

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA  
MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI**

**E.N. RASULOV,  
U.SH. BEGIMQULOV**

# **KVANT FIZIKASI**

*O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta‘lim vazirligi  
tomonidan o‘quv qo‘llanma sifatida tavsiya etilgan*

**I qism**

**TOSHKENT – 2006**

**E. Rasulov, U. Begimqulov.** Kvant fizikasi. T., «Fan va texnologiya» 2006, 352-bet.

Mazkur o'quv qo'llanma kvant fizika va uning matematik apparati bo'lgan kvant mexanikasiga bag'ishlangan. Kitob ikki qismdan tashkil topgan bo'lib, uning birinchi qismida kvant nazariyani paydo bo'lishiga sababchi eksperimental ishlarga katta e'tibor berilgan. Kvant tushunchalar va prinsiplarning fizik mazmuni chuqur tahlil qilingan. Atom, yadro va molekula fizikasining asosiy hodisalarini tushuntirish uchun kerak bo'lgan mikrozarralar harakatini tavsiflovchi matematik apparat ham qarab chiqilgan.

Ushbu qo'llanma bakalaviriya va magistratura talabalari hamda aspirantlar uchun mo'ljallangan.

Kitob kvant nazariyani o'z tadqiqot ishida qo'llamoqchi bo'lgan barcha kasb egalari va qiziquvchilar uchun ham qo'l keladi, deb o'ylaymiz.

**Taqrizchi:** A. Boydedayev, professor.

**ISBN 978-9943-10-009-1**

**© «Fan va texnologiya» nashriyoti, 2006**

## KIRISH

Sizning qo'lingizdagi ushbu o'quv qo'llanma «Kvant fizikasi» o'zbek tilida yozilgan bo'lib, undagi mavzular ilmiy-metodik jihatdan boshqa mualliflarning uslubidan tubdan farq qiladi. Kvant fizikadan o'quv qo'llanma yaratish nihoyatda murakkab va mushkul vazifadir. Chunki kvant fizikaning tushunchalari, g'oyalari, qonunlari, hatto matematikasi ham tamomila yangicha tasavvurlarga asoslangan bo'lib, u klassik fizika tasavvurlariga ziddir. Mazkur qo'llanma asosan ikkita maqsadga yo'naltirilgan:

**birinchisi**, zamontalablariga to'la javob beradigan mahoratli, yetuk fizik-pedagog kadrlarni tayyorlashga amaliy yordam bo'lsa;

**ikkinchisi**, kelgusida fizika sohasida ilmiy ishlar qilishni niyat qilgan ilmiy-mutaxassislarni yetishtirishdir.

Shuning uchun bo'lsa kerak, qo'llanmadagi mavzular yozilishida qat'iy pedagogik uslubiyot va uning ilmiy saviyasi pasaytirilmagan holda, sodda tushuntirish orqali berilgan.

Bir bobdan ikkinchi bobga o'tish ravon, uzluksiz bo'lib, oddiyligidan murakkablikka qarab borilgan. Har bir bob mantiqiy yakunlangan bo'lib, qo'yilgan masalaning fizik mohiyati ochib berilgan. Boblarning yoritilishida avvalambor, qo'yilgan masalaning klassik muammosi, keyin uni yechish uchun yangi tasavvurni naqadar zarur ekanligi, so'ng esa kvant tushunchalar orqali uning yechimi to'la bayon qilingan. Amaliyot masalalarini keltirish orqali ilmiy-texnikaning rivojlanishiga ta'sir ko'rsatishi ham yoritilgan. Har bir bobning oxirida savollar majmuasi hamda masalalar keltirilgan. Bu savollarga javob bera olgan va masalalarni yechgan talaba albatta, bobdagi mavzu haqida to'la tushunchaga ega bo'ladi.

Birinci bob kitobxon (talaba) tasavvurini mikroolam ichiga kiritish uchun zamin bo'lib, unda kvant fizika, kvant mexanika va boshqa atamalar ta'riflangan. Klassik fizikaning asosiy muammolari va yutuqlari keltirilgan. Ayniqsa, Plank doimiysi, uning fizik ma'nosi va klassik fizika bilan kvant fizika orasidagi munosabatlar aniq ko'rsatilgan. Klassik fizika tasavvuri bilan kvant fizika tasavvuri orasidagi tub farqlar keltirilgan.

Ikkinchi bobda esa issiqlik nurlanishi muammosi ustida to'xtalib, undagi muammolar va ularning yechish yo'llari, Plank formulasi haqida so'z yuritilgan. Bu bobda ham asosiy e'tibor  $\hbar$  – Plank formulasiga qaratilgan. Jonson shovqini degan mavzu kiritilib, u orqali

astrofizika, radioaloqa va lazer texnikasidagi o'ta aniqliklar haqida fikrlar berilgan.

Uchinchi bobga esa «Kvant fizikada saqlanish qonunlari» mavzusi kiritilgan bo'lib, fotoeffekt, elektron-pozitron juftligi, Kompton effekti va raman effekti kabi mavzular shu doirada tushuntirilgan. Ayniqsa, kvant mexanikadagi saqlanish qonunlarini klassik mexanikadagi va to'liqlar mexanikasidagi saqlanish qonunlaridan keskin farq qilishi korpuskular-to'liq dualizmi vujudga kelishi juda yaxshi tushuntirilgan.  $\hbar$  – doimiylik ikkinchi bobda xususiyl bir doimiylik sifatida qaralgan bo'lsa, uchinchi, to'rtinchi va beshinchi boblarda uni universal doimiylik ekanligi, undan keyingi boblarda esa, uni fundamental doimiylik ekanligi bilan tushuntirilgan. Xususiylkdan umumiylikka borishning metodik usuli qo'llanilgan.

Qo'llanmaning I qismidagi oxirgi oltita bobi makrokvant fizikaga bag'ishlangan bo'lib, ularda hozirgi zamon fanining eng so'nggi yutuqlari kvant fizika doirasida tahlil qilingan. Masalan, o'ta o'quvchanlik, qattiq jism fizikasining ma'lum bir masalalari, lazer, golografiya, Myossbauer effekti, mezoskopiya va fonono-atom effektlarini aytish mumkin.

Mualliflar mikroolamga (kvant fizikaga) qilinadigan sayohatigizga muvaffaqiyat tilaydilar. Sayohatingiz muvaffaqiyatli, maroqli, sarguzasht kechinmalarga boy bo'lsin. Biz yaratgan ushbu kamtarin o'quv qo'llanma doirasida keltirilgan mavzularni haqiqatan ham, as-toydil egallab olsangiz, qo'yilagan savollarga javob izlasangiz, masalalarni to'g'ri yechsangiz biz o'z burchimizni ado etgan bo'lamiz.

Ushbu kitob o'sib kelayotgan avlodni, mikroolamni nihoyatda jozibador va fusunkor g'oyalari bilan tanishtiradi. Kvant olami Sizni albatta o'ziga rom etadi va uning topishmoqlarini yechishga ahd qilasiz degan fikrdamiz. Ushbu kitob yoshlarning ilmiy nufuzini oshirishda shubhasiz xizmat qiladi degan umiddamiz.

## I BOB

### **Mavzu: KVANT MEXANIKA YARATILGUNCHA BO'LGAN DAVRDAGI KLASSIK FIZIKANING ASOSIY NATIJALARI VA KAMCHILIKLARI**

#### **Reja:**

- 1.1. Klassik fizikaning yutuqlari va kamchiliklari haqida qisqacha axborot.**
- 1.2. Kvant mexanika fani nimani o'rganadi?**
- 1.3. Klassik nazariyani qo'llanilishi chegarasi.**
- 1.4. Klassik nazariya bilan kvant nazariya orasidagi eng muhim farqlar.**
- 1.5. Kvant fizikada doimiyliklar va birliklar.**

#### **ADABIYOT**

1. Д.Бом. Квантовая теория. «Наука», М., 1965.
2. Э.А.Нерсесов. Основные законы атомной и ядерной физики. Учебное пособие. М., 1988.
3. А.Б.Мигдал. Квантовая физика для больших и для маленьких. «Наука», М., 1989.
4. Э.Вихман. Квантовая физика. М., 1986.
5. П.Девис. Суперсила. «Мир», М., 1989.
6. R.Bekjonov, b.Ahmadxo'jayev. Atom fizikasi. T., «O'qituchi». 1979.

**Annotatsiya:** «yangi fizika» fanining nima sababdan vujudga kelganini bilish uchun «eski fizika»ning ijobiy natijalar va kamchiliklari haqida yetarli ma'lumotga ega bo'lish kerak. Shu sababga ko'ra bu bobda klassik fizikaning yutuqlari va kamchiliklari haqida qisqacha to'xtalib, unga yakun yasaymiz. Klassik fizika tushuntirib berolmagan eksperimentlar ro'yxatini keltiramiz.

Kvant hodisa, kvant nazariya, kvant fizika va kvant mexanika kabi tushunchalarga izoh beriladi. Shuningdek, to'liq funktsiya. Shryodinger tenglamasi, ehtimol, dualizm kabi tushunchalar ham yoritiladi. Relativistik, norelativistik, kvant nazariyani qo'llanilish chegarasi haqida so'z yuritiladi. Plank doimiysining fizik mohiyati ochiladi. Bu bob talabga kvant fizika darvosasini ochadi.

«Klassik fizika» faqat uzluksiz jarayonlarni o'rganadigan fandir. biroq uzluksiz jarayonlar ichida diskret (kvant) hodisalari yashirinib yotibdi. U xuddi paranji ichiga yashiringan go'zal ayolga o'xshaydi. U har doim ham, har kimga ham o'z chehrasini ko'rsatavermaydi. Bu chehrani ko'rish uchun unga nihoyatda xushtor bo'lish kerak va paranjini ko'tarish uchun jasurlik lozim. Bunday sharafiga birinchi bo'lib Maks Plank musharraf bo'ldi. Chehra jamolini ko'rgan Plank gangib, dovdirab qoldi.

Bu bob talabaga yangi tasavvur dunyosini ochadi. Uni tezda qabul qilish va unga ko'nixish nihoyatda qiyin bo'ladi.

## ***I bob. KVANT MEXANIKA YARATILGUNCHA BO'LGAN DAVRDAGI KLASSIK FIZIKANING ASOSIY NATIJALARI VA KAMCHILIKLARI***

### **1.1. Klassik fizikaning yutuqlari va kamchiliklari haqida qisqacha axborot**

Bugundan boshlab men bilan birgalikda siz atomlar, yadrolar va elementar zarralar fizikasini o'rganishni boshlaysiz. Bu fizikani o'rganish davomida siz tabiatni bizga hali oshkor bo'lmagan, hali yashirinib yotgan tilsimlari va hali noma'lum bo'lgan hodisalariga duch kelasizki, bu hodisalarni odatda kvant hodisalari deb ataladi. Kvant hodisalari uzlukli hodisalar fizikasidir. Kvant hodisalarining qonuniyatini o'rganadigan fanni *kvant fizika* deb atashadi. Kvant fizika mikroolamga taalluqli bo'lgan zarralarni, ularni tabiatini, xossalarini, strukturasi va harakat qonunlarini uzluklik tasavvuriga tayanib o'rganadigan fandir.

1900-yil 14-dekabrda Berlin shahrida bo'lib o'tgan nemis fiziklari jamiyatining anjumanida so'zga chiqqan Maks Plank qora jismning nurlanish qonuniyatini topganligi haqida axborot berdi. Xuddi shu kunni *kvant nazariyasi*ni tug'ilgan kuni deb atasa bo'ladi. Kvant nazariyaning hozirgi zamon matematik apparatiga *kvant mexanika* deyiladi.

Kvant mexanika hozirgi zamon nazariy fizikasining eng muhim bo'limlaridan biri bo'lib, u 1926–28-yillarda nemis olimi Verner Gayzenberg, avstriya olimi Ervin Shryodinger va ingliz fizigi Pol Dirak tomonidan yaratildi. Kvant mexanikaning asosiy vazifasi mikrozarralarning xatti-harakati qonuniyatlarini o'rganishdir. Masalan, elektronning atomdagi harakati, proton yoki neytronning yadrodagi harakati va h.k.

Mutlaqo yangi tasavvurlarga asoslangan kvant nazariya tushunchalariga o'tishdan avval, birmuncha orqaga qaytamizda klassik fizikani asosiy natijalari va kamchiliklariga e'tiboringizni qaratamiz. Klassik fizika sahnasidagi jarayonlarni eslash, bizga nima uchun yangi tasavvur va tushunchalarga tayangan yangi fizika zarurligini tushunishga yordam beradi.

Nyuton qonunlari yordamida yuqoridan tushib kelayotgan jismni, miltiqdan otilgan o'qni va yer yo'ldoshlari, Quyosh sistemasi va boshqa barcha makroskopik harakatlarni tavsiflash imkoniyatiga ega bo'ldik. Bundan tashqari, Nyuton mexanikasi bizga energiyani, impulsni va impuls momentini saqlanish qonunlarini berdi. Mazkur qonunlar yordamida biz moddani xarakterlovchi turli fizikaviy doimiyliklarni, masalan, «zichlik», «elastiklik moduli» kabilarni bilgan holda prujina,

richag, o'zak va g'ildiraklardan yig'ilgan murakkab mexanizmlarni (inshootlarni) xatti-harakatini tavsiflashga qodir bo'ldik. Bu natijalar Nyuton mexanikasining ulkan yutug'i edi. Biroq klassik nazariya nima uchun zichlik, bikirlik ko'effitsiyenti xuddi aynan shu qiymatga ega bo'lishi, nima uchun berilgan kuchlanganlikda o'zakni sinib ketishi, nima uchun vodorod elementi faqat o'ziga xos bo'lgan kimyoviy xossalarga ega bo'lishi, nima uchun mis faqat 1083°C da, oltin 1063°C da, nikel esa 1455°Cda erishi, nima uchun natriy bug'i sariq nur chiqarishi, nima uchun quyosh nurlanishi, nima uchun uran yadrosi spontan bo'linishi, nima uchun oltin kumush yaxshi o'tkazgich, oltingugurt yoki yog'och izolator, nima uchun doimiy magnit po'latdan qilinadi: qo'yingxi, bunday nima uchun degan savollarni ko'plab qo'yish mumkinki, ularning birortasiga klassik fizika umuman javob berolmadi yoki berganda ham qisman javob berdi.

XIX asrda kimyo fani moddalarning atom va molekulalardan tashkil topganligi haqida ma'lumot berdi. Bu g'oya va Nyuton qonunlariga asoslangan holda issiqlikning kinetik nazariyasi yaratildi. Natijada, teplorod tushunchasi barham topdi. Maksvell va boltsman gazlarini kinetik nazariyasini rivojlantirishdi, idish ichidagi gaz tartibsiz harakatdagi molekulalardan tashkil topganligi, ular o'zaro to'qnashishi va idish devori bilan to'qnashishda ekanligini e'tirof etdilar. Matematikani qo'llab miqdoriy hisoblar qilindi. Kinetik nazariya yordamida avagadro soni chamalandi va  $u_{Na} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  ekanligi aniqlandi. Molekular kinetik nazariya gaz, suyuq va qattiq jismlarni ko'p hodisalarini tushuntirib berdi. Bu sohadagi katta yutuqlarga qaramay, molekular kinetik nazariya gaz va qattiq jismlarni issiqlik siqimlarini tushuntirishga ojizlik qildi.

Elektr va magnitni noyob hodisalarini tinch turgan va harakatdagi zaryadlarini o'zaro ta'siri konsepsiyasidan kelib chiqqan holda tushuntirish imkoniyati tug'ildi. Elektr va magnit hodisalarini to'la tavsiflaydigan tenglamalar Maksvell tomonidan yaratildi. Maksvell elektr, magnit, yorug'lik hodisalarini o'rganishda va birlashtirishda eng muhim qurol bo'ldi. Maksvell tenglamalari yordamida elektromagnit maydon mavjudligi kashf qilindi. Uzoqdan ta'sir nazariyasi barham topib, yaqindan ta'sir nazariyasi yaratildi. Maksvell o'zining yaratgan qonunlaridan kelib chiqib, elektromagnit to'lqinlarini kashf qildi va bu fikr gers tomonidan tajribada tasdiqlandi. Maksvell nazariyaidan kelib chiqqan yana bir yangi natija yorug'likni ham ma'lum to'lqin uzunlikdagi elektromagnit to'lqinlari ekanligi edi. Natijada, bir-biriga bog'liq bo'lmagan deb qaralgan elektr, magnit va yorug'lik bitta konsepsiyasiga birlashdi. Maksvell qonunlari katta yutuqlarga erishganiga qaramay efir muammosini hal qila olmadi. Efir masalasi 1905-yilda A.Eynshteynni fazo-vaqt tasavvurini qayta ko'rishi natijasida barham topdi.

1890-yilda Tomson elektronni kashf etdi. Fotoeffekt kashf qilindi. chiziqli spektrlar aniqlandi. Xullas, XIX asrni boshi juda ko'p yangi

atamalar, eksperimentlarga boy bo'ldi. 1911-yilda Ernest rezerford yadroni kashf etdi. Atomning barqarorligi haqida fikrlar bildirildi. Lekin, atom fizikasi sohasida ham muammolar ko'p edi. atomni barqarorligini rezerfordni planetar modeli tushuntirib berolmadi. Klassik tasavvurga tayangan holda atom nurlanishida chiziqli spektrlar masalasi ham ijobiy natijasini topmadi. Yana bir muhim muammolardan biri bo'lgan elementning nima uchun atomlari aynan ekanligi ham muammoligicha qoldi. Shunday qilib, klassik fizika juda ulkan natijalarga erishganiga qaramay, yuqorida keltirilgan masalalarni yechishda juda ham ojiz edi. Chunki bu masalalarni yechishda boshqacha fikrlash, yangi tasavvur va yangi tushunchalarga tayanish kerak edi. Maks Plankgacha bunday yangi tushuncha va tasavvur paydo bo'lmagan edi. Shuning uchun ham Plankni kvant g'oyasi fizikani boshqatdan qarab chiqishga, pirovardida esa fizikada inqilob yasashga yo'l ochdi.

Suhbatimizni oxirida klassik fizika doirasida turib, hech ham tushuntirib berib bo'lmagan hodisalarni ro'yxatini keltiramiz:

1. Gaz va qattiq jismlarni solishtirma issiqlik sig'imi va uni temperaturaga bog'liqligi.

2. Qizdirilgan jismlar nurlanishini spektr taqsimoti (absolut qora jism nurlanishi).

3. Fotoelektr effekti.

4. Barqaror atomning tuzilishi.

5. Atomlarni nurlanishi va nur yutilishi. Chiziqli spektrlar.

6. Berilgan element atomlarining aynanligi.

7. Radioaktiv yemirilish hodisasi.

XX asr davomida ochilgan Kompton effekti, elektron-pozitron annigilatsiyasi, rentgen nurlari, Devissan va Jermer tajribasi kabi juda ko'p yangi eksperiment natijalarini ham klassik fizika nuqtayi nazaridan tushuntirib berib bo'lmadi. Bu eksperimentlar yangi tasavvurga asoslangan yangi fizika-kvant fizikasini tug'ilishiga sabab bo'ldi.

## 1.2. Kvant mexanika fani nimani o'rganadi?

Kvant mexanika mikroolamga tegishli bo'lgan zarralarning xatti-harakati qonuniyatlarini va bu olamda ro'y beradigan fizikaviy hodisalar va jarayonlarni o'rganadigan fandir. Mikroolamga mansub bo'lgan zarralarning o'lchami nihoyatda kichik bo'lib, ularni *mikrozarralar* deb atashadi. O'lchami  $\sim 10^{-10}$  m ga teng bo'lgan yoki undan kichik bo'lgan zarralar *mikrozarralar* deyiladi. Masalan, foton, elektron, neytron, proton, mezon kabi zarralar mikrozarralardir.

Kvant mexanika jumlasidagi kvant so'zi uzluklilik tushunchasini xarakterlab, u o'zbekchada bo'lak, parcha yoki qism degan ma'noni anglatadi, ilmiy til bilan aytganda kvant so'zi obyektning diskretligini, ya'ni shu bo'laklardan tashkil topganligini bildiradi. Masalan, O'zbekiston Respublikasining puli fizikaviy kattalik bo'lib, u kvantlangan,

ya'ni mazkur pul bo'laqlardan iborat bo'lib, uning eng kichik kvanti bir tiyindir.

Mikrozarralar oddiy (makroskopik) zarralardan mutlaqo farq qilib, ular bir vaqtning o'zida ham korpuskular, ham to'liqin tabiatga ega. Mikrozarralarning bu ikkiyoqlama xususiyati *zarralarning dualizmi* deyiladi. To'liqin xossalar ayniqsa mikrozarralarning tarqalishida namoyon bo'ladi. Korpuskular xossa esa zarralarning o'zaro ta'sir jarayoniga taalluqlidir. Masalan, yorug'lik dualistik xarakterga ega, u ham to'liqin, ham zarradir. Mikrozarralar xuddi to'liqin kabi birdaniga fazoning hamma nuqtalarida mavjud. Shuning uchun mikrozarralar harakatini trayektoriya tushunchasi bilan tavsiflash mumkin emas. Aksincha, klassik mexanikada esa zarralarning asosiy xossasi uning trayektoriyasi mavjudligidir. Elektron, foton, proton kabi zarralar uchun trayektoriya tushunchasini umuman qo'llab bo'lmaydi. Shu sababga ko'ra mikrozarralar harakatini va u bilan bo'ladigan jarayonlarni tavsiflash uchun mutlaqo yangi tasavvur, zarrani dualistik xususiyatini inobatga oladigan mexanika va uning yangicha matematik apparatini yaratish lozim.

Oddiy mexanikaning negizini Nyuton mexanikasi tashkil qiladi, relativistik tezliklar uchun esa Eynshteyn mexanikasi ishlatiladi. Bu mexanikalarning tenglamalarida asosiy tushuncha trayektoriyadan foydalaniladi.

Kvant mexanikani asosida elementar zarralarning ikkiyoqlama xususiyatini e'tiborga oluvchi tenglama yotishi kerak. Xuddi shunday tenglama 1926-yilda shvetsariyalik fizik Ervin Shryodinger tomonidan birinchi bo'lib taklif qilindi. Uning relativistik varianti esa elektronlar uchun ingliz fizigi Pol Dirak tomonidan berildi. Shryodinger va Dirak tenglamalari g'alati ko'rinishdagi to'liqin tenglamalaridir. Bu tenglamalar shunday tuzilganki, ularning yechimi elementar zarralarning xossalarini hisobga olgan holda ularning dualistik xarakterini ham nazardan qochirmaydi. Kvant mexanik to'liqin tenglamalarining yechimi oddiy ko'rinishdagi to'liqin tenglamalar yechimi kabi to'liqin funksiyalar ko'rinishda bo'ladi. Kvant mexanikada bu funksiyalarni  $\Psi$ -funksiya (*psi-funksiya*) deb atashadi. Kvant mexanikaning to'liqin tenglamasi *Shryodinger tenglamasi* deyiladi va Nyutonning ikkinchi qonuni klassik mexanikada qanday o'rin tutsa, Shryodinger tenglamasi kvant mexanikada shunday o'rin tutadi.

$\Psi$ -funksiya mikrozarraning to'liqin tabiatini aks ettiradi. Uning yordamida, masalan, elektronlarning difraksiyasi hodisasini yoki  $K^0$ -mezonlarning interferensiyasi hodisalarini tavsiflash mumkin, biroq Maksvell tenglamalari yechimidan farq qilib, u kompleks ko'rinishga ega va uni aniq talqin qilib bo'lmaydi. Chunki u tarqalayotgan yorug'lik yoki tovush ko'rinishidagi yugurma to'liqin ham emas, shuningdek, interferensiya manzarasini hosil qiluvchi turg'un to'liqin ham emas, balki u

yoki bu natijani obyekt mavjud bo'lgan imkoniyatini bajarilishini tavsiflovchi to'liq ehtimolidir. Shu jihatdan qaraganda  $\Psi$ -funksiyaning fizik ma'nosi yo'qdir. To'liq funksiya modulining kvadrati  $|\Psi|^2$  esa fizik ma'noga ega bo'lib, berilgan vaqt momentida fazoning berilgan nuqtasida zarraning qayd qilinishi ehtimoliga teng. To'liq tenglama va to'liq funksiyaning ana shu xossasi mikrozarraning korpuskular xususiyatini aks ettiradi.

Kvant mexikaning asosiy kashfiyoti – mikroolam qonunlarini ehtimol xarakteridir. Fizikaviy hodisalarning ehtimolli tavsifi, mikroolam qonunlarini statistik xarakterga ega ekanligidan dalolat beradi. *Umuman olganda, to'liq funksiya–fizikaviy maydon emas, balki u axborot maydonidir.* Shunday qilib, to'liq tenglamalar faqat mikroolamda o'rinlidir. Ularni makroolam sohasida qo'llashdan hech qanday foyda yo'q, chunki uning natijalari bu sohada oddiy mexikaning natijalaridan farq qilmaydi. Zarralarning massasi kattalashganda kvant mexanika oddiy mexanikaga aylanadi.

Oxirida shuni aytishimiz mumkinki, hozirgi zamon kvant nazariyasi birinchidan, batamom yangicha bir qator fizik tasavvurlarga asoslanadi. Ikkinchidan, bu nazariyani amaliyotga qo'llash uchun ishlatiladigan matematik apparat ancha murakkabdir. Shuning uchun kvant fizikani o'rganish katta mehnat va chidam talab qiladi.

Xulosa. Kvant mexanika 1926–28-yillarda nemis fizigi Verner Gayzenberg, shvetsariyalik olim Ervin Shryodinger, ingliz fizik nazariyotchisi Pol Dirak tomonidan yaratildi.

1925-yilda V.Gayzenberg kvant mexikaning matritsali ko'rinishdagi birinchi variantini yaratdi. 1932-yilda kvant mexikaning yaratishdagi xizmatlari uchun unga Nobel mukofoti berildi. 1926-yilda Lui de-Broyl g'oyalaridan ruhlangan E.Shryodinger to'liq mexikaning yaratdi. Klassik mexanikada Nyuton qonunlari qanday rol o'ynasa, Shryodinger tenglamasida atom jarayonlarini tushuntirishda shunday rol o'ynaydi. 1933-yilda Shryodinger bilan Dirak birgalikda yangi mexanika yaratganligi munosabati bilan Nobel mukofotiga sazovor bo'ldi.

1927-yilda 25 yoshli Pol Dirak kvant mexikaning relativistik matematik apparatini yaratdi va birinchi bo'lib bu apparatni elektromagnit maydonga qo'lladi. Natijada, u yangi kvant elektrodinamika fanini paydo bo'lishiga asos soldi.

«Kvant mexikaning tushunib bo'lmaydi, unga faqat ko'nikish mumkin» degan edi kvant elektrodinamikaning asoschilaridan biri richard Feynman. Haqiqatan aniq aytilgan. Chunki klassik fizikaning trayektoriya va boshqa tushunchalariga tayanib kvant mexikaning tushunib bo'lmaydi. Bu fanning shunday sohasiki, uni mutlaqo yangi poydevorda va tamomila yangi tasavvurlar yordamida qurish kerak. Klassik fizika g'oyasida tarbiyalangan kvant nazariyaning asoschisi

Maks Plank kvant g'oyalari ga ancha vaqtgacha ko'nika olmadi. Buyuk fizik A.Eynshteyn esa umrining oxirigacha kvant mexanikaning hozirgi zamon variantini tan olmadi.

### 1.3. Klassik nazariyani qo'llanilish chegarasi

Maxsus nisbiylik nazariyasida  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s ga teng bo'lgan yorug'lik tezligi juda muhim ahamiyatga ega. Har qanday moddiy zarra, energiya va axborot tarqalishi tezligining eng yuqori chegarasidir. Yorug'lik tezligi  $C$  bizga juda oddiy va tabiiy bir kriteriy beradiki, uning yordamida fizik hodisani «norelativistik»mi yoki «relativistik» ekanligini yechish mumkin bo'ladi. Yorug'lik tezligiga nisbatan juda kichik tezlikda harakat qilayotgan jismlar (zarralar) ga tegishli bo'lgan masalalarda norelativistik Nyuton mexanikasi yetarli darajada aniq natijalar beradi. Shu sababli  $v \ll C$  hol uchun Nyuton tenglamalari to'la ma'noda o'rinalidir. Patto yerda eng katta tezlik deb hisoblangan reaktiv samolyotlar va kosmik raketalar tezligi ham yorug'lik tezligidan nihoyatda kichik. Quyosh sistemasidagi barcha planetalar uchun ham  $v \ll c$  shart o'rinalidir. Shunday qilib makromasshtabdagi jarayonlar uchun  $v \ll c$  shart bajariladi va bu jarayonlarni Nyutonning klassik nazariyasi bilan tavsiflash bizni to'la qanoatlantiradi. Biroq hozirgi zamon tezlatkichlaridan zarralar tezligini yorug'lik tezligiga yaqin tezliklarga oshirish mumkin. Hozirgi paytda AQSH dagi Kornell universitetining elektron sinxrotronida elektronlarni eng katta tezligi olindi. Bu tezlatkichda elektronning tezligi  $v = 0,99999992 \cdot C$  ( $c = 2,99792458 \cdot 10^8$  m/s)ga yetdi. Bunday tezlikda Kornell universitetidagi elektronning massasi uning tinchlikdagi massasidan 2500 marta katta bo'ladi. Ko'rib turibsizki, hatto yerda ham Eynshteynning relativistik effektini hisobga olish juda muhimdir.

Tabiiy bir savol tug'iladi. Yorug'lik tezligi  $c$  ga o'xshagan boshqa bir kriteriy (chegara) yo'qmikan, uning yordamida qachon kvant mexanikadan foydalanish mumkin va qachon klassik nazariyalar bilangina cheklanish mumkin. Shunday fundamental doimiylik mavjud, uni Plank doimiysi deyiladi. Plank doimiysining qiymati

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 6,626 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$$

ga teng. E'tibor bering, Plank doimiysini birligi ikkita fizikaviy kattalikni birligini ko'paytmasidan tashkil topgan. Shuning uchun uning fizikaviy birligini turli kattaliklar ko'paytmasidan quyidagicha hosil qilish mumkin:

$$(energiya) \cdot (vaqt) = (impuls) \cdot (uzunlik) = (harakat miqdori momenti)$$

bilamizki, bunday o'lchamga ega bo'lgan fizikaviy kattalikni *ta'sir* deb atashadi. U holda Plank doimiysi *elementar ta'sir*dir yoki *eng kichik harakat miqdori momentidir*. Ta'sir tushunchaini Eyler va Mopertyui kiritgan. Ularning fikricha shunday mexanik kattalik borki, u harakatni

xarakterlovi koordinata sistemasiga ham, dinamik o'zgaruvchilarning qanday berilishiga ham bog'liq emas. Bu kattalikni *mexanik sistemaning ta'siri* deyiladi. Bu kattalikni tasavvur qilish 1.23-masalada ko'riladi. Bu kriteriyani qanday qo'llash mumkin? agar bizni qiziqtirayotgan fizik sistemadagi a'sirni xarakterlovchi biror «tabiiy» dinamik o'zgaruvchining olgan son qiymati Plank doimiysi  $h$  ga yaqin bo'lsa, u holda bu sistemaning xatti-harakati kvant mexanika doirasida tavsiflanadi. Masalan, soat mayatnigini olaylik. Ta'sir birligidagi kattalikni topish uchun, birinchi kattalik sifatida mayatnik davri  $T$  ni, ikkinchi kattalik sifatida mayatnikning kinetik energiyasini  $K$  ni olish mumkin. Agar  $T=1$  s va  $K=1$  erg bo'lsa, ularning ko'paytmasi

$$1 \text{ erg} \cdot 1 \text{ s} \gg 10^{26} h,$$

ya'ni nihoyatda kattadir. Tabiiyki, bu sistemani tavsiflash uchun kvant mexanikani qo'llash noo'rin. Yana bir misol olaylik, jism aylanayotgan bo'lsin. Uning inersiya momenti  $1 \text{ g} \cdot \text{sm}^2$  ga, burchak tezligi esa  $1 \text{ rad/s}$  ga teng deylik. U holda harakat miqdori momenti

$$1 \text{ g} \cdot \text{sm}^2/\text{s} = 1 \text{ erg} \cdot \text{s}$$

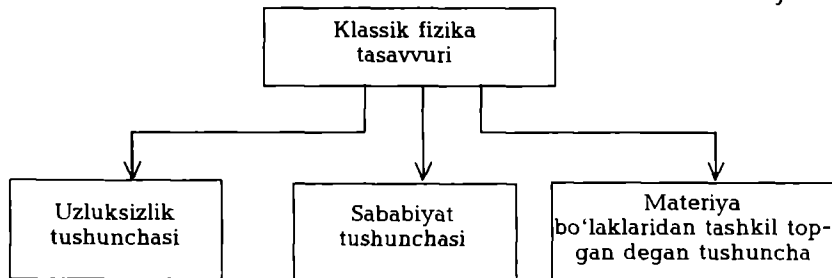
ni beradi. Bu qiymat ham  $h$  ni qiymatidan kattadir. Oxirida makroskopik garmonik ossillatori olaylik. Ossillatori massasi  $1 \text{ g}$  ga, maksimal tezligi  $1 \text{ sm/s}$  ga va maksimal amplitudasi  $1 \text{ sm}$  bo'lsin. Bu kattaliklarni o'zaro ko'paytmasi ham  $\text{erg} \cdot \text{s}$  birlikni beradi va bu ko'paytmani son qiymati ham  $h$  qiymatidan nihoyatda katta.

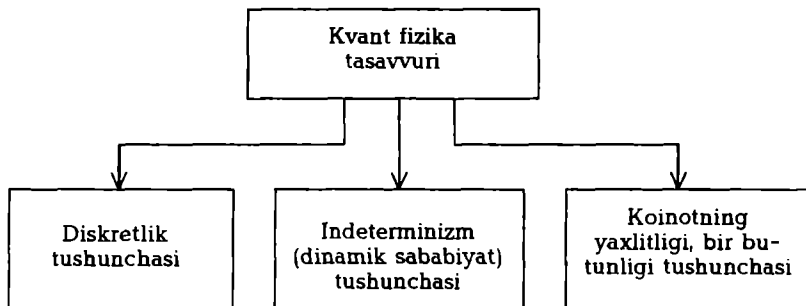
Shunday qilib, yorug'lik tezligi  $c$  va Plank doimiysi  $h$  mos ravishda makroolamni megaolam bilan va makroolamni mikroolam bilan bog'lashda «ko'prik» vazifasini bajaradi.

#### 1.4. Klassik nazariya bilan kvant nazariya orasidagi eng muhim farqlar

Klassik nazariya tasavvuri bilan kvant nazariya tasavvuri orasida uchta muhim farq mavjud. Klassik fizika tasavvuri va kvant nazariya tasavvuri 1.1- va 1.2-jadvallarda keltirilgan.

1.1-jadval





Klassik fizikaning asosiy tushunchalari uzluksizlik, dunyoni bir-biriga bog'liq bo'lmagan bo'laklarga bo'lish mumkinligi va tushunchalarni bir vaqtda bog'lanishi zarurdir. Agar bu tushunchalardan birini inkor etsak, u holda ularni hammasidan voz kechgan bo'lamiz.

1.1–1.2-jadvallarda keltirilgan chizmalardan ko'rinib turibdiki, klassik fizika bilan kvant fizika tasavvurining har biri o'zaro bir-biriga zid bo'lgan tushunchalarga asoslangan.

Klassik fizika doimo uzluksiz o'zgarib turadigan kattaliklar bilan ish ko'radi. Shuning uchun ham u trayektoriya tushunchasiga asoslangan. Unga qarama-qarshi o'laroq kvant mexanika uzlukli, diskret, kvantlangan kattaliklardan foydalaniladi. Shuning uchun kvant mexanikada trayektoriya tushunchasi umuman yo'q va u ma'noga ega emas. Klassik fizikada biror kattalikning boshlang'ich paytdagi miqdori bilan uning keyingi paytdagi miqdori orasida uzviy bog'lanish mavjud. Bu bog'lanish mexanik determinizmga asoslangan bo'lib, oqibat (natija) sababiyatdan so'ng keladi, degan fikr beradi. Kvant nazariyaga ko'ra esa berilgan kattalikni ikkita vaqt orasidagi miqdorini bog'lash qonuniyati aniq emas, balki sodir bo'ladigan voqeaning faqat ehtimolini aytish mumkin. Shuning uchun kvant mexanikada jarayonlar indeterminizm – sababiyatsizlikka bo'ysungan bo'lib, oldindan hodisani sodir bo'lishini aniq aytib bo'lmaydi, balki ehtimollik qonunlari nuqtayi nazaridan (dinamik sababiyat) bo'lishi yoki bo'lmashligini faraz qilish mumkin. Masalan, fotoeffekt hodisasida individual kvantni uzatish paytini va uzatish joyini oldindin aytib bo'lmaydi, lekin bu jarayonni sodir bo'lishi ehtimolini aytish mumkin. Metall sirtiga faqat bitta kvant (foton) tushgan bo'lsa, bu kvantning yutilishi yoki yutilmasligini aniq aytib bo'lmaydi. Aytib berish mumkin bo'lgan paytda ham qaerda va qachon degan savolga javob berib bo'lmaydi. Biroq yorug'lik dastasidagi fotonlar soni ko'p bo'lsa, yorug'lik intensivligini bilgan holda berilgan sohada yutilgan fotonlarni o'rtacha sonini ehtimolini oldindan aytib berish mumkin.

Bundan chiqqan natija shuki, kvant qonunlari voqealarning ehtimolini boshqaradigan qonun. Voqeaning to'la namoyon bo'lishini kvant mexanika aytolmaydi. Klassik fizikada esa aksincha  $F = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$

qonuniga asoslangan holda boshlang'ich shartlar berilgan bo'lsa, zar-raning istalgan paytdagi holatini differensial tenglamalar bilan xarakterlash mumkin.

Birinci qarashda Koinot turli-tuman fizik obyektlar: elementar zarralar, atomlar, molekulalar, o'simliklar, hayvonlar, odamlar, planetalar, yulduzlardan tashkil topgan. Ikkinchi tomondan bu murakkab sistema ko'zga ko'rinmas iplar bilan bir-biriga bog'langan. Kvant fizikada barcha mavjud materiya va energiya to'rtta asosiy maydon: gravitatsiya, elektromagnit, o'z va kuchli yadro o'zaro ta'siri yordamida tavsiflash mumkin. Fiziklarning eng asosiy masalasi shu o'zaro ta'sirlarni birlashtirish va olamni boshqaradigan yagona maydonni topishdir.

Kvant fizika Koinotni bir butun yaxlit holda tasavvur qiladi. Buni eksperimentlar tasdiqlaydi. Bu masalani yoritish murakkab va alohida vaqt talab qiladi.

### **1.5. Kvant fizikada doimiyliklar va birliklar**

Kvant fizikada eng muhim bo'lgan fizikaviy kattaliklarni ko'rgazmali tasavvur qilish eng muhim masaladir. Mikroolamda ishlatiladigan fizikaviy kattaliklarni son qiymatlari nihoyatda kichik bo'lib, uni makroskopik birliklar sistemasida berilganda tushunishda va ishlatishta ancha qiyinchiliklar tuhdiradi. Masalan, Plank doimiysi  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  ni son qiymatini real ma'nosini tezda anglab olish juda qiyin.

Fizikaning qaralayotgan sohasiga qarab fizikaviy kattaliklarni biror tabiiy sistemada yozish, u yerdagi kattaliklarni ma'nosini ang-lashni yengillashtiradi. Albatta metr, sekund, kilogramm birliklari asosida tuzilgan Si sistemasi makroskopik masshtabda qulay. Biroq  $10^{-27}$  yoki  $10^{-40}$  tartibga ega bo'lgan mikroskopik masshtabdagi fizikaviy kattaliklar uchun ancha noqulay. «Ilmiy» birlik sistema deb hisoblangan santimetr, sekund, gramm asosidagi SgS sistemasi nisbatan «kichik» obyektlarni ifodalashda qulay. Kvant fizikani turli sohalarda o'rinli bo'lgan tabiiy birliklar sistemasini berish ancha qulayliklar tuhdiradi. 1.3-jadvalda keltirilgan ko'pgina doimiyliklar «fundamental konstanta»lar deb atashadi. Biz bu sonlarga qarab, ularni haqiqatan ham «fundamental konstanta»lar ekanligini sezolmaymiz. Chunki bu kattaliklarni birliklari tasodifiy va erkli birliklar sistemasida olingan. 1.3-jadvalda qanday aniqlikda o'lchangan va o'lchash xatoliklarini ham keltirdik. Jadvalda keltirilgan Plank doimiysi ikkita belgilashda, ya'ni

$h$  va  $\hbar$  da keltirilgan. Odatda,  $\hbar$  doimiylik bilan ishlash qulaylik tug'diradi.

### Kvant fizikada ishlatiladigan fizikaviy doimiyliklar (SGS da)

1.3-jadval

| Doimiyliklarning nomi                 | Belgilanishi                         | Qiymati                                                                                                                            |
|---------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                                     | 2                                    | 3                                                                                                                                  |
| Yorug'lik tezligi                     | $c$                                  | $(2,997925 \pm 0,000001) \cdot 10^{10} \text{ sm/s}$                                                                               |
| Plank doimiysi                        | $h = 2\pi\hbar$<br>$\hbar = h/2\pi$  | $(6,62559 \pm 0,00015) \cdot 10^{-27} \text{ erg}\cdot\text{s}$<br>$(1,05449 \pm 0,00003) \cdot 10^{-27} \text{ erg}\cdot\text{s}$ |
| Elektron zaryadi                      | $e$                                  | $(4,80298 \pm 0,00006) \cdot 10^{-10} \text{ SgSeq} =$<br>$= (1,60210 \pm 0,00002) \cdot 10^{-19} \text{ Kl}$                      |
| Elektron massasi                      | $m$                                  | $(9,10908 \pm 0,00013) \cdot 10^{-28} \text{ g} =$<br>$= 0,5110034 \text{ Mev}$                                                    |
| Proton massasi                        | $M_p$                                | $(1,67252 \pm 0,00003) \cdot 10^{-24} \text{ g} =$<br>$= 938,2796 \text{ Mev}$                                                     |
| Boltsman doimiysi                     | $k$                                  | $(1,38054 \pm 0,00006) \cdot 10^{-16} \text{ erg/K} =$<br>$= 8,62 \cdot 10^{-11} \text{ MeV/K}$                                    |
| Avagadro soni                         | $N_0$                                | $(6,02252 \pm 0,00009) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$                                                                             |
| Nozik struktura doimiysi              | $\alpha = e^2/\hbar c$               | $\frac{1}{137,035982} \approx \frac{1}{137}$                                                                                       |
| Elektron radiusi                      | $r_e = e^2/mc^2$                     | $2,817938 \cdot 10^{-13} \text{ sm}$                                                                                               |
| Elektronning kompton to'lqin uzunligi | $r_k = \hbar/mc = r_e/\alpha$        | $3,8615905 \cdot 10^{-11} \text{ sm}$                                                                                              |
| Pionning kompton to'lqin uzunligi     | $r_\pi = \hbar/m_\pi c$              | $1,414 \cdot 10^{-15} \text{ sm} \approx \sqrt{2} \text{ fm}$                                                                      |
| Protonning kompton to'lqin uzunligi   | $r_p = \hbar/m_p c$                  | $0,210 \cdot 10^{-15} \text{ sm} = 0,210 \text{ fm}$                                                                               |
| Neytral ionning massasi               | $M^0_\pi$                            | $135,0 \text{ Mev/s}^2$                                                                                                            |
| Zaryadli ionning massasi              | $M^\pm_\pi$                          | $139,6 \text{ Mev/s}^2$                                                                                                            |
| Deytron massasi                       | $m_d$                                | $1875,625 \text{ Mev/s}^2$                                                                                                         |
| Bor radiusi                           | $r_0 = \hbar^2/e^2 m = r_e/\alpha^2$ | $0,52917706 \cdot 10^{-8} \text{ sm}$                                                                                              |
| Bor magnetoni                         | $\mu_b = e \hbar/2 m$                | $0,57883785 \cdot 10^{-14} \text{ Mev/g}$                                                                                          |
| Yadro agnetoni                        | $\mu_r = e \hbar/2 m_p$              | $3,1524515 \cdot 10^{-18} \text{ Mev/g}$                                                                                           |

| 1                                            | 2                                         | 3                                                             |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| Ridberg doimiysi                             | $r_{\infty} = me^4/2\hbar^2 = mc^2\alpha$ | 13,605804 eV                                                  |
| Gravitatsion doimiysi                        | $g$                                       | $6,6732 \cdot 10^{-8} \text{ sm}^3/\text{g} \cdot \text{s}^2$ |
| Elektronning siklotron chastotasi            | $1/2\omega_e = e/2mc$                     | $8,794023 \cdot 10^9 \text{ rad/s} \cdot \text{gs}$           |
| Protonning siklotron chastotasi              | $1/2\omega = e/2m_p c$                    | $4,789378 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \cdot \text{gs}$           |
| Vodorodsimon atomlar uchun:<br>$\frac{v}{c}$ | $(v/c)_{o'l,k}$                           | $\frac{Ze^2}{nhc}$ , bunda $n = 1, 2, 3, \dots$               |
| energiyasi                                   | $En$                                      | $\frac{\mu Z^2 e^4}{2(nh)^2}$ , bunda $n = 1, 2, 3, \dots$    |
| radiusi                                      | $r_n$                                     | $\frac{n^2 \hbar^2}{\mu Ze^2}$                                |

Mikrofizikada energiyani o'lchash uchun elektron-volt (eV) birligi kiritilgan. U 1 volt potensial farqda e-elementar zaryad olgan energiya orqali topiladi. 1.3-jadvaldan e ni qiymatini bilsak, u holda

$$1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{erg} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}.$$

Elektron-volt dan tashqari, bu birlikni hosilalari ham ishlatiladi:

$$1\text{keV} = 10^3 \text{eV}, 1\text{MeV} = 10^3 \text{keV} = 10^6 \text{eV}, 1\text{GeV} = 10^3 \text{MeV} = 10^6 \text{keV} = 10^9 \text{eV}$$

bunda, keV – kiloelektron-voltni, MeV – megaelektron-voltni, GeV – gigaelektron-voltni qisqa yozuvi.

Atom fizikasida energiyaning asosiy birligi eV, chunki tashqi elektronlarni atomdagi bog'lanish energiyasi shu tartibda.

Yadro fizikasida energiyaning asosiy birligi MeV, chunki yadroda zarralarning bog'lanish energiyasi MeV tartibida. Nihoyat elementar zarralar fizikasida qulay energiya birligi sifatida gigaelektron-voltni ishlatishadi.

$c$  va  $\hbar$  doimiyliklar relativistik kvant fizikada tez-tez uchraydi. Shu sababdan ularni o'lchamsiz va birga tenglash qulay:

$$c = \hbar = 1.$$

Bunday belgilash albatta fizikaviy o'lcham tasavvurimizga halal yetkazadi. Lekin bir narsani yoddan chiqarmaslik kerakki, bevosita taqqoslanadigan fizikaviy kattaliklar bir xil «fizik o'lcham»ga ega bo'lishi kerak. Qolgan sharoitlarda esa ularga yozilgan o'lcham fun-

damental xarakterga ishonsa bo'ladigan munosabatlarga asoslangan. Masalan, yorug'lik tezligi  $x$ -masofa bilan  $t$  vaqtni bog'lovchi fundamental doimiydir, ya'ni,  $x=ct$ , bunday yozuv bizga masofani ham, vaqtni ham bitta birlikda o'lchashga imkon beradi. Masalan, masofalarni o'lchashda astronomlar yorug'lik yilidan shundan foydalanishadi.

Agar  $c = \hbar = 1$  desak, kvant fizikadagi ko'p formulalar oddiy, aniq va ixcham ko'rinishga ega bo'ladi. Lekin, ushbu kitobda bunday birlikdan foydalansak, boshqa kitoblarni o'qishda ancha qiyinchiliklar tug'iladi. Shu bois biz sharoitga qarab, ayniqsa masalalar yechishda SGS va Si dan ham foydalanamiz.

$c$  va  $\hbar$  kattaliklar orqali boshqa doimiy bo'lgan fizikaviy kattaliklar orasidagi ayrim munosabatlarni ko'rsatib o'tamiz.

$m$  ni  $c$  va  $\hbar$  bilan bog'lanishi:

$$m = (\text{massa}), \quad mc^2/\hbar = (\text{vaqt})^{-1}$$

$$mc = (\text{impuls}), \quad \hbar/mc^2 = (\text{vaqt})$$

$$mc^2 = (\text{energiya}), \quad \hbar/mc = (\text{uzunlik})$$

Siz bu kattaliklar birliklarini tekshirib ko'ring.

Shunday qilib,  $E$  energiyani  $E/\hbar$ -chastota,  $E/\hbar c$ -chiziqli to'liq son va  $\gamma E/c^2$  massa bilan bog'laymiz.

$$\frac{\text{energiya}}{\text{massa}} = (9,31478 \pm 0,0005) \cdot 10^8 \frac{eV}{m.a.b.}$$

$$\frac{\text{chastota}}{\text{energiya}} = (2,41804 \pm 0,00002) \cdot 10^{14} \frac{Gs}{eV}$$

$$\frac{\text{to'liqinsimon}}{\text{energiya}} = (8,06573 \pm 0,00008) \cdot 10^3 \frac{1}{sm \cdot eV}$$

Bu munosabatlar o'tish koeffitsiyentlar orqali topiladi.

Kimyoda energiyani kaloriya deb o'lchashadi:  $1 \text{ kal} = 4,186 \text{ J} = 4,186 \cdot 10^7 \text{ erg}$ . Qizig'i shundaki, bitta atom yoki bitta molekulaga to'g'ri kelgan bog'lanish energiyasi  $E$  ni molar energiya bilan bog'lanish mumkin, ya'ni

$$Emol/E = N_0 = 23050 \text{ kal/eV} = 9,6487 \cdot 10^{11} \text{ erg/eV}$$

Temperatura bilan energiyani bog'laishda boltsman doimiysi o'tish koeffitsiyentini bajaradi:

$$E = kT,$$

bunda  $k = 8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$ .

$$\frac{1}{k} = 11605 \frac{K}{eV},$$

bunda  $k$  – boltsman doimiysi,  $T$  – temperatura,  $K$  – esa Kelvinni anglatadi. Masalan, xona temperaturasi  $20^{\circ}\text{C} = 293\text{K}$  ga to'g'ri keladi.

Bu esa, energiya birligida  $k \cdot 293\text{K} \approx \frac{1}{40} \text{ eV}$ . Ko'rib turibsizki energiya

va temperaturani bir xil birlikda ifodalash mumkin.

Kvant elektrodinamikasida asosan elektronlarni elektromagnit maydon bilan ta'sirini o'rganadi. Ushbu nazariyaga ko'ra quyidagi fizikaviy kattaliklar kiradi:  $m$  – elektron massasi,  $e$  – elektron zaryadi,  $c$  – yorug'lik tezligi,  $\hbar$  – Plank doimiysi. Shu doimiyliklar yordamida kvant elektrodinamikasini ehtiyojini qondiradigan ko'pgina munosabatlarni topish mumkin:

$m$  – massa birligi,  $\hbar/mc$  – uzunlik birligi.

$mc^2$  – energiya birligi,  $\hbar/mc^2$  – vaqt birligi.

Shu birliklar kvant elektrodinamikaning *tabiiy birliklari* deyiladi. Bunda  $e$  elementar zaryad bog'lanish doimiysi sifatida rol o'ynaydi. Bu doimiylik elektronni elektromagnit maydon bilan qanchalik kuchli bog'langanligini xarakterlaydi (to'g'riroq aytganda elementar zarra o'ziga o'xshagan zarra bilan qanay kuchda bog'langanligini belgilaydi).

Bu bog'lanishni xarakterlovchi kuchni belgilovchi o'lchamsiz kattalikni quyidagicha topish mumkin. Buning uchun  $\hbar/mc$  masofada turgan ikki elektron orasidagi elektrostatik kuchni hisoblab, uni  $\alpha$  bilan belgilaymiz:

$$\alpha = \frac{e^2 / (\hbar/mc)}{mc^2} = \frac{e^2}{\hbar c} = (7.29720 \pm 0.00003) \cdot 10^{-3} \approx \frac{1}{137}$$

$\alpha$  – doimiylik atom fizikasida fundamental rol o'ynaydi va nozik struktura doimiysi deyiladi: tabiiy birliklarda  $u \approx e^2$ .

$\alpha$  ni son qiymatining kichikligi elektromagnit o'zaro ta'sirini kuchsiz ekanligini xarakterlaydi. Haqiqatan ham  $\hbar/mc$  masofada turgan ikki elektronning elektrostatik energiyasi ularning tinchlikdagi energiyasidan ancha kamdir.

Nozik struktura doimiysi tibiatdagi fundamental konstantalardan biri bo'lib u emperik konstanta bo'lib, hozircha nazariy yo'lda hisoblanmagan.  $\alpha$  ni ifodasiga elektronning massasi kirmagan, shu bois  $\alpha$  doimiylik elektr magnit maydonning  $e$  zaryadga ega bo'lgan zaryadi bilan bog'lovchi konstantadir.

Atom fizikasida  $m$ ,  $\hbar$ ,  $c$  va  $e$  fundamental kattaliklarni bog'lanishidan foydalanib turli xil ifodalar tuzish mumkin va ular 1.4-jadvalda keltirilgan.

Ionlashtirish energiyasiga ekvivalent bo'lgan to'liq son *ridberg doimiysi* deyiladi.  $R_{\infty}$  elektronni atomdan yulib olish uchun kerak

bo'lgan energiya, odatda, uni atomning asosiy holatidagi energiyasi ham deyiladi. Bu masalalarga keyingi boblarda mafassal to'xtalamiz. Elektronning orbitadagi harakati

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{m\epsilon_0}} = \alpha \cdot c$$

uchun ifoda (tezlikni tabiiy birligida) elektronning tezligi yorug'lik tezligidan 137 marta kichik ekanligi, bu esa o'z navbatida atom masalasi norelativistik xarakterga ega ekanligini ko'rsatadi.

1.4-jadval

| Fizikaviy doimiyliklar                                                                       |                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Elektronning tinchlikdagi energiyasi                                                         | $mc^2 = (0,511006 \pm 0,000002) \text{ MeV}$                                                       |
| Elektronning Kompton to'l-qin uzunligi                                                       | $\lambda_e = \hbar/mc = (3,86144 \pm 0,00003) \cdot 10^{-13} \text{ m}$                            |
| Birinchi bor radiusi                                                                         | $r_0 = \hbar^2/me^2 = \alpha^{-1} \cdot \lambda_e = (5,29167 \pm 0,0002) \cdot 10^{-11} \text{ m}$ |
| Vodorod atomi uchun ionlashtirish potentsiali (proton massasi cheksiz katta deb hisoblanadi) | $R_\infty = 1/2 \cdot \alpha^2 \cdot mc^2 = (13,6053 \pm 0,00013) \text{ ev}$                      |
| Ridberg doimiysi (proton massasi cheksiz katta deb hisoblanadi)                              | $R'_\infty = \alpha/(4\pi r_0) = r_\infty/hc = (1097,3731 \pm 1,0) \text{ m}^{-1}$                 |

Elektronning kinetik va potentsial energiyasi:

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(\alpha c)^2}{2} = R_\infty \quad U = -\frac{e^2}{r_0} = E - K = -2R_\infty = -2K$$

bunda,  $E$  – to'la energiya.

Bundan vodorod atomi kuchsiz bog'langan sistema ekanligi kelib chiqadi. Shuningdek,

$$r_0 = \frac{\lambda_e}{\alpha} = \frac{4\pi^2 \hbar^2}{me^2} \quad R_\infty = \frac{\alpha^2 mc^2}{2} = \frac{e^2}{2r_0} = \frac{e^4 m}{8\pi^2 \hbar^2}$$

kabi qiziq bog'lanishlarni hosil qilamiz. Qizig'i shundaki,  $R_\infty$  ni soni  $\hbar$ ,  $m$  va  $e$  kabi uchta fundamental doimiyliklardan tashkil topgan. Xuddi shu kabi

$$13,6 \text{ eB} = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{mc^2}{2} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ M} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{2\pi \hbar^2}{mc}$$

ifodalasa bo'ladi

Mavzu poyonida shuni aytamizki, fundamental doimiyliklar Koinotni va Dunyoni tuzilishida muhim ahamiyatga ega bo'lib, ularni kelib chiqishi sabablarini ko'plab fiziklar katta qiziqish bilan izlamoqdalar.

### **SAVOLLAR**

1. Kvant hodisalari deganda nimani tushunasiz?
2. Kvant nazariya, kvant mexanika va kvant fizikani ta'riflang.
3. Klassik fizikaning asosiy kamchiliklarini so'zlab bering.
4. Kvant nazariya va kvant mexanika qachon va kimlar tomonidan yaratilgan?
5. Klassik fizika tasavvurida turib tushuntirib berib bo'lmaydigan eksperimentlarni sanab o'ting.
6. Shryodinger tenglamasi va to'lqin funksiyani izohlang.
7. Yorug'lik tezligi va Plank doimiysi qanday kriteriya?
8. Plank doimiysining fizik ma'nosini ayting.
9. Klassik fizika qanday tushunchalarga asoslangan?
10. Kvant fizika qanday tushunchalarga asoslangan?
11. Kvant deganda nimani tushunasiz?
12. Uzlüksizlik, sababiyat va dunyoning yaxlitligi haqida o'z tasavvuringiz qanday?
13. Bu bobni o'qigandan so'ng sizda dunyo haqida qanday tasavvur hosil bo'ldi?
14. To'lqin fizika nima uchun fizik ma'noga ega emas?
15.  $|\psi|^2$  nimani aks ettiradi va uning fizik ma'nosi bormi?
16.  $\psi$  va  $|\psi|^2$  kattaliklar hodisalarni qaysi tomondan tavsiflaydi?
17. Ehtimol va statistik fizika kvant mexanikada qanday rol o'ynaydi?
18. Nima uchun kvant mexanikani avval to'lqin mexanika deb atashgan?
19. Zarralar dualizmi deganda nimani tushunasiz?
20. Dirak, Shryodinger va Gayzenberglarning kvant mexanikalari nimasi bilan bir-biridan farq qiladi?

### **MASALALAR**

- 1.1. ZARRA (jism) sekundiga 3000 km tezlik bilan harakat qilayapti. Bu tezlikni relativistik tezlik deb atasa bo'ladimi? Harakatdagi zarraning massasi uni tinchlikdagi massasidan necha foizga ortadi?
- 1.2.  $v = 250000$  km/c bo'lsa massani tezlikka bog'liqlik o'zgarishini toping. Harakatdagi jism massasi dastlabki massaga nisbatan qancha marta ortadi? Bu tezlikni relativistik tezlik deb atasa bo'ladimi?
- 1.3. Relativistik massa tinchlikdagi massasidan 10 marta katta bo'lishi uchun jism qanday tezlik bilan harakat qilishi kerak?

1.4.  $m = 2000 \cdot m_0$  bo'lsa jismning tezligi qanday bo'ladi? Harakatdagi jism tezligini  $c$  ga nisbatini yozing.  $c = 300000 \text{ km/s}$  – yorug'lik tezligi.

1.5. Yadro sohasidagi injenerlar energiyasi 50 MeV bo'lgan Elektron va protonlarni olish uchun mos ravishda sinxrotron va fazatron loyihisini tuzdilar. Aytingchi, bu loyihada relativistik effekt inobatga olinganmi? Bu tezlatgichlarda Elektron va protonlarning tezligi qanday qiymatga erishadi? Massalar o'zgaradimi? Elektronning tinchlikdagi massasi  $E_0 = (m_0 c^2) = 0,511 \text{ MeV}$ , protonning tinchlikdagi massasi  $E_{0p} = (m_0 c^2)p = 938,3 \text{ MeV}$ .

1.6. Nima uchun siklotronda protonlarning energiyasini 20 MeV dan deyarli oshirib bo'lmaydi? Nima uchun siklotronda elektronlar tezlatilmaydi?

1.7. Meyrenda (Jenevaga yaqin) qurilgan gigant tezlatgichda protonlarning energiyasi 28 GeV ga teng. Protonning relativistik massasi uning tinchlikdagi massasidan necha marta katta? Tezligi qanday?

1.8. 1967-yilda Serpuxovda (Moskvaga yaqin) qurilgan sinxrofazatronda protonlarning energiyasi 6000 MeVga teng. Protonning relativistik massasini toping. Protonning tezligini yorug'lik tezligi bilan solishtiring.

1.9. Plank doimiysi ham yorug'lik tezligi kabi fundamental doimiylik bo'lib, u quyidan klassik fizikaning qo'llanilishi chegarasini xarakterlaydi. Plank doimiysini fizik o'lchamiga qarab uning fizik ma'nosi haqida nima deyish mumkin?

1.10. Ko'z oldingizga klassik fizika nuqtayi nazaridan eng kichik bo'lgan soat mayatnigini keltiring. Mayatnik davri 1 s. U olgan energiya esa 1 J bo'lsin.  $\hbar$  – kriteriyani qo'llab qaysi nazariya ishlatilishini ayting.

1.11. Ultrachentrifuga probirkasidagi suyuqlikda molekula aylanish o'qidan 0,1m masofada turibdi. Agar sentrifuga aylanish chastotasi 1000 ayl/s ga teng bo'lsa, molekulani impuls momentini toping va uni  $\hbar$  ni qiymati bilan qiyoslang. Molekulaning massasini  $m_M = 2 \cdot 10^{-22} \text{ kg}$  deb hisoblang.

1.12. Aylanayotgan jismning inersiya momenti 1  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ , burchak tezligi 1  $\text{rad/s}$  bo'lsin. Ta'sir o'lchamini tuzing va uni Plank doimiysi bilan solishtiring.

1.13. Kichik makroskopik garmonik ossillatorni tezligi 1  $\text{sm/s}$ , maksimal amplitudasi 1 sm va maksimal impulsi 1  $\text{g} \cdot \text{sm/s}$ . Ta'sir o'lchamini tuzing va uni Plank doimiysi bilan solishtiring.

1.14. Vodorod atomida elektron  $v = 2,19 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  tezlik bilan orbitada aylanayapti. Elektron bilan proton orasidagi masofa  $0,53 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ . Berilgan kattaliklardan ta'sir o'lchamini hosil qiling va uni elementar kvant ta'siri bilan solishtiring.

1.15. Ikki atomli molekulaning inersiya momenti  $i = 1,414 \cdot 10^{-40} \text{ g} \cdot \text{sm}^2$ . Kinetik energiyasi  $K = 0,01 \text{ eV}$  bo'lsa, ikki atomli molekulaning aylanish moment impulsini toping va uni  $\hbar$  bilan taqqoslang.

1.16.  $m$ ,  $c$ ,  $\hbar$  doimiyliklar kvant elektrodinamikaning tabiiy birliklari deyiladi. Shu doimiyliklardan foydalanib, massa birligi, energiya birligi, uzunlik birligi va vaqt birligi uchun ifodalar tuzing.

1.17. Nima uchun  $e$  – elementar zaryadni bog'lanish konstantasi deyiladi?

1.18. 1.17-masala asosida o'lchamsiz bog'lanish konstantasini xarakterlovchi ifoda tuzing va uni tushuntiring.

1.19. Nima uchun nozik struktura doimiysi tabiatning fundamental doimiysi deyiladi? Uni nazariy hisoblash mumkinmi?

1.20.  $\alpha = e^2 / \hbar c$  formulada  $m$  massa ishtirok etmagan. Bu nimani anglatadi?

1.21.  $m$ ,  $\hbar$ ,  $e$  fundamental doimiyliklar yordamida bor radiusi va ionlashtirish radiusini toping.

1.22. Mikroolamda, ya'ni atom masshtabida mexanik kattaliklarni o'lchash jarayonida qanday kattalik koordinata sistemasiga va dinamik o'zgaruvchilarning kattaligiga bog'liq emas.

1.23. Ta'sir deganda nimani tushunasiz? Elementar ta'sir degandachi?

1.24. Kvant nazariya poydevori qanday fizikaviy kattalikka asoslangan?

## II BOB

### **Mavzu: KVANT FIZIKANING VUJUDGA KELISHI (ISSIQLIK NURLANISHI)**

#### **Reja:**

- 2.1. Issiqlik nurlanishi muammosi. Absolut qora jism.
- 2.2. Kirxgof masalasi.
- 2.3. Issiqlik nurlanishining klassik nazariyasi. Stefan-boltsman qonuni.
- 2.4. Vin formulasi. Vin siljishi. Vin funksiyasi.
- 2.5. Reley-Jins formulasi. Ultrabinafsha halokat.
- 2.6. Issiqlik nurlanishining kvant nazariyasi. Plank formulasi.
- 2.7. Plank formulasi – issiqlik nurlanishining umumiy formulasi.
- 2.8. Issiqlik (Jonson) shovqini.
- 2.9. Issiqlik shovqinining quvvati.
- 2.10. Kvant shovqini.

#### **ADABIYOT**

1. Л.Н.Матвеев. Атомная физика. «Высшая школа», М., 1989.
2. Д.И.Блохинцев. Основы квантовой механики. «Высшая школа», М., 1961.
3. Шифф. Квантовая механика. «ИЛ», М., 1959.
4. E.V.Shpolskiy. Atom fizikasi. I Tom. T., «O'qituchi», 1970.
5. Фейнман, Лейтон, Сендс. Фейнмановские лекции по физике. IX том. Квантовая механика. «Мир», М., 1966.
6. R.Bekjonov, B.Axmadxo'jayev. Atom fizikasi. T., «O'qituchi», 1979.
7. M.Planck. Ann.d. Phys. 1901. v4. p.553 (original ish).
8. Slusher R. et.all. Phys. Rev. Lett. v55. p.2409. 1985.
9. Shaby R. et.all. Phys. Rev. Lett. v55. p.691. 1986.
10. Wu L. et.all. Phys. Rev. Lett. v57. p.2540. 1986.

**Annotatsiya (mavzu bayoni):** II bob 10 ta paragrafdan iborat. Bu bobda klassik fizika nazariyasining asosiy muammosi bo'lgan issiqlik nurlanishi jarayoni ancha mufassal yoritiladi. Absolut qora jismning nurlanishini nazariy jihatdan tushuntirishda klassik fizikaning deyarli barcha asosiy bo'limlari qo'llaniladi. Klassik fizikaning termodinamika,

elektrodinamika va statistika fizikasi kabi yirik bo'limlarining qonunlarini «bira yo'la» qo'llanilishi ham issiqlik nurlanishi muammosini yecha olmadi. Bu esa muammoni naqadar murakkab ekanligini va uni yechish uchun yangi g'oya izlash va yangi tasavvur naqadar zarur ekanligi ochiq ravshan bo'lib qoladi. Bu yo'lda izlanishlar yangi Kvant nazariyani paydo bo'lishi, pirovardida uning matematik apparati Kvant mexanika fanini vujudga kelishiga sabab bo'ldi. Kvant hodisalarini tushun-tiruvchi kvant fizikani naqadar zarur ekanligi ayon bo'ldi va bu fan barcha fanlarni rivojlanishiga katta turtki bo'ldi. Bu bobda biz hech qaysi darsliklarga kiritilmagan Jonson shovqini va Kvant shovqini kabi mavzularni kiritdik. Bu mavzularni kiritilishdan asosiy maqsad, Kvant fizikani g'oyalarini amaliyot sohasidagi masalalarni yechishda naqadar kerak ekanligi va ularni misollar bilan ko'rsatishga harakat qildik. Bu masalani yoritishda astrofizika va radioaloqani hozirgi zamon muammolarini va uning yechish yo'llarini bayon qildik. Astrofizika, radiotexnika va nozik asboblarning texnikasini rivojlanishida kvant g'oyaning qo'llash zarur ekanligi va usiz bu sohalarida rivojlanish bo'lmasligini ko'rsatishga harakat qildik. Bu paragraflarning mavzusi butunlay yangicha bo'lib, biz unda Plank g'oyasi va formulasining jozibasini yanada ochib berishga intildik. Bu mavzular orqali kvant g'oyani amaliyot bilan uzviy bog'langanligini talabaga yetkazishga va u orqali talabada kvant fizikaga havas qilish hamda uning go'zalligi va qiziqarliligini uning ongiga yetkazishga va bu yo'lda ishlashga chorlashga harakat qildik.

### **Mavzu qahramonlari**

1. Gustav Kirxgof. 1860-yilda Kirxgofning universal funksiyasini bergan. Issiqlik nurlanishining qonunlarini izlash yo'lida ishlagan.
2. Shilgelm Vin (1864–1928). 1883-yilda Vinning strukturaviy formulasi, vin siljishi va 1896-yili Vin formulasini berdi. 1911-yilda issiqlik nurlanishi qonunlarini kashf etganligi munosabati bilan Nobel mukofotiga sazovor bo'ldi.
3. Yoozef Stefan. 1879-yilda energetik yorituvchanlik formulasini berdi.
4. Lyudvig Boltzman. 1884-yilda energetik yorituvchanlik formulasini nazariy jihatdan keltirib chiqardi.
5. J.U.Reley (1842–1911). Reley-Jins formulasining mualliflaridan biri. Muhim gazlarning zichligi masalasini yechishdagi ishlari va argon elementini kashf etganligi uchun 1900-yilda Nobel mukofoti oldi.
6. D.D.Jins (1877–1946). Reley-Jins formulasini nazariy jihatdan isbotladi.
7. M.Plank. 1900-yilda issiqlik nurlanishini kvant nazariyasini yaratdi. Elementar ta'sir (Plank doimiysi) kashf etishi munosabati bilan

va fizikaning rivojlanishida katta hissa qo'shganligini inobatga olib unga 1918-yilda Nobel mukofoti berilgan.

8. Dj.b.Jonson. 1939-yilda Jonson shovqinini (issiqlik shovqini) kashf etdi.

9. Garold Friis. 1928-yilda 20 Mgts chastotali priyomnik yaratdi va Jonson shovqinini eskperimental kashf qildi.

10. Karl Yan. Kosmik radioshovqinni kashf etib radioastronomiya fanini rivojlanishiga yo'l ochdi.

11. A.Penzias, R.Vilson. Kosmosdan kelayotgan rilekt nurlanishlarni kashf qilganligi uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'ldi.

## II bob. KVANT FIZIKANING VUJUDGA KELISHI (ISSIQLIK NURLANISHI)

### 2.1. Issiqlik nurlanishi muammosi. Absolut qora jism

Kvant nazariyani yaratilishi muvozanatli issiqlik nurlanishini to'la tavsiflash borasidagi olib borilgan izlanishlar bilan bevosita bog'liq. Muvozanatli nurlanishni o'rganish kvant nazariyaning paydo bo'lishida eng asosiy o'rinni tutadi desak biz yangilishmagan bo'lamiz. Bunga sabab shundaki, XX asr oxirigacha absolut (mutlaq) qora jismning issiqlik nurlanishi borasida olingan eksperimental natijalarni klassik nazariya jihatidan tushuntirishlarni barchasi inqirozga uchradi.

Jismning issiqlik nurlanishi luminessensiya nurlanishning barcha ko'rinishlaridan (masalan, xemiluminestsentsiya, elektroluminestsentsiya, katodluminestsentsiya, fotoluminestsentsiya va h.k.) mutlaqo farq qiladi. Issiqlik nurlanishi o'zini nurlayotgan jismlar bilan Termodinamik muvozanat holatida bo'laoladigan yagona nurlanishdir. Shunga ko'ra ham issiqlik nurlanishi fizikasini o'rganish termodinamika va optika kabi bo'limlarni yagona nuqtayi nazardan tatbiq etish kerakligini taqozo qiladi. Bu esa o'z navbatida statistik mexanika va elektromagnit nazariyalarini ham tatbiq etishga olib keldi. Boshqacha aytganda issiqlik nurlanishini o'rganish Klassik fizikaning barcha bo'limlarini ishga soldi, ishga solganda ham bu muammoga umumiy jihatdan yondashishni talab qildi. Klassik fizika doirasidagi barcha vositalarni ishga solinishiga qaramay issiqlik nurlanishi muammosi hal qilinmadi. Shu bois ham Klassik fizika birinchi bor jiddiy mag'lubiyatga uchradi va uning vositalari bilan issiqlik nurlanishi muammosini tushuntirib bo'lmalik aniq bo'lib qoldi. Shu sababga ko'ra issiqlik nurlanishini to'la tavsiflash uchun yangi tasavvur, yangi g'oya kerak ekanligi ravshan bo'lib qoldi.

Issiqlik nurlanishi muammosini o'rganish Klassik fizikani jiddiy kamchiliklarga ega ekanini ko'rsatdi va bu borada izlanishlar o'z navbatida fizikada buyuk burilishga to'g'riroq aytganda fizikani buyuk inqilobiga olib keldi. Bu masalani yaxshi anglash uchun absolut qora Jism muammosini batafsilroq ko'rib chiqamiz. O'ziga tushayotgan barcha to'lqin uzunlikdagi nurlanishlarni batamom yutib oladigan jismga *absolut qora jism* deyiladi. Absolut qora jismga yaqin bo'lgan jismlar qorakuya ( $\alpha \approx 0,95$ , bunda  $\alpha$  – issiqlik yutilish koeffitsiyenti), palladiy kuyasi ( $\alpha = 0,91 + 0,98$ ) yoki qora o'pqn ( $\alpha \approx 0,99$ ) deb atalgan astronomik obyektni ko'rsatishi mumkin.

Eksperimentator yaratgan absolut qora jism – bu tor tirqishli kovakdir ( $\alpha \approx 1$ ). Ideal silliq sirt bilan o'ralgan bo'shliq *kovak* deyiladi.

Issqlik nurlanishining xarakteri haqida tushuncha hosil qilish uchun turli temperaturagacha qizdirilgan jismlarni yopiq kovak ichiga joylashtiraylik. Kovak ichidagi turli temperaturada bo'lgan jismlarning nurlanishi kovakning silliq devoridan ko'p bor qaytadi. Tajriba ko'rsatadiki, pirovardida ozmi-ko'pmi vaqt o'tgandan so'ng, sistemada issqlik muvozanati barqarorlashadi va barcha jismlar (kovak devori ham) bir xil temperaturaga ega bo'lib qoladi. Kovak ichida mutlaq vakuum bo'lganda ham elektromagnit to'lqinlar chiqarilishi va yutilishi hisobiga jismlar bir-biri bilan o'zaro energiya almashib issqlik muvozanatiga kelishi mumkin. Termodinamik issqlik muvozanatida kovakdagi nurlanishning makroskopik holati vaqt bo'yicha o'zgarmaydi. Muayyan temperaturaga ega bo'lgan jismlar bilan ushbu nurlanishning termodinamik muvozanati *Muvozanatli nurlanish* yoki *qora nurlanish* deb ataladi.

Muvozanatli nurlanishning energiya zichligi va uning spektrial tarkibi kovakning o'lchami va shakliga, shuningdek, uning ichida joylashgan jismlarning xossalari bog'liq emas. Muvozanatli nurlanishning xossalari faqat *temperaturaga* bog'liq. Shu sababdan ham to'g'ridan-to'g'ri nurlanishning o'zini temperaturasi haqida gapirish mumkin va bu temperatura muvozanatli nurlanish temperaturasi bilan xarakterlanadi. *Muvozanatli nurlanish bir jinsli, izotrop va qutblanmangandir, chunki u fazoning har bir nuqtasida bir xil zichlikka va bir xil spektrial tarkibga ega. Shuning uchun elektromagnit maydon kuchlanishi ham hamma yo'nalishlarda bir xil ehtimollikka ega bo'ladi.*

Ideal silliq devorga ega bo'lgan bo'm-bo'sh kovakda nur yutilishi va chiqarilishi sodir bo'lmaydi. Biroq qandaydir yo'l bilan bu kovakka nurlanish kirgizsak, uning yo'nalishi kovak devorida ko'p bor qaytish hisobiga o'zgaradi. Ammo, uning spektrial tarkibi esa o'zgarmay qolaveradi. Bunday nurlanish nomuvozanatli va beqarordir. Mazkur nurlanishni muvozanatli qilish uchun kovak ichiga hech bo'lmaganda juda kichik biror jismni kiritish kifoya (masalan, ko'mir ushohi). Ana shu ushoqcha kovak ichidagi nurlanishni muvozanatli nurlanish qilishga yordam qiladi va bu faqat biror vaqt o'tishini talab qiladi. Muvozanatli nurlanish hosil qilish uchun ketgan vaqt faqat ushoqning xossasiga bog'liqdir.

Muvozanatli nurlanishning eksperimental o'rganish uchun muayyan temperaturada kovak devoriga tor teshik ochish kifoya. Kovakda muvozanatli temperatura bo'lgani uchun tirqishdan tashqariga chiqayotgan nurlanishning spektrial tarkibi kovak ichidagi kabi. Muvozanatli holatdan u faqat bir tomonga yo'nalishi bilan, ya'ni noizotropligi bilan farq qiladi.

Kovak ichida temperaturaning ortishi tirqishdan chiqayotgan nurlanishning ortishiga sabab bo'ladi. Natijada, nurlanishning tarkibi

o'zgaradi va uning maksimumi qisqa to'lqinlar sohasi tomon siljiydi (2.2-rasm). Bu o'zgarish muvozanatli nurlanishning hajmiy zichligi  $u$  ga ta'sir ko'rsatadi va temperatura ortganda uning spektral taqsimlanishiga ta'sir ko'rsatadi. To'lqin uzunliklar yoki chastotalar bo'yicha energiyani taqsimlanishini xarakterlash uchun *Nurlanishning spektral zichligi*  $u_\lambda$  yoki  $u_\nu$  degan tushunchalar kiritiladi.  $\lambda$  dan to  $\lambda + d\lambda$  intervalida birlik hajmdagi nurlanish energiyasi  $u_\lambda d\lambda$ ,  $\nu$  +  $d\nu$  chastotalar intervalida birlik hajmdagi nurlanish energiyasi  $u_\nu d\nu$  kabi belgilanadi. Nurlanishning spektral tarkibi bir xil bo'lganligi uchun

$$u_\lambda d\lambda = u_\nu d\nu \quad (2.1)$$

tenglik o'rinlidir. U holda Muvozanatli nurlanishning hajmiy zichligi

$$U = \int_0^\infty u_\lambda d\lambda = \int_0^\infty u_\nu d\nu \quad (2.2)$$

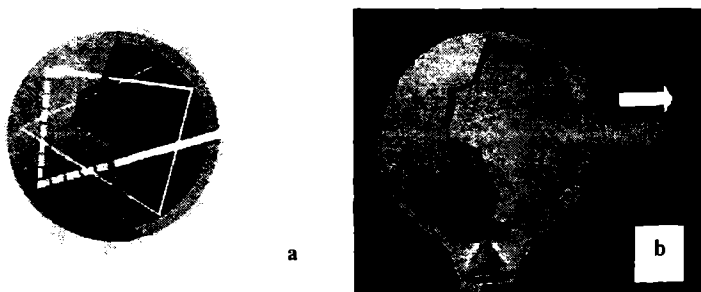
Muvozanatli nurlanish holatida nurlanishning spektral zichligi ( $u_\nu$  yoki  $u_\lambda$ ) faqat *chastotaga* (yoki *to'lqin uzunlikka*) va *temperaturaga* bog'liq. issiqlik nurlanishi naziriyasining asosiy maqsadi  $u_\nu(T)$  yoki  $u_\lambda(T)$  funksiyaning ko'rinishini topishdir.

## 2.2. Kirxgof masalasi

Qattiq, suyuq va gaz holatidagi barcha jismlar nurlanadi. Jism zaralarining tartibsiz issiqlik harakatida uning atom va molekularining uyg'onishi hisobiga, boshqacha aytganda, jismning ichki energiyasi hisobiga nurlanish energiyasi vujudga keladi. Jismning faqat temperaturasi bog'liq bo'lgan nurlanish *issiqlik nurlanishi* deb ataladi. Har xil jismlarning issiqlik nurlanishining xossasi jismning tabiatiga bog'liq bo'lmay, balki faqat uning temperaturasi bilan aniqlanadi. Masalan, yonayotgan gaz alangasiga kiritilgan metall o'zak kvars o'zakka nisbatan ravshanroq, o'z navbatida esa, alanga uchquni esa ulardan ham ravshanroq nur sochadi. Muayyan temperaturadagi jismning issiqlik nurlanishi uning nurlanish qobiliyati bilan aniqlanadi. Birlik yuza sirtidan birlik vaqt ichida chiqayotgan nurlanish energiyasiga *jismning nur chiqarish qobiliyati* deyiladi va  $r$  bilan belgilanadi.

Barcha jismlar o'ziga kelib-tushayotgan nurlanishni yutish qobiliyatiga ham ega. Yutish jarayonida nurlanish energiyasi jismning ichki energiyasiga aylanadi. Tajribadan ma'lumki, bir jism nurlanishni ko'proq yutsa, boshqasi kamroq yutadi. Shu bois har qanday jism yutish qobiliyati deb atalgan kattalik bilan xarakterlanadi. Tushayotgan nurlanishning qanday ulushini (qismini) yutilishini xarakterlaydigan kattalik *jismning yutish qobiliyati* deyiladi va  $a$  harfi bilan belgilanadi. Yutish qobiliyati jismning tabiatiga uning sirtining holatiga (silliqlik yoki g'adir-budir) va shu jismga tushayotgan nurlanishning to'lqin uzunligiga bog'liq. Jism mutlaq qora bo'lganda  $u$  o'ziga tushayotgan barcha

nurlanishni yutadi. Bunday absolut qora jism uchun yutish qobiliyati 1 ga teng, ya'ni  $a=1$ . absolut qora bo'lmagan barcha jismlar uchun  $a<1$ ; ideal silliq sirt ko'zgu uchun  $a=0$ . 2.1-rasmda absolut qora jismning nur chiqarish qobiliyati va yutish qobiliyati tasvirlangan.



2.1-rasm. Absolut qora jism xossasi: a) yutish qobiliyati katta bo'lgan jism; b) nur chiqarish qobiliyati katta bo'lgan jism.

Muayyan temperaturada har qanday jismning nur chiqarish qobiliyatini yutish qobiliyatiga nisbati jismning tabiatiga bog'liq emas va bu nisbat absolut qora Jismning nur chiqarish qobiliyatiga teng, ya'ni

$$\frac{r_1}{a_1} = \frac{r_2}{a_2} = \dots = \frac{r_{qora}}{a_{qora}} = r_{qora}$$

chunki absolut qora jism uchun  $a=1$ . Bunda  $r_1, r_2, \dots, a_1, a_2, \dots$  -turli jismlarning nur chiqarish va nur yutish qobiliyati. Shu munosabatga binoan Jismning yutish qobiliyati qancha katta bo'lsa uning nur chiqarish qobiliyati ham shuncha katta ekanligi kelib chiqadi. Muayyan temperaturada absolut qora jism eng ko'p nur chiqarish qobiliyatiga ega. Muvozanatli nurlanishda esa, har qanday jismning birlik yuzasidan birlik vaqt ichida chiqarayotgan nurlanish energiyasi absolut qora jism nurlanish energiyasiga tengdir. Haqiqatan ham jism o'ziga tushayotgan nurlanish energiyasi  $I$  ni  $aI$  qismini yutishi, qolgan  $(1-a) \cdot I$  qismi esa qaytishi va bunga  $aI$  yutish energiyasiga teng bo'lgan  $r$ -nurlanish energiyasini qo'shsak

$$(1-a) \cdot I + r = (1-a) \cdot I + aI = I = r_{qora}$$

tenglikka ega bo'lamiz.

Shu sababdan ham kovak ichidagi nurlanish ham xuddi absolut qora jism chiqarayotgan nurlanish kabi bo'ladi va uni o'rganish uchun kovakda kichik tirqish ochish kifoya. Issiqlik nurlanishi masalasi bilan ayniqsa nemis olimi Kirxgof qiziqdi va uning ustida ko'p ishladi. Yuqorida keltirilgan munosabat spektral nur chiqarish qobiliyati  $r_\nu$  va nur yutish qobiliyati  $a_\nu$  uchun ham o'rinlidir.

1859-yilda gustav Kirxgof qiziq bir qonunni topdi. Issiqlik muvozanati paytida jismning nurlanish qobiliyatini uning yutilish qobiliyatiga nisbati chastota va temperaturaga bog'liq bo'lgan universal funksiya ekan. Bu universal funksiyani odatda, Kirxgof funksiyasi deb ataladi. Agar jismning nurlanish qobiliyatini  $r_v$  va yutish  $a_v$  desak, u holda

$$\frac{r_v}{a_v} = c \frac{u_v}{4} \quad (2.3)$$

ifoda o'rinlidir (bunda  $s$  – yorug'lik tezligi).

(2.3) formuladagi  $r_v$  va  $a_v$  kattaliklarni har biri bir jismdan ikkinchi jisimga o'tganda keskin o'zgarishi mumkin. Ammo ular hosil qilgan

munosabat  $\frac{r_v}{a_v}$  esa o'zgarmas qolaveradi. Kirxgof qonunining asl maz-

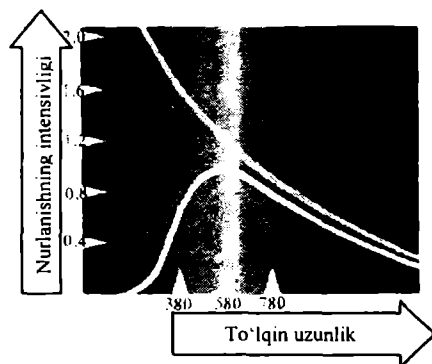
muni shundadir. Kirxgof qonuniga ko'ra qora jism *nurlanishining intensivligi devorning materialiga bog'liq emas, faqat chastota va temperaturaga bog'liq*. Shu munosabat bilan Kirxgof fiziklar oldiga ikki masalani hal qilish vazifasini qo'ydi:

1. Nurlanish energiyasining to'la zichligi  $U$  ni temperaturaga bog'liq bo'lish.

2. Muvozanatli nurlanish energiyasining spektral zichligi (tar-kibi)  $u(\lambda, T)$  yoki  $u(\nu, T)$  ko'rinishini topish, ya'ni

$$u(\lambda, T) d\nu = F(\nu, T) d\nu. \quad (2.4)$$

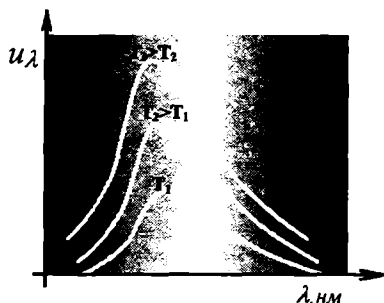
(2.4) formuladagi  $F(\nu, T)$  – adabiyotda *Kirxgof funksiyasi* yoki *universal funksiya* deb yuritiladi.



2.2-rasm. Absolut qopa jism nurlanishining intensivligini to'liq uzunlikka bog'liqligi. Bunda  $T = 5250K$  (yashil chiziq). Peley-Jins metodi bilan olingan egpilik (sapiq chiziq) Bin fopmulasi bilan olingan egrilik (binafsha), Plank fopmulasi bilan hisoblangan egrilik eksperimental eg-pilik ustiga tushadi. Bu yerda  $\lambda_{max} = 580 \text{ nm}$ .

Birinchi masala 20-yillardan keyin, ikkinchi masalani yechish uchun 45 yildan ko'proq vaqt kerak bo'ldi. Kirxgofni qo'ygan ikki masalasini eksperimentatorlar muvaffaqiyatli yechdilar. 2.2-rasmda

$T=5250K$  temperatura uchun nurlanish intensivligining to'liq uzunliklar bo'yicha taqsimoti tasvirlangan. 2.3-rasmda esa turli temperaturalar uchun intensivligini (nurlanish energiyasining zichligini) to'liq uzunliklar uchun taqsimoti keltirilgan. Bu masalani nazariy jihatdan



2.3-pasm. Nurlanish intensivligini to'liq uzunlikka bog'liqlik taqsimoti tupli temperaturalarda keltirilgan.

yechish katta qiyinchiliklarga duch keldi. Bu masalalarni yechishga juda ko'p fiziklar urindilar. Birinchi masalani yozef Stefan (1879-yil) va Lyudvig boltsman (1884-yil) muvaffaqiyatli hal qildilar. Ikkinchi masalani nemis olimi Vilgelm Vin (1893-yil), Reley va Jins (1900-yil) qisman yechdilar. Klassik fizika pozitsiyasida turib bu masalani hal etishdagi barcha urinishlar «bekor ketdi». Bu masalani yangi tasavvur bilan qurollangan Maks Plank yechishga muvassar bo'ldi. Uning kiritgan yangi g'oyasi issiqlik nurlanishini to'la tushuntirib berdi. Sha natijada fizikada, yuqorida aytganimizdek, buyuk burilish ro'y

berdi. Bu hol 14-dekabr 1900-yil bo'lib, XX asr kvant fizika asri bo'lib qoldi.

### 2.3. Issiqlik nurlanishining klassik nazariyasi. Stefan-boltsman qonuni

Birlik sirtidan birlik vaqtda chiqayotgan barcha to'liq uzunlikdagi nurlanishlarning to'la energiyasi, ya'ni energetik yorituvchanlik (ravshanlik)

$$R = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} r_{\nu} d\nu \quad (2.5)$$

bilan aniqlanadi.

$r_{\nu}$  - chiqarish qobiliyati faqatgina jismlarning issiqlik nurlanishiga xos bo'lib, luminessensiya nurlanishi bundan matlaqo mustasnodir. Qalayotgan jism uchun  $r_{\nu}$  faqat temperaturaga bog'liq. Jismning chiqarish qobiliyati atrofdagi muhitga ham jism bilan nurlanishni muvozanatligiga ham bog'liq emas. Eksperimental ma'lumotlarni tahlil qilgan Stefan 1879-yilda energetik yorituvchanlikni issiqlik nurllovchi jism absolut temperaturasi  $T$  ni to'rtinchi darajasiga proporsional ekanligini aniqladi:

$$R = \int_0^{\infty} r_{\nu} d\nu = \sigma T^4 \quad (2.6)$$

(2.6) formulani Stefan empirik yo'l bilan topgan bo'lsa, 1884-yilda boltsman termodinamik mulohazalaridan hamda Maksvell elektrodinamikasining qonunlaridan foydalanib nazariy yo'l bilan topdi. Shu boisdan ham (2.6) munosabatdagi energetik yorituvchanlik  $r$  Ni termodinamik temperaturaga bog'lanish formulasini Stefan-boltsman qonuni deb yuritiladi.  $\sigma$  – Stefan-boltsman doimiysi bo'lib, uning son qiymati

$$\sigma = 5,6 \cdot 10^{-8} \frac{Bm}{m^2 K^4}$$

ga teng. Stefan-boltsman qonuni faqat absolut qora jismlarning nurlanishi uchun o'rinli, lekin qora bo'lmagan jismlar uchun (2.6) formula o'rinli bo'lmay, uning oddiy analitik ifodasi yo'q.

Umuman olganda, qora bo'lmagan jismlar uchun Stefan-boltsman qonunini quyidagicha yozish mumkin.

$$R = \epsilon \sigma T^4 \quad (2.7)$$

Bunda  $\epsilon \leq 1$  nurlatgichning *issiqlik nurlanish koeffitsiyenti* yoki qisqacha *nurlanish koeffitsiyenti* deb ataladi. Gohida uni *qoralik koeffitsiyenti* ham deyiladi.

#### 2.4. Shin formulasi. Shin siljishi. Shin funksiyasi

Muvozanatli nurlanishni nazariy o'rganishdagi keyingi qadamni 1893-yilda nemis fizigi Vilgelm Vin qo'ydi. Kirxgofni (2.4) formulasini u bir o'zgaruvchilik ko'rinishiga keltirishga muvaffaq bo'ldi, ya'ni

$$u_\nu d\nu = \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right) d\nu. \quad (2.8)$$

(2.8) formulani *Vinning strukturaviy formulasi* deyiladi.  $T$  temperaturada birlik chastotaga (yoki to'lqin uzunlikka) to'g'ri kelgan nurlanish energiyasini topish formulasi *strukturaviy formula* deyiladi. Termodinamik mulohazalardan va yorug'lik chastotasini o'zgarishini ifodalovchi Dopler effektini inobatga olib topilgan (2.8) formula Kixgof masalasini to'la yechimini bermadi. Bu masalani yechishda Vinning xizmati shundaki, u ikki o'zgaruvchili funksiyani bir o'zgaruvchili funktsiya ko'rinishiga keltirdi. Bu esa termodinamik nurlanish xossalari haqida yetarlicha ma'lumot olish imkoniyatini berdi. Vinning strukturaviy formulasi temperatura  $T$  ni o'zgarishi bilan energiyaning spektral zichligining maksimumini siljishini ko'rsatadi. (2.8) formulani nurlanishning to'lqin uzunliklari uchun yozamiz:

$$u_\lambda d\lambda = \lambda^{-5} \phi(\lambda, T) d\lambda. \quad (2.9)$$

Spektral zichlikning maksimumini siljishini (2.9) formuladan oson topish mumkin. Buning uchun (2.9) formulani differensiallash va hosilasini 0 ga tenglash kerak. Natijada,

$$-5\varphi(\lambda_{\max}, T) + \lambda_{\max} T \varphi'(\lambda_{\max}, T) = 0$$

bundan

$$\lambda_{\max} T = c_0 \quad (2.10)$$

kelib chiqadi (bunda  $s_0 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ ).

(2.10) formula *Vinning siljish qonuni* deb yuritiladi. Muvozanatli (qora) nurlanish uchun nurlanish energiyasining spektral zichligining eng katta qiymatiga to'g'ri kelgan to'liq uzunlik  $\lambda_{\max}$  termodinamik temperatura  $T$  ga teskari proporsionaldir. Bu ifoda eksperimentda o'lchangan nurlanish energiyasi zichligini  $\lambda$  ga bog'liq taqsimotdagi maksimumga to'la o'rinli bo'lib (2.3-rasm), nurlanish intensivligini to'liq uzunlikka bog'liq taqsimotini turli temperatura uchun o'lchangan natijalarini to'la aks ettiradi.

Bu formula texnikada va astrofizikada juda katta ahamiyatga ega, chunki u spektral tahlil asosida quyosh, yulduzlarning temperaturasini o'lchash imkoniyatini ochdi. Masalan, relikt (qoldiq) nurlanish (koinotning issiqlik nurlanishi) ustida A.Penziyev va R.Vilson tomonidan kosmosda qilingan tajribalar  $T \approx 3\text{K}$  ekanligini aniqladi. Bu esa «Buyuk portlash» nazariyasidan olingan natijalarni tasdiqladi.

Shinning ikkinchi xizmati shundaki, (2.8) formulani integrallash orqali bevosita Stefan-boltsman formulasini aks ettiruvchi ifodani olish mumkin:

$$R = \int_0^{\infty} u_{\nu} d\nu = \int_0^{\infty} \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right) d\nu$$

agar  $\frac{\nu}{T} = x$  desak,  $dx = \frac{d\nu}{T}$  va  $d\nu = T dx$  U holda

$$R = T^4 \int_0^{\infty} x^3 F(x) dx \quad (2.11)$$

- ifodaga ega bo'lamiz. (2.11) ifodadagi  $\int_0^{\infty} x^3 F(x) dx$  sonni xarakterlaydi va uni  $\sigma$  desak,  $R = \sigma T^4$  formulaga keltiramiz.

1886-yilda Vin eksperimental natijalarni yana bir bor tahlil etib

$$f\left(\frac{\nu}{T}\right) = \exp\left(-\frac{a\nu}{T}\right) \quad (2.12)$$

qonuniyatni topdi ( $a$  - biror koeffitsiyent).

Shin formulasining hozirgi zamon ko'rinishi quyidagicha:

$$u_{\nu}(T) = \frac{8h\nu^3}{c^3} \exp\left[-\frac{h\nu}{kT}\right] \quad (2.13)$$

bunda,  $\hbar$  – Plank doimiysi,  $\omega = 2\pi\nu$  – burchak chastota,  $k$  – boltsman doimiysi,  $c$  – yorug'lik tezligi.

Shin formulasini tekshirish uchun eksperimentatorlar nurlanish intensivligini to'liq uzunlikka (chastotaga) bog'liqlik taqsimotini o'lchadilar va u 2.2-rasmdagi kabi uzluksiz qo'ng'iroqsimon ko'rinishdagi egriklikka ega.  $\lambda$  ning biror qiymatida  $U$  maksimumga ega va muayyan temperaturada to'liq uzunlikning eng kichik va eng katta qiymatlari uchun nolga intiladi. 2.2-rasmdagi ko'rsatilgan egriklni (uni Kirxgof funksiyasi deb atasak) katta chastotalarga to'g'ri kelgan qismini Vin funksiyasi to'g'ri aks ettiradi. Qisqa chastotalarga to'g'ri kelgan intensivlikni, shuningdek,  $\lambda_{\max}$  ga to'g'ri kelgan intensivlikni  $U$  qanoatlantirmaydi.

Lyummer va Pringsgeym 1899-yilda qilgan tajribalar Vinning siljish qonunini to'la tasdiqladi. Shunday qilib Vin formulasi eksperimental egriklni katta chastotalarga to'g'ri kelgan qismini to'la aks ettirib, Kirxgof masalasini to'la yecha olmadi. Shunga qaramay  $U$  kiritgan tushuncha va qonunlar issiqlik nurlanish fizikasini anglashda va amaliyotda juda muhim rol o'ynadiki, u 1903-yilda Nobel mukofotiga sazovor bo'ldi. Vin formulasi quyosh nurlanishi spektrini katta chastotalar qismiga to'g'ri kelgan issiqlik nurlanishi intensivligini ham yaxshi tushuntirib berdi.

## 2.5. Reley-Jins formulasi. Ultrabinafsha halokat

Kirxgof qo'ygan masalani Vin qisman yechdi. U topgan (2.13) formula 2.2-rasmda yeltirilgan spektrial zichlikni kichik to'liq uzunliklar ( $0, \lambda_{\max}$ ) sohasiga to'g'ri kelgan qismini yaxshi tushuntirib berdi. Biroq  $\lambda_{\max}$  ga teng va undan katta bo'lgan to'liq uzunlikka ega bo'lgan sohasi ( $\lambda \geq \lambda_{\max}$ ) uchun olingan nurlanish energiyasi natijalarini tushuntirib bera olmadi.

Klassik statistika mexanikasi va Maksvell elektrodinamikasi qonunlariga muvofiq (termodinamika, optika va elektrodinamika g'oyalari birlashmasi) ravishda Kirxgofni ikkinchi masalasini hal qilishda dastavval D.U.Reley (1842–1911), sal keyinroq D.D.Jins (1877–1941) kirishdi. Ular bu masalani yechishda klassik statistika fizikasining energiyaning teng taqsimlanishi teoremasiga asoslanishdi. Reley va Jins yopiq kovak ichki devori ossillatorlar (atomlar) majmuasidan tashkil topgan va ushbu ossillatorlar bilan kovak ichidagi nurlanishlar orasida energiya almashuvi vujudga kelishi mumkin dedilar. U holda muvozanatli nurlanish sharoitida kovak ichida turhun to'liqlar to'plami (sistemi) yoki tebranish turlari (moddalar) hosil bo'ladi. Har bir turg'un to'liq *tebranish moddasi (turi)* deyiladi. Energiyaning teng taqsimlanishi teoremasiga binoan elektromagnit nurlanishning har bir erkinlik darajasi o'rtacha  $kT$  energiyaga ega bo'ladi ( $k$ -boltsman

doimiysi). Bu teoreмага ko'ra adiabatik qobiq ichidagi nurlanish energiyasining to'la qiymatini aniqlash shu hajmdagi elektromagnit tebranishlar erkinlik darajasining to'la sonini topish masalasiga keladi.

Agar kovakni  $l$  o'lchamga ega bo'lgan kub shaklidagi quti deb qarash, u holda to'la moddalar soni  $dN_{to'la}$

$$\frac{dN_{to'la}}{l^3} = \frac{8\pi\nu^2}{C^3} d\nu \quad (2.14)$$

formula yordamida topiladi (bunda  $l^3$ -kub hajmi).

Har bir chastotaga turg'un to'liqinni tebranish moddasi desak, u holda (2.14) formulaga binoan moddalar soni kovakdagi nurlanishni tavsiflovchi elektromagnit tebranishlarning erkinlik darajasi soniga teng bo'ladi. Bitta erkinlik darajasiga to'g'ri kelgan nurlanishning  $\langle E \rangle$  desak, u holda kovak ichidagi nurlanish energiyaining zichligi

$$u_\nu(T) = \frac{dN_{to'la}}{l^3} \langle E \rangle = \frac{8\pi\nu^2}{C^3} \langle E \rangle \quad (2.15)$$

ga teng bo'ladi. (2.15) formuladan ko'rinadiki,  $u_\nu(T)$  ni bilish uchun har bir tebranish moddasining o'rtacha energiyasi  $\langle E \rangle$  ni topish kerak bo'ladi. (2.15) Spektrial taqsimot chastotalarga bog'liq ko'rinishda yoziladi. Kerak bo'lgan hollarda  $\nu = c/\lambda$  formula yordamida (2.15) formulani to'liqin uzunliklariga bog'liq formula shaklida yozish mumkin.

Klassik statistikaga ko'ra muvozanatli nurlanishda har bitta erkinlik darajasiga o'rtacha  $\frac{1}{2}kT$  ga teng bo'lgan kinetik energiya to'g'ri

keladi. Xususiyl chastota bilan tebranayotgan ossillator uchun kinetik energiya bilan potensial energiyaning o'rtacha qiymati bir-biriga teng. Bundan chiqadiki, kovakdagi issiqlik tebranishning har bir modasiga to'g'ri kelgan o'rtacha energiya

$$\langle E \rangle = \langle E_k \rangle + \langle E_p \rangle = 2 \cdot \langle E_r \rangle = K.T \quad (2.16)$$

Shunday qilib (2.16) ifoda ossillatorni klassik o'rtacha energiyasini xarakterlaydi. (2.16) formulani (2.15) ga qo'ysak, u holda

$$u_\nu(T) = \frac{8\pi\nu^2}{C^3} kT \quad (2.17)$$

tenglikni hosil qilamiz.

(2.17) formulani *Reley-Jins formulasi* deyiladi.

Bu formula 1900-yilda Reley tomonidan taklif qilingan. Sal keyin-roq Jins bu formulani nazariy jihatdan mufassal asosladi. (2.18) formula spektr bo'yicha issiqlik nurlanishining taqsimotini xarakterlaydi va kichik (qisqa) chastotalar sohasida eksperiment natijalari bilan yaxshi mos tushadi. Yuqori chastotalarda Reley-Jins formulasi bilan hisoblangan nurlanish energiyasi zichligining qiymatlari eksperimentda

olingan qiymatlarga nisbatan ancha katta.  $v \rightarrow \infty$  da  $u_v(T)$  ham cheksizga intiladi. Shuningdek, nurlanishning to'la zichligi

$$U = \int_0^{\infty} u_v(T) dv = \infty \quad (2.18)$$

bo'ladi. (2.18) formula eksperiment natijalariga tamomila zid. Shu sababdan ham P.Erenfest bu holni «ultrabinafsha halokati» deb atadi. Reley-Jins formulasi spektrni barcha qismini to'la tavsiflab bera olmadi. U ham vin formulasi kabi Kirxgof masalasini bir qismini, ya'ni vin yecha olmagan qismini yechdi. 2.2-rasmda keltirilgan spektrning  $\lambda > \lambda_{\max}$  qismiga to'g'ri kelgan nurlanish energiyasini yaxshi tushuntirib berdi, ammo  $\lambda \leq \lambda_{\max}$  sohasiga to'g'ri kelgan nurlanish intensivligini tushuntirib bera olmadi. Reley-Jinsning (2.17) formulasi darajali funksiya ko'rinishida bo'lib, u Vin formulasi (2.8) bilan mos tushadi. Bu formulalar bevosita termodinamika natijalaridan kelib chiqqani uchun konkret modelga bog'liq emas. Haqiqatan ham, (2.8) formuladagi noaniq

bo'lgan  $F\left(\frac{v}{T}\right)$  funksiyasi o'rniga  $F\left(\frac{v}{T}\right) = \frac{kT}{2\pi^3 c^3 v}$  ni qo'ysak, (2.17)

formula (2.8) formula bilan mos tushadi.

Shunday qilib biz klassik fizikaning barcha imkoniyatlarini hisobga olgan holda issiqlik nurlanishi masalasini yechishga va tushuntirishga harakat qildik, biroq uning uddasidan chiqa olmadik. Klassik fizika doirasida olingan har bir tenglama eksperiment natijalarining faqat bir tomonini tasdiqladi va issiqlik nurlanishi muammosini to'la tushuntirib beradigan nazariyani yaratish imkoni bo'lmadi. Qo'shimcha yangi g'oya jalb qilmasdan turib issiqlik nurlanishini tavsiflab bo'lmalik aniq ravshan bo'lib qoldi. Bu esa klassik fizikani kamchiliklardan xoli emasligini va o'z ekanligini yaqqol ko'rsatdi.

## 2.6. issiqlik nurlanishining kvant nazariyasi. Plank formulasi

Klassik fizika doirasidagi barcha tadbirlar, urinishlar issiqlik nurlanishini to'la tavsiflashda behuda, bejiz ketdi. Klassik fizika boshi berk ko'chaga kirib qoldi. Fan yangi g'oya va yangi tushunchalarga tashna va chanqoq edi. Bu chanqoqlikni Plank qondirdi.

1900-yilda Plankni  $u_v(T)$  – spektrial zichlik uchun topgan formulasi tajribada olingan natijalar bilan barcha chastotalarda mos tushdi. U formulani nazariy keltirib chiqarish uchun klassik fizika tasavvuriga mutlaqo zid bo'lgan gipoteza kerak edi. Plank ossillator energiyasi har qanday qiymatlar ham olavermaydi, balki bir-biridan farq qiladigan aniq diskret qiymatlar qabul qiladi, degan g'oyani o'rtaq tashladi. Ossillator bir holatdan ikkinchi holatga o'tganda yutilgan yoki chiqarilgan nurlanishning energiyasi kvantlangan va u chekli aniq qiymatlar

oladi, deb qaradi. Bunday mulohaza yuritilganda  $T$  temperaturada bo'lgan muvozanatli nurlanish sharoitida diskret energetik spektrga ega bo'lgan sistema uchun  $\langle E \rangle$  ni qiymatini (2.16) formula bilan aniqlab bo'lmaydi. Bu holda ossillatorlar sonini energiya bo'yicha taqsimlanishi uchun boltsman taqsimotini qo'llasa bo'ladi. Ossillatorni *yen* energiyali holatda bo'lishi ehtimoli

$$P_n \sim \exp \left[ - \frac{E_n}{kT} \right]$$

bo'lgani uchun o'rtacha energiya

$$\langle E \rangle = \sum_n E_n P_n = \frac{\sum_n E_n \exp \left[ - \frac{E_n}{kT} \right]}{\sum_n \exp \left[ - \frac{E_n}{kT} \right]} \quad (2.19)$$

formula bilan topiladi.

Plank fikriga ko'ra  $E_n$  energiyani qiymatini aniqlash uchun yana bir gipoteza kerak. Plankning faraziga ko'ra garmonik ossillator ekvivalent (bir xil oraliq) energetik spektrga ega. Shu sababdan  $n$ -tartibli holat energiyasi *yen* eng kichik energiya ulushiga butun karrali bo'lishi kerak, ya'ni

$$E_n = nE_1, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.19)$$

(hozirgi zamon kvant mexanikasi garmonik ossillatorning energetik sathlarining qiymatlari uchun  $E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) h\nu$  formulani beradi).

U holda (2.19) formulani mahrajidagi ifodani cheksiz geometrik progressiyaning yig'indisi sifatida yozish mumkin bo'ladi. Cheksiz geometrik progressiyasini  $S(\alpha)$  (bunda  $\alpha = \frac{1}{kT}$ ) desak,

$$S(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\alpha nE_1) = [1 - \exp(-\alpha E_1)]^{-1} \quad (2.20)$$

(2.18) formulaning suratida turgan yihindi teskari ishora bilan Olingan  $\frac{dS(\alpha)}{d\alpha}$  hosilaga teng:

$$\sum_{n=0}^{\infty} nE_1 \exp(-\alpha nE_1) = - \frac{d}{d\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\alpha nE_1) = \frac{\exp(-\alpha E_1)E_1}{[1 - \exp(-\alpha E_1)]^2} \quad (2.21)$$

(2.20) va (2.21) ni (2.19) ga qo'ysak

$$\langle E \rangle = \frac{E_1}{\exp(\alpha E_1) - 1}, \quad \left( \alpha = \frac{1}{kT} \right) \quad (2.22)$$

ga ega bo'lamiz.

(2.22) ni (2.15) ga qo'ysak, nurlanish energiyasining zichligi uchun quyidagi formulani olamiz:

$$u_\nu(T) = \frac{4\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{E_1}{\exp\left(\frac{E_1}{kT}\right) - 1} \quad (2.23)$$

(2.23) formulada  $E_1$  noma'lum. Qora jism nurlanish spektrini to'g'ri tavsiflash uchun (2.23) formuladagi  $E_1$  ni quyidagi ko'rinishda olamiz:

$$E_1 = h\nu. \quad (2.24)$$

(2.24) formulani (2.23) ga qo'yib, Plankning formulasini hosil qilamiz:

$$u_\nu(T) = \frac{4\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad (2.25)$$

## 2.7. Plank formulasi – issiqlik nurlanishining umumiy formulasi

(2.25) ko'rinishda yozilgan Plank formulasi 2.2-rasmdagi kabi eksperimental nurlanish energiya zichligining chastotalar bo'yicha taqsimotini to'la tushuntirib berdi. Turli temperaturalarda o'lchangan eksperimental natijalarni (2.3-rasm) ham Plank formulasi to'la tavsiflaydi. Qizig'i shundaki  $h$  ning qiymati hamma hollar uchun bir xil, ya'ni  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{Js}$ . boshqacha aytganda barcha chastotalar va barcha temperaturalar uchun Plank formulasi eksperimental natijalar bilan to'la va juda aniq mos tushadi. Shunday qilib, Kirxgofning ikkinchi masalasini to'la yechgan Plank yangi tasavvur bilan sug'orilgan Kvant fizikaga asos soldi.

Plank formulasidan foydalanib issiqlik nurlanishiga tegishli bo'lgan barcha formulalarni keltirib chiqarish mumkin. Masalan, kichik

chastotalar va yuqori temperaturalar uchun  $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$  Bu holda (2.25)

formuladagi mahrajni Teylor qatoriga yoyish mumkin va uni faqat chiziqli hadi bilan chegaralasak, u holda Plank formulasidan Reley-Jins formulasiga o'tamiz, ya'ni

$$u_\nu(T) = \frac{4\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{kT} - 1} = \frac{4\pi\nu^2}{c^3} kT.$$

Yuqori va past temperaturalar uchun  $\frac{h\nu}{kT} \gg 1$ , bu holda (2.25) formulaning mahrajidagi ifodada turgan bir soni eskponenta qiymatidan

juda ham kichik va shu sababli uni e'tiborga olmasa ham bo'ladi. Natijada, Plank formulasidan Vin formulasi kelib chiqadi.

$$u_\nu(T) = \frac{4\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$$

2.2-rasmga e'tibor bering. Vin formulasi bilan Reley-Jins formulasi o'rinli bo'lgan ikki chegara orasida keng soha bo'lib, bu sohada spektral taqsimot egriligidining maksimumi yotibdi. Temperatura ko'tarilganda Vin siljishi qonuniga (2.10) ko'ra u qisqa to'lqinlar sohasiga (2.3-rasm) siljiydi. Plank formulasi (2.25) ni chastotalar bo'yicha differensiallab, so'ng hosilasini nolga tenglasak, transcendent tenglama olamiz. U orqali

$$c_0 = 1,265 \frac{h}{k} c \quad (2.26)$$

Qiyamatni olamiz (bunda  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ,  $c$  - yorug'lik

tezligi,  $k$ -boltsman doimiysi).

Agar Plank formulasi (2.25) ni chastotalar bo'yicha integrallasak, Stefan-Boltsman qonunini olamiz. Bu holda  $\sigma$ -doimiylikning nazariy ifodasi

$$\sigma = \frac{\pi^2 \cdot k^4}{60c^2 \hbar^3} \quad (2.27)$$

(2.26) va (2.27) formulalardagi  $c_0$  va  $\sigma$  koeffitsiyentlar  $c$ ,  $\hbar$  va  $k$  kabi fundamental konstantalar bilan bog'langan.  $c_0$  va  $\sigma$  larni tajribadan aniqlab, ular asosida  $\hbar$  va  $k$  larni hisoblash mumkin. Plank Stefan-Boltsman formulasi (2.7) va siljish qonuni (2.10) dan foydalanib  $\hbar$  va  $k$  ning qiymatlarini hisobladi. Faradey soni  $F=N_e e$  dan foydalanib elektronni zaryadini hisoblashga muvaffaq bo'ldi. Tomson hisoblagan  $e$  ning qiymati  $6,5 \cdot 10^{-10} \text{ SGSE}(q)$  ga teng edi. Plankning hisoblagan zaryadi  $e=4,69 \cdot 10^{-10} \text{ SGSE}(q)$ . Ko'rib turibsizki, Plankning topgan zaryadining qiymati hozirgi vaqtda hisoblangan zaryadning qiymatiga juda yaqin.

## 2.8. Issiqlik (Jonson) shovqini

Qizigan har qanday jism chiqarayotgan elektromagnit nurlanish *issiqlik nurlanishi* deb ataladi. Ana shunday nurlanishlar Quyosh energiyasini bizga, ya'ni yerga ham olib keladi.

Issiqlik nurlanishi radioaloqa va o'ta sezgir elektr asboblari yasash texnikasida halal beruvchi effekt hisoblanadi. Radioaloqa sohasida bu halal beruvchi nurlanishlar *shovqin* deb yuritiladi. Undan umuman qutilishning iloji yo'q. Shuning uchun radioinjener-mutaxassislar

shovqin quvvatini energiyasini imkoni boricha kamaytirishga harakat qilishadi.

Signallarni olis masofalarga uzatishda va kuchsiz signallarni qabul qilishda qurilmaning (peredatchik (uzatgich) va priyomnik (qabul qilgich)) quvvatini oshirish kerak bo'ladi, bu esa o'z navbatida shovqinlar bilan hisoblashishga injenerlarni majbur qiladi. Radioaloqa amaliyotidan yaxshi ma'lumki, yuqori chastotalarda tekislanishi va ularning sathi kamayishi kuzatilgan. Yuqori chastotalarda, ayniqsa, santimetr va millimetr (1000 Mgts) to'liqlar sohasida atmosfera razryadlari ham, sanoat korxonalarining shovqinlari ham signalga ta'sir etmasligi ayon bo'lib qoldi.

Shovqinlarning intensivligini hisoblash va ularning quvvatini kamaytirish yo'llarini izlash radiotexnika va astrofizika sohalaridagi eng katta muammolardan biri. Bu muammolarni hal etishda Plank formulasini tahlil qilish nihoyatda o'rindir.

Tebraning biror turi (moddasi) uchun to'hri kelgan o'rta-cha energiya Plank formulasi (2.22) ga ko'ra

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad (2.22)$$

formula bilan topiladi.

(2.28) formuladan ko'ramizki,  $\frac{h\nu}{kT}$  ni juda kichik qiymatlarida

$\langle E \rangle = kT$  bo'lib u Reley-Jins formulasi bilan xarakterlanadi. Bundan ko'rinadiki, kichik chastotalarda tebraning har bir turiga to'g'ri kelgan o'rtacha energiya faqat temperaturaga bog'liq bo'ladi va shovqin quvvati temperatura bilan xarakterlanadi.  $\frac{h\nu}{kT}$  ni qiymati bir

sonidan kattalashib borgani sari, ya'ni tebraning muayyan turining chastotasi ortgan sari o'rtacha energiya  $\langle E \rangle$  ning qiymati kamayib boradi. Xuddi shu sababga ko'ra ham yopiq kovak ichidagi elektromagnit nurlanishlarning to'la energiyasi chekli qiymatga ega bo'ladi. Avvalgi banddan yodingizda qolgan bo'lsa, Reley-Jins formulasiga ko'ra to'la energiya cheksizga intilardi. Shunday qilib (2.28) ifoda bilan xarakterlanuvchi issiqlik nurlanishining o'rtacha energiyasi ikkinchi tomondan issiqlik shovqinni energiyasini ham xarakterlaydi. Biroq yuqori chastotalarda ham shovqinni tamomila yo'qotib bo'lmaydi.

1928-yilda Garold Friis 20 Mgts chastotaga mo'ljallangan priyomnik yasadi va uning yordamida birinchi bo'lib fundamental, hech qanday yo'l bilan yo'qotib bo'lmaydigan issiqlik shovqinlarini kashf etdi. Keyinchalik mazkur issiqlik shovqinini Jonson shovqini deb atay boshlashdi. Shu priyomnik yordamida Karl Яn Kosmik radioshovqinni

kashf etdi va bu kashfiyot radioastronomiya fanini vujudga kelishiga va rivojlanishiga sabab bo'ldi.

20 Mgts va undan yuqori chastotalarda priyomnik antennisiga kelib tushayotgan shovqinlar Jonson issiqlik shovqini sathida bo'lib, bu shovqinni Koinot o'zining barcha obyektlari bilan hosil qiladi.

*Jonson issiqlik shovqini har qanday qizigan jism chiqarayotgan elektromagnit nurlanishlarining radiochastota qismiga to'g'ri kelgan nurlanishdir.*

Temperaturasi absolut temperaturadan yuqori bo'lgan har bir jism ana shunday nurlanish tarqatishi mumkin. Maks Plank 1900-yilda kashf qilgan formulasi ham, kvant sohasida qilgan ishlari ham bevosita qizigan jismlarning nurlanishiga bog'liqdir. *Jonson shovqini radioaloqa imkoniyatlarining prinsipial chegaralovchi fundamental kvant effektdir.*

Modda molekulari atomlardan tashkil topgan. Barcha atomlar esa, elektr zaryadlangan zarralar – elektron va protonlardan iborat. Modda atomlari tebranma harakatda bo'lganda (odatda, biz uni issiqlik deymiz) ular har xil chastotaga ega bo'lgan elektromagnit nurlanishni xotik (tartibsiz) ravishda tarqatadi. Kvant nazariya termini bilan aytganda atomlar har xil energiyaga ega bo'lgan kvantlar sochadi. Ana shu kvantlar fundamental, prinsipial yo'qotib bo'lmaydigan elektromagnit shovqinlarini hosil qiladi va bu shovqinlar radiotexnikada, hatto eng yuksak chastotalarda ham yo'qolmaydi.

Temperaturasi  $T$  ga teng bo'lgan elektromagnit nurlanishlaridan tashkil topgan kovakka antenna o'rnataylik. Antennaga elektromagnit energiyaning qancha miqdori o'tadi va undan qanchasi radiopriyomnikka keladi? *Jonson shovqinining quvvati antennaning tabiatiga bog'liq emas. U faqat  $T$  temperaturaga va  $\nu$  chastotalar polasasi deb atalgan oraliqqa bog'liq.* Bizning radiopriyomnigimiz o'tkazadigan chastotalar oralihi *chastotalar polasasi* deyiladi. Priyomnikka yoki boshqa o'lchov asbobga kelib tushayotgan issiqlik nurlanishi quvvati

$$P = \left[ \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \right] B, \quad Bm \quad (2.29)$$

Qabul qilingan nurlanishning quvvati Jonson issiqlik shovqinining quvvatiga teng bo'lib, u ham (2.29) formula bilan aniqlanadi (bunda  $\nu$  – signal chastotasi,  $T$  – antenna yo'naltirilgan «qora buyum»ning temperaturasi,  $k$  – boltsman doimiysi,  $h$  – Plank doimiysi va  $\nu$  – chastotalar polasasi).

O'ta sezgir va o'ta yuksak chastotaga ega bo'lgan priyomnik oddiy nurlayotgan jismlarning radioto'lqinlarini intensivligini o'lchash imkonini beradi. Antennani qayoqqa yo'naltirmang, u turli buyumlar-

dan kelayotgan issiqlik nurlanishlarni, ya'ni Jonson shovqinini qabul qiladi. Agar antenna ko'zguga yo'naltirilgan bo'lsa, u holda qabul qilinayotgan signal ko'zgudan qaytayotgan barcha signallardir. Demak, priyomnikka kelib tushayotgan issiqlik shovqini bu buyumlardan ko'zguga kelib tushayotgan nurlanishning temperaturasi bilan xarakterlanadi. Boshqacha aytganda ko'zguning o'zining temperaturasi emas, balki bu shovqin ko'zguga kelib tushayotgan nurlanishlarning temperaturasi xarakterlaydi.

Antenna yo'nalishiga shisha bo'lagini qo'ysak, u holda antennaga kelib tushayotgan shovqin shisha ichidan o'tayotgan ko'zguda ko'rinayotgan buyumlarning temperaturasi bilan belgilanadi.

Daraxt, buta kabi ayrim buyumlar o'ta yuqori chastota (O'YuCh) daipozonidagi radioto'lqinlarni deyarli to'la yutishi mumkin. Agar shunday buyumga biz antennani yo'naltirsak, u holda priyomnik O'YuCh yoki shovqinni qabul qiladi. bu shovqinning intensivligi faqat buyumning o'zining temperaturasi bog'liq bo'lib, uning atrofidagi temperaturaga bog'liq emas. Bu esa bizga buyumlarni, kosmik obyektlarni temperaturasi bevosita o'lchash imkoniyatini beradi.

*Issiqlik shovqini tabiatning mutlaqo universal hodisasidir.* Issiqlik shovqini 1939-yilda J.b.Jonson tomonidan elektr qarshilikni uchlaridagi kuchlanganlik fluktuatsiyasini temperaturaga bog'liqligini tekshirishda kashf etdi. Kvant fizika tasavvuridan kelib chiqib shuni aytish mumkinki, kvant mexikaning qonunlari radioaloqa imkoniyatlarini prinsipial chegaralaydi va bu chegara *Jonson shovqini* yoki *issiqlik shovqini* deb ataladi. Tebranishning har bir turining energiyasi diskret qiymatga ega degan Plank g'oyasini e'tiborga olgan holda priyomnik qabul qilayotgan shovqin uni albatta e'tiborga olish zarur. Yuqoridagi mulohazalardan kvant effektlar aloqa texnikasida faqat qiyinchiliklar tuhdirdi degan fikr tug'ilishi mumkin. Lekin bu unchalik emas. Kvant effektlarini yaxshi bilish orqali ular yordamida eng kichik shovqin beradigan kuchaytirgichlar qurish imkoniyati tuhuldi. Bunday kuchaytirgichlar sifatida mazer yoki lazerlarni misol qilish mumkin. Ideal shovqinining temperaturasi

$$T_n = \frac{h\nu}{k \ln 2} \quad (2.30)$$

formula bilan topiladi.

Real priyomnikni shovqin temperaturasi  $T_n$ , unda uning chiqishidagi shovqin quvvati

$$P_0 = G \cdot \left( \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT_n}\right) - 1} \right) \cdot B \quad (2.31)$$

Formula bilan aniqlanadi (bunda  $G$  – kuchaytirgichning quvvat kuchaytirgich ko'effitsiyenti).

## 2.9. Issiqlik shovqinining quvvati

Issiqlik shovqinining quvvati qanday qiymatlar qabul qiladi. Hozir ana shu masalaga sizning diqqatingizni jalb qilamiz. Bizning ixtiyorimizda o'ta yo'naltirilgan antenasi va o'tkazish polasisi 20  $Mgts$  (1 sekundda 20 mln. ta tebranish) ga ega bo'lgan O'YuCh – priyomnik bo'lsin (bunday chastotalar polasasiga ko'pgina radialokatsion-priyomniklar, television dasturlarni retranslatiya qilishda ishlatiladigan O'YuCh – sistemalar ega). O'YuCh – priyomnikni antennasini yerdagi jismlarga ham, kosmik obyektlarga ham yo'naltirish mumkin. Antenna o'zi yo'nalgan obyektдан kelayotgan issiqlik elektromagnit tebranishlarini qayd qiladi va O'YuCh – priyomnik yordamida uning quvvati aniqlanadi. So'ng Jonson shovqini quvvatini aniqlovchi (2.29) formula yordamida obyektни temperaturasi hisoblanadi.

O'YuCh – priyomnik antennasini zenit tomon yo'naltiraylik. O'lchashlar ko'rsatadiki, zenitdan kelayotgan issiqlik shovqinining quvvati  $2,70 \cdot 10^{-15}$   $vt$  ga teng bo'lib, unga mos kelgan temperatura (2.29) formula bilan hisoblaganda 10  $K$  ga to'g'ri keladi. Priyomnikning antennasini daraxtlar to'plamiga yo'naltiraylik. Agar daraxtning temperaturasi 293  $K$  ( $20^{\circ}C$ ) ga teng bo'lsa, u holda bizning priyomnikdagi issiqlik shovqinining quvvati  $2,70 \cdot 10^{-13}$   $vt$  ga yaqin bo'ladi. Endi O'YuCh – priyomnik antennasini quyosh tomon qarataylik, u holda antenna qabul qilgan issiqlik shovqinining quvvati  $1,6 \cdot 10^{-12}$   $vt$  atrofida bo'ladi. Bu quvvatga mos temperatura 600  $K$  bo'lib, u quyosh temperaturasini xarakterlaydi. Mabodo, biz o'lchashni 100  $Mgs$  priyomnik bilan qaytarganimizda qabul qilingan issiqlik shovqinining signal-larining temperaturasi 1 mln.  $K$  ga to'hri keladi. Bunday katta farqni bo'lishini quyidagicha tushuntirish mumkin. Quyosh toj deb atalgan juda issiq gaz qobig'i bilan o'ralgan. Toj yorug'lik to'lqinlarini va O'YuCh diapozondagi radioto'lqin uchun shaffofdir. U bu nurlanish-larni deyarli yutmaydi va ularni nurlamaydi. Biroq toj katta to'lqin uzunlikdagi radioto'lqinlar uchun shaffof emas, ya'ni ular toj tomonidan yutiladi va nurlanadi. Toj o'zining ostki qatlamidagi sirtidan ancha issiq bo'lish hodisasi hozirgi paytdagi quyosh fizikasi fanining sirlaridan biridir. Uqorida keltirilgan misollardan ko'ramizki, O'YuCh shovqinining quvvati juda kichkina qiymatga yega. Hatto quyoshdan kelayotgan shovqin quvvati ham juda kichik. Covqin – issiq jism tarqatayotgan elektromagnit to'lqinlari, shuningdek, quyosh tarqatayotgan ravshan yorug'lik ham elektromagnit to'lqinlaridir. O'YuCh qabul qilayotgan issiqlik shovqinining quvvatini kichikligiga sabab bu

bizning priyomnikni chastotalar polasasini quyoshdan kelayotgan elektromagnit spektr (yorug'lik va issiqlik) juda kichkina oralig'idir. Haqiqatan ham ko'zga ko'rinadigan yorug'lik elektromagnit nurlanishlarining chastotalar polasasining o'zi  $2,5 \cdot 10^8$  Mgs ga teng bo'lib, u bizning priyomnigimizning chastotalar polasasidan 10 mln. marta kattadir.

Obykt atrofidan kelayotgan signallarning issiqlik shovqinidan tashqari O'YUCh asboblarni ishlashiga halal beruvchi boshqa shovqinlar ham bordir. Bu shovqinlardan biri priyomnikning o'zini hosil qilgan shovqinidir. bu shovqinni odatda «*instrumental shovqin*» deb ham atashadi. Shu sababdan yuqori chastotalar radiotexnikasining bosh masalalaridan yana bittasi bu shovqinni ham kamaytiradigan O'YuCh – priyomniklarni yaratishdir. Yuksak chastotali mazerlarni yaratilishi bu masalani hal qildi.

Ideal chiziqli kuchaytirgichning shovqin temperaturasi 4170 Mgs chastotada ishlovchi mazer uchun

$$T_n = \frac{h\nu}{k \ln 2} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{c} \cdot 4,17 \cdot 10^9 \text{ Gs}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 0,693} = 0,228 \text{ K}.$$

real ishlovchi mazerning shovqin temperaturasi 3,5 K ga teng bo'lib, u ideal chiziqli kuchaytirgichning temperaturasi (0,228K) dan 12 marta katta. Bu eng kichik issiqlik shovqinidir. Mazer shovqinining temperaturasi eng yaxshi hisoblangan yugurma to'lqin lampalarida qilingan chiziqli kuchaytirgichlar shovqini temperaturasi (600 K) dan ancha kichkinadir.

## 2.10. Kvant shovqini

Lazer texnikasining taraqqiy qilishi va mukammallashishi tufayli optikaviy o'lchashlarning aniqligi va sezgirliigi misli ko'rilmagan darajada oshdi. Hozirgi paytda nihoyatda barqaror ishlovchi yorug'lik manbalari mavjud. Ularnig aniqligini 30 mln. Yilda faqat 1 sekundga yangilishadigan soatga qiyoslash mumkin. Interferension metodlar yordamida proton o'lchamidan uncha katta bo'lmagan mexanikaviy ko'chishlarni o'lchash mumkin. Lazer nurining yutilishi asosida muhitda bo'lgan bir qancha molekular sonini ham o'lchash mumkin. Bunday o'lchashlarning aniqlik chegarasiga faqat yorug'lik manbayining shovqini, ya'ni o'rtacha biror qiymatga nisbatan yorug'lik to'lqinining intensivligi fazasi va chastotasining tasodifiy fluktuatsiyalari chek qo'yishi mumkin. Ana shunday fluktuatsiyalar o'lchashlarini qayta takrorlash jarayonida topilgan qiymatlar orasida tafovutlar vujudga keltirishi kuzatilgan.

Ko'p hollarda bunday shovqinni paydo bo'lishiga asbobning o'zi, ya'ni yorug'lik manbayining nomukammalligi (undagi mexanik vibratsiyalar, issiqlik tebranishi va h.k.) sababchidir. Shunga o'xshash bo'li-

gan sabablarni mustasno etish natijasida o'lchash aniqligi sohasida ko'zga ko'rilmagan yutuqlarga erishildi. Biroq «asbob» sabab bo'lgan shovqinni yo'qotilishi bilan yana boshqa kvant hodisalarni prinsipial ehtimollik xarakteri paydo qiladigan yangi to'siq paydo bo'ldi. Sezgirlilikning bu chegarasi *kvant shovqini* deyilib, uning sababchisi *fizikaviy qonunlarning o'zidir*. Qizih shundaki, tadqiqotchilar kvant shovqinni juda chuqur o'rganib, uni chetlab o'tish yo'llarini topdilar. Masalan, gravitatsion to'lqinlarni o'lchash masalasini yechishda bu juda katta ahamiyatga ega. Galaktikada o'ta yangi yulduz portlashi natijasida hosil bo'lgan gravitatsion to'lqinlar yer tevaragida ham nihoyatda kichik ko'chishlar yuzaga keltiradi. Dastlab bir-biridan 1000 m narida turgan ikki nuqta orasidagi masofa taxminan  $10^{-15}$  m ga o'zgaradi. bunday juda kichik o'zgarishni o'lchash uchun barcha shovqinlarni – mexanik vibratsiya, seysmik, issiqlik va kvant shovqinni yo'qotish kerak bo'ladi.

1985-yilda amerika tadqiqotchilari kvant shovqinni kamaytirish yo'lini topdilar. Buning uchun ular turli to'lqin uzunlikka, turli yo'nalishga va bir qancha intensivlikka ega bo'lgan lazer nurlari bilan nochiziqli optikaviy muhitlarni o'zaro ta'siri asosidagi ko'p to'lqinli parametrik ko'chish metodidan foydalandilar. Slasher rahbarligidagi guruh (bell laboratoriyasining firmasi) birinchi bo'lib aktiv muhit sifatida natriy atomlari dastasidan foydalanib kvant shovqinnini kamaytirish yo'lini topdi. Livenson rahbarligidagi guruh (ibM firmasi) 114 M li optik tolaning nochiziqli xossalari asosida shovqinni kamaytirishga erishdilar. Ostin universitetining Kimbl boshchiligidagi guruh esa 1986-yilda nochiziqli kristalldan foydalanib kvant shovqinnini 50 %ga kamaytirishga muvaffaq bo'ldilar. Hozirgi paytda «fotonlar-egizaklar» generatori yordamida kvant shovqinnini kamaytirish choralari izlanmoqda.

## SAVOLLAR

1. Issiqlik nurlanishi nima va uning muammosini ayting.
2. Absolut qora jism deb nimaga aytiladi? Misollar keltiring.
3. Eksperimentator qanday qilib absolut qora jism tayyor-laydi?
4. Nur chiqarish qobiliyati va nur yutish deb nimaga aytiladi?
5. Muvozanatli nurlanish deganda nimani tushunasiz?
6. Kirxgofning universal funksiyasi qanday funksiya?
7. Kirxgof masalasini tushuntiring.
8. Nurlanishning to'la zichligi bilan nurlanishning spektral tarkibi haqida so'zlang.
9. Stefan-boltsman qanday qonun topdi?
10. Stefan-boltsman formulasi absolut qora bo'lmagan jismlar uchun o'rinlimi?

11. Vin qanday masalani yechishga qo'l urdi?
12. Shinning strukturaviy formulasini yozing va tushuntiring.
13. Vinning siljish qonunini yozing va tushuntiring.
14. Shinnig formulasi (funksiyasi) yozing va tushuntiring.
15. Shinnig taqsimot funksiyasi eksperimental nurlanish energiyasining spektral zichligini tavsiflaydimi?
16. Reley-Jins qanday mulohazalar asosida issiqlik nurlanishi energiyasi spektral zichligi formulasini berdi?
17. Ultrabinafsha halokati nima?
18. Issiqlik tebranishi moddasi (turi) deganda nimani tushunasiz?
19. Plankning kvant g'oyasini asosiy mohiyati nima?
20. Plank formulasini yozing va tushuntiring.
21. Nima uchun Plank formulasi issiqlik nurlanishining universal formulasi deyiladi?
22. Plank formulasi dan Vin formulasini keltirib chiqarish mumkinmi? Qanday qilib?
23. Plank formulasidan Stefan-boltsman formulasini keltirib chiqarish mumkinmi? Qanday qilib?
24. Plank formulasidan Reley-Jins formulasini keltirib chiqarish mumkinmi? Qanday qilib?
25. Plank formulasidan Stefan-boltsman doimiysi  $\sigma$  ni topish mumkinmi? Qanday qilib?
26. Plank doimiysidan Vin siljishini keltirib chiqaring.
27. Plank formulasidan Plank doimiysi qanday topiladi?
28. Plank formulasidan boltsman doimiysini topish mumkinmi? Qanday qilib?
29. Plank formulasidan Avagadro sonini topish mumkinmi? Qanday qilib?
30. Plank formulasidan elektron zaryadini hisoblash mumkinmi? Plank buni qanday bajargan?
31. Shovqin va issiqlik shovqini (Jonson shovqinni) tariflang.
32. Nima uchun Plank formulasini Jonson shovqinni formulasi deb ham qarash mumkin?
33. Jonson shovqinni radioastronomiya, radioaloqa va o'ta sezgir asboblari yaratilishi haqidagi fikringizni ayting.
34. Issiqlik nurlanishi uchun o'rtacha energiyani topish formulasini yozing.
35. Jonson shovqinni quvvati qanday ifodalanadi?
36. Jonson shovqinni quvvatini klassik va kvant formulalari orasidagi farqi qanday?
37. Issiqlik shovqinini quvvatiga doir astrofizikadan quyoshga oid misollar keltiring.
38. Issiqlik shovqini kvant chegarami?
39. UVCH larda Jonson shovqinining o'rnini so'zlang?
40. Garold Friis qanday asbob yaratdi?

41. Kosmik shovqinlarni kim ochgan?
42. Karl Yan qanday fanga asos soldi?
43. Relikt nurlanishni issiqlik shovqini desa bo'ladimi?
44. Penzias va Vilson qanday ishlari uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'ldilar?
45. Priyomnikning o'zini shovqini deganda nimani tushunasiz?
46. Ideal chiziqli kuchaytirgich qanday asbob?
47. Shovqin temperaturasi qanday formula bilan ifodalanadi?
48. Issiqlik shovqinini kamaytirishda Mazerning roli haqida gapiring?
49. Nima uchun optik nurlanish diapozonidagi shovqinlar radio diapozonidagi shovqinlarning o'rtacha energiyasidan kam bo'ladi? buni Plank formulasidan tushuntirish mumkinmi?
50. Vinga, Releyga va Plankka qanday ishlari uchun Nobel mukofoti berildi va qaysi yillarda?
51. Kvant shovqini va uni kamaytirish yo'llari haqida so'zlang?
52. Nima uchun kvant tushunchani yangi tushuncha deymiz?
53. Plank doimiysini fizika fanida tutgan o'rni qanday?
54. Nima uchun Plank g'oyasi kvant fizikani yaratilishiga asos bo'ldi?
55. Issiqlik nurlanishi mavzusi haqidagi fikringiz va olgan taassurotlaringiz?

### MASALALAR

2.1. Jismning issiqlik nurlanishi deb nimaga aytiladi? Issiqlik nurlanishi luminetsensiya nurlanishidan nimasi bilan farq qiladi?

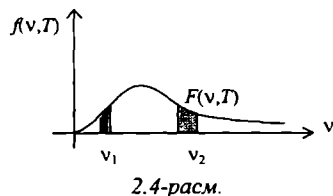
2.2. Jismning energetik yorituvchanligi  $R$  ga, nurlanish (chiqarish) qobiliyati  $r_v(T)$  ga va yutish qobiliyati  $a_v(T)$  ga ta'rif bering va ularning birliklarini  $Si$  da yozing.

2.3. Jismning nurlanish qobiliyati  $r_v = r_0 \exp(-\alpha v)$  qonun bilan tavsiflanadi, bunda  $r_0$  va  $\alpha$  – doimiy sonlar. Jismning energetik yorituvchanligini toping.

2.4. Agar jismning yutish qobiliyati ma'lum bo'lsa, u holda uning chiqarish qobiliyati nimaga teng?

2.5. Agar jism o'z nurlanishi bilan issiqlik muvozanatida bo'lsa, chiqarish va yutish qobiliyati nimaga teng? a) ideal qaytaruvchi sirt uchun; b) absolut qora jism uchun.

2.6. 2.4-rasmda Kirxgof funksiyasi tasvirlangan. Grafikda yuzalari teng bo'lgan ikkita uchastka ajratilgan.  $v_1$  va  $v_2$  chastotalarda absolut qora jism uchun: a)  $r_v(T)$  – chiqarish qobiliyati; b)  $\Delta r_v(T)$  energetik yorituvchanlik bir xilmi?



2.7. Jism uchastkasi sirtining  $\Delta S$  yuzasidan  $\Delta t$  vaqt ichida  $2\pi$  fazoviy burchakda  $\Delta yE$  energiya nurlanadi. Energetik yorituvchanlik  $r$  ni toping.

2.8. Yopiq kovakda spektral hajm zichligi  $u(\nu, T)$  bo'lgan nurlanish mavjud. Kovak devorining yutish qobiliyati  $a_{\nu T}$  bo'lsa, chiqarish qobiliyati  $r_{\nu T}$  ni va kovak devorining energetik yorituvchanligi  $r$  ni hisoblang.

2.9.  $f(\nu, T) = \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right)$  Vin funksiyasidan foydalanib: a)  $f(\nu, T)$  maksimumiga to'g'ri kelgan  $\nu_{\max}$  chastotani; b)  $f(\nu, T)$  maksimumiga to'g'ri kelgan egrilik balandligini  $T^3$  ga proporsional ekanligini; v) absolut qora jism uchun energetik yorituvchanlik  $r$  ni  $T^4$  ga proporsional ekanligini ko'rsating.

2.10. «Buyuk portlash»dan so'ng koinot kengaya boshladi va oqibatda vujudga kelgan elektromagnit nurlanish soviy boshladi. Hozirgi paytda relikt nurlanish nomi bilan mashhur bo'lgan bu issiqlik nurlanishining maksimumiga to'g'ri kelgan to'liq uzunlik  $\lambda_{\max} = 1,07 \cdot 10^{-3}$  m. relikt nurlanishning temperaturasi toping.

2.11. Penzias va Vilson koinotning muvozanatli relikt nurlanishi temperaturasi  $T = 3K$  ekanligini aniqladilar (shu ishlari uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'lishgan). Relikt nurlanishning to'liq uzunligini va bosimini toping.

2.12. 1989-yilda Amerikada COBE (Cosmic background Explorer – Kosmik fan tadqiqotchisi) deb atalgan sun'iy yo'ldosh uchirildi. Bu yo'ldoshga o'rnatilgan apparatura yordamida relikt nurlanishi zichligini chastota bo'yicha taqsimlanish o'lchandi. O'lchangan spektr yordamida relikt nurlanishning temperaturasi  $T = 2,735K$  ekanligi aniqlandi. Relikt nurlanishning temperaturasi to'g'ri kelgan to'liq uzunlikni, chastotani va energiyani hisoblang. Olingan natijalarni izohlang.

2.13. Koinotning o'tmishi haqida relikt nurlanish muhim ma'lumot beradi. Koinot nurlanishning temperaturasi  $T = 2,735K$  va to'liq uzunligi  $0,106 \cdot 10^{-3}$  M bo'lsa, birlik hajmga nechta foton to'g'ri keladi.

2.14. Koinotda moddaning o'rtacha zichligi  $3 \cdot 10^{-28}$  kg/m<sup>3</sup> (asosan vorodod) 1sm<sup>3</sup> hajmda nechta proton bor va uni relikt fotonlar soni bilan taqqoslang.

2.15. Relikt nurlanish energiyasini zichligini nazariy hisoblang.

2.16. Yopiq kovakda yotgan muvozanatli issiqlik nurlanish mumkin bo'lgan barcha chastotalarga ega bo'lgan turg'un to'liqlar majmuasidan iborat.  $T$  temperaturani  $E_n = nh\nu$  energiyaga ega bo'lgan moddaning  $m$  ehtimolini toping.  $m$  ni  $n$  ga bog'liq grafigini chizing ( $n$  –butun son).

2.17. 2.16. masala natijasidan foydalanib  $v$  chastotaga ega bo'lgan turg'un to'liqning o'rtacha energiyasini toping. Javobni  $\alpha = hv/(kT) - \alpha$  parametr orqali ifodalang.

2.18. Plank formulasidan foydalanib yuqori va past temperaturalar kriteriyasini ta'riflang. Shu temperaturalar uchun chegaraviy ifodalarni toping.

2.19. Yopiq kovak ichida muvozanatli  $T$  temperaturada issiqlik nurlanishi mavjud. Chastotasi  $v$  ga teng bo'lgan normal modda uchun fotonlarning o'rtacha konsentratsiyasini toping.

2.20. Chastotalar shkalasida berilgan nurlanish energiyasi zichligi  $u_v(T)$  ni to'liq uzunliklar shkalasida berilgan  $u_\lambda(T)$  ga o'tkazing.

2.21. Issiqlik nurlanishi uchun Vin funksiyasi  $u_\omega(T) = A\omega^3 e^{-\frac{a\omega}{kT}}$

bunda  $a = 7,64 \cdot 10^{-12} \text{ K}\cdot\text{s}$ . Agar  $T = 2000 \text{ K}$  bo'lsa, a) nurlanishning eng ehtimolli chastotasi; b) eng ehtimolli nurlanish to'liq uzunligini; v) nurlanishning o'rtacha chastotasini; g) nurlanishning o'rtacha to'liq uzunligini toping.

2.22. Plank formulasi eksperimental egrilik bilan taqqoslanib, Plank doimiysi  $h$  aniqlangan.  $h$  ga asoslanib Plank Bolsman doimiysini qanday hisoblagan?

2.23. Plank o'zining funksiyasidan foydalanib, Avagadro sonini qanday hisoblagan?

2.24. Plank o'z formulasidan foydalanib, elektronning zaryadini hisobladi. Plank topgan elektron zaryadi qiymatini Tomson topgan elektronning zaryad qiymati va hozirgi zamon elektron zaryadining qiymati bilan taqqoslang.

2.25. Quyosh sirtining temperaturasi  $6000 \text{ K}$  Nurlanish zichligining maksimumiga to'g'ri kelgan yashil nurning to'liq uzunligi  $\lambda_{\max} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ . Plank formulasidan foydalanib,  $h$  ni hisoblang.

2.26. Plank formulasi, foydalanib, Stefan-Boltsman doimiysini toping va uni hisoblang.

2.27. Plank formulasi qanaqa taqsimot funksiyasiga asoslangan va bu taqsimot funksiyasi ko'rinishini chizing.

2.28.  $20 \text{ Mgts}$  polasadan o'ta yuksak chastotali (O'YuCh) signal qabul qilishi kerak. Uzatkichning (peredatchik) va uning atrofidagi temperaturasi  $20^\circ\text{C}$  ( $293 \text{ K}$ ). Agar issiqlik shovqinining ko'vvati  $8 \cdot 10^{-13} \text{ Vt}$  bo'lsa, signalning chastotasini toping.

2.29. 2.28. masala shartidan foydalanib Reley-Jins formulasidan issiqlik shovqinini qiymatini hisoblang.

2.30. O'YuCh-priyomnigining antenasi Zenitga (qutb yulduzi tomon) yo'naltirilgan va kelayotgan signal shovqini  $2,73 \cdot 10^{-15} \text{ Vt}$  ekanligi aniqlandi. Koinotning shu nuqtasining (Zenit) temperaturasi necha kelvinga teng?

2.31. O'YuCh-priyomnigining antenasi butazorga yo'naltirilgan va kelayotgan signal shovqining quvvati  $8 \cdot 10^{-13} \text{ Vt}$  ekanligi aniqlandi. Butazorning temperaturasi hisoblang.

2.32. Quyoshdan kelayotgan issiqlik shovqinining quvvati  $1,6 \cdot 10^{-12} \text{ Vt}$  va temperaturasi  $6000 \text{ K}$  O'YuCh-priyomnikining polasasi kengligi qanday bo'lgan?

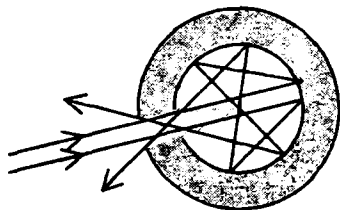
2.33. Issiqlik shovqinining o'rtacha energiyasi va quvvati radiochastotalar diapazondami yoki optik diapazondami, ya'ni qaysi birida kam bo'ladi?

2.34. Mazer va O'YuCh-priyomnik orasida qanday fizik mavjud? Qaysi birida Jonson shovqini kichik bo'ladi va nima uchun?

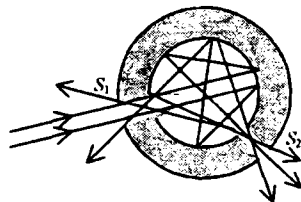
2.35. Mazerning shovqin temperaturasi  $3,5 \text{ K}$  ga teng. Chastotalar polasasi  $25 \text{ Mgts}$  bo'lsa, mazer shovqinning quvvati va o'rtacha energiyasini toping.

2.36. Jonson shovqinini lazer va mazer uchun taqqoslang.

2.37. Issiqlik fotopriyomnigi bo'sh kovakli kameradan iborat bo'lib, uning ichki sirtining yuzasi  $S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ , tirqishining yuzasi esa  $10^{-6} \text{ m}^2$  (2.5-rasm). Kameraning ichki qismi yorug'likni juda kichkina qismini yutadi (yutish koeffitsiyenti  $a = 0,01$ ), qolgan qismi esa sochiladi. Bu sharoitda kamera ichida yorug'lik nurlanishi barcha yo'nalishlar bo'yicha tekis taqsimlanadi. Kameraning tirqishiga tushayotgan yorug'lik oqimining qancha qismi qayta shu tirqishdan chiqib ketadi.



2.5-rasm.



2.6-rasm.

2.38. Ichki yuzasi  $S = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  (2.6-rasm) bo'lgan Kovakning tirqishiga yorug'lik oqimi tushyapti. Kovakning ichki devorida Nurlanishning oz miqdori yutiladi. Qolgan qismi esa sochiladi va kovakda muvozanatli nurlanish hosil bo'ladi. Ikkinchi tirqishdan (tirqish kesimlarining yuzi  $S_1 = S_2 = S = 2 \text{ mm}^2$ ) tushayotgan yorug'lik oqimining  $n = 1/5$  qismi chiqib ketadi. Kovak devorining yutish koeffitsiyentini toping.

### **III BOB**

#### **Mavzu: YORUG'LIKNING KVANT NAZARIYASI. EYNSHTEYNNING SAQLANISH QONUNLARI**

##### **Reja:**

- 3.1. Yorug'lik tabiati. Eynshteynning fotonlar nazariyasi.**
- 3.2. Yorug'lik kvanti uchun saqlanish qonunlari.**
- 3.3. Fotonlar. Elektron-pozitron juftligi.**
- 3.4. Elektron-pozitron juftligining tug'ilishi.**
- 3.5. Fotonlarning yutilishi.**
- 3.6. Juftlikning annigilatsiyasi (yo'qolishi).**
- 3.7. Rentgen nuri va uning kvant tabiati.**

##### **ADABIYOTLAR**

1. А.Н.Матвеев. Атомная физика. «Высшая школа», М., 1989.
2. Д.И.Блохинцев. Основы квантовой механики. «Высшая школа», М., 1961.
3. Г.Бете. Квантовая механика. М., 1965.4. А.А. Соколов, И.М.Тернов. Квантовая механика. М., 1962.
4. Э.В.Шпольский. Атомная физика. Том 1, М., 1963.
5. W.C.Rntgen. Ber line eine neue Art von Strahln-med.Phys. Ges, Wurzburg. 1895, S.137, 1886, 511 (оригинал).

**Annotatsiya (masalaning qo'yilishi):** Absolut qora jismning nurlanish jarayonini kvant nazariyasining yaratilishi va uni tajribada to'la tasdiqlanishi klassik fizikaning xulosalari noto'g'ri va shubhali ekanligini ko'rsatdi. Uzlüksiz o'zgaruvchi fizikaviy kattaliklar o'rniga uzlukli, diskret o'zgaruvchi kattaliklar kiritilishi fizika fanida katta buri-lish yasadi. Bu esa o'z navbatida, elektrodinamikaning poydevori bo'lgan uzluksizlik prinsipiga zid kelmagan yorug'likning to'liqin nazariyasini ham katta shubha ostiga oldi.

Haqiqatan tabiiy savol tug'iladi, agarda nurlanish energiyasi uz-luklilik prinsipiga amal qilsa, nima uchun yorug'likning o'zi bu prin-sipga amal qilmasligi kerak.

Nurlanish energiyasi zichligini chastota bo'yicha taqsimotini chu-qur tahlil qilgan Eynshteyn yorug'likni ham zarralardan tashkil top-ganligi, ular  $h\nu$  energiyaga ega bo'lgan va yorug'lik tezligida harakat

qiluvchi-fotonlardan iborat ekan dedi. Fotoeffekt, kompton effekt, pozitron-elektron juftligini tug'ilishi va rentgen nurlarining moddalarga ta'siri kabi hodisalar kvant nazariyadagi energiya va impulsning saqlanish qonunlari asosida to'la tushuntirildi.

Bu mavzuni o'qigan talaba Plankni, kvant g'oyasi bilan Eynshteynning kvant g'oyasi orasidagi farqni to'la ko'ra bilishi, saqlanish qonunlarini qo'yilgan masalalarga tatbiq eta olishi kerak. Yorug'likning uzluksizligi va kvant tabiati haqida to'g'ri tasavvur paydo bo'lishi kerak.

### **Mavzu qahramoni**

1. Albert Eynshteyn (1879–1955) Germaniyaning Ulm shahrida tug'ilgan. 1914–33-yillarda Germaniyada ishlagan. So'ng umrining oxirigacha Amerikada yashagan. 300 dan ortiq ilmiy asar yozgan. XX asrning genial fizigi. 1921-yilda nazariy fizikada va ayniqsa, fotoelektrik effekti hodisasini kashf etgani uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

2. Karl Devid Anderson. AQSh ning Nyu-York shahrida 1905-yilda tug'ilgan. Rentgen nurlanishi, gamma nurlanishi va kosmik nurlarni tekshirishdagi katta xizmatlari uchun 1936-yilda Sh.F.Gess bilan birgalikda Nobel mukofitiga sazovor bo'lgan.

3. Vilgelm Konrad Rentgen. 1901-yilda o'zining nomi bilan ataladigan rentgen nurlarini kashf etganligi uchun Nobel mukofoti berilgan.

### III bob. YORUG'LIKNING KVANT NAZARIYASI. EYNSHTEYNNING SAQLANISH QONUNLARI

#### 3.1. Yorug'likning tabiati. Eynshteynning fotonlar nazariyasi

Ossillatorlarni kvantlash haqidagi Plank g'oyasi absolut qora jismning nurlanish muammosini to'la-to'kis hal qildi va jismlarning nurlanish energiyasini yutish va chiqarish jarayoni uzlukli ravishda yuz berishini ko'rsatdi. Klassik fizika tasavvurida yechib bo'lmaydigan masala hal qilindi, bu esa fan tarixida buyuk burilish edi. Lekin Plank o'z g'oyasini elektromagnit nurlanishiga qo'llanadi. Nurlanishning tarqalish jarayonlari, yorug'likning tabiati haqidagi muammolar hali ham klassik nazariya qonuniyati asosida tushuntiriladi edi. Uzlukli kataliklar tushunchasi, ya'ni Plank g'oyasi elektrodinamika nazariyasiga hali kirib kelgani yo'q edi.

1905-yilda albert Eynshteyn Plank ossillatorini kvantlash g'oyasini yanada olg'a surib, elektromagnit nurlanishga tatbiq edi. Plank formulasi energiya bo'yicha o'rtacha taqsimot beradi. Nurlanish energiyasi zichligini fluktuatsiyani chuqur tahlil qilgan Eynshteyn kvant xususiyat umuman yorug'likka tegishli xususiyat degan xulosaga keldi. Eynshteynning yorug'lik kvantlari haqidagi yangi gipotezasiga ko'ra, monoxromatik yorug'lik dastasi  $h\nu$  energiyaga va yorug'lik tezligida harakat qiluvchi kvantlardan-korpuskula-fotonlardan iboratdir. (Foton atamasi 1926-yilda D.Lyuis tomonidan kiritilgan. 1927-yilda elektronlar va fotonlar mavzusiga bag'ishlangan Solveyev kongressida yorug'lik zarrasiga rasmiy ravishda foton ismi beriladi). Eynshteyn gipotezasiga ko'ra Plank ossillatori yorug'lik kvantini chiqarish yoki yutish hisobiga o'z energiyasini o'zgartiradi. Foton zarra bo'lganligi sababli u

energiya  $E$  ga ega bo'lishi bilan birga  $p = \frac{E}{c}$  impuls ga ega bo'lishi

zarurligini Eynshteyn angladi.  $K$  – to'lqin vektori tushunchasini kiritaylik. To'lqin vektorning komponentlari

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \alpha, \quad k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \beta, \quad k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \gamma$$

ga teng, bunda  $\lambda$  – to'lqin uzunlik,  $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$  yorug'lik to'lqiniga normal bo'lgan yo'naltiruvchi kosinuslar. Bu holda yorug'lik impulsini vektor ko'rinishda yozish mumkin:

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

Shunday qilib Eynshteynning foton nazariyasiga ko'ra ikkita formula hosil qilamiz:

$$E = \hbar \omega = \hbar \omega, \quad (3.1)$$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (3.2.)$$

(3.1) va (3.2.) formulalarda  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  bo'ladi.

(3.1) va (3.2.) formulalar yorug'likni *kvant nazariyasining asosiy tenglamalari* deyiladi. Bu tenglamalar yorug'lik kvanti energiyasi  $E$  va impulsi  $r$  ni yassi monoxromatik to'lqinning chastotasi va to'lqin uzunligi bilan bog'laydi. Shunday qilib, yorug'lik tabiatiga aniqlik kiritildi. *Elektromagnit maydonning kvantlari – bu fotonlardir. Fotonning tinchlikdagi massasi nolga teng. Fotonning tinchlikdagi massasi degan tushuncha ma'noga ega emas, ya'ni foton faqat harakatda mavjuddir.*

### 3.2. Yorug'lik kvanti uchun saqlanish qonunlari

Yorug'likning kvant nazariyasiga ko'ra, yorug'likni (elektromagnit nurlanishni)  $\hbar \omega$  energiyaga va  $\hbar \vec{k}$  impulsiga ega bo'lgan zarralardan (fotonlardan) tashkil topgan gaz sifatida tasavvur qilish mumkin. Lekin yorug'likning kvant nazariyasining ma'nosi yanada chuqurroq bo'lib, yorug'likning moddalar bilan o'zaro ta'sirini energiya va impuls saqlash qonunlari orqali ifodalashdir. Yorug'lik va mikrosistemalar (elektron, atom, molekula va h.k.) orasida bo'ladigan energiya va impuls almashuvi bir kvantni paydo bo'lishi va ikkinchi boshqa yorug'lik kvantini yo'qolishi hisobiga bo'ladi. Bu fikr yorug'lik bilan o'zaro ta'sirda bo'lgan sistemalar uchun energiya va impulsning saqlanish qonunlarini formulasini yozishga imkoniyat beradi. Natijada, klassik fizikada jismlarning to'qnashish jarayonlari uchun yoziladigan saqlash qonunlariga o'xshagan saqlash qonunlarini foton va mikrosistemalar uchun ham yozsa bo'ladi va bu o'z navbatida mikromashtabda fizikaviy kattaliklarning miqdorini hisoblash matematikasini beradi.

Foton bilan elektronning to'qnashishi (o'zaro ta'sir) jarayoni uchun energiya va impulsning saqlanish qonunlarini ko'raylik.

Foton va elektrondan tashkil topgan sistemani to'qnashguncha bo'lgan energiyasi va impulsini  $E$  va  $\vec{p}$ , to'qnashish sodir bo'lgandan so'ng sistemaning energiyasi va impulsini  $E_1$  va  $\vec{p}_1$  deylik.  $\hbar \omega$  va  $\hbar \vec{k}$

yorug'lik kvantining to'qnashguncha energiyasi va impulsi, to'qnashish ro'y bergandan keyin yorug'lik kvantining energiyasi va impulsi va  $\hbar\vec{k}_1$  bo'lsin.

Endi «to'qnashish» so'ziga aniq ma'no beramiz. Foton va elektronning o'zaro ta'siri natijasida chastotasi  $\omega$  va  $\vec{k}$  yo'nalishdagi elektromagnit to'lqinning energiyasi va impulsi mos ravishda  $\hbar\omega$  va  $\hbar\vec{k}$  ga (yorug'lik kvanti yo'qoldi) kamaydi,  $\omega_1$  chastotaga va  $\vec{k}_1$  yo'nalishdagi boshqa elektromagnit to'lqinining energiyasi va impulsi  $\hbar\omega_1$  va  $\hbar\vec{k}_1$  ga ortdi (yorug'lik kvanti paydo bo'ldi). Bu holni matematika nuqtayi nazaridan quyidagicha yozish mumkin:

$$\hbar\omega + E = \hbar\omega_1 + E_1 \quad (3.3)$$

$$\hbar\vec{k} + \vec{p} = \hbar\vec{k}_1 + \vec{p}_1 \quad (3.4)$$

(3.3) va (3.4) formulalar fotonlar bilan mikrozarralarning o'zaro ta'sirini xarakterlaydigan saqlanish qonunlaridir. Kvant nazariyada ushbu energiya va impulsning saqlanish qonunlari yorug'lik va moddalar orasidagi bo'ladigan jarayonlarni miqdoriy hisoblashga imkon beradigan universal tenglamalardir.

Yorug'likni yutilishi, nurlanishi va sochilishi kabi uchta asosiy jarayonni (3.3) va (3.4) tenglamalar qamrab olgan. Shu jarayonlarni ko'raylik:

1. *Utilish jarayoni.* Agar  $\omega_1 = 0$  bo'lsa, u holda  $\vec{k}_1 = 0$ . Bu holda (3.3) va (3.4) tenglamalarni quyidagicha yozish mumkin:  $\hbar\omega + E_0 = E_1$

$\hbar\vec{k} = \vec{p}$ , bunda  $E_0$  - elektronni bog'lanish energiyasi. Natijada,  $\hbar\omega$  yorug'lik kvanti yutiladi. Fotoeffekt hodisasi bunga yaqqol misol bo'ladi (keyingi bobda fotoeffektни ko'ramiz).

2. *Nurlanish (chiqarish) jarayoni.* Agar  $\omega = 0$  bo'lsa  $\vec{k} = 0$ , u holda (3.3) va (3.4) tenglamalar  $\hbar\omega$  kvantga teng nurlanishni xarakterlaydi.

3. *Sochilish jarayoni.* Agar  $\omega$  va  $\omega_1$  chastotalar noldan farqli bo'lsa (3.3) va (3.4) tenglamalar yorug'likning, sochilishini xarakterlaydi; bu holda  $\hbar\omega$  va  $\hbar\vec{k}$  mos ravishda  $\hbar\omega_1$  va  $\hbar\vec{k}_1$  ga teng bo'lgan boshqa kvantga aylanadi. Kompton effekti bunga misol bo'ladi.

(3.3) va (3.4) ko'rinishdagi energiya va impulsining saqlanish qonunini klassik fizika tasavvurida turib talqin qilib bo'lmaydi. Bu tenglamalar matematik ko'rinishi jihatidan klassik fizikadagi energiya va impulsning saqlanish qonunlariga o'xshagan bo'lsa ham, ularning

fizik ma'nosi yorug'likni to'liqin tasavvuriga ham, korpuskular tasavvurga ham ziddir.

Mexanikada qo'llaniladigan energiyada saqlanish qonunida kinetik energiyaning qiymati  $v$  tezlik bilan ( $\omega$  chastota bilan emas) belgilanadi. Mexanik to'qnashishda, to'qnashgandan so'ng zarralarning tezligi o'zgaradi, bizning (3.3) da tezlik o'zgarmaydi. To'liqin nazariyaga ko'ra, to'liqin maydonining energiyasi to'liqinni  $\omega$  chastotasi bilan emas, balki shu maydonni hosil qiluvchi To'liqin amplitudasi bilan aniqlanadi. Lekin ikkinchi tomondan chastota bilan amplitudani bir-biriga bog'laydigan formulani biz bilmaymiz. Ko'rib turibsizki, yuzaki mulohazalar ham (3.3) va (3.4) qonuniyatlarning klassik qonuniyatlarga zid ekanligini ko'rsatadi. (3.3) va (3.4) saqlanish qonunlari yorug'likni ikkiyoqlama xususiyati to'liqin va korpuskular xossalarni inobatga olgan tenglamalar bo'lib, uning tasavvuri klassik fizikaning tasavvuriga nisbatan boyroqdir.

Hozirgi zamon elektromagnit maydonining kvant nazariyasi yorug'likni shu ikki tomoni, ya'ni yorug'likning dualizm xarakterini hisobga oladi.

### 3.3. Fotonlar

Foton tom ma'noda relativistik zarra; u doimo yorug'lik tezligida harakat qiladi. Shuning uchun fotonning massasi, impulsi va energiyasi maxsus nisbiylik nazariyasining formulalari yordamida hisoblanishi kerak. Maxsus nisbiylik nazariyasiga ko'ra, istalgan zarraning massasi

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.5)$$

formula bilan topiladi. Foton uchun  $v = c$ , bu holda (3.5) formulaning mahraji nolga aylanadi. Bundan chiqadiki, fotonning tinchlikdagi massasi nolga teng bo'lishi yoki uning energiyasi  $E = mc^2$  cheksizga teng bo'lishi kerak edi. Shu sababga ko'ra ham foton doim harakatda, u hech qachon tinch holatda bo'lmaydi.  $m_0 = 0$  da fotonning impulsi

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad (3.6)$$

formulaga ko'ra,

$$p = \frac{E}{c} \quad (3.7)$$

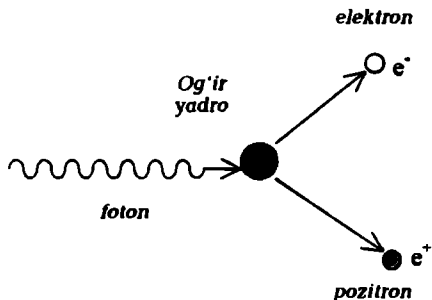
bilan aniqlanadi.

$E = h\nu$  bo'lgani uchun fotonning impulsu to'liq uzunlik bilan

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (3.8)$$

munosabat orqali bog'langan.

Foton energiyaga ega bo'lgani uchun, bu energiya massaga aylanishi mumkin. Bu hodisa pozitron va elektron tug'ilishi jarayonida (3.1-rasm) ro'y beradi.



3.1-pasm. Juftlikning tug'ilishi: fotonning yo'qolib elektron va pozitronning paydo bo'lishi.

### 3.4. Elektron-pozitron juftligining tug'ilishi

Pol Dirak 1928-yilda elektronning relativistik to'liq tenglamasi kutilayotgan yechimga nisbatan ikki marta ko'p yechim berishini aniqladi. Dirak bu yechimlarning yarmisi manfiy energiyaga ega bo'lgan elektronlar uchun tegishli degan fikrni berdi. Kvant nazariyaga binoan mikrosistemada diskret o'tishlar mavjud bo'lganligi uchun manfiy energiyaga ega bo'lgan holatlarni inkor etish noo'rin edi. Dirak ana shu «noo'rin yechim»ni musbat zaryad  $e^+$  ga ega bo'lgan zarralarga tegishli deb atadi. Keyinroq bu zarraga *pozitron* degan nom berildi.

1932-yilda Karl Anderson bu zarrani izini (trekni) kosmik nurlarni o'rganayotgan paytda Vilson kamerasida kuzatdi. Elektron va pozitron zaryadlarining absolut qiymatlari teng bo'lib, *pozitron zaryadining ishorasi musbat, elektron zaryadining ishorasi esa manfiydir*. Shuning uchun pozitronni antielektron deb ham atashadi.

Radioaktiv yadrolarning yemirilishida pozitron paydo bo'lishi kuzatilgan. Masalan, fosforning radioaktiv izotopi  $^{30}\text{P}$  ni yemirilishida pozitronlarni paydo bo'lishi kuzatilgan. Katta energiyaga ega bo'lgan  $\gamma$  (gamma) nurlar moddadan o'tganda ham pozitron paydo bo'ladi. Yadroning elektr maydonidan o'tayotgan  $\gamma$ -kvant ham elektron-pozitron juftligi tug'iladi.

Energiyaning saqlanish qonuniga muvofiq tushayotgan fotonning eng kichik energiyasi

$$h\nu_{\min} = m_0^- c^2 + m_0^+ c^2 = 2m_0 c^2 \quad (3.9)$$

yoki

$$h\nu_{\min} = 1,02 M\text{эВ}$$

bu formulada fotonning to'liq uzunligi

$$\lambda_{\max} = \frac{c}{\nu_{\min}} = 0,0122 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0,0122 \text{ \AA}$$

ga teng ekanini topamiz. Bu holda yuksak energiyaga ega bo'lgan *gamma-kvant* hosil bo'ladi.

Bir jinsli magnit maydonda elektron-pozitron juftligini paydo bo'lishi uchun energiyani saqlanish qonunining quyidagicha yozish mumkin:

$$h\nu + M_0 c^2 = (m_0^- c^2 + K^-) + (m_0^+ c^2 + K^+) + (M_0 c^2 + K_\gamma), \quad (3.10)$$

bunda  $h\nu$  - tushayotgan foton energiyasi  $M_0 c^2$  - yadroning tinchlikdagi energiyasi,  $(m_0^- c^2 + K^-)$  - elektronning umumiy energiyasi.  $(m_0^+ c^2 + K^+)$  - pozitronning umumiy energiyasi.  $(M_0 c^2 + K_\gamma)$  - yadroning umumiy energiyasi.  $K^+$  va  $K^-$  - mos ravishda pozitron va elektronning kinetik energiyasi,  $m_0^- c^2$  - elektronning tinchlikdagi energiyasi,  $m_0^+ c^2$  - pozitronning tinchlikdagi energiyasi va  $K_\gamma$  - yadroning kinetik energiyasi.

Elektron va pozitron zarralariga nisbatan yadroning massasi ancha katta va u kichik tezlikka ega bo'lganligi uchun  $K_\gamma = 0$  deb olamiz, u holda (3.10) tenglama

$$h\nu + M_0 c^2 = (m_0^- c^2 + K^-) + (m_0^+ c^2 + K^+) \quad (3.11)$$

ko'rinishga keladi.

Bir jinsli magnit maydonda paydo bo'lgan elektron va pozitron doiraviy orbitalar bo'yicha bir-biriga teskari yo'nalishda harakat qiladilar. Tajribada magnit maydon induksiyasi  $v$  ni qiymati ma'lum bo'lgani uchun Vilson kamerasida paydo bo'lgan zarralar traektoriyasining egrilik radiusini ( $r=r^+=r^-$ ) o'lchash mumkin. Natijada, elektron-pozitron juftligining har bir zarrasining impulsini

$$p = mv = eBr \quad (3.12)$$

formula yordamida topamiz (bunda  $e$ -elektron yoki pozitronning zaryadi). Zarralarning umumiy energiyasi (3.6) ga ko'ra

$$E = \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2} \quad (3.13)$$

bo'lgani uchun elektron yoki pozitronning energiyasi

$$E = \sqrt{(m_0 c^2)^2 + (e B r c)^2} \quad (3.14)$$

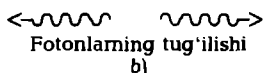
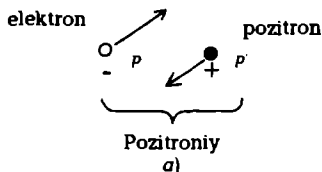
Pozitron elektronga nisbatan antizarradir.

1955-yilda Chamberlen, Segre, Vigend va Ipsilantis (AQSH) proton-antiproton tug'ilishini eksperimental kuzatdilar. Xuddi shu yili neytron-antineytron juftligi hosil bo'lishi eksperimentda tasdiqlandi.

1936-yilda pozitronni kashf etganligi munosabati bilan K.D.Ander-songa Nobel mukofoti berildi.

### 3.5. Juftlikning annigilatsiyasi (yo'qolishi)

Elektron-pozitron juftligini hosil bo'lishiga teskari bo'lgan jarayon *juftlikning annigilya-tsiyasi* deb ataladi. Annigilatsiya jarayonida zarra-lardan biri o'zining antizarrasi (pozitron) bilan birlashib gamma-nurga aylanadi. Falsafiy tilda aytganda «modda yo'qolib» 22 maydon «hosil bo'ladi», materiyaning sifatli o'zgarishi ro'y beradi. Juftlikning hosil bo'lishi jarayonida paydo bo'lgan pozitronning yashash vaqti juda qisqa, shunga qaramay elektron bilan to'qnashishi jarayonida kinetik energiya-sining ko'p qismini yo'qotgan pozitron elektron bilan bog'lanib, *pozitroniy atomi* hosil qilishi mumkin. 3.2a-rasmda pozitroniy sistemasi hosil bo'lishi va 3.2b-rasmda esa fotonlar-ni tug'ilishi tasvirlangan. Pozitron bilan elektron annigilatsiyasi ro'y berguncha pozitron yashaydi. Annigilatsiya jarayonida umumiy energiya (unga elektron-pozitron juftligining tinchlikdagi energiyasi ham kiradi)



3.2-pasm. Juftlikning tug'ilishi: fotonning yo'qolib, elektron va pozitronning paydo bo'lishi.

fotonning energiyasiga aylanadi. Juftlikning annigilatsiyasida ham juftlikning tug'ilishidagiga o'xshab impuls momenti saqlanishi kerak. Moddani pozitronlar bilan nurlantirganda annigilatsiya jarayoni ro'y beradi.

Moddalarni pozitron bilan nurlantirganda annigilatsiya hodisasi sodir bo'ladi. Annigilatsiya jarayoni uchun

$$e^+ + e^- = n\gamma \quad (3.15)$$

reaksiyani yozish mumkin (bunda  $\gamma$ -foton,  $n$ -fotonlar soni). Annigilatsiya paytida ikkitadan ortiq ( $n \geq 2$ ) foton hosil bo'ladi, chunki bitta foton uchun energiya va impulsning saqlanish qonuni bajarilmaydi.

Elektron va pozitron to'qnashish momentida tinch turgan bo'lsalar, u holda sistemaning dastlabki holatdagi impulsi nolga teng. Impulsning saqlanish qonuniga ko'ra, sistemaning to'qnashgandan keyingi holatining impulsi ham nolga teng bo'lishi kerak. Yagona foton uchun impulsning saqlanish qonuni bajarilmaydi. Shunga ko'ra ikkala foton ham bir xil miqdordagi impulska ega bo'lishi, yo'nalishlari esa bir-biriga qarama-qarshi bo'lishi kerak. Bu shartdan bu fotonlarning energiyalari ham, chastotalari ham tengligi kelib chiqadi.

Energiyaning saqlanish qonuniga binoan

$$m_0^- c^2 + m_0^+ c^2 = 2h\nu_{\min}$$

bundan

$$2m_0 c^2 = 2h\nu_{\min} = \frac{2hc}{\lambda_{\max}} \quad (3.16)$$

yoki

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{m_0 c^2} = 0,0243 \text{ \AA}$$

Annigilatsiya natijasida hosil bo'lgan fotonning to'liq uzunligi  $\lambda_{\max} = 0,0243 \text{ \AA}$  bo'lib, u kompton to'liq uzunligiga teng. Fotonning bunday to'liq uzunligiga to'g'ri kelgan foton energiyasi

$$mc^2 = 0,511 \text{ MeV}$$

ga teng. Bu energiya eksperimentda kuzatiladi.

Agar pozitron va elektron o'zaro ta'sirga kirguncha kinetik energiyalarga ega bo'lsalar, u holda (3.16) formula quyidagi shakl oladi:

$$(m_0^- c^2 + K^-) + (m_0^+ c^2 + K^+) = 2h\nu \quad (3.11)$$

Keyingi boblarda Eynshteynning saqlanish qonunlarini fotoeffekt va kompton effektlari uchun tatbiq etamiz va yana bir bor yorug'likni kvantlardan tashkil topgan tasavvurni nihoyatda to'g'ri ekanligi va bu hodisalarda ham  $h$  sonini ishtirok etishi bu sonni fundamental ekanligidan darak berishi haqida to'xtalamiz.

### 3.6. Fotonlarning yutilishi

Elektromagnit nurlanishining intensivligini

$$I = Nh\nu \quad (3.18)$$

formuladan topish mumkin. bunda  $N = \frac{n}{S_{\perp} \cdot \nu}$  fotonlar oqimi ( $n$  – foton-

lar soni,  $S_{\perp}$  – nurlanish yo'liga perpendikular qo'yilgan yuza,  $t$  – vaqt);  $h\nu$  – fotonning energiyasi.

Moddadan o'tayotgan nur dastasining sochilishi va yutilishi hisobiga nurlanish intensivligi kamayadi. Muhit o'ziga tushayotgan nurlanish intensivligini qanchaga kamaytirish xususiyatini xarakterlash uchun *yutish koeffitsiyenti*  $\mu$  kiritiladi. 3.3-rasmda yutish koeffitsiyenti  $\mu$  ga teng bo'lgan moddaning yutuvchi qatlamiga  $N_0$  ta fotonni iborat nurlanish dastasi tushayotgan bo'lsin. Moddaning  $dx$  qalinligida o'tayotgan dasta oqimining o'zgarishi

$$dN = N_0 e^{-\mu x} \quad (3.19)$$

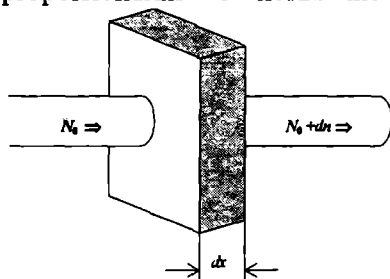
ga teng. Bunda  $N_0$  – tushayotgan oqim,  $\mu$  – yutish koeffitsiyenti. Muayyan chastotadagi nurlanish uchun oqim intensivlikka to'g'ri proporsionaldir. U holda modda qatlamidan o'tayotgan nurlanish intensivligi

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (3.20)$$

bunda  $I_0 = N_0 h\nu$ .

*Yutish koeffitsiyenti  $\mu$  moddaning tabiatiga hamda tushayotgan nurlanishning chastotasiga proporsional.*

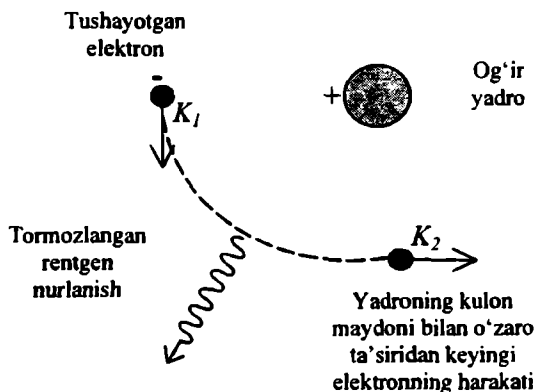
Umuman olganda nurlanishning moddalar bilan o'zaro ta'siri uchta effekt: fotoeffekt, kompton-effekt va juftlikni tug'ilishi jarayoni bilan xarakterlanadi.



3.3-rasm. Fotonlarning moddada yutilishi.

### 3.7. Rentgen nuri va uning kvant tabiati

Juda katta tezlikda harakat qilayotgan elektronlar og'ir yadrolar bilan to'qnashish jarayonida hosil bo'lgan juda qisqa to'liq uzunlikka ega bo'lgan elektromagnit nurlanishga *rentgen nurlari* deyiladi. Elektromagnit to'liqlar shkalasida Rentgen nurining to'liq uzunligi  $1 \cdot 10^{-11}$ – $5 \cdot 10^{-9}$  sohaga, energiyasi esa  $2 \cdot 10^{-14}$ – $4 \cdot 10^{-17}$  J ga to'g'ri keladi. Bu nur 1895-yilda Vilgelm Rentgen tomonidan kashf etilgan. Rentgen trubkasini katodidan chiqayotgan termoelektronlar tezlantiruvchi potensial ayirma yordamida katta tezliklarga tezlashtiriladi. So'ng u anti katod bilan to'qnashish jarayonida tormozlanadi. Yadroni kulon maydoni bilan o'zaro ta'sirda bo'lgan elektronlarning tormozlanish jarayoni 3.4-rasmda keltirilgan. Bu jarayonda vujudga kelgan nurlanishni klassik elektromagnit nazariya doirasida tavsirlash mumkin. Katta tezlikda harakat qilayotgan elektronlar tormozlanganda kinetik energiyasini yo'qotadi va bu energiya fotonning energiyasiga aylanadi.



3.4-rasm. Rentgen nurlashining hosil bo'lishi.

$$h\nu = K_1 - K_2 \quad (3.21)$$

bunda  $h\nu$  – foton energiyasi,  $K_1$  va  $K_2$  – mos ravishda tormozlanguncha va tormozlangandan so'nggi elektronlarning kinetik energiyasi. Bu ifodada tepki yadroning energiyasi e'tiborga olinmagan.

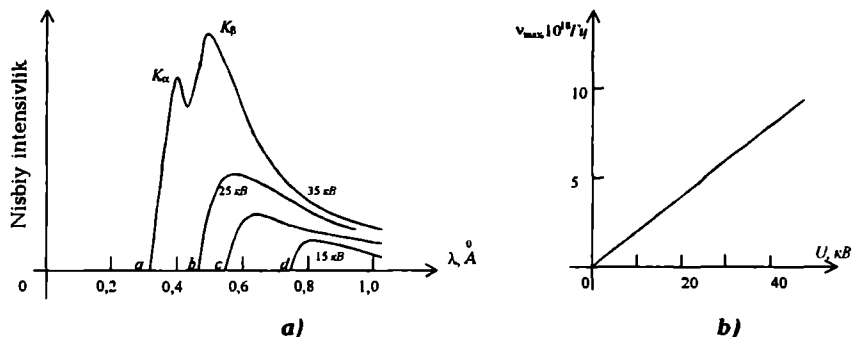
Energiyaning saqlanish qonuniga binoan, elektronning maksimal kinetik energiyasi

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eU_A = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \quad (3.22)$$

formula bilan aniqlanadi (bunda  $\nu$  va  $\lambda$  – rentgen nurlarining chastotasi va to'liq uzunligi,  $U_A$  – antikatodagi tezlantiruvchi potensial).

Katta tezlikda harakat qilayotgan elektronlarning tormozlanishi natijasida vujudga kelgan nurlanishga *tormozlangan nurlanish* deyiladi. Katta tezlatkichlarda ham katta tezlikka tezlantirilgan zarralar tormozlangan nurlanish hosil qiladi.

Elektromagnit nazariya va kvant mexanikaga bu muammoni quyidagicha tushuntirish mumkin. Elektromagnit nazariyaga binoan, elektronlarning tormozlanishi jarayonining har bir to'qnashishida *uzluksiz nurlanish* paydo bo'ladi. Kvant fizikaning o'qtirishiga ko'ra esa  $h\nu$  energiyaga ega bo'lgan bitta foton hosil bo'ladi va u har bir to'qnashish akti uchun turlichadir. Kumush uchun uzluksiz rentgen spektri 3.5-rasmda keltirilgan. 3.5a-rasmda kumushning uzluksiz spektriga qo'yilgan keskin chiziqlar ham ko'rsatilgan. Muayyan potensial uchun tormozlanish uzluksiz spektrining intensivligi antikatodning fizikaviy xarakteristikalariga bog'liq. Ammo spektrning *a*, *b*, *c*, *d* nuqtalardagi qisqa to'liq chegarasi antikatod moddasiga bog'liq emas.



3.5-rasm. Rentgen spektri.

3.5b-rasmda maksimal chegaraviy chastota  $\nu_{\max}$  ni tezlantiruvchi potensial  $U$  ga bog'liq ifodasi ko'rsatilgan bo'lib, u to'g'ri chiziqdan iborat, ya'ni

$$\frac{\nu_{\max}}{U} = \left( \frac{c}{\lambda_{\min}} \right) \frac{1}{U} \text{const} \quad (3.23)$$

Ekspirimental ma'lumotlardan olingan chastotalarni qiymatini klassik nazariya tushuntira olmaydi. Antikatod moddasining atomlarining kulon maydoni ta'sirida tez harakat qilayotgan elektronlarning sochilishi tufayli uning traektoriyasi o'zgaradi (3.4-rasm). Plankning gipotezasiga ko'ra esa elektronlarning tez harakati tufayli sodir bo'lgan kvant nurlanish  $h\nu$  energiya ko'rinishida sochilishi kerak. Biroq har bir kvantning maksimal energiyasi antikatodga urilayotgan tez elektronlarning energiyasidan katta bo'lmasligi kerak.

$$h\nu_{\max} = K_{\max} = eU \quad (3.24)$$

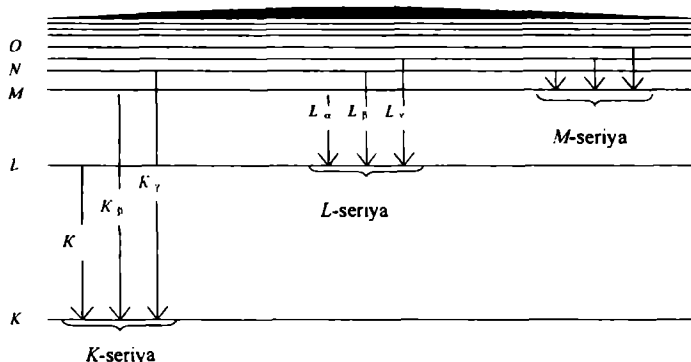
$U$  holda

$$\frac{h\nu}{\lambda_{\min}} = eU \quad (3.24)$$

Formula o'rinli bo'ladi. Tezlantiruvchi potensial ayirmaning energiyasi  $U$  ning qiymati bir necha ming voltlarda bo'lib, uning 98 % energiyasi antikatodlarning ichki energiyasiga aylanadi. Natijada, antikatodning temperaturasi ortadi.

3.5-rasmdan ko'rinadiki, chegaraviy chastotalarning qiymatini aniq topish mumkin. Uni bilgan holda unga mos kelgan to'liq uzunliklarni bilib rentgen spektridan Plank doimiysini hisoblash mumkin. Hozirgi paytda bu usul Plank doimiysini topishni eng yaxshi yo'li hisoblanadi.

Muayyan antikatod uchun intensivlik tezlantiruvchi potensial bilan aniqlansa ham, xarakteristik chiziqli spektr antikatodning moddasiga bog'liq. Atomda elektronlar yadro, atrofida ketma-ket joylashgan qobiqlar to'plamini hosil qiladi. Yadro bilan mustahkam bog'langan elektronlar  $K$ -qobiqni, keyin esa  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , qobiqlarga joylashadi. Tez harakatdagi elektronlar  $K$  qobiqdan urib chiqargandan so'ng,  $L$  qobiqdagi elektron  $K$  qobiqdagi «bo'sh joy»ga (vakansiyaga) o'tadi va natijada, rentgen nurlanishi hosil bo'ladi. Bu nurlanish antikatod moddasini xarakterlagani uchun spektrda  $K_\alpha$ -s beradi. Agar  $K$  qobiqdagi vakansiyaga  $L$  elektron kelib tushsa, u holda u ham elektron yo'qotadi va hosil bo'lgan rentgen nurlanishi spektrini chizihi  $K_\beta$ -chizig'ini beradi. Shunday qilib,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , qobiqlardan  $K$  qobiqqa elektronning o'tish jarayonida  $K_\alpha, K_\beta, K_\gamma, \dots$  chiziqlar hosil bo'ladi va bu chiziqlar to'plamini  $K$ -seriya deb atashadi. Agar tushayotgan elektron  $L$  qobiqdagi elektronlarni urib tushirsa va bu yerdagi vakansiyaga  $M$ -,  $N$ -,  $O$ -, qobiqlardagi elektronlar hisobiga to'ldirilsa  $L$ -seriya hosil bo'ladi va h.k. 3.6-rasmda bu o'tishlar va seriyalar chizmatik ko'rinishda tasvirlangan.



3.6-rasm. Chegaraviy chastotaning qiymatini aniq topish.

Rentgen trubkasiga qo'yilgan tezlatuvchi potensial ayirmaning asta sekin oshirsak, hosil bo'lgan tormozlanish uzluksiz spektrni potensial ayirmaning biror «kritik» qiymatida kuzatish mumkin. Bu holda  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , qobiqlardan elektronlarni urib chiqarish uchun tushayotgan elektronlarning energiyasi yetarlicha bo'ladi. Shunday qilib,  $K$ -seriyaga o'tish mumkin bo'lishi uchun termoelektronlarning energiyasi  $U_{kr}$  potensial qiymatiga erishishi kerak, ya'ni

$$eU_{kr} \geq E_{K'} \quad (3.25)$$

bunda  $E_k$  –  $K$  elektronni atomdan uzoqlashtirish uchun kerak bo'lgan energiya.

$K$ -seriyaga tegishli rentgen nurlari «qattiq» rentgen nurlari,  $L$ -,  $M$ - $N$ -seriyaga ega bo'lgan nurlarni «yumshoq» rentgen nurlari deyiladi.

Betatron elektronlarni tezlantiradigan tezlatkich bo'lib, u rentgen va gamma-nurlar manbayidir. Betatronda elektronlar yorug'lik tezligiga yaqin tezliklargacha tezlantiriladi. Masalan, 300 MeV energiyaga ega bo'lgan tezlatkichda elektron tezligi 99,97% gacha tezlantiriladi va bu holda elektronning massasi tinchlikdagi massasiga nisbatan 40 baravar katta bo'ladi.

Rentgen nurlanishining yana bir tabiiy manbayi Quyush toji va boshqa astronomik obyektlardir. Masalan, chayon, buzoq, yulduz turkumlari va qisqichbaqa ko'rinishdagi tumanliklarda rentgen manbalari mavjud ekanligi eksperimentda tasdiqlandi. Kosmik rentgen nurlarni o'rganishda yangi fan rentgen astronomiyasi paydo bo'ldi.

Elektromagnit to'lqinlar shkalasining spektrida rentgen nurlanishining asosiy diapazoni jadvalda keltirilgin.

| <i>Fizikaviy kattaliklar</i> | <i>Kattaliklarning qiymati</i>                                                                                          |
|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Vakuumda to'lqin uzunlik     | $5 \text{ nm} - 10^{-2} \text{ nm}$                                                                                     |
| Chastotasi                   | $6 \cdot 10^{16} \text{ gts} - 3 \cdot 10^{19} \text{ gts}$                                                             |
| Polasa kengligi              | $2994 \cdot 10^4 \text{ Tgts}$                                                                                          |
| Oktava                       | 9                                                                                                                       |
| Kvant energiyasi             | $3,96 \cdot 10^{-17} \text{ J} - 1,98 \cdot 10^{-14} \text{ J}$<br>yoki $247,5 \text{ eV} - 1,24 \cdot 10^5 \text{ eV}$ |

100 keV energiyadan kichik bo'lgan tormozlanish nurlanishi *rentgen nurlari*, 100 keV dan katta bo'lgani esa *gamma-nurlanish* deyiladi. Qattiq rentgen nurlanish bilan yumshoq gamma-nurlanish orasida keskin chegara yo'q.

## SAVOLLAR

1. Yorug'likni klassik va kvant tabiati va tafovutlari nimadan iborat?
2. Eynshteyn gipotezasi bilan Plank gipotezasining tub farqi nima?
3. Yorug'lik kvant nazariyasini asosiy tenglamalarini yozing va tushuntiring.
4. Kvant va foton nima? Nimasi bilan ular bir-biridan farq qiladi?
5. Nima uchun yorug'lik bilan moddaning o'zaro ta'siri uchun saqlanish qonunlarini yozish mumkin?

6. Foton bilan elektron uchun saqlanish qonunlarini yozing.
7. Yorug'lik kvantini yutilishi, chiqishi va sochilishi uchun energiya va impulsning saqlanish qonunlarini yozing va tushuntiring.
8. Oddiy mexanikadagi saqlanish qonunlari kvant nazariyadagi saqlanish qonunlaridan farqi bormi?
9. To'liq mexanikadagi saqlanish qonunlari bilan kvant nazariyadagi saqlanish qonunlari orasidagi farq nimadan iborat?
10. Yorug'lik duolizmi nuqtayi nazaridan saqlanish qonunlarini qanday tushunasiz?
11. Fotonni massasi, impulsi, energiyasi haqida batafsil ma'lumot bering.
12. Pozitron va elektron haqida so'zlang.
13. Pozitron-elektron juftligini tug'ilishi va anniglatsiyasi haqida gapiring.
14. Anniglatsiya reaksiyasini yozing.
15. Anniglatsiya reaksiyasi uchun energiyaning saqlanish qonunini yozing va tushuntiring.
16. Pozitron-elektron anniglatsiyasi jarayonida nechta foton ajraladi? Tug'ilgan fotonning to'liq uzunligi va energiyasi haqida so'zlang.
17. Bu ma'ruzadan siz qanday taassurot oldingiz?
18. Rentgen nurlarini ta'riflang.
19. Tormozlanish nurlanishi deb nimaga aytiladi?
20. Rentgen nurlanishi uchun energiyaning saqlanish qonunini yozing.
21. Tormozlanish uzluksiz spektrining intensivligi nimaga bog'liq?
22. Rentgen spektrini qisqa to'liqlik chegaralari nimaga bog'liq?
23. Rentgen spektrini klassik elektrodinamika nuqtayi nazaridan qanday tushuntirsa bo'ladi?
24. Rentgen spektrini kvant fizika nuqtayi nazaridan qanday tushuntirsa bo'ladi?
25. Rentgen spektrida Plank doimiysini topsa bo'ladimi va qanday?
26.  $K$ -,  $L$ -,  $M$ -seriyalarni izohlang?
27. Kritik potensial nimani anglatadi va u nimaga bog'liq bo'ladi?
28. Shu bobdan olgan taassurotlaringizni bayon eting.

### **MASALALAR**

- 3.1. Infraqizilnurlanishning to'liq uzunliklar bo'yicha quyidagi chegarasi  $0,1 \text{ mm}$ , yuqori chegarasi  $770 \text{ nm}$  (chastotalar bo'yicha  $3 \cdot 10^{12} \text{ gts}$  –  $4 \cdot 10^{14} \text{ gts}$ ) bo'lsa, kvantlar energiyasini joule va elektronvolt birligida hisoblang.
- 3.2. Ko'zga ko'rinadigan nurlanish (yorug'lik)ni to'liq uzunliklar diapazoni  $770 \text{ nm}$  –  $380 \text{ nm}$ . Yorug'lik kvantlarining energetik diapazonini joule va elektronvolt birligida hisoblang.

3.3. Ultrabinafsha nurlanishining to'liq uzunliklar diapazoni  $380\text{ nm} - 5\text{ nm}$  (tebranish chastotasi  $8 \cdot 10^{14}\text{ gts} - 6 \cdot 10^{16}\text{ gts}$ ). Ultrabinafsha kvantlarining energetik diapazonini joule va elektronvolt birligida hisoblang.

3.4. Rentgen nurlanishining to'liq uzunliklar diapazoni  $5\text{ nm} - 10^{-2}\text{ nm}$ . Rentgen kvantlarining energetik diapazonini joule va elektronvolt birligida hisoblang.

3.5. Gamma-nurlanishining to'liq uzunliklar diapazoni  $0,137\text{ nm} - 10^{-13}\text{ nm}$ . gamma kvantlarining energetik diapazonini joule va elektronvolt birligida hisoblang.

3.6. Odam badani mo'tadil temperaturada ( $36,7^{\circ}\text{C}$ ) katta to'plamdagi chastotada infraqizilnurlar chiqaradi. Infraqizilnur energiyasining maksimumi  $\lambda \approx 9,5\text{ mkm}$  ga to'g'ri keladi. Eng katta energiyani hisoblang.

3.7. Qaysi temperaturadan boshlab barcha qizigan jismlar chiqargan nurlanish infraqizilnur hisoblanadi?

3.8. Infraqizilnurlanishni qabul qiluvchi asboblarni sanab ko'rsating.

3.9. Qizil va binafsha nurlanish fotonlarining energiyasi mos ravishda  $2,6 \cdot 10^{-19}\text{ J}$  va  $5,3 \cdot 10^{-19}\text{ J}$  ga teng. Shu energiyadagi fotonlar moddaga tushganda uning temperaturasini hisoblang.

3.10. Zangori nurlanish chastotasi  $7,5 \cdot 10^{14}\text{ gts}$ . Bu foton atomga qanday energiya beradi? Bu energiya atomni ionlashtirishga qurbi yetadimi?

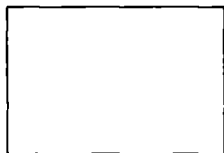
3.11. O'simliklarning yashil bargi fotosintezda to'liq uzunligi  $\lambda = 670\text{ nm}$  bo'lgan qizil nurlanishni intensiv yutadi. Teskari kimyoviy reaksiyada  $\text{SO}_2$  ni bitta molekulasini  $4,9\text{ ev}$  energiya ajratadi. Fotosintezni foydali ish ko'effitsiyentini toping. Bitta suv molekulasini bilan bitta uglekislota ( $\text{SO}_2$ ) molekulasini bilan birikishi uchun nechta qizil foton kerak.

3.12. Yer sirtiga tushayotgan quyosh nurlanishi oqimining zichligi  $E = 1,4 \cdot 10^{13}\text{ J/m}^2\text{ s}$ . Agar nurlanish atmosferada to'la yutilsa yorug'lik bosimini hisoblang.

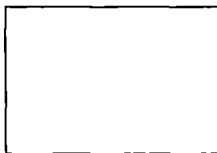
3.13. Optik kvant generatori (lazer) nurlanishi linzalar yordamida kichkina sirt ustida to'plandi. Natijada, sirtida hosil bo'lgan energiya zichligi  $6 \cdot 10^8\text{ J/sm}^2$ . Lazer nurlanishining hosil qilgan bosimini toping.

3.14. O'ta sezgir fotoplyonkaga tushayotgan har foton unda qora doh hosil qiladi. To'liq uzunligi  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}\text{ m}$  bo'lgan nurlanish ta'sirida  $10 \times 10\text{ sm}$  o'lchamda uchta fotosurat olindi. Plank formulasi  $E = h\nu$  dan foydalanib har bir hol uchun (3.7-rasm) fotoplastinkaning yoritilganini toping. Fotoapparat zatvorining ishlash davomiyligi (dlietnost)  $10^{-9}\text{ s}$ .

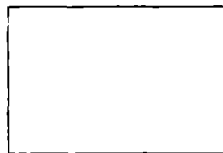
3.15. Kvant olami uchun energiya impulsning saqlanish qonunlarini yozing va ularni klassik fizikadagi saqlanish qonunlaridan farqini tushuntiring.



a)



b)



d)

3.7-rasm.

3.16. 3.15-masala natijasidan energiya impulsning saqlanish qonunlarini yorug'lik bilan bo'ladigan uchta jarayon uchun: yutish, chiqarish va sochilishiga tadbqiq qiling.

3.17. Metall sirtiga tushgan foton to'la yutildi. Natijada,  $E$  energiyaga ega bo'lgan elektron metall sirtidan chiqib ketdi. Bu jarayon saqlanish qonunini yozing.

3.18. Yadro-nishonning kuchli elektr maydonida elektron harakat qilayapti. Ushbu sistemaning to'la energiyasi va to'la impulsi saqlanishi uchun elektron o'z energiyasi va impulsining bir qismini yadroga berishi kerak. Shu hol uchun saqlanish qonunlarini yozing.

3.19.  $\omega$ -chastotaga ega bo'lgan foton massasi  $m$  bo'lgan tinch turgan elektron bilan to'qnashdi. To'qnashish sodir bo'lgandan so'ng  $\omega'$  chastotali foton dastlabki fotonning harakat yo'nalishiga  $\theta$  burchak ostida, elektron-tepki esa  $\phi$  burchak ostida harakat qildi. Bu hol uchun energiya va impulsning saqlanish qonunlarini yozing.

3.20.  $e^- + e^- = n\gamma$  jarayon uchun saqlanish qonunini yozing. Hosil bo'lgan gamma-kvantlarining energiyasi va to'lqin uzunligini toping. Bunda  $n$ -fotonlar soni.

3.21. Tuli ( $Z=69$ ) spektrining  $K_\alpha$  chizihining to'lqin uzunligi  $\lambda = 0,246 \text{ \AA}$ . Shu chiziqqa mos keluvchi fotonning energiyasini elektronning tinchlikdagi massasi bilan taqqoslang.

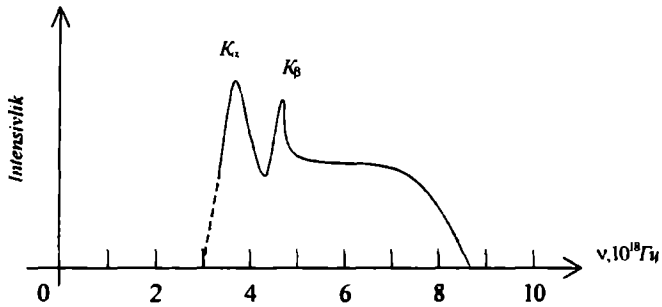
3.22. 3.8-rasmda keltirilgan egrilikdan foydalanib abssissa o'qining  $s$  nuqtasini kesib o'tuvchi egrilikning tezlatuvchi potensialini toping.

3.23.  $\lambda = 1 \text{ \AA}$  to'lqin uzunlikka ega bo'lgan qisqa to'lqinlar uchun rentgen trubkasiga qo'yilgan kuchlanishni toping.

3.24. Metalldan qilingan antikatodni bombardimon qilayotgan elektronlarning energiyasi  $40 \text{ keV}$  bo'lsa, rentgen nurlanishining maksimal energiyasini hisoblang. Agar tezlatuvchi potensial farqi  $20 \text{ keV}$  bo'lsa, nurlanishning maksimal chastotasini toping.

3.25. 3.5-rasmdagi ( $a$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $e$ ) nuqtalar uchun uyq'otuvchi elektronning maksimal kinetik energiyasini toping.

3.26. 3.8-rasmdagi egrilik uchun  $K$  qobiqdan elektronni uzoqlashtirish uchun  $30 \text{ keV}$  energiya kerak bo'lsa,  $L$  qobiqdan uzoqlashtirish uchun qanday energiya kerak? Antikatodga tushayotgan elektronlarning maksimal kinetik energiyasini hisoblang.



3.8-rasm.

3.27. 3.5-rasmdagi (a, b, d, e) nuqtalar uchun  $h$ -doimiylikni hisoblash mumkinmi?

3.28. Yorug'likni elektromagnit maydonga ega ekanligini isbotlang.

## **IV BOB**

### **Mavzu: YORUG'LIK KVANTI – FOTONNING YUTILISHI. FOTOEFFEKT**

#### **Reja:**

- 4.1. Fotoeffekt muammosi**
- 4.2. Elektronlar emissiyasi. F.Lenard tajribalari**
- 4.3. Fotoelektronlar uchun Eynshteyn tenglamasi**
- 4.4. Milliken tajribasi va Plank doimiysini aniqlash**
- 4.5. Fotoeffekt nazariyasi. Ko'pfotonli fotoeffekt**

#### **ADABIYOTLAR**

1. А.Н.Матвеев. Атомная физика. "Высшая школа", М., 1989.
2. Д.И.Блохинцев. Основы квантовой механики. "Высшая школа" М., 1961.
3. Г.Бете. Квантовая механика. М., 1965.
4. А.А. Соколов, И.М.Тернов. Квантовая механика. М., 1962.
5. У.И.Франкфут, А.М.Френк. Физика наших дней. "Наука" М., 1971.
6. R.Bekjonov, B.Axmadxo'jayev. Atom fizikasi. "O'qituvchi" T., 1979.
7. Einstein A. Eber einen die Erzeugung und Verwendling des Lichtes betreffenden heuvis tischen Gesichtspupkt-Ann. d. Phys. 1905. v. 17, p. 137 (original).
8. R.A.Milliken - Phys. Rev. 1916, v. 7, p. 135 (original).

**Annotatsiya (masalaning qo'yilishi):** Fotoelektron hodisa korpusulyar xarakterga ega bo'lib, yorug'likning to'lqin tabiatini inkor qiladi. Shu bilan u butun klassik fizikaga qarshi chiqadi. Bu bobni o'tishdan asosiy maqsad fotoeffektni klassik va kvant nazariya asosidan kelib chiqqan holda taqqoslash, kvant fizikani mohiyatini ochishdir. Bu tajriba Plank g'oyasini tasdiqlovchi dastlabki eksperimentlardan biridir. Kichkina energiya sohalari (1eV-10eV) uchun yorug'lik nurlanishini kvantlanishini ko'rsatish, Lenard tajribalari, Eynshteyn tajribasi va Milliken tajribalari orqali fotoeffektni kvant xarakterga ega ekanligini tekshirish va tasdiqlash bu bobning asosiy maqsadi edi. Shuningdek, yana bir maqsad talabalarga eksperimentdan

bevosita Plank doimiysini topish mumkinligini ko'rsatish va Plank doimiysini universal doimiylik ekanligini o'qdirish edi.

### **Mavzu qahramonlari**

1. Lenard Filipp. Katod nurlanishini o'rganishdagi ishlari uchun 1905-yilda Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

2. Jozef Jon Tomson (1856-1940). 1906-yilda o'tkazuvchanlik hodisalari uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan. 1897-yilda Tomson elektronning zaryadini birinchi bo'lib o'lchagan.

3. Albert Eynshteyn (1879-1955) Germaniyaning Ulm shahrida tug'ilgan. 1914-33-yillarda Germaniyada ishlagan. So'ng umrining oxirigacha Amerikada yashagan. 300 dan ortiq ilmiy asar yozgan. XX asrning genial fizigi. 1921-yilda nazariy fizikada va ayniqsa, foto-elektrik effekti hodisasini kashf etgani uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

4. Robert Endrus Milliken (1868-1953). Amerikada Illinoys shtatidagi Morrison shahrida tug'ilgan. Aberlin kollejini bitirgan. 1910-yilda elektron zaryadini aniqlagan. 1923-yilda Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

## IV bob. YORUG'LIK KVANTI – FOTONNING YUTILISHI. FOTOEFFEKT

### 4.1. Fotoeffekt muammosi

Yorug'likning korpuskulyar tabiatini bevosita tasdiqlovchi eksperimentlardan biri fotoeffektidir. *Yorug'lik nurlanishi ta'sirida metall sirtidan elektronlarning ajralib chiqishi fotoelektron hodisa yoki fotoeffekt deb ataladi.* Fotoeffekt eksperimenti qonuniyatlarini klassik fizika tarafida turib tushuntirib bo'lmaydi. Klassik nazariya bu hodisani tushuntirishda mutlaqo o'zlasiz qiladi.

Xo'sh, nima uchun klassik nazariya fotoeffekt jarayonini tushuntirishga qurbi yetmaydi, axir uning nuqtai nazaridan ham bu hodisa joizku. Birinchi qaraganda fotoeffektning to'liq nazariya asosida sifatli tushuntirish mumkina o'xshab ko'rinadi. Maksvellning elektromagnit to'liqlari nazariyasiga binoan issiqlik nurlanish inson ko'ziga ko'rinadigan sohada to'liq uzunlikka ega bo'lgan elektromagnit nurlanish – yorug'likdir va uning strukturasi elektr va magnit maydonlardan tuzilgan. Nurlanish elektr maydoni amplitudasining kvadrati yorug'lik intensivligini xarakterlaydi. Shunday ekan, tushayotgan elektromagnit nurlanishining amplitudasi metall sirtidagi elektronlarni tebranishga majbur qiladi, agar elektronning xususiy tebranishi davri bilan tushayotgan to'liqning tebranish davri mos kelganda rezonans ro'y beradi, elektronning tebranish amplitudasi keskin ortib ketadi va oqibatda u metall sirtini tashlab tashqariga chiqib ketadi. Darvoqe, bunday manzara o'rinli bo'lsa, u holda metall sirtidan ajralgan elektronlarning kinetik energiyasi tushayotgan yorug'likning intensivligiga bog'liq bo'lishi kerak. Tushayotgan yorug'likning intensivligi ortsa unga mos holda metall sirtidan ajralayotgan elektronlarning kinetik energiyasi ham ortishi kerak.

Afsuski, juda ko'p sonda qilingan tajribalar natijasi shuni ko'rsatadi, fotoeffektida metall sirtidan ajralgan elektronlarning kinetik energiyasi tushayotgan yorug'likning intensivligiga mutlaqo bog'liq emas; metall sirtini bir vattli lampochka yoki 1000 vattli lampochkaning monoxromatik nurlanishi bilan yoritamizmi, unga baribir, uning sirtidan chiqayotgan elektronlarining kinetik energiyasi o'zgarishsiz qolaveradi; yorug'lik intensivligining ortishi faqat sirtidan chiqayotgan elektronlar sonining ortishiga olib keladi, xalos.

Metall sirtidan ajralayotgan elektronlarning kinetik energiyasi tushayotgan yorug'lik nurlanishi intensivligiga bog'liq bo'lmashligi juda

ham ajablanarli hol edi. Eksperiment – oliy hakam. Eksperimentning mazkur natijasi fotoeffektning birinchi muammosi edi va u to'g'ridan-to'g'ri yorug'lik to'liqin nazariyasini rad etardi. Shu sababdan, bu natija klassik fizikaning ham muammosi edi.

Klassik nazariyaga ko'ra, metall sirtiga tushayotgan yorug'lik nurlanishining intensivligi juda kuchsiz bo'lsa, u holda metall sirtidan umuman elektronlar ajralmasligi yoki kechikib ajralishi kerak. Bu fikrni tushuntirish uchun quyidagi misolni olaylik. Kaliy metallining sirti oqim zichligi  $D=10^{-5} \text{ Vt/m}^2$  bo'lgan yorug'lik nurlanishi bilan yoritilgan bo'lsin. Kaliy atomidan elektronlarni ajratish uchun  $3,6 \cdot 10^{-19} \text{ Vt/s}$  ga teng bo'lgan energiya zarur. Bu energiyani metall sirti yig'ilishi uchun, kaliyni uzluksiz taxminiy 6 kun yoritish kerak. Boshqacha aytganda, metall sirtini 6 kun yorug'lik bilan yoritilgandan so'ng, elektronlar ajralaboshlashi kerak. Eksperiment natijalari bu qarashga tamomila zid edi. Darhaqiqat, yorug'likning intensivligi juda ham kuchsiz bo'lganda ham, ya'ni  $v > v_0$  ( $v_0$ -chegaraviy chastota) chastotalarda tushayotgan nurlanish shu zahotiyoyq ( $\sim 10^{-7} \text{ s}$ ) metall sirtidan elektronlarni urib chiqaradi. Eksperiment – oliy hakam. Fotoeffekt – oniy jarayon. Elektron metall sirtidan oniy chiqadi. Fotoeffektning bu qonuniyati klassik fizikaning ikkinchi muammosi edi.

Metall sirtidan ajralib chiqayotgan elektronlarning tushayotgan nurlanishning faqat chastotasiga bog'liq bo'lishi klassik fizika uchun uchinchi muammo edi. Chunki klassik fizika arsenalida energiyaning chastotaga bog'liqligi haqida birorta ham g'oya yo'q edi.

Fotoeffektning bu uch muammosi klassik fizika nazariyasini shubha ostiga oldi. Klassik fizika tasavvuri doirasida turib fotoelektron hodisani tushuntirishning mutlaqo iloji yo'q edi. Bu hodisani tushuntirish uchun yangi tasavvur, yangi g'oya, yangi tushunchalar kerak.

Fotoeffekt hodisasini Plank gipotezasiga asoslanib tushuntirish mumkin ekanligiga birinchi bo'lib A.Eynshteynning aqli etdi. Uchinchi bobda aytilgan fikrlarga asoslangan holda Eynshteyn fotoelektron hodisasini tamomila tushuntirib berdi. Yorug'likning foton nazariyasi fotoeffektni korpuskulyar hodisa ekanligini, hozirgi zamon tili bilan aytganda kvant hodisa ekanligini tasdiqladi. Kvant fizikani o'rganishda fotoeffekt jarayoni muhim o'rin tutadi. Shuning uchun ham quyida bu effekt haqida biz batafsilroq to'xtalamiz.

#### 4.2. Elektronlar emissiyasi. F.Lenard tajribalari

Metall sirtidan elektronlarni ajralib chiqishini To'rt xil yo'l bilan amalga oshirish mumkin:

1. Termoelektron emissiya – qizdirish orqali metall sirtidan elektronlarning ajralishi;

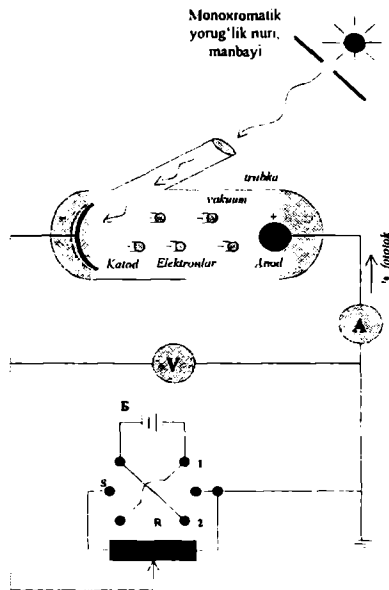
2. Ikkilamchi emissiya – yuqori energiyaga ega bo'lgan zarralar ta'sirida modda sirtidan elektronlarning ajralishi;

3. Avtoelektron emissiya – kuchli elektr maydon ta'sirida metall sirtidan elektronlarning ajralishi;

4. Fotoelektron effekt – elektromagnit nurlanishi ta'sirida metall sirtidan elektronlarning ajralishi.

Fotoeffekt hodisasini 1887-yilda Genrix Gers tomonidan tasodifan kashf etilgan. Gersning bu kashfiyoti juda ko'p fiziklarda qiziqish uyg'otdi. Dastlab fotoeffektni 1888-90-yillarda rus olimi Aleksandr Gri-gorevich Stoletov o'rgandi va u topgan qonunlar adabiyotda fotoeffekt uchun Stoletov qonunlari deb yuritiladi. Bu hodisani Gertsning shogirdi Filipp Lenard juda chuqur o'rgandi va unga katod nuridagi izlanishlari uchun 1905-yilda Nobel mukofoti berildi.

4.1-rasmda fotoeffekt tajribasining chizmasi keltirilgan. Chizmada  $S$  – monoxromatik yorug'lik manbai,  $K$  – katod, metall plastinka bo'lib u emitter vazifasini o'taydi,  $A$  – anod plastinka esa kollektor (yihuvchi) vazifasini bajaradi,  $G$  – galvanometr va  $V$  – voltmetr qurilmadagi mos ravishda kuchsiz fototok va kuchlanishni o'lchaydi.  $R$  – potensiometr manba kuchlanishini o'zgartirishiga xizmat qiladi. Nihoyat  $B$  – bata-reya.



4.1-rasm. Fotoelektron effekti tajribasining chizmasi.

Fotoeffektning eksperimental o'rganish F.Lenard quyidagi faktlarni o'rnatdi:

1. Kaliy yoki volframdan tayyorlangan  $K$  - metall plastinkaga  $\nu \geq 10^{15}$  Gs chastotaga ega bo'lgan yorug'lik nurlanishi tushganda, undan manfiy zaryadlangan zarralar ajralib chiqadi va ular  $A$  - musbat elektrod tomon harakat qiladilar;

2. Zarralar emissiyasi bo'lishi uchun trubkada yuqori vakuum bo'lishi zarur. Yuqori vakuumni bo'lishi zaryad tushuvchilar sifatida gaz ionlari bo'lishini ham mustasno etadi;

3.  $K$  va  $A$  orasidagi sohaga qo'yilgan magnit maydon, zaryad tashuvchilarning ishorasi manfiy ekanligini bildiradi;

4. Eksperimental yo'l bilan olingan  $\frac{e}{m}$  munosabat, zaryad tashuvchilar uchun

$$\frac{e}{m} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} K\lambda}{9,10 \cdot 10^{-31} K\lambda} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{K\lambda}{K\lambda} \quad (4.1)$$

ga teng ekanligi va bu qiymat Milliken va Tomson tomonidan elektron uchun topilgan munosabatga mos ekanligini aniqladi.

Eksperiment natijalaridan zaryad tashuvchilarning fotoelektronlar ekanligi kelib chiqadi. Bu faktlarni o'rnatgandan so'ng F.Lenard tajribani quyidagicha davom ettirdi.  $K$  - metall sirtiga intensivligi doimiy  $I_1$  ga teng bo'lgan monoxromatik yorug'lik nurlanishini yubordi. Nurlanish ta'sirida  $K$ -metall sirtidan ajralib chiqqan elektronlarni  $A$ -anodga yetib borishini yaxshi ta'minlash uchun  $K$  va  $A$  elektronlar oraliqiga tezlatuvchi elektr maydon berdi.  $A$ -anodga yetib borgan elektronlar sonini (ya'ni,  $i_1$ -fototokni)  $A$  va  $K$  elektrodlararo orasidagi tezlatuvchi potensial ayirmaga ( $V$ ) bog'liq grafigini tuzdi. Fototok kuchlanish voltamper xarakteristikasi 4.2a-rasmda keltirilgan. 4.2a-rasmdan ko'ramizki  $V=0$  bo'lganda ham, fotoelementdan  $i_1$ -fototok mavjud. Bu degani chekli boshlang'ich tezlikka ega bo'lgan muayyan elektronlar soni mavjud.  $V>0$  da, ya'ni potensial ayrimaning ortishi bilan  $i_1$ -fototok ham ortib boradi.  $V$  ning ma'lum qiymatidan boshlab, potensial ayirma ortsa ham fototok qiymati o'zgarishsiz qoladi. Bundan chiqadiki,  $V$  ni ma'lum bir qiymatidan boshlab,  $K$ -metall sirtidan chiqayotgan fotoelektronlar soni o'zgarmay qoladi va shuning uchun bu uchastkani *to'yinish fototoki* deb yuritiladi. *Monoxromatik yorug'lik tushayotganda to'yinish fototoki birlik vaqtda birlik yuzadan chiqayotgan fotoelektronlar soni spektral tarkibi o'zgarmas bo'lgan yorug'lik oqimiga (intensivligiga) to'g'ri proporsional (Stoletov qonuni), ya'ni*

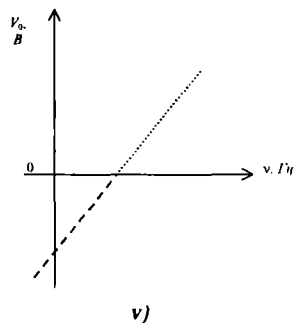
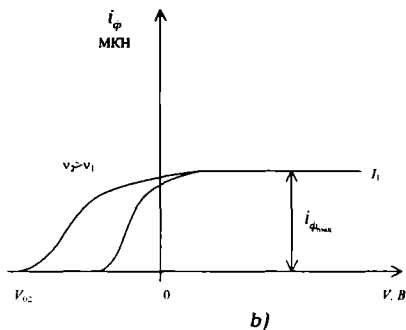
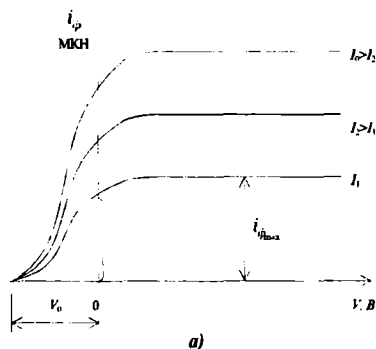
$$i_1 = kF \quad (4.2)$$

(bu erda.  $i_1$ -fototok,  $k$ -proporsionallik koeffitsienti,  $F$ -tushayotgan yorug'lik oqimi). Shuningdek, grafikdan ko'ramizki (4.2a-rasm) tusha-

yotgan yorug'likning intensivligi ortgan sari (4.2a-rasmda  $I_1 > I_2 > I_3$ ) to'yingan fototok (chiqayotgan elektronlar soni) ham ortib boradi. Lekin elektronlarning kinetik energiyasi o'zgarmay qoladi. Enda bu holni chuqurroq ko'raylik.  $K$  va  $a$  plastinkalar orasiga manfiy potensial ayirma beraylik, ya'ni  $V = -V_0$  bo'lsin. A-anodga manfiy potensial qo'yilgani uchun  $K$  bilan A elektrodlar orasidagi elektr maydon fotoelektronlarning anodga tomon harakatiga to'sqinlik qiladi, ya'ni u to'xtatuvchi potensial vazifasini bajaradi. Energiyasi katta bo'lgan fotoelektronlarga to'xtatuvchi potensialni engib A ga etib kelishi mumkin. To'xtatuvchi potensialning ma'lum bir qiymatida A ga yetib keluvchi fotoelektronlar qolmaydi va fototok nolga teng bo'ladi (4.2 rasm). Shu sababdan ham to'xtatuvchi potensialning bu qiymati fotoelektronlarning maksimal kinetik energiyasining o'lchovi sifatida muhim rol o'ynaydi. A-elektrodga yetib kelgan fotoelektronlarning maksimal kinetik energiyasi  $V_0$  ning qiymati bilan quyidagicha bog'langan:

$$K_{\max} = eV_0, \quad (4.3)$$

bu yerda,  $e$ -elektron zaryadi.



4.2-rasm. Fototokning potensial ayirmaga bog'liqlik grafigi.

4.2-rasmdagi grafiklardan ko'ramizki, mazkur chastotada yorug'lik intensivligining  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  qiymatlari uchun  $V_0$  ning qiymati o'zgarishsiz qolgan. To'xtatuvchi potensial  $V_0$  ni qiymati o'zgarishsiz qolgani uchun (4.3) ifodaga binoan fotoelektronning maksimal kinetik energiyasi  $K_{\max}$  ham o'zgarishsiz qoladi. To'xtatuvchi potensial tushayotgan monoxromatik yorug'lik nurlanishi intensivligiga bog'liq emas. (4.3) formulaga muvofiq fotoelektronlarning  $K_{\max}$  - maksimal kinetik energiyasi, metall sirtiga tushayotgan monoxromatik yorug'lik nurlanishining intensivligiga bog'liq emas degan xulosa kelib chiqadi. Tushayotgan yorug'lik intensivligini o'zgarishi, faqat metall sirtidan chiqayotgan elektronlarning sonini o'zgartiradi. Bu eksperimental faktlar klassik fizikaning tasavvuriga tamomila zid edi.

Biroq yorug'lik intensivligini o'zgarishsiz qoldirib, yorug'lik chastotasini (rangini) o'zgartirsak ahvol tamomila boshqacha bo'ladi. Bu holda metall sirtidan chiqayotgan fotoelektronning soni o'zgarmaydi ( $I_{\phi\max} = \text{const}$ ) va aksincha tushayotgan nurlanishning chastotasiga mos ravishda fotoelektronlarning maksimal kinetik energiyasi o'zgaradi (4.2b-rasm). 4.2b-rasmdan ko'ramizki To'yinish toki yorug'lik intensivligiga bog'liq, chastotaga bog'liq emas. To'xtatuvchi potensialning absolyut qiymati, tushayotgan yorug'likning chastotasiga bog'liq. Tushayotgan yorug'likning chastotasiga mos ravishda to'xtatuvchi potensialning  $v_0$  qiymati o'zgaradi va bu bog'lanish chiziqlidir. Shunday qilib, to'xtatuvchi potensialning qiymati tushayotgan yorug'likning chastotasiga bog'liq. Tushayotgan yorug'likning katta chastotasiga to'xtatuvchi potensialni katta qiymati to'g'ri keladi.  $V_0$  bilan  $V$  ni chiziqli bog'lanish o'z navbatida metall sirtidan chiqayotgan metallarning maksimal kinetik energiyasini (4.3) ifoda ko'rinishidagi bog'lanishiga olib keladi. Demak, metall sirtidan chiqayotgan fotoelektronlarning maksimal kinetik energiyasi (tezligi) tushayotgan nurning chastotasiga bog'liq va nurlanishni intensivligiga bog'liq emas. Eksperimentning bu xulosasi klassik nazariya prinsipiga mutlaqo ziddir.

Nihoyat,  $v_0$  to'xtatuvchi potensialning chastotaga bog'liqlik grafigi to'g'ri chiziqdan iborat bo'lib, u 4.2v-rasmda tasvirlangan. Fotoeffekt yuz beradigan eng kichik yorug'lik chastotasi  $v_0$  ga fotoeffektning qizil chegarasi deyiladi. Qizil chegara emitter ( $K$ -katod) materialiga bog'liq. Keyinroq ko'ramizki 4.2v-rasmdagi ordinata o'qida joylashgan A-kattalik fotoeffektning chiqish ishi deyiladi va uning kattaligi ham emitter materialiga bog'liq. 4.1-jadvalda ayrim metallar uchun chiqish ishi  $a$  ni qiymatlari keltirilgan. A kattalik elektronni metall-vakuum sirti bilan bog'lanish energiyasini xarakterlaydi. Grafikni to'hri chiziqdan iborat bo'lishi fotoelektronlarning maksimal kinetik energiyasi fotoelektron chiqaruvchi plastinkaning (emitterni) materialiga bog'liq emasligini ko'rsatadi.

4.1-jadval

| metall    | A, eV | metall  | A, eV | metall   | A, eV |
|-----------|-------|---------|-------|----------|-------|
| Alyuminiy | 3,74  | Vismut  | 4,62  | Molibden | 4,27  |
| Kaliy     | 2,15  | Volfram | 4,50  | Natriy   | 2,27  |
| Nikel     | 4,84  | Oltin   | 4,52  | Kumush   | 4,28  |
| Bariy     | 2,29  | Temir   | 4,36  | Titan    | 3,92  |
| Kobalt    | 4,25  | Litiy   | 2,39  | Seziy    | 1,89  |
| Platina   | 5,29  | Mis     | 4,47  | Rux      | 3,74  |

### 4.3. Fotoelektronlar uchun Eynshteyn tenglamasi

Yuqoridagi mulohazalardan ko'rdikki, fotoeffekt jarayonini klassik fizika nuqtai nazarida turib tushuntirishning umuman imkoni yo'q. Bu effekt yangi g'oya, yangi tushuncha talab qilar edi. Yangi g'oyani 1905-yilda A.Eynshteyn Plank gipotezasiga va o'zining yorug'likning fotonlar nazariyasiga asoslanib berdi. III bobda aytganimizdek, Eynshteyn taklifiga ko'ra, yorug'lik zarralardan tashkil topgan. Shu sababli, metall elektronlari bilan o'zaro ta'sir jarayonida elektromagnit maydon  $h\nu$  energiya ulushlari tarzida yutiladi. Foton va elektron to'qnashuvida o'yin yakkama-yakka bo'ladi. Har foton bitta elektron tomonidan yutiladi va har bir elektronga faqat bitta foton to'hri keladi. Bu jarayon III bobda keltirilgan zarralar to'qnashuvi qonuniga mos keladi va ular uchun saqlanish qonunlari yaxshi bajariladi. III bobdagi energiyaning saqlanish qonuni (3.3) ga ko'ra

$$h\nu + E = h\nu_1 + E_1.$$

bu ifodani fotoeffekt uchun yozamiz, ya'ni

$$h\nu - A = 0 + K_{\max} \quad (4.4)$$

(bu yerda,  $E = -A$  chiqish ishi,  $h\nu_1 = 0$ , chunki foton yutiladi,  $E_1 = K_{\max}$  - metall sirtidan chiqayotgan elektronlarning maksimal kinetik energiyasi,  $h\nu$ -tushayotgan yorug'likning nurlanish energiyasi).

(4.4) ni qulay shaklda yozaylik:

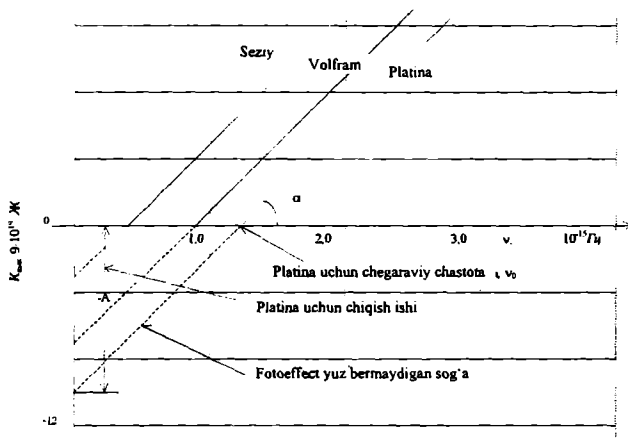
$$K_{\max} = e\nu_0 = h\nu - A. \quad (4.5)$$

(4.5) tenglamaga fotoeffekt uchun Eynshteyn tenglamasi deyiladi.

Shunday qilib, yorug'likning to'lqin tabiatidan fotoeffekt qonunlarini tushuntirib berib bo'lmaydi. Yorug'likni  $h\nu$ -energiyaga teng bo'lgan fotonlar oqimidan iborat deb qarasa, hammasi joyiga tushadi, barcha qiyinchiliklar yo'qoladi. Boshqacha aytganda, fotoeffekt korpuskulyar hodisadir. Foton zarra metall sirtida yutiladi va barcha energiyasini bitta elektronga beradi va bu energiya elektronning metall bilan bo'lgan bog'lanish energiyasidan katta bo'lsa elektron metall sirtini tashlab chiqib ketadi.

(4.5) tenglama  $y = kx + b$  funksiyaga o'xshagan chiziqli funksiya-dir. 4.3-rasmda uchta turli metall uchun  $K_{\max}$  ni  $\nu$  ga bog'liq grafiklari

keltirilgan. Bu to'g'ri chiziqlar bir-biriga parallel va bir-birining ustiga tushmaydi. To'g'ri chiziqni absissa o'qi bilan hosil qilgan burchagining tangensi Plank doimiysi  $h$  ga tengdir. Ordinata o'qini kesib o'tgan to'g'ri chiziq hosil qilgan kesma  $-A$  chiqish ishidir. Metall sirtidan elektronni uzib chiqarish uchun kerak bo'lgan eng kichik energiya chiqish ishi deyiladi. Chiqish ishi metall turiga va metall sirtining holatiga bog'liq. Turli metallar uchun chiqish ishi har xil. Shu sababli, (4.5) formulaga binoan barcha to'g'ri chiziqlar parallel va abchissa o'qiga bir xil og'gan, ya'ni  $h$  bir xil.



4.3-rasm. Metall sirtidan ajpalgan fotoelektponlarning tushayotgan yorug'lik chastotasiga bog'liqlik grafigi.

$K_{\max} = 0$  da  $v = v_0$ . Bu yerda,  $v_0$ -chegaraviy chastota, ya'ni metall sirtidan elektronlarni urib chiqarish uchun kerak bo'lgan eng minimal chastota. Yuqorida aytganimizdek, bu chastota fotoeffektning qizil chegarasi deyiladi.  $K_{\max} = 0$  da

$$h\nu_0 = A \quad (4.6)$$

(4.6) formuladan metallarni chiqish ishini aniqlashda foydalaniladi.

Elektronlarning chiqish ishini boshqa tajribalardan, masalan, termoelektron emissiya hodisasidan ham

$$i = aT^2 e^{-\frac{A}{kt}} \quad (4.7)$$

topish mumkin (bu yerda,  $I$ -tok zichligi,  $T$ -absolyut temperatura,  $a$ -proporsionallik koeffisienti,  $k$ -bolsman doimiysi,  $h$ -Plank doimiysi,  $A$ -chiqish ishi).

Quyidagi jadvalda termoemissiya va fotoeffekt tajribasi yordamida topilgan chiqish ishining qiymatlari o'zaro taqqoslangan.

*Ayrim metallar uchun chiqish ishi -a (eV)*

*Jadval*

| Metall        | Mo        | Rh   | Pd   | Pt   |
|---------------|-----------|------|------|------|
| Termoemissiya | 4,14-4,17 | 4,58 | 4,99 | 6,27 |
| Fotoeffekt    | 4,15      | 4,57 | 4,96 | 6,30 |

(4.5) tenglamani (4.6) ni e'tiborga olgan holda

$$K_{\max} = h\nu - h\nu_0 \quad (4.8)$$

ko'rinishga keltirish mumkin.

$\nu < \nu_0$  chastotada yoki  $\lambda > \lambda_0$  to'liqin uzunlikda ( $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$  -to'liqin

uzunlik chegarasi) tushayotgan nurlanishning energiyasi kichik. Shuning uchun (4.8) formulaga ko'ra, metall sirtidan elektronni uzib chiqarishga uning kuchi etmaydi. Demak, fotoeffekt sodir bo'lmaydi. 4.3-rasmdagi kabi eksperimentda o'lchangan  $K_{\max}$  ni  $\nu$  ga bog'liqlik grafigini ekstrapolyatsiya qilish orqali grafikdan A ni qiymatini bevosita topish mumkin.

#### 4.4. Milliken tajribasi va Plank doimiysini aniqlash

1914-yilda Robert Endrus Milliken fotoeffekt uchun Eynshteyn tenglamasini tekshirish maqsadida eksperimentda har bir metallga  $K_{\max}$  ni  $\nu$  ga bog'liqlik qiymatini topib ushbu funksiyaning grafigini chizdi. Sal keyinroq fotoeffekt hodisasidan bevosita Plank doimiysi  $h$  ni topdi. Keyingi o'lchashlarga ko'ra

$$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

ga teng.

Elektr zaryadlari va fotoeffekt izlanishlaridagi ijobiy ishlari uchun R.E.Milliken 1923-yilda Nobel mukofotiga sazovor bo'ldi.

Fotoeffektga qisqacha xulosa yasaymiz:

1. Metall sirtidan chiqayotgan elektronlar soni tushayotgan nurlanishning intensivligiga to'g'ri proporsional;
2. Fotoelektronlarning maksimal kinetik energiyasi tushayotgan nurlanishning chastotasiga bog'liq, lekin uning intensivligiga bog'liq emas;
3.  $K_{\max}$  bilan  $\nu$  orasidagi bog'lanish chiziqli funksiya va u (4.5) formula bilan xarakterlanadi;
4.  $\nu_0$ -to'xtatuvchi potensial A-chiqish ishiga bog'liq;
5.  $\nu_0$ -chegaraviy chastota mavjud bo'lib, bu chastotadan kichik chastotalarda fotoeffekt sodir bo'lmaydi. Bu xulosa faqat bir fotonli fotoeffektlar uchun o'rinni;

6.  $V \geq V_0$  chastotalarda tushayotgan yorug'likning intensivligiga juda kuchsiz bo'lsa ham metall sirtidan atomlar kechikmasdan shu zahotiyoyq chiqadi.

#### 4.5. Fotoeffekt nazariyasi. Ko'pfotonli fotoeffekt

Tashqi fotoeffektda yuz beradigan jarayonni uchta bosqichga bo'lish mumkin: fotonning elektron tomonidan yutilishi, elektronning metall sirtiga harakati va oxiri metall-vakuum hosil qilgan potensial to'siqni yengib, metall sirtini tashlab chiqib ketishi. Fotoeffektning kvant nazariyasi nig'oyatda murakkab, shu sababli u haqida to'xtalmaymiz. Fotoeffekt nazariyasi bilan magistraturaga o'tganingizda tanishasiz deb umid qilamiz. Bitta fotonli fotoeffektda har bir foton bitta elektron tomonidan yutiladi va har bir elektron bitta foton yutadi deb qaraladi. O'ta zichlikdagi yorug'lik oqimlarini nurlaydigan lazerlarning paydo bo'lishi ikki fotonli va uch fotonli fotoeffektlarni o'rganishga ham yo'l ochdi. Masalan, ikki fotonli fotoeffektda elektron muhit bilan o'zaro ta'sirda energiyasini yo'qotguncha ikkita fotonni yutib olishi mumkin. Bu holda fotoeffekt sodir bo'lishi uchun

$$h\nu = \frac{E_0 - E_f}{2}, \text{ ya'ni } \nu = \frac{\nu_k}{2} \quad (4.9)$$

formula o'rinlidir. bunda  $E_f$ -Fermiy energiyasi. Absolyut nol temperaturada elektronlarning eng katta energiyasi  $E_f$  ga teng. Metall sirtida elektronni uzish uchun kerak bo'lgan minimal kinetik energiya

$h\nu = E_0 - E_f$ ,  $\lambda_k = \frac{c}{\nu_k}$  -fotoeffektning qizil chegarasini belgilaydi.  $T > 0$  da

elektronlarning energiyasi Fermi sathidan katta bo'lishi mumkin. Shunga ko'ra, faqat  $T=0$  da qizil chegara mavjud, temperatura oshganda  $\lambda > \lambda_k$ , demak, fototok mavjud. Shunday qilib fotoeffekt ham absolyut qora jism nurlanishi kabi fizikada buyuk burilish yasashda o'zining hissasini qo'shdi. Biz uzluksizlik jarayonidan uzluksizlik jarayoniga qadam tashladik. Bu esa o'z navbatida, kvant fizikasi deb atalgan katta yangi sohani paydo bo'lishiga zamin yasadi.

Fotoeffekt hodisasida ham  $h$ -doimiylikni paydo bo'lishi va uni qiymati absolyut qora jism uchun yozilgan Plank formulasidagi  $h$  ga tengligi uni universaligidan darak berardi. O'z navbatida  $h$  ni biror bir formulada uchrashishi hodisani kvant xususiyatga ega ekanligiga asosiy ishora edi.

#### SAVOLLAR

1. Fotoeffektning ta'riflang.
2. Klassik fizika nuqtai nazaridan fotoeffekt o'rinlimi?

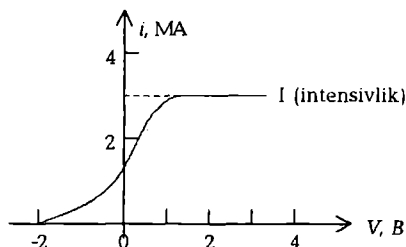
3. Klassik to'liqin nazariya fotoeffekt jarayonini nima uchun tushuntira olmadi?
4. Metall sirtidan chiqayotgan elektronlar soni nimaga bog'liq?
5. Metall sirtidan chiqayotgan elektronlarning maksimal kinetik energiyasi nimaga bog'liq?
6. Fotoeffektda metall sirtidan chiqayotgan elektronlar kechikib chiqadimi?
7. Fotoeffekt qurilmasini chizing va tushuntiring.
8. Fotoeffekt uchun Stoletov qonunini ayting.
9. Lenard tajribalarini tushuntiring.
10. To'xtatuvchi potensial qanaqa potensial?
11. Elektronlarning maksimal kinetik energiyasini to'xtatuvchi potensialga bog'liqlik formulasini yozing va tushuntiring.
12. To'yinish tokini ta'riflang va u nimaga bog'liq?
13. To'xtatuvchi potensial nimaga bog'liq?
14. To'xtatuvchi potensial tushayotgan yorug'lik nurla-nishining intensivligiga bog'liqmi?
15. To'xtatuvchi potensial tushayotgan yorug'lik chastotasiga bog'liqmi?
16. Fotoeffektni qizil chegarasini ta'riflang.
17. Fotoeffektni qizil chegarasi qanday topiladi va metall xususiyatiga bog'liqmi?
18. Chiqish ishini ta'riflang va u nimaga bog'liq?
19. Chiqish ishi va fotoeffektni qizil chegarasi eksperimentda qanday topiladi?
20. Metall sirtidan chiqayotgan elektronlarning maksimal kinetik energiyasi metallning xususiyatiga bog'liqmi?
21. Plank doimiysi fotoeffektdan qanday topiladi?
22. Fotoeffekt uchun Eynshteyn formulasini yozing va tushuntiring.
23. Fotoeffekt uchun energiyaning saqlanish qonunini yozing va tushuntiring.
24. Fotoeffekt to'liqin hodisami yoki korpuskulyar hodisami?
25. R.Milliken fotoeffektida qanday qilgan ishlari uchun qadrlandi?
26. Fotoeffekt nazariyasi qanday nazariya?
27. Ko'ptonli fotoeffekt deganda nimani tushunasiz?
28. Ikki fotonli fotoeffektni tushuntiring.
29. Ikki fotonli fotoeffekt uchun Eynshteyn tenglamasini yozing va tushuntiring.
30. Fotoeffekt haqida umumiy tasavvuringizni so'zlab bering.

### **MASALALAR**

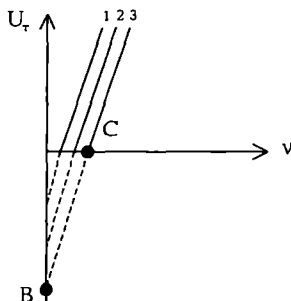
4.1. 4.4-rasmda yorug'lik nuri ta'sirida birlik vaqt ichida metall sirtidan ajralayotgan elektronlarning volt-ampere xarakteristikasi tasvir-

langan. Grafikdan foydalanib metall sirtidan chiqayotgan elektronlarning sonini va maksimal kinetik energiyasini toping.

4.2. 4.5-rasmda UT-to'xtatuvchi potensialni metall sirtga tushayotgan yorug'likning chastotasiga bog'liqlik chizmasi tasvirlangan. Qanday shartlarga ko'ra bu to'g'ri chiziqlar bir-biridan farq qiladi? Ushbu grafikdan qanday fundamental doimiylikni aniqlasa bo'ladi? Fotoeffekt uchun qizil chegara va chiqish ishi nuqtalarini chiziqlardan birortasiga ko'rsating. V va S nuqtalar nimani anglatadi?



4.4-rasm.



4.5-rasm.

4.3. Metallda elektronning chiqish ishi A ga teng. Metall sirtidan chiqayotgan elektronlarning maksimal kinetik energiyasi  $K_{\max}$  ni tushayotgan yorug'likni  $\omega$  chastotasiga bog'liqligini tasvirlang.

4.4. Quyidagi hollarda fotoeffektning volt-ampere xarak-teristikasi qanday o'zgaradi: Agarda a) tushayotgan yorug'lik nurlanishi spektral tarkibi o'zgarmagan holda uning to'la yorug'lik oqimi ikki marta ortsa; b) fotonlar oqimi o'zgarmay qolgan holda tushayotgan yorug'likning chastotasi ikki marta ortsa; v) fotonlar oqimi o'zgarmagan holda monoxromatik nurning chastotasi ikki marta kamaysa.

4.5. Agar oltin uchun chiqish ishi  $A = 4,58 \text{ eV}$  va alyuminiy uchun  $a = 3,7 \text{ eV}$  bo'lsa,

a) fotoeffektning qizil chegara to'lqin uzunligini toping;

b) nurlanishning to'lqin uzunligi  $270 \text{ nm}$  bo'lsa, oltin va alyuminiy sirtidan chiqayotgan elektronlarning maksimal kinetik energiyasi va tezligini toping.

4.6. Saqlanish qonunlaridan foydalangan holda erkin elektronni fotonni yuta olmasligini ko'rsating.

4.7. Quyidagi jadvalda simob spektrining bosh chiziqlariga to'g'ri kelgan nurlanishning to'lqinlari uchun tajribada keltirilgan to'xtatuvchi potensiallari qiymatini keltiring:

|                                             |        |        |        |        |        |        |
|---------------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| To'liqin uzunlik -<br>$\lambda, m(10^{-6})$ | 0,5460 | 0,4920 | 0,4360 | 0,4050 | 0,3690 | 0,3130 |
| To'xtatuvchi<br>potensial - $V$             | 0,40   | 0,60   | 0,90   | 1,20   | 1,50   | 2,10   |

Jadvaldagi qiymatlarga asoslanib grafik chizing. Plank doimiysini toping. Bu tajribada ishlatilgan metallning chiqish ishini toping.

4.8. To'liqin uzunligi  $\lambda_1 = 0,1849 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  bo'lgan simob spektrini ultrabinafsha nuri ta'sirida rux metallardan chiqayotgan elektron uchun to'xtatuvchi potensial  $2,42V$  ga teng. Shu spektrning  $\lambda_2 = 0,2537 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  to'liqin uzunlikka ega bo'lgan fotoelektronlari uchun to'xtatuvchi potensial nimaga teng?

4.9. Natriy metalli sirtidan fotoelektronlarni urib chiqarish uchun kerak bo'lgan maksimal to'liqin uzunlik  $0,5450 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ . a) agar tushayotgan nurlanishning to'liqin uzunligi  $0,2000 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  bo'lsa, chiqayotgan elektronlarning maksimal tezligini toping. b) tushayotgan nurning to'liqin uzunligi  $0,2000 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  bo'lsa, natriy sirtidan chiqayotgan fotoelektronlar uchun to'xtatuvchi potensialni toping.

4.10. Ikki fotonli fotoeffektda berilgan metall uchun qizil chegara to'liqin uzunligi  $\lambda_0 = 580 \text{ nm}$ .  $\lambda = 650 \text{ nm}$  to'liqin uzunlikda uch fotonli fotoeffektda metall sirtidan chiqayotgan elektronlarning maksimal kinetik energiyasini toping.

## **V BOB**

### **Mavzu: YORUG'LIK KVANTI – FOTONNING MODDALARDA SOCHILISHI. KOMPTON EFFEKTI. RAMAN EFFEKTI**

#### **Reja:**

- 5.1. Yorug'likning kogerent va nokogerent sochilishi.
- 5.2. Kompton effekti haqida.
- 5.3. Kompton tajribasi va natijalari.
- 5.4. Siljimagan va siljigan komponentalarni paydo bo'lish sabablari.
- 5.5. Kompton tajribasining klassik nazariyasi.
- 5.6. Kompton tajribasining kvant nazariyasi. Kompton formulasi.
- 5.7. Tepki elektronlar.
- 5.8. Bote va Vilson tajribasi. Bote va Geyger tajribasi.
- 5.9. Nurlanishni moddadan o'tishi.
- 5.10. Yorug'likning kombinatsion sochilishi.
- 5.11. Yorug'likning kombinatsion sochilishining klassik nazariyasi.
- 5.12. Yorug'likning kombinatsion sochilishining kvant nazariyasi.

#### **ADABIYOTLAR**

1. А.Н.Матвеев «Атомная физика», М., Высшая школа. 1989 г.
2. Д.И.Блохинцев «Основы квантовой механики», М., Высшая школа, 1961 г.
3. Г.Бете «Квантовая механика», М., 1965 г.
4. А.А. Соколов, Ю.Лоскутов. И.М.Тернов «Квантовая механика», М., 1962 г.
5. Э.В.Шпольский «Атомная физика», Том 1, М., 1963 г.
6. А.Н.Compton. Phys. Rev. 1923. №22, p. 405 (original ish).

**Masalaning qo'yilishi.** O'tgan boblarda nurlanish va yutilish jarayonlarida yorug'likni kvant tabiatga ega ekanligini ko'rdik. Bu bobda yorug'lik, umuman elektromagnit nurlanish sochilish jarayonlarida ham o'zining diskretlik xossasini namoyon qilishini Kompton effekti va yorug'likning kombinatsion sochilishi kabi eksperimentlarni tahlil qilish orqali ko'rsatamiz. Bu bilan elektromagnit shkalaning barcha soha-

sig'a to'g'ri keluvchi elektromagnit to'liqlarning nurlanish, yutilish va sochilish jarayonlarida kvant xarakterga ega ekanligi va bu jarayonlarning hammasida Plank doimiysi  $6,62 \cdot 10^{-34}$  J·s ga teng bo'lib, o'zgar-mas qolishi, uni universal doimiylik ekanligidan dalolat berishini ko'r-satamiz.

Katta energiyaga ega bo'lgan elektromagnit nurlanishlari (rentgen nurlari) kvant nazariyaga bo'ysunadimi?  $E = h\nu$  munosabat bajarila-dimi,  $h$ -doimiylik o'rinlimi va energiya va impulsning saqlanish qonunlari qanday rol o'ynaydi degan savollarga Kompton effekti va uning tahlili javob beradi.

Plank va Eynshteynning kvant gipotezalari katta energiya sohalar-dagi nurlanishlar uchun ham o'rinli ekanligi, energiyani kvantlanishi, impulsni kvantlanishi, nurlanishning zarralari fotonlar ekanligi va kvant nazariyani keng energiya sohasi uchun ham o'rinli ekanligini ko'rsatadi. Bu diapazonda ham Plank doimiylikni formulalarda ishti-rok etishi, uni universal doimiylik deb atashga haqli ekanligimizga asos bo'ladi.

Bu bobda biz yorug'likning kombinatsion sochilishi, ya'ni yorug'-likning molekulalarda sochilishi mavzusini kiritishni ma'qul topdik. Chunki yorug'likning kombinatsion sochilishi va Kompton effekti kabi nokogerent sochilish fizikasiga bo'ysunadi va ikkinchidan bu mavzu-ning bu bobda o'tish orqali biz elektromagnit nurlanishni nafaqat atomda, shu bilan birga molekulada sochilishida ham kvantlanishini namoyon bo'lishini ko'rsatamiz. Natijada talaba elektromagnit nur-lanishi haqiqatan ham kvant tabiatga ega ekanligiga to'la ishonadi, deb umid qilamiz.

**Mavzu qahramoni:** Artur Kolli Kompton (1892-1962), AQSHda Ogayo shtatining Vuster shahrida tug'ilgan. Chikago, Prinston, Vel-lengton universitetlarida ishlagan. 1923-yilda foton impulsiga ega deb rentgen nurlarini moddada sochilishini to'g'ri tushuntirib bergan. Kompton effekti kashf etilgani uchun Vilson bilan birgalikda 1927-yilda Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

## V bob. YORUG'LIK KVANTI - FOTONNING MODDALARDA SOCHILISHI. KOMPTON EFFEKTI. RAMAN EFFEKTI

### 5.1. Yorug'likning kogerent va nokogerent sochilishi

O'tgan boblarda biz yorug'likni nurlanish (absolyut qora jism nurlanishi misolida) va yutilish jarayonlarida (fotoeffekt, elektron-pozitron juftligining tug'ilishi) kvant xususiyatga ega ekanligini ko'rsatdik. Bu bobda yorug'likni umuman elektromagnit nurlanishni sochilish jarayonlarida ham kvant xususiyatga ega bo'lishini fotonlarning elektronda sochilishi (Kompton effekti) va yorug'likni molekullalarda sochilishi (Raman effekti yoki yorug'likning kombinatsion sochilishi) kabi eksperimentlar natijasini tahlil etish orqali namoyish qilamiz.

Tarqalayotgan yorug'lik to'lqinining elektr maydoni modda atomlari va molekullari tarkibiga kiruvchi elektronlarni qo'zhatib, uyoq-buyoqqa silkitib, harakatga keltiradi. Tebranayotgan elektronlar o'z navbatida hamma tomonga nur tarqatuvchi ikkilamchi sferik to'lqinlarning manbalari bo'lib qoladi va natijada *yorug'likning kombinatsion sochilishi* degan hodisa yuz beradi. Lekin, bir jinsli va shaffof (tiniq) muhitlardir yassi to'lqin tevarak-atrofga sochilmasdan to'g'ri chiziq bo'ylab tarqaladi. Ikkilamchi barcha to'lqinlar yihindisini to'g'ri chiziq bo'ylab bunday tarqalishiga sabab ularning *kogerent* ekanligi bilan bog'liqdir. Ikkilamchi barcha to'lqinlarning natijaviy to'lqini bitta to'g'ri chiziq bo'ylab tarqaluvchi to'lqin hosil qilishlari uchun, ikkilamchi barcha manba elementlarini hajmi bir xil va ularning har biridagi atom-nurlatkichlarni soni ham bir xil bo'lishi kerak. Bunday shartni bajarilishi uchun muhitni ideal bir jinsli va tiniq bo'lishi talab qilinadi. Makroskopik nuqtai nazardan yorug'likni sochilishini ro'y berishiga sabab muhitni nojins ekanligidir. Muhitni bir jinsligi ozgina buzilgan bo'lsa, u holda sochilgan nurlanishning ulishi ham tushayotgan nurlanishga nisbatan ancha kam bo'ladi. Yuqori sifatga ega bo'lgan shisha yoki iflosliklardan yaxshi tozalangan suvga tushayotgan parallel nurlarga yon tomonga o'tib qaraganimizda ularni ko'rmaymiz, chunki yorug'lik deyarli yon tomonga sochilmaydi. Shunday qilib, sochilish muhitning *bir jinsli bo'lmagan sohasida* ro'y beradi, agar sohaning o'lchami tushayotgan yorug'lik to'lqinining to'lqin uzunligiga yaqin bo'lsa, sochilish yanada kuchayadi.

Tajribalardan yaxshi ma'lumki, hattoki har xil aralashmalardan juda ham yaxshi tozalangan qattiq, suyuq va gaz jismlarda ham yorug'likning sochilishi yuz beradi. Albatta, sof jismlardagi yorug'lik-

likning sochilishi kuchsiz, lekin shunga qaramay u printsiipal juda ham muhim ahamiyatga ega bo'lgan hodisadir. Nima uchun ideal sof deb hisoblangan moddalarda ham yorug'lik sochilishi yuz beradi va ularda qanday qilib optikaviy nojinsliklar hosil bo'ladi?

Ideal sof muhitning optik nojinsligini fizikaviy sabablarini 1908-yilda M. O. Smoluxovskiy ko'rsatgan. Muhit molekularining tartibsiz issiqlik harakati tufayli unda *zichlik fluktuatsiyalari* vujudga keladi va oqibatda sindirish koefitsienti fluktuatsiyasi ham sodir bo'ladi. Zichlik fluktuatsiyasida yorug'likning sochilishi *molekulyar* yoki *reley sochilishi* deyiladi. Muhitning qisilishi yuqori bo'lgan holatlarda zichlik fluktuatsiyasi, ayniqsa, shunda kuchli bo'ladi. Bunday kritik nuqtalarda yorug'likning sochilishi ham intensiv bo'ladi. Masalan, efir bilan to'ldirilgan shisha ampulasi kritik holatga etganda ekranda mutlaqo qora dog' hosil bo'ladi.

Yorug'likni molekullarda sochilishi nazariyasini 1910-yilda A.Eynshteyn bergan. Biz bu nazariya ustida bu erda to'xtalmaymiz.

Reley sochilishining xarakterli xususiyati shundaki, bunda sochilgan nurning chastotasi muhitga tushayotgan nurlanishning chastotasiga teng bo'ladi. Sochilishning bunday turini birinchi bo'lib reley aniqlagan uchun uni *reley sochilishi* deyiladi va bu sochilish kogerent tarzda yuz beradi. Shu sababli ham reley sochilishi – *yorug'likning kogerent sochilishidir*. Biroq ko'p atomli molekullardan tashkil topgan muhitda yorug'lik sochilishi yuz bersa, u holda sochilgan nurlanish spektrida qo'shimcha chiziqlar-yo'ldoshlar (satellitlar) paydo bo'lishi eksperimentlarda kuzatilgan. Reley siljishini spektr chizihi bilan bir qatorda unga nisbatan siljigan va xira chiziqlar paydo bo'ladi. Ushbu hodisa *kombinatsion* yoki *siljigan sochilish* deb ataladi. Ayrim adabiyotlarda kombinatsion sochilishi Raman effekti deb ham yuritiladi. Kombinatsion sochilishda molekullarning boshlang'ich va oxirgi holatlari bilan turli kombinatsiyada bo'ladi va sochilish jarayoni nokogerent bo'ladi.

Kogerent sochilishda tushayotgan nurlanish energiyaning yuti-lishi va ikkilamchi nurlanishning paydo bo'lishi orasida yorug'lik fazasini o'zgartiruvchi hech qanday jarayon bo'lmaydi. Nokogerent sochilishda esa, aksincha, yutilishi va sochilishi oralig'ida faza o'zgarishi sodir bo'ladi. Shuning uchun ham yorug'likning kombinatsion sochilishi nokogerent sochilishdir.

Kompton effekti, lyuminestsensiya va boshqa ko'plab hodisalarda ham nokogerent sochilish jarayoni ro'y beradi. Bu bobda Kompton effekti va Raman effekti, keyingi boblardan birida esa lyuminestsensiya hodisasi bilan tanishamiz.

Kompton effekti va Raman effektidagi nokogerent sochilish jarayonlarining mexanizmi, mohiyati va fizikaviy sabablarini faqat kvant fizika tassavuri doirasidagina turib tushuntirish mumkin. Bu hodisalarni kvant tahlili yana bir bor elektromagnit nurlanishi sochilish

jarayonlarida ham diskret xarakterda ekanligini isbotlaydi. Demak, yuqoridagi gaplardan biz elektromagnit to'liqlari nurlanish, yutilish va sochilish jarayonlarida kvantlanish xususiyatiga ega degan tushunchaga kelamiz. Quyida Kompton effekti bilan tanishamiz.

### **5.2. Kompton effekti haqida**

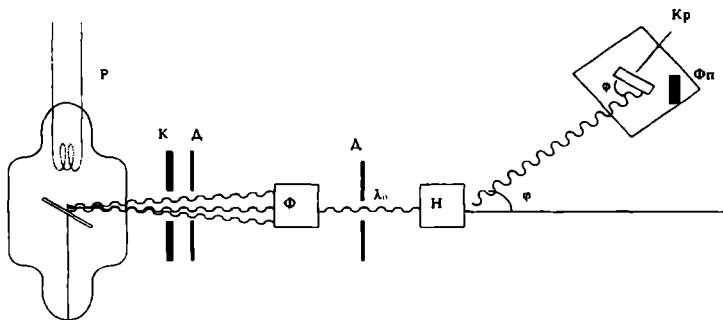
Elektromagnit nurlanishni korpuskulyar xususiyatga ega ekanligini tasdiqlovchi hodisalardan yana biri Kompton tajribasidir. Mazkur tajribada fotonlar bilan elektronlarning o'zaro to'qnashuvi katta energiyalarda o'rganildi. Kompton turli yo'nalishda sochilgan rentgen nurlarini o'lchash bilan bir qatorda sochilgan nurning to'liq uzunligini o'lchashga muvaffaq bo'ldi.

Eksperimentning natijalari energiya va impulsning saqlanishi qonunlari fotonlar va elektronlar uchun o'rinli ekanligini to'la tasdiqladi, chunki bu tajribada foton impulsi ham o'lchangan edi. Shu bilan birga bu tajriba fotonning energiyasi va impulsini chastotaga bog'liqlik formulasini naqadar to'g'ri ekanligini ham isbotladi. Kompton formulasida  $\hbar$  doimiylikni paydo bo'lishi esa foton-elektron to'qnashuvi kvant xarakterga ega ekanligini ko'rsatdi.  $\hbar$  ni elektromagnit spektri shkalasini barcha sohalarida ro'y beradigan hodisalarida ishtirok etishi uning universal doimiylik ekanligidan xabar beradi.  $\hbar$  ni issiqlik nurlanishi jarayonida, fotoeffekt va Kompton effektida paydo bo'lishi, albatta, oddiy hol emas edi. bu mikroolamdagi barcha jarayonlar kvant hodisalar ekanligini ko'rsatar va ularni tushuntirish uchun kvant nazariya yaratilishi kerak ekanligini taqozo etadi.

### **5.3. Kompton tajribasi va natijalari**

1922-23-yillarda Artur Kompton rentgen nurlarining bir qator moddalarda sochilishini kuzatdi va o'rgandi. Kompton turli yo'nalishda sochilgan Rentgen nurlarini o'rganish bilan bir qatorda ularning to'liq uzunliklarini ham o'lchadi.

Komptonning energetik qurilmasi 5.1-rasmda keltirilgan. rentgen trubkasi- $r$  ni katodidan chiqqan elektronlar katod va anod (antikatod) orasiga qo'yilgan 50 kV potensial ayirma yordamida tezlashtiriladi. Antikatod – AK ga kelib tushgan elektronlar unda tormozlanadi (to'xtab qoladi). Klassik elektromagnit nazariyaga binoan elektronlarning tormozlanishi natijasida elektromagnit nurlanish hosil bo'ladi (bu nurlanish 1895-yilda birinchi bo'lib Kondrad Rentgen tomonidan kuzatilgani uchun rentgen nuri deb ataladi). Antikatod molibdenidan qilingan bo'lib, undan chiqqan rentgen nurlarining to'liq uzunligi  $0,46\text{\AA}$  ga teng bo'lib, molibdenning  $K_{\alpha}$  – chizihi deyiladi va uning energiyasi taxminan 20 kV dir.



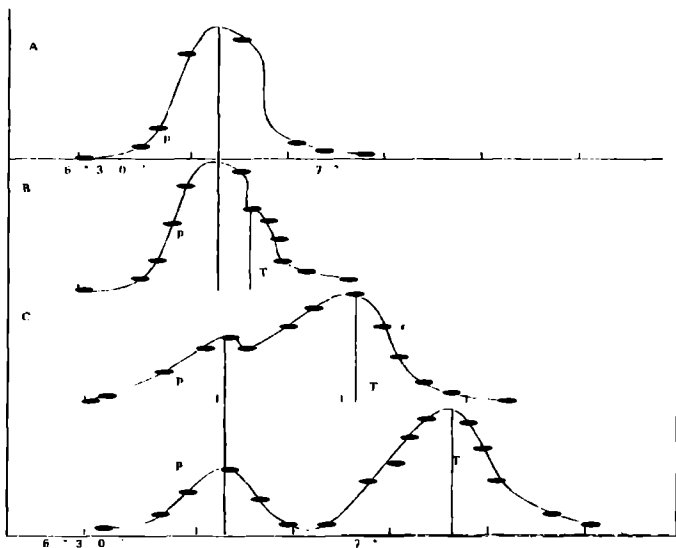
5.1-rasm. Kompton effektining kuzatish qurilmasi.

*r*-trubkani shisha qobig'idan o'tgan rentgen nurlari kollimator (*K*), diafragma (*D*) va filtr (*F*) yordamida tozalanadi va sochuvchi modda – grafitga (nishon) yo'naltiriladi. *K* – kollimator bir xil to'lqin uzunlikka ega bo'lgan birlamchi rentgen nurlarni o'z tirqishidan o'tkazadi, *D* – diafragma esa keraksiz nurlarni nishonga o'tkazmaydi. *F* – filtrdan o'tgan nurlarni bir xil to'lqin uzunlik  $\lambda_0$  ka ega bo'lgani uchun deyarli monoxromatik nurlar hisoblanadi. Grafitdan sochilgan nurlar spektrometrda qayd qilinadi. Spektrografni asosiy elementlari tajriba vaqtida tebranuvchi *Kr* – kristalldan va *FP* – fotoplastinka dan iborat. Spektrometr birlamchi nurga nisbatan  $\theta$  burchak ostida joylashtirilgan. Trubkani siljitish yoki burish orqali sochilish burchagini o'zgartirish mumkin. Grafitdan  $\theta$  burchak ostida sochilgan rentgen nurlari spektrometrning *K* – plastinkasiga kelib tushadi va uni tebratadi. *K* – plastinkadan qaytgan nurlar *FP* da qayd qilinadi. Plastinkadagi qorayish chiziqlarini o'rniga qarab  $\varphi$  – siljish burchagi aniqlanadi. Kristalldan rentgen nurlarining sochilishi *Bregg Vulf formulasi* deyiladi, ya'ni

$$2d\sin\varphi = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.1)$$

bunda *d* – kristall doimiysi, *n* – qaytgan nurlar maksimumlarining tartibi,  $\varphi$  – siljish burchagi. Shunday qilib fotoplastinkadagi qorayish chiziqlarning o'rniga qarab  $\varphi$  va (5.1) formula yordamida sochilgan nurning to'lqin uzunligi  $\lambda$  hisoblanadi.  $\theta$  - burchakni o'zgartirish bilan Kompton turli yo'nalishdagi grafitdan sochilgan rentgen nurlarini o'lchadi. Sochilgan rentgen nurlarning intensivligi ionizatsion kamera yordamida aniqlanadi.

Mazkur eksperimentda turli  $\theta$  burchakda o'lchangan sochilgan rentgen nurlarining  $\theta$  ga bog'liqlik grafigi 5.2-rasmida tasvirlangan.



5.2-rasm. Sochilgan rentgen nurlarining spektri.

5.2.-rasmida grafitda sochilgan rentgen nurlarining spektri  $\varphi$  ( $\varphi$  burchak bilan  $\theta$  burchak orasida bog'lanish mavjud) burchak bo'yicha tasvirlangan. Abssissa o'qida  $\varphi$  burchakning qiymatlari keltirilgan. Ordinata o'qi esa sochilish spektrining intensivligini xarakterlaydi. 5.2-rasmida tasvirlangan grafiklardagi sochilish spektrining intensivligi ikkita maksimumdan iborat. Ordinata o'qiga yaqin bo'lgan nur spektrining maksimumi *siljimagan komponenta* deyiladi, chunki barcha siljish burchaklari uchun u bitta siljish burchagi, ya'ni bitta to'lqin uzunlikka ega. Odatda, bu komponentaga *birlamchi nurlanish spektri* ham deyiladi. O'ng tomonda joylashgan maksimumni sochilgan spektrining *siljigan komponentasi* deyiladi, chunki u sochilish burchaklarga mos ravishda o'zgradi.

Sochilgan rentgen nurlanishida sochilayotgan nurlanishning to'lqin uzunligidan farqli bo'lgan to'lqin uzunlikdagi nurlanishning hosil bo'lishi Kompton effekti degan nomni oladi.

5.2-rasmidagi A grafik to'lqin uzunligi  $\lambda_0 = 0,71\text{\AA}$  ( $E=20\text{ keV}$ ) ga teng bo'lgan birlamchi nurlanishni xarakterlaydi. V, S, D grafiklarda esa  $\theta = 45^\circ$ ,  $90^\circ$  va  $135^\circ$  dan sochilish burchaklari uchun sochilish spektrining intensivligini xarakterlaydi.

5.2-rasmidagi grafiklarni manzarasiga qarab kompton tajribasiga quyidagi natijalar berish mumkin:

1. Sochilish spektrida  $\lambda_0$  to'liqin uzunlikka ega bo'lgan birlamchi nurlar bilan bir qatorda  $\lambda$ -to'liqin uzunlikka ega bo'lgan ikkilamchi rentgen nurlari mavjud. Bu to'liqin uzunliklar bir-biridan farq qiladi va bu farq juda ham kam.

2.  $\lambda$ -to'liqin uzunlik doimo  $\lambda_0$  to'liqin uzunlikdan katta, ya'ni  $\lambda > \lambda_0$  aksincha,  $\omega < \omega_0$ .

3. Sochilish burchagi  $\theta$ ni ortishi bilan siljimagan komponentaning intensivligi kamayadi, aksincha, siljigan komponentaning intensivligi esa oshadi.

4. Siljigan nurning to'liqin uzunligi sochilish burchagi  $\theta$  ga bog'liq, biroq sochuvchi moddaning tabiatiga bog'liq emas.

Kompton effektini tavsiflovchi formula quyidagi ko'rinishga ega:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 0,048 \cdot 10^{-10} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (5.2)$$

Qizih shundaki litiy elementida qilingan tajribada sochilgan nurlanish spektrida faqat bitta maksimum, ya'ni faqat siljish komponentasi kuzatiladi. Og'ir element misda qilingan tajriba esa siljigan komponentaning intensivligi siljimagan komponentaning intensivligidan deyarli katta emas.

Siljigan va siljimagan komponentalarning mavjud bo'lishini fizik sabablari haqida to'xtalamiz.

#### **5.4. Siljimagan va siljigan komponentalarni paydo bo'lish sabablari**

Siljimagan komponenta paydo bo'lish sabablari. Sochilish spektridagi siljimagan komponentani paydo bo'lishi tabiati nishon atomlaridagi ichki elektronlarning o'z yadrosi bilan bog'lanishiga bog'liq.

Kompton tajribasida fotonlarning bir qismi atomlarning ichiga kirib borishi va ular bilan ichki elektronlar to'qnashuvi ro'y berishi mumkin. Ichki elektronlar o'z yadrosi bilan nig'oyatda kuchli bog'langani uchun fotonlar ularni tebrata olmaydi. Bu to'qnashuv erkin elektron bilan emas, balki atom bilan to'qnashuvga baravar. Shuning uchun ham sochilish jarayoni butun nishon bo'yab ro'y beradi. Atomning (yadroning) massasi elektron massasidan minglab marta katta bo'lgani uchun to'liqin uzunlikni o'zgarishi sezilmaydi. Shu sababdan ham sochilgan nurlanishda siljimagan komponenta mavjuddir. Yorug'lik nurlanishi diapazonida Kompton effektining ro'y bermasligining sababi ham shu yo'lda tushuntiriladi. Yorug'lik nurining energiyasi atomning tashqi elektronning bog'lanish energiyasidan ancha kam bo'lgani uchun uni elektron bilan to'knashuvida fotonning to'liqin uzunligining o'zgarishi sezilmaydi.  $\gamma$ -kvantlarning energiyasi nig'oyatda katta bo'lganda sochilish jarayonida faqat siljigan komponentalar paydo bo'ladi.

Siljigan komponentaning hosil bo'lishi.  $\Delta\lambda$  yoki ikkilamchi nurning to'liq uzunligi moddaning tabiatiga bog'liq emas. Bu tasdiq rentgen nurlari nishonning atomlarida emas, balki uning elektronlarida sochilishidan darak beradi.

Engil elementlar (grafit, litiy va h.k) atomlarida tashqi qobiqdagi elektronlar o'z yadrosi bilan kuchsiz bog'langan va uning kattaligi taxminan 10 eV atrofida. Bu energiya unga tushayotgan rentgen nurini energiyasi ( $\sim 20\text{keV}$ ) dan  $10^3$  tartibida kichkina. Shuning uchun bu sharoitda rentgen nurlari nishondagi tinch turgan erkin elektronlar bilan o'zaro ta'sirda bo'ladi deb qarash mumkin. Elektronning tinchlikdagi energiyasi  $m_0c^2 = 0,511\text{ m}\phi B$ , bu esa o'z navbatida o'ziga tushayotgan Rentgen nurining energiyasidan nig'oyatda katta, bu holda elektronlarning nishondagi harakati norelativistik harakat bo'ladi va sochilishni ham norelativistik deb qarash mumkin.

Shunday qilib, engil atomlardagi sochilish jarayonini erkin elektronlardagi sochilish deb qarash mumkin va Kompton formulasiga ko'ra, sochilgan nurlanishda ikkinchi komponenta paydo bo'ladi. Uning to'liq uzunligi (5.2) formulaga muvofiq sochilish burchagi 0 ga ham bog'liq.

### 5.5. Kompton tajribasining klassik nazariyasi

Maksvellning elektrodinamik qonunlariga binoan rentgen nurlari – bu elektromagnit to'liqlaridir. Bu holda kompton tajribasini quyidagicha yoritish mumkin.  $\omega_0$  chastotaga ega bo'lgan elektromagnit to'liqlarining elektr maydoni sochuvchi moddaning elektronlariga ta'sir etib, ularni shu chastotada tebratadi. Moddadagi elektronlar ozod elektronlar bo'lgani uchun, tebranish natijasida tezlanish oladi. Elektrodinamika qonuniga ko'ra, tezlangan zaryad o'zidan nur chiqarishi lozim. Shuning uchun elektron tushayotgan nur chastotasidagi ikkilamchi rentgen nurlarini chiqaradi. Ularning chastotalari bir xil bo'lgani uchun ikkilamchi nurning sochilish spektri birlamchi nurning sochilish spektrining ustiga tushadi. Boshqacha aytganda, sochilish spektrini siljigan komponentasi vujudga kelmaydi, sochilgan nurning to'liq uzunligi esa sochilish burchagi 0 ga bog'liq emas. Klassik fizikani bu xulosasi kompton tajribasining 4-xulosasiga mutlaqo ziddir.

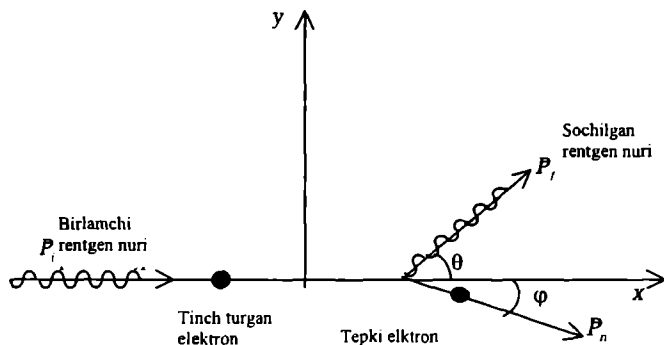
Demak, klassik fizika tasavvurida turib Kompton effektini tushuntirib bo'lmaydi.

### 5.6. Kompton tajribasining kvant nazariyasi

Yorug'likning foton nazariyasiga tayangan va J.Jensning matematik hisoblaridan ilhomlangan Kompton 1923-yilda *rentgen nurlari bu tayinli impulsqa ega bo'lgan fotonlar oqimidir* degan ilhor g'oyani

ilgari surdi. Fotonlar, boshqa zarralarga o'xshash deb unga impulsni va energiyani saqlanish qonunlarini tatbiq etish mumkin. Rentgen nurlarining to'liq uzunligini siljishi bu fotonlarning elektronlardagi elastik sochilishi deb atadi. Shuning uchun ham bu hodisani kompton effekti deb atashadi.

Fotonlar nazariyasiga ko'ra, yadroning kuchli elektromagnit maydonida harakat qilayotgan elektron foton bilan o'zaro ta'sirda bo'lganida o'zining energiyasi va impulsini bir qismini yadroga uzatishi mumkin. Energiya va impulsning saqlanish qonuniga binoan sistemaning to'la energiyasi va impulsini saqlanadi. Foton nazariyasiga asoslangan foton va elektron to'qnashuvi grafigi 5.3-rasmda tasvirlangan.



5.3-rasm. Rentgen nuraning elektponda sochilishi.

Avval qisqacha fotonning yadroning Kulon maydonida sochilishi haqida bir muncha fikr bildiramiz. Klassik elektromagnit nazariyasini xulosasiga ko'ra, to'g'ri chiziqli tekis harakat qilayotgan elektron o'zidan nur chiqarmaydi. Foton chiqarguncha bo'lgan sistemada elektron tinch turgan bo'lsin. Bu sistemada elektronning energiyasi  $E=mc^2$ , bir yoki bir nechta foton chiqargandan so'ng elektronning energiyasi yana  $mc^2$  ga teng bo'lib qolishi kerak. Lekin buning aslo iloji yo'q. Chunki elektron energiyaning qandaydir bir ulishini fotonlardan olib ketishi kerakku, bundan chiqadiki energiyaning saqlanish qonuni buziladi. Bu esa mumkin emas. Demak, tinch turgan elektronning nurlanishi mumkin emas.

Agar endi ushbu elektron yadro-nishonning kuchli elektr maydonida harakat qilayotgan bo'lsa manzara tamomila boshqacha bo'ladi. Bu holda sistemaning to'la energiyasi va impulsining saqlanishi uchun elektron o'zining energiyasi va impulsini bir qismini yadroga berishi kerak bo'ladi. Shu hol uchun saqlanish qonunlarini ko'raylik. Massasi

$m$  va dastlabki impuls  $\vec{p}_i$  bo'lgan elektron massasi  $M$  ga teng bo'lgan tinch turgan yadro bilan to'qnashsin. To'qnashish jarayoni sodir bo'lgandan so'ng elektron va yadroning impuls-lari  $\vec{p}_f$  va  $\vec{p}_n$  ga teng bo'ladi. Natijada impuls  $\vec{p}$  ga va chastotasi  $\omega = \frac{\rho c}{\hbar}$  ga teng bo'lgan foton paydo bo'ladi.

Bu jarayon uchun saqlanish qonunlarni quyidagicha yozish mumkin.

$$E_i + M c^2 = E_f + E_n + \hbar \omega \quad (5.3)$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f + \vec{p}_n + \vec{p} \quad (5.4)$$

Bunda  $E_i$  va  $E_f$  – elektronning to'qnashguncha va to'qnashish sodir bo'lgandan keyingi energiyasi.  $E_n$  – yadroning energiyasi. Shunday qilib, saqlash qonunlari 4 ta tenglamadan va 9 ta o'zgaruvchidan iborat. 3 ta impuls vektor kattalik bo'lgani uchun 9 ta tashkil etuvchilardan (o'zgaruvchi) iborat tenglamasini echish kerak. Ushbu vektorlarni har birining skalyar qiymatini topish uchun (5.3) va (5.4) tenglamalarni echishga to'g'ri keladi. Bu masala matematik jihatdan ancha murakkab bo'lgani uchun uning ustida alohida to'xtamaymiz, balki oddiy holni ko'rarmiz.

Kompton effektini hisobi elektron bilan foton to'qnashish chizmasi 5.3-rasmda ko'rsatilgan.

Chastotasi  $\omega$  ga teng bo'lgan foton massasi  $m$  bo'lgan tinch turgan elektron bilan to'qnashsin. To'qnashish sodir bo'lgandan so'ng chastotasi  $\omega'$  foton hosil bo'ladi va u dastlabki foton yo'nalishiga nisbatan  $\theta$  burchak bilan harakat qiladi. To'qnashishdan so'ng elektronning olgan energiyasi  $E_e$  va impuls  $\vec{p}_e$  bo'lsin.

Energiya va impulsning saqlanishi uchun barcha hodisa bitta tekislikda (masalan, 5.3-rasmdagi tekislik) ro'y bersin. Bu hol uchun saqlanish qonunlari

$$\hbar \omega + m_e c^2 = \hbar \omega_1 + m_e c^2, \quad (5.5)$$

$$\vec{p} - \vec{p}' = \vec{p}_e \quad (5.6)$$

kabi bo'ladi. Bunda,  $m_e c^2$  -elektronning tinchlikdagi massasi.

$$m c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \text{to'qnashgandan so'ng elektronni olgan to'la}$$

energiyasi.  $k = \frac{\omega}{c}$ ,  $k_1 = \frac{\omega_1}{c}$  ekanligini e'tiborga olib (5.5) va (5.6)lar usti-da quyidagi algebraik almashtirish qilamiz. (5.5) ifodaning kvadratga

oshirib va barcha hadlarini  $s^2$  ga bo'lib, so'ng (5.6) ifodani kvadratini undan ayiramiz.

$$\frac{1}{c^2} (\hbar\omega + m_e c^2 - \hbar\omega')^2 - (\bar{p} - \bar{p}')^2 = \frac{E_e^2}{c^2} - p_e^2 = m^2 c^2 \quad (5.7)$$

bunda

$$p = \frac{\hbar\omega}{c}, \quad p' = \frac{\hbar\omega'}{c}$$

va

$$\bar{p} \cdot \bar{p}' = pp' \cos\theta \quad (5.8)$$

(5.7) va (5.8) larga ko'ra  $\omega'$  quyidagicha topiladi:

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + \left(\frac{\hbar\omega}{m_e c^2}\right)(1 - \cos\theta)} \quad (5.9)$$

(5.9) ifodani to'liqin uzunliklar ko'rinishida yozamiz. Bilamizki,

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}, \quad \lambda' = \frac{2\pi c}{\omega'} \quad (5.10)$$

Demak,

$$\lambda' = \lambda + 2\pi \left( \frac{\hbar}{m_e c} \right) (1 - \cos\theta)$$

yoki

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) = 2\lambda_k \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (5.11)$$

bunda

$$\lambda_k = \frac{h}{m_e c} = 0,024 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,024 \text{ \AA} \quad (5.12)$$

(5.11) formulaga *Kompton formulasi* deyiladi.  $\lambda_k$  – massasi  $m$  ga teng bo'lgan zarraning *Kompton to'liqin uzunligi* deyiladi.

(5.11) formulaning natijasi, eksperiment natijalari bilan tamoman mos tushadi va yorug'lik fotonlardan tashkil topganligi haqidagi tasavvurni tasdiqlaydi.

(5.11) ga ko'ra sochilgan nurning to'liqin uzunligi tushayotgan nurning to'liqin uzunligidan doimo katta ekanligi va eksperiment natijalarining (1) va (2) xulosalarga to'g'ri keladi. (5.11) dan ko'rindiki chastotaning nisbiy uzgarishi juda kam.

Elektron uchun

$$\frac{\hbar\omega}{m_e c^2} = \frac{\hbar\omega}{0,5 M_e B}$$

Yorug'lik nurining kichik energiya qiymatlarida Kompton effekti umuman ro'y bermaydi. Bu effekt qattiq rentgen nurlari sohasida ro'y

beradi.  $\theta = \frac{\pi}{2}$  da Kompton to'liq siljishi eng katta bo'ladi. Kompton

tajribasi  $\Delta\lambda = \frac{h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2}$  formulani o'rinli ekanini tasdiqlaydi.  $E = h\nu$ ,

$\vec{p} = h\vec{k}$  va  $m = \frac{h\nu}{c}$ , energiya, impuls va massani kvantlashini na-

moyish etdi. Individual jarayonlarda energiyani saqlanish qonuni va impulsni saqlash qonunlari o'rinli ekanligini ko'rsatdi. Haqiqatan ham elektron tepkili fotoeffekt hodisasida keyingi o'lchashlar energiya va impulsni saqlanish qonunlarini to'la bajarilishni tasdiqladi. 1923-yilda Bote, Vilson tajribada birinchi marta elektron tepkini kuzatdilar. 2 yildan so'ng 1925-yil Bote va Geyger sochilgan foton bilan elektron tepkini bir vaqtda paydo bo'lishini ko'rsatdilar. 1927-yilda Bles elektron tepki qiymatini tajribada tekshirdi.

Kompton effekti yorug'lik kvant nazariyasini to'la tasdiqladi. Lekin, boshqa tajribadan bilamizki yorug'lik to'liq xususiyatga ham egadir. Kompton tajribasida yorug'likning ham kvant va ham to'liq xususiyatlari paydo bo'ladi.

Yorug'lik real fizikaviy obyekt bo'lib, uni na to'liq va zarra deyish mumkin. Yorug'likni to'liq va zarralik xususiyati yorug'lik dualizmi deyiladiki, ularni bir vaqtning o'zida ko'rish mumkin emas. Bu xususiyatlarni faqatgina alohida, alohida ko'rish mumkin. buning uchun faqat eksperimental sharoit yaratish kerak. Bu fakt Borning to'ldirish printsipida mujassamlangan.

Yorug'lik to'hrisidagi umumiy nuqtai nazaridan fikr yuritganimizda biz dualizm tushunchasiga kelamiz. Umuman qaraganda, to'liq va zarra bir fizikaviy mohiyatning ikki shaklidir.

### 5.7. Tepki elektronlar

Fotonlar bilan elektronlar to'qnashuvida sochilishning har bir elementar aktida fotonlarning «turtki»sidan energiya olgan elektronlar hosil bo'ladi. Sochilish jarayonida elektronning kinetik energiyasining o'zgarishini hisoblaylik. Energiyaning saqlanish qonuniga ko'ra elektronning kinetik energiyasining o'zgarishi fotonning to'qnashgandan so'ng va to'qnashguncha bo'lgan energiyalari farqiga teng bo'lishi kerak, ya'ni

$$E_k = h\nu - h\nu' = h\Delta\nu \quad (5.15)$$

$E_k$  ni fotonning dastlabki energiyasiga nisbati

$$\text{biroq} \quad \frac{E_k}{h\nu} = \frac{\Delta\nu}{\nu} \quad (5.16)$$

$$\text{bundan} \quad \Delta\nu = \nu - \nu' = \frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda + \Delta\lambda} = \frac{c}{\lambda} \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} = \nu \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} \quad (5.17)$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} \quad (5.18)$$

(5.16) formulaga ko'ra

$$\frac{E_k}{h\nu} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{2\lambda_k \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\lambda + 2\lambda_k \sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (5.19)$$

bu formuladan birlamchi foton energiyasining qancha ulushini elektron tepki olishi mumkinligini hisoblaylik. Agar  $\lambda = 10\lambda_k = 0,24\text{\AA}$  (qattiq rentgen nurlari) va  $\theta = 90^\circ$  bo'lsa,

$$\frac{E_k}{h\nu} = \frac{1}{11}$$

bo'ladi.

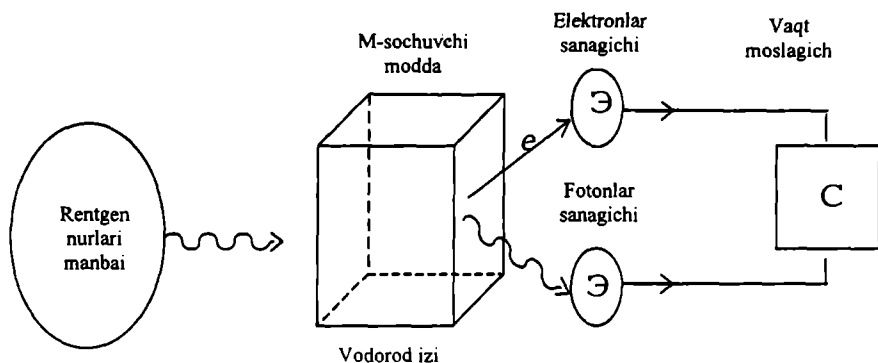
Agar  $\lambda = \lambda_k = 0,024\text{\AA}$  ( $\gamma$ -nurlar) uchun  $\theta = 90^\circ$  bo'lsa unda  $\frac{E_k}{h\nu} = \frac{1}{2}$

bo'ladi. Shunday qilib, uncha qattiq bo'lmagan rentgen nurlari uchun elektron fotonning uncha ko'p bo'lmagan energiyasining oladi. bu esa o'z navbatida tepki elektronlarni fotoelektronlardan farqlanishga imkon beradi. Tepki elektronlar dastlabki fotonlar yo'nalishida harakat qiladilar. Kompton nazariyasi asosida tepki elektronni hosil bo'lishi Vilson kamerasida kuzatilgan.

### 5.8. Bote va Vilson tajribasi. Bote va Geyger tajribasi

Kompton tajribalarida foton bilan elektron orasidagi to'qnashishning individual akti kuzatilmadi, balki elektronlar bilan fotonlar to'qnashishining umumiy natijasi kuzatildi.

1923-yilda Bote va Vilson foton bilan elektronni to'qnashishining individual aktida tepki elektronni kuzatishga muvaffaq bo'ldi. 1925-yilda Bote va Geyger tepki elektron va sochilgan fotonni bir vaqtda paydo bo'lishini kuzatdilar. Foton (F) va elektron (E) sanagichlar sochuvchi modda (M) ga nisbatan simmetrik qo'yiladi. Manbadan chiqqan ingichka rentgen nurlari dastasi sochuvchi modda-vodorod gazida sochiladi. Vodorod gazi rentgen nurlarini kam yutadi va yetarli darajada kuchli sochadi. 5.4-rasmda ushbu tajribaning chizmasi chizilgan.



5.4-rasm. Bote va geyger tajribasi.

(E) va (F) sanagichlar vaqt moslagichi chizmasiga (схема совпадения) ulangan bo'lib, u sanagichlarga elektron va fotonni bir vaqtda kelganligini qayd qiladi. Shunday qilib, bu tajriba sanagichlarga elektron va fotonni bir vaqtda kelib tushishini qayd qiladi. Sanagichlarda foton va elektronni bir vaqtda qayd qilinishi ehtimoli korrelyatsiya bo'lgan holdagi foton va elektronlarni qayd qilinish ehtimolidan ancha katta. Bu tajriba foton va elektronni individual to'qnashishini isbot etdi. 1925-yilda Kompton va Saymon qilgan tajribalarida tepki elektron bilan sochilgan fotonlar hosil qilgan burchaklar orasidagi munoabat saqlanish qonunlari talabiga ko'ra bajariladimi yoki yo'qmi ekanligini tekshirdilar. Buning uchun ular Vilson kamerasidan foydalandilar. Vilson kamerasida tepki elektron iz (trek) qoldiradi. Sochilgan fotonlar esa hech qanday iz qoldirmadi. Sochilgan foton yo'lga boshqa atom qo'yilgan taqdirda undan fotoelektronlar chiqishi kuzatildi va u ham kamerada yaxshi iz qoldirdi. Shunday qilib, tepki elektron bilan sochilgan fotonlar orasida hosil bo'lgan burchakni to'la tahlil qilinishi saqlanish qonunlarini juda yaxshi bajarilishini tasdiqladi. 1927-yilda Bles tepki elektron energiyasini o'lchadi va uning miqdori ham Kompton nazariyasi bilan to'la mosligini tasdiqladi.

Xullas, Kompton effekti va Kompton nazariyasi elektromagnit nurlanishni kvant nazariyasini to'la tasdiqladi. Biroq boshqa tajribalardan yaxshi bilamizki, yorug'lik to'lqin xususiyatga ham ega. Qizig'i shundaki, Kompton tajribasida qandaydir ma'noda nurlanishni kvant va to'lqin xususiyatlari namoyon bo'ladi. Yorug'lik real fizikaviy obyekt bo'lib, uni na to'lqin va na zarra deyish mumkin.

Yorug'likning bir-biriga qarama-qarshi bo'lgan to'lqin va zarra xususiyatini yorug'lik dualizmi deyiladi va ularni bir vaqtda kuzatish mumkin emas. Bu xususiyatlarni faqat alohida-alohida o'rganish mum-

kin. Buning uchun, albatta eksperimental sharoit yaratish kerak. Yorug'likni umumiy tahlili uchun esa ikkala xususiyatni ham e'tiborga olish kerakki, xuddi ana shu mulohaza *Borning to'ldirish prinsipida* yaxshi mujassamlashgan. Umuman qaraganda to'liqin zarra bir fizikaviy mohiyatning ikki shaklidir.

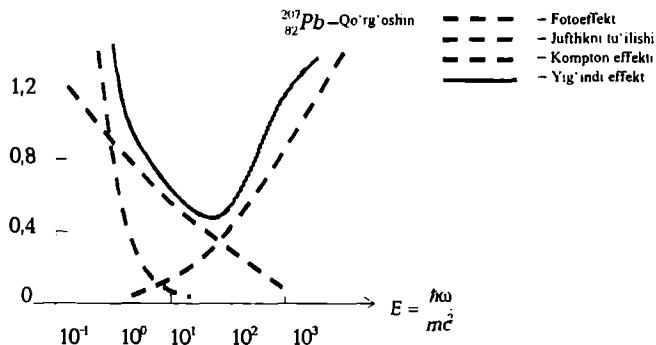
Yorug'likni elektronda sochilish tajribasi Plank doimiysi  $h$  ni elektromagnit shkalasining yuksak chastotalaridagi elektromagnit to'liqinlariga ham o'rinli ekanligi ushbu kattalikni *universal doimiylik* ekanligidan dalolat beradi.

### 5.9. Nurlanishning moddadan o'tishi

Fotonlar bilan moddalar orasida bo'ladigan o'zaro ta'sirni uchta jarayonga bo'lish mumkin:

1. Fotoelektron effekt.
2. Kompton effekti.
3. Elektron-pozitron juftligining tuzilishi.

Mazkur uchchala effektini tavsiflovchi to'la nazariya juda murakkab va kvant elektrodinamika uslubiyotini qo'llashni talab qiladi. Shu sababdan biz bu nazariya haqida to'xtalmasdan, faqat qiqacha quyidagi natijalarni beramiz. Fotoeffektda fotonlar atomda tamomila yutiladi, natijada atom o'z qobiqlari biridan elektron chiqaradi. Kompton effektda esa foton atom elektron tomonidan sochiladi. Elektron-pozitron juftligining tug'ilishida esa foton elektron-pozitron juftlikka aylanadi, ya'ni foton yo'qolib, uning o'rniga zarralar hosil bo'ladi. Bu uchchala effekt 5.5-rasmda keltirilgan. Past energiyalarda ( $\sim eV$ ) fotoeffekt hukmronlik oqiladi, Kompton effekti esa nig'oyatda kuchsiz holda namoyon bo'ladi. Elektron-pozitron juftligi umuman tuzilmaydi.



5.5-rasm.  $^{207}\text{Pb}$  — elementda fotoeffekt, kompton effekti, juftlikning tuzilishi va ig'indi effekt.

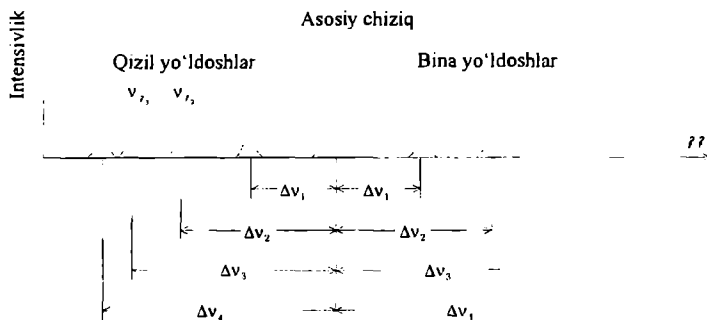
$2m_e c^2$  ga teng energiyadan boshlab juftlik tuzilishiga imkon yaratiladi va u hukmron jarayon bo'lib qoladi. Fotoeffekt va juftlik tuzilishida foton tamomila yo'qoladi. Kompton sochilishida esa foton yo'qolmaydi. Faqat energiyasining bir qismini yo'qotadi. 5.5-rasmda uchchala effektning moddaning yutilish koeffitsienti  $\mu$  ga nisbatan munosabati qo'rg'oshin misolida taqqoslanadi.

### 5.10. Yorug'likning kombinatsion sochilishi

Kombinatsion yoki siljigan sochilish hodisasi hind olimlari Raman va Krishnan tomonidan 1928-yilda e'lon qilingan va ba'zan bu hodisani adabiyotda Raman effekti deb ham yuritishadi. Bu hodisa haqidagi maqolani xuddi shu yil, lekin hind olimlaridan sal keyinroq rus olimlari Mandelshtam va Landsberglar ham e'lon qilishadi.

Raman va Krishnan bu hodisani yorug'likni suyuqliklarda sochilishi jarayonida, Mandelshtam va Landsberg esa yorug'likni kristallda sochilish jarayonini eksperimental o'rganish vaqtida kuzatishgan. Kombinatsion sochilish jarayonida kuzatilgan siljigan chiziqlarni *Raman chiziqlari* ( $\nu_r$ ) deb atashadi.

Mandelshtam va Landsberg kvarts va island shpatida yorug'lik sochilishini eksperimental o'rganib quyidagi fikrni bildirishdi. Sochilish jarayonida simob lampasidan tushayotgan yorug'likning har bir asosiy chizihi atrofida bir qancha yo'ldoshlar (satellitlar) paydo bo'ladi. Yo'ldoshlar, asosiy chiziqdan chap (qizil) tomonga ham va unga simmetrik ravishda o'ng (binafsha) tomonga ham siljigan (5.6-rasm). Asosiy chiziqdan chap tomonda siljigan qizil yo'ldosh (satellit) chiziqlarni *Stoks chiziqlari* ( $\nu_{r,s} < \nu_0$ ), o'ng tomondagi binafsha yo'ldosh (satellit) esa *antistoks chiziqlari* ( $\nu_{r,a} > \nu_0$ ) deyiladi.



5.6-rasm. Yorug'likning kombinatsion sochilishida yo'ldoshlarning (satellitlarning) paydo bo'lishi chizmasi.

Yo'ldoshlarning barchasini guruhlarga ajratish mumkin. Har bir guruhda yo'ldosh chastotasi bilan asosiy chiziqqa to'g'ri keluvchi chastotalar orasidagi oraliq, ya'ni chastotalar farqi  $\Delta\nu_i$  (5.6-rasm) doimiydir. Bu qonuniyatdan har bir shunday guruhning  $\Delta\nu_i$  chastotasi kristallning xususiy chastotasiga mos keladi degan fikrga kelamiz. Kvars uchun 5 ta yo'ldosh guruhi, island shpati uchun faqat ikkita yo'ldosh guruhi kuzatilgan. Temperatura ortishiga mos ravishda binafsha yo'ldoshlarning intensivligi qizil yo'ldoshlarning intensivligiga nisbatan ortganligi ham eksperimentda aniqlangan.

### 5.11. Yorug'likning kombinatsion sochilishining klassik nazariyasi

Kombinatsion sochilish hodisasi klassik nazariya nuqtai nazaridan quyidagicha tushuntiriladi. Ushbu hodisada yo'ldoshlarning paydo bo'lish sabablari yorug'lik to'lqinini sochuvchi muhit molekulasini atomlarining past chastotali tebranishlari bilan modulyatsiyalanishi orqali tushuntirish mumkin. Molekulaning qutblanishi, umuman qaraganda uni tashkil qilgan atomlarning joylanishiga bog'liq. Atomlar tebranganda qutblanish  $\alpha_0$ -o'rtacha qiymat atrofida shu tebranishga mos ravishda

$$\alpha(t) = \alpha_0 + F(t)$$

formula bilan o'zgarishi mumkin.

Ushbu tebranishlarning chastotasi  $10^{12}$ - $10^{13}$  gts bo'lib, elektromagnit shkalasining infraqizil spektri sohasiga to'g'ri keladi. Boshqacha aytganda,  $\alpha(t)$  kattalikni o'zgarishi tushayotgan yorug'likning ( $\approx 10^{15}$  gts) elektr maydonining tebranishiga nisbatan sekinroq o'zgaradi. Shu sababga ko'ra ham tushayotgan yorug'lik to'lqinining monoxromatik maydonida molekulaning dipol momentining o'zgarishi

$$p(t) = \alpha \cdot E = [\alpha_0 + F(t)]E_0 \cos \omega t$$

Qonun bo'yicha ro'y beradi, ya'ni amplitudasi modulyatsiyalangan tebranishdan iborat bo'ladi. Bu erda  $E = E_0 \cos \omega t$  - yorug'lik to'lqinining o'zgaruvchan elektr maydoni,  $E_0$  yorug'lik to'lqini elektr maydoni kuchlanganligini amplitudasi,  $\omega = 2\pi\nu$  - tushayotgan yorug'likning burchak chastotasi,  $\alpha$  - molekulaning qutblanishligi, faqat uning tuzilishi va xossasiga bog'liq bo'lgan doimiy.

Bu jarayonda sochilgan yorug'likni maydon kuchlanganligining tebranishi ham modulyatsiyalanadi. bu tebranishlarning eltuvchi chastotasi tushayotgan yorug'lik to'lqinining chastotasi  $\omega$  ga teng, modulyatsiya esa  $\omega_i$  chastotalarda (sochuvchi modda molekulasidagi atomlarning tebranish chastotasi) yuz beradi. Amplitudasi modulyatsiyalangan bunday tebranishlarning spektri  $\omega$ -chastotali eltuvchi chastota bilan bir qatorda  $\omega \pm \omega_i$  chastotaga ega bo'lgan kombinatsion tebranish-

lar hosil bo'ladi. Boshqa so'z bilan aytganda sochilgan yorug'likning spektri shu molekula haqida axborot beradi. Bu spektrni o'rganish va tahlil etish orqali molekula strukturasini va tuzilishini bilishga muvaffaq bo'lamiz.

Klassik elektrodinamika qonuniga binoan,  $\omega = 2\pi\nu$  chastotada tebranayotgan dipol intensivligi

$$I_\nu = \frac{16\pi^4\nu^4}{3c^2} \alpha^2 E_0^2$$

ga teng bo'lgan monoxromatik nur chiqaradi.

$\alpha \neq \text{const}$  hol uchun, ya'ni sochuvchi muhit molekulasining qutblanuvchanligi o'zgaruvchan bo'lsa, u holda molekulaning dipol momenti ham vaqt bo'yicha o'zgaradi. Umuman, molekula qutblanuvchanligi yadro tebranishini dipol tebranishlarida ishtirok etishi sababi bilan ham o'zgarib turishi kerak. Elektronlar bilan yadroni o'zaro bog'langanligi sababli majburiy  $\nu$  chastotada tebranayotgan elektronlar yadroning ham tebranishini yuzaga keltiradi. Biroq yadroning massasi elektronning massasiga nisbatan nig'oyatda katta bo'lgani uchun yadroning tebranishi juda ham kuchsiz bo'lari. bu esa molekulaning qutblanishini o'zgarishiga olib keladi. Natijada sochilgan yorug'likni chastotasi o'zgaradi va siljish *nokogerent* bo'lib qoladi.

Shunday qilib, klassik elektrodinamika sochilgan yorug'lik spektrida siljimagan chiziqlarning ( $\nu$ ) har ikki tomonida  $\nu_i$  masofaga simmetrik siljigan chiziqlar - yo'ldoshlarni paydo bo'lishini to'g'ri tushuntirib beradi va ularning intensivligi

$$I_{\nu_R^{\pm A}} = \frac{4\pi^4}{3c^2} (\nu_R^{S,A})^4 \alpha^4 E_0^2 = \frac{4\pi^4}{3c^2} (\nu_0 \mp \nu_i)^4 \alpha^4 E_0^2$$

formula bilan hisoblanadi. Bunda  $\nu_R^{S,A}$  - raman chastotasi (stoks va antistoks chiziqlari uchun).

*Xullas, klassik elektrodinamika nuqtai nazaridan stoks va antistoks chiziqlarining intensivligi teng ekanligi kelib chiqadi.* Eksperiment natijalaridan yaxshi bilamizki, ushbu chiziqlarning (yo'ldoshlarning) intensivligi teng emas, jumladan, qizil yo'l-doshlar-stoks chiziqlarining intensivligi binafsha yo'ldoshlarning intensivligidan yuqori ekanligini ko'rsatadi. Klassik fizika qizil va binafsha yo'ldoshlarning intensivliklari orasidagi ushbu miqdoriy farqni tushuntirib bera olmadi. Yorug'likning kombinatsion so-chilishidagi intensivliklarning miqdoriy muammosini faqat kvant nazariya tasavvuri asosida to'g'ri hisoblash mumkin.

## 5.12. Yorug'likning kombinatsion sochilishining kvant nazariyasi

Eksperimentda kuzatilgan intensivliklar asimmetriyasini miqdoriy jihatdan to'g'ri tushuntirib berish uchun kvant nazariya g'oyalaridan

foydalanishga to'g'ri keladi. Umuman ushbu energiyani kvant mexanik izohi Kramers-geyzenbergni dispersiya nazariyasiga asoslangan.

Yorug'lik sochilishi klassik nazariyasidagi molekuladagi elektro-nning (dipollarning) majburiy tebranish g'oyasi kvant fizika nazariya-sida molekulaning diskret sathlari orasidagi elektron o'tishlar g'oyasiga to'g'ri keladi. Binobarin, kvant mexanika nuqtai nazaridan molekulada yorug'likning sochilishi quyidagicha talqin etiladi. Kombinatsion sochilish jarayonida chiziqli-yo'ldoshlarni paydo bo'lishi moddaning molekulyar tuzilishiga bog'liq. Sochilishning bu yangi turida sochilish yorug'lik kvanti - fotonning molekula bilan bo'ladigan o'zaro ta'siriga bog'liq. Erkin elektronda sochilishga energiyasi yetma-gan optik sohada foton asosiy holatda bo'lgan molekula tomonidan yutiladi va molekula uyg'onib yuqoriroq virtual sathlardan biriga juda qisqa vaqtga o'tadi. Uyg'ongan mazkur molekula tezda  $h\nu'$  kvant chiqaradi va u asosiy sathga o'tmasdan, balki tebranma yoki aylanma sathlardan biriga o'tadi. Shunday qilib, tushayotgan nurni  $\nu$  chastotasiga to'g'ri kelgan chiziqli, siljigan chiziqli chastotasi molekulaning infraqizil sohasiga to'g'ri kelgan aylanma yoki tebranma o'tishlarning chastotasi  $\nu_i$  ga teng bo'lib qoladi. Natijada kogerent sochilish (reley) ga mansub bo'lgan  $\nu$  chastotaga teng bo'lgan asosiy chiziqli bilan bir qatorda sochilish spektrida  $\nu = \nu - \nu_i$  chastotali chiziqlar paydo bo'ladi.

Haqiqatan ham yangi holatdagi molekulaning energiyasi  $h\nu_i$ , asosiy holat energiyasi  $h\nu$  dan katta bo'ladi, ya'ni

$$h\nu' = h\nu - h\nu_i$$

va

$$\nu' = \nu - \nu_i$$

kelib chiqadi.

Agar tushayotgan kvant  $h\nu_i$  tebranma yoki aylanma energiyaga teng bo'lgan uyg'ongan molekula bilan o'zaro ta'sirda bo'lsa, u holda molekula ushbu kvantni yutib, so'ng virtual holatdan asosiy sathga o'tishi mumkin. Ushbu hol uchun chiqarilgan energiya

$$h\nu'' = h\nu_i + h\nu$$

va

$$\nu'' = \nu_i + \nu$$

ga teng bo'ladi.

Shunday qilib, sochilish chastotasi tushayotgan nur chastotasi va tebranma yoki aylanma sathlar chastotasining kombinatsiyasidan iborat bo'ladi. Shuning uchun ham bu hodisani *kombinatsion sochilish* deb atashadi.

Xona temperaturasidagi sharoitda uyg'onmagan molekullarning ulushi uyg'ongan molekullarning ulushidan ancha katta. Shu sababga

ko'ra, qizil yo'ldoshning intensivligi katta. Temperatura ortganda molekulaning aylanma va tebranma holatlarini ulishi ham ortadi va natijada binafsha yo'ldoshning nisbatan intensivligi ortadi.

Kombinatsion sochilishning spektri ko'p jihatdan yutilishning infraqizil spektri bilan o'xshash. Chunki infraqizil spektrning vujudga kelishi ham molekuladagi aylanma va tebranma sathlar orasidagi o'tishlar bilan bog'liq. Lekin ular orasida tafovut ham mavjud. Ularning kelib chiqishi turli ichki-molekulyar harakatlarga bog'liq. Kvant mexanika tili bilan aytganda, ular orasidagi tafovut tanlash qoidalari orqali ifodalanadi.

Yorug'likning kombinatsion sochilishi hodisasini klassik fizika doirasida turib tushuntirib berish mumkin, lekin uning kvant talqini yorug'likni kvant tabiatini mohiyatan tasdiqlaydi.

Molekulalar strukturasini, ichki-molekulyar va molekulalar aro kuchlarini o'rganishda, murakkab aralashmalarni tahlil qilish va u yoki bu birikmalarni identifikatsiyalash (ajratish) da kombinatsion sochilish metodikasi eng muhim anjomdir.

1962-yilda Vudberi va Ng majburiy kombinatsion sochilishni kashf etishdi. Ushbu kombinatsion sochilish jarayonida uyhotuvchi nurlanishning chastotasiga nisbatan ichki-molekulyar tebranish chastotasiga to'g'ri kelgan siljishlar ro'y beradi. Bu jarayonning bo'lish ehtimoli tushayotgan va sochilayotgan nurlanishning ehtimoliga bog'liq. Bu jarayon tushayotgan nurlanishning intensivligining biror bir qiymatidan boshlab ro'y berishi mumkin. Spontan sochilishga nisbatan bu sochilishning intensivligi ancha katta bo'lib, 10% lar atrofida. Ushbu jarayonda ( $\omega \pm \omega'$ ) chastotadan boshqa yana ( $\omega \pm 2\omega'$ ) chastotadagi kabi yuqori tartibdagi yo'ldoshlar hosil bo'ladi va ular ham ma'lum bir tomonga yo'nalgan bo'ladi. Bu jarayon nochiqlik effekt bo'lib, o'z-o'zini fokusirovka qilish xususiyatiga ega bo'lganligi uchun amaliyotda lazer nurlarini intensivligini oshirishda foydalanish mumkin.

## SAVOLLAR

1. Yorug'likning nurlanishini (elektromagnit) nurlanishning moddalarda sochilishini ta'riflang.
2. Kogerent va nokogerent sochilish deb nimaga aytiladi?
3. Sof jismlarda zichlik fluktuatsiyasi qanday vujudga keladi?
4. Molekulyar yoki reley sochilishi deb nimaga aytiladi?
5. Yorug'likning kombinatsion sochilishini kimlar topgan?
6. Yorug'likning kombinatsion sochilishini ta'riflang.  
Nokogerent sochilishga doir hodisalarni aytib bering.
8. Kompton effektini ta'riflang.
9. Kompton effektini nima uchun nokogerent sochilishga misol deymiz?
10. Kompton tajribasini chizib, tushuntirib bering.

11. Kompton effekti yorug'likning qanday energiyasidan boshlab ro'y berishi mumkin? Nima uchun kichik energiyalarda kompton hodisasi ro'y bermaydi?
12. Nishon atomidagi elektronlarni qachon erkin elektronlar deb qarash mumkin?
13. Sochilish spektridagi siljimagan komponenta tabiati qanday?
14. Sochilgan nurlarni to'liq uzunligi moddaning tabiatiga bog'liq emas degani nimani aks ettiradi?
15. Siljish burchagi bilan sochilish burchagi ma'nosini tushuntiring.
16. Kompton tajribasini klassik fizika nuqtai nazaridan tushuntiring.
17. Kompton tajribasini kvant nazariya nuqtai nazaridan tushuntiring.
18. Nima uchun engil elementlarda siljish komponentasining intensivligi katta? Og'ir elementlarda qanday bo'ladi?
19. Kompton tajribasi natijalarini sanang va tushuntiring.
20. Kompton to'liq uzunligi nima? To'liq uzunliklar siljishi  $\theta$  ni qanday qiymatida eng katta bo'ladi?
21. Kompton effekti uchun saqlanish qonunlarini yozing va tushuntiring.
22. Kompton effektining kvant nazariyasini tasdiqlashdagi o'rnini so'zlang.
23. Elektron tepki nima, uni Kompton tajribasida kimlar o'lcha-gan?
24. Kompton kim bo'lgan? Qanday ishlar qilgan? Nima uchun Nobel mukofoti olgan?
25. Kompton effektini fotoeffektdan farqini aytib bering.
26. Elektron tepki nima? Uni Kompton tajribasi yordamida kimlar o'lchagan?
27. Bote va Vilson tajribasini tushuntiring.
28. Bote va Geyger tajribasining chizmasini chizing va tushuntiring.
29. Kompton va Saymon tajribasi qanday tajriba?
30. Kompton effekti yordamida  $h$  ni topish mumkinmi?
31. Kompton effektidan so'ng  $h$  ga qanday ma'no berishi mum-kin?
32. Nima uchun bu bobni o'qiganimizdan so'ng  $h$  ni universal doimiylik deb atashga haqimiz bor?
33. Kombinatsion sochilish hodisaini tushuntiring.
34. Kogerent va nokogerent sochilishlar orasidagi tafovutni fizika nuqtai nazaridan tushuntiring.
35. Yorug'likning kombinatsion sochilishida chiziq-yo'ldoshlar qanday paydo bo'ladi?
36. Kombinatsion sochilishning klassik nazariyasini tushuntiring.
37. Stoks va antistoks chiziqlari nimani xarakterlaydi?
38. Stoks va antistoks chiziqlari uchun intensivlik formulasini yozing.

39. Yorug'likning kombinatsion sochilishining kvant nazariyasini tushuntiring.

40. Klassik nazariya kombinatsion sochilishning nimasini tushuntirmadi?

41. Kvant nazariya nuqtai nazaridan mavzuda keltirilgan  $v'$  va  $v''$  chastotalarni paydo bo'lishini tushuntiring.

42. Kombinatsion sochilish hodisasining amaliy ahamiyati haqida so'zlang.

43. Kompton effekti bilan kombinatsion sochilish orasidagi o'xshashlik va farqlarini ko'rsating.

44. Bu bobni o'qib chiqqandan so'ng o'zingizni mulohazalarinigizni aytib bering.

### MASALALAR

5.1. Energiya va impulsning saqlanish qonuniga binoan Kompton effektini kinematikasi quyidagi tenglamalar sistemasi bilan amiqatlanadi:

$$\begin{cases} \hbar\omega + mc^2 = \hbar\omega' + \sqrt{p'^2 c^2 + m^2 c^4}, & (\text{energiya}) \\ \hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}' + \vec{p}. & (\text{impuls}) \end{cases}$$

Bu tengliklarda nechta o'zgaruvchi mavjud? Bu sistemaning bir qiyamatli yechimi mavjudmi?

5.2. Yadro-nishonning kuchli elektr maydonida elektron harakat qilyapti. To'la energiya va impulsning saqlanish qonuni bajarilishi uchun elektron o'zining bir qism energiyasi va impulsini yadroga berishga majbur. Bu hoi uchun saqlanish qonunlari quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{cases} E_i + Mc^2 = E_{yo} + \hbar\omega + E_f & (\text{energiya}) \\ \vec{p}_i = \vec{p}_{yo} + \vec{p} + \vec{p}_f & (\text{impuls}) \end{cases}$$

bunda  $M$  - yadro massasi,  $m$  va  $\vec{p}_i$  elektron massasi va boshlang'ich impuls.  $\vec{p}_f$  va  $\vec{p}_z$  to'qnashish sodir bo'lgandan so'ng elektronning

va yadroning impuls.  $\vec{p}$  va  $\omega = \frac{pc}{\hbar}$  to'qnashish sodir bo'lgandan

so'ng foton impuls va chastotasi.  $E_i$  va  $E_f$  elektronning dastlabki va keyingi energiyasi.  $E_{yo}$  to'qnashish sodir bo'lgandan keyingi yadroning energiyasi. Aytingchi, saqlanish qonunlari nechta tenglama beradi va ularda nechta o'zgaruvchilar qatnashadi?

5.3. Saqlanish qonunlaridan foydalanib, tinch turgan elektron o'ziga tushayotgan fotonni yutib olishi mumkin emasligini isbot qiling.

5.4. Tepki elektronning kinetik energiyasi tushayotgan fotonning energiyasiga teng bo'ladigan jarayon bo'lishi mumkinmi?

- 5.5. Kompton effektida ishtirok etadigan fundamental doimiylklar nechta? Ularning kombinatsiyasida uzunlik birligi beradigan ifoda tuzing.
- 5.6. Fotoeffekt va Kompton effekti uchun elektromagnit nurlanishning xarakterli to'liq uzunligini toping va ularni asoslang.
- 5.7. To'liq uzunligi  $\lambda$  ga teng bo'lgan foton tinch turgan erkin elektronda  $\theta$  burchakka sochildi. Tepki elektronni kinetik energiyasi  $K$  ni toping.
- 5.8. (5.7) masala shartidan foydalanib, foton energiyasini nisbatan kamayishi  $\eta$  ni hisoblang.
- 5.9. Kompton siljishini sochilish burchagi  $\theta$  ga bog'liqlik grafigini chizing.  $\Delta\lambda(\theta)$  funksiyani ko'rinishini kichik burchaklar sohasi  $\Delta\theta < 1$  uchun yozing.
- 5.10. Kompton siljishining maksimal qiymati qanday burchakka to'g'ri keladi? Elektron va proton uchun  $\Delta\lambda_{\max}$  ni toping.
- 5.11. Elektronning Kompton to'liq uzunligi  $\lambda_K$  ga teng bo'lgan nurlanishi kvanti to'liq uzunligiga mos kelgan energiyani toping.
- 5.12. Foton tinch turgan erkin elektronda Kompton sochilganda  $\theta = \frac{\pi}{2}$  burchakka burilishida uning to'liq uzunligi ikki marta ortishi uchun energiyasi qanday bo'lishi kerak?
- 5.13. Dastlab tinch turgan erkin elektronga kelib tushgan foton orqaga ( $\theta = \pi$ ) sochildi. Tepki elektronni ultrarelativistik ( $E \gg mc^2$ ) deb sochilgan kvantning energiyasini toping. Javobingizni izohlang.
- 5.14. Kompton effektining quyidagi alomatlarini tushuntiring:
- 1) Kompton siljishi formulasini tekshirish uchun nima uchun katta chastotadagi rentgen nurlanishidan foydalanish kerak?
  - 2) Nima uchun siljish kattaligi modda turiga bog'liq emas?
  - 3) Sochilgan nurlanishda siljimagan komponentaning mavjudligini izohlang.
  - 4) Moddaning atom nomeri kichik bo'lishiga mos ravishda siljigan komponentaning intensivligini ortishini izohlang.
  - 5) Sochilgan nurlanishning ikkala komponentasini spektral kengayishini izohlang.
- 5.15. To'liq uzunligi  $\lambda$  bo'lgan rentgen nurlanishining ingichka dastasi sochuvchi moddaga tushdi. Natijada hosil bo'lgan sochilgan nurlanishning siljish komponentasining to'liq uzunligi  $\theta_1 = 60^\circ$  va  $\theta_2 = 120^\circ$  burchaklar uchun  $\eta = 2.0$  marta farq qilsa  $\lambda$  ni toping.
- 5.16. To'liq uzunligi  $\lambda = 3,64 \text{ pm}$  bo'lgan foton tinch turgan erkin elektronda sochildi. Sochilish jarayonida tepki elektronning kinetik energiyasi tushayotgan fotonning energiyasini  $\eta = 25\%$  ni tashkil qilsa: a) sochilgan fotonning Kompton siljishi to'liq uzunligini; b) sochilgan fotonning hosil qilgan  $\theta$  burchagini toping.

5.17. Energiyasi  $0\omega$  bo'lgan foton tinch turgan erkin elektronda sochilishi tufayli  $\theta$  burchakka burildi. Tepki elektronni tushayotgan foton yo'nalishi bilan hosil qilgan  $\phi$  burchagini toping.

5.18.  $\vec{p}$  impulsiga ega bo'lgan elektronlar tushayotgan fotonlar yo'nalishiga nisbatan qanday  $\phi$  burchak ostida uchib ketishi mumkin?

5.19. Energiyasi  $\omega = 0,46$  MeV bo'lgan foton tinch turgan elektronda sochilganda  $\theta = 120^\circ$  burchakka burildi. Sochilgan foton energiyasi bilan elektronga uzatilgan energiyani hisoblang.

5.20. Impulsi  $r = 60$  keV/s (bunda  $s$  yorug'lik tezligi) ga teng bo'lgan foton tinch turgan erkin elektronda sochilib  $\theta = 120^\circ$  burchakka burildi va bog'lanish energiyasi  $E_{boh} = 20,0$  keV bo'lgan molibdendan elektron urib chiqardi. Fotoelektronlarning kinetik energiyasini hisoblang.

5.21.  $\lambda$  to'lqin uzunlikka ega bo'lgan rentgen nurlari bilan modda nurlantirilganda maksimal energiyasi  $0,44$  MeV Kompton elektronlarining chiqishi kuzatildi.  $\lambda$  ni toping.

5.22. Foton bilan relativistik elektronni to'qnashishi natijasida foton  $\theta = 60^\circ$  burchakka sochildi, elektron esa to'xtab qoldi. Sochilgan foton uchun to'lqin uzunlikning Kompton siljishini toping; agar tushayotgan foton energiyasi tinch turgan elektron energiyasini  $\eta = 1,0$  ulishini tashkil qilsa, to'qnashguncha bo'lgan elektronning kinetik energiyasini toping.

5.23. Norelativistik  $v$  tezlik bilan harakat qilayotgan uyg'ongan atom  $\theta$  burchak ostida foton chaqardi (o'zining dastlabki yo'nalishiga nisbatan). Saqlanish qonunlaridan foydalangan holda atomning tepkisi tufayli vujudga kelgan fotonning chastotasini nisbiy siljishini toping.

5.24. Fotonning tinch turgan elektronda  $\theta = 60^\circ$  sochilishi tufayli elektron  $K = 450$  keV energiya olgan bo'lsa, tushayotgan fotonning energiyasini toping.

5.25. To'lqin uzunligi  $0,024 \cdot 10^{-10}$  m bo'lgan fotonlar yordamida antikatod bombardimon qilindi. Natijada  $60^\circ$  burchak ostida sochilgan fotonlar kuzatildi. Sochilgan fotonning to'lqin uzunligi va tepki elektronning sochilish burchagini toping.

5.26. Fotonlarning elektronlardagi sochilishi nimasi bilan ularning protondagi sochilishi bilan farq qiladi?  $90^\circ$  burchakda to'lqin uzunligi  $\lambda = 0,002 \cdot 10^{-10}$  m bo'lgan  $\gamma$  - nur proton va elektronda sochilganda to'lqin siljishini toping.

5.27. Energiya va impuls saqlanishi qonunlarini qo'llab harakatdagi atom chiqarayotgan foton chastotasi uchun relativistik formulani tuzing.

5.28. Massasi  $M$  ga teng bo'lgan dastlab tinch turgan atom energetik o'tishda  $\omega_0$  energiyali foton chiqaradi. Chiqarilgan fotonning chastotasini toping.  $\Delta\omega/\omega_0$  ni natriyning sariq chizig'i va gafniy izotopi  $^{177}_{72}\text{Hf}$  ni  $113$  keV li  $\gamma$  chizig'i uchun hisoblang.

## **VI BOB**

### **Mavzu: SPEKTRIAL SERIYALAR VA ENERGETIK SATHLAR**

#### **Reja:**

- 6.1. Spektrlar va ularning turlari.**
- 6.2. Modda, molekula, atom, yadro va elementar zarralar spektri haqida umumiy tushuncha.**
- 6.3. Chiziqli spektrlarning eksperimental qonuniyatlari.**
- 6.4. Spektrial termlar. Ritsning kombinatsion prinsipi.**
- 6.5. Sathlar chizmasi va o'tishlar.**
- 6.6. Yadro fizikasida termlar chizmasi.**
- 6.7. Tutash, yo'l-yo'l va chiziqli spektrni kvant mexanika nuqtayi nazaridan tushuntirish.**
- 6.8. Nurlanish qonuniyatlarini klassik tasavvurga zidligi.**
- 6.9. Luminessensiya va qutb yog'dusi – kvant hodisalar.**

#### **ADABIYOTLAR**

1. Э.В. Шпольский. «Атомная физика». I том. М., 1963 г.
2. Э.Вихмон. «Квантовая физика». М., 1968 г.
3. А.Н.Матвеев. «Атомная физика». М., 1989 г.
4. Д.И.Блохинцев. «Основы квантовой механики». М., 1961 г.
5. М.Bohr. Phil. Mag. 1913. v. 26, p. 1 (оригинал).
6. H.White. Introduction to Atomic Spectra, N.Y. 1934.

**Masalaning qo'yilishi.** Spektrial seriyalarni kashf etilishi va bu seriyalarni atomning ichki holatlari bilan bevosita bog'liq ekanligini aniqlash kvant fizika fanini rivojlanishiga katta turtki bo'ldi. Ritsning kombinatsion prinsipi mohiyatini chuqur tushungan Nils Bor atomda diskret energetik holatlar mavjud degan fikrni berdi va spektrial seriyalarning paydo bo'lishi atomning ichki holatlarini o'zgarishiga bog'liq ekanligiga olib keldi. Bu esa o'z navbatida Plank doimiysi atom, yadro va molekula strukturalarida ham katta rol o'ynashini ko'rsatadi. Atom, yadro, molekula va hatto elementar zarralar strukturasi ham kvant xarakterga ega ekanligidan dalolat beradi. Kvantlanishni mikrosistemelar strukturasi ham tegishli ekanligi Plank doimiysi  $h$  ni nihoyatda katta ma'noga ega ekanligiga va haqiqatan ham u qandaydir universal doimiy ekanligiga asos bo'ladi. Atomning ichki qonuniyatlarini boshqarayotgan kvant qonunlarining yorqin ifodasi Ritsning kombinatsion prinsipida yotibdi.

## VI bob. SPEKTRIAL SERIYALAR VA ENERGETIK SATHLAR

### 6.1. Spektr va energetik sathlar. Spektrlar va ularning turlari

Klassik fizikaning eng og'ir muammolaridan ya'na biri bu atom nurlanishining spektrini tushuntirish edi. Mazkur bobda shu haqda gaplashamiz. Elektromagnit nurlanishining intensivligini chastota bo'yicha taqsimlanishiga spektr deyiladi.

Mendeleyev davriy sistemasidagi har bir kimyoviy elementning nurlanishi faqat o'ziga xos bo'lgan spektrga ega. Bu ajoyib xossa faqat atom spektrlari sohasi bilangina cheklanib qolmay, shu bilan bir qatorda molekula, yadro va hattoki, elementar zarralarga ham taalluqlidir. Mazkur barcha sodda sistemalar juda aniq chastotaga ega bo'lgan elektromagnit nurlanishlari chiqaradi yoki yutadi.

Molekulalar radiochastotalar sohasidan tortib to infraqizil nurlar chastotalar sohasigacha bo'lgan oraliqda ( $\nu = 3 \cdot 10^{11} \div 3 \cdot 10^{12}$  Gs) nurlanadi. Atomlarning nurlanishi infraqizil-ultrabinafsha sohasini ( $\nu = 3 \cdot 10^{12} \div 3 \cdot 10^{15}$  Gs) egallaydi. Yadrolarning nurlanishi elektromagnit spektrining rentgen va gamma nurlanishlar ( $\nu = 3 \cdot 10^{15} \div 3 \cdot 10^{16}$  Gs) sohasiga to'g'ri keladi. Elementar zarralar spektri esa yuksak energiyadagi gamma nurlar sohasini ( $3 \cdot 10^{15}$  Gs  $< \nu$ ) o'z ichiga oladi. Elektromagnit spektrining bu sohalariga to'g'ri kelgan nurlanishlarning eng asosiy xarakteristikalar shu bobning oxiridagi qo'shimcha jadvalda keltirilgan.

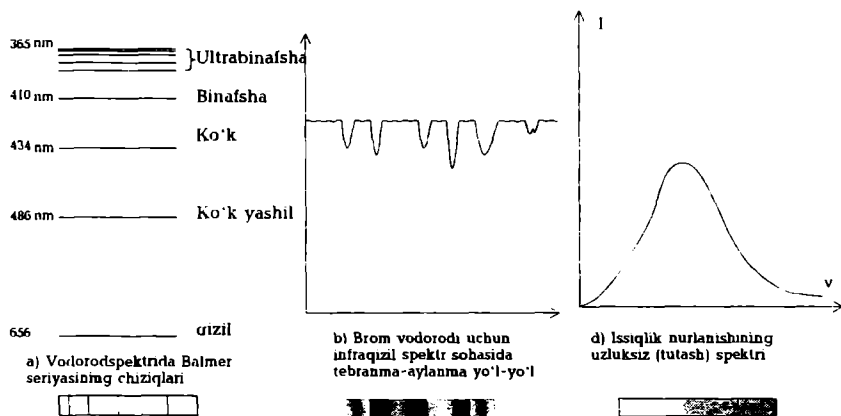
Elementlarning optik spektrlari XIX asrning o'rtalarida G.Kirxgof va R.Bunzen tomonidan kashf qilinadi, molekula va yadro spektrlari XX asrda kuzatildi. Elementar zarralarning spektri esa XX asrning oxirlarida kashf qilindi.

Tajribada kuzatilgan spektrlar atom, molekula, yadro va elementar zarralarda energetik sathlar mavjudligi bilan bog'liq holda tushuntiriladi. Spektrlarni o'rganish har qanday murakkab sistemada faqat unga xarakterli bo'lgan energetik sathlar ketma-ketligi, statsionar energetik holatlar mavjud ekanligini aniqladi. Bu sathlarni o'zi esa juda ham sodda va kichik bo'lgan sistemalar-atom, yadro, molekula kabilarda kuzatildi. Haqiqatda esa bu sistemalarda diskret energetik sathlarning mavjudligi faqat kuzatilayotgan spektrlar orqali namoyon bo'ladi. Bu energetik sathlarni biz hech qachon ko'ra olmaymiz, ularni borligi haqidagi haqiqatni biz nurlanish spektri orqaligina bilamiz.

O'rganishlar, tekshirishlar shuni ko'rsatadiki, nurlanish spektrini uch turi mavjud: *chiziqli*, *yo'l-yo'l* va *tutash spektrlar*. Bu spektrlarni tabiati qanday? Nima sababdan ana shunday spektr turlari mavjud? Bu savollarga faqat kvant fizika tasavvuridagi qonunlar asosida javob berish mumkin. Quyida shu haqda to'xtalamiz.

## 6.2. Modda, molekula, atom, yadro va elementar zarralar spektri haqida umumiy tushuncha

XIX asr va XX asr davomida modda, molekula, atom, yadro va elementar zarralarning spektrlari eksperimental va nazariy jihatdan har tomonlama batafsil va juda chuqur o'rganildi. Eksperiment natijalari atom, yadro, elementar zarralarning spektri *chiziqli*, molekulalarning nurlanish spektri *yo'l-yo'l*, modda va zichligi katta bo'lgan jismlarning chiqarish spektri tutash xarakterga ega ekanligini ko'rsatdi. Spektr-larning bu turlari 6.1-rasmda keltirilgan.



6.1-rasm. Spektrning turlari.

XIX asrning ikkinchi yarmida turli atomlarning chiqarish (shuningdek, yutilish) spektrlari haqida juda ko'p eksperimental ma'lumot to'plandi va barcha spektrlar chiziqlardan tashkil topganligi aniqlandi.

Siyrak gaz va metall bug'larining yakkalangan atomlari yoki ionlari guruh-guruh bo'lgan chiziqli spektrlar chiqaradi. Bunda atomning nurlanish spektri yakka-yakka chiziqlardan iborat bo'lib, bu chiziqlarning har biri aniq keskin chegaraga ega (6.1 a-rasm). Shu sababga ko'ra atomlarning spektri *chiziqli spektr* deb ataladi.

Har bir elementning faqat o'ziga xos bo'lgan chiziqli spektri mavjud bo'lib, uni shu elementni guvohnomasi (pasporti) deb atasa

bo'ladi. Odamlarning barmoq izlari bir-biriga o'xshamaganligi kabi, bir elementning spektri ikkinchi elementning spektriga sira o'xshamaydi. Modda spektrini tahlil qilinishi esa, shu moddada mavjud bo'lgan barcha elementlarni sanab ko'rsatishga va ularning har birini miqdorini aniqlashga yordam beradi. Masalan, oydan keltirilgan toshning tarkibini spektrial tahlil orqali aniq aytish mumkin. Qizig'i shundaki, chiziqli spektrlarni ko'rinishi atomni qanday usul bilan uyg'otishiga bog'liq emas. Atom kabi yadro va elementar zarralarning spektri ham chiziqli spektr ekanligi eksperimentlarda tasdiqlanadi. Chiziqli spektrlarni nima sababdan vujudga kelishini kvant fizika nuqtayi nazaridan batafsil tushuntirib beriladi. Bu haqda keyinchalik to'xtalamiz. 6.1 a-rasmda vodorod atomi uchun Balmer seriyasi ko'rinishdagi chiziqli spektri tasvirlangan. Xuddi shunday spektrlar yadroga ham xosdir.

Molekulalarning nurlanish spektri keng yoyilgan, chegarasi uncha aniq bo'lmagan tasma (polosa)lardan iborat (6.1 b-rasm). Shu sababga ko'ra molekulalarning nurlanish spektrini *yo'l-yo'l (polosali) spektrlar* deyiladi. Yo'l-yo'l spektrlarni paydo bo'lishi va tabiati haqida ham keyinroq gaplashamiz.

Moddalarning yoki zichligi katta bo'lgan gazlarni chiqarish spektrlari esa *uzluksiz* chegarasi bo'lmagan spektr ko'rinishiga ega. Shuning uchun ham moddalarning chiqarish spektrini *tutash spektrlar* deb atashadi. Shunday spektr 6.1 v-rasmda qattiq jism nurlanishi misolida keltirilgan. Quyoshning nurlanishi spektri yoki lampaning volfram tolasini nurlanish tutash spektrdan iborat.

Spektrlarni kelib chiqish tabiati, chiziqli, yo'l-yo'l va tutash spektrlarning qonuniyatlari faqat kvant mexanika tasavvuri doirasida tushuntiriladi.

### 6.3. Chiziqli spektrlarning eksperimental qonuniyatlari

Kvant mexanika yaratilgunga qadar atomlarning nurlanish spektri haqida juda ko'p ma'lumotlar to'planib ko'p xossalari o'rganilgan edi. Yadro, molekula va elementar zarralarning spektrlari esa ancha keyin, ya'ni XX asrda ma'lum bo'ldi.

Atom spektrlarini juda diqqat bilan o'rganilishi tufayli, spektrni chiziqlardan tashkil topganligi va bu chiziqlarni ma'lum bir qonuniyatga bo'ysungan holda guruhlar, ya'ni seriyalar hosil qilinishi aniqlandi. Birinchi bo'lib vodorod atomining spektri o'rganildi va uning ko'zga ko'rinadigan barcha spektr chiziqlari ma'lum bir qonuniyatga bo'ysunishi aniqlandi. Masalan, vodorod atomining ko'zga ko'rinadigan spektrini chiziqlarini Balmer tomonidan topilgan

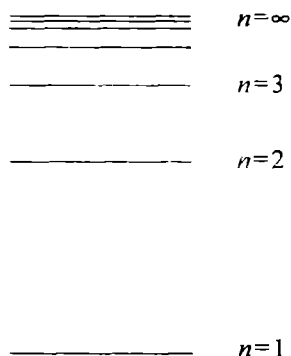
$$\tilde{\nu} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (6.1)$$

empirik formula yordamida tushuntirish mumkin. Bunda  $\tilde{\nu}$  – to'liq son,  $R$  – Ridberg doimiysi.

(6.1) formulaga diqqat bilan qarang. Formuladagi  $n$ -sonni ortishi bilan ikkita bir-biriga yonma-yon qo'shni chiziqlarning to'liq sonlari orasidagi masofa kamaya boradi va  $n \rightarrow \infty$  da qo'shni chiziqlar tutashib ketadi va

$$\tilde{\nu} = \frac{R}{4} \quad (6.2)$$

qiymatga ega bo'ladi.



6.2-rasm.

Pirovardida 6.2-rasmda ko'rsatilgan kabi, chiziqlar bir-biriga yaqinlashib chegaraviy qiymatga yetadi. Kuzatishlardan ya'na shu ma'lumki,  $n$ -ni ortishi bilan spektrning intensivligi ham qonuniy ravishda kamaya boradi.

Spektrial chiziqlarning bunday to'plamiga (guruhiga) *spektrial seriyalar* deb ataladi.  $n \rightarrow \infty$  da chiziqlarning tutashishiga ega bo'lgan chiziqqa to'g'ri kelgan to'liq son qiymatini *seriyaning chegarasi* deb ataladi. Masalan, 1-jadvalda Balmer seriyasi uchun chegara  $1/\tilde{\nu} = 3645,6\text{\AA}$  ga teng ekanligi keltirilgan.

1920-yilda Quyosh nurlanish spektriga to'g'ri kelgan 22 ta spektr chizig'ini Vud fotosuratga oldi va undan 20 ta hadi Balmer seriyasiga taalluqli ekanligi aniqlandi. Quyosh xromosferasi va protuberants spektr chizig'ida 37 had borligi hozirgi paytda aniqlangan. Vodorod atomining spektrida Balmer seriyalari bilan bir qatorda xuddi (6.1) formulaga o'xshash bo'lgan formulalar bilan aniqlanadigan boshqa seriyalar ham kuzatilgan. Ultrabinafsha spektrini chekka qismida Layman o'zining spektrial seriyasini (6.1-jadvaliga qarang) va spektrining infraqizil sohasida ya'na uchta seriya Pashen, Breket va Pfunda seriyalari kashf qilindi. Hammasi bo'lib vodorod atomi uchun beshta spektrial seriya ochilgan bo'lib, ular 6.1-jadvalda keltirilgan.

6.1-jadvaldan ko'rinib turibdiki, barcha seriyalarni bitta umumiy formula ko'rinishida yozish mumkin, ya'ni

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (6.3)$$

bunda  $m$  – har bir berilgan spektrial seriya uchun doimiy qiymatga ega bo'lgan  $m = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  esa butun son bo'lib har bir seriya

uchun  $m$  dan faqat bittaga katta. (6.3) formulaga *Balmerning umumlashgan formulasi* deyiladi. Bunda  $R=1,0973731 \cdot 10^7 m^{-1}$  – Ridberg doimiysi.

6.1-jadval

| Seriya                 | Spektr sohasi              | Seriylar formulasi                                                                           | Seriya chegarasi     |
|------------------------|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| Layman seriyasi(1906)  | Ultrabinafsha              | $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$<br>$n = 2, 3, 4, \dots$ | $911,27 \text{ \AA}$ |
| Balmer seriyasi (1885) | Ko'zga ko'rinadigan nurlar | $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$<br>$n = 3, 4, 5, \dots$ | $3645,6 \text{ \AA}$ |
| Pashen seriyasi (1908) | Infraqizil                 | $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$<br>$n = 4, 5, 6, \dots$ | $8201,4 \text{ \AA}$ |
| Breket seriyasi (1922) | Infraqizil                 | $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$<br>$n = 5, 6, 7, \dots$ | $14580 \text{ \AA}$  |
| Pfunda seriyasi (1924) | Infraqizil                 | $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$<br>$n = 6, 7, 8, \dots$ | $22782 \text{ \AA}$  |

## 6.2. Spektral termlar. Rittsning kombinatsion prinsipi

6.1-jadvalda keltirilgan formulalarni bir-biriga taqqoslab shunga amin bo'lamizki, masalan, Pashen seriyasidagi  $\frac{R}{3^2}$  doimiy had Balmer

seriyasidagi o'zgaruvchan hadning birinchi hadidir, Layman seriyasining o'zgaruvchan hadining esa ikkinchi hadidir. O'z navbatida Balmer seriyasining  $\frac{R}{2^2}$  doimiy hadi Layman seriyasidagi o'zgaruv-

chan hadning birinchisiga to'g'ri keladi. Bu fakt ayniqsa Balmerning umumlashgan formulasi (6.3) da yanada yaqqol namoyon bo'ladi:

vodorod spektridagi istalgan spektral chizig'ini to'liq sonini  $\frac{R}{m^2}$  ko'rinishdagi ikkita hadning ayirmasi sifatida yozish mumkin ( $m$  ni

ikkita butun qiymati uchun). *Rittsning kombinatsion prinsipining* hozirgi zamon ta'rifining ma'nosi ana shunda yotadi.

$$T(m) = \frac{R}{m^2}, \quad T(n) = \frac{R}{n^2} \quad (6.4)$$

belgilashlar kiritaylik. Bu holda spektrial chiziqlar to'lqin sonining (6.3) formulasini

$$\tilde{\nu} = T(m) - T(n) \quad (6.5)$$

ko'rinishda yozish mumkin.  $T(m)$  va  $T(n)$  sonlarga *spektrial termlar* yoki oddiy qilib *termlar* deb atashadi. Har bir chiziqning to'lqin soni ikkita term ayirmasiga teng. Har bir atom termlarning ma'lum to'plami bilan xarakterlanadi. Jumladan, berilgan seriya uchun termlar to'plami bitta o'zgarmas va boshqa bittasi o'zgaruvchan termlardan iborat bo'ladi. Termlarning o'lchov birligi  $\frac{1}{sm}$ .

lanayotgan chastotalar (6.5) ko'rinishdagi spektrial termlarning kombinatsiyadan iborat deb qarash mumkin.

Shunday qilib Rittsning kombinatsion prinsipiga ko'ra uchta term bilan bog'langan uchta spektrial chiziqni quyidagicha kombinatsiyada yozish mumkin:

$$\tilde{\nu}_{12} = T_1 - T_2, \quad \tilde{\nu}_{13} = T_1 - T_3 \quad \text{va} \quad \tilde{\nu}_{23} = T_2 - T_3 \quad (6.6)$$

bu holda

$$\tilde{\nu}_{23} = (T_1 - T_3) - (T_1 - T_2) = \tilde{\nu}_{13} - \tilde{\nu}_{12} \quad (6.7)$$

Murakkab atomlarning spektrlarini o'rganish shuni ko'rsatadiki, bu holda ham chiziqlarning nurlanish chastotasini ikkita spektrial termning ayirmasi shaklida yozish mumkin, biroq term formulasi

$T(n) = \frac{R}{n^2}$  ga nisbatan murakkabroq bo'ladi. Masalan, ishqoriy metal-

larning termlari uchun

$$T(n) = \frac{R_1}{(n + \alpha)^2} \quad (6.8)$$

ni yozish mumkin. Bunda  $\alpha$  va  $R_1$  -doimiy sonlardir.

Shunday qilib atomning barcha nurlanish spektri chiziqlarini shu atomning ikkita spektrial termning ayirmasi ko'rinishida tasavvur qilish mumkin. Biroq barcha spektrial termlarining kombinatsiyasi ham atomning real spektr chiziqlariga mos bo'lavermaydi. Termlarning ayrim kombinatsiyasi man etilgandir. Termlarning qanday kombinatsiyasi mumkin va qanday kombinatsiyalari mumkin emasligini xarakterlovchi qoida *tanlash qoidasi* deyiladi. Dastlab tanlash qoidalari empirik topildi so'ng esa nazariy jihatdan tushuntiriladi.

#### 6.4. Spektral chiziqlar va atomning energetik sathlari

Hozirgi zamon nuqtayi nazaridan qaraganda spektral termlar atomlarning energetik sathlariga mos keladi va termlar sistemasi energetik sathlar to'plamiga to'g'ri keladi. Energetik sathlar to'plami har bir atomning o'ziga xosdir. Bu g'oya Nils Borga mansub bo'lib, uni u birinchi bo'lib vodorod atomi uchun qilgan ishlarida aytgan. Chastotasi  $\nu$  va to'lqin soni  $\tilde{\nu} = \frac{\nu}{c}$  bo'lgan yorug'lik kvanti yoki foton

$E = h\nu = hc\tilde{\nu}$  energiyaga ega. Bu energiyani ikkita energiyani ayirmasi ko'rinishida yozish mumkin:

$$E^I = (hc)T^I \text{ va } E^{II} = (hc)T^{II} \quad (6.9)$$

Bunda to'lqin son ikkita  $T^I$  va  $T^{II}$  termlar farqi ekanligi hisobga olingan. Shunday qilib termlarni *energiya, to'lqin son yoki chastota* orqali ifodalash mumkin, chunki bu kattaliklar bir-biri bilan  $h$  va  $c$  doimiylari yordamida o'zaro chiziqli bog'langan. Shu sababga ko'ra ham spektral termlar jadvalini energetik sathlarning jadvali ham deb hisoblash mumkin. Ifodalashning bu uslubi termlarni oddiy kombinatsiyasigina bo'lmay, balki chuqur fizik ma'noga egadir.

Demak, atomning ichki harakatini boshqarayotgan kvant qonunlarini qandaydir yorqin ifodasi Rittsni kombinatsion prinsipida yotibdi.

Yuqoridagi fikrlarga asoslanib yorug'lik kvanti (fotonning) energiyasini va fotonning to'lqin sonini

$$hc\tilde{\nu} = E_n - E_m, \quad \tilde{\nu} = \frac{E_n}{hc} - \frac{E_m}{hc} \quad (6.10)$$

ko'rinishda yozamiz.

Agar  $T(n) = -\frac{E_n}{hc}$  bo'lsa, u holda  $\tilde{\nu} = T(m) - T(n)$  bo'ladi.

Bu yerdagi minus ishora shartli ma'noga ega, biz bilamizki elektron atomda bog'langan holda bo'lganda, uning potensial energiyasi doimo manfiy. Termlar uchun esa musbat ishora qulaydir. (6.10) ifodani Ridberg doimiysi orqali yozsak, u holda atomning energiyasini ham

$$E_n = -\frac{Rhc}{n^2} \quad (6.11)$$

shaklda yozish mumkin bo'ladi.

(6.11) formulada  $h$  va  $c$  fundamental doimiyliklar,  $n$  – butun son.  $R$  – empirik doimiylik. (6.11) formula to'la fizik ma'noga ega bo'lishi uchun  $R$  sonini ham universal doimiyliklar yordamida ifodalash lozimdir.

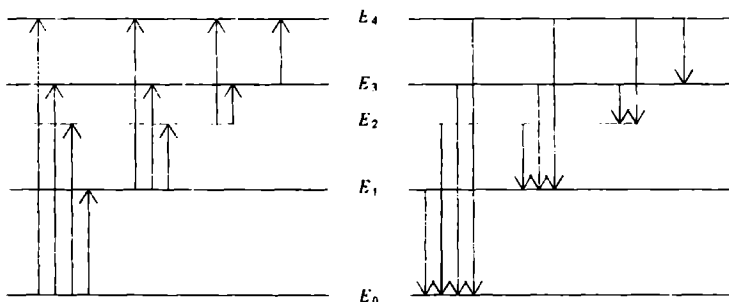
### 6.5. Sathlar chizmasi va o'tishlar

Atom (molekula, yadro, elementar zarra) ning tajribada kuzatilgan barcha spektr chiziqlarini tushuntirish uchun odatda termlar sistemasi yoki energetik sathlar chiziladi (yasaladi). Energetik sathlarning har biriga mos ravishda  $E_0, E_1, E_2, \dots$  kabi qiymatlar qo'yiladi. Termlar sistemasidagi har ikkita energetik sath oralig'iga to'g'ri kelgan o'tishga javob beruvchi spektr chizig'i ko'rsatiladi.

Sathlar sistemasi ko'pincha grafikda termlar chizmasi ko'rinishida tasvirlanadi. Shunday sathlar sistemasidan biri, misol tariqasida 6.3-rasmda ko'rsatilgan.

Beshta energetik sath va ular orasidagi o'tishlar tasvirlangan. Mumkin bo'lgan o'tishlar chastotasi quyidagilardan iborat:

$$\begin{aligned} \nu_{40} &= \frac{E_4 - E_0}{h}, & \nu_{41} &= \frac{E_4 - E_1}{h}, \\ \nu_{30} &= \frac{E_3 - E_0}{h}, & \nu_{31} &= \frac{E_3 - E_1}{h}, \\ \nu_{20} &= \frac{E_2 - E_0}{h}, & \nu_{21} &= \frac{E_2 - E_1}{h}, \\ \nu_{10} &= \frac{E_1 - E_0}{h}, & \nu_{42} &= \frac{E_4 - E_2}{h}, \\ \nu_{32} &= \frac{E_3 - E_2}{h}, & \nu_{43} &= \frac{E_4 - E_3}{h} \end{aligned}$$



6.3-rasm. Sathlar chizmasi.

Energiya sistemasidagi beshta sath 6.3-rasmda gorizontall chiziqlar bilan ko'rsatilgan. Turli sathlarni tutashtiruvchi vertikal chiziqlar, mumkin bo'lgan o'tishlarni xarakterlaydi. O'tishning yo'nalishi (yutish va chiqarish) 5-rasmda yo'nalish belgisi bilan ko'rsatilgan. O'nta

o'tishning chastotalari rasm uchun yozuvda keltirilgan. Odatda, sathlar orasidagi masofa chiziqli masshtabda olinadi va bu holda o'tishlar chastotasi mos keluvchi energetik sathlarni tutashtiruvchi vertikal chiziqliqning uzunligiga proporsional bo'ladi. Rasmdan ko'rinib turibdiki, uncha ko'p bo'lmagan energetik sathlar soniga nisbatan o'tishlar soni ancha ko'p bo'ladi. Haqiqatan ham  $n$  ta sathdan ikki juft sathlar hosil qilish soni  $n(n-1)/2$  ga teng. Bir narsani eslatib o'tishimiz kerakki, tajribada har doym ham ikki juft energetik sathga to'g'ri keluvchi spektral chiziqlarni ko'rish mumkin bo'lmashligi ham mumkin. Shu jihatdan qaraganda 6.1-rasm noto'g'ri chizilgan.

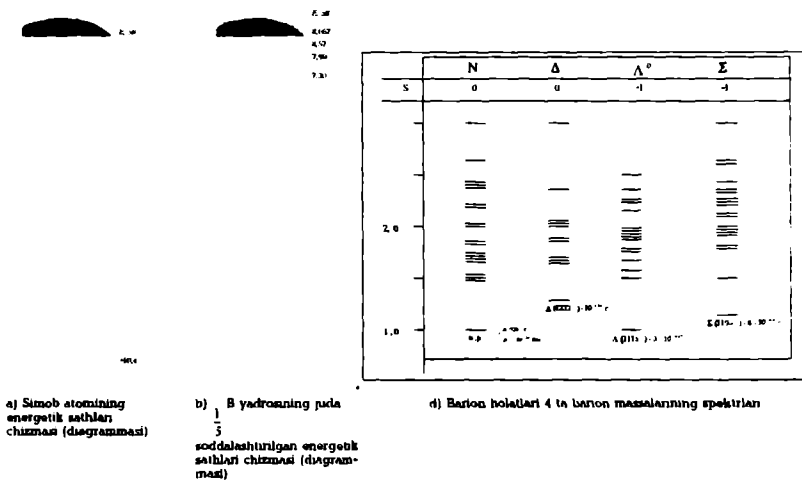
Sathlar sistemasini yaratilishi biz uchun juda tartibsiz bo'lib ko'ringan spektrlarni tartibga keltirish imkonini berdi.

6.3-rasmga qaytaylik. Faraz qilaylik, bu rasmda atom sathlarini chizmasi (diagrammasi) tasvirlangan bo'lsin. Mazkur holda sathlar orasidagi masofa elektron-volt (eV) tartibidagi energiya birligi bilan xarakterlanadi. Agarda 6.3-rasmdagi sathlar chizmasi yadroning energetik sathlari bo'lsa, u holda sathlar orasidagi masofa mega elektron-volt (MeV) bilan xarakterlanadi. Shuningdek, 6.3-rasmdagi diagramma elementar zarra sathlarini xarakterlasa, u holda sathlar orasidagi masofa gegaelektron-volt (GeV) bilan belgilanadi. 6.4-rasmda atom, yadro va elementar zarralar uchun misol tariqasida energetik sathlar diagrammasi keltirilgan. Simob atomining spektri 6.4 a-rasmda,  ${}^{11}_5B$  - yadrosining energetik sathlari, 6.4-b rasmda va barionlarning massa spektri, 6.4-v rasmda tasvirlangan. Ko'rib turibsizki, eksperimentda olingan spektrlar mazkur obyektlar uchun chiziqli spektrdir. 6.4 v-rasmdan proton (nuklon) spektrini protonni uchta kvarkdan tashkil topgan degan fikrni chizmada juda yaxshi tushuntirish mumkin.

Endi faraz qilaylik, biz atomning yutilish spektrini o'rganayotgan bo'laylik. Yorug'lik manbayi sifatida uzluksiz spektral taqsimlanish tasavvuridan foydalanaylik. Bu holda monoatomli gaz qatlamidan yorug'lik o'tishi tufayli, spektral chiziqlar paydo bo'ladi. Agar gaz yetarli darajada sovuq bo'lsa (masalan, xona haroratida), u holda 6.3-rasmdagi  $\nu_{30}$ ,  $\nu_{21}$  va  $\nu_{10}$  spektral chiziqlarni ko'rish mumkin, qolganlari esa ko'rinmaydi. Bu xolni tushuntirish juda oson: gazning deyarli juda ko'p molekullari asosiy holatda va biz faqat asosiy holatdan yuqoriroq energetik holatlariga o'ta oladigan o'tishlarga to'g'ri kelgan chiziqlarni ko'ramiz. Temperatura oshganda uyg'ongan holatlarni ko'rish ehtimoli ham oshadi. Agar gaz  $T$ -temperaturada bo'lsa,  $n$ -uyg'ongan holatdagi atomlar sonini asosiy holat atomlar soniga nisbati

$$\frac{N_n}{N_0} = \exp\left[-\frac{E_n - E_0}{kT}\right]$$

ko'rinishda bo'ladi.



6.4-rasm. Atom, yadro va elementar zarralar energetik satqlar diagrammasi.

Xona temperaturasi  $kT \approx \frac{1}{40} eV$  va bu munosabat juda ham ki-

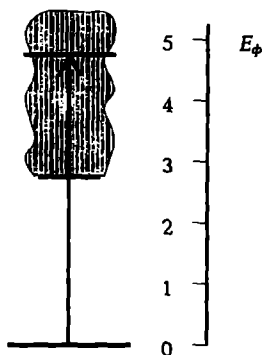
chik. Shu sababli sovuq gaz nur chiqarmaydi. Nur chiqarish uchun biror yo'l bilan uning atomlarini uyg'otish kerak bo'ladi.

Tashqi ta'sir orqali, masalan, elektr razryadi ta'sirida atomni uyg'otsak, u holda atomlar gazning chiqarish spektrida term chizmasida ko'rsatilgan barcha spektral chiziqlarni kuzatish mumkin bo'ladi. 6.3-rasmda ko'rsatilgan sathlar chizmasi yordamida fluorestsensiya hodisasini tushunish mumkin. Asosiy holatda turgan atom  $E_4 - E_0$  energiyaga ega bo'lgan fotonni yutib  $E_4$  energiyali sathga o'tadi. Bu sathdan energiyasi kichik bo'lgan barcha sathlarga o'tish mumkin, natijada, 6.3-rasmda keltirilgan chastotadagi fotonlarning kuzatish imkoniyati tug'iladi. Bu hodisani Stoks qoidasi tushuntiradi: yorug'lik fluorestsensiyasi jarayonida hosil bo'lgan nur chastotasi uyg'ongan yorug'likning chastotasidan katta bo'la olmaydi.

## 6.6. Yadro fizikasida termlar chizmasi

Yadro fizikasidagi termlar chizmasiga yana bitta misol, ya'ni deytron chizmasini olaylik (6.5-rasm). Deytronning uyg'ongan holati yo'q. Uning bog'lanish energiyasi  $E_b = -2,23 MeV$   $E_{bog}$  energiyasidan yu-

qorida energiyaning uzluksiz spektri boshlanadi.  $E_{bog}$  dan katta energiyalarda deytron endi deytron emas, balki proton va neytrondan tashkil topgan sistemadir, bu sistemada proton va neytron bir-biridan ajralgan.



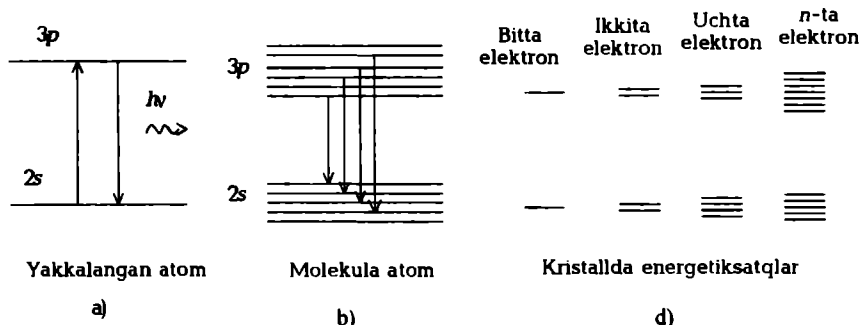
6.5-rasm. Proton va neytron sistemasining energetik sathlari, yo'nalishtli vertikal chiziq deytronning fotoparchalanishini xarakterlaydi.

Rasmdagi vertikal chiziq deytronning fotoparchalanishini tasvirlaydi.  $E_{\phi} > E_{bog}$  bo'lgan foton deytronni dissotsiyalaydi ya'ni parchalaydi, natijada, proton va neytronning umumiy energiyasi  $E_t - E_{bog}$  teng bo'ladi. Bu jarayon eksperimental yaxshi o'rganilgan. Keyingi ma'ruzalarda ham atom va yadroni energetik sathlari haqida to'xtalamiz.

#### 6.7. Tutash, yo'l-yo'l va chiziqli spektrlarni kvant mexanika nuqtayi nazaridan tushuntirish

Yuqorida aytdikki atomning nurlanish spektri yakkalangan atomlarning energetik sathlariga bog'liq. Bu sathlar bir-biridan yetarlicha uzoqda joylashgan bo'lib, bu sathlar orasida o'tishlar ro'y berganda atom chiziqli spektr chiqaradi (6.6 a-rasm). Energetik sathlar va ular orasidagi o'tish jarayonlari fizikasini keyingi bobda Bor postulatlariga tayangan holda alohida ko'ramiz. Kvant mexanikada atom holatining bir energetik sathi  $E_i$  dan nisbatan ikkinchi energetik sath  $E_f$  ga o'tishda chiqaradigan nurlanish chastotasi  $\nu = (E_i - E_f)/h$  ga teng degan Bor postulatidan foydalaniladi. Asosiy holatdagi atomda elektronlar eng past energetik sathni egallagan bo'ladi. Atomning uyg'o-

tilgan holatida esa bitta yoki bir necha elektron nisbatan yuqori energetik sathda bo'ladi va shuning uchun undan past sathlar shuncha elektronlarga to'ldirilmagan bo'ladi. Elektronlarning past sathlarga qaytib o'tishi nurlanish chiqarish bilan yuz beradi.



6.6-rasm.

Kvant mexanikasida yorug'lik «sekin-asta» nurlanishi mumkin emas.

Nurlanish to'la holda bir zumda yuz beradi. Boshlang'ich va so'nggi kvant holatlari o'rtasida hech qanday oraliq holatga o'rin yo'q. Shu sababdan ham uning nurlanish spektri chiziqli bo'ladi.

Molekulaning nurlanish spektri butunlay boshqacha ko'rinishga ega. Molekula tashkil topganda atomlarning tashqi elektronlarini energetik sathlari o'zgarib ketadi, chunki molekulada atomlar bir-biri bilan o'zaro ta'sirda bo'ladi. Bundan tashqari, qo'shimcha energetik sathlar paydo bo'ladi. Bunga sabab birinchidan atomlarni bir-biriga nisbatan tebranishi bo'lsa, ikkinchi sabab molekulani yaxlit formada aylanishidir. Tebranish va aylanish harakatining energetik sathlari kvantlangan. Biroq bu energetik sathlar orasidagi masofa juda yaqin, ayniqsa aylanish sathlari orasidagi masofa juda kichik,  $\sim 10^{-3}$  eV. Natijada, atomning har bir sathi tebranish va aylanish xarakterlariga mos keluvchi bir qancha sathlarga parchalanadi (6.6 b-rasm). Shunday qilib molekulaning energetik sathini uch turga ajratish mumkin: elektronlar energetik sathlariga, tebranish va aylanish energetik sathlariga.

Bir-biriga juda yaqin joylashgan bunday energetik sathlar orasida o'tishlar jarayoni bo'lganda bir-biriga juda yaqin bo'lgan juda ko'p spektral chiziqlar hosil bo'ladi. Haqiqatda bu chiziqlarni bir-biridan ajratish qiyin, shuning uchun ham yo'l-yo'l spektrlar deyiladi. Har bir molekula faqat o'ziga xos bo'lgan ana shunday spektrga ega. Agar modda katik (yoki suyuq) holatda yotgan bo'lsa u holda, ularni tashqi elektronlari yoki molekulalari bir-birlarini qoplaydilar. Ularni energetik sathlari o'zgaradi va o'zaro ta'sir tufayli yoyilib, energetik zona-

lar hosil qiladi (6.6 d-rasm). Qattiq jismlarda atomlar soni juda ko'p, shu sababli zonalarda joylashgan chiziqlar ham juda zich va deyarli uzluksiz. Bu esa ularni spektri tutash ekanligi aniqlandi. Kristall zonalarda ushbu sathlar orasidagi masofa juda kichik. Masalan, zona kengligi eV masshtabida 1 eV ga teng desak zona sathlari orasidagi masofa taxminan  $10^{-9}$  eV ga teng bo'ladi. Chunki 1 moldagi atomlar soni  $N=6 \cdot 10^{23}$  ta desak, u holda sathlar orasidagi masofa  $\sim 10^{-23}$  ga teng.

### 6.8 Nurlanish qonuniyatlarini klassik tasavvurga zidligi

Klassik nazariya nuqtayi nazariya asosida moddiy jismlarning barqarorligini tushutirish mumkin emas. Juda ko'p qilingan eksperimentlardan yaxshi bilamizki, barcha jismlar musbat va manfiy zaryadlardan tashkil topgan. Musbat va manfiy zaryadlar chekli hajmga ega bo'lgan atom ichiga joylangan. Imshou teoremasiga binoan atom barqaror bo'lishi uchun ushbu musbat va manfiy zaryadlar dinamik muvozanatda bo'lishi dardkor. Zaryadlar chekli hajmda joylashganliklari sababli ular tezlanishli harakatda bo'ladilar. Klassik elektrodinamika nazariyasiga ko'ra tezlanishli harakatda bo'lgan zaryad o'zidan elektromagnit nur chiqarishi kerak. O'z navbatida elektromagnit nur energiyani bir qismini o'zi bilan olib ketadi, natijada, atomlar uzluksiz ravishda o'z energiyasini yo'qotadilar va bu atomni bir zumda parchalanib ketishiga olib keladi. Bundan chiqadiki, atomning statsionar holati bo'lishi mumkin emas va pirovardida barqaror jismlar ham bo'lmashligi kerak. Siz yaxshi bilasizki jismlar barqaror. Ular mavjud va yuqoridagi nuqtayi nazar eksperiment natijalariga zid.

Bir daqiqa yuqoridagi ziddiyatdan ko'z yumaylik-da va atomni nurlash uchun ketgan energiyasi qanday-dir yo'l bilan kompensatsiya bo'ladi deb faraz qilaylik. Hatto shunday faraz qilganda ham klassik fizika pozitsiyasida turib chiziqli spektrlarni qonuniyatlarini tushuntirishni iloji yo'q. Yuqorida aytganimizdek, klassik nazariyaga ko'ra nurlanish-tezlangan zaryadning mahsuli. Agar ushbu jarayonni davriy deb qaraydigan bo'lsak u holda nurlanish chastotalarini aniqlash uchun zaryadlar harakatini Fure qatoriga yoyish kerak. Zaryadlar harakati Fure qatori bilan tasvirlanganda asosiy chastota bilan bir qatorda unga karrali bo'lgan chastotadagi obertonlar hosil bo'ladi. Bundan chiqadiki, seriya bir-biridan bir xil masofada bo'lgan ana shu chastotali chiziqlar to'plamidan tashkil topgan bo'lishi kerak. Afsuski, eksperimentda bir-biridan bir xil masofada yotgan spektr chiziqlaridan iborat to'plam kuzatilmaydi. Endi, qaralayotgan seriyaning har xil chiziqlarini turli asosiy chastotalarga tegishli deb taxmin qilaylik. Bu holda barcha seriyalarning asosiy chastotalaridan chiziqlar qatorini tuzish mumkin. Bu chiziqlar ham bir-biridan bir xil masofada yotishi kerak. Qizig'i shundaki, bunday chiziqlardan tuzilgan qator ham

eksperimentda kuzatilmaydi. Xususan, chiziqlarning quyuglanishini tushuntirish mumkin emas. Masalan, Layman seriyasida  $n$  ni katta-lashtirganimizda spektr chastotasi chegaraviy chastotaga yaqinlashadi:  $\omega_{\infty,1} = R$ . qo'shni chiziqlar orasidagi masofa farqi ham kamayadi.

Klassik nazariya nurlanish chastotasini ushbu  $i$  ham tushuntirib beraolmaydi.

Shunday qilib, atomlarning nurlanishini eksperimental qonuniyatlari nurlanishning klassik nazariyasiga tamomila zid. Nurlanish spektrini to'g'ri tushuntirish uchun yangi tushuncha va yangi tasavvur ega bo'lgan yangi nazariya yaratilishiga zaruriyat tug'ildi. Rittsning kombinatsion prinsipi zaminida Borning kvant modeli yuzaga keldiki, ular orqali atom ichida bo'layotgan jarayonlarni boshqarayotgan qonunlar kashf qilindi. Rittsning kombinatsion prinsipi va Borning kvant nazariyasi zaminida kvant asrining darvozasi ochildi.

### 6.9. Luminestsensiya va qutb yog'dusi - kvant hodisalar

Nokogerent sochilishga misol tariqasida, energetik sathlar va elektron o'tishlarni yaxshi tushunish maqsadida luminestsensiya hodisasini ko'rish mumkin.

Nima uchun turli jismlar va muhitlar nur chiqaradi? Bunga sabablar ko'p. Birinchidan, yorug'likni jism yoki muhitda qaytishi va sochilishi tufayli ushbu jism va muhit yorug'likni aks ettirib turishi mumkin. Masalan, oy yoki kunduzgi osmon. Ikkinchidan, yuqori temperatura-larda jism yoki muhit o'zidan nur chiqarishi mumkin. Masalan, Quyosh, elektr lampochkasining qizdirilgan tolasi, gulxan alangasi va hokazo. Uchinchidan, qizdirish bilan bog'liq bo'lmagan holda jism yoki muhit o'zidan «sovuq nur» chiqarishi mumkin. Jism yoki muhitni «sovuq nur» chiqarishiga *luminestsensiya* deyiladi. Kunduzgi yorug'lik manbayi yordamida televizorni nurlayotgan ekraniga qaraganimizda dengizning shu'lalanishi luminestsensiyaga misol bo'lishi mumkin. Qutb yog'dusi ham luminestsensiya hodisasidir.

Luminestsensiya nurlanishi bilan issiqlik nurlanishining tabiati bir xil – ikkalasi ham bir xil elektromagnit tabiatga ega. Lekin luminestsensiya nurlanish issiqlik nurlanishidan keskin farq qiladi. Issiqlik nurlanishi muvozanatli nurlanish bo'lsa luminestsensiya nurlanishi nomu-vozanatli nurlanishdir. Luminestsensiya bo'lishi uchun jism (muhit) dastlab vaqt davomida energiya yig'ishi kerak bo'ladi. G'amlangan ushbu energiyani *uyg'onish energiyasi* deyiladi. So'ng bu energiyani jism (muhit) qayta nurlaydi, ya'ni luminestsensiya nuri vujudga keladi. Luminestsensiyalanuvchi moddaning atom yoki molekulasi xuddi issiqlik manbayining nurlanishiga o'xshab, tashqaridan olgan energiyani o'zida yutib uyg'ongan energetik holatlariga o'tadi. Biroq, ushbu yutilgan energiya molekularlarning faqat bir qismini uyg'otadi va yutil-

gan energiya boshqa molekulalarga uzatilmaydi. Shu sababdan ham bu hodisa muvozanatli issiqlik nurlanishidan farq qilib *nomuvozanatli nurlanish* deb ataladi. Uyg'ongan jism (muhit) shu zahotiyoq  $10^{-8}$   $10^{-6}$  vaqt ichida nurlashi mumkin. Jismning energetik uyg'onishi bilan nurlashi bir vaqt ichida ro'y bersa, bunday nurlanishni *fluorestsensiya* deyiladi. Luminestsensiya uyg'onish energiyasiga tashqi energiya berishdan to'xtalgandan so'ng ham davom etsa *fosforestsensiya* deyiladi. Televizor ekranida biz fluorestsensiya, soat tsiferblatini nurlashi yoki yo'l ko'rsatkichlarini nurlashi fosforestsensiyaga misol bo'la oladi. Qutb yog'dusining luminestsensiyasi ham fluorestsensiyasidir. Luminestsensiyani turli yo'llar bilan hosil qilish mumkin. Ulardan ayrimlarini ko'ramiz: fotoluminestsensiya (yorug'lik ta'sirida modda zarralarini uyg'otilishi), xemiluminestsensiya (ayrim kimyoviy reaksiyalarni energetik uyg'otish hisobiga), elektroluminestsensiya (gazlarda elektr maydon ta'sirida elektr razryadini hosil bo'lishi hisobiga), katodoluminestsensiya (luminestsensiyaga moyil moddani elektron dasta yordamida bombardimon qilishdagi energiya hisobiga). Masalan, televizor trubkasidagi luminestsensiya katoddan chiqayotgan elektronlar dastasi yordamida ekranga surtilgan modda zarralarini uyg'otishi tufayli yuz beradi. qutb yog'dusi luminestsensiyasi ham katodoluminestsensiyaga misol bo'ladi. Ushbu luminestsensiya bizni atmosferamizga kirib kelayotgan elektron oqimi tufayli yuzaga keladi, chunki bizning atmosferamiz atom, molekula va ionlardan tashkil topgan bo'lib, bu holda ular ekran vazifasini bajaradi.

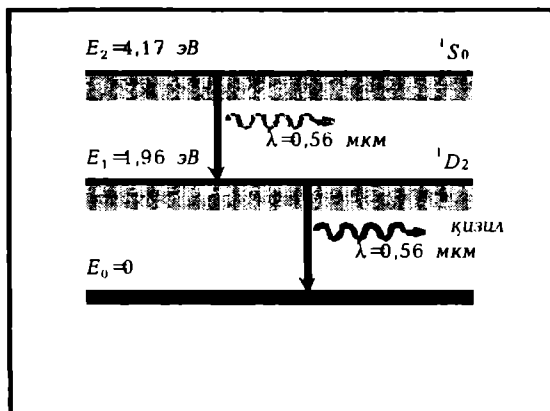
Luminestsensiyalanuvchi modda ham biror temperaturaga ega. U ham atrofdagi moddalar kabi issiqlik ham nurlaydi. Luminestsensiya – jismning issiqlik nurlanishi tepasidagi ortiqcha nurlanishdir. Luminestsensiya nurlanishi to'xtaganda faqat issiqlik nurlanishi qoladi. Luminestsensiya hodisasi uyg'ongan holatdan asosiy holatga o'tish jarayonida yuz beradi va bu paytda u qo'shni molekulalardan energiya olmaydi. Luminestsensiya to'xtagandan so'ng sistema muvozanat holatga o'tadi va shu temperaturaga mos issiqlik nurlanishi vujudga keladi.

Luminestsensiya hodisasi – kvant hodisa. Luminestsensiya o'zining davomiyligi bilan boshqa optik hodisalardan farq qiladi. Luminestsensiya lotincha lumen (limints – yorug'lik) so'zidan olingan bo'lib, yorug'likni xarakterlaydi.

Luminestsensiya fizikasi kvant fizika yaratilishi tufayli tushunarli bo'ladi. Tashqi energiya ta'sirida luminestsensiyalanuvchi moddalarning uyg'ongan mikrozzarralari (atom, ion, molekula) energiya kvantlanadi va aniq bir diskret qiymatlarga ega bo'ladi. Mikrozzarralarning turiga qarab ushbu energiyalarni qiymatlari ham turlicha bo'ladi. Mikrozzarralar energiyasi eng kichik bo'lgandagi sathni *asosiy sath* deyiladi. Uyg'onish energiyasi esa mikrozzarralarni uyg'ongan holatlaridan biriga o'tishida ro'y beradi. Bu sathdan sakrash yoki bir qancha sak-

rash orqali mikrozarra asosiy holatiga o'tadi va natijada, luminestsensiya nurlanishiga mos keluvchi foton chiqaradi.

Luminestsensiya hodisasiga bir misol keltiramiz. Yer atmosfera-sining yuqori qatlamlarida ham kislorod atomlar mavjud bo'lib, ularni quyosh shamolining elektronlari bombardimon qiladilar. Oqibatda kislorod atomlari uyg'onadi. So'ng  $^1S_0$  sathdan  $^1D_2$  sathga o'tish orqali luminestsensiyalanadi. Shu hodisa uchun energetik sathlar va elektron o'tishlar 6.7-rasmda keltilgan.



6.7-rasm. Luministsensiya hodisasida  
 $S_0 \rightarrow D_2$  va  $D_2 \rightarrow S$  o'tishlar.

Rasmda  $^1S_0$  cathdan  $^1D_2$  sathga o'tish va keyingi sathdan asosiy sathga o'tish tasvirlangan.  $^1S_0$  cath energiyasi 4,17 eV ga,  $^1D_2$  sathning energiyasi esa 1,96 eV ga teng. Birinchi o'tishda ( $^1S_0 \rightarrow ^1D_2$ ) kislorod atomi 0,56 mkm to'liq uzunlikdagi yashil nur chiqaradi,  $^1D_2$  sathdan asosiy sathga o'tishda u 0,63 mkm dagi qizil nur chiqaradi. Uncha qiyin bo'lmagan shu hisobni ko'raylik. Borning chastotalar qoidasi deb atalgan postulatiga ko'ra nurlanish chastotasi

$$\nu = \frac{\varepsilon}{h} = \frac{E_2 - E_1}{h}, \quad (6.12)$$

bunda  $\varepsilon$  – foton energiyasi, bundan

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{ch}{E_2 - E_1} \quad (6.13)$$

kelib chiqadi.

(6.13) formulaga 6.7-rasmdagi energetik sathlar energiyasini son qiymatlarini qo'yamiz:

$$\lambda_1 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ j} \cdot \text{s}}{(4,17 - 1,96) \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ j/eV}} = \frac{1,98 \cdot 10^{-25}}{13,54 \cdot 10^{-19}} \text{ m} = 0,56 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,56 \text{ mkm}$$

Ikkinchi o'tish ( $E_1 \rightarrow E_0$ ):

$$\lambda_2 = \frac{ch}{E_1 - E_0} = \frac{1,98 \cdot 10^{-25} \text{ jm}}{1,96 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ j/eV}} = 0,63 \text{ mkm}.$$

Luminestsensiya nurining to'liq uzunligi yutilgan yorug'likni (stoks qonuni) to'liq uzunligidan katta. Bu xulosa luminestsensiyaning har bir akti uchun yozilgan energiyaning saqlanish qonunidan kelib chiqadi. Luminestsensiyalanuvchi molekulaning yutgan foton energiyasini

$$\varepsilon_1 = h\nu_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$$

desak, u holda molekula chiqargan fotonning energiyasi

$$\varepsilon_2 = h\nu_2 = \frac{hc}{\lambda_2}.$$

Ularga mos kelgan to'liq uzunliklar  $\lambda_1 = \frac{hc}{\varepsilon_1}$  va  $\lambda_2 = \frac{hc}{\varepsilon_2}$  for-

mulalar yordamida topiladi. Yutilgan foton energiyasini bir qismi luminestsensiyaga moyil moddani molekulasini uyg'otishga sarflanadi. Qolgan qismi esa jismning ichki energiyasini (molekulalar-ning tartibsiz kinetik energiyasini) o'zgartirishga sarflanadi. Shuning uchun

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 + E$$

bo'ladi.  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$  bo'lgani uchun  $\nu_1 > \nu_2$  yoki  $\lambda_2 > \lambda_1$ . Bu esa stoks qonunidir.  $E=0$  da yutilgan va chiqarilgan fotonlarning energiyasi teng, ya'ni  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ . Shuning uchun  $\lambda_2 = \lambda_1$ . Bu holni *rezonansning nurlanishi* deyiladi. Rezonansning nurlanishini natriy lampasi yordamida natriy bug'larini luminestsensiyalanishida kuzatish mumkin. Agar luminestsensiya energiyasini  $E_1$ , yutilgan energiyani  $E_0$  desak, u holda ularning nisbati

$$\eta = \frac{E_1}{E_0} < 1$$

ni *luminestsensiyaning energetik chiqishi* deyiladi. Agar chiqarilgan fotonlar sonini  $n_1$ , yutilgan fotonlar sonini  $n_0$  desak, u holda

$$\eta = \frac{n_1 \varepsilon_1}{n_0 \varepsilon_0}$$

nisbatni olamiz. Bunda  $E_1 = n_1 \epsilon_1$ ,  $E_0 = n_0 \epsilon_0$  bo'lgani uchun luminestsensiyani kvant chiqishi

$$B = \frac{n_1}{n_0}$$

Bu formulaga luminestsensiya *kvant chiqishi* deyiladi.

Qutb yog'dusi ikki xil ko'rinishda bo'ladi. Kosmosdan kelayotgan elektron oqimi ta'sirida vujudga kelgan qutb yog'dusiga *elektronli yog'du* deyiladi. Agar yog'du protonlar oqimi ta'sirida ta'sir bo'lsa, u holda *protonli yog'du* deyiladi. Elektronli yog'duni ulishi ancha katta, protonli yog'du esa ancha kuchsiz bo'lganligi uchun biz bu bandda asosan elektronli qutub yog'du haqida to'xtalamiz. Elektronli qutb yog'dusi *yoy*, *nurli*, *tasmali* va *lentali* shakllarda bo'lib, aniq strukturaga ega. Protonli qutb yog'dusi esa asosan *diffuziyali dog'* ko'rinishda namoyon bo'ladi. Elektronli qutb yog'dusining kelib chiqishi mexanizmi quyidagicha: Quyosh shamoli olib kelayotgan elektronlar oqimi yerga yetib kelganda uning magnit maydoni bilan o'zaro ta'sirda bo'la boshlaydi. Yerning geomagnit maydoni elektronlarni «ushlab» qoladi va so'ng bu elektronlar maydonning kuch chiziqlari atrofida spiral traektoriyada harakat qila boshlaydilar. Yerning qutblari tomon chiziqlar quyuqlashib boradi. Kuch chiziqlari atrofida buralib harakat qilayotgan elektronlar ham qutb tomon intiladilar. Biroq mazkur elektronlar yer sirtiga yetib kelolmaydi. Chunki yerning sirtiga tomon kuch chiziqlar bo'ylab harakat qilayotgan elektronlar yerning kuchli va nojins magnit maydoniga duch keladilar. Nojins magnit maydon zaryadlangan zarralarni kuchsiz magnit maydon tomon itqitib tashlaydi. Shunday qilib yer atmosferasiga tushayotgan elektronlarga geomagnit maydon ta'sir etadi va ularni atmosferani yuqori qatlamlariga uloqtiradi. Natijada, yerdan 100 km balandlikkacha tushagan elektronlar yerning geomagnit maydonidan aks yetib orqaga shu kuch chiziqlari bo'ylab atmosferaning yuqori qatlari tomon harakat qiladi. So'ng ushbu elektronlar kuch chiziqlari bo'yicha yerning boshqa yarim shariga qarab harakat qilib, yana yer sirtiga tusha boshlaydilar. Bu harakat yangi aks (qaytishgacha) yetishgacha davom yetadi. Yuqorigi aytilgan mulohazalarni 6.8-rasmda ko'ra tushuntirish mumkin.

Qizil rang bilan yerni shimoliy qutb tomonidagi yer sirtiga yaqinlashayotgan bitta elektronning traektoriyasi tasvirlangan, yashil chiziq bilan esa uni (elektronni) orqaga, ya'ni shimoliy qutbdan janubiy qutbga qarab harakat qilayotgani ko'rsatilgan. Magnit maydon ta'sirida «ushlanib» qolgan elektronning kuch chiziqlari bo'ylab sperimental harakatini bu tavsifi albatta sodda ko'rinishda yoritilgan. Haqiqatda esa bu yerda murakkab jarayon bo'lib biz uni ustida alohida bahs yuritmaymiz. Faqatgina bir narsa ustida to'xtalamiz. Yuqoridagi mulohazalardan biz geomagnit maydonda harakat qilayotgan elektronlar

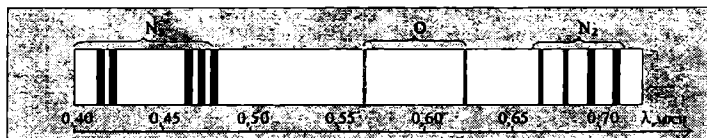
atmosfera-mizning atomlari va molekulari bilan bo'ladigan to'qnashishini e'tiborga olmadik. Albatta, yer yuzidan 100 km balandlikda atmosfera juda ham siyrak. Shuning uchun bu to'qnashishni e'tiborga olmasa ham bo'lib ko'rinadi. Lekin aslo unday emas. Chunki to'qnashish mavjud. Bu to'qnashish tufayli atmosfera atomlari va molekulari ionlashadi va uyg'onadi. Natijada, qutb yog'dusi deb atalgan hodisa paydo bo'ladi. Qutb yog'dularini paydo bo'lishida kosmos elektronlarini kislorod va azot molekulari bilan to'qnashishi rol o'ynaydi. To'qnashish atom va molekular uyg'onadilar yoki ionlashadilar. Birinchi holda atom (molekula) ni uyg'ongan holatga o'tishi natijasida mikrozarralar (atom, molekula, ion)ning elektron qobig'ida o'zgarishlar ro'y beradi. Ikkinchi holda esa mikrozarralarning elektron qobig'i qisman buziladi; mikrozarra elektronini yo'qotadi va atomar yoki molekular ionga aylanadi. Uyg'ongan mikrozarra asosiy holatga o'tadi, ion esa elektron bilan rekombinatsiyalanadi. Ikkala holda ham uyg'onish energiyasini olib ketuvchi foton hosil bo'ladi va bu nurlash luminest-sensiyali nurlanish bo'ladi. Qutblarda kuzatiladigan qutb yog'dusi jarayoni ana shundaydir.



6.8-rasm.

6.9-rasmda qutb yog'dusi spektri tasvirlangan. Ionlashgan azot molekulari rekombinatsiya spektrning zangori va binafsha tasmalarini nurlaydi. Uyg'ongan kislorod atomlari esa yashil ( $\lambda = 0,56 \text{ mkm}$ ) va qizil ( $0,63 \text{ mkm}$ ) chiziqlarni chiqaradi. Uyg'ongan azot molekulari qizil nurlarni chiqaradi. Azotning zangori chizig'i va kislorodning yashil chizig'i juda intensiv nurlanish hosil qilgani uchun qutb yog'dusi asosan zangori – yashil rangda tovlanadi.

6.9-rasmda qutb yog'dusi spektri tasvirlangan. Ionlashgan azot molekulari rekombinatsiya spektrning zangori va binafsha tasmalarini nurlaydi. Uyg'ongan kislorod atomlari esa yashil ( $\lambda = 0,56 \text{ mkm}$ ) va qizil ( $0,63 \text{ mkm}$ ) chiziqlarni chiqaradi. Uyg'ongan azot molekulari qizil nurlarni chiqaradi. Azotning zangori chizig'i va kislorodning yashil chizig'i juda intensiv nurlanish hosil qilgani uchun qutb yog'dusi asosan zangori – yashil rangda tovlanadi.



6.9-rasm. Qutb yog'dusi spektri.

Nima uchun kislorod spektridagi qizil chiziqlarning intensivligi zangori chiziq intensivligiga nisbatan kuchsiz? Esingizda bo'lsa kerak, 6.7-rasmda kislorodning energetik sathlari va o'tishlarini ko'rsatgan

edik. Hamma gap shundaki kislorod atomining  $^1S_0$  va  $^1D_2$  sathlarida atomning yashash vaqti turlichadir. Berilgan holatda bir atom «uzoqroq», ikkinchisi «qisqaroq» yashashi mumkin. Bir xil atomlardan tashkil topgan sistema uchun – yashash vaqt o'rtacha kattalikdir. Kislorodni  $^1S_0$  sathida atomning yashash vaqti 0,7 s bo'lsa,  $^1D_2$  sathida atomning yashash vaqti 100 s dir. Ko'rib turibsizki farq ancha katta.  $^1D_2$  holatda bo'lgan kislorod atomi asosiy holatga o'tguncha uzoq «yashaydi». Atom ushbu holatdan asosiy holatga o'tguncha bo'lgan vaqt oralig'ida unga boshqa biror atom yoki biror erkin elektron kelib urilishi mumkin; bu to'qnashish tufayli bizning atom zarraning ortiqcha energiyasini olib asosiy holatga o'tishi mumkin. Natijada, bu holda 0,63 mkm to'lqin uzunlikka ega bo'lgan foton chiqmasligi mumkin.  $^1S_0$  sathdan  $^1D_2$  sathga o'tishda kislorodning barcha atomlari ishtirok etishi mumkin, aksincha,  $^1D_2$  sathdan asosiy sathga o'tishda esa faqat ayrim atomlarga rol o'ynashi mumkin. Shuning uchun ham qizil nur-lanish intensivligi yashil nurning intensivligiga nisbatan ancha kamdir.

Hozirgi kunda qutb yog'dusining ko'p mexanizmlari tushunarli. Shunga qaramay biz bilmagan sirlar ham ko'p. Masalan, nima uchun magnitosferaning dumi elektronlarni tezlantiradi va fokuslaydi? Nima uchun tovlanish zonasi oval shaklda, nima uchun qutb yog'dusi ayrim hollarda qasr-qusir shovqinlar bilan bo'ladi? Hurmatli o'quvchi, balki bu muammolarni siz hal qilasiz degan umiddamiz. Yer yuzida bo'ladigan magnit bo'ronlarini Quyosh faoliyatiga bog'liqligi ham va ularni qutb yog'dusiga ta'sirini boshqa kitoblardan o'qirsiz. Dengizlarining shu'lalanishi, tirik organizmlarning shu'lalanishi ham luminestsentsiya hodisasi bilan tushuntiriladi. Dengizning shu'lalanishi tirik organizmlarning nurlanishidir. Hozirgi paytda nurlovchi tirik organizmlarni 800 ko'p holi aniqlangan. Bakteriyalardan tortib to ayrim baliqlargacha o'zidan nur chiqaradi. Quriqlikda esa har xil hasharotlardan (qo'ng'iz, chivin va b.) tortib to ayrim qushlargacha o'zidan nur chaqaradi. Bu nurlanishning mexanizmlari ham luminestsentsiya hodisasi bilan tushuntiriladi.

Qo'shimcha jadvallar

#### 1. Infraqizil nurlanish diapazoni

| DIAPAZONNING ASOSIY XARAKTERISTIKASI |                                                                       |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| FIZIK KATTALIKLAR                    | KATTALIKLAR QIYMATLARI                                                |
| Vakuumdagi to'lqin chiziqlar         | 0,1 mm – 770 nm                                                       |
| Chastota                             | $3 \cdot 10^{12} \text{ sek}^{-1}$ – $4 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ |
| Chastotalar polosasi kengligi        | $\sim 4 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$                                 |
| Oktava                               | $\sim 7$                                                              |
| Kvant energiyasi                     | $1,98 \cdot 10^{-21}$ – $2,64 \cdot 10^{-19} \text{ g}$               |
|                                      | yoki<br>$1,24 \cdot 10^{-2}$ – 1,65 eV                                |

2. Ko'zga ko'rinadigan nurlanish (yorug'lik)

| <b>DIAPAZONNING ASOSIY XARAKTERISTIKASI</b> |                                                                             |
|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| <b>FIZIK KATTALIKLAR</b>                    | <b>KATTALIKLAR QIYMATLARI</b>                                               |
| Vakuumdagi to'lqin chiziqlar                | $0,770 - 0,380 \text{ mkm}$                                                 |
| Chastota                                    | $4 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} - 8 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$           |
| Chastotalar polosasi kengligi               | $4 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$                                            |
| Oktava                                      | -1                                                                          |
| Kvant energiyasi                            | $2,64 \cdot 10^{-19} - 5,28 \cdot 10^{-19} \text{ G}$<br>yoki<br>$1,65 - 3$ |

3. Ultrabinafsha nurlanish

| <b>DIAPAZONNING ASOSIY XARAKTERISTIKASI</b> |                                                                                           |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>FIZIK KATTALIKLAR</b>                    | <b>KATTALIKLAR QIYMATLARI</b>                                                             |
| Vakuumdagi to'lqin chiziqlar                | $380 \text{ nm} - 5 \text{ nm}$                                                           |
| Chastota                                    | $8 \cdot 10^{14} - 6 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$                                        |
| Chastotalar polosasi kengligi               | $59200 \text{ T s}^{-1}$                                                                  |
| Oktava                                      | -6                                                                                        |
| Kaant energiyasi                            | $5,28 \cdot 10^{-19} - 3,98 \cdot 10^{-17} \text{ G}$<br>yoki<br>$3,3 - 247,5 \text{ ev}$ |

4. Ritm nurlanish

| <b>DIAPAZONNING ASOSIY XARAKTERISTIKASI</b> |                                                                                                       |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>FIZIK KATTALIKLAR</b>                    | <b>KATTALIKLAR QIYMATLARI</b>                                                                         |
| Vakuumdagi to'lqin chiziqlar                | $5 \text{ nm} - 10^{-2} \text{ nm}$                                                                   |
| Chastota                                    | $6 \cdot 10^{18} - 3 \cdot 10^{19} \text{ s}^{-1}$                                                    |
| Chastotalar polosasi kengligi               | $2994 \cdot 10^4 \text{ T s}^{-1}$                                                                    |
| Oktava                                      | 9                                                                                                     |
| Kvant energiyasi                            | $3,96 \cdot 10^{-14} - 1,98 \cdot 10^{-14} \text{ G}$<br>yoki<br>$247,5 - 1,24 \cdot 10^5 \text{ ev}$ |

## 5. Gamma – nurlanish

| DIAPAZONNING ASOSIY XARAKTERISTIKASI |                                                                                                                        |
|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| FIZIK KATTALIKLAR                    | KATTALIKLAR QIYMATLARI                                                                                                 |
| Vakuumdagi to'liqin chiziqlar        | $0,137 \text{ nm} - 10^{-13} \text{ nm}$                                                                               |
| Chastota                             | $2 \cdot 10^{18} - 3 \cdot 10^{20} \text{ s}^{-1}$                                                                     |
| Chastotalar polosasi kengligi        | $\sim 3 \cdot 10^{18} \text{ T s}^{-1}$                                                                                |
| Oktava                               |                                                                                                                        |
| Kvant energiyasi                     | $1,45 \cdot 10^{-15} - 1,98 \cdot 10^{-2} \text{ G}$<br>yoki<br>$\sim 9,03 \cdot 10^3 - 1,14 \cdot 10^{16} \text{ ev}$ |

## SAVOLLAR

- Spektr nima?
- Spektr turlari haqida so'zlang va tushuntiring.
- Spektrial seriyalar va seriya chegarasi nima?
- Qanday spektrial seriyalarni bilasiz?
- Umumlashgan Balmer seriyasining formulasini yozing.
- Rittsning kombinatsion prinsipi nima va undan kelib chiqadigan muhim fizik natija nima?
- Termlar nima?
- Energetik sathlar, termlar va o'tishlar haqida nima deysiz?
- Sathlar va o'tishlar diagrammasini chizing.
- Atom, yadro, elementar zarralar spektri qanday va nima asosida tushuntirish mumkin?
- Molekula spektri va uning kelib chiqishi haqida so'zlang.
- Moddalarni spektri qanaqa?
- Atom energiyasini Ridberg doimiysi orqali yozing.
- Luminestsensiya qanday jarayon?
- Luminestsensiya bilan issiqlik nurlanishi hodisasining o'xshash tomonlari va farqini ko'rsating.
- Nima uchun luminestsensiya jarayonini nokogerent jarayon deymiz?
- Luminestsensiya hodisasini boshqa nokogerent jarayonlardan farqi nimada?
- Nima uchun turli jismlar va muhitlar nur chiqaradi?
- Luminestsensiya turlari va ularning kelib chiqishini tushuntiring.
- Fosforestsensiya va fluorestsensiya luminestsensiyalarini farqlarini ayting.
- Katodoluminestsensiyani tushuntiring va misollar keltiring.
- Xemiluminestsensiya deb nimaga aytiladi?
- Fotoluminestsensiya qanday hosil bo'ladi?

- Qutb yog'dusini nima uchun luminestsensiya deb ataymiz?
- Qutb yog'dusi luminestsensiyasining turlarini ayting.
- Luminestsensiya qanday hodisa? Kvantlimi yoki uzluksizmi?
- Quyoshdan kelayotgan elektronlar shamoli ta'sirida bizning atmosferada ro'y beradigan luminestsensiyaning tushuntirishini.
- Luminestsensiyaning energetik chiqishi deb nimaga aytiladi?
- Luminestsensiyaning kvant chiqishi deb nimaga aytiladi?
- Qutb yog'dusi qanday paydo bo'ladi?
- Tirik organizmlar luminestsensiyasini tushuntirishini.
- Nima uchun tirik organizmlar o'zidan nur chiqaradi?

## MASALALAR

6.1. Layman, Balmer, Pashen, Breket va Pfunda seriyalari uchun seriya chegarasiga ( $n \rightarrow \infty$ ) mos kelgan to'lqin uzunliklarni hisoblang va ularni ma'nosini tushuntirishini.

6.2. Vodorod to'ldirilgan razryad trubkasidan chiqqan yorug'lik 1 mm da 590 ta shtrixi bo'lgan difraksion panjaraga perpendikular kelib tushdi. Bunda Balmer seriyasidagi  $H_\alpha$  - chiziqli og'ish burchagi  $\theta = 23^\circ$ .  $H_\alpha$  - chiziqli (Balmer seriyasidagi qizil chiziqli) to'lqin uzunligini hisoblang.

6.3. Atom spektrlari tahlil qilinganda ko'pincha to'lqin uzunlik emas, balki to'lqin son  $\tilde{\nu}$  ishlatiladi:  $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$ . To'lqin sonning fizik ma'nosini ayting. Layman seriyasining uchta chizig'i uchun to'lqin sonni hisoblang.

6.4. Layman seriyasining uchta chizig'i uchun to'lqin uzunliklarni hisoblang.

6.5. Vodorod atomining energetik sathlari  $E_n = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{n^2} R$  ( $R$  -

Ridberg doimiysi) ifoda bilan tavsiflanishini ko'rsating.

6.6. Pashen seriyasidagi uchta chiziqli uchun to'lqin uzunliklarni hisoblang. Pashen seriyasidagi spektral chiziqlar spektrning qaysi qismiga tegishli.

6.7. Layman seriyasi uchun kuzatilgan chiziqlarning to'lqin uzunligi  $n=2$  uchun  $\lambda = 1215,7 \text{ \AA}$ ,  $n=3$  uchun  $\lambda = 1026,0 \text{ \AA}$ ,  $n=4$  uchun  $\lambda = 972,4 \text{ \AA}$ . Layman formulasidan foydalanib, shu to'lqin uzunliklarni 0,01 aniqlikda hisoblang va taqqoslang.

6.8. Balmer seriyasi uchun eksperimentda kuzatilgan chiziqlarning to'lqin uzunliklari  $n=3$  uchun  $\lambda = 6562,8473 \text{ \AA}$ ,  $n=4$  uchun  $\lambda = 4862,7110 \text{ \AA}$ ,  $n=5$  uchun  $\lambda = 4340,497 \text{ \AA}$ . Balmer formulasidan foydalanib ularni 0,001 aniqlikda nazariy hisoblang va taqqoslang.

6.9. Pashen seriyasi uchun eskperimentda kuzatilgan chiziqlarning to'liq uzunliklari  $n=4$  uchun  $\lambda=18751,3\text{\AA}$ ,  $n=5$  uchun  $\lambda=12817,6\text{\AA}$ ,  $n=7$  uchun  $\lambda=10049,8\text{\AA}$  bo'lsa, ularni Pashin formulasidan foydalanib 0,1 aniqlikda solishtiring.

6.10. Balmer seriyasi uchun  $\tilde{\nu}_1=82558,31\text{\AA}^{-1}$  va  $\tilde{\nu}_2=97491,36\text{\AA}^{-1}$  Rittsning kombinatsion prinsipidan foydalanib  $\tilde{\nu}_3$  ni toping.

6.11. Vodorod atomi energiyasini Ridberg doimiysi  $R$  orqali ifodalang.

$$6.12. \quad h\nu = 13,6 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ ev} \quad n_1=2 \text{ uchun yorug'likni to'liq}$$

uzunlikni Balmerni birinchi o'zgaruvchi hadi uchun toping. Bu chiziqni ko'rish mumkinmi?

6.13. Rittsning kombinatsion prinsipini tushuntiring. Vodorod atomi uchun term qanday ko'rinishda yoziladi?

6.14. Bor nazariyasi Ridberg doimiysini Plank doimiysi bilan empirik bog'laydi. Uning ifodasini tuzing.

6.15.  $e$ ,  $m$ ,  $h$  universal doimiyliklardan Ridberg doimiysini tuzing. U qanday birlikka ega? Son qiymatini toping.

6.16. Mavzuning 6.3-rasmda sathlar va o'tishlar diagrammasi tasvirlangan. quyidagi o'tishlar uchun  $\omega_{03}$ ,  $\omega_{12}$ ,  $\omega_{01}$  chastotalarga ifodasini tuzing.

6.17. Quyida atomning spektrial chiziqlari uchun o'lchangan to'liq sonlar ( $\text{sm}^{-1}$ ) da keltirilgan.

$$\tilde{\nu}_1=82258,27; \tilde{\nu}_2=97491,28; \tilde{\nu}_3=102822,84; \tilde{\nu}_4=105290,58;$$

$$\tilde{\nu}_5=15232,97; \tilde{\nu}_6=20564,57; \tilde{\nu}_7=23032,31; \tilde{\nu}_8=5331,52;$$

$$\tilde{\nu}_9=7799,30; \tilde{\nu}_{10}=2469,0.$$

a) Rittsning kombinatsion prinsipini tasdiqlovchi hollarni (ikkita to'liq sonlar farqi) toping;

b) hamma chiziqlar beshta termni kombinatsiyasidan hosil bo'lishini ko'rsating va term chizmasi va o'tishlari diagrammasini chizing.

6.18. Term uchun oddiy formula toping.

6.19. To'liq uzunligi  $\lambda_1=102,60\text{ nm}$  va  $\lambda_2=97,27\text{ nm}$  bo'lgan chiziqlar Layman seriyasiga tegishli. Shu chiziqlarga to'g'ri kelgan chastotalar farqiga to'g'ri kelgan atom vodorodini spektrial chizig'ini to'liq uzunligini toping.

6.20. 100 m qalinlikda bo'lgan dengizning yuqori qatlamidagi suvda luminestsensiya xususiyatiga ega bo'lgan bakteriyalarning konsentratsiyasi  $5 \cdot 10^4$  1/l. Har bir bakteriya har sekundda  $10^4$  foton chiqaradi. Fotonning to'liq uzunligi 3,5  $\mu\text{m}$ . Yuzasi 1  $\text{km}^2$  va qalinligi 100 m bo'lgan suv qatlamida mavjud bo'lgan bakteriyalarni barchasini hosil qilgan yorug'likning quvvatini toping.

## **VII BOB**

### **Mavzu: ATOMNING BARQARORLIGI. BOR MODEL VA UNING QO'LLANILISHI**

#### **Reja:**

- 7.1. Atomning klassik nazariyasi. Rezerfordning planetar modeli.**
- 7.2. Vodorod atomi uchun yadro modeli.**
- 7.3. Bor postulatları.**
- 7.4. Bor modeli va energetik holatlar.**
- 7.5. Ridberg doimiyligi va spektral seriyalar.**
- 7.6. Borning moslik prinsipi.**

#### **ADABIYOTLAR**

1. А.Н.Матвеев Атомная физика, М., Высшая школа, 1989.
2. Д.И.Блохинцев Основы квантовой механики, У 1961.
3. А.А.Соколов, Ю.М.Лоскутов, И.У.Тернов Квантовая механика, М., 1962.
4. Э.А.Нерсесов Основные законы атомной и ядерной физики, М.,1988.
5. N.Bohr - Phil. Mg., 1913. v. 26, p. 1 (оригинал).

**Masalaning qo'yilishi.** O'tgan mavzularda biz asosan yorug'likni kvant nazariyasi haqida suhbat yuritdik. Endi atomning ham energetik holatlarini kvantlanganligini ko'rsatishga vaqt keldi. Bu mavzuda atomning dastlabki modellari haqida so'z boradi. Asosan Rezerford modeli va Bor modeli haqida batafsil to'xtalamiz. Bor nazariyasi asosida yorug'likni kvant nazariyasi, spektral chiziqlar xususiyati va Rezerford modeli umumlashtiriladi. Bor nazariyasi asosida yuqorida keltirilgan muammolar oson tushuntiriladi.

Bu mavzuni o'tishdan asosiy maqsad atomlarning, umuman olganda mikrodunyo sistemalarini kvantlanganligini ko'rsatish; atomdagi tezliklar, radiuslar, harakat miqdori momentlar va energiyalarni diskret, xarakterda ekanligini ko'rsatish va ularni miqdori qiymatlarini topadigan formulalarni berish. Talabani dunyo tug'risidagi kvant tasavvuri boyitish bosh maqsaddir.

**Mavzu qahramonlari**

➤ Jozef Jon Tomson (1856–1940). 24 yoshida Manchester va Kembridj universitetlarini bitirgan va Kaventdsh laboratoriyasiga rahbarlik qilgan. 1897-yilda elektronni kashf etdi, atomning birinchi modelini yaratdi, magnit va elektrmaydonga harakat qilayotgan elektronlarning harakati uchun nazariya yaratdi, 1906-yilda o'tkazgichlarga oid ishlari uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'ldi.

➤ Ernest Rezerford (1871–1937). Yadro fizika fanining asoschisi. 1895-yilda Yangizelandiya universitetida o'qigan, 1895-yilda Angliyaga qaytib Manchester universitetida ishlagan. 1898-yil Kanadada ishlagan. 1899-yilda alfa va betta-nurlarni ochgan. 1907-yilda Angliyaga qaytib Manchester universitetida ishlagan. 1911-yilda atomni planetar modelini yaratgan. 1908-yilda Rezerford Nobel mukofoti bilan taqdirlangan.

## VII bob. ATOMNING BARQARORLIGI. BOR MODELI VA UNING QO'LLANILISHI

### 7.1. Atomning klassik nazariyasi. Rezerfordning planetar modeli

**Atomning klassik nazariyasi.** Rezerfordning planetar modeli. Klassik fizika tasavvurida turib tushuntirib berib bo'lmaydigan muammolardan yana biri atomning barqarorligi masalasi bo'lib, u o'z navbatida atom tuzilishiga bog'liq. Atomning barqarorligi haqidagi masalani hal qilish uni tarkibi va ichki strukturasi bilishga taqaladi. Nurlanish jarayonida chiziqli spektrlarni paydo bo'lishini atomga dahl-dorligi o'sha davr fiziklari uchun ayon edi. Shuning uchun atomning elementar zarra bo'lmay, murakkab tuzilishga ega ekanligiga ular shubha qilmas edilar. Shu bilan birga atom tarkibiga elektron ham taalluqli degan fikrga ishonar edilar. Shunga qaramay atom tuzilishi haqida aniq bir nazariya yo'q edi.

Atom nazariyasini yaratish uchun, atomni fizik sistema sifatida tasavvur qiladigan fizik model zarur edi. Atomning eng birinchi modeli 1903-yilda ingliz fizigi Jozef Jon Tomson tomonidan berildi, shu yilning o'zida nemis fizigi Filipp Lenard atom uchun o'z modelini berdi. Sal keyinroq yapon olimi K.Nagaoko o'zining atom modelini taklif etdi.

J.Tomson modeliga ko'ra, atom juda kichkina sharcha bo'lib (diametri  $10^{-10}m$ ) uning butun hajmi bo'ylab bir tekisda musbat zaryadlar taqsimlangan; bu musbat elektr suyuqligining ayrim nuqtalarida elektronlar joylashgan. Elektronlarning soni shundayki, atomning yig'indi zaryadini nolga tenglashtiradi; boshqacha aytganda atomning elektr jihatidan neytralligini ta'minlaydi. Biror sababga ko'ra, elektron o'z muvozanat holatidan chetlashganda, uni muvozanat holatiga qaytaruvchi kvazielastik kuch hosil bo'ladi. Bu kuchning miqdori elektronning ko'chishiga proporsional. Natijada, atom ichida elektronlarning garmonik tebranishi vujudga keladi. Maksvell nazariyasiga binoan garmonik tebranishda harakat qilayotgan elektronlarning tebranish chastotasiga teng bo'lgan chastotada monoxromatik elektromagnit nurlanishi chiqaradi. Tomson o'z modeliga tayanib atomning xarakterli alomati bo'lgan ularning nurlanish spektridagi chiziqli xarakterini tushuntirib berdi. Tomson modeliga asolanib G.A.Lorents dispersiyasini elektron nazariyasini yaratdi. Bu nazariya normal va anomal dispersi-

yalarni to'g'ri tushuntirib berdi. Keyinroq Tomson modeliga o'xshagan yadroning proton-elektron modeli yaratildi. O'z davrida Tomson modeli fizikada katta e'tiborga ega bo'ldi, biroq u ko'pga cho'zilmadi.

Lenard modeliga ko'ra har xil modda atomlari har xil sondagi yagona tashkil etuvchilardan iborat. Lenard modeli ham muvaffaqiyat qozonmadi.

Yapon olimi Nagaokoga taalluqli atom modeliga ko'ra atom katta massali musbat zaryad atrofida aniq oraliqlardagi aylana bo'ylab elektron joylashgan ko'rinishga ega. Bu model atomning planetar modeliga o'xshagan bo'lib, faqat uning dinamikasi yo'q edi.

Demak, atom fizikasi oldidagi muammo aslida neytral atom ichki tuzilishida musbat va manfiy zarralarning mavjudligi va ularning atom ichida taqsimlanishini xarakterlashini talab qiladi.

Nihoyat 1911-yilda buyuk ingliz fizigi Ernest Rezerford o'zining shogirdlari G.Geyger va E.Marsden bilan birgalikda alfa zarralarni yupqa metall zarlarida sochilishini eksperimental o'rganib, yuqorida aytilgan barcha modellarni asossizligini ko'rsatdi va ko'p o'tmay atomning planetar modelini yaratdi. Hozirgi paytda bu model atomning yadro modeli ham deb yuritiladi. Rezerfordning planetar modelini yaratilishi atom fizikasini o'rganishda va yadro fizikasi fanini vujudga kelishida katta burilish yasadi.

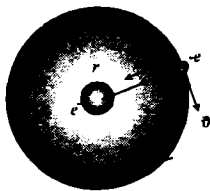
Rezerford modeliga ko'ra atom markazida juda kichik massiv yadro joylashgan bo'lib, uning zaryadi  $+Ze$  ga teng. Atomning deyarli barcha massasi yadroda mujassamlashgan bo'lib, uning atrofida doiraviy yoki elliptik orbitalarda elektronlar harakat qiladilar. Atomning diametri  $\sim 10^{-10} m$  atrofida bo'lib, u yadroning o'lchamidan ( $\sim 10^{-15} m$ ) 100000 marta katta. Elektron bilan yadro oralig'i ulkan vakuum bo'shlig'idan iborat bo'lib, atomning ichi ulkan kosmosdan iborat. Atomning Rezerford modeli ko'p jihatdan Quyosh sistemasining tuzilishiga o'xshagan bo'lgani uchun ko'pincha atomning planetar modeli deb ham atashadi. Atomning planetar modeli o'z mohiyati jihatidan dinamik model bo'lib, yuqorida sanab o'tilgan barcha statik modellardan tubdan farq qiladi.

## 7.2. Vodorod atomi uchun yadro modeli

Oddiylik uchun, faraz qilaylik. Massasi  $m$  va zaryadi  $-e$  bo'lgan elektron zaryadi  $+e$  bo'lgan proton (yadro) atrofida doiraviy orbita bo'ylab tekis harakat qilayotgan bo'lsin. Protonning massasi elektronning massasidan 1836 marta katta bo'lgani uchun birinchi qarashda protonning harakatini e'tiborga olmaymiz. 7.1-rasmda proton atrofida doiraviy orbita bo'ylab aylanayotgan elektronning chizmasi tasvirlangan.

Elektronning orbitada tutib turuvchi kuch – bu proton bilan elektron orasidagi Kulon tortilish kuchidir. Bu kuch

$$F_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}, \quad (7.1)$$



7.1-rasm.

bunda  $r$  – elektronning doiraviy orbitasining radiusi. Nyutonning ikkinchi qonuniga binoan elektron tezlanish oladi, ya'ni

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \quad (7.2)$$

bunda  $a$ , – markazga intilma tezlanish.

(7.2) tenglamadan elektronni kinetik energiyasi

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \quad (7.3)$$

ekanligini topamiz.

Sistemaning potensial energiyasi (7.1) ga ko'ra

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}. \quad (7.4)$$

(7.4) ifodadagi «minus» ishorasi berilgan sistemada itarilish kuchini emas, balki elektronni protonga tortilish kuchini xarakterlaydi:

Sistemaning to'la energiyasi

$$E = K + U = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}, \quad (7.5)$$

bunda, «minus» ishora sistemani bog'langanligini anglatadi.

Vodorod atomi uchun  $E$ -elektronning bog'lanish energiyasi bo'lib, u atomdan elektronni butunlay chiqarib yuborish uchun kerak bo'lgan eng kichik energiyani xarakterlaydi. Uni atomni ionlashtirish energiyasi deb ham atashadi. Vodorod atomi uchun bog'lanish energiyasi 13,53 eV ga tengligi eksperimentdan ma'lum. Bu miqdorni (7.5) tenglamaga qo'ysak, orbita radiusi  $r$  ni topish mumkin bo'ladi. Hisob  $r=0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,53 \text{ \AA}$  ekanligini ko'rsatadi. Bu kattalikni Bor radiusi deyiladi, uning qiymati, boshqa eksperimental metodlar yordamida olingan qiymatlar bilan yaxshi mos tushadi.

Elektronni orbita bo'ylab aylanish chastotasi  $f$  – chiziqli  $v$  bilan bog'langan, ya'ni

$$v = \omega r = 2\pi f r, \quad (7.6)$$

bu ifodani (7.3) ga qo'ysak  $m(2\pi fr)^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$ , bundan elektronning orbita bo'ylab aylanish chastotasi

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m r^3}} \quad (7.7)$$

ga teng.

(7.7) munosabatga  $e$ ,  $m$  va  $r$  ni qiymatlarini qo'yib  $f \approx 6,7 \cdot 10^{15}$  Gs ekanligini topamiz. Rezerfordning planetar modeli negizida atom tuzilishini tushuntirishda ma'lum yutuqlarga erishilganiga qaramay, bir qator juda muhim masalalar turardiki, ularni klassik nazariya pozitsiyasida turib umuman tushuntirib bo'lmaz edi.

Klassik elektrodinamika qonunlariga ko'ra:

1. Tezlanishli harakat qilayotgan har qanday zaryadlangan zarra, uzluksiz ravishda elektromagnit nurlanishi kerak.

2. Mazkur nurlanishning chastotasi  $\nu$ , yadro atrofida aylanayotgan zarraning aylanish chastotasi  $f$  ga teng bo'lishi kerak, ya'ni  $\nu = f$

Ushbu modelga ko'ra atomning to'la energiyasi vaqt o'tishi bilan kamayishi, aylanish chastotasi esa uzluksiz o'sishi kerak. Oddiy hisobga ko'ra  $10^{-9}$  s vaqt ichida elektron yadroga tushib qolishi kerak bo'ladi.

Ikkinchi tomonidan, haqiqatan ham bu model to'g'ri bo'lsa, vodorod atomining optik spektri ham uzluksiz bo'lishi kerak, afsuski bunday emas, chunki bu xulosa eksperiment natijalariga ziddir.

Ikkala xulosa ham eksperiment natijalariga mutlaqo zid: atom barqaror sistema, atom spektrlari uzlukli, chiziqlidir.

Ko'rib turibsizki, vodorodning planetar modeli atomning barqarorligi va chiziqli spektrlar muammosini umuman hal qila olmadi. Shu sababgan ko'ra undan voz kechishga to'g'ri keldi.

### 7.3. Bor postulatları

Daniyalik Nils Bor o'z oldiga juda katta vazifani qo'ydi. U bir yo'la uchta vazifani hal qilishga kirishdi. Spektroskopiyadagi chiziqli spektrlarni, yorug'likni kvantlardan tuzilganligini va Rezerfordni yadro modelini bir nuqtayi nazardan tushuntira bera oladigan nazariya yaratishni maqsad qildi. Turlicha bo'lgan tajriba natijalarni yagona ilmiy nuqtayi nazardan tushuntirish uchun klassik fizikani kuchi etmas edi. Bu masalani hal etish uchun yangicha fikr, yangicha tasavvur kerak edi. Buni anglagan Bor tez orada o'zining postulatlarini berdi.

1911-yilda Nils Bor Kopengagenda doktorlik unvoniga sazovor bo'ldi. O'z ilmiy ishlarini davom ettirish maqsadida u Angliyaga keldi. Uning ilmiy ishlariga J. Tomson va Ernest Rezerford rahbarlik qildi. Bor Rezerfordni planetar  $m$ -odelini darrov qabul qildi va tez orada atomning yangi modelini yaratdi. Bu modelni asosi sifatida quyidagi postulatlarini asos qilib oldi. Planetar modelni tuzatish uchun Bor postulatlarini:

1. Elektron vodorod atomi-ning protoni atrofida Kulon kuchlari ta'sirida va Nyutonning ikkinchi qonuniga mos ravishda doiraviy orbitada tekis harakat qiladi.

2. Atomda elektron istalgan orbitalarda ham harakat qilavermaydi. Mumkin bo'lgan orbitalardan faqat elektronning impuls momenti

$$L = m \vartheta r = n \frac{\hbar}{2\pi} = n \hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (7.8)$$

shartiga bo'ysungan orbitalargina ruxsat etilgandir, bunda  $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$  j.s.

3. Ruxsat etilgan orbitada harakat qilayotgan elektron uchun, atom o'zidan energiya chiqarmaydi.

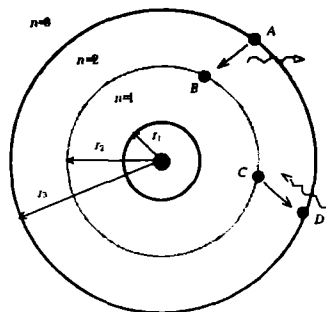
4. Energiyasi  $E_i$  bo'lgan orbitadan energiyasi  $E_f$  bo'lgan orbitaga elektron o'tganda ( $E_i > E_f$ ) atom chastotasi

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} \quad (7.9)$$

ga teng bo'lgan foton chiqaradi. Ma-

salan, 7.2-rasmda elektron  $n = 3$  orbitadan  $n = 2$  orbitaga (AB o'tish)

o'tganda  $\nu = \frac{E_3 - E_2}{h}$  chastotaga ega bo'lgan foton chiqaradi.



7.2-rasm.

Bu chiqarish spektrini diskretligini xarakterlaydi. Aksincha elektron  $n = 2$  orbitadan  $n = 3$  orbitaga o'tganda (CD o'tish) atomi  $h\nu = E_3 - E_2$  energiyaga ega bo'lgan fotonni yutadi. Yutilish spektri shunday tushuntiriladi.

#### 7.4. Bor modeli va energetik holatlar

Bor o'zining modelini yaratishda Rezerford modelini asos qilib oldi. Borning birinchi postulati bu Rezerfordni modeli bo'lib, sistema-

ning to'la energiyasi planetar modeldan olingan natijaga teng:

$$E = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$$

Borning ikkinchi postulati, klassik tasavvurga batomom

zid bo'lib, impuls momenti  $L = mvr = n\hbar$ ,  $n = 1, 2, 3$ , bo'lishidir.

Klassik fizikada impuls momentini spektri uzluksiz xarakterga ega ya'ni  $L$  istalgan qiymatni qabul qilishi mumkin. (7.8) tenglamadan ko'rinadiki, impuls momenti kvantlangan va uning qiymati faqat  $\hbar, 2\hbar, 3\hbar, \dots$  qiymatlarnigina olishi mumkin. Bu postuladni statsionar orbitalarni kvantlash sharti deb ham atashadi.

Borning uchunchi postulatiga binoan (7.8) jarayoni qanoatlantiradigan impuls momentiga ega bo'lgan kvant holatida yotgan atom nur chiqarmaydi. Bu postulat elektromagnit nazariyasiga ziddir. O'zidan nur chiqarmaydigan atomning bu holatlarini statsionar (turg'un) holatlar deyiladi.  $n=1$  qiymatga mos bo'lgan energiyaning eng kichik qiymati to'g'ri kelgan holat asosiy yoki normal holat deyiladi. Atom asosan asosiy energetik holatda bo'ladi.  $n=2, 3, 4, \dots$  qiymatlarga mos kelgan energetik holatlarni atomning uyg'ongan holatlari deyiladi. Nima uchun atom statsionar holatda bo'lganda, u energiya chiqarmasligini Bor modeli tushuntirib bera olmaydi. Bu postulat sifatida qabul qilingan. Bundan tashqari elektronni yadro atrofida orbita bo'ylab harakatlanishini ham eksperimentda kuzatib bo'lmaydi. Bu qiyinchiliklarni yechimi kvant yoki to'liq mexanika doirasida hal qilinadi.

(7.8) tenglamadan elektronning chiziqli tezligi.

$$v = \frac{n\hbar}{mr} \quad (7.10)$$

ni topamiz. Bu chiziqli tezlikni (7.3) tenglamaga qo'ysak, elektronning kinetik energiyasi  $\frac{1}{2} m \left( \frac{n\hbar}{mr} \right)^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$  ga teng bo'ladi va bundan, statsionar orbitaning radiusi

$$r = r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (7.11)$$

ni topamiz.

Asosiy holat ( $n = 1$ ) uchun

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2} = 0,53 \text{ \AA} \quad (7.12)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

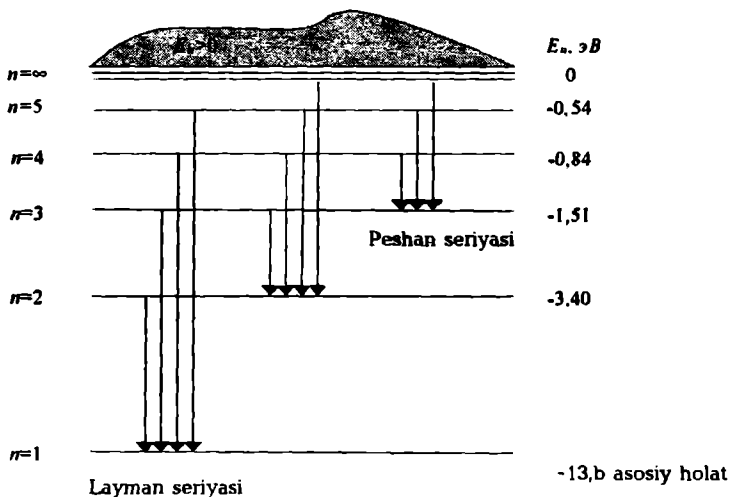
Ko'rib turibsizki, bu natija planetar model (7.5) tenglamasidan olingan atom radiusiga teng.  $r_1$  ni Bor radiusi deyiladi. (7.11) formuladan

$$r_n = n^2 r_1 \quad (7.13)$$

Statsionar orbitalarning radiusi butun sonlar (orbita raqamlari) kvadratiga proporsional bo'lib, ular kvantlangan.  $n$ -ni bosh kvant soni deyiladi. Orbitalarning radiusi  $r_1, 4r_1, 9r_1, \dots$  mos ravishda birinchi Bor radiusdan oson topiladi.

Statsionar orbitalarda harakat qilayotgan elektronlarning tezligini topish uchun (7.11) ni (7.10) ga qo'yamiz. Vodorod atomining birinchi orbitasida harakat qilayotgan elektron tezligi  $\sim 10^6 \frac{M}{c}$  ga tengdir.

Bundan chiqadiki atom fizikasida Nyuton mexanikasini munosabatlarini qo'llasa bo'ladi.



7.3-rasm.

Borning uchinchi postulatidan atom energiyasini kvantlanishi kelib chiqadi (7.5) tenglamadagi  $r$  ni o'rniga (7.11) ni keltirib qo'ysak

$$E = E_n = -\frac{m e^4}{32 \pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \left( \frac{1}{n^2} \right) \quad (7.14)$$

bo'ladi. «Minus» ishora sistemani bog'langanligini ko'rsatadi. Shunday qilib (7.14) tenglama atomning energiyasini kvantlanishini xarakterlaydi. Ruqsat etilgan energiyalar qiymati (7.14) formula yordamida aniqlanadi. (14) tenglamaga massa va zaryadni qiymatlarini qo'yib ( $m = 9.4 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ kg}$ ).

$$E_n = \frac{13,6}{n^2} eV, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (7.15)$$

ni olamiz.

Vodorod atomi uchun eng kichik energiya  $n = 1$  ga to'g'ri keladi, ya'ni  $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ . (7.15) dan ko'rinadiki, sathni raqami ortishi bilan yoki orbita radiusini ortishi bilan atom energiyasi ortadi (energiyaning absolut qiymati kamayadi).  $n = \infty$  ga mos kelgan energiyani maksimal qiymati  $E_\infty = 0$

Atom energiyasini kvantlanishini energetik sathlar ko'rinishida tasvir etish qulay 7.3-rasmda vodorod atomi uchun energetik sathlarni diagrammasi keltirilgan. Gorizontall chiziqlar yordamida vodorod atomining ruxsat etilgan holatlarini energiya qiymatlari berilgan.  $n$  ni ortishi bilan va  $n = \infty$  kelishi bilan energetik holatlar bir-biriga yaqinlashib boradilar va oxirida qo'shilib ketadilar. Pirovardida  $n = \infty$  da uzluksiz spektr hosil bo'ladi. Bu natija klassik planetar model va moslik prinsipi bilan mos tushadi.  $n = \infty$  da energiyalarni qo'shilgan joyida  $E > 0$  bo'ladi. Sistema endi bog'lanmagan bo'lib, elektron ozod bo'ladi.

(7.15) dan ko'ramizki, atom asosiy holatda bo'lganda, undan elektronni uzib olish uchun zarur bo'lgan energiya  $13,6 \text{ eV}$  ga teng. Demak,  $E_{\text{bog}}$  - bog'lanish energiyasi,  $E_{\text{ion}}$  - ionizatsiya energiyasi asosiy holatdagi vodorod atomi uchun  $E_{\text{bog}} = E_{\text{ion}} = 13,6 \text{ eV}$ .

Energetik sathlarni diagrammasidan quyidagi muhim ta'riflar kelib chiqadi.  $E_{\text{uy}}$  - uyg'onish energiyasi deb atomni asosiy holatdan uyg'ongan holatlaridan biriga o'tish uchun atomga beriladigan energiyani tushuniladi. Masalan,  $E_{\text{uyg}} = -3,40 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 10,2 \text{ eV}$   $n = 2$  mos kelgan birinchi uyg'onish holatining uyg'onish energiyasidir.

$E_{\text{ion}}$  - ionlashtirish energiyasi deb asosiy holatda yotgan atomdan elektronni uzib olish tushuniladi. 7.3-rasmdan  $E_{\text{ion}} = 13,6 \text{ eV}$ .

$E_{\text{bog}}$  - berilgan holat uchun bog'lanish energiyasi bo'lib, berilgan uyg'ongan holatdan elektronni uzoqlashtirish energiyasi tushuniladi. Masalan,  $n = 2$  holat uchun  $E_{\text{bog}} = 3,4 \text{ eV}$ .

Bor modeli vodorod atomi va vodorodsimon atomlar spektrini juda yaxshi tushuntirib berdi.

## 7.5. Ridberg doimiyligi va spektrial seriyalar

Borning to'rtinchi postulatiga ko'ra elektron energiyasi  $E_i$  bo'lgan dastlabki  $n_i$  holatdan energiyasi  $E_f$  bo'lgan boshqa  $n_f$  holatga o't-

ganda, atom o'zidan foton chiqaradi. Bor formulasiga ko'ra fotonning chastotasi

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{E_i - E_f}{2\pi\hbar}, \quad E_i > E_f \quad (7.16)$$

formula bilan topiladi. Energiya uchun yozilgan (7.14) formuladan foydalanib, (7.16) ni qo'yidagicha yozamiz:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\epsilon_0^2} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (7.17)$$

bu tenglamadan nurlangan fotonning to'lqin uzunligi

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\epsilon_0^2 c} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (7.18)$$

ga teng. (7.18) tenglama oldingi bobda tanishgan spektral seriyalarning formulasiga o'xshash. Agar  $n_i = n$  va  $n_f = 1$  desak, (7.18) tenglama Layman seriyasini ifodalovchi Laymanning empirik formulasiga; agar  $n_f = 2$  desak Balmer seriyasiga va h.k. ga keladi. Bundan chiqadiki, nazariy jihatdan

$$R = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\epsilon_0^2 c} \quad (7.19)$$

ifoda Ridberg doimiyligiga teng bo'lishi kerak. (7.18) ni

$$\frac{1}{\lambda} = R = \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (7.20)$$

urinishda yozsak spektral seriyalar uchun yozilgan formulalarni hosil qilamiz. (7.19) ifodaga kattaliklarni barcha son qiymatlarini qo'ysak  $R = 1,0974 \cdot 10^7 \cdot \text{m}^{-1}$  ga teng va eksperimentdan olingan empirik  $R$  ga tengdir.

Sathlar energiyasini quyidagi ko'rinishda yozib  $n_i$  va  $n_f$  - stasionar sathlar orasidagi o'tish jarayonida hisoblab foton energiyasini elektronvoltida

$$E_i - E_f = 13,6 \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (7.21)$$

ifodalash mumkin.

(7.4) rasmda  $n = 2, 3, 4, \dots$  holatlardan  $n = 1$  asosida holatga o'tish  $n = 3, 4, 5, \dots$  holatlardan  $n = 2$  holatga o'tish va  $n = 4, 5, 6, \dots$  holatlardan  $n = 3$  holatga tasvirlangan. Manfiy energiyaga ega bo'lgan holatlar

orasidagi o'tishlar spektr hosil qiladi. Musbat energiyani ( $E > 0$ ) holat bilan ( $E < 0$ ) manfiy energiyali holatlar orasidagi o'tishda uzulksiz spektr hosil bo'ladi.

**Vodorod atomi uchun Bor nazariyasidan  
kelib chiqqan asosiy formulalar**

7.1-jadval

| Kattaliklar              | Birligi  | Vodorod atomi                                                                            |
|--------------------------|----------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| Orbita radiusi           | $M$      | $r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$                   |
| To'la energiya           | $eV$     | $E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}$ |
| Ridberg doimiysi         | $m^{-1}$ | $R = -\frac{me^4}{64\pi^3\epsilon_0^2\hbar^3 c}$                                         |
| To'lqin son<br>(uzunlik) | $m^{-1}$ | $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$                 |
| Chastota                 | $Gs$     | $\nu = Rc \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$                              |
| Kvant energiyasi         | $eV$     | $\epsilon = E_i - E_f = \nu = 13,6 \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$     |

### 7.6. Bor modeli va moslik prinsipi

1920-yilda Bor moslik prinsipi g'oyasini berdi. Bu prinsipga ko'ra fizikada yaratilgan har qanday yangi nazariya pirovardida ma'lum bir yaqinlashishlarda klassik fizikada tasdiqlangan unga mos nazariyaga kelishi kerak.

Borning moslik prinsipini katta kvant sonlari uchun qo'llaymiz. Katta kvant sonlarda nurlangan fotonlarning chastotasi klassik planetar modelidagi elektronlarning yadro atrofidan aylanishining teng bo'lishini ko'rib chiqamiz.

Klassik nazariyaga ko'ra orbitada elektronning aylanish chastotasi  

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m r^3}}$$
 Bor modeliga binoan statsionar orbitalarning radiusi  

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{me^2}$$
. Bu kattalikni chastotalar formulasiga qo'ysak:

$$f = \frac{me^4}{64\pi^2\epsilon_0^2\hbar^3} \cdot \frac{2}{n^3} \quad (7.22)$$

ni olamiz. Borga ko'ra elektron  $n_i$  holatdan  $n_f$  holatga o'tganda nurlangan foton chastotasi

$$\nu = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\epsilon_0^2} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (7.23)$$

Bu ifodani quyidagicha yozamiz:

$$\nu = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\epsilon_0^2} \frac{(n_i^2 - n_f^2)}{n_f^2 n_i^2} \quad (7.24)$$

$n_i$  va  $n_f$  ni bir-biriga juda yaqin va juda katta qiymatlarida

$$\begin{aligned} n_i - n_f &= \Delta n \\ n_i + n_f &= 2n_f = 2n \\ n_f^2 n_i^2 &= n^4 \end{aligned} \quad (7.25)$$

ni yozish mumkin. (7.25) tenglamalarni hisobga olib (7.24) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$\nu = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\epsilon_0^2} \cdot \frac{2\Delta n}{n^3} \quad (7.26)$$

$\Delta n = 1$  bo'lganda (7.26) ifoda bilan mos tushadi  $\Delta n = 2, 3, 4, \dots$  da asosiy chastotani garmonikalarini olamiz.

Shunday qilib katta kvant sonlarda  $f = \nu$  bo'lib, elektronning yadro atrofida aylanish chastotasi, nurlanish chastotasiga teng bo'ladi. Mikrodunyo uchun bo'lgan Bor modeli  $n$  ni katta qiymatlarida makrodunyo natijalarini beradi. Bundan chiqadiki, Bor modelini makrodunyo masalasiga qo'llasak ham bo'ladi. Bu jihatdan moslik prinsipini falsafiy ma'nosi chuqur ma'noga egadir.

**SAVOLLAR**

1. Atomnig qanday klassik modellarini bilasiz?
2. Atomni barqarorligi deganda nimani tushunasiz?
3. Atomning Tomson modeliga ko'ra chiziqli spektrni tushuntirsa bo'ladimi?
4. Nagaoko modeli Tomson va planetar modeldan nimasi bilan farq qiladi?
5. Atom uchun Rezerford modelini tushuntiring?
6. Rezerford modelidan kelib chiqib vodorod atomi uchun to'la energiya, kinetik energiya. Potensial energiya, orbita radiusi formulalarini yozing.
7. Chiziqli chastota formulasini yozing.
8. Planetar modelni kamchiliklari haqida gapirib bering.
9. Bor postulatlarini aytib bering.
10. Chiqarish va yutilish spektri uchun Bor postulatini tushuntiring.
11. Borni ikkinchi postulatidan foydalanib, elektronning orbitadan tezligi, energiyasi, orbita radiusi formulalarini yozing.
12. Asosiy va uyg'ongan energetik holatlar haqida gapiring.
13. Uyg'ongan holatlar uchun orbita radiusini Bor radiusi orqali yozing.
14. Uyg'ongan holatlar uchun orbita energiyasini asosiy holat energiyasi orqali yozing.
15. Vodorod atomi uchun energetik diagramma tuzing.
16. Uyg'onish energiyasi, bog'lanish energiyasi, ionlash energiyasini tushuntiring.
17.  $n=3$  uchun uyg'onish energiyasiga hisoblang va uni tushuntiring.
18. Ridberg doimiyligini Bor modelidan kelib chiqib yozing.
19. O'tish jarayonida hosil bo'lgan foton energiyasini energetik holatlar orqali elektrovolt birligida yozing.
20. 7.3-rasmga ko'ra qachon uzluksiz spektr va qachon diskret spektr hosil bo'lishini tushuntiring.
21. Borning moslik prinsipiga ta'rif bering.
22. Borni moslik prinsipidan kelib chiqib  $v=f$  ekanligini ko'rsating.
23. Borni moslik prinsipiga qanday falsafiy qarash yotadi.
24. Bu ma'ruzadan so'ng sizda olam haqida qanday tasavvur paydo bo'ldi.

**Masalalar**

7.1. Vodorod atomida proton atrofida aylanayotgan elektron uchun Rezerfordning planetar modelini qo'llang va quyidagi kattaliklarni toping:

- elektronning burchak chastotasini;
- uning chiziqli tezligini;
- markazga intilma tezlanishini;
- markazga intilma kuchni;
- uning kinetik energiyasini (eV);
- atomning potensial energiyasini (eV);
- to'la energiyani;
- atomning ionlashtirish energiyasini (eV);
- elektron bilan proton orasidagi Kulon kuchini;
- elektron bilan proton orasidagi gravitatsion kuchini;
- kulon kuchi bilan gravitatsion tortish kuchini taqqoslang.

Hisoblangan ma'lumotlarga ko'ra o'z fikringizni bildiring.

7.2. 7.1-masala shartiga Bor modelini qo'llang va Borning kvantlash shartidan foydalanib quyidagi kattaliklarni toping:

- $n$ -doiraviy orbitani  $r_n$  – radiusini;
- $n$ - orbitada aylanayotgan elektronning  $u_n$  – tezligini;
- elektronning  $K_n$  – kinetik energiyasini;
- atomning potensial  $U_n$  – energiyasini;
- elektronning  $E_n$  – to'la energiyasini toping.

Olingan ifodalarni  $\alpha$  – nozik struktura doimiysi orqali yozing. Bor modelidan olingan natijalarni Rezerford modelidan olingan natijalar bilan taqqoslang. Bu modeller orasidagi asosiy farq nimada?

7.3. Fundamental fizikaviy doimiyliklar to'plamidan va kattaliklarni birligi nuqtayi nazardan zaryadi ze ga teng bo'lgan vodorodsimon ionlar uchun elektronning tezligi, energiyasi va orbita radiusi uchun ifodalar tuzing. Olingan natijalarni 7.2-masala natijalari bilan taqqoslang.

7.4. Vodorod atomining asosiy va uyg'ongan energetik sathlari ( $n=1,2,3,4,5$ ) uchun orbita radiuslari, elektronning chiziqli tezliklari va elektronning to'la energiyalarini hisoblang. Vodorod atomi uchun energetik sathlar diagrammasini masshtabda chizing.

7.5. Klassik elektrodinamikaning qonunlariga binoan elektron qaysi bir Bor orbitalaridan (birinchi yoki ikkinchi) kuchliroq nurlanadi? Necha marta ko'p?

7.6. Vodorod atomi uchun masshtabda energetik sathlarni chizing va unda Layman, Pashen, Balmer seriyasini beruvchi o'tishlarni ko'rsating. Seriyani bosh chizig'i va seriyani chegaralovchi qisqa to'lqinlarga javob beruvchi o'tishlarni ko'rsating.

7.7. 7.6-masaladagi vodorod atomining energetik sathlar diagrammasidan foydalanib Layman seriyasining dastlabki uchta chizig'i uchun to'lqin uzunliklarni va chastotalarni mos ravishda hisoblang. Bu nurlanishlar elektromagnit spektrlari shkalasining qaysi sohasiga to'g'ri keladi? Bizning ko'zimizga ular ko'rinadimi?

7.8. 7.6-masaladagi vodorod atomining energetik sathlar diagrammasidan foydalanib Balmer seriyasining dastlabki uchta chizig'i uchun to'liq uzunliklarni va chastotalarni mos ravishda hisoblang. Bu nurlanishlar elektromagnit spektrlari shkalasining qaysi sohasiga to'g'ri keladi? Bizning ko'zimizga ular ko'rinadimi? Nima uchun?

7.9. 7.6-masaladagi vodorod atomining energetik sathlar diagrammasidan foydalanib Pashen seriyasining dastlabki uchta chizig'i uchun to'liq uzunliklarni va chastotalarni mos ravishda hisoblang. Bu nurlanishlar elektromagnit spektrlari shkalasining qaysi sohasiga to'g'ri keladi? Bizning ko'zimizga ular ko'rinadimi? Nima uchun?

7.10. Vodorod atomining sathlari uchun 
$$E_n = -\frac{2\pi\hbar^2}{n^2} \cdot R$$

(bunda R - Ridberg doimiysi) ifoda o'rinli ekanligini ko'rsating.

7.11. Vodorod atomida elektron  $n=5$  holatdan  $n=1$  holatga o'tganda chiqqan foton energiyasi va impulsini toping. Shuning tepki atomining tezligi va impulsini hisoblang.

7.12. Vodorod atomi uchun keltirilgan energetik sathlar diagrammasidan foydalanib berilgan holatlar uchun  $E_{uyg'}$  - uyg'onish energiyasi,  $E_{bog'}$  - bog'lanish energiyasi,  $E_{ion}$  - ionlashtirish energiyasi kabi tushunchalarga izoh bering. Har qanday  $n$  uchun  $E_{ion} = E_{uyg'} + E_{bog'}$  o'rinli ekanligini ko'rsating.  $n=4$  uchun uyg'onish energiyasini hisoblang.

7.13. Balmer formulasidan foydalanib  $(n+1)$  - Bor orbitasidan  $n$  - Bor orbitasiga o'tishdagi nurlanish chastotasi  $\nu_{n+1}, \nu_n$  uchun  $n \rightarrow \infty$  da  $n$ -nchi Bor orbitasidagi elektronning aylanish chastotasini  $\omega_n$  ga intilishini ko'rsating.

7.14. Vodorod atomi spektridagi rezonans chiziqlarining to'liq uzunligi  $\lambda_r = 121,5 \text{ nm}$ , Balmer seriyasining to'liq uzunligi  $\lambda_\infty = 360 \text{ nm}$  bo'lsa, vodorod atomining ionlashtirish potensialini toping.

7.15. Nuqtaviy zaryad nurlanishining quvvati 
$$W = \left( \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \right) c^2 \cdot |\dot{\mathbf{v}}|^2 / c^3$$

formula bilan ifodalanadi. Elektronning orbital radiusi  $r_0 = 10^{-10} \text{ m}$  bo'lsa, klassik nazariyaga asoslanib atomning yashash vaqtini chama-lang.

7.16. Vodorod atomida elektron bog'lanish energiyasi  $0,54 \text{ eV}$  bo'lgan holatdan uyg'onish energiyasi  $10,2 \text{ eV}$  holatga o'tdi. Bu holatlarga mos keluvchi kvant sonlarini toping; o'tish jarayonida hosil bo'lgan fotonning to'liq uzunligini toping; bu chiziq qaysi spektrial seriyaga tegishli?

7.17. Birinchi, ikkinchi va uchinchi Bor orbitalari uchun vodorod atomida elektronning to'la energiyasini elektronvoltlarda hisoblang.

Chiqqan natijadan foydalanib vodorodning uyg'ongan atomi uchun birinchi kritik potentsialni hisoblang.

7.18. Energiyasi 12,1 eV bo'lgan foton asosiy holatda yotgan atom tomonidan yutildi. Uyg'ongan atom holati uchun kvant sonini toping.

7.19. Umumiy massa markazi atrofida aylanayotgan elektron bilan pozitronidan tashkil topgan sistemani pozitroniy deyiladi. Pozitronning massasi elektronning massasiga teng. Pozitroniy asosiy holatda bo'lganda elektron bilan pozitron orasidagi masofani toping. Ionlashtirish potentsialini toping.

7.20. Mezoatom (Vodorodsimon atom bo'lib, elektronning o'rni  $\mu$ -mezon yadro atrofida aylanadi) uchun birinchi Bor radiusi, bog'lanish energiyasi, asosiy holat va birinchi uyg'onish holati potentsialini toping. Myuonning tinchlikdagi massasi  $m_\mu = 207m_e$ .

7.21. Radiusi  $0,53 \cdot 10^{-10}$  bo'lgan orbitada proton atrofida harakat qilayotgan elektron klassik elektrodinamika formulasiga binoan nurlanishi tufayli energiya yo'qotadi va yadroga tushib qoladi. Elektronning yadroga tushib qolish vaqtini hisoblang.

7.22. Bor nazariyasidan foydalanib vodorod atomi uchun Ridberg doimiysi formulasini keltirib chiqaring.

7.23. Uyg'ongan vodorod atomining radiusi 1,0 mm ga teng bo'ldi deylik. Radiusi bunday bo'lgan orbita uchun kvant soni nechaga teng? Bu orbitadagi elektronning energiyasi-chi?

7.24. Bor atomi uchun norelativistik formulalar o'rinlimi? Mulo-hazangizni asosiy holatda yotgan vodorod atomidagi elektron tezligini yorug'lik tezligi  $c$  - ulushida tasdiqlang.

7.25. Atomdagi holatlarni va xossalarni tavsiflash uchun norelativistik kvant mexanika asoslari yetarlimi? Javobingizni tasdiqlang.

7.26. Yarim klassik nazariya asosida vodorod atomida bog'lanish energiyasini chamlang va uni Ridberg doimiysi orqali ifodalang. Proton og'irligini cheksiz deb hisoblang.

7.27. Vodorod atomining asosiy holati uchun ionlashtirish energiyasi va asosiy holat energiyasi deganda nimani tushunasiz? Ularni miqdori nimaga teng?

7.28. Bor orbitasida harakat qilayotgan elektron tezligini nozik struktura doimiysi  $\alpha$  va yorug'lik tezligi  $c$  orqali yozing.

7.29. Bor orbitasida harakat qilayotgan elektronning kinetik energiyasi  $K$  ni va potentsial energiyani Ridberg doimiysi orqali ifodalang. Proton og'irligini cheksiz deb hisoblang.

7.30. Balmer seriyasini dastlabki  $N=20$  chizig'ini ajratuvchi spek-trial asbobning eng kichik ajrata olish qobiliyati  $\Delta\lambda/\lambda$  ni hisoblang.

7.31. Bor radiusi va Ridberg doimiysini  $m$ ,  $h$ , va  $e$  - fundamental doimiyliklar orqali yozing.

7.32. Qo'shni energetik sathlar orasidagi masofani ( $E_n$ ) xarakterlovchi nozik struktura ifodasini yozing va uni izohlang.

7.33. Avvalgi masala natijasidan foydalanib  $E_f$  ni nozik struktura doimiysi  $\alpha$  va Ridberg doimiysi orqali ifodalang. Nima uchun bunday ifodalash qulay?

7.34.  $E_f=0$  bo'lishi uchun 7.32-masalada qaysi kattalik cheksizga intilishi kerak? Nima uchun  $E_f$  ni energetik sathlarining asosiy strukturalari uchun relativistik tuzatish deb ataladi?

7.35.  $n$  ning juda katta qiymatlarida ikkita qo'shni orbitalarning ( $n$  va  $(n-1)$  kvant sonlari bilan) radiuslari orasidagi farq

$$\Delta r = r_n - r_{n-1} \approx \frac{2r_n}{n}$$

munosabatni qanoatlantirishini ko'rsating.

7.36. Borning moslik prinsipi o'rinli bo'lishi uchun qanday shartlar bajarilishi kerak? Bu shartlar bir-biriga ekvivalentmi?

7.37.  $n$  ning juda katta qiymatlari uchun elektron  $n$  sathdan  $n-1$  sathga o'tganda vodorod atomidan chiqayotgan yorug'lik chastotasi

$$\nu = \frac{v}{2\pi r_n}$$

ga teng ekanligini ko'rsating. Bunda  $v$  – nurlanish chastotasi,  $v$  – elektron tezligi,  $r_n$  – orbita radiusi.

7.38. Bor nazariyasiga binoan hisoblangan nurlanish chastotasi  $\nu$  moslik prinsipiga ko'ra elektronning orbita bo'ylab aylanish chastotasi  $f$  ga teng ekanligini ko'rsating. Nima uchun bu holda chastotalar moslik prinsipiga bo'ysunadi.

7.39. Moslik prinsipi klassik nazariya bilan kvant nazariya orasida «ko'prik» vazifasini o'tay oladimi? Javobingizni izohlang.

7.40. Moslik prinsip mazmuni nimada?

## **VIII BOB**

### **Mavzu: VODORODSIMON ATOMLAR UCHUN BOR MODEL. BOR NAZARIYASINING EKSPERIMENTAL TASDIG'I**

Reja:

- 8.1. Vodorodsimon atomlar. Pikering seriyasi.**
- 8.2. Yadro harakatiga tuzatish.**
- 8.3. Elastik va noelastik sochilish**
- 8.4. Frank-Gerts tajribasi.**

## **ADABIYOTLAR**

1. Д.И.Блокинцев. Основы квантовой физики. М.: «Высшая школа», 1961.
2. А.Н. Матвеев. Атомная физика. М.: «Высшая школа», 1989.
3. А.А.Соколов, Ю.М.Лоскутов, И.М.Тернов. Квантовая механика. М.: -1962.
4. Э.В.Шпольский. Атомная физика. М.: - 1960.
5. Г.Герцберг. Атомные спектры и строение атомов. М.: «ИЛ», 1949.
6. Г.Герцберг. Спектры и строение двух атомных молекул. М.: «ИЛ», - 1949.
7. М.В.Волькенштейн. Строение молекул. М.: «Наука», 1967.
8. N.Bohr - Phil. Mag., 1913. v. 26, p. 1 (оригинал).

**Masalaning qo'yilishi:** Bor nazariyasining yaratilishi atom tuzilishini o'rganishda eng katta qadam bo'ldi. U vodorod atomi tuzilishi, chiziqli spektrlarni juda yaxshi tushuntirib berdi. Lekin shu chiziqlarning intensivligini hisoblash yo'lini ko'rsatmadi. Bor nazariyasi vodorod atomidan keyin kelgan geliy atomini tushuntirishga qurbi etmadi. Biroq Bor nazariyasi vodorodsimon atomlar spektrini to'g'ri tushuntira oldi. Shu sababli bu mavzuda bir karrali ionlashgan geliy atomi Bor nazariyasi doirasida tahlil qilinadi. Shu bilan birga bu mavzuda yadro harakatini inobatga olgan Bor nazariyasiga ham e'tibor berildi. So'ngra Frank-Gerts tajribasi orqali atomning statsionar holatlari haqiqatdan ham mavjud ekanligi haqida so'z yuritiladi.

Bu mavzuni o'tishdan asosiy maqsad Bor modelini vodorodsimon atomlarga tatbiq etish orqali Bor nazariyasining muvaffaqiyatini ko'r-

satish; vodorod atomida yadro (proton) ning harakatini e'tiborga olib Bor nazariyasiga tuzatish kiritish; statsionar energetik holatlarining mavjudligini eksperimental tasdiqlash.

**Mavzu qahramonlari:**

1. Nils Xendrik David Bor (1886–1962) Kopengagenda fiziologiya professori oilasida tug'ilgan. 1911-yilda doktorlik dissertatsiyasini yoqlagan, 1914-yilda Bor Manchester universitetida o'qituvchilik qilgan. 1920-yilda Bor Berlinga kelgan, Plank va Gerts bilan tanishgan. 1922-yilda Bor elementlarning davriy sistemasini nazariy asoslagan. Borning nazariyasi bo'yicha 71-element Gafniy ochilgan. 1927-yilda to'ldiruvchi prinsipini yaratgan. Yadro fizikasini rivojlanishida Bor katta xissa qo'shdi. 1938-yilda yadroning tomchi modeli va tarkibiy modelini berdi. 1939-yilda yadroning bo'linish nazariyasini yaratdi. 1943-yilda hokimiyatga Gitler kelgandan so'ng Daniyadan Shvetsiyaga, so'ng Angliyaga qochishga majbur bo'ldi. Yadro bombasi yaratilishida qatnashdi. 1922-yilda atom strukturasi va nurlanishdagi izlashlari uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'ldi.

2. G.K.Yuri deteriy atomini kashf etganligi uchun 1934-yilda kimyo fani bo'yicha Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

3. Jeyms Frank (1882–1964) Gamburgda (Olmoniya) tug'ilgan. Geydelberg universitetida 1901–1902 yilda, so'ng 1906-yilda Berlin universitetini bitirgan. 1920–1933 yillarda Gettingen shahridagi Fizika institutida direktorlik qilgan. 1925-yilda Gerts bilan birgalikda energetik sathlarni eksperimental kashf etgani uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

4. Gustav Lyudvig Gerts (1887–1975) – Olmoniyaning Gamburg shahrida tug'ilgan. «Fillips» firmasining fizika laboratoriyasida ishlagan. «Simens» firmasining ilmiy tadqiqot laboratoriyasiga rahbarlik qilgan. Leypsigdagi fizika institutida rektor bo'lgan. 1925-yilda Frank bilan birgalikda atomni diskret sathlarini eksperimental tasdiqlagani uchun Nobel mukofoti olgan.

## VIII bob. VODORODSIMON ATOMLAR UCHUN BOR MODEL. BOR NAZARIYASINING EKSPERIMENTAL TASDIG'I

### 8.1. Vodorodsimon atomlar. Pikering seriyasi

Bor nazariyasi atom tuzilishi nazariyasini rivojlantirishda katta qadam bo'ldi. Yuqorida ko'rdikki, Bor nazariyasi vodorod atomining spektral chiziqlari chastotalarini to'g'ri tavsiflab bera oldi. Davriy sistemaning vodorod atomidan keyin joylashgan geliy atomi uchun Bor nazariyasining kuchi o'tmadi. Lekin Bor nazariyasini vodorodsimon atomlarga muvoffaqiyat bilan qo'llash mumkin.

Zaryadi  $Ze$  ga teng yadro va bitta elektrondan tashkil topgan atomlar *vodorodsimon atomlar* deb ataladi. Masalan, bir karrali ionlashgan geliy atomi  $He^+$  ( $z=2$ ), ikki karrali ionlashgan litiy atomi  $Li^{++}$  ( $z=3$ ) yoki uch karrali ionlashgan berilliy atomi  $Be^{+++}$  vodorodsimon atomlardir.

Vodorodsimon atom uchun Nyutonning ikkinchi qonuniga ko'ra

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (8.1)$$

Ikkinchi muhim tenglama Bor nazariyasiga asosan

$$L = mvr = n\hbar \quad (8.2)$$

bo'ladi. 8.1-jadvalda vodorod atomi va vodorodsimon atom uchun xarakterli tenglamalari keltirilgan. Bu tenglamalarda vodorod atomi uchun yozilgan  $e^2$  kattalik vodorodsimon atomlar uchun  $Ze^2$  kattalikka almashtirilgan.

Jadvaldan ko'ramizki  $n$ -kvant sonining berilgan qiymati uchun vodorodsimon atomlarning elektron orbitalarining radiusi vodorod atomining elektron orbitasi radiusidan  $z$  marta kichik,  $E_n$  energiyadan mos qiymatlari esa (absolyut qiymatiga ko'ra)  $z^2$  marta katta. Masalan, bir karra ionlashgan geliy atomi  $He^+$  ( $z=2$ ) uchun: asosiy holat energiyasi  $E_1 = -\frac{13,6}{1^2} \cdot 2^2 = -54,4 \text{ eV}$  ( $n=1$ ). Birinchi uyg'onish holati

( $n=2$ ) uchun  $E_2 = -\frac{13,6}{2^2} \cdot 2^2 = -13,6 \text{ eV}$  Ikkinchi uyg'onish holati

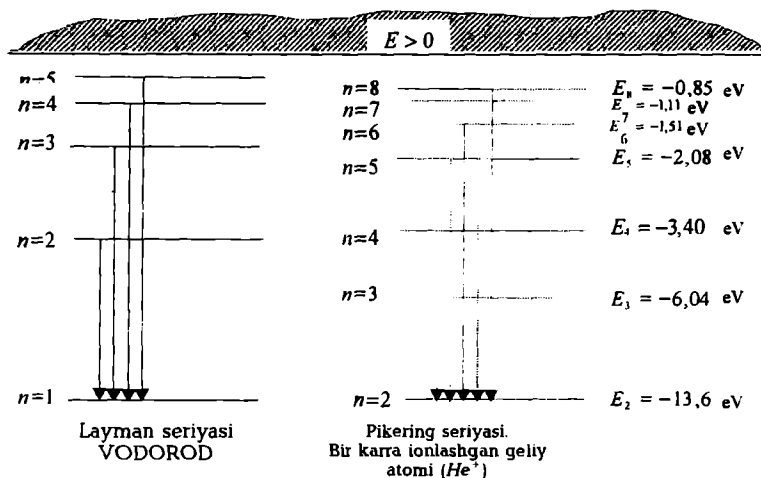
( $n=3$ ) uchun  $E_3 = -\frac{13,6}{3^2} \cdot 2^2 = -6,04 \text{ eV}$  Qizig'i shundaki  $n=2,4,6$  va

h.k.ga to'g'ri kelgan energetik sathlarning energiya qiymati vodorod atomining  $n=1,2,3$  va h.k. holatdan energetik qiymatlariga teng. Bundan chiqadiki  $He^+$  atomida elektron  $n=4$  sathdan  $n=2$  sathga o'tganda chiqilgan fotonning to'liq uzunligi vodorod atomida elektron  $n=2$  sathdan  $n=1$  sathga o'tganda chiqargan fotonning to'liq uzunligiga teng bo'ladi. Bu o'tishlar 8.1-rasmda ko'rsatilgan rasmdan ko'rib turibsizki vodorod atomi uchun berilgan Layman seriyalarining ( $n=1$  ga o'tish) ko'p chiziqlari  $He^+$  atomidagi Pikering seriyasidagi ( $n=2$  sathga o'tish) o'tish chiziqlariga mos keladi. Bu voqea ko'p tadqiqotchi spektroskopistlarni ko'p chalg'itgan. 8.1-jadvaldan ko'ra-sizki  $He^+$  uchun Ridberg doimiyligi ham vodorodning Ridbergidan  $Z^2$

marta katta,  $\gamma$  holda  $n_i \rightarrow n_f$  o'tish to'liq son  $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$  ham  $Z^2$  marta kattadir.

8.1-jadval

| Vodorod atomi                                                                            | Vodorodsimon atomlar                                                                         | Yadro harakatiga tuzatish                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} \cdot n^2, m$                                  | $r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{mze^2} \cdot n^2, m$                                     | $r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{\mu e^2} \cdot n^2, m$                           |
| $E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}$ | $E_n = -\frac{mze^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6z^2}{n^2}$ | $E_n = \frac{\mu e^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \text{ eV}$    |
| $R = \frac{me^4}{64\pi^3\epsilon_0^2\hbar^3c}, m^{-1}$                                   | $R = \frac{mze^4}{64\pi^3\epsilon_0^2\hbar^3c} = Rz^2, m^{-1}$                               | $R_\mu = -\frac{\mu e^4}{64\pi^3\epsilon_0^2\hbar^3c}, m^{-1}$                       |
| $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), m^{-1}$         | $\frac{1}{\lambda} = Rz^2 \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), m^{-1}$          | $\frac{1}{\lambda} = R_\mu \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), m^{-1}$ |
| $\nu = Rc \cdot \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \text{gs}$             | $\nu = Rc z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \text{gs}$             | $\nu = R_\mu \cdot c \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), m^{-1}$       |



8.1-rasm.

## 8.2. Yadro harakatiga tuzatish

Bor nazariyasida massiv yadroni qo'zg'almas deb faraz qildik. Vodorod atomining aniq modelida yadroning harakati ham inobatga olinadi. Massasi  $m$  bo'lgan elektron va massasi  $M$  bo'lgan proton massa markazi  $k$  deb atalgan nuqta atrofida aylanadilar (8.2-rasm)  $r_e$  va  $r_n$  – elektron va yadroni mos ravishda massa markazigacha bo'lgan masofalar. 8.2-rasmga ko'ra

$$I = I_e + I_n \quad (8.3)$$

Massa markazi ta'rifiga binoan

$$Mr_n = mr_e \quad (8.4)$$

(8.3) va (8.4) ni  $r_e$  va  $r_n$  ga nisbatan echsak

$$r_e = \left( \frac{M}{M+m} \right) r \quad (8.5)$$

$$r_n = \left( \frac{m}{M+m} \right) r \quad (8.6)$$

lar kelib chiqadi. Borni ikkinchi postulatiga muvofiq, massa markaziga nisbatan to'la impuls momenti

$$L = M\vartheta_n r_n + m\vartheta_e r_e = n\hbar \quad (8.7)$$

ga teng. Bunda  $V_n = \omega r_n$  va  $V_e = \omega r_e$  yadro va elektronning chiziqli tezliklari. (8.7) ni

$$L = M\omega r_n^2 + m\omega r_e^2 = n\hbar \quad (8.8)$$

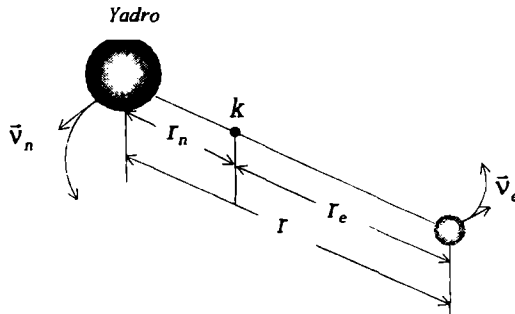
ko'rinishda yozamiz. (8.8) ga (8.5) va (8.8)ni olib kelib qo'ysak

$$\mu \omega r^2 = n\hbar \quad (8.9)$$

formulaga ega bo'lamiz. Bunda

$$\mu = \frac{mM}{m+M} \quad (8.10)$$

larni olamiz.  $\mu$  – keltirilgan massa deyiladi.



8.2-rasm. Yadroning harakati.

(8.9) formuladagi  $\omega$  ni o'rniga  $\frac{v}{r}$  ni qo'ysak, u holda statsionar holatlar uchun

$$L = \mu \omega r^2 = n\hbar \quad (8.11)$$

o'rinli bo'ladi. Bu formula (7.8) formulaga o'xshash bo'lib, faqat elektronning massasi o'rniga keltirilgan massa  $\mu$  yozilgan.

Vodorod atomining potentsial energiyasi

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

ga teng, kinetik energiyasi esa

$$K = \frac{1}{2} m v_e^2 + \frac{1}{2} M v_n^2 = \frac{\omega^2}{2} (m r_e^2 + M r_n^2)$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Ushbu formulada biroz almashtirishlar qilib

$$K = \frac{1}{2} \mu \omega^2 r^2 \quad (8.12)$$

ko'rinishdagi tenglamaga ega bo'lamiz.

Enda (7.2) formulani yadro harakatini e'tiborga olgan holda yozamiz:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v_e^2}{r_e} = m \omega^2 r_e$$

Bu formulaga (8.5) dagi  $r_e$  ni qo'ysak,

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{Mm}{M+m} \omega^2 r$$

va uni

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \mu \omega^2 r \quad (8.13)$$

ko'rinishga keltiramiz.  $\omega$  ni o'rniga (8.9) ifodani qo'ysak

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = \mu \frac{n^2 \hbar^2}{\mu^2 r^4} r$$

ni olamiz va bundan

$$r_n = r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{\mu e^2} \quad (8.14)$$

ni topamiz.

(8.14) formula (7.11) formulaning xuddi o'zi bo'lib, unda (8.14) dagi  $m$  ni o'rniga faqat  $\mu$  yozilgan. Yadro harakatiga tuzatish inobatga olinganda vodorod atomining statsionar orbitalarining radiusi (8.14) formula bilan topiladi.

Yadro harakatiga tuzatish kiritganda elektronning kinetik energiyasi (8.12) bo'lgani uchun vodorod atomining to'la energiyasi

$$E_n = -\frac{\mu e^2}{32\pi^2\epsilon_0\hbar^2} \frac{1}{n^2} : \text{eV} \quad (8.15)$$

formula bilan aniqlanadi.

Xuddi shunga o'xshagan ifodalarni Ridberg doimiysi va elektron o'tishda chiqqan fotonning chastotasi va to'lqin uzunligiga ham yozish mumkin:

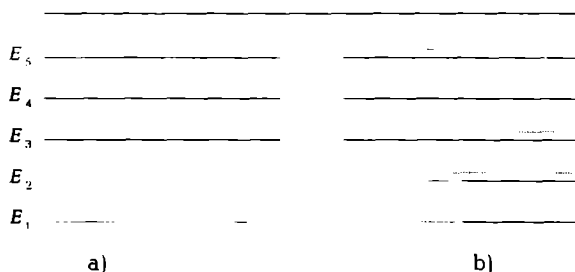
$$R_\mu = -\frac{\mu e^4}{64\pi^3\epsilon_0\hbar^3 c}, \quad m^{-1} \quad (8.16)$$

$$\nu = \frac{\mu e^4}{64\pi^3 \epsilon_0 \hbar^3} \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right), \text{ Gs} \quad (8.17)$$

$$\nu = \frac{\mu e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3 c} \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right), \text{ m}^{-1} \quad (8.18)$$

Vodorod atomi uchun yadro harakatiga tuzatish kiritilgan formulalar 8.1-jadvalda keltirilgan.

Yadro harakatini tuzatishni hisobga olgan tenglamalar 1 jadvalda keltirilgan. Yadroni harakatiga tuzatish keltirilgan va yadroni harakatiga tuzatish keltira olmagan energetik sathlar 8.3-rasmda tasvirlangan.



8.3-rasm.

Yadroning harakatini hisobga olgan energetik sathlar  $E_\infty = 0$  (8.3, b-rasm) tomonga ozgina siljigan. Amerika fizigi G.K.Yuri  $R_{\mu D} > R_\mu$  dan foydalanib deyteriyni kashf etdi.

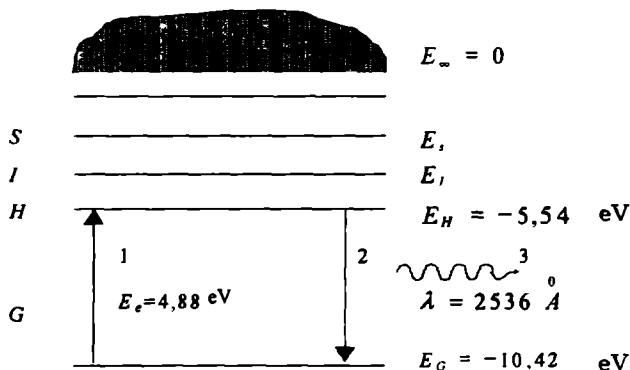
1934-yilda deyteriyni kashf etilganligi munosabati bilan Yuriga kimyo bo'yicha Nobel mukofoti berildi.

### 8.3. Elastik va noelastik to'qnashish

Bor nazariyasida postulat sifatida berilgan diskret statsionar (turg'un) holatlarning mavjudligini bevosita tasdiqlovchi eksperiment Jems Frank va Gustav Gerts tajribasi bo'ldi. Bu tajribaning xulosalarini yaxshi tushunish maqsadida qisqa ravishda atomning uyg'onishi va «optik» sathlar orasida elektron o'tishlar masalasini ko'rib chiqamiz.

Shuni eslatish lozimki, boshlang'ich kinetik energiyaning o'zgarishiga qarab, to'qnashishlar elastik va noelastik turga ajraladi. Agar

ikki zarraning to'qnashish jarayonida ularning boshlang'ich kinetik energiyalarining yig'indisi to'qnashish sodir bo'lgandan keyingi kinetik energiyalari yig'indisiga teng bo'lsa, garchi jarayondan keyin energiya boshqacha taqsimlangan bo'lsa ham, bu jarayonni elastik to'qnashish deyiladi.



8.4-rasm. Simob atomining spektri.

Aks holda, agar to'qnashish jarayoni boshlang'ich kinetik energiya-ning bir qismi to'qnashuvchi zarralardan birining ichki energiyasini o'zgartirishga sarf bo'lsa, bunday jarayon noelastik jarayon deb yuritiladi.

Simob atomi  $^{202}_{80}\text{Hg}$  kabi og'ir atomlarning ichki qobiqlarida joylangan elektron yadroning elektrostatik tortishi bilan qattiq bog'langan. Shuning uchun ularni atomdan «uzib» olish uchun katta energiya kerak. Bu elektronlarni bog'lanish energiyasi bir necha ming elektron voltga etadi. Tashqi (valentli) elektronlari esa yadro bilan kuchsiz bog'langan. Ularning bog'lanish energiyasi birqancha elektron voltga teng. Frank Gerts tajribasida faqat tashqi (valentli) elektronlar "qatnashadi" Simob atomining elektroni uchun mos bo'lgan shunday sathlar 8.3-rasmda keltirilgan. Bu energetik sathlarni optik sathlar deb ataladi, chunki ular orasidagi istalgan o'tishda to'lqin uzunligi ko'zga ko'ringan sohaga fotonlarning chiqishi yoki yutilishi ko'riladi.

Rasmdan ko'ramizki asosiy holatdagi (G) valentli elektronning energiyasi  $E_G = -10,42$  eV Boshqa energetik holatlar H, I, S va ha-kozo uyg'ongan holatlarni aks etiradi. Birinchi uyg'ongan holat (H) energiyasi:  $E_H = -5,54$  eV. Asosiy holatda birinchi uyg'ongan holatga elektroni o'tishi uchun zarur bo'lgan energiya (8.3-rasmda 1-

chiziq) teng:  $E_e = E_H - E_G = -5,54 \text{ eV} - (-10,42 \text{ eV}) = 4,88 \text{ eV}$ ; bu energiya simob atomining birinchi kritik potentsiyali deb ataladi. Qandaydir sabablar ta'sirida simob atomi birinchi uyg'ongan holatga o'tgan bo'lsa, elektron juda qisqa paytda ( $\approx 10^{-8} \text{ c}$ ) yana asosiy holatiga (2-chiziq) qaytadi. Bu o'tish jarayonida energiyasi  $E_e = 4,88 \text{ eV}$  ga,

to'lqin uzunligi  $\lambda = \frac{hc}{E_e} = 2536 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  ga teng bo'lgan foton nurla-

nadi (3-to'lqinsimon chiziq). Rasmdan ko'riamizki simob atomining ionizatsiya energiyasi  $10,42 \text{ eV}$  ga teng.

Past bosimda bo'lgan simob bug'idan sekin harakatlanayotgan elektronlar dastasi o'tayotgan bo'lsin. Agar elektronlarning kinetik energiyasi  $4,88 \text{ eV}$  dan kam bo'lsa, u holda bu elektronlarning simob atomi bilan to'qnashishi elastik bo'ladi, chunki elektronni ilgarilanma harakatining kinetik energiyasi o'zgarmaydi.

Elektronlarning kinetik energiyasini bir qismini yo'qotishi

$$\Delta K = \frac{4mM}{(m+M)^2} K \approx \frac{4m}{M} K \quad (8.19)$$

formula bilan aniqlanadi. Bunda,  $m$ -elektron massasi,  $M$ -simob atomining massasi,  $K = \frac{1}{2} m v^2$  elektronning dastlabki energiyasi.

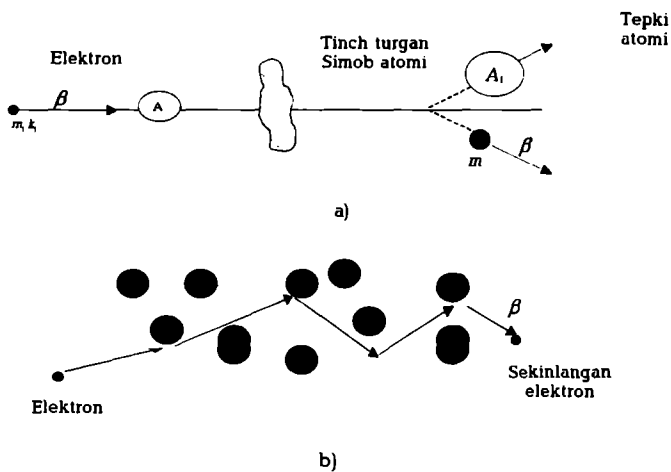
$m \ll M$  bo'lgani uchun  $\Delta K$  yo'qotish energiyasi juda kam.  $\Delta K$  ni miqdori shunchalik kamki, elektron to'la to'xtaguncha juda ko'p to'qnashuvlarga uchraydi va uning traektoriyasi egri-bugri bo'ladi (8.5b-rasmga qarang).

Agar elektronning kinetik energiyasi  $E_H - E_G = 4,88 \text{ eV}$  dan katta bo'lsa, u holda noelastik sochilish hosil bo'lishi mumkin, natijada elektron kinetik energiyasining bir qismi simob atomiga o'tadi va mazkur atom asosiy holatdan  $E_H$  energiyaga ega bo'lgan birinchi uyg'onish holatiga o'tadi. Noelastik sochilish sodir bo'lganidan so'ng elektronni  $K_2$  kinetik energiyasi  $K_2 = K_1 - (E_H - E_G) = K_1 - 4,88 \text{ eV}$  ga teng bo'ladi.

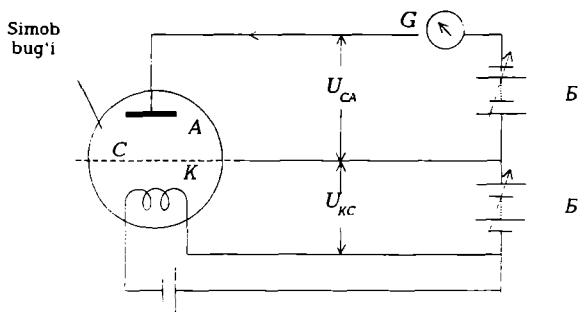
Modomiki, uyg'ongan holatdagi atomning umri juda qisqa bo'lgani ( $\approx 10^{-8} \text{ c}$ ) uchun, to'qnashishdan so'ng, darrov  $A^*$  uyg'ongan atom asosiy holatga o'tadi. Bu o'tishda energiyasi  $E_H - E_G = 4,88 \text{ eV}$  va to'lqin uzunligi  $\lambda = 2536 \text{ \AA}$  ga teng bo'lgan foton hosil bo'ladi.

Agar bombardimon qilayotgan elektronning  $K_1$  energiyasi  $4,88 \text{ eV}$  dan uncha katta bo'lmasa, u holda  $K_2 < 4,88 \text{ eV}$  va noelastik sochilish

boshqa ro'y bermaydi. Bu degani, elektronni atom bilan to'qnashishlari elastik bo'ladi. Agar  $K \gg 4,88 \text{ eV}$  bo'lsa, u taqdirda  $K_2 \gg 4,88 \text{ eV}$  va noelastik sochilish qaytariladi.



8.5-rasm. Noelastik sochilish.



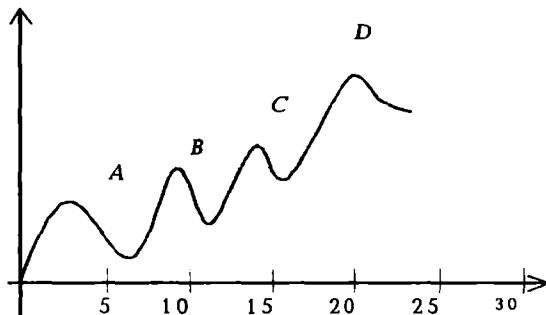
8.6-rasm. Franc-Gerts qurilmasi.

### 8.4. Frank va Gerts tajribasi

Yuqorida ko'rib o'tilgan to'qnashish mexanizmi 1913 yilda Frank va Gerts tajribalarida tekshirildi.

8.5-rasmda tajriba qurilmasining chizmasi tasvirlangan. K – katod, S – o'r va A – anoddan iborat trubka ichiga  $150^{\circ}\text{C}$  temperaturadagi past bosimli simob bug'i kirgizilgan. Katod bilan to'r orasidagi tezlan-tiruvchi  $V_{kc}$  – potentsial farqni 0 dan 60 V gacha o'zgartirish mumkin. Anod bilan to'r orasidagi maydonni sekinlantiruvchi (to'xtatish poten-siali) potentsial farq  $V_{CA} \approx 0,5 \text{ eV}$  Anod tokini o'lchash uchun juda sezgir ( $\approx 10^{-9} \text{ A}$ ) galvanometr anod zanjiriga ketma-ket ulangan.

Anod toki  $i_G$  ni tezlashtiruvchi potentsial  $V_{kc}$  ga bog'liqlik grafigi 8.7-rasmda tasvirlangan. Anod tokining boshlang'ich qismi istalgan elektron lampaning volt-ampere xarakteristikasiga xos ko'rinishga ega. Lekin rasmda ko'rib turibmizki  $V_c = 4,9 \text{ V}$  da tok keskin pasaygan, so'ngra yana monoton o'sgan.  $V_c$  ning 4,9 V dan katta qiymatlarda tokning sustroq sakrashi kuzatilgan. Rasmdagi  $i_G$  va  $V_{kc}$  ni bunday bog'lanishning quyidagicha tushuntirish mumkin. Katoddan uchib chiqayotgan elektronning harakatini ko'raylik. Energiyasi 4,88 eV dan sal katta energiyaga ega bo'lgan elektronlar simob atomi bilan uchrashganda noelastik sochiladilar.



8.7-rasm.

Natijada elektronlarning energiyasi nihoyatda kamayib ketadi va to'xtatuvchi maydondan ( $\approx 0,5 \text{ V}$ ) o'ta olmaydilar va anodga yetib bormaydilar. Pirovardida anod toki keskin kamayib ketadi. Agar tez-

lantiruvchi potensial  $V$  ni yana 4,9 V ga oshirsak, elektronlar yana bitta noelastik sochilishga duchor bo'ladilar va bu holda o'zlarini energiyasini batomom yo'qotishlari mumkin. Buni ikkinchi keskin pasayish ( $V_c \approx 15$  V) tushuntiradi. Bu pasayish birinchi pasayishiga nisbatan keskinroq bo'ladi. Shunday qilib, uchinchi keskin pasayish uchunchi noelastik to'qnashishni xarakterlaydi va hakoza. Birinchi uyg'onish potentsiali rezonans potensial deb ataladi va u atomning eng past energetik sathdan (asosiy holatdan) unga qo'shni yuqorigi energetik sathga (birinchi uyg'onish holatiga) o'tishga mos keladi. Bu tajribani spektrial tahlili shuni ko'rsatadiki, simob bug'ini chiqarish chizig'ining to'lqin uzunligi  $2536 \text{ \AA}$  ga teng, ya'ni bu to'lqin uzunlik simob atomining birinchi uyg'ongan holatidan asosiy holatga o'tishdagi fotonning to'lqin uzunligiga teng. Energetik birlikda, bu sathlar orasidaga farq 4,9 eV ga to'g'ri keladi. Shunday qilib, Frank va Gerts tajribasi atomlarda diskret statsionar energetik holatlar mavjudligini bevosita isbotladi. Bu ajoyib qilingan tajriba uchun D.Frank va Gerts 1925-yilda fizika bo'yicha Nobel mukofotiga sazovor bo'ldilar.

### SAVOLLAR

- Vodordsimon atomlar deb nimaga aytiladi?
- Vodorodsimon atomlar uchun  $r_n$ ,  $E_n$ ,  $R$  va  $\frac{1}{\lambda}$  formulalarini yozing va tushuntiring.
- $He^+$  atomi uchun  $r_n$ ,  $E_n$ ,  $R$  va  $\frac{1}{\lambda}$  larni yozing.
- $He^+$  atomi uchun Ridberg doimiylikini son qiymatini toping.
- $He^+$  atomi uchun  $n=1,2,3, \dots, 8$  ga energetik sathlar hisoblang.  $H$  va  $H^+$  uchun energetik sathlarni chizing.
- $H$  va  $He^+$  energetik sathlarini taqqoslang va o'z fikringizni bering.
- $L^{2+}$  atomi uchun energetik sathlarni chizing. Ridberg doimiylikni hisoblang.
- Bir karrali ionlashgan  $He^+$  atomi uchun ikkinchi kritik potensialini hisoblang. Bu uyg'ongan holatlardan asosiy holatga o'tganda chiqqan fotonlarning to'lqin uzunligini hisoblang.
- Keltirilgan massa formulasini yozing va tushuntiring.
- Yadro harakatiga tuzatish deganda nimani tushunasiz?
- Yadroning harakatini hisobga olgan holda impuls momentini formulasini yozing.

➤ Yadroning harakatiga tuzatish kiritgandagi  $r_n$ ,  $E_n$ ,  $R$  va  $\frac{1}{\lambda}$  ni

yoziq.

➤ Yadroni tuzatish hisobga olgan energetik sathlar diagrammasini chizing va uni tuzatish hisobga olmagan holdan energetik diagramma bilan taqqoslang.

➤ Deyterini kashf qilishda Yuri nimaga e'tiborini qaratdi?

➤ Elastik va noelastik sochilish deb nimaga aytiladi?

➤  ${}^{252}_{80}\text{He}$  simob atomi uchun energetik sathi diagrammasini chizing.

➤ Birinchi uyg'ongan holat uchun uyg'onish energiyasi qanchaga teng?

➤ Birinchi kritik potensial deb nimaga aytiladi?

➤ Elastik sochilish uchun kinetik energiyani bir qismi yo'qolishi qanday topiladi?

➤ Noelastik sochilish uchun reaksiya chizmasini chizing va tushuntiring.

➤ Frank va Gertsni eksperimental qurilmasini chizing va tushuntiring.

➤ Frank va Gerts tajribasida olgan volt-amper xarakteristikasini chizing va tushuntiring.

➤ Frank va Gertsiga nima uchun Nobel mukofoti berildi va qachon?

## MASALALAR

➤ Ma'ruza-dagi 8.1-jadvaldan foydalanib (yadro harakatiga tuzatishni e'tiborga olmang) bir karrali ionlashgan  $\text{He}^+$  atomi uchun Ridberg doimiysini toping.  $n=1,2,3,4,5,6,7,8$  lar uchun orbita radiuslari  $r_n$  ni va statsionar energetik sathlar  $-E_n$  ni hisoblang.  $\text{He}^+$  va vodorod atomi uchun energetik sathlar diagrammasini chizing va ularni taqqoslang.

➤ 8.1 masalani shartini ikki karrali ionlashgan  $\text{Li}^{2+}$  - litiy atomi uchun qo'llang.  $\text{Li}^{2+}$  - uchun energetik sathlar diagrammasini chizing. Uni  $\text{He}^+$  va H lar diagrammasi bilan solishtiring. Olgan tasavvuringizni tushuntiring.

➤ Bor nazariyasidan foydalanib  $\text{He}^+$  ionining  $n=1,2,3$  orbitalari uchun radiusni, elektronning aylanish chastotasi, chiziqli tezligini, sistemaning to'la energiyasini, impuls momentini va  $v/c$  ni hisoblang.

➤  $\text{Li}^{2+}$  - ioni uchun Borni kvantlash qoidasidan foydalanib  $n=1,2,3$  orbitalar uchun quydagi kattaliklarini toping:

1. Orbita radiusini.

2. Burchak chastotasini.
3. Elektronning chiziqli tezligini.
4. Sistemaning to'la energiyasini.
5. Harakat miqdori momentini.
6.  $v/c$  nisbatni hisoblang.

$Li^{2+}$  ionini uchun norelativistik kvant mexanika qonunlarini qo'llasa bo'ladimi?

➤  $\alpha = \frac{v_1}{c}$  ( $v_1$  — K orbita ( $n=1$ ) dagi elektronning chiziqli tezligi)

munosabat nozik struktura doimiysi deyiladi. Bu qiymat vodorod atomi,  $He^+$  va  $Li^{2+}$  — ionini uchun nimasi bilan farq qiladi.

➤ Bir karrali  $He^+$  atomi uchun birinchi va ikkinchi kritik potentsiallarini hisoblang. Bu uyg'onish holatlaridan  $He^+$  ionini asosiy holatiga o'tganda chiqqan nurlanishning chastotasi va to'lqin uzunliklari va energiyasini hisoblang.

➤ Bir karrali ionlashgan geliy atomida balmer seriyalariga mos keluvchi spektrni dastlabki ikki chizig'ini to'lqin uzunligini toping.

➤ Bir karrali ionlashgan geliy atomini yadrosidan elektronni bata-mom uzib olish uchun qanday energiya kerak? a) agar elektron asosiy holatda bo'lsa; b)  $n=3$  bilan xarakterlanuvchi holda bo'lsa.

➤ Yadro harakatiga tuzatishni inobatga olib, ma'ruzadagi 8.1, jad-valdan foydalanib  $He^+$  uchun Ridberg doimiysini toping. Dastlabki  $n=1,2,3$  holatlar uchun orbita radiusi  $R_n$ , to'la energiyasi  $E_n$  ni hisoblang. Energiyalar diagrammasini chizing va uni yadroga tuzatish hisobga olmagandagi energetik diagramma bilan solishtiring.

➤  $He^+$  va  $Li^{2+}$  — ionlari uchun keltirilgan massalarni hisoblang va ular uchun  $R_\mu/R$  nimaga teng? Tuzatish kiritilgan va kiritilmagan holdagi sathlar momentini tushuntiring.

➤ Deyteriy yadrosi  ${}_1^2D$  — vodorodni og'ir izotopi proton va neytrondan tashkil topgan deyteriyini keltirilgan massasini hisoblang. Deyteriy uchun Ridberg doimiysi  $R_{\mu D}$  ni vodorod uchun Ridberg doimiysi  $R_\mu$  bilan solishtiring.  $R_{\mu D}$  bilan  $R_\mu$  orasidagi farq qaysi izotopni ochilishiga sabab bo'ldi va uni kim kashf qildi?

➤ Simob atomining valentli elektronining asosiy holatdagi (G) energiyasi  $E_G = -10,2$  eV. Birinchi uyg'onish holati (N) ni energiyasi  $E_H = -5,54$  eV. Simob atomi uchun birinchi kritik potentsialni toping. Bu kritik potentsial uchun nurlanish fotonining to'lqin uzunligini hisoblang.

➤ Sekin harakatlanuvchi elektronlar simob bug'idan o'tgan paytda kinetik energiyaning bir qismini atomlarga berdilar. Elektronlar yo'qotgan energiya qanday formula bilan ifodalanadi?

➤ Elektronlar simob atomlarida noelastik sochilish jarayonida  $K_2$  energiyaga ega bo'ldi. Bu energiya elektronning  $K_1$  energiyasiga nisbatan qanday topiladi?

➤ Frank-Gerts tajriba qurilmasida simob bug'i o'rniqa vodorod gazi olindi. Agar atomlar faqat birinchi kritik potensialga mos kelgan energiyani oldi deb faraz qilsak, u holda: 1) anod toki egriligini dastlabki tushuviga to'g'ri kelgan tezlantiruvchi potensialni; 2) trubkadan chiqayotgan nurlanishni to'lqin uzunligi va energiyasini hisoblang.

➤ Pozitroniy atomi uchun:

➤ Keltirilgan massani;

➤ Ridberg doimiysini;

➤ Balmer seriyasidagi bir qancha chiziqlar to'lqin uzunligi va seriya chegarasini hisoblang.

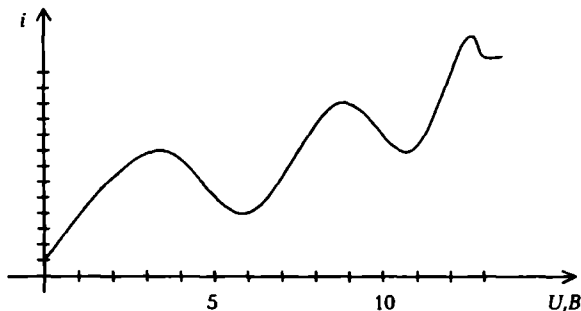
➤ Zaryadi Ze bo'lgan vodorodsimon yadroning massasi  $M$  chekli ekanligini hisobga olsak, Balmer formulasi qanday o'zgaradi?

➤ Manfiy zaryadli myuonlar atomlar tomonidan yutilib mezoatom hosil qilishi mumkin. Bor nazariyasi doirasida – vodorod mezoatomi uchun: 1) birinchi orbita radiusi  $r_1$  ni; 2) asosiy holatdagi bog'lanish energiyasi  $E_{bog'}$  ni toping.  $m_\mu = 207m_e$ .

➤ Engil vodorod va deyteriy uchun quyidagi farqlarni toping:

- asosiy holatda bo'lgan elektronlarning bog'lanish energiyalari;
- Balmer seriyasining bosh chiziqlarining to'lqin uzunliklarini;
- birinchi kritik potensiallarni.

➤ Elektronlar bilan simob bug'ining atomlari to'qnashishini o'rganishda Frank-Gerts 8.8-rasmdagi volt-amper xarakteristikasini olishdi. Grafikdan foydalanib, simob atomining birinchi kritik potensialini va simob atomlari nurlanishining to'lqin uzunligini toping.



8.8-rasm.

➤  $0,5 \cdot 10^{-10} m$  radiusli orbitada proton atrofida harakat qilayotgan elektron nurlanish hisobiga o'z energiyasini yo'qotib, yadroga tushib qolishi mumkin. Klassik nazariyaga binoan nurlanishga yo'qotgan energiyasi  $-\frac{dE}{dt} = \delta_0 \left( \frac{2e^2}{3c^3} \right) \bar{a}^2$  formulaga bo'ysunsa, u holda elektronning yadroga tushib qolishi vaqtini chamalang. Bunda  $a$  elektronning tezlanishi.  $\delta_a = 1$  (SGS) va  $\delta_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  (SI) da.

➤ Vodorod yadrosining harakatiga tuzatishni hisobga olib va Borning kvant shartidan foydalanib, quyidagilarni toping:

- a) elektron bilan yadro orasidagi mumkin bo'lgan masofani;
- b) elektronning bog'lanish energiyasini;
- v) bog'lanish energiyasi va Ridberg doimiysi yadroni harakatiga tuzatish e'tiborga olinmaganiga nisbatan qancha foizga farq qiladi?

➤ Vodorodning nurlanish spektrida  $\lambda_1 = 486,1320 \text{ nm}$  chiziqli yonida  $\lambda_2 = 485,9975 \text{ nm}$  chiziqli kuzatildi. Bu chiziqlini vodorodning izotopiga tegishli ekanligini ko'rsating.

➤ Turli izotoplarni yadro massalarining farqi spektr nurlanishidagi chiziqlarning surilishiga olib keladi. Chiziqlarning bu siljishi *izotopik siljish* deyiladi. Deyteriy uchun izotopik siljishni toping.

➤  $He^+$  atomi uchun Pikerining seriyasining formulasini yozing.  $Li^{++}$  va  $Be^{+++}$  uchun seriya formulalari qanday ko'rinishga ega?

## IX BOB

**Mavzu: ZARRALARNING TO'LQIN XOSSALARI.  
DE-BROYL TO'LQINLARI**

**Reja:**

- 9.1. To'liqin-zarra ziddiyati. Yorug'lik dualizmi. De-Broyl gipotezasi.
- 9.2. Mikrozarralar dualizmi. De-Broyl g'oyasi.
- 9.3. De-Broyl formulalari. De-Broyl to'liqini.
- 9.4. De-Broyl nazariyasining eksperimental tasdig'i. Devisson-Jermer tajribasi. Boshqa tajribalar ro'yxati.
- 9.5. De-Broylning atom uchun to'liqin modeli va Bor nazariyasi.
- 9.6. Borning to'ldirish prinsipi.

## ADABIYOTLAR

1. А.А.Соколов, Ю.М.Лоскутов, И.М.Тернов. Квантовая механика. М.: 1962.
2. Энрико Ферми. Квантовая механика.
3. Д.И.Блохинцев. Основы квантовой механики М.: «Высшая школа», 1961.
4. А.Б. Мигдал. Квантовая физика для больших и маленьких. М.: 1989.
5. А.Н. Матвеев. Атомная физика. М.: «Высшая школа», 1939.
6. Л.Де-Бройль. Волны и кванты УФН. 1967, т. 178.
7. Л.Де-Бройль. По тропам науки. М.: «ИЛ», 1962.
8. Л.Де-Бройль. Революция в физике. М.: «Атомиздат», 1965.
9. De-Broglie L.V. Ondes et quante C.R., 1923, v.177, p.507 (оригинал).
10. De-Broglie L.V., A.Tentative Theory of light quanta Phil. Mag., 1924, v.47, p.446 (оригинал).
11. C.J.Davisson, L.H.Germer. Diffraction of electrons by a crystal of nuclei - Phys. Rev., 1927, v.30, p.705 (оригинал).
12. G.P.Thomson. Experiments of the diffraction of cathode rays Proc. Roy. Soc., London, 1928, v.117A (оригинал).
13. I.Estermann, O.Stern. Beugung von Molekularstrahlen Zs. f. Phys., 1930, v.61, p.95 (оригинал).

**Masalaning qo'yilishi:** Yorug'likning korpuskulyar-to'lqin ziddiyatidan kelib chiqib, harakatdagi barcha zarralarning to'lqin tabiatiga ega ekanligini De-Broyl gipotezasi, g'oyasi, nazariyasi asosida tushuntirish orqali talaba miyasiga singdirish. Devisson-Jermer va boshqa ko'p tajribalarda zarralarning to'lqin tabiati haqiqatan ham tasdiqlanishini ko'rsatish.

Bu mavzuni o'tishdan asosiy maqsad foton kabi, tinchlikdagi masasasi nol bo'lmagan barcha zarralar dualizmga bo'ysunishini ko'rsatish; De-Broyl to'lqini tabiatni universal formulasi ekanligini, Plank doimiy  $h$  ni fundamental doimiy ekanligini isbotlash. De-Broyl to'lqini amplitudasini fizik ma'nosini anglash naqadar qiyin ekanligini uqdirish.

**Mavzu qahramonlari:** Viktor Lui de-Broyl (1892-1986) fransuz fizigi. Despe shahrida tug'ilgan. Kvant mexanikaning asoschilaridan biri. 1913-yilda Parij universitetining filologiya fakultetini bitirgan. Fizikani akasi Morisdan o'rgangan. 31 yoshida moddalarning korpuskular-to'lqin nazariyasini yaratdi. De-Broyl to'lqin funksiyalari yoki de Broyl to'lqinlari fizikada uning nomi bilan bevosita bog'langan. Klassik va kvant mexanikaning ko'p sohalarida, fizika tarixi va fizika uslubiyati ustida ko'plab maqolalar yozgan. 1929 yilda moddalarning to'lqin xususiyati nazariyasi uchun Nobel mukofoti bilan taqdirlangan.

K.I.Devisson – 1937-yilda elektronning De-Broyl to'lqin uzunligini eksperimental tasdiqlagani uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

L.Jermer K.I.Devisson bilan birgalikda 1937-yilda elektronning De-Broyl to'lqin uzunligini eksperimental tasdiqlagani uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

G.R.Tomson – 1937-yilda elektronning De-Broyl to'lqin uzunligini eksperimental tasdiqlagani uchun Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

## IX bob. ZARRALARNING TO'LQIN XOSSALARI. DE-BROYL TO'LQINLARI

### 9.1. To'lqin-zarra ziddiyati. Yorug'lik dualizmi. De-Broyl gipotezasi.

Optika bo'limidan bilamizki, ko'pgina optikaviy hodisalarni to'lqin nuqtai nazarida turib tushuntirish oson. Masalan, interferensiya yoki difraksiya kabi hodisalar bu nazariyadan juda yaxshi tushuntiriladi. Biroq issiqlik nurlanish, fotoeffekt va Kompton effekt hodisalarni tahlilidan ko'rdikki, yorug'lik korpuskulyar xususiyatiga ega. Shunday qilib, yorug'likni ikki xil xususiyatga ega bo'lishi eksperimental dalildir. To'lqin va zarralik xususiyati esa bir-biriga zid va bir-biriga qarama-qarshi bo'lgan tushunchadir. Yorug'likni bu ikki xususiyatini bir vaqtda kuzatish mumkin emas. Yorug'likni ana shu ikki yoqlama xususiyatini to'lqin-zarra dualizmi deyiladi. Bundan kelib chiqadiki, yorug'likni to'la tavsiflaydigan nazariya, yorug'likning to'lqin va zarralik xususiyatini inobatga olishi zarur, qisqacha aytganda, yorug'lik nazariyasi korpuskular-to'lqin shaklda bo'lishi kerak.

Plank yorug'lik zarralari (fotonlar) ning energiyasini yorug'likni to'lqin xususiyatini xarakterlovchi kattalik-chastota bilan bog'ladi:

$$E = h\nu \quad (9.1)$$

bunda  $\nu$  – chastota,  $h$  – Plank doimiysi.

Ushbu energiyani maxsus nisbiylik nazariyasidagi

$$E = m_0 c^2 + mc^2 \quad (9.2)$$

munosabatdan ham topish mumkin.

Fotonning tinchlikdagi energiyasi

$$E_0 = m_0 c^2 = 0 \quad (9.3)$$

bo'lgani uchun to'la energiya faqat fotonlarning kinetik energiyasi

$K = mc^2$  ga teng bo'ladi, ya'ni

$$E = mc^2 \quad (9.4)$$

munosabat bilan topiladi. Biroq klassik fizika nazariyasida energiyani chastota bilan bog'lovchi birorta ham formula yo'q. Bu hodisa klassik fizika uchun juda katta echib bulmaydigan muammo edi. Bu muammoni hal etish uchun Lui de Broyl har bir foton to'lqin jarayoni bilan uzviy bog'langan bo'lishi kerak degan gipotezani ilgari surdi. Uning bu gipotezasi fotonning to'lqin xususiyatiga oid bo'lgan interferensi-

yani tushuntirdi. Ikkinchi tomondan yorug'lik to'liqlarining impulsiga ega ekanligini Eynshteynning yorug'lik fotonlar nazariyasidan kelib chiqadi degan fikrini A.Kompton tajribada tasdiqladi. Shunday qilib, (9.1) va (9.3) munosabatlardan  $E = mc \cdot c = p \cdot c$  yoki

$$h\nu = pc \quad (9.5)$$

ni olamiz, bunda  $p = mc$  – foton impulsi bo'lib

$$p = \frac{h\nu}{c} \quad (9.6)$$

formula hosil bo'ladi.

(9.6) formula fotonning korpuskulyar xususiyatini xarakterlovchi impulsni fotonning to'liq xususiyatini ifodalovchi kattalik-chastota (yoki to'liq uzunlik) bilan bog'laydi. Demak, (9.6) formulada fotonning bir-biriga zid bo'lgan ikki yoqlama xususiyati bo'lgan korpuskulyar-to'liq xususiyati mujassamlangandir.

## 9.2. Mikrozarralar dualizmi. De-Broyl g'oyasi

Yorug'lik dualizmini chuqur anglagan de-Broyl foton kabi, tinchlikdagi massasi nolga teng bo'lmagan boshqa mikrozarralar ham to'liq tabiatiga ega bo'lishi kerak degan g'oyani dadil ilgari surdi.

1924-yili de-Broyl «Kvantlarga doir izlanishlar» deb atalgan doktorlik himoyasida, shunday fikrni berdi: «agar yorug'lik nuri ko'p hollarda o'zining korpuskulyarlik xususiyatini namoyon etar ekan, nima uchun elektron ham to'liq xususiyatiga ega bo'lmasligi kerak». Bu fikrni keyin yanada rivojlantirib, o'zining «Fizikada inqilob» kitobida to'liq xarakterga ega bo'lgan yangi mexanika yaratish kerak dedi. Haqiqatan ham dastlabki paytda kvant mexanika fani to'liq mexanika deb atalgan. Natijada de-Broylning zarralar dualizmi degan gipotezasi vujudga keldi. Shunday qilib, de-Broyl mikrozarralar dualizmini nazariyasini ishlab chiqdi va bu nazariyaning miqdoriy munosabatini topdi.

De-Broyl g'oyasiga binoan (9.6) formulani harakatdagi istalgan zarraga qo'llash imkoni bo'ldi. Elektron aniq impulsiga

$$p = mv = \frac{h}{\lambda} \quad (9.7)$$

ga ega bo'lishi mumkin, bunda  $m$ -elektronning relativistik massasi,  $v$  – elektronning tezligi (9.7) munosabatdan ko'rinib turibdiki elektronga  $v$  – chastotaga ega bo'lgan to'liq xarakteristika berdik. (9.7) tenglikdan elektronning to'liq uzunligi

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} \quad (9.8)$$

ga teng. Shunday qilib, de-Broyl gipotezasiga binoan elektron to'liqin xossaga ega va uning to'liqin uzunligi (9.8) munosabatdan topiladi.

Kvant mexanikada  $V$  – chiziqli chastota o'rniga, odatda burchak chastota  $\omega = 2\pi\nu$  ishlatiladi. Shunga ko'ra  $h$  ni o'rniga Pol Dirak tomonidan kiritilgan  $\hbar$  (xash chiziqli) doimiylik

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ j.s} \quad (9.9)$$

ni olamiz. (9.9) ni e'tiborga olsak, u holda (9.8) formulani

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad (9.10)$$

ko'rinishda yozish mumkin bo'ladi.

(9.9) va (9.10) ifodalardagi  $\lambda$  – to'liqin uzunlik de Broyl to'liqin uzunligi deyiladi.

Harakatdagi zarralar uchun (9.10) munosabatdan bir qator foydali munosabatlar keltirib chiqarish mumkin.

Maxsus nisbiylik nazariyasiga ko'ra relativistik impuls

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - E_0^2} \quad (9.11)$$

formula bilan aniqlanadi. (9.11) ifodani (9.8) ga qo'ysak

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - E_0^2}} = \frac{hc}{\sqrt{m^2 c^4 - m_0^2 c^4}},$$

bundan

$$\lambda = \frac{h}{m_0 c \sqrt{\frac{1}{1 - v^2/c^2} - 1}} = \frac{h \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v}, \quad v \ll c \quad \text{da} \quad \lambda = \frac{h}{mv}$$

ni hosil qilamiz.

Xuddi shuningdek, uni zarraning kinetik energiyasi  $K$  bilan bog'lasak,  $K = E - mc^2$  bo'lgani uchun

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mK}} = \sqrt{\frac{150,4 \text{ eV}}{K}} \text{ \AA} \quad (9.12)$$

ifodani topamiz.

Norelativistik elektronlar uchun

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_{\text{tez}}} \quad (9.13)$$

Bo'lgani uchun

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2meU_{tez}}} = \frac{12,25}{\sqrt{U_{tez}}} \overset{0}{\text{\AA}} \quad (9.14)$$

munosabatni eksperimentator-fiziklar qo'llaydi.  $U_{tez}$  –tezlantiruvchi potensial. Elektronlar 150 V ga teng potensial ayirma bilan tezlantirilganda de-Broyl to'liqin uzunligi  $1 \overset{0}{\text{\AA}}$  bo'ladi. Bu to'liqin uzunlik yumshoq rentgen to'liqin uzunliklariga to'g'ri keladi.

Agar elektronlar dastasi to'liqin xususiyatiga ega bo'lsa, u kristall-dan rentgen nurlari kabi qaytishi kerak. Bregg-Vulfni

$$2d \sin \varphi = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9.15)$$

formulasiga ko'ra tezlantiruvchi potensial

$$\sqrt{U_{tez}} = \frac{nh}{\sqrt{2me \cdot 2d \sin \varphi}} = nD, n = 1, 2, 3, \dots \quad (9.16)$$

Konkret tajribada D-o'zgarmas son.

Devisson-Jermer tajribasida D uchun olingan formula yaxshi bajarilishi aniqlandi. Bu tajriba de-Broyl munosabatini nihoyatda to'g'ri ekanligini tasdiqladi. Zarralarning to'liqin xossasi haqidagi g'oya kvant mexanika negizini tashkil qiladi. Korpuskular-to'liqin dualizmi universal xarakterga ega ekanligi, qarama-qarshiliklar bir butunligi qonuniga mosdir. Zarra va to'liqin ko'p jihatdan bir-biridan farq qiladilar. Masalan, monoxromatik to'liqin fazoda cheksiz, zarra esa aksincha, fazoning biror qismida joylashgan. Bu qarama-qarshilik doimo bordir.

*Misol.* Konkret zarralar uchun de-Broyl to'liqin uzunligini hisoblaylik. Avval makroskopik jism uchun de-Broyl to'liqin uzunligini hisoblaylik.

Futbol koptogining massasi  $m = 0,16 \text{ kg}$  bo'lsin va futbolchi bu to'pni tepganda uning tezligi  $v = 50 \text{ m/s}$  yetsin. Harakatdagi koptok bilan bog'langan to'liqinning de-Broyl to'liqin uzunligini toping.

Yechish:

$$\lambda_1 = \frac{h}{p_1} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ j} \cdot \text{s}}{0,16 \text{ kg} \cdot 50 \text{ m/s}} = 9,46 \cdot 10^{-33}$$

$\lambda$ -shunday kichik sonki, uni hech qanday tajribadan aniqlab bo'lmaydi.

Endi mikro dunyo zarrasini olaylik. Elektronning tezligi koptok tezligiday bo'lsin, u holda

$$\lambda_{21} = \frac{h}{p_2} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ j} \cdot \text{s}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 50 \text{ m/s}} = 1,15 \cdot 10^5 \text{ \AA}.$$

Elektron bilan bog'langan bu to'liqin uzunlikni tajribada engil o'lchash mumkin.

### 9.3. De-Broyl formulasi. De-Broyl to'liqlari

De-Broyl gipotezasiga tayanib yozilgan yuqorida keltirilgan formulalar

$$E = h\nu = \hbar\omega \quad (9.17)$$

$$\vec{p} = \frac{h}{\lambda} = \hbar\vec{k} \quad (9.18)$$

ni *de-Broyl formulalari deyiladi*.

Zarra bilan bog'langan to'liq uzunlik

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad (9.19)$$

ga teng bo'ladi. (9.19) formulaga *de-Broyl to'liq uzunligi* deyiladi.

Optikadan bilamizki to'liqlarning eng soddasi – bu yugurma yassi monoxromatik to'liqlardir. Chastotasi  $\omega$  ga teng bo'lgan yassi monoxromatik to'liq

$$\psi(r, t) \sim \exp[-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] \quad (9.20)$$

ko'rinishga ega.

(9.20) ifodaga (9.17) va (9.18) larni qo'ysak, harakatdagi zarralar uchun

$$\psi(r, t) = A \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p} \cdot \vec{r})\right] \quad (9.21)$$

funksiyani olamiz. (9.21) funksiyani *de-Broyl to'liqini* deyiladi.

Bu to'liq funksiyani fizik xususiyatini tushuntirish oson ish emas va butun kvant mexanikani o'rganish davomida uni izohlab boramiz.

Optikada  $\psi(r, t)$  – funksiya istalgan  $t$  – paytda fazoning istalgan nuqtasida tebranayotgan  $\psi$  – kattalikni oniy qiymatini beradi. Bunda  $\vec{r}$  – radius vektor,  $\vec{k}$  – to'liq vektor,  $\omega$  – burchak chastota,  $A$  – tebranish amplitudasi,  $\vec{p}$  – impuls,  $E$  – energiya.

To'liq vektor  $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$  bo'lib, u  $2\pi$  uzunlik birligiga qancha

to'liq uzunliklar soni to'g'ri kelishini xarakterlaydi, yo'nalishi esa to'liqning tarqalish yo'nalishini xarakterlaydi. Agar to'liq  $z$  yo'nalishda harakat qilayotgan bo'lsa, u holda

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_z \cdot z = k \cdot z \quad (9.22)$$

skalyar ko'paytmanni olish mumkin. To'liq vektor, to'liq uzunlik bilan bevosita bog'langan bo'lib, u to'liq jarayonning *fazodagi davriyligi* bilan bog'langan.

T Siklik (burchak) chastota

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad (9.23)$$

ko'rinishda bo'lib, u to'liqin jarayonning *vaqtdagi davriyligini* xarakterlaydi. Endi bu kattaliklar bilan de-Broyl kattaliklari qanday bog'langanligini ko'ramiz. To'liqin vektorning yo'nalishi harakatda bo'lgan zarra bilan bog'langan to'liqinning yo'nalishini xarakterlagani uchun zarra yo'nalishi sifatida zarra impulsining yo'nalishini olamiz. Natijada

$$\vec{k} \text{ va } \vec{p} \text{ ni bog'lovchi } \vec{p} = \hbar \vec{k} \text{ yoki } \vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar} \text{ munosabatni olamiz. De-}$$

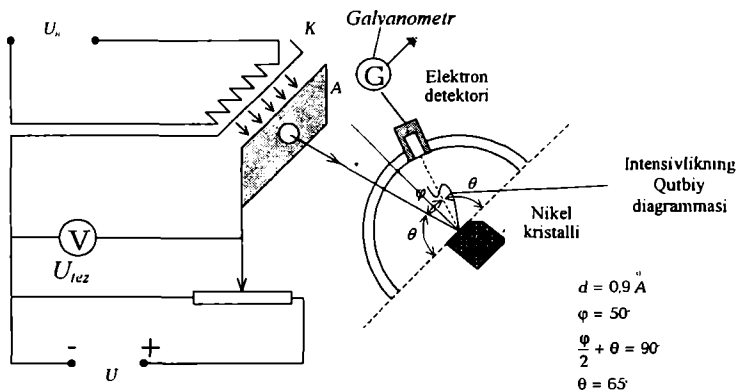
Broyl to'liqinning asosiy xarakteristikalaridan biri bo'lgan to'liqin vektor zarra impulsi bilan bog'langan.  $\vec{k}$  va  $\vec{p}$  ni bog'lovchi koeffitsient vazifasini  $\hbar$  - Plank doimiysi bajaradi. Demak, (9.18) munosabat zarralarni kvant tabiatga ega ekanligini ko'rsatadi. Kvant fizikada tezlik emas, balki impuls asosiy rol o'ynaydi. De-Broyl to'liqinida chastota bilan energiya ham  $\hbar$  doymiylik orqali bog'langan, ya'ni,  $\omega = E/\hbar$ . Bu formula fotonning to'la energiyasini chastotaga bog'lanishini xarakterlaydi. Bu formula hozirgi zamon fizikasida universal munosabat deb yuritiladi. Chunki de-Broyl g'oyasidan so'ng bu munosabat faqat fotonlar uchungina xos bo'lmay, balki harakatdagi barcha mikrozarralar uchun ham o'rinnidir.

De-Broyl to'liqinining amplitudasini fizik ma'nosini anglash juda qiyin. Dastlabki paytda uning ma'nosini de-Broylning o'zi ham, kvant mexanikani yaratganlar ham bilmaganlar. Uning asl ma'nosi asta-sekin, qadamma-qadam kvant mexanikaning rivojlanishi bilan oydinlasha bordi. Uning anglash yo'lidagi birinchi qadamni Born qo'ydi. To'liqin funksiyasining statistik izohidan so'ng, de-Broyl to'liqini bu ehtimol to'liqini ekanligi ma'lum bo'ldi. De-Broyl to'liqini amplitudasining kvadrati berilgan vaqtda va fazoning berilgan nuqtasida zaraning qayd qilish ehtimolini berish mumkin. Keyingi mavzularda shu haqda suxbatni davom ettiramiz.

#### 9.4. De-Broyl nazariyasining eskperimental tasdig'i. Devisson va Jermer tajribasi

1925-yilda «Bell telefon» laboratoriyasining hodimlari Dj. Devisson va K.X. Kunsman elektronlarning kristalda sochilish jarayonida ikkilamchi elektronlar chiqishi hodisasini o'rganishdi. So'ng bu hodisani o'rganishni Devisson va Jermer davom ettirdi. Bu tajribada nikel kristaliga tushirilgan elektronlar dastasi ta'siri natijasida, ikkilamchi elektronlarning chiqishi kuzatildi. Bir kuni tasodifan nikel oksidlanadi. Oksidlanishni yo'qotish uchun nikel plastinkasi qattiq qizdiriladi.

So'ng tajribani bu kristall nishon bilan qayta bajarishganda natija butunlay boshqacha chiqdi. Plastinka uzoq qizdirilishi tufayli mayda kristallar o'rnini yirik monokristallar egallagan edi. Ikkilamchi elektronlarning chiqishi oldingi tajribadagilar kabi istalgan burchakda bo'ldi, biroq ayrim burchaklarda sochilgan elektronlarning soni keskin ko'payib ketdi. Devisson va Jermer kristall sirtiga tushayotgan elektronlar energiyasi  $K = 54 \text{ eV}$  va sochilish burchagi  $\varphi = 50^\circ$  bo'lganda ikkilamchi elektronlarning soni eng ko'p bo'lishini kuzatdilar.



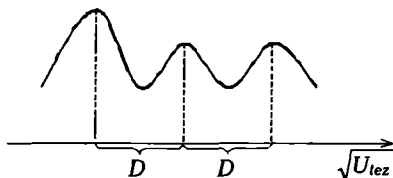
9.1-rasm. Devisson va Jermer tajribasi.

Devisson va Jermer elektronlarning to'liq uzunligini aniqlash uchun rentgen spektrometri g'oyasidan foydalandilar. Tajriba chizmasi 9.1-rasmda keltirilgan. Rentgen trubkasi elektron to'pi bilan almashtirildi.  $K$ -katod, u  $U_n$ -nakal kuchlanishi yordamida qizdiriladi. Katoddan uchib chiqqan elektronlar dastasi o'z navbatida tezlantiruvchi potensial  $U_{iez}$  bilan tezlantiriladi. Tezlantirish kuchlanishini miqdori P-potensiometr yordamida bajariladi. Potensiometr yordamida to'pdan chiqqan elektronlarning tezligi boshqariladi. Elektronlar kristall sirtiga tushgandan so'ng, ma'lum burchaklarda qaytadilar. Qaytgan nurlar elektron detektori (Faradey silindri) bilan qayd qilinadi va  $I$  tok miqdori galvanometr ( $G$ ) yordamida o'lchanadi. Elektron to'pi, kristall va Faradey silindri vakuumga joylashtirilgan.

Tajriba quyidagicha olib borildi. Kristallga tushayotgan elektron nurlarining tezligi tezlantiruvchi kuchlanish yordamida o'zgartiriladi va unga mos ravishda Faradey silindridagi tok galvanometr bilan o'lchanadi. Bu holda kristall sirtiga tushayotgan elektronlarning bur-

chagi o'zgarmay qoladi. Faradey silindrida olingan natija 9.2-rasmda tasvirlangan. 9.2-rasmdan ko'rinadiki egrilik bir-biridan baravar uzoqlikda yotuvchi maksimumlarga ega. Qurilmaning elektr chizmasi diodning volt-ampere xarakteristikasiga o'xshash monoton bo'lishi kerak edi. Biroq unday emasligi 9.2-rasmdan ko'rinib turibdi. Shu sababli, Devisson-Jermer tajribasining natijalarini tushuntirish uchun de-Broyl g'oyasini jalb qilish kerak bo'ldi.

$I \uparrow$



9.2-rasm.

Tajribalarning birida elektronlar dastasining energiyasi  $K = 54 \text{ eV}$  bo'lganda sochilgan (qaytgan) elektronlarning intensivligini maksimumi  $\varphi = 50^\circ$  da ro'y berdi (9.1-rasm). Elektronlarning impulsi  $p = \sqrt{2m_0 K}$  ni bilgan holda erkin elektronning de-Broyl to'lqin uzunligini quyidagi formuladan topamiz.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ j.s}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot 54 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ j}}} \cdot 10^{10} \frac{\text{A}}{\text{m}} = 1,67 \text{ A}$$

Bu elektron bilan bog'langan to'lqinning de-Broyl to'lqin uzunligidir. Ikkinchi tomondan kristall tekisligida to'lqin difraksiyasi hodisasiga asoslangan holda Bregg metodi yordamida davri  $d = 0,91 \text{ A}$  ga teng bo'lgan nikel kristalida ro'y bergan elektronlar difraksiyasini birinchi tartibdagi maksimumi ( $n = 1$ ) uchun

$$\lambda = 2 d \sin \theta = 2 \cdot 0,91 \cdot \sin 65^\circ = 1,65 \text{ A}.$$

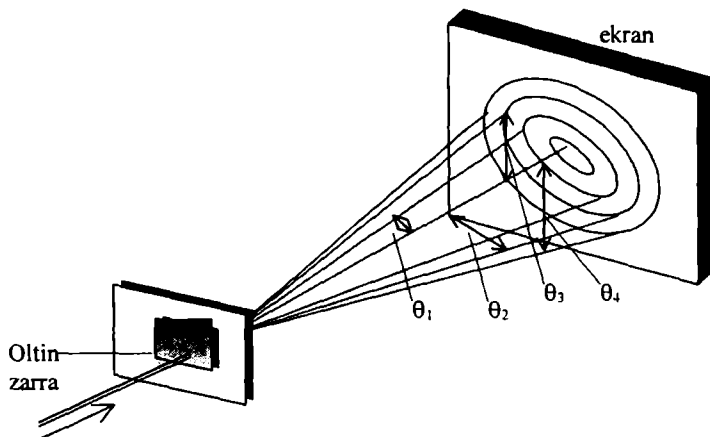
Bunda  $\varphi = 50^\circ$ ,  $\frac{\varphi}{2} + \theta = 90^\circ$  Shuning uchun  $\theta = 65^\circ$

Ko'rib turibsizki, ikkala natija bir-biriga mos tushadi. Bu esa o'z navbatida elektronlar zarralik hossasi bilan bir qatorda to'lqin xususiyati ham namoyan bo'lishini ko'rsatadi.

1927-yilda Dj.Tomson va uning talabalari tomonidan bajarilgan tajriba ham elektronning to'liqin xususiyatiga ega ekanligini yaqqol ko'rsatdi.

$\sim 10^4$  eV energiyaga ega bo'lgan elektronlar dastasi  $10^{-5}$  sm qalindagi oltin zariga yo'naltirildi. Tomson ekranda qator difraksiyon xalqalarni ko'rdi.  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  va h.k. sochilish burchagiga to'g'ri kelgan difraksiyalar.

$n\lambda = d \sin \theta$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) shart orqali aniqlanadi (9.3-rasm).  $\theta$  tushayotgan elektronlar bilan qaytgan elektronlar orasidagi burchak.



9.3-rasm.

Quyida, zarralarning to'liqin tabiatini tasdiqlagan tajribalarning ro'yxatini keltiramiz:

1. Oddiy optikaviy difraksiyon panjara yordamida nemis olimi Rupp 1929-yilda juda kichik sirpanish burchaklarida ro'y bergan elektron difraksiyasida elektronning to'liqin uzunligini o'lchadi.
2. Vodorod molekulasini kristalda sochilishdagi difraksiyasini 1931-yilda Djonson amalga oshirdi.
3. Geliy atomi dastasini ftorli litiy kristalda sochilishini eksperimental amalga oshirgan Estermen, Frish va Shtern 1938-yilda geliy atomini to'liqin xususiyatiga ega ekanligini tasdiqladilar.

Bu tajribalar zarralarning haqiqatan ham to'liqin xossaga ega ekanligiga nuqta qo'ydi.

## 9.5. De-Broylning atom uchun to'liqin modeli va Bor nazariyasi

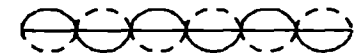
Nima uchun atomlarda o'ziga nur yutmaydigan va o'zidan nur chiqarmaydigan statsionar orbitalarning bo'lishlari kerak ekanligini Bor nazariyasi tushuntirib bermaydi? Lekin bu muammoni de-Broyl g'oyasi asosida osongina hal qilish mumkin. De-Broyl gipotezasiga ko'ra  $m$ -massa va  $v$ -tezlikka ega bo'lgan elektronga munosib kelgan

to'liqin uzunlik  $\lambda = \frac{h}{mv}$  formula bilan hisoblanadi. Bu formulaga

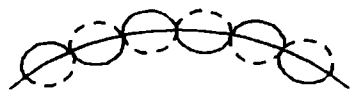
asoslangan holda de-Broyl atomdagi har bir elektronga turg'un to'liqin loyiq keladi degan fikrni ilgari surdi.

Agar biz rubob, dutor, g'ijjak kabi musiqa asboblardan birining torini chertsak, u holda unda har xil uzunlikka ega bo'lgan ko'p son-

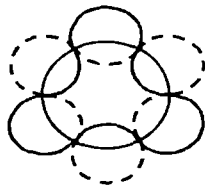
dagi to'liqlar uyg'onadi. Uyg'on-gan bu to'liqlarning ko'pchiligi tor oxiridan qaytishi va duch kel-gan to'liqlar bilan interferensiya-lanishi (qo'shilishi) tufayli juda tez vaqtda so'nadi. Faqatgina torning oxirlarida (ulangan joylari) tuguni bo'lgan to'liqlar uzoq vaqt davo-mida so'nmaydi. Mazkur to'liqlar turg'un to'liqlar bo'lib, ularni odatda, torning *tebranish modalari* yoki *rezonansli garmonikalar* deb yuritishadi. Bor nazariyasiga muvo-fiq, elektron doiraviy orbitalarda harakat qiladilar. De-Broyl esa bu elektronlarga yopiq turg'un to'li-qinlarini munosib ko'radi. Bu ma-salani yaxshi tushunish uchun ma'lum bir chiziqqa qo'yilgan turg'un to'liqinni ko'raylik. 9.4a-rasmda bu to'g'ri chiziqqa uchta to'liqin uzunlik qo'yilgan. Bu chi-ziqni 9.4b-rasmdagi kabi buraylik



a)



b)



d)

9.4-rasm.

va so'ng bu chiziqni doiraviy orbita hosil qiladigan qilib tutashtiraylik. Natijada 9.4v-rasmdagi chizmani hosil qilamiz. Doirani Bor orbitasi desak, u holda unga joylangan yopiq turg'un to'liqinni *de-Broylning yopiq doiraviy to'liqini* deyiladi va u elektronning shaklini tavsiflaydi.

$r_n$  radiusga ega bo'lgan Borning doiraviy orbitasining  $2\pi r_n$  ga teng va unga  $n$ -butun karrali to'liqin uzunlik joylashadi, ya'ni

$$2\pi r_n = n \cdot \lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9.24)$$

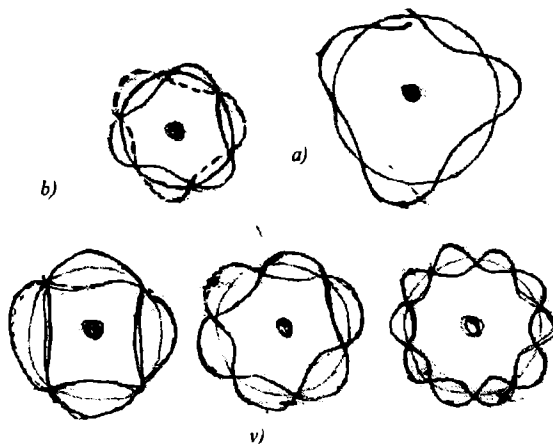
Bu formulaga  $\lambda$  ning ifodasini qo'yamiz:

$$2\pi r_n = \frac{nh}{mv}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

va bundan

$$L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi} \quad (9.25)$$

ni hosil qilamiz.



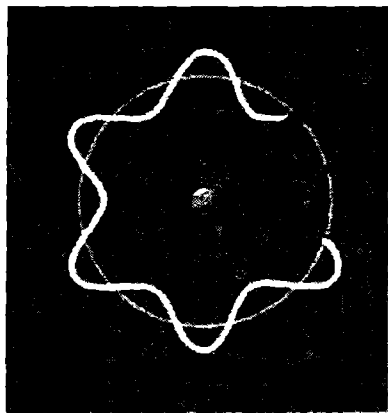
9.5-rasm.

Ko'rib turibsizki, biz Borning 3-postulatini keltirib chiqardik: Statsionar orbitadagi elektronning harakat miqdori momenti kvantlangan. Shunday qilib, yuqoridagi shart diskret orbitalar va sathlar bo'lishi mumkin ekanligini asosladi. De-Broyl gipotezasi Bor modelidagi orbita va holatlarning kvantlanishini to'g'ri tushuntirib berdi va bunga sabab elektron to'liqin xususiyatga ega ekanligi va unga mos har xil rezonansli turg'un to'liqlar hosil bo'lishi ekanligini ko'rsatdi.

9.5a-rasmda o'z-o'zi bilan bekilmagan (uzilgan) turg'un to'liqin tasvirlangan. Bu to'liqin o'z-o'zida tutashmagani uchun, o'z-o'zi bilan interferensiyalanib, tez vaqtda so'nadi. 9.5b-rasmda esa aksincha, yopiq doiraviy turg'un to'liqin orbitaga joylashgan. Bu to'liqin barqarordir. 9.5v-rasmda  $n=2$ ,  $n=3$  va  $n=5$  ta to'liqin uzunlikka ega bo'lgan turg'un to'liqlar orbitalarga joylanganligi tasvirlangan (bunda  $n$  to'liqin uzunliklar soni). Doiraviy orbitaga faqat butun sondagi to'liqin uzunliklar soni joylangandagina so'nmas, barqaror yopiq turg'un to'liqlar hosil bo'ladi. 9.6-rasmda elektron turg'un to'liqin

ko'rinishida tasvirlangan. Bunda elektron sharchaga o'xshab orbitada harakat qilmaydi. Balki doiraviy turg'un to'liqin ko'rinishdagi shaklga ega bo'ladi.

Shunday qilib, doiraviy yopiq to'liqin elektron to'liqinining amplitudasini xarakterlaydi va yuqoridagi rasmlarda bu to'liqin amplitudasi doiraviy orbita bo'ylab qanday taqsimlanishini xarakterlaydi. Turg'un to'liqin qonuniyatidan kvantlanish muqarrar bo'lib, buning ustiga bunday yopiq doiraviy chiziq o'zidan hech qachon energiya chiqarmaydi. Bunday qarash, albatta, nur chiqarmaydigan statsionar orbitalarining mavjud ekanligiga shubha qoldirmaydi va shubhasiz Bor nazariyasi bilan elektrodinamika orasida vujudga kelgan ziddiyatni bartaraf qiladi. Lekin shunga qaramay de-Broyl modeli ham vaqtincha edi. Chunki «doira ko'rinishga burilgan to'liqin» bir o'lchamli fazo obyekti bo'lib, undan uch o'lchamli fazoviy obyektidagi jarayonlarni tushuntirib berishini kutish mumkin emas. Bu masalani Shryodinger hal qiladi va bu nazariya ustida keyinroq o'talib o'tamiz. De-Broyl atom modeli Bor postulati bilan elektrodinamika ziddiyatini bartaraf qilish bilan bir qatorda bitta atomda zarra-to'liqin dualizmi shu obyektning o'zida, ya'ni mohiyatda ekanligini yana bir bor anglatdi.



9.6-rasm.

### 9.6. Borning to'ldirish prinsipi

Yuqorida keltirilgan tajriba natijalari zarralarning haqiqatan ham to'liqin tabiatiga ega ekanligini to'la tasdiqladi, lekin shu bilan birga bir qator yangi savollar hosil bo'ldi.

Masalan, fotonlar, elektronlar o'zlarining to'liqin va zarra tabiatini namoyon qilar ekanlar, u vaqtda demak zarralar bilan to'liqinlar orasida hech qanday farq yo'qdir. Biroq to'liqin nazariyani faqat o'ziga asoslanib, fotoeffekt, Kompton sochilishi kabi eksperiment natijalarini tushuntirib bo'lmaydi. Shu bilan birga zarralarni yorug'lik tezligidagi tezlik bilan harakat qila olmasligi ham muammoligicha qoladi. To'liqin zarra ziddiyatini bartaraf qilish maqsadida Nils Bor o'zining to'ldirish prinsipini taklif qildi.

Bitta eksperimentning o'zida bir vaqtda to'liqin xossa ham, korpuskulyar xossa ham hech qachon namoyon bo'lmasligi eksperimental fakt bo'lib, bu to'ldirish prinsipining asosini hosil qiladi. Har bir holda,

u nima, nurlanish bo'ladimi yoki elektronlar dastasi bo'ladimi baribir, hodisani to'la tavsiflash uchun to'liq modelni ham korpuskulyar modelni ham qo'llash zarur, albatta, bu modellarni o'zining qo'llaniladigan sohasi mavjud.

### **SAVOLLAR**

1. Yorug'lik dualizmi va de-Broyl gipotezasining mazmuni nima?
2. Zarralar dualizmi va de-Broyl g'oyasining mazmunini tushuntiring.
3. Fotonning to'liq va korpuskulyar xususiyatini inobatga oluvchi formulani tushuntiring.
4. Elektronlar uchun dualizmni xarakterlovchi formulani yozing va tushuntiring.
5. De-Broyl to'liq uzunligi uchun turli ko'rinishdagi formulalarini yozing
6. De-Broyl formulalarini yozing.
7. De-Broyl to'liqini funksiyasini yozing va tushuntiring.
8.  $\bar{k}$  va  $\omega$  larni fizik ma'nosini tushuntiring.
9. Nima uchun kvant mexanikada tezlik emas, balki impuls tushunchasi ishlatiladi?
10. Devisson-Jermer qurilmasini chizing va tushuntiring.
11. Energiyaga, tezlikka, tezlantiruvchi kuchlanishga bog'liq bo'lgan formulalarni yozing.
12. Tushish burchagi bilan sochilish burchak munosabati formulasini yozing.
13. Devisson va Jermer olgan natijalarni to'liq zarralar dualizmi asosida tushuntiring.
14. Vulf-Bregg formulasini tushuntiring.
15. Zarralarning to'liq tabiatini xarakterlovchi eksperimentlardan bir nechtasini keltiring.
16. Borning to'ldirish prinsipi haqida so'zlang.
17. De-Broyl to'liqining hozirgi zamon fizikasida tutgan o'rni.
18. De-Broyl to'liq amplitudasining fizik ma'nosi.

### **MASALALAR**

8. 1,00 keV kinetik energiya bilan harakat qilayotgan elektron va proton uchun de-Broyl to'liq uzunligini hisoblang.
9. Tezlantiruvchi potensial  $V$  ni (voltlarda) norelyativistik hol uchun de-Broyl to'liq uzunligi bilan bog'lang.
10. Tezlantiruvchi potensial  $V$  ni qiymati 10 V va 1000 V bo'lganda elektron va protonlarning de-Broyl to'liq uzunligi nimaga teng?
11. Relyativistik effektini hisobga olgan de-Broyl to'liq uzunligini tezlantiruvchi potensialga bog'liq formulasini keltirib chiqaring.

12. 1,00 MeV kinetik energiya bilan harakat qilayotgan elektron va proton uchun de-Broyl to'liq uzunligini hisoblang.

13. Tezlantiruvchi potensial  $10^6$  V,  $10^8$  V va  $10^9$  V bo'lganda elektron va protonlarning to'liq uzunligini hisoblang.

14. Agar elektron va rentgen fotonining to'liq uzunligi 1.00Å bo'lsa, ularning impulsi va energiyasini hisoblang.

15. Potensial ayirmasi  $5,00 \cdot 10^6$  V ga ega bo'lgan Van-der-Graaf generatorida litiy atomining yadrosi tezlantirildi. Bu yadroning tezligi va to'liq uzunligini toping.

16. O'zbekiston Fanlar Akademiyasi Yadro fizikasi instituti qoshidagi siklotronida protonlarning maksimal energiyasi 20 MeV ga teng. Protonning tezligi va to'liq uzunligini hisoblang.

17. To'liq uzunligi 0,042Å ga teng bo'lgan relyativistik elektronning massasini toping. Agar fotonning to'liq uzunligi 0,042Å bo'lsa, fotonning effektiv massasi qanchaga teng?

18. Massasi 0,33 kg bo'lgan koptok qattiq tepilganda 50 m/s tezlik oldi. Koptok bilan bog'langan de-Broyl to'liq uzunligini hisoblang. Shunday to'liq uzunlikka ega bo'lgan elektronning de-Broyl to'liq uzunligi qanchaga teng bo'ladi? Bu to'liq uzunliklarni solishtiring va mulohazangizni ayting.

19. Massasi  $m$  bo'lgan relyativistik zarraning de-Broyl to'liq uzunligini uning tezligi  $v$  va kinetik energiyasi  $K$  orqali ifodalang.

20. De-Broyl to'liq uzunligi  $\lambda$  ni kinetik energiyaga bog'liqligini quyidagi hollar uchun yozing: a) ultrarelyativistik zarra uchun ( $K \gg mc^2$ ); b) norelyativistik zarra uchun ( $K \ll mc^2$ ).

21. 9.13-masala natijasidan foydalanib, de-Broyl to'liq uzunligini  $m$  massaga bog'liqligini o'lchamsiz munosabatda taxminiy grafigini chizing: a)  $\frac{mc^2}{K}$ ; b)  $\frac{K}{mc^2}$  grafikda ultrarelyativistik va norelyativistik zarra uchun chegaraviy nuqtalarni belgilang.

22. Bir xil tezlikka ega bo'lgan elektron va proton uchun ularning to'liq uzunliklarini taqqoslang.

23. Serpuxovadagi sinxrotronda olingan protonning energiyasi  $K = 70$  GeV, reaktordan olingan o'ta sovuq neytronlarning energiyasi esa  $K = 10^{-9}$  eV ga teng. Ularning to'liq uzunliklarini toping va taqqoslang.

24.  $T = 300$  K temperaturada issiqlik muvozanatida bo'lgan issiqlik neytronlarining de-Broyl to'liq uzunligini toping. Bu neytronlar bilan qanday tajribalar o'tkazsa bo'ladi?

25. Atomning chiziqli o'lchami  $r \sim 10^{-10}$  m, yadroniki esa  $r \sim 10^{-15}$  m. Bu obyektlarning ichki strukturasini eksperimental o'rganish uchun elektron tezlatgichdan chiqayotgan elektronlarning kinetik energiyasi  $K$  qanday bo'lishi kerak?

26. Tirqishi  $b=2,0$  *mkm* bo'lgan diafragma perpendikulyar yo'nalishda monoenergetik elektron tushmoqda. Ekranida tirqishdan  $l=0,5$  *m* masofa narida hosil bo'lgan difraksion maksimumning kengligi  $\Delta x=0,36$  *mm* bo'lsa, elektronlarning tezligini toping.

27. Kinetik energiyasi  $K=180$  *eV* bo'lgan elektronlar dastasi nikel monokristall sirtiga normal tushayapti. Normal bilan metall sirti orasidagi  $55^\circ$  burchak ostida qaytgan nurning 4-tartibli maksimumi kuza-tildi. Shu qaytgan nurga asosanib, metallidagi tekisliklar orasidagi masofani toping.

28. Devisson va Jermer tajribasida elektronlar dastasining kinetik energiyasi  $K=54$  *eV*. Nikel kristalida sochilgan mazkur elektronlarning maksimumi  $\varphi=50^\circ$  ga to'g'ri kelsa, de-Broyl to'lqin uzunligini toping. Bu to'lqin uzunlikni Vulf-Bregg formulasi bilan hisoblang va ularni solishtiring. Nikel kristalining doimiysi  $d=0,91\text{\AA}$ .

29.  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$  formuladagi doimiyliklarga son qiymatini qo'yib

de-Broyl to'lqin uzunligini hisoblang va uni tushuntiring.

30. Elektron mikroskopdan chiqayotgan elektronlar dastasining energiyasi  $50$  *KeV*. Elektronning de-Broyl to'lqin uzunligini toping. Ushbu elektron mikroskopning ajrata olish qobiliyatini toping.

31. Xona temperaturasida gazsimon geliy atomlarining  $T$  temperaturadagi o'rtacha energiyasi  $E_k = \frac{3}{2} kT$  ga teng bo'lsa, geliy atomlarining o'rtacha tezligini va de-Broyl to'lqin uzunliklarini hisoblang. Bu to'lqin uzunlikning qiymatini gaz atomlari orasidagi o'rtacha masofa bilan taqqoslang.

32. Suyuq geliyning zichligi  $0,15$  *g/sm<sup>3</sup>* geliyning suyultirish temperaturasi atmosfera bosimida eng kichik mumkin bo'lgan temperatura. De-Broyl to'lqin uzunligini  $0,01$  *K* temperaturada hisoblang va uni molekularlari orasidagi masofa bilan taqqoslang.

## **X BOB**

### **Mavzu: TO'LQIN PAKET. GEYZENBERGNING NOANIQLIK MUNOSABATI**

#### **Reja:**

- 10.1. To'liqin-paket g'oyasi.**
- 10.2. Gruppaviy va fazaviy tezlik va ularning fizik ma'nosi.**
- 10.3. To'liqin-paketning yoyilishi. To'liqin-paket g'oyasining kam-chiliklari.**
- 10.4. Impuls va koordinata uchun noaniqlik munosabati.**
- 10.5. Energiya va vaqt uchun noaniqlik munosabati.**
- 10.6. Energetik sathlar kengligi va noaniqlik munosabati.**
- 10.7. Noaniqlik munosabatini tasdiqlovchi aqliy tajribalar.**
- 10.8. Geyzenbergning noaniqlik prinsipi va Borning to'ldirish prinsipi.**
- 10.9. Noaniqlik munosabatini boshqa fanlarga qo'llash va uning falsafasi.**

#### **ADABIYOTLAR**

- А.А.Соколов, Ю.М.Лоскутов, И.М.Тернов. Квантовая механика. М.: 1962.
- Энрико Ферми. Квантовая механика.
- Д.И.Блохинцев. Основы квантовой механики. М.: «Высшая школа», 1961.
- А.Б. Мигдал. Квантовая физика для больших и маленьких. М.: 1989.
- А.Н. Матвеев. Атомная физика. М.: «Высшая школа», 1939.
- Л.Де-Бройль. Волны и кванты. УФН. 1967, т.178.
- Л.Де-Бройль. По тропам науки. М.: «ИЛ», 1962.
- Л.Де-Бройль. Революция в физике. М.: «Атомиздат», 1965.
- De-Brogile L.V. Ondes et quente C.R., 1923, v. 177, p. 507 (оригинал).
- De-Brogile L.V., A.Tentative Theory of light quanta Phil. Mag.: 1924, v. 47, p. 446 (оригинал).
- W.Heisenberg. Bber quantenetheretische Umdertung kinematischer und mechanisher Beziehungen. Zs. f. Phys. 1925 v. 33, p. 879 (оригинал).

➤ W.Heisenberg. Bber den anschavlichen Inhebit der quanten-theretischen Kinematik unt mechanik/ Zs. f. Phys. 1927 v.43, p.172 (оригинал).

**Masalaning qo'yilishi:** Mazkur bobda zarra-to'lqin ziddiyatini bartaraf qilish uchun taqdim qilingan to'lqin-paket g'oyasi haqida so'z boradi. To'lqin-paket va og'uvchisi, fazaviy va gruppaviy tezlik kabi tushunchalar ta'riflanadi.

Garchand to'lqin-paket g'oyasi kvant fizikaning rivojlanishiga ma'lum bir ma'noda hissa qo'shgan bo'lsa ham, biroq zarra to'lqinlar majmuasidan iborat degan qarashning asossiz ekanligi to'lqin-paketni bir lahzada yoyilishi misoli orqali tasdiqlanadi. To'lqin-paket g'oyasi zarra-to'lqin ziddiyati muammosini echib berolmadi. Shunga qaramay ushbu g'oya radiofizikada elektromagnit to'lqinlarining muhitda tarqalish masalalarini hal qilishda muhim ahamiyat kasb etadi. Shu bilan bir qatorda bu g'oya negizida Geyzenbergning noaniqlik munosabati kabi fundamental bir prinsip kashf qilindiki, bu prinsip tabiatning eng asosiy munosabatlaridan biri hisoblanadi. Ushbu bobda Geyzenbergning noaniqlik munosabatining ma'nosi turli aqliy masalalar orqali o'quvchi ongiga yetkazishga harakat qilinadi.

## **X bob. TO'LQIN PAKET. GEYZENBERGNING NOANIQLIK MUNOSABATI**

### **10.1. To'liqin-paket g'oyasi**

Mikroobyektlarni korpuskular-to'liqin xususiyati, ya'ni dualizm tadqiqotchilarni mushkil ahvolga solib qo'ydi. Chunki zarra-to'liqin antagonistik ziddiyat bo'lib, ulardan birining mavjud bo'lishi ikkinchisining bo'lishini inkor etadi. Haqiqatan ham, zarra deganda biz vaqtning biror paytida fazoning biror joyida aniq bir o'rin olgan obyektни tasavvur qilamiz; garmonik to'liqlarning esa na boshi va na cheki bor, ular hamma vaqt va hamma joyda nozir. Shu boisdan kvant fizikaning yaratilishi va taraqqiyotini ilk bosqichida zarra-to'liqin ziddiyatini bartaraf qilish uchun anchagina urinishlar bo'ldi. Natijada zarra-to'liqin dualizmini faqat bir tomonini ijobiy olib, ikkinchi tomonini inkor etuvchi qarashlar paydo bo'ldi. Obyektни faqat zarralik xususiyatini e'tirof qilib, to'liqin xususiyatini esa inkor qiluvchi olimlar dunyoda faqat zarralar mavjud, to'liqin esa ularni tavsiflash uchun kerak, xalos, dedilar. Ikkinchi qarashdagi olimlar esa, aksincha, yo'l tutib obyektни zarralik xususiyatini unutilib, dunyoda faqat to'liqlar mavjud degan g'oyani ilgari surdilar. Ana shunday g'oyani ilg'or targ'ibotchilarni kvant fizikaning asoschilaridan Ervin Shryodinger, hamda Lui de-Broylni o'zi ham edi. Masalan, Shryodinger elektronni juda ko'p sondagi de-Broyl to'liqin funksiyalarini superpozitsiyasidan tashkil topgan obyekt deb qaradi.

Zaryadlangan zarra bilan bog'liq bo'lgan elektr maydon zarraning o'zida mujassamlashmagan, balki uning atrofidagi fazoga yoyilgan. Bu holda elektr maydon va zaryadlangan zarrani bir-biriga bog'liq bo'lmagan obyektlar sifatida bir-biridan alohida holda qaray olmaymiz, chunki ular bir hodisaning ikki tomonidir. Shunga qiyos qilib, moddiy obyekt bo'lgan zarrani ham to'liqin sifatida qabul qilish mumkin. Zarrani korpuskulyar xususiyatini namoyon etish uchun ushbu holda to'liqin-paket degan tushuncha kiritildi.

Fazoda turli to'liqin uzunlikka ega bo'lgan juda ko'p to'liqlar yig'indisidan hosil bo'lgan va ma'lum bir amplitudaga ega bo'lgan to'liqin-majmua *to'liqin-paket* deyiladi. To'liqin-paket ichida joylashgan monoxromatik de-Broyl to'liqlarining bir-birlari bilan o'zaro interferensiyalanishi tufayli fazoning chekli sohasida amplituda kattalashib, uning atrofida esa uning qiymati nolga tenglashib, zarra bilan assotsirlanadigan to'liqin guruhi hosil bo'ladi. Ko'p sondagi ana shunday

to'liqlarni qo'shish orqali, umuman olganda har qanday mikrozarraning chiziqli o'lchamini hosil qilish mumkin. To'liqlar superpozitsiyasidan hosil bo'lgan mazkur to'liqin guruhining og'uvchisini tezligi, uni tashkil etgan to'liqlarning tezligidan farq qiladi. Odatda, to'liqin guruhini ana shu og'uvchisini moddiy zarra sifatida talqin etilib, *to'liqin-paket* deyiladi. Shunday qilib, ko'p sondagi to'liqlarni tanlab qo'shishdan hosil bo'lgan to'liqin-paketni moddiy zarra deb qarash mumkin bo'ladi.

To'liqin-paket tushunchasini tasavvur etish uchun quyidagi oddiy bir misolni ko'raylik. Chastotasi  $\omega_1$  va  $\omega_2$ , to'liqin sonlari  $k_1$  va  $k_2$  bo'lgan ikki to'liqin uchun to'liqin funksiyalarni quyidagicha yozish mumkin:

$$\psi_1 = A \cos(\omega_1 t - k_1 x) \quad (10.1)$$

$$\psi_2 = A \cos(\omega_2 t - k_2 x) \quad (10.2)$$

Superpozitsiya prinsipidan foydalanib (10.1) va (10.2) funksiyalarni qo'shib, natijani quyidagicha yozish mumkin:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = A \cos(\omega_1 t - k_1 x) + A \cos(\omega_2 t - k_2 x). \quad (10.3)$$

(10.3) funksiyani boshqacha ko'rinishda ham yozish mumkin. Buning uchun esa ikkita tushuncha kiritamiz: «o'rtacha burchak chastota» -  $\omega_{or}$  va «modulyatsiya burchak chastotasi» -  $\omega_{mod}$ :

$$\omega_{or} \equiv \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2), \quad \omega_{mod} \equiv \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2), \quad (10.4)$$

shuningdek,

$$k_{or} \equiv \frac{1}{2}(k_1 + k_2), \quad k_{mod} \equiv \frac{1}{2}(k_1 - k_2). \quad (10.5)$$

Chastotalar va to'liqin sonlarning yig'indisi va ayirmasini quyidagicha ifodalaymiz.

$$\omega_1 = \omega_{or} + \omega_{mod}, \quad \omega_2 = \omega_{or} - \omega_{mod},$$

$$k_1 = k_{or} + k_{mod}, \quad k_2 = k_{or} - k_{mod},$$

(10.6)

(10.6) tengliklarni (10.3) ga qo'ysak,

$$\begin{aligned} \psi &= A \cos[(\omega_{or} t + \omega_{mod} t) - (k_{or} x + k_{mod} x)] - \\ &- A \cos[(\omega_{or} t - \omega_{mod} t) - (k_{or} x - k_{mod} x)] = \\ &= [2A \cos(\omega_{mod} t - k_{mod} x)] \cos(\omega_{or} t - k_{or} x). \end{aligned}$$

Demak,

$$\psi = A_{mod}(t) \cos(\omega_{or} t - k_{or} x), \quad (10.7)$$

bunda

$$A_{mod}(t) = 2A \cos(\omega_{mod} t - k_{mod} x). \quad (10.8)$$

(10.7) va (10.8) ifodalar  $\omega_{o,r}$  tezlikda va  $A_{mod}$  amplituda bilan harakat qilayotgan tebranishlarni ifodalaydi. (10.3) ko'rinishdagi ikkita to'liq superpozitsiyasini (10.7) va (10.8) ko'rinishda yozish qulay, agarda  $\omega_1$  va  $\omega_2$  (shuningdek,  $k_1$  va  $k_2$ ) chastotalarni qiymati bir-biriga juda yaqin bo'lsa. Bu holda modulyatsiya chastotasi o'rtacha chastotadan ancha kichik bo'lib, quyidagi shart o'rinni bo'ladi:

$$\begin{aligned} \omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega \quad \text{va} \quad \omega_{mog} \ll \omega_{o,r} \\ k_1 \approx k_2 \approx k \quad k_{mog} \ll k_{o,r} \end{aligned} \quad (10.9)$$

Bu shart bajarilganda  $A_{mod}(t)$  modulyatsiya amplitudasi  $\cos\omega_{o,r}t$  tebranishining bir qancha "tez" o'zgarishiga nisbatan sekinroq o'zgaradi. Shuning (10.7) ifoda  $\omega_{o,r}$  chastota bilan deyarli davriy tebranadi.  $A_{mod}$  - doimiy bo'lgani uchun tebranish  $\omega_{o,r}$  chastota bilan bo'ladi.  $\omega_1$  chastota  $\omega_2$  chastotadan juda kichik songa farq qilsa, u holda (10.7) ifoda  $\psi_1 + \psi_2$  to'liqlar superpozitsiyasini xarakterlaydi va deyarli *monoxromatik tebranish* deyiladi. Misol uchun  $\omega_1$  va  $\omega_2$  chastotada tebranayotgan kamertonning o'rtacha chastotasi ularning har birining chastotasidan 6% ga farq qilsa, quloq va miya tebranishni (10.3) ifoda ko'rinishida qabul qiladi, ya'ni bizning qulog'imiz bu tebranishlarni (notalarini) ajratadi. Agar  $\omega_2 = 1,06\omega_1$  bo'lsa,  $\omega_2$  chastota  $\omega_1$  chastotadan yarim tonga balandroq eshtiladi. Agar  $\omega_1$  va  $\omega_2$  lar bir-biridan faqat 10 gerts ga farq qilsa, quloq bu ikki notani farq qilolmaydi. Ana shu holda qulog'imiz ikkala kamertondan kelayotgan tebranish tovushlarini (10.7) ifoda ko'rinishida qabul qiladi, bu holda  $A_{mod}$  amplituda juda sekin o'zgaradi va tovush  $\omega_{o,r}$  chastota bilan tarqaladi. Natijada ikkala to'liq superpozitsiyasining zarbi (bieniya) yoki to'liq guruh hosil bo'ladi. 10.1, a) rasmda ikkita shunday to'liqlarning superpozitsiyasi tasvirlangan va ular to'liq-paket hosil qiladi.

Shunday qilib, ikkita to'liq superpozitsiyasini ifodalovchi (10.7) tenglamani ochiqroq ko'rinishda yozamiz.

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = A_{mog} \cos \left[ \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) t - \left( \frac{k_1 + k_2}{2} \right) x \right]. \quad (10.10)$$

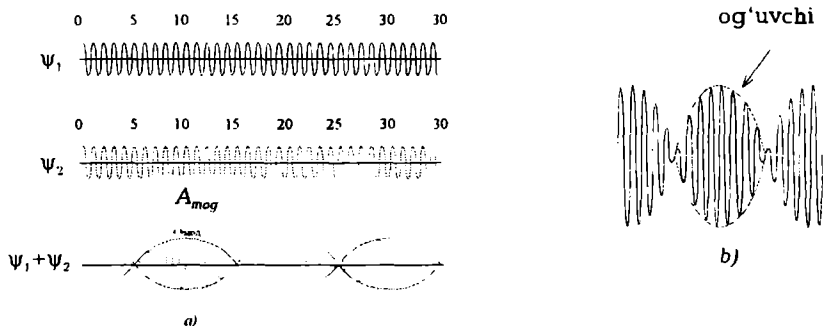
Natijaviy amplituda

$$A_{mog} = 2A \cos \left[ \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) t - \left( \frac{k_1 + k_2}{2} \right) x \right]. \quad (10.11)$$

To'liq-paket vujudga kelishi uchun  $\omega_1 \approx \omega_2$  va  $k_1 \approx k_2$  shartlar bajarilishi kerak.

Chastotalari bir-biriga juda yaqin bo'lgan juda ko'p sondagi  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_n$  to'liqlarni qo'shganda hosil bo'lgan to'liq-paket

aniq shaklga ega bo'ladi va uning uzunligi  $\Delta x$  gacha qisqaradi. Bu hol 10.1, b) rasmdagi shaklda tasvirlangan.



10.1-rasm. To'liqin-paket hosil bo'lishi.

## 10.2. Gruppaviy va fazaviy tezlik va ularning fizik ma'nosi

To'liqin-paketni tashkil qilgan har bir to'liqinning xususiy tezligi bo'lib, u *fazaviy tezlik* deyiladi. Superpozitsiya tufayli hosil bo'lgan yig'indi-to'liqinni og'uvchisining tezligi boshqa tezlikda harakat qilgani uchun *gruppaviy tezlik* deyiladi.

De-Broyl g'oyasiga binoan  $E$ -energiya  $\bar{p}$  impulsiga ega bo'lgan erkin harakat qilayotgan zarra

$$\psi(r, t) = A \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - \bar{p}\bar{r})\right] \quad (10.12)$$

to'liqin funktsiya bilan tavsiflanadi.

(10.12) funktsiya  $OX$  o'qi bo'yicha tarqalgan to'liqin uchun

$$\psi(r, t) = A \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - px)\right] \quad (10.13)$$

ko'rinishda yozsak bo'ladi.

(10.13) formuladagi doimiy faza

$$\frac{Et - px}{\hbar} = \varphi_0 = \text{const} \quad (10.14)$$

koordinata  $x$  vaqt o'tishi bilan o'zgaradi. Doimiy faza sirtini ko'chishini xarakterlovchi  $\frac{dx}{dt}$  hosila to'liqinning fazaviy tezligini xarakterlaydi, ya'ni

Yoki

$$\nu_f = \nu \cdot \lambda = \frac{dx}{dt} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} \quad (10.15)$$

$$\nu_f = \nu \cdot \lambda = \frac{2\pi\omega}{2\pi k} = \frac{\omega}{k} \quad (10.16)$$

bunda  $\omega = 2\pi\nu$  - burchak chastota,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  - to'liqin son.

(10.15) formuladagi  $\nu$  va  $\lambda$  ni de-Broyl chastotasi va to'liqin uzunligi deyish mumkin.

(10.15) munosabatga ko'ra moddiy zarra uchun de-Broyl to'liqinining fazaviy tezligi har doim yorug'lik tezligidan katta bo'ladi, chunki  $\nu < c$ . Bu olingan natija bizni ajablantirmasa kerak, chunki tajribada bu kattalik o'lchanmaydi; bu tezlik signalni tezligini ham, energiya ko'chishini tezligini ham xarakterlamaydi. Boshqacha aytganda, fazaviy tezlik fizikaviy ma'noga ega bo'lmay, u nisbiylik nazariyasini aks ettirmaydi. Nisbiylik nazariyasiga ko'ra, modda tezligi hech vaqt yorug'lik tezligidan katta bo'lmaydi. To'liqinning fazaviy tezligi, umuman, zarra massasi va energiyasini ko'chirib o'tilishini xarakterlamaydi.

To'liqin-paket g'oyasining yoqimli tomoni shundaki uning og'uvchisining tezligi, ya'ni gruppaviy tezlik  $\nu_{gr}$  zarra harakatining tezligiga tengdir.

Zarra tezligi

$$v = \frac{dE}{dp} \quad (10.17)$$

munosabatdan topish mumkin.

To'liqin nazariyasiga binoan, to'liqin-paket og'uvchisining tezligi

$$\nu_{gr} = \frac{d\omega}{dk} \quad (10.18)$$

formula orqali topiladi. (10.18) munosabatni

$$\nu_{gr} = \frac{dv}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = -\lambda^2 \frac{dv}{d\lambda} \quad (10.19)$$

ko'rinishda yozamiz.

$\lambda = h/p$  munosabatdan foydalanib

$$d\lambda = -\frac{hdp}{p^2} \quad (10.20)$$

formulani olamiz.

$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2$  formulani differensiallasak

$$dE = -\frac{pc^2}{E} dp, \quad (10.21)$$

$v = \frac{E}{\hbar}$  ni differensiallasak

$$dv = \frac{dE}{\hbar} = \frac{pc^2}{E\hbar} dp \quad (10.22)$$

ifodalar hosil bo'ladi.

(10.20) va (10.22) ifodalarni (10.18) ga qo'ysak

$$v_{gr} = -\lambda^2 \frac{dv}{d\lambda} = \frac{pc^2}{E} \quad (10.23)$$

yoki

$$v_{gr} = \frac{mvc^2}{mc^2} = v \quad (10.24)$$

hosil bo'ladi.

(10.24) formuladan quyidagi xulosaga kelamiz;

Gruppaviy tezlik zarra tezligiga teng, yoki boshqacha aytganda, de-Broyl to'liqlari zarra bilan birga harakat qiladilar.

To'liqinning gruppaviy tezligi (de-Broyl to'liqinidan tashkil topgan to'liqin-paket og'uvchisining tezligi) (10.19) ni fazaviy tezlik  $v_f$  bilan bog'laylik. Buning uchun  $v$  ni o'rniga  $v_f/\lambda$  ni qo'ysak:

$$v_{gr} = \frac{d\left(\frac{v_f}{\lambda}\right)}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)}, \quad (10.25)$$

shakl almashtirsak

$$v_{gr} = v_f - \lambda \frac{dv_f}{d\lambda} \quad (10.26)$$

munosabatni hosil qilamiz. (10.26) formula gruppaviy tezlik bilan fazaviy tezlikni bog'laydi. Agar to'liqlar dispersiyasi bo'lmagan muhitda tarqalsa, ya'ni

$$v_f = \text{const} \quad (10.27)$$

bo'lsa

$$v_{gr} = v_f. \quad (10.28)$$

Demak, dispersiyasi bo'lmagan muhitda to'liqning gruppaviy tezligi doimo uning fazaviy tezligiga tengdir.

Fotonning gruppaviy tezligi haqida nima deyish mumkin? Uning gruppaviy tezligi zarralarning gruppaviy tezligiga tengmi?

Bilamizki, fotonlar energiyasi  $E=rs$ . Bu ifodani (10.23) ga qo'y sak

$$v_{gr} = -\lambda^2 \frac{dv}{d\lambda} = \frac{pc^2}{E}$$

yoki

$$v_{gr} = c \quad (10.29)$$

Shunday qilib, fotonlarning gruppaviy tezligi ham yorug'lik tezligiga teng. (10.28) ni ham e'tiborga olsak

$$v_f = v_{gr} = c \quad (10.30)$$

Demak, yorug'lik to'liqining fazaviy tezligi ham, gruppaviy tezligi ham yorug'lik to'liqining o'ziga teng degan xulosaga kelamiz.

### 10.3. To'liqin-paketning yoyilishi. To'liqin-paket g'oyasining kamchiliklari

To'liqin-paket modelining e'tiborli tomoni shundaki, birinchidan, uning gruppaviy tezligi zarra tezligi bilan mos tushadi. Ikkinchidan, impuls intervali kengligini tanlash bilan har qanday kichik kenglikka ega bo'lgan fazaviy uzunlikni hosil qilishi mumkin.

Lekin shunga qaramay, E. Shryodinger taklif etgan to'liqin-paket modelidan voz kechishga to'g'ri keladi. Asosiy e'tirozlardan biri shundaki (10.10) tenglamani keltirib chiqarishda de-Broyl to'liqlarining barcha alomatlarini hisobga olinmagan. Haqiqatan ham (10.15) formulaga binoan, paketni barpo qiluvchi monoxromatik to'liqlarning fazaviy tezligi impulsiga bog'liq. Shunga ko'ra ham hatto vakuumda turli to'liqlarning doimiy fazasining sirti turli tezlikda ko'chishi kerak, ya'ni

$$v_f = \frac{E}{p} = \frac{c(p^2 + m^2 c^2)}{p} \quad (10.31)$$

Optikadan bilamizki to'liqlarda dispersiya degan hodisa mavjud. To'liqlar dispersiyaga muvofiq, paketda tez harakat qilayotgan to'liqlar ildamlab ketadi, lekin sekin harakat qilayotgan to'liqlar esa orqada qolib ketadi. Natijada paketni barpo qiluvchi to'liqlar orasidan fazaviy munosabat buziladi va vaqt o'tishi bilan paket yoyilib ketadi. Bunday ko'rinishdagi zarrani to'liqin-paketga aylantirish uni beqaror bo'lishiga olib keladi. Aslida bunday emas, chunki zarra barqaror sistemadir.

To'liqin-paketni yoyilib ketish vaqtini chamalash mumkin. Biz uni keltirib chiqarib o'tirmasdan tayyor formulasini yozib qo'ya qolamiz.

To'liqin-paketni yoyilish vaqti

$$\tau \sim \frac{2\pi\hbar m}{(\Delta p)^2} \quad (10.32,a)$$

yoki

$$\tau \sim \frac{m(\Delta x)^2}{2\pi\hbar} \quad (10.32,b)$$

formula bilan ifodalanadi. Bunda  $\Delta x$  - paketning chiziqli o'lchami,  $\Delta p$  impuls. Masalan,  $m=1g$  va o'lchami  $\Delta x=0,1 \text{ sm}$  bo'lgan makrozarrani ifodalovchi to'liqin-paketni yoyilish vaqti  $\tau \sim 10^{25}s$ , ya'ni to'liqin-paket deyarli yoyilmaydi.

Massasi  $m \sim 10^{-31}kg$  va o'lchami  $\Delta x=10^{-13}sm$  bo'lgan elektron uchun  $\tau \sim 10^{-26}s$ , ya'ni bir zumda elektron yoyilib ketadi. Shunday qilib, Shryodinger elektroni barqaror sistema hosil qilmaydi va bu eksperimental fakt natijalariga ziddir. Shuningdek, ko'p elektronlarning harakatini tavsiflovchi monoxromatik to'liqinni to'liqin-paketga almashtirsak, u dispersiya hodisalarini tushuntirib beraolmaydi.

#### 10.4. Impuls va koordinata uchun noaniqlik munosabati

Zarraning to'liqin-paket sifatida tasavvur qilish noto'g'ri ekanligini oldingi bandeda qayd qildik. Bunday xulosa chiziqli tenglamalar bilan tavsiflanadigan to'liqlar uchun o'rindir. Chiziqli bo'lmagan to'liqlar uchun vaziyat tamomila boshqacha. Chiziqli bo'lmagan to'liqlar uchun yagona to'liqlar - solitonlar bo'lishi mumkinki, ular fazoning juda kichik qismida mujassamlashgan bo'lib, shaklni ham, o'lchamni ham o'zgartirmasdan tarqalishi mumkin. Solitonlar fizikasi juda qiziq bo'lib, uning natijalari kvant fizikaning ko'p masalalarini echishda hozirda keng qo'llaniladi. Hozirgi paytda solitonlar uchun bir o'lchamli va ikki o'lchamli tenglamalar topilgan. Agar uch o'lchamli fazo uchun tenglama topilsa, solitonni bemalol zarra deb atasa bo'ladi. Hozirgi paytda bu yo'lda yetarli darajada qanoatlantiruvchi natijalar olinmagan.

Zarra-to'liqin ziddiyatini bartaraf qilish uchun 1927-yilda nemis fizigi Verner Geyzenberg qiziq g'oya berdi. Bu g'oyani *noaniqlik prinsipi* yoki *noaniqlik munosabati* deb atashadi. Noaniqlik prinsipi, umuman ma'lum o'zgaruvchi fizikaviy kattaliklar juftligi bir vaqtda o'lchash masalasiga taalluqli bo'lib, o'lchashning fundamental chegarasini ifodalaydi. Mikrozarraning, masalan, elektronning impulsini va koordinatasini bir vaqtda o'lchash bilan bog'liq bo'lgan noaniqlikni ko'raylik.

10.2-rasmda  $v$ -tezlik bilan harakatlanayotgan zarra tasvirlangan. Zarra  $v_{gr} = v$  tezlik bilan harakatlanayotgan to'liqin-paket ichida mujas-samlashgan. (10.19) va (10.20) tenglamalardan foydalanib gruppaviy tezlik uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$v_{gr} = \frac{h dv}{dp} \quad (10.33)$$

10.2-rasm va (10.33) teng-lamadan kelib chiqib

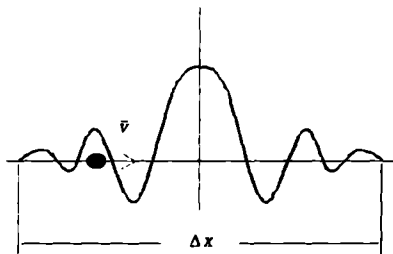
$$v_{gr} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = h \frac{\Delta v}{\Delta p}$$

yoki

$$\Delta p \Delta x = h \Delta v \Delta t \quad (10.34)$$

ifodani yozamiz.

Agar to'liqin chastotasini o'lchash so'ralayotgan bo'lsa, u holda uni o'lchash uchun ke-rak bo'lgan eng kichik vaqt tayinli nuqatadan to'la to'liqin uzunlikni o'tishi uchun ketgan vaqt intervali  $\Delta t$  ni bilish kerak bo'ladi. Bitta to'la davr uchun mos kelgan bu vaqt intervali chastota bilan quyida-gicha bog'langan



10.2-rasm.

$$\Delta t \geq \frac{1}{\Delta v} \quad (10.35)$$

va

$$\Delta v \Delta t \geq 1 \quad (10.36)$$

ekanligini hisobga olsak (10.34) dan

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq h \quad (10.37)$$

munosabatni olamiz.

(10.37) munosabat koordinata va impuls uchun yozilgan Gey-zenbergning *noaniqlik munosabati* deb ataladi. Bu munosabatga ko'ra zarra koordinatasini qancha aniqroq bilmoqchi bo'lsak, zarra impuls-ining shu o'qidagi proeksiyasi shuncha noaniqlashadi. Shuning uchun ham (10.37) munosabatni

$$\Delta p_x \Delta x \geq h \quad (10.38)$$

ko'rinishda yozish o'rinlidir.

Zarraning koordinatasi va impulsini bir vaqtda aniqlash yo'lida vujudga kelgan koordinata-impuls noaniqligi mikrozarraning to'liqin funksiyasi, ya'ni o'zi haqiqatan ham  $\Delta r$  va  $\Delta x$  sohada yoyilganligi sa-babli yuzaga keladi.

Noaniqlik prinsipini uch o'lchamli fazoga quyidagicha yozamiz:

$$\begin{aligned}\Delta x \cdot \Delta p_x &\geq h \\ \Delta y \cdot \Delta p_y &\geq h \\ \Delta z \cdot \Delta p_z &\geq h\end{aligned}\quad (10.39)$$

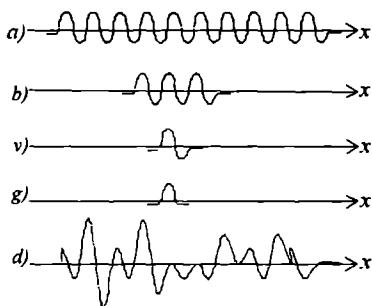
$r_x$  va  $x$  kabi juft kattaliklar uchun  $\Delta x$  noaniqlik va  $\Delta p_x$  noaniqlikga ega bo'lgani uchun ularni *qo'shma kattaliklar* deyiladi.

10.3-rasmda koordinata-impuls uchun noaniqlik munosabati turli hollar uchun ko'rsatilgan.

Koordinatani aniq bilish uchun to'liqin kuchasi qisqa bo'lishi talab qilinadi (kucha deganda  $\tau$  bilan ajratilgan ikkita vaqt momenti orasidagi jarayonning qismi tushuniladi).

10.3-rasmda chekli uzunlikka ega bo'lgan turli to'rtta to'liqin kucha tasvirlangan. Barcha grafiklarda «haqiqiy» bo'lmagan ikkala tomonidan chegaralangan sinusoidalar tasvirlangan. Koordinatani yoki impulsni aniqlash uchun  $-\infty$  dan  $+\infty$  gacha yoyilgan sinusoida bo'lishi kerak. Biroq bu ikki talab bir-birini istisno etadi.

10.3, a) rasmda holat yomon aniqlangan. Chunki to'liqin kuchasida to'la tebranishlar soni qancha ko'p bo'lsa, to'liqin uzunlikni shunchalik aniq topish mumkin, ya'ni



10.3-rasm.

$$\frac{1}{n} - \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta p}{p}; \quad (10.40)$$

bunda  $\Delta r$  impulsdagi no-

aniqlik  $\left( \lambda = \frac{2\pi}{p} \right)$ . Holatni no-

aniqligini chamalash uchun to'liqin kuchasi uzunligini olishimiz mumkin. Agar u  $n$  ta to'liqlardan iborat bo'lsa, u holda

$$\Delta x \sim n\lambda = \frac{2\pi n}{p} \quad (10.41)$$

(10.40) va (10.41) dan

$$\Delta x \cdot \Delta p \sim h$$

kelib chiqadi.

10.3, b) rasmda holat yaxshiroq, impuls esa yomonroq aniqlangan; 10.3, v) rasmda holat yaxshi aniqlangan, impuls esa yomon; 10.3, g) rasmda esa holat juda yaxshi aniqlangan, impuls esa juda yomon aniqlangan. d) ko'rinishdagi to'liqin tsugda holat ham, impuls ham juda yomon aniqlangan. Shu sababli, noaniqlik munosabati

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad (10.42)$$

shaklda yozish kerak.

Noaniqlik munosabatini yaxshi tushunish uchun masalalar bo'limidagi misollarni echish kerak bo'ladi.

Noaniqlik munosabati tabiat qonunini ifodalab, sababiyat qonuniga zid kelmaydi. Maxsus nisbiylik nazariyasi esa sababiyat va natija orasidagi mutlaq farqqa tayanadi. Bu holat indeterminizm atamasi bilan yaxshiroq oshkorlashadi. Bu nuqtai nazardan qaraganda Nyuton klassik mexanikasi deterministik xarakterga ega. Zarraga ta'sir qilgan kuchni va impulsqa qo'yilgan boshlang'ich shartlarni bilsak, vaqtning keyingi istalgan momentlari uchun uning holatini absolyut aytib berish mumkin. Mikrodunyo esa mohiyati jihatdan indeterminatdir. Moddalar tabiatining ikkiyoqlama xususiyati mantiqiy natijasi noaniqlik muammosidir. Noaniqlik prinsipini chuqur anglash uchun aqlash tajribalardan foydalanish kerak bo'ladi.

### 10.5. Energiya va vaqt uchun noaniqlik munosabati

Koordinata va impuls uchun yozilgan noaniqlik munosabatiga o'xshash munosabatni energiya va vaqt uchun ham yozish mumkin. Buning uchun (10.36) formula va Plank formulasidan foydalanamiz, ya'ni

$$\Delta v \cdot \Delta t \geq 1 \quad (10.42)$$

va

$$\Delta E = \hbar \Delta v \quad (10.43)$$

(10.43) ni (10.36) ga qo'sak

$$\Delta \left( \frac{E}{\hbar} \right) \Delta t \geq 1$$

bundan

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar, \quad (10.44)$$

bunda  $\Delta E$  energiyani aniqlashdagi noaniqlik (xatolik),  $\Delta t$  vaqtni aniqlashdagi noaniqlik. (10.44) munosabat energiya va vaqt uchun Geyzenbergning noaniqlik munosabati deyiladi. Uni quyidagicha ta'riflaymiz: agar energiyani aniqlashdagi xatolik  $\Delta E$  bo'lsa va shu vaqtda o'lchangan vaqtning xatoligi  $\Delta t$  bo'lsa, u holda o'lchashning bu ikki xatoligini ko'paytmasi tartibi jihatdan Plank doimiysi  $\hbar$  ni qiymatidan hech qachon kichik bo'lmaydi. Boshqacha aytganda, (10.44) tengsizlikni shunday tushunish mumkin:  $\Delta E$  noaniqlik bilan  $E$  energiyani qayd qilish uchun kerak bo'lgan  $\Delta t$  vaqtning qiymati  $\hbar/\Delta E$  kattalikdan katta bo'lishi kerak.

Ikki elektron orasidagi elektromagnit o'zaro ta'sir vositachi fotonlar orqali beriladi. Bitta elektron foton chiqaradi, ikkinchi elek-

tron ushbu fotonni yutadi. Foton almashuvi yoki elektromagnit maydon kvantlari almashuvi natijasida ikkita zaryadlangan zarra orasida elektromagnit o'zaro ta'sir paydo bo'ladi. Shunday o'zaro ta'sir pozitroniy ( $e^+$ ,  $e^-$ ) uchun ham o'rinni? Fotonlar almashuvi jarayonida ikkita zarraning massa markazi sistema koordinatasida tavsiflanadi. To'qnashish elastik bo'lgani uchun, bu sanoq sistemasida energiyalar o'zgarishsiz qoladi, ya'ni  $E_1^i = E_1$ ,  $E_2^i = E_2$ . Foton chiqarilgunga qadar bo'lgan to'la energiya  $E = E_1 + E_2$ . Foton chiqarilgandan so'ng energiya va uni yutgunga qadar bo'lgan to'la energiya  $E = E_1 + E_2 + E_\gamma$ . Demak, energiya saqlanmaydi. (10.44) Geyzenberg noaniqlik munosabatiga binoan,  $\Delta t$  vaqtda energiya saqlanishini hisobga olmasa ham bo'ladi. Shunday qilib,  $\Delta E$  noaniqlik oralig'ida energiya saqlanmasligi kuzatib bo'lmaydigan faktidir. Energiyani saqlanmaslik holati  $T$  vaqt intervalida

$$T \leq \frac{\hbar}{\Delta E} \Delta E \cdot \Delta t \geq h \quad (10.45)$$

tengsizlik bilan ifodalanadi.

Energiyasi  $\Delta E = \hbar\omega$  bo'lgan foton  $T$  vaqt davomida yashasa, uni kuzatib bo'lmaydi, ya'ni

$$T = \frac{\hbar}{\hbar\omega} = \frac{1}{\omega}. \quad (10.46)$$

Kuzatib bo'lmaydigan foton  $T$  dan kichik vaqt ichida mavjud bo'lgani uchun u

$$r = cT = \frac{c}{\omega} \quad (10.47)$$

masofani o'tishi mumkin.

$\omega$  chastota juda kichik bo'lgani uchun foton beradigan elektromagnit o'zaro ta'sir masofasi juda katta. Haqiqatan ham Kulon kuchlari masofaga  $1/r^2$  kabi bog'liq bo'lgani uchun bu kuch cheksiz katta masofalar uchun ham o'rinni. Almashuv fotonini kuzatib bo'lmislik sababi tufayli uni *virtual foton* deb atashadi.

(10.44) munosabat matematik ko'rinishi jihatdan (10.37) munosabatga o'xshagan bo'lsa ham fizik ma'nosi jihatdan undan tamomila farq qiladi. Bunga quyidagi sabablarni ko'rsatish mumkin. Birinchidan, eksperimentda, odatda, holatning to'la energiyasi emas, balki sistemaning bir holatdan ikkinchi holatga o'tishidagi energiya farqi o'lchanadi. Ikkinchidan, vaqt uzluksiz o'sadi, shuning uchun biror  $t$  - vaqt momentiga nisbatan  $\Delta t$  tarqoqlikni o'lchaydigan "o'rtacha nuqta" yo'q. Bu ikki xil bir-biri bilan uzviy bog'langani uchun (10.44) ni (10.37) kabi talqin etib bo'lmaydi.

(10.44) da qo'zg'almas "o'rtacha nuqta"ni yo'qligi tufayli davomiylik ma'noga egadir. Ikkinchi tomondan  $\Delta E$  energiya tarqoqligidan ikkita holat energiyasi farqining tarqoqligi  $\Delta(E-E')$  degan tushunchaga o'tish tengsizlikni o'ng tomonidagi ifodani ikki marta ko'paytirishi mumkin, chunki  $\Delta E$  va  $\Delta E'$  larning ishoralari erkli bo'lishi mumkin. Shuning uchun

$$\Delta(E-E')\Delta t \geq \hbar \quad (10.48)$$

munosabat o'rinli bo'ladi. Bu munosabatda  $\Delta t$  deganda  $E$  energiyadagi sistemani  $E'$  energetik holatga o'tishidagi vaqt oralig'i deb tushunmoq kerak. Shu narsaga e'tibor bering: bu bir holatdan ikkinchi holatga o'tishni o'zining davomiyligi (muddati) emas, balki voqea sodir bo'lishidagi vaqt oralig'ining davomiyligidir.  $\Delta(E-E')$  kattalik deganda energiya o'tishdagi olingan tarqoqlikni tushunamiz.

Bu fikrni atom nurlanishi misolida tushuntirishga harakat qilamiz.

Atomda elektron bir holatdan boshqa holatga o'tgan yorug'lik kvanti nurlanadi. Biroq bilamizki, nurlanish spektrining chiziqlari tabiiy kenglikka ega. Bu degani nurlangan kvantlar energiya aniq bir qiymatga ega emas, balki qandaydir energetik tarqoqlik mavjud va bu tarqoqlik atom bir-holatdan ikkinchi holatga o'tgan jarayondagi energiya farqi tarqoqligi qiymatiga mos keladi. Bu tarqoqlik (10.48) formulada  $\Delta(E-E')$  kattalik bilan berilgan. Shunday qilib, nurlanish chizig'ining tabiiy kengligini bilgan holda  $\Delta(E-E')$  ni topish mumkin. So'ng esa (10.48) formula yordamida o'tishga nisbatan uyg'ongan holat uchun atomning yashash vaqti hisoblanadi:

$$\Delta t = \tau \approx \frac{\hbar}{\Delta(E-E')} \quad (10.49)$$

(10.49) formuladan birlik vaqt ichida sistemani bir holatdan ikkinchi holatga o'tish ehtimoli  $R$  aniqlanadi:

$$P = \frac{1}{\tau} \approx \frac{\Delta(E-E')}{\hbar} \quad (10.50)$$

Energiya-vaqt uchun berilgan noaniqlik munosabatidan shuni anglash mumkinki, bu munosabatning mavjudligi o'lchash vositalariga emas, balki kvant sistemalarning o'zining ichki xususiyatlariga bog'liqdir. Noaniqlik munosabati bu zarralarning ham to'lqin, ham korpuskulyar xususiyatiga ega ekanligini tasdiqlovchi matematik ifodadir. Shu sababdan ham bu munosabat obyektiv qonuniyatni ifodalovchi formuladir.

*Misol.* Uyg'ongan holatdagi atomning yashash vaqti  $\tau = 10^{-8}$ s. Energiyani aniqlashdagi xatolikni toping.

Yechish. (10.44) munosabatga ko'ra ( $\Delta t = \tau$ )

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ js}}{2\pi \cdot 10^{-8} \text{ s}} = 1,0 \cdot 10^{-26} \text{ j}$$

yoki

$$\Delta E \geq 6,5 \cdot 10^{-8} \text{ eV}$$

Energiyaning bu qiymati uyg'ongan atomning energetik sathini kengligi deyiladi.

Odatda, sath kengligi  $\Gamma = \Delta E$  bilan belgilanadi.

Mikroolamda ham sistemaning holatini tasvirllovchi ko'pgina kataliklar absolyut aniqlik bilan aniqlanishi mumkin. Ana shunday kataliklardan biri zarra elektr zaryadining ishorasidir. Eksperimental yo'l bilan qaralayotgan zarrani elektr zaryadi musbat yoki manfiy ekanligini absolyut aniq bilish mumkin.

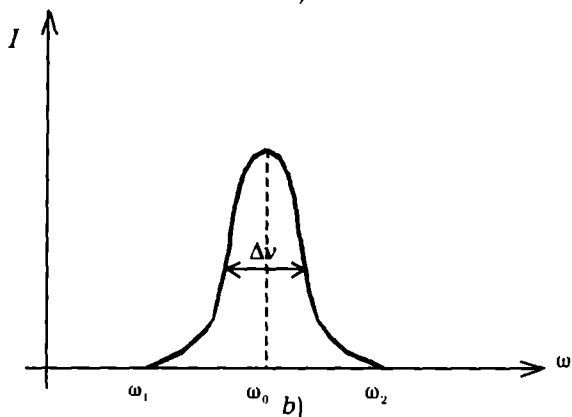
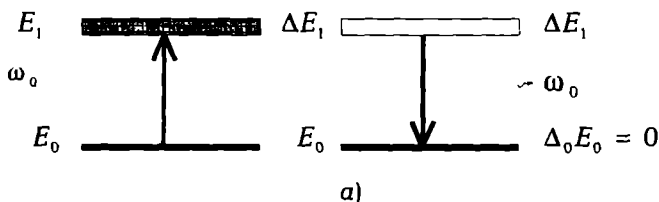
### 10.6. Energetik sathlar kengligi va noaniqlik munosabati

Yuqorida biz energetik sathlar kengligi haqida gapirdik. Atom, yadro va elementar zarralar fizikasida sath kengligi fundamental tushunchadir, zero u haqida batafsilroq gapirishga to'g'ri keladi.

Dastlab asosiy holatda yotgan atom  $\omega_0$  - chastotaga ega bo'lgan fotonni yutsin. Agar bu foton chastotasi atomni asosiy holatidan biror uyg'ongan holatga o'tishdagi energiyasiga to'g'ri kelsa, ushbu atom fotonni yutadi va uyg'onadi: So'ng u o'zining dastlabki asosiy holatiga o'tadi va  $\omega_0$  chastotali foton chiqaradi (10.4, a) rasm). Ushbu foton istalgan yo'nalishga ega bo'lishi mumkin, bu degani atom  $\omega_0$  - chastotaga ega bo'lgan fotonni sochadi. Endi faraz qilaylik, atomga tushayotgan nurlanish chastotasi  $\omega_0$  chastotadan biroz farq qilsin. Bu holda atom yorug'likni sochadimi? Ha. Tajribadan ko'rinadiki, agar  $\omega$  - chastotaga  $\omega_0$  ga nisbatan biroz o'zgarsa, atomni effektiv sochishi ham o'zgaradi: avval u asta-sekin o'sa boradi va  $\omega = \omega_0$  da keskin maksimumga ega bo'ladi, so'ng chastotaning ortishi bilan 10.4, b) rasmdagi kabi keskin kamayadi. Ayrim hollarda  $\omega \neq \omega_0$  da ham holat o'zgarishlari ro'y beradi. Agar  $\omega \neq \omega_0$  chastotadagi foton atomga tushsa, sochilgan nurlanishning chastotasi qanday bo'ladi? O'tishlar sxemasiga ko'ra bu chastota  $\omega_0$  ga teng bo'lishi kerak, biroq tajriba buni tasdiqlamaydi: energiyaning saqlanish qonuniga binoan chiqarilgan fotonning chastotasi ham  $\omega$  ga teng bo'ladi. Rezonansli fluoressensiya hodisasi buni to'la tasdiqlaydi. Atom, molekula va yadrolar energetik sathlarini rezonansli fluoressensiya hodisasiga binoan talqin etib juda muhim xulosaga kelamiz: energetik sathlar farqi rezonanslidir. Shu sababdan ham biz energetik sathlar energiyasini o'lchash imkoniyatiga egamiz.

Atomni asosiy holatdan uyg'onish holatiga o'tishiga sababchi bo'lgan foton chastotasini o'lchab sath energiyasini hisoblash mumkin.

Boshqacha aytganda, atomni rezonansga keltiradigan chastotani topish kerak. Bunday bir qiymatga ega bo'lgan yagona chastota yo'q; atom uncha katta bo'lmagan chastotalar intervaliga sado beradi. Albatta, sath energiyasini aniqlaydigan chastota 10.4, b) rasmdagi rezonans egriligining maksimumiga to'g'ri keladi. Shunday qilib, quyidagi xulosaga kelamiz:  $\omega_0$  - chastotaga juda ham yaqin bo'lgan barcha chastotalarga atom sado beradi va atomni yutilish spektri mutlaq ingichka bo'lmaydi; balki u chekli kenglikka ega (10.4-rasm - $\Delta E_1$ ). Bu eksperimental faktdir. Xuddi shunga o'xshab atomning chiqarish spektri chiziqlari ham chekli kenglikka ega. Chiqarish spektri chizig'i kengligi yutish spektri chizig'i kengligiga tengdir (10.4-rasm). Chiziqlar kengligi mutlaqo atomning ichki xususiyatidir.



10.4-rasm.

Chiqarish va yutilish spektri chiziqlari chekli kenglikka ega bo'lsa, u holda ular orqali aniqlanuvchi energetik sathlar holati ham aniq qiymatga ega emas. Boshqacha aytganda, uyg'ongan holatlar energiyasi muayyan aniq bir qiymatga ega emas. Bu eksperimental fakt energiya saqlanish qonuni va fotonlarning mavjud ekanligini ham tasdiqlaydi. Asosiy holatdan tepada yotgan barcha energetik sathlar chekli kenglikka ega.

Faraz qilaylik, atomni asosiy holatdan uyg'onish holatiga o't-gandagi yutilish spektri chizig'ini kuzatish orqali uyg'ongan holat en-ergiyasini aniqlamoqchimiz. Agar atomning sadosi  $\omega_0$  chastotada maksimal bo'lsa, u holda uyg'ongan holatning o'rtacha energiyasi

$$E = E_0 + \hbar\omega_0$$

deyish mumkin, bunda  $E_0$  - asosiy holat energiyasi.

Spektral chiziqlarning kengligi  $\Delta\omega$  bo'lsa (uni eksperimentda o'l-chash mumkin), u holda uyg'ongan sath kengligi

$$E = \hbar\Delta\omega$$

energiyaga teng bo'ladi. Agar uyg'ongan energiya chekli kenglikka ega degan tushunchani anglasak, u holda «o'rtacha energiya» atama-sini ishlatishga hojat qolmaydi. Rezonans egrilikni (10.4b-rasm) kengligi, odatda, maksimal qiymatni yarmida olinadi, ya'ni

$$\Delta\omega = \frac{1}{\tau}. \quad (10.51)$$

Bundan uyg'ongan energiya holati kengligi  $\Delta E = \hbar\Delta\omega$  bo'lgani uchun

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\tau}$$

formulani yozish mumkin bo'ladi. Shunday qilib, energetik sathdagi  $\Delta E$  noaniqlik holatni o'rtacha yashash vaqti bilan bog'lanadi. Holat qancha uzoq yashasa, uning energiyasi shuncha aniq aniqlanadi, ya'ni  $\Delta E$  kichik bo'ladi.

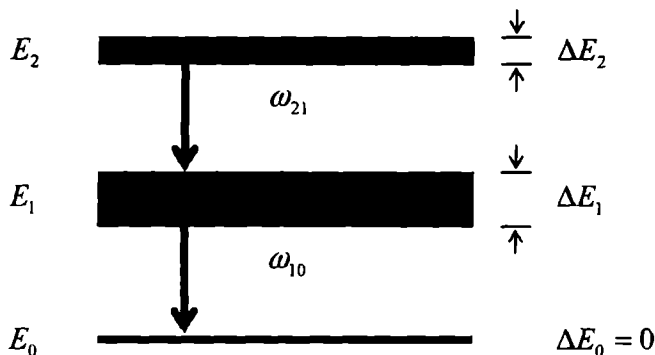
Ikkita uyg'ongan holatlar orasidagi o'tishlar uchun chiqarish chizig'ining kengligini ko'raylik. Bu holat 10.5-rasmdagi chizmada tasvirlangan. Sath kengligi, odatda, chizmada gorizontal chiziqlar kengligi bilan xarakterlanadi.

Ikkita o'tishdan iborat kaskadda (shalolada) ikkinchi holatdan bir-inchi holatga o'tish, so'ng ikkinchi holatdan asosiy holatga o'tish 10.5-rasmda tasvirlangan.  $\omega_{10}$  - chastotali chiziq kengligi ikkinchi o'tishda

$$\Delta\omega_{10} = \frac{\Delta E_1}{\hbar}$$

Atomning ushbu kaskad o'tishida chiqarilgan nurlanishlar uchun ikki chastota yig'indisining noaniqligi qiziqtiradi. Bu yig'in-di  $\omega_{20} = \omega_{21} + \omega_{10}$  deb belgilaylik. U holda  $\Delta\omega_{20} = \frac{\Delta E_2}{\hbar}$ . Bu natija ener-giya saqlanish qonunidan kelib chiqadi.

O'tishda to'la energiya ajralishidagi noaniqlik, ikkinchi uyg'on-gan holat noaniqligiga teng bo'lishi kerak.



10.5-rasm. Uyg'ongan holatlar uchun o'tishlar.

Bundan chiqadiki  $\omega_{21}$  - chastotada chiziq kengligi birinchi o'tishda

$$\Delta\omega_{21} = \frac{\Delta E_2 + \Delta E_1}{\hbar} \quad (10.52)$$

bilan aniqlanadi.

Agar birinchi uyg'ongan holat katta kenglikka ega bo'lsa, u holda chiqarish chizig'ining kengligi ham katta bo'ladi, hatto ikkinchi uyg'ongan holat kengligi kichik bo'lsa ham.

Birinchi uyg'ongan sath kengligi ikkita chiqarilgan fotonni mumkin bo'lgan barcha energiyasini aniqlashga noaniqlik kiritadi. Shunday qilib, chiqarish chizig'ining kengligi ikkala sath kengligiga ham bog'liq bo'ladi.

$\Delta\omega = \frac{1}{\tau}$  munosabatga qayta murojaat qilaylik. Chastota to'lqin

uzunlikka teskari proporsional bo'lgani uchun nisbiy to'lqin uzunlik noaniqligi, chastotani aniqlashdagi nisbiy noaniqlikka teng.

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1}{\omega\tau} \quad (10.53)$$

Atomdagi optik o'tishlar uchun  $\omega\tau$  - juda katta.  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$  chastota

$5 \cdot 10^{14}$  gts tartibda,  $\tau$  ni tartibi  $10^{-7}$ - $10^{-8}$  s. Shunday qilib, to'lqin uzunlikni (chastotani) nisbiy noaniqligi

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim 10^{-7}.$$

Bu juda kichik sonidir. Demak, spektral chiziqlarning spektral chizig'i *chiziqlarning tabiiy kengligi* deyiladi; u atomning ichki xususiyatidir. Uyg'ongan holatning o'rtacha yashash vaqti  $\tau$ , bu shunday vaqtiki u uyg'ongan holatni foton chiqarishi uchun ketgan zaruriy vaqt. U sistemaning nurlanish vaqtidagi tebranish sonini xarakterlaydi. Uni o'lchamsiz birlikda quyidagicha yozish mumkin:

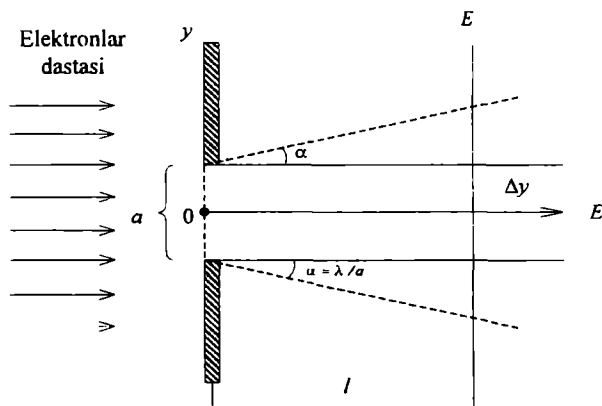
$$\omega\tau \sim \frac{1}{\alpha} \left( \frac{r_0 \omega}{c} \right)^2 \quad (10.54)$$

Bunda  $\frac{1}{\alpha} \sim 137$ .

### 10.7. Noaniqlik munosabatini tasdiqlovchi aqliy tajribalar

Moddalarning ikki yoqlama tabiati tufayli noaniqlik munosabati paydo bo'ladi u dualizmning mantiqiy natijasidir. Noaniqlik munosabatini yaxshi anglash uchun bir qancha aqliy tajribalarni qilish o'rindir.

**1. Bir tirqishli teshik.** Noaniqlik munosabatini ko'rgazmali ko'rsatish uchun bir tirqishli ekrandan o'tadigan elektronlarning traektoriyasini qanday aniqlik bilan o'lchashni ko'raylik (10.6-rasm).



10.6-rasm.

$OX$  o'qi bo'ylab moduli bir xil bo'lgan elektronlar  $\vec{p}_x$  impuls bilan tirqishli ekranga parallel tushayotgan bo'lsin. Bu holda

$$p_x = p \quad (10.55)$$

$$p_y = p_z = 0$$

Difraksiya natijasida yassi to'liqin o'rni

$$\alpha \approx \sin \alpha = \lambda / a \quad (10.56)$$

burchakda tarqaluvchi sochuvchi to'liqlar hosil bo'ladi. Bunda  $a$  tirqish kengligi  $\lambda \ll a$ .

Tirqishda elektron impulsining  $p_y = p_z$  tashkil etuvchilari nolga teng. Tirqishdan so'ng  $p_y \neq 0$  bo'ladi. Uning qiymati to'la aniq bo'lmagani uchun

$$-p \sin \alpha \leq \Delta p_y \leq p \sin \alpha$$

oraligida yotadi.

$\sin \alpha \approx \alpha$  bo'lgani uchun

$$\alpha \approx \frac{\lambda}{a} \text{ va } p \cdot \lambda \approx h.$$

Demak,

$$\Delta p_y \approx \frac{h}{a}. \quad (10.57)$$

$\Delta p_y$  - kattalik impulsni  $u$  - tashkil etuvchini topishdagi noaniqlik deyiladi. Tirqishgacha  $u$  o'qi bo'yicha elektronning holati mutlaqo noma'lum edi; u bir xil ehtimol bilan yassi to'liqinning istalgan nuqtasida aniqlanishi mumkin. Elektron tirqishdan o'tgandan so'ng uning holati  $u$  - o'qi bo'yicha ancha aniq bo'lib qoladi; tirqish orqasida elektron  $a$  tartibdagi kenglik sohasida tirqishlardagi nisbati simmetrik ravishda mujassamlashadi. Ya'ni lokallashadi. Elektronning  $u$  - koordinatasi tirqishining o'zida  $\Delta u = a$ . Tirqishdan yiroqlashgan sari  $u$  ortadi, chunki difraksiya oqibatida dasta kengayadi:  $\Delta u > a$ . Shuning uchun

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq h. \quad (10.58)$$

Masalan, 10.6-rasmda  $l = 1\text{m}$ , elektron energiyasi  $150\text{ eV}$  bo'lsa, elektronlarning to'liqin uzunligi  $\lambda \sim 1\text{\AA}$ .

$$\Delta y \sim a + L \quad \alpha \sim \frac{L}{pa} \quad \text{bo'lsa} \quad \Delta y \approx a + \frac{\lambda L}{a}.$$

Agar  $a$  juda kichik bo'lsa,  $\frac{\lambda L}{a}$  had difraksiya tufayli hosil bo'ladi

va  $u$  juda katta, agar  $a$  juda katta bo'lsa, birinchi had ham katta bo'ladi.  $\Delta u$  - kattalik minimum bo'lishi uchun optimal  $a_0$  ni topamiz,

$$a_0 = \sqrt{\lambda l}, \Delta y_{\min} = 2a_0 = 2\sqrt{\lambda l}.$$

Bu tenglikka muvofiq ekrandagi dog' o'lchami 0,02 mm ga teng. Mikroskopik nuqtai nazardan qaraganda ikkita ekran orasidagi elektron traektoriyasi yetarli darajada ingichka.

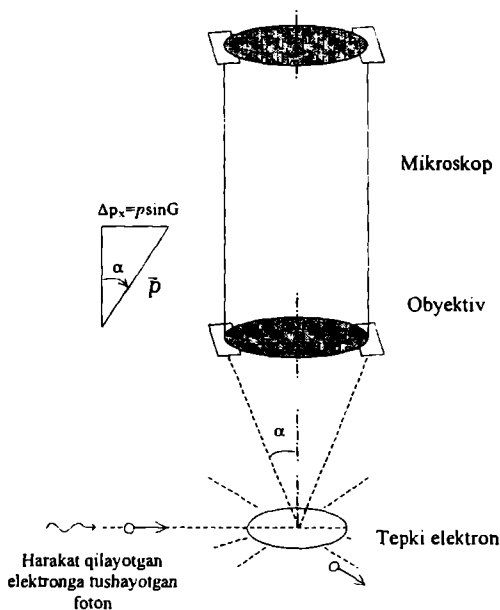
**2. Geyzenberg mikroskopi.** Zarra koordinatasini saqlash uchun «Geyzenberg mikroskopi» deb atalmish aqliy eksperimentdan foydalanamiz.

Hayoliy mukammal mikroskop yordamida bir vaqtning o'zida elektronning koordinatasi va impulsini aniqlashga urinib ko'ramiz.

Geometrik optikadan bilamizki mikroskopning ajratish qobiliyati

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} \quad (10.59)$$

aniqlik bilan topiladi.  $\alpha$  - burchak 10.7-rasmda ko'rsatilgan.



10.7-rasm.

Agar ikki nuqta orasidagi masofa  $\Delta x$  dan kichik bo'lsa, kuza-tayotgan odam uni bitta ko'radi. Demak,  $\Delta x$  - kattalik harakat qilayotgan elektronning koordinatasini aniqlashdagi eng kichik xatodir. (10.59) dan ko'rinadiki, tushayotgan yorug'likni to'liqin uzunligi  $\lambda$  ki-

chik bo'lsa,  $\Delta x$  ham kichik va demak, katta aniqlikda elektronning holatini aniqlash mumkin. Tushayotgan foton elektron bilan Kompton effekt mexanizmi orqali ta'sirlashadi. Elektronni ko'rish uchun sochilgan foton  $2\alpha$  burchak ostida tushishi kerak.

Demak,  $x$  o'qi yo'nalishida foton impulsining proeksiyasi

$$\Delta p_x \approx p \sin \alpha \quad (10.60)$$

Noaniqlik bilan aniqlanishi kerak. Bunda  $p = \frac{h}{\lambda}$  tushayotgan foton impulsi.

Impulsning saqlanish qonuniga binoan, (10.60) tenglama tepki elektronning impulsini topishdagi eng kichik noaniqlik bo'ladi. (10.59) va (10.60) munosabatlarni chap va o'ng qismlarini mos ravishda ko'paytirsak va  $p = \frac{h}{\lambda}$  ekanligini hisobga olgan holda tepki elektron uchun

$$\Delta p_x \Delta x \geq (p \sin \alpha) \left( \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} \right)$$

yoki

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{h}{2}$$

formulani olamiz. Uni boshqacharoq ko'rinishda yozsak

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar \quad (10.61)$$

bunda  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ .

Misol. Massasi  $2 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  bo'lgan vodorod molekulasini koordinatasini topishdagi noaniqlik  $10^{-10} \text{ m}$  tartibda bo'lsin. Impulsni topishdagi noaniqlikni toping.

Bu masalani yechish uchun

$$\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{\Delta x}$$

dan foydalanamiz.

$$\Delta p_x \geq \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{10^{-10} \text{ m}} \approx 1,05 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Agar molekula  $2000 \text{ m/s}$  tezlik bilan harakat qilayotgan bo'lsa (xona temperaturasida issiqlik harakat tezligi), uning impulsi

$$p = mv = 2 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 4 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Unda nisbiy noaniqlik (xatolik)

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} = \frac{1,05 \cdot 10^{-24}}{4 \cdot 10^{-24}} = 0,25.$$

Demak, molekulaning impulsini boshlang'ich impulsni qiymatiga nisbatan 25% dan katta aniqlikda topish mumkin emas.

Lekin massasi 0,05 kg bo'lgan o'q 1000 m/s tezlik bilan o'tayotgan bo'lsa va uning holati 1 mm aniqlikda aniqlangan bo'lsa, u holda impuls noaniqligi

$$\Delta p_x \geq \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ j} \cdot \text{s}}{10^{-3} \text{ m}} \approx 1,05 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \text{m/s},$$

u holda

$$p_x = 0,05 \text{ kg} \cdot 1000 \text{ m/s} = 50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Nisbiy xato

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} = \frac{1,05 \cdot 10^{-31}}{50} = 0,02 \cdot 10^{-31} = 2 \cdot 10^{-33}.$$

Bu son shunchalik kichikki hech qanday asbob yordamida bu katalikni qayd qilib bo'lmaydi.

**3. Vodorod atomining bog'lanish energiyasini chamalash.** Noaniqlik munosabati yordamida vodorod atomining bog'lanish energiyasini hisoblaylik. SGS sistemasida noaniqlik munosabati

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar. \quad (10.62)$$

Klassik ifodaga ko'ra protonning elektromagnit maydonida elektronning to'la energiyasi

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r}. \quad (10.63)$$

Bu ifoda kvant mexanikada ham ma'noga ega.  $r$  o'zgaruvchi elektron to'lqinning impulsini,  $r$  o'zgaruvchi esa to'lqinning biror «holati koordinatasi»ni ifodalaydi. (10.63) da birinchi had doimo musbat, ikkinchi had manfiy. Sistema asosiy holatda maksimal energiyaga ega va manfiy bo'lishi kerak. Aks holda sistema bog'lanmagan bo'ladi. Klassik nazariyaga ko'ra orbita radiusini kichkina qilib, bog'lanish energiyasini ham xohlaganimizcha kichkina qilishimiz mumkin. Bunday holat uchun koordinata noaniqligi ham kichik va kvant mexanika nazariyasi prinsipiga ko'ra bu holda impuls noaniqligi juda katta bo'lishi kerak.  $r$  va  $r$  ni tanlash yo'li bilan to'la energiya qiymatining eng kichik qiymatini topish mumkin.

$$\begin{aligned} r & p - \hbar, \\ r & p = \hbar. \end{aligned}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2 p}{\hbar} \quad \text{to'la energiya minimum bo'lishi uchun}$$

$$\left(\frac{\partial E}{\partial p}\right)_{p=p_0} = \frac{p_0}{m} - \frac{e^2}{\hbar} = 0$$

$$r_0 = \frac{\hbar}{p_0} \text{ deb, } p_0 = \frac{e^2 m}{\hbar}, \quad r_0 = \frac{\hbar^2}{e^2 m}$$

Demak,

$$E = \frac{p_0^2}{2m} - \frac{e^2 p_0}{\hbar} = -\frac{e^2 m}{2\hbar^2} = -R_\infty.$$

Ko'rib turibsizki, ionlashtirish energiyasi hosil qildik.

### 10.8. Geyzenbergning noaniqlik prinsipi va Borning to'ldirish prinsipi

1927-yilda Bor va Geyzenberg o'zaro kuchli bahslardan so'ng ajralishdi va biroz vaqt o'tgandan so'ng yana uchrashishdi. Uchrashuvga ularning har biri o'zining yangi g'oyalari bilan kelgan edilar. Geyzenberg bu paytda noaniqlik munosabatini keltirib chiqargan edi. Bor esa to'ldirish prinsipi g'oyasini o'ylab topgan edi. To'ldirish prinsipi miqdoriy jihatdan noaniqlik munosabatini xarakterlaydi. Geyzenberg noaniqlik munosabatini keltirib chiqarishda aqliy eksperimentdan, ya'ni yuqorida biz ko'rgan «Geyzenbergning aqliy mikroskopi»dan foydalangan edi. Geyzenberg munosabatiga o'xshagan munosabatni energiya va vaqt uchun Bor ham ko'rsatdi. Bu masalani echishda Bor ham aqliy tajribadan foydalanib, ya'ni tirgishdan o'tayotgan elektronlarni misol qila oldi. Umumiy to'ldirish prinsipining xususiy holi bu noaniqlik prinsipidir. To'ldirish prinsipi bir-biriga zid bo'lgan to'lqin va korpuskulyar xususiyatni kelishtirishga harakat qiladi. Kvant mexanika bu tushunchalarni sintez qilishga harakat qiladi va qilinayotgan tajribani natijasini oldindan aytib berishga harakat qiladi.

To'ldirish prinsipini tirik organizmlarda va psixologiyada ham qo'llash mumkin. Masalan, «fikr» va «hissiyot» uchun ham to'ldirish munosabati mavjud.

Hodisaning fizik manzarasi va uni matematik tavsiflash ham to'ldirishdir. Hodisaning fizik manzarasini yaratishda detallarini e'tiborga olmaslik matematikadan uzoqlashishga olib keladi va aksincha, hodisani matematik aniq tavsiflash esa hodisani ravshan tushunishini qiyinlashtiradi.

«Haqiqat» tushunchasini nima to'ldiradi degan savolga Bor: «ravshanlik», - degan edi.

## SAVOLLAR

1. To'liqin-paket g'oyasi nima uchun paydo bo'ldi?
2. To'liqin-paket g'oyasini ta'riflang.
3. To'liqin-paket hosil qilish uchun qanday chastotaga ega bo'lgan to'liqlarni qo'shish kerak.
4. O'rtacha burchak chastota va modulyatsiya burchak chastota degan tushunchalarni izohlang.
5. Modulyatsiya amplitudasi ifodasini yozing va tushuntiring.
6. Ikkita chastota bir-biriga yaqin bo'lgan to'liqin funksiyalar qo'shilishida hosil bo'lgan ifodani yozing.
7. Fazaviy tezlik nima, uning fizik ma'nosi bormi?
8. Gruppaviy tezlik formulasini yozing va tushuntiring.
9. Nima uchun gruppaviy tezlikni zarra tezligi deb ham atashadi?
10. To'liqin-paket og'uvchisi deganda nimani tushunasiz?
11. To'liqin-paket g'oyasi kamchiliklarini ko'rsating.
12. To'liqin-paket yoyilishi formulasini yozing va izohlang.
13. Nima uchun to'liqin-paket tushunchasi barbod bo'ldi?
14. Noaniqlik munosabatini ta'riflang.
15. Noaniqlik munosabatini kim bergan?
16.  $\Delta p_x \Delta x \geq h$  munosabatni tushuntiring.
17.  $\Delta E \Delta t \geq h$  munosabatni tushuntiring.
18.  $\Delta v \Delta t \geq 1$  munosabatni tushuntiring.
19. Noaniqlik munosabati sababiyat qonuniga zid keladimi?
20. Virtual foton degan tushunchani izohlang.
21. Nurlanish spektrining chiziqlari tabiiy kenglikka ega degan tushunchani tushuntiring.
22. Atomning yashash vaqti deganda nimani tushunasiz?
23. Energetik sathlar kengligi deganda nimani tushunasiz?
24. Atomning chiqarish spektri chizig'ining kengligi uning yutish spektri chizig'i kengligiga tengmi?
25. Noaniqlik munosabatini tasdiqlovchi aqliy tajribalardan birini keltiring.
26. Geyzenberg «mikroskopi» aqliy tajribasi yordamida noaniqlik munosabatini tushuntiring.
27. Vodorod atomining bog'lanish energiyasini noaniqlik munosabati yordamidan kelib chiqib tushuntiring.

## MASALALAR

1.  $\omega_1, \omega_2$  chastotaga ega bo'lgan ikkita kamerton tebranishidan hosil bo'lgan tovush to'liqlari qulog'ingiz nag'orasiga kelib urildi. Bu to'liqlar yig'indisi uchun ifoda yozing. Miya to'liqlarni qanday qabul qiladi?

2. «O'rtacha» burchak chastota  $\langle \omega_{or} \rangle$  va «modulyatsiya» burchak chastotasi  $\langle \omega_{mod} \rangle$  uchun ifodalarni yozing.

3. Chastotalari  $\omega_1$  va  $\omega_2$  bo'lgan to'liqlar superpozitsiyasini to'liq-paket ko'rinishida yozing va undagi kattaliklarni tushuntiring.

4. 10.3-masaladan olingan to'liq-paketni nima uchun deyarli monoxromatik davriy tebranish deyiladi?

5. Tovush chastotalari  $\nu_1$  va  $\nu_2$  bir-biridan qanchaga farq qilganda, ular hosil qilgan to'liqlar superpozitsiyasi «deyarli garmonik» to'liq hosil qiladi?

6. Chastotalari  $\omega_1 \approx \omega_2$  va to'liq sonlari  $k_1 = k_2$  bo'lgan ikkita to'liq superpozitsiyasini yozing. Natijaviy to'liq uchun modulyatsiya amplitudasini yozing.

7. Chastotalari bir-biriga juda yaqin bo'lgan de-Broyl to'liqlaridan to'liq-paket tuzing.

8. 10.7-masalada hosil qilingan to'liq-paket uchun integralni eching.

9. 10.8-masalani natijasidan foydalanib to'liq-paketning gruppaviy tezligi va koordinatasini toping.

10. Erkin harakatda bo'lgan mikrozarra uchun unga mos kelgan to'liq-paketning gruppaviy tezligi, mikrozarraning o'zining tezligiga teng bo'lishini ko'rsating.

11. Gruppaviy tezlikni fazaviy tezlik bilan bog'lanish formulasini ko'rsating.

12. Fotonlarning gruppaviy tezligini toping.

13. De-Broyl to'liqining fazaviy tezligini toping.

14.  $v$  relyativistik tezlik bilan harakat qilayotgan erkin zarraning fazaviy tezligi  $\nu_f = \frac{c^2}{v}$  ekanligini ko'rsating.

15. Zarraning gruppaviy tezligi uchun  $\nu_{gr} = \frac{1}{h} \frac{dE}{dk}$  munosabat o'rinli ekanligini ko'rsating. Bu yerda,  $K$  to'liq son.

16. Agar  $\nu_{gr} = \frac{dE}{dp}$  bo'lsa,  $\nu_{gr} = \nu_f + k \frac{dE}{dk}$  ekanligini ko'rsating.

17.  $\nu_{gr} = -\lambda^2 \frac{d\nu}{d\lambda}$  munosabatdan  $\nu_{gr} = -\nu_f \frac{d \ln \lambda}{d \ln p}$  munosabatni

toping.

18. Quyidagi hollar uchun to'liq-paketning yoyilish vaqtini hisoblang:

a) massasi  $m = 10^{-6} \text{ kg}$  va o'lchamini  $\Delta X = 10^{-3} \text{ m}$  bo'lgan makroskopik zarra uchun;

b)  $m = 0,9 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$  va  $\Delta X = 2,8 \cdot 10^{-15} \text{ m}$  bo'lgan mikroskopik zarra-elektron uchun. Olingan natijalardan qanday mulohaza yuritasiz?

19. Agar dielektrik uchun  $\hbar = 1 + \frac{k^2}{(\omega - \omega_0)^2 + p}$  va  $\omega_0 = 10^{16} \text{ Gs}$ ,

$b = 10^{12}$  va  $K = 10^{16}$  bo'lsa:

a)  $\omega = 10^{15} \text{ Gs}$  uchun fazaviy va gruppaviy tezlikni hisoblang;

b)  $\Delta X = 10^{-2} \text{ sm}$  bo'lsa paketni yoyilish kengligini toping;

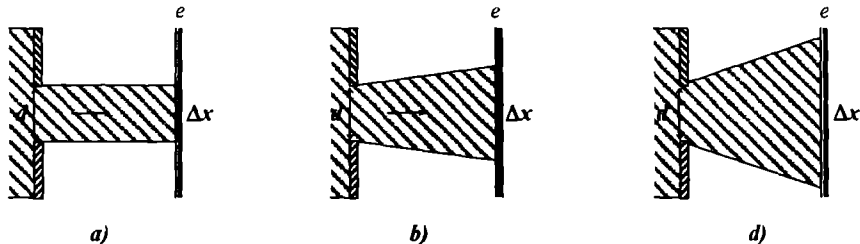
v) shu hisobni  $\omega = 10^{16}$  va  $10^{14} \text{ Gs}$  uchun bajaring.

20.  $v_{gr} = \hbar \frac{dv}{dp}$  va  $v_{gr} = \frac{\Delta X}{\Delta t}$  bo'lsa Geyzenbergning koordinata

va impuls chuun noaniqlik munosabatini keltirib chiqaring va talqin eting.

21. 10.3-rasmda to'lqin tsugalar (cheklangan garmonik to'lqin) tasvirlangan. Sizningcha bu garmonikada zarralarning koordinatasi va impulsi qanday aniqlikda berilgan? Fikringizni izohlang.

22. 10.8-rasmda dasta kengligini to'siq tirqishining kengligiga bog'liqliklari tasvirlangan. Ekranda qaysi holda dog' holati eng kichik bo'ladi?



10.8-rasm.

23.  $\lambda = 11 \text{ mkm}$  de-Broyl to'lqin uzunligiga ega bo'lgan elektron oqimi kengligi  $d = 0,1 \text{ mm}$  tirqishli to'siqqa perpendikulyar (normal) tushayapti. Noaniqlik munosabatidan foydalanib, tirqishdan o'tgan elektronlar dastasi uchun burchak kengligini graduslarda toping.

24. O'lchami  $l = 1,0 \text{ mkm}$  bo'lgan sohada elektron lokallashgan (mujassamlashgan). Elektronning o'rtacha kinetik energiyasi  $K = 4,0 \text{ eV}$ .

Noaniqlik munosabatidan foydalanib: a)  $\frac{\Delta v}{v}$ ; b)  $\Delta K$  larni toping.

25. Kengligi  $d$  tirqishga ega bo'lgan to'siqqa normal ravishda  $K$  energiyali elektronlar tushyapti. Ektranda Fraunhofer difraksiyasi ro'y berishi uchun  $K$  ni qanoatlantiruvchi shartni ta'riflang. Agar  $d=10 \text{ mkm}$ ,  $l=1,0 \text{ m}$  bo'lsa, energiyaning son qiymatini chamalang.

26. Tirqish kengligi  $d=1,0 \text{ mkm}$  bo'lgan tor tirqishdan o'tgan monoenergetik elektronlarning kinetik energiyasi  $K=1,0 \text{ eV}$  bo'lsa. burchak sochilishi  $\Delta\theta$  ni hisoblang.

27. Vaqtni biror momentida erkin elektron  $\Delta x=0,10 \text{ nm}$  sohada lo-kallashgan.  $t=1,0 \text{ s}$  vaqt o'tgandan so'ng ushbu elektronning lo-kallashgan sohasini kengligini toping.

28.  $l=0,1 \text{ nm}$  sohada lokallashgan elektron uchun uning minimal energiyasini hisoblang.

29.  $l=1,0 \text{ mkm}$  sohada lokallashgan elektronning kinetik energiyasi  $K=10 \text{ eV}$  bo'lsa, elektronning nisbiy tezlik noaniqligini toping.

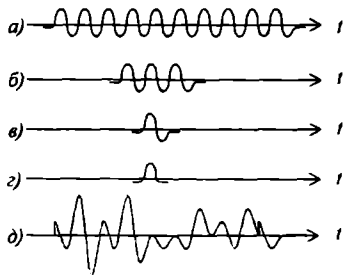
30.  $l$  o'lchamli sohada massasi  $m$  bo'lgan elektron lokallashgan. Agar nisbiy noaniqlik  $0,01$  bo'lsa, elektronning kinetik energiyasini toping.

31. Vilson kamerasida hosil bo'lgan zarralarning to'g'ri chiziqli traektoriyasining o'lchami  $d=1 \text{ mkm}$  bo'lgan tumanning juda kichik tomchilar zanjiridan tuzilgan. Agar elektronning kinetik energiyasi  $K=1 \text{ keV}$  bo'lsa, elektronning qoldirgan izidan harakatning klassik qonunlaridan og'ishini kuzatish mumkinmi?

32. Kineskopda tezlantiruvchi potensial  $U=10 \text{ kV}$ . ekran bilan elektron to'pi orasidagi masofa  $0,2 \text{ m}$ . Agarda elektronlar dastasining ektranda qoldirgan izining diametri  $d=0,5 \text{ mm}$  bo'lsa, u holda elektron koordinatasi noaniqligini hisoblang.

33. Energiya va vaqt uchun noaniqlik munosabatini  $\Delta v \Delta t \geq 1$  munosabatdan toping.

34. Quyidagi 10.9 rasmdagi chizmalarda to'lqin kuchalari tasvirlangan. Noaniqlik munosabatidan foydalanib, vaqt va energiya uchun rasmdagi har bir chizmani izohlang.



10.9-rasm.

35. To'lqin kuchaning uzunligi  $\Delta x$  va  $n$  ta to'lqindan tashkil topgan.  $n$  ni  $\frac{\Delta p}{P}$  bilan bog'lang.

36.  $\tau \approx 10^{-8} \text{ s}$  vaqt ichida atom  $\lambda=0,58 \text{ mkm}$  to'lqin uzunlikka ega bo'lgan foton chiqardi.  $\Delta x$  noaniqlik va nisbiy noaniqlikni toping.

37.  $v=1,2 \text{ km/s}$  tezlikda harakat qilayotgan vodorod atomlarining parallel dastasi tor

tirqishli to'siqqa normal tushmoqda. Tirqishli to'siqdan  $l=1$  m masofada ekran qo'yildi. Ekranida hosil bo'lgan tasvir (dog') ning eng kichik kengligini toping.

38. Erkin harakat etayotgan norelyativistik zarra kinetik energiyasining noaniqligi  $1,6 \cdot 10^{-4}$ . Koordinata noaniqligini de-Broyl to'liq uzunligiga nisbatan necha marta kattaligini toping.

39. Noaniqlik munosabatidan foydalanib, vodorod atomi asosiy holatda yotganda elektronning bog'lanish energiyasini toping. Elektron yadrodan qancha masofada yotadi?

40. Geliy atomida mumkin bo'lgan eng kichik energiyani chalmang. Elektron yadrodan qancha masofada yotadi?

41. "Geyzenberg mikroskopi"dan foydalanib, noaniqlik munosabatini tuzing.

42.  $X$  o'qi yo'nalishida harakat qilayotgan protonning tezligi  $10^6$  m/s aniqlik bilan o'lchandi. Uning koordinatasi qanday aniqlik bilan o'lchanadi: a)  $x$  o'qi bo'yicha; u)  $u$  o'qi bo'yicha. Bu masalani pozitron uchun ham yeching.

43.  $\Delta L \Delta \varphi \geq \hbar$  munosabatni keltirib chiqaring. Bunda  $\Delta L$  - harakat miqdori momenti noaniqligi,  $\Delta \varphi$  - burchak noaniqligi.

44. Odatda,  $h$  doimiysi eng kichik elementar ta'sir deyiladi. Shu doimiylilikni  $r$  va  $x$  o'qqa nisbatan ifodalang.

## **XI BOB**

### **Mavzu: TO'LQIN FUNKSIYANING STATISTIK TALQINI VA EHTIMOLIYAT**

#### **Reja:**

- 11.1. De-Broyl to'qlinining statistik izohi.**
- 11.2. Individual elektronning to'qlin xususiyati va ehtimolyat.**
- 11.3. Mikrozarra o'rnining ehtimoli (mikrozarra o'rnini qayd-qilinish ehtimoli).**
- 11.4. Ehtimolyat to'qlinlari uchun superpozitsiya prinsipi (holatlar uchun superpozitsiya prinsipi).**
- 11.5. Mikrozarra impulsining ehtimoli.**
- 11.6. Kvant nazariyaning xususiyatlari.**

#### **ADABIYOTLAR**

- Д.Бом. Квантовая теория. М., 1962.
- А.Н.Матвеев. Атомная физика. М.: «Высшая школа» 1989.
- Р.Бекжонов, С.Ахмаджоёв. Атом физикаси. Т., 1979.
- Э.Вихман. А.Б. Мигдал. Квантовая физика. М., 1986.
- М. Born. Quantenmechanik der Stossvorgänge. Zs. f. Phys. 1926, v. 308, p. 803 (original ish).

**Masalaning qo'yilishi.** Bu bobda to'qlin funksiyani fizik maydon emasligi, balki ehtimol maydoni ekanligi uqdiriladi. To'qlin funksiyaning statistik izohini berilishi kvant mexanikani yaratilishida eng asosiy o'rin tutadi. De-Broyl to'qlinini ehtimol to'qlini ekanligi va kvant fizikada faqat mexanik kattaliklarning o'rtacha qiymati muhim rol o'ynashi haqida mufassal to'xtalamiz.

**Mavzu qahramoni.** Maks Born (1882–1970). 1907-yilda Gettingen universitetini tamomlagan. Gettingen fizik maktabining asoschisi, bu maktabdan V. Pauli, P. Jordan, M. Delbryuk, Yu. Vigner va V. Geyzenberglar yetishib chiqqan. 1926-yilda Born kvant mexanikani yaratishda operator-matritsalarini yaratdi. Born va Jordan Geyzenbergning matritsali mexanikasini poyoniga yetkazishgan. 1927-yilda Born to'qlin funksiyaning fizik maydon emas, balki ehtimol maydoni ekanligini statistik izoh asosida tushuntirib berdi. 1954-yilda Nobel mukofotiga sazovor bo'ldi.

## XI bob. TO'LIQIN FUNKSIYANING STATISTIK TALQINI VA EHTIMOLYAT

### 11.1. De-Broyl to'liqinning statistik izohi

Zarralarning korpuskular-to'liqin dualizmini bartaraf etish uchun E.Shryodinger tomonidan taklif qilingan to'liqin-paket g'oyasi muvaffaqiyat qozonmadi. De-Broyl to'liqlarini bu g'oya nuqtayi nazaridan izohlashdan voz kechishga to'g'ri keldi. Asosiy e'tiroz bunda shundaki to'liqin-paket formulasi

$$\psi(x, t) = A \frac{\sin\left[\left(\frac{dE}{dp}t - x\right)\frac{\Delta p}{2\hbar}\right]}{\left(\frac{dE}{dp}t - x\right)\frac{\Delta p}{2\hbar}} \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - px)\right] \quad (11.1)$$

ni keltirib chiqarishda ushbu to'liqlarning asosiy alomati e'tiborga olinmagan edi. (11.1) ifoda ikki ko'paytuvchining ko'paytmasidan tashkil topgan. Ko'paytuvchilardan biri bo'lgan  $\exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - px)\right]$

ifoda to'liqin-paket markaziga to'g'ri keluvchi energiya va impuls ga ega bo'lgan yugurma monoxromatik de-Broyl to'liqin ko'rinishiga ega. Natijaviy to'liqin amplitudasi esa

$$\frac{\sin\left[\left(\frac{dE}{dp}t - x\right)\frac{\Delta p}{2\hbar}\right]}{\left(\frac{dE}{dp}t - x\right)\frac{\Delta p}{2\hbar}} \equiv \frac{\sin\xi}{\xi} \quad (11.2)$$

ko'rinishdagi ko'paytuvchi bilan xarakterlanadi. Bunda

$$\xi = \left(\frac{dE}{dp}t - x\right)\frac{\Delta p}{2\hbar}. \quad (11.3)$$

(11.3) ifodada  $\xi$  kattalik kichik  $\Delta r$  proporsional bo'lgani uchun  $t$  vaqtda  $x$  koordinata bilan u juda sekin o'zgaradi. Shu boisdan ham  $A \frac{\sin\xi}{\xi}$  ifodani natijaviy to'liqinning amplitudasi deb qarasa bo'ladi.

Darvoqe, oldingi bobda keltirilgan to'liqinning fazaviy tezligi

$$u_{\phi} = \frac{E}{p} = \frac{c\sqrt{p^2 + m^2c^2}}{p}. \quad (11.4)$$

formulasidan ko'ramizki, to'liqin-paketni tuzuvchi monoxromatik to'liqinlarning fazaviy tezligi impulsga bog'liq. Shunga ko'ra turli to'liqinlar hosil qilgan doimiy faza sirti hatto vakuumda ham turli tezliklar bilan ko'chadi. Bu jarayon optika bo'limidagi to'liqinlar dispersiyasi hodisasining xuddi o'zidir. Oqibatda, paketdagi tez harakat qilayotgan to'liqinlar oldinga ildamlab ketadi, ortidagi to'liqinlar esa orqada qoladi. Provardida paketni tuzuvchi bu to'liqinlar orasidagi fazaviy munosabat buziladi va paket bir zumdayoq vaqt davomida yoyilib ketadi (albatta, solitonlar deb ataladigan yakka to'liqinlar bundan mustasno). Zarralar esa barqaror obyekt bo'lib, vaqt o'tishi bilan ular o'z shaklini o'zgartirmaydilar. Shu sababdan zarrani barqaror bo'lmagan to'liqin-paket bilan «aynanlashtirish» mutlaqo noto'g'ridir.

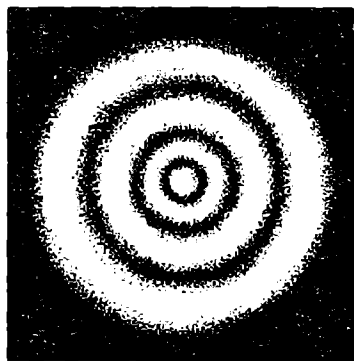
Zarrani to'liqin-paket bilan aynanlashtirishga ikkinchi yana bir e'tirozni keltiramiz. Eksperiment natijalaridan juda yaxshi ma'lumki har bir mikrozarra (foton, elektron) doimo bir butun yaxlit ko'ri-nishda o'zining atomizmini (bo'linmasligini) to'la namoyon qiladi. To'liqin-paket esa bunday xususiyatga ega emas. To'liqin-paket sirtidan qaytish, sinish hodisalarida va ayniqsa kristall ichidan o'tayotganda (Tomson tajribasi) ulushlarga bo'linib ketadi. Haqiqatan ham elektron to'liqin-paket bo'lganda edi, u holda uni qayd qiluvchi asboblarning ulushlarini qayd qilishlari kerak edi. Lekin birorta ham eksperimentda bunday ahvol kuzatilmagan. Mikrozarralar doimo bo'linmas, yaxlit holda, ya'ni atomizm xususiyatini to'la saqlagan holda qayd qilinadilar.

Shuningdek, to'liqinlarni zarralar to'plamidan hosil qilingan muhit deb e'tirof etish ham noto'g'ridir. Tajribalar ko'rsatadiki, fotoplashtinkada paydo bo'ladigan to'liqin manzara tushayotgan mikrozarralar dastasining intensivligiga bog'liq emas. Chunonchi, birlik hajmga to'g'ri kelgan zarralar soni juda kam bo'lsa ham to'liqin manzara sodir bo'ladi. Bunday difraksiya manzarasini hosil qilish uchun bu holda intensivlikni emas, balki ekspozitsiya muddatini (qayd qilinish vaqtini) uzaytirish kerak bo'ladi. Ushbu tajribada difraksion panjaradan o'tayotgan zarralarning umumiy soni rol o'ynaydi. Bu faktdan ko'rinadiki, yakka elektron ham difraksiyaga duchor bo'ladi. Yuqoridagi mulohazalardan shuni aytish mumkinki, to'liqin hodisalarini sodir bo'lishi faqat bir vaqtning o'zidan ko'p sondagi zarralarni ishtirok etishi bilan bog'lash noto'g'ridir. Haqiqatan ham kam sondagi elektronlarning difraksion panjarasi ham tajribada juda yaxshi qayd qilinadi. Buning uchun elektronlarni tirqishdan birin-ketin o'tkazish kifoya. Shunday qilib, mikrozarralarni to'liqin-paket bilan tenglashtirish g'oyasidan batamom voz kechishga to'g'ri keladi.

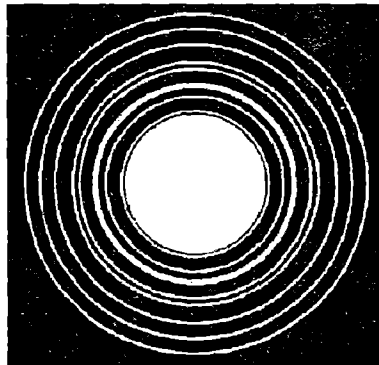
De-Broyl to'liqinining to'g'ri talqinini 1926-yilda Maks Born berdi. Uning g'oyasi to'liqin funksiyani statistik izohiga asoslangan. M.Born

g'oyasi hozirgi paytda ham nihoyatda o'rinli bo'lib, kvant mexanikaning matematik apparati ana shu izohga asoslangan. Bornning fikriga ko'ra to'lqin funksiya modulining kvadrati, ya'ni  $|\psi|^2 = \psi \cdot \psi$  kattalik mikrozararning masalan, elektronni fazoning turli nuqtalarida *qayd qilinishi ehtimolining zichligini* xarakterlaydi. *Bornning statistik izohiga ko'ra fazoning biron bir nuqtasida (joyida) zarrani kuzatish ehtimoli shu nuqtaga (joyga) kelib tushayotgan de-Broyl to'lqinlarining intensivligiga proporsionaldir.* De-Broyl to'lqinini shu yo'sinda talqin etishning afzalligi shundaki u zarrani ichki strukturasiga tegmaydi, ya'ni zarraning atomizmi (yaxlitligi) saqlanib qoladi. Agar difraksion asbobdan o'tayotgan zarralar (elektronlar) soni juda ko'p bo'lsa, u holda fotoplastinkaning muayyan bir joyiga tushayotgan zarralar (elektronlar) soni ham shu joyga kelib tushayotgan de-Broyl to'lqinlarining intensivligiga proporsionaldir. Agar so'z faqat bitta zarra (elektron) ustida ketayotgan bo'lsa, u holda bu to'lqinlarning intensivligi fotoplastinkaning u yoki bu nuqtasiga zarraning (elektronning) kelib tushishi ehtimolini beradi. Shu boisdan ham bu to'lqinlarni ehtimol to'lqinlari deb atashadi: ular berilgan vaqt onida zarrani kuzatish (qayd qilinishi) ehtimolini xarakterlaydi.

Maks Bornning bu g'oyasi juda yuksak qadrlandi va 1954-yilda Nobel mukofoti bilan taqdirlandi.



a) yorug'lik difraksiyasi



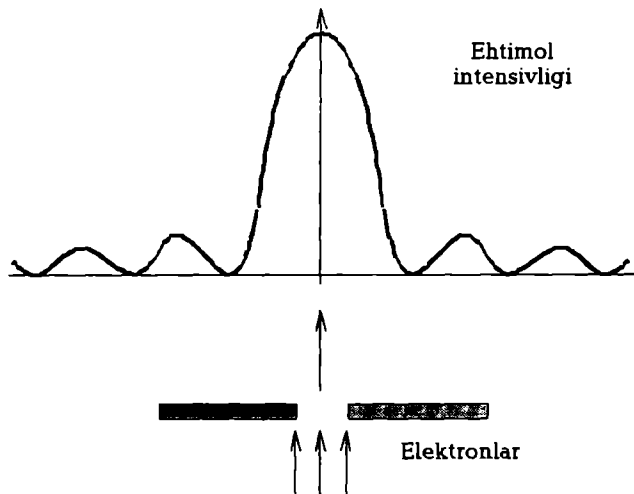
b) elektron difraksiyasi

11.1-rasm.

De-Broyl to'lqinlari ehtimolini ma'nosini yaxshi anglash uchun tajribaga murojaat qilamiz. Tajribalar juda ko'p. Biz ulardan birini bu yerda keltiramiz. Monoxromatik yorug'lik nuri kichkina doiraviy teshigi bo'lgan to'siqqa kelib tushsin. To'siq orqasida vujudga kelgan, diafraglangan yorug'lik nurini qayd qilish uchun ekin qo'yamiz. Ho-

sil bo'lgan difraksion manzara 11.1 a-rasmda tasvirlangan. Ekrandagi tasvirdan ko'ramizki markazda doiraviy ko'rinishdagi yorug' dog' hosil bo'ladi. Uning chegarasi biroz bo'yalgan, undan keyin esa navbatmanavbat keluvchi qora-oq dog'dan iborat halqalar hosil bo'lgan. Rasm-dagi yorug' dog'lar ekranni shu joyiga kelib tushayotgan fotonlarni xarakterlaydi.

Endi xuddi shunday tirqishli to'siqqa yorug'lik oqimi emas, balki monoenergetik elektron tushayotgan bo'lsin. Bu holda qayd qiluvchi asbob sifatida fotoplastinkadan foydalansak, unda ham xuddi yorug'lik hosil qilgan to'lqin manzaraga o'xshagan to'lqin manzara hosil bo'lganini ko'ramiz, va bundan albatta ajablanamiz. 11.1 b-rasmdan ko'ramizki, fotoplastinkada elektronlar bir tekisda taqsimlanmagan: markazdagi doirachaga elektron ko'p tushgan, shuning uchun u yorug', qora dog' sohasiga esa birorta ham elektron tushmagan, markazdan uzoqda hosil bo'lgan ketma-ket yorug'lik halqalarga esa oz bo'lsada elektron kelib tushgan. Bu tajriba elektronlarni to'lqin xususiyatga ega ekanligini yaqqol namoyon qiladi. Bu tajriba asosida elektronni traektoriyasini kuzatish va hisoblash mumkinmi? Fotoplastinkaning qaysi nuqtasiga elektronni kelib tushushini oldindan aytib berish mumkinmi, degan savol o'z-o'zidan tug'iladi. Bu savolga javob berish uchun, albatta avval elektron dastasining intensivligini kamaytirish kerak bo'ladi. Tajriba ko'rsatadiki, difraksion asbobdan juda kam sondagi elektronlar o'tganda ham difraksion manzara hosil bo'ladi.



11.2-rasm.

Bundan yana bir savol tug'iladi. Bitta elektron ham difraksion asbobdan o'tganda to'lqin manzara hosil qiladimi? Bu savolga javob berish uchun albatta faqat bitta elektronni difraksion panjaradan o'tkazish kerak bo'ladi. Biroq afsuski, bitta elektronning intensivligi nihoyatda kichik bo'lgani uchun hech qanday asbob uni qayd qila olmaydi. Bu savolga javob topish uchun elektronni difraksion panjaradan qayta-qayta ko'p marta o'tkazish lozim bo'ladi. Bu savolga javob berish uchun tajribani sal boshqacharoq qilsa ham bo'ladi. Bu tajribada manbadan chiqayotgan elektronlar sonini juda ham kamaytirib elektronlarni qayd qilish ekspozitsiyasini cho'zsak bo'ladi. 11.2-rasmda shu tajribani natijasi ko'rsatilgan. Difraksion asbobdan o'tgan har bir elektron fotoplastinkani bitta nuqtasiga kelib tushmaydi, ya'ni plastinkani qaysi nuqtasiga elektronning kelib tushishini biz oldindan aytib berolmaymiz. Bir tajriba ko'p marta takrorlangani uchun statistik qo'nuniyat paydo bo'ladi. Shuning uchun ham bu tajribada zarraning plastinkaning qaysi nuqtasiga kelib tushishi ehtimolinigina faqat aytib berish mumkin bo'ladi. Boshqacha aytganda bir elektronning fotoplastinkani u yoki bu nuqtasiga kelib tushishi ehtimoli mavjud. Bu ehtimolning taqsimlanishini funksiya taqsimoti ko'rinishida berish mumkin va uning grafigi 11.2-rasmda berilgan.

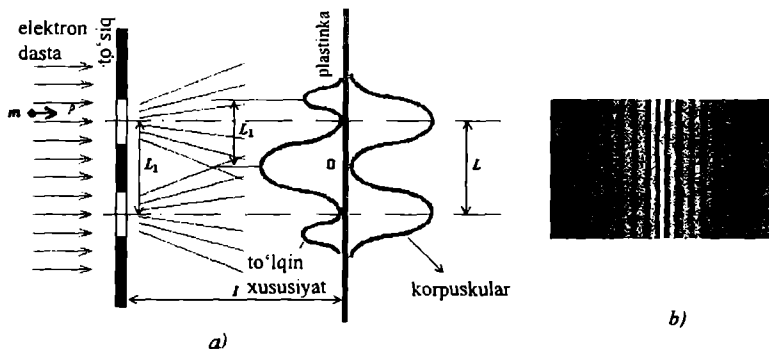
Shunday qilib, Born g'oyasidan kelib chiqib de-Broyl to'lqinlarini ehtimol zichligi sifatida talqin etiladi va bu talqin statistik izohga egadir.

## 11.2. Individual elektronning to'lqin xususiyati

Elektronning to'lqin xususiyatga ega ekanligini yana bir bor tasdiqlash maqsadida quyidagi ideallashtirilgan eksperimentni keltiramiz. Bir xil impulsiga ega bo'lgan elektron dastasi ikkita bir kenglikka ega bo'lgan tirqishli to'siqqa kelib tushsin (11.3-rasm). Agar elektronlar klassik fizika qonuniga muvofiq ravishda harakat qilganlarida edi, biz to'siq orqasiga qo'yilgan fotoplastinkada ikkita aniq keskin maksimum (ikkita qoramtir tasma) ko'rgan bo'lar edik. Bu maksimumlar orasidagi masofa  $L$  ga teng bo'lib, u ikkita tirqish orasidagi masofani o'zini tasvirlaydi va ular to'siq bilan platinka orasidagi  $l$  masofaga bog'liq bo'lmasdi. Faqat, elektronlar tirqish chekalari bilan o'zaro ta'sirda bo'lgani uchun tasvir sal bo'yalgan ko'rinishda hosil bo'ladi. Afsuski, biz fotoplastinkada mutlaqo boshqa tasvirning guvohi bo'lamiz. Fotoplastinkada namoyon bo'lgan tasvir ikki tirqishdan o'tayotgan yorug'likning difraksion manzarasiga o'xshagan bo'lib (11.3 b-rasm) unda bir qator maksimumga ega bo'lgan seriyalarni ko'ramiz. Bu maksimumlar orasidagi  $L_1$ -masofa  $\frac{l\lambda}{L}$  kattalik bilan xarakterlanadi (bunda  $l$

– to'siq bilan fotoplastinka orasidagi masofa,  $\lambda$  – elektronning de-

Broyl to'liqin uzunligi). Eng intensiv maksimum – markaziy maksimumdir. Albatta, biz sizga bir narsani eslatib o'tishimiz kerak. Bu eksperimentda difraksion manzara paydo bo'lishi uchun elektronning de-Broyl to'liqin uzunligi tirqishlar orasidagi  $L$  masofaga taxminan teng bo'lishi kerak, ya'ni  $\lambda=L$ . Agar  $\lambda \gg L$  fotoplastinkada juda keng markaziy maksimumdan iborat bo'lgan juda kuchli difraksiya hosil bo'ladi.  $\lambda \ll L$  bo'lsa, u holda difraksiya manzarasi klassik mexanika aytgan g'oyaga ko'ra bo'ladi.

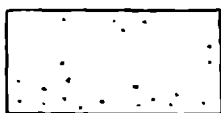


1.3-rasm.

Ikki tirqishli to'siq tajribasida difraksion manzaraning paydo bo'lishi shuni ko'rsatadiki, elektron faqat korpuskular xususiyatga ega bo'libgina qolmay, shu bilan birga u to'liqin xususiyatga ham egadir. Soha o'lchamlari (bizning holda ikkita tirqish orasidagi masofa) de-Broyl to'liqin uzunligiga teng bo'lgan paytda mikrozarraaning to'liqin xususiyati aniq va yaqqol namoyon bo'ladi. Agar bu sohaning o'lchami de-Broyl to'liqin uzunligiga nisbatan katta bo'lgan taqdirda mikrozarraaning to'liqin xususiyati namoyon bo'lmaydi. U o'zini zarra sifatida ko'rsatadi va uning harakati klassik mexanika qonuniyatiga bo'ysunadi. Agar diafraglangan elektron dastani pufakchali kameraga yo'naltirsak, u yerda treklar (izlar) hosil bo'ladi. Bu izlar zarralarning traektoriyasiga o'xshaydi. Demak, elektron difraksiya paytida to'liqin sifatida, pufakchali kamerada esa zarra sifatida namoyon bo'ladi. Shunday qilib, mikrozarralarning korpuskular-to'liqin xususiyati tabiatning fundamental xossasi ekanligini yana bir bor eslatib o'tamiz. Mikrozarra korpuskula ham, to'liqin ham emas. U shunday fizik obyekt – uni faqat mikroolamning maxsus qonunlari bilan tavsiflash mumkin. Mikrozarralarning korpuskular-to'liqin xususiyatini biz K.Devisson va L.Jermer va boshqa tajribalarda ham aytgan edik. Yuqoridagi gaplardan shunday xulosaga kelamizki, mikrozarra haqidagi barcha ma'lu-

mot, ya'ni uning korpuskular xususiyati ham, to'liqin xususiyati ham  $\psi(\vec{r}, t)$  to'liqin funksiyada mujassamlashgan.

Mikrozarralarning to'liqin xususiyatga ega ekanligiga ishonchli tajribalar bo'lganligiga qaramay, individual mikrozarraning to'liqin xususiyatga ega ekanligiga jiddiy e'tirozlar ham bor edi. Ayrim fiziklar K.Devisson va L. Jermer tajribasi natijasini talqin etishar ekan, ular bu tajribadi to'siq ortida elektronlarning difraksiyalanishiga sabab sifatida diafraglangan elektronlarning o'zaro ta'sirini dalil qiladilar. Haqiqatan ham K.Devisson va L. Jermer tajribasida elektron dastasining intensivligi ancha katta bo'lib, fotoplastinkada elektron difraksiyasini hosil bo'lishini elektronlarning bir-biri bilan o'zaro ta'siriga yo'yish mumkin edi. Bu savolga javob berish uchun L. Biberman, N. Sushkin va V. Fabrikantlarning tajribasini eslatish juda o'rindir. Bu masalani to'g'ri hal etish uchun elektronlarning intensivligini kamaytirish kerak bo'ladi. Bu eksperimentatorlar 1949-yilda intensivligi K.Devisson va L. Jermer tajribasidagi elektronlarning intensivligidan 10 mln marta kam bo'lgan elektronlarni olishga muvaffaq bo'ldilar. Alohida-alohida yo'naltirilgan elektronlar yupqa metall plastinka orqali sochilib, fotoplastinkada qayd qilindi. Xuddi shunga o'xshagan tajribani venger fizigi L.Yanoshi alohida-alohida fotonlar bilan qilib ularni difraksiyasini kuzatdi.  $\psi$  – funksiyani ehtimol to'liqini ekanligiga ishonch hosil qilish uchun bu tajribani sal soddalashtirilgan holda ko'rib tahlil qilaylik.


 $N_1$ 

a)


 $N_2 > N_1$ 

b)


 $N_3 \gg N_1$ 

v)

1.4-rasm.

Ikkita tirqishga ega bo'lgan to'siqdan elektronlar birin-ketin yotgan bo'lsin. O'tayotgan elektronlar orasidagi vaqt intervali katta bo'lgani uchun ular plastikaga bir-biri bilan uchrashmasdan, to'qnashmasdan kelib tushadi va fotoplastinkaning kumush donachalarini qoraytiradi. Dastlab tirqishlardan o'tayotgan elektronlarning ekspozitsiyasini kichik olaylik. Masalan, yarim soat ekspozitsiya qilish natijasida taxminan tirqishlardan birin-ketin mingta elektron o'tgan bo'lsin. U holda fotoplastinkada xaotik bir manzara ko'rinadiki, u difraksion manzaraga o'xshamaydi. 11.4 a-rasmda ana shu hol tasvirlangan. Endi ekspozitsiya vaqtini uzaytiraylik, masalan 1,5 soat bo'lsin. Bu

holda plastinkada turli quyuqlikka ega bo'lgan qandaydir tartiblikka intilayotgan qora dog'lar tasvirini ko'ramiz (11.4 b-rasm) taxminan 3 soatli ekspozitsiyadan so'ng fotoplastinkada 11.4 v-rasmda ko'rsatilgan manzarani ko'ramiz. Bu manzara xuddi tasodifiy ketma-ket otilgan tangalarni tasodifiy tushushi tufayli olingan qonuniyatga juda o'xshab ketadi. Bu tajribada elektronlar bittalab o'tkazildi va olingan tasvirni to'g'ri tushuntirish uchun elektron bir paytning o'zida ikkita tirqishdan o'tgan bo'lishi kerak degan xulosaga kelamiz. Aksincha bo'lganda biz butunlay boshqacha difraksion manzarani kuzatgan bo'lar edik. Bu manzarani to'g'ri tushuntirish uchun elektron yaxlit holda fotoplastinkaning istalgan joyiga tushishi va uning tushish ehti-

moli har xil bo'lib  $|\psi(\vec{r}, t)|^2$  ga proporsional degan fikrga kelamiz.

Ammo bu eksperimentni boshqacha tushuntirish ham mumkin-ku! Ya'ni elektron ikkita tirqishdan o'tayotganda bo'laklanib o'tadi. Bunday tushuntirishda

$$\rho(r, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2$$

funksiya «modda»ning fazodagi taqsimlanishi, ya'ni elektronning massasi, zaryadi ulishlarga ajralib fazoda taqsimlanishi kerak bo'ladi. Bu hol mumkin-mi axir! Bu savolga javob berish uchun 11.3-rasmdagi fotoplastinka o'rniga sanog'ich qo'yaylik, uning o'lchami  $L_1$  dan kichik bo'lsin. Intensivligi juda ham kuchsiz bo'lgan elektron manbadan chiqayotgan elektronlar tirqishlardan birin-ketin o'tayotgan bo'lsin. Bir nechta seriyadan iborat tajriba o'tkazaylik. Har bir seriyada misol uchun 1200 ta elektron olaylik va tajriba davomida har sekundda nisbatan faqat bitta donadan elektron chiqqan va tajribada sanog'ichga kelib tushayotgan elektronlar sonini sanaylik. 1200 ta elektronni ekspozitsiya qilish vaqti 20 minut. Shu vaqt ichida sanog'ichga kelib tushgan elektronlarning soni  $\Delta N = 141$  m bo'lgan. U holda birinchi seriyada qilingan tajriba sanog'ichning  $\Delta V$  hajmiga tasodifan tushgan elektronlarning ehtimoli

$$\Delta p_1 = \frac{\Delta N}{N} = \frac{141}{1200} = 0,117.$$

Ikkinchi seriyada  $\Delta V$  hajmiga tasodifan tushgan elektronlarning ehtimoli

$$\Delta p_2 = \frac{138}{1200} = 0,115.$$

Shunday seriyalardan keltirilgan ma'lumotlar 11.1-jadvalda keltirilgan.

Har bir sekundda tayyorlangan elektronlar soni 1200 ta, demak, nar seriya uchun ekspozitsiya vaqti  $1200:60 = 20$  minut. Jadvaiddan ko'ramizki, birinchi seriyada sanog'ichga kelib tushgan elektronlar soni  $\Delta N_1 = 141$  ta, ikkinchi seriyada  $\Delta N_2 = 138$  ta va hokazo. Har bir

seriyadagi har bir elektronning sanog'ichga kelib tushish vaqti tasodifiy, lekin sanog'ich qayd qilgan elektronlarning umumiy soni esa bir-biriga juda yaqin. Bu esa xuddi statistik fizikadagi ko'p sonlarni qonuniyatga juda o'xshaydi. Shuning uchun biz o'rtacha arifmetik sonni hisoblashimiz mumkin:

$$\langle \Delta N \rangle = \frac{141 + 138 + 145 + 135 + 142}{5}.$$

| Seriya   | Sanog'ichga elektronlarning kelib tushish vaqti (sekund) | Sanog'ichga kelib tushgan $\Delta N$ elektronlarning umumiy soni |
|----------|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1-seriya | 12,1; 16; 60; 100,3; 200,4;...                           | 141                                                              |
| 2-seriya | 1,2; 19; 32; 33; 90,4;...                                | 138                                                              |
| 3-seriya | 17,4; 60; 62; 150; 230;...                               | 145                                                              |
| 4-seriya | 30; 31; 90; 200; 271;...                                 | 135                                                              |
| 5-seriya | 6; 21; 37,2; 600; 140;...                                | 142                                                              |

Bundan chiqadiki  $\Delta V$  hajmga tasodifiy kelib tushayotgan elektronlarning ehtimoli

$$\Delta p = \frac{\Delta N}{N} = \frac{140,2}{1200} = 0,117.$$

Bunday ehtimollarning mavjudligi qonuniy bo'lib, elektronlarning sanog'ichga kelib tushishida statistik qonuniyat mavjudligi ayon bo'lib qoladi. Shunday qilib, tirqishdan elektron yaxlit o'tib, ularning fotoplastinkada namoyon bo'lishi ehtimol qonuniyatiga bo'ysunadi. Demak, tirqish ortidagi ehtimol maydoni tasodifiy o'zgarmay, balki  $\psi(\vec{r}, t)$  to'lqin funksiya bilan quyidagi munosabatda bog'langan holda o'zgaradi:

$$\Delta p = |\psi(\vec{r}, t)|^2 \Delta V$$

Shunday qilib, elektronning biror nuqtaga kelib tushishi tasodifiy hodisa. Biroq bu tushishning ehtimoli uni tavsiflovchi to'lqin funksiya va statistik qonunlar bilan ifodalangan aniq qonuniyatga bo'ysunadi.

Yuqoridagi tajribadan shunday xulosaga kelamizki sanog'ichning vaqtdan vaqtga o'tib ishlashi va bu ishlash paytida elektronni yaxlit holda kelib tushishishi (ulushini emas) qayd qili-nishi

$$\rho(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2$$

elektron moddasining taqsimlanishini xarakterlamaydi. De-Broyl to'lqin funksiyasini ehtimollik xarakterga ega ekanligini namoyon etadi. Bu esa 1927-yilda nemis fizigi Maks Bornning to'lqin funksiyasiga statistik izohi, ya'ni ehtimol xarakterini to'la tasdiqlaydi.

Elektronning to'lqin funksiyaning amplitudasiga mos ravishda fazoda «yoyilgan» ya'ni bulut deb qarash mumkin. Elektron molda bi-

lan xuddi bir nuqtada mujassamlashgan bir butun (yaxlit) holda o'zaro ta'sirda bo'ladi. O'zaro ta'sirdan so'ng, albatta, u avvalgi  $\psi$  – funksiya bilan tasvirlamaydi. Uning fazoda «yoyilishi» kichiklashgan, ya'ni u fotoplastinkaning qoraygan sohasidagina namoyon bo'ladi. Elektron modda bilan o'zaro ta'sirda bo'lganda bir nuqtada mujassamlashgan bir butun (yaxlit) holda o'zini namoyish qiladi.

Yuqoridagi mulohazalardan shu narsa ayon bo'ladiki, klassik obyektlarda bunday yoyilish yo'q. Mikroolamda esa elektron buluti ikki tirqishni ochiqqligini sezadi va ulardan baravariga o'tadi. Bilyard shari kabi, klassik obyektlar esa bilyard stolini hamma luzasiga bir vaqtda tushmaydi. Bunga asosiy sabab shar harakatining de-Broyl to'liq uzunligi shar o'lchamlariga nisbatan juda ham kichik ekanligi, ya'ni deyarli nolga tengligidir. Shu boisdan ham shar yoyilmadi deya olamiz va difraksion hodisa bu holda kuzatilmaydi.

### 11.3. Mikrozarra o'rnining ehtimoli (mikrozarra o'rnini qayd qilinish ehtimoli)

Shu paytgacha biz erkin harakat qilayotgan zarralar haqida va ularning harakatini de-Broyl to'liqini yoki to'liqin-paketga bog'lab o'rgandik. Real hayotda esa, mikrozarralarning holatini yassi mon-oxromatik to'liqlar bilan tavsiflab bo'lmaydi. Haqiqatda esa holatlarni tavsiflovchi to'liqin funksiyalar murakkab ko'rinishga ega. Murakkab va kompleks ko'rinishga ega bo'lgan to'liqin funksiyalar yunoncha «psi» harfi ( $\psi$ ) bilan belgilanadi va zarraning psi-funksiyasi deb yuritiladi, ya'ni

$$\psi = \psi(x, y, z, t). \quad (11.2)$$

Hozirgi zamon fizika adabiyotlarida (11.2) ni to'liqin funksiya deb ham atashadi. Psi-funksiyaning statistik talqiniga ko'ra zarra o'rnini topish ehtimoli ushbu funksiyaning intensivligi, ya'ni  $\psi$  ni kvadrati bilan aniqlanadi. Umuman qaraganda  $\psi$  kompleks ko'rinishga ega, ehtimol esa doimo musbat va haqiqiy son bo'lgani uchun intensivlikning o'lchami sifatida  $\psi^2$  emas, balki

$$|\psi|^2 = \psi^* \cdot \psi \quad (11.3)$$

kattalik olinadi. Bunda  $\psi^*$  funksiya  $\psi$  funksiyaga qo'shma funksiya yadir. (\*) kompleks qo'shma kattalikni xarakterlaydi.

Zarraning koordinatalari uzluksiz o'zgaradi. Shu sababdan  $x, y, z$  nuqta atrofida zarrani topish ehtimoli juda kichik

$$x, x+dx; y, y+dy; z, z+dz$$

sohada aniqlash o'rinlidir.  $dV=dx dy dz$  hajmda  $\psi$  ni o'zgarmas deb hisoblasak, u holda zarrani topish ehtimoli  $dV$  – hajmga proporsion-aldir.

$t$  – vaqt ichida  $x, y, z$  nuqta atrofida  $dV$  – hajmda zarrani topishning elementar ehtimoli

$$dp(x, y, z, t) = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV \quad (11.4)$$

ehtimol zichligi esa

$$\frac{dp}{dV} = |\psi(x, y, z, t)|^2 \quad (11.5)$$

formula bilan aniqlanadi.

$t$  – vaqt momentida chekli  $V$  – hajmda zarraning qayd qilinishi ehtimoli ehtimollarni qo'shish teoremasiga binoan

$$p(V, t) = \int_V dp = \int_V |\psi(x, y, z, t)|^2 dV, \quad (11.6)$$

tenglik orqali topiladi.

$t$  – vaqt momentida (11.6) integralni  $-\infty$  dan  $+\infty$  gacha oraliqda integrallasak zarrani qayd qilinishi uchun to'la ehtimolni topamiz. U holda to'la ehtimol birga teng, ya'ni

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x, y, z, t)|^2 dV = 1. \quad (11.7)$$

(11.7) formula bilan ifodalanadigan shart normallash deyiladi. Bu bu shartni qanoatlantirgan funksiyani normallangan funksiya deyiladi.

Har qanday funksiya uchun ham normallash shartini ta'riflab bo'lmaydi. Cheksiz oraliqda  $|\psi|^2$  dan olingan integral uzoqlashuvchi bo'lsa, funksiyani normallab bo'lmaydi. Lekin real eksperimental sharoitda hatto erkin harakat qilayotgan zarralar ham qurilmaning geometrik o'lchamlari bilan cheklangan sohada bo'ladi va zarraning tezligi ham cheklidir. Shu sababdan, fazoning cheklangan sohasida zarrani qayd qilish qonunining doimo noldan farqli va zarraning bu holatini tavsiflovchi to'liqin funksiya integrallanishi o'rinnidir.

Agar

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 0 \quad (11.7)$$

bo'lsa, bu ifoda fazoning hech qayerida zarrani yo'qligiga ishora qiladi. Fazoning har bir nuqtasida  $t$  vaqt momentida zarraning qayd qilinishi ehtimoli aniq bir qiymatga (bir qiymatli) ega bo'lishi uchun, albatta  $\psi$  – funksiya va uning hosilasi uzluksiz bo'lishi shartdir. Bornning de-Broyl to'liqini statistik izohiga ko'ra kvant mexanikaning asosiy masalasi harakatlanayotgan mikrozzarralar uchun to'liqin funksiya ko'rinishini yoza olish va uni aniqlashdir.

Shunday qilib psi-funksiya modulining kvadrati, vaqtning xuddi shu momentida, fazoning xuddi shu nuqtasida zarrani qayd qilinishi ehtimoliga proporsionaldir. To'liqin funksiyaning o'zi hech qanday fizi-

kaviy ma'noga ega emas, balki uning modulining kvadrati zarraning korpuskular xususiyatini xarakterlaydi.

#### 11.4. Ehtimoliyat to'liqlari uchun superpozitsiya prinsipi (holatlar uchun superpozitsiya prinsipi)

Turli tabiatga ega bo'lgan maydonlar va to'liqlarning eng umumiy alomatlari superpozitsiya prinsipi bilan ifodalanadi. Superpozitsiya deganda bir-birini ustiga qo'yish (joylash, taxlash), ya'ni umuman olganda qo'shish tushuniladi. Yaxshi ma'lumki, maydonlar va to'liqlar bir-birlarining orasidan bemalol, qarshiliksiz o'tadilar. To'liqlar keshigan sohada interferensiyalanadi. Ma'lum bir shartlar bajarilgan-da ikkilamchi to'liqlarning interferensiyasi difraksiyani sodir qiladi.

To'liqlarni bir-birlarining orasidan qarshiliksiz o'tishi, interferensiyalanishi natijasida qo'shiluvchi *superpozitsiya* deyiladi.

Superpozitsiya prinsipiga muvofiq elektromagnit to'liqlari, suv sirtidagi to'liqlar, tovush to'liqlari va boshqa to'liqlar ham interferensiyalanadi. Yuqorida ko'rdikki, tajribalarga binoan mikrozarralarning to'liq funksiyalari ham difraksion manzara hosil qiladi va demak, ular ham interferensiyalanish xususiyati egadir. Agar 1-nuqtada turgan elektr zaryadi  $\vec{E}_1(\vec{r}_1, t)$  elektr maydon, 2-nuqtada turgan boshqa elektr zaryadi  $\vec{E}_2(\vec{r}_2, t)$  elektr maydon vujudga keltirsa va ikkala manba bir vaqtda ishlasa, u holda hosil qilingan maydonlar bir-birining orasidan bemalol o'tib superponirlaydi (taxlanadi) va yig'indi superponirlangan maydon vujudga keladi:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = c_1 \vec{E}_1(\vec{r}_1, t) + c_2 \vec{E}_2(\vec{r}_2, t). \quad (11.9)$$

Magnit maydon ham xuddi shunday superponirlanish xususiyatiga egadir. Elektr va magnit maydonlar uchun superpozitsiya prinsipi ularning (elektr maydon to'liqlarning) difraksiya va interferensiya hodisalarini tushuntirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Ehtimol to'liqlari ham interferensiya va difraksiyalanishga moyil-ku axir!? Zero superpozitsiya prinsipi ular uchun ham o'rinli. To'liq funksiyalar uchun superpozitsiya prinsipini aniqroq ta'riflaylik: qandaydir sistema (zarra yoki zarralar to'plami)  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_n, \dots$  funksiyalar bilan tavsiflanuvchi har xil fizik holatlarda yotgan bo'lsa, u holda sistema superponirlangan

$$\psi = c_1 \psi_1 + c_2 \psi_2 + \dots + c_n \psi_n + \dots = \sum_n c_n \psi_n \quad (11.10)$$

holatda ham yotishi mumkin. Bunda  $s_1, s_2, \dots$  – kompleks doimiyliklar, bu doimiyliklar shunday bo'lishi kerakki,  $\psi_1(\vec{r}_1, t), \psi_2(\vec{r}_2, t), \dots$  funksiyalar birga normalangan shartda  $\psi(\vec{r}, t)$  funksiya ham birga normalangan bo'lishi kerak.

$\psi$  – holatlar uchun yozilgan superpozitsiya prinsipi klassik mexanikadagi superpozitsiya prinsipidan nimasi bilan farq qiladi? Bitta misol olaylik.  $\vec{p}$  impulsiga ega bo'lgan holatni  $\psi_1$  funksiya bilan,  $-\vec{p}$  impulsiga ega bo'lgan holatni  $\psi_2$  funksiya bilan tavsiflaylik. U holda superponirlangan holat funksiyasi  $\psi$  ni bir-biriga qarama-qarshi yo'nalishda tezlik moduli bir xil  $\vec{v} = \frac{\vec{p}}{m}$  bo'lgan zarraning bir vaqtdagi

harakati sifatida izohlagan bo'lamiz. Klassik mexanika nuqtayi nazaridan bu mutlaqo ma'nosizdir. Agar superpozitsiyaga kiruvchi holatlar bir-biridan uzluksiz o'zgaruvchi biror fizikaviy kattalik bilan farqlansa, u holda bunday funksiyalarning superpozitsiyasini integral ko'rinishda yozish mumkin. (11.10) yig'indi o'rniga

$$\psi = \int c(L) \psi_L dL \quad (11.10)$$

ifodani yozamiz. Bunda  $L$ -uzluksiz o'zgaruvchi fizikaviy kattalikning qiymati;  $\psi_L$  alohida holatning psi funksiyasi bo'lib, u  $L$  parametrga bog'liq;  $c(L)dL$  -  $\psi_L$  xususiy holat amplitudasi va  $c(L)$  amplituda zichligi.

Shunday qilib, superpozitsiya prinsipi murakkab to'lqinlarni oddiy monoxromatik to'lqinlarning yig'indisi ko'rinishidagi ifodaga almashtirib yozishga imkon beradi. Bu esa o'z navbatida murakkab to'lqinlarni o'rganishga qulaylik tug'diradi. Matematika nuqtayi nazaridan bunday almashtirish Fure integraliga yoki funksiyani qatorga yoyish demakdir. Chiziqli tenglamalar shunday xususiyatga egadirlar.

Murakkab to'lqinlarni monoxromatik tashkil etuvchilari yig'indisi ko'rinishida yozish tabiatning umumiy qonunlaridan biri bo'lib, har qanday murakkab funksiyalarni monoxromatik to'lqinlarga yoyish, uni o'rganishda katta imkoniyat yaratadi.

Murakkab funksiyani sinus, kosinus yoki boshqa funksiyalarga yoyish mumkin. Matematika nuqtayi nazaridan har qanday yoyish o'rinlidir. Murakkab to'lqinlarni monoxromatik tashkil etuvchilariga yoyish fizika nuqtayi nazaridan ham o'rinlidir. Eksperimentda ayrim monoxromatik tashkil etuvchilarni ajratib olish mumkin. Masalan, optikada spektral asboblarni yordamida (masalan, spektrograf, difraksion panjara) murakkab nurlanishni monoxromatik tashkil etuvchilariga ajratish mumkin (oq nurning turli ranglarga ajralishi). Mikroolam fizikasida difraksion panjara vazifasini metall sirti bajaradi (Devisson va Jermer tajribasini eslang).

Shunday ko'rinishdagi superpozitsiyaga misol sifatida erkli  $\psi(x, y, z, t)$  funksiyani de-Broylning yassi to'lqini

$$\psi_{\vec{p}} = A \exp \left[ -\frac{i}{\hbar} (Et - \vec{p}\vec{r}) \right] \quad (11.12)$$

bo'yicha yoyish mumkin. (11.12) dagi funksiyaning indeksidagi  $\vec{p}$  uni  $\vec{p}$  impulsiga parametrik bog'liqligini ko'rsatadi. Bundan chiqadiki zar-raning har qanday murakkab holatini tavsiflovchi to'liqin funksiyani

$$\psi(x, y, z, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} c(p_x, p_y, p_z, t) \psi_p(x, y, z, t) dp_x dp_y dp_z \quad (11.13)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bunda  $c(p_x, p_y, p_z, t)$  – de-Broyl to'liqin-larining amplituda zichligi va ular  $\vec{p}(p_x, p_y, p_z)$  impulsiga ega.

Monoxromatik bo'lmagan to'liqinlarni qatgora yoki Fure inte-graliga matematik yoyish, umuman olganda superpozitsiya prinsipi real fizikaviy jarayonlar – to'liqinlarni spektrini o'lchashda va o'rga-nishda eng muhim quroldir. Fizikaviy spektrial asboblarni ishlash prin-sipi superpozitsiya prinsipiga tayanadi. Shu jihatdan superpozitsiya prinsipining kvant fizikadagi o'rni nihoyatda kattadir.

### 11.5. Mikrozarra impulsining ehtimoli

Oldingi bandlarda biz de-Broyl to'liqinining statistik izohiga asoslangan holda zarra o'rnini qayd qilinishi ehtimolini ko'rib chiqdik. Holatlar uchun superpozitsiya prinsipini qo'llash orqali statistik izohini qo'llanilish chegarasini kengaytirish mumkin. Natijada, nafaqat zarra o'rnini qayd qilinishi ehtimoli, balki zarra impulsini u yoki bu qiy-matini topishga ham imkoniyat yaratiladi. Superpozitsiya prinsipi va to'liqin funksiyasining statistik talqini zarra holatini xarakterlovchi boshqa mexanik kattaliklar, masalan, energiya, harakat miqdori mo-menti kabilarni ham psi-funksiyalar yordamida xarakterlash mumkin bo'ladi. Bu holni keyingi boblarda ko'ramiz.

Shunday qilib, to'liqin funksiya berilgan bo'lsa, u holda sistemani xarakterlovchi har qanday fizikaviy kattalikni statistik taqsimlanishini bu funksiya to'la aniqlaydi.

Mikrozarra impulsini o'lchash uslubiyatini ko'raylik. Agar zarra klassik zarra bo'lsa, uning impulsini aniqlash uchun uning traektorii-yasining xarakterini tahlil qilish, tezlik yo'nalishi va modulini bilish kerak bo'ladi. Zarra kvant xarakterga ega bo'lsa, u holda u de-Broyl to'liqiniga ega va zarra impulsini o'lchashni butunlay yangicha usuliga o'tamiz. Bu holda zarra impulsini de-Broylning

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}, \quad |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (11.14)$$

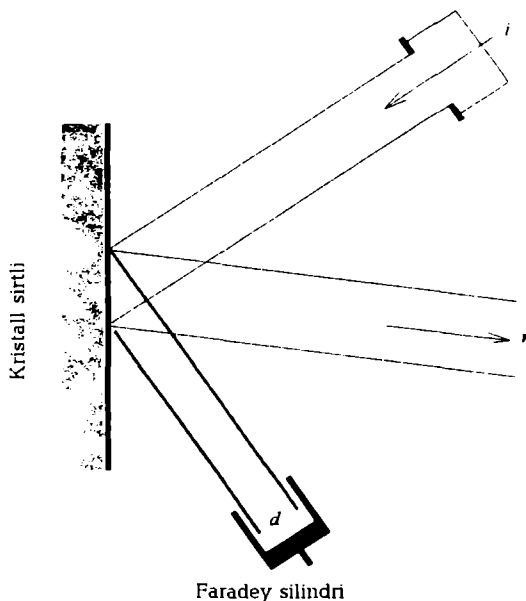
formulasi orqali topiladi.

(11.14) formulaga binoan zarra impulsini bilish uchun zarraning de-Broyl to'liqin uzunligini topish kerak. Optikadan yaxshi bilamizki (Devisson va Jermer tajribasidan ham) to'liqin uzunligini topish uchun

difraksion panjaradan foydalanamiz. Difraksion panjara to'liqinni  $\vec{k}$  va  $\lambda$  bo'yicha spektrga ajratadi va demak,  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$  impuls bo'yicha zarra

impulsini sortirovka (navlarga ajratish) qiladi. Demak,  $\vec{k}$  ni aniqlovchi difraksion panjara mikrozarra impulsini u yoki bu qiymatining ehti-molini topish uchun xizmat qiluvchi asboddir.

Devisson va Jermer tajribasiga murojaat qilaylik. 11.5-rasmda kristall sirtida elektronlar difraksiyasining chizmatik tasviri keltirilgan. Chizmada  $\psi(x, y, z, t)$  to'liqin maydonini hosil qiluvchi de-Broyl to'liqlarining superpozitsiyasi (*i*) – tushayotgan, sirtidan qaytayotgan (*r*) va difraglangan to'liqlardan biri (*d*) ko'rsatilgan.



11.5-rasm.

Agar diafragmani ko'ndalang o'lchami zarraning de-Broyl to'liqin uzunligidan katta bo'lsa va diafragma chekkalarida sodir bo'ladigan effektlarni e'tiborga olmasak, tushayotgan zarralar holati ma'lum bir boshlang'ich impulsiga ega bo'lgan yassi de-Broyl to'liqini bilan tavsiflanadi.

Kristall sirtidan qaytayotgan zarralar dastasini ham impulsni ma'lum bir qiymatga ega bo'lgan de-Broyl to'liqlari bilan tavsif-

lashimiz mumkin. Barcha to'liqin maydonni ayrim dastalarga tegishli bo'lgan to'liqin funksiyalarini superpozitsiyasi ko'rinishida yozamiz:

$$\psi = \sum_p c(\vec{p}, t) \psi_p. \quad (11.15)$$

(11.15) da yig'indi barcha dastalar bo'yicha olingan. Umuman qaraganda kristall sirtida elektron to'plami aniq impuls bilan xarakterlanmaydi, chunki  $\psi$  – holat turli impulsiga ega bo'lgan  $\psi_r$  – holatlarning superpozitsiyasidir. Shuning uchun o'lchash jarayonida biz (11.15) superpozitsiyaga tegishli bo'lgan holatlardan faqat bittasi uchun  $\vec{p}$  – impulsni aniqlashimiz mumkin. O'lchash jarayonida  $\vec{p}$  – impulsning qiymati  $r$  ga teng bo'lish imkoniyati qancha? Buni bilish uchun  $r$  – impulsiga ega bo'lgan zarralar sonini statistik hisoblash kerak bo'ladi. Shu maqsadda kristall sirtidan ma'lum bir masofada zarralar sonini hisoblovchi sanog'ich (yarim o'tkazgichli detektor yoki Faradey silindri) qo'yamiz.  $x, y, z$  koordinataga ega bo'lgan sanog'ich tirqishiga kelib tushayotgan zarralar sonining ehtimoli, to'liqin funksiyaning statistik izohiga ko'ra  $|\psi(x, y, z, t)|^2$  ga proporsional. Difraksion panjara vazifasini bajaruvchi kristall sirti to'liqin maydonni monoxromatik to'liqinlar dastasiga bo'lib tashlaydi (bu xuddi oq nurni ayrim rangli nurlarga ajratuvchi prizma o'xshaydi).  $\vec{p}$  – impulsiga ega bo'lgan zarralar sonini hisoblash uchun Faradey silindrini turli holatlarga qo'yish kifoya. Kristall sirti yaqinida barcha dastalarning interferensiyasi tufayli to'liqin maydon murakkab xarakterga ega. Kristallidan ma'lum bir uzoqlikda dastalar bir-biridan yaxshiroq ajraladi. Agar Faradey silindri kristalldan yetarlicha uzoqroq masofaga qo'ysak, ayrim dastalar bir-biridan ajralgan bo'ladi va  $|\psi(x, y, z, t)|^2$  ni

$$|\psi(x, y, z, t)|^2 = |c(\vec{p})|^2 |\psi_p(x, y, z, t)|^2 \quad (11.16)$$

ko'rinishda yozish mumkin bo'ladi.

(11.16) ifoda faqat bitta dasta uchun yozilgan ifoda bo'lib, u shu  $\psi_r$  yo'nalishida qo'yilgan Faraday silindriga tushayotgan zarralarni (elektronlarni) hisoblaydi.  $|\psi(x, y, z, t)|^2$  ga boshqa to'liqinlarning ulushi juda ham kichikdir. (11.16) formulaga (11.2) ifodani qo'ysak

$$dp(\vec{p}, t) \sim |c(\vec{p}, t)|^2 \quad (11.17)$$

hosil bo'ladi.

$\vec{p}$  – impulsiga ega bo'lgan elektronlarni barcha diafraglangan zarralar ichida qayd qilinish ehtimoli  $|c(\vec{p}, t)|^2$  ga proporsionaldir.

De-Broylning normalangan to'liqin funksiyasi

$$\psi_p(x, y, z, t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\hbar)^3}} \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})\right] \quad (11.18)$$

desak, u holda

$$|\psi(x, y, z, t)|^2 = \frac{|c(\vec{p})|^2}{(2\pi\hbar)^3} \quad (11.19)$$

ni hosil qilamiz. Bu holda dastadan tashqarida  $c(\vec{p}) = 0$ . Shu sababli (11.13) dan farqli ravishda (11.1) amplitudasi faqat koordinatalar funksiyasi bo'ladi.  $c(\vec{p})$  – amplituda dasta yo'nalishiga perpendikular holda juda sekin o'zgaradi. Shunday qilib, Faradey silindri  $\psi_r$  – to'liq yo'nalishida o'rnatilgan bo'lsa, u holda Faradey silindrida elektronlarning qayd qilinishi ehtimoli  $|c(\vec{p}, t)|^2$  ga proporsionaldir. Bunday to'liqlarga  $\vec{p}$  – impulsiga ega bo'lgan elektronlarga tegishlidir.

$p_x, p_y, p_z$  bilan  $p_x + dp_x, p_y + dp_y, p_z + dp_z$  intervali orasida zarra impulsini o'lchashning elementar ehtimoli  $dp_x dp_y dp_z$  – elementar hajmga proporsionaldir. U holda (11.17) ni

$$dP(p_x, p_y, p_z, t) = |c(p_x, p_y, p_z, t)|^2 dp_x dp_y dp_z \quad (11.20)$$

ko'rinishida yozsak bo'ladi.

Impuls taqsimlanishining ehtimol zichligi

$$\frac{dP}{dp_x dp_y dp_z} = |c(p_x, p_y, p_z, t)|^2 \quad (11.21)$$

formula bilan aniqlanadi va uning uchun normalash sharti

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} |c(p_x, p_y, p_z, t)|^2 \cdot dp_x dp_y dp_z = 1 \quad (11.22)$$

ko'rinishga ega.

Umuman olganda Fure qatoridan foydalanib,

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} |c(p_x, p_y, p_z, t)|^2 \cdot dp_x dp_y dp_z = \iiint_{-\infty}^{\infty} |\psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz \quad (11.23)$$

tenglikni hosil bo'lishini isbotlash mumkin. (11.23) ifodaning chap qismi zarra impulsini istalgan qiymatini topish ehtimolini, o'ngdagi ifoda esa fazoning istalgan nuqtasida zarra o'rnini topish ehtimolini xarakterlaydi.

## 11.6. Kvant nazariyaning xossalari

To'ldirish prinsipi va o'lchash jarayonlarni Bor talqinidan kvant nazariyaning xossalari kelib chiqadi.

1. Kvant mexanika bir qiymatli javobni karomat qilmaydi, balki faqat u yoki bu natijaning ehtimolini ayta oladi. Tirqishli to'siqqa tushayotgan zarraning holatini qancha aniq bilmaylik, to'siq ortiga qo'yilgan fotoplastinkani qaysi nuqtasiga uni kelib tushishini aytib berib bo'lmaydi. Bu noaniqlik klassik determinizmga ziddir. Per Laplas yaratgan determinizm nazariyasiga ko'ra barcha zarralarning koordinatalari va impulslarini bilgan holda koinotning kelajagini oldindan aytib berish mumkin. Shunday bir qiymatli karomatni klassik elektrodinamika ham berishi mumkin. Kvant mexanikada barcha zarralarni koordinatalar va impulslarini berish mumkin emas. Faqat boshlang'ich momentda to'liqin funksiyani berish mumkin. Zarra holatini to'la tavsiflovchi funksiyadir. Koordinata va impuls bilan xarakterlanuvchi klassik holat to'liqin funksiya bilan almashadi. Kvant mexanika keyingi istalgan momentdagi to'liqin funksiyani bir qiymatli aniqlaydi. Laplas sababiyati buziladi. Kvant mexanika nuqtayi nazaridan dinamik sababiyat o'rinli bo'lib qoladi. Dastlabki holatni to'la aniqlash keyingi holatni bilishga xizmat qiladi.

2. Kvant mexanikaning eng muhim kashfiyoti – mikroduyoqonunlarining ehtimollik xarakteridir. Kvant nazariyasining tasavvuriga ko'ra hamma mikrozzarralar xuddi to'liqin kabi birdaniga fazoning hamma nuqtalarida mavjud, lekin uning biror nuqtada qayd qilinishi o'z ehtimolligi bilan xarakterlanadi. Shuning uchun mikrozzarralarni harakatini traektoriya tushunchasi bilan tavsiflash mumkin emas.

3. To'liqin funksiya – fizik maydon emas, balki axborot maydonidir.

4. Kvant mexanikada superpozitsiya prinsipi bajariladi.

5. To'liqin funksiya reduksiyalanadi. Har bir o'lchashdan so'ng to'liqin funksiya sakrab o'zgaradi. Reduksiya so'zi ko'p holatli zarraning bitta aniq holatga kelishini anglatadi. 11.3-rasmdagi difraksion panjara misolida panjarani chap tomonidagi holati panjaraning o'ng tomonida yo'q qilinadi va yangi difraksion holat hosil bo'ladi; uning ko'rinishi dastlabki holat va asbob (difraksion panjara)ga bog'liq. Fotoplastinkada yana bitta o'zgarish yuz beradi: panjara va fotoplastinkada keng sohani egallagan to'liqin funksiya fotoplastinkada qisilib, fotoemulsiya donachasi o'lchamigacha lokallashadi. Bu lokallashish emulsiyaning turli donachalarida bo'lishi mukmin. Fotoplastikaga tushguncha elektronning istalgan joyda bir xil ehtimol bilan topish mumkin edi; emulsiya donachasi qoraygandan so'ng elektron holatining noaniqligi juda ham qisqa vaqtda sakrab o'zgaradi va doncha o'lchami bilan xarakterlanadi. Bu holni *to'liqin funksiya reduksiyasi* yoki *to'liqin-paket reduksiyasi* deyiladi. Shunday qilib, mikroolamda zarra turli qiyofada yashashi mumkin: goh yassi to'liqin, goh murakkab difraksion holatda, gohida fotoemulsiya donchasi ko'rinishida bo'ladi. O'lchash jarayonida eski holat o'rniga yangi holat paydo bo'ladi va bu o'zgarish statistik, ehtimolyat qonuniga bo'ysunadi. Hech qanday fizikaviy maydon bunday xususiyatga ega emas. To'liqin funksiyaning

sakrab o'zgarishi – qo'shimcha shartni boshqacha tanlash bo'lib, bizning misolimizda to'liq funksiyani doncha qorayishi shartida qidirayapmiz. Klassik fizikada bunga quyidagi o'xshatishni olish mumkin. Agar teleskopning holatini bir yulduzdan ikkinchi yulduzga tezda o'zgartirsak, kuzatish joyini tanlash o'zgaradi, xalos, teleskop bu holda yulduzlarga hech qanday fizikaviy ta'sir ko'rsatmaydi.

6. O'lchov asbobi bilan va tajriba o'tkazilayotgan obyekt orasidagi o'zaro ta'sir tekshiriluvchi obyektga ta'sir qiladi va o'zaro ta'sir natijasida mikrozarra boshqa kvant holatiga o'tadi.

### **SAVOLLAR**

- Nima uchun to'liq-paket yoyilib ketadi?
- Nima uchun zarrani to'liq-paket bilan aynanlashtirish mumkin emas?
- Zarralar to'plamini to'liq deb qarash mumkinmi?
- To'liq funksiyaning statistik talqinini ta'riflang.
- De-Broyl to'liqinining statik izohini kim va qachon bergan?
- To'liq funksiyaning statistik talqini mikrozarra strukturasi bog'liqmi?
- Ehtimol intensivligi deganda nimani tushunasiz?
- Yorug'lik difraksiyasi bilan mikrozarra difraksiyasini o'xshash deb atasa bo'ladimi?
- Ehtimol zichligini ta'riflang?
- Nima uchun ayrim fiziklar individual mikrozarra to'liq xususiyatini inkor qiladilar?
- Qaysi eksperiment Bornning statistik talqini bilan individual elektronning to'liq xususiyatga ega ekanligini tasdiqladi?
- 11.2-banddagi 11.3-rasmdagi eksperimentdagi korpuskulyar xususiyati bilan to'liq xususiyat farqini tushuntiring?
- Intensivligi juda kichik bo'lgan elektronlar bilan qilingan tajriba natijasi 11.4-rasmda tasvirlangan. Uni izohlang.
- Sanog'ichga kelib tushgan elektronlar uchun ehtimol formulasini yozing va tushuntiring.
- Bornning to'liq funksiyani statistik talqiniga ko'ra elektronni qanday tasavvur qilish mumkin?
- Superpozitsiya prinsipini ta'riflang va mohiyatini tushuntiring.
- Kvant fizikadagi superpozitsiya prinsipi klassik fizikadagi superpozitsiya prinsipidan farq qiladimi?
- Superpozitsiya prinsipini holatlar uchun yozib ko'rsating.
- Uzlaksiz o'zgaruvchi parametrga bog'liq bo'lgan holatlar uchun superpozitsiya prinsipi qanday yoziladi?
- Eksperimentda superpozitsiya prinsipi qanday amalga oshiriladi?

- To'liqin funksiya kvant fizikada qanday belgilanadi?
- Zarra o'rnini qayd qilinishi ehtimoli uchun Bornning statistik talqinini qanday qo'llash mumkin?
- Elementar ehtimol va ehtimol zichligi formulasini yozing.
- Nima uchun to'liqin funksiya normalanadi?
- Mikrozarra impulsi klassik va kvant fizikada qanday o'lchanadi?
- Devisson va Jermer eksperimenti misolida superpozitsiya prinsipi va impuls ehtimolini topishni tushuntiring.
- Impuls ehtimoli qanday formula bilan ifodalanadi?
- 11.5-rasmda ko'rsatilgan Faradey silindri qanday fazifani bajaradi?
- Kvant nazariyaning eng muhim xossalari ayting.
- To'liqin funksiyani nima uchun axborot maydoni deb atashadi?
- To'liqin funksiya fizik ma'noga egami?
- To'liqin funksiya reduksiyasi deganda nimani tushunasiz?
- Mikrozarralarning fazoning turli nuqtalarida bo'lish ehtimolini qanday asboblarda yordamida o'rganish mumkin?
- Ehtimol to'liqinining boshqa to'liqlardan farqi nimada?
- Shu bobni o'qiganingizdan so'ng sizda qanday tasavvur hosil bo'ldi?

### MASALALAR

➤ Zarra bir vaqtning o'zida  $\vec{p}_1$  va  $\vec{p}_2$  impuls bilan qarama-qarshi yo'nalishda harakat qilyapti. Bu hol uchun superpozitsiya prinsipini yozing. Bu zarra impulsining qiymati qanday topiladi?

- 11.1-masala shartida  $c_{\vec{p}_1} = -\sqrt{\frac{2}{3}}$  va  $c_{\vec{p}_2} = \frac{i}{\sqrt{3}}$  ga teng bo'lsa

$\vec{p}_1$  va  $\vec{p}_2$  impulslar nimaga teng?

➤  $\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$  formula bilan tavsiflanuvchi to'liqin funksiyaning superpozitsiya prinsipi va to'liqin funksiya ehtimol to'liqiniga teng emasligini ko'rsating.

➤ De-Broyl to'liqini ehtimol zichligini xarakterlash uchun uni qanday ko'rinishda yozish kerak bo'ladi?

➤ Superponirlash holatida mikrozarra uchun ehtimol formulasini yozing.

➤ 11.5-masala yechimida  $\Delta P_1 = |c_1|^2 \cdot |\psi_1(r,t)|^2 \Delta V$  formula bilan ifodalanadi. Shu ehtimolning ma'nosini tushuntiring.

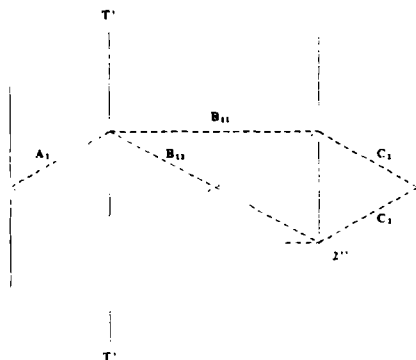
- 11.5-masala yechimidagi  $\Delta P_{12}$  ehtimol interferensiyasini izohlang.

➤ Nima uchun  $\Delta P_{12}$  hadni interferension had deyiladi?

➤ Koordinataga bog'liq bo'lmagan hol uchun ikkita de-Broyl to'liqini yozing. Shuningdek, interferension hadni ko'rinishini yozing.

➤ Mavzudagi 11.3-rasmda maksimumlar orasidagi masofa  $L_1$ , zarraning to'liq uzunligi  $\lambda$  bo'lsa difraksiya burchagini toping.

➤ Kogerent va kogerent bo'lmagan superpozitsiyalarning farqi nimada?



11.6-rasm.

➤ 11.6-rasmda ikkita tirqishli to'siq tasvirlangan. T tirqishli ekrandan aniq impuls ga ega bo'lgan zarraning o'tishi tasvirlangan. Ularning intensivligi har sekunda bitta zarraga teng bo'lsin. T ekran orqasida yana 5 ta tirqishli to'siqlar joylashtirilgan. Sanog'ichning har gal bevosita tirqishlardan biriga qo'yib undan oqayotgan zarralar oqimini kuzataylik. Berilgan tirqish uchun 1 sekunda o'tgan zarralar soni  $r$  ga teng bo'lsa, biz T tirqishdan o'tayotgan zarra ehtimoli  $R$  ga proporsional deymiz. Zarralarning to'liq uzunligi  $\lambda$  tirqish kengligiga nisbatan katta bo'lsin; hamma tirqishlar o'lchami bir xil. Bu holda tirqishda to'liqning kompleks amplitudasi haqida so'zlasha bo'ladi. Shu tirqishlarda o'tish amplitudasi deganda nimani tushunasiz? Rasmda tasvirlangan tirqishlardagi o'tish amplitudalarini belgilang va ularni izohlang.

➤ 11.6-rasmdagi o'tish amplitudalarini bilgan holda, ular uchun o'tish ehtimollarini yozing. Nechta o'tish ehtimoli mavjud? Amplitudani A harfi bilan, ehtimolni R harfi bilan belgilab, ehtimolni har bir tirgishda amplituda orqali ifodalang va izohlang.

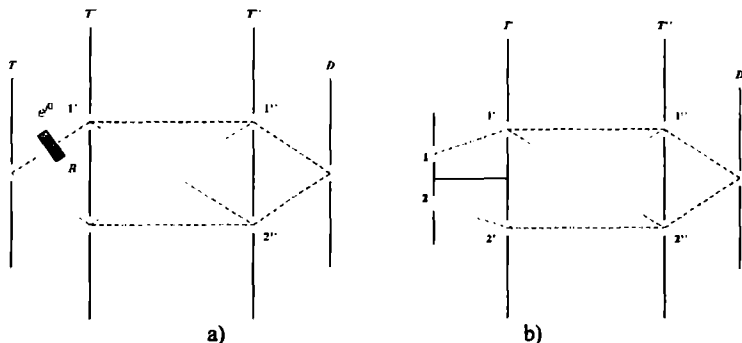
➤ 11.6-rasmdagi tirqishlarning barchasi ochiq. T tirqishdan o'tgan zarrani D tirqishga kelishdagi ehtimoli R nimaga teng (kvant mexanika nuqtayi nazaridan)?

➤ 11.14-masala klassik fizika nuqtayi nazaridan qarab ehtimolning formulasini yozing.

➤ O'tish amplitudalari noma'lum, ehtimollar ma'lum bo'lsa  $r$  ni qanday topish mumkin?

➤ Nima uchun 11.15-masaladagi  $R$  ni topish formulasini xato deymiz? Xato nimada?

➤ 11.7-a rasmda tajriba chizmasi ko'rsatilgan T tirqish bilan 1' tirqish oralig'iga to'liqin fazoni to'xtatuvchi qurilma qo'yilgan. Fazani tutib qolganida amplituda  $A_1$  faqat  $A_1 e^{i\theta}$  amplitudaga almashtiriladi.  $r(\theta)$  ni toping.



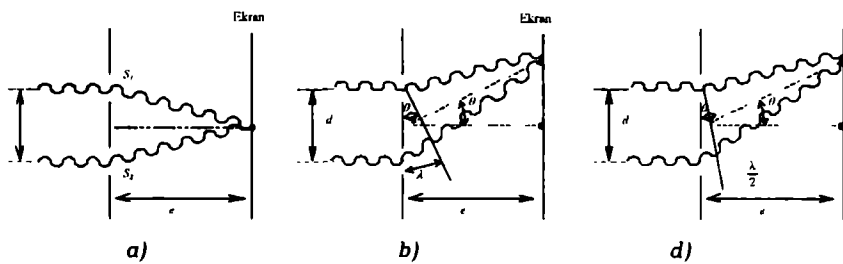
11.7-rasm.

➤ 11.7-b rasmda quyidagi asbob ko'rsatilgan 1' va 2' tirqishlarni yorituvchi ikkita sohada 1 va 2 manba ko'rsatilgan. Ikkita manbaning intensivligi bir xil. T to'siqdan o'tgan zarra D tirqishdan o'tish ehtimoli  $r_i$  ni toping.

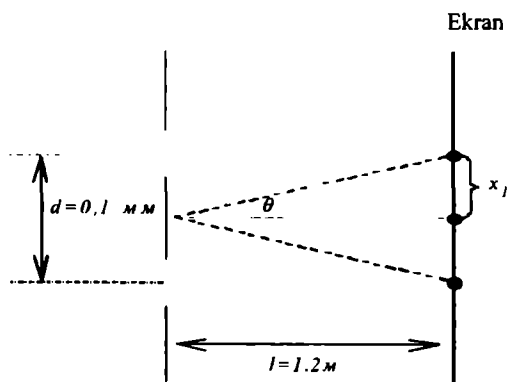
➤ Kogerent bo'lmagan ikkita manba uchun kogerent bo'lmagan superpozitsiya umumiy qoidasini aniqlang.

➤ 11.8-rasmda interferensiya manzaralari ko'rsatilgan. Ularni tushuntiring.

➤ To'liqin uzunligi  $\lambda = 50$  nm bo'lgan yorug'lik nuri tirqishlar oralig'i 0,1mm bo'lgan to'siqqa tushmoqda. Ekran to'siqdan 1,2 m uzoqlikda o'rnatilgan. Ekrandan hosil bo'lgan interferensiyada polosalar qanday joylashgan?



11.8-rasm.



11.9-rasm.

## XII BOB

## Mavzu: KVANT FIZIKANING MATEMATIK APPARATI

**Raja:**

**12.1. Koordinata va impulsning o'rtacha qiymatini topish. Operatorlar.**

**12.2. Operatorlar va ularning xossalari. Chiziqli va ermit operatorlar. Dirak qavslari.**

**12.3. Kommutativ va nokommutativ operatorlar.**

**12.4. Fizikaviy kattalikning o'rtacha qiymati va o'rtacha kvadratik og'ishini hisoblash.**

**12.5. Xususiy qiymat va xususiy funksiya. Operatorlarning diskret va tutash spektri.**

**12.6. Operatorni xususiy qiymatlari va xususiy funksiyalarining xossalari.**

**12.7. O'lchash natijalarining ehtimolini hisoblashning umumiy kvant-mexanik metodi.**

**12.8. Turli mexanik kattaliklarni bir vaqtda o'lchash sharti.**

**12.9. Koordinata va impulsning operatorlari.**

**12.10. Energiya operatori.**

**12.11. Harakat miqdori momenti operatori.**

## ADABIYOTLAR

- Д.И.Блохинцев. Основы квантовой механики. М., 1961.
- А.А.Соколов, Ю.М.Лоскутов, И.М.Тернов. Квантовая механика. М., 1962.
- Л.Р.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, нерелятивистическая теория. М., 1963.
- Дж. Мак-Коннел. Квантовая механика частиц. М., 1962.

**Masalaning qo'yilishi:** Bu bobda biz kvant fizikaning matematik apparati – kvant mexanika haqida qisqacha to'xtalamiz. Mikroolam jarayonlarini tasvirlovchi kattaliklar – o'rtacha qiymat, xususiy funksiya, xususiy qiymat va ularning operatorlari haqida so'z boradi. Kvant mexanikada faqat chiziqli va ermit bo'lgan operatorlarni ishlatilishi va ularning xossalari haqida ma'lumot beriladi. Shuningdek, mikrozarra koordinatasi, impulsi, impuls momenti, kinetik energiyasi va to'la energiya operatorlari haqida qisqacha ma'lumotlar keltiriladi. Kommutativ va antikommutativ operatorlar va mikroolamda ayni bir vaqt momentida ikkita fizikaviy kattalikni qiymatini aniq o'lchash shartlari beriladi.

## XII bob. KVANT MEKANIKANING MATEMATIK APPARATI

### 12.1. Koordinata va impulsning o'rtacha qiymatini topish. Operatorlar

Kvant nazariyaning hozirgi zamon matematika apparatiga kvant mexanika deyiladi. Kvant mexanika oliy darajada matematikallashtirilgan fan bo'lib, bundan keyingi boblardagi materiallarni yaxshi o'zlashtirish uchun u haqda juda bo'lmaganda umumiy ma'lumotga ega bo'lishimiz lozim. Biz bu bobda kvant fizikaning matematik apparati haqida zarur bo'lgan tushunchalarni beramiz.

Bir vaqtning o'zida zarraning koordinata va impulsi aniq qiymatga ega bo'lgan holatlar kvant sohada mavjud emas. Bu holat o'zini aksini nazariyada matematik apparatda ham o'z ifodasini topgan. Kvant mexanikaning matematik apparati klassik mexanikaning apparatidan tubdan farq qiladi. Biz avvalgi bobda zarrani o'rnini qayd qilinishi (topish) ehtimoli va shu holatda bo'lgan zarraning impulsining ehtimolini aniqlash yo'li bilan tanishdik. (11.4) va (11.21) formulalar bizga istalgan funksiyani  $f(x, y, z)$  va  $\phi(p_x, p_y, p_z)$  larga nisbatan o'rtacha qiymatini topishga imkon beradi. Endi fizikaviy kattaliklarni o'rtacha qiymatini topish bilan shug'ullanamiz.

Kvant mexanika mohiyati jihatdan statistik xususiyatiga ega bo'lgani uchun fizikaviy kattaliklarni qiymatini topish juda katta ahamiyatga ega. Fizikaviy kattaliklarni o'rtacha qiymatini topish uchun avvalgi bobda keltirilgan ikkita fundamental ifodalardan foydalanamiz. Bornning statistik izohiga binoan:

$$dp(x, y, z, t) = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV \quad (12.1)$$

$$dp(p_x, p_y, p_z, t) = |c(p_x, p_y, p_z, t)|^2 dp_x dp_y dp_z \quad (12.2)$$

va ehtimollik nazariyasidan

$$\langle r \rangle = \int r dp(x, y, z, t). \quad (12.3)$$

Bu formulalarga tayanib, avval  $\psi(x, y, z, t)$  funksiya bilan xarakterlanuvchi zarra holatining  $x$  - koordinatasining o'rtacha qiymatini topamiz:

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int x dp(x, y, z, t) = \int x |\psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz = \\ &= \int \psi^*(x, y, z, t) x \psi(x, y, z, t) dx dy dz. \end{aligned} \quad (12.4)$$

(12.4) formulani umumlashtirib, zarraning istalgan umumiy  $f(x, y, z)$  koordinatasi uchun

$$\begin{aligned}\langle f(x, y, z) \rangle &= \int f(x, y, z) \psi(x, y, z, t)^2 dx dy dz = \\ &= \int \psi^*(x, y, z, t) f(x, y, z) \psi(x, y, z, t) dx dy dz.\end{aligned}\quad (12.5)$$

Endi  $r_x$  – impulsni o'rtacha qiymatini topamiz:

$$\begin{aligned}\langle p_x \rangle &= \int p_x dP(p_x, p_y, p_z, t) = \int p_x |c(p_x, p_y, p_z, t)|^2 dp_x dp_y dp_z = \\ &= \int c^*(p_x, p_y, p_z, t) p_x c(p_x, p_y, p_z, t) dp_x dp_y dp_z\end{aligned}\quad (12.6)$$

Xuddi shu kabi erkli  $\phi(p_x, p_y, p_z)$  funksiyaning o'rtacha qiymati

$$\langle \phi(p_x, p_y, p_z) \rangle = \int c^*(p_x, p_y, p_z, t) \phi(p_x, p_y, p_z) c(p_x, p_y, p_z, t) dp_x dp_y dp_z \quad (12.7)$$

(12.5) va (12.7) formulalar ko'rinish jihatdan bir-biriga juda o'xshash, ammo struktura jihatdan ular aslo bir-biriga teng emas.

$f(x, y, z)$  funksiyaning o'rtacha qiymati berilgan  $\psi(x, y, z, t)$  funksiya orqali bevosita topiladi. Lekin impulsning o'rtacha qiymati  $\langle \phi(p_x, p_y, p_z) \rangle$  ni topish uchun  $\psi(x, y, z, t)$  ni de-Broyl to'lqinlari bo'yicha yoyilganda hosil bo'lgan  $c(p_x, p_y, p_z, t)$  koeffitsientlarni bilishga to'g'ri keladi.

Zarra impulsini ifodalovchi funksiyaning o'rtacha qiymatini to'g'ridan-to'g'ri  $\psi$  to'lqin funksiyaning o'zidan topish mumkin emasmikin? Bu savolga ijobiy javob mavjud. Fure integrallari haqidagi teorema asoslanib, isbot qilib o'tirmasdan quyidagi almashtirishni bajaramiz:

$$\langle \phi(p_x, p_y, p_z) \rangle = \int \psi^*(x, y, z, t) \phi\left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}\right) \psi(x, y, z, t) dx dy dz \quad (12.8)$$

(12.8) ifodadan ko'ramizki,  $\phi(p_x, p_y, p_z)$  impulsning o'rtacha qiymati  $\psi(x, y, z, t)$  orqali bevosita topish uchun,  $\phi$  ning argumentlarini  $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$  differensiallarga almashtirib, so'ng ularni  $(-i\hbar)$  ga

ko'paytirib qo'yish kerak. Bu holda (12.8) formuladagi integral ostidagi ifodada differensial olish amali  $\phi$  dan keyin  $\psi$  funksiya uchun amalga oshiriladi.

Masalan, impulsning  $x$  o'qiga nisbatan o'rtacha qiymati quyiladi:

$$\langle p_x \rangle = \int \psi^*(x, y, z, t) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\right) \psi(x, y, z, t) dx dy dz =$$

$$= -i\hbar \int \psi^*(x, y, z, t) \frac{\partial \psi(x, y, z, t)}{\partial x} dx dy dz. \quad (12.9)$$

Ko'rib turib, endi (12.5) va (12.9) formulalariga bir xil ko'rinish berish mumkin. Buning uchun, impuls proeksiyalarini faqat differensial operatorlar yordamida yozish kifoya.

Agar

$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \quad \hat{p}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, \quad \hat{p}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \quad (12.10)$$

operator kirgizsak, u holda (12.8) ni

$$\langle \phi(p_x, p_y, p_z) \rangle = \int \psi^*(x, y, z, t) \phi(\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z) \psi(x, y, z, t) dx dy dz. \quad (12.11)$$

ko'rinishda yozsak bo'ladi.

Shunday qilib, biz muhim bir xulosaga kelamiz: zarra impulsiga bog'liq bo'lgan  $\phi(p_x, p_y, p_z)$  erkli funksiyani o'rtacha qiymati  $\psi(x, y, z, t)$  holat funksiyasi orqali topish misollarini yechish uchun  $\phi(p_x, p_y, p_z)$  funksiyani  $\phi(\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z)$  ko'rinishdagi operator funksiyaga almashtirish kerak.

Bu natijani umumlashtirib kvant mexanikadagi istalgan fizikaviy kattalikni o'rtacha qiymatini topish formulasini yozsa bo'ladi.

Istalgan  $L$  fizikaviy kattalikning (koordinata, harakat miqdori momenti, energiya va bu kattaliklar uchun berilgan istalgan funksiya) o'rtacha qiymati

$$\langle L \rangle = \int \psi^*(x, y, z, t) \hat{L} \psi(x, y, z, t) dx dy dz \quad (12.12)$$

Bunda,  $\psi(x, y, z, t)$  – kvant sistemani holatini xarakterlovchi to'liq funksiya;  $\hat{L}$  – fizikaviy kattalikni xarakterlovchi operator;  $\langle L \rangle$  –  $L$  kattalikning o'rtacha qiymati. (12.12) formulaga ko'ra, har qanday mexanik kattalikni o'rtacha qiymatini topish uchun, shu kattalikni operatorini bilish kerak degan juda muhim natijaga kelamiz. (12.12) formula kvant mexanikaning eng asosiy formulalaridan biridir. Operatorlar kvant mexanikada fundamental ahamiyatga ega bo'lib, bu tushuncha 1926-yilda Maks Born va Norbert Viner tomonidan kiritilgan.

## 12.2. Operatorlar va ularning xossalari. Chiziqli va ermit operatorlar. Dirak qavslari

Biror funksiyaga mos ravishda boshqa funksiyani hosil qilish qoidasi operator deyiladi. Kvant mexanikada operatorlar harf tepasiga belgi qo'yish bilan yoziladi. Masalan,

$$f = \hat{L} \varphi. \quad (12.13)$$

$\varphi$  – funksiyaga  $\hat{L}$  operator bilan ta'sir qilib,  $f$  – funksiyani yozish mumkin.

Misol uchun  $x^2$  – funksiyadan  $2x$  funksiya hosil qilish  $\frac{d}{dx}$  – differensiallash amali bilan amalga oshiriladi, ya'ni

$$2x = \frac{d}{dx}(x^2). \quad (12.14)$$

Biroq kvant mexanikada harqanday operatorlar ham ishlatilavermaydi. Kvant mexanikada qo'llaniladigan operatorlar faqat ikkita xos-saga – chiziqli va ermit operatorlar bo'lishi kerak.

$\hat{L}$  – operator chiziqli bo'lishi uchun quyidagi shartga bo'ysunishga majbur:

$$\hat{L}(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) = \hat{L}c_1\varphi_1 + \hat{L}c_2\varphi_2 = c_1\hat{L}\varphi_1 + c_2\hat{L}\varphi_2 = c_1f_1 + c_2f_2. \quad (12.14)$$

Bunda  $\varphi_1$  va  $\varphi_2$  – erkli funksiyalar;  $s_1$  va  $s_2$  – erkli o'zgar-mas sonlar (doimiy sonlarni operator belgisidan tashqariga chiqarib yozish mumkin). (12.14) xossadan ko'rib turibsizki,  $\sqrt{\phantom{x}}$  – ildiz chiziqli operator bo'la olmaydi, aksincha  $\frac{d}{dx}$  esa chiziqli operatorlardir. Kvant fizi-

kada operatorlarni chiziqli bo'lishi xossasi holatlarni superpozitsiya prinsipini aks etadi.

Chiziqli operator o'ziga qo'shma yoki ermit operatori bo'lishi uchun quyidagi integral tenglik bajarilishi kerak.

$$\int \varphi_1^*(x) \hat{L} \varphi_2(x) dx = \int \varphi_2(x) \hat{L} \varphi_1^*(x) dx. \quad (12.15)$$

(12.15) tenglikdagi harflar tepasidagi «yulduzcha» belgisi bu harflar o'ziga qo'shma ekanligini xarakterlaydi. Integral  $x$  – o'zgaruvchilarni barcha sohasiga nisbatan olinadi.  $\varphi_1^*$  va  $\varphi_2$  – ikkita erkli funksiya (ular integrallash xususiyatga ega bo'lishi va integrallash chegarasida hosilasi nolga teng bo'lishi kerak). Agar o'zgaruvchilar ko'p bo'lsa, u holda  $dx$  deganda  $dx dy dz \dots$  ni tushunish kerak.

Operatorlarni ermit xossasi bevosita fizikaviy kattaliklarni haqiqiy kattalik ekanligini aks ettiradi.

(12.15) xossani  $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$  impuls operatori misolida tushuntiraylik.

$x$  Dekart koordinatasiga bog'liq bo'lgan ikkita erkli  $\varphi_1(x)$  va  $\varphi_2(x)$  funksiya berilgan bo'lsin.  $X \rightarrow \pm\infty$  da  $\varphi_1(\pm\infty) = \varphi_2(\pm\infty) = 0$ . (12.15)

formulaning chap qismidagi integral ostidagi  $\hat{L}$  ni o'rniga  $\hat{p}_x$  ni qo'yamiz va bo'laklab integrallash xossasidan foydalanib, quyidagini topamiz:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1 \hat{p}_x \varphi_2 dx &= (-i\hbar) \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} dx = (-i\hbar) \left[ \varphi_1(x) \varphi_2(x) \Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} dx \right] = \\ &= -i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2 \hat{p}_x \varphi_1 dx \end{aligned}$$

Demak,  $\hat{p}_x$  – impuls operatori ham chiziqli, ham ermitdir. Impuls operatori haqiqiy kvant mexanik operatoridir.

Yana bir misolni ko'raylik:  $\frac{d}{dx}$  – differensial operatori ermit operatori bo'la oladimi? Bu savolga javob berish uchun (12.15) formuladan foydalanamiz.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1 \frac{d}{dx} \varphi_2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1 d\varphi_2 = \varphi_1 \varphi_2 \Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2 d\varphi_1 = - \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2 \frac{d}{dx} \varphi_1$$

Demak,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1 \frac{d}{dx} \varphi_2 dx \neq \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2 \frac{d}{dx} \varphi_1$$

Shunday qilib,  $\frac{d}{dx}$  – differensial operator chiziqli operator, lekin ermit emas.  $i$  – mavhum sonni kvant mexanikada o'rinli juda katta, agarda  $i \frac{d}{dx}$  operatorni olsak, u ermit operatori bo'lib qoladi. Buni o'zingiz mustaqil ravishda isbot qiling.

Odatda,  $\int \varphi_1 \hat{L} \varphi_2 dx$  va  $\int \varphi_1 \varphi_2 dx$  ifodalarni ixcham shaklda yoziladi. Buning uchun Pol Dirak kiritgan kvant qavslar  $\langle \varphi_1 | \hat{L} | \varphi_2 \rangle$  va  $\langle \varphi_1 | \varphi_2 \rangle$  dan foydalaniladi. Agar funksiya birdan-bir indeks bilan xarakterlansa, Dirak qavslari faqat shu indekslar bilan ko'rsatiladi.

Masalan,

$$\int \varphi_n L \psi_m dx = \langle n | L | m \rangle. \quad (12.16)$$

Ermit xossasini Dirak qavslari orqali quyidagicha yozish mumkin:

$$\langle \varphi_1 | \hat{L} | \varphi_2 \rangle = \left( \langle \varphi_2 | \hat{L} | \varphi_1 \rangle \right)^* \quad (12.17a)$$

yoki

$$\langle n | \hat{L} | m \rangle = \left( \langle m | \hat{L} | n \rangle \right)^* \quad (12.17b)$$

$$\int \psi_m^* \psi_n dx = \langle m | n \rangle \quad (12.18)$$

shaklda yozish mumkin.

### 12.3. Kommutativ va nokommutativ operatorlar

Bizga bir nechta operatorlar berilgan bo'lsa, ular orqali boshqa murakkab operatorlarni yasash mumkin. Oddiy operatorlar yordamida boshqa murakkab operator tuzish yo'lini bir nechta algebraik qoidalar orqali ifodalash mumkin.

Ikkita, chiziqli va ermit bo'lgan  $\hat{A}$  va  $\hat{B}$  operator berilgan bo'lsin. Bu operatorlarni yig'indisi  $\hat{C}$  ni quyidagicha topamiz:

$$\hat{C} \psi = \hat{A} \psi + \hat{B} \psi. \quad (12.19)$$

Misol uchun, agar  $\hat{A} = i \frac{\partial}{\partial x}$  va  $\hat{B} = x$  bo'lsa, (12.19) qoidaga ko'ra

$$\hat{C} = i \frac{\partial}{\partial x} + x. \quad (12.20)$$

Endi operatorlarni bir-biriga ko'paytirish amalini ko'raylik.  $\hat{A}$  operatorni  $\hat{B}$  - operatorga ko'paytirganda  $\hat{C}$  - operatorni hosil bo'lishi

$$\hat{C} \psi = \hat{A} (\hat{B} \psi) \quad (12.21)$$

ko'rinishida ifodalanadi. (12.21) ga ko'ra  $\psi$ -funktsiyaga avval  $\hat{B}$  operatorini ta'sir ettirib, so'ng hosil bo'lgan natijaga,  $\hat{A}$  operatorini ta'sir ettirish kerak. Simvolik jihatdan bu

$$\hat{C} = \hat{A} \hat{B} \quad (12.22)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Misol: agar  $\hat{A} = i \frac{\partial}{\partial x}$ ,  $\hat{B} = x$  bo'lsa, u holda

$$\hat{C} \psi = \hat{A}(\hat{B} \psi) = i \frac{\partial}{\partial x} (x\psi) = i\psi + ix \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

bundan

$$\hat{C} = i + ix \frac{\partial}{\partial x} = i \left( 1 + x \frac{\partial}{\partial x} \right).$$

Qizig'i shundaki, operatorlarning ko'paytirish amali ularni qanday tartibda ko'paytirishga bog'liq. Masalan,

$$\hat{C}' \psi = \hat{B}(\hat{A} \psi) = ix \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

ya'ni

$$\hat{C}' = ix \frac{\partial}{\partial x}.$$

Shuning uchun agar  $\hat{A}$  va  $\hat{B}$  operatorlar berilgan bo'lsa,  $\hat{C}$  ko'rinishidagi ko'paytmadan boshqa

$$\hat{C}' = \hat{B} \hat{A} \quad (12.23)$$

ko'paytmani hosil qilish mumkin.

Yuqorida qayd qilingan qoidalar yordamida operatorlar ustida qo'shish, ayirish, ko'paytirish va bo'lish amallarini bajarish mumkin. Bu amallar xuddi oddiy algebradagi amallarga o'xshab qilinadi, biroq bir narsani unutmaslik kerak, operatorlar bilan ish ko'rganda ko'paytiruvchilarni joylashish tartibini o'zgartirmaslik kerak.

Masalan,

$$\hat{C} = (\hat{A} - \hat{B})(\hat{A} + \hat{B}) = \hat{A}^2 + \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} + \hat{B}^2.$$

Lekin

$$\hat{C} \neq \hat{A}^2 - \hat{B}^2$$

deb yozish o'rinli bo'lmaydi.

Ko'paytiruvchilarni joylashish tartibini o'zgartirmasdan amallar bajaradigan algebra *nokommutativ kattaliklar algebrasi* deyiladi.

Agar  $\hat{C}$  va  $\hat{C}'$  ko'paytmalar teng bo'lsa, u holda

$$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0. \quad (12.24)$$

Bunda  $\hat{A}$  va  $\hat{B}$  operatorlar *kommutativ operatorlar*, aksincha *no-kommutativ operatorlar* deyiladi.

Masalan,

$$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = \hat{F} \quad (12.25)$$

nokommutativ bo'lgani uchun  $\hat{A}$  va  $\hat{B}$  operatorlar *nokommutativ* yoki *antikommutativ operatorlar* deyiladi.

Demak, (12.25) ni

$$\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A} \quad (12.26)$$

ko'rinishda ham yozish mumkin.

Odatda,  $\hat{A}$  va  $\hat{B}$  operatorlar kommutativ bo'lsa, ularning kommutatorlarini

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0 \quad (12.27)$$

ko'rinishida ham beriladi.

Keyingi boblarda kvant mexanik operatorlarni ba'zi birlarini kommutativlik va nokommutativlik xossalari bilan tanishamiz.

#### 12.4. Fizikaviy kattalikning o'rtacha qiymati va o'rtacha kvadratik o'g'ishini hisoblash

Kvant mexanikada operatorlarni qo'llanishidan bosh maqsad har bir  $L$  mexanik kattalik uchun kvant mexanikada unga mos kelgan

chiziqli o'ziga qo'shma  $\hat{L}$  operator qo'yiladi va u simvolik ko'rinishda

$$L \rightarrow \hat{L}$$

yoziladi. U yoki bu operator qaysidir bir fizikaviy kattalikni tasvirlaydi, bu operator shu kattalikni xossalari va uning kuzatish yo'llarini

xarakterlaydi.  $\hat{L}$  -operator bilan xarakterlanadigan kvant kattalikni xossalari klassik kattalik  $L$  ni xossaloriga o'xshash bo'lsa, u holda ikkala kattalik uchun ham bir xil nom ishlatiladi.

Masalan,  $L = L(\vec{p}_x, \vec{p}_y, \vec{p}_z, x, y, z)$  funksiya bilan ifodalanuvchi klassik kattalik  $L$  berilgan bo'lsa, kvant mexanikada unga mos kelgan impuls operatorni

$$\hat{L} = L\left(\hat{\vec{p}}_x, \hat{\vec{p}}_y, \hat{\vec{p}}_z, x, y, z\right)$$

ko'rinishda bo'ladi.  $\hat{L}$  – kvant operator kvant mexanikadagi  $L(p_x, p_y, p_z, x, y, z)$  kattalikni xossalari o'xshashdir.

Operatorlar bilan o'lchanadigan kattalik orasidagi o'zaro bog'lanish  $L$  – kattalikni o'rtacha qiymatini ifodalovchi formulalar yordamida bajariladi.

$L$  – kattalikni o'rtacha qiymati  $\langle L \rangle$  ni ifodalovchi (12.12) formulani qayta quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\langle L \rangle = \int \psi^*(x) \hat{L} \psi(x) dx. \quad (12.12)$$

bunda ham  $x$  deganda barcha o'zgaruvchilar to'plami tushuniladi.  $dx$  esa  $dx dy dz$  – hajmni xarakterlaydi.

(12.12) formula juda ham muhim ahamiyatga ega bo'lgani uchun uni o'lchash natijalarini statistik tahlil qilish g'oyasida izohlaymiz.

$\psi(x)$  funksiya kvant ansamblni tasvirlasa, u holda  $L$  – fizikaviy kattalik ko'p marta qayta-qayta o'lchanadigan fizikaviy kattalikdir. Bu

$L$  – kattalik ermit operatori  $\hat{L}$  ga mos qo'yiladi va (12.12) formula yordamida  $\langle L \rangle$  kattalik hisoblanadi. Ana shu qiymat o'lchash natijalarini statistik tahlilda olingan o'rtacha qiymatiga mos tushadi.

Fizikaviy kattalikning o'rtacha qiymatini tavsiflovchi ermit operatori haqiqiydir, ya'ni

$$\langle L \rangle = \langle L \rangle^* \quad (12.28)$$

Buni quyidagicha isbot qilamiz.

(12.12) formuladagi o'rtacha qiymatni ikkala tomoniga kompleks qo'shma operatsiyani qo'llab, shuningdek, (12.15) ifodadagi  $\varphi_2 = \psi$ ,  $\varphi_1 = \psi^*$  almashtirishlar qilib

$$\langle L \rangle^* = \left( \int \psi^*(x) \hat{L} \psi(x) dx \right)^* = \int \psi(x) \hat{L}^* \psi^*(x) dx = \int \psi^*(x) \hat{L} \psi(x) dx = \langle L \rangle$$

formulani hosil qilamiz.

$\psi$  holatdagi  $L$  kattalikning o'rtacha qiymati uning to'la statistik tavsifini bermaydi. Bu kattalik haqidagi aniqroq ma'lumotni uning dispersiyasi  $\langle (\Delta L)^2 \rangle$  beradi. Bu qiymat alohida o'lchangan natijalarni o'rtacha o'rta qiymatdan qanchaga og'ishganligini xarakterlaydi. Klassik mexanikada o'rtacha kattalikdan og'ishish  $\Delta L = L - \langle L \rangle$  formula bilan ifodalanadi. Unga mos operator

$$\Delta \hat{L} = \hat{L} - \langle L \rangle \quad (12.29)$$

kabi olinadi. Og'ishish kvadrati (dispersiya)  $\Delta L^2 = (L - \langle L \rangle)^2$  bo'lgani uchun unga mos kelgan operator

$$(\Delta \hat{L})^2 = (\hat{L} - \langle L \rangle)^2 \quad (12.30)$$

orqali beriladi. O'rtacha qiymatni xarakterlovchi (12.12) formulaga binon

$$\langle (\Delta L)^2 \rangle = \int \psi^*(x) (\Delta \hat{L})^2 \psi(x) dx \quad (12.31)$$

Shunday qilib,  $\hat{L}$  - operator ma'lum bo'lsa, u holda  $\langle (\Delta L)^2 \rangle$  ni hisoblash mumkin.  $\langle L \rangle$  - haqiqiy kattalik bo'lgani uchun  $\Delta \hat{L}$  - operator ermitdir. Shu bois (12.15) formuladan foydalanib, unda  $\varphi_1 = \psi^*$  va  $\varphi_2 = \Delta \hat{L} \psi$  almashtirishlar kiritib,

$$\begin{aligned} \langle (\Delta L)^2 \rangle &= \int \psi^*(x) (\Delta \hat{L})^2 \psi(x) dx = \int \psi^* \Delta \hat{L} (\Delta \hat{L} \psi) dx = \\ &= \int (\Delta \hat{L} \psi) (\Delta \hat{L} \psi^*) dx = \int (\Delta \hat{L} \psi) (\Delta \hat{L} \psi)^* dx = \int |\Delta \hat{L} \psi|^2 dx \end{aligned} \quad (12.32)$$

ifodani hosil qilamiz. Bunda  $|\Delta \hat{L} \psi|^2 \geq 0$  bo'lgani uchun (12.32) dan

$$\langle (\Delta L)^2 \rangle \geq 0 \quad (12.33)$$

ekanligi kelib chiqadi. Boshqacha aytganda, kvadratik og'ishish doimo musbat yoki nolga teng.

Shunday qilib, kvant mexanikadagi eng muhim formula bu - fizikaviy kattalikning o'rtacha qiymati yoki boshqacha aytganda, fizikaviy kattaliklarni matematikaviy kuzatishni aniqlashdir. Umuman olganda, kvant mexanikada o'rtacha qiymat (12.12) formula bilan ifodalanadi. Agar  $\langle (\Delta L)^2 \rangle = 0$  bo'lsa,  $L$ -kattalik aniq qiymatga ega bo'ladi. (12.12) formulani yozganda biz  $\psi$ -funksiyani birga normalanganligini nazarda tutgan edik. Agar  $\psi$ -funksiya normalanmagan bo'lsa, u holda o'rtacha qiymat

$$\langle L \rangle = \frac{\int \psi^*(x) \hat{L} \psi(x) dx}{\int \psi^*(x) \psi(x) dx} \quad (12.34)$$

formula bilan aniqlanadi. Ko'rib turibsizki, kvant mexanikada barcha fizikaviy kattaliklar aniq berilgan bo'lishi mumkin. Ammo hammasi bir paytda emas.

### 12.5. Xususiy qiymat va xususiy funksiya. Operatorlarning diskret va tutash spektri

Avvalgi banddagi  $\langle L \rangle$  - o'rtacha qiymat va  $\langle (\Delta L)^2 \rangle$  o'rtacha kvadratik og'ishish formulalari alohida o'lchangan fizikaviy kattaliklarni qanday qiymatga ega bo'lishi haqida hech narsa demadi. Fizikaviy kattaliklarni xarakterlovchi  $L$  qachon bitta qiymatga ega bo'ladi? Endi ana shu hol haqida ma'lumot beramiz.  $L$  aniq birt qiymatga ega bo'lganda dispersiya  $\langle (\Delta L)^2 \rangle = 0$ . Shu bois (12.32) formulaga asosan bu holatlar uchun

$$\int \left| \Delta \hat{L} \psi_L \right|^2 dx = 0 \quad (12.35)$$

integral ostidagi ifoda doimo musbat bo'lgani uchun (12.35) dan

$$\int \left| \Delta \hat{L} \psi_L \right|^2 = 0$$

ekanligi kelib chiqadi. Agar sonning o'zi nolga teng bo'lsa, u holda kompleks sonning moduli ham nolga teng. Demak,

$$\Delta \hat{L} \psi_L = 0$$

yoki (12.13) formuladagi  $\Delta \hat{L}$  - operatorning qiymatini nazarda tutsak, qaralayotgan holat uchun  $\langle L \rangle = L$  bo'lsa, u holda

$$\hat{L} \psi_L(x) = L \psi_L(x) \quad (12.36)$$

ko'rinishdagi ifoda hosil bo'ladi. (12.36) tenglama chiziqli bo'lganligi uchun  $\hat{L}$  - operator bilan tasvirlanuvchi kattalik  $L$  yagona qiymatga ega bo'ladi. Ko'p hollarda  $\hat{L}$  - operator differensial operator bo'ladi. Shuning uchun (12.36) ifoda *chiziqli bir jinsli differensial tenglamadir*.

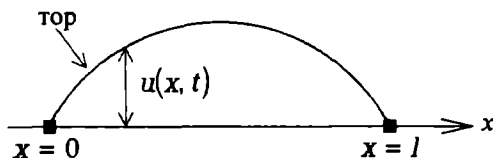
Differensial tenglamalarni yechimi bo'lishi uchun chegaraviy shartlar bo'lishi kerak.

Berilgan chegaraviy shartlarda chiziqli differensial tenglamalar ( $\hat{L}\psi = L\psi$ ) notrivial (noldan farqli) yechimga ega. Umuman olganda  $L$ -parametrning barcha qiymatlarida emas, balki tanlangan ayrim qiymatlarida, ya'ni  $L=L_1, L_2, L_3, \dots, L_n, \dots$  yechimga ega bo'lishi mumkin. Unga mos kelgan yechimlar  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_n, \dots$  *xususiy funksiyalar*,  $L_1, L_2, L_3, \dots, L_n, \dots$  - qiymatlar esa *xususiy qiymatlar* deyiladi.

Xususiy funksiyalar va xususiy qiymatlar masalasini yaxshi tushunish maqsadida matematik fizika fanidan bitta masala keltiramiz. Erkin tebranayotgan bir jinsli tor (masalan, rubob simi) ni tenglamasi

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = k^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (12.37)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bunda,  $u(x, t)$  tor nuqtalarini  $t$ -vaqt momentida muvozanat holatdan siljishi (12.1-rasm),  $k$ -doimiy kattalik.



12.1-rasm.

Tor ikkala tomondan mahkamlangan bo'lgani uchun  $u(x, t)$  ning qiymati  $x=0$  va  $x=l$  da nolga teng:

$$u|_{x=0} = 0 \quad \text{va} \quad u|_{x=l} = 0 \quad (12.38)$$

(12.38) shartlar *chegaraviy shartlar* deyiladi. Bundan tashqari, boshlang'ich shartlar ham berilgan bo'lishi kerak. Lekin biz qarayotgan masalada u kerak bo'lmaganligi sababli uni keltirib o'tirmadik. (12.37) tenglamaning yechimini

$$u(x, t) = X(x)T(t) \quad (12.39)$$

ko'rinishda topamiz.

(12.39) ni (12.37) ifodaga qo'ysak:

$$X \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = k^2 T \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \quad \text{yoki} \quad \frac{1}{k^2} \frac{\left(\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}\right)}{T} = \frac{\left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}\right)}{X}$$

ni hosil qilamiz. Bu tenglikning chap tomonidagi ifoda faqat  $t$  ga, o'ng tomondagi ifoda esa faqat  $x$  ga bog'liq. Bunday bo'lishi uchun tenglamani ikkala qismi ham  $x$  ga, ham  $t$  ga bog'liq bo'lmaganda, ya'ni biror qandaydir doimiy songa teng bo'lganda yuz berishi mumkin. Shu kattalik  $s$  bo'lsin. U holda

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + k^2 c T = 0 \quad (12.40a)$$

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + c X = 0 \quad (12.40b)$$

differensial tenglamalarni olamiz.

(12.40) tenglamani notrivial yechimlarini topamiz. (12.38) shartga ko'ra, chegaraviy shartlar

$$X|_{x=0} = X|_{x=l} = 0 \quad (12.41)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Provardida (12.40b) tenglamani notrivial yechimini hosil qiluvchi va (12.41) chegaraviy shartni qanoatlantiruvchi  $s$  parametрни topish masalasiga kelamiz.  $s$  parametрни *qiymatlari xususiy*, unga mos kelgan yechimlarini (12.41) tenglamaning *xususiy funksiyalari* deyiladi. Notrivial yechimlar  $s > 0$  da mavjud bo'lib, u holda (12.40b) ni yechimi

$$X(x) = B_1 \cos(\sqrt{c}x) + B_2 \sin(\sqrt{c}x)$$

ko'rinishda bo'lishi mumkin. (12.41) chegaraviy shartga binoan

$$X(0) = B_1 + B_2 \cdot 0 = 0$$

va

$$X(l) = B_2 \sin(\sqrt{c}l) = 0.$$

Bundan

$$\sin(\sqrt{c}l) = 0, \quad l\sqrt{c} = k\pi \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Demak, masalani notrivial yechimlari

$$c_k = \left( \frac{k\pi}{l} \right)^2 \quad (12.42)$$

da, ya'ni  $C_k$  ni faqat «tanlangan» qiymatlarida o'rinalidir.

Kvant mexanikadagi xususiy qiymatlar va xususiy funksiyalarni topish masalasi xuddi shunga o'xshash.

Haqiqatan ham (12.36) tenglama yordamida so'ralayotgan xossaga ega bo'lgan  $\psi_L$ -funksiyanı topishni to'g'ri yo'lini beradi.  $\psi_L$ -funksiya bilan tavsiflanuvchi holatning o'rtacha qiymati

$$\langle L \rangle = \int \psi_L^* \hat{L} \psi_L dx = \int \psi_L^* L \psi_L dx = L \int |\psi_L|^2 dx = L. \quad (12.43)$$

Bu formulani keltirib chiqarishda biz (12.36) formuladan va to'liqin funksiyani normalash shartidan foydalandik. (12.36) tenglamani qanday qo'llanilishni bilish maqsadida bitta misol keltiraylik.  $p_x = p_0$  impuls bilan harakatlanayotgan zarrani to'liqin funksiyasini topish uchun quyidagicha yo'l tutamiz. (12.36) tenglamadagi  $\hat{L}$  - operator o'rniga  $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$  - impuls proektsiyasining operatorini qo'yamiz,  $L$  - parametr sifatida  $p_0$  kattalikni olamiz, ya'ni

$$-i\hbar \frac{\partial \psi_{p_0}(x)}{\partial x} = p_0 \psi_{p_0}(x). \quad (12.44)$$

(12.44) tenglamaning yechimi

$$\psi_{p_0}(x) = A \exp\left[\frac{ip_0 x}{\hbar}\right] \quad (12.45)$$

ko'rinishda bo'lib, u monoxromatik de-Broyl to'liqinining  $x$  ning musbat qiymatlari yo'nalishida harakat qilayotgan yugurma to'liqinning fazoviy qismini xarakterlaydi. Erkli yo'nalishga ega bo'lgan  $\vec{p}$  impulsiga ega bo'lgan zarra uchun (12.44) tenglamani

$$-i\hbar \nabla \psi_{\vec{p}_0}(\vec{r}) = \vec{p}_0 \psi_{\vec{p}_0}(\vec{r}) \quad (12.46)$$

ko'rinishda yozamiz.  $\vec{p}_0$  impulsiga ega bo'lgan erkin zarraning to'liqin funksiyasi

$$\psi_{\vec{p}_0}(\vec{r}) = A \exp\left[\frac{i\vec{p}_0 \vec{r}}{\hbar}\right] \quad (12.47)$$

bilan ifodalanadi.

Fizikaviy kattalikni mumkin bo'lgan qiymatlari to'plamiga *spektr* deyiladi. Spektr diskret, polosali (tasmali yoki yo'l-yo'l) va tutash bo'lishi mumkin. Agar  $L_n$  xususiy qiymat va uning har bir qiymati  $L_1, L_2, L_3, \dots, L_n, \dots$  ga mos ravishda  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_n, \dots$  xususiy funksiyalar mos kelsa, spektr *diskret* deyiladi, ya'ni

$$\begin{array}{ccc} \psi_1, & \psi_2, & \psi_n, \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ L_1, & L_2, & L_n, \end{array}$$

Agar spektr ayrim polosalardan (tasmalardan) tashkil topgan bo'lsa, ya'ni  $L$  ni mumkin bo'lgan qiymatlari  $L_1 \leq L \leq L_2$ ,  $L_3 \leq L \leq L_4$  va umuman olganda  $L_n \leq L \leq L_{n+1}$  sohada yotsa, u holda bu spektrga *polosali*.

(yo'l-yo'l) spektr deyiladi. Agar spektrdagi  $L$  ning barcha qiymatlari o'rinli bo'lsa, u holda *tutash spektr* hosil bo'ladi.

$$\begin{array}{ccccccc} \psi_1, & \psi_2, & & \psi_{n-1}, & \psi_n, & \underbrace{\psi_{n-1}, \dots, \psi_{n+1}, \dots}_{L_{n+1}} \\ \updownarrow & \updownarrow & & \updownarrow & & \\ L_1, & L_2, & & L_{n-1}, & L_n, & \end{array}$$

Spektrning mumkin bo'lgan qiymatlari diskret ko'rinishga ega bo'lsa, u holda bu kattalik kvantlangan qiymatlarga ega bo'ladi.

## 12.6. Operatorni xususiy qiymatlari va xususiy funksiyalarining xossalari

Diqqatingizni ermit operatorlarining xususiy funksiyalarini asosiy alomatlariga jalb qilamiz. Avval diskret spektr uchun ko'raylik. Fizikaviy kattalikni diskret spektr uchun xususiy qiymatlar va xususiy funksiyalar tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$\hat{L} \psi_n = L_n \psi_n. \quad (12.48)$$

Bu formuladagi  $n$ -indeks  $\hat{L}$ -operatorni xususiy qiymatlar va xususiy funksiyalarini ketma-ketligini xarakterlaydi. Matematikadan yaxshi bilamizki, erkli  $\varphi_1$  va  $\varphi_2$  funksiyalar ortogonal bo'lishi uchun

$$\int \varphi_1(x) \varphi_2(x) dx = 0 \quad (12.49)$$

shart bajarilishi kerak.

$L_n$  va  $L_m$  - xususiy qiymatlarga tegishli bo'lgan  $\hat{L}$ -operatorni  $\psi_n$  va  $\psi_m$  - xususiy funksiyalari ham o'zaro ortogonaldir:

$$\int \psi_n(x) \psi_m(x) dx = 0. \quad (12.50)$$

Bunda,  $m \neq n$ ,  $\psi_n$  va  $\psi_m$  funksiyalar xususiy bo'lgani uchun, ular

$$\hat{L} \psi_n = L_n \psi_n \quad (12.51a)$$

va

$$\hat{L} \psi_m = L_m \psi_m \quad (12.51b)$$

tengliklarning yechimidir.

(12.51a) tenglamaning kompleks qo'shmasi

$$\hat{L} \psi_m^* = L_m \psi_m^*. \quad (12.52)$$

Eslatamizki,  $L_m = L_m^*$ .

(12.51b) ni chapdan  $\psi_n^*$  ga, (12.52) ni esa chapdan  $\psi_m$  ga ko'paytiramiz, so'ngra birinchidan ikkinchisini ayiramiz:

$$\dot{\psi}_n \hat{L} \psi_m - \dot{\psi}_m \hat{L} \psi_n dx = (L_m - L_n) \dot{\psi}_n \psi_m dx. \quad (12.53)$$

Barcha o'zgaruvchilar sohasida (12.53) formuladagi ikkala tomonni ham integrallasak,

$$\int \dot{\psi}_n \hat{L} \psi_m dx - \int \dot{\psi}_m \hat{L} \psi_n dx = (L_m - L_n) \int \dot{\psi}_n \psi_m dx \quad (12.54)$$

hosil bo'ladi.  $\hat{L}$ -operator ermit bo'lgani sababli (12.54) tenglikni chap qismi nolga teng (bunga ishonch hosil qilish uchun (12.15) formuladagi  $\phi_1 = \psi_n$  va  $\phi_2 = \psi_m$  deb yozish kerak).

Demak,

$$(L_m - L_n) \int \dot{\psi}_n \psi_m dx = 0. \quad (12.55)$$

Bundan chiqadiki,  $L_m \neq L_n$  bo'lgani uchun ham (12.50) shart o'rinlidir.

**To'liqin funksiyani normalash.** Odatda, xususiy to'liqin funksiyalar erkin ko'paytma ko'rinishdagi aniqlikda topiladi. Bu ko'paytmanni aniqlab olish uchun xususiy to'liqin funksiyalar birga normallanadi, ya'ni

$$\int \psi_n(x) dx = \int \dot{\psi}_n(x) \psi_n dx = 1 \quad (12.56)$$

(12.50) va (12.56) xossalarni bitta yagona formula ko'rinishida yozish mumkin:

$$\int \dot{\psi}_n(x) \psi_m dx = \delta_{nm}. \quad (12.57)$$

Bunda,  $\delta_{nm}$  - Kronekerning delta-simvoli deyiladi:

$$\delta_{nm} = \begin{cases} 1, & \text{agar } n = m \text{ bolsa,} \\ 0, & \text{agar } n \neq m \text{ bolsa.} \end{cases} \quad (12.58)$$

(12.57) shartni qanoatlantiruvchi *funksiyaga ortogonal va normal-langan funksiya* yoki qisqacha *ortonormallangan funksiya* deyiladi.

**Xususiy qiymatlarning uzluksiz (tutash) spektri.** Agar  $\hat{L}$ -operatorni xususiy qiymatlari uzluksiz bo'lsa, u holda yuqoridagi teoremani bu hol uchun bevosita ishlatib bo'lmaydi. Ammo bu holda ham ermit operatorining xususiy qiymatlari haqiqiy bo'ladi. Shuning xususiy funksiyalar va xususiy qiymatlar uchun

$$\hat{L} \psi_L(x) = L \psi_L(x) \quad (12.59)$$

tenglamani yozsak bo'ladi. Bunda  $\psi_L(x)$  funksiya  $L$  parametrga bog'liq. Uzluksiz spektr uchun (12.50) ortogonallik sharti o'rinli, ya'ni

$$\int \psi_L^*(x) \psi_{L'}(x) dx = 0, \quad L \neq L' \quad (12.60)$$

Biroq yuqorida aytganimizdek, uzluksiz spektrning xususiy funksiyalarini diskret spektrdagi kabi birga normallab bo'lmaydi, chunki uzluksiz spektr uchun xususiy funksiya modulining kvadrati cheksizlikka teng bo'lib qoladi:

$$\int \psi_L^*(x) \psi_L(x) dx = \infty, \quad L = L' \quad (12.61)$$

Shuning uchun uzluksiz spektrni normallash uchun Dirakning *delta-funksiyasidan* foydalaniladi.

$$\delta(L) = \begin{cases} 0, & \text{agar } L \neq 0 \text{ bo'lsa,} \\ \infty, & \text{agar } L = 0 \text{ bo'lsa.} \end{cases} \quad (12.62)$$

**Xususiy funksiyalar sistemasining to'laligi.** Matematikada operatorlarni xususiy funksiyalar sistemasi to'la sistema hosil qilishi bilan hosil qilinadi. Bu degani istalgan  $\psi(x)$  ni berilgan o'zgaruvchilar sohasida xususiy funksiyalari bo'yicha qatorga yoyish mumkin ekanligini bildiradi:

$$\psi(x) = \sum_n c_n \psi_n(x). \quad (12.63)$$

Bunda,  $c_n$ -doimiy, umumiy holda kompleks bo'lib yoyishning koeffitsiyentlari, ya'ni xususiy holatlarning amplitudalari deb, qarasa bo'ladi.

$\psi_n$  funksiyani (12.57) xossadan foydalanib,  $c_n$  yoyilish koeffitsiyentini topish mumkin. Shu maqsadda (12.63) ifodani  $\psi_m^*$  ga ko'paytiramiz va barcha o'zgaruvchilar sohasida integrallaymiz:

$$\int \psi_m^*(x) \psi(x) dx = \sum_n c_n \int \psi_m^*(x) \psi_n(x) dx. \quad (12.64)$$

$\psi_n$  funksiyani ortonormallash xossasiga binoan o'ng tomonidagi integral  $\delta_{nm}$ -delta simvolga teng. (12.58) ga ko'ra

$$\int \psi_m^*(x) \psi(x) dx = \sum_n c_n \delta_{nm} = c_m$$

Bu ifodadagi  $t$ -indekslarni  $p$ -indekslarga almashtirsak,

$$c_n = \int \psi_m^*(x) \psi(x) dx \quad (12.65)$$

natijaga kelamiz.

Shunday qilib, yoyilish koeffitsiyenti  $c_n$  ni topish uchun dastlabki  $\psi(x)$  funksiyani, xususiy holatini ifodalovchi biror  $\psi_n(x)$  funksiyani kompleks qo'shmasiga ko'paytirib barcha o'zgaruvchilar sohasi bo'yicha integralini olish kerak. Odatda, (12.65) ifodaga *qoplanish integrali (integral perekriytya)* ham deyiladi.

Uzluksiz spektrni xususiy funksiyalari uchun (12.65) yig'indi o'rni-ga olinadi.

$$\psi(x)_n = \int c(L) \psi_L(x) dL, \quad (12.66)$$

bunda,  $c(L)$  – funksiya,  $L$  – parametr bo'yicha uzluksiz o'zgaradi.

Bu hol uchun yoyilish koeffitsiyenti  $c(L)$ :

$$c(L) = \int \psi_L^*(x) \psi(x) dx. \quad (12.67)$$

Istalgan funksiyani (12.63) va (12.66) ko'rinishda spektrlarning xususiy formulalari bo'yicha yoyish kvant mexanikada fundamental rol o'ynaydi. Bu ifodalar har qanday holat funksiyasi  $\psi_x$  ni  $L$  fizikaviy kat-talikning muayyan qiymatini tegishli bo'lgan holatlarni superpozitsi-yasi ko'rinishida yozish imkoniyatini beradi.

### 12.7. O'lchash natijalari ehtimolini hisoblashning umumiy kvant-mexanik metodi

Yuqorida biz  $\hat{L}$ -operator bilan ta'sirlanadigan istalgan fizikaviy kattalikni o'rtacha qiymati  $\langle L \rangle$  ni va bu kattalikni mumkin bo'lgan  $L_1, L_2, \dots, L_n$  qiymatlarini topishni ko'rsatdik. Endi o'lchash tufayli biror  $L$  kattalikning qiymati  $L = L_n$  bo'lishi ehtimolini hisoblash bilan qiziqamiz. Hisoblashning asosiy g'oyasi holatlarni superpozitsiya prin-sipiga asoslangan.  $\hat{L}$ -operatorni xususiy funksiyalari  $\psi_p(x)$  bo'lsin. Bu funksiyalarni ortogonalligi va to'laligini inobatga olsak, u holda  $\psi$  to'liqin funksiyani quyidagi superpozitsiya (12.63) ko'rinishida yozsak bo'ladi:

$$\psi(x) = \sum_n c_n \psi_n(x).$$

Bu funksiyaning qo'shmasi

$$\psi^*(x) = \sum_m c_m^* \psi_m^*(x) \quad (12.68)$$

( $t$  ning qiymatlari  $p$  niki kabi olinadi).

(12.63) va (12.68) qatorlarni (12.12) ga qo'yamiz:

$$\langle L \rangle = \int \psi^* \hat{L} \psi dx = \sum_n \sum_m c_m^* c_n \int \psi_m^* \hat{L} \psi_n dx. \quad (12.69)$$

$\psi_p$  funksiya  $\hat{L}$ -operatorni xususiy funksiyasi bo'lgani uchun

$$\hat{L} \psi_n = L \psi_n. \quad (12.70)$$

(12.70) tenglama va  $\psi_m, \psi_p$  funksiyalarni ortogonallik xossasidan foydalanib,

$$\langle L \rangle = \sum_n \sum_m \dot{c}_m c_n \hat{L} \delta_{mn} = \sum_n \dot{c}_n c_n L_n$$

yoki

$$\langle L \rangle = \sum_n |c_n|^2 L_n \quad (12.71)$$

natijani olamiz. So'ng (12.67) va (12.68) ni bir-biriga ko'paytirib va barcha o'zgaruvchilar sohasi bo'yicha integrallasak,

$$1 = \int \psi^* \psi dx = \sum_n \sum_m \dot{c}_m c_n \int \psi_m^* \psi_n dx = \sum_m \sum_n \dot{c}_m c_n \delta_{mn} = \sum_n |c_n|^2$$

yoki

$$\sum_n |c_n|^2 = 1 \quad (12.72)$$

ni olamiz.

Ikkinchi tomondan  $L$ -tasodifiy kattalikni  $L_p$ -qiymatlaridan biriga teng bo'lishi ehtimolini  $p(L_n)$  desak, o'rtacha topish qoidasiga muvofiq

$$\langle L \rangle = \sum_n p(L_n) L_n \quad (12.73)$$

agar

$$\sum_n p(L_n) = 1 \quad (12.74)$$

Shartni eslasak, u holda (12.74), (12.75) va (12.73) larni taqqoslash orqali

$$p(L_n) = |c_n|^2 \quad (12.75)$$

ekanligini topamiz.

$L$ -mexanik kattalikni mumkin bo'lgan  $L_n$ -qiymatlaridan biriga teng bo'lishi ehtimoli  $\psi_p$ -xususiy holat amplitudasi modulining kvadratiga teng. Boshqacha aytganda, bu ehtimol  $|c_n|^2$ -intensivlik bilan aniqlanadi.

Xuddi shunday yo'lda uzluksiz tasodifiy kattalik qiymatini  $L$  va  $L+dL$  oralig'dagi  $dp(L)$  ehtimoli

$$\langle L \rangle = \int |c(L)|^2 dL \quad (12.76)$$

$\psi(x)$  normallashtirish shartidan

$$1 = \int |c(L)|^2 dL \quad (12.77)$$

$$\langle L \rangle = \int L |c(L)|^2 dL \quad (12.78)$$

agar

$$\int dp(L) = 1 \quad (12.79)$$

ekanligi inobatga olinsa.

(12.76) va (12.77) va (12.70) ni taqqoslasak,

$$dp(L) = |c(L)|^2 dL \quad (12.80)$$

kelib chiqadi. (12.80) formulaning fizik ma'nosi (12.77) ifodaning fizik ma'nosi kabidir.

Yuqoridagi natijalarni xarakterlovchi bitta misol ko'raylik. Zarrani biror holatini tavsiflovchi to'liqin funksiya  $\psi(x)$  zarraning  $x$  dekart koordinatasida berilgan bo'lsin, ya'ni

$$dp(x) = |\psi(x)|^2 dx \quad (12.81)$$

$\psi(x)$  holatda berilgan funksiyada  $p_x$ -impuls bilan ifodalovchi ehtimol taqsimlanishini topish kerak.

Superpozitsiya prinsipiga ko'ra

$$\psi(x) = \int c(p_x) \psi_{p_x}(x) dp_x, \quad (12.82)$$

bunda

$$c(p_x) = \int \psi_{p_x}^*(x) \psi(x) dx. \quad (12.83)$$

Yuqorida bayon etilgan mulohazalarga muvofiq  $p_x$  bilan  $p_x + dp_x$  oraliqda zarra impulsini  $x$ -komponentasi o'lchash ehtimoli

$$dp(p_x) = |c(p_x)|^2 dp_x \quad (12.84)$$

ga teng. Yuqoridagi ifodalarda simmetriya mavjudligi ko'zga yaqqol tashlanadi.

Agar biz  $c(p_x)$  funksiya ko'rinishini bilsak, u holda (12.82) ifoda yordamida  $\psi(x)$  ni ham bilamiz; aksincha  $\psi(x)$  funksiya ma'lum bo'lsa, u holda (12.83) yordamida  $c(p_x)$  ni topish mumkin. Shuning uchun ham  $c(p_x)$  funksiyani argumenti  $r_x$ -impulsga teng bo'lgan psi-funksiya deb, qarsa bo'ladi. Agar zarraning holati  $\psi(x)$ -funksiya bilan berilgan bo'lsa, holat koordinata yoki  $x$ -ko'rinishda berilgan deyiladi; agar shu holat  $c(p_x)$ -funksiya bilan berilgan bo'lsa, holat impuls yoki  $r$ -ko'rinishda berilgan deyiladi. (12.82) va (12.84) formulalar mos ravishda psi-funksiyani  $r$ -ko'rinishdagi  $x$ -ko'rinishi yoki aksincha, almash-tirish formulasi deyiladi.

## 12.8. Turli mexanik kattaliklarni bir vaqtda o'lchash sharti

Klassik mexanikadagi kabi kvant mexanikada ham zarra harakatini tavsiflash uchun zarra koordinatasi, impuls, impuls momenti,

energiya va shunga o'xshash dinamik o'zgaruvchilar ishlatiladi. Kvant mexanikada sistemaning holatini xarakterlovchi to'liq funktsiya berilgan dinamik o'zgaruvchiga mos kelgan operatorning xususiy funksiyasi bo'lgan taqdiridagina, ushbu dinamik o'zgaruvchi muayyan bir qiymatga ega bo'lishi mumkin. Mikroolam jarayonlarida turli dinamik o'zgaruvchilarning xususiy funksiyalari ham umuman olganda turlicha bo'ladi. Shuning uchun o'lchash amaliyotida ikkita dinamik o'zgaruvchining miqdorini ayni bir vaqtda o'lchash cheklangan. Ammo ma'lum shartlar bajarilganda kvant-mexanik o'lchash jarayonlarida ham ikkita dinamik o'zgaruvchining qiymatlarini ayni bir vaqtda aniq o'lchash mumkin. Buning uchun asosiy dinamik o'zgaruvchilarga mos kelgan operatorlar o'zaro kommutativ bo'lishi zarur va yetarlidir. Agar operator kommutativ bo'lsa, u holda ularning xususiy funksiyalari ham umumiy bo'ladi.

$\hat{A}$  va  $\hat{B}$  operatorlar bo'lishi uchun  $\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}$  shart bajarilishi lozim. Kommutativ operatorlar

$$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = [\hat{A}, \hat{B}] = 0 \quad (12.84)$$

kabi belgilanadi.

Masalan, harakat miqdori momentining kvadrati  $\hat{L}^2$  bilan harakat miqdori momenti proeksiyasi,  $\hat{L}_x$  o'zaro kommutativ, ya'ni

$$[\hat{L}^2, \hat{L}_x] = 0,$$

shuningdek,

$$[\hat{L}_x, \hat{p}_x] = 0, \quad [\hat{L}^2, \hat{p}_x] = 0, \quad [\hat{L}_x, \hat{x}] = 0$$

ifodalar ham kommutativ operatorlardir. Impuls momenti operatori  $\hat{L}_x$  bilan impuls operator  $\hat{p}_x$  o'zaro kommutativ bo'lgani uchun ularning xususiy qiymatlari  $L_x$  va  $p_x$  eksperimentda ayni bir vaqtda aniq o'lchanadi.

$\hat{A}$  va  $\hat{B}$  operatorlar uchun  $\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A}$  shart o'rinli bo'lsa, ya'ni  $\hat{A}\hat{B} = -\hat{B}\hat{A}$  tenglik bajarilsa, u holda  $\hat{A}$  va  $\hat{B}$  operatorlar *antikommutativ (nokommutativ) operatorlar* deyiladi.

Antikommutativ operatorlar

$$\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = \left[ \hat{A}, \hat{B} \right] = 0 \quad (12.85)$$

kabi belgilanadi.

Masalan, zarra koordinatasining operatori  $\hat{x}$  bilan harakat miqdori operatori  $\hat{p}_x$  o'zaro antikommutativ operatorlardir, ya'ni

$$\left[ \hat{p}_x, \hat{x} \right] = -i\hbar$$

shuningdek,

$$\left[ \hat{L}_x, \hat{y} \right] = -i\hbar \hat{z}, \quad \left[ \hat{L}_x, \hat{p}_x \right] = -i\hbar \hat{p}_z, \quad \left[ \hat{L}_x, \hat{L}_y \right] = i\hbar \hat{L}_z$$

kabi nokommutativ operatorlarni misol qilib keltirish mumkin.

Antikommutativ operatorlar bilan xarakterlanuvchi dinamik o'zgaruvchilarni ayni bir vaqtda aniq o'lchash mumkin emas, masalan, zarra koordinatasi  $x$  bilan zarrani  $x$  o'qidagi impuls proeksiyasi  $p_x$  ni ayni bir vaqtda aniq o'lchash mumkin emas.

## 12.9. Koordinata va impulsning operatorlari

To'lqin funksiya zarra koordinatasining funksiyasi bo'lgani uchun zarra koordinatasining operatori  $\hat{x}$ ,  $x$  soniga teng, ya'ni

$$\hat{x} = x, \quad \hat{y} = y, \quad \hat{z} = z \quad (12.86)$$

Odatda, koordinata operatorlarini belgisi  $\wedge$  ni qo'yilmaydi. Impuls operatorining proeksiyalari

$$\hat{P}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \quad \hat{P}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, \quad \hat{P}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \quad (12.87)$$

vektor ko'rinishi esa

$$\hat{\vec{P}} = -i\hbar \vec{\nabla} \quad (12.88)$$

shaklda yozildi.

Impuls operatori va koordinata operatorlari joylashtirish qoidalariga bo'ysunadi. Bu qoidalarga rioya qilish hisoblashlarni osonlashtirishga yordam beradi.  $\psi(x, y, z)$  to'lqin funksiya bo'lsin, u holda

$$x(\hat{P}_x \psi) = x(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \psi) = -i\hbar x \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (12.89)$$

$$\hat{P}_x(x\psi) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}(x\psi) = -i\hbar x \frac{\partial \psi}{\partial x} - i\hbar \psi \quad (12.90)$$

(12.89) dan (12.90) ni ayirsak  $(x\hat{P}_x - \hat{P}_x x)\psi = i\hbar \psi$  yoki

$$x\hat{P}_x - \hat{P}_x x = i\hbar \quad (12.91)$$

Xuddi shunga o'xshash

$$y\hat{P}_y - \hat{P}_y y = i\hbar \quad (12.92)$$

$$z\hat{P}_z - \hat{P}_z z = i\hbar \quad (12.93)$$

ifodalarni hosil qilamiz.

(12.91), (12.93) joylashtirish qoidalariga Geyzenbergning joylashtirish (o'rmini almashtirish) munosabatlari deyiladi. Shuningdek,

$$x\hat{P}_y - \hat{P}_y x = 0, \quad y\hat{P}_z - \hat{P}_z y = 0, \quad z\hat{P}_x - \hat{P}_x z = 0 \quad (12.94)$$

munosabatlarni ham oson topish mumkin.

Umuman olganda, istalgan  $F(x, y, z)$  funksiya uchun

$$F\hat{P}_x - \hat{P}_x F = i\hbar \frac{\partial F}{\partial x}, \quad F\hat{P}_y - \hat{P}_y F = i\hbar \frac{\partial F}{\partial y}, \quad F\hat{P}_z - \hat{P}_z F = i\hbar \frac{\partial F}{\partial z} \quad (12.95)$$

(12.91), (12.93) va (12.95) munosabatlardan ko'ramizki, bir vaqtda impulsni va uning qo'shma bo'lgan koordinatini aniqlash mumkin emas,  $x$  va  $\hat{P}_x$  operatorlar nokommutativ operatorlardir. Bu munosabat noaniqlik munosabatini ham xarakterlaydi. Misol. OX o'qiga nisbatan impuls proeksiyasi operatorini xususiy qiymati va xususiy funksiyasini aniqlaylik. Impuls operatorining xususiy funksiyalarga nisbatan tenglamasi

$$\hat{P}_x \psi = P_x \psi \quad (12.96)$$

bunda,  $P_x$  - xususiy qiymat  $\hat{P}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$  bo'lgani uchun

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x} = P_x \psi \quad (12.97)$$

Integrallasak,

$$\psi_{P_x}(x) = N \exp \left[ i \frac{P_x x}{\hbar} \right]. \quad (12.98)$$

$N$  - doimiy son. Bu yechim hamma joyda chekli bo'lgani uchun  $P_x$  - istalgan haqiqiy son bo'lishi kerak. Shu sababga ko'ra,  $P_x$  ni qiymati uzluksiz, ya'ni

$$-\infty < P_x < +\infty \quad (12.99)$$

$\Psi_{P_x}$  ni  $\delta$ - funksiyaga nisbatan normallashtirish natijasida  $N = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}$  ni olamiz.  $\hat{P}_x$  ni xususiy funksiyasi

$$\Psi_{P_x}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{i\frac{P_x x}{\hbar}} \quad (12.100)$$

$$\int \Psi_{P_x}^*(x) \Psi_{P_x'}(x) dx = \delta(P_x' - P_x) \quad (12.101)$$

Demak, impuls operatorining xususiy funksiyasi yassi de-Broyl to'liqidir.

## 12.10. Energiya operatori

### 1. Kinetik energiya operatori.

Klassik mexanikada zarraning kinetik energiyasi

$$T = \frac{P^2}{2\mu} = \frac{1}{2\mu} (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) \quad (12.102)$$

Kinetik energiya spektori

$$\hat{T} = \frac{\hat{P}^2}{2\mu} = \frac{1}{2\mu} (\hat{P}_x^2 + \hat{P}_y^2 + \hat{P}_z^2) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2. \quad (12.103)$$

$\mu$ -keltirilgan massa  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  - Laplas operatori.

Kinetik energiya tenglamasi  $\hat{T}\psi = T\psi$ ,

$$\Psi_T(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} e^{i\frac{xP_x + yP_y + zP_z}{\hbar}} \quad (12.104)$$

Qutbiy koordinata sistemasida

$$\hat{T}_r = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial}{\partial r}) \quad (12.105)$$

va

$$\hat{T} = \hat{T}_r + \frac{\hat{L}^2}{2\mu r^2} \quad (12.106)$$

$\hat{T}_r$  - radius vektori bog'liq kinetik energiya operatori,

$\frac{\hat{L}^2}{2\mu r^2}$  - transversal harakat ta'sir kinetik energiya operatori.

## 2.11. Mikrozarraaning harakat miqdori momenti

Yuqorida aytganimizdek, impuls momenti va uning operatori:

$$\vec{L} = [\vec{r} \vec{p}] \quad (12.107)$$

$$\hat{L} = [\hat{r} \hat{p}] \quad (12.108)$$

Bundan

$$\begin{aligned} \hat{L}_x &= \hat{p}_z y - \hat{p}_y z = i\hbar \left( z \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial z} \right), \\ \hat{L}_y &= \hat{p}_x z - \hat{p}_z x = i\hbar \left( x \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial x} \right), \\ \hat{L}_z &= \hat{p}_y x - \hat{p}_x y = i\hbar \left( y \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (12.109)$$

va

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2 = -\hbar^2 \left\{ \left( z \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 + \left( x \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 + \left( y \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (12.110)$$

Impuls momentining koordinatalari uchun joylashtirish (o'rin almashtirish) qoidasini topamiz  $\hat{G} = \hat{L}_x, \hat{L}_z, -\hat{L}_x, \hat{L}_z$ , kommutativligini hisoblaylik:

$\hat{L}_x, \hat{L}_z = (\hat{p}_z x - \hat{p}_x z)(\hat{p}_x y - \hat{p}_y x) = y \hat{p}_z x \hat{p}_x - z y \hat{p}_x^2 - x^2 \hat{p}_z \hat{p}_y + z \hat{p}_y \hat{p}_x x$ , shuningdek,

$$\hat{L}_z \hat{L}_y = y \hat{p}_z \hat{p}_x - z y \hat{p}_x^2 - x^2 \hat{p}_z \hat{p}_y + z \hat{p}_y x \hat{p}_x$$

u holda,

$$\hat{L}_y \hat{L}_z - \hat{L}_z \hat{L}_y = y \hat{p}_z (x \hat{p}_x - \hat{p}_x x) + z \hat{p}_y (\hat{p}_x x - x \hat{p}_x)$$

(14.7) ga ko'ra,

$$\begin{aligned} \hat{L}_y \hat{L}_z - \hat{L}_z \hat{L}_y &= i\hbar (y \hat{p}_z - \hat{p}_z x) + \hat{p}_y z = i\hbar \hat{L}_x; \\ \hat{L}_y \hat{L}_z - \hat{L}_z \hat{L}_y &= i\hbar \hat{L}_x \\ \hat{L}_z \hat{L}_x - \hat{L}_x \hat{L}_z &= i\hbar \hat{L}_y \\ \hat{L}_x \hat{L}_y - \hat{L}_y \hat{L}_x &= i\hbar \hat{L}_z \end{aligned} \quad (12.111)$$

Impuls momentining komponentlari nokommutativ operatorlardir. Aksincha,

$$\hat{L}_x \hat{L}^2 - \hat{L}^2 \hat{L}_x = 0; \hat{L}_y \hat{L}^2 - \hat{L}^2 \hat{L}_y = 0; \hat{L}_z \hat{L}^2 - \hat{L}^2 \hat{L}_z = 0. \quad (12.112)$$

To'la impuls momentini kvadrati va uning bitta proeksiyasini ko'paytmasi kommutativdir.

Bu qoidalardan shuni ko'ramizki, impuls momentini proeksiyalari, bo'lgan  $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$  larni bir vaqtda o'lchash mumkin emas.

Endi impuls momenti proeksiyasini biror o'qqa nisbatan yo'nalishini va mumkin bo'lgan absolut qiymatlarini aniqlaylik.

Bu masalani qutbiy koordinatalari sistemasida yechish qulay. Qutbiy koordinata sistemasida

$$x = r \sin \theta \cos \varphi; y = r \sin \theta \sin \varphi; z = r \cos \theta \quad (12.113)$$

bunda,  $\theta$  — radius vektor  $\vec{r}$  bilan  $z$ -o'q orasidagi burchak,  $\varphi$  — esa  $OX$  o'qida  $XU$  tekislikda hisoblanadigan burchak.

Dekart koordinata sistemasidan (12.94) qutbiy koordinata sistemasiga o'tish formulalari quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} \hat{E} &= i \hbar \left( \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cot \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right); \hat{E} = -i \hbar \left( \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \cot \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right); \\ \hat{E} &= -i \hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}; \hat{E} = -\hbar^2 \Delta_{\theta \varphi} \end{aligned} \quad (12.114)$$

Bunda

$$\nabla_{\theta \varphi}^2 = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (12.115)$$

$\nabla_{\theta \varphi}^2$  — Laplas operatori (sfera uchun) deyiladi.

Operatorlar faqat  $\theta, \varphi$  burchaklarga ta'sir etgani uchun to'liqin funksiyaga

$$\psi = \psi(\theta, \varphi) \quad (12.116)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

$\hat{E}^2$ -operatori uchun tenglama

$$\hat{E}^2 \psi = L^2 \psi \quad (12.117)$$

ko'rinishda yoziladi. Bu funksiyaga (12.115) ni olib kelib qo'ysak,  $\lambda$  deb belgilasak,

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \lambda \psi = 0 \quad (12.118)$$

tenglamani olamiz.

Bu tenglamaning yechimi

$$\lambda = e(e+1) \quad (12.119)$$

ko'rinishda bo'ladi. Har bir  $e$  uchun  $2e+1$  ta yechim mavjud.  $L^2$  ni xususiy qiymatlari

$$L_e^2 = \hbar^2 e(e+1); e = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (12.120)$$

ko'rinishda bo'ladi. Xususiy funksiyasi esa

$$\psi_{em}(\theta, \varphi) = Y_{em}(\theta, \varphi); m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm e. \quad (12.121)$$

Endi

$$\hat{L}_z \psi = L_z \psi \quad (12.122)$$

ni yechaylik:  $-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = L_z \psi$  Bu teglamani yechimi  $L_z = \hbar m$ ,  
 $m = 0, \pm 1, \dots, \pm e$  ko'rinishda bo'ladi.

### SAVOLLAR

➤ Nima uchun kvant mexanikada fizikaviy kattalikni o'rtacha qiymati muhim ahamiyatga ega?

➤ Kvant mexanikada o'rtacha qiymat qanday topiladi?

➤ O'rtacha qiymat ehtimol nazariyasida qanday topiladi?

➤ Zarra koordinatasining o'rtacha qiymati qanday topiladi?

➤ Zarra impulsining o'rtacha qiymati qanday topiladi?

➤ Zarra impulsining o'rtacha qiymatini bevosita  $\psi(x, y, z, t)$ -to'liq funksiyadan topish mumkinmi?

➤ Kvant mexanikada umuman fizikaviy kattalikni o'rtacha qiymati qanday formula bilan topiladi?

➤ Operatorlarni ta'riflang, ularning funksiyadan farqi nimada?

➤ Chiziqli operator deganda, nimani tushunasiz?

➤ Ermit operator deganda, nimani tushunasiz?

➤ Nima uchun kvant mexanikada chiziqli va ermit xossaga ega bo'lgan operatorlar ishlatiladi?

➤ Ermit operatorning xossasini yozing.  $\frac{\partial}{\partial x}$  differensial operator

ermit bo'ladimi?

➤ Impuls operatorining ko'rinishini yozing. U Ermit bo'ladimi?

➤ Kommutativ operatorlarga izoh bering.

➤ Nokommutativ operatorlarga izoh bering.

➤  $\hat{x}$  va  $\hat{p}_x$  operatorlar kommutativ bo'ladimi?

➤ Xususiy funksiyaning ortogonalligi degan tushunchani izohlang.

➤ Normallangan xususiy funksiya deganda, nimani tushunasiz?

➤ Kronikerning delta-simvoli deganda, nimani tushunasiz?

➤ Dirakning delta-funksiyasi deganda, nimani tushunasiz?

- Operatorning xususiy qiymati va funksiyasi deganda, nimani tushunasiz?
- Operatorning xususiy qiymatlari spektri degan tushuncha nimani anglatadi?
- Diskret, polosali va tutush spektrlarni izohlang.
- O'rtacha kvadratik og'ishish (dispersiya)ni tushuntiring.
- Normallangan to'liq funksiya uchun o'rta qiymat formulasini yozing.
- Xususiy funksiyalarning to'la sistemasini hosil qilish deganda nimani tushunasiz?
- Diskret spektr uchun  $s_n$  ni topish formulasini yozing.
- Uzlüksiz spektr uchun  $s(L)$  koeffitsiyent qanday topiladi?
- $x$ -ko'rinishda berilgan holat deganda nimani tushunisiz?
- $r$ -ko'rinishda berilgan holat deganda nimani tushunisiz?
- Kvant mexanikada qanday kattaliklarni bir vaqtda o'lchash mumkin emas?
- Kommutativ bo'lgan operator formulasini yozing va tushuntiring.
- Nokommutativ bo'lgan operator formulasini yozing va tushuntiring.
- $x$ -operatori va impuls operatorni yozing va tushuntiring.
- Nima uchun  $\hat{x}$  va  $\hat{p}_x$  operatorlar kommutativ xususiyatga ega emas?
- Energiya operatorining ko'rinishini yozing. Kinetik energiya operatorini yozing.
- Gamilton funksiyasi bilan gamiltonian orsidagi farq nimadan iborat?
- Gamilton operatorining ko'rinishini yozing.
- Harakat miqdori momentining klassik va kvant ko'rinishini yozing.
- Harakat miqdori momenti operatorini yozing.
- Bir vaqtda harakat miqdori momenti operatorlarining komponentalari kommutativ bo'ladimi?
- Harakat miqdori momentini proeksiyalari uchun qaysi operatorlar kommutativ bo'ladi?
- Bu bobdan olgan tasavvuringizni izohlang.

### MASALALAR

$$\hat{L} = \frac{\partial}{\partial x} \quad \text{differensial operator ermit operatori bo'la oladimi?}$$

Kompleks qo'shma operator ermit operator bo'la oladimi?

$L$ -fizikaviy kattalik  $\hat{L}$ -ermit operatori bilan tavsiflansa, uning o'rtacha qiymati haqiqiy ekanligini va bu kattalikni o'rtacha qiymati kvadrati  $\langle L^2 \rangle = \int \hat{L} |\psi|^2 dx$  ekanligini isbotlang.

Bir o'lchamli fazo uchun  $\langle p_x \rangle = \frac{i\hbar}{2} \int \left( \psi \frac{d\psi}{dx} - \psi \frac{d\psi}{dx} \right) dx$  ekanligini ko'rsating.

$\psi(\varphi) = A \sin^2 \varphi$  holatni  $\hat{L}_z^2$ -operator tavsiflasa, fizikaviy kattalikning o'rtacha qiymatini toping.

$\hat{A}$  va  $\hat{B}$  operatorlar ermit bo'lsa, u holda  $\hat{A} + \hat{B}$  va  $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}$  operatorlarning ham ermit ekanligini isbot qiling.

$\hat{p}_x$ ,  $\hat{L}_z$ ,  $\hat{p}_x^2$  va  $\hat{H}$  operatorlarning ermit ekanligini ko'rsating.

$\hat{L}_x$ ,  $\hat{L}_y$ ,  $\hat{L}_z$  operatorlar ermit bo'lsa,  $\hat{L}^2$  operatorni ermit ekanligini ko'rsating.

$L$ -fizik kattalikning kvadratik o'rtacha qiymati musbat ekanligini ko'rsating.

$\left[ x, \hat{p}_x \right] = i\hbar$ ,  $\left[ x, \hat{p}_y \right] = 0$ ,  $\left[ \hat{p}_x, \hat{p}_y \right] = 0$  ekanligini ko'rsating.

$x$  va  $\hat{p}_y$ ,  $\hat{p}_x$  va  $\hat{p}_y$ ,  $\hat{p}_x$  va  $\hat{p}_z$ -operatorlar uchun umumiy bo'lgan xususiy funksiyalarni toping.

$\hat{L}_z$  va  $\hat{L}_z^2$  operatorlarning xususiy funksiyalarini toping. Normallangan xususiy funksiyalari qanday bo'ladi?

$\left[ x, \hat{L}_x \right] = 0$ ,  $\left[ y, \hat{L}_x \right] = -i\hbar z$  va  $\left[ z, \hat{L}_x \right] = i\hbar y$  kombinatsiya qoidalarini tekshiring.

$\left[ \hat{L}_x, \hat{p}_x \right] = 0$ ,  $\left[ \hat{L}_x, \hat{p}_y \right] = -i\hbar \hat{p}_z$ ,  $\left[ \hat{L}_x, \hat{p}_z \right] = i\hbar \hat{p}_y$  kombinatsiyalarni tekshiring.

$\left[ \hat{L}_x, \hat{p}_x^2 \right] = 0$ ,  $\left[ \hat{L}_x, \hat{p}_y^2 \right] = 0$  va  $\left[ \hat{L}_x, \hat{p}_z^2 \right] = 0$  ekanligini ko'rsating.

$$\left[ \hat{L}_x, \hat{L}_y \right] = i\hbar \hat{L}_z, \quad \left[ \hat{L}_y, \hat{L}_z \right] = i\hbar \hat{L}_x, \quad \left[ \hat{L}_z, \hat{L}_x \right] = i\hbar \hat{L}_y \text{ ekanligini ko'r-}$$

sating.  $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$  harakat miqdori momenti operatorlarining proeksiyalari.

$\hat{L}^2$  -harakat miqdori momenti kvadratining operatori bilan  $\hat{K}$  kinetik energiya operatori kommutativ ekanligini isbotlang.

Harakat miqdori momenti  $\hat{L}$  va uning proeksiyalarini dekart koordinata sistemasidan qutbiy koordinata sistemasiga o'tkazing.

$0 < x < l$  mutlaq qattiq devorga ega bo'lgan bir o'lchamli to'g'ri burchakli potensial o'radagi zarraning o'rtacha kinetik energiyasini toping. Potensial o'radagi zarra holati  $\psi(x) = A \sin^2\left(\frac{\pi x}{l}\right)$  va  $\psi(x) = Ax(l-x)$  funksiyalar bilan tavsiflangan.

## XIII BOB

*Mavzu: VAQT BO'YICHA HOLATNING O'ZGARISHI***Reja:**

- 13.1. Atom uchun Shryodingerning to'liqin modeli.
  - 13.2. Shryodingerning umumiy tenglamasi.
  - 13.3. Shryodinger tenglamasini differensial va operator shakli.
  - 13.4. To'liqin funksiyaga qo'yiladigan talablar.
  - 13.5. Kvant mexanikada massa va elektr zaryadining saqlanish qonuni.
  - 13.6. Shryodingerning statsionar tenglamasi.
  - 13.7. Shryodinger tenglamasi va yechimining asosiy xossalari.
- Energetik sathlarni kvantlanishi.**
- 13.8. Statsionar holatlar.

## ADABIYOTLAR

- 10.1. А.А.Соколов, Ю.М.Лоскутов, И.М.Тернов. Квантовая механика. М., 1962.
- 10.2. А.Н.Матвеев. Атомная физика. М., 1989.
- 10.3. R.Bekjonov, B.Ahmadxo'jaev. Atom fizikasi. T., «O'qituvchi», 1979.
- 10.4. М.Борн. Атомная физика. М., «ИЛ», 1960.
- 10.5. E.Schrodinger. Quantisierung als Eigenwert problem. Ann. d. Phys. 1926. v. 79, p. 361; v. 79, p.489; v. 80, p. 437 (оргинал).
- 10.6. Л.Шифф. Квантовая механика. М., «ИЛ», 1957.

**Masalaning qo'yilishi:** Lui de-Broylning vodorod atomi to'liqin modeli bir o'lchamli fazo uchun o'rinli edi. Vodorod atomiga o'rinli bo'lgan uch o'lchamli to'liqin fazo uchun to'liqin tenglamani 1926-yilda Ervin Shryodinger ta'riflab berdi. Geyzenbergning matritsali kvant mexanikasi bilan Shryodingerning to'liqin mexanikasi kvant mexanikaning asosiy prinsiplarini miqdoriy jihatdan ta'riflab berdi. Shryodinger tenglamasi kvant olamda bo'ladigan real hodisalarni miqdoriy jihatdan asoslab beruvchi tenglama bo'lib, mikroolam jarayonlarini ifodalovchi asosiy tenglamadir. Shryodinger tenglamasi norelativistik jarayonlarni ifodalaydigan tenglama bo'lib, u quyidagi narsalarni e'tiborga olmaydi:

1. Zarralar tug'ilmaydi va yo'qolmaydi deb hisoblanadi. Har qanday fizikaviy jarayonda muayyan turdagi zarraning soni saqlanadi.

2. Zarralar tezligi yetarli darajada kichik deb xususiy nisbiylik nazariyasidan chetlanadi.

Amaliyotdan yaxshi bilamizki, zarralarni tug'ilishi va annigilatsiyasi bo'lib turadi va albatta, har qanday nazariya xususiy nisbiylik nazariyasini nazardan qochirmaslik kerak.

Bunday katta soddalashtirishlarga qaramasdan Shryodinger tenglamasi hozirgi zamon kvant mexanikasining asosiy tenglamasi bo'lib qoldi va Nyuton tenglamalari klassik fizikada qanday rol o'ynasa, u mikroolam zarralar mexanikasini tavsiflashda ham shunday o'rin tutadi va tabiat jarayonlarini tavsiflashda fundamental tenglamalar qatoriga kiradi.

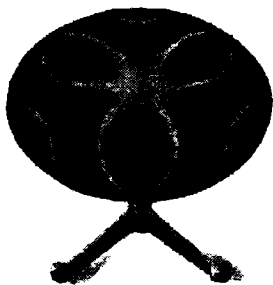
Bu bobni o'tishdan asosiy maqsad vaqt bo'yicha mikrozarra holatini o'zgarishi Shryodinger tenglamaning yaratishga olib kelishini ko'rsatish, bu tenglamasini matematik va fizik ma'nolarini ochish, vaqtga bog'liq bo'lgan va statsionar tenglamalarni matematik shakllarini ko'rsatish va tenglamaning fizik ma'nosini ochishdir.

**Mavuzu qahramoni:** E. Shryodinger (1887–1961) Avstriyada tug'ilgan. Vena universitetini tamomlagan. Yen universitetida, Shtutgart oliy texnika maktabida, so'ng Breslau va Syurix universitetlarida ishlagan. L. de-Broyl g'oyasi asosida to'lqin mexanikani ishlab chiqqan. Ajoyib kitoblar muallifi. 1933-yilda Shryodingeriga Dirak bilan birgalikda to'lqin mexanikaning yaratganligi uchun Nobel mukofoti berilgan.

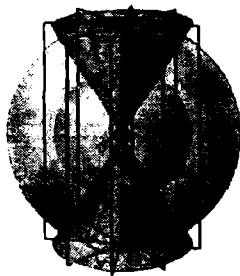
### XIII bob. VAQT BO'YICHA HOLATNING O'ZGARISHI

#### 13.1. Atom uchun Shryodingerning to'liqin modeli

Lui de-Broyl atomining to'liqin modeli bir o'lchamli mikroobyektlar uchun o'rinli edi. Chunki «aylanaga burilgan» to'liqin bir o'lchamli bo'lib, u uch o'lchamli jarayonlarni tavsiflashga o'ziga xos. De-Broyl modeli asosida uch o'lchamli model tuzish davr taqozosi bo'lib, lekin uni matematik nuqtayi nazardan hal qilish nihoyatda qiyin masala. Shunga qaramay, bu masalani avval ikki o'lchamli fazo uchun yechdilar. Masalan, membrana yoki plastinka sirtiga qum sepib tebratilganda tebranish chastotasiga mos ravishda plastinka sirtida juda ajoyib shakldagi qum uyumlari hosil bo'ladi. 13.1-rasmda ana shunday shakllardan biri tasvirlangan. Ikki o'lchamli fazo uchun ham xususiy tebranish masalasini yechish ancha murakkab. Ushbu masalani hal qilish uchun ham ikkinchi tartibli differensial tenglama tuzish zarur. Bu masalani yechishda, ayniqsa, chegaraviy shartlar nihoyatda aniq qo'yilgan bo'lishi kerak, chunki tebranish formasi unga juda ham bog'liq. Eng oddiy yo'llardan biri, bu doiraviy membrani markazdan mahkamlashdir.



13.1-rasm.

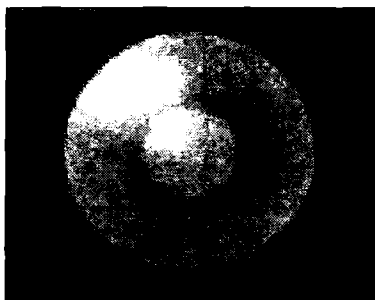


13.2-rasm.

Uch o'lchamli fazoda qanday qilib xususiy chastotalar hosil bo'ladi? Vaznsiz holatda yotgan suyuqlikdan tashkil topgan sfera yoki yirik gaz zichligi gaz bulutini olaylik va unda markazdan uzoqlashgan sari gaz zichligi kamayib borsin. Bu hol uchun tebranishlar shakli qanday hosil bo'lishi masalasini birinchi bo'lib avstraliyalik olim Ervin Shryodinger 1926-yilda yechdi.

«Kvantlanish – xususiy qiymatlar muammosi» degan risolasida bu masalaning yechimi qanday bo'lish kerak ekanligini E.Shryodinger ko'rsatib berdi.

Shryodingerning fikriga ko'ra elektron uch o'lchamli turg'un to'qin ko'rinishida yadro atrofida taqsimlangan. Bu to'qlinning amplitudasi  $\psi$ -funktsiya bilan izohlanadi. Ushbu masalada chegaraviy shart sifatida sistemaning fazoviy chegaralangan bo'lishi va  $r$  cheksizga intilganda  $\psi(r)$  funktsiyani nolga intilishi talab qilinadi. Qilingan hisob-kitoblar quyidagi natijani beradi: tebranishning har bir turiga (chastotasiga) energiyani aniq bir qiymati mos keladi; tekislikdagi chiziqli tugunlari o'rniga sirt tugunlari hosil bo'ladi; konsentrik tugun sferalari bilan bir qatorda turli orientatsiyaga (yo'nalishga) ega bo'lgan ikkilangan konuslar tugunlari hosil bo'ladi (13.2-rasm). Provardida ana shunday cheklangan hajmlarda turg'un  $\psi$ -to'qlin hosil bo'ladi va ushbu to'qlin kamarlari (o'pqonlari) yorqin ko'rinishga ega. Har bir tur uchun qanday shakldagi tebranish hosil bo'lishi  $n$ ,  $l$ ,  $m$ , deb atalgan kvant sonlariga bog'liq. Mazkur kvant sonlari va ularning fizik ma'nosi bilan vodorod atomi uchun Shryodinger tenglamasini yechganda bevosita tanishamiz. Shryodinger atom modelidagi kvant sonlari korpuskular modeldagi elektron orbitalarni tavsiflovchi kvant sonlaridan farq qilib, endi bu sonlar sirt tugunlarining soni va ko'rinishlarini tavsiflaydi. Masalan,  $(n-1)$  ta sirt mavjud bo'lib, vodorod atomining asosiy holati, ya'ni  $1s$  holati sferik tushunchaga ega emas.  $n-1$  da birinchi Bor orbita radiusi masofasida  $\psi$  funktsiya juda yaxshi ifodalangan



a)



b)

13.3-rasm. Vodorod atomining to'qlin modeli:

a) 2s-elektron; b) 2p-elektron.

maksimumga ega, so'ngra yadrodan uzoqlashgan sari to'qlin funktsiya ham kamaya boradi. Keyingi  $2s$ -holatda tebranish minimum holatidan (sfera tugunidan) o'tilgandan so'ng yana sferik tekislik hosil bo'ladi va unga to'g'ri kelgan to'qlin funktsiya maksimumi 13.3a-rasmda tasvirlangan. Keyinroq esa  $2p$ -holat paydo bo'ladi (13.3b-rasm). Ko'rib turibsizki, to'qlin funktsiya konussimon spektrlar ko'rinishiga ega. Butun fazo sirti esa markazning(yadroning) ikki tomonida simmetrik qismga ega bo'lgan konus sirtlariga bo'linadi.

Shryodinger tenglamasiga ko'ra, atom markazida yadro joylashgan va  $n, l, m$  kvant sonlari elektron buluti qoplagan ko'rinishga ega. Elektron bulutining formasi esa  $n, l, m$  kvant sonlari bilan ifodalanadi.

## 13.2. Shryodingerning umumiy tenglamasi

O'tgan mavzularda biz mikrozarralarning holatini tavsiflovchi to'liq funktsiya bilan tanishdik. Natijada, fazoning har bir nuqtasida va vaqtning har bir onida zarra holatini tavsiflovchi  $\psi(x, y, z, t)$  – to'liq funktsiya aniq chekli bir qiymatga ega bo'ladi degan xulosaga keldik. Endi quyidagi savollar tug'iladi:

- Vaqt o'tishi bilan to'liq funktsiya qanday o'zgaradi?
- To'liq funktsiyaning vaqtdagi o'zgarishi qanday qonuniyatga bo'ysunadi?
- To'liq funktsiyaning vaqtdagi o'zgarishini ifodalovchi tenglama tuzish mumkinmi?

Shu savollarga javob izlaymiz.

Fazoning  $(x, y, z)$  nuqtasida va vaqtning  $t=0$  paytidagi zarra holatini tavsiflovchi to'liq funktsiyani  $\psi(x, y, z, 0)$  deb belgilaylik. Biroz  $t$  vaqt o'tgandan so'ng zarraning holati o'zgaradi, demak, uning tavsiflovchi to'liq funktsiya ham o'zgaradi. Yangi holatning to'liq funktsiyasini  $\psi(x, y, z, t)$  deb belgilaymiz. Endi, biz  $\psi(x, y, z, 0)$  va  $\psi(x, y, z, t)$  funktsiyalarni bir-biri bilan o'zaro qanday bog'langan degan savol bilan qiziqamiz.

To'liq funktsiya zarraning holatini to'la tavsiflagani uchun u zarrani keyingi  $t$  vaqtda bo'ladigan holatlarini ham aniqlash kerak. Bu talab kvant mexanikasida ham sababiyat prinsipini qo'llanilishi mumkinligini ko'rsatadi. Matematika nuqtayi nazardan  $t=0$  onida berilgan  $\psi(x, y, z, 0)$  to'liq funktsiyadan  $\psi(x, y, z, t)$  funktsiyani bir qiymatli ravishda aniqlash mumkinligini ko'rsatadi. Yuqoridagi mulohazalarga binoan  $t=0$  ga cheksiz yaqin  $\Delta t$  vaqtda  $\psi$ -funktsiyani quyidagi qatorga yoyish mumkin:

$$\psi(x, \Delta t) = \psi(x, 0) + \left( \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} \right)_{t=0} \Delta t + \dots$$

To'liq funktsiyani vaqt bo'yicha o'zgarishini

$$\left. \frac{\partial \psi(x, y, z, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \hat{L}(x, y, z, 0) \psi(x, y, z, 0) \quad (13.1)$$

tenglama bilan ifodalash mumkin. Bunda,  $\hat{L}(x, y, z, 0)$  – biror operatsiya

bo'lib, u  $\psi(x, y, z, 0)$  funktsiya ustida qanday amal bajarilganda  $\left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_{t=0}$

ni hosil qilish mumkinligini anglatadi.  $t=0$  on mutlaqo erkin tanlanadigan kattalik bo'lgani uchun (13.1) ni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\frac{\partial \psi(x, y, z, t)}{\partial t} = \hat{L}(x, y, z, t) \psi(x, y, z, t) \quad (13.2)$$

(13.1) formuladagi  $\hat{L}$  – operatori  $t$  – vaqdagi ko'chma operatori deb qarash mumkin. Bu operatori klassik fizika asosida aniqlanib

bo'lmaydi, shuning uchun u kvant mexanikada postulat sifatida qabul qilinadi.

Holatning superpozitsiya prinsipiga binoan  $\hat{L}$  – operator chiziqli bo'lishi lozim, lekin u na vaqt bo'yicha hosilaga, na integralga ega bo'lmasligi kerak.

$\hat{L}$  – operatorning ko'rinishini to'g'ri tanlash uchun to'la energiyani saqlanish qonuni va zarra holatini tavsiflovchi de-Broyl to'lqin funksiyasidan foydalanamiz.

Erkin harakatlanayotgan zarra, masalan, elektron uchun yassi monoxromatik de-Broyl to'lqin funksiyasini

$$\psi(x, y, z, t) = A \exp \left[ -\frac{i}{\hbar} (Et - p_x x - p_y y - p_z z) \right] \quad (13.3)$$

shaklda yozish mumkin.

Klassik fizikada to'la energiya kinetik va potensial energiyaning yig'indisidan iborat bo'lib, u gamilton funksiyasi bilan ifodalanadi:

$$H = E = K + U = \text{const.} \quad (13.4)$$

Kvant mexanikada to'la energiya operatori, ya'ni gamilton

$$\hat{H} = \hat{K} + U = \text{const} \quad (13.5)$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Erkin harakat qilayotgan zarra uchun  $U=0$ , u holda (13.4) va (13.5) lar

$$H = E = K \text{ va } \hat{H} = \hat{E} = \hat{K} \quad (13.6)$$

ko'rinishga keladi.

(13.6) ni zarraning impulsi  $\vec{p}$  orqali ifodalasak,

$$H = E = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$$

va

$$H^C = E^C = \frac{p_x^{C2} + p_y^{C2} + p_z^{C2}}{2m} = -\frac{\hbar}{i} \nabla^2 \quad (13.7)$$

formulani hosil qilamiz.

De-Broyl to'lqin funksiyasini ifodalovchi (13.3) dan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila, koordinatalardan ikkinchi tartibli hosila olsak, u holda (13.5) formula, ya'ni energiyani saqlanish qonuni bajarilishi kerak.

De-Broyl to'lqin funksiyasidan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{i} E \psi, \quad (13.8)$$

koordinatalardan olingan ikkinchi tartibli hosila

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{p_x^2}{\hbar^2} \psi \quad (13.9)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\frac{p_y^2}{\hbar^2} \psi$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\frac{p_z^2}{\hbar^2} \psi$$

ga teng bo'ladi. (13.8) va (13.9) formulalardan  $E$  va  $p_x^2$ ,  $p_y^2$ ,  $p_z^2$  larni qiymatlarini topib (13.7) formulaga ( $V=0$  hol) qo'ysak va hosil bo'lgan tenglamani ikkala tomonini  $\psi$  ga qisqartirsak,

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \quad (13.10)$$

ni olamiz.

Agar (13.10) ni ikkala tomonini  $\frac{i}{\hbar}$  ga ko'paytirsak,

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \quad (13.11)$$

tenglama kelib chiqadi. (13.11) ifodadagi

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla^2, \quad (13.12)$$

hadlar yig'indisi Laplasianga ( $\nabla^2 = \Delta$ ) teng bo'lgani uchun (13.11) ni

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2m} \nabla^2 \psi \quad (13.13)$$

qisqa ko'rinishda ifodalash mumkin.

(13.13) tenglamani (13.7) ga muvofiq, operator ko'rinishda yozsak,

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} \hat{H} \psi \quad (13.14)$$

ekanligi kelib chiqadi.

Kvant mexanikada bu xususiy natija ( $V=0$  uchun) umumlashtirilib,  $\hat{H} = \hat{K} + \hat{V}$  hol uchun (13.14) ifoda saqlanib qoladi. Natijada, potensial maydonda harakatlanayotgan zarra uchun

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi \quad (13.15)$$

tenglamani yozsak bo'ladi (bunda,  $\hat{H} = \hat{K} + \hat{V}$ ).

(13.15) tenglamani Shryodinger tenglamasi deb atashadi. Aniqroq qilib aytganda, (13.15) formulani Shryodingerning umumiy ko'rinish-

dagi tenglamasi yoki vaqtga bog'liq bo'lgan Shryodinger tenglamasi deyiladi.

(13.15) ni operatorsiz ko'rinishda

$$i\hbar \frac{\partial \psi(r, t)}{\partial t} = - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(r, t) + U(x, y, z, t) \psi(r, t) \quad (13.16)$$

yoziish mumkin.

De-Broyl g'oyalari rivojlantirgan va klassik fizikadagi Gamilton prinsipidan foydalangan Ervin Shryodinger 1926-yilda o'zining mashhur tenglamasini berdi. Bu tenglama kvant mexanikaning asosiy tenglamasi bo'lib, Nyutonning ikkinchi qonunini ifodalovchi holat tenglamasi klassik mexanikada qanday o'rin tutsa, u ham kvant mexanikada xuddi shunday o'rin tutadigan fundamental tenglamadir. Shryodinger tenglamasi fundamental tenglama bo'lgani bilan u biror-bir mohiyatdan kelib chiqmaydi, balki u tajriba asosida topilgan tenglama bo'lib, u norelativistik kvant mexanikaning postulatidir.

Shryodinger tenglamasi beradigan natijalarni tajriba orqali quyidagicha tekshiriladi. Avval tenglama yechimi – to'liqin funksiya aniqlanadi, so'ng uning yordamida mikrozarra harakatini ifodalovchi-energiya, impuls yoki berilgan zarraning mavjud ekanligi ehtimoli hisoblanadi. To'liqin funksiya – tajribadan aniqlanmaydi, u mikroduyo holatini tavsiflashda yordamchi vazifasini bajaradi. Keyinchalik biz ko'ramizki, haqiqatan ham Shryodinger tenglamasi yechimining natijalari eksperimentdan olingan ma'lumotlarga muvofiq keladi. Shu jihatdan qaraganda, (13.6) tenglama norelativistik sohada mikroduyo zarralarining qonuniyatlarini aks ettiruvchi tenglama bo'lib, u kvant dunyoning asosiy tenglamasi sifatida xizmat qiladi.

Shryodinger tenglamasining eng muhim alomati – bu  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  hosi-

laning oldida mavhum bir sonning borligi.  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  hosila oldida mavhum

koeffitsiyentni borligi tufayli Shryodinger tenglamasi vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosilaga ega bo'lishiga qaramasdan davriy yechimlarga ega bo'lishi mumkin. Klassik fizikada esa birinchi tartibli hosilaga ega bo'lgan tenglamalar faqat qaytmas jarayonlarni, masalan difuziya, issiq o'tkazuvchanlik kabilarni ifodalaydi.

Shryodinger tenglamasidagi to'liqin funksiya ham kompleks ko'rinishga ega. Klassik fizikadagi to'liqinlar nazariyasida ham to'liqinlar kompleks ko'rinishga ega.

Masalan:

$$\varphi = \text{const} \exp[i(\omega t - kx)]$$

ko'rinishadigi funksiya yordamida torning tebranishiga xos xususiyatdir. Biroq oxirgi natijada  $\varphi$  ni haqiqiy yoki mavhum qismi bilan ish ko'riladi. Zarraning siljishi (masalan, torning)

$$\varphi' = \text{const} \cdot \sin(\omega t - kx)$$

nosila bilan aniqlanadi.

Klassik fizikada  $i$  soni hisobni osonlashtirish uchun xizmat qiladi. Kvant mexanikada ahvol tamomila boshqacha. Agar de-Broyl to'liqligining haqiqiy yoki mavhum qismini ajratsak, masalan,

$$\phi' = A \sin \left[ \frac{Et - p_x x - p_y y - p_z z}{\hbar} \right].$$

Bu holda  $\phi'$  funksiyaga mos kelgan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosilaga ega bo'lgan tenglamani topib bo'lmaydi, chunki u

$$\omega = \frac{E}{\hbar} \text{ va } \vec{K} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$$

de-Broyl munosabatlari bilan mos kelmaydi.

Shryodinger tenglamasining klassik tenglamalardan yana bir muhim farqi, bu Shryodinger tenglamasida  $\hbar$  ni ishtirok qilishidir. Bu doimiylikni ishtirok etishi mikrodunyo holati kvant qonuniyatlarga bo'ysunishini anglatadi.

### 13.3. Shryodinger tenglamasini differensial va operator shakli

Shryodinger tenglamasini ikki xil shaklda yozish keng tarqalgan. Shryodinger tenglamasining differensial ko'rinishdagi yozuvi tenglama yechimi  $\psi(r)$  ni topishda qulaydir. Shryodinger tenglamasini operator shakldagi yozuvi esa kvant mexanikaning prinsipi-al masalalarini tekshirishda va Shryodinger tenglamasini umumlashtirishda qulay vositadir. Keyingi mavzularda ushbu ikkala forma haqida ham mulohazalar beriladi va ulardan keng foydalaniladi.

Shryodinger tenglamasini differensial shakli bir o'lchovli fazo uchun

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x,t) + U(x,t) \psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} \quad (13.17)$$

ko'rinishda yoziladi. Korpuskular-to'liq dualizm muammosini chuqur o'rgangan Ervin Shryodinger bu tenglamani yaratishda de-Broyl va

Plank munosabatlari  $\lambda = \frac{h}{p}$ ,  $\nu = \frac{E}{h}$  ni hamda zarraning to'la energi-

yasini aks etuvchi  $E = \frac{p^2}{2m} + U$  ifodani asos qilib olgan. Ushbu teng-

lama norelativistik ifodaga ega bo'lgani uchun  $E = m_0 c^2$  ifoda unga kirmaydi. Shryodinger (13.17) tenglamani yaratishda klassik tushunchalardan foydalanganligiga qaramay, uni klassik fizikaning fundamental qonuniyatlaridan keltirib chiqarib bo'lmaydi. (13.17) tenglamani Shryodingerning umumiy (yoki vaqtga bog'liq) tenglamasi deb yuritiladi.

Shryodinger tenglamasini operator ko'rinishida yozish uchun kvant mexanikaning asosiy tenglamasi bo'lgan o'rta qiymatni topish formulasidan

$$\langle L \rangle = \int \psi^*(x) \hat{L} \psi(x) dx$$

foydalanamiz. Ushbu formuladagi  $\hat{L} \psi(x)$  ifoda uchun xususiy funk-siya va qiymatlar tenglamasi

$$\hat{L} \psi(x) = L \psi(x)$$

ekanligini oldingi bobda ko'rgan edik.

Bu tenglamadagi  $\hat{L}$  ni Gamilton operatori  $\hat{H}$  ga,  $L$  ni esa ener-giya operatori  $\hat{E}$  ga almashtirsak,

$$\hat{H} \psi(x) = \hat{E} \psi(x) \quad (13.18)$$

ifodani olamiz. Bunda,

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U \quad (13.19)$$

Gamilton operatori yoki gamiltonian,

$$\hat{E} = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} \quad (13.20)$$

esa *energiya operatori* deyiladi.

Shunday qilib, operatorlar yordamida Shryodinger tenglamasini (13.18) shakl ko'rinishda ixcham yozish mumkin. (13.18) yozuvdagi  $x$  deganda, barcha o'zgaruvchilar  $(x, y, z, t)$  ni tushunamiz. Esingizga yana bir narsani tushiramizki, u ham bo'lsa, (13.18) tenglamaning chap va o'ng tomonida ishtirok etayotgan  $\psi(x)$  funksiyalarni qisqartirib bo'l-maydi. Bu tenglamaning asl ma'nosi quyidagicha:

$\psi$  – funksiyaga ta'sir etayotgan  $\hat{H}$  – operator, ushbu  $\psi$  – funksi-yaga ta'sir etayotgan energiya operatori  $\hat{E}$  ga tengdir.

(13.18) tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$\hat{H} \psi(x) = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi(x)}{\partial t} \quad (13.21)$$

(13.21) umumiy tenglama erkin harakat qilayotgan zarrani tavsif-lasa, ya'ni zarraga hech qanday kuch ta'sir etmasa, u holda to'la ener-giya  $E$  harqanday qiymatga ega bo'ladi. Natijada, (13.21) tenglama  $\psi(x, y, z, t)$  ko'rinishdagi cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi.

Agar erkin zarra cheklangan biror hajmga tobe bo'lsa, u holda (13.21) tenglama statsionar tenglamani aks ettirada va

$$\hat{H} \psi(x) = \hat{E} \psi(x)$$

o'rniga

$$\hat{H} \psi(x) = E \psi(x) \quad (13.22)$$

tenglamani yozish imkoniyati tug'iladi va  $\psi(x,y,z)$  funksiyada  $t$  ishtirok etmaydi. (13.22) tenglamada  $E$  – xususiy qiymat vazifasini bajaradi va u diskret qiymatlarga ega bo'ladi, odatda, bu energiyani *kvantlangan* deb ataymiz. Energiyani har bir qiymatiga mos ravishda  $\psi(x)$  funksiya to'g'ri kelgani uchun bu masalani *xususiy funksiyalar va qiymatlar masalasi* deb ham atashadi.

Shunday qilib, Shryodinger atom masshtabidagi sohada elektronlarni harakatini tavsiflovchi haqiqiy tenglamani yaratdi. U atom hodisalarini miqdoriy, aniq va mufassal hisoblaydigan nazariya bilan bizni ta'minladi. Uning nazariyasi magnetizm va nisbiylik nazariyasi bilan bog'lanmagan barcha mikroolam hodisalarini to'g'ri tushuntirib beradi. Ayniqsa, atom va yadro sohasidagi energetik sathlarni va kimyoviy bog'lanishlarni to'la tushuntirib berishi olamni o'rganishda va amaliy rivojlanishimizda juda katta odim bo'ldi. Bu jihatdan qaraganda Shryodinger tenglamasini Nyutonning ikkinchi qonuniga qiyos qilish mumkin.

### 13.4. To'lqin funksiyaga qo'yiladigan talablar

Mikroolamda yuz beradigan fizikaviy hodisalarni tavsiflashda  $\psi(r,t)$  – to'lqin funksiya juda muhim vazifani bajaradi. To'lqin funksiya o'z vazifasini yaxshi uddalashi uchun, u Shryodinger tenglamasini yechimi sifatida quyidagi talablarga rioya qilishi kerak:

#### 1. To'lqin funksiya

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad v = \frac{E}{h}, \quad E = \frac{p^2}{2m} + U$$

kabi munosabatlar bilan mos kelishi (sig'ishishi).

2. Shryodinger tenglamasini barcha mumkin bo'lgan yechimlariga nisbatan chiziqli bo'lishi; bu degani, agar  $\psi_1(x), \psi_2(x), \dots, \psi_n(x)$  funksiyalar Shryodinger tenglamasini yechimlari bo'lsa, u holda

$$\psi(x,t) = a_1\psi_1(x) + a_2\psi_2(x) + \dots + a_n\psi_n(x) = \sum_{i=1}^n a_i\psi_i$$

funksiya ham mumkin bo'lgan yechim, bunda  $a_1, a_2, \dots, a_n$  – doimiyliklar. Qisqacha aytganda holatning superpozitsiya prinsipiga bo'ysunish shart.

3. To'lqin funksiyaning hosilasi, ya'ni  $\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x}$  – funksiya ham chiziqli bo'lishi.

4.  $\psi(x, t)$  funksiya va uning hosilasi  $\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x}$  ham «o'zini yaxshi tutishi», ya'ni matematik til bilan aytganda bir qiymatli, chekli va uzluksiz bo'lishi.

5.  $x \rightarrow \pm\infty$  da  $\psi(x, t)$  funksiya nolga intilishi, ya'ni  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \psi(x, t) \rightarrow 0$  bajarilishi shart.

Bir qiymatlilik talabiga bo'ysunuvchi to'liq funksiya  $\psi(x, t)$  ni ba'zi xossalari ustida to'xtalamiz. Vaqtning biror onida va fazoning biror nuqtasi uchun hisoblangan  $|\psi(x, t)|^2$  vaqtning shu lahzasida fazoning mazkur nuqtasida shu to'liq funksiyaning tavsiflovchi zarraning qayd qilishi ehtimoliga proporsional. Bu esa  $|\psi(x, t)|^2$  dan butun fazo bo'yicha olingan integralni chekli bo'lishini talab qiladi, chunki zarra har qanday holda ham fazoning biror sohasida mavjud, ya'ni, boshqacha aytganda, fazoda zarra, albatta, bor. Agar fazoning elementi  $dV$  desak, quyidagi integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x, t)|^2 dV = 0$$

bo'lsa, u holda ushbu ifoda zarra hech qayerda yo'q degan ma'noni anglatadi. Aksincha, integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x, t)|^2 dV = \infty$$

ko'rinishda bo'lsa, zarra bir vaqtning o'zida fazoning hamma yerida (qismida) mavjud degan ma'noni beradi. Bu hol, albatta, haqiqatan yiroq.  $|\psi(x, t)|^2$  ning ta'rifiga ko'ra, uning qiymatlari mavhum va manfiy bo'lmasligi kerak. Shuning uchun ham  $|\psi(x, t)|^2$  dan butun fazo bo'yicha olingan integral chekli bo'lishi lozim. Bu degani, zarra berilgan vaqt momentida fazoning biror nuqtasida mavjud.

Agar  $|\psi(x, t)|^2$  ning qiymatini berilgan vaqt momentida fazoning berilgan nuqtasida  $\psi$  - funksiya tavsiflovchi zarraning qayd qilinishi ehtimoliga teng deb qarasa, u holda butun fazo bo'yicha  $|\psi|^2$  dan olingan integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x, t)|^2 dV = 1 \quad (13.23)$$

bo'lishi kerak. Matematik nuqtayi nazardan qaraganda, butun fazo bo'ylab zarraning qayd qilinishi ehtimoli birga teng, boshqacha aytganda, voqeaning sodir bo'lishi aniqdir. (13.23) munosabatga bo'y-sunuvchi to'liq funksiya *normallangan to'liq funksiya* deyiladi. Fazoning har bir nuqtasida zarraning qayd qilinishi ehtimoli aniq bir qiymatga ega bo'lishi uchun to'liq funksiya ham normallanuvchi, ham bir qiymatli bo'lishi zarur. Shuningdek, to'liq funksiya va uning hosilari

$\frac{\partial \psi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial z}$  fazoning har bir nuqtasida uzluksiz bo'lishi shart.

Shunday qilib,  $\psi(x, y, z, t)$  – to'liqin funksiya (13.16) differensial tenglamaning yechimidir,  $|\psi(x, y, z, t)|^2$  – ifoda esa  $(x, y, z)$  nuqtada zarraning qayd qilinishi ehtimolining zichligi. Boshqacha aytganda,  $|\psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz$  ifoda  $dx dy dz$  hajmda zarraning qayd qilinishi ehtimolini ifodalaydi. Yuqoridagi mulohazalardan bu bandning yakunida shuni aytish kerakki, to'liqin funksiya uzluksiz, bir qiymatli va chekli bo'lishi Shryodinger tenglamasining to'g'ri yechimga olib keladi. To'liqin funksiya doimiy ko'paytuvchiga ega bo'lgan aniqlikda topiladi, ya'ni bir-biridan doimiy ko'paytuvchiga farq qilgan ikkita to'liqin funksiya faqat bitta holatni tavsiflaydi. Shu sababdan ham to'liqin funksiya birga normallanadi. Sistemaning turli holatlari orasida munosabat mavjud bo'lib, u yangi holatni hosil qilishi mumkin. Bu munosabatlarning mohiyati holatning superpozitsiya prinsipi bilan ifodalanadi. Ko'rib turibsizki, kvant nazariyada ikkita bir holatni qo'shish, provardida to'liqin funksiyani doimiy ko'paytuvchiga ko'paytirishga olib keladi va demak, yana shu holatning o'zi hosil bo'ladi.

### 13.5. Kvant mexanikada massa va elektr zaryadining saqlanish qonuni

Shryodinger tenglamasidan zarralar sonining saqlanish qonunini keltirib chiqarish mumkin. Zarralar sonining saqlanish qonuni

$$\frac{\partial \rho(r, t)}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j}(r, t) = 0 \quad (13.24)$$

uzluksiz tenglama bilan ifodalanadi. Bunda  $\rho(\vec{r}, t)$  –  $x, y, z$  nuqta zarralar sonining o'rtacha zichligi,  $\vec{j}$  – zaryadlar oqimining o'rtacha zichligi.

Bu tenglamani olish uchun Shryodinger tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi = 0 \quad (13.25)$$

Kompleks qo'shma funksiya uchun

$$-i\hbar \frac{\partial \psi^*}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi^* + U\psi^* = 0 \quad (13.26)$$

tenglamani olamiz.

(13.25) tenglamani  $\psi^*$  ga, (13.26) tenglamani esa  $\psi$  ga ko'paytiramiz, so'ngra birinchi tenglamadan ikkinchi tenglamani ayiramiz:

$$i\hbar(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t}) = -\frac{\hbar^2}{2m}(\psi^* \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \psi^*). \quad (13.27)$$

Bu tenglamani quyidagicha yozsa bo'ladi:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}(\psi \psi^*) = -\frac{\hbar^2}{2m} \operatorname{div}(\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) \quad (13.28)$$

Psi-funksiyaning statistik izohiga asosan,  $r$  ehtimol zichligi

$$\rho = \psi \psi^* \quad (13.29)$$

Agar  $\vec{j}$  orqali

$$\vec{j} = \frac{i\hbar}{2m}(\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi) \quad (13.30)$$

ni belgilasak, u holda (13.28) tenglikni

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad (13.31)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bundan ko'rinish turibdiki,  $\vec{j}$  - ehtimol tok vektorining zichligi. Bunda,  $\rho = \psi \psi^*$  - zarraning o'rtacha zichligi deb qarash mumkin. U holda  $\vec{j}$  ni 1 sekundda  $1 \text{ sm}^2$  yuzadan o'tayotgan zarralarning o'rtacha oqimi deb qarash mumkin. Shu sababdan ham (13.31) ni zarralar sonining saqlanish qonuni sifatida talqin etish mumkin.

Agar (13.31) ni  $V$  - chekli hajm bo'yicha integrallasak va Gauss teoremasini qo'llasak,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dv = - \int_V \operatorname{div} \vec{j} dv = - \int_S j_n ds \quad (13.32)$$

Oxirgi integral  $V$  hajmni  $S$  sirti bo'ylab olingan integral.

Butun fazo bo'ylab ( $V \rightarrow \infty$ ) integral olsak, to'liqin funksiya va  $\vec{j}$  - tok zichligi cheksiz uzoqlashgan yuzada nolga teng bo'ladi:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dv = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi dv = 0 \quad (13.33)$$

ya'ni fazoning u yoki bu nuqtasida zarrani qayd qilinishining to'la ehtimoli vaqtga bog'liq bo'lmaydi. Demak, zarralar soni o'zgarmay qoladi. Shu bilan bir qatorda (13.33) tenglama vaqt o'tishi bilan to'liqin funksiyaning normallangan o'zgarmasligini ifodalaydi.

$\vec{j}$  va  $\vec{p}$  ni zarra massasi  $m$  ga ko'paytirsak,

$$\vec{p}_m = m \cdot \vec{p} = m|\psi|^2, \quad \vec{j}_m = \frac{i\hbar}{2}(\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi) \quad (13.34)$$

hosil bo'ladi. Bu hol  $r_i$ -massaning o'rtacha zichligi,  $\bar{j}$  esa massaning o'rtacha tok zichligini ifoda etadi. (13.31) ga ko'ra,

$$\frac{\partial p_m}{\partial t} + di\bar{y}_m = 0 \quad (13.35)$$

cheksiz kichik sohada o'rtacha massaning o'zgarishi, shu sohani chegaralangan yuzadan kirayotgan yoki chiqayotgan massaga bog'liq.

Agar  $\bar{p}$  va  $\bar{j}$  ni zarra zaryadi  $l$  ga ko'paytirsak,

$$\frac{\partial p_l}{\partial t} + di\bar{y}_l = 0 \quad (13.36)$$

ga ega bo'lamiz. Bu tenglamalar kvant sohada massa va zaryadning saqlanish qonunini ifodalaydi.

### 13.6. Shryodingerning statsionar tenglamasi

Oldingi bandda Shryodingerni vaqtga bog'liq tenglamasini bir o'lchamli fazo uchun

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = \hat{H} \psi(x, t) \quad (13.37)$$

ko'rinishda yozsak, bunda

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x, t)$$

Tashqi o'zgaruvchan maydonlar bo'lmaganda  $\hat{H}$  – gamiltonian vaqtga bog'liq bo'lmaydi va u  $\hat{H}(x)$  to'la energiya operatori bilan mos tushadi. Bu tenglamaning yechimi

$$\psi(x, t) = A \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - px)\right]$$

ko'rinishdagi to'lqin funksiyaga ega.

$x$  va  $t$  o'zgaruvchilarga ajratish usulini qo'llab yuqoridagi funksiya

$$\psi(x, t) = \psi(x)f(t) \quad (13.38)$$

shaklga keltiramiz. Bunda

$$\psi(x) = Ae^{\frac{i}{\hbar}px}$$

va

$$f(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

(13.38) ifodani

$$\psi(x, t) = \psi(x) \cdot e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \quad (13.39)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

(13.39) dan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila olsak:

$$\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} E \psi(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \quad (13.40)$$

x-koordinata bo'yicha ikkinchi tartibli hosila esa

$$\frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \quad (13.41)$$

ko'rinishdagi munosabatga olib keladi.

(13.39), (13.40) va (13.41) larni (13.37) tenglamaga qo'yamiz va natijada,

$$i\hbar \left( -\frac{i}{\hbar} E \psi(x) \right) e^{-\frac{iEt}{\hbar}} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} e^{-\frac{iEt}{\hbar}} + U \psi(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

tenglik kelib chiqadi. Bu tenglikni ikkala tomonini  $\exp\left[-\frac{iEt}{\hbar}\right]$  ko'-

paytuvchiga qisqartirib va  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  ni  $\frac{d^2}{dx^2}$  ga almashtirib

$$E \psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + U \psi(x) \quad (13.42)$$

tenglamani hosil qilamiz. Ushbu tenglamaga *Shryodingerning vaqtga bog'liq bo'lmagan yoki statsionar tenglama* deb ataladi. Bu tenglamadagi  $\psi(x)$  funksiyani ham to'lg'in funksiya deb atashadi.

(13.42) tenglamani kanonik (standart) shaklda yozamiz, ya'ni

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi(x) = 0. \quad (13.43)$$

Bu tenglamada  $U(x)$  - potensial funksiya oshkor ravishda vaqtga bog'liq emas deb hisoblanadi. (13.43) tenglamani o'lchamli fazoga ham juda oson yozish mumkin:

$$\nabla^2 \psi(r) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi(\vec{r}) = 0. \quad (13.44)$$

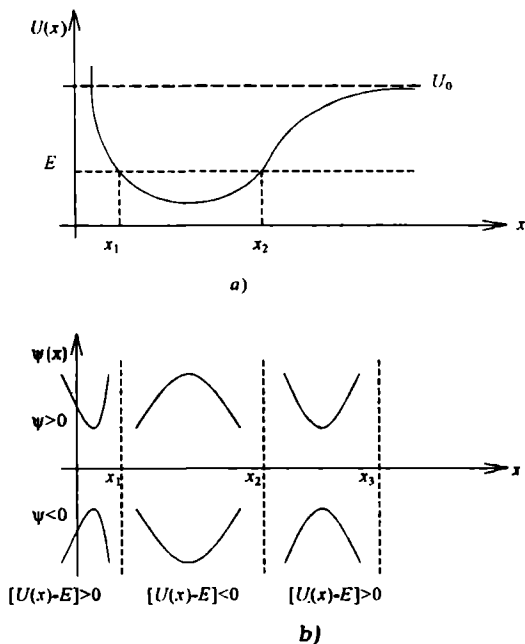
### 13.7. Shryodinger tenglamasi va yechimining asosiy xossalari. Energetik sathlarni kvantlanishi

Keyingi boblardan birida biz Shryodinger tenglamasini bir nechta fizikaviy masalaga qo'llab, hosil bo'lgan yechimlari bilan sizni mufas-

sal tanishtiramiz. Hozir esa  $U(r)$  potensial maydonning ko'rinishini aniqlashtirmasdan, Shryodinger differensial tenglamasini xususiy yechimlarining umumiy xossalari haqida to'xtalamiz.

Uzluksiz fazoviy o'zgaruvchilarning uzluksiz funksiyalari qatnashgan differensial tenglamadan qanday qilib kvant effektlari, masalan, atomda energiyaning diskret sathlari hosil bo'ladi degan savolga javob berishga harakat qilamiz. Atomning potensial «qudug'i»ga tushib qolgan elektron energiyasi, fazoning ma'lum sohasida qolishga majbur bo'lib, u faqat aniq diskret qiymatlar qabul qilishi kerak, degan faktni biz yaxshi tushunib olishimiz kerak.

Soddalik uchun elektron bir o'lchamli fazoda  $x$  o'qi bo'yicha harakat qilsin va uning potensial energiyasi  $U(x)$  13.4-rasmda tasvirlangani kabi o'zgarsin. Bu potensial statik, ya'ni vaqt o'tishi bilan o'zgarmasin. 13.4a-rasmdagi ko'rinishga ega bo'lgan potensial egrilik kvant mexanikaning juda ko'p turli masalalarida ishlatiladi. Masalan, ikki atomli molekulada atomlar orasidagi o'zaro ta'sir potensial energiyasi xuddi shunday ko'rinishga ega. Bu holda atomlar markazlari orasidagi masofa  $x$  ga teng va u  $U(x)$  funksiyaning minimumi esa molekulada atomlarning muvozanat holatini aks ettiradi.



13.4-rasm.

a)  $x$  o'qi bo'ylab harakatlanayotgan zarra uchun potensial o'ra;

b) turli sohalarda to'liq funksiyaning ko'rinishi.

Bu hol uchun (13.43) Shryodingerning statsionar tenglamasi o'rinli bo'lib, uni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

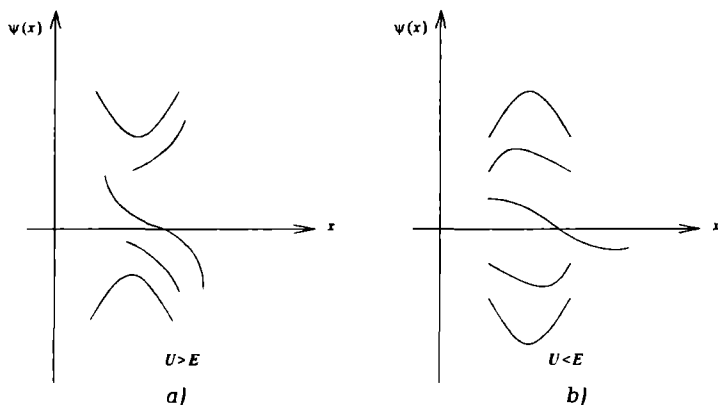
$$\frac{d^2\psi(x, t)}{dx^2} = \frac{2m}{\hbar^2} [U(x) - E]\psi(x) \quad (13.45)$$

va uning yechimini (13.39) ko'rinishda izlaymiz. Bilamizki, bu funktsiya aniq chastotaga, ya'ni aniq energiyaga javob beruvchi holatlarni ifodalaydi.

(13.45) tenglamadan ko'rinadiki,  $\psi(x)$  funksiyadan  $x$  bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosila doimo shu  $\psi(x)$  funksiyaning o'ziga proporsional va bunda  $(U(x) - E)$  ko'paytma proporsionallik koeffitsiyentini bajaradi. Matematik tahlildan yaxshi bilamizki,  $\psi(x)$  dan olingan ikkinchi tartibli hosila shu  $\psi(x)$  funktsiya og'ishishini tezligini ifodalaydi. Agar  $U$ -potensial zarra energiyasi  $E$  dan ( $U > E$ ) katta bo'lsa, u holda  $\psi(x)$  funksiyaning og'ishish (krivizna) tezligining ishorasi,  $\psi(x)$  funksiyaning ishorasi bilan bir xil bo'ladi. Bu degani  $\psi(x)$  funktsiya o'zining do'ngligi bilan  $x$  o'qiga burilgan va  $e^{\pm x}$  eksponentaning musbat yoki manfiy yo'lini ifodalaydi. 13.4a-rasmdagi chizmada  $x$  o'qining  $x$ , nuqtadan chap tomonidagi sohada  $U > E$  bo'lgani uchun  $\psi(x)$  funksiyaning bu sohadagi ko'rinishi 13.5a-rasmdagi egrilikdan birortasiga

o'xshagan bo'lishi mumkin. Mabodo,  $U < E$  bo'lsa, u holda  $\frac{d^2\psi}{dx^2}$  ning

ishorasi aksincha,  $\psi(x)$  ishorasiga teskari bo'ladi. Bu holda  $\psi(x)$  egrilik o'zining botiqligi bilan doimo  $x$  o'qi tomon qaragan bo'ladi. 13.5b-rasmda shunday egriliklar keltirilgan.



13.5-rasm.  $U > E$  va  $U < E$  shartlar uchun to'liq funksiyaning mumkin bo'lgan formalari (shakllari).

Zarra to'la energiyasining qiymati  $U$  dan kichik bo'lgan holda u potensial o'ra tomonidan "ushlanib" qoladi va  $x_1 \leq x < x_2$  sohada o'rnamshib (lokallashib) qoladi. Bu hol uchun yuqorida aytganimizdek,  $\frac{d^2\psi}{dx^2}$  ning ishorasi  $\frac{2m}{\hbar^2}[U(x) - E]$  bilan  $\psi(x)$  funksiyaning ishoralari orqali aniqlanadi. Ox o'qni uchta intervalga bo'laylik:  $x < x_1$ ,  $x_1 \leq x \leq x_2$ ,  $x \geq x_2$ . Birinchi va uchinchi intervallar uchun  $[U(x) - E] > 0$ , ikkinchi interval uchun  $[U(x) - E] < 0$ . Demak,  $\frac{d^2\psi}{dx^2}$  va  $\psi(x)$  ni birinchi va uchinchi sohalarda  $\psi$  funksiyani grafigi  $x$  o'qiga o'ng tomoni bilan qaragan ( $\psi > 0$  va  $\psi < 0$  hollar uchun) va ikkinchi sohada botiq tomoni qaragan. 13.5-rasmda to'lqin tenglamaning yechimi bo'lgan  $\psi(x)$  funksiyaning mumkin bo'lgan ko'rinishlaridan biri tasvirlangan.

$\frac{d^2\psi}{dx^2}$  ni  $\psi(x)$  bilan bog'lovchi (13.45) tenglama har qanday differensial tenglama kabi umumiy yechimga ega.  $x = x_0$  nuqtada  $\psi$  va uning birinchi hosilasi  $\frac{d\psi}{dx}$  ni xususiy qiymatini berilishi  $x$  ning barcha qiymatlari uchun  $\psi(x)$  ni xususiy yechimini beradi.

$x_0$  nuqtani, masalan, ikkinchi sohada tanlaylik va uning uchun  $\psi(x_0)$  va  $\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=x_0}$  ni qiymatlari ham berilgan bo'lsin (13.6-rasm).

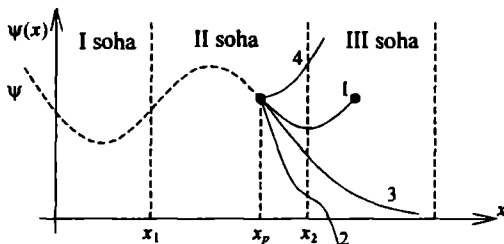
dastlabki qiymat  $\psi(x_0) > 0$  ni tanlaganimiz uchun, ikkinchi sohada uning botiqligi  $x$  ga qaragan (13.4b-rasm) egrilik misolida  $x$  o'qining ortishi yo'nalishida  $\psi(x)$  ning yo'lini tahlil qilamiz (13.6-rasm). III sohaga yetguncha egrilikning botiqligi  $x$  o'qiga tomon qaragan holda bo'ladi. Sohaning chegarasi  $x = x_2$  nuqtada  $[U(x) - E]$  kattalik ishorasini o'z-

gartiradi,  $\psi$  funksiyaning qiymati musbatligicha qoladi,  $\frac{d^2\psi}{dx^2}$  esa nolga

teng bo'ladi. Berilgan boshlang'ich shartda  $\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=x_0} < 0$  bo'lgani uchun

$\frac{d\psi}{dx}$  hosila  $x = x_2$  nuqtada eng kichik manfiy qiymatga ega bo'ladi, so'ngra u III sohada o'sa boshlaydi. Shunday qilib,  $x = x_2$  nuqtada egrilik qayrilishi ro'y beradi; III sohada egrilik manfiy og'ishishi avval

nol, so'ngra musbat bo'ladi. Og'ishning o'zgarish tezligi, ya'ni  $\frac{d^2\psi}{dx^2}$   $[U(x) - E]$  ga va  $ox$  o'qidan egrilikkacha bo'lgan masofa  $\psi(x)$  ga proporsional. Pirovardida III sohada 1-egrilik cheksiz o'sa boshlaydi.



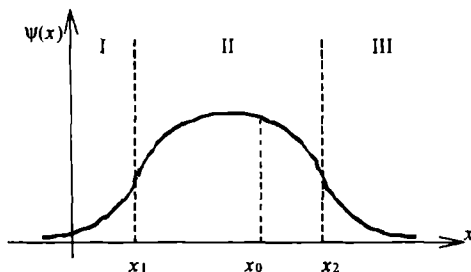
13.6-rasm.

Dastlabki shartlarni boshqacha berilishida  $\psi(x)$  xatti-harakatini ikkinchi egriklik ifodalasin. Masalan, uning uchun  $\psi(x_0)$  ni qiymatini o'zgartirmay  $\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=x_0}$  ning qiymatini sal kamroq olamiz. Bu holda 2-egriklik III sohada  $x \rightarrow +\infty$  da  $\psi$  funksiya  $-\infty$  ga intiladi. Agar  $x=x_0$  nuqtada  $\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=x_0}$  to'g'ri tanlangan bo'lsa, u holda 3-egriklikni olishimiz

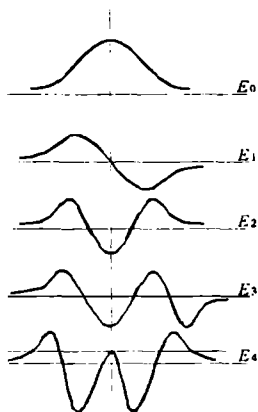
mumkin. Bu hól uchun egriklik botiqligi yuqoriga qaragan va  $ox$  o'qidan yuqorida joylashgan,  $x$  ni ortishi bilan  $\psi(x)$  asimptotik nolga intiladi. Bu hol bizni qanoatlantiradigan yechimdir.

Endi shu 3-egriklikni  $x$  ni kamayishi tomon ko'rinishini tahlil qilaylik. Bunda ham  $x \rightarrow -\infty$  da  $\psi$  funksiya esa musbat yoki manfiy qiymatga ega bo'lgan cheksizlikka ega bo'lishi lozim. Shu hollardan biri 13.6-rasmda  $\psi(x)$  uchun shtrixlar bilan ko'rsatilgan. Shunday qilib  $U(x)$  ni berilgan grafigi uchun va  $E$  ni erkli tanlaganimizda Shryodinger tenglamasi normal yechimga ega emas. Biroq  $E$  ni turlicha tanlash yo'li bilan tasodifan shunday  $E_1$  ni topish mumkinki,  $\psi(x)$ -funksiya  $x$  ning har qanday qiymatida to'g'ri yo'l tutishi mumkin. «Hulq»i to'g'ri bo'lgan  $\psi(x)$  lardan biri 13.7-rasmda tasvirlangan. Bundan potensial o'rada bog'lanib qolgan zarra uchun yagona energiya mavjud ekan degan xulosaga kelamizmi? Yo'q. Boshqalari ham,  $E_1, E_2, E_3, \dots$  kabilari ham bo'lishi mumkin. Bu xususiy qiymatlari uchun ham,  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$  xususiy to'lqin funksiyalarning «hulqi» ham yaxshi bo'lishi mumkin. Shunday qilib, quyidagi xulosaga kelamiz. Agar zarra potensial o'raga kirib qolgan bo'lsa, u holda uning energiyasi aniq bir qiymatlar olib diskret energetik spektr hosil qiladi. Ko'rib turibsizki, kvant fizikaning

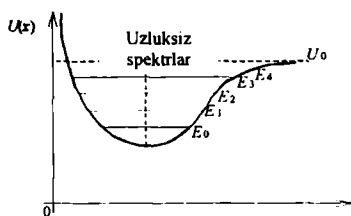
eng muhim faktini Shryodingerning differensial tenglamasi tavsiflayapti. Sizga bir narsani eslatib o'tamiz. Agar  $E > U$  bo'lsa, u holda diskret yechimlar hosil bo'lmaydi va bu holda energiya istalgan qiymatga ega bo'ladi va natijada, uzluksiz spektr hosil bo'ladi. Masalan, shunday hol erkin elektronlar potensial o'radan sochilganda yuz beradi. 13.8-rasmda 5 ta bog'langan energetik holat uchun  $\psi(x)$  funksiyaning shakllari va 13.9-rasmda esa erkli formadagi potensial energiya uchun Shryodinger bir o'lchamli tenglamasidan energiyaning kvantlanish masalasi va shuningdek, uzluksiz spektr tasvirlangan.



13.7-rasm.



13.8-rasm.



13.9-rasm.

### 13.8. Statsionar holatlar

Shryodingerning (13.45) tenglamasi vaqt o'tishi bilan mikrozarralar harakatining holatini o'zgarmasdan qolishini tavsiflovchi tenglama va u energiya o'zgarmay qolganda bajariladi. Odatda, bunday holatni *statsionar holat* deyimiz.

Statsionar holatda zarra vaqt o'tishi bilan fazoning biror nuqtasidan boshqa nuqtasiga ko'chib o'tadi va bu ko'chish qandaydir traektoriya bilan ro'y beradi, deb aytoilmaymiz. Klassik fizikada zarraning harakati deganda, uni vaqt o'tishi bilan fazodagi ko'chishini tushunamiz. Kvant mexanikada zarra harakati degan tushuncha kengroq ma'no anglatadi.

Harakat bu statsionar holatga kelish bilan bog'lanmagan, balki harakat statsionar holatning o'zgarishi bilan bog'langan. Statsionar holat tushunchasiga bunday qarash juda chuqur ma'noga ega, chunki olamda nimadir sodir bo'lar ekan, demak, nimadir o'zgaryapti. Agar hech narsa o'zgarmaganda edi, hech narsa ham sodir bo'lmagan bo'lar edi.

Agar dunyoning barcha tarkibiy qismlari statsionar holatga o'tganda edi, u holda bu o'tish Koinot hayotida juda ham buyuk voqea sodir bo'lganda bo'lar edi. Bu voqeadan so'ng uning yashashi to'xtab qolgan bo'lar edi. Shuningdek, agar Koinot biror statsionar holatdan nostatsionar holatga o'tsa, bu ham buyuk voqea. Koinotning yaratilishi – buyuk voqea. 10–15 milliard yil avval «buyuk portlash» tufayli Koinot yaratilishi – bu statsionar holatdan nostatsionar holatga o'tish mahsuli. Afsuski, bu haqda hech kim hech narsa bilmaydi, chunki «buyuk portlash» gacha Koinot qanday holatda bo'lganligi haqida hech narsa ma'lum emas.

Koinot holati umuman (yaxlit) olganda statsionar emas, biroq uning tarkibiy qismlari (masalan, atomlar) statsionar holatlarda bo'lishi mumkin. Bu holatlar abadiy bo'lganda edi, ular bilan hech nima sodir bo'lmas edi. Biz ham u haqida hech narsa bilmagan edik. Ularning borligini bilish uchun esa statsionar holatni o'zgartirish kerak. Statsionar holatning o'zgarishini bilish uchun esa, avvalambor, statsionar holatlarning o'zi haqida ma'lumotga ega bo'lishimiz kerak.

Statsionar holatlar fizik dunyoni tavsiflashda fundamental boshlang'ich momentdir. Statsionar holatlarning fundamental xossasi uning yaxlitligidir. Statsionar holatlarning fizik xossalaridan matematik talablar kelib chiqadi va bu talablar statsionar holatni tavsiflovchi to'lqin funksiyaga qo'yiladi.

Statsionar holatning bosh xossasi orqali fotonning harakati tavsiflanadi. Foton yaxlitligi va uni qismlarga bo'lib bo'lmasligi bosh xossa oldida yotadi.

Kvant mexanika masalalarini to'g'ri tushuntirish uchun statsionar holat tushunchasi haqida alohida so'z yuritish kerak. Statsionar holatning to'lqin funksiyasi:

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \quad (13.46)$$

Kvant mexanikada statsionar holat deganda, vaqtga bog'liq bo'lmagan holat emas, balki (13.46) qonun bo'yicha o'zgaradigan holat tushuniladi.

Statsionar holatning eng muhim alomati shundaki, istalgan mexanik kattalikni matematik ifodasi doimo o'zgarmas, uning operatorli oshkor ravishda vaqtga bog'liq emas. Haqiqatan ham

$$\langle L \rangle = \int \psi^*(x, y, z, t) \hat{L} \psi(x, y, z, t) dv = \int e^{\frac{iEt}{\hbar}} \psi^*(x, y, z) \cdot \hat{L} \cdot e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \psi(x, y, z) dv =$$

$$= e^{-\frac{iEt}{\hbar}} e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \int \psi^*(x, y, z) \hat{L} \psi(x, y, z) dv = \int \psi^*(x, y, z) \hat{L} \psi(x, y, z) dv$$

Statsionar holatda elektron zichligini taqsimlanishi ham vaqtga bog'liq emas:

$$|\psi(x, y, z, t)|^2 = |\psi(x, y, z)|^2$$

Bundan kelib chiqadiki, yakkaalangan molekulada uning taqsimlanishi o'zining erkligiga o'zgaradi. Masalan, benzolning



holatdan



holatga o'tishi (yoki aksincha) kvant mexanika nuqtayi nazaridan xato tushunchadir.

### SAVOLLAR

1. Atom uchun de-Broyl modeli bilan Shryodinger modelini ayting va ular orasidagi asosiy farqlarini tushuntiring.
2. Erkin harakat qilayotgan zarra uchun bir o'lchamli fazoda Shryodinger tenglamasini yozing va tushuntiring.
3. Potensial maydonda harakat qilayotgan zarra uchun bir o'lchamli fazoda Shryodinger tenglamasini yozing va tushuntiring.
4. Uch o'lchamli fazoda harakat qilayotgan zarra uchun Shryodinger tenglamasini yozing va tushuntiring.
5. Uch o'lchamli fazoda erkin harakat qilayotgan zarra uchun Shryodinger tenglamasini yozing va tushuntiring.
6. Shryodinger tenglamasi empirik tenglamami yoki biror nazariy usulda keltirib chiqarish mumkinmi?
7. Vaqtdagi ko'chirish operatori ko'rinishini yozing, uning klassik fizika asosidan keltirib chiqarish mumkinmi?
8. Kvant mexanikada gamiltonian qanday yoziladi?
9. To'la energiya va impuls uchun differensial spektrlarni yozing.
10. To'liq funksiyaga qanday talablar qo'yiladi?
11. Uzlüksiz bir qiymatli va chekli kabi matematik tushunchalarni izohlang.

12.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \psi(x, t) \rightarrow 0$  ifodani ma'nosini tushuntiring.

13. Superpozitsiya prinsipini tushuntiring.

14.  $\int |\psi(x, t)|^2 dv = 0$  ifodaning fizik ma'nosini tushuntiring.

15.  $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x, t)|^2 dv = \infty$  ifodaning fizik ma'nosini tushuntiring.

16.  $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x, t)|^2 dv = 1$  ifodaning fizik ma'nosini tushuntiring.

17. Shryodinger tenglamasining differensial ko'rinishini izohlang.  
 18. Shryodinger tenglamasining operator ko'rinishida yozing va izohlang.  
 19. To'la energiya operatori va gamilton operatorini yozing va farqini izohlang.

20.  $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$  ifoda oldidagi  $i$  soni nimani ifodalaydi? Jarayonni

davomiy yoki qaytmas ekanligini qanday tushuntirish mumkin?

21. Klassik fizikadagi tenglamalarda  $i$  sonini qatnashishini qanday izohlash mumkin?

22. Kvant mexanikada kompleks sonni ishtirok etishi nimani anglatadi?

23. Shryodinger tenglamasining yechimi bo'lgan to'liq funktsiya de-Broyl munosabatlari va to'la energiya formulasi bilan mos kelishi kerak degan tushunchani kengroq tushuntiring.

24. Shryodingerning statsionar tenglamasini yozing.

25. Shryodingerning statsionar tenglamasida to'liq funktsiya qanday ko'rinishda yoziladi?

26. Shryodinger tenglamasidan foydalanib, massani saqlanish qonunini yozing.

27. Shryodinger tenglamasidan foydalanib, elektr zaryadni saqlanish qonunini yozing.

28. Uzluksiz fazoviy o'zgaruvchilar qatnashgan differensial tenglamadan energiyani kavatlanishi qanday kelib chiqadi?

29.  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial^2 x}$  ifoda matematik nuqtayi nazardan nimani anglatadi?

30. Shryodingerning statsionar tenglamasining umumiy xossalari ko'rsating.

31. Statsionar holat deganda, nimani tushunasiz?

32. Statsionar holatga kengroq falsafiy urg'u bering.

33. Statsionar holatni tavsiflash uchun to'liq funktsiya qanday ko'rinishda olinadi va uni tushuntiring.

34. Shu bob haqida o'z tasavvuringizni bayon qilishga harakat qiling.

## MASALALAR

13.1. Ozod zarra to'liq funktsiyasini qanoatlantiruvchi tenglamani yozing va tushuntiring.

13.2. Ehtimolni saqlanishi uchun  $\hat{H}$  operatorga qanday talablar qo'yiladi?

13.3. Moslik prinsipiga tayanib,  $\hat{H}$  operatorni ta'riflang.

13.4. To'liq tenglama nimani ifodalaydi?

13.5. Ehtimol tokining umumiy tenglamasini yozing.

13.6.  $\langle H \rangle$  – o'rtacha energiya ekanligini isbotlang.

13.7. Kvant mexanikada energiyani saqlanish qonunini yozing.

13.8. Vaqtning  $t=0$  momentida erkin zarraning to'liq funksiyasi

$$a) \psi(x,0) = \sqrt{\frac{1}{\pi\hbar}} \sin\left(\frac{xp_0}{\hbar}\right); \quad b) \psi(x,0) = \sqrt{\frac{1}{\pi\hbar}} \exp\left(\frac{ixp_0}{\hbar}\right) \text{ ko'ri-}$$

nishda bo'lsa, u holda keyingi vaqt momentlari uchun to'liq funksiyani toping.

13.9. Agar potensial energiya vaqtga bog'liq bo'lmasa, Shryodingerning vaqtga bog'liq tenglamasi statsionar yechim berishini ko'rsating.

13.10. Agar potensial energiyani sanoq boshini  $\Delta U$  ga o'zgartirsak, statsionar holatni tavsiflovchi to'la to'liq funktsiya qanday o'zgaradi?

$$13.11. \text{ Shryodinger tenglamasidan foydalanib, } \frac{d}{dt} \int \psi^* \psi d\tau = 0$$

tenglikni keltirib chiqaring.

13.12. Statsionar holatlar uchun ehtimol zichligi va tok zichligi ehtimolini vaqtga bog'liq emasligini ko'rsating.

13.13. Statsionar holatlarda istalgan fizikaviy kattalikning biror qiymatga ega bo'lishi ehtimolini vaqtga bog'liq emasligini ko'rsating.

13.14. Erkin zarra uchun Shryodingerning vaqtga bog'liq tenglamasini umumiy yechimini toping.

13.15. Erkin harakat qilayotgan zarra uzluksiz energetik spektrga ega ekanligini ko'rsating.

13.16. O'zining inertsia markazi tekisligi atrofida aylanayotgan ikkita bir-biriga mustahkam bog'langan zarralardan tashkil topgan sistema yassi rotator deyiladi. Bu rotatorning energiya operatori

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2I} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (\text{bunda, } I \text{ inersiya momenti}). \text{ Agar } t=0 \text{ momentda}$$

to'liq funktsiya  $\psi(\varphi,0) = A \sin^2 \varphi$  ko'rinishga ega bo'lsa, yassi rotator holati vaqt bo'yicha qanday o'zgaradi?

Tok zichligi ehtimoli  $\vec{j}$  ni aniqlang.

13.17.  $t=0$  momentda erkin zarrani tavsiflovchi to'liq funktsiya

$$\psi(\varphi,0) = A e^{-\frac{x^2}{a^2} + ik_0 x} \quad \text{ko'rinishga ega. } A \text{ koeffitsiyentni va zarra local-}$$

lashgan sohani toping. Tok zichligi ehtimoli  $\vec{j}$  ni aniqlang.

13.18. da keltirilgan funktsiya uchun Fure koeffitsiyentlarini toping va  $k$  fazodagi to'liq-paket kengligini hisoblang. Noaniqlik munosabatini tekshiring.

13.19. Zarra erkin harakat qilayotgan bo'lsa, uning energiyasi, impuls proektsiyasi, impuls momenti hamda proektsiyasi saqlanadimi?

13.20. Zarra harakat qilayotgan paytda qaysi bir mexanik kattaliklar ( $E, p_x, p_y, p_z, L_x, L_y, L_z, L^2$ ) saqlanadi: a)  $U(z) = az$  bir jinsli potensial

maydon bo'lsin; b)  $U(r)$  markaziy simmetrik potentsial maydon bo'lsin; d)  $U(z,t) = a(t)z$  bir jinsli o'zgaruvchan maydon bo'lsin.

13.21. Massasi  $m$  va impulsi  $E$  ga teng bo'lgan erkin norelativistik zarra  $x$ -o'qi bo'yicha harakat qilyapti. Bu zarra uchun  $x$  o'qi va  $x$  o'qining teskari yo'nalishida psi-funksiya  $\psi_E(x,t)$  uchun ifodani yozing.

13.22.  $t$ -massa va  $\vec{p}$  impulsiga ega bo'lgan norelativistik erkin zarra uchun  $\psi_p(\vec{r},t)$  ifodasini yozing.  $\psi_p(\vec{r},t)$  funksiyani qanoatlantiruvchi differensial tenglamani xususiy funksiya va qiymatlar uchun yozing.

13.23. Zarraning holati  $\psi(x)$  funksiya bilan tasvirlanadi.  $p_1$  va  $p_2$  kuzatish nuqtalarida olingan  $\Delta V_1$  va  $\Delta V_2$  hajmlarda zarrani kuzatish ehtimolini taqqoslang.

13.24. Massasi  $t$  bo'lgan zarrani tavsiflovchi to'lqin tenglama chiziqli differensial tenglama bo'lishi kerak, degani nimani bildiradi?

## XIV BOB

**Mavzu: DINAMIK O'ZGARUVCHILARNING VAQT BO'YICHA O'ZGARISHI****Reja:**

- 14.1. Dinamik o'zgaruvchilarning vaqt bo'yicha differensial. Puasson qavslari.
- 14.2. Kvant mexanikada harakat tenglamalari (Gamiltonning kvant tenglamalari).
- 14.3. Erenfest teoremlari.
- 14.4. Harakat integrallari (Kvant mexanikada saqlanish qonunlari).
- 14.5. Kvant harakat tenglamalaridan klassik tenglamalarga o'tish.

**ADABIYOTLAR**

1. А.Н.Матвеев. Атомная физика. М., 1989.
2. Д.И.Блохинцев. Основы квантовой механики. М., 1961.
3. Л.Шифф. Квантовая механика. М., «ИЛ», 1957.
4. Э.Ферми. Лекции по квантовой механики. М., «Мир», 1965.

**Masalaning qo'yilishi:** Bu bobda fizikaviy kattaliklarni vaqt bo'yicha o'zgarishi haqida so'z boradi. Shryodinger tenglamasi juda kichik vaqt birligida o'zgaruvchi kattaliklarni hisoblashning oddiy qoidalarini beradi. Bu bob ancha matematiklashgan bo'lib, asosan juda qiziquvchan talabalar uchun yozilgan. Bu bobda Puassonning klassik va kvant qavslari, harakat tenglamalari, Erenfest teoremlari, harakat integrallari va kvant mexanikada saqlanish qonunlari kabi mavzular kiritilgan. Shuningdek, kvant mexanika tenglamalaridan klassik tenglamalarga o'tish yo'llari ko'rsatilgan.

Bu bob boshqa boblarga qaraganda ancha murakkab. Lekin bu bobdagi mavzularni diqqat bilan o'qish va bilish kvant fizikaning matematik apparati va uni matematik yechishga yordam beradi. Ayniqsa, klassik fizika bilan kvant fizika orasidagi bog'lanishni anglashga imkoniyat yaratadi.

**Mavzu qahramoni:** Erenfest Paul Sigsmundovich (1880–1933) fizik nazariyotchi olim. Venada tug'ilgan va 1904-yilda Vena universitetini tamomlagan. Termodinamika, statistik fizika, yadro fizikasi va kvant nazariyasi sohalarida ilmiy ishlar qilgan. Kvant fizika sohasida o'zining *Erenfest teoremlari* bilan mashhur.

## XIV bob. DINAMIK O'ZGARUVCHILARNING VAQT BO'YICHA O'ZGARISHI

### 14.1. Dinamik o'zgaruvchilarning vaqt bo'yicha differensial. Puasson qavslari

Umuman olganda, dinamik o'zgaruvchilarning o'rtacha qiymati vaqt o'tishi bilan o'zgaradi. 12-bobda ko'rdikki, kvant mexanikada fizikaviy kattalikning o'rtacha qiymati

$$\langle L \rangle = \int \psi^*(x, t) \hat{L} \psi(x, t) dx \quad (14.1)$$

ifoda bilan aniqlanadi. (14.1) ifodaning ikkala qismidan vaqt bo'yicha differensial olamiz. U holda

$$\frac{d}{dt} \langle L \rangle = \int \psi^*(x, t) \frac{\partial \hat{L}}{\partial t} \psi(x, t) dx + \int \frac{\partial \psi^*(x, t)}{\partial t} \hat{L} \psi(x, t) dx + \int \psi^*(x, t) \hat{L} \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} dx \quad (14.2)$$

ifoda o'rinli bo'ladi. (14.2) ifodadagi birinchi had  $\frac{\partial L}{\partial t}$  ning o'rtacha qiymati nolga teng.

Shryodinger tenglamasidan foydalangan holda (14.2) ifodadagi ikkinchi va uchinchi hadlarni soddalashtirib yozamiz. Shryodinger tenglamasi

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi$$

cheksiz kichik vaqt oralig'ida o'rtacha qiymatning o'zgarishini hisoblaydi. Bu tenglamani quyidagicha yozamiz:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} \hat{H} \psi, \quad \frac{\partial \psi^*}{\partial t} = -\frac{1}{i\hbar} \hat{H}^* \psi^* \quad (14.3)$$

(14.3) tenglamalarni e'tiborga olgan holda (14.2) ifodani quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\frac{d}{dt} \langle L \rangle = \left\langle \frac{\partial L}{\partial t} \right\rangle - \frac{1}{i\hbar} \int \left( \hat{H}^* \psi^* \right) \left( \hat{L} \psi \right) dx + \frac{1}{i\hbar} \int \psi^* \left( \hat{L} \hat{H} \psi \right) dx. \quad (14.4)$$

$\hat{H}$ -operatorni ermitligidan foydalanib, (14.4) ifodadagi birinchi integralni quyidagicha yozamiz:

$$\int \hat{H}^* \psi^* \left( \hat{L} \psi \right) dx = \int \psi^* \left( \hat{H} \hat{L} \psi \right) dx. \quad (14.5)$$

(14.5) ni (14.4) ga qo'ysak,

$$\frac{d}{dt} \langle L \rangle = \left\langle \frac{\partial L}{\partial t} \right\rangle + \frac{1}{i\hbar} \int \psi^* \left( \hat{L} \hat{H} - \hat{H} \hat{L} \right) \psi dx \quad (14.6)$$

ifoda hosil bo'ladi.

Quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$[\hat{H}, \hat{L}] = \frac{1}{i\hbar} (\hat{L} \hat{H} - \hat{H} \hat{L}). \quad (14.7)$$

(14.7) belgini (14.6) ga qo'ysak, u ixcham ko'rinishga keladi, ya'ni

$$\frac{d}{dt} \langle L \rangle = \frac{\partial L}{\partial t} + \left[ \hat{H}, \hat{L} \right] \quad (14.8)$$

va

$$\frac{d\hat{L}}{dt} = \frac{\partial \hat{L}}{\partial t} + [\hat{H}, \hat{L}]. \quad (14.9)$$

$[\hat{H}, \hat{L}]$  – kommutatorni *Puassonning kvant qavslari* deb atashadi.

Puassonning kvant qavslari klassik fizikadagi Puassonning qavslariga o'xshash. Klassik fizikada  $L$  dinamik o'zgaruvchidan vaqt bo'yicha olingan to'la hosila

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial t} + \sum_i \left( \frac{\partial L}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} + \frac{\partial L}{\partial p_i} \frac{dp_i}{dt} \right) \quad (14.10)$$

formula bilan beriladi. Bunda,  $x_i$  – koordinatalar,  $p_i$  – impulsar.

Gamilton tenglamalari

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial x_i} \quad (14.11)$$

dan foydalanib, (14.10) ni quyidagicha yozamiz:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial t} + \sum_i \left( \frac{\partial H}{\partial p_i} \frac{dL}{dx_i} - \frac{\partial L}{\partial p_i} \frac{dH}{dx_i} \right) = \frac{\partial L}{\partial t} + [H, L]. \quad (14.12)$$

Bunda,  $N$ -Gamilton funksiyasi.

Klassik fizikada

$$[H, L] = \sum_i \left( \frac{\partial H}{\partial p_i} \frac{dL}{dx_i} - \frac{\partial L}{\partial p_i} \frac{dH}{dx_i} \right) \quad (14.13)$$

kattalikka *Puassonning qavslari* deyiladi.

Agar  $\hat{L}$  – operator yoki  $L$  kattalik vaqtga oshkor ravishda bog'liq bo'lmasa, u holda (14.9) va (14.12) formulalar quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\frac{d\hat{L}}{dt} = [\hat{H}, \hat{L}], \quad (14.14)$$

$$\frac{dL}{dt} = [H, L]. \quad (14.15)$$

## 14.2. Kvant mexanikada harakat tenglamalari (Gamiltonning kvant tenglamalari)

Bu bandda klassik harakat tenglamalariga o'xshash kvant tenglamalarni izlaymiz. Boshqacha aytganda, kvant mexanikada vaqt o'tishi bilan koordinata va impulsni o'zgarish qonuniylari bilan qiziqamiz. Impuls va koordinatalar vaqtga oshkor ravishda bog'liq bo'lmaganligi sababli, ularni (14.14) ko'rinishdagi Puassonning kvant qavslari orqali ifodalash mumkin.

Agar  $x, y, z$  koordinatalarning o'rniga  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  operatorlarni va  $\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$  impulsning o'rniga  $\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$  operatorlarni qo'ysak, u holda  $\hat{H}$  - gamiltonianni

$$\hat{H} = \hat{H}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z, t) \quad (14.16)$$

operator ko'rinishda yozish mumkin.

Endi koordinata operatorlaridan vaqt bo'yicha olgan differensiallarni

$$\frac{d\hat{x}}{dt}, \frac{d\hat{y}}{dt}, \frac{d\hat{z}}{dt}$$

va impuls operatorlardan vaqt bo'yicha olgan differensiallarni

$$\frac{d\hat{p}_x}{dt}, \frac{d\hat{p}_y}{dt}, \frac{d\hat{p}_z}{dt}$$

kabi belgilaymiz.

(14.14) formuladagi  $\hat{L}$  ning o'rniga galma-galdan  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$  operatorlarni qo'yish orqali

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}}{dt} &= [\hat{H}, \hat{x}], & \frac{d\hat{p}_x}{dt} &= [\hat{H}, \hat{p}_x], \\ \frac{d\hat{y}}{dt} &= [\hat{H}, \hat{y}], & \text{va } \frac{d\hat{p}_y}{dt} &= [\hat{H}, \hat{p}_y], \\ \frac{d\hat{z}}{dt} &= [\hat{H}, \hat{z}], & \frac{d\hat{p}_z}{dt} &= [\hat{H}, \hat{p}_z] \end{aligned} \quad (14.17)$$

harakat tenglamalarni hosil qilamiz.

(14.17) tenglamalar klassik fizikadagi Gamiltonning tenglamalari (14.15) ga o'xshash bo'lgani uchun, ularni Gamiltonning kvant tenglamalari deyiladi.

(14.17) ifodadagi tenglamalarning o'ng qismlarida (14.7) formula bilan berilgan Puassonning qavslari turibdi.

### 14.3. Erenfest teoremlari

Kvant mexanikadagi (14.17) ifodaga kiruvchi birinchi ustundagi tenglamalar tezlik bilan impulsning bog'lanishi va ikkinchi ustunga tegishli bo'lgan tenglamalar impulsning vaqt o'tishi bilan o'zgarishini ifodalaydi. Bunga ishonch hosil qilish uchun Puassonning kvant

qavslarini ochish kerak bo'ladi. Endi Puasson qavslari  $[\hat{H}, \hat{x}]$  va  $[\hat{H}, \hat{p}_x]$  ni hisoblaylik.

Gamiltonian

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}(\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2) + \hat{U}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, t) \quad (14.18)$$

ko'rinishda bo'lib, unda operatorlar

$$\begin{aligned} \hat{x} &= x, & \hat{p}_x &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \\ \hat{y} &= y, & \hat{p}_y &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, \\ \hat{z} &= z, & \hat{p}_z &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \end{aligned} \quad (14.19)$$

shaklga ega.

Endi  $\frac{d\hat{x}}{dt}$  ni hisoblaylik:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = [\hat{H}, \hat{x}] = \frac{1}{i\hbar} [\hat{x}\hat{H} - \hat{H}\hat{x}] = \frac{1}{2m i\hbar} (\hat{x}\hat{p}_x^2 + \hat{p}_x^2\hat{x}). \quad (14.20)$$

$\hat{x}$  operator  $\hat{p}_y, \hat{p}_z$  va  $\hat{U}(x, y, z, t)$  operator bilan kommutativ,

biroq  $\hat{x}$  va  $\hat{p}_x$  operatorlar nokommutativ, ya'ni:

$$\begin{aligned} \hat{p}_x^2 \hat{x} &= \hat{p}_x (\hat{p}_x \hat{x}) = \hat{p}_x (\hat{x} \hat{p}_x - i\hbar) = (\hat{p}_x \hat{x}) \hat{p}_x - i\hbar \hat{p}_x = \\ &= (\hat{x} \hat{p}_x - i\hbar) \hat{p}_x - i\hbar \hat{p}_x = \hat{x} \hat{p}_x^2 - 2i\hbar \hat{p}_x. \end{aligned}$$

Bu ifodani (14.20) ga qo'ysak,

$$[\hat{H}, \hat{x}] = \frac{1}{m} \hat{p}_x \quad (14.21)$$

tenglama hosil bo'ladi. Xuddi shuningdek, y va z lar uchun

$$[\hat{H}, \hat{y}] = \frac{1}{m} \hat{p}_y$$

$$[\hat{H}, \hat{z}] = \frac{1}{m} \hat{p}_z$$

tengliklarni olamiz.

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = \frac{\hat{p}_x}{m}, \quad \frac{d\hat{y}}{dt} = \frac{\hat{p}_y}{m}, \quad \frac{d\hat{z}}{dt} = \frac{\hat{p}_z}{m}. \quad (14.22)$$

Demak, tezlik operatori (koordinata operatoridan vaqt bo'yicha olingan hosila) impuls operatorini zarra massasi bo'linmasiga teng degan xulosaga kelimiz. (14.22) tenglik shuni ko'rsatadiki, kvant mexanikada tezlik operatori bilan impuls operatori orasidagi o'zaro bog'lanish klassik mexanikadagi tezlik orasidagi bog'lanishga o'xshaydi.

Endi  $\frac{d\hat{p}_x}{dt}$  ni hisoblaylik:

$\hat{p}_x$  - operator kinetik energiya operatori bilan kommutativ. Shuning uchun

$$[\hat{H}, \hat{p}_x] = \frac{1}{i\hbar} [\hat{p}_x \hat{U} - \hat{U} \hat{p}_x] = -\frac{\partial \hat{U}}{\partial x}$$

yoki

$$\frac{d\hat{p}_x}{dt} = -\frac{\partial \hat{U}}{\partial x}. \quad (14.23)$$

Shuningdek,

$$\frac{d\hat{p}_y}{dt} = -\frac{\partial \hat{U}}{\partial y}, \quad \frac{d\hat{p}_z}{dt} = -\frac{\partial \hat{U}}{\partial z}$$

tengliklarni olamiz.

(14.23) formuladagi  $-\frac{\partial \hat{U}}{\partial x}$  operator, bu kuch operatorining x o'qiga proektsiyasiga teng, ya'ni

$$-\frac{\partial \hat{U}}{\partial x} = \hat{F}_x \quad (14.24)$$

Shuningdek,

$$-\frac{\partial \hat{U}}{\partial y} = \hat{F}_y, \quad -\frac{\partial \hat{U}}{\partial z} = \hat{F}_z$$

ifodalarni olamiz.

(14.24) tenglikni inobatga olib, (14.23) ni quyidagicha yozamiz:

$$\frac{d \hat{p}_x}{dy} = \hat{F}_x, \quad \frac{d \hat{p}_y}{dy} = \hat{F}_y, \quad \frac{d \hat{p}_z}{dy} = \hat{F}_z. \quad (14.25)$$

Demak, impuls operatoridan vaqt bo'yicha olingan hosila kuch operatoriga teng.

(14.25) ifodadagi tenglamalar operator ko'rinishda yozilgan Nyuton tenglamalaridir.

(14.8) formulani, (14.22) va (14.23) hisobga olib, quyidagi formulalarni olamiz:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{x} \rangle = \frac{1}{m} \langle \hat{p}_x \rangle, \quad (14.26)$$

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{p}_x \rangle = - \left\langle \frac{\partial U}{\partial x} \right\rangle = \langle \hat{F}_x \rangle \quad (14.27)$$

yoki

$$\frac{d}{dt} \int \psi^* \hat{x} \psi dx = \frac{1}{m} \int \psi^* \hat{p}_x \psi dx \quad (14.28)$$

$$\frac{d}{dt} \int \psi^* \hat{p}_x \psi dx = - \int \psi^* \frac{\partial U}{\partial x} \psi dx \quad (14.29)$$

ifodalarga ega bo'lamiz.

Shunday qilib, o'rtacha koordinatadan vaqt bo'yicha olingan hosila o'rtacha impulsini zarra massasiga bo'linganiga teng. Shuningdek, o'rtacha impulsdan vaqt bo'yicha olingan hosila o'rtacha kuchga teng.

Kvant mexanikada zarraning koordinatalari va impulsining o'rtacha qiymatlari, shuningdek, ularga ta'sir qiluvchi kuchlar klassik mexanikadagi xuddi shunday tenglamalarga o'xshagan. Zarralar harakat qilganida bu kattaliklarning o'rtacha qiymati, klassik mexanikadagi ana shunday kattaliklarning o'zgarishiga o'xshagan bo'ladi.

Bu tasdiqlar kvant mexanikada (14.27) va (14.28) tengliklar ko'rinishida yozilgan bo'lib, ularni *Erenfest teoremlari* deyiladi.

Agar (14.28) tenglamani ikkala qismidan vaqt bo'yicha hosila olsak va  $\langle \hat{p}_x \rangle$  dan vaqt bo'yicha olingan hosilani (14.29) tenglama yordamida istisno etsak, u holda Nyutonning harakat tenglamasiga o'xshagan kvant tenglamani hosil qilamiz.

$$m \frac{d^2}{dt^2} \langle \hat{x} \rangle = - \left\langle \frac{\partial U}{\partial x} \right\rangle = \langle \hat{F}_x \rangle, \quad m \frac{d^2}{dt^2} \langle \hat{y} \rangle = - \left\langle \frac{\partial U}{\partial y} \right\rangle = \langle \hat{F}_y \rangle, \quad (14.30)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} \langle \hat{z} \rangle = - \left\langle \frac{\partial U}{\partial z} \right\rangle = \langle \hat{F}_z \rangle.$$

(14.30) formulalar shuni ko'rsatadiki, kvant mexanikada zarra-ning o'rtacha koordinatasi bilan o'rtacha kuch orasidagi munosabat klassik mexanikadagi koordinata bilan kuch orasidagi munosabatga o'xshagan bo'ladi.

#### 14.4. Harakat integrallari (Kvant mexanikada saqlanish qonunlari)

Kvant mexanikada saqlanish qonunlari masalasini ko'rib chiqamiz. Klassik mexanikada harakat integrali degan atama ishlatiladi. Boshlang'ich shartga asosan fizikaviy kattalik va vaqt o'tishi bilan o'z qiymatini o'zgartirmay saqlab qolsa, u holda ushbu kattalikni shu nom bilan atashadi. Kvant mexanikada ham ana shunday kattaliklar borki, ularning o'rtacha qiymati vaqt o'tishi bilan o'zgarmaydi. Bundan chiqadiki, kvant mexanikada ham klassik fizikadagi o'xshash harakat integrali mavjud.

Kvant mexanikada  $L$ -kattalik harakat integrali bo'lishi uchun ikkita shartni qanoatlantirishi kerak:

a) vaqtga oshkor bog'liq bo'lmasligi;

b) gamiltonian bilan kommutativ, ya'ni  $[\hat{H}, \hat{L}] = 0$  bo'lishi zarur.

Shunday qilib, kvant mexanikada  $L$ -kattalik harakat integrali bo'lishi uchun

$$\frac{d\hat{L}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \hat{L} + [\hat{H}, \hat{L}] = 0 \quad (14.31)$$

munosabat bajarilishi kerak. Agar  $L$ -kattalik  $t$  ga oshkor ravishda bog'liq bo'lmasa,

$$\frac{d\hat{L}}{dt} = [\hat{H}, \hat{L}] = 0 \quad (14.32)$$

o'rinlidir.  $L$  harakat integrali bo'lishi uchun Puasson qavsi nolga

teng bo'lishi kerak.  $\hat{L}$  - operator Gamilton operatori bilan kommutativ bo'lgan taqdirda  $L$  - kattalik vaqtga oshkor ravishda bog'liq bo'lmaydi va harakat integrali bo'lib qoladi.

(14.31) va (14.32) formulalardan

$$\frac{d}{dt} \hat{L} = 0 \quad (14.33)$$

kelib chiqadi.  $t$  - vaqt momentida biror-bir harakat integralining qiymatini, masalan,  $L_n$  ni ehtimoli  $P(L_n, t)$  ni topaylik.

$\hat{L}$  va  $\hat{H}$  - operatorlar o'zro kommutativ bo'lganligi uchun ular umumiy bo'lgan  $\Psi_n$  - xususiy funksiyaga ega, ya'ni

$$\hat{L}\psi_n = L_n\psi_n, \quad (14.34)$$

$$\hat{H}\psi_n = E_n\psi_n. \quad (14.35)$$

Erkli holatni ifodalovchi  $\psi(x, t)$  funksiyani  $\psi_n$  - xususiy funksiyalar bo'yicha qatorga yoyamiz:

$$\psi(x, t) = \sum_n c_n \psi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t} \quad (14.36)$$

yoki

$$\psi(x, t) = \sum_n c_n \psi_n(x). \quad (14.37)$$

Bunda

$$c_n(t) = c_n e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t} = c_n(0) e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t} \quad (14.38)$$

(14.34) yoyilma  $\hat{L}$  operatorni  $\psi(x, t)$  ning xususiy funksiyalari bo'yicha yoyilmasidir.

Shuning uchun,

$$P(L_n, t) = |c_n(t)|^2 = |c_n(0)|^2 = \text{const}. \quad (14.39)$$

Harakat integralining ko'rinishi, zarra harakat qilayotgan kuch maydonining turiga bog'liq. Agar potensial maydon  $U(x, y, z, t) = 0$  bo'lsa, u holda zarra erkin harakatda bo'ladi va bu holda gamiltonian faqat kinetik energiya operatoriga bog'liq:

$$\hat{H} = \hat{K} = \frac{1}{2m} \left( \hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2 \right). \quad (14.40)$$

Bu holda klassik mexanikadagi kabi kvant mexanikada harakat integrali sifatida impuls rol o'ynaydi. Impulsning saqlanishi

$$\left[ \hat{H}, \hat{p}_x \right] = \left[ \hat{H}, \hat{p}_y \right] = \left[ \hat{H}, \hat{p}_z \right] = 0. \quad (14.41)$$

Puasson qavslarini nolga teng bo'lishi bilan ifodalanadi. (14.42) tenglikdan

$$\frac{d\hat{p}_x}{dt} = 0, \quad \frac{d\hat{p}_y}{dt} = 0, \quad \frac{d\hat{p}_z}{dt} = 0. \quad (14.43)$$

munosabatlarni hosil qilamiz. Impuls operatorini vaqt bo'yicha hosila nolga teng, ya'ni vaqt o'tishi bilan impuls operatori saqlanadi. Markaziy kuchlar maydonida yuzalar qonuni o'rinli bo'ladi va bunda

harakat integrali vazifasini harakat miqdori momentining operatori  $\hat{L}$  bo'lmaydi. Potensial energiya ( $U=U(r)$ ) faqat  $\vec{r}$  radius-vektorga

bog'liq bo'lgani uchun gamiltonianni quyidagicha yozish mumkin:

$$\hat{H} = \hat{K} + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2} + U(r). \quad (14.44)$$

(14.43) tenglamada harakat miqdori momenti operatorining kvadrati  $\hat{L}^2$  va uning proeksiyalari  $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$  - radius-vektor  $\vec{r}$  ga bog'liq emas, balki faqat  $\theta$  (qutbiy) va  $\varphi$  (azimutal) burchaklarga bog'liq. Shu bilan birga  $\hat{L}^2$  - operator  $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$  operatorlar bilan kommutativ.

Shuning uchun ham to'rttala operator ham  $\hat{H}$  - operator bilan kommutativ bo'ladi, ya'ni

$$\begin{aligned} [\hat{H}, \hat{L}^2] &= 0, & [\hat{H}, \hat{L}_y] &= 0, \\ [\hat{H}, \hat{L}_x] &= 0, & [\hat{H}, \hat{L}_z] &= 0. \end{aligned} \quad (14.45)$$

Bulardan

$$\frac{d\hat{L}^2}{dt} = 0, \quad \frac{d\hat{L}_x}{dt} = 0, \quad \frac{d\hat{L}_y}{dt} = 0, \quad \frac{d\hat{L}_z}{dt} = 0 \quad (14.46)$$

ekanligi kelib chiqadi. (14.45) ifodadagi tenglamalardan ko'rib turib-sizki, markaziy kuchlar maydonida impuls momenti harakat integralidir. Harakat miqdori momenti vaqt o'tishi bilan saqlanadi.

Xuddi shuningdek,

$$\langle L(t) \rangle = \int \psi^* \hat{L} \psi dx$$

kvant mexanikaning asosiy formulasidagi  $\hat{L} = \hat{H}$  deb

$$\frac{d\hat{H}}{dt} = \frac{\partial \hat{H}}{\partial t} + [\hat{K}, \hat{H}] = \frac{\partial \hat{H}}{\partial t} \quad (14.47)$$

formulani yozamiz. Agar gamiltonian vaqtga bog'liq bo'lmasa,

$$\frac{d}{dt} \hat{H} = 0. \quad (14.48)$$

Kuch maydonida to'la energiya harakat integrali bo'ladi. Bu holda gamiltonian to'la energiya operatori bilan mos tushadi. Shunday qilib, (14.47) tenglama kvant mexanikada energiyani saqlanish qonunini ifodalaydi.

### 14.5. Kvant harakat tenglamalaridan klassik tenglamalarga o'tish

Klassik fizikaning harakat tenglamasi

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x \quad (14.49)$$

ni kvant mexanikaning harakat tenglamasi

$$m \frac{d^2}{dx^2} \langle x \rangle = - \left\langle \frac{\partial U}{\partial x} \right\rangle = \langle F_x \rangle \quad (14.50)$$

bilan taqqoslaylik.

(14.48) va (14.49) tenglamalarni taqqoslashdan ko'ramizki, klassik mexanikadagi  $x$  - koordinatasi o'rniga kvant nazariyada  $\langle x \rangle$  - o'rta koordinata rol o'ynaydi.

Agar (14.49) ni o'rniga

$$\left\langle \frac{d^2 x}{dx^2} \right\rangle = F(\langle x \rangle) \quad (14.51)$$

tenglik o'rinli bo'lganda, kvant tenglama klassik tenglama bilan mos tushadi. Boshqacha aytganda, klassik munosabatdagi kuch va koordinatalardagi  $x$  ni o'rniga  $\langle x \rangle$  ni qo'ysak, hammasi joyida bo'lardi. Biroq Erenfest tenglamalariga binoan kvant mexanikada o'rtacha qiymat sifatida kuchning o'zi, ya'ni  $\langle F(x) \rangle$  rol o'ynaydi. Shuning uchun kvant harakat tenglamalaridan klassik harakat tenglamalariga o'tish uchun avval  $\langle F(x) \rangle$  bilan  $F(\langle x \rangle)$  orasidagi bog'lanishni topish kerak bo'ladi.

Buning uchun kuch operatori  $\hat{F}(x)$  ni

$$\hat{F}(x) = \hat{F}(\langle x \rangle + \Delta x) \quad (14.52)$$

ko'rinishda yozib olamiz, bunda  $\Delta x = x - \langle x \rangle$ .

So'ng  $\hat{F}(x)$  ni  $x = \langle x \rangle$  nuqta atrofida Teylor qatoriga yoyamiz:

$$F(x) = F(\langle x \rangle) + (\Delta x) F'(\langle x \rangle) + \frac{(\Delta x)^2}{2} F''(\langle x \rangle) +$$

Kvant mexanikaning asosiy tenglamasi

$$\langle L \rangle = \int \psi^*(x) \hat{L} \psi(x) dx$$

ga binoan va  $\langle \Delta x \rangle = \langle (x - \langle x \rangle) \rangle = 0$  ni e'tiborga olib,

$$\langle F(x) \rangle = F(\langle x \rangle) + \frac{\langle (\Delta x)^2 \rangle}{2} F''(\langle x \rangle) +$$

o'rtacha qiymatni yozamiz. U holda (14.49) ko'rinishdagi kvant teng-

lama

$$m \left\langle \frac{d^2 x}{dt^2} \right\rangle = F(\langle x \rangle) + \frac{\langle (\Delta x)^2 \rangle}{2} F''(\langle x \rangle) \quad (14.53)$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Bu formuladagi  $\frac{\langle (\Delta x)^2 \rangle}{2} F''(\langle x \rangle)$  had Nyutonning klassik tenglamasiga tuzatish deyiladi.

Kvant harakat tenglamasidan klassik harakat tenglamasiga o'tish kriteriyasi sifatida

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle \ll 2 \left| \frac{F(\langle x \rangle)}{F''(\langle x \rangle)} \right| \quad (14.54)$$

tengsizlik olinadi.

Bu bajarilishi bilan klassik qonunlarni hammasi ham mikrozarra-larni harakatini tavsiflashga o'rinli degan natija kelib chiqadi.

Haqiqatan ham, kvant mexanikada kinetik energiyaning o'rtacha qiymati

$$\langle K(p_x) \rangle = \frac{\langle p_x^2 \rangle}{2m}. \quad (14.55)$$

Klassik fizikada shunga o'xshash ifoda

$$K(\langle p_x \rangle) = \frac{\langle p_x \rangle^2}{2m}. \quad (14.56)$$

Endi  $\langle K(p_x) \rangle$  ni klassik  $K(\langle p_x \rangle)$  orqali yozaylik. Buning uchun

$$K(p_x) = K(\langle p_x \rangle + \Delta p_x) = \frac{(\langle p_x \rangle + \Delta p_x)^2}{2m} \quad (14.57)$$

munosabatdan foydalanamiz. Bunda  $\Delta p_x = p_x - \langle p_x \rangle$ . Keyingi qavsni cheksiz va o'rtacha qiymati

$$\langle \Delta p_x \rangle = \langle p_x - \langle p_x \rangle \rangle = 0$$

ekanligini inobatga olib,

$$\langle K(p_x) \rangle = K(\langle p_x \rangle) + \frac{1}{2m} \langle (\Delta p_x)^2 \rangle \quad (14.58)$$

natijaga ega bo'lamiz. (14.57) dan foydalanib, kinetik energiya uchun kvant ifodadan klassik ifodaga o'tamiz:

$$\langle (\Delta p_x)^2 \rangle \ll \langle p_x \rangle^2 = 2mK(\langle p_x \rangle). \quad (14.59)$$

(14.58) tenglamani (14.48) tenglamaga ko'paytirsak, mikroolam uchun umumiy bo'lgan klassik yaqinlashishni hosil qilamiz:

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle \langle (\Delta p_x)^2 \rangle \ll 4mK(\langle p_x \rangle) \left| \frac{F(\langle x \rangle)}{F''(\langle x \rangle)} \right| \quad (14.60)$$

va noaniqlik munosabatini e'tiborga olsak,

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle \cdot \langle (\Delta p_x)^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4}. \quad (14.61)$$

Natijada

$$mK \langle (p_x) \rangle \left| \frac{F(\langle x \rangle)}{F'(\langle x \rangle)} \right| \geq \frac{\hbar^2}{16} \quad (14.62)$$

oxirgi shartni hosil qilamiz. Buni vodorod atomiga tatbiq etaylik:

$$V = -\frac{e^2}{r}, K = -\frac{1}{2}V = -\frac{e^2}{2r}, F = -\frac{e^2}{r^2}$$

Bu ifodani (14.61) ga qo'yamiz. Natijada,

$$r \gg \frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{me^2} \quad (14.63)$$

tengsizlik hosil bo'ladi. (14.62) dagi  $\frac{\hbar^2}{me^2} = r_1$  Bor radiusi. Bilamizki,

$r = n_2 r_1$ . Bundan  $n \gg \sqrt{\frac{3}{4}}$  tengsizlik kelib chiqadi. Shunday qilib, katta kvant sonlari sxemasida kvant nazariya klassik nazariya bilan mos tushadi.

## SAVOLLAR

1. Klassik fizikada o'rtacha qiymat topish formulasi qanday yoziladi?
2. Kvant mexanikada o'rtacha qiymatni vaqt bo'yicha o'zgarishi formulasini yozing?
3. Puasson qavslarini yozing va tushuntiring.
4. Kvant Puasson qavslari klassik kvant qavslardan farqi nimada?
5. Kvant operatorlarni vaqt bo'yicha o'zgarishini Puasson qavslari yordamida ifodalang.
6. Gamiltonian ko'rinishini yozing.
7. Klassik fizikada Gamilton tenglamasini Puasson qavsi orqali yozing.
8. Kvant fizikada Gamiltonning kvant tenglamalarini Puasson kvant qavslari orqali yozing.
9. Gamiltonning kvant qavslarini yozing va tushuntiring.
10. Tezlik operatori impuls operatori orqali qanday ifodalanadi.
11. Impuls operatorining vaqt bo'yicha o'zgarishi nimaga teng?
12. Erenfest teoremlarini yozing.
13. Erenfest teoremlari ma'nosini tushuntiring.
14. Harakat integrali deganda, nimani tushunasiz?
15. Klassik fizikada va kvant mexanikada harakat integrali operatori nimani anglatadi?
16. Kvant mexanikada saqlanish qonunlari o'rinli bo'lishi uchun harakat integrali vazifasini qanday kattaliklar bajaradi?

17.  $\left[ \hat{H}, \hat{L} \right] = 0$  ifodaning ma'nosini tushuntiring.

18.  $\frac{d\hat{L}}{dt} = 0$  bo'lishi uchun  $\left[ \hat{H}, \hat{L} \right]$  qavs nimaga teng bo'lishi kerak?

19.  $\left[ \hat{H}, \hat{p}_x \right] = 0$  ifodaning ma'nosini tushuntiring.

20.  $\left[ \hat{H}, \hat{L}^2 \right] = 0$  ifodaning ma'nosini tushuntiring.

21.  $\left[ \hat{H}, \hat{L}_x \right] = 0$  ifodaning ma'nosini tushuntiring.

22.  $\frac{d\hat{H}}{dt} = 0$  ifodaning ma'nosini tushuntiring.

23. Kvant mexanikada to'la energiya qachon harakat integrali bo'ladi?

24. Kvant mexanikada impuls qachon harakat integrali bo'ladi?

25. Klassik fizikadagi harakat tenglamasining kvant fizikadagi harakat tenglamasi bilan taqqoslang va farqlarini tushuntiring.

26. Mikroolam uchun umuman o'rinli bo'lgan klassik yaqinlashish tengsizligini yozing.

## MASALALAR

14.1. Erenfest teoremasiga binoan mexanik kattaliklarning o'rtacha qiymati klassik mexanikaning qonunlariga bo'ysunadi.  $U(x)$  potensial maydonda harakat qilayotgan zarra uchun  $\left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle = \frac{\langle p_x \rangle}{m}$  va

$\left\langle \frac{dp_x}{dt} \right\rangle = -\left\langle \frac{\partial U}{\partial x} \right\rangle$  ekanligini isbot qiling.

14.2.  $U(x)$  potensial maydonda harakat qilayotgan zarra uchun quyidagi operator tengliklar o'rinli ekanligini isbot qiling:

$$\frac{d}{dt}(x^2) = \frac{1}{m}(x \hat{p}_x + \hat{p}_x x)$$

$$\frac{d}{dt}(x \hat{p}_x) = \frac{\hat{p}_x^2}{m} - x \frac{\partial U}{\partial x}$$

$$\frac{d}{dt}(\hat{p}_x^2) = -\left( \hat{p}_x \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} \hat{p}_x \right)$$

14.3.  $\hat{L}_x$  operatoridan vaqt bo'yicha olingan hosila tashqi kuch momenti proeksiyasining operatoriga teng ekanligini ko'rsating, ya'ni

$$\frac{d}{dt} \hat{L}_x = \hat{M}_x = - \left( y \frac{\partial U}{\partial z} - z \frac{\partial U}{\partial y} \right).$$

14.4. Zarraning holati  $\hat{L}$  operatori xususiy funksiyasi bilan tavsiflandi va vaqtga oshkor ravishda bog'liq emas. Agar  $\hat{L}$  - operator  $\hat{H}$  - operator bilan kommutativ bo'lsa, u holda shu operatorning xususiy qiymati vaqt o'tishi bilan saqlanishini ko'rsating.

14.5. Zarra harakat qilayotganda mexanik kattaliklardan qaysi biri ( $E$ -energiya, impuls proeksiyasi, impuls momenti kvadrati) saqlanadi:

a) maydon bo'lmaganda; b)  $U(z) = az$ , ( $a$ -doimiy son) - bir jinsli potensial maydonda; d)  $U(r)$  - markaziy simmetrik potensial maydonda. e)  $U(z, t) = a(t)z$  bir jinsli o'zgaruvchan potensial maydonlari uchun ko'raylik.

14.6. Zarra biror  $\psi(x, t)$  holatda bo'lsin va bu funksiya  $\hat{L}$  - operatorning xususiy funksiyasi bo'lmasin.  $\hat{L}$  - operator vaqtga oshkor ravishda bog'liq bo'lmasa va u  $\hat{H}$  - operator bilan kommutativ bo'lsa, u holda: a)  $L$  ning o'rtacha qiymati saqlanishini; b)  $L$  kattalikning muayyan qiymatlari ehtimolini vaqtga bog'liq emasligini ko'rsating.

14.7.  $\frac{d\hat{r}}{dt}$  va  $\frac{d\hat{p}}{dt}$  operatorlarni tuzing.

14.8.  $\hat{L}^2$  - harakat miqdori momenti kvadrati operatori va uni  $\hat{L}_z$  proeksiyasi qanday hollarda harakat integrallari bo'la oladi?

14.9.  $t = 0$  vaqt momentida erkin zarra to'lqin funksiyasi

a)  $\psi(x, 0) = \sqrt{\frac{2}{\pi\hbar}} \sin\left(\frac{x p_0}{\hbar}\right)$  va b)  $\psi(x, 0) = \sqrt{\frac{2}{\pi\hbar}} \exp\left(i \frac{x p_0}{\hbar}\right)$  ko'rinishga

ega bo'lsa, keyingi vaqt momentlari uchun to'lqin funksiya ko'rinishlarini yozing.

14.10.  $\frac{d\hat{p}}{dt} = \hat{F}$  ekanligini isbotlang.

14.11.  $[\hat{H}, x] = -\frac{i\hbar}{m} \hat{p}_x$ ,  $[\hat{H}, \hat{p}_x] = i\hbar \frac{\partial U}{\partial x}$  va  $[\hat{H}, \hat{p}_x^2] = 2i\hbar \frac{\partial U}{\partial x} \hat{p}_x + \hbar \frac{\partial U}{\partial x}$

tenglamalarni kommutativ qoidalar asosida tekshiring.

## XV BOB

Mavzu: **BIR O'LCHOVLI FAZODA-SHRYODINGER  
TENGLAMASINI YECHISH****Reja:****15.1. Potensial o'ra.**

- 1) Cheksiz chuqurlikka ega bo'lgan bir o'lchovli potensial o'ra.
- 2) Cheksiz chuqurlikka ega bo'lgan ikki o'lchovli potensial o'ra.
- 3) Chekli chuqurlikka ega bo'lgan bir o'lchovli potensial o'ra.

**15.2. Chiziqli garmonik ossillator.**

- 1) Klassik mexanikada garmonik ossillator masalasi.
- 2) Kvant mexanikada garmonik ossillator masalasi.
- 3) Garmonik ossillatorning to'liq funksiyasi va ehtimol zichligi.

**15.3. Tunnel effekt (potensial to'siq).****ADABIYOTLAR**

1. Энрико Ферми. Квантовая механика (конспект лекций). М., 1965.
6. А.А.Соколов, Ю.М.Лоскутов, М.Ю.Тернов. Квантовая механика (конспект лекций). М., 1962.
7. Д.И.Блохинцев. Основы квантовой механики. М., 1961.
8. Л.Шифф. Квантовая механика. М., «ИЛ», 1957.
9. Л.Ландау, Е.Лифшиц. Квантовая механика. М., 1974.

**Masalaning qo'yilishi:** Bu bobni kiritishdan maqsad potensial o'ra, potensial to'siq va garmonik ossillator masalalarini yechish orqali Shryodinger tenglamasini yechish yo'llarini ko'rsatish va xususiy qiymat, xususiy funksiyalar tushunchalarini talaba ongiga singdirish hamda Shryodinger tenglamasini yechishda matematik apparatning nozik tomonlarini ko'rsatish, chegaraviy shartlarni qo'ya bilish, kompleks qo'shma funksiyalar va normallash shartlari bilan tanishtirishdir. Funksiya koeffitsiyentlarini chegaraviy shartlar asosida topa bilish, umumiy yechimni topish, energetik sathlarni hisoblash, ehtimol zichligi haqida tasavvur hosil qilish, grafiklar orqali to'liq funksiya ehtimol zichligi va energetik sathlarni tasvirlashni bilish bu bobning asosiy masalasidir. Bu bobning fizikaviy maqsadi Shryodinger tenglamasini, xususiy qiymatlar va xususiy funksiyalarning ma'nosini chuqur anglash, Borning moslik prinsipi asosida kvant tasavvurdan klassik tasavvurga o'tish mohiyatiga yetishdir. Falsafiy maqsad bu masalani va uning matematik yechimlari, fizik izohlari zahirida umumlashgan xulosalar chiqarishga talabalarni o'rgatishdir.

## XV bob. BIR O'LCHOVLI FAZODA-SHRYODINGER TENGLAMASINI YECHISHI

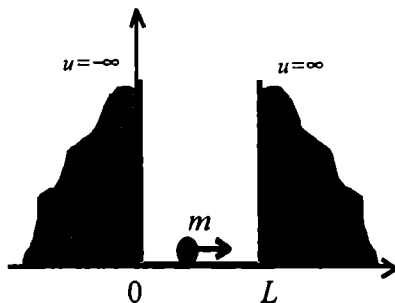
### 15.1. Potensial o'ra

#### 1) Cheksiz chuqurlikka ega bo'lgan bir o'lchovli potensial o'ra

Shryodinger tenglamasini bir necha oddiy masalalarni yechishga qo'llaymiz. Bu xil oddiy masalalarni yechishdan maqsad Shryodinger tenglamasining matematik apparatini egallashdir.

Cheksiz potensial chuqurlikka ega bo'lgan potensial o'rada yotgan mikrozarra uchun Shryodingerning bir o'lchovli statsionar tenglamasini tatbiq etaylik. Bu masalani yechishdan asosiy maqsad xususiy funksiyalar va xususiy qiymatlarni topishdir.

15.1-rasmda ikki tomoni cheksiz baland potensial devor bilan o'ralgan va  $X$  o'qida  $(0, L)$  soha bilan chegaralangan potensial o'ra tasvirlangan.



15.1-rasm. Cheksiz potensial o'rada zarra.

Zarraning potensial energiyasi  $x$  o'qining  $0 \leq x \leq L$  oralig'ida nolga,  $x < 0$  va  $x > L$  sohalarida cheksiz katta qiymatga ega.

Matematika nuqtayi nazaridan qaraganda, bir o'lchovli harakat uchun bu masalada potensial energiya quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantirishi kerak:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & \text{agar } -\infty < x \leq 0 \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } 0 < x < L \text{ bo'lsa,} \\ \infty, & \text{agar } L \leq x < \infty \text{ bo'lsa.} \end{cases} \quad (15.1)$$

Potensialning bunday chegaralanishi o'z navbatida, to'liq funktsiyani ham quyidagi shartlarni bajarishga majbur qiladi

$$\psi(x) = 0, \text{ agar } \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq L \end{cases} \text{ bo'lsa}$$

va

$$\int_0^L \psi'(x)\psi(x)dx = 1, \quad 0 < x < L. \quad (15.2)$$

Zarra har bir vaqt momentida o'raning qayerda bo'lishini aniq bilmaymiz, shuning uchun Shryodingerning vaqtga bog'liq bo'lgan tenglamasini bu masalaga qo'llab bo'lmaydi, demak, Shryodingerning statsionar tenglamasini ishlatamiz.

(15.1) shartdagi  $U(x) = 0$  ni e'tiborga olgan holda,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) = E\psi(x) \quad \text{ni} \quad (15.3)$$

yozamiz va

$$\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (15.4)$$

belgilash kiritib (15.3) ni quyidagicha yozamiz:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \alpha^2\psi = 0. \quad (15.5)$$

(15.5) tenglama mikrozarra o'ra ichidagi holatini ifodalaydi va bu tenglamaning yechimi umumiy holda

$$\psi(x) = Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x} \quad (15.6)$$

ko'rinishga ega. Bu yechim o'ra ichida  $x$  o'qi bo'ylab bir-biriga qarama-qarshi yo'nalishda harakatlanayotgan to'liqlarning superpozitsiyasini tasvirlaydi. O'raning devorlari mutlaq qattiq deb hisoblanganligi sababli o'ra ichida turg'un to'liqlar hosil bo'ladi.

Zarraning to'la energiyasi  $E \leq U$  dan kichik bo'lganligi sababli u potensial o'radan tashqariga chiqib keta olmaydi. Shuning uchun potensial o'ra chekkasiga yetgan zarra potensial o'ra devoridan qaytadi, so'ngra, teskari yo'nalishda harakatlanadi, o'raning ikkinchi devoriga urilib yana orqaga qaytadi va h.k. Natijada, qarama-qarshi to'liqlarning qo'shiluvi tufayli (15.6) ko'rinishdagi turg'un to'liqin hosil bo'ladi.

Matematika nuqtayi nazaridan (15.6) funktsiyani (15.5) Shryodinger tenglamasini haqiqatan yechimi ekanligini tekshirish foydalidir.

(15.6) tenglamadagi  $A$  va  $V$  doimiyliklarni aniqlash uchun (15.2) chegaraviy shartdan foydalanamiz.  $x=0$  hol uchun  $\psi(x)=0$  va (15.6) tenglama,

$$0 = A + B$$

ko'rinishga keladi, bundan  $A=-V$ .

Demak,

$$\psi(x) = A(e^{i\alpha x} - e^{-i\alpha x}) \quad (15.7)$$

Eyler formulasi yordamida bu funktsiyani

$$\psi(x) = 2iA \sin \alpha x \quad (15.8)$$

ko'rinishga keltiramiz.

Endi ikkinchi chegaraviy shartni qo'llaymiz, yangi  $x = L$  hol uchun  $\psi(x) = 0$  va

$$0 = 2iA \sin \alpha L \quad (15.9)$$

shartga ko'ra  $A \neq 0$ , u holda  $\sin \alpha L = 0$  bo'lishi kerak, bundan

$$\alpha L = \pi n \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15.10)$$

ekanligi kelib chiqadi. (15.10) dan:

$$\alpha = \frac{\pi n}{L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15.11)$$

(15.11) ni (15.4) ga qo'yib energiya uchun quyidagi formulani olamiz:

$$E_n = \frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15.12)$$

Agar mikrozarra potensial o'ra ichida yotgan bo'lsa, uning energiyasi (15.12) tenglamani ma'lum diskret xususiy qiymatlarigagina teng bo'lgan qiymatlar qabul qila olar ekan. Bu vaziyatda energiya diskret qiymatlarga kvantlanadi va zarra bu diskret holatlardan birida yotishi mumkin. Zarra energiyasining bu qiymatlari *energetik sathlar* deb ataladi. Shuni qayd qilamizki, zarraning energiyasi nolga teng bo'lmaydi. (15.12) tenglamaga ko'ra, zarraning eng kichik energiyasini  $n=1$  da olamiz, ya'ni:

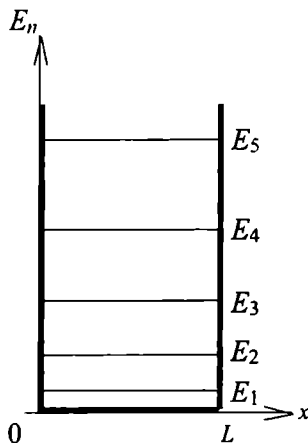
$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (15.13)$$

xuddi shuningdek,  $n = 2, 3, 4, \dots$  lar uchun  $4E_1, 9E_1, 16E_1, \dots$  larni mos ravishda olish mumkin.

(15.13) munosabat bilan topilgan energiya *nolinchi energiya* deb ataladi. Boshqacha aytganda, zarraning energiyasi hech qachon nolga teng bo'lmaydi. Bu xulosa noaniqlik munosabatidan kelib chiqib, klassik mexanika qarashiga ziddir. Buni quyidagi mulohazadan ham bilish mumkin. Zarra potentsiali chegarada cheksiz bo'lgan devor orasida joylashgani uchun, uning holati  $\Delta x \approx L$  noaniqlik bilan ma'lumdur. Geyzenbergning noaniqlik munosabatiga ko'ra impulsni aniqlashdagi noaniqlik  $\Delta p \geq \frac{\hbar}{L}$  ga bo'ysunadi. Shunday qilib, energiya hech

qachon nolga teng bo'lmaydi, chunki u holda  $\Delta p = 0$  shart bajarish talab qilingan bo'lardi.

(15.12) munosabatdan impulsni ham kvantlanishi kelib chiqadi, ya'm:



15.2-rasm.

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2 = \frac{p_n^2}{2m}$$

bundan

$$p_n = \frac{\pi \hbar}{L} n^2, \text{ bunda } n = 1, 2, 3, \dots \quad (15.14)$$

Shunday qilib zarra potensial o'rada «qamoqda» bo'lsa, Shryod-ingerning statsionar tenglamasining yechimi diskret xususiy qiymatlarga ega bo'lar ekan va energiyaning xususiy qiymatlari (15.12) formula yordamida topiladi. (15.13) formula bilan hisoblangan energiya spektrini qiymatlari 15.1-jadvalda keltirilgan. Bu sathlar chizmasi esa 15.2-rasmda tasvirlangan. Qo'shni sathlar orasidagi masofani chamalaylik va uni masalaning  $m$  va  $L$  parametrlariga qanday bog'liq ekanligini tahlil qilamiz. Ikki qo'shni sath orasidagi energiya farqi:

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (2n+1) \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} n, \quad (n \gg 1 \text{ uchun}).$$

Olingan ushbu natijadan ko'ramizki, ikkita qo'shni energiya sathi orasidagi masofa  $n$  ni ortishiga mos ravishda chiziqli o'sadi. Zarra massasini yoki o'raning kengligini ortishi qo'shni sathlar orasidagi masofani kichraytiradi (15.2-rasm).

Endi potensial o'ra ichida xususiy funksiyalar ko'rinishini izlaymiz. (15.8) to'lqin funksiyani quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$\psi = 2iA \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right) \quad (15.15)$$

(15.15) ga qo'shma funksiya

$$\psi' = -2iA \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right) \quad (15.16)$$

bo'ladi.

Ehtimol zichligi

$$\psi' \psi = 4A^2 \sin^2\left(\frac{\pi n}{L} x\right) \quad (15.17)$$

formula bilan topiladi.

Potensial o'ra ichida zarrani qayd qilinishi aniq bo'lgani uchun normallashtirish sharti (15.2) ga ko'ra

$$\int_0^L \psi^*(x)\psi(x)dx = \int_0^L 4A^2 \sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right)dx = 1$$

Bu funksiyani integrallasak,

$$4A^2 \int_0^L \sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right)dx = 2A^2 \left[ x - \frac{L}{2\pi n} \sin\left(\frac{2\pi n}{L}x\right) \right]_0^L = 2A^2 L,$$

bundan  $2A^2 L = 1$  yoki  $A = \frac{1}{\sqrt{2L}}$  ni olamiz.

Shunday qilib, normallangan to'liq funksiyalar qo'yidagi ko'rinishga keladi:

$$\psi_n(x) = \frac{2i}{\sqrt{2L}} \sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right) = i \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right) \quad (15.18)$$

bunda  $n = 1, 2, 3, \dots$

(15.18) funksiyalar *xususiy funksiyalar* deb ataladi, chunki  $n$  ning har bir qiymatiga mos ravishda yagona funksiya ko'rinishi to'g'ri keladi.

Endi cheksiz potensial o'ra ichida zarraning qayd qilinishi ehtimolini topamiz  $x_1 = a$  va  $x_2 = b$  interval bilan chegaralangan sohada zarrani o'rnini qayd qilinishi ehtimoli

$$\int_a^b \psi^* \psi dx = \int_a^b \frac{2}{L} \sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right)dx \quad (15.19)$$

formula bilan aniqlanadi.

Cheksiz potensial o'ra ichida yotgan zarra uchun qo'yilgan masalaning yechimlari 15.1-jadvalda umumlashtirilgan.

15.1-jadval

| $n$      | Xususiy funksiya<br>$\psi(x)$                | Ehtimol zichligi<br>$\psi^*(x)\psi(x)$ | Energiyaning xususiy<br>qiymatlari, $E_n$ |
|----------|----------------------------------------------|----------------------------------------|-------------------------------------------|
| 1        | $i\sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi x}{L}$   | $\frac{2}{L} \sin^2 \frac{\pi x}{L}$   | $\frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$             |
| 2        | $i\sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{2\pi x}{L}$  | $\frac{2}{L} \sin^2 \frac{2\pi x}{L}$  | $\frac{4\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$            |
| 3        | $i\sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{3\pi x}{L}$  | $\frac{2}{L} \sin^2 \frac{3\pi x}{L}$  | $\frac{9\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$            |
| $\vdots$ | $\vdots$                                     | $\vdots$                               | $\vdots$                                  |
| $p$      | $i\sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi n x}{L}$ | $\frac{2}{L} \sin^2 \frac{\pi n x}{L}$ | $\frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2}$         |

$n=1,2,3,\dots$  hollar uchun to'liq funktsiya va ehtimol zichligini taqsimlanishi 15.3-rasmda keltirilgan. Bu grafiklar  $p$  nomerli holatlarni fizik ma'nosini ochadi. 15.3-rasmdan ko'rinadiki,  $n$  soni o'radagi to'liq funktsiyalar ko'rinishini belgilaydi. Harakat cheklangan bo'lsa, sistemani hamma holatlarini va unga mos ravishda energetik sathlarni tartib bilan belgilab chiqish mumkin.  $(n-1)$  son  $\Psi_n(x)$  to'liq funktsiyaning tugunlar sonini (nollarini) beradi. Potensial chuqurlik chegarasiga tegishli nollar bundan mustasno.

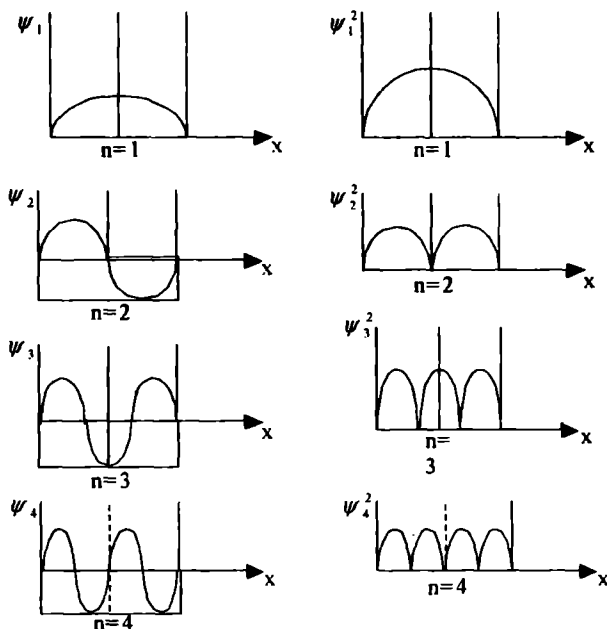
Zarraning har qanday nuqtada (o'ra ichida) qayd qilinish ehtimoli  $|\Psi|^2$  ga proporsional va 15.3b-rasmda  $n=1,2,3,\dots$  uchun  $|\Psi|^2$  larning ko'rinishlari keltirilgan. Rasmdan ko'ramizki, asosiy energetik sathda, ya'ni  $n=1$  holda zarrani eng katta ehtimol bilan potensial o'ra o'rtasida  $\left(x = \frac{L}{2}\right)$  topamiz, potensial o'raning chekkalarida esa zarraning qayd qilish ehtimoli aksincha nolga teng.  $n=2$  uchun esa xususiy funktsiyani ko'rinishi 15.3-rasmdagi kabi bo'lib,  $x = \frac{L}{2}$  nuqtada (ya'ni o'ra o'rtasida) zarraning qayd qilinishi ehtimoli esa nolga teng.

Shunday qilib, zarraning energetik sathi  $E_2$  bo'lsa, u holda uni  $x = \frac{L}{4}$  nuqtada bo'lishi ehtimoli kattadir.

Demak, potensial o'ra ichida ma'lum nuqtalarda zarraning qayd qilinishi ehtimoli  $n$  ning qiymatiga bog'liq bo'lib, uning o'zgarishi bilan ehtimol ham keskin o'zgaradi. 15.3-rasmdan ko'ramizki,  $p$  ning qiymati kattalashgan sari, ya'ni energiya kattalashgani bilan  $\Psi_n^2$  ning maksimumlari bir-biriga yaqinlashib boradi va  $n$  ning katta qiymatlarida  $|\Psi_n^2|$  taqsimoti klassik fizikaning taqsimoti bilan bir xil bo'lib qoladi. Boshqacha aytganda, Borning moslik prinsipi bu masala uchun ham o'rindir. Shunday qilib, bu masalada ham to'liq funktsiyaning o'zi emas, balki modulining kvadrati fizik ma'noga egadir. Energetik sathlar orasidagi oraliq

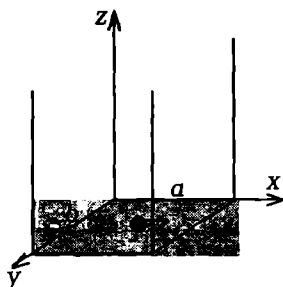
$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{2\Delta n}{n+1}$$

ko'rinishga ega.



15.3-rasm. Cheksiz potensial o'radagi zarraning to'liqin funksiyasi va ehtimollik zichligi.

## 2) Cheksiz chuqurlikka ega bo'lgan ikki o'lchovli potensial o'ra



15.4-rasm. Elektron  $a$ - $b$  tekislikda lokallashgan.

Cheksiz chuqur potensial o'ra ikki o'lchamli bo'lsin. Ikki o'lchamli cheksiz chuqur o'rada harakat qilayotgan elektron masalasini ko'raylik.  $a$  va  $b$  tomonlarga ega bo'lgan tekislikda harakat qilayotgan elektron 15.4-rasmida keltirilgan. Klassik fizikada ishlatiladigan matematik metodga o'xshab, bu holni ham elektronning harakatini bir-biriga bog'liq bo'lmagan ikkita harakatga ajratish mumkin. Bu harakatlardan biri  $x$  o'qi, ikkinchisi esa  $y$  o'qi bo'yicha yo'nalgan bo'ladi. Bu holda elektronning energiyasi ikkita kvant soni  $n_x$  va  $n_y$  bilan aniqlanadi.

$$E_{n_x, n_y} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n_x^2 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mb^2} n_y^2 \quad (15.20)$$

bunda  $n_x = 1, 2, \dots$ ;  $n_y = 1, 2, \dots$ .

Sistemaning ikki holatini ko'ramiz:  $n_x = 1$ ,  $n_y = 2$  va  $n_x = 2$ ,  $n_y = 1$  bo'lsin. Agar  $a \neq b$  bo'lsa, har bir holat uchun o'zining energiya qiymati mavjud (15.2-jadal).

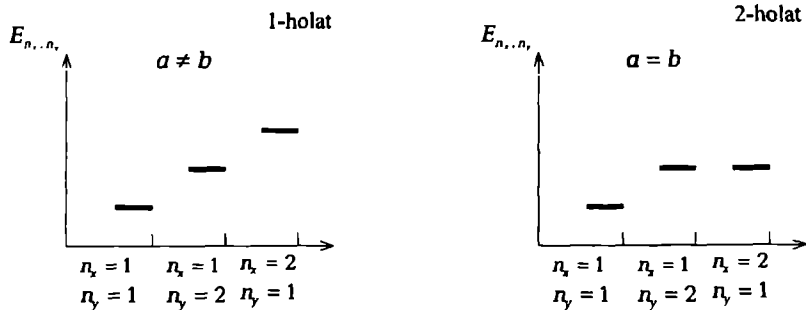
15.2-jadval

| Holat              | Energiya                                                                              |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $n_x = 1, n_y = 2$ | $E_{1,2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left( \frac{1^2}{a^2} + \frac{2^2}{b^2} \right)$ |
| $n_x = 2, n_y = 1$ | $E_{2,1} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left( \frac{2^2}{a^2} + \frac{1^2}{b^2} \right)$ |

15.2-jadvaldan ko'ramizki,  $E_{1,2} \neq E_{2,1}$ . Shuning uchun *aynish* sodir bo'lmaydi.

Maydon simmetriyasini o'zaro bog'lanishi, elektron harakat qilayotgan va energetik sathlarni aynish strukturasi  $a=b$  da sistemaning holati ikkala energiya uchun ham bir xil, ya'ni  $E_{1,2} = E_{2,1} = 5 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$ .

15.5-rasmda  $a=b$  va  $a \neq b$  hollar uchun energetik sathlarning ko'rinishi keltirilgan.



15.5-rasm. Aynimagan va aynigan holatlar uchun energetik sath spektri.

Umuman olganda, ikki o'lchamli cheksiz potensial o'ra uchun energetik sath formulasi:

$$E_{n_x, n_y} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n_x^2 + n_y^2) \quad (15.21)$$

ko'rinishga ega.

Shunday qilib,  $n_x$  va  $n_y$  kvant sonlarining barcha kombinatsiyasi uchun  $(n_x^2 + n_y^2)$  yig'indi bitta qiymatga ega va bunga bitta energiya qiymati to'g'ri keladi. Bu hol uchun aynish o'rinli bo'ladi (15.5-rasm, 2-holat). Simmetriyaning ortishi (to'g'ri to'rtburchakdan kvadratga o'tish) ayrim holatlarni energiya bo'yicha aynishga olib keladi. Sistemaning simmetriyasi bilan energetik sathlarning aynish strukturasini orasidagi bog'lanish kvant fizikaning chuqur bir g'oyalardan biridir.

### 3) Chekli chuqurlikka ega bo'lgan bir o'lchovli potensial o'ra

Chekli chuqurlikka ega bo'lgan bir o'lchovli potensial o'ra 15.6-rasmga tasvirlangan.

$x < 0$  da potensial energiya cheksizga intiladi. Shuning uchun zarra  $x < 0$  sohaga kirolmaydi. Oqibatda to'liqin funksiya bu sohada nolga teng bo'ladi.  $x > 0$  da potensial energiya chekli qiymatga ega va to'liqin funktsiyani I va II sohalarida bo'lishi ehtimoli mavjud. Potensialga qo'yilgan chegaraviy shart quyidagilardan iborat:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, \text{ agar } -\infty < x < 0 \text{ bo'lsa,} \\ 0, \text{ agar } 0 < x < L \text{ bo'lsa,} \\ U_0, \text{ agar } L < x < \infty \text{ bo'lsa.} \end{cases} \quad (15.22)$$

Shryodinger tenglamasini I sohaga yozamiz:

$$\frac{d^2 \psi_1}{dx^2} + \alpha^2 \psi_1 = 0, \quad (0 < x < L), \quad (15.23)$$

bunda

$$\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2};$$

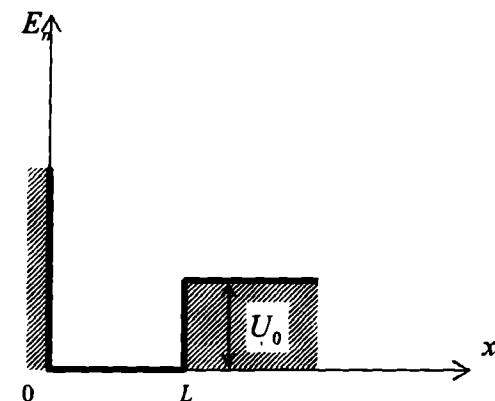
$$\text{II soha uchun } \frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi_2 = 0, \quad (L < x < \infty) \quad (15.24)$$

$E > U_0$  holni ko'raylik. II soha uchun Shryodinger tenglamasi

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \beta^2 \psi_1 = 0 \quad (15.25)$$

ko'rinishda bo'ladi (bunda  $\beta^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) > 0$ ).

I soha uchun Shryodinger tenglamasi (15.24) ko'rinishda qoladi.



15.6-rasm. Chekli chuqurlikka ega bo'lgan potensial o'ra.

Turli sistemalar uchun bu tenglamaning yechimini quyidagicha izlaymiz:

I soha uchun:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= A_1 \sin(\alpha x) + B_1 \cos(\alpha x) \\ \psi_2 &= A_2 \sin[\beta(x-L)] + B_2 \cos[\beta(x-L)]\end{aligned}\quad (15.26)$$

To'liqin funksiyaga qo'yilgan shartlarga binoan  $\psi_1(0) = 0$  va demak,  $B_1 = 0$  Uzlüksizlik shartiga ko'ra funksiya va uning hosilasi uchun

$$\psi_1(L) = \psi_2(L), \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial x}(L) = \frac{\partial \psi_2}{\partial x}(L) \quad (15.27)$$

ifodani yozsa bo'ladi. U holda,  $A_2$  va  $B_2$  lar quyidagicha topiladi:

$$A_2 = \frac{\alpha A_1}{\beta} \cos(\alpha L), \quad B_2 = A_1 \sin(\alpha L). \quad (15.28)$$

Bu shartlar doimo o'rinli bo'ladi. Shuning uchun  $E > E_0$  da energiya spektri uzluksiz, o'zining harakati davomida zarra fazo-ning chekli sohasida lokallashmagan, ya'ni harakat *infinitiv* bo'ladi.

Endi  $E < U_0$  holni ko'ramiz. Bu holda II soha uchun Shryo-dinger tenglamasi quyidagicha yozilib:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} - k^2 \psi_1 = 0 \quad (15.29)$$

ko'rinishda bo'ladi (bunda  $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(U_0 - E) > 0$ ).

I soha uchun Shryodinger tenglamasi (15.24) ko'rinishda qoladi.

Tenglamani yechimi I va II sohalar uchun quyidagi ko'rinishga ega:

$$\psi_1 = A_1 \sin(\alpha x) \quad (15.30 \text{ a})$$

$$\psi_2 = C_2 e^{-kx} + D_2 e^{kx} \quad (15.30 \text{ b})$$

to'liq funktsiya hamma yerda chekli bo'lishi talab qilinadi. Biroq  $x \rightarrow \infty$  da  $e^{kx}$  cheksiz o'sadi.

Shuning uchun (15.30 b) formuladagi  $D_2 = 0$  bo'ladi.

Tikish sharti bu hol uchun quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} A_1 \sin(\alpha L) &= C_2 \exp(-kL) \\ A_1 \alpha \cos(\alpha L) &= -k C_2 \exp(-kL) \end{aligned} \quad (15.31)$$

Bu sistemadagi ikkinchi tenglamani har bir hadini birinchi tenglamaning har bir hadiga bo'lsak,

$$\alpha \operatorname{ctg}(\alpha L) = -k \quad (15.32)$$

tenglama hosil bo'ladi. Bu tenglamani grafik usulda yechish qulay. Shuning uchun quyidagi almashtirishlarni bajaramiz:

$$\sin(\alpha L) = [1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha L]^{-\frac{1}{2}} = \left[1 + \left(\frac{k}{\alpha}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} = [1 + (U_0 - E)E]^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Biroq

$$\sqrt{E} = \frac{\hbar \alpha}{\sqrt{2m}} \quad (15.33)$$

bo'lgani uchun (15.32) tenglamani quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\sin y = \frac{\hbar}{\sqrt{2mL^2 U_0}} y \quad (15.34)$$

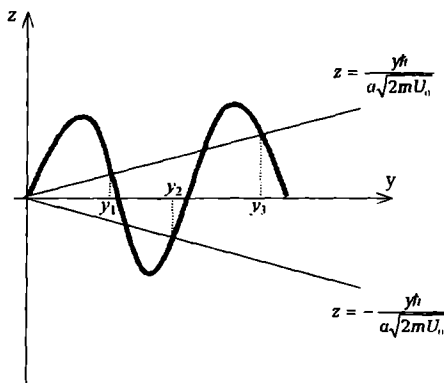
bunda  $y = (\alpha L)$ . Bu tenglamani grafik yechimi 15.7-rasmda keltirilgan.

(15.33) tenglamani yechimi sifatida  $z = \frac{y\hbar}{\alpha\sqrt{2mU_0}}$  to'g'ri chiziq bilan

$z = \sin y$  sinusning kesishgan nuqtalari olinadi. Lekin hammasi ham emas. Balki (15.33) tenglamani qanoatlantiradigan yechimlar hisobga olinadi. Bu yechimlar juft choraklarda olingan nuqtalar uchun o'rinni.

$Y_n$  ning chekli sondagi qiymatlariga energiyaning quyidagi qiymatlari to'g'ri keladi:

$$E_n = \frac{\hbar^2 Y_n^2}{2mL^2} \quad (15.35)$$



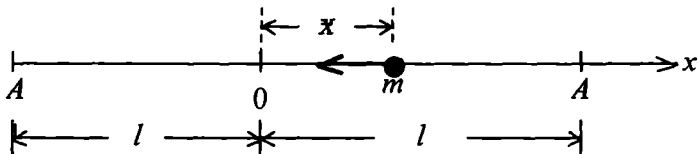
15.7-rasm.

Shunday qilib, chekli chuqurlikka ega bo'lgan potensial o'rada chekli sondagi energiyaning xususiy qiymatlari hosil bo'ladi. Agar  $U_0$  - potensial o'raning chuqurligi kichik bo'lsa, u holda birorta ham energiyaning xususiy qiymatlari bo'lmasligi mumkin.  $E < U_0$  da ( $x > L$  sohada) to'liqin funksiya  $\psi_2(x) = C_2 e^{-kx}$  ko'rinishga ega. Bundan chiqadiki, to'liqin funksiyaning  $x > L$  sohaga kirish ehtimoli mavjud. Bu effekt mikro-zarraning potensial to'siqdan o'tish hodisasi degan qiziq yangi masalaga olib keladi.

## 15.2. Chiziqli garmonik ossillator

### 1) Klassik mexanikada garmonik ossillator masalasi.

Klassik mexanika bilan kvant mexanika orasidagi tafovutni yaxshi his qilish uchun garmonik ossillator masalasini ko'rganimiz ma'qul. Garmonik ossillator masalasini Shryodinger tenglamasi yordamida analitik usulda yechish mumkin. Bu masala natijalari fizikaning ko'p sohalarida, masalan, molekulaning tebranma energiyalarini hisoblashda qo'llash mumkin.



15.8-rasm.

Masalani mohiyatini yaxshi tushunish uchun avval biz klassik mexanikada garmonik ossillator masalasi yechimini izlaymiz.  $m$  massaga

ega bo'lgan zarra muvozanat holatiga nisbatan  $x$  masofaga siljib garmonik tebranayotgan bo'lsin. 15.8-rasmda keltirilgan chizmada zarraga ta'sir etayotgan Guk kuchi

$$F = -kx \quad (15.36)$$

ga teng. Unda  $k$ -bikirlilik koeffitsiyenti,  $F$ -kuch vektorining absolut qiymati va  $u$  doimo muvozanat nuqtaga yo'nalgan.

Nyutonning ikkinchi qonuniga binoan (15.36) formulani

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad (15.37)$$

ko'rinishga keltiramiz. Bu ikkinchi tartibli differensial tenglamaga quyidagicha o'zgarish kiritamiz:

$$m \frac{dx}{dt} \frac{d^2 x}{dt^2} \cdot dt = -kx dx. \quad (15.38)$$

(15.38) ni integrallasak

$$\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 = F = \text{const}. \quad (15.39)$$

(15.39) formuladagi 1-had zarraning klassik energiyasi

$$K = \frac{1}{2} mv^2, \quad (15.40)$$

2-had esa uning potensial energiyasi

$$U = \frac{1}{2} kx^2 \quad (15.41)$$

ga teng.

Sistemaning to'la mexanik energiyasi

$$K + U = E = \text{const} \quad (15.42)$$

ga teng bo'ladi.

Energiyaning har qanday chekli qiymatida zarra  $A$  va  $A_1$  nuqtalar orasida tebranma harakat qiladi.  $E$ -energiyaning  $x$  ga bog'liq qiymati turli bo'lishi uchun  $E$  ning mumkin bo'lgan qiymati uzluksiz spektr hosil qiladi.

Agar

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (15.43)$$

belgi kiritsak, u holda (2) ni

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (15.44)$$

ko'rinishda yozsa bo'ladi.

Bu tenglama chekli potensial chuqurda yotgan zarraning tenglamasiga o'xshab ketadi. Uning yechimini

$$x = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t} \quad (15.45)$$

ko'rinishda ifodalash mumkin.

Zarrani boshlang'ich koordinatasi va boshlang'ich tezligi berilgan bo'lsa, (15.45) tenglamadagi A va V doimiyliklarni topish mumkin.

(15.45) ning yechimini Eyler formulasini qo'llagan holda

$$x = C \cos \omega t + D \sin \omega t \quad (15.46)$$

ko'rinishga olib kelamiz. Bu tenglama zarra o'rnini vaqtga bog'liqlik harakat tenglamasini xarakterlaydi. Istalgan vaqtdagi zarra tezligi

$$v = \frac{dx}{dt} = -C\omega \sin \omega t + D\omega \cos \omega t \quad (15.47)$$

ga teng bo'ladi.

$t = 0$  paytda zarra  $x = l$  nuqtada bo'lsa, tezligi  $v = 0$ . U holda (15.46) va (15.47) tenglamalardan  $C = l$  va  $D = 0$  ekanligi kelib chiqadi. Bunday holda bu tenglamalarni

$$x(t) = l \cos \omega t \quad \text{va} \quad v(t) = -l\omega \sin \omega t \quad (15.48)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

**To'la energiya**

$$E = \frac{1}{2} ml^2 \omega^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2} kl^2 \cos^2 \omega t \quad (15.49)$$

$x = 0$  nuqtada zarra muvozanat holatdan o'tayotgandagi tezligi maksimal, ya'ni  $v_{\max} = \omega l$  bo'ladi.

Agar zarra vaziyati A va  $A_1$  nuqtalarda bo'lsa, u holda uning kinetik energiyasi nol, ya'ni  $\omega = 0$ . Bu holda to'la energiya faqat potensial energiya bilan aniqlanadi:

$$E = \frac{1}{2} kx_{\max}^2 = \frac{1}{2} kl^2 \quad (15.50)$$

## 2) Kvant mexanikada garmonik ossillator masalasi.

Chiziqli ossillatorning potensial energiyasi

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2, \quad (15.51)$$

bunda  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  bo'lgani uchun

$$U(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2, \quad (15.52)$$

$k$  - bikirlik koeffitsiyenti,  $m$  - massa,  $\omega = 2\pi\nu$  burchak chastota.

(15.52) ni Shryodingerning statsionar tenglamasiga qo'yamiz:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \left( E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \psi(x) = 0 \quad (15.53)$$

(15.53) tenglamani yechish ancha murakkab, chunki ossillator devorlari orasidagi potensial energiya  $x$  ning barcha qiymatlarida doimiy qiymatga ega emas, balki parabolik qonun bo'yicha o'zgaradi. Shuning uchun ham de-Broyl to'lqin uzunlik ham turli qiymatlarda turlicha qiymat oladi, ya'ni

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(E - U)}}. \quad (15.54)$$

(15.53) differensial tenglama va uning yechimi matematiklarga yaxshi ma'lum va kvant mexanikaga oid kitoblarda ham u mufassal keltirilgan. Shuning uchun biz bu yerda uning yechimi haqida mufassal to'xtalib o'tirmaymiz, faqat kerakli joylariga to'xtalib o'tamiz.

(15.53) tenglamani o'lchamsiz ko'rinishda yozib yechish qulay. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\alpha = \frac{2m_0 E}{\hbar^2}, \quad \beta = \frac{1}{x_0} = \sqrt{\frac{m_0 \omega}{\hbar}}, \quad \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2E}{\hbar \omega}$$

va yangi o'zgaruvchi kiritamiz:

$$\xi = x\beta = \frac{x}{x_0} \quad (15.55)$$

Bu o'zgaruvchi o'raga Shryodinger tenglamasini yozamiz:

$$\frac{d^2 \psi}{d\xi^2} + (\lambda - \xi^2) \psi = 0. \quad (15.56)$$

(15.56) tenglamani chekli, uzluksiz va bir qiymatli yechimlarini  $-\infty < \xi < +\infty$  oraliqda aniqlash kerak.

(15.56) ning bunday yechimlari  $\lambda$  ni quyidagi qiymatlari:

$$\lambda = 2n + 1, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (15.57)$$

uchun mavjud.

Bundan energiya xususiy qiymati

$$E_n = \hbar \omega \left( n + \frac{1}{2} \right) \quad (15.58)$$

va xususiy funksiya

$$\psi_n(\xi) = e^{-\frac{\xi^2}{2}} H_n(\xi) \quad (15.59)$$

ni topamiz.

*Energiyaning xususiy qiymatlari.*

Parabolik shakldagi potensial o'ra uchun Shryodingerning statsionar to'lqin tenglamasidan energiyaning xususiy qiymati

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \nu \quad (15.60)$$

formula bilan aniqlanadi (bunda  $\omega = 2\pi\nu$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

Energiyaning qiymatlari bu spektr uchun diskret bo'lib, klassik fizikadagi uzluksiz spektrdan tubdan farq qiladi. Energetik sathlar orasidagi farq bu spektrda  $h\nu$  ga teng, shuning uchun *ekvidistant sathlar* deb ataladi.

Klassik mexanika kvant mexanikaning xususiy holi ekanligini garmonik ossillatorning quyidagi misolida ko'rsa ham bo'ladi:

Musiqas asboblari bo'lgan karnay, surnay, rubob va boshqa asboblarda hosil bo'ladigan tovush to'lqinlarining tebranish chastotasi 50–12000 Gs orasida bo'ladi. Bu tebranishlarning energiyasi esa birqancha tartibdagi Joullar atrofida. Bu asboblarning uchun ham mumkin bo'lgan energetik sathlar orasidagi masofa  $h\nu$  ga teng. Bunda  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ j} \cdot \text{s}$ , energetik sathlardagi farq tenglamasi  $h\nu$  esa  $10^{-30} \text{ j}$  atrofida. Bu farqni to'la energiya bilan taqqoslasak, uning nechog'lik kichikligini ko'ramiz, amaliy jihatdan nolga teng. Shuning uchun ham mumkin bo'lgan tonlarning spektri amaliy jihatdan uzluksizdir.

Biroq atomlar va yadrolar dunyosida chastotalar juda yuqori bo'lib,  $10^{13}$  Gs dan ham oshib ketadi, sistemasining energiyasi esa  $10^{-24}$  Joullar atrofida. Bu hol uchun energiyalar orasidagi energetik farqni hisoblasak,  $h\nu = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot Gs = 6,626 \cdot 10^{-21} \text{ J}$  atrofida bo'ladi. Bu energiya to'la energiyadan juda katta emas, binobarin mumkin bo'lgan energetik sathlarning diskretligi deyarli sezilarli bo'ladi. Shunday qilib, bog'langan kvant sistemalarda, ya'ni kuch maydonlarida turgan zarralar energiyasi haqiqatan ham kvantlangan. Erkin zarra, ya'ni potentsial maydonda yotgan zarralar energiyasi esa uzluksiz bo'ladi.

*Garmonik ossillatorning nolinchisi energiyasi.*

Kvant mexanika ossillator masalasidan yana bir juda muhim «Ossillatorning energiyasi hech qachon nolga teng bo'lmaydi», degan natijaga kelamiz.

(15.60) tenglamadan kvant ossillatorning eng kichik qiymati noldan farqli, ya'ni  $n = 0$  da  $E_0 = \frac{h\nu}{2}$ . Bu energiyaga nolinchisi energiya deb ataladi. Mikrozarra parabolik potentsial o'raning tubiga joylasha olmaydi. Garmonik ossillatorning chekli nolinchisi energiyasining mavjudligi zarraning to'lqin xususiyatiga ega ekanligini yaqqol namoyon qiladi. Bu jihatdan qaraganda nolinchisi tebranishlarning mavjudligini eksperimental tasdiqlash kvant mexanikada juda katta ahamiyatga ega. Shuni ham eslatib o'tamizki, Shryodinger tenglamasida nolinchisi energiyaning paydo bo'lishi to'g'ridan-to'g'ri noaniqlik munosabati bilan bog'langan.

### 3) Garmonik ossillatorning to'lqin funksiyasi va ehtimol zichligi.

*Xususiy to'lqin funksiya.*

Normallangan xususiy to'lqin funksiya quyidagi ko'rinishga ega:

$$\psi_n(x) = \left( \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot 2^n n! x_0} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x}{x_0} \right)^2} H_n \left( \frac{x}{x_0} \right) \quad (15.61)$$

bunda  $\frac{1}{x_0^2} = \beta^2 = \frac{m_0 \omega}{\hbar}$ ,  $\omega = 2\pi\nu$  bo'lgani uchun

$$\beta^2 = \frac{4\pi^2 m \nu}{h} \quad (15.62)$$

ni yozish mumkin. (15.62) ni e'tiborga olgan holda (15.61) ni quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\psi_n(x) = \left( \frac{\beta}{\sqrt{\pi} \cdot 2^n n!} \right)^{\frac{1}{2}} H_n(\beta x) e^{-\beta^2 \frac{x^2}{2}} \quad (15.63)$$

(15.63) ifodaga garmonik ossillatorning  $n$  bo'yicha normallangan xususiy funksiyalari formulasi deyiladi.

$n = 0, 1, 2, \dots$  uchun  $H_n(\beta x)$  ni hisoblash uchun ermitning rekkurent formulasidan foydalanamiz.

Rekkurent formula

$$H_{n+1} = 2(\beta x)H_n - 2nH_{n-1}, \quad (15.64)$$

Polonimlari

$$\begin{aligned} H_0 &= 1 \\ H_1 &= 2\beta x \\ H_2 &= 4\beta^2 x^2 - 2 \\ H_3 &= 8\beta^3 x^3 - 12\beta x \\ H_4 &= 16\beta^4 x^4 - 48\beta^2 x^2 + 12 \end{aligned} \quad (15.65)$$

$$H_n = (-1)^n e^{\beta^2 x^2} \frac{d^n}{d(\beta x)^n} e^{-\beta^2 x^2}$$

Bu rekkurent formula  $H_{n+1}, H_n, H_{n-1}$  larni o'zaro bog'laydi. Agar birinchi va ikkinchi polonimlar ma'lum bo'lsa, (15.64) rekkurent formula boshqa polonimlarni birin-ketin hisoblash imkonini beradi.

15.3-jadvalda kichik kvantlar sohasi uchun xususiy qiymatlarga mos kelgan normallangan xususiy funksiyalar va ehtimol zichliklari keltirilgan.

15.3-jadvaldagi  $n = 1, 2, 3, \dots$  kvant sonlariga mos kelgan holatlar uchun ehtimollar zichligi  $|\psi|^2$  ning chizmasi 15.9-rasmda keltirilgan.

Har qanday nuqtada zarrani qayd qilinishi ehtimoli  $\Psi^* \Psi$  ga proporsional. Rasmdan ko'ramizki, asosiy energetik sathda, ya'ni  $n = 0$  bo'lgan holatda zarraning eng katta ehtimoli bilan ossillatorning o'rtasida topamiz. Bu hol potensial o'ra holi kabi uyg'onagan holatlar uchun ham ehtimol zichligi 15.9-rasmda  $n = 1, 2, 3$  lar uchun tasvirlangan. Bu hollarda ham kvant ossillatorda zarraning qayd qilinishi ehtimolining katta qiymati to'liq funksiyaning maksimumlar sohasiga to'g'ri keladi. Kvant soni  $n$  ning katta qiymatlarida ehtimollar zichligining egriligi klassik ossillatorni egriligiga yaqinlashadi va bunda ham Borning moslik prinsipi bajariladi.

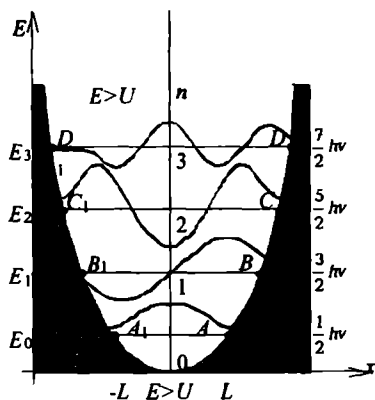
15.3-jadval

| $n$                                                                              | Xususiy energiya qiymati $E_n$                   | Normallangan xususiy to'liq funktsiya $\psi_n(x)$                                                                        | Normallangan ehtimol zichligi $ \psi_n(x) ^2$                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| 0                                                                                | $E_0 = \frac{1}{2} \hbar \nu$                    | $\psi_0 = \left( \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\beta^2 x^2}{2}}$                              | $ \psi_0 ^2 = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} e^{-\beta^2 x^2}$                                |
| 1                                                                                | $E_1 = \frac{3}{2} \hbar \nu$                    | $\psi_1 = \left( \frac{\beta}{2\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}} 2\beta x e^{-\frac{\beta^2 x^2}{2}}$                    | $ \psi_1 ^2 = \frac{\beta}{2\sqrt{\pi}} 4\beta^2 x^2 e^{-\beta^2 x^2}$                  |
| 2                                                                                | $E_2 = \frac{5}{2} \hbar \nu$                    | $\psi_2 = \left( \frac{\beta}{8\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}} (4\beta^2 x^2 - 2) e^{-\frac{\beta^2 x^2}{2}}$          | $ \psi_2 ^2 = \frac{\beta}{8\sqrt{\pi}} (4\beta^2 x^2 - 2)^2 e^{-\beta^2 x^2}$          |
| 3                                                                                | $E_3 = \frac{7}{2} \hbar \nu$                    | $\psi_3 = \left( \frac{\beta}{48\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}} (8\beta^3 x^3 - 12\beta x) e^{-\frac{\beta^2 x^2}{2}}$ | $ \psi_3 ^2 = \frac{\beta}{48\sqrt{\pi}} (8\beta^3 x^3 - 12\beta x)^2 e^{-\beta^2 x^2}$ |
| $\vdots$                                                                         | $\vdots$                                         | $\vdots$                                                                                                                 | $\vdots$                                                                                |
| $n$                                                                              | $E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \nu$ | $\psi_n = \left( \frac{\beta}{\sqrt{\pi} 2^n n!} \right)^{\frac{1}{2}} H_n e^{-\frac{\beta^2 x^2}{2}}$                   | $ \psi_n ^2 = \frac{\beta}{\sqrt{\pi} 2^n n!} H_n^2 (\beta x) e^{-\beta^2 x^2}$         |
| Bunda $\beta = \frac{4\pi^2 m \nu}{h}$ , $H_{n+1} = 2\beta x H_n - 2n H_{n-1}$ . |                                                  |                                                                                                                          |                                                                                         |

Xususiy to'liq funktsiya va ehtimol zichligining grafigi.

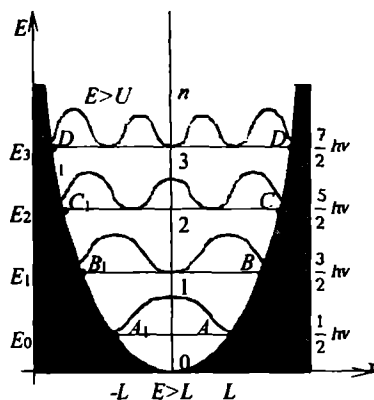
Chiziqli garmonik ossillator uchun  $U(x)$  potensial funksiyaning grafigi paraboladan iborat bo'lib, uning chizmasi 15.9- va 15.10-rasmlarda keltirilgan. 15.9-rasmda kvant soni  $n$  ning kichik qiymatlari (0,1,2,3) ga mos kelgan energetik sathlar va ularning xususiy funksiyalari keltirilgan. 15.10-rasmda esa shu kvant sonlari uchun ehtimol zichligini  $X$  o'qi bo'yicha egriligi keltirilgan. Birinchi qaraganda

parabolik potensial o'ra zarra ichidagi zarraning xatti-harakati deyarli potensial o'ra ichidagi zarra harakatidan farq qiladi.



-klassik fizika man etgan soha

15.9-rasm. Ossillator uchun potensial energiya va xususiy funksiyalar grafigi.



15.10-rasm. Ossillator uchun potensial energiya va ehtimol zichliklari.

Asosiy holatni ifodalovchi birinchi xususiy to'liqin funksiya  $n = 0$  ga to'g'ri keladi.  $x = \pm\infty$  dan boshqa hamma nuqtada bu to'liqin funksiyaning qiymati nolga teng emas. Boshqacha aytganda, o'ra ichida to'liqin funksiyaning tuguni yo'q. Bu holat uchun zarraning qayd qilinishi ehtimoli 15.10-rasmda ko'rsatilgan. Rasmdan ko'ramizki,  $n = 0$  holatda potensial o'ra ichida zarraning qayd qilinish ehtimoli hamma nuqtlarda mavjud, lekin eng katta ehtimol ossillatorming o'rtasi ( $x = 0$  ga to'g'ri keladi). Boshqa so'z bilan aytganda to'liqin funksiyaning maksimumi  $x = 0$  (15.9-rasm) ga to'g'ri keladi. Ikkinchi xususiy to'liqin funksiya  $n = 1$  ga to'g'ri keladi. Bu to'liqin funksiya o'ra ichida  $x$  o'qini 0 nuqtada kesadi. Bundan chiqadiki,  $\psi(x)$  funksiyaning bitta tuguni mavjud ( $\psi(x)$  funksiyaning nolga teng bo'lgan nuqtasi *tugun nuqta* deyiladi. Tugunlar soni to'liqin funksiyaning tartibi, ya'ni  $n$  ga teng.) ossillatorming o'rtasida, ya'ni  $x = 0$  da zarraning qayd qilinishi ehtimoli nolga teng va ehtimol maksimumi  $x = \pm \frac{L}{2}$  ga

to'g'ri keladi. Uchinchi xususiy to'liqin funksiya hosil qilgan tugunlar ikkita, ya'ni  $n = 2$ . Bu to'liqin funksiyaning eng katta qiymatlari

$x = \frac{\pm L}{4}$  ga to'g'ri keladi. Kvant soni  $n$  ning katta qiymatida kvant ossillatoridan bo'ladigan jarayon klassik ossillatorga o'xshab ketadi va bu hol uchun ham Borning moslik prinsipi bajariladi.

Endi asosiy e'tiborni parabolada olingan  $n = 0$  uchun  $A$  va  $A_1$  nuqtalar,  $n = 1$  uchun  $B$  va  $B_1$  va h.k. chekka nuqtalarga jalb qilamiz. 15.9-rasmdagi  $A$  va  $A_1$  nuqtada zarraning holatini ko'raylik. Bu hol uchun keltirilgan mulohaza boshqa chekka nuqtalar uchun ham o'rinli bo'ladi. Dastlab klassik fizika nuqtayi nazaridan mulohaza yuritamiz. Parabolaning  $A$  va  $A_1$  nuqtalarida turgan zarraning kinetik energiyasi nolga teng. Chunki bu nuqtalarda tezlik nolga teng ( $A$  va  $A_1$  nuqtalar eng katta og'ishish nuqtalari). Shuning uchun bu nuqtalarda zarraning potensial energiyasi eng katta bo'ladi, ya'ni  $U = \frac{1}{2}kx_{\max} = \frac{1}{2}kL^2$ . Bu holda zarraning to'la energiyasi  $E$  faqat poten-

sial energiyaga teng bo'ladi va zarra  $A$  va  $A_1$  nuqtalardan *tashqariga* o'tib keta olmaydi. Klassik fizika nuqtayi nazaridan zarraning  $A$  nuqtadan tashqariga chiqishi man etilgan bo'lib, uni ossillator devori orqasida ko'rish ehtimoli nolga teng. Endi bu masalani kvant nazariya nuqtayi nazaridan ko'raylik. Kvant nazariyaga ko'ra, zarra to'liqin xususiyatga ega. Shuning uchun uning ossillator ichidagi xatti-harakati Shryodinger tenglamasiga bo'ysunadi. Uning yechimi 15.9- va 15.10-rasmlarda keltirilgan. Rasmlarga diqqat bilan razm soling.  $A$  va  $A_1$  nuqtalarda to'liqin funksiyaning, shuningdek, ehtimol zichligining qiymati ham nolga teng emas, balki kichik bo'lsa ham biror chekli qiymatga ega. Esingizda bo'lsa, potensial o'ra masalasida bu nuqtalar uchun to'liqin funksiyaning qiymati nolga teng edi, ya'ni zarraning potensial devori nuqtalarida bo'lish ehtimoli nolga teng. Biz qarayotgan parabolik ossillatorda vaziyat boshqacha. Bunda zarraning to'liqin funksiyasi faqatgina chekka nuqtalardagina emas, shu bilan birga ossillator devorining orqa tomonida ham chekli qiymatga egadir. Bu degan so'z zarraning devor orqasiga o'tib qolishi mumkinligi kelib chiqadi. Demak, kvant ossillator masalasida zarrani potensial devori orqasida kuzatish ehtimoli mavjuddir. Bu natija potensial to'siq masalasini chuqur o'rganishga majbur qildi. Bu esa o'z navbatida, tunnel effekt degan hodisaning ochilishiga olib keldi. Quyida shu masala bilan chuqurroq tanishamiz.

**Kvant ossillator masalasining ahamiyati**

Kvant ossillator masalasidagi natija, ya'ni eng kichik holat uchun

( $n = 0$ ) nolinchii tebranishning mavjudligi va uning qiymati  $E = \frac{1}{2} \hbar \omega$

teng bo'lishini tajribada tasdiqlanishi kvant nazariya va uning rivojlanishi uchun juda katta ahamiyatga ega. Kvant ossillatorning bu ajoyib xususiyatini tajriba tasdiqladi. Qattiq jismda tovush tebranishlarini kvant ossillatorlarning majmuasidan iborat deb qarasa, u holda abso-lut temperaturada qattiq jismning atomlari qo'zg'almas degan (harakatda), ya'ni nolinchii tebranishlarga ega degan xulosaga kelamiz. Bu natija o'ta past temperaturalarda rentgen nurlarini kristall atomlarida sochilishi tajribalarida to'la tasdiqlangan. Xuddi shuningdek, bo'sh fazoda elektromagnit to'lqinlarini ham ossillatorlar majmuasi deb qarasa, u holda zararlarni ham, kvantlar ham bo'lmagan bo'shliqda elektromagnit to'lqinlarining nolinchii tebranishlari mavjud degan yakunga kelamiz. Bu tebranishlar ham tajribada to'la kuzatilgan. Shunday qilib, kvant ossillatori klassik ossillatordan farq qilib, eng kichik energetik holatida ham harakat to'xtab qolmaydi. Ossillatorning koordinata va impulsining o'rtacha qiymati nolga teng, ammo koordinata kvadrating o'rtacha qiymati va impuls kvadrating o'rtacha qiymati noldan farqli. Shu sababdan ham nolinchii tebranishlar mavjuddir.

Kvant ossillatorning muhim natijalari nazariy fizikaning yangi bo'limi, kvant elektrodinamikasi fanini paydo bo'lishiga olib keldi. Bu fan elektronlarning bir-biri bilan bo'ladigan va elektromagnit maydon bilan bo'ladigan o'zaro ta'sirini juda katta aniqlik bilan tavsiflab beradi. Bu sohada Dirak, Feynman, Tomonaga, Shvinger, Dayson kabi fiziklarning xizmati juda ham kattadir.

**15.3. Potensial to'siq. Tunell effekt**

Zarraning bir o'lchovli harakatini muhim holidan yana biri uning potensial to'siqdan o'tishidir. Bu masala garmonik ossillator masalasining yechimidan bevosita kelib chiqadi. Yuqorida ko'rdikki, garmonik ossillator masalasida to'lqin funksiyaning qiymati potensial o'ra tashqarisida ham noldan farq qiladi. Bu degani klassik chegara tashqarisida, ya'ni potensial o'ra ortida ham zarrani qayd qilinish ehtimoli mavjud bo'lib, u chekli qiymatga ega. 15.9-rasmda to'lqin funktsiya potensial devorning  $A$  va  $V$  nuqtalaridan ichkarisiga o'tib tezda nolga aylanishi tasvirlangan.  $A$  va  $V$  nuqtalarda to'lqin funktsiya chekli qiymatga ega bo'lishi mumkin. Keyin nima bo'ladi? bu savolga javob topish uchun yupqa potensial devor - *potensial to'siqni* ko'raylik.

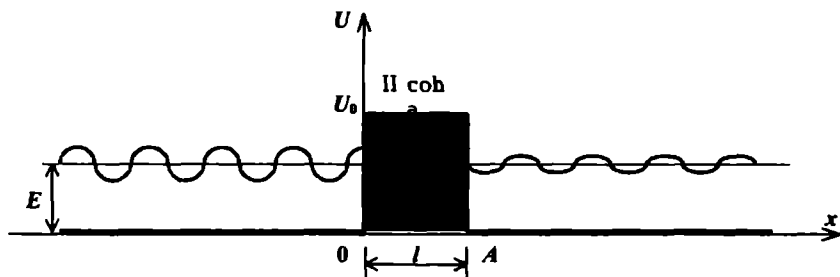
15.11-rasmda  $U > E$  uchun potensial to'siq tasvirlangan.

Rasmdan ko'rinadiki, to'lqin funksiyaning birinchi sakrashi  $x = 0$  nuqtada, ikkinchisi esa  $x = a$  nuqtada ro'y beradi. Natijada,  $x$  o'qi uchta sohaga bo'linadi:

$$U(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x < 0 \text{ bo'lsa} \\ U_0, \text{ agar } 0 < x < l \text{ bo'lsa} \\ 0, \text{ agar } x > l \text{ bo'lsa} \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} \text{I soha} & U_I = 0 \\ \text{II soha} & U_{II} = U_0 \neq 0 \\ \text{III soha} & U_{III} = 0 \end{array} \quad (15.66)$$

15.11-rasmda garmonik ossillatorning energetik sathlardan biri tasvirlangan.



15.11-rasm. Potensial to'siq.

Sathning to'la energiyasi, masalan,  $E_1$  to'siq balandligidan kichik bo'lsin. Bu sathda to'siqning maksimal potensial energiyasi zarraning to'la energiyasidan katta bo'lgan holda ham to'lqin funksiya bu sathda chekli qiymatga ega bo'ladi (15.9-rasm). Boshqacha aytganda zarraning qayd qilinishi mumkinligi kelib chiqadi. To'lqin funksiyaning chekli amplitudasi 15.11-rasmida III sohada tasvirlangan.

Bu masalani yechish uchun I, II, III sohalardagi to'lqin funksiyalarni  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$  deb belgilaymiz va har bir soha uchun Shryo-dingerning statsionar tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi_1}{dx^2} &= E \Psi_1, & \text{chunki } U_I &= 0 \quad \text{I soha,} \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi_2}{dx^2} + U_0 \Psi_2 &= E \Psi_2, & \text{chunki } U_{II} &= U_0 \quad \text{II soha,} \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi_3}{dx^2} &= E \Psi_3, & \text{chunki } U_{III} &= 0 \quad \text{III soha.} \end{aligned} \quad (15.67)$$

Quyidagi belgilashlar kiritamiz

$$\alpha^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E \text{ va } \beta^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2} \quad (15.68)$$

va (15.67) ni quyidagi shaklga keltiramiz:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \alpha^2\psi_1 &= 0, & \text{I soha,} \\ \frac{d^2\psi_2}{dx^2} - \beta^2\psi_2 &= 0, & \text{II soha,} \\ \frac{d^2\psi_3}{dx^2} + \alpha^2\psi_3 &= 0, & \text{III soha.} \end{aligned} \quad (15.69)$$

Bu tengliklarning yechimlari quyidagi funksiyalar bo'ladi:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= Ae^{i\alpha x} + B^{-i\alpha x} & \text{I soha,} \\ \psi_2 &= Fe^{-\beta x} + Ge^{\beta x} & \text{II soha,} \\ \psi_3 &= Ce^{i\alpha x} + De^{-i\alpha x} & \text{III soha,} \end{aligned} \quad (15.70)$$

bunda A,B,C,F,G - har bir to'lqinga mos keluvchi amplitudalar.

Bu amplitudalarni quyidagicha ta'riflash mumkin:

A - to'siqqa chap tomondan tushayotgan to'lqin amplituda;

B - I sohadan qaytgan to'lqin amplitudasi;

F - II sohaga o'tgan to'lqin amplitudasi;

G - II sohada A nuqta sirtidan qaytgan to'lqin amplitudasi;

C - III sohaga o'tgan to'lqin amplitudasi;

D - III sohadan qaytgan to'lqin (mavjud bo'lmagan) amplitudasi.

15.11-rasmda uchala sohada to'lqin funksiyani uzluksiz ko'rishda chizdik, bundan chiqadiki, u  $X$  o'qining istalgan nuqtasida to'lqin funksiya uzluksiz va bir qiymatlidir. Bu shartlarni bajarish natijasida, tenglamani yechgan holda turli amplitudalarni zarraning energiyasi, to'siqning balandligi va qalinligi orqali bog'lash mumkin. To'lqin funksiya bilan bog'langan ehtimol zichligi ushbu funksiya amplitudasining kvadratiga proporsional bo'lgani to'siq uchun o'tish ko'effitsiyenti yoki to'siqning shaffoligini aniqlash mumkin.

$$D = \frac{|C|^2}{|A|^2} \quad (15.71)$$

$x = 0$  nuqtada to'siq sirtidan qaytish ko'effitsiyent esa

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} \quad (15.72)$$

formula bilan aniqlanadi.

$U > E$  hol uchun o'tish ko'effitsiyenti

$$D \approx 16 \frac{E}{U_0} \left( 1 - \frac{E}{U_0} \right) \exp \left[ -\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \right], \quad (15.73)$$

$l$  - to'siqlarning fazoviy qalinligi.

(15.73) dan quyidagi xulosani chiqarish mumkin. To'la energiya  $E$  bo'lgan mikrozarra yuqqa energetik to'siqqa tushayotgan bo'lsa va to'siqlarning potentsiali  $E$  dan katta bo'lsa ham zarraning to'siqdan o'tish ehtimoli mavjudligi kelib chiqadi. Zarraning potentsial to'siqdan o'tishiga *tunnel effekt* deyiladi. Tunnel effekt hodisasi kvant hodisasi bo'lib, uning klassik mexanikada o'rni yo'qdir.

Ixtiyoriy shakldagi potentsial to'siqdan o'tish koeffitsiyentini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$D = \exp \left[ -\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(U(x) - E)} dx \right]. \quad (15.74)$$

Bu masalani yechishda zarra potentsial to'siqdan o'tishida o'z energiyasini yo'qotmaydi deb hisoblaymiz va to'siqdan o'tishda vaqt o'tayotgan zarralarning soni kamayadi. Bu hodisaga tunnel effekt deb nom berilishiga sabab, zarra to'siqdan o'tishi uchun uning cho'qqisiga o'tmaydi, balki u to'siq orqali xuddi tunneldan o'tgan singari o'tadi.

Misol. Balandligi 4 eV ga teng bo'lgan potentsial to'siqdan energiyasi 1 eV bo'lgan elektronning o'tish ehtimolini hisoblang. To'siqlarning kengligi  $2,0 \cdot 10^{-8}$  sm deb hisoblang.

Yechish.

$$T \approx 16 \left( \frac{1,0 \text{ eV}}{4,0 \text{ eV}} \right) \left( 1 - \frac{1,0 \text{ eV}}{4,0 \text{ eV}} \right) \exp \left[ -\frac{2,0 \cdot 10^{-10} \text{ m}}{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} (4 - 1)} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \right]$$

1 eV energiyaga ega bo'lgan 100 ta elektrondan faqat 8 tasi to'siqdan o'ta oladi. Tunnel effekti yordamida yadroning  $\alpha$  yemirilishi 1928-yilda Gamov, 1929-yilda Kondon va Garnilar tushuntirib berishgan. Masalan, uran yadrosining nuklonlari neytron va protonlardan iborat. Bu zarralar yadro ichida klaster deb atalgan birliklar hosil qiladi. Bu klasterlar ikkita proton va ikkita neytrondan tashkil topgan bo'lib, yashash vaqti qisqa. Odatda, ularni  $\alpha$  - klaster deb atashadi. Tunnel effekt nazariyasi asosida hisoblashlar shuni ko'rsatadiki, yadro kuchlari tufayli hosil bo'lgan potentsial to'siq  $\alpha$  - zarrani ichkaridan tashqariga chiqish ehtimoli  $10^{38}$  zarralardan faqat bittasigagina bo'lishi mumkin. Zarraning yadrodan bu chiqishini  $\alpha$  - yemirilish deyiladi. Diametri  $10^{-14} \text{ m}$  yadrodan o'tayotgan  $\alpha$  - zarraning tezligi  $10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

bo'lsa, u holda har sekundda to'siq bilan  $10^{21}$  to'qnashishlar sodir bo'lishi mumkin. Oddiy hisoblashlar shuni ko'rsatadiki,

$$\frac{10^{38}}{10^{21} \text{ s}^{-1}} = 10^{17} \text{ s} \approx 3 \cdot 10^9 \text{ yil}.$$

Bu degani yadrodan  $\alpha$  - zarrani chiqishi uchun  $3 \cdot 10^9$  yil kerak bo'ladi. shuning uchun ham uran yadrosining yarim yemirilish davri taxminan milliard yilga teng. Poloniy yadrosi uchun potensial to'siq balandligi urannikiga nisbatan kichik bo'lganligi sababli to'siq bilan  $10^{17}$  to'qnashishda bitta  $\alpha$  - zarraning chiqish ehtimoli mavjud. To'qnashishlar soni  $10^{21} \text{ s}^{-1}$  desak, u holda har  $10^{-4} \text{ s}$  da poloniydan bitta  $\alpha$  -zarra uchib chiqib ketadi.

### Savollar

1. Potensial o'ra deganda, nimani tushunasiz?
2. Potensial va to'liqin funksiya uchun chegaraviy shartlar qanday qo'yiladi?
3. Potensial o'ra uchun Shryodinger tenglamasi va uning yechimini yozing.
4. To'liqin funksiyaning normallash shartini ko'rsating.
5. Potensial o'ra uchun energiyaning xususiy qiymatlari qanday topiladi?
6. Energetik sathlar deganda, nimani tushunasiz?
7. Impulsning xususiy qiymatlari qanday topiladi? Bu holda no-anqlik prinsipi qanday o'rin tutadi?
8. Normallangan xususiy funksiyalarni yozing.
9. Xususiy funksiyalar va qiymatlar jadvalini tuzing va ularning fizik ma'nosini tushuntiring.
10. Ehtimol zichligini  $n = 1, 2, 3$  hollar uchun tushuntiring.
11. Garmonik ossillator deganda, nimani tushunasiz?
12. Klassik garmonik ossillator bilan kvant garmonik ossillator orasidagi farq nimadan iborat?
13. Garmonik ossillator masalasida klassik mexanikani kvant mexanikaning xususiy xoli deb qarash mumkinmi?
14. Garmonik ossillator uchun potensial energiya qanday yoziladi?
15. Garmonik ossillator uchun Shryodinger tenglamasi qanday topiladi?
16. Garmonik ossillator uchun energiyaning xususiy qiymati qanday yoziladi?
17. Garmonik ossillator uchun xususiy funksiyalar qanday yoziladi?
18. Xususiy funksiyalarni aniqlashda qanday polinomlardan foydalaniladi?

19. To'liqin funksiyani potentsial o'ra devori ortida yotishini qanday izohlaysiz?
20. Potentsial o'ra uchun garmonik ossillator uchun yozilgan to'liqin funksiyalari bir-biridan qanday farqlanadi?
21. Garmonik ossillatorni to'liqin funksiyasi qanday normallanadi?
22. 15.10-rasmdagi grafikdagi ehtimol zichligini  $n = 1, 2, 3$  hollar uchun tushuntiring?
23. Nolinchi energiya nima? Nolinchi tebranishlar-chi?
24. Kvant ossillator masalasidagi asosiy natija nima? Qanday tajribalarda kvant ossillator masalasining yechimlari tasdiqlandi?
25. Kvant ossillator masalasi nazariy fizika fanini o'rganishda qanday rol o'ynadi?
26. Garmonik ossillator haqida tasavvuringiz qanday?
27. Tunnel effekti masalasi qanday vujudga keldi?
28. Tunnel effektni ta'riflang?
29. Potentsial to'siq masalasida potentsial energiyaning bo'linish sohalarini ko'rsating.
30. Potentsial to'siq masalasini yechishda nima uchun Shryodinger tenglamasini uch qismga ajratib so'ng yechishimiz kerak?
31. To'liqin funksiyalarni bir-biriga tikish deganda nimani tushunasiz va u qanday bajariladi?
32. To'liqin funksiyaga qanday talablar qo'yilganda tikish sharti bajariladi?
33. To'liqin funksiyani amplitudalari ko'rinishi ifodasini yozing.
34. O'tish (shaffoflik) koeffitsiyentini yozing va tushuntiring.
35. Tunnel effekt deganda, nimani tushunasiz?
36.  $\alpha$  -emirilishni tunnel effekti asosida tushuntiring.
37. Zarra (to'liqin funksiya) potentsial to'siqdan o'tishida energiyasini yo'qotadimi yoki soninimi?
38. Tunnel effekti fizikada qanday rol o'ynaydi?

### **Masalalar**

- 15.1. Kengligi  $L = 3,6 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  bo'lgan potentsial qutida elektron joylashgan bo'lsin. Potentsial o'ra mavzusidagi munosabatlardan foydalanib, quyidagilarni toping:
- elektronning olishi mumkin bo'lgan energiyaning eng kichik qiymati  $E_1$  ni elektronovoltlarda;
  - $E_1$  va  $E_2$  energiyalar orasidagi  $\Delta E$  - energiya farqini;
  - $\Delta E$  energiyaga to'g'ri kelgan fotonning to'liqin uzunligi va chastotasini;
  - impulsning eng kichik qiymatini;
  - potentsial o'ra ichida yotgan elektron impulsini aniqlashdagi noaniqlikni.

15.2. Massasi  $2 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$  bo'lgan shakar zarrasi kengligi  $L = 2,0 \text{ mm}$  bo'lgan potensial o'rada joylashgan. Energiyaning eng kichik qiymati  $E_1$  ni,  $\Delta E = E_2 - E_1$  farqni toping. 15.1-masaladan olingan natijalar bilan bu masala natijalarini taqqoslang va o'z fikringizni ayting.

15.3. Kengligi  $4,0 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  bo'lgan potensial qutida harakat qilayotgan elektron tezligi  $v = 7,5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  ga teng. Massasi  $m = 5,3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$  ga teng bo'lgan molekula kengligi  $10^{-4} \text{ sm}$  bo'lgan qutida  $400 \text{ m/s}$  tezlik bilan harakat qilyapti. Shuningdek, massasi  $1,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$  bo'lgan zarra kenligi  $0,1 \text{ sm}$  bo'lgan qutida  $0,0010 \text{ m/s}$  tezlik bilan harakat qilyapti. Elektron, molekula va zarra uchun  $n$  kvant sonining taxminiy qiymatlarini toping.

15.4. Massasi  $m$  ga teng bo'lgan zarra bir o'lchamli cheksiz chuqur to'g'ri burchakli potensial chuqurlikda yotibdi (15.1-rasm).

zarra uchun Shryodinger tenglamasini ta'riflang va bu tenglamaning umumiy yechimini toping;

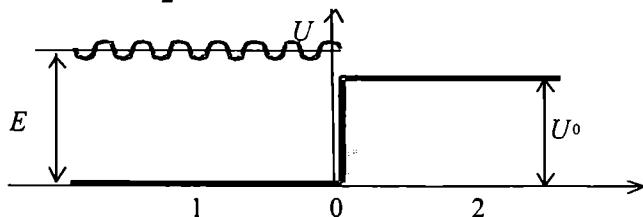
- chegaraviy shartlar yozing xususiy yechimlarni aniqlang;

xususiy to'liq funksiyalar uchun normallash koeffitsiyentini aniqlang va uni  $n$  ga bog'liq emasligini ko'rsating.

15.5. 15.4-masala shartidan foydalanib, Shryodinger tenglamasi va to'liq funksiyalar yordamida cheksiz chuqur potensial o'ra uchun zarraning xususiy energiya spektri  $E_n$  ni aniqlang.

15.6. 15.4- va 15.5-masalalar shartidan foydalanib,  $n = 1, 2, 3$  lar uchun  $E_n$ ,  $\Psi_n(x)$  va  $|\Psi_n(x)|^2$  funksiyalarni grafisini chizing.  $\Psi_n(x)$  funksiya bilan tugunlar soni  $n$  ni holat raqami bilan bog'lang.

15.7. 15.4-masala shartidan foydalanib,  $P_n$ - ehtimol zichligini ta'riflang.  $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$  soha uchun ehtimol qanday bo'ladi?



15.12-rasm.

15.8.  $m$  massaga ega bo'lgan  $E$  energiyadagi zarra rasmda chapda to'g'ri burchakli potensial to'siqqa kelib urildi. Potensial to'siqning balandligi  $U_0$ , tushayotgan zarraning to'liq funksiyasi

$\Psi_{rush} = \exp\left(\frac{ipx}{\hbar}\right)$  (bunda  $p = \sqrt{2mE}$  zarraning impuls). Masalaning

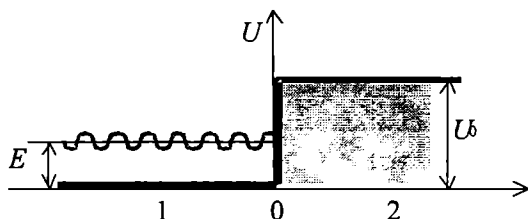
to'la yechimida  $\psi_{qayt} = B \exp\left(-\frac{ipx}{\hbar}\right)$  to'siqdan qaytgan to'lqin

mavjud. To'siqdan o'tgan to'lqin funksiya  $\psi_{o'tgan} = C \exp\left(-\frac{ip_2 x}{\hbar}\right)$

(bunda  $p_2 = \left[2m(E - U_0)\right]^{\frac{1}{2}}$  zarraning II sohadagi klassik impuls).

$x = 0$  tekislikda chegaraviy shartlarni ta'riflab xususiy to'lqin funksiya yechimlarining  $B$  va  $C$  amplitudasini toping.

15.9. 15.8-masalaning natijalaridan foydalanib: a) to'siqdan qaytgan zarra uchun  $R$  - qaytish koeffitsiyentini toping; b)  $D$  - o'tish koeffitsiyentini toping.  $R$  va  $D$  koeffitsiyentlar uchun olingan ifodalarni izohlang.



15.13-rasm.

15.10. 15.8-masalada zarra energiyasi  $E$  ni potensial to'siq balandligi  $U_0$  dan kichik bo'lgan hol uchun ko'ring (15.12-rasm). Bu hol uchun I sohada zarraning holati  $\psi_1 = A \exp(ikx) + B \exp(-ikx)$ , bunda

$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$  (tushayotgan va qaytayotgan to'lqinlar uchun), II sohada

$\psi_2 = C \exp(-k_1 x)$ , bunda  $k_1 = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$ .  $x = 0$  tekislikda

chegaraviy shartlarni ta'riflang va  $V$  va  $S$  amplitudalarni aniqlang.

15.11. 15.10-masaladan foydalanib,  $B$  qaytgan to'lqin funksiyaning to'lqin funksiyasini modulini toping. Olingan natijani fizikaviy izohlang.

15.12. 15.10-masalaning shartlaridan foydalanib, to'siqni  $x$  bilan  $x + dx$  oraliqda zarrani kuzatish ehtimoli  $dP(x)$  ni toping.

15.13. Agar elektron energiyasi  $1\text{eV}$ , potensial to'siq balandligi  $3\text{eV}$  bo'lsa, ushbu to'siqdan qancha elektron o'tadi? To'siq kengligi  $2\text{\AA}$ .

## **XVI BOB**

### **Mavzu: VODOROD ATOMINING KVANT MEXANIKA NAZARIYASI**

#### **Reja:**

- 16.1. Bor nazariyasining kamchiligi. Vodorod atomi uchun Shryodinger tenglamasi.**
- 16.2. Shryodinger tenglamasini qismlarga ajratish.**
- 16.3. Azimutal tenglama va uning yechimlari.**
- 16.4. Qutbiy tenglama va uning yechimlari.**
- 16.5. Radial tenglama to'la to'lqin funksiya.**
- 16.6. To'la tenglama va to'la to'lqin funksiya.**
- 16.7. Holatlarning to'la soni.**

#### **ADABIYOTLAR**

1. Энрико Ферми. Квантовая механика (конспект лекций). М., 1965.
2. А.А.Соколов, Ю.М.Лоскутов И.М.Тернов. Квантовая механика (конспект лекций). М., 1962.
3. Д.И.Блохинцев. Основы квантовой механики. М., 1961.
4. Л.Шифф. Квантовая механика. М., «ИЛ», 1957.
5. Л.Ландау, Е.Лифшиц. Квантовая механика. М., 1974.

**Masalaning qo'yilishi:** Bu bobda Shryodinger tenglamasi real masalaga nisbatan, ya'ni vodorod atomi uchun tuziladi va yechiladi. Talaba bu bobda Shryodinger tenglamasini uch o'lchovli fazoga qo'llanilishini o'rganadi. Kvant mexanikada dekart koordinata sistemasidan sferik koordinatalar sistemasiga o'tish, o'zga-ruvchilarga ajratish uslubiyotini o'rganadilar. Bu bobda oldingi bobda aytilgan ma'lum shartlar real maydonda qo'llanilib, uni yaxshi tushunishga yordam beradi. Sferik sistemaga yozilgan Shryodinger tenglamasini yechish orqali kvant mexanikaning qudrati ko'tariladi. Kvant mexanikaning matematik apparatini qo'llash orqali talaba o'zining matematik ilmiy qo'vvatini ham oshiradi.

## XVI bob. VODOROD ATOMINING KVANT MEXANIK NAZARIYASI

### 16.1. Bor nazariyasining kamchiligi. Vodorod atomi uchun Shryodinger tenglamasi

Bor nazariyasi yangi kvant qonuniyatlarni tushunishda katta qadam bo'ldi. U mikrodunyo fizikasi oldida paydo bo'lgan atom nurlanishi bilan bog'liq bo'lgan butun bir katta masalani yechdi va shu bilan birga klassik fizika qonuniyatlarini atom hodisalariga qo'llash mumkin emasligini, atom hodisalarida kvant qonunlarning rolini ko'rsatdi. Lekin boshidanoq Bor nazariyasi jiddiy kamchiliklardan xoli emasligi ayon bo'ldi. U yarim klassik, yarim kvant nazariya edi.

Bor nazariyasining dastlabki yutuqlarini e'tiborga olgan holda, uning bir qator muammolarni hal qila olmaganligini aytib o'tish ham jo'izdir. Bor nazariyasi quyidagi muammolarni hal qila olmadi:

1. Nima uchun o'tishlar faqat berilgan energetik sathlar orasida bajariladi-yu, xohlaganida emas?

2. Nima uchun statsionar orbitada harakat qilayotgan elektronlar elektromagnit nurlanish chiqarmaydi va spiralsimon harakat qilib yadroga qulab tushmaydi?

3. Murakkab atomlar, xususan geliy va litiy spektrining tabiati qanday?

Kvant mexanika va to'liq funksiya tushunchalaridan foydalangan Ervin Shryodinger atom tuzilishi tug'al nazariyasini yaratish imkoniga ega bo'ldi. Shryodinger nazariyasini tushunish uchun eng oddiy struktura ega bo'lgan vodorod atomi misolida ko'ramiz.

Kvant mexanika tarixidagi eng katta yutuqlar bu oddiy atomlar spektrini detallarigacha tushuntirib berishi va kimyoviy elementlarning davriyligini ham tushuntirishi edi. Shu bilan birga kimyoviy elementlarning sirli hossalarning sifatini tushuntirilishi kvant mexanikaning rivojlanishiga juda katta ijobiy ta'sir ko'rsatadi.

Bu masalani hal etish uchun atomda elektronning xatti-harakatini mufassal o'rganamiz: birinchi navbatda uning fazoda taqsimlanishini hisoblaymiz.

Vodorod atomini to'la tavsiflash uchun ikkala zarraning elektron va protonning ham harakatini e'tiborga olish zarur. Biroq masalani soddalash uchun protonni elektronga nisbatan juda og'ir zarra ( $1836 m_e$ ) deb uning harakatini hisobga olmaymiz va proton atomning markazida turibdi deb faraz qilamiz.

Ikkinchidan, elektronning spinini ham inobatga olmaymiz. Relativistik mexanika qonunlari orqali tasvirlangan elektron spinini umuman moddalarga kam hissa qo'shadi, deb hisoblaymiz. Boshqacha aytganda Shryodingerning norelativistik tenglamalaridan foydalanamiz.

Yuqorida aytilgan taxminlar asosida atom fazosining u yoki bu nuqtasida elektronning qayd qilinishi (kuzatilishi) amplitudasi holat va vaqt funksiyasi sifatida qaraladi.

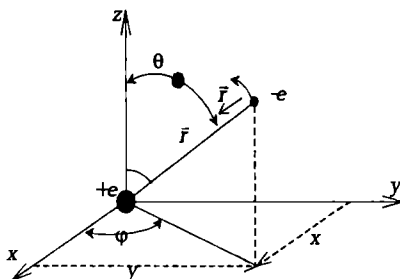
$t$ -vaqt momentida  $x, y, z$  nuqtada elektronning qayd qilinish amplitudasi  $\psi(x, y, z, t)$  deb belgilaylik. Kvant mexanikaga ko'ra, bu amplitudaning vaqt bo'yicha o'zgarish tezligi, shu funksiyaga ta'sir etayotgan Gamilton operatorini beradi. Avvalgi bobdan bilamizki,

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi \quad (16.1)$$

bunda

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) \quad (16.2)$$

bu yerda,  $m$  – elektron massasi,  $U(\vec{r})$  – protonning elektrostatik maydonidagi elektronning potensial energiyasi.



16.1-rasm. Vodorod atomi.

16.1-rasmda vodorod atomi tasvirlangan (klassik tushuncha nuqtayi nazaridan) dekart koordinatalar sistemasini boshiga proton joylashtirilgan. Kulon kuchi ta'sirida  $r$ -radiusli orbita bo'ylab elektron harakat qilayotgan bo'lsin. 16.1-rasmda elektron markazda turgan protonga nisbatan aylanmoqda. Haqiqatda esa ikkala zarra ham ular uchun umumiy bo'lgan massa markazi atrofida aylanmoqda. Biz sodalashtirilgan model bilan, ya'ni protonni qo'zg'almas deb ish ko'ramiz. U holda Kulon maydonidagi elektronning potensial energiyasi

$$U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (16.3)$$

Bunda  $e$ -elektron zaryadi va  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{Ф} \cdot \text{м}^{-1}$  elektr doimiysi.

Kvant mexanika nuqtayi nazaridan elektron to'lqinlar yig'indisi-dan tashkil topgan sistema bo'lib, u (16.3) kulon maydonining potensial o'rasi bilan chegaralangan. Bu esa diskret energetik sathlarga va xususiyl to'lqin funksiyalar yechimi masalasiga olib keladi. Bunday qarash, o'rada ruxsat etilgan to'lqinlar sistemasining to'plami mavjudligi va ulardan har biri energiyaning biror mumkin bo'lgan qiymatiga

mos keladi degan fikrni beradi. Bu holda to'liqin tenglamasini uch o'lchovli ko'rinishda yozishga to'g'ri keladi.

Bunday qarashda,  $\Psi$  to'liqin funktsiya

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (16.4)$$

tenglikni qanoatlantirishi kerak.

Biz aniq energiyaga ega bo'lgan holatni izlaganimiz uchun yechimni

$$\psi(\vec{r}) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} Et\right) \psi(\vec{r}) \quad (16.5)$$

ko'rinishda yozamiz. U holda  $\psi(\vec{r})$  funktsiya

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = \left(E + \frac{e^2}{r}\right) \psi \quad (16.6)$$

tenglamani yechimi bo'lishi kerak. Vodorod atomi statsionar holatda bo'lgani uchun Shryodingerning vaqtga bog'liq bo'lmagan tenglamasidan foydalanish ma'qul.

Tenglamadan ko'rinish turibdiki, Laplas operatori va psi funktsiya  $x, y, z$  ga bog'liq, ammo potensial energiya  $V(r)$   $x, y, z$  ni emas, balki  $r$  masofaning funksiyasidir.

Potensial energiya faqat  $r$  ga bog'liq bo'lgani uchun (16.6) tenglamani qutbiy koordinatalar sistemasida yechgan ma'qul.

To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida laplasian

$$\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}. \quad (16.7)$$

Masala simmetriyaga ega bo'lgani uchun, eng qulay koordinatalar sistemasi sferik sistemadir. Bunday sistema 16.1-rasmda tasvirlangan. Bunda, sferik koordinatalar bo'lib  $\vec{r}$  radius vektor,  $\theta$  qutbiy burchak va  $\varphi$  azimutal burchak xizmat qiladi.

Sferik koordinatalar sistemasidan to'g'ri burchakli koordinatalarga o'tish formulasi

$$\begin{aligned} x &= r \sin\theta \cos\varphi, \\ y &= r \sin\theta \sin\varphi, \\ z &= r \cos\theta \end{aligned} \quad (16.8)$$

Elementar hajm

$$\begin{aligned} dv &= dx dy dz = r^2 \sin\theta \sin\varphi d\theta d\varphi, \\ 0 &\leq r < \infty \\ 0 &\leq \theta \leq \pi \\ 0 &\leq \varphi \leq 2\pi \end{aligned}$$

bunda  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  koordinate boshidan  $R$  nuqtaga o'tkazilgan

radius vektorning uzunligi.  $\theta = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  radius-vektor bi-

lan  $z$  o'q tashkil qilgan (qutbiy) burchak.  $\varphi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$  radius-vektor-ning (xy) tekisligiga proeksiyasining  $x$  o'qi bilan tashkil qilgan (azimutal) burchagi.

Matematik almashtirishlar yordamida Laplas operatorini sferik koordinatalarda ifodalasak, u holda  $\psi(\vec{r}) = \psi(r, \theta, \varphi)$  funksiya uchun:

$$\nabla^2 \psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\psi) + \frac{1}{r^2} \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right\} \quad (16.9)$$

tenglikni yozish mumkin.

Bundan sferik koordinatalar sistemasida  $\psi(r, \theta, \varphi)$  funksiyani qanoatlantiruvchi statsionar Shryodinger tenglamasi

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right] + \left( -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = E\psi \quad (16.10)$$

ko'rinishga ega. Shunday qilib, to'lqin funksiya endi  $r$ ,  $\theta$  va  $\varphi$  ga bog'liq, ya'ni

$$\psi = \psi(r, \theta, \varphi). \quad (16.11)$$

## 16.2. Shryodinger tenglamasini qismlarga ajratish

Umuman olganda, to'lqin funksiya  $r$  va  $\theta$ ,  $\varphi$  burchaklarga bog'liq. To'lqin funksiya maxsus hollarda burchakka bog'liq bo'lmasligi mumkin. Agar to'lqin funksiya burchakka bog'liq bo'lmasa, amplituda koordinata sistemasini burilishiga bog'liq bo'lmaydi. Bu holda harakat miqdori momentining barcha komponentalari nolga teng bo'ladi. Natijada, to'lqin funksiya to'la harakat miqdori momenti nolga teng bo'lgan holatni ifodalaydi va u  $S$  holat deyiladi.

(16.10) tenglamaning qulay tomoni uni uchta tenglik orqali yozish mumkinligidir. Buning uchun (16.10) ning yechimini uchta funksiya ko'paytmasi tarzida ifodalaymiz:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi) \quad (16.12)$$

Bu yerda  $R(r)$  radial to'lqin funksiya bo'lib,  $\theta$  va  $\varphi$  burchaklarning o'zgarmas qiymatida u psi-funksiyaning radius vektori bo'yicha o'zgarishini ifodalaydi;  $\Theta(0)$  qutbiy funksiya bo'lib,  $r$  - vektor va  $\Phi$ -burchakning o'zgarmas qiymatida markaziy maydon sferasi meridiani bo'ylab to'lqin funksiya  $\psi$  ning zenit (qutb) burchagi  $\theta$  ga

bog'liq o'zgarishini tasvirlaydi;  $F(\varphi)$ -azimutal to'lqin funksiya bo'lib  $r$  va  $\theta$  ning o'zgarmas qiymatida  $\psi$  ning ushbu sfera paralleli bo'ylab o'zgaruvchi azimut burchagi  $\varphi$  ga bog'liq o'zgarishini ifodalaydi. (16.12) ifodani (16.10) tenglamaga qo'yamiz va natijani  $2mr^2/\hbar^2$  ga ko'paytirib quyidagini hosil qilamiz.

$$\begin{aligned} \theta \Phi \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{R\theta}{\sin^2 \theta} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + \frac{\Phi R}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\theta}{d\theta} \right) + \\ + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) R\theta \Phi = 0 \end{aligned} \quad (16.13)$$

O'zgaruvchilarga ajratish usulidan foydalanib, (16.13) ni  $\psi=R\theta\Phi$  ga bo'lib, faqat  $r$  ga, faqat  $\theta$  ga va faqat  $\varphi$  ga bog'liq bo'lgan uchta alohida tenglamalarga ajratish mumkin. Natijada, faqat  $r$  ga bog'liq bo'lgan radial qism va faqat  $\theta$  va  $\varphi$  ga bog'liq bo'lgan burchak qismini ajratish mumkin bo'ladi:

$$R \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{\Phi}{\sin^2 \theta} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + \frac{\theta}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\theta}{d\theta} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = 0 \quad (16.14)$$

va  $R,(\theta,\Phi)$  funksiyali hadlarning har birini  $l(l+1)$  ko'rinishdagi doimiylikka tenglaylik:

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = l(l+1) R \quad (16.15)$$

va

$$\frac{1}{\Phi \sin^2 \theta} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + \frac{1}{\theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\theta}{d\theta} \right) = l(l+1) \quad (16.16)$$

ni hosil qilamiz.

Shuningdek, (16.16) ni ham ikkita bir-biriga bog'liq bo'lmagan tenglama ko'rinishida yozish mumkin. Buning uchun (16.16) ni chap va o'ng qismini  $\sin^2 \theta$  ga ko'paytirib, so'ng guruhlab quyidagi tenglik ko'rinishiga keltiramiz.

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = l(l+1) \sin^2 \theta - \frac{\sin \theta}{\theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\theta}{d\theta} \right)$$

Hosil bo'lgan tenglikni ikki tomonini har birini bir o'zgarmas  $m_l^2$  ga tenglash orqali quyidagi ikkita tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\theta}{d\theta} \right) = l(l+1) \quad (16.17)$$

va

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m_l^2\Phi = 0 \quad (16.18)$$

Shunday qilib, Shryodinger tenglamasini uchta oddiy differensial tenglamalarga ajratdik.

### 16.3. Azimutal tenglama va uning yechimlari

Yuqorida yozilgan tenglamalar ichida eng soddasi bu azimutal to'liqin tenglamasidir. Bu tenglama sistemaning  $z$  o'qi atrofida aylan-gandagi to'liqin funksiya holatini tasvirlaydi. Bu tenglama ikkita haqiqiy va bitta mavhum yechimga ega. Ikkinchi tartibli, lekin birinchi tartibli hosilasi bo'lmagan azimutal to'liqin tenglama

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m_l^2\Phi = 0$$

quyidagi yechimlarga ega.

$$\begin{aligned}\Phi &= A \sin m_l \varphi \\ \Phi &= A \cos m_l \varphi \\ \Phi &= A \exp(im_l \varphi)\end{aligned} \quad (16.19)$$

bunda,  $F$  – xususiy azimutal to'liqin funksiya,  $\varphi$  – azimutal burchak,  $l$ –doimiy son,  $s$ –amplituda.

(16.19) dagi  $\Phi = Ae^{im_l\varphi}$  -yechim aylanadagi yugurma to'liqinga xos bo'lib, elektronning tekis aylanishini tavsiflaydi;  $\Phi = A \cos m_l \varphi$  yechim esa turg'un to'liqinlar bilan bog'langan bo'lib, elektronning biror yoy bo'ylab tebranishini tavsiflaydi.

Vodorod atomining yadrosi atrofida aylanayotgan elektron uchun

$$\Phi = A \exp(im_l \varphi)$$

ko'rinishdagi to'liqin funksiya olinadi.

Azimutal to'liqin funksiya bir qiymatlilik shartini qanoatlantirishi shart. Shuning uchun

$$\Phi(\varphi) = \Phi(\varphi + 2\pi),$$

bundan

$$e^{2im_l\varphi} = 1,$$

ya'ni

$$e^{i\frac{L_z}{\hbar}\varphi} = e^{i\frac{L_z}{\hbar}(\varphi+2\pi)}.$$

Bundan

$$e^{i\frac{L_z}{\hbar}2\pi} = 1$$

kelib chiqadi. Bu shart bajarilishi uchun  $\frac{L_z}{\hbar}$  butun son bo'lishi

kerak, ya'ni  $\frac{L_z}{\hbar} = m_l \hbar$  Bunda

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (16.20)$$

Normallashtirish shartiga ko'ra

$$\int_0^{2\pi} \Phi^*(\varphi) \Phi(\varphi) d\varphi = 1. \quad (16.21)$$

(16.21) integraldagi  $\Phi(\varphi)$ ni aniq ko'rinishda qo'ysak,

$$A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \quad (16.22)$$

bo'ladi.

Shunday qilib normallashtirish shartiga ko'ra

$$\Phi_{m_l}(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_l \varphi} \quad (16.23)$$

ga ega bo'lamiz (bunda  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ).

Agar atom z o'qi atrofida to'la aylansa, u holda F ning yechimi uning dastlabki qiymatiga teng bo'ladi, chunki  $\varphi$ -burchak o'zining dastlabki holatiga o'tadi.  $m_l \varphi$  kattalik  $2\pi$  ga karrali o'zgaradi (16.19). Funksiya bu shartni qanoatlantiradi.  $\varphi$  radianlarda o'lchanganligi uchun  $m_l$ -kattalik butun sonlar qabul qilishi lozim.  $m_l$ ni nolga tengligi va teskari tomonga aylanganligini ham hisobga olsak,  $m_l$  ni olishi mumkin bo'lgan qiymatlar  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ .

Kvant mexanikada avval aytilgan ta'riflarga ko'ra (16.20) dagi  $m_l$  ni kvadrati xususiy qiymat bo'lib, (16.19) dagi funksiyalar esa xususiy funksiyalar deyiladi.  $m_l$ -doimiylik kvant mexanikada biz olgan birinchi kvant son bo'lib, ma'lum mulohazalarga ko'ra, uni *mag'nit kvant soni* deb ataladi.

#### 16.4. Qutbiy tenglama va uning yechimlari

Qutbiy burchak  $\theta$  uchun yozilgan (16.17) differensial tenglama

$$\frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) = l(l+1)$$

tenglama murakkab yechimga ega. Shu sababli uning yechimi

$$\Theta(\theta) \sim c_{l,m_l} P_{l,m_l}(\cos \theta) \quad (16.24)$$

ko'rinishda ekanligini ko'rsatamiz.  $P_{l,m_l}(\cos \theta)$  *Lejandrning bir-*

lashtirilgan polinomi deyiladi va quyidagi ko'rinishga ega:

$$P_l^m(x) = (1-x^2)^m \frac{d^{l+m}}{dx^{l+m}} \left[ \frac{(x^2-1)^l}{2^l l!} \right], \quad (16.25)$$

bunda  $x = \cos\theta$ .

$c_{l,m}$  koefitsiyentni topish uchun

$$\int_0^\pi \theta_{l,m}^m \sin\theta d\theta = 1 \quad (16.26)$$

normallash shartidan foydalanamiz.

(16.26) integralni hisoblamasdan to'g'ridan-to'g'ri javobini yozamiz.

$$c_{l,m} = \sqrt{\frac{(2l+1)}{2} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \quad (16.27)$$

va normallangan qutbiy to'lqin funktsiya

$$\theta_{l,m} = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{2(l+m)!}} P_{l,m}(\cos\theta) \quad (16.28)$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Lejandr polinomini, odatda, rekkurent munosabatlardan topiladi:

$$P_l(x) = \frac{2l-1}{l} x P_{l-1}(x) - \frac{l-1}{2} P_{l-2}(x), \quad (16.29)$$

bunda  $x = \cos\theta$ .

Bu polinomlarni

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2-1)^l \quad (16.30)$$

differensial formulalar bilan aniqlaymiz.  $l$  ning kichik qiymatlari uchun polinomlarni oshkor ko'rinishini keltiramiz:

$$\begin{aligned} P_0(x) &= 1, & P_2(x) &= \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}, \\ P_1(x) &= x, & P_4(x) &= \frac{35}{8}x^4 - \frac{15}{4}x^2 + \frac{3}{8}, \\ P_3(x) &= \frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{2}x, & P_l(1) &= 1. \\ P_5(x) &= \frac{63}{8}x^5 - \frac{35}{4}x^3 + \frac{15}{8}x, \end{aligned} \quad (16.31)$$

Tanlash qoidasi

$$\begin{aligned} \Delta l &= \pm 1, \\ \Delta m &= 0, \pm 1. \end{aligned} \quad (16.32)$$

Ushbu tanlash qoidasi yordamida o'tish jarayonidan hosil bo'lgan fotonning chachtotasi

$$\nu_{l,l\pm1} = \frac{E_l - E_{l\pm1}}{h} \quad (16.33)$$

Borning chastotalar qoidasi orqali topiladi.

(16.30) polinom haqida ham to'xtalmasdan, faqat uni  $\cos(\theta)$ ,  $l$  va  $m_l$  kabi ikkita doimiylikka bog'liq ekanligini aytamiz.  $m_l$  kvant soni faqat musbat va manfiy butun qiymatlarga, shuningdek, nol qiymat olishi mumkinligi eslatilib, qutbiy burchakning 0 bilan  $\pi$  orasida o'zgarishini inobatga olib, shuningdek, Lejandr polinomining xossalardan foydalanib,  $l$  ni faqat butun sonlar qabul qilishini uqtiramiz. Natijada,  $l$  uchun quyidagi shart bajariladi:

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, \dots \quad (16.34)$$

$l$  ning qiymati  $m_l$  ning absolut qiymatiga teng yoki undan katta bo'lishi shart.  $l$  ni qiymati  $m_l$  ni qiymatiga teng yoki undan katta bo'lishi shartiga asosan, har bir berilgan  $l$  ni qiymat uchun  $(2l+1)$  ta mumkin bo'lgan yechimlar to'g'ri keladi. Bu shart  $l$ -sonini chegaralaydi. Odatda,  $l$  ni orbital kvant soni deb atashadi. Masalan,

agar  $l=0$  bo'lsa,  $m_l=0$ ;

agar  $l=1$  bo'lsa,  $m_l=0$  yoki  $\pm 1$ ;

agar  $l=2$  bo'lsa,  $m_l=0$  yoki  $\pm 1, \pm 2$  va hokazo bo'lishi mumkin.

Umuman olganda,  $l$  ni har bir berilgan qiymati uchun  $2l+1$  ta mumkin bo'lgan yechim mavjud. Bu holni shunday ta'riflash mumkin:

$l$  ning berilgan qiymatiga mos keluvchi holat  $m_l$  ga nisbatan  $(2l+1)$  karra aynigan.  $l$  ning berilgan qiymatiga mos kelgan  $(2l+1)$ , energiya-ning xususiy qiymatlari o'zaro teng bo'lsa, bunday holat aynigan holat deyiladi.

Tashqi fizik hodisalar ta'sirida bu xususiy qiymat ajralsa, u holda aynish yo'qoladi va hosil bo'lgan holat aynimagan deyiladi. Agar vodorod atomini magnit maydonga joylasak,  $m_l$  ga nisbatan aynishni yo'qotish mumkin. Shu sababga ko'ra,  $m_l$  ni magnit kvant soni deb aytiladi.

## 16.5. Radial tenglama va uning yechimi to'la to'lqin funksiya

To'lqin funksiyaning radiusga bog'liqligini tavsiflash uchun

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) R = l(l+1)R \quad (16.35)$$

radial tenglamadan foydalanamiz.

Bu tenglamaning yechimi  $L_{n,l}(r)$  – Lagerr polinomlari ko'rinishida izlanadi. Mufassal matematik amallarni bajarib o'tirmasdan, biz (16.35) tenglamaning yechimi radial xususiy funksiyalarni quyidagi qo'rinishda yozamiz:

$$R_{n,l} = \exp(-nr)r^l L_{n-l}^l(r) \quad (16.36)$$

bunda,  $n$ -bosh kvant son, noldan farqli istalgan butun son.  $l$ -orbital kvant son bo'lib boshqa tenglamalardan olinadi. Lagerr polinomlari xossalriga asosan (16.35) ning yechimi  $n \geq l+1$  xollar uchun mavjud. Bunda bosh kvant son  $n=1, 2, 3, \dots$  qiymatlar qabul qiladi.

$k$ -tartibli Lejandr polinomining differensial formasi

$$L_k(x) = e^x \frac{d^k}{dx^k} (x^n e^{-x}) \quad (16.37)$$

ko'rinishda bo'ladi. Masalan,

$$\begin{aligned} L_0(x) &= 1, \\ L_1(x) &= 1 - x, \quad L_2(x) = 2 - 4x + x^2, \\ L_3(x) &= 6 - 18x^2 + 9x^2 - x^3. \end{aligned}$$

Shunday qilib, vodorod atomi uchun Shryodinger modelidan bir-biriga bog'langan uchta kvant soni kelib chiqadi:

Bosh kvant soni:  $n = 1, 2, 3,$

Orbital kvant soni:

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1), \quad (16.38)$$

Magnit kvant soni:  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l.$

Vodorod atomi uchun Shryodinger tenglamasining bir-biriga bog'liq bo'lmagan yechimlar soni

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2 \quad (16.39)$$

formula bilan ifodalanadi.

Yuqorida qayd qilingan Shryodinger modelida Kulon potentsiali funksiyasi sof holda olindi, boshqacha aytganda elektron va protonning xususiy harakat miqdori momentlari hisobga olinmadi.

*Eslatma.* Radial tenglamalarga oid misollarni yechishda (16.36) formuladan quyidagi oshkor ko'rinishdagi yechimdan foydalangan ma'qul.

$$R_{n,l}(p) = c_{n,l} e^{-\frac{p}{2}} p^l L_{n-l-1}^{2l+1}(p) \quad (16.40)$$

bunda,  $p = \frac{2z}{nr_0}$ ,  $r_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hbar^2}{me^2} = 0,529171 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  - Borning birinchi

radiusi,  $z$ -atomning tartib raqami.

Normallashtirish koeffitsiyenti

$$c_{n,l} = \left( \frac{z}{nr_0} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{4}{n(n-l-1)!(n+l)!}} \quad (16.41)$$

Natijada, (16.40) ko'rinishdan to'liq funktsiya

$$R_{n,l}(r) = \left(\frac{z}{na_0}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{4}{n(n-l-1)!(n+l)!}} \left(\frac{2zr}{na_0}\right)^l e^{-\frac{2zr}{na_0}} L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2zr}{na_0}\right) \quad (16.42)$$

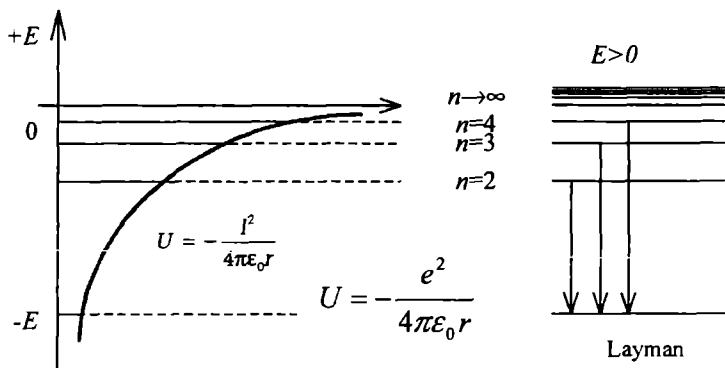
oshkor funksiya ko'rinishida yoziladi. Bunda kvant soni  $n$  uchun tanlash qoidasi

$$r_{nn'} = \int R_{n,l} R_{n',l} dx dy dz = 0$$

matritsa hisoblanadi va  $u$   $n$  va  $n'$  lari istalgan munosabatda nolga teng emas. Bunda bosh kvant soni uchun tanlash qoidasi quyidagi ko'rinishga keladi:  $\Delta n$  – istalgan son.

### 16.6. To'la tenglama va to'la to'lqin funksiya

Yuqorida biz uchta xususiy to'lqin tenglamani oldik va ularni tahlil qildik. Vodorod atomi uchun to'la to'lqin tenglamaning yechimlarini topish uchun, har bir olingan uchta tenglamani yechimlarini o'ziga mos chegaralarda normallab, so'ngra ularni bir-birlariga ko'paytirish kerak. Hosil bo'lgan to'la tenglama uning xususiy yechimlariga nisbatan yechiladi, natijada, ularning har biri amplitudasi o'zgaradigan funksiya bilan ifodalanadi. Koordinata boshi atrofidagi fazo tugun sirtlar bilan ajralgan bo'laklarga bo'linadi va har bir qo'shni ikki bo'lakdagi amplituda tebranish fazo bo'yicha qarama-qarshi. Tugun faza sirtlar soni  $n-1$  ta.



16.2-rasm.

Agar energiyaning xususiy qiymatlari ma'lum kvant sonlari bilan ifodalanuvchi sistema uchun hisoblansa, shuni ko'ramizki, energiyaning xususiy qiymati faqat to'la soni  $n$  bog'liq bo'ladi. Bu sistemaning ayniqligini ko'rsatadi. Diskret xususiy qiymatlarga ega bo'lishi uchun elektronning to'la energiyasi radiusning har bir qiymatiga nisbatan potensial energiyadan kichik bo'lishi kerak. Agar to'la

energiya potensial energiyadan katta bo'lsa, tenglama kontinuum (uzluksiz) yechimlarga ega bo'ladi, ya'ni elektron istalgan energiyaga ega bo'ladi. Bu holda elektron sistemaga bog'lanmagan bo'lib ozod bo'ladi. Bog'langan holatlar uchun energiyaning xususiy qiymati

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = (-13.6) \frac{1}{n^2} eU, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Bu formula Bor nazariyasiga to'g'ri keladi.

16.2-rasmda vodorod atomi uchun Kulon potensial energiyasi va energetik spektri keltirilgan.

### 16.7. Holatlarning to'la soni

Atom holatini aniqlash uchun  $n$ ,  $l$  va  $m_l$  kvant sonlarning istalgan kombinatsiyasi yetarli.

Vodorod atomi uchun Shryodinger tenglamasining yechimi

$$\psi = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi) \quad (16.43)$$

funksiyadan iborat, bunda radial funksiya

$$R(r) = e^{-nr} r^l L_{n,l}(r), \quad (16.44)$$

qutbiy funksiya

$$\Theta(r) = P_{l,m_l}(\cos\theta), \quad (16.45)$$

azimutal funksiya

$$\Phi(\varphi) = Ae^{im_l\varphi} \quad (16.46)$$

Bu funksiyalar  $n$ ,  $l$  va  $m_l$  kvant sonlariga bog'liq bo'lgani uchun har bir holatni ifodalovchi xususiy to'liqin funksiya ham  $\Psi_{n,l,m_l}$  ko'rinishda bo'lishi kerak.

Agar atom tashqi magnit maydon ta'sirida bo'lmasa, u holda energiyaning xususiy qiymati

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (16.47)$$

bo'lib, bu energiya  $l$  va  $m_l$  ga bog'liq bo'lmaydi. Bu holda Shryodinger tenglamasi energiyaning bitta qiymatiga ikkita va undan ortiq yechim berishi mumkin. Bu holdagi yechimni *aynigan* deyiladi. Agar berilgan energiyaning xususiy qiymatiga bitta yechim to'g'ri kelsa, *aynimagan yechim* deyiladi.

Misol. Berilgan  $p$  – bosh kvant soniga  $p^2$  ta mumkin bo'lgan holatlar mavjud ekanligini ko'rsating.

*Yechish.* Berilgan  $p$  uchun orbital kvant soni  $l$  quyidagi  $p$ –qiymatlarni qabul qiladi.

$$l = 0, 1, 2, \dots, (p-1).$$

$l$  ning har bir qiymati uchun magnit kvant soni  $m_l$  quyidagi  $2l+1$  qiymatlarni qabul qiladi:

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l.$$

Xususiy funksiyalarning umumiy soni yoki mumkin bo'lgan holatlar

$$N = \sum_{l=0}^{l=n-1} (2l+1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)$$

ga teng bo'lib, arifmetik progressiyani hosil qiladi.

Arifmetik progressiya hadlarining yig'indisi

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot n \quad (16.48)$$

formula bilan topiladi,  $a$  – birinchi had,  $b$  – oxirgi had qiymati va  $n$  – progressiyada qatnashgan hadlarning umumiy soni.

(16.48) formula yordamida

$$N = \frac{1 + (2n-1)}{2} \cdot n = n^2 \quad (16.49)$$

ni olamiz. Demak,  $N$  – xususiy funksiyalarning umumiy soni bosh kvant sonning kvadratiga proporsional.

Masalan,  $n=3$  hol uchun mumkin bo'lgan holatlar va xususiy funksiyalarni toping.

*16.1-jadval*

|       |   |            |                      |
|-------|---|------------|----------------------|
| 1     | 0 | 1          | 2                    |
| $m_e$ | 0 | 0, $\pm 1$ | 0, $\pm 1$ , $\pm 2$ |

1-jadvalda mumkin bo'lgan kombinatsiyalar keltirilgan. Holatlarning umumiy soni (+) ga ko'ra

$$N = n^2 = 3^2 = 9 \text{ ta.}$$

Shunday qilib,  $n=3$  hol uchun energiyaning bitta qiymatiga 9 ta xususiy funksiya to'g'ri keladi. Shuning uchun bu yechim aynigan yechim deb ataladi. 16.2-jadvalda holatlar, xususiy funksiya va holatlar soni keltirilgan.

*16.2-jadval*

| Holatlar |     |       | Xususiy funksiyalar | Holatlar soni |
|----------|-----|-------|---------------------|---------------|
| $n$      | $l$ | $m_l$ | $\psi_{n,l,m_l}$    | $N$           |
| 3        | 0   | 0     | $\psi_{3,0,0}$      | 3             |
| 3        | 1   | -1    | $\psi_{3,1,-1}$     |               |
| 3        | 1   | 0     | $\psi_{3,1,0}$      |               |
| 3        | 1   | +1    | $\psi_{3,1,+1}$     |               |
| 3        | 2   | -2    | $\psi_{3,2,-2}$     | 5             |
| 3        | 2   | -1    | $\psi_{3,2,-1}$     |               |

|             |   |   |                |   |
|-------------|---|---|----------------|---|
| 3           | 2 | 0 | $\Psi_{3,2,0}$ |   |
| 3           | 2 | 1 | $\Psi_{3,2,1}$ |   |
| 3           | 2 | 2 | $\Psi_{3,2,2}$ |   |
| Umumiy soni |   |   |                | 9 |

## Savollar

1. Bor nazariyasining asosiy kamchiliklari nimadan iborat?
2. Shryodinger nazariyasini tushuntirish nima uchun vodorod atomi qulay?
3. Vodorod atomining strukturasini Shryodinger nazariyasi bilan tushuntirishda asosan nimalar e'tiborga olinadi?
4. Vodorod atomi uchun Shryodinger tenglamasini sferik koordinatada yozing.
5. O'zgaruvchilarga ajratish usulidan foydalanib, Shryodinger sferik tenglamasini oddiy tenglamalar ko'rinishida yozing.
6.  $\Psi(x, y, z)$  funksiyani bir-biriga bog'liq bo'lmagan uchta funksiyaning ko'paytmasi tarzida yozish mumkinmi?
7. Azimutal tenglamani yozing va tushuntiring.
8. Qutbiy tenglamani yozing va tushuntiring.
9. Radial tenglamani yozing va tushuntiring.
10. Azimutal tenglamaning yechimi-to'lqin funksiya ko'rinishlarini yozing va tushuntiring.
11. Azimutal tenglamani xususiy qiymati qanday kvant soni bilan ifodalanadi?
12. Azimutal to'lqin funksiyani normallang.
13. Qutbiy tenglamaning yechimi-to'lqin funksiya ko'rinishlarini yozing va tushuntiring.
14. Qutbiy tenglamani xususiy qiymati qanday kvant soni bilan ifodalanadi?
15. Qutbiy to'lqin funksiyani normallang. Normallash koeffitsiyenti nimaga teng?
16. Lejandr polinomi ko'rinishlarini yozing.
17. Radial tenglamaning yechimi-to'lqin funksiya ko'rinishlarini yozing va tushuntiring.
18. Radial tenglamani xususiy qiymati qanday kvant soni bilan ifodalanadi?
19. Radial to'lqin funksiyani normallang. Normallash koeffitsiyenti nimaga teng?
20. Lagerr polinomi ko'rinishlarini yozing.
21. Shryodingerning vodorod atomi uchun umumiy tenglamasi nechta kvant soni bilan ifodalanadi?
22. Shryodingerning vodorod atomi uchun umumiy tenglamasini umumiy to'lqin funksiyasi ko'rinishini yozing.
23. Radial to'lqin tenglamaning xususiy qiymati – to'la energiyasining formulasini yozing.

24. Qutbiy to'liqin tenglamaning xususiy qiymati – harakat miqdori momenti formulasini yozing.

25. Azimutal to'liqin tenglamaning xususiy qiymati – harakat miqdori momentining proeksiyasi formulasini yozing.

### Masalalar

16.1.  $U(r)$  – markaziy potensial maydonida yotgan to'la energiya operatori (gamiltonian)ni

$$\hat{H} = \hat{K}_r + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2} + U(r)$$

ko'rinishiga ega ekanligini ko'rsating.  $\hat{K}_r$  – operatorning oshkor ko'rinishini yozing.

16.2. 16.1, 16.2-jadvallarda keltirilgan normallangan to'liqin funksiyalardan foydalanib vodorod atomida 1s, 2s va 3p holatda yotgan elektronlar uchun normallangan to'la to'liqin funksiyalarni yozing.

Vodorod atomida statsionar holatda yotgan elektron

$\Psi(r) = A(1 + a)e^{-\alpha r}$  ko'rinishidagi sferik – simmetrik to'liqin funksiya bilan tasvirlangan. Shryodinger tenglamasidan foydalanib,  $\alpha$  va  $a$

koeffitsiyentlarni va elektronning energiyasini toping. Elektron qanday holatda yotibdi?

16.3. Vodorod atomida yadro bilan 1s – elektron orasidagi masofa uchun  $\langle r \rangle$ ,  $\langle r^2 \rangle$  va  $\langle \Delta r^2 \rangle$  – kattaliklarni hisoblang.

16.4. Vodorod atomida 1s-holatda yotgan elektronning energiyasini o'rtacha qiymatini va o'rtacha kvadratik tezligini toping.

16.5. 16.1-jadvaldan foydalanib, vodorod atomida 2s- va 3d-holatdagi elektronlarning yadrodan eng ehtimolli masofalarini toping.

16.6. 2s- va 3d - elektronlarni to'liqin funksiyalarini normallang, so'ng yadrodan elektronlarning  $\langle r \rangle$  o'rtacha uzoqligi va o'rtacha kvadratik og'ishini  $\langle (\Delta r)^2 \rangle$  ni hisoblang.

16.8. Vodorod atomi markazida 1s-elektronning hosil qilgan elektrostatik potensiallarni toping.

16.9. Vodorod atomining energetik sathi  $E = -\frac{me^4}{128\pi^2\epsilon^2_0\hbar^2}$  ni  $n$

ga karraligini toping. Shu energiya uchun  $\psi_{n,\ell,m_\ell}(r,\theta,\varphi)$  to'liqin funksiyalarni yozing.

16.10. Lagerr polinomidan foydalanib,  $n=1, 2, 3$  lar uchun Lagerr funksiyalarining jadvallarini tuzing.

16.11-masaladagi Lagerr funksiyalaridan foydalanib, 2s va 3s-holatlar uchun normallangan radial to'liqin funksiyalarini ko'rinishlarini toping.

16.12. 4s va 4r-holatlar uchun umumlashgan Lagerr funksiyasini va radial to'liqin funksiyalarini yozing.

16.13. 2s-holat uchun Shryodingerning radial tenglamasining xususiy qiymati  $E = -\frac{me^4}{128\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2}$  ga teng bo'lsa, tenglamaning yechimini toping.

16.14.  $n=2$ , va  $\ell=1$  kvant sonlari bilan ifodalangan holat uchun radial to'liqin funksiya  $R_{2,1} = \frac{1}{2\sqrt{6}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\left(\frac{r}{r_1}\right)e^{-\frac{r}{3r_1}}$  Bunda  $r_1$  - Bor radiusi. Shu funksiya Shryodingerning radial tenglamasini qanoatlantirishini isbot qiling.

16.15. 3s-holat uchun energiyaning xususiy qiymati  $E = -\frac{me^4}{288\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2}$  bo'lsa, radial tenglamaning yechimi

$$R_{3,0} = c_3\left(6 - \frac{4r}{r_1} + \frac{4r^2}{9r_1^2}\right)e^{-\frac{r}{3r_1}} \text{ ekanligini ko'rsating. Bunda } c_3 = \frac{1}{9\sqrt{3}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}$$

16.16. Quyida  $\Psi_{n,\ell,m_r}$  normallangan to'liqin funksiyalar ayrim holatlar uchun berilgan. Bu to'liqin funksiyalarni Shryodinger tenglamasiga qo'yib,  $E_{n,\ell,m_r}$  - xususiy qiymatlarni toping.

$$\Psi_{1,0,0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}e^{-\frac{r}{r_1}}, \quad (1)$$

$$n=1, \ell=0, m_r=0,$$

$$\Psi_{2,0,0} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\left(1 - \frac{r}{2r_1}\right)e^{-\frac{r}{2r_1}}, \quad (2)$$

$$n=2, \ell=0, m_r=0.$$

$$\Psi_{2,1,0} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\frac{r}{2r_1}e^{-\frac{r}{2r_1}}\cos\Theta, \quad (3)$$

$$n=2, \ell=1, m_r=0.$$

bu yerda

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0^2\hbar^2}{me^2} - \text{Bor radiusi.} \quad (4)$$

16.17.  $n=4$  uchun  $\ell$  va  $m_r$  larning mumkin bo'lgan qiymatlarini ko'rsating:

$$16.18. \quad \Theta_{1,m_1} = \sqrt{\frac{5}{8}}(3\cos^2\theta - 1) \quad \text{bunda} \quad \ell = 2, \quad m = 0 \quad \text{va}$$

$\Theta_{1,m_1} = \sqrt{\frac{15}{4}}(\sin\theta\cos\theta)$  bunda  $\ell = 2 \quad m_1 = \pm 1$  funksiyalar qutbiy tenglamaning yechimi ekanligini ko'rsating.

$$16.19. \quad \text{Xususiy energiya qiymati} \quad E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad n=1,2,3$$

bo'lsa radial tenglama yechimi:

$$1) \quad R_{n,l} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{r_1}\right)^{\frac{3}{2}} \left(2 - \frac{r}{r_1}\right) e^{-\frac{r}{2r_1}}, \quad n=2, \quad l=0;$$

$$2) \quad R_{n,l} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \left(\frac{1}{r_1}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{r_1}\right) e^{-\frac{r}{2r_1}}, \quad n=2, \quad \ell=1;$$

$$3) \quad R_{n,\ell} = \frac{1}{9\sqrt{3}} \left(\frac{1}{r_1}\right)^{\frac{3}{2}} \left(6 - \frac{4r}{r_1} + \frac{4r^2}{r_1^2}\right) e^{-\frac{r}{3r_1}}, \quad n=3, \quad \ell=0$$

ekanligini isbotlang. Bunda  $r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2}$  – Bor radiusi.

16.20. 16.18-masala yechimi  $\int_{\theta=0}^{0=\pi} \Theta^* \Theta \sin\theta d\theta = 1$  normallash shartini qanoatlantirishni ko'rsating.

$$16.21. \quad \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \Phi_{m_1}^* \cdot \Phi_{m_1} \cdot \partial\varphi = 1 \quad \text{normallash shartidan foydalanib,}$$

$\Phi_{m_1} = Ae^{im_1\varphi}$  funksiyaning normallash koeffitsiyentini toping.

**MUNDARIJA**

|                                                                                                                                       |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>KIRISH .....</b>                                                                                                                   | <b>3</b>   |
| <b><i>I bob. KVANT MEXANIKA YARATILGUNCHA BO'LGAN<br/>DAVRDAGI KLASSIK FIZIKANING ASOSIY NATIJALARI<br/>VA KAMCHILIKLARI.....</i></b> | <b>5</b>   |
| <b><i>II bob. KVANT FIZIKANING VUJUDGA KELISHI<br/>(ISSIQLIK NURLANISHI) .....</i></b>                                                | <b>24</b>  |
| <b><i>III bob. YORUG'LIKNING KVANT NAZARIYSI.<br/>EYNSHTEYNNING SAQLANISH QONUNLARI.....</i></b>                                      | <b>52</b>  |
| <b><i>IV bob. YORUG'LIK KVANTI – FOTONNING<br/>YUTILISHI. FOTOEFFEKT.....</i></b>                                                     | <b>71</b>  |
| <b><i>V bob. YORUG'LIK KVANTI - FOTONNING MODDALARDA<br/>SOCHILISHI. KOMPTON EFFEKTI. RAMAN EFFEKTI.....</i></b>                      | <b>86</b>  |
| <b><i>VI bob. SPEKTRIAL SERIYALAR VA ENERGETIK SATHLAR.....</i></b>                                                                   | <b>111</b> |
| <b><i>VII bob. ATOMNING BARQARORLIGI. BOR MODEL<br/>VA UNING QO'LLANILISHI.....</i></b>                                               | <b>136</b> |
| <b><i>VIII bob. VODORODSIMON ATOMLAR UCHUN BOR MODEL.<br/>BOR NAZARIYASINING EKSPERIMENTAL TASDIG'I.....</i></b>                      | <b>154</b> |
| <b><i>IX bob. ZARRALARNING TO'LQIN XOSSALARI. DE-BROYL<br/>TO'LQINLARI.....</i></b>                                                   | <b>171</b> |
| <b><i>X bob. TO'LQIN PAKET. GEYZENBERGNING NOANIQLIK<br/>MUNOSABATI.....</i></b>                                                      | <b>188</b> |
| <b><i>XI bob. TO'LQIN FUNKSIYANING STATISTIK TALQINI<br/>VA EHTIMOLYAT .....</i></b>                                                  | <b>218</b> |
| <b><i>XII bob. KVANT FIZIKANING MATEMATIK APPARATI.....</i></b>                                                                       | <b>242</b> |
| <b><i>XIII bob. VAQT BO'YICHA HOLATNING O'ZGARISHI .....</i></b>                                                                      | <b>273</b> |
| <b><i>XIV bob. DINAMIK O'ZGARUVCHILARNING VAQT BO'YICHA<br/>O'ZGARISHI.....</i></b>                                                   | <b>299</b> |

|                                                                                |            |
|--------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>XV bob. BIR O‘LCHOVLI FAZODA-SHRYODINGER<br/>TENGLAMASINI YECHISHI.....</b> | <b>314</b> |
| <b>XVI bob. VODOROD ATOMINING KVANT MEXANIKA<br/>NAZARIYASI.....</b>           | <b>343</b> |

## **KVANT FIZIKASI**

Toshkent – «Fan va texnologiya» – 2006

Muharrir: **S.Badalboyeva**  
Texnik muharrir: **A. Mo'yidinov**  
Musahhih: **M. Hayitova**  
Kompyuterda  
sahifalovchi: **A. Shoxamedov**

Bosishga ruxsat etildi: 12.12. 2006. Bichimi 60x84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
«Times Uz» garniturası. Ofset usulida bosildi.  
Shartli bosma tabog'i 22,5. Nashr bosma tabog'I 22,0.  
Adadi 1000. Buyurtma №118.

«Fan va texnologiyalar Markazining  
bosmaxonasi»da chop etildi.  
700003, Toshkent shahri, Olmazor ko'chasi, 171-uy.