Уз д
681.5.015
Б 89

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

ABU RAYHON BERUNIY NOMIDAGI
TOSHKENT DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

BOSHQARUV MASALALARIDA OPTIMALLASHTIRISH

fanidan amaliy mashg'ulotlarni bajarish uchun

Uslubiy ko'rsatma

Toshkent – 2011

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

ABU RAYHON BERUNIY NOMIDAGI
TOSHKENT DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

BOSHQARUV MASALALARIDA OPTIMALLASHTIRISH

fanidan amaliy mashg'ulotlarni bajarish uchun

Uslubiy ko'rsatma

Toshkent – 2011

Tuzuvchilar: Igamberdiyev X.Z., Zaripov O.O.

«Boshqaruv masalalarida optimallashtirish» fanidan amaliy mashg'ulotlarni bajarish uchun uslubiy ko'rsatma. Toshkent, 2011.-32 b.

Uslubiy ko'rsatmada dinamik ob'ektlarni optimallashtirish bo'yicha misollar va masalalar keltirilgan.

Ushbu uslubiy ko'rsatma oliy o'quv yurtlarining 5521800 – «Avtomatlashtirish va boshqaruv» bakalavriat ta'lim yo'nalishi talabalari hamda unga turdosh mutaxassislik talabalari uchun mo'ljallangan.

ToshDTU ilmiy-uslubiy kengashining qaroriga muvofiq chop etildi

Taqrizchilar:

Siddiqov I.X. – Toshkent to'qimachilik va yengil sanoat instituti kafedra mudiri, texnika fanlari nomzodi, dotsent;

Yakubov A.B. – ToshDTU «AB» kafedrasi dotsenti, texnika fanlari nomzodi.

© Toshkent davlat texnika universiteti

KIRISH

Bugungi kunda barcha tarmoqlarda ishlab chiqarish samaradorligini ko'tarish va ishlab chiqarilayotgan mahsulotning sifatini yaxshilash asosiy muammolardan biri hisoblanadi. Bu muammoni hal etishda borayotgan jarayonlarning aniqligini oshirish, energetik va moddiy resurslarni tejash va avtomatlashtirish vositalaridan samarali foydalanish katta ahamiyatga egadir. Texnologik va ishlab chiqarish jarayonlarini hamda texnik qurilmalarni aniqligini va samaradorligini oshirish talablari optimal va adaptiv boshqarish sistemalar tadbiqini taqozo etadi. Ma'lum bir sharoitda qandaydir masalani a'lo darajada yechishga harakat qilinganda optimallik tushunchasi yuzaga keladi. Texnikada optimallik prinsipini qo'llanilishi turli texnik qurilmalar va texnologik jarayonlarni optimal boshqarishga olib keladi, ya'ni berilgan boshqarish ob`ektini va uning ishlash sharoitiga ko'ra ish rejimini xarakterlovchi yuqori sifat ko'rsatkichlarini ta'minlaydi.

Optimal boshqarish texnologik va ishlab chiqarish jarayonlari yoki murakkab texnik qurilmalarni kompleks avtomatlashtirish davrida keng qo'llaniladi. Texnologik va ishlab chiqarish jarayonlari hamda murakkab texnik qurilmalarning boshqarish sistemalarini bundan keyingi mukammallashishi boshqarish sistemalarining ishlashi uchun kerakli bo'lgan axborotlar hajmini oshirishni talab etadi. Agar boshqarish ob`ektining parametrlari va tavsifnomalari barqaror bo'lmasa, tashqi ta'sirli signallarning statistik tavsifnomalari ixtiyoriy ravishda o'zgarib tursa, u holda optimal sistemalarni boshlang'ich axborotlar asosida qat`iy sozlanishi axborotlarning yetishmasligi natijasida jarayonlarning optimalligini ta'minlay olmaydi. Bunday hollarda ob'ektni boshqarish sifatini oshirish uchun adaptatsiya prinsipidan foydalaniladi. Optimallik va adaptatsiya prinsiplarini texnikada joriy qilinishi real sharoitlarda yuqori sifat ko'rsatkichlariga ega bo'lgan avtomatik sistemalarni, ya'ni o'qituvchi (o'rgatuvchi) avtomatik sistemalarini yaratishga olib keladi.

1 – MASALA - 4 soat

Quyidagi tenglama bilan berilgan ob'ektni optimal boshqaruvini aniqlaymiz:

$$T\dot{y}(t) + y(t) = ku(t), \tag{1}$$

yoki

$$\dot{x}_1 = a_0 x_1 + b_0 u_1, \tag{2}$$

bu yerda T va k – doimiy vaqt va ob'ektni kuchaytirish koeffitsienti; $a_0 = -1/T$; $b_0 = k/T$; $q_1 > 0$ va $r_1 > 0$ – vazn koeffitsientlari; $x_1 = y(t)$, $u_1 = u(t)$ ob'ektning o'tish jarayonida $x_1(0) \neq 0$ qayd qilingan boshlang'ich holatdan $x_1(\infty) = 0$ oxirgi holatga o'tishidagi funksionalning minimum sharti

$$J = \int_0^\infty (q_1 x_1^2 + r_1 u_1) dt. \tag{3}$$

Lagranjning funksiyasini hosil qilamiz:

$$L = q_1 x_1^2 + r_1 u_1^2 + \lambda_1 (\dot{x}_1 - a_0 x_1 - b_0 u_1).$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_i} - \frac{d}{dt}\left(\frac{dL}{\partial \dot{x}_i}\right) = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial u} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}}\right) = 0. \end{aligned}\right\}$$

qo'llagan holda variatsion masalaning tenglamasini yozamiz:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_0 x_1 + b_0 u, \\ \dot{\lambda}_1 &= 2q_1 x_1 - a_0 \lambda_1, \\ 2r_1 u_1 - \lambda_1 b_0 &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Oxirgi tenglamadan quyidagini hosil qilamiz:

$$u_1 = b_0 \lambda_1 / (2r_1). \tag{5}$$

(5)-ifodani (4)-ifodadagi birinchi tenglamaga qo'yib, quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a_0 x_1 + \left[b_0^2/(2r)\right]\lambda_1,\\ \dot{\lambda}_1 &= 2q_1 x_1 - a_0\lambda_1.\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

(6)-ifodadagi sistemaning ildizini aniqlash uchun quyidagi aniqlovchini hosil qilamiz va uni nolga tenglashtiramiz:

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} a_0 - p & b_0^2/(2r_1) \\ 2q_1 & -(a_0 + p) \end{vmatrix} = p^2 - \left(a_0^2 + b_0^2/(2r_1)\right) = 0,$$

bu yerda

$$p_1 = \sqrt{a_0^2 + b_0^2 q_1 / r_1}, \quad p_2 = -\sqrt{a_0^2 + b_0^2 q_1 / r_1}.$$

$x(\infty) = 0$ va turg'unlik sharti r_2 ning manfiy ildizini qanoatlantiradi, shuning uchun (6)-ifodadagi sistemaning yechimi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x_1 = c_1 \exp(p_2 t), \; \lambda_1 = c_2 \exp(p_2 t), \qquad (7)$$

bu yerda s_1 va s_2 – doimiy integrallash: $c_1 = x_1(0)$ va $c_2 = \lambda_1(0)$.

s_1 qiymat ma'lum bo'lsa va $x_1(0)$ berilganda, s_2 qiymatni ushbu holatda (6) va (7)-ifodalardan aniqlash mumkin. (7)-ifodani (6)-ifodaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$p_2 c_1 \exp(p_2 t) = a_0 c_1 \exp(p_2 t) + \left[b_0^2/(2r_1)\right] c_2 \exp(p_2 t).$$

Qisqartirish va almashtirishlardan keyin quyidagiga ega bo'lamiz:

$$(p_2 - a_0)c_1 = \left[b_0^2/(2r_1)\right] c_2,$$

yoki

$$c_2 = (p_2 - a_0)2r_1 c_1 / b_0^2.$$

Optimal boshqarish tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$u^0(t) = b_0\lambda_1/(2r_1) = \left[(p_2 - a_0)c_1 / b_0\right] c_1 \exp(p_2 t). \qquad (8)$$

$x_1(0) = c_1 \neq 0$ berilgan boshlang'ich qiymat aniqlanganda va $y(t)$ ob'ektning chiqish koordinatasi bilan o'zgaradigan qonunga ega bo'lganda (8)-ifodadagi optimal boshqaruv doimiy s_1 qiymatga bog'liq bo'ladi. Shuning uchun (7)-ifodani o'rniga (8)-ifodani ishlatamiz:

$$u^0(y) = \left[(p_2 - a_0)/b_0\right]x_1 = k_{o.c}y, \qquad (9)$$

bu yerda

$$k_{o.c} = \frac{p_2 - a_0}{b_0} = \frac{-\sqrt{a_0^2 + b_0^2 q_1 / r_1} - a_0}{b_0}. \qquad (10)$$

(10)-ifodadagi a_0, b_0, q_1 va r_1 larning qiymatlarini qo'yib, $k_{o.c}$ ning optimal qiymatini topamiz.

Tanlangan (3)-ifodadagi funksional va berilgan boshqarish ob'ekti uchun optimal rostlagichning strukturasini (9)-ifodadagi tenglama aniqlaydi. O'tish jarayoni davomida $y(t)$ va $u(t)$ minimal og'ishlar (3)-ifodadagi minimumni kafotlaydi.

2 – MASALA - 2 soat

Quyidagi keltirilgan tenglama bo'yicha (3)-ifodadagi funksionalning minimum shartidan kelib chiqib, (2)-ifodadagi berilgan tenglamadan ob'ektni optimal boshqaruvini aniqlaymiz:

$$\left.\begin{aligned} F(X,u,t) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial S}{\partial x} f_i(X,u,t) + \frac{\partial S}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial u_i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial S}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial u_i} = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Yordamchi funksiya quyidagi ko'rinishda berilgan:

$$S(X) = A_{11}x_1^2. \qquad (12)$$

Ushbu holat uchun (11)-ifoda asosida Bellmanning funksional tenglamasini yozamiz:

$$\left.\begin{aligned} q_1x_1^2 + r_1u_1^2 + (a_0x_1 + b_0u_1)\partial S / \partial x_1 = 0, \\ 2r_1u_1 + b_0\partial S / \partial x_1 = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

bu yerda

$$u_1^0(t) = -(b_0 / 2r_1)\partial S / \partial x_1, \qquad (14)$$

yoki (12)-ifodani hisobga olgan holda

$$u^0(t) = -[b_0/(2r_1)]A_{11}x_1(t) = k_{oc}y(t), \qquad (15)$$

bu yerda $k_{oc} = -A_{11}b_0/r_1$.

Klassik variatsion hisoblash bilan olingan (15)-ifodadagi optimal boshqaruv (9)-ifodadagi boshqaruv bilan mos keladi.

k_{oc} ni aniqlash uchun (12)-ifodadan dS/dx_1 hosilani topamiz hamda (13) va (14) – ifodalardagi birinchi tenglamalarga qo'yamiz:

$$q_1x_1^2 + (b_0^2/r_1)A_{11}^2x_1^2 + 2a_0A_{11}x_1^2 - 2(b_0^2/r_1)A_{11}^2x_1^2 = 0,$$

yoki

$$b_0^2A_{11}^2 - 2a_0r_1A_{11} - q_1r_1 = 0,$$

bu yerda

$$A_{11} = \left[r_1\left(a_0 \pm \sqrt{a_0^2 + b_0^2q_1/r_1}\right)\right]/b_0^2.$$

k_{oc} ni aniqlash uchun A_{11} ning qiymatini ifodaga qo'yib, (10)-ifodaga mos keluvchi quyidagiga ega bo'lamiz:

$$k_{oc} = \left[-a_0 - \sqrt{a_0^2 + b_0^2q_1/r_1}\right]/b_0.$$

3 – MASALA - 2 soat

$x_1(0)$ va $x_1(\infty)$ lar bilan fiksirlangan (3)-ifodadagi funksionalning minimum shartidan va (2)-ifoda orqali berilgan tenglamadan ob'ektni optimal boshqaruvini aniqlaymiz.

Dastlabki tenglamadan quyidagi sistemani yozamiz:

$$\dot{x}_0 = q_1x_1^2 + r_1u_1^2, \quad \dot{x}_1 = a_0x_1 + b_0u_1. \qquad (16)$$

Klassik bo'lmagan variatsion masala uchun Gamil'ton funksiyasini keltiramiz:

$$H^* = \psi_0(q_1x_1^2 + r_1u_1^2) + \psi_1(a_0x_1 + b_0u_1),$$

bu yerda ψ_i yordamchi funksiya quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\psi}_0 &= -\partial H^*/\partial x_0 = 0, \\ \dot{\psi}_1 &= -\partial H^*/\partial x_1 = -2q_1x_1\psi_0 - a_0\psi_1. \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

$\partial H^* / \partial u_1 = \psi_0 2r_1 u_1 + \psi_1 b_0 = 0$ tenglamadan $(\partial H^* / \partial u_l) = 0$, $l = 1,2,...,r$ ga mos keluvchi $\psi_0 = -1$ bo'lgan hol uchun optimal boshqaruvni quyidagicha ifodalaymiz:

$$u_1^0 = b_0 \psi_1 / (2r_1). \tag{18}$$

(18)-ifoda va $\psi_0 = -1$ bo'lgan holatda o'zgaruvchi ψ_1 ni qiymatini quyidagicha aniqlaymiz:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_0 x_1 + (b_0^2 / 2r_1)\psi_1, \\ \dot{\psi}_1 &= 2q_1 x_1 - a_0 \psi_1. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

(19)-ifodadagi tenglamalar sistemasi (6)-ifodadagi sistemaga o'xshash va shu uchun uning yechimi quyidagicha:

$$\psi_1 = \left(-\sqrt{a_0^2 + b_0^2 q_1 / r_1} - a_0\right) 2r_1 x_1 / b_0^2.$$

Uni (18)-ifodaga qo'yib, optimal boshqaruvni topamiz:

$$u_1^0 = b_0 \psi_1 / (2r_1),$$

bu yerda $k_{o.c}$ – (10)-ifoda orqali aniqlanadi.

4 – MASALA - 2 soat

(3)-ifodadagi minimallashtiruvchi funksional bo'yicha (2)-ifodadagi tenglamalar berilgan ob'ekt uchun $k_{o.c}$ koeffitsientning optimal qiymatini aniqlaymiz. (9)-ifoda ko'rinishidagi optimal boshqaruvni qo'llaymiz. (9)-ifodani (2)-ifodaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\dot{y} - (a_0 + b_0 k_{o.c1}) y = 0,$$

yopiq sistemaning xarakteristik tenglamasiga mos keluvchi

$$F(p) = p - (a_0 + b_0 k_{o.c1}) = 0.$$

Musbat yechimga mos keluvchi ko'phadni quyidagicha yozamiz:

$$F(-p) = -p - (a_0 + b_0 k_{o.c1}) = 0,$$

u holda

$$F^0(p) = F(p)F(-p)$$

asosida quyidagiga ega bo'lamiz:

$$F^0(p) = p^2 - (a_0 + b_0 k_{o.c1})^2 = 0.$$

Variatsion masalaning xarakteristik tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\Delta(p) = (p - p_1)(p - p_2) = p^2 - (a_0^2 + b_0^2 q_1 / r_1) = 0.$$

$F^0(p)$ va $\Delta(p)$ lar uchun tenglamada ozod hadni nolga tenglashtirib, $k_{o.c1}$ dan farq qiladigan kvadratik algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$a_0^2 + b_0^2 q_1 / r_1 = (a_0 + b_0 k_{o.c})^2,$$

bu yerdan (10)-ifodaga mos keluvchi kuchaytirish koeffitsientining optimal qiymatini quyidagicha ifodalaymiz:

$$k_{o.c} = \left(-\sqrt{a_0^2 + b_0^2 q_1 / r_1} - a_0\right) / b_0.$$

5 – MASALA - 4 soat

Quyidagi tenglama bilan berilgan ob'ektning optimal boshqaruvi bo'yicha relening o'zgarish momentini aniqlaymiz:

$$\ddot{y}(t) = b_0 u(t); \; |u(t)| \le U_{\max}. \qquad (20)$$

(20)-ifodadagi tenglama turli xil namunaviy boshqaruv ob'ektini ifodalaydi. Masalan, sun`iy sputnikning aylanishini quyidagi tenglama bilan ifodalash mumkin:

$$J_c \ddot{\theta}(t)\,(t) = M_в(t),$$

bu yerda J_c – sputnikning inersiya momenti; $\theta(t)$ – burilish burchagi; $M_в(t)$ – aylanuvchi moment.

Quyidagi aylanish momentining o'zgarishi natijasida qarshilik momenti mavjud bo'lmagan holatda dvigatel valining burilish burchagi $\alpha(t)$ ni o'zgarish qonuni ham (20)-ifodadagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$J_c \ddot{\alpha}(t) = M_в(t), \qquad (21)$$

bu yerda J – aylanayotgan valning inersiya momenti.

Tez harakatli boshqaruv bo'yicha optimal sintezlash masalasi releli hisoblanadi. Relening o'zgarish momenti t_1 va jarayon vaqti $t_2 = T$ doimiy integrallash munosabatiga bog'liq.

t_1 va t_2 larning qiymatini «Tikish» usulining yechimi orqali aniqlaymiz. $y(0) = \dot{y}(0) = 0$ boshlang'ich nolli shartdan foydalanamiz. $y(T) = Y_э$ va $\dot{y}(T) = 0$ oxirgi qiymatlar berilgan. $|u(t)| \le U_{\max}$ bilan boshqarish chegaralangan.

(20)-ifodadagi tenglamaning yechimini quyidagicha yozamiz:

$$y(t) = \pm 0{,}5 b_0 U_{\max} t^2 + C_1 t + C_2 . \qquad (22)$$

Relening o'zgarish momentida «Tikish» usulidan keyingi olingan yechimlarni quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz:

$$0{,}5 b_0 U_{\max} t_1^2 + C_{11} t_1 + C_{21} = -0{,}5 b_0 U_{\max} t_1^2 + C_{12} t_1 + C_{22} .$$

Birinchi hosila bo'yicha «Tikish» usuli uchun quyidagi analog tenglamani keltiramiz:

$$b_0 U_{\max} t_1 + C_{11} = -b_0 U_{\max} t_1 + C_{12} .$$

$C_{11} = C_{21} = 0$ bilan berilgan nolli boshlang'ich shart uchun t_1 ni aniqlash tenglamasi quyidagicha:

$$\left.\begin{aligned} -b_0 U_{\max} t_1^2 + C_{12} t_1 + C_{22} = 0, \\ -2 b_0 U_{\max} t_1 + C_{12} = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Chiqish koordinatasi va birinchi hosilani ikkinchi intervalda mos ravishda quyidagicha yozamiz:

$$y(t) = -0{,}5 b_0 U_{\max} t^2 + C_{12} t + C_{22} ,$$

$$\dot{y}(t) = -b_0 U_{\max} t + C_{12} .$$

Berilgan oxirgi qiymatni hisobga olgan holda ikkinchi intervalning oxirida

$$\left.\begin{aligned} Y_э = -0{,}5 b_0 U_{\max} t_2^2 + C_{12} t_2 + C_{22} , \\ 0 = -b_0 U_{\max} t_2 + C_{12} . \end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

(24)-ifodadagi tenglamadan quyidagini olamiz:

$$\left.\begin{aligned} C_{12} &= b_0 U_{\max} t_2, \\ C_{22} &= Y_з - 0{,}5 b_0 U_{\max} t_2^2. \end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

(23), (24) va (25)-ifodalardagi tenglamalar asosida quyidagiga ega bo'lamiz:

$$t_2 = T = 2t_1,\ t_1 = \sqrt{Y_з / (b_0 U_{\max})}. \qquad (26)$$

Ushbu holatda boshqaruv ob'ekti ikkita nolli ildizga ega bo'ladi:

$$t_1 = \sqrt{\frac{Y_з}{b_0 U_{\max}}},\ T = t_2 = 2\sqrt{\frac{Y_з}{b_0 U_{\max}}}.$$

Bu ifoda juda qiyin yo'l bilan olingan (26)-ifoda bilan mos keladi.

6 – MASALA - 4 soat

Quyidagi farqli birlik ko'rinishdagi dinamika tenglamasining konservativ zvenosini o'zida aks ettiradigan ob'ektni tezlik bo'yicha optimal boshqaruvini aniqlaymiz:

$$\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) = u(t);\ \ |u(t)| \le 1. \qquad (27)$$

O'zgaruvchi ob'ektning boshlang'ich va oxirgi qiymatlari quyidagicha berilgan:

$$y(0) = Y_0,\ \dot{y}(0) = 0,\ y(T) = \dot{y}(T) = 0.$$

Ushbu tenglamalar manfiy teskari aloqa bilan bog'liq bo'lgan ikkita integratorlardan tashkil topgan ob'ektga mos keladi. Masalaning yechimini maksimum prinsipi bo'yicha topamiz.

(27)-ifodani holat tenglamasi ko'rinishiga o'tkazamiz:

$$\dot{x}_1 = x_2,\ \dot{x}_2 = -x_1 + u,\ y(t) = x_1(t). \qquad (28)$$

Gamil`ton funksiyasini hosil qilamiz:

$$H = \psi_1 x_2 - \psi_2 x_1 + \psi_2 u. \qquad (29)$$

N maksimum shartidan optimal boshqaruvni aniqlaymiz:

$$u^0(t) = sign(\partial H / \partial u) = sign[\psi_2(t)]. \qquad (30)$$

Ushbu holatda ob'ektni xarakteristik tenglamasining ildizi mavhum $p_{1,2} = \pm jw_0$ ($w_0 = 1$), shuning uchun «n interval haqidagi» teoremani qo'llash mumkin emas. Optimal boshqaruvni aniqlash uchun $\psi_2(t)$ funksiyani topish kerak. Bunda yordamchi o'zgaruvchilar uchun tenglama quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\psi}_1(t) &= -\partial H / \partial x_1 = \psi_2(t), \\ \dot{\psi}_2(t) &= -\partial H / \partial x_2 = -\psi_1(t). \end{aligned}\right\} \qquad (31)$$

(31)-ifoda Laplas tasviridan keyin quyidagi ko'rinishni hosil qiladi:

$$\left.\begin{aligned} p\Psi_1(p) - \psi_1(0) &= \Psi_2(p), \\ p\Psi_2(p) - \psi_2(0) &= -\Psi_1(p). \end{aligned}\right\} \qquad (32)$$

(32)-ifodadagi tenglamalar asosida quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\left(p^2 + 1\right)\Psi_2(p) = -\psi_1(0) + p\psi_2(0), \qquad (33)$$

bu yerda (31)-ifodani ishlatib, quyidagini olamiz:

$$\left.\begin{aligned} \psi_2(t) &= A\sin\left(w_0 t + \varphi_0\right), \\ \psi_1(t) &= -A\cos\left(w_0 t + \varphi_0\right). \end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

bu yerda $w_0 = 1$, A va φ_0 – $t = 0$ bo'lganda $\psi_1(0)$ va $\psi_2(0)$ larning boshlang'ich qiymatlarini aniqlaydigan doimiy qiymat:

$$\psi_1(0) = -A\cos\varphi_0, \ \psi_2(0) = A\sin\varphi_0. \qquad (35)$$

$\psi_1(0)$ va $\psi_2(0)$ aniqlangan qiymatlardan $\psi_2(t)$ ni topish mumkin bo'ladi. (30) va (34)-ifodalar asosida boshqaruv qonuniga ega bo'lamiz:

$$u^0(t) = sign\left[\sin\left(t + \varphi_0\right)\right] = \begin{cases} +1, & agar\ \sin\left(t + \varphi_0\right) > 0\ bo'lsa, \\ -1, & agar\ \sin\left(t + \varphi_0\right) < 0\ bo'lsa. \end{cases} \qquad (36)$$

Shuning uchun $y(T) = \dot{y}(T) = 0$ nolli oxirgi holatda *[Y₀;0]* berilgan boshlang'ich holatdan ob'ektni o'tishini ta'minlash uchun

$\psi_1(0)$ va $\psi_2(0)$ larni yig'ish kerak. Y_0 ning qiymatiga bog'liq holda n intervaldan ko'proq va $(n-1)$ relini o'zgarishidan ko'proq talab qilishi mumkin. Intervalning davomiyligi $\psi_2(t)$ funksiyaning o'tishini yarmidan katta bo'lmasligi kerak: $t_{ИН} = t_v - t_{v-1} \leq \pi / w_0$; shu bilan birga birinchi va oxirgi intervallar davomiyligi bo'yicha π / w_0 dan kichik bo'lishi mumkin, qolganlari esa π / w_0 ga teng bo'ladi. Boshqaruv intervalining sonini aniqlash uchun turli xil boshlang'ich sharoitlardagi fazoviy tekislikdagi jarayonlarni ko'rib chiqish maqsadga muvofiqdir.

7 – MASALA - 4 soat

Quyidagi farqli birlik ko'rinishdagi dinamika tenglamasining tebranuvchi zvenosini o'zida aks ettiradigan ob'ektni tezlik bo'yicha optimal boshqaruvini aniqlaymiz:

$$\ddot{y}(t) + 2\rho\dot{y}(t) + y(t) = u(t); \quad |u(t)| \leq 1, \tag{37}$$

bu yerda ρ – dempferlash koeffitsienti.

O'zgaruvchilarning boshlang'ich va oxirgi qiymatlari berilgan:

$$y(0) = x_1(0) = X_{10},$$
$$\dot{y}(0) = x_2(0) = X_{20},$$
$$y(t) = x_1(T) = X_{1K} = 0,$$
$$\dot{y}(t) = x_2(T) = X_{2K} = 0.$$

Sintezlash masalaning yechimini maksimum prinsipi bo'yicha aniqlaymiz. (37)-ifodani holat tenglamasi ko'rinishida tasvirlaymiz:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - 2\rho x_2 + u, \\ y(t) &= x_1(t). \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Gamilton funksiyasini hosil qilamiz:

$$H = \psi_1 x_2 + \psi_2(-x_1 - 2\rho x_2 + u). \qquad (39)$$

N maksimum shartidan optimal boshqaruvni aniqlaymiz:

$$u^0(t) = sign[\psi_2(t)]. \qquad (40)$$

Tebranuvchi ob'ektlar uchun xarakteristik tenglamaning ildizi kompleks ko'rinishda bo'ladi ($\rho < 1$), shuning uchun «n interval haqidagi» teoremani qo'llash mumkin emas. Ushbu holatda

$$\dot{\Psi}(t) = -\partial H / \partial X = -\Psi^T(t)\partial f(X,u)/\partial X$$

ko'rinishdagi tenglamadan $\psi_2(t)$ funksiyani topish kerak. Bunda yordamchi o'zgaruvchilar uchun tenglama quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\psi}_1(t) &= \psi_2(t), \\ \psi_2(t) &= -\psi_1(t) + 2\rho\psi_2(t). \end{aligned}\right\} \qquad (41)$$

(41) tenglamaga ko'ra

$$p^2 - 2\rho p + 1 = 0 \qquad (42)$$

yechimni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\psi_2(t) = Ae^{\rho t}\sin(w_0 t + \varphi_0), \qquad (43)$$

bunda A va φ_0 – $\psi_1(0)$, $\psi_2(0)$ va $w_0 = \sqrt{1-\rho^2}$ boshlang'ich belgilar bilan aniqlanadigan doimiy kattaliklardir.

$\psi_2(t)$ grafikni qurib, so'nuvchi sinusoidal tebranishni boshqarish qonunini topamiz:

$$u^0(t) = sign[\psi_2(t)] = \begin{cases} +1, \ agar \ \psi_2(t) > 0 \ bo'lsa, \\ -1, \ agar \ \psi_2(t) < 0 \ bo'lsa. \end{cases} \qquad (44)$$

Bunda $\psi_1(t)$ va $\psi_2(t)$ ni shunday tanlash kerakki, ob'ektni berilgan X_{10} va X_{20} holatdagi o'tishini

$$X_{1K} = X_{2K} = 0$$

bo'lganda ta'minlashi kerak. X_{10} va X_{20} ning qiymatlariga qarab n ta interval yoki $(n-1)$ o'chirib-yoquvchi rele kerak bo'lishi mumkin. Intervallarning uzunligi $\psi_2(t)$, ya'ni

$$t_v \leq \pi / w_0$$

funksiyaning yarim davridan katta emas.

Intervallarning sonini aniqlash uchun, turli xil boshlang'ich sharoitlarda o'chirib-yoquvchi va shu vaqtda o'chirib-yoquvchi fazaviy tekisliklardagi jarayonlar yoki turli matematik dasturlar usulidan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

8 – MASALA - 2 soat

Ushbu dinamik tenglama bilan berilgan ob'ekt boshqaruvini tezlik bo'yicha optimalligini aniqlaymiz:

$$\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) = b_0 u; \quad |u| \leq U_{\max},$$

yoki quyidagi tenglamalar sistemasi bilan berilgan bo'lsin:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -a_1 x_2 + b_0 u. \end{aligned}\right\} \qquad (45)$$

Bunda masalani boshlang'ich va so'nggi ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$x_1(t_0) = x_2(t_0) = 0 \text{ va } x_1(t_K) \neq 0,\ x_2(t_K) = 0.$$

Intervallarning uzunligi Δt_i va shu vaqtdagi o'chirib-yoquvchi t_1 va t_2 topish uchun to'g'ri nochiziqli dastur usulidan foydalaniladi.

Ob`ektning shu vaqtdagi o'tish tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{bmatrix} x_1(\Delta t_i) \\ x_2(\Delta t_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \{1-\exp[-a_1(t_i - t_{i-1})]\}/a_1 \\ 0 & \exp[-a_1(t_i - t_{i-1})] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(\Delta t_{i-1}) \\ x_2(\Delta t_{i-1}) \end{bmatrix} +$$
$$+ \begin{bmatrix} b_0\{\exp[-a_1(t_i - t_{i-1})] + -a_1(t_i - t_{i-1}) - 1\}/a_1^2 \\ b_0[1-\exp(-a_1(t_i - t_{i-1}))]/a_1 \end{bmatrix} (-1)^{i-1} U_{\max}, \; i = 1,2. \tag{46}$$

Jarima funksiyasidan foydalanib va $0 \le \Delta t_i \le 6$ oraliqda chegaralarni tanlab, quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{gathered} \min_{\Delta t}\{\Delta t_1 + \Delta t_2 + 100\,|\,0.313\exp[-1.613(\Delta t_1 + \Delta t_2)] - \\ -0.626\exp(-1.613\Delta t_2) + 0.506(\Delta t_1 - \Delta t_2) - 1.777\,| + \\ +|\,1.012\exp(-1.613\Delta t_2) - \\ -0.506\exp[-1.613(\Delta t_1 + \Delta t_2)] - 0.506|, \\ 0 \le \Delta t_1 \le 6,\; 0 \le \Delta t_2 \le 6\,\}\,. \end{gathered} \tag{47}$$

(47)-ifodadagi nochiziqli dasturlash masalasini simpleks rejalashtirish usuli bilan yechdik. Natijada mumkin bo'lgan xatoliklar minimumi $(\delta \le 0.1)$ ni izlab,

$$\Delta t_1 = t_1 = 4.52c,\; \Delta t_2 = 0.475c, t_2 = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 4.995c \tag{48}$$

ni olamiz. O'chib-yoqish vaqtida "tikish" yechim usuli bilan aniqlangan natijalar $\Delta t_1 = 4.5c,\; \Delta t_2 = 0.5c$ nochiziqli dasturlash usuli bilan olingan natijalardan juda ham kam farq qiladi.

9 – MASALA - 4 soat

Bir o'lchamli ob'ektni optimal muvozanatda ishlashini ta'minlaydigan $u^0(X)$ boshqaruvni aniqlaymiz, uning tenglamasi

$$\ddot{y}(t) = u \tag{49}$$

ushbu tenglamaga mos keladi:

$$\dot{x}_1 = x_2,\; x_2 = u,\; x_1(t) = y(t)$$

Chegaraviylik sharti quyidagi ko'rinishda $X(0) = X_0$, $X(\infty) = 0$ bo'lgan boshqarish koordinatalari chegaralanmagan hisoblanadi.

Umumlashgan skalyar funksionalning optimallik mezoni quyidagicha bo'ladi:

$$J=\frac{1}{2}\int_0^{\infty}\left(x_1^2+q_2x_2^2+u^2\right)dt, \qquad (50)$$

bu yerda $q_1=1,\ r_1=1$.

Ushbu tenglama uchun tenglamalar sistemasi va funksionalni hisobga olib:

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix},\ Q=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & q_2\end{bmatrix},\ R=1 \qquad (51)$$

chiziqli optimallik qonunini yozamiz:

$$u^o(X)=-R^{-1}B^T\hat{K}X,$$

yoki (50)-ifodadagi tenglamaga muvofiq:

$$u^o(X)=-1\cdot[0\ \ 1]\begin{bmatrix}k_{11} & k_{12}\\ k_{12} & k_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=-k_{12}x_1-k_{22}x_2. \qquad (52)$$

k_{12} va k_{22} koeffitsientlarni $K(t)=\hat{K},\ \dot{K}(t)=0$ larni bilgan holda Rikkatining matrisalar tenglamasidan topamiz:

$$\begin{gathered}-\begin{bmatrix}k_{11} & k_{12}\\ k_{12} & k_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}k_{11} & k_{12}\\ k_{12} & k_{22}\end{bmatrix}+\\ +\begin{bmatrix}k_{11} & k_{12}\\ k_{12} & k_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}[0\ \ 1]\begin{bmatrix}k_{11} & k_{12}\\ k_{12} & k_{22}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & q_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}.\end{gathered} \qquad (53)$$

(53) tenglamadagi matrisalarni ko'paytirib, ushbu algebraik tenglamani olamiz:

$$\left.\begin{aligned}k_{12}^2-1&=0,\\ -k_{11}+k_{12}k_{22}&=0,\\ -2k_{12}+k_{22}^2-q_2&=0.\end{aligned}\right\} \qquad (54)$$

Ushbu tenglamalar sistemasini yechib:

$$k = \pm 1,\ k_{11} = k_{12}k_{22},$$
$$k_{22} = \pm\sqrt{q_2 + 2k_{12}}, \tag{55}$$

$k = \pm 1,\ k_{22} = \pm\sqrt{q_2 + 2}$ larni topamiz hamda bular orqali $\dot{K}$ matrisa aniq bo'lishi mumkin. Bundan (52)-ifodadagi optimal boshqaruv qonuni asosida ushbu tenglamani yozamiz:

$$u^o(X) = u^o(x_1, x_2) = -x_1 - \sqrt{q_2 + 2}x_2 = y - \sqrt{q_2 + 2}\dot{y}. \tag{56}$$

Shunday qilib, (56)-ifodadagi ob'ektning optimal boshqaruv qonunini muvozanatda ishlash rejimini inersiyasiz va differensial tenglamalarda paralel ravishda teskari aloqasini qo'llaymiz:

$$k_{oc}(p) = 1 + \sqrt{q_2 + 2}p. \tag{57}$$

Ushbu holatda optimal sistemalarning aniq strukturaviy sxemasi (1-rasm) (49) va (57)-ifodalardagi funksiyalar orqali aniqlanadi. Rejim optimal muvozanatda ishlashi uchun PD-rostlagich qo'shiladi, ya'ni ularni qo'shilishi uchun differensiator va kuchaytirgich ishlatilishi lozim. Lekin bu bilan masala yechilmaydi: bunda faqat struktura rostlagichi topiladi, lekin hattoki $q_1 = 1,\ r_1 = 1$ qiymatlarni qabul qilish bilan ham, q_2 berilmaganda ham, optimallash parametrlari aniqlanadi.

Ushbu masalada sistema jarayonida (50)-ifodadagi funksionalning $(x_2 = \dot{y})$ hosilasi bo'yicha "jarima"si aniqlanadigan q_2 vazn koeffitsientining o'zgarishini ko'rish maqsadga muvofiqdir. Buning uchun berk o'tish funksiyasini ko'rib chiqamiz:

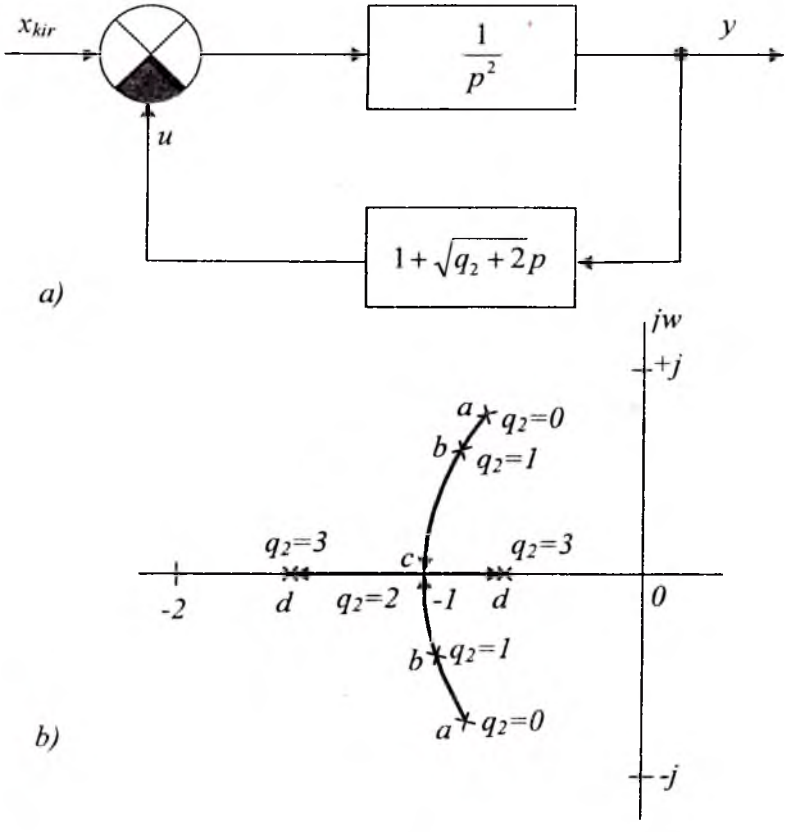
$$W(p) = 1/\left(p^2 + \sqrt{q_2 + 2}p + 1\right)$$

bu yerdan tenglamaning xarakteristikasini olamiz:

$$p^2 + \sqrt{q_2 + 2}p + 1 = 0. \tag{58}$$

Ildiz godografi usuli orqali q_2 ning o'zgarishini baholashga o'tamiz. (58)-ifodadagi tenglama asosida optimal sistemaning (musbat) ildizlari ushbu nuqtalarda joylashadi:

$$p_{1,2} = -0.5\sqrt{q_2 + 2} \pm 0.5\sqrt{q_2 - 2}. \tag{59}$$



1-rasm. Optimal sistemalarning aniq strukturaviy sxemasi (a) va uning godograf usuli (b)

$0 \le q_2 \le \infty$ oraliqda turli qiymatlar berib, godograf usulini quramiz (1-rasm, b). Bunda $q_2 = 0$ ildiz kompleks ko'rinishda va *a* nuqtalarda joylashadi:

$$p'_{1,2} = -0.5\sqrt{2} \pm j\,0.5\sqrt{2} = \sigma_1 \pm j\,w_1 .$$

Bunda ham $q_2 = 1$ ildiz kompleks ko'rinishda va *b* nuqtalarda joylashadi:

$$p''_{1,2} = -0.5\sqrt{3} \pm j\,0.5 = \sigma_1 \pm j\,w_2 .$$

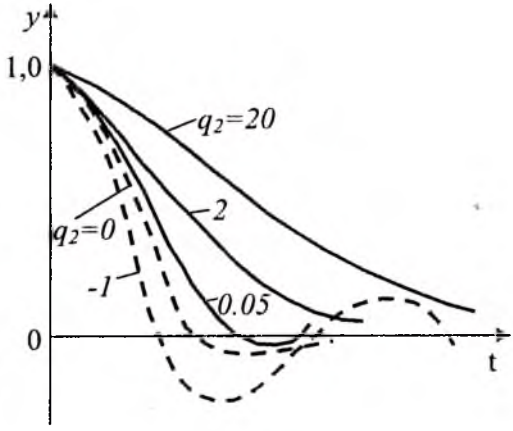
$w = 0$ ko'rinishda $q_2 = 2$ ni topamiz, bunda ildizlar haqiqiy karrali bo'luvchilar va *[–1; j0]* absissa o'qining *s* nuqtasida joylashadi, xuddi $p'''_{1,2} = -1 = \sigma_3$ ko'rinishda. Ya'ni $q_2 = 3$ ildiz absissa o'qining *d* nuqtasida joylashadi:

$$p^{IV}_{1.2} = -0.5\sqrt{5} \pm 0.5,$$

yoki umumiy ko'rinishi

$$p^{IV}_{1,2} = \sigma_3,\ p^{IV}_{1,2} = \sigma_4 .$$

2-rasmda q_2 ning turli qiymatlari uchun optimal sistemaning qiyshiq o'tish jarayonlari ko'rsatilgan. Natijada ushbu jarayonlarni tahlil qilib, $q_2 = 2$ jarayonni afzalligini ko'ramiz. $q_2 = -1 < 0$ jarayon esa juda ham katta tebranishlarga ega. Bunda $q_2 = 0$ chiqish koordinatalarga hech qanday to'siqlar hosil qilmaydi, shuning uchun jarayon tebranuvchidir.



2-rasm. q_2 ning turli qiymatlari uchun optimal sistemaning qiyshiq o'tish jarayonlari

Demak,

$$K_p(p) = 1 + 2p \tag{60}$$

uzatish funksiyali rostlagichni qo'llagan holda olingan sistemani

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty \left(y^2 + 2\dot{y}^2 + u^2\right)dt$$

funksionalning minimumi bo'yicha optimal deyish mumkin.

Xuddi shuningdek, q_l va r_l vazn koeffitsientlarni baholash koordinata o'qlaridagi x_l va u lar (50)-ifodaga mos keladi. Hattoki, $q_1 \neq 0$, $q_2 \neq 0$ va $r_1 \neq 0$ bo'lganda ob'ektni optimal sistemasining strukturasi $q_2 = 0$ bo'lgandagi sintezlash masalasini kvadratik funksional va optimal rostlagich modellashtirishi va tahlil qilishi hamda jarayonning parametrlarni aniqlashtirishi mumkin (2-rasm). *y(t)* jarayonning ob'ekt chiqishidagi muvozanatini tahlil qilgandan so'ng, $x_l(t)$ jarayonning ob'ekt rejimlarida ishlashining turli xil q_l va r_l vazn koeffitsientlariga ega bo'lamiz.

10 – MASALA - 4 soat

Ob'ektni optimal muvozanat rejimida ishlashini taminlovchi $u^o(X)$ni boshqaruvini aniqlaymiz, tenglama ko'rinishi quyidagicha:

$$T^2\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) = Ku, \tag{61}$$

bu esa ushbu tenglamaga mosdir:

$$\dot{x}_1 = x_2,\ \dot{x}_2 = a_1x_2 + b_0u, \tag{62}$$

bu yerda

$$a_1 = -1/T^2,\ b_0 = K/T^2.$$

Umumlashgan skalyar funksionalning optimal chegara nuqtasini ko'rib chiqamiz:

$$J = \int_0^\infty \left(q_1x_1^2 + q_2x_2^2 + r_1u^2\right)dt. \tag{63}$$

Chegaraviylik sharti quyidagicha:

$$X(0) = X_0,\ X(\infty) = 0.$$

Boshqaruv koordinatalari chegaralanmagan.

Ushbu optimal sistemaning sintez masalasini yechish uchun dinamika usuli tenglamasini qo'llaymiz. Bellman tenglamasini davriy ko'rinishda yozamiz:

$$\left.\begin{aligned} q_1x_1^2 + q_2x_2^2 + r_1u^2 + x_2\partial S/\partial x_1 + (a_1x_2 + b_0u)\partial S/\partial x_2 = 0, \\ 2r_1u + b_0\partial S/\partial x_2 = 0. \end{aligned}\right\} \quad (64)$$

(64)-ifodaning ikkinchi tenglamasidan quyidagini olamiz:

$$u = -(b_0/2r_1)(\partial S/\partial x_2). \quad (65)$$

Yordamchi funksiyani tanlaymiz:

$$S = \sum_{i,j=1}^{n} A_{ij}x_ix_j = A_{11}x_1^2 + A_{12}x_1x_2 + A_{22}x_2^2. \quad (66)$$

(66)-ifodadagi x_1 *va* x_2 ni differensiallagandan so'ng, ularni (64) va (65)-ifodalarga qo'yib Bellman tenglamasining quyidagi ko'rinishini olamiz:

$$\left.\begin{aligned} q_1x_1^2 + q_2x_2^2 + r_1u^2 + x_2(2A_{11}x_1 + A_{12}x_2) + (a_1x_2 + b_0u)(A_{12}x_1 + 2A_{22}x_2) = 0, \\ u^o(X) = u^o(x_1, x_2) = -\frac{b_0}{2r_1}(A_{12}x_1 + 2A_{22}x_2). \end{aligned}\right\}$$

(67)

(67)-ifodadagi tenglamani yechgandan so'ng A_{11}, A_{12} va A_{22} larni aniqlovchi algebraik tenglamani tuzamiz:

$$\left.\begin{aligned} q_1 - [b_0^2/(4r_1)]A_{12}^2 = 0, \\ 2A_{11} + a_1A_{12} - (b_0^2/r_1)A_{12}A_{22} = 0, \\ q_2 + A_{12} - (b_0^2/r_1)A_{22}^2 + 2a_1A_{22} = 0. \end{aligned}\right\} \quad (68)$$

(68)-ifodadagi tenglamadan koeffitsientlarni aniqlaymiz:

$$A_{12} = \frac{2}{b_0}\sqrt{q_1r_1},$$

$$A_{22} = \frac{r_1}{b_0^2}\left(a_1 + \sqrt{\frac{a_1^2 + b_0^2q_2}{r_1} + 2b_0\sqrt{\frac{q_1}{r_1}}}\right).$$

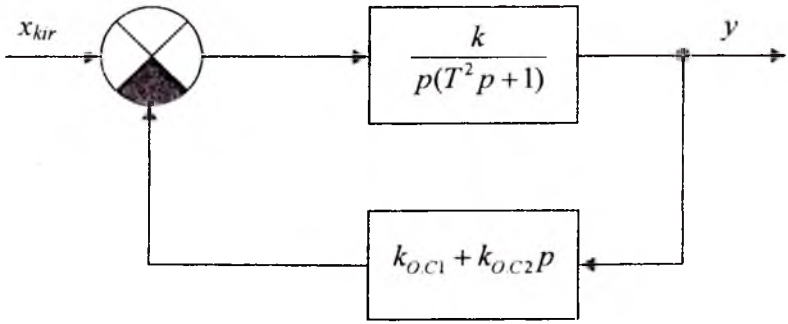
Bularni (67)-ifodani ikkinchi tenglamasiga qo'yib, fazaviy koordinatalarga bog'liq bo'lgan optimal boshqaruv qonunini olamiz:

$$u^o(x_1, x_2) = -k_{o.c1}x_1 - k_{o.c2}x_2 = -k_{o.c1}y - k_{o.c2}\dot{y}, \qquad (69)$$

bu yerda

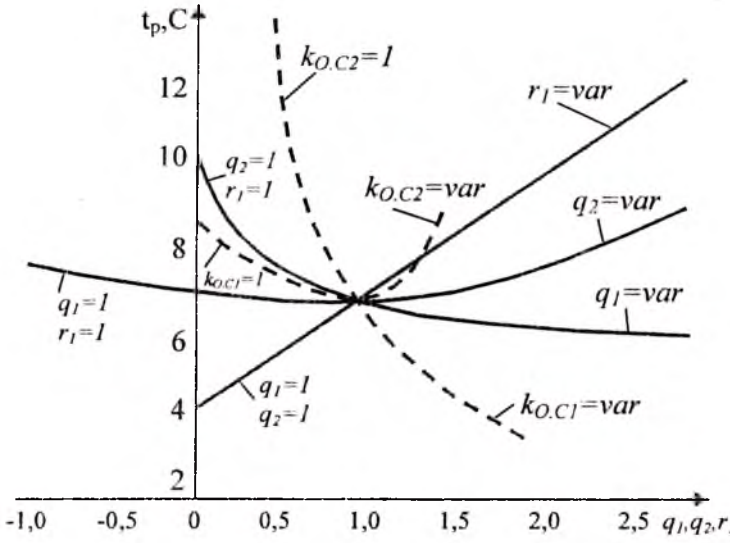
$$\left.\begin{aligned} k_{o.c1} &= \sqrt{q_1 / r_1}, \\ k_{o.c2} &= -\frac{1}{k} \pm \sqrt{1/k^2 + q_2/r_1 + \left(2T/k^2\right)\sqrt{q_1/r_1}}. \end{aligned}\right\} \qquad (70)$$

(61), (62) va (69)-ifodalar asosida ob'ektning muvozanat holatini ta'minlovchi optimal aniqlik sistemasi (3-rasm) strukturasini quramiz. Ushbu holatda differensiator va kuchaytirgichdan tashkil topgan PD – rostlagichni sistemaga qo'shish talab qilinadi.



3-rasm. Ob'ektning muvozanat holatini ta'minlovchi optimal aniqlik sistemasi

$T = 1$ *s* va $k = 1$ *1/s* bo'lgan o'tish jarayonini modellashtirish va tahlillash natijasida $k_{o.c1} = 1$ *s* va $k_{o.c2} = 1$ *s* hamda bularga mos ravishda $q_1 = 1$, $q_2 = 1$ va $r_1 = 1$ larning optimal qiymatlarini aniqlaymiz (4-rasm).



4-rasm. Ob'ektning o'tish jarayonini modellashtirish va tahlillash grafigi

Bundan, q_2 dan ekstermal bog'liqga ega q_1 ko'payganda rostlash $t_p = t_k$ vaqti kamayashi va r_1 kamayishi bilan rostlash vaqti qisqarishi kelib chiqadi.

Shunday qilib, (61)-ifodadagi tenglamada ifodalangan ($T^2 = 1\ c^2$, $K = 1\ 1/s$) ob'ektning berilgan parametrlari bo'yicha

$$K_p(p) = -1 - p$$

uzatish funksiyali PD-rostlagichli sistemaning minimumi bo'yicha optimalligi

$$J = \int_0^\infty \left(y^2 + \dot{y}^2 + u\right)dt$$

ko'rinishda bo'lishi kerak.

11 – MASALA - 4 soat

9 va 10 – masalalardagi minimallashtiruvchi funksionalda boshqaruv koordinatalarining hosilalari keltirilmaganligi uchun PD-rostlagich olingan. Shuning uchun, agar ob'ektning birinchi tartibli integralini ishorasi bo'yicha va ikkinchi tartibli uchun chiqish $(q_2 = 0)$ koordinatalarini hosilalari hisobga olinmagan bo'lsa, u holda rostlagichning strukturasi oldingi holatga qaytishini va faqat $k_{o.c2}$ ning qiymatini o'zgarishini ko'rish mumkin.

Biroq, inersion statik ob'ektlarni avtomatlashtirishda odatda PI va PID – rostlagichlar ishlatiladi, shuning uchun quyidagi tenglamada keltirilgan statik ob'ekt misolidagi rostlagichlarni olishni ko'rib chiqamiz:

$$\dot{y} + y + u = 0,\ y(0) = Y_0,\ y(\infty) = 0. \qquad (71)$$

Optimallikning umumlashgan skalyar mezonini minimallashtiruvchi funksionalini boshqaruv koordinatalarining hosilalarini hisobga olgan holda quyidagicha yozish mumkin:

$$J = \int_0^\infty \left(y^2 + u^2 + \dot{u}^2\right)dt. \qquad (72)$$

Boshqaruv koordinatalar va ularning hosilalari cheklanmagan. Ushbu masalani (chiqishni optimal stabillashtirish) yechish uchun klassik variatsion hisoblash usulini qo'llaymiz. Lagranj funksiyasini yozamiz:

$$L = y^2 + u^2 + \dot{u}^2 + \lambda(y^2 + y + u). \qquad (73)$$

Eyler tenglamasini yozamiz:

$$2u + \lambda - 2\ddot{u} = 0,\quad 2y + \lambda - \dot{\lambda} = 0.$$

Ob`ektning tenglamasiga (71)-ifodani qo'shamiz va variatsion masala tenglamalari sistemasini hosil qilamiz:

$$\left.\begin{aligned} 2(u - \ddot{u}) + \lambda &= 0, \\ 2y + (\lambda - \dot{\lambda}) &= 0, \\ u + (y + \dot{y}) &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (74)$$

Bu tenglamani yechish uchun uning xarakteristik aniqlanuvchisini yozamiz:

$$\begin{vmatrix} 2(1-p^2) & 0 & 1 \\ 0 & 2 & (1-p) \\ 1 & (1+p) & 0 \end{vmatrix} = 0$$

va xarakteristik tenglamasini topamiz:

$$p^4 - 2p^2 + 2 = 0. \qquad (75)$$

(75)-ifodada keltirilgan tenglamaning to'rtta ildizi mavjud:

$$p_{1,2,3,4} = \pm\sqrt{1 \pm j}. \qquad (76)$$

Ikkita ildizi (p_1 va p_2) manfiy haqiqiy qismdan, qolgan ikkita ildizi (p_3 va p_4) musbat haqiqiy qismdan iboratdir. Jarayonning turg'unlik shartidan optimal sistemaning tenglamasi yechimini quyidagi ifoda ko'rinishida qabul qilamiz:

$$y = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t}. \qquad (77)$$

(77)-ifodani differensiallaymiz:

$$\dot{y} = p_1 C_1 e^{p_1 t} + p_2 C_2 e^{p_2 t}. \qquad (78)$$

(71)-ifodaga (77) va (78)-ifodalarni qo'yamiz va quyidagiga erishamiz:

$$-u = (1 + p_1) C_1 e^{p_1 t} + (1 + p_2) C_2 e^{p_2 t}. \qquad (79)$$

(79)-ifodani differensiallaymiz:

$$-\dot{u} = p_1 (1 + p_1) C_1 e^{p_1 t} + p_2 (1 + p_2) C_2 e^{p_2 t}. \qquad (80)$$

(77)-(80) – ifodalardagi tenglamalar chiziqli hisoblanadi, shuning uchun ularning yechish natijalarini chiziqli boshqaruv qonuni $u^o(y)$ bo'ladi. Shunday qilib, mos ravishda ikkinchi tartibli tenglamani yechimi (77)-ifoda hamda inersion ob'ektning birinchi tartibli tenglamasining yechimi (71)-ifoda hisoblanadi, optimal rostlagich birinchi tartibdan yuqori bo'la olmaydi. Rostlagich tenglamasini quyidagi ko'rinishda qabul qilamiz:

$$D\dot{u} + Cu = Ay + B\dot{y}. \qquad (81)$$

(81)-ifoda asosida (77)-(80)-ifodalardagi tenglamalarga mos ravishda *A, V, S, D* va (77)-ifoda bilan (78)-ifodani hamda (79)-ifoda bilan (80)-ifodani qo'shamiz, quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{gathered} C_1 e^{p_1 t}\left[Bp_1 + A + Dp_1(1+p_1) + C(1+p_1)\right] + \\ + C_2 e^{p_2 t}\left[Bp_2 + A + Dp_2(1+p_2) + C(1+p_2)\right] = 0, \end{gathered} \qquad (82)$$

bu yerda umumiy holda $C_1 \neq 0$ va $C_2 \neq 0$.

Agar (82)-ifodadagi tenglik

$$\left.\begin{aligned} Bp_1 + A + Dp_1(1+p_1) + C(1+p_1) = 0, \\ Bp_2 + A + Dp_2(1+p_2) + C(1+p_2) = 0 \end{aligned}\right\}, \qquad (83)$$

mumkin bo'lsa, u holda (77)-ifodadagi tenglama bilan aniqlangan *u(t)* o'zgarish jarayonining mavjud bo'lish shartidan *u(t)* boshqaruvning mavjudligi kelib chiqadi.

(83)-ifodadagi tenglamalardan optimal rostlagichning *A, V, S* va *D* parametrlarini topish mumkin. Biroq (83)-ifodadagi ikkita tenglamalarda to'rtta noma'lum bo'lganligi uchun uning yechimi bir xil hisoblanmaydi. Bunga bog'liq holda (77)-(80) – ifodalardagi tenglamalar bilan aniqlangan optimal jarayonni ta'minlaydigan optimal rostlagichning turli strukturalarini olish mumkin:

– agar *V=D=0* bo'lsa, u holda proporsionallovchi rostlagich (P-rostlagich):

$$u = (A/D)y; \qquad (84)$$

– agar *A=D=0* bo'lsa, u holda ideal differensiallovich rostlagich (D-rostlagich):

$$u = (B/C)\dot{y}; \qquad (85)$$

– agar *S=V=0* bo'lsa, u holda integrallovchi rostlagich (I-rostlagich):

$$u = \frac{A}{D}\int_0^t y(\tau)d\tau; \qquad (86)$$

– agar $V=0$ bo'lsa, u holda inersion proporsionallovchi rostlagich:

$$D\dot{u} + Cu = Ay; \tag{87}$$

– agar $D=0$ bo'lsa, u holda proporsional-differensiallovchi rostlagich (PD-rostlagich):

$$u = Ay/C + B\dot{y}/C; \tag{88}$$

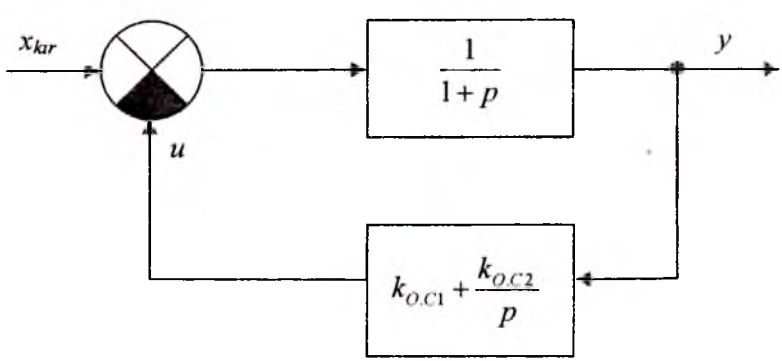
– agar $S=0$ bo'lsa, u holda proporsional-integrallovchi rostlagich (PI-rostlagich):

$$u = k_{o.c1}y + k_{o.c2}\int_0^t y(\tau)d\tau, \tag{89}$$

bu yerda $k_{o.c1} = B/D$, $k_{o.c2} = A/D$.

Statik xatolar bor bo'lganda doimiy g'alayonlanuvchi ta'sirlar mavjudligida P va PD-rostlagichlarda yetishmovchiliklar bo'ladi, D-rostlagich esa chiqishni umuman stabillashtirishni ta'minlay olmaydi. Nolli statik xatolarni ta'minlaydigan (89)-ifodadagi PI-rostlagich ob'ektning chiqishini optimal stabillashtirishni rostlagichi sifatida qabul qilish juda ham maqsadga muvofiqdir.

(71) va (89) - ifodalar asosida ob'ektning chiqishini optimal stabillashtirish sistemasining struktura sxemasini quramiz (5-rasm):



5-rasm. Ob'ektning chiqishini optimal stabillashtirish sistemasining struktura sxemasi

$K_p(p) = k_{oc1} + k_{oc2} / p$ uzatish funksiyali rostlagichning k_{oc1} va k_{oc2} sozlash parametrlarining optimal qiymatlarini aniqlash maqsadida olingan sistemani modellashtiramiz.

Shunday qilib, masalaning yechimini soddalashtirishda ikkinchi tartibli ob'ektlar uchun kvadratik funksionalni qabul qilish maqsadga muvofiqdir. Bunday holda chiqish koordinatalarini hosilasida «jarima» qo'yilmaydi. $q_2 > 0$ koeffitsientda jarayonni tahlil qilsak, bu koeffitsient qancha katta bo'lsa («jarima» dan katta), u holda jarayonning davomiyligining kattaligini va tebranishining kichikligini ko'ramiz. $q_2 > 0$ bo'lganda («mukofot» deb qabul qilingan) jarayon tebranishli bo'ladi. Vazn koeffitsientlarining qiymatlarini ildizli godograflar yoki modellashtirish usullarini qo'llagan holda tanlash mumkin.

Adabiyotlar

1. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. - М.: Наука, 1987. - 712 с.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. ТОМ 1-4. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004.
3. Куропаткин П.В. Оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1980. – 287 с.
4. Основы автоматизации технологических процессов. Учебное пособие, Част I, II. Н.Р.Юсупбеков, Х.З.Игамбердиев, А.Маликов. Ташкент, ТашГТУ, 2007.
5. Егупов Н.Д. Методы анализа, синтеза и оптимизации нестационарных систем автоматического управления. МГТУ. 1999.
6. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами: Учебное пособие. 2003. - 300 с.
7. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы. М.: Высш. шк., 1989.
8. Иванов В.А., Фалдин Н.В. Теория оптимальных систем автоматического управления: Учеб. пособие. М.: Наука, 1981. - 331 с.
9. Заложнев А.Ю. Внутрифирменное управление. Оптимизация процедур функционирования. 2005. -290 с.
10. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление: Учеб. пособие. М.: Наука, 1979.
11. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. М.: «Наука», 1975. -526 с.
12. http://www.ntcnvg.ru

MUNDARIJA

	betlar
Kirish.....	3
1 – Masala	4
2 – Masala	6
3 – Masala	7
4 – Masala	8
5 – Masala	9
6 – Masala	11
7 – Masala	13
8 – Masala	15
9 – Masala	16
10 – Masala	21
11 – Masala	24
Adabiyotlar.....	28

Muharrir: A.Sa'dullaev

Bosishga ruhsat etildi 28.09.2011 y. Bichimi 60x84 1/16.
Shartli bosma tabog'i 1,86. Nusxasi 50 dona. Buyurtma № 295.

TDTU bosmaxonasida chop etildi. Toshkent sh,
Talabalar ko'chasi 54. tel: 246-63-84.