib, chekli elementli modeli DISKR1.DAT fayliga yo'lni aniqlaydi;

NDS – satrli ma'lumot bo'lib, chekli elementli modeli parametrlari fayli PARAMS.TXT ga yo'lni aniqlaydi;

isolines – butun son, izoliniyalar sonini aniqlaydi;

defview – qisqa butun son, qaysi kesmani aks ettirishni bildiradi:

1 –YOZ kesmani, 2 –XOZ kesmani, 3 –XOY kesmani, 4 – x = u diogonal bo'yicha kesmani; va boshqalar.

Tugun nuqtalar orasini bo'yash chiziqli amalga oshiriladi: minimal qiymatlar – to'q havo rang, nol qiymatligi oq rang va maksimal qiymatlar to'q qizil rang bilan bo'yaladi. Tizimdan chiqish 'ESC'klavishani bosish orqali amalga oshiriladi.

Joriy versiyaning imkoniyatlaridan biri, olingan tasvirni faylda saqlashdir. Bu jarayon uch qismdan iborat:

- 1) foydalanuvchi o'ziga kerak tasvirni ekranda yaratadi;
- 2) tasvirni fiksatsiya qilish uchun 'P' klavisha bosiladi va tasvir saqlanishini kutib turiladi;
- 3) 'ESC' klavishani bosib, dasturdan chiqish va Convert.exe bajariluvchi maxsus dasturni ishga tushirish kerak. So'ngra direktoriya PICTxxx.BMP nomi bilan fayl paydo bo'ladi, bu yerda xxx- saqlangan tasvirning tartib nomeri. Tasvirlarni Microsoft Officening ixtiyoriy hujjatlarida ishlatish va ularni osongina tahrirlash mumkin.

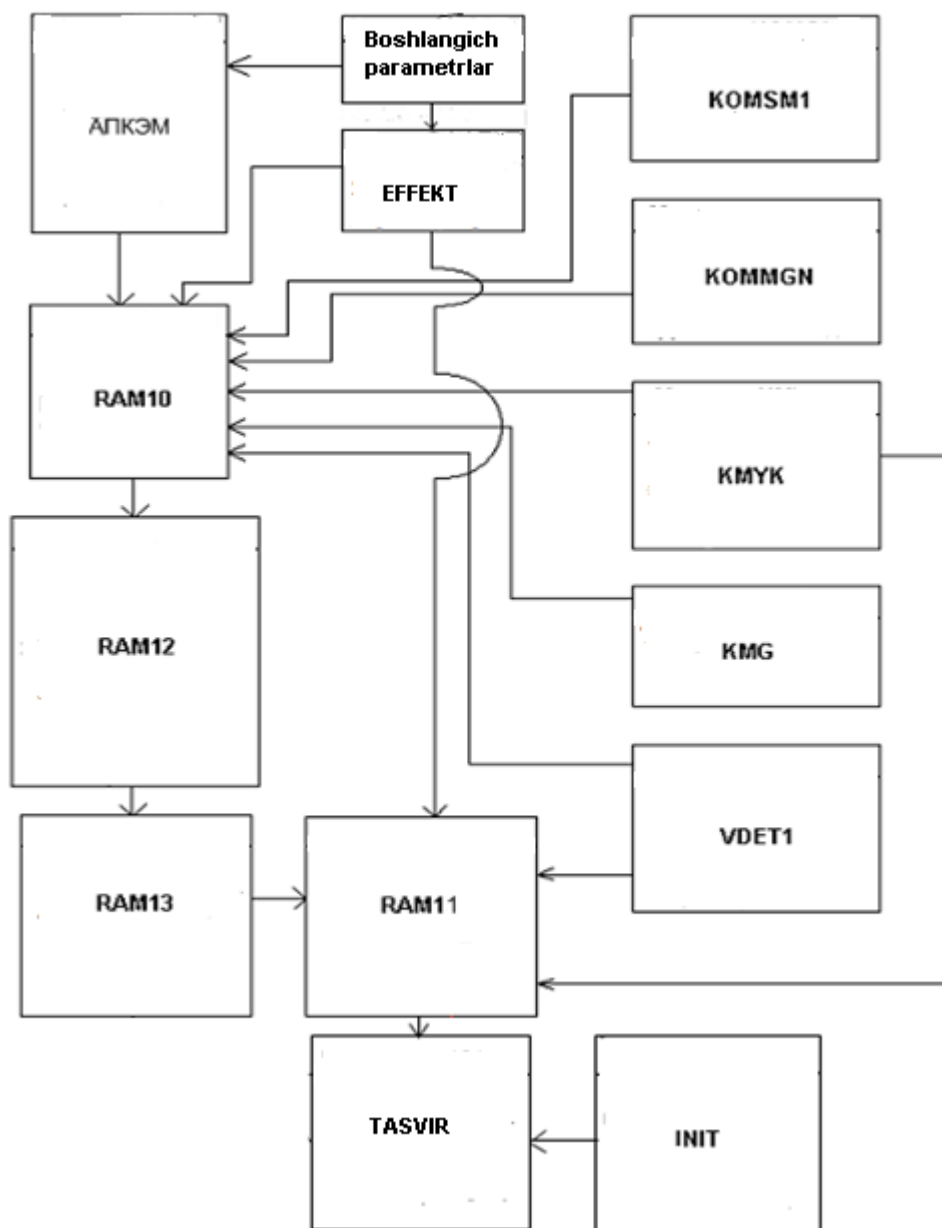
11.4 Masalani yechish uchun ixtisoslashgan dasturiy ta'minoti

Kompyuterda amaliy masalalarni yechish texnologiyasi va hisoblash eksperimentlarini bajarish uchun Delphi muhitida ishlab chiqilgan ARPEK ixtisoslashgan dasturlar majmui keltirilgan.

Dasturiy majmua modulli tuzilishga ega bo'lib, modullar orasidagi ma'lumotlarni ayriboshlash konfiguratsiya va berilganlar fayllari orqali amalga oshiriladi. ARPEK dasturlar majmui hisoblash modullari ishlashi quyidagicha amalga oshiriladi (rasm 11.3.).

Dasturlar moduli APKEMda sohaning chekli-elementli to'ri yaratiladi. So'ngra materialning effektiv mexanik parametrlari EFFEKT modulida hisoblanadi. So'ng chekli elementlar usulining hal qiluvchi tenglamalar tizimi koeffitsiyentlari RAM10 modulidan foydalanib hosil qilinadi. Simmetrik va lentalik tuzilishga ega bo'lgan tenglamalar sistemasini yechish uchun moslashtirilgan kvadrat ildizlar usuli qo'llanadi. Jarayon ikki qadamdan iborat: avvalo – RAM12 modulida kvadrat

ildizlar usuli algoritmiga asosan boshlang'ich hisoblarni bajariladi. So'ngra – RAM13 modulida usulning yakuniy hisoblarini bajaradi.



Rasm 11.3. ARPEK dasturlar majmuining tuzilishi

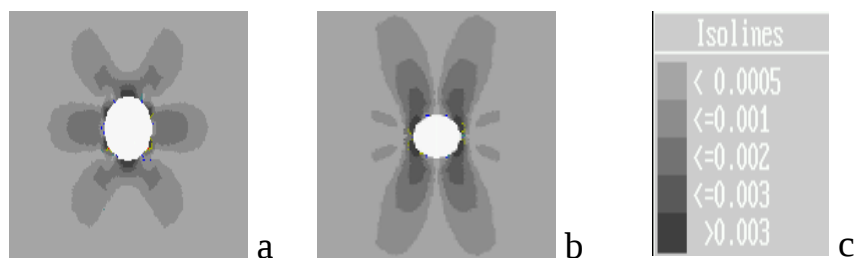
Natijada tugun nuqtalarning ko'chish qiymatlari aniqlanadi. RAM11 modulining ishlashi natijasida kuchlanganlik va deformatsiyalar qiymatlari hisoblanadi va PARAMS natijaviy faylga yoziladi. Jarayon yakunida tugun nuqtalardagi ko'chish va kuchlanishlarning elastik- qiymatlari PARAMS fayliga yoziladi.

11.5. Tolalik kompozitlar deformatsiyalanishining sonli tahlili

Bir tomonga yoʻnaltirilgan tolalik materiallardan tuzilgan konstruksiyani qismlar fizikaviy chiziqli deformatsiyasi masalasini yechish kompyuter vositasida modellashtirish usuli asosida olingan natijalar tahlilini keltiramiz. Asimptotik usullar asosida olingan munosabatlar yordamida tolalik kompozitning effektiv parametrlari hisobga olinadi. D16 (boroalyumin) tolalik materiali asosi sifatida alyuminiy qorishmasidan foydalaniladi, uning mexanik parametrlari: elastiklik moduli $E=7.1 \cdot 10^4$ MPa, Puasson koeffitsiyenti $\mu=0.32$, mustahkamlanish koeffitsiyenti $\bar{\lambda}=0.5$ va elastiklik chegarasi $\sigma_s=2.13 \cdot 10^2$ MPa. Tola bor materialidan tayyorlangan va uning parametrlari: $E'=39.7 \cdot 10^4$ MPa, $\mu'=0.21$, choʻzishdagi mustahkamlik chegarasi $\sigma'_s=2.5 \cdot 10^3$ MPa.

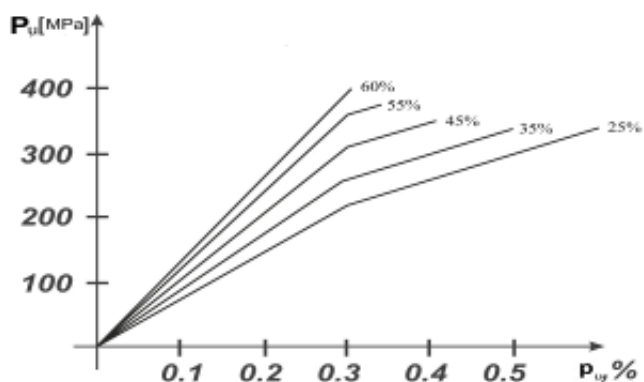
Bir tomonga yoʻnaltirilgan kompozitdagi tolaning hajmiy miqdori taʼsirini tadqiqot qilish uchun tola yoʻnalishi OZ oʻqi boʻyicha toʻgʻri toʻrtburchakli plastinaning choʻzilishi ($R_{zz}=850$ MPa) uch oʻlchovlik elastik-plastik masalasi yechimi kompyuterda hisoblash eksperimenti natijalari asosida tahlil qilanadi. Plastinaning oʻlchamlari: balandligi – 10 mm, kengligi – 5 mm va qalinligi – 1 mm. Uning markazida radiusi $R=1$ mm ga teng yakkalangan teshik mavjud. Tolaning kompozitdagi hajmiy miqdori $v=35\%$.

Izotropiya tekisligi boʻyicha teshik atrofidagi deformatsiya intensivligi p_u qiymatlarining taqsimoti rasm 11.4.a da keltirilgan. Transversal izotropiya bosh oʻqi boʻyicha deformatsiya intensivligi q_u qiymatlarining taqsimoti rasm 11.4.b da keltirilgan. Elastik deformatsiya oshirilgan qiymatlari teshikning yon tomonlarida hosil boʻladi, lekin gorizontall diametrning teshikning konturi bilan kesishish nuqtasi atrofida, ularning qiymatlari minimal (boʻyoq tusi izotropiya tekisligi boʻyicha deformatsiya qiymatlariga (rasm 11.4.c) ga nisbatan ikki marta ortiq).



Rasm. 11.4. Deformatsiya intensivligi taqsimoti

Tolalik kompozitdagi tolaning turli hajmiy miqdoridagi kuchlanganlik va deformatsiya intensivligi $P_u \div p_u$ qiymatlari orasidagi munosabati chizmalari rasm 11.5 da keltirilgan. Tolaning hajmiy miqdori oshirilishi bilan kompozitda mustahkamlik hususiyatlari oshadi, shu bilan birga bu jarayon asosning elastik-plastik hususiyatlarining kamayishiga olib keladi. O'tkazilgan hisoblash eksperimentlar natijalari tolaning kompozitdagi hajmiy miqdori ta'siri qonuniyatlarini tasdiqladi: tolaning hajmiy miqdori 30% dan to 60% gacha bo'lgan oraliqda asos materialning elastik-plastik jihati tola va asos birgalikda ishlash holatini ta'minlaydi.

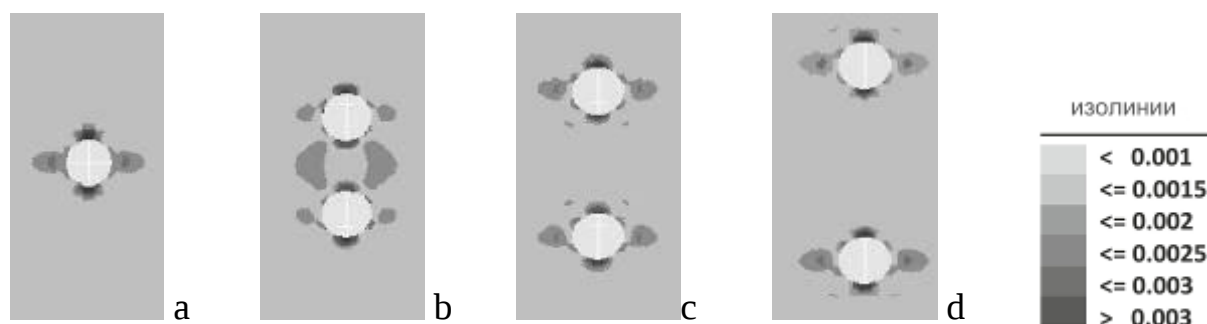


Rasm 11.5 $P_u \div p_u$ munosabatlar chizmalari

So'ngra, sonli modellashtirish asosida, kuchlanganlik holati minimal o'zgargandagi konstruksiyaning shakli o'zgarishi hisobiga kuchlanganligi kamayishi jarayoni tahlil qilindi. Boroalyumin materialidan tayyorlangan plastinaning elastik-plastik deformatsiya holati tadqiqot qilindi. Sof konstruksion mulohazalari asosida plastina markazida doira ko'rinishidagi teshik bilan ta'minlangan va tolalar yo'nalishi bo'yicha bir yo'sinda $P_{zz} = 950$ MPa cho'zilgan. To'g'ri burchaklik

plastina quyidagi parametrlarga ega: balandligi – 10 mm, eni – 5 mm, teshik radiusi $R=0.5\text{mm}$. Bor materialidan tayyorlangan tolalar hajmiy tarkibi $v=35\%$ ni tashkil etadi. Mos mexanik parametrlar qiymatlari: $E=0.9964 \cdot 10^5$ MPa, $E'=1.8532 \cdot 10^5$ MPa, $G=0.4311 \cdot 10^5$ MPa, $G'=0.3802 \cdot 10^5$ MPa, $\mu=0.1558$, $\mu'=0.2762$, dyuralyuminning elastik deformatsiyanish chegarasi $p_u^* = 0.003$.

Tadqiqot qilinayotgan masalada yakka tashik atrofida deformatsiyaning yuqorilashgan qiymatlari kuzatilmoqda (rasm 11.6.a). Faraz qilaylik, mavjud teshik yoniga vertikal bo'yicha ikkinchisi qo'shilgan (rasm 11.6.b-d). Vertikal bo'yicha joylashgan ikki teshik orasidagi masofaning ta'sirini tadqiqot qilish uchun hisoblash eksperimentlar o'tkazildi. Qo'shimchasi teshik, teshiklar atrofida kuchlanganlik hosil qiladi, lekin teshiklar orasidagi ta'sir umumiy kuchlanganlikni kamaytiradi. Bunda elastik-plastik holati parametrlar qiymatlari yakka tashik holatdagidan kichik. Teshiklar markazlari orasidagi masofa $h=2$ mm bo'lganda, ular chegarasidagi bir-biriga nisbatan eng uzoq joylashgan nuqtalarda deformatsiyalar intensivligi p_u qiymati 7.7%ga, eng yaqin nuqtalarda esa - 26.7% ga kamayadi (rasm 11.6.b).



Rasm 11.6. Deformatsiya intensivligi p_u taqsimlanishi

E'tiborli tomoni shundaki, elastik masalada bu qiymatlar mos ravishda 6.7% va 32.7%ni tashkil etadi. Aniqlandiki, $h=2$ mm bo'lganda ikki vertikal joylashgan teshiklar yagona kuchlanganlik konsentratori tashkil etadi va ularning bir-biri ta'siri konstruktsiya kuchlanganlik holatining yuksizlanishiga olib keladi. Teshiklar bir-biridan uzoqlashtirilganida, ya'ni $h=3$ mm va 4 mm bo'lganda (rasm 11.6. c,d), ularning bir-biriga ta'siri yo'qoladi. Yuksizlanish hodisani kuchlar oqimi tassavuridan foydalangan holda tushuntirish mumkin: tashqi kuchlar konstruktsiya

bo‘ylab oqim hosil qiladi. Bosim chizig‘i (kuch oqimi) ikkinchi teshik bilan og‘ishtiriladi. O‘tib ketayotgan kuch oqimi og‘ishtirilgandan so‘ng, teshikning ta’siri ortmaydi.

Sonli modellashtirish va hisoblash eksperimentlar natijalarini tadqiqot qilish tolalik kompozitlar ratsional tuzilishini loyihalashtirish, konstruksion teshiklarning o‘rnatish joylarini aniqlash va konstruksiyalardagi kuchlanganlik konsentratsiyasini kamaytirish imkonini berishini ta’kidlash mumkin.

NAZORAT UCHUN SAVOLLAR

1. Model tushunchalari.
2. Modellashtirish tushunchasi.
3. Matematik modelga misollar.
4. Matematik modelni ifodalash shakllari.
5. Modellashtirishning ierarxiya prinsipi.
6. Matematik modellashtirishning variatsion prinsipi.
7. Matematik modellashtirishda analogiya usuli.
8. Matematik model ta'riflari.
9. Matematik modellarning universalligi.
10. Matematik modellashtirishning umumiy qonunlari
11. Matematik modellashtirish usullarini.
12. Matematik modellarga qo'yiladigan asosiy talablar.
13. Modellashtirish bo'yicha asosiy tushunchalar.
14. Matematik modelni qurish bosqichlari.
15. Yirtqich - o'lja modeli.
16. Volter modeli.
17. Hisoblash eksperimenti tushunchasi.
18. Hisoblash eksperimentining bosqichlari.
19. Yer shari aholisining o'sishi matematik modelini qurish.
20. Energiyaning saqlanish qonunidan foydalanib model qurish.
21. Matematik modellarga qo'yiladigan asosiy talablar.
22. Massa (materiya)ning saqlanish qonuni foydalanib model qurish.
23. Maltus modeli.
24. Fyurxst-Perl modeli.
25. Impulsning saqlanish qonunidan foydalanib model qurish.
26. Ikki davlat o'rtasidagi qurollanish poygasi modeli.
27. Moddaning yemirilish jarayonining matematik modelini quring.
28. Murakkab jarayonlarni matematik modellashtirish.
29. Modellashtirish va modellarning turlari.

30. Model va modellashtirish tushunchalari.
31. Modellashtirishning ierarxiya prinsipi.
32. Eksperiment tushunchasi
33. Matematik modellarga qo'yiladigan asosiy talablar.
34. Ikki davlat o'rtasidagi qurollanish poygasi modeli.
35. Korxonalar o'zaro qarzlarini bartaraf etishi.
36. Matematik modellarga qo'yiladigan asosiy talablar.
37. Murakkab jarayonlarni matematik modellashtirish.
38. Reklama kompaniyasini tashkillashtirish.
39. Modda va energiya muvozanatining modeli.
40. Epidemiya modeli.
41. Matematik modellarning universalligi.
42. Matematik modellashtirishning umumiy qonunlari.
43. Matematik modellashtirishning umumiy usullari.
44. Bozor iqtisodiyoti muvozanatining makromodeli.
45. Ierarxiya prinsipidan foydalanib matematik modellar qurish.
46. Populyatsiya chiziqsiz modelining uch turdagi rejimi.
47. Analogiya usulidan foydalanib, matematik modellar qurish.
48. Matematik modellashtirishda variatsion prinsipdan foydalanish.
49. Jamiyat rivojlanishining demografik modellari.
50. Biologik modellarga doir misollar.
51. Kompyuter vositasida modellashtirish.
52. Konseptual modellashtirish.
53. Ierarxiya prinsipidan foydalanib modellar qurish.
54. Imitatsiyali modellashtirish.
55. Modda va energiya muvozanatining modeli.
56. Energiyaning saqlanish qonuni.
57. Modda massasining saqlanish qonuni.
58. Impulsning saqlanish qonuni.
59. Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimlari modellari.

60. Ommaviy xizmat ko'rsatishda modellashtirish.
61. Xizmat ko'rsatish kanallari (qurilmalari).
62. Uzlüksiz tizimlarni modellashtirish usullari.
63. Issiqlik tarqalish masalasi modellashtirish.
64. Tenglamalar sistemasini yechish usullari.
65. Geometrik modellar.
66. Geometrik modellashtirish.
67. Murakkab sohaning diskret modelini yaratish.
68. Sodda sohalarning diskret modelini yaratish.
69. Tizimlarni modellashtirish.
70. Tizimlarni modellashtirishning asosiy tushunchalari.
71. Monte-Karlo usulini modellashtirish.
72. Real vaqt masshtabida jarayonlarni modellashtirish.
73. Real vaqt masshtabida modellashtirish.
74. Loyihalashga tizimli yondashuv.
75. Avtomatik modellashtirish.
76. Iqtisod sohasini modellashtirish.
77. Iqtisodiy o'sishining makromodeli.
78. Reklama kompaniyasini tashkillashtirish modeli.
79. Korxonalar o'zaro qarzlarni bartaraf etish modeli.
80. Ekologiya sohasini modellashtirish.
81. Biologik sohasini modellashtirish.
82. O'zaro ta'sirlashuvchi populyatsiyalar sonini modellashtirish.
83. Jism deformatsiyalanishi dasturiy ta'minoti.
84. Jismning chekli elementli ko'rinishini modellashtirish.
85. Elastik jismning kuchlanganlik xolatini sonli modellashtirish.
86. Natijalarni vizuallashtirishni avtomatlashtirish.
87. Amaliy masalalarni yechishga ixtisoslashgan dasturiy ta'minoti.

TESTLAR

1.	Ma'lumotlarni kompyuter texnologiyasi asosida qayta ishlash ... uchun mo'ljallangan.	*amaliy masalalarni yechish	matematik modellash	fizik modellash	jarayonni tizimli tahlil qilish
2.	Kompyuter vositasida abstrakt modellash bu...	*verbal (Ya'ni so'zlar, matnlar asosida) modellash	informatsion modellash	matematik modellash	hamma javoblar to'g'ri
3.	Kompyuter vositasida matematik modellash ... bilan bog'liqligini bildiradi.	*informatika fanini matematika va boshqa fanlar	matematika fanini va biologiya	matematika fanini va ximiya	matematika fanini va fizika
4.	Kompyuter vositasida matematik modellash o'zida ... usullarini ishlatadi.	*zamonaviy matematika	eksperimental fizika	eksperimental ximiya	eksperimental biologiya
5.	Tabiyat va jamiyat qonunlarini anglashda ... foydalanish katta imkoniyatlar yaratadi.	*modellardan	echish usullardan	algoritmardan	kompyuter dasturidan
6.	Real ... tadqiqot qilishning eng avval usul ularning modellarini qurishdan iborat.	*ob'yekt va jarayonlarni	strukturalarni	berilganlarni	ma'lumotlar jamg'armasini
7.	Model ... bo'lishi mumkin.	*ob'yektning nusxasi yoki voqiylikni abstrakt tasviri, yoki qandaydir konunlar asosida formallashtirilgan matematik munosabat	faqat ob'yektning nusxasi	faqat voqiylikni abstrakt tasviri	faqat qandaydir qonunlar asosida formallashtirilgan matematik munosabat
8.	Tadbiqiy sohalarida ... turidagi abstrakt modellar qo'llaniladi.	*hamma javollar to'g'ri	axborot tizimlarida qo'llana-digan axborot modellar va modellash	verbal (so'zlar va matnlar asosidagi) modellar	amaliy matematik modellash
9.	Axborot (kompyuter) texnologiyalari ... ajraladi.	*matn redaktorlari, BBBT, jadvallar protsessorlari, telekommunikatsion paketlardan iborat universal dasturlash usullari va kompyuter asosida modellashga	faqat universal dasturlash usullari	faqat kompyuter asosida modellashga	hamma javollar to'g'ri
10.	Kompyuter asosida modellash ...	*hamma javoblar	tasviri (hodisa va jarayonlarni	maxsuslashgan tadbiqiy	hisoblash (imitatsion)

	tasvirlaydi.	to'g'ri	vizuallashtirish)	texnologiyalarni	modellashtirishni
11.	Verbal (ya'ni so'zlar va matnlar asosida) modellashtirishda ... ishlatadi.	*tabiiy tillar asosidagi formallashtirilgan gaplar ketma-ketligi	matematik usullarni qo'llaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	tizimlardagi axborot jarayonlarni tasvirlaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	hamma javoblar to'g'ri
12.	Matematik modellar bu	*u yoki bu matematika-tik usullarni qo'llaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	tabiiy tillar asosidagi formallashtirilgan gaplar ketma-ketligi	tizimlardagi axborot jarayonlarni tasvirlaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	hamma javoblar to'g'ri
13.	Axborot modellari	*tizimlardagi axborot jarayonlarni tasvirlaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	u yoki bu matematik usullarni qo'llaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	tabiiy tillar asosidagi formallashtirilgan gaplar ketma-ketligi	hamma javoblar to'g'ri
14.	Nima uchun modeldan foydalanildi?	*hamma javoblar to'g'ri	berilgan maqsad va shartlarda ob'yekt yoki jarayonni boshqarishning qulay usullarini aniqlash uchun	ob'yektga ta'sir natijasidagi bevositida yoki bilvosita hosil bo'ladigan oqibatlarini bashorat qilish uchun	real ob'yektning tuzilishi, strukturalari, xususiyatlari, rivojlanish qonuniyatlari va tashqi muxit bilan o'zaro munosabatlarni tushunish uchun
15.	Qanday hollarda hisoblash eksperimentlardan foydalaniladi?	*hamma javoblar to'g'ri	real eksperimentlar bajarish uchun texnikaviy to'sqinlik mavjud bo'lsa	real eksperimentlar oqibatlari bashorat qilish iloji bo'lmasa	real eksperimentlar bajarish uchun moliyaviy to'sqinlik mavjud bo'lsa
16.	Kompyuter yoki sonli model, bu	*biror bir abstrakt modelni bajaradigan, kompyuter uchun yozilgan dastur	dasturlar majmuasi	dasturlar ketma-ketligi	bir necha modullardan iborat dastur
17.	Kompyuter modellarning qaysi jihatlari o'rganilayotgan jarayonga ta'sir qiladigan asosiy faktorlarni aniqlashga imkon beradi?	*model mantiqqa ega bo'lib, formallashtirilgan bo'lsa	model sodda bo'lsa	model effektiv bo'lsa	to'g'ri javob yo'q
18.	Kompyuter modellari ... uchun foydalaniladi.	*ob'yekt yoki jarayon to'g'risida yangi ma'lumot olish yoki uni baholash, yoki analitik tadqiqotlar murakkab bo'lgan xol	masalani tasvirlash	masalani yechish usulini tanlash	to'g'ri javob yo'q

19.	Real eksperimentlar bajarish uchun moliyaviy va texnikaviy to'sqinlik mavjud bo'lmasa, yoki real eksperimentlar oqibatlari bashorat qilish iloji bo'lmasa, u holda ... foydalaniladi.	*hisoblash eksperimentlardan	hisob-kitobdan	testlashdan	to'g'ri javob yo'q
20.	Kompyuter vositasida modellashtirish maqsadi kompyuterda hisoblash eksperimentlar o'tkazish bo'lib, u ... iborat.	*modellashtirish jarayonida olingan natijalarni anglash, tahlil qilish va muayyan jarayonga mosligini solishtirishdan	dasturni testlashdan	masavlanini yechish usulini tanlashdan	to'g'ri javob yo'q
21.	Kompyuter vositasida modellashtirishning asosiy qadamlari nimalardan iborat?	*masalani qo'yish, jarayonning modelini yaratish, masalani yechish algoritmi va dasturini tuzish, kompyuter eksperimentlarini o'tkazish, natijalarni tahlil qilish	masalani qo'yish, jarayonning modelini yaratish, kompyuter eksperimentlarini o'tkazish, natijalarni tahlil qilish	masalani qo'yish, jarayonning modelini yaratish, masalani yechish algoritmi va dastursini tuzish, natijalarni tahlil qilish	masalani qo'yish, jarayonning modelini yaratish, masalani yechish algoritmi va dastursini tuzish, kompyuter eksperimentlarini o'tkazish
22.	Agar real jarayonning matematik modeli algebraik, differensial yoki boshqa ko'rinishda tenglamalardan iborat bo'lsa ... modellashtirish qo'llanadi	*analitik	imitatsion	diskret	informatsion
23.	Agar real jarayonning matematik modeli ketma-ket bajariladigan amallar algoritmi ko'rinishida bo'lsa ... modellashtirish qo'llanadi.	*imitatsion	analitik	diskret	informatsion
24.	Modelning korrektligi bu ...	*matematik va mantiqiy tomondan jarayonga qarama-qarshi bo'lmisligi, ma'nosiz yoki bir-biriga qarama-qarshi natijalar olib bo'lmisligi	real jarayonga mosligi, ya'ni jarayonning modellashtirish konuniyatlari va xususiyatlariga xosligi	qaror qabul qilishdagi asosiy prinsiplar yetarlicha va to'liq hajmda akslantirilishi	modelni keng sinf masalalarga qo'llanilishi
25.	Modelning adekvatligi bu ...	*real jarayonga mosligi, Ya'ni	matematik va mantiqiy	qaror qabul qilishdagi asosiy	modelni keng sinf masalalarga

		jarayonning modellashirish konuniyatlari va hususiyatlariga xosligi	tomondan jarayonga qarama-qarshi bo'lmisligi, ma'nosiz yoki bir-biriga qarama-qarshi natijalar olib bo'lmisligi	prinsiplar yetarlicha va to'liq hajmda akslantirilishi	qo'llanilishi
26.	Modelning to'liqligi bu ...	*qaror qabul qilishdagi asosiy prinsiplar yetarlicha va to'liq hajmda akslantirilishi	matematik va mantiqiy tomondan jarayonga qarama-qarshi bo'lmisligi, ma'nosiz yoki bir-biriga qarama-qarshi natijalar olib bo'lmisligi	real jarayonga mosligi, ya'ni jarayonning modellashirish qonuniyatlari va hususiyatlariga xosligi	modelni keng sinf masalalarga qo'llanilishi
27.	Modelning universalligi bu ...	*modelni keng sinf masalalariga qo'llanilishi	matematik va mantiqiy tomondan jarayonga qarama-qarshi bo'lmisligi, ma'nosiz yoki bir-biriga qarama-qarshi natijalar olib bo'lmisligi	real jarayonga mosligi, ya'ni jarayonning modellashirish konuniyatlari va hususiyatlariga xosligi	qaror qabul qilishdagi asosiy prinsiplar yetarlicha va to'liq hajmda akslantirilishi
28.	Zamonaviy dasturlar komplekslarining asosiy strukturasi aniqlang	*preprotssessor-protssessor-postprotssessor	diskret modelini tuzish etaplari	asosiy amallar ketma-ketligi	dasturlar ketma-ketligi
29.	Zamonaviy dasturlar komplekslarining preprotssessor qismida kaday amallar bajariladi.	*boshlang'ich ma'lumotlar qayta ishlanadi	asosiy hisoblash amallari bajariladi	natijaviy ma'lumotlar vizual tasvirlanadi	hamma javoblar to'g'ri
30.	Zamonaviy dasturlar komplekslarining protssessor qismida kaday amallar bajariladi.	*asosiy hisoblash amallari bajariladi	berilganlar asosida ma'lumotlar boshlang'ich qayta ishlanadi	natijaviy ma'lumotlar vizual tasvirlanadi	hamma javoblar to'g'ri
31.	Zamonaviy dasturlar komplekslarining postprotssessor qismida kaday amallar bajariladi?	*natijaviy ma'lumotlar vizual tasvirlanadi	berilganlar asosida ma'lumotlar boshlang'ich qayta ishlanadi	asosiy hisoblash amallari bajariladi	hamma javoblar to'g'ri
32.	Modulli dasturlashda...	*dastur kompleksi modullar ketma-ketligidan iborat	dastur kompleksi operatorlar ketma-ketligidan iborat	dastur kompleksi murakkab jarayondan iborat	hamma javoblar noto'g'ri
33.	Strukturali dasturlash asosida tuzilganida ... mumkin	*dastur kompleksining qo'llanish sohasini bezarar kengaytirish yoki toraytirish	dastur kompleksi operatorlar ketma-ketligini o'zgartirish	dastur kompleksi modullar ketma-ketligini o'zgartirish	hamma javoblar noto'g'ri

34.	Murakkab sohaning diskret modeli quyidagi parametrlardan iborat...	*tugun nuqtalar soni, chekli elementlar soni, tugun nuqtalar koordinatalari va chekli elementlarni tashkil qiluvchi tugun nuqtalar nomerlaridan iborat massivlar	tugun nuqtalar soni, tugun nuqtalar koordinatalari va chekli elementlarni tashkil qiluvchi tugun nuqtalar nomerlaridan iborat massivlar	chekli elementlar soni, tugun nuqtalar koordinatalari va chekli elementlarni tashkil qiluvchi tugun nuqtalar nomerlaridan iborat massivlar	tugun nuqtalar koordinatalari va chekli elementlarni tashkil qiluvchi tugun nuqtalar nomerlaridan iborat massivlar
35.	Soha "elementar" deyiladi, agar ... bo'lsa.	*uning diskret modelini qurish algoritmi mavjud	uning ko'rinishi mavjud	ko'rinishi sodda	konfiguratsiyasi aniq
36.	Diskret modelni qurish bosqichlari, bu ...	*elementar sohalarni "ulash", tugun nuqtalar nomerlarini tartiblash va natijalarni vizuallashtirish	tugun nuqtalar nomerlarini tartiblash, elementar sohalarni "ulash" va natijalarni vizuallashtirish	elementar sohalarni "ulash" va natijalarni vizuallashtirish	elementar sohalarni "ulash" va tugun nuqtalar nomerlarini tartiblash
37.	Ikki elementar sohani "ulanish" sharti?	*agar ikki soha umumiy tomonga va umumiy tugun nuqtalarga ega bo'lsa	agar ikki soha umumiy tomonga ega bo'lsa	agar ikki soha yonma-yon joylashgan bo'lsa	to'g'ri javob yo'q
38.	"Frontal" usul diskret sohani qurishning qaysi qismida ishlatiladi?	*tugun nuqtalar nomerlarini tartiblash	elementar sohalarni "ulash"	natijalarni vizuallashtirish	to'g'ri javob yo'q
39.	Strukturali modellarning mohiyati nimadan iborat?	*keltirilgan javoblarning barchasi to'g'ri	strukturali modellarda matematik model murakkab obektning strukturasini ifodalaydi	strukturali modellarda murakkab ob'yekt odatda turli qismlardan tuzilgan bo'lib, bu qismlar orasidagi bog'lanishlarni odatda miqdoriy ifodalab bo'lmaydi	keltirilganlarning barchasi noto'g'ri
40.	Matematik modeldagi berilganlar va bashoratlash natijalarining xarakteriga ko'ra modellar qanday turlarga ajratilishi mumkin?	*deterministik, ehtimolli-statistik modellar	ehtimolli-statistik, algebraik modellar	deterministik modellar	differensial modellar
41.	Deterministik modellar nima bilan xarakterlanadi?	*deterministik modellarda aniq, bir qiymatli bashorat qilinadi	deterministik modellar statistik ma'lumotlarga asoslangan bo'lib, ular yordamidagi bashoratlari ehtimolli harakterda bo'ladi	differensial modellar	keltirilganlarning barchasi to'g'ri

42.	Ehtimolli-statistik modellar nima bilan xarakterlanadi?	*ehtimolli-statistik modellar statistik ma'lumotlarga asoslangan bo'lib, ular yordamidagi bashoratlar ehtimolli harakterda bo'ladi	ehtimolli-statistik modellarda aniq, bir qiymatli bashorat qilinadi	differensial modellar	keltirilganlarning barchasi noto'g'ri
43.	Matematik modelga qo'yiladigan asosiy talablarni ko'rsating	*universallik, kompaktlik, soddalik, past sezgirlik darajasiga ega bo'lishi, moslashish darajasi yuqori bo'lishi	universallik, past sezgirlik darajasiga ega bo'lishi, moslashish darajasi yuqori bo'lishi	kompaktlik, soddalik, past sezgirlik darajasiga ega bo'lishi, moslashish darajasi yuqori bo'lishi	universallik, kompaktlik, soddalik, moslashish darajasi yuqori bo'lishi
44.	Matematik modelni qurishning asosiy bosqichlarini ko'rsating.	*ob'yektni o'rganish, yig'ilgan ma'lumotlarni sistemalashtirish, yig'ilgan ma'lumotlar asosida ob'yekt bo'ysunadigan qonun yoki qonuniyatlar tanlash; ob'yektni taklif etilayotgan matematik modelini "jihozlash", matematik model asosida diskret model qurish va diskret model asosida dastur tuzib, kompyuterda qo'yilgan matematik masalani yechish	ob'yektni o'rganish, yig'ilgan ma'lumotlar asosida ob'yekt bo'ysunadigan qonun yoki qonuniyatlar tanlash; ob'yektni taklif etilayotgan matematik modelini "jihozlash", matematik model asosida diskret model qurish va diskret model asosida dastur tuzib, kompyuterda qo'yilgan matematik masalani yechish	ob'yektni o'rganish, yig'ilgan ma'lumotlar asosida ob'yekt bo'ysunadigan qonun yoki qonuniyatlar tanlash; ob'yektni taklif etilayotgan matematik modelini "jihozlash", dastur tuzib, kompyuterda qo'yilgan matematik masalani yechish	keltirilganlarning barchasi noto'g'ri
45.	Matematik model va uning real ob'yekti orasidagi muvofiqlik deyilganda nima tushuniladi?	*ob'yekt va uning matematik modeli dinamikalarining sifat va miqdor jihatdan o'xshashligi va yaqinligi tushuniladi	ob'yekt va uning matematik modeli dinamikalarining sifat jihatdan o'xshashligi va yaqinligi tushuniladi	ob'yekt va uning matematik modeli dinamikalarining miqdor jihatdan o'xshashligi va yaqinligi tushuniladi	keltirilganlarning barchasi noto'g'ri
46.	Ob'yekt va uning matematik modeli dinamikalari orasida muvofiqlikni o'rnatishning usullarini ko'rsating?	*keltirilganlarning barchasi to'g'ri	matematik modelni yozishda qabul qilingan ishchi gipotezalarni qaytadan ko'rib chiqish	real ob'yekt haqida qo'shimcha ma'lumotlar yig'ish va yangi yig'ilgan ma'lumotlar asosida modelni qaytadan ko'rib	matematik modelda ishtirok etayotgan o'zgarmas kattaliklarni qaytadan baholash

				chiqish	
47.	Hozirgi kunda fan olamida ma'lum bo'lgan ma'lumotlarni ko'rinishi va ma'nosiga qarab qanday turlarga bo'lish mumkin?	*fizik, grafikli, matematik	matematik, fizik	fizik, grafikli	keltirilganlarning barchasi noto'g'ri
48.	Ierarxiya prinsipidan foydalanib, matematik modellar qurilganda hosil bo'lgan modellar qanday xususiyatlarga ega bo'ladi?	*keltirilgan javoblarning barchasi to'g'ri	keyingilari oldingilarini o'z ichiga olgan, ya'ni oldingi modellar keyingi modellarning xususiy holi bo'lgan nisbatan to'liq bo'lgan modellar zanjiri hosil bo'ladi	har biri oldingi modellarni umumlashtiruvchi va ularni o'zining xususiy holi sifatida o'ziga biriktirib oluvchi nisbatan to'la modellar zanjiri (Ierarxiyasi) hosil bo'ladi	keltirilganlarning barchasi noto'g'ri
49.	Masalaning yechilishi xususiyatlariga qarab matematik modellar qanday turlarga bo'linishi mumkin?	*funksional modellar, strukturali modellar	strukturali modellar	funksional modellar	keltirilganlarning barchasi noto'g'ri
50.	Funksional modellarni mohiyati nimada?	*keltirilgan barcha javoblar to'g'ri	funksional modellarda kattaliklarning ayrimlari erkli o'zgaruvchilar sifatida, boshqalari esa shu miqdorlarning funksiyalari sifatida qoraladi	funksional modellarda hodisa yoki obektni harakterlovchi barcha kattaliklar miqdoriy ifodalaniladi	keltirilganlarning barchasi noto'g'ri
51.	Ma'lumotlarni kompyuter texnologiyasi asosida qayta ishlash ... uchun mo'ljallangan.	*amaliy masalalarni yechish	matematik modellashtirish	fizik modellashtirish	jarayonni tizimli tahlil qilish
52.	Kompyuter vositasida abstrakt modellashtirish bu...	*verbal (ya'ni so'zlar, matnlar asosida) modellashtirish	informatsion modellashtirish	matematik modellashtirish	hamma javoblar to'g'ri
53.	Kompyuter vositasida matematik modellashtirish ... fan bilan bog'liqligini bildiradi	*informatika fanini matematika va boshqa	matematika va fizika	matematika va biologiya	matematika va ximiya
54.	Kompyuter vositasida matematik modellashtirish o'zida ... usullarini ishlatadi	*zamonaviy matematika	eksperimental fizika	eksperimental ximiya	eksperimental biologiya
55.	Tabiyat va jamiyat qonunlarini anglash da ... foydalanish	*modellardan	echish usullardan	algoritmardan	kompyuter dastursidan

	katta imkoniyatlar yaratadi.				
56.	Real ... tadqiqot qilishning eng avzal usul ularning modellarini qurishdan iborat.	*ob'yekt va jarayonlarni	strukturalarni	berilganlarni	ma'lumotlar jamg'armasini
57.	Model ... bo'lishi mumkin	*ob'yektning nusxasi yoki voqiylikni abstrakt tasviri, yoki qandaydir konunlar asosida formallashtirilgan matematik munosabat	faqat ob'yektning nusxasi	faqat voqiylikni abstrakt tasviri	faqat qandaydir konunlar asosida formallashtirilgan matematik munosabat
58.	Axborot (kompyuter) texnologiyalari ... ajraladi.	*matn redaktorlari, BBBT, jadvallar protsessorlari, tele-kommunikatsion paketlardan iborat universal dasturlash usullari va kompyuter asosida modellash tirishga	faqat universal dasturlash usullari	faqat kompyuter asosida modellash tirishga	hamma javoblar to'g'ri
59.	Tadbiqiy sohalarida ... turidagi abstrakt modellar qo'llaniladi.	*hamma javollar to'g'ri	axborot tizimlarida qo'llanadigan axborot modellar va modellash tirish	verbal (so'zlar va matnlar asosidagi) modellash tirish	matematik modellash tirish
60.	Kompyuter asosida modellash tirish ... tasvirlaydi.	*hamma javoblar to'g'ri	tasviri (hodisa va jarayonlarni vizuallashtirish)	maxsuslashgan tadbiqiy texnologiyalarni	hisoblash (imitatsion) modellash tirishni
61.	Verbal (ya'ni so'zlar va matnlar asosida) modellash tirishda ... ishlatadi.	*tabiiy tillar asosidagi formallashtirilgan gaplar ketma-ketligi	matematik usullarni qo'llaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	tizimlardagi axborot jarayonlarni tasvirlaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	hamma javoblar to'g'ri
62.	Matematik modellar bu ...	*u yoki bu matematik usullarni qo'llaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	tabiiy tillar asosidagi formallashtirilgan gaplar ketma-ketligi	tizimlardagi axborot jarayonlarni tasvirlaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	hamma javoblar to'g'ri
63.	Axborot modellari ...	*tizimlardagi axborot jarayonlarni tasvirlaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	u yoki bu matematik usullarni qo'llaydigan belgilarga asoslangan modellar sinfi	tabiiy tillar asosidagi formallashtirilgan gaplar ketma-ketligi	hamma javoblar to'g'ri
64.	Nima uchun	*real ob'yektning	berilgan maqsad	ob'yektga ta'sir	hamma javoblar

	modeldan foydalanadilar?	tuzilishi, strukturalari, xususiyatlari, rivojlanish qonuniyatlari va tashqi muhit bilan o'zaro munosabatini tushunish uchun	va shartlarda ob'yekt yoki jarayonni boshqarishning qulay usullarini aniqlash uchun	natijasidagi bevositida yoki bilvosita hosil bo'ladigan oqibatlarini bashorat qilish uchun	to'g'ri
65.	Qanday hollarda hisoblash eksperimentlardan foydalaniladi?	*hamma javoblar to'g'ri	real eksperimentlar bajarish uchun texnikaviy to'sqinlik mavjud bo'lsa	real eksperimentlar oqibatlari bashorat qilish iloji bo'lmasa	real eksperimentlar bajarish uchun moliyaviy to'sqinlik mavjud bo'lsa
66.	Kompyuter yoki sonli model, bu ...	*biror bir abstrakt modelni bajaradigan, kompyuter uchun yozilgan dastur	dasturlar majmuasi	dasturlar kompleksi	bir necha modullardan iborat dastur
67.	Kompyuter modellarning qaysi jihatlari o'rganilayotgan jarayonga ta'sir qiladigan asosiy faktorlarni aniqlashga imkon beradi.	*model mantiqqa ega bo'lib, formallashtirilgan bo'lsa	model sodda bo'lsa	model effektiv bo'lsa	to'g'ri javob yo'q
68.	Kompyuter modellari ... uchun foydalaniladi.	*ob'yekt yoki jarayon to'g'risida yangi ma'lumot olish yoki uni baholash, analitik tadqiqotlar murakkab bo'lgan xol	masalani tasvirlash	masalani yechish usulini tanlash	to'g'ri javob yo'q
69.	Real eksperimentlar bajarish uchun moliyaviy va texnikaviy to'sqinlik mavjud bo'lsa, yoki real eksperimentlar oqibatlari bashorat qilish iloji bo'lmasa, u holda ... foydalaniladi.	*hisoblash eksperimentlardan	hisob-kitobdan	testlashdan	to'g'ri javob yo'q
70.	Kompyuter vositasida modellashtirish maqsadi kompyuterda hisoblash eksperimentlar o'tkazish bo'lib, u ... iborat.	*modellashtirish jarayonida olingan natijalarni anglash, tahlil qilish va muayyan jarayonga mosligini solishtirishdan	dasturni testlashdan	masalani yechish usulini tanlashdan	to'g'ri javob yo'q
71.	Kompyuter vositasida modellashtirishning asosiy qadamlari nimalardan iborat?	*masalani qo'yish, jarayonning modelini yaratish, masalani yechish	masalani qo'yish, jarayonning modelini yaratish, kompyuter eksperimentlarini	masalani qo'yish, jarayonning modelini yaratish,	masalani qo'yish, jarayonning modelini yaratish, masalani yechish algoritmi va

		algoritmi va dastursini tuzish, kompyuter eksperimentlarini o'tkazish, natijalarni tahlil qilish	o'tkazish, natijalarni tahlil qilish	masalani yechish algoritmi va dastursini tuzish, natijalarni tahlil qilish	dastursini tuzish, kompyuter eksperimentlarini o'tkazish
72.	Agar real jarayonning matematik modeli algebraik, differensial yoki boshqa ko'rinishda tenglamalardan iborat bo'lsa ... modellashtirish qo'llanadi.	*analitik	imitatsion	diskret	informatsion
73.	Agar real jarayonning matematik modeli ketma-ket bajaraladigan amallar algoritmi ko'rinishida bo'lsa ... modellashtirish qo'llanadi.	*imitatsion	analitik	diskret	informatsion
74.	Modelning korrektiligi bu ...	*matematik va mantiqiy tomondan jarayonga qarama-qarshi bo'lmasligi, ma'nosiz yoki bir-biriga qarama-qarshi natijalar olib bo'lmasligi	real jarayonga mosligi, ya'ni jarayonning modellashtirish qonuniyatlari va hususiyatlariga xosligi	qaror qabul qilishdagi asosiy prinsiplar yetarlicha va to'liq hajmda akslantirilishi	modelni keng sinf masalalarga qo'llanilishi
75.	Modelning adekvatligi bu ...	real jarayonga mosligi, ya'ni jarayonning modellashtirish konuniyatlari va hususiyatlariga xosligi	matematik va mantiqiy tomondan jarayonga qarama-qarshi bo'lmasligi, ma'nosiz yoki bir-biriga qarama-qarshi natijalar olib bo'lmasligi	qaror qabul qilishdagi asosiy prinsiplar yetarlicha va to'liq hajmda akslantirilishi	modelni keng sinf masalalarga qo'llanilishi
76.	Modelning to'liqligi bu ...	*qaror qabul qilishdagi asosiy prinsiplar yetarlicha va to'liq hajmda akslantirilishi	matematik va mantiqiy tomondan jarayonga qarama-qarshi bo'lmasligi, ma'nosiz yoki bir-biriga qarama-qarshi natijalar olib bo'lmasligi	real jarayonga mosligi, ya'ni jarayonning modellashtirish qonuniyatlari va hususiyatlariga xosligi	modelni keng sinf masalalarga qo'llanilishi
77.	Modelning universalligi bu ...	*modelni keng sinf masalalarga qo'llanilishi	matematik va mantiqiy tomondan jarayonga qarama-qarshi bo'lmasligi,	real jarayonga mosligi, ya'ni jarayonning modellashtirish konuniyatlari va hususiyatlariga	qaror qabul qilishdagi asosiy prinsiplar yetarlicha va to'liq hajmda akslantirilishi

			ma'nosiz yoki bir-biriga qarama-qarshi natijalar olib bo'lmashligi	xosligi	
78.	Qaysi ibora "model" tushunchasini to'liq anglatadi.	*originalning asosiy xususiyatlarini o'z ichiga olgan nusxasi	kichiktirilgan original	originalning aniq nusxasi	to'g'ri javob yo'q
79.	Kompyuter vositasida modellash tirish bu...	*kompyuter yordamida ob'yektni tahlil qilish	modelni kompyuterda qurish jarayoni	kompyuter ekranida modelni qurish	kompyuter vositasida real masala yechish
80.	Verbal model sifatida...ni ko'rish mumkin.	*yo'l qoidalari majmumi	avtomashina modeli	formulalar	ro'yxatlar
81.	Matematik model sifatida ... ko'rish mumkin.	*formulalarni	yo'l qoidalari majmumi	avtomashina modelini	ro'yxatlarni
82.	Axborot modeli bu...	*ombordagi tovarlar nomlarining ro'yxatlari	yo'l qoidalari majmumi	formulalar	avtomashina modeli
83.	Determinantlangan modellarga... kiradi.	*jismning ozod tushish harakati modeli	navbatning hosil qilinish modeli	zarrachaning xavodagi harakati	o'yin modeli
84.	Stoxastik modellarga... kiradi.	*gazlarning Brown harakati modeli	jismning harakati	stakandagi yaxning erish modeli	gazning samolet qanotidagi harakati
85.	Modellash tirishning qadamlari ketma-ketligi ko'rsatg'chi?	*maqsad, ob'yekt, usul, algoritim, dastur, eksperiment, tahlil, aniqlashtirish	maqsad, ob'yekt, usul, tahlil, algoritim, dastur, eksperiment, aniqlashtirish	maqsad, ob'yekt, eksperiment, usul, algoritim, dastur, tahlil, aniqlashtirish	tahlil, ob'yekt, usul, algoritim, eksperiment, aniqlashtirish
86.	Induktiv modellash tirish bu ...	*modelning gipotetik tasviri	induksiya asosida masalani yechish	deduksiya asosida masalani yechish	modelni qonuniyatlarning xususiy ko'rinishida qurish
87.	Deduktiv modellash tirish bu...	*modelni qonuniyatlarning xususiy ko'rinishida qurish	induksiya asosida masalani yechish	deduksiya asosida masalani yechish	modelning gipotetik tasviri
88.	Hisoblash eksperiment bu...	*modelni kompyuter dastursi asosida tahlil qilish	masalani kompyuterda yechish	kompyuterni fizik eksperimentga ulash	fizik eksperimentni avtomatik boshqarish
89.	Imitatsion modellar yordamida nimani tahlil qilish mumkin emas?	*kinetika qonunlarini	Brown harakatini	ideal gaz qonunlarini	issiqlik tarqalish jarayonlarini
90.	Model o'rganilayotgan ob'yektning qaysi tomonlarini hisobga oladi?	*ahamiyatga ega bo'lgan tomonlarini	ayrim tomonlarini	hamma tomonini	ahamiyatga ega bo'lmagan tomonlarini
91.	Formallashtirish natijasida...hosil bo'ladi.	*matematik model	bayonli model	grafik model	predmetli model
92.	Maktabdagi o'qish jarayonini tashkil qilish informatsion	*darslar ro'yxati	sinflar ro'yxati	o'quvchilarning maktab qoidalari	o'quv qo'llanmalar ro'yxati

	modeli nimadan iborat.			majmuasi	
93.	Aynan model sifatida ... ni ko‘rish mumkin.	*samolyot maketi	karta	chizma	diagramma
94.	Oilaning geneologik daraxti ... model bo‘ladi.	*ierarxik informatsion	jadval ko‘rinishidagi informatsion	tarmoqli informatsion	so‘zlardan iborat bo‘lgan informatsion diagramma
95.	Belgilardan iborat model bu...	*diagramma	binoning maketi	kemaning modeli	anatomik mulyaj
96.	Xonadagi temperatura xolatini modellashtirishdagi ob‘yekt bu...	*xonadagi havoning konveksiyasi	xonaning temperaturasi tahlil qilish	xonaning hajmi	xonadagi temperatura
97.	Qaysi ibora “model” tushunchasini to‘liq anglatadi?	*originalning asosiy xususiyatlarini o‘z ichiga olgan nusxasi	kichiktirilgan original	originalning aniq nusxasi	to‘g‘ri javob yo‘q
98.	Kompyuter vositasida modellashtirish bu...	*kompyuter yordamida ob‘yekt-ni tahlil qilish	modelni kompyuterda qurish jarayoni	kompyuter ekranida modelni qurish	kompyuter vositasida real masala yechish
99.	Modellashtirishning qadamlari ketma-ketligi	*maqsad, ob‘yekt, usul, algoritm, dastur, eksperiment, tahlil, aniqlashtirish	maqsad, ob‘yekt, usul, tahlil, algoritm, dastur, eksperiment, aniqlashtirish	maqsad, ob‘yekt, eksperiment, usul, algoritm, dastur, tahlil, aniqlashtirish	tahlil, ob‘yekt, usul, algoritm, eksperiment, aniqlashtirish
100.	Eksperiment bu...	*nazoratchi tomonidan boshqariladigan biror bir hodisani tadqiq qilishning ilmiy usulidir	masalani kompyuterda yechish	kompyuterni fizik eksperimentiga ulash	fizik eksperimentni avtomatik boshqarish

GLOSSARIY

1. **Model** - lotincha “modulus” so‘zidan olingan bo‘lib, *o‘lchov* va *namuna* ma’nosini bildiradi.
2. **Model** – bu real ob’jekt ustida tadqiqot va tajriba olib borish uchun qulay va arzon bo‘lgan boshqa bir real yoki abstrakt ob’jektdir. Model real ob’jektning asosiy xususiyatlarini o‘zida mujassam etgan soddalashtirilgan ko‘rinishidir.
3. **Model** (ilm va fanda) – real mavjud bo‘lgan ob’jekt yoki tizimning faqat eng muhim xususiyatlari o‘z ichiga olgan soddalashtirilgan ob’jekt bo‘lib, va oldindan ularni o‘rganish uchun tayinlangan. Model real ob’jekt va/yoki unda o‘tayotgan jarayonlarning soddalashtirilgan ko‘rinishidir.
4. **Model** (informatikada) –tizim bo‘lib, uni tadqiq qilish natijasida boshqa bir tizim to‘g‘risida ma’lumot olish uchun ishlatiladi.
5. **Berilganlar modeli** - relyatsion, ierarxik, tarmoq - ma’lumotlar bilan ishlash nazariy konsepsiyadir.
6. **Axborot modeli** – konkret predmet sohalar yoki ob’jekt ma’lumotlar modeli.
7. **Matematik model** - o‘rganilayotgan jarayonlarni algebraik, differensial yoki integral tenglamalar ko‘rinishidagi taqribiy ifodasi (elementar matematikada).
8. **Faktorlar** - modellashtirishda tashqi muhitning tekshirilayotgan ob’jekt parametrlariga ta’sir qiluvchi ko‘rsatkichlari.
9. **Matematik modellashtirish** - real ob’jekt yoki jarayonlarni matematik usullar vositasida nazariy tadqiq qilish usuli.
10. **Modellashtirishning mohiyati** - ob’jektning boshqa soddaroq ob’jekt (model) bilan almashtirib, modelni xususiyatini tadqiq qilish orqali original ob’jektning o‘rganishdan iborat.
11. **Real ob’jekt va uning matematik modelining muvofiqligi** - ob’jekt va uning matematik modeli dinamikalarining sifat va miqdor jihatdan o‘xshashligi.
12. **Avj oluvchi rejimlar** - vaqtning chekli qiymatida qandaydir miqdor cheksizlikka aylanuvchi jarayonlar.

- 13.**Konseptual model** - bu modellashtiruvchi tizimning tuzilishini, tizimga xos va modellashtirish maqsadiga erishish uchun ahamiyatli bo'lgan uning elementlari hususiyatlari va sabab-natijaviy bog'lanishlari aniqlaydigan abstrakt modeldir.
- 14.**Tarmoq modellari** – tarmoq protokollarining o'zaro bog'lanishi.
- 15.**Fizik model** –material ob'yekt yoki fizik hodisalarning ma'lum bir hususiyatlarini tahlid (imitatsiya) qilish uchun ishlatiladigan texnik qurilma.
- 16.**Model** (sanoatda) – ketma-ket ishlab chiqariladigan bir hildagi qandaydir buyumlar turkumi majmui (model qatori).
- 17.**Model** (tizimda) - tadqiq va hisob qilinayotgan jarayon yoki hodisani tasvir etuvchi ta'riflar, bog'lanishlar, shartlar va cheklashlar tizimi iborat.
- 18.**Matematik model** – real ob'yektning tasavvurimizdagi abstrakt ko'rinishi bo'lib, u matematik belgilar va ba'zi bir qonun-qoidalar bilan ifodalangan bo'ladi (kengaytirilgan ta'rif).
- 19.**Matematik modellashtirish** – bu real ob'yekt, jarayon yoki tizimni o'rganib bilmoq uchun ularni matematik modeli bilan almashtirgan holda kompyuterda eksperimental tadqiqot uchun qulayroq bo'lgan vositasidir (kengaytirilgan ta'rif).
- 20.**Kompyuter vositasidagi model** (sonli model) – alohida kompyuterda, superkompyuterda yoki kompyuterlar tarmog'ida amalga oshiriladigan kompyuter dasturidir.
- 21.**Eksperiment** – bu nazoratchi tomonidan boshqariladigan biror-bir hodisani tadqiq qilishning ilmiy usulidir.
- 22.**Kompyuter vositasida (sonli) eksperiment** – bu tadqiqot ob'yektining matematik modeli asosida kompyuter vositasida bajariladigan eksperimentdir. Unda matematik model bilan tasvirlangan ob'yekt hususiyatlari haqida xulosa qilish bir parametrlar bo'yicha uning boshqa parametrlarni hisoblashdan iborat.

- 23.**Kompyuter vositasida modellashtirish** – kompyuterli modeli asosida murakkab tizimning tahlili yoki ayrim elementlari o‘rtasidagi bo‘lgan aloqalarni muqarrarlash masalasini yechish usulidir.
- 24.**Geometrik modellashtirish** – geometrik xususiyatlarga ega elementlar va hodisalarni tavsiflash uchun ishlatiladi, chunki ularni aks ettirishning eng tabiiy usuli grafik tasvirdan iborat.
- 25.**Kompyuter vositasidagi model** yoki sonli model – alohida kompyuterda, superkompyuterda yoki kompyuterlar tarmog‘ida amalga oshiriladigan kompyuter dasturidir. Dastur ob‘yekt, tizim yoki tushunchalar tavsifini real ob‘yektdan farqliroq, lekin algoritmik tavsifiga yaqin va tizim xususiyatlarini tasvirlovchi ma’lumotlar majmui va vaqt bo‘yicha o‘zgarish dinamikasini amalga oshirishni o‘z ichiga oladi.
- 26.**Eksperiment** – bu nazoratchi tomonidan boshqariladigan biror-bir hodisani tadqiq qilishning ilmiy usulidir. Eksperiment kuzatishdan tadqiq qilinadigan ob‘yekt bilan faol munosabatda bo‘lish bilan farq qiladi.
- 27.**Konseptual modellashtirish** - ma’lum bo‘lgan faktlar yoki tadqiqot qilinadigan ob‘yektga nisbatan tasavvurlar yoki mahsus belgilar, simvollar ustidan bajariladigan amallar bilan yoki tabiiy yoki sun’iy tillar asosida tasvirlanish.
- 28.**Jismoniy modellashtirish** - model va modellashtiruvchi ob‘yekt real ob‘yektlar yoki yagona yoki turli jismoniy tabiatli jarayonlarni tasvirlaydi, bunda jarayonlarning jismoniy o‘xshashligidan asl ob‘yekt va modeldagi jarayonlar o‘rtasida ba’zi bir o‘xshashlik munosabatlari amalga oshiriladi.
- 29.**Tuzilmaviy-funksional modellashtirish** - modellar sifatida sxemalar (blok-sxemalar), grafiklar, chizmalar, diagrammalar, jadvallar, maxsus birlashtirish va o‘zgartirish qoidalar bilan to‘ldirilgan suratlar ishlatiladi.
- 30.**Matematik (mantiqiy-matematik) modellashtirish** - modellashtirish, shu jumladan model qurish, matematika va mantiq vositalari orqalik amalga oshiriladi.

- 31.**Imitatsiyali (kompyuter vositasida) modellash** - tadqiqot qilinuvchi ob'yektning mantiqiy-matematik modeli ob'yekt faoliyat jarayoning kompyuter uchun dasturiy ta'minot sifatida amalga oshirilgan algoritmi sifatida tasvirlanadi.
- 32.**Geometrik modellash** – geometrik xususiyatlarga ega elementlar va hodisalarni tavsiflash uchun ishlatiladi, chunki ularni aks ettirishning eng tabiiy usuli grafik tasvirdan iborat.
- 33.**Tizim** – umumiy (tizimli) xususiyatlarga ega o'zaro bog'lik bo'lgan elementlar to'plami bo'lib, bu xususiyatlar elementlarga bog'liq emas (Internet- ensiklopediya).
- 34.**Tizim** – quyilgan biror bir maqsadga erishish uchun yaratilgan o'zaro bog'langan elementlar to'plami (kompyuter tizimlari).
- 35.**Tizim** – o'zaro ta'sir qiluvchi komponentalar majmuidir (Bertalanfi, tizimli analitik).
- 36.**Tizim** –elementlari bir biri va atrof-muhit bilan ma'lum jihatdan bog'langan majmuidir. (L. fon Bertalanfi, tizimli analitik).
- 37.**Tizimni identifikalash**– kuzatuvlar natijasida olinadigan dinamik tizimlarning matematik modellarini ishlab chiqish uchun foydalaniladigan usullar majmuidir.
- 38.**Agregirlash (o'lchovni pasaytirish amali)**- amal modelni pastroq o'lchovli modelga olib keltirishdan iborat, masalan, matematik modeldagi tenglamalarning fazo birligini pasaytirish.
- 39.**Dekompozitsiyalash (ajratish)** –masala tuzilmasidan foydalanib, murakkab masalani yechimini, o'zaro bog'liq bo'lsada, lekin nisbatan soddaroq bir qator masalalar yechishi bilan almashtirish imkonini beradigan ilmiy usuldir.
- 40.**Model stoxastik** deyiladi, agar tizimning holat parametrlari tasodifiy o'zgaruvchilardan iborat, ya'ni ularning miqdori faqat qandaydir tasodifiy xususiyatlari bilan aniqlanadi.
- 41.**Loyihalash** –mavjud bo'lmagan ob'yektning zarur belgilangan shartlarda ishlab chiqish uchun kerak bo'ladigan ishlab chiqish jarayonidir.

42. Avtomatlashtirilgan loyihalash tizimlari – tashkiliy-texnik tizim bo‘lib, loyiha tashkiloti bilan bog‘langan va avtomatlashtirilgan loyihalarni bajaruvchi vositalarning majmuidir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

Asosiy darsliklar va o‘quv qo‘llanmalar

1. E. Winsberg Science in the Age of Computer Simulation. Chicago: University of Chicago Press, 2010.-168 p.
2. Hiroki Sayama Introduction to the Modeling and Analysis of Complex Systems. Binghamton University. OPEN SUNY Textbooks, 2015. - 498 p.
3. Simonovich S., Yevseyev G., Alekseyev A. Spetsialnaya informatika. - M.: AST-press, 1999.-480 s.
4. Симонович С., Евсеев Г., Алексеев А. Специальная информатика. - М.: АСТ-пресс, 1999.-480 с.
5. Компьютеры, модели, вычислительный эксперимент. - М.: Наука, 1988. - 176 с.
6. Ф.П. Брукс. Как проектируется и создается программные комплексы. М.: Наука, 1979.-151с.
7. Финаев В.И. Модели систем принятия решений: Учеб. пособие. Таганрог: ТРТУ, 2005г. – 118 с.
8. Абдураимов М.Г. Статистические методы моделирования. Ташкент. НУУз, 2006 .
9. Курманбаев Б., Полатов А.М., Холджигитов А.А. Моделирование прикладных задач на основе МКЭ. Ташкент, УзМУ, 2004. - 60 с.

Qo‘shimcha adabiyotlar

1. Mirziyoyev Sh. M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz. Toshkent “O‘zbekiston” 2017. 488 b.
2. Mirziyoyev Sh.M. Qonun ustuvorligi va inson manfaatlarini ta’minlash – yurt taraqqiyoti va xalq farovonligining garovi. O‘zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasi qabul qilinganligining 24 yilligiga bag’ishlangan tantanali marosimdagi ma’ruza. 2016-yil 7-dekabr. Toshkent - “O‘zbekiston” - 2017. 32 b.

3. Mirziyoev SH.M. Tanqidiy tahlil, qat'iy tartib-intizom va shaxsiy javobgarlik – har bir rahbar faoliyatining kundalik qoidasi bo'lishi kerak. O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2016 yil yakunlari va 2017 yil istiqbollarga bag'ishlangan majlisdagi O'zbekiston Respublikasi Prezidentining nutqi // Xalq so'zi gazetasi. 2017 yil 16 yanvar, №11.
4. Mirziyoev SH.M. Erkin va farovon, demokratik O'zbekiston davlatini birgalikda barpo etamiz. O'zbekiston Respublikasi Prezidenti lavozimiga kirishish tantanali marosimiga bag'ishlangan Oliy Majlis palatalarining qo'shma majlisidagi nutqi. Toshkent – “O'zbekiston”. 2016. 56 b.
5. Hartmann A.K. Practical Guide to Computer Simulations, Singapore: World Scientific, 2009.- 476 p.
6. James J. Nutaro, Building Software for Simulation: Theory and Algorithms, with Applications in C++. Wiley, 2011. -826 p.
7. Мартин Ф. Моделирование на вычислительных машинах. - М.: Советское радио, 1972.-288 с.
8. Кинг Д. Создание эффективного программного обеспечения. - М.: Мир, 1991.-287 с.
9. Полатов А.М. Компьютерное моделирование волокнистых материалов МКЭ. Монография. LAP LAMBERT Academic Publishing RU, Mauritius, 2018. -135 p.

Internet-manbalar:

1. www.ru.wikipedia.org
2. <http://soft.cnews.ru/?n=25&a=23&i=82&s=4&sf=0&sl=0&p=1>
3. <http://www.intuit.ru/departament/informatics/intinfo/>
4. <http://stud.h16.ru/education/informat/eu intro/i1.htm>
5. <http://www.dstu.edu.ru/informatics/mtdss/index.html>
6. <http://www.tula.net/tgpu/new/New/informatic/g1.htm>