O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O`RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
ABU RAYHON BERUNIY NOMIDAGI TOSHKENT DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

Mirjalilova M.A.

FIZIKA VA ELEKTRONIKANING MAXSUS BOBLARI

(Kvant mexanikasi va qattiq jismlar fizikasi) 1-qism

(O`quv qo`llanma)

Toshkent 2009

UDK 537.311.33

Fizika va elektronikaning maxsus boblari (Kvant mexanikasi va qattiq jismlar fizikasi) 1-qism: O`quv qo`llanma Mirjalilova M.A. Toshkent, ToshDTU, 2009. – 103 b.

Mazkur o`quv qo`llanma «Elektronika va mikroelektronika» yo`nalishi bo`yicha tahsil oluvchi talabalarni qattiq jismlar va ular asosida yasalgan elektron asboblarda yuz beradigan fizik jarayonlar, shuningdek, modda bilan elektromagnit nurlanish orasidagi ta`sirlarni tushuntirish va izohlash uchun xizmat qiladi hamda ularni kvant mexanikasi va statistikasi bilan tanishtiradi.

Bu o`quv qo`llanma 521700 - "Elektronika va mikroelektronika" yo`nalishi bakalavriat talabalari uchun mo`ljallangan.

35 ta rasm. Adabiyotlar: 22 nomda.

Abu Rayhon Beruniy nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti ilmiy–uslubiy kengashi qaroriga ko`ra chop etildi.

Taqrizchilar: O`zMU "Fizikaviy elektronika" kafedrasi
professori f-m.f.d. I.B. Bo`riboyev
ToshDTU "Elektronika va mikroelektronika" kafedrasi, "Fizik elektronika va mikroelektronika asboblari" bloki
prof.,f.-m..f.d. N.F.Zikrillayev.

SO`Z BOShI

“Fizik elektronika”, “Yarim o`tkazgich va dielektriklar fizikasi”, “Elektron texnika materiallari fizikasi va texnologiyasi” mutaxassisliklari bo`yicha tahsil olayotgan talabalar qattiq jismlarda, ulardan tayyorlangan asboblarda bo`ladigan fizik jarayonlarni hamda qattiq jism bilan moddalar va elektromagnit oqimlar orasidagi ta’sirni o`rganish, tushinish va izohlash uchun “Kvant mexanikasi” va “Kvant statistikasi” fanini mukammal va keng o`rganishlari va o`zlashtirishlari lozim.

Zamonaviy texnikada kvant va optoelektronika muhim ahamiyat kasb etadi. Shu boisdan talabalarga kvant fizikasi elementlari “Umumiy fizika” kursida o`qiladiganga nisbatan mukammal va chuqur o`rgatilishi lozim.

Fanning maqsadi - talabalarni nazariy fizikaning ba’zi bo`limlari (kvant mexanikasi va kvant statistikasi) bilan hamda kvant elektronikaning asosiy tushunchalari bilan tanishtirish va amaliy ahamiyatini tushuntirishdir.

.

KVANT MEXANIKASINING FIZIK ASOSLARI
KIRISH

Kvant mexanikasi - atomlar ichida kechadigan hodisalarning nazariy asosi, ya'ni mikroolamni o`rganadi. Juda uzoq vaqtlar fiziklar miqdordan sifatga o`tish qonunlarini inkor etib kelishdi. Mikroolamda kechadigan jarayonlarni klassik mexanika qonunlari bilan izohlash va talqin etishga harakat qilishdi. Biroq ularning harakatlari zoye ketdi. Yorug'lik difraksiyasini tushuntiruvchi Yung tajribalari, EM nurlanish uchun Maksvell nazariyasining yaratilishi yorug'likning to'lqin nazariyasini isbotlagan bo'lsa, biroq bu nazariya yorug'likning yutilishi va sochilishi, nurlanish qonunlarini tushuntirushda qiyinchiliklarga uchradi. XVII asr oxiri va XVIII asr boshlarida yorug'likning to'lqin nazariyasi o'zining eng cho'qqisiga chiqqan davr hisoblanadi, Lebedev tomonidan yorug'lik bosiming mavjudligini ochilishi yana to'lqin nazariyasining kuchayishiga sabab bo'ldi. Biroq to'lqin nazariya qanchalik chuqurlashmasin, nurlanish energiyasining taqsimotini to'lqin nazariyasi yordamida tushuntish mumkin b o'lmadi. Nazariyachilarning juda ko'p urinishlari zoye ketdi. Absolyut qattiq jism nurlanish spektrining energiya taqsimotini to'lqin nazariyasi tushuntira olmadi, EM nazariya asosida keltirib chiqarilgan qonuniyat tajriba natijalariga zid bo'lib, hatto nazariyaning o'zida ichki ziddiyatlar mavjud edi.

1901-yilga kelib Plank nurlanish spektrini tushuntirib beruvchi ajoyib yechim topdi, bu yechim kvant nazariyasining buyuk binosiga qo'yilgan birinchi g'isht hisoblanadi. Bu qonun kvant nazariyasi rivojining boshlang'ich nuqtasi bo'lib hisoblanadi. Bu qonunning asosida yorug'lik energiyasi uzluksiz va cheksiz bo`la olmaydi, u ma'lum aniq porsiyalar – kvantlardangina iboratdir. Shuningdek, "nurlanishning energetik spektrida uzluksizlik yo'q degan g'oya ilgari surildi. Kvant mexanikasi asoslanadigan tajribaviy dalillar inson ongi bevosita tushuna olish chegarasidan tashqarida yotadi. Tajriba natijalarini nazariya bilan taqqoslash haqiqat mezoni ekanligi, garchi bu matematik ifodalar fizik tushunchalar va atamalar bilan izohlangan bo`lsa ham, matematik formalizmga olib keldi. Kvant mexanikasining rivoji yorug'likning kvant nazariyasi ochilishi bilan bog`langan.

Yorug'likning kvant energiyasi uning tebranish chastotasiga bog'liq bo`lib, quyidagicha aniqlanadi:

$\varepsilon = h\nu$ agar $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ ekanligini nazarda tutsak,

$\varepsilon = \hbar\omega$ (1), bu yerda , ħ=1,05·10^{-34}J.s; h=6,63·10^{-34} J.s

Bu g'oya - yorug'lik nurining zarra tabiatiga ega ekanligi ko`p tajribalar bilan tasdiqlanib Eynshteyn tomonidan yorug'lik nafaqat energiyaga, balki impulsga ham ega ekanligi ko`rsatilgach, mukammal shaklga keldi. Ma'lumki, zarra impulsi energiya bilan quidagicha bog`lig: $p = \dfrac{\varepsilon}{c} = \dfrac{\hbar\omega}{c}$

To`lqin vektori tushunchasi kiritilib, k=ω/s, yoki $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ (to`lqin vektorining koordinata o`qlariga proyeksiyasi: $k_x=2\pi/\lambda*\cos\alpha$*; $k_y=2\pi/\lambda*\cos\beta$; $k_z=2\pi/\lambda*\cos\chi$), yorug`lik impulsini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$p = \hbar k \quad (2).$$

Energiyasi (1) va impulsi (2) ifoda bilan aniqlanadigan yorug'lik kvanti foton deb nomlandi.

(1) va (2)- ifodalar yorug'lik kvant nazariyasining asosiy formulasi bo`lib, u yorug'lik energiyasi va impulsini to`lqin vektori yo`nalishi bo`yicha tarqalayotgan nurlanish chastotasi va to`lqin uzunligi bilan bog'laydi. Yorug'lik kvant nazariyasining asosiy ma'nosi shundaki u mikrosistemalar (elektron, atom va molekula va h.k.) va yorug'lik orasidagi, ta'sir bir tur yorug'lik kvantining yo`qolishi va boshqa tur kvantning paydo bo`lishi tufayli sodir bo`lishini ko`rsatadi. Ushbu fikr yorug'likning biror sistema bilan to`qnashganda energiya va impulsning saqlanish qonuni bajarilishi bilan tasdiqlanadi.

$$\left.\begin{aligned} E + h\nu &= E' + h\nu'(a) \\ P + \hbar k &= P' + \hbar k'(b) \end{aligned}\right. \qquad (3)$$

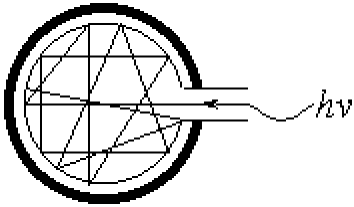
Bu yerda E, P, hΛ, $\hbar$k – zarra va fotonning mos tarzda to`qnashuvdan oldingi energiya va impulslari, E`, P`, hΛ`, $\hbar$k` esa to`qnashgandan so`nggi qiymatlari.

(3)- ifoda - yorug’lik uchun energiya va impulsning saqlanish qonuni.
Bu ifoda klassik nuqtai nazardan yorug’likning to`lqin ekanligini tushuntirib bearaolmaydi. Klassik nazariyaga asosan, yorug’lik nuri modda bilan to`qnashganda uning “rangi” (dispersiya) o`zgarishi kerak edi. Tajribada esa yorug’likning intensivligigina o`zgaradi. Bundan kelib chiqadiki, kvant zarra muhitning biror joyida mujassamlashishi mumkin emas.

Yorug`lik kvant nazariyasining tub ma`nosi shundaki, nurlanish va yutilish kabi hodisalarda energiya va impulsning o`zgarishi ihtiyoriy bo`lmay, kvantlangan bo`ladi. Yorug`lik kvanti ham zarra, ham to`lqindir. Foton faqat harakatdagina mavjud (v=0 da m=0), foton faqat korpuskula, yoki faqat to`lqin ham emas. Foton energiyasi to`lqin kabi amplitudaga bog`liq emas. Yorug`lik ikkilamchi xususiyatga ega, yani yorug’lik uchun dualizm o`rinli. Uning tarqalishida to`lqin xususiyati ko`proq bo`lsa, biror mikrozarra bilan to`qnashganda korpuskula xususiyati namoyon bo’ladi. Bu ikkala xususiyat mikroolamning obyektiv xususiyati bo`lib, ularni bir-biridan ajratib bo`lmaydi.

YORUG`LIK UCHUN ENERGIYA VA IMPULSNING SAQLANISH QONUNLARINI ISBOTLOVCHI TAJRIBALAR

Mutlaq qora jismning nurlanishi. Mutlaq qora jism-har qanday to’lqin uzunlikdagi elektromagnit to’lqinni to’la ytuvchi jismdir.Tabiatda mutlaq qora, yaltiroq yoki tiniq jism bo’lmasa ham, xususiyati shunga yaqin jismlar bo’ladi. Uning modeli o’zidan issiqlikni o’tkazmaydigan materialdan yasalgan “a” tirqishli sferik shakldagi jismdir, sabab uning tirqishidan tushgan nur ichki sirtida bir necha bor qaytib nihoyat to’la yutiladi. Shunday jism ma’lum hfroratgacha qizdirilsa, uning ichida termik muvozanatli nurlanish hosil bo’ladi. Tajribada nurlanish energiyasining spektral zichligi chastota ortishi bilan ortadi, $\omega = \omega_0$ chastotada maksimumga erishadi va so’ng



kamayadi. $\rho_\omega(T) = f(\omega, T)$ (1) –nazariyaning vazifasi shu ifodani tushuntirshdan iborat.

Termodinamika qonunlariga asoslanib, Kirxgof spektral zichlik $\rho_\omega(T)$ - moddaganing turiga bog'liq bo'lmay, faqat haroratga bog'liqligini aniqladi. Stefan–Bolsman birlik yuzadan birlik vaqtda nurlanuvchi energiya zichligi haroratni to'rtinchi darajasiga bog'liqligini aniqladi, $\varepsilon = \delta T^4$ (2) , bu yerda $\delta = 5{,}6 \cdot 10^{-8} \dfrac{j}{K^{-4}}$ Bolsman doimiysi , $\varepsilon = \delta$ bo'lganda ham (1) ni izohlay olmadi.

Statistik fizika qonunlariga asoslanib Vin $\lambda_{\max} \cdot T = b$ (3), b=2.8979·10^{-3} m·K ekanligini aniqladi, harorat ortishi bilan maksimum o'ngga siljiydi. Reley –Jins elektrodinamika statistik fizika va umuman klassik fizika yutuqlaridan foydalanib, mutlaq qora jism ko'p ossillyatordan iborat deb qarab uning energiyasi spektral zichligi uchun: $\rho_\omega(T) = \dfrac{\omega^2}{\pi^2 c^2}\langle E\rangle$ (4) $\langle E\rangle = kT$, $\langle E\rangle$ bitta ossilliyator uchun o'rtacha energiya, u holda mutlaq qora jism nurlanishi uchun energiya zichligi quyidagicha bo'ladi; $\rho_\omega(T) = \dfrac{\omega^2}{\pi^2 c^2} kT$ ($4^/$), bu yerda, *k*-Bolsman doimiysi. Tajriba natijalari bilan (4) ifoda solishtirilganda chastotaning kichik qiymatlarida $(\omega << kT)$ tajriba bilan mos, chostataning katta qiymatlari uchun mutlaqo zid, bu holni "ultrabinafshaviy halokat" deyiladi. Shunday qilib klassik fizika tushunchalari bilan tajribani to'liq tushinish mumkin bo'lmadi, demak klassik fizika mutlaq qora jism nurlanishini (yutilishini) tushuntirishga ojiz.

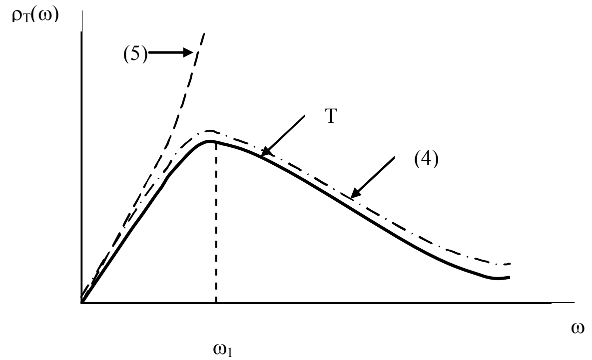
Mutlaq qora jism nurlanishining Plank nazariyasi.

Bu muammoni Plank ossiliyator tomonidan nurlangan energiya uzluksiz va $E = n \cdot \hbar\omega$, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ n=1,2,..., kvant soni . Shunday qilib, Plank mikroobyekt energiyasi kvantlanadi, makro- va mikro olamning chegaraviy doimiysini aniqladi. Stefan–Bolsman qonuniga ko'ra

$$\langle E\rangle = \frac{\hbar\omega}{\exp\frac{\hbar\omega}{k_B T}-1},\ (5)$$ u holda

$$\rho_\omega(T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}\cdot\frac{1}{\exp\frac{\hbar\omega}{k_B T}-1}$$ (6) Plank formulasi, u tajribaning barcha chastotalari uchun mos keladi.

Nurlanishning tajribada olingan spektral taqsimoti barcha nurlanish chastotalari uchun klassik nazariya qonunlariga bo`ysunmaydi. Mutlaq qora jism nurlanishining spektral taqsimoti ilk bor Plank tomonidan yaratilgan ifoda yordamidagina tushuntirilishi mumkin bo`lib, past haroratlarda (nurlanishning kichik chastotalarida) Plank formulasi (6) ning $\hbar\omega << kT$ shartni qoniqtiruvchi qiymatlarida qatorga yoysak Reley-Jins klassik qonuni (4) kelib chiqadi, yuqori haroratda esa (katta chastotalarida) Vin qonuni $\lambda_{\max}\cdot T = b$ o'rinli. (6) ifodani chastotaning barcha o'zgarish sohasi bo'yicha integrallasak, Stefan –Bolsman qonuni kelib chiqadi. Kvant nuqtai nazaridan yorug`lik nurlanishini $\varepsilon = \hbar\omega$ energiyali zarra deb qaralibgina tushuntirilishi mumkin. Shuni qayd etish lozimki, to`lqin nazariyasi yorug`lik kvanti zaif, lekin soni ko`p hollar uchun o`rinli, korpuskulyar nazariya esa, aksincha, kvanti kuchli, soni esa oz hollar uchun o`rinlidir. Quyida (1-rasm) mutlaq qora jism uchun nurlanishning taqsimot (nazariy va tajriba natijalari) qonuni keltirilgan.

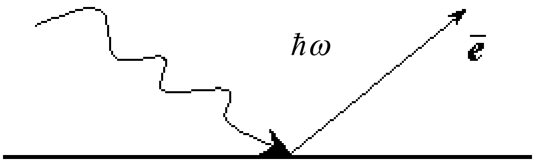


1-rasm. Mutlaq qora jism nurlanısnining tajriba(tutash) va nazariy spektrlarini taqqoslash.

Plank formulasi yorug`lik chastotasining istalgan qiymatlarida tajriba natijalari nazariya bilan mos. Tajriba - haqiqat mezoni. Nazariyaning tajribaga mos kelishi uning yaratilishiga asos qilib olingan tushunchalarning to`griligidan dalolat beradi. Demak, kvantlanish tushunchasi mutlaq qora jismni tashkil etgan mikroobyektlarning obyektiv xususiyatidir.

Fotoeffekt - yorug`lik ta`sirida metall sirtidan elektronlarning ajralib chiqishidir. Klassik nuqtai nazardan fotoeffekt hodisasini tushuntirish mumkin emas. Klassik nuqtai nazardan elektromagnit energiyasi bilan impulsi orasida quyidagicha bog`lanish mavjud, E =pv. Energiya bilan impuls orasidagi ushbu munosabat nisbiylik nazariyasida ham mavjud. Unda yorug`lik nuri tinch holatdagi massasi nolga teng bo`lib, $\varepsilon = \hbar\omega$ energiyaga ega bo`lgan hamda, jism bilan ta`sirlashganda energiyasi ham, impulsi ham o`zgaruvchi zarra kabi qaraladi.

Eynshteyn energiya balansining saqlanish qonunini ifodalovchi sodda tenglama taklif qildi, ya`ni: $\hbar\omega = A_{chi} + \frac{m_0 v^2}{2}$ (7), bu yerda $\hbar\omega$ - metallga tushayotgan yorug`lik kvantining energiyasi, A_{chi} - elektronning metalldan chiqish ishi, $m_0 v^2/2$ - urib chiqarilgan elektronning vakuumdagi kinetik energiyasi. Aniqlangan (7) qonuniyat tajribaga to`la mos keladi va fotoeffektning boshqa imkoniyatlarini ham tushuntirishga imkon beradi. Albatta, agar $\hbar\omega \leq A$ bo`lsa, elektron metalldan chiqa olmaydi, metallga tushayotgan foton energiyasi $\hbar\omega \geq A$ bo`lgandagina elektronlar metallni tark etadi. Eynshteynning fotoeffekt nazariyasi tajribada tekshirilishidan, uchib chiqqan fotoelektronlar energiyasi yorug`lik chastotasigagina bog`liqligi tasdiqlandi, yorug`lik chastotasi ma`lum qiymatdan oshgandagina fotoeffekt ro`y beradi,
$\omega = A/\hbar$, bu chastota fotoeffektning qizil chegarasi deyiladi.

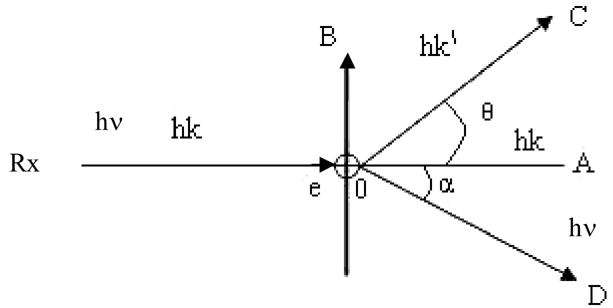


2-rasm. Fotoelektron chiqishi

Klassik nuqtai nazardan yorug`lik elektromagnit to`lqin bo`lib, unda elektr E va magnit maydon H kuchlanganlik vektorlari tebranib turadi. Tajribalarning natijalariga ko`ra yorug`lik nurining fiziologik, fotokimyoviy, fotoelektrik va boshqa ta`sirlari faqatgina elektr kuchlanganlik vektori tufayli sodir bo`ladi. Shu sababli bundan buyon faqat elektr kuchlanganlik vektorinigina ko`rsak yetarli: $E = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)$, (8) $\omega = 2\pi\nu$ ekanligidan, $E = E_0 e^{-i(\omega r - kr)}$ (9), bu yerda k - to`lqin vektori.

KOMPTON EFFEKTI

1923-yili rentgen nurining erkin elektronlarda sochilishi (Kompton effekti) tekshirilayotganda foton nazariyasi yana bir bor tasdiqlandi. Bu effekt shu bilan qiziqarliki, bunda energiyaning saqlanish qonuni bilan bir qatorda impulsning saqlanish qonuni ham tasdiqlanadi.



3-rasm Rentgen (Rx) nurining muhitda sochilishi.

Kompton tajribasi yordamida (3b) ifoda to`g`ri ekanligi isbotlandi. Kompton muhitda rentgen nurining sochilishini tekshirdi. Sochuvchi muhit sifatida elektron atomi bilan zaif bog`liq bo`lgan modda (parafin, grafit) olingan.

Rentgen nurining energiyasi katta bo`lganligi bois hisoblash-larda elektronning harakat energiyasini hisobga olmasa ham bo`ladi; u holda ”elektroni tinch turgan erkin zarra” deb qarash mumkin, ya`ni $E_e$=0 $P_e$=0, u holda (3) ifoda quyidagicha bo`ladi:

$$\left.\begin{aligned}\hbar\omega &= E' + \hbar\omega' \\ \hbar k &= P' + \hbar k'\end{aligned}\right\}$$

Rentgen nuri ta`sirida elektron **v** tezlikka erishadi, bu tezlik yetarli darajada katta. Shu boisdan nisbiylik nazariyasiga ko`ra elektron massasi va energiyasi uchun mos ravishda quyidagi ifodalarni yozish mumkin:

$$m_e = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} \qquad E' = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} - m_0 c^2 \qquad (10)$$

agar $\frac{\upsilon}{c} = \beta$ (bu erda, c,v yorug`likning vacuum va muhitdagi, mos ravishda, tezligi) deb belgilansa ($3^1$) ifoda quyidagi ko`rinishga keladi

$$\begin{cases}\hbar\omega = \dfrac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2 + \hbar\omega'(a) \\ \hbar\vec{k} = \dfrac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-\beta^2}} + \hbar k'(b)\end{cases} \qquad (11)$$

(11) dan ko`rinadiki: $\lambda' \succ \lambda$ klassik nuqtai nazardan sochilgan yorug`lik chastotasi o`zgarmasligi, tushgan yorug`lik chastotasiga teng bo`lishi lozim. Kvant nuqtai nazaridan esa, foton energiyasining ma`lum qismi erkin elektronga beriladi. Shu boisdan sochilgan nur energiyasi, shuningdek, chastotasi tushayotgan nur chastotasidan kam bo`lishi lozim.

Faraz qilaylik nur yutildi, u holda $w^1=0$, $k^1=0$ bo`lishi kerak, (11b) ifodaning skalyar ko`rinishi $\hbar k = m_0\upsilon$. U holda (11) dan quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (12)$$

Oxirgi tenglik β=0 bo`lgandagina bajariladi, u holda, β=υ/c, υ=0, k=0 demak, nur yutilishi mumkin emas. Nur yutilishi elektron erkin bo`lgan holdagina kuzatiladi, agar elektron metall atomida bo`lsa, Kompton tajribasidan sochilgan yorug`lik chastotasi sochilish burchagiga bog`liqligi kelib chiqadi.

Sochilgan nur energiyasi va impulsini OA va OB yo`nalishlarga proyeksiyalab quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \hbar\dfrac{\omega}{-} = \dfrac{h\omega'}{-}\cos\theta + \dfrac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-\beta^2}}\cos\alpha \\[2ex] 0 = \dfrac{\hbar\omega'}{-}\sin\theta - \dfrac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-\beta^2}}\sin\alpha \end{cases} \tag{13}$$

$$\omega - \omega' = \frac{2\hbar}{m_0c^2}\omega\omega'\sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \omega' = \frac{2\pi}{\lambda'}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} - \frac{2\pi}{\lambda'} = \frac{2\hbar}{m_0c^2}\omega\omega'\sin^2\frac{\theta}{2}$$, u xolda

$\left|\Delta\lambda = \dfrac{4\pi\hbar}{mc}\sin^2\dfrac{\theta}{2}\right|$ (14) Kompton formulasi, moddadan sochilgan va tushayotgan yorug`liq to`lqin uzunliklarining farqi, ($h/mc=3\cdot10^{-22}$sm, Kompton soni).

$\Delta\lambda$ - sochilish burchagi θ ga bog`liq bo`lib; buni "Kompton to`lqin uzunligi" deyiladi.

Yorug'likning atom elektronlarida sochilishida (qattiq nurlanish) chastotasining o`zgarishini klassik elektrodinamika nuqtai nazaridan tushuntirish mumkin emas.

Yuqorida qayd etilgan fikr va mulohazalar yorug'likning kvant nazariyasiga asos soldi, ya'ni yorug'lik ikkilamchi tabiatga ega bo`lib, ba'zi hollarda - to`lqin tabiati, ba'zi hollarda - zarra tabiati namoyon bo`ladi.

De Broyl gipotezasi: 1924 yili De-Broyl dualizm nafaqat yoruglikka balki zarralarga ham xos degan gipotezani o`rtaga tashladi, ya`ni *zarralar yorug'lik kvantlari kabi to`lqin tabiatga ega, u holda zarra impulsi* $\vec{p} = \hbar\vec{k}$.

$$p_{zarra.} = \hbar k = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}, \qquad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$\lambda_{zarra.} = \frac{h}{p_{zarra}}; \quad E_{zarra.} \frac{p^2{}_{zarra.}}{2m}; \; p_{zarra} = \sqrt{2mE_{zarra.}}$$

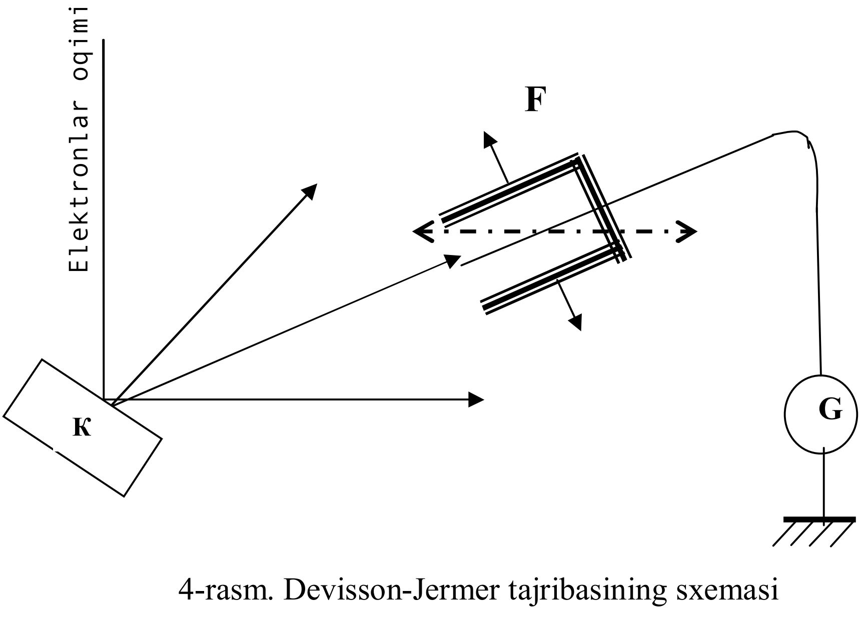
$$\boxed{\lambda_{zarra.} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{zarra.}}}}$$

(15) E_{zarra}= $mv^2/2$= eU ekanligini nazarda tutsak,

Istalgan zarraning λ to`lqin uzunligini hisoblash mumkin masalan $m = 0{,}1g$, $E_{zara.} = 0{,}02\,J$ uchun

$$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}0001}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 10^{-3}} \approx 3{,}3 \cdot 10^{-31}\,m \; .$$

Devisson va Jermer tajribasi



4-rasm. Devisson-Jermer tajribasining sxemasi

Zarrachalar difraksiyasi. Devisson va Jermer (1927) elektronlar oqimining kristall sirtida sochilishini tajribada tekshirayotib, sochilgan elektronlar intensivligi fazoda notekis taqsimlanganligini aniqlashdi. Bu to`lqinga xos xususiyat edi. Monokristall K- dan qaytgan elektronlar oqimi F-Faradey silindriga tushib elektr tokini hosil qiladi. Faradey silindri bir-biriga o`zaro tik bo`lgan o`qlar bo`yicha siljitish imkoniyatiga ega. Uni har xil yo`nalishlarda siljitib, monokristalldan qaytgan elektronlar intensivligining fazodagi taqsimotini aniqlash mumkin.

Tajribadan aniqlanishicha monokristalldan qaytgan elektronlar ma`lum yo`nalishlarda maksimumlarga va minimumlarga ega bo`lgan. Maksimumlarning tartibi quyidagicha:

$$d \cdot \sin\varphi = n\lambda \qquad (16)$$

shartni qanoatlantiradi. Bu yerda d-kristall panjarasining doimiysi (berilgan material uchun o`zgarmasdir), φ-difraksion maksimumlarni kuzatish burchagi, n-maksimumlar tartibi, λ-kristallga tushayotgan elektron to`lqin uzunligi. Elektronning tezligi υ ni elektr potensiallar farqi U orqali ifodalasak, (16) formuladagi to`lqin uzunligini elektr o`lchash asboblari yordamida aniqlash mumkin bo`lgan quyidagi

$$\lambda = \sqrt{\frac{150}{U}}\ \text{e}, \qquad (17)$$ ifodaga ega bo`lamiz demak,

$$\lambda \sim \frac{1}{U}; \qquad D\sqrt{U} = const\,.$$

Buni e`tiborga olib (16) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$\sqrt{U}\sin\varphi = n\,const \qquad (18)$$

Tajriba natijalari zarracha $\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = \dfrac{h}{m\upsilon}$ to`lqin uzunlikka ega deb topilgan (16) va (17) natijalarni, ya`ni De-Broyl gipotezasini to`la tasdiqladi.

Tartakovskiy va Tomsonlar (1928) elektronlarning polikristalldan difraksiyasini tekshirdi. Bu holda elektronlar oqimi yupqa polikristall parda (plenka) dan o`tkazilgan. Pardada kristallchalar betartib joylashganligi sababli elektronlar difraksiyasi fazoviy bo`lib, rentgen nurlari difraksiyasi uchun aniqlangan

$$2d\sin\varphi = n\lambda \qquad (19)$$

Vulf-Bregglar shartini qanoatlantiradi. Bu holda ham to`lqin uzunlikni(17) ifoda orqali aniqlash mumkin. Ekranga tushgan elektronlar intensivligi konsentrik halqalardan iborat bo`ladi. Shtern va Esterman geliy ($_2He^4$) atomi va vodorod (H_2) molekulasini LiF-litiy ftorid kristalidan qaytgan difraksiyani kuzatishgan. Bu holda atom va molekulalar qizdirish yo`li bilan tezlashtiriladi, ularning kristall sirtidan qaytgandagi intensivligi esa sezgir manometrlar yordamida aniqlanadi bunda turli to`lqin uzunlikdagi spektr hosil bo`lishi kuzatilgan. Shuningdek, neytronlarning difraksiyasi ham tajribada tekshirib ko`rilgan.

Tajriba natijalari De-Broyl gipotezasining to`g`riligini, mikrozarrachalar korpuskulyarlik xususiyati bilan bir qatorda to`lqin xususiyatiga ham ega ekanliklarini to`la isbotladi. Tajriba natijalaridan ko`rinadiki, to`lqin xususiyat faqat elektronga emas, proton, neytronlarga, atom va molekulalarga, umuman hamma mikrozarrachalarga xosdir.

Adabiyotlar:

1. [1] 12-19, 29-34-betlar.
2. [7] 5-7-betlar.
3. [21] 15-17, 22-25-betlar.

MIKROOLAMDA ATOMIZM

Hozirgi kunda inson o`z tafafakkuri, fan va texnika yangiliklari yordamida uzunlikni eng kichik $10^{-18}$ m (e-o`lchami) dan boshlab, eng katta 10^{26}(koinot chegarasi) gacha o`lchay oladi.

I soha -∞ $0 \le R \le 10^{-18}$ - submikron –vaqt va fazo o`z ma`nosini yoqotadi

II soha $10^{-18} \le R \le 10^{-7}$ - mikroolam –mikrozarralar olami

III soha $10^{-7} \le R \le 10^{24}$ -makroolam

IV soha $10^{24} \le R \le \infty$ -mega olam bo`ladi.

II sohaning boshqalardan tubdan farqi:

a) dualizm o`rinli
b) strukturasi uzlukli – diskret
c) kattaliklar diskret qiymatli

d) $\hbar$ fundamental doimiyga ega
e) trayektoriya tushunchasi yo`q
f) ehtimollik nazariyasiga asoslanganligi u statistik xarakrerga ega.

Mikroolamda shu xususiyatlarni o`zida aks ettirgan fizikaning bo`limi kvant mexanikasi deyiladi.

Mikroolamni o`rganayotganimizda juda ko`p elementar zarralar bilan to`qnashamiz. Mikroolamning makroolamdan farqlanuvchi ungagina xos xususiyati – atomizmdir.

Bu xususiyat nimalardan iborat:

1. har bir tur mikrozarra o`ziga xos xususiyatlarga ega, bu xususiyatlari o`zgarmaydi, ya`ni har bir zarra uchun zaryad, massa, spin, yashash davri, izotopik spin, g'aroyiblik .

Elementar zarralar jadvali ([1] 1-jadval)

Foton	M=o $m = 0$	q=o $q = 0$	$s = 1$	$\tau = \infty$
Elektron	3.110^{-31}	q=-1 $q = -1$	$s = 1/2$	$\tau = \infty$
Mezon	$m = 206.710^{-n}$	q= 1,q=-1	$s = 1/2$	

Zarralar parchalanishi mumkin, o`zaro o`zgarishi mumkin, lekin zarraga xos xususiyatni o`zgartirish mumkin emas. Har bir elementar zarraning shu alpozda mavjudligi – atomizmdir.

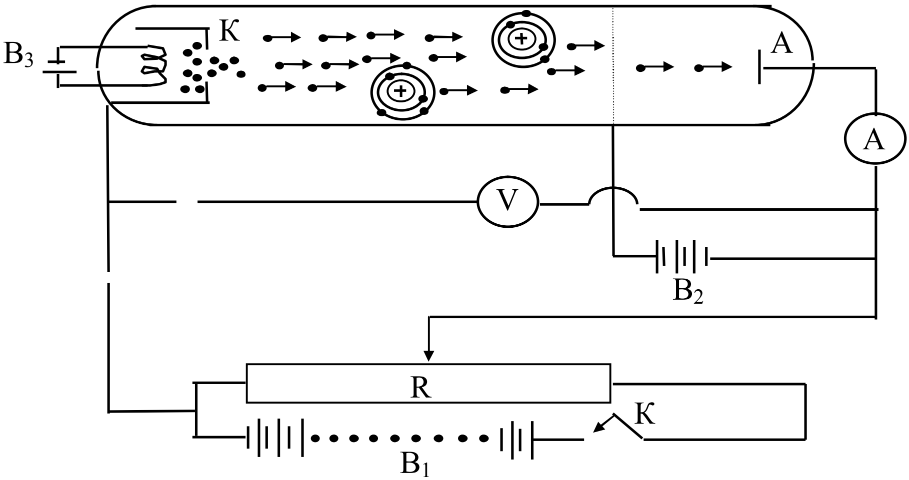
2. Elementar zarrani ifodalovchi kattaliklar faqat diskret qiymatlarni oladi. Zarraning holati tashqi ta`sir energiyasi ma`lum qiymatga yetgunga qadar o`zgarmaydi, bu o`zgarish albatta diskret xususiyatga ega. Shu boisdan atomistik sistemalar tashqi ta`sir ostida ham o'zgarmas xususiyatga ega bo'ladi. Bu hol kimyogarlarning atom bo'linmas degan mulohaza yuritishlarigaga sabab bo'ldi, fiziklar esa kinematika nazariya nuqtai nazaridan atomni moddiy nuqta deb hisoblashgan. Turli elementar zarra xususiyatlarining aynanligi "mikrojismlardan" farqli o'laroq ularni "O'z yuz" lariga ega emasligini ko'rsatadi. Elementar zarralarga xos – diskretlik tabiati bir qator tajribalarda isbotlangan.

Turli elementar zarralar (e, p, n) mavjud bo`lib, har biri o`zicha aniq xususiyatlarga ega, bu xususiyatlar o`z-o`zidan o`zgarmaydi (massa, zaryad, yashash davri, spin va h.k., elementar zarralar jadvali, [1], 20-bet). Shu xususiyatlar mikroolamda atomizmlikni namoyon etadi. Zarrani ifodalovchi parametrlar ularning o`zaro ta`siri tufayli o`zgarishi mumkin. Bir zarra o`rniga o`zining xususiyatlariga ega bo`lgan boshqa zarra hosil bo`lishi mumkin, biroq hech bir zarra o`ziga xos bo`lgan xususiyatlarini o`zgartirmaydi.

Atomizm, shuningdek, mexanik kattaliklarning diskret qiymatlarni olishida namoyon bo`ladi (masalan, mikrozarra energiyasi diskret qiymatlarnigina olishi mumkin. Bunday tabiatning isboti - atom spektrlarining mavjudligidir). Zarraning parametrlari yoki holati biror tashqi ta`sir energiyasi ma`lum qiymatga yetmagunga qadar o`zgarmaydi. Mikroolam zarralarining makroolam zarralaridan yana bir farqi - ularning xususiyatlarida aynanlik mavjud. Mikroolamning atomizm xususiyati turli tajribalarda isbotlangan.

FRANK-GERS TAJRIBASI

Elektron bir statsionar holatdan ikkinchi statsionar holatga o`tganda atom nur yutishi yoki nur chiqarishi mumkin. Nurlanish (yoki yutilish) energiyasi quyidagicha aniqlanadi: $\hbar\omega = E_n - E_k$



5 – rasm. Frank-Gers tajribasining sxemasi.

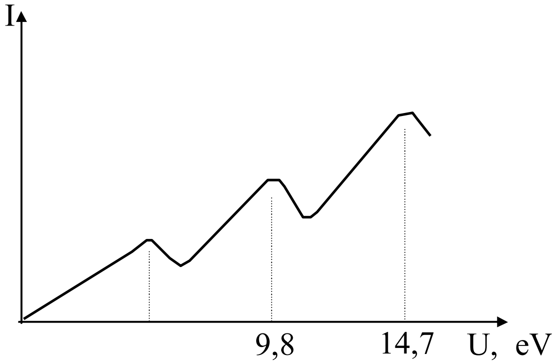
Shunday qilib, N. Borning yarim klassik va yarim kvant nazariyasi atom yadrosi atrofida diskret statsionar energetik holatlar bo`lishini ko`rsatadi. Haqiqatdan ham atomda shunday diskret energetik holatlar mavjudligini Frank va Gerts (1914 y.) tajribada aniqladilar. Buning uchun ular simob bug`i to`ldirilgan idish olib, undan elektr toki o`tkazdilar (5-rasm). Katoddan chiqqan elektronlar ma`lum energiyaga ega. Bu energiya katod va anod oralig`iga qo`yilgan kuchlanish yordamida boshqariladi. Kuchlanish ortishi bilan elektron energiyasi ham ortadi. Kuchlanish U ma`lum bo`lsa, elektronning energiyasini quyidagi ifoda yordamida aniqlash mumkin:

$$E_e = \frac{m_0 \upsilon^2}{2} = e_0 U$$

Katoddan chiqib anod tomon yo`nalgan elektron o`z yo`lida simob bug`i atomlari bilan to`qnashadi. To`qnashish elastik bo`lsa, elektron energiya yo`qotmasdan anodga yetib boradi. Buni anod tokining miqdoridan bilish mumkin. Agar elektronning energiyasi simob bug`i atomlaridagi ikki statsionar energetik holatlarning farqi $\Delta E = E_1 - E_2$ dan kichik bo`lsa, to`qnashish elastik bo`ladi. Bu holda katoddan chiqqan elektron simob bug`i atomining elektron bilan to`qnashib uni yuqori energetik holatda chiqarib qo`yishga energiyasi yetmaydi. Kuchlanish qiymati orttirilsa, elektron energiyasi ham orta borib, kuchlanishning ma`lum U_0 qiymatida bo`ladi.

$$E_e \cong \Delta E = E_1 - E_2$$

Bu holda to`qnashish elastik bo`lmaydi. Katoddan anodga borayotgan elektronning simob bug`i atomi bilan noelastik to`qnashuvi natijasida uning elektroni yuqori energetik sathga o`tadi. O`zining energiyasi kamayib anodga yetib bora olmay to`r elektrodda tutilib qoladi. Demak, noelastik to`qnashishlar yuz berayotganda anodga yetib borayotgan elektronlar soni kamayadi. Shuning uchun anod toki ham kamayadi. Tajribaning ko`rsatishicha, bu effekt elektron 4,9 eV energiyaga erishganda yuz berar ekan (6-rasm).



6-rasm. Anod tokining kuchlanishga bog`liqligi

Elektrodlar orasidagi kuchlanishni yana orttirib borsak, anod toki ham mos holda orta boshlaydi, chunki noelastik to`qnashish tufayli energiyasini yo`qotgan elektron yana qo`shimcha energiya olib, anodga yetib bora boshlaydi. Elektrodlar orasidagi kuchlanish elektronga 9,8=2×4,9 eV energiya berish darajasiga yetganda yana anod tokining keskin kamayishi kuzatiladi. Har bir shunday to'qnashishlarda ballon ichida chaqnash sodir bo'ladi, Hg atomi uyg'onadi va unda elertromagnit to'lqin nurlaydi. Bu holda elektron simob bug`i atomining elektroni bilan ikki qirrali to`qnashishi natijasida energiya yo`qotadi. Shunday qilib simob bug`i atomlari statsionar energetik holatlarga ega ekan.

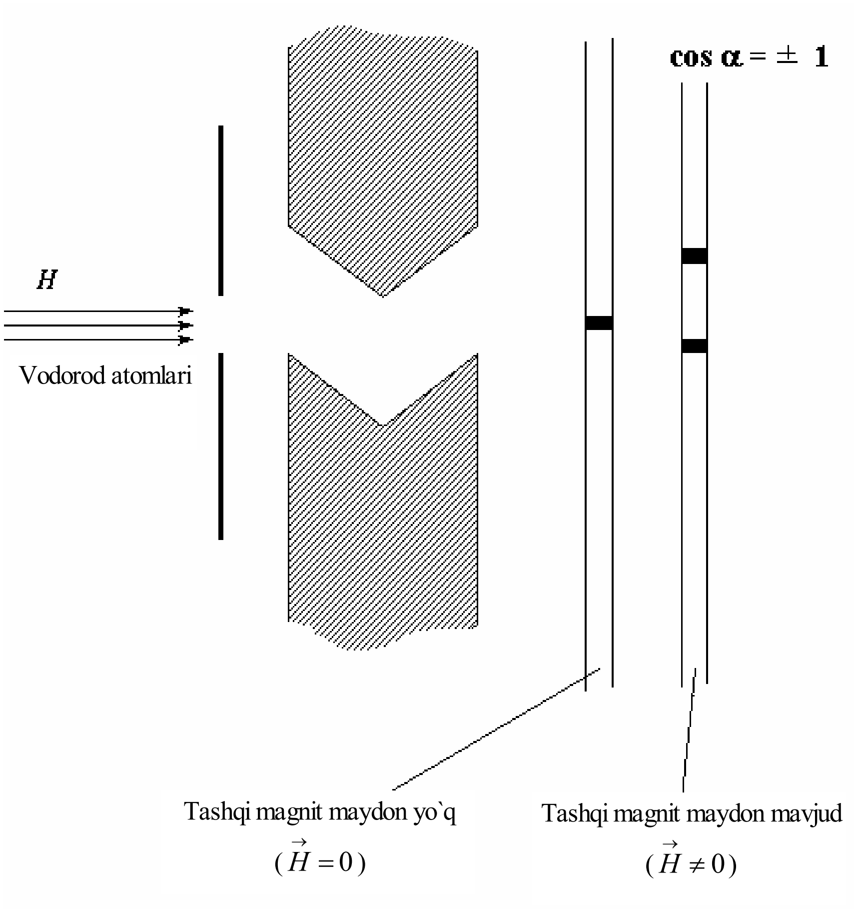
SHTERN VA GERLAX TAJRIBASI

Shtern va Gerlax atomlar aylanma impulsi energiya kabi faqat diskret qiymatlarni olishi mumkin ekanligini tajriba yordamida ko`rsatib berdilar.

Ular atomning magnit momentini o`lchadilar. Bu moment atomdagi ichki toklar, ya`ni elektronlar harakati tufayli sodir bo`ladi. Shunday ekan, atom magnit momenti va aylanma impulsi orasida o`zaro bog'lanish mavjud. Tajriba mohiyati shundaki, ingichka atom dastasi bir jinsli bo`lmagan magnit maydonidan o`tkaziladi. Agar atom magnit momentga ega bo`lsa, kuchlanganligi H- bo`lgan magnit maydonida u potensial energiya oladi, $U = -(\overline{\mu}\,\overline{H}) = -\mu H \cos\alpha$, (1)

$\vec{H}$ - magnit maydon kuchlanganligi, α- magnit maydoni kuchlanganligi bilan atomning magnit momenti orasidagi burchak. Klassik mexanika qonunlaridan ma`lumki, $\overline{F} = -\overline{\nabla} U$ - bir jinsli bo`lmagan magnit maydonda ta'sir etuvchi kuch. Kuchning koordinata o`qlaridagi proyeksiyasi, mos tarzda:

$F_X = -\frac{\partial U}{\partial x}; \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$. Magnit maydoni atomga Lorens kuchi bilan ta`sir etadi: $F=-(\partial U/\partial z)$. Agar atomning magnit momenti diskret qiymatni olmasa, unga ta'sir etuvchi kuch $0 \div F_{max}$ oraliqdagi qiymatlarni qabul qilishi mumkin va natijada atom magnit maydondan o`tgach, dastlabki yo`nalishdan turli burchakka og`ishi lozim bo`lib, nurlanish to`lqin uzunligi - λ turli qiymatlarga ega bo`lar va ekranda tirqish tasviri chaplashib ketgan dog`dan iborat bo`lishi kerak edi, tajribada esa: H=O da spektr chizig`i - bitta, H≠O da esa - ikkita o`zaro parallel chiziq hosil bo`ladi. Bundan $\cos\lambda=\pm1$ gina qiymatni olishi, ya`ni atomning magnit momenti uning energiyasi kabi diskret qiymatlar oladi, atom magnit maydonida diskret oriyentatsiyalanadi degan xulosa kelib chiqadi.



7-rasm. Magnit maydoni ta'sirida atom spektrini tarmoqlanishi.

Shtern-Gerlax hodisasini fazoviy kvantlanishi ham deb ataladi, sabab, atom trayektoriyasi fazoda, diskret ravishda o`zgardi. Dastaning boshlang'ich yo`nalishdan og'ishi atomning magnit momentiga mos tushadi. Demak,atomning magnit momenti uning energiyasi kabi diskret qiymatlarni oladi. Tajriba natijasiga ko`ra:

$$m_з = \frac{e\hbar}{2m_e c} \qquad (2),$$

m_B= 9,3x10^{-21}erg./gauss Bu qiymat ilk bor Bor tomonidan nazariy aniqlangan bo`lib, "Bor magnitoni" deyiladi.

Tajribalar shuni ko`rsatdiki, barcha atomlar va molekulalar 0 yoki $\mu_0$=$m_B$ ga butun son karrali magnit momentiga egadir. Tajribadan xulosa fazoviy kvantlanishning mavjudligidir. Tajriba faktlarining hammasi mikroolam xususiyati o`zgacha ekanligini, bundagi zarrachalar va ularni ifodalovchi fizik kattaliklar diskret bo`lishini ko`rsatadi.

Xulosa qilib shuni aytish lozimki, Plank doimiysi -ħ mikroolam diskretligining o`lchov birligiga aylandi. Energiya, impuls, impuls momenti, spin va zarracha holatini ifodalovchi barcha fizik kattaliklar birligida o`lchanadi. Plank doimiysi ħ, elektron massasi m_o va zaryadi e_o kombinatsiyasidan quyidagi uzunlik o`lchovini hosil qilish mumkin: $a_o=\hbar/m_oe_o^2$ (3).

Bu ifodaga doimiy kattaliklar (m_o , e_o, ħ)ning son qiymatini qo`ysak, $a_o$ =0,53·10$^{-10}$ m bo`lib, (vodorod atomining birinchi Bor radiusi) atomning o`lchami tartibidagi kattalik kelib chiqadi.

Shunday qilib, Plank doimiysi mikroolam diskret strukturasida kvantlanish qadami hisoblanadi.

DE - BROYL TO`LQINI VA UNING STATISTIK MA`NOSI

Dualizm nafaqat yorug`likka xos, balki, zarralar ham ikkilamchi tabiatga ega ekanligi to`g`risidagi g'oyani ilk bor De-Broyl gipoteza tarzida muhokamaga tashladi va keyinchalik qator tajribalarda bu fikr isbotlandi.

Tajribalardan ko`rinadiki, zarralar uchun ham dualizm o`rinli. De-Broyl elektronni " erkin zarra" deb qarab, uning koordinatasini quyidagi funksiya orqali ifodalashni taklif etdi,

$$\Psi(x,t) = C\,e^{-i(\omega t - kx)} = C\,e^{\pm i\left(\frac{\varepsilon}{\hbar}t - \frac{P_x}{\hbar}x\right)} \quad (1)$$ - De-Broyl to`lqini,. ($\hbar\omega = \varepsilon$; $\hbar k = p$ ekanligini nazarda tutsak).

$\vec{r}$ - fazoning ixtiyoriy nuqtasidagi radius vektor desak va $\hbar\omega = \varepsilon$; $\hbar k = p$ ekanligini e`tiborga olinsa zarrani ifodalash uchun to`lqin funksiya quyidagi ko`rinishga keladi:

$$\psi(\vec{r},t)=\psi_0 e^{-i\left(\frac{E}{\hbar}t-\vec{P}\vec{r}\right)} \quad (2)$$

x- o`qi yo`nalishida:

$$\psi(x,t)=\psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}\left(Et-\vec{P}x\right)} \quad (3)$$

(1) ifodada $\alpha=\omega t-kx$ to`lqin fazasi bo`lib, vaqt o`tishi bilan ko`chib yuradi. U holda fazoviy tezlik:

$$\upsilon_f=\frac{dx}{dt};\ \upsilon_f=\frac{\omega}{k}$$

Ma`lumki,

$$\upsilon_f=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}};\ \text{u holda}\ \frac{\omega}{k}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad (4)$$

Zarraning fazaviy tezligini aniqlaymiz. Nisbiylik nazariyasiga asosan $\upsilon<<c$ tezlik bilan harakatlanayotgan zarra energiyasi va impulsini bog`lanishidan, $E=\sqrt{m_0^2c^4+p^2c^2}$ ifodani qatorga yoysak: $E=m_0c^2+\frac{\hbar^2k^2}{2m_0}+...$ (5), E= $\hbar\omega$ ekanligini nazarda tutgan holda faqat ikkita hadni e`tiborga olsak, tebranishlar chastotasi $\omega=\frac{m_0c^2}{\hbar}+\frac{\hbar k^2}{2m_0}$ (6) ko'rinishda bo`lib, fazaviy tezlik $\upsilon_f=\frac{\omega}{k}$, ya'ni $\upsilon_f=f(k)$ (7)to`lqin soniga bog`liq ekanli kelib chiqadi.

De-Broyl to`lqinining statistik ma`nosi:

De-Broyl to`lqinining fizik ma`nosini tushunish uchun zarra – g`alayon markazi deb qaralgan edi, keyin zarra to`lqin hosil qiladi deb qaraldi.

Birinchi fikr to`g`ri xulosa bermadi, sabab:

a) to`lqin paketi muhitda yoyilib ketadi va yning tezligi chastotaga bog`liq, ya`ni to`lqin paketi muhitda turli tezlik bilan tarqaladi.

b) De-Broyl to`lqinlar difraksiyuzasi o`rinli bo`lsa, zarraning bir butunligi buziladi, zarraning bir qismi bir asbobdan, qolgan qismi boshqa asbobdan o`tishi kerak edi, lekin ma`lumki bu hol kuzatilmaydi.

F.q. oz miqdordagi elektron folgaga yuborilsa, u fotoplastinkani bitta joyiga tushadi va dog` hosil bo`ladi, bu dog`lar betartib joylashadi.

Katta elektronlar oqimi yuborilsa fotoplastinkadagi manzara elektromagnit to`lqin hosil qiladigan difraksiya manzarasi kabi bo`ladi, ya'ni fotoplastinka bo`ylab deyarli tekis joylashadi. By manzara bir qaraganda mikrozarra to`lqin tabiatga ega degan mulohazani isbotlaydi. Agar dastani fol`gaga difraksion manzara "min" sharti bajariladigan yo`nalishda yuborilsa fotoplastinkada dog` hosil bo`lmaydi. Bundan ko`rinadiki, zarra bir butun tarzda nomoyon u bo`linmaydi. Bu tabiat De-Broyl to`lqiniga statistik talqin berishni taqazo etadi. Statik talqinga asosan, (Maks Born) fazoning biror sohasida biror vaqtda De-Broyl to`lqinlarining intensivligi zarraning shu sohada bo`lish ehtimolligiga proporsional.

Mikrozarraning joylashish ehtimolligi degan so`z zarra fazoning x,y,z koordinata bilan ifodalangan nuqtasida mavjud deganidir. Bu koordinata fotoplastinkadagi dog`chalar o`rni yoki difraksiya bo`ladigan tirqishlar o`lchami. Zarraning koordinatasini 2 usulda aniqlash:

1. bevosita – masshtab yordamida ;

2. bilvosita – elektron atom ichida harakatda bo`lgani uchun ikkinchi zarra bilan to`qnashganda shu zarradan sochilishini bevosita o`lchab, 1-zarra to`g`risida bilvosita ma'lumot olish mumkin.

$\psi = f(x, y, z, t)$ elektromagnit to`lqin energiyasi va amplitudasi quyidagicha bog`langan, ya'ni $J \sim A^2$. Ehtimollik musbat kattalik, ya'ni bo`lishi muqarrar hodisa, $Eh \sim A^2 > 0$. $\psi^2 \to |\psi|^2$ olamiz, chunki to`lqin funksiya kompleks bo`lib, "-" darajada ham bo`lishi mumkin. U holda

$$|\psi|^2 = \psi\psi^*; \; dW = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV \quad (8)$$

Bu ifoda zarraning (x,y,z) koordinata atrofida bo`lish ehtimolligi soha o`lchamlariga bog`liq. Bu erda $dV = dxdydz$ - elementar hajm, ya'ni $x \div x + dx$, $y \div y + dy$, $z \div z + dz$. U holda ψ funksiyani ushbu sohada doimiy deb hisoblash mumkin, shuning uchun $Eh \sim V$ deyish mumkin.

(8) ifoda zarraning fazoning juda kichik hajmida bo`lish ehtimollig, u holda (8) dan ehtimollik zichligi $\omega = \dfrac{dW}{dV} = |\psi(x,y,z,t)|^2$ (9), zarraning biror hajmda bo`lish ehtimolligi $W = \int\limits_V |\psi(x,y,z,t)|^2 dV$ (10)

Ehtimollik – sodir bo`ladigan hodisa, ehtimolliklar nazariyasiga ko`ra $W = 1$, u holda $\int\limits_V |\psi(x,y,z,t)|^2 dV = 1$ (11) bo`lib, bu to`lqin funksiyaning normirovka sharti deyiladi. Normirovka shartga bo`ysunuvchi funksiyalar normallashgan funksiyalar deyiladi. Har qanday to`lqin funksiya bu shartni bajaravermaydi.

to`lqin funksiya - $\psi = Ce^{\frac{iE - \Pr}{\hbar}}$ hossalari:

1. $|\psi|^2 = C^2$, to`lqin funksiya juda ko`p joyda tarqalishi mumkin.

2. Normirovka sharti vaqtga bog`liq emas. Demak, to`lqin funksiyaning o`zi emas, balki modulining kvadrati ma’noga ega bo`lib, zarraning fazoning biror sohasida bo`lish ehtimolligini ko`rsatadi.

De-Broyl ifodasini murakkab zarralar (atom, molekula) uchun qo`llash muhim masaladir. Bunday zarralarga qo`llash bilan hamma mayda zarralar umumiy qonuniyatga bo`ysunishini ko`rsatish mumkin.

Maks Born to`lqin funksiyaning o`zi emas, balki uning modulining kvadrati fizik ma’no kashf etishini ko`rsatdi,

$|\Psi(x)|^2 = \Psi(x)\Psi^*(x)$ = W, (12) W-ehtimollik. Demak, to`lqin funksiya modulining kvadrati, $|\Psi|^2$-zarraning, muhitning biror sohasida bo`lish ehtimolligini ko`rsatadi.

GEYZENBERGNING NOANIQLIK PRINSIPI

Zarraning harakat trayektoriyasini bilish kerak. Buning uchun har bir zarracha uchun istalgan vaqtda uning koordinatasi va impulsi to`g`risida

$$x,\ p_x;\ \ y,\ p_y;\ \ z, p_z$$

ma`lumotga ega bo`lish lozim.

Klassik fizika nuqtai nazaridan zarralar tezligi va koordinatasi to`g`risida bir vaqtda bir xil aniqlikda ma`lumot aytish mumkin. Kvant mexanikasida esa, bir xil aniqlikda bunday ma`lumotga ega bo`lish mumkin emas, biror kattalik qanchalik aniq baholansa, ikkinchisi shunchalik noaniq baholanadi. Kanonik qo`shma kattaliklar uchun quyidagi munosabatni yozish mumkin:

Prinsip: Kanonik qo`shma kattaliklar xatoligi $\hbar$ ga teng yoki undan katta.

$$\Delta x\ \Delta p_x \geq \hbar \qquad \Delta \overline{M}\ \Delta\varphi \geq \hbar$$
$$\Delta y\ \Delta p_y \geq \hbar \qquad \Delta\varepsilon\,\Delta t \geq \hbar$$
$$\Delta z\ \Delta p_z \geq \hbar$$

bu yerda M - mexanik moment

$\varepsilon = \dfrac{p^2}{2m}$, $\Delta\varepsilon = \dfrac{p}{m}\Delta p = \upsilon\ \ \Delta p$, $\upsilon_x\,\Delta t\ \ \Delta p_x = \Delta x\ \Delta p_x$, bu ifodalarga binoan biror jism tezligini hisoblab chiqish mumkin, masalan massasi $m = 0{,}001\text{g}$ bo'lgan jism agar koordinatasi $\Delta x = 10^{-8}\,m$ aniqlikda bo'lsa, impul's aniqligi $\Delta p_x = m\Delta\upsilon_x = \dfrac{\hbar}{\Delta x}$ dan harakat tezligini

$\Delta\upsilon_x = \dfrac{\hbar}{\Delta x\ m} = \dfrac{10^{-34}\,J\cdot s}{10^{-8}m\ 10^{-6}kg} = 10^{-20}\,m/s$ aniqlashdagi xatolik mutlaqo hisobga olmaydigan darajada; elektron uchun esa

$$m = 10^{-30}\,kg$$
$$\Delta\upsilon_x = \frac{\hbar}{m\Delta x} = \frac{10^{-34}}{10^{-10}\ 10^{-30}} = 10^{6} \quad \text{m/s, bu}$$
$$\Delta x = 10^{-10}\,m = 1\,\text{Å}$$

xatolikni, albatta, hisobga olish zarur.

Hisoblashlardan ko`rinadiki, tezlikni aniqlashdagi xatolik makrozarra uchun hech qanday ahamiyatga ega emas. Elektronning tezligini aniqlashdagi xatolik juda katta, shu boisdan elektron atomda bormi, yoki, yo`qmi, ayta olmaymiz.

Noaniqlik munosabati shuni ko`rsatadiki, istalgan mexanik kattalikni aniqlashda kanonik qo`shma kattaliklarni (p va x) aniqlashda boshqarib bo`lmaydigan xatoliklar hosil bo`ladi, jumladan, agar biz $\bar{e}$ koordinatasini kam xatolik bilan aniqlashga harakat qilsak, $\bar{e}$ ning tezligini aniqlashda shunday noaniqlik kiritamizki, kelgusi momentda uning qayerda bo`lishini aniqlash mutlaqo mumkin bo`lmay qoladi. Geyzenberg noaniqligini isbotlash uchun ko`p tajribalar qo`yilgan.

Adabiyotlar:

1. [1] 19-29, 40-52-betlar.
2. [14] 44-47-betlar.
3. [21] 25-27, 36-38-betlar.

KVANT MEXANIKASINING POSTULATLARI VA ASOSIY PRINSIPLARI

Kvant mexanikasining asosiy nazariyalaridan biri Bor nazariyasidir. Bor nazariyasi atom sistemasidagi hodisalarning xususiyatlarini, ya`ni shu sistemani ifodalovchi kattaliklarning uzlukli tabiatini Plank, Eynshteyn hamda Debay ishlariga asoslanib tushuntirishga harakat qildi. Bor nazariyasi ikkita postulat va ikkita prinsipga asoslanadi.

1-prinsip. Agar biror lahzada $\Psi(\xi, t)$ yoki, statsionar holatda, $\Psi(\xi) = \Psi(x, y, z)$ to`lqin funksiya ma`lum bo`lsa, istalgan mikrozarra yoki sistema holati to`liq ifodalanishi mumkin. Agar to`lqin funksiya aniq bo`lsa, sistemasini ifodalash va demak, istalgan mexanik kattalikni aniqlash mumkin.

$|\Psi(\xi)|^2$ - zarraning, muhitning ma`lum joyda bo`lish ehtimolligi.

$dW(x, y, z) = \omega(x, y, z) dx\, dy\, dz$, ω - ehtimollik zichligi, uholda :

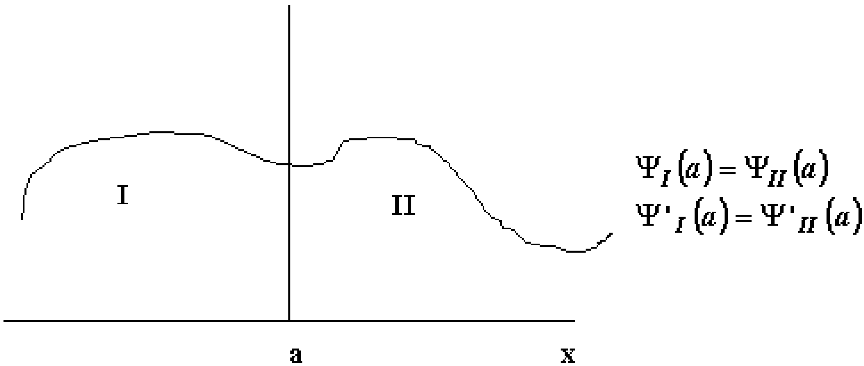
$$\frac{dW}{dV} = \omega(x, y, z) = \left|\Psi(x, y, z)\right|^2 = \Psi\ \Psi^* \qquad (dV = dx\,dy\,dz \text{ (hajm))}$$

$\int \left|\Psi\right|^2 dV$ -mikrozarraning berilgan hajmda bo`lish ehtimolligi.

$\boxed{\int_\infty \left|\Psi\right|^2 dV = 1}$ (A) - normirovka sharti

(A) shartni qoniqtiruvchi to`lqin funksiyalar normallashgan funksiyalar deyiladi. Bu shartlar diskret spektr holatlar uchun o`rinli bo`lib, integrallash chegarasi bilan cheklangan sohada holati $\Psi(\xi, t)$ funksiya bilan ifodalanuvchi zarrachaning albatta topilishini bildiradi.

Zarraning yoki sistemaning holatini ifodalovchi to`lqin funksiyalar quyidagi shartlarga bo`ysunishi lozim:
a) ma`lum cheklangan qiymatga ega, ya`ni to`lqin funksiya cheksiz qiymatni ola olmaydi



8-rasm. Ikki muhit chegarasida to’lqin funksiyaning uzluksizligi

b) bir qiymatli, ya`ni ma`lum nuqtada ikkita qiymatga ega bo`la olmaydi;
s)uzluksiz, ikki muhit chegarasida qiymati va hosilasi mos tushadi.

2- prinsip. Superpozitsiya prinsipi.

Bu prinsip kvant mexanikasinig asoslaridan biri. Agar sistema (zarra yoki zarralar majmuasi) Ψ_I funksiya bilan ifodalanadigan biror holat va Ψ_{II} bilan ifodalana oladigan boshqa holatda tura olsa, bu sistema $\Psi = C_1\Psi_1 + C_2\Psi_2$ (1) funksiya bilan ifodalanadigan holatda ham tura oladi. C_1 va C_2- ixtiyoriy kompleks sonlar yoki holat amplitudalari. Umumiy holda $\Psi = C_1\Psi_1 + C_2\Psi_2 + \ldots + C_n\Psi_n$ **(3)** ko`rinishda ifodalanadi. Agar holatlar bir-biridan juda kam farq qilsa yig`indini integral bilan almashtirish mumkin.

$$\Psi(x,y,z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\vec{P},t)\cdot\Psi_P(x,y,z,t)d\vec{P} \qquad (4)$$

$$\Psi_P(\vec{r},t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3\backslash 2}} e^{-i(\frac{Et-P\vec{r}}{\hbar})} \qquad (5)$$

$$C(P_x,P_y,P_z,t)e^{-i\frac{Et}{\hbar}} = \varphi(P_x,P_y,P_z,) \qquad (6)$$

$$\Psi(z,y,z,t) = \iiint_{-\infty}^{=\infty} \varphi(P_x,P_y,P_z)e\frac{iP\Delta x + P\Delta y + P\Delta z}{\hbar} \qquad \frac{dPxdPydPz}{(2\pi\hbar)^{3/2}}$$

$$\Psi_p = Ce^{-i\left(\frac{E}{\hbar}t - \frac{Px}{\hbar}\right)} = C(t)e^{i\frac{Px}{\hbar}} \quad (8) \qquad \Psi = \int \varphi(p)\, e^{\frac{iPx}{\hbar}} dp \, (9)$$

Har qanday holat yassi to’lqin (De-Broyl funksiyasi) yordamida ifodalanishi mumkin. Fikrimizning dalili- (4) ifodaning Furye qatoriga yoyilishidir, (6) ifodani e’tiborga olsak,

$$\Psi(x) = \int \varphi(x)\, e^{ikx}dx,\ \Psi(x) = \frac{1}{2\pi}\int \Psi(x)e^{-ikx}dx \, (10)$$

Funksiyaning har qanday qiymatini De-Broyl to`lqinlar superpozitsiyasi, ya`ni ma`lum $P(p_x\ p_y\ p_z)$ impulsga ega bo`lgan zarra holati deb qarash mumkin.

Kvant mexanikasining postulatlari:

I postulat

Kvant mexanikasida har bir mexanik kattalikni ifodalash uchun mos ravishda chiziqli qo`shma operator tanlash mumkin.

Agar L - mexanik kattalik bo`lsa

$$\boxed{\overline{L} = \int \Psi^*(x)\ \hat{L}\ \Psi(x)dx} \quad (11)$$

$\hat{L}$ - mexanik kattalik operatori

Operator -kattalik ustidan bajariladigan amalga ko`rsatma.

$\hat{L} = x$, $\hat{L}\Psi = x\Psi$

$\hat{L} = \frac{d}{dx}$, $\hat{L}\Psi = \frac{d\Psi}{dx}$ $\hat{L} = x$

$\hat{L} = \sqrt{\ }$, $\hat{L}\Psi = \sqrt{\Psi}$ $\hat{L}\Psi = \vec{\nabla}\Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\Psi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\Psi}{\partial z}\vec{k}$

$\boxed{\hat{L}(\varphi(x) + f(x)) = \hat{L}\varphi + \hat{L}f}$ - (12) operatorning chiziqlilik sharti

$$\frac{d}{dx}(\varphi(x) + f(x)) = \frac{d\varphi}{dx} + \frac{df}{dx}$$

Quyidagi shart bajarilsa, $\hat{L}$-operator o`z-o`ziga qo`shma bo`ladi

$$\boxed{\int U_1^*(x)\,\hat{L}\,U_2(x)dx = \int U_2(x)\hat{L}^*U_1(x)\,dx} \quad (13)$$

$\hat{L} = \frac{d}{dx}$ ning o`z-o`ziga qo`shma yoki yo`qligini ko`rib chiqamiz.

$$\int U_1^*(x)\frac{d}{dx}U_2(x)\,dx = \int U_2(x)\,\frac{d}{dx}U_1(x)\,dx =$$

$$= \begin{pmatrix} U = U_1^*, & dV = \frac{dU_2}{dx}dx \\ dU = \frac{dU_1^*}{dx}dx, & V = U_2 \end{pmatrix} =$$

$$U_1^*\,U_2\Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int U_2\frac{d}{dx}U_1^*\,dx = -\int U_2\,\hat{L}^*U_1\,dx$$

Demak, $\hat{L} = \frac{d}{dx}$ - o`z-o`ziga qo`shma operator emas ekan.

Superpozitsiya prinsipi buzilmasligi uchun operator chiziqlili bo`lishi kerak.

$\Psi = C_1\Psi_1 + C_2\Psi_2 \; L\Psi = C_1 \hat{L}_1 \Psi_1 + C_2 \hat{L}_2 \Psi_2$ - agar operator chiziqli bo`lsa, shu shart bajariladi, aks holda, bu shart bajarilmaydi.

O`z-o`ziga qo`shmalilik sharti esa fizik kattaliklarning moddiylik (mavjudlik) tabiatidan kelib chiqadi.

$$\overline{\boldsymbol{L}}^{*} = \overline{\boldsymbol{L}} \qquad \overline{L} = \int \Psi^{*}(x)\, \hat{L}\; \Psi(x)\, dx$$

$$(\Psi^{*})^{*} = \Psi \qquad \overline{L}^{*} = \int \Psi(x)\, \hat{L}^{*} \Psi^{*}(x)\, dx$$

$$\overline{L} = \int \Psi^{*}(x)\; \hat{L}\; \Psi(x)\, dx = \int \Psi(x)\, \hat{L}^{*} \Psi(x)\, dx \qquad (14)$$

II postulat

Tabiatda mexanik kattaliklarning shunday va faqat shunday qiymatlarigina o`rinli bo`ladiki, bu qiymatlar ”kvant mexanik operatorlarining xususiy qiymatlari” deb ataladi.

$\Delta L = L - \overline{L}$ - xatolik

$\Delta L^2 = \left(L - \overline{L}\right)^2$ - kvadratik xatolik

$\overline{\Delta L^2} = \int \Psi^{*}(x)\, \Delta \hat{L}^2\; \Psi(x) dx$ - o`rtacha kvadratik xatolik

$$\Delta \hat{L} = \hat{L} - \overline{L}\,, \; \Delta \hat{L}^2 = \left(\hat{L} - \overline{L}\right)\left(\hat{L}^{*} - \overline{L}\right) = \Delta \hat{L} \quad \Delta \hat{L}^{*}$$

$$\overline{\Delta L}^{2} = \int \Psi^{*}(x)\; \Delta \hat{L}^{*}\; \Delta \hat{L}\; \Psi(x)\; dx = \int \left|\Delta \hat{L}\, \Psi\right|^2 dx$$

Mexanik kattalikning ma`lum qiymatga ega bo`lgan holatini ko`rib chiqamiz, u holda $\Delta L^2 = 0 \;\; \Delta \hat{L}\, \Psi_L(x) = 0$.

Ψ_L - ixtiyoriy fizik kattalik $\boldsymbol{L}$ - ning holati.

$$\left(\hat{L} - L\right)\Psi_L(x) = 0 \qquad \hat{L} \text{ - qandaydir operator}$$

$\boxed{\hat{L}\,\Psi_L(x) = L\;\;\Psi_L(x)}$ -(15) kvant mexanikasining asosiy tenglamasi.

Ushbu tenglamani yechib mexanik kattalik - L ning qiymatini hamda uni qoniqtiruvchi to`lqin funksiyani topamiz. Tenglamani qoniqtiruvchi to`lqin funksiya “$\hat{L}$-operatorining xususiy to`lqin funksiyasi” deyiladi. Ushbu shartni qoniqtiruvchi L ning qiymatlari, $\hat{L}$-operatorining xususiy qiymatlari” deyiladi.

Adabiyotlar:

[1] 52-61-betlar.
[21] 66-70-betlar.

KVANT MEXANIKASINING MATEMATIK APPARATI

Kvant mexanikasining tushunchalari, qonunyatlari o`ziga xos bo`lganidek, uning matematik apparati ham maxsusdir. Kvant mexanikasida operatorlar bilan ish ko`riladi. Zarracha holatini xarakterlovchi har bir fizik kattalik o`z operatoriga ega. Klassik fizikada biror qonuniyatni matematik tilda yozish uchun funktsional bog`lanishdan foydalaniladi. Masalan, absolyut qora jismning yuza birligidan vaqt birligi ichida sochilish energiyasi $\varepsilon = f(T)$ ko`rinishda beriladi. Demak, funksiya bir son qiymatni ikkinchi son qiymati bilan bog`laydi.

Kvant mexanikasidagi operatorlar esa bir funksiya bilan ikkinchi funksiyani o`zaro bog`laydi. Operator deb φ funksiyadan Ψ funksiyaga o`tish qoidasiga aytiladi: Ψ= K^ φ (1), K^-operator , turli xil matematik amal: ko`paytirish, differentsiallash, darajaga ko`tarish, o`rin almashtirish va h.k., (1) ko`rinishdagi bog`lanish ifoda K^ operatori bilan φ funksiyaga ta`sir etsak, Ψ funksiya hosil bo`ladi, deb o`qilishi kerak.

ERMIT OPERATORLARI

Superpozitsiya prinsipi buzilmasligi uchun operatorlar chiziqli bo`lishi kerak. Chiziqli operator fizik kattalikning haqiqiy qiymatini ifodalashi uchun [redacted] $\int \psi^* \hat{G} \varphi dV = \int \varphi \hat{G}^* \psi^* dV$ (1), shartni qanoatlantirishi kerak. Bunday operatorlar ermit, o`z-o`ziga qo`shma operatorlar deyiladi. φ va ψ lar ixtiyoriy funksiyalar bo`lib, integral o`zgaruvchilarning barcha o`zgarish sohasi bo`yicha olinadi. Ermit operatorlari quyidagi xususiyatlarga ega:

1. Ermit operatorining xususiy qiymati haqiqiy sondir, ya`ni:

$L^*=L$ (2)

Operatorning xususiy qiymat va xususiy funksiyasi ta`rifiga ko`ra ermit operatori uchun $\hat{L}\psi = L\psi$ (3) va $\hat{L}\psi = L^*\psi$ (4) larni yozish mumkin. Bu yerda (1) ga muvofiq L va L^* xususiy qiymatlar bo`lganligi uchun integral ishorasi tashqarisiga chiqariladi, agar φ=ψ deb olsak

$L\int \psi^* \psi dV = L^* \int \psi^* \psi dV$ (5) dan $L^*=L$ ekankigi kelib chiqadi

2. Ermit operatorlarining turli xususiy qiymatlariga mos kelgan turli xususiy funksiyalari o`zaro ortogonaldir. Agar ikkita funksiya va skalyar ko`paytmasining barcha bir-biriga bog`liq bo`lmagan o`zgaruvchilar bo`yicha integrali nolga teng bo`lsa,ular o`zaro ortogonal bo`ladi. Faraz qilaylik, [redacted] ermit operatorining $L_\nu$ va $L_k$ xususiy qiymatlariga mos kelgan xususiy funksiyalari $\varphi_\nu$ va $\varphi_k$ bo`lsin. U holda bu ikki funksiyaning ortogonallik sharti quyidagicha yoziladi:

$L\int \varphi_\upsilon^* \varphi_k dV = 0$ [redacted] (6)

bu yerda $(L_k - L_\upsilon^*)\int \varphi_\upsilon^* \varphi_k dV = 0$ yoki (2) ifodani hisobga olsak,

$(L_k - L_\upsilon)\int \varphi_\upsilon^* \varphi_k dV = 0$ (7)

Shartga ko`ra $L_k$[redacted]$L_\nu$ bo`lganligi sababli (7) tenglik o`rinli bo`lishi uchun quyidagi shart bajarilishi kerak: $\int \varphi_\upsilon^* \varphi_k dV = 0$ (8)

Ma`lumki, sistema holatini ifodalovchi $\varphi_k$ funksiyalari “1” ga normallashgan bo`lishi kerak, ya`ni $\int|\psi|^2 dV = 1$ (a). (7) va (a) ni umumlashtirib quyidagicha yozish mumkin:

$$\int \varphi_\upsilon^* \varphi_k dV = \delta_{\upsilon k} = \begin{Bmatrix} 1, \upsilon = k \\ 0, \upsilon \neq k \end{Bmatrix} \quad (9)$$

Oxirgi ifoda xususiy funksiyalarning ortonormallanganlik sharti, Kronker simvoli deyiladi.

OPERATORNING O`RTACHA QIYMATI

Ehtimolliklar nazariyasidan ma`lumki, har qanday tasodifiy kattalikning o`rtacha qiymati:

$$< a >= \frac{a_1\upsilon_1 + a_2\upsilon_2 + ... + a_k\upsilon_k}{N} \qquad (1)$$

bu yerda, a_1- a kattalikning N-marta o`lchashda $\nu_1$ -marta qayd etiladigan qiymati va h.k. Agar o`lchashlar soni N kichik bo`lsa (1) ifoda bilan aniqlanadigan qiymat turlicha bo`lishi mumkin. Agar o`lchashlar soni $N \to \infty$, bo`lsa [redacted]a[redacted] o`rtacha qiymat aniq bir chegaraviy qiymat $a_o$ - ga intiladi, $\frac{\nu_1}{N}, \frac{\nu_2}{N}$,.... lar mos holda $a_1$, $a_2$, va h.k.larning qayd qilinish ehtimolligi bo`ladi, u holda:

$$a_0 = \lim_{N\to\infty} < a > = a_1 \lim_{N\to\infty} \frac{\nu_2}{N} + ... + a_n \lim_{N\to\infty} \frac{\nu_n}{N} = a_1\omega_1 + a_2\omega_2 + ... +$$

$$+ a_n\omega_n = \sum_{i-I}^{n} a_i\omega_i \qquad (2)$$

Demak, tasodifiy kattalikning o`rtacha qiymati tasodifiy qiymatlar bilan ularning qayd qilish ehtimolliklari ko`paytmasining yig`indisiga teng ekan. Agar tasodifiy qiymatlar uzluksiz o`zgarsa, uning o`rtacha qiymatini integral orqali

$$<a> = \sum_{-\infty}^{+\infty} af(x)dx \quad (3)$$ ko’rinishda

ifodalash mumkin, bu yerda f(x) -taqsimot funksiyasidir. Bu aniqlangan natijani operatorlar uchun umumlashtirsak, ixtiyoriy G fizik kattalikning o`rtacha qiymati:

$$<\hat{G}>=\sum_{-\infty}^{+\infty}\psi^{x}\hat{G}\psi dV$$

ASOSIY KVANT-MEXANIK OPERATORLAR

Kvant-mexanik operatorlarning asosiysi ikkita. Ular orqali boshqa operatorlarni topish mumkin.

1) Koordinatlar va vaqt operatorlari, $\hat{x}=x$, $\hat{y}=y$, $\hat{z}=z$,

$\hat{t}=t$ (1)

koordinatani o`zi koordinata operatori hisoblanadi.

$\hat{f}(x,y,z)=f(x,y,z)$,masalan x yo`nalishida,

$\hat{x}\ \Psi(x)=x\ \Psi(x)$ (2)

Koordinataning istalgan qiymatlari bo`lishi mumkin.

$$\bar{x}=\int \Psi^{*}\ \hat{x}\ \Psi\ dx=\int \Psi^{*} x\ \Psi\ dx=\int x\left|\Psi(x)\right|^{2}dx$$

2) Impuls operatori, $\hat{P}_x=\frac{i}{\hbar}\frac{\partial}{\partial x}$ impulsning istalgan qiymatli holatini ifodalovchi to`lqin funksiya - De- Broyl to`lqinidir.

$\Psi_p=C(t)\ e^{i\frac{\vec{p}\,r}{\hbar}}$ "x" - o`qi yo`nalishida, $\Psi_{p_x}=C\ e^{i\frac{P_x}{\hbar}x}$

$$\boxed{\hat{P}_x\Psi_{p_x}=P_x\Psi_{p_x}} \qquad (3)$$

$$\boxed{\hat{P}_x=-i\hbar\frac{d}{d\,x}} \qquad (4)$$

$$i\hbar\frac{d}{d\,x}\left(C\,e^{\frac{i\,P_x x}{\hbar}}\right)=C\ P_x\ e^{\frac{i\,P_x x}{\hbar}} \qquad (5)$$

(4) tenglama P_x-ning istalgan qiymatlarida bajariladi, ya`ni kvant mexanikasi erkin zarra impulsi qiymatiga hech qanday cheklash qo`ymaydi $\left(\vec{P} \in (-\infty, +\infty)\right)$. U holda impuls operatori uchun quyidagi ifoda o`rinli:

$$\hat{\vec{P}} = -i\hbar\vec{\nabla} = -i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right) \quad (6)$$

3) Potensial energiya operatori, U- holat energiyasi, shuning uchun u koordinatalar funksiyasidir, u holda bu operator $\hat{U} = U$

$U \sim f(x, y, z)$, shu sababli $\hat{U}$ ham potensial energiyaga teng bo`ladi.

$$\hat{U}\psi = U\psi .$$

4) Impuls momentining operatori. Bu juda muhim operator. Sababi barcha elektronlar yadro atrofida aylanma harakatda ishtirok etadi. U holda ilgarilama harakat kinetik energiyasi, kuch momenti va inersiya momenti mos tarzda quyidagiga teng:

$$\varepsilon_{\text{Ц‘‹}} = \frac{m^2}{2m} \qquad \varepsilon_{\text{ТҲ}} = \frac{M^2}{2I} \qquad I = mr^2 \quad (9)$$

ε kuchlanganligi H bo`lgan magnit maydonida harakatlanayotgan elektronning harakati energiyasi. Magnit maydon ta`sirida elektronning impuls momenti o`zgaradi.

$$\begin{aligned} M_x &= yP_z - zP_y \\ M_y &= zP_x - xP_z ; \qquad \hat{\vec{M}} = \left[\hat{\vec{r}} \times \hat{\vec{p}}\right] \\ M_z &= xP_y - yP_x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{M}_x &= -yi\hbar\frac{\partial}{\partial z} + zi\hbar\frac{\partial}{\partial y} \\ \hat{M}_y &= -zi\hbar\frac{\partial}{\partial x} + xi\hbar\frac{\partial}{\partial z} \\ \hat{M}_z &= -xi\hbar\frac{\partial}{\partial y} + yi\hbar\frac{\partial}{\partial x} \end{aligned}$$

(10)

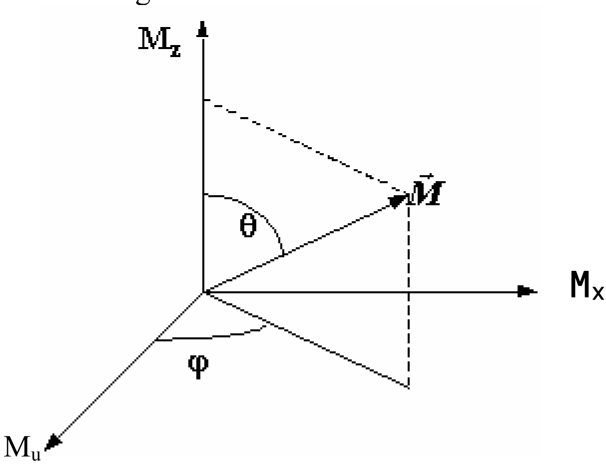
u holda: $\hat{M}^2 = \hat{M}_x^2 + \hat{M}_y^2 + \hat{M}_z^2$ bundan quyidagi ifodalar o`rinli ekanligi kelib chiqadi:

$$\left[\hat{M}_x, \hat{M}_y\right] \neq 0 \quad \left[\hat{M}^2, \hat{M}_x\right] = 0$$

$$\left[\hat{M}_x, \hat{M}_z\right] \neq 0 \quad \left[\hat{M}^2, \hat{M}_y\right] = 0 \quad (11)$$

$$\left[\hat{M}_y, \hat{M}_z\right] \neq 0 \quad \left[\hat{M}^2, \hat{M}_z\right] = 0$$

Impuls momentining biror z - o`qiga proyeksiyasini, hamda impuls momentining kvadratini aniqlash uchun $M_z, M^2$ sferik koordinatalar sistemasiga o`tamiz.



9-rasm. Implus momentining koordinata o'qlariga proeksiyasi

$$\hat{M}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad \hat{M}^2 = -\hbar \vec{\nabla}^2_{\theta\varphi}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2_{\theta,\varphi} = \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

$$\begin{cases}\hat{M}_z\ \Phi = M_z\ \Phi \\ \hat{M}^2\ \Psi = M^2\ \Psi\end{cases} \qquad \Psi = \vartheta(\theta)\ \Phi(\psi)$$

$$i\hbar\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} = M_z\ \Phi$$

$\dfrac{d\Phi}{\Phi} = \dfrac{i}{\hbar}M_z\,d\varphi$, u holda $\Phi = C\ e^{\frac{i}{\hbar}M_z\varphi}$ (12)

$\Phi(\varphi + 2\pi) = \Phi(\varphi)$ -ushbu funksiyaning bir qiymatlilik sharti

$$e^{\frac{i}{\hbar}M_z(\varphi+2\pi)} = e^{\frac{i}{\hbar}M_z\varphi}$$

$e^{\frac{i}{\hbar}M_z 2\pi} = 1$ bundan $\dfrac{M_z}{\hbar}2\pi = 2\pi m \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 ...)$, u holda

$$\boxed{M_z = \hbar m} \qquad (13)$$

Impuls momentining istalgan o`qqa proyeksiyasi diskret qiymatlar qatorini qabul qiladi va butun son qadar $\hbar$ - ga teng, m - magnit kvant soni

$\vec{\mu} = \dfrac{e}{2mc}\vec{M}$ (14), bu yerda $\vec{\mu}$ - magnit momenti, $\vec{M}$ - mexanik moment

$$U = -(\vec{\mu}\ \vec{H}) = -\mu_z H = -m\hbar H$$

Ìagnit momentning biror aniq yo`nalishga proyeksiyasi tashqi magnit maydonidagi energiyasini ifodalaydi, bu energiya diskret qiymatlarga ega bo`lib, magnit kvant soni m qadar kvantlangan.

$$\boxed{U = -m\hbar H} \quad (15)$$

Impuls momentining son qiymatini topish uchun quyidagi tenglamani yechish kerak

$$\hat{M}^2\ \Psi = M^2\ \Psi \quad (16)$$

matematikada shunga o`xshash Lejandra tenglamasi yechilgan:

$\nabla^2_{\theta,\varphi}\Psi + \lambda\Psi = 0$ (17) Lejandra tenglamasi

Tekshirishlar natijasiga ko`ra bu tenglama quyidagi shartlarda yechimga ega bo`ladi $\lambda = l(l+1)$ $l = 0,1,2\ldots$ Ma`lumki,

$\lambda = \dfrac{M^2}{\hbar^2}$ u holda

$$\boxed{M^2 = \hbar^2 l(l+1)}, \quad \text{bundan} \quad M = \hbar\sqrt{l(l+1)} \quad (18)$$

l - orbital kvant soni, impuls momentining istalgan o`qqa proyeksiyasi, son jihatdan, o`zining qiymatidan ortiq bo`lishi mumkin emas, u holda, $l \geq m$

$l: 0,\ 1,\ 2,\ 3\ \ldots$

$m: 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots \pm l$

$E_{ay} = \dfrac{M^2}{2J}$, J - inersiya momenti

Ma`lumki moddiy nuqta uchun inersiya momenti $J = mr^2$, u holda energiya uchun quidagi

$E_{ay} = \dfrac{\hbar^2 l(l+1)}{2J}$ (19) ifoda kelib chiqadi.

(19) tenglamani qoniqtiruvchi to`lqin funksiyalar - Lejandra polinomlaridir.

$$\Psi = J_{l,\,m}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(l-|m|)!\,(2l+1)}{(l+|m|)!\,4\pi}} \quad P_l^m(\cos\theta)\, e^{im\varphi} \quad (20)$$

bu yerda $P_l^m(\xi)$ - Lejandra polinomi

Aylanma harakat energiyasi E_{ay} faqatgina orbital kvant soniga bog`liq, to`lqin funksiya esa orbital va magnit kvant sonilariga bog`liq.

Shunday qilib E_{ay} - ning birgina qiymatiga m va l - ning z- o`qiga proyeksiyalari bilan farq qiluvchi turli holatlar mos keladi. Bu holat kvant mexanikasida “aynish” deb ataladi. $(2l+1)$ - “aynish karraligi” deyiladi.

5) Energiya operatori. $\hat{E}\psi = E\psi$, ya`ni zarrachani energiyasi (E) va koordinatasining (x,y,z) funksiyasi bo`lishi kerak. Buni aniqlash uchun De-Broyl to`lqin funksiyasini ψ oladi. a) $\psi = \psi_o \cdot e^{\frac{i}{\hbar}P_x}$ b) $\psi = \psi^0 e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$;

(a) va (b) ifodalarni solishtirishdan: $\hat{E} = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ (21). Demak, energiya operatori vaqt bo`yicha birinchi hosila olish operatsiyasini bildirar ekan.

6) Kinetik energiya operatori.

$$T = \frac{\hat{P}^2}{2m_o}; \quad \hat{T} = \frac{\vec{P}}{2m_o} - \frac{\hbar^2}{2m_o}\nabla^2; \quad (22)$$

7) To`liq energiya operatori (Gamilton operatori).

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_o}\vec{\nabla}^2 + U(x,y,z); \quad (23)$$

Ikkita mexanik kattalikni bir vaqtda bir xil aniqlikda aniqlash shartlari

Noaniqlik munosabatining kvant-mexanik operatorlar bilan bog`liqligini ko`rib chiqamiz. Ikkita mexanik kattalikning bir xil aniqlikda bir vaqtda aniqlana olish sharti qanday bo`ladi?

Faraz qilaylik $\hat{A}$ - A mexanik kattalikning operatori, $\hat{B}$ - **B** mexanik kattalikning operatori

$$\hat{A}\,\Psi_A(x) = A\,\Psi_A(x) \qquad \hat{B}\,\Psi_B(x) = B\,\Psi_B(x)$$

Agar Ψ_A va Ψ_B bir-biridan koordinataga bog`liq bo`lmagan biror ko`paytmaga farq qilsa, sistema bir vaqtning o`zida A va B ning aniq qiymatiga ega bo`ladi $(\Delta A = 0, \ \Delta B = 0)$.

Teorema: Agar ikkita mexanik kattalik A va B larning operatorlari o`zaro kommutativ bo`lsa, ular bir vaqtda bir xil aniqlikda aniqlanishi mumkin.

$\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}$ - kommutativlik sharti

$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = [\hat{A}\hat{B}]$ - kommutativ

Faraz qilaylik, operatorlardan biri koordinata (A), ikkinchisi esa impuls (B) operatori bo`lsin $\hat{A} = \hat{x} = x$, $\hat{B} = \hat{P}_x = -i\hbar\dfrac{\partial}{\partial x}$

$$\hat{x}\hat{P}_x\,\varphi = x\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)\varphi = -i\hbar x\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$

$$\hat{P}_x\hat{x}\,\varphi = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}(x\varphi) = -i\hbar\varphi - i\hbar x\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$

$\left[\hat{x}, \hat{P}_x\right] = i\hbar$ (1), demak, koordinata va impuls operatorlarining bir vaqtda aniqlashning aniqlik qiymati tenglamaning o`ng tomonidan kichik bo`lmaydi, koordinata va impuls (x- o`qi koordinatasi va shu yo`nalishda impuls proyeksiyasi) bir xil aniqlikda aniqlanishi mumkin emas. Mos holda, shundek munosabatni y- va z- yo`nalishlar uchun ham keltirib chiqarish mumkin

y- yo`nalis uchun $\left[\hat{y}, \hat{P}_Y\right] = i\hbar$ (1a) va z- yo`nalish uchun $\left[\hat{y}, \hat{P}_z\right] = i\hbar$ (1b)

Agar operatorlar o`zaro kommutativ bo`lsa, mexanik kattaliklar bir vaqtda bir xil aniqlikda aniqlanishi mumkinligini isbot qilamiz.

$\hat{A}\Psi_A(x) = A\Psi_A(x)$ Avval ushbu tenglamaga $\hat{B}$ operatori bilan ta`sir etamiz.

$$\hat{B}\,\hat{A}\,\Psi_A(x) = A\,\hat{B}\,\Psi_A(x)$$

Operatorlar o`zaro kommutativ bo`lganligi sababli

$$\hat{B}\,\Psi_A(x) = B\,\Psi_A(x) \quad (2)$$

Shunday qilib, $\hat{A}$- operatorining xususiy funksiyasi bir vaqtning o`zida $\hat{B}$ operatorining xususiy funksiyasi hamdir. U holda A va B bir vaqtda aniq qiymatlarni olishi mumkin.

Adabiyotlar:

1. [1] 62-75, 98-106-betlar.
2. [14] 76-79-betlar.
3. [21] 48-55-betlar.

ENERGIYA OPERATORI VA GAMILTON FUNKSIYASI

Tajribalar ko`rsatadiki, mikrozarralar kinetik energiyasi impuls bilan xuddi klassik zarralar kinetik energiyasi bilan bog`langan kabidir. Kinetik energiya uchun quidagi ifoda o`rinli:

$$\hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2m}; \qquad \hat{p}^2 = \hat{p}\,\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla}\left(-i\hbar\vec{\nabla}\right) = -\hbar^2\nabla^2$$ bu yerda, Laplas operatorining sferik koordinatalar sistemasida yozilgan ifodasidan foydalansak, kinetik energiya operatori uchun quyidagi ifoda o'rinli $\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\nabla^2_{\theta,\varphi}$, $\hat{T}_r = -\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m}$,

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right), \qquad \hat{T}2 = \hat{T}r + \frac{-\hbar^2\nabla^2_{\theta,\varphi}}{2mr^2} \qquad (1)$$

hosil bo`ladi, bu yerda $\nabla^2$ - Laplas operatori. Kinetik energiya operatorining xususiy funksiyalari $P^2$ (impuls) operatorining xususiy funksiyalari kabi bo`lishi kerak, ya`ni De-Broyl yassi to`lqin funksiyasi kabi faraz qilish mumkin.

$$\hat{T}_r = -\frac{\hbar^2}{2mr}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)$$ $\hat{T}_r$ - zarraning radial bo`ylab ilgarilama harakati kinetik energiya operatori

$$\frac{-\hbar^2\nabla^2_{\theta,\varphi}}{2m\,r^2} = \frac{M^2}{2J}$$ - aylanma harakat energiya operatori

Demak, $\hat{T} = \hat{T}_r + \frac{-\hbar^2}{2mr^2}\nabla^2_{\theta,\varphi}$

To`liq energiya kinetik va potensial energiyalar yigindisidan tashkil topgan, ma'lumki, potensial energiya koordinatalar hamda vaqtga bog`liq, U=U(x.y,z,t). U holda to`liq energiya operatori:

$\hat{H} = \hat{T} + \hat{U}(x, y, z)$ (2) -to`liq energiya operatori yoki Gamilton funksiya operatori. To`liq energiya kinetik va potentsal energiyalar yig`indisidan tashkil topgan. Potensial energiya faqat koordinatalarning funksiyasi ya'ni statsionar holat, $\hat{U} = U(x, y, z)$, u holda to'liq energiya operatori $\hat{H}(r,t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(x, y, z,)$

Sferik koordinatalar sistemasiga o`tilsa,

$$\hat{T} = \hat{T}_r + \frac{\hat{M}^2}{2mr^2} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{\hbar^2}{2mr^2}\nabla^2_{\theta,\varphi} \quad (2)$$

Agar tashqi o`zgaruvchan maydonlar bo`lmasa, sistemaning to`liq energiyasi o`zgarmaydi.

$\hat{U}$ - potentsial energiya operatori (tashqi o`zgaruvchan maydon bo`lmaganda)

$\boxed{\hat{H}\Psi_E = E\Psi_E}$ (3)- statsionar holat uchun Shredinger tenglamasi. Bu tenglama sistemaning energetik spektrini ifodalaydi, ya`ni energiyaning mumkin bo`lgan qiymatlarini aniqlashga imkon beradi. To`lqin funksiyalar esa mazkur energetik qiymatga ega bo`lgan holatni ifodalaydi.

$$E = E_m - E_n \qquad \hat{H}\Psi_m = E_m\Psi_m$$

$$\hat{H}\Psi_n = E_n\Psi_n$$

Ψ_m, Ψ_n - $\hat{H}$ operatorining energiyaning E_m, E_n qiymatlariga mos keluvchi xususiy funksiyalaridir.

Energiya sistemaning holatni to`liq ifodalashi tufayli kvant mexanikasining asosiy vazifalaridan biri- $\hat{H}$ oïeratorining xususiy funksiyasini, hamda energetik spektrini aniqlashdir. Istalgan mexanik kattalikning ma`lum qiymat ehtimolligini aniqlashning umumiy usuli.

1-teorema.
Turli xususiy qiymatlarga mos bo`lgan xususiy funksiyalar o`zaro ortogonaldir.

Shunday qilib, agar $E_m \neq E_n$ bo`lsa, u holda:
$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_m^*(x)\ \Psi_n(x) dx = 0$ (4)
Ortogonallik sharti.

Isboti: Faraz qilaylik, $\hat{H}^* \Psi_m^* = E_m \Psi_m^*$ (a) $\hat{H}\Psi_n = E_n \Psi_n$ (b)
Birinchi(a) tenglamani Ψ_n ga, ikkinchisi (b) tenglamani Ψ_m^* ga ko`paytirib ikkalasini integrallaymiz, so`ngra ikkinchisidan birinchisini ayiramiz:

$$\int \Psi_m^*\ \hat{H}\ \Psi_n\ dx - \int \Psi_n\ \hat{H}^* \Psi_m^*\ dx =$$

$$= E_n \int \Psi_n\ \Psi_m^*\ dx - E_m \int \Psi_m^*\ \Psi_n\ dx$$

o`z-o`ziga qo`shmalilik shartiga asosan tenglamaning chap tomoni nolga teng, o`ng tomondagi integrallar esa o`zaro teng, yani.

$$0 = (E_n - E_m)\int \Psi_m^*\ \Psi_n\ dx$$

Agar $E_n \neq E_m$ u holda, $\int \Psi_m^*\ \Psi_n\, dx = 0$

Agar $E_n = E_m$, u holda $\int |\Psi_n|^2 dx = 1$ normirovka shartidan, ya`ni,

$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_m^*\ \Psi_n\ dx = \delta_{mn}$ (5) bu yerda $\delta_{mn} = \begin{cases} 1, & \text{agar } n=m \\ 0, & \text{agar } n\neq m \end{cases}$ (6) Kronker simvoli

2-teorema

Istalgan kvantmexanik operatorining xususiy funksiyalar sistemasi to`liqdir, ya`ni istalgan to`lqin funksiyani boshqa istalgan kvantmexanik operatorning xususiy funksiyalari bo`yicha qatorga yoyish mumkin.

$$\Psi(x) = \sum C_k \Psi_k(x) \qquad (7)$$

$$\int \Psi_m^* \ \Psi \ dx = \sum C_k \underbrace{\int \Psi_m^* \ \Psi_k \ dx}_{\delta_{m\,k}} = \sum C_k \, \delta_{mk}$$

$$\int \Psi_m^* \ \Psi \ dx = C_m \qquad (8)$$

$\delta_{mk}=1$, m=k bo`lsa.

(3) ifodani qatorga yoyib, “m” va “k” laðni olamiz. Bundan istalgan funksiyani boshqa operatorning xususiy funksiyasi bo`yicha qatorga yoyamiz.

Biror kattalikning o`rtacha qiymati:

$$\overline{L} = \sum_i L_i P(L_i) \qquad (9)$$

Faraz qilaylik, $\Psi(x)$ funksiya $\hat{L}$ operatorining xususiy funksiyasi.

$$\hat{L}\Psi_k = L_k \Psi_k$$

$\Psi(x)$ funksiya biror sistemaning holatini ifodalaydi, $\Psi(x)$ o`rniga uning qatorga yoyilgan qiymatini (3) dan qo`ysak,

$$\overline{L} = \int \Psi^* \hat{L} \Psi \, dx = \int \sum_m C_m^* \ \Psi_m^* \ \hat{L} \sum_k C_k \Psi_k \, dx =$$

$$= \int \sum_m C_m^* \ \Psi_m^* \ \sum_k L_k C_k \Psi_k \, dx = \int \sum_{mk} C_m^* \ C_k \, L_k \, \Psi_m^* \ \Psi_k \, dx$$

$$\overline{L} = \sum_m \sum_k C_m^* \ C_k \, L_k \int \Psi_m^* \ \Psi_k \ dx = \overset{*}{\delta}_{mk}$$

$$\overline{L} = \sum_m C_m^* \; C_m \; L_m = \sum_m L_m \left| C_m \right|^2 \tag{10}$$

Hosil bo`lgan ifodani (7) ifoda bilan solishtirishdan $\left|C_m\right|^2$ $L$ ning $L_m$ qiymatni olish ehtimolligi ekanligi ma`lum bo`ldi. Demak, $\Psi$ to`lqin funksiya bilan ifodalanadigan qandaydir holatda istalgan mehanik kattalik L ma`lum qiymatni olish ehtimolligini aniqlash uchun $\Psi$ to`lqin funksiyani mazkur L operatorining hususiy funksiyasi orqali qatorga yoyish, hamda qatorga yoyish koeffitsienti modulining kvadratini olish kerak. $\left|C_m\right|^2 = P(L_m)$ (11), demak, mehanik kattalikning L_m qiymatni olish ehtimolligi $\left|C_m\right|^2$ ga teng.

Adabiyotlar:

1. [1] 106-122-betlar.
2. [14] 12-14-betlar.
3. [21] 72-74-betlar.

SHREDINGER TENGLAMASI

Bir vaqtning o`zida to`lqin va korpuskulyar xususiyatga ega bo`lgan zarrachalarning (obyektlarning) harakatini ifodalovchi tenglamalar, ularning yechimlari va xususiyatlari bilan tanishamiz.

Kvant mexanikasining asosiy tenglamalari V.Geyzenbergning (1925) matritsa mexanikasida, E.Shredingerning (1926) to`lqin mexanikasida, P. Dirakning (1927) holatlar "vektori" algebrasida va nihoyat, R. Feynmanning (1965) <trayektoriyalar bo`yicha integrallar> hisobida turli tasavvurlarda bayon qilingan.

Shredinger tenglamalari to`lqin va korpuskulyar xususiyatga ega bo`lgan zarra (yoki zarrachalar sistemasi) harakatini turli potensial maydonlarda ifodalash uchun tajriba natijalari asosida kashf qilingan. Shuning uchun ularni kvant mexanikasigacha hukm surgan klassik fizika qonunlaridan foydalanib chiqarish mumkin emas.

Zarrachaning to`liq energiyasi kinetik va potensial energiiyalar orqali quyidagicha ifodalanadi $E = T + U = \dfrac{\vec{P}^{\,2}}{2m_0} + U$ (1).

Bunday zarracha harakatini De-Broyl yassi to`lqin $\psi(r,t) = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{P}\,\vec{r})}$ (2) tarqalishi bilan ifodalashni taklif etdi.

Kvant mexanikasi nazariyasiga asosan to`lqin funksiya sistemaning xususiyatini to`liq ifodalashi lozim. Agar t=0 vaqtda zarra (sistema) holatini $\Psi(r,t)$ to`lqin funksiya ifodalasa, bu funksiya zarra holatini so`nggi lahzalarda ham ifodalashi shartdir.

Agar zarracha faqat x– o`qi bo`ylab tarqalayotgan bo`lib harakat xususiyati vaqt o`tishi bilan o`zgarmasa, (statsionar) (2) ifodani quyidagicha yozish mumkin $\psi(x) = Ae^{\frac{i}{\hbar}P_x}$ (3)

(3) ifodani x-o'qi bo`yicha ikki marta differensiallab $P_x^2$ -ni aniqlaymiz $p_x^2 = -\frac{\hbar^2}{\psi}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$ (4), analogik tarzda $p_y^2$ - va $p_z^2$ -larni ham aniqlab $\vec{P}^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$ munosabatga qo`ysak, $\vec{P}^2 = -\frac{\hbar^2}{\psi}\nabla^2\psi$ (5) bu yerda,

∇- Laplas operatori. (5) ifodadan P^2 -ning qiymatini (1) ifodaga qo`ysak, $E - U = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{1}{\psi}\nabla^2\psi$ (6) , yoki

$$\nabla^2\psi + \frac{2m_0}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0 \qquad (6')$$

hosil bo`ladi, ushbu ifoda Shredingerning statsionar holat uchun tenglamasi deyiladi.

Potensial energiya va to`lqin funksiya koordinatalar funksiyasidir. Tenglamani vaqt bo`yicha bir marta differensiyallasak: $\frac{\partial\psi(t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}E\psi(t)$ (7) Oxirgi ifodadan topilgan energiyani va (5) dan topilgan impuls -P qiymatini (1) ifodaga qo`ysak,

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi(t)}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2\psi(t)+U\psi(t) \qquad (8)$$ hosil bo`ladi. Bu ifoda Shredingerning to`liq tenglamasi.

Bu tenglama zarra harakatini nostatsionar, ya`ni vaqt o`tishi bilan o`zgaruvchi maydonlarda o`rganish imkonini beradi. Shredinger tenglamasini (8) Gamilton operatori yordamida sodda ifodalash mumkin $\hat{H}\Psi=E\Psi$.

Umumiy holda $\boxed{\hat{H}(r,t)=-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2+U(x,y,z,t)}$ (9) – **Gamilton funksiyasi**

(9)- ifoda Shredingerning to`liq tenglamasi. U zarra harakatini statsionar bo`lmagan, ya`ni zarra holatini istalgan o`zgaruvchi maydon tasirida ham ifodalay oladi.

Shredinger tenglamalari ikkinchi tartibli chiziqli differentsial tenglamalardir. Shuning uchun bu tenglamal yechimlari $\psi(x)$ va $\psi(x,t)$ funksiyalar quyidagi shartlarni qanoatlantirishi lozim:

1. o`zi va birinchi tartibli hosilasi uzluksiz;
2. bir qiymatli;
3. fazoning barcha sohasida qiymati chekli;
4. konkret masala talablaridan kelib chiqadigan chegaraviy shartlarning bajarilishi.

Shredinger tenglamasining yuqoridagi shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlari E parametrning har qanday qiymatlarida ham mavjud bo`lmaydi, balki energiyaning ayrim qiymatlaridagina yechimlar (1-4) shartlarni qanoatlantiradi. Shu qiymatlar “$E_1$, $E_2$, $E_3$,.... $E_n$ E parametrning xususiy qiymatlari” deyiladi va ularning to`plami energetik spektrni tashkil etadi. Energiyaning har bir xususiy qiymatiga mos kelgan Ψ_n **y**echimlar “xususiy yechimlar” deyiladi. Tekshirishlardan ko`rinadiki, Shredinger tenglamalarining yechimlari potensial maydon ko`rinishiga bog`liq.

Shunday qilib, nostatsionar holatda to`lqin funksiyalar vaqt bo`yicha davriy ravishda o`zgaradi (masalan, De-Broyl` to`lqini). Shuni qayd qilish lozimki, to`lqin funksiya doimo vaqtga bog`liq bo`lgani bilan, to`lqin funksiya modulining kvadrati vaqtga bog`liq bo`lmaydi,

$$|\Psi|^2 = e^{-i\omega t}\Psi(x)\, e^{+i\omega t}\Psi*(x) = |\Psi(x)|^2 .$$

Ushbu kursda faqat statsionar holatlar bilan shug`ullanamiz.

Adabiyotlar

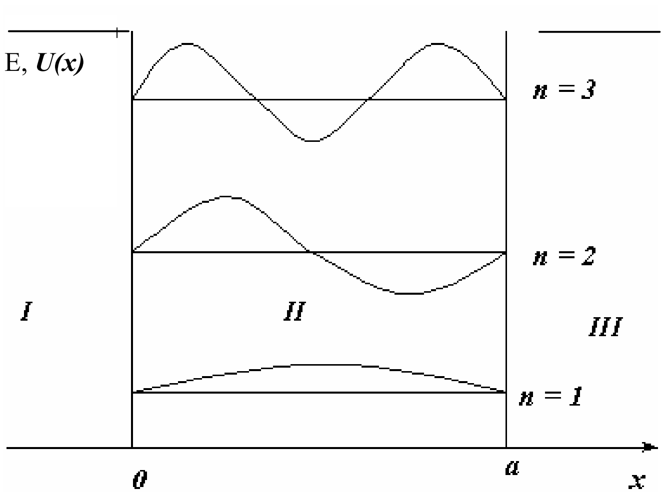
1. [1] 131-142-betlar.
2. [14] 1-17-betlar.

ZARRANING TO`G`RI BURCHAKLI O`RADAGI HARAKATI

Ilgari aytilganidek,kvant mexanikasining vazifasi to`lqin va korpuskulyar xususiyatga ega bo`lgan zarrachalarning harakatini o`rganish, uning berilgan vaqt momentida fazoning dV hajm elementida bo`lish ehtimolligini aniqlashdan iborat. Buning uchun masalaning mohiyatiga qarab, Shredinger statsionar yoki to`la tenglamasini yozish shartdir. Maydon tabiatiga qarab hal etiladigan masalalar ham turlicha bo`ladi.

Potensial maydon vaqt o`tishi va koordinata o`zgarishi bilan zarracha harakatiga ta`sir etmaydi. Shuning uchun bunday maydonda zarracha erkin harakat qiladi. Maydon parametrlari vaqt o`tishi o`zgarmas bo`lganligi sababli zarracha harakatini o`rganish uchun Shredingerning statsionar tenglamasini yechamiz.

Faraz qilaylik, potensial to`siq bir o`lchovli fazoda harakatlanayotgan zarracha uchun har ikki tomondan bo`lsa, zarracha devorlari cheksiz baland bo`lgan o`rada deb hisoblanadi, devorlardan zarralar o`ta olmaydi.



10-rasm. Potensial o`ra ichida harakatlanayotgan zarraning ma`lum energiya mos kelgan to`lqin funksiyasi

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + U(x) \qquad (1)$$

$$U(x) = \begin{cases} 0, & agar\ 0 < x < a \\ \infty, & agar\, x < 0\ yoki\ x > a \end{cases} \qquad (2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \Psi(0) = 0 \\ \Psi(a) = 0 \end{array}\right\} \text{ - chegaraviy shartlar} \qquad (3)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi}{dx^2} = E\Psi \qquad \frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}E\Psi = 0$$

$\Psi''(x) + k^2\Psi = 0$ (4) u holda, $k^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2}$ energiya to`lqin vektori $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

bilangina ifodalanadi.

4-tenglamaning yechimini quyidagi formula qanoatlantiradi:

$\Psi(x) = A\sin kx + B\cos kx$ chegaraviy sharti

$\Psi(0) = 0, \boxed{B = 0}$,

$\Psi(x) = A\sin kx$ u holda $\Psi(a) = A\sin ka = 0$

$ka = n\pi \qquad n \in Z \quad k = \dfrac{n\pi}{a}$

$\boxed{E_n = \dfrac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2ma^2}}$ - (5) energiya kvant soni n ga bog`liq bo`lib, diskret qiymatlarni oladi.

Shunisi muhimki, mikrozarraning energiyasi potensial chuqurlik enining kichrayishi bilan ortib boradi.

$\boxed{\Psi(x) = A\sin\dfrac{n\pi}{a}x}$ - to`lqin funksiya (6)

A ni qiymatini aniqlaymiz.

$$\int_0^a |\Psi(x)|^2 dx = 1 \qquad A^2\int_0^a \sin^2\frac{\pi n}{a}x\,dx = 1$$

$$\frac{1}{2}A^2\int_0^a\left(1-\cos\frac{2\pi n}{a}x\right)dx = \frac{A^2}{2}a - \frac{A^2}{2}\frac{a}{2\pi n}\sin\frac{2\pi n}{a}x\Bigg|_0^a$$

$\dfrac{A^2}{2}a = 1$, bundan $A = \sqrt{\dfrac{2}{a}}$

$\boxed{\Psi(x) = \sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{\pi n}{a}x}$ - to`lqin funksiya (7)

Aniqlangan natijalarni tasavvur qilish uchun energiya va to`lqin funksiyasining n-ning n- 1, 2, 3, 4,.... qiymatlariga mos kelgan xususiy qiymatlarini yozamiz:

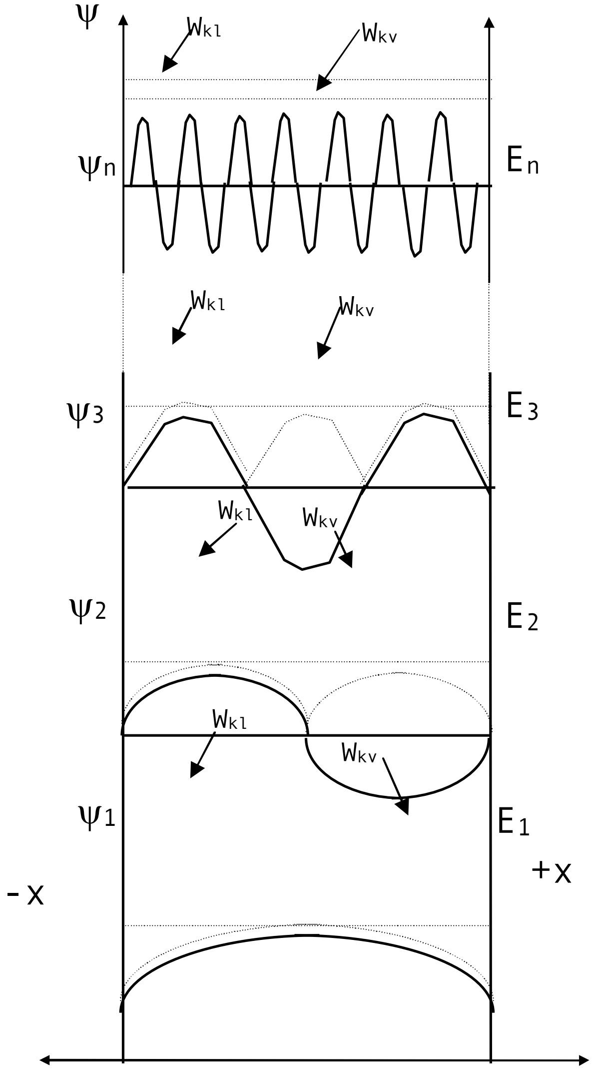
$$\boxed{E_n = \frac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2ma^2}}, \quad E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2}, \quad E_2 = 4E_1, \; E_3 = 9E_1, \; E_n = 16E_1$$

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin\frac{\pi x}{d}, \quad \psi_2 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin\frac{2\pi x}{d}, \quad \psi_3 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin\frac{3\pi}{d} x,$$

$$\psi_4 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin\frac{4\pi}{d} x$$

Keltirilgan (11-rasm) grafiklardan ko`rinadiki, n=1, bo`lganda zarrachaning potensial chuqurlik ichida bo`lish ehtimolligi uning markazida eng katta bo`ladi. Kvant soni n ortishi bilan zarracha energiyasi ortib boradi.

Uning potensial chuqurlik ichida topilish ehtimolligi qismlarga bo`linib, chuqurlikning gorizontal tekislik bo`yicha hamma sohalarida bir xil bo`lishga intiladi n-ning juda katta qiymatlarida kvant zarrachaning potensial chuqurlik ichida topilish ehtimolligi klassik zarrachaning topilish ehtimolligiga yaqinlashib boradi. Boshqacha aytganda kvant zarrachasining energiyasi ortishi bilan uning xususiyati klassik zarra xususiyatiga yaqinlashib boradi.

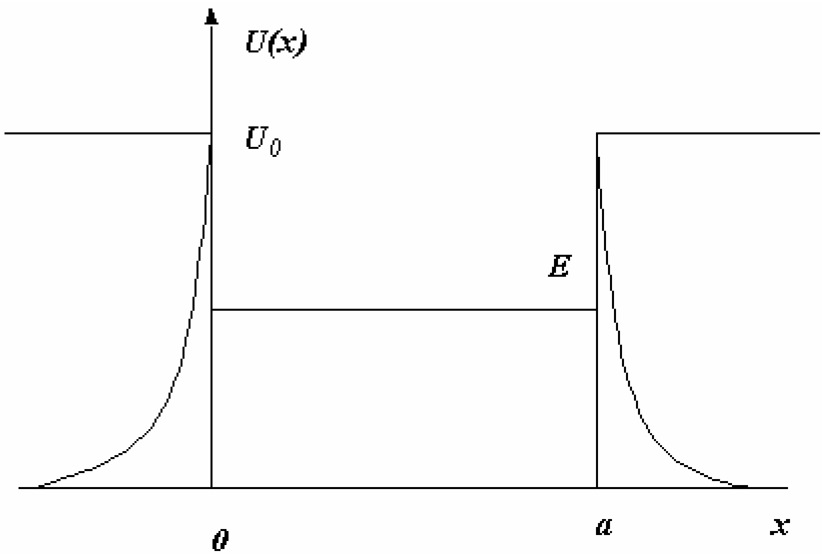


11- rasm. To`g`ri to`rtburchak shaklidagi potensial chuqurlikda harakatlanayotgan zarracha to`lqin funksiyalari va ehtimolligi.

DEVORLARI CHEKLANGAN POTENSIAL (E < U_0) O`RADAGI ZARRA HARAKATI

Yuqorida ko'rganimizdek masalani echish uchun avvalambor chegaraviy shartlarni yozish kerak;

$$U(x) = \begin{cases} U_0 & x < a \qquad I \\ 0 & 0 < x < a \qquad II \\ U_0 & x > a \qquad III \end{cases}$$



12 – rasm. Devorlari cheklangan o`ra ichida zarra harakati.

To`lqin funksiya ko`rinishini va energiyaning mumkin bo`lgan qiymatlarini aniqlaymiz.

1) $E < U_0$

$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi}{dx^2} + U(x)\Psi = E\Psi$$

$$\Psi'' + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\,\Psi = 0$$

I. $\Psi'' - \aleph^2 \Psi = 0$ $\left(\aleph^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(U_0 - E)\right)$ $a_1 e^{\aleph x} + b_1 e^{-\aleph x}$

II. $\Psi'' - k^2 \Psi = 0$ $\left(k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E\right)$ $A \sin(k x + \delta)$

III. $\Psi'' - \aleph^2 \Psi = 0$ $a_2 e^{\aleph x} + b_2 e^{-\aleph x}$

Endi funksiyaning chekliligini, bir qiymatliligini va uzluksizligini aniqlaymiz.

cheklilik - I sohada $b_1 = 0$, III sohada $a_2 = 0$

uzluksizlik - $\Psi_I(0) = \Psi_{II}(0)$ $\Psi_{II}(a) = \Psi_{III}(a)$
$\Psi_I'(0) = \Psi_{II}'(0)$ $\Psi_{II}'(a) = \Psi_{III}'(a)$

$$\begin{cases} a_1 = A \sin \delta \\ \aleph\, a_1 = A k \cos \delta \\ A \sin(ka + \delta) = b_2 e^{-\aleph a} \\ A k \cos(ka + \delta) = -b_2 \aleph\, e^{-\aleph a} \end{cases}$$

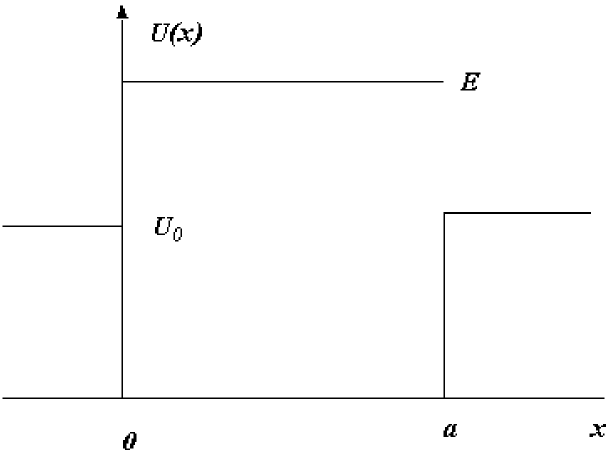
Bu tenglamalarni yechib barcha koeffitsientlarning qiymatlarini va k ning barcha qiymatlarini aniqlash mumkin. Shuningdek, $E < U_0$ holi uchun zarra energiyasi o`ra ichida diskret qiymatlarni olishi hamda mumkin bo`lgan sathlar $U_0 - E$ farqga bog`liq ekanligini isbotlash mumkin.

Yechimdan ko`rinadiki, zarraning I va III sohalarda bo`lish ehtimolligi 0 ga teng emas, ya`ni zarra shu sohalaðda mavjud.

$$|\Psi_I|^2 = a_1^2\, e^{2\aleph x}$$

$$|\Psi_{III}|^2 = b_2^2 e^{-\aleph x}$$

2) $E > U_0$



13-rasm. Zarra energiyasini o`ra kengligiga bog`liqligi.

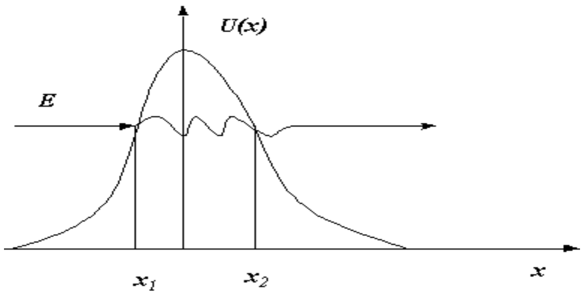
Zarraning energetik spektri uzluksiz, ya`ni energiyaning barcha qiymatlari o`rinli va to`lqin funksiya – o`giruvchi to`lqin ko`rinishida bo`lib e^{ikx}, devordan qaytish xususiyatiga ega.

Adabiyotlar:

1. [1] 172-174-betlar.
2. [21] 137-141-batlar.
3. [3] 87-92-betlar.

MIKROZARRALARNING POTENSIAL TO`SIQDAN O`TISHI

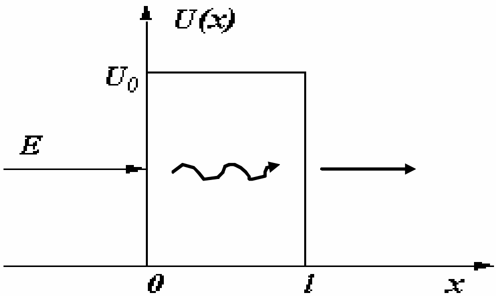
(Tunnel effekti)



14-rasm. Zarrani potentsial to`siq orqasiga o`tishi.

Agar klassik zarracha o`z harakati yo`li davomida energiyasi uning energiyasidan ($U_n > \frac{mv^2}{2}$) katta qiymatga ega bo`lgan to`siqqa uchrasa, to`siqdan orqasiga qaytib ketadi, aks holda, zarraning harakat energiyasi $\frac{mv^2}{2}$>U bo`lsa, zarra to`siqdan o`tadi. Kvant mexanikasida zarraning xususiyati mutlaqo boshqacha, zarra energiyasi E<U bo`lgan taqdirda ham u to`siqdan o`tadi. Agar E<U hamda to`siq kengligi cheklangan bo`lsa, zarraning to`siq orqasida bo`lish ehtimolligi mavjud. Ikkinchi tomondan, agar E>U bo`lsa, zarraning to`siqdan qaytish ehtimolligi mavjud. Klassik mexanikada esa zarra albatta to`siqdan o`tadi. Kvant mexanikasiga asosan, mikrozarraning to`siq orqasida bo`lish ehtimolligi mavjud.

Mikrozarra energiyasi potensial to`siq energiyasidan kam bo`lganda, uni to`siqdan o`tish hodisasi *tunnel effekti* deyiladi. Shu hodisani oddiy to`g`ri to`rt burchakli to`siq misolida ko`rib chiqamiz.



15-rasm. Zarraning potensial to`siq orqasiga o`tishi

chegaraviy shartlar $U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U_0, & 0 < x < l \\ 0, & x > l \end{cases}$ $\boxed{E < U_0}$ $\hat{H}\Psi = E\Psi$

Shredinger tenglamasi $\psi'' + 2\frac{m}{\hbar}(E - U)\psi = 0$ ni yechamiz. Bu yerda quyidagi belgilashlar kiritamiz: $2\frac{m}{\hbar}(E-U)$ =k^2

Oldingi paragrafda ko`rilganidek har bir soha uchun Shredinger tenglamasini yozish kerak.

I. $\Psi''+k^2\Psi=0$ ning yechimi $\Psi(x)=Ae^{-ikx}+Be^{-ikx}$

demak, to`lqin tenglamaning yechimi garmonik funksiya ekan

Ae^{ikx} - musbat yo`nalishda tarqalayotgan to`lqin, $A=1$

Be^{-ikx} - to`siqdan qaytayotgan to`lqin

$|Be^{-ikx}|^2$ - zarraning birinchi sohada bo`lish ehtimolligi

$|Ae^{ikx}|^2$ - tushayotgan zarra ehtimolligi

$R=\frac{|B|^2}{|A|^2}$, - qaytish koeffitsienti

Ikkinchi sohada $\boxed{E<U_0}$, potensial energiya U_0 ga teng

$$\hat{H}\Psi=E\Psi$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi^{II}+U_0\psi=E\psi$$

$$\Psi''+\aleph^2\Psi=0 \quad \left(\aleph^2=\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-U_0\right)\right) \quad , \Psi(x)=\alpha e^{i\aleph x}+\beta e^{-i\aleph x}$$

Uchinchi sohada $U=0$, $x>l$, bunda tenglama birinchi sohadagi kabi ko`rinishda, faqat koeffitsientlar o`zgacha.

$$\Psi''+k^2\Psi=0 \qquad \Psi(x)=D_1e^{ikx}+Ce^{-ikx}=D_1e^{ikx} \quad , \quad C=0$$

bo`lgani uchun zarraning uchinchi sohada bo`lish ehtimolligi - $|D|^2$

D_1e^{ikx} - o`tayotgan to`lqin;

$D=|D_1|^2$ - to`siqning shaffoflik koeffitsienti

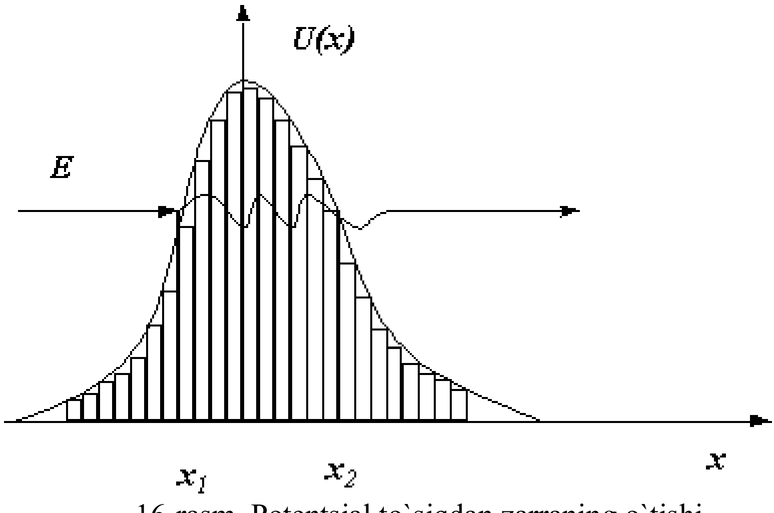
3-sohada qaytgan to`lqin yo`q, shuning uchun - $C = 0$.
Uzluksizlik shartidan koeffitsientlarni aniqlash mumkin.

$$R+D=1$$

$\boxed{D = D_0 e^{-\frac{2l}{\hbar}\sqrt{2m(U_0+E)}}}$ - kengligi l bo`lgan to`g`ri burchakli to`siq uchun shaffoflik koeffitsienti. x=0 da Ψ(x) funksiya va uning hosilasini uzluksizlik shartidan, mos holda, 1+B=α+β va ik(1-β)=ℵ(α-β) lar hosil bo`ladi.

$D_0=16n^2/(1+n^2)^2$, $n = \sqrt{\frac{U_0 - E}{\varepsilon}}$ - sindirish ko`rsatkichi,bu yerda,$\varepsilon=U_o$-E

Hosil bo`lgan munosabatlardan quyidagi xulosalar kelib chiqadi. To`siq qancha keng bo`lsa, qaytish koeffitsienti shunchalik kam. Ìa`lum balandlikdagi to`siq uchun zarra energiyasi qancha katta bo`lsa, shaffoflik koeffitsienti shunchalik katta bo`ladi. Umumiy holda to`siq ixtiyoriy shaklda bo`lishi mumkin; $U(x)$; u holda to`siqni juda ko`p to`g`ri burchakli to`siqlardan tashkil topgan deb qarash mumkin.



16-rasm. Potentsial to`siqdan zarraning o`tishi.

u holda,

$\boxed{D = D_0 \exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2\mu\left(U(x) - E\right)}\,dx\right\}}$ -to`siqning shaffoflik koeffitsienti

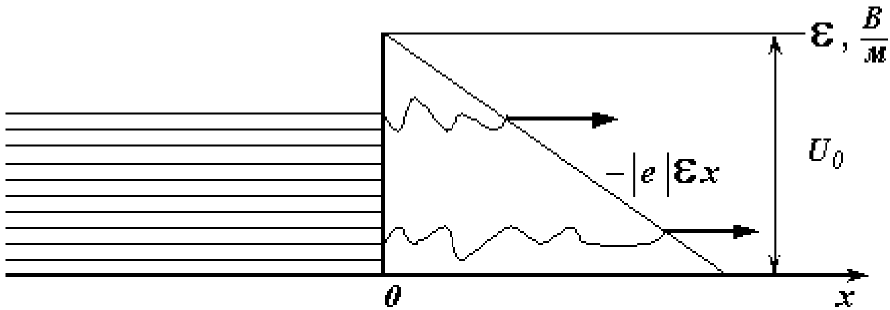
x_1 - zarraning to`siqqa kirish nuqtasi va $x_2$ - zarraning to`siqdan chiqish nuqtasi deb qarash mumkin. Ularning qiymatlari ushbu ifodadan aniqlanadi, $U(x) = E$.

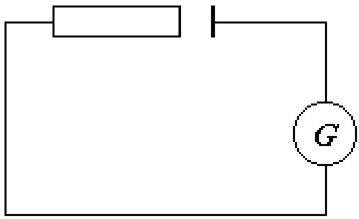
TUNNEL EFFEKTINING NAMOYON BO`LISHI

Metall elektronlarining sovuq emissiyasi.

Zamonaviy elektronika elektronning turli xil potensial maydonda harakatini o`rganishga va uni boshqarishga asoslangan, elektron bir sohadan ikkinchi sohaga, qattiq jismdan vakuumga yoki, aksincha, o`tganda ham u harakat qilayotgan maydon potensiali o`zgaradi. Bundan turli maqsadlarda foydalaniladi. Metalldan elektronni vakuumga chiqarish uchun unga turli usullar - qizdirish yoki yoritish bilan, albatta, juda bo`lmasa elektronning metalldan chiqish ishiga teng miqdorda qo`shimcha energiya berish zarur,. Ammo elektronni vakuumdan unga qo`shimcha energiya bermasdan ham chiqarish mumkin. Bunday hol elektronning "sovuq emissiyasi" deyiladi. Buning uchun metall bilan vakuum o`rtasiga kuchlanganligining yo`nalishi metall tomonga bo`lgan elektr maydon qo`yish kerak. Bu maydon ta`sirida metall bilan vakuum orasidagi potensial to`siqning kenglgi kichrayadi; demak potensial to`siqning shaffofligi - D ortadi. Bu o`z navbatida metall ichidagi elektronlarning vakuumga potensial to`siqni aylanib o`tmasdan tunnel mexanizmiga binoan vakuumga chiqishga imkon beradi. Natijada elektr toki hosil bo`ladi.

Kuchli elektr maydon ta`sirida elektr toki hosil bo`lishi "sovuq emissiya" deyiladi.





17-rasm. Tunnel hodisasining namoyon bo`lish hollari.

$U(x) = U_0 - |e|\mathcal{E}\, x$

$F = -|e|\mathcal{E}$

$U(x) = -|e|\mathcal{E}\, x$

$D(E_x) = D_0 \exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\int_0^{x_2} \sqrt{2\mu(U(x)-E)}dx\right\}$

$U_0 - e\mathcal{E}\, x = E$

$x = \frac{U_0 - E}{e\mathcal{E}}$ - elektron bosib o`tgan yo`l koordinatasi

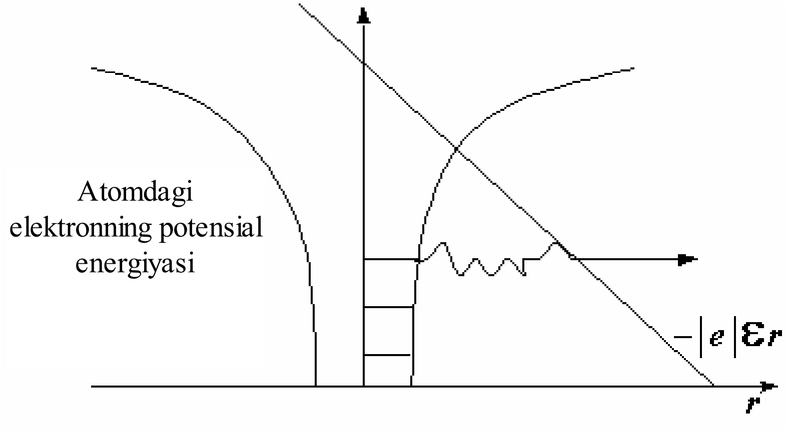
$$D(E_x) = D_0 \exp\left\{-\frac{4}{3}\frac{\sqrt{2\mu}}{\hbar}\frac{(C-E_x)^{3/2}}{e\mathcal{E}}\right\} \qquad (1)$$

$\mathcal{E}$ - elektr maydon kuchlanganligi

$\overline{D} = D_0 e^{\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}}}$ (2) - barcha tezliklar bo`yicha o`rtacha qiymat

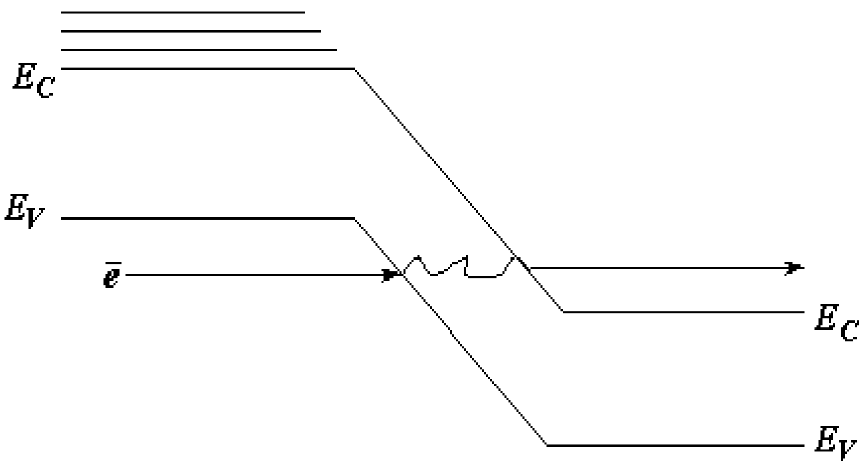
$J_x = J_0 \overline{D} = A e^{-\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}}}$ (3) - tok zichligi, tok potensial to`siq shaffofligiga to`g`ri proportsional.

Kuchli elektr maydonida atomlarning ionizasiyasini ham tunnel effekti orqali tushuntirish mumkin.



18-rasm. Sovuq emissiya.

Tunnel diodi



19-rasm. Tunnel diodining sxemasi.

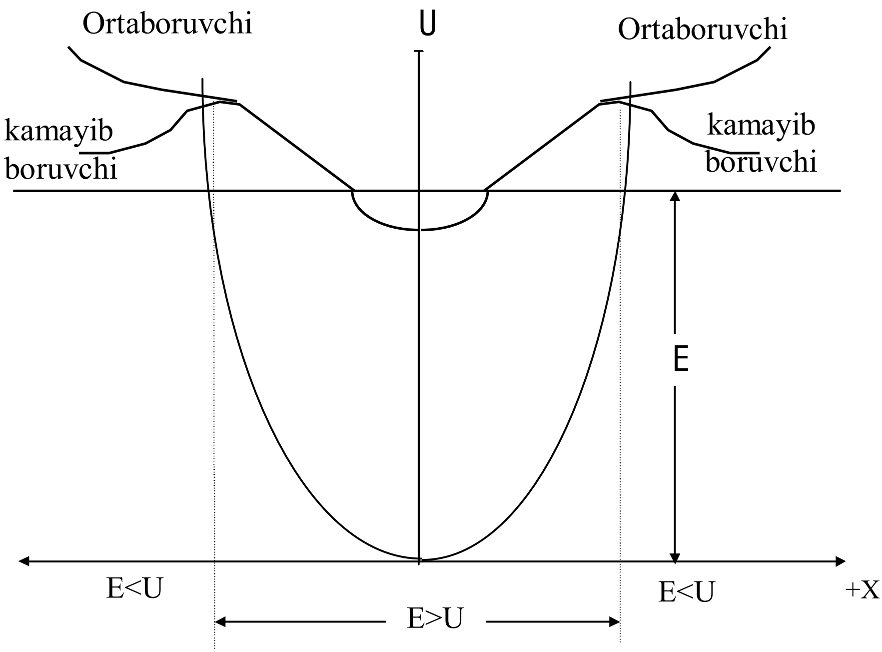
Adabiyotlar:

1.[1] 391-397-betlar.
2.[14] 183-185-betlar.
3.[21] 141-143-betlar.

KLASSIK GARMONIK OSSILLYATORI

Ossillyator - tebranishlar hosil qiluvchi manba.

Kvant mexanikasida oxirigacha va aniq yechimga ega bo`lmagan muammolar mavjud. Bunday masalalar sodda masala ko`rinishiga keltiriladi va turli qo`shimcha shartlar (jumladan, ″uyg`otish″ nazariyasi) yordamida masala yechimi topiladi. Shunday fundamental masalalardan biri garmonik ossillyator (molekulalardagi atomlarning, qattiq jism atomlarining tebranishlari) to`g`risidagi masaladir.



20-rasm. Chiziqli garmonik ossillyator uchun Shredinger tenglamasining ortib va kamayib boruvchi yechimlari. E - x=0 da ostsillyatorning to`liq energiyasi.

Zamonaviy elektronika elektronning turli potensial maydonda harakatini o’rganishga va bohsqarishga asoslangan.

Muvozanat holati atrofida kvazielastik kuch ta'sirida ma`lum chastota bilan tebranuvchi zarra garmonik ostsillyator deyeiladi, bunday manba tabiatda ko`p uchraydi (molekuladagi atomlar, qattiq jism atomlari va h.k.) Myxit xususiyati (elektr o'tkazuvchanlik, issiqlik o'tkazuvchanlik,, solishtirma issiqlik sig'imi, nurlanish va h.k.) zarra xarakat turlariga bog'liq. Garmonik tebranma harakat esa harakatlar ichida (ilgarilanma, aylanman, tebranma) eng ko'p uchraydi. Garmonik harakat mikroolam zarrachalarining barchasiga xos. Sof garmonik tebranishlar ideallashgan hisoblanadi, sabab, bunday tebranishlarda ishqalanish kuchlari e`tiborga olinmaydi. Biz bir o`lchamda kechadigan garmonik tebranishlarni ko`rib chiqamiz.

Klassik nuqtai nazardan garmonik ossillyator quydagi tenglamalarni yechib o'rganiladi

$F = -k\,x$, $m\,a = -k\,x$ yoki $m\,x = -k\,x$ tenglamaning yechimi

$x = a\cos(\omega_0 t)$, bu yerda ω_0 - xususiy chastota, x_0-amplituda agar

$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ belgilasak , u holda $k = m\,\omega_0{}^2$ bo'ladi

ossillyatorning potensial energiyasi $U(x) = \dfrac{kx^2}{2} = \dfrac{m\omega_0{}^2}{2}x^2$ (1),

ossilyatorning to'liq energiyasi $E = \dfrac{m_o\omega_0{}^2 x_0{}^2}{2}$ (2)

Muvozanat holatidan $x = \pm a$ masofada ossillyatorning bo`lish ehtimolligi maksimal qiymatga, $x = 0$ da minimal qiymatga ega. Shunday qilib klassik ossillyatorga xos xususiyatlar:

- energiya istalgan qiymatlarni qabul qiladi;
- tebranayotgan nuqta $x>a$, $x<-a$ sohada bo`lishi mumkin emas;

tebranishlar amplitudasi boshlang`ich energiya bilan ifodalanadi $x_0 = \sqrt{\dfrac{2E}{K}}$

Garmonik ossillyator - ideal tebranishlar manbai. Real holda, muvozanat holatdan chetlashgan sari kuch orta boradi va garmonik qonuniyat buzila boshlaydi, chunki: $U = \frac{m\omega_0^2}{2}x^2$, $F = -\frac{dU}{dx}$.

Biroq uncha katta bo`lmagan amplitudalar uchun garmonik qonuniyat saqlanadi. Kichik tebranma harakat qilayotgan istalgan zarralar sistemasi uchun bir o`lchamli garmonik ossillyator nazariyasi katta ahamiyat kasb etadi.

KVANT GARMONIK OSSILLYATOR

Kvant mexanikasida "bir o`lchamli ossillyator" deganda Gamilton operatori bilan ifodalanuvchi sistemani nazarda tutamiz.

$$\hat{H}\Psi = E\Psi \qquad (1)$$

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_x^2}{2\mu} + U(x) \qquad \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{\mu\omega_0^2}{2}x^2$$

(1) ga qo`ysak,

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{\mu\omega_0^2}{2}x^2\,\Psi = E\,\Psi} \qquad (2)$$

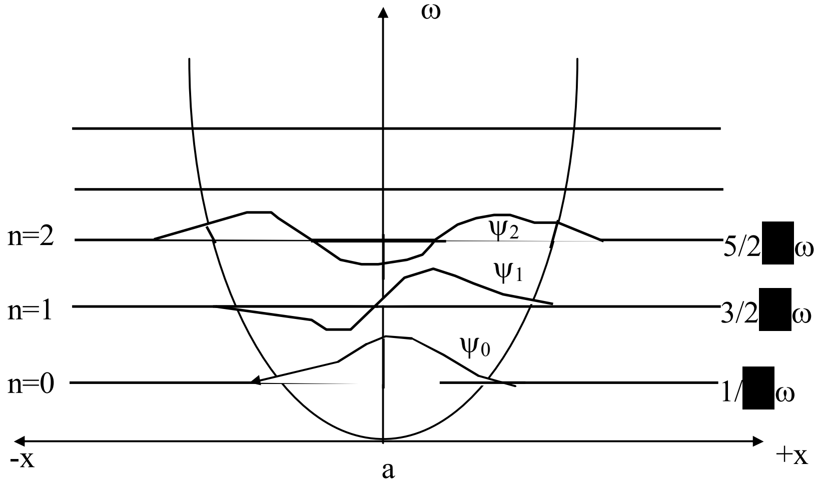
(2)- tenglamani yechish uchun quyidagi o`lchamsiz kattaliklarni kiritamiz.

$$\xi = \frac{x}{x_0} \text{ bu yerda } x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{\mu\omega_0}}, \qquad \lambda = \frac{2E}{\hbar\omega_0} \qquad (3)$$

U holda (2) tenglama quyidagi ko`rinishga keladi

$$\boxed{\Psi'' + (\lambda - \xi^2)\Psi = 0} \qquad (4) \text{ - Chebishev-Ermit tenglamasi}$$

Tadqiqotlarga ko`ra, bu tenglama $\lambda$ -ning ma`lum qiymatidagina bir qiymatli, cheklangan yechimga ega bo`ladi, ya`ni $\lambda = 2n+1$ (n – bosh kvant soni).

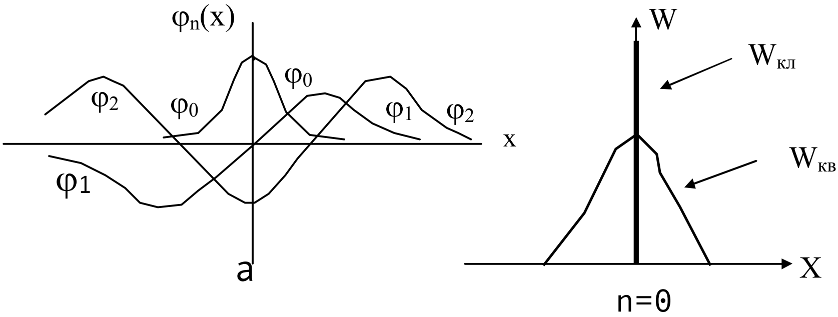


21-rasm. Kvant ossillyatorning o`ra kengligi intervalida bo'lish ehtimolligi

Quyidagi ifodaga ko`ra, $\lambda = 2\frac{E}{\hbar\ \omega_0}$ (5) , kvant ossillyator energiyasi diskret qiymatlarnigina olishi mumkin: $\boxed{E = \frac{\hbar\omega_0}{2}(2n+1)}$ (6)

Klassik ossillyator istalgan qiymatli energiya olishi mumkin, kvant ostsillyator esa- faqatgina diskret qiymatlarni olishi mumkin. Kvant ossillyatori energiya - E nol qiymatga ega bo`la olmaydi, biroq nolinchi tebranishlar mavjud. Bu hol Geyzenberg noaniqligi bilan bog`liq. $\boxed{E = \frac{\hbar\omega_0}{\;}}$ (6a)-kvant ossillyatorning eng kichik energiyasi.

(2) tenglamani yechib n - ning turli qiymatlariga mos keluvchi to`lqin funksiyalarini aniqlash mumkin:



22-rasm. Chiziqli garmonik ossillyatorning xususiy funksiyalari (n=0,1,2) va ehtimolligi

(4) ifodani yechimi $\Psi = A\, e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$ (7) bo'ladi

Kvant ossillyatorini doimo klassik soha tashqarisida uchratish ehtimolligi mavjud; ehtimollik oz, biroq cheklangan. Kvant ossillyatorning xususiyatlari: energiya diskret; energiy nol bo`lishi mumkin emas, biroq nolinchi energiyaning hamda klassik soha tashqarisida tebranishlarning mavjudligi. $E_{n+1} - E_n = \hbar\omega$

Chebishev - Ermit tenglamasining yechimi Chebishev - Ermit polinomini beradi.

$$\psi_n(\xi) = e^{-\frac{\xi^2}{2}} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{\xi^2} \frac{d^n e^{-\xi^2}}{d\xi n} \qquad (8)$$

Funksiya nolga aylanadigan nuqta "tugun" deyiladi. (8) tenglamadan foydalanib $\psi_n(x)$ funksiyaning ba`zi xususiy qiymatlarini yozamiz:

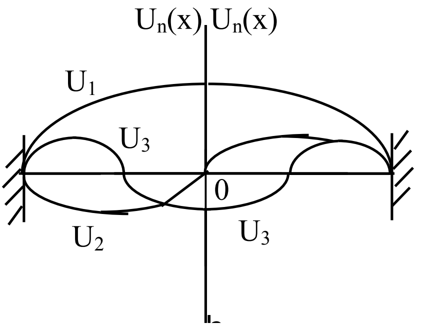
$$\psi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{x_0\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}} \quad , \quad n=0 \quad (9)$$

$$\psi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2x_0\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}} \cdot 2 \cdot \frac{x}{x_0} \quad , \quad n=1 \quad (10)$$

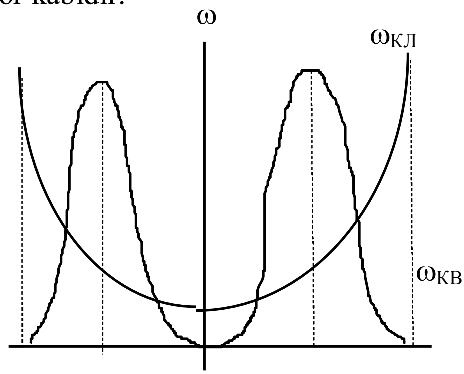
$$\psi_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2^2 \cdot 2x_0\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}} \left(4\frac{x^2}{x_0^2} - 2\right), \quad n=2 \quad (11)$$

Birinchi funksiya (9) nolga aylanmaydi (x=±∞ dan tashqari). Ikkinchi funksiya (10) x=0 da nolga aylanadi, ya`ni bitta tugun. Uchinchi funksiya esa (11) $x = \pm\frac{x_0}{\sqrt{2}}$ da nolga aylanib, ikkita tugunga ega. Tugunlar soni funksiya nomeriga teng. Shunday qilib, kvant soni xususiy funksiyaning tugunlar soniga teng ekan. Bu funksiyalar quyida 24-rasmda keltirilgan bo`lib, bir uchi mahkamlangan tor tebranishiga anologik ko`rinishda.

Tugunlar soni funksiya nomeriga teng. Demak, bosh kvant soni n, funksiyaning xususiy qiymatlar soniga teng. Funksiyaning ko`rinishi uchlari mahkamlangan tebranuvchi tor kabidir.



23-rasm. Bir uchi mahkamlangan torning tebranishi.



24-rasm.Garmonik ossillyatorning (n=1) topilish ehtimolligi zichligi.

n=0, bu 0-oberton, n=1 - birinchi oberton, n=2 - ikkinchi oberton.
Endi zarraning turli sohalarda bo`lish ehtimolligini hisoblaymiz. Klassik nuqtai nazardan:

$$-x < a \leq +x$$

$$W_{kl}(x) = \frac{1}{2\pi x_0} \frac{dx}{\left(1 - \frac{x^2}{x_0^2}\right)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$W_{k\upsilon}=\psi_0^2(x)=\frac{1}{x_0\sqrt{\pi}}e^{-\frac{x^2}{x_0^2}\frac{x^2}{x_0^2}}\frac{dx}{x_0} \qquad (12)$$

Kvant ostsillyatorining ehtimolligi klassik ostsillyatornikidan farq qiladi, burilish nuqtasining orqasida ham zarraning bo`lish ehtimolligi mavjud. A va B "burilish nuqtalari" deyiladi, bunda E=0.

Adabiyotlar:

1. [1] 172-182-betlar.
2. [14] 104-107-betlar.
3. [21] 143-155-betlar.

VODOROD ATOMI VA VODORODSIMON ATOMLAR NAZARIYASI

Kvant zarraning markaziy kuchlar maydonidagi harakati

Markaziy kuchlar maydoni zarraning potentsial energiyasi zarra maydon markazidan qanday masofada turganligiga bog`liqligi bilan xarakterlanadi; $F(r)=\frac{ze^2}{r^2}$, u holda zarraning potentsial energiyasi,

$$U(r)=-\frac{ze^2}{r} \quad (1).$$

Umuman olganda, sof Kulon kuchlari faqatgina vodorod atomi uchungina xos. Ko`p elektronli atomlarda yadro turli elektronlar maydoni bilan ekranlangan maydonda turadi.

Markaziy maydondagi harakat qonuni atom mexanikasining asosini tashkil etadi. Bunday masalani hal etish, markaziy kuchlar maydonida bir dona zarra harakatini qarab chiqishga olib keladi.

Ushbu masalaning yechimi atom spektrlarini aniqlashga imkon berAdi.

Markaziy kuchlar maydonini sferik koordinatalar sistemasida ko`rish mumkin $(r, \theta, \varphi)$. Harakatni ilgarilama va aylanma harakatlardan tashkil topganligini e`tiborga olinsa, kinetik energiya

klassik nuqtai nazardan quyidagicha ifodalanadi; $E=P^2/2\mu + M^2/2\mu r^2$.
U holda Gamilton operatori quyidagicha bo`ladi: [redacted]

$$\boldsymbol{\hat{H} = \hat{T}_r + \frac{M^2}{2\mu r^2} + U(r)}$$

(2),bu yerda T_r - elektronning radial bo`yicha harakat energiyasi.

$$\hat{T}_r = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) \qquad (3)$$

$$\hat{M}^2 = -\hbar^2\nabla^2 \qquad (4), \text{ Laplas operatori}$$

u holda Shredinger tenglamasi $\hat{H}\Psi = E\Psi$ yoki

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) \qquad \psi - \hbar^2\nabla^2\psi = E\psi$$

(5)ko`rinishda bo`ladi.

Ma’lumki, T_r va M^2 lar turli o`zgaruvchilarga bog’liq tarzda o`zgaradi, shuning uchun ular o`zaro kommutativ, ya`ni ular umumiy xususiy funksiyalarga ega bo`ladi.

$$\hat{M}^2 J_{lm}(\theta,\varphi) = \hbar^2 l(l+1)\, J_{lm}(\theta,\varphi) \qquad (6)$$

$$\Psi(r,\theta,\varphi) = R(r)\, J_{lm}(\theta,\varphi) \qquad (7)$$

(7) ifodani (5)- ifodaga qo`ysak, bu yerda, $\hat{H}$ - (2) ifodaga teng.

$$\hat{T}(r)\, R(r)\, J_{lm}(\theta,\varphi) + \frac{\hat{M}^2}{2\mu r^2} R(r)\, J_{lm} + U(r)\, R(r)\, J_{lm} = E\, R(r)\, J_{lm}$$

(6) -gA Asosan o`zgartirsak,

$$\hat{T}(r)\, R(r)\, J_{lm}(\theta,\varphi) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} R(r)\, J_{lm} + U(r)\, R(r)\, J_{lm} = E\, R(r)\, J_{lm}$$

(3),(4),(4’) larni e`tiborga olgan holda Shredinger tenglamasi quyidagi ko`rinishga keladi.

$J_{lm}(\theta, \varphi)$ ga

qisqartirsak $\boxed{\hat{T}(r)\, R(r) + \dfrac{\hat{M}^2}{2mr^2} R(r) + U(r)\, R(r) = E\; R(r)}$ (8)

Faraz qilaylik, yadro maydonida bir dona elektron harakatlanadi. U holda yadro maydonidagi elektronning potentsial energiyasi $U(r) = -\dfrac{z\,e^2}{r}$ (9).

(8) ifodaning tadqiqoti shuni ko`rsatadiki, agar $E > 0$ bo`lsa, zarrani "erkin zarra" deb hisoblash mumkin, u holda uni energetik spektri uzluksiz bo`ladi.

agar $E < 0$ bo`lsa : $U(r) < 0$, $U(r) = -\dfrac{z\,e^2}{r}$

Bu holda (8) ning yechimi diskret energetik spektrni beradi: energiyaning mumkin bo`lgan qiymatlari bosh kvant soni $E$ $n$ - bo`yicha kvantlanadi: $E_n = -\dfrac{z^2\, e^4 m}{2\hbar^2 n^2}$ (10) $n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$,

$n = n_r + l + 1, \quad n_r = 0,\ 1,\ 2, \ldots$

Shunday qilib, aylanma harakat energiyasini kvantlovchi orbital kvant soni quyidagi qiymatlarni oladi: ℓ=0,1,2,...(n-1).

Atomdagi elektronning to`lqin funksiyasi $\Psi$ uchta kvant soniga $n$, $l$ va $m$ ga bog'liq bo`lib, quyidagi qiymatga teng.

$\boxed{\Psi_{n,l,m} = R_n(r)\, J_{lm}(\theta, \varphi)}$ (11) $\qquad R_n(r) = e^{-\frac{z^2}{na}} f(r)$

$a = \dfrac{\hbar^2}{m\,e^2} = 0{,}529\,\mathring{A}$ (12) - birinchi Bor radiusining orbitasi

$f(r)$ - Ermit polinomi

Tekshirishlar ko`rsatadiki, elektronning $\bar{e}$ yadro markazidan biror masofada bo`lish ehtimolligi quyidagi qiymatga teng bo`lib, $d\omega(r) = 4\pi r^2 dr |R_n|^2$ bosh kvant soni $n$ ning ma'lum qiymatida masofaning $n$ - Bor orbitasiga mos qiymatida maksimal qiymatga egA bo`ladi.

$r = na$ - masofada, $l = 0$ da s - holatga mos kelib, $J_{lm} = const$.

Elektrik zichlik sfera bo`ylab simmetrik taqsimlangan.

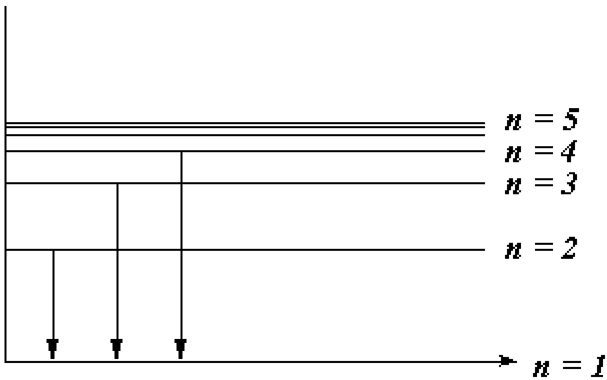
$l = 1$ dA p - holat mos kelib, $m = 0, \pm 1$.

Olingan natijalardan ko`rinadiki vodorod atomidagi $\bar{e}$ elektron energiyasi faqat birgina bosh kvant soniga bog'liq, to`lqin funksiya esa uchta kvant soniga bog'liq bo`ladi.

To`liq energiyaning ma'lum qiymatida aylanma harakat energiyasi hamda impuls momenti proyeksiyasining turli qiymatlari bo`lishi mumkin. Energiyaning bitta qiymatiga orbital kvant soni l - ning unga mos keluvchi m -ning qiymati bilan turlicha bo`lgan to`lqin funksiyalar to`g`ri keladi. Aytilganlarga ko`ra aynish karraligi quyidagiga teng bo`lAdi.

$\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = n^2$ (13), ta to`lqin funksiya to`g`ri keladi. Demak, shu ifoda kvant mexanikasida aynish karraligi deb ataladi. Shunday qilib, biz $n^2$ -karra aynigan holat bilan ish ko`ramiz

VODOROD ATOMINING SPEKTRI



25-rasm. Statsionar holat

Mulohazalardan xulosa qilish mumkinki, elektron energiyasi, bosh kvant soni n- va zaryad miqdori Z ga bog`liq. Elektronning quyi sathdan yuqori sathga o`tishi $E_n - E_m = \hbar\omega$ Atomning uyg'onishi tufayli sodir bo`ladi, Z=1 bo`lsa bu chastota vodorod atomining nurlanish chastotasi bo`ladi. E_{nlm} / ħ -term, U holda nurlanish chastotasi sath termlari farqiga teng ekan.

Elektron quyi sathga o`tganda atom quyidagi chastotani nurlaydi.

$$\nu = \frac{z^2 e^4 \mu}{2\hbar^3}\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (1) \qquad n' < n$$

$$R = \frac{e^4 \mu}{4\pi n^3}$$ (2)- Ridberg doimiysi, $R = 3{,}27 \cdot 10^{15} c^{-1}$

1- sathga elektron o`tganda- Layman seriyasi (ultrabinafsha).

2- sathga elektron o`tganda- Balmer seriyasi (yorug'likning ko`rish sohasi).

$$\nu_{Layman} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 2,\ 3,\ \ldots$$

$$\nu_{Balmer} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 3,\ 4,\ \ldots$$

$$\nu_{Pashen} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 4,\ 5,\ \ldots$$

$$\nu_{Breket} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 5,6,\ \ldots$$

$$\nu_{Pfund} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 6,7,\ \ldots.$$

VODORODSIMON ATOMLAR SPEKTRI

Ishqoriy metall (Li, K, Na) atomlari bir valentli atomlardir. Ularda valent elektrondan tashqari barcha elektronlar inert gazga xos qobiq tashkil etadi. Bu qobiq sferik simmetrik bo`lib, juda mustahkam sistemani tashkil etadi va tashqi ta`sirga kam beriluvchan (o`zgaruvchan). Qobiq sferik simmetrik bo`lganligi uchun ularni hosil qilgan maydoni markaziy xususiyatga ega. Valent elektronni hosil qilgan potensial maydonni aniqlaymiz. F.q. r-masofada ichki elektronlar zichligi $\rho(r)$.

Faqatgina vodorod atomida sof Kulon maydoni, $U(r)=\frac{e^2}{r}$, mavjud bo`lgan vodorod atomidagi elektron energiyasi kvant soniga bog`liq,

$$E=-\frac{m_e e^4 z^2}{2\hbar^2 n^2}$$

$\psi_{n,l,m,s}$- holati n^2 - karrali aynigan.

Ko`p elektronli atomlarda sof Kulon maydoni bo`lmaydi, chunki elektron yadro maydonidan tashqari boshqa elektronlar maydoni ham ta`sirida bo`ladi. Elektronning yadroga nisbatan turgan vaziyatiga bog'liq tarzda boshqa elektronlarning ma'lum qismi yadro zaryadini ekranlaydi.

$U_r=\frac{N(r)\,e^2}{r}$, $U_r=\frac{-e^2(z-N(r))}{r}$ (1), bu yerda *N(r)*-ekranlovchi zaryad

Shuning uchun bunday atomdagi elektronlar energiyasini vodorod atomidagi

elektron uchun chiqarilgan formula bilan aniqlash mumkin emas. Agar bunday atomlar uchun ham masalani vodorod atomi uchun yechilgandek yechsak, bunday atom elektronlari uchun energiya diskret qiymatlarni qabul qiladi va bosh kvant soni – n, orbital kvant soni – l larga bog`liq bo`ladi.

Umumiy holda, elektron energiyasi ikkita – bosh va orbital kvant sonlari n, l bilan aniqlanadi, ya'ni ifodada faqatgina magnit kvant soni ishtirok etadi. Har bir energetik sath (2l+1) karra aynigan bo`ladi.

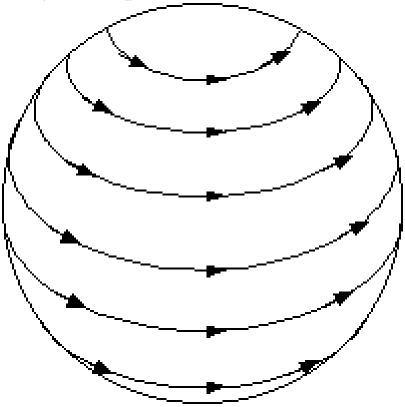
Adabiyotlar:

1. [1] 216-225-betlar.

2. [14] 92-102-betlar.
3. [21]174-183-betlar.

ATOMNING MAGNIT MOMENTI.

Atomda elektronlar orbita bo`ylab harakatlanganligi uchun ichki atom toklari mavjud. Tekshirshlar ko`rsatadiki, bu toklar radian bo`ylab oqadi.



26-rasm Atomdagi ochki toklar

Ma`lumki, har qanday tok atrofida magnit maydon vujudga keladi, ya`ni magnit momenti mavjud. Elektrodinamikadan zaryad aylanma orbita bo`ylab harakatlanganda magnit va mexanik momentlar quyidagicha bog`langanligi ma`lum.

M_z - mexanik momentning z o`qiga proyekesiyasi

m_z - magnit momentning z o`qiga proyeksiyasi

$$\boxed{\frac{m_Z}{M_Z} = -\frac{e}{2\mu c}}$$ (1)- giromagnit munosabat

Magnit moment kuch chiziqlari

u holda, $m_Z = -\frac{e}{2\mu c} M_Z = -\frac{e\hbar}{2\mu c} m$ (2) $M_z = m\hbar$ (a), **m**-magnit kvant son $\boxed{m_Б = \frac{e\hbar}{2\mu c}}$ (3)- Bor magnetoni , bu yerda μ - elektronning tinch holdagi massasi.

ELEKTRON SPINI

Markaziy simmetrik maydonda harakatlanayotgan elektron uchun Shredinger tenglamasini yechib elektron energiyasining xususiy qiymat va unga mos holat funksiyalarini aniqladik. Bunda n,l va m-kvant sonlariga ega bo`ldik, ularga qiymat berib atomdagi elektronning turli holatlarini aniqalsh mumkin bo`ldi. Biroq Shredinger tenglamasini yechib elektron uchun bundan ortiq natija olish mumkin emas. Qator tajriba natijalarini Shredinger tenglamalari yordamida tushuntirib bo`lmaydi. Natijalarning mulohazasi shuni ko`rsatadiki, uchta n,l,m kvant sonlaridan tashqari yana boshqa kvant soni ham bo`lishi lozim.

Tajriba natijalariga ko`ra, atomdagi elektron nafaqat orbital mexanik momentga, orbital magnit momentga ham ega, shunday ekan, xususiy mexanik va magnit momentga ham egadir. Xususiy mexanik moment "elektron *spini*" deyiladi.

Elektronning spinga ega ekanligini qator tajribalar isbot qildi.

1. Shtern-Gerlax (1921) tajribasida tasdiqlandi. Bunda kumush (Ag) atomlar oqimi kuchli bo`lmagan o`zgaruvchan magnit maydonidan o`tkazilganda atom spektri ikkiga ajraladi. Demak, kumush atomida tashqi magnit maydon bilan ta`sirlashuvchi va unga nisbatan ikki xil vaziyatda bo`luvchi magnit moment mavjud. Bu magnit momentning mavjudligiga uchta sabab bo`lishi mumkin:

a) atom yadrosining magnit momenti. Bu holda atomlar oqimining ajralishi juda kichik bo`lishi kerak (asbob sezmaydigan darajada), sabab nuklonlarning magnit momenti juda zaif, $\mu_{nuklon}=5{,}05*10^{-27}$ J/T;

b) elektronning yadro atrofida aylanma harakati tufayli sodir bo`lgan orbital magnit momenti. Ma`lumki, kumush atomining optik elektronlari s-holatda, l=0, demak orbital magnit moment ham nolga teng;

c) kumush atomlari oqimining magnit maydonda ikkiga ajralishiga sabab uning s-holatdagi juftlashmagan elektronlarining ichki xususiyatidir, ya`ni elektronlarning o`z o`qi atrofida aylanishidir

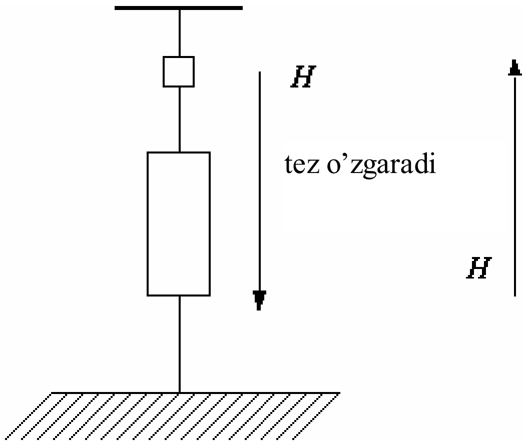
$$U=-\left(\vec{m}\ \vec{H}\right)=m_Z\,H$$

Mos ravishda xususiy mexanik momentning ikki yo`nalishi uchun bu kvant soni $m_z$ ikkita qiymatga ega bo`ladi.

Vodorod atomlari faqatgina s - holatda turadi, ya'ni orbital moment nolga teng. Undan ko`rinadiki, magnit maydonida sathning tarmoqlanishi elektronning xususiy mexanik momenti bilan bog`liq bo`lib, quyidagi qiymatga ega.

$$m_{s_z} = \pm m_Б = \pm \frac{e\hbar}{2\mu c}$$ giromagnit munosabat undan

Ikkinchi muhim tajriba Eynshteyn – de-Gaaz tajribasidir (1915). Ularning maqsadi atomdagi giromagnit munosabatni aniqlash bo`lgan. Ma`lumki, yadro atrofida harakatlanayotgan elektron momentining Z o`qiga proyeksiyasi (a) ga teng. (2) ifodada **e, c,** $\mu$ **-**o`zgarmas kattaliklar M_z ning o`zgarishiga qarab m_z ni hisoblash mumkin.



27- rasm. Eynshteyn – de-Gaaz tajribasi

Ferromagnetik maydon kuchlanganligi H bo`lgan magnit maydonga joylashtiriladi. So`ngra maydonning yo`nalishi keskin o`zgartiriladi. Bunda ferromagnetik osilgan ip buraladi, uning buralishidan mexanik momentning magnit momentga nisbatini aniqlash mumkin, u quyidagicha:

$\frac{m_Z}{M_Z}=-\frac{e}{\mu c}$ (4), bu qiymat Shtern-Gerlax tajribasida aniqlangan giromagnit munosabatdan ikki marta farq qiladi, ya`ni $\frac{m_Z}{M_Z}=-\frac{e}{2\mu c}$. U holda de-Gaaz tajribasidan $\mu_Z=\frac{e\cdot\hbar}{\mu c}m_S$ (5).

Agar magnit moment eletkronning orbital harakati tufayli kelib chiqsa, m_s=0, ±1, ±2, … qiymatlarni olish kerak edi, u holda tajriba natjalariga mos kelmay qolar edi. Agar m_s=±1/2 bo`lsa, tajriba natijalariga mos keladi. Demak, $m_S$- spin kvant soni bo`lib, xususiy magnit va mexanik momentni ifodalaydi. Shunday qilib, elektronning holatini ifodalash uchun dinamik holatni ifodalovchi to`rtinchi kvant soni – spin mavjuddir. Spin operatori $\hat{S}=\hbar\sqrt{l_S(l_S+1)}$, M_Z ga mos tarzda $l_S=\frac{1}{2}$; $S_Z=\hbar m_S$, $m_S=\pm\frac{1}{2}$.

Demak, magnitlanish spinga bog`liq bo`lib, uning qiymati butun $\hbar$ ga karrali bo`lmasdan, uning yarmisiga karrali, ya'ni: $M_{sz}=S_Z=\pm\frac{\hbar}{2}$.

U holda xususiy magnit moment $m_{sz}=\pm\frac{e\hbar}{2\mu c}$ (6).

Ferromagnetiklik orbital toklar bilan bog`liq bo`lmay, spin bilangina bog`liq ekanligi ma`lum.

Elektronda spinning mavjudligidan to`lqin funksiya to`rtta kvant sonlari bilan aniqlanishi kelib chiqadi, ya'ni; n, l, m, m_s, spin soni esa $m_s=\pm1/2$ qiymatlarni oladi:

$$M_z=m\hbar \qquad m=0,\pm1,...$$

$$S_z=m_s\hbar \qquad m_s=\pm1/2$$

$$\Psi_{n,l,m,m_s}\prec\begin{pmatrix}\Psi_1\\ \Psi_2\end{pmatrix}\begin{matrix}m_s=+1/2\\ m_s=-1/2\end{matrix} \quad (7)$$

Bu hodisa tashqi magnit maydonida energetik spektrning o`zgarishini, shuningdek, ichki atom spektrining multiplet strukturasini ko`rsatadi.

3. Elektron spinining mavjudligi ishqoriy metall atomlari spektrining dubletligida namoyon bo`ldi. Ajratish qobiliyati yuqori bo`lgan spektral asboblar yordamida ishqoriy metall atomlarining spektri tekshirilganda u bitta chiziqdan iborat bo`lmay, bir-biriga yaqin ikkita chiziqdan iboratligi aniqlandi. Masalan, Na atomi uchun spektral chiziqlar 5895,93$A^0$ va 5889,96 $A^0$ to`lqin uzunlikka mos keladi. Elektronning markaziy simmetrik potensial maydonda harakati masalasiga muvofiq 2p holat ikkita emas, magnit soniga bog`liq holda uchta termdan (m=0, +1,-1) iborat bo`lishi kerak edi. Shu bilan birga 2p holatning uchta termga ajralishi atom tashqi magnit maydonida bo`lganda yuz beradi. Ammo ishqoriy metall atomlari spektrining dubleti magnit maydonsiz kuzatilgan. Demak, bu hodisa ham elektronning ichki xususiyatiga bog`liq bo`lgan to`rtinchi parametr kiritilishini taqozo etadi.

ZEEMAN EFFEKTI

Bu effekt tashqi magnit maydonida spektral chiziqlarning tarmoqlanishini ko`rsatadi. Faraz qilaylik, atom kuchlanganligi $H$ bo`lgan magnit maydoniga joylashtirilgangan bo`lsin:

$$\hat{H} = \boxed{-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U(r)} - \left(\hat{m}_z H + \hat{m}_s H\right)$$

Tashqi magnit maydon kuchlanganligi 0 bo`lganda,

$$\hat{m}_z = -\frac{e}{2\mu c}\hat{M}_z$$

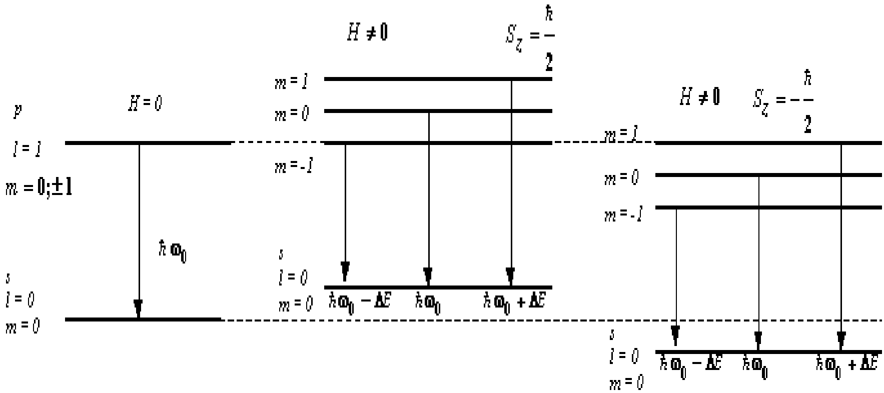
$$\hat{H} = \begin{Bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{Bmatrix} = \begin{cases} \hat{H}_0\ \Psi_1 + \dfrac{e}{2\mu c} H\left(\hat{M}_z\ \Psi_1 + \hbar\Psi_1\right) = E'_{ne}\Psi_1 \\ \hat{H}_0\ \Psi_2 + \dfrac{e}{2\mu c} H\left(\hat{M}_z\ \Psi_2 - \hbar\Psi_2\right) = E''_{ne}\Psi_2 \end{cases}$$

$$\hat{M}_z \Psi_{1,2} = m\hbar \Psi_{1,2}$$

$$\hat{H}^0 \Psi_{1,2} = E^0_{n,e} \Psi_{1,2}$$

$$\begin{cases} E'_{nlm} = E^0_{nl} + \dfrac{e\hbar}{2\mu c} H(m+1) & S_z = \dfrac{\hbar}{2} \\ E''_{nlm} = E^0_{nl} + \dfrac{e\hbar}{2\mu c} H(m-1) & S_z = -\dfrac{\hbar}{2} \end{cases}$$

Keltirilgan munosabatlardan ko`rinadiki, tashqi magnit maydoniga joylashtirilgan atomdagi elektron $\overline{e}$ energiyasi nafaqat $n$ âa $l$ kvant sonlariga bog`liq bo`lmay, balki magnit kvant soni $m$ ga ham bog`liq bo`lib qoladi, natijada *aynish* yo`qoladi.
Ikki sathni ko`rib chiqamiz.



28-rasm. Magnit maydonda spektral chiziqlarning tarmoqlanishi.

$$\Delta E = \frac{e\hbar H}{2\mu c} \qquad \frac{\Delta E}{\hbar} = \Delta\omega$$

$$\omega = \omega_0; \quad \underbrace{\omega_0 + \frac{eH}{2\mu c}}_{\text{Larmer chastotalari}}, \quad \omega_0 - \frac{eH}{2\mu c}$$

Shunday qilib, Zeeman effekti magnit maydonida spektral chiziqlarning tarmoqlanishidan iboratdir, bunda aynish yo`qoladi. Spinning mavjudligi spektrga ta'sir ko`rsatmaydi. Spin barcha sathlarning birday siljishigagina sabab bo`ladi. Aksariyat, faqat sathning uchga ajralishi – Zeemanning normal tripleti kuzatiladi. Bu natija kvant meõanikasi qonunlariga asosan, istalgan sathlararo o`tishlar mumkin emasligidan darak beradi. Kvant o`tishlar tanlash qoidasiga bo`ysunadi. Unga asosan, o`tishlar $\Delta\ l=\pm 1$ shart bajariladigan holat uchun o`rinlidir, boshqa barcha o`tishlar man etilgan.

Adabiyotlar.

1. [1] 235-243 betlar.
2. [14] 66-70, 188-190 betlar.
3. [21]248-251 betlar.

"UYG`OTISH" NAZARIYASINING ELEMENTLARI

Kvant mexanikasida ma`lum masalalargina oxirigacha yechimga ega bo`lishi mumkin. Biroq ko`p hollarda yechimi lozim bo`lgan sistema Gamilton'an yechimga ega bo`lgan sistema Gamiltonidan oz farq qilsa u sistema uchun ham masala yechimga ega bo`ladi. Masalan, $\hat{H}^o\Psi=E\Psi$ yechimga ega. $\hat{H}=\hat{H}^o+\hat{W}$ hol uchun yechimni qidirish lozim. $\hat{W}$ - tashqi maydon uyg`otish energiyasi, masalan, tashqi elektr maydon. Atomning ichki elektr maydoni kuchlanganligi $E=5\cdot 10^9$ V/m, istalgan tashqi maydon uyg`otgich sifatida qaralishi mumkin. Har bir atom elektrik nuqtai nazardan neytral bo`lib, qandaydir energetik spektrga ega bo`ladi. Bir atomning ikkinchi atomga ta`siri "uyg`otgich" sifatida qaralishi mumkin. Uyg`otish nazariyasining mohiyati nimada ekanligini bilish uchun quyidagi ikki holni ko`rib chiqamiz.

1-hol. Sistemada aynish yo`q. $\hat{H}^o \Psi = E \Psi$ tenglamaning yechimi $E_k^o$ sathlar sistemasini va mos tarzda to`lqin funksiyalar sistemasi Ψ_k^o ni beradi.

$$\left(\hat{H}^o + \hat{W} \right) \Psi = E \Psi$$

Ψ_k - xususiy funksiyalar sistemasi to`liq bo`lganligi sababli istalgan funktsiya to`lqin funksiyalar bo`yicha qatorga yoyilishi mumkin,

$$\Psi = \sum_n C_n \Psi_n^o \, ,$$

Ψ_k - hali uyg`otish ta`sir etmagan hol.

Uyg`otish energiyasi kichik bo`lganligi sababli masala ketma-ket uyg`otishlar usuli bilan yechiladi.

$$E_k = E_k^o + E_k^{(1)} + E_k^{(2)} + \dots$$

$$C_n = C_n^o + C_n^{(1)} + C_n^{(2)} + \dots$$

Nolinchi yaqinlashishda $E_k = E_k^o$, $C_n^{(o)} = \delta_{nk}$ bu yerda,

$$\Sigma \delta_{nk} \Psi_k^o = \Psi_k^o$$

Uyg`otish nazariyasining birinchi yaqinlashishida energiyaga qo`shiladigan $E_k^{(1)}$ qo`shimcha qiymatining quyidagi tengligini isbotlash mumkin.

$$E_k^{(1)} = \int \Psi_k^{o*} \hat{W} \Psi_k^o dx = W_{kk}$$

Shunday qilib, uyg`otish ta`siri agar sathlar aynimagan bo`lsa, hamma sathlarning bir xil siljishiga sabab bo`ladi.

2 –hol. Sistemada aynish mavjud.

$\hat{H}^o \Psi = E \Psi$ tenglama quyidagi yechimga ega:

Har bir sathda bir necha to`lqin funksiya mos keluvchi sathlar sistemasi mavjud. Energiyaga mos keluvchi to`lqin funksiyaning qiymatlari:

$$E_k = \begin{matrix} \Psi_{k_1} \\ \Psi_{k_2} \\ \vdots \\ \Psi_{k_f} \end{matrix} \qquad E_2 = \begin{matrix} \Psi_{2\ l=1\ m=0} \\ \Psi_{2\ l=0\ m=0} \\ \Psi_{2\ l=1\ m=1} \\ \Psi_{2\ l=1\ m=-1} \end{matrix}$$

$$E_k = E_k^{(o)} + E_k^{(1)} + \ldots$$

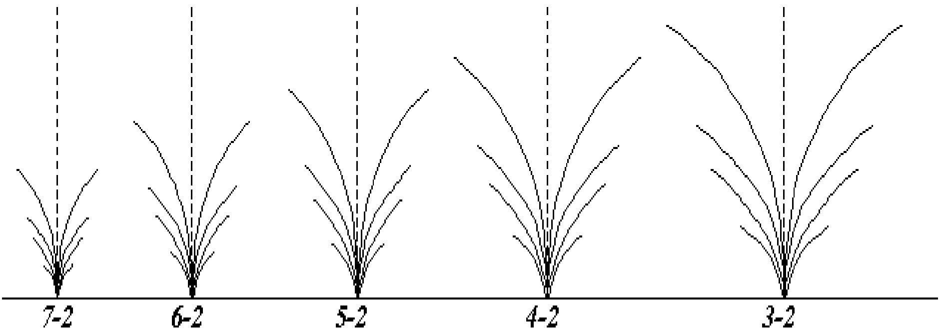
$$E_{k_1}^{(1)} = \int \Psi_{k_1}^{o*} \hat{W} \Psi_{k_1}^{o} dx$$

$$E_{k_2}^{(1)} = \int \Psi_{k_2}^{o*} \hat{W} \Psi_{k_2}^{o} dx$$

$$E_{k_f}^{(1)} = \int \Psi_{k_f}^{o*} \hat{W} \Psi_{k_f}^{o} dx$$

Shunday qilib, biron bir atomga ”uyg`otuvchi” bilan ta`sir etilganda, bitta $k-$ sath o`rnida aynish karraligiga teng sonli sathlar hosil bo`ladi, ya`ni aynish mavjud bo`lsa, tashqi ta`sir aynishni yo`qotadi. Shu yo`l bilan *Shtark effekt*i, spektral chiziqlarning tashqi elektr maydonida tarmoqlanishi tushuntiriladi.

Agar vodorod atomi elektr maydonga joylashtirilsa, vodorod spektri quyidagi ko`rinishda bo`ladi:



29-rasm.

Ana shu hodisa bilan qattiq jismning zonalar strukturasini tushuntirish mumkin.

Yuqori sathdan bo`lgan o`tishlar kuchlanganlik ta`sirida yo`qoladi, tashqi maydonning katta qiymatlarida spektr strukturasi mutlaq yo`qoladi, tunnel hodisasi ro`yobga chiqadi.

Yakkalangan atom o`zining sathlar sistemasiga ega. Agar $n$-ta bir xil atomlar sistemasi mavjud bo`lsa (har bir atom o`zining aynish karraligiga ega), har bir atom sathini "$n$ karra aynigan" deb qarash mumkin. Agar atomlar yaqinlashtirilsa, ular orasida o`zaro ta`sir bo`ladi; shu tufayli har bir sath n ta sathga tarmoqlanadi. Boshqacha qilib aytganda chiziqli sathlar o`rniga ruxsat etilgan sohalar hosil bo`ladi.

Adabiyotlar.

1. [1] 267-277 betlar.
2. [14] 120-137 betlar.
3. [21]188-198 betlar.

AYNAN ZARRALAR SISTEMASI

Kvant mexanikasida bir xil xossalarga ega bo`lgan zarralar, ya`ni zaryad, massa (μ) va spini (s) bir xil bo`lsa, "zarralar mutlaqo aynan" deyiladi. Kvant mexanikasidagi aynanlik prinsipi Geyzenberg noaniqlik prinsipining natijasidir.

Klassik mexanikada har bir zarrani nomerlab chiqish mumkin. Kvant mexanikasida bunday qilish mumkin emas. Idish o`rtasiga to`siq qo`yib klassik zarralarni o`rganish mumkin, kvant mexanikasida esa tunnel hodisasi mavjudligi tufayli zarralarni bir-biridan to`siq bilan ajratish mumkin emas.

Koordinatalari $q_1, q_2, .. q_k ... q_n$ bo`lgan zarralar sistemasi uchun

$$:\hat{H}(q_1, q_2, ... q_i, ... q_k, ... q_n) = \hat{H}(q_1, q_2, ... q_k, ... q_i, ... q_n)$$

$\hat{P}_{ki}$ - k va i zarralar uchun o`rin almashtirish operatori.

$$\hat{P}_{ki}\, \Psi(q_1, ... q_i, ... q_k) = \Psi'(q_1, ... q_k, ... q_i)$$

Gamilton funksiyasi zarralar o`rnini almashtirilishi tufayli o`zgarmaganligi sababli Ψ' masalaning Ψ yechimi bo`ladi, ya`ni Ψ' va Ψ juda kichik miqdorga farq qilishi mumkin.

Zarrachalar o`rni almashganda yangi holat vujudga kelmaydi. Aynanlik prinsipi: bir xil zarralar to`plamida zarralar o`rni almashishi tufayli o`zgarmaydigan sistema holatigina qayd etiladi.

$$\hat{P}_{ki}\, \Psi(q_1, ... q_i, ... q_k) = \lambda\, \Psi(q_1, ... q_k, ... q_i)$$

agar $\hat{P}_{ki}\, \Psi'(q_1, ... q_k, ... q_i) = \Psi(q_1, ... q_i, ... q_k)$ bo`lsa

$$\hat{P}_{ki}\, \hat{P}_{ki}\, \Psi = \Psi = \lambda^2\, \Psi \text{ , u holda} \qquad \lambda = \pm 1$$

Zarralar o`rnini almashtirish yoki, hech qanday o`zgarish bermaydi, yoki faqatgina funksiyaning ishorasi o`zgaradi. Agar o`rin almashtirish tufayli zarra funksiyasi o`zgarmasa bunday funksiya “simmetrik” deyiladi, agar ishora o`zgarsa funksiya “antisimmetrik” deyiladi.

Shredingerning vaqtiy tenglamasini yechish bilan simmetrik va antisimmetriklik holati o`zgarmasligini isbotlash mumkin. Agar qandaydir zarralar sistemasi antisimmetrik to`lqin funksiya bilan ifodalansa, bunday zarralar doimo antisimmetrik funksiyalar bilan ifodalanishi isbot qilingan.

Tekshirishlar ko`rsatadiki, antisimmetrik funksiyalar bilan yarim butun spinli zarralar ifodalanadi.

$$S_z = \frac{\hbar}{2}(2n+1), \qquad n = 0,1,2....$$

Bunday zarralar Fermi zarralar deyiladi $(e, n\ ,\ p, \mu)$. Fermi zarralar uchun Fermi-Dirak taqsimoti o`rinli; $n_{F.D}=n_o/\exp(h\omega\ /\ kT+1)$

Ko`pchilik elementar va murakkab zarralar toq sonli Fermi zarralardan tashkil topgan bo`lsalar, Fermi zarralari (fermionlar) hisoblanadi, ular uchun Pauli prinsipi o`rinli bo`lib, ya`ni bitta kvant holatda faqat bitta zarra bo`lishi mumkin, yoki zarra mutloqo bo`lmasligi mumkin.

Spini butun son qadar bo`lgan zarralar, $S_z = n\hbar$, Boze-zarralar (bozonlar) deyiladi. Ular simmetrik to`lqin funksiyalar bilan ifodalanadi: fotonlar, π - mezonlar, k - mezonlar. Bozonlar Boze-Eynshteyn taqsimotiga bo`ysunadi;

$n_{B-E}=n_o/\ [\exp(h\omega\ /kT-1)]$. Soddalik uchun 2^{tur}-aynan zarralardan tashkil topgan sistemani ko`ramiz. Bunday sistemaning to`lqin funksiyasi bir zarralik to`lqin funksiyalarda tashkil topgan bo`lib, ularning kombinatsiyalari ko`paytmasidan iboratdir.

$$\Psi_{p_1}(\xi_1) \qquad\qquad p_i : n,\, l,\, m,\, m_s$$

$$\Psi_a(\xi_1,\xi_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\Psi_{p_1}(\xi_1)\Psi_{p_2}(\xi_2) - \Psi_{p_1}(\xi_2)\Psi_{p_2}(\xi_1)\right)$$

Ikkala zarra bir xil ehtimollikka ega :

$$\Psi_a(\xi_2,\xi_1) = -\Psi_a(\xi_1,\xi_2)$$

Ya`ni ikkita bir xil ehtimollikka ega bo`lgan Fermi zarra (p), bitta sathda tura olmaydi.

$$\Psi_s(\xi_1,\xi_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\Psi_{p_1}(\xi_1)\Psi_{p_2} + \Psi_{p_1}(\xi_2)\Psi_{p_2}(\xi_1)\right)$$

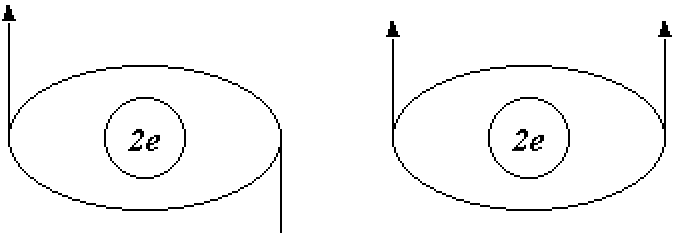
$$\Psi_s(\xi_1,\xi_2) = \Psi_s(\xi_2,\xi_1)$$

$$\Psi_s(\xi_1,\xi_2) = \frac{1}{2}\left(\Psi_{p_1}(\xi_1)\Psi_{p_2}(\xi_2) - \Psi_{p_2}(\xi_1)\Psi_{p_1}(\xi_2)\right)$$

Yuqorida aytilganlardan ko`rinadiki, agar $p_1 = p_2$, $\Psi_s$ bo`lsa, nol bo`la olmaydi, ya`ni Boze-zarra bitta sathda xohlagan miqdorda bo`lishi mumkin. Bunday zarralar Pauli prinsipiga bo`ysunmaydi.

Aynan kvant zarralarning simmetrik xossalari o`zaro almashish munosabatiga olib keladi.

He atomida gi sistemani ko`ramiz.



parageliy ortogeliy

30-rasm. He atomida elektron spinining holatlari

Elektronlar Fermi zarralardir va ularni antisimmetrik funksiyalar yordamida ifodalash mumkin.

$$\Psi\left(r_1, r_2, S_{z_1}, S_{z_2}\right) = \varphi\left(r_1, r_2\right)\chi\left(S_{z_1}, S_{z_2}\right)$$

$$\Psi_a = \begin{cases} \varphi_a \chi_s \\ \varphi_s \chi_a \end{cases}$$

Shredinger tenglamasini yechib: $\hat{H}\varphi = E\varphi$ turli sathlar sistemasini hosil qilamiz, turli sathlar funksiyasi (φ) simmetrik bo`lishi ham mumkin, antisimmetrik ham bo`lishi mumkin, (l-ga bog`liq ravishda).

Tajribalar ko`rsatishicha para- va ortogeliy holatlar o`z-o`zicha bir-biriga o`tmaydi, spinlar o`z holicha aylana olmaydi, albatta biror tashqi ta`sir bo`lishi lozim. Energetik spektrning spinga bog`liqligi o`zaro ta`sir almashuvi deyiladi.

Adabiyotlar.

1. [1] 462-469 betlar.
2. [21]259-264 betlar.

3. [22]14-20 betlar.

D. MENDELEYEV JADVALINING TUZILISHI

D. Mendeleyev tomonidan yaratilgan moddalarning davriy qonuniyati (jadval) nafaqat kimyo sohasida, balki zamonaviy atom va yadrolar fizikasida ham muhim ahamiyatga ega. Bu qonuniyat nazariyasi haligacha oxiriga yetmagan: atom yadrosining tuzilish muammosining juda ko`p tomonlari ochilmagan bo`lib, xuddi hali tug`ilmagan chaqaloq holatidadir. Mendeleyev jadvalining tuzilishi kvant mexanikasi yoki yadro fizikasi nuqtai nazaridan tushuntiriliishi mumkin. Ma`lumki, atom yadrosi atomning elektron qobig`ining tuzilishini ifodalaydi. Kvant yadro meõanikasi massasi âa zaryadini e`tiborga olgan holda elektron sistemasini yadro elektr maydonidagi harakat qonuniyatlariga asoslanib elektron qobig`idagi davriylikni tushuntirib bera oldi. Bu masala yechimi elektronlar soni haddan tashqari ko`p bo`lganligi tufayli matematik nuqtai nazardan juda murakkabdir. Klassik meõanikada hatto shu vaqtgacha uchta jism harakati masalasining to`liq âa umumiy yechimi aniqlanmagan. Atom meõanikasida ko`p masalalar yaqinlashtirish usullarini qo`llash tufayli nisbatan oson yechiladi. Yaqinlashtirishning qo`llanilishini esa atomda elektronlarning diskretlik tabiatiga ega ekanligidan kelib chiqadi. Shu usullar Pauli prinsipi hamda elektronlarning markaziy kuchlar maydonidagi harakat nazariyalariga asoslangan holda davriylikni tushunishga imkon berdi. Bunda albatta, elementlarning tartib nomeri eng asosiy ahamiyatga molikdir.

Ko`rdikki, elektron energiyasi ikkita n âa l - kvant sonlariga bog`liq bo`lib, energiyaning bir qiymatiga bir necha to`lqin funksiyasi mos keladi, $E_{nl} \to \Psi_{n,l,m,m_s}$, atom tashqi ta’sir bo`lmagan holda ham aynigan. $n$ ning qiymati atom qobig`ining tartib sonini ifodalaydi, undagi elektronlar soni Pauli prinsipiga asosan mumkin bo`lgan kvant sonlariga $l, m, m_s$ mos ravishda $n = 2n^2$ ga teng. Demak, Pauli prinsipiga asosan, berilgan to`rtta kvant soni bilan bitta qobiqda faqatgina bitta elektron turishi mumkin, ya’ni qobiqdagi elektronlar soni ham $2n^2$ ga teng bo`ladi.

$K \qquad n = 1 \quad 2(s\ sath)$

$L \qquad n = 2 \quad 8(s = 2\overline{e},\ p = 6\overline{e})$

$M \qquad n = 3 \quad 18(s = 2\overline{e},\ p = 6\overline{e},\ d = 10\overline{e})$

$N \qquad n = 4 \quad 32(s = 2\overline{e},\ p = 6\overline{e}, d = 10\overline{e},\ f = 14\overline{e})$

$O \qquad n = 5 \quad 50(s = 2\overline{e},\ p = 6\overline{e}, d = 10\overline{e},\ f = 14\overline{e},\ e = 18\overline{e})$

$P \qquad n = 6 \quad 72(...)$

		K	L	
		1s	2s	2p
1n	H	1		
	He	2		
2n	Li		1	
	Be		2	
	B			1
	C			2
	N			3
	O			4
	F			5
	Ne			6

Ishqoriy metallar – inert gas qobig`iga s -orbitada $2\overline{e}$ **.**

Inert gas – p -orbita 6 ta $\overline{e}$ bilan butunlay to`lgan**.**

Atomdagi $\overline{e}$ energiyasi $l \neq 0$ da ilgarilama âa aylanma harakat energiyalar yig`indisidan tashkil topganligi tufayli ba’zi hollarda $\boldsymbol{l}$ ning katta qiymatlari uchun quyidagicha bo`lishi mumkin:

$$E_{n,l_1} < E_{n,l_2} \quad n_1 > n_2 \text{ lekin } l_2 > l_1$$

		M		
		3s	3p	3d
3n	Na	1		
	Mg	2		
	Al		1	
	Si		2	
	P		3	
	S		4	
	Cl		5	
	Ar		6	

Ishqoriy metallar - inert gaz qobig`iga *s* qobiqda bitta elektron $\bar{e}$.

Galogenlar – inert gaz qobig`idagi *p* sathdan bitta $\bar{e}$ olib tashlanadi.

		M	N			
		3d	4s	4p	4d	4f
4n	K		1			
	Ca		2			
	Sc	1				
	Ti	2				
	V	3				
	Cr	4				

d orbita to`liq , keyingi sathdagi ***s*** orbita to`lsa – o`tuvchi metallar.

	Mn	5		
	Fe	6		
	Co	7		
	Ni	8		

		M	N			
		3d	4s	4p	4d	4f
4n	Cu	10	1			
	Zn		2			
	Ga			1		
	Ge			2		
	As			3		
	Se			4		
	Br			5		
	Kr			6		

Elementlar-ularda *d* orbita va *s* orbita to'liq, keyingi qatorda bitta $\overline{e}$ - nodir *metallar*. Ular birinchi gruppada turadi, lekin ishqoriyga nisbatan chapga siljigan holda.

		O			P			
		5d	5f	5e	6s	6p	6d	7s
6n	Au	10			1			
	Hg				2			
	Tl					1		
	Pb					2		
	Bi					3		
	Po					4		
	At					5		
	Rn					6		
7n	Fr							1
	Ra							2
	Ac						1	
	Th						2	
	Pa		2				1	
	U		3				1	

Ac dan keyingi elementlar ularda … $6s$, $6p, 7s$ va
$5f$ orbitasi to`lgan, – aktinoidlar.

Massasi urandan og`ir elementlar transuran elementlar deyiladi. Hozirda ma`lum bo`lgan hamma transuran elementlar yadro reaksiyalari orqali sintezlangan bo`lib, ular kuchli radioaktivdirlar; ularning va ular izotoplarining yarim yemirilish davri tabiiy katta emas.

Adabiyotlar.

1. [4] 117-119 betlar.
2. [14] 246-249, 517-528 betlar.
3. [21] 136-140 betlar.

TERMODINAMIK VA STATISTIK USULLAR. TERMODINAMIKANING ASOSIY AKSIOMA VA QONUNLARI

Statfizika juda ko`p sonli zarralardan tashkil topgan sistemani o`rganadi. Bizni o`rab turgan muhitdagi hamma moddalar shunday sistema hisoblanadi.

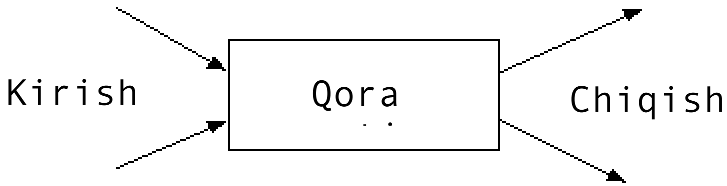
$$n_{газ} \sim 10^{19} cm^{-3}$$

$$n_{тв.т.} \sim 10^{22} cm^{-3}$$

Shunday sistemani tekshirish, o`rganish va ifodalash uchun birdan-bir usul ehtimollik nazariyasiga asoslangan usuldir. Hamma zarralar istalgan holatda uzluksiz issiqlik harakatidadir. Issiqlik nazariyasi, issiqlik o`tkazuvchanlik va shu kabilar statistik fizikaning asosiy muammolaridir. Tajriba yo`li bilan biz sistemaning faqat makroparametrlari (V,P,T hamda dielektrik ε va magnit sindiruvchanlik μ )nigina aniqlay olamiz. Shunday sistemani o`rganish uchun ikki usul mavjud:

1. Termodinamik usul

Bu usulga ko`ra sistema “Qora quti” sifatida tasavvur etiladi.



31-rasm. Qora quti.

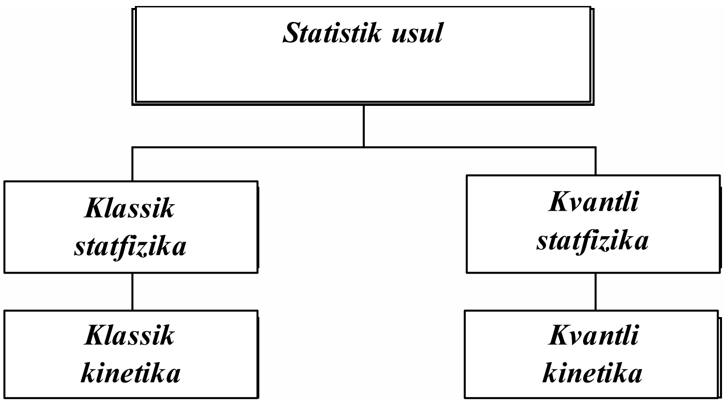
Termodinamik usul- sistemaga kiruvchi va chiquvchi parametrlarni aniqlaydigan, tajribaga asoslangan - fenomenologik qonundir.

Termodinamik usul - “qanday bo`lishi kerak?” degan savolga javob berib, “nega bunday?” savoliga javob bermaydi.

2. Statistik usul.

Ushbu usul sistemaga (modda) ma`lum bir model ko`rinishida qaraydi. Shu model yordamida sistemani ifodalovchi parametrlar o`rganiladi, qonunlar yaratiladi. Bu qonunlarning to`g`ri yoki noto`g`riligi o`z o`rnida termodinamik usul bilan tekshirib boriladi. Qanday model tanlab olinishiga qarab (masalan, ideal gaz modeli), sistema klassik qonuniyat bilan harakatlanayotgan bo`lsa,

“ klassik statfizika”, agar sistema kvant qonunlariga bo`ysunsa “kvantli statistika” deyiladi.

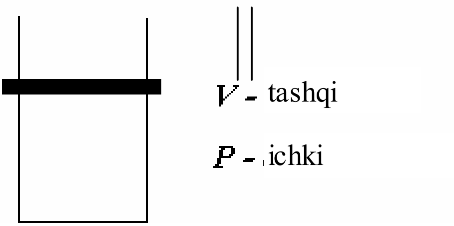


Agar model to`g`ri tanlangan bo`lsa, natijalar termodinamik usul natijalari bilan mos tushadi.

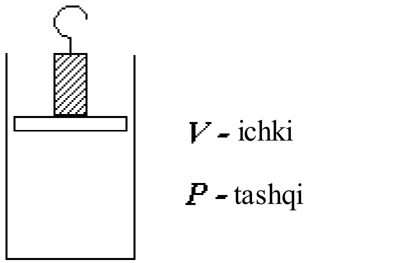
Sistema holatining o`zgarishi uning parametrlarining o`zgarishidir. Agar sistemani ifodalovchi kattaliklar muayyan vaqt o`zgarmay tursa, “sistema muvozanatda” deyiladi; aks holda “muvozanatsiz holat” deyiladi. Biz asosan, muvozanatli holatlarni ko`ramiz. Termodinamika - haqiqat mezoni.

TERMODINAMIKANING ASOSIY QONUN VA AKSIOMALARI

Har qanday sistema makroparametrlar yordamida ifodalanadi (P,V, T, ...). Ularni ichki va tashqi turlarga ajratish mumkin.
T - har doim ichki parametr. Hajm va bosim masalaning shartiga mos tarzda ichki parametr ham, tashqi parametr ham bo`lishi mumkin.



32-rasm



33-rasm

Parametrlar, shuningdek, *ekstensiv* (additiv) yoki *intensiv* (sistemani to`lig`icha ifodalovchi) bo`lishi mumkin.

V,U- ekstensiv

T,P- intensiv

Sistemani tashqi muhit bilan aloqasiga qarab ikki turga ajratish mumkin:

1. adiabatik muhofazalangan
2. sistema termostatda

Termostat – katta issiqlik sig`imiga ega bo`lgan sistema.

Termodinamikaning ikkita postulati va 3 ta qonuniyati bor.

1 - postulat- muvozanat to`g`risida.

Har qanday sistema muayyan tashqi ta`sir ostida muvozanat holatda bo`ladi. Agar sistema muvozanat holatdan chiqarilib, so`ngra o`z holiga tashlab qo`yilgan bo`lsa sistema albatta o`z-o`zidan muvozanat holatga qaytadi.

2 – postulat.

Sistemaning muvozanat holatini ifodalovchi parametr haroratdir ($\boldsymbol{T}$). Bir xil haroratdagi sistemalargina o`zaro kontaktlashganda muvozanatda qoladi.

Xulosa: sistemaning barcha muvozanatli ichki parametrlari haroratning T funksiyasi yoki tashqi parametrlar funksiyasidir.

Tashqi va ichki parametrlarni o`zaro bog`laydigan munosabat "holat tenglamasi" deyiladi.

$$\boxed{PV = \frac{m}{\mu} RT} \qquad \boxed{P = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}} \quad (1)$$

Termodinamikaning birinchi qonuni (bu qonun energiyaning saqlanish qonunining issiqlik jarayonlaridagi ko`rinishidir).

Sistemaga uzatilgan issiqlik miqdori uning ichki energiyasini oshirishga va ish bajarishga sarf bo`ladi.

$\boxed{dQ = dU + dA}$ (2), dU - ichki energiyaning o`zgarishi

dA - bajarilgan ish.

$dA = \Sigma X_i \, dx_i$

$\boldsymbol{dA = PdV}$

$dA = \sigma\, dS$ $\quad \sigma$ - sirt taranglik koeffitsienti.

$dA = H\, dI$

$\boxed{dQ = dU + P\,dV + dA'}$ (2a), dA' - turli -tuman ishlar (agar ular mavjud bo`lsa).

1- qonun asosida biz turli issiqlik jarayonlarini ko`rib chiqishimiz va ular uchun solishtirma issiqlik sig`imini aniqlashimiz mumkin.

$$C = \frac{dQ}{dT}$$

1) V=const, A=PdV, u holda $A = 0$ izoxorik jarayon bundan

$dQ = dU$

$$C_V = \frac{dU}{dT} \qquad U = C_V T \text{ ,demak } \quad dQ = C_v dT \quad (3)$$

2) $P = const$ - izobarik jarayon, $dA = P\,dV$ ma`lumki, $PV = RT$ munosabatdan- bir mol gaz uchun izobarik jarayonda bajarilgan ish qiymati

$P\,dV = R\,dT$ bo`ladi, $dQ = C_V\,dT + R\,dT$.(4)

$C_P = \left.\frac{dQ}{dT}\right|_{P=const} = C_V + Q$ (5)- bir mol modda solishtirma issiqlik sig`imi

3) $T = const$ - izotermik jarayon

$dQ = dA \qquad C_T = \frac{dQ}{dT} = \infty$, (6) bajarilgan ish esa

$$A = \frac{m}{M} RT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (7)$$

4) Adiabatik jarayon

$$dQ = 0 \qquad dA = -C_V dT \quad dU = -dA \qquad C_{a\partial.} = \frac{dQ}{dT} = 0$$

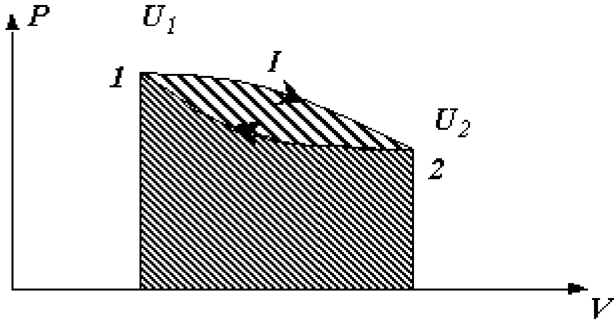
bajarilgan ish: $A_{Q=0} = \frac{m}{M}\frac{RT}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right]$ (8)

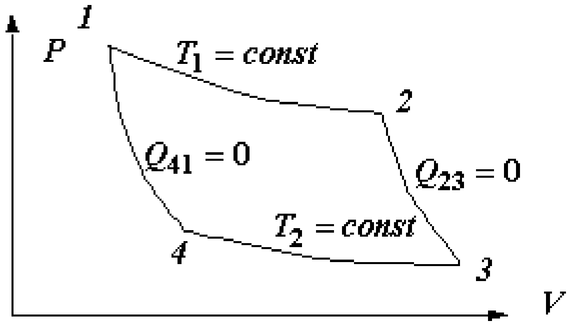
Issiqlik sig`imi o`zgarmaydigan har qanday jarayon politropik jarayon deyiladi.

$PV^{\gamma} = \cos t$ - adiabata, $\gamma = \frac{C_P}{C_V}, PV^{\frac{C - C_P}{C - C_V}} = \cos t$ - politropik tenglama $PV^{n} = const$, bu yerda $n = \frac{C - C_P}{C - C_V}$ (9)

Shuni ta`kidlash lozimki, muayyan parametrlar yordamida yoki muvozanat holatni yoki kvazistatik jarayonni (ya`ni juda sekin kechadigan jarayon, bunday sistema muvozanat holatga qaytishga ulguradi) ifodalash mumkin.

Termodinamikaning 11- qonuni





34-rasm. Karno shikli

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1$$

$$-Q_2 = U_1 - U_2 + A_2$$

FIK $$\eta = FIK = \frac{A_1 - A_2}{Q} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (10)$$

$$Q_1 - Q_2 = A_1 - A_2$$

Shunday qilib, istalgan siklik jarayonda, $\eta \neq 0$ bo`lsa, issiqlik miqdorining ma`lum qismi tashqi muhitga uzatilishi kerak. Demak, tashqi muhitga issiqlik uzatmasdan, siklik jarayonni o`tkazish mumkin emas. Ma`lumki, qaytar jarayonda sistemaning parametrlari ma`lum.

$$\eta_{qayatar.} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} > \eta_{qayatmas.}$$

$\dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$, bundan $\dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_2}{T_2} \le 0$ tegsizlik kelib chiqadi, yoki

$\sum \dfrac{\Delta Q_i}{T_i} \le 0$ $\boxed{\oint \dfrac{dQ}{T} \le 0}$ - (11) Klauzius tengsizligi

Qaytar jarayon uchun $\oint \dfrac{dQ}{T} = 0z$ agar $\dfrac{dQ}{T} = dS$ (12)

belgilasak

Sistema holatini ifodalovchi qandaydir funksiyaning o`zgarishi entropiya deyiladi.

$$\int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 dS = S_2 - S_1 \quad (13)$$

Agar sistema parametrlariga bog`liq bo`lgan qandaydir funksiya sistema qay yo`l bilan shu holatga o`tganiga bog`liq bo`lmasa, bu funksiya "sistemaning holat funksiyasi" deyiladi. Demak, entropiya – sistemaning holat funksiyasi. Ichki energiya ham – sistemaning holat funksiyasi.

(12) ifodadan termodinamikaning asosiy tenglamasi:

$$\boxed{T\,dS = dU + dA} \quad (14)$$

Entropiya – jarayonning kechish yo`nalishini ko`rsatuvchi holat funksiyasidir. Har qanday yopiq sistema uchun, entropiya doimo ortadi yoki maksimal holatga

yetganda o`zgarmay qoladi, $S \ge 0$ - termodinamikaning ikkinchi qonuni.

Istalgan adiabatik muhofazalangan sistemaning entropiyasi, agar sistemada qaytar jarayon kechsa, o`zgarmaydi yoki ortadi.

$$\frac{\Delta Q_1}{T_A} - \frac{\Delta Q_2}{T_B} = \Delta Q\left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B}\right) > 0 \qquad (15)$$

$T_A < T_B$, issiq jismdan sovuq jismga issiqlik o`z-o`zidan o`tadi.

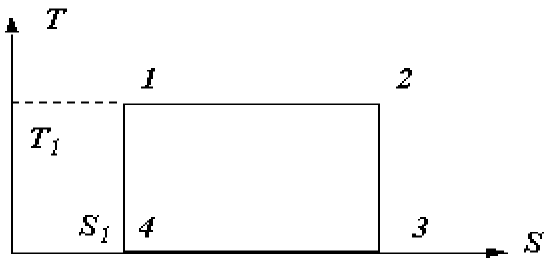
Termodinamikaning III – qonuni: $\lim\limits_{T\to 0} S = 0$ (16), ushbu ifoda Nernst teoremasi deb ham ataladi.

$T = 0$, $dS = 0$ va $S = const$, $S = k\ln W$, bu yerda W-termodinamik ehtimollik.

Teoremadan xulosa – mutlaq nol haroratga erishish mumkin emas.

$C_V,\, C_P,\, \frac{\Delta V}{\Delta P} \to 0$, $\qquad S(P,T) = \int\limits_0^T \frac{C_P(T)dT}{T}$,

$$S(V,T) = \int\limits_0^T \frac{C_V(T)dT}{T}$$



35-rasm

bunday grafik bo`lishi mumkin emas, sabab, issiqlik balans tenglamasi $\frac{dQ_{12}}{T_1} + \underbrace{0}_{adiabatik} + \underbrace{0}_{Nernst\ teoremasidan} + \underbrace{0}_{adiabatik} = 0$ - bo`lishi mumkin emas,

$FIK \neq 100\%$ hamda nolinchi izotermaga tushish mumkin emas.

Adabiyotlar.

1. [6] 9-26, 32-38 betlar.
2. [5] 5-14, 127-129 betlar.

3. [4] 46-47 betlar.

TERMODINAMIKANING ASOSIY FUNKSIYLARI YOKI TERMODINAMIK POTENSIALLAR

Turli sistemalarda kechuvchi jarayonlar asosiy holat funksiyalar (termodinamik potensiallar) hamda intensiv parametrlar bilan ifodalanadi. Holat funktsiyalari shunday funktsiyalarki, ular sistema shu holatga qaysi yo`l bilan o`tganligiga bog`liq bo`lmay, faqatgina sistemaning boshlang`ich va oxirgi holatlarigagina bog`liq bo`ladi.

1.U- ichki energiya

$$dU = C_V dT$$

$$TdS = dU + \underbrace{P\,dV + dA'}_{dA}$$

$$dU = T\,dS - dA$$

$dS = 0$ $dU = -dA$, ichki energiya haroratga bog`liq bo`lib, izotermik jarayonda ichki energiya o`zgarishi hisobiga tashqi kuchlar ustidan ish bajariladi, yoki tashqi maydon ishi hisobiga ichki energiya o`zgaradi.

2. F - erkin energiya

$$F = U - T\,S$$

$$dF = dU - T\,dS - S\,dT$$

$dF = -S\,dT - P\,dV - dA'$, $T = const$ bo'lsa,

$$dF = -dA$$

Demak, erkin energiya - sistemaning shunday funksiyasiki, izotermik jarayonda tashqi kuchlarni yengish uchun bajarilgan ishga teng kattalik. Bunda jarayon shunday kechadiki, ichki energiya termostat hisobiga shu darajada to`lib turadiki, bunda harorat o`zgarmay qolsin.

3. Φ - Gibbsning termodinamik potensiali

$$\Phi = U - T\,S + PV$$

$$d\Phi = -S\,dT + V\,dP - dA'$$

dA' - bosim bajargan ishdan tashqari barcha ishlar.

Agar $T = const$ va $P = const$ $\qquad d\Phi = -dA'$

Termodinamik potensial – sistemaning shunday holat funktsiyasiki, uning o`zgarishi izobaro-izotermik jarayonda ichki energiyaning tashqi kuchlarni yengishda bajarilgan ishiga aylangan qismiga teng. Bunda ichki energiya termostat hisobiga, harorat ($T$) va bosim ($P$) doimiy qoladigan darajada to`lib turadi.

4. H - entalpiya

$$H = U + PV$$

$$dH = T\,dS + V\,dP - dA'$$

$$\frac{dQ}{T} = dS \qquad dH\,\big|_{P=const} = dQ\big|_{P=const}$$

$$C_P = \frac{dH}{dT}$$

H - ning o`zgarishi $P = const$ jarayonida sistemaga berilgan issiqlik miqdoriga teng. Entalpiya sistemaning shunday xolatiki, uni o`zgarishi izobarik jarayonda sistemaga berilgan issiqlik miqdoriga teng b o`ladi.

5. S-entropiya, termodinamik jarayonning kechish yo'nalishini ko'rsatadi.

Agar birorta termodinamik potensial ma`lum bo`lsa, hamma makroparametrlarni aniqlash va holat tenglamasini yozish mumkin.

HOLAT TENGLAMASI

Turli kechadigan jarayonlarda bajariladigan ishni quyidagicha aniqladik: adiabatik jarayonda ish - ichki energiya hisobiga, izotermik jarayonda ish erkin energiya hisobiga, izobarik jarayonda ish termodinamik potentsial hisobiga bajarilishini ko`rib o`tdik.

Termodinamik potensiallar o`zgarishini umumlashgan koordinata (dx_i) va umumlashgan kuchlar (X_i) orqali yozamiz.

$$dF = -S\,dT - P\,dV - \sum_i X_i dx_i \qquad (1),$$

$$d\Phi = -S\,dT + V\,dP - \sum_i X_i dx_i \qquad (2)$$

$$dH = T\,dS + V\,dP - \sum_i X_i dx_i \qquad (3), \qquad dU = T\,dS - dA$$

(4)

$T\,dS = C_V - P\,dV - dA'$, ifodalarda $dA^1=$[redacted]dx_i (5)

Oliy matematika kursidan ma`lumki, to`liq differensial;

$df(x,y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy$ ga asosan (1) tenglamadan

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{V,x_i} \qquad P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T,x_i}$$

(2) tenglamadan;

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T,x_i} \qquad V = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P}\right)_{T,x_i}$$

(3) tenglamadan;

$$T = \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_{P,x_i} \qquad V = \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_{S,x_i}$$

ya`ni, sistemaning makroparametrlarini aniqladik, bular holat tenglamalari deyiladi.

Zarralar soni o`zgaruvchi bo`lgan termodinamik sistema

Yuqorida aytilgan munosabatlar zarralar soni o`zgarmaydigan sistemalar uchun o`rinli. Biroq, ko`p hollarda o`zgaruvchan sonli zarralar bilan ish ko`rishga to`g`ri keladi. Bunday sistemalar turli fazalardan tashkil topgan bo`lishi mumkin, masalan, fazalar o`zaro zarralar bilan almashinuvi mumkin.

Suv bug`lanib parga aylanadi va aksincha, suv va par zarralari o`zgarib turadi.

Metall - vakuum chegarasida issiqlik (termoemissiya), yorug`lik (fotoeffekt) ta`sirida metalldan elektronlar vakuumga chiqadi, ya`ni zarralar soni o`zgaradi. Ikki modda kimyoviy reaksiyaga kirishganda, moddalarda zarralar soni o`zgarishi kuzatiladi va h.k.

Ma`lumki, barcha termodinamik potensiallar additivlik xususiyatiga ega.

Agar sistemaga qandaydir zarralar ΔN qo`shilsa, potensiallar o`zgarishi shu zarralar soniga proporsional bo`ladi, ya`ni:

$$dF = -S\,dT - P\,dV + \mu\,dN$$
$$d\Phi = -S\,dT + V\,dP + \mu\,dN$$
$$dH = T\,dS + V\,dP + \mu\,dN$$
$$dU = T\,dS - dA + \mu\,dN$$

μ - proporsionallik koeffitsienti kimyoviy potensial. Bunday deyilishiga sabab –
sistemada moddaning miqdori (moli) qo`shiladi. Masalan, potensial energiya U=mgh, agar massa qo`shimcha olsa, m+dm bo`ladi, u holda mos tarzda potensial energiya ham qo`shimcha oladi, ya`ni U+dU=(m+dm)gh; biror sistemaga qo`shimcha zaryad berilsa, uning elektrostatik maydoni o`zgaradi. Kimyoviy potensial har bir zarraning xususiyatiga mos kattalik. Agar sistemadagi turli zarralar miqdori o`zgarsa, uning qo`shimchasi quyidagicha ifodalanishi mumkin: $\Sigma\mu_i dN_i$.

$$F = F(T,\, V,\, N)$$
$$H = H(S,\, P,\, N)$$
$$\Phi = \Phi(T,\, P,\, N)$$

1 molga to`g`ri keladigan termodinamik potensiallar esa quyidagicha:

$$\widetilde{F} = \widetilde{F}\left(T, \frac{V}{N}\right) \qquad \widetilde{H} = \widetilde{H}\left(\frac{S}{N}, P\right) \qquad \widetilde{\Phi} = \widetilde{\Phi}(T, P)$$

Muayyan qiymatdagi harorat (T) va bosim (P) uchun Gibbs potensialining o`zgarishi, $d\Phi = \mu\, dN$ u holda: $\Phi = \mu N$, ya`ni, $\mu = \dfrac{\Phi}{N} = \tilde{\Phi}$

Shunday qilib, kimyoviy potensial – bitta molekulaning termodinamik Gibbs potensialiga teng kattalik ekan.

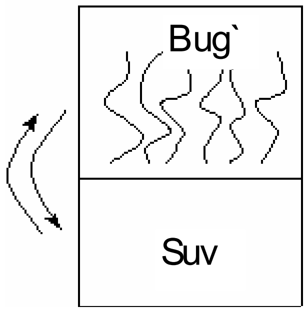
Sistemaning termodinamik muvozanat shartlari

Ma`lumki, har qanday sistema minimal energiyaga ega bo`lgan holatga o`tishga harakat qiladi (tomchi - shar shaklida).
Muvozanat holatda:

$$U \to U_{\min} \qquad \delta U = 0 \qquad \cup$$
$$F \to F_{\min} \qquad \delta F = 0 \qquad \cup$$
$$\Phi \to \Phi_{\min} \qquad \delta\Phi = 0 \qquad \cup$$
$$S \to S_{\max} \qquad \delta S = 0 \quad \cap$$

δ - egri chiziqdagi o`zgarish (juda kichik).
Ikki fazadan tashkil topgan sistemaning muvozanat sharti: $T = const$ va $P = const$. Faraz qilaylik, T va P - $const$, holda ikki xil fazadan tashkil topgan sistema mavjud, fazalarning kimyoviy potensiallari turlicha.

Muvozanat holatda $\delta\Phi = 0 = \mu_1 \delta N_1 + \mu_2 \delta N_2$



36-rasm. Ikki fazali muhitda zarralar sonining o`zgarishi.

$\delta N_1 = -\delta N_2 \qquad \mu_1 \delta N_1 - \mu_2 \delta N_1 = 0 \qquad$ u holda, $\mu_1 = \mu_2$

Demak, bir necha fazadan tashkil topgan termodinamik sistema muvozanatda bo`lishi uchun fazalarning kimyoviy potensiallari ham teng bo`lishi kerak

$d\mu = d\widetilde{\Phi} = -\widetilde{S}\,dT + \widetilde{V}\,dP$, demak μ~μ(T,R)

Adabiyotlar.

1. [4] 11-23, 258-267 betlar.
2. 6] 131-136 betlar.

STATISTIK FIZIKA. FAZOVIY MUHIT. LIUVILL TEOREMASI

Ko`p sonli zarralardan tashkil topgan sistemani ko`rib chiqamiz.

$n = 10^{19} \div 10^{22}\,cm^{-3}$

"Zarralar klassik fizika qonuniyati bilan ta`sirlashadi" deb hisoblaymiz.

Har qanday zarraning holatini ifodalash uchun albatta uning koordinatasini istalgan vaqtda bilish kerak:

$$\vec{r}(x, y, z) \text{ i } \vec{p}(P_x, P_y, P_z)$$

Buning uchun har bir zarra uchun harakat tenglamasini yozib, uni yechish lozim. Gamilton funksiyasi ma`lum bo`lsa, albatta harakat tenglamasini yozish mumkin,

$$H = T(V_x, V_y, V_z) + U(x, y, z)$$

$$H = T(p_x, p_y, p_z) + U(x, y, z)$$

$\dot{p} = -\dfrac{\partial H}{\partial q}, \qquad \dot{q} = \dfrac{\partial H}{\partial p}$ - Gamilton harakat tenglamalar sistemasi

p, q - umumlashgan impuls va koordinatalar. Bitta zarra uchun:

$$H = \frac{mv_x^2}{2} + U(x) = \frac{p^2}{2m} + U$$

$\dot{p} = m\dot{v}_x = ma_x = -\dfrac{\partial U}{\partial x}$ u holda, $ma_x = F_x$

Birinchi Gamilton tenglamasi, $ma_x = F_x$, $\dot{q} = v = \frac{p}{m}$ ga ekvivalent. Agar boshlang'ich shartlar p_o va q_o berilgan bo`lsa, Gamilton tenglamalar sistemasi birgina yechimga ega bo`ladi.

Shunday qilib, n zarradan tashkil topgan sistema to`g'risidagi masalani yechish uchun biz bu zarralar uchun Gamilton tenglamalar sistemasini bilishimiz hamda $6n$ tenglamani yechishimiz lozim. Biroq, bunday tenglamalar sistemasini to`g'ridan to`g'ri (dabdurustdan) yechish mumkin emas. Ikkinchi tomondan, ma`lumki termodinamik muvozanatda bo`lgan sistema aytarli ko`p bo`lmagan makroparametrlar bilan aniqlanadi. Makroparametr bilan ifodalanadigan har bir holatga juda ko`p sonli mikroholatlar to`g'ri keladi.

Mikroholat – barcha zarralarning $6n$ -ta koordinatasi va impulsidir.

Aynan makroholatga mos keluvchi mikroholatlar majmuasi "statistik ansambl" deyiladi.

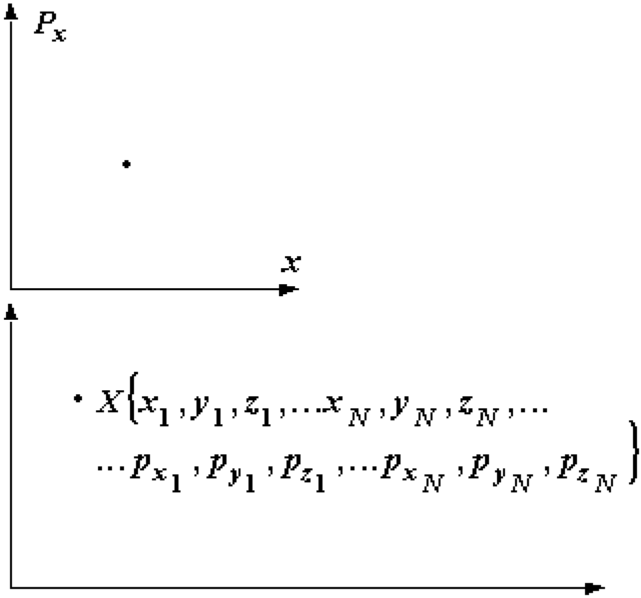
Shubhasizki, har bir makroholat turli mikroholatlar yordamida aniqlanadi. Makroholat qanchalik turg`un bo`lsa, unga mos keluvchi mikroholatlar soni shunchalik ko`p bo`ladi.

Makroholatni ifodalovchi mikroholatlar miqdori termodinamik ehtimollik deyiladi. Bu ehtimollik entropiya bilan quyidagicha bog'langan: $S = k \ln W_T$

Oddiy ehtimollikdan farqli o`laroq, termodinamik ehtimollik birdan ko`p marotaba katta.

Ko`p zarralardan tashkil topgan sistemani ehtimollik nazariyasi asosida yechish mumkin. 1902-yili Gibbs bu muammoni fazoviy muhit tushunchasi yordamida hal etdi.

Fazoviy muhit $-6N$ o`lchamli Gilbert muhitidir ($3N$ koordinatalar va $3N$ impulslar).

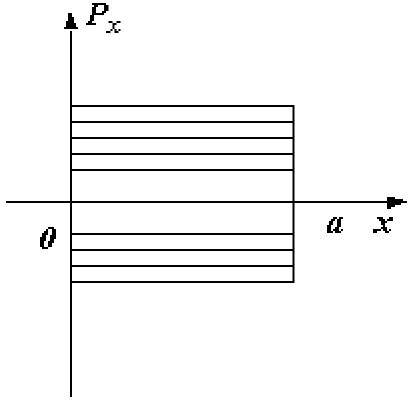


37-rasm. $6N$ o`lchamli fazoviy muhit

Birgina zarra uchun – bitta koordinata (x) bo`ylab harakatlanadi. Fazoviy muhitdagina bitta nuqta birgina mikroholatga mos keladi. U holda sistema holatining o`zgarishi - fazoviy trayektoriya aniqlanadi. Fazoviy traektoriya – mikroholatlar o`zgarishining ketma-ketligidir. Fazoviy trayektoriya xossalari:

Istalgan trayektoriya boshlang’ich nuqta berilishi bilan ifodalanadi. Bu hol “ma`lum boshlang’ich shartlarda Gamilton tenglamasi bitta yechimga ega” degan mulohazaga ekvivalentdir.

Fazoviy trayektoriyalar berk bo`lsalar ham, o`zaro kesishmaydi. Bu hol harakat tenglamasining birgina yechimga ega ekanligidan kelib chiqadi. Fazoviy muhitda istalgan makroholatga qandaydir G-hajm mos keladi. Hajm qancha katta bo`lsa, makroholat ehtimolligi shunchalik katta bo`ladi.



38- rasm. Potensial o`radagi koptok uchun fazoviy trayektoriya

Biror X kattalikning ma`lum $dX$ muhitda bo`lish ehtimolligi to`g'risidagi masalani qarash mumkin, ehtimollik qiymati quyidagicha: $dW(X) = \omega(X)dX$ - $dX$ hajmda bo`lish ehtimolligi.

$$dX = dx_1, dy_1, dz_1, \ldots\ dx_N, dy_N, dz_N, \ldots$$

$$\ldots dp_{x_1}, dp_{y_1}, dp_{z_1}, \ldots\ dp_{x_N}, dp_{y_N}, dp_{z_N}$$

Sistemani shu tarzda, termodinamik ehtimolligi yordamida yechish uchun avvalambor hajmning dX elementi vaqt o`tishi bilan o`zgarmasligiga ishonchimiz bo`lishi kerak.

$$dX_t = dX_0$$

Hajmning vaqt o`tishi bilan doimiyligini Liuvill isbotlagan bo`lib, uning teoremasi asosini tashkil etadi.

Teoremaga ko`ra, fazoviy muhitda nuqtalar zichligi vaqt o`tishi bilan o`zgarmaydi.

$$\left[\frac{d\rho}{dt} = 0\right] \quad (1)$$

Bundan kelib chiqadiki, vaqt o`tishi bilan hajm elementi o`zgarmaydi. Demak, mexanikada ishlatiladigan boshlang'ich shartlar o`rniga, teng hajmli fazoviy muhit elementlari orqali izohlanadigan teng ehtimolli holatlar statistik tushunchadan foydalanish mumkin. Liuvill teoremasidan quyidagi muhim xulosalar kelib chiqadi:

Taqsimot funksiyasi $\omega(X)$ koordinata va impulsning shunday kombinatsiyalari bilan ifodalanishi kerakki, ular vaqt bo`yicha doimiy qolsin. Vaqt bo`yicha o`zgarmaydigan koordinata va impulsning funksiyalari "holat integrallari" deyiladi. Gamilton funksiyasi asosiy harakat integrali hisoblanadi:

$$H(q,p)=H(X,a)$$

bu yerda a - barcha zarralar uchun bir xil bo`lgan tashqi parametr (masalan, tashqi maydon, og'irlik kuchi maydoni, va h.k.).

Shunday qilib, $\omega(X)=\omega(H(X,a))$

$$dW(X)=\omega(X)dX$$

$$\omega(X)=\omega(H(X,a))$$

Sistemaning barcha xususiyatlari uning energiyasi bilan ifodalanadi - ergodik gipoteza.

$\overline{F(X,a)}^{t}=\frac{1}{T}\int_0^T F(X(t),a)dt$ - vaqt bo`yicha o`rtacha qiymatni aniqlay olamiz, biroq hisoblay olmaymiz.

Adabiyotlar.

1. [4] 47-58 betlar**.**
2. [5] 28-32 betlar.

Gibbsning kanonik taqsimoti

Ikki qismdan tashkil topgan sistemani ko`rib chiqamiz. Har bir qism mos ravishda $H^{/}$ va $H^{//}$ energiyaga ega bo`lib, energiyaning qiyati zarralar konsentrasiyasiga, ya`ni qismlar hajmiga va demak radiusiga proporsional

$$H=H^{/}+H^{//}+U$$

$$H\sim n\sim V\sim r^3$$

$$U_{уз/T}\sim S\sim n^{2/3}\sim r^2$$

$$\frac{U_{уз/T}}{H}\sim\frac{n^{2/3}}{n}=\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\sim\frac{1}{10^7}\approx 0,$$

Bundan kelib chiqadiki qismlarningo`zaro ta`sirnini, potensial energiya (U) ni hisobga olmasa ham bo`ladi, u holda, $H=H^{/}+H^{//}$

Bu ikki ($H^{/}$, $H^{//}$) sistemalarni o`zaro mustaqil deb hisoblash mumkin.

$$\omega\left(H^{/}+H^{//}\right)=\omega(H^{/})\omega(H^{//})$$

$$In\omega\left(H^{/}+H^{//}\right)=In\omega(H^{/})In\omega(H^{//})$$

$$\frac{\omega^{/}\left(H^{/}+H^{//}\right)}{\omega^{/}\left(H^{/}+H^{//}\right)}(dH^{/}+dH^{//})=\frac{\omega^{/}\left(H^{/}\right)}{\omega^{/}\left(H^{/}\right)}\cdot dH^{/}+\frac{\omega^{/}\left(H^{/}\right)}{\omega^{/}\left(H^{/}\right)}dH^{//}$$

Agar $H^{/}$ =const $dH^{/}$ =0 u holda, $\quad \dfrac{\omega^{/}\left(H^{/}+H^{//}\right)}{\omega^{/}\left(H^{/}+H^{//}\right)}\dfrac{\omega^{/}\left(H^{/}\right)}{\omega^{/}\left(H^{//}\right)}dH^{//}$

Agar $H^{//}$ =const $dH^{//}$ =0 u holda, $\quad \dfrac{\omega^{/}\left(H^{/}+H^{//}\right)}{\omega^{/}\left(H^{/}+H^{//}\right)}\dfrac{\omega^{/}\left(H^{/}\right)}{\omega^{/}\left(H^{//}\right)}dH^{/}$

yuqoridagilardan $\quad \dfrac{\omega^{/}\left(H^{/}+H^{//}\right)}{\omega^{/}\left(H^{/}+H^{//}\right)}=const$

$$\alpha=\frac{1}{\Theta}\quad const=\frac{\Psi}{\Theta}$$

Θ - Harorat ma`nosiga ega.

$$\frac{\omega^{/}\left(H\right)}{\omega^{/}\left(H\right)}=const=-\alpha \qquad \omega\left(H\left(X,a\right)\right)=e^{\frac{\Psi-H(X,a)}{\Theta}}$$

- Gibbsning kanonik taqsimoti (GKT)

$$\frac{d\omega}{\omega}=-\alpha dH$$

$$d(\ln\omega)=-\alpha dH=-d(dH)$$

$$\ln(\omega)=-\alpha H+const$$

$$\omega=e^{-\alpha H+const}$$

$\int_{(\Gamma)}e^{\frac{\Psi-H(X,a)}{\Theta}}dx=1$, Θ - energitik birlikda harorat ma`nosiga egaligini isbotlaymiz.

$$S = -\left(\frac{dF}{}\right)_{ak} = -\left(\frac{d\psi}{dT}\right)_{ak} \qquad \Theta = kT \qquad \bar{H} = \bar{E}_{кин} + \bar{E}_{пот}$$

$$\bar{A}k = -\left(\frac{dF}{da_k}\right)_T = -\left(\frac{d\psi}{da_k}\right)_T \qquad \bar{A}_k = -\frac{d\bar{H}}{da_k} = -\frac{dE_{пот}}{da_k}$$

va $\Psi = F = U - TS \quad U = \bar{H} \quad dF = -SdT - PdV - \Sigma A_k da_k$

$$\vec{F} = -\vec{\Delta} E_{пот}$$

Termodinamikadan ma`lumki, T - sistemaning muvozanat holatini ifodalovchi parametr. Agar ikkita muvozanatda turgan sistemalarni olib, ularni ta`sirlashtirsak, yangi hosil bo`lgan sistema muvozanatda

$$T_1 \qquad \boxed{H_1 \quad \Theta_1} \qquad \omega = \exp\left(\frac{\Psi_1 - H_1}{\Theta_1}\right)$$

$$T_2 \qquad \boxed{H_2 \quad \Theta_2} \qquad \omega = \exp\left(\frac{\Psi_2 - H_2}{\Theta_2}\right)$$

$$\boxed{\begin{array}{c} H_1 \\ \hline H_2 \end{array}} \qquad T_1 = T_2$$

bo`lishi uchun sistemalarning harorati teng bo'lishi lozim $T_1 = T_2$

$\dfrac{H_1 + H_2}{\Theta} = \dfrac{H_1}{\Theta_1} + \dfrac{H_2}{\Theta_2}$ - bu tenglik, $\Theta_1 = \Theta_2$ bo`lgan holdagina

bajariladi, ya`ni haqiqatan ham $\Theta$ harorat vazifasini o`taydi. Agar

$\ln Z_{Ферми} = \ln\left(1 + \exp\left(\dfrac{\mu - \varepsilon}{kT}\right)\right)$ $(\Theta = kT)$ bo`lsa, sistema muvozanat-

da qoladi.

$$\omega = \exp\left(\frac{\Psi - H}{\Theta}\right) = \omega_1$$

$$\omega_2 = \exp\left(\left(\frac{\Psi_1}{\Theta_1} + \frac{\Psi_2}{\Theta_2}\right) - \left(\frac{H_1}{\Theta_1} + \frac{H_2}{\Theta_2}\right)\right)$$

Normirovka shartidan:

$$\int \exp\left(\frac{\Psi - H(X,a)}{\Theta}\right) dX = 1$$ u holda, quyidagicha yozish mumkin

$$\exp\left(\frac{\Psi}{\Theta}\left[\int \exp\left(-\frac{H(X,a)}{\Theta}\right) dX\right]\right) = 1$$ (4) bu ifodada

$$\boxed{\int \exp\left(-\frac{H(X,a)}{\Theta}\right) dX = Z}$$ - (5) deb belgilaymiz, ya`ni sistemaning energetik holatini ifodalaydi, shu boisdan bu ifoda *holat integrali* deb ataladi.

Z - faqatgina to`liq energiya bilan ifodalanadi.

Holat integrali ifodasi yordamida (5) ifoda $\exp\left(\frac{\Psi}{\Theta}\right) Z = 1$ ko`rinishga keladi, bundan $Z = \exp\left(-\frac{\Psi}{\Theta}\right)$ ekanligi, undan esa $\boxed{\Psi = -\Theta \ln Z}$ (6) kelib chiqadi. Holat integralini bilgan holda sistemani ifodalovchi turli kattaliklarni aniqlash mumkin.

$$U = \overline{H} = \Psi - \Theta \frac{\partial \Psi}{\partial \Theta} = -\Theta \ln Z + \Theta \ln Z + \Theta^2 \frac{\partial \ln Z}{\partial \Theta} = \Theta^2 \frac{\partial \ln Z}{\partial \Theta} =$$

$$= \boxed{kT^2 \frac{\partial \ln Z}{\partial T}} \quad (7)$$

$$\boxed{C_V = \frac{\partial U}{\partial T} = 2kT \frac{\partial \ln Z}{\partial T} + kT^2 \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial T^2}}$$ (8) shuningdek,

Z ni bilgan holda sistema holat $C_P = \frac{\partial H}{\partial T}$ tenglamasini yozish mumkin.

$$H_{энт.} = kT^2 \frac{\partial \ln Z}{\partial T} + \Theta V \frac{\partial \ln Z}{\partial V}$$

$$P = -\frac{\partial \Psi}{\partial V} = \Theta \frac{\partial \ln Z}{\partial V} \qquad \boxed{PV = \Theta V \frac{\partial \ln Z}{\partial V}} \quad (9) \qquad H_{энт.} = U + PV$$

$$\Phi = U - TS + PV$$

$$\Phi = kT^2 \frac{\partial \ln Z}{\partial T} - T k \ln Z - T^2 k \frac{\partial \ln Z}{\partial T} + \Theta V \frac{\partial \ln Z}{\partial V} =$$
$$= \boxed{\Theta V \frac{\partial \ln Z}{\partial V} - T k \ln Z} \qquad (10)$$

Entropiya va sistemaning holat ehtimolligi

$$\Psi = U - T S = \overline{H} - T S$$

$$S = \frac{\overline{H} - \Psi}{T} = \int \frac{H - \Psi}{T} \exp\left(\frac{\Psi - H}{\Theta}\right) dX =$$

$$= -k \int \frac{\Psi - H}{\Theta} \exp\left(\frac{\Psi - H}{\Theta}\right) dX = -k \int \ln \omega(x) \omega(X) dX =$$

$$= \boxed{-k \overline{\ln \omega(x)}}$$

$$S = -\frac{\partial \Psi}{\partial T} = -k \frac{\partial \Psi}{\partial \Theta} = k \ln Z + k\Theta \frac{\partial \ln Z}{\partial \Theta} =$$
$$= \boxed{k \ln Z + kT \frac{\partial \ln Z}{\partial T}} \qquad (10)$$

Entropiya ham harorat T kabi faqatgina ehtimollik xarakteristikalari bilan aniqlanadi va butun statistik ansamblni to`liq ifodalovchi kattalik hisoblanadi, biroq mexanik mikroholatni ifodalamaydi.

Faraz qilaylik, makroholat $\boldsymbol{N}$ mikroholatlar bilan ifodalanadi. U holda har qaysi mikroholat ehtimolligi $1/N$ ga teng bo`ladi.

$$\overline{\ln\omega} = \sum_{i=1}^{N} W_i \ln W_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{N} \ln \frac{1}{N} = -\ln N$$

$$S = k\ln N = k\ln W_T \ (11)$$

Geyzenbergning noaniqlik prinsipidan $dx\,dp_x \geq \hbar \quad d\Gamma = \hbar^{3N}$ - birgina mikroholatga to`g'ri keluvchi minimal hajm.

$$N = \frac{\Delta\Gamma'}{\hbar^{3N}} \qquad S = k\ln\Delta\Gamma - k\ln\hbar^{3N} = const$$

Entropiya S ning additiv ekanligini isbotlaymiz.

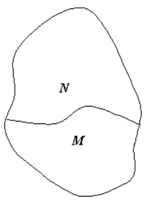
$$\Delta\Gamma_1 = \Delta x_1 p_{x_1} \ldots \Delta z_N \Delta p_{z_N}$$

$$\Delta\Gamma_{(1+2)} = \Delta x_1 \ldots \Delta p_{z_N} \Delta x_{_{N+1}} \Delta p_{x_{N+1}} \ldots \Delta p_{z_{N+M}} = \Delta\Gamma_1 \Delta\Gamma_2$$

Demak, fazoviy hajmlar o`zaro ko`paytiriladi.

$$S_{1+2} = k\ln\Delta\Gamma_1\Delta\Gamma_2 - k\ln\hbar^{3(N+M)} = k\ln\Delta\Gamma_1 - 3Nk\ln\hbar +$$
$$+ k\ln\Delta\Gamma_2 - 2Mk\ln\hbar,$$

demak, $S_{1+2} = S_1 + S_3$ entropiya additiv termodinamik potensial



39-rasm. Muxitdagi Gilbert hajm ayrim xajmlar yig'indisidan iborat

Gibssning kanonik taqsimotini ideal gaz uchun qo`llash

Agar holat integrali $Z = \int \exp\left(-\frac{H(X,a)}{\Theta}\right)dX$ ma`lum bo`lsa, sistemaning barcha makroparametrlarini topish mumkin.

F. q. T haroratda N ta molekula bo`lsin.

$$U=\begin{cases}0, & \text{ichida}\\ \infty, & \text{chegarada}\end{cases}$$

$$H=T+U=\sum_{i=1}^{N}\frac{p_i^2}{2m}+U$$

$$Z=\int\exp\left(-\sum\frac{p_i^2}{2mkT}\right)d\vec{p}_1 d\vec{p}_2\ldots d\vec{p}_N\int\exp\left(-\frac{U}{kT}d\vec{r}_1 d\vec{r}_2\ldots dr_N\right)$$

$$\boxed{Z_{\textit{Ферми}}=1+\exp\left(\frac{\mu-\varepsilon}{kT}\right)}$$

$$d\vec{r}=dx\,dy\,dz$$

$$Z=\prod_{i=1}^{N}\int_V dx_i\,dy_i\,dz_i\prod_{i=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{p_x^2+p_y^2+p_z^2}{2mkT}\right)dp_{x_i}dp_{y_i}dp_{z_i}=$$

$$=V^N(2\pi mkT)^{3N/2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{p_x^2}{2mkT}\right)dp_x=\sqrt{2\pi mkT}$$

$$\boxed{Z=V^N(2\pi mkT)^{3N/2}}\ (1)$$

yoki $\quad Z=z^N \quad$ bu yerda $\quad z=(2\pi mkT)^{3N/2}$

Shunday qilib, agar sistema $\boldsymbol{N}$ ta bir xil zarralardan tashkil topgan bo`lsa, birgina zarraning holat funksiyasini aniqlash va uni $\boldsymbol{N}$ darajaga ko`tarish kifoya.

$$\Psi=-\Theta\ln z=-\Theta N\ln V-\Theta\frac{3}{2}N\ln(2\pi m\Theta)=$$

$$=-\Theta N\ln V-\Theta\frac{3}{2}N\ln(2\pi m)-\Theta\frac{3}{2}N\ln\Theta$$

$$S=-\frac{\partial\Psi}{\partial T}=-k\frac{\partial\Psi}{\partial\Theta}=k\left\{N\ln V+\frac{3}{2}N\ln(2\pi m)+\frac{3}{2}N\ln\Theta+\frac{3}{2}N\Theta\frac{1}{\Theta}\right\}(2)$$

$$U=\Theta^2\frac{\partial\ln z}{\partial\Theta}$$

$$\ln z = N\left(\ln V + \frac{3}{2}\ln(2\pi m) + \frac{3}{2}\ln\Theta\right)$$

$$Z = \sum_n \exp\left(\frac{\mu - \varepsilon_n}{kT}\right) (3)$$

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT \qquad (3a) \qquad \text{chunki} \quad N = \frac{m}{\mu}N_A$$

$$P = -\frac{\partial\Psi}{\partial V} = \frac{\Theta N}{V} \qquad VP = \Theta N \qquad VP = kT\,N \quad PV = \frac{m}{\mu}RT$$

Agar Ψ va S uchun ifodalarni ko`rib chiqadigan bo`lsak, ular additivlik shartini qanoatlantirmaydi.

Agar $N \uparrow \alpha N$, $V \uparrow \alpha V$ bo`lsa, unda $\Psi' = \alpha\Psi$, $S' = \alpha S$ bo`lishi kerak.

Unda o`rniga qo`yib quyidagini hosil qilamiz.

$$S' = \alpha S + \alpha k N \ln\alpha \qquad \Psi' = \alpha\Psi - \alpha\Theta N \ln\alpha$$

Biz zarralar o`rni almashinishi holat funksiyasini o`zgartira olmasligini hisobga olmadik. Zarralar bir xil bo`lganligi tufayli ularning o`rnini almashtirish holatni o`zgartirmaydi, ya`ni holat integrali Z_{isp} quyidagicha olinishi kerak.

$Z = \frac{1}{N!}V^N(2\pi mkT)^{3N/2}$, biz zarralar o`rni almashinishi bilan farq qiladigan turli holatlar hosil bo`lmayadi.

$Z = \frac{1}{N!}V^N(2\pi mkT)^{3N/2}$ ifodani logarifmlab,

$$\ln Z = \ln\left(V^N(2\pi mkT)^{3N/2} - \ln N\right)$$

N ning katta qiymatlari uchun $\boxed{\ln N! = N\ln N}$ ifodaga ega bo`lamiz.

Qo`shimcha had ichki energiya $U$, holat tenglamasi va boshqalarni hisoblashda ta`sir qilmaydi, biroq to`lqin funksiya $\Psi$ va entropiya $S$ ifodalarini aniqlaganda qo`shimcha had bu kattaliklarning additivlik shartining bajarilishini ta`minlaydi. U holda holat integrali va ehtimollik zichligi uchun ifodalar o`rinli:

$$\boxed{Z = \frac{1}{N!}\int \exp\left(-\frac{H(X,a)}{\Theta}\right)dX} \quad (4)$$

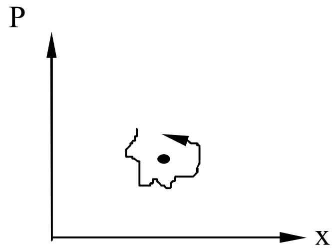
$$\omega(X) = \frac{1}{N!}\exp\left(\frac{\Psi - \overline{H}}{\Theta}\right) \quad (5).$$

Adabiyotlar:

1. [4] 56-66-betlar.
2. [5] 118-129-betlar.
3. [6] 49-54-betlar.

MAKSVELL - BOLSMAN TAQSIÌOTI

Gibbsning kanonik taqsimotidan zarrachaning fazoviy muhitning biror sohasi atrofida bo`lish ehtimolligi quyidagi $\omega[H(X,a)] = e^{\frac{\psi - H(X,a)}{\theta T}}$ ifoda bilan aniqlanib, fazodagi holatini 40-rasmdagidek tasavvur etish mumkin.



40-rasm. Zarrachaning fazodagi holati

Bu munosabat tashqi maydonda turgan erkin, o`zaro ta`sirlashmaydigan zarralar uchun o`rinli. Ifodadan ko`rinayaptiki, u Ìaksvell va Bolsman taqsimotlarining ko`paytmasidan iborat. I had - zarralarning tezliklar bo`yicha taqsimoti, II had - zarraning fazodagi koordinatalariga bog'liq.

Agar zarralar o`zaro ta`sirlashadigan bo`lsa, bu holni e`tiborga olish lozim; u holda taqsimot o`zgacha bo`ladi. I taqsimotning normirovka shartida taqsimot koeffitsienti, $A=(m/2\pi kT)^{3/2}$ ideal gaz misolida aniqlangan. II taqsimot normirovka shartidan foydalanib V ning qiymatini aniqlaymiz. Faraz qilaylik, ideal gaz Yerning gravitatsion maydonida, Yer sathidan z ustuni, $1sm^2$ asosli silindrik hajmda. Shu gaz ustunida zarralarning zichlik bo`yicha taqsimotining normirovka shartidan:

$$V=mg/kT$$

Shunday qilib, zarralarning ko`rilayotgan sohada tezlik bo`yicha bo`lish ehtimolligi:

$$dW(\vec{\vartheta})=4\pi\vec{\vartheta}^2\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{m\vartheta^2}{2kT}\right)d\vartheta$$

(1) $$dW(\vartheta_x,\vartheta_y,\vartheta_z)=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{E}{2kT}\right)d\vartheta_x, d\vartheta_y, d\vartheta z$$

impuls ifodasini eslasak, $\vec{P}=m\vec{\vartheta}$

$$dW(P_x,P_y,P_z)=\frac{1}{(2\pi mkT)^{3/2}}\exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right)dp_x dp_y dp_z$$ yoki

umumiy holda,

$$dW(\vec{\vartheta})=4\pi\vec{p}^2\left(\frac{m}{2\pi mkT}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right)dp$$ (2) energiya va impuls orasidagi munosabatdan ehtimollikning energiya bo`yicha taqsimotni hosil qilish mumkin. $\varepsilon=\frac{p^2}{2m}$ $p^2=2m\varepsilon$

$p=\sqrt{2m\varepsilon}$, bundan $dp=\sqrt{2m}\frac{d\varepsilon}{2\sqrt{\varepsilon}}$

U holda,

$$dW(\vartheta)=4\pi 2m\varepsilon\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{2m\varepsilon}{2mkT}\right)\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}}\sqrt{2m}d\varepsilon=$$

$$2\pi\left(\sqrt{2m}\right)^3\sqrt{\varepsilon}\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{2\varepsilon}{kT}\right)=2\pi\sqrt{\varepsilon}\left(\frac{1}{\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)$$

to`liq energiya kinetik va potensial energiyalar yig'indisidan iborat ekanligini nazarda tutgan holda:

$$dW\left(\vec{\vartheta},\vec{r}\right)=const\exp\left(-\frac{T+U(x,y,z)}{kT}\right)d\vec{\vartheta}d\vec{r}$$

$$dW(X)=C\exp\left(-\frac{H(X,a)}{kT}\right)d\vec{r}_1 d\vec{p}_1\dots d\vec{r}_N d\vec{p}_N$$

$$H=\frac{p_1^2}{2m}+\frac{p_2^2}{2m}+\dots+\frac{p_n^2}{2m}+\underbrace{U_1+U_2+\dots+U_n}_{Potensial\ energiya}$$

.

Shunday qilib, Gibbsning kanonik taqsimoti har bir zarraning taqsimoti hosilasi ko`rinishida yozilishi mumkin.

$$dW(X)=d\omega_1 d\omega_2\dots d\omega_N=\prod_{i=1}^{N}d\omega_i$$

$$d\omega_i=const\exp\left(\frac{-\frac{p_i^2}{2m}+U_i}{kT}\right)d\vec{p}_i d\vec{r}_i \qquad (3)$$

$d\omega_i$ - μ fazodagi ya`ni bir molekulaning 6- o`lchamli y fazodagi taqsimoti.

Taqsimotlardan har birining normirovkalanishi sharti $\int d\omega_i=1$,

(3) ifoda Ìaksvell - Bolsman taqsimotidir.

Harorat T bosimga va energiya U $\vec{r}$ ga bog'liq bo`lganligi sababli oxirgi ifodani Ìaksvell va Bolsman taqsimotlarining ko`paytmasi ko`rinishida yozish mumkin.

$$d\omega = C_1 \exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right) d\,\vec{p}\; C_2 \exp\left(-\frac{U(x,y,z)}{kT}\right) d\,\vec{r} \quad (4)$$

bu yerda: $C_1 = \frac{1}{(2\pi mkT)^{3/2}}$, u holda ehtimollikning tezlikkagina bog`liq qismi $d\omega(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi mkT)^{3/2}} \exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right) d\,\vec{p}$ ( 5) bo`ladi.

Ma`lumki, holat energiyasi $U = mgz$, ehtimollikning holatga mos ulushi - $dW(z) = C \exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right) dz$ (6)

Zarraning konsentratsiyasi esa anologik tarzda, umumiy fizika kursidan quyidagicha ekanligi ma`lum: $n(z) = n(0)\exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right)$ (7).

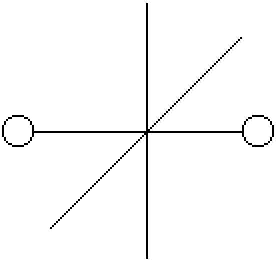
ENERGIYANING ERKINLIK DARAJALARI BO`YICHA TENG TAQSIMLANISHI. VIRIAL TEOREMASI

Sistemaning holatini ifodalaydigan mustaqil o`zgaruvchilar soni erkinlik darajalar soni deyiladi. Gibbs taqsimotidan ma`lumki, har bir erkinlik darajasiga mos keluvchi o`rtacha energiya $\frac{kT}{2}$ ga teng.

$$\overline{\vec{E}}_{i\lg} = \overline{\frac{m\vartheta_x^2}{2}} + \overline{\frac{m\vartheta_y^2}{2}} + \overline{\frac{m\vartheta_z^2}{2}} \quad \text{yoki} \quad \overline{E} = \overline{\frac{m\vec{\vartheta}^2}{2}}$$

Termodinamik nuqtai nazardan ilgarilama harakat energiyasi $E_{i\lg} = \frac{i}{2}kT$, i - erkinlik darajalar soni, ma`lumki, ilgarilama harakat uchun i=3, u holda $E_{i\lg} = \frac{3}{2}kT$; aylanma harakat uchun esa i=2,

E_{ayl}=kT; tebranma harakat uchun i=2, E_{teb}=kT. Shunday qilib har bir erkinlik darajalar soni uchun [redacted] energiya to`g`ri keladi.



41-rasm. Zarralarning aylanma va tebranma harakat energiyalari

E_{ayl}=kT E_{teb}=kT (bitta erkinlik daraja uchun)

Sistemaning to`liq energiyasi H (q_i)=T_i+U(q_i), bu erda i=1÷6N va q_i- umumlashgan koordinatalar

$$\overline{q_k \frac{\partial H}{\partial q_e}} = \int q_k \frac{\partial H}{\partial q_e} * e^{-\frac{H+\phi}{\theta}} dX \qquad (1)$$

O`rtacha qiymat shu kattalikni zarraning fazoni dX elementar hajmida bo`lish ehtimoliga ko`paytmasiga teng

$\overline{q_k \frac{\partial H}{\partial q_e}} = \{\theta$, k=l, $\overline{q_k \frac{\partial H}{\partial q_e}} = 0$, k≠l (2) bu ifodalar Kronker simvoli.

a) Faraz qilaylik, q_k – impuls, u holda

$\overline{p_x \frac{\partial H}{\partial p_x}} = p_x \frac{p_x}{m} = \frac{p_x^2}{m} = \theta$, 1ta erkinlik darajasiga to`g’ri keluvchi kinetik energiya E_i=i/2*kT, agar i=1, u holda kinetik energiya- E_i=1/2*kT (3), Virial -1 teoremasi

b) Faraz qilaylik, q_k - koordinata, masalan - x koordinatasi

$\overline{x \frac{\partial H}{\partial x}} = -\overline{XF}_x = kT$ gradU=-F H=E+U(x), kinetik energiya koordinataga bog’liq emas, potensial energiya esa, koordinataga bog’liq; shuning uchun:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -F_x \qquad \frac{1}{2} y \overline{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\overline{F_{Ц}\, y}$$ - o`rtacha virial

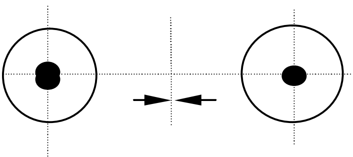
o`rtacha $\frac{F_0 + F}{2}$ ga asosan

$\frac{1}{2} x_i \overline{\frac{\partial U}{\partial x_i}} = \frac{1}{2} kT$ (4) ish $\equiv$ energiya, ish va energiya o`zaro ekvivalent.

Koordinataning to`liq energiyadan koordinata bo`yicha olingan hosilasiga ko`paytmasining o`rtacha qiymati son jihatdan 1ta erkinlik darajasiga to`g’ri keluvchi energiyaga teng – ushbu teorema (4) virial -2 teoremasi deyiladi.

Teoremaning qo`llanilishi.

Ikki atomli gazning issiqlik sig’imini aniqlaymiz



$i = 3_{il} + 2_{ay} + 1_{teb} = 6$

42-rasm

$$F = \frac{3}{2} kT + \frac{2}{2} kT + \overline{E}_{\text{ЊЫЊ}}$$

E_{teb} topish uchun garmonik ossillyatorni olamiz

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$$

Virial - 1 teoremasiga ko`ra: $E_{teb} = \overline{\frac{p_x^2}{2m}} + \overline{\frac{kx^2}{2}}$

$$\overline{p_x \frac{\partial H}{\partial p_x}} = p_x \frac{p_x}{m} = \frac{p_x^2}{m} = kT$$

$$x \overline{\frac{\partial U}{\partial x}} = kT$$

$E_{teb} = \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} = kT$ (5) - 2 atomli 1ta erkin molekula energiyasi, u holda o`zgarmas hajmdagi issiqlik sig'imi: $C_V = \frac{\partial E}{\partial T} = \frac{7}{2}R$ (6).

GIBBSNING KATTA KANONIK TAQSIÌOTI (GKKT)

$$\omega(X) = \frac{1}{N!}\exp\left(\frac{\Psi - H(X,a)}{\Theta}\right) \quad (1)$$

N N zarradan iborat sistema uchun GKKT.
GKKT zarralar soni o`zgaruvchan bo`lgan sistema uchun yoziladi.

$$\Phi = \mu N = \underbrace{U - TS}_{\Psi} + PV$$

$\Psi = \Phi - PV = \mu N - PV = \mu N + \Omega$ - PV harorat-T ga bog'liq bo`lmaganligi uchun

$$\omega(X,N) = \frac{1}{N!}\exp\left(\frac{\Omega + \mu N - H(X,a,N)}{\Theta}\right) \quad (2)$$

GKKT - sistemaning ko`rsatilgan miqdordagi zarralardan tashkil topganligini hamda ma`lum mikroholatda bo`lish ehtimollik zichligini beradi.

$$\boxed{\sum_N \int \omega(N,X)dX = 1}$$

$$\boxed{Z = \sum \frac{1}{N!}\int_{(X)} \exp\left(\frac{\mu N - H(X,a)N}{\Theta}\right)dX} \quad (3)$$

$$\varepsilon_2 - n_2 \quad (4) \qquad \boxed{\overline{E} = U = \Theta^2 \frac{\partial \ln Z}{\partial \Theta}} \quad (5)$$

Barcha makroparametrlar uchun yozilgan ifodalar ham holat integrali-Z orqali ifodalanadi. GKKT yordamida sistemani tashkil etgan zarralarning o`rtacha sonini aniqlash mumkin:

$$\overline{N} = \Theta \frac{\partial \ln Z}{\partial \mu} \quad (6)$$ μ - kimyoviy potensial

Adabiyotlar:

1. [5] 130-136-betlar.
2. [6] 27-31, 73-76-betlar.

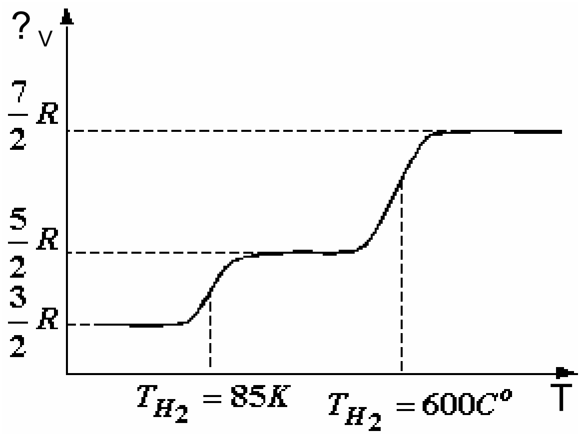
KVANT STATISTIKASIGA O`TISH

Kvant holatlar zichligi. Kvant usulining xususiyatlari

Klassik statistika qattiq jismda kechadigan ko`p hodisalarni, jumladan, issiqlik o`tkazuvchanlikni, ideal gaz uchun issiqlik o`tkazuvchanlikning haroratga bog'liqligini, mutlaq qora jismning yorug'lik nurlanisni va shu kabi hodisalarni tushuntirib bera olmadi. Ikki atomli molekula uchun energiya quydagiga teng:

$$\overline{\varepsilon} = \overline{\varepsilon}_{i\lg.} + \overline{\varepsilon}_{ayl.} + \overline{\varepsilon}_{teb.} = \frac{3}{2}kT + kT + kT = \frac{7}{2}kT$$

$$\overline{E} = U = \frac{7}{2}RT \qquad C_V = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{7}{2}R$$



43-rasm. Solishtirma issiqlik sig`imining haroratga bog`liqligi

Qattiq jism atomlari uchta mustaqil yo`nalish b o`ylab tebranishi mumkin.

$$\overline{E}_{1\,mol} = 3kT \qquad U_{1\,mol} = 3kT \qquad C_V = 3R$$

Noaniqlik prinsipiga ko`ra

$\Delta x\,\Delta p_x \geq \hbar$ $\qquad \Delta\Gamma_{\min} = \hbar^{3N}$, Γ- Gilbert muxitda elementar hagm. Fizik kattalikning diskretligi.

$$\varepsilon_{ayl} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2I} \qquad l = 0,\ 1,\ 2...$$

$$\varepsilon_{teb.} = \hbar\omega_o\left(n + \frac{1}{2}\right) \qquad n = 0,\ 1,\ 2,\ ...$$

$\varepsilon_{i\lg.}$ - uzluksiz.

Aynanlik prinsipi

Spini (S_z) yarim butun son qadar bo`lgan Fermi zarralari uchun:

$$S_z = (2n+1)\frac{\hbar}{2},$$

spini (S_z) butun son qadar bo`lgan Boze zarralari uchun: $S_z = n\hbar$

Agar zarralar kvant mexanikasi nuqtai nazaridan mutlaqo aynan bo`lsa, avvalgi ma`ruzalardagi ehtimollik zichligi uchun keltirilgan $\omega(X) = \frac{1}{N!}\exp\left(\frac{\Psi - H(X,a)}{\Theta}\right)$ (1) ifoda maxrajidagi N **!** ga nisbatini olish ma`no kasb etmaydi, ya`ni bu nisbat zarralarni o`rnini almashtirisda hech qanday o`zgarishga sabab bo`lmaydi.

$\varepsilon_1 - n_1$ - klassik nuqtai nazardan holat integrali .

$Z = \int \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\Theta}\right)\Omega(\varepsilon)d\varepsilon$ - energiya bo`yicha integrallaymiz.

Buning uchun “kvant holatlar zichligi” tushunchasini kiritamiz. $\Omega(\varepsilon)$ - energiyaning bir qiyma-tiga nechta kvant holatlar to`g’ri kelishini ko`rsatadi.

a) ilgarilama harakat

$$Z = z^N \qquad z = \int \exp\left(-\frac{H}{\Theta}\right)\underbrace{dx\,dy\,dz\,d\,\vec{p}}_{\hbar^3}$$ 1 ta zarra uchun

$$z = V\int \exp\left(-\frac{p^2}{2m\Theta}\right)\frac{4\pi p^2 dp}{\hbar^3}$$ bu yerda

$, 4\pi p^2 dp = 2\pi(2m)^{3/2}\sqrt{\varepsilon}\,d\varepsilon$ ekanligidan

$$z_{i\lg.} = V\int \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)\frac{2\pi(2m)^{3/2}\sqrt{\varepsilon}}{\hbar^3}d\varepsilon$$

$$\boxed{\Omega(\varepsilon)_{1V} = \frac{2\pi(2m)^{3/2}\sqrt{\varepsilon}}{\hbar^3}}$$ - birlik hajmdagi ilgarilama harakat uchun kvant holatlar zichligi.

$$z_{i\lg.} = V\frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{\hbar^3} \qquad Z = V^N\frac{(2\pi mkT)^{3N/2}}{\hbar^{3N}}$$

$$\bar{\varepsilon}_{i\lg.} = \frac{3}{2}kT \qquad U_{i\lg.} = \frac{3}{2}RT \qquad C_{V_{i\lg.}} = \frac{3}{2}R$$

Ifodalardan ko`rinadiki, ilgarilama harakat uchun kvantomexanik usul bilan olingan ifodalar klassik mexanika uchun hosil bo`lgan ifodalar kabi bo`ladi.

$$\bar{\varepsilon} = \boxed{\bar{\varepsilon}_{i\lg.}} + \bar{\varepsilon}_{ayl.} + \bar{\varepsilon}_{teb.}$$

Energiya diskretligi tufayli: $$\boxed{z_{ayl} = \sum_{l=0}^{\infty}\exp\left(-\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2I\,kT}\right)(2l+1)}$$

$$\Omega(\varepsilon) = 2l+1$$

Kvant holatlar zichligi aynish karraligiga analogik kattalikdir.

Tebranma harakat uchun:

$$\boxed{z_{teb.} = \Sigma\exp\left(-\frac{\hbar\omega_o(2n+1)}{kT}\right)1}$$

$$z_{teb.} = \sum_n \exp\left(-\frac{\hbar\omega_o}{2kT}(2n+1)\right) = \exp\left(-\frac{\hbar\omega_o}{2kT}\right)\sum_n \exp\left(-\frac{\hbar\omega_o}{kT}n\right) =$$

$$= \exp\left(-\frac{\hbar\omega_o}{2kT}\right)\frac{1}{1-\exp\left(-\frac{\hbar\omega_o}{kT}\right)} = \boxed{\frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega_o}{2kT}\right)}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_o}{kT}\right)-1}}$$

$$\ln z = \frac{\hbar\omega_o}{2kT} - \ln\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_o}{kT}\right)-1\right)$$

$$\bar{\varepsilon}_{teb.} = kT^2\frac{\partial \ln z}{\partial T} = kT^2\left(-\frac{\hbar\omega_o}{2kT^2} + \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega_o}{kT}\right)\frac{\hbar\omega_o}{kT^2}}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_o}{kT}\right)-1}\right) =$$

$$= \frac{\hbar\omega_o}{2} + \frac{\hbar\omega_o}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_o}{kT}\right)-1}$$

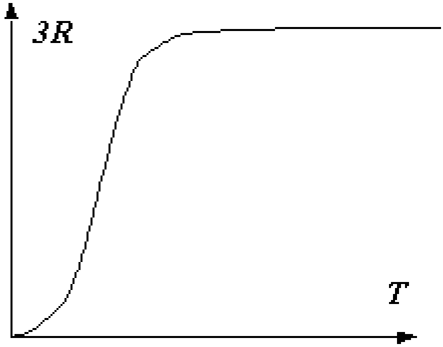
Yuqori haroratlar uchun T $\left(T >> \frac{\hbar\omega_o}{k}\right)$ quyidagi ifoda hosil bo\`ladi:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\hbar\omega_o}{2} + kT \qquad \boxed{C_V = \frac{\partial}{\partial T}N_A\bar{\varepsilon} = R}$$, qattiq jism uchun $\boxed{C_V = 3R}$

H_2 uchun $\frac{\hbar\omega_o}{k} = 6000^o K$ $\qquad$ O_2 uchun $\frac{\hbar\omega_o}{k} = 2230^o K$

Past haroratlarda T $\left(T << \frac{\hbar\omega_o}{k}\right)$: $\bar{\varepsilon} = \frac{\hbar\omega_o}{2} + \underbrace{\hbar\omega_o \exp\left(-\frac{\hbar\omega_o}{kT}\right)}_{\to 0 \; agar \; T\to 0}$

$$C_{V_{teb.}} = \frac{\partial U}{\partial T} = R\left(\frac{\hbar\omega_o}{kT}\right)^2 \exp\left(-\frac{\hbar\omega_o}{kT}\right) \to 0 \; agar \; T \to 0$$



44-rasm. Dyulong - Pti qonuni

Aylanma harakatdagi kabi

$$z_{ayl.} = \sum_{l=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2I\,kT}\right) \qquad T >> \frac{\hbar^2}{2I\,k},$$

$$\bar{\varepsilon}_{2atom.ayl} = kT \quad U = RT \qquad C_{V_{o'r.}} = R$$

$$T << \frac{\hbar^2}{2I\,k}, \qquad \bar{\varepsilon}_{ayl} = \frac{3\hbar^2}{I}\exp\left(- \quad \right) \to 0 \; npu \; T \to 0$$

$$C_V = C_{V_{ayl.}} + C_{V_{ilg.}} + C_{V_{teb.}}$$

Adabiyotlar:

1. [1] 29-38-betlar.
2. [2] 92-96, 372-377-betlar.
3. [6] 63-68-betlar.
4. [15] 80-83-betlar.

KVANT STATISTIKASI

Shu paytgacha biz mikrozarralar aynanlik shartiga bo`ysunib, ularning spinlari qiymatiga ko`ra Pauli prinsipiga bo`ysunadimi yoki yo`qmi, unga ahamiyat bermadik. Shuni aniqlash uchun Bolsmanning yacheyka usulidan foydalanamiz.

Klassik zarralar

$$N:1,\ 2,\ 34, 45,\ ,...750 \qquad (n_1)-\varepsilon_1$$

$$N:13,\ 22,\ 48, 88,\ ,... \quad (n_2)-\varepsilon_2$$

$$\vdots$$

$$(n_k)-\varepsilon_k$$

Biror elementar sistema ma`lum energiyaga ega bo`lgan zarra bo`lsin. Bu sistemada zarralar soni o`zgarib tursin, ya`ni bunday sistema uchun GKKTni qo`llash mumkin.

$$z=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\int \exp\left(-\frac{\mu n-H(X,a)}{kT}\right)dX=\sum_{\substack{n=0\\k}}^{\infty}\frac{1}{n!}\int \exp\left(-\frac{\mu n_k-\varepsilon}{kT}\right)\Omega(\varepsilon)d\varepsilon .$$

shu sistemaning energiyasi quyidagiga teng ε_k , $\qquad \varepsilon_k n_k=\varepsilon$

Energiya bo`ylab integrallash o`rniga barcha $\boldsymbol{n_k}$ lar uchun energiyalarni yig'amiz:

$$z=\sum_{n_k=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\underline{\exp\left(\frac{(\mu-\varepsilon_k)n_k}{kT}\right)}=\sum_{n_k=0}^{\infty}\frac{1}{n_x!}x^{n_k}=\exp(x)$$

$$\ln \boldsymbol{z}=\boldsymbol{x}=\exp\left(\frac{\mu-\varepsilon}{kT}\right)$$

$$\bar{n}(\varepsilon)=\Theta\frac{\partial}{\partial\mu}\ln z=\exp\left(\frac{\mu-\varepsilon}{kT}\right) \qquad (1)$$

(1)- ifoda zarralarning energiya bo`icha taqsimot qonuni, ya`ni Maksvell-Bolsman taqsimoti.

$dn(\varepsilon)$ - energiyaning $d\varepsilon$ intervalida zarralar soni, u holda:

$$dn(\varepsilon)=\bar{n}(\varepsilon)\Omega(\varepsilon)d\varepsilon=\exp\left(\frac{\mu-\varepsilon}{kT}\right)\frac{(2m)^{3/2}\sqrt{\varepsilon}}{\hbar^3}d\varepsilon \quad (2)$$

zarralarning energiya taqsimoti:

$$\int_0^{\infty} dn(\varepsilon) = n \Rightarrow \exp\left(-\frac{\mu}{kT}\right) = \frac{1}{n}\left(\frac{2\pi mkT}{\hbar^2}\right)^{3/2} \quad (3)$$

Agar (3) ni (2) ga qo`ysak, zarraning $d\varepsilon$ intervalida bo`lish ehtimolligi:

$$dW(\varepsilon) = \frac{dn(\varepsilon)}{n} = 2\pi\left(\frac{1}{\hbar^2 \pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)\sqrt{\varepsilon}\ d\varepsilon \quad (4)$$

Fermion va bozonlar

Zarralar mutlaqo aynan bo`lganligi tufayli ularning o`rnini almashtirish to`g'risida mulohaza yuritish ma`noga ega emas. Turli zarralar uchun energiyaning biror qiymati mos keladi.

$\varepsilon_1 - n_1$ - zarra

$\varepsilon_2 - n_2$ - zarra

$\vdots$

$\varepsilon_k - n_k$ - zarra.

holat integrali: $Z = \sum_n \exp\left(\frac{\mu - \varepsilon_n}{kT}\right)$

$$\boxed{Z_{Fermi} = 1 + \exp\left(\frac{\mu - \varepsilon}{kT}\right)} \quad (5)$$

$$\ln Z_{Fermi} = \ln\left(1 + \exp\left(\frac{\mu - \varepsilon}{kT}\right)\right)$$

$$\overline{n} = kT\frac{\partial \ln Z}{\partial \mu} = \frac{\exp\left(\frac{\mu - \varepsilon}{kT}\right)}{1 + \exp\left(\frac{\mu - \varepsilon}{kT}\right)}$$

$$\boxed{\overline{n}_{F.D.} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{kT}\right) + 1}}$$ (6) - Fermi – Dirak zarralari taqsimoti

Boze zarralari uchun xolat integrali:

$$Z_{Boze}=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\underbrace{\exp\left(\frac{(\mu-\varepsilon)}{kT}\right)}_{\substack{\text{maxraj geometrik}\\ \text{progressiyada}}}\right)^{n}=\frac{1}{1-\exp\left(\frac{\mu-\varepsilon}{kT}\right)}$$

ifodani logarifmlasak $\ln Z_{B.E.}=-\ln\left(1-\exp\left(\frac{\mu-\varepsilon}{kT}\right)\right)$ u holda elektronlarning energiya bo'yicha taqsimoti quyidagi ko'rinishni oladi

$$\boxed{\overline{n}_{B.E.}=\Theta\frac{\partial\ln Z_{B.E.}}{\partial\mu}=\frac{\exp\left(\frac{\mu-\varepsilon}{kT}\right)}{1-\exp\left(\frac{\mu-\varepsilon}{kT}\right)}=\frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon-\mu}{kT}\right)-1}}\quad(7),$$

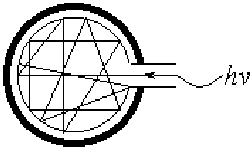
bu yerda μ – Fermi sathi. (7) ifoda Boze-Eynshteyn taqsimoti (statistikasi).

Adabiyotlar:

1. [1] 139-142, 462-476-betlar.
2. [2] 83-85-betlar.
3. [5] 220-224-betlar.
4. [6] 168-173-betlar.

BOZE-EYNSHTEYN STATISTIKASINI FOTON GAZI UCHUN TATBIQ ETISH

Mutlaq qora jism nurlanishini quyidagi model yordamida tushunishmumkin.



46-rasm. Mutlaq qora jism modeli.

Ushbu modelda mutlaq qora jism ichida muvozanatli EM nurlanish, ya’ni foton gazi sodir bo`lib, nurlanish devor harorati bilan muvozanatda bo`ladi.

$\rho(\nu, T) = \varepsilon \cdot \bar{n}(\varepsilon)$ (1) (ε - foton energiyasi)

energiya zichligi $d\rho(\nu, T) = \varepsilon\, \bar{n}(\varepsilon) d\Omega(\varepsilon) d\varepsilon$, bu yerda $d\Omega$ - kvant holatlar zichligi $\varepsilon = h\nu$ $\mu = 0$, sabab - tinch holatda foton massasi $m = 0$.

Bitta mol uchun holatlar soni $\frac{4\pi p^2 dp}{\hbar^3}$ ga teng, $p = \frac{h\nu}{c}$ ga asosan ,

$$d\rho(\nu, T) = \frac{4\pi (2\pi)^3 \hbar\omega}{c^3 \exp\left(\frac{\varepsilon}{kT} - 1\right)} \nu^2 d\nu \qquad (2)$$

dν oraliqdagi nurlanish energiyasi

Fermi-Dirak statistikasining metalldagi elektron gaz uchun qo`llanishi

$$\bar{n} = \frac{2}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{kT} + 1\right)} \qquad (3)$$

Haroratning $T = 0$ qiymatida μ- va ungacha bo`lgan barcha sathlar elektronlar bilan to`lgan bo`ladi (μ - Fermi sathi). Normirovka shartidan **μ** qiymatini topish mumkin.

$\int_0^{\varepsilon_{\max}} \bar{n}(\varepsilon) \Omega(\varepsilon) d\varepsilon = N$ (4), bu yerda $\Omega(\varepsilon)$ - $\frac{2\pi (2m)^{3/2} \sqrt{\varepsilon}}{\hbar^3}$

$2\int_0^{\varepsilon_{\max}} 2\pi (2m)^{3/2} \sqrt{\varepsilon}\, \frac{1}{\hbar^3} \sqrt{\varepsilon} = N$ ifodani integrallasak,

$2 \cdot 2 \cdot 2\pi (2m)^{3/2} \frac{1}{\hbar^3} \frac{\varepsilon_{\max}^{3/2}}{3} = N$ qiymat kelib chiqadi, demak,

$$\frac{8}{3} \pi (2m)^{3/2} \frac{1}{\hbar^3} \varepsilon_{\max}^{3/2} = N \qquad (5)$$

$$\mu = \varepsilon_{\max} = \left[\frac{3N\hbar^3}{8\pi (2m)^{3/2}} \right]^{2/3} \approx 9 - 8\,eV \quad (6)$$ energiyaning o`rtacha qiymati esa,

$$\bar{\varepsilon} = \int_0^{\varepsilon_{\max}} \varepsilon \frac{dn(\varepsilon)}{N} = \frac{3}{5}\varepsilon_{\max} \sim 1 - 3eV \quad (7)$$

Harorat 300K ga teng bo`lganda $kT = 0{,}023\,\text{eV}$

$$U_{EA} = N\bar{\varepsilon} = const, \quad demak, \quad C_V = 0$$

Jismning harorati ko`tarilganda qanday hodisa ro`y berishini ko`ramiz. Erish haroratigacha bo`lgan barcha harorat $\boldsymbol{T_{\Phi}}$ ga nisbatan past bo`ladi.

Mutlaq noldan farq qiluvchi harorat uchun zarralarning energiya bo`ylab taqsimoti quyidagicha bo`ladi

47-rasm Zarrakar konsentratsiyasining energiya bo’yihca taqsimoti

Energiyaning o`rtacha qiymatini $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ va $\boldsymbol{C_V}$ hisoblasak, solishtirma issiqlik sig`imi uchun quyidagi qiymat hosil bo`ladi,

$$C_V = \frac{Nk\pi^2 kT}{2\varepsilon_{\min}} << R$$

Shunday qilib, metallning solishtirma issiqlik sig`imiga - $\boldsymbol{C_V}$ elektron gaz hech qanday hissa qo`shmaydi.

KVANT MEXANIKASIDAN KLASSIK MEXANIKAGA O`TISH VA AKSINCHA

Vaqtning biror t qiymatida birlik yuzasidan chiquvchi elektronlar sonini hisoblash kerak.

$\frac{mV_x^2}{2} > e\varphi$, $\quad d\nu = dn(V_x)\ 1sm^2 V_x$, $\quad dn(V_x) = nd\omega(V_x)$,

$d\omega(V_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/3} \exp\left(-\frac{mV_x^2}{2}\right) dV_x$, $\overline{V} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

$$\overline{n}_{kv.st.} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - gm}{kT} \pm 1\right)} \qquad (1)$$

"+" ishora- Fermi-Dirak taqsimoti uchun; "-" ishora- Boze-Eynshteyn taqsimoti uchun $dn(\varepsilon) = \overline{n}(\varepsilon)\Omega(\varepsilon)d\varepsilon$

Kvant statistikasiga bo`ysunuvchi gazlar "aynigan gaz" deyiladi, masalan metalldagi elektronlar $\overline{e}$, foton gaz.

Agar gaz klassik mexanika qonunlariga bo`ysunsa, ya'ni Maksvell taqsimotiga bo`ysunsa, ular "aynimagan gaz" deb ataladi.

$$\overline{n}_{aynimagan.} = \exp\left(\frac{\mu - \varepsilon}{kT}\right) \qquad (2)$$

$$\int_0^\infty dn(\varepsilon) = N$$

$$\exp\left(-\frac{\mu}{kT}\right) = \frac{1}{n}\left(\frac{\hbar^2}{2\pi mkT}\right)^{-3/2} \qquad (3)$$

Agar (1) ifodani mushohada etsak, agar

$\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{kT}\right) >> 1$ bo`lsa , (1) ifoda (2) ifodaga o`tadi:

$$\left[\exp\left(-\frac{\mu}{kT}\right) >> 1\right] \qquad (4)$$

aynigan holatdan aynimagan holatga o`tish sharti:

n -*miqdori oz*, m- *katta* , T-*yuqori -klassik gaz* **.**

Metallarda elektronlar konsentratsiyasi juda katta $\left(n \sim 10^{22}\right)$, demak metall-dagi elektronni $\bar{e}$ - aynigan gaz deb qarash mumkin. Yarim o`tkazgichlarda elektronlar $n$ - soni metalldagi elektronlar soniga qaraganda kam, shu boisdan yarim o`tkazgichlarda erkin elektronlar $\bar{e}$ taqsimoti Maksvell statistikasiga bo`ysunadi.

Adabiyotlar:

1. [1] 476-481-betlar.
2. [5] 255-267-betlar.
3. [6] 156-173-betlar.

Adabiyotlar

1. Блохинцев Д. И.. Основы квантовой механики. -М.: Высшая школа., 1968.
2. Шалимова К. В. Физика полупроводников. -М.: Энергия., 1985.
3. Давыдов А. С. Квантовая механика. -М.: Наука., 1977.
4. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. -М.: Наука., 1978.
5. Тўраев Е.Й., Жўраев Ш., Тўраев Й. Термодинамика ва статистик физика. Т.: Шарқ нашриёти., 2002.
6. Терлецкий Я. Г. Статистическая физика. -М. Выс. шк.., 1980.
7. Физика микромира. Маленькая энциклопедия. -М.: Изд. Советская энциклопедия. 1980.
8. Стильбанс Л.С. Физика полупроводников. -М.: Изд. Сов. Радио. 1987.
9. Пихтин А.Н. Физические основы квантовой и оптической электроники. -М.: Высшая школа, 1989.
10. Ярив А. Введение в оптическую электронику. -М.: Высшая школа., 1989.
11. Верховский Е.И. Лазерная технология в производстве интегральных микросхем. –М.: Изд. Высшая школа, 1990.
12. Матвеев В.И., Рахимов Х.Ю. Неупругие процессы при столкновении быстрых многозарядных ионов с атомами. Узб. Физический журнал. №3 26-35с., 1998.
13. Редин В.М., Данилин Б.С., Пастушков А.Р. Технологические проблемы преодоления субмикронного рубежа в производстве ИС. Журнал. Технология и конструирование в электронной аппаратуре. -М.: №1. 3-9с. 1997г.
14. Савельев И.В. Основы теоретической физики. т.2, -М.: 1997,
15. Хошимов Ғ.Ҳ, Расулов Р.Я. Юлдошев Н.Ҳ. Квант механика асослари. Тошкент, Ўқитувчи 1995.
16. Глазенко Т.А., Пряников В.А. Электротехника и основы электроники. -М.: Высшая школа, 1996.
17. Круковский С.И. Комплексно–легированные эпитаксиальные стр-ры JnPJnGaAsP для оптоэлетроники. Тех-я и конструирование в элетронной аппаратуре. 2006. №2 27-31

18. Страховский Г.М., Успенский А.В. Основы квантовой электроники. -М.: Выс. шк.., 1979.
19. Электронные, квантовые приборы и микроэлектроника. -М.: Радио и связь, 1997.
20. Верещагин И.К., Косяченко Л.А., Кокин С.М. Введение в оптоэлектронику. –М.: Высшая школа, 1991.
21. http://tkea.wallst.ru/
22. http://www.sciencedirect.com/science/journal/13698001

Mundarija