

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA’LIM VAZIRLIGI**

N.R. YUSUPBEKOV, D.P. MUXITDINOV

**TEXNOLOGIK JARAYONLARNI
MODELLASHTIRISH VA
OPTIMALLASHTIRISH ASOSLARI**

*Ikkinchi nashr, qayta ishlangan va to’ldirilgan
O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi
tomonidan darslik sifatida tavsiya etilgan*

TOSHKENT –2019

UO‘K: 66.011 (075)

KBK 65.050

Yu-91

Yu-91 N.R.Yusupbekov. D.P.Muxitdinov.

Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish va boshqarish. –2-nashr, qayta ishlangan va to‘ldirilgan. 2019, 460 bet.

ISBN 978–9943–990–57–9

Darslik kimyo-texnologik jarayonlarni matematik modellashtirish va optimallashtirishga bag‘ishlangan bo‘lib, modda va issqlik almashinish jarayonlari ko‘rib chiqilgan. Bayon qilingan material talabalarni matematik tavsifni tuzish, masalani yechish usulini tanlash, yechim dasturini tuzish va olingan natijalar bo‘yicha jarayonlarni matematik modeil orqali jarayonni o‘rganishga va modelni real obyektga mo‘nandligini o‘rnatishga imkon beradi.

Учебник посвящен математическому моделированию, идентификации химико-технологических процессов и их оптимизации. Рассмотрены массообменные и теплообменные процессы. Изложенный материал позволяет научить студента исследовать процессы методом математического моделирования, включая составление математического описания, его идентификацию реальному объекту, выбор метода решения системы уравнений математического описания, программную реализацию модели и проверку адекватности модели реальному объекту.

The Book is dedicated to system approach of the use the in mathematical modeling chemist-technological processes and their optimization. They Are Considered massfraudent and heat fraudulent processes. The Stated material allows to teach the student to research the processes by method of mathematical modeling, including sheduling the mathematical description, choice of the method of the decision, programme realization to models and check to adequacy to models real object.

Taqrizchilar:

F.T. Adilov – “Ximavtomatika” MChJning bosh direktori, t.f.d.

X.Z. Igamberdiyev – ToshDTU “Axborotlarga ishlov berish va boshqarish tizimlari” kafedrasi professori, akad.

KIRISH

Zamonaviy ishlab chiqarish bu – axborotlashtirilgan boshqarish tizimlari va kommunikatsiya, moliya - iqtisodiyot va marketing xizmatlari, ilmiy texnologik hamda loyihalash markazlarining kimyo-texnologik bosqichlar majmuidir. Raqamli texnika va ma'lumot qayta ishlash usullarining intensiv rivojlanishi natijasida kimyoviy, neft-kimyoviy hamda ularning ichki komplekslaridagi axborotlashtirilgan boshqarish tizimlari va axborot uzatish jarayonining funksionallik ahamiyati tobora oshib bormoqda. Kimyo-texnologik jarayonlarning (KTJ) analizi va sintezi masalarini yechishda, shuningdek, bu jarayonlardagi boshqarish tizimlarini qurish masalalarida matematik modellashtirish usullarini qo'llash maqsadga muvofiqdir.

Matematik modellashtirish optimal boshqarish parametrlari aniqlashda samarali qurol hisoblanadi, ayniqsa, fizikaviy va kimyoviy jarayonlarning qonuniyatlari yetarlicha o'rganilgan holatlarida. Shundan kelib chiqqan holatda tashqi ta'sirlarning keng diapazonida obyektning matematik modelini hisobi orqali boshqarish parametrlarini aniqlash amalga oshiriladi. Matematik modellarni ishlab chiqish usullari orasida quyidagilarni ajratish mumkin:

- analitik – bu usul asosida substansiyaning saqlashning fundamental qonunlari yotadi:

- eksperimental va eksperimental-analitik – bu usul asosida o'rganilayotgan obyektning kirish va chiqish holatlari haqidagi eksperimental ma'lumotlarni statistik qayta ishlash yotadi.

Matematik modellashtirish usullarining rivojlanishi apparatda yuz beradigan texnologik jarayonlarni tadqiq qilish metodologiyasini o'zgartirish imkonini yaratdi, bu esa butun ishlab chiqarish va apparatlarning ierarxik strukturalari, sathlari orqali hodisalarning sabab - oqibat aloqalarini ochishda o'z ifodasini topadi. Texnologik jarayon, unda yuz beruvchi fizik - kimyoviy hodisalarni baholashdan boshlab, alohida sathlar orasidagi o'zaro ta'sirlarni hisobga olib,

integral baholashlargacha tahlil qilinadi. Bu tarzda olingan tavsif jarayonning eng umumiy belgilarini xarakterlab, jarayonning matematik modeli sifatida ko‘rilishi mumkin.

Texnologik qurilmalar quvvatlarining ahamiyatli darajada o‘sishi tashqi va ichki energiya resurslaridan optimal foydalanish bilan bog‘liq qator masalalarning yuzaga kelishini belgilaydi. Shuning uchun ham amaldagi jihozlarni takomillashtirish va yangilarini loyihalashda asosiy e‘tibor texnologik va konstruktiv parametrlarni hisoblashning aniq usullarini ishlab chiqishga qaratiladi. Ko‘rsatilgan masalani yechimi matematik modellashtirish usullarini takomillashtirish va ularni tadqiqot amaliyoti va loyihalash ishlariga tatbiq etish asosida yotadi.

Matematik modellashtirish usuli jarayon tadqiqotining asosiy qismini, qimmat turuvchi va ko‘p hollarda amalga oshirish qiyin bo‘lgan tajribalarsiz uning matematik modelida amalga oshirishga imkon beradi. Texnologik qurilmalar quvvatlarining ahamiyatli darajada o‘sishi tashqi va ichki energiya resurslaridan optimal foydalanish bilan bog‘liq qator masalalarning yuzaga kelishini belgilaydi. Shuning uchun ham amaldagi jihozlarni takomillashtirish va yangilarini loyihalashda asosiy e‘tibor texnologik va konstruktiv parametrlarni hisoblashning aniq usullarini ishlab chiqishga qaratiladi.

Matematik tavsif tuzish ko‘nikmalariga ega bo‘lish va KTJlarning modellarini bilish texnologik jarayonlarni avtomatlashtirish bo‘yicha mutaxassis, muhandis hamda operatorlarga samarali va foydali bo‘lishi mumkin.

Mualliflar.

I bob. HISOBLASH MASHINALARIDA TIZIMLARNI MODELLASH

1.1. Matematik modelashtirish

Kimyoviy texnologiyalarning jarayonlari – bu murakkab fizikaviy - kimyoviy tizimlar, ular ikki xil determinantli – stoxastik tabiatga hamda fa'zo va vaqtda o'zgaruvchi qiymatlarga egadir. Ularda qatnashuvchi moddaning oqimlari quyidagidek: ko'p fazali va ko'p komponentlidir. Fazaning har bir nuqtasida va fazalar chegarasida jarayon o'tish davrida impuls, energiya va massaning eltuvshi vazifasini bajaradi. Umuman butun jarayon konkret geometrik xarakteristikaga ega bo'lgan apparatda bo'lib o'tadi. O'z navbatida, bu xarakteristikalar jarayonning o'tish xarakteriga ta'sir etadi.

Kimyo-texnologik jarayonlarning muhim xossasi shundan iboratki, hodisalarni tashkil etuvchi majmui determinantli-stoxastik tabiatga egadir. Buning tabiati apparatdagi modda - issiqlik o'tkazish va kimyoviy o'zgarishlarga gidrodinamik muhitning stoxastik xossalarini qoplashida ayon bo'ladi. Bu fazalar komponentlarini tashkil etuvchilarining tasodifiy o'zaro ta'sirlashishi (zarrachalar to'qnashishi, ularni maydalanishi, koalesensiyasi, apparat hajmi bo'yicha tasodifiy tarqalishi bilan) yoki apparatdagi geometriya xarakterini chegaraviy shartlari (tartibsiz yotqizilgan nasadka elementlarining tasodifiy joylashishi, katalizatorning donalari, siljuvchi muhitlar fazalararo chegarasining ishlab chiqaruvchi orientatsiyasi va sh.o'.) bilan izohlanadi.

Shunga o'xshash turli tizimlar va komponentlarning tashkil etuvchilarini o'ta murakkab o'zaro ta'sirlashishi bilan xarakterlanadi, buning natijasida ularni klassik determinantlangan moddani olib o'tish va saqlash qonunlar pozitsiyasidan o'rganish imkoni yo'q.

Kimyoviy-texnologik jarayonlarni qanday o'rganish mumkin? Bu muammoni yechish kalitini matematik modellash usuli beradi. Bu usul tizimli tahlil strategiyasiga asoslanadi. Bu strategiyaning mohiyati – jarayonni murakkab o'zaro ta'sirlanuvchi ierarxik tizim deb, uning strukturasini sifatli tahlillab, matematik ifodasini ishlab chiqish va noma'lum parametrlarini baholashdan iboratdir. Masalan, yaxlit suyuq muhitda zarralar, tomchilar yoki gaz pufakchalar ansamblini harakatlanish jarayonida paydo bo'layotgan hodisalar qaralganda, samaralar ierarxiasining beshta sathi ajratiladi:

1) atomar-molekular sathdagi hodisalar majmui; 2) molekulalar tashqi yoki globulyar strukturalar masshtabdagi samaralar; 3) fazalararo energiya va modda olib o'tish hodisalari va kimyoviy reaksiyalarni inobatga oladigan, dispersli fazani birlik ulanish harakatiga bog'liq bo'lgan ko'p fizikaviy-kimyoviy hodisalar to'plami; 4) yaxlit fazada ko'chib yuradigan aralashmalar ansambldagi fizik-kimyoviy jarayonlar; 5) apparat masshtabida makrogidrodinamik muhitni aniqlaydigan jarayonlar majmui. Bunday yondashuv butun jarayonning hodisalari va ular orasidagi bog'lanishlar to'plamini to'la o'rnatishga imkon beradi.

Matematik model orqali obyektning xossalarini o'rganish matematik modellash deb tushuniladi. Jarayon o'tishi optimal sharoitlarini aniqlash, matematik model asosida uni boshqarish va obyektga natijalarini olib o'tish uning maqsadidir.

Matematik model tushunchasi matematik modellash usulining asosiy tushunchasidir. *Matematik model* deb matematik belgilash yordamida ifodalanuvchi, qandaydir hodisa yoki tashqi dunyo jarayonini taxminiy tavsifiga aytiladi.

Matematik modellash o'ziga uchta o'zaro bog'langan bosqichlarni qamrab oladi:

- 1) o'rganilayotgan obyektning matematik tavsifini tuzish;
- 2) matematik tavsifi tenglamalar tizimini yechish usulini tanlash va modellashtiruvchi dastur shaklida uni joriy qilish;
- 3) modelning obyektga monandligi (adekvatligi)ni aniqlash.

Matematik tavsifni tuzish bosqichida obyektida asosiy hodisa va elementlari avval ajratib olinadi va keyin ular orsidagi aloqalar aniqlanadi. Har bir ajratib olingan element va hodisa uchun uning funksiyalanishini aks ettiradigan tenglama (yoki tenglamalar tizimi) yoziladi. Bundan tashqari, matematik tavsifga turli ajratib olingan hodisalar orasiga aloqa tenglamalari kiritiladi. Jarayon nisbatiga qarab matematik tavsif algebraik, differensial, integral va integro-differensial tenglamalar sistemasi ko‘rinishida ifoda etilishi mumkin.

Yechim usulini tanlash va modellashtiradigan dasturni ishlab chiqish bosqichi mavjud usullar ichidan eng samarali (samarali deganda yechimning tezligi va aniqligi nazarda tutiladi) yechim usulini tanlash nazarda tutiladi va avval yechim algoritm shaklida, keyin esa - uni EHMda hisoblashga yaroqli dastur shaklida amalga oshiriladi.

Fizik tushunchalar asosida qurilgan model modellashtirilayotgan jarayon xossalari to‘g‘ri sifatli va miqdorli tavsiflashi ya’ni u modellashtirilayotgan jarayonga monand bo‘lishi kerak. Real jarayonga matematik modelning monandligini tekshirish uchun jarayon o‘tishida obyektidan olingan o‘lchovlar natijasini o‘xshash sharoitlardagi model bashorati natijalari bilan taqqoslash kerak.

Modelning monandligini o‘rnatish bosqichi uni ishlab chiqish bosqichlari ketma-ketligining yakuniysidir. 1.1-rasmda matematik modelni ishlab chiqishning umumiy sxemasi ko‘rsatilgan.

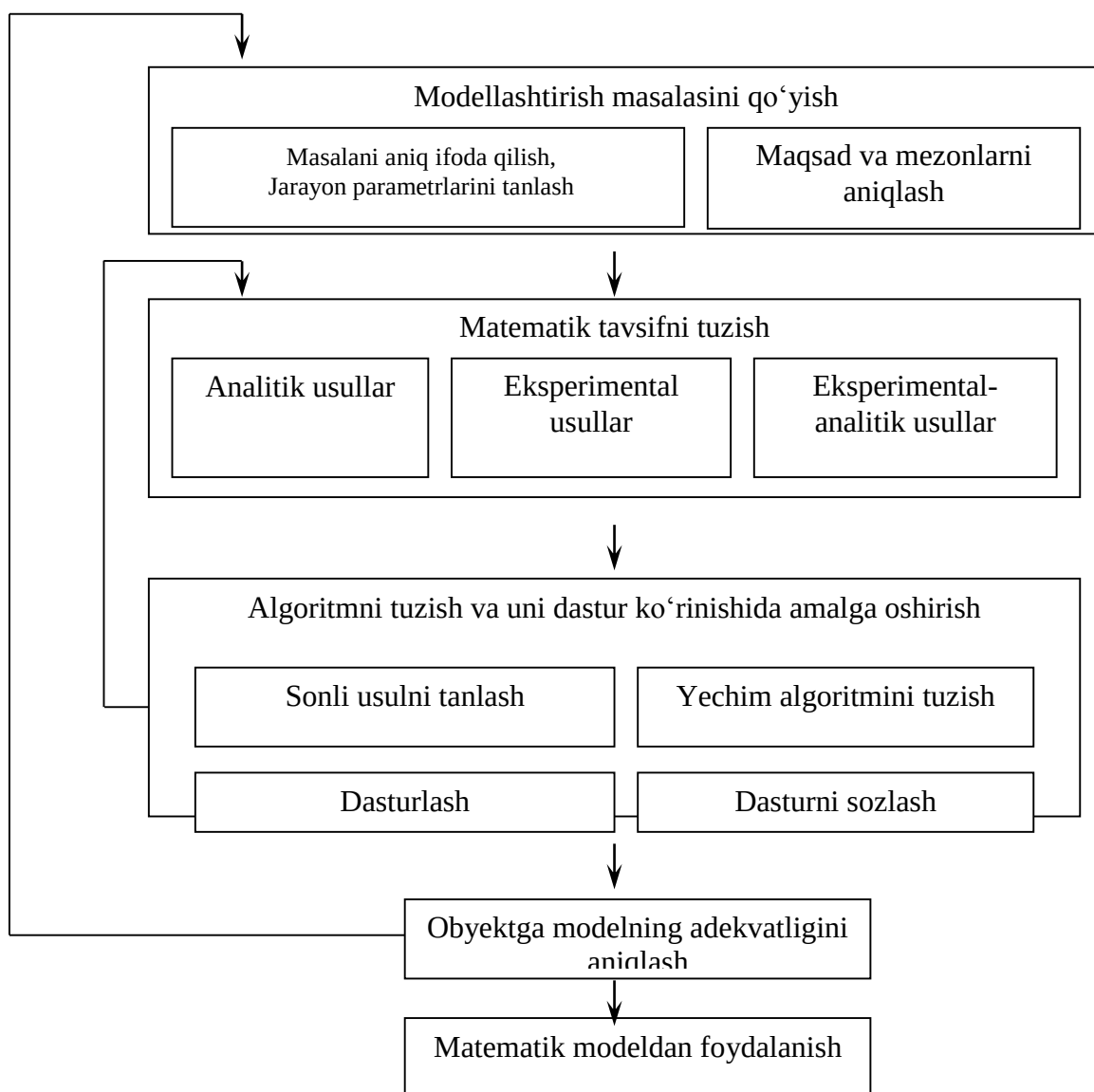
Matematik modelni qurilishida real hodisa soddalashtiriladi, sxemalashtiriladi va olingan sxema hodisalar murakkabligiga bog‘liq holda u yoki boshqa matematik apparat yordamida tavsiflanadi.

Tadqiqotning muvaffaqiyatliligi va olingan natijalarning ahamiyatliligi modelda o‘rganilayotgan jarayonning xarakterli xislatlarini hisobga to‘g‘ri olishga bog‘liq.

Jarayonga ta’sir qiluvchi barcha eng muhim omillar modelda hisobga olingan bo‘lishi va shu bilan birga u ko‘plab kichik ikkinchi darajali omillar bilan ketma-ket bo‘lmasligi kerak, ularni hisobga olish faqat matematik tahlilni

murakkablashtiradi va tadqiqotni o'ta tiqilinch yoki umuman amalga oshmaydigan qilib qo'yadi.

Jarayonlar uchun aniq matematik tavsifi bo'lgan matematik modellash usulini aniq matematik jarayonlar xususiyatlarini o'rganishda qo'llashadi. Matematik tavsifi mukammallik darajasiga bog'liqligiga qarab, ikkita chegaraviy hodisani ajratishimiz mumkin:



1.1-rasm. Matematik modelni ishlab chiqish bosqichlari.

a) modellashtirilayotgan jarayonning barcha asosiy tomonlarini tavsiflaydigan tenglamalar to'la tizimi va bu tenglamalarning barcha soniy qiymatlari ma'lum;

b) jarayonning to'la matematik tavsifi yo'q.

Bu ikkinchi hodisa obyekt haqida to'la bo'lmagan axborotning borligida jarayonlarni boshqarish ishi bo'lganda va g'alayonlar ta'sir etganda masalalarni yechish uchun tipikdir. Tadqiq qilinayotgan hodisalar haqida yetarli axborot yo'qligida ularni o'rganish eng oddiy modellar qurishdan, lekin tadqiq qilinayotgan jarayonning asosiy(sifatli) spetsifikasini buzmasdan boshlanadi.

Shunday qilib, model bilan o'tkazilgan tajribalar natijalari bo'yicha biz ish sharoitidagi originalning xulqini miqdoriy bashorat qilishimiz kerak.

Ishlab chiqarishdagi modellashtirish obyektlari deganda quyidagilarni tushunish kerak:

1. Texnologik tizimlar (TT) – bu texnologik jihozlarning bo'laklari, avtomatik liniyalar, moslashuvchan ishlab chiqarish tizimlar (MICHT).
2. Texnologik jarayonlar (TJ).
3. Texnologik uskunalar ishlayotganda yuz beradigan fizikaviy va kimyoviy jarayonlar (FKJ).

Modellashtirish jarayoniga ikkita asosiy talab qo'yiladi.

Birinchidan, modeldagi eksperiment originaldagi eksperimentga qaraganda soddaroq, tejamliroq, xavfsizroq bo'lishi kerak.

Ikkichidan, modelning sinovi asosida originalning parametrlarini hisoblashda qo'llaniladigan qoidasi bizga ma'lum bo'lishi kerak. Busiz eng yaxshi modellashtirish ham befoyda bo'lib qoladi.

Toza ko'rinishda (alohida) berilgan obyektlarning matematik modellari kam qo'llaniladi, ular quyidagidek kombinatsiyalangan. Masalan, TT matematik modellarida TJ matematik modellaridan foydalaniladi, ularda, o'z navbatida, FJ, KJ va FKJ matematik modellaridan foydalaniladi.

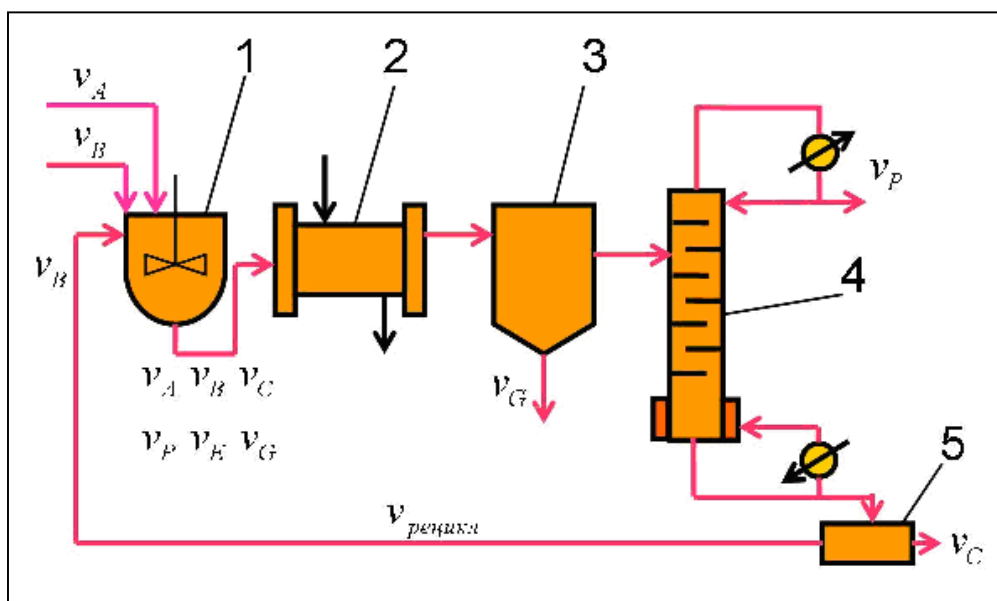
Zamonaviy model termini bir necha ma'nolarda qo'llaniladi.

O'rganilayotgan obyekt tadqiqotning turli bosqichlarida o'rnini bosuvchi qandaydir obyekt – bu modeldir.

Qo'yilgan maqsadga erishish uchun eng muhim xossalarini aks ettiruvchi original obyektning maqsadli ko'rinishi – bu modeldir.

Model – bu xayoliy tasavvurdagi yoki moddiy amalga oshirilgan tizim bo‘lib, obyektni aks etishi yoki tadqiqot obyektni tiklashi hamda obyektni o‘rganish va u haqida yangi axborot keltirish maqsadida uni o‘rnini bosishi mumkin bo‘lgan tizim.

Shunday qilib, har bir modelni yaratish doim qandaydir maqsadni ko‘zlaydi.



1.2-rasm. Mahsulotni olish jarayonining texnologik sxemasi(KTS).

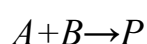
Matematik modellar quyidagilar uchun ishlab chiqiladi:

1. FJ, FKJ, TJ, TT larni tavsiflash.
2. FJ, FKJ, TJ, TT larni tadqiq qilish.
3. TJ, TT larni loyihalash.
4. TJ, TT larni loyihalashda optimallashtirish.
5. Avtomatlashtirilgan loyihalash tizimlarini qurish.

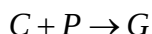
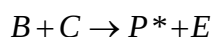
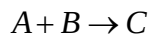
Matematik modelning ko‘rinishi, tarkibi va murakkabligi qaysi obyektni tavsiflaydi va qaysi maqsadlar uchun ishlab chiqilganiga bog‘liqdir.

Misol.

R mahsulotni olish reaksiyasi:



Asosiy bosqichlari:



Matematik modelni yaratish uchun TJ ning tizimiy tahlilini bajarish lozim.

KTT – jarayonning texnologik sxemasi chambarchas bog‘langan, yagona ishlash maqsadiga ega va tizimiy tahlil prinsiplariga, xususan komplekslilik va ierarxik bo‘ysunuvchanlikka bo‘ysunadigan nimtizim (ayrim apparatlardagi jarayonlar) larning to‘plami sifatida ko‘riladi. Umumiy ko‘rinishda kimyo-texnologik jarayon (KTJ) fizik-kimyoviy tizim – FKT sifatida shakllanadi.

FKT – fazoda taqsimlangan vaqtda o‘zgaruvchan, gomogenlikning har bir nuqtasida va fazalar bo‘linish chegarasida modda, energiya va impulsni ularning manbalari (oqib tushishlar) borligida olib o‘tish ro‘y beradigan yaxlit ko‘p fazali ko‘p komponentli muhit hisoblanadi.



1.2. Modellastirish tizimlari turlarining tasnifi

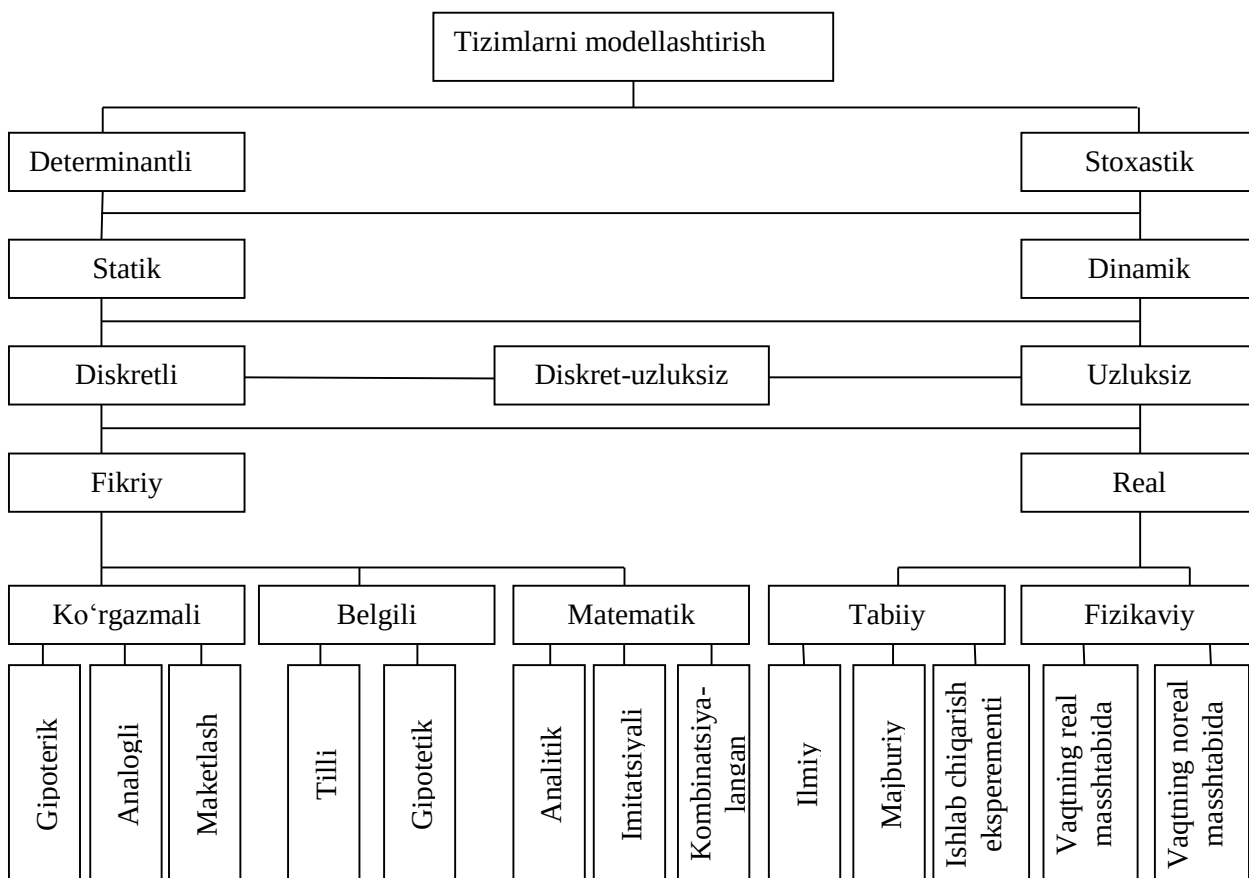
Modellastirish asosida o'xshashlik nazariyasi yotadi, u shuni tasdiqlaydiki, mutlaq o'xshashlik bir obyektning boshqa xuddi shunday obyekt bilan almashtirish mavqeiga ega bo'lishi mumkin. Modellastirishda mutlaq o'xshashlik o'rinli emas va shuning uchun obyektни tadqiq qilinayotgan ishlash tarafini yetarli, yaxshi aks ettirishga intilish kerak. Shuning uchun modellastirish turlarini tasniflash alomatlardan biri sifatida – modelning to'lalilik darajasini tanlash mumkin va modellarni shu alomatga muvofiq to'liq, to'liq bo'lmagan va taxminiylarga bo'lish mumkin. To'liq modellastirish asosida nafaqat vaqtda, balki fazoda ham namoyon bo'ladigan to'liq o'xshashlik yotadi. To'liq bo'lmagan modellastirish uchun o'rganilayotgan obyektga modelning to'liq bo'lmagan o'xshashligi xarakterlidir. Taxminiy modellash asosida taxminiy o'xshashlik yotadi, bunda, real obyektning ba'zi ishlash taraflari mutlaq modellastirishmaydi.

S tizimlarini modellastirish turlarining tasnifi 1.3-rasmda keltirilgan. S tizimda o'rganilayotgan jarayonlar xarakteriga muvofiq modellastirishning barcha turlari determinatlangan va stoxastik, statik va dinamik, diskret, uzluksiz va diskret – uzluksizlarga bo'linishi mumkin. *Determinatlangan modellastirish* determinatlangan jarayonni aks ettiradi, ya'ni har qanday tasodifiy ta'sirlarning yo'qligi inobatga oladigan jarayonlarni nazarda tutadi; *Stoxastik modellastirish* ehtimollik jarayonlar va hodisalarni aks ettiradi. Bu holda tasodifiy jarayonning qator amalga oshirilishlari tahlillanadi va o'rta ta'riflar, ya'ni bir turdagi amalga oshirishlarning to'plami baholanadi. *Statik modellastirish* qandaydir vaqt lahzasida obyekt xulqini tavsiflash uchun xizmat qiladi, *dinamik modellastirish* esa vaqtda obyektning xulqini aks ettiradi. *Diskret modellastirish* diskretliligi nazarda tutilgan jarayonlarni tavsiflash uchun xizmat qiladi va shunga muvofiq uzluksiz modellastirish tizimlarda uzluksiz jarayonlarni aks ettirish uchun imkon beradi, *diskret – uzluksiz modellastirishdan* esa diskret hamda uzluksiz jarayonlarni ajratib ko'rsatish zarur bo'lgan hollarda foydalaniladi.

Xayoliy modellashtirish.

Xayoliy modellashtirish ba'zi hollarda vaqtning berilgan oralig'ida amalga oshirib bo'lmaydigan yoki ularni jismoniy shartlaridan tashqarida yotganligi uchun obyektlarni modellashtirishning yagona usuli hisoblanadi. Masalan, xayoliy modellashtirish asosida mikroolamdagi fizik tajriba o'tkazishga imkon bermaydigan ko'p vaziyatlarni tahlillash mumkin. Xayoliy modellashtirish ayoniy, belgili va matematik ko'rinishda amalga oshirilishi mumkin.

Obyektni (S tizimni) taqdim etish shakliga muvofiq xayoliy va real modellashtirishni ajratish mumkin.



1.3-rasm. Tizimlarning modellashtirish turlarining tasnifi.

Ayoniy modellashtirish.

Ayoniy modellashtirishda, obyektida o'tadigan hodisalar va jarayonlarni aks ettiruvchi real obyektlar haqida turli ayoniy modellar inson tushunchalari asosida

yaratiladi. *Gipotetik modellashtirish* asosida real obyektida jarayonlar o'tish qonuniyatlari haqida tadqiqotchi qandaydir gipotezani asos qilib oladi. Bu gipoteza obyekt haqida tadqiqotchining bilim darajasini aks ettiradi va o'rganilayotgan obyektning kirish va chiqish orasidagi sabab - oqibat aloqalarga asoslanadi. Gipotetik modellashtirish formal modellarni qurish uchun obyekt haqidagi bilimlar yetishmayotganda ishlatiladi.

Analogli modellashtirish.

Analogli modellashtirish turli darajadagi analogiyalarni qo'llashga asoslanadi. Faqat oddiy obyektlar uchun o'rinli bo'lgan eng yuqori darajalilari to'liq analogiya hisoblanadi. Obyektni murakkablashishi bilan keyingi darajalardagi analogiyalardan foydalaniladi, bunda, analogli model obyektни ishlashining bir nechta yoki faqat bir tarafini aks ettiradi.

Xayoliy ayoniy modellashtirishda *maketlash* muhim o'rin ega. Xayoliy maket real obyektida o'tadigan jarayonlar fizikaviy modellashtirishga imkoni bo'lmagan yoki modellashtirishning boshqa turlarini o'tkazishdan oldin qo'llanilishi mumkin bo'lgan hollarda qo'llaniladi. Xayoliy maketlarni qurish asosida analogiyalar yotadi, biroq odatda obyektidagi hodisalar va jarayonlar orasidagi sabab – oqibat bog'lanishlarga asoslanadi. Agar ba'zi tushunchalar, ya'ni alomatlarni belgilashni hamda alomatlar orasida ma'lum amallarni kiritsak, unda *alomatli modellashtirishni* amalga oshirish mumkin va alomatlar yordamida tushunchalar to'plamini aks ettirish mumkin, ya'ni so'zlardan ayrim gaplar va zanjirlar tuzish mumkin. Ko'plik nazariyasining birlashtirish, kesishish va to'ldirish amallarini qo'llab, ayrim belgilar orqali real obyektlarga tavsiflar berish mumkin.

Tilli modellashtirish.

Tilli modellashtirish asosida qandaydir tezaurus (bir tilning mukammal lug'ati) yotadi. U kiruvchi tushunchalar to'plamidan tashkil topadi, uning ustiga bu to'plam fiksatsiyalangan bo'lishi kerak. Shuni qayd etish kerakki, tezaurus va oddiy lug'at orasida prinsipial farqlar bor. Tezaurus – lug'at, bir xil bo'lmaganlikdan tozalangan, ya'ni unda har bir so'zga yagona tushuncha muvofiq

bo'lishi kerak, garchi oddiy lug'atda bir so'zga bir nechta tushunchalar muvofiq bo'lishi mumkin.

Belgili modellash real obyektning o'rnini bosadigan va uning munosabatlarini asosiy xossalari ma'lum alomatlar va belgilarning tizimi yordamida ifoda etadigan mantiqiy obyektning yaratishning sun'iy jarayonidir.

Ixtiyoriy S tizimlarning faoliyat ko'rsatish jarayoni xarakteristikasini tadqiq qilish uchun ushbu jarayonni formallashtirish kerak, ya'ni uning matematik modelini tuzish kerak.

Matematik modellash.

Matematik modellash deganda – berilgan real obyektning ba'zi bir matematik obyektga muvofiqligini belgilash jarayoni tushuniladi. Bu matematik obyekt matematik model deb ataladi va bu modelni tadqiq qilish o'rganilayotgan real obyekt xarakteristikalarini olish imkonini beradi. Matematik modelning turi nafaqat real obyekt tabiatiga bog'liq, balki obyektning tadqiq masalalariga va talab qilinadigan ishonchlilik hamda masalani yechish aniqligiga bog'liq. Har qanday matematik model, boshqalarga o'xshab, haqiqatga yaqinlashishning ba'zi darajasi bilan real obyektning tavsiflaydi. Sistemalar ishlash jarayoni xarakteristikalarini tadqiq qilish uchun matematik modellashni analitik, imitatsion va kombi-natsionlarga bo'lish mumkin.

Analitik modellash uchun shu narsa xarakterliki, tizim elementlarini ishlash jarayonlari qandaydir funksional munosabatlar (algebraik, integro - differensial, chekli – ayirmali va sh.o'.) yoki mantiqiy shartlar ko'rinishida yoziladi.

Analitik modelning tadqiqot usullari.

Analitik model quyidagi usullar bilan tadqiq qilinishi mumkin:

a) analitik, bu usul izlanayotgan xarakteristikalar uchun umumiy ko'rinishda aniq bog'liqliklarni olish kerak bo'lganda qo'llaniladi;

b) sonli, bu usul umumiy ko'rinishda tenglamalarni yechishni bilmasdan, aniq boshlang'ich ma'lumotlarda sonli natijalarni olish kerak bo'lganda qo'llaniladi;

d) sifatli, bu usul aniq ko‘rinishda yechimni olmasdan, yechimning ba’zi xossalari topish mumkin (masalan, yechimning turg‘unligini baholash) bo‘lganda qo‘llaniladi.

Agar S sistemaning izlanayotgan xarakteristikalar boshlang‘ich sharoitlari, parametrlari va o‘zgaruvchanlarini bog‘layotgan aniq ifodalar ma’lum bo‘lsa, tizimning ishlash jarayonini eng to‘liq tadqiqotini o‘tkazish mumkin. Lekin bunday bog‘liqliklarni olish faqatgina oddiy tizimlar uchun muvaffaqiyatli bo‘ladi. Tizimlar murakkablashganda ularni analitik usul bilan tadqiqlash katta qiyinchiliklarga olib keladi va ba’zida bu qiyinchiliklarni yengib bo‘lmaydi. Shuning uchun, analitik usuldan foydalanishni istaganda tizimning loqal umumiy xususiyatlarini o‘rganish uchun birlamchi model ancha soddalashtiriladi.

Sonli usul analitik usulga nisbatan tizimlarning kengroq sinfini tadqiq qilishga imkon beradi, lekin bunda, olingan yechimlar xususiy xarakterga ega bo‘lib, SHK (shaxsiy kompyuter) dan foydalanganda sonli usul g‘oyat samaralidir. Ba’zi bir hollarda tizim tadqiqotchisini matematik modelning sifatli usuli tahlilidan foydalanib olingan xulosalar qanoatlantirishi mumkin. Bunday sifatli usullar, masalan, boshqarish tizimlarning turli variantlarini samarasini baholash uchun avtomatik boshqarish nazariyasida keng qo‘llaniladi.

Hozirgi vaqtda katta tizimlarning ishlash jarayoni xarakteristikalarini tadqiq qilishda mashinali amalga oshirish usullari keng tarqalgan. EHM da matematik modelni amalga oshirish uchun unga muvofiq modellashtirish algoritmi qurish kerak.

Imitatsion modellashtirish.

Imitatsion modellashtirishda S tizimning vaqt bo‘yicha ishlash jarayonini amalga oshiruvchi modelning algoritmi qayta ishlab chiqiladi va shu bilan birga elementar hodisalar imitatsiyalanadi. Ularning vaqt bo‘yicha yuz berishi hamda mantiqiy strukturalarini saqlagan holda tizim xarakteristikalarini baholash imkonini beruvchi, vaqtning ma’lum momentlaridagi jarayonning holati haqidagi boshlang‘ich ma’lumotlarni olish imkonini beradi.

Tahliliy modellashtirishga nisbatan imitatsion modellashtirishning asosiy afzalligi murakkabroq masalalarni yechish imkonini hisoblanadi. Imitatsion modellar diskret va uzluksiz elementlarning mavjudligi, tizim elementlarining egri chiziqli xarakteristikalarini, ko'plab tasodifiy ta'sirlar va boshqa tahliliy tadqiqotlarda qiyinchiliklarni tez-tez paydo qiladigan omillarni hisobga olish imkonini beradi. Hozirgi vaqtda imitatsion modellar – katta tizimlarni tadqiq qilishda eng samarali bo'lib, ba'zida tizimning xulqi haqida, ayniqsa, uni loyihalash bosqichida axborot olishni yagona amaliy ommabop usuli hisoblanadi.

S tizimni ishlash jarayonini imitatsion modelda qayta ishlab chiqarish natijasida olingan natijalar, tasodifiy qiymatlar va funksiyalarning amalga oshirishlari bo'lganda, jarayon xarakteristikalarini olish uchun uni ko'p karra qayta ishlab chiqish talab qilinadi.. Keyin axborot statistik qayta ishlanadi va imitatsion modelning mashinali amalga oshirish usuli sifatida statistik modellashtirish usulidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Avval statistik sinovlar usuli ishlab chiqiladi va u o'zi tasodifiy qiymatlar va funksiyalarni modellashtirish uchun qo'llaniladigan sonli usulni ifodalaydi hamda ularning ehtimollik xarakteristikalarini tahliliy masalalar yechimlari bilan mos tushadi (bunday protsedura Monte - Karlo usuli deb ataladi). Shundan keyin bu usuldan tasodifiy ta'sirlarga duchor bo'lgan tizimlarning ishlash jarayonlari xarakteristikalarini tadqiq qilish maqsadida mashinali imitatsiya uchun foydalana boshlashdi, ya'ni statistik modellashtirish usuli paydo bo'ldi.

Shunday qilib, statistik modellashtirish usulini keyingi bosqichlarda imitatsion modelning mashinali amalga oshirish usuli deb, statistik sinovlar usuli (Monte - Karlo) ni esa tahliliy masalani yechishning sonli usuli deb ataymiz.

Imitatsion modellashtirish usuli tizim strukturasi variantlarini, tizimni boshqarish turli algoritmlar samarasini, tizimning turli parametrlarini o'zgarishining ta'sirini baholash masalalarini inobatga olib, S katta tizimlar tahlili masalalarini yechishga imkon beradi. Samaradorlikni baholashning ba'zi mezonlari bo'yicha optimal bo'lgan ma'lum chegaralanishlarda berilgan xarakteristikalarini bilan tizimni yaratish talab qilinganda imitatsion modellashtirish

katta tizimlarning strukturaviy, algoritmik va parametrik sintezi asosida qo'yilishi mumkin.

Imitatsion modellar asosida tizimlarning mashinali sintezi masalalarini yechishda, qayd qilingan tizimning tahlili uchun modellashtirish algoritmlarini ishlab chiqishdan tashqari, tizimning optimal variantini qidirish algoritmini ham ishlab chiqish kerak. Mashinali modellashtirish uslubiyatini asosiy mazmuni berilgan modellashtirish algoritmlari bilan tizimlarning tahlili va sintezi masalalariga mos keluvchi ikkita asosiy bo'linga ajratamiz: statika va dinamika.

Kombinatsiyalangan modellashtirish.

Kombinatsiyalangan modellashtirish (tahliliy-imitatsion) tizimlarning tahlili va sintezida tahliliy va imitatsion modellashtirishning fazilatlarini birlashtirishga imkon beradi. Kombinatsiyalangan modellarni qurishda obyektning ishlash jarayonini tashkil etuvchi nimjarayon uchun dastlabki dekompozitsiya o'tkaziladi va ular uchun imkon bo'lganda tahliliy modellar ishlatiladi, qolgan nimjarayonlar uchun esa imitatsion modellar quriladi. Bunday kombinatsiyalangan yondashuvda faqat tahliliy va imitatsion modellashtirishdan alohida foydalanish imkoni bo'lmaganda tizimlarning sifatli yangi sinflarini qamrab olishga imkon beradi.

Real modellashtirish.

Real modellashtirishda yoki real obyektida butunlayin, yoki uning qismida turli xarakteristikalarini tadqiq qilish imkonidan foydalaniladi. Bunday tadqiqotlar nafaqat normal rejimlarda ishlayotgan obyektlarda o'tkazilishi mumkin, balki tadqiqotchini qiziqtirayotgan xarakteristikalarini baholash uchun maxsus rejimlarni tashkillashtirishda (o'zgaruvchilar va parametrlarning boshqa qiymatlarida, vaqtning boshqa masshtabida va h.k.) ham amalga oshirilishi mumkin. Real modellashtirish eng monand bo'lgan modellashtirish hisoblanadi, lekin real obyektlarning xossalarini hisobga olganda uning imkoniyatlari chegaralangan bo'lib qoladi. Masalan, korxonaning ABT (Avtomatik boshqarish tizimlari) ni real modellashtirish uchun, birinchidan, shunday ABTni yaratish, ikkinchidan esa, boshqariladigan obyektida tajribalar o'tkazish, ya'ni butun korxonada tajribalar

o'tkazish talab qilinadi, lekin ko'p hollarda buning imkoni yo'q. Real modellashtirishning turli xilliligini ko'rib chiqamiz.

Modellashtirishda kibernetik modellashtirish o'ziga xos o'ringa ega. Kibernetik modellashtirishda modellarda kechayotgan fizik jarayonlarning obyektida bo'lib o'tayotgan jarayonlarga bevosita o'xshashligi bo'lmaydi. Bu holda qandaydir funksiyani aks ettirishga intilinadi va real obyekt «qora quti» sifatida qaraladi, unda qator kirishlar va chiqishlar bo'lib, ular orasidagi ba'zi bir aloqalar modellashtirishiriladi. Kibernetik modellardan foydalanganda ko'pincha tashqi muhitning ta'sirlaridagi obyektning xulq taraflari tahlil qilinadi.

Shunday qilib, kibernetik modellar asosida boshqarishning ba'zi bir axborot jarayonlarini aks ettirish yotadi, bu real obyektning xulqini baholashga imkon beradi. Bu holda imitatsion modelni qurish uchun real obyektning tadqiq qilinayotgan funksiyasini ajratish kerak, bu funksiyani kirishlar va chiqishlar orasidagi ayrim aloqa operatorlari ko'rinishida, mutlaq boshqa matematik bog'lanishlar bazasida hamda tabiiy, jarayonning boshqa holatlarda fizikaviy amalga oshiriladi.

1.3.Shaxsiy kompyuterlarda tizimlarni modellashtirish imkoniyatlari va samaradorligi

Tadqiq qilinayotgan va loyihalashtirilayotgan S tizimlarda stoxastik jarayonlar o'tishini o'rganish zarurati bilan bog'langan yirik tizimlarni ishlash sifatining talab qilinayotgan ko'rsatkichlarini ta'mirlash, bir-birini o'zaro to'ldiruvchi nazariy va eksperimental tadqiqotlarning majmuini o'tkazish imkonini beradi. Yirik tizimlarni eksperimental tadqiq qilish samaradorligi real tizim bilan tabiiy eksperimentlarni o'tkazish talab qilganligi sababli yoki katta moddiy sarflarni va ko'p vaqtni talab qilganligini, yoki umuman amaliy iloji bo'lmaganligi sababli (masalan, loyihalashtirish bosqichida real tizim mavjud bo'lmaganda) ancha past bo'ladi. Nazariy tadqiqotlar samaradorligi amaliy nuqtayi nazaridan ularning natijalari talab qilinayotgan aniqlik darajasi va tahliliy bog'lanishlarning

ishonchliligi ma'lum analitik tenglamalar yoki tadqiq qilinayotgan tizimlarning ishlash jarayoniga mos keluvchi xarakteristikalarini olish uchun tegishli modellashtiruvchi algoritmlar ko'rinishida taqdim etilgandagina ko'rinadi.

Zamonaviy kompyuterlarni paydo bo'lishi murakkab tizimlarini tadqiqot qilishga tahliliy usullarni keng joriy etishga hal qiluvchi zamin bo'ldi. Buning asosida modellar va usullar, masalan, matematik dasturlash, yirik tizimlarda boshqarish masalalarini yechish uchun amaliy vosita bo'lib qoldi. Haqiqatan, bu masalalarni yechish uchun yangi matematik usullarni yaratishda katta yutuqlarga erishilgan edi, lekin matematik dasturlash murakkab tizimlarning ishlash jarayonini tadqiq qilishning amaliy vositasi bo'lib qolmadi, chunki matematik dasturlash modellari ulardan samarali foydalanish uchun takomillashmagan bo'lib chiqdi. Tizimning stoxastik xossalarini hisobga olish zarurati, kirish axborotining aniqlovchi emasligi, o'zgaruvchanlar va parametrlarning katta soni orasida korrelatsion aloqalarning mavjudligi, tizimlarda jarayonlarni xarakterlovchi, murakkab matematik modellar qurishga olib keladi va tahliliy usul bilan shunday tizimlarni tadqiq qilishda muhandislik amaliyotida qo'llash imkonini bermaydi. Amaliy hisoblar uchun yaroqli tahliliy bog'liqliklarni faqat soddalashtiruvchi va shu bilan birga tadqiq qilinayotgan haqiqiy jarayonning tasvirini buzadigan taxminlar mavjudligida olish imkonini beradi. Shuning uchun oxirgi vaqtlarda tizimlarni loyihalashtirish bosqichida monandroq modellarni tadqiq qilishga imkon beruvchi usullarni ishlab chiqarish zarurati sezilmoqda. Ko'rsatilgan jihatlar shunga olib keladiki, yirik tizimlarni tadqiqot qilishda imitatsion modellashtirish usullari kengroq qo'llaniladi.

1.3.1. Tizimlarning ishlash jarayonini shakllantirish va algoritmash

Hisoblash texnikasining rivojlanishi bilan yirik tizimlarini tadqiq qilishda mashinali modellashtirish usuli eng samarali usul bo'lib qoldi va usiz ko'pgina yirik xalq xo'jalik muammolarini yechish mumkin emas. Shuning uchun

muhandis-sistematexniklarni tayyorlashda dolzarb masalalardan biri – matematik modellashtirish nazariyasi va usullarini o'zlashtirish hisoblanadi. Bular nafaqat o'rganilayotgan obyektlar modellarini qurish, ular dinamikasini tahlil qilish va model bilan mashinali eksperimentni boshqarish imkonini beradi, balki o'rganilayotgan tizimlarga yaratilayotgan modellarning monandligi haqida ma'lum miqdorda, qo'llanish chegarasida fikr yuritish mumkinligi hamda zamonaviy hisoblash texnika vositalarida tizimlarning modellashtirishni to'g'ri tashkil qilish imkonini beradi.

Mashinali modellashtirishning matematik, algoritmik, dasturiy va amaliy jihatlarini ko'rishdan avval, hisoblash texnikasi vositalarida amalga oshirilayotgan obyektlar matematik modellarining keng sinfi uchun umumiy metodologik jihatlarini o'rganish kerak. Hisoblash texnikasi vositalaridan foydalanib modellashtirish real obyektida katta yoki kichik tezlik bilan o'tayotgan hodisalar mexanizmini tabiiy tajribalarda qisqa vaqt davomida bo'lib o'tadigan yoki o'tishi uchun uzoq vaqt kerak bo'ladigan o'zgarishlarning ishonchli natijalarini olish imkonini beradi. Mashinali model kerak bo'lganda haqiqiy vaqtni shartli «cho'zish» yoki «siqish» imkonini beradi, chunki mashinali modellashtirish reallikdan farqlanadigan tizimli vaqt tushunchasi bilan bog'liq. Undan tashqari, dialogli tizimda mashinali modellashtirish ABT personalini obyektни boshqarishda, masalan, boshqarish jarayonini amalga oshirish uchun kerakli amaliy malakani ishlab chiqish zarur bo'lgan ishbilarmon o'yinlarni tashkil etishda yechimlar qabul qilishga o'rgatadi.

Tizimning mashinali modellashtirish mohiyati o'zida ayrim dasturiy majmuani ifoda etadigan model bilan hisoblash mashinasida tajribani o'tkazishdan iborat bo'lib, uning ishlash jarayonini S tizim elementlarining shaklan va (yoki) algoritmik tavsiflaydi, ya'ni ular bir-biri bilan va tashqi muhit E bilan o'zaro ta'sirlashadi. Mashinali modellashtirish tizimning ishlash sifatini baholash mezonini aniq ifoda etish va uning maqsadi to'la shakllanishi qiyin bo'lgan hollarda muvaffaqiyatli qo'llaniladi, chunki u EHM ning dasturiy – texnik imkoniyatlarining insonning noformal kategoriyalar bilan fikr yuritishini birga olib

borish imkonini yaratadi. Kelajakda turli pog'onadagi ABTlarni yaratishda tadqiqotning eng samarali vosita sifatida shaxsiy va malakaviy EHM yordamida tizimlarni modellashtirishga asosiy diqqat-e'tibor qaratiladi.

S tizim ishlash jarayonining M modeliga qo'yiladigan asosiy talablarni ifodalaymiz:

1. Modelni to'liqligi foydalanuvchiga tizimning talab qilinadigan aniqlik va ishonchlilik bilan xarakteristikalar baholarining zarur to'plamini olish imkonini berishi kerak.

2. Struktura, algoritm va tizimning parametrlari variatsiyalaganda turli vaziyatlar tiklanish imkonini modelning moslanuvchanligi ta'minlashi kerak.

3. Mavjud resurslarga cheklanishlarni hisobga olganda yirik tizim modelini ishlab chiqish davomiyligi va amalga oshirilishi imkon boricha minimal bo'lishi kerak.

4. Modelning strukturasi blokli bo'lish kerak, ya'ni butun modelni qayta ishlamasdan almashtirish, qo'shish va chiqarib tashlash imkoniga ega bo'lishi kerak.

5. Axborot ta'minoti ma'lum sinfdagi tizimlarning ma'lumotlar bazasi bilan modelning samarali ishlash imkoniga yo'l berishi kerak.

6. Dasturiy va texnik vositalar modelning samarali (tez ishlash va xotira bo'yicha) mashinali amalga oshishi va foydalanuvchining u bilan qulay muloqotini ta'minlashi kerak.

7. Chegaralangan hisoblash resurslari mavjudligida tizim modeli bilan tahliliy-imitatsion yondashuvdan foydalanib maqsadga yo'naltirilgan (rejalashtirilgan) mashinali tajribalarni o'tkazishni amalga oshirish kerak.

Ushbu talablarni hisobga olib, S tizimlarni hamda ularning nimtizimlari va elemenlarni EHMda modellashtirishda haqqoniy bo'lgan asosiy qoidalarni ko'rib chiqamiz. S tizim mashinali modellashtirilganda uning ishlash jarayonining xarakteristikolari M model asosida aniqlanadi. M model modellashtirish obyekti haqida mavjud kirish axborotdan kelib chiqib quriladi. Obyekt haqidagi yangi axborot olinganda, yangi axborotni hisobga olish bilan uning modeli qayta ko'rib

chiqiladi va aniqlanadi, ya'ni modellashtirish jarayoni modelning ishlab chiqish hamda mashinali amalga oshirishni o'z ichiga olgan holda, iteratsiyalidir. Bu iteratsiyali jarayon S tizimning qo'yilgan tadqiq qilish va loyihalashtirish masalani yechish doirasida monand deb hisoblash mumkin bo'lgan M model olinguncha davom etadi.

EHM yordamida tizimlarni modellashtirishni quyidagi hollarda qo'llash mumkin:

a) tashqi muhitning va modellashtirish obyekting parametrlar, algoritmlar hamda strukturalarning o'zgarishiga bo'lgan sezgirligini aniqlash maqsadida loyihalanishidan oldin S tizimlarni tadqiq qilish uchun;

b) tizimning turli variantlarining sintezi va tahlili uchun S tizimini loyihalash bosqichida;

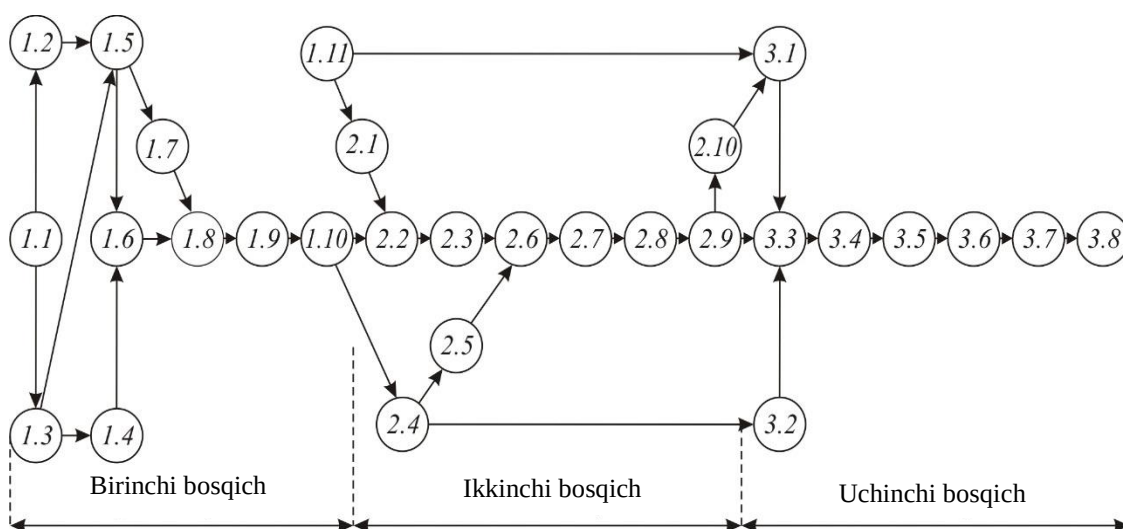
d) tizimni loyihalash va joriy qilish tugagandan keyin, ya'ni uning ishlashida, real tizimni tabiiy sinovlar (ishlashi) natijalarini to'ldiruvchi axborotni va vaqt davomida tizimning rivojlanish bashoratlarini olish uchun.

Mashinali modellashtirish hamma qayd etilgan holatlarga qo'llanilayotgan umumiy qoidalar mavjud. Hatto modellashtirishning aniq usullari bir-biridan farq qilganda ham modellarning turli modifikatsiyalari mavjuddir, masalan, mashinali modellashtirish metodologiya asosida qo'yilishi mumkin bo'lgan aniq dasturiy-texnik vositalardan foydalanib modellashtirish algoritmlarni mashinali amalga oshirish sohasida, tizimlarni modellashtirish amaliyotida umumiy tamoyillarni ifodalash mumkin.

S tizimni modellashtirish asosiy bosqichlarini ko'rib chiqamiz, ular qatoriga quyidagilar kiradi:

- tizimning konseptual modelini qurish va uni formallash;
- tizim modelini algoritmlash va uni mashinali amalga oshirish;
- tizimni modellashtirish natijalarini olish va talqin qilish.

1.4-rasmda ko'rsatilgan tizimlarni modellashtirishning qayd qilingan bosqichlarini o'zaro bog'liqligi va ular tarkibi (nimbosqichlar) tarmoqli grafik ko'rinishida keltirilgan.



1.4-rasm. Tizimlarni modellashtirish bosqichlarining o‘zaro bog‘liqligi.

Bu nimbosqichlarni sanab o‘tamiz: 1.1 - tizimning mashinali modellashtirish masalasini qo‘yilishi; 1.2 - tizimning mashinali modellashtirish masalasini tahlili;

1.3 - modellashtirish obyekti haqida kirish axborotlariga talablarni aniqlash va uni yig‘ishni tashkillashtirish; 1.4 -gipotezalarni qo‘yish va farazlarni qabul qilish; 1.5 - model parametrlari va o‘zgaruvchilarini aniqlash; 1.6 - modelning asosiy mazmunini aniqlash; 1.7 - tizimning samaradorligini baholash mezonlarini asoslash;

1.8 - approksimatsiya protseduralarini aniqlash; 1.9 - tizimning konseptual modelini tavsifi; 1.10 - konseptual model ishonchliligini tekshirish; 1.11 - birinchi bosqich bo‘yicha texnik hujjatlarni tuzish; 2.1 - modelning mantiqiy sxemasini qurish;

2.2 - matematik bog‘liqliklarni olish; 2.3 - tizim modelining ishonchliligini tekshirish; 2.4 - modellashtirish uchun hisoblash vositalarini tanlash; 2.5 - dasturlash bo‘yicha ishlarni bajarish rejasini tuzish; 2.6 - dasturning sxemasini qurish; 2.7 - dastur sxemasining ishonchliligini tekshirish; 2.8 - model dasturlashini o‘tkazish; 2.9 - dasturning ishonchliligini tekshirish; 2.10 - ikkinchi bosqich bo‘yicha texnik hujjatlarni tuzish; 3.1 - tizim modeli bilan mashinali eksperimentni rejalashtirish; 3.2 - hisoblash vositlariga talablarni aniqlash; 3.3 -

ishchi hisoblarni o'tkazish; 3.4 - tizimning modellashtirish natijalarining tahlili; 3.5 - modellashtirish natijalarini namoyish qilish; 3.6 - modellashtirish natijalarini talqin qilish; 3.7 - modellashtirish yakunlarini chiqarish va tavsiyalarni berish; 3.8 - uchinchi bosqich bo'yicha texnik hujjatlarni tuzish.

Shunday qilib, S tizimning modellashtirish jarayoni, uch bosqich ko'rinishida guruhlangan, qayd etilgan nimbosqichlarni bajarishga olib keladi. M_K konseptual modelini qurish bosqichida va uni shakllanishida modellashtirish tirilayotgan obyektни uni ishlash jarayonining asosiy tuziluvchilarini ajratish nuqtayi nazaridan tadqiq qilinadi, modellashtirishning ikkinchi bosqichida modelni ketma-ket algoritmlash va dasturlash yo'li bilan M_M mashinali modelga o'zgartirilishi zarur bo'lgan aproksimatsiyalar aniqlanadi va S tizim modelining umumlashgan sxemasi paydo bo'ladi. Tizimni modellashtirishning oxirgi uchinchi bosqichi, tanlangan dasturiy-texnik vositalardan foydalangan holda olingan rejaga muvofiq EHM da ishchi hisoblarni o'tkazish, E tashqi muhit ta'sirini hisobga olib S tizimni modellashtirish natijalarini olish va talqin qilishga olib keladi. Ravshanki, yangi axborotni olishda, modelni qurishda va uni mashinali amalga oshirishda ilgari qabul qilingan yechimlar qayta ko'rilishi mumkin, ya'ni modellashtirish jarayoni iteratsiyalidir. Har bir bosqichning mazmunini batafsilroq ko'rib chiqamiz.

1.3.2. Tizimning konseptual modelini qurish va uni shakllantirish

Mashinali modellashtirishning birinchi bosqichida - S tizimning M_K konseptual modelini qurish va uni shakllantirishda - model shakllantiriladi va uning shakllangan sxemasi quriladi, ya'ni bu bosqichning asosiy vazifasi obyektning ma'noli tavsifidan uning matematik modeliga, boshqacha so'z bilan aytganda, shakllantirish jarayoniga o'tishdir.

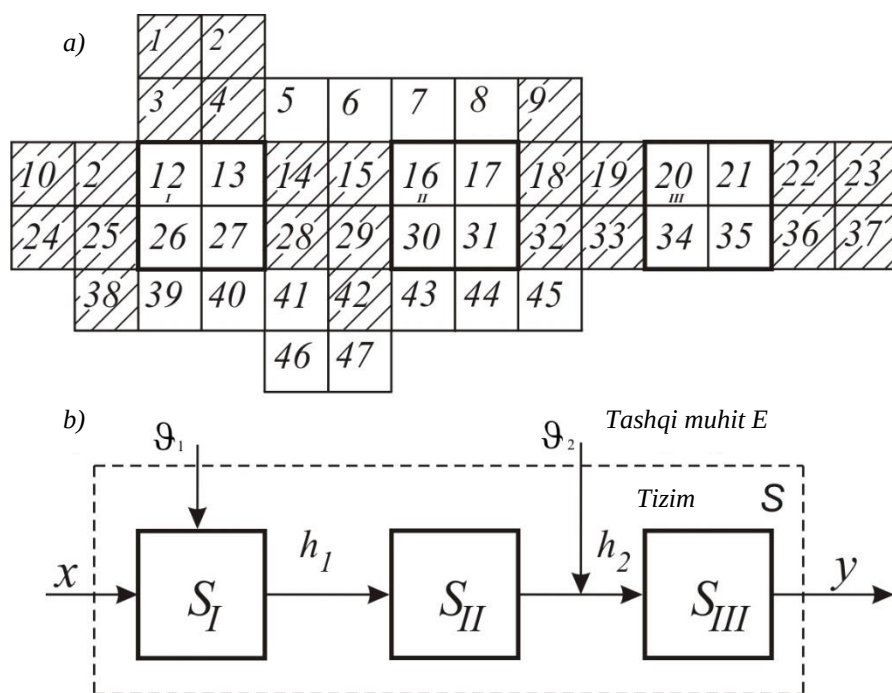
Hozirgi vaqtda EHM da tizimlarni modellashtirish — yirik tizimlar tavsiflarini baholashning eng universal va samarali usulidir. Bu ishda eng ko'p mas'uliyatli va eng kam shakllangan lahzalari S tizim va E tashqi muhit orasidagi

chegarani o'tkazishdir, tizim tavsifini soddalashtirish va avval konseptual, keyin esa tizimning shaklli modelini qurishdir. Model monand bo'lishi shart, bo'lmasa modellashtirishning ijobiy natijalarini olib bo'lmaydi, ya'ni tizimning ishlash jarayonini monand bo'lmagan modelda tadqiq qilish umuman ma'noni yo'qotadi. Adekvat model deb S tizimni modelini ishlab chiquvchini tushunchasining darajasida ma'lum yaqinlik bilan E tashqi muhitda uning ishlashini aks ettiruvchi modelga aytiladi. Blokli tamoyil bo'yicha tizimni ishlash modelini qurish eng oqilonadir. Bunday model bloklarining uchta avtonom guruhini ajratish mumkin. Birinchi guruh bloklari o'zidan S tizimga E tashqi muhitni ta'sir qilish imitatoridir; ikkinchi guruh bloklari tekshirilayotgan S tizimning aslida ishlash jarayonining modelidir; uchinchi guruh bloklari yordamchilar va ikkita birinchi guruh bloklarining mashinali amalga oshirish uchun hamda modellashtirish natijalarini qayd qilish va qayta ishlash uchun xizmat qiladi. Ayrim gipotezali tizimni shu jarayon modeliga ishlash jarayonining tavsifidan o'tish mexanizmini ko'rib chiqamiz. S tizimning ishlash jarayoni xossalarini tavsiflash haqida, ya'ni 1.5 a-rasmda ko'rsatilganday kvadratlar bilan shartli tasvirlangan uning M_K konseptual modeli haqida ayrim elementlar majmui sifatida, ko'rgazma uchun tushunchani kiritamiz.

S tizimni, E tashqi muhitni ta'siri va h.k. tadqiq qilinayotgan ishlash jarayonining bu kvadratlari o'zida ayrim nimjarayonlarni namoyon etadi. Bu talqindagi tizimning tavsifidan uning modeliga o'tish tavsifning ayrim ikkinchi darajali elementlarini (elementlar 5-8, 39-41, 43-47) chiqarib tashlashga olib keladi. Bu elementlar model yordamida tadqiq qilinayotgan jarayonlarning ketishiga katta ta'sir qilmaydi deb taxmin qilinadi.

Elementlarning bir qismi (14, 15, 28, 29, 42) passiv aloqalar h_1 bilan almashtiriladi, ular tizimning (1.5 b-rasm) ichki xossalarini aks ettiradi. 1-4, 10, 11, 24, 25 elementlarning ayrim qismi x kiruvchi omillar va v_1 tashqi muhit ta'sirlari bilan almashtiriladi. Kombinatsiyalangan almashtirishlar ham bo'lishi mumkin: 9, 18, 19, 32, 33 elementlar h_2 passiv aloqa va E tashqi muhitning ta'siri

bilan almashtirilgan. 22, 23, 36, 37 elementlari u tashqi muhitga tizimning ta'sirini aks ettiradi.



1.5-rasm. Tizimning modeli: a) konseptual; b) blokli.

S tizimning qolgan elementlari, tadqiq qilinayotgan tizimning ishlash jarayonini aks ettiruvchi S_I , S_{II} , S_{III} bloklarga guruhlanadi. Bloklarning har biri yetarli darajada avtonomdir, bu ular orasidagi eng kichik aloqalar sonida ifoda etiladi. Bu bloklar xulqi yaxshi o'rganilishi va ularning har biri uchun matematik model qurilishi kerak. Matematik model o'z navbatida qator nimbloklarga ega bo'lishi mumkin. Tadqiq qilinayotgan S tizimning ishlash jarayonining qurilgan blokli modeli olingan modelning mashinali amalga oshirishda o'tkazilishi mumkin, bu jarayon tavsifning tahlili uchun belgilangan. Modellashtirilayotgan S tizimning tavsifidan blok usuli bo'yicha qurilgan uning modeli M_K ga o'tgandan keyin, turli bloklarda o'tayotgan jarayonlarning matematik modellarini qurish kerak. Tizim S ishlash jarayonining tavsiflarini aniqlaydigan tizim strukturasi, algoritmlar xulqi, tizimning parametrlari, tashqi muhitning E ta'sirlari, boshlang'ich shartlar va vaqtga bog'liqlikdagi matematik model o'zida bog'lanishlar majmuini ifoda etadi (masalan, tenglamalar, mantiqiy shartlar, operatorlar). Matematik model tadqiq

Shunday qilib, har qanday S tizimning ishlash jarayonini shakllanishidan oldin uni tarkiblovchi hodisalarni o'rganish kerak. Natijada o'zida o'rganilayotgan jarayon uchun xarakterli qonuniyatlarni birinchi harakatda aniq ifoda etishni namoyon etuvchi va amaliy masalani qo'yishdan iborat bo'lgan jarayonning mazmunli tavsifi paydo bo'ladi. Mazmunli tavsif keyingi shakllanish bosqichlariga boshlang'ich material bo'lib hisoblanadi: tizimning ishlash jarayonini shakllangan sxemasiga va bu jarayonning matematik modelini qurishga. EHM da tizimning ishlash jarayonini modellashtirish uchun jarayonning matematik modelini muvofiq modellovchi algoritm va mashinali dasturga o'zgartirish kerak.

M_K tizimni va uni formallashtirish (1.4-rasmga qarang) konseptual modelini qurishning asosiy nimbosqichlarini batafsilroq ko'rib chiqamiz.

1. Tizimning mashiali modellashtirish masalasini qo'yilishi. S aniq tizimning tadqiq qilish masalasini aniq ifoda etish berilmoqda va shunday masalalarga asosiy e'tibor qaratiladi:

- a) masala mavjudligini va mashinali modellashtirish zarurligini tan olish;
- b) mavjud resurslarni hisobga olib masalani yechish uslubini tanlash;
- d) masalaning masshtabi va uni nimmasalalarga ajratish imkoniyatini aniqlash.

Turli nimmasalalarni yechish ustuvorligi haqidagi savolga ham javob berish kerak, imkon bor matematik usullar samaradorligi va ularni yechishning dasturiy-texnik vositlarini baholash. Bu masalalarni puxta ishlab chiqish tadqiqot masalasini ifoda etish va uni amalga oshirishga kirishish imkonini beradi. Bunda modellashtirish jarayonida masalani birlamchi qo'yilishi qayta ko'rib chiqilishi mumkin.

2. Tizimni modellashtirish masalasining tahlili. Masala tahlilini o'tkazish modellashtirish usuli bilan uni yechishda kelib chiqadigan qiyinchiliklarni yengishga yordam beradi. Ko'rilayotgan ikkinchi bosqichda asosiy ish tahlilni aynan o'tkazishga qaratiladi va quyidagilarni inobatga oladi:

- a) S tizimning ishlash jarayoni samaradorligini baholash mezonlarini tanlash;
- b) M modelning endogen va ekzogen o'zgaruvchilarini aniqlash;
- d) imkoni bor identifikatsiya usullarini tanlash;
- e) tizimning modelini algoritmlashning ikkinchi bosqichi mazmunini dastlabki tahlilini va uning mashinali amalga oshirishni bajarish;
- f) tizimning modellashtirish natijalarini olish va talqin qilish, uchinchi bosqich mazmunini dastlabki tahlilini bajarish.

3. Modellashtirish obyekti haqida kirish axborotiga talablarni aniqlash va uni yig'ishni tashkillashtirish. S tizimni modellashtirish masalasi qo'yilgandan keyin axborotga talablar aniqlanadi. Axborotdan bu masalani yechish uchun zarur sifatli va miqdorli kirish ma'lumotlari olinadi. Bu ma'lumotlar masalani, uni yechish usullarining mazmunini chuqurroq tushunishga yordam beradi. Shunday qilib, bu nimbosqichda quyidagilar: a) S tizimi va E tashqi muhit haqida zarur ma'lumotni tanlash; b) aprior ma'lumotlarni tayyorlash; d) mavjud eksperimental ma'lumotlarning tahlili; e) tizim haqida axborotni dastlabki qayta ishlash usullari va vositalarni tanlash yordamida olib boriladi.

Bunda shuni esda saqlash kerakki, modellashtirish obyekti haqida kirish axborot sifatiga nafaqat model monandligi, balki modellashtirish natijalarining ishonchliligi ham jiddiy bog'liqdir.

4. Gipotezalarni ko'rsatish va farazlarni qabul qilish. S tizimning modelini qurishda gipotezalar tadqiqotchi tarafidan masalani tushunishdagi «kamchiliklar» ni to'ldirish uchun xizmat qiladi. Mashinali eksperiment o'tkazishda haqqoniyligi tekshiriladigan S tizimning modellashtirish imkoni bor (joiz) natijalariga nisbatan gipotezalar ham ko'rsatiladi. Farazlar shuni nazarda tutadiki, ba'zi bir ma'lumotlar noma'lum yoki ularni olish mumkin emas. Farazlar masalani yechish talablariga javob bermaydigan ma'lum ma'lumotlarga nisbatan qo'yilishi mumkin. Farazlar modellashtirishning tanlangan darajasiga muvofiq modelni soddalash imkonini beradi. Gipotezalarni ko'rsatishda va farazlarni qabul qilishda quyidagi omillar

hisobga olinadi: a) masalalarni yechish uchun mavjud axborotlarning hajmi; b) yetarli bo'lmagan axborotli nimmasalalar; d) masalani yechish uchun vaqt resurslariga chegaralanishlar; e) kutilayotgan modellashtirish natijalari.

Shunday qilib, S tizimning modeli bilan ishlash jarayonida, modellashtirishning olingan natijalari va obyekt haqida yangi axborotga bog'liqligiga qarab, bu nimbosqichga ko'p marta qaytib kelish mumkin.

5. Modelning parametrlari va o'zgaruvchilarini aniqlash. Matematik modelning tavsifiga o'tishdan avval, h_k , $k=1$, n_H tizimning parametrlarini, x_i , $i=1$, n_x , $y_i=1$, n_y kirish va chiqish o'zgaruvchilarini, $v_i=1$, bu tashqi muhitning ta'sirini aniqlash kerak. Bu nimbosqichning yakuniy maqsadi – E tashqi muhitda ishlayotgan, S tizimning matematik modelini qurishga tayyorgarlikdir. Buning uchun modelning barcha parametr va o'zgaruvchilarini ko'rib chiqish va tizimning yaxlit ishlash jarayoniga ularning ta'sir darajasini baholash zarur. Har bir parametr va o'zgaruvchilarning tavsifi quyidagi shaklda berilish kerak:

a) ta'rif va qisqacha tavsif; b) belgilash simvoli va o'lchash birligi; d) o'zgarish ko'lami; e) modelda qo'llash joyi.

6. Modelning asosiy mazmunini aniqlash. Bu bosqichda modelning asosiy mazmuni aniqlanadi va qabul qilingan gipotezalar va farazlar asosida ishlab chiqilgan tizimning modelini qurish usuli tanlanadi. Bunda quyidagi xususiyatlari hisobga olinadi: a) tizimning modellashtirish masalasini ifodalash (formulirovkalash); b) S tizimning strukturasi va uning xulqi algoritmlari, E tashqi muhitning ta'siri; d) modellashtirish masalasining yechish vositalari va imkoni bo'lgan usullari.

7. Tizimning samaradorligini baholash mezonlarini asoslash. Modellashtirilayotgan S tizimning ishlash jarayonining sifatini baholash uchun samaradorlikni baholash mezonlarining ba'zi majmuini tanlash kerak. Ya'ni

masalaning matematik qo'yilishi samaradorlikni baholash uchun kerakli munosabatni xuddi tizimning parametrlari va o'zgaruvchilarining funksiyalarini olish kabi amalga oshirishga olib keladi. Bu funksiya o'zidan parametrlar va o'zgaruvchilarning o'zgarishi tadqiq qilinayotgan sohada javob yuzasini ifodalaydi va tizimning reaksiyasini aniqlashga imkon beradi. S tizimning samaradorligini ko'rilayotgan masalaga qarab integralli yoki xususiy mezonlar yordamida baholash mumkin.

8. Approksimatsiya protseduralarini aniqlash. S tizimda o'tayotgan real jarayonlarni approksimatsiyalash uchun odatdagiday protseduralarning uchta ko'rinishidan foydalaniladi: a) determinanlangan; b) ehtimolli; d) o'rta qiymatlarni aniqlash.

Determinanlangan protsedura qo'llanganda modellashtirish natijalari S tizimning kirish ta'sirlari, parametrlari va o'zgaruvchilari berilgan majmui bo'yicha bir qiymatli aniqlanadi. Bu holda modellashtirish natijalariga ta'sir qiluvchi tasodifiy elementlar bo'lmaydi. Ehtimoliy protsedura tasodifiy elementlar, E tashqi muhit ta'sirini qamrab olganda, S tizimning ishlash faoliyati xarakteristikasiga ta'sir qiladi va chiqish o'zgaruvchilarining taqsimlash qonuniyatlari haqida axborotni olish zarur bo'lganda qo'llaniladi. O'rta qiymatlarni aniqlash protsedurasi tizimning modellashtirishda tasodifiy elementlar mavjudligida chiqish o'zgaruvchilarning o'rta qiymatlari qiziqtirganda qo'llaniladi.

9. Tizimning konseptual modelini tavsiflash. Tizimning modelini qurish bu nimbosqichida: a) M_K konseptual model abstraktli atamalar va tushunchalarda tavsiflanadi; b) namunaviy matematik sxemalardan foydalanib modelning tavsifi beriladi; d) gipotezalar va farazlar yakuniy qabul qilinadi; e) modelni qurishda real jarayonlarning approksimatsiya protseduralarini tanlash asoslanadi. Shunday qilib, bu nimbosqichda masalaning to'liq tahlili o'tkaziladi, uning yechish uchun turli usullari ko'riladi va modellashtirishning ikkinchi bosqichida qo'llaniladigan M_K konseptual modelning mukammal tavsifi beriladi.

10. Konseptual model ishonchliligini tekshirish. M_K konseptual modelning tavsifidan keyin, S tizimning modellashtirishni keyingi bosqichiga o'tishdan avval modelning ayrim konsepsiyalarining ishonchliligini tekshirish kerak. Konseptual modelning ishonchliligini tekshirish murakkabroq, chunki uni qurish jarayoni evristikdir va bunday model abstrakt atamalar va tushunchalarda tavsiflanadi. M_K modelni tekshirish usullaridan biri – modelni tahlil qilishga imkon beruvchi teskari o'tish operatsiyalarni qo'llash, qabul qilingan approksimatsiyalarga qaytish va, nihoyat, modellashtirilayotgan S tizimda oqayotgan real jarayonlarni qaytadan ko'rishdir. M_K konseptual modeli ishonchliligini tekshirish o'z ichiga quyidagilarni qamrab olishi kerak: a) model g'oyasini tekshirish; b) kirish axborot ishonchliligini baholash; d) modellashtirish masalasini qo'yilishini ko'rib chiqish; e) qabul qilingan approksimatsiyalarning tahlili; f) gipotezalar va farazlarni tadqiq qilish.

M_K konseptual modelini faqat puxta tekshirishdan keyingina modelni mashinali amalga oshirish bosqichiga o'tish kerak, chunki M_K modelidagi xatolar modellashtirishning ishonchli natijalarini olishga imkon bermaydi.

11. Birinchi bosqich bo'yicha texnikaviy hujjatlarni tuzish. M_K konseptual modelini qurish bosqichi va uni shakllantirish oxirida bosqich bo'yicha texnikaviy hisobot tuziladi, u quyidagilardan iborat : a) S tizimni modellashtirish masalasining to'liq qo'yilishi; b) tizimni modellashtirish masalasining tahlili; d) tizim samaradorligini baholash mezonlari; e) tizim modelining parametrlari va o'zgaruvchilari; f) modelni qurishda qabul qilingan gipotezalar va farazlar; g) modelni abstrakt atamalar va tushunchalarda tavsiflash; h) S tizimni modellashtirishdan kutilayotgan natijalarini tavsiflash.

Texnikaviy hujjatlarni tuzish - S tizimini modellashtirishni muvaffaqiyatli o'tkazishning majburiy shartidir, chunki yirik tizim modelini ishlab chiqish jarayonida va uni mashinali amalga oshirilishida turli bosqichlarda turli kasb mutaxassislar guruhlarini ishtirok etadi (masalani qo'yuvchilardan boshlab

dasturchilargacha) va ushbu hujjat qo'yilgan masalani modellashtirish usuli bilan yechishda ularni samarali hamkorlik qilishining vositasi bo'lib xizmat qiladi.

1.3.3. Modelni algoritmlash va uni mashinali amalga oshirish

Modellashtirishning ikkinchi bosqichida - modelni algoritmlash va uni mashinali amalga oshirish bosqichida - birinchi bosqichda shakllangan matematik model, konkret mashinali modelga aylanadi. S tizimni ishlash jarayonining M_M mashinali modeli ko'rinishida g'oyalar va matematik sxemalarni amalga oshirishga yo'naltirilgan bu bosqich amaliy faoliyat bosqichini ifoda etadi.

Modelning algoritmlash va mashinali amalga oshirish nimbosqichlarini ko'rishdan avval, modellashtirish algoritmlarini qurishning asosiy tamoyillari va ularni ifoda etish shakllarida to'xtalamiz.

S tizimning ishlash jarayonini R - o'lchovli fazoda uning holatlarini $\vec{z} = z(z_1(t), z_2(t), \dots, z_R(t))$ ketma-ketli almashish sifatida ko'rish mumkin. Ma'lumki, tadqiq qilinayotgan S tizimning ishlash jarayonini modellashtirish masalasi z funksiyalarni qurishdir va ushbu funksiyalar asosida tizimning ishlash jarayonini qiziqtiruvchi tavsiflar hisobini bajarish mumkin. Buning uchun z funksiyani o'zgaruvchilar, parametrlar va vaqt bilan bog'lovchi bog'liqliklar hamda $t = t_0$ vaqt lahzasining $\vec{z} = z(z_1(t^0), z_2(t^0), \dots, z_R(t^0))$ boshlang'ich shartlari bo'lishi kerak.

Qandaydir S_D determinirlangan, tasodifiy omillari bo'lmagan, ya'ni $\vec{z}^0 = \Phi(\vec{z}^0, \vec{x}, t)$ ko'rinishida bunday tizimning holatlar vektorini aniqlash mumkin bo'lgan, tizimning ishlash jarayonini ko'rib chiqamiz. Unda $t_0 + j\Delta t$ vaqt lahzasida jarayon holatini ma'lum boshlang'ich shartlar bo'yicha matematik model bog'liqliklaridan bir xil aniqlash mumkin. Bu tizimni ishlash jarayonining modellashtirish algoritmini qurishga imkon beradi. Buning uchun Z modeli

bog'liqliklarini shunday ko'rinishga o'zgartiramizki, $z_i(\tau)$, $i = 1, R$ qiymatlari bo'yicha $z_1(t + \Delta t)$, $z_2(t + \Delta t), \dots, z_R(t + \Delta t)$ larni hisoblash qulay bo'lsin, bunda, $\tau \leq t$. Boshlang'ich lahzada t_0 vaqtni ko'rsatadigan tizimli vaqtning hisoblagichini tashkillashtiramiz. Bu lahza uchun $z_i(t_0) = z_i^0$ Δt vaqt intervalini qo'shamiz, unda hisoblagich $t_1 = t_0 + \Delta t$ ni ko'rsatadi. Endi $z_i(t + \Delta t)$ qiymatlarini hisoblaymiz. Keyin $t_2 = t_1 + \Delta t$ vaqt lahzasiga o'tamiz va h.k. Agar Δt qadam etarli kichik bo'lsa, unda shu yo'l bilan z ning taxminiy qiymatlarini olish mumkin bo'ladi.

S_R stoxastik tizimning ishlash jarayonini ko'rib chiqamiz, ya'ni tasodifiy omillar ta'sir ko'rsatadigan tizimni. Bunday tizim uchun $\tau \leq t$ vaqt lahzasida z jarayonning holatlar funksiyasi va model bog'liqliklari $t + \Delta t$ vaqt lahzasida $z_i(t + \Delta t)$ uchun faqat ehtimolliklar taqsimlanishini aniqlaydi. Umumiy holda ehtimolliklar muvofiq taqsimlanishi bilan berilayotgan z^0 boshlang'ich shartlari tasodifiy bo'lishi ham mumkin. Bunda modellashtirish algoritmining strukturasi stoxastik tizimlar uchun asosan oldingiday qoladi. Faqat $z_i(t + \Delta t)$ holati o'rniga endi ehtimolliklar taqsimlanishini imkoniy holatlar uchun hisoblab chiqish kerak. Tizimli vaqt hisoblagichi t_0 vaqtni ko'rsatmoqda deylik. Berilgan ehtimollik taqsimlanishiga muvofiq z_i^0 tanlanadi. Keyin, taqsimlanishdan chiqib, berilgan vaqt intervalida tasodifiy ko'p o'lchamli $z_i(t)$ jarayonning imkoniy amalga oshirilishlardan biri qurilmaguncha $z_i(t + \Delta t)$ holat yuzaga keladi va h.k.

Ko'rilgan modellashtirish algoritmlarni qurish tamoyili « Δt tamoyili» deb ataladi. Bu eng universal tamoyildirki, Δt vaqtning berilgan intervallari orqali S tizimning ishlash jarayoni ketma-ket holatlarini aniqlashga imkon beradi. Lekin mashinali vaqtni sarflash nuqtayi nazaridan u ba'zan tejankor bo'lmay qoladi.

Ayrim tizimlarni ishlash jarayonlari o'rganilganda, ular uchun holatlarning ikki xili xarakterliligini ko'rish mumkin:

1) maxsus, tizimning ishlash jarayonida faqat ba'zi vaqt lahzalariga tegishli (kirish yoki boshqarish ta'sirlarini kelish lahzalari, tashqi muhitning g'alayonlari va sh.o'.);

2) maxsusmas, ularda jarayon barcha qolgan vaqtda bo'ladi.

Maxsus holatlar yana shu tomonlar bilan xarakterliki, $z_i(t)$ holatlar funksiyalari vaqtning bu lahzalarida tez o'zgaradi, maxsus holatlar orasida esa $z_i(t)$ koordinatalarini o'zgarishi ravon va uzluksiz bo'lib o'tadi yoki umuman o'tmaydi. Shunday qilib, S tizimning modellashtirishda, faqat vaqtning o'sha lahzalaridagi maxsus holatlarini bo'lib o'tishini kuzatib, $z_i(t)$ funksiyalarni qurish uchun zarur bo'lgan axborotni olish mumkin. Ko'rinmoqdaki, tavsiflangan tizimlar turi uchun «maxsus holatlar tamoyili» bo'yicha modellashtirish algoritmlarini qurish mumkin. z holatning cakrash ko'rinishli (releli) o'zgarishini δz deb belgilaymiz, «maxsus holatlar tamoyili» esa — « δz tamoyili» deb ataymiz.

Masalan, ommaviy xizmat tizimi uchun «Q-sxema» maxsus holatlar sifatida P priborga xizmat qilish talabnomalarni kelib tushish lahzalaridagi va K kanallar talabnomalariga xizmat ko'rsatish tugagan lahzalaridagi holatlarini tanlanishi mumkin, unda talabnomalar mavjud soni bilan baholanayotgan tizimning holati sakrab o'zgaradi.

Maxsus holatlardagi bunday tizimlarning ishlash jarayonini tavsiflari maxsus holatlar haqidagi axborot bo'yicha baholanishini, maxsus emas holatlari esa modellashtirishda qaralmasligini belgilab o'tamiz. «o'z tamoyili» « Δt tamoyili» ga nisbatan modellashtirish algoritmlarini amalga oshirish mashinali vaqtini qator tizimlar uchun ancha kamaytirish imkonini beradi. «O'z tamoyili»ni amalga oshiruvchi modellashtirish algoritmini qurish mantiqi ko'rilgan « Δt tamoyili» uchun shu bilan farq qiladiki, S tizimning maxsus holatiga muvofiq t_δ vaqt lahzasini aniqlash protsedurasini o'ziga oladi. Yirik tizimlarni ishlash jarayonini tadqiq qilish uchun modellashtirish algoritmlarini qurish kombinatsiyalangan tamoyilidan foydalanish oqilona hisoblanadi. U o'zida ko'rilgan har bir tamoyillarning afzalliklariga ega.

Tizimlarni ishlash jarayoni modellar mantiqiy struktura va mashinali dasturlarni ifodalashning qulay shakli – sxemadir. Modellastirishning turli bosqichlarida modellastirish algoritmlarning umumlashgan va batafsil mantiqiy sxemalari hamda dastur sxemalari tuziladi.

Modellastirish algoritmining umumlashgan (yiriklashgan) sxemasi tizimning modellastirishida hech qanday aniqllovchi detallarsiz harakatlarning umumiy tartibini beradi. Umumlashgan sxema shuni ko‘rsatadiki, modellastirishning navbatdagi qadamida nimani bajarish kerak, masalan, tasodifiy sonlar datchigiga murojaat qilish.

Modellastirish algoritmining batafsil sxemasi umumlashgan sxemada bo‘lmagan aniqliklarni o‘z ichiga oladi. Batafsil sxema nafaqat, tizimni modellastirish navbatdagi qadamida nimani bajarish kerakligini, balki buni qanday bajarish kerakligini ham ko‘rsatadi.

Modellastirish algoritmining mantiqiy sxemasi o‘zida S tizimni ishlash jarayon modelining mantiqiy strukturasini ifodalaydi. Modellastirish masalasini yechish bilan bog‘liq mantiqiy operatsiyalarning vaqt bo‘yicha tartiblangan ketma-ketligini mantiqiy sxema ko‘rsatadi.

Dasturning sxemasi aniq matematik ta’minotdan foydalanib modellastirish algoritmining dasturiy amalga oshirish tartibini aks ettiradi. Dasturning sxemasi o‘zidan aniq algoritmik til bazasida dasturni ishlab chiquvchi modellastirish algoritmining mantiqiy sxemasini talqin qiladi. Bu sxemalar orasidagi farq shundan iboratki, tizimni ishlash jarayoni modelini mantiqiy strukturasini mantiqiy sxemasi aks ettiradi, dastur sxemasi esa – modellastirishning aniq dasturiy-texnik vositalaridan foydalanib modelni mashinali amalga oshirish mantiqini aks ettiradi.

1.3.4. Modellastirish natijalarini olish va talqin qilish

Modellastirishning uchinchi bosqichida - modellastirish natijalarini olish va talqin qilish bosqichida - tuzilgan va sozlangan dastur bo‘yicha ishchi hisoblarni

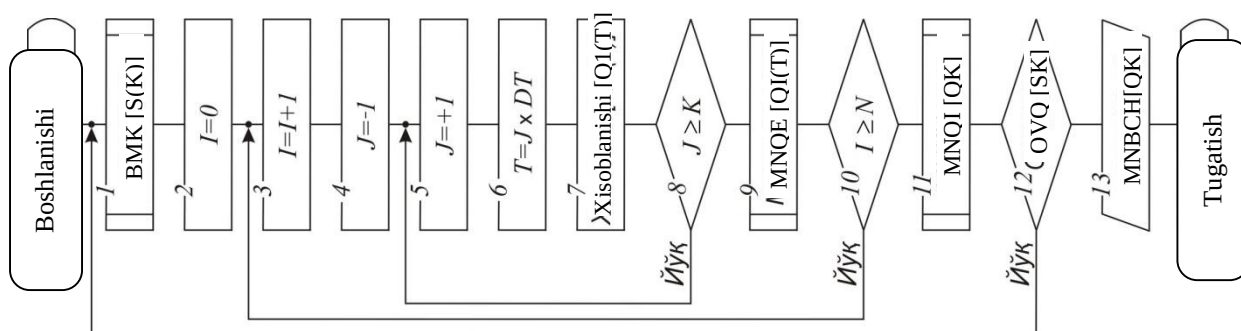
oʻtkazish uchun EHMdan foydalaniladi. Bu hisoblar natijalari modellanayotgan S tizimning ishlash jarayoni tavsiflari haqida xulosalarni tahlillash va ifodalashga imkon beradi.

EHMda modellashtirish algoritmlarini amalga oshirilishida tadqiq qilinayotgan $z(t) \in Z$ tizimlar ishlash jarayoni holatlari haqida axborot ishlab chiqiladi. Bu axborot mashinali tajriba natijalarida olinadigan, izlanayotgan xarakteristikalar taqribiy baholashni aniqlash, yaʼni baholash mezonlari uchun kirish materialini hisoblanadi. Baholash mezonlari sifatida tizimda haqiqatda boʻlib oʻtayotgan jarayon yoki bu jarayonlarning maxsus shakllantirilgan funksiyalari asosida olinadigan koʻrsatkichlari xizmat qiladi.

Mashinali eksperiment davomida $[0, T]$ berilgan vaqt intervalida S tizimning ishlash jarayoni tadqiq qilinayotgan M modelining xulqi oʻrganiladi. Shuning uchun baholash mezonini umumiy holda shu intervalda berilgan vektorli tasodifiy funksiyadir: $\vec{q}(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))$.

Baholashning oddiyroq mezonlarini tez-tez qoʻllaniladi, masalan, berilgan vaqt $t^* \in [0, T]$ lahzasida tizimning maʼlum holatini ehtimolligi, $[0, T]$ vaqt intervalida tizimda rad qilishlar hamda toʻxtab qolishlarning yoʻqligi va h.k. Modellashtirish natijalarini talqin qilishda baholash mezonlarining taqsimlanish qonunining turli statik xarakteristikalari hisoblanadi.

1.6-rasmda keltirilgan modellashtirish tizimining natijalarini fiksatsiyalash va qayta ishlashning umumiy sxemasini koʻrib chiqamiz.



1.6-rasm. Tizimni modellashtirishning natijalarini fiksatsiyalash va qayta ishlash algoritmi.

$[0, T]$ vaqt intervalida S tizimning xulqini tadqiqlash uchun belgilangan M gipotetik modelni ko‘rib chiqamiz. Umumiy holda $\vec{q}(t)$, $0 \leq t \leq T$ nostatsionar tasodifiy n -o‘lchovli jarayon modellashtirish natijalarini talqin qilish mezonidir. Aniqlash uchun faraz qilamizki, har bir Δt vaqt birligida, ya’ni « Δt tamoyili» qo‘llanganda modellanayotgan S tizim holati tekshiriladi. Bunda $\vec{q}(t)$ mezonining $\vec{q}(j\Delta t)$, $j = 0, R$ qiymatlari hisoblanadi. Shunday qilib, $\vec{q}(t)$ tasodifiy jarayon xossalari haqida $\vec{q}(j\Delta t)$, $j = 0, R$ tasodifiy ketma-ketliklar xossalari bo‘yicha yoki boshqacha aytganda, M o‘lchovli $\vec{q} = (\vec{q}(0), \vec{q}(\Delta t), \dots, \vec{q}[(R-1)\Delta t], \vec{q}(T))$, $m = n(R+1)$, $T = R\Delta t$ ko‘rinishdagi vektor xossalari bo‘yicha fikr yuritiladi.

$[0, T]$ intervalida S tizimning ishlash jarayoni $\vec{q}$ vektorning $\vec{q}_i$, $i = \overline{1, N}$ mustaqil amalga oshirishlarni olish bilan N -karra modellashtirishiriladi. $[0, T]$ vaqt intervalida modelni ishlashi *model progoni (haydab o‘tish)* deb ataladi.

1.6 rasmda ko‘rsatilgan sxemada quydagilar belgilangan:

$$I \equiv i; J \equiv j; K \equiv R; N \equiv N; T \equiv t; DT \equiv \Delta t; Q \equiv q.$$

Umumiy holatda modellashtirish ma’lumotlarini fiksatsiya va statistik qayta ishlash algoritmlari uchta siklga ega. Faraz qilamizki, S tizimning M_M mashinali modeli bor bo‘lsin.

Ichki sikl (5-8 bloklar) $t = 0, 2\Delta t, \dots, R\Delta t = T$ vaqt lahzasida $\vec{q}_i(t) = \vec{q}_i(j\Delta t)$, $j = 0, R$ ketma-ketlikni olishga imkon beradi. 7 chi asosiy blok $\vec{q}(\Delta t): HIS[QI(T)]$ ketma-ketlikni hisoblash protsedurasini amalga oshiradi. Aynan shu blokda $[0, T]$ vaqt intervalida modellanayotgan S tizimning ishlash jarayoni imitatsiyalanadi.

Oraliq sikl (3-10 bloklar), tizimning modellanayotgan varianti tavsiflarining baholari haqida natijalarni muvofiq statistik qayta ishlashdan keyin fikr yuritishga imkon beruvchi modelning haydab o‘tishini N - karrali qaytarilishi tashkil qilinadi.

S tizim modellashtirish variantini tugashi nafaqat sxemada ko'rsatilganidek, berilgan amalga oshirish soni (10 blok) bilan, balki modellashtirish natijalarini berilgan aniqlik bilan ham aniqlanishi mumkin. $\vec{q}(t):MNQE[QI(T)]$ modelni i -li haydab o'tish bo'yicha modellashtirish natijalarni fiksatsiyalash protsedurasini amalga oshiruvchi bu siklda 9 chi blok bor.

Tashqi sikl (1-12 bloklar) ikkala oldingi sikllarni o'z ichiga oladi va S tizimning modellashtirish variantlari ketma-ketligini boshqaruvchi 1, 2, 11, 12 bloklarini qo'shimcha qilib kiritadi. Bu yerda S tizimning optimal strukturalari, algoritmlari va parametrlarini qidirish tashkil qilinadi, ya'ni 11 blok $SHMQI[QK]$ tizimning tadqiq qilinayotgan R -li variantini modellashtirish natijalarini qayta ishlaydi, 12 - blok talab qilinayotgan $(QVQ[S(K)])$ tizimning optimal variantini qidirishni olib boradi) $\tilde{q}_i^{(R)}(t)$ tizimning ishlash jarayoni tavsiflarining olingan baholarini qoniqarliligini tekshiradi, 1-blok $BMK[S(K)]$ tizimning navbatdagi R -li variant uchun kirish ma'lumotlarini kiritish darajasida S tizimning strukturalari, algoritmlari va parametrlarini o'zgartiradi. 13-blok SR tizim modelini har bir k -li variant bo'yicha modellashtirish natijasini berish ishini amalga oshiradi, ya'ni $MNBCH[QK]$. Ko'rilgan sxema $\vec{q}(t)$ nostatsionar mezonida eng umumiy holda modellashtirish natijalarini statistik qayta ishlashini olib borishga imkon beradi. Xususiyl hollarda oddiyrq sxemalar bilan chegaralanib qolish mumkin.

Agar modellashtirilayotgan S tizimning xossalari qandaydir berilgan vaqt lahzasida $\vec{q}(t)$ kriteriy qiymati bilan aniqlanadi, masalan $t = R\Delta t = T$ modelini ishlash bosqichini so'ngida, unda qayta ishlash modelning N haydab o'tish natijasida olingan $\vec{q}_i(T)$, $i = 1, N$ mustaqil amalga oshirishlar bo'yicha $\vec{q}_i(T)$ n -o'lchovli vektorni taqsimlash bahosiga olib boriladi.

Agar modellanayotgan S tizimda $t_0 = R_0\Delta t$ ishlashni boshlanishidan qandaydir vaqt o'tishi bo'yicha statsionar rejim o'rnatilsa, unda $[t_0, T]$ intervalda statsionar va ergodik $\vec{q}(t)$ mezonning $\vec{q}_1(t)$ bitta yetarli uzun amalga oshirilishi bo'yicha u haqida fikr yuritishimiz mumkin. Ko'rilgan sxema uchun bu shuni

belgilaydiki, $j \geq R_0$ da $q_1(j\Delta t)$ qiymatlarini qayta ishlashini boshlashga imkon beruvchi operator qo'shiladi va ($p=1$) o'rta sikl olib tashlanadi.

Modellashtirish natijalarini statistik qayta ishlash usullarini amalda qo'llanilayotgan boshqa xususiyati blokli konstuksiyali modellar yordamida tizimni ishlash jarayonining tadqiqoti bilan bog'langan. Bitta blok uchun kirish ta'sirlarini imitatsiyalash modelning boshqa blokida dastlabki olingan baholash mezonlari asosida bloklarini alohida modellashtirishni tez-tez qo'llashga olib keladi. Alohida modellashtirishda mezonlarni amalga oshirish to'plagichda bevosita yozilishi yoki bular ta'sirini imitatsiyalash uchun tasodifiy sonlar generatorlaridan keyinchalik foydalanish bilan modellashtirish natijalarini statistik qayta ishlash asosida olingan.

Oxirgi, uchinchi tizimning modellashtirish bosqichiga kirishdan oldin uni muvaffaqiyatli o'tkazish uchun quyidagi asosiy nimbosqichlarni bajarishga olib keluvchi aniq harakatlar rejasini tuzish zarur.

Tizimning modeli bilan mashinali tajribani rejalash.

EHMda ishchi hisoblarni bajarishdan oldin S tizimni modellashtirishni o'tkazish zarur bo'lgan o'zgaruvchilar va parametrlar kombinatsiyalarini ko'rsatib, eksperimentni o'tkazish rejasi tuzilishi kerak. Mashinali eksperimentni rejalash mashinali resurslarni minimal sarflashda modellashtirish obyekti haqida kerakli axborotning maksimal hajmini olishga safarbar qilingan. Bunda mashinali eksperimentning strategik va faktik rejalash farqlanadi. Eksperimentni strategik rejalashda modellashtirishning oldiga qo'yilgan (masalan, EHMda modellashtirish usuli bilan tadqiq qilinayotgan S tizimning strukturasi, algoritmlari va parametrlarini optimallashtirish) maqsadiga erishish uchun eksperimentning optimal rejasini qurish masalasi qo'yiladi. Mashinali eksperimentni taktik rejalash strategik rejalashda berilgan (masalan, EHMda S tizimning statistik modellashtirishda to'xtatishning optimal qoidalarini tanlash masalasini yechish) ko'p zaruriylardagi har bir aniq eksperimentni optimal amalga oshirishning xususiy maqsadini ko'zlaydi. Mashinali eksperiment eng samarali rejasini olish uchun statistik usullarni qo'llash zarur.

Hisoblash vositalariga talablarni aniqlash.

Hisoblash vositalaridan foydalanish vaqti bo'yicha talablarni ifodalash zarur, ya'ni bitta yoki bir nechta EHMda ishlash grafigini tuzish hamda EHMni modellashtirishda kerak bo'ladigan tashqi moslamalarni ko'rsatish lozim.

Ishchi hisoblarni o'tkazish.

S tizim modeli bilan mashinali eksperimentni o'tkazish rejasi va modelning dasturini tuzgandan keyin EHMda ishchi hisoblashlarga kirishish mumkin, ular odatda o'zida quydagilarni mujassamlashtiradi: a) kirish ma'lumotlar to'plamini tayyorlash; b) EHMga kiritish uchun kirish ma'lumotlarni tayyorlash (perfokarta, perfolenta va sh.k. larga yozish); d) kiritish uchun tayyorlangan kirish ma'lumotlarini tekshirish; e) EHMda hisoblarni o'tkazish; f) chiqish ma'lumolarini, ya'ni modellashtirish natijalarini olish.

Mashinali modellashtirishni o'tkazishni ikki bosqichda bajarish maqsadga muvofiqdir: nazorat, keyin esa ishchi hisoblar. Bunda nazorat hisoblari M_M mashinali modellarni tekshirish uchun va kiruvchi ma'lumotlarni o'zgarishiga natijalarning sezuvchanligini aniqlash uchun bajariladi.

Tizimni modellashtirish natijalarining tahlili.

EHMda hisoblashlar natijasida olingan chiqish ma'lumotlarini samarali tahlillash uchun ishchi hisoblar natijalari bilan nima qilish va ularni qanday talqin etish kerakligini bilish lozim. Bu masalalar S tizimni modellashtirishning ikkita birinchi bosqichlarida dastlabki tahlil asosida yechilishi mumkin. M_M model bilan mashinali tajribani rejalash chiqish ma'lumotlarning kerakli miqdorini chiqarish va ularning tahlil usulini aniqlashga imkon beradi. Bunda faqatgina keyingi tahlil uchun kerak bo'ladigan natijalar bosmaga berish hamda modellashtirish natijalarini qayta ishlash va bu natijalarni eng ko'rgazmali ko'rinishda ifodalash nuqtayi nazaridan EHM ning imkoniyatlaridan to'laroq foydalanish kerak. Natijalarni EHM dan chiqarishdan oldin ularning statistik tavsiflarni hisoblash, mashinani qo'llash samaradorligini oshiradi va EHM dan chiqqan axborotni qayta ishlashni minimumga olib keladi.

Modellashtirish natijalarini keltirish.

Ilgari belgilanganidek, modellashtirishning uchinchi bosqichida modellashtirishning oxirgi natijalarini jadvallar, grafiklar, diagrammalar, sxemalar va shu kabilar ko‘rinishida ifodalashga asosiy e‘tiborni qaratish lozim. Har bir aniq holda eng to‘g‘ri keladigan shaklni tanlash maqsadga muvofiq, chunki bu buyurtmachi tarafidan ularni keyingi foydalanish samaradorligiga katta ta‘sir ko‘rsatadi. Ko‘p holatlarda eng oddiy shakl jadvallar hisoblanadi, hattoki S tizimning modellashtirish natijasini grafiklar ko‘proq ko‘ragzmal tasvirlaydi. Modellashtirishning dialogli rejimlarida displeylar modellashtirish natijalarini operativ aks ettiradigan eng oqilona vositalardir.

Modellashtirish natijalarining talqini.

Modellashtirish natijalarini olib va tahlillab bo‘lib, ularni modellanayotgan obyektga, ya‘ni S tizimga nisbatan talqin qilish kerak. Bu nimbosqichning asosiy mazmuni — M_M model orqali mashinali tajriba o‘tkazish natijasida olingan axborotdan modellashtirish obyektiga qo‘llaniluvchi axborotga o‘tish. Buni asosida tadqiqlanayotgan S tizimning ishlash jarayoni tavsiflariga nisbatan xulosalar chiqariladi.

Modellashtirish natijalarini chiqarish va tavsiyalar berish.

Bu nimbosqichni o‘tkazish oldingi ikkinchi bosqich bilan chambarchas bog‘liq. Modellashtirish yakunlarini chiqarishda M_M model ustida tajriba rejasiga muvofiq olingan natijalarning bosh xossalari belgilanishi, gipotezalar va farazlarni tekshirilishi o‘tkazilgan bo‘lib, bu natijalar asosida xulosalar bajarilgan bo‘lish kerak. Bularning hammasi modellashtirish natijalaridan amaliy foydalanish tavsiyalarini ifodalashga imkon beradi, masalan S tizimning loyihalashtirish bosqichida.

Uchinchi bosqich bo‘yicha texnikaviy hujjatlarni tuzish.

Bu hujjatlar o‘z ichiga quyidagilarni olish kerak: a) mashinali eksperimentni o‘tkazish rejasi; b) modellashtirish uchun kirish ma‘lumotlar to‘plamlari; d) tizimni modellashtirish natijalari; e) modellashtirish natijalarini tahlili va bahosi; f) olingan modellashtirish natijalari bo‘yicha xulosalar; g) mashinali

modelni keyingi mukammallashtirish yo‘llarini va uni amalga oshirishning mavjud sohalarini ko‘rsatish.

Ko‘rilgan bosqichlarning har biri bo‘yicha EHMda S aniq tizimni modellashtirish bo‘yicha texnikaviy hujjatlarning to‘la majmui bo‘lishi kerak.

Shunday qilib, S tizimning modellashtirish jarayoni modellashtirishning sanab o‘tilgan bosqichlarini bajarishga olib keladi. M_M konseptual modelini qurish bosqichida modellanadigan obyektning tadqiqi o‘tkaziladi, kerakli approksimatsiyalar aniqlanadi va modelning mantiqiy sxemasi va dasturning sxemasini ketma-ket qurish yo‘li bilan modellashtirishning ikkinchi bosqichida M_M mashinali modelga qayta o‘zgartiriladigan umumlashgan sxemasi quriladi. Modellashtirishning oxirgi bosqichida EHMda ishchi hisoblar o‘tkaziladi, S tizimning modellashtirish natijalari olinadi va talqin qilinadi.

Ko‘rib chiqilgan bosqichlar va nimbosqichlarning ketma-ketligi S tizimning modelini qurish va amalga oshirishning eng umumiy yondashuvini aks ettiradi. Keyinchalik modellashtirish jarayonining eng muhim tashkil etuvchilarida to‘xtalamiz.

1.4. Matematik modellarning asosiy turlari

Jarayonning aniq amalga oshirish va uning apparaturali rasmiylashtirilishga bog‘liqligidan kimyo-texnologik jarayonlarning barcha xilma-xilligini vaqtli va fazoviy alomatlaridan kelib chiqib to‘rt sinfga bo‘lish mumkin: 1) vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchan (nostatsionar) jarayonlar; 2) vaqt bo‘yicha o‘zgarmaydigan (statsionar) jarayonlar; 3) fazoda parametrlari o‘zgaradigan jarayonlar; 4) fazoda parametrlari o‘zgarmaydigan jarayonlar. Matematik modellar muvofiq obyektlarini aks ettiruvchi bo‘lgani uchun, ular uchun shu sinflar xarakterlidir, chunonchi: 1) statik modellar – vaqt bo‘yicha o‘zgarmas modellar; 2) dinamik modellar – vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchi modellar; 3) jamlangan parametrli modellar – fazoda o‘zgarmas modellar; 4) taqsimlangan parametrli modellar – fazoda o‘zgaruvchi modellar.

Model xossalari orasidan quyidagilarni ajratish mumkin: samaradorlik, universallik, turg'unlik, mazmuniylik, monandlik, chegaralanganlik, to'lalik, dinamiklik.

1.4.1. Obyekt tabiatining fizikaviy tavsifi

Har qaysi matematik modelning qurishi modellashtirish obyektining fizikaviy tavsifi qurishdan boshlanadi. Bunda modellashtirish obyektida modelda aks etishi lozim bo'lgan yuz berayotgan «elementar» jarayonlar ajratiladi va ularning tavsifida qabul qilinadigan asosiy farazlar ifoda etiladi. O'z navbatida, hisobga olinadigan «elementar» jarayonlar ro'yxati obyektini tavsiflaydigan matematik modelga kiritiladigan hodisalar majmuini aniqlaydi. Bu holda «elementar» jarayon deb ma'lum hodisalar sinfiga tegishli fizik - kimyoviy jarayon tushuniladi, masalan, modda almashish, issiqlik o'tkazish va h.k. Bu yerda «elementar» jarayonlar nomi aslo bu jarayonlar eng sodda va murakkab bo'lmagan tenglamalar bilan tavsiflanadi degan ma'noni anglatmaydi. Shunday qilib, modda almashish hozirgi vaqtgacha to'liq tugatilmagan butun bir nazariya predmetidir. Bu nom bunday jarayonlar ancha murakkab bo'lib, butun kimyo - texnologik jarayonning tashkil etuvchilari ekanligini anglatadi.

Odatda, kimyo-texnologiya obyektlarini matematik modellashtirishda quyidagi «elementar» jarayonlar inobatga olinadi: 1) fazalar oqimining harakati; 2) fazalararo modda almashish; 3) issiqlik o'tkazish; 4) agregat holatining o'zgarishi (bug'lanish, kondensatsiyalash, erish va sh.o'.); 5) kimyoviy o'zgarishlar.

Modelda «elementar» jarayonlarning matematik tavsifining to'liqligi ularning butun kimyo-texnologik jarayondagi roliga, o'rganish darajasi, obyektidagi «elementar» jarayonlarning o'zaro bog'lanish chuqurligiga va barcha tavsifning istalgan aniqligiga bog'liq. «Elementar» jarayonlarning o'zaro bog'liqligi juda murakkab bo'lishi mumkin. Shuning uchun amalda aloqalar xarakteri nisbatiga ko'pincha turli farazlar qabul qilinadi, bu esa modelga to'liq o'rganilmagan bog'liqliklarni kiritish zarurati va tavsifining ortiqcha murakkablashtirishdan xalos bo'lish imkonini beradi.

Masalan, aralashmalarni rektifikatsiya jarayonini fizik tavsiflashda quyidagi «elementar» jarayonlar ajratiladi: 1) kolonnada suyuqlik va bugʻ oqimlarining gidrodinamikasi; 2) suyuqlik va bugʻ orasida modda almashish; 3) suyuqlik va bugʻ orasida issiqlik uzatish; 4) suyuqlikning bugʻlanishi va bugʻning kondensatsiyalanishi. Barcha koʻrsatilgan «elementar» jarayonlar yoki tarelkada yoki kolonnalarning nasadkali seksiyasida boʻlib oʻtadi va oʻzaro toʻgʻri bogʻlangan. Bu jarayonlarini toʻliq tavsifi oʻta murakkab tenglamalar, tizimlar bilan ifodalanadi. Faqatgina Nave-Stoks tenglamasi yordamida tarelakadagi (yoki nasadkada) suyuqlik oqimi gidrodinamikasining tavsifi yechimi jihatidan oʻta murakkab boʻlgan hisoblash masalasini anglatadi. Suyuqlik va bugʻ orasidagi oqimlar modda almashishini toʻliq tavsiflash masalani yechish ham murakkablik jihatidan undan kam emas. Shu bilan birga bu masalalar birgalikda yagona tenglamalar tizimi sifatida yechilish kerak. Bundan kelib chiqadiki, oqilona soddalashtiruvchi farazlarsiz bu masalalarni yechib boʻlmaydi. Shuning uchun odatda bugʻ va suyuqlik oqimlar harakati haqida ideallashtirilgan ifoda qabul qilinib (bugʻ toʻliq siqib chiqish rejimida harakatlanadi, suyuqlik esa tarelkada toʻliq aralashadi), modda almashishni esa boʻlinish pogʻonalari samaraligi orqali ifodalanadi. Koʻpincha modda almashishni aks ettiruvchi ifodalar yarim empirik usullar bilan aniqlanadi yoki boʻlinishning har bir pogʻonasida muvozanatga erishilishini hisobga olib, umuman, inobatga olinmaydi.

Ayrim hollarda modellashtirish obyektining fizik tavsifi matematik modellashtirish natijasida oʻrnatilishini aytib oʻtish kerak. Masalan, obyektida boʻlib oʻtayotgan jarayonlar mexanizmi haqidagi ayrim gipotezalarni tekshirish uchun matematik modellashtirish qoʻllanadi. Buning uchun model tarkibiga keyingi modellashtirish natijalari boʻyicha u yoki bu fizik farazning haqqoniyligi haqida hukm chiqarish uchun tadqiqlanayotgan bogʻliqliklar kiritiladi. Masalan, katalitik kimyoviy oʻzgarishlar mexanizmlari tadqiqotchilarga koʻpincha nomaʼlum. Matematik modelga u yoki boshqa kimyoviy reaksiyaning oʻtish mexanizmini kiritib va modellashtirish natijalarini tajribadagi natijalar bilan solishtirib, haqiqiyga eng yaqin mexanizmini topish mumkin.

1.5. Obyektning matematik tavsifini tuzish

Matematik tavsifni tuzishda blokli tamoyil umumiy usul hisoblanadi. Bu tamoyilga muvofiq, matematik tavsifni tuzishdan oldin modellashtirish obyektida bo‘lib o‘tadigan alohida «elementar» jarayonlar tahlil qilinadi. Bunda har bir «elementar» jarayonni o‘rganish bo‘yicha tajribalar modellashtirish obyektning ishlash sharoitlariga maksimal yaqinlashadigan sharoitlarda o‘tkaziladi.

Avval matematik tavsifning strukturasi asosi sifatida jarayonning gidrodinamik modeli tadqiq qilinadi. Keyin topilgan modelning gidrodinamik sharoitlarini hisobga olgan holda kimyoviy reaksiyalar, modda va issiqlik o‘tkazishlarning kinetikasi o‘rganiladi va bu jarayonlar har birining matematik tavsifi tuziladi. Bu holda barcha tadqiqlangan «elementar» jarayonlar (blokklar) tavsiflarini yakuniy bosqichi – modellashtirish obyektining matematik tavsifini yagona tenglamalar tizimiga birlashtirishdir. Matematik tavsifning qurishni blokli tamoyilining yutug‘i shuki, undan apparaturali rasmiylashtirishning yakuniy varianti hali noma’lum bo‘lgan obyektни loyihalash bosqichida foydalanish mumkin. *Matematik tavsifini tuzish usullari*. Ko‘rsatilgan usullarga analitik, tajribaviy va tajribaviy-analitiklar kiradi.

Matematik tavsifini tuzishning *analitik usullari* deb odatda tadqiqlanayotgan obyektida bo‘lib o‘tayotgan fizik va kimyoviy jarayonlarning nazariy tahlili hamda qayta ishlanayotgan moddalarning tavsiflari va berilgan apparaturaning konstruktiv parametrlari asosida statika va dinamika tenglamalarini chiqarish uslublariga aytiladi. Bu tenglamalarni chiqarishda modda va energiyani saqlash fundamental qonunlaridan hamda modda va issiqlik, kimyoviy o‘zgarishlar jarayonlarining kinetik qonuniyatlaridan foydalaniladi.

Analitik usullari yordamida matematik tavsifni tuzish uchun obyektida qandaydir tajribalar o‘tkazish kerak bo‘lmaydi, shuning uchun bunday usullar yangi loyihalanadigan fizik-kimyoviy jarayonlari yetarli darajada yaxshi o‘rganilgan, statik va dinamik tavsiflarini topish uchun yaroqli bo‘lgan obyektlarga qo‘llanadi.

Tuzilgan tenglamalarning parametrlari (koeffitsiyentlari) kimyo-texnologik apparatning aniqlovchi o'lchamlariga (diametri, uzunligi va sh.o'.), fizik-kimyoviy jarayonlarni yuz berishini tavsiflovchi qayta ishlanadigan moddalarning xossalari va miqdorlariga (reaksiyalar tezligi konstantalar, diffuziya koeffitsiyentlari va b.) bog'liq. Tenglamalarning ayrim parametrlari hisobiy yo'l bilan aniqlanishi mumkin, boshqalari oldin bajarilgan tadqiqotlar natijalari bo'yicha o'xshashlik tamoyili yordamida topiladi. Matematik tavsifni tuzishni analitik usullarining kamchiligi sifatida obyektning yetarli to'liq tavsifidan kelib chiqqan tenglamalar tizimini yechishning qiyinligini ko'rsatish mumkin.

Matematik tavsifni tuzishning *eksperimental usuli* kirish va chiqish o'zgaruvchilari tor «ishchi» o'zgarish diapazonida o'zgarganda obyektlarni boshqarish va tadqiq qilish uchun qo'llaniladi (masalan, ayrim texnologik parametrlarni avtomatik stabilizatsiya tizimini qurishda). Bu usullar ko'pincha obyekt parametrlarining chiziqliligi va mujassamlashganligi haqidagi farazga asoslanadi. Bu farazlarni qabul qilish kuzatilayotgan jarayonlarni algebraik yoki chiziqli differensial doimiy koeffitsiyentli tenglamalar bilan nisbatan oddiy tasniflashga imkon beradi. Matematik tavsifni tuzishga tajribaviy yondashuvda o'rganilayotgan obyektga bevosita tajribalarni qo'yish doim talab etiladi.

Tajribaviy usullarning afzalligi – obyekt xossalarini yetarli aniq tavsifida parametrlarni o'zgarish tor diapazonida olinadigan matematik tavsifning soddaligidir. Tajribaviy usullarning asosiy kamchiligi – obyektning konstruktiv tavsiflari, jaryonning rejimli parametrlari, moddalarning fizik-kimyoviy xossalari va tenglamaga kiruvchi sonli parametrlari orasida funksional aloqani tiklab bo'lmasligidir. Bundan tashqari, tajribaviy usul bilan olingan matematik tavsiflarni boshqa bir xil turli obyektlarga yoyish mumkin emas.

Matematik tavsifni tuzish analitik va tajribaviy usullarining «kuchli» va «kuchsiz» tomonlarini borligi kombinatsiyalangan tajribaviy-analitik usulini ishlab chiqish zaruratiga olib keldi. Uning mohiyati tavsifning tenglamalarini analitik tuzish, eksperimental tadqiqotlar o'tkazish va ular natijalari bo'yicha tenglamalarning parametrlarini topishdan iborat. Matematik tavsifni olishga

bunday yondashishda tajribaviy va analitik usullarning ko'p ijobiy xossalarini saqlab qoladi.

Matematik tavsifining tarkibi. Shaklan matematik tavsif o'zida tenglamalarning yagona tizimiga jarayonning turli o'zgaruvchilarini bog'lovchi bog'lanishlar majmuini ifodalaydi. Bu bog'lanishlar orasida umumiy fizik qonunlarni aks ettiruvchi (masalan, modda va energiya saqlash qonunlari) tenglamalar bo'lishi mumkin, «elementar» jarayonlarini tavsiflaydigan (masalan, kimyoviy o'zgarishlar) tenglamalar, jarayonning o'zgaruvchilariga chegaranishlar va sh.k. Bundan tashqari, matematik tavsifi tarkibiga jarayonning har xil parametrlari orasidagi turli nazariy shakli noma'lum yoki o'ta murakkab empirik va yarim empirik bog'lanishlar ham kiradi.

Jumladan, modellanayotgan obyekt haqida nazariy ma'lumotlarning yo'qligida yoki ancha chegaralangan hajmida, hatto uni xossalarini tavsiflovchi bog'liqliklarning orientirlangan ko'rinishi ma'lum bo'lmaganda ham matematik tavsifning tenglamalari ishlayotgan obyektning (matematik tavsifini tuzish eksperimental usuli) statistik tekshirishlari natijasida olingan empirik bog'lanishlarning chiqish va kirish o'zgaruvchilarini bog'layotgan tenglamalar tizimlari orqali ifoda etishi mumkin. Bu modellar odatda obyektning kirish va chiqish parametrlari orasidagi regression bog'lanishlar ko'rinishiga ega va, albatta, modellashtirish obyektning fizik mohiyatini aks ettirmaydi, bu esa ularni qo'llashda olinayotgan natijalarni umumiyashtirishni qiyinlashtiradi.

Regression bog'lanishlarga asoslangan modellardan farqli o'laroq, tavsifni tuzish analitik usul asosida qurilgan matematik modellar jarayonning asosiy qonuniyatlarini aks ettiradi va uni modelning yetarli bo'lmagan aniq parametrlar mavjudligida sifatli va to'g'riroq tavsiflaydi. Shuning uchun ular yordamida ma'lum sinfga tegishli modellashtirish obyektlarining umumiy xossalarini o'rganish mumkin. Modellanayotgan obyektning fizik tabiati asosida ishlab chiqilgan matematik tavsifi tarkibida quyidagi tenglamalar guruhini ajratish mumkin:

1. ***Oqimlar harakati gidrodinamik strukturasi hisobga olib yozilgan modda va energiyani saqlash tenglamalari.*** Ushbu tenglamalar guruhi oqimlarda harorat, konsentratsiyalar va u bilan bog‘liq xossalarning taqsimlanishini tavsiflaydi. Material balansning umumlashgan tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\text{Moddaning kelishi} - \text{Moddaning sarflanishi} = \text{Moddaning to‘planishi} \quad (1.1)$$

Moddaning kelish va sarflanish orasidagi ayirmasi ko‘rilayotgan obyektning uning miqdori o‘zgarishiga teng. Statsionar rejimda kamayish ham, to‘planish ham bo‘lishi mumkin emas. U holda material balansning (1.1) tenglamasi quyidagi ko‘rinishli tenglamaga o‘tadi:

$$\text{Moddaning kelishi} = \text{Moddaning sarflanishi} \quad (1.2)$$

(1.5), (1.6) tenglamalar nafaqat alohida har bir moddaga, balki jarayonda qatnashayotgan moddalarning barcha majmuiga qo‘llaniladi. Issiqlik balansning umumlashgan tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\text{Issiqlikning kelishi} - \text{Issiqlikning sarflanishi} = \text{Issiqlikning to‘planishi} \quad (1.3)$$

yoki statsionar sharoitlari uchun

$$\text{Issiqlikning kelishi} = \text{Issiqlikning sarflanishi} \quad (1.4)$$

2. ***Oqimlarning lokal elementlari uchun elementar jarayonlar tenglamalari.*** Bu guruhga modda va issiqlik almashuv, kimyoviy reaksiyalar va boshqa jarayonlarning tavsiflari kiradi.

3. ***Jarayonning turli parametrlar orasidagi nazariy, yarimempirik yoki empirik bog‘lanishlar.*** Masalan, bu bog‘lanishlarga fazalar oqimining tezligiga modda almashuv koeffitsiyentining bog‘liqligi, tarkibga aralashmaning issiqlik sig‘imining bog‘liqligi va shu kabilar kiradi.

4. ***Jarayonning parametrlariga chegaralanishlar.*** Masalan, bo‘linishning xohlagan pog‘onasida ko‘p komponentli aralashmalarni rektifikatsiya jarayonini

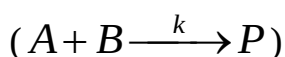
modellashtirishda shunday shart bajarilish kerakki, hamma komponentlarning konsentratsiyalari yig'indisi 1 ga teng bo'ladi. Bundan tashqari, har qaysi komponentning konsentratsiyasi 0 dan 1 gacha diapazonda bo'lishi kerak.

Barcha matematik modellarning umumiyliigi shundan iboratki, matematik tavsifga kiritilayotgan tenglamalar soni modellashtirish natijasida aniqlanadigan o'zgaruvchilar soniga teng bo'lish kerak.

Kimyo-texnologik obyektlarning matematik tavsiflarida uchraydigan tenglamalarning asosiy sinflarini qisqacha ko'rib chiqamiz. Turli modellashtirish obyektlarining xossalari tavsifi uchun odatda: algebraik va transsendentli tenglamalar, oddiy differensial tenglamalar, xususiy hosilalardagi differensial tenglamalar va integralli tenglamalar qo'llanadi. Oxirgi tur – integralli tenglamalar kimyo-texnologiya obyektlarining matematik modellashtirish masalalarida nisbatan kamdan-kam uchraydi.

Mujassamlashgan parametrlar (masalan, to'liq aralashtirish reaktori) bilan obyektlarning statsionar ishlash rejimlarini matematik tavsifi odatda algebraik tenglamalarga olib kelinadi. Bundan tashqari, har xil parametrlar orasidagi statsionar aloqalarni ifodalash uchun murakkabroq obyektlarni tavsiflashda bunday turli tenglamalar qo'llanadi. Algebraik tenglamalar ko'rinishidagi matematik tavsiflar, garchi ularning murakkabligi tenglamalar va ular tarkibiga kiradigan funksiyalarning soniga bog'liq bo'lsa ham eng soddadir.

Oddiy differensial tenglamalar odatda obyektlarning parametrlari mujassamlashgan statsionar rejimlarini (masalan, to'liq aralashtirish reaktorining dinamikasini tavsifi uchun) hamda bitta fazoviy koordinata bo'yicha taqsimlangan parametr bilan obyektlarning nostatsionar rejimlarini matematik tavsifi uchun qo'llaniladi. Birinchi holda mustaqil o'zgaruvchi vaqtdir, ikkichisida – fazoviy koordinata. Matematik tavsiflarning umumiyliigi hatto, ba'zida turli obyektlarning matematik modellari o'xshashligini alohida belgilash kerak. Gap davriy ishlovchi to'liq aralashtirish apparatlarning nostatsionar modellari va ideal siqib chiqish apparatlarning statsionar modellari haqida bormoqda. Birinchi holda quyidagiga egamiz



$$\begin{aligned} \frac{dC_A}{dt} + kC_A C_B &= 0, \\ \frac{dC_B}{dt} + kC_A C_B &= 0. \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$C_A = C_A^0, \quad C_B = C_B^0 \quad x = 0 \text{ da,}$$

ikkinchi holda esa

$$\begin{aligned} v \frac{dC_A}{dx} + skC_A C_B &= 0, \\ v \frac{dC_B}{dx} + skC_A C_B &= 0. \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$C_A = C_A^{BX}, \quad C_B = C_B^{BX} \quad x = 0 \text{ ga teng bo'lganda,}$$

bunda, s –reaktorning ko'ndalang kesimi; v – hajmiy sarf;
 $C_A = C_A^{BX}$, $C_B = C_B^{BX}$ – muvofiq A va B moddalarning boshlang'ich va kirish konsentratsiyalari.

Bundan ko'rinmoqdaki, (1.9), (1.10) tenglamalar tizimlari koeffitsiyentlari bilan bir-biriga mos keladi. Matematik tavsifini o'xshashligi (ayniyligi) optimal yechimlar ayniyligi haqida xulosa qabul qilishga imkon beradi, garchan optimal sharoitlarni amaliy amalga oshirilishi har ikkala holda ancha farqlanishi mumkin.

Oddiy differensial tenglamalarni yechish murakkabligi qator jihatlar bilan aniqlanadi. Birinchidan, u tenglamaning tartibi o'sishi bilan o'sadi (yoki tizimda differensial tenglamalarining soni o'sishi bilan, chunki t -li tartibli tenglamani doim birinchi tartibli m tenglamalardan tashkil topgan tizimga qayta o'tkazish mumkin).

Yechishni murakkabligiga tenglamalarning chiziqliligi yoki nochiziqliyliyi yana ham katta ta'sir o'tkazadi. Chiziqli oddiy differensial tenglamalar ancha sodda yechiladi; ular uchun qator maxsus usullar ishlab chiqilgan, masalan, operatsion hisoblash. Doimiy koeffitsiyentli chiziqli differensial tenglamalar sodda

analitik yechimga ega. Nochiziqlik yechimni keskin murakkablashtiradi va quyidagidek, taqribiy usullardan foydalanishni talab qiladi.

Differensial tenglamalar tizimini yechishda ko‘pincha tizimning «qattiqlik» xossasi bilan to‘qnashishga to‘g‘ri keladi. Ushbu xossa tizimning matritsasi o‘z qiymatlarini ancha tarqoq bo‘lganligi, bu esa yechimni olishda oddiy usullarini qo‘llashga imkon bermaydi. Bunday holatlarda maxsus ishlab chiqilgan algoritmlarni qo‘llash kerak bo‘ladi.

Oddiy differensial tenglamalardan iborat bo‘lgan matematik tavsifining muhim jihati – boshlang‘ich shartlarni berish zarurligidir.

Xususiyl hosilali differensial tenglamalar taqsimlangan parametrli obyektlar dinamikasini yoki parametrlari bir nechta koordinitalarga taqsimlangan obyektlarning statsionar rejimlarini matematik tavsiflash uchun qo‘llaniladi. Ko‘rsatilgan tenglamalar uchun obyektning dinamikasini tavsiflashda boshlang‘ich shartlar bilan bir qatorda chegaraviy shartlarni ham berish kerak, umumiy holda bular vaqtning funksiyalaridir. Xususiyl hosilali tenglamalar bilan tavsiflanadigan obyektlarning statsionar rejimlari uchun faqat chegaraviy shartlar beriladi. Xususiyl hosilali tenglamalar bilan ifodalangan masalalar quyidagidek, o‘ta murakkabligi bilan farqlanadi va ko‘p hollarda har bir aniq masalani yechimini olishda jiddiy ish bajarish talab etiladi.

Bu tenglamalar sinfi bilan tavsiflanadigan obyektning misoli sifatida nostatsionar sharoitlarda ishlayotgan ideal siqib chiqarish $A + B \xrightarrow{k} P$ reaksiya bo‘lib o‘tayotgan apparatini qabul qilsa bo‘ladi. Bu holda quyidagi tenglamalar tizimini yozishimiz mumkin:

$$\begin{aligned} \frac{dC_A}{dx} + v \frac{dC_A}{dx} + skC_A C_B &= 0, \\ \frac{dC_B}{dx} + v \frac{dC_B}{dx} + skC_A C_B &= 0. \end{aligned} \tag{1.7}$$

quyidagi boshlang‘ich va chegaraviy shartlar bilan:

$$C_A = C_{A_H}(x), C_B = C_{B_H}(x) \quad t = 0 \quad \text{da}, \quad (1.8)$$

$$C_A = C_{A_{gr}}(x), C_B = C_{B_{gr}}(x) \quad t = 0 \quad x = 0 \quad \text{da}. \quad (1.9)$$

Bunda v – hajmli sarf; S – ko‘ndalang kesim.

Differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan obyektlarni tadqiq qilish gohida o‘ta qiyin hisoblash masalani ifoda etadi. Shuning uchun qator hollarda obyektning matematik tavsifi differensial tenglamalar orqali emas, balki ayirmali tenglamalar tizimi orqali tuziladi. Buning uchun taqsimlangan parametrli uzluksiz obyekt parametrlari mujassamlashgan, lekin yacheykali strukturaga ega bo‘lgan diskret obyekt deb ko‘riladi. Shaklan matematik nuqtayi nazaridan uzluksiz obyektни diskret obyekt bilan almashtirish differensial tenglamalarni ayirmali bog‘lanishlar bilan almashtirishga ekvivalentlidir. Bunda oddiy differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan obyektlar uchun matematik tavsifni chekli - ayirmali tenglamalar tizimi ko‘rinishida ifodalashadi. Xususiy hosilali differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan jarayonlar uchun natija differensial- ayirmali tenglamalar tizimi bo‘ladi, ulardan har biri, o‘z navbatida, chekli – ayirmali tenglamalar tizimi bilan ifoda etilishi mumkin. Matematik tavsifni tashkil etuvchi tenglamalar tizimida bu kabi o‘zgartirishlar kiritilganda, tabiiyki, modellashtirish natijalarini baholashda hisobga olish kerak bo‘lgan xatoliklar paydo bo‘ladi.

Shu bilan birga o‘z tabiati bo‘yicha yacheykali strukturaga ega bo‘lgan qator obyektlar mavjud. Tipik misollar tariqasida seksiyalangan reaktorlar, tarelkali kolonnalar va boshqalar xizmat qiladi. Shuning uchun differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan yacheykali modellar obyektlar uchun nafaqat approksimatsiyani qulay shaklidir, balki ma’lum o‘ziga xos ahamiyatga ham ega.

Nostatsionar obyektlarning umumiy matematik tavsifini jarayonning o‘zgaruvchilarini vaqt bo‘yicha o‘zgarishini aks ettiruvchi differensial tenglamalar majmui ko‘rinishida (oddiy yoki xususiy hosilali), ifodalash mumkin. Har bir o‘zgaruvchini t_j relaksatsiya vaqti bilan tavsiflash mumkin. Bu vaqt orasida bir o‘zgaruvchi qolgan o‘zgaruvchilarning qiymatlari doimiy bo‘lib turganda

o'zgarishning to'liq diapazoni ma'lum ulushga o'zgaradi. Deylik, obyektning hamma o'zgaruvchilarini ikki guruhga bo'lish mumkin. Ularning bittasida $t_i \leq t^I$, ikkinchisida esa $t_i \leq t^{II}$ bo'lib, bundan tashqari, birinchi guruh o'zgaruvchilarining relaksatsiya vaqti ikkinchi guruh o'zgaruvchilarining relaksatsiya vaqtidan ancha kamligini anglatuvchi $t^I \ll t^{II}$ bog'lanma haqqoniy bo'lsin. Unda xatolikning ma'lum darajasi bilan qabul qilish mumkinki, relaksatsiya vaqtini ancha kam bo'lgan birinchi guruhning o'zgaruvchilari inersionsiz va ko'rsatilgan o'zgaruvchilar bo'yicha matematik tavsifning tenglamalaridan vaqt bo'yicha olingan hosilalari nolga teng deb hisoblanadi. Ba'zida bu usul yordamida nostatsionar bo'lgan matematik modelni differensial tenglamalarning bir qismini cheklilar bilan almashtirish hisobiga ancha soddalashtirishga erishish mumkin. Matematik modellar, qaysilarida relaksatsiyaning kichik vaqtli o'zgaruvchilarning vaqt bo'yicha o'zgarishlarini tavsiflaydigan nostatsionar differensial tenglamalar statsionar tenglamalar bilan almashtirilsa, ularni *kvazinnostatsionarli* deb atash mumkin. Amalda ishlatilayotgan nostatsionar modellar odatda kvazinnostatsionardir, bunda, esa, ochig'ini aytganda, qator ichki o'zgaruvchilarning kvazinnostatsionarligini asoslash kerak.

Aytilganlarni hisobga olib matematik modellarni quyidagi ko'rinishda tasniflash mumkin:

fazoviy alomatlari bo'yicha – mujassamlashgan parametrlı modellar; yacheykali modellar; taqsimlangan parametrlı modellar;

vaqt alomatlari bo'yicha – statsionar modellar; kvazinnostatsionar modellar; nostatsionar modellar.

1.6. Matematik modelni yechish usulini tanlash, uni yechish algoritmini tuzish va modellashtirish dasturi ko'rinishida amalga oshirish

Matematik tavsifni tuzgandan keyin va zarurat bo'lganda muvofiq boshlang'ich va chegaraviy shartlarni qo'ygandan keyin yechish usulini tanlash,

uning algoritmini ishlab chiqish va matematik tavsifining tenglamalar tizimini yechish dasturini tuzish kerak.

Oddiy hollarda, matematik tavsifining tenglamalar tizimini analitik yechish imkoni mavjud bo'lganda, modellashtirish algoritmi va dasturni maxsus ishlab chiqish zarurati tug'ilmaydi, chunki barcha axborot muvofiq analitik yechimlardan kelib chiqadi. Matematik tavsif yakunlovchi va differensial tenglamalar tizimlaridan tashkil topgan bo'lsa, model yechiming amaliy qo'llanilishi algoritmnining qurish samarasiga jiddiy ravishda bog'liq bo'lib qolishi mumkin.

Matematik tavsifining tenglamalar tizimini yechish usulini tanlashda odatda yechimni olishning maksimal tezligini ta'minlash, algoritm yechimining ishonchli haqiqiyga o'xshashligi va EHMning minimal xotirasi talablariga tayanishadi. Bunda yechimning berilgan aniqligi ta'minlanishi kerak.

Yechish usulini tanlagandan keyin yechimni ta'minlaydigan hisoblash va mantiqiy harakatlarning ketma-ketligi, ya'ni masalani yechish algoritmi tuziladi. Algoritmni yozish shakli va mazmuniga asosiy talablari – uning ko'rgazmaliligi, ixchamliligi va ifodaliligidir. Matematik modellashtirish amaliyotida algoritm (blok-sxemasi)ni yozishning grafik va qadamlar ketma-ketligi ko'rinishidagi usullari keng tarqalgan.

Algoritmni yozish grafik uslubi algoritmnining ayrim elementlarini grafik simvollar bilan, butun algoritmni esa – blok-sxema ko'rinishida ifodalashga asoslangan. Blok-sxemalarda grafik simvollar ichida so'zlar yoki simvolli – bajaruvchi harakatlar yoziladi. Boshqa uslublarga nisbatan algoritmni blok-sxema ko'rinishida ifodalash shu afzallikka egaki, u ko'proq ko'rgazmalidir. Shu vaqtni o'zida agar algoritm o'ta murakkab yoki katta bo'lsa, grafik tasviri o'ta chigal bo'lishi mumkin va ko'rgazmalikka ega bo'lmaydi. Bu hollarda algoritmni oddiy yozuvini qadamlarning ketma-ketligi ko'rinishida qo'llaniladi. Algoritmnining detallash darajasi uning murakkabligi va standartli algoritmlashdan foydalanish darajasiga bog'liq.

Misol sifatida $A + B \xrightarrow{k} P$ reaksiyasi yuz berayotgan ideal siqib chiqarish apparatining hisoblash algoritmini ko'rib chiqamiz.

Apparatning statsionar rejimida ishlashining matematik tavsifi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\frac{v}{s} * \frac{dC_A}{dx} = -kC_A C_B, \quad (1.10)$$

$$\frac{v}{s} * \frac{dC_B}{dx} = -kC_A C_B. \quad (1.11)$$

$$x = 0 \text{ da } C_A = C_A^0, \quad C_B = C_B^0. \quad (1.12)$$

Reaksiyani izotermik sharoitlarda yuz beradi deb hisoblaymiz. Unda oddiy differensial tenglamalarning tizimi (1.10), (1.11) Eyler usuli yordamida yechilish mumkin. Buning uchun uni quyidagi ko‘rinishga olib kelimiz.

$$\begin{aligned} \frac{dC_A}{dx} &= -\frac{v}{s} k C_A C_B = f_1(C_A, C_B), \\ \frac{dC_B}{dx} &= -\frac{v}{s} k C_A C_B = f_2(C_A, C_B) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Eyler usuliga muvofiq, izlangan S_A va S_B konsentratsiyalar quyidagi formulalar bilan aniqlanadi

$$C_A = C_A^0 + \Delta x f_1(C_A, C_B). \quad (1.14)$$

$$C_B = C_B^0 + \Delta x f_2(C_A, C_B). \quad (1.15)$$

(1.13) tenglamalar tizimining grafik yechim algoritmi (blok-sxema) 1.11-ramsda keltirilgan

Bu algoritm qadam-baqadam shaklida ifodalangan quyidagi ko‘rinishga ega:

1. $C_A^0, C_B^0, \Delta x, k, s, v, l$. beriladi.
2. $x = x + \Delta x$ aniqlanadi.

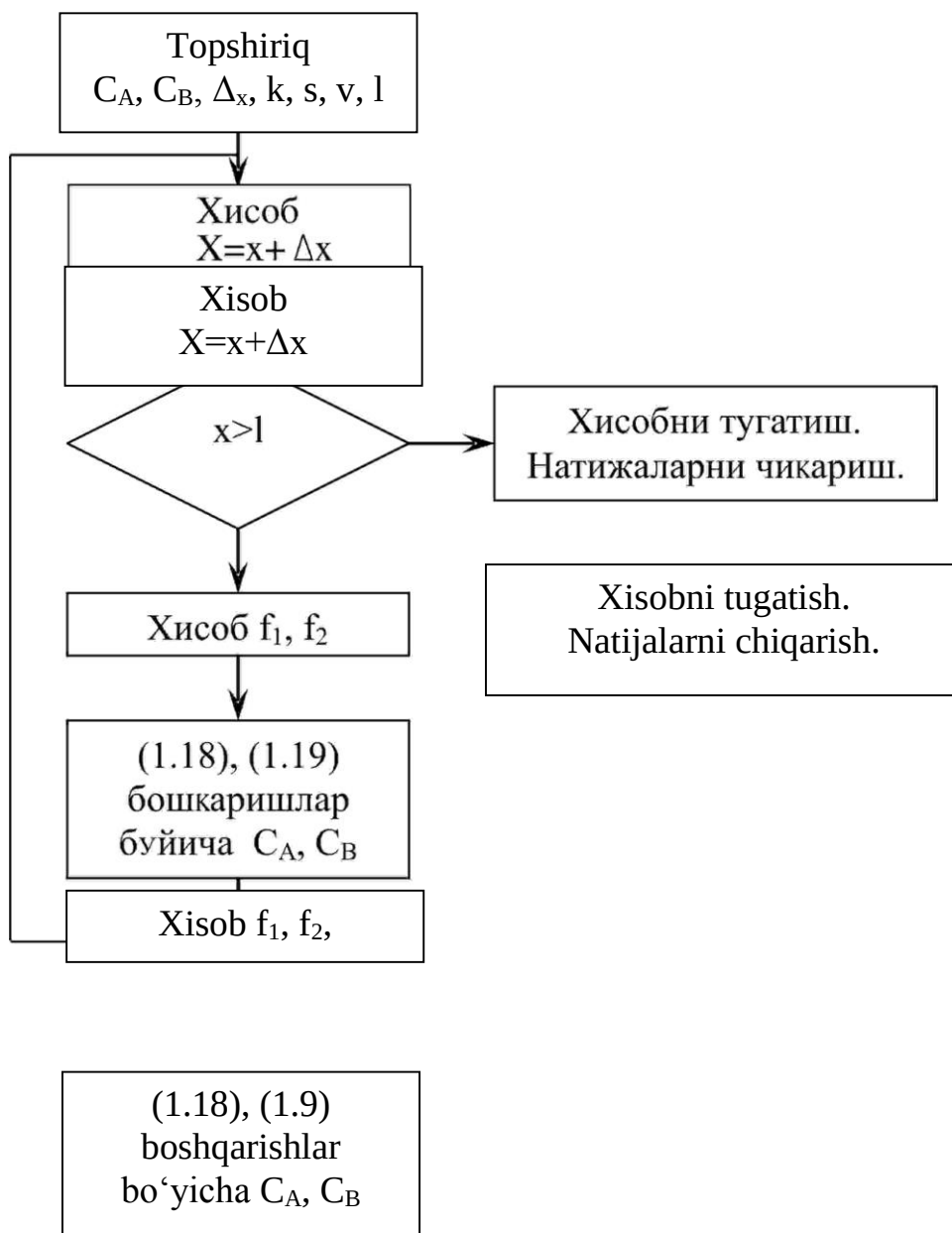
3. $(x>l)$ integrallash yakunining sharti tekshiriladi. Agar u bajarilgan bo'lsa, natijalar bosmaga chiqariladi va 7 chi punktga o'tiladi.

4. $f_1(C_A, C_B)$, $f_2(C_A, C_B)$ o'ng qismlari hisoblanadi.

5. S_A va S_B yangi konsentratsiyalar aniqlanadi.

6. 2 chi punktga o'tiladi.

7. Hisob tugatiladi.



1.11 -rasm. Ideal siqib chiqarish reaktorini hisoblash algoritmining blok-sxemasi.

Dasturlash bosqichi odatda dasturning barcha o'zgaruvchilar va muvofiq identifikatorlar kirish hamda chiqish o'zgaruvchilar, axborotni kiritish va chiqarish tartibini ko'rsatadigan tavsifini tuzish bilan yakunlanadi.

1.7. Matematik modellarni qurishning blokli tamoyili

Matematik modellarni qurishda blokli tamoyil keng qo'llaniladi, uning mazmuni shundan iboratki, ko'rilayotgan jarayonning u yoki bu tomonini aks ettiruvchi model alohida mantiqiy yakunlangan bloklardan quriladi. Bu modda o'tkazish kinetikasining bloki, gidrodinamika bloki, fazali muvozanatning bloki va shu kabilar bo'lish mumkin. Modellarni blokli qurish tamoyili quydagilarni imkon beradi: a) matematik modelni qurishning umumiy masalasini alohida nimmasalalarga bo'lish va shu bilan uning yechimini soddalashtirish; b) ishlab chiqilgan bloklarni boshqa modellarda qo'llash; d) alohida bloklarni modernizatsiyalash va boshqa bloklarga tegmasdan turib, yangilariga almashtirish.

Jarayonning matematik modelini nimtizimlar (bloklar) majmui ko'rinishida ifodalash alohida bloklarning matematik tavsiflari majmui sifatida umumiy matematik tavsifni ifodalashga imkon beradi. Unda matematik modelning umumiy strukturasi 1.12-rasmda aks etgan ko'rinishga ega bo'lishi mumkin.

Tizimli yondashuvga asoslangan matematik modellarni qurishda jarayonlarni masshtablashtirish muammosini ko'p hollarda prinsipial yechishga imkon beradigan blokli tamoyil sifatida qo'llaniladi. Matematik modellashtirish nuqtayi nazaridan masshtabli o'tish, jarayonni apparaturali rasmiylashtirishni tavsiflaydigan geometrik o'lchamlarining o'zgarishidagi matematik modelning deformatsiyasidan boshqa narsa emas. Matematik modelni qurishning blokli tamoyilini qo'llashda jarayonning xossalari geometrik o'lchamlarining ta'siri faqat bitta nimtizimda (blokda) – «gidrodinamika» blokida aks etadi. Shuning uchun bu blokning sifat va miqdoriga nisbatan yetarli tahrirli matematik tavsifi mavjudligida masshtabli o'tishni bajarishga imkon tug'uladi.

Prinsipial matematik modelning har bir bloki matematik tavsifni detallashtirishning turli darajasiga ega bo'lishi mumkin. Shu narsa muhimki, modelni barcha bloklarning kirish va chiqish o'zgaruvchilari o'zaro muvofiqlikda bo'lish kerak, bu esa jarayonning butunicha matematik modeli tenglamalarining tutashgan tizimini olish imkoniyatini beradi. Ichki o'zgaruvchi bloklarning tarkibiga qaralsa, bunda, yetarli darajada tanlashning katta erkinligi mavjuddir. Idealda har bir blokning matematik tavsifi parametrlari faqat moddalarning fizik-kimyoviy xossalari bo'lgan tenglamalarni o'z ichiga olishi kerak. Lekin ko'p hollarda ayrim hodisalarning yetarlicha o'rganilmaganligi sababli alohida bloklarning fundamental tavsifini olishning hozirgi vaqtda imkoni yo'q. Bu blokni matematik tavsifining o'ta murakkablanishiga bog'liq bo'lib, bu esa jarayonning butunicha matematik modelini keskin murakkablashishiga olib keladi va bundan tashqari, ma'lum hisoblash qiyinchiliklarini ham tug'dirishi mumkin. Shuning uchun blokli tamoyilni amaliy qo'llashda har bir blokning matematik tavsifida uni detallashtirishining u yoki bu sathida empirik bog'lanishlarni qo'llashga to'g'ri keladi.

1.8. Matematik tavsif tenglamalar tizimining tahlili

1. Boshqa tenglamalarning chiziqli kombinatsiyalari olinishi mumkin bo'lgan bog'liqli tenglamalar olib tashlanadi.
2. MT tenglamalarining chap va o'ng qismlaridagi o'lchamlarning mosligi tekshiriladi.
3. Imkon boricha tizimning tenglamalari soddaroqlariga, masalan, stexiometrik bog'lanishlarga almashtiriladi.

Gidrodinamik modellarning balans tenglamalari

Balans tenglamalar sinfi	Model ko'rinishi	Mujassamlangan parametrlari	Taqsimlangan parametrlari	
		Ideal aralashtirish modeli	Ideal siqib chiqarish modeli	Bir parametrlari diffuziyali modeli

Komponentlar bo'yicha	Dinamik	$\frac{d(V_{x_i})}{dt} = v^{(0)} x_i^{(0)} - v x_i + G_i^\Sigma$ $i = 1, \dots, n$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{\partial(V_{x_i})}{\partial t} = -\frac{\partial(v x_i)}{\partial l} + G_{i(t)}^\Sigma$ $i = 1, \dots, n$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{\partial(V_{x_i})}{\partial t} = \frac{D}{L} \frac{\partial^2(V_{x_i})}{\partial l^2} - \frac{\partial(v x_i)}{\partial l} + G_{i(t)}^\Sigma$ $i = 1, \dots, n$
	Statik	$v^{(0)} x_i^{(0)} - v x_i + G_i^\Sigma = 0$ $i = 1, \dots, n$	$\frac{\partial(v x_i)}{\partial l} = G_{i(t)}^\Sigma$ $i = 1, \dots, n$	$\frac{D}{L} \frac{\partial^2(V_{x_i})}{\partial l^2} - \frac{\partial(v x_i)}{\partial l} + G_{i(t)}^\Sigma = 0$ $i = 1, \dots, n$
Umumiy massa bo'yicha	Dinamik	$\frac{d(V)}{dt} = v^{(0)} - v + \sum_{i=1}^n G_i^\Sigma$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial v}{\partial l} + \sum_{i=1}^n G_{i(t)}^\Sigma$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{\partial(V)}{\partial t} = \frac{D}{L} \frac{\partial^2 V}{\partial l^2} - \frac{\partial v}{\partial l} + \sum_{i=1}^n G_{i(t)}^\Sigma$
	Statik	$v^{(0)} - v + \sum_{i=1}^n G_i^\Sigma = 0$	$\frac{\partial v}{\partial l} = \sum_{i=1}^n G_{i(t)}^\Sigma$	$\frac{D}{L} \frac{\partial^2 V}{\partial l^2} - \frac{\partial v}{\partial l} + \sum_{i=1}^n G_{i(t)}^\Sigma = 0$
Issiqlik bo'yicha	Dinamik	$\frac{d(V C_p T)}{dt} = v^{(0)} C_p^{(0)} T^{(0)} - v C_p T + \Delta Q^\Sigma$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{\partial(V C_p T)}{\partial t} = -\frac{\partial(v C_p T)}{\partial l} + \Delta Q_i^\Sigma$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{\partial(V C_p T)}{\partial t} = \frac{D}{L} \frac{\partial^2(V C_p T)}{\partial l^2} - \frac{\partial(v C_p T)}{\partial l} + \Delta Q_{i(t)}^\Sigma$
	Statik	$v^{(0)} C_p^{(0)} T^{(0)} - v C_p T + \Delta Q^\Sigma = 0$	$\frac{\partial(v C_p T)}{\partial l} = \Delta Q_i^\Sigma$	$\frac{D}{L} \frac{\partial^2(V C_p T)}{\partial l^2} - \frac{\partial(v C_p T)}{\partial l} + \Delta Q_{i(t)}^\Sigma = 0$

Kimyo texnologiyasida jarayonlarning matematik tavsiflari uchun asosiy bog'liqliklar quyidagi jadvalda ifodalangan:

Oqimlarda elementar jarayonlar manbalarining asosiy jadalliklari

Manbalar	Zonadagi jadallik			
		Mujassamlashgan parametrli	Taqsimlangan parametrli	Lokal
Yig'indili	Komponentning	$G_i^\Sigma = G_i^R + G_i^M + G_i^A + G_i^H$ $i = 1, \dots, n$	$G_{i(t)}^\Sigma = G_{i(t)}^R + G_{i(t)}^M + G_{i(t)}^A + G_{i(t)}^H$ $i = 1, \dots, n$	
	Issiqlikning	$\Delta Q^\Sigma = \Delta Q^R + \Delta Q^M + \Delta Q^A + \Delta Q^T + \Delta Q^H + \Delta Q^H$	$\Delta Q_{i(t)}^\Sigma = \Delta Q_{i(t)}^R + \Delta Q_{i(t)}^M + \Delta Q_{i(t)}^A + \Delta Q_{i(t)}^T + \Delta Q_{i(t)}^H + \Delta Q_{i(t)}^H$	
v^R hajmda kimyoviy reaksiya	Komponentning	$G_i^R = V^R \cdot g_i^R$ $i = 1, \dots, n$	$G_{i(t)}^R = \frac{V^R}{L} \cdot g_i^R$ $i = 1, \dots, n$	$g_i^R = \sum_{j=1}^m \alpha_{0j} r_j$ $i = 1, \dots, n$
	Issiqlikning	$\Delta Q^R = V^R \cdot \Delta q^R$	$\Delta Q_{i(t)}^R = \frac{V^R}{L} \cdot \Delta q^R$	$\Delta q^R = \sum_{j=1}^M [\alpha_{pj}] (-\Delta H_{pj}^R) r_j$
F^M yuza orqali modda almashuv	Komponentning	$G_i^M = F^M \cdot g_i^M$ $i = 1, \dots, n$	$G_{i(t)}^M = \frac{V^M}{L} \cdot g_i^M$ $i = 1, \dots, n$	$g_i^M = \sum_{j=1}^n K_{ij}^M (x_i^n - x_i)$ $i = 1, \dots, n$
	Issiqlikning	$\Delta Q^M = F^M \cdot \Delta q^M$	$\Delta Q_{i(t)}^M = \frac{F^M}{L} \cdot \Delta q^M$	$\Delta q^M \equiv \sum_{i=1}^n (-\Delta H_i^M) g_i^M$
Fazali muvozanatda agregat	Komponentning	$G_i^A = -\tilde{V} \cdot \tilde{X}_i^*$ $i = 1, \dots, n$	$G_{i(t)}^A = -\frac{\tilde{V}}{L} \cdot \tilde{X}_i^*$ $i = 1, \dots, n$	$\tilde{X}_i^* = y_i^*$ $i = 1, \dots, n$

holatini o'zgarishi	Issiqlikning	$\Delta Q^A = -\tilde{v} \Delta \tilde{H}^A$	$\Delta Q_{(t)}^A = -\frac{\tilde{v}}{L} \cdot \Delta \tilde{H}^A$	$\Delta \tilde{H}^A \equiv \sum_{i=1}^n (-\Delta H_i^A) y_i^*$
F^T yuza orqali issiqlik almashuv	Issiqlikning	$\Delta Q^T = F^T \cdot \Delta q^T$	$\Delta Q_{(t)}^T = \frac{F^T}{L} \cdot \Delta q^T$	$\Delta q^T = K^T (\tilde{T} - T)$
F'' yuzadan issiqlik nurlanishi	Issiqlikning	$\Delta Q'' = F'' \cdot \Delta q''$	$\Delta Q_{(t)}'' = \frac{F''}{L} \cdot \Delta q''$	$\Delta q'' = K'' (\tilde{T}^4 - T^4)$

Shartli belgilar

V – ko‘rilayotgan zonaning hajmi;

v – oqimning sarfi;

L – ko‘rilayotgan zonaning uzunligi;

D – bo‘ylama aralashtirish koeffitsiyenti;

$\bar{x}, T$ – oqimning tarkibi va harorati;

$\bar{y}$ – fazali o‘tishda agregat holatini o‘zgarishida kontaktlanayotgan fazaning tarkibi;

$\bar{G}^\Sigma$ – oqimda komponentlar manbalarining yig‘indi jadalligi;

ΔQ^Σ – oqimda issiqlik manbalarining yig‘indi jadalligi;

C_p – o‘zgarmas bosimda issiqlik sig‘imi;

$\bar{g}$ – oqimda komponentlar manbalarining lokal jadalligi;

Δq – oqimda issiqlik manbaning lokal jadalligi;

K – oqimda issiqlik manbalarining jadalligini tavsiflovchi uzatish koeffitsiyenti;

ΔN – elementar jarayonning issiqlik samarasi;

$\bar{r}$ – kimyoviy reaksiya pog‘onalarining tezliklari;

$\bar{\alpha}$ – reaksiyalarda komponentlarning stexiometrik koeffitsiyentlari;

ℓ – fazoning koordinatasi;

t – vaqtning koordinatasi;

n – ko‘p komponentli tizimda komponentlar soni;

m – murakkab kimyoviy reaksiyada elementar pog'onalar soni.

YUQORIDAGI INDEKSLAR

$^{(0)}$ – oqimning zonaga kirish alomati;

R – kimyoviy reaksiya;

M – modda almashuv;

A – fazali muvozanatda agregat holatining o'zgarishi;

P – tashqi oqimdan qo'shimcha ta'minlash;

T – issiqlik almashuv;

I – issiqlik nurlanish;

$*$ – termodinamik muvozanat;

$\sim$ – ko'rilayotgan bilan kontaktlanayotgan oqimning zonasi.

PASTKI INDEKSLAR

i – komponent

j – kimyoviy reaksiyaning pog'onasi

(ℓ) – parametrning taqsimlanganligi

p – kimyoviy reaksiyaning elementar pog'onasida tashkil bo'layotgan komponent_(mahsulot)

O‘z-o‘zini tekshirish uchun topshiriqlar

1. Xayoliy modellashtirish nima?
2. Ko‘rgazmali modellashtirish nima?
3. Analogli modellashtirish nima?
4. Tilli modellashtirish nima?
5. Matematik modellashtirish nima?
6. Imitatsion modellashtirish nima?
7. Kombinatsiyalangan modellashtirish nima?
8. Real modellashtirish nima?
9. Shaxsiy kompyuterda tizimlarni modellashtirishning imkoniyatlari va samaradorligi.
10. Mashinali tajriba qanday rejalashtiriladi?
11. Ish hisoblarini o‘tkazish tartibi.
12. Konseptual modelni qurishning asosiy nimbosqichlarni ayting.
13. Texnologik jarayonlarning asosiy ierarxik sathlarni sanab o‘ting. Har bir sanab o‘tilgan sathlar nima bilan tavsiflanadi?
14. Fizik-kimyoviy tizim (FKT) va kimyo-texnologik tizim (KTT) deganda nima tushuniladi?
15. Tizimlar operatorlarining fizik-kimyoviy, texnologik va funksional vazifalari nimadan iborat?
16. Tizimning hisobiy moduli nimani tavsiflaydi?
17. Kompyuterda real jarayonlarni hisoblash uchun tadqiqotlarning qanday bosqichlarini amalga oshirish kerak?
18. EHMda quyidagi real jarayonlarni hisoblashga misollar keltiring: a) kimyoviy ishlab chiqarish ierarxiyasining mikrosathida; b) makrosathda; d) ishlab chiqarish sathida.
19. Jarayonning matematik modeli (MM) nimani tavsiflaydi: a) matematik tavsifning tenglamalar tizimini (MTTT); b) uni yechish algoritmining blok-sxemasini; d) yuqori sathli algoritmik tillardan birida yechish dasturini; e)

kompyutyerda amalga oshirilgan masalani yechish algoritmini, masalan modellovchi algoritm (MA)nimi?

20. Nima uchun real jarayonning matematik modeli monand bo'lishi kerak?

21. Monandlikni aniqlash uchun tajriba ma'lumotlari kerakmi?

22. Nima uchun modellashtirish obyektining identifikatsiyasi MM ni monandligini ta'minlaydi?

23. Tadqiq qilinayotgan obyektning optimal ishlash sharoitini aniqlashda, ya'ni real jarayonni optimallashtirishda kompyutyerdan qanday foydalanish kerak?

24. Strukturaviy modelni qurishning umumiy tamoyillarini sanab o'ting.

25. Kimyo-texnologik jarayonning matematik tavsifini tenglamalar tizimini qurish bosqichlarining nomini aytib o'ting.

26. Asosiy elementar jarayonlarni sanab o'ting.

27. Gidrodinamik modellarining balans tenglamalarini keltiring.

28. Oqimlardagi elementar jarayonlar manbalarining asosiy jadalliklarini keltiring.

29. Kimyo-texnologik jarayonni matematik tavsifining tenglamalar tizimini tahlili nimadan iborat?

30. Mujassamlashgan parametrli (dinamik va statik modellar) obyektning matematik tavsifini keltiring.

31. Taqsimlangan parametrli (dinamik va statik modellar) obyektning matematik tavsifini keltiring.

32. Kimyoviy jarayonlar qanday algoritmlar yordamida modellanadi?

II bob. OBYEKTЛАRNING ANALITIK MODELLARINI QURISH USULLARI

Real apparatlarda oqimlarning xulqi shu qadar murakkabki, hozirgi vaqtda ularning qat'iy matematik tavsifini tuzishga ko'p hollarda imkon bo'lmaydi. Shu bilan bir vaqtda oqimlar tizimi kimyo-texnologik jarayonlar samaradorligiga jiddiy ta'sir ko'rsatishi ma'lum bo'lib, buning uchun ular jarayonlarni modellashtirishda hisobga olinishi kerak. Bunda oqimlar strukturasi matematik modellari qurilayotgan kimyo-texnologik jarayonni matematik tavsifining asosi sifatida qabul qilinadi. Real oqimlarni aniq tavsiflash (masalan, Nave-Stoks tenglamasi yordamida) yechilishi o'ta qiyin masalalarga olib kelishi oldinroq ko'rsatib o'tilgandi. Shuning uchun shu vaqtgacha ishlab chiqilgan apparatlarda oqimlar strukturasi modellari ancha sodda va yarim empirik xarakterga ega. Shunga qaramay, ular real fizik jarayonlarni yetarli darajada aniq aks ettiruvchi modellar (obyektga monand modellar) ni qurishga imkon beradi.

Kimyo-texnologik jarayonlarni o'tkazishda ko'pincha ularni yakunlash to'liqligi darajasini bilish muhimdir, bu esa o'z navbatida apparatda oqim zarralarini vaqt bo'yicha taqsimlanishiga bog'liq, modomiki apparatda oqimning ayrim ulushlari turib qolishi mumkin, boshqalari esa, aksincha, o'tib ketadi, bu esa kontakt vaqti va diffuziyaga bevosita bog'liq.

Apparatda oqim zarralarini vaqt bo'yicha taqsimlanishi (VBT) stoxastik tabiatga ega va statistik taqsimlanish bilan baholanadi.

Sanoat apparatlarida oqim zarralarini vaqt bo'yicha taqsimlanish notekisligining eng muhim manbalari quyidagilardir:

1) tizim tezliklar profilining notekisligi; 2) oqimlarning turbulizatsiyasi; 3) oqimda turg'unlik sohalar mavjudligi; 4) tizimda baypasli va kesishuvchi oqimlar kanallarining hosil bo'lishi; 5) harakatlanuvchi muhitlarning harorat gradiyentlari; 6) fazalar orasida issiqlik va modda almashuvi va shunga o'xshashlar.

Shunday bo'lib chiqishi mumkinki, diffuziya jarayonini bajarish uchun apparatda oqim zarralarini real bo'lish vaqti yetarli bo'lmay qoladi, bunga esa butun diffuziyali jarayonning samaradorligi bog'liq. Shuning uchun oqimlarning ichki strukturasi haqidagi modeli ifodalar yordamida apparatdagi (shuningdek, bo'lib o'tish vaqti bo'yicha) fazalar oqimining real strukturasi hisobga olish muhim hisoblanadi.

Modda almashuv jarayonlari uchun oqimlar strukturasi tavsiflash yana shu ma'noga egaki, u shu oqimlarda moddalarni joyini o'zgartirish va taqsimlanishini aniqlashga imkon beradi. Shuning uchun barcha oqimlarning gidrodinamik modellari ko'pincha oqimda modda konsentratsiyasini o'zgarishini ifodalovchi tenglamalar ko'rinishida yoziladi.

Keyinroq real apparatlarda oqimlar strukturasi tadqiqlashning tajriba usullari, oqimlar strukturasi eng ko'p tarqalgan matematik modellari va modellar parametrlarini aniqlash usullari ko'rib chiqiladi.

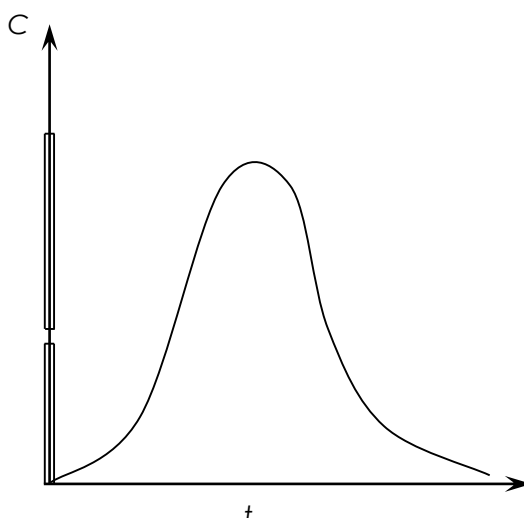
2.1. Oqimlar strukturasi tadqiqot usullari

Ko'rsatilgan usullarning mohiyati oqimning apparatga kirishida unga qandaydir vosita bilan indikator kiritiladi, oqimning apparatdan chiqishida esa indikator konsentratsiyasini vaqtning funksiyasi sifatida o'lchashdan iborat. Bu chiqish egri chizig'i oqim tarkibi bo'yicha namunaviy g'alayonga tizimning javob funksiyasi deb ataladi. Indikatorlar sifatida bo'yoqlar, tuzlar va kislota eritmali, izotoplar va boshqa moddalardan foydalanadilar.

Indikatorga qo'yiladigan asosiy talab – apparatda indikator zarralarining xulqi oqim zarralarining xulqiga o'xshashi shart. Bu nuqtayi nazardan eng yaxshisi izotoplardir, chunki xossalari bo'yicha ular asosiy oqimdan kam farqlanadi. Amalda ko'pincha asosiy oqim bilan o'zaro ta'sirga tushmaydigan va oson o'lchanishi mumkin bo'lgan indikatorlar qo'llaniladi. Bunday indikatorlarga tuz eritmali tegishlidir. Apparatga indikator oqimning kirishidagi standart signallar ko'rinishida quyidagicha kiritiladi: impulsli, pog'onali va sikllik. G'alayonlovchi

signalning ko‘rinishiga muvofiq oqimlar strukturasi tadqiq qilishning quyidagi usullari farqlanadi: impulsli, pog‘onali va sikllik. Odatda oxirgi signal amaliyotda sinusoida shakliga ega bo‘ladi.

Impulsli usul. Bu usulga muvofiq oqimning apparatga kirishida amaliy bir onda indikatorning delta funksiya shaklidagi ma’lum miqdori kiritiladi. Faraz qilaylik, ixtiyoriy murakkablik apparatga oqimni kirishiga amaliy bir onda indikator kiritdik va 2.1-rasmda tasvirlangan bu g‘alayonga javob funksiyasini aniqladik.



2.1-rasm. Impulsli g‘alayonga tizimning tipik javob funksiyasi.

Apparat hajmini V deb va oqimning hajmli tezligini – v deb belgilaymiz.

Apparatda bo‘lish vaqti t dan $t + dt$ gacha o‘zgaradigan indikatorning miqdori quyidagini tashkil etadi

$$dg = vC_E(t)dt. \quad (2.1)$$

dg ning indikatorning umumiy miqdori g ga nisbati indikatorning apparatdan t dan $t + dt$ vaqtda chiqqan ulushini ifodalaydi:

$$dp = \frac{dg}{g} = \frac{vC_E(t)dt}{g}. \quad (2.2)$$

Asosiy oqim xulqi apparatdagi indikatorning xulqiga o'xshash bo'lganligi uchun, (2.1) tenglama t dan $t + dt$ bo'lgan vaqtda oqimning ulushini ifoda etadi.

$C(\theta)$ o'lchamsiz konsentratsiyani quyidagi formula bo'yicha kiritamiz:

$$C(\theta) = \frac{C_E(t)}{C_0^E}, \quad (2.3)$$

bunda, C_0^E – oqimdagi boshlang'ich konsentratsiya:

$$C_0^E = \frac{g}{V} \quad (2.4)$$

Shu vaqtning o'zida θ o'lchamsiz vaqtni quyidagi formula bo'yicha kiritamiz:

$$\theta = \frac{t}{\bar{t}}, \quad (2.5)$$

bunda, $\bar{t}$ – oqim zarralarining apparatda o'rtacha bo'lish vaqti:

$$\bar{t} = \frac{V}{v} \quad (2.6)$$

Endi (2.2) tenglamani quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\begin{aligned} dp &= \frac{vC_E(t)dt}{g} = v \frac{C_0^E C_E(t)}{C_0^E} \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{\bar{t} dt}{\bar{t}} = \\ &= \frac{vC_0^E \bar{t}}{g} C(\theta) d\theta = \frac{vC_0^E \frac{V}{v}}{g} C(\theta) d\theta = C(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (2.7)$$

Kiritilgan indikatorning umumiy miqdori quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$g = v \int_0^{\infty} C_E(t) dt. \quad (2.8)$$

U vaqtda (2,2), (2.7) tenglamalardan quyidagi ifoda kelib chiqadi

$$C(\theta) = \frac{v C_E(t) dt}{g d\theta} = v \frac{C_E(t) \bar{t}}{g} = \frac{C_E(t)}{\int_0^{\infty} C_E(t) dt}, \quad (2.9)$$

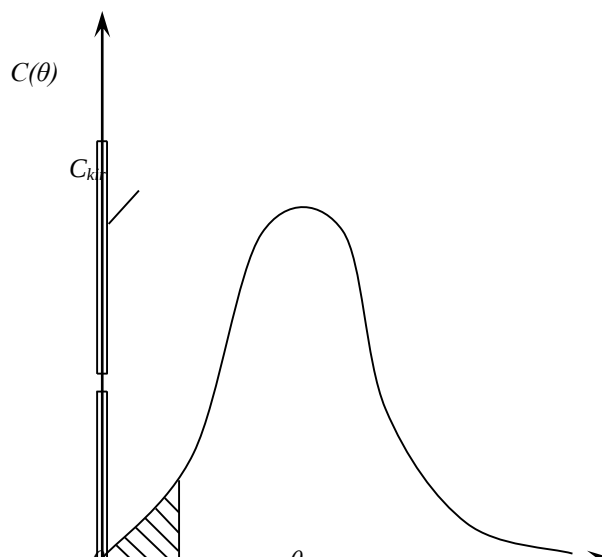
unda ifoda
$$C(t) = \frac{C_E(t)}{\int_0^{\infty} C_E(t) dt} \quad (2.10)$$

me'yorlangan S -egri chiziqni beradi.

(θ) koordinatalarda tajriba egri chizig'ini quramiz (2.2-rasm.). Bunday egri chiziq S -egri chizig'i deb ataladi. Uni ostidagi shtrixlangan maydon quyidagiga teng

$$\int_0^{\infty} C(\theta) d\theta \quad (2.11)$$

va 0 dan θ gacha o'zgarish vaqtida apparatdagi oqim ulushini belgilaydi.



2.2-rasm. Tipik C -egri chiziqli.

Tabiiyki

$$\int_0^{\theta} C(\theta) d\theta = 1 \quad (2.12)$$

Shunday qilib, S -egri chizig'i apparatda vaqt bo'yicha oqim elementlarining taqsimlanishining tavsifidir.

Oqimning apparatda o'rtacha bo'lish vaqti quyidagini tashkil etadi

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t dp. \quad (2.13)$$

Bu tenglamaga (3.2) tenglamadagi dp ni qo'yamiz va $g = v \int_0^{\infty} C_E(t) dt$ dan

foydalansak, unda quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$\bar{t} = \frac{v \int_0^{\infty} t C_E(t) dt}{v \int_0^{\infty} C_E(t) dt} = \frac{\int_0^{\infty} t C_E(t) dt}{\int_0^{\infty} C_E(t) dt}. \quad (2.14)$$

1-misol. Apparatdagi oqimlarning gidrodinamikasini tadqiq qilishda impulsli usul qo'llaniladi. Impulsli g'alayonni berish (indikatorni impuls shaklida kiritish) natijasida apparat chiqishidagi indikatorning quyidagi konsentratsiya qiymatlari olindi (2.1-jad.).

2.1-jadval

Vaqt, min	0	5	10	15	20	25	30	35
Indikatorning konsentratsiyasi, g/m ³	0	3	5	5	4	2	1	0

S -egri chiziqning taqsimlanishini qurish kerak.

Yechim. $S(\theta)$ funksiyani aniqlash uchun dastlab (2.9) tenglamadagi $C(t)$ qiymatlarini topamiz. Buning uchun probalar (tahlil uchun namuna) olish vaqtining

intervalini $\Delta t = 5$ daqiqa deb faraz qilib, $\sum_i C_E(t)\Delta t$ qiymatlar yig'indisini hisoblaymiz:

$$\int_0^{\infty} C_E(t) dt \approx \sum_i v \int_0^{\infty} C_i^E(t) \Delta t = (3 + 5 + 5 + 4 + 2 + 1) \cdot 5 = 100 \frac{g \cdot daq}{m^3}$$

$$C(t) = C_i^E(t) / \sum_i C_i^E(t) \Delta t \quad \text{me'yorlangan funksiyani vaqtga bog'liq}$$

qiymatlarini 2.2-jadval shakliga keltiramiz.

C (t) me'yorlangan funksiyaning qiymatlari

2.2-jadval

t, daq.	0	5	10	15	20	25	30
$C(t) \text{ } \mu\text{M}^{-1}$ min,	0	0,03	0,05	0,05	0,04	0,02	0,01

$C(\theta)$ funksiyani olish uchun, vaqtni θ va S ni o'lchamsiz ko'rinishga keltiramiz, ya'ni $C(\theta)$ ko'rinishga. Buning uchun apparatda o'rtacha bo'lish vaqtini (2.14) tenglamadan topamiz.

o'lchamsiz vaqt quyidagini tashkil etadi:

$$\theta = \frac{t}{\bar{t}} = \frac{t}{15}$$

(2.9) tenglamadan foydalanib, quyidagiga ega bo'lamiz

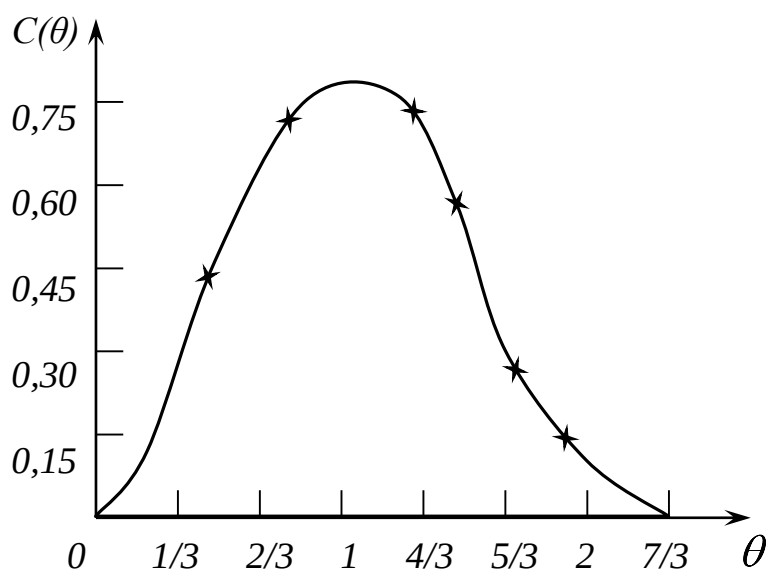
$$C(\theta) = \bar{t} C(t) \approx \frac{15 C_i^E(t)}{\sum_i C_i^E(t) \Delta t}$$

va t_i , C_i^E qiymatlarni qo'ygandan keyin, $S(\theta)$ muvofiq qiymatlarini olamiz (2.3-jad.).

$S(\theta)$ o'lchamsiz funksiyaning qiymatlari

θ	0	1/3	2/3	1	4/3	5/3	2	7/3
$C(\theta)$	0	0,45	0,75	0,75	0,60	0,03	0,15	0

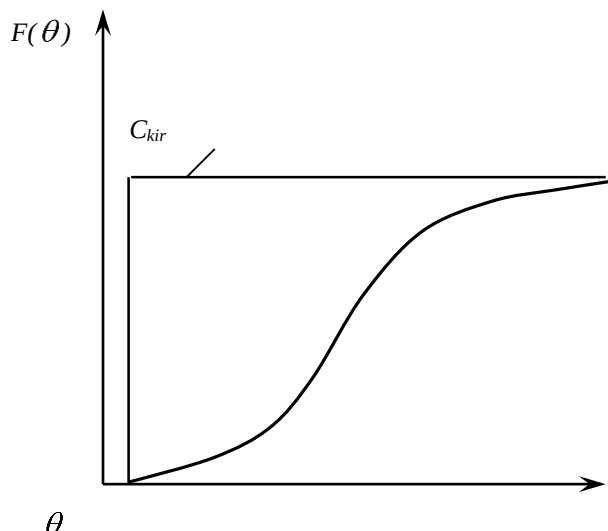
Bu ma'lumotlar bo'yicha taqsimlanishning S-egri chizig'ini quramiz (2.3-rasm).



2.3-rasm. O'lchamsiz S-egri chiziq.

Pog'onali g'alayon usuli. Bu usuldan foydalanishda apparatga kirayotgan va indikator bo'lmagan suyuqlik oqimiga indikatorning ma'lum miqdori shunday kiritiladiki, kirayotgan oqimda uning konsentratsiyasi sakrab noldan C_0 ning ma'lum qiymatigacha o'zgaradi va shu sathda ushlab turiladi.

Signalning pog'onali shakliga mos keluvchi javob egri chizig'i 2.4-rasmda tasvirlangan ko'rinishga ega. Agar vaqt o'lchamsiz birliklarda ifodalangan bo'lsa, unda apparatdan chiqayotgan oqimdagi indikator konsentratsiyasining vaqt bo'yicha o'zgarish bog'liqligi F -egri chiziq deb ataladi. Kirayotgan oqimdagi $F / F(\infty)$ nisbatga teng miqdor 0 dan 1 gacha o'zgaradi.



2.4-rasm. Tipik tajribaviy F – egri chiziq.

Oqim elementlarining apparatda bo‘lish vaqti θ dan $\theta + d\theta$ gacha oraliqda bo‘lsa, oqim elementlarining ulushi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$dF(\theta) = C(\theta)d\theta \quad (2.15)$$

Oqim elementlarining apparatda bo‘lish vaqti θ dan kichik bo‘lsa, oqim elementlarining ulushi quyidagicha aniqlanadi:

$$F(\theta) = \int_0^{\theta} C(\theta)d\theta \quad (2.16)$$

Apparatdagi suyuqlikning barcha ulushlarini yig‘indisi 1 ga tengligi bo‘lganligi uchun S-egri chiziq tagidagi maydon 1 ga teng va $\theta \rightarrow \infty$ da $f(\theta) \rightarrow 1$, ya’ni

$$\int_0^1 \theta dF(\theta) = \int_0^{\theta} \theta C(\theta)d\theta = 1 \quad (2.17)$$

Oqimning apparatda o‘rtacha bo‘lish vaqti quyidagini tashkil etadi:

$$\bar{t} = \frac{\int_0^{\infty} t C_E(t) dt}{\int_0^{\infty} C_E(t) dt} = \int_0^{\infty} t C_E(t) dt = \int_0^{\infty} t dF = - \int_0^{\infty} t d(1-F). \quad (2.18)$$

(2.18) ifodada oxirgi integralni topish uchun bo‘laklab integrallashdan foydalanamiz:

$$\int_0^{\infty} t d(1-F) = t(1-F) - \int_1^{\infty} (1-F) dt \quad (2.19)$$

(2.19) tenglamadagi birinchi qo‘shiluvchi nolga teng. Bunda oqimning apparatda o‘rtacha bo‘lish vaqti apparatdan chiqishdagi oqim elementlarining taqsimlanish funksiyasi qiymatlari $F(t) = F_E(t) / F_E(\infty)$ orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} (1-F) dt \quad (2.20)$$

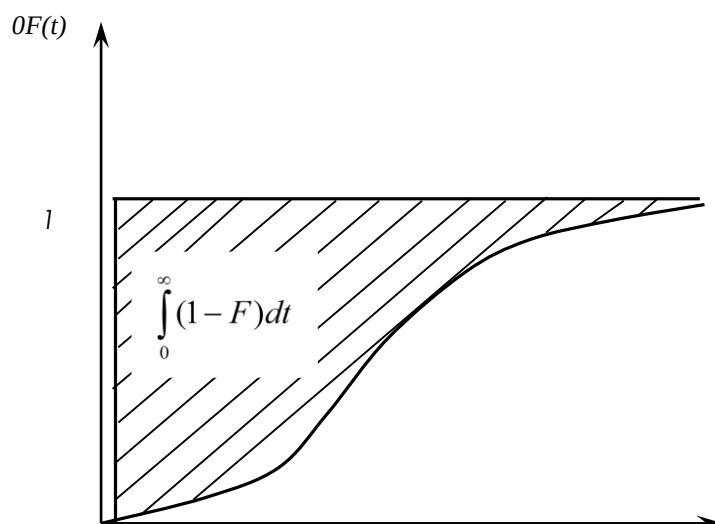
Quyidagi funksiyani kiritib

$$I(t) = 1 - F(t), \quad (2.21)$$

o‘rtacha bo‘lish vaqtini quyidagicha ifodalash mumkin

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} I(t) dt. \quad (2.22)$$

Geometrik jihatdan o‘rtacha bo‘lish vaqti $F(t)$ egri chiziq ustidagi maydonga mos keladi (2.5-rasm).



2.5-rasm. O‘rtacha bo‘lish vaqtining geometrik talqini.

Muvozanat holati usuli. Bu usul bilan apparatda oqimlar strukturasi tadqiq qilganda apparatdan chiqish oqimiga doimiy tezlik bilan indikator kiritiladi va indikator konsentratsiyasining oqim harakatining teskariga yo‘nalgandagi o‘zgarishi aniqlanadi. Indikator zarrachalari apparatga oqimning teskari aralashtirishi hisobiga tushadi. Apparatning uzunligi bo‘yicha indikator konsentratsiyasining taqsimlanishi muvozanat rejimda aniqlanadi.

Diffuziyali model parametri - bo‘ylama aralashtirish koeffitsiyenti (D_l) ni baholash uchun muvozanat holati usullaridan foydalanish misolini ko‘rib chiqamiz.

Diffuziyali modelning tenglamasi quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

$$\frac{d^2C}{dz^2} - Pe \frac{dC}{dz} = 0 \quad (2.23)$$

bunda, z – o‘lchamsiz koordinata; S – konsentratsiya; Pe – Pekle soni. Quyidagi chegaraviy shartlarni yozamiz:

$$z=1 \text{ da } C_k = 0, \quad C \frac{1}{Pe} \cdot \frac{dC}{dz} \quad (2.24)$$

$$z = 1 \text{ da } C = C_k \quad (2.25)$$

(2.23) tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$C = A_1 + A_2 e^{Pe z}, \quad (2.26)$$

bundan quyidagi kelib chiqadi:

$$\frac{dC}{dz} = A_2 Pe * e^{Pe z}. \quad (3.27)$$

$z = 0$ dagi chegaraviy shartdan foydalanib, A_x qiymatini topamiz:

$$A_1 + A_2 e^0 = \frac{1}{Pe} * A_2 Pe * e^0; \quad A_1 = 0 \quad (2.28)$$

$z = 1$ dagi shartdan esa quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$C_k = A_2 e^{Pe}; \quad A_2 = C_k e^{-Pe} \quad (2.29)$$

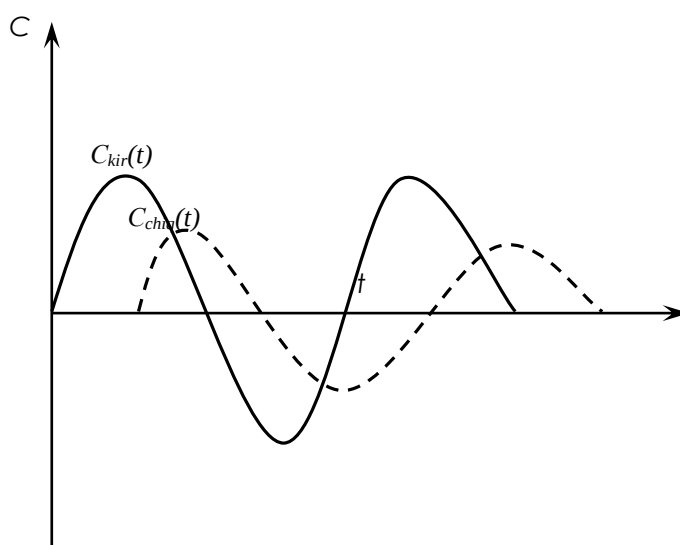
Shuning uchun ushbu ko‘rilayotgan holda diffuziyali model tenglamasining yechimi quyidagicha bo‘ladi:

$$C = C_k e^{Pe(z-1)}. \quad (2.30)$$

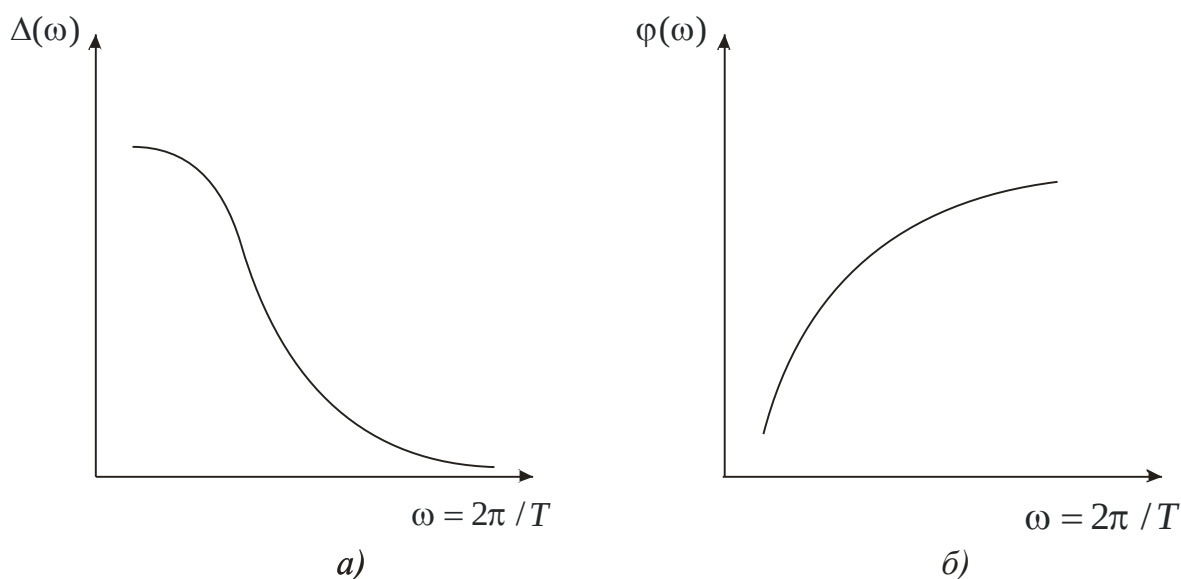
Apparatning qandaydir kesimida indikatorning konsentratsiyasini aniqlab, Re ni topish mumkin va apparatning bir necha kesimlarida konsentratsiyani o‘lchab, model monandligini tekshirish uchun foydalanish mumkin bo‘lgan ma’lumotlarni olamiz. Agar oqimda bo‘ylama aralashtirish koefitsiyenti

apparatning uzunligi bo'yicha bir xil bo'lsa, unda turli nuqtalarda olingan R_e ning qiymatlari bir-biriga mos keladi.

Sinusoidal g'alayonlash usuli. Kiruvchi oqimga sinusoidal g'alayon ta'sir ettirilsa, chiqishda o'zida sinusoidani ifodalaydigan, lekin boshqa amplitudaga ega va faza bo'yicha siljigan javob funksiyasi olinadi. Kirishdagi sinusoidal g'alayon A_0 amplituda va chastota $\omega = 2\pi / T$ (rad/s) bilan aniqlanadi, bunda, T – tebranishlar davri. Chiqish sinusoidada amplituda o'zgaradi va φ faza siljishi paydo bo'ladi (2.6-rasm).



2.6-rasm. Trasserni sinusoidal berishda kirish va chiqish signallarning ko'rinishi.



2.7-rasm. Tizim javobining amplituda-chastota (a) va faza-chastota (b) tavsiflari.

Bir obyekt uchun φ qiymat va amplitudaning o'zgarishi g'alayonlovchi signalning chastota funksiyalaridir. Kirish va chiqish sinusoidalarini solishtirish natijasida amplituda-chastota va faza- chastota tavsiflari olinadi (2.7-rasm).

Amplitudalar nisbati *kuchaytirish koeffitsiyenti* $\Delta(\omega)$ deb ataladi.

Kirishga sinusoidal signal berilgandagi diffuziyali modelning bo'ylama aralashtirish koeffitsiyenti D_l [(2.87) formulaga qarang] ni aniqlanishini ko'rib chiqamiz. Chegaraviy shartlar quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$C(t,0) = C_0 A_0 \sin \omega t, \quad (2.31)$$

$$C(t, \infty) = C_0. \quad (2.32)$$

bunda, S_0 – indikatorning o'rtacha konsentratsiyasi; $A_0 - z = 0$ dagi (apparatga kirishda) tebranishlar amplitudasi.

Diffuziyali model tenglamasi uchun Laplas o'zgartirishini qo'llab, (2.31), (2.32) chegaraviy shartlarni hisobga olgan holda apparat chiqishdagi indikator konsentratsiyasi uchun quyidagi ifodani olish mumkin:

$$C(t,1) = C_0 + A_0 e^{-B} \sin(\omega t - \varphi), \quad (2.33)$$

Bunda

$$B = \ln \frac{A_0}{A_l} = \frac{ul}{2D_l} \left\{ \sqrt[4]{1 + \left(\frac{4\omega D_l}{u^2}\right)^2 \cos \left[\frac{tg^{-1}\left(\frac{4\omega D_l}{u^2}\right)}{2} \right]} \right\} - 1, \quad (2.34)$$

l —apparatning uzunligi; A_l — apparat chiqishdagi tebranishlar amplitudasi.

Ildiz ostidagi ifodani va trigonometrik funksiyani qatorga yoyib, yuqori darajali a'zolarini inobatga olmasak, (2.34) tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'lishi mumkin:

$$B = \frac{l\omega^2 D_l}{u^3} - \frac{5l\omega^2 D_l^3}{u^7} \quad (2.35)$$

(2.35) tenglamaning ikkinchi a'zosini inobatga olmasak, quyidagi ifodani olamiz:

$$B = \ln \frac{A_0}{A_l} = \frac{l\omega^2 D_l}{u^3} \quad (2.36)$$

Fazalar siljishini aniqlovchi tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$\varphi = \frac{ul}{2D_l} \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{2D_l\omega}{u^2}\right)^2} - \frac{1}{2}} \quad (2.37)$$

Qatorga yoyib, yuqori darajali a'zolari chiqarib tashlagandan so'ng, oxirgi tenglama quyidagi sodda ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\varphi = \frac{\omega L}{u} \quad (2.38)$$

Endi fazalar siljishining tajriba qiymati f va A_0 / A_- amplitudalar nisbati bo'yicha (2.36), (2.37) tenglamalar asosida bo'ylama aralashtirish koeffitsiyenti D_l ning qiymatini baholash qiyin emas.

2.2. Apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlari taqsimlanishining asosiy tavsiflari

Oqim zarralarining apparatda bo'lish vaqtini taqsimlanishining hisobi momentlarning statistik tushunchasiga asoslangan va zichlik ehtimolligining taqsimlanishiga bog'liq. Taqsimlanishning eng muhim xossalarini aniqlaydigan tasodifiy kattalikni taqsimlanishining asosiy xossalarini bir necha sonli tavsiflar bilan tavsiflash mumkin. Bunday tavsiflar tizimi – tasodifiy kattalikni taqsimlanish momentlari hisoblanib, ular quyidagi uchta alomat bo'yicha tizimlanadi: moment r tartibi bo'yicha; tasodifiy kattalikni hisoblashning boshlanishi bo'yicha; tasodifiy kattalikning ko'rinishi bo'yicha.

r momentning tartibi ixtiyoriy butun son bo'lishi mumkin. Amaliyotda esa nolinch, birinchi, ikkinchi, uchinchi va to'rtinchi tartibli momentlar ko'riladi, ya'ni $\beta = 0, 1, 2, 3, 4$. Tasodifiy kattalik hisobini boshlashdan kelib chiqib, boshlang'ich va markaziy momentlar ajratiladi. Taqsimlash funksiyaning *boshlang'ich momentlarini* umumiy ko'rinishi quyidagicha:

$$M_{\beta} = \int_0^{\infty} t^{\beta} C(t) dt. \quad (2.39)$$

Momentlarning har biri ma'lum fizik mazmunga ega. Nolinch moment – egri chiziq ostidagi maydonni; birinchi moment - o'rta miqdorni (bo'lishning o'rta vaqti), yoki bo'lish vaqtining tasodifiy kattaligining matematik kutilmasini tavsiflaydi. Matematik kutilmalardan hisoblanadigan tasodifiy kattaliklar *markazlashtirilgan* deb ataladi. Markazlashtirilgan kattalik momentlari *markazlashgan* deb ataladi. Markazlashgan momentlarning umumiy ko'rinishi quyidagicha:

$$M_{\beta} = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^{\beta} C(t) dt. \quad (2.40)$$

Ikkinchi markazlashgan moment tasodifiy kattalikning oʻrtacha boʻlish vaqtiga nisbatan yoyilishini tavsiflaydi va u *dispersiya* deb ataladi hamda σ_t^2 orqali belgilanadi:

$$\sigma_t^2 = \mu_2 = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^2 C(t) dt. \quad (2.41)$$

Uchinchi markazlashgan moment *asimmetrik* taqsimlanishni tavsiflaydi va quyidagiga teng:

$$\mu_3 = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^3 C(t) dt. \quad (2.42)$$

Toʻrtinchi markazlashgan moment *oʻtkir choʻqqili* taqsimlanishni ifodalaydi:

$$\mu_4 = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^4 C(t) dt. \quad (2.43)$$

Apparatda oqim elementlarining harakatlari stoxastik tabiatga ega boʻlganligi sababli, ularni oʻrtacha boʻlish vaqti maʼlum taqsimlanish zichligiga ega tasodifiy kattalik hisoblanadi. Apparatda boʻlish vaqti boʻyicha oqim elementlarini taqsimlash zichligi funksiyasining bahosi boʻlib, impulsli gʻalayon taʼsirida apparatning chiqishida olinayotgan C – egri chiziq xizmat qilishi mumkin. Unda C – egri chiziqning momentlari oqim elementlarining apparatda boʻlish vaqti boʻyicha taqsimlashining asosiy tavsiflari hisoblanib, shu oqim strukturasi aniqlab beradi.

Endi meʼyorlangan va oʻlchamsiz C – egri chiziqning momentlar bogʻliqligini koʻrib chiqamiz. Meʼyorlangan C – egri chiziqning qiymatlari quyidagicha aniqlanadi:

$$C(t) = \frac{C_E(t)}{\int_0^{\infty} C_E(t) dt} \quad (2.44)$$

Me'yorlangan C – egri chiziqning β tartibli boshlang'ich momenti:

$$\mu_{\beta}^t = \int_0^{\infty} t^{\beta} C(t) dt \quad (2.45)$$

o'lchamsiz konsentratsiya $C(\theta)$ va vaqt θ ni kiritib, $C(\theta) = C(t)t$ va $\theta = t/\bar{t}$ ni hisobga olgan holda (2.45) tenglamaga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\mu_{\beta}^t = \int_0^{\infty} (\theta \bar{t})^{\beta} \frac{C(\theta)}{t} \bar{t} d\theta = t^{-\beta} \int_0^{\infty} \theta^{\beta} C(\theta) d\theta \quad (2.46)$$

(2.46) tenglamaning o'ng qismidagi integral o'lchamsiz bo'lish vaqtining β tartibli boshlang'ich momenti M_3^{θ} bo'yicha olinadi. Bundan β tartibli o'lchamli va o'lchamsiz boshlang'ich momentlar orasidagi quyidagi bog'lanish olinadi:

$$\mu_{\beta}^t = t^{-\beta} M_{\beta}^{\theta} \quad (2.47)$$

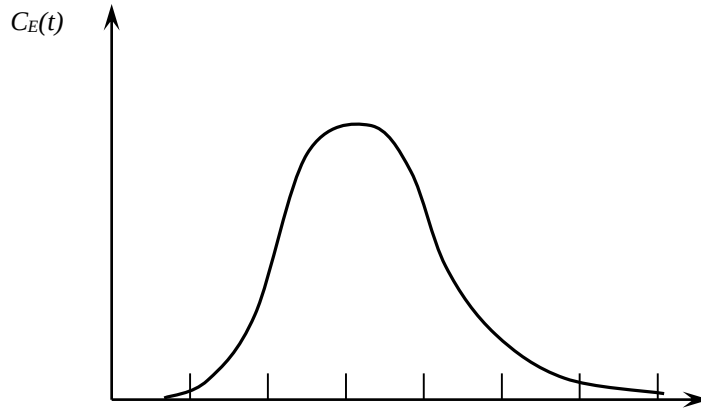
Shunga o'xshash holda me'yorlangan S – egri chiziqning β tartibli markaziy momenti μ_{β}^t ning ifodasiga $C(t) = C(\theta)/t$ va $t = t(\theta)$ larni qo'yib, o'lchamli va o'lchamsiz markaziy momentlar orasida bog'lanishni olamiz:

$$\mu_{\beta}^t = t^{-\beta} M_{\beta}^{\theta} \quad (2.48)$$

Momentlar usuli yordamida eksperimental S – egri chiziqlarni qayta ishlash. Obyektni tadqiq qilish natijasida tajribaviy C – egri chiziq olingan bo'lsin (2.8-rasm). Tahliliy trapetsiyalar formulasidan foydalanib, berilgan C – egri chiziqning boshlang'ich momentlarni hisoblashni ko'rib chiqamiz. Tajribaviy C – egri chiziqning nolinch tartibli boshlang'ich momenti egri chiziq tagidagi maydon bilan aniqlanadi:

$$M_0^t = \int_0^{\infty} C_E(t) dt \approx \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n-1} (C_j^E + C_{j+1}^E) \Delta t \quad (2.49)$$

bunda, n — tajribaviy C – egri chiziqning bo‘linish nuqtalar soni.



2.8-rasm. Tajribaviy C – egri chiziq.

Me'yorlangan C – egri chiziqning birinchi tartibli boshlang'ich momenti o'rtacha bo'lish vaqti t ni aniqlaydi. Me'yorlangan C – egri chiziqning ta'rifini hisobga olib, qo'yidagiga ega bo'lamiz:

$$M_1^t = \int_0^{\infty} t C(t) dt = \bar{t} \approx \frac{\sum_{j=1}^{n-1} (t_{j+1} C_{j+1}^E + t_j C_j^E)}{\sum_{j=1}^{n-1} (C_{j+1}^E + C_j^E)} \quad (2.50)$$

Umumiy holda me'yorlangan C – egri chiziqning s – tartibli boshlang'ich momenti M_s' quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\begin{aligned} M_1^t &= \int_0^{\infty} t^s C(t) dt = \frac{1}{(s+1)} \int_0^{\infty} C(t) d(t^{s+1}) \approx \\ &\approx \frac{1}{s+1} \cdot \frac{\sum_{j=1}^{n-1} (t_{j+1} C_{j+1}^E)(t_{j+1}^{s+1} - t_j^{s+1})}{\sum_{j=1}^{n-1} (C_{j+1}^E + C_j^E) \Delta t} \end{aligned} \quad (2.51)$$

Markaziy momentlarni hisoblashda to'xtalamiz. Momentlar ta'rifidan foydalanib, quyidagi tenglamalarning haqqoniyligiga ishonch hosil qilamiz:

$$\mu_0^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^0 C(t) dt = 1, \quad (2.52)$$

$$\mu_1^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^1 C(t) dt = 0, \quad (2.53)$$

Ikkinchi tartibli markaziy moment μ_2^t C – egri chiziqning *dispersiyasi* deb ataladi va C o'rta qiymatga nisbatan bo'lish vaqti taqsimlashining yoyilish tavsifi bo'lib xizmat qiladi. Ikkinchi markaziy moment μ_2^t ikkinchi boshlang'ich moment M_2^t va o'rtacha bo'lish vaqti t larning qiymatlari orqali ifodalanishi mumkin:

$$\begin{aligned} \mu_2^t &= \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^2 C(t) dt = \int_0^{\infty} t^2 C(t) dt - 2\bar{t} \int_0^{\infty} t C(t) dt + \\ &+ \bar{t}^2 \int_0^{\infty} C(t) dt = M_2^t - 2\bar{t}M_1 + \bar{t}^2 = M_2^t - \bar{t}^2. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Umumiy holda me'yorlangan C – egri chiziqning s – tartibli markaziy momenti quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \mu_s^t &= \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^s C(t) dt = \frac{1}{s+1} \int_0^{\infty} C(t) d(t - \bar{t})^{s+1} \approx \\ &\approx \frac{1}{s+1} \frac{\sum_{j=1}^{n-1} (C_{j+1}^E + C_j^E) [(t - \bar{t})_{j+1}^{s+1} - (t - \bar{t})_j^{s+1}]}{\sum_{j=1}^{n-1} (C_{j+1}^E + C_j^E) \Delta t} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Tajribaviy F – egri chiziqlarga ishlov berish. Agar C – egri chiziq bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlarini taqsimlanish zichligi funksiyasining bahosi bo'lib xizmat qilsa, unda F - egri chiziq (pog'onali g'alayonga tizimning javobi)

taqsimlanish funksiyasining bahosidir. Amalda tajribaviy F - egri chiziqdan $F_e(t)$ me'yorlangan $F(t)$ ga o'tish qulay bo'lib, u quyidagicha ifodalanadi:

$$F(t) = F_e / F(\infty). \quad (2.56)$$

Me'yorlangan F – egri chiziqning nolinci boshlang'ich momenti quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$M_0^t = \int_0^{\infty} C(t)dt = F(\infty). \quad (2.57)$$

Birinchi, ikkinchi, ... , s –tartibli momentlar uchun ifodalarni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\begin{aligned} M_1^t &= \int_0^{\infty} tC(t)dt = \int_0^{\infty} t dF = -\int_0^{\infty} t d(1-F) = \int_0^{\infty} (1-F)dt \approx \\ &\approx \sum_{j=1}^{n-1} \frac{2 - F_{j+1} - F_j}{2} \Delta t, \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} M_2^t &= \int_0^{\infty} t^2 C(t)dt = \int_0^{\infty} t^2 dF = 2 \int_0^{\infty} t(1-F)dt \approx \\ &\approx \sum_{j=1}^{n-1} [t_{j+1}(1-F_{j+1}) + t_j(1-F_j)] \Delta t, \end{aligned}$$

$$M_s^t = s \int_0^{\infty} t^{s-1} (1-F)dt = \int_0^{\infty} (1-F)dt^s \approx \sum_{j=1}^{n-1} \frac{2 - F_{j+1} - F_j}{2} (t_{j+1}^s - t_j^s). \quad (2.59)$$

Markaziy momentlar quyidagi tarzda aniqlanadi:

$$M_0^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^0 C(t)dt = 1, \quad (2.60)$$

$$M_1^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^0 C(t) dt = 0, \quad (2.61)$$

$$M_2^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^2 C(t) dt = M_2^t - \bar{t}^2, \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} M_s^t &= \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^s C(t) dt = 2 \int_0^{\infty} (1 - F) d(t - \bar{t})^s + (-1)^s (\bar{t})^s \approx \\ &\approx \sum_{j=1}^{n-1} (2 - F_{j+1} - F_j) [(t_{j+1} - \bar{t})^s - (t_j - \bar{t})^s] + (-1)^s (\bar{t})^s \end{aligned} \quad (2.63)$$

Bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlarining taqsimlanish momentlarini obyektning uzatish funksiyasi orqali aniqlash. Murakkab gidrodinamikali apparatlar uchun vaqt bo'yicha bo'lishning taqsimlanish funksiyasining momentlarini baholash o'ta ko'p mehnat talab qiladigan masalani ifodalaydi. Ko'pincha bunday hollarda ko'rilayotgan kanal bo'yicha apparatning uzatish funksiyasidan foydalanish qulay. Umumiy holda uzatish funksiyasi chiqishdagi Laplas bo'yicha o'zgartirilgan signalni $C(p)$ kirishdagi Laplas bo'yicha o'zgartirilgan signalga C_{kir} nisbati sifatida topish mumkin:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}(p)}{\tilde{C}_{kir}(p)} \quad (2.64)$$

bu yerda Laplas o'zgartirishi quyidagi tarzda aniqlanadi:

$$L[C(t)] = \int_0^{\infty} e^{-pt} C(t) dt, \quad (2.65)$$

$$P = \sigma + i\omega \quad (2.66)$$

Impulsli kirish funksiyasi uchun ($\delta(t)$ delta funksiya) Laplas o'zgartirishi quyidagini beradi:

$$C_{kir}(p) = L[\delta(t)] = 1. \quad (2.67)$$

Unda apparatning impulsli kirish g'alayoni ta'siridagi uzatish funksiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$W(p) = \tilde{C}(p) \quad (2.68)$$

Impulsli g'alayon ta'sir etayotgan apparatning uzatish funksiyasini ko'rib chiqamiz:

$$W(p) = L[C(t)] = \int_0^{\infty} e^{-pt} C(t) dt. \quad (2.69)$$

(2.69) ifodada $r = 0$ deb, quyidagini olamiz:

$$W(0) = \int_0^{\infty} C(t) dt = M_0^t. \quad (2.70)$$

Shunday qilib, $r = 0$ ga teng bo'ganda apparatning uzatish funksiyasi impulsli g'alayonga javob bo'lgan funksiyaning nolinch boshlang'ich momentiga tengdir.

r o'zgaruvchi bo'yicha $W(r)$ uzatish funksiyasini differensiallaymiz va $r = 0$ nuqtada hosilaning qiymatini ko'rib chiqamiz:

$$\begin{aligned} \frac{dW(p)}{dp} \Big|_{p=0} &= \left[\int_0^{\infty} e^{-pt} C(t) dt \right]_p \Big|_{p=0} = \\ &= \int_0^{\infty} \frac{d}{dp} [e^{-pt} C(t)] \Big|_{p=0} = \int_0^{\infty} -t C(t) dt = -M_1. \end{aligned} \quad (2.71)$$

Shunday qilib, quyidagini olamiz:

$$W_p'(0) = -M_1. \quad (2.72)$$

Shunga o'xshash holda, r bo'yicha uzatish funksiyasi $W(p)$ dan olingan ikkinchi tartibli hosilani ko'rib chiqamiz:

$$\left. \frac{d^2 W(p)}{dp^2} \right|_{p=0} = \int_0^\infty t^2 C(t) dt = M_2^t \quad (2.73)$$

yoki

$$W_p''(0) = -M_2^t. \quad (2.74)$$

Nihoyat, umumiy holda n – tartibli hosila uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$W_p^n(0) = (-1)^n M_n^t. \quad (2.75)$$

2.3. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish modellari

Bo'lib o'tishning vaqt bo'yicha taqsimlashini hisobga olib, barcha o'zaro ta'sirlashuvchi diffuziyali va issiqlik oqimlarning xilma-xilligini quyidagi tipik matematik modellar ko'rinishida shakllantirish mumkin: ideal aralashtirish, ideal siqib chiqarish, diffuziyali, yacheykali, sirkulyatsion va kombinatsiyalangan. Sanab o'tilgan tipik modellar quyidagi talablarga javob beradi: 1) ko'rilayotgan sharoitlarda real oqimning asosiy fizik qonuniyatlarini aks ettiradi; 2) yetarlicha soddadir; 3) tajribaviy yoki nazariy model parametrlarini aniqlashga imkon beradi; 4) konkret jarayonlarni hisoblash uchun ulardan foydalanishga imkon beradi.

Bu paragrafda ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish modellari ko'rib chiqiladi.

Ideal aralashtirish modeli apparatga kirayotgan modda uning butun hajmi bo'yicha bir onda taqsimlanadigan apparatga muvofiq keladi. Apparatning istalgan

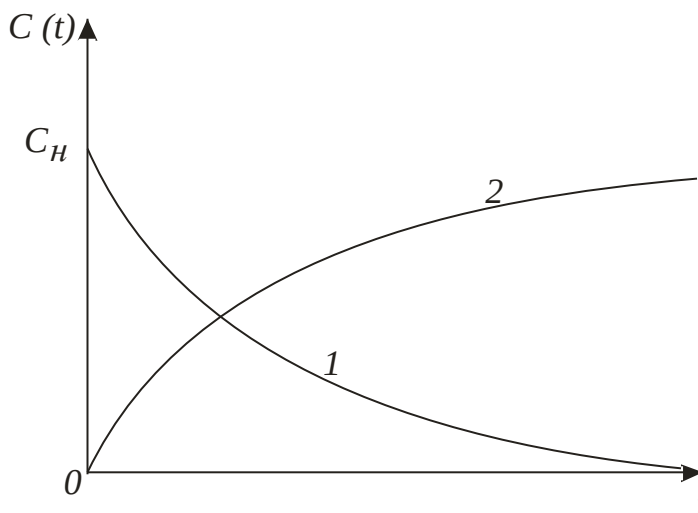
nuqtasida moddaning konsentratsiyasi uning chiqishdagi konsentratsiyasiga teng. Ideal aralashtirish modelining tenglamasi quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

$$V \frac{dC}{dt} = \nu(C_{kir} - C), \quad (2.76)$$

bunda, C_{kir} – moddaning kirishdagi konsentratsiyasi; C — moddaning apparatdagi va chiqishdagi konsentratsiyasi; V — apparatning hajmi; ν – apparatdan o‘tayotgan oqimning hajmiy sarfi.

Yuvib ketish usuli uchun kirish g‘alayonga ideal aralashtirish modelining javobi C_n boshlang‘ich konsentratsiyali kamayuvchi eksponensial bog‘liqlikka muvofiqdir (2.9-rasmda 1-egri chiziq):

$$C(t) = C_n e^{-t/\bar{t}} \quad (2.77)$$



2.9-rasm. Ideal aralashtirish modeli uchun javob funksiyalari:

- 1- yuvib ketish usuli (indikatorni impulsli kiritish usuli);
- 2- indikatorni pog‘onali kiritish usuli.

Impulsli g‘alayonda tenglama o‘xshash ko‘rinishga ega, chunki g miqdorda kiritilgan indikator butun hajm bo‘yicha bir onda taqsimlanadi va uning yuvib

ketilishi boshlanadi. Unda boshlang'ich konsentratsiya $C_n = g/V$ ga teng. Mos ravishda uning apparatdan chiqishidagi konsentratsiyasining o'zgarishi (2.77) tenglama bilan tavsiflanadi (2.9-rasmdagi 1-egri chiziq).

Indikatorning pog'onali kiritilganda konsentratsiyaning $t = 0$ vaqt momentida $C = 0$ dan $C = C_{kir}$ gacha sakrash ko'rinishidagi o'zgarishiga bo'lgan javob funksiyasi quyidagi ko'rinishni qabul qiladi (2.9-rasmda 2-egri chiziq):

$$C(t) = C_{kir}(1 - e^{-t/\bar{t}}). \quad (2.78)$$

Ideal aralashtirish apparatining uzatish funksiyasi modelning kirish tenglamasini Laplas bo'yicha o'zgartirish yordamida aniqlanadi va quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(p) = \frac{1}{1 + tp} \quad (2.79)$$

Ideal aralashtirish modeli ancha soddaligi bilan ajralib turadi. Shu bilan bir qator hollarda uning qo'llanishi to'la asoslangan. Bu birinchi navbatda akslantiruvchi to'siqlari bor jadal aralashtiruvchi apparatlarga tegishlidir (aralashtirgichli apparatlar, aralashtirish tezliklari katta bo'lgan sharoitlardagi osti sferalisilindrik apparatlar va h.k.).

Ideal siqib chiqarish modelining asosida harakatga perpendikular yo'nalishda bir maromda taqsimlangan moddaning aralashtirishsiz porshenli oqish farazi yotadi. Tizimda barcha zarralarning bo'lish vaqti bir xil va tizim hajmini suyuqlikning hajmiy sarfiga nisbatiga teng. Bunday oqim, masalan, quvurli apparatda suyuqlikning turbulentli oqish rejimida bo'lishi mumkin. Bu holda tezliklar profilini bir maromli, ya'ni oqimning ayrim elementlarini bo'lish vaqti bir xil deb hisoblasak bo'ladi. Ideal siqib chiqarish modelining tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{dC}{dt} + u \frac{dC}{dx} = 0, \quad (2.80)$$

bunda, t — vaqt, x — i tezlik bilan bo'ylama bo'yicha ko'chayotgan moddaning koordinatasi.

Quyidagi boshlang'ich

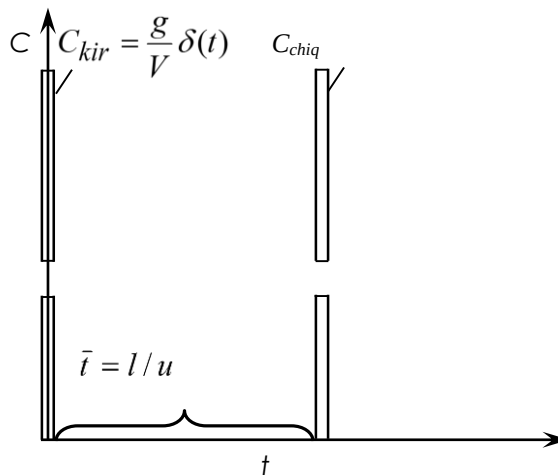
$$t = 0, \quad 0 < x \leq l \text{ da } C(0, x) = C_b(x) \quad (2.81)$$

$$\text{va chegaraviy } x = 0, \quad t > 0 \text{ da } C(t, 0) = C_{kir}(x) \quad (2.82)$$

shartlarni qanoatlantiradigan (2.80) tenglamaning yechimi quyidagicha:

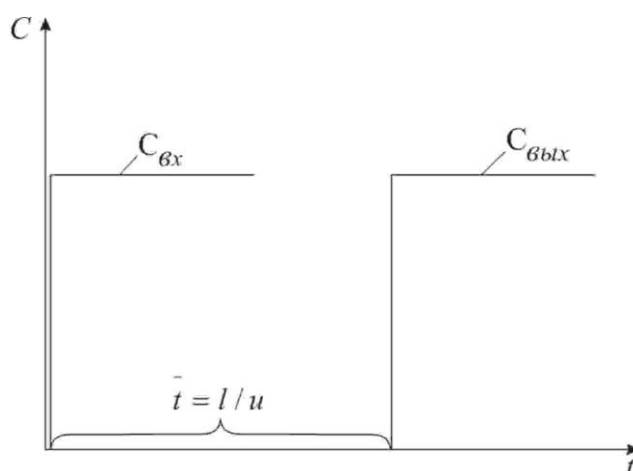
$$C(t, l) = \begin{cases} C_n(l - tu), & t < \frac{l}{u}, \\ C_{kir}(t - \frac{l}{u}), & t \geq \frac{l}{u}. \end{cases} \quad (2.83)$$

(2.83) tenglamaning yechimidan kelib chiqadiki, ideal siqib chiqarish apparati kirishidagi konsentratsiyaning ixtiyoriy o'zgarishi uning chiqishida o'rtacha bo'lish vaqti $\bar{t} = l/u$ (bunda, l - apparat uzunligi) ga teng vaqtdan keyin sodir bo'ladi.



2.10-rasm. Ideal siqib chiqarish modeli uchun impulsli g'alayonga javob.

(2.83) tenglamaning yechimiga muvofiq ideal siqib chiqarish modeli uchun impulsli va pogʻonali gʻalayonlarga javoblar mos ravishda 2.10 va 2.11-rasmlarda koʻrsatilgan:



2.11-rasm. Ideal siqib chiqarish modeli uchun pogʻonali gʻalayonga javob.

Ideal siqib chiqarish apparatlari uchun uzatish funksiyasi quyidagi koʻrinishga ega:

$$W(p) = e^{-pt}. \quad (2.84)$$

Ideal siqib chiqarish modeliga birinchi yaqinlashish quvur uzunligining diametriga boʻlgan nisbati katta boʻlgan quvurli apparatlarda yuz beradigan jarayonlarga mos keladi.

2.4. Diffuziyali model

Bir parametrlı diffuziyali modelning asosiy tenglamasi.

Diffuziyali model asosida oqimning strukturasi, molekular diffuziya tenglamasiga oʻxshash tenglama bilan tavsiflanadi degan taxmin yotadi. Model parametri – boʻylama aralashtirish koeffitsiyenti boʻlib, u yana turbulent diffuziya koeffitsiyenti deb ham ataladi (yoki teskari aralashtirish koeffitsiyenti).

Model tenglamasini chiqarish uchun apparatning Δx elementi uchun material balans tenglamasini tuzamiz (2.12-rasmda koʻrsatilganidek). Quyidagi

belgilanishlar qabul qilinadi: F – apparatning kesimi, m^2 ; i - oqimning tezligi, m/s; t — vaqt, sek; S —indikatorning konsentratsiyasi, kg/m³; D_l — bo‘ylama aralashtirish koeffitsiyenti m²/s.

Ko‘rilayotgan elementga konvektiv oqim uFC va turbulent diffuziyasi hosil qiladigan oqim $D_l F \frac{dC}{dx} (C + \frac{dC}{dx} \Delta x)$ kelib tushadi, ko‘rilayotgan elementni esa

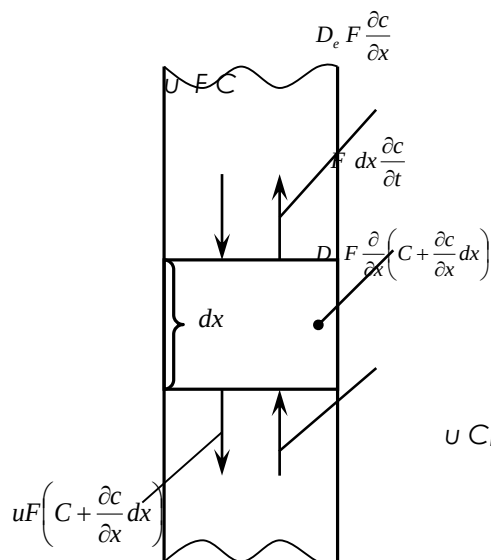
konvektiv oqim $uF(C + \frac{dC}{dx} \Delta x)$ va turbulent diffuziya hosil qiladigan oqim

$D_l F \frac{dC}{dx}$ lar tark etadi.

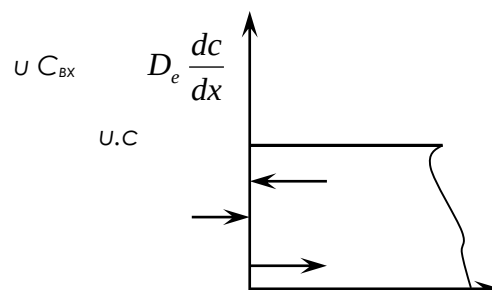
Moddaning saqlash qonuniga muvofiq kirish va chiqish oqimlari orasidagi ayirma ko‘rilayotgan elementda modda (indikatorni) to‘plashini tashkil qilishi

kerak. U $F \Delta x \frac{dC}{dt}$ ga teng. Endi moddaning saqlashni tenglamasini yozamiz:

$$\text{To'plash} = \text{Moddaning kelishi} - \text{Moddaning sarflanishi} \quad (2.85)$$



2.12-rasm. Diffuzion modeli tenglamasini chiqarishga oid.



2.13-rasm. Apparatning chap chegarasidagi oqimlar sxemasi.

Yoki

$$Fdx \frac{dC}{dt} = uFC + D_l F \frac{d}{dx} \left(C + \frac{dC}{dx} \Delta x \right) - uF \left(C + \frac{dC}{dx} \Delta x \right) - D_l F \frac{dC}{dx} \quad (2.86)$$

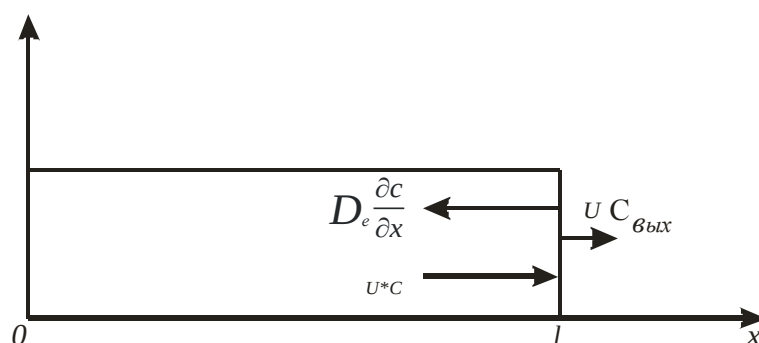
Oxirgi tenglamani o'zgartirgan holda $\Delta x \rightarrow 0$ limitga o'tib, quyidagini olamiz:

$$\frac{dC}{dt} = D_l \frac{d^2 C}{dx^2} - u \frac{dC}{dx}. \quad (2.87)$$

(2.87) tenglama diffuziyali modelning asosiy tenglamasidir. (2.87) tenglama uchun boshlang'ich va chegaraviy shartlariga to'xtalib o'tamiz. Ko'rinib turibdiki, bitta boshlang'ich va ikkita chegaraviy shartlar berilishi kerak. Boshlang'ich shart sifatida odatda vaqtning boshlang'ich momentida apparat bo'yicha konsentratsiyalar profili beriladi:

$$t = 0 \text{ da } S(0, x) = C_b(x). \quad (2.88)$$

Chegaraviy shartlar apparatning chegaralaridagi material balans shartlaridan (Dankverts bo'yicha shartlar) kelib chiqib berilishi mumkin. Apparatning oqim qandaydir o'rtacha tezlik bilan keladigan chap chegarasini ko'rib chiqamiz (2.13-rasm).



2.14-rasm. Apparatning o'ng chegarasidagi oqimlar sxemasi.

$x = 0$ chegaraga yaqinlashayotgan modda oqimlarining yig'indisi chegaradan chiqayotgan moddaning oqimiga teng bo'lishi kerak. Unda quyidagini olamiz:

$$uC_{kir} + D_l \frac{dC}{dx} = uC \quad (2.89)$$

yoki

$$u(C_{kir} - C) + D_l \frac{dC}{dx} = 0. \quad (2.90)$$

Apparatning o'ng chegarasi uchun (2.14-rasm) quyidagi ifodaga egamiz:

$$uC = uC_{chiq} + D_l \frac{dC}{dx}. \quad (2.91)$$

Amalda ko'pincha $S \approx S_{chiq}$ deb qabul qilinadi. Buni hisobga olib (2.91) chegaraviy shart quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{dC}{dx} = 0. \quad (2.92)$$

(2.90), (2.92) shartlar *Dankverts bo'yicha chegaraviy shartlar* deb ataladi.

Ko'rilgan bir parametrlı diffuziyali model bilan bir qatorda gohida ikki parametrlı diffuziyali model ham ishlatiladi. Uning farqi shundaki, oqimning aralashtirilishi nafaqat bo'ylama, balki radial yo'nalishida hisobga olinadi. Shunday qilib, ikki parametrlı diffuziyali model ikki parametr bilan tavsiflanadi: bo'ylama D_l va radial D_r . aralashtirish ko'effitsiyentlari. Bo'ylama va radial aralashtirish ko'effitsiyentlari apparatning uzunligi va kesimi bo'yicha o'zgarmaydi deb qabul qilinadi. Silindrik shaklli apparatda oqimning harakati bir o'lchamli va o'rtacha tezligi u uzunlik va kesim bo'yicha o'zgarmas bo'lganda diffuziyali modelning ikki parametrlı tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{dC}{dt} + u \frac{dC}{dx} = D_l \frac{d^2C}{dx^2} + \frac{D_r}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dC}{dr} \right). \quad (2.93)$$

Agar boshlang'ich va chegaraviy shartlar quyidagi ko'rinishda berilgan bo'lsa

$$S(0, x, r) = 0 \quad t = 0 \quad \text{da}, \quad (2.94)$$

$$r = 0, \quad C(t, 0, 0) = C_0 \delta(0) \quad x = 0 \quad \text{da}, \quad (2.95)$$

$$r = R \quad \text{da} \quad \frac{dC(t, x, R)}{dr} = 0 \quad (2.96)$$

$$x = 0 \quad \text{da} \quad uC(t, 0, r) - D_l \frac{dC(t, 0, r)}{dx} = 0 \quad (2.97)$$

$$x = l \quad \text{da} \quad \frac{dC(t, l, r)}{dx} = 0 \quad (2.98)$$

unda ikki parametrlı diffuziyalı model tenglamasining yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$C(z, p, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_0(k_0 - \frac{1}{2D_z})}{2k_0} e^{-\lambda_n^2 \theta} j_0(x_n p) * \left[e^{(\frac{1}{2D_z} - k_0)z} + \frac{k_0 + D_z/2}{k_0 - D_z/2} e^{(\frac{1}{2D_z} - k_0)z} \right]. \quad (2.99)$$

Bu yerda $z = x/l$; $p = r/R$; $\theta = t/\bar{t}$; $t = l/u$; $D_z = D_l \bar{t}/l$; J_0 birinchi turdagi nolınchi tartibli Bessel funksiyasi; X_n – birinchi turdagi birinchi tartibli Bessel funksiyasining ildizi; k_0 ildiz $e^k = \frac{1/2D_z + k}{1/2D_z - k}$ tenglamani qanoatlantiradi ;

R – apparatning radiusi.

Ikki parametrli diffuziyali model uzunligining diametrga nisbati katta bo'lmagan va oqimlar tezligining ko'ndalang notekisligi katta bo'lgan kolonna tipidagi apparatlarda qo'llaniladi. Yechilishining murakkabligi tufayli bunday model bir parametrli nisbatan ancha kam ishlatiladi, shuning uchun keyinchalik faqat bir parametrli diffuziyali modellarni ko'rib chiqamiz.

Diffuziyali modelning o'lchamsiz yozilish shakli. Quyidagi o'lchamsiz o'zgaruvchilarni kiritamiz:

$$z = x/l, \quad (2.100)$$

$$\theta = t/\bar{t} \quad (2.101)$$

va (2.87) tenglamani quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz:

$$\frac{\bar{t}}{t} \frac{dC}{dt} + \frac{u}{l} l \frac{dC}{dx} = \frac{D_l}{l^2} l^2 \frac{d^2C}{dx^2}. \quad (2.102)$$

Kiritilgan o'zgaruvchilarni hisobga olib, quyidagini olamiz:

$$\frac{1}{\bar{t}} \frac{dC}{d\theta} + \frac{u}{l} \frac{dC}{dz} = \frac{D_l}{l^2} \frac{d^2C}{dz^2} \quad (2.103)$$

yoki

$$\frac{ul}{D_l} \frac{dC}{d\theta} + \frac{ul}{D_l} \frac{dC}{dz} = \frac{d^2C}{dz^2}. \quad (2.104)$$

(2.104) tenglamaning chap qismidagi ko'paytuvchi $(ul)/D_l$ Pekle (Pe) o'lchamsiz sonni ifoda etadi. Unda oxirgi tenglamani quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin:

$$Pe \frac{dC}{d\theta} + Pe \frac{dC}{dz} = \frac{d^2C}{dz^2}. \quad (2.105)$$

(2.91), (2.92) chegaraviy shartlarni o'lchamsiz shaklga keltiramiz va quyidagilarni olamiz:

$$z = 0 \text{ da } (C_{kir} - C) + \frac{1}{Pe} \frac{dC}{dz} = 0 \quad (2.106)$$

$$z = 1 \text{ da } \frac{dC}{dz} = 0 \quad (2.107)$$

Impulsli va pog'onali g'alayonlarga diffuziyali modelning javob funksiyasi. Avval impulsli g'alayonga diffuziyali modelning javob funksiyasini ko'rib chiqamiz.

Foydalanilayotgan chegara shartlaridan kelib chiqib, cheksiz, yarim cheksiz apparatlar va cheklangan uzunlikdagi apparatlar uchun yechimlar olingan.

Oxirgi holatda yechim cheksiz sekin yaqinlashayotgan qator ko'rinishida ifodalanadi:

$$C(\theta) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2\lambda_i^2 \exp\left(\frac{Pe}{2} - \frac{Pe}{4}\theta - \lambda_i^2 \frac{4\theta}{Pe}\right)}{\left(1 + \frac{Pe}{2}\right)\lambda_i \sin 2\lambda_i - \left[\frac{Pe}{4} + \left(\frac{Pe}{4}\right)^2 - \lambda_i^2\right] \cos 2\lambda_i}, \quad (2.108)$$

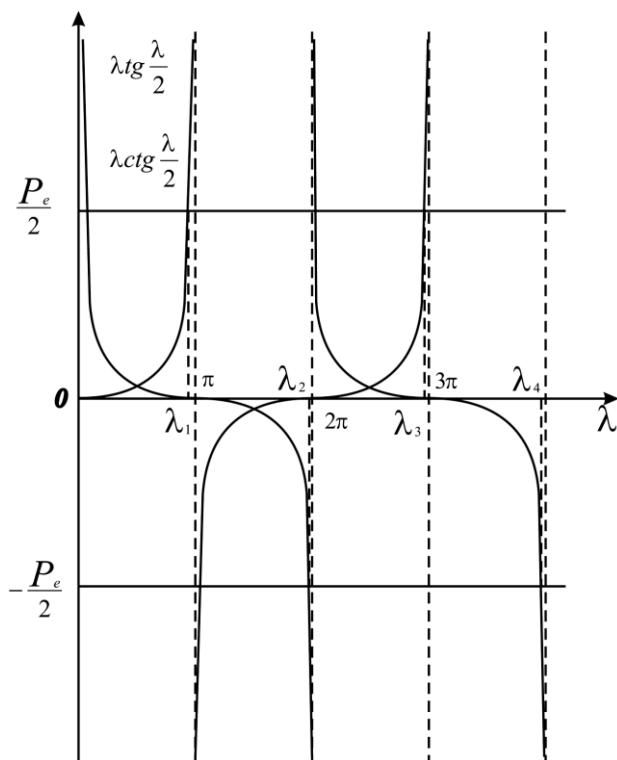
bunda, λ – transcendent tenglamalarning ildizlari

$$\frac{\lambda_i}{2} \operatorname{tg} \frac{\lambda_i}{2} = \frac{Pe}{4} \quad (i = 1, 3, 5, \dots); \quad (2.109)$$

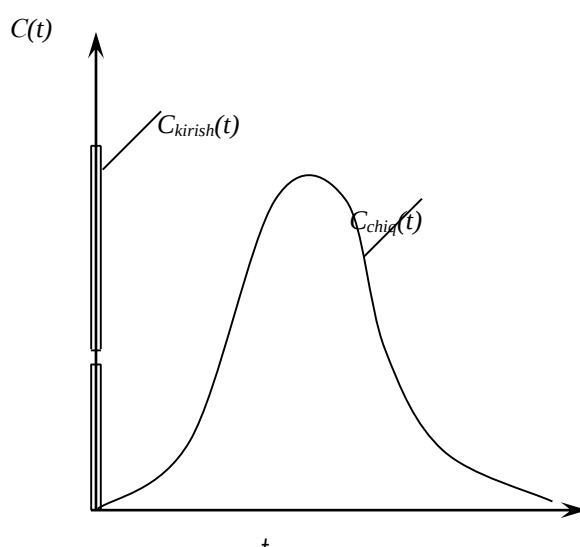
$$\frac{\lambda_i}{2} \operatorname{ctg} \frac{\lambda_i}{2} = -\frac{Pe}{4} \quad (i = 2, 4, 6, \dots). \quad (2.110)$$

(2.15-rasmda bu tenglamalar grafiklari ko'rsatilgan).

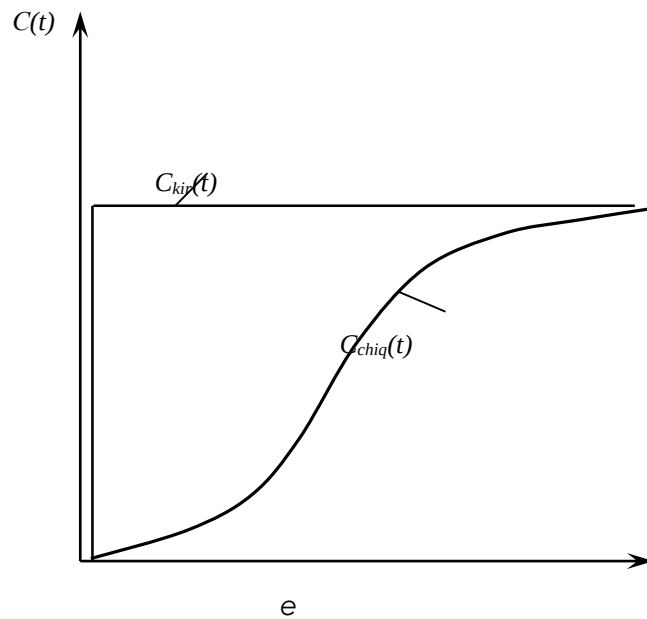
$\nu > 0,01$ va $Pe < 10$ sohada (2.108) ni yechimi qoniqarli natijalarni beradi. Ko‘rsatilgan limitlardan tashqarida approksimatsiyalangan yechimdan foydalanish kerak (2.16 va 2.17 rasmlar).



2.15-rasm. (2.109), (2.110) transcendent tenglamalar ildizlarining grafik talqini.



2.16rasm. Diffuziyali model uchun impulsli g‘alayonga javob.



2.17-rasm. Diffuziyali model uchun pog'onali g'alayonga javob.

Endi pog'onali g'alayonga javob funksiyasini ko'rib chiqamiz. Chekli o'lchamli apparat uchun Dankverts chegaraviy shartlariga muvofiq keluvchi javob funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$F(\theta) = 1 - 2Pe \cdot \exp\left(\frac{Pe}{2}\right) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} \lambda_i^2 \left(-\frac{\lambda_i^2 + \frac{Pe^2}{4}}{4} \theta\right)}{\left(\lambda_i^2 + \frac{Pe^2}{4}\right) \left(\lambda_i^2 + \frac{Pe^2}{4} + Pe\right)}. \quad (2.111)$$

Oldingi holdagidek, (2.111) tenglamaning yechimi sekin yaqinlashayotgan qator ko'rinishga ega. Qoniqarli yechimga $\theta > 0,01$ va $Pe < 10$ sohada erishish mumkin. λ – qiymatlar (2.109), (2.110) tenglamalarning ildizlaridir.

Diffuziyali modelning uzatish funksiyasi. Diffuziyali modelning uzatish funksiyasini olish uchun boshlang'ich modelga ((2.105), (2.106), (2.107) tenglamalari) Laplas o'zgartirishini qo'llaymiz. Bunda, impulsli g'alayon sodir bo'lmoqda deb taxmin qilamiz.

Natijada quyidagiga ega bo'lamiz:

$$Pep\tilde{C} + Pe \frac{d\tilde{C}}{dz} = \frac{d^2\tilde{C}}{dz^2} \quad (2.112)$$

yoki

$$\frac{d^2\tilde{C}}{dz^2} - Pe \frac{d\tilde{C}}{dz} - Pep\tilde{C} = 0. \quad (2.113)$$

Chegaraviy shartlar mos ravishda quyidagi ko‘rinishlarda yoziladi:

$$z = 0 \text{ da } 1 - \tilde{C} + \frac{1}{Pe} \frac{d\tilde{C}}{dz} = 0, \quad (2.114)$$

$$z = 1 \text{ da } \frac{d\tilde{C}}{dz} = 0. \quad (2.115)$$

Vaqt bo‘yicha yig‘ishtirilgan (2.113) diffuziyali modelning tenglamasi ikkinchi tartibli chiziqli bir jinsli differensial tenglamani ifodalaydi. Uni Laplas bo‘yicha o‘zgartirilib $\tilde{C}(p)$, izlanayotgan konsentratsiyaga nisbatan yechamiz. Xarakteristik tenglamani yozamiz

$$k^2 - Pek - Pep = 0. \quad (2.116)$$

Xarakteristik tenglamaning ildizlari quyidagicha:

$$k_{1,2} = \frac{Pe}{2} \pm \sqrt{\frac{Pe^2}{4} + Pep}. \quad (2.117)$$

Bundan, quyidagilarni belgilab,

$$\beta = \frac{Pe}{2}, \quad (2.118)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{Pe^2}{4}} + Pe p, \quad (2.119)$$

quyidagi ifodalarni olamiz:

$$k_1 = \beta + \alpha, \quad (2.120)$$

$$k_1 = \beta - \alpha, \quad (2.121)$$

Demak, (2.113) tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\tilde{C} = A_1 e^{k_1 z} + A_2 e^{k_2 z} = A_1 e^{(\beta + \alpha)z} + A_2 e^{(\beta - \alpha)z} \quad (2.122)$$

(2.114),(2.115) chegaraviy shartlardan foydalanib, A_x va A_2 , konstantalarni baholaymiz. Oldin $\frac{d\tilde{C}}{dz}$ hosilaning qiymatini topamiz:

$$\frac{d\tilde{C}}{dz} = A_1(\beta + \alpha)e^{(\beta + \alpha)z} + A_2(\beta - \alpha)e^{(\beta - \alpha)z}. \quad (2.123)$$

$z = 0$ da birinchi chegaraviy shart bo'yicha quyidagi kelib chiqadi:

$$1 - A_1 - A_2 + \frac{1}{Pe}(A_1(\beta + \alpha) + A_2(\beta - \alpha)) = 0, \quad (2.124)$$

Bundan $a = \alpha/\beta$ deb faraz qilib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$1 - A_1 - A_2 + A_1 \frac{1}{2}(1 + a) + A_2 \frac{1}{2}(1 - a) = 0. \quad (2.125)$$

Ikkinchi chegaraviy shartga muvofiq $z = 1$ da quyidagi kelib chiqadi:

$$A_1(1+a)e^{(\beta+\alpha)} + A_2(1-a)e^{(\beta-\alpha)} = 0. \quad (2.126)$$

(2.126) tenglamadan A_1 konstantani aniqlaymiz:

$$A_1 = \frac{(a-1)e^{-a}}{(a+1)e^a} A_2. \quad (2.127)$$

uni (2.125) tenglamaga qo'yib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$1 + \frac{1}{2} \frac{(a-1)^2}{(a+1)} e^{-2a} A_2 - A_2 \frac{1}{2} (a+1) = 0. \quad (2.128)$$

bu yerda

$$A_2 = \frac{2(a+1)e^a}{(a+1)^2 e^a - (a-1)^2 e^{-a}}. \quad (2.129)$$

(2.129) ni (2.127) ga qo'yib, A_1 ni topamiz:

$$A_1 = \frac{2(a-1)e^{-a}}{(a+1)^2 e^a - (a-1)^2 e^{-a}}. \quad (2.130)$$

Endi (2.113) tenglamaning yechimini quyidagicha yozish mumkin:

$$\tilde{C}(p) = \frac{4ae\beta}{(a+1)^2 e^a - (a-1)^2 e^{-a}}. \quad (2.131)$$

Impulsli g'alayon uchun uzatish funksiyasi $W(p)$ ning ifodasi $S(r)$ yechim bilan mos keladi. Unda diffuziyali modelning uzatish funksiyasi uchun quyidagi ko'rinishga ega bo'lamiz:

$$W(p) = \frac{4ae\beta}{(a+1)^2 e^a - (a-1)^2 e^{-a}}. \quad (2.132)$$

Diffuziyali modelning Re parametr bahosi. Oqim tarkibi bo'yicha tipik g'alayonga tizim javobining tajribaviy funksiyalari bo'yicha Re sonni aniqlash masalasini ko'rib chiqamiz. Aniqlash usullarini ikki guruhga bo'lish mumkin: 1) (2.105) tenglamaning yechimidan foydalanuvchi usullar; 2) javob funksiyasining statistik parametrlari va modelning parametrlari orasida aloqa tenglamalari asosida ifodalanuvchi usullar Pe ni aniqlash uchun birinchi guruh usullari yordamida (2.105) tenglamaning yechimini bilish kerak. Bunda yechimlar mavjud ((2.108)-(2.110) tenglamalarga qarang). Bu echimlar sekin yaqinlashuvchi qator ko'rinishiga ega bo'lganligi sababli, bu yechimlardan amaliy foydalanish qiyin. Keyingi bosqichda analitik yechimdan foydalanib, Pe ning quyidagi mezonni qanoatlantiradigan qiymati tanlanadi:

$$\sum_i (C_i^E - C_i^H)^2 = \min, \quad (2.133)$$

bu yerda C_i^E va C_i^H – mos ravishda tajriba va (2.105) tenglama bo'yicha hisoblangan konsentratsiya qiymatlari.

Ikkinchi guruh usullari eng ko'p tarqalgan, shularni ko'rib chiqishga kirishamiz.

Oqim elementlarining apparatda bo'lish vaqti taqsimlanishini tajribaviy egri chiziqlarining momentli tavsiflari va diffuziyali model parametrlari orasida aloqa tenglamalarini keltirib chiqaramiz.

Faraz qilamizki, bo'ylama aralashtirish bo'lib o'tuvchi yopiq apparatdan oqim oqib o'tadi. Sinovlar impulsli g'alayon usuli bilan olib borilmoqda. Oqimning tezligi (chiziqli) i ga (m/s); apparatning ko'ndalang kesimining yuzasi F (m^2) ga ; apparat uzunligi $l(m)$ ga teng. Apparatning kirishiga impulsli g'alayon berilmoqda, javob esa uning chiqishi(mos ravishda nuqtalar $x = 0$ va $x = 1$) da aniqlanadi. Apparatga kiritiluvchi indikator miqdori g ga teng.

Diffuziyali modelning tenglamasini yozamiz:

$$\frac{d^2C}{dx^2} - \frac{u}{D_l} \frac{dC}{dx} = \frac{1}{D_l} \frac{dC}{dt}. \quad (2.134)$$

$x=0$ da chegaraviy shartlarni material balans tenglamasidan shu kesim uchun aniqlaymiz:

$$FuC_{kir} + g\delta(t) + FD_l \frac{dC}{dt} = FuC. \quad (2.135)$$

Kirayotgan oqimdagi indikator konsentratsiyasi $C_{kir} = 0$ bo'lganligi uchun, (2.135) tenglamaning chap qismidagi birinchi a'zo ham nolga teng, unda

$$uC - D_l \frac{dC}{dx} = \frac{g}{F} \delta(t). \quad (2.136)$$

$x=1$ da material balansi tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$uCF = uC_{chiq}F + FD_l \frac{dC}{dx}. \quad (2.137)$$

$x=1$ da $C = C_{chiq}$ bo'lganligi uchun:

$$D_l \frac{dC}{dx} \text{ va } \frac{dC}{dx} = 0 \quad (2.138)$$

Diffuziyali model tenglamasini o'zgartiramiz, buning uchun (2.134) tenglamaning ikkala qismini t ga ko'paytiramiz va 0 dan ∞ gacha bo'lgan oraliqda t bo'yicha integrallaymiz:

$$\int_0^\infty t \frac{d^2C}{dx^2} dt - \frac{u}{D_l} \int_0^\infty t \frac{dC}{dx} dt = \frac{1}{D_l} \int_0^\infty t \frac{dC}{dt} dt. \quad (2.139)$$

$\int_0^\infty tCdt$ ni J deb belgilaymiz. $\int_0^\infty t^n Cdt$ qiymat n -tartibli boshlang'ich

momentdir. Unda (2.139) tenglama quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$\frac{d^2 J}{dx^2} - \frac{u}{D_l} \frac{dJ}{dx} = -\frac{1}{D_l} I \quad (2.140)$$

Haqiqatan ham,

$$\int_0^\infty t \frac{d^2 C}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2} \int_0^\infty tCdt = \frac{d^2 J}{dx^2}. \quad (2.141)$$

$$\frac{u}{D_l} \int_0^\infty t \frac{dC}{dx} dt = \frac{u}{D_l} \frac{d}{dx} \int_0^\infty tCdt = \frac{u}{D_l} \frac{dJ}{dx}. \quad (2.142)$$

$$\int_0^\infty t \frac{dC}{dt} = dt = \int_0^\infty t dC = I. \quad (2.143)$$

Bo'laklab integrallab, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\int_0^\infty dtC = tC \Big|_0^\infty - \int_0^\infty Ctd = \int_0^\infty Ctd, \quad (2.144)$$

Chunki indikatorning konsentratsiyasi vaqtning oxirgi momentida nolga teng. O'xshash tarzda (2.136) va (2.138) chegaraviy shartlarni o'zgartiramiz. $x = 0$ da quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\int_0^\infty tCdt - \frac{D_l}{u} \int_0^\infty t \frac{dC}{dx} = \frac{g}{Fu} \int_0^\infty t\delta(t)dt. \quad (2.145)$$

Bu yerda $\int_0^\infty t\delta(t)dt$ δ -funksiyaning xossasi hisobiga $\int f(t)\delta(t)dt = f(t)$

teng. G'alayon $t \rightarrow 0$ vaqt mobaynida bo'lib o'tganligi uchun, bu nuqtada $f(t) = 0$ bo'ladi. Shuning uchun

$$J - \frac{D_l}{u} \frac{dJ}{dx} = 0. \quad (2.146)$$

$x = l$ da

$$\frac{dJ}{dx} = 0 \quad (2.147)$$

Endi (2.140) tenglamaning yechimini topamiz. Buning uchun uning tartibini pasaytiramiz.

Faraz qilaylik

$$z = \frac{dJ}{dx} \quad (2.148)$$

Unda (2.140) tenglama quyidagi ko‘rinishga o‘tadi:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{u}{D_l} z = -\frac{u}{D_l}. \quad (2.149)$$

(2.149) tenglama bir jinsli emasligi uchun, avval quyidagi bir jinsli mos keluvchi tenglamaning yechimni topamiz:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{u}{D_l} z = 0. \quad (2.150)$$

O‘zgaruvchilarni bo‘lish usulini qo‘llab, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\frac{dz}{z} = \frac{u}{D_l} dx. \quad (2.151)$$

yoki

$$\int \frac{dz}{z} = \int \frac{u}{D_l} dx + \ln C_1, \quad (2.152)$$

$$\ln z = \frac{u}{D_l} x + \ln C_1. \quad (2.153)$$

Bundan kelib chiqib

$$z = C_1 e^{\frac{u}{D_l} x}. \quad (2.154)$$

Endi C_1 ni o'zgaruvchi $C_1(x)$ sifatida qaraymiz. Topilgan bir jinsli tenglama (2.150) ning yechimini boshlang'ich (2.149) tenglamaga qo'yib, quyidagini topamiz:

$$C_1(x) e^{\frac{u}{D_l} x} \frac{u}{D_l} + C_1(x) e^{\frac{u}{D_l} x} - \frac{u}{D_l} C_1(x) e^{\frac{u}{D_l} x} = -\frac{I}{D_l}, \quad (2.155)$$

$$[C_1(x)]'_x e^{\frac{u}{D_l} x} = -\frac{I}{D_l}. \quad (2.156)$$

(2.156) tenglamani izlanayotgan funksiya $C_1(x)$ ga nisbatan yechamiz:

$$\frac{dC_1(x)}{dx} = -\frac{I}{D_l} e^{\frac{u}{D_l} x}, \quad (2.157)$$

$$\int dC_1(x) = \int -\frac{I}{D_l} e^{\frac{u}{D_l} x} dx + C, \quad (2.158)$$

$$C_1(x) = \frac{I}{D_l} e^{\frac{u}{D_l} x} + C. \quad (2.159)$$

Endi bir jinsli bo'lmagan (2.149) tenglamaning umumiy yechimi (2.154) quyidagi ko'rinishni oladi:

$$z = \left(\frac{I}{u} e^{-\frac{u}{D_l} x} + C \right) e^{-\frac{u}{D_l} x}. \quad (2.160)$$

Izlanayotgan funksiya J uchun (2.160) yechimini yozamiz.

$$dJ = z dx, \quad (2.161)$$

bo'lganligi sababli

$$\int dJ = \int \left(\frac{I}{u} + C e^{\frac{u}{D_l} x} \right) dx + C_2, \quad (2.162)$$

$$J = \frac{I}{u} x + C \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l} x} + C_2 \quad (2.163)$$

Chegaraviy shartlardan foydalanib (2.163) yechimda S va S_2 konstantalarni aniqlaymiz.

$$x = 0 \text{ da } J - \frac{D_l}{u} \frac{dJ}{dx} = 0 \quad (2.164)$$

ya'ni

$$C \frac{D_l}{u} + C_2 - \frac{D_l}{u} \left(\frac{I}{u} + C \right) = 0, \quad (2.165)$$

bu yerdan

$$C_2 = \frac{D_l I}{u^2} \quad (2.166)$$

O'xshash tarzda quyidagi shartdan foydalanib, (2.168) dagi ifodani topamiz:

$$x=l \text{ da } \frac{dJ}{dx} = 0 \quad (2.167)$$

$$\frac{I}{u} + Ce^{\frac{u}{D_l}l} = 0, \quad (2.168)$$

Bundan quyidagi ifoda hosil bo‘ladi:

$$C = -\frac{I}{u} e^{\frac{u}{D_l}l} = 0. \quad (2.169)$$

Unda (2.163) yechim quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$J = \frac{I}{u}x + \left(-\frac{I}{u}\right)e^{-\frac{u}{D_l}l} \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}l} + \frac{D_l I}{u^2} = \frac{I}{u}x + \frac{D_l I}{u^2} - \frac{D_l I}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}. \quad (2.170)$$

$x=l$ da

$$J = \frac{I}{u}l + \frac{D_l I}{u^2} - \frac{D_l I}{u^2} e^0 = \frac{I}{u}l. \quad (2.171)$$

Bu yerdan

$$\frac{J}{I} = \frac{\int_0^\infty t C dt}{\int_0^\infty C dt} = \frac{l}{u} = \bar{t}. \quad (2.172)$$

Agar javobning tajribaviy funksiyasi faqat apparatdan chiqish oqimidan aniqlansa, u holda (2.172) tenglama bo‘yicha apparatda oqimning o‘rtacha bo‘lish vaqtini topish mumkin va bundan tashqari apparatning uzunligi ham ma’lum bo‘lsa, undagi oqimning tezligini topish mumkin. Agarda javobning egri chiziqlarini ikki nuqtada, chiqishda va ixtiyoriy x nuqtada aniqlansa, u holda, (2.170), (2.172) tenglamalardan foydalanib, ham i ham D_l ni topish mumkin.

Nihoyat, agar javob funksiyasi apparatning bir nechta kesimlarida aniqlansa, u holda (2.170) tenglamani model monandligini tekshirish uchun qo'llash mumkin.

$J = \int_0^{\infty} t C dt$ kattalikni tajribaviy taqsimlanishi (2.170) tenglamadagi statistik

mezonlardan biriga muvofiq bo'lsa, model monanddir. D_l yoki Pe ni apparatdan oqimning chiqishida olingan bitta tajribaviy egri chiziqdan aniqlash mumkin. Javob funksiyadan ikkinchi tartibli moment va modelning parametri orasidagi aloqa tenglamasini topamiz. Buning uchun diffuziyali model tenglamalarining va chegaraviy shartlar $w t^2$ ning barcha a'zolarini ko'paytiramiz va 0 dan ∞ gacha oraliqda t bo'yicha integrallaymiz. U vaqtda diffuziyali model tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{d^2 J_{\sigma}}{dx^2} - \frac{u}{D_l} \frac{dJ_{\sigma}}{dx} = -\frac{2}{D_l} J, \quad (2.173)$$

bu yerda

$$J_{\sigma} = \int_0^{\infty} t^2 C dt. \quad (2.174)$$

(2.173) tenglamaning o'ng qismi quyidagi tarzda olingan:

$$\int_0^{\infty} t^2 \frac{dC}{dt} dt = \int_0^{\infty} t^2 dt = t^2 C \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} 2t C dt = -2J. \quad (2.175)$$

l uchun ilgari topilgan ifodani qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{d^2 J_{\sigma}}{dx^2} - \frac{u}{D_l} \frac{dJ_{\sigma}}{dx} = -\frac{2D_l I}{u^2 D_l} - \frac{2D_l I}{D_l u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{2I}{D_l u} x. \quad (2.176)$$

O'xshash tarzda chegaraviy shartlarni yozamiz:

$$x = 0 \text{ da } J_{\sigma} - \frac{D_l}{u} \frac{dJ_{\sigma}}{dx} = 0, \quad (2.177)$$

$$x=1 \text{ da } \frac{dJ_{\sigma}}{dx} = 0. \quad (2.178)$$

(2.176) tenglamani noma'lum moment J_{σ} nisbatan yechamiz. Bu uchun oldin quyidagi belgini kiritib uning tartibini pasaytiramiz:

$$\frac{dJ_{\sigma}}{dx} = z. \quad (2.179)$$

Unda (2.176) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{u}{D_l} z = -\frac{2D_l I}{u^2 D_l} + \frac{2D_l I}{u^2 D_l} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2I}{uD_l} x. \quad (2.180)$$

(2.180) tenglama birinchi tartibli differensial tenglamani ifodalaydi. Oldin bir jinsli tenglamaning yechimini topamiz:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{u}{D_l} z = 0. \quad (2.181)$$

O'zgaruvchilarni ajratish usuli bilan bu tenglamani yechib, quyidagi ifodani olamiz:

$$z = C_1(x) e^{\frac{u}{D_l} x}. \quad (2.182)$$

Endi bir jinsli bo'lmagan tenglama (2.180) yechimini topamiz. S_1 konstantani x ning funksiyasi sifatida qaraymiz. Keyin (2.182) ning yechimini bir jinsli bo'lmagan tenglama (2.180) ga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$[C_1(x)]'_x e^{\frac{u}{D_l} x} + C_1(x) \frac{u}{D_l} e^{\frac{u}{D_l} x} - \frac{u}{D_l} C_1(x) e^{\frac{u}{D_l} x} = \frac{2I}{u^2} + \frac{2I}{u^2} e^{\frac{u}{D_l} x} - \frac{2I}{uD_l} x \quad (2.183)$$

Bu yerdan

$$[C_1(x)]_x = -\frac{2I}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}x} + \frac{2I}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2Ix}{uD_l} e^{-\frac{u}{D_l}x}, \quad (2.184)$$

$$C_1(x) = -\frac{2I}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2I}{uD_l} \int x e^{-\frac{u}{D_l}x} + \frac{2I}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}l} - x + C, \quad (2.185)$$

$$\begin{aligned} \int x e^{-\frac{u}{D_l}x} dx &= -\frac{u}{D_l} x e^{-\frac{u}{D_l}x} - \int -\frac{u}{D_l} x e^{-\frac{u}{D_l}x} dx = \\ &= -\frac{D_l}{u} x e^{-\frac{u}{D_l}x} + \frac{D_l}{u} \left(-\frac{D_l}{u}\right) e^{-\frac{u}{D_l}x} = -\frac{D_l x}{u} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{D_l^2 x}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}x} \end{aligned} \quad (2.186)$$

$$\begin{aligned} C_1(x) &= \frac{2ID_l}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2I}{uD_l} \left(-\frac{D_l x}{u} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{D_l^2 x}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}x} + \right. \\ &\left. \dots + \frac{2I}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}l} + C = \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}x} + \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}l} + \frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l}x} + C. \end{aligned} \quad (2.187)$$

Bu yerdan

$$z = \left(\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l}{u^3} + C e^{\frac{u}{D_l}l} \right). \quad (2.188)$$

J_σ noma'lum funksiya uchun quyidagi yechimni olamiz:

$$J_\sigma = \int \left[\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2I}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l}{u^3} + C e^{\frac{u}{D_l}l} \right] dx + C_2, \quad (2.189)$$

$$\begin{aligned} J_\sigma &= \frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2I}{u^2} \left(\frac{D_l x}{u} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{D_l^2}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{4ID_l}{u^3} x + C \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}x} + C_2. \end{aligned} \quad (2.190)$$

Soʻnggi tenglamadagi C_2 va C konstantalarni aniqlaymiz. Buning uchun chegaraviy shartlardan foydalanamiz. Ulardan birinchisi quyidagini beradi:

$$x = 0 \text{ da } J_\sigma - \frac{D_l}{u} \frac{dJ_\sigma}{dx} = 0 \quad (2.191)$$

yaʼni

$$\begin{aligned} & \frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + C \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}} + \\ & + \frac{4ID_l x}{u^3} + C_2 - \frac{D_l}{u} \left[\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2Ix}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + C e^{\frac{u}{D_l}x} + \frac{4ID_l}{u^3} \right] = 0. \end{aligned} \quad (2.192)$$

$$\frac{Ix^2}{u^2} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{2ID_l x}{u^3} + C_2 - \frac{4ID_l^2}{u^2} = 0 \quad (2.193)$$

Bu yerdan

$$C_2 = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{Ix^2}{u^2} - \frac{2ID_l x}{u^3} \quad (2.194)$$

$x = 0$ tengligini hisobga olib, quyidagi ifodani olamiz:

$$C_2 = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{ul}{D_l}}. \quad (2.195)$$

Ikkinchi chegaraviy shart quyidagini beradi:

$$x = l \text{ da } \frac{dJ_\sigma}{dx} = 0 \quad (2.196)$$

yaʼni

$$\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2Ix}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + C e^{\frac{u}{D_l}} + \frac{4ID_l}{u^3} = 0. \quad (2.197)$$

Bu yerdan

$$C = -\frac{4ID_l}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + Ce^{\frac{u}{D_l}x} + \frac{4ID_l}{u^3} = 0 \quad (2.198)$$

Oxirgi tenglamaga $x = l$ qo'yib, quyidagini topamiz:

$$C = -\frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}l}. \quad (2.199)$$

Shundan kelib chiqib,

$$\begin{aligned} J_\sigma = & \frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \\ & + \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}x} \left[-\frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{ul}{D_l}} - \frac{2Il}{u^2} e^{-\frac{ul}{D_l}} \right] + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{4ID_l^2}{u^4} + \\ & + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{-\frac{ul}{D_l}} = \frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \\ & - \frac{4ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{4ID_l}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{ul}{D_l}}. \quad (2.200) \end{aligned}$$

Tugallovchi natija sifatida quyidagi ifodani olamiz:

$$\begin{aligned} J_\sigma = & \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{Ix^2}{u^2} + \\ & + \left[\frac{2ID_l x}{u^3} - \frac{6ID_l^2}{u^4} - \frac{4ID_l}{u^3} \right] e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{ul}{D_l}} \quad (2.201) \end{aligned}$$

(2.201) tenglama tajribaviy kattalik J_σ ning o'zgarishini apparat uzunligiga bog'liqligini tavsiflaydi. (2.170) tenglamadek, u ham D_l ni aniqlash va modelning monandligini tekshirish uchun qo'llanilishi mumkin.

$x = l$ da ikkinchi tartibli moment miqdori J_σ quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$J_{\sigma}^l = \frac{2ID_l}{u^3}l - \frac{2ID_l^2}{u^4} + \frac{Il^2}{u^2} + \frac{2ID_l^2}{u^4}e^{-\frac{ul}{D_l}}. \quad (2.202)$$

$\frac{J_{\sigma}^l}{I} - \left(\frac{l}{u}\right)^2 = \sigma_t^2$ ikkinchi markaziy moment va dispersiya deb ataladi. Unda

(2.202) tenglamani I ga bo'lib va undan $\left(\frac{l}{u}\right)^2$ ni ayirib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned} \frac{J_{\sigma}^l}{I} - \left(\frac{l}{u}\right)^2 = \sigma_t^2 &= \frac{2ID_l}{u^3} - \frac{2D_l^2}{u^4} + \frac{l^2}{u^2} + \frac{2D_l^2}{u^4}e^{-\frac{ul}{D_l}} - \left(\frac{l}{u}\right)^2 = \\ &= 2 \left[\frac{D_l l}{u^3} - \frac{D_l^2}{u^4} + \frac{D_l^2}{u^4}e^{-\frac{ul}{D_l}} \right] \end{aligned} \quad (2.203)$$

o'lchamsiz dispersiya $\sigma_{\theta}^2 = \frac{\sigma_t^2}{t^2}$ quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta}^2 &= \frac{\sigma_t^2}{t^2} = 2 \left[\frac{D_l l u^2}{u^3 l^3} - \frac{D_l^2 u^2}{u^4 l^2} + \frac{D_l^2 u^2}{u^4 l^2}e^{-\frac{ul}{D_l}} \right] = \\ &= 2 \left[\frac{D_l}{ul} - \left(\frac{D_l}{ul}\right)^2 + \left(\frac{D_l}{ul}\right)^2 e^{-\frac{ul}{D_l}} \right] = \frac{2}{Pe^2} [Pe - 1 + e^{-Pe}]. \end{aligned} \quad (2.204)$$

Pe ning qiymati 10 dan katta bo'lsa, quyidagini qabul qilish mumkin:

$$\sigma_{\theta}^2 \approx \frac{2}{Pe} \quad (2.205)$$

(2.204) tenglama tajribaviy ma'lumotlar bo'yicha Pe sonini hisoblash uchun qo'llanayotgan asosiy tenglamadir. Bunda hisoblashni quyidagi tartibi qo'llaniladi. Avval mos ravishda $\sum C\Delta t$, $\sum tC\Delta t$, $\sum t^2 C\Delta t$ yig'indilar bilan almashtirish

mumkin bo'lgan tajribaviy ergi chiziq bo'yicha $\int_0^{\infty} Cdt, \int_0^{\infty} tCdt, \int_0^{\infty} t^2 Cdt$ lar aniqlanadi.

Keyin (2.172) tenglama yordamida quyidagi qiymat topiladi:

$$\bar{t} = \frac{\sum tC}{\sum C} \quad (2.206)$$

Keyin quyidagi aniqlanadi:

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum t^2 C}{\sum C} - \bar{t}. \quad (2.207)$$

Bundan keyin σ_t^2 topiladi va nihoyat, (2.204) tenglama bo'yicha Re kattaligi hisoblanadi.

Laplas o'zgartirishi yordamida model parametrlari va bo'lish vaqtining taqsimlanish egri chizig'i orasidagi aloqa tenglamalarini olish. Laplas o'zgartirishi haqiqiy o'zgaruvchining $S(\theta)$ funksiyasiga kompleksli o'zgaruvchi r ning $S(r)$ funksiyasiga mos kelganda (2.208) dagi munosabat yordamida o'tkaziladi:

$$\tilde{C}(p) = \int_0^{\infty} e^{-p\theta} C(\theta) d\theta \quad (2.208)$$

Integral ostidagi ifodada ko'rsatkichli funktsiyani qatorga yoyish mumkin:

$$e^{-p\theta} = 1 - p\theta + \frac{p^2\theta^2}{2!} - \frac{p^3\theta^3}{3!} + \frac{p^4\theta^4}{4!} - \dots \quad (2.209)$$

Bu yoyilishdan foydalanib, $S(r)$ uchun ifodani quyidagi ko'rinishda olamiz:

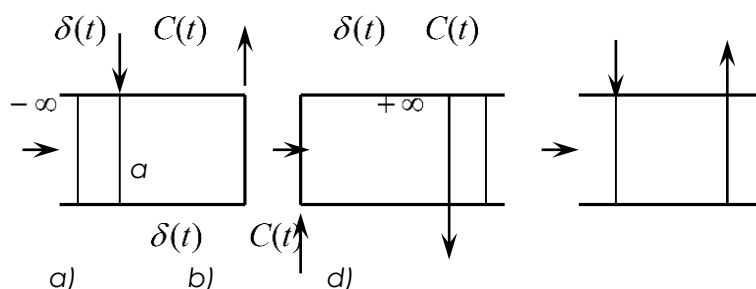
$$\tilde{C}(p) = \int_0^{\infty} C(\theta) d\theta - p \int_0^{\infty} \theta C(\theta) d\theta + \frac{p^2}{2} \int_0^{\infty} \theta^2 C(\theta) d\theta - \dots \quad (2.210)$$

Aytib o‘tish kerakki:

$$\left[\frac{d\tilde{C}(p)}{dp} \right]_{p \rightarrow 0} = - \int_0^{\infty} \theta C(\theta) d\theta = -\bar{\theta} = -M_1, \quad (2.211)$$

$$\left[\frac{d^2\tilde{C}(p)}{dp^2} \right]_{p=0} = \left[- \int_0^{\infty} e^{-p\theta} C(\theta) d\theta \right]_{p=0}' = \left[- \int_0^{\infty} \theta^2 e^{-p\theta} C(\theta) d\theta \right]_{p=0} = - \int_0^{\infty} \theta^2 e^{-p\theta} C(\theta) d\theta = M_2 \quad (2.212)$$

Bu yerdan kelib chiqadiki, agar $\tilde{C}(p)$ funksiyasi topilib, ya’ni model tenglamasining Laplas bo‘yicha o‘zgartirilgan ko‘rinishdagi tenglamasini yechib, keyin $p \rightarrow 0$ da hosila olinsa, unda model parametrlari va bo‘lish vaqtining taqsimlanish egri chizig‘i orasidagi izlanayotgan bog‘liqlikni topish mumkin. Bu usulni uzunligi yarim cheksiz apparat misolida ko‘rib chiqamiz. Uzunligi yarim cheksiz apparatning ma’nosini tushuntirib o‘tamiz (2.18 a-rasm).



2.18-rasm. Uzunligi yarim cheksiz apparat.

Bo‘ylama aralashtirish sababli indikator oqim harakatiga teskari yo‘nalishda tarqaladi. Faraz qilamizki, indikatorni kirish joyidan chapda istalgancha uzoq joylashgan nuqtalarda indikator konsentratsiyasi o‘lchanadi. Kirish joyidan a dan kattaroq masofada joylashgan nuqtalardagi probalarda indikator mavjud emas. Shunday qilib, indikatorning kiritish joyidan a dan kattaroq masofadagi apparatning bir qismi jarayonga ta’sir ko‘rsatmaydi. Indikatorni oqimning kirishidan a dan kichik bo‘lmagan masofada kiritiluvchi real apparatni uzunligi yarim cheksiz

apparat deb qarash mumkin. O'xshash fikrlar 2.18, b, d-rasmda ko'rsatilgan apparatlar uchun ham adolatlidir.

Diffuziyali model tenglamasini o'lchamsiz shaklda yozib olamiz (2.105) tenglamaga qarang):

$$\frac{d^2 C(\theta)}{dz^2} - Pe \frac{dC(\theta)}{d\theta} = Pe \frac{dC(\theta)}{d\theta} \quad (2.213)$$

Material balans tenglamasidan chegaraviy shartlarni aniqlaymiz. Apparat chekli uzunlikli bo'lgan holda agar $z = 0$ bo'lsa (indikatorni kiritish nuqtasida, 2.18, b-rasm), unda

$$uC - D_l \frac{dC}{dx} = \frac{g}{F} \delta(t) \quad (2.214)$$

yoki o'lchamsiz shaklda

$$C(\theta) = \frac{1}{Pe} \frac{dC}{dz} = \delta(\theta) \quad (2.215)$$

Agar $z = \infty$ bo'lsa, unda $S(v)$ ma'lum qiymatga ega.

(2.213) va (2.125) chegaraviy shartlarga Laplas o'zgartirishini qo'llab quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{d^2 \bar{C}}{dz^2} - Pe \frac{d\bar{C}}{dz} - Pe p \bar{C} = 0. \quad (2.216)$$

$z = 0$ da chegaraviy shart quyidagi ko'rinishga ega:

$$\bar{C} - \frac{1}{Pe} \frac{d\bar{C}}{dz} = 1 \quad (2.217)$$

va $z = \infty$ da S - ma'lum kattalik bo'ladi.

(2.216), (2.217) tenglamalarning umumiy yechimi quyidagicha:

$$\bar{C} = A_1 e^{r_1 z} + A_2 e^{r_2 z}, \quad (2.218)$$

unda r_1, r_2 - xarakteristik tenglamaning ildizlari

$$r_2 = Per - Pep = 0, \quad (2.219)$$

ya'ni

$$r_{1,2} = \frac{Pe}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pep}. \quad (2.220)$$

Chegaraviy shartlardan foydalanib, A_1 va A_2 konstantalarni topamiz. Agar $z = \infty$ bo'lsa, unda S — chekli kattalik quyidagiga teng:

$$\bar{C} = A_1 e^{r_1 \infty} + A_2 e^{r_2 \infty}. \quad (2.221)$$

$$r_1 = \frac{Pe}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pep} \text{ musbat kattalik bo'lganligi uchun, } A_1 = 0 \text{ aks}$$

holda S cheksizlikka teng bo'lar edi.

Shunday qilib, (2.218)ning yechimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\bar{C} = A_2 e^{r_2 z} \quad (2.222)$$

Bu yerdan

$$\frac{d\bar{C}}{dz} = A_2 r_2 e^{r_2 z}. \quad (2.223)$$

$z = 0$ da

$$\bar{C} = \frac{1}{Pe} \frac{d\bar{C}}{dz} + 1 \quad (2.224)$$

va shu tenglamaga $\frac{d\tilde{C}}{dz}$ ifodani qo'yib, quyidagilarni olamiz:

$$A_2 e^{r_2 z} = \frac{1}{Pe} A_2 r_2 e^{r_2 z} + 1, \quad (2.225)$$

$$A_2 = \frac{1}{Pe} A_2 r_2 + 1, \quad (2.226)$$

$$A_2 = \frac{Pe}{Pe - r_2}. \quad (2.227)$$

Natijada quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\bar{C} = \frac{Pe}{Pe - r_2} e^{r_2 z}. \quad (2.228)$$

$z = 1$ da, ya'ni javob funksiyasini aniqlash o'rnida:

$$\bar{C} = \frac{Pe}{Pe - r_2} e^{r_2}. \quad (2.229)$$

Belgilaymizki, $S r$ ning murakkab funksiyasidir. Quyidagilarni belgilaymiz:

$$x = \left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe p, \quad (2.230)$$

$$r_2 = \frac{Pe}{2} - \sqrt{x}. \quad (2.231)$$

Murakkab funksiyani differensiallash qoidasiga muvofiq quyidagilarni olamiz:

$$\frac{d\bar{C}}{dp} = \frac{d\bar{C}}{dr^2} \frac{dr_2}{dx} \frac{dx}{dp}, \quad (2.232)$$

$$\frac{d\bar{C}}{dp_2} = \frac{Pe e^{r_2} (Pe - r_2) + Pe e^{r_2}}{(Pe - r_2)^2}, \quad (2.233)$$

$$\frac{dx}{dp} = Pe; \quad \frac{dr_2}{dx} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad (2.234)$$

$$\frac{d\bar{C}}{dp} \Big|_{p=0} = \left(1 + \frac{1}{Pe}\right) \left(-\frac{1}{Pe} Pe\right) = -1 - \frac{1}{Pe}. \quad (2.235)$$

(2.211) tenglamani inobatga olib quyidagini topamiz:

$$\theta = 1 + \frac{1}{Pe}. \quad (2.236)$$

Bu ifodaning fizik ma'nosini ochamiz. $\theta = \frac{v}{V} t$ va $C(\theta) = \frac{C(t)}{C_0}$ lardan foydalanib, quyidagini olamiz:

$$\bar{\theta} = \int \theta C(\theta) d\theta = \left(\frac{v}{V}\right)^2 \frac{\int_0^\infty t C(t) dt}{C_0} \quad (2.237)$$

Demak, $C_0 = \frac{g}{V}$ quyidagi bilan teng kuchli:

$$C_0 = \frac{g}{V} \int_0^\infty C(t) dt. \quad (2.238)$$

Olingan qiymatlarni (2.235) ifodaga qo'yib, quyidagini topamiz:

$$\frac{\int_0^\infty t C(t) dt}{\int_0^\infty C(t) dt} = \frac{V}{v} + \frac{V}{v} \frac{1}{Pe}. \quad (2.239)$$

(2.239) ifodadan ko‘rinib turibdiki, indikatorni o‘rtacha bo‘lish vaqti (ifodaning chap qismi) tajribaviy seksiya V/v dagi oqimning haqiqiy bo‘lish vaqtiga teng emas. V – tajribaviy seksiyaning hajmi ekanligini belgilab o‘tamiz. Bunga bo‘ylama aralashtirish uchun indikatorning bir qismi tajribaviy seksiyaning tashqarisida tarqalayotganligi sabab bo‘lmoqda.

Agar V va v ma’lum bo‘lsa, (2.239) tenglamani Pe kattalikni aniqlash uchun qo‘llash mumkin.

σ_θ^2 dispersiya va model parametrlari orasidagi aloqa tenglamasini topamiz. Buning uchun funksiya S ning r bo‘yicha ikkinchi tartibli hosilasini hisoblab chiqamiz:

$$\frac{d}{dp} \left(\frac{d\bar{C}}{dr} \right) = \frac{d^2\bar{C}}{dr^2} \frac{dr}{dp} = \frac{d^2\bar{C}}{dr^2} \frac{dr}{dx} \frac{dx}{dp} \quad (2.240)$$

$$\frac{d}{dp} \left(\frac{dr}{dx} \right) = \frac{d^2r}{dx^2} \frac{dx}{dp}, \quad (2.241)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\bar{C}}{dp^2} &= \frac{d\bar{C}}{dr} \frac{dr}{dx} \frac{d^2x}{dp^2} + \frac{d\bar{C}}{dr} \frac{d}{dp} \left(\frac{dr}{dx} \right) \frac{dx}{dp} + \frac{d}{dp} \left(\frac{d\bar{C}}{dr} \right) \frac{dr}{dx} \frac{dx}{dp} = \\ &= \frac{d\bar{C}}{dr} \frac{dr}{dx} \frac{d^2x}{dp^2} + \frac{d\bar{C}}{dr} \frac{d^2r}{dx^2} \left(\frac{dx}{dp} \right)^2 + \frac{d^2\bar{C}}{dr^2} \left(\frac{dr}{dx} \right)^2 \left(\frac{dx}{dp} \right)^2. \end{aligned} \quad (2.242)$$

Tenglamaga kiruvchi barcha hosilalar uchun ifodalarni topamiz. $\frac{dC}{dr}$, $\frac{dr}{dx}$ va

$\frac{dx}{dp}$ hosilalar ilgari olingan edi, $\frac{d^2x}{dp^2}$ ning hosilasi esa 0 ga teng. $\frac{dx}{dp} = Pe$ doimiy

kattalik bo‘lganligi uchun:

$$\left(\frac{dx}{dp}\right)^2 = Pe^2; \frac{d^2r}{dx^2} = \frac{1}{4x\sqrt{x}}; \frac{dr}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \left(\frac{dr}{dx}\right)^2 = \frac{1}{4x} \quad (2.243)$$

$r \rightarrow 0$ da $x = \left(\frac{Pe}{2}\right)^2$ ga egamiz va bundan kelib chiqib:

$$\frac{d^2r}{dx^2} = \frac{1}{4 \frac{Pe^2}{4} \frac{Pe}{2}} = \frac{2}{Pe^3} \quad (2.244)$$

va

$$\left(\frac{dr}{dx}\right)^2 = \frac{1}{4\left(\frac{Pe}{2}\right)^2} = \frac{1}{Pe^2}, \quad (2.245)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\bar{C}}{Cr^2} = & \frac{\left[Pe^2e^{r_2} - Per_2e^{r_2} - Pee^{r_2} + Pee^{r_2}\right](Pe - r_2)^2}{(Pe - e^{r_2})^4} - \\ & - \frac{[-2Pe + 2r_2][Pe^2e^{r_2} - Per_2e^{r_2} + Pee^{r_2}]}{(Pe - e^{r_2})^2}. \end{aligned} \quad (2.246)$$

$r \rightarrow 0$ da $r_2 = 0$ egamiz va bundan:

$$\frac{dC^2}{dr^2} = \frac{Pe^2Pe^2 + 2PePe^2 + 2PePe}{Pe^4} = \frac{Pe^4 + 2Pe^3 + 2Pe^2}{Pe^4}.$$

Natijada quyidagi ifodalarni olamiz:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\bar{C}}{dp^2} \Big|_{p \rightarrow 0} = & \left(1 + \frac{1}{Pe}\right) \frac{2}{Pe^3} Pe^2 + \\ & + \frac{Pe^4 + 2Pe^3 + 2Pe^2}{Pe^4} * \frac{1}{Pe^2} Pe^2 = \frac{4}{Pe^2} + \frac{4}{Pe} + 1, \end{aligned} \quad (2.248)$$

$$\frac{d^2\bar{C}}{dp^2} \Big|_{p \rightarrow 0} \int_0^\infty \theta^2 C(\theta) d\theta; \sigma_\theta^2 = \int_0^\infty \theta^2 C(\theta) d\theta - \theta^2 \quad (2.249)$$

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{4}{Pe^4} + \frac{4}{Pe} + 1 - \frac{1}{Pe^2} - \frac{2}{Pe} - 1 = \frac{3}{Pe^2} + \frac{2}{Pe} = \frac{1}{Pe^2} (3 + 2Pe). \quad (2.250)$$

(2.250) ifoda tizim javobining tajribaviy egri chizig'i bo'yicha Pe kattaligini hisoblash uchun qo'llaniladi. Pog'onali g'alayon usuli bilan oqimlar strukturasi tadqiq qilishda model parametrlari (2.204) va (2.250) tenglamalar bo'yicha hisoblanadi. Pog'onali g'alayon ta'siriga javob funksiya dispersiyasi quyidagi tarzda aniqlanadi. Ko'rinib turibdiki,

$$\sigma_{\theta}^2 = \int_0^{\infty} \theta^2 dF - \theta^2. \quad (2.251)$$

Bu ifodadagi integralning qiymati F funksiya hosilasi bo'yicha emas, balki $1 - F$ kattalik bo'yicha sodda va aniqroq aniqlanadi. Buning uchun integralni o'zgartiramiz:

$$\int_0^1 \theta^2 dF = 1 \int_0^1 \theta^2 d(1 - F). \quad (2.252)$$

Bo'laklab integrallab, quyidagini olamiz:

$$-\int_0^1 \theta^2 d(1 - F) = 2 \int_0^{\infty} (1 - F) d\theta. \quad (2.253)$$

Javob funksiyaning dispersiyasi quyidagiga teng:

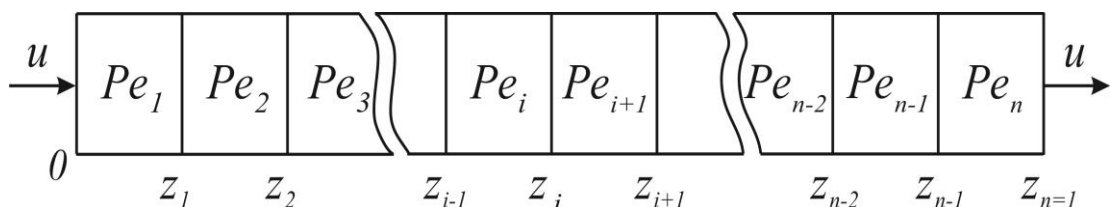
$$\sigma_{\theta}^2 = 2 \int_0^{\infty} \theta(1 - F) d\theta - \theta^2. \quad (2.254)$$

O'zgaruvchan bo'ylama aralashtirish apparatlarida diffuziyali model parametrlarini baholash. Kolonnali apparatlarni tadqiq qilishda odatda bo'ylama aralashtirishning o'rtalashtirilgan koeffitsiyenti aniqlanadi, real sharoitlarda esa u turli uchastkalarda har xil bo'lish mumkin. Bu apparatning balandligi va uning fizik xossalari bo'yicha oqim strukturalarining turg'unmasligiga, strukturalarning mahalliy buzilishlariga olib kelishi mumkin. Oddiy diffuziyali model bu hollarda jarayonning fizik mohiyatini yetarli aniq aks ettirmaydi. Bu ayniqsa, jarayonni o'tkazish uchun eng yomon gidrodinamik muhitli uchastkalarni aniqlash zarur

boʻlgan issiqlik va modda almashish apparatlari, kimyoviy reaktorlarni loyihalash va optimallashtirishda muhimdir. Buning uchun apparatning ayrim uchastkalarida boʻylama aralashtirish parametrlari Pe ni aniqlash kerak.

2.19-rasmda koʻrsatilgan modellarning sxemasi oʻzida boʻylama aralashtirishning turli jadalliklariga ega n zonadan tashkil topgan chegaralangan kanal (apparat)ni ifodalaydi. Impulsli gʻalayon birinchi zonaga kiritilmoqda deb faraz qilamiz.

Tanlangan zonalarining har biri uchun diffuziyali model tenglamalarini yozamiz:



2.19-rasm. Turli boʻylama aralashtirishli n zonalarini oʻz ichiga olib chegaralangan kanalning diffuziyali modelini grafik orqali tasvirlash.

$$\frac{l}{Pe_1} \frac{d^2 C}{dz^2} - \frac{dC}{dz} + \delta(t) = \frac{dC}{d\theta}, \quad 0 \leq z \leq z_1;$$

.....

$$\frac{l}{Pe_n} \frac{d^2 C}{dz^2} - \frac{dC}{dz} = \frac{dC}{d\theta}, \quad z_{n-1} \leq z \leq z_n;$$

.....

$$\frac{l}{Pe_k} \frac{d^2 C}{dz^2} - \frac{dC}{dz} = \frac{dC}{d\theta}, \quad z_{k-1} \leq z \leq z_k; \quad (2.255)$$

Bunda quyidagi muvofiq chegaraviy shartlar bajarilmoqda:

$$\frac{1}{Pe_1} \left(\frac{dC}{dz} \right)_0 - C_0 = 0,$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{Pe_1} \left(\frac{dC}{dz} \right)_{z_1} - C_{\bar{z}_1} &= \frac{1}{Pe_2} \left(\frac{dC}{dz} \right)_{z_1}^+ - C_{z_1}^+, \\
C_{\bar{z}_1} &= C_{z_1}^+, \\
&\dots\dots\dots \\
\frac{1}{Pe_k} \left(\frac{dC}{dz} \right)_{\bar{z}_k} - C_{\bar{z}_k} &= \frac{1}{Pe} \left(\frac{dC}{dZ} \right)_{z_K}^+ - C_{z_K}^+, \\
C_{\bar{z}_k} &= C_{z_K}^+, \\
&\dots\dots\dots \\
\frac{1}{Pe_{n-1}} \left(\frac{dC}{dz} \right)_{\bar{z}_{n-1}} - C_{\bar{z}_{n-1}} &= \frac{1}{Pe_n} \left(\frac{dC}{dz} \right)_{z_{n-1}}^+ - C_{z_{n-1}}^+, \\
C_{\bar{z}_{n-1}} &= C_{z_{n-1}}^+, \\
\left(\frac{dC}{dZ} \right)_{Z-1} &= 0.
\end{aligned} \tag{2.256}$$

Apparatning boshlang'ich kesimiga trassyorni impulsli kiritganda ($z = 0$) ixtiyoriy k - zonada javob egri chizig'ining birinchi boshlang'ich momenti uchun tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$M_1 = A_K e^{P_{ek}z} + \frac{1}{Pe_K} + z, \quad z_{K-1} \leq z \leq z_k, \tag{2.257}$$

agar $k=1,2,\dots,n-1$ bo'lsa, unda

$$A_K = \left(\frac{1}{Pe_{k+1}} - \frac{1}{Pe_k} + A_{K+1} e^{Pe_{K+1}z_k} \right); \tag{3.258}$$

agar $k=n$ bo'lsa, unda

$$A_n = \frac{e^{-Pe_n}}{Pe_n}. \tag{2.259}$$

O'xshash tarzda ikkinchi boshlang'ich moment uchun quyidagi tenglama olinadi:

$$M_2 = \sum_{Pe_K}^K a_i + \frac{4z}{Pe_K} + \frac{4}{Pe_K^2} + z^2 - (2A_{K^z} - B_K)e^{Pe_{K^z}},$$

$$z_{k-1} \leq z \leq z_k; \quad (2.260)$$

agar $k = 1$ bo'lsa, unda

$$a_1 = -\frac{2A_1}{Pe_1};$$

agar $k = 2, 3, \dots, p$ bo'lsa, unda

$$a_k = \frac{2z_{k-1}}{Pe_{k-1}} - \frac{2z_{k-1}}{Pe_k} + \frac{2A_{k-1}}{Pe_{k-1}} e^{Pe_{k-1}z_{k-1}} - \frac{2A_k}{Pe_k} e^{Pe_k z_{k-1}}; \quad (2.261)$$

agar $k = 1, 2, \dots, p-1$ bo'lsa, unda

$$B_k = 2A_k z_k - (2A_{k+1} z_k - B_{k+1}) e^{z_k (Pe_{k+1} - Pe_K)} +$$

$$+ (a_{k+1} - \frac{4z_k}{Pe_k} - \frac{4}{Pe_k^2} + \frac{4z_k}{Pe_{k+1}} + \frac{4}{Pe_{k+1}^2}) e^{-Pe_K z_K}; \quad (2.262)$$

agar $k = p$ bo'lsa, unda

$$B_n = -(\frac{4}{Pe_n} + \frac{6}{Pe_n^2}) e^{-Pe_n}. \quad (2.263)$$

(2.257) - (2.263) tenglamalar apparatning ayrim uchastkalarida qayd qilingan javobning tajribaviy egri chizig'i bo'yicha bo'ylama aralashtirish jadalligini aniqlash imkonini beradi. Masalan, $z_u, z_2, \dots, z_n$ kesimlarda javob egri chiziqlarini qayd qilib, oxirgi uchastkadan boshlab ketma-ket har bir uchastka uchun $\Delta\sigma^2 = \sigma_{z_K}^2 - \sigma_{z_{K-1}}^2$ dispersiyaning orttirmasi kattaligi bo'yicha, Pe_K ning barcha qiymatlarini hisoblash mumkin. Model parametrlari bo'yicha $\Delta\sigma^2$ bog'liqlikni hisoblash uchun zaruriy ifoda (2.257) – (2.263) tenglamalardan kelib chiqadi. $\Delta\sigma^2$ ning umumiy ifodasi apparatning ixtiyoriy k -uchastkasi uchun quyidagi ko'rinishga ega:

$$\Delta\sigma^2 = \sigma_{z_K}^2 - \sigma_{z_{K-1}}^2 = \frac{2(z_K - z_{K-1})}{Pe_K} + (4A_K z_{K-1} + \frac{2A_K}{Pe_K} - B_K) * \\ * e^{Pe_K z_{K-1}} - (4A_K z_K + \frac{2A_K}{Pe_K} - B_K) e^{Pe_K z_K} + A_K^2 (e^{2Pe_K z_{K-1}} - e^{2Pe_K z_K}). \quad (2.264)$$

(2.264) tenglamaga tadqiq qilinayotgan uchastkaning Pe qiymatidan tashqari keyingi uchastkalar uchun Pe qiymatlari kiradi, shuning uchun ketma-ket hisoblash bilan Pe_K ning barcha qiymatlarini topish mumkin. (2.264) tenglamani yechish natijasida apparatning ayrim uchastkalar uchun Pe ning o'rtacha qiymatlari topiladi. Oxirgi uchastka uchun (oqimning yo'nalishi bo'yicha) (2.264) tenglama quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$\Delta\sigma^2 = \Delta\sigma_{z=1}^2 - \Delta\sigma_{n-1}^2 = \frac{2(1-z_{n-1})}{Pe_n} - \frac{5}{Pe_n^2} + \\ + \left[\frac{4(1-z_{n-1})}{Pe_n} + \frac{4}{Pe_n^2} \right] e^{-Pe_n(1-z_{n-1})} + \frac{e^{-Pe_n(1-z_{n-1})}}{Pe_n^2} \quad (2.265)$$

(2.265) tenglamaning oxirgi ikki a'zosi ko'pincha juda kichik bo'ladi. Unda quyidagi qabul qilinadi:

$$Pe_n = \frac{1-z_{n-1}}{\Delta\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1-z_{n-1}}{\Delta\sigma^2} \right)^2 - \frac{5}{\Delta\sigma^2}}. \quad (2.266)$$

Bo'ylama aralashtirish jadalligi turlicha bo'lgan ikki uchastkadan iborat apparatlar uchun (2.257) - (2.263) tenglamalar asosida quyidagini olish mumkin:

$$\sigma_1^2 = \frac{2(1-z_1)}{Pe_2} - \frac{2}{Pe_2^2} + \frac{2}{Pe_1} \left(z_1 + \frac{1}{Pe_2} \right) - \frac{2}{Pe_1^2} + \left(\frac{1}{Pe_1} - \frac{1}{Pe_2} \right) * \\ * \frac{2e^{-Pe_1 z_1}}{Pe_1} + \left(\frac{1}{Pe_2} - \frac{1}{Pe_1} + \frac{e^{-Pe_1 z_1}}{Pe_1} \right) \frac{2e^{-Pe_2(1-z_1)}}{Pe_2}. \quad (2.267)$$

Pe ning katta qiymatlarida (2.267) tenglamaning oxirgi ikki a'zosi e'tiborga olinmaydigan darajada kichik. Bu holda quyidagini hisoblash mumkin:

$$Pe_1 = \frac{z_1 + \frac{1}{Pe_2}}{C_1} + \sqrt{\left(\frac{z_1 + \frac{1}{Pe_2}}{C_1} \right)^2 - \frac{2}{C_1}}, \quad (2.268)$$

bu yerda

$$C_1 = \sigma_1^2 + \frac{2}{Pe_2^2} - \frac{2(1-z_1)}{Pe_2}. \quad (2.269)$$

Pe_2 bilgan holda, birinchi zonadan chiqishda qayd qilingan javob funksiyasining dispersiyasi bo'yicha (2.268) tenglama yordamida Pe_1 ni topish mumkin.

Misol. Vibratsion ekstraktorda (diametri 300 mm, balandligi 6m, tebranish amplitudasi 4,5 mm, chastotasi 61 min⁻¹) yaxlit fazalarning bo'ylama aralashtirilishini tadqiqoti natijasida $Z_1 = 0,224$ kesim va chiqishdagi $Z_2 = 1$ kesimlardagi S-egri chiziq dispersiyalarining quyidagi qiymatlari olinadi (2.4-jadval).

(2.267), (2.268) tenglamalar bo'yicha izlanayotgan kattaliklar hisoblab chiqiladi. Ko'rinib turibdiki, bo'ylama aralashtirish jadalligi kolonnaning qolgan qismiga nisbatan kichik boshlang'ich uchastkasida 2-5 marta yuqoriroq, bu oqimning apparatga kirish shartlarining ta'sirida yuzaga keladi.

S-egri chiziq dispersiyalarining qiymatlari

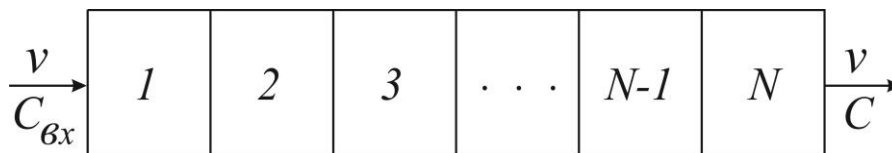
2.4-jadval

Tajriba raqami	i , m ³ /s	$\sigma_{z_1}^2$	$\sigma_{z_2}^2$	Re ₁	Re ₂
1	3	0,0083	0,0191	52	141
2	4	0,0135	0,0201	63	134
3	5	0,0109	0,0187	38	194

2.5. Yacheykali model

Modelning asosiy tenglamalarini keltirib chiqarish. Aralashtirgichlar bilan reaktorlar kaskadi uchun ilk taklif qilingan model eng oddiylaridan biridir. (2.20-rasm).

Quyidagi qo‘yimlarni qabul qilamiz: 1) har bir yacheykada ideal aralashtirish bajarilmoqda; 2) yacheykalar orasida qayta aralashtirish mavjud emas. Bo‘ylama aralashtirishni miqdoriy tavsiflovchi yacheykali model parametri bo‘lib JV to‘la aralashtirish yacheykalarning soni xizmat qiladi. N oshishi bilan oqimning strukturasi to‘la siqib chiqarish modeliga yaqinlashadi, N kamayishi bilan – ideal aralashtirish modeliga yaqinlashadi.



2.20-rasm. Yacheykali model sxemasi:

v – apparat orqali moddaning sarfi; C_{kir} – kirishdagi konsentratsiya.

Har bir yacheyka uchun moddani saqlashni tenglamalarini yozamiz (soddalashtirish uchun yacheykalar bir xil hajm V_{YA} ga ega deb faraz qilamiz):

$$\begin{aligned}
 vC_{kir} - vC &= V_{ya} \frac{dC_1}{dt}, \\
 vC_1 - vC_2 &= V_{ya} \frac{dC_2}{dt}, \\
 &\dots\dots\dots \\
 vC_{j-1} - vC_j &= V_{ya} \frac{dC_j}{dt} \\
 &\dots\dots\dots \\
 vC_{n-1} - vC_n &= V_{ya} \frac{dC_n}{dt}.
 \end{aligned}
 \tag{2.270}$$

(2.270) tenglamalarning chap va o‘ng qismlarini v ga bo‘lib, quyidagini olamiz:

$$\begin{aligned}
C_{kir} C_1 &= \bar{t} \frac{dC_1}{dt}, \\
C_1 - C_2 &= \bar{t} \frac{dC_2}{dt}, \\
&\dots\dots\dots \\
C_{j-1} - C_j &= \bar{t} \frac{dC_j}{dt}, \\
&\dots\dots\dots \\
C_{N-1} - C_N &= \bar{t} \frac{dC_N}{dt}.
\end{aligned}
\tag{2.271}$$

(2.271) tenglamalar tizimi uchun mos boshlang'ich shartlar quyidagi ko'rinishga ega:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = C_{1b}, C_2 = C_{2b}, \dots, C_N = C_{Nb} \tag{2.272}$$

(2.271) tenglamalar tizimi (2.272) boshlang'ich shartlar bilan birga oqimlar strukturasining yacheykali modelini tashkil qiladi. Model xossalarini tahlil qilish uchun yacheykali modelning standart g'alayonlarga bo'lgan javoblarini ko'rib chiqamiz.

Konsentratsiya sakrash ko'rinishida nolgacha kamayadigan pog'onali g'alayonga modelning javobi (yuhib ketish usuli). modelning javobini, (2.271) tenglamalar tizimini ketma-ket yechib, birinchi yacheykadan boshlab qidiramiz.

Birinchi yacheyka.

Yuhib ketish usulida indikatorning konsentratsiyasi kirishda nolga teng. Demak, $S_{kir}=0$ va boshlang'ich tenglama quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$-C_1 = \bar{t} \frac{dC_1}{dt}, \tag{2.273}$$

o'zgaruvchilarni bo'lib, quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$\frac{dC_1}{C_1} = -\frac{dt}{\bar{t}}. \tag{2.274}$$

(2.274) tenglamani integrallash quyidagini beradi:

$$C_1 = Ke^{-t/\bar{t}}. \quad (2.275)$$

K noma'lum konstantani boshlang'ich shartdan topamiz:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = C_{1b} = C_b \quad (2.276)$$

Bu yerdan

$$K = S_b. \quad (2.277)$$

(2.275) ni (2.277) ga qo'yib, birinchi yacheykadan chiqishdagi javobning quyidagi ko'rinishini olamiz:

$$C_1 = C_b e^{-t/\bar{t}}. \quad (2.278)$$

Ikkinchi yacheyka.

Birinchini yacheykaning chiqishi ikkinchi yacheykaning kirishini hosil qiladi. U vaqtda moddani saqlanish tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$C_1 - C_2 = \bar{t} \frac{dC_2}{dt} \quad (2.279)$$

yoki

$$C_b e^{-t/\bar{t}} - C_2 = \bar{t} \frac{dC_2}{dt}. \quad (2.280)$$

(2.280) tenglama – birinchi darajali bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamadir. Uni noma'lum ko'paytuvchilar usuli bilan yechamiz. Bunga mos keluvchi bir jinsli tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$\bar{t} \frac{dC_2}{dt} + C_2 = 0 \quad (2.281)$$

Uning yechimi quyidagiga tengdir:

$$C_2 = A(t)e^{-t/\bar{t}}, \quad (2.282)$$

bu yerda $A(t)$ – noma'lum ko'paytuvchi.

(2.282) bir jinsli tenglamaning yechimini (2.280) ga qo'yamiz:

$$\frac{dC_2}{dt} = A_1 e^{-t/\bar{t}} + A\left(-\frac{1}{\bar{t}}\right)e^{-t/\bar{t}}, \quad (2.283)$$

$$\bar{t} \left[A_t^1 e^{-t/\bar{t}} - \frac{A(t)}{\bar{t}} e^{-t/\bar{t}} \right] + A(t) e^{-t/\bar{t}} = C_N e^{-t/\bar{t}}. \quad (2.284)$$

o'xshash a'zolarini keltirib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{C_b}{\bar{t}}. \quad (2.285)$$

(2.285) differensial tenglamani noma'lum ko'effitsiyenga nisbatan yechamiz:

$$A(t) = \frac{C_b}{\bar{t}} t + K. \quad (2.286)$$

Endi (2.282) ga topilgan $A(t)$ ifodani qo'yib, quyidagini olamiz:

$$C_2 = \left[\frac{C_b}{\bar{t}} + K \right] e^{-t/\bar{t}} \quad (2.287)$$

K noma'lum konstantani boshlang'ich shartdan topish mumkin:

$$t=0 \text{ da } S_2=S_{2b}=S_b. \quad (2.288)$$

Bu yerdan

$$K=S_b. \quad (2.289)$$

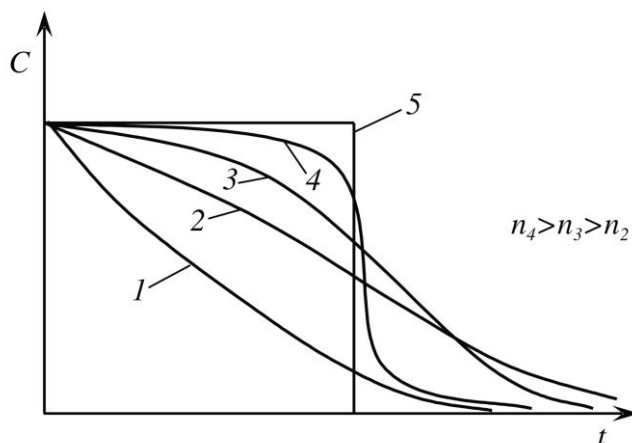
Shunday qilib, ikkinchi yacheykani chiqishida javob quyidagi ko'rinishga ega:

$$C_2 = C_b \left[1 + \left(\frac{t}{\bar{t}} \right) \right] e^{-t/\bar{t}} \quad (2.290)$$

Uchinchi, to'rtinchi, ..., N – yacheykalar uchun o'xshash fikrni davom ettirib, konsentratsiyani sakrash ko'rinishda nolgacha kamayadigan yacheykali model javobi uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$\frac{C_N}{C_b} = \left[1 + \left(\frac{t}{\bar{t}}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{\bar{t}}\right)^2 + \dots + \frac{1}{(N-1)!} \left(\frac{t}{\bar{t}}\right)^{N-1} \right] e^{-t/\bar{t}}. \quad (2.291)$$

2.21-rasmda yacheykalarining turli soni uchun yuvib ketish usuli bo'yicha chiqish konsentratsiyasining bog'liqligi ko'rsatilgan.



2.21-rasm. Yacheykalarining turli soni uchun konsentratsiyaning sakrash

ko'rinishli kamayishiga yacheykali modelning javobi:

1 – ideal aralashtirishda; 2, 3, 4 – mos ravishda n_1 , n_3 va n_4 yacheykalar sonida; 5 – ideal siqib chiqarishda.

(2.291) tenglamani quyidagi o'lchamsiz ko'rinishda yozish qulay:

$$C(\theta) = \left[1 + N\theta + \frac{1}{2} N^2 \theta^2 + \dots + \frac{N^{N-1}}{(N-1)!} \theta^{N-1} \right] e^{-N\theta}. \quad (2.292)$$

Impulsli g'alayonga modelning javobi. Yacheykali model javob funksiyasini olish uchun oldingi holga o'xshash birinchi, ikkinchi va h.k. yacheykalardagi javoblarni topamiz.

Birinchi yacheyka.

Impulsli g'alayon uchun birinchi yacheykaga kirish S_{kr} konsentratsiyasi nolga teng bo'lganligi uchun, moddaning saqlash tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$-C_1 = \bar{t} \frac{dC_1}{dt}. \quad (2.293)$$

Uning yechimi quyidagiga tengdir:

$$C_1 = K / e^{-t/\bar{t}}. \quad (2.294)$$

K noma'lum kattalikni boshlang'ich shartdan topamiz:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = C_b \quad (2.295)$$

Bu yerdan

$$K = S_b \quad (2.296)$$

va

$$C_1 = C_b e^{-t/\bar{t}}. \quad (2.297)$$

Ikkinchi yacheyka.

Birinchini yacheykaning chiqishi ikkinchi yacheykaning kirishini hosil qiladi.

Unda ikkinchi yacheyka uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$C_b e^{-t/\bar{t}} - C_2 = \bar{t} \frac{dC_2}{dt}. \quad (2.298)$$

Avval o'zgaruvchilarini ajratgandan so'ng (2.300) ko'rinishni qabul qiluvchi mos bir jinsli tenglamani yechamiz:

$$\bar{t} \frac{dC_2}{dt} + C_2 = 0, \quad (2.299)$$

$$C_2 = A(t) e^{-t/\bar{t}}. \quad (2.300)$$

$A(t)$ noma'lum ko'paytuvchini topish uchun (2.300) ning yechimini (2.298) boshlang'ich tenglamaga qo'yamiz:

$$t \left[A_t^1 e^{-t/\bar{t}} - \frac{A(t)}{\bar{t}} \right] + A e^{-t/\bar{t}} = C_b e^{-t/\bar{t}} \quad (2.301)$$

(2.301) tenglamadagi o'xshash a'zolarini keltirgandan keyin $A(t)$ ga nisbatan birinchi tartibli differensial tenglamaga kelamiz:

$$\bar{t} \frac{dA(t)}{dt} = C_b. \quad (2.302)$$

Uning yechimi quyidagiga teng:

$$A(t) = \frac{C_b}{\bar{t}} t + K. \quad (2.303)$$

(2.303) tenglamani (2.300) ga qo'yib va $t = 0$ da C_2 boshlang'ich shartni hisobga olib, ikkinchi yacheyka chiqishidagi javob funksiyasini olamiz:

$$C_2 = C_b \frac{t}{\bar{t}} e^{-t/\bar{t}}. \quad (2.304)$$

Uchinchi, to'rtinchi, ..., N -Pi yacheykalar uchun o'xshash yechimlar N -yacheykalarni o'z ichiga olgan quyidagi yacheykali modelning umumiy javob funksiyasini beradi:

$$C_N = C_b \left(\frac{t}{\bar{t}}\right)^{N-1} \frac{1}{(N-1)!} e^{-t/\bar{t}}. \quad (2.305)$$

$C(\theta) = C_N / C_b$ o'lchamsiz konsentratsiyani va $\theta = t/\bar{t}$ vaqtni kiritib, (2.305) javob funksiyasini o'lchamsiz ko'rinishda quyidagicha keltirish mumkin:

$$C(\theta) = \frac{N^N \theta^{N-1}}{(N-1)!} e^{-N\theta}. \quad (2.306)$$

Konsentratsiya sakrash ko'rinishida oshib boruvchi pog'onali g'alayonga yacheykali modelning javoblari. Har bir yacheykaning chiqishidagi konsentratsiyani aniqlaymiz.

Birinchi yacheyka.

S_{kr} kirish konsentratsiyasi berilgan g'alayon uchun noldan farq qilganligi sababli, modda saqlashni tenglamasi birinchi yacheyka uchun quyidagi tarzda yoziladi:

$$C_{kir} - C_1 = \bar{t} \frac{dC_1}{dt}, \quad (2.307)$$

boshlang'ich shart esa quyidagi ko'rinishga ega:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = 0 \quad (2.308)$$

(2.307) tenglamani quyidagi ko'rinishda tavsiflash mumkin:

$$\frac{d(C_{kir} - C_1)}{C_{kir} - C_1} = -\frac{dt}{t} \quad (2.309)$$

Oxirgi tenglamani integrallash quyidagini beradi:

$$(C_{kir} - C_1) = Ke^{-t/\bar{t}}. \quad (2.310)$$

K integrallash konstantasini quyidagi boshlang'ich shartdan topamiz:

$$t = 0 \text{ da } K = C_{kir} \quad (2.311)$$

Unda birinchi yacheyka chiqishida quyidagi javob funksiyasini olamiz:

$$C_1 = C_{kir}(1 - e^{-t/\bar{t}}). \quad (2.312)$$

Ikkinchi yacheyka.

Birinchi yacheykaning chiqishi (2.312) ikkinchi yacheykaning kirishini hosil qiladi. U vaqtda ikkinchi yacheyka uchun moddani saqlashni tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$C_{kir}(1 - e^{-t/\bar{t}}) - C_2 = \bar{t} \frac{dC_2}{dt}. \quad (2.313)$$

Mos ravishda bir jinsli tenglamaning yechimi quyidagiga teng:

$$C_2 = A(t)e^{-t/\bar{t}} \quad (2.314)$$

$A(t)$ noma'lum ko'paytuvchini topish uchun (2.314) ning yechimini boshlang'ich bir jinsli bo'lmagan (2.313) tenglamaga qo'yamiz:

$$C_{kir}(1 - e^{-t/\bar{t}}) - A(t)e^{-t/\bar{t}} = \bar{t} \left[A'_t(t)e^{-t/\bar{t}} - \frac{A(t)}{t} e^{-t/\bar{t}} \right]. \quad (2.315)$$

O'xshash a'zolarini keltirib, $A(t)$ noma'lum ko'paytuvchiga nisbatan quyidagi tenglamani olamiz.

$$\frac{dA(t)}{dt} = \frac{C_{kir}}{t} (e^{-t/\bar{t}} - 1). \quad (2.316)$$

Uning yechimi quyidagiga teng:

$$A(t) = \frac{C_{kir}}{\bar{t}} (\bar{t} e^{t/\bar{t}} - t) + K. \quad (2.317)$$

(2.317) ifodani (2.314) ga qo'yib, (2.313) bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning yechimini olamiz:

$$C_2 = \left[\frac{C_{kir}}{\bar{t}} (\bar{t} e^{t/\bar{t}} - t) + K \right] e^{t/\bar{t}}. \quad (2.318)$$

K konstantani boshlang'ich shartdan topamiz

$$t = 0 \text{ da } C_2 = 0, \quad X = C_{kir} \quad (2.319)$$

(2.319) ni (2.318) tenglamaga qo'yish ikkinchi yacheyka chiqishidagi javobni beradi:

$$C_2 = C_{kir} \left[1 - \left(1 + \left(\frac{t}{\bar{t}} \right) \right) e^{-t/\bar{t}} \right]. \quad (2.320)$$

Uchinchi, to'rtinchi, ..., N -li yacheyka uchun o'xshash fikrni davom etib, quyidagi oxirgi N -yacheyka chiqishidagi javob funksiyasini olamiz:

$$\frac{C_N}{C_{kir}} = 1 - \left[1 + \left(\frac{t}{\bar{t}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{\bar{t}} \right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{t}{\bar{t}} \right)^3 + \dots + \frac{1}{(N-1)!} \left(\frac{t}{\bar{t}} \right)^{N-1} \right] e^{-t/\bar{t}} \quad (2.321)$$

$F(\theta) = C_N / C_{kir}$ o'lchamsiz konsentratsiyani va $\theta = t/\bar{t}$ vaqtni kiritib, quyidagini topamiz:

$$C(\theta) = 1 - \left[1 + N\theta + \frac{N^2\theta^2}{2} + \frac{N^3\theta^3}{3!} + \dots + \frac{N^{N-1}}{(N-1)!} \theta^{N-1} \right] e^{-N\theta}. \quad (2.322)$$

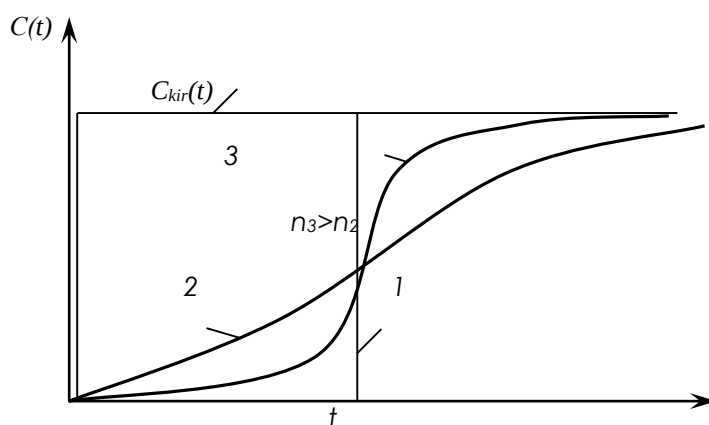
2.22-rasmda turli yacheykalar soni uchun pog'onali g'alayonga chiqish konsentratsiyasining bog'liqligi ko'rsatilgan.

Oldin belgilanganidek, $F(\theta)$ javob funksiyasi F -egri chiziq deb ataladi va oqim elementlarini bo'lish vaqti bo'yicha taqsimlanishini tavsiflaydi. olingan javob funksiyasi (2.322) ni yuvib ketish usulidagi yacheykali model javobi (2.292) bilan solishtirib, ular orasidagi aloqa bog'liqligini olamiz:

$$(F(\theta) = 1 - I(\theta)), \quad (2.323)$$

bunda, $I(\theta)$ – yuvib ketish usulidagi modelning o'lchamsiz javobi bo'lib, u quyidagiga teng:

$$I(\theta) = \left[1 + N\theta + \frac{1}{2} N^2 \theta^2 + \dots + \frac{N^{N-1} \theta^{N-1}}{(N-1)!} \right] e^{-N\theta}. \quad (3.324)$$



2.22-rasm. Pog'onali g'alayonga yacheykali modelning javobi:

1 – ideal siqib chiqarishda; 2, 3 – mos ravishda n_2 va n_3 yacheykalar sonida.

Yacheykali model bilan tavsiflanadigan obyektlarning uzatish funksiyasi.

$W(p)$ obyektning uzatish funksiyasi ta'rifiga muvofiq quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}_{chiq}}{\tilde{C}_{kir}} = \frac{\tilde{C}_N}{\tilde{C}_{kir}}. \quad (2.325)$$

(2.325) tenglamaning o'ng qismini $\tilde{C}_{N-1}$ ga ko'paytiramiz va bo'lamiz:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}_{N-1}}{\tilde{C}_{kir}} \frac{\tilde{C}_N}{\tilde{C}_{N-1}}. \quad (2.326)$$

(2.326) tenglamaning o'ng qismidagi ikkinchi ko'paytuvchi $N-P$ yacheykaning uzatish funksiyasini, ya'ni $W_N(p)$ ni ifodalaydi. Unda oxirgi tenglamani quyidagi ko'rinishda qayta yozishimiz mumkin:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}_{N-1}}{\tilde{C}_{kir}} W_N(p). \quad (2.327)$$

O'xshash tarzda, (2.327) tenglamani o'ng qismini $\tilde{C}_{N-1}$ ga ko'paytirib va bo'lib, quyidagini olamiz:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}_{N-2}}{\tilde{C}_{kir}} \frac{\tilde{C}_{N-1}}{\tilde{C}_{N-2}} W_N(p). \quad (2.328)$$

(2.328) tenglamani o'ng qismidagi ikkinchi ko'paytuvchi $(N-1)$ - yacheykaning uzatish funksiyasidir. Unda (2.328) tenglamani quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}_{N-2}}{\tilde{C}_{kir}} W_{N-1}(p) W_N(p). \quad (2.329)$$

O'xshash o'zgartirishlarni olib borib, yacheykali model bilan tavsiflanadigan obyekt uzatish funksiyasining quyidagi ifodasiga kelimiz:

$$(W(p) = W_1(p)W_2(p)...W_N(p) = \prod_{i=1}^N W_i(p). \quad (2.330)$$

yacheykali modelda har bir yacheyka ideal aralashtirish modeli bilan tavsiflanayotganligi uchun:

$$W_i(p) = \frac{1}{1 + \bar{t}p}. \quad (2.331)$$

bunda, $\bar{t}$ – yacheykada o‘rtacha bo‘lish vaqti (yacheykalar bir xil hajmga ega deb faraz qilinadi).

(2.331) ifodani hisobga olib, yacheyka modelining uzatish funksiyasi uchun yakuniy ifodani olamiz:

$$W(p) = \frac{1}{(1 + \bar{t}p)^N}. \quad (2.332)$$

Endi quyidagi ayrim holatlarni ko‘rib chiqamiz.

1. Yacheykali modelda yacheykalar soni $N=1$ teng. Bu holda uzatish funksiyasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$W(p) = \frac{1}{1 + \bar{t}p}. \quad (2.333)$$

(2.333) ifoda ideal aralashtirish modelining uzatish funksiyasiga mos va yacheykali model ideal aralashtirish modeliga o‘tadi.

2. Yacheykali modelda yacheykalar soni $N \rightarrow \infty$ ga intiladi. Bu holda quyidagiga egamiz:

$$W(p) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(1 + \bar{t}p)^N}. \quad (2.334)$$

Deylik, $x = \frac{1}{\bar{t}p}$ va t_0 - yacheykali model bilan tavsiflanadigan obyektga o‘rta bo‘lish vaqti. Unda

$$N = \bar{t}_y p x. \quad (2.335)$$

(2.335) ni (2.334) tenglamaga qo‘yib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$W(p) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\bar{t}_y p x}} \right] = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x \bar{t}_y p} \quad (2.336)$$

yoki

$$W(p) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x - \bar{t}_y p} \right] \quad (2.337)$$

Quyidagini inobatga olib, uzatish funksiyasi uchun (2.339) ifodani olamiz:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e, \quad (2.338)$$

$$W(p) = e^{-\bar{t}_y p} \quad (2.339)$$

(2.339) uzatish funksiyasi ideal siqib chiqarish modeliga mosdir. Demak, $N \rightarrow \infty$ holda, yacheykali model ideal siqib chiqarish modeliga o'tadi.

Yacheykali modelning N – parametrini baholash. Yacheykali modelning N – parametrini baholash uchun bu modelning uzatish funksiyasidan foydalanib, impulsli g'alayonga javob funksiyasi uchun ikkinchi tartibli boshlang'ich momenti M_2^t ni topamiz:

$$\begin{aligned} M_2^t &= W_p''(p=0) = N(N+1)(1+\bar{t}p)^{-N-2}_{t^{-2}} \big|_{p=0} = \\ &= N(N+1)\bar{t}^2 = N^2\bar{t}^2 + N\bar{t}^2 = \bar{t}_y^2 \left(1 + \frac{1}{N}\right). \end{aligned} \quad (2.340)$$

Mos markaziy o'lchamli ikkinchi tartibli moment quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$\mu_2^t = M_2^t - \bar{t}_c^2 = \frac{\bar{t}_c^2}{N}. \quad (2.341)$$

(2.341) ifodani tizimda oʻrta boʻlish vaqtining kvadratiga boʻlib, yacheykali model N parametri bilan yacheykali modelning impulsli gʻalayonga javob funksiyasining oʻlchamsiz dispersiyasi σ_θ^2 orasidagi aloqa tenglamasini olamiz:

$$N = \frac{1}{\sigma_\theta^2} \quad (2.342)$$

(2.342) ifoda - impulsli gʻalayonga javobning tajribaviy egri chiziqlari boʻyicha yacheykali modelning N parametrini baholash uchun asosiydir. (2.342) va (2.204) ifodalarni solishtirib, diffuziyali va yacheykali modellar orasidagi bogʻlanishning quyidagi tenglamasini olamiz:

$$\frac{1}{N} = \frac{2}{Pe^2} (Pe - 1 + e^{-Pe}). \quad (2.343)$$

$Pe > 10$ da oxirgi bogʻlanishni soddalashtirish mumkin. Bu holda bogʻlanish tenglamasi quyidagi koʻrinishni oladi:

$$N \approx \frac{Pe}{2}. \quad (2.344)$$

Misol.

Nasadkali kolonnada suyuqlikning oqim strukturasi impulsli usul bilan tadqiq qilinadi. Oqim strukturasi yacheykali model bilan tavsiflash taklif qilingan. Yacheykali model parametrini baholash va bu modelni qoʻllash maqsadga muvofiq ekanligini aniqlash talab qilinadi.

Yechim. Nasadkali kolonnadan chiqishdagi suyuqlik oqimining olingan tajribaviy S – egri chizigʻi ($S_t = C_t(t)$) ni qayta ishlash natijalari 2.5-jadvalda keltirilgan.

Indikatorning oqimda oʻrta boʻlish vaqti $\bar{t}$ ni aniqlaymiz:

$$\bar{t} = \frac{\int_0^\infty t C_E(t) dt}{\int_0^\infty C_E(t) dt} \approx \frac{\sum_{i=1}^7 t_i C_i}{\sum_{i=1}^7 C_i} \approx 100. \quad (2.345)$$

Keyin me'yorlangan S-egri chiziqdan $C(t)$ ga o'tamiz (2.5-jadvalga qarang):

$$C(t) = \frac{C_E(t)}{\int_0^\infty C_E(t)dt} \approx \frac{C_E(t)}{\sum_{i=1}^7 C_{iE}\Delta t} \approx \frac{C_{iE}}{58}, c^{-1}. \quad (2.346)$$

Nasadkali kolonnada suyuqlikning oqim strukturasi tadqiq qilishdagi S-egri chiziqni qayta ishlash natijalari va boshlang'ich ma'lumotlar

2.5-jadval

t, s	0	40	80	120	160	200	240
$S_e(t), g/l$	0	0,30	0,50	0,35	0,20	0,10	0
$C(t), c^l$	0	0,3/5	0,5/5	0,35/	0,2/5	0,1/5	0
θ	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
$C_s(\theta) = \bar{t}C(t)$	0	0,52	0,86	0,60	0,34	0,17	0
$C_T(\theta) N = 5 \quad \partial a$	0	0,55	0,98	0,73	0,40	0,20	0
$N=5$							

M_2^t boshlang'ich o'lchamli ikkinchi tartibli momentni topamiz:

$$M_2^t = \int_0^\infty t^2 C(t)dt \approx \sum_{i=1}^7 t_i^2 C_i \Delta t \approx 12200, c^2. \quad (2.347)$$

Demak, S – egri chiziqning o'lchamsiz dispersiyasi σ^2 quyidagiga teng:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{M_2^t}{\bar{t}} - 1 = 1,22 - 1 = 0,22. \quad (2.348)$$

N yacheykalar soni bilan o'lchamsiz dispersiya σ^2 ning aloqa tenglamasidan foydalanib, quyidagini olamiz:

$$N = \frac{1}{\sigma_\theta^2} = \frac{1}{0,22} = 5. \quad (2.349)$$

Topilgan yacheykalar sonida $C_t(\theta)$ yacheykali model bo'yicha S-egri chiziqning o'lchamsiz qiymatini impulsli g'alayonga yacheykali model javob funksiyasi uchun olinadigan ifodadan aniqlaymiz (2.5-jadvalga qarang):

$$C_t(\theta) = \frac{N^N \theta^{N-1} e^{-N\theta}}{(N-1)!} = \frac{3125 \theta^4 e^{-5\theta}}{4 \cdot 5 \cdot 2}. \quad (2.350)$$

Mavjud tajriba ma'lumotlaridan tiklanish dispersiyasini baholab bo'lmaydi. Buning uchun Fisher mezoni yordamida $S_{o'r}^2$ nisbiy o'rtacha dispersiyani S_{monand}^2 monandlik dispersiyasi bilan solishtirib, yacheykali modelni qo'llashning maqsadga muvofiqligini baholaymiz.

O'lchamsiz javob egri chizig'i $\bar{C}(\theta)$ ning o'rtacha qiymati quyidagini tashkil etadi:

$$\bar{C}(\theta) = \frac{0,52 + 0,86 + 0,60 + 0,34 + 0,17}{7} = 0,35. \quad (2.351)$$

Nisbiy o'rtacha dispersiyani topamiz:

$$S_{o'r}^2 = \frac{\sum (C_{iE}(\theta) - \bar{C}(\theta))^2}{f_{o'r}} = \frac{0,17^2 + 0,51^2 + 0,15^2 + 0,01^2 + 0,18^2 + 0,55^2 + 0,35^2}{7-1} = 0,1048. \quad (2.352)$$

Monandlik dispersiyani topamiz:

$$S_{mon}^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 (C_{iE} - C_{iT})^2}{f_{mon}} = \frac{0^2 + 0,33^2 + 0,12^2 + 0,13^2 + 0,06^2 + 0,03^2 + 0^2}{7-1} = 0,00612. \quad (2.353)$$

F -bog'liqlikni tuzamiz:

$$F = \frac{S_{o'r}^2}{S_{mon}^2} = \frac{0,1048}{0,00612} = 17,124. \quad (2.354)$$

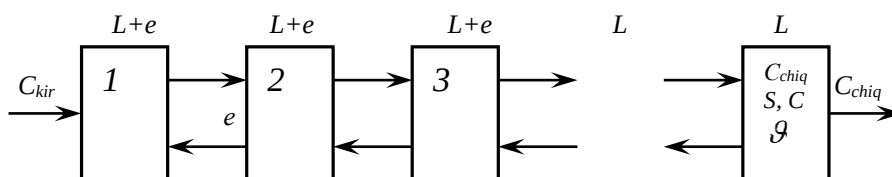
$f_{o'r} = 6$ va $f_{mon} = 6$ erkinlik darajasi sonlari hamda $\alpha = 1\%$ ahamiyatlilik darajasi uchun Fisher mezonining mos jadval qiymati quyidagiga teng:

$$F_{a=0,0,1}^{jad}(6,6) = 8,47. \quad (2.355)$$

Bu yerdan $F > F_{a=0,0,1}^{jad}(6,6)$ va nisbiy o'rtacha dispersiya monandlik dispersiyadan belgili farqlanadi. Shunday ekan, yacheykali modelni qo'llash maqsadga muvofiqdir.

2.6. Teskari oqimli (retsirkulatsiyali) yacheykali model

Modelning asosiy tenglamalarini keltirib chiqarish. Yacheykali model real apparatda (masalan ekstraktorda oqimlar fazalari harakatini tavsiflagandek) oqimlar strukturasining monand tiklanishini har doim ham ta'minlamaydi. Shu munosabat bilan bunday modelning modifikatsiyalari ishlab chiqiladi. Eng keng tarqalgan modifikatsiyalardan biri – bu teskari oqimli yacheykali modeldir. Bu modellarga muvofiq apparat mujassamlashgan parametrli zonalar ketma-ketligi sifatida qaralib, zonalarining har biri ideal aralashtirish yacheykasiga ekvivalent bo'ladi. Keyinchalik, yacheykalar orasida teskari oqimlar mavjud deb faraz qilinadi. 2.23- rasmda teskari oqimli yacheykali model bo'yicha oqimlar sxemasi ko'rsatilgan.



2.23-rasm. Teskari oqimli yacheykali model sxemasi:

L – apparat bo'yicha moddaning oqimi; e - apparat bo'yicha moddaning teskari oqimi; S_i - i - yacheykaning chiqishidagi konsentratsiya.

Yacheykalar orasidagi teskari (retsirkulatsiyali) oqimlarni hisobga olib, ularning har biri uchun modda saqlanish tenglamalarini yozamiz.

Birinchi yacheyka:

(2.358) tenglamalar tizimi teskari oqimli yacheykali modelning matematik tavsifini ifodalaydi. $f \rightarrow 0$ da teskari oqimli yacheykali model yacheykali modelga, $f, N \rightarrow 0$ da esa diffuziyali modelga aylanadi.

Standart g'alayonlarga teskari oqimli yacheykali modelning javoblarini ko'rib chiqamiz.

Impulsli g'alayonga modelning javobi. Bu holda $S(\theta)$ o'lchamsiz javob funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$C(\theta) = \sum_{i=1}^N A_i \exp(K_i \theta), \quad (2.359)$$

bu yerda

$$K_i = \frac{N}{i-1} \left(2x^{1/2} \cos p_i - 1 - x \right), \quad (2.360)$$

$$A_j = -2Nx^{-N/2} \sin^2 p_i / D'(p_i), \quad (2.361)$$

$$D(p) = x^{-1/2} \sin[(N+1)p] - 2\sin(Np) + x^{1/2} \sin[(N-1)p]. \quad (2.362)$$

bu yerda p_i – tenglamaning ildizlari bo'lib, ularning soni N ga teng, qiymatlari esa $0 < p_i < \pi$ intervalda yotadi; $D'(p_i) - r = r_i$; $x = f / (1 + f)$ dagi (2.362) funksiya hosilasining qiymati

Pog'onali g'alayonga modelning javobi. $F(d)$ javobning o'lchamsiz funksiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$F(\theta) = 1 - \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{K_i} \exp(K_i \theta), \quad (2.363)$$

bu yerda A_i va K_i (2.360) — (2.362) tenglamalardan topiladi.

Teskari oqimli yacheykali model bilan tavsiflanadigan obyektlarning uzatish funksiyasi.

Yacheykalar uchta bo'lgan hol uchun modelning uzatish funksiyasini olish sxemasini ko'rib chiqamiz va keyin N yacheykalar holiga natijani umumlashtiramiz. Deylik $N=3$. Unda (2.358) tenglamalar tizimining matematik tavsifi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\begin{aligned} C_{kir} &= fC_2 - (1+f)C_1 = \bar{t} \frac{dC_1}{dt}, \\ (1+f)C_1 + (1+2f)C_2 &= \bar{t} \frac{dC_2}{dt}, \\ (1+f)C_2 - (1+f)C_3 &= \bar{t} \frac{dC_3}{dt}. \end{aligned} \quad (2.364)$$

Kirish signali impulsli g'alayonga mosligini faraz qilib, (3.364) tenglamalar tizimining Laplas o'zgartirishini yozamiz:

$$\begin{aligned} 1 + fC_2 - (1+f)C_1 &= \bar{t}\tilde{C}_1, \\ (1+f)\tilde{C}_1 + f\tilde{C}_3 - (1+2f)\tilde{C}_2 &= \bar{t}\tilde{C}_2, \\ (1+f)\tilde{C}_2 - (1+f)\tilde{C}_3 &= \bar{t}\tilde{C}_3. \end{aligned} \quad (2.365)$$

$\gamma = 1+f$ va $q = N\bar{t}p$ belgilashlarni kiritib, quyidagilarni olamiz:

$$\begin{aligned} 1 + f\tilde{C}_2\gamma - \lambda\tilde{C}_1 &= \frac{q}{3}\tilde{C}_1, \\ \gamma\tilde{C}_1 + f\tilde{C}_3 - (\gamma+f)\tilde{C}_2 &= \frac{q}{3}\tilde{C}_2, \\ \gamma\tilde{C}_2 - \gamma\tilde{C}_3 &= \frac{q}{3}\tilde{C}_3. \end{aligned} \quad (2.366)$$

Oxirgi tenglamalar tizimini S_3 noma'lum kattalikka nisbatan yechamiz. (2.366) tizimning uchinchi tenglamasidan quyidagi kelib chiqadi:

$$\tilde{C}_2 = \tilde{C}_3 \frac{\left(\gamma + \frac{q}{3}\right)}{\gamma}. \quad (2.367)$$

S_2 uchun olingan ifodalarni ikkinchi tenglamalarga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\gamma \tilde{C}_2 + f \tilde{C}_3 - \frac{\left(\gamma + \frac{q}{3}\right)\left(\gamma + f + \frac{q}{3}\right)}{\gamma} \tilde{C}_3 = 0. \quad (2.368)$$

yoki

$$\tilde{C}_1 = \frac{\gamma^2 + 2\lambda \frac{q}{3} + f \frac{q}{3} + \left(\frac{q}{3}\right)^2}{\gamma^2} \tilde{C}_3. \quad (2.369)$$

Nihoyat, S_1 va S_3 uchun ifodalarni (2.366) tizimning birinchi tenglamasiga qo'yamiz:

$$\left(\frac{q}{3} + \gamma\right) \frac{\left(\gamma^2 + 2\gamma \frac{q}{3} + f \frac{q}{3} + \left(\frac{q}{3}\right)^2\right)}{\gamma^2} \tilde{C}_3 - \frac{f\left(\gamma + \frac{q}{3}\right)}{\gamma} \tilde{C}_3 = 1. \quad (2.370)$$

Bu yerdan $N = 3$ bo'lganda teskari oqimli yacheykali modelining uzatish funksiyasi $W(q)$ ni aniqlovchi S_3 uchun ifodani topamiz:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_3 = W(q) &= \frac{1}{\frac{\left(\gamma + \frac{q}{3}\right)}{\gamma} \left[\frac{\gamma^2 + 2\gamma \frac{q}{3} + f \frac{q}{3} + \left(\frac{q}{3}\right)^2 - \gamma^2}{\gamma} \right]} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{27\gamma^2} q^3 + \frac{3\gamma + f}{9\gamma^2} q^2 + q + 1}. \end{aligned} \quad (2.371)$$

O'xshash tarzda, yacheykalar soni N bo'lgan holda uzatish funksiyasi uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$W(q) = \frac{1}{\gamma^{N-1} \sum_{y=0}^N \left(\frac{q}{N}\right)^y \sum_{x=0}^{N-y} \frac{(x+i)! (N-2-x)! \gamma^x f^{N-y-x}}{x! y! (y-2)! (N-y-x)!}}. \quad (2.372)$$

(2.372) ifodaning o'ng qismidagi maxraj o'zgaruvchi q ga nisbatan N -Pi darajali polinomdir, ya'ni:

$$P_0(q) = \lambda_N q^N + \lambda_{N-1} q^{N-1} + \dots + \lambda_1 q + \lambda_0, \quad (2.373)$$

bu yerda

$$\lambda_i = \frac{1}{\gamma^{N-1}} \frac{1}{N^i} \sum_{x=0}^{N-i} \frac{(x+i)! (N-2-x)! \gamma^x f^{N-i-x}}{x! y! (y-2)!(N-i-x)!} \quad (2.374)$$

Unda (2.372) uzatish funksiyasi quydagi ko'rinishda keltirilishi mumkin:

$$W(q) = \frac{1}{\lambda_N q^N + \lambda_{N-1} q^{N-1} + \dots + \lambda_1 q + \lambda_0} = \frac{1}{P_0(q)}. \quad (2.375)$$

Teskari oqimli yacheykali modelning N va f parametrlarini baholash.

Teskari oqimli yacheykali model bo'yicha javob funksiyasining momentlarini ko'rib chiqamiz. (2.375) uzatish funksiyasi yordamida momentlar qiymatlarini hisoblab chiqamiz. Birinchi tartibli boshlang'ich o'lchamsiz moment M_1^θ quyidagiga teng:

$$M_1^\theta = -W_q|_{q=0} = \frac{P_0(q)}{[P_0(q)]^2} = \lambda_1 = 1. \quad (2.376)$$

Ikkinchi boshlang'ich momentni topamiz:

$$M_2^\theta = -W_q''|_{q=0} = \left(\frac{-P_0}{P_0^2} \right) q = \frac{-P_0 P_0^2 + 2(P_0^2)^2 P_0}{P_0^4} = 2(1 - \lambda_2), \quad (2.377)$$

bu yerda

$$\lambda_2 = \frac{1}{\lambda^{N-1} N^2} \sum_{x=0}^{N-2} \frac{(x+2)! (N-2-x)! \gamma^x f^{N-2-x}}{x! 2 (N-2-x)!}. \quad (2.378)$$

Uchinchi boshlang'ich moment quyidagiga teng:

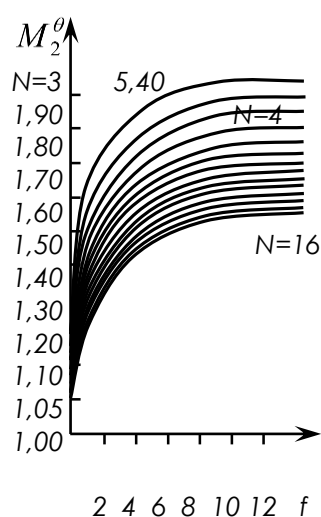
$$M_3^\theta = -W_q'''|_{q=0} = -\left(\frac{-2P_0(P_0')^2 - P_0''P_0^2}{P_0^4}\right) = \frac{(2(P_0')^2 - P_0''P_0)3P_0''P_0'}{P_0^6} -$$

$$-\frac{(4P_0'P_0'' - P_0''P_0 - P_0''P_0')P_0^3}{P_0^6} = 6(\lambda_3 - 2\lambda_2 + 1), \quad (2.379)$$

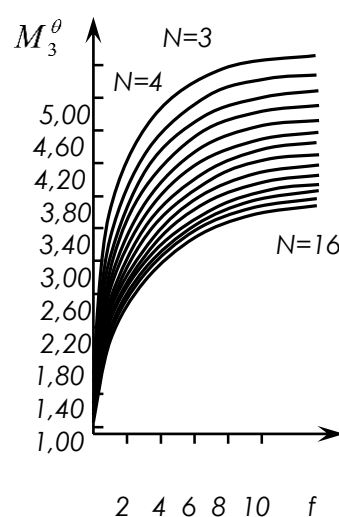
bu yerda,

$$\lambda_3 = \frac{1}{\lambda^{N-1}N^3} \sum_{x=0}^{N-3} \frac{(x+3)!(N-2-x)! \gamma^x f^{N-3-x}}{x!3! (N-3-x)!}. \quad (2.380)$$

Ikkinchi va uchinchi boshlang'ich momentlar uchun (2.377) va (2.379) tenglamalar ikki izlanayotgan parametrlar –yacheykalar soni N va teskari oqim ulushi f ni o'z ichiga oladi. Bu tenglamalarni yechish N va f parametrlarni aniqlashga imkon beradi. Buning uchun tajribaviy ma'lumotlar bo'yicha M_2^θ, M_3^θ momentlar aniqlanadi, keyin noma'lum N va f larga nisbatan ikki nochiqlik tenglamalar (2.377), (2.379) yechiladi. 2.24, 2.25-rasmlarda N yacheykalar soni va f teskari oqim ulushlarning ikkinchi va uchinchi boshlang'ich momentlarining bog'liqliklari ko'rsatilgan.



2.24-rasm. Yacheykalar soni N va teskari oqim ulushi f ga ikkinchi boshlang'ich moment M_2^θ ning bo'g'liqligi.



2.25-rasm. Yacheykalar soni N va teskari oqim ulushi f ga uchinchi boshlang'ich moment M_3^θ ning bo'g'liqligi

Agar $x = f / (1 + f)$ deb qabul qilsak, unda (2.377), (2.379) tenglamalarni quyidagi ko‘rinishda keltirishimiz mumkin:

$$M_2^\theta = 1 + \frac{N(1 - x^2) - 2x(1 - x^N)}{N^2(1 - x)^2}. \quad (2.381)$$

$$M_3^\theta = 1 + \frac{2}{N^2} + \frac{6x(1 + 3x^N) + 3N(1 - x^2)}{N^2(1 - x)^2} - \frac{12x(1 + x)(1 - x^N)}{N^3(1 - x)^3}. \quad (2.382)$$

N va f parametrlarning qiymatlari (2.381) va (2.382) tenglamalarni birgalikda yechish natijasida aniqlanadi. Yacheykalar soni N , teskari oqim ulushi f va dispersiya σ_θ^2 orasidagi aloqa quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1 + x}{N(1 - x)} - \frac{2x(1 - x^N)}{N^2(1 - x)^2}. \quad (2.383)$$

Teskari oqimli yacheykali model nasadkali va seksiyalangan kolonnali apparatlardagi oqimlar strukturasi tavsiflash uchun eng ko‘p qo‘llanadi. 2.6-jadvalda turli xil modellarning qo‘llanilish sohalari keltirilgan.

Apparatda oqimlar strukturasi turli modellarini qo‘llashning orientirlangan sohalari

2.6-jadval

№	Modelning nomi	Qo‘llash sohalari
1.	Ideal siqib chiqarish modeli	Uzunligining diametriga nisbati 20 dan katta bo‘lgan quvurli apparatlar
2.	Ideal aralashtirish modeli	Qaytaruvchi devorli jadal aralashtirish usullaridagi sferik taglisilindrik apparatlar; jadal barbotaj sharoitidagi diametr va bo‘yi o‘lchamlari yaqin bo‘lgan barbotaj apparatlari
3.	Yacheykali model	Aralashtirgichli reaktor kaskadlari; tarelkali kolonnalar; soxta suyultirilgan qatlamli apparatlar; nasadkali kolonnalar
4.	Retsirkulatsionli model	Asosiy oqimining yo‘nalishiga teskari tomonga moddani tashlovchi tarelkali, seksiyalangan nasadkali apparatlar (masalan, pulsatsiyali kolonna apparatlari)
5.	Diffuziyalili model	Quvurli apparatlar; moddani o‘q bo‘yicha yoyuvchi nasadkali va nasadkasiz kolonna apparatlari

Nazorat savollari

1. Oqimlar strukturasi tadqiqot usullarini aytib o‘ting
2. Muvozanat holati usuli yordamida oqimlar strukturasi qanday tadqiq etiladi?
3. Sinusoidal g‘alayonlash usuli yordamida oqimlar strukturasi qanday tadqiq etiladi?
4. Tasodifiy kattalik taqsimlanishining qanday xususiyatlarini bilasiz?
5. Momentlarning fizikaviy mazmunini tushuntiring.
6. Qanday turdagi momentlar bo‘lishi mumkin?
7. Momentlarning statistik tushunchasi, momentning tartibi, boshlang‘ich moment, markaziy moment, taqsimlanishning asimmetriyasi deganda nimani tushunasiz?
8. S-egri chiziqning boshlang‘ich momentlari qay tarzda hisoblanadi?
9. S-egri chiziqning markaziy momentlari qay tarzda hisoblanadi?
10. Normallangan S-egri chizig‘i deganda nimani tushunasiz?
11. F- egri chiziqning boshlang‘ich momentlari qay tarzda hisoblanadi?
12. Kanday qilib ob‘ektning uzatish funksiyasi orqali momentlarni aniqlash mumkin?
13. Tipik matematik modellarni aytib o‘ting.
14. Tipik modellarga quyiladigan talablarni aytib o‘ting.
15. Ideal aralashtirish modelining tenglamasini yozing
16. Ideal siqib chiqarish modelining tenglamasini yozing
17. Bir parametrlil diffuziyaviy modelning asosiy tenglamasini yozing.
18. Molekulyar diffuziya tenglamasini yozing.
19. Teskari aralashtirish koeffitsientiga tushuncha bering.
20. Turbulent diffuziya koeffitsientiga tushuncha bering.

III bob. MODELLARNING PARAMETRLARINI IDENTIFIKATSIYALASH VA MONANDLIGINI O‘RNATISH

3.1. Identifikatsiyalash masalasini qo‘yilishi

Obyektni matematik tavsifini identifikatsiyalash jarayonni matematik modelini monandligini qurishda asosiy bosqich bo‘lib hisoblanadi va shuning uchun o‘zi bilan birga kimyo texnologik jarayonlarni matematik modellashda markaziy masalalardan biri bo‘lib hisoblanadi. Yuqorida ko‘rsatib o‘tilgandek bunday jarayonlarning ko‘pchiligi fazo va vaqt bo‘yicha taqsimlangan ko‘p fazali ko‘p komponentli muhitni ifodalaydi. Bunday jarayonlarning muhim alohidaliklari ularning massa va issiqlik o‘tkazish apparatlaridagi jarayonlarning gidrodinamik holati aniqlangan – stoxastik tabiatli bo‘lgani bilan belgilanadi. Buning natijasi sifatida matematik modellarning parametrlari jarayonni o‘tishini stoxastik alohidaliklarini akslantiradi va statistik metodlar bilan aniqlanadi.

Hozirgi vaqtda parametrlari bo‘yicha chiziqli bo‘lgan matematik modellarni baholash nazariyasi ko‘proq ishlab chiqilgan. Lekin kimyo texnologik jarayonlarning ko‘pchiligi parametrlari bo‘yicha nochiziqli bo‘lib hisoblanadi, bu o‘z navbatida ularni identifikatsiyalash masalalarini yechishda ancha qiyinchiliklar tug‘diradi. Shuning uchun nochiziqli modellarni identifikatsiyalashni yoki taxminiy baholash yordamida, yoki kimyo texnologik jarayonni dastlabki modelini chiziqlantirish yo‘li bilan amalga oshiriladi. Ushbu bobda ham chiziqli va ham nochiziqli matematik modellarni identifikatsiyalash metodlari ko‘rib chiqiladi.

Noma’lum parametrlarni baholash bilan bir qatorda identifikatsiyalash masalasi kimyo texnologik jarayonni modeli bo‘yicha hisoblanadigan holat o‘zgaruvchilarini tajriba asosida kuzatiladigan qiymatlari bilan taqqoslanishini ko‘zda tutsa, bu bobda undan tashqari modelni real obyektga mos kelishi (monandligi) ni o‘rnatish metodlari ham ko‘rib chiqiladi.

Statsionar modellar uchun modelni identifikatsiyalash aniq ko‘rinishdagi F funksional operatorni yoki dinamik modellar uchun F_1 operatorini aniqlashga keltiriladi:

$$\bar{y}^E = \Phi(\bar{X}, \bar{a})$$

$$\bar{y}^E(t) = \Phi_t(\bar{X}(t), \bar{a}(t), t),$$

bu yerda,

t – vaqtni bogliq bo‘lmagan o‘zgaruvchisi;

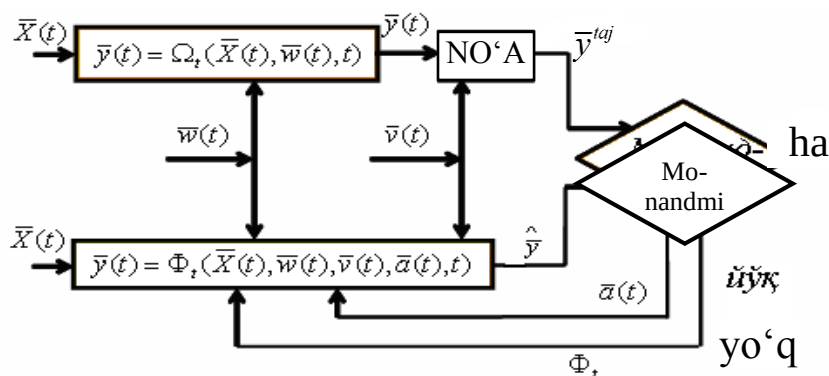
$\bar{X}$ – kirish ta’sirlarining vektori;

$\bar{a}$ – matematik modelning koeffitsiyentlari.

Identifikatsiyalash masalasi tenglamalar sistemasini matematik tavsifini strukturasini va jarayonni bir xil kirish ta’sirlarida ($\bar{X}$) va modelni chiqish o‘zgaruvchilarini eng yaxshi mos kelishini ta’minlaydigan ularning koeffitsiyentlarni aniqlashdan iborat. Identifikatsiyalash protsedurasi modelni modellanayotgan obyektga monandligini (mosligini) ta’minlaydi.

3.2. Identifikatsiyalash protsedurasi

Identifikatsiyalash protsedurasi sxematik ravishda quyidagicha ifodalanishi mumkin (3.1-rasm):



3.1-rasm. Identifikatsiyalash protsedurasining sxematik ko‘rinishi

bu yerda, $\bar{y}$ – chiqish o‘zgaruvchilarining vektori;

$\hat{\bar{y}}$ – chiqish o‘zgaruvchilari vektorining hisoblangan qiymati; $\bar{y}^{taj}$ – NO‘A yordamida chiqish o‘zgaruvchilarini kuzatish vektori;

- obyekt shovqini;
- asboblarning shovqini;
- nazorat o‘lchash asboblari NO‘A.

Matematik modelning strukturaviy identifikatsiyalash kuzatish vektorlarining va ma’lumoti bo‘yicha (agar matematik tavsif tenglamasini strukturasini (MTTS), ya’ni ko‘rinishini va MTTS ni o‘lchamliklarini hamda noma’lum koeffitsiyentlarni aniqlash mumkin bo‘lsa) aniqlash mumkin deb taxmin qilinadi.

Strukturaviy identifikatsiyalash masalasini yechishda raqobatlashuvchi modellar orasidan eksperimental ma’lumotlarni eng aniq akslantiradigan modelni tanlashga to‘g‘ri keladi.

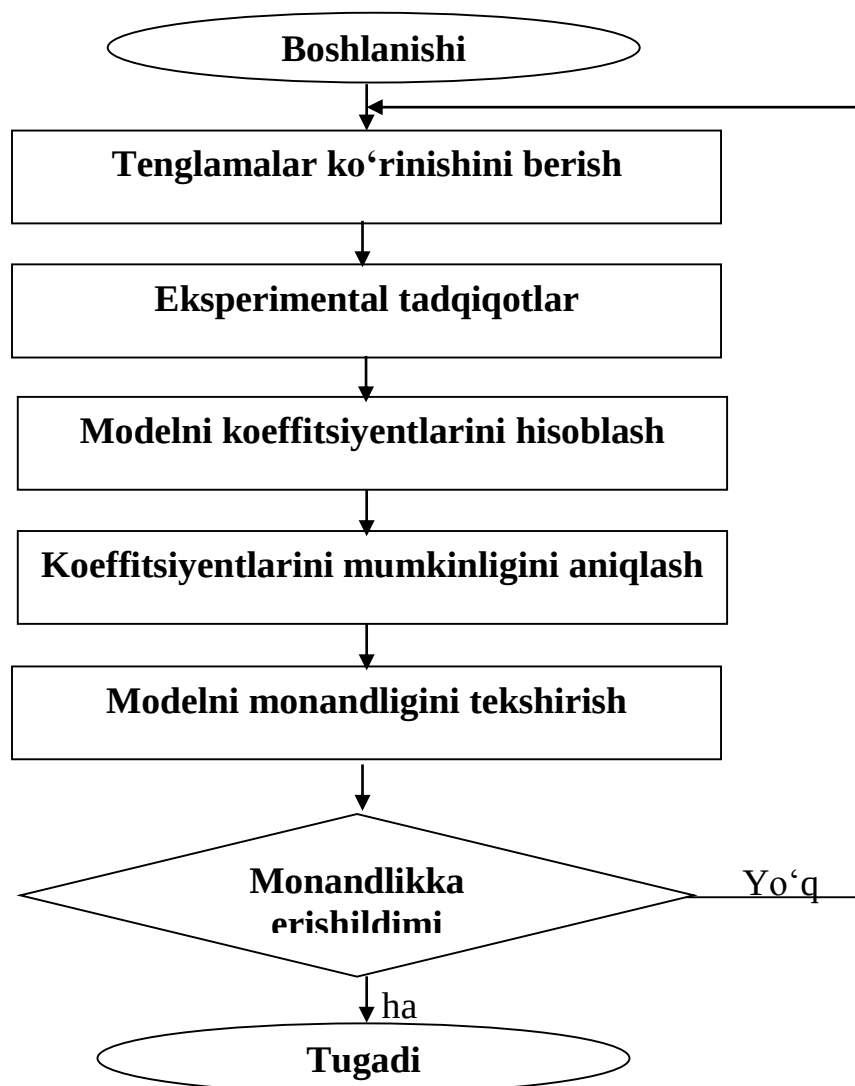
Matematik modelni parametrik identifikatsiyalash modelni shakli taxminan tanlab olingandan so‘ng, jarayonni kirishi va chiqishidagi o‘zgaruvchilar to‘g‘risidagi ma’lumotlar aniqlangandan keyin o‘tkaziladi hamda MTTS ni noma’lum koeffitsiyentlarini aniqlashdan iborat bo‘ladi.

Matematik model statik (statsionar) bo‘lgan holda MTTS tenglamalaridagi bog‘liq bo‘lmagan vaqt o‘zgaruvchisi ishtirok etmaydi va sistemani o‘zgaruvchilari t ga bog‘liq bo‘lmaydi.

Boshqaruvchi kompyuterlar yordamida jarayonlarni to‘g‘ridan to‘g‘ri boshqarishda foydalanilganda, dinamik (nostatsionar) matematik modellar uchun identifikatsiyalash masalasini yechish eng muhim bo‘lib hisoblanadi.

Bu holda vektorlarni real vaqtda uzluksiz o‘zgartirib, $\bar{v}(t)$ ni eng yaxshi (strukturaviy identifikatsiyalash) modelni tanlash va uni koeffitsiyentlarini baholash, ya’ni undagi hisoblashlar ($\bar{y}^E(t)$) kuzatish ma’lumotlari ($\bar{y}^{EKCP}(t)$) bilan uzluksiz mos kelgan holda adaptiv identifikatsiyalash masalasi yechiladi.

Identifikatsiyalash masalasini yechishni umumiy strategiyasi quyidagi rasmda keltirilgan (3.2-rasm).



3.2-rasm. Identifikatsiyalash masalasini yechishni umumiy strategiyasi.

3.3. Tasodifiy jarayonlarni sonli tavsiflarini statistik baholash

Masalani quyidagicha umumiy qo'yilishini ko'rib chiqamiz. Ba'zi bir tasodifiy tajribada tasodifiy kattalik X kuzatilib, uni taqsimlanish funksiyasi θ parametriga bog'liq bo'lsin. Parametrning qiymati noma'lum va uni aniqlash kerak. Buning uchun noma'lum parametr θ ga nisbatan ma'lumot manbai bo'lib hisoblanadigan $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)$ kattaliklar ustidagi ba'zi bir hajmdagi kuzatishlarning tasodifiy kattaliklarini tanlab olinadi.

Kuzatishlar ketma-ketligi $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)$ ni bir xil zichlikdagi taqsimlanish $f(x, \theta)$ funksiyali n ta bog'liq bo'lmagan tasodifiy kattalik ko'rinishida ifodalash mumkin. U vaqtda to'planma n o'lchamli $(x_1, x_2, x_3, \dots)$ quyidagi tasodifiy taqsimlanish zichligining funksiyasi bo'lib hisoblanadi

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) \quad (3.1)$$

Faqat kuzatishlar $x_1, x_2, \dots, x_n$: natijalariga bog'liq bo'lgan funksiyani statistik (to'planma tavsif) deb ataladi.

$$Q = \psi(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (3.2)$$

Bundan statistika o'zi bilan birga haqiqatnamo funksiya orqali va tasodifiy kattalikni taqsimlanish qonuni bilan aniqlanadigan tasodifiy kattalikni ifodalaydi.

To'planma tavsiflarni taqsimlanish qonunlari. To'planma tavsiflarni taqsimlanish qonunlarini ko'rib chiqishdan oldin qo'shimcha muhim tushunchani kiritamiz.

Argument t dan tasodifiy funksiya e^{itx} ning matematik kutilishi tasodifiy kattalik X ning xarakteristik funksiyasi $m_x(t)$ deb ataladi, ya'ni

$$m_x(t) = Me^{itx}, \quad (3.3)$$

bu yerda t — ixtiyoriy haqiqiy son.

Ta'rifga asosan $f(x)$ ehtimolli zichlikli uzluksiz tasodifiy kattalik X xarakteristik funksiya bo'lib hisoblanadi

$$m_x(t) = \int_0^b e^{itx} f(x) dx, \quad (3.4)$$

bu yerda (a, b) — tasodifiy kattalik X ning oʻzgarish oraligʻi.

Endi toʻplanma tavsiflarini aniq taqsimlanishini, yaʼni istalgan n uchun haqqoniy boʻlgan statistik taqsimlanish Q ni qonunlarini koʻrib chiqamiz. $F(x)$ taqsimlanish funksiyali bir oʻlchamli bosh toʻplamli toʻplanma bor deb faraz qilamiz va $Q(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ni statistik taqsimlanish qonunini aniqlash talab qilinadi. Bu masala $F(x)$ funksiyali n ta $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ bogʻliq boʻlmagan tasodifiy kattalikdan $Q(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyani taqsimlanish qonunini topishga olib kelinadi.

Agar F va Q funksiyasi berilgan boʻlsa, nazariy jihatdan uni yechimi yagona ekanligi isbotlangan.

Lekin matematik statistikaning zamonaviy holatida juda ham kam hollarda uni aniq yechimini olishga erishilmoqda. Yetarli darajada toʻliq natija olingan holda normal bosh toʻplamdan xususiy holda toʻplanma olinishi mumkin. Keyinchalik aynan shu holni koʻrib chiqamiz.

Agar $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)$ lar – bogʻliq boʻlmagan, normalangan normal taqsimlangan tasodifiy kattaliklar $N(0,1)$, yaʼni $i = 1, 2, \dots, k$ uchun $MX_i = 0$ va $DX_i = 1$, u holda tasodifiy kattalik

$$U^2 = \sum_{i=1}^k X_i^2 \quad (3.5)$$

Erkinlik darajasi κ boʻlgan taqsimlanish χ^2 ga ega, bu yerda κ — χ^2 (3.5) ifodaga bogʻliq boʻlmagan qoʻshiluvchilarning sonini xarakterlaydigan taqsimlanishning yagona parametri.

Taqsimlanish ehtimolining zichligi χ^2 quyidagi koʻrinishga ega

$$f(u^2) = \frac{1}{2^{k/2} \Gamma(\frac{k}{2})} (u^2)^{k/2-1} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (3.6)$$

Bu yerda $F(\frac{k}{2})$ — quyidagi tenglik bilan aniqlanadigan gamma-funksiya

$$F(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt \quad z > 0 \text{ uchun} \quad (3.7)$$

Tasodifiy kattalik U^2 ning matematik kutilishi erkinlik darajasi κ ga teng, dispersiyasi esa erkinlik darajasi sonini ikkilanganiga teng,

$$MU^2 = k, \quad DU^2 = 2k. \quad (3.8)$$

χ^2 – taqsimlanishga ega bo‘lgan statistiklarni ko‘rib chiqamiz. To‘planma dispersiyasini taqsimlanishi ushbu taqsimlanish qonuni bilan yaqin bog‘langan

$$S^2 = S^2(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Agar normal taqsimlangan bosh to‘planmani matematik kutilishi ($MX = \mu$) ma’lum bo‘lsa, unda tanlanma dispersiya S_*^2 quyidagi ifoda bilan aniqlanadi

$$S_*^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2. \quad (3.9)$$

Unda statistika

$$\chi_*^2 = \frac{nS_*^2}{\sigma^2} \quad (3.10)$$

Erkinlik darajasi n bo‘lgan χ^2 –taqsimlanishga ega bo‘lamiz. Haqiqatan ham (3.9) ni (3.10) ga qo‘yib hosil qilamiz

$$\chi_*^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 \quad (3.11)$$

To‘planmani hosil bo‘lish shartidan

$$y_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

$N(0,1)$ bog'liq bo'lmagan normalangan tasodifiy kattaliklar. U holda ta'rifga asosan χ^2 tasodifiy kattalik erkinlik darajasi n li taqsimlanishga ega, shuni isbot qilish talab qilingan edi.

Agar tasodifiy kattalikni matematik kutilishi oldindan ma'lum bo'lmasa, unda tanlanma dispersiya S^2 quyidagicha aniqlanadi

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad (3.12)$$

Bu yerda $\bar{x}$ — x_i tasodifiy kattaliklarning o'rtacha arifmetik qiymati. Bu holda $n - 1$ erkinlik darajali χ^2 — taqsimlanish quyidagi statistikaga ega

$$\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2} \quad (3.13)$$

Amalda tasodifiy kattalikning σ o'rtacha kvadratik chetlanishi ko'pincha noma'lum bo'ladi. Shuning uchun σ ga bog'liq bo'lmagan x ni o'rtacha taqsimlanish qonunini aniqlash masalasi paydo bo'ladi, bu masalani ingliz statisti Styudent yechishga muyassar bo'ldi. Styudentni taqsimlanishi parametrlarni statistik baholash nazariyasida va statistik gipotezalarni tekshirishda keng qullaniladi. Uni ta'rifini keltiramiz.

Agar tasodifiy kattalik $Z \sim N(0,1)$ normalangan normal taqsimlanishga, U^2 kattaligi esa - k erkinlik darajali χ^2 taqsimlanishga ega bo'lsa, bunda, Z va U o'zaro bog'liq bo'lmasa, bu holda tasodifiy kattalik

$$T = \frac{Z}{U} \sqrt{k} \quad (3.14)$$

Styudentning taqsimlanishi k erkinlik darajali (t-taqsimlanish) ga ega. Styudent taqsimlanishiga ega bo'lgan tasodifiy kattalikning ehtimollik zichligi quyidagi formula bilan ifodalanadi

$$t_k(t) = \frac{F(\frac{k+1}{2})}{F(\frac{1}{2})F(\frac{k}{2})\sqrt{k}} * \frac{1}{(\frac{t^2}{k} + 1)\frac{k+1}{2}} \quad (3.15)$$

Styudent taqsimlanishiga ega bo'lgan statistikaga misollar ko'rib chiqamiz. Normal taqsimlanish qonunli $N(\mu, \sigma)$ bosh to'plam X dan n hajmli tasodifiy to'planma olingan bo'lsin. U vaqtda $n-1$ erkinlik darajali Styudentning taqsimlanishi quyidagicha aniqlanadi

$$T = \frac{x - \mu}{S} \sqrt{n-1} \quad (3.16)$$

Yuqorida ko'rib o'tilgan taqsimlanishlar bilan bir qatorda dispersion tahlilda F -taqsimlanish ham muhim rol o'ynaydi. Bu taqsimlanish ikkita to'planmalar dispersiyalarining nisbati ingliz statisti R Fisher tomonidan tadqiq qilingan. U ni ta'rifini keltiramiz.

Agar U_1^2 va U_2^2 lar – mos ravishda k_1 va k_2 erkinlik darajali χ^2 taqsimlanishga ega bo'lgan yoki bog'liq bo'lmagan tasodifiy kattaliklar bo'lsa, u holda tasodifiy kattalik

$$F = \frac{U_1^2}{U_2^2} \frac{k_2}{k_1} \quad (3.17)$$

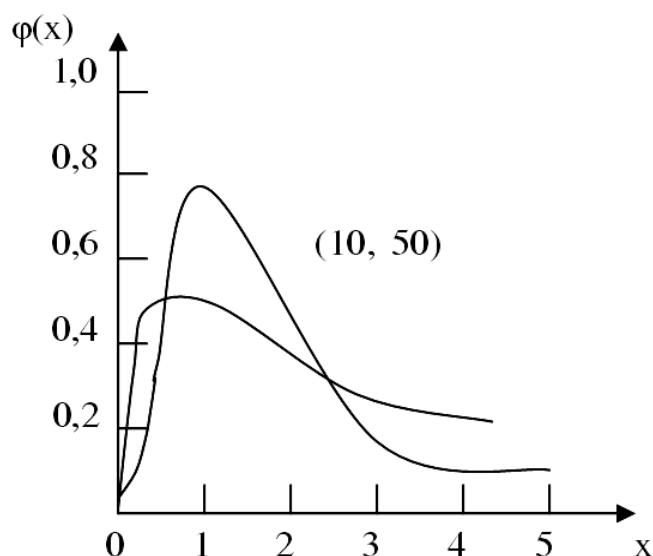
k_1 va k_2 erkinlik darajali Fisher taqsimlanishi (F -taqsimlanish) ga ega, bunda, $U_1^2 \geq U_2^2$.

k_1 va k_2 erkinlik darajali F -taqsimlanishning ehtimollik zichligi quyidagi tenglik bilan aniqlanadi:

$$\varphi(f) = \frac{F(\frac{k_1+k_2}{2})}{F(\frac{k_1}{2})F(\frac{k_2}{2})} \cdot \frac{f^{\frac{k_1}{2}-1}}{(f+1)\frac{k_1+k_2}{2}} \quad (f > 0). \quad (3.18)$$

Bu nosimmetrik taqsimlanish bo'ladi; uni ehtimollik zichligi 3.3-rasmda tasvirlangan.

F - taqsimlanish jadvallari mavjud bo'lib, turli ehtimolliklarning α qiymatlari uchun va $P(F > f_\alpha) = \alpha$. uchun ushbu tenglik k_1 va k_2 kattaliklarini birgalikda olib qaralganda f_α ni qiymatini ushbu jadvaldan olish mumkin.



3.3.-rasm. Erkinlik darajalarining soni $k_1 = 10$, $k_2 = 50$ va $k_1 = 10$, $k_2 = 4$ bo'lgan Fisherning (G - taqsimlanish) taqsimlanish zichligini xarakterli ko'rinishi.

Quyidagi to'planma dispersiyasini ko'rib chiqamiz

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.19)$$

Agar S_1^2 va S_2^2 lar teng o'rtacha kvadratik chetlanishli σ X va Y li normal bosh to'plamlardan n_1 va n_2 hajmli ikkita bog'liq bo'lmagan tanlab olingan dispersiyalari bo'lsa, u holda statistika quyidagicha bo'lishini ko'rsatamiz

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (3.20)$$

erkinlik darajasi $n_1 - 1$ va $n_2 - 1$ bo'lgan Fisherning taqsimlanishiga ega, bu yerda

$$\bar{S}_1^2 > \bar{S}_2^2$$

ga asosan $\chi_1^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2}{\sigma^2}$ va $\chi_2^2 = \frac{(n_2-1)S_2^2}{\sigma^2}$ larning to'plamli xarakteristikalari erkinlik darajasi mos ravishda n_1-1 va n_2-1 li χ^2 taqsimlanishga ega. Shart bo'yicha χ_1^2 va χ_2^2 to'plamlar bir-biriga bog'liq emas. U holda ta'rifga asosan statistikaning F –taqsimlanishi quyidagicha aniqlanadi:

$$F = \frac{\chi_1^2 / (n_1 - 1)}{\chi_2^2 / (n_2 - 1)} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (3.21)$$

Erkinlik darajasining soni $n_1 - 1$ va $n_2 - 1$ li G – taqsimlanishga ega.

Parametrlarni statistik baholashning turlari. Funktsional shakli ma'lum bo'lgan $F(x, \theta)$ taqsimlanish qonunli real bosh to'plam X dan θ taqsimlanishning noma'lum parametrini baholashni talab etuvchi $x_1, x_2, \dots, x_p$ tanlanmani olamiz (yagona – soddalashtirish uchun). Har doim $\theta_n^*(x_1, x_2, \dots, x_p)$ kuzatish natijalaridan kelib chiquvchi funksiyada θ parametrning bahosi sifatida keltirish mumkin bo'lgan cheksiz son mavjud bo'ladi. Savol tug'iladi: θ_n^* funksiyani u yaxshi bahoga ega bo'ladigan qanaqa xossalari bilan olish zarur? Qaralayotgan $x_1, x_2, \dots, x_p$ xuddi har biri $F(x, \theta)$ taqsimlanish qonuniga ega bir xil taqsimlangan $x_1, x_2, \dots, x_p$ mustaqil tasodifiy miqdorlar tizimlarining qiymati sifatida kuzatiladi va biz taqsimlanish qonunini θ parametrga bog'liq bo'lgan $\theta_n^*(x_1, x_2, \dots, x_p)$ tasodifiy miqdorga ega bo'lamiz.

Shuning uchun ham baho sifatida alohida uning qiymatini emas, qiymatning katta seriyalardagi sinovlarda taqsimlanishi, ya'ni bahoning taqsimlanish qonuni sifatida qaraladi. Chunki $\theta_n^*(x_1, x_2, \dots, x_p)$ qiymat θ ga yaqin bo'lishi lozim,

ravshanki, θ_n^* tasodifiy miqdorning θ ga nisbatan yoyilishi imkoni boricha kichik bo'lishi talab qilinadi. Shunday qilib, eng yaxshi baho imkoni boricha eng kichik dispersiyaga ega bo'lishi kerak. Bu bahoga bo'lgan asosiy talabdir.

Statistik baholash nazariyasi baholarning ikkita asosiy turini nazarda tutadi: nuqtali va intervalli.

Nuqtali baho deb, qiymati berilgan shartlarda bosh to'plamning θ parametrining qiymatiga eng ko'p yaqinlashish uchun qo'llaniladigan θ_n^* ($x_1, x_2, \dots, x_p$) kuzatish natijalarining bir qancha funksiyalariga aytiladi.

Biroq kichik hajmli tanlanmalarda θ_n^* nuqtali baho parametrning qiymatidan farq qilishi mumkin, ya'ni qo'pol xatolikka olib keladi. Shuning uchun ham kichik hajmli tanlanmalarda ba'zida intervalli baholardan foydalaniladi.

Intervalli baho deb, bosh to'plamni baholanayotgan parametrning qiymatini tashkil qilish ehtimoligiga ega bo'lgan, nisbiy ravishda birga yaqin aniqlik bilan tasdiqlangan, tanlanmalar natijalari bo'yicha aniqlanuvchi ($\theta_1^* \theta_2^*$) sonli intervalga aytiladi. Birinchi nuqtali baholarni ko'rib chiqamiz. Nuqtali baholardan ba'zida boshlang'ich moment

$$M_\beta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^\beta \quad (3.22)$$

va markaziy moment

$$\mu_\beta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^\beta, \quad (3.23)$$

lar ishlatiladi, bu yerda $i = 1, 2, 3, 4, \dots$ – momentlar tartibi.

Nuqtali baholar nazariyasining asosiy muammosi – siljimaslik, samaradorlik va asoslanganlik talablariga javob beruvchi eng yaxshi bahoni tanlab olishdir.

Agar θ_n^* nuqtali bahoning matematik kutilmasi baholanayotgan parametr θ ga teng bo'lsa, u ajratilgan deyiladi:

$$M\theta_n^* = \theta \quad (3.24)$$

V_n aralashish bilan mos keluvchi θ_n^* baho farq deb ataladi:

$$B_n = M\theta_n^* - \theta \quad (3.25)$$

Agar $n \rightarrow \infty$ da θ_n^* baho ehtimollik bo'yicha baholanayotgan parametrga intilsa, ya'ni ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\theta_n^* - \theta| < \varepsilon\} = 1 \quad (3.26)$$

shart bajarilsa, θ parametrning θ_n^* nuqtali bahosi asoslangan deyiladi.

Amaliyotda asoslangan baho odatda quyidagi shartlar bilan aniqlanadi:

1) qo'shilgan baho nolga teng bo'lganda $V_n = 0$ yoki $n \rightarrow \infty$ da nolga intilganda;

2) $D\theta_n^*$ dispersiya bahosi $\lim_{n \rightarrow \infty} D\theta_n^* = 0$ tenglikni qanoatlantirganda.

Tanlanma bahosining dispersiyasi uning yana bir muhim xossasi – foydalilik bilan bog'liq. Bahoning foydaliligiga bo'lgan talab mantiqiy qoidalarga asoslanadi, agar parametrning bir qancha ajralgan baholariga ega bo'linsa, unda bahoni $D(\theta_n^*)$ eng kichik dispersiya bilan hisoblashga o'tiladi va bu holda baholashning olingan mavjud xatolari eng kichik bo'ladi.

Biroq foydali bahoni qidirish juda mashaqqatli va uzoq davom etadi hamda har doim ham yechimga ega bo'lavermaydi. Shuning uchun ham amaliyotda ba'zan nisbiy foydalilik tushunchasi ishlatiladi. θ_1^* va θ_2^* lar θ parametrning ajralgan baholari bo'lsin; unda bahoning nisbiy foydaliligi quyidagi munosabatdan aniqlanadi:

$$l = \frac{D(\theta_1^*)}{D(\theta_2^*)} \quad (3.27)$$

Agar $l > 1$ bo'lsa, unda θ_2^* baho θ_1^* ga nisbatan foydaliroq bo'ladi.

Foydali baho dispersiya minimumi nuqtayi nazaridan parametrning eng yaxshi bahosi hisoblanadi. Biroq bunday bahoni olishni har doim ham imkoni

mavjud emas. Baholarning foydali bahoga nisbatan yanada kengroq sinfini yetarli baholar tashkil qiladi. Yetarlilik tanlash paytida to'plangan va bosh to'planning θ parametriga nisbatan qaror qabul qilish uchun lozim bo'lgan informatsiyalarning hajmi bilan bog'liq. Agar $p(x_1, x_2, \dots, x_n, I\theta_n^* = d)$ (bu yerda d — θ_n^* statistikaning konkret qiymati) shartli taqsimlanish bo'lishi mumkin bo'lgan barcha θ_n^* qiymatlardagi noma'lum parametrlardan kelib chiqmagan bo'lsa, θ parametrning θ_n^* bahosi yetarli deb ataladi.

Amaliyotda statistikaning yetarliligi odatda faktorlashtirish mezonini yordamida tekshiriladi. Ushbu mezonga asosan baho faqat to'g'ri o'xshashlik funksiyasi $L(x_1, x_2, \dots, x_n, I\theta)$ ni ikki ko'paytuvchining ko'paytmasi ko'rinishida keltirish mumkin bo'lsa, ko'paytuvchilardan biri θ parametr va statistika θ_n^* larga bog'liq bo'lsa, ikkinchisi esa $x_1, x_2, \dots, x_n$ kuzatishlarning natijalariga bog'liq va θ ga bog'liq emas, ya'ni

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = G(\theta, \theta_n^*) H_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.28)$$

bo'lganda yetarli deb hisoblanadi.

Endi intervali baholarni ko'rib chiqamiz. Yuqorida ko'rib o'tilgan barcha baholar nuqtali bo'lib, bosh to'planning noma'lum parametrini mos keluvchi statistika yordamida baholanildi.

Biroq nuqtali baho aniqlik darajasi va ishonchlilikning kam informatsiyalashganligi ko'rsatmasiz statistikaning kuzatilayotgan qiymati kabi shunchaki tasodifiy miqdorning xususiy qiymati hisoblanib qoladi.

Bu asosan kam hajmdagi tanlanmalarga tegishli bo'lib, nuqtali baho baholanayotgan parametrdan farq qilishi mumkin bo'lsa, unda u qo'pol xatolikka olib boradi.

Chunki θ parametrning θ^* bahosini ishonchliligi va aniqligi haqidagi ko'rsatmalarni olishda har bir ehtimolligi birga yaqin bo'lgan γ ni Δ bilan ko'rsatish mumkin, unda

$$P(|\theta^* - \theta| < \Delta) = P(-\Delta < \theta^* - \theta < \Delta) = P(\theta^* - \Delta < \theta^* - \theta < \theta^* + \Delta) = \varphi \quad (3.29).$$

θ^* baho Δ qanchalik kichik bo'lsa, berilgan γ ga nisbatan aniqroq bo'ladi. (3.29) munosabatdan kelib chiqib, tasodifiy chegarasi bilan θ parametrni qoplab oluvchi $(\theta^* - \Delta; \theta^* + \Delta)$ ishonchli interval γ ga teng.

Berilgan γ uchun Δ qanchalik kichik bo'lsa, θ^* baho shunchalik aniq bo'ladi. (3.29) munosabatdan kelib chiqadiki, ma'lum θ parametrni qoplab oluvchi tasodifiy chegarali $(\theta^* - \Delta; \theta^* + \Delta)$ ishonchli interval γ ga teng. Δ kattalik ishonchli intervalning yarmiga teng bo'lib, bahoning aniqligi deyiladi, γ ehtimollik esa – baholarning ishonchli ehtimolligi (yoki ishonchliligi).

Iшонchli intervalning qurilishini ko'rib chiqamiz. $N(\mu, \sigma)$ taqsimlanish qonunli, $x_1, x_2, \dots, x_n$ tasodifiy tanlanmadan olingan σ noma'lum o'rtacha kvadratik og'ishli, n hajmli va x o'rtacha qiymati hisoblangan X bosh to'plam bo'lsin. $\bar{x}$ statistikadan foydalanib μ uchun interval bahoni topish talab qilinadi.

μ parametrning interval bahosini qurish uchun quyidagi statistikadan foydalanamiz:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{S} \sqrt{n-1} \quad (3.30)$$

Yuqorida biz berilgan statistika $n-1$ erkinlik darajasiga ega bo'lgan Student taqsimlanishiga ega ekanligini ko'rsatib o'tgan edik.

O'rta arifmetik qiymat - x va S tanlamaviy o'rta kvadratik og'ish X general to'plamdan olingan n hajmli tanlanmalarning natijalari bo'yicha aniqlanishini keltirib o'tamiz. Unda t - taqsimlanish jadvali bo'yicha $n-1$ erkinlik darajasi uchun quyidagi tenglik bajariladigan t_γ ning qiymatini topamiz:

$$p\left\{-t_{\gamma} \leq \frac{\bar{x} - \mu}{S} \sqrt{n-1} \leq t_{\gamma}\right\} = \gamma \quad (3.31)$$

Tengsizlik o'zgartirilgandan so'ng μ parametrning ishonchli intervali uchun Student taqsimoti yordamida topilgan munosabatni olamiz:

$$p\left\{\bar{x} - t_{\gamma} \frac{S}{\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\gamma} \frac{S}{\sqrt{n-1}}\right\} = \gamma \quad (3.32)$$

bu yerda baholarning aniqligi quyidagi tenglikdan aniqlanadi:

$$\Delta = t_{\gamma} \frac{S}{\sqrt{n-1}}, \quad (3.33)$$

3.4. Modellarning parametrik identifikatsiyasi

Parametrlarning nuqtali baholarini topish uchun eng kichik kvadratlar va maksimal haqiqatnamolik usullarining qo'llanilishi. Tajriba yoki tajribaviy - analitik usullar yordamida qurilgan matematik modellar qiymati tajriba ma'lumotlari bo'yicha aniqlanadigan noma'lum o'zgarmaslardan tashkil topadi. Agar foydalanilayotgan modellar izlanayotgan parametrlarga nisbatan chiziqli bo'lsa, unda ularni baholash masalasi chiziqli regressiya analizi usuli bilan, ba'zida eng kichik kvadratlar usuli bilan oson yechiladi.

Noma'lum parametrlarning bahosi eng kichik kvadratlar usulida nomuvofiqliklar kvadratlarining yig'indisini minimumlashtirish yordamida olib boriladi. Bunday yondashuv ko'pgina muhim holatlarda optimallik xususiyatlarni baholashga olib boradi.

Kuzatilayotgan y_i qiymatni

$$y_i = \sum_{j=1}^p \lambda_{ij} \theta_j + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.34)$$

ko‘rinishiga keltiramiz, bu yerda $\theta_1, \dots, \theta_p$ – bahoga ega parametrlar; λ_{ij} – ma’lum ko‘effitsiyentlar; $(y_1, \dots, y_n)$ – kuzatuv natijalari; $(e_1, \dots, e_n)$ – kuzatuvning mo‘ljaldagiga nisbatan xatosi, chunki

$$M\{e_i\} = 0, \quad M\{e'_i e''_i\} = \begin{cases} 0, & 1 \leq i' < i'' \leq n \\ \sigma^2, & i' = i'', \end{cases} \quad (3.35)$$

Yani kuzatuvning xatolari bir xil: nolinchi matematik kutilma va mustaqil dispersiyaga ega bo‘ladi.

(3.34) kuzatish sxemasi chiziqli model deb ataladi. Bu modelni matritsa shaklida yozish qulay. $\vec{y}$ – kuzatuvning vektor-ustuni;

Λ – $(n^* r)$ -to‘g‘ri burchakli matritsaning ko‘effitsiyentlari; $\vec{\theta}$ – parametrlarning vektor-ustuni; $\vec{e}$ – xatolarning vektor-ustuni, ya’ni

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1p} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \dots & \lambda_{np} \end{pmatrix}, \quad \vec{\theta} = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_p \end{pmatrix}, \quad \vec{e} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Unda (3.34) shartning matritsa shakli

$$\vec{y} = \Lambda \vec{\theta} + \vec{e} \quad (3.37)$$

munosabat bilan, (3.35) shart esa

$$M\{\vec{e}\} = 0, \quad V(\vec{e}) = M\{\vec{e}^T \vec{e}\} = \sigma^2 I, \quad (3.38)$$

munosabat bilan teng kuchli bo‘ladi, bu yerda, $V(\vec{\epsilon})$ – kuzatuv xatolarining kovariatsion matritsasi; I – birlik $(n \times n)$ matritsa; T – transponirlash belgisi.

Ushbu holda eng kichik kvadratlar usuli

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \sum_{j=1}^p \lambda_{ij} \theta_j)^2 \quad (3.39)$$

kvadratlar yig‘indisini minimumlashtirishga qo‘llaniladi. Q minimum mavjud bo‘lishining zaruriy sharti

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta_j} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, p), \quad (3.40)$$

yoki

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta_j} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \sum_{j=1}^p \lambda_{ij} \theta_j) = 0. \quad (3.41)$$

ko‘rinishga ega.

(3.41) shart θ_j : parametrga nisbatan chiziqli tenglamalar tizimi ko‘rinishida yoziladi:

$$\sum_{k=1}^p L_{jk} \theta_k = \sum_{i=1}^n y_i \lambda_{ij}, \quad (j = 1, 2, \dots, p), \quad (3.42)$$

bu yerda

$$L_{jk} = \sum_{i=1}^n \lambda_{ij} \lambda_{ik}, \quad (j, k = 1, 2, \dots, p). \quad (3.43)$$

Ta’kidlash kerakki, bu tizim yomon tomonga o‘zgarmagan, ya’ni uning aniqlovchisi

$$\Delta = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} \neq 0, \quad (3.44)$$

bo‘lib, uning yagona $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ yechimini topamiz. Bu kattaliklar eng kichik kvadratlar bo‘yicha olingan baholar deb ataladi. Ularni matritsa shaklida qidirish qulay. (3.36) belgilashdan foydalanib (3.39) ni quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$Q = (\vec{y} - \Lambda \vec{\theta})^T (\vec{y} - \Lambda \vec{\theta}). \quad (3.45)$$

Bunda (3.42) tizim quyidagi ko‘rinishni qabul qiladi:

$$\Lambda^T \vec{y} - \Lambda^T \Lambda \vec{\theta} = 0 \quad (3.46).$$

Matritsa $\Lambda^T \Lambda$ — buzilmaganligini, bu shart $\Delta \neq 0$, shartga teng kuchliligini ta’kidlab, (3.46) dan qidirilayotgan $\vec{\theta}$: bahoning vektor ustunini topamiz:

$$\vec{\theta} = (\Lambda^T \Lambda)^{-1} \Lambda^T \vec{y} \quad (3.47).$$

Biroq modellarning ko‘pchiligi parametrlar bo‘yicha noxiziqli, chunki ularni baholashning usullari ahamiyatli darajada murakkablashgan. Bunday modellarni identifikatsiyalash protseduralarini yanada to‘liqroq ko‘rib chiqamiz. Apparatga jarayonni o‘tkazuvchi mexanizmning m ta modellariga ega bo‘linsin va ular quyidagi ko‘rinishda keltirilsin:

$$\vec{\eta}_u^{(j)}(\vec{\theta}_j) = f^{(j)}(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j), \quad \vec{y}_u = \vec{\eta}_u^{(j)}(\vec{\theta}_j) + \vec{\varepsilon}_u, \quad (3.48)$$

$$M\vec{\varepsilon}_u = 0, \quad D\vec{\varepsilon}_u = \sigma^2 V \quad (3.49)$$

yoki

$$\frac{d\vec{\eta}_u^{(j)}}{dt} = \vec{\varphi}^{(j)}(\vec{\eta}_u^{(j)}, \vec{x}_u, (\vec{\theta}_j), \vec{y}_u) = \vec{\eta}_u^{(j)}(\vec{\theta}_j) + \vec{\varepsilon}_u \quad (3.50)$$

$$M\vec{\varepsilon}_u = 0, D\vec{\varepsilon}_u = \sigma^2 V, \quad (3.51)$$

bu yerda:

$\vec{\theta}_j$ – j - nchi model uchun noma'lum parametrlarning p_j –o'lchamli vektori;

$\vec{x}_u$ – boshqariladigan o'zgaruvchilarning qo'lchamli vektori;

$\vec{\varepsilon}_u$ – kuzatishlarni qayta tiklanuvchanligining xatolik vektori;

u – tajriba raqami;

M – matematik kutilmaning belgisi;

D – o'lchashlarning dispersion-kovariatsiya matritsasi;

σ^2, V – D ni tavsiflovchi skalyar ko'paytuvchi va ijobiy aniqlangan matritsa;

$\vec{y}_u$ – o'lchashlarning Q o'lchamli vektori;

$\vec{\eta}_u(\theta_j)$ – tizimlar javobining Q o'lchamli vektori.

Tasodifiy kattaliklarning o'rtasida odatda shunday bog'liqlik mavjud, bir kattalikning o'zgarishi boshqalarining taqsimlanishini o'zgartirib yuboradi. Bunday bog'liqlik stoxastik bog'liqlik deb ataladi.

Agar ikki X va U tasodifiy kattaliklar bog'liq bo'lmasa, unda bu kattaliklar yig'indisining dispersiyasi ular yig'indisiga teng bo'ladi:

$$D(X + Y) = D(X) + D(Y). \quad (3.52)$$

Agar ushbu tenglik bajarilmasa, unda X va Y kattaliklar bog'liq hisoblanadi. Dispersiya va matematik kutilmaning xossalari ta'riflaridan quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$\begin{aligned}
D\{X + Y\} &= M[X + Y - M(X + Y)]^2 = M[X - M(X)]^2 + \\
&2M\{[X - M(X)][Y - M(Y)]\} + M[Y - M(Y)]^2 = \\
&= D(X) + 2M\{[X - M(X)][Y - M(Y)]\} + D(Y).
\end{aligned}
\tag{3.53}$$

$$\text{Agar} \quad M[(X - m_x)(Y - m_y)] \neq 0. \tag{3.54}$$

bo'lsa, X va Y kattaliklar orasida bog'liqlik mavjud bo'ladi. Oxirgi kattalik X va Y tasodifiy kattaliklarning kovariatsiyasi deb ataladi va Cov_{xy} bilan belgilanadi.

β – tasodifiy kattaliklar matematik kutilmasining vektor ustuni, B – tasodifiy kattaliklarni tanlanmaviy qiymatlarini vektori bo'lsin. Unda

$$M[(B - \beta)(B - \beta^T)] = \begin{bmatrix} \sigma_{b1}^2 & cov_{b1b2} & \dots & cov_{b1bn} \\ cov_{b2b1} & \sigma_{b2}^2 & \dots & cov_{b2bn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ cov_{bnb1} & cov_{bnb2} & \dots & \sigma_{bn}^2 \end{bmatrix} \tag{3.55}$$

bu yerda σ_{bj}^2 – b_j tasodifiy kattaliklarning dispersiyasi; cov_{bjb_n} – b_j va b_n tasodifiy kattaliklarning kovariatsiyasi.

Oxirgi tenglamaning o'ng qismidagi matritsa dispersion – kovariatsiya matritsasi deyiladi. Uning diagonal elementlari o'zida tasodifiy kattaliklarning dispersiyasini, diagonal bo'lmaganlari esa ular o'rtasidagi statistik bog'liqlikni aniqlovchi tasodifiy kattaliklarga mos keluvchi kovariatsiyani namoyon qiladi.

Avval *yagona javobli modellarni*, ya'ni bitta chiqish o'zgaruvchili modellarni ko'rib chiqamiz. Modellarning noma'lum parametrlarini baholashda R.Fisher tomonidan taklif qilingan va katta tanlanmalar uchun olingan baholashning ishonchlilik intervali hamda gipotezalarning ko'p protsedurali tekshiruvlariga asoslangan *maksimal haqiqatnamolik* usulidan juda kam foydalaniladi.

Taqsimlanish qonuni $f(x,v)$ ehtimollik zichligi bilan berilgan uzluksiz tasodifiy kattalikka ega bo‘lsin. Haqiqatnamolik funksiyasini tuzamiz:

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) \quad (3.56)$$

bu yerda $x_1, \dots, x_n$ - tasodifiy kattaliklarning qayd qilingan qiymatlari, θ esa – parametrlarning vektori.

Usulning mohiyati shundaki, maksimal haqiqatnamolik $\theta_n = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$ parametrlarning bahosi sifatidagi f_n ni imkoni boricha katta qiymatga erishtiradigan $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ qiymatlardan tashkil topadi.

Shunday qilib, f_n ning o‘zi θ qiymatlarda ham maksimumga erishadi, lekin amaliyotda ba’zan haqiqatnamolikning logarifmik funksiyasi deb ataluvchi $\ln f_n = L$ funksiyadan foydalanish qulayroq. $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ qiymatlar $x_1, x_2, \dots, x_n$ tanlanmaning funksiyasi hisoblanadi va maksimal haqiqatnamolikning bahosi deb ataladi.

Maksimal haqiqatnamolik bahosini topish uchun quyidagi haqiqatnamolik tenglamalar tizimini $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ ga nisbatan yechish lozim:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0, \dots, \frac{\partial L}{\partial \theta_p} = 0 \quad (3.57)$$

Agar xatolarning qayta tiklanuvchanlik taqsimoti ε_u oilasi muntazamlilik shartlariga javob bersa, unda ko‘p hollardagi maksimal haqiqatnamolik baholari tajribalar hajmi chegaralanmagan holda o‘sganda haqiqiy qiymatga intilish ehtimolligi bo‘yicha olingan parametrlarning baholari mohiyatidan kelib chiqib, asoslangan hisoblanadi. Muntazamlilik va asoslanganlik shartlari parametrlar baholarining asimptotik foydaliligini ta’minlaydi. Bundan tashqari, agar o‘lchash

xatolarining taqsimlanishi parametrik eksponensial tipga tegishli bo'lsa, unda $\vec{\theta}_j$ noma'lum parametrlarning vektor bahosi yetarli hisoblanadi, ya'ni boshlang'ich tajriba ma'lumotlarida ega bo'linadigan barcha zaruriy informatsiyalardan tashkil topadi. Shunday qilib, qidirilayotgan parametrlarning maksimal haqiqatnamolik usulidan topiladigan bahosi $\vec{\epsilon}_u$ xatolarning taqsimlanish funksiyasiga yetarlicha kuchsiz chegara qo'yilganda va katta tanlanmalarda ko'pgina muhim optimal xususiyatlarga ega bo'ladi. Shunday qilib, noma'lum parametrlarning maksimal haqiqatnamolik usuli bo'yicha topiluvchi baholari $\vec{\epsilon}_u$ xatolar taqsimoti funksiyasiga yetarlicha kuchsiz chegaralanish berilganda va katta tanlanmalarda ko'pgina muhim optimal xususiyatlarga ega.

Maksimal haqiqatnamolik usulidan amaliy foydalanilganda odatda kuzatish xatolarining taqsimot zichligining ma'lum turi talab qilinadi, sababi modellarning noma'lum parametrlarini baholash bilan bir qatorda taqsimot zichligining noma'lum parametrlarini ham baholash mumkin.

Faraz qilamiz, M_j modellar uchun bir qancha yo'llar bilan $\vec{\theta}_j^*$ parametrlarning baholari olingan. Unda (3.48) tenglama bilan mos ravishda j-nchi modelni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$e_u^{(j)} = y_u^{(j)} - f(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j^*) \quad (u = 1, \dots, n), \quad (3.58)$$

Bu yerda $e_u^{(j)} - \vec{\theta}_j$ esa M_j berilganlar uchun e_i tajriba xatolarining baholari; n – kuzatishlar soni.

n ta tajribalar o'tkazilgan bo'lsin. e_u tasodifiy kattaliklarning taqsimlanish zichligini $p(e_u, \vec{\psi})$ orqali, $\vec{e} = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$ tasodifiy vektorning qo'shma taqsimlanish zichligini esa $p(\vec{e}, \vec{\psi})$ orqali belgilaymiz, bu yerda $\vec{\psi}$ – taqsimlanish zichligining parametrlar vektori bo'lib, xususan qayta tiklanish

dispersiyasi va matematik kutilmalar kattaliklarining normal zichliklari uchun tashkil qilinadi.

Unda $p(\vec{e}, \vec{\psi})$, ifodaga (3.58) munosabatdagi $e_u^{(j)}$ kattaliklarni qo'yish natijasida olingan tanlanmalarning $L^{(j)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi})$ haqiqatnamolik funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$L^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi}) = p(e^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi})) \quad (3.59).$$

e_i ($i=1,2,3,\dots$) mustaqil tasodifiy kattaliklar uchun tanlamalarning haqiqatnamolik funksiyasi quyidagicha aniqlaniladi:

$$L^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi}) = \prod_{u=1}^b p(e^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi})) \quad (3.60).$$

Shunday qilib, kuzatishlar xatolari tanlanmalarining haqiqatnamolik funksiyasi $L^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi})$, kuzatishlar xuddi bir qancha fiksatsiyalangan kattaliklar sifatida, parametrlar esa xuddi o'zgaruvchilar sifatida qaralganda $\vec{\theta}_j$ va $\vec{\psi}$ parametrlar uchun ham $y_1, y_2, \dots, y_n$ kuzatishlar to'plami uchun ham $p(e^{(j)}(\vec{\theta}_j^*), \vec{\psi})$, tanlanmalarning taqsimlanish zichligi hisoblanadi.

Maksimal haqiqatnamolik usuliga muvofiq parametrlarning eng yaxshi bahosi bo'lib, kuzatishlarning olingan haqiqiy qiymatlariga mos kelishining maksimal ehtimolligi bilan yoziladigan baholar hisoblanadi. Shuning uchun parametrlarni baholash masalasi quyidagi shartni qanoatlantiruvchi $\vec{\theta}_j^*$ va $\vec{\psi}^*$ aniqlikda olib boriladi:

$$L^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi}^*) = \max_{\vec{\theta}_j, \vec{\psi}} L^{(j)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi}) \quad (3.61)$$

Taqsimlanish zichligidan kelib chiqib kuzatishlar xatolarining ehtimolligi ye konkret ko‘rinishli $L^{(j)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi})$ funksiya bilan aniqlanadi. Agar e_u ($i=1,2,3,\dots$) tasodifiy kattaliklar mustaqil va nolli o‘rtacha va ma’lum dispersiya bilan normal taqsimlangan bo‘lsa, unda $L^{(j)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi})$ funksiya quyidagi ko‘rinishni qabul qiladi:

$$L^{(j)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{u=1}^n \frac{(y_u - f(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j))^2}{\sigma_u^2}\right) \quad (3.62)$$

Unda $\vec{\theta}_j^*$ parametrlarning maksimal haqiqatnamolik usuli asosida olingan baholari eng kichik kvadratlar usuli bilan olingan baholarga, ya’ni kuzatish xatolari kvadratlarining mutlaq yig‘indisi minimallashtirilgandagi baholarga ekvivalent bo‘ladi:

$$\Phi^{(j)}(\vec{\theta}_j^*) = \min_{\vec{\theta}_j} \Phi^{(j)}(\vec{\theta}_j) = \min_{\vec{\theta}_j} \sum_{u=1}^n \frac{[e_u^{(j)}(\vec{\theta}_j)]^2}{\sigma_u^2} \quad (3.63)$$

Noma’lum, lekin teng dispersiyalarda kuzatishlarning (3.63) ifodasi quyidagi ko‘rinishga o‘tadi:

$$F^{(j)}(\vec{\theta}_j^*) = \min_{\vec{\theta}_j} F^{(j)}(\vec{\theta}_j) = \min_{\vec{\theta}_j} \sum_{u=1}^n [e_u^{(j)}(\vec{\theta}_j)]^2 \quad (3.64)$$

Shuni qayd qilish kerakki, kuzatishlarning xatolari normal taqsimlanganda θ_j parametrlarning maksimal haqiqatnamolik usuli va eng kichik kvadratlar usuli bilan topilgan baholari bir - biriga mos keladi va shuning uchun ham ular umumiy optimal xossalarga ega.

Ko‘p yechimli modellar uchun, ya’ni bir qancha o‘zgaruvchan diodli modellar uchun tanlanmalarning haqiqatnamolik funksiyasi $L^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi})$ tanlanmalar xatolarining mustaqil normal taqsimlanishida quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\begin{aligned}
L^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi}^*) &= \prod_{u=1}^b p(\vec{e}^{(j)}(\vec{\theta}_j^*), \vec{\psi}^*) = \\
&= (2\pi)^{-Qn/2} \det(\Sigma)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^Q \sum_{l=1}^Q \sigma^{kl} \sum_{u=1}^n e_{uk} e_{ue}\right] = \\
&= ((2\pi)^{-Qn/2} \det(\Sigma)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2} Sp(\Sigma^{-1} A(\vec{\theta}_j^*))\right]),
\end{aligned} \tag{3.65}$$

bu yerda $\vec{e}_u^j = \vec{y}_u - \vec{f}^{(j)}(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j^*) = (e_{u1}^j(\vec{\theta}_j^*), \dots, e_{uQ}^j(\vec{\theta}_j^*))^T$, $\vec{y}_u$ — u -o'lchamli o'lchashlar vektori; $\vec{f}^{(j)}(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j^*)$ o'lchamli vektor funksiya bo'lib, o'lchashlarning M_j , $\sum_{u=1}^{uQ} = \{\sigma_{kl}\}_{Q \times Q}$ dispersion-kovariatsiya matritsasi modeliga mos keladi; ^{t} — transportirlash indeksi; bunda,

$$A(\vec{\theta}_j^*) = \sum e_u^j(\vec{\theta}_j^*) e_u^j(\vec{\theta}_j^*)^T, \tag{3.66}$$

$$\Sigma^{-1} = \{\sigma^{kl}\}_{Q \times Q} \tag{3.67}$$

Maksimal haqiqatnamolik tamoyili bilan mos ravishda parametrlarning maksimal haqiqatnamoligi bahosi $\vec{\theta}_j^*$ o'zgarishlarning ma'lum dispersion-kovariatsiyali matritsasi $L^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi}^*)$ ni maksimallashtiradi, agar $\vec{\theta}_j^*$ vektor parametrlar $Sp(\Sigma^{-1} A(\vec{\theta}_j^*))$: kattalikni minimalashtirsa quyidagi kelib chiqadi:

$$SS_1(\vec{\theta}_j^*) = Sp(\Sigma^{-1} A(\vec{\theta}_j^*)) = \min_{\vec{\theta}_j^*} Sp(\Sigma^{-1} A(\vec{\theta}_j^*)). \tag{3.68}$$

Agar matritsa $\sum$ - diagonal matritsa bo'lsa, unda $Sp(\sum^{-1}A(\vec{\theta}_j^*))$ o'zida qoldiqlar kvadratlarining mutlaq yig'indisini namoyon qiladi-ravshanki, $Q=1$ da (3.68) ifoda (3.63) ifoda bilan mos tushadi.

Agar kuzatishlar xatolarining dispersiyaviy – kovariatsiya matritsasi tekshirilmaganligi noma'lum bo'lsa, unda Bayes yondashuvidan foydalanib $Sp(\sum^{-1}A(\vec{\theta}_j^*))$ parametri bo'yicha minimumlashtirilib maksimal haqiqatnamolik parametrlarining baholari olinadi:

$$SS_2(\vec{\theta}_j^*) = \det A(\vec{\theta}_j^*) = \min_{\vec{\theta}_j^*} \det(\vec{\theta}_j^*). \quad (3.69)$$

Kuzatuvlarning xatolari normaldan eng yaxshilariga taqsimlangan hollarda maksimal haqiqatnamolik usulidan foydalanish (3.63), (3.64), (3.68) larga qaraganda hisobiy va tajribaviy ma'lumotlarning yaqinligi darajasini tavsiflovchi boshqa mezonlarga olib boradi. Kamdan - kam hollarda, agar xato Laplas bo'yicha taqsimlangan bo'lsa, unda yagona javobli vaziyatlar uchun eng kichik modullar usulidan quyidagi mezonga mos ravishda foydalanish lozim:

$$SS_3(\vec{\theta}_j^*) = \sum_{u=1}^n |e_u^{(j)}(\vec{\theta}_j^*)| = \min_{\vec{\theta}_j^*} |e_u^{(j)}(\vec{\theta}_j^*)|. \quad (3.70)$$

Parametrlarning intervalli baholari. Yuqorida modellarning qidirilayotgan parametrlarining maksimal haqiqatnamolik usuli bilan topiladigan nuqtali baholari haqida gapirildi. Oxirgi baho hech bo'lmaganda bir qancha asimptotik xossalarga ega, lekin aynan kichik tanlanmalarda modellarning nochiziqli o'lchami va aniqlanilayotgan baholarning aniqligi haqidagi muhim qo'shimcha axborotlarni ta'minlab bera olmaydi. Bunday axborot ishonchli sohalarining tavsiflaridan tashkil topadi.

Taqsimlanish funksiyalarining bir nechta parametrlari (parametrlar to'plami) uchun ishonchlilik intervali (ishonchlilik sohasi) parametrik fazodagi interval

(soha) bo'lib, o'lchanayotgan kattaliklarning yetarlilik statistikasi va ular ega bo'lgan xossalari bilan aniqlaniladi, chunki u parametrning «haqiqiy» qiymatini tashkil qilish ehtimoli bo'lib, oldinga qo'yilgan α qiymatga eng oxirgi o'lcham bo'yicha teng. α kattalik ishonchli sath deb ataladi.

Avval $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ model parametrlar (ya'ni $f(\vec{x}, \vec{\theta}) = x\vec{\theta}$) ning chiziqli funksiyasi hisoblangan holni ko'rib chiqamiz. Maksimal haqiqatnamolikning $\vec{\theta}$ baholari bu yerda eng yaxshi chiziqli ajratilgan $\vec{\theta}$ baholari hisoblanadi va $\vec{\theta}$ ning aniq ishonchli sohasini $res(\vec{e})$ kvadratlarning qoldiq yig'indisi va $reg(\vec{e})$ shartli regressiyalar kvadratlarining yig'indisiga $\vec{e}^T \vec{e}$ kvadratlar yig'indisining dekompozitsiyalaridan foydalanib qurish mumkin, ya'ni

$$\vec{e}^T \vec{e} = reg(\vec{e}) + res(\vec{e}), \quad (3.71)$$

bu yerda $\vec{e} = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$, $reg(\vec{e}) = (x^T \vec{e})^T (x^T x)^{-1} (x^T \vec{e})$ r rangga ega va $reg(\vec{e})/\sigma^2$ tasodifiy kattalik r erkinlik darajali χ^2 -taqsimlanishga ega. Bu yerda

$$res(\vec{e}) = \vec{e}^T \vec{e} - reg(\vec{e}), \quad (3.72)$$

$n - r$ rangga va $n - r$ erkinlik darajali $\sigma^2 \chi^2$ -taqsimlanishga ega. Unda θ uchun aniq 100 α % li ishonchli soha quyidagi tengsizlikdan aniqlanadi:

$$reg(\vec{y} - x\vec{\theta})/res(\vec{y} - x\vec{\theta}) \leq pF(a, p, n - p)/(n - p), \quad (3.73)$$

bu yerda, $F(a; r, n - r) - r$ va $n - r$ erkinlik darajalari uchun G taqsimlanishning 100 α %li yuqori nuqtasi; $\vec{y}$ - kuzatishlar vektori.

Kvadratlar qoldiq yig'indisining $\vec{\theta}$ yetarlilik bahosi $\vec{\theta}$ ga bog'liq bo'lmagan hollarda faqatgina x va $\vec{y}$ larga bog'liq bo'ladi.

Endi umumiy integral ko‘rinishi xuddi $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ kabi yozilishi mumkin bo‘lgan modellarning nochiziqli nisbiy parametrlari holatidagi θ parametrlar uchun aniq ishonchli sohalarni qurish masalalarini ko‘rib chiqamiz. Berilgan masala chiziqli holatlar bilan solishtirilganda xuddi parametrlari bo‘yicha nochiziqli modellar statistik yetarli to‘plamga ega bo‘lmagani kabi keskin murakkablashib ketadi. Biroq $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ uchun muntazamlilikning ma’lum shartlarida va ko‘p o‘lchamli $y_u, (u=1, \dots, n)$ normal taqsimlanishda θ uchun yetarlilik bilan birga statistik to‘plamga ega bo‘linadi; bu faqat va faqat $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ chiziqli bo‘lganda o‘rinli, ya’ni quyidagi ko‘rinishga keltirilishi mumkin:

$$f(\vec{x}_u, \vec{\theta}) = \sum w_i(\vec{\theta}) U_{ui}. \quad (3.74)$$

bu yerda, $w_i(\vec{\theta})$ ($i=1,2,3,\dots$) – $\vec{\theta}$ ning uzluksiz funksiyalari; $U = \{u_{ui}\}$ – $x \times p$ o‘lchamli va r rangli matritsa. U matritsaning elementlari θ ga funksional bog‘lanmagan. Biroq umumiy holda $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ (3.74) dagi ko‘rinishda keltirilishi mumkin emas, hech bo‘lmaganda ba’zida yetarlicha aniq r a’zoli chiziqli (3.74) shaklida approksimatsiya qilinadi. Bunda ba’zan $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ funksiyalarni dastlabki qayta parametrlashtirishni o‘tkazish talab qilinadi.

$f(\vec{x}, \vec{\theta})$ ni chiziqli shaklda approksimatsiyalash uchun $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ ni oxirgi qisqartirishlar bilan ko‘p o‘lchamli qatorlarga yoyish lozim.

$w_i(\vec{\theta})$ tanlov shunday bo‘ladiki, unda qisqartirilgan qatorlar bilan $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ ga eng yaxshi yaqinlashishga erishiladi. Keyin quyidagi kvadratik shakllar tanlanadi,

$$reg(\vec{e}) = (U^T \vec{e})^T (U^T U)^{-1} (U^T \vec{e}), \quad (3.75)$$

$$res(\vec{e}) = \vec{e}^T \vec{e} - reg(\vec{e}), \quad (3.76)$$

chunki θ uchun $100\alpha\%$ li ishonchli soha quriladi. Bunda approksimatsiyalash (3.74) ning aniqligi (3.73)da bajariladigan ehtimollik baholarining aniqligiga amaliy ta'sir qilmaydi. Biroq $res(\vec{e}) = res(\vec{y} - f(\vec{x}, \vec{\theta}))$ va (3.73) tengsizlikning maxraji nochiziqli bo'lganda $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ modellar $\vec{\theta}$ ga bog'liq bo'lib, bu bog'liqlik «yaxshi» approksimatsiyalarda ham «kuchsiz» dir. Albatta, nochiziqli hollarda (3.75) dagi U tanlanma ($reg(\vec{e})$) ga ham tegishli) yagona emas.

Shunday qilib, umumiy hollarda nochiziqli parametrlashtirilgan modellar uchun olingan natijalarining katta qismini chiziqli modellar uchun qo'llab bo'lmaydi. Ayni payti agar o'lchash xatosi normal bo'lsa, parametrlar vektori kattaliklar bilan normal taqsimlanmagan bo'lishi mumkin.

Keyin, $res(\vec{e})/(n-p) = res(\vec{y} - f(\vec{x}, \vec{\theta}))/(n-p) = S^2 \sigma^2$ baholar bilan olinmagan bo'lishi majburiy emas. Bundan tashqari $\vec{\theta}$ vektor parametrlar bahosining dispersiyaviy – kovariatsiya matritsasi $\sigma^2(x^T x)^{-1}$ matritsadan farq qilishi mumkin.

Taxminan $100\alpha\%$ li ishonchli sohani quyidagi tengsizlik yordamida aniqlash mumkin:

$$S(\vec{\theta}) \leq S(\hat{\vec{\theta}}) \left\{ 1 + \frac{p}{n-p} F_a(p, n-p) \right\}, \quad (3.77)$$

bu yerda, $\vec{\theta}$ — parametrlar vektorining maksimal haqiqatnamolik bahosi, $\hat{\vec{\theta}}$ doimiy dispersiyali normal taqsimlangan o'lchashlar uchun quyidagi tenglik o'rinli bo'lishi uchun berilgan:

$$S(\hat{\vec{\theta}}) = \sum_{u=1}^n (y_u - f(x_u, \vec{\theta}))^2. \quad (3.78)$$

Chiziqli hollarda (3.77) ifoda aniq $100\alpha\%$ li ishonchli sohani beradi, biroq nochiziqli hollarda ishonchli ehtimollik shunchaki $100\alpha\%$ ga yaqinlashadi.

Chiziqli modellar uchun $S(\vec{\theta})$ o'zida kvadratik shaklni namoyon qiladi va shundan kelib chiqib, ishonchli soha elliptik hisoblanadi hamda shu qoidaga ko'ra nosimmetrik va bananga o'xshash bo'ladi. Agar nochiziqli parametrlashtirilgan model faqat ikkita parametrdan tashkil topgan bo'lsa, unda ishonchli intervallar konturini nisbatan oson qursa bo'ladi. Agar parametrlar soni ikkitadan ko'p bo'lsa, unda koordinata tekisliklarining kesishishiga to'g'ri keluvchilarini o'chirish mumkin. Ko'rilayotgan protsedura ishonchli sohani qurishga tegishli, biroq muhim asimptotik xossasi jihatidan haqiqiy ishonchli ehtimollik tanlanma hajmi cheksiz o'sganda tanlab olinmagan qiymatlarga intiladi. $\vec{\theta}$ parametrlar baholarining muntazamligi ma'lum shartlarda asoslangan va asimptotik normal ekanligi ko'rsatilgan. Bunday hollarda quyidagi tengsizlikni qanoatlantiruvchi $\vec{\theta}$ to'plam $\vec{\theta}$ uchun asimptotik 100α % li ishonchli sohani aniqlaydi:

$$S(\vec{\theta}) - S(\hat{\vec{\theta}}) \leq \chi_a^2(p), \quad (3.79)$$

Ko'p hollarda nochiziqli modellardagi parametrlarni baholashning barchasi tajriba ma'lumotlarining katta bo'lmagan to'plamida o'tkaziladi va shuning uchun ham asimptotik nazariya natijalari amaliyotda kam foydalidir.

Nochiziqli modellar parametrlarining ishonchli intervallarini qurishni nochiziqli modellarning darajalarini hisobga olgan holda olib boriladi. $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ nochiziqlilik darajasida qatnashuvchi o'lcham qanaqadir nochiziqli - parametrlashgan $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ modellar uchun sezilarli xatolarsiz $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ ning o'rniga chiziqlantirilgan modellardan foydalanib ishonchli sohani qurish mumkinligini o'rnatishni taqozo etadi. Biroq nochiziqlilik o'lcham kattaliklarida ishonchli sohani qurishning ushbu usuli foydasiz bo'lib qoladi.

Nochiziqli modellar parametrlarining intervalli baholari hisoblash ishlariga nisbatan kam xarajatlar bilan izlanayotgan parametrga yaqinlashishning ketma - ket baholari usuli (jek - nayf usuli) bilan olishga yo'l qo'yadi. Bu usul o'lchash

xatoliklarining normalligi yoki ularning bir xilligi (o'xshashligi) haqida hech qanday farazlarni talab qilmaydigan usul hisoblanib, asimptotik normal taqsimlangan $\vec{\theta}$ baholarni aniqlash imkonini beradi.

Izlanayotgan parametrlarning bahosiga ketma-ket yaqinlashish usuli.
 $n = gh$, bo'lsin, bu yerda n, g, h – algebraik ko'rinishda keltirilgan $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ yagona javobli modelning butun sonlari. n -o'lchamli o'lchashlar vektori $\vec{y}$ ni har biri h o'lchamli nimvektorlar $\vec{y}_i, (i = 1, \dots, g)$, ga ajratamiz. Shundan so'ng $\vec{\theta}$ — izlanayotgan parametrlarning o'lchashlarning $\vec{y}$ vektori bo'yicha eng kichik kvadratlar usuli bilan olingan bahosi, $\vec{\theta}$ esa – $\vec{\theta}$ ning o'lchashlarning $\vec{y}$ vektori bo'yicha eng kichik kvadratlar usuli bilan olingan bahosi bo'lib, $\vec{y}$ nimvektorlardan olingan bo'lsin, unda g soxta baho $\vec{\theta}$ quyidagi ko'rinishda hisoblanadi:

$$\tilde{\vec{\theta}}_i = g \hat{\vec{\theta}} - (g-1) \hat{\vec{\theta}}_{-1} \quad (i = 1, \dots, g). \quad (3.80)$$

(3.80) munosabat nochiziqli modellardagi parametrlarning interval baholarini qurish uchun ishlatiladi. Buning uchun θ_j jeknayf bahosini xuddi o'rtacha tanlanmali $\vec{\theta}_1, \vec{\theta}_2, \dots, \vec{\theta}_g$, tanlanma vektori sifatida aniqlaymiz, ya'ni

$$\hat{\vec{\theta}}_j = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g \tilde{\vec{\theta}}_i \quad (3.81)$$

va $\theta_i (i = 1, \dots, g)$: uchun tanlanmaviy dispersiya – kovariatsiya matritsasi S :

$$S = \frac{1}{g-1} \sum_{i=1}^g (\tilde{\vec{\theta}}_i - \hat{\vec{\theta}}_j)(\tilde{\vec{\theta}}_i - \hat{\vec{\theta}}_j)^T. \quad (3.82)$$

Bir o'lchamli hollardagi ishonchli intervalni hisoblash va o'rtacha qiymat haqidagi farazlarni tekshirish uchun odatda tanlanmali o'rtacha qiymat θ va bosh to'planning gipotetik matematik kutilmasi θ o'rtasidagi farqni o'rtacha kvadratik og'ish σ ga bo'lish natijasida olinadigan statistikadan foydalaniladi. Agar tanlanma (θ, σ^2) to'plamdan olingan bo'lsa, unda

$$t = \sqrt{g \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma}} \quad (3.83)$$

kattalik yaxshigina ma'lum bo'lgan $g-1$ erkinlik darajasiga ega Student taqsimlanishiga ega bo'ladi, bu yerda g – tanlanmaning hajmi. Bunga asoslanib, $\theta - \theta_0$, farazlarni tekshirish uchun mezonlarni tuzish mumkin, bu yerda θ_0 – berilgan son, yoki noma'lum parametr θ uchun ishonchli intervalni qurish mumkin.

Ko'p o'lchamli analog bilan t kattalikning kvadrati (3.83) formuladan aniqlanadi va quyidagi kattalik hisoblanadi:

$$T^2 = g(\hat{\vec{\theta}} - \vec{\theta})^T S^{-1}(\hat{\vec{\theta}} - \vec{\theta}), \quad (3.84)$$

bu yerda, $\vec{\theta}$ – o'rtacha qiymat vektori, S – g hajmli tanlanmaning kovariatsiyaviy matritsasi.

Ikkita tanlanma uchun T^2 – statistika Xotelling tomonidan taklif qilingan. Xotellingning T^2 – statistikasini quramiz. Agar $\vec{\theta}$ – ko'p o'lchamli $N(\vec{\theta}, \Sigma)$, normal taqsimlanishning o'rtacha qiymati bo'lsa, g hajmli tanlanma o'rtacha $\vec{\theta}_j$ va tanlanmali kovariatsiyaviy matritsa S bilan shunday olinadiki, unda

$$g(\tilde{\vec{\theta}} - \hat{\vec{\theta}}_j)S^{-1}(\tilde{\vec{\theta}} - \hat{\vec{\theta}}_j) \leq T_0^2(a), \quad (3.85)$$

$(1 - \alpha)$ ga teng bo‘ladi, bu yerda α – qiymat darajasi va

$$T_0^2(a) = \frac{(g-1)p}{g-p} F_{p, g-p}(a). \quad (3.86)$$

Koordinatalari (3.85) shartni qanoatlantiruvchi $\vec{\theta}$ nuqtalar to‘plami r – o‘lchamli fazoda o‘lchami va shakli S^{-1} va qiymat darajasi α ga bog‘liq bo‘lgan giperellipsoidni aks ettiradi. (3.85) shartni qanoatlantiruvchi ellipsoid, albatta, xuddi $\vec{\theta}_1, \vec{\theta}_2, \dots, \vec{\theta}_g$. tasodifiy tanlanma kabi tasodifiy hisoblanishini belgilab o‘tamiz.

$g \neq n$ da $\hat{\vec{\theta}}_g$ bahoning raqamli qiymati kuzatish vektorini $\vec{y}_1, \vec{y}_2, \dots, \vec{y}_g$, nimvektorlarga dastlabki tarqatilishiga bog‘liq, shuningdek, shaxsiy kuzatuv umumiy holda bir xil bo‘lmagan taqsimlanishga ega. Agar tajriba rejasi har biri m nuqtalardan ($n = km$), iborat κ takroriy o‘lchashlarni o‘tkazish nazarda tutilgan bo‘lsa, unda odatda $g = k$ tanlanadi va jeknayf protseduralarini konstruksiyalashda to‘liq replikani bittadan ketma - ketlik bo‘yicha inkor qiladi. Ba’zan bu protseduralarni qo‘llashda $h = 1$ bo‘ladi, chunki $\vec{y}_1, \vec{y}_2, \dots, \vec{y}_g$, nimvektorlarga tarqatishdagi noaniqliklarni bartaraf qilishda yanada ishonchliroq natijalarni beradi.

Parametrlarni Beyes bo‘yicha baholanishi. Yuqorida ko‘rib chiqilgan nochiziqli modellar parametrlarining baholari usullarida ko‘p hollarda izlanuvchining ixtiyorida bo‘ladigan parametrlar haqidagi tekshirilmagan (tajribagacha ma’lum bo‘lgan) axborotlar umuman ishlatilmaydi. Ishning mohiyati shundaki, amaliy jihatdan har doim tadqiqotchi tajriba tashkil etilguncha modellarning raqamli parametrlari haqida bir qancha ko‘rsatmalarga ega bo‘ladi. Xususan o‘rganilayotgan jarayonning fizik mohiyatidan kelib chiqib, u iloji bo‘lmagan qiymatlarni parametrlar qatoridan olib tashlashi mumkin yoki parametrlarning raqamli qiymatlarining birorta afzal ko‘rilganini boshqasining

o'rniga qo'yiladi. Tadqiqodchi o'zining barcha tajribada tekshirilmagan ma'lumotlarini parametrlarning tekshirilmagan $F_0(\vec{\theta})$ taqsimlanishi yoki $p_0(\vec{\theta})$ tekshirilmagan taqsimlanish zichligi deb ataluvchi tekshirilmaganlarga solib qo'yadi. Parametrlarning taqsimlanish zichligining funksiyasi $p_0(\vec{\theta})$ ijobiy hisoblanadi va quyidagi xossalarga ega bo'ladi; agar $\vec{\theta}_1$ parametrlarning vektor qiymati $\vec{\theta}_2$ qiymatga haqiqatnamo bo'lsa, $p_0(\vec{\theta}_1)/p_0(\vec{\theta}_2) > 1$ bo'ladi. Bunda $\int p_0(\vec{\theta})d\vec{\theta} = 1$ normallashtirish shartining bajarilishi talab qilinmaydi. Ko'rinib turibdiki, parametrlar taqsimlanishining tekshirilmagan teng o'lchamli zichligi $p_0(\vec{\theta}) - \text{const}$ vaziyatni parametrlar mavjud bo'lishining ruxsat etilgan sohasidagi barcha qiymatlar teng ehtimollikka ega bo'lganda tavsiflaydi.

O'rganilayotgan jarayon va parametrlar taqsimlanishini tekshirilmagan zichligining tuzilishi haqidagi ma'lumotlar shakllantirilgandan keyin tadqiqodchi tajribani o'tkazadi. Bunda barcha tajribaviy axborotlar haqiqatnamolik funksiyasi $L(\vec{\theta}|\vec{y})$ ga mujassamlashtiriladi. Unda $\vec{\theta}$ parametrlarni tavsiflovchi barcha axborotlar tekshirilgan (tajribadan keyin olingan) taqsimlanish zichligi $p(\vec{\theta}|\vec{y})$ ga to'planadi va $p(\vec{\theta}|\vec{y})$ Beyes teoremasiga muvofiq quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$p(\vec{\theta}|\vec{y}) = \text{const } L(\vec{\theta}|\vec{y}) p_0(\vec{\theta}) \quad (3.87)$$

bu yerda

$$\text{const} = \int L(\vec{\theta}|\vec{y}) p_0(\vec{\theta}) d\vec{\theta} \quad (3.88)$$

$p(\vec{\theta}|\vec{y})$ taqsimlanishning tekshirilgan zichligi tuzilgandan keyin $\vec{\theta}$ parametrlar vektorining nuqtali baholarini bevosita hisobiga o'tiladi. Statistika tekshirilmagan axborotlardan foydalanib $p(\vec{\theta}|\vec{y})$ taqsimlanishning tekshirilgan zichligi bo'yicha hisoblanadigan $\vec{\theta}$ baholar beyes baholari nomini oladi, deyarli

barcha fizik - kimyoviy izlanishlarda parametrlarning beyesov baholari sifatida quyidagi shartni qanoatlantiruvchi $\vec{\theta}^*$ baholar ishlatiladi,

$$p(\vec{\theta}^*|\vec{y}) = \max_{\vec{\theta}} p(\vec{\theta} | \vec{y}), \quad (3.89)$$

bu shart maksimal haqiqatnamolik usulini beyesov masalasiga yagona umumlashtirish hisoblanadi.

$\vec{\theta}^*$ baholar ba'zida umumlashtirilgan maksimal haqiqatnamo baholar deyiladi. Xususan, ular, agar $p_0(\theta)$ taqsimlanish zichligi teng o'lchamli bo'lsa, maksimal haqiqatnamolik baholari bilan mos tushadi. Bundan tashqari, parametrlar haqiqiy qiymatlarining vektori $\vec{\theta}_{haq}^*$ ixtiyoriy $p_0(\theta)$ va tanlanmaning hajmi chegaralanmagan holda oshganda $\vec{\theta}^*$ ga intiladi. Shundan kelib chiqib, $\vec{\theta}^*$ baholar asoslanganlik va asimptotik foydalilik xossalariga, shuningdek, maksimal haqiqatnamolik baholari ham.

Xulosada shuni ko'rsatib o'tamizki, parametrlar taqsimlanishining aniq tekshirilgan zichligi $\vec{\theta}$ ni faqat chiziqli parametrlashtirilgan modellar uchun qurish mumkin. Biroq kimyoviy - texnologiya jarayonlarining modellarining ko'pchiligi nochiziqli parametrlashtirilgan. Shuning uchun odatda parametrlar bo'yicha chiziqlantirish talab qilinadi.

3.5. Modellarning monandligini tekshirish

Modellarning monandlik mezonlari. Obyektning matematik modeli uni qabul qilingan taxminiy o'xshashlik doirasida aniqlash hisoblanadi. Shuning uchun ham model va obyektga olinadigan o'zgaruvchilarning qiymatlari bir - biridan farq qiladi. Bu yerda modellarni haqiqiy obyektga yaqinligini o'rnatish (modellarning monandlini o'rnatish) masalasi yuzaga keladi. Avvalo, monandlikka tekshirish va o'rnatishga yaqinlashish uchun obyekt va modellarning mosligi haqida xulosa

qilishga imkon beruvchi mezonlarni ishlab chiqish zarur. Ular asosan dispersiyaviy tahlil va qoldiqlar tahlili usullariga asoslanadi. Modellarning dispersiyaviy tahlili usuli $e_u^{(j)}(\vec{\theta}_j) = y_u^{(j)} - f^{(j)}(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j)$ qoldiq kattaliklarini o'lchash xatoliklarini tavsiflovchi e_u kattaliklar bilan solishtirish uchun ishlatiladi. Bunday solishtirishdan foydalanib, tadqiqodchi modelning umumiy monandligini o'rnatgani kabi keyinchalik ham modelning ahamiyatsiz a'zolarini o'chirish yordamida uni soddalashtiradi. Buning uchun javobning qiymatlari model bo'yicha hisoblanadigan yoyilma va tajriba ma'lumotlarining yoyilmasiga muvofiq tavsiflanuvchi kvadratlar yig'indisi kattaliklari hisoblanadi:

$$SS(1) = \sum_{u=1}^n y_u^2 \quad u \quad SS(2) = \sum_{u=1}^n \eta_u^{(j)^2} = \sum_{u=1}^n f_u^{(j)^2}, \quad (3.90)$$

Qoldiqlar deb ataluvchi $e_u^{(j)} = y_u - f_u^{(j)}$, ayirmalar o'zida tajriba ma'lumotlarini aniq tavsiflovchi modellarning noqobil chegaralarini namoyon qiladi. Ko'rinib turibdiki, agar sinalayotgan model haqiqiy bo'lsa, unda o'lchashlarning tajribaviy xatolari baholarida shubhasiz qoldiqlar bo'ladi. Shuning uchun ham modellarning tajriba natijalariga nomuvofiqligining umumiy o'lchami $SS(3)$ quyidagi ko'rinishda keltiriladi:

$$SS(3) = \sum_{u=1}^n (y_u - f_u^{(j)})^2, \quad (3.91)$$

Statistikada $SS(1)$ – kattalik kvadratlarning umumiy yig'indisi; $SS(2)$ – shartli regressiya kvadratlarining yig'indisi va $SS(3)$ – kvadratlarning qoldikli yig'indisi deb ataladi. Eng kichik kvadratlar usuliga asoslanib, hisoblangan yig'indilar uchun quyidagi tenglik to'g'riligi ko'rsatiladi:

$$SS(1) = SS(2) + SS(3). \quad (3.92)$$

Dispersiyaviy tahlilni o'tkazishda har bir o'lchash javobi bir erkinlik darajasi bilan yoziladi. Shundan kelib chiqib, yagona javobli vaziyatlar (chiqish o'zgaruvchilari bir marta o'lchanadigan vaziyatlar) uchun n tajribalarni tashkil qilishda kvadratlarning umumiy yig'indisi $SS(1)$ n erkinlik darajasiga ega bo'ladi; $SS(3)$ $(n - p_j)$ erkinlik darajasiga va $SS(2)$ p_j erkinlik darajasiga ega ($p_j - j$ modellardagi parametrlar soni, $SS(2)$ baholardan foydalanib hisoblanadigan yig'indi).

Tajribaning bir xil shartlarida o'lchashlar takroran o'tkazilganda kvadratlar yig'indisi $SS(4) = \sum_{u=1}^N (y_u - \bar{y})^2$, bu yerda $\bar{y} = \sum_{u=1}^N y_u / N$, o'lchash xatoliklari haqidagi barcha zaruriy axborotlardan tashkil topadi. Unda $SS(5)$ kattalik $SS(3)$ va $SS(4)$ o'rtasidagi farqqa teng bo'ladi, ya'ni

$$SS(5) = \sum_{u=1}^n (y_u - f_u^{(j)})^2 - \sum_{u=1}^N (y_u - \bar{y})^2, \quad (3.93)$$

modellarning tajriba natijalarini aks ettirish qobiliyatini aniqlaydi, qisqacha aytganda, kvadratlar yig'indisi $SS(5)$ modellarning monandlik darajasini tavsiflaydi, $SS(5)$ yig'indi qanchalik kichik bo'lsa, tajriba shunchalik yaxshi modelni aks ettiradi.

Agar tajriba o'tkazishning turli xil q shartlarining har birida tajribalar takroran o'tkazilsa, unda kvadratlar yig'indisi $SS(4)$ bir marta qaytariladigan tajribada $\tilde{n} - 1$ erkinlik darajasiga ega bo'ladi (bir erkinlik darajasi u baholar uchun ishlatiladi), shu vaqtda kvadratlar yig'indisi $SS(5)$ $n - p_j - q(\tilde{n} - 1)$ erkinlik darajasiga ega bo'ladi: oxirgi son xuddi qoldiq kvadratlarining yig'indisi $SS(3)$ va o'lchash xatoliklarining kvadratlari yig'indisi $SS(5)$ larning erkinlik darajalari sonlari orasidagi farq kabi aniqlanadi.

Mos erkinlik darajalariga bo'lingan, turli xil manbalar bilan shartli belgilangan kvadratlar yig'indisi mos dispersiyalarni aniqlaydi. Ko'rinib turibdiki, modellarning monandligi modellar monandligi dispersiyasini qayta tiklanish dispersiyasi (G – statistika) ga bo'lgan munosabatidan aniqlanishi mumkin. Agar bu munosabat katta bo'lsa (oxirgi o'lchami bo'yicha birdan katta), unda sinalayotgan model tajriba natijalarini aks ettirmasligi jihatidan yetarlicha jiddiy asosga ega bo'linadi.

Agar model obyektning xususiyatlarini to'g'ri aks ettirsa, unda tajriba qiymatlari va model bo'yicha olingan qiymatlarga mos keluvchi qiymatlar o'rtasidagi tafovut xuddi tasodifiy kattaliklar sifatida qaralishi mumkin. Unda monandlikni o'rnatish bir qancha statistik farazlarni tekshirish yordami bilan olib borilishi mumkin. Statistik farazlar bo'lib tasodifiy kattaliklar bosh to'plamlari nisbiy taqsimlanishining bir qancha farazlari tushuniladi. Statistik farazlarni tekshirish, tekshirilayotgan faraz to'g'ri bo'lishi aniqlanadigan tekshirishlar mezonlarining statistik ko'rsatkichlarni bu ko'rsatkichlarning tanlanma bo'yicha hisoblanadigan qiymatlari bilan solishtirishlarni o'z ichiga oladi. Farazni qabul qilish yoki qabul qilmaslik uchun to'g'ri faraz tanlanmalarning tahliliga asoslanib qabul qilinmaganligi ehtimolligini aniqlovchi qiymatlilik darajasi r (odatda 0.1 dan 5% gacha) beriladi.

Bir javobli modellarning monandligini Fisher mezoni yordamida baholash. Modellar bir javobli bo'lgan hollarda monandlik Fisher mezoni yordamida tekshirilishi mumkin (G – mezon). Buning uchun quyidagi munosabat topiladi:

$$F = \frac{S_{mon}^2}{S_{q.tik}^2}, \quad (3.94)$$

bu yerda, S_{mon}^2 , $S_{q.tik}^2$ – mos ravishda quyidagi tengliklardan aniqlanuvchi monandlik va qayta tiklanish dispersiyalari:

$$S_{mon}^2 = \frac{SS(5)}{f_{mon}} = \frac{SS(3) - SS(4)}{f_{mon}} \quad (3.95)$$

$$S_{q.tik}^2 = \frac{SS(4)}{f_{q.tik}} \quad (3.96)$$

Agar qayta tiklanish dispersiyasi tajribalarning alohida qatorlarida aniqlangan bo'lsa (p_j – j-nchi modelning o'rnatiladigan parametrlari soni), monandlik dispersiyasining erkinlik darajalari soni

$$f_{mon} = n - p_j, \quad (3.97)$$

va agar tajriba o'tkazishning q xil shartlarining har birida $\tilde{n}$ takroriy tajribalar o'tkazilsa

$$f_{mon} = n - p_j - q(\tilde{n} - 1), \quad (3.98)$$

bo'ladi.

$\tilde{n}$ takroriy tajribalarning alohida qatorlari o'tkazilayotgan hollarda qayta tiklanish dispersiyasining erkinlik darajalari soni,

$$f_{q.tik} = \tilde{n} - 1, \quad (3.99)$$

Tajribaning q turli shartlarining har birida n tajribalar bajarilgan hollarda u quyidagiga teng bo'ladi:

$$f_{q.tik} = q(\tilde{n} - 1). \quad (3.100)$$

Bunda tekshiriladigan asosiy faraz quyidagidan tashkil topadi: tanlanmali dispersiyalarni bir yoki boshqa bosh dispersiyalarning baholari bilan solishtiriladigan deb hisoblash mumkinmi? Agar mumkin bo'lsa, unda dispersiyalar bir-biridan ahamiyatsiz darajada farq qiladi. Model bo'yicha

hisoblangan $f(\vec{\theta}, \vec{x})$ qiymat tajribaviy y_u bilan qoniqarli darajada mos tushadi va model obyektga tajriba aniqligi chegarasida monand bo‘ladi. Aks holda model obyektga monand emas. Dispersiyalarning farqlari mezon sifatida ba’zan tasodifiy kattaliklarning v^2 taqsimlanishi uchun aniqlangan Fisher mezon (G – mezon) dan foydalaniladi. Bunda G – taqsimlanish (v^2 taqsimlanish) faqat f_{mon} va $f_{q.tik}$ erkinlik darajalari sonlariga bog‘liq.

G – taqsimlanishning turli f_{mon} va $f_{q.tik}$ erkinlik darajalari uchun qiymatlari statistika adabiyotlarida keltirilgan.

$$\text{Agar } F = \frac{S_{mon}^2}{S_{q.tik}^2} \text{ qiymatlilik darajasi } r \text{ hamda } f_1 = f_{mon} \text{ va } f_2 = f_{q.tik}$$

erkinlik darajalari sonlari uchun $F_{1-p}(f_1, f_2)$ Fisher mezonining kam miqdordagi jadval qiymatiga ega bo‘lsa, unda faraz to‘g‘ri bo‘ladi, ya’ni S_{mon}^2 va $S_{q.tik}^2$ dispersiyalar bir-biridan ahamiyatsiz darajada farq qiladi va model obyektga monand bo‘ladi.

Nisbiy o‘rtacha qiymatli modellarning bahosi. Parallel tajribalar va qayta tiklanish dispersiyalari bo‘lmaganda modellar sifatini S_{mon}^2 va nisbiy o‘rtacha dispersiya

$$S_{o'r}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}, \text{ bunda } \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.101)$$

larni solishtirib baholash mumkin.

Buning uchun Fisher mezonidan foydalaniladi va tekshirilayotgan u o‘zgaruvchining nisbiy o‘rtacha qiymatini yoyilish bilan solishtirganda model bo‘yicha olingan nisbiy natijadan yoyilish necha marta kamayganligini ko‘rsatuvchi nisbat quyidagini tashkil qiladi:

$$F = \frac{S_{o'r}^2(f_1)}{S_{fl}^2(f_2)} \quad (3.102)$$

Xuddi oldingi holdagi kabi tanlanmaviy dispersiya munosabati $S_{o'r}^2 / S_{mon}^2$ Fisher mezonining berilgan qiymatlilik darajasi r uchun olingan jadvaldagi qiymati $F_{1-p}^{jad}(f_{o'r}, f_{ad})$ bilan solishtiriladi. Agar

$$\frac{S_{o'r}^2}{S_{mon}^2} > F_{1-p}^{jad}(f_{o'r}, f_{mon}), \quad (3.103)$$

bo'lsa, unda dispersiyalar bir-biridan ahamiyatsiz darajada farq qiladi, shuningdek, $S_{o'r}^2$ va S_{mon}^2 dispersiyaning u yoki bu bosh to'plamga tegishliligi to'g'risidagi faraz ham to'g'ri bo'ladi. Unda o'rtacha qiymat bilan bir xil bashorat qilish imkoniga ega bo'lgan modeldan foydalanish maqsadga muvofiq emas, lekin model sifatida doimiy kattalikdan foydalanish qulayroq. Aksincha, agar

$$\frac{S_{o'r}^2}{S_{mon}^2} > F_{1-p}^{jad}(f_{o'r}, f_{mon}), \quad (3.104)$$

bo'lsa, unda dispersiyalar bir-biridan ahamiyatli darajada farq qiladi (chunki $S_{o'r}^2 > S_{mon}^2$). Model sifatida doimiy kattalikni qabul qilish mumkin emas va tekshiriladigan modellardan foydalanish maqsadga muvofiq.

Ko'rib chiqilgan tekshirish ba'zan modellardan foydalanishning maqsadga muvofiqligini tekshirish deb ataladi.

Taqsimot qonuni haqidagi gipotezalarni χ^2 – mezon va w^2 – mezon yordamida tekshirish. Agar biror bir kattaliklarning (tajribadan olinadigan) tanlanmaviy taqsimot qonuni va bosh to'plam (modelda aniqlanadigan) ning taqsimot qonuniga ega bo'linsa, unda modelning tajribaga monandligini

mo‘ljallangan taqsimot qonuni haqidagi gipotezani tekshirish yo‘li bilan o‘rnatish mumkin. Mezonlar yordamida amalga oshiriluvchi tekshirish gipotezadagi xatolarni emas, balki gipotetik taqsimot qonunida tasodifiy sabablar bilan ko‘rib chiqilayotgan tanlanmada og‘ishlar kuzatilishi ehtimolligini aniqlaydi. Agar bu ehtimollik katta bo‘lsa, unda gipotetik taqsimot qonunidan og‘ish tasodifiyligini bilishga olib keladi va aniqlanilayotgan modelga taklif qilinayotgan taqsimot qonuni haqidagi gipoteza inkor qilinmaydi. Ba’zida statistik gipotezani tekshirish mezoni sifatida Pirson mezoni (χ^2 -mezon) ishlatiladi.

χ^2 – mezonni qo‘llash uchun n hajmli tanlanmadagi tasodifiy kattaliklarning diapazonini k intervallarga bo‘lib chiqiladi. K intervallarning soni odatda tanlanmaning hajmidan kelib chiqib taxminan 8 dan 20 gacha qilib beriladi va har bir intervalda 5—8 tadan nuqta bo‘ladi. i -nchi intervalga to‘g‘ri keluvchi tanlanma elementlarining sonini n_i orqali belgilaymiz. i -nchi intervalga X tasodifiy kattalikning to‘g‘ri kelishining nazariy ehtimolligi (modellar bo‘yicha) p_i ga teng. Unda nazariy jihatdan tanlanmali taqsimotdan og‘ishni tavsiflovchi kattalik quyidagicha aniqlanadi:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \quad (3.105)$$

So‘ngi yig‘indi $f = k - c - 1$ erkinlik darajali χ^2 taqsimlanishga ega (s – modellarning tanlanma bo‘yicha aniqlanayotgan parametrlar soni).

Agar berilgan qiymatlilik darajasi r da

$$\chi^2 < \chi_{1-p}^{2jad}(f), \quad (3.106)$$

bo‘lsa, qabul qilingan taqsimot qonuni haqidagi gipoteza qabul qilinadi, bu yerda $\chi_{1-p}^{2jad} - r$ qiymatlilik darajasi uchun χ^2 – taqsimotning kvantili.

Sezamizki, χ^2 – taqsimotdan foydalanish uchun tanlanmaning hajmi yetarli darajada katta ($n \geq 50$) bo‘lishi maqsadga muvofiqdir.

w^2 – mezon (Kramer — Mizes – Smirnov mezoni) χ^2 – mezondan farqli ravishda X tasodifiy kattaliklarning bevosita kuzatiladigan guruhlashtirilmagan qiymatlariga asoslanadi.

X tasodifiy kattaliklarning n hajmli tanlanmasiga ega bo‘lsin. Tasodifiy kattaliklarning taqsimot funksiyasi $F(x)$ ning mavjudligi haqidagi gipoteza tekshiriladi. Empirik taqsimot funksiyasi $F_n(x)$ ni taklif qilinayotgan nazariy $F(x)$ (modellar bo‘yicha) bilan solishtirish uchun quyidagi kattalikni ko‘rib chiqamiz:

$$w^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - F(x)]^2 dF(x). \quad (3.107)$$

Integrallash sohasini $(-\infty, x_1), (x_1, x_2), \dots$, qismlarga ajratib, quyidagi ifodaga o‘tamiz:

$$w^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(x_i) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad (3.108)$$

$n > 40$ da ko‘paytmaning taqsimlanishi taxminan, jadval tuzish uchun olinadigan taqsimlanishga yaqin bo‘ladi.

Agar hisoblangan nw_n^2 qiymat jadvaldagi nw_{1-p}^2 dan kichik bo‘lsa, unda nazariy taqsimot qonuni $F(x)$ ning tanlanmaviy $f_n(x)$ bilan mos kelishi to‘g‘risidagi gipoteza qabul qilinadi.

Modellarning alohida tashkil etuvchilarini ahamiyatliligini tahlili. Bir javobli modellarning monandligini tekshirishning bayon qilingan protseduralari ham ularning alohida a‘zolarining statistik ahamiyatliligini kafolatlay olmaydi. Shundan kelib chiqib, modellarning tashkil etuvchilarini yanada batafsil tekshirish

lozim. Buning uchun qo'shimcha tarzda tashkil etuvchilar qatoriga shartli regressiya kvadratlarining yig'indisi kiritiladi. Bunda odatda tahlilni osonlashtirish uchun shartli, umumiy regressiyali modellar va a'zolari bittadan yoki guruhlab tanlanadigan soddalashtirilgan modellardagi kvadratlar yig'indisi hisoblanadi. Bu ikki kvadratlar yig'indilari orasidagi farq o'zida modellarning sinalayotgan komponentlariga bo'lgan ta'sirni tavsiflovchi kvadratlar yig'indisini namoyon qiladi. Ma'lumki, monand modellar uchun qoldiqlarning o'rtacha kvadrati qayta tiklanish dispersiyasini tavsiflaydi va quyidagi shart bajariladi:

$$\frac{SS(6)}{SS(5)} > F_a(1, n - p_j - q(n - 1)), \quad (3.109)$$

bu yerda, $SS(6)$ – modellarning sinalayotgan shartli komponentlarining o'rtacha kvadrati, $SS(5)$ esa – modellarning sinalayotgan komponentlarini ahamiyatliligini aniqlovchi qoldiqlarning o'rtacha kvadrati. Ko'rinib turibdiki, bunday sinovlarni matematik modelning barcha a'zolari (komponentlari) uchun o'tkazilishi kerak.

Dispersiyaviy tahlilning natijalari shunchaki modellarning umumiy afzalliklari yoki uning alohida a'zolarining ahamiyatliligi haqida xulosa chiqarishga imkon beradi. So'nggi monandlik ham, hattoki agar Fisher tipidagi mezonlar modellarning tajriba ma'lumotlari bilan mosligini ko'rsatgan taqdirda ham katta o'ringa ega bo'lishi mumkin. Buning uchun modellar ustida qoldiqlarning tahlili usuli yordami amalga oshiriladigan yanada batafsilroq sinovlarni o'tkazishni talab qilinadi.

$e_u = y_u - f^{(j)}(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j)$ qoldiqlar xuddi tasodifiy kattaliklar kabi to'liq aniqlangan ehtimollarning σ_{qol}^2 taqsimot funksiyasiga ega, sababi u amaliyotda uchratiladigan ko'p hollarda o'zida nolli o'rtacha va dispersiyali normal taqsimot funksiyalarini namoyon qiladi. Ko'rinib turibdiki, faqat biror bir taqsimot funksiyalarining bitta tavsifi (Fisher mezoni uchun bunday tavsif dispersiya

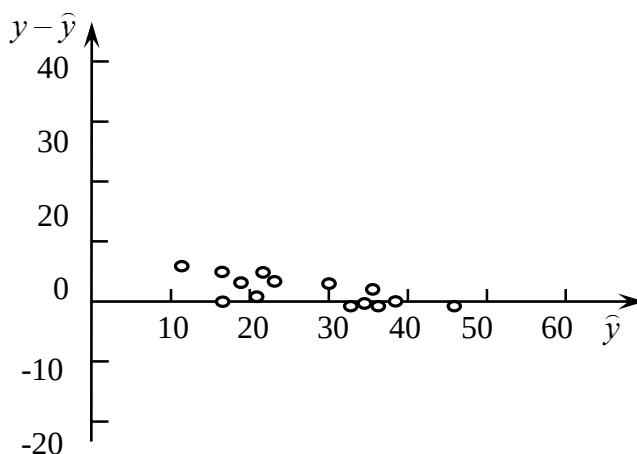
hisoblanadi) bo'yicha modellarning monandiligini o'rnatish modellar monandligining to'liq kafolatini bera olmaydi. Shuning uchun ham tajriba ma'lumotlariga ega modellarni majmuaviy tekshirish uchun yo ko'p sonli tajribalarni o'tkazishni talab qiluvchi ehtimolliklar taqsimotining barcha funksiyalaridan, yo uning asosiy tavsiflaridan foydalanish lozim. Ba'zan bunday tekshirish qoldiqlar taqsimoti normalligining tahlili va ularda tasodifiy bo'lmagan tashkil etuvchilar qatnashmasligining tahlilini amalga oshiradi.

Taqsimot normalligining tahlilida qoldiqlarning sonli qiymatlaridan kelib chiqib, qoldiqlar paydo bo'lishini normal chastotalari taqsimotining gistogrammasi quriladi. O'xshash gistogrammalar taxminan normal taqsimlanish qonuniga javob berishi kerak. Bunda normallik haqidagi gipoteza turli statistik mezonlar bo'yicha tekshirilgan bo'lishi mumkin. Ular bilan bir qatorda qo'shimcha ravishda tanlanmaviy taqsimotning matematik kutilmasini nolga tengligi haqidagi gipotezasi ham tekshiriladi va grafik usullar kabi chiziqli yoki nochiziqli regressiya tahlilidan ham foydalaniladi.

Qoldiqlarda tasodifiy bo'lmagan tashkil etuvchilarning qatnashmasligining tahlili, modellarning tajriba ma'lumotlari bilan muvofiqligini o'rnatish imkonini beradigan, qoldiqlarni javobning oldindan aytilgan qiymatlari bilan grafik bog'liqligini tuzish va o'rganish yordamida amalga oshiriladi. Masalan, javoblar grafigi (3.2 - rasm) ning tahlili natijalaridan bevosita modellarning umumiy monandligiga javoblarning kichik va kattaliklari uchun e_u javoblarni balanslash hisobiga erishilishi kelib chiqadi. Shundan kelib chiqib, model xuddi monand bo'lmagan kabi qabul qilinmasligi lozim. Qoldiqlarni model bo'yicha hisoblangan javoblarning qiymatlari bilan grafik bog'liqligining tahlili o'lchash xatoliklarining tavsiflariga nisbatan boshlang'ich statistik xabarlar (posilok)ning saqlanishi, xususan, tajribalashtirishning (3.3-rasm) tanlangan sohasidagi qayta tiklanish dispersiyalarini doimiylik shartining nisbiy saqlanishi haqida qo'shimcha axborotlar olish imkonini beradi.

Bunda, agar misol uchun, bunday grafiklarda qoldiq kattaliklarning yoyilmasi monoton oshsa, yoki monoton kamaysa, unda xatolarning qayta tiklanish

dispersiyasi o'zgaruvchan kattalik hisoblanadi va o'zgaruvchan vazn koeffitsiyentlarida eng kichik kvadratlar usulidan foydalanish yoki dispersiyalar doimiyligini saqlash uchun $\eta = f^{(j)}(\vec{x}, \vec{\theta}_j)$ o'zgaruvchili o'zgartirish o'tkazish lozim.

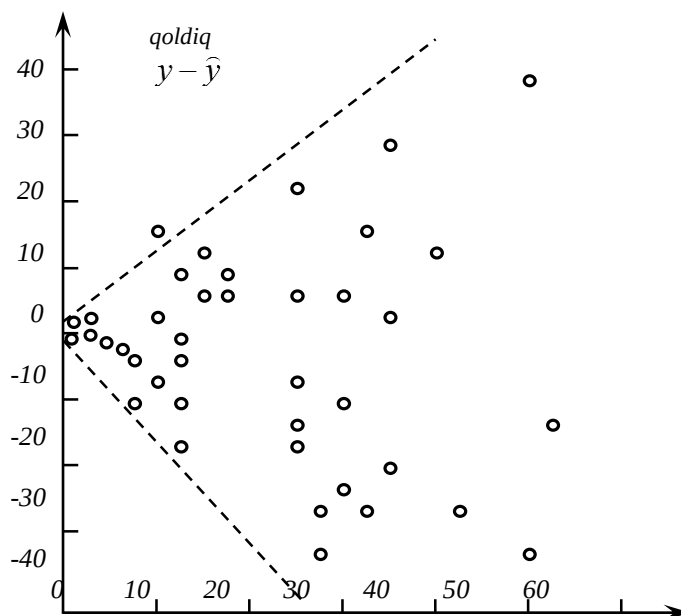


3.2-rasm. Qoldiqlarni javobning oldindan aytilgan qiymatlari bilan bog'liqligi.

Qoldiqlarning boshqariluvchan o'zgaruvchilar va vaqt bilan grafik bog'liqligini qurish, shuningdek, parametrlar baholarining boshqariluvchan o'zgaruvchilar bilan grafik bog'liqligini qurish o'xshash tarzda, modellarda yashirin monandlik bo'lishi mumkinligi haqida muhim axborotlarni olish imkonini beradi. Buning uchun qoldiqlarning mustaqil boshqariluvchan o'zgaruvchilar darajalari bilan bog'liqligi grafigi tadqiq qilinadi. O'xshash bog'liqliklarni batafsil tadqiq qilish modellarning tajriba ma'lumotlari bilan mosligini sifatli tahlilini o'tkazish, shuningdek, bo'lishi mumkin bo'lgan nomonandlikni bartaraf qilish yo'llarini belgilash imkonini beradi.

Ko'p javobli modellarning monandligini o'rnatish. Ko'p javobli modellarning monandligini o'rnatish protsedurasi ahamiyatli darajada murakkab va tajriba axborotlari hajmidan ko'proq foydalanishni talab qiladi, bu yerda bir javoblilik holatlariga teskari ravishda ikki dispersiyalarning tengligi haqidagi

emas, balki ikki kovariatsion matritsalar $\sum_1$ u $\sum$ ning tengligi haqidagi gipotezaning tekshirilishi talab qilinadi.



3.3-rasm. Javobning qoldiqlarning kattaliklariga ta'siri

$\sum_1$ matritsasi $\sum_1 = A_1 \bar{\theta}_j / (n - p_j)$ ifodasi orqali aniqlanadi, bu yerda n – o'lchashlarning umumiy soni; p_j – modellar parametrlarining baholari uchun zaruriy tajribalarning minimal soni;

$$A_1(\bar{\theta}_j) = \sum_{u=1}^n \bar{e}_u(\bar{\theta}_j^+) \bar{e}_u^T(\bar{\theta}_j^+).$$

O'lchashlarning tanlanmaviy kovariatsiya matritsasi $\sum$ quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$\sum = \sum_{u=1}^{n_2} (\bar{y}_u - \bar{y})(\bar{y}_u - \bar{y})^T / (n_2 - 1) = A / (n_2 - 1), \quad (3.110)$$

bu yerda $\vec{y}_1, \dots, \vec{y}_{n_2} - \vec{y} = \sum_{u=1}^{n_2} \vec{y}_u / n_2$. hajmning takroriy tanlanmasi.

$H: \sum_1 = \sum$ gipotezalarni tekshirish uchun ba'zan quyidagi ko'rinishga ega bo'lgan Barlett V_1 statistikasi foydalaniladi:

$$V_1 = \frac{\det(A_2^{0,5n_1} \det(A_1(\theta_1)))^{0,5(n-p_j)}}{\det(A)^{0,5n_3}} \quad (3.111)$$

bu yerda, $A = A_1(\vec{\theta}_1) + A_2$; $n_1 = n_2 - 1$; $n_3 = n_1 + n - p_j$.

Biroq foydalanishda V_1 dan emas, balki uning funksiyasi hisoblanuvchi W_1 kattalikdan foydalanish qulay

$$W_1 = V_1 \left[\left(\frac{1}{k_1} \right)^{k_1} \left(\frac{1}{k_2} \right)^{k_2} \right]^{(1/2)pn_3} \quad (3.112)$$

Bu yerda $k_2 = n_1 / n_2$; $k_2 = (n - p_j) / n_3$; $k_1 + k_2 = 1$; $k_1 > 0$; $k_2 > 0$ va $r - \sum_1 u \sum$ matritsalar qator (ustunlar soniga mos) larining soni.

Agar

$$P\{-\rho \lg W_1 \leq z\} = P\{\chi_F^2 \leq z\} + P[\{\chi_{F+4}^2 \leq z\} + P\{\chi_F^2 \leq z\}] + O(n^{-3}) \geq 1 - a, \quad (3.113)$$

bo'lsa, gipoteza $\underline{N}$ tajriba natijalari bilan mos keluvchilar kabi qabul qilinadi, bu yerda a – ahamiyatlilikning tanlangan darajasi;

$\chi_F^2 - f$ erkinlik darajasiga ega χ^2 qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy o'zgaruvchi;

bunda,

$$f = 0,5p(p+1), \quad (3.114)$$

$$p = 1 - \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n - p_j} + \frac{1}{n_3} \right) \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p + 1)}, \quad (3.115)$$

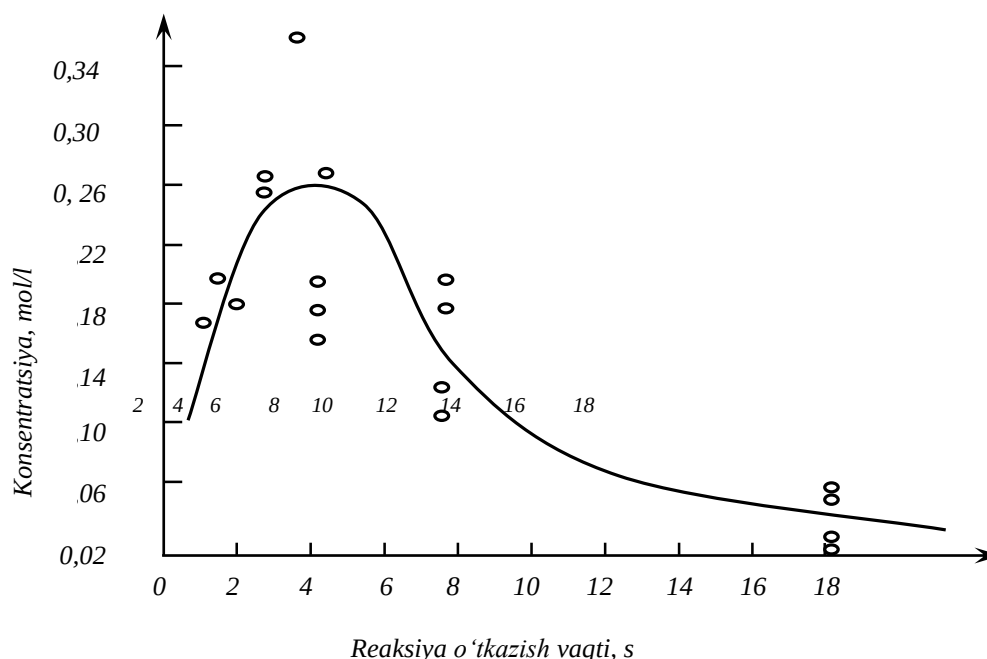
$$w^2 = \frac{p(p + 1)}{48\rho^2} [(p - 1)(p + 2)(1/n_1^2 + 1)(n - p_j) - 1/(n)^2) - 6(1 - \rho)^2]. \quad (3.116)$$

1-misol. Izlanayotgan parametrning bahosiga ketma-ket yaqinlashish usulidan foydalanib, to'liq aralashtirish apparatiga oqib keluvchi monomolekular reaksiya $A \xrightarrow{\theta_1} B \xrightarrow{\theta_2} C$, larning θ_1 va θ_2 parametrlarini baholash amalga oshirilsin.

V mahsulot konsentratsiyasining vaqt bo'yicha o'zgarishini quyidagi ko'rinishda keltirish mumkin,

$$C_B = \frac{\theta_1}{\theta_1 - \theta_2} (e^{-\theta_2 t} - e^{-\theta_1 t}), \quad (3.117)$$

bu yerda, t — jarayonning kechish vaqti. (3.117) munosabat ko'ra, apparatga birinchi faqat A modda solinadi va uning boshlang'ich konsentratsiyasi 1 mol/l ga teng. B va S moddalarning boshlang'ich konsentratsiyalari nolga teng. Ushbu



3.4-rasm. Regressiya egri chizig'i va o'lchash.

holdagi parametrik identifikatsiyalash masalasi algebraik modellardagi parametrlarni baholash masalasiga olib kelinadi.

Yechilishi. Cg o'lchashlar oltita vaqt nuqtalarida amalga oshiriladi deb hisoblaymiz, ya'ni $\vec{x} = (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6)^T = (0,5; 1; 2; 4; 8; 16)^T$ bo'lganligi sababli har bir $t_i = (i = 1, \dots, 6)$ nuqtada to'rt marta takroriy tajribalarni o'tkazish nazarda tutiladi. Bu tajribalarning natijalari bo'yicha eng kichik kvadratlar usuli yordamida parametrlarining baholari olinadi: $\theta_1 = 0,2116$, $\theta_2 = 0,4461$ -regressiya egri chizig'i va o'lchash natijalari 3.4-rasmda tasvirlangan. An'anaviy protseduradan foydalanib, θ_1 va θ_2 uchun 95 % li ishonchli intervalni topamiz va shunga muvofiq $0,2116 \pm 0,0533 = (0,1583, 0,2649)$ va $0,4461 \pm 0,1100 = (0,3361, 0,5561)$ ni olamiz. 3.5- rasmda θ_1 va θ_2 uchun 95 % li ishonchli soha (tutash egri chiziq) tasvirlangan. Bu soha elliptik ham asimmetrik ham emas.

Endi parametrlarni baholash hamda ishonchli interval va sohani qurish uchun izlanayotgan parametr bahosiga ketma-ket yaqinlashish usulidan foydalanamiz ((3.80) – (8.84) munosabatlar). $n = g = 24$ ni belgilab olamiz; shunday qilib soxta baholarni hisoblashdagi bitta kuzatish ketmaketligi olib tashlanadi. Bu 24 ta soxta baholar (2.80) formula bo'yicha hisoblanadi. Birinchi soxta bahoni olgach, birinchi kuzatishni o'lchashlar to'plamidan o'chirib tashlaymiz va qolgan o'lchashlar bo'yicha θ_1 va θ_2 uchun baholarni eng kichik kvadratlar usuli bilan topamiz. Natijada $\theta_{-1} = (0,2191, 0,4529)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerdan θ_1 soxta baholarning qiymatlarini olamiz:

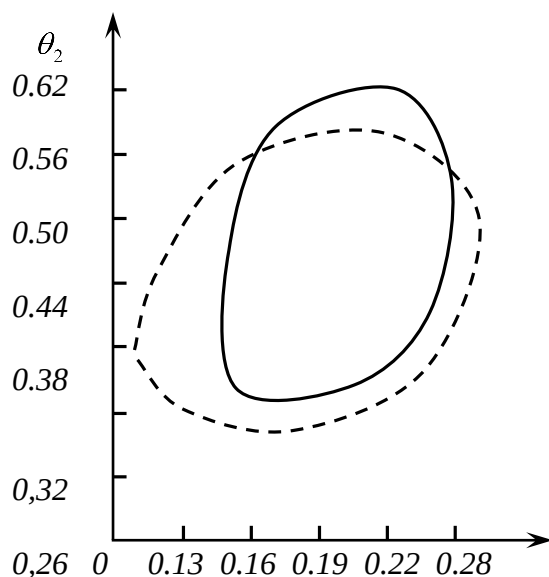
$$\hat{\vec{\theta}}_1 = 24(0,2116, 0,4461) - 32(0,2191, 0,4529) = (0,0395, 0,2907).$$

3.1-jadvalda 24 ta soxta baholarning barchasi keltirilgan. Izlanayotgan parametrning bahosiga ketma-ket yaqinlashish usuli bilan topiladigan $\vec{\theta}$ vektorning bahosi $\vec{\theta}_i$ ($i = \overline{1, 24}$) yoki $\vec{\theta}_j = (0,2103, 0,4443)$ to'plamlarning

o'rtacha qiymatiga teng. Dispersiyaviy - kovariatsiya matritsa $\vec{\theta}_j$ ham soxta xatolarning tanlanmali dispersiyaviy - kovariatsiya matritsalarini to'plamining o'rtacha qiymatiga teng, ya'ni

$$\frac{1}{24}S = \frac{1}{24} \begin{Bmatrix} 0,02022 & 0,01536 \\ 0,01536 & 0,06441 \end{Bmatrix} = 10^{-4} \begin{Bmatrix} 8,34 & 6,40 \\ 6,40 & 26,84 \end{Bmatrix}.$$

θ_1 va θ_2 uchun 95 % li ishonchli intervalni topamiz va mos ravishda $0,2103 \pm 0,06019 - (0,1501, 0,2705)$ i $0,4443 + 0,1075 = (0,3368, 0,5518)$ ni olamiz.



3.5-rasm. θ_1 va θ_2 parametr baholarining birgalikdagi ishonchli sohalari.

— noxiziqli eng kichik kvadratlar usuli;

----- — izlanayotgan parametr bahosiga ketma-ket yaqinlashish usuli.

θ_1 va θ_2 uchun izlanayotgan parametr bahosiga ketma - ket yaqinlashish usuli bilan topilgan ishonchli soha uzoq chiziqli egri chiziqlarning ichki sohasi

ko‘rinishida keltirilgan. Bu ishonchli soha elliptikdir. Xususan, 3.5-rasmdan θ_1 va θ_2 uchun ishonchli soha sezilarli farq qilsa ham, ularning shaxsiy ishonchli intervallari amaliy jihatdan mos kelishi kelib chiqadi.

3.1-jadval

Soxta baholarning tartibi	Parametrlar		Soxta baholarning tartibi	Parametrlar	
	θ_1	θ_2		θ_1	θ_2
1	0,0395	0,2907	13	0,1161	0,7626
2	0,1187	0,3620	14	0,1793	0,6762
3	0,0411	0,2921	15	0,2320	0,2821
4	0,1359	0,3775	16	0,1470	0,8789
5	0,2126	0,4466	17	0,2823	0,6977
6	0,2803	0,4936	18	0,0026	0,0757
7	0,1134	0,4471	19	0,0756	0,0270
8	0,3712	0,5571	20	0,3392	0,9037
9	0,6897	0,4816	21	0,1713	0,3614
10	0,0915	0,4448	22	0,2385	0,5029
11	0,3108	0,4492	23	0,1629	0,3440
12	0,3261	0,4500	24	0,2198	0,4635

θ_1 va θ_2 parametrlarning soxta baholari

2-misol. Gidrodinamika rektifikatsiya kolonnasining tarelkalaridagi suyuqlik oqimini tadqiq qildi. Trasser kiritishdi va tarelkaning chiqishidagi javobni o‘lchashdi. Suyuqlik oqimi harakatini tavsiflash uchun bitta o‘rnatiluvchi parametr – yacheykalar sonidan tashkil topadigan yacheykali model taklif qilindi. Tajriba ma’lumotlaridan kelib chiqib, yacheykalar soni 6 ga teng qilib o‘rnatildi. Yacheykali modelning tajriba bilan monandligini o‘rnatish talab qilinadi.

Tajriba natijalari va model bo‘yicha hisoblar 3.2-jadvalda keltirilgan.

Qayta tiklanish dispersiyasining baholari uchun tajribalarning alohida seriyalari berilgan (3.3-jadval).

Model bo'yicha hisob va tajriba natijalari

3.2-jadval

τ , min	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$C \text{ } \frac{r}{n}$	3	30	135	253	266	210	135	77	43	26
$C \text{ } \frac{r}{n}$	4,9	54	143	210	223	194	145	99	62	36
τ , min	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$C \text{ } \frac{r}{n}$	17	12	9	7	5	3	2	1,5	1	0
$C \text{ } \frac{r}{n}$	20	11	6	3	1,4	0,7	0,3	0,2	0,1	0,03

O'zgarmas shartlarda tajriba seriyalaridagi konsentratsiyalarning qiymatlari

3.3-jadval

Tajriba raqami	1	2	3	4	5	6
$C_E, \frac{r}{n}$	25	18	22	29	35	23

Yechimi. Fisher mezonidan foydalanib monandlikni o'rnatamiz. G nisbatni tuzamiz:

$$F = \frac{S_{mon}^2}{S_{q.tik}^2},$$

Avval uning qiymatini mavjud tanlanma bo'yicha topib, monandlik va qayta tiklanish dispersiyalarining qiymatlarini hisoblaymiz:

$$S_{mon}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (C_i^E - C_i^p)^2}{n - p} = \frac{5701,3}{20 - 1} = 300,1 \quad (3.118)$$

$$S_{q.tik}^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 (C_i^E - \bar{C})^2}{m-1} = 35,6 \quad (3.119)$$

bu yerda, $\bar{C}$ – konsentratsiyaning qayta tiklanish bahosi bo'yicha tajriba seriyalaridagi o'rtacha qiymati bo'lib quyidagiga teng

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^6 C_i^E}{6} = 25,3 \quad (3.120)$$

$n - p$ *ea* $(m - 1)$ – monandlik va qayta tiklanish dispersiyalariga mos keluvchi erkinlik darajalari soni.

Endi F -nisbat kattalikni topamiz:

$$F = \frac{S_{mon}^2}{S_{q.tik}^2} = 8,4 \quad (3.121)$$

Fisher mezonining 19 va 5 erkinlik darajalari hamda $\alpha = 0,01$ ahamiyatlilik qiymatiga to'g'ri keluvchi jadval qiymati $F < F_{001}^{jad} (19,5) = 9.5$ ni tashkil etadi. Shunday qilib tanlanmali nisbat $F < F_{001}^{jad} (19,5)$ va shundan kelib chiqib yacheykali model tajribaga monand bo'ladi.

Nisbiy o'rtacha $S_{o'r}^2$ dispersiya va S_{mon}^2 monandlik dispersiyalarini solishtirib, rektifikatsiya tarelkalaridagi suyuqlik oqimining harakatini tavsiflash uchun yacheykali modeldan foydalanishning maqsadga muvofiqligini baholaymiz. Buning uchun G' nisbatni

$$F = \frac{S_{o'r}^2}{S_{mon}^2} \quad (3.122)$$

ko'rinishida tuzib olamiz. Bu yerda

$$S_{o'r}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (C_i^E - C_i)^2}{n-1} = 7837,5 \quad (3.123)$$

$\bar{C}$ esa barcha 20 ta tajribalarning oʻrtacha konsentratsiyasi kabi aniqlanadi, yaʼni

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^{20} C_i^E}{20} = 60,8 \quad (3.124)$$

F nisbat kattaligini topamiz:

$$F = \frac{7837,5}{300,1} = 26,1. \quad (3.125)$$

19 va 19 erkinlik darajalari uchun Fisher mezonining mos jadval qiymati $F^{jad}(19,19) = 3.0$ ni tashkil qiladi va $F > F^{jad}$ boʻlganligi uchun yacheykali modeldan foydalanish maqsadga muvofiq.

O'z - o'zini tekshirish uchun topshiriq

1. Matematik modellarni identifikatsiyalashga ta'rif bering.
2. Identifikatsiyalash masalalarini yechish uchun qanday tajriba ma'lumotlari zarur?
3. Strukturaviy identifikatsiya nima?
4. Parametrik identifikatsiya nima?
5. Matematik modellarni identifikatsiyalash masalasini yechish algoritmini keltiring.

6. EKKU ning matritsali nisbatidan foydalanib $\hat{\bar{y}} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j$

tenglamaning koeffitsiyentlarini hisoblash uchun formula oling. Quyidagi tenglama koeffitsiyentlarining dispersiyasi qanday hisoblanadi:

$$\hat{\bar{y}} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j$$

IV bob. TEXNOLOGIYA JARAYONLARINING MATEMATIK MODELLARINI OPTIMALLASHTIRISH

4.1. Optimallashtirish masalasining qo'yilishi

Optimallashtirish – bu kimyoviy jarayonni amalga oshirishning eng yaxshi shartlarini topish protsedurasi.

Optimallashtirish masalasi xuddi ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning ekstremumlarini qidirishning matematik masalasi kabi qaraladi. Ko'p o'zgaruvchilar uchun optimallashtirish masalasining ifodalanishi:

Optimallashtirilayotgan $\bar{u}$ o'zgaruvchilarning (optimallashtirish resurslari) $\bar{u}^{rux.et.}$ ta'rifining ruxsat etilgan sohasidagi, optimallik mezonining ekstremum (eng katta yoki eng kichik) kattaliklarini ta'minlovchi qiymatini topish lozim.

Natijada optimallashtirish masalasini quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$opt R(\bar{y})$$

$$\bar{u} \in \bar{u}^{rux.}$$

Chiqish o'zgaruvchisi $\bar{y}$ bilan boshqa o'zgaruvchilarning bog'liqligi fizik - kimyoviy operatorli aks ettirish bilan beriladi: $\bar{y} = \Omega(\bar{x})\Omega(\bar{u}, \bar{x})$

bu yerda modellashtirilayotgan obyektning holatini aniqlovchi kirish o'zgaruvchisi $\bar{x}$ ikki guruhdagi o'zgaruvchilarga ajratiladi: $\bar{u}$ – nazorat qilish va rostdash mumkin bo'lgan optimallashtiriluvchi o'zgaruvchi va $\bar{x}$ – nazorat qilinadigan, lekin rostlanmaydigan o'zgaruvchi (xuddi optimallashtirish resurslari kabi ishlatib bo'lmaydi).

Natijada optimallashtirish masalasi quyidagi ko'rinishda keltiriladi:

$$opt R(\bar{u})$$

$$\bar{u} \in \bar{u}^{rux.}$$

Optimallashtirilayotgan $\bar{u}$ o'zgaruvchi va $\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilariga chegaralanishlar qo'yish mumkin (o'zgaruvchilarni faqat ma'lum chegaralarda o'zgartirish imkonini).

Amaliyotda optimallashtirish masalalarini yechishda $\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilari yo tajriba ma'lumotlari – optimallashtirishning tajribaviy – statistika usulidan yo jarayonlarning matematik modellari – optimallashtirishning sonli usuli yordamida aniqlanadi.

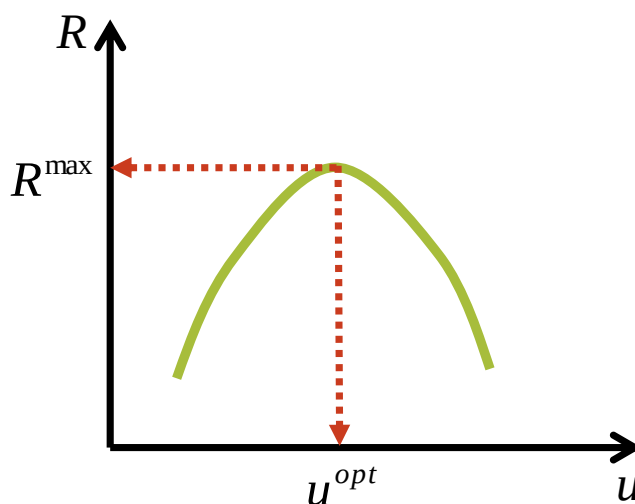
Matematik modellar ushbu holda funksional operatorli aks ettirish yordamida ifodalanadi:

$$\bar{y} = \Phi(\bar{u}, \bar{x})$$

$\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilarining vektorini matematik modellar bo'yicha hisoblashda olingan $\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilari baholarining vektoriga almashtirish optimallashtirish masalasiga xuddi kompyuterda ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning ekstremumlarini qidirishning matematik masalalari kabi qarash imkonini beradi.

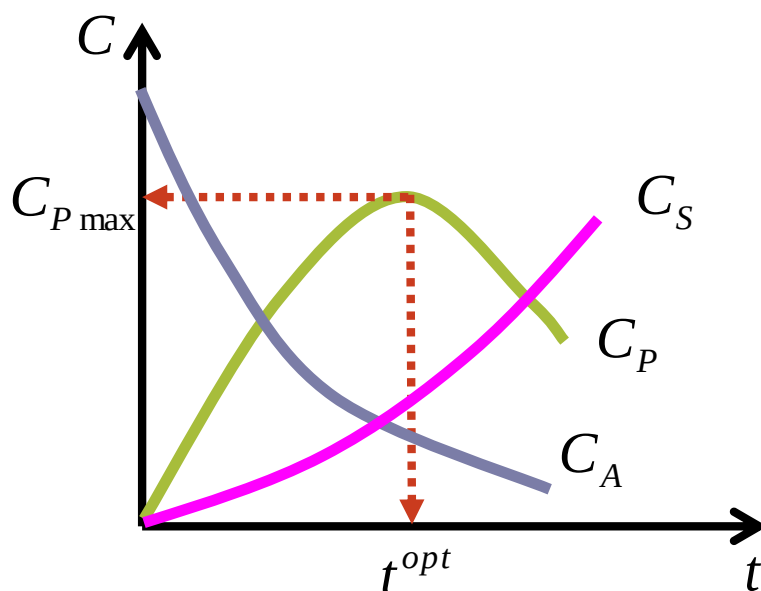
Masala: $R = R(u)$ funksiyaning maksimumini aniqlash

Yechish natijalari: u^{opt}, R^{max}



Misol:

Quyidagi rasmda keltirilgan komponentlar konsentratsiyalarining o'zgarishini $A \rightarrow P \rightarrow S$ ketma-ket reaksiyalari uchun quyidagi optimallashtirish masalasini ifodalash mumkin: R oraliq mahsulotning konsentratsiyasi maksimal bo'lganda reaksiyaning optimal vaqti (t_{opt}) ni toping.



Optimallashtirish masalasini yechish uchun quyidagilar zarur:

- optimallik mezoni (R) ni shakllantirish;
- optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar ($\bar{u}$) ni tanlash;
- optimallik mezoni qiymatini aniqlashning aniq usulini amalga oshirish (sonli yoki tajribaviy – statistik).

Optimallik mezoni jarayon shakllanishi sifatining miqdoriy tavsifi hisoblanadi.

Optimallik mezonlari fizik - kimyoviy (butun mahsulot, aralashma, mahsulot chiqishining konsentratsiyasi) va iqtisodiy (tannarx, foyda, rentabellik) ga farqlanadi.

Optimallik mezonining qiymati matematik model (optimallashtirishning taqribiy usuli) yordamida Optimallashtirishda avvalroq identifikatsiyalash masalasi yechilgandagi matematik modellar qo'llaniladi. Shunga mos ravishda modellarning koeffitsiyentlari quyidagi tenglikda ko'rsatilgan: $\bar{y} = \Phi(\bar{u}, \bar{x})$

Agar jarayonning monand matematik modelini qurishning iloji bo'lmasa, unda $\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchining $\bar{y} = \Omega(\bar{u}, \bar{x})$ tenglamadagi qiymati tajribalar (optimallashtirishning tajribaviy – statistik usuli) dan aniqlanadi. Bunday hollarda tajriba (faol tajriba) o'tkazishning optimal strategiyasi amalga oshiriladi.

Optimallik mezonlariga qo'yiladigan talablar:

- optimallik mezonlari miqdoriy bo'lishi kerak;
- optimallik mezonlari yagona bo'lishi kerak;
- optimallik mezonlari optimallashtirilayotgan o'zgaruvchilarga bog'liq holda monoton o'zgarishi kerak.

Shunday qilib, optimallik mezonini tanlashda uning funksiyasi bir ekstremumli unimodal funksiya bo'lishi va uzilish nuqtalaridan tashkil topmasligi kerak.

4.2. Optimallashtiriladigan o'zgaruvchilarning tavsifi

Bu o'zgaruvchilar jarayonning kirish o'zgaruvchilari sonidan olinadi.

Agar optimallashtirilayotgan o'zgaruvchilarning soniga jarayonning konstruktiv tavsiflari (konstruksiyaning tipi, o'lchamlari va h.z.) kiritilgan bo'lsa, unda optimal loyihalash masalasi hal qilinadi.

Agar optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar soniga jarayonning konstruktiv tavsiflari (konstruksiyalarning tiplari, o'lchamlari va h.z.) kiritilmagan bo'lsa, unda optimal boshqaruv masalasi hal qilinadi. Bunday hollarda hisoblanadigan chiqish o'zgaruvchisi U ga bog'liq. Optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar boshqariluvchi o'zgaruvchilar deb ataladi va ularning optimal qiymatlarini qidirish jarayonlarni harakatga keltiruvchi eng yaxshi rejim parametrlarini aniqlash maqsadida amalga oshiriladi.

4.3. Optimallashtirish usullarining tafsiflanishi

Optimallashtiriladigan parametrlar soniga ko'ra optimallashtirish masalalari va usullari *bir o'lovli* ($n = 1$) va *ko'p o'lovli* ($n \geq 2$) larga tafsiflanadi.

Funksiya ta'biati va aniqlanish doirasiga ko'ra ko'p o'lchovli

optimallashtirish masalalarini *analitik* (aniq) yoki *raqamli* usullarning biri (berilgan hatolik bilan) echish mumkin.

Optimallashtiriladigan parametrlarga quyiladigan *cheklovlar mavjud bo'lmaganida* optimallashtirish masalalari va ularni echish usullarini *shartsiz* (ya'ni cheklovsiz) deb nomlanadi.

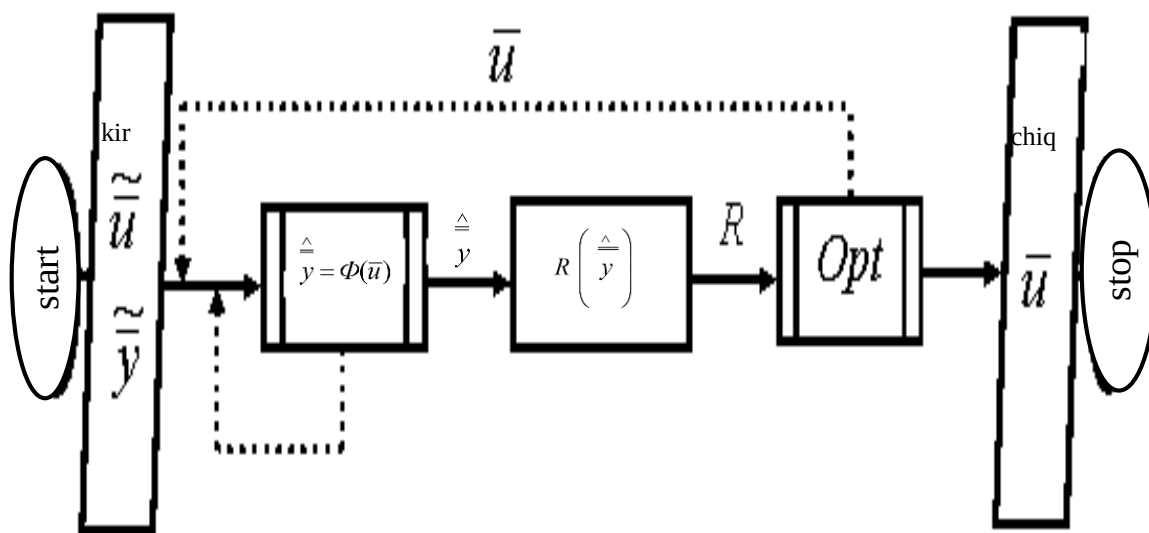
CHeklovlar mavjud bo'lganida masala va usullarni *shartli* (ya'ni cheklovlari bor, sharti bilan) deb nomlanadi. *CHeklovlarga ega masalalarni* raqamli echish uchun *matematik dasturlash usullaridan* foydalaniladi.

Optimallashtirishning shartsiz masalalarini analitik usul bilan echish uchun barcha optimallashtiriladigan parametr bo'yicha maqsadli funksiyaning hususiy hosilalarini nolga tenglashtirib va kelib chiqqan tenglamalar sistemasini echishdan iborat bo'lgan klassik apparatdan foydalaniladi. Optimallashtirishning shartli masalalarini analitik echimi Lagranjning noaniq ko'paytiruvchilari usulini beradi. Analitik usullar o'rganiladigan funksiyaning differensiallanishini talab etib cheklovlarga alohida shartlarni quyiganlari bois muhandislik masalalarida qo'llanilishi chegaralangan. Asosiy usullar bo'lib *raqamli* usullar hisoblanmoqda, ularning muvaffaqiyatli qo'llanilishida EHMdan foydalanishlari sabab bo'lmoqda.

Optimallashtirish masalalarini kompyuterda sonli usul bilan yechish uchun quyidagilarga ega bo'lish lozim:

- kompyuterda amalga oshiriladigan optimallashtiriluvchi jarayonning monand matematik modeli;
- optimallik mezonini nimdasturli hisobi;
- optimallashtirishning dasturli aniq usuli (gradiyentli usullar, simpleksli usullar va tasodifiy qidirishlar usuli).

Sonli usul bilan optimallashtirishning umumlashtirilgan blok-sxemasi:



4.4. Optimallashtirishning tajribaviy - statistik usuli

Bu usullar matematik modelni qurish imkoni bo'lmaganda qo'llanadi. Faqatgina $\bar{x}$ faktorlar (optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar) va chiqish o'zgaruvchisi u (optimallik mezon) larning tajriba yo'li bilan aniqlanadigan qiymatlari ma'lum bo'ladi.

Optimallashtirish masalalarining ifodalanishi:

$$opt\ y(\bar{x})$$

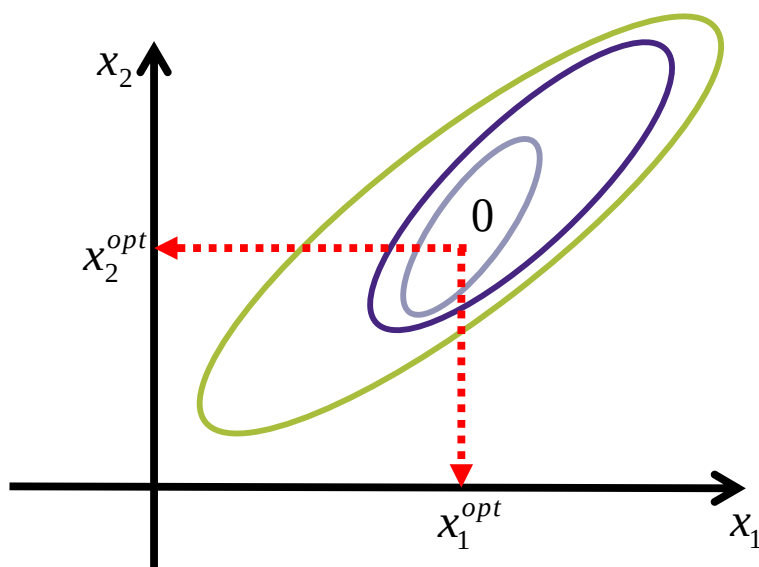
$$\bar{x} \in \bar{X}^{nux}$$

Tajriba ma'lumotlaridan aniqlanadigan chiqish o'zgaruvchilari kabi ularning ekstremum qiymatlarini qidirish uchun ham tajribalashtirishning optimal strategiyasini amalga oshirish lozim. Ushbu holda optimallik mezonining funksiyasi

$$y = y(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

ni javobning yuzasi ko'rinishida keltirish mumkin va ikki faktor (x_1, x_2) ning bir xil qiymatlari doimiy sathli ($\bar{y} = const$) chiziqlar bilan tasvirlanadi. Bu chiziqlar

javob yuzasining faktorlar tekisligiga kesishgan proyeksiyasi hisoblanadi. Javob yuzasining izlanayotgan ekstremum nuqtasi «0» nuqtaga mos keladi.



Ushbu holda javobning ekstremum qiymatini aniqlash maqsadida javob yuzasi bo'yicha «qadamli» harakatlanish usuli ishlatiladi.

Bunda tajribani rejalashtirish ikki bosqichga ajratiladi:

- «deyarli statsionar sohalar» dagi faktorli fazoda harakatlanish;
- «deyarli statsionar sohalar» dagi ekstremum holatini aniqlash.

4.5. Bir o'lchovli optimallashtirish usullari

4.5.1. Dastlabki ma'lumotlar

Maqsad funksiyasi bir o'zgaruvchiga bog'liq bo'lgan, ruxsat etilgan ko'plik sifatida haqiqiy o'qning $[a, b]$ oralig'idagi kesmasi qabul qilgan optimallashtirishning sodda misollari ko'rib chiqilgan:

$$f(x) \rightarrow \min;$$

$$x \in [a, b].$$

Global minimum

Agar barcha $x \in [a, b]$ lar uchun $f(x^*) < f(x)$ bo'lsa, $x^* \in [a, b]$ soni kesmadagi $f(x)$ funksiyaning global (absolyut) optimum nuqtasi yoki shuncha ki optimum nuqtasi deb ataladi.

$f_{min} < f(x^*)$ funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi qiymatini $f(x)$ funksiyaning global (absolyut) optimumi yoki shuncha ki optimum nuqtasi deb ataladi.

2.1 rasmda M nuqtasi - global minimum, N nuqtasi - global maksimum nuqtalari.

Lokal minimum

x^* ga yaqin barcha $x \in [a, b]$ lar uchun $f(x^*) < f(x)$ bo'lsa, $x^* \in [a, b]$ soni $[a, b]$ kesmadagi $f(x)$ funksiyaning lokal optimum nuqtasi deb ataladi.

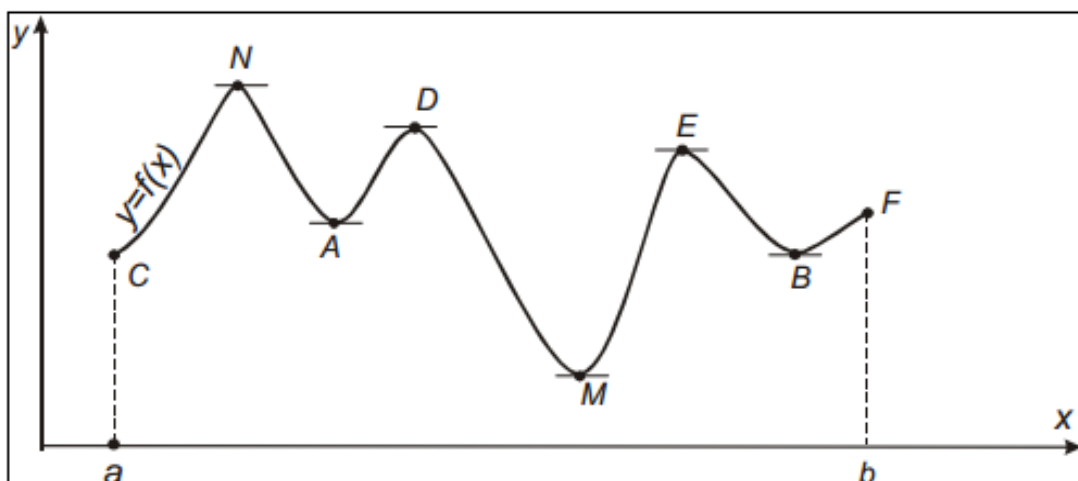
4.1 rasmda A va V nuqtalar - lokal optimumlar.

x^* nuqtadagi bir o'zgaruvchan optimumining zarur sharti

$$f'(x^*) = 0 \quad . \quad (4.1)$$

x^* nuqtadagi bir o'zgaruvchan optimumining etarli sharti

$$\begin{aligned} f'(x^*) &= 0 \\ f''(x^*) &> 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

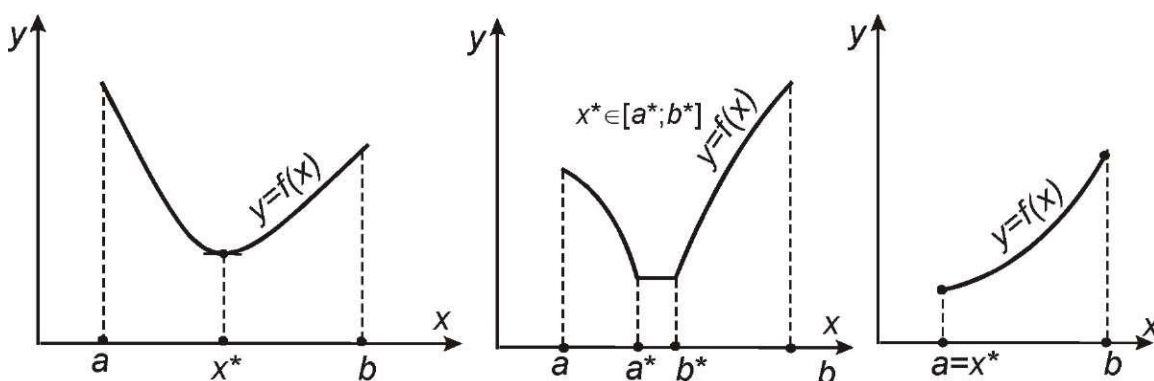


4.1 rasm. A va V nuqtalar - lokal optimumlar

Unimodal funksiyalar

$f(x)$ ning optimum nuqtasini qidirish usullarining ko'pchiligi faqat lokal optimumi bir vaqtning o'zida ham global bo'lgan funksiyalar uchun mo'ljallangan. Ushbu xususiyat unimodal funksiyalarga hos.

Agar x^* chap tomonida x ning oshishi bilan funksiya $f(x)$ monoton ravishda kamayib, o'ng tomonida esa - monoton ravishda oshib borsa, demak funksiya $f(x)$ unimodal deb ataladi. 4.2 rasmda unimodal funksiyalarning grafiklari keltirilgan. Unimodal bo'lmagan funksiyaning misoli 4.1. rasmda keltirilgan.



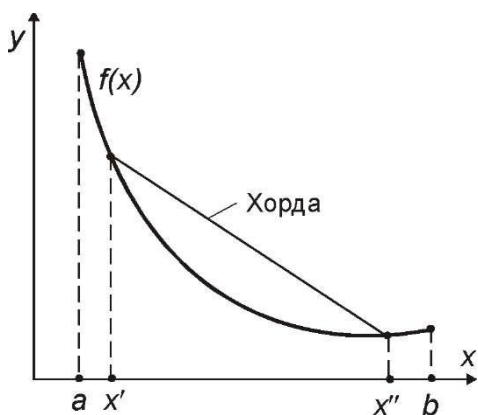
Rasm. 4.2. Unimodal funksiyalarning grafiklari

Qavariq funksiyalar

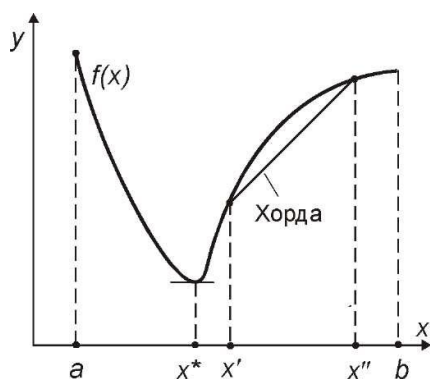
Barcha $x', x'' \in [a, b]$ va ixtiyoriy son $\mu \in [0;1]$ uchun quyidagi tengsizlik bajarilsa, $[a, b]$ kesmada berilgan funksiya $f(x)$ ushbu kesmada qavariq deb nomlanadi

$$f(\mu \cdot x' + (1 - \mu) \cdot x'') \leq \mu \cdot f(x') + (1 - \mu) \cdot f(x''). \quad (4.3)$$

Funksiya $f(x')$ $[a, b]$ da qavariq bo'lsa, $[x', x''] \in [a, b]$ har qanday kesmada uning grafigi abssisalari x' va x'' bo'lgan grafik nuqtalaridan o'tkazilgan vatardan yuqori bo'lmaydi (4.3 rasm).



Rasm. 4.3.- Qavariq funksiya grafigi va xordaning o'zaro joylashuvi



Rasm. 4.4.- Unimodal, ammo qavariq bo'lmagan funksiyaning grafigi

Ko'rsatish joiz ki, $[a, b]$ kesmada uzluksiz bo'lgan har qanday qavariq funksiya unimodal bo'ladi. Teskarisi esa umuman noto'g'ri (2.4 rasm).

Lipshits sharti

$[a, b]$ tegishli barcha x_1 va x_2 uchun quyidagi ifoda bajarilishi uchun L soni (Lipshits doimiy) mavjud bo'lganida

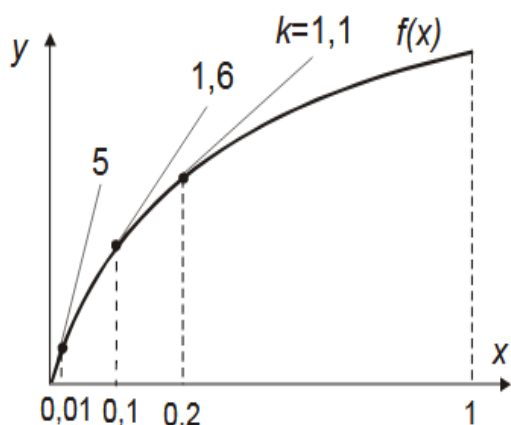
$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq L \cdot |x_1 - x_2| \quad (4.4)$$

ya'ni maqsad funksiya $f(x)$ ning o'zgarish tezligi ma'lum bo'lgan va kesmadagi barcha qismlar uchun bir hil bo'lgan L soni bilan chegaralanganida, $[a, b]$ kesmasida funksiya $f(x)$ Lipshits shartiga mos keladi.

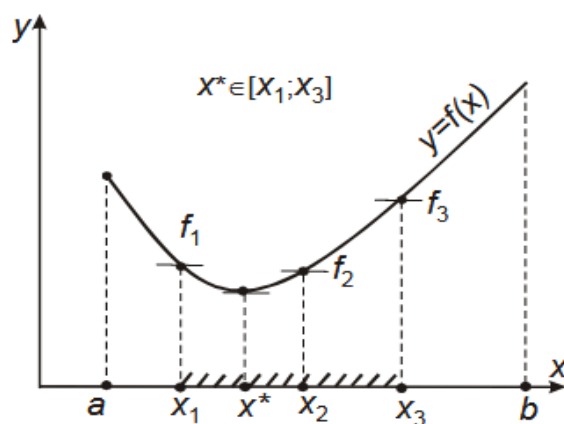
(4.14) shart grafikning har qanday xordasi burchak koeffitsientining moduli L dan oshmasligini belgilaydi. Bundan tashqari, har qanday ma'lum nuqtadi $f(x)$ grafigiga urinmasi mavjud bo'lganida, uning ham burchak koeffitsientining moduli L dan oshmaydi. $[0; 1]$ kesikda $f(x) = \sqrt{x}$ funksiyasi Lipshits shartini bajarmagani sababi $x \rightarrow 0$ bo'lganida uning grafigiga bo'lgan urinma burchak koeffitsientining moduli cheklanmagan ravishda oshib bormoqda (4.15- rasm).

Raqamli usullar, analitik usullardan farqli *tahminiy* echim beradilar. Optimum nuqtasi x^* va funksiya qiymati minimumi f_{min} ni hisoblashning aniqligi usulga ko'ra iteratsiyalar hisobi (qadamlari) bilan aniqlanadi.

Raqamli usul yordamida (optimumni) **qidigish strategiyasi** – bu funkiya qiymatlari ketma-ket hisoblanadigan $[a, b]$ dagi nuqtalarni tanlash algoritmidir. Berilgan aniqlikda funktsiyani hisoblashning eng kam miqdorini talab qiladigani eng yaxshi strategiya deb xisoblanadi. Turli usullar turlicha strategiyaga ega.



4.5.-rasm. Lipshits shartini bajarmaydigan funksiya $f(x) = \sqrt{x}$ grafigi $x \in [0;1]$



4.6-rasm. (x_1, x_2, x_3) - sonlarning “muvaqqiyatli” uchligi

Sonlarning “muvaqqiyatli” uchligi usuli

$f(x_2) \leq \min\{f(x_1), f(x_3)\}$ va $f(x_2) < \max\{f(x_1), f(x_3)\}$ bo‘lsa sonlar uchligi $x_1 < x_2 < x_3$ “muvaqqiyatli” deb hisoblanadi (4.6 rasm). Uning “muvaqqiyatli” hisoblanishi bois ushbu nuqtalarni qamrab olgan kesma $[x_1, x_3]$, albatta optimal nuqtani ham o‘z ichiga qamrab oladi!

4.5.2. Bir o‘lchamli optimallashtirishning raqamli usullarining sinflanishi

Bir o‘zgaruvchan funktsiyasining optimumini aniqlashning barcha raqamli usullarini bevosita usullar (nolinchi darajali, faqat funksiya qiymatidan foydalanadigan va uning hosilasini olishni talab qilmaydigan usullar) va hosiladan foydalanadigan birinchi va yuqori darajali usullarga ajratish mumkin.

Bevosita usullarning afzalliklari:

- barcha sinfdagi maqsadli funksiyalarni hatto differensiallanmaydigan funksiyalarni tahlil qilish imkonini beradilar;
- optimallashtirishning sodda algoritmlari va dasturlariga ega;
- mashinaviy hotiraning kichik hajmini talab qiladi.

Bevosita usullarning kamchiliklari:

- qidirish strategiyasi eng yaxshigacha uzoq bo‘lgani hisobiga EHMda uzoq vaqt ishlanishini talab qiladi;
- yuqori aniqlikdagi echimlarni olish uchun funktsiyani hisoblash sonining oshishiga olib keladi; funktsiyani hisoblash soniga cheklovlar mavjud bo‘lganida (masalan, funktsiyaning eksperimental aniqlanganligi hisobiga) bevosita usullarning aniqligi past bo‘ladi.

Bevosita usullar:

- *saralash* usuli;
- *razryad bo‘yicha qidirish* usuli;
- *kesmalarni ayrboshlash* usuli;
- *parabollalar* usuli va h.k.

Kesmalarni ayrboshlash usullari:

- *dixotomiya* usuli (kesmani ikkiga bo‘lishning birinchi usuli);
- *kesmani ikkiga bo‘lishning ikkinchi usuli*;
- *Fibonachchi* usuli;
- «*Oltin kesim*» usuli va boshqalar.

Funktsiyaning hosilasidan foydalanadigan usullar:

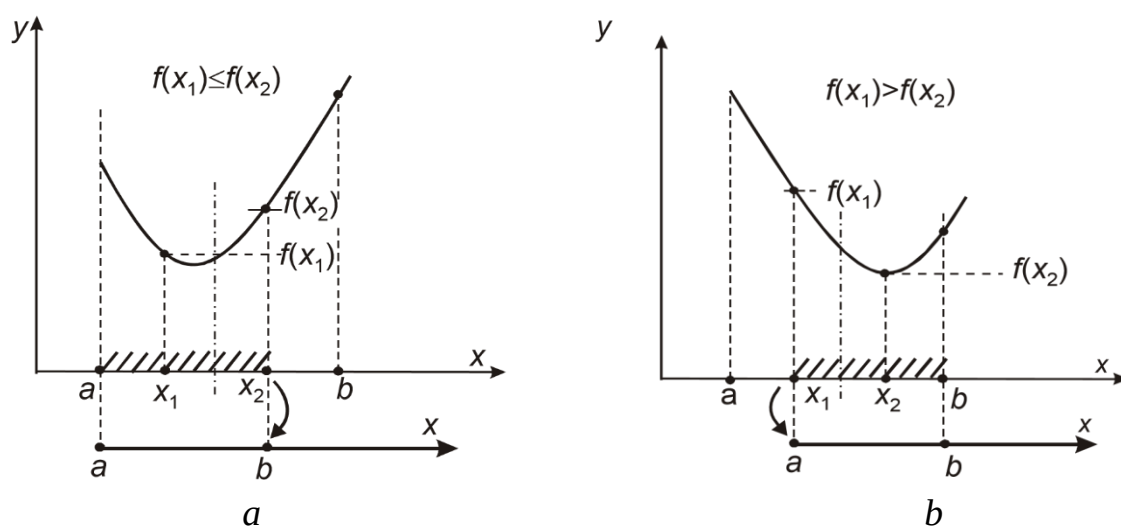
- *o‘rtacha nuqta* usuli;
- *metod xordalar* usuli;
- *metod Nyuton* usuli;
- *uchinchi darajali approksimatsiyalash* usuli va boshqalar.

4.5.3. Kesmalarni ayrboshlash usullari:

Kesmalarni ayrboshlashning barcha usullari quyidagi algoritm bo'yicha ishlaydilar: $[a,b]$ da unimodal bo'lgan funksiya $f(x)$ uchun har bir iteratsiyada $a < x_1 < x_2 < b$ tengsizlik bajarilishi uchun x_1 va x_2 nuqtalari aniqlanadi. x_1 va x_2 nuqtalarini "sinov" nuqtalari deb nomlaydilar. Ushbu nuqtalarda $f(x)$ qiymatlari aniqlanadi (4.7 rasm).

Agar $f(x_1) \leq f(x_2)$ bo'lsa (4.7, a rasm), demak keyinchalik hisoblash uchun $[a, x_2]$ qoldiriladi, ya'ni keyingi iteratsiyada b nuqtasi x_2 ga o'tadi.

Agar $f(x_1) > f(x_2)$ bo'lsa (4.7, b rasm), demak x^* ning optimum nuqtasi $[x_1, b]$ kesmada joylashgan, ya'ni keyingi iteratsiyada a nuqtasi x_1 ga o'tadi.



4.7. rasm- Kesmalarni ayrboshlash usullarining grafik ko'rinishi

x_1 va x_2 nuqtalarni tanlashda quyidagilarga e'tibor berish lozim:

1) iteratsiyalardagi kesimning nisbatan kichrayishi keyingi hisoblardan chiqarib yuborilgan qism ($[a; x_1]$ yoki $(x_2; b]$) ga bog'liq bo'lmasligi uchun x_1 va x_2 nuqtalari $[a; b]$ kesmasining o'rtasiga nisbatan simmetrik joylashgan bo'lishlari kerak;

2) qidiruv maydonini maksimal ravishda toraytirish uchun x_1 va x_2 nuqtalari kesmaning o'rtasiga yaqin bo'lishlari kerak;

3) funksiyalarni aniqlash sonini kamaytirish uchun keyingi iteratsiyalarda sinov nuqtalarining (x_1 yoki x_2) biridan foydalanish maqsadga muvofiq.

4.5.4. Matematik tahlil usuli (klassik usul)

Ushbu usul aniq echim berib, funktsiyani differensiallanuvchi bo'lishini talab qiladi.

Ma'lum bir x^* da bir o'zgaruvchan funktsiya **optimumining zarur sharti** quyidagicha ifodalanadi:

$$f'(x^*) = 0. \quad (4.5)$$

Ma'lum bir x^* da bir o'zgaruvchan funktsiya **optimumining etarli sharti**:

$$1) f'(x^*) = 0;$$

$$2) f''(x^*) > 0. \quad (4.6)$$

Klasik usul yordamida optimallashtirishning ketma ketligi

1. $x \in [a, b]$ intervalida ildizlari funktsiyaning joiz ekstremumining nuqtalari (*statsionar* nuqtalari) bo'lmish $f'(x) = 0$ tenglamani echamiz.

2. Barcha statsionar nuqtalarda va kesim $[a, b]$ uchlarida funktsiya qiymatlarini hisoblaymiz .

3. Funktsiyaning minimal qiymatini $f_{\min}$ va unga tegishli x^* qiymatini tanlaymiz.

Misol

$$f(x) = x^3 - 3 \cdot x + 1 \rightarrow \min, \quad x \in [-3, 3].$$

Echim

$$1. f'(x) = 3 \cdot x^2 - 3; \quad 3 \cdot x^2 - 3 = 0.$$

$$2. \text{ Statsionar nuqtalar: } x_1 = -1; \quad x_2 = 1.$$

3. Statsionar nuqtalarda va kesim uchlarida funksiya qiymatlarini hisoblaymiz:

$$x = -3; f(-3) = (-3)^3 - 3 \cdot (-3) + 1 = -17;$$

$$x = -1; f(-1) = 3; x = 1; f(1) = -1; x = 3;$$

$$f(3) = 1.$$

3. Funksiyaning minimal qiymati

$$f_{\min} = \min\{-17, 3, -1, 1\} = -17; \text{ minimum nuqtasi } x^*.$$

Izoh. Ushbu masala uchun ikkinchi hosilani aniqlash murakkab bo'lmaydi $f''(x) = 6 \cdot x$, shuning uchun lokal minimum nuqtasini uning ishorasi bo'yicha aniqlash mumkin.

Statsionar nuqtalarda ikkinchi hosilaning ishorasini aniqlaymiz:

$$f''(-1) = 6 \cdot (-1) = -6 < 0 - \text{maksimum nuqtasi};$$

$$f''(1) = 6 \cdot (1) = 6 > 0 - \text{minimum nuqtasi}.$$

Optimum nuqtaladida va kesim uchlarida funksiya qiymatlarini aniqlab eng kichigini aniqlaymiz $x^* = -3$ nuqtada $f_{\min} = -17$.

4.5.5. Saralash usuli

Saralash usuli – bevosita usullardan eng sodda usuldir (bu uning *afzalligi*).

Usulning mohiyati:

1) $x_i = a + i \cdot (b - a)/n$, $i = 0, 1, \dots, n$ nuqtalar bilan $[a, b]$ kesmasini n teng qismlarga bo'lamiz;

2) x_i nuqtada $f(x)$ qiymatini aniqlaymiz;

3) $f(x_i)$ qiymatlarni o'zaro taqqoslab x_m nuqtasini aniqlaymiz, $0 \leq m \leq n$, bu erda dlya kotoroy $f(x_m) = \min f(x_i)$, $0 \leq i \leq n$;

4) $x^* = x_m$ deb qabul qilamiz; $f_{\min} = f(x_m)$.

Optimum nuqtasini aniqlash hatoligi quyidagidan oshmaydi

$$\varepsilon_n = (b - a)/n$$

yoki

$$\varepsilon_N = (b - a)/(N - 1).$$

Bu erda va kelasida: N – funksiyaning hisoblashlar soni; n – iteratsiyalar soni.
Saralash usuli uchun

$$n = N - 1.$$

4.5.6. Dixotomiya usuli (kesmani ikkiga bo'lishning birinchi usuli)

Dixotomiya usuli kesmalarni ayirboshlash usullaridan biridir. x_1 va x_2 nuqtalari $[a, b]$ kesmada juda yaqin joylashadilar:

$$x_1 = \frac{a+b-\delta}{2}; \quad x_2 = \frac{a+b+\delta}{2}$$

bu erda δ – diapazon $[0, 2\varepsilon]$ dan tanlanadigan kichik son;

$\varepsilon - x^*$ ni hisoblash hatoligi.

Yangi va dastlabki kesmalarning nisbati $\frac{1}{2}$ ga yaqin, shundan ham usulning nomlanishi kelib chiqqan.

Dixotomiya usulining algoritmi 2.10 rasmida keltirilgan.

Optimum nuqtasini n iteratsiyalardan keyin aniqlash hatoligi quyidagicha aniqlanadi

$$\varepsilon_n \approx \frac{b-a}{2^{n+1}},$$

bu erda a va b – dastlabki kesma koordinatalari.

Funksiyani aniqlash soni N ma'lum bo'lganida, hatolik quyidagicha aniqlanadi

$$\varepsilon_N \approx \frac{b-a}{2^{\frac{N}{2}+1}}$$

bu erda dixotomiya usuli uchun $n = N/2$.

4.5.7. «Oltin» kesim usuli

«Oltin» kesim usuli – kesmalarni ayirboshlash usullari orasidagi eng ommabop usuldir.

Fibonachchi usulidan so‘ng optimum nuqtasini qidirishning eng yaxshi strategiyasiga ega, chunki sinov nuqtalaridan biri (x_1 yoki x_2) keyingi iteratsiyaga o‘tadi va shuning uchun algoritmlarning barcha qadamlarida birinchisidan tashqari, funksiyaning faqat bitta hisoblanishini talab qiladi.

Algoritmgaga ko‘ra x_1 va x_2 nuqtalarning har biri $[a, b]$ kesmani kesmaning uning eng katta qismiga nisbati katta va kichik qismlarning nisbatiga teng ikki teng bo‘lmagan qismga bo‘ladi:

$$\frac{(b-a)}{(x_2-a)} = \frac{(x_2-a)}{(x_1-a)} \quad (4.7)$$

Ushbu hususiyatga ega nuqtalar $[a, b]$ kesmaning “*oltin*” kesimi nuqtalari deb nomlaydilar.

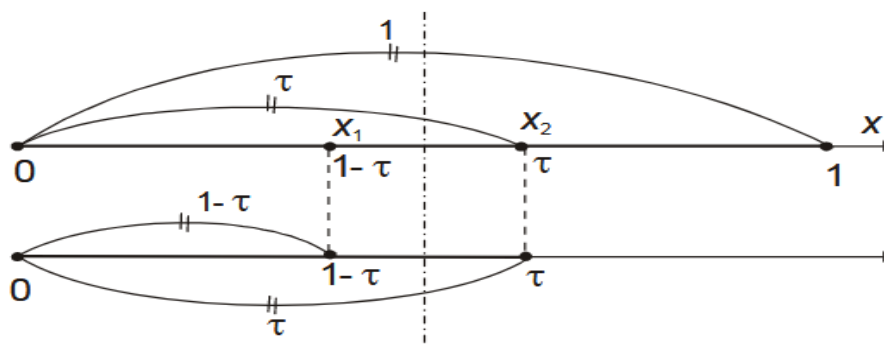
$[0;1]$ kesmani ko‘rib chiqamiz (4.8 rasm.). Pust x_2 nuqtasi uni ma’lum bir son τ ga nisbatan bo‘lsin, ya’ni $x_2 = \tau$, unda unga simmetrik joylashgan nuqta $x_1 = 1 - \tau$. $a = 0$; $b = 1$ hamda x_1 i x_2 qiymatlarni (4.7) ga quyamiz:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\tau}{1 - \tau}$$

Kvadrat tenglamani echamiz: $\tau^2 = 1 - \tau$; $\tau_{1,2} = \tau_{1,2} \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

Tenglamaning musbat ildizi $\tau = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = 0,61803...$ “*oltin*” kesim usulining barcha iteratsiyasida $[a, b]$ kesmaning x_1 va x_2 nuqtalari koordinatalarini aniqlash imkonini beradi:

$$x_1 = a + (1 - \tau) \cdot (b - a); \quad x_2 = a + \tau \cdot (b - a).$$

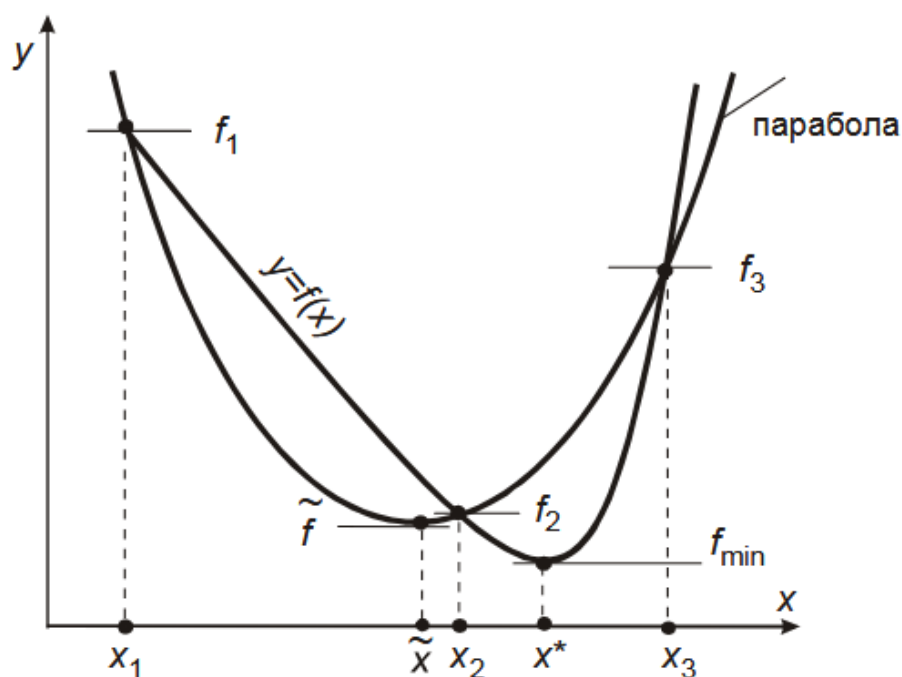


4.8. rasm.- x_1 va x_2 nuqtalar bilan birlik kesmaning «*oltin*» kesimi

4.5.8. Parabolalar usuli

Polinomial approksimatsiyalash usulidir. Polinomial approksimatsiyalash usullarining g'oyasi funksiya $f(x)$ uchun aproksimatsiyalanadigan ko'phad qurilishidan iborat uning optimum nuqtasi esa x^* ga yaqinlashuv deb olinadi. Usul *unimodal* va etarli darajada *silliqlik* (hech bo'lmaganda, *uzluksiz*) funksiyalar uchun samarali. Parabolalar usuli – polinomial approksimatsiyalash usullarining eng soddasi bo'lib ikkinchi darajali polinomlardan foydalanadi.

Parabolalar usulining har bir iteratsiyasida funksiya $y = f(x)$ grafigining uch tanlangan nuqtasidan o'tadigan grafigi (parabolasi) ga ega kvadrat uchhad quriladi. Parabolaning optimum nuqtasi $\tilde{x}$ o'rganayotgan funksiya optimumi nuqtasining navbatdagi yaqinlashuvidir (4.9. rasm).



4.9. rasm- Funksiya $y = f(x)$ grafigi va parabolaning o'zaro joylashuvi

Parabolalar usuli algoritmi

Funksiya $f(x)$ $[a, b]$ da unimodal bo'lib kesmaning ichki nuqtasida optimumga erishsin.

1. Quyidagi tengsizlini bajaradigan uch nuqta x_1, x_2, x_3 ni tanlaymiz

$$x_1 < x_2 < x_3; \quad f_1 \geq f_2 \geq f_3.$$

$f(x)$ unimodalligidan $x^* \in [x_1, x_3]$ kelib chiqadi.

2. Grafigi uch nuqta $A_1(x_1, f_1); A_2(x_2, f_2); A_3(x_3, f_3)$ dan o'tadigan kvadrat uchhadni quramiz

$$q(x) = a_0 + a_1 \cdot (x - x_1) + a_2 \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2).$$

Koeffitsientlar a_1, a_2, a_3 ni formulalar bo'yicha aniqlaymiz

$$a_0 = f_1;$$

$$a_1 = \frac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1};$$

$$a_2 = \frac{1}{x_3 - x_2} \cdot \left(\frac{f_3 - f_1}{x_3 - x_1} - \frac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1} \right).$$

3. Kvadrat uchhad (parabola) ning optimum nuqtasini an

$$\tilde{x} = \frac{1}{2} \cdot \left(x_1 + x_2 - \frac{a_1}{a_2} \right)$$

va funksiyaning bu nuqtadagi qiymati $\tilde{f} = f(\tilde{x})$ ni aniqlaymiz

4. Nuqtalar x_1, x_2, x_3 va $\tilde{x}$ dan yangi «muvaffaqiyatli» sonlar uchligini aniqlaymiz (4.10.rasm.).

I holat. $x_1 \leq x \leq x_2$:

a) $\tilde{f} \geq f_2$ bo'lsa, demak $x^* \in [\tilde{x}, x_3]$, ya'ni

$$x_1 = \tilde{x}, \quad f_1 = \tilde{f};$$

$$x_2 = x_2;$$

$$x_3 = x_3.$$

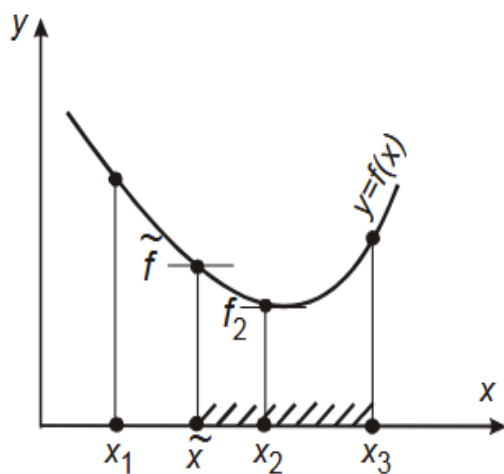
b) $\tilde{f} < f_2$ bo'lsa, demak $x^* \in [x_1, x_2]$, ya'ni

$$x_1 = x_1;$$

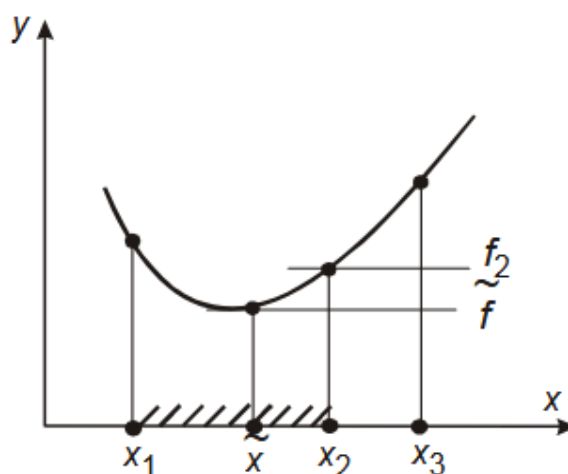
$$x_2 = \tilde{x}, \quad f_2 = \tilde{f};$$

$$x_3 = x_2, \quad f_3 = f_2.$$

I holat

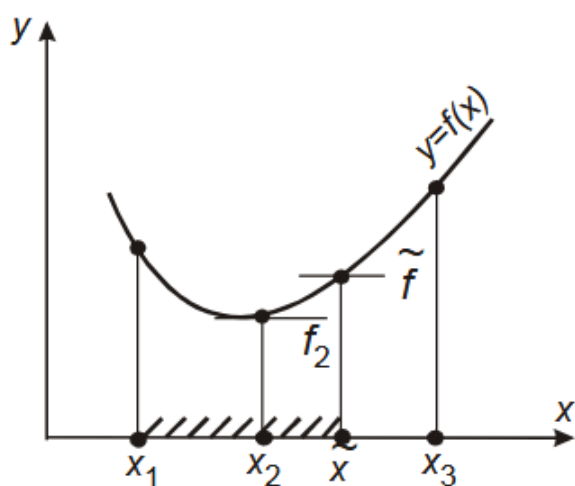


a

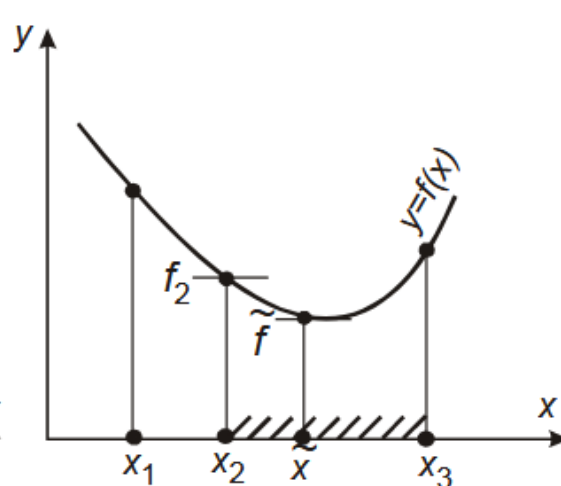


b

II holat



a



b

4.10. rasm- Parabolalar usulining navbatdagi iteratsiyasi uchun «muvaffaqiyatli» uchlikni tanlash

II holat. $x_2 \leq \tilde{x} \leq x_3$:

a) $\tilde{f} \geq f_2$ bo'lsa, demak $x^* \in [x_1, \tilde{x}]$, ya'ni

$x_1 = x_1$;

$x_2 = x_2$;

$x_3 = \tilde{x}, \quad f_3 = \tilde{f}$;

b) $f < f_2$ bo'lsa, demak $x^* \in [x_2, x_3]$, ya'ni

$$x_1 = x_2; \quad f_1 = f_2;$$

$$x_2 = \tilde{x}; \quad f_2 = \tilde{f};$$

$$x_3 = x_3.$$

5. 2-chi qadam dan boshlab algoritni takrorlaymiz.

Quyidagi ayirmaning nolga yaqinligi qidiruvning yakunini belgilaydi

$$\Delta = |x^{k+1} - x^k|$$

$\tilde{x}$ – shu va oldingi iteratsiyada olingan sonlar ayirmasi, ya'ni tengsizlik

$$\Delta \leq \varepsilon,$$

bu erda ε – hisoblash hatoligi.

4.6. KO'P O'LCHAMLI OPTIMALLASHTIRISH USULLARI

4.6.1. Ko'p o'lchamli optimallashtirishning raqamli usullarining sinflanishi

Texnik optimallashtirish usullari optimallashtirish parametrlariga cheklashlari mavjud shuning uchun shartli optimallashtirish usullaridan foydalanishni talab qiladilar. Shartsiz optimallashtirish usullariga bo'lgane'tibor esa quyidagi sabablar bilan izohlanadi:

- shartli optimallashtirish algoritmlari ko'plab holatlarda cheklovsiz optimallashtirish algoritmlari asosida quriladi;
- chekli optimallashtirish masalalari ko'pincha ularni cheksiz optimallashtirish masalalariga olib kelish yo'li bilan echiladi.

Funksiya ko'rinishiga ko'ra ko'p o'lchamli shartsiz optimallashtirishning raqamli usullari ikki katta guruhga bo'linadi:

- silliq bo'lmagan funksiyalar uchun usullar («noaniq» qidiruv usullari);

- silliq funksiyalar uchun usullar (*tushish* usullari).

Faqat funksiya qiymatlaridan foydalanib va ularni differentsiallanishini talab etmaydigan usullar *bevosita* yoki *nolinchi darajali* usullar deb nomlanadi.

Birinchi darajali usullar birinchi hosilani, *ikkinchi* va *yuqori darajali* usullar esa ikkinchi va yuqori darajali hosilalarni echish talab etadilar.

Silliq bo‘lmagan funksiyalar uchun faqat bevosita usullardan foydalaniladi, ularning asosiylari quyidagicha:

- *saralash* usuli;
- *ko‘pyoqlik* usuli;
- *tasodifiy qidirish* usuli.

Bevosita usullar barcha optimallashtiriladigan funksiyalar uchun qo‘llash mumkin (bu ularning *afzalligi (!)*), ammo ularni boshqa turdagi usulni qo‘llab bo‘lmagan holatlarda qo‘llanishi mumkin.

Bevosita usullarning *kamchiliklari*:

- samaradorligi past;
- juda shubhali, ba’zi holatlarda esa hatto tutashishning kafolarining yo‘qligi.

Tushish usuli:

- *koordinatali tushish* usuli (*nolinchi darajali* usuli);
- gradientli usullar guruhi (*birinchi darajali* usullar: gradientli, eng tez tushish usuli, biriktirilgan yo‘nalishlar usuli va boshqalar);
- *ikkinchi darajali* usullar guruxi (*Nyuton* usuli; *o‘zgaruvchan metrika* usuli va boshqalar).

4.6.2. Ko‘plab o‘zgaruvchanlar funksiyasini differensiallash

Ma’lum nuqta $X \in E^n$ dagi ko‘plab o‘zgaruvchanlar funksiya $F(X)$ ***gradienti*** – bu koordinatalari ushbu nuqtadagi funksiyaning ayrim hosilalari bo‘lgan vektordir, ya’ni:

$$\text{Grad}F(x) = \nabla F(X) = F'(X) = \left(\frac{\partial F(X)}{\partial x_1}, \frac{\partial F(X)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial F(X)}{\partial x_n} \right) \quad (4.8)$$

X nuqtasining kichik tevaragida gradient funksiyaning *eng keskor o'sishi yo'nalishini* ko'rsatadi, uning normasi esa ushbu o'sishning *tezligini* tasvirlaydi. Vektor-antigradient funksiyaning *eng keskor pasayishi yo'nalishini* ko'rsatadi.

Maqsadli funksiya $F(X)$ ning har bir nuqtasida *vektor-antigradienti ushbu nuqtadagi daraja chizig'i $F(X)=\text{const}$ ga perpendikulyardir* (4.11-rasm).

Vektor-gradientning *normasi*

$$\|\nabla F(X)\| = \sqrt{\left(\frac{\partial F(X)}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial F(X)}{\partial x_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial F(X)}{\partial x_n}\right)^2} \quad (4.9)$$

Funksiya ekstremumi bo'lmish $X^* (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ koordinatali nuqtada *vektor-gradient va uning barcha komponentlari nolga aylanadi* $F'(X^*) = (0; 0; \dots; 0)$.

Koordinatalari $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ bo'lmish n -o'lchovli fazodagi ma'lum bir X^0 nuqtadan ma'lum bir X^1 nuqtaga berilgan funksiya $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektor-gradienti bo'ylab o'tishida yangi nuqta koordinatalarini $(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$ quyidagi formula bo'yicha hisoblash mumkin:

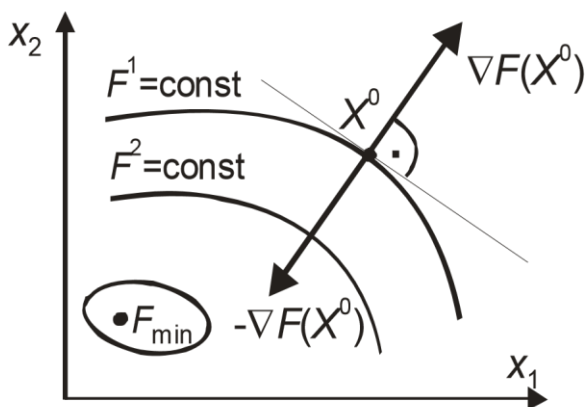
$$x_1^1 = x_1^0 + \frac{\partial F(x^0)}{\partial x_1};$$

$$x_2^1 = x_2^0 + \frac{\partial F(x^0)}{\partial x_2};$$

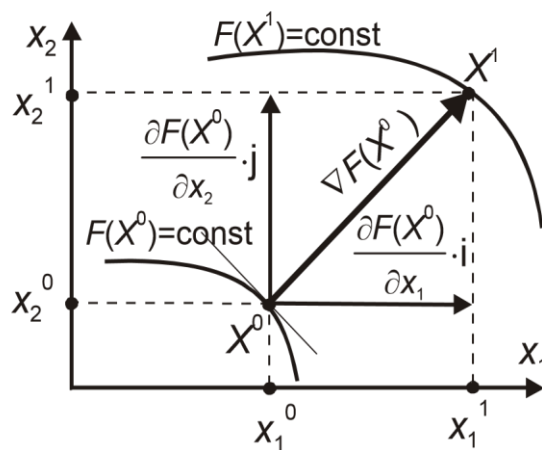
...

$$x_n^1 = x_n^0 + \frac{\partial F(x^0)}{\partial x_n};$$

Ikki o'zgaruvchan funksiyasi $X^0(x_1^0; x_2^0)$ nuqtadan $X^1(x_1^1; x_2^1)$ nuqtaga gradient bo'yicha o'tishining grafik ko'rinishi 4.12-rasmda keltirilgan.



4.11-rasm. Ma'lum nuqtada ikki o'zgaruvchan funksiyasi gradienti va antigradientining grafik ko'rinishi



4.12-rasm. $X^0(x_1^0; x_2^0)$ nuqtadan $X^1(x_1^1; x_2^1)$ nuqtaga gradient bo'yicha o'tishining grafik ko'rinishi

Misol 1. $X^1(1;1;1)$ nuqtada funksiya gradientini aniqlang:

$$F(X) = x_1^2 + 3 \cdot x_2^2 - 4 \cdot (x_3 - 1^2) - x_1 \cdot x_2 + 5 \cdot x_2 \cdot x_3 + 3x_1 - x_2 .$$

Echim

Ayrim hosilalar:

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x_1} = 2x_1 - x_2 + 3; \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x_2} = 6x_2 - x_1 + 5x_3 - 1; \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x_3} = -8x_3 - x_1 + 5x_2 + 8; \quad (4.12)$$

X^1 nuqtadagi gradient

$$\nabla F(1;1;1) = (2 \cdot 1 - 1 + 3; 6 \cdot 1 - 1 + 5 \cdot 1 - 1; -8 \cdot 1 + 5 \cdot 1) = (4; 9; -3).$$

Birinchi differensial

X^0 nuqtadagi ko'plab o'zgaruvchanlar funksiyasining birinchi differensiali quyidagiga teng

$$dF(X^0) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial F(X^0)}{\partial x_j} \cdot \Delta x_j \quad (4.13)$$

bu erda Δx_j – ma’lum bir nuqta X_0 dan kichik kattalik $\Delta X(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n)$ ga o’tishidagi alohida koordinataning orttirmasi.

Vektor shaklidagi X^0 nuqtadagi ko‘plab o‘zgaruvchanlar funksiyasining birinchi differensial ushbu nuqtadagi vektor-gradient $\nabla F(X^0)$ va orttirmalar vektori ΔX ning skalyar ko‘paytmasi sifatida ifodalanadi:

$$dF(X^0) = (\nabla F(X^0), \Delta X). \quad (4.14)$$

Ikkinchi differensial

X^0 nuqtadagi ko‘plab o‘zgaruvchanlar funksiyasining ikkinchi differensial quyidagicha

$$d^2 F(X^0) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 F(X^0)}{\partial x_i \partial x_j} \cdot \Delta x_i \cdot \Delta x_j \quad (4.15)$$

yoki vektor shaklda

$$d^2 F(X^0) = (H(X^0) \cdot \Delta X, \Delta X). \quad (4.16)$$

Funksiyaning orttirmasi

– birinchi differensial orqali

$$\Delta F(X^0) = dF(X^0) + O(|\Delta X|), \quad (4.17)$$

bu erda $O(|X|)$ – qoldiq hatolik,

yoki

$$\Delta F(X^0) \approx dF(X^0) = (\nabla F(X^0), \Delta X); \quad (4.18)$$

– birinchi va ikkinchi differensiallar orqali

$$\Delta F(X^0) = dF(X^0) + \frac{1}{2} d^2 F(X^0) + O(|\Delta X|^2), \quad (4.19)$$

bu erda $O(|\Delta X^2|)$ – nisbatan kichik darajali qoldiq hatolik.

Ayrim hosilalarni aniqlash

1. *Analitik usul.* Matematikada ma'lum bo'lgan qoidalar asosida ayrim hosilalar analitik ifodalar ko'rinishida aniqlanadilar.

2. *Raqamli usul (raqamli differensiallashtirish).* Hosilalar tegishli ayirmalar orqali aniqlanadilar:

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} \approx \frac{F(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i + \Delta x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) - F(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n)}{\Delta x_i}$$

Raqamli differensiallashtirishda quyidagi qarama qarshi jihatlarni munosabatga olish kerak:

- bir tomondan, Δx_i qanchalar kichik bo'lsa ($\Delta x_i \rightarrow 0$), ayrim hosilaning yaqinlashgan qiymati uning aniq qiymatiga shu qadar yaqindir;
- ikkinchi tomondan, Δx_i hohlagancha kichik bo'lishi mumkin emas, chunki bu holatda hisoblash hatoligi oshib boradi.

Bug' turbinali qurilmalarning termodinamik parametrlarini tanlash bilan bog'liq masalalarda differensiallashtirishning nisbiy qadamini quyidagicha olish maqsadga muvofiq

$$\frac{\Delta x_i}{x_i} \approx (0,0001 \div 0,005).$$

Normalangan vektor-gradient

Vektorning har bir komponentini uning normasiga bo'linishi vektorni normallashtiradi, ya'ni

$$\nabla F_n(X) = \frac{\nabla F(X)}{\|\nabla F\|} = \frac{\left(\frac{\partial F(X)}{\partial x_1}, \frac{\partial F(X)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial F(X)}{\partial x_n} \right)}{\sqrt{\left(\frac{\partial F(X)}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial F(X)}{\partial x_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial F(X)}{\partial x_n} \right)^2}}$$

4.6.3. Ko‘plab o‘zgaruvchanlar funksiyasini optimallashtirishning klassik usuli

X nuqtada ko‘plab o‘zgaruvchanlar funksiyasini optimallashtirishning zarur va etarli shartlari

Optimum mavjudligining zaruriy sharti

1. $\bar{X}$ nuqtada gradient nolga teng, ya’ni

$$\|\nabla F(\bar{X})\| = 0,$$

yoki
$$\frac{\partial F(\bar{X})}{\partial x_1} = 0; \quad \frac{\partial F(\bar{X})}{\partial x_2} = 0; \dots; \quad \frac{\partial F(\bar{X})}{\partial x_n} = 0$$

2. Funksiya $F(\bar{X})$ ning Gesse matritsasi manfiy emas (musbat yarimaniqlangan): $H(\bar{X}) \geq 0$.

Optimum mavjudligining etarli sharti

1. Gradient nolga teng: $\|\nabla F(\bar{X})\| = 0$.

2. Gesse matritsasi musbat aniqlangan: $H(\bar{X}) > 0$.

Klassik usul algoritmi

1. Hamma o‘zgaruvchan bo‘yicha ketma ket funksiya $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ning ayrim hosilalarini aniqlab ularni nolga tenglashtiramiz

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1} = 0; \\ \frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_2} = 0; \\ \dots \\ \frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_n} = 0. \end{array} \right.$$

2. Ildizlari *statsionar* nuqtalar bo‘lmish hosil bo‘lgan tenglamalar sistemasini echamiz.

Optimallashtirilaetgan funksiyaning statsionar nuqtalarida Gesse matritsasini

$H(X)$ aniqlaymiz. Agar $H(X) > 0$ bo'lsa, demak o'rganayotgan nuqta funksiyaning minimumiga mos keladi.

4.6.4. Tushish usullarining nazariy asoslari

Ko'p o'lchamli optimallashtirish usullarini tahlil qilish va taqqoslashdagi kvadratik funksiyalarning o'rni

Kvadratik funksiyalar va ularning xususiyatlari ko'p o'lchamli optimallashtirish nazariyasida muhim ahamiyatga ega. Bu quyidagi sabablar bilan izohlanadi:

1) usul kvadratik funksiyalar uchun yaroqsiz bo'lsa, yanada murakkab strukturali funksiyalar uchun uning qo'llanish imkoni juda past;

2) optimal nuqta X^* ning nisbatan kichik doirasida Gesse matritsasi musban aniqlangan har qanday kvadratik bo'lmagan silliq funksiyaning kvadratik funksiya bilan approksimatsiyalash mumkin. n o'zgaruvchanlarning kvadratik funksiyasining umumiy ko'rinishi quyidagicha

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{j=1}^n b_j \cdot x_j + C. \quad (4.20)$$

$a_{ij} = a_{ji}$ qabul qilib, simmetrik matritsa $A = (a_{ij})$ ga ega bo'lamiz, uning yordamida esa ifoda (4.46) ni matritsa shaklida yozish mumkin

$$F(X) = \frac{1}{2} \cdot (A \cdot X, X) + (B, X) + C, \quad (4.21)$$

bu erda $B = (b_j), j = 1, 2, \dots, n$.

Misol 1. Quyidagi funksiyaning matritsa shaklida yozing

$$F(X) = 2 \cdot x_1^2 - 2 \cdot x_1 \cdot 2x_2 + 3 \cdot x_1 \cdot x_3 + x_2^2 - 5 \cdot x_2 \cdot x_3 + 4 \cdot x_3^2 + 7 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 + 10.$$

Echim

$$A = \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 & -2 & 3 \\ -2 & 1 \cdot 2 & -5 \\ 3 & -5 & 4 \cdot 2 \end{pmatrix}; \quad B = (7 \ -8 \ 9); \quad C = 10;$$

unda

$$F(X) = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -5 \\ 3 & -5 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \right) + (7 - 8 \ 9) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + 10.$$

Qavariq funksiyalar

Har qanday nuqtalar $X^1, X^2 \in D$ va har qanday skalyar $\mu \in [0,1]$ uchu quyidagi tengsizlik bajarilganida qavariq ko‘plik $D \subset E^n$ da berilgan funksiya $F(X)$ *qavariq* deb nomlanadi

$$F(\mu \cdot X^1 + (1-\mu) \cdot X^2) \leq \mu \cdot F(X^1) + (1-\mu) \cdot F(X^2). \quad (4.22)$$

Qavariq funksiyasi uchun uning har qanday lokal minimumi bir vaqtning o‘zida global deb ham nomlanadi.

Funksiya $F(X)$ ning qat’iy qavariqligining etarli sharti bu uning Gesse matritsasi $H(X)$ ning *musbat aniqligidir*, qattiq qavariqligining esa – matritsa $H(X) - L \cdot E$ ning *musbat aniqligidir*, bu erda E – birlik matritsasi, $L > 0$.

Hususiylar qiymatlar va hususiy vektorlar

$A \cdot U = \lambda \cdot U$ bo‘lgan nol bo‘lmagan vektor U kvadrat matritsa A ning *hususiy vektori* deb nomlanadi, λ soni esa – unga tegishli ushbu matritsaning *hususiy qiymati* deb nomlanadi.

Hususiylar qiymatlar xarakteristik tenglamadan topiladi

$$\det(A - \lambda \cdot E) = 0,$$

bu erda E – birlik matritsasi (asosiy diagonalida – birlar, boshqa hamma qiymatlar nolga teng).

λ_i – matritsa A ning hususiy soni bo‘lsa, nolga teng bo‘lmagan quyidagi chiziqli tenglamalar sistemasining echimi unga tegishli hususiy vektorni beradi

$$(A - \lambda_i \cdot E) \cdot U = 0.$$

4.6.5. Tushish usullarining modeli sxemi

X^k – qidirilayotgan minimum nuqtasiga X^* joriy yaqinlashuvi bo'lsin (4.13-rasm).

1 qadam. *Algoritmi to'xtashi sharti bajarishining tekshirilishi.*

SHart bajarilsa, quyidagilar mavjud deb qabul qilib, hisob kitoblar to'xtatiladi

$$X^* = X^k; \quad F_{\min} = F(X^k).$$

2 qadam. *Qidiruv yo'nalishini hisoblash.*

Keyingi nuqtani joylashtirish uchun yo'nalish tanlash, ya'ni yo'nalish deb nomlangan n -o'lchovli vektor d^k ni hisoblash.

3 qadam. *Qadam uzunligini hisoblash.*

X^k dan X^{k+1} ga o'tishda funksiyaning kamayishini ta'minlaydigan musbat sonni (qadam uzunligini) hisoblash

$$F(X^{k+1}) < F(X^k).$$

Iterations formula

$$X^{k+1} = X^k - h^k \cdot d^k.$$

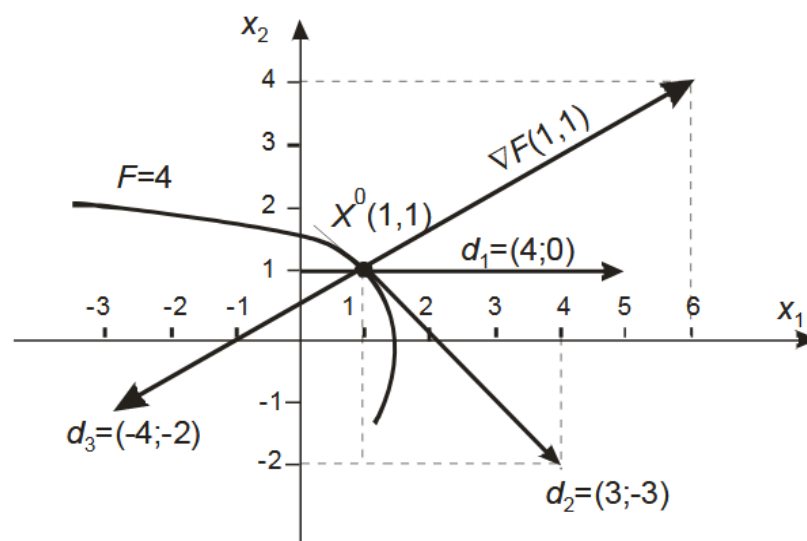
4 qadam. *Echim bahosini qayta hisoblash:*

$$X^k = X^{k+1};$$

$$F(X^k) = F(X^{k+1});$$

$$k = k + 1.$$

1 qadamga qaytish.



4.13-rasm. $X^0(1,1)$ nuqtaga $F = 2x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2$ funksiyaning maqbul yo‘nalishlari

Izoh. Algoritmnı to‘htatish sharti sifatida quyidagilarnı qabul qilish mumkin:

- 1) $\rho(X^{k+1}, X^k) \leq \varepsilon_\rho$, bu erda ρ X^k va X^{k+1} nuqtalar orasidagi masofa;
- 2) $|F(X^{k+1}) - F(X^k)| \leq \varepsilon_F$;
- 3) $\|\nabla F(X^k)\| \leq \varepsilon_{\nabla F}$.

Bu erda ε_ρ , ε_F , $\varepsilon_{\nabla F}$ – nuqtalar, funksiya qiymatlari va gradient normalari orasidagi masofani hisoblashda avvaldan berilgan hatoliklar.

4.6.6. Tushish usullarining tutashishi sharti

1. F funksiyasi ikki marotaba uzluksiz differensiallanadi.
2. Har bir iteratsiyada funksiya «sezilarli» kamayadi.

Qadamning h^k noto‘g‘ri tanlovi $\Delta F = F^{k+1} - F^k$ iteratsiyalar bo‘yicha funksiya kamayishining qiymatlari haddan tashqari tez nolga yaqinlashadi ($\Delta F \rightarrow 0$), ya’ni funksiyaning sezilarli kamayishi bo‘lmaydi.

3. Barcha k (iteratsiya raqami)larda tushish yoʻnalishi d^k va gradient $\nabla F(X^k)$ oʻrtasidagi burchak φ toʻgʻri burchakdan fiksatsiyalangan nolga teng boʻlmagan kattalik $\Delta\varphi$ dan kam boʻlmagan kattalikga farq qiladi. d^k va $\nabla F(X^k)$ ortogonal ($\varphi = 90^\circ$) boʻlganlarida hisoblash usuli ular boʻylab $F^k = \text{const}$ vektorlarni beradi.

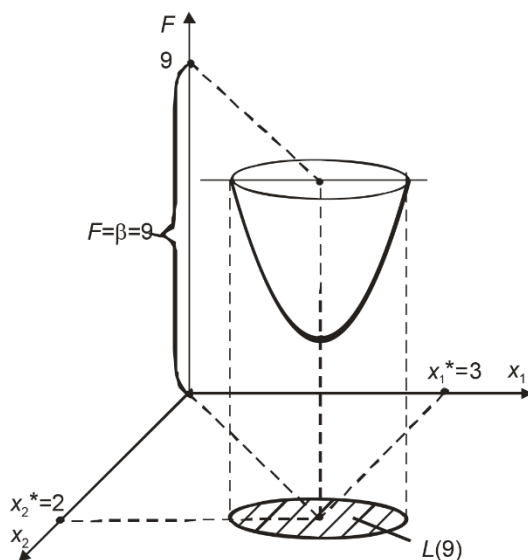
4. Sath koʻpligi $L(F(X^0))$ berk va chegaralangan (X^0 – tushishning boshlangʻich nuqtasi).

Izoh.

Berilgan funksiya $F(X)$ va son β uchun sath koʻpligi $L(\beta)$ deb quyidagi tengsizligi bajariladigan barcha X nuqtalar yigʻindisi nomlanadi

$$F(X) \leq \beta.$$

Misol. Maqsadli funksiya $F = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2$ uchun sath koʻpligi $L(9)$ ni aniqlang.



4.14- rasm. Funksiya $F = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2$ ning sath yigʻindisi $L(9)$

Echim

$\beta = 9$ uchun berilgan funksiyaning sath koʻpligi – bu doira $(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 9$ ichida joylashgan nuqtalar yigʻindisidir (4.14- rasmda shtrixlangan soha).

4.6.7. Tushish usullari

Tushish usullari – bu ko‘plab o‘zgaruvchanlar funksiyasining shartsiz minimumini qidirishga yo‘naltirilgan usullar.

Tushish usullari quyidagi shart bajariladigan nuqtalar ketma ketligini $X^0, X^1, \dots, X^k, \dots$ qurishdan iborat

$$F(X^0) > F(X^1) > \dots > F(X^k) > \dots \quad (4.23)$$

Ular funksiya differensiallanishini talab qiladilar, bu esa X^k nuqtalarining kichik atrofida funksiyaning harakati to‘g‘risida ma’lumot beradi va minimum nuqtasini yo‘naltirilgan qidiruvini amalga oshirish imkonini beradi.

4.6.7.1. Gradient usuli

Gradient usulning mohiyati: ***qidiruvning har bir nuqtasida vektor-gradient aniqlanadi va bu (maksimum qidirilganda) yoki teskari (minimum qidirilganida) yo‘nalishda qadam quyiladi.***

Keyingida faqat maqsadli funksiyaning minimumi va uning antigradienti to‘g‘risida gap ketadi. Gradient usuli yordamida maqsadli funksiyaning minimumini qidirish ketma ketligi tushishning modeli sxemasiga to‘liq to‘g‘ri keladi, unga muvofiq ko‘rib chiqilayotgan usul bo‘yicha har bir iteratsiyasida ikki masala echiladi.

1 masala. Tushishning yo‘nalishini aniqlash

Bu maqsadda boshlang‘ich nuqta X^0 da optimallashtirilayotgan funksiyaning hususiy hosilalari hisoblanadi:

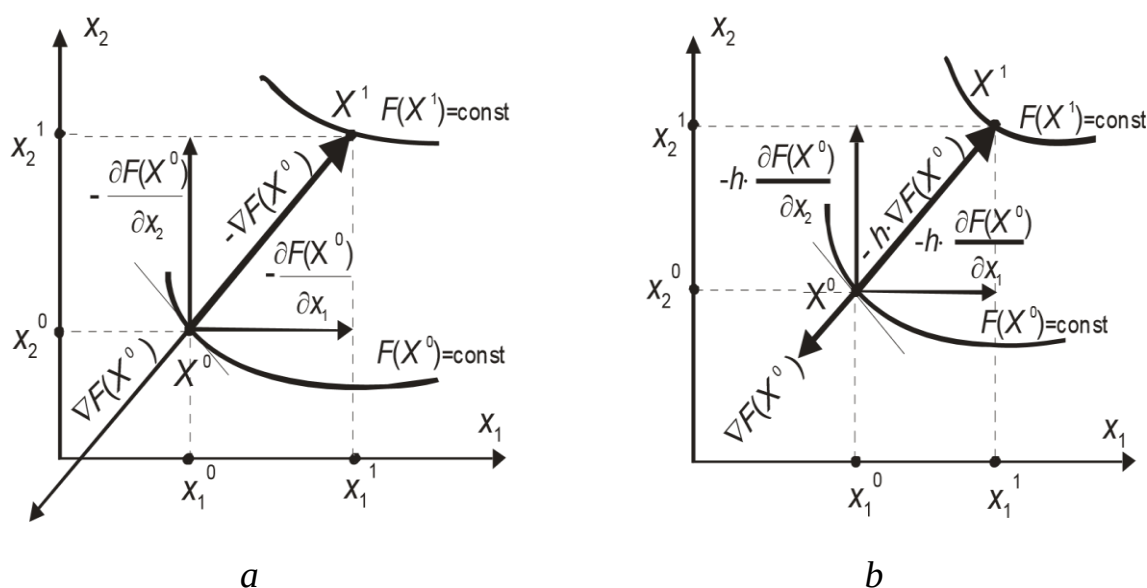
$$\frac{\partial F X^0}{\partial x_1}, \frac{\partial F X^0}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial F X^0}{\partial x_n}. \quad (4.24)$$

$x_1, x_2, \dots, x_n$ bo‘yicha hususiy hosilalarning absolyut qiymatlari – bu tegishli $Ox_1, Ox_2, \dots, Ox_n$ koordinatalar o‘qlari bo‘ylab o‘zgarishga mos bo‘laklaridir. Hosilaning belgisi o‘zgarishning yo‘nalishini belgilaydi.

Funksiya F antigradienti bo'ylar koordinatalari $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ bo'lgan X^0 berilgan nuqtadan ma'lum nuqtaga X^1 tushishida uning koordinatalari $(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$ quyidagicha aniqlanadi:

$$x_1^1 = x_1^0 - \frac{\partial F(X^0)}{\partial x_1}; \quad x_2^1 = x_2^0 - \frac{\partial F(X^0)}{\partial x_2}; \quad \dots; \quad x_n^1 = x_n^0 - \frac{\partial F(X^0)}{\partial x_n}. \quad (4.25)$$

Ikki o'zgaruvchan funksiyasi $F(x_1; x_2)$ uchun X^0 nuqtadan X^1 nuqtaga antigradientning to'liq uzunligiga o'tishi 4.5, a- rasmda ko'rsatilgan.



4.15- rasm. $X^0(x_1^0, x_2^0)$ nuqtadan $X^1(x_1^1, x_2^1)$ nuqtaga antigradient bo'ylab vektorning to'liq uzunligig bo'yicha (a) va ma'lum bir qadam $h > 1$ (b) bilan o'tishi

2 masala. Tushish yo'nalishida qadam tanlash

Antigradient bo'ylab vektorning to'liq uzunligig bo'ylab o'tishi optimallashtirish jarayonining tutashishmasligiga olib kelishi mumkin. Tushishning so'ngi nuqtasidagi funksiya qiymati har bir iteratsiyada uning dastlabki nuqtadagi qiymatidan oshmasligi uchun qadamni antigradient yo'nalishida o'zgartirish maqsadga muvofiq, ya'ni vektorning to'liq uzunligiga o'zgartirmasdan, $h \cdot \nabla F$ kattaligiga o'zgartirish, bu erda h – qiymati masalaning

tabiati va antigradient yoʻnalishida qadam qilinayotgan nuqtaning koordinatalari qiymatlariga bogʻliq boʻlgan maʼlum bir musbat son. Oʻzining mohiyati boʻyicha h – masshtabli koʻypaytma, ammo qabul qilingan terminlarga koʻra uni **qadam uzunligi**, yoki shuncha ki **qadam** deb nomlaymiz.

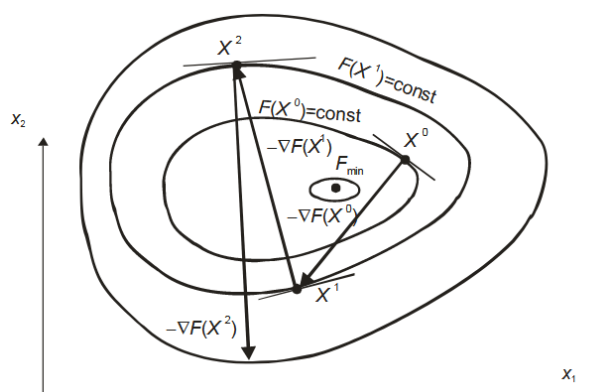
Har bir iteratsiyada qadam uzunligining h^k tanlovi gradientli tushishning bir nuqtasidan ikkinchi nuqtasiga oʻtishida minimumini taʼminlashi kerak

$$F(X^{k+1}) < F(X^k).$$

Qadam uzunligini tanlashda quyidagi qarama qarshi jihatlarini inobatga olish kerak:

1) qadamni h etarli darajada kichik qilib olinganda harakat deyarli antigradient chizigʻi boʻylab kechadi (yaxshi!), ammo bunda iteratsion jarayonning juda sekin tutashishi vujudga keladi (yomon!);

2) h – katta boʻlsa, jarayonning tutashishini taʼminlay olmaslik xavfi vujudga keladi, bu grafik koʻrinishda yuqorida keltirilgan (4.16- rasm).



4.16- rasm. Qadamni muvaffaqiyatsiz tanlovidagi tutashmaydigan iteratsion jarayon

Tushish qadamini h tanlash mezonlari

SHunday qadamlar bilan harakatlanish kerak ki maqsadli funksiyaning minimumiga iteratsiyalarning eng kichik sonida erishish kerak!

Maʼlum masala uchun qadam h ni saralash bilan qabul qilinadi, yoki buning ilojisi

bo'lsa tushishning har bir qadamida uning maksimal qiymati keyingi bo'lish bilan to'ki ushbu yo'nalishda funksiyaning kamayishiga erishmaguncha aniqlanadi. Tanlangan qadam h antigradient yo'nalishida $X^0(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ nuqtadan koordinatalari aniqlanadigan $X^1(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$ nuqtaga o'tish imkonini beradi:

$$x_1^1 = x_1^0 - h \cdot \frac{\partial F(X^0)}{\partial x_1}; \quad x_2^1 = x_2^0 - h \cdot \frac{\partial F(X^0)}{\partial x_2}; \quad \dots \quad x_n^1 = x_n^0 - h \cdot \frac{\partial F(X^0)}{\partial x_n};$$

4.6.7.2. Eng tez tushish usuli

Tushishning har bir bosqichida funksiya $F(X)$ ning vektor-gradienti $\nabla F(X)$ aniqlanadi va antigradient yo'nalishida ushbu yo'nalishda maqsadli funksiya minimal qiymatga ega bo'lga nuqttagacha harakatlaniladi. Topilgan nuqtada yana gradient aniqlanadi va yangi antigradient yo'nalishida yangi yo'nalishda minimum nuqtasigacha bo'lgan to'g'ri chiziq bo'yicha harakat amalga oshiriladi.

SHunday qilib, eng tez tushish usulining har qadamida ma'lum nuqtadan X^k h bo'yicha maqsadli funksiyaning ***bir o'lchovli minimallashtirish masalasi*** echiladi:

$$\varphi(h) = F(X^k - h \cdot \nabla F(X^k)) \rightarrow \min$$

h o'zgartirish natijasida ushbu yo'nalishdv optimal qadam h^* aniqlanadi.

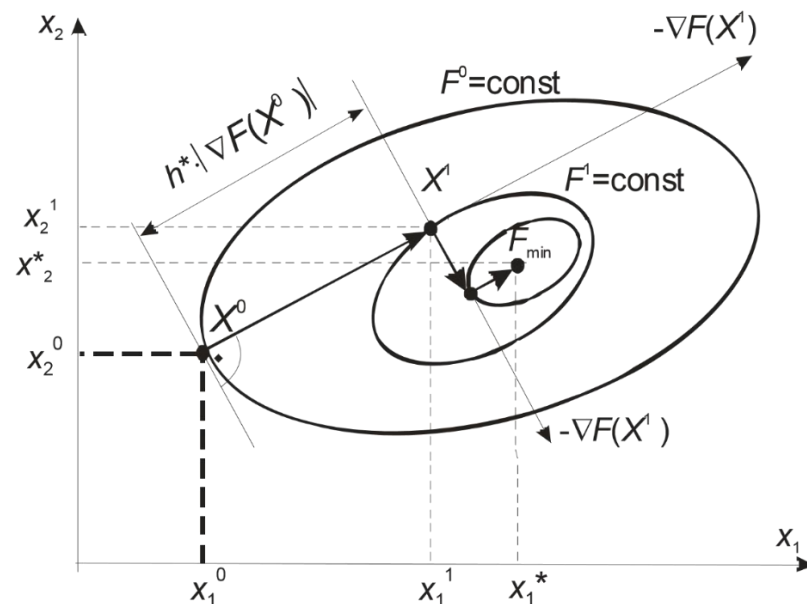
h ning optimaldan h^* birinchi yoki ikkinchi tomonga og'ishida (masalan, Δh qiymatga) vektor-antigradient $-\nabla F(X^k)$ yo'nalishida maqsadli funksiyaning qiymati oshadi:

$$F(X^j) > F(X^k - h^* \cdot \nabla F(X^k)),$$

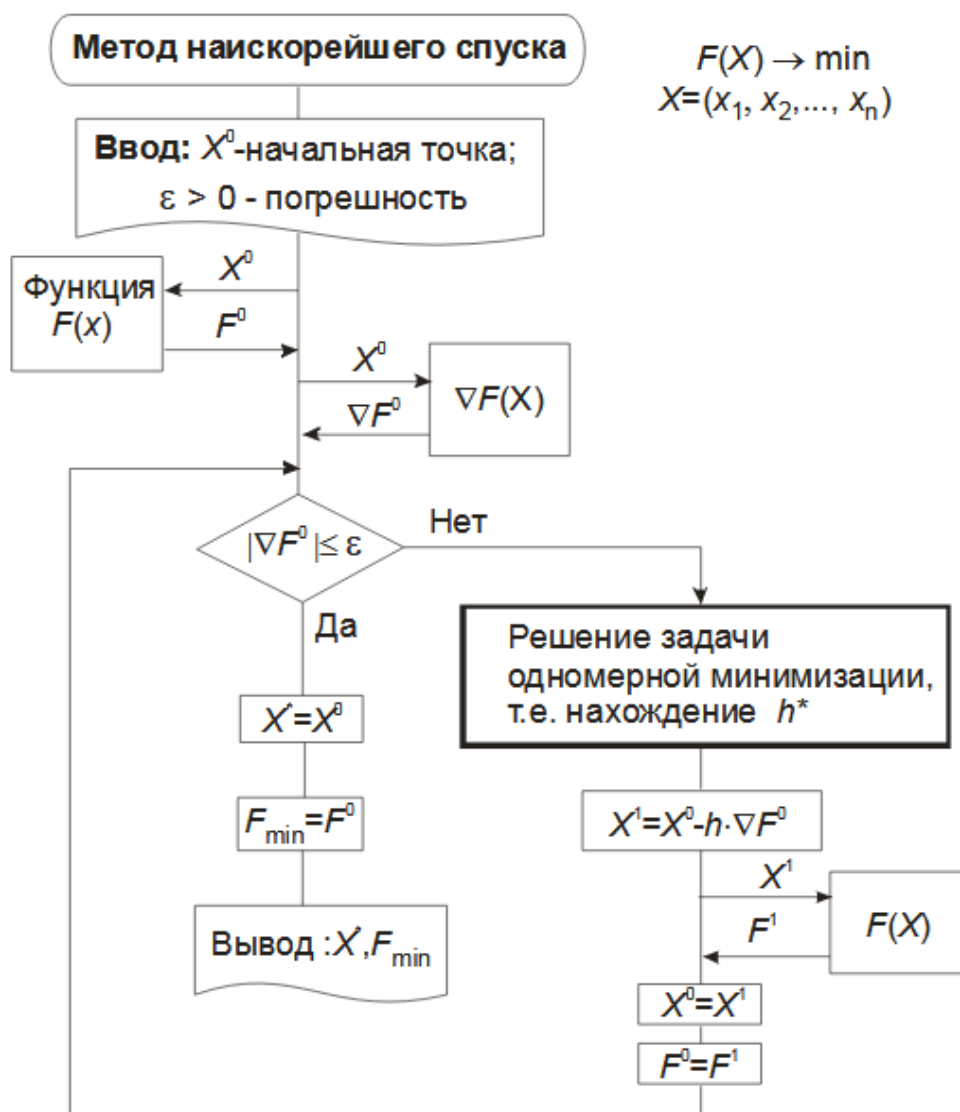
bu erda

$$X^j = X^k - (h^* \pm \Delta h) \cdot \nabla F(X^k).$$

Eng tez tushish usulining grafik ko'rinishi 4.7- rasmda keltirilgan.



4.17- rasm. Eng tez tushish usulining grafik ko‘rinishi

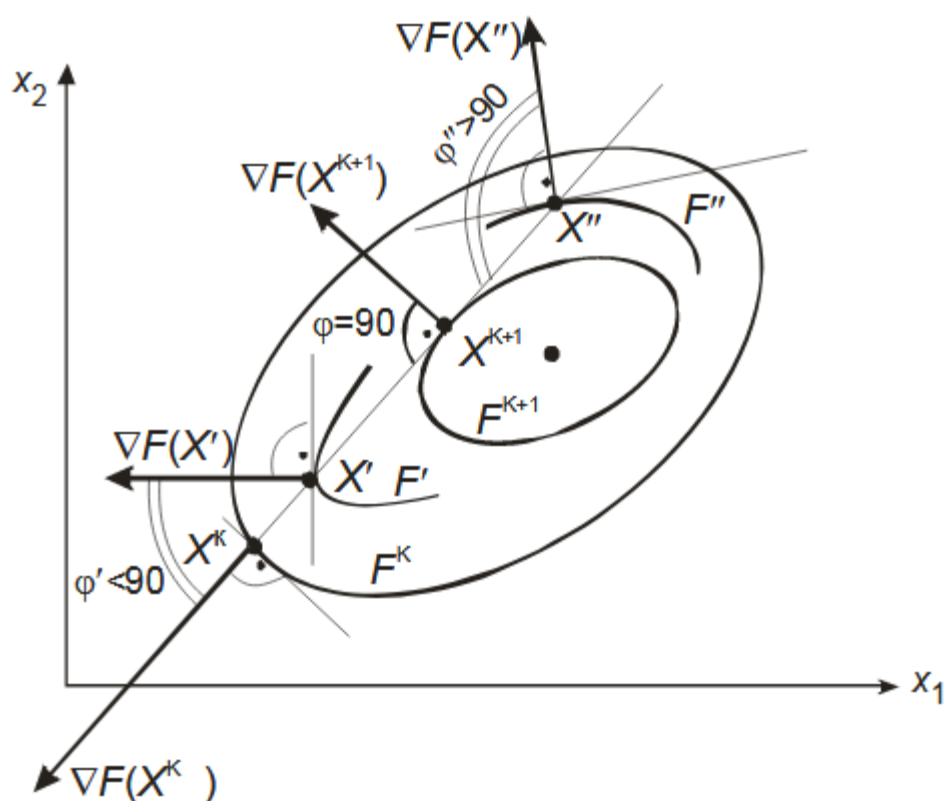


4.18- rasm. Eng tez tushish usulining umumiy algoritmi

Usulninh umumiy algoritmi 4.18 rasmda keltirilgan.

Optimal qadamni aniqlash usullari:

- 1) grafik usuli (4.19 rasm);
- 2) tushishning har bir yo‘nalishida bir o‘lchamli minimallashtirish masalasini echish bilan:
 - a) analitik usul;
 - b) raqamli usul;
- 3) tushishning qo‘shni nuqtalarida X^k va X^{k+1} vektor-gradientlarning skalyar ko‘paytmasini aniqlash bilan (4.20- rasm).



4.19- rasm. Eng tez tushish usuli bilan x^k nuqtadan tushishda optimal qadamni tanlashning grafik ko‘rinishi

Tushishning optimal qadamini hisoblash

Tanlangan yo‘nalishda optimal qadamni h^* aniqlashning eng sodda usuli bu

tushishning qo‘shni nuqtalarida X^k va X^{k+1} vektor-gradientlarning skalyar ko‘paytmasini aniqlashdir:

$$S = (\nabla F(X^k), \nabla F(X^{k+1})).$$

$$X' : F^k > F' > F^{k+1}; S = (\nabla F(X^k), \nabla F(X')) > 0 \quad (\varphi < 90^\circ) \Rightarrow h \uparrow \text{ kerak};$$

$$X'' : F^k > F'' > F^{k+1}; S = (\nabla F(X^k), \nabla F(X'')) > 0 \quad (\varphi > 90^\circ) \Rightarrow h \downarrow \text{ kerak};$$

$$X^{k+1} : S = (\nabla F(X^k), \nabla F(X^{k+1})) = 0 \quad (\varphi = 90^\circ) \Rightarrow h = h^*.$$

h^* uchun $|S| = 0$ bajariladi. h^* ni raqamli aniqlashda $|S| \leq \varepsilon$ shartni bajarish kerak, bu erda ε – oldindan berilgan hisoblash hatoligi.

S hisobi chiziqli algebra fanining ma’lum formulalari bo‘yicha aniqlanadi:

$$S = \frac{\partial F(X^k)}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial F(X^{k+1})}{\partial x_1} + \frac{\partial F(X^k)}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial F(X^{k+1})}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial F(X^k)}{\partial x_n} \cdot \frac{\partial F(X^{k+1})}{\partial x_n}$$

yoki

$$S = |\nabla F(X^k)| \cdot |\nabla F(X^{k+1})| \cdot \cos \varphi,$$

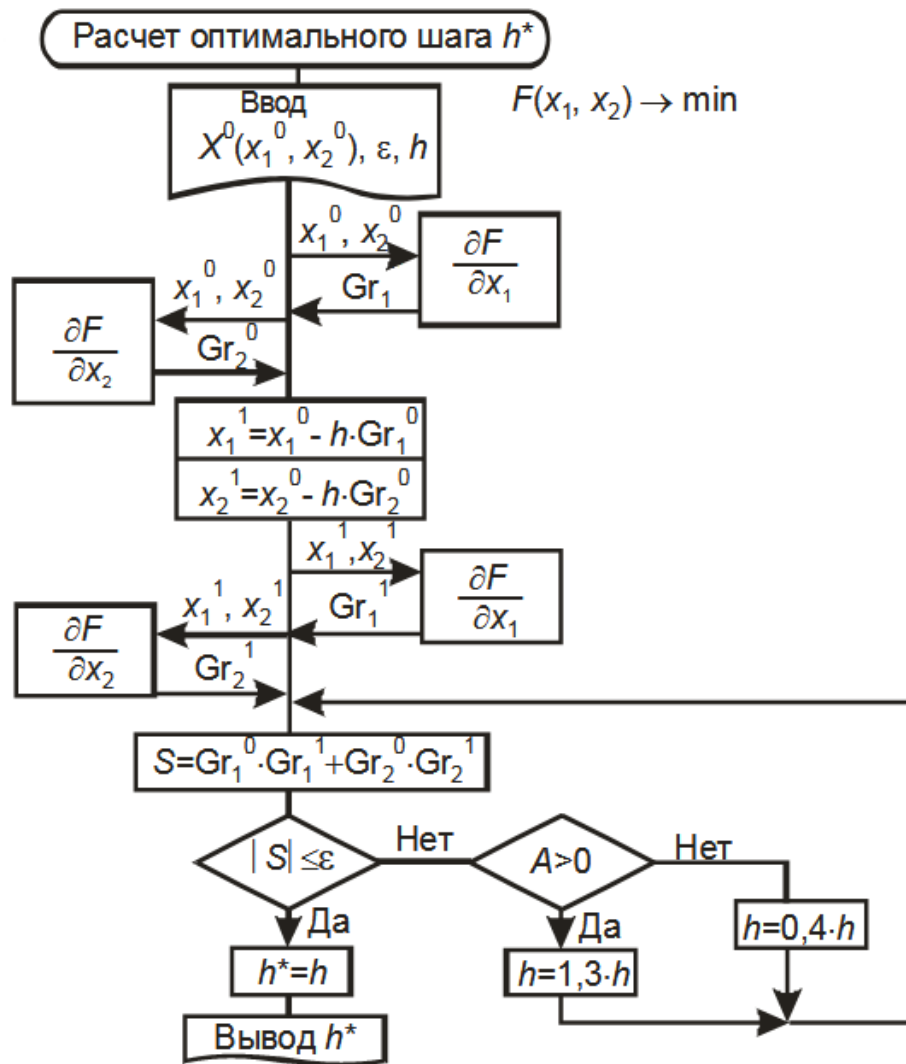
bu erda

$$|\nabla F(X^k)| = \sqrt{\left(\frac{\partial F(X^k)}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial F(X^k)}{\partial x_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial F(X^k)}{\partial x_n}\right)^2};$$

$$|\nabla F(X^{k+1})| = \sqrt{\left(\frac{\partial F(X^{k+1})}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial F(X^{k+1})}{\partial x_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial F(X^{k+1})}{\partial x_n}\right)^2};$$

ϕ – $\nabla F(X^k)$ va $\nabla F(X^{k+1})$ vektorlari orasidagi burchak (3.17 rasm).

$\nabla F(X^k)$ va $\nabla F(X^{k+1})$ vektor-gradientlarning skalyar ko‘paytmasini hisoblash asosida h^* aniqlash algoritmining blok-sxemasi 4.47- rasmda keltirilgan.



4.20- rasm. Optimal qadamni hisoblash (eng tez tushish usuli)

Misol . Funksiya $F = (x_1 - 2)^2 + 3 \cdot (x_2 - 1)^2$ uchun analitik yo‘l bilan h^* optimal qiymatlarini $X^0(0; 0)$ nuqtadan eng tez tushish usulining ikki qadamida aniqlang .

Echim

$$\text{Gradient } \nabla F(X) = (2 \cdot (x_1 - 2); 6 \cdot (x_2 - 1)).$$

1 Iteratsiya

$$F(X^0) = F(0; 0) = 7; \quad \nabla F(X^0) = (-4; -6);$$

$$x_1^1 = x_1^0 - h \cdot \frac{\partial F(X^0)}{\partial x_1} = 0 - h \cdot (-4) = 4h;$$

$$x_2^1 = x_2^0 - h \cdot \frac{\partial F(X^0)}{\partial x_2} = 0 - h \cdot (-6) = 6h;$$

Funksiya minimumimi h bo'yicha minimallashtirishning klassik usuli bo'yicha qidiramiz

$$\varphi(h) = F(x_1^1; x_2^1) = F(4 \cdot h; 6 \cdot h) = (4 \cdot h - 2)^2 + 3 \cdot (6 \cdot h - 1)^2 = 124 \cdot h^2 - 52 \cdot h + 7$$

Buning uchun hosilani $\varphi'(x)$ aniqlaymiz va uni nolga tenglashtiramiz:

$$\varphi'(x) = 248 \cdot h - 52 = 0; \quad h^* = 0,2097.$$

Ikkinchi hosilaning musbat belgisi $\varphi''(x) = 248 > 0$ $h^* = 0,2097$ da funksiyaning $\varphi(h)$ minimumi mavjudligi to'g'risida habar beradi.

$X^0(0;0)$ nuqtadan optimal qadam $h^* = 0,2097$ bilan eng tez tushish natijasida o'tadigan nuqta koordinatalari:

$$x_1^1 = 4 \cdot h^* = 4 \cdot 0,2097 = 0,8387;$$

$$x_2^1 = 6 \cdot h^* = 6 \cdot 0,2097 = 1,2582.$$

$$X^1 = (0,8387, 1,2582).$$

Funksiya qiymati $F(X^1) = 1,5486$.

2 Iteratsiya

$$X^1 = (0,8387; 1,2582);$$

$$F(X^1) = 1,5486;$$

$$\nabla F(X^1) = (-2,323; 1,549);$$

$$x_1^2 = 0,8387 \cdot h;$$

$$x_2^2 = 1,258 - 1,549 \cdot h.$$

$$\begin{aligned} \varphi(h) &= F(x_1^2; x_2^2) = (0,8387 + 2,323 \cdot h - 2)^2 + \\ &+ 3 \cdot (1,258 - 1,549 \cdot h - 1)^2 = 12,59 \cdot h^2 - 7,792 \cdot h + 1,548; \end{aligned}$$

$$\varphi'(x) = 25,19 \cdot h - 7,792 = 0; \quad h^* = 0,3094.$$

Ikkinchi hosilaning musbat belgisi $\varphi''(x) = 25,19 > 0$ $h^* = 0,3094$ da funksiyaning $\varphi(h)$ minimumi mavjudligi to'g'risida habar beradi.

$X^1 = (0,8387; 1,258)$ nuqtadan optimal qadam $h^* = 0,3094$ bilan eng tez tushish natijasida quyidagi nuqtaga o'tadi:

$$X^2 = (1,557; 0,7789).$$

Funksiya qiymati $F(X^2) = 0,3429$.

3.6.7.3. Koordinatali tushish usuli

Koordinatali tushish usulining mohiyati ko'p parametrli funksiya $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ni boshida birinchi parametr x_1 , so'ng ikkinchi parametr x_2 va h.k. ohirgi parametr x_n bo'yicha minimallashtirishdan iborat.

Masalani echishning ***birinchi*** bosqichida ***birinchidan tashqari bircha parametrlar fiksatsiyalanadi***, va birinchi parametrning optimal qiymati aniqlanadi, ya'ni birinchi parametrning minimaldan maksimal qiymatigacha o'zgarganida bir o'lchamli minimallashtirish masalasi echiladi

$$F = F(x_1(\text{var}), x_2^0, \dots, x_{nf}^0) \rightarrow \min$$

Birinchi parametrning topilgan optimal qiymati $x_1^{\text{opt}*}$ bilan belgilanadi

So'ng faqat ikkinchi parametri x_2 o'zgarganida funksiya $F = F(x_1^{\text{opt}*}, x_2(\text{var}), x_3^0, \dots, x_{nf}^0)$ minimumi qidiriladi. Bu erda birinchi parametr yuqorida topilgan optimal qiymat bo'yicha fiksatsiyalanadi

$$x_{1f}^{\text{opt}*} = x_1^{\text{opt}*}$$

Optimallashtirish sikli parametr x_n ning optimal qiymatini $x_n^{\text{opt}*}$ aniqlashda x_n parametri o'zgaranda funksii $F = F(x_{1f}^{\text{opt}*}, x_{2f}^{\text{opt}*}, \dots, x_{(n-1)f}^{\text{opt}*}, \dots, x_n(\text{var}))$ minimumini aniqlash bilan tugaydi.

Odatda qidiruvning bir sikli funksiya $F(X)$ ning minimal qiymatini aniqlash imkonini bermaydi. SHuning uchun keltirilgan siklning takrorlanishi kerak.

Koordinatali tushish iteratsiyalarining ikkinchi siklini bajarish jarayonida ikkinchi yaqinlashuvda optimallashtirilayotgan parametrlarning optimal qiymatlari aniqlanadi: $opt\ x_1^{opt**}, x_2^{opt**}, \dots, x_n^{opt**}$ va h.k.

Algoritm to'htashining mezonini bo'lib nomi bir o'zgaruvchanlarning ikki ohirgi iteratsiyalarida «optimal» qiymatlarning farqi oldindan berilgan hatolik qiymatiga teng

$$|x_i^{optk} - x_i^{opt(k-1)}| \leq \varepsilon_i,$$

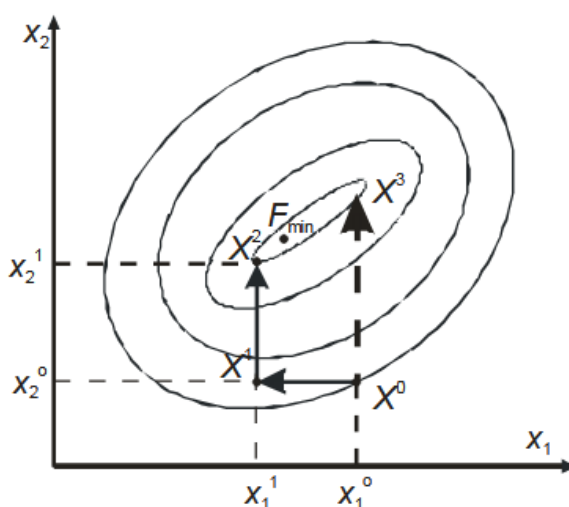
bu erda i 1 dan n gacha o'zgaradi;

k – iteratsiya raqami.

Koordinatali tushish algoritmi ko'p o'lchamli masalani bir o'lchovli optimallashtirish usullari yordamida echiladigan ketma ket bir o'zchamli masalalarga olib keladi.

4.21 rasmda koordinatali tushish usulini ikki o'zgaruvchan funksiyasi $F(x_1, x_2)$ misolida grafik ko'rinishi keltirilgan.

Rasmdan koordinatali tushish usuli bilan minimumni qidirish yo'lidagi qadamlar soni sezilarli darajada dastlabki nuqta tanlovi va birinchi fiksatsiyalangan koordinataga bog'liqligini ko'rishimiz mumkin.



4.21- rasm. Koordinatali tushish usulining grafik ko'rinishi

4.6.8. Ekstremumga keskin ko‘tarilish usuli bilan yaqinlashish

Ekstremumga yaqinlashish u javob funksiyasi gradiyenti (antigradiyent) yo‘nalishi bo‘yicha amalga oshiriladi (422-pacm).

Gradiyent vektori funksiyaning tezkor ko‘tarilish yo‘nalishini aniqlaydi va $y = y(x_1, x_2, \dots, x_m)$ uchun quyidagiga teng:

$$\text{grad } \bar{y} = \frac{\partial y}{\partial x_1} \bar{i} + \frac{\partial y}{\partial x_2} \bar{j} + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_m} \bar{m},$$

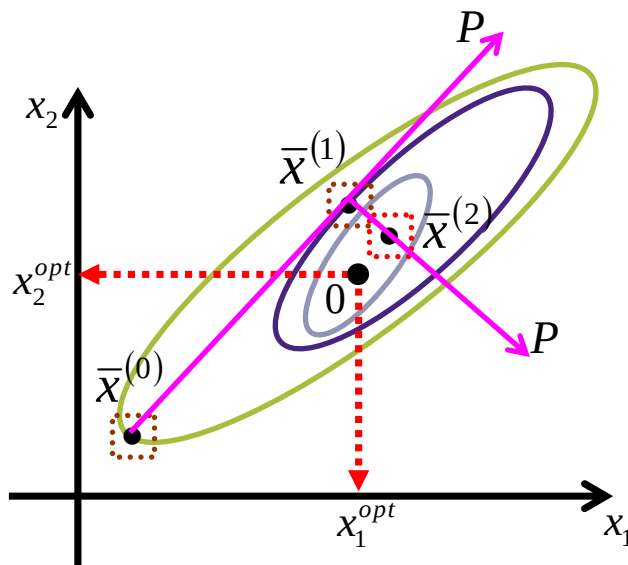
bu yerda,

$\bar{i}, \bar{j}, \dots, \bar{m}$ – koordinata o‘qlari yo‘nalishidagi birlik vektorlar;

$\frac{\partial y}{\partial y_i} (i = 1, \dots, \bar{m})$ – gradient vektorining $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ koordinata o‘qlariga

proeksiyalari.

$m = 2$ uchun keskin ko‘tarilish usuli bilan yaqinlashishni quyidagicha keltirish mumkin:



4.22-pacm. Ekstremumga keskin ko‘tarilish usuli bilan yaqinlashish

$\bar{x}^{(0)}, \bar{x}^{(1)}$ – birinchi tartibli tajriba (TFT – to‘liq faktorli tajriba) rejalarining markazi;

$\bar{x}^{(2)}$ – ikkinchi tartibli tajriba (TOMKR – tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi) rejasining markazi.

Faktorli fazoda ekstremumni qidirishning koordinatalar ketma- ketligi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$x_i^{(s+1)} = x_i^{(s)} \pm h \frac{\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_j}\right)^2}}$$

$$s = 0, 1, 2, 3, \dots$$

bu yerda, h – gradient vektorining yo'nalishi bo'yicha qadamning berilgan faktori;

S – tajribalashtirilayotgan nuqtalar raqami;

$\pm$ – maksimumga (+) yoki minimumga (–) ga yaqinlashish.

Bu yerda y kattalik faktorlari va koeffitsiyentlari nisbatan chiziqli bo'lgan regressiya tenglamasidan aniqlaniladi:

$$\hat{y} = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j x_j$$

Bu tenglama javobning ekstremum qiymatidan uzoqda bo'lgan sohalarda javob sirtini tavsiflash uchun ishlatiladi.

Faktorli fazoning bu regressiya tenglamasi haqiqiy bo'ladigan chegaralangan sohasi $(x_j^{(0)}, j = 1, \dots, m)$ – tajriba rejasining markazi bo'lgan sohaning markazi:

$$x_j^{(0)} = \frac{x_j^{\min} + x_j^{\max}}{2} \quad j = 1, \dots, m$$

va faktorlarni o'zgartirish intervali (aniq, yarim interval):

$$\Delta x_j = \frac{x_j^{\max} - x_j^{\min}}{2} \quad j = 1, \dots, m$$

bilan beriladi.

Faktorli fazoning mahalliy sohalari uchun regressiya tenglamasi kodlangan faktorlar bilan yoziladi:

$$\hat{\bar{y}} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j,$$

bu yerda,

$$z_j = \frac{x_j - x^{(0)}_j}{\Delta x_j} \\ j = 1, \dots, m$$

Natijada faktorning minimal qiymati $z_j = -1$ ga, maksimal qiymati $z_j = 1$ ga, tajriba rejasining markazi esa $z_j = 0$, $j = 1, \dots, m$ koordinatali nuqta bilan mos keladi.

Kodlangan $\tilde{a}_j$ faktorli regressiya tenglamasining koeffitsiyentlari natural qiymatli x_j faktorli regressiya tenglamalarining koeffitsiyentlaridan farq qiladi va ko‘rib chiqilayotgan chegaralangan sohada o‘tkazilgan to‘liq faktorli tajriba (TFT) dan aniqlanadi.

Bunday xossalardan biri reja markazidan bir xil masofaga kodlangan faktorli regressiya tenglamalarini bashorat qilish qobiliyatini tavsiflovchi rotatabellik xossasidir.

Regressiya tenglamalarining bashorat qilish qobiliyatining tavsiflari uchun $\bar{y}$ chiqish o‘zgaruvchilarining $\tilde{a}_j$ koeffitsiyentlarning mustaqilligidan kelib chiquvchi dispersiya baholari $-S^2$ dan foydalaniladi va ularning bir xil dispersiyalari TFT hollarida quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$S_{\bar{y}}^2 = S_{a_0}^2 + \sum_{j=1}^m z_j^2 S_{a_1}^2 = S_a^2 (1 + p^2)$$

bu yerda,

S_a^2 – barcha $\tilde{a}_j$ koeffitsiyentlar uchun bir xil dispersiya baholari

$$S_a^2 = \frac{S_e^2}{n}$$

bu yerda

n – TFT sinovlarining soni;

S_e^2 – u chiqish o‘zgaruvchilarining parallel sinovlar bo‘yicha aniqlanadigan qayta tiklanish dispersiyasi;

p^2 – reja markazidan faktorli fazoning ko‘rilayotgan nuqtasigacha bo‘lgan masofaning kvadrati.

$$p^2 = \sum_{j=1}^m z_j^2$$

Teskari $S_{\bar{y}}^2$ kattalik regressiya tenglamasining aniqlik o‘lchami uchun qabul qilingan.

$S_{\bar{y}}^2$ uchun tenglamaning aniqligi sfera radiusining kvadrati p^2 ga proporsional kamayadi va barcha ekvimasofali nuqtalari uchun bir xil bo‘ladi.

Shuning uchun ham faktorli fazoda birorta ham ustuvorroq yo‘nalishni belgilash mumkin emas va boshqa ixtiyoriy yo‘nalishga qaraganda y o‘zgaruvchisini bashorat qilish jihatidan gradiyent vektori ($grad \bar{y}$) yomon emas.

Biroq gradiyent – vektor ($grad \bar{y}$) y funksiyaning tezroq ko‘tarilish yo‘nalishini tavsiflaydi va bu jihatdan unga yaqinlashish yanada q taxminiy hisoblanadi.

Gradiyent – vektor ($grad \bar{y}$) ning koordinatalarini aniqlash uchun regressiyaning TFT natijalari bo‘yicha olinadigan monand tenglamasi ishlatiladi:

$$\hat{\bar{y}} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j$$

h qadamning faktori beriladi va qadam gradiyent bo'yicha TFT rejasi markazi $(\bar{x}^{(0)})$ – boshlang'ich yaqinlashish) dan funksiya javobining ekstremum qiymatiga tomon amalga oshiriladi va faktorli fazodagi rejaning yangi markazi $\bar{x}^{(1)}$ ning koordinatalari aniqlanadi.

Bu yerda yana TFT o'tkaziladi va uning natijalari qayta ishlanadi hamda gradiyent – vektorning ekstremum tomonga

$$x_i^{(s+1)} = x_i^{(s)} \pm h \frac{\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_j}\right)^2}}$$

$$s = 0, 1, 2, 3, \dots$$

qadam bilan amalga oshiriladigan yangi yo'nalishi hisoblanadi:

$$\text{grad } \bar{y} = \frac{\partial y}{\partial x_1} \bar{i} + \frac{\partial y}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_m} \bar{m}$$

Ketma-ket tajribalashtirish protsedurasi soha, javob funksiyaning ekstremum qiymatiga yaqin sohaga erishmaguncha davom ettirilaveradi.

Deyarli statsionar soha bilan yaqinlikni reja markazidagi tajribaviy $\bar{y}^{(c)}$ va hisobiy $\bar{y}^{(c)}$ kattaliklar o'rtasidagi farq qiymatining bahosi bilan amalga oshiriluvchi Styudent mezoni – t yordamida o'rnatish mumkin.

$$y^{(c)} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^{(c)}}{n}$$

$$\bar{y}^{(c)} = \tilde{a}_0$$

Javob funksiyasi ekstremumining yaqinlik sharti quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\frac{|y^{(c)} - \tilde{a}_0|}{S_e} > t_{\beta(fe)}^{jad}$$

bu yerda,

$f_e = k - 1$ - erkinlik darajalari soni;

k – parallel sinovlar soni;

β – berilgan ishonchli ehtimollik (odatda 0,95).

4.6.9. Deyarli statsionar sohadagi ekstremumning holatini aniqlash

Chiqish o‘zgaruvchisi uning ekstremum qiymatini ta’minlovchi faktorlarning optimal kattaliklarini aniqlash uchun ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar ekstremumining zaruriy shartidan kelib chiqadigan tenglamalar tizimi yechiladi:

$$\frac{\partial \bar{y}}{\partial z_1} = 0; \frac{\partial \bar{y}}{\partial z_2} = 0; \dots \frac{\partial \bar{y}}{\partial z_m} = 0$$

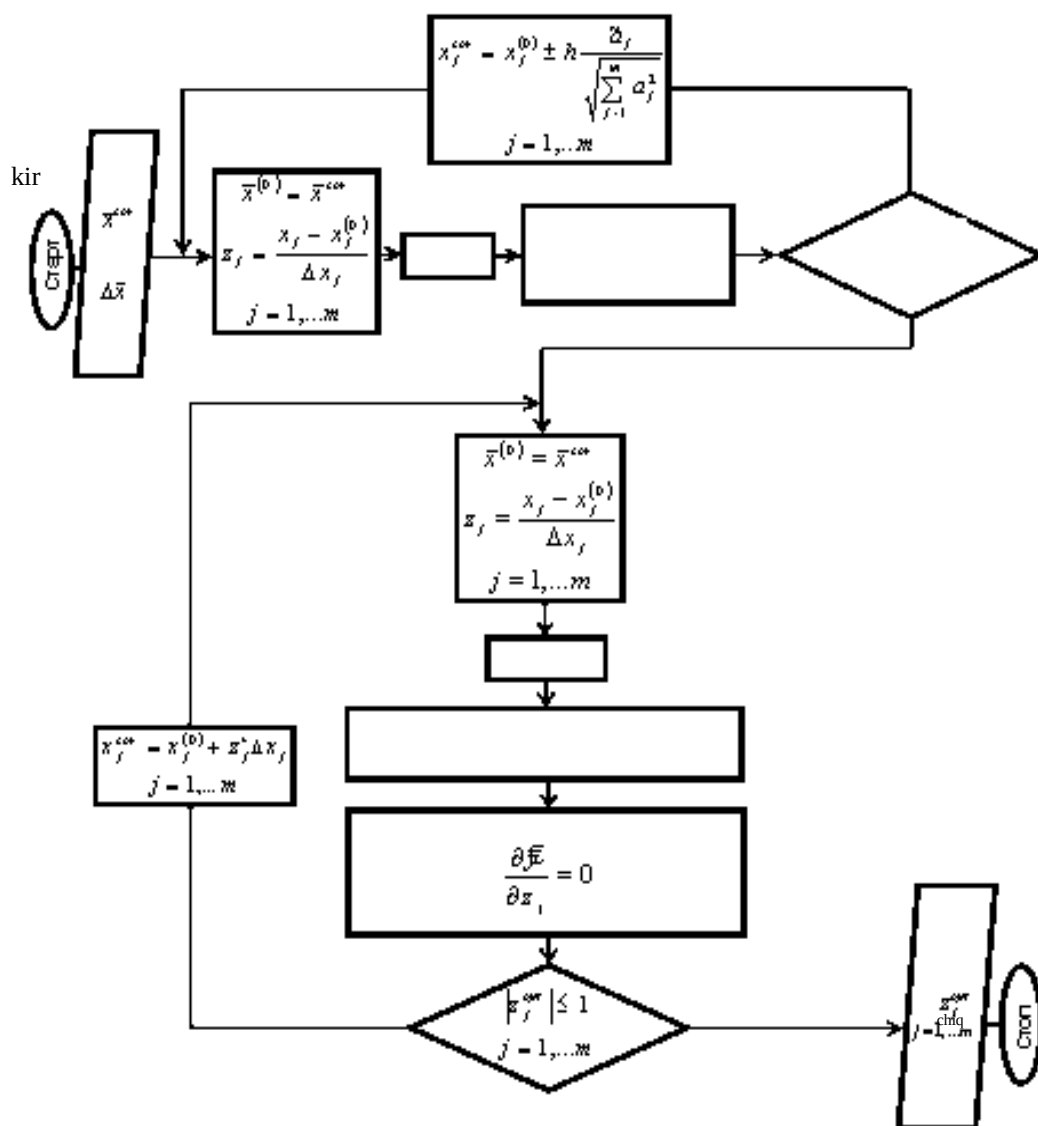
Bunday hollarda kodlangan faktorlar z_j ni qo‘llash qulayroq.

Ekstremumga yaqin bo‘lgan sohani tavsiflash uchun ikki o‘zaro ta’sirlashuvchi faktorli ikkinchi tartibli tenglamadan foydalanish mumkin:

$$\bar{y}^H = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{u=2}^m \tilde{a}_{ju} z_j z_u + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_{jj} (z_j^2 - S)$$

Kiritilgan kattalik S bu modellarning koeffitsiyentlari $(\tilde{a}_j, \tilde{a}_{ju}, \tilde{a}_{jj})$ ni aniqlash maqsadida o‘tkaziladigan tajribaning matritsalarini ortogonalligini ta’minlaydi.

$\bar{y}^{II}$ uchun tenglamaning koeffitsiyentlarini hisoblashda deyarli statsionar sohadagi tajribaning TOMKR amalga oshiriladi.



4.23-pacm. Optimallashtirishning tajribaviy - statistik usuli algoritmining blok-sxemasi.

Agar quyidagi shart bajarilmasa, ekstremum holatini aniqlash masalasini yechish natijalarini muvaffaqiyatli deb hisoblab bo‘lmaydi:

$$|z_j^{opt}| \leq 1$$

$$j = 1, \dots, m,$$

shuningdek, regressiya tenglamasi faqatgina tajribada joylashgan $(-1 \leq z_j \leq 1)$ kodlangan faktorlar diapazonidagina to'g'ri bo'ladi.

Bu shart bajarilmaganida tajribaning TOMKR ni rejaning yangi, xususan z_j^{opt} nuqtadagi markazi bilan qaytadan amalga oshirish tavsiya etiladi.

Ushbu ekstremum atrofidagi ketma-ket tajribalashtirish protsedurasi yuqorida keltirilgan tengsizlik bajarilmaguncha davom ettirilishi tavsiya etiladi.

O‘z - o‘zini tekshirish uchun topshiriqlar

1. Optimallashtirilayotgan o‘zgaruvchilarga chegaralanishlar qo‘yilgan va chegaralanishlari bo‘lmagan optimallashtirish masalalarining ifodalanishiga aniq misollar keltiring.
2. Optimallik mezonlariga bo‘lgan asosiy talablarni sanang.
3. Optimal loyihalash va boshqarish masalalari qanday ifodalandi?
4. Kompyuterda jarayonni optimallashtirish masalasi qanday yechiladi?
5. Sizga optimallashtirishning qanday usullari ma’lum? Ularning qanday ishlashini esga oling.
6. Qachon funksiya ekstremumini qidirishning optimallik mezoni o‘rniga tenglamalar tizimi yechiladi?
7. Optimal tajribalashtirishning qanaqa strategiyasi mavjud? Uning natijalarini qayta ishlash uchun kompyuterdan qanday foydalaniladi?
8. To‘liq faktorli tajriba qanday o‘tkaziladi va uning natijalari qanday qayta ishlanadi?
9. Tajribani ortogonal markaziy kompozitsion rejalashtirish va uning natijalarini qayta ishlash qanday amalga oshiriladi?
10. To‘liq faktorli tajribalarda modellarning koeffitsiyentlari qanday aniqlanadi?

V bob. KIMYOVIY TEXNOLOGIYA TIPIK APPARATLARINING KOMPYUTERLI MODELLARINI TUZISH

5.1. Issiqlik almashish apparatlarining kompyuterli modellarini tuzish

Haroratning fazaviy bir jinsli bo'lmagan maydonlari ta'siri ostida yuzaga keladigan, issiqliklarni tashishning o'z - o'zidan yuz beradigan jarayoniga *issiqlik almashish jarayoni* deyiladi.

Issiqlik tashishning miqdoriy o'lchami o'tish yo'nalishiga perpendikular bo'lgan birlik yuzadan birlik vaqt ichida o'tadigan issiqlik miqdoriga teng va o'tish yo'nalishini ko'rsatuvchi q issiqlik oqimi zichligining vektori hisoblanadi.

Issiqlik almashish apparatlarini hisoblashning muhim masalasi harorat maydonlari $T(t, x, u, z)$ ni aniqlash, shuningdek, issiqlik oqimlari $q(t, x, u, z)$ ni topish hisoblanadi. Agar q oqim maydonining zichligi ma'lum bo'lsa, unda issiqlik tashishning yig'indisi Q ni ixtiyoriy sirt orqali hisoblash qiyin emas:

$$Q = \int (\vec{q}_F \cdot \vec{n}_F) dF \quad (5.1)$$

bu yerda, $\vec{n}_F$ — sirtga perpendikular bo'lgan birlik vektor. Odatda qattiq devorlar, suyri issiqlik tashuvchilar va fazalar qismlarining yuzalari (kondensatsiya va bug'lanishda) yuza (sirt) sifatida qaraladi.

Issiqlik almashish masalasining matematik ifodalanishi tashish va saqlanish qonunlariga asoslanadi. Mos chegaraviy shartlar tadqiq etilayotgan obyektning boshlang'ich holati va uning atrof- muhit bilan o'zaro ta'sirini belgilaydi.

Issiqlik almashish nazariyasi uzluksiz (tutash) muhitlar modellariga asoslanadi. Bu molekulalar o'rtasidagi masofa qaralayotgan tizimning, hattoki uning elementar hajmlarining xarakterli o'lchamlaridan juda kichikligini bildiradi.

Energiya tashish qonunlarini ko'rib chiqamiz. Ko'rsatib o'tganimizdek energiya oqimi turli jinsli harorat maydonlari natijasida yuzaga keladi. Harorat maydonining fazaviy o'lchami haroratning maksimal o'sishi yo'nalishini

ko'rsatuvchi harorat gradiyenti $\text{grad}T$ hisoblanadi va haroratning shu yo'nalish bo'yicha olingan hosilalariga miqdor jihatidan teng bo'ladi:

$$\text{grad}T = \vec{n}_0 \frac{\partial T}{\partial n} = \vec{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (5.2)$$

bu yerda, $\vec{n}_0$ – izometrik yuza normalining birlik vektori;

$T(t, x, y, z) = \text{const}$, harorat o'sishi tomonga yo'naltirilganlik;

$\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}$ – harorat gradientining to'g'ri burchakli koordinata o'qlariga proeksiyalari.

Issiqlik o'tkazuvchanlik nazariyasida o'rganiladigan deformatsiyalanmaydigan bir komponentli muhitlarda issiqlik tashish uchun bir tomondan issiqlik oqimi boshqa tomondan harorat gradienti bilan molekular o'rtasidagi bog'liqlikni o'rnatadi. Amaliyotda yuzaga keladigan ko'pgina masalalarda ushbu kattaliklar o'rtasida Furiyning issiqlik o'tkazuvchanlik qonuni bilan o'rnatiladigan chiziqli munosabat to'g'ri:

$$q_T = -\lambda \text{grad}T \quad (5.3)$$

bu yerda, λ — muhitning issiqlik o'tkazuvchanligi.

Harakatlanuvchi gaz va suyuqliklarda konvektiv issiqlik almashish jarayoni yuz beradi. Bu yerda molekular tashishga konveksiya – bir qancha i tezliklar bilan ko'chuvchi makroskopik hajmli muhitlar energiyasi, impulsi va moddalarining ko'chishi ham qo'shiladi. Bunda tezlik vektori xuddi sarf tavsiflari kabi qo'yiladi: uning miqdoriy qiymati tezlik yo'nalishiga perpendikular bo'lgan birlik yuzadan birlik vaqt ichida tashilgan moddaning hajmiga teng. Tezlik i ni issiqlik miqdorining zichligi (entalpiya) ph ga ko'paytirib, issiqlikning konvektiv oqimi q_k ni olamiz:

$$q_k = \rho h u, \quad (5.4)$$

bu yerda. ρ — moddaning zichligi; h —entalpiya.

Shunday qilib, konvektiv issiqlik almashishda issiqlik oqimi q ning zichligi molekular va konvektiv tashkil etuvchilarning yig'indisi bilan aniqlanadi:

$$q = q_k + q_T = \lambda grad T + phu \quad (5.5)$$

Energiya o'tkazishning ko'rib chiqilgan turlari bilan bir qatorda energiyani elektromagnit to'lqinlar bilan o'tkazish ham mavjud. Bunda issiqlik o'tkazish jismlarga yutilgan nur energiyasi jismning issiqlik holatini o'zgartirishi bilan amalga oshiriladi, shuningdek, nurlanish jismning issiqlik holati (harorati) bilan aniqlanadi. Agar muhit issiqlik nurlanish uchun ochiq bo'lgan turli haroratli yuzalarga ajralsa, unda radiatsion va konvektiv issiqlik almashishlar bir-biridan mustaqil holda parallel ro'y beradi. Ushbu holda nurlanish energiyasining natijaviy oqimi faqatgina jism yuzasining geometriyasi, harorati va radiatsiyaviy xususiyatlari bilan aniqlanadi.

Muhit kuchli yutuvchi va nurlanuvchi bo'lgan hollarda energiya oqimining radiatsiyaviy tashkil etuvchisi uchun gradiyent tipidagi ifoda to'g'ri:

$$q_{rad} \approx grad(T^4) \quad (5.6)$$

Energiya o'tkazishning uchta mexanizmi, ya'ni issiqlik o'tkazuvchanlik, konveksiya va nurlanish qatnashadigan qo'shma (kombinatsiyali) issiqlik o'tkazish *murakkab issiqlik almashish* deb ataladi.

5.1.2. Issiqlik almashish jarayonini tavsiflashda qatnashuvchi stoxastik tashkil etuvchilar hisobi

Real sharoitlarni hisobga olib issiqlik almashishni hisoblash va tavsiflashning murakkabligi ko'pincha quyidagi dalillar bilan tushuntiriladi, hozirgi vaqtda issiqlik almashish apparatlari issiqlik tashuvchilarning to'la almashishi yoki uning aralashish rejimi bilan amalga oshiriluvchi modellari bo'yicha hisoblanadi. Ushbu oxirgi hollardagi rejimlar davomida issiqlik almashish apparatlarining konstruksiyalari va issiqlik berish turlarini aniqlash uchun issiqlik tashuvchilarga asoslaniladi. Biroq ko'p hollarda issiqlik tashuvchilarni aralashtirish va

almashtirishning ideal modellaridan foydalanish hisoblashda xatolik beradi. Shundan kelib chiqib, issiqlik tashuvchilar harakatining yanada realroq va shu bilan bir vaqtda yetarlicha sodda bo‘lgan modellaridan foydalanish lozim.

Real issiqlik almashish apparatlarida jarayonning stoxastik tabiatiga ko‘ra oqim elementlarining vaqt bo‘yicha taqsimlanishi notekisdir. Bunday notekislikning mavjudligini quyidagi manbalar orqali ko‘rsatish mumkin: tizimlarning kesimlaridagi tezliklarning turli o‘lchamliligi; oqimlarning turbulentlashishi; oqimlarda turg‘un sohalarning mavjudligi; tizimda baypas oqimlar va kanallarning vujudga kelishi. Oqimlarning notekisligini baholash uchun bo‘lish vaqti bo‘yicha taqsimlanish funksiyasi kiritiladi va bu funksiya tizimlarning impulsli, pog‘onali yoki chastotali g‘alayonlarga javobidan aniqlanadi va real oqimning ideal aralashtirish va almashtirish modellaridan og‘ishini miqdoriy baholash imkonini beradi. Tizimlarning g‘alayonlarga bo‘lgan javobining miqdoriy tavsiflari (o‘rtacha qiymat, dispersiya va h.z.) modellarning (diffuziyali va yacheykali) jarayonning stoxastik tabiatida qatnashuvchi parametrlarini hisoblash imkonini beradi. Suyuqliklar oqimidagi uning harakatini yuzaga keltiruvchi haroratning taqsimlanishini oqimlar harakatining ilgari ko‘rib chiqilgan modellari yordamida monand tavsiflash mumkin. Bunda oqimdagi moddaning konsentratsiyasi boshqa tavsif – harorat bilan almashtiriladi. «Quvur ichida quvur» apparati tizimida oqimni kondensatsiyalanuvchi bug‘ bilan T_1 haroratda qizdirishni ko‘rib chiqamiz. Issiqlik almashish apparatining sxemasi 5.1 rasmda keltirilgan.

Ideal o‘rin almashish modeli. Bu modelning asosida quyidagi farazlar yotadi:

1) ko‘ndalang kesimlarda haroratlar doimiy; 2) bo‘ylama almashinish mavjud emas.

Modellarning matematik tavsiflari quyidagi ko‘rinishga ega:

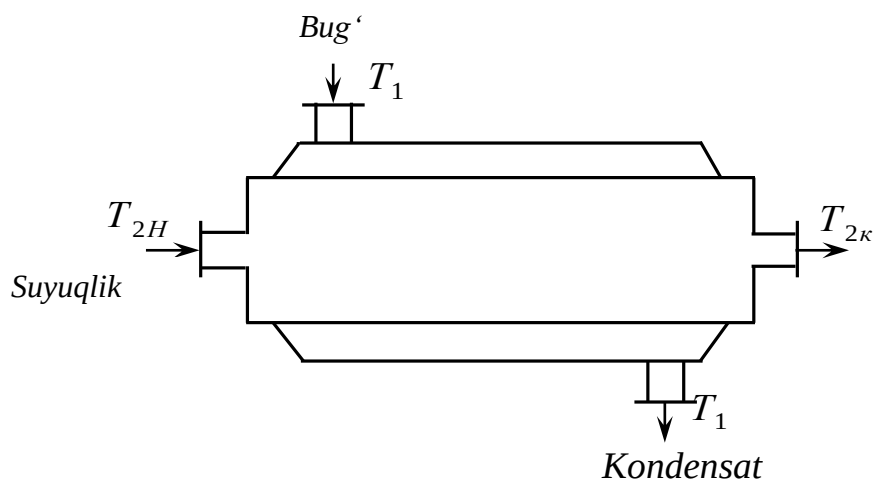
$$\nu_2 \frac{dt}{dx} = \frac{KP(T_1 - T)}{Sc_{p_2}} \quad (5.7)$$

bu yerda, ν_2 — qizdirilayotgan sovuq agentning oqish tezligi; K – issiqlik uzatish koeffitsiyenti; P va S – qizdirilayotgan yuza perimetri va ichki

quvurning ko'ndalang kesim yuzasi; c_{p_2} – sovuq agentning issiqlik sig'imi; χ – issiqlik apparatining kirishigacha bo'lgan masofa.

(5.7) tenglamani integrallash kirishdan χ masofada bo'lgan sovuq agentning harorati uchun quyidagi ifodani beradi:

$$T = T_1 - (T_1 - T_{2H}) \ell^{-\frac{KP}{Sc_{p_2} v_2}} \chi \quad (5.8)$$



5.1-rasm. Issiqlik almashish apparatining sxemasi.

Ideal aralashmaning modeli. Bu model sovuq agentning to'liq aralashishida amalga oshiriladi. Shuning uchun ham uning temperaturasi issiqlik almashish apparatining uzunligi bo'yicha o'zgarmaydi. Sovuq agentni qizdirishgacha bo'lgan harorat quyidagi issiqlik balans tenglamasidan aniqlanadi:

$$G_2 c_{p_2} (T_{2K} - T_{2H}) = KF(T_1 - T_{2K}) \quad (5.9)$$

Yacheykali model. Bu yerda sovuq agent oqimi ideal aralashishning ketma-ket bog'langan yacheykalari qatorlariga ajratilgan ko'rinishida keltiriladi. Modellarning matematik tavsifi yacheykalarning har biri uchun issiqlik balans tenglamasini o'z ichiga oladi:

$$\begin{aligned}
G_2 c_{p_2} (T_2^{(1)} - T_{2H}) &= \frac{KF}{n} (T_1 - T_2^{(1)}) \\
G_2 c_{p_2} (T_2^{(2)} - T_2^{(1)}) &= \frac{KF}{n} (T_1 - T_2^{(2)}) \\
&\dots\dots\dots \\
G_2 c_{p_2} (T_{2K} - T_2^{(n-1)}) &= \frac{KF}{n} (T_1 - T_{2K})
\end{aligned}
\tag{5.10}$$

(5.10) tenglamalar tizimining yechimi yacheykalar bo'yicha harorat o'zgarishini hisoblash imkonini beradi.

Diffuziyali model. Matematik modellarni tuzishda murakkab teskari aralashishli ideal o'rin almashish modeli asos bo'lib xizmat qiladi.

$$-D_l \frac{d^2 T}{dx^2} + v_2 \frac{dT}{dx} = \frac{KP(T_1 - T)}{Sc_{p_2}} \tag{5.11}$$

bu yerda, D_l – issiqlik tashuvchi oqimidagi bo'ylama aralashish koeffitsiyenti.

(5.11) tenglamaning yechimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$T = C_1 e^{s_1 x} + C_2 e^{s_2 x} + T_1 \tag{5.12}$$

bu yerda,

$$s_{1,2} = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 4D_l \frac{KP}{Sc_{p_2}}}}{-2D_l} \tag{5.13}$$

C_1, C_2 o'zgarmaslarni quyidagi $X = 0$ da $T = T_{2H}$ chegara shartdan topish mumkin,

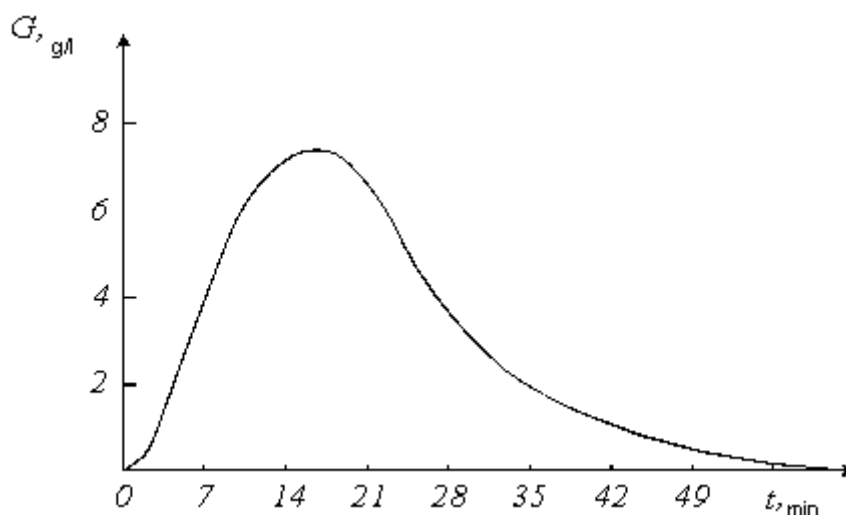
$$X = 0 \text{ da } \frac{dT}{dx} = 0 \tag{5.14}$$

Natijada quyidagilarni olamiz

$$C_1 = T_{2H} - T_1 - \frac{s_1 e^{s_1 L} (T_1 - T_{2H})}{s_2 e^{s_2 L} - s_1 e^{s_1 L}} \quad (5.15)$$

$$C_1 = \frac{s_1 e^{s_1 L} (T_1 - T_{2H})}{s_2 e^{s_2 L} - s_1 e^{s_1 L}} \quad (5.16)$$

Misol. Endi sovuq agent harakatining turli modellaridan kelib chiqib, suyuqliklar kondensatsiyalanuvchi bug‘ bilan qizdiriladigan holatlar uchun sovuq agentning kesimlardagi haroratlarini baholaymiz . Issiqlik almashish sharoiti quyidagicha: suyuqlik sarfi $G_2 = 1000 \text{ kg/soat}$ ni tashkil qiladi; uning issiqlik sig‘imi $c_{p_2} = 2520 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$; zichligi $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$. Qizdirish $T_1 = 120^\circ\text{C}$ haroratli to‘yingan suv bug‘i bilan amalga oshiriladi. Issiqlik almashishning silindrik yuzasining diametri $D_T = 0,5 \text{ m}$ ga teng. Issiqlik uzatish koeffitsiyenti $K = 600 \text{ Wt/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ni tashkil etadi. Issiqlik almashish apparatining uzunligi $1,5 \text{ m}$.



5.2-rasm. Tizim javobining S egri chizig‘i.

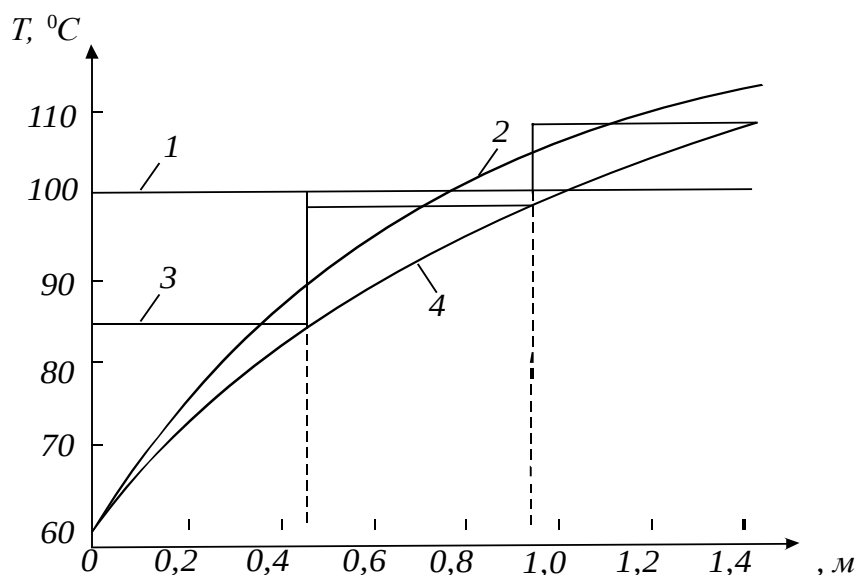
Issiqlik almashish apparatida qizdirilayotgan suyuqlik oqimining strukturasini baholash uchun tajribada tizimlar javobining S egri chizig‘i olindi (5.2-rasm) va

bunda, oldin hisoblangan yacheykali va diffuziyali modellarning parametrlaridan foydalanildi:

$$p = 3 \text{ va } D_L = 3.54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}.$$

Keyin keltirilgan modellar bo'yicha sovuq agentning issiqlik almashish apparatining uzunligi bo'yicha haroratlarini taqsimlanishi hisoblandi. Natijalar 5.3-rasmda ko'rsatilgan.

Ular turli modellar uchun olingan haroratlarning sezilarli tarqalishi haqida ma'lumot beradi. Shunday qilib, ideal o'rin almashish modeli yuqori haroratlar ($T_{2K} = 112^\circ\text{C}$) ni beradi, to'liq aralashish modeli esa past haroratlar ($T_{2K} = 100^\circ\text{C}$) ni beradi. Issiqlik almashish apparatidagi harorat o'zgarishining yanada realroq xarakterini yacheykali va diffuziyali modellar aks ettiradi ($T_{2K} = 100^\circ\text{C}$). Bunda berilgan modellar uchun chekli haroratlar amaliy jihatdan mos keladi, lekin juda kichik kesimlardagi haroratlar farq qiladi. Ideal o'rin almashish va diffuziyali modellar uchun issiqlik apparatlarini hisoblashda chekli haroratlarning farqi 5° (5% ga yaqin) ni tashkil etadi. Sovuq agentning o'rin almashish va to'liq aralashish modellari yanada katta farqni beradi.



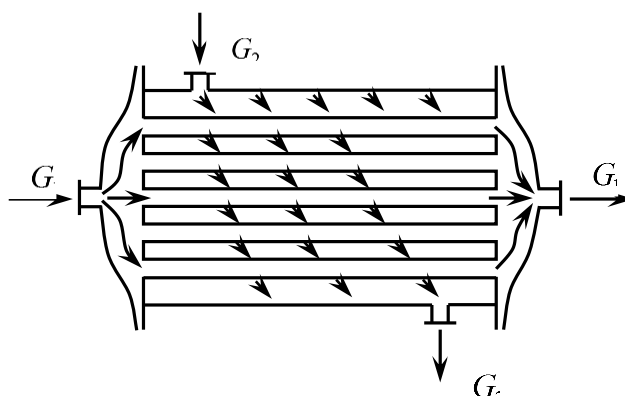
5.3-rasm. Turli modellar bo'yicha harorat profilining hisobi:

1-ideal aralashish; 2-ideal siqib chiqarish; 3-yacheykali model; 4-diffuziyali model.

Keltirilgan natijalar shuni ko'rsatadiki, issiqlik tashuvchilarining real oqimlarini to'la o'rin almashish va aralashish rejimlaridan og'ishini o'rganish muhim hisoblanadi.

5.1.3. Rekuperativ issiqlik almashish apparatlarining ishlashini modellashtirish

Umumiy munosabat. Issiqlik almashish apparatlarining berilgan turi kimyo sanoatida keng tarqalgan; unga birinchi navbatda rekuperativ obi quvurli issiqlik almashish apparatlari tegishli (5.4- rasm).



5.4-rasm. Obi quvurli issiqlik almashish apparatidagi issiqlik tashuvchilar oqimlarining sxemasi.

Issiqlik almashish apparatlarining hisobi odatda kerakli miqdordagi issiqlik Q uzatish uchun lozim bo'ladigan issiqlik almashish sirti F ning maydonini aniqlash maqsadida (loyihaviy hisob) yoki berilgan konstruksiyali va issiqlik almashish yuzali issiqlik almashish apparatlaridagi issiqlik tashuvchilarning harorati va issiqlik miqdorini aniqlash maqsadida (tekshiruv hisobi) amalga oshiriladi. Bu variantlarning prinsipial farqlari yo'q, shuning uchun ham kelgusida loyihaviy hisobni ko'rib chiqamiz.

Devor bilan ajratilgan, turli haroratli ikki issiqlik tashuvchilar o'rtasidagi issiqlik uzatish jarayonini ko'rib chiqamiz. Elementar df issiqlik almashish maydoni orqali o'tadigan issiqlik miqdori dQ

$$dQ = K(T_1 - T_2)df \quad (5.17)$$

ni tashkil etadi.

Bu yerda T_1 va T_2 – issiqlik tashuvchilarning issiqlik almashish yuzasiga perpendikular bo‘lgan o‘rtacha haroratlari; K – termik o‘tkazuvchanlik mohiyatiga ega bo‘lgan proporsionallik koeffitsiyenti va u issiqlik tashuvchilar haroratlarining farqi 1° bo‘lganda birlik issiqlik almashish yuza orqali birlik vaqt ichida o‘tuvchi issiqlik miqdoriga teng.

Termik o‘tkazuvchanlikka teskari kattalik termik qarshilik bo‘lib, issiqlik oqimi yo‘nalishidagi bir-biriga bog‘liq termik qarshiliklardan, aynan u: qattiq devor yuzasining birinchi issiqlik tashuvchining issiqlik o‘tkazishini asosiy massasiga bo‘lgan termik qarshiligi $\frac{1}{\alpha_1}$; qattiq devorning xususiy qarshiligi

$\left(\frac{\delta_{CT}}{\lambda_{CT}} \right)$, devor yuzasining ikkinchi issiqlik tashuvchining asosiy massasiga

bo‘lgan termik qarshilik $\left(\frac{1}{\alpha_2} \right)$ lardan tashkil topadi. Termik qarshiliklar qo‘shimcha ravishda issiqlik tashuvchilardan issiqlik o‘tkazish yuzasiga tushadigan turli jinsli cho‘kindilarga ham ega. Bunday qo‘shimcha qatlamlarning termik qarshiligi ularning qalinligi δ_i va issiqlik o‘tkazish koeffitsiyenti λ_i bilan ifodalanadi.

Yassi issiqlik almashish yuzalari uchun issiqlik uzatish koeffitsiyentining qiymati xususiy termik qarshilik orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^{-1} \quad (5.18)$$

Endi kinetik va issiqlikning fizik koeffitsiyentlari o‘zgarmas bo‘lgan hollardagi issiqlik almashish apparatining hisobini ko‘rib chiqamiz.

Issiqlik almashish sirtining zaruriy maydoni (5.17) differensial tenglamani izlanayotgan butun F sirt bo‘yicha integrallab aniqlanadi:

$$F = \int_0^F \frac{dQ}{K(T_1 - T_2)} \quad (5.19)$$

Shunday qilib, integral ostidagi funksiya issiqlik tashuvchining harorati va integrallashning noma'lum yuqori chegarasiga bog'liq bo'ladi va (5.19) tenglamani integrallash issiqlik tashuvchilarning o'zgaruvchan haroratlariga nisbatan amalga oshiriladi. df elementar issiqlik almashish yuzasidagi issiqlik tashuvchilar uchun issiqlik balansining tenglamasini yozib quyidagini olamiz (issiqlik tashuvchilar teskari oqimli bo'lgan hollar uchun):

$$dQ = -c_1 G_1 dT_1 = -c_2 G_2 dT \quad (5.20)$$

bu yerda, c_1, c_2, G_1, G_2 – birinchi va ikkinchi issiqlik tashuvchilarning issiqlik sig'implari va massaviy sarflari.

(5.20) munosabat faqatgina molekular issiqlik o'tkazuvchanlik va turbulent o'tish tufayli ko'ndalang o'tgan issiqlik miqdori konvektiv o'tishdagi bilan solishtirilganda ahamiyatsiz darajada bo'lganda to'g'ridir. (5.20) tenglamadan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$d(T_1 - T_2) = \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2} \right) K(T_1 - T_2) df \quad (5.21)$$

bu yerda $\omega_1 = c_1 G_1$, $\omega_2 = c_2 G_2$ – issiqlik tashuvchilarning suvdagi ekvivalentlari.

T_1 va T_2 haroratlar o'zgarishining kichik diapazonlarida kattaliklarni o'zgarmas deb qabul qilish mumkin. Unda (5.21) tenglama integrallansa, issiqlik tashuvchilarning bo'ylama issiqlik almashish yuzasi bo'yicha haroratlarining o'zgarish farqi eksponensial ko'rinishga o'tadi:

$$T_1 - T_2 = \Delta T_1 \exp \left[-K \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2} \right) f \right] \quad (5.22)$$

bu yerda, ΔT_1 – issiqlik tashuvchilarning $f = 0$ dagi haroratlarining farqi.

(5.22) tenglamadan yuza bo'yicha haroratlarning o'rtacha farqi $\Delta T_{o'r}$ quyidagicha aniqlanadi:

$$\Delta T_{o'r} = \frac{1}{F} \int_0^F \Delta T_1 \exp \left[K \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2} \right) f \right] df = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} \quad (5.23)$$

$\Delta T_2 - f = F$ bo'lganda issiqlik almashish apparatining ikkinchi oxiridagi issiqlik tashuvchilar haroratlarining farqlari.

Issiqlik sig'imi va issiqlik berish koeffitsiyentlari o'zgarmas bo'lgan hollarni ko'rib chiqamiz. (5.17) tenglamani $K = const$ shartga ko'ra integrallab quyidagini olamiz:

$$Q = \int_0^F K(T_1 - T_2) df = K \Delta T_{o'r} F \quad (5.24)$$

Issiqlik balansi tenglamasi

$$W_1(T_{1H} - T_1) = W_1(T_{1K} - T_1) \quad (5.25)$$

ni hisobga olib issiqlik almashish apparatining ixtiyoriy kesimi uchun issiqlik tashuvchilar haroratlarining bog'liqligini olish qiyin emas:

$$T_1 = T_{2K} + \frac{W_2}{W_1} \left\{ T_{1H} + \Delta T_1 \exp \left[K \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2} \right) f \right] \right\} \quad (5.26)$$

O'xshash tarzda ikkinchi issiqlik tashuvchilar haroratlarining taqsimlanishi topiladi. Devorlarning tashqi yuzalaridagi harorat T_c issiq harorat tashuvchining devor va termik qarshiliklarning butun tizimi orqali tashiydigan miqdorlarining tengligidan aniqlanadi:

$$\alpha_1(T_1 - T_{C1}) = K(T_1 - T_2) \quad (5.27)$$

Issiqlik almashish apparatidagi ixtiyoriy kesim uchun T_{C2} yuqoridagiga o'xshash tarzda topiladi. Shunday qilib, ushbu holdagi issiqlik apparatining ichidagi barcha haroratlarning taqsimlanishini oson topish mumkin.

Issiqlik almashish apparatini hisoblashning ko'rib chiqilgan usullarining asosiy kamchiligi devorning α_1 va α_2 haroratlariga bo'lgan ta'sirning hisobga olinmasligi hisoblanadi.

Amaliyotda issiqlik almashish apparaturalarini hisoblashning butun issiqlik almashish yuzasi bo'yicha issiqlik tashuvchilarning issiqlik sig'imi va issiqlik uzatish koeffitsiyentlari o'zgarmas deb olingan usullari keng tarqalgan, biroq bu yerda boshlang'ich usullardan farqli ravishda issiqlik uzatish koeffitsiyenti K ning qiymati issiqlik almashish yuzasi bo'yicha olingan o'rtacha $\bar{T}_1, \bar{T}_{c1}, \bar{T}_{c2}, \bar{T}_2$ larning qiymatlariga bog'liq. Shunday qilib $\bar{T}_{c1}, \bar{T}_{c2}$ berilmagan bo'lib, ularning o'zi issiqlik almashishning o'rnatilgan jadalligiga bog'liq bo'ladi, ya'ni ular interativ usulda aniqlaniladi. Ushbu usul bo'yicha hisoblash algoritmi quyidagilardan tarkib topadi.

Issiqlik almashish apparatining oxirida issiqlik tashuvchining ma'lum harorati bo'yicha haroratlarning o'rtacha farqi $\Delta T_{o'r}$ hisoblaniladi ((5.23)tenglama). Suv ekvivalenti katta issiqlik tashuvchilar uchun apparaturalarning uzunligi bo'yicha haroratlarning o'rtacha yaqinlashish qiymati $\bar{T}_1 = 0.5(\bar{T}_{1H} + T_{1K})$ hisoblanadi. Ikkinchi issiqlik tashuvchi uchun o'rtacha harorat $\bar{T}_2 = \bar{T}_1 - \Delta T_{o'r}$ kabi hisoblanadi.

Devorning birinchi issiqlik tashuvchi tomonidagi boshlang'ich yaqinlashish harorati $\bar{T}_{C1}$ $\bar{T}_1 - \bar{T}_2$ diapazonda tanlandi. Keyinchalik birinchi issiqlik tashuvchining devorga issiqlik berish koeffitsiyenti α_1 ni baholash mumkin. Unda birinchi issiqlik tashuvchidan devorga beriluvchi issiqlik oqimi q_1 quyidagini tashkil etadi:

$$q_1 = \alpha_1(\bar{T}_1 - \bar{T}_2) \quad (5.28)$$

Ifloslangan devorning ma'lum termik qarshiligi $\left(r_T + \frac{\delta_{CT}}{\lambda_{CT}}\right)$ bo'yicha devorning ikkinchi issiqlik tashuvchi tomonidagi yuzasining harorati aniqlanadi, ya'ni

$$\bar{T}_{C2} = \bar{T}_{C1} - q \left(r_T - \frac{\delta_{CT}}{\lambda_{CT}} \right) \quad (5.29)$$

Issiqlik berish koeffitsiyentining qiymati ma'lum $\bar{T}_{C2}$ va $\bar{T}_2$ lar bo'yicha hisoblanadi. Nihoyat, devordan ikkinchi issiqlik tashuvchi tomonga beriladigan issiqlik oqimi topiladi:

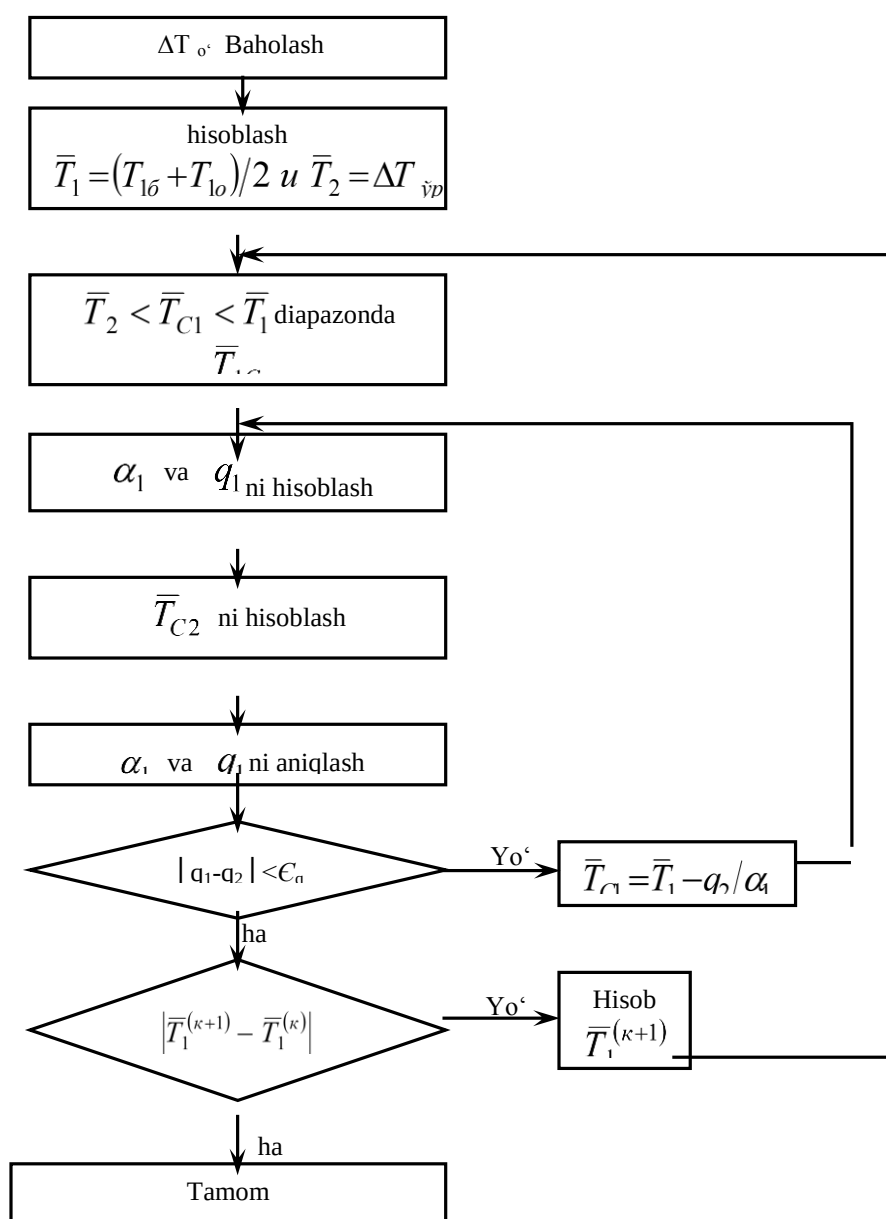
$$q_2 = \alpha_2(\bar{T}_{C2} - \bar{T}_2) \quad (5.30)$$

Statsionar issiqlik uzatishda q_1 va q_2 issiqlik oqimlari bir-biriga teng bo'lishi kerak. Ko'rinib turibdiki, boshlang'ich iteratsiyalarda bu shart bajarilmaydi va o'rtacha harorat taxminiy beriladi. Bunday holda devor harorati $\bar{T}_{C1}$ quyidagi shartdan kelib chiqib aniqlanadi:

$$q_1 = \alpha_1(\bar{T}_1 - \bar{T}_{C1}) \quad (5.31)$$

q_1 va q_2 oqimlar hisobining berilgan aniqligiga erishishda issiqlik almashish sirtining maydoni G' va issiqlik uzatish koeffitsiyenti K ning qiymatlari hisoblanadi. Olingan G' va K larning qiymatlari birinchi issiqlik tashuvchining ((5.26) tenglamaga asosan) o'rtacha harorati $\bar{T}_1$ ni aniqlash imkonini beradi. Keyin ikkinchi issiqlik tashuvchining o'rtacha harorati $\bar{T}_2$ aniqlanadi va iteratsiya jarayoni toki ikkita ketma-ket iteratsiyalardagi o'rtacha haroratlarning farqlari berilgan aniqlikdan kam bo'lmaguncha davom ettiriladi.

Qaynatgichlar yoki kondensatorlarni hisoblashda issiqlik tashuvchilardan birining harorati o'zgarmas bo'lsa, issiqlik tashuvchilarning bo'ylama issiqlik o'tkazish yuzasidagi o'rtacha harorati bo'yicha amalga oshiriladigan iteratsiya sikli qatnashmaydi, umumiy qilib aytganda, masala osonlashtiriladi. 5.5 rasmda bo'ylama issiqlik almashish yuzasining o'rtacha parametrlari bo'yicha hisoblanadigan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash algoritmining blok - sxemasi keltirilgan.



5.5-rasm. O'rtacha parametrlari issiqlik almashishning bo'ylama yuzasi bo'yicha issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok – sxemasi.

Endi issiqlik sig'imi va issiqlik berish koeffitsiyentlari o'zgaruvchan bo'lgan hollarni ko'rib chiqamiz. Ko'pgina amaliy hollarda issiqlik sig'imi va issiqlik berish koeffitsiyentlari issiqlik tashuvchilarning harorati va devor yuzasiga bog'liq bo'ladi. Bularga bog'liq holda ilgari ko'rib o'tilgan issiqlik almashishning o'rtacha parametrlari bo'yicha issiqlik almashish apparatlarini hisoblash algoritmini issiqlik tashuvchilar haroratlarining o'zgarishi katta bo'lmagan hollar uchun qo'llab ko'ramiz. Ko'rsatilgan mulohaza issiqlik almashish apparaturalarini hisoblashning intervalli usuli deb ataluvchi usul sifatida o'rganiladi. Usulning mohiyati quyida keltirilgan.

$[T_{1H}, T_{1K}]$ issiqlik tashuvchilardan biri ega bo'lgan harorat o'zgarishining diapazoni bir necha sondagi intervallarga bo'linadi va har bir interval chegaralarida issiqlik tashuvchilar va devorning haroratlarini o'zgarmaydi deb hisoblash mumkin.

Birinchi issiqlik tashuvchining harorati tanlangan intervallarning birinchisini oxirida T_1^1 ni tashkil qilsin. Ushbu issiqlik tashuvchining birinchi interval chegaralaridagi haroratini doimiy va $\bar{T}_1 = 0.5(T_{1H} + T_1^1)$ ga teng deb qabul qilish mumkin. Ikkinchi issiqlik tashuvchining birinchi interval oxiridagi haroratini (misol to'g'ri oqim hollari uchun qaralmoqda) issiqlik balansi tenglamasidan oson aniqlash mumkin

$$T_2^1 = T_{2H} + \frac{c_1 G_1}{c_2 G_2} (T_{1H} - T_1^1) \quad (5.32)$$

va mos ravishda ikkinchi issiqlik tashuvchining birinchi hududdagi harorati quyidagi tenglikni qabul qilishi mumkin

$$\bar{T}_2^1 = 0.5(T_{2H} + T_2^1) \quad (5.33)$$

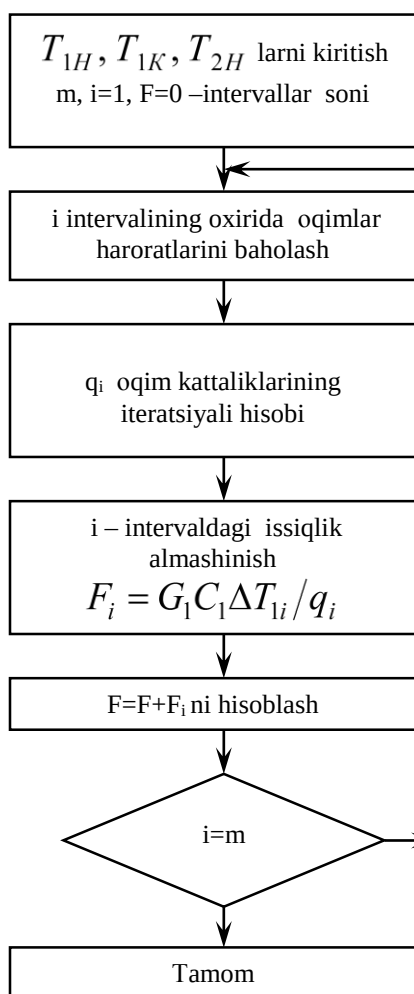
Endi birinchi intervalga yuqorida ko‘rib o‘tilgan issiqlik almashishni o‘rtacha parametrlar bo‘yicha hisoblash algoritmini qo‘llash mumkin, ya’ni $\bar{T}_1^1 \div \bar{T}_2^1$ harorat intervalida devorning T_{C1}^1 haroratiga boshlang‘ich yaqinlashish tanlanadi va $\alpha_1^1, q_1^1, T_{C2}^1, \alpha_2^1, q_2^1$ qiymatlar iteratsion usulda hisoblanadi.

Hisobning berilgan aniqligi ($|q_1 - q_2| < \xi$) ga erishilgandan so‘ng berilgan issiqlik miqdorini o‘tkazishni ta’minlovchi issiqlik almashish yuzasining maydoni aniqlanadi.

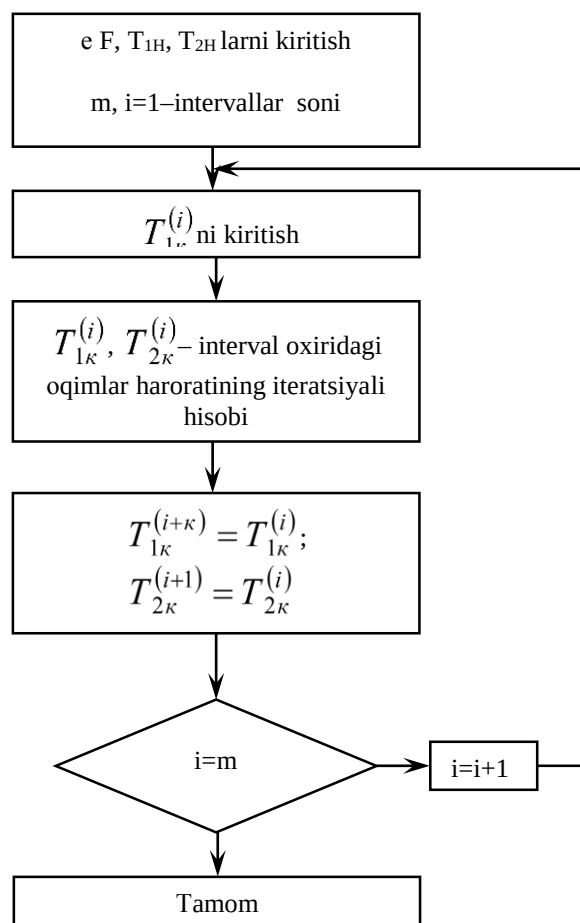
Keyin ketma-ket ravishda issiqlik tashuvchi harorati o‘zgarishining ikkinchi va undan keyingi intervallari T_{1K} gacha hisoblanadi. Har bir interval uchun olingan issiqlik almashish yuzalarining barchasi qo‘shiladi va bu yig‘indi issiqlik almashish apparatining oxirlarida issiqlik tashuvchilarning berilgan haroratida talab qilinadigan issiqlik almashish yuzasini beradi. 5.6-rasmda issiqlik almashish apparatini intervalli hisoblashning blok - sxemasi keltirilgan.

Issiqlik apparatlarini intervalli hisoblash algoritmlari yordamida tekshiruv hisoblari (issiqlik almashish yuzasi ma’lum va issiqlik tashuvchining chiqishdagi haroratini topish talab qilinadi) issiqlik almashish yuzalarini intervallarga bo‘lish bilan amalga oshiriladi. Keyin issiqlik tashuvchilardan birining interval chiqishidagi haroratining qiymati beriladi va iteratsion yo‘l bilan issiqlik tashuvchilarning interval chiqishidagi haroratlari aniqlanadi, shundan so‘ng keyingi intervalga o‘tiladi. Issiqlik almashish apparatining tekshiruv o‘tkazishdagi intervalli hisoblash algoritmi 5.7-rasmda keltirilgan.

Issiqlik tashuvchilarning ikkalasini ham agregat holati o‘zgaradigan issiqlik apparatlarining hisobi. Qaralayotgan issiqlik almashish apparatlarida odatda bir issiqlik tashuvchi bug‘larining kondensatsiyalanishi va ikkinchi suyuq issiqlik tashuvchining qaynashi amalga oshiriladi (masalan, rektifikatsiya kolonnalarining qaynatgichlari, bug‘latish apparatlarining yonish kameralari). Ushbu issiqlik almashish jarayonlarining asosiy xususiyati issiqlik tashuvchilarning bo‘ylama issiqlik almashish yuzasi bo‘yicha harorati o‘zgarmas va buning natijasida issiqlik tashuvchilarning xossalari va issiqlik uzatish koeffitsiyenti ham o‘zgarmasdir.



5.6-rasm. Issiqlik almashish apparatini intervalli hisoblash algoritmining blok-sxemasi.



5.7-rasm. Issiqlik almashish apparatining tekshiruv o'tkazishdagi intervalli hisoblash algoritmining blok - sxemasi.

Issiqlik almashish apparatlari bir yo'lli obi quvurli bo'lgan hollarda issiqlik almashish yuzasini hisoblash algoritmini ko'rib chiqamiz.

Quvur devoridan qaynaydigan suyuqlik quvuriga issiqlik uzatish koeffitsiyenti α_{quv}

$$\alpha_{quv} = 780 \frac{\lambda_J^{1.3} \rho_J^{0.5} \rho_P^{0.06} q^{0.6}}{\sigma_j^{0.5} r_j^{0.6} \rho_0^{0.6} c_j^{0.3} \mu_j^{0.3}} = Aq^{0.6} \quad (5.34)$$

formula bo'yicha aniqlanadi,

bu yerda, q – solishtirma issiqlik oqimi, Vt/m^2 ; ρ_0 – suyuqlik bug‘larining atmosfera bosimidagi zichligi; $–$ bug‘ hosil bo‘lishining solishtirma issiqligi; σ_j – sirt tarangligi; c_j – issiqlik sig‘imi; μ_j – qovushqoqlik; λ_j – issiqlik o‘tkazuvchanlik. (5.34) formuladagi barcha kattaliklar qaynash haroratida berilgan.

Quvurning tashqi yuzasida kondensatsiyalanuvchi bug‘ning issiqlik berish koeffitsiyenti solishtirma issiqlik yuklamasining bog‘liqligi ko‘rinishida ifodalanishi mumkin:

$$\alpha_{M,quv} = 1.2 \lambda_k \left(\frac{\rho_k^2 r_k g}{\mu_k H q} \right)^{1/3} = B q^{-1/3} \quad (5.35)$$

bu yerda, g_k – kondensatsiyalanishning solishtirma issiqligi; λ_k, ρ_k, μ_k mos ravishda kondensatning issiqlik o‘tkazuvchanligi, zichligi va qovushqoqligi; N – quvurning balandligi.

Solishtirma issiqlik oqimi q ni topish uchun issiqlik uzatish yuzasi

$$F = Q/q \quad (5.36)$$

va issiqlik uzatishning asosiy tenglamasi

$$q = K \Delta T \quad (5.37)$$

dan foydalanib uni quyidagi ko‘rinishga keltiramiz,

$$\frac{1}{K} = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{\alpha_{quv}} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{quv.or}} \quad (5.38)$$

bu yerda, K – issiqlik uzatish koeffitsiyenti; ΔT – issiqlik tashuvchilar haroratlarining farqi; $\sum \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\delta_{CT}}{\lambda_{CT}} + r_{z1} + r_{z2}$ – quvur devori va iflos cho‘kmalarning termik qarshiliklari yig‘indisi; Q – apparatning issiqlik balansidan aniqlanadigan issiqlik yuklamasi.

(5.38) tenglamaga (5.34) va (5.35) ifodalar qo‘yilgandan so‘ng u quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$f(q) = \frac{1}{A}q^{0.4} + \left(\sum \frac{\delta}{\lambda}\right)q + \frac{1}{B}q^{4/3} - \Delta T = 0 \quad (5.39)$$

Oxirgi tenglamani solishtirma issiqlik yuklamasi q ga nisbatan yechishni yarmiga bo'lish usuli bilan amalga oshirish mumkin (5.11 rasm). Usulning g'oyasi $[a_i, b_i]$ kesmani ketma-ket qisqartirishdan iborat bo'lib, qisqartirish izlanayotgan q^* ildizga olib boruvchi bu kesmani ikkiga bo'lish yordamida amalga oshiriladi:

$$c_i = \frac{a_i + b_i}{2} \quad (5.40)$$

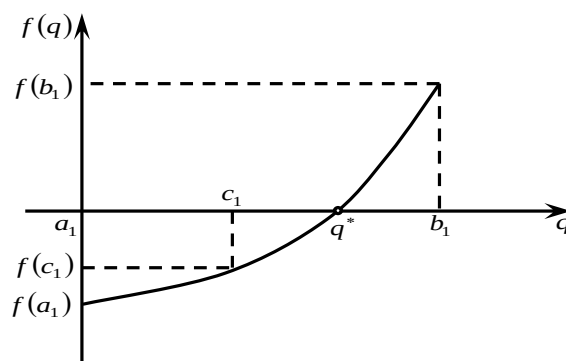
tekshirish sharti quyidagicha

$$f(a_i)f(c_i) < 0 \quad (5.41)$$

Agar (5.41) shart bajarilsa, $[a_i, c_i]$ kesma tanlanadi; aks holda $[c_i, b_i]$ kesma tanlanib izlanish amali takrorlanadi. Kesmani bo'lish uning uzunligi $b_i - a_i$ berilgan aniqlikdan kichik bo'lmaguncha davom ettiriladi.

Izlanish intervalining quyi chegarasi a_1 nolga yaqin qilib, yuqori chegarasi b_1 esa solishtirma issiqlik yuklamasining kritik qiymati q_{KP} ga yaqin qilib qabul izlanadi.

Topilgan solishtirma issiqlik yuklamasi q uchun talab qilinadigan issiqlik almashish apparatining yuzasi (5.36) tenglikdan aniqlanadi.



5.8-rasm. Oraliqui teng ikkiga bo'lish usulining grafik tasviri.

1-misol. Kondensatning kondensatsiyalanish haroratidagi fizik xossalari: issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_k = 0.683 \text{ Vt}/(\text{m} \cdot \text{K})$, zichligi $\rho_K = 908 \text{ kg}/\text{m}^3$, solishtirma bug'lanish issiqligi $r_k = 2095000 \text{ J}/\text{kg}$, qovushqoqligi $\mu_k = 0,000177 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Suyuqligining qaynash haroratidagi fizik xossalari: issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_j = 0,686 \text{ Vt}/(\text{m} \cdot \text{K})$, zichligi $\rho_j = 957 \text{ kg}/\text{m}^3$, issiqlik sig'imi $c_j = 4190 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, qovushqoqligi $\mu_j = 0,00024 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, sirt tarangligi $\sigma_j = 0,0583 \text{ N}/\text{m}$, qaynash haroratidagi bug'larning zichligi $\rho_p = 0,65 \text{ kg}/\text{m}^3$, solishtirma bug'lanish issiqligi $r_j = 2253900 \text{ J}/\text{kg}$ bo'lgan suv bug'i bilan qizdiriladigan qaynatgich berilgan. Haroratlar farqi $\Delta T = 55,6^\circ\text{C}$, quvur devori va iflos cho'kmalar termik qarshiliklarining yig'indisi
$$\sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} = 0,0004787 \text{ m}^2 \text{XK}/\text{Vt}$$

Umumiy issiqlik yuklamasi $Q = 1005000 \text{ Vt}$ bo'lsa, berilgan rektifikatsiya kolonnasining qaynatgichini hisoblash talab qilinadi.

Yechim—rektifikatsiya kolonnalarining qaynatgichlari sifatida odatda vertikal bir yo'lli obi quvurli issiqlik almashish apparatlaridan foydalaniladi va quvurning tashqi yuzasini kondensatsiyalovchi, qizdiruvchi bug'ning issiqlik berish koeffitsiyenti quvurning balandligiga bog'liq, shuning uchun ham avval quvurning balandligi $H = 2 \text{ m}$ ni beramiz. Boshlang'ich ma'lumotlar asosida talab qilingan issiqlik almashish yuzasi F ni hisoblaymiz. Hisoblash natijalari quyidagicha: $\alpha_{quv} = 10478,2 \text{ Vt}/(\text{m}^2\text{K})$, $\alpha_{quv.or} = 7073,6 \text{ Vt}/(\text{m}^2\text{K})$, $K = 1395,9 \text{ Vt}/(\text{m}^2\text{K})$, $F = 12,9 \text{ m}^2$.

Balandligi $H = 2 \text{ m}$ bo'lgan bir yo'lli obi quvurli issiqlik almashish apparatlar yuzasining Davlat standartidagi (Dav.ST) qiymatga yaqin qiymati 18 m^2

. Shundan kelib chiqib, issiqlik almashish apparatining zaxira yuzasi talab qilingani

bilan solishtirilganda quyidagini tashkil etadi: $\Delta = \frac{18-12,9}{12,9} 100\% = 39,5\%$

Issiqlik almashish apparatini Dav.ST bo'yicha yanada aniqroq tanlashga harakat qilamiz. Buning uchun quvurning balandligini $N = 1,5$ m deb qilamiz. Ushbu holda issiqlik apparatining hisobi quyidagilarni beradi: $a_{quv} = 10596,5$ $Vt/(m^2K)$, $a_{quv.or} = 7698,1$ $Vt/(m^2K)$, $K = 1422,3$ $Vt/(m^2K)$, $F = 12,7$ m^2 .

Dav.ST 15122—79 dagi issiqlik almashish apparatiga yaqin, 14 m^2 yuzali issiqlik almashish apparati yuza bo'yicha quyidagi to'la qanoatlantiruvchi zaxirani ta'minlaydi.

Shunday qilib, ikkinchi holatda hisoblangan qaynatgich afzal bo'lib, u issiqlik almashish yuzasi bo'yicha ko'proq asoslangan zaxirani ta'minlaydi va kichik issiqlik almashish yuzasiga ega.

Issiqlik tashuvchilardan birining agregat holati o'zgaradigan issiqlik almashish apparatlarining hisobi. Issiqlik almashish apparatlarining ushbu sinfiga qizdiruvchi agent sifatida kondensatsiyalanuvchi bug' ishlatiladigan suyuqlik bug'larining kondensatorlari va qizdirgichlarni kiritish mumkin. Bunday issiqlik almashish apparatlarida agregat holati o'zgaruvchi issiqlik tashuvchining harorati issiqlik uzatish yuzasi bo'yicha o'zgarmas bo'ladi va fazaviy o'tish haroratiga mos keladi, ikkinchi issiqlik tashuvchining harorati esa monoton ravishda o'zgaradi. Shunday qilib, issiqlik uzatishni harakatga keltiruvchi kuch va issiqlik uzatish koeffitsiyenti yuza bo'yicha o'zgaradi. Bu holatda issiqlik apparatlarini hisoblash yo yuza bo'yicha olingan o'rtacha issiqlik almashish parametrlari asosida yo intervalli bo'lsin, butun issiqlik almashish yuzasi hududlarga bo'linadi va ularning har biri doimiy issiqlik almashish parametrga ega deb hisoblanadi. Keyinroq o'rtacha parametrli butun issiqlik almashish yuzasi bo'yicha issiqlik almashish apparatlarini hisoblashni ko'rib chiqamiz. Hisoblashning taklif qilinadigan algoritmlari bir va ko'p yo'lli obi quvurli issiqlik almashish apparatlariga tegishli bo'lib, quvurlar orasidagi fazoda suyuqlik bug'lari kondensatsiyalanadi,

kondensatsiyalanish issiqligi yordamida quvurlarning ichidagi suyuqlik yoki gazlar qizdirilishi amalga oshiriladi.

Quvurlardagi issiqlik tashuvchilarning issiqlik uzatish koeffitsiyenti quyidagi ko‘rinishda keltirilishi mumkin:

$$\alpha_{quv} = \frac{\lambda_{quv}}{d} x Re_{quv}^Y Pr^{0.43} = CN^{-Y} \quad (5.42)$$

bu yerda

$$Re_{quv} = \frac{u_{quv} d \rho_{quv}}{\mu_{quv}} = \frac{4G_{quv} Z}{\pi \mu_{quv} d N}; \quad Pr_{quv} = \frac{c_{quv} \mu_{quv}}{\lambda_{quv}}$$

agar $Re_{quv} > 10^4$ bo‘lsa, $x = 0,023$, $u = 0,8$; agar $2300 < Re_{quv} < 10^4$ bo‘lsa, $x = 0,008$ $u = 0,9$. G_{quv} – quvurlardagi issiqlik tashuvchilarning massa sarfi; $d = d_H - 2\delta_{CT}$ – quvurlarning ichki diametri; N – quvurlar soni; Z – quvurlar fazosidagi yo‘llar soni.

Diametri d_H va balandligi N bo‘lgan vertikal quvurning tashqi yuzasida kondensatsiyalanuvchi bug‘ning issiqlik berish koeffitsiyentiga muvofiq

$$\alpha_{quv.or} = DN^{1/3} \quad (5.43)$$

bu yerda,

$$D = 3.78 \lambda_k^3 \sqrt[3]{\frac{\rho_k^2 D_h}{\mu_k G_P}} \quad (5.44)$$

Quvurlar gorizontaal bo‘lgan hollarda, o‘xshash tarzda quyidagi nisbatga ega bo‘lamiz:

$$\alpha_{quv.or} = DN^{1/3} \quad (5.45)$$

lekin

$$D = 2.02 \lambda_k^3 \sqrt[3]{\frac{\rho^2 L}{\mu_k G_P}} \quad (5.46)$$

Bu yerda, L – quvur uzunligi; R – issiqlik almashish apparatining diametrik kesimida vertikal quvurlar qatorining joylashish koeffitsiyenti.

Issiqlik almashish yuzasi G' ning kattaligi quvurlar soni N bilan bog'liqligi quyidagi munosabat bilan ifodalanadi:

$$F = \pi \left(\frac{d_H + d}{2} \right) HN \quad (5.47)$$

Unda issiqlik almashish yuzasini aniqlash masalasi berilgan uzunlik (balandlik) va diametrli quvurlar soni N ni qidirish bilan olib borilishi mumkin. Buning uchun issiqlik uzatish tenglamasi

$$KF\Delta T_{quv} = G_P r_k \quad (5.48)$$

yoki

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{a_{quv}} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{a_{quv.or}} = \frac{\pi d_{o'r} HN \Delta T_{o'r}}{G_P r_k} \quad (5.49)$$

dan foydalanamiz. Bu yerda, $\Delta T_{o'r}$ – o'rtacha logarifmik harakatlantiruvchi kuch;

$G_P r_k$ – umumiy issiqlik yuklamasi; $\sum \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\delta_{CT}}{\lambda_{CT}} + r_{z1} + r_{z2}$ – quvur devorlari va iflos cho'kma termik qarshiliklarining yig'indisi.

(5.49) tenglamaga (5.42) va (5.43) ifodalarni qo'ygach u quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$f(N) = \frac{1}{D} N^{-4/3} + \left(\sum \frac{\delta}{\lambda} \right) N^{-1} + \frac{1}{C} N^{(Y-1)} - \frac{\pi d_{o'r} H \Delta T_{o'r}}{G_P r_k} = 0 \quad (5.50)$$

Oxirgi tenglamani issiqlik almashish apparatidagi quvurlar soni N ga nisbatan mohiyati oldinroq ko'rib o'tilgan oraliqni teng ikkiga bo'lish usuli bilan

yechish mumkin. Quvurlar soni N aniqlangandan so'ng (5.47) tenglamadan zaruriy issiqlik almashish yuzasi G' aniqlanadi.

Issiqlik almashish yuzasini (5.47) tenglama bo'yicha hisoblash uchun oldindan bir qator konstruktiv parametrlar berilgan bo'lishi lozim, aynan: issiqlik almashish apparatining tipi (gorizontal, vertikal), quvurlarning diametri d_H , yo'llar soni Z va quvurlarning balandligi (uzunligi) N . 5.9-rasmda issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok - sxemasi keltirilgan.

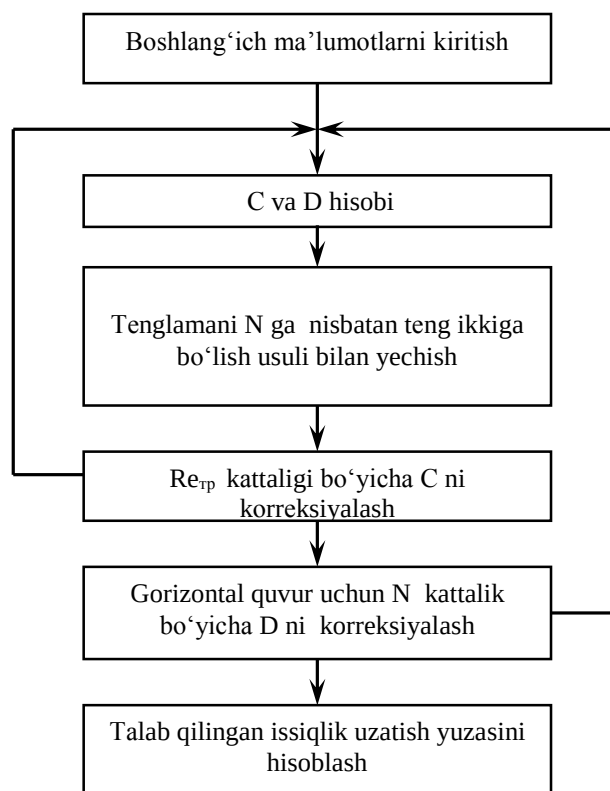
Formula bo'yicha α_{quv} hisob issiqlik tashuvchilarning quvur ichidagi harakatining turbulent rejimini kuchaytirish uchun zarur ($x = 0,023$, $u = 0,8$). Agar tanlangan diametr va balandliklarda quvurlar sonining hisobi natijasida o'lchamsiz Reynolds soni $2300 \leq Re_{quv} \leq 10^4$ diapazonda yotsa, $x = 0,008$, $u = 0,9$ yangi qiymatlarida xuddi shu diametr va balandlikka ega quvurlar soni uchun issiqlik uzatishni qaytadan hisoblash zarur. Dasturda laminar rejim uchun α_{quv} hisob nazarda tutilmagan, shuning uchun ham issiqlik almashish apparatining konstruktiv tavsiflari (Z sondagi quvurlarning diametri d_H va quvurning balandligi N) ni tanlashda quvurlar soni N ning hisob natijalari $Re_{quv} > 2300$ shartni bajarilishini ta'minlay olishi kerak degan shartga duch kelinadi.

2-misol. rektifikatsiya kolonnalarining boshlang'ich aralashmalarining qobiq – quvurli qizdirgichlarini hisoblash. Qizdirish suv bug'i bilan olib boriladi. Kondensatsiyalanish haroratidagi kondensatning fizik xossalari: issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_k = 0,683 \text{ Wt}/(\text{m} \cdot \text{K})$, zichligi , solishtirma bug'lanish issiqligi $r_k = 2095000 \text{ J/kg}$, qovushqoqligi $\mu_k = 0,000177 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, bug' sarfi $G_p = 0,170 \text{ kg/s}$. Quvurdagi o'rtacha haroratli suyuqliklarning fizik xossalari: issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_{quv} = 0,458 \text{ Wt}/(\text{m} \cdot \text{K})$, qovushqoqligi

$\mu_{quv} = 0,000534 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, issiqlik sig'imi $c_{quv} = 3730 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$. Quvur devorlari

va ifloslanishning termik qarshiliklari yig'indisi $\sum \frac{\delta}{\lambda} = 0,000479 \text{ m}^2 \text{K}/\text{Vt}$.

Haroratlarning o'rtacha farqi $\Delta T_{CP} = 106^\circ \text{C}$. Suyuqlik sarfi $G_{TP} = 0,973 \text{ kg/s}$.



5.9-rasm. Issiqlik tashuvchilaridan birining agregat holati o'zgaradigan obi - quvurli issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok - sxemasi.

Echim. Quvurining tashqi diametri $d_H = 0.02$, yo'llari $Z = 1$ va quvur uzunligi $L = 3 \text{ m}$ bo'lgan gorizontall issiqlik almashish apparati ($T=1$) keltirilgan variantni ko'rib chiqamiz. **COND** bo'yicha boshlang'ich ma'lumotlarni kiritgandan so'ng $\alpha_{quv} = 865,1 \text{ Vt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, $\alpha_{quv.or} = 13118,3 \text{ Vt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, $K = 584,5 \text{ Vt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, $\text{Re}_{quv} = 4674,4$, $N = 31$ larni olamiz.

Ko'rsatilgan konstruktiv tavsifli issiqlik almashish apparatining Dav.ST ga mos keladiganining quvurlari soni $N = 61$, ya'ni quvurlar soni bo'yicha zaxira yuza deyarli ikki marta:

$$\Delta = \frac{61-31}{31} \cdot 100\% = 96.8\%$$

Issiqlik almashish apparatining uzunligini 2 m gacha kamaytiramiz va qolgan konstruktiv tavsiflarni o'zgarishsiz qoldiramiz. Hisoblash natijasida $\alpha_{quv} = 247,0$ $Vt/(m^2 \cdot K)$, $\alpha_{quv.or} = 15625,8 Vt/(m^2 \cdot K)$, $K = 217,2$ $Vt/(m^2 \cdot K)$, $Re_{quv} = 1161,1$, $N=124$ larni olamiz.

Shunday qilib, quvurlar uzunligining kamayishi ularning sonini oshishi va Re_{quv} sonini kamayishi (shuningdek α_{quv} ham) ga olib keladi, Re soni 2300 dan kam bo'ladi. Ushbu variant maqsadga to'g'ri kelmaydi. Natijalar tahlili shuni ko'rsatadiki, ikki yo'lli issiqlik almashish apparatlarini hisoblashlarni quvur uzunligini 2 m qilib olish maqsadga muvofiqdir. Tashqi diametri $d_H=0,025$ m bo'lgan quvurli issiqlik almashish apparatini hisoblaymiz. Hisoblash natijalari quyidagicha: $\alpha_{quv}=740,9$ $Vt/(m^2 \cdot K)$, $\alpha_{quv.or}=12628,1$ $Vt/(m^2 \cdot K)$, $K = 524,2$ $Vt/(m^2 \cdot K)$, $Re_{quv} = 5323,3$, $N= 41$.

Dav.STga mos keluvchi issiqlik almashish apparatining quvurlari soni $N = 52$.

Shunday qilib, quvurlar soni bo'yicha zaxira $\Delta = \frac{52-41}{41} \cdot 100\% = 26.8\%$ ni tashkil etadi. Bu natijani qoniqarli deb hisoblash mumkin. Tanlangan gorizonta issiqlik almashish apparatining qobig'i diametri 0,325 m, $d_H = 0,025$ m, yo'llar soni 2, quvurlar soni 52, quvurlar uzunligi 2 m va issiqlik almashish yuzasi $8m^2$.

Issiqlik tashuvchilarining agregat holati o'zgarmaydigan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash. Issiqlik almashish apparatlarining ushbu guruhiga issiqlik tashuvchilarining birortasi ham agregat holatini o'zgartirmaydigan issiqlik uzatish jarayonlaridagi qizdirgichlar va sovutgichlar kiradi.

Qizdirish va sovitishda issiqlik tashuvchilarning har birining harorati issiqlik almashish yuzasi bo'yicha uzluksiz va monoton ravishda almashinadi. Issiqlik uzatish parametrlari (issiqlik uzatish koeffitsiyenti, harakatlantiruvchi kuch) ga

muvofoiq o'zgaradi. Barcha issiqlik almashish yuzasi bo'yicha issiqlik uzatish koeffitsiyenti va issiqlik tashuvchilar haroratlari farqining o'rtacha qiymatlari asosida issiqlik almashish apparatlarini hisoblashni ko'rib chiqamiz. Bunda issiqlik tashuvchilarning o'rtacha haroratlardagi xossalari beriladi. Issiqlik almashishdagi issiqlik tashuvchilar fazaviy aralashishlarda ishtirok etmaydi, issiqlik tashuvchidan devorga, devordan sovuq issiqlik tashuvchiga issiqlik berish jarayoni o'lchamsiz Reynolds soni bilan aniqlanuvchi issiqlik oqimining rejimi, o'lchamsiz Prandtl soni bilan aniqlanuvchi issiqlik tashuvchilarning xossalariga va devorning haroratlariga bog'liq.

Segmentli pardevorga ega issiqlik almashish apparatlarining quvurlari orasidagi fazo $a_{quv.or}$ da harakatlanuvchi ikki issiqlik tashuvchining issiqlik berish koeffitsiyentlari quyidagi ifodalar bilan aniqlaniladi:

$$a_{quv.or} = \frac{\lambda_{quv.or}}{d_e} \varepsilon_\phi 0.4 Re_{quv.or}^{0.36} Pr_{quv.or}^{0.36}, Re_{quv.or} > 1000 \quad (5.51)$$

$$a_{quv.or} = \frac{\lambda_{quv.or}}{d_e} \varepsilon_\phi 0.56 Re_{quv.or}^{0.5} Pr_{quv.or}^{0.36}, \text{ agar } Re_{quv.or} < 1000 \quad (5.52)$$

($quv.or$ – quvurlar orasidagi fazo)

bu yerda, $Pe_{quv.or} = \frac{G_{quv.or} \cdot d_e}{\mu_{quv.or} \cdot S_{quv.or}}$; $Pr_{quv.or} = \frac{c_{quv.or} \cdot \mu_{quv.or}}{\lambda_{quv.or}}$ – quvurlar orasidagi

fazodagi issiqlik tashuvchilar uchun o'lchamsiz Reynolds va Prandtl sonlari; $\varepsilon_\phi = 0,6$ – quvurlar to'plamiga oqimlarning bostirib kirish burchagiga ta'sir qiluvchi koeffitsiyent; $S_{quv.or}$ – segmentli pardevorli issiqlik almashish apparatining quvurlari orasidagi fazodagi oqimning normal bilan aniqlanuvchi eng tor kesimining maydoni. Taxminan uni quyidagi formula bo'yicha aniqlash mumkin:

agar $D \leq 0.3$ bo'lsa, $S_{quv.or} \approx 0.3S$,

agar $D > 0.3m$ bo'lsa, $S_{quv.or} \approx 0.16S$,

bu yerda, $S = \frac{\pi D^2}{4}$ – issiqlik almashish apparatining kesim yuzasi; D – qobiqning diametri.

(5.51), (5.52) tenglamalarda aniqlovchi o'lcham sifatida ekvivalent diametr d_e qabul qilingan.

Quvurlar orasida harakatlanuvchi issiqlik tashuvchilar uchun issiqlik berish koeffitsiyenti quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$\text{agar } Pe_{quv} \geq 10^4 \text{ bo'lsa, } \alpha_{quv} = 0.023 \frac{\lambda_{quv}}{d} Re_{quv}^{0.8} Pr_{quv}^{0.43}, \quad (5.53)$$

$$\text{agar } 2300 \leq Pe_{quv} < 10^4 \text{ bo'lsa, } \alpha_{quv} = 0.008 \frac{\lambda_{quv}}{d} Re_{quv}^{0.9} Pr_{quv}^{0.43}, \quad (5.54)$$

$$\text{agar } Re_{quv} < 2300 \text{ bo'lsa, } \alpha_{quv} = 0.008 \frac{\lambda_{quv}}{d} Re_{quv}^{0.33} Pr_{quv}^{0.43} Gr_{quv}^{0.1}, \quad (5.55)$$

bu yerda,

$$Re_{quv} = \frac{4G_{quv}Z}{\pi\mu_{quv}dN}; \quad Pr_{quv} = \frac{c_{quv}\mu_{quv}}{\lambda_{quv}}; \quad Gr_{quv} = \frac{gd^3\beta_{quv}\rho_{quv}^2}{\mu_{quv}^2}\Delta T$$

quvurlardagi issiqlik tashuvchilar uchun o'lchamsiz Reynolds, Prandtl va Gragof sonlari; β_{quv} – hajmiy kengayish koeffitsiyenti; Z – quvurli sohadagi yo'llar soni. (5.53) - (5.55) tenglamalarda aniqlovchi o'lcham sifatida quvurning ichki diametri $d = d_H - 2\delta_{CT}$ qabul qilingan.

Quvurlardagi issiqlik tashuvchilar uchun issiqlik berish koeffitsiyenti α_{quv} quvurning ichki yuzasi va quvurdagi issiqlik tashuvchi haroratlarining oldin noma'lum bo'lgan farqi ΔT ga bog'liq. Shuning uchun ΔT kattalik issiqlik almashish apparatlarida issiqlik berishning quyidagi statsionarlik shartidan foydalanib, iteratsiya usulida aniqlanadi:

$$a_{quv}\Delta T = K\Delta T_{o'r} \quad (5.56)$$

yoki

$$\Delta T = \frac{K \Delta T_{quv}}{a_{quv}} \quad (5.57)$$

Haroratlarning o'rtacha farqi ΔT_{cp} issiqlik tashuvchilar harakati sxemasining quyidagi formulasi bo'yicha aniqlanadi:

$$\Delta T_{o'r} = \varepsilon_{\Delta T} \Delta T_{o'r \log} \quad (5.58)$$

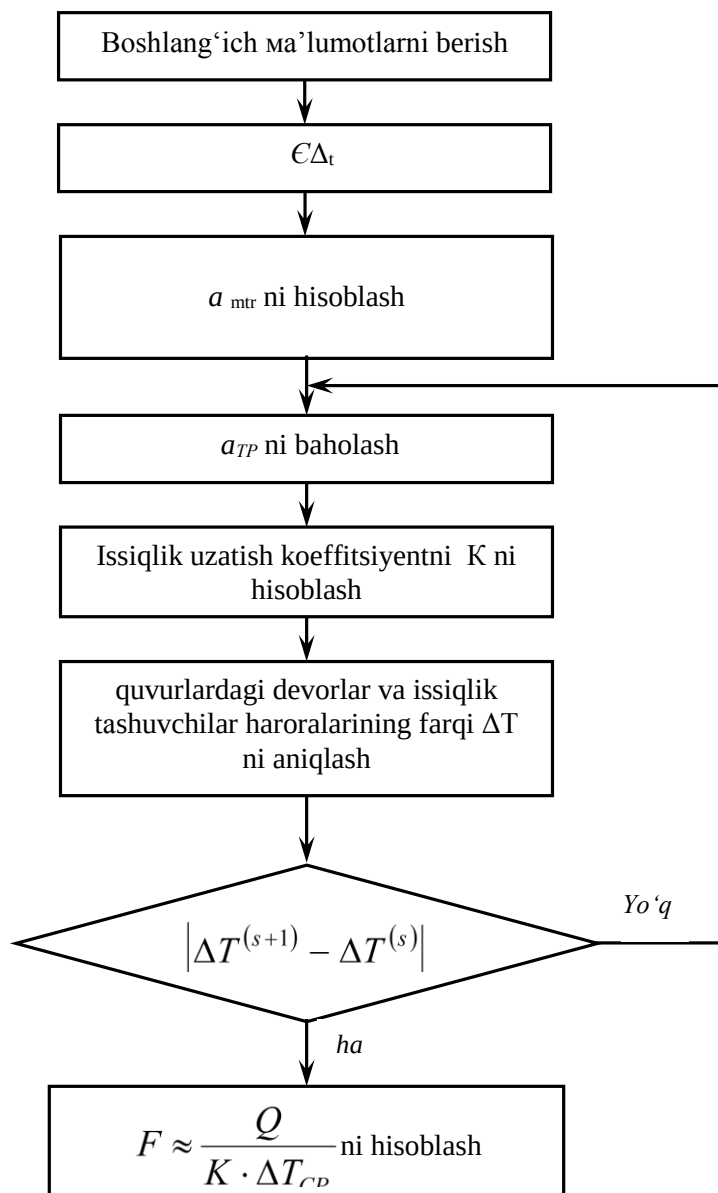
bu yerda $\Delta T_{o'r \log}$ – haroratlarning o'rtacha logarifmik farqi; $\varepsilon_{\Delta T} < 1$ – teskari oqim ($z=1$ da $\varepsilon_{\Delta T}=1$) bilan solishtirish bo'yicha aralash oqim ($Z = 2, 4, 6$) da o'rtacha harakatlantiruvchi kuchning kamayishida qatnashuvchi koeffitsiyent. Issiqlik uzatish koeffitsiyenti K va o'rtacha harakatlantiruvchi kuch $\Delta T_{o'r}$ lar aniqlangandan so'ng, ma'lum umumiy issiqlik yuklamasi Q da issiqlik uzatish tenglamasidan issiqlik uzatish yuzasi hisoblanadi:

$$F = \frac{Q}{K \Delta T_{o'r}} \quad (5.59)$$

Shuningdek issiqlik uzatish jarayoni issiqlik almashish apparatining konstruktiv tavsiflariga bog'liq va hisoblash boshlanishidan oldin quyidagi konstruktiv parametrlarni berish lozim: quvurning tashqi diametri d_H , yo'llar soni z , koeffitsiyent $\varepsilon_{\Delta T}$, N to'plamdagi quvurlar soni va quvurlar orasidagi fazoni eng tor kesimining maydoni $S_{quv.or}$ 5.10 - rasmda ko'rilayotgan hol uchun issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok-sxemasi keltirilgan.

Misol. 3-rektifikatsiya kolonnalarining kub qoldiqlari sovitgichini hisoblash. Umumiy issiqlik yuklamasi $Q = 402\,980$ Vt. Quvur bo'yicha harakatlanuvchi kub qoldiqlari $G_{quv} = 1,24$ kg/s, uning issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_{quv} = 0,662$ Vt/(m·K), zichligi $\rho_{quv} = 986$ kg/m³, qovushqoqligi $\mu_{quv} = 0,00054$ Pa·s, issiqlik sig'imi $c_{quv} = 4190$ J/(kg·K), hajmiy kengayish koeffitsiyenti $\beta_{quv} = 0,00048$ K⁻¹. Sovituvchi suv quvurlar orasidagi fazoda $G_{quv.or} = 4,36$ kg/s sarf bilan harakatlanadi va o'zining o'rtacha haroratida issiqlik o'tkazuvchanlik

$\lambda_{quv.or} = 0,61 \text{ Vt}/(\text{m} \cdot \text{K})$, qovushqoqlik $\mu_{quv.or} = 0,00085 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, issiqlik sig‘im $c_{quv.or} = 4190 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ga ega. Issiqlik tashuvchilar haroratlarning o‘rtacha logarifmik farqi $\Delta T_{o'r \log} = 25,4^\circ \text{C}$ ga teng. Quvur devorlari va ifloslanishning termik qarshiliklari yig‘indisi $\sum \delta/\lambda = 0,00042 \text{ m}^2 \text{ K}/\text{Vt}$.



5.10-rasm. Issiqlik tashuvchilarning fazaviy o‘tishi mavjud bo‘lmagan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash algoritmining blok-sxemasi.

Yechim. obi - quvurli sovitgichlarning ikki variantini tanlaymiz. Birinchi variant: $d_H = 0,02 \text{ m}$, $Z=2$, $N= 166$ va ushbu holda agar obining diametri(0.4 m)

uchun quvurning maksimal uzunligi (6 m) kamlik qilsa, uni soʻnggi 600 mm gacha uzaytiramiz.

Ikkinchi variant:

0,020 m, $Z=2$, $N=314$. Issiqlik almashish apparatining hisoblanayotgan variantlari uchun $\varepsilon_{\Delta T} = 0.9$.

Normal boʻyicha birinchi variant uchun $S_{quv.or} = 0,021 \text{ m}^2$ va ikkinchi variant uchun $S_{quv.or} = 0,047 \text{ m}^2$ ni aniqlaymiz.

Boshlangʻich axborotlarni kiritgach **COOLER** dasturi boʻyicha birinchi variantdagi holat uchun: $\alpha_{quv} = 531,9 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $\alpha_{quv.or} = 2257,9 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $K = 364,6 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $F = 48,3 \text{ m}^2$, $Re_{quv} = 2205,1$, $Re_{quv.or} = 4885,1$ larni olamiz.

Normal boʻyicha uzunligi 6 m quvurli va yuzasi $F = 62 \text{ m}^2$ boʻlgan issiqlik almashish apparati mos keladi. Yuza zaxirasi 62-48,3ni tashkil qiladi:

$$\Delta = \frac{62 - 48.3}{48.3} \cdot 100\% = 28.4\%$$

Ikkinchi variant: $\alpha_{quv} = 406,7 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $\alpha_{quv.or} = 1392,4 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $K = 278,0 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $F = 63,4 \text{ m}^2$, $Re_{quv} = 978,7$, $Re_{quv.or} = 2182,7$.

Bu issiqlik almashish apparatlari ikkala oqim uchun olingan boʻylama kesimning kattaligi, Reynolds sonining qiymati kichikligi, issiqlik berish va uzatish koeffitsiyentlarining kichikligi tufayli katta yuzaga ega, biroq uning afzalligi kichik gidravlik qarshilik va obining diametri 0,6 m boʻlganda quvurning zaruriy uzunligining kichikligi: $L=3 \text{ m}$ hisoblanadi. Yuza zaxirasi

$$\Delta = \frac{70 - 63.4}{63.4} \cdot 100\% = 10.4\% \text{ ni tashkil etadi.}$$

Zaruriy yuzani kamaytirish, shuningdek, ular bilan birgalikda quvurlar uzunligini ham kamaytirish uchun quvurli sohadagi yoʻllar sonining teng shartlarda $Z = 4$ ($N = 338$, $S_{quv.or} = 0,047$) va $Z = 6$ ($N = 320$, $S_{quv.or} = 0,047$) gacha oshadigan yana ikkita variantni koʻrib chiqamiz.

$Z=4$ yo‘llar soniga ega issiqlik almashish apparatlarini hisoblash natijasida $\alpha_{quv} = 524,0 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $\alpha_{quv.or} = 1392,4 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $K = 328,2 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $F = 53,7\text{m}^2$, $Re_{quv} = 2166,0$, $Re_{quv.or} = 2182,7$ larni olamiz.

Yuza zaxirasi $\Delta = \frac{64 - 53,7}{53,7} \cdot 100\% = 19,2\%$ ni tashkil etadi. Uzunligi 3 m ga teng bo‘lgan issiqlik almashish apparatining ushbu varianti issiqlik berish koeffitsiyentining oshishi va talab qilingan issiqlik almashish yuzasining mos kamayishi tufayli ikkinchi variant oldida uncha katta afzallikka ega emas.

To‘rtinchi variantning ($Z = 6$) hisob natijalari; $\alpha_{quv} = 853,7 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $\alpha_{quv.or} = 1392,4 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $K = 432,9 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $F = 40,7\text{m}^2$,

$$Re_{quv} = 3431,7, Re_{quv.or} = 2182,7.$$

Bu variantdagi issiqlik almashish apparatlarining afzalligi shundaki, u kichik uzunlikdagi quvur $L = 2 \text{ m}$ va obi diametri $D = 0,6 \text{ m}$ ga ega. Yuza zaxirasi

$$\Delta = \frac{41 - 40,7}{40,7} \cdot 100\% = 0,7\% \text{ ni tashkil etadi.}$$

Biroq ko‘rilayotgan issiqlik almashish apparatining variantida ikkinchi variantdagiga qaraganda gidravlik qarshilik katta.

Shunday qilib, ikkita: ikkinchi va to‘rtinchi variantlarni qabul qilishimiz mumkin. Ular gidravlik hisobdan keyin iqtisodiy mezon asosida tanlanishi mumkin.

5.1.4. Issiqlik almashish apparatlarini hisoblash va algoritmlashtirish

5.1.4.1 «Aralashtirish – aralashtirish» tipidagi issiqlik almashish apparatlari

Yuzali issiqlik almashish apparatlarining tiplari:

obi - quvurli;

quvurli;

havoli sovitish apparatlari;

plastinkali;

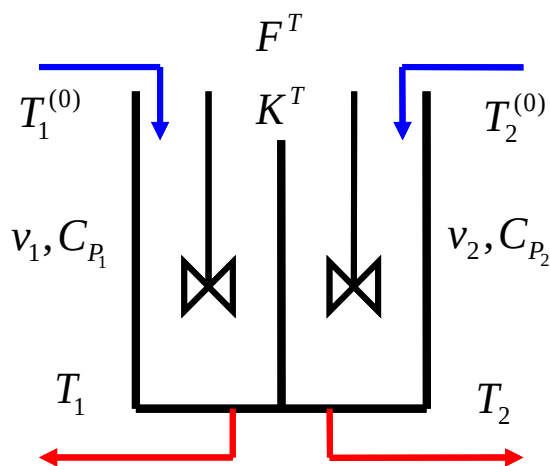
zmeevikli va h.z.

Kompyuterli modellarni tuzish quyidagi bosqichlardan iborat:

VA/YOKI ni o'rganish, nazariya bilan tanishuv;

jarayonning matematik tavsifi (MT) ni tuzish;

MT tenglamalarini yechish algoritmi (MA –modellash algoritmi) larini tanlash va amalga oshirish.



Asosiy qo'yimlar:

1. Statsionar rejimni ko'rib chiqamiz.
2. Ikkala oqimlar uchun ham ideal aralashish modeli qabul qilinadi.
3. Faqat issiqlik uzatish jarayoni amalga oshiriladi.

4. Fizik-kimyoviy o'zgaruvchilar – oqimlarning issiqlik. sig'implari Δq_i^T doimiy kattalik hisoblanadi.

Matematik tavsifning tenglamasi:

$$A) v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^0 - v_1 C_{P_1} T_1 + F^T \Delta q_1^T = 0$$

– issiqlik uzatishning lokal tezligi

$$B) \Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$$

$$C) v_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^0 - v_2 C_{P_2} T_2 + F^T \Delta q_2^T = 0$$

$$D) \Delta q_2^T = K^T (T_1 - T_2)$$

$$\Delta q^T = \Delta q_1^T - \Delta q_2^T$$

Chiziqli algebraik tenglamalar tizimi (CHATT)

$$1) v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^0 - v_1 C_{P_1} T_1 + F^T \Delta q_1^T = 0$$

$$2) v_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^0 - v_2 C_{P_2} T_2 + F^T \Delta q_2^T = 0$$

$$3) \Delta q^T = K^T (T_1 - T_2)$$

Birinchi xususiy holni ko‘rib chiqamiz: $K^T = \text{const}$ bo‘lsin - bu ham faraz.

$T_1, T_2, \Delta q^T$ larni topamiz.

1) va 2) tenglamalarga Δq^T ni qo‘yish yo‘li bilan tenglamalar tizimini

o‘zgartiramiz:

$$\underbrace{(v_1 C_{P_1} T_1 - F^T K^T)}_{a_{11}} I_1 + \underbrace{(-F^T K^T)}_{a_{12}} I_2 = \underbrace{v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)}}_{b_1}$$

$$\underbrace{(-F^T K^T)}_{a_{21}} I_1 + \underbrace{(v_2 C_{P_2} T_2 + F^T K^T)}_{a_{22}} I_2 = \underbrace{v_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^{(0)}}_{b_2}$$

CHATT matritsa shaklida quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\overline{A} \cdot \overline{x} = \overline{b} \Rightarrow \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} T_1 \\ T_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix}$$

Ikkinchi xususiy hol:

$K^T = \text{const}$ ning 1), 2), 3) tenglamalariga 4), 5), 6) tenglamalar qo‘shiladi

$$4) K^T = K^T(T_1, T_2, v_1, v_2, C_{P_1}, C_{P_2})$$

$$5) C_{P_1} = a_1 + b_1 T_1 + c_1 T_1^2 + d_1 T_1^3$$

$$6) C_{P_2} = a_2 + b_2 T_2 + c_2 T_2^2 + d_2 T_2^3$$

$a, b, c, d - \text{const}$

(ma'lumlar)

$$T_1 - ? \quad T_2 - ? \quad \Delta q^T - ? \quad K^T = ? \quad C_{P_1} - ? \quad C_{P_2} - ?$$

larni aniqlash zarur.

Nochiziqli tenglamalar tizimi (NCHTT):

$$\begin{cases} \bar{f}(x) = 0 \\ f_i(x_1, \dots, x_n) = 0 \\ i = 1, \dots, n \end{cases}$$

Bu yerda f – x ning nochiziqli funksiyasi.

Nochiziqli tenglamalar quyidagi usullar bilan yechilishi mumkin:

Nyuton-Rafson usuli;

Oddiy iteratsiyalar usuli;

Matematik dekompozitsiya usuli.

Birinchi va ikkinchi usullardan foydalanilganda bir vaqtda 6 o'zgaruvchilar ketma-ket yaqinlashish usuli bilan (iteratsiyaviy) aniqlanadi. Uchinchi usuldan foydalanilganda iteratsiya yo'li bilan kam sonli o'zgaruvchilarni qidirish imkonini beruvchi shunday algoritm tanlanadiki (matematik tavsif tenglamalarini axborot matritsalarini tahlil qilish yo'li bilan), bunda, qolgan o'zgaruvchilar keyingi (oxirgi) iteratsiyalar (iteratsiya) da olingan hisoblash natijalari bo'yicha avtomatik tarzda aniqlanadi.

Axborot matritsasi

MT- matematik tavsif – tenglamalari tizimining axborot matritsasi qatorlari tenglamalar raqamlariga, ustunlari esa aniqlanayotgan o'zgaruvchilarga mos keluvchi kvadrat matritsani namoyon etadi. Axborot matritsasi quyidagicha shakllantiriladi: agar i - tenglamada aniqlanayotgan j - o'zgaruvchi kirsam, i - tenglamaga mos keluvchi i - qator bilan j - ustunning kesishishiga plus belgisi qo'yiladi. Bu amal barcha mustaqil tenglamalar va tizimning aniqlanayotgan o'zgaruvchilari uchun takrorlanadi.

Axborot matritsaga mos keluvchi jadvalning o'ng tomoniga raqam belgisi (№) ga ega ustun qo'shilgan. Ushbu ustunda tanlangan hisoblash algoritmiga mos keluvchi hisoblashlar ketma- ketligi aks ettiriladi:

$n \backslash p$	T_1	T_2	Δq^T	K^T	C_{p1}	C_{p2}	N^o
1							2
2 Kop.yp.							4
3 Kop.yp.							6
4							5
5							1
6							3

Belgilanishi:

1	2	3	4	5
				

1 – Boshlang'ich yaqinlashish topshirig'i

2 – o'zgaruvchi qiymatini aniqlash

3 – o'zgaruvchining qiymati ma'lum

4 – o'zgaruvchi qiymatiga to'g'rilash kiritish(korreksiyalash)

5 – o'zgaruvchi qiymatini aniqlashtirish

4- qadamda berilgan kattaliklardan ixtiyoriy birortasiga to'g'rilash kiritish mumkin.

Axborot matritsasidagi birinchi ustun – tenglamalarning tartib raqami.

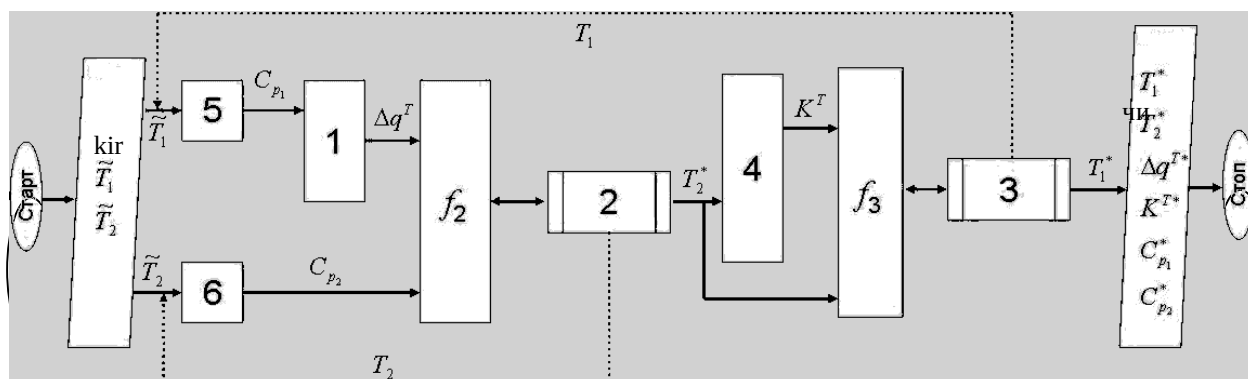
Axborot matritsasidagi oxirgi ustun – tenglamani yechish tartibini ko'rsatadi.

Ichki iteratsiya sikli:

$$v_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^{(0)} - v_2 C_{P_2} \{T_2\} + F^T (\Delta q^T \{T_2\}) = 0 \rightarrow T_2^*$$

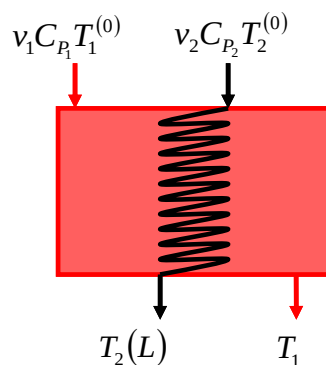
Tashqi iteratsiya sikli:

$$\Delta q^T \{T_1\} - K^T \{T_1\} (T_2 \{T_1\} - T_1) = 0 \rightarrow T_1^*$$



Algoritmnining blok-sxemasi

5. 1.4.2. Zmeevikli issiqlik almashish apparatlari



L – zmeevikning uzunligi.

Asosiy qo‘yimlar:

Oqim ideal aralashish modeli (IAM) – rezervuarlar orqali oqib o‘tadi deb qabul qilamiz

Oqim ideal o‘rin almashish modeli (IO‘AM) – zmeevikda

Ish rejimini statsionar deb qaraymiz

Issiqlik uzatish koefitsiyenti = const

Issiqlik uzatishdan boshqa hech qanday jarayon yuz bermaydi

Issiqlik sig‘imlari bir xil va harorat bilan almashmaydi

$$a) v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^0 - v_1 C_{P_1} T_1 + F^T \Delta q_1^T = 0$$

$$b) \Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$$

$$c) v_2 C_{P_2} \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{L} \Delta q_2^T$$

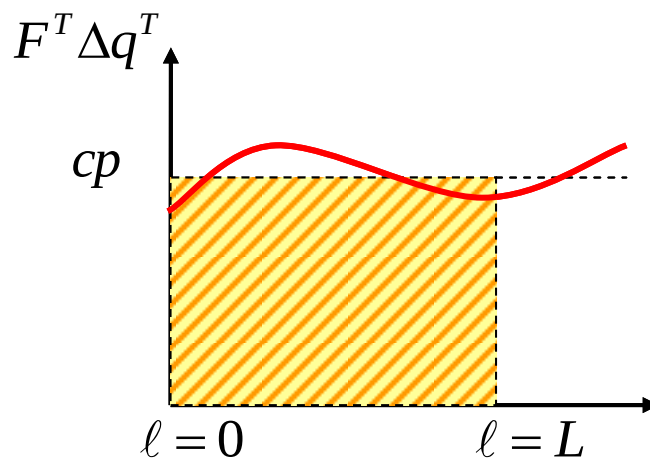
$$d) \Delta q_2^T = K^T (T_1 - T_2)$$

$$\Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$$

Umumiy issiqlik balansi tenglamasining natijasi:

$$v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)} - v_1 C_{P_1} T_1 + [F^T \Delta q_1^T]_{o'r} = 0$$

$$\frac{F^T}{L} (-\Delta q_2^T) = v_2 C_{P_2} \frac{dT_2}{d\ell}$$



Issiqlik o'tkazish yuzasi shtrixlangan maydonga teng

$$T_2(\ell) = ?$$

$$0 \leq \ell \leq L$$

$$[F^T \Delta q^T]_{o'r} = \frac{1}{L} \int_0^L F^T \Delta q^T d\ell$$

$$[F^T \Delta q^T]_{o'r} = -v_2 C_{P_2} \int_0^L \frac{dT_2}{d\ell} d\ell = -v_2 C_{P_2} [T_2(L) - T_2(0)]$$

Matematik tavsifning tenglamalar tizimi:

$$1) -v_2 C_{P_2} [T_2(L) - T_2(0)] + v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)} - v_1 C_{P_1} T_1 = 0$$

Yaqqol ko‘rinishdagi oddiy differensial tenglama:

$$2) \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_2 C_{P_2}} (-\Delta q^T)$$

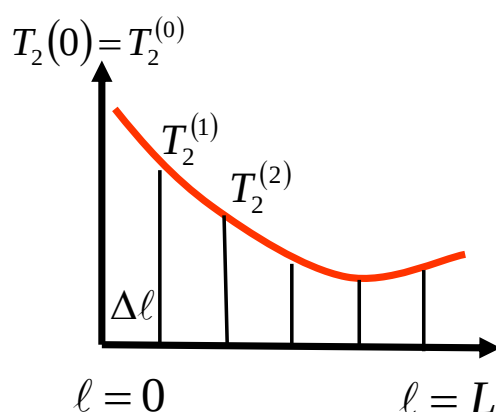
$$3) \Delta q^T = K^T (T_2 - T_1)$$

$$2') T_2(0) = T_2^{(0)}$$

Integral-differensial tenglamalar tizimi

$$T_2 = T_2(\ell) - ? \quad T_1 - ? \quad \Delta q^T - ?$$

Kompyutyerda faqat xususiy yechimlarni hisoblash mumkin, buning uchun Koshi masalasining boshlang‘ich sharti (barcha qo‘shimcha shartlar mustaqil o‘zgaruvchining bitta qiymatida beriladi) ni berish lozim.



$$2) \frac{T_2(L) - T_2(0)}{\Delta\ell} \cong \frac{F^T}{Lv_2 C_{P_2}} (-\Delta q^T)$$

$$3) \Delta q^T = K^T (T_2 - T_1)$$

Axborot matritsasi

$n \backslash p$	T_1	$T_2(0)$	$T_2(L)$	Δq^T	N^o
1. Кор. ур.					4
2. Диф. ур.					3
3.					2
2'.					1

1 – aniqlik kirituvchi (korrektlovchi) tenglamalar – masala yechimining tashqi sikli;

2 – differensial tenglamalarni yechish sikli – masala yechimining ichki sikli.

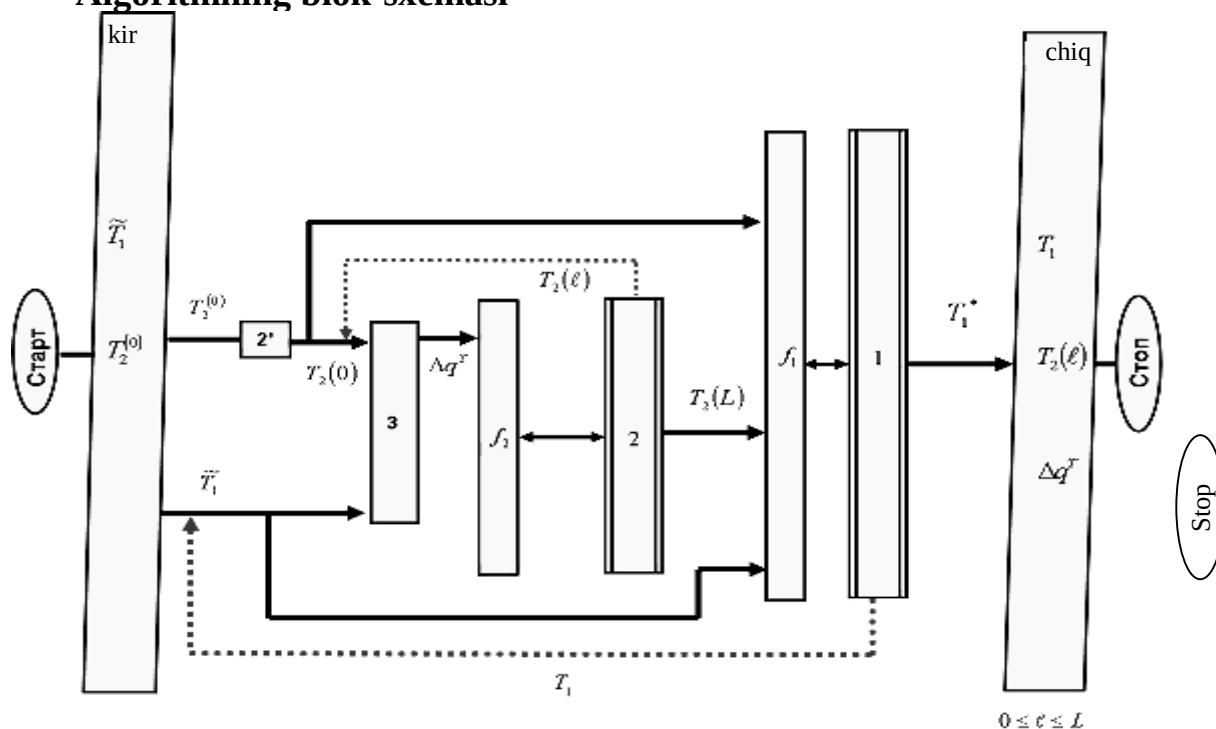
To‘g‘rilovchi tenglamalar:

$$v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^0 - v_1 C_{P_1} T_1 + v_2 C_{P_2} [T_2(L)\{T_1\} - T_2(0)] = 0$$

Tashqi siklda – yarmini bo‘lish usuli.

Ichki siklda har bir yaqinlashish T_1 da differensial 2 tenglama (Eyler usuli) yechiladi.

Algoritmning blok-sxemasi



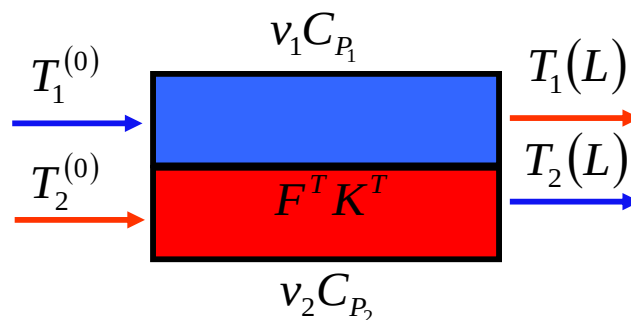
Foydalaniladigan sonli usullar:

1 – yarmini bo‘lish usuli

2 – Eyler usuli

5. 1.4.3. To‘g‘ri (bir xil yo‘nalishli) oqimli «quvur ichida quvur» issiqlik almashish apparatlari.

Koshi masalasini yechish



Statsionar rejim

Faqat issiqlik uzatish yuz beradi

Issiqlik uzatish koeffitsiyenti = const

Oqimlarning issiqlik sig‘imi = const

Bo‘ylama soha bir xil taqsimlangan

$$\Pi = \frac{F^T}{L}$$

Birinchi oqim uchun tenglama:

$$1) v_1 C_{P_1} \frac{dT_1}{d\ell} = \frac{F^T}{L} \Delta q_1^T$$

$$2) \Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$$

Ikkinchi oqim uchun tenglama:

$$1) v_2 C_{P_2} \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{L} \Delta q_2^T$$

$$2) \Delta q_2^T = K^T (T_1 - T_2)$$

$$\Delta q^T = \Delta q_1^T = -\Delta q_2^T$$

Matematik tavsifning tenglamalar tizimi:

(oddiy differensial tenglamalar tizimi)

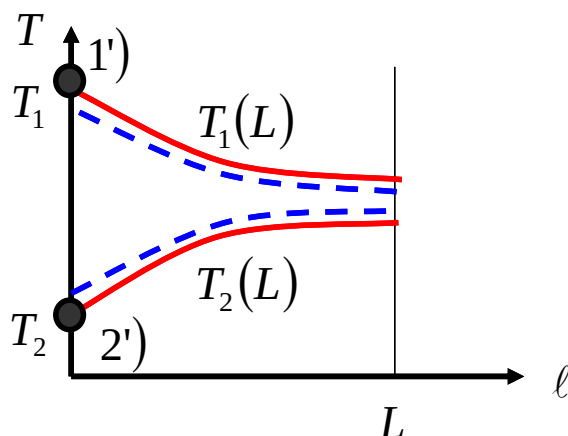
$$\left. \begin{array}{l} 1) \frac{dT_1}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_1 C_{P_1}} \Delta q_1^T \\ 2) \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_2 C_{P_2}} (-\Delta q^T) \\ 3) \Delta q^T = K^T (T_2 - T_1) \end{array} \right\}$$

Boshlang'ich shart:

$$\left. \begin{array}{l} 1) T_1(0) = T_1^{(0)} \\ 2) T_2(0) = T_2^{(0)} \end{array} \right\} \ell = 0$$

Xususiyl yechimi olinadigan masala, qachonki masalaning qo'shimcha shartlari mustaqil o'zgaruvchining bitta qiymatida berilsa, Koshi masalasi deb ataladi.

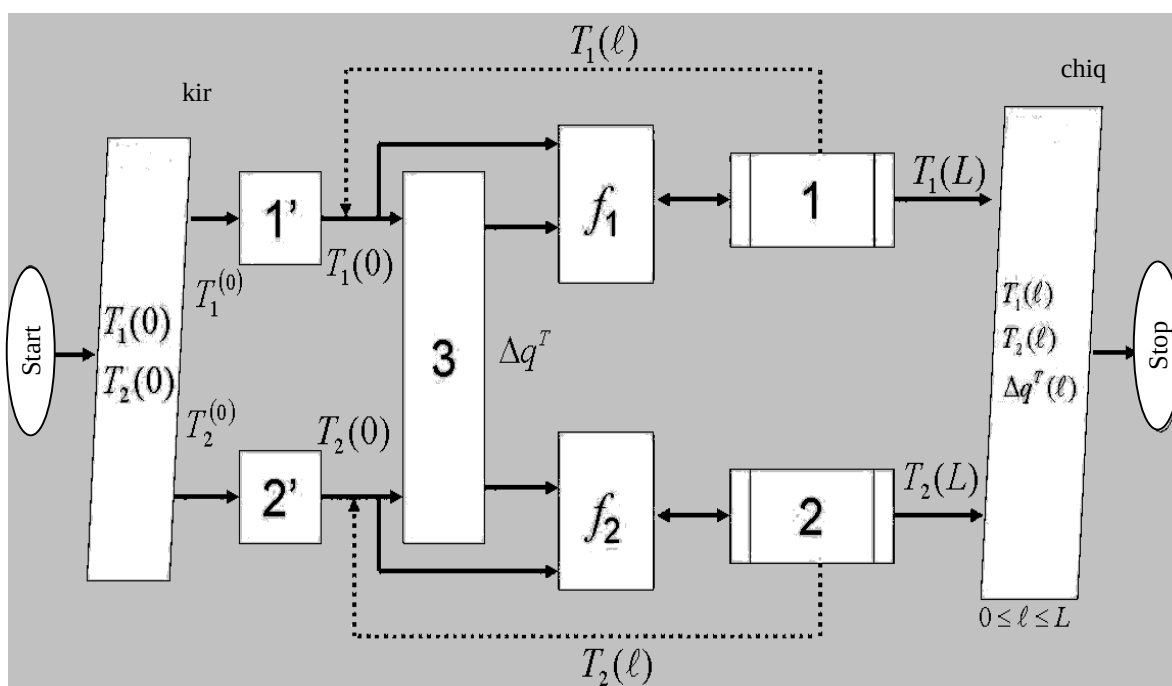
Bu tizimni tahlilga asoslangan aniqlikda yechish mumkin.



Axborot matritsasi

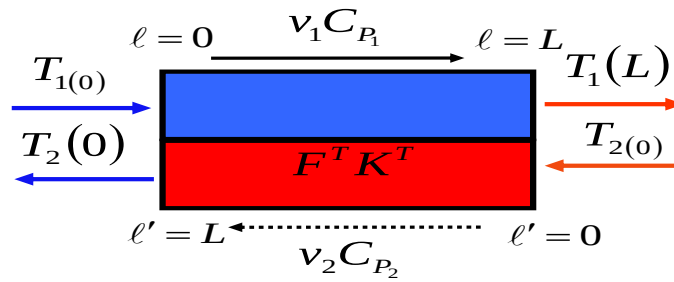
$n \backslash p$	$T_1(0)$	$T_1(L)$	$T_2(0)$	$T_2(L)$	Δq^T	N^o
1 Диф. ур.	+	+			+	4
2 Диф. ур.			+	+	+	5
3	+		+		+	3
1'	+					1
2'			+			2

Algoritmning blok-sxemasi



5. 1.4.4. Teskari (qarama-qarshi) oqimli «quvur ichida quvur» issiqlik almashish apparatlari.

Chegaraviy masalalarini yechish.



$$\left. \begin{array}{l} T_{1(0)} \\ T_{2(0)} \end{array} \right\} \ell = 0$$

$$\ell' = L - l$$

$$d\ell' = -d\ell$$

$$1) \frac{dT_1}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_1C_{P_1}} \Delta q_1^T$$

$$2) \Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$$

.....

$$3) \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_2C_{P_2}} \Delta q_2^T$$

$$4) \Delta q_2^T = K^T (T_1 - T_2)$$

$$\Delta q^T = \Delta q_1^T = -\Delta q_2^T$$

Matematik tavsifning tenglamalar tizimi:

$$1) \frac{dT_1}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_1C_{P_1}} \Delta q_1^T$$

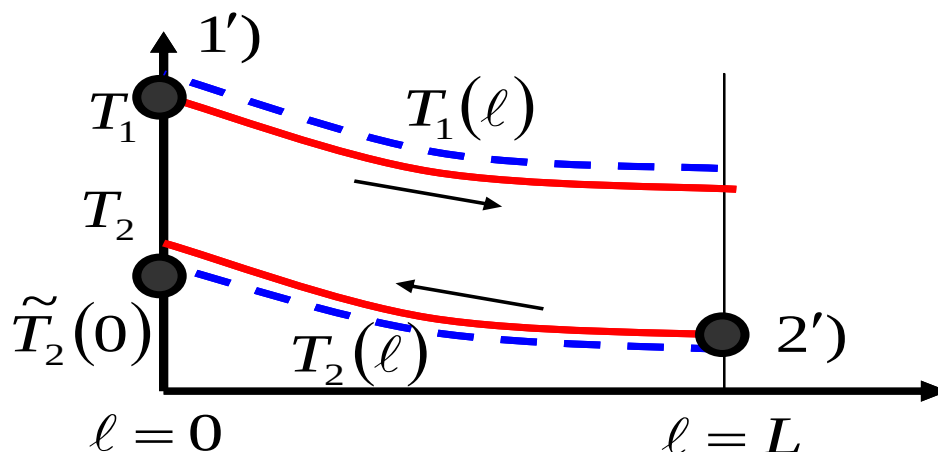
$$2) \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_2C_{P_2}} \Delta q^T$$

$$3) \Delta q^T = K^T (T_2 - T_1)$$

$$T_1(0) = T_{1(0)}$$

$$T_2(0) = T_{2(0)}$$

Chegaraviy shart – mustaqil o‘zgaruvchi L ning turli qiymatlarida berilgan qo‘shimcha shart. Bunday shartlarda oddiy differensial tenglamalar tizimlarining xususiy yechimlarini olish masalasi chegaraviy masala deb ataladi.



1-qadam – mustaqil o‘zgaruvchining bitta qiymatida barcha qo‘shimcha shartlari beriladi, masalan,

$$\ell \quad \tilde{T}_2(0) = 0,$$

shu jumladan masalaning boshlang‘ich berilishida qatnashmaganlari ham. Oxirgisi xuddi boshlang‘ich yaqinlashish kabi beriladi:

2- qadam – oddiy differensial tenglamalar tizimlarini yechish. Biroq olingan echim noaniq bo‘ladi, xuddi qo‘shimcha shartlardan biri kabi – $\tilde{T}_2(0)$

– yaqinlashish sifatida berilagan bo‘ladi.

3-qadam – 2) chegara shart bajarilishi tekshiriladi.

$$T_2(L)\{\tilde{T}_2(0)\} - T_{2(0)} = 0$$

Agar bajarilmasa, unda 4 - qadam bajariladi.

4-qadam 2) chegaraviy shart xuddi

$$T_{2(0)}$$

yangi yaqinlashishni tanlash uchun to‘g‘rilovchi tenglama sifatida qaraladi, ya’ni tenglamani yechish amali quyidagi ko‘rinishda amalga oshiriladi:

$$T_2(L)\{\tilde{T}_2(0)\} - T_{2(0)} = 0$$

Masalani yechishning tashqi siklida yechim aniqlanadi:

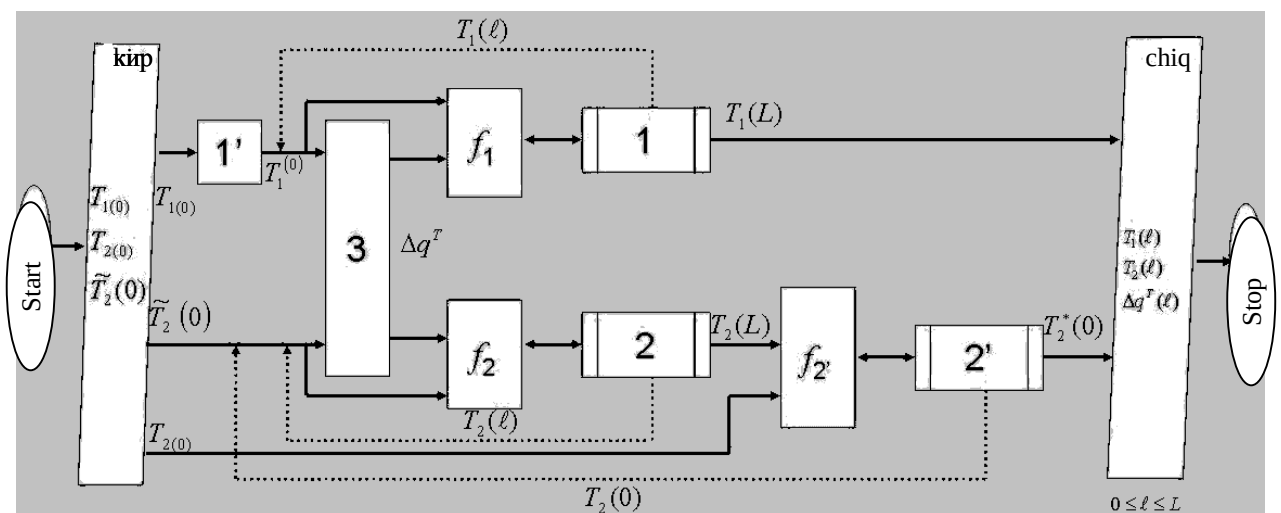
$$T_{2(0)} = ?$$

5-qadam – faqat tenglamaning oxirgi yechimi olingan bo‘lib, masalani yechishning tashqi siklida masala yechilgan bo‘ladi va masalani yechishning ichki siklida 1) va 2) ODTT (oddiy differensial tenglamalar tizimi) yechimining natijalari to‘g‘rilangan bo‘ladi.

Axborot matritsasi

$n \backslash p$	$T_1(0)$	$T_1(L)$	$T_2(0)$	$T_2(L)$	Δq^T	N^o
1 Диф. ур.						3
2 Диф. ур.						4
3						2
1'						1
2' Кор. ур.						5

Algoritmnining blok-sxemasi



Issiqlik almashish apparatida statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va ikkala issiqlik tashuvchilar oqimlarining harakatlari ideal

aralashish modellari bilan keltirilishi mumkin bo'lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritmining blok - sxemasini tuzish.

Zmeevikli issiqlik almashish apparatlarida statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va rezervuardagi issiqlik tashuvchilar oqimining harakatini ideal aralashish modeli bilan, zmeevikdagisini esa ideal o'rin almashish modeli bilan keltirish mumkin bo'lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritmining blok - sxemasini tuzish.

Issiqlik almashish apparatlaridagi statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va ikkala issiqlik tashuvchilar oqimlarining harakati (issiqlik tashuvchilar harakatining rejimi – to'g'ri oqim) ni ideal o'rin almashish modeli bilan keltirish mumkin bo'lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritmining blok - sxemasini tuzish.

Issiqlik almashish apparatlaridagi statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va ikkala issiqlik tashuvchilar oqimlarining harakati (issiqlik tashuvchilar harakatining rejimi – teskari oqim) ni ideal o'rin almashish modeli bilan keltirish mumkin bo'lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritmining blok - sxemasini tuzish.

5.1.5 Quvurli reaktorlarni hisoblash va algoritmlashtirish

5.1.5.1. Politropik reaktorning statsionar rejimi

a) Issiqlik tashuvchi to'g'ri oqim rejimida harakatlanadi(Koshi masalasi va boshlang'ich shartli masala).

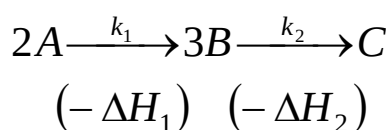


b) Issiqlik tashuvchi teskari oqim rejimida harakatlanadi (Chegaraviy masala).



Asosiy qo'yimlar:

– mikrokinetika: reaksiya



– oqimlar harakati ideal o'rin almashishning gidrodinamik modellari bilan keltiriladi;

– bosqichlarning issiqlik samaralari haroratlarga bog'liq emas;

– asosiy oqim va qobiqdagi oqimlar o'rtasidagi issiqlik almashuvida faqat issiqlik uzatish ishtirok etadi;

– issiqlik uzatish koeffitsiyenti = const.

Jarayonning mikrokinetikasi



Aniqlanadi:

$$g_A^R, g_B^R, g_C^R, \Delta q^R,$$

$$\begin{bmatrix} g_A^R \\ g_B^R \\ g_C^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 3 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 x_A^2 \\ k_2 x_B^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2k_1 x_A^2 \\ 3k_1 x_A^2 + 3k_2 x_B^3 \\ k_2 x_B^3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{g}^R = \bar{\alpha} \cdot \bar{r}$$

$$g_A^R = -2 \cdot r_1$$

$$g_B^R = 3 \cdot r_1 - 3 \cdot r_2$$

$$\text{rang}(\bar{a}) = 2$$

2 ta hal qiluvchi A va V komponentalarni tanlaymiz

$$g_C^R = -\frac{1}{2} g_A^R - \frac{1}{3} g_B^R$$

Muhim bo'lmagan S komponenta uchun stexiometrik munosabat:

$$x_C = x_C^{(0)} - \frac{1}{2} (x_A - x_A^{(0)}) - \frac{1}{3} (x_B - x_B^{(0)})$$

$$\Delta q^R = \sum_{j=1}^2 \left| \alpha_{p_j} \right| (-\Delta H_{p_j}) \cdot r_j = 3(\Delta H_{B1}) \cdot r_1 + 1(-\Delta H_{C2}) \cdot r_2$$

Jarayonning matematik tavsifi (to'g'ri oqim).

$$1.1) x_A \frac{dv}{d\ell} + v \frac{dx_A}{d\ell} = \frac{V_R}{L} g_A^R \Rightarrow \frac{dx_A}{d\ell} = \frac{V_R}{vL} g_A^R - \frac{x_A}{v} \frac{dv}{d\ell}$$

$$1.2) \frac{dx_B}{d\ell} = \frac{V_R}{L} g_B^R - \frac{x_B}{v} \frac{dv}{d\ell}$$

$$1.3) x_C = x_C^{(0)} - \frac{1}{2}(x_A - x_A^{(0)}) - \frac{1}{3}(x_B - x_B^{(0)})$$

$$2.1) g_A^R = -2 \cdot r_1$$

$$2.2) g_B^R = 3 \cdot r_1 - 3 \cdot r_2$$

$$2.3) g_C^R = r_2$$

$$3.1) r_1 = k_1 x_A^2$$

$$3.2) r_2 = k_2 x_B^3$$

$$4.1) k_1 = A_1 \exp(-E_1/RT)$$

$$4.2) k_2 = A_2 \exp(-E_2/RT)$$

$$5) \frac{dv}{d\ell} = \frac{V_R}{L} (g_A^R + g_B^R + g_C^R)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(vT)}{d\ell} &= \frac{V_R}{C_p L} \Delta q^R + \frac{F_T}{C_p L} \Delta q^T \Rightarrow \\ 6) \Rightarrow \frac{dT}{d\ell} &= \frac{V_R}{v C_p L} \Delta q^R + \frac{F_T}{v C_p L} \Delta q^T - \frac{T}{v} \cdot \frac{dv}{dl} \end{aligned}$$

$$7) \Delta q^R = 3(-\Delta H_{B1})r_1 + (-\Delta H_{C1})r_2$$

$$8) \Delta q^T = K^T (T_T - T)$$

$$9) C_p = C_{pA}^{ind} x_A + C_{pB}^{ind} x_B + C_{pC}^{ind} x_C$$

$$10.1) C_{pA}^{ind} = a_A + b_A T + c_A T^2 + d_A T^3$$

$$10.2) C_{pB}^{ind} = a_B + b_B T + c_B T^2 + d_B T^3$$

$$10.3) C_{pC}^{ind} = a_C + b_C T + c_C T^2 + d_C T^3$$

Issiqlik tashuvchilarning oqimlari uchun tenglama:

$$11) \frac{dT_T}{d\ell} = \frac{F^T}{C_{pT} L v_T} (-\Delta q^T)$$

$n+3$ differensial tenglama.

Boshlang'ich shart:

$$(1.1') \quad x_A(0) = x_A^{(0)}$$

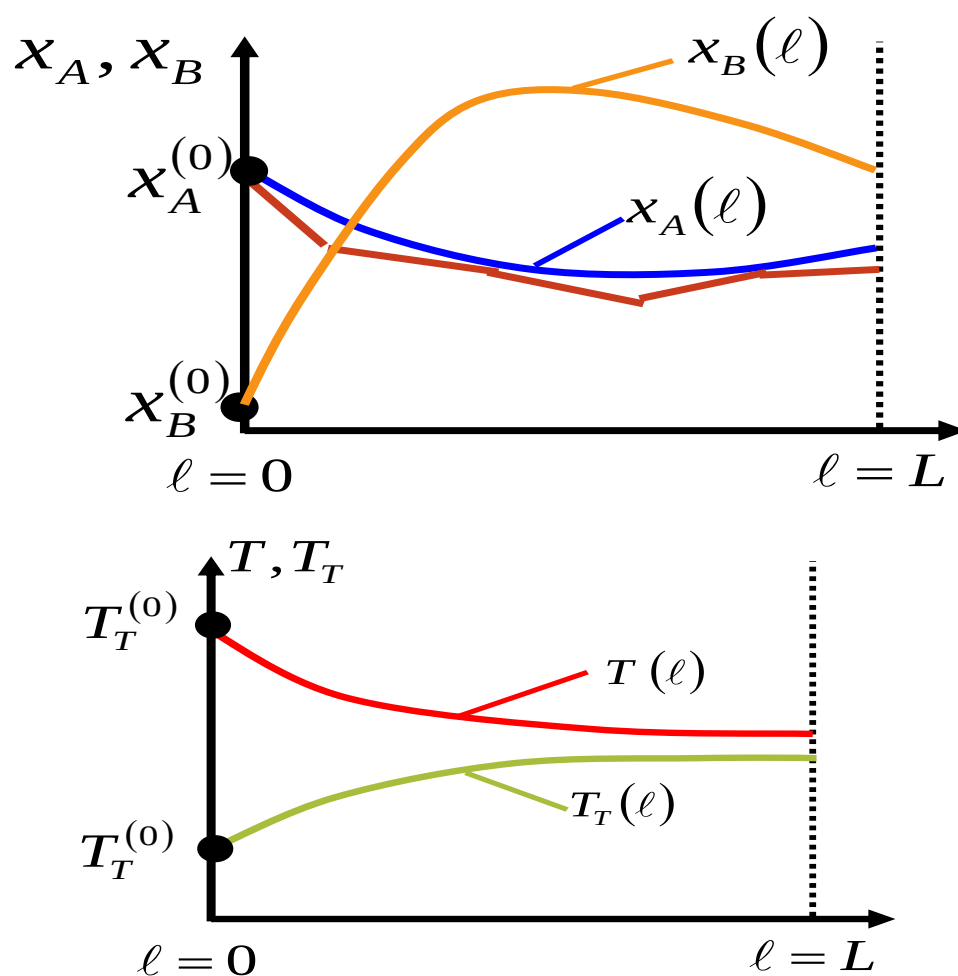
$$(1.2') \quad x_B(0) = x_B^{(0)}$$

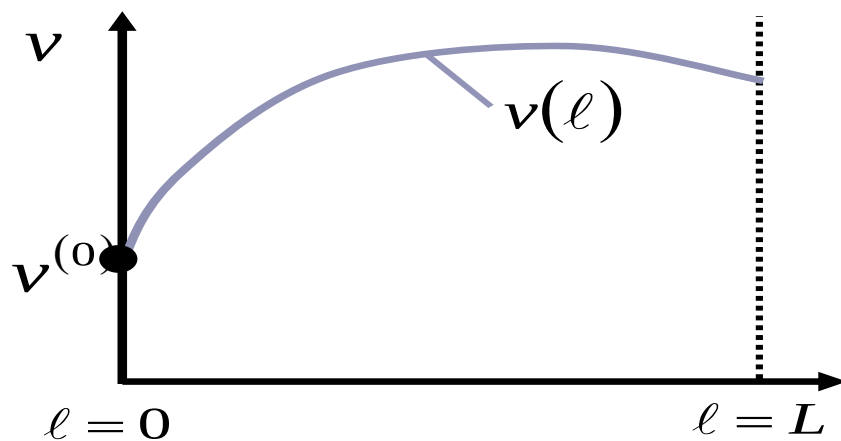
$$(5') \quad v(0) = v^{(0)}$$

$$(6') \quad T(0) = T^{(0)}$$

$$(11') \quad T_T(0) = T_T^{(0)}$$

Kompyutyerda xususiy yechimni aniqlash uchun Koshi masalasi yoki boshlang'ich shartli masala yechiladi – «o‘rin almashish – urin almashish» issiqlik almashish apparatiga qarang (to‘g‘ri oqim).





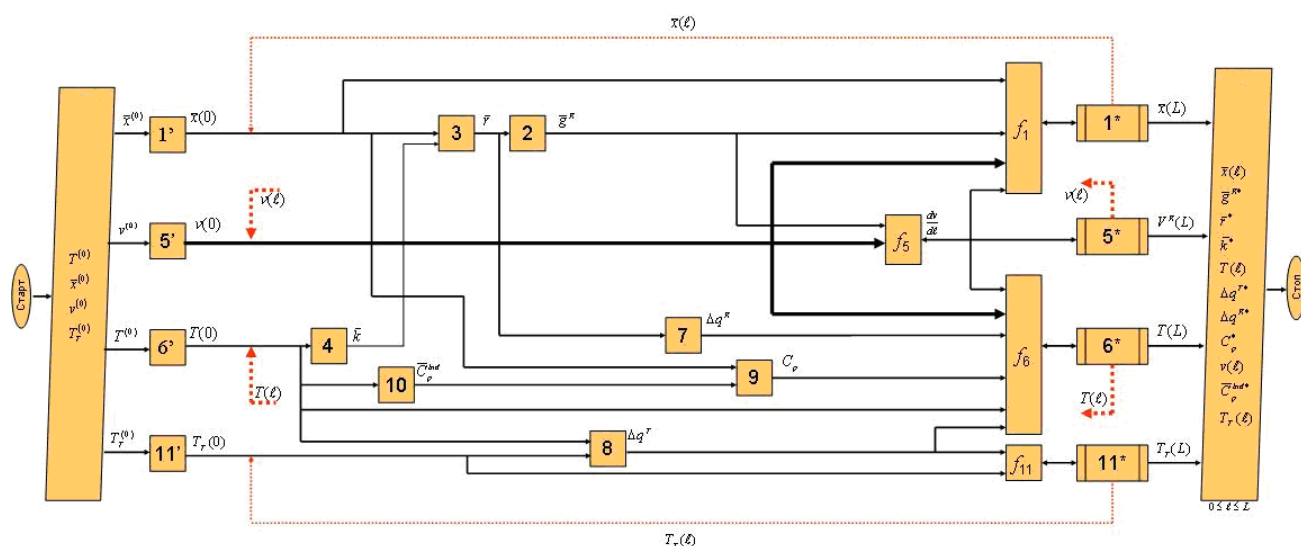
Axborot matritsasi (to'g'ri oqim)

$\begin{matrix} p \\ n \end{matrix}$	$\bar{r}_{(n)}^{(0)}$	$\bar{r}_{(n)}^{(L)}$	$\bar{r}_{(n)}^{(0)}$	$\bar{r}_{(n)}^{(L)}$	$\bar{r}_{(n)}^{(0)}$	$\bar{r}_{(n)}^{(L)}$	$\bar{g}_{(n)}^R$	$\bar{r}_{(m)}$	$\bar{k}_{(m)}$	$T^{(0)}$	$T^{(L)}$	Δq^T	Δq^R	C_p	$v^{(0)}$	$v^{(L)}$	f_s	$\bar{C}_{p(n)}^{ind}$	$T_r^{(0)}$	$T_r^{(L)}$	N^o
$\bar{1}_{(n)}^*$ Диф. ур	+	+	+	+	+	+	+								+	+					14
$\bar{2}_{(n)}$							+	+													8
$\bar{3}_{(m)}$	+		+		+			+	+												7
$\bar{4}_{(m)}$								+	+												5
5^* Диф. ур															+	+	+				13
$5^*.$							+								+		+				12
6^* Диф. ур										+	+	+	+	+	+	+	+				15
7								+					+								10
8										+		+								+	9
9	+		+		+									+				+			11
$\bar{10}_{(n)}$										+								+			6
11^* Диф. ур											+		+						+	+	16
$\bar{1}_{(n)}$	+	+	+																		1
5'															+						2
6'										+											3
11'																			+		4

Hisoblash algoritmining blok-sxemasi (to'g'ri oqim)

кир

чик



Jarayonning matematik tavsifi (teskari oqim).

Ideal o‘rin almashish modelining komponentli balansi:

$$1.1) \quad x_A \frac{dv}{d\ell} + v \frac{dx_A}{d\ell} = \frac{V_R}{L} g_A^R \Rightarrow \frac{dx_A}{d\ell} = \frac{V_R}{vL} g_A^R - \frac{x_A}{v} \frac{dv}{d\ell}$$

$$1.2) \quad \frac{dx_B}{d\ell} = \frac{V_R}{L} g_B^R - \frac{x_B}{v} \frac{dv}{d\ell}$$

$$1.3) \quad x_C = x_C^{(0)} - \frac{1}{2}(x_A - x_A^{(0)}) - \frac{1}{3}(x_B - x_B^{(0)})$$

$$2.1) \quad g_A^R = -2 \cdot r_1$$

$$2.2) \quad g_B^R = 3 \cdot r_1 - 3 \cdot r_2$$

$$2.3) \quad g_C^R = r_2$$

$$3.1) \quad r_1 = k_1 x_A^2$$

$$3.2) \quad r_2 = k_2 x_B^3$$

$$4.1) \quad k_1 = A_1 \exp(-E_1/RT)$$

$$4.2) \quad k_2 = A_2 \exp(-E_2/RT)$$

$$5) \quad \frac{dv}{d\ell} = \frac{V_R}{L} (g_A^R + g_B^R + g_C^R)$$

$$6) \quad \frac{d(vT)}{d\ell} = \frac{V_R}{C_p L} \Delta q^R + \frac{F_T}{C_p L} \Delta q^T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{d\ell} = \frac{V_R}{v C_p L} \Delta q^R + \frac{F_T}{v C_p L} \Delta q^T - \frac{T}{v} \cdot \frac{dv}{d\ell}$$

$$7) \quad \Delta q^R = 3(-\Delta H_{B1})r_1 + (-\Delta H_{C1})r_2$$

$$8) \quad \Delta q^T = K^T (T_T - T)$$

$$9) \quad C_p = C_{p_A}^{ind} x_A + C_{p_B}^{ind} x_B + C_{p_C}^{ind} x_C$$

$$10.1) \quad C_{p_A}^{ind} = a_A + b_A T + c_A T^2 + d_A T^3$$

$$10.2) \quad C_{p_B}^{ind} = a_B + b_B T + c_B T^2 + d_B T^3$$

$$10.3) \quad C_{p_C}^{ind} = a_C + b_C T + c_C T^2 + d_C T^3$$

Issiqlik tashuvchilarning oqimi uchun tenglama:

$$11) \quad \frac{dT_T}{d\ell} = \frac{F^T}{C_{p_T} L v_T} (-\Delta q^T)$$

$n+3$ differensial tenglama, to'g'ri oqim bilan solishtirilganda faqat (11) tenglama o'zgaradi.

Boshlang'ich shartlar tizimi:

$$(1.1') \quad x_A(0) = x_A^{(0)}$$

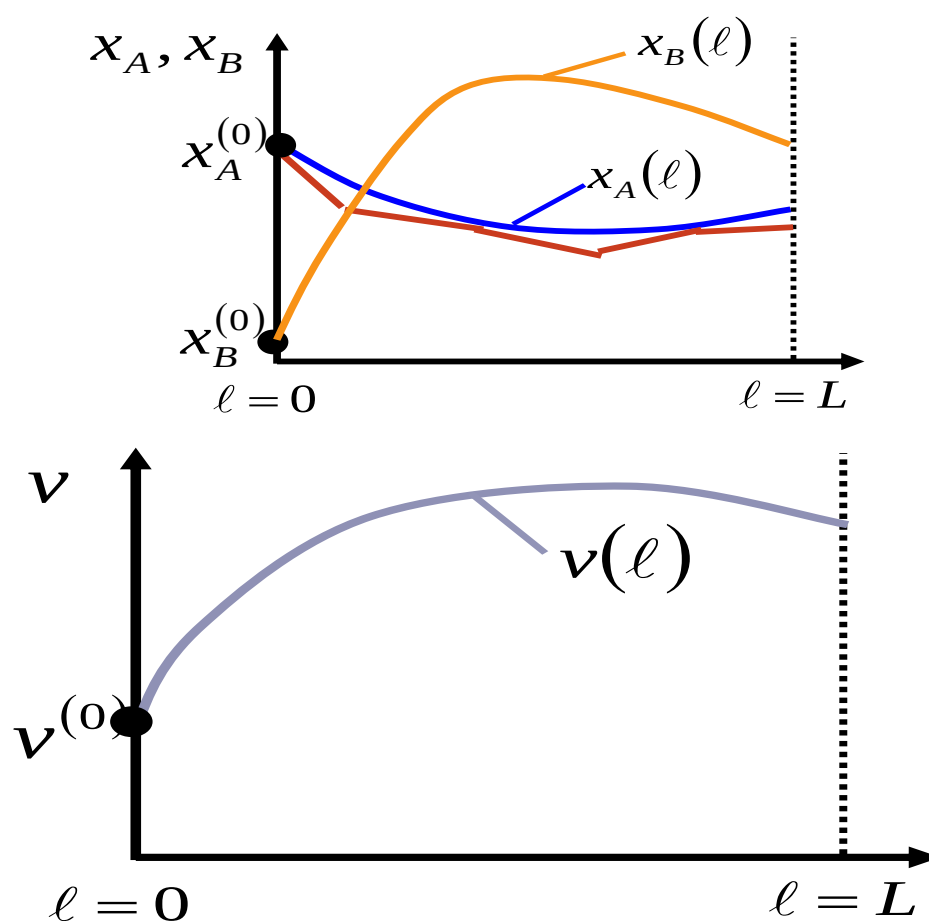
$$(1.2') \quad x_B(0) = x_B^{(0)}$$

$$(5') \quad v(0) = v^{(0)}$$

$$(6') \quad T(0) = T^{(0)}$$

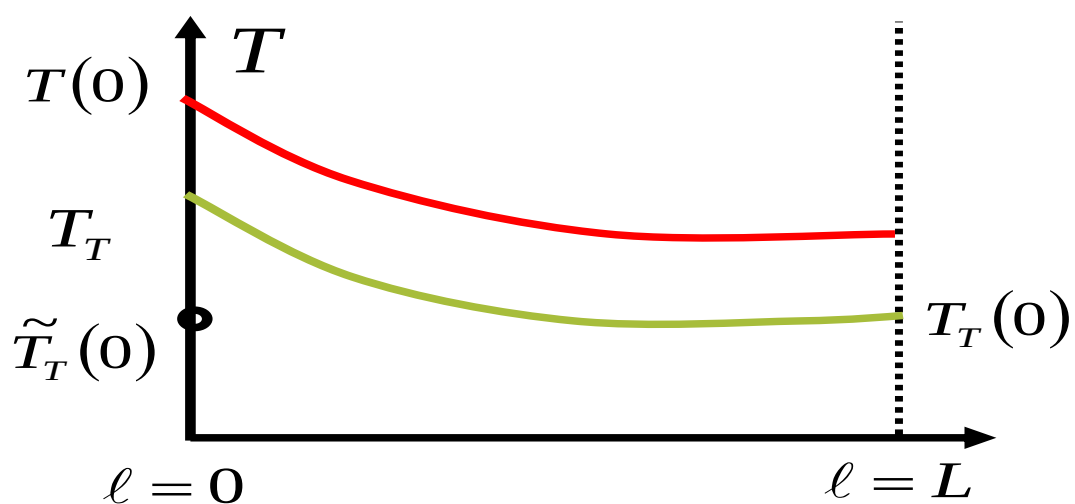
$$(11') \quad T_T(0) = T_T^{(0)}$$

Kompyuterda xususiy yechimni aniqlash uchun chegara shartli chegaraviy masala yechiladi – «o'rin almashish – o'rin almashish» issiqlik apparatiga qarang (teskari oqim).



Boshlang'ich yaqinlashish:

$\tilde{T}_T(0)$

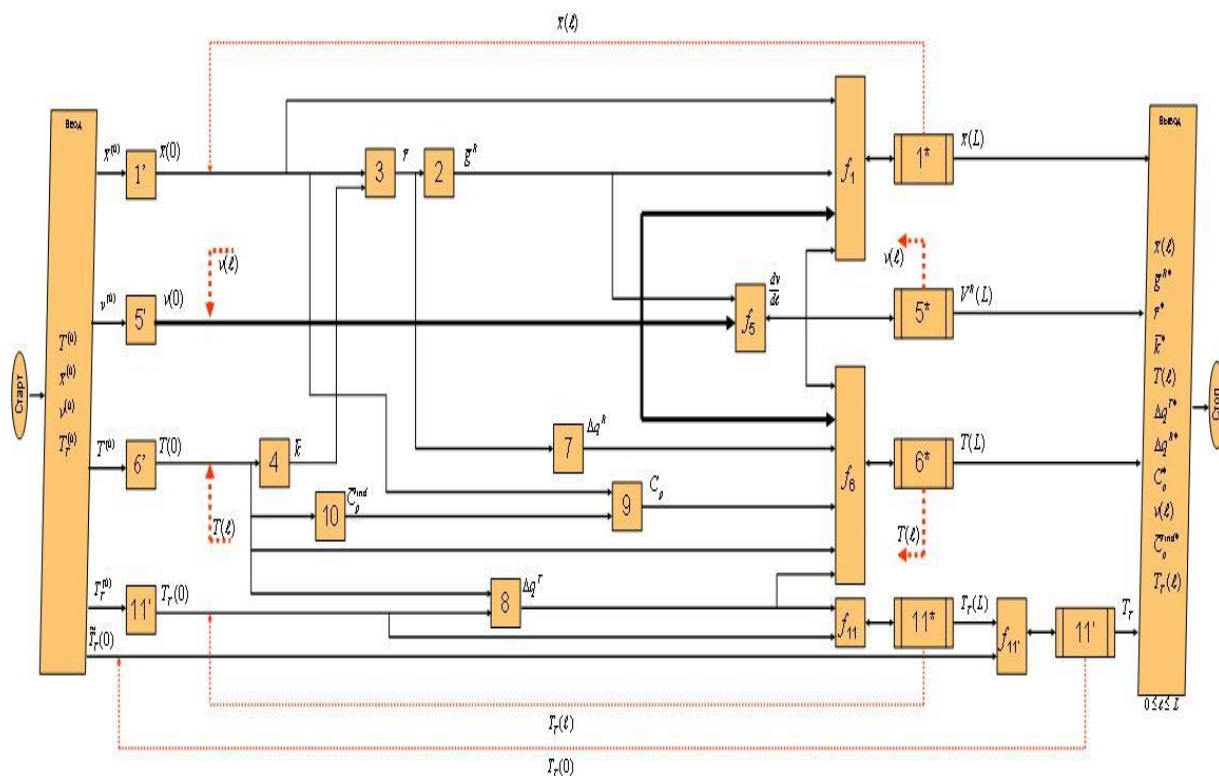


Tenglamada chegaraviy shart quyidagi kattalikka aylantiriladi: $\tilde{T}_T(0)$, ya'ni kirishga issiqlik tashuvchi haroratining kattaliklari.

Axborot matritsasi (teskari oqim)

$n \backslash P$	$\bar{x}_{(n)}^{(0)}$	$\bar{x}_{(n)}^{(L)}$	$\bar{x}_{(n)}^{(0)}$	$\bar{x}_{(n)}^{(L)}$	$\bar{x}_{(n)}^{(0)}$	$\bar{x}_{(n)}^{(L)}$	$\bar{g}_{(n)}^R$	$\bar{r}_{(n)}$	$\bar{k}_{(n)}$	$T^{(0)}$	$T^{(L)}$	Δq^T	Δq^R	C_p	$v^{(0)}$	$v^{(L)}$	f_5	$\bar{C}_{p(0)}^{ind}$	$\tau_r^{(0)}$	$\tau_r^{(L)}$	N^o
$\bar{1}_{(n)}^*$ Диф. ур.	+	+	+	+	+	+	+								+	+					14
$\bar{2}_{(n)}$							+	+													8
$\bar{3}_{(m)}$	+		+		+			+	+												7
$\bar{4}_{(m)}$									+	+											5
5^{**} Диф. ур.															+	+	+				13
$5^{*}]$							+								+		+				12
6^{**} Диф. ур.										+	+	+	+	+	+	+	+				15
7								+				+	+								10
8									+			+							+		9
9	+		+		+									+				+			11
$\bar{10}_{(n)}$									+									+			6
11^{**} Диф. ур.											+		+	+					+	+	16
$\bar{1}_{(n)}$	+	+	+																		1
$5'$															+						2
$6'$										+											3
$11'$ Кор. ур.																		+	+	+	4

Hisoblash algoritmining blok-sxemasini (teskari oqim)



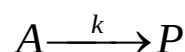
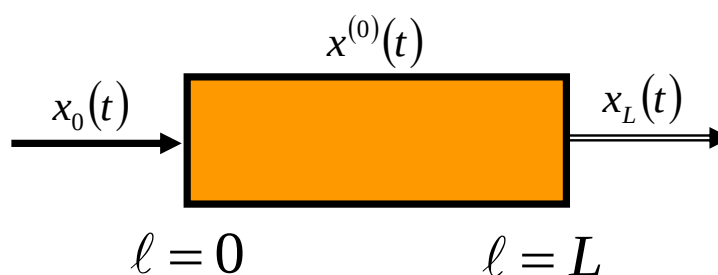
$$T_T(\ell=0) \Rightarrow T_T(0)$$

11) tenglamaning yechimi:

$$T_T(0)^*$$

$$f_{11'} = T_T(L)\{T_T(0)\} - T_T^{(0)} = 0$$

5.1.5.2. Nostatsionar rejimdagi quvurli reaktorlar



Asosiy qo'yimlar:

Izotermik rejim;

Bir parametrlı diffuziyalı model.

Matematik tavsifning tenglamasi:

$$\frac{V^R}{L} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{DV^R}{L} \frac{\partial^2 x}{\partial \ell^2} - v \frac{\partial x}{\partial \ell} + G_{A(\ell)}^R$$

$$x = [A]; \quad S = \frac{V^R}{L}; \quad G_{A(\ell)}^R = \frac{V^R}{L} g_A = -kx, \quad V = S \cdot W$$

$$1) \quad \frac{\partial x}{\partial t} = D \frac{\partial^2 x}{\partial \ell^2} - W \frac{\partial x}{\partial \ell} - kx$$

1) tenglama ikki mustaqil o'zgaruvchi t va ℓ ga ega parabolik tipdagi ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama hisoblanadi va agar oqim uchun bir parametrlı diffuziyalı model qabul qilingan bo'lsa, yagona oddiy reaksiya oqib o'tuvchi reaktoring nostatsionar rejimini tavsiflaydi.

Topish lozim:

$$x = x(t, \ell)$$

$$t^{(0)} \leq t \leq t^{(k)}$$

$$0 \leq \ell \leq L$$

Boshlang'ich shart:

$$1') \quad x(t^{(0)}, \ell) = x^{(0)}(\ell), \quad 0 \leq \ell \leq L$$

Chegaraviy shart:

$$1'') \quad \begin{cases} x(t, 0) = x_0(t) \\ x(t, L) = x_L(t) \end{cases} \quad t^{(0)} \leq t \leq t^{(k)}$$

Xususiy hosilalarda differensial tenglamalar tizimi (XHDTT) ni yechish uchun hosilasi ma'lum $[t^{(0)}, t^{(k)}]$ va/yoki $[0, L]$ intervaldagi chekli – farqli shaklda namoyon bo'luvchi diskretlashtirish usulidan foydalanish mumkin, natijada 1') va 1'') chegara shartli 1) tenglama chekli tenglamalar tizimi (CHTT) dagi va/yoki oddiy differensial tenglamalar tizimi (ODTT) ga aylanib qoladi.

Bu tenglamalar uchun diskretlashtirishning uchta variantdan foydalanish mumkin:

1) ℓ mustaqil o'zgaruvchi bo'yicha:

$$\frac{\partial x}{\partial \ell} \cong \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta \ell}$$

$$i = 1, \dots, n-1$$

Natijada t mustaqil o'zgaruvchili 1 – tartibli oddiy differensial tenglamalar tizimi olinadi.

2) Mustaqil t o'zgaruvchi bo'yicha:

$$\frac{\partial x}{\partial t} \cong \frac{x_{j+1} - x_j}{\Delta t}$$

$$j = 1, \dots, m-1$$

Natijada ℓ mustaqil o'zgaruvchili 2 – tartibli oddiy differensial tenglamalar tizimi olinadi.

3) ℓ va t mustaqil o'zgaruvchilar bo'yicha:

$$\frac{\partial x}{\partial \ell} \cong \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta \ell}$$

$$i = 1, \dots, n-1$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} \cong \frac{x_{j+1} - x_j}{\Delta \ell}$$

$$j = 1, \dots, m-1$$

Natijada chekli tenglamalar tizimi olinadi.

Mustaqil o'zgaruvchi bo'yicha diskretlashtirishning 1 - variantini batafsil ko'rib chiqamiz:



$0 \leq \ell \leq L$ da hosilalarning chekli - ayirmali keltirilishi quyidagi ko'rinishga ega:

– «Kamchiliklar bo'yicha» hosila:

$$\left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{\ell - \Delta \ell} \cong \frac{x_i - x_{i-1}}{\Delta \ell}$$

– «Ortiqchalik bo'yicha» hosila:

$$\left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{\ell + \Delta \ell} \cong \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta \ell}$$

– Ikkinchi hosila:

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \ell^2} \cong \frac{\left. \frac{\partial x_i}{\partial \ell} \right|_{\ell + \Delta \ell} - \left. \frac{\partial x_i}{\partial \ell} \right|_{\ell - \Delta \ell}}{\Delta \ell} = \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{\Delta \ell^2}$$

Ushbu holda 1'') chegaraviy shart quyidagiga teng:

$$x(t, 0) = x_0(t) = x_0$$

$$x(t, L) = x_L(t) = x_n$$

Natijada xususiy hosilalarda tenglamalardan birini diskretlashtirish oqibatida t mustaqil o'zgaruvchili va 1') boshlang'ich shartli, quyidagi diskret ko'rinishga keltirilgan oddiy differensial tenglamalarning $(n-1)$ tizimi olinadi:

$$x_i(t^{(0)}) = x_i^{(0)}$$

$$i = 1, \dots, n-1$$

Agar chekli - ayirmali keltirishlarda «ortiqchalik bo'yicha hosila» hosilasidan foydalanilsa, unda boshlang'ich shartli oddiy differensial tenglamalar tizimi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\bar{1}) \quad \frac{\partial x_i}{\partial t} = D \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{(\Delta \ell)^2} - W \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta \ell} - kx_i$$

$$i = 1, \dots, n-1$$

$$\bar{1}') \quad x_i(t^{(0)}) = x_i^{(0)}$$

$$i = 1, \dots, n-1$$

$\bar{1})$ tenglamani o'zgartirib va uning parametrlari (D , W va k) ni o'zgarmas hisoblanishini ko'rsatib, quyidagi oddiy differensial tenglamalar tizimini olish mumkin:

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{D}{(\Delta \ell)^2} x_{i-1} + \left[\frac{W}{\Delta \ell} - k - \frac{2D}{(\Delta \ell)^2} \right] x_i + \left[\frac{D}{(\Delta \ell)^2} - \frac{W}{\Delta \ell} \right] x_{i+1}$$

$$i = 1, \dots, n-1$$

yoki

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_{n-2}}{dt} \\ \frac{dx_{n-1}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & c & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a & b & c & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a & b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-2} \\ x_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ax_0 \\ 0 \\ \vdots \\ cx_n \end{bmatrix},$$

bu yerda,

$$a = \frac{D}{(\Delta\ell)^2}; \quad b = \frac{W}{\Delta\ell} - k - \frac{2D}{(\Delta\ell)^2}; \quad c = \frac{D}{(\Delta\ell)^2} - \frac{W}{\Delta\ell}$$

Ifodalanganligidan kelib chiqib $\bar{1})$ tenglama $\bar{1}')$ chegaraviy shartni o'z ichiga oladi va matritsa ko'rinishida quyidagicha ko'rsatilishi mumkin:

$$\bar{1}) \quad \frac{dx}{dt} = \bar{A}\bar{x} + \bar{S}$$

$$\bar{1}') \quad \bar{x}(t^{(0)}) = \bar{x}^{(0)},$$

bu yerda, $\bar{S}$ – chegaraviy shartli vektor, $\bar{1}')$ boshlang'ich shart esa quyidagi boshlang'ich shart bilan diskret holga keltirilgan hisoblanadi:

$$\bar{1}') \quad - \quad x^{(0)}(\ell) \quad - \quad 0 \leq \ell \leq L$$

Olingan bir jinsli bo'lmagan oddiy differensial tenglamalar tizimi ixtiyoriy ma'lum usullar (masalan, Eyler usuli yoki Runge–Kutt usuli) bilan oson yechilishi mumkin, chunki uning $\bar{A}$ koeffitsiyentlari matritsasi uch diagonallidir.

O'z - o'zini tekshirish uchun topshiriq

To'g'ri oqim rejimida (issiqlik tashuvchining asosiy oqimi va oqimi ideal o'rin almashish modeli bilan ifodalanuvchi) harakatlanuvchi statsionar rejimdagi issiqlik tashuvchilarning murakkab ko'p bosqichli kinetik reaksiyalari sxemalariga ega gomogen uzluksiz suyuq fazali izotermik quvurli reaktorlar uchun to'g'ridan-to'g'ri masalalarni yechishning matematik tavsifi va algoritmining blok - sxemasini tuzish.

Teskari oqim rejimida (issiqlik tashuvchining asosiy oqimi va oqimi ideal o'rin almashish modeli bilan ifodalanuvchi) harakatlanuvchi statsionar rejimdagi issiqlik tashuvchilarning murakkab ko'p bosqichli kinetik reaksiyalari sxemalariga

ega gomogen uzluksiz suyuq fazali izotermik quvurli reaktorlar uchun to'g'ridan-to'g'ri masalalarni yechishning matematik tavsifi va algoritmining blok - sxemasini tuzish.

Asosiy oqimning harakati bir parametrlı diffuziyali model bilan ifodalanuvchi nostatsionar rejimdagi oddiy kinetik $A \rightarrow V$ reaksiyalar sxemasiga ega gomogen uzluksiz suyuq fazali izotermik quvurli reaktorlar uchun to'g'ridan-to'g'ri masalalarni yechishning matematik tavsifi va algoritmining blok - sxemasini tuzish.

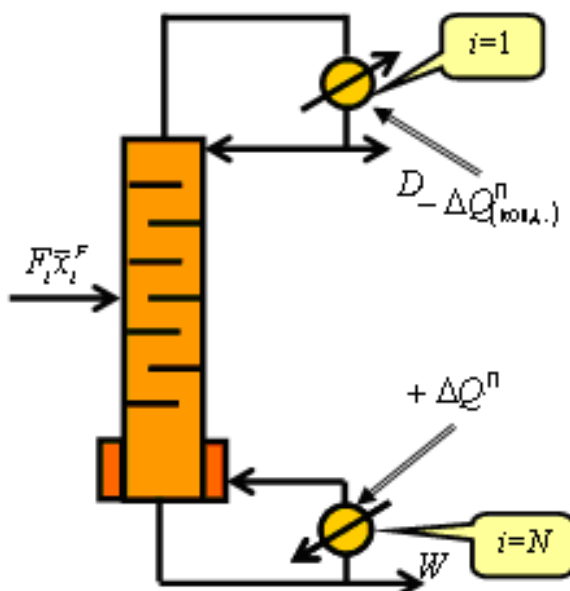
5.1.6. Tarelkali kolonnalardagi ko'p komponentli uzluksiz rektifikatsiya jarayonini kompyuterli modellashtirish, hisoblash va algoritmlashtirish

Rektifikatsiya – o'zaro to'la yoki qisman erigan suyuqlik aralashmalarini teskari oqim bo'yicha harakatlanuvchi suyuqlik bug'lari o'rtasida issiqlik massasining almashish yo'li bilan ajratish jarayoni bo'lib, natijada yengil uchuvchi komponentlar yuqoriga (deflegmatorga) ko'tariladi, og'ir uchuvchi komponentlar esa pastga (kollonna kubiga) tushadi.

Rektifikatsiya qurilmasi kub, N tarelkadan iborat kolonna va deflegmatordan tashkil topadi.

Rektifikatsiya kolonnasining matematik modeli balans munosabatlari, bug' - suyuqlik muvozanati, massa uzatish kinetikasi va oqimlarning gidrodinamikasini hisobga olishi kerak.

Modellarning asosini kolonnaning material va issiqlik balanslari tashkil etadi. Bug' - suyuqlik muvozanati, massa uzatish kinematikasi va oqimlar gidrodinamikasi o'zida mustaqil murakkab masalalarni namoyon qiladi. Fazaviy muvozanat, kinetika va gidrodinamikani hisoblashning turli usullaridan foydalanish balans munosabatlaridagi alohida koeffitsiyentlar yoki bog'liqliklarni o'zgarishiga olib keladi, biroq yechimning umumiy algoritmini o'zgartirmaydi.



Belgilash:

tarelkalar yuqoridan pastga tomon raqamlanadi;

1 tarelka kondensator yoki deflegmator;

N tarelka kubning qaynatgichi.

Asosiy qo‘yimlar:

kolonnada faqat ikki fazalar – suyuqlik va bug‘ bor;

oraliq tarelkali oqimlarda, kub va kondensatordan tashqari,

qo‘shimcha tanlab olishlar amalga oshirilmaydi;

tarelkalar orasidagi sohada fazalar o‘rtasida kontakt yo‘q;

tarelkalar orasidan suyuqlikni olib ketib bo‘lmaydi;

kolonnaning tarelkalarga faqat massa uzatish jarayoni oqib keladi.

$$x_{ij} \quad (i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n);$$

Modellarning afzalliklari:

n -komponentli aralashma nazarda tutiladi, masalan, i tarelkadagi suyuqlikning konsentratsiyasi quyidagicha keltirilishi mumkin:

har bir tarelkaga quyidagi konsentratsiyali suyuqlik manbai F_i ning oqimi kelishi mumkin:

$$x_{ij}^F \quad (i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n)$$

har bir tarelkaga ΔQ^0 issiqlik oqimi kelishi yoki ketishi mumkin (ΔQ^0 – issiqlik kelsa, musbat; ΔQ^0 – issiqlik ketsa, manfiy); tarelkalardagi massa uzatish samaradorligini ko‘p komponentli aralashmalar uchun Merfining modifikatsiyalangan FIK idan foydalanib baholash mumkin:

$$E_{ij} = \frac{y_{ij} - y_{i+1,j}}{y_{ij}^* - y_{i+1,j}} \quad (1)$$

bu yerda, y_{ij} – i -tarelkadan ketayotgan bug‘ fazalarining ulushlardagi tarkibi; $y_{i+1,j}$ – i - tarelkaga $i+1$ – tarelkadan kelayotgan bug‘ fazalarining ulushlardagi tarkibi; y_{ij}^* – i - tarelkadagi bug‘ fazalarining ulushlardagi muvozanat tarkibi.

$$(i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n)$$

i – tarelkadagi bug‘ fazalarining muvozanat tarkibi quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$y_{ij}^* = K_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

$$(i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n)$$

bu yerda, K_{ij} – dlya j – komponent uchun i – tarelkadagi fazaviy muvozanat konstantasi;

x_{ij} - i – tarelka ulushidagi suyuq fazaning tarkibi.

Shunday qilib, modellarni qurish uchun quyidagilar bo‘lishi lozim:

suyuqlik – bug‘ fazaviy muvozanatining modelini qurish;

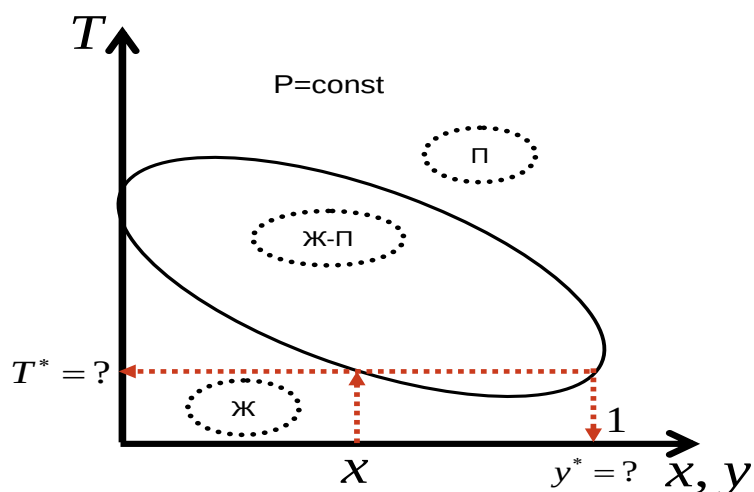
tarelkadagi ajralish jarayonining modelini uning samaradorligini hisobga olib (2), ya’ni ko‘p komponentli massa uzatishni hisobga olib qurish;

tarelkali rektifikatsiya kolonnasining modelini qurish, ya’ni F_i oqim manbai va oqim bilan keluvchi (ketuvchi) issiqlik ΔQ_i^{Π} .

Uzluksiz rektifikatsiya kolonnalarining modellarini qurish bosqichlari

1. Suyuqlik – bug‘ fazaviy muvozanati.

Binar tizimida suyuqlik – bug‘ muvozanati ma’lumotlarining tasvirlanishi:



Masala: bitta tajriba nuqtasi – suyuqlikdagi komponent ulushi (x) va umumiy bosim (R) da muvozanat shartlarini aniqlash.

Berilgan: x, R

Aniqlanadi: y, T - muvozanat shartlarida.

Umumiy hollarda ushbu model binar ($n = 2$) tizimlar uchun emas, ko‘p komponentli tizimlar uchun tuziladi va o‘zida: jarayonning MT, axborot matritsasi va yechish algoritmining blok - sxemasini mujassamlashtiradi.

Ko‘p komponentli tizimlar uchun jarayonning matematik tavsifi

1) Koeffitsiyentlar faolligi γ_j ($j = 1, \dots, n$) yordamida ideal bo‘lmagan suyuq fazalarni hisobga olib Dalton - Raulning birlashish qonuni:

$$\bar{1}n) \quad Py_j = P_j^0 x_i \gamma_j$$

$$(j = 1, \dots, n)$$

2) Antuan tenglamasi bo‘yicha individual j (P_j^0) modda to‘yingan bug‘ining (T) harorat bilan bog‘liqligi:

$$\bar{2}n) \quad P_j^0 = \exp \left(A_j + \frac{B_j}{C_j + T} \right)$$

$$(j = 1, \dots, n)$$

bu yerda, A_j, B_j, C_j ($j = 1, \dots, n$) – ma'lum konstantalar;

P_j^0 ($j = 1, \dots, n$) – j individual modda to'yingan bug'ining bosimi.

2) Suyuq faza ($\bar{x}$) tarkibi, harorat (T) va binar o'zaro ta'sir ($\bar{a}$) larning ma'lum konstantasi tizimi komponentlari faolligi koefitsiyentlarining ma'lum bog'liqligi:

$$3) \quad \bar{3}n) \quad \gamma_j = \gamma_j(\bar{x}, T, \bar{a}) \\ (j = 1, \dots, n)$$

4) Bug' fazalari muvozanatining molli ulushlari uchun stexiometrik nisbat:

$$4) \quad \sum_{j=1}^n y_j = 1$$

Natijada $3n + 1$ tenglamalar tizimi olinadi va aniqlovchilar sifatida quyidagilarni tanlaymiz:

- bug' fazasining molli ulushi;
- individual moddalar to'yingan bug'larining bosimi;
- aralashma komponentlarining faollik koefitsiyentlari;
- T – harorat.

Qolgan o'zgaruvchilar va konstantalar berilgan bo'lishi kerak.

Matematik tavsif tenglamalari tizimining axborot matritsasi.

$n \backslash p$	$\bar{y}_n$	$\bar{P}_n^0$	$\bar{\gamma}_n$	T	N^o
$\bar{1}_n$					3
$\bar{2}_n$					1
$\bar{3}_n$					2
$\bar{4}_n$ Kop. yp.					4

$$4) \sum_{j=1}^n y_j \{T\} - 1 = 0$$

$$f(T) \equiv \sum_{j=1}^n y_j \{T\} - 1 = 0$$

Tenglamani yechish natijasi: T^* – muvozanat harorati yoki aralashmaning qaynash harorati.

Bu haroratda (1) tenglamadan $\bar{y}^*$ konsentratsiyalar muvozanati aniqlanadi:

$$y_j^* = \frac{P_j^0 x_j \gamma_j}{P}$$

$$(j = 1, \dots, n)$$

Ideal suyuqlik fazasi $\gamma_j = 1$, $(j = 1, \dots, n)$, uchun

$$y_j^* = \frac{P_j^0}{P} x_j$$

$$(j = 1, \dots, n)$$

Ideal suyuqlik va bug‘ fazalari uchun fazaviy munosabat doimiysi quyidagicha aniqlanadi:

$$K_j = \frac{P_j^0}{P}$$

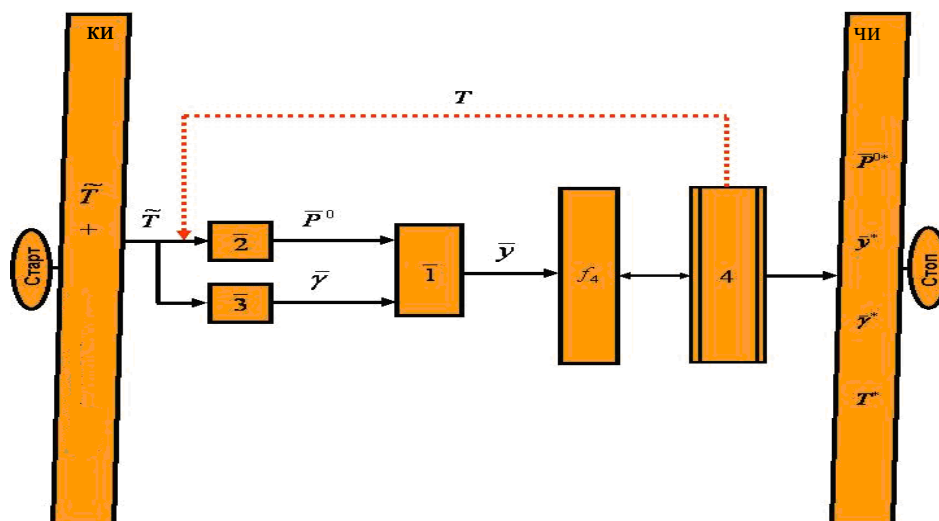
$$(j = 1, \dots, n)$$

va faqatgina haroratga bog‘liq, xuddi shunday Antuan tenglamasi P_j^0 faqat haroratga bog‘liq.

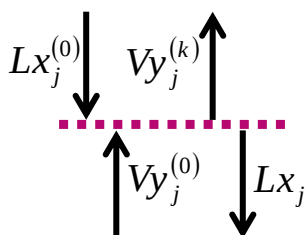
Natijada bug‘ fazasining muvozanat tarkibi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$y_j^* = K_j x_j \quad (j=1, \dots, n)$$

Hisoblash algoritmining blok-sxemasi.



Harakatlanuvchi oqimlar gidrodinamikasi e‘tiborga olinadigan tarelkadagi ko‘p komponentli massa uzatish.



2.1. Asosiy qo‘yimlar:

statsionar rejim;

suyuqlik oqimining harakati ideal aralashish modeli bilan, bug‘niki esa ideal o‘rin almashish modeli bilan keltirilishi mumkin;

tarelkada faqat ko‘p komponentli massa uzatish yuz beradi;

massa uzatish ko'effitsiyentlari matritsasining samarali kesishishlarini e'tiborga olmasa ham bo'ladi;

tarelkadagi suyuqlik (L) va bug' (V) oqimlari – doimiy.

Tarelkadagi massa uzatish jarayonining matematik tavsifi.

Suyuqlik fazalar uchun tenglamalar:

$$1) \begin{cases} Lx_j^{(0)} - Lx_j + [F^M g_j^{M(L)}]_{o'r} = 0 \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} g_j^{M(L)} = \sum_{s=1}^n K_{js}^{M(L)} (x_x^* - x_s) \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

Bug' fazalar uchun teglamalar:

$$\bar{3}) \quad V \frac{dy_j}{dh} = \frac{F^M}{H} g_j^{H(V)} \\ j = 1, \dots, n$$

$$4) \quad g_j^{M(V)} = \sum_{s=1}^n$$

$$4) \quad g_j^{M(V)} = \sum_{s=1}^n K_{js}^{M(V)} (y_x^* - y_s) \\ j = 1, \dots, n$$

Rektifikatsiya uchun quyidagi tenglama to'g'ri:

$$\begin{cases} -g_j^{M(L)} = g_j^{M(V)} \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

(1) tenglamadagi $[F^M g_j^{M(L)}]_{o'r}$ ni aniqlash uchun quyidagi nisbatdan

foydalanamiz:

(2)

$$\begin{aligned}
\left[F^M g_j^{M(L)} \right]_{o'r} &= F^M \frac{\int_0^H g_j^{M(L)} dh}{H} = -F^M \frac{\int_0^H g_j^{M(V)} dh}{H} = \\
&= -\int_0^H V \frac{dy_j}{dh} dh = -V(y_j^{(k)} - y_j^{(0)}) \\
j &= 1, \dots, n
\end{aligned}$$

(1) tenglamadagi almashtirish komponentli balans tenglamasiga olib keladi:

$$\begin{aligned}
\bar{1}n) \quad Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} Vy_j^{(0)} \\
j = 1, \dots, n
\end{aligned}$$

Keyin bug‘ fazalari (4) atamasidagi massa va issiqlik manbalarining jadalligi jadvallaridan ko‘p komponentli massa uzatishning lokal tezliklari tenglamalaridan foydalanamiz:

$$g^{M(V)} = \bar{\bar{K}}^{M(V)}(\bar{y}^* - \bar{y})$$

bu yerda $\bar{y}^*$ – bug‘li fazaning muvozanat tarkibi, va uni matritsa shaklida keltiramiz:

$$\begin{bmatrix} g_1^{M(V)} \\ \vdots \\ g_n^{M(V)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^{M(V)} & K_{12}^{M(V)} & \dots & K_{1n}^{M(V)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ K_{n1}^{M(V)} & K_{n1}^{M(V)} & \dots & K_{nn}^{M(V)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_n^* - y_1 \\ \vdots \\ y_n^* - y_n \end{bmatrix}$$

Massa uzatish koeffitsiyentlari matritsasining diagonal bo‘lmagan elementlari uning kesishish samaralari deb ataladi va ular diagonal elementlaridan 2 – 3 tartibga kichik bo‘ladi.

Shuning uchun ham ular e‘tiborga olinmaydi (tashlab yuborilishi mumkin).

Massa uzatish koeffitsiyentlarining matritsasi diagonal bo‘lib qoladi:

$$\bar{\bar{K}}^{M(V)} = \begin{bmatrix} \bar{\bar{K}}_{11}^{M(V)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \bar{\bar{K}}_{22}^{M(V)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \bar{\bar{K}}_{nn}^{M(V)} \end{bmatrix}$$

Natijada massa uzatishning lokal tezliklari uchun (4) tenglama quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$4'n) \quad g_j^{M(V)} = K_{jj}^{M(V)} (y_j^* - y_j) \\ j = 1, \dots, n$$

Tarelkadagi ko‘p komponentli massa uzatishni tavsiflovchi tenglamalar tizimi $3n$ tenglamalar ko‘rinishida ko‘rsatilishi mumkin:

$$\bar{1}'n) \quad Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} - Vy_j^{(k)} = 0 \\ j = 1, \dots, n$$

$$\bar{3}n) \quad V \frac{dy_j}{dh} = \frac{F^M}{H} g_j^{M(V)} \\ j = 1, \dots, n;$$

$$\bar{4}'n) \quad g_j^{M(V)} = K_{jj}^{M(V)} (y_j^* - y_j) \\ j = 1, \dots, n$$

Oxirgi ifodani oldingisiga qo‘yib, integro - differensial tenglamalarning $2n$ tizimi olinadi:

$$\bar{1}'n) \quad Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} - Vy_j^{(k)} = 0 \\ j = 1, \dots, n$$

$$\bar{3}n) \quad V \frac{dy_j}{dh} = \frac{F^M}{H} K_{jj}^{M(V)} (y_j^* - y_j) \\ j = 1, \dots, n$$

differensial tenglamaning analitik yechimi:

$$\int_{y_j^{(0)}}^{y_j^{(k)}} \frac{dy_j}{y_j^* - y_j} = \frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{VH} \int_0^H dh \\ - \int_{y_j^{(0)}}^{y_j^{(k)}} \frac{dy_j}{y_j - y_j^*} = \frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{VH} H$$

$$\ln(y_j - y_j^*) \Big|_{y_j^{(0)}}^{y_j^{(k)}} = -\frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{V}$$

$$\frac{y_j^{(k)} - y_j^*}{y_j^{(0)} - y_j^*} = \exp\left(-\frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{V}\right)$$

Tarelkalarining samaradorligini aniqlash uchun yozamiz:

$$E_j = 1 - \frac{y_j^{(k)} - y_j^*}{y_j^{(0)} - y_j^*} = \frac{y_j^{(0)} - y_j^* - y_j^{(k)} + y_j^*}{y_j^{(0)} - y_j^*} = \frac{y_j^{(k)} - y_j^{(0)}}{y_j^* - y_j^{(0)}}$$

yoki:

$$E_j = 1 - \exp\left(-\frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{V}\right)$$

Tarelkaga kelib tushuvchi, massa uzatishda qatnashuvchi bug‘ fazasining tarkibini esa oxirigidan oldingi munosabatni hisobga olib quyidagi formula bo‘yicha hisoblash mumkin:

$$y_j^{(k)} = y_j^{(0)} + E_j (y_j^* - y_j^{(0)}),$$

$$E_j = 1 - \exp\left(-\frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{V}\right)$$

$$j = 1, \dots, n$$

bu yerda,

Nazariy tarelkalar uchun $E_j = 1$ va $y_j^{(k)} = y_j^*$.

Natijada tarelkadagi massa uzatish jarayonining matematik tavsifi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

Suyuq fazalar uchun tenglama:

$$\bar{1}n) \quad Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} - Vy_j^{(k)} = 0$$

Bug‘ fazalar uchun tenglama:

$$\begin{aligned} \bar{2}n) \quad y_j^{(k)} &= y_j^{(0)} + E_j (y_j^* - y_j^{(0)}) \\ j &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

$$\bar{3}n) \quad E_j = 1 - \exp\left(-\frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{V}\right)$$

$$\begin{aligned} \bar{4}n) \quad y_j^* &= K_j x_j \\ j &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

Bug‘ va suyuq fazalarning ideallik shartlarida:

$$\begin{aligned} \bar{5}n) \quad K_j &= \frac{P_j^{(0)}}{P} \\ j &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

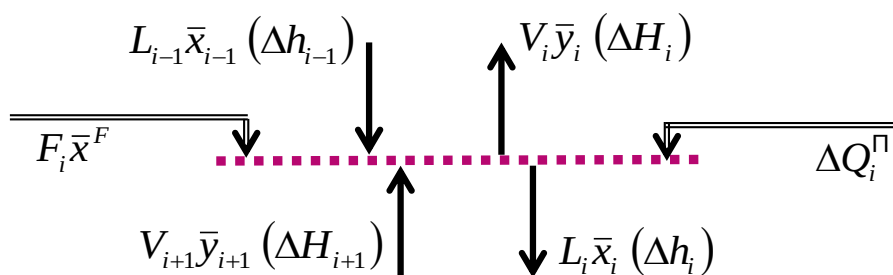
Ushbu holda individual modda to‘yingan bug‘ining bosimi Antuan tenglamasi bo‘yicha aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \bar{6}n) \quad P_j^{(0)} &= \exp\left(A_j + \frac{B_j}{C_j + T}\right) \\ j &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

bu yerda A_j, B_j, C_j – ma’lum doimiylar.

5.1.6.1. Tarelkali kolonnada ko‘p komponentli uzluksiz rektifikatsiyalash jarayonini statsionar rejimining kompyuterli modeli

Tarelka i



– tashqi issiqlik oqimi (kondensatorda «minus», qaynatgichda «plyus»);

–

$\Delta H_i(\Delta h_i)$ – bug‘ (suyuq) fazaning entalpiyasi;

F_i – suyuqlik manbaining tashqi oqimi;

N – tarelkalar soni;

i – tarelkalar raqami ($i = 1, \dots, n$);

j – komponent raqami ($j = 1, \dots, n$).

Tarelkalar uchun jarayonning MT ni $(\bar{1}n, \bar{2}n, \bar{3}n, \bar{4}n, \bar{5}n, \bar{6}n)$ tenglamasini tuzishda N marta takrorlash (birinchi indeks i 1 dan N gacha almashadi) zarur va barcha tarelkalar uchun issiqlik balans tenglamasi hamda bug‘ va suyuq fazalar tarkibi uchun stexiometrik munosabatlarni qushish lozim.

Natijada uzluksiz rektifikatsiya jarayonini statsionar rejimining MT si olinadi.

Jarayonning matematik tavsifi

$$\begin{aligned} \bar{1}_{N \times n} \Big) \quad & F_i x_{ij}^F + L_{i-1} x_{i-1,j} - L_i x_{ij} + V_{i+1} y_{i+1,j} - V_i y_{ij} = 0 \\ & i = 1, \dots, N \\ & j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{2}_{N*n}) \quad y_{ij} &= y_{i+1,j} + E_{ij}(y_{ij}^* - y_{i+1,j}) \\ i &= 1, \dots, N \\ j &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{3}_{N*n}) \quad E_{ij} &= 1 - \exp\left(-\frac{F^M K_{i,jj}^{M(v)}}{V_i}\right) \\ i &= 1, \dots, N \\ j &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{4}_{N*n}) \quad y_{ij}^* &= K_{ij} x_{ij} \\ i &= 1, \dots, N \\ j &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{5}_{N*n}) \quad K_{ij} &= \frac{P_j^{(0)} \{T_i\}}{P_i} \\ i &= 1, \dots, N \\ j &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{6}_{N*n}) \quad P_j^{(0)} &= \exp\left(A_j + \frac{B_j}{C_j + T_i}\right) \\ i &= 1, \dots, N; \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Stexiometrik nisbat:

$$\left. \begin{aligned} \overline{7}_N) \quad \sum_{j=1}^n y_{ij} &= 1 \\ i &= 1, \dots, N \\ \overline{8}_N) \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1 \\ i &= 1, \dots, N \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \overline{9}_N \quad F_i \Delta h_i^F + L_{i-1} \Delta h_{i-1} - L_i \Delta h_i + V_{i+1} \Delta H_{i+1} - V_i \Delta H_i + \Delta Q_i^\Pi \\ i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{10}_N) \quad \Delta h_i &= \sum_{j=1}^n \Delta h_{ij}^{ind} x_{ij} \\ i &= 1, \dots, N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{11}_N) \quad \Delta H_i &= \sum_{j=1}^n \Delta H_{ij}^{ind} x_{ij} \\ i &= 1, \dots, N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{12}_{N*n}) \quad \Delta h_{ij}^{ind} &= a_j^L + b_j^L T_i + c_j^L T_i^2 + d_j^L T_i^3 \\ i &= 1, \dots, N; j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{12}_{N*n}) \quad \Delta H_{ij}^{ind} &= a_j^V + b_j^V T_i + c_j^V T_i^2 + d_j^V T_i^3 \\ i &= 1, \dots, N; j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

$\bar{a}^L, \bar{b}^L, \bar{c}^L, \bar{d}^L, \bar{a}^V, \bar{b}^V, \bar{c}^V, \bar{d}^V$ – suyuq va bug‘ fazalar uchun ma’lum doimiylar.

Hisoblashlarda qulay bo‘lishi uchun $\overline{1}$) tenglamalarni $\overline{7}$) va $\overline{8}$) stexiometrik munosabatlarni hisobga olib qo‘shish lozim, natijada har bir tarelkadagi oqimlar balansining tenglamasini olamiz, $\overline{8}$) munosabatni esa quyidagi tizimdan topamiz:

$$\begin{aligned} \overline{8}') \quad F_i + L_{i-1} - L_i + V_{i+1} - V_i &= 0 \\ i &= 1, \dots, N \end{aligned}$$

Natijada $8 N*n + 5 N$ mustaqil tenglamalar tizimi olinadi:

- $8 N*n$ tenglama: $\overline{1}), \overline{2}), \overline{3}), \overline{4}), \overline{5}), \overline{6}), \overline{12}), \overline{13})$

- $5 N$ tenglama: $\overline{7}), \overline{8}), \overline{9}), \overline{10}), \overline{11})$

va aniqlanadigan o‘zgaruvchilar sifatida ham $8 N*n + 5 N$ o‘zgaruvchilar tanlanadi:

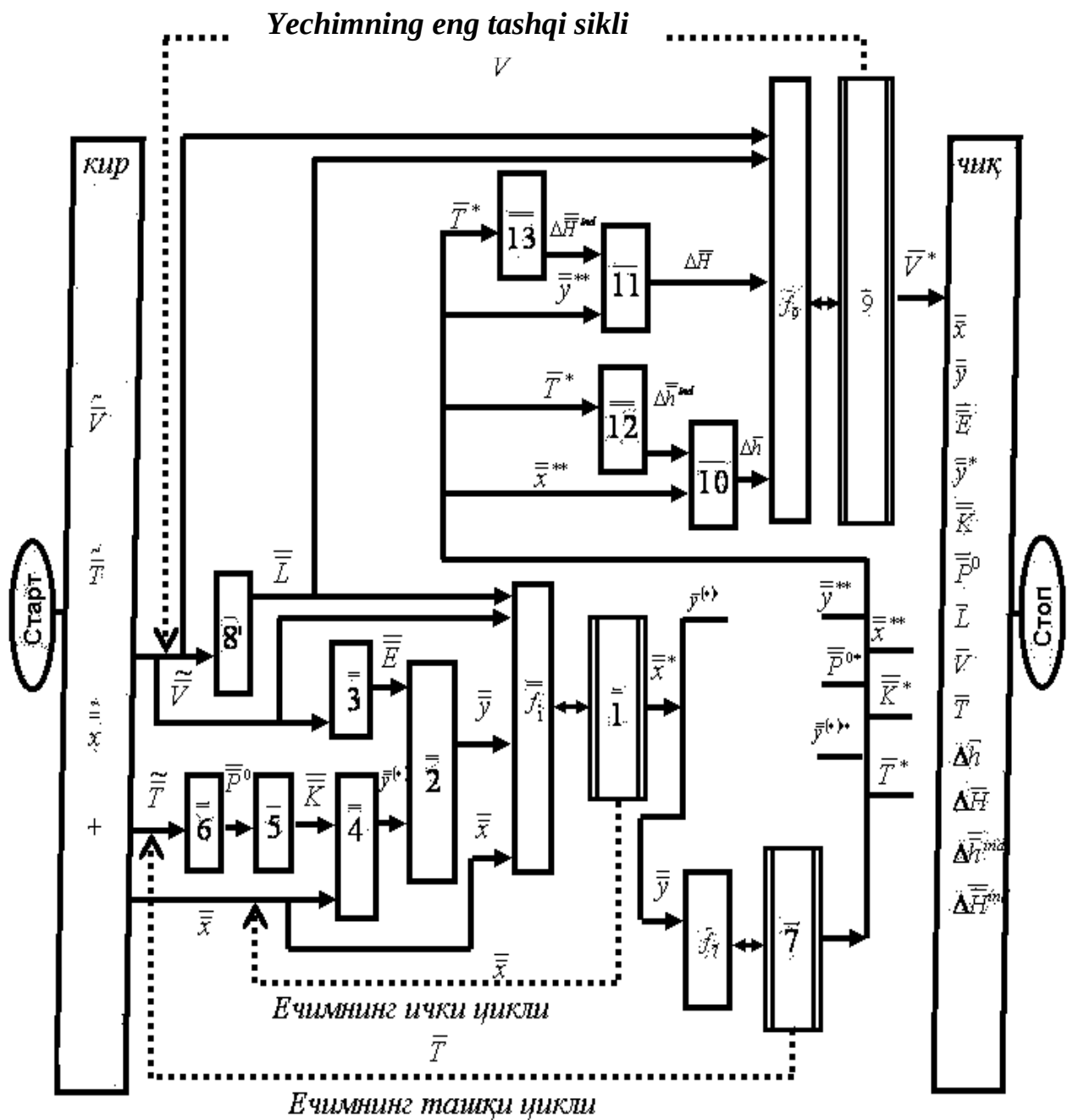
$$\overline{x}_{N*n}; \overline{y}_{N*n}; \overline{E}_{N*n}; \overline{y}_{N*n}^*; \overline{K}_{N*n}; \overline{P}^{(0)}; \overline{T}_N; \overline{L}_N; \overline{V}_N; \overline{\Delta h}_N; \overline{\Delta H}_N; \overline{\Delta h}_{N*n}^{ind}; \overline{\Delta H}_{N*n}^{ind}$$

ya’ni yechish uchun quyida keltirilgan axborot matritsasidan foydalanib matematik dekompozitsiya usuli bilan yechiladigan nochiziqli tenglamalar tizimi (NTT) olinadi.

Axborot matritsasi

$n \backslash p$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{E}$	$\bar{y}^*$	$\bar{K}$	$\bar{P}^0$	$\bar{L}$	$\bar{V}$	$\bar{T}$	$\Delta \bar{h}$	$\Delta \bar{H}$	$\Delta \bar{h}^{ind}$	$\Delta \bar{H}^{ind}$	N^o
$\bar{1}$ Kop. yp.														7
$\bar{2}$														6
$\bar{3}$														5
$\bar{4}$														4
$\bar{5}$														3
$\bar{6}$														2
$\bar{7}$ Kop. yp.														8
$\bar{8}'$														1
$\bar{9}$ Kop. yp.														13
$\bar{10}$														11
$\bar{11}$														12
$\bar{12}$														9
$\bar{13}$														10

Tarelkali rektifikatsiya kolonnasining statsionar rejimini VR (bubble point) usuli bilan hisoblash algoritmining blok – sxemasi



Ichki iteratsiya siklida NTT $\left(\overline{1}\right) \bar{x}$ ga nisbatan yechiladi.:

$$L_{i-1}x_{i-1,j} - L_i x_{ij} + V_{i+1}y_{i+1,j} \{\bar{x}\} - V_i y_{ij} \{\bar{x}\} = -F_i x_{ij}^F$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$j = 1, \dots, n$$

$E_{ij} = 1$ bo'lganda nazariy tarelkalar uchun keltirilgan tenglama quyidagicha yozilishi mumkin:

$$\begin{aligned}
L_{i-1}x_{i-1,j} - L_i x_{ij} + V_{i+1}K_{i+1,j}x_{i+1,j} - V_i K_{ij}y_{ij} &= -F_i x_{ij}^F \\
i &= 1, \dots, N \\
j &= 1, \dots, n
\end{aligned}$$

yoki

$$\begin{aligned}
L_{i-1}x_{i-1,j} - L_i x_{ij} + V_{i+1}K_{i+1,j}x_{i+1,j} - V_i K_{ij}y_{ij} + F_i x_{ij}^F &= 0 \\
i &= 1, \dots, N \\
j &= 1, \dots, n
\end{aligned}$$

Bu tenglamani har komponentning konsentratsiyasiga nisbatan n marta yozish mumkin (masalan, j komponentning):

$$\begin{aligned}
f(x_{i-1,j}; x_{ij}; x_{i+1,j}) &= 0 \\
i &= 1, \dots, N \\
j &= 1, \dots, n
\end{aligned}$$

yoki(j komponent uchun):

$$\begin{aligned}
f_1(x_{1,j}; x_{2,j}) &= 0 \\
f_2(x_{1,j}; x_{2,j}; x_{3,j}) &= 0 \\
f_{n-1}(x_{N-2,j}; x_{N-1,j}; x_{N,j}) &= 0 \\
f_n(x_{N-1,j}; x_{N,j}) &= 0
\end{aligned}$$

Oxirgi tenglamalar tizimi uch diagonalli tenglamalar tizimini yechish usulidan foydalanilib, har bir komponent uchun n marta yechiladi.

$$\begin{aligned}
f_1(x_{1,j}; x_{2,j}) &= 0 \\
f_2(x_{1,j}; x_{2,j}; x_{3,j}) &= 0
\end{aligned}$$

$$f_{n-1}(x_{N-2,j}; x_{N-1,j}; x_{N,j}) = 0$$

$$f_n(x_{N-1,j}; x_{N,j}) = 0$$

Tenglamalar tizimining axborot matritsasi

$n \backslash p$	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_{N-2}	x_{N-1}	x_N	N^o
1 Kop. yp.								$N-1$
2								N
$\vdots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\vdots$
$N-1$								2
N								1

To'g'rilovchi tenglamani x_N ga nisbatan yechib:

$$f_1(x_1\{x_N\}; x_2\{x_N\}) = 0$$

Kolonnaning balandligi bo'yicha ixtiyoriy (masalan, j) komponentning taqsimlanishi aniqlanadi:

$$x_1, x_2, \dots, x_N$$

Barcha komponentlar uchun n - karrali yechimda izlanayotgan matritsa olinadi:

$$\bar{\bar{X}}_{N*n} = \begin{bmatrix} Yech.1 & Yech.2 & \cdots & Yech.n \\ Komp.1 & Komp.2 & \cdots & Komp.n \\ x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Nn} \end{bmatrix}$$

Shundan so'ng har bir tarelkadagi suyuq faza tarkibini raqamlash amalga oshiriladi:

$$x_{1,j}^{norm.} = \frac{x_{1j}}{\sum_{j=1}^n x_{1j}} \quad j = 1, \dots, n$$

$$x_{Nj}^{norm.} = \frac{x_{Nj}}{\sum_{j=1}^n x_{Nj}} \quad j = 1, \dots, n$$

Olingan raqamlangan qiymatlardan keyingi hisoblarda foydalaniladi (hisoblash algoritmining blok - sxemasiga qarang).

Agar suyuq - bug' muvozanatida suyuqlik fazasi ideal bo'lmasa va muvozanat doimiysi suyuq fazaning tarkibiga bog'liq bo'lsa, unda $(\bar{\bar{1}})$ tenglamalar tizimining yechimi qaralayotgan usul yordamida raqamlangan qiymatning ikkita ketma-ket iteratsiyasi bir biriga mos kelmaguncha takroran yechiladi.

Tashqi iteratsiya siklida $(\bar{1})$ nochiziqli tenglamalar tizimi $\bar{T}$ ga nisbatan yechiladi:

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \{\bar{T}\} = 1$$

$$i = 1, \dots, N$$

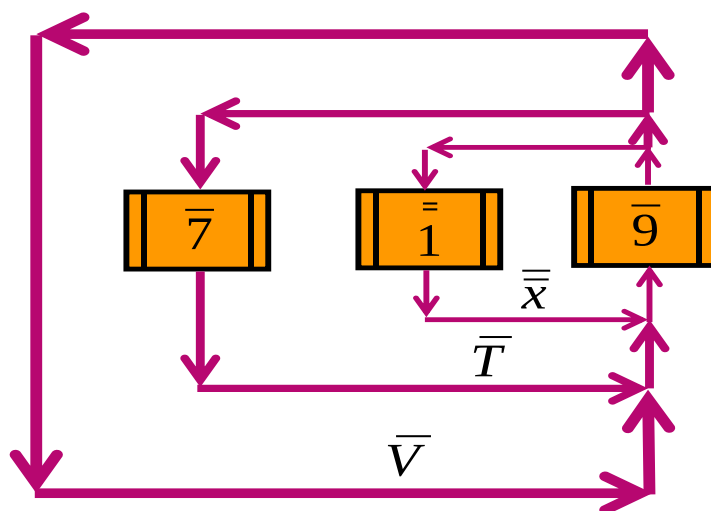
$$x_{ij}^{norm.} (i = 1, \dots, N; \quad j = 1, \dots, n)$$

Eng tashqi iteratsion siklda $(\bar{9})$ nochiziqli tenglamalar tizimi $\bar{V}$ ga nisbatan yechiladi:

$$F_i \Delta h_i^F + L_{i-1} \{\bar{V}\} \Delta h_{i-1} \{\bar{V}\} - L_i \{\bar{V}\} \Delta h_i \{\bar{V}\} + V_{i+1} \{\bar{V}\} \Delta H_{i+1} \{\bar{V}\} - V_i \{\bar{V}\} \Delta H_i \{\bar{V}\} + \Delta Q_i^\Pi = 0$$

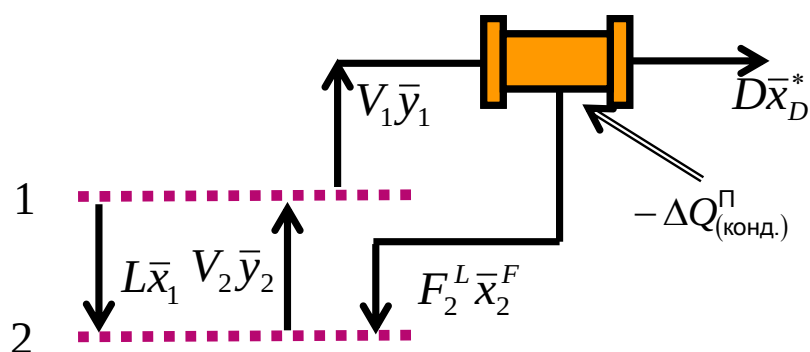
$$i = 1, \dots, N.$$

Natijada VR (bubble point) usuli bilan yechiladigan yechimlarning iteratsion sikllar sxemasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:



5.1.6.2. Bittadan kondensator (deflegmator) va qaynatgichli oddiy rektifikatsiya kolonnalari uchun distillat va kub mahsulotining tarkiblarini aniqlash

Kondensator – deflegmator ($i = 1$) uchun berilgan distillat D va suyuqlik va bug' o'rtasidagi fazaviy munosabatda ($\bar{K}_1$ – suyuqlik- bug' fazaviy muvozanatining doimiysi) quyidagi balans tenglamasi to'g'ri bo'ladi:



$$1n) \quad F_2^L x_{2j}^F = V_1 y_{1j} - D x_{Dj}^*$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

$$\bar{2}n) \quad x_{Dj}^* = \frac{y_{1j}}{K_{1j}}$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$x_{2j}^F = \frac{V_1 y_{1j} - D x_{Dj}^*}{V_1 - D}$$

$$j = 1, \dots, n$$

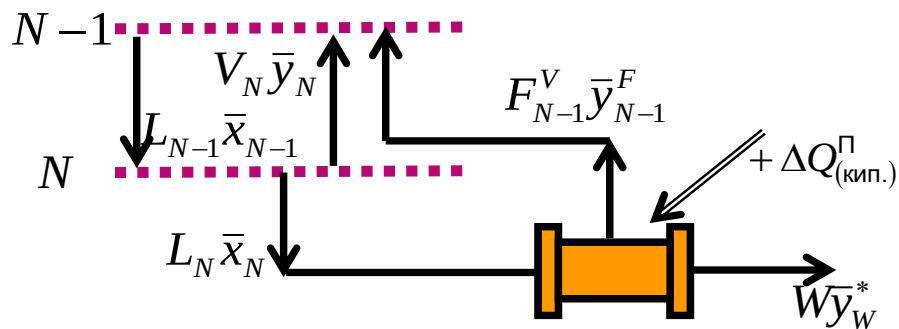
$$3) \quad F_2^L = V_1 - D,$$

bu yerda, F_2^L – qaytib keluvchi flegmalarning oqimi.

Aniqlanadigan kattaliklar:

$$F_2^L, \bar{x}_2^F, \bar{x}_D^*$$

Qaynatgich uchun ($i = N$) berilgan kub mahsuloti W va suyuqlik va bug‘ o‘rtasidagi fazaviy muvozanatda ($\bar{K}_N$ – suyuqlik - bug‘ fazaviy muvozanatining doimiysi) quyidagi balans tenglamasi to‘g‘ri bo‘ladi:



$$\bar{1}n) \quad F_{N-1}^V y_{N-1,j}^F = L_N x_{N,j} - W y_{W,j}^*$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$\bar{2}n) \quad y_{Wj}^* = K_{N,j} x_{N,j}$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$y_{N-1,j}^F = \frac{L_N x_{N,j} - W y_{W,j}^*}{L_N - W}$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$3) \quad F_{N-1}^V = L_N - W ,$$

bu yerda F_{N-1}^V – qaytib keladigan bug‘ oqimi.

Aniqlanadigan kattalik:

$$F_{N-1}^V, y_{N-1,j}^F, \bar{y}_W^*$$

O‘z- o‘zini tekshirish uchun topshiriq

Ko‘p komponentli suyuqlik – bug‘ fazaviy muvozanatini hisoblash algoritmi va matematik tavsifini qurish.

Rektifikatsiya kolonnasining tarelkasidagi statsionar ajralish jarayonini ko‘p komponentli massa uzatishining matematik tavsifini qurish va masalaning analitik yechimini olish (suyuqlik fazasining harakatini ideal aralashtirish modeli bilan, bug‘ning harakatini esa ideal o‘rin almashish modeli bilan keltirish mumkin).

Statsionar rejimdagi ko‘p komponentli uzluksiz rektifikatsiya jarayonini tekshirish (baholash) hisobining algoritm va matematik tavsifini qurish.

VI. bob TEXNOLOGIK JARAYONLARNI EMPIRIK STATIK MODELLARINI QURISH

6.1. Masalaning qo'yilishi

Model qurish va ularni tatbiq etishda statistik tajribalar usuli juda keng qo'llaniladi. Bu usul tasodifiy sonlarni rostlashga asoslangan usul, ya'ni bu usulda tasodifiy kattaliklar ehtimolini taqsimot qiymatlari beriladi. Statistik modellashtirish deganda EHM yordamida modellashtirilayotgan sistemada borayotgan jarayonlarni statik ma'lumotlar olishni tushuniladi. Statistik modellashtirish yordamida tekshirilayotgan sistema ishlash jarayonida modellashtiruvchi algoritmi barcha tasodifiy ta'sirlar va ular orasidagi o'zaro bog'liqlikni hisobga olgan holda tuziladi. Statistik modellashtirish usuli birinchidan stoxastik sistemalar va ikkinchidan detirmenik masalalarni yechishda ko'proq qo'llaniladi.

Tasodifiy kattalik deb tajribalar natijasida oldindan ma'lum bo'lmagan qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlardan birini qabul qilishi mumkin bo'lgan kattalikka aytiladi. Tasodifiy kattaliklar diskret (alohida qiymatlar qabul qiluvchi) va muntazam kattaliklarga bo'linadi.

Tasodifiy kattalikning o'rta qiymati tajriba vaqtida olingan barcha natijalarning oddiy o'rta qiymatidan iborat. Diskret tasodifiy kattalik x m_1 tajribada x_1 va m_2 tajribada x_2 qiymatlarni qabul qilayotgan bo'lsin.

U holda

$$\bar{x}_n = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_r m_r}{m_1 + m_2 + \dots + m_r} = \frac{\sum_{i=1}^r x_i m_i}{n}$$

Bu yerda $n = \sum_{i=1}^r m_i$ – o‘tkazilgan tajribalarning umumiy soni.

Ushbu tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$\bar{x}_n = x_1 \frac{m_1}{n} + x_2 \frac{m_2}{n} + \dots + x_r \frac{m_r}{n} = \sum_{i=1}^r x_i P_i^*$$

Bu yerda, $p_i^* = \frac{m_i}{n}$ – tasodifiy kattalik x ning statistik ehtimoli.

Agar $n \rightarrow \infty$ bo‘lsa $P_1^* \rightarrow P_1$ bo‘ladi.

Ehtimollar nazariyasida matematik kutilish tushunchasi juda katta o‘rin egallaydi. Tasodifiy kattalikning matematik kutilishi quyidagicha izlanadi.

$$\langle x \rangle \bar{x} = \sum_{i=1}^r x_i \cdot p_i$$

Amaliy izlanishlar o‘tkazilganda o‘rtacha kvadratik og‘ish quyidagicha hisoblanadi. Agar x_1 ning qiymati m_1 hamda x_2 ning qiymati m_2 holatda kuzatilgan bo‘lsa va h.k. unda o‘rtacha kvadratik og‘ish quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$\sigma_{xn} = \sqrt{\frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x}_n)^2 m_1 + \dots + (x_r - \bar{x}_n)^2 m_r]} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^r (x_i - \bar{x}_n)^2 m_i}$$

bu yerda $\bar{x}_n$ – tasodifiy qiymatining o‘rtacha qiymati; n – kuzatuvlarning umumiy soni. σ_x qiymati aniqlanganda, tasodifiy qiymatlarning o‘rtacha qiymatga nisbatan og‘ishi inobatga olinadi. Og‘ishning absolyut qiymatigina inobatga olinganligi uchun barcha og‘ishlarning kvadratik yig‘indisi tuziladi va topilgan qiymat umumiy tajribalar soniga bo‘linadi.

Taqsimlash funksiyasi. Faraz qilaylik X – tasodifiy kattalik berilgan bo‘lsin (odatda tasodifiy kattaliklar katta lotin harflari bilan X, Z, Y belgilanadi, ularning qiymatlari esa kichik harflar x, y, z bilan).

$X < x$ shartning ehtimolligi tanlangan x ning qiymatigi bog‘liq, ya’ni x ga bog‘liq funksiya hisoblanadi.

$$\text{Ehtimolligi } (X < x) = P(X < x) = F(x)$$

$F(x)$ funksiya taqsimlash funksiyasi deyiladi.

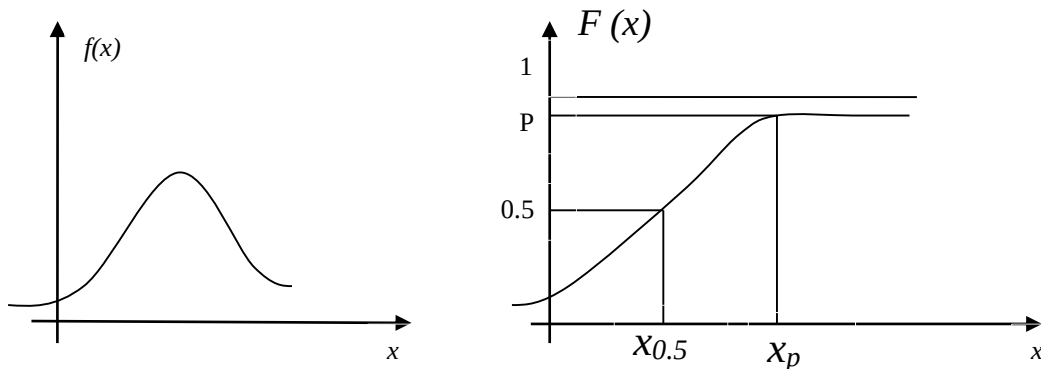
Uzluksiz tasodifiy kattalik uchun quyidagi munosabatni yozish mumkin:

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$

Boshqa xususiyatlarini ham ko‘rsatib o‘tamiz.

$$F(-\infty) = 0; F(\infty) = 1$$

Quyidagi rasmda taqsimlash funksiyasi va taqsimlanish zichligining grafigi keltirilgan.



$f(x)$ ehtimollikning berilgan kattaligiga qarab aniqlanadi. Masalan, agar $p=0,9$ bo‘lsa, unga x_p absissasi mos keladi, shuning uchun $P(x < x_p) = F(x_p) = P$.

x_p - P ehtimollikning kvantili deb ataladi. Masalan

$x_{0,1}$ va $x_{0,9}$ kvantillar ma'lum bo'lsa, unda $P(x_{0,1} \leq x \leq x_{0,9}) = F(x_{0,9}) - F(x_{0,1}) = 0.9 - 0.1 = 0.8$ bo'ladi.

Ehtimollikning $p = 0,5$ ga teng bo'lgan kvantil taqsimot medianasi deyiladi. Taqsimot medianasi $x = x_{0,5}$ taqsimot zichligining egri chizig'ini ikkita teng bo'lakka ajratadi.

$$\int_{-\infty}^{x_{0,5}} f(x)dx = \int_{x_{0,5}}^{\infty} f(x)dx = 0,5$$

Ehtimoliy taqsimotning asosiy qonunlarini ko'rib chiqamiz. Bu qonunlar statistik taqsimot modellari sifatida tajriba jarayonida qayd etilgan tasodifiy o'zgaruvchilarning tavsifini tuzish uchun ishlatiladi.

Normal taqsimot. Statistik modellar ichida ehtimolliklarning normal taqsimoti alohida o'rin olgan. Normal taqsimotning zichlik ehtimolligi quyidagi ko'rinishga ega:

$$f(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

bu yerda, μ va σ – taqsimot parametrlari: ular taqsimot markazi (matematik kutilma) va uning masshtabi (o'rtacha kvadratik og'ish)ni ko'rsatadi.

Normal taqsimot simmetrik bo'ladi va ehtimolliklar zichligining funksiyasi va quyidagi parametrlardan xolis bo'ladi:

$$\frac{A}{\sqrt{\beta_1}} = 0 \quad \text{va} \quad \frac{E}{\beta_2} = 3$$

Normal taqsimotning integral qonuni quyidagicha yoziladi:

$$F(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx$$

Taqsimot funksiyasining xususiyatiga asosan

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx = 1$$

Amaliy hisoblashlarda normallashtirilgan, normal taqsimlangan tasodifiy kattalik $z = (x - \mu)/\sigma$ ishlatiladi. Uning ehtimollik zichligining funksiyasi quyidagicha:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

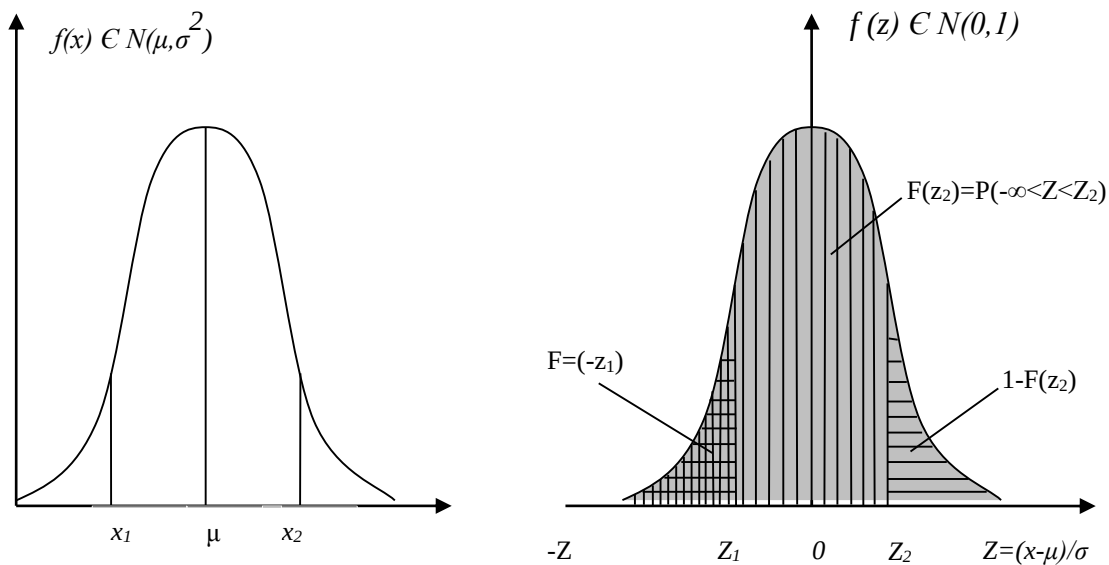
Normal qonuniyat bo'yicha taqsimlangan tasodifiy kattalikning qiymati berilgan oraliqqa tushish ehtimolini hisoblash jadvalida keltirilgan Gauss oraliqlarining qiymatlari yordamida amalga oshiriladi.

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$$

bu yerda n – integrallash o'zgaruvchisi va $F(-z) = 1 - F(z)$ x ni $[x_1, x_2]$ oraliqqa tushish ehtimoli quyidagiga teng:

$$P(x_1 < x < x_2) = F\left(\frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma}\right) = F(z_2) - F(z_1)$$

Ushbu ehtimollikning grafik ko'rinishi quyidagicha



6.2. Passiv tajriba ma'lumotlari asosida empirik modellarni qurish

Bu modellar yo jarayoning borish mexanizmi haqida axborot bo'lmasa yo ular fizik - kimyoviy blokli modellardan foydalanib yomon tavsiflanganda qo'llaniladi. Bu holda obyekt (kimyoviy - texnologiya jaryonlari) kirish ($\bar{x}$) va chiqish ($\bar{y}$) o'zgaruvchilari yagona kirish axboroti hisoblanadigan, kibernetik tizimlarning «qora quti»si ko'rinishida nomoyon bo'ladi:



bu yerda, $\bar{x} = [x_1, \dots, x_m]^T$ – tizimlar holati va uning xossalariga ta'sir qiluvchi kirish o'zgaruvchilarining vektori, $\bar{y} = [y_1, \dots, y_l]^T$ – tizimlar holatini tavsiflovchi chiqish o'zgaruvchilarining vektori.

Umumiy hollarda empirik modellar barcha kirish o'zgaruvchilari $x_i (i = 1, \dots, m)$ ga bog'liq holda barcha $y_i (i = 1, \dots, l)$ chiqish o'zgaruvchilarining alohida har biri uchun tuziladi, ya'ni

$$y = f(x_1, \dots, x_m, \bar{a}) \quad (6.1)$$

bu yerda, $-(m + 1)$ empirik modellarning koeffitsiyentlari. $\bar{a} = [a_0, a_1, \dots, a_m]^T$

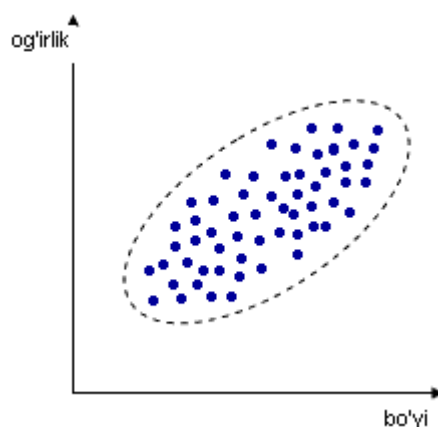
(f) funksional bog'liqlikning aniq qiymati va $(\bar{a})$ koeffitsiyentlarning qiymatlari sinov ma'lumotlaridan, ya'ni empirik aniqlanadi.

Tajribadagi o'lchashlar natijalari tasodifiy kattaliklar hisoblanib, ularni qayta ishlash uchun matematik statistikaning eng ko'p tarqalgan usullari – **regression** va **korrelatsion tahlil usullaridan** foydalaniladi.

Korrelyatsion tahlil – bir nechta tasodifiy kattaliklar o'rtasidagi bog'liqliklarni aniqlash imkonini beruvchi usul.

Faraz qilamiz, bir turdagi obyektlarda turli parametrlarni o'lchash o'tkazilayotgan bo'lsin. Bu ma'lumotlardan bu parametrlarning bog'liqligi haqidagi sifatli yangi axborotni olish mumkin.

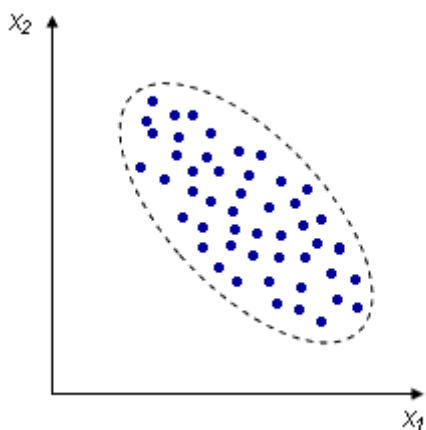
Masalan, odamning bo'yi va vaznini o'lchayapmiz, har bir o'lchash ikki o'lchamli fazoda nuqtalar bilan aks ettirilgan.



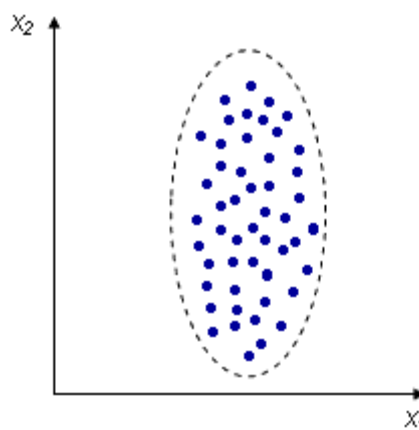
Kattaliklar tasodifiy tavsifga egaligiga qaramasdan, umuman olganda, biror bog'liqlik korrelyatsiya kuzatiladi.

Ushbu holda bu munosabat korrelyatsiya (bir parametr oshganda ikkinchisi ham oshadi). Quyidagi holatlar ham bo'lishi mumkin:

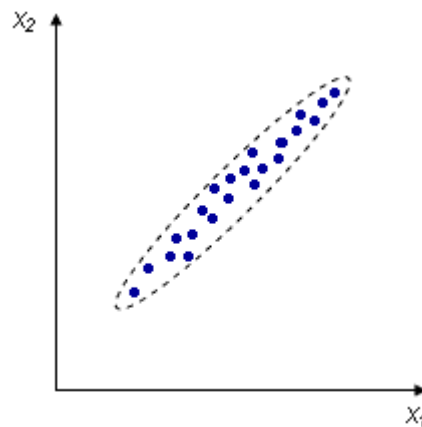
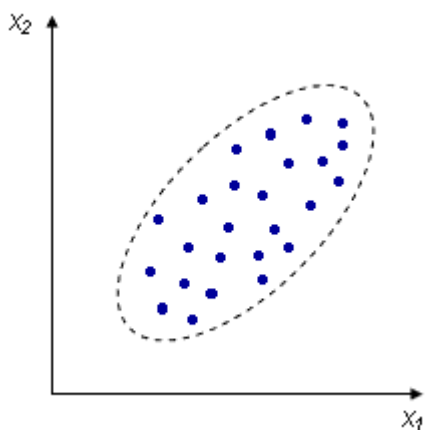
Manfiy korrelyatsiya:



Korrelyatsiya mavjud emas:



Quyidagi holatlarni farqlash uchun korrelyatsiyani sonli tavsiflash lozim:



Shu maqsadda korrelyatsiya koeffitsiyenti kiritiladi. U quyidagicha hisoblanadi:

n ta nuqtadan iborat $\{x_{1,i}, x_{2,i}\}$ massiv berilgan.

Har bir parametr uchun o'rtacha qiymat hisoblanadi:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{1j}}{n}, \bar{x} = \frac{\sum x_j}{n}$$

Korrelyatsiya koeffitsiyentini aniqlaymiz:

$$r = \frac{\sum (x_{1j} - \bar{x}_1) \cdot (x_{2j} - \bar{x}_2)}{\sqrt{\sum (x_{1j} - \bar{x}_1)^2} \cdot \sqrt{\sum (x_{2j} - \bar{x}_2)^2}} \quad (6.2)$$

r ning qiymati -1 dan 1 gacha oraliqda o'zgaradi. Ushbu holda bu korrelyatsiyaning chiziqli koeffitsiyenti bo'lib, u x_1 va x_2 o'rtasidagichiziqli bog'lanishni ko'rsatadi. Agar bog'lanish chiziqli bo'lsa r ning qiymati 1 ga (yoki -1 ga) teng. Korrelyatsiya koeffitsiyenti tasodifiy kattalik hisoblanadi, chunki u tasodifiy kattaliklar orqali hisoblanadi. Uning uchun quyidagi gipotezani ilgari surish va tekshirish mumkin:

Korrelyatsiya koeffitsiyenti noldan ancha farq qiladi (ya'ni korrelyatsiya mavjud):

$$\xi = \left(0.5 \cdot \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right) - \frac{|r|}{2(n-1)} \right) \sqrt{n-3} \quad (6.3)$$

va student koeffitsiyentining jadvaliy qiymati $t(p = 0.95, f = \infty) = 1.96$ bilan solishtiriladi.

Agar testli statistika jadvaliy qiymatdan katta bo'lsa, unda koeffitsiyent noldan ancha farq qiladi. Formuladan ko'rinib turibdiki, o'lchashlar n qanchalik katta bo'lsa, shunchalik yaxshi (testli statistika qanchalik katta bo'lsa, koeffitsiyent noldan shunchalik farq qiladi).

1. Korrelyatsiyaning ikki koeffitsiyenti o'rtasidagi farq ancha katta:

Testli statistika

$$\xi = 0.5 \cdot \ln \left(\frac{(1+r_1)(1-r_2)}{(1+r_2)(1-r_1)} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_1-3} + \frac{1}{n_2-3}}} \quad (6.4)$$

Shuningdek, jadvaliy qiymat $t(p, \infty)$ bilan solishtiriladi.

Korrelyatsion tahlil usuli bilan quyidagi masalalar yechiladi.

1. O'zarobog'liqlik. Parametrlar o'rtasida o'zaro bog'liqlik mavjudmi?
2. Bashoratlash. Agar bir parametrlarning xulqi ma'lum bo'lsa, unda u bilan korrelyatsion bo'lgan boshqasining xulqini bashoratlash mumkin.
3. Obyektlarni tasniflash va identifikatsiyalash. Korrelyatsion tahlil tasniflash uchun mustaqil belgilar to'plamini saralashga yordam beradi.

Regression tahlil. Regression tahlil usuliga ko'ra y normal taqsimot qonuni bo'yicha taqsimlangan tasodifiy kattalik hisoblanadi, $\bar{x}$ vektor komponentlar esa determinanlangan (tasodifiy bo'lmagan) kattaliklar hisoblanadi.

Shuning uchun ehtimollik nazariyasi qonuniyatlariga muvofiq $\bar{x}$ vektorining qayd etilgan har bir qiymatida Y kattalik ma'lum ($\bar{x}$ ga bog'liq holda) shartli taqsimlanish ehtimoliligiga ega tasodifiy kattalik hisoblanadi.

Bu bilan bog'liq holda Y normal taqsimlanish qonuni (regression tahlilning qo'yimi) uchun (1) funksiyani tavsiflashda regressiya tenglamasi deb ataluvchi, shartli matematik kutilma $Y - M[Y|_{\bar{x}}]$ ni $\bar{x}$ bilan bog'liqligidan foydalanamiz:

$$M[Y|_{\bar{x}}] = f(\bar{x}, \bar{a}) \quad (6.5)$$

$\bar{a} = [a_0, a_1, \dots, a_m]$ tenglama koeffitsientlari regressiyaning nazariy koeffitsientlari deb ataladi.

Shunday qilib koeffitsientlar tajriba ma'lumotlarining chegaralangan tajribasi bo'yicha aniqlanadi, ammo ularning qiymatlari $\bar{a}$ haqiqiy (nazariy) nikidan farq qiladi va $\bar{a}$ (regressiyaning tanlanma koeffitsientlari) bilan belgilanadi. Natijada regressiyaning shartli matematik kutilma $Y - M[Y|_{\bar{x}}]$ o'rnida ishlatilib, baho $\hat{y}$ va regressiya koeffitsienti $\bar{a}$ larni shakllantiruvchi taxminiy tenglamasidan foydalaniladi:

$$\bar{y} = f(\bar{x}, \bar{a}) \quad (6.6)$$

Tajriba ma'lumotlaridagi empirik statistik modellar regressiyasining taxminiy tenglamalari uchun quyidagi uchta asosiy masalani echish lozim:

$\bar{y} = f(\bar{x}, \bar{a})$ (6.3) funksiyaning aniq ko'rinishini aniqlash, ya'ni strukturaviy identifikatsiya masalasini echish;

- regressiyaning tanlanma (empirik) koeffitsient $\bar{a}$ larini aniqlash, ya'ni parametrik identifikatsiya masalasini echish;
- olingan modelning xatoligini baholash maqsadida olingan natijalarning statistik (regression) tahlilini o'tkazish.

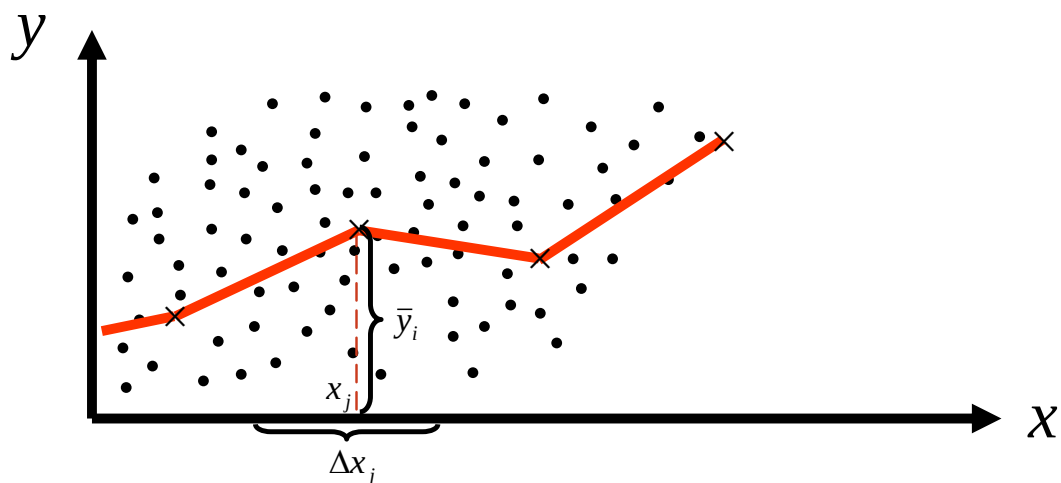
6.2. Passiv tajriba ma'lumotlari asosida empirik modellarni qurish

6.2.1. Regressiyaning taxminiy tenglamasi turini aniqlash

Umumiy hollarda tajriba ma'lumotlarining chiqish o'zgaruvchisi y ning kirish o'zgaruvchisi x ga bog'liqligi grafigini tahlil qilish va ularning ko'rinishi bo'yicha (6.6) funksional bog'liqlikning aniq shaklini tanlash lozim.

$y-x$ koordinatalar tizimini o'zgartirish (6.6) funksional bog'liqlikning optimal turini tanlash imkonini beradi.

Tajriba ma'lumotlari bo'yicha bitta kirish o'zgaruvchisi x bo'lgan hol uchun regressiyaning empirik chizig'ini qurish (6.1 rasm) va u yordamida (6.6) funksional bog'liqlikning aniq turini tanlash tavsiya etiladi. Regressiyaning empirik chizig'ini tasvirlanishi:



6.1 rasm. Regressiyaning empirik chizig'ini qurish.

Bunda x ni o'zgarish diapazoni (6.1-rasm) S ta teng Δx intervallarga bo'linadi. Berilgan Δx intervalda yotuvchi barcha nuqtalar uning o'rta oralig'i x_j^* ga tegishli (6.1-rasm). Bundan keyin har bir interval uchun xususiy o'rta oraliq y_j^* hisoblanadi:

$$y_j^* = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} y_{ji}}{n_j}, j = 1, \dots, S \quad (6.7)$$

bu yerda, $n_j - \Delta x_j$ intervaldagi nuqtalar soni.

Natijada tanlanmalar hajmi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\sum_{i=1}^S n_j = n \quad (6.8)$$

x bo'yicha u regressiyaning empirik chizig'i (x_j^*, y_j^*) , $j = 1, \dots, S$ nuqtalarning to'g'ri chiziqlarini ketma-ket tutashtirish yo'li bilan hosil qilinadigan siniq chiziq ko'rinishida olinadi.

Regressiya tenglamasi parametrlarini aniqlash masalasi ko'pincha ko'p o'zgaruvchili funksiya minimumini aniqlashga olib kelinadi.

$$\bar{y} = f(x, b_0, b_1, b_2, \dots) \quad (6.9)$$

Agar quyidagi tenglama berilgan bo'lsa unda differensiallanuvchi funksiya bor va uni (6.10) bajariladigan qilib tanlash talab etiladi:

$$\Phi = \sum_{i=1}^N [y_i - f(x_i, b_0, b_1, b_2, \dots)]^2 = \min \quad (6.10)$$

$\Phi(b_0, b_1, b_2, \dots)$ minimumning zaruriy sharti quyidagi tenglikni bajarilishi hisoblanadi:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_0} = 0 \quad \frac{\partial \Phi}{\partial b_1} = 0 \quad \frac{\partial \Phi}{\partial b_2} = 0 \dots \quad (6.11)$$

yoki

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^N 2[y_i - f(x_i, b_0, b_1, b_2, \dots)] \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_0} &= 0 \\ \sum_{i=1}^N 2[y_i - f(x_i, b_0, b_1, b_2, \dots)] \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

O'zgartirishdan so'ng quyidagi tenglamalar tizimini hosil qilamiz:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^N y_i \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_0} - \sum_{i=1}^N f(x_i, b_0, b_1, b_2, \dots) \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_0} &= 0 \\ \sum_{i=1}^N y_i \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_1} - \sum_{i=1}^N f(x_i, b_0, b_1, b_2, \dots) \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

(6.13) tenglamalar tizimi, regressiya tenglamasida qancha noma'lum koeffitsiyentlar bo'lsa, shuncha tenglamalardan tashkil topadi va matematik

statistikada normal tenglamalar tizimi deyiladi.

Ixtiyoriy b_0, b_1, b_2 da kattalik $\Phi \geq 0$ bo'ladi va o'z-o'zidan unda hech bo'lmaganda bitta minimum mavjud bo'lishi kerak. Shuning uchun, agar normal tenglamalar tizimi yagona yechimga ega bo'lsa unda ushbu yechim F kattalikning minimumi hisoblanadi. Umumiy ko'rinishda (6.13) tizimni yechib bo'lmaydi. Buning uchun ϕ funksiyalarning aniq ko'rinishlarini berish kerak.

Funksional bog'liqlikning ko'rinishi tashqi axborot (nuqtalarning tekislikda joylashishi) va aniqlanayotgan komponentning tarkibi bilan analitik bog'liq bo'lgan fizik va kimyoviy qonunlarga (masalan, spektrofotometrlardan darajalash Buger-Lambert-Ber qonuniga tayanib amalga oshiriladi) nisbatan umumiy tasavvurlardan kelib chiqib tanlanadi. Ko'pincha chiziqli bog'liqlikdan foydalaniladi.

Amaliyotda $n > k$ bo'ladigan, ya'ni tenglamalar tizimi aniq yechimga ega bo'lmagan hollar keng tarqalgan (k – funksiya parametrlari soni, n – o'lchashlar soni). Bu, taqribiy yechimlarning cheksiz to'plami mavjudligini bildiradi va silliqlantirish masalasi yuzaga keladi. Ushbu masalani chiziqli regression tahlil misolida yanada batafsilroq ko'rib chiqamiz (ya'ni funksional bog'liqlik $y=ax+b$ chiziqli ko'rinishga ega va ikkita a va b parametrlar bilan aniqlanadi, bu yerda $k=2$).

Chiziqli bog'liqlikning parametrlarini topishning eng keng tarqalgan usullaridan biri – **eng kichik kvadratlar usuli** (EKKU)

Kirish o'zgaruvchilari $x = [x_1, \dots, x_m]^T$ bir nechta bo'lgan hollar uchun (6.3) funksiya turini tanlashda bu yerda ko'rib o'tilmayotgan Brandon usulini qo'llash mumkin.

Umumiy hollarda regressiya (empirik modellar) tenglamalari ikki tur – statistik tahlili «nochiziqli regressiya» usuli bilan amalga oshiriluvchi $\bar{a}$ parametrlar bo'yicha **nochiziqli** va statistik tahlili «chiziqli regressiya» usuli bilan amalga oshiriluvchi $\bar{a}$ parametrlar bo'yicha **chiziqli**larga farqlanadi.

Modellarning parametrlari bo'yicha chiziqlilarini quyidagi ko'rinishda keltirish mumkin:

$$\bar{y} = \sum_{j=0}^m a_j \varphi_j(\bar{x}) \quad (6.14)$$

Bu yerda, $\varphi_j(\bar{x})$ ($j = 0, 1, \dots, m$) - ($\varphi_j(\bar{x})$ ($j = 0, 1, \dots, m$)) kirish o'zgaruvchilarining chiziqli yoki nochiziqli funksiyalari.

Chiziqli modellarning parametrlari (koeffitsiyentlari) ni aniqlash va ularning regression tahlili ($x_1, \dots, x_m$) nochiziqli modellarnikiga qaraganda soddaroq.

Shuning uchun ham nochiziqli modellarni imkoni boricha chiziqlantirishga harakat qilinadi va (6.16) dagi ko'rinishga olib kelinadi.

Chiziqli regressiya tenglamasining xususiy hollari quyidagi hisoblanadi:

$$\begin{aligned} \varphi(\bar{x}) &= x^j \\ j &= 0, 1, \dots, m \end{aligned} \quad (6.15)$$

va uning bir o'zgaruvchili ($m=1$) bir turi – chiziqli regressiyasi:

$$\bar{y} = a_0 + a_1 x \quad (6.16)$$

va parabolik regressiyasi ($m = 2$):

$$\bar{y} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (6.17)$$

bo'lgandagi polinomial regressiya;

transsendent (tajriba orqali ifodalab bo'lmaydigan) regressiya va uning, logarifmik chiziqlanishi bo'lgan quyidagi ko'rsatkichli tipga bog'liq bo'lgan ko'rinishdagi turi:

$$\bar{y} = a_0 a_1^x \quad (6.18)$$

va

$$\ln \bar{y} = \ln a_0 + x \ln a_1 \quad (6.19)$$

logarifmik chiziqlantirilishi:

$$\bar{y} = a_0 x^{a_1} \quad (6.20)$$

bo'lgan kasr - ko'rsatkichli turi:

$$\ln \bar{y} = \ln a_0 + a_1 \ln x \quad (6.21)$$

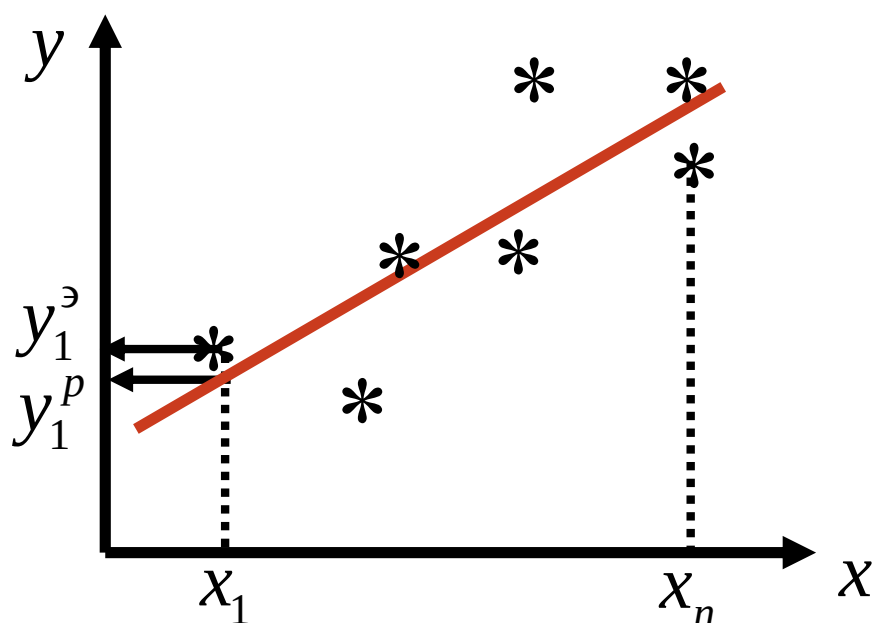
kirish o'zgaruvchilari 1 dan katta bo'lgan, to'plamli matritsa:

$$\begin{aligned} (\varphi_j(\bar{x}) &= x_i) \\ \bar{y} &= a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_m x_m \\ x_0 &= 1 \end{aligned} \quad (6.22)$$

6.2.2. Regressiya koeffitsiyentlari – empirik modellar parametrlarini aniqlash (regressiya tahlilining birinchi bosqichini bajarish)

Ushbu holda regressiya tahlilining uslubiyatidan kelib chiqib, eng kichik kvadratlar (EKK) usuli bilan tajriba ma'lumotlarini silliqlantirish masalasi amalga oshiriladi.

Rasmda bir o'zgaruvchi x li regressiyalar uchun EKK usulini grafik ifodalanishi keltirilgan (* y_1 - tajriba ma'lumotlari, y_1^p - regressiya tenglamasi bo'yicha hisoblangan ma'lumotlar):



Bunda tajriba quyidagi jadvaldan foydalanib amalga oshiriladi:

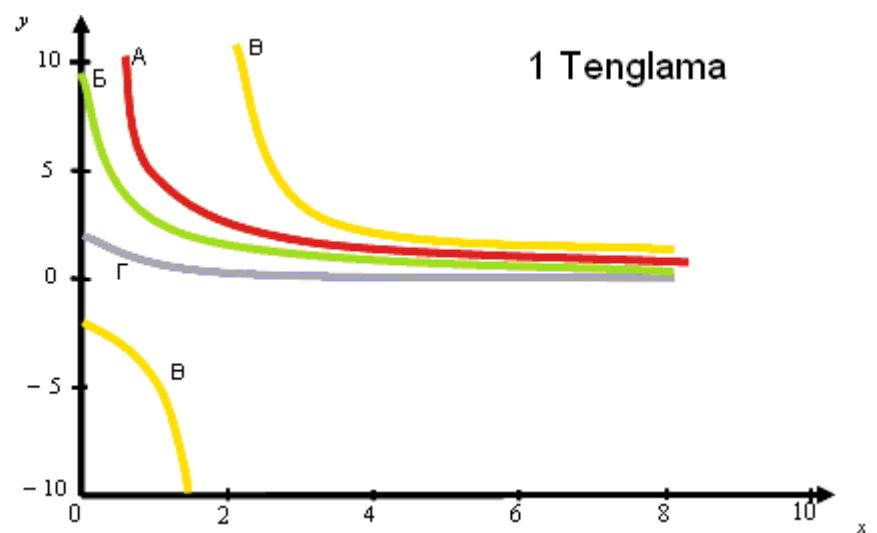
$n \backslash p$	x	y^s
1	x_1	y_1^s
2	x_2	y_2^s
...	...	...
n	x_n	y_n^s

Bir o'zgaruvchili funksiya turini koordinata o'qlari $u-x$ ni quyida ko'rsatilgan o'zgartirish yo'li (strukturaviy identifikatsiya masalasini yechish) bilan tanlanishi mumkin.

Natijada almashtirilgan funksiya u nafaqat regressiya koeffitsiyentlari bo'yicha, balki almashtirilgan o'zgaruvchi x uchun ham chiziqli bo'lib qoladi.

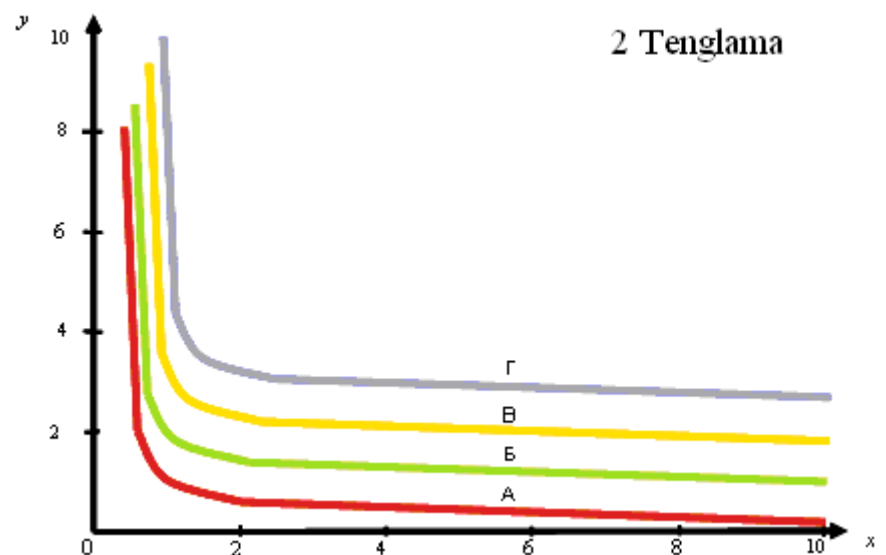
$$\frac{1}{y} = \alpha + \beta x$$

А. $\frac{1}{y} = -0,1 + 0,3x$
Б. $\frac{1}{y} = 0,1 + 0,3x$
В. $\frac{1}{y} = -0,5 + 0,3x$
Г. $\frac{1}{y} = 0,5 + 0,3x$



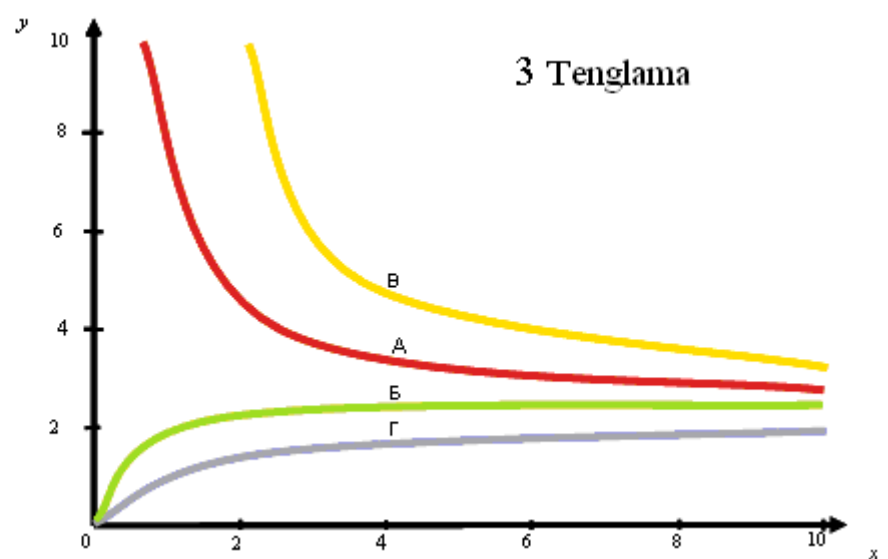
$$y = \alpha + \frac{\beta}{x}$$

А. $y = -0,1 + \frac{0,3}{x}$
Б. $y = 2 + \frac{0,3}{x}$
В. $y = 4 + \frac{0,3}{x}$
Г. $y = 6 + \frac{0,3}{x}$



$$\frac{x}{y} = \alpha + \beta x$$

А. $\frac{x}{y} = -0,1 + 0,3x$
Б. $\frac{x}{y} = 0,1 + 0,3x$
В. $\frac{x}{y} = -0,4 + 0,3x$
Г. $\frac{x}{y} = 4 + 0,3x$

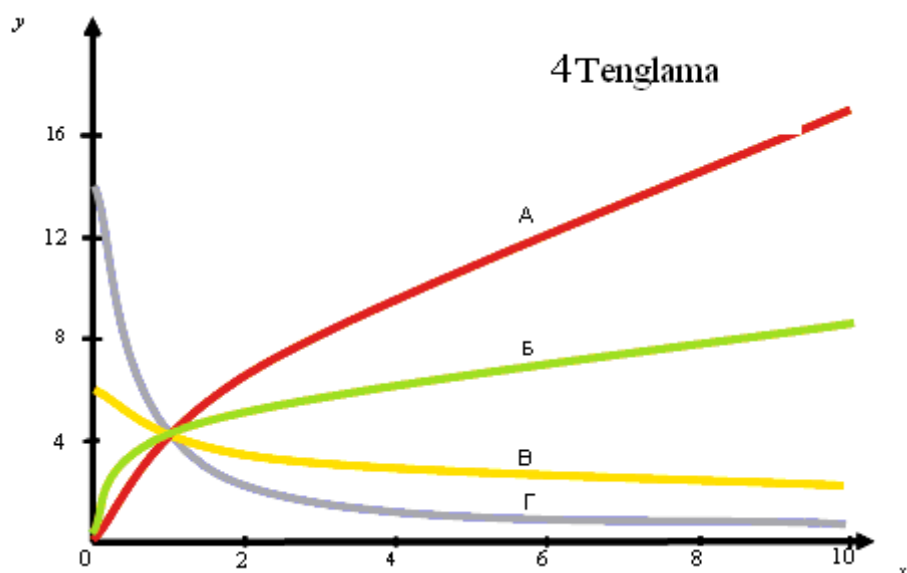


$$y = \alpha x^\beta$$

A. $y = 4x^{0,5}$

Б. $y = 4x^{0,3}$

В. $y = 4x^{-0,3}$



$$y = \alpha \beta^x$$

A. $y = 2(0,2)^x$

Б. $y = 2(0,3)^x$

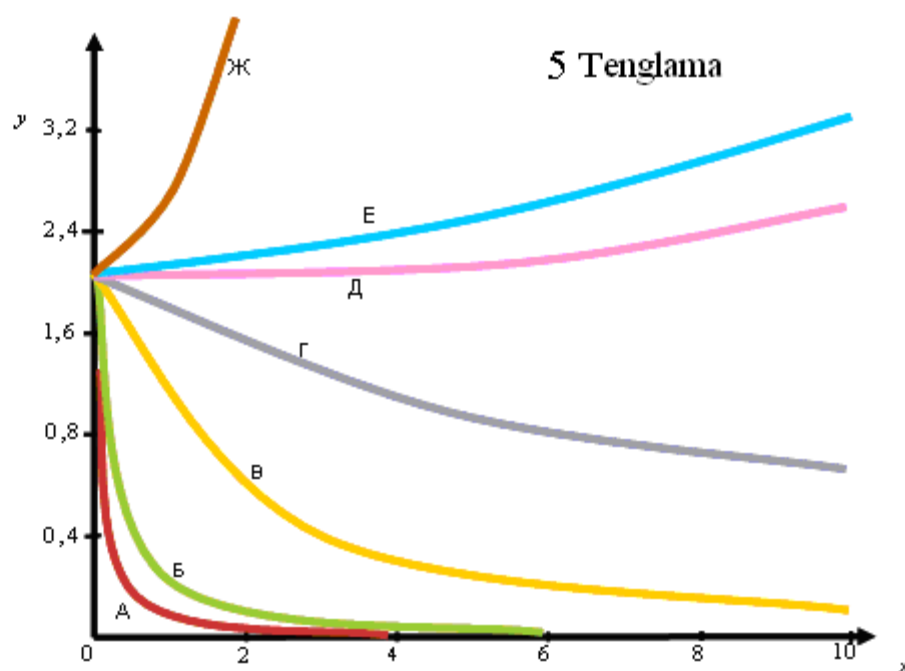
В. $y = 2(0,8)^x$

Г. $y = 2(0,95)^x$

Д. $y = 2(1,02)^x$

Е. $y = 2(1,04)^x$

Ж. $y = 2(1,3)^x$



**Bir o'zgaruvchili funktsiyani chiziqli ko'rinishga
almashtirish**

Tenglama	To'g'ri chiziq koordinatalari		To'g'ri chiziq tenglamasi	Izoh
	x	y o'qi		

1) $\frac{1}{y} = \alpha + \beta \cdot x$	x	$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{y} = \alpha + \beta \cdot x$	Asimptotalar: $x = -\frac{\alpha}{\beta}, y = 0$
2) $y = \alpha + \frac{\beta}{x}$	$\frac{1}{x}$	y	$y = \alpha + \frac{\beta}{x}$	Asimptotalar: $x = 0, y = \alpha$
3) $\frac{x}{y} = \alpha + \beta \cdot x$			$\frac{x}{y} = \alpha + \beta \cdot x$	Asimptotalar: $x = -\frac{\alpha}{\beta}, y = \frac{1}{\beta}$
yoki $y = \frac{x}{\alpha + \beta \cdot x}$				
yoki $\frac{1}{y} = \frac{\alpha}{x} + \beta$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{y} = \frac{\alpha}{x} + \beta$	
3a) $y = \frac{x}{\alpha + \beta \cdot x} + \gamma$	x	$\frac{x - x_1}{y - y_1}$, bu yerda, (x_1, y_1) - tajribaviy egrilikdagi istalgan nuqta	$\frac{x - x_1}{y - y_1} = \alpha + \beta \cdot x_1 + \frac{\beta}{\alpha}(\alpha + \beta \cdot x_1)x$	Asimptotalar: $x = -\frac{\alpha}{\beta}, y = \frac{1}{\beta} + \gamma$ γ masofasiga siljigan o'sha egri chiziqlik
$y = a \cdot x^\beta$	$\log x$	$\log y$	$\log y = \log a + \beta \log x$ $\log y = \log \alpha + \beta \log x$	Agar $\beta > 0$ bo'lsa, egri chiziqlik parabola shakliga ega va koordinatalar boshidan va $(1, \alpha)$ nuqta orqali o'tadi. Agar $\beta < 0$ bo'lsa,

				egri chiziq asimptota sifatidagi koordinata o'qlari bilan giperbola hisoblanadi va $(1, \alpha)$ nuqta orqali o'tadi.
4a) $y = \alpha \cdot x^\beta + \gamma$	$\log x$	$\log(y - \gamma)$	$\log(y - \gamma) = \log \alpha + \beta \log x$	Avval $\gamma = \frac{y_1 y_2 - y_3^2}{y_1 + y_2 - 2y_3},$ formula bo'yicha γ approksimatsiyalanadi Bu yerda $y_3 = \alpha \cdot x_3^\beta + \gamma,$ $x_3 = \sqrt{x_1 x_2}, \text{ esa}$ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ - tajribaviy nuqtalar
4b) $y = \gamma \cdot 10^{\alpha \beta^x}$	$\log x$	$\log(\log y - \log \gamma)$	$\log(\log y - \log \gamma) = \log \alpha + \beta \log x$	Dastlabki tenglama logarifmlangandan so'ng, 4a punktdagidek amalga oshiriladi
5) $y = \alpha \beta^x$	x	$\text{Log } y$	$\log y = \log \alpha + x \log \beta$	Egri chiziq $(0, \alpha)$ nuqtadan o'tadi

EKKU mezoni quyidagi ko'rinishga ega:

$$Cr = \sum_{i=1}^n (Y_i^p - y_i^p)^2 \quad (6.23)$$

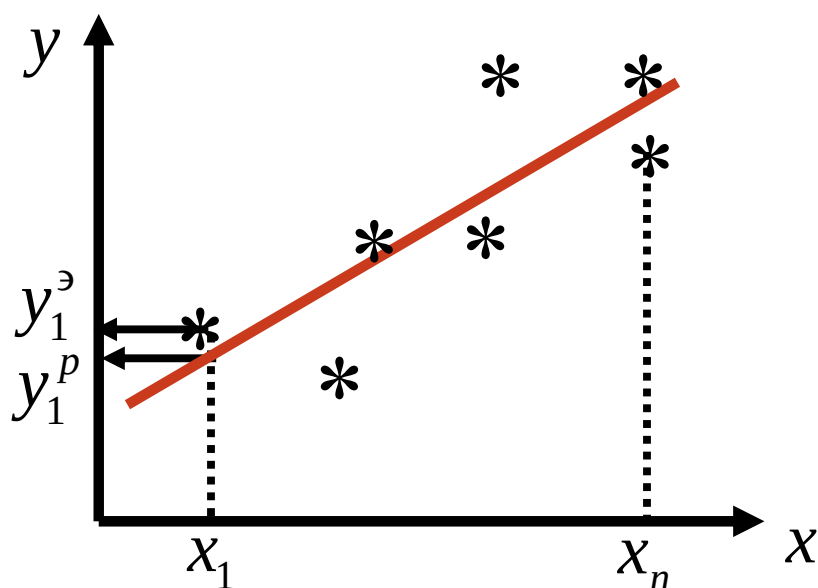
bu yerda Y_i^p va y_i^p elementlar vektori $\bar{x}_i (i = 1, \dots, n)$ ning bitta qiymati bilan hisoblanadi,

n – sinovlarning umumiy soni yoki tanlanma hajmi.

Tenglama (6.6) ga muvofiq $y_i^p = \bar{y}_i$ va Cr mezonni ham $\bar{a} = [a_0, a_1, \dots, a_m]^T$ parametrlarning ko‘p o‘zgaruvchili funksiyasi hisoblanadi:

$$Cr = Cr(a_0, a_1, \dots, a_m) \quad (6.24)$$

(6.6) modelning koeffitsiyentlari (parametrlari) ni aniqlash (to‘g‘rilash) uchun Cr mezon eng kichik bo‘lishi lozim, ya’ni rasmdagi vertikal kesishmalar kvadratlarining yig‘indisi eng kichik bo‘ladi:



Shuning uchun ham modellar (6.6) ning koeffitsiyentlarini aniqlash masalasi (6.23) va (6.24) mezonlarning minimumini aniqlash algoritmlardan birini ishlab chiqish orqali amalga oshiriladi:

$$\min \sum_{i=1}^n (y_i^p - y_i^p)^2 \quad (6.25)$$

$$\bar{a} \in \bar{a}^{rux.et}$$

$\bar{a}^{rux.et}$ - $\bar{a}$ parametrlarning yo‘l qo‘yiladigan sohasi – birinchi tur chegarasi.

$\bar{a}^{rux.et}$

Parametrik identifikatsiyalash masalasi nochiziqli modellar uchun aynan shunday yechiladi.

Albatta, ushbu holatda ko‘p o‘zgaruvchili funksiya (16) ekstremumining zaruriylik shartidan ham foydalanish mumkin:

$$\frac{\partial Cr}{\partial a_0} = 0; \frac{\partial Cr}{\partial a_1} = 0; \dots \frac{\partial Cr}{\partial a_m} = 0 \quad (6.26)$$

Umumiy hollarda tizimning qidirilayotgan koeffitsiyentlarini aniqlash uchun nochiziqli tenglama (6.26) $a_0, a_1, \dots, a_m$ koeffitsiyentlarga nisbatan yechilgan bo‘lishi kerak.

Biroq amaliyot shuni ko‘rsatadiki, nochiziqli tenglamalar tizimini yechish optimallashtirish masalalari (6.25) ni to‘g‘ri yechish kabi aslo oson emas.

Parametrlari (kirish o‘zgaruvchilarining ixtiyoriy soni) bo‘yicha chiziqli modellar uchun regressiyaning tanlanmali (empirik) koeffitsiyentlarini aniqlash:

$$\bar{X}_{r \times 1} \rightarrow x_2 \quad (s = 1, \dots, r)$$

Ushbu holda tadqiqot tajribalarini o‘tkazish jadvali quyidagi ko‘rinishga ega:

$n \backslash p$	x_1	x_2	$\dots$	x_r	$y^{\mathfrak{z}}$
1	x_{11}	x_{12}	$\dots$	x_{1r}	$y_1^{\mathfrak{z}}$
2	x_{21}	x_{22}	$\dots$	x_{2r}	$y_2^{\mathfrak{z}}$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
n	x_{n1}	x_{n2}	$\dots$	x_{nr}	$y_n^{\mathfrak{z}}$

Chiziqli yoki parametrlari bo'yicha chiziqlantirilgan modellar uchun (6.14) ifodani EKKU mezonini (6.23) ga qo'yish zarur:

$$Cr = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}) - y_i^p \right)^2 \quad (6.27)$$

va ko'p o'zgaruvchili funksiya (6.26) ekstremumining zaruriy shartidan fodalanib, olingan chiziqli algebraik tenglamalar tizimi (CHATT) ni yechish kerak:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Cr}{\partial a_0} &= 2 \sum_{i=1}^n \left(\sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}_i) - y_i^p \right) \varphi_0(\bar{x}_i) = 0 \\ \frac{\partial Cr}{\partial a_1} &= 2 \sum_{i=1}^n \left(\sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}_i) - y_i^p \right) \varphi_1(\bar{x}_i) = 0 \\ \frac{\partial Cr}{\partial a_m} &= 2 \sum_{i=1}^n \left(\sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}_i) - y_i^p \right) \varphi_m(\bar{x}_i) = 0 \end{aligned} \quad (6.28)$$

Tenglamalar tizimi (6.28) dagi a'zolari guruhlab, CHATT ni quyidagi ko'rinishda yozilsa:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^m a_i \sum_{i=1}^n \varphi_i(\bar{x}) \varphi_u(\bar{x}_i) &= \sum_{i=1}^n \varphi_u(x_1) y_1^p \\ i, u &= 0, 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (6.29)$$

va agar ko'rib chiqilayotgan axborot matritsasi I_{uj} ($j = 0, 1, \dots, m$ yana $u = 0, 1, \dots, m$) ga kiritilsa,

$$I_{uj} = \sum \varphi_u(\bar{x}_i) \varphi_j(\bar{x}_i)$$

$$i = 0, 1, \dots, m$$

$$u = 0, 1, \dots, m$$
(6.30)

unda u kvadrat, simmetrik bo'lib qoladi va uning elementlarining qiymatlari faqat kirish o'zgaruvchilari hamda $\varphi_j(\bar{x})$ funksiyaning aniq turiga bog'liq bo'ladi.

Matritsa ko'rinishidagi axborot matritsasi $\bar{I}$ ni $\bar{\Phi}$ kirish o'zgaruvchilarining boslang'ich matritsasi va shakli o'zgartirilgan ko'rinishda keltirish mumkin:

$$I = \Phi^T \Phi$$
(6.31)

Kirish o'zgaruvchilariga bog'liq matritsa quyidagi ko'rinishga ega:

$$\underset{n \times (m+1)}{\Phi} = \begin{bmatrix} \varphi_0(\bar{x}_1) & \varphi_1(\bar{x}_1) \dots \varphi_m(\bar{x}_1) \\ \varphi_0(\bar{x}_2) & \varphi_1(\bar{x}_2) \dots \varphi_m(\bar{x}_2) \\ \varphi_0(\bar{x}_n) & \varphi_1(\bar{x}_n) \dots \varphi_m(\bar{x}_n) \end{bmatrix}$$
(6.32)

CHATT (6.29) ning o'ng qismiga binoan yozish mumkin:

$$b_u = \sum_{i=1}^n \varphi_u(\bar{x}_i) y_i$$

$$u = 0, 1, \dots, m,$$
(6.33)

yoki matritsa ko'rinishida:

$$b = \bar{\Phi}^T \bar{y}$$

$$b = \Phi y$$
(6.34)

Natijada empirik modellarning koeffitsiyentlarini aniqlash uchun yechiladigan CHATT (6.29) quyidagicha keltirilishi mumkin:

$$\sum_{i=0}^m I_{ui} a_i = b$$

$$u = 0.1, \dots, m,$$
(6.35)

yoki matritsa ko‘rinishida:

$$\bar{I} \cdot \bar{a} = \bar{b}$$
(6.36)

Agar koeffitsiyentlarni aniqlashda teskari matritsalar usulidan foydalanilsa, unda quyidagilar olinadi:

$$\bar{I}^{-1} \cdot \bar{I} \cdot \bar{a} = \bar{I}^{-1} \cdot \bar{b}$$
(6.37)

va shuningdek, ko‘paytma $\bar{I}^{-1} \cdot \bar{I}$ birlik matritsa $\bar{E}$ ga teng bo‘ladi, ya’ni

$$\bar{E} = \bar{I}^{-1} \bar{I}$$
(6.38)

Unda

$$\bar{E} \cdot \bar{a} = \bar{I}^{-1} \bar{b}$$
(6.39)

Yoki

$$\bar{a} = \bar{I}^{-1} \bar{b}$$
(6.40)

Chiziqli regressiya koeffitsiyentlari (empirik modellarning parametrlari) ni aniqlash uchun matritsali formula (6.40) ifodaga (6.31) va (6.32) matritsaviy tengliklarni qo‘ygandan so‘ng olinadi:

$$\bar{a} = (\bar{\Phi}^T \bar{\Phi})^{-1} \bar{\Phi}^T \bar{y}$$
(6.41)

Shunday qilib, chiziqli yoki chiziqlantirilgan regressiya modellarining koeffitsiyentlarini aniqlash uchun quyidagi amallar ketma-ketligini bajarish zarur:

- $\bar{y}^9$ kuzatish vektorini shakllantirish va uning komponentlarini hisoblash (faqat chiziqlantirilgan modellar uchun);
- $\bar{\Phi}$ kirish o'zgaruvchilariga bog'liq bo'lgan matritsa komponentlarni shakllantirish va hisoblash;
- $\bar{\Phi} \rightarrow \bar{\Phi}^T$ matritsani transponirlash;
- transponirlangan matritsa $\bar{\Phi}^T$ ni boshlang'ich matritsa $\bar{\Phi} : \bar{\Phi}^T \bar{\Phi}$ ga ko'paytirish;
- axborot matritsa $-(\bar{\Phi}^T \bar{\Phi})^{-1}$ ga murojaatni amalga oshirish;
- olingan teskari matritsani $(\bar{\Phi}^T)$ matritsaga ko'paytirish;
- olingan natijani kuzatish vektori $\bar{y}^9$ ga ko'paytirish va $\bar{a}$ (33) regressiyaning tanlanmaviy koeffitsiyentlarini olish.

6.3. Regression va korrelatsion tahlil

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x})$$

ko'rinishdagi chiziqli va chiziqlantirilgan modellarning koeffitsiyentlarini silliqlantirish (aniqrog'i EKKU) usuli bilan aniqlash quyidagi matritsaviy formulaga olib keladi:

$$\bar{a} = (\bar{\Phi}^T \bar{\Phi})^{-1} \bar{\Phi}^T \bar{y}^E \quad (6.42)$$

bu yerda mustaqil o'zgaruvchi $\bar{\Phi}$ lar matritsasi elementlarining qiymatlari faqat kirish o'zgaruvchilar $\bar{x}$ va $\bar{\varphi}(x)$ funksiyaning turiga bog'liq:

$$\bar{\Phi}_{n \times (m+1)} = \begin{bmatrix} \varphi_0(\bar{x}_1) & \varphi_1(\bar{x}_1) & \dots & \varphi_m(\bar{x}_1) \\ \varphi_0(\bar{x}_2) & \varphi_1(\bar{x}_2) & \dots & \varphi_m(\bar{x}_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_0(\bar{x}_n) & \varphi_1(\bar{x}_n) & \dots & \varphi_m(\bar{x}_n) \end{bmatrix}$$

tajriba qiymatlarining vektori (kuzatishlar vektori) $\bar{y}(n \times 1)$ esa ushbu matritsali munosabatda chiziqli ko'paytuvchi sifatida qatnashadi. Shuning uchun ham $\bar{L}$ matritsaga kiritish maqsadga muvofiq:

$$\bar{L} = (\bar{\Phi}^T \bar{\Phi})^{-1} \bar{\Phi}^T \quad (6.43)$$

$(m+1) \times n \quad (m+1) \times (m+1) \quad (m+1) \times n$

Shundan so'ng modellar koeffitsiyentlarini aniqlash uchun EKKU ning matritsaviy formulasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\bar{a} = \bar{L} \bar{y} \quad (6.44)$$

$(m+1) \times 1 \quad (m+1) \times n \quad n \times 1$

Hisoblash natijalarining statistik tahlili $\bar{a}$ xuddi $\bar{a}$ qiymatga ta'sir qiluvchi $\bar{y}^{\circ}$ vektor kabi (6.44) ga muvofiq tasodifiy vektor hisoblanadi (bu $\bar{a}$ ning tasodifiy vektor bo'lishiga olib keladi).

Tajriba o'lchashlari natijasida olingan $\bar{y}^{\circ}$ vektor tavsifining tasodifiyligi sabablari:

- tasodifiy $\bar{y}^{\circ}$ tanlanmadan foydalaniladi;
- har bir $\bar{y}_i^{\circ}$ ($i = 1, \dots, n$) o'lchash natijalari – tasodifiy kattaliklar.

Statistik tahlilning turlaridan biri – *regression analiz* – normal taqsimot qonuni bo'yicha taqsimlangan tasodifiy kattaliklar – $\bar{y}$ vektorning komponentlari uchun mo'ljallangan, ya'ni Y_i (i – o'lchash) taqsimlanish zichligi uchun quyidagi to'g'ri bo'ladi:

$$f(Y_i) = \frac{1}{\sigma_{Y_i} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(Y_i - m_{y_i})^2}{\sigma_{Y_i}^2}\right)$$

$$i = 1, \dots, n,$$

ya'ni Y_i tasodifiy kattalikning sonli tavsifi quyidagicha bo'ladi:

m_{y_i} – matematik kutilma;

$\sigma_{y_i}^2$ – dispersiya;

$\sigma_{y_i} = \sqrt{\sigma_{y_i}^2}$ – o'rtacha kvadratik og'ish yoki standart.

Vektor komponentlarining normal taqsimlanish qonuni haqidagi qo'yim $\bar{y}^9$ – bu

Regression tahlilning ***birinchi qo'yimi*** .

Regression tahlilning ***ikkinchi qo'yimi*** – $\bar{x}$ vektor komponentlarining tasodifiy emasligi to'g'risida, ya'ni x_i – tasodifiy bo'lmagan kattaliklar.

Bu ikki qo'yimlardan ($\bar{a} = \bar{L}y$) chiziqli normal taqsimlanish qonunining xossalari kelib chiqib, (6.44) munosabatdagi $\bar{a}$ vektor komponentlari ham normal qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy kattaliklar hisoblanadi, ya'ni quyidagi sonli tavsiflar bilan tavsiflanishi mumkin:

m_{a_i} – matematik kutilma;

$\sigma_{a_i}^2$ – dispersiya;

σ_{a_i} – o'rtacha kvadratik og'ish yoki standart.

Regression tahlilning *uchinchi qo'yimi* Y_i tasodifiy kattaliklar dispersiyasining bir jinsliligi haqidagi qo'yimlarga asoslanadi. Bir jinslilik xossasining Y_i – dispersiyadan farqi yo'q, chunki ularning chegaralangan tanlanmalari va taqiq etilayotgan butun sohaga taqsimlanishi bo'yicha olingan baholari yoki qiymatlarini o'rta qiymatga yaqinlashtirish va bu yerda ko'rib o'tilmayotgan maxsus mezonlar yordamida tekshirish imkonini beradi.

Regression tahlildan kelib chiqib, har doim $\hat{a}$ koeffitsiyentlar bahosi hisoblanadi (baho $\wedge$ bilan belgilanadi) (6.44).

Natijada quyidagi yaqinlashgan bog'liqlik olinadi:

$$\bar{a} = \bar{L}\bar{y}^9 \quad (6.45)$$

Qat'iy bog'liqlik va shuningdek Y – tasodifiy kattalikni olish uchun *regressiya tenglamasi* deb ataluvchi bog'liqlik – matematik kutilma $\bar{a}$ ning x qiymatga bog'liqligi zarur:

$$m_{Y|\bar{x}} = \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}) \quad (6.46)$$

bu yerda, a_j – regressiyaning nazariy koeffitsiyentlari deb ataluvchi koeffitsiyentlarining haqiqiy qiymatlari;

$m_y = m_{Y|\bar{x}}$ – tasodifiy kattalik Y ning shartli matematik kutilmasi.

6.3.1. Regression tahlilning bosqichlari

Regressiya koeffitsiyentlarining baholarini EKKU bilan (6.45) formula bo'yicha aniqlash.

Regressiya koeffitsiyentlarining ahamiyatliligini, ya'ni ulardan noldan muhim farqlarini Student mezonini – t yordamida aniqlash.

Regressiya tenglamasi (6.45) ning monandligini Fisher mezonini – F yordamida aniqlash.

6.3.2. Chiqish o'zgaruvchisi o'lchovini tasodifiy kattaliklarining sonli tavsiflarini aniqlash

$\bar{m}_y = M[\bar{Y}]$ – matematik kutilma vektori.

Dispersiyalar y_i va y_j uchun quyidagi to'g'ri:

$$\sigma_{y_i}^2 = M[(y_1 - m_{y_i})^2] \quad (6.46)$$

$$i = 1, \dots, n$$

Ikki tasodifiy kattalikning kovariatsiyasi ko'paytma $(Y_i - m_{y_i})(Y_j - m_{y_j})$ ning matematik kutilmasiga teng:

$$COV_{y_i y_j} = M[(Y_i - m_{y_i})(Y_j - m_{y_j})] \quad (6.47)$$

$$i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n; \quad i \neq j$$

Normal taqsimlangan mustaqil tasodifiy kattaliklar Y_i va Y_j uchun

$$COV_{y_i y_j} = 0$$

Normal taqsimlangan tasodifiy kattaliklar uchun o'lchamli kattaliklar $COV_{y_i y_j}$ ning o'rniga korrelatsiya koeffitsiyentlaridan foydalanish maqsadga muvofiq:

$$r_{y_i y_j} = \frac{COV_{y_i y_j}}{\sigma_{y_i} \sigma_{y_j}}$$

$$i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n.$$

(6.49)

Ushbu holda chiziqli – bog‘langan tasodifiy kattaliklar y_i va y_j uchun:

$$r_{y_i y_j} = \pm 1 \quad r_{y_i y_j} = \pm 1.$$

Mustaqil - $r_{y_i y_j} \rightarrow 0$ uchun esa ($i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n$) dispersiyalar $\bar{\sigma}_y^2$ uchun n tajriba nuqtalarida maxsus dispersiya - kovariatsiya matritsasi hosil qilinadi:

$$\begin{aligned} \overline{COV}_y &= M[(\bar{y} - \bar{m}_y)(\bar{y} - \bar{m}_y)^T] = \\ &= \begin{bmatrix} M[(y_1 - m_{y_1})^2] & M[(y_1 - m_{y_1})(y_2 - m_{y_2})] \dots M[(y_1 - m_{y_1})(y_n - m_{y_n})] \\ M[(y_2 - m_{y_2})^2] & M[(y_2 - m_{y_2})(y_1 - m_{y_1})] \dots M[(y_2 - m_{y_2})(y_n - m_{y_n})] \\ \dots & \dots \dots \dots \\ M[(y_n - m_{y_n})^2] & M[(y_n - m_{y_n})(y_1 - m_{y_1})] \dots M[(y_n - m_{y_n})(y_n - m_{y_n})] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.50)$$

Natijada tajriba qiymatlari y_i ($y_i, i = 1, \dots, n$) uchun dispersiya - kovariatsiya matritsasi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\overline{COV}_{\bar{y}} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_1}^2 & COV_{y_1 y_2} & \dots & COV_{y_1 y_n} \\ COV_{y_2 y_1} & \sigma_{y_2}^2 & \dots & COV_{y_2 y_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ COV_{y_n y_1} & COV_{y_n y_2} & \dots & \sigma_{y_n}^2 \end{bmatrix} \quad (6.51)$$

Agar ikkita qo‘yimlar:

- o‘lchamlar $COV_{y_i y_j} = 0$; $i \neq j$ ning mustaqilligi haqida;

• dispersiyalarning bir jinsliliği haqida, ya'ni $\sigma_{y_i}^2 (i = 1, \dots, n)$ ning jiddiy bo'lmagan farqlari va ularning tengligi $\sigma_{y_i}^2$ qabul qilinsa, unda bir xil $\bar{y}^E$ dispersiyali $\sigma_{y_i}^2$ o'lchov qiymatlari uchun dispersiya – kovariatsiyaning diagonal matritsasi olinadi:

$$\begin{aligned} \overline{COV}_y &= \sigma_y^2 \bar{E} \\ (n \times n) \quad (n \times n) \end{aligned} \quad (6.52)$$

6.3.3. Regressiya koeffitsiyentlarining dispersiya baholarini aniqlash

$\bar{a}$ - tasodifiy kattalik $\bar{m}_a = M[\bar{a}]$ normal qonun bo'yicha taqsimlangan.

(6.47) bilan o'xshashlik bo'yicha $\bar{a}$ uchun dispersiya - kovariatsiya matritsasini tuzamiz:

$$\begin{aligned} \overline{COV}_{\bar{a}} &= M[(\bar{a} - \bar{m}_a)(\bar{a} - \bar{m}_a)^T] = \begin{bmatrix} \sigma_{a_0}^2 & COV_{a_0 a_1} & \dots & COV_{a_0 a_m} \\ COV_{a_1 a_0} & \sigma_{a_1}^2 & \dots & COV_{a_1 a_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ COV_{a_m a_0} & COV_{a_m a_1} & \dots & \sigma_{a_m}^2 \end{bmatrix} \\ (m-1) * (m+1) \end{aligned} \quad (6.53)$$

(6.45) ga muvofiq:

$$\bar{m}_a = \bar{L} \bar{m}_y \quad (6.54)$$

Dispersiya - kovariatsiya matritsasining elementlarini aniqlash uchun (6.45) va (6.54) larni matritsaviy formula (6.53) ga qo'yish lozim. Agar qo'yishlar natijasida (6.53) matritsa diagonal matritsaga aylansa, unda (6.49) dagi o'xshashlik bo'yicha regressiya koeffitsiyentlarini statistik mustaqil deb hisoblash mumkin.

$$\begin{aligned}
\overline{C}\overline{O}\overline{V}_a &= M \left[(\overline{L}\overline{y} - \overline{L}\overline{m}_y) (\overline{L}\overline{y} - \overline{L}\overline{m}_y)^T \right] = M \left[\{ \overline{L}(\overline{y} - \overline{m}_y) \} \{ \overline{L}(\overline{y} - \overline{m}) \}^T \right] = \\
&= (\overline{A}\overline{B})^T = (\overline{B}^T \overline{A}^T) = M \left[\overline{L}(\overline{y} - \overline{m}_y) (\overline{y} - \overline{m}_y)^T \overline{L}^T \right] = \\
&\overline{L}\overline{M} \left[(\overline{y} - \overline{m}_y) (\overline{y} - \overline{m}_y)^T \right] \overline{L}^T = \overline{L} \sigma_y^2 \overline{E} \overline{L}^T = \overline{C}\overline{O}\overline{V}_y = \sigma_y^2 \overline{E}
\end{aligned}$$

shuningdek (6.52) ga muvofiq , $\overline{C}\overline{O}\overline{V}_y = \sigma_y^2$

$$\overline{L} \sigma_y^2 \overline{E} \overline{L}^T = \sigma_y^2 \underbrace{(\overline{\Phi}^T \overline{\Phi})^{-1} \overline{\Phi}^T \overline{\Phi} (\overline{\Phi}^T \overline{\Phi})^{-1}}_E$$

matritsa $(\overline{\Phi}^T \overline{\Phi})^{-1}$ - simmetrik,

$$\overline{C}\overline{O}\overline{V}_a = \sigma_y^2 (\overline{\Phi}^T \overline{\Phi})^{-1}$$

Teskari matritsa $(\overline{\Phi}^T \overline{\Phi})^{-1}$ ni korrelatsiya matritsasi $\overline{C}$ deb ataymiz:

$$\overline{C} = (\overline{\Phi}^T \overline{\Phi})^{-1} = \begin{bmatrix} C_{00} & \dots & C_{01} & \dots & C_{0m} \\ C_{10} & \dots & C_{11} & \dots & C_{1m} \\ \dots & & \dots & & \dots \\ C_{m0} & \dots & C_{m1} & \dots & C_{mm} \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

Unda

$$\overline{C}\overline{O}\overline{V}_a = \partial_y^2 = \overline{C} = \sigma_y^2 \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & \dots & C_{0m} \\ C_{10} & C_{11} & \dots & C_{1n} \\ \dots & \dots & & \dots \\ C_{m0} & C_{m1} & \dots & C_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{a_0}^2 COV_{a_0 a_1} \dots COV_{a_0 a_m} \\ COV_{a_1 a_0} \sigma_{a_1}^2 \dots COV_{a_1 a_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ COV_{a_m a_0} COV_{a_m a_1} \dots \sigma_{a_m}^2 \end{bmatrix} \quad (6.56)$$

Bu yerdan:

Dispersiya uchun

$$\begin{aligned}\sigma_{a_i}^2 &= \sigma_y^2 C_{ij} \\ j &= 0.1, \dots, m.\end{aligned}\tag{6.57}$$

Kovariatsiya uchun

$$\begin{aligned}COV_{a_j a_i} &= \sigma_y^2 C_{ji} \\ j, i &= 0.1, \dots, m; i \neq j.\end{aligned}\tag{6.58}$$

Shunday qilib, (6.57) va (6.58) ga muvofiq koeffitsiyentlarning bog‘liqligi, korrelatsiya matritsasi $\overline{C}$ (6.55) dagi diagonal bo‘lmagan elementlar nolga teng bo‘lishi yoki bo‘lmashligi aniqlanadi.

(6.56) va (6.32) lardan kelib chiqib, bu matritsa elementlarining qiymatlari tajriba kattaliklari $\bar{x}$ va funksiya turi $\overline{\varphi}(\bar{x})$ bilan, ya’ni qo‘yilgan (rejalashtirilgan) tajribaga bog‘liqligi aniqlanadi.

Faol tajriba hollarida (masalan, to‘liq faktorli tajriba –TFT va tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi – TOMKR) u shunday olib boriladiki, bunda, matritsa $\overline{C}$ diagonal bo‘ladi, ya’ni regressiya koeffitsiyentlari statistik mustaqil bo‘ladi.

Ixtiyoriy *passiv tajriba* hollarida $\overline{C}$ matritsa diagonal bo‘lmaydi va shuning uchun koeffitsiyentlar statistik bog‘liq bo‘ladi. Matritsa $\overline{C}$ korrelatsion deb ataladi, shuningdek (6.42) ga muvofiq uning elementlari yordamida regressiya koeffitsiyentlarining korrelatsiyasini hisoblash mumkin:

$$\begin{aligned}r_{a_j a_i} &= \frac{C_{ji}}{\sqrt{C_{jj} C_{ii}}} \\ j, i &= 0.1, \dots, m.\end{aligned}\tag{6.59}$$

6.3.4. Dispersiya baholarini aniqlash

Baho σ_y^2 tajribalardan aniqlanadi.

CHiqish o'zgaruvchisi y kirish o'zgaruvchilari r $\bar{x}_{r \times 1} = x_1, \dots, x_r$ (mustaqil o'zgaruvchilar $\bar{x}_{r \times 1}$)ga bog'liq bo'lsin.

Dispersiyalarning baholash uchun ikki tipdagi tajribalar o'tkaziladi:

- mustaqil o'zgaruvchilar $(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_r)$ ning o'zgarishi bilan;
- mustaqil o'zgaruvchilar almashmagandagi parallel sinovlar.

6.3.4.1. Har bir parallel tajribalar soni turlicha bo'lgan mustaqil o'zgaruvchilar o'zgaradigan tajribadagi dispersiyalar baholarini aniqlash

a) Qoldiq dispersiya S_R^2 ni aniqlash o'zgaruvchan qiymatli tajribalardan aniqlanadi (passiv tajriba):

$n \backslash \bar{x}, \bar{y}^3$	x_1	$\dots$	x_r	y^3
$1 \dots k_1$	$x_{11} \dots x_{11}$	$\dots$	$x_{1r} \dots x_{1r}$	$y_{11}^3 \dots y_{1k_1}^3$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$1 \dots k_n$	$x_{n1} \dots x_{n1}$	$\dots$	$x_{nr} \dots x_{nr}$	$y_{n1}^3 \dots y_{nk_n}^3$

$$S_R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^{k_i} (\bar{y} - y_{iu}^3)^2}{\sum_{i=1}^n k_i - p} = \frac{SS_R}{f_R} \quad (6.60)$$

bu yerda, r – regressiyaning qiymatli tanlanma koeffitsiyentlari soni, ba'zi hollarda koeffitsiyentlar qiymati – $r = m + 1$,

S_R^2 – qoldiq dispersiya – tenglamalar (yoki modellar) va tajribalarning xatoliklarini tavsiflaydi;

$\bar{y}$ – regressiya tenglamasiga ko‘ra koeffitsiyentlar (6.45) yordamida aniqlanadi;

$\bar{y}$ – tajribaviy qiymat;

SS_R – qoldiq dispersiyalar kvadratlarining yig‘indisi;

f_R – qoldiq dispersiyaning erkinlik darajalari soni;

n – sinov o‘lchashlarining soni;

p – regressiyaning qiymat koeffitsiyentlari soni.

SS_R qoldiq kvadratlarining yig‘indisi regressiya tenglamasining xatoligini tavsiflovchi monandlik dispersiyalari kvadratlari SS_{ad} va tajribalar xatoliklarini tavsiflovchi qayta tiklanish dispersiyalarining kvadratlari SS_e yig‘indisiga teng.

$$SS_R = SS_{ad} + SS_e \quad (6.61)$$

Qoldiq dispersiyalar S_R^2 ning erkinlik darajalari soniga muvofiq quyidagi to‘g‘ri:

$$f_R = \sum_{i=1}^n k_i - p = f_{ad} + f_e \quad (6.62)$$

b) Qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 ni aniqlash.

Qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 parallel tajribalardan aniqlanadi, qachonki ularning sinovlari soni har bir tajriba nuqtalarida turlicha va $k_i (i = 1, \dots, n)$ ga teng bo‘lsa:

$$S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^{k_i} (y_{iu}^{\circ} - y_i^{\circ*})^2}{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)} = \frac{SS_e}{f_e} \quad (6.63)$$

bu yerda

$$y_i^{\circ*} = \frac{\sum_{u=1}^{k_i} y_{iu}^{\circ}}{k_i}$$

$$i = 1, \dots, n$$

d) Dispersiyalar monandligi S_{ad}^2 ni aniqlash.

Ushbu holda oldin keltirilgan tenglikka muvofiq

$$S_{ad}^2 = \frac{SS_{ad}}{f_{ad}} \quad (6.64)$$

bu yerda, (6.61) va (6.62) tengliklardan quyidagi kelib chiqadi:

$$SS_{ad} = SS_R - SS_e$$

6.3.4.2. Mustaqil o'zgaruvchilar o'zgaradigan har bir k nuqtadagi parallel tajribalari soni bir xil bo'lgan dispersiyalar baholarini aniqlash

Passiv tajribaning oldingi jadvalidan i –qatorni olamiz va ularda k marta sinovlarni takrorlaymiz:

$\begin{matrix} \bar{x}, \bar{y}^{\vartheta} \\ n \end{matrix}$	x_{i1}	$\dots$	x_{ir}	y_i^{ϑ}
1	x_{i1}	$\dots$	x_{ir}	y_{i1}^{ϑ}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
k	x_{i1}	$\dots$	x_{ir}	y_{ik}^{ϑ}

$$S_{ei}^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (y_{ij}^{\vartheta} - y_i^*)^2}{k-1} = \frac{SS_{ei}}{f_{ei}} \quad (6.65)$$

bunda, o'rtacha qiymat,

$$y_i^{\vartheta*} = \frac{\sum_{j=1}^k y_{ij}^{\vartheta}}{k}$$

$$i = 1, \dots, n$$

bu yerda, S_{ei}^2 – qayta tiklanish dispersiyasi – tajribaning i – sinov nuqtasidagi xatolikni tavsiflaydi;

y_{ij}^{ϑ} – i – nuqtadagi parallel sinovlarda olingan tajriba qiymati;

y_i^* – i – nuqtadagi o'rta hisobda olingan tajriba qiymati;

S_{ei} – i – tajribadagi qayta tiklanish dispersiyalari kvadratlarining yig'indisi;

$f_{ei} = k - 1 - i$ – nuqtadagi qayta tiklanish dispersiyalarining erkinlik darajalari soni;

$k - i$ – tajriba nuqtasidagi sinovlar soni.

6.3.4.3. Ixtiyoriy ajratib olingan nuqtada o‘tkaziladigan parallel sinovlardagi dispersiyalar baholarni aniqlash

Agar tajribaning birinchi jadvalining barcha tajribaviy nuqtalarida k parallel sinovlar o‘tkazilsa, unda (6.65) ni hisobga olgan holda dispersiyalarning bir jinsliligi xossalariga ko‘ra:

$$S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (y_{ij}^{\circ} - y_i^{\circ*})^2}{n(k-1)} = \frac{SS_e}{f_e} \quad (6.66)$$

shuningdek $S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^n S_{ei}^2}{n}$ va $f_e = n(k-1)$

Har bir tajriba nuqtasi (k) dagi parallel sinovlarning bir xil soni uchun dispersiyaning monandliligi quyidagicha aniqlanadi:

$$S_{ad}^2 = \frac{k \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^{\circ*})^2}{n-p} = \frac{SS_{ad}}{f_{ad}} \quad (6.67)$$

$$y_i^{\circ*} = \frac{\sum_{u=1}^k y_{iu}^{\circ}}{k}$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (y_i^{\circ} - y^{\circ*})^2}{k-1} = \frac{SS_e}{f_e} \quad (6.68)$$

Ushbu hol uchun qoldiq dispersiya S_R^2 dispersiya monandligi S_{ad}^2 ga teng.

$$S_R^2 = S_{ad}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^{\circ})^2}{n-p} = \frac{SS_{ad}}{f_{ad}} = \frac{SS_R}{f_R} \quad (6.69)$$

(6.52) dagi dispersiya bahosi σ_y^2 uchun S_e^2 dan, parallel sinovlar qatnashmaganda S_{ad}^2 dan foydalanish maqsadga muvofiq.

Koeffitsiyentlar dispersiyasi baholarini aniqlash uchun (6.57) ga muvofiq qoldiq dispersiya σ_y^2 bahosi –, S_R^2 qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 va dispersiya monandligi S_{ad}^2 dan foydalaniladi.

6.3.5. Regressiya koeffitsiyentlarining ahamiyatligini aniqlash.

(Regression tahlilning ikkinchi bosqichini amalga oshirish)

Buning uchun t – Styudent taqsimlanishiga bo‘ysunuvchi $t_i = \frac{\bar{a} - m_{aj}}{\sigma_{a_j}}$

normallashtirilgan tasodifiy kattalik dan foydalaniladi.

(6.57) dagi dispersiya baholari $S_{aj}^2 = S_e^2 C_{jj} (j = 0.1, \dots, m)$ va

$\sigma_{aj} \rightarrow S_{aj} = \sqrt{S_a^2}$ dan foydalanib, ehtimollik munosabatini quyidagicha yozish mumkin:

$$P\left(\frac{|\bar{a}_i - m_{aj}|}{S_e \sqrt{C_{jj}}} \leq t_{\beta(f_e)}^{jad}\right) = \beta \quad (6.70)$$

Ushbu holda ishonchli ehtimollik β (ko‘pincha 0.95) va qayta tiklanish dispersiyasi (6.56)ning erkinlik darajalari soni – f_e ga to‘g‘ri keluvchi t ning jadval qiymatlari beriladi. Agar koeffitsiyentning matematik kutilmasi taxminiy bo‘lsa (ya’ni uning haqiqiy qiymati nolga teng), unda a_j koeffitsiyentning *ahamiyatsizlik sharti* quyidagi ko‘rinish (6.70) ga ega bo‘ladi:

$$\frac{|\bar{a}_i|}{S_e \sqrt{C_{ij}}} \leq t_{\beta(f_e)}^{jad} \quad (6.71)$$

(6.70) ochiq tengsizlikka muvofiq *ahamiyatli koeffitsiyentlar* uchun quyidagi ishonchli intervalni olamiz:

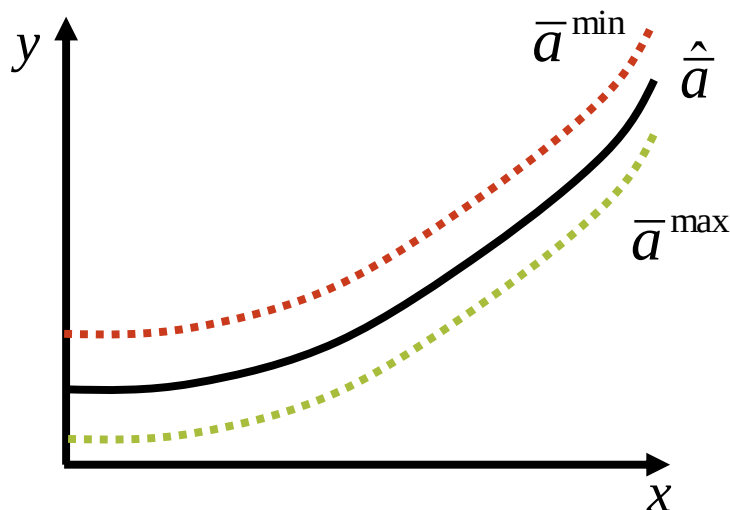
$$\bar{a}_i - S_e \sqrt{C_{ij} t_{\beta(f_e)}^{jad}} \leq m_a \leq \bar{a}_i + S_e \sqrt{C_{ij} t_{\beta(f_e)}^{jad}} \quad (6.72)$$

Bu shuni bildiradiki, regressiya koeffitsiyentlari baholarining o‘rniga (6.72) ga ko‘ra ularning chetki qiymatlaridan foydalanish mumkin. Bu o‘z navbatida quyidagi tenglamadagi turli tasodifiy kattaliklar $\hat{y}$ ga olib keladi:

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^m \bar{a}_i \varphi_i(x) \quad (6.73)$$

Natijada grafikda regressiya koeffitsiyentlarining baho qiymatlari bo‘yicha olingan bitta egri chiziq o‘rniga uchta: birinchisi - a_j ning minimal qiymati,

ikkinchisi $-a_j$ ning maksimal qiymati va uchinchisi – regressiya koeffitsiyentlarining baho qiymatlari uchun tutash chiziqlar olinadi:



6.3.5.1. Regressiyaning ahamiyatsiz koeffitsiyentlarini tashlab yuborish (o‘chirish) protsedurasi

(6.71) ga muvofiq ravishda ahamiyatsiz koeffitsiyentlar regressiya tenglamasi (6.46) dan olib tashlanadi. Biroq matritsa $\bar{C}$ umumiy hollarda daigonal bo‘lmaydi va koeffitsiyentlar statistik bog‘liq bo‘ladi, bunda, koeffitsiyentlardan birorotasi olib tashlangach, qolganlarini qayta hisoblash va qoldiq dispersiya SS_R kvadratlarining yig‘indisini hisoblash zarur. Agar u yomonlashmasa (katta bo‘lib ketmasa), unda tashlab yuborish to‘g‘ri bo‘ladi. Aks holda tashlab yuborish noto‘g‘ri bo‘ladi. Bir nechta koeffitsiyentlar ahamiyatsiz bo‘lgan hollarda har doim faqat bittasi (chunki koeffitsiyentlarning statistik bog‘liqligi mavjud), quyidagi nisbat eng kichik bo‘ladigani tashlab yuboriladi:

$$\frac{|\bar{a}_i|}{S_e \sqrt{C_{ij}}} \quad (6.74)$$

Qolgan koeffitsiyentlar yuqorida ko'rsatilgani kabi qayta hisoblanadi va SS_R aniqlaniladi.

Ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni bittadan tashlab yuborish toki qoldiq kvadratlar yig'indisi yomonlashmaguncha amalga oshirilaveradi.

Faol tajribalarda matritsa $\bar{C}$ ning diagonalligi sababli bir qancha koeffitsiyentlar ahamiyatsiz bo'lgan hollarda barcha ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni bir vaqtda tashlab yuborish mumkin.

Regressiyaning ahamiyatsiz koeffitsiyentlarini tashlab yuborish protsedurasi.

Identifikatsiya (parametrli yoki strukturali) masalalarini a'lo darajada yechish natijasida monand matematik model (MM) olinishi kerak.

MM monandligi deganda quyidagilar tushuniladi:

MM va modellashtirish obyektining xulqiga bog'liq *sifatlilik va miqdoriylik munosabatlari*.

Bu munosabatlar rejim parametrlarining bir to'plami (holat monandligi) da bajarilgani kabi rejim parametrlarining turli to'plamlari (xulq monandligi)da ham bajariladi.

MM yordamida real obyekt xossalalarini interpolatsiyalash va ekstrapolatsiyalash imkoniyatlari.

6.3.5.2. Regressiya tenglamasi monandligining bahosi

Monandlik dispersiyasi S_{ad}^2 ning qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 ga nisbati regressiya tenglamalari monandligini statistik baholash uchun ishlatiladi. Bu maqsadga erishish uchun ishonchli ehtimollik $\beta(0.9;0.95;0.99)$ va ikki dispersiyalar – monandlik dispersiyasi va qayta tiklanish dispersiyalarining

erkinlik darajalari sonlari (f_{ad}) va (f_e) lardagi F -Fisher taqsimotining jadvali qo'llaniladi.

$$F = \frac{S_{ad}^2}{S_e^2} \quad (6.75)$$

Fisherning statistik taqsimotidan foydalanganda har doim katta dispersiya (ayni paytda $-S_{ad}^2$) ning kichik dispersiya (ayni paytda $-S_e^2$) ning nisbati nazarda tutiladi va F ga teng bo'ladi hamda uning hisoblangan qiymati Fisher taqsimotining standart (jadvadagi) qiymatidan katta bo'lmasligi kerak:

$$F^{xis} \leq F_{\beta(f_{ad}, f_e)}^{jad}$$

Aks holda model monand hisoblanmaydi.

Agar parallel sinovlar bo'lmasa, unda yo qoldiq dispersiya

$$S_R^2 = \frac{\sum (\bar{y}_i - y_i^*)}{n - p} \quad (6.76)$$

modellari uchun solishtiriladi yo sinov ma'lumotlarining yoyilish bahosiga ega bu kattalik o'rtacha qiymat

$y^{o'rtacha} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}$ – dispersiyalarning o'rta qiymatiga nisbatan solishtiriladi:

$$S_{o'rtacha}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - y^{o'rtacha})^2}{n - 1} = \frac{SS_{o'rtacha}}{f_{o'rtacha}} \quad (6.77)$$

Shunday qilib oxirgi dispersiya S_R^2 dan katta bo'lsa, unda fisher mezonini uchun $S_{o'r}^2$ ning S_R^2 ga nisbati qaraladi va monandlik sharti quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{S_{o'r}^2}{S_R^2} \succ F_{\beta(f_{o'r}, f_R)}^{jad} \quad (6.78)$$

6.3.5.3. Regressiya tenglamasi monandligining bahosi

Miqdoriy muvofiqlik – bu o'zgaruvchilarning o'zgarishi tendensiyalanganda real obyekt va MM ning mos kelishi.

Muvofiqlikning miqdoriy mezonini baholashda statistik (bizdagi holda regression) tahlil apparatidan foydalanish amalga oshiriladi. Muvofiqlikning miqdoriy mezonini natijasida olinganlar sifat nomuvofiqliklarini o'rnini to'ldirishi (kompensatsiyalashi) kerak.

Qat'iy aytganda muvofiqlikning miqdoriy mezonini tahlilida quyidagi solishtirilishi lozim:

y_{ij}^E - i - tajribadagi kirish o'zgaruvchilari $m_{\hat{y}_i}$ ning qiymatlari uchun $\hat{y}_i$ chiqish o'zgaruvchilari kattaliklarining modellari bo'yicha hisoblangan $\bar{x}_i$ – matematik kutilmali i – tajribaning j parallel sinovlarida olingan y_{ij} tasodifiy kattaliklarning tajribaviy qiymatlari.

Agar i tajribaga o'rtacha qiymat y_i^* kiritilsa va MM (regressiya tenglamasi) bo'yicha hisoblangan bu qiymat hamda tajriba $\hat{y}_i$ ni beruvchi olingan uchta kirish o'zgaruvchilari $\bar{x}_i$ ning kattaliklari uchun quyidagi to'g'ri bo'ladi:

$$y_{ij} - m_{y_i} = \underbrace{(y_{ij} - y_i^*)}_{S_e^2} + \underbrace{(y_i^* - y_i)}_{S_{mon}^2} + \underbrace{(y_i - m_{y_i})}_{S_y^2} \quad (6.79)$$

Birinchi ayirmaning bahosi tajribalarning xatoliklarini tavsiflovchi qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 bo'ladi.

Ikkinchi ayirma bahosi tajriba kattaliklari S_{mon}^2 (agar har bir tajriba nuqtasida parallel sinovlar bo'lmasa – bu o'rtacha qiymat emas, balki oddiy o'lchov kattaligi) bilan solishtirishdagi tenglamalar (modellar) ning xatoliklarini tavsiflovchi monandlik dispersiyasi s_i^* hisoblanadi.

Uchinchi qo'shiluvchining bahosi chiqish o'zgaruvchilari (S_e^2 va S_R^2 ning o'xshashligi bo'yicha aniqlanuvchi) ning hisoblangan qiymatlarining dispersiyasi hisoblanadi.

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - m_{\hat{y}_i})}{\rho} = \frac{SS_y}{\rho} \quad (6.80)$$

bu yerda, r – regressiya tenglamasining ahamiyatli koeffitsiyentlari. Yuqorida ko'rsatib o'tilgan uchta dispersiyalar s_e^2 s_R^2 ning dispersiyaviy tahlil apparati va s_y^2 ikkita masalani yechish imkonini beradi:

- Fisher mezoni (6.75) dan foydalanib, regressiya tenglamasi (s_{mon}^2 / s_e^2) monandligini baholash;
- Regressiya s_y^2 / s_R^2 koeffitsiyentlarining haqiqiy qiymatlari uchun qo'shma ishonchlilik sohasini aniqlash.

6.3.5.4-regressiya koeffitsiyentlarining qo'shma ishonchli sohalarini bahosi

Chiqish o'zgaruvchilari y ning hisoblangan kattaliklarining dispersiyasi S_y^2 ni qoldiq dispersiyaga nisbati β ishonchli sohali Fisher (F) taqsimotiga bo'ysunadi va ularning kichik farqlarining sharti quyidagi hisoblanadi:

$$\frac{S_y^2}{S_R^2} \leq F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \quad (6.81)$$

Ko'rib chiqilayotgan tahlilning mantig'iga ko'ra, kattaliklar kam farq qilishi kerak va bu shart bajariladigan soha chegaralari quyidagi tenglama bilan beriladi:

$$\frac{S_y^2}{S_R^2} \leq F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \quad (6.82)$$

yoki

$$\frac{SS_y}{SS_R} = \frac{p}{n-p} F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \quad (6.83)$$

Kattalik $SS_R = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ – minimumlashtirish dasturini ishlab chiqishda olingan mezonning qiymati.

Qiymat SS_y ni matritsali ko'paytma bilan almashtirish mumkin:

$$SS_y = (\bar{y} - \bar{m}_y)^T (\bar{y} - \bar{m}_y) = \{\bar{\Phi}(\bar{a} - \bar{a})\}^T \{\bar{\Phi}(\bar{a} - \bar{a})\} = (\bar{a} - \bar{a})^T \bar{\Phi}^T \bar{\Phi} (\bar{a} - \bar{a})$$

shuningdek $\bar{y} = \bar{\Phi} \bar{a}$ va $\bar{m}_y = \bar{\Phi} \bar{a}$.

Matritsali ko'paytmani o'rniga SS_y qo'yilib, kvadratik shakl olinadi:

$$(\hat{a} - \bar{a})^T \bar{\Phi}^T \bar{\Phi} (\hat{a} - \bar{a}) = SS_R \frac{p}{n-p} F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \quad (6.84)$$

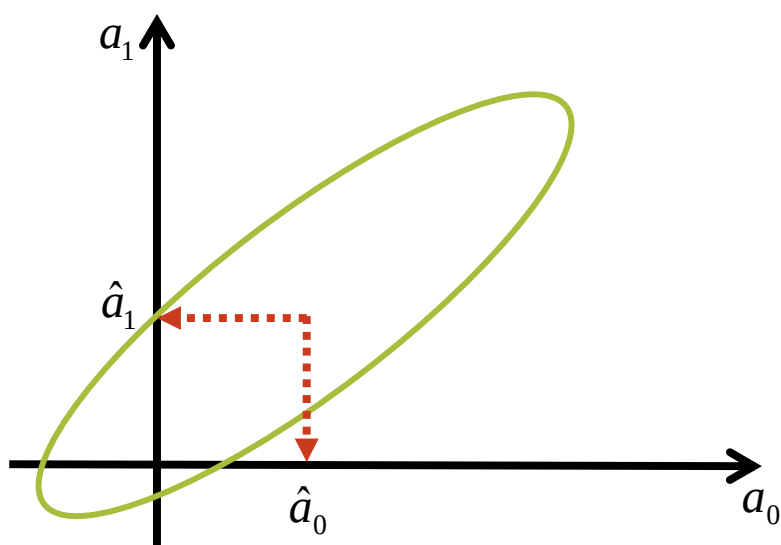
Bu kvadratik shaklning geometrik talqini o'qlari matritsaning xususiy qiymatlariga proporsional bo'lgan ellipsoid hisoblanadi:

$$\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{\Phi}}^T \overline{\overline{\Phi}}$$

Xarakteristik tenglama ko'rinishidan quyidagi aniqlanadi:

$$|\overline{\overline{A}} - \lambda \overline{\overline{E}}| = 0$$

Ikki a_0 va a_1 koeffitsiyentlar uchun quyidagi ko'rinishli ellips olinadi:



Chiziqli modellardagi koeffitsiyentlar (bu yerda a_0 va a_1) uchun qo'shma ishonchli soha olindi. Uni regressiya koeffitsiyentlarining ishonchli intervallarining baholari (6.72) bilan ifodalanuvchi to'g'ri to'rtburchak bilan solishtirish mumkin.

Uzun, cho'zilgan ishonchli soha ($\overline{\overline{A}}$ ning xususiy qiymatlari jiddiy farq qilmaydi) koeffitsiyentlar kuchli korrelatsiyalanganligi va ularning qiymatlari yomon baholanganligini ko'rsatadi.

Koeffitsiyentlarni yuqori korrelatsiyalanganligining natijasi bo'lib, koeffitsiyentlardan birining noto'g'ri baholangan qiymatini boshqa

parametrlarning o'rnini to'ldiruvchi to'g'rilangan qiymatlarini to'g'rilash ishlarini amalga oshirish davomida balanslash mumkin. Zero, to'g'rilash ishlari xuddi eng yaxshi baholardan foydalanishda olinadigan xulosalar kabi yaxshi natijalarni beradi.

(C_r) kvadratlar yig'indisining yuzasi quyidagi tenglama bilan beriladi:

$$C_r = SS_R + SS_y = SS_R \left(1 + \frac{p}{n-p} F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \right) \quad (6.85)$$

6.4. Faol tajriba ma'lumotlari bo'yicha empirik modellarni qurish

Sinov tadqiqotlarni o'tkazishda tajribalar faol va passiv tajribalarga farqlanadi.

Passiv tajribalashtirish uslubiyati kirish o'zgaruvchilari $\bar{x}$ ning ketma-ket variatsiyalangan qiymati va chiqish o'zgaruvchilari y (laboratoriya tajribasi yoki uchish qurilmasidagi tajriba) ni o'lchash natijalarining tahlili bilan katta sinov tadqiqotlarini amalga oshirishga mo'ljallangan.

Qabul qilingan passiv tajribaga yana sanoat qurilmasini ishlatish rejimidagi sinov ma'lumotlari to'plami – sanoat tajribasi ham tegishli.

Passiv tajriba natijalarini qayta ishlash regression va korrelatsion usullar hamda empirik modellar (regressiya tenglamasi) turini tanlash, ya'ni yetarlicha murakkab masala hisoblanuvchi strukturali identifikatsiya masalasini yechish yordamida amalga oshiriladi.

Bu tajriba ma'lumotlarining tanlanmasi bo'yicha olingan regressiyaning empirik chizig'i grafigidagi o'zgaruvchilarning o'zgarish tavsifi bo'yicha aniqlanishi lozim bo'lgan regressiya tenglamasining turiga bog'liq.

Bunday masalalarni yechish uchun bitta kirish o'zgaruvchi x li, xuddi kirish o'zgaruvchilari (x), uchun bo'lgani kabi chiqish o'zgaruvchilari (y) uchun ham koordinatalar tizimini o'zgartirishni nazarda tutuvchi samarali usullar keltiriladi.

Kirish o'zgaruvchilari $(x_1, \dots, x_m)$ ning soni katta bo'lgan regressiya tenglamalarini turini aniqlashning ishonchli usullari hozirgi vaqtda mavjud emas.

Faol tajriba nafaqat tajriba o'tkazishning optimal shartlarini aniqlash masalasining qo'yilishi bilan, balki jarayonni optimallashtirish (tajribani optimal rejalashtirish) bog'liq holda oldindan tuzilgan reja asosida o'tkaziladi.

Bunda regressiya tenglamasi (empirik modellar) asosan ikki chegaralangan sohalaridagi faol tajriba ma'lumotlarini tavsiflaydi va quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

– chiqish o'zgaruvchisi y ning ekstremum qiymatidan ancha uzoqdagisi:

$$\hat{y}^1 = a_o + \sum_{j=1}^m a_j x_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{u=2}^m a_{ju} x_j x_u \quad (6.86)$$

– chiqish o'zgaruvchisining ekstremum qiymatiga yaqindagisi («deyarli statsionar sohada»):

$$y^{II} = a_o + \sum_{j=1}^m a_j x_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{u=2}^m a_{ju} x_j x_u + \sum_{j=1}^m a_j x_j^2 \quad (6.87)$$

Keltirilgan tenglama $\bar{a}$ regressiya koeffitsiyentlariga nisbatan chiziqli hisoblanadi va yetarlicha sodda ko'rinishga ega.

Ular ikkita o'zaro ta'sirli kirish o'zgaruvchilar

$$\left(\sum_{j=1}^{m-1} \sum_{u=2}^m a_{ju} x_j x_u \right)_{\text{ga}} \\ u > j$$

ega qo'shiluvchilarni mujassamlashtiradi va ehtimolligi kichik bo'lgan, yuqori tartibli (uchinchi, to'rtinchi va h.k.) o'zaro ta'sirlarni hisobga olmaydi.

Oxirgi tenglama kirish o'zgaruvchilari $\left(\sum_{j=1}^m a_j x_j^2 \right)$ ning kvadratlari bilan

qo'shiluvchilarni mujassamlashtiradi va uning koeffitsiyentlari II – tartibli ($y : y^{II}$ da yuqori indeks II) faol tajriba natijalarini qayta ishlashda olinadi, masalan, TOMKR – tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi.

Oxiridan oldingi tenglama kirish o'zgaruvchilarni kvadratlari bilan qo'shiluvchilarni o'z ichiga olmaydi va uning koeffitsiyentlari I – tartibli ($y : y^I$ da yuqori indeks I) faol tajriba natijalarini qayta ishlash natijasida olinadi, masalan, TFT – to'liq faktorli tajriba.

Empirik modellardan foydalanib (masalan, Boks – Vilson usuli bilan) jarayonni kechishining optimal shartini aniqlashda chiqish o'zgaruvchisi y optimallik mezoni yoki maqsad funksiyasi hisoblandi.

Faol tajribalashtirish nazariyasida chiqish (bog'liq) o'zgaruvchilarni *javob funksiyasi*, kirish (mustaqil) o'zgaruvchilarini esa – *faktorlar* deb atash qabul qilingan. Muvofiq ravishda $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ koordinatali koordinata fazosi – faktorli fazo, faktorli fazoda javob funksiyasining geometrik tasvirlanishi esa – javob yuzasidir.

Faol tajriba uning regression va korrelatsion tahlil usuli bilan olingan natijalarini qayta ishlash uchun rejalashtiriladi.

Faol tajribalashtirishda foydalaniladigan tajribalarning ortogonal rejalarini regression tahlildagi korrelatsiya matritsasi $\overline{\overline{C}}$ ning diagonal ko'rinishi va mos ravishda regressiya koeffitsiyentlarining statistik mustaqilligini ta'minlaydi.

Faol tajribalashtirishning boshqa afzalliklariga quyidagilar tegishli:

- amalga oshirilishi mumkin bo'lgan sinovlar sonini bashorat qilish imkoni;
- sinovlar amalga oshiriladigan faktorli sohadagi nuqtalarni aniqlash;
- regressiya tenglamalarini tanlash bilan bog'liq muammolarning yo'qligi;
- tajriba – statistik usul bilan jarayonning optimal parametrlarini aniqlash imkoniyati;

- sinov tadqiqotlarining hajmini qisqartish.

6.4.1. To'liq faktorli tajriba (TFT) va uning natijalarini qayta ishlash

To'liq faktorli tajriba (TFT) tenglama $\hat{y}^I$ lari kvadratdagi faktorlarni o'z ichiga olmaganligini tavsiflovchi I – tartibli tajribaga tegishli.

Ikki (x_1 va x_2) faktorlar uchun faktorlarning o'zaro ta'sirlarini hisobga olmagan holda mavjud empirik modelni quyidagicha yozish mumkin:

$$y^I = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 \quad (6.88)$$

TFT nazariyasiga ko'ra sinov tadqiqotlarini amalga oshirishda faktorlarning har biri faqat ikki – minimal (kodlangan qiymati -1) va maksimal (kodlangan qiymati +1) sathlarda variatsiyalanadi.

Bunda faktorlarning minimal va maksimal qiymatlarining mumkin bo'lgan kombinatsiyalari ishlab chiqiladi, natijada TFT dagi sinovlarning umumiy soni (n) 2^m ga teng bo'ladi va to'liq faktorli tajriba odatda 2^m tipli TFT deb ataladi.

Sinovlar sonini aniqlash uchun quyidagi formula qo'llaniladi:

$$n = 2^m$$

Oxirgi tenglama x_j larning o'rniga qiymati quyidagi kodlashtirish sxemasi bo'yicha olinadigan z_j faktorlarning kodlangan qiymatlarini o'z ichiga oladi:

$$z_j = \frac{x_j - x_j^{(0)}}{\Delta x_j}, \quad j = 1, \dots, m$$

bu yerda

$$x_j^{(0)} = 0.5(x_j^{\min} + x_j^{\max})$$

$$\Delta x_j = \frac{x_j^{\max} - x_j^{\min}}{2}, \quad j = 1, \dots, m$$

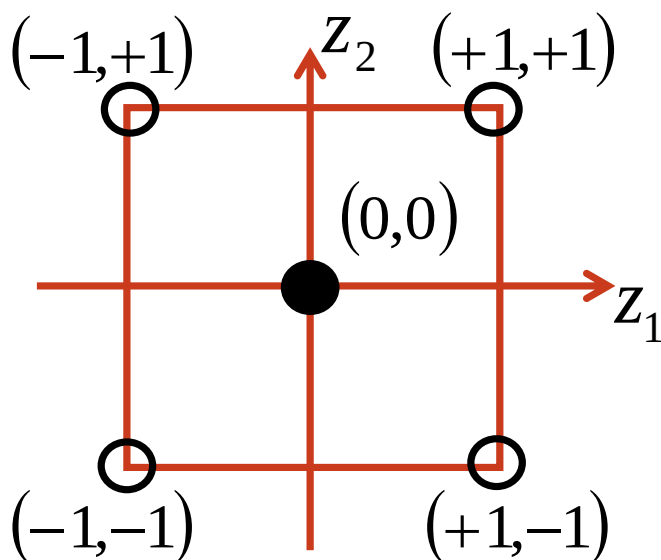
Natijada yuqorida aytib o'tilganlar va faktorlarni kodlashtirishni hisobga olib tajribani o'tkazish rejasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi: (faktorlar soni $2 - m = 2$ ga, sinovlar soni $n = 2^m = 2^2 = 4$ ga teng)

$\begin{matrix} p \\ n \end{matrix}$	z_0	z_1	z_2	y^3
1	+1	-1	-1	y_1^3
2	+1	+1	-1	y_2^3
3	+1	-1	+1	y_3^3
4	+1	+1	+1	y_4^3

Bunda sinov ma'lumotlarini tavsiflovchi regressiya tenglamasi $z_j (j = 0, 1, 2)$ kodlangan faktorlardan foydalanib yoziladi va regressiya $\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2$, ning kodlangan koeffitsiyentlariga muvofiq:

$$y = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 z_1 + \tilde{a}_2 z_2 \quad (6.89)$$

Kodlangan faktorlar fazosida tajriba o'tkazishning ko'rsatilgan rejasiga muvofiq tarzda o'tkaziladigan sinovlar kvadrat uchlarining nuqtalari bilan ko'rsatiladi:



Regressiyaning kodlangan tenglamalarni identifikatsiyalashtirish uchun quyidagi uch bosqichni o'z ichiga oluvchi regression tahlil usulidan foydalaniladi:

- eng kichik kvadratlar usuli bilan regressiya tenglamasi $\tilde{a}$ ning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlash;
- Styudent mezoni – t dan foydalanib, regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini baholash;
- Fisher mezoni – G dan foydalanib, regressiyaning kodlangan tenglamasining monandligini tekshirish.

So'nggi ikki bosqich dispersiyalar bir jinsliligi xossasining bajarilishi (regression tahlilning talablaridan biri) da va parallel sinovlarning o'tkazilishida, masalan, $z_1 = 0$ va $z_2 = 0$ koordinatali nuqta (reja markazi, rasmda qora nuqta) da amalga oshirilishi mumkin.

Rejaning markazi ($y_{0s}^E, s = 1, \dots, k$) da k parallel sinovlarni o'tkazishda y_c^E o'rta qiymat barcha parallel sinovlardagi o'lchashlarning o'rta arifmetigi kabi aniqlanadi:

$$y_c^E = \frac{\sum_{S=1}^k y_{0S}^E}{k}$$

6.4.2. Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlash (TFT)

Ushbu hollarda chiziqli regression tahlilda qo'llaniladigan eng kichik kvadratlar usuli (EKKU) ning matritsali formulasidan quyidagi ko'rinishga ega bo'lgan kodlanishli faktorlarni hisobga olgan holda foydalaniladi:

$$\tilde{a}_{(m+1) \times 1} = \left(\begin{array}{cc} \overline{\Phi}^T & \overline{\Phi} \end{array} \right)_{(m+1) \times n \quad n \times (m+1)}^{-1} \begin{array}{c} \overline{\Phi}^T \\ \overline{y}^E \end{array}_{(m+1) \times n \quad n \times 1}, \quad (6.90)$$

bu yerda mustaqil o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lgan kodlangan matritsa ikki faktorlar uchun faqat +1 va -1 larni qabul qiladi va quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\begin{array}{c} \overline{\Phi} \\ (4 \times 3) \end{array} = \overline{Z} = \begin{bmatrix} z_{10} & z_{11} & z_{12} \\ z_{20} & z_{21} & z_{22} \\ z_{30} & z_{31} & z_{32} \\ z_{40} & z_{41} & z_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \quad (6.91)$$

Faol tajribalashtirishdagi $\overline{Z}$ matritsa rejalashtirish matritsasi deb ataladi va quyidagi uchta optimal xossalarga ega bo'ladi:

- simmetriyalilik: matritsa ustunlarining, birinchisidan tashqari aniqrog'i nolinchisi), barcha elementlarining yig'indisi nolga teng

$$\sum_{i=1}^n z_{ij} = 0, \quad j = 1, \dots, m; \quad (6.92)$$

- ortogonallilik: matritsa ustunlarining ixtiyoriy ikkitasining skalyar ko'paytmasi nolga teng

$$\bullet \bar{z}_j^T \bar{z}_u = \sum_{i=1}^n z_{ij} z_{iu} = 0 \quad j, u = 0, 1, \dots, m \quad u \neq j; \quad (6.93)$$

•

• normallashtirish: matritsani ikki bir xil ustunlarining skalyar ko'paytmasi n (TFT da $n = 2^m$) ga teng

$$\bullet \bar{z}_j^T \bar{z}_j = \sum_{i=1}^n z_{ij}^2 = n \quad j = 0, 1, \dots, m \quad (6.94)$$

Rejalashtirish matritsasining sanab o'tilgan optimal xossalari hisobiga TFT dagi $\bar{z}$ axborot matritsasi $m = 2$ bo'lganda quyidagiga teng bo'ladi:

$$\bar{\mathbf{I}}_{(3 \times 3)} = \bar{\Phi}_{(3 \times 4)}^T \bar{\Phi}_{(4 \times 3)} = \bar{z}_{(3 \times 4)}^T \bar{z}_{(4 \times 3)} = \begin{bmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & n \end{bmatrix}, \quad (6.95)$$

ya'ni u bosh diagonalidagi elementlari bir xil bo'lgan diagonal matritsa hisoblanadi va $n = 2^2 = 4$ ga teng bo'ladi.

Mos ravishda $\bar{\bar{C}}$ korrelatsiya matritsasi ham bosh diagonalidagi elementlari bir xil bo'lgan diagonal matritsa hisoblanadi:

$$\bar{\bar{C}}_{(3 \times 3)} = \left(\bar{\Phi}_{(3 \times 4)}^T \bar{\Phi}_{(4 \times 3)} \right)^{-1} = \left(\bar{z}_{(3 \times 4)}^T \bar{z}_{(4 \times 3)} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} n^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & n^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & n^{-1} \end{bmatrix} \quad (6.96)$$

Oxirgi nisbatlarni regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlashni matritsali formulasiga qo'yish natijasida u sodda formula bo'lib qoladi:

$$\tilde{a}_j = \frac{\sum_{i=1}^n z_{ij} y_i^E}{n}, \quad j = 0, 1, \dots, m \quad (6.97)$$

z_1 va z_2 faktorlarning o‘zaro ta’sirlarini hisobga olganda regressiyaning kodlangan tenglamasi quyidagi ko‘rinishni qabul qiladi:

$$y = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 z_1 + \tilde{a}_2 z_2 + \tilde{a}_{12} z_1 z_2 \quad (6.98)$$

va $\bar{\bar{Z}}$ rejalashtirish matritsasiga har bir elementi ustunlar elementlarining ko‘paytmalariga teng bo‘lgan yana bitta qo‘shimcha ustun kiritaladi va u o‘zaro ta’sirlashuvchi faktorlarga mos keladi:

$$\bar{\bar{\Phi}}_{(4 \times 4)} = \bar{\bar{Z}} = \begin{bmatrix} z_{10} & z_{11} & z_{12} & (z_{11}z_{12}) \\ z_{20} & z_{21} & z_{22} & (z_{21}z_{22}) \\ z_{30} & z_{31} & z_{32} & (z_{31}z_{32}) \\ z_{40} & z_{41} & z_{42} & (z_{41}z_{42}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \quad (6.99)$$

Bunda rejalashtirish matritsasi uchta optimal xossalar simmetriyalilik, ortogonallilik va normallashtirishlarning barchasini saqlab qoladi, har bir a’zosi o‘zaro ta’sirli faktorlar bilan tavsiflanuvchi regressiya tenglamasining kodlangan koeffitsiyentlari esa quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$\tilde{a}_{ju} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_{ij} z_{iu}) y_i^E}{n}, \quad j, u = 1, \dots, m \quad u > j \quad (6.100)$$

TFT nazariyasi shuni isbotlaydiki, faktorlar soni oshgan ($m > 2$) da rejalashtirish matritsasi $\bar{\bar{Z}}_{(n \times p)}$ ko‘rib chiqilgan usullardan foydalanib, shu jumladan faktorlar (nafaqat ikkita, balki uchta, to‘rtta va boshq.) ning o‘zaro ta’sirlarini hisobga olgan holda quriladi.

Ushbu hollarda matritsa ustunlarining soni p faktorlarning o‘zaro ta’sirlari hisobi soni $n = 2^m$ ga bog‘liq va rejalashtirish matritsasi sanab o‘tilgan optimal xossalarni saqlab qoladi.

Shuning uchun ham regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlashda yuqorida keltirilgan formulalardan foydalaniladi.

Regressiyaning kodlangan tenglamalarida $z_j (j = 1, \dots, m)$ kodlangan faktorlar o‘rniga koeffitsiyentlarning tabiiy qiymatlarini hisoblash uchun yuqorida keltirilgan kodlashtirish sxemasiga muvofiq keluvchi ifodalarni oxirgi tenglamalarga $x_j (j = 1, \dots, m)$ faktorlarning tabiiy qiymatlari orqali qo‘yishlar amalga oshiriladi.

6.4.3. Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini ahamiyatligini aniqlash (TFT)

Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarining ahamiyatsizligi Styudent taqsimoti – t ning kvatili $t_{\beta(f_e)}^{jad}$ dan foydalanib, quyidagi tengsizlik yordamida aniqlanadi:

$$\frac{|\tilde{a}_j|}{S_{\tilde{a}_j}} \leq t_{\beta(f_e)}^{jad} \quad (6.101)$$

bu yerda β – ishonchli ehtimollik (muhandislik hisoblarida 0,95 ga teng);

f_e – qayta tiklanish dispersiyasining erkinlik darajalari soni (parallel sinovlarning bitta qatoriga $k - 1$ ga teng).

Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlari dispersiyasi tanlanmaviy qiymatining kvadrat ildizi quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$S_{\tilde{a}_j} = \sqrt{\tilde{C}_{jj} S_e} \quad (6.102)$$

bu yerda, S_e – quyidagi tajriba rejasi markazidagi k parallel sinovlar bo'yicha aniqlanuvchi qayta tiklanishlardan olingan kvadrat ildiz,

$$S_e^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (y_{0s}^E - y_C^E)}{k-1} = \frac{SS_e}{f_e} \quad (6.103)$$

bu yerda, SS_e – qayta tiklanish dispersiyalari kvadratlarining yig'indisi;

f_e – qayta tiklanish dispersiyalarining erkinlik darajalari soni.

Yuqorida ko'rsatilgani kabi, kodlangan faktorlarda TFT dagi korrelatsiya matritsasining diagonal elementlari bir xil va $1/n$ ga teng,

$$S_{\tilde{a}_j} = \frac{S_e}{\sqrt{n}} \quad (6.104)$$

Natijada regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini ahamiyatsizligi sharti quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$\frac{|\tilde{a}_j|}{S_{\tilde{a}_j}} \leq t_{\beta(f_e)}^{jad} \quad (6.105)$$

Shuningdek, ushbu holda korrelatsiya matritsasi $\overline{\tilde{C}}$ diagonal hisoblanib, regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlari statistik bog'lanmagan va bir vaqtda regressiyaning bir qancha kodlangan koeffitsiyentlari ahamiyatsiz bo'lib, ular (passiv tajribani qayta ishlash protsedurasidan farqli ravishda) ning barchasi birdaniga regressiyaning kodlangan tenglamasidan tashlab yuborilishi mumkin.

6.4.4. Regressiya tenglamasining monandligini tekshirish (TFT)

Tekshirish xuddi passiv tajribada amalga oshirilgani kabi Fisher mezonining ishonchli soha β (ko‘pincha 0.95 ga teng) va qoldiq hamda qayta tiklanish dispersiyalarining erkinlik darajalari sonlari f_R va f_e larda tanlangan jadval qiymatlaridan foydalanib amalga oshiriladi.

Monandlik sharti quyidagi tengsizlikdan foydalanib tekshiriladi:

$$\frac{S_R^2}{S_e^2} \leq F_{\beta(f_R, f_e)}^{jad} \quad (6.106)$$

bu yerda tenglama aniqligini tavsiflovchi qoldiq dispersiya quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$S_R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i^I - y_i^E)}{n - p} = \frac{SS_R}{f_R} \quad (6.107)$$

Bunda $f_R = n - p$, bu yerda n – faktorlarning turli qiymatlaridagi tajribalar soni; p – regressiyaning ahamiyatli koeffitsiyentlari soni.

TFT ning kamchiligi faktorlarning soni 5 dan katta ($m = 5$ da $n = 2^5 = 32$) bo‘lganda sinovlar sonining tez oshib ketishi hisoblanadi.

Faktorlarning o‘zaro ta’sirlarini mavjud emasligiga yaqin maqsadlarni e’tiborga olmasdan regression tahlilni o‘tkazish uchun kichik sonli sinovlarni amalga oshirish yetarlidir. Bunday hollarda TFTning bu yerda ko‘rib o‘tilmagan kasr faktorli tajriba (KFT) qismini amalga oshirish mumkin.

6.4.5. Ortogonal markaziy kompozitsiyali tajriba (OMKT) va uning natijalarini qayta ishlash

Ortogonal markaziy kompozitsion tajriba (OMKT) II - tartibli tenglamalarga tegishli bo'lib, uning tavsiflovchi tenglamasi $\hat{y}^{\text{II}}$ kvadrat faktorlarni qabul qiladi va shuning uchun ularning ekstremum qiymatlari kesishganda javob funksiyasining yuzasini tavsiflash mumkin. Faktorlarning faqat ikkita o'zaro ta'sirini hisobga olib, x_1 va x_2 faktorlar uchun mos empirik model quyidagicha yozilishi mumkin:

$$\hat{y}^{\text{II}} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2$$

Tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi (TOMKR)ga muvofiq, xuddi yuqorida keltirilgan sxema bo'yicha TFT uchun faktorlarni kodlashtirishdagi kabi bu yerda ham tajribani rejalashtirish matritsasi $\hat{y}^{\text{II}}$ ning ortogonallik xossasini ta'minlash uchun regressiya tenglamasiga bir nechta S doimiy kiritiladi.

Natijada $m = 2$ da regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$\hat{y} = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1z_1 + \tilde{a}_2z_2 + \tilde{a}_{12}z_1z_2 + \tilde{a}_{11}(z_1^2 - S) + \tilde{a}_{22}(z_2^2 - S) \quad (6.108)$$

TFT qayta ishlashdagiga qaraganda ko'p sonli kodlangan koeffitsiyentlarni aniqlash va uning ekstremumi yaqinida («deyarli statsionar sohada»)gi javob funksiyasining yuzasini tavsiflash uchun ushbu hollarda sinovlar soni ko'paytiriladi.

$n = 2^m$ TFT da o'tkaziladigan ushbu sinovlarga $n_\alpha = 2m$ faktorli fazosining «yulduzli» nuqtalaridagi sinovlar va $z_1 = 0$ va $z_2 = 0$ koordinatali reja markazidagi sinovlar qo'shiladi.

Faktorlar fazosidagi «yulduzli» nuqtalar tajriba rejasining markazidan $+\alpha$ va $-\alpha$ masofada koordinata o'qlarida taqsimlangan; kattalik «yulduzli» yelkali

deyiladi va uning qiymati xuddi S kattalik kabi OMKR ni $\bar{\bar{Z}}$ rejalashtirish matritsasining ortogonallik shartidan aniqlanadi.

Ortogonal markaziy kompozitsion tajribadagi sinovlarning umumiy soni N quyidagi foriula bo'yicha aniqlanadi:

$$N = n + n_{\alpha} + n_c ,$$

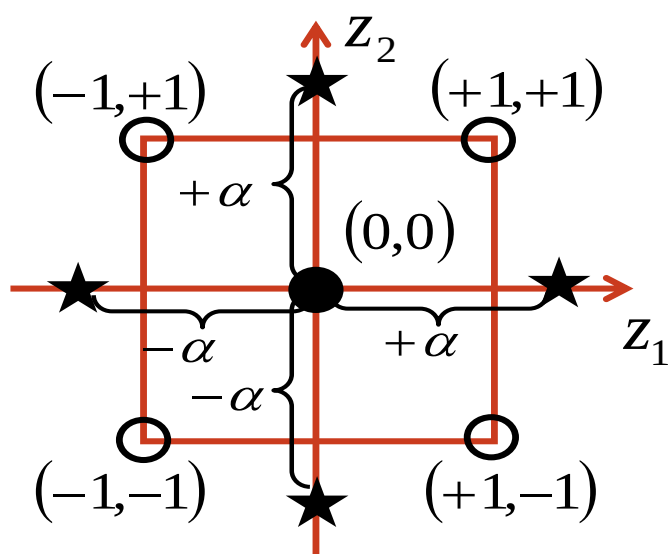
yoki yuqorida keltirilgan tenglikni hisobga olib:

$$N = 2^m + 2m + n_c .$$

Faktorlar ikkita $m = 2$ bo'lgan hollarda:

$$N = 8 + n_c .$$

Faktorlar ikkita bo'lgan hollar uchun faktorlar fazosida sinov nuqtalarining oldinroq keltirilgan kodlangan koordinatalar tizimlashishi quyidagicha keltirilishi mumkin:



Ushbu holda tajribalashtirishni o‘tkazish rejasi quyidagicha ko‘rsatilishi mumkin:

$n \backslash p$		z_0	z_1	z_2	$z_1 z_2$	$z_1^2 - S$	$z_2^2 - S$	y^3
2^m	1	+1	-1	-1	+1	$1-S$	$1-S$	y_1^3
	2	+1	+1	-1	-1	$1-S$	$1-S$	y_2^3
	3	+1	-1	+1	-1	$1-S$	$1-S$	y_3^3
	4	+1	+1	+1	+1	$1-S$	$1-S$	y_4^3
$2m$	5	+1	$-\alpha$	0	0	$\alpha^2 - S$	$-S$	y_5^3
	6	+1	$+\alpha$	0	0	$\alpha^2 - S$	$-S$	y_6^3
	7	+1	0	$-\alpha$	0	$-S$	$\alpha^2 - S$	y_7^3
	8	+1	0	$+\alpha$	0	$-S$	$\alpha^2 - S$	y_8^3
n_c	9	+1	0	0	0	$-S$	$-S$	y_9^3
	$\vdots$	+1	0	0	0	$-S$	$-S$	$\vdots$
	N	+1	0	0	0	$-S$	$-S$	y_N^3

Rejalashtirish matritsasi $\bar{\bar{Z}}$ o‘zida tajriba o‘tkazish rejasining jadvallarning vertikal va gorizontal sarlavhalari va kuzatuv vektori $\bar{y}^E$ (o‘ng ustun) siz qismini o‘zida nomoyon qiladi.

6.4.6. Rejalashtirish matritsasi $\bar{\bar{Z}}$ ning ortogonallik shartidan α va S «yulduzli elka» kattaliklarini aniqlash

Agar quyidagi tenglik bajarilsa, $\bar{\bar{Z}}_{(N \times 6)}$ rejalashtirish matritsasi ortogonal bo‘ladi:

$$\begin{cases} \bar{z}_0^T (\bar{z}_j - \bar{S}) = 0 \\ j = 1, 2 \end{cases} \quad (6.109)$$

va

$$(\bar{z}_1^2 - \bar{S})^T (\bar{z}_2^2 - \bar{S}) = 0 \quad (6.110)$$

Birinchi tenglikni ochib, quyidagini olish mumkin:

$$\begin{cases} \bar{z}_0 (\bar{z}_j - \bar{S}) = \sum_{i=1}^N z_{i0} z_{ij}^2 - \sum_{i=1}^N z_{i0} S = n + 2\alpha^2 - NS = 0 \\ j = 1, 2 \end{cases} \quad (6.111)$$

Bu yerdan:

$$S = \frac{n + 2\alpha^2}{N} \quad (A) \quad (6.112)$$

Ikkinchi tenglikni ochib, quyidagini olamiz:

$$\begin{aligned} (\bar{z}_1^2 - \bar{S})^T (\bar{z}_2^2 - \bar{S}) &= (\bar{z}_1^2)^T \bar{z}_2^2 - (\bar{z}_1^2)^T \bar{S} - \bar{S}^T \bar{z}_2^2 + \bar{S}^T \bar{S} = \\ &= n - (n + 2\alpha^2)S - S(n + 2\alpha^2) + NS^2 = n - 2NS^2 + NS^2 = \\ &= n - NS^2 = 0 \end{aligned} \quad (6.113)$$

Bu yerdan:

$$S = \sqrt{\frac{n}{N}} \quad (B) \quad (6.114)$$

Oxirgi ifoda S ni aniqlash uchun ishlatiladi.

S uchun yozilgan ifodalarni o'ng tomonlarini tenglab, α ni aniqlash uchun formula topish mumkin:

$$\frac{n + 2\alpha^2}{N} = \sqrt{\frac{n}{N}} \quad (6.115)$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{2}(\sqrt{nN} - n) = \frac{n}{2} \left(\sqrt{\frac{N}{n}} - 1 \right) \quad (6.116)$$

Natijada yulduzli yelka α ni quyidagi formula bo'yicha aniqlash mumkin:

$$\alpha = \sqrt{\frac{n}{2} \left(\sqrt{\frac{N}{n}} - 1 \right)} \quad (6.117)$$

6.4.7-regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlash (OMKR)

Eng kichik kvadratlar usuliga muvofiq bu koeffitsiyentlar matritsali formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\bar{\bar{a}} = \bar{\bar{C}}^T z \bar{y}^E \quad (6.118)$$

bu yerda,

$$\bar{\bar{C}} = \begin{pmatrix} \bar{C}^T \\ z \bar{z} \end{pmatrix}^{-1}$$

Rejalashtirish matritsasi $\bar{\bar{z}}$ ning ortogonallik xossasidan axborot matritsasining faqat diagonal elementlarini aniqlash lozim:

$$\bar{\bar{I}} = \bar{z} \bar{\bar{z}}^T \quad (6.119)$$

keyin korrelatsiya matritsasining diagonal elementlarini:

$$\overline{\overline{C}} = \overline{\overline{I}}^{-1} \quad (6.120)$$

6.4.8. Axborot va korrelatsiya matritsalarining diagonal elementlarini aniqlash

Regressiyaning umumlashgan tenglamasi faktorlar m ta bo'lganda va soni quyidagi formula bo'yicha aniqlanadigan faktorlarning faqat barcha ikkitali o'zaro ta'sirlarini hisobga oladi:

$$C_m^2 = \frac{m(m-1)}{2!} \quad (6.121)$$

m faktorlar uchun regressiya tenglamasi koefitsiyentlarining umumiy soni quyidagiga teng:

$$p = 1 + m + \frac{m(m-1)}{2!} + m \quad (6.122)$$

Axborot matritsasi $\overline{\overline{I}}$ ning diagonal elementlari quyidagicha aniqlanadi:

$i_{00} = N$ – bunday elementlar soni 1 ga teng;

$$i_{jj} = n + 2\alpha^2 \quad (j = 1, \dots, m)$$

$i_{ju} = n \quad (u > j)$ – bunday elementlar soni teng: $\frac{m(m-1)}{2!}$

i_{jj} faktorlarni kvadratlarda aniqlash uchun quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned}
 i_{jj} &= n(1-S)^2 + 2(\alpha^2 - S)^2 + (N - n - 2)S^2 = \\
 &= n - 2nS + nS^2 + 2\alpha^4 - 4\alpha^2 S + 2S^2 + NS^2 - nS^2 - 2S^2 = \quad (6.123) \\
 &= 2\alpha^4 + n - 2S \underbrace{(n + 2\alpha^2 S)}_{(A)=NS \text{ tenglikdan}} + NS^2 = 2\alpha^4 + \underbrace{(n - NS^2)}_{(B)=0 \text{ tenglikdan}} = 2\alpha^4
 \end{aligned}$$

Bunday diagonal elementlar soni – m .

Diagonal matritsa $\bar{\bar{I}}$ aniqlanayotgan parametrlari soni p ga mos keluvchi quyidagi o'lchamga ega:

$$p = 1 + m + \frac{m(m-1)}{2!} + m = \frac{(m+1)(m+2)}{2} \quad (6.124)$$

m faktorlar uchun ularning ikkita o'zaro ta'sirlarini hisobga olib, rxr o'lchamli diagonal korrelatsion matritsa $\bar{\bar{C}} = \bar{\bar{I}}^{-1}$ quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\bar{\bar{C}}_{p \times p} = \begin{bmatrix} (N)^{-1} & & & & & & & & & & \\ & (n+2\alpha)^{-1} & & & & & & & & & \\ & & \dots & & & & & & & & \\ & & & (n+2\alpha)^{-1} & & & & & & & \\ & & & & n^{-1} & & & & & & \\ & & & & & \dots & & & & & \\ & & & & & & n^{-1} & & & & \\ & & & & & & & (2\alpha^4)^{-1} & & & \\ & & & & & & & & \dots & & \\ & & & & & & & & & (2\alpha^4)^{-1} & \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \\ \\ \\ \\ \frac{m(m-1)}{2} \\ \\ m \end{matrix}$$

Korrelatsion matritsaning elementlari EKKU ning matritsali formulasi bo'yicha aniqlanadi:

$$\tilde{a} = \overline{\tilde{C}}^T z \bar{y}^E$$

Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini quyidagicha aniqlanadi:

$$\tilde{a}_0 = \frac{\sum_{i=1}^N y_i^E}{N} \quad (6.125)$$

$$\tilde{a}_j = \frac{\sum_{i=1}^N z_{ij} y_i^E}{n + 2\alpha^2}, \quad (j = 1, \dots, m); \quad (6.126)$$

$$\tilde{a}_{ju} = \frac{\sum_{i=1}^N (z_{ij} z_{iu}) y_i^E}{n} \quad u > j \quad (\text{koeffitsiyentlar soni } \frac{m(m-1)}{2})$$

$$\tilde{a}_{jj} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_{ij}^2 - S) y_i^E}{2\alpha^4} \quad (j = 1, \dots, m). \quad (6.127)$$

Regressiyaning ushbu koeffitsiyentlarini tabiiy qiymatlarda qayta hisoblash uchun keltirilgan kodlashtirish sxemasiga muvofiq ravishda kodlangan faktor z larning o'rniga ularning tabiiy qiymatlari x_j ni qo'yish zarur.

64.9. Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarining ahamiyatlilikini aniqlash

TFT dan farqli ravishda, xuddi korrelatsion matritsa $\bar{\bar{C}}$ ning diagonal elementlarining bir-biridan farq qilgani kabi regressiya koeffitsiyentlarining ahamiyatliligi turli koeffitsiyentlar uchun turli formulalardan aniqlanadi.

$$\frac{|\tilde{a}_j|}{\sqrt{\tilde{C}_{jj}S_e}} \leq t_{\beta(S_e)}^{jad} \quad (6.128)$$

regressiya koeffitsiyentlarining ahamiyatsizligini aniqlashning umumiy formulasini hisobga olib, regressiya koeffitsiyentlarining har bir turi uchun ahamiyatsizlik quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \frac{|\tilde{a}_0|}{S_e} \sqrt{N} &\leq t_{\beta(S_e)}^{tabl} \\ \frac{|\tilde{a}_j|}{S_e} \sqrt{n + 2\alpha^2} &\leq t_{\beta(S_e)}^{tabl} \quad (j = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (6.129)$$

$$\frac{|\tilde{a}_{jj}|}{S_e} \sqrt{n} \leq t_{\beta(S_e)}^{tabl} \quad (\text{koeffitsiyentlar soni } \frac{m(m-1)}{2})$$

$$\frac{|\tilde{a}_{jj}|}{S_e} \sqrt{2\alpha^4} \leq t_{\beta(S_e)}^{tabl} \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (6.130)$$

6.4.10. Regressiya tenglamalari monandligini tekshirish

Xuddi TFT li hollarda foydalanganimiz kabi Fisher mezonidan foydalanamiz. m faktorli regressiya tenglamasi ko‘rinishi:

$$\hat{y}^H = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{u=2}^m \tilde{a}_{ju} z_j z_u + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_{ij} (z_j^2 - S) \quad (6.131)$$

bo‘lib, uni quyidagi ko‘p o‘zgaruvchili funksiya ekstremumining zaruriylik shartidan foydalanib, javob funksiyaning ekstremumini aniqlashda qo‘llash mumkin:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \hat{y}^{\text{II}}}{\partial z_1} &= 0 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial \hat{y}^{\text{II}}}{\partial z_m} &= 0.\end{aligned}\tag{6.132}$$

Olingan chiziqli algebraik tenglamalar tizimi (CHATT) hisoblash yo‘li bilan z_j^{opt} ($j=1.2\dots m$) ni aniqlash va ularning kattaliklarini boshlang‘ich tenglama $\hat{y}^{\text{II}}$ ga qo‘yib, javob funksiyaning maksimal va minimal qiymatlarini olish imkonini beradi.

MISOLLAR

1-misol. Mahsulotning chiqishi u ga uch faktor: 100—200°C diapazondagi harorat T , 2MPa =(20—60kgs/sm²) diapazondagi bosim R va bo‘lish vaqti $\tau = 10 \div 30$ min larning ta’sirlari o‘rganilayotgan bo‘lsin. Yuqori sath bo‘yicha harorat: $z_1^{\text{max}} = 200$.Quyida sath bo‘yicha harorat:

$$z_1^{\text{min}} = 100^0 C, \quad z_1^0 = 150^0 C, \quad \Delta z_1 = 50^0 C \quad .$$

$$z_1^0 = \frac{z_1^{\text{max}} + z_1^{\text{min}}}{2}, \quad \Delta z_1 = \frac{z_1^{\text{max}} - z_1^{\text{min}}}{2}$$

Ixtiyoriy faktor z_j uchun quyidagiga egamiz:

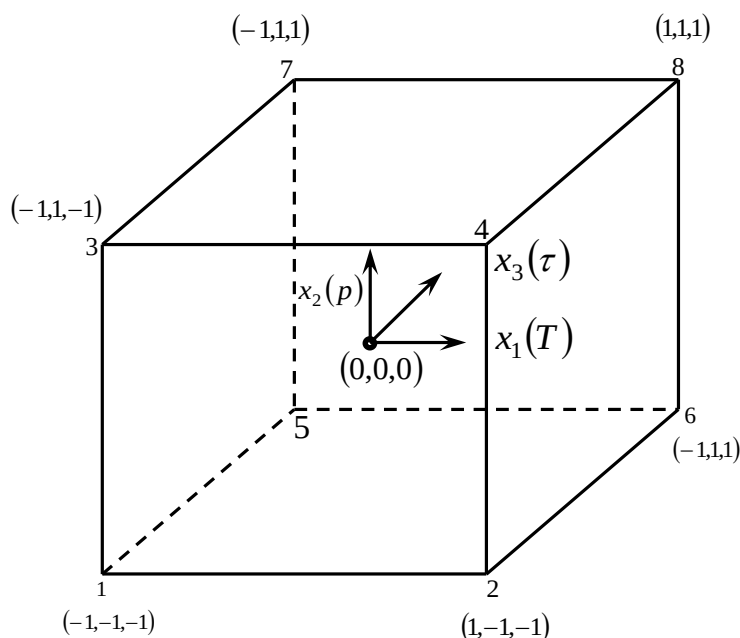
$$z_j^0 = \frac{z_j^{\text{max}} + z_j^{\text{min}}}{2}, \quad j = 1, 2, 3, 4, \dots, \kappa$$

$$\Delta z_j = \frac{z_j^{\text{max}} - z_j^{\text{min}}}{2}$$

$(z_1^0, z_2^0, z_3^0, \dots, z_k^0)$ koordinatali nuqta *reja markazi* deb ataladi, ba’zida uni *asosiy sath* ham deb atash mumkin, Δz_j — variatsiyalash birligi yoki z_j o‘q bo‘yicha *variatsiyalash intervali*. $z_1, z_2, z_3, \dots, z_k$ koordinatalar tizimidan $x_1, x_2, \dots, x_k$ yangi o‘lchamsiz kordinatalar tizimiga o‘tamiz. O‘tish (kodlash) formulasi:

$$x_j = \frac{z_j - z_j^0}{\Delta z_j}, j = 1, 2, 3, \dots, k$$

O‘lchamsiz koordinatalarda yuqori sath +1 ga, quyi sath esa -1 ga, reja



1-rasm. Rejani kodlashning geometrik talqini.

markazining koordinatasi nolga teng va koordinatalar boshi bilan ustma-ust tushadi. Bizning masalamizda $k=3$. ikki sathdagi uch faktorlar kombinatsiyala-rining soni $N = 2^K = 2^3 = 8$. Tajriba o‘tkazish rejasi (rejalashtirish matritsasi) ni 1-jadval shaklida yozib chiqamiz. Tajriba rejasini amalga oshirish natijasida olingan U chiqish qiymati jadvalning oxirgi ustunida

keltirilgan.

Jadvalda keltirilgan kodlangan rejani geometrik jihatdan sakkiz qirrasi sakkiz tajriba nuqtasini ifodalovchi kub shaklida tasvirlanishi mumkin (1-rasm).

Fiktiv o‘zgaruvchi $x_0 = 1$ deb ataluvchi ustunni kiritib, kodlangan rejalashtirish matritsasi 2^3 va tajriba natijalarini yozamiz.

1 - jadvalda keltirilgan rejalashtirish matritsasi quyidagi xossalarga ega:

$$\sum_{i=1}^N x_{ui} x_{ji} = 0 \quad u \neq j \quad u, j = 0, 1, 2, \dots$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ji} = 0 \quad j = 1, 2, 3, 4, \dots, k$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ji}^2 = N \quad j = 1, 2, 3, \dots, k$$

bu yerda, k – mustaqil faktorlar soni; N – rejalashtirish matritsasidagi sinovlar soni.

Birinchi xossa – barcha ustun vektorlarning skalyar ko‘paytmasi nolga tengligi rejalashtirish matritsasining ortogonallik xossasi deb ataladi.

1-jadval

Natural masshtabdagi faktorlar qiymati				Rejalashtirish matritsasi 2^3			
				Ulchamsiz koordinatalar tizimidagi faktorlar qiymati			Chiqish
Sinov №	Z_1	Z_2	Z_3	x_1	x_2	x_3	U
1	100	20	10	- 1	- 1	- 1	2
2	200	20	10	+1	- 1	- 1	6
3	100	60	10	- 1	+1	- 1	4
4	200	60	10	+1	+1	- 1	8
5	100	20	30	- 1	- 1	+1	10
6	200	20	30	+1	-1	+1	18
7	100	60	30	- 1	+1	+1	8
8	200	60	30	+1	+1	+1	12

Bu xossa hisobiga regressiya tenglamasi koeffitsiyentlarini hisoblash bilan bog‘liq qiyinchiliklar keskin kamayadi, chunki $(X * X)^{-1}$ normal tenglamalari koeffitsiyentlarining matritsasi diagonal bo‘lib qoladi va uning diagonal elementlari N rejalashtirish matritsasidagi sinovlar soniga teng. $(X * X)^{-1}$ teskari matritsaning diagonal elementlari:

$$C_{II} = \frac{1}{N}$$

2- jadval

Fiktiv	o'zgaruv chili	rejalashti	rish	matritsasi	
N	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	y
1	+1	- 1	- 1	- I	y ₁
o	+1	+1	- 1	- 1	y ₂
3	+1	- 1	+1	- 1	y ₃
4	+1	+1	+1	- 1	y ₄
5	+1	- 1	- 1	+1	y ₅
6	+1	+1	- 1	+1	y ₆
7	+1	- 1	+1	+1	y ₇
8	+1	+1	+1	+1	y ₈

$$B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} = (X * X)^{-1} X * Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{N} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \frac{1}{N} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{N} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \sum x_{0i} y_i \\ \sum x_{1i} y_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \sum x_{ki} y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum x_{0i} y_i}{N} \\ \frac{\sum x_{1i} y_i}{N} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\sum x_{ki} y_i}{N} \end{bmatrix}$$

Demak, regressiya tenglamasining ixtiyoriy b_j koeffitsiyenti u ustunni N rejalashtirish matritsasidagi sinovlar soniga ajratilgan mos x_j ustunga skalyar ko'paytirish orqali aniqlanadi:

$$b_j = \frac{1}{N} \sum x_{ji} y_i$$

2 - jadvalda keltirilgan rejadan foydalanib, birinchi regressiyaning chiziqli tenglamalar koeffitsiyentlarini hisoblaymiz:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3$$

Masalan, b_1 koeffitsiyent uchun x_1 da ko'paytmalar yig'indisini olish lozim.

$$\begin{array}{c} x_1 \\ \left[\begin{array}{c} -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \end{array} \right] \end{array} \times \begin{array}{c} y \\ \left[\begin{array}{c} 2 \\ 6 \\ 4 \\ 8 \\ 10 \\ 18 \\ 8 \\ 12 \end{array} \right] \end{array} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} -2 \\ +6 \\ -4 \\ +8 \\ -10 \\ +18 \\ -8 \\ +12 \end{array} \right] \end{array}$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^8 x_{1i} y_i}{N} = \frac{20}{8} = +2.5$$

$$\sum_{i=1}^8 x_{1i} y_i = 20$$

O'xshash tarzda quyidagini olamiz:

$$b_0 = 18.5 \qquad b_2 = -18.5 \qquad b_3 = +3.5$$

Agar o'zaro ta'sirlashuvchi koeffitsiyentli regresiya tenglamasini to'liqroq ko'rinishga keltiradigan bo'lsak quyidagi hosil bo'ladi:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{123}x_1x_2x_3$$

unda b_{12} , b_{13} , b_{23} (ikkilik o'zaro ta'sir effekti) va b_{123} (uchlik o'zaro ta'sir effekti) koeffitsiyentlarni aniqlash uchun matritsa (2-jadval) ni quyidagi tarzda kengaytirish lozim.

3-jadval

N	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	U
1	+1	- 1	- 1	- 1	+1	+1	+1	- 1	2
2	+1	+1	- 1	- 1	- 1	- 1	+1	+1	6
3	+1	- 1	+1	- 1	+1	+1	+1	+1	4
4	+1	+1	+1	- 1	+1	- 1	- 1	- 1	8
5	+1	- 1	- 1	+1	+1	- 1	- 1	+1	10
6	+1	+1	- 1	+1	- 1	+1	+1	- 1	18
7	+1	- 1	+1	+1	- 1	- 1	+1	- 1	8
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	12

O'zaro ta'sir effektlari chiziqli effektlariga o'xshash tarzda aniqlanadi, masalan, b_{12} koeffitsiyent quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{matrix} x_1x_2 \\ \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \\ +1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix} \end{matrix} \times \begin{matrix} y \\ \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \\ 8 \\ 10 \\ 18 \\ 8 \\ 12 \end{bmatrix} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{bmatrix} +2 \\ -6 \\ -4 \\ +8 \\ +10 \\ -18 \\ -8 \\ +12 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$b_{12} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_1x_2)_i y_i}{N} = -\frac{4}{8} = -0.5$$

$$\sum_{i=1}^8 (x_1x_2)_i y_i = -4$$

Qolgan koeffitsiyentlar ham xuddi shu tarzda aniqlanadi:

$$b_{13} = +0.5 \quad b_{23} = -1.5 \quad b_{123} = 0.25$$

Agar qo‘shimcha parallel tajribalar qo‘yilsa, S_{muk}^2 ni aniqlash, regressiya tenglamalari koeffitsiyentlarining ahamiyatligini tekshirish va erkinlik darajasi aniq bo‘lsa, tenglamaning monandligini tekshirish mumkin.

Rejalashtirilgan tajribaning korrelatsiya matritsasi $(X * X)^{-1}$ diagonal matritsa

$$(X * X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/N & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & 1/N \end{bmatrix}$$

bo‘lganligi sababli regressiya tenglamasining koeffitsiyentlari o‘zaro bog‘liq emas. Regressiya tenglamalarining ahamiyatligini har bir koeffitsiyent uchun Styudent mezoni bo‘yicha alohida tekshirish mumkin. regressiya tenglamasi dan ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni chiqarib tashlash qolgan koeffitsiyentlarning qiymatlariga ta’sir qilmaydi. Bunda b_j koeffitsiyentlar tegishli β_j bosh koeffitsiyentlar uchun aralashmagan baholarga aylanadi:

$$b_j \rightarrow \beta_j$$

ya’ni regressiya tenglamasi koeffitsiyentlarining kattaliklari u kattalikdagi har bir faktorning ulushini xarakterlaydi.

Korrelatsiya matritsasining diagonal elementlari o‘zaro teng bo‘lganligi sababli tenglamalarning koeffitsiyentlari bir xil aniqlik bilan aniqlanadi:

$$S_{b_j} = \frac{s_{muk}}{\sqrt{N}}$$

Misol uchun, rejaning markazida uchta qo‘shimcha parallel sinovlar qo‘yilgan va u ning quyidagi qiymatlar topilgan: $y_1^0 = 8$; $y_2^0 = 9$; $y_3^0 = 8,8$. Bu yerdan:

$$\bar{y}^0 = \frac{\sum_{i=1}^3 y_i^0}{3} = 8.6 \quad s_{muk}^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (y_i^0 - \bar{y}^0)^2}{2} = 0.28$$

$$s_{muk} = 0,55 \quad S_{b_j} = \frac{0.55}{\sqrt{8}} = 0.2$$

Styudent mezonini bo‘yicha koeffitsiyentlarning ahamiyatligini baholaymiz:

$$t_0 = \frac{|b_0|}{s_{b_0}} = \frac{8.5}{0.2} = 42.5$$

$$t_1 = \frac{|b_1|}{s_{b_1}} = \frac{2.5}{0.2} = 12.5$$

$$t_3 = \frac{|b_3|}{s_{b_3}} = 17.5$$

$$t_2 = \frac{|b_2|}{s_{b_2}} = 2.5$$

$$t_{13} = \frac{|b_{13}|}{s_{b_{13}}} = 2.5$$

$$t_{12} = \frac{|b_{12}|}{s_{b_{12}}} = 2.5$$

$$t_{123} = \frac{|b_{123}|}{s_{b_{123}}} = 1.25$$

$$t_{23} = \frac{|b_{23}|}{s_{b_{23}}} = 7.5$$

Ahamiyatlilik sathi $r = 0.05$ va erkinlik darajasi $f = 2$ uchun Styudent mezonining jadval qiymati $t_p(f) = 4.3$ ga teng. Shunday qilib, b_2, b_{12}, b_{13} va b_{123} lar ahamiyatsiz bo'lganligi uchun ular tenglamadan chiqarib tashlanadi. Ahamiyatsiz koeffitsiyentlar chiqarib tashlangandan keyin regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\hat{y} = 8.5 + 2.5x_1 + 3.5x_3 - 1.5x_2x_3$$

Olingan tenglamani Fisher mezonini bo'yicha monandlikka tekshiramiz:

$$F = \frac{S_{\text{kol}}^2}{S_{\text{muk}}^2} \quad s = \frac{\sum_{i=1}^8 (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - L} = \frac{6}{4} = 1.5 \quad S_{\text{muk}}^2 = 0.28$$

bu yerda, l – regressiya tenglamasidagi ahamiyatli koeffitsiyentlarning soni va u 4ga teng. Unda: $F = \frac{1.5}{0.28} = 5.3$

$r = 0.05$, $f_1 = 4, f_2 = 2$ uchun Fisher mezonining jadval qiymati quyidagiga teng:

$$F_p(f_1 f_2) = 19.3 \quad F < F_p(f_1 f_2)$$

Demak, (9) tenglama tajribani monand tavsiflaydi.

1-misol. Natriy sulfatning eruvchanligi u ni harorat x ga bog'liqligini aniqlash lozim, tanlanma hajmi $N = 9$. Tajriba ma'lumotlari 1- jadvalda keltirilgan.

1-jadval

$x(^{\circ}\text{S})$	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$u(\%)$	33,5	37,0	41,2	46,1	50,0	52,0	56,3	64,3	69,9

Yechim. Regressiya tenglamasini $\hat{y} = b_0 + b_1x$ ko'rinishda yozamiz.

$$b_1 = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2}$$

b_0 ni quyidagi formula bo'yicha aniqlash qulay:

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

Buning uchun tajriba ma'lumotlari va hisob natijalari 2-jadval ko'rinishida keltiramiz.

$$\text{2-jadvalning oxirgi ikki ustuni} \quad \sum_{i=1}^N (x_i + y_i)^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N x_i y_i + \sum_{i=1}^N y_i^2$$

formula bo'yicha faqat hisoblarni tekshirish uchun ishlatiladi.

Bizning misolda: $87705,05 = 20400 + 20723 + 23859,05$, ya'ni hisoblar to'g'ri bajarilgan.

b_0 va b_1 larni aniqlash uchun 1-jadvalda olingan yig'indilardan foydalanamiz:

$$b_1 = \frac{9 \cdot 20723 - 360 \cdot 451.7}{9 \cdot 20400 - 360^2} = 0.44$$

$$b_0 = \frac{451.7 - 0.44 \cdot 360}{9} = \frac{293.3}{9} = 32.6$$

1P-1T

N	x	y	x ²	xy	y ²	x + y	(x + y) ²
1	0	33,5	0	0	1122,22	33,5	1122,25
2	10	37,0	100	370	1369,00	47,0	2209,00
3	20	41,2	400	824	1697,44	61,2	3745,44
4	30	46,1	900	1383	2125,21	76,1	5791,24
5	40	50,0	1000	2 000	2500,00	90,0	8100,00
6	50	52,8	2 500	2 645	2798,10	102,9	10588,41
7	00	50,8	3 600	3 408	2226,24	116,8	13642,24
8	70	64,3	4 900	4 501	4134,49	134,3	18036,49
9	80	69,9	6 400	5 592	4886,01	149,9	22470,01
Σ	360	451.7	20400	20723	23859,05		85705,05

$$r^* = \frac{b_1 s_x}{s_y} = b_1 \sqrt{\frac{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2}{N \sum_{i=1}^N y_i^2 - (\sum_{i=1}^N y_i)^2}} \text{ formula bo'yicha korrelatsiyaning}$$

tanlangan koefitsiyentlarini aniqlaymiz:

$$r^* = 0.44 \sqrt{\frac{9 \cdot 20400 - 360^2}{9 \cdot 23859.05 - 451.7^2}} = 0.44 \sqrt{\frac{54000}{10699}} = 0.99$$

Korrelatsiya koefitsiyentining kattaligi birga juda yaqin, demak, u va x o'rtasidagi bog'liqlik amaly jihatdan chiziqli hisoblanadi va quyidagi ko'rinishga ega:

$$\hat{y} = 32.6 + 0.44x$$

2-misol. Quyidagi faktorlarga bog‘liq bo‘lgan ishlov eritmalaridan sulfat kislotani ajratib olish darajasining bog‘liqligi u ni olish lozim: x_1 – dastlabki eritmadagi N_2SO_4 ning konsentratsiyasi; x_2 – temir uch oksidi sulfatining konsentratsiyasi; x_3 – spitr kislotaning hajmiy nisbati. Boshlang‘ich statistik material bo‘lib passiv tajribadagi 105 ta o‘lchashlarda olingan tanlanma hajmi N xizmat qiladi.

Yechim. Dastlabki sinovlardan ma’lumki, tadqiqot sohasidagi tanlangan faktorlar va sulfat kislotani ajratib olish darajasi o‘rtasidagi bog‘liqlik chiziqli xarakterga ega. Shulardan kelib chiqib, bu bog‘liqlikni ko‘p korrelatsiya usuli bilan quyidagi chiziqli regresiya tenglamasi ko‘rinishida yozamiz:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$$

$$y_i^0 = \frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \quad x_{ji}^0 = \frac{x_{ji} - \bar{x}_j}{s_{xj}} \quad \text{formulalar bo'yicha tajribaning barcha}$$

$$\left. \begin{aligned} r_{y^0x_j^0}^* &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N y_i^0 x_{ji}^0 \\ r_{x_l^0x_m^0}^* &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_{li}^0 x_{mi}^0 \end{aligned} \right\}$$

natijalarini standart masshtabga o‘tkazamiz. Keyin,

$$l \succ m$$

formula bo‘yicha regressiyaning tanlangan koeffitsiyentlarini aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} r_{yx_1}^* &= 0.212 & r_{x_1x_2}^* &= -0.417 \\ r_{yx_2}^* &= 0.043 & r_{x_1x_3}^* &= -0.128 \\ r_{yx_3}^* &= 0.903 & r_{x_2x_3}^* &= 0.046 \end{aligned}$$

Korrelatsiya koeffitsiyentlarning olingan qiymatlarini quyidagi tenglamalar tizimiga qo‘yamiz. Natijada quyidagini olamiz:

$$\left. \begin{aligned} a_1 - 0.417a_2 - 0.128a_3 &= 0.212 \\ -0.417a_1 + a_2 + 0.046a_3 &= 0.043 \\ -0.128a_1 + 0.046a_2 + a_3 &= 0.903 \end{aligned} \right\}$$

tenglamalar tizimini yechib, $a_1 = 0,397$; $a_2 = 0,166$; $a_3 = 0,903$ larni topamiz. standart masshtabda regressiya tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\hat{y}^0 = 0.397x_1^0 + 0.166x_2^0 + 0.903x_3^0$$

Natural masshtabga o‘tamiz:

$$\hat{y} = -26.5 + 1.987x_1 + 1.17x_2 + 14.14x_3$$

Olingan tenglamani Fisher mezonini bo‘yicha monandlikka tekshiramiz:

$$F = \frac{S_{miq}^2}{S_{muk}^2}$$

Berilgan uch parallel sinovlar bo‘yicha qayta tiklanish dispersiyasini aniqlaymiz:

$$S_{muk}^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (y_i - \bar{y})^2}{2} = 3.82$$

bu yerda $\bar{y}$ — parallel sinovlar bo‘yicha o‘rtacha qiymat.

S_{muk}^2 ning erkinlik darajasi soni 2 ga teng. Quyidagi formula bo‘yicha qoldiq dispersiyani aniqlaymiz:

$$s_{kol}^2 = \frac{m \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{N - l} : s_{kol}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{105} (y_i - \hat{y}_i)^2}{105 - 4} = 36.03$$

S_{kol}^2 ning erkinlik darajasi soni 101 ga, G – nisbat esa 9,4 ga teng.

Ahamiyatlilik $r = 0.05$, erkinlik darajalari sonlari $f = 101$ va $f = 2$ uchun

Fisher mezonining jadval qiymati $F_p(f_1, f_2) = 19.5$ ni tashkil etadi. Demak, olingan regressiya tenglamasi tajribaga monand.

3-misol. Quvvurli polietilen reaktorining unumdorligi u ni jarayonning parametrlariga bog‘liqligini olish lozim (1-rasm)-reaktorning unumdorligi u ga ta’sir etuvchi parametrlar sifatida quyidagilarni tanlaymiz: x_1 – reaktordagi bosim; x_2 – reaktordagi harorat; x_3 – reaksiyaga kirishuvchi aralashmadagi O_2 ning konsentratsiyasi; x_4 – reaktorga beriladigan gazning miqdori. Me’yoriy ish rejimida o‘rganilayotgan obyektidan olingan 200 ta o‘lchashlardagi tanlanma hajmi boshlang‘ich statistik material bo‘lib xizmat qiladi.

Yechim. $\hat{y} = af_1(x_1)f_2(x_2)\dots f_k(x_k)$ regressiya tenglamasiga muvofiq, reaktor unumdorligining tanlangan faktorlarga bog‘liqliligini quyidagi ko‘rinishga keltiramiz va $f(x)$ noma’lum funksiya hamda a koeffitsiyentni Brandon usuli bo‘yicha aniqlaymiz:

$$\hat{y} = af_1(x_1)f_2(x_2)f_3(x_3)f_4(x_4)$$

Berilgan tajriba ma’lumotlari bo‘yicha avval, unumdorlik u ni bosim x_1 ga bog‘liqligini tuzamiz. Empirik regressiya chizig‘i funksiya $f_1(x_1)$ ni ikkinchi tartibli parabola ko‘rinishida qidirish maqsadga muvofiqligini ko‘rsatadi:

$$f_1(x_1) = b_0 + b_1x_1 + b_{11}x_1^2$$

Eng kichik kvadratlar usuli bo‘yicha b_0, b_1 va b_{11} koeffitsiyentlarni aniqlagandan

$$\left. \begin{array}{l} b_0N + b_1\sum x_i + b_{11}\sum x_i^2 = \sum y_i \\ \text{so'ng } b_0\sum x_i + b_1\sum x_i^2 + b_{11}\sum x_i^3 = \sum x_i y_i \end{array} \right\} \text{ quyidagini}$$

$$\text{olamiz: } f_1(x_1) = -211 + 0.33x_1 - 1.16 \cdot 10^{-4}x_1^2$$

Keyin $y_1 = \frac{y}{f_1(x_1)}$ formula bo'yicha tanlanma kattaligi y_1 ni hisoblab,

korrelatsiya maydoni va empirik regressiya chizig'i $y_1 - x_2$ ni quramiz (1-rasm, b). U uchun yaxshi yaqinlashish chiziqli regressiya tenglamasi hisoblanadi:

O'xshash tarzda qolgan ikki faktorlar uchun hisoblash va qurishni amalga oshirib (1-rasm, a,g), qo'shimcha ravishda reaktor unumdorligini rejimning tanlangan ko'rsatkichlariga bog'liqligini olamiz:

$$\hat{y} = 1.02(-211 + 0.33x_1 - 1.16 \cdot 10^{-4} x_1^2) \times \\ \times (0.013x_2 - 1.46)(0.0077x_3 + 0.42)(0.00127x_4 + 0.747)$$

Misol 4. Sulfat va fosfor kislotalar aralashmalarida boratlarni parchalanishining maksimal darajasiga erishish shartini aniqlash lozim. Parchalanish darajasi u ga ta'sir qiluvchi faktorlar sifatida quyidagilarni tanlaymiz: z_1 – reaksiyaning harorati, °C; z_2 – reaksiyaning davomiyligi, min; z_3 – fosfor kislotaning me'yori, %; z_4 – fosfor kislotaning konsentratsiyasi, % R_2O_5 .

Faktorlarni variatsiyalashning asosiy sathlari va oraliqlari 1-jadvalda keltirilgan.

Yechim. Dastlabki sinovlardan ma'lumki, jarayon amalga oshirishining maksimallik sharti parametrlar o'zgarishining ko'rilayotgan sohasi ichida yotadi (3-jadval). Shulardan kelib chiqib, regressiya tenglamasini olish uchun ikkinchi tartibli ortogonal rejadan foydalanamiz. $k = 4$ bo'lganda rejalashtirish matritsasidagi sinovlar soni 25 ga teng. Yulduzli yelka kattaligi a — **1,41**.

1-jadval

	z_1	z_2	z_3	z_4
$z_j^0 \dots\dots\dots$	55	37.5	80	32.8
$\Delta z_j \dots\dots\dots$	25	22.5	20	18.8

Qayta tiklanish dispersiyasini reja markazida qo‘shimcha to‘rtta sinovlar bo‘yicha aniqlaymiz:

$$y_1^0 = 61.8\%, y_2^0 = 59.3\%, y_3^0 = 58.7\%, y_4^0 = 69\%$$

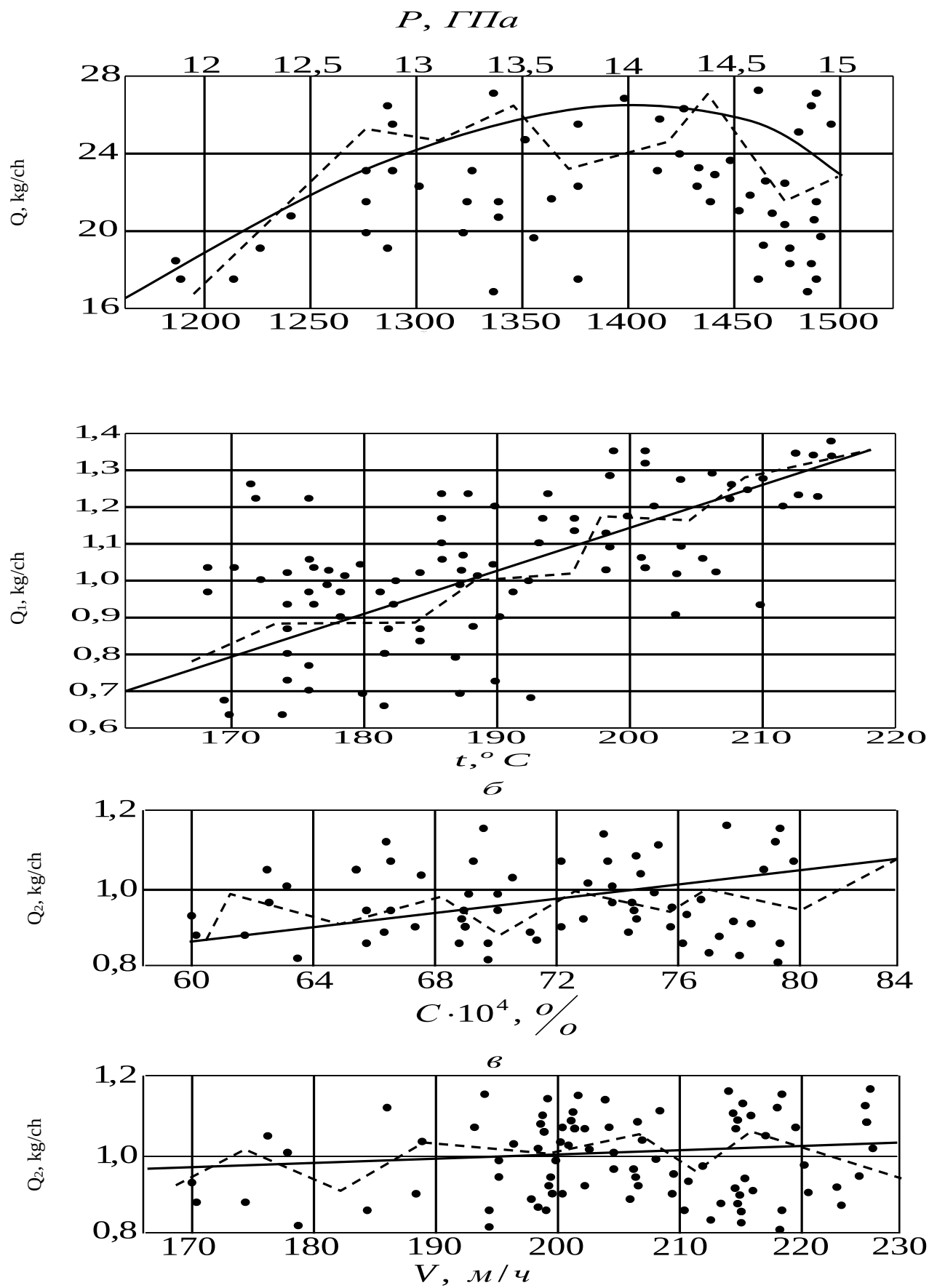
$$\bar{y}^0 = \frac{\sum_{i=1}^4 y_i^0}{4} = 60.95 \quad s_{muk}^2 = \frac{\sum (y_i^0 - \bar{y}^0)^2}{3} = 5.95$$

Qayta tiklanish dispersiyasining erkinlik darajalari soni $f = 4 - 1 = 3$.

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ji} y_i}{\sum_{i=1}^N x_{ji}^2} \quad \text{va} \quad s_{b_j}^2 = \frac{s_{muk}^2}{\sum_{i=1}^N x_{ij}^2} \quad \text{formulalar bo'yicha regressiya}$$

tenglamasining ikkinchi tartibli koeffitsiyentlari va koeffitsiyentlarning xatoliklarini hisoblaymiz

$$\begin{aligned} b_{44} &= -5.34 \\ b_{12} &= 2.18 \\ b_{13} &= 0.2 \\ b_{14} &= 1.2 \\ b_0 &= 61.54 \\ b_{23} &= 0.56 \\ b_{24} &= 0.79 \\ b_{11} &= 4.5 \\ b_{22} &= 1.3 \\ b_{33} &= 4.09 \\ b_1 &= 17.37 \\ b_2 &= 6.4 \\ b_3 &= 4.7 \\ b_4 &= -4.37 \end{aligned} \quad \begin{aligned} s_{b_j} &= \sqrt{s_{b_j}^2} = 0.545 \\ s_{b_{uj}} &= \sqrt{s_{b_{uj}}^2} = 0.61 \\ s_{b_{jj}} &= \sqrt{s_{b_{jj}}^2} = 0.864 \\ b_{34} &= 1.9 \end{aligned}$$



Styudent mezonlari bo'yicha koeffitsiyentlarning ahamiyatliligini

$$t_{12} = \frac{2.18}{0.61} = 3.57$$

$$t_{34} = \frac{1.9}{0.61} = 0.318$$

$$t_{13} = \frac{0.2}{0.61} = 3.18$$

$$t_{14} = \frac{1.2}{0.61} = 1.97$$

$$t_{23} = \frac{0.56}{0.61} = 0.91$$

$$t_{24} = \frac{0.76}{0.61} = 1.25$$

$$t_1 = \frac{17.37}{0.545} = 31.9$$

$$t_2 = \frac{6.4}{0.545} = 11.7$$

$$t_3 = \frac{4.70}{0.545} = 8.64$$

$$t_4 = \frac{4.37}{0.545} = 8.64$$

$$t_{11} = \frac{4.5}{0.864} = 5.2$$

$$t_{22} = \frac{1.3}{0.864} = 1.5$$

$$\text{tekshiramiz. } t_{33} = \frac{4.09}{0.864} = 4.73$$

$$t_{44} = \frac{5.34}{0.864} = 6.22$$

Ahamiyatlilik sathi $r = 0.05$ va erkinlik darajasi soni $f = 3$ uchun Styudent mezonining jadval qiymati $t_p(f) = 3.18$.

Ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni tashlab yuborganadan so'ng o'lchamsiz ko'rinishdagi regressiya tenglamasini olamiz:

$$\begin{aligned}\hat{y} = & 61.54 + 17.37x_1 + 6.4x_2 + 4.7x_3 - 4.37x_4 + \\ & + 2.18x_1x_2 + 1.9x_2x_3 + 4.5(x_1^2 - 0.8) + 4.09(x_3^2 - 0.8) - \\ & - 5.34(x_4^2 - 0.8) = 58.9 + 17.37x_1 + 6.4x_2 + 4.7x_3 - \\ & - 4.37x_4 + 2.18x_1x_2 + 1.9x_2x_3 + 4.5x_1^2 + 4.09x_3^2 - 5.34x_4^2\end{aligned}$$

Olingan tenglamani monandlikka tekshirish uchun qoldiq dispersiyani hisoblaymiz:

$$s_{kol}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - L} = \frac{396.2}{25 - 10} = 26.4$$

$$F - \text{nisbat: } F = \frac{S_{kol}^2}{S_{muk}^2} = \frac{26,4}{5,95} = 4,4$$

Ahamiyatlilik sathi $r = 0.05$ va erkinlik darajalari sonlari $f_1 = 15, f_2 = 3$ uchun Fisher mezonining jadval qiymati 8,6 ga teng va $F < F_p(f_1, f_2)$, demak, olingan tenglama tajribaga monand.

Regressiya tenglamasi natural masshtabda $[x_j = \frac{z_j - z_j^0}{\Delta z_j}]$ ga qarang]

quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$\begin{aligned}\hat{y} = & 90.64 - 0.242z_1 - 0.07z_3 + 0.35z_4 + 0.00388z_1z_2 + 0.00506z_3z_4 + \\ & + 0.0072z_1^2 + 0.0102z_3^2 - 0.015z_4^2\end{aligned}$$

$\hat{y} = 100\%$ ga mos keluvchi shartni regressiya tenglamasi bo'yicha Gauss – Zeydel usuli bilan aniqlaymiz:

$$z_1 = 90^{\circ}C, z_2 = 50\text{min}, z_3 = 90\%, z_4 = 32.5.$$

Olingan optimal shartlar nazorat sinovlarida o'rnatilgan. Boratlarning parchalanish darajasi parchalanish uchun konsentratsiyasi 30,3% bo'lgan fosforli kislota qo'llanilganda 98,5% ni, konsentratsiyasi 29,0% bo'lgan ekstraksiyali kislota qo'llanganda esa 98,9% ni tashkil qiladi.

5-misol. Ekstraksiyali fosfor kislota tarkibidagi aralashmalarning fosforit flotokonsentratining parchalanishi (u) ga ta'sirini o'rnatish va parchalanishni maksimal darajasini olish shartini aniqlash talab qilinadi. Parchalanish darajasiga ta'sir qiluvchi faktorlar sifatida quyidagilarni tanlaymiz: z_1 – jarayonning harorati, $^{\circ}C$; $z_2 - z_5$ – MgO, SO_3, Al_2O_3 va G larga mos keluvchi fosforli kislotaning konsentratsiyasi, % (massa).

Variatsiyalashning asosiy sathi, oralig'i va tadqiqot sohasining chegaralari 1-jadvalda keltirilgan.

1-jadval

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
$z_j^0 \dots\dots\dots$	50	2.1	2.0	1.33	0.75
$\Delta z_j \dots\dots\dots$	20	0.9	1.0	0.37	0.25
+ 2.....	90	3.9	4.0	2.07	1.25
- 2.....	10	0.9	0.0	0.59	0.25

Mustaqil faktorlarning o'zgarish sohasi sanoat ekstraksiyali kislotasi aralashmalari konsentratsiyalarining o'zgarish diapazoniga mos keladi. Shuning uchun ham $u_{\max}$ ni aniqlashda 1-jadvalda ko'rsatilgan chegaralar uchun ekstrapolatsiyalash mazmunga ega emas.

Yechim. Regressiya tenglamasini aniqlash uchun ikkinchi tartibli rotatabelli rejadan foydalanamiz (1-jadval).

$f = 5$ uchun rejalashtirish matritsasining sinovlar soni 32 ga teng. Reja yadrosi o'zida $x_5 = x_1 x_2 x_3 x_4$ bosh munosabatli $2^5 - 1$ yarim replikani nomoyon qiladi. Yulduzli yelka kattaligi $\alpha = 2$ va $n_0 = 6$ ni aniqlaymiz.

2-jadval

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	U		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	U
1	+1	+1	+1	+1	+1	34,7	17	-2	0	0	0	0	25
2	-1	+1	+1	+1	-1	40,0	18	+2	0	0	0	0	33,3
3	+1	-1	+1	+1	-1	39,0	19	0	-2	0	0	0	49,2
4	-1	-1	+1	+1	+1	39,2	20	0	+2	0	0	0	42,0
5	+1	+1	-1	+1	-1	26,6	21	0	0	-2	0	0	17,5
6	-1	+1	-1	+1	+1	29,5	22	0	0	+2	0	0	41,0
7	+1	-1	-1	+1	+1	30,0	23	0	0	0	-2	0	35,6
8	-1	-1	-1	+1	-1	34,5	24	0	0	0	+2	0	27,2
9	+1	+1	+1	-1	-1	32,2	25	0	0	0	0	-2	39,0
10	-1	+1	+1	-1	+1	41,4	26	0	0	0	0	+2	33,0
11	+1	-1	+1	-1	+1	33,7	27	0	0	0	0	0	35,4
12	-1	-1	+1	-1	-1	40,9	28	0	0	0	0	0	35,4
13	+1	-1	-1	-1	+1	23,9	29	0	0	0	0	0	33,2
14	-1	+1	-1	-1	-1	33,3	30	0	0	0	0	0	32,4
15	+1	-1	-1	-1	-1	27,7	31	0	0	0	0	0	37,7
16	-1	-1	-1	-1	+1	35,9	32	0	0	0	0	0	36,9

Reja markazidagi tajriba bo'yicha qayta tiklanish dispersiyasini $f = n_0 - 1 = 5$ erkinlik darajasi soni bilan aniqlaymiz:

$$s_{muk}^2 = 4.466$$

2-jadval ma'lumotlari bo'yicha regressiya tenglamasining ikkinchi tartibli koeffitsiyentlarini va ularning xatoliklarini hisoblaymiz:

$$\begin{aligned}
 b_0 &= 34.4 & 1 & \\
 b_1 &= 1.07794 & b_{12} &= 0.147 \\
 b_2 &= -0.146 & b_{13} &= 0.256 \\
 b_3 &= 4.5098 & b_{14} &= 1.61 \\
 b_4 &= -0.542 & b_{15} &= 0.0534 \\
 b_5 &= -1.3 & b_{23} &= 0.736 \\
 b_6 &= -1.5 & b_{24} &= -0.198 \\
 b_{22} &= 2.66 & b_{25} &= 0.403 \\
 b_{33} &= -1.47 & b_{34} &= 0.401 \\
 b_{44} &= -0.93 & b_{35} &= 0.256 \\
 b_{55} &= -0.15 & b_{45} &= 0.93
 \end{aligned}$$

$$s_{b_j} = \sqrt{s_{b_j}^2} = 0.43$$

$$s_{b_j} = \sqrt{s_{b_{uj}}^2} = 0.53$$

$$s_{b_{jj}} = \sqrt{s_{b_{jj}}^2} = 0.394$$

Koeffitsiyentlarning ahamiyatliligini Styudent mezoni bo'yicha tekshiramiz

$$(t_j = \frac{|b_j|}{s_{b_j}} \text{ formulaga qarang):}$$

$$\begin{array}{ll}
t_1 = \frac{1.07}{0.43} = 2.48 & t_{12} = \frac{0.147}{0.53} = 0.278 \\
t_2 = \frac{0.146}{0.43} = 0.44 & t_{13} = \frac{0.256}{0.53} = 0.483 \\
t_3 = \frac{4.51}{0.43} = 10.4 & t_{14} = \frac{1.61}{0.53} = 3.04 \\
t_5 = \frac{1.3}{0.43} = 3.02 & t_{15} = \frac{0.0534}{0.53} = 0.1 \\
t_{11} = \frac{1.5}{0.394} = 3.82 & t_{23} = \frac{0.736}{0.53} = 0.1375 \\
t_{22} = \frac{2.66}{0.394} = 6.75 & t_{24} = \frac{0.198}{0.53} = 0.374 \\
t_{33} = \frac{1.47}{0.394} = 3.73 & t_{25} = \frac{0.403}{0.53} = 0.762 \\
t_{44} = \frac{0.93}{0.394} = 2.36 & t_{34} = \frac{0.401}{0.53} = 0.758 \\
t_{55} = \frac{0.15}{0.394} = 0.38 & t_{45} = \frac{0.93}{0.53} = 1.75
\end{array}$$

Ahamiyatlilik sathi $r = 0.05$ va erkinlik darajalari soni $f = 5$ uchun Student mezonining jadval qiymati $t_p(j) = 2.57$ ga teng. Ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni tashlab yuborgandan so'ng, jadval qiymatdan kichik bo'lgan t nisbat uchun o'lchamsiz ko'rinishdagi quyidagi regressiya tenglamasini olamiz:

$$\hat{y} = 35.4 + 4.51x_3 - 1.3x_5 - 1.5x_1^2 + 2.66x_2^2 - 1.47x_3^2 + 1.61x_1x_4$$

Fisher mezoni bo'yicha tenglamani teshirish, uning tajribaga monandligini ko'rsatadi:

$$s_{muk}^2 = 4,466 \quad S_{kol}^2 = 15.35 \quad F = 3.43 \quad F_{P=0.05}(25.5) = 4.5.$$

Natural masshtabdagi tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$\hat{y} = 44.04 + 0.086z_1 - 13.8z_2 + 10.39z_3 - 10.9z_4 - 5.2z_5 - 0.00375z_1^2 + 3.28z_2^2 - 1.4z_3^2 + 0.217z_1z_4$$

Olingan tenglama turli haroratlarda berilgan xomashyoning parchalanish darajasining kislotadagi aralashmalar tarkibining o'zgarishiga bog'liqligini aniqlash imkonini beradi. Parchalanishning maksimal darajasi $u_{\max}$ ga erishish shartini aniqlash uchun o'zgaruvchilarning qiymatlarini o'zgarmas $x_2 = +2$ va $x_5 = -2$ deb qabul qilamiz.

Fosfor kislotadagi SO_3 aralashma konsentratsiyasiga bo'lgan ta'sir, bu aralashmalarining optimal tashkil etuvchilarining musbat chiziqli va manfiy kvadratik tenglamalarida keltirilgan bo'lib, 1,533% ga teng va uni x_3 bo'yicha u ekstremum qiymat shartidan aniqlaymiz. x_2 , x_3 va x_5 faktorlarning ushbu qiymatlarida regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\hat{y} = 52.12 - 1.5x_1^2 + 1.61x_1x_4.$$

Harorat x_1 ning optimal qiymatlari va $Al_2O_3x_4$ aralashmaning konsentratsiyasini aniqlash uchun oxirgi tenglama kanonik ko'rinishga keltiriladi:

$$\hat{y} = 52.12 = 0.35X_1^2 - 1.85X_4^2$$

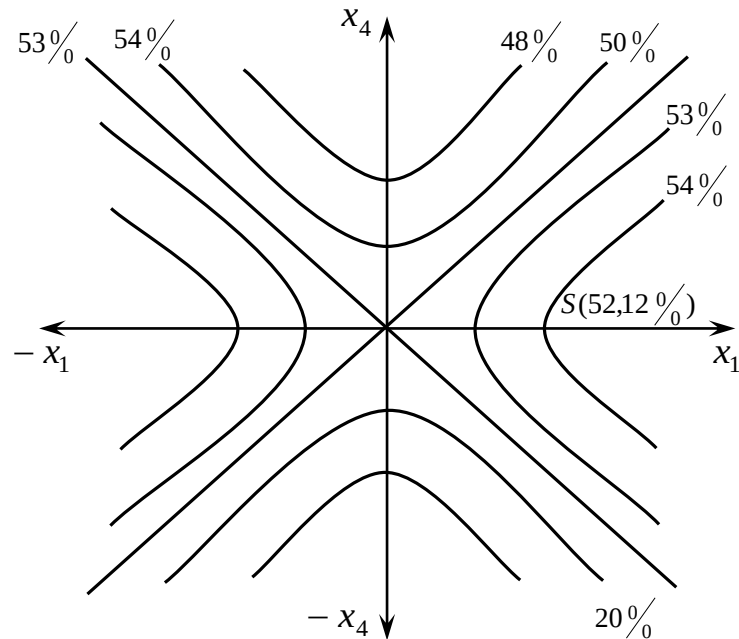
bu yerda 52,12 — S yuza markazidagi parchalanish darajasi.

Javob yuzasi – giperbolik paraboloid. Javob tekisligi yuzasining kesimlarida $y = const$ — giperbola (3-rasm); markazda — minimaks. X dan x_{4S} ga o'tish formulasi:

$$x_1 = (X + x_{1s}) \cos \varphi - (X_4 + x_{4s}) \sin \varphi$$

$$x_2 = (X_1 + x_{1s}) \sin \varphi + (X_4 + x_{4s}) \cos \varphi$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{b_{14}}{b_{11} - b_{44}}$$



3-rasm.

Maksimal parchalanish darajasini aniqlash uchun X_4 ni nol deb qabul qilib, X_1 (kanonik shakli musbat koeffitsiyent) o'q bo'yicha minimaksdan chiqamiz:

$$X_1 = \pm \sqrt{\frac{\hat{y} - 52.12}{0.35}} \quad X_4 = 0$$

u ni oshirib, bunda, $x_1 = x_4 \leq 2$ shart bajarilishini tekshiramiz. 53,5% ($x_1 = \pm 1,82$; $x_4 = \pm 0,795$) ga teng parchalanish darajasining maksimal kattaligi olindi.

ukattalik 54% gacha oshirilganda qiymat $x_1 > 2$ bo'ladi. Olingan ($x_1 = +1,82$; $x_2 = +2$; $x_3 = +1,533$; $x_4 = +0,795$; $x_5 = -2$) va ($x_1 = -1,82$; $x_2 = +2$; $x_3 = 1,533$; $x_4 = -0,795$; $x_5 = -2$) optimal shartlarda nazorat sinovlari o'tkazilgan. Bunda, parchalanish darajasi mos ravishda 55,8% va 53,7% larni tashkil qiladi. Demak, hisobiy ($\hat{y} = 53,5\%$) va sinov ma'lumoti ($\bar{y} = 54,7\%$) lar orasidagi ayirma (farq) tajriba xatoligi $s_y = \sqrt{4.466} = 2.1$ chegarasida yotadi.

6-misol. Suv – spirt eritmasida $A+V+S \rightarrow$ sxema bo'yicha amalga oshuvchi reaksiya o'rganilgan. Mahsulot $D(y)$ ning sifati va miqdoriga torlar ta'sir ko'rsatadi: z_1 –reaksiya vaqti,soat; z_2 - eritmada spirtning miqdori, mol.ulush; z_3 – S moddaning konsentratsiyasi, mol.ulush; z_4 – D moddaning konsentratsiyasi, mol.ulush; z_5 – $[B/A]$. Faktorelarning asosiy sathi va variatsiyalash interallari 3-jadvalda keltirilgan.

3-jadval

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
$z_i^0 \dots\dots$	2.0	0.65	0.10	0.25	1.20
$\Delta z_i \dots\dots$	0.20	0.15	0.025	0.05	0.20

Mahsulotning maksimal miqdori $D(y_{\max})$ ni olish shartini aniqlash talab qilinadi.

Yechim. Rejalashtirishning simpleks usulidan foydalanamiz. $k = 5$ uchun X

$$\text{matritsadan } X = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.289 & 0.204 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ -0.5 & 0.289 & 0.204 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & -0.578 & 0.204 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & 0 & -0.612 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & 0 & 0 & -0.632 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.645 & 0.109 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.655 \end{bmatrix}$$

matritsaga

qarang) beshta ustun va olti qator ($N = k + 1$) dan tuzilgan nimmatritsani ajratamiz. Kodlashning $x_j = \frac{z_j - z_j^0}{\Delta z_j}$ formulasidan foydalanib quyidagilarni olamiz:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{z_1 - 2.0}{0.20} & x_3 &= \frac{z_3 - 0.10}{0.10} \\ x_2 &= \frac{z_2 - 0.65}{0.15} & x_4 &= \frac{z_4 - 0.25}{0.05} & x_5 &= \frac{z_5 - 1.20}{0.20} \end{aligned}$$

Unda boshlang'ich simpleks matritsasi natural masshtabda quyidagi 4- jadval ko'rinishiga ega:

4-jadval

.N	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	U
1	2,10	0,693	0,105	0,258	1,225	0,760
2	1,90	0,693	0,105	0,258	1,225	0,491
3	2,00	0,564	0,105	0,258	1,225	0513
4	2,00	0,650	0,085	0,258	1,225	0,675
5	2,00	0,650	0,100	0,218	1,225	0,693
6	2,00	0,650	0,100	0,250	1,075	0,666

Jadvaldan 2- sinovning eng yomonligi kelib chiqadi. 2-nuqtani uning kuzguli aksi bo'lgan 7-nuqtaga almashtiramiz. Yangi nuqtalarning koordinitalarini aniqlash zarur. Avval 1,3,4,5,6 nuqtalar bilan ifodalanuvchi S nuqtalar - qizdirish markazining koordinatasini topamiz:

$$z_1^{(c)} = \frac{4 \cdot 2.00 + 2.1}{5} = 2.02 \quad z_2^{(c)} = \frac{3 \cdot 0.65 + 0.504 + 0.693}{5} = 0.641$$

$$z_3^{(c)} = \frac{2 \cdot 0.105 + 0.0805 + 20.100}{5} = 0.099 \quad z_4^{(c)} = \frac{3 \cdot 0.258 + 0.218 + 0.250}{5} = 0.29$$

$$z_5^{(c)} = \frac{4 \cdot 1.225 + 1.075}{5} = 1.195$$

Unda yettinchi nuqtaning koordinitalari quyidagicha ifodalanadi:

$$z_1^{(7)} = 2 \cdot 2.02 - 1.90 = 2.14 \quad z_2^{(7)} = 2 \cdot 0.641 - 0.693 = 0.589$$

$$z_3^{(7)} = 2 \cdot 0.099 - 0.105 = 0.093 \quad z_4^{(7)} = 2 \cdot 0.248 - 0.258 = 0.238$$

$$z_5^{(7)} = 2 \cdot 1.195 - 1.225 = 1.165$$

Yangi, yettinchi nuqta qolganlari bilan 134567 simpleksni hosil qiladi 5-jadval).

5-jadval

.N	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	y
1	2,10	0,693	0,105	0.278	1,225	0.760
3	2,00	0,569	0,105	0,258	1,225	0,513
4	2,00 "	0,650	0,085	0,258	1,225	0.675
5	2,00	0,650	0,100	0,218	1,225	0,693
6	2,00	0,650	0,100	0,250	1,075	0,666
7	2,14	0,589	0,093	0,238	1,165	0,810

7-nuqtada sinov o'tkazilgandan so'ng 134567 simpleksning eng yomon nuqtasi 3-nuqta bo'lib qoldi. Uning 14567 qirralarga nisbatan akslanishi keyingi sinov shartini beradi va h.k. Yettinchi sinov o'tkazilgandan so'ng yana bitta z_6 faktor – aralashtirgichlarning aylanishlar soni ham qo'shiladi. Haligacha z_6 faktor doimiy sath $z_6^0 = 800 \text{ min}^{-1}$ da ushlab turiladi. Unda sakkizinchi nuqtaning koordinatasi o'lchamsiz ko'rinishda quyidagicha bo'ladi:

$$x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{k+1}^{(0)} + h_{k+1}$$

Variatsiyalash birligi uchun $\Delta z_6 = 100 \text{ min}^{-1}$, asosiy sath uchun $z_6^0 = 800 \text{ min}^{-1}$ qabul qilinadi. Unda z_6 uchun kodlash formulasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$x_6 = \frac{z_6 - 800}{100} \quad x_6^{(0)} = 0.$$

Olti o'lchamli simpleksning balandligini $h_i = \frac{j+1}{\sqrt{2j(j+1)}}$ formula bo'yicha olamiz:

$$h_6 = 0.764 .$$

№ 8 sinov uchun parametrlarning qiymatlarini aniqlaymiz.

$$z_1^{(0)} = z_1^{(8)} = \frac{2.10 + 4.2.0 + 2.14}{6} = 2.04 \quad z_2^{(0)} = 0.633 \quad z_3^{(0)} = z_2^{(8)} = 0.098$$

$$z_4^{(0)} = z_4^{(8)} = 0.247 \quad z_5^{(0)} = z_5^{(8)} = 1.19 \quad z_6^{(8)} = 800 + 100x_6^{(8)} =$$

$$= 800 + 100(x_6^0 + h_3) = 877 \mu H^{-1}$$

Birinchi beshta parametrlarning qiymatlari besh o'lchamli 134567 simpleks og'irlik markazining koordinatalarini aks ettiradi (5-jadvalga qarang):

№8 sinov 1, 3, 4, 5, 6, 7 nuqtalar bilan birgalikda olti o'lchamli 134567 simpleksni hosil qiladi(6-jadval).

6-jadval

SH-25

N	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	U
1	2,10	0,693	0,105	0,258	1,225	800	0,760
3	2,00	0,564	0,105	0,258	1,225	800	0,513
4	2,00	0,650	0,085	0,258	1,225	800	0,675
5	2,00	0,650	0,100	0,2)8	1,225	800	0,693
6	2,00	0,650	0,100	0,250	1,225	800	0,666
7	2,14	0,589	0,083	0,238	1,165	800	0,810
3	2,04	0,633	0,098	0,247	1,190	877	

Sakkizinchi sinov amalga oshirilgandan so'ng, natijalar tahlili va oltita faktorlarni inobatga olib aks ettirish jarayonini qaytadan o'tkazish lozim.

Nazorat savollari

1. Kimyoviy jarayonlarning empirik matematik modellarini qurish uchun regression tahlil metodologiyasini tavsiflang.
2. Empirik modellarning chiziqli va nochiziqli turlari qanday tanlanadi?
3. Javob funksiyasi va faktorlar nima?
4. Parametrlari bo'yicha nochiziqli modellar uchun regressiya koeffitsiyentlari qanday aniqlanadi?
5. Tajriba ma'lumotlarini approksimatsiyalash mezonini tanlash protsedurasi va umumiy hollar uchun parametrlari bo'yicha chiziqli modellar uchun regressiya koeffitsiyentlarini aniqlash masalasini eng kichik kvadratlar usuli bilan yechishni tavsiflang.
6. Mustaqil o'zgaruvchili matritsalar; axborot matritsalar; kovariatsiya (korrelatsiya) matritsalarining vazifalari nimalardan iborat?
7. t – Styudent mezonidan foydalanib, regressiya koeffitsiyentlarining ahamiyatliligi qanday aniqlanadi?
8. Dispersiyaviy – kovariatsiya matritsasi qanday quriladi va passiv tajribada uning elementlari qanday hisoblanadi?
9. Qoldiq dispersiya va qayta tiklanish dispersiyalari nima?
10. Passiv tajribada ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni saralash protsedurasini tavsiflang.
11. Modellarning monandligi qanday o'rnatiladi?
12. Holat monandligi va xulq (xarakter) monandligi nima?
13. Qoldiq dispersiya, qayta tiklanish dispersiyasi va javob funksiyasining haqiqiy qiymatlari dispersiyalarining dispersiyaviy tahlili qanday va nima maqsadda amalga oshiriladi?
14. Regressiya tenglamasining monandligi qanday o'rnatiladi?
15. Parallel sinovlar bo'lmagandagi regressiya tenglamasining monandligi qanday o'rnatiladi?

16. Regressiya koeffitsiyentlarining qo'shma ishonchli sohasini qurish protsedurasi qanday?
17. Nima modellar monandligini tekshirish pozitsiyasiga ega regressiya koeffitsiyentlarining qo'shma ishonchli sohasini o'lcham va shakllari tahlilini beradi?
18. Quyidagi tenglama uchun passiv tajriba natijalari bo'yicha regressiya koeffitsiyentlarini aniqlashning matritsali tenglamasini keltiring:

$$P = \exp\left(A + \frac{B}{C + T}\right).$$

19. Quyidagi tenglama uchun passiv tajriba natijalari bo'yicha regressiya koeffitsiyentlarini aniqlashning matritsali tenglamasini keltiring:

$$P = \exp(A + BT + CT^2 + DT^3).$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Yusupbekov N.R., Muxitdinov D.P. Texnologik jarayonlarni modellashtirish va optimallashtirish asoslari. Darslik. – T.: Fan va texnologiya, 2015, 440 b.
2. Юсупбеков Н.Р. Математическое моделирование технологических процессов. Учебное пособие. ТашГТУ, 1989, 80 с.
3. Комиссаров Ю.А., Глебов М.Б., Гордеев Л.С., Вент Д.П. Химико-технологические процессы. Теория и эксперимент. –М.: Химия, 2002, 238 с.
4. Кафаров В.В. Методы кибернетики в химии и химической технологии: Учебное пособие. -4-изд. –М.: Химия, 1984, –448 с.
5. Юсупбеков Н.Р., Маннанов У.В., Гулямов Ш.М. Моделирование совмещенных реакционно-разделительных процессов –Ташкент: ТашГТУ, 1999,190 с.
6. Ахназарова С.Л., Каффаров В.В. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии.-М.:Химия, 1985.
7. Yusupbekov N.R., Muxitdinov D.P., Bazarov M.B., Xalilov A.J. Boshqarish sistemalarini kompyuterli modellashtirish asoslari.- Navoiy: Navoiy Gold Servis, 2008.
8. Имитационное моделирование производственных систем. /Вавилов А.А. ред.ост. –М.: Машиностроение, 1983, –416 с.
9. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. Т. 1-4. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004 г.
10. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. –М.: Энергоатомиздат, 1990, 208 с.
11. Типовые линейные модели объектов управления / Под ред. Н.С. Райбмана. - М.: Энергоатомиздат, 1983, 264 с.
12. Саутин С.Н., Пунин А.Е. Мир компьютеров и химическая технология. –Л.: Химия, 1991, 141 с.
- 12.Интернет маълумотлари: www.books.rosteplo.ru

MUNDARIJA

KIRISH

I bob. HISOBLASH MASHINALARIDA TIZIMLARNI

MODELLASH

- 1.1. Matematik modellashtirish
- 1.2. Modellashtirish tizimlari turlarining tasnifi.....
- 1.3. Shaxsiy kompyuterlarda tizimlarni modellashtirish imkoniyatlari va samaradorligi.....
- 1.3.1. Tizimlarning ishlash jarayonini shakllantirish va algoritmlash.....
- 1.3.2. Tizimning konseptual modelini qurish va uni shakllantirish.....
- 1.3.3. Modelni algoritmlash va uni mashinali amalga oshirish.....
- 1.3.4. Modellash natijalarini olish va talqin qilish.....
- 1.4. Matematik modellarning asosiy turlari.....
- 1.4.1. Obyekt tabiatining fizikaviy tavsifi.....
- 1.5. Obyektning matematik tavsifini tuzish.....
- 1.6. Matematik modelni yechish usulini tanlash, uni yechish algoritmini tuzish va modellashtirish dasturi ko‘rinishida amalga oshirish.....
- 1.7. Matematik modellarni qurishning blokli tamoyili.....
- 1.8. Matematik tavsif tenglamalar tizimining tahlili.....
- O‘z - o‘zini tekshirish uchun topshiriqlar.....

II bob. OBYEKTLARNING ANALITIK MODELLARINI QURISH

USULLARI

- 2.1. Oqimlar strukturasining tadqiqot usullari.....

- 2.2. Apparatda bo‘lish vaqti bo‘yicha oqim elementlari taqsimlanishining asosiy tavsiflari.....
- 2.3. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish modellari.....
- 2.4. Diffuziyali model.....
- 2.5. Yacheykali odel.....
- 2.6. Teskari oqimli (retsirkulatsiyali) yacheykali model.....

III bob. MODELLARNING PARAMETRLARINI IDENTIFIKATSIYALASH VA MONANDLIGINI O‘RNATISH

- 3.1. Identifikatsiyalash masalasini qo‘yilishi.....
- 3.2. Identifikatsiyalash protsedurasi.....
- 3.3. Tasodifiy jarayonlarni sonli tavsiflarini statistik baholash.....
- 3.4. Modellarning parametrik identifikatsiyasi.....
- 3.5. Modellarning monandligini tekshirish.....
- O‘z - o‘zini tekshirish uchun topshiriq.....

IV bob. TEXNOLOGIYA JARAYONLARINING MATEMATIK MODELLARINI OPTIMALLASHTIRISH

- 4.1. Optimallashtirish masalasining qo‘yilishi.....
- 4.2. Optimallashtiriladigan o‘zgaruvchilarning tavsifi.....
- 4.3. Optimallashtirish usullarining tasnifi.....
- 4.4. Bir o‘lchamli optimallashtirish usullari.....
- 4.4.1. Dastlabki ma’lumotlar.....
- 4.5. Bir o‘lchamli optimallashtirish raqamli usullarining sinflanishi
- 4.5.1. Kesmalarni ayirboshlash usullari.....
- 4.5.2. Matematik tahlil usuli (klassik usul).....
- 4.6. Saralash usuli.....
- 4.7. Dixotomiya usuli.....
- 4.8. “Oltin” kesim usuli.....

4.9. Parabolalar usuli.....	
4.10. Ekstremumga keskin ko‘tarilish usuli bilan yaqinlashish.....	
4.11. Deyarli statsionar sohadagi ekstremumning holatini aniqlash.....	
O‘z – o‘zini tekshirish uchun topshiriqlar	

V. bob. KIMYOVIY TEXNOLOGIYA TIPIK

APPARATLARINING KOMPYUTERLI MODELLARINI TUZISH

5.1. Issiqlik almashish apparatlarining kompyuterli modellarini tuzish.....	
5.1.2. Issiqlik almashish jarayonini tavsiflashda qatnashuvchi stoxastik tashkil etuvchilar hisobi.....	
5.1.3. Rekuperativ issiqlik almashish apparatlarining ishlashini modellashtirish	
5.1.4. Issiqlik almashish apparatlarini hisoblash va agoritmlashtirish.....	
5.1.4.1 «Aralashtirish - aralashtirish» tipidagi issiqlik almashish apparatlari	
5.1.4.2. Zmeevikli issiqlik almashish apparatlari.....	
5.1.4.3. To‘g‘ri (bir xil yo‘nalishli) oqimli «quvur ichida quvur» issiqlik almashish apparatlari. Koshi masalasini echish	
5.1.4.4. Teskari (qarama qarshi) oqimli«quvur ichida quvur» issiqlik almashish apparatlari. Chegaraviy masalalarini yechish	
5.1.5 Quvurli reaktorlarni hisoblash va agoritmlashtirish.....	
5.1.5.1. Politropik reaktorning statsionar rejimi.....	
5.1.5.2. Nostatsionar rejimdagi quvurli reaktorlar.....	
5.1.6.Tarelkali kolonnalardagi ko‘p komponentli uzluksiz rektifikatsiya jarayonini modellashtirish, hisoblash va agoritmlashtirish	

5.1.6.1. Tarekali kolonnada ko‘p komponentli uzluksiz rektifikatsiyalash jarayonini statsionar rejimining kompyuterli modeli	
5.1.6.2. Bittadan kondensator (deflegmator) va qaynatgichli oddiy rektifikatsiya kolonnalari uchun distillat va kub mahsulotining tarkiblarini aniqlash	
O‘z - o‘zini tekshirish uchun topshiriq	

VI. Bob TEXNOLOGIK JARAYONLARNI EMPIRIK STATIK MODELLARINI QURISH

6.1. Masalaning qo‘yilishi	
6.2. Passiv tajriba ma’lumotlari asosida empirik modellarni qurish.....	
6.2.1. Regressiyaning taxminiy tenglamasi turini aniqlash....	
6.2.2. Regressiya koeffitsiyentlari – empirik modellar parametrlarini aniqlash (regressiya tahlilining birinchi bosqichini bajarish)	
6.3. Regression va korrelatsion tahlil	
6.3.1 Regression tahlilning bosqichlari.....	
6.3.2 Chiqish o‘zgaruvchisi o‘lchovini tasodifiy kattaliklarining sonli tavsiflarini aniqlash.....	
6.3.3. Regressiya koeffitsiyentlarining dispersiya baholarini aniqlash	
6.3.4. Dispersiya baholarini aniqlash.....	
6.3.4.1. Har bir parallel tajribalar soni turlicha bo‘lgan mustaqil o‘zgaruvchilar o‘zgaradigan tajribadagi dispersiyalar baholarini aniqlash	
6.3.4.2. Mustaqil o‘zgaruvchilar o‘zgaradigan har bir nuqtadagi parallel tajribalari soni bir xil bo‘lgan dispersiyalar baholarini aniqlash	

- 6.3.4.3. Ixtiyoriy ajratib olingan nuqtada o'tkaziladigan parallel sinovlardagi dispersiyalar baholarni aniqlash
- 6.3.5. Regressiya koeffitsiyentlarining ahamiyatliligini aniqlash.
(Regression tahlilning ikkinchi bosqichini amalga oshirish)
.....
- 6.3.5.1. Regressiyaning ahamiyatsiz koeffitsiyentlarini tashlab yuborish (o'chirish) protsedurasi
- 6.3.5.2. Regressiya tenglamasi monandligining bahosi
- 6.3.5.3. Regressiya tenglamasi monandligining bahosi
- 6.3.5.4. Regressiya koeffitsiyentlarining qo'shma ishonchli sohalarini bahosi
- 6.4. Faol tajriba ma'lumotlari bo'yicha empirik modellarni qurish
.....
- 6.4.1. To'liq faktorli tajriba (TFT) va uning natijalarini qayta ishlash
.....
- 6.4.2. Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlash
- 6.4.3. Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini ahamiyatliligini aniqlash
- 6.4.4. Regressiya tenglamasining monandligini tekshirish (TFT)
.....
- 6.4.5. Ortogonal markaziy kompozitsiyali tajriba (OMKT) va uning natijalarni qayta ishlash
- 6.4.6. Rejalashtirish matritsasi $\bar{z}$ ning ortogonallik shartidan α va S «yulduzli elka» kattaliklarini aniqlash.....
- 6.4.7. Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlash
.....
- 6.4.8. Axborot va korrelatsiya matritsalarining diagonal elementlarini aniqlash.....
- 6.4.9. Reshressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarining ahamiyatliligini aniqlash.....

6.4.10. Regressiya tenglamalari monandligini tekshirish	
O'z -o'zini tekshirish uchun topshiriq.....	
Foydalanilgan adabiyotlar	

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....

ГЛАВА 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ НА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИНАХ

1.1. Математическое моделирование

1.2. Классификация видов моделирования систем

1.3. Возможности и эффективность моделирования систем на персональных компьютерах.....

1.3.1. Формализация и алгоритмизация процесса функционирования систем.....

1.3.2. Построение концептуальной модели системы и ее формализация.....

1.3.3. Алгоритмизация модели и ее машинная реализация

1.3.4. Получение и интерпретация результатов моделирования.....

1.4. Основные виды математических моделей.....

1.4.1. Физическое описание природы объекта.....

1.5. Составление математического описания объекта.....

1.6. Выбор метода решения и реализация его в виде алгоритма решения и моделирующей программы.....

1.7. Блочный принцип построения математических моделей.....

1.8. Анализ систем уравнений математического описания.....

Задания для самопроверки.....

ГЛАВА II. МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТОВ

- 2.1. Методы исследования структуры потоков.....
- 2.2. Основные характеристики распределения элементов потока по времени пребывания в аппарате (моменты функции распределения).....
- 2.3. Модели идеального смешения и идеального вытеснения.....
- 2.4. Диффузионная модель
- 2.5. Ячеечная модель.....
- 2.6. Ячеечная модель с обратными потоками (рециркуляционная) .

ГЛАВА III. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ И УСТАНОВЛЕНИЕ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛЕЙ

- 3.1. Постановка задачи идентификации.....
- 3.2. Процедура идентификации.....
- 3.3. Статистическое оценивание числовых характеристик случайных процессов
- 3.4. Параметрическая идентификация моделей
- 3.5. Проверка адекватности моделей.....
- Задания для самопроверки.....

ГЛАВА IV. ОПТИМИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

- 4.1. Постановка задачи оптимизации
- 4.2. Характеристика оптимизирующих переменных.....
- 4.3. Классификация методов оптимизации.....
- 4.4. Методы одномерной оптимизации
- 4.4.1. Начальные сведения.....
- 4.5. Классификация численных методов одномерной

оптимизации.....	
4.5.1. Методы деления отрезков.....	
4.5.2. Метод мат анализа (классический метод).....	
4.6. Метод перебора.....	
4.7. Метод дихотомии.....	
4.8. Метод «золотого» сечения.....	
4.9. Метод парабол.....	
4.10. Движение к экстремуму методом крутого восхождения	
4.11. Определение положения экстремума в почти стационарной области	
Задания для самопроверки	

ГЛАВА V. ПОСТРОЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ ТИПОВЫХ АППАРАТОВ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

5.1. Построение компьютерных моделей теплообменников	
5.1.2. Учет стохастической составляющей при описании процесса теплообмена	
5.1.3. Моделирование работы рекуперативных теплообменных аппаратов	
5.1.4. Расчет и алгоритмизация теплообменных аппаратов	
5.1.4.1. Теплообменники типа «смешение-смешение».....	
5.1.4.2. Змеевиковые теплообменники	
5.1.4.3. Прямоточные теплообменники «труба в трубе». Решение задачи Коши	
5.1.4.4. Противоточный теплообменник «труба в трубе». Решение краевой задачи	
5.1.5 Алгоритмизация и расчет трубчатых реакторов	
5.1.5.1. Стационарный режим политропического реактора	
5.1.5.2. Трубчатые реакторы в нестационарном режиме...	

5.1.6.Компьютерное моделирование, расчет и алгоритмизация процесса непрерывной многокомпонентной ректификации в тарельчатой колонне.....	
5.1.6.1.Компьютерная модель стационарного режима процесса непрерывной многокомпонентной ректификации в тарельчатой колонне	
5.1.6.2.Определение составов дистиллята и кубового продукта для простой ректификационной колонны с одним конденсатором (дефлегматором) и кипятилником	
Задания для самопроверки.....	

ГЛАВА VI.ПОСТРОЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

6.1. Постановка задачи	
6.2. Построение эмпирических моделей по данным пассивного эксперимента	
6.2.1. Определение вида приближённого уравнения регрессии	
6.2.2. Определение коэффициентов регрессии – параметров эмпирических моделей (выполнение первого этапа регрессионного анализа).....	
6.3. Регрессионный и корреляционный анализ.....	
6.3.1 Этапы регрессионного анализа.....	
6.3.2 Определение числовых характеристик случайных величин измерений выходной переменной	
6.3.3. Определение оценок дисперсий коэффициентов регрессии	
6.3.4. Определение оценок дисперсии	
6.3.4.1.Определение оценок дисперсий в экспериментах с	

изменением независимых переменных с различным числом параллельных опытов в каждой точке

6.3.4.2. Определение оценок дисперсий с одинаковым числом параллельных опытов в каждой точке с изменением независимых переменных

6.3.4.3. Определение оценок дисперсий, когда параллельные опыты проведены в любой отдельно взятой точке.....

6.3.5. Определение значимости коэффициентов регрессии. (Выполнение второго этапа регрессионного анализа)

6.3.5.1. Процедура исключения незначимых коэффициентов регрессии

6.3.5.2. Оценка адекватности уравнения регрессии

6.3.5.3. Оценка совместной доверительной области коэффициентов регрессии.

6.4. Построение эмпирических моделей по данным активного эксперимента

6.4.1. Полный факторный эксперимент (ПФЭ) и обработка его результатов

6.4.2. Определение кодированных коэффициентов регрессии (ПФЭ)

6.4.3. Определения значимости кодированных коэффициентов регрессии

6.4.4. Проверка адекватности уравнения регрессии (ПФЭ)

6.4.5. Ортогональный центральный композиционный план (ОЦКП) и обработка его результатов.....

6.4.6. Определение величины «звёздного плеча» α и S из условия

ортогональности матрицы планирования $\bar{\bar{z}}$	
6.4.7. Определение кодированных коэффициентов регрессии (ОЦКП)	
6.4.8.Определение диагональных элементов информационной и корреляционной матриц	
6.4.9. Определение значимости кодированных коэффициентов регрессии (ОЦКП)	
6.4.10. Проверка адекватности уравнения регрессии	
Задания для самопроверки	

CONTENTS

INTRODUCTION

CHAPTER 1. MODELING SIMULATION OF SYSTEMS ON COMPUTERS

- 1.1. Math modeling
- 1.2. Classification of types of system modeling
- 1.3. Opportunities and effectiveness of modeling systems on personal computers
- 1.3.1. Formalization and algorithmization of the system functioning process
- 1.3.2. Building a conceptual model of the system and its formalization
- 1.3.3. Algorithmization of the model and its machine implementation
- 1.3.4. Obtaining and interpreting simulation results
- 1.4. The main types of mathematical models
- 1.4.1. Physical description of the nature of the object
- 1.5. Compiling a mathematical description of the object
- 1.6. The choice of a solution method and its implementation in the form of a solution algorithm and simulation program
- 1.7. Block principle of construction of mathematical models
- 1.8. Analysis of systems of equations of mathematical description
- Task for check itself

CHAPTER II. METHODS OF BUILDING ANALYTICAL MODELS OF OBJECTS

- 2.1. Methods for studying the flow structure

2.2. The main characteristics of the distribution of flow elements in time spent in the apparatus (moments of the distribution function)	
2.3. Perfect Blend and Extrusion Models	
2.4. Diffusion model	
2.5. Cell model	
2.6. Cell model with reverse flow (recirculation)	
Task for check itself	

CHAPTER III. IDENTIFICATION OF PARAMETERS AND INSTALLATION OF ADEQUACY MODELS

3.1. Identification problem statement	
3.2. Identification procedure	
3.3. Statistical estimation of numerical characteristics of random processes	
3.4. Parametric identification of models	
3.5. Validation of models	
Task for check itself	

CHAPTER IV. OPTIMIZATION OF THE MATHEMATICAL MODEL OF CHEMICAL-TECHNOLOGICAL PROCESSES

4.1. Formulation of the optimization problem	
4.2. Characteristics of optimizing variables	
4.3. Classification of optimization methods	
4.4. One-dimensional Optimization Techniques	
4.4.1. Initial information	
4.5. Classification of numerical methods for one-dimensional optimization	
4.5.1. Segment division methods	
4.5.2. The method of math analysis (classical method)	

4.6. Brute force method	
4.7. Dichotomy method	
4.8. The method of "golden" section	
4.9. Parabol method	
4.10. Going to extremum by steep ascent	
4.11. Determining the position of the extremum in an almost stationary region	
Task for check itself	

CHAPTER V. CONSTRUCTION OF COMPUTER MODELS OF TYPICAL DEVICES OF CHEMICAL TECHNOLOGY

5.1. Building computer models of heat exchangers	
5.1.2. Accounting for the stochastic component when describing the heat exchange process	
5.1.3. Recuperative Heat Exchangers Modeling	
5.1.4. Calculation and algorithmic heat exchangers	
5.1.4.1. Heat exchangers of the type "mixing-mixing"	
5.1.4.2. Coil Heat Exchangers	
5.1.4.3. Direct-flow heat exchangers "pipe in pipe". Solution of the Cauchy problem	
5.1.4.4. Counterflow heat exchanger "pipe in pipe". Solving a boundary value problem	
5.1.5 Algorithmization and calculation of tubular reactors	
5.1.5.1. Stationary mode polytropic reactor	
5.1.5.2. Non-stationary tube reactors.....	
5.1.6. Computer modeling, calculation and algorithmization of the process of continuous multicomponent rectification in a plate column	
5.1.6.1. Computer model of the stationary mode of the process of	

continuous multicomponent distillation in a plate column	
5.1.6.2. Determination of distillate and bottom product compositions for a simple distillation column with a single condenser (reflux condenser) and a boiling kettle	
Task for check itself	

CHAPTER VI. CONSTRUCTION OF EMPIRICAL STATISTICAL MODELS OF TECHNOLOGICAL PROCESSES

6.1. Formulation of the problem	
6.2. Construction of empirical models according to the passive experiment	
6.2.1. Determining the type of an approximate regression equation	
6.2.2. Determination of the regression coefficients - the parameters of empirical models (execution of the first stage of regression analysis)	
6.3. Regression and correlation analysis	
6.3.1 Stages of regression analysis	
6.3.2 Determination of numerical characteristics of random variables of measurements of output variable	
6.3.3. Determining estimates of variance of regression coefficients	
6.3.4. Definition of variance estimates	
6.3.4.1. Determining estimates of variances in experiments with changes in independent variables with a different number of parallel experiments at each point	
6.3.4.2. Determining estimates of variances with the same number of parallel experiments at each point with varying independent variables	

6.3.4.3. Determination of estimates of variances, when parallel experiments were conducted at any separately taken point	
6.3.5. Determining the significance of regression coefficients (Execution of the second stage of regression analysis)	
6.3.5.1. Procedure for eliminating insignificant regression coefficients	
6.3.5.2. Assessment of the adequacy of the regression equation	
6.3.5.3. Evaluation of the joint confidence region of the regression coefficients	
6.4. The construction of empirical models according to the active experiment	
6.4.1. Full factorial experiment (FFE) and processing of its results	
6.4.2. Determination of coded regression coefficients (FFE)	
6.4.3. Determining the significance of coded regression coefficients	
6.4.4. Checking the adequacy of the regression equation (FFE)	
6.4.5. Orthogonal central composition plan (OCCP) and processing of its results	
6.4.6. Determination of the magnitude of the "star shoulder" α and S from the condition of orthogonality of the planning matrix	
6.4.7. Determination of Coded Regression Coefficients (OCCP)	
6.4.8. Determination of diagonal elements of the information and correlation matrices	

6.4.9. Determining the significance of coded regression coefficients (OCCP)	
6.4.10. Checking the adequacy of the regression equation	
Task for check itself	

**YUSUPBEKOV NODIRBEK RUSTAMBEKOVICH
MUXITDINOV DJALOLITDIN PAXRITDINOVICH**

**TEXNOLOGIK JARAYONLARNI
MODELLASHTIRISH VA
OPTIMALLASHTIRISH ASOSLARI**

Toshkent – 2019