О. АҲМАДЖОНОВ

ФИЗИКА КУРСИ

МЕХАНИКА ВА МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКА

ЎзССР Олий ва ўрта махсус таълим министрлиги Олий ўқув юртларининг инженер-техник ихтисоси бўйича ўқувчи студентлари учун дарслик сифатида рухсат этган

ТОШКЕНТ „ЎҚИТУВЧИ“ 1985

Тақризчилар: Тошкент Давлат университетининг профессори *У. В. Азизов,* доцентлар: *Ғ. Исхоқов, С. Собиров, К. Турсунметов, Ш. Усмонова*

ЎзССР ФА нинг мухбир-аъзоси, профессор Р. Б. Бекжонов жамоатчилик асосида таҳрир қилган

Ушбу дарслик СССР Олий ва ўрта махсус таълим министрлигининг Олий таълим бўйича ўқув-методик бошқармаси тасдиқлаган ўқув программаси асосида ёзилган. Унда умумий физика курсининг „Механика ва молекуляр физика" бўлимига доир материаллар баён этилган. Ўқув материалининг баён этилиш услублари Абу Райҳон Беруний номидаги Тошкент политехника институти аудиторияларида синовдан ўтган.

Дарсликдаги ҳамма материал Халқаро бирликлар системаси (СИ) асосида берилган. Ўқувчига қулай бўлиши учун қонунлар, таърифлар ва муҳим терминлар ажратиб кўрсатилди.

Дарслик олий техника ўқув юртларининг инженер-техник ихтисоси бўйича ўқувчи студентлари учун мўлжалланган бўлиб, ундан педагогика институтларининг студентлари ва физика ўқитувчилари ҳам фойдаланишлари мумкин.

$А \frac{1704010000-74}{353\ (04)-85}$ 166—85

СЎЗ БОШИ

Ўзбекистон ССР Олий ва ўрта махсус таълим министрлиги олий техника ўқув юртларининг студентлари учун дарслик сифатида тавсия этган мазкур китобда умумий физиканинг механика ва молекуляр физика бўлимлари 1981 йилда СССР олий ва ўрта махсус таълим министрлиги тасдиқлаган „Физика курси“ программасига тўлиқ мос келадиган тарзда баён этилган.

Ҳозирги вақтда инженер учун зарур бўлган билимлар ҳажми кескин ортиб бормоқда. Бинобарин, ҳар бир инженер муайян ҳажмдаги маълумотни ўзлаштириб олиш билан кифояланиши етарли эмас. Аксинча, у тобора кенгайиб бораётган илм дарёсидан ўз билимини мустақил равишда тўлдириб бориши зарур. Шу сабабли бўлажак инженерлар учун физика асосларини баён этиш жараёнида уларнинг илмий дунёқарашини шакллантириш ва техника воситалари билан танишишига замин яратиш керак. Бу соҳада мазкур китоб муаллифи—Омил Аҳмаджоновнинг узоқ йиллар давомида „Ўзбекистон олий техника ўқув юртларида физика ўқитиш самарадорлигини ошириш муаммолари“ мавзуида олиб бораётган илмий-методик изланишлари эътиборга лойиқ. Текширишлар натижасида ўқув материалининг студентлар қийинчилик билан ўзлаштирадиган айрим мавзуларининг баён этиш услублари ишлаб чиқилди, улар Абу Райҳон Беруний номидаги Тошкент политехника институти аудиторияларида синовдан ўтди. Хусусан, механикага оид мавзуларни баён этишда талайгина оригинал методик услублар қўлланилганки, бунда олий техника ўқув юртларининг студентлари учун мўлжалланган „Назарий механика“ курсининг мазмунини эътиборга олган ҳолда ҳодиса ва қонунларнинг физик моҳиятини очишга, уларни материалистик нуқтаи назардан шарҳлашга кенг эътибор берилди. Бундан ташқари, муаллиф ўқитишнинг муаммовий усулининг баъзи элементларидан моҳирона фойдаланган, физик ҳодиса ва тушунчалар моҳиятини тўғрироқ акс эттирадиган терминлар ишлатган, натижада ўқув материалини қизиқарли, содда ва равон тилда баён этишга муваффақ бўлган.

Фикримча, мазкур дарслик фақат инженер-техник ихтисосликлар бўйича таҳсил кўраётган студентлар учунгина эмас, балки физика асослари ихчамроқ ҳажмда ўқитиладиган бошқа ихтисосликдаги студентлар ва физика ўқитувчилари учун ҳам фойдали бўлади.

Махсус муҳаррир Р. Б. Бекжонов

МУАЛЛИФДАН

Олий техника ўқув юртларида 1983 йил сентябридан бошлаб янги ўқув планларига ўтилди. Бу планларга асосан, инженер-техник ихтисосликлар бўйича таҳсил кўрувчи студентларга „Физика курси“ни ўқитиш учун ажратилган вақт 204—272 соатни ташкил этади. Баъзи ихтисосликлар физикани икки ўқув семестри давомида, баъзилари эса уч ўқув семестри давомида ўрганадилар. Лекин барча инженер-техник ихтисосликлар учун СССР Олий ва ўрта махсус таълим министрлигининг олий таълим бўйича ўқув-методик бошқармаси 1981 йил 26 июнда тасдиқлаган „Физика курси“нинг ўқув программаси ўринли. Шу сабабли мазкур программага тўлиқ риоя қилган ҳолда ўқув материалининг семестрлар бўйича тақсимотида ва уларни баён этиш кетма-кетлигида, ЎзССР Олий ва ўрта махсус таълим министрлиги илмий-методик советининг Қарорига асосан, республика олий техника ўқув юртлари „Физика“ кафедралари учун базавий кафедра деб ҳисобланадиган Тошкент политехника институти „Физика“ кафедрасининг уч семестр давомида физика ўқитиладиган ихтисосликлар учун тавсияларига амал қилинди. Физикани икки ўқув семестри давомида ўқийдиган ихтисосликлар учун, тавсияларга асосан, мазкур китобдаги ўқув материалининг ҳажмини баъзи қонун ва ҳодисаларнинг исботи тарзида қўлланилган математик тафсилотларни қисқартириш эвазига I семестрда „Физика курси“нинг иккинчи қисмидаги (электр ва магнетизм) электростатикага оид ўқув материали ўрганилиши керак.

Мазкур китоб устида ишлашнинг барча босқичларида ўзининг қимматли фикр ва мулоҳазалари билан яқиндан ёрдам берганлиги учун Ўзбекистон ССР да хизмат кўрсатган фан арбоби, Ўз ССР ФА нинг мухбир-аъзоси, Абу Райҳон Беруний номидаги Давлат мукофотининг лауреати, профессор Р. Б. Бекжоновга чуқур миннатдорчилик изҳор этишни муаллиф ўзининг фахрли бурчи деб ҳисоблайди.

Шунингдек, китоб қўлёзмаси билан танишиб ўзларининг танқидий мулоҳазалари туфайли дарслик сифатини яхшилашга қўшган ҳиссалари учун Абу Райҳон Беруний номидаги Тошкент политехника институти „Физика“ кафедрасининг мудири, доцент Д. М. Миркомиловга ва шу кафедра доцентлари Х. А. Ризаев, Ў. Қ. Назаров, Ш. М. Комолхўжаевга, назарий механика ва физиканинг механика бўлими орасидаги фанлараро узвий боғланишни илмий-методик жиҳатдан ўрганишдаги самарали ҳамкорлиги учун „Назарий механика“ кафедрасининг катта ўқитувчиси Қ. Б. Мўминовга ҳамда „Расм“ кафедрасининг ўқитувчиси Б. Т. Йўлдошевга ва ЎзССР ФА нинг Тил ва адабиёт институти катта илмий ходими, филология фанлари кандидати Т. А. Алиқуловга муаллиф ўзининг самимий ташаккурини билдиради.

Дарсликнинг янада яхшиланишига қаратилган барча таклиф ва мулоҳазаларни муаллиф мамнуният билан қабул қилади. Таклиф ва мулоҳазаларингизни қуйидаги адресга юборишингизни сўраймиз: *700129. Тошкент, Навоий кўчаси, 30. „Ўқитувчи“ нашриёти, физика-математика адабиёти редакцияси.*

КИРИШ

Физика... Бу грекча сўз бўлиб, табиат деган маънони англатади. Физика бизнинг эрамиздан илгарироқ вужудга келган фан, ўша вақтда унинг таркибига ҳозир химия, астрономия, биология, геология деб ном олган бир қатор табиий фанлар ҳам кирган. Кейинчалик, улар мустақил фанлар даражасида шаклланган. Умуман, физика ва бошқа табиий фанлар орасида кескин чегара мавжуд эмас. Бу сўзларнинг далили сифатида химиявий физика, геофизика, биофизика каби бирлашган фанларнинг вужудга келишини кўрсатиш мумкин. Бошқача қилиб айтганда, физикани барча табиий фанларнинг пойдевори деб ҳисоблаш мумкин. Шунинг учун ҳам Абу Райҳон Беруний ва Абу Али ибн Сино каби буюк мутафаккир олимларимизнинг илмий меросларида ҳам физикага оид талайгина оригинал фикрлар топилянти.

Физика материянинг тузилишини ва материя харакатининг энг умумий кўринишларини ўрганади. Ўрганиш тажриба асосида бошланади. Ҳодисаларни табиий шароитларда ўрганиш асосида тажриба орттириш — кузатиш деб, ҳодисаларни сунъий шароитда, яъни лаборатория шароитларида амалга ошириб тажриба ўтказишни эса эксперимент деб аташ одат бўлиб қолган. Албатта, эксперимент кузатишга нисбатан бир қатор афзалликларга эга. Биринчидан, экспериментда ахборот олиш учун сарфланадиган вақтни тежаш мумкин. Масалан, табиий шароитларда бирор ҳодиса рўй бериши учун бир неча суткалаб, ҳаттоки ойлаб кутишга тўғри келади. Лабораторияларда эса бу ҳодисани исталган вақтда амалга оширилади. Иккинчидан, табиий шароитларда амалга ошаётган тажрибада ҳодисага бир неча факторларнинг таъсири акс этган бўлади. Лабораторияда эса сунъий равишда шундай шароитлар яратиш мумкинки, натижада факторлардан фақат бирининг ўзгариши ҳодисанинг ўтиш жараёнига қандай таъсир кўрсатишини текшириш имконияти туғилади. Бошқача қилиб айтганда, экспериментда „тозароқ шароитлар“ яратиш мумкин. Бу эса тажрибада аниқланаётган катталикларни аниқроқ ўлчашга имконият яратади.

Умуман, тажриба деганда фактларни қайд қилишнигина эмас, балки фактларни системага келтириш, ҳодиса ёхуд жараённи характерловчи физик катталиклар орасидаги боғланишни ҳам сифат, ҳам миқдорий жиҳатдан аниқлашни тушуниш лозим.

Тажрибаларда йиғилган ахборотлар ҳодисани тушунтириш учун гипотеза (илмий фараз) лар яратишга асос бўлиб хизмат қилади. Гипотезани мантиқан ривожлантириш туфайли вужудга келадиган натижалар тажрибаларда тасдиқланмаса, бундай гипотеза синовдан ўтмаган, яъни хато гипотеза деб ҳисобланади.

Аксинча, гипотезадан келиб чиқувчи натижалар тажрибаларда тасдиқланган тақдирда гипотеза физик назарияга айланади. Физик назария бирор соҳадаги бир қатор ҳодисаларни, уларнинг механизми ва қонуниятларини тушунтира олиши керак. Бундан ташқари, физик назария қайд қилинмаган янги ҳодисаларни олдиндан айтиб бера олади. Агар бу янги ҳодисалар тажрибада қайд қилинса, назария яна синовдан ўтган бўлади. Шуни ҳам қайд қилмоқ лозимки, назариялар ҳам вақт ўтиши билан ривожлантирилади. Эксперимент техникасининг ўсиши билан янги ҳодисалар кашф этиладики, уларни тушунтиришга назария ожизлик қилиши мумкин. Бу ҳолларда назарияга „тузатма“ киритилади. Демак, физик назарияларнинг яратилиши ва синалиши тажрибалар билан бошланади ҳамда тажрибалар билан исботланади ва ривожлантирилади.

Физиканинг ва техниканинг ривожланиши ўзаро чамбарчас боғлиқ. Ажойиб физик кашфиётлар эртами-кечми техникада катта ўзгаришлар ясайди, чунки техника физик қонунлар заминига қурилади. Масалан, электромагнит тўлқинларни тарқатиш ва қайд қилиш, яъни радиоалоқанинг ихтиро қилиниши радиотехникага ҳаёт бағишлади. Иккинчи мисол, нейтронлар ва улар таъсирида оғир ядролар бўлинишининг кашф қилиниши ядровий энергетикага асос солди. Ўз навбатида техника тараққиёти физиканинг ривожланишини рағбатлантирувчи муҳим омилдир. Биринчидан, техника физика фани олдига янги вазифалар қўяди. Иккинчидан, физикларни янги материаллар, аниқроқ асбоблар ва қурилмалар билан таъминлайди. Масалан, ҳозирги вақтдаги ядровий тадқиқотларни замонавий техника тараққиётини ўзида мужассамлаштирган қурилмалар (ядровий реактор, синхрофазотрон, яримўтказгичли микросхемалар, электрон-ҳисоблаш машиналар)сиз тасаввур қилиб бўлмайди, албатта.

Физика фани эришаётган ютуқларни марксча-ленинча фалсафанинг асоси — диалектик материализмсиз талқин қилиб бўлмайди. Масалан, XIX аср охири ва XX аср бошидаги физик кашфиётлар (радиоактивлик, электрон массасининг тезликка боғлиқ равишда ўзгариши, энергия ва массанинг ўзаро боғлиқлиги, электрон-позитрон жуфтнинг аннигиляцияси, нисбийлик назарияси ва шунга ўхшаш) кўпгина физик тасаввур ва тушунчалардан воз кечишни талаб қилди. Бу эса бир қатор олимлар томонидан дунёни идеалистик талқин қилиш йўлидаги баҳоналаридан бири бўлди.

Ваҳоланки, фан ривожланиши билан табиатда содир бўлувчи ҳодисаларнинг моҳиятини англашда инсон билими бойиб боради. Табиий фанларга, хусусан физикага, тугалланган фан деб қараш мумкин эмас. Физика фани узлуксиз ривожланиб боради, бу ривожланиш жараёнида физик тушунчалар, қонуниятлар бойийди ва чуқурлашади. Материя тузилиши ҳақидаги бирорта ҳам физик тасаввурни тугалланган деб ҳисоблаш мумкин эмас. В. И. Ленин қайд қилганидек, физик тасаввурлар объектив реалликдан тахминий нусха (копия) бўлиб, улар кўпқиррали ҳақиқатнинг айрим босқичларини акс эттиради.

Шунинг учун диалектик материализм позициясидан физика ютуқларига ёндашиш „кризис“ ларни бартараф қилади ва фаннинг ривожланишига кўмаклашади. Ўз навбатида, физиканинг ютуқлари диалектик материализмнинг ривожланишига каттагина ҳисса қўшади. Бунда академик С. И. Вавиловнинг қуйидаги сўзларини эслаш ўринли: „Физика принциплари ва қонунларининг, асосий тушунчалари ва таърифларининг ниҳоят кенг характери бу фанни фалсафа билан яқинлаштиради. Физика фанининг моҳияти ҳақидаги аниқ тасаввурларга эга бўлмасдан туриб фалсафий жиҳатдан маълумотли бўлиш мумкин эмас“.

Физика фанининг тараққиёти бошқа фанларнинг ривожланишига ҳам ҳисса қўшяпти. Масалан, химия ва биология фанларида охирги кашфиётларнинг аксарияти назарий ва экспериментал физика методларига таянган ҳолда амалга ошяпти. Шунинг учун ҳам С. И. Вавилов физикани замонавий фаннинг „штаби“ деб атаган. Демак, илмий-техник тараққиёт билан баравар қадам ташлайдиган ҳар бир инженер физиканинг асосий қонунларига оид билимни эгаллаши шарт.

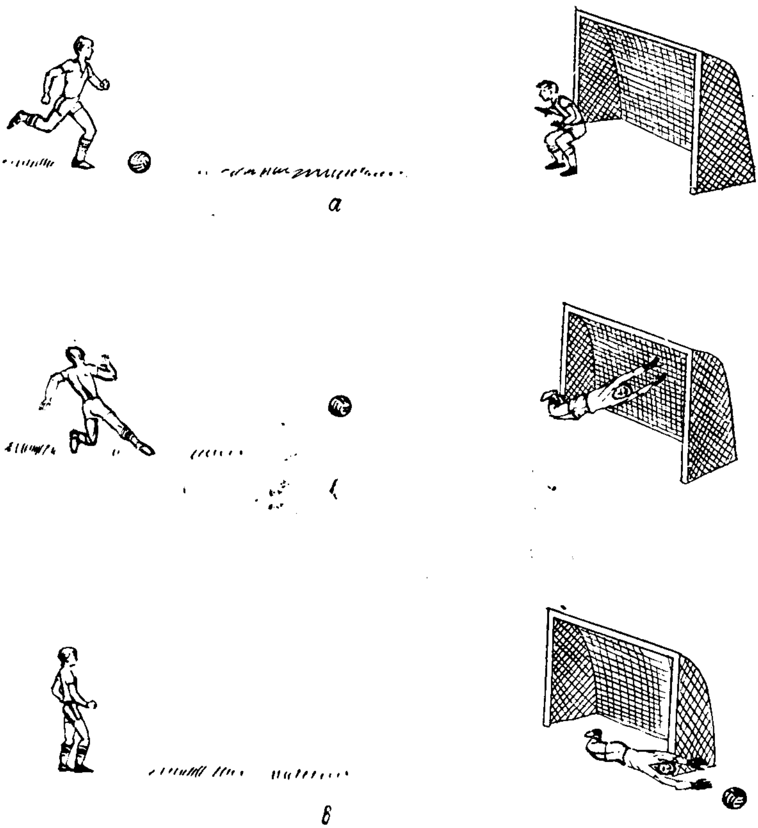
I боб

МОДДИЙ НУҚТАЛАР МЕХАНИКАСИ

1- §. Саноқ системаси

Материя, вақт, фазо... Материя—инсон онгига боғланмаган ҳолда мавжуд бўлган объектив реалликдир. Материя инсоннинг сезги органларига таъсир этиб, унда сезги уйғотади, яъни инсон материяни идрок қилади. Материя икки кўринишда намоён бўлади: 1) модда кўринишида, масалан, қаттиқ, суюқ, газсимон ва плазма ҳолатидаги жисмлар; 2) майдон кўринишида, масалан, табиатдаги барча жисмларни ўзаро тортишишида намоён бўладиган гравитацион майдон, электромагнит майдон, ядровий кучлар майдони. Материянинг ҳар қандай ўзгариши *ҳаракат* деб аталади. Механик ҳаракат эса энг оддий ҳаракатлардан бири ҳисобланади ва у модда кўринишидаги материя (яъни жисмлар ёки бирор жисм айрим қисмлари)нинг вақт ўтиши билан фазодаги кўчишини англатади. Механик ҳаракатни фазо ва вақтдан ажралган ҳолда тасаввур қилиб бўлмайди, чунки ҳар қандай ҳодиса ёки жараён фазонинг қаеридадир ва қачондир содир бўлади. Ҳақиқатан, бирор ҳодиса ҳақида гап борганда беихтиёр „қачон?“, „қаерда?“ деган саволлар туғилади.

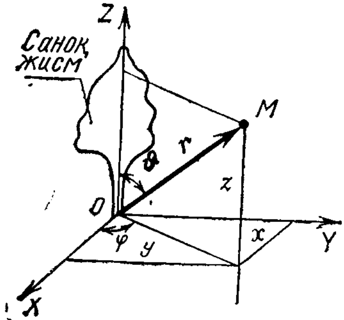
Масалан, футбол ўйинида ҳужумчи тўпни тепиб дарвоза томон йўналтирди. Тўпнинг турли онлардаги вазиятлари 1.1- расмда тасвирланган. Бу расмлардан қуйидаги хулосага келиш мумкин: тўпнинг ҳаракатини билиш учун тўпнинг турли вақтларда бошқа жисмларга нисбатан эгаллаган вазиятларини аниқлай билиш лозим. Бунинг учун, биринчидан, шундай қўзғалмас жисмларни танлаш керакки, уларга нисбатан тўпнинг турли пайтлардаги вазиятларини белгилаш мумкин бўлсин. Ҳаракати текширилаётган жисмнинг турли пайтларда фазодаги вазиятларини аниқлаш учун асос бўлиб хизмат қиладиган бундай қўзғалмас жисмлар *саноқ бошланадиган жисмлар* деб аталади. Иккинчидан, ҳаракатланаётган жисм(тўп)ни саноқ бошланадиган жисмларга нисбатан бир неча вазиятларини ва бу вазиятларга мос келувчи вақтларни белги-



1.1- расм.

лаш керак. Бизнинг мисолимизда саноқ бошланадиган жисм сифатида дарвоза тўсинини, устунини ёки стадиондаги ихтиёрий қўзғалмас жисмларни танлаш мумкин. Бу ҳолда тўпнинг ҳаракатини ифодалаш учун „тўп дарвоза томон йўналяпти“, „тўп дарвозанинг ўнг устуни ёнидан ўтиб кетди“ каби ибораларни қўллаш мумкин бўлади. Умуман, жисмнинг вазиятини ифодалаш учун саноқ бошланадиган жисмлар билан боғлиқ бўлган координаталар системасидан фойдаланилади. Энг кўп қўлланиладиган координаталар системаси—Декарт координаталари системасидир.

Ньютон томонидан асос солинган ва биз ушбу бобда ўрганмоқчи бўлган механикада—классик механикада фазо бир жинсли ва изотроп, яъни турли йўналишлардаги хусусиятлари бир хил деб қабул қилинади. Бир жинсли



1.2-расм.

ва изотроп фазода координата ўқларининг бошини (O нуқтани) бирор саноқ бошланадиган жисм билан боғлайлик (1.2- расмга қ.). У ҳолда ихтиёрий M жисм (масалан, футбол тўпи)нинг вазиятини учта координата—x, y, z лар белгилайди. M жисмнинг фазодаги вазиятини мазкур жисм координаталар бошидан қандай масофа узоқликда ва қайси йўналишда жойлашганлигини ифодалайдиган катталик билан ҳам аниқлаш мумкин. Бу катталик *радиус-вектор* деб аталади, у—координата бошини нуқтавий жисм билан бирлаштирувчи вектордир. Радиус-векторнинг модули r кесма билан, йўналиши эса θ ва φ бурчаклар ёрдамида ифодаланади. Бу иккала координаталар системаси—жисм вазиятини координаталар ва радиус-вектор орқали ифодалаш эквивалентдир. Ҳақиқатан,

1) сферик координаталар—r, θ, γ лардан Декарт координаталари—x, y, z ларга қуйидаги ифодалардан фойдаланиб ўтиш мумкин:

$$x=r\sin\theta\,\cos\varphi, \tag{1.1а}$$

$$y=r\sin\theta\,\sin\varphi, \tag{1.1б}$$

$$z=r\cos\theta, \tag{1.1в}$$

2) x, y, z лардан r, θ, φ ларга ўтиш учун қуйидаги ифодалардан фойдаланиш керак:

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}, \tag{1.2а}$$

$$\cos\,\theta=\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \tag{1.2б}$$

$$\mathrm{tg}\varphi=\frac{y}{x}. \tag{1.2в}$$

Жисм ҳаракатини ифодалаш учун зарур бўлган яна бир тушунча—*вақтдир*. Классик механика тасаввурларига асосан, вақт фазога боғлиқ эмас. Бу ҳақда Ньютон қуйидагича ёзган: „Абсолют, ҳақиқий ёки математик вақт ўз-ўзидан ички табиати билан бирор ташқи нарсага боғлиқ бўлмай, текис ўтади“.

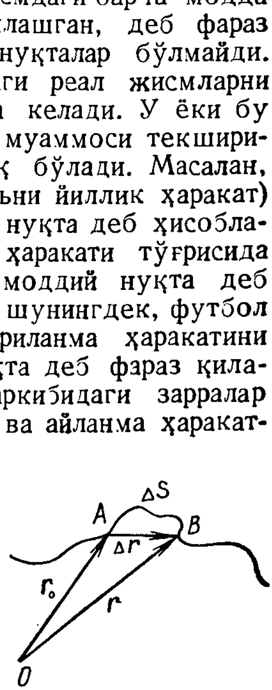
Вақтни ўлчаш учун қўлланиладиган асбоб—соат сифатида ҳар қандай даврий жараёндан фойдаланиш мумкин. Ернинг суткалик ёки йиллик ҳаракати, маятникнинг тебранма ҳаракати ҳам вақтни ўлчашда кенг қўлланилади. Шундай қилиб, *жисмнинг фазодаги вазиятини белгилаш учун фойдаланиладиган координаталар системаси ва вақтни қайд қилишда қўлланиладиган асбоб—соат биргаликда саноқ системаси деб аталади.*

2- §. Моддий нуқта кинематикасининг элементлари

Механик ҳаракатни шартли равишда иккига бўлиб ўрганилади: биринчи қисми—кинематикада жисмлар ҳаракати геометрик нуқтаи назардан, яъни ҳаракатни вужудга келтирувчи сабабга боғламай текширилади; жисмлар ҳаракати ва бу ҳаракатни вужудга келтирувчи сабаблар орасидаги боғланиш эса механиканинг динамика деб аталувчи иккинчи қисмида ўрганилади.

Кинематика асосларини ўрганишдан олдин моддий нуқта тушунчаси билан танишиб олайлик. *Моддий нуқта* деганда шакли, ўлчамлари ва тузилиши ҳал қилинаётган масала учун аҳамиятга эга бўлмаган, ўзида бирор модда миқдорини мужассамлаштирган жисм тушунилади. Моддий нуқта деб қаралаётган жисмдаги барча модда битта геометрик нуқтага мужассамлашган, деб фараз қилинади. Аслида, табиатда моддий нуқталар бўлмайди. Моддий нуқта тушунчаси табиатдаги реал жисмларни идеаллаштириш натижасида вужудга келади. У ёки бу жисмни моддий нуқта деб ҳисоблаш муаммоси текширилаётган масаланинг мазмунига боғлиқ бўлади. Масалан, Ернинг Қуёш атрофидаги ҳаракати (яъни йиллик ҳаракат) ҳақида фикр юритганда Ерни моддий нуқта деб ҳисобласа бўлади. Лекин Ернинг суткалик ҳаракати тўғрисида мулоҳаза юритиладиган бўлса, Ерни моддий нуқта деб ҳисоблаш асло мумкин эмас. Худди шунингдек, футбол тўпи ёки газ молекуласининг илгариланма ҳаракатини текшириш чоғида уларни моддий нуқта деб фараз қилавериш мумкин. Лекин молекула таркибидаги зарралар ҳаракати ёки молекуланинг тебранма ва айланма ҳаракатлари ҳақида гап борганда, уларни моддий нуқта дейиш ўринли бўлмайди, албатта.

Бирор моддий нуқтанинг ҳаракатини кузатайлик. Кузатиш бошланганда моддий нуқта фазонинг *A* нуқтасида жойлашган. A нуқтанинг фазодаги ўрни (вазияти)ни $\mathbf{r}_0$ радиус-вектор орқали ифодалайлик (1.3- расм). Бирор Δt вақтдан



1.3- расм.

сўнг моддий нуқта ҳаракатланиб фазонинг B нуқтасига келиб қолади. Моддий нуқтанинг бу вазияти $\mathbf{r}$ радиус-вектор орқали ифодаланади. У ҳолда моддий нуқтанинг охирги ва бошланғич вазиятларини ифодаловчи радиус-векторлар айирмаси, яъни A ва B нуқталарни бирлаштирувчи ва A дан B томон йўналган ушбу

$$\mathbf{r}-\mathbf{r}_0=\Delta\mathbf{r}$$

вектор моддий нуқта кўчишини характерлайди. Мазкур вектор моддий нуқтанинг бошланғич ва охирги вазиятлари ҳақида, яъни моддий нуқта қаердан-қаерга келиб қолганлиги ҳақида ахборот беради, холос. Дарҳақиқат, моддий нуқта A дан B га етиб келгунча бир қатор оралиқ вазиятлардан ўтади. Бу вазиятларни ифодаловчи нуқталар Δs эгри чизиқни ташкил этади. Бу эгри чизиқ моддий нуқтанинг *траекторияси* деб, эгри чизиқ узунлиги эса моддий нуқтанинг *босиб ўтган йўли* деб аталади. Демак, босиб ўтилган йўл моддий нуқта бошланғич вазиятдан охирги вазиятга қандай вазиятлар орқали етиб келганлиги ҳақида ҳам ахборот беради. Моддий нуқта ҳаракатининг траекториялари тўғри ва эгри чизиқлардан иборат бўлиши мумкин. Биринчи ҳолда тўғри чизиқли ҳаракат, иккинчи ҳолда эса эгри чизиқли ҳаракат амалга ошаётган бўлади.

Моддий нуқтанинг ҳаракатланиш жараёнида унинг фазодаги вазияти вақт ўтиши билан ўзгаради. Бу ўзгариш қандай жадаллик билан содир бўлаётганини характерлаш учун *тезлик* тушунчасидан фойдаланилади.

Хусусан, Δt вақт давомидаги моддий нуқтанинг кўчиши $\Delta\mathbf{r}$ бўлса,

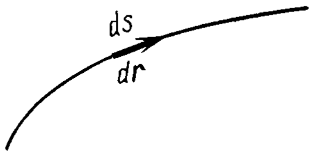
$$\mathbf{v}_{\text{ўр}}=\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} \qquad (1.3)$$

катталикни *ўртача тезлик* деб аталади. Демак, моддий нуқтанинг ўртача тезлиги — бирлик вақт давомидаги кўчиш билан ифодаланувчи катталикдир.

Δt вақтни чексиз кичрайтирилганда (1.3) ифода интиладиган лимитни моддий нуқтанинг оний тезлиги деб аталади, яъни

$$\mathbf{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}=\frac{d\mathbf{r}}{dt}. \qquad (1.4)$$

Тўғри чизиқли ҳаракатда (ҳаракат бир томонга содир бўладиган ҳол учун) $\Delta\mathbf{r}$ кўчиш ва босиб ўтилган Δs йўл бир-бирини устига тушади (лекин $\Delta\mathbf{r}$ вектор, Δs эса скаляр катталик эканлигини унутмайлик!). Эгри чизиқли ҳаракатда $\Delta\mathbf{r}$ ва Δs устма-уст тушмайди. Лекин бир-бирига жуда яқин бўлган вазиятлар орасидаги кўчиш (одатда, *элементар кўчиш* деб аталади) модулини ва бу кўчишда босиб ўтилган йўл (яъни элементар йўл)ни амалда бир-биридан фарқ қилиш қийин (1.4- расмга қ.). Шунинг учун элементар кўчиш ва элементар йўл учун мос равишда $d\mathbf{r}$ ва ds белгилашлар киритсак, $|d\mathbf{r}| = ds$ деб ёза оламиз.



1.4 расм.

Моддий нуқтанинг оний тезлиги ҳақида фикр юритилганда, оддийгина қилиб, моддий нуқта тезлиги деб гапирилади: Шундай қилиб, *моддий нуқтанинг тезлиги вектор катталик бўлиб, у кўчиш векторидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила тарзида, модули эса йўлдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила тарзида ҳам аниқланиши мумкин, яъни*

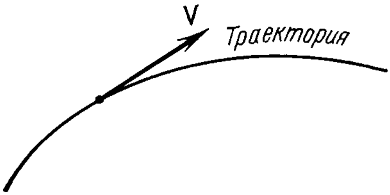
$$v = |\mathbf{v}| = \frac{|d\mathbf{r}|}{dt} = \frac{ds}{dt}. \tag{1.5}$$

Тўғри чизиқли ҳаракатда тезлик вектори траектория бўйлаб ҳаракат содир бўлаётган томонга қараб йўналган. Эгри чизиқли ҳаракатда эса $d\mathbf{r}$ нинг йўналиши траектория айни нуқтасига ўтказилган уринма билан устма-уст тушади. Шунинг учун эгри чизиқ бўйича ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг тезлиги траекториянинг айни нуқтасидан ҳаракат томонига қараб ўтказилган уринма бўйлаб йўналган бўлади (1.5- расм).

Агар моддий нуқта тезлиги вақт ўтиши билан ўзгармаса ($|\mathbf{v}|=\mathrm{const}$) текис ҳаракат амалга ошаётган бўлади. Тезлик вақт ўтиши билан ўзгарса ($|\mathbf{v}|\neq\mathrm{const}$) моддий нуқта ўзгарувчан ҳаракат қилаётган бўлади. Тезлик ўзгаришини характерлаш учун *тезланиш* деб аталувчи катталикдан фойдаланилади. Моддий нуқтанинг тезлиги Δt вақт давомида $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$ га ўзгарган бўлса (бунда $\mathbf{v}_0$ ва $\mathbf{v}$ мос равишда бошланғич ва охирги тезликлар), унинг тезланиши

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right) = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \tag{1.6}$$

ифода билан аниқланади. Демак, *тезланиш — моддий нуқта тезлигининг бирлик вақт давомидаги ўзгаришини характерлайдиган вектор катталик бўлиб, у тезлик векторидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила ёки кўчиш векторидан вақт бўйи-*



1.5- расм.

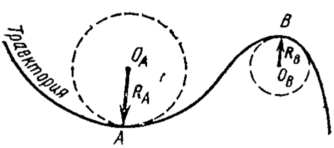
ча олинган иккинчи тартибли ҳосила тарзида ифодаланади. Моддий нуқта ҳаракатининг траекторияси тўғри чизиқдан иборат бўлган ҳолда (яъни тезликнинг фақат қиймати ўзгарганда) тезланиш вектори траектория бўйлаб йўналади. Агар тўғри чизиқли ҳаракат тезланувчан (яъни $a>0$) бўлса, тезланиш вектори ҳаракат йўналишида, аксинча, ҳаракат секинланувчан (яъни $a<0$) бўлган тақдирда тезланиш вектори ҳаракатга тескари томонга йўналган бўлади. $|\boldsymbol{a}|=\text{const}$ шарт бажарилса, ҳаракат текис ўзгарувчан бўлади. Текис ўзгарувчан ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг ихтиёрий t вақтдаги тезлиги ва босиб ўтган йўли мос равишда

$$v=v_0+at \text{ ва } s=v_0t+\frac{at^2}{2} \qquad (1.7)$$

ифодалар ёрдамида топилади.

3- §. Эгри чизиқли ҳаракатдаги тезланишлар

Эгри чизиқли ҳаракат қилаётган моддий нуқталарнинг траекториялари ёхуд бир траекториянинг айрим қисмларини характерлаш учун *эгрилик* тушунчасидан фойдаланилади. Масалан, 1.6- расмда тасвирланган траекториянинг A нуқта атрофидаги қисмининг эгрилиги B нуқта атрофидаги қисмининг эгрилигидан кичикроқ, деб гапиришга одатланилган. Эгрилик деб аталувчи катталик ҳақида фикримизни ойдинлаштириш мақсадида 1.7- расмда тасвирланган траектория A нуқтасининг эгрилигини аниқлайлик. Бунинг учун траекториянинг A нуқтасига яқин бўлган C ва D нуқталарни танлаймиз. Бу нуқталардан перпендикулярлар чиқарамиз (эгри чизиқ ихтиёрий нуқтасига ўтказилган перпендикуляр ва уринма ўзаро перпендикулярдир), улар кесишган нуқтани марказ қилиб $R=OA$ радиусли айлана ўтказамиз. Мазкур айлана траектория-

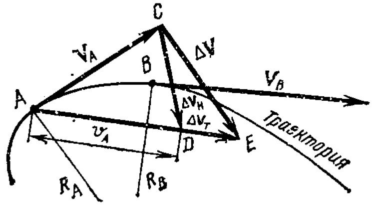


1.6- расм.

1.7- расм.

нинг A нуқта атрофидаги қисми билан устма-уст тушади. Бу айлананинг радиуси траектория A нуқтасининг эгрилик радиуси, O нуқтани эгрилик маркази деб ҳисобланади. Эгрилик радиусига тескари бўлган

$$\rho=\frac{1}{R} \qquad (1.8)$$



1.8- расм.

катталикни эса траектория айни нуқтасининг эгрилиги деб аталади. Демак, траекториянинг эгрилик радиуси каттароқ бўлган қисмидаги эгрилик кичикроқ бўлар экан ва аксинча. Шунинг учун 1.6- расмдаги траекторияда A соҳанинг эгрилиги B соҳанинг эгрилигидан кичикроқ.

Эгри чизиқли ҳаракатда вақт ўтиши билан тезлик векторининг фақат йўналишигина эмас, балки миқдори ҳам ўзгариши мумкин. Ана шундай умумий ҳол устида мулоҳаза юргизайлик. Кузатиш бошланганда эгри чизиқли ҳаракат қилаётган моддий нуқта траекториянинг A нуқтасидан ўтаётган бўлсин (1.8- расмга қ.). Бирор Δt вақт ўтгач, у B нуқтага етиб келади. A ва B нуқталардаги тезликларни мос равишда $\mathbf{v}_A$ ва $\mathbf{v}_B$ деб белгилайлик. A ва B лар оралиғида вужудга келган тезлик ўзгаришини топиш учун $\mathbf{v}_B$ векторни A нуқтага кўчирайлик, у ҳолда $\mathbf{v}_A$ вектор учини (C нуқта) кўчирилган $\mathbf{v}_B$ вектор учи (E нуқта) билан туташтирувчи вектор изланаётган тезлик ўзгариши ($\Delta\mathbf{v}=\mathbf{v}_B-v_A$) ни ифодалайди. $\Delta\mathbf{v}$ ни икки векторнинг йиғиндиси шаклида ҳам тасаввур қилиш мумкин. Бунинг учун AE кесма устида A дан v_A қадар узоқликда ётган D нуқтани танлайлик. C ва D нуқталарни бирлаштирувчи векторни $\Delta\mathbf{v}_н$ билан, D ва E нуқталарни бирлаштирувчи векторни эса $\Delta\mathbf{v}_т$ билан белгилайлик. $\Delta\mathbf{v}$ ана шу икки векторнинг йиғиндисидан иборат деб ҳисоблаш мумкин, яъни

$$\Delta\mathbf{v}=\Delta\mathbf{v}_н+\Delta\mathbf{v}_т. \qquad (1.9)$$

Шунинг учун мазкур ҳолда

$$a=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}_н}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}_т}{\Delta t} \qquad (1.10)$$

ни ёза оламиз. Бу ифодадаги лимитлар устида фикр юритайлик.

1. Δt вақт интервалини кичрайтираверсак, яъни Δt нолга интилган сари B нуқта A нуқтага яқинлашаверади ва лимитда $\mathbf{v}_B$ вектор $\mathbf{v}_A$ вектор билан устма-уст туши-

ши керак. Натижада $\Delta\mathbf{v}_н$ вектор кичрайиб боради ва лимитда (яъни $\Delta t \to 0$ да) $\mathbf{v}_A$ векторга перпендикуляр йўналган бўлади. Бошқача қилиб айтганда, $\Delta\mathbf{v}_н$ вектор лимитда траектория A нуқтасининг эгрилик маркази томон йўналган бўлади. Шунинг учун (1.10) ифодадаги биринчи лимитни марказга *интилма тезланиш* ёки *нормал тезланиш* деб аталади ва $\mathbf{a}_н$ билан белгиланади, яъни

$$\mathbf{a}_н = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{v}_н}{\Delta t} . \qquad (1.11)$$

Унчалик мураккаб бўлмаган геометрик мулоҳазалар асосида траектория ихтиёрий нуқтасидаги нормал тезланишнинг модули мазкур нуқтадаги тезлик квадратининг траектория айни соҳасининг эгрилик радиусига бўлган нисбатига тенглигини топамиз:

$$a_н = \frac{v^2}{R} . \qquad (1.12)$$

2. $\Delta\mathbf{v}_т$ вектор лимитда (яъни $\Delta t \to 0$ да) траекториянинг A нуқтасига ўтказилган уринма билан устма-уст тушади. Шунинг учун (1.10) ифодадаги иккинчи лимитни *уринма тезланиш* ёки *тангенциал тезланиш* деб аталади ва $\mathbf{a}_т$ деб белгиланади, яъни

$$\mathbf{a}_т = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{v}_т}{\Delta t} . \qquad (1.13)$$

$\Delta\mathbf{v}_т$ векторнинг модули Δt вақт ичида тезликнинг миқдори қанчага ўзгарганлигини ифодалайди:

$$|\Delta\mathbf{v}_т| = v_B - v_A .$$

Шунинг учун уринма тезланишнинг модули

$$a_т = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta\mathbf{v}_т|}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \qquad (1.14)$$

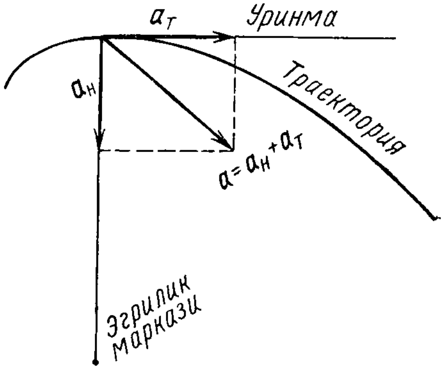
шаклида ифодаланади.

Шундай қилиб, (1.10) га асосан, тўлиқ тезланиш (1.9-расмга қ.) нормал ва уринма тезланишларнинг вектор йиғиндисидан иборат:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_н + \mathbf{a}_т . \qquad (1.15)$$

Демак, эгри чизиқли ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг ҳар бир ондаги тўлиқ тезланишини икки ташкил этувчига — тезликнинг йўналиш бўйича ўзгариш жадаллигини ифодалайдиган нормал тезланишга ва тезликнинг миқдорий жиҳатдан ўзгариш жадаллигини ифодалайдиган уринма тезланишга ажратиш мумкин. Хусусий ҳолларни қараб чиқамиз.

1) уринма тезланиш нолга тенг бўлганда ($a_т = 0$), тўлиқ тезланиш фақат нормал тезланишдан иборат бўлади. Бундай ҳол моддий нуқта айлана бўйича ҳаракатланганда (яъни тезлик миқдоран ўзгармаганда) амалга ошади, чунки $v = \text{const}$ бўлгандагина $a_т = \frac{dv}{dt} = 0$ тенглик бажарилади-да!

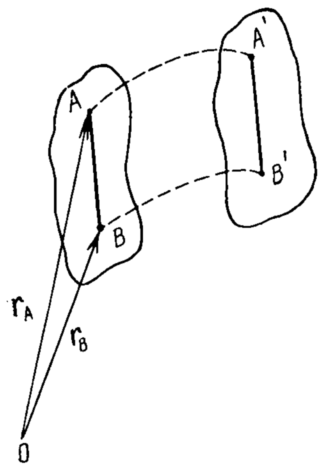


1.9- расм.

2) нормал тезланиш нолга тенг бўлганда ($a_н = 0$) тўлиқ тезланиш фақатгина уринма тезланишдан ташкил топган бўлади. Нормал тезланиш нолга тенг бўлган тақдирда тезлик йўналиши ўзгармаслиги керак. Бундай шароит фақат тўғри чизиқли ҳаракатдагина амалга ошади. Дарҳақиқат, тўғри чизиқни эгрилик радиуси ниҳоят катта ($R \to \infty$) бўлган эгри чизиқ деб қараш мумкин. Натижада $R \to \infty$ бўлган траектория бўйича ҳаракат қилаётган моддий нуқта нормал тезланишининг модули $a_н = \frac{v^2}{R} \to 0$ дир.

4-§. Моддий нуқта динамикаси

Моддий нуқта кинематикасининг асослари билан танишганда ҳаракат қонунлари ҳақида фикрлашдик, лекин бу ҳаракатларни вужудга келтирувчи сабаблар билан қизиққанимиз йўқ. Ҳақиқатан, кўп асрлар давомидаги кузатишларда инсоният қаердадир ва қачондир ҳаракатни вужудга келишини ёки йўқолишини бирор марта ҳам қайд қилмаган. Шунинг учун материалистик таълимот „ҳаракат — материя билан чамбарчас боғлиқ бўлган хусусият" деб ҳисоблайди. Бошқача қилиб айтганда, ҳаракат доимо мавжуд эди ва бундан кейин ҳам мавжуд бўлаверади, материя ва унинг ҳаракати пайдо бўлиб қолмайди ва йўқолмайди. Материалистик таълимотнинг ана шу хулосаларига асосланиб „ҳаракат қаердан вужудга келган?" деган саволга жавоб излаб ўтирмайлик, балки жисмлар ҳаракатининг ўзгаришлари (яъни тезлик ўзгариши ва тезланишнинг вужудга келиши), бу ўзгаришларнинг сабаби



1.10- расм.

ва улар орасидаги миқдорий боғланишлар ҳақидаги динамика масалалари билан шуғулланайлик. Бу масалаларнинг асосини Ньютоннинг учта қонуни ташкил этади.

Ньютон қонунларининг моҳияти билан танишишдан олдин моддий нуқта ва жисм ҳаракати тушунчаларини ойдинлаштириб олайлик. Умуман, каттиқ жисмнинг ҳаракатланиши жараёнида жисмнинг турли нуқталари турлича ҳаракатланадилар. Лекин жисмнинг ихтиёрий ҳаракатини оддий ҳаракатларнинг йиғиндиси сифатида тасаввур қилиш мумкин. Оддий ҳаракатлардан бири — илгариланма ҳаракатдир: *жисмдаги ихтиёрий икки нуқтани туташтирувчи тўғри чизиқ* (1.10- расмга қ.) *ўз-ўзига параллел равишда кўчадиган ҳаракатни илгариланма ҳаракат деб аталади.* Илгариланма ҳаракат қилаётган жисмнинг барча нуқталари бир хил траектория чизиб ҳар онда бирдай тезлик ва бирдай тезланишга эга бўлади. Ҳақиқатан, AB кесма A ва B нуқталарининг радиус-векторларини мос равишда $\mathbf{r}_A$ ва $\mathbf{r}_B$ билан белгиласак (1.10- расмга қ.), $\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \overrightarrow{AB}$ бўлади. Бунда жисм илгариланма ҳаракат қилганда $\overrightarrow{AB}$ вектор ўзгармас эканлигини ҳамда (1.4) ва (1.6) муносабатларни эътиборга олсак, юқоридаги фикрнинг тўғрилигига ишонч ҳосил қиламиз. Шунинг учун илгариланма ҳаракат қилаётган жисмнинг траекторияси, тезлиги ва тезланиши деганда ана шу жисм ихтиёрий танланган нуқтасининг траекторияси, тезлиги ва тезланишини тушунамиз. Бу бобда илгариланма ҳаракат динамикаси билан танишамиз. Демак, нуқта ва жисм ҳаракати тушунчалари мазкур бобда бир хил маънони англатаверади.

Ньютоннинг биринчи қонуни. Бу қонун, даставвал, Галилей томонидан аниқланган. Галилей ўз тажрибаларига асосланган ҳолда қуйидаги хулосага келади: *агар жисмга бошқа жисмлар таъсир этмаса, у ўзининг тинч ҳолатини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатини сақлайди.* 1687 йилда И. Ньютоннинг „Натурал фалсафанинг математик асослари“ деб номланган китоби нашр этилди. Бу китобда Ньютон ҳаракатларни ўрганишга доир ўзигача бўлган барча маълумотларни умумлаштирди ва динамиканинг учта асосий қонунини баён қилди. Шу сабабли динамика қонунлари Ньютон қонунлари деб, юқорида баён этилган таъриф эса Ньютоннинг биринчи қонуни деб ном олган.

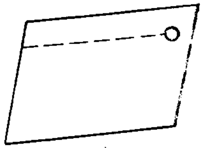
Ньютоннинг биринчи қонуни жисмга бошқа жисмлар таъсир этмаган ҳолда бажарилади. Бундай жисмни, агар у мавжуд бўлса, *эркин жисм* деб, унинг ҳаракатини эса эркин ҳаракат деб аташ лозим. Лекин табиатда эркин жисмлар йўқ. Аммо Коинотда шундай жисмлар бўлиши мумкинки, унга бошқа жисмлар томонидан таъсирлар кузатувчи сезмайдиган даражада заиф бўлади. Бундай деярли эркин жисмлардан ташқари шундай жисмни тасаввур қилиш мумкинки, бошқа жисмларнинг бу жисмга таъсирлари ўзаро компенсацияланади. Бундай жисмнинг хусусияти эркин жисмникига ўхшаш бўлганлиги туфайли уни *квазиэркин жисм* („квази" сўзи ўхшаш деган маънони англатади) деб аташ мумкин. Ньютон биринчи қонунининг моҳиятига тушуниш учун саноқ системаси деб аталувчи тушунчани ойдинлаштириб олиш керак. Ҳақиқатан, жисмнинг тинч ҳолати ёки тўғри чизиқли текис ҳаракати нисбий бўлиб, у саноқ системасига боғлиқ. Масалан, бир-бирига нисбатан бирор тезланиш билан ҳаракатланаётган икки саноқ системаси мавжуд бўлсин. Бу системаларнинг бирида тинч ҳолатини сақлаётган жисм иккинчи саноқ системасида тезланиш билан ҳаракат қилади. Демак, Ньютоннинг биринчи қонуни барча саноқ системаларида бажарилавермайди. Лекин шундай саноқ системаси мавжудки, унда эркин ёки квазиэркин жисм ўзининг тинч ҳолатини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатини сақлайди. Бошқача айтганда, эркин ёки квазиэркин жисм ўз тезлигини ўзгартирмайди (яъни бу системага нисбатан жисм тезланишга эга бўлмайди). Бундай саноқ системасини *инерциал саноқ системаси* деб аталади. Бинобарин, Ньютоннинг биринчи қонуни бажариладиган саноқ системасини инерциал саноқ системаси деб, акс ҳолда эса ноинерциал саноқ системаси деб атай оламиз. Бирор инерциал саноқ системасига нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган ихтиёрий саноқ системаси ҳам инерциал саноқ системаси бўлади. „Инерциал саноқ системаси" тушунчаси тақрибийдир. Буни қуйидаги мисол устида ойдинлаштирайлик.

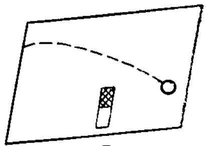
Тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётган поезд вагони ичидаги одам тинч ҳолатда бўлсин. Поезд ҳаракати кескин тезлашганда одам беихтиёр орқа томонга, секинлашганда эса олдинга қараб силкинади. Бунинг сабаби шундаки, Ер сирти билан боғлиқ бўлган саноқ системасига (бу системани тақрибан инерциал саноқ системаси деб ҳисоблайлик) нисбатан вагон текис ҳаракатланаётганда вагон ичидаги одам ҳам ерга нисбатан текис ҳаракатланаётган эди. Тормозланиш ёки тезланиш туфайли поезд тўғри чизиқли текис ҳаракатдан четга чиқади, лекин вагон ичидаги одам ерга нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракатини сақлашга интилади. Бунинг натижасида одамнинг вагон деворларига нисбатан силжиши кузатилади. Мазкур мисолда Ер сирти билан боғлиқ бўлган саноқ системасини, амалда, инерциал саноқ системаси деб ҳисобладик. Аслида бу система инерциал саноқ системаси эмас, чунки Ер ўз ўқи атрофида айланади (суткалик ҳаракат) ва Қуёш атрофида эгри чизиқли траектория бўйича ҳаракатланади (йиллик ҳаракат). Шунинг учун Ер сиртида тинч турган жисмлар (Ер сирти билан боғланган саноқ системаси ҳам) тезланиш олади. Лекин баъзи амалий ҳолларда, хусусан баён қилинган мисолда, бу ноинерциалликни ҳисобга олмаса ҳам бўлади (аниқ тафсилоти IV бобнинг 3-§ ида баён этилади). Умуман, „инерциал саноқ системаси" абстракт тушунча. Лекин анчагина аниқлик билан координата боши Қуёшда, координата ўқлари эса узоқда жойлашган ва бир текисликда ётмаган юлдузлар томон йўналган саноқ системасини инерциал саноқ системаси деб ҳисобласа бўлади.

Шундай қилиб, Ньютоннинг биринчи қонунини қуйидагича таърифласа ҳам бўлади: *инерциал саноқ системасида эркин ёки квазиэркин жисм ўз тезлигини ўзгартирмайди.* Бу таърифда моддий нуқтанинг тинч ҳолати — тезлиги нолга тенг бўлган ҳаракат экани назарда тутилади.

Инерциал саноқ системаларида жисмга бошқа жисмлар таъсир этмагунча, яъни унинг эркинлиги (квазиэркинлиги) бузилмагунча мазкур жисмнинг ўз ҳаракат тезлигини сақлаш ҳодисаси *инерция* деб, ҳаракатни эса инерция бўйича ҳаракат деб аталади. Моддий нуқтанинг тинч (яъни $v = 0$) ҳолати инерция бўйича ҳаракатнинг хусусий ҳолидир. Шу сабабли Ньютоннинг биринчи қонунини, баъзан, инерция қонуни деб ҳам юритилади.

Ньютоннинг иккинчи қонуни. Ньютоннинг биринчи қонунига асосан, инерциал саноқ системасидаги ихтиёрий жисм ўзининг тинч ҳолатини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатини ўзгартириб тезланиш олиши шу жисмга бошқа жисм (ёки жисмлар) таъсир этган ҳоллардагина содир бўлади. Демак, жисм тезлигининг ўзгариши (яъни тезланишга эришиши) жисмларнинг ўзаро таъсирлашиш натижасидир. Бу ўзаро таъсир жараёнида бир жисмдан иккинчи жисмга ҳаракатнинг узатилиши содир бўлади. Ҳаракатнинг узатилиши фақат жисмларнинг бир-бирига бевосита тегишида, масалан, жисмларнинг механик урилишларида амалга ошиши шарт эмас. Бу сўзларимизнинг исботи тариқасида столнинг силлиқ горизонтал сирти устида ҳаракат қилаётган пўлат шарчани кузатайлик. Бирор таъсир бўлмаса шарча тўғри чизиқ бўйича ҳаракатланади (1.11-*а* расм). Агар стол устига кучли магнит жойлаштирсак (1.11-*б* расмга қ.), шарчанинг траекторияси магнит томон оғган эгри чизиқдан иборат бўлади.


а)


б)

1.11- расм.

Кузатишларнинг кўрсатишича, жисмга кўрсатилаётган таъсир бу жисмнинг тезланиш олиши тарзидагина эмас, балки жисмнинг деформацияланиши шаклида ҳам намоён бўлиши мумкин. Масалан, деворга урилган ўқ деворга тезланиш бермаса-да, лекин деворда чуқурча ҳосил қилади. Бунда деворнинг айрим қисмлари бир-бирига нисбатан силжийди, яъни деформация ҳодисаси ва бирор иссиқлик миқдорининг ажралиши кузатилади.

Умуман, жисмга бериладиган таъсирни *куч* деб аталадиган катталик билан ифодаланади ва унинг миқдори жисм эришадиган тезланиш ёки деформация билан аниқланади. Аммо шуни алоҳида қайд қилайликки, кучлар ҳаракатнинг бирламчи сабабчиси эмас, балки ҳаракатни бир жисмдан иккинчи жисмга узатувчи воситачилардир.

Тажрибаларнинг кўрсатишича, миқдори бир хил бўлган кучлар таъсирида турли жисмлар турлича тезланиш олади. Кичик тезланиш оладиган жисмлар ҳақида инертлиги катта жисмлар деб, катта тезланиш оладиганлари ҳақида эса инертлиги кичик жисмлар деб гапирилади. Бинобарин, *инертлик — жисмнинг „қайсарлик“ қилиб ўз тезлигини ўзгартиришни „хоҳламаслиги“дир.*

Ихтиёрий бирор жисмга миқдорлари F_1, F_2, F_3, ... бўлган кучлар навбатма-навбат таъсир этадиган тажрибада жисм оладиган тезланишнинг қийматлари ҳам турлича (мос равишда a_1, a_2, a_3, ...) эканлиги аниқланган. Лекин таъсир этувчи кучнинг жисм эришган тезланишга нисбати барча ҳолларда ўзгармас катталик бўлади, яъни

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \ldots = \text{const}.$$

Жисмга таъсир этувчи кучнинг шу куч таъсирида жисм оладиган тезланишга нисбати билан характерланадиган физик катталик — жисм инертлигининг ўлчови бўлиб хизмат қилади ва уни *жисмнинг массаси* деб аталади.

Ньютоннинг иккинчи қонуни куч (F), жисм массаси (m) ва шу куч таъсирида жисм олган тезланиш (a) орасидаги боғланишни акс эттиради:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}.$$

Бу муносабатни қуйидаги кўринишда ҳам ёзиш мумкин:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}. \tag{1.16}$$

У ҳолда Ньютоннинг иккинчи қонунига қуйидагича таъриф берса бўлади: *инерциал саноқ системасида жисм эришадиган тезланиш таъсир этувчи кучга тўғри пропорционал, жисм массасига эса тескари пропорционал ва у кучнинг таъсир томонига қараб йўналган.*

Амалда жисмга бир вақтнинг ўзида бир неча куч таъсир этиши мумкин. Бу кучларнинг ҳар бири бошқаларига боғлиқ бўлмаган ҳолда жисмга таъсир кўрсатади ва ҳар бир куч таъсирида жисм Ньютоннинг иккинчи қонуни билан аниқланадиган тезланиш олади. Бу хулоса *кучлар таъсирининг мустақиллик принципи* деб юритилади. Демак,

$$\mathbf{a} = \frac{\sum \mathbf{F}_i}{m} = \frac{\mathbf{F}}{m}, \tag{1.17}$$

бу ифодадаги $\mathbf{F} = \sum \mathbf{F}_i$ жисмга таъсир этаётган барча кучларнинг вектор йиғиндисидир. (1.17) ни қуйидаги кўринишда ҳам ёзиш мумкин:

$$m\mathbf{a} = \sum \mathbf{F}_i. \tag{1.18}$$

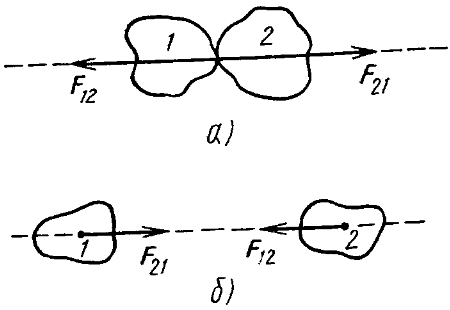
Демак, инерциал саноқ системасида ҳаракатланаётган жисм тезланишини унинг массасига кўпайтмаси жисмга таъсир этаётган барча кучларнинг вектор йиғиндиси билан аниқланади. (1.18) муносабатни, баъзан, илгариланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси деб ҳам аталади.

Ньютоннинг учинчи қонуни. Тажрибалар асосида қуйидагилар аниқланган:

1) икки жисмнинг ўзаро таъсирлашишида доимо икки куч вужудга келадики, бу кучлар шу жисмларнинг ҳар бирига қўйилган (1.12-расмга қ.);

2) бу кучлар бир тўғри чизиқ бўйлаб қарама-қарши томонларга йўналган;

3) бу кучларнинг абсолют қийматлари тенг.



1.12- расм.

Ньютон кучлардан бирини таъсир деб, иккинчисини акстаъсир деб атади ва динамиканинг учинчи қонунини қуйидагича таърифлади: *таъсирга тенг ва қарама-қарши йўналган акстаъсир доимо мавжуд.*

Кучларни таъсир ва акстаъсир кучларига шартли равишда ажратилади, чунки иккала кучнинг табиати бир хил. Лекин бу икки куч икки алоҳида жисмга қўйилганлиги учун уларни бир-бирини мувозанатлайдиган кучлар деб қараш мумкин эмас. Масалан, мих қоқиш жараёнида болғанинг михга таъсир кучи мих қалпоғига, михнинг акстаъсир кучи эса болғага қўйилган. Таъсир кучи бир-бирига тегадиган жисмлардан бирининг деформацияланиши ёки тезланиш олиши тарзида намоён бўлса, акстаъсир кучи иккинчи жисмнинг деформацияланиши ёки тезланиш олиши сифатида намоён бўлади. Хусусан, ўқ деворга урилиб унда чуқурча ҳосил қилса, деворнинг акстаъсири туфайли ўқ ҳаракати секинлашади ва ўқ эзилиб пачоқланади. Демак, *икки жисмнинг ўзаро таъсир кучлари катталик жиҳатидан тенг бўлиб, жисмларни бирлаштирувчи тўғри чизиқ бўйлаб қарама-қарши йўналган.* Бу хулоса Ньютон учинчи қонунининг таърифи бўлиб, қонуннинг аналитик ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}, \tag{1.19}$$

бунда $\mathbf{F}_{12}$ — биринчи жисмга иккинчи жисм томонидан таъсир этувчи куч, $\mathbf{F}_{21}$ эса иккинчи жисмга биринчи жисм томонидан таъсир этувчи (яъни акстаъсир) куч.

Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан биринчи жисм

$$a_1 = \frac{\mathbf{F}_{12}}{m_1},$$

иккинчи жисм эса

$$a_2 = \frac{\mathbf{F}_{21}}{m_2}$$

тезланиш олади. (1.19) ни ҳисобга олсак, юқоридаги икки ифодадан

$$a_1 = -\frac{m_2}{m_1} a_2 \tag{1.20}$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Демак, ўзаро таъсирлашувчи икки жисм қарама-қарши томонларга йўналган ва ўзларининг массаларига тескари пропорционал бўлган тезланишлар олади. Мисол тариқасида одамнинг баландликка сакрашини таҳлил қилайлик. Одам сакраш жараёнида Ердан итарилади. Иккинчи томондан, итарилиш кучига миқдоран тенг, лекин қарама-қарши йўналган куч билан Ерни итаради. (1.20) га асосан, бу ўзаро итаришиш жараёнида одам ва Ер олган тезланишлар уларнинг массаларига тескари пропорционал. Ернинг массаси одам массасига нисбатан ниҳоят катта бўлганлиги учун Ер оладиган тезланиш жуда кичик бўлади.

Айлана бўйлаб ҳаракатланаётган жисм (масалан, ипга боғланган тошни айлантирганда ёки Ойнинг Ер атрофидаги ҳаракати) марказга интилма тезланишга эга бўлади. Бу тезланишнинг жисм массасига кўпайтмаси *марказга интилма куч* деб аталади:

$$F_{\text{м.и.}} = m\frac{v^2}{R}.$$

Мазкур куч R радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланаётган жисмга қўйилган. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан марказга интилма кучга миқдоран тенг, лекин тескари томонга йўналган куч ҳам мавжуд бўлиши керак. Бу кучни *марказдан қочма куч* деб аталади. Марказдан қочма куч биринчи мисолда (яъни ипга бойлаб айлантирилаётган тош) ипга қўйилган бўлиб, унга таранглик беради. Иккинчи мисолда (яъни Ер атрофида Ойнинг айланиши) эса Ерга қўйилган.

5- §. Импульс ва унинг сақланиш қонуни

Ньютоннинг иккинчи қонуни ифодасидаги тезланишни тезликдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила $\left(a = \frac{d\mathbf{v}}{dt}\right)$ билан алмаштирсак,

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Классик механика тасаввурларига асосан, масса ўзгармас катталик бўлгани туфайли уни дифференциал белгиси остига кирита оламиз:

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \mathbf{F}. \qquad (1.21)$$

Мазкур ифодадаги жисм массаси (m) ва тезлиги ($\mathbf{v}$) нинг кўпайтмаси

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \qquad (1.22)$$

жисмнинг импульси (илгари нашр этилган адабиётда „ҳаракат миқдори“ термини ҳам ишлатилган) деб аталади. Жисм импульси — тезлик вектори йўналишидаги вектор катталик. (1.22) белгилашдан фойдаланиб (1.21) ни

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} \qquad (1.23)$$

кўринишда ёза оламиз. Демак, *жисм импульсидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила жисмга таъсир этаётган кучга тенг.* Мазкур таъриф Ньютон иккинчи қонунининг умумийроқ баёнидир.

Агар жисмга ҳеч қандай куч таъсир этмаса ёки таъсир этувчи кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг бўлса (1.23) ифода

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0$$

кўринишга келади. Бирор катталик ҳосиласининг нолга тенглиги шу катталик ўзгармас миқдор эканлигидан далолат беради, яъни

$$\mathbf{p} = \mathrm{const}. \qquad (1.24)$$

Мазкур ифода моддий нуқта (жисм) импульсининг сақланиш қонунини характерлайди: *куч таъсир этмагунча моддий нуқтанинг импульси ўзгармайди.* Бу таърифда Ньютон биринчи қонунининг мазмуни ҳам акс этган.

(1.23) ни қуйидаги кўринишда ҳам ёзиш мумкин:

$$d\mathbf{p} = \mathbf{F}\,dt, \qquad (1.25)$$

бу тенглик моддий нуқта учун импульс ўзгариши қонунининг ифодаси бўлиб, ундаги $\mathbf{F}\,dt$ — кучнинг элементар импульси деб юритилади. (1.25) ни қуйидагича ўқилади: *моддий нуқта импульсининг элементар вақт оралиғидаги ўзгариши куч импульсига тенг.* t_1 дан t_2 гача ўтган вақт оралиғидаги импульс ўзгариши ($\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1$) ни топиш учун (1.25) ни интеграллаймиз:

$$\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = \int d\mathbf{p} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}\,dt. \qquad (1.26)$$

Миқдори ва йўналиши доимий бўлган куч ($\mathbf{F} = \text{const}$) таъсир этадиган ҳолда

$$\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = \mathbf{F}(t_2 - t_1) \qquad (1.27)$$

бўлади. Демак, *ўзгармас куч таъсирида моддий нуқта импульсининг ўзгариши шу куч импульси билан аниқланади.*

6-§. Моддий нуқталар системасининг динамикаси

Шу вақтгача моддий нуқта деб ҳисобланиши мумкин бўлган жисмлар ҳаракатини ўргандик. Кўпчилик ҳолларда ўзаро таъсирлашувчи бир неча жисмлар йиғиндисининг ҳаракатини текширишга тўғри келади. Шу сабабли n та ўзаро таъсирлашувчи моддий нуқталар тўплами (уни моддий нуқталар системаси ёки механик система деб аталади) учун динамика қонунлари билан танишайлик.

Кучлар таъсирида системага тааллуқли ҳар бир моддий нуқта ўз ҳаракатининг ҳолатини ўзгартиради. Бинобарин, система ҳаракатини текшираётганда системани ташкил этган айрим моддий нуқталар учун Ньютон қонунларини қўллаб ҳаракат тенгламаларини тузишимиз ва уларни биргаликда ечишимиз керак. Лекин система ҳаракатини мазкур усул билан текшириш анча мураккабдир. У ҳолда „система ҳаракатини бутунлайича ифодалаш мумкинми?“ — деган савол туғилади. Моддий нуқталар системасининг ҳаракатини бутунлайича текшириш учун системани характерловчи бир неча янги тушунчалардан фойдаланишимиз керак:

1. *Моддий нуқталар системасининг массаси* (m_c) шу системага тааллуқли айрим моддий нуқталар массалари m_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) ларнинг йиғиндисига тенг, яъни

$$m_c = \sum_{i=1}^{n} m_i . \qquad (1.28)$$

2. *Моддий нуқталар системасининг масса маркази* (ёхуд инерция маркази) деганда фазонинг шундай нуқтаси тушуниладики, мазкур нуқтанинг вазияти координата бошига нисбатан

$$\mathbf{r}_{\text{мм}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{r}_i}{m_c} \qquad (1.29)$$

радиус-вектор билан аниқланади. Бу ифодада $\mathbf{r}_i$ ($i =$

$= 1, 2, \ldots, n$) — системага тааллуқли айрим моддий нуқталар вазиятини аниқловчи радиус-векторлар.

3. Моддий нуқталар системаси масса марказининг радиус-векторидан биринчи тартибли ҳосила олсак, *масса марказининг тезлиги* ($\mathbf{v}_{\text{мм}}$) ни топамиз, яъни

$$\mathbf{v}_{\text{мм}} = \frac{d\,\mathbf{r}_{\text{мм}}}{dt} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i \frac{d\,\mathbf{r}_i}{dt}}{m_{\text{c}}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i \mathbf{v}_i}{m_{\text{c}}}.$$

Агар $m_i \mathbf{v}_i = \mathbf{p}_i$ эканлигини ҳисобга олсак, юқоридаги ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$\mathbf{v}_{\text{мм}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i}{m_{\text{c}}} = \frac{\mathbf{p}_{\text{c}}}{m_{\text{c}}}, \qquad (1.30)$$

бундаги

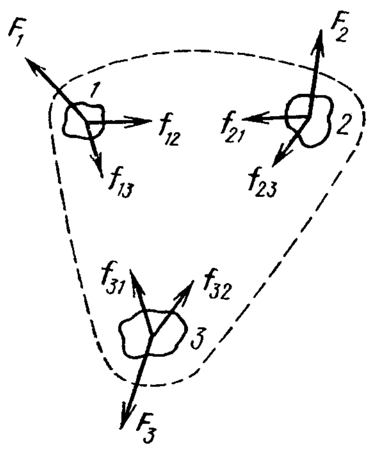
$$\mathbf{p}_{\text{c}} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i \qquad (1.31)$$

— системани ташкил этувчи айрим моддий нуқталар импульсларининг вектор йиғиндисидир. Бу йиғинди моддий нуқталар системасининг импульси деб аталади. (1.30) ни

$$\mathbf{p}_{\text{c}} = m_{\text{c}} \mathbf{v}_{\text{мм}} \qquad (1.32)$$

кўринишда ёзайлик. Демак, *моддий нуқталар системасининг импульси* система массаси билан система масса маркази тезлигининг кўпайтмасига тенг. Бошқача қилиб айтганда, моддий нуқталар системасининг импульси системанинг барча массаси масса марказида мужассамлашган ҳолда масса маркази эга бўладиган импульсга тенгдир.

4. Системани ташкил этувчи моддий нуқталар орасида таъсир этувчи кучларни *ички кучлар* деб аталади. Уларни **f** (кичик „эф") ҳарфи билан белгилайлик. Системага тааллуқли бўлмаган жисмлар томонидан системадаги жисмларга таъсир этувчи кучларни *ташқи кучлар* деб аталади. Уларни белгилаш учун **F** (катта „эф") ҳарфини сақлаб қолайлик.



1.13- расм.

5. Моддий нуқталар системаси барча ички кучларининг тўлиқ йиғиндиси нолга тенг. Бу сўзларга уч моддий нуқтадан иборат система устида ишонч ҳосил қилайлик (1.13-расм). Биринчи моддий нуқтага иккинчи ва учинчи моддий нуқталар томонидан $\mathbf{f}_{12}$ ва $\mathbf{f}_{13}$ ички кучлар таъсир этади. Демак, биринчи моддий нуқтага таъсир этувчи ички кучлар йиғиндиси $\mathbf{f}_{12}+\mathbf{f}_{13}$. Худди шунингдек, иккинчи ва учинчи моддий нуқталарга таъсир этувчи ички кучлар йиғиндиси мос равишда $\mathbf{f}_{21}+\mathbf{f}_{23}$ ва $\mathbf{f}_{31}+\mathbf{f}_{32}$ бўлади. Система ички кучларининг тўлиқ йиғиндиси эса система таркибидаги айрим моддий нуқталарга таъсир этувчи ички кучлардан иборат, яъни:

$$(\mathbf{f}_{12}+\mathbf{f}_{13})+(\mathbf{f}_{21}+\mathbf{f}_{23})+(\mathbf{f}_{31}+\mathbf{f}_{32}).$$

Бу муносабатни қуйидагича ўзгартириб ёзайлик:

$$(\mathbf{f}_{12}+\mathbf{f}_{21})+(\mathbf{f}_{13}+\mathbf{f}_{31})+(\mathbf{f}_{23}+\mathbf{f}_{32}).$$

Ньютоннинг учинчи қонунига асосан,

$$\mathbf{f}_{12}=-\mathbf{f}_{21}, \quad \mathbf{f}_{13}=-\mathbf{f}_{31}, \quad \mathbf{f}_{23}=-\mathbf{f}_{32}.$$

Шу сабабли юқоридаги ифодада ҳар бир қавс ичидаги вектор йиғинди нолга тенг. Демак, *система ички кучларининг тўлиқ вектор йиғиндиси ҳам нолга тенг бўлади.*

Энди моддий нуқталар системаси учун импульснинг сақланиш қонуни билан танишайлик. n та моддий нуқтадан иборат система мавжуд бўлсин. Система моддий нуқталарига таъсир этадиган ташқи кучларни мос равишда $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, ... $\mathbf{F}_n$ деб белгилайлик. Ҳар бир моддий нуқта учун умумий кўринишдаги Ньютоннинг иккинчи қонунини [(1.23) ифодага қ.] татбиқ этайлик:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}_1=\sum \mathbf{f}_{1i}+\mathbf{F}_1,$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}_2=\sum \mathbf{f}_{2i}+\mathbf{F}_2,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}_n=\sum \mathbf{f}_{ni}+\mathbf{F}_n,$$

Мазкур тенгламаларда $\Sigma\mathbf{f}_{1i}$ — биринчи моддий нуқтага системанинг бошқа моддий нуқталари томонидан таъсир этаётган ички кучлар йиғиндиси, $\Sigma\mathbf{f}_{2i}$ — иккинчи моддий нуқтага системанинг бошқа моддий нуқталари томонидан таъсир этаётган ички кучлар йиғиндиси ва ҳоказо. Юқоридаги тенгламаларнинг барчасини қўшайлик ва система ички кучларининг тўлиқ йиғиндиси нолга тенглигини (мазкур параграфнинг 5-пунктига қ.) ҳисобга олайлик. У ҳолда тенгламалар йиғиндиси

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i \tag{1.33}$$

кўринишга келади. (1.31) белгилашни ҳисобга олиб (1.33) ни қуйидаги шаклда ёза оламиз:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{p_c} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i \, . \tag{1.34}$$

Демак, моддий нуқталар системасининг импульсидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила шу система моддий нуқталарига таъсир этувчи барча ташқи кучларнинг вектор йиғиндисига тенг.

Ташқи кучлар таъсир этмайдиган моддий нуқталар системаси *берк система* деб аталади. Амалда бундай системалар бўлмайди. Лекин система ичидаги кучларга нисбатан анча кичик миқдордаги ташқи кучлар таъсир этадиган системалар мавжуд. Бундан ташқари, таъсир этувчи ташқи кучлар бир-бирини мувозанатлайдиган (яъни $\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i = 0$ бўлган) системалар ҳам бўлади. Бундай системаларни квазиберк системалар (яъни хоссалари берк системаникига ўхшаган системалар) дейилади. Берк ёхуд квазиберк системалар учун (1.34) муносабат қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{p}_c = 0, \tag{1.35}$$

бундан

$$\mathbf{p}_c = \text{const} \tag{1.36}$$

деган хулосага келамиз. Мазкур ифода моддий нуқталар системаси импульсининг сақланиш қонунини характерлайди: *моддий нуқталарнинг берк (ёхуд квазиберк) системаси ичида қандай ўзгаришлар содир бўлишидан қатъи назар система импульси ўзгармайди, лекин система моддий нуқталари орасида импульсларнинг қайта тақсимланиши амалга ошиши мумкин.* Шуни ҳам қайд қилмоқ лозимки, импульснинг сақланиш қонуни фазонинг бир жинслилиги билан боғлиқдир. Фазонинг бир жинслилиги — фазо хусусиятларининг барча нуқталарда бир хиллигидир. Буни қуйидагича тушунмоқ керак: Фазонинг бир соҳасидан иккинчи соҳасига берк системани параллел равишда кўчириш (бунда системани ташкил этувчи моддий нуқталарнинг ўзаро жойлашиши ва ҳаракат тезликлари ўзгартирилмаслиги лозим, албатта) туфайли унинг механик хусусиятлари ўзгармайди, яъни фазонинг янги соҳасида системанинг берклиги бузилмайди.

Берк бўлмаган система учун $\sum\limits_{i=1}^{n} \mathbf{F}_{i\text{т}} \neq 0$. Шунинг учун система импульси ташқи кучлар таъсирида ўзгаради. Ҳақиқатан, (1.34) ни

$$d\mathbf{p}_c = dt \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i \tag{1.37}$$

кўринишга келтириб, сўнг уни t_1 дан t_2 гача ўтган вақт оралиғида интегралласак, система импульсининг ўзгаришини характерловчи

$$\Delta\mathbf{p}_c = (t_2 - t_1) \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i \tag{1.38}$$

ифодани ҳосил қиламиз. Демак, *моддий нуқталар системаси импульсининг ўзгариши ташқи кучлар вектор йиғиндисининг импульсига тенг.*

7-§. Физик катталикларнинг ўлчов бирликлари

Физик ҳодиса (ёки жисм) нинг ўлчаш ёхуд ҳисоблаш мумкин бўлган характеристикаси физик катталик деб аталади. Моддий нуқта механикасининг асосларини ўрганиш жараёнида бир қатор физик катталиклар билан танишдик. Шу катталиклардан бири моддий нуқта ҳаракатида босиб ўтилган йўл узунлиги, масалан, икки нуқта орасидаги тўғри чизиқли траекториядан иборат кесманинг узунлиги тўғрисида мулоҳаза юргизайлик. Бир неча кесмалар узунликлари орасидаги миқдорий боғланишни топиш учун кесмалардан бирини бирлик сифатида танлаш ва бошқа кесмаларни ана шу бирлик кесма билан таққослаш керак. Миқдори аниқланиши лозим бўлган кесмада бирлик кесма неча марта жойлашса, мазкур кесма узунлиги шунча бирликка тенг бўлади. Бирлик ихтиёрий тарзда танланиши мумкин. Лекин физик катталикни гоҳ бир бирликда, гоҳ иккинчи бирликда ифодаланса-ю, лекин бу бирликлар ўлчамлари орасида аниқ муносабат бўлмаса, албатта, чалкашликлар вужудга келади. Бу чалкашликлар давлатлараро ахборот алмашиниш, савдо-сотиқ ишларини жуда мураккаблаштириб юборган бўлар эди. Умуман, ҳар бир физик катталик учун алоҳида бирлик танлаш мумкин. Лекин 1832 йилда К. Гаусс мустақил ва ихтиёрий тарзда танлаб олинган уч физик катталикнинг ўлчов бирликлари орқали механикадаги барча катталиклар бирликларини ифодалаш мумкинлигини кўрсатди. У мустақил (асосий) бирликлар сифатида *узунлик*, *масса* ва *вақт* бирликларини танлаб олишни таклиф этди. Бошқа катталикларнинг бирликлари эса асосий бирликлар орқали физик қонунлар ва муносабатларга асосланиб ҳосил қилинади. Шу сабабли улар ҳосилавий бирликлар деб аталади. Масалан, тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган моддий нуқта учун тезлик

$$v = \frac{s}{t}$$

формула орқали топилиши мумкин эди. Шунинг учун тезликнинг бирлиги узунлик бирлигини вақт бирлигига нисбати тарзида аниқланади. Ҳақиқатан, тезликни км/соат, м/с, см/с каби бирликларда ўлчашга одатланганмиз.

Баён этилган усулда бир-бирлари билан мослаштирилиб ҳосил қилинган бирликларнинг тўплами бирликлар системаси деб аталади. Биринчи система 1881 йилда қабул қилинган СГС системасидир; унда асосий бирликлар сифатида сантиметр, грамм, секунд танлаб олинган. 1914 йилда асосий бирликлари метр, тонна, секунд бўлган МТС система қабул қилинган. У Совет Иттифоқида 1933 — 1955 йиллар давомида қўлланилди. Асосий бирликлари метр, килограмм, секунддан иборат МКС система ҳам қўлланилган. Бу учала системанинг асосий бирликлари узунлик, масса ва вақтнинг бирликларидир. Техникада эса метр, килограмм-куч, секунд асосий бирликлар тарзида қабул қилинган система кенг тарқалган. Бундан ташқари, юқорида қайд қилинган системаларга тааллуқли бўлмаган бир қатор бирликлардан ҳам фойдаланилган.

Ниҳоят, 1960 йил октябрида Халқаро система қабул қилинди. У „Система Интернациональная“ сўзларининг бош ҳарфлари бўйича СИ („Эс-И“ деб ўқилади) тарзида белгиланади. 1961 йили стандартлар бўйича СССР Давлат Комитети ГОСТ 9867 — 61 ни тасдиқлади. Бу стандартга асосан, фан, техника ва халқ хўжалигининг барча соҳаларида ҳамда ўқитиш жараёнида СИ ни қўллаш афзалроқдир. СССР Давлат стандартининг 1979 йил 6 апрелдаги 113-сонли қарорига асосан Ўзаро Иқтисодий Ёрдам Кенгашининг (СТ СЭВ 1052-78) „Метрология. Физик катталикларнинг бирликлари“ стандарти 1980 йил 1 январдан бошлаб қўлланила бошланди.

Мазкур стандарт мажбурий тарзда физик катталикларнинг Халқаро бирликлар системаси (СИ) ни киритди. Шунинг учун барча мулоҳазаларни СИ бирликлари бўйича олиб борамиз. СИ да еттита асосий ва иккита қўшимча бирликлар мавжуд. Улар 1-жадвалда келтирилган. 2-жадвалда мазкур бобда танишилган физик катталикларнинг бирликлари ҳақида ахборот берилган.

Баъзан, бирликнинг ўзидан эмас, балки ундан ўнга каррали марта фарқланадиган миқдорлардан фойдаланишга тўғри келади. Бу ҳолда бирликка ўнга каррали ва улушли олд қўшимча қўшиш керак. Мазкур кўпайтувчилар ва олд қўшимчалар 3-жадвалда акс эттирилган.

1-жадвал

Халқаро система (СИ) даги асосий ва қўшимча бирликлар

Катталикнинг номи	Катталикнинг ўлчов бирлиги		
	номи	белгиси	таърифи
1	2	3	4
Асосий бирликлар			
Узунлик	метр	м	Криптон-86 атомининг $2p_{10}$ ва $5d_5$ сатҳлари орасидаги ўтишга мос бўлган нурланишнинг вакуумдаги тўлқин узунлигидан 1650763,73 марта катта бўлган узунликни 1 метр деб қабул қилинган
Масса	килограмм	кг	Килограммнинг халқаро прототипининг массасини 1 килограмм деб қабул қилинган
Вақт	секунд	с	Цезий-133 атоми асосий ҳолатининг икки ўта нозик сатҳлари орасидаги ўтишга мос бўлган нурланиш давридан 9192631770 марта катта вақт 1 секунд деб қабул қилинган

1	2	3	4
Электр токнинг кучи	ампер	А	1 ампер ток вакуумдаги бир биридан 1 м масофада жойлашган икки параллел чексиз узун, лекин кесими жуда кичик тўғри ўтказгичлардан ўтганда ўтказгичнинг ҳар бир метр узунлигига $2\cdot10^{-7}$ Н куч таъсир қилади
Термодинамик температура	кельвин	К	Сувнинг учланма нуқтасини характерловчи термодинамик температуранинг $\frac{1}{273,16}$ улуши 1 кельвин деб қабул қилинган
Модда миқдори	моль	моль	Углерод-12 нинг 0,012 кг массасидаги атомлар сонига тенг структуравий элемент (масалан, атом, молекула ёки бошқа зарра) лардан ташкил топган системадаги модданинг миқдори 1 моль деб қабул қилинган
Ёруғлик кучи	кандела	кд	$540\cdot10^{12}$ Гц частотали монохроматик нурланиш чиқараётган манба ёруғлигининг энергетик кучи $\frac{1}{683}\,\frac{Вт}{ср}$ га тенг бўлган йўналишдаги ёруғлик кучи 1 кандела деб қабул қилинган

Қўшимча бирликлар

Ясси бурчак	радиан	рад	Айланада узунлиги радиусга тенг бўлган ёйни ажратадиган икки радиус орасидаги бурчак 1 радиан деб қабул қилинган
Фазовий бурчак	стерадиан	ср	Учи сфера марказида жойлашган ва шу сфера сиртидан радиус квадратига тенг юзли сиртни ажратувчи фазовий бурчак 1 стерадиан деб қабул қилинган

2-жадвал

СИ даги кинематика ва динамикага сид ҳосилавий бирликлар

Катталикнинг номи	Катталикнинг ўлчов бирлиги		
	номи	белгиси	таърифи
Тезлик	метр тақсим секунд	$\frac{м}{с}$	$1\ \frac{м}{с}$ тезлик билан тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган моддий нуқта 1 с давомида 1 м масофага кўчади
Тезланиш	метр тақсим секунд квадрат	$\frac{м}{с^2}$	$1\ \frac{м}{с^2}$ тезланиш билан тўғри чизиқли текис ўзгарувчан ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг тезлиги 1 с да $1\ \frac{м}{с}$ га ўзгаради.
Импульс	килограмм-метр тақсим секунд	$\frac{кг \cdot м}{с}$	$1\ \frac{кг \cdot м}{с}$ — $1\ \frac{м}{с}$ тезлик билан ҳаракатланаётган 1 кг массали жисмнинг импульси
Куч	ньютон	Н	1 Н — массаси 1 кг бўлган жисмга таъсир қилиб, унга таъсир йўналишида $1\ \frac{м}{с^2}$ тезланиш берадиган куч
Куч импульси	ньютон-секунд	Н·с	1 Н·с — 1 с давомида таъсир этувчи 1 Н кучнинг импульси

3-жадвал

Ўнга каррали ва улушли бирликларни ҳосил қилишда фойдаланиладиган кўпайтувчилар ва олд қўшимчалар

Кўпайтувчи	Кўпайтувчининг номи	Олд қўшимча	Олд қўшимчанинг белгиси
10^{18}	квинтиллион	экса	Э
10^{15}	квадриллион	пета	П
10^{12}	триллион	тера	Т
10^{9}	миллиард	гига	Г
10^{6}	миллион	мега	М
10^{3}	минг	кило	к

Кўпайтувчи	Кўпайтувчининг номи	Олд қўшимча	Олд қўшимчанинг белгиси
10^2	юз	гекто	г
10^1	ўн	дека	да
10^{-1}	ўндан бир	деци	д
10^{-2}	юздан бир	санти	с
10^{-3}	мингдан бир	милли	м
10^{-6}	миллиондан бир	микро	мк
10^{-9}	миллиарддан бир	нано	н
10^{-12}	триллиондан бир	пико	п
10^{-15}	квадриллиондан бир	фемто	ф
10^{-18}	квинтиллиондан бир	атто	а

Эслатма. Массанинг каррали ва улушли бирликларини ҳосил қилиш учун унинг СИ даги асосий бирлиги — килограммдан фойдаланилмайди. Сабаби: „килограмм" сўзи „кило" олд қўшимчага эга. Бирликнинг номига икки ёки ундан ортиқ марта олд қўшимча қўллаш мумкин эмас. Масалан, „микромикросекунд" дейиш мумкин эмас, балки $10^{-6} \times 10^{-6}$ с ни 10^{-12} с шаклига келтириб „пикосекунд" деб аташ лозим. Шунинг учун массанинг каррали ва улушли бирликларини ҳосил қилишда (истисно тариқасида) олд қўшимчани „грамм" сўзига қўшилади. Масалан, 10^{-6} кг ни 10^{-3} г шаклига келтириб „миллиграмм" деб атаймиз.

II боб

ЭНЕРГИЯ—ҲАРАКАТ ВА ЎЗАРО ТАЪСИРЛАРНИНГ УНИВЕРСАЛ ЎЛЧОВИ

Материянинг ажралмас хусусияти бўлган ҳаракатнинг механик ҳаракат деб номланган туридан бошқа турлари ҳам мавжуд: модда атом ва молекулаларининг бетартиб ҳаракати, яъни иссиқлик ҳаракат; электромагнит майдонларнинг ўзгаришлари; атом ёхуд ядро ичида содир бўладиган ҳодисалардаги ҳаракатлар. Кузатишларнинг кўрсатишича, бир турдаги ҳаракат иккинчи тур ҳаракатга, у эса яна бошқача ҳаракатга ўтиб туриши мумкин. Масалан, илгариланма ҳаракат қилаётган футбол тўпининг ҳавога ишқаланиши туфайли аста-секин тўпнинг механик ҳаракати тўхтайди. Худди шунингдек, столнинг горизонтал сиртида туртки олиб илгариланма ҳаракат қилаётган бир бўлак ёғоч стол сиртининг ва ҳавонинг тормозловчи таъсири туфайли бирор муддатдан сўнг тўхтайди. Бу мисолларда механик ҳаракат ўзаро ишқаланаётган жисмлар (биринчи мисолда тўп ва ҳаво, иккинчи мисолда эса ёғоч, стол сирти ва ҳаво) нинг исишига сарф бўлади. Бошқача қилиб айтганда, ишқаланиш туфайли ҳаракат йўқолгани йўқ, балки ҳаракатнинг бошқа турига, яъни ишқаланаётган жисмларнинг иссиқлик ҳаракатига айланди. Баъзи ҳолларда, аксинча, яъни иссиқлик ҳаракат қисман механик ҳаракатга айланиши мумкин. Кундалик турмушимизга сингиб кетган электр токни ҳосил қилиш ва ундан фойдаланиш жараёнларидаги ҳаракатларнинг бир турдан бошқа турларга ўтишини кўрайлик. Баландликдан тушаётган сувнинг ҳаракати (гидроэлектростанцияларда), иссиқлик ҳаракат (иссиқлик электростанцияларда) ёки ядро ичидаги ҳаракат (атом электростанцияларда) бир қатор оралиқ ҳаракатлар орқали электр зарядларнинг ҳаракати (яъни электр ток)ни вужудга келтиради. Электр асбобларда эса материя ҳаракатининг бир тури, яъни электр зарядларнинг ҳаракати иссиқлик ҳаракатга (масалан, электр плитка ёки электр дазмолларда), ёхуд механик ҳаракатга (масалан, электр устара ёки электр гўштқиймалагичда) айланади. Баён этилган бу мисолларда материя ҳаракатининг бир тури миқдорий жиҳатдан ортаётган бўлса, иккинчи турининг миқдоран камайиши кузатиляпти. Ҳаракатларнинг бу ўзгаришлари ҳақида фикр юритиш учун материя ҳаракатининг турли кўринишларини миқдорий жиҳатдан ўлчаш муаммосини ҳал қилиш лозим. Маълумки, механик ҳаракатнинг ўлчови сифатида импульс деб аталувчи катталикдан фойдаланган эдик. Лекин бу катталикдан ҳаракатнинг барча турларини миқдоран ўлчашда фойдаланиш мумкин эмас. Ҳақиқатан, ҳаракатланаётган жисмнинг ишқаланиши туфайли механик ҳаракат тезлигининг нолга тенг бўлиб қолиши, яъни жисм илгариланма ҳаракатининг тўхташи ($p=mv=0$) содир бўлган ҳолда ҳаракат йўқолди, деб сохта хулоса чиқарган бўлардик. Аслида механик ҳаракат иссиқлик ҳаракатга айланяпти-ку! Шунинг учун материя ҳаракати барча турларининг универсал ўлчови сифатида *энергия* деб аталадиган катталикдан фойдаланилади. У ҳолда жисмнинг механик энергияси ўзаро таъсирлашаётган (яъни ишқаланаётган) жисмларнинг иссиқлик энергиясига айланди, деган ибораларни ишлатамиз.

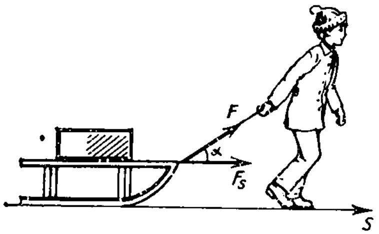
Умуман, жисмлар орасида механик ҳаракат алмашиниши ёки механик ҳаракатни бошқа турдаги ҳаракатларга ўтиши жисмларнинг ўзаро таъсирлашиши орқали содир бўлади. Ҳаракатнинг қандай миқдори бир турдан бошқа турга ўтганлигини аниқлаш учун жисмнинг таъсирлашишигача ва таъсирлашишдан кейинги ҳолатларининг энергияларини ҳисоблаш лозим. Сўнг уларнинг фарқини олиш керак. Энергияларнинг бу фарқи—*иш* деб аталадиган физик катталикдир.

Демак, материя ҳаракати барча турларининг миқдорий универсал ўлчови—энергия, жисмларнинг ўзаро таъсирлашишида механик ҳаракатни бир жисмдан иккинчи жисмга узатилиши ёки бошқа турлардаги ҳаракатларга ўтишининг ўлчови—ишдир. Шунинг учун қуйида иш ва энергияга оид батафсил мулоҳазалар юритамиз.

1- §. Иш ва қувват

Механик иш жисмга таъсир этувчи куч ва шу куч таъсирида жисмнинг кўчиш масофасига боғлиқ. Масалан, доимий F куч (яъни вақт ўтиши билан миқдори ва йўналиши ўзгармайдиган куч) таъсирида жисмнинг (2.1- расм) s масофага тўғри чизиқли траектория бўйича кўчишида бажарилган иш

$$A=Fs\cos\alpha=F_s s \qquad (2.1)$$



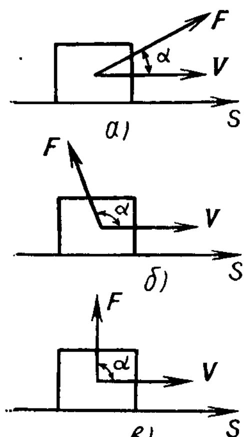
2.1- расм.

га тенг бўлади. Бунда α—куч ва кўчиш йўналишлари орасидаги бурчак, $F_s=F\cos\alpha$ эса F кучнинг кўчиш йўналишига проекцияси. Бажарилган иш α бурчакка боғлиқ:

1) агар $\alpha<\frac{\pi}{2}$ бўлса, $\cos\alpha>0$ бўлади. Натижада (2.2-*а* расм) F_s нинг йўналиши кўчиш йўналиши билан мос тушади ва у жисм тезлигини оширади. Демак, мазкур ҳолда куч билан таъсир этаётган жисмдан куч таъсирига учраётган жисмга энергия ўтади, яъни куч мусбат иш бажаради;

2) агар $\alpha>\frac{\pi}{2}$ бўлса, $\cos\alpha<0$ бўлади. Бу ҳолда F_s нинг йўналиши кўчиш йўналишига тескари. Шунинг учун куч жисм ҳаракатига тормозловчи таъсир кўрсатади, яъни унинг тезлигини камайтиради. Масалан, ишқаланиш кучи кўчиш йўналишига тескари ва у манфий иш бажаради. Бошқача қилиб айтганда, ҳаракатланувчи жисм ишқаланиш кучларига қарши иш бажаради. Демак, мазкур ҳолда куч таъсирига учраётган жисмдан куч билан таъсир этаётган жисмга энергия ўтади;

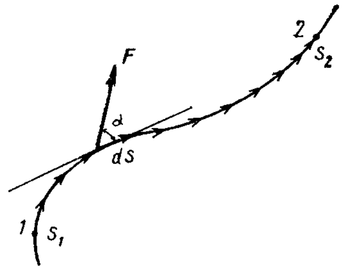
3) агар $\alpha=\frac{\pi}{2}$ бўлса, $\cos\alpha=0$ бўлади, яъни F_s нинг йўналиши кўчиш йўналишига перпендикуляр. Шунинг учун куч механик иш бажармайди ва ҳеч қандай энергия узатилиши содир бўлмайди.



2.2- расм.

Умуман, механикада „иш" тушунчаси биз кундалик турмушда иш деб аташга одатланган тушунчадан фарқланади. Хусусан, одам оғир тошни силжитиш мақсадида итаради. У тошни қўзғата олмаган бўлса-да, чираниши туфайли мушаклари зўриқиб чарчайди. Механика нуқтаи назаридан одам иш бажармаган ҳисобланади, чунки механик иш бажарилиши учун куч таъсирида жисмнинг кўчиши амалга ошиши шарт. Шунингдек, ақлий меҳнат (чунончи, мутолаа қилиш, масала ечиш, фикр юритиш ва ҳоказо) қилаётган одам ҳақида „у иш бажаряпти" деган ибора қўлланилади. Лекин бу ҳолда ҳам бажарилаётган иш механик ишдан моҳияти билан тубдан фарқланади.

Агар скаляр кўпайтма тушунчасидан фойдалансак (икки векторнинг скаляр кўпайтмаси деганда шу векторлар модулларини векторлар орасидаги бурчак косинусига кўпайтмаси тушунилади), (2.1)ни қуйидагича кўринишда ҳам ёзиш мумкин:



2.3- расм.

$$A=\boldsymbol{F}\cdot\mathbf{s}. \tag{2.2}$$

Демак *механик иш куч вектори ва кўчиш векторининг скаляр кўпайтмасига тенг.*

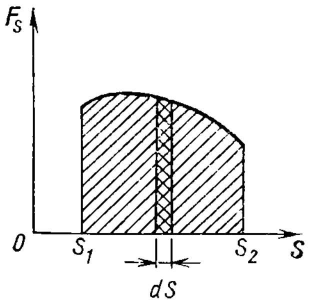
Энди ўзгарувчан куч таъсирида жисм эгри чизиқли траектория бўйича ҳаракатланаётган умумий ҳолни (2.3- расм) кўрайлик. Бу ҳолда йўлни хаёлан чексиз кичик элементар ds бўлакчаларга ажратамиз. Биринчи бобнинг 2- § ида элементар йўл ва элементар кўчишнинг модулини ўзаро тенг деб ҳисоблаш мумкинлигига ишонч ҳосил қилгандик. Шунинг учун траектория эгри чизиқдан иборат бўлган ҳолда уни элементар ds кўчишларнинг йиғиндисидан иборат деб ҳисоблаймиз. Ҳар бир элементар кўчиш давомида жисмга таъсир этаётган кучнинг шу элементар кўчиш йўналишига проекциясини ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин. Бинобарин, элементар кўчишда бажарилган ишни

$$A=\boldsymbol{F}\cdot d\mathbf{s}=F_s\cdot ds \tag{2.3}$$

ифода ёрдамида аниқлай оламиз. Жисмни эгри чизиқли траектория бўйича 1 нуқтадан 2 нуқтагача кўчишида $\boldsymbol{F}$ кучнинг бажарган ишини топиш учун барча элементар кўчишларда бажарилган элементар ишларнинг йиғиндисини, яъни

$$A=\int_{s_1}^{s_2} F_s\,ds \tag{2.4}$$

интегрални ҳисоблаш керак. Бунинг учун, албатта, F_s нинг s га боғлиқлиги маълум бўлиши керак. 2.4- расмда абсцисса ўқи бўйлаб йўл узунлиги (s) нинг қийматлари, уларга мос бўлган F_s нинг қийматлари эса ордината ўқи бўйлаб жойлаштирилган, яъни $F_s=\Psi(s)$ функциянинг



2.4- расм.

графиги тасвирланган. ds элементар кўчишда бажарилган элементар ишнинг миқдори расмдаги икки марта штрихланган юзчанинг қийматига тенг. Жисмнинг 1 нуқтадан 2 нуқтагача кўчишида бажарилган ишнинг қиймати эса расмда чап томонга қиялатиб штрихланган юзга тенг.

Умуман, жисмни чекли s масофага кўчиришда бажарилган иш жисмга таъсир этувчи кучнинг табиатига ҳам боғлиқ. Макроскопик механикада учрайдиган барча кучларни консерватив ва ноконсерватив кучларга ажратиш мумкин. Консерватив кучнинг бирор жисмни кўчиришда бажарган иши кўчиш жараёнида жисм босиб ўтган йўлнинг шаклига боғлиқ бўлмай, балки жисмнинг кўчиши бошланган ва тугалланган пайтлардаги вазиятлари билангина аниқланади. Жисмнинг оғирлик кучи, деформацияланган пружинанинг эластиклик кучи, электростатик кучлар (бир хил ишорали зарядлар орасидаги ўзаро итаришиш ва қарама-қарши ишорали зарядлар орасидаги ўзаро тортишиш кучлари) консерватив кучларга мисол бўлади. Ҳақиқатан, бирор масофа пастроққа тушиш жараёнида жисмнинг оғирлик кучи бажарган иш йўл бошида ва охирида жисмнинг ихтиёрий сатҳдан бошлаб ҳисобланадиган баландликлари орасидаги фарққа боғлиқ, йўлнинг шаклига эса боғлиқ эмас (5- § га қ.). Бажарадиган иши жисм босиб ўтадиган йўлнинг шаклига боғлиқ бўладиган кучлар *ноконсерватив кучлар* деб аталади. Суюқлик ёки газда ҳаракатланаётган жисмга кўрсатиладиган қаршилик кучи, бирор жисмнинг бошқа жисм сирти бўйлаб сирпанишида юзага келадиган ишқаланиш кучлари ноконсерватив кучларга мисол бўлади.

Амалда бажарилган ишнинг қийматигина эмас, балки бу иш қандай муддатда бажарилганлиги ҳам муҳим аҳамиятга эга. Шунинг учун қувват деб аталадиган катталикдан фойдаланилади: *қувват—кучнинг бирлик вақтда бажарадиган иши билан характерланадиган катталик,* яъни

$$N = \frac{dA}{dt}. \tag{2.5}$$

Агар (2.3) дан фойдалансак, қувват ифодасини қуйидагича ўзгартириб ёзиш мумкин:

$$N=\frac{dA}{dt}=F_s\frac{ds}{dt}=F_s v=Fv. \qquad (2.6)$$

Демак, ҳар бир ондаги қувват таъсир этувчи куч ва ҳаракат тезлиги векторларининг скаляр кўпайтмасига тенг.

СИ да иш бирлиги сифатида жоуль (Ж) қабул қилинган: *1 жоуль—1 ньютон куч таъсирида жисмни (таъсир этувчи куч йўналишида) 1 метр масофага кўчиришда бажарилган ишнинг миқдоридир.*

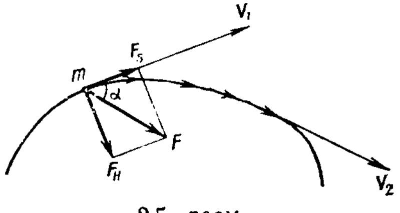
Қувват бирлиги сифатида эса ватт (Вт) қабул қилинган: *1 ватт—1 секунд давомида 1 жоуль иш бажарадиган машина (ёхуд иш бажарувчи)нинг қувватидир.*

Илгари чоп этилган адабиётда қўлланилган ишнинг эрг, қувватнинг от кучи деб аталувчи бирликлари (СТ СЭВ 1052—78 га асосан 1980 йил 1 январдан бошлаб мазкур бирликлардан фойдаланиш бекор қилинган) ва СИ бирликлари орасида қуйидаги муносабатлар ўринли:

$$\begin{aligned} &1\ \text{эрг}=10^{-7}\text{Ж};\\ &1\ \text{о.к.}=735{,}499\ \text{Вт}. \end{aligned} \qquad (2.7)$$

2- §. Кинетик энергия

Кинетик энергия деганда ҳаракатланаётган жисмнинг механик энергияси тушунилади, унинг миқдори жисм тормозланиб батамом тўхтаганда бажарилиши мумкин бўлган ишнинг қиймати билан ўлчанади. Агар жисмга таъсир этувчи кучлар мусбат иш бажарса ($A>0$), жисмнинг кинетик энергияси ортади. Аксинча, таъсир этувчи кучлар манфий иш бажарганда ($A<0$) жисмнинг кинетик энергияси камаяди. Бу ҳолда жисм томонидан ташқи жисмларга таъсир этувчи кучнинг бажарган иши жисм кинетик энергиясининг камайиши ҳисобига бажарилади. Баъзан, кинетик энергия—жисм бажариши мумкин бўлган иш „запаси"дир, деб таъриф берилишининг боиси ҳам шунга асосланган.



2.5- расм.

Ихтиёрий m массали жисм $\mathbf{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган бўлсин. $\mathbf{F}$ куч таъсирида мазкур жисм кинетик энергиясининг ўзгаришини ҳисоблайлик. Умумий ҳолни, яъни кучнинг йўналиши ҳаракат тезлигининг йўналиши билан мос бўлмаган ҳолни муҳокама қилайлик. Кучни икки ташкил этувчига—траектория айни нуқтасига ўтказилган уринма бўйлаб йўналган F_s ва траектория айни соҳасига ўтказилган нормал бўйлаб йўналган $F_н$ ларга ажратайлик (2.5- расмга қ.). $F_н$ таъсирида тезликнинг йўналиши, F_s таъсирида эса тезликнинг миқдори ўзгаради. Тезликнинг фақат миқдорий ўзгаришини текширайлик. У ҳолда жисм ҳаракатининг тенгламасини, яъни Ньютоннинг иккинчи қонунини скаляр кўринишда ёза оламиз:

$$F_s = m\frac{dv}{dt}. \tag{2.8}$$

Тенгламанинг иккала томонини dt вақт давомидаги элементар кўчиш узунлиги ($ds=vdt$) га кўпайтирайлик:

$$F_s ds = m\frac{dv}{dt}vdt$$

ёки

$$F_s ds = mvdv. \tag{2.9}$$

Мазкур тенгликнинг чап томонидаги ифода, (2.3)га асосан, F кучнинг ds элементар кўчишда бажарган элементар иши (dA) га тенг. Шунинг учун (2.9)ни қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$dA = mvdv. \tag{2.10}$$

Бу тенгликнинг иккала томонини интегралласак, m массали жисмнинг v_1 тезлик билан характерланувчи ҳолатдан v_2 тезлик билан характерланувчи ҳолатга кўчишида бажарилган ишни топамиз:

$$A = \int_{v_1}^{v_2} mvdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \tag{2.11}$$

Бу ифодадаги *масса билан тезлик квадрати кўпайтмасининг ярмига тенг бўлган катталик жисмнинг кинетик энергияси деб аталади,* яъни

$$E = \frac{mv^2}{2}. \tag{2.12}$$

Бу белгилаш асосида (2.11) ни

$$A = E_2 - E_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \tag{2.13}$$

шаклда ёзиш мумкин. Демак, жисм кинетик энергиясининг ўзгариши унинг тезлигини v_1 дан v_2 гача ўзгартириш учун жисмга таъсир этадиган куч бажариши лозим бўлган ишга тенг.

Энди моддий нуқталар системаси ҳақида фикр юритайлик. Системанинг кинетик энергияси уни ташкил этган жисмлар кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг бўлади, яъни

$$E_c = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_i^2}{2} \cdot \qquad (2.14)$$

Система кинетик энергиясининг ўзгаришини ҳисоблаш учун (2.13) ифодани системани ташкил этувчи айрим жисмларга қўллаймиз. Лекин мазкур ҳолда бажариладиган иш жисмга таъсир этувчи ташқи ва ички кучлар бажарадиган ишлар йиғиндисидан иборат эканлигини ҳисобга олиш керак. Системани ташкил этган айрим жисмлар учун ёзилган муносабатларни қўшсак,

$$A_т + A_и = E_{c2} - E_{c1} \qquad (2.15)$$

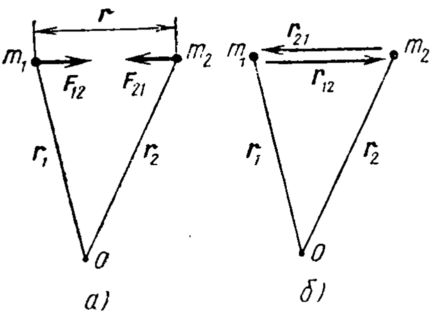
ифодани ҳосил қиламиз. Бунда E_{c2} ва E_{c1} мос равишда системанинг охирги ва бошланғич ҳолатларининг кинетик энергиялари, $A_т$ —барча ташқи кучлар бажарган ишларнинг йиғиндиси, $A_и$ эса барча ички кучлар бажарган ишларнинг йиғиндисидир.

Демак, *система кинетик энергиясининг чекли оралиқда ўзгариши системага таъсир этувчи барча ташқи ва ички кучларнинг шу оралиқдаги ишларининг йиғиндисига тенг.*

Агар системага ташқи кучлар таъсир этмаса ёки ташқи кучларнинг бажарган умумий иши нолга тенг бўлса, система кинетик энергияси фақат ички кучлар бажарган иш ҳисобига ўзгаради. Олдинги бобда ички кучлар система импульсини ўзгартирмайди, деб хулоса чиқарган эдик. Кинетик энергия учун эса аҳвол ўзгача бўлади. Масалан, милтиқ ва ўқдан иборат берк системанинг бошланғич ҳолатидаги умумий кинетик энергияси нолга тенг. Ўқ отилгандан кейинги ҳолат учун системанинг умумий кинетик энергияси нолдан фарқланади, албатта. Ваҳоланки, системанинг бошланғич ва охирги ҳолатларидаги импульси (яъни ўқ ва милтиқ импульсларининг вектор йиғиндиси) ўзгармайди. Берк система таркибий қисмлари—милтиқ ва ўқнинг кинетик энергияга эришишини ички кучлар (порох портлаганда пайдо бўладиган кучлар) бажарган иш билан тушунтирилади.

3- §. Гравитацион майдон

Гравитацион ўзаро таъсир табиатдаги барча жисмлар орасида содир бўлади ва у жисмларнинг тузилиши, химия-



2.6- расм.

вий таркибига боғлиқ эмас. Жисмларнинг ўзаро тортишишини ифодаловчи қонун Ньютон томонидан аниқланган бўлиб, у бутун олам тортишиш қонуни (баъзан гравитация қонуни) деб юритилади: *ихтиёрий икки моддий нуқта* (улар жойлашган муҳитдан қатъи назар) *массаларининг кўпайтмасига тўғри пропорционал ва улар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлган* $\mathbf{F}_{12}$ *ва* $\mathbf{F}_{21}$ *кучлар билан бир-бирини тортишади* (2.6- *а* расм), яъни

$$\mathbf{F}_{12}=\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r}, \qquad (2.16\ \text{а})$$

бунда $\mathbf{F}_{12}$—биринчи моддий нуқтанинг иккинчи моддий нуқтага тортишиш кучи, γ—гравитацион доимий, m_1 ва m_2—мос равишда биринчи ва иккинчи моддий нуқталарнинг массалари, r—моддий нуқталар орасидаги масофа, $\mathbf{r}_{12}=\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1$ эса биринчи моддий нуқтадан иккинчи моддий нуқтага йўналган вектор. (2.16 а)да $\mathbf{r}_{12}$ векторни иккинчи моддий нуқтадан биринчи моддий нуқтага йўналган $\mathbf{r}_{21}=\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2$ вектор билан алмаштирсак (2.6- б расм), иккинчи моддий нуқтага таъсир этувчи

$$\mathbf{F}_{21}=\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}_{21}}{r} \qquad (2.16\ \text{б})$$

кучни ҳосил қиламиз. $\mathbf{r}_{12}=-\mathbf{r}_{21}$ бўлганлиги учун $\mathbf{F}_{12}=-\mathbf{F}_{21}$. Агар (2.16 а) ёки (2.16 б) ифодаларда $m_1=m_2=1$кг ва $r=1$ м деб олсак, $\gamma=|\mathbf{F}_{12}|=|\mathbf{F}_{21}|$ бўлади. Демак, *гравитацион доимийнинг қиймати массалари 1 кг дан бўлган икки моддий нуқта орасидаги масофа 1 м бўлган тақдирда улар орасидаги ўзаро тортишиш кучининг миқдорига тенг*. Гравитацион доимийни 1798 йилда Кавендиш бурама тарози ёрдамида ўлчаган. Унинг ҳозирги вақтдаги ўлчашлар асосида топилган қиймати қуйидагича:

$$\gamma=6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{кг}^{-2}.$$

Агар ўзаро таъсирлашувчи жисмларни моддий нуқта деб ҳисоблаш мумкин бўлмаса, бу жисмлар хаёлан элементар бўлакчаларга ажратилади, сўнг айрим жисмлар элементар бўлакчалари орасидаги тортишиш кучларининг йиғиндиси ҳисобланади. Лекин шарсимон жисмлар учун (2.16) ифодаларни қўллаш мумкин, бунда жисм массалари уларнинг геометрик марказида мужассамлашган деб ҳисоблаш ва r ўрнига шарларнинг марказлари орасидаги масофани қўйиш лозим.

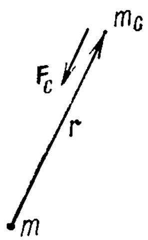
Гравитацион ўзаро таъсирнинг характерли хусусиятларидан бири шундаки, у жисмлар вакуумда жойлашган ҳолда ҳам содир бўлаверади. Бунинг сабабини замонавий тушунчалар асосида қуйидагича талқин қилинади. Бир-бирига тегиб турмайдиган (яъни бирор масофа узоқликда жойлашган) жисмларнинг ҳар қандай ўзаро таъсирлашиши ўзгача хусусиятли воситачи-майдон орқали содир бўлади. Умуман, майдон деганда бирор куч таъсири сезиладиган фазо соҳаси тушунилади. *Гравитацион кучлар таъсири сезиладиган фазо соҳаси эса гравитацион майдон ёхуд тортишиш майдони деб аталади.*

Ҳар қандай жисм атрофида гравитацион майдон вужудга келади. Бу майдоннинг ихтиёрий нуқтасига киритилган жисмларга майдонни вужудга келтирган жисм томон йўналган куч таъсир этади. Ана шу таъсирларга асосланиб гравитацион майдон хоссалари ҳақида фикр юритилади. Майдонни текширишда қўлланиладиган жисмларни „синов жисмлар“ деб атайлик. „Синов жисм“ларни танлашда қуйидаги икки шартга амал қиламиз:

1) „Синов жисм“нинг ўлчами ниҳоят кичик (яъни нуқтавий) бўлсин, чунки унинг ёрдамида майдон нуқталарининг хоссалари текширилади;

2) „Синов жисм“нинг массаси мумкин қадар кичик бўлиши лозим, чунки уни майдоннинг бирор нуқтасига киритилганда майдон сезиларли даражада бузилмасин.

Гравитацион майдонни характерловчи асосий катталиклардан бири—майдон кучланганлиги билан танишайлик. Массаси m бўлган жисм майдонининг ихтиёрий танлаб олинган нуқтасига массаси m_c бўлган „синов жисм“ ни киритайлик (2.7-расм). m жисм жойлашган нуқтани координата боши сифатида қабул қилсак, „синов жисм“ жойлашган нуқтанинг радиус вектори **r** бўлади. „Синов жисм“га таъсир этадиган куч майдонни вужудга келтирувчи жисм томон йўналган, яъни **r** га тескари йўналган бўлиб, у (2.16) га асосан қуйидагича ёзилади:



2.7- расм.

$$\mathbf{F}_c = -\gamma \frac{mm_c}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}, \qquad (2.17)$$

бундаги (—) ишора **F** ва **r** ларнинг йўналишлари қарама-қарши эканлигини ҳисобга олади. (2.17)дан кўринишича, „синов жисм"га таъсир этадиган кучнинг миқдори m_c га боғлиқ. Шунинг учун *гравитацион майдон ихтиёрий нуқтасининг кучланганлиги сифатида майдоннинг муайян нуқтасига киритилган бирлик массали „синов жисм"га таъсир этадиган куч билан характерланувчи катталик қабул қилинади* ва уни **G** ҳарфи билан белгиланади:

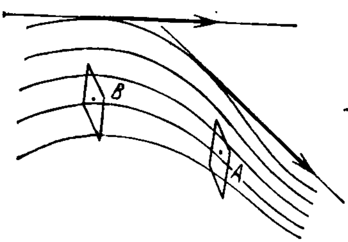
$$\mathbf{G} = \frac{\mathbf{F}_c}{m_c} = -\gamma \frac{m}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}. \qquad (2.18)$$

Гравитацион майдон кучланганлигининг йўналиши ҳам худди „синов жисм"га таъсир этадиган кучникидек майдонни вужудга келтирувчи жисм томон йўналган. Ўлчов бирлиги эса тезланишнинг ўлчов бирлиги билан бир хил, СИ да $\frac{м}{с^2}$ бўлади.

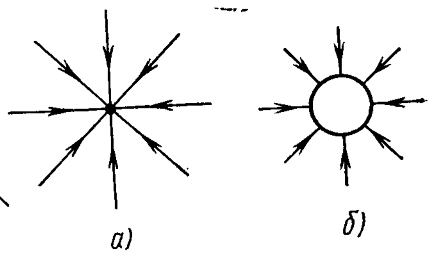
Гравитацион майдон барча жисмларга хос: у ниҳоя, катта самовий жисмлар туфайли ҳам, кичик зарралар туфайли ҳам вужудга келаверади. Лекин гравитацион майдон кучланганлигининг қиймати майдонни вужудга келтираётган жисмнинг массасига боғлиқ [(2.18)га қ.]. Бу эса жисм массаси гравитацион майдонни характерловчи параметр эканлигини кўрсатади. Илгари (1 бобнинг 4-§ ига қ.) массани жисмнинг инертлигини ифодаловчи катталик деб танишгандик. Энди эса масса тортишиш манбаи ва объекти сифатида ўзини намоён қиляпти. Шунинг учун массанинг гравитацион ўзаро таъсир хусусиятини қайд қилиш мақсадида гравитацион масса (баъзан эса гравитацион заряд) деган ибора ҳам ишлатилади. У ҳолда, инерт масса ва гравитацион масса бир-биридан фарқланувчи катталикларми? деган савол туғилади, албатта. Тажрибаларнинг кўрсатишича, бу икки тушунча орасида миқдорий фарқ йўқ. Ҳар қандай масса инертлик ва тортишиш ҳосил қилиш хусусиятларига эга.

Гравитацион майдонни график тасвирлаш учун кучланганлик чизиқлари (ёхуд куч чизиқлари)дан фойдаланилади. Кучланганлик чизиқлари қуйидаги икки шартга риоя қилинган ҳолда ўтказилади:

1) кучланганлик чизиғининг ҳар бир нуқтасига ўтказилган уринма чизиқ ва майдоннинг муайян нуқтасидаги кучланганлик вектори (2.8-расм) устма-уст тушишлари лозим;



2.8- расм..



2.9- расм.

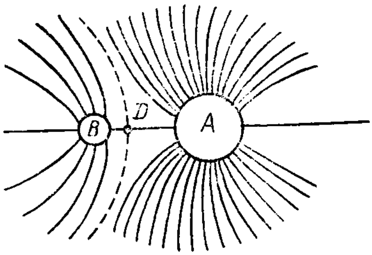
2) кучланганлик чизиқларининг йўналишига перпендикуляр қилиб жойлаштирилган бирлик юзлар орқали ўтаётган чизиқлар сони майдоннинг шу соҳаларидаги кучланганликка пропорционал бўлиши лозим, яъни майдон кучланганлиги каттароқ бўлган соҳаларда (масалан, 2.8- расмда A нуқта атрофидаги соҳа) кучланганлиги кичикроқ бўлган соҳаларга (B нуқта атрофидаги соҳа) қараганда кучланганлик чизиқлари зичроқ бўлиши лозим.

Бу шартларга асосланилганда изоляцияланган моддий нуқта (яъни атрофида бошқа жисмлар бўлмаган моддий нуқта) гравитацион майдонининг кучланганлик чизиқлари нуқта томон йўналган радиал тўғри чизиқлардан иборат бўлади (2.9-*а* расм). Шунингдек, сферик шаклдаги изоляцияланган жисм гравитацион майдонининг кучланганлик чизиқлари ҳам радиал тўғри чизиқлар бўлади (2.9- *б* расм). Бу расмларда тасвирланган майдонларни, яъни ҳар бир нуқтасининг кучланганлик вектори радиус бўйлаб майдон маркази томон йўналган майдонларни марказий майдонлар деб аталади.

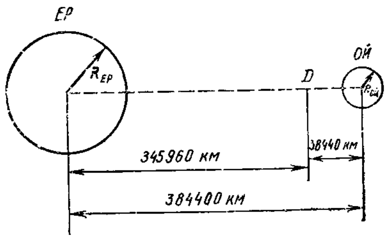
Лекин аксарият ҳолларда бирор жисм гравитацион майдонини текширилаётганда унинг атрофидаги жисмлар майдонларини ҳам эътиборга олиш лозим бўлади. Бундай ҳолларда майдонлар суперпозицияси (қўшилиши) принципига риоя қилиш керак: бир неча майдонларнинг қўшилиши туфайли вужудга келадиган натижавий майдон кучланганлиги қўшилувчи майдонлар кучланганликларининг вектор йиғиндисига тенг, яъни

$$\mathbf{G}=\sum_{i=1}^{n} \mathbf{G}_i \qquad (2.19)$$

2. 10- расмда икки шарсимон жисмнинг майдони тасвирланган. A шарнинг массаси B шарникидан 4 марта ортиқ. Бу икки шар гравитацион майдонларининг суперпозицияси туфайли шарлар марказларини бирлаштирувчи



2.10- расм.



2.11- расм.

тўғри чизиқ устида ётувчи D нуқта ажойиб хусусиятга эга. Мазкур нуқтага киритилган „синов жисм"га A томондан ҳам, B томондан ҳам таъсир этувчи гравитацион кучларнинг миқдорлари тенг, лекин йўналишлари қарама-қарши. Натижада D нуқтада гравитацион куч „йўқолгандек" туюлади. Аниқроқ қилиб айтганда, бу нуқтадаги „синов жисм"нинг A ва B томон тортилиш кучларининг вектор йиғиндиси нолга тенг бўлиб қолади. Шунинг учун натижавий майдоннинг D нуқтадаги кучланганлиги ҳам нолга тенг бўлади.

Ҳисобларнинг кўрсатишича, Ер—Ой системаси учун (2.11- расм) D нуқта Ердан 345960 км узоқликда жойлашган. Худди шундай нуқтанинг узоқлиги Ер—Қуёш системаси учун Ердан 295100 км масофада экан.

4- §. Ернинг тортиш майдони

Ер деб аталадиган сайёрамиз эллипсоид шаклида бўлиб, унинг экваториал ва қутбий радиуслари $\sim 21{,}4$ км га фарқ қилади. Лекин унчалик катта аниқлик талаб қилинмайдиган ҳисобларда бу фарқни эътиборга олмаса ҳам бўлади. Шунинг учун Ерни ўртача радиуси $R_{\text{Ер}}=6371$ км ва массаси $m_{\text{Ер}}=5{,}978\cdot 10^{24}$ кг бўлган шарсимон жисм деб қабул қилинади. Ер атрофидаги фазода фақат Ернинг тортиш майдонигина эмас, балки Қуёш, Қуёш системасига кирган сайёралар ва Ернинг табиий йўлдоши—Ойнинг тортиш майдонлари ҳам мавжуд. Мазкур майдонлар кучланганликларининг вектор йиғиндиси, майдонлар суперпозициясига асосан, Ер атрофидаги фазо нуқталаридаги гравитацион майдон кучланганлиги $\mathbf{G}$ ни вужудга келтиради. Ҳисобларнинг кўрсатишича, Ер сирти яқинидаги фазо соҳаларида фақат Ойнинг ва Қуёшнинг тортиш майдонларигина сезиларли. Лекин улар ҳам анчагина заиф. Хусусан, Ер сиртига яқин нуқталар учун Ой ва Ер гравитацион майдонлари кучланганликларининг нисбати $3\cdot10^{-6}$ га, Қуёш ва Ер гравитацион майдонлари кучланганликларининг нисбати эса $5\cdot10^{-4}$ га тенг. Шунинг учун катта аниқлик талаб қилинмайдиган ҳисобларда Ер сиртига яқин нуқталарда натижавий гравитацион майдон Ернинг тортиш майдонидир, деб ҳисобланади.

Демак, Ер сиртида ёки унга жуда яқин нуқталарда, яъни Ер марказидан Ер радиуси (R_{Ep}) қадар узоқликда жойлашган нуқталарда Ернинг тортиш майдони кучланганлигининг миқдори, (2.18) ифодага асосан,

$$|\mathbf{G}| = \gamma \frac{m_{Ep}}{R^2_{Ep}} \tag{2.20}$$

бўлади, бунда m_{Ep}—Ернинг массаси.

Ер сиртида ёки сиртга жуда яқин бўлган нуқтада m массали жисмга, бутун олам тортишиши қонунига асосан, миқдори

$$|\mathbf{F}| = \gamma \frac{m\, m_{Ep}}{R^2_{Ep}} \tag{2.21}$$

бўлган куч таъсир қилади. Мазкур кучни, яъни жисмнинг Ерга тортилиш кучини жисмнинг оғирлик кучи деб аталади ва **P** ҳарфи билан белгиланади. Оғирлик кучи таъсирида жисм

$$|\mathbf{g}| = \frac{|\mathbf{P}|}{m} = \frac{|\mathbf{F}|}{m} = \gamma \frac{m_{Ep}}{R^2_{Ep}} \tag{2.22}$$

тезланиш билан Ер маркази томон йўналган тўғри чизиқли ҳаракат қилади. $\mathbf{g}$ ни, одатда, *эркин тушиш тезланиши* деб аталади. Бундай ибора ишлатилишининг сабаби, Ер сиртига яқин нуқтадан ўз ҳолига қўйиб юборилган ҳар қандай жисм $\mathbf{g}$ тезланиш билан Ер томон эркин тушади. (2.20) ва (2.22) ифодаларни таққосласак ва $\mathbf{g}$ билан $\mathbf{G}$ нинг йўналиши бир хил эканлигини эътиборга олсак,

$$\mathbf{g} = \mathbf{G}$$

деган хулосага келамиз. Демак, *жисмнинг эркин тушиш тезланиши Ер тортиш майдонининг шу жисм жойлашган нуқтасидаги кучланганлигидир*. Ер сиртидан узоқлашилган сари $\mathbf{g}$ нинг қиймати камайиб боради. Хусусан, Ер сиртидан h баландликда унинг қиймати

$$g_h = \gamma \frac{m_{Ep}}{(R_{Ep}+h)^2} \tag{2.23}$$

ифода билан аниқланиши мумкин.

Эркин тушиш тезланишининг Ер сиртидаги қиймати (g) ва сиртдан h баландликдаги қиймати (g_h) нинг нисбати

$$\frac{g}{g_h}=\frac{(R_{\text{Ер}}+h)^2}{R_{\text{Ер}}^2}$$

бўлади. $h \ll R_{\text{Ер}}$ бўлган ҳолларда (яъни Ер сиртига анча яқин бўлган нуқталарда) юқоридаги ифода

$$\frac{g}{g_h}\approx 1+\frac{2h}{R_{\text{Ер}}} \tag{2.24}$$

кўринишга келади. $h=1$ км да $\frac{g}{g_h}\approx 1{,}0003$ бўлар экан. Шунинг учун Ер сиртига яқин соҳаларда эркин тушиш тезланишининг баландликка боғлиқлиги ҳисобга олинмайди. Лекин h нинг анчагина катта қийматларида g нинг қийматларидаги ўзгариш ҳисобга олиниши керак. h нинг жуда катта қийматларида эса бошқа самовий жисмларнинг тортиш майдони Ернинг тортиш майдони билан таққосланарлик даражада бўлганлиги туфайли (2.23) ифода асосида топилган g нинг қийматлари амалдаги қийматларига мос келмайди.

Шуни ҳам қайд қилайликки, Ер сиртининг барча нуқталарида g нинг қиймати бир хил эмас. g нинг денгиз сатҳидаги қиймати 9,7805 м/с^2 дан (экваторда) 9,8222 м/с^2 гача (қутбларда) интервалда ўзгаради. g нинг қийматларидаги бу фарқ қуйидаги икки сабаб туфайли вужудга келади:

1) Ер сиртида тинч ётган жисм Ернинг суткалик ҳаракатида иштирок этади. Бу ҳаракат туфайли вужудга келадиган марказдан қочма куч экваторда энг катта қийматга, қутбларда эса нолга тенг бўлади. Бу қийматларни Ернинг географик кенглигига боғлиқлиги ҳақида ноинерциал саноқ системаси тўғрисида фикр юритганда яна тўхтаймиз.

2) Аслида Ер шар шаклида эмас, балки эллипсоид шаклида, унинг экваториал радиуси қутбий радиусидан 21 км ортиқ.

Бу иккала сабаб туфайли g нинг четки қийматлари орасидаги нисбий максимал фарқ 0,55% дан ошмайди.

Юқорида баён этилган мулоҳазаларга асосланиб Ер сиртининг бир хил географик кенглик ва денгиз сатҳидан бир хил баландликдаги барча нуқталарда g нинг қийматлари айнан бир хил бўлади, деган хулоса келиб чиқади. Лекин аниқ ўлчашлар асосида g нинг қийматида четга чиқишлар, яъни аномалиялар кузатилади. Бунинг сабаби—

ўлчаш ўтказилаётган нуқта яқинидаги Ер қобиғида масса тақсимотининг бир жинсли эмаслигидир. Хусусан, ўлчаш ўтказилаётган Ер нуқтаси яқинида зичлиги катта бўлган руда жойлашган бўлса, g нинг қиймати назарий қийматдан каттароқ бўлади. Бундан Ер қобиғида геологик-қидирув ишлар олиб боришда кенг фойдаланилади.

Шундай қилиб, Ернинг тортиш майдонидаги *жисмнинг оғирлик кучи* муайян нуқтадаги эркин тушиш тезланиши билан аниқланади:

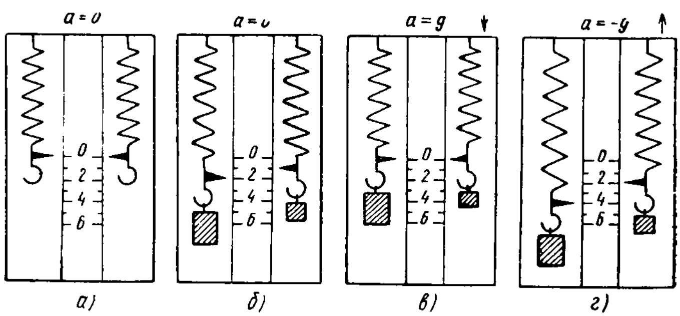
$$P = mg. \qquad (2.25)$$

Жисмнинг оғирлик кучи Ернинг тортиш майдонининг мазкур нуқтаси учун ўзгармас катталик. Бошқача қилиб айтганда, муайян нуқтадаги жисм бирор таянч устида тинч турган бўлса ҳам, бирор ипга осилган бўлса ҳам, ёки ихтиёрий йўналишда ҳаракатланаётган бўлса ҳам унинг оғирлик кучи ўзгармайди.

Жисмнинг оғирлик кучини унинг *вазн* (оғирлик) деб аталувчи характеристикасидан фарқ қилиш лозим. Шу масалага аниқлик киритайлик. *Жисмнинг вазни* деганда жисм томонидан ўзи осилиб турган ипга ёхуд ўзи босиб турган таянчга таъсир этадиган куч тушунилади. *Оғирлик кучи ва вазн турли жисмларга қўйилган.* Масалан, стол устида турган китобнинг оғирлик кучи (P) шу китобга қўйилган ва у Ер маркази томон йўналган. Китобнинг вазни (уни Q деб белгилайлик) эса китоб томонидан столга таъсир этувчи куч, у столга қўйилган. Мазкур ҳолда

$$Q = P = mg. \qquad (2.26)$$

Лекин бу тенглик таянч ёхуд осма Ерга нисбатан тинч турган ҳоллардагина бажарилади. Бунга қуйидаги тажриба асосида ишонч ҳосил қиламиз. Лифт кабинасининг шипига эластиклиги бир хил бўлган икки пружина



:.12- расм.

мустаҳкамлаб қўйилган (2.12- *а* расм). Пружиналарга ҳеч қандай юк осилмаганда пружиналар ҳолатини кўрсатувчи стрелкалар лифт деворига маҳкамланган шкаланинг ноль чизиқ сатҳида турибди. Пружиналарга юк осайлик. Биринчи пружинадаги юкнинг массаси иккинчи пружинадагига нисбатан икки марта каттароқ бўлсин. Бу ҳолат 2.12- *б* расмда тасвирланган. Стрелкалар биринчи пружина иккинчисига нисбатан икки марта кўпроқ чўзилганлигини кўрсатяпти. Бошқача қилиб айтганда, улар пружиналарга осилган юкларнинг вазнларини кўрсатяпти. Агар лифт Ер томон эркин тушаётган бўлса (яъни $a=\mathbf{g}$ тезланиш билан ҳаракатланса), пружиналарнинг чўзилганлик ҳолати йўқолади. Стрелкалар ноль чизиқ сатҳини кўрсатади (2.12- *в* расм). Бундай ҳол пружиналарни чўзадиган куч йўқолгандагина амалга ошиши мумкин. Демак, мазкур ҳолда вазнлар нолга тенг, яъни вазнлар йўқоляпти. Лифт тўхтаганда яна 2.12- *б* расмда тасвирланган манзара тикланади. Лифтни вертикал равишда юқорига $a=-\mathbf{g}$ тезланиш (яъни g га миқдоран тенг, лекин унга қарама-қарши томонга йўналган тезланиш) билан ҳаракатлантирайлик (2.12- *г* расм). Бу ҳолда юклар пружиналарни лифт тинч турган ҳолдаги (2.12- *б* расмга қ.)га нисбатан икки марта кўпроқ чўзади. Демак, юкларнинг вазни икки марта ошяпти.

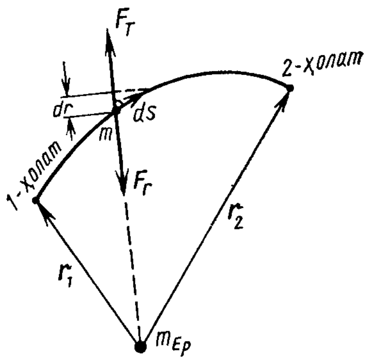
Бу тажрибадан қуйидаги хулосага келамиз: бирор $a \neq 0$ тезланиш билан ҳаракатланаётган жисмнинг вазни оғирлик кучига тенг бўлмайди. Бу ҳолда вазн

$$\mathbf{Q}=m\ (\mathbf{g}-a) \tag{2.27}$$

ифода билан аниқланади. Ҳақиқатан, $a=\mathbf{g}$ бўлганда (бу ҳол 2.12- *в* расмда тасвирланган) $\mathbf{Q}=m\ (\mathbf{g}-\mathbf{g})=0$, яъни вазн йўқолади. Бундай ҳолат *вазнсизлик* деб аталади. $a=-\mathbf{g}$ бўлганда (2.12- *г* расмга қ.) эса $\mathbf{Q}=m\ [\mathbf{g}-(-\mathbf{g})]=2m\mathbf{g}$, яъни вазн оғирлик кучидан икки марта ошиб кетади. Умуман, вазн оғирлик кучидан ортиб кетган ҳолатларни *ўта юкланиш* деб аталади. *Вазнсизлик ҳолатида ҳам, ўта юкланиш ҳолатида ҳам жисмнинг оғирлик кучи Ер тортиш майдонининг муайян нуқтаси учун ўзгармасдан қолаверади.*

5-§. Потенциал майдонда моддий нуқтани кўчиришда бажарилган иш

Бирор куч таъсири мавжуд бўлган фазо қисми шу кучнинг майдони дейилади. Хусусан, Ер атрофидаги фазо қисмининг ҳар бир нуқтасида моддий нуқтага оғирлик кучи таъсир этади, шунинг учун Ер атрофидаги фазо қисмини оғирлик кучининг майдони деб аталади. Мазкур майдоннинг (ёки сферик шаклдаги ихтиёрий жисм гравитацион майдонининг) характерли хусусияти шундан иборатки, бундай майдоннинг ихтиёрий нуқтасида жойлашган моддий нуқтага таъсир этадиган куч (бу кучни оғирлик кучи ёки гравитацион куч деб атаймиз) майдонни вужудга келтираётган жисм маркази томон йўналган, кучнинг



2.13- расм.

миқдори эса текширилаётган нуқтанинг радиус-векторига боғлиқ. Бундай майдонларни марказий майдон деб атагандик (3- § га қ.). Шундай майдонда, масалан, Ернинг тортиш майдонида m массали моддий нуқтани бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга кўчиришда бажарилган ишни ҳисоблайлик. Мазкур ҳисобда координата бошини Ер марказида деб олайлик (2. 13- расм). Ернинг тортиш майдонида m массали моддий нуқта миқдор жиҳатдан гравитацион кучга тенг, лекин унга қарама-қарши йўналган ташқи куч (яъни $\mathbf{F}_т = -\mathbf{F}_г = -\mathbf{P}$) таъсирида ниҳоят кичик тезлик билан текис ҳаракатлантириб кўчирилсин. Мазкур кўчишда босиб ўтилган йўлни элементар ds бўлакчаларга хаёлан ажратайлик. Ана шу элементар йўллардан бирида бажарилган иш

$$dA = F_т ds \cos\alpha = F_т dr$$

бўлади. Бунда $dr = ds \cos\alpha$ эканлигини ҳисобга олдик. Моддий нуқтанинг 1 ҳолати $\mathbf{r}_1$, иккинчи ҳолати эса $\mathbf{r}_2$ радиус-векторлар билан белгиланса, 1 ҳолатдан 2 ҳолатга кўчишда бажарилган тўла иш

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F_т d\mathbf{r} \tag{2.28}$$

орқали ифодаланади. Лекин $F_т = F_г = \gamma \frac{m_{Ep} m}{r^2}$ бўлганлиги учун (2.28) ифодани қуйидагича ўзгартириб ёзиш мумкин:

$$A_{12} = \gamma\, m_{Ep} m \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \left(-\gamma \frac{m_{Ep} m}{r_2}\right) - \left(-\gamma \frac{m_{Ep} m}{r_1}\right). \tag{2.29}$$

Бундан $1 \to 2$ кўчирилишда бажарилган иш моддий нуқтанинг охирги ва бошланғич ҳолатларига тааллуқли бўлган $\left(-\gamma \frac{m_{Ep}m}{r}\right)$ катталиклар қийматларининг айирмасига тенг, деган хулосага келамиз. Бу катталик таъсирлашувчи жисмлар массалари ва жисмларнинг ўзаро жойлашишига (яъни улар орасидаги масофага) боғлиқ. Уни потенциал энергия деб аталади ва U ҳарфи билан белгиланади:

$$U = -\gamma \frac{m_{Ep}m}{r}. \tag{2.30}$$

У ҳолда A_{12} иш моддий нуқтанинг охирги ва бошланғич ҳолатлардаги потенциал энергияларининг айирмаси шаклида ифодаланади:

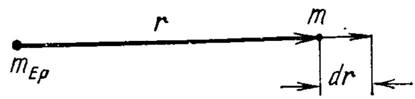
$$A_{12} = U_2 - U_1. \tag{2.31}$$

Демак, *Ернинг тортиш майдонида моддий нуқтани кўчиришда бажарилган иш кўчирилиш йўлининг узунлиги ва шаклига боғлиқ эмас, балки кўчирилиш бошланганда ва тугалланганда* (яъни 1 ва 2 ҳолатларда) *Ер ва моддий нуқтанинг бир-бирига нисбатан эгаллаган вазиятига боғлиқ.* Шунинг учун потенциал энергияни қуйидагича таърифлаш мумкин: потенциал энергия — ўзаро таъсирлашувчи жисмларнинг бир-бирига нисбатан жойлашишига боғлиқ энергиядир, унинг миқдори шу жисмлар кинетик энергияларини ўзгаришсиз сақлаган ҳолда уларнинг ўзаро жойлашишини бир вазиятдан иккинчи вазиятга ўзгартириш учун ташқи кучлар бажариши лозим бўладиган иш билан ўлчанади. Умуман, бажарган иши йўл шаклига боғлиқ бўлмаган кучларни консерватив ёки потенциал кучлар деб, бу кучлар майдонини эса потенциал майдон деб аталади. Хусусан, Ернинг тортиш майдони — потенциал майдон, оғирлик кучи эса консерватив (потенциал) кучдир. Потенциал майдонни характерлаш учун потенциал деб аталадиган скаляр катталикдан фойдаланилади. *Майдон ихтиёрий нуқтасининг потенциали деганда мазкур нуқтага киритилган бирлик массали „синов жисм" нинг потенциал энергиясига тенг бўлган катталик тушунилади*:

$$\varphi = \frac{U}{m} = -\gamma \frac{m_{Ep}}{r}. \tag{2.32}$$

Бу ифода ёрдамида ихтиёрий моддий нуқта (ёки сферик шаклдаги жисм) гравитацион майдонининг потенциалини ҳам аниқлаш мумкин. Бунинг учун (2.32) даги m_{Ep} ўрнига майдонни вужудга келтираётган жисм массасини қўйиш керак.

Потенциал майдонининг куч характеристикаси — кучланганлик ва энергетик характеристикаси — потенциал орасидаги боғланишни топайлик. Майдон марказидан узоқлиги **r** радиус-вектор билан аниқланадиган моддий нуқтани радиус бўйлаб элементар dr масофага силжитишда (2.14-расмга қ.) бажарилган иш $F_r\, dr$ га тенг. Мазкур иш моддий нуқта потенциал энергиясини $-dU$ га ўзгартиради. Демак,



2.14- расм.

$$F_r\, dr = -dU$$

ёки

$$F_r = -\frac{dU}{dr}. \tag{2.33}$$

Мазкур ифоданинг иккала томонини кўчирилаётган моддий нуқтанинг массаси m га бўлайлик:

$$\frac{F_r}{m} = -\frac{d\left(\frac{U}{m}\right)}{dr}. \tag{2.34}$$

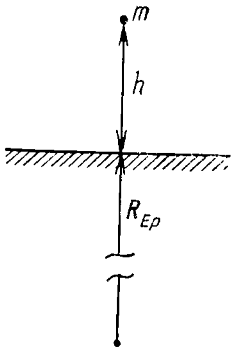
Бу тенгликнинг чап томонидаги катталик, (2.18) ифодага асосан, майдон айни нуқтасининг кучланганлиги G дир. Ўнг томондаги $\frac{U}{m}$ эса, (2.32) ифодага асосан, шу нуқтанинг потенциалидир. Шунинг учун (2.34) ни

$$G = -\frac{d\varphi}{dr} \tag{2.35}$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бундаги $\frac{d\varphi}{dr}$ — гравитацион майдон потенциалининг радиус-вектор (**r**) йўналишидаги ўзгариш тезлигини ифодалайди. Уни векторлар назариясида *потенциалнинг градиенти* (grad φ) деб аталади. Шунинг учун (2.35) ни

$$\mathbf{G} = -\operatorname{grad}\varphi \tag{2.36}$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бу ифодани тўлароқ талқин этиш мақсадида мазкур ифодадаги (—) ишоранинг моҳиятини ойдинлаштириб олайлик. Аввало, скаляр функция градиенти вектор бўлиб, унинг йўналиши мазкур функция қийматининг энг тез ўсиш йўналиши билан аниқланишини эсда тутиш лозим. Иккинчи томондан, гравитацион майдон потенциали, (2.32) ифодага асосан, майдон марказидан чексиз узоқ бўлган ($r \to \infty$) нуқталарда нолга тенг. Майдон марказига яқинлашилган сари (яъни r кичрайган



2.15- расм.

сари) потенциалнинг қиймати камайиб боради. Бундан гравитацион майдон потенциалининг қиймати радиус-вектор (r) йўналишида энг тез ортади, деган хулоса келиб чиқади. Бинобарин, потенциал градиенти (grad φ) нинг йўналиши кучланганлик (G) нинг йўналишига тескаридир. Мазкур **фикр** (2.36) ифодада (–) ишора **ёрдамида** қайд қилинган.

Демак, гравитацион майдон ихтиёрий нуқтасининг кучланганлиги шу нуқтадаги потенциал градиентининг тескари ишора билан олинган қийматига тенг.

Ернинг тортиш майдонидаги моддий нуқта потенциал энергиясининг формуласида [(2.30) га қ.] саноқ боши Ер марказидан бошланади. Лекин кўпчилик амалий масалаларни ҳал қилишда саноқни шартли равишда Ер сиртидаги бирор горизонтал текисликдан бошлаш мақсадга мувофиқ. Агар танлаб олинган горизонтал текисликка нисбатан (2.15- расмга қ) текширилаётган нуқтанинг баландлиги h бўлса, (2.30) даги r ўрнига $R_{\text{Ер}}+h$ ни қўйиш мумкин, яъни

$$U = -\gamma\frac{m_{\text{Ер}}\,m}{R_{\text{Ер}}+h}. \tag{2.37}$$

Бундаги $1/(R_{\text{Ер}}+h)$ ни куйидагича ўзгартириб ёзайлик:

$$\frac{1}{R_{\text{Ер}}+h} = \frac{\dfrac{1}{R_{\text{Ер}}}}{1+\dfrac{h}{R_{\text{Ер}}}}.$$

Лекин Ер сиртига яқин фазо соҳаларидаги ҳодисалар текширилаётганда $h \ll R_{\text{Ер}}$ бўлади. Шунинг учун $\frac{h}{R_{\text{Ер}}} \ll 1$. Бундай шарт бажарилган ҳолда етарлича аниқлик билан

$$\frac{1}{1+\dfrac{h}{R_{\text{Ер}}}} = 1-\frac{h}{R_{\text{Ер}}}$$

деб олиш мумкин. Натижада

$$\frac{1}{R_{\text{Ер}}+h} = \frac{1}{R_{\text{Ер}}}\left(1-\frac{h}{R_{\text{Ер}}}\right) \tag{2.38}$$

деб ёза оламиз. (2.38) тенгликдан фойдаланиб (2.37) ни қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$U = -\gamma\frac{m_{\text{Ер}}m}{R_{\text{Ер}}}\left(1 - \frac{h}{R_{\text{Ер}}}\right) = -\gamma\frac{m_{\text{Ер}}m}{R_{\text{Ер}}} + \gamma\frac{m_{\text{Ер}}}{R^2_{\text{Ер}}}mh. \quad (2.39)$$

Бу ифодадаги $-\gamma\frac{m_{\text{Ер}}m}{R_{\text{Ер}}}$ катталик Ер сиртида турган моддий нуқтанинг потенциал энергияси (U_0) дир. Иккинчи ҳад таркибидаги $\gamma\frac{m_{\text{Ер}}}{R^2_{\text{Ер}}}$ эркин тушиш тезланиши (g) га тенг [(2.22) га қ.]. Шунинг учун (2.39) ифодани

$$U = U_0 + mgh \quad (2.40)$$

шаклида ёзишимиз мумкин. Ер сиртидаги горизонтал текисликка нисбатан моддий нуқтанинг потенциал энергияси ҳақида мулоҳаза юргизилганда U_0 ни нолга тенг деб олинади. Натижада

$$U = mgh. \quad (2.41)$$

6-§. Механик энергиянинг сақланиш қонуни

Агар моддий нуқтага фақат консерватив кучлар таъсир этса, бу кучларнинг элементар $d\mathbf{r}$ кўчишда бажарган иши моддий нуқта потенциал энергиясининг камайишига тенг, яъни

$$dA = -dU.$$

Иккинчи томондан, моддий нуқтанинг бу кўчишида бажарилган иш унинг кинетик энергиясининг ортишига тенг, яъни

$$dA = dE.$$

Бу икки ифодани таққослаш туфайли

$$dE = -dU$$

ёки

$$d(E + U) = 0 \quad (2.42)$$

ни ҳосил қиламиз. Бундаги $(E + U)$ моддий нуқта кинетик ва потенциал энергияларининг йиғиндисидир. Уни тўла механик энергия деб аталади ва W ҳарфи билан белгиланади. Натижада (2.42) ифодадан

$$W = E + U = \text{const}. \quad (2.43)$$

Демак, *моддий нуқтанинг консерватив кучлар майдони (потенциал майдон) даги ҳар қандай кўчиш-*

ларида унинг тўла механик энергияси ўзгармайди. Консерватив кучлар майдонидаги моддий нуқта тўла механик энергиясининг сақланиш қонуни деб юритиладиган мазкур натижа Ернинг тортиш майдони учун қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$W = \frac{mv^2}{2} + mgh = \mathrm{const}. \tag{2.44}$$

Хусусан, Ер сиртига нисбатан h_1 баландликдан бошланғич тезликсиз ($V_1 = 0$) эркин тушаётган m массали моддий нуқтанинг бошланғич ҳолатдаги тўла механик энергияси фақат потенциал энергиядан иборат ($W_1 = U_1 = mgh_1$), чунки бу ҳолатда унинг кинетик энергияси $E_1 = \frac{mv_1^2}{2} = 0$. Ҳаракат охирида эса (моддий нуқта Ер сиртига етиб келганда $h_2 = 0$, $v_2 = v_{\text{макс}}$), унинг тўла механик энергияси фақат кинетик энергиядан иборат бўлади $\left(W_2 = E_2 = \frac{mv_2^2}{2}\right)$, чунки $U_2 = mgh_2 = 0$.

Энди, моддий нуқталар системасини кўрайлик. Ҳар бир i-моддий нуқтага системадаги бошқа моддий нуқталар томонидан таъсир этадиган консерватив ички кучлар йиғиндисини $\mathbf{f}_i$, ноконсерватив ички кучлар йиғиндисини $\mathbf{f}'_i$, шу моддий нуқтага таъсир этадиган ташқи кучлар йиғиндисини эса $\mathbf{F}_i$ деб белгилайлик. У ҳолда мазкур моддий нуқта учун Ньютоннинг умумий кўринишдаги иккинчи қонуни қуйидагича ёзилади:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{f}_i + \mathbf{f}'_i + \mathbf{F}_i . \tag{2.45}$$

Бу тенгликнинг иккала томонини dt вақт давомидаги i-моддий нуқтанинг кўчиш масофаси ds_i га кўпайтирайлик:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} \cdot d\mathbf{s}_i = \mathbf{f}_i \cdot d\mathbf{s}_i + \mathbf{f}'_i \cdot d\mathbf{s}_i + \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{s}_i . \tag{2.46}$$

Мазкур тенгликнинг чап томонидаги ҳадни қуйидагича ўзгартира оламиз:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} d\mathbf{s}_i = m_i d\mathbf{v}_i \cdot \frac{d\mathbf{s}_i}{dt} = m_i d\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i = d\left(\frac{m_i v_i^2}{2}\right) = dE_i. \tag{2.47}$$

Демак, (2.46) ифоданинг чап томони системага оид i-моддий нуқта кинетик энергиясининг ўзгаришини ифодалайди. (2.46) нинг ўнг томонидаги биринчи ҳад эса $\mathbf{f}_i$ кучнинг элементар $d\mathbf{s}_i$ кўчишда бажарган ишидир. Бу ишни тескари ишора билан олинса, у системадаги i дан бошқа барча моддий нуқталар кучларининг майдонида

i-моддий нуқта потенциал энергиясининг ўзгаришини ифодалайди:

$$-\mathbf{f}_i \cdot d\mathbf{s}_i = dU_i. \tag{2.48}$$

Шунинг учун (2.46) тенглама

$$dE_i + dU_i = \mathbf{f}' \cdot d\mathbf{s}_i + \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{s}_i \tag{2.49}$$

шаклга келади. Бунга ўхшаш тенгламаларни системага оид барча n моддий нуқта учун ёзиб, сўнг уларни ҳадма-ҳад қўшсак

$$\sum_{i=1}^{n} dE_i + \sum_{i=1}^{n} dU_i = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{f}_i' \cdot d\mathbf{s}_i + \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{s}_i \tag{2.50}$$

тенгламани ҳосил қиламиз. (2.50) да дифференциал белгисини йиғинди белгисидан ташқарига чиқарайлик:

$$d\left(\sum_{i=1}^{n} E_i + \sum_{i=1}^{n} U_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{f}_i' \cdot d\mathbf{s}_i + \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{s}_i$$

ёки

$$d(E_c + U_c) = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{f}_i' \cdot d\mathbf{s}_i + \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{s}_i. \tag{2.51}$$

Бунда E_c ва U_c лар мос равишда системанинг кинетик ва потенциал энергиялари. $\sum_{i=1}^{n} \mathbf{f}_i' \cdot d\mathbf{s}_i$ — системадаги моддий нуқталар орасида таъсир этадиган барча ноконсерватив кучларнинг бажарган иши, $\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{s}_i$ эса ташқи кучларнинг бажарган иши. Агар системанинг тўла механик энергияси учун $W_c = E_c + U_c$ белгилаш киритсак, (2.51) қуйидаги кўринишга келади:

$$dW_c = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{f}_i' \cdot d\mathbf{s}_i + \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{s}_i. \tag{2.52}$$

Демак, *моддий нуқталар системаси учун тўла механик энергиянинг ўзгариши ички ноконсерватив кучлар ва ташқи кучлар бажарган ишларнинг йиғиндисига тенг.* Бу таъриф берк бўлмаган системалар учун ўринлидир. Берк системада ташқи кучларнинг бажарган иши нолга тенг бўлади. Шунинг учун (2.52) ифода

$$dW_c = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{f}_i' \cdot d\mathbf{s}_i \qquad (2.53)$$

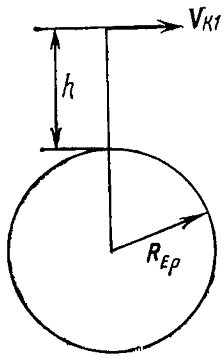
кўринишда ёзилади. Демак, моддий нуқталар берк системаси учун механик энергиянинг ўзгариши системадаги моддий нуқталар орасида таъсир этадиган ноконсерватив кучлар бажарадиган ишга тенг. Ноконсерватив кучлар (масалан, ишқаланиш кучлари) нинг бажарган иши туфайли система механик энергияси камаяди. Буни *энергиянинг диссипацияси* дейилади. Мазкур ҳолда энергия йўқолмайди, балки механик энергиянинг бир қисми бошқа турдаги энергияларга (масалан, иссиқлик ҳаракат энергиясига) айланади. Берк системадаги моддий нуқталар орасида ноконсерватив кучлар таъсир этмаса ёки ноконсерватив кучларнинг иши эътиборга олинмайдиган даражада кичик бўлса, (2.53) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$dW_c = 0.$$

Бундан

$$W_c = E_c + U_c = \text{const}. \qquad (2.54)$$

Мазкур тенглама фақат консерватив кучлар билан ўзаро таъсирлашадиган моддий нуқталар берк системаси учун механик энергиянинг сақланиш қонунини ифодалайди. У қуйидагича таърифланади: *моддий нуқталари орасида фақат консерватив кучлар таъсир этадиган берк системанинг тўла механик энергияси ўзгармайди.* Бундай системаларда кинетик ва потенциал энергияларнинг бир-бирига айланиши содир бўлади, холос. Механик энергияни бошқа турдаги энергияларга айланиши бу ҳолда кузатилмайди, албатта. Лекин бу ҳол идеал берк системалар (бундай системаларни, баъзан, *консерватив системалар* деб ҳам аталади) учунгина ўринли. Амалда эса ҳар қандай системада ҳам, оз бўлса-да, энергия диссипацияси намоён бўлади. Хусусан, берк системадаги жисмлар орасида ишқаланиш кучлари таъсир этадиган ҳолда механик энергиянинг камайиши, яъни механик ҳаракат энергиясини қисман иссиқлик ҳаракат энергиясига айланиши кузатилади. Бинобарин, бундай ҳолларда система ички энергияси ортиши керак, чунки ички энергия деганда системани ташкил этган жисмлар микрозарраларининг иссиқлик ҳаракат энергиялари ва ўзаро таъсир энергияларининг йиғиндиси тушунилади. Аниқ тажрибаларнинг кўрсатишича, берк системалардаги механик энергиянинг камайиши (яъни энергиянинг диссипацияси) система ички энергиясининг ортишига жуда мос келади. Шунинг учун энергиянинг сақланиш қонуни энг умумий шаклда қуйидагича таърифланиши мумкин: *энергия ҳеч қачон йўқолмайди ва йўқдан пайдо бўлиб қолмайди, балки бир кўринишдаги энергия бошқа кўринишдаги энергияга айланади.* Ёки материя ва ҳаракатнинг сақланиши қонунини намоён қилиб қуйидагича таъриф берса ҳам бўлади: Материя ҳаракатининг барча шаклий ўзгаришларида энергия ўзгармасдан қолаверади.



2.16- расм.

7-§. Космик тезликлар

Кундалик ҳаётимиздаги кузатишлардан биламизки, горизонтга нисбатан ихтиёрий бурчак остида (ҳаттоки вертикал йўналишда ҳам) отилган жисмлар Ернинг тортиши туфайли Ер сиртига қайтиб тушади. Бошқача қилиб айтганда, кузатилган мисолларда жисмлар қанчалик шиддат билан ҳаракатлантирилмасин, барибир улар Ернинг тортиш кучини енга олмаган. Лекин космик тезликлар деб аталадиган ниҳоят катта тезликлар учун аҳвол ўзгача:

Биринчи космик тезлик. Ер сиртидан h баландликда (яъни Ер марказидан $R_{Ep}+h$ узоқликда) m массали жисмнинг оғирлик кучи, бутун олам тортишиш қонунига асосан

$$P_h = \gamma \frac{m_{Ep}\, m}{(R_{Ep}+h)^2} \qquad (2.55)$$

га тенг. Бу жисм Ер атрофида $R_{Ep}+h$ радиусли орбита бўйлаб ҳаракатланиши (2.16-расмга қ.), яъни Ернинг сунъий йўлдоши бўлиши учун айланма ҳаракатда жисмга таъсир этадиган марказдан қочма куч

$$F_{\text{м.қ.}} = \frac{m v_{\text{к}1}^2}{R_{Ep}+h} \qquad (2.56)$$

жисмнинг оғирлик кучига тенг бўлиши шарт:

$$\frac{m v_{\text{к}1}^2}{R_{Ep}+h} = \gamma \frac{m_{Ep}\, m}{(R_{Ep}+h)^2}$$

ёки

$$v_{\text{к}1}^2 = \gamma \frac{m_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}} + h}. \tag{2.57}$$

Мазкур ифоданинг сурат ва махражини $R_{\text{Ер}}^2$ га кўпайтирайлик:

$$v_{\text{к}1}^2 = \gamma \frac{m_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}}^2} \cdot \frac{R_{\text{Ер}}^2}{R_{\text{Ер}} + h}. \tag{2.58}$$

Агар $\gamma \frac{m_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}}^2} = g$ эканлигини [(2.22) га қ.] ҳисобга олсак, (2.58) дан биринчи космик тезлик учун

$$v_{\text{к}1} = R_{\text{Ер}} \sqrt{\frac{g}{R_{\text{Ер}} + h}} \tag{2.59}$$

ифодани ҳосил қиламиз. $h \ll R_{\text{Ер}}$ бўлган ҳоллар учун $R_{\text{Ер}} + h \approx R_{\text{Ер}}$ деб ҳисобласа бўлади. Натижада (2.59) ифода мазкур ҳол учун

$$v_{\text{к}1} = \sqrt{R_{\text{Ер}}\, g} \tag{2.60}$$

кўринишга келади. Бу ифодага $R_{\text{Ер}} \approx 6{,}37 \cdot 10^6$ м ва $g \approx 9{,}80 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ларни қўйиб биринчи космик тезликнинг қийматини топамиз:

$$v_{\text{к}1} \approx 7912 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 8 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Иккинчи космик тезлик. Ернинг тортиши сезиладиган доирадан чиқиб кетиши учун жисм Ернинг тортиш кучига қарши иш бажариши лозим. (2.31) га асосан мазкур иш жисмнинг охирги ва бошланғич ҳолатларидаги потенциал энергиялари айирмасига тенг. Жисмнинг бошланғич ҳолати — унинг Ер сиртида жойлашган вазияти ($r = R_{\text{Ер}}$), охирги ҳолати эса Ердан чексиз узоқликда жойлашган ($r \to \infty$) вазиятидир. Шунинг учун

$$A_{12} = U_2 - U_1 = -\left(-\gamma \frac{m_{\text{Ер}}\, m}{R_{\text{Ер}}}\right) = \gamma \frac{m_{\text{Ер}}\, m}{R_{\text{Ер}}}.$$

Бу ишни Ернинг тортиш майдонидан чиқиб кетаётган жисм ўзининг кинетик энергияси ҳисобига бажаради. Демак,

$$\frac{m v_{\text{к}2}^2}{2} = \gamma \frac{m_{\text{Ер}}\, m}{R_{\text{Ер}}} \tag{2.61}$$

тенглик бажарилиши шарт. Бундан

$$v_{к2}^2 = 2\gamma \frac{m_{Ер}}{R_{Ер}}$$

ни топамиз. Мазкур тенглама ўнг томонининг сурат ва махражини $R_{Ер}$ га кўпайтирайлик:

$$v_{к2}^2 = 2R_{Ер} \cdot \gamma \frac{m_{Ер}}{R_{Ер}^2} = 2R_{Ер}\, g$$

ёки

$$v_{к2} = \sqrt{2R_{Ер}\, g}\,. \qquad (2.62)$$

Ҳисоблар Ердан старт олувчи жисм учун

$$v_{к2} \approx 11{,}2 \frac{км}{с}$$

бўлиши лозимлигини кўрсатди. Космик тезликларнинг юқорида келтирилган қийматлари фақат Ердан парвоз қилувчи объектлар учун ўринли эканлигини алоҳида қайд қилайлик. Бошқа самовий жисмлардан учадиган объектлар учун мазкур тезликларнинг қийматлари ўзгача бўлади, албатта. Хусусан, Ой сиртидан старт оладиган ракета учун биринчи космик тезликнинг қиймати $1680 \frac{м}{с}$, иккинчи космик тезликнинг қиймати эса $2750 \frac{м}{с}$ га тенг.

Учинчи космик тезлик. Қуёш системасидан чиқиб кетмоқчи бўлган жисм Ернинг тортиш кучларинигина эмас, балки Қуёшнинг тортиш кучларини ҳам енгиш учун иш бажариши керак. Бу ишни, албатта, жисм ўзининг кинетик энергияси ҳисобига бажаради. Шунинг учун (2.61) га қиёс қилиб

$$\frac{m v_{к3}^2}{2} = \gamma \frac{m_{Қ}\, m}{R} \qquad (2.63)$$

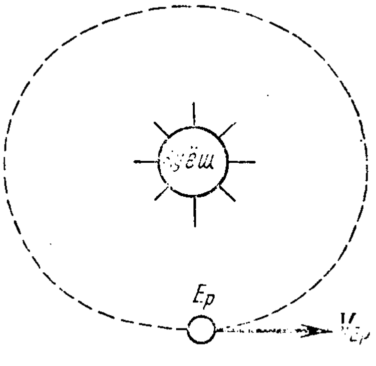
тенгламани ёза оламиз. Бунда $m_{Қ}$ — Қуёш массаси, R эса Ер ва Қуёш орасидаги масофа (Ер орбитасининг радиуси). Математик амаллардан сўнг (2.63) дан

$$v_{к3} = \sqrt{2\gamma \frac{m_{Қ}}{R}} \qquad (2.64)$$

ни ҳосил қиламиз. Ундаги катталикларнинг қийматларини ўрнига қўйиб ҳисобласак,

$$v_{к3} \approx 42{,}2 \frac{км}{с}$$

эканини топамиз. Мазкур тезлик Қуёш билан боғлиқ



2.17- расм.

бўлган саноқ системаси учун ўринли. Лекин Ернинг Қуёш атрофидаги орбитал тезлиги $29{,}8\,\frac{км}{с}$. Демак, Ернинг тортиш сферасидан чиқиш чоғида ракета тезлиги Ер орбитал ҳаракатининг тезлиги билан бир хил йўналишга эга бўлса (2.17- расмга қ.), мазкур нуқтада ракетага берилиши лозим бўлган минимал тезлик қиймати

$$v \approx (42{,}2 - 29{,}8)\,\frac{км}{с} = 12{,}4\,\frac{км}{с}$$

бўлади. Лекин бу тезликка ракета Ернинг тортиш майдонидан чиқиш вақтида эришиши керак. Ердан старт олаётган ракета тезлигининг миқдори эса v дан каттароқ бўлиши лозим, албатта. Чунки ракета стартда эришган кинетик энергиясининг бир қисмини Ернинг тортиш майдонидан чиқиб олиш учун сарфлагандан сўнг тезлигининг қиймати v дан кичик бўлмаслиги керак. Ҳисобларнинг кўрсатишича, ракетага Ернинг орбитал ҳаракати йўналишида Ер сиртига нисбатан $16{,}7\,\frac{км}{с}$ тезлик берилса, у Қуёш системасининг тортиш майдонидан чиқиб кетади.

8- §. Абсолют эластик ва ноэластик урилишлар

Урилиш — фазонинг кичик соҳасида жисмларнинг қисқа вақтли ўзаро таъсирлашиш жараёнидир. Масалан, диаметрлари 10 см дан бўлган икки пўлат шар бир-бирига қараб 5 м/с тезлик билан яқинлашиб тўқнашганда ўзаро таъсир 0,0005 с чамаси давом этади, холос. Лекин тўқнашиш жараёнида шарларнинг бир-бирига тегиш соҳасида ниҳоят катта кучлар намоён бўлади. Хусусан, юқорида қайд қилинган мисолда урилиш чоғида таъсир этадиган кучнинг миқдори 40000 Н дан ортиб кетади. Урилиш чоғида жисмлар деформацияланади. Натижада бир-бирига урилаётган жисмлар кинетик энергияларининг барчаси ёки бир қисми эластик деформациянинг потенциал энергиясига ва жисмларнинг ички энергиясига айланиши мумкин. Ички энергиянинг ортиши жисмлар температурасининг кўтарилишида намоён бўлади. Урилишларнинг икки чегаравий кўринишлари билан танишайлик.

Абсолют ноэластик урилиш. Лой, пластилин, қўрғашин каби моддалардан иборат жисмларнинг урилиши абсолют ноэластик урилишга анчагина яқин бўлади. Абсолют ноэластик урилишнинг характерли хусусиятлари қуйидагилар: а) урилишда вужудга келган жисмлар деформацияси сақланади; б) деформация потенциал энергияси вужудга келмайди; в) жисмлар кинетик энергияларининг бир қисми жисмларнинг деформацияланишига сарф бўлади. Деформация сақланганлиги туфайли энергиянинг мазкур қисми кинетик энергия тарзида тикланмайди, балки жисмлар ички энергиясига айланади. Одатда, энергиянинг бу қисмини деформация иши деб аталади; г) урилишдан сўнг жисмлар умумий тезлик билан ҳаракатланади ёки нисбий тинч ҳолатда бўлади.

Шунинг учун абсолют ноэластик урилишда фақат *импульснинг сақланиш қонуни* бажарилади. Механик энергиянинг сақланиш қонуни бажарилмайди (лекин „механик энергия" ва оддийгина „энергия" сўзларининг фарқини унутмайлик). Барча жараёнлар каби абсолют ноэластик урилишда ҳам табиатнинг универсал қонуни—энергиянинг (барча турлардаги энергияларнинг) *сақланиш қонуни* бажарилади, албатта.

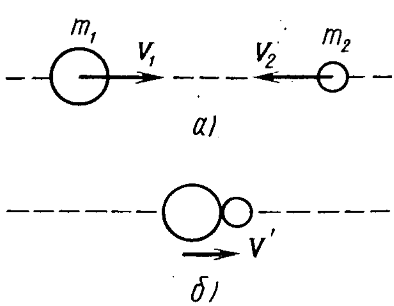
Массалари m_1 ва m_2 бўлган шарлар $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ тезликлар билан ҳаракатланиб абсолют ноэластик тўқнашсин. $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ лар шарларнинг марказларини бирлаштурувчи тўғри чизиқ бўйлаб йўналган. Урилишдан кейинги тезликни $\mathbf{v}'$ билан белгилаб икки шардан иборат берк система учун импульснинг сақланиш қонунини ёзайлик:

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = (m_1 + m_2)\,\mathbf{v}'.$$

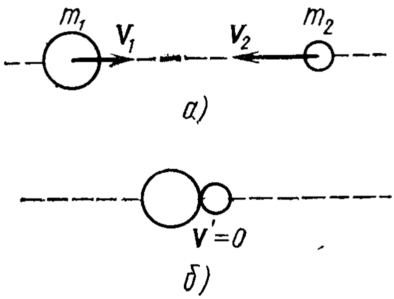
Бундан

$$\mathbf{v}' = \frac{m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2}{m_1 + m_2}. \qquad (2.65)$$

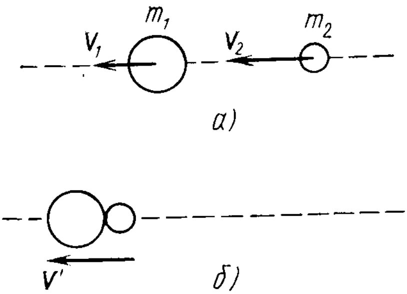
Мазкур ифода асосида қуйидаги хулосаларга келамиз: а) шарлар бир-бирига қараб ҳаракатланса (2.18-расм), урилишдан сўнг иккала шарнинг биргаликдаги ҳаракатининг йўналиши $|m_1\mathbf{v}_1|$ ва $|m_2\mathbf{v}_2|$ ларга боғлиқ, яъни урилишгача импульсининг миқдори каттароқ бўлган шар ҳаракатланаётган томон-



2.18- расм.



2.19- расм.



2.20- расм.

га йўналган; б) шарлар бир-бири томон ҳаракатланса, лекин $|m_1\mathbf{v}_1| = |m_2\mathbf{v}_2|$ бўлса (2.19-расм), урилишдан сўнг шарлар механик ҳаракатларини давом эттирмайди, яъни $\mathbf{v}' = 0$; в) шарлар бир томонга ҳаракатланса (2.20-расм), урилишдан сўнг ҳам улар ўша томон ҳаракатларини давом эттиради.

Урилишгача шарлар эга бўлган умумий кинетик энергия $\left(\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}\right)$ ва урилишдан кейинги умумий кинетик энергия $\left(\frac{m_1 + m_2}{2} v'^2\right)$ нинг фарқи деформация ишига ($A_д$) тенг:

$$A_д = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} - \frac{m_1 + m_2}{2} v'^2. \qquad (2.66)$$

Бундаги v' ўрнига унинг қийматини [(2.65) га қ.] қўйсак, бир қатор математик амаллардан сўнг

$$A_д = \frac{m_1m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 + v_2)^2 \qquad (2.67)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Агар тўқнашаётган жисмлардан бири қўзғалмас бўлса, (2.67) ифода янада соддароқ кўринишга келади. Масалан, $v_2 = 0$ деб олсак,

$$A_д = \frac{m_1m_2}{2(m_1 + m_2)} v_1^2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{m_1v_1^2}{2} \qquad (2.68)$$

бўлади. Агар урилишгача биринчи жисм кинетик энергияси $E_1 = \frac{m_1v_1^2}{2}$ эканлигини эътиборга олсак, (2.68) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$A_д = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_1. \qquad (2.69)$$

Демак, иккинчи жисм қўзғалмас бўлган ҳолларда бу икки жисмдан иборат система кинетик энергияси ($E_c = E_1 + E_2 = E_1$, чунки $E_2 = 0$) нинг $m_2/(m_1 + m_2)$ қисми деформацияга сарфланади, қолган $1 - \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$ қисми эса жисмларнинг урилишдан кейинги кинетик энергиялари тарзида намоён бўлади. Шунинг учун каттароқ деформацияларни ҳосил қилиш лозим бўлган ҳолларда қўзғалмас жисм массаси (m_2) урувчи жисмнинг массаси (m_1) дан каттароқ бўлгани қулайроқдир. Ҳақиқатан, эътибор берган бўлсангиз, металлни тоблаётган темирчи болғасининг массаси (m_1) сандон массаси (m_2) дан анча кичик, яъни $m_2 \gg m_1$. Аксинча, урилишдан сўнг жисмларни мумкин қадар кўпроқ силжитиш лозим бўлган ҳолларда урувчи жисм массаси урилаётган жисмникидан каттароқ бўлиши қулайроқдир. Масалан, мих ёки қозиқ қоқишда болғанинг массаси (m_1) мих ёхуд қозиқникидан каттароқ бўлгани маъқул.

Абсолют эластик урилиш. Пўлат, фил суяги каби моддалардан иборат жисмларнинг урилиши абсолют эластик урилишга анча яқин бўлади. Абсолют эластик урилишнинг характерли хусусиятлари қуйидагилар: а) урилиш чоғида жисмларнинг эластик деформацияланиши вужудга келади, лекин урилишдан сўнг у бутунлай йўқолади, яъни жисмларнинг шакли тикланади; б) жисмларнинг деформацияланишида кинетик энергия қисман (ёки тўлиқ) эластик деформациянинг потенциал энергиясига айланади, жисмлар ўз шаклларини тиклаётганда эса у яна кинетик энергияга айланади, кинетик энергия бошқа турдаги энергияларга, хусусан ички энергияга айланмайди; в) урилишдан сўнг жисмлар биргаликда ҳаракатланмайди.

Абсолют эластик урилишда система импульсининг сақланиш қонуни ва система механик энергиясининг сақланиш қонуни бажарилади. Мазкур қонунлар массалари m_1 ва m_2 бўлган шарлар учун қуйидагича ёзилади:

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = m_1\mathbf{v}'_1 + m_2\mathbf{v}'_2, \tag{2.70}$$

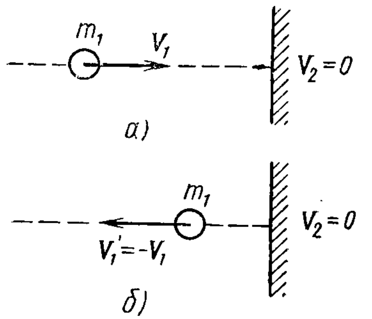
$$\frac{m_1\mathbf{v}_1^2}{2} + \frac{m_2\mathbf{v}_2^2}{2} = \frac{m_1\mathbf{v}_1'^2}{2} + \frac{m_2\mathbf{v}_2'^2}{2} \tag{2.71}$$

Бу тенгламалардаги $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ шарларнинг тўқнашишдан олдинги, $\mathbf{v}'_1$ ва $\mathbf{v}'_2$ эса урилишдан кейинги тезликлари. (2.70) ва (2.71) ни биргаликда ечиб

$$\mathbf{v}'_1 = \frac{2\,m_2\mathbf{v}_2 + (m_1 - m_2)\,\mathbf{v}_1}{m_1 + m_2}, \qquad \mathbf{v}'_2 = \frac{2m_1\mathbf{v}_1 + (m_2 - m_1)\mathbf{v}_2}{m_1 + m_2} \tag{2.72}$$

ифодаларни ҳосил қиламиз.

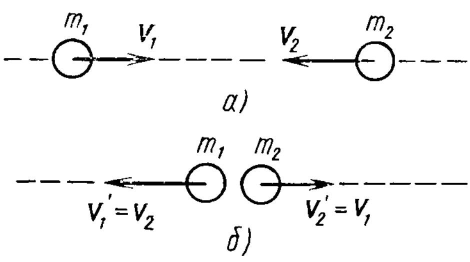
Баъзи хусусий ҳолларни муҳокама қилайлик.



2.21- расм.

1. Шарлардан бири тинч турган бўлсин, яъни $\mathbf{v}_2 = 0$. У ҳолда (2.72) ифодалар қуйидаги кўринишга келади:

$$\mathbf{v}_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\mathbf{v}_1, \quad \mathbf{v}_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\mathbf{v}_1. \tag{2.73}$$



2.22- расм.

Демак, иккинчи шарнинг урилишдан сўнгги ҳаракати биринчи шар урилишгача ҳаракатланган томонга йўналган. Урилишдан кейинги тезликлар катталиклари шарлар массаларининг нисбатига боғлиқ бўлади. Агар шарлардан бирининг массаси иккинчисига нисбатан ниҳоят катта, яъни $m_2 \gg m_1$ шарт бжарилса,

$$\mathbf{v}_1' = -\mathbf{v}_1, \qquad \mathbf{v}_2' = 0 \tag{2.74}$$

бўлади. Бундай ҳол эластик шар деворга (деворни массаси ва радиуси ниҳоят катта шар деб ҳисобланади) урилганда амалга ошиши мумкин (2.21-расм). Шунинг учун деворга урилган шар тезлигининг қиймати сақланади, йўналиши эса тескарисига ўзгаради. Бошқача қилиб айтганда, шар девордан эластик равишда орқасига қайтиб кетади.

2. Массалари тенг (яъни $m_1 = m_2$) бўлган шарлар бирбири билан тўқнашган (2.22-расм) ҳолда (2.72) ифодалар

$$\mathbf{v}_1' = \mathbf{v}_2, \qquad \mathbf{v}_2' = \mathbf{v}_1$$

кўринишга келади. Демак, шарлар тезликларини айирбошлайди.

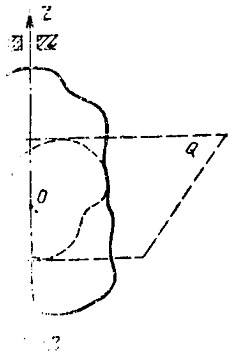
III боб

ҚАТТИҚ ЖИСМ МЕХАНИКАСИ

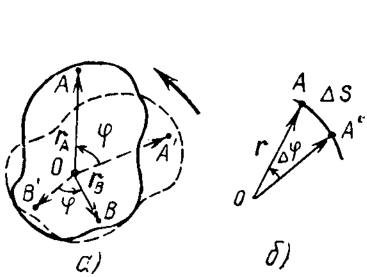
1-§. Айланма ҳаракат кинематикасининг элементлари

Абсолют қаттиқ жисм деганда деформацияланмайдиган (ёки текширилаётган ҳодисанинг содир бўлиш жараёнида деформацияланишини ҳисобга олмаса ҳам бўладиган) жисм тушунилади. Бундай жисм зарраларининг ўзаро жойлашиши ўзгармайди. Мазкур бобда абсолют қаттиқ жисмлар устида мулоҳаза юргизамиз, лекин уни қисқароқ қилиб *қаттиқ жисм* деб атаймиз.

Айланаётган қаттиқ жисмнинг қўзғалмай қоладиган икки нуқтасидан ўтказилган тўғри чизиқ (3.1-расмдаги OZ) *айланиш ўқи* деб, ҳаракатни эса шу ўқ атрофида қаттиқ *жисмнинг айланма ҳаракати* деб аталади. Айланма ҳаракат қилаётган қаттиқ жисм барча нуқталарининг траекториялари айланиш ўқига перпендикуляр бўлган текисликларда ётадиган, марказлари айланиш ўқида жойлашган айланалардан иборат. Айланаётган қаттиқ жисмни айланиш ўқига перпендикуляр текислик (3.1-расмдаги Q текислик) билан кесиш натижасида вужудга келадиган шакл 3.2-*а* расмда тасвирланган. Бундаги O



3.1- расм.



3.2- расм.

нуқта айланиш ўқи билан Q текисликнинг кесишиш нуқтасидир. Уни қаттиқ жисмнинг Q текисликда ётган нуқталари учун *айланиш маркази* деб атаймиз. Нуқталарнинг вазиятларини характерлайдиган радиус-векторлар ана шу айланиш марказидан бошлансин. У ҳолда нуқталарнинг радиус-векторлари ўз узунликларини ўзгартирмайди. Фақат уларнинг йўналишлари ўзгаради, холос. Қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисм бирор нуқтаси (масалан, 3.2-*а* расмдаги A нуқта) нинг бир-биридан ихтиёрий вақт интервали қадар фарқланадиган вазиятларини характерлайдиган радиус-векторлари орасидаги φ бурчак билан ифодаланувчи катталик мазкур нуқтанинг *бурилиш бурчаги* деб аталади. Юқорида шартлашиб олганимизга кўра, қаттиқ жисм зарраларининг ўзаро жойлашиши ўзгармайди. Бинобарин, барча нуқталарнинг бурилиш бурчаклари (φ) айнан бир хил бўлади. Шунинг учун айланаётган қаттиқ жисм битта нуқтасининг бурилиш бурчаги ҳақидаги маълумот шу жисм барча нуқталари учун тааллуқли бўлади. Айланма ҳаракат кинематикасида радиус-векторнинг бурилиш бурчаги асосий катталик сифатида қабул қилинишининг сабаби ҳам шунга асосланган.

Агар Δt вақт интервалида қаттиқ жисмнинг бурилиш бурчаги $\Delta\varphi$ га тенг бўлса (3.2 б-расмга қ.), Δt ни чексиз кичрайтирган ҳолдаги $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ интиладиган лимит *оний бурчак тезлик* ёхуд, оддийгина қилиб, *бурчак тезлик* деб аталади:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \tag{3.1}$$

Демак, айланма ҳаракат қилаётган қаттиқ жисмнинг бурчак тезлиги бурилиш бурчагидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг.

Агар қаттиқ жисмнинг бурчак тезлиги ўзгармас қийматга эга (яъни $\omega = \mathrm{const}$) бўлса, жисм текис айланаётган бўлади. Бу ҳолда бурчак тезлик қиймати

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \tag{3.2}$$

ифода билан аниқланиши мумкин. Акс ҳолда, яъни $\omega \neq$ $\neq \mathrm{const}$ бўлганда қаттиқ жисм нотекис айланаётган бўлади. Бу ҳолда бурчак тезлик ўзгаришининг жадаллиги *бурчак тезланиш* деб аталадиган катталик билан характерланади:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \tag{3.3}$$

Мазкур ифодани, (3.1) ни ҳисобга олиб, қуйидаги кўринишда ҳам ёза оламиз:

$$\varepsilon = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \qquad (3.4)$$

Демак, айланаётган қаттиқ жисм бурчак тезланишининг қиймати бурчак тезликдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага ёки бурилиш бурчагидан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг. СИ да бурчак *радиан* ҳисобида, бурчак тезлик рад/с (*радиан тақсим секунд*) ҳисобида, бурчак тезланиш эса рад/с^2 (*радиан тақсим секунд квадрат*) ҳисобида ўлчанади.

Айланаётган қаттиқ жисм бурчак характеристикалари (бурчак тезлик ва бурчак тезланиш) билан мазкур жисм айрим нуқталарининг чизиқли характеристикалари (чизиқли тезлик, нормал ва уринма тезланишлар) орасидаги боғланишни аниқлаш учун шу жисм ихтиёрий битта нуқтасининг ҳаракатини текширайлик. Мазкур нуқтанинг Δt вақт давомида босиб ўтган масофаси Δs узунликдаги айлана ёйи билан характерланади (3.2-*б* расм). Шу вақт давомида бурилиш бурчагининг ўзгариши $\Delta\varphi$ бўлсин. Бу бурчак ёрдамида нуқта вазиятининг ўзгариши аниқланаётганлиги туфайли уни *бурчак кўчиш* деб ҳам аталади. $\Delta\varphi$ бурчак r радиусли айлананинг марказий бурчаги. Бинобарин, $\Delta\varphi$ радианларда ифодаланса, геометрия қоидаларига асосан,

$$\Delta s = r\,\Delta\varphi \qquad (3.5)$$

муносабат ўринли бўлади. Унинг иккала томонини Δt га бўламиз ва вужудга келган нисбатларнинг Δt нолга интилгандаги лимитларини оламиз:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \qquad (3.6)$$

Бу тенгликнинг чап томонидаги лимит *А нуқтанинг чизиқли тезлиги* (v), ўнг томондаги лимит эса айланаётган *қаттиқ жисмнинг бурчак тезлиги* (ω) дир. Шунинг учун (3.6) ни қуйидаги кўринишда ёза оламиз:

$$v = \omega r. \qquad (3.7)$$

Демак, қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисм нуқталарининг чизиқли тезликлари шу нуқталар радиус-векторларининг модулига тўғри пропорционал экан.

(3.7) дан фойдаланиб, (1.12) ва (1.14) лар асосида, нормал ва тангенциал тезланишлар учун қуйидаги ифодаларни ҳосил қиламиз:

$$a_{\text{н}} = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r, \qquad (3.8)$$

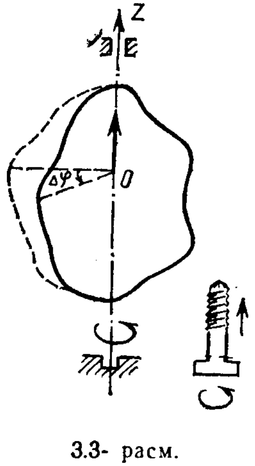
$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega r) = \frac{d\omega}{dt} r = \varepsilon r. \qquad (3.9)$$

Демак, қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисмнинг айланиш ўқидан узоқроқдаги нуқталари учун нормал ва уринма тезланишларнинг қийматлари ҳам каттароқ бўлар экан.

Қаттиқ жисмнинг айланиши давр (T) ва частота (ν) каби катталиклар ёрдамида ҳам ифодаланади. *Айланиш даври* — қаттиқ жисмнинг битта тўлиқ айланиши, яъни мазкур қаттиқ жисм ихтиёрий заррасининг радиус-вектори $\varphi = 2\pi$ радианга бурилиши учун сарфланадиган вақт. *Айланиш частотаси* эса қаттиқ жисмнинг бирлик вақтдаги айланишлар сонидир, яъни $\nu = \frac{1}{T}$. У ҳолда текис айланаётган қаттиқ жисм учун (3.2) ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \qquad (3.10)$$

Қаттиқ жисмнинг бурчак кўчиши айланиш ўқи бўйлаб йўналган вектор тарзида ифодаланиши мумкинки, бу вектор йўналиши ва қаттиқ жисмнинг айланиш йўналиши (3.3-расм) ўнг винт қоидаси асосида боғланган: ўнг винтни қаттиқ жисмнинг айланиш йўналишида бураганда винт илгариланма ҳаракатининг йўналиши қаттиқ жисм бурчак кўчиш векторининг йўналишини кўрсатади. Йўналишининг бундай аниқланиши билан мазкур вектор шу вақтгача маълум бўлган векторлардан (маълумки, тезлик, тезланиш, куч векторларининг йўналишлари ҳаракат ёхуд таъсир йўналишлари билан аниқланарди) фарқланади. Бурчак кўчиш вектори ҳақиқий вектор бўлмаганлиги учун уни *псевдовектор* деб аталади. Бурчак кўчиш вектори жисмнинг айланиш ўқи бўйлаб йўналганлигини қайд қилиш мақсадида, баъзан, уни *аксиал вектор* (ўзбек тилида „ўқ вектор" деган маънони англатади) деб ҳам аталади. Натижада бурчак тезлик ва бурчак тезланишларни ҳам вектор тарзида ифодалаш имконияти туғилади:

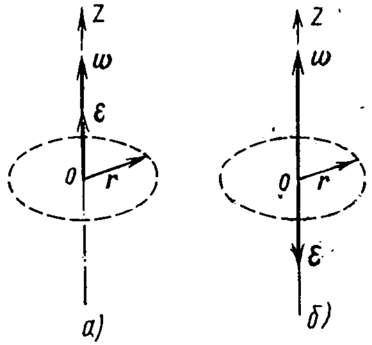


3.3- расм.

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{d\boldsymbol{\varphi}}{dt}, \qquad (3.11)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}. \qquad (3.12)$$

Демак, *бурчак тезлик вектори* — айланиш ўқида ётадиган ва йўналиши қаттиқ жисмнинг айланиш йўналиши билан ўнг винт қоидаси асосида боғланган вектордир. *Бурчак тезланиш вектори* ҳам айланиш ўқида ётадиган вектор, унинг йўналиши бурчак тезлик вектори, ўзгариши ($\Delta\boldsymbol{\omega}$) нинг йўналиши билан мосдир. Хусусан, қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисм



3.4- расм,

бурчак тезлигининг модули ортиб бораётган ҳолда (3.4-*а* расмга қ.) $\boldsymbol{\varepsilon}$ ва $\boldsymbol{\omega}$ нинг йўналишлари бир хил, аксинча, бурчак тезлигининг модули камайиб бораётган ҳолда (3.4-*б* расмга қ.) $\boldsymbol{\varepsilon}$ ва $\boldsymbol{\omega}$ йўналишлари тескари бўлади. $\boldsymbol{\omega}$ ва $\boldsymbol{\varepsilon}$ лар ҳам, худди бурчак кўчиш вектори каби, ҳақиқий векторлар эмас, балки псевдовекторлардир.

Айланаётган қаттиқ жисм ихтиёрий нуқтасининг вазияти айланиш марказидан шу нуқта томон йўналган радиус-вектор ($\mathbf{r}$) билан характерланганлиги учун (3.7), (3.8) ва (3.9) муносабатларни вектор кўринишда қуйидагича ёза оламиз:

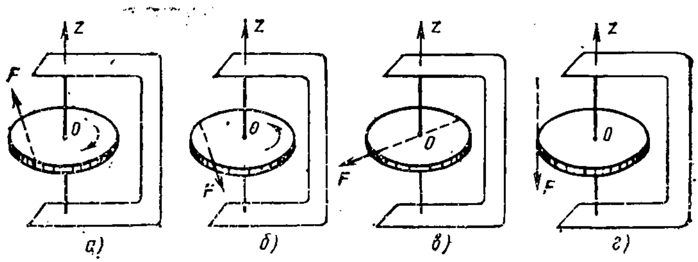
$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r}], \tag{3.13}$$

$$a_{н} = [\boldsymbol{\omega}[\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r}]], \tag{3.14}$$

$$a_{т} = [\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{r}]. \tag{3.15}$$

2-§. Куч моменти

Қаттиқ жисмни айланма ҳаракатга келтириш учун унга бирор куч таъсир этиши керак. 3.5-расмда тасвирланган жисм вертикал *OZ* ўқ атрофида айлана олиш имкониятига эга. Лекин бу жисм ҳар қандай йўналишдаги куч таъсирида ҳам айланавермайди. Хусусан, $\mathbf{F}$ кучнинг йўналиши 3.5-*а* расмда тасвирлангандек бўлганда жисм соат стрелкасининг йўналишида *OZ* ўқ атрофида айланма ҳаракатга келади. $\mathbf{F}$ куч 3.5-*б* расмдагидек йўналишида таъсир этган ҳолда эса жисм соат стрелкасига тескари йўналишда айланади. Агар жисмга таъсир этувчи куч 3.5-*в* ва 3.5-*г* расмда кўрсатилган йўналишларга эга бўлса жисм айланмайди. Умуман, куч вектори билан устма-уст тушадиган тўғри чизиқ шу кучнинг



3.5- расм

таъсир чизиғи деб аталади. 3.5-расмларда кучларнинг таъсир чизиқлари пунктир чизиқлар билан тасвирланган. Бинобарин, таъсир чизиқлари қаттиқ жисмнинг айланиш ўқидан ўтган (3.5-*в* расмга қ.) ёки айланиш ўқига параллел бўлган (3.5-*г* расмга қ.) кучлар жисмни айлантира олмайди, балки илгариланма ҳаракатга келтиришга интилади. Пировардида бундай кучлар қаттиқ жисмнинг айланиш ўқи бириктирилган подшипникларнинг реакция кучи билан мувозанатлашади. Тажрибаларнинг кўрсатишича, миқдорлари турлича бўлган кучлар ёки катталиги айнан бир хил, лекин йўналишлари турлича бўлган кучлар таъсирида жисмнинг айланиши турлича бўлади. Умуман, жисмни айлантира олишига оид кучнинг миқдорий характеристикаси сифатида куч моменти тушунчасидан фойдаланилади. Шу тушунча билан танишайлик.

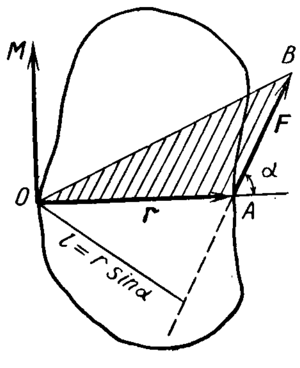
Жисмнинг бирор нуқтасига **F** куч таъсир этаётган бўлсин (3.6-расм). Бу *кучнинг ихтиёрий қўзғалмас O нуқтага нисбатан моменти* (**M**) деганда *O* нуқтадан кучнинг қўйилиш нуқтасига ўтказилган радиус-вектор (**r**) ва **F** кучнинг вектор кўпайтмаси тушунилади, яъни

$$\mathbf{M} = [\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}]. \qquad (3.16)$$

M нинг модули эса

$$M = Fr\sin\alpha = Fl \qquad (3.17)$$

формула ёрдамида аниқланиши мумкин. Бунда **r** ва **F** орасидаги бурчак α билан белгиланган. У ҳолда кучнинг таъсир чизиғига *O* нуқтадан туширилган перпендикулярнинг узунлиги $l = r\sin\alpha$ бўлади ва уни **F** кучнинг *O* нуқтага нисбатан елкаси деб аталади. Бинобарин, **F** кучнинг *O* нуқтага нисбатан моменти



3.6- расм.

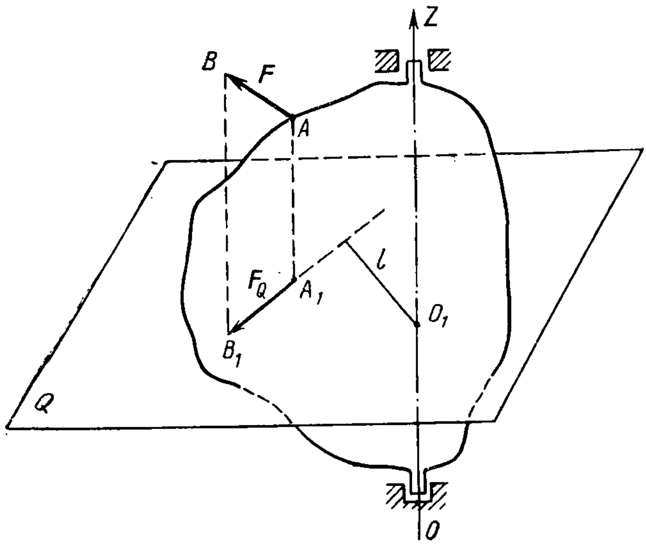
(**M**) нинг модули мазкур **F** куч ва **r** радиус-векторга қурилган OAB учбурчак (расмда штрихланган) юзининг иккиланганига тенг. **M** ва **F** векторларнинг йўналишлари ўнг винт қоидаси асосида боғланган: O нуқтага жойлашган ўнг винтни **F** нинг таъсири томонига бураганимизда винт илгариланма ҳаракатининг йўналиши **M** нинг йўналишини кўрсатади. Демак, **M** ҳақиқий эмас, балки худди $\boldsymbol{\omega}$ ва $\boldsymbol{\varepsilon}$ лар каби псевдовектордир.

Айланувчи қаттиқ жисмга таъсир этаётган бир неча кучнинг ихтиёрий O нуқтага нисбатан моменти (**M**) ҳар бир $\mathbf{F}_i$ кучнинг шу нуқтага нисбатан моменти ($\mathbf{M}_i$) ларнинг вектор йиғиндиси тарзида аниқланади, яъни

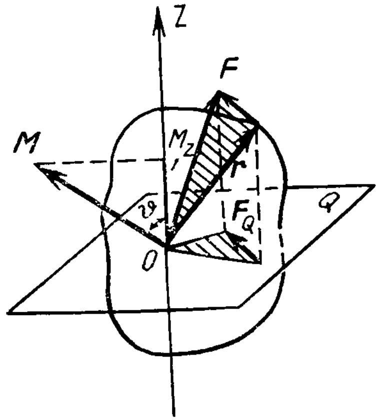
$$\mathbf{M} = \sum \mathbf{M}_i. \tag{3.18}$$

Агар таъсир этаётган барча кучларнинг қўйилиш нуқтаси умумий бўлса, мазкур кучларнинг бирор O нуқтага нисбатан моментларининг вектор йиғиндиси шу кучлар тенг таъсир этувчиси ($\mathbf{F} = \sum \mathbf{F}_i$) нинг мазкур нуқтага нисбатан моменти билан алмаштирилиши мумкин.

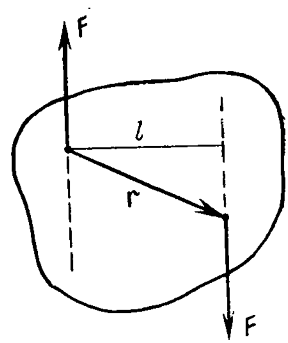
Баъзан, жисм бирор қўзғалмас ўқ (масалан, 3.7-расмдаги OZ ўқ) атрофида айлана олиш имкониятига эга бўлади. Бундай ҳолларда таъсир этувчи *кучнинг ўққа нисбатан моменти* тушунчасидан фойдаланиш керак. Кучнинг бирор ўққа нисбатан моменти деб шу кучнинг



3.7- расм.



3.8- расм.



3.9- расм.

ўққа перпендикуляр текисликдаги проекциясининг берилган ўқ ва мазкур текисликнинг кесишиш нуқтасига нисбатан моментининг алгебраик қийматига айтилади. Масалан, жисмнинг A нуқтасига (3.7- расмга қ.) қўйилган **F** кучнинг OZ ўққа нисбатан моментини ҳисоблаш учун ўққа перпендикуляр равишда Q текислик ўтказамиз ва **F** кучнинг Q текисликдаги проекциясини $\mathbf{F}_Q$ билан белгилаймиз. Q текислик ва OZ ўқнинг кесишиш нуқтаси (O_1) дан $\mathbf{F}_Q$ га ўтказилган перпендикулярни l билан белгиласак, юқоридаги таърифга асосан,

$$M_z = \pm F_Q\, l \tag{3.19}$$

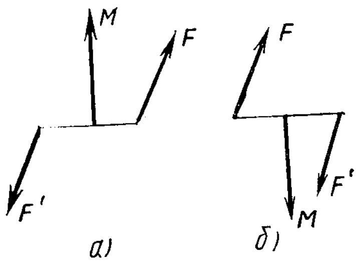
деб ёзиш мумкин. M_z нинг ишорасини танлашда шартли равишда қуйидаги қоидага риоя қиламиз: OZ ўқнинг мусбат учидан қараганда кучнинг ўққа перпендикуляр текисликдаги проекцияси жисмни ўқ атрофида соат стрелкаси ҳаракатига тескари йўналишда айлантиришга интилса, кучнинг ўққа нисбатан моментини мусбат, акс ҳолда манфий ишора билан оламиз.

Кучнинг ўққа нисбатан моменти (M_z) билан шу кучнинг мазкур ўқдаги нуқтага нисбатан моменти (M) ўзаро қуйидагича боғланган (3.8- расмга қ.):

$$M_z = M \cos\theta = [\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}]_z. \tag{3.20}$$

Бунда **M** ва OZ орасидаги бурчак θ билан белгиланган. Бинобарин, бирор **F** кучнинг ўқдаги ихтиёрий нуқтага нисбатан моментининг шу ўқдаги проекцияси **F** нинг мазкур ўққа нисбатан моментини ифодалайди.

Бир тўғри чизиқда ётмаган, бир-бирига тенг, лекин қарама-қарши йўналган иккита кучнинг қаттиқ жисмга таъсири алоҳида аҳамиятга эга (3.9-расм). Бундай кучларни *жуфт кучлар* ёки „жуфт“ лар деб юритилади. Жуфт кучни ташкил этувчи кучларнинг қўйилиш нуқталари ҳам, таъсир чизиқлари ҳам умумий бўлмаганлиги учун уларни битта тенг таъсир этувчи куч билан алмаштириб бўлмайди, албатта. Жуфт куч қаттиқ жисмни илгарилапма ҳаракатга келтира олмайди, лекин жисмни масса марказидан ўтган ва кучлар ётган текисликка перпендикуляр бўлган ўқ атрофида айлантиради. Жуфт кучнинг айлантирувчи таъсири *жуфт куч моменти* деб аталаган вектор билан характерланади:



3.10- расм.

$$M = [\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}]. \tag{3.21}$$

Жуфт куч моменти ($\mathbf{M}$) жуфт кучни ташкил этувчи кучлар ётган текисликка перпендикуляр равишда шундай йўналганки (3.10-расм), мазкур йўналиш ва жисмнинг жуфт куч таъсиридаги айланишининг йўналиши ўнг винт системасини ташкил этади.

Жуфт куч моментининг модули

$$M = F \cdot l \tag{3.22}$$

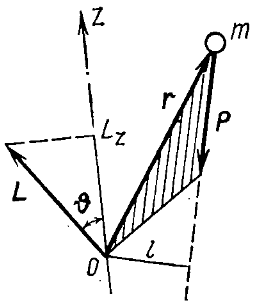
ифода ёрдамида аниқланиши мумкин. Бундаги l — жуфт кучни ташкил этувчи кучлар таъсир чизиқлари орасидаги энг қисқа масофа (3.9-расмга қ.), уни жуфт куч елкаси деб аталади.

Жуфт кучнинг асосий хоссаси шундан иборатки, жуфт кучни ташкил этувчи кучлар ётган текислик бўйлаб, ёки унга параллел бўлган текисликлар бўйлаб ихтиёрий равишда жуфт куч кўчирилганда ҳам унинг қаттиқ жисмга таъсири ўзгармайди. Шунинг учун жуфт куч моментини қаттиқ жисмнинг ихтиёрий нуқтасига қўйилган деб ҳисоблаш мумкин.

Куч моменти СИ да Н·м *(ньютон-метр)* ларда ўлчанади.

3-§. Импульс моменти ва унинг ўзгариш қонуни

m массали моддий нуқта $\mathbf{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётганда $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ импульсга эга. Мазкур моддий нуқта импульсининг ихтиёрий қўзғалмас O нуқтага нис-



3.11- расм.

батан моменти қуйидаги вектор кўпайтма билан аниқланади:

$$L = [r \cdot p], \qquad (3.23)$$

бунда r — O нуқтадан моддий нуқтанинг айни пайтдаги вазиятини ифодаловчи нуқтагача ўтказилган радиус-вектор (3. 11-расмга қ.). **L** векторнинг йўналиши ўнг винт қоидаси асосида топилади. **r** ва **p** лар ётган (расмдаги штрихланган) текисликка перпендикуляр равишда O нуқтага жойлаштирилган ўнг винтни **p** йўналишида буралганда винтнинг илгариланма ҳаракати **L** нинг йўналишини кўрсатади. **p** йўналишидаги тўғри чизиққа O нуқтадан туширилган перпендикуляр узунлигини l билан белгиласак, импульс моментининг модулини

$$L = rp \sin(\widehat{\mathbf{rp}}) = lp \qquad (3.24)$$

кўринишда ёзиш мумкин.

СИ да импульс моменти кг · м²/с (*килограмм-метр квадрат тақсим секунд*) ларда ўлчанади.

Моддий нуқта импульсининг O нуқтадан ўтувчи ихтиёрий қўзғалмас OZ ўққа нисбатан моменти (L_z) ва импульснинг O нуқтага нисбатан моменти (L) орасидаги боғланиш [худди (3.20) ифода сингари] қуйидаги муносабат билан ифодаланади:

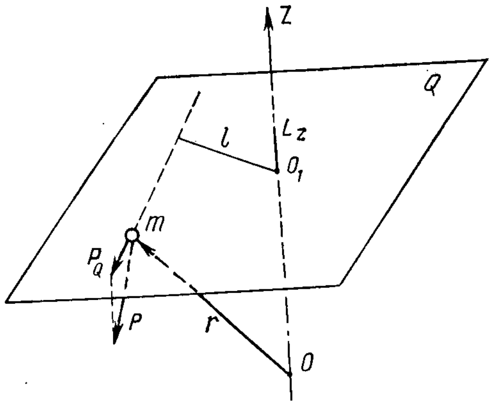
$$L_z = L \cos\theta = [\mathbf{rp}]_z, \qquad (3.25)$$

бундаги θ — **M** ва OZ ўқ орасидаги бурчак. L_z нинг қиймати

$$L_z = \pm p_Q l \qquad (3.26)$$

ифодадан фойдаланиб ҳисобланиши мумкин. (3.26) да моддий нуқта импульси (**p**) нинг OZ ўққа перпендикуляр равишда (3.12-расм) ўтказилган Q текисликдаги проекцияси $\mathbf{p}_Q$ билан, OZ ўқ ва Q текисликнинг кесишиш нуқтаси (O_1) дан $\mathbf{p}_Q$ га ўтказилган перпендикуляр узунлиги эса l билан белгиланган. L_z нинг ишорасини қуйидагича танлаймиз: OZ ўқнинг мусбат учидан қараганда моддий нуқта импульсининг ўққа перпендикуляр текисликдаги проекциясининг йўналиши соат стрелкасининг ҳаракатига тескари бўлса L_z ни мусбат, акс ҳолда манфий ишора билан оламиз.

Энди моддий нуқта импульс моментининг ўзгариш



3.12- расм.

қонунини келтириб чиқарайлик. Бунинг учун (3.23) ифодадан вақт бўйича ҳосила олайлик:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d}{dt}[\mathbf{r}\cdot\mathbf{p}] = \left[\frac{d\mathbf{r}}{dt}\cdot\mathbf{p}\right] + \left[\mathbf{r}\cdot\frac{d\mathbf{p}}{dt}\right]. \qquad (3.27)$$

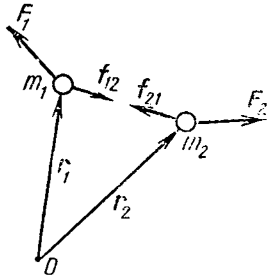
Бу ифоданинг ўнг томонидаги биринчи ҳад — тезлик $\left(\text{чунки } \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}\right)$ ва импульс ($\mathbf{p} = m\mathbf{v}$) векторларининг вектор кўпайтмасидир. $\mathbf{v}$ ва $\mathbf{p}$ ларнинг йўналишлари бир хил бўлганлиги учун уларнинг вектор кўпайтмаси нолга тенг. Иккинчи ҳаддаги $\frac{d\mathbf{p}}{dt}$ вектор, Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан, моддий нуқтага таъсир қилаётган кучларнинг тенг таъсир этувчиси ($\mathbf{F}$) дир. Шунинг учун (3.27) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = [\mathbf{r}\cdot\mathbf{F}] = \mathbf{M}, \qquad (3.28)$$

бундаги $\mathbf{L}$ ва $\mathbf{M}$ — ихтиёрий қўзғалмас O нуқтага нисбатан импульс моменти ва куч моментидир. (3.28) ифода моддий нуқта импульс моментининг ўзгариш қонунини ифодалайди: *моддий нуқта импульсининг ихтиёрий қўзғалмас O нуқтага нисбатан моментидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила шу моддий нуқтага таъсир қилаётган кучлар тенг таъсир этувчисининг O нуқтага нисбатан моменти билан аниқланади.*

$\mathbf{M}$ нолга тенг бўлган хусусий ҳолда импульс моментининг ўзгариш қонуни импульс моментининг сақланиш қонунига айланади, яъни (3.28) ифода

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0 \qquad (3.29)$$



3.13- расм.

кўринишга келади. Мазкур тенглик $\mathbf{L} = \text{const}$ бўлгандагина бажарилади. Демак, *моддий нуқтага таъсир қилаётган кучлар тенг таъсир этувчисининг ихтиёрий O нуқтага нисбатан моменти нолга тенг бўлганда моддий нуқта импульсининг шу O нуқтага нисбатан моменти ўзгармайди.*

4-§. Моддий нуқталар системаси импульсининг моменти ва унинг сақланиш қонуни

Моддий нуқталар системаси импульсининг ихтиёрий O нуқтага нисбатан моменти қуйидаги вектор йиғинди тарзида аниқланади:

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{L}_i = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{p}_i], \tag{3.30}$$

бундаги $\mathbf{L}_i$ — системага мансуб i-моддий нуқта импульсининг O нуқтага нисбатан моменти, $\mathbf{r}_i$ — моддий нуқтанинг O нуқтага нисбатан вазиятини характерловчи радиус-вектор, $\mathbf{p}_i$ — шу моддий нуқтанинг импульси.

Мулоҳазаларни соддалаштириш мақсадида икки моддий нуқтадан ташкил топган (яъни $n = 2$) система устида фикримизни давом эттирайлик (3.13-расм). Мазкур система импульсининг ихтиёрий O нуқтага нисбатан моменти, (3.30) га асосан, қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 = [\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{p}_1] + [\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{p}_2]. \tag{3.31}$$

$\mathbf{L}$ дан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила олайлик:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d\mathbf{L}_1}{dt} + \frac{d\mathbf{L}_2}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{[\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{p}_1] + [\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{p}_2]\right\}. \tag{3.32}$$

Моддий нуқталарга таъсир этаётган ташқи кучларни мос равишда $\mathbf{F}_1$ ва $\mathbf{F}_2$ деб, ички кучларни эса $\mathbf{f}_{12}$ ва $\mathbf{f}_{21}$ деб белгиласак, (3.28) га асосан

$$\frac{d\mathbf{L}_1}{dt} = \left[\mathbf{r}_1 \cdot \left(\mathbf{F}_1 + \mathbf{f}_{12}\right)\right] = \left[\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{F}_1\right] + \left[\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{f}_{12}\right],$$

$$\frac{d\mathbf{L}_2}{dt} = \left[\mathbf{r}_2 \cdot \left(\mathbf{F}_2 + \mathbf{f}_{21}\right)\right] = \left[\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{F}_2\right] + \left[\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{f}_{21}\right]$$

бўлади. Буларни (3.32) га қўяйлик:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \left[\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{F}_1\right] + \left[\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{f}_{12}\right] + \left[\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{F}_2\right] + \left[\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{f}_{21}\right]. \quad (3.33)$$

Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, $\mathbf{f}_{12} = -\mathbf{f}_{21}$ эканини ҳисобга олсак, (3.33) нинг ўнг томонидаги иккинчи ва тўртинчи ҳадлар йиғиндисини қуйидагича ўзгартириб ёза оламиз:

$$\left[\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{f}_{12}\right] + \left[\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{f}_{21}\right] = \left[\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{f}_{12}\right] - \left[\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{f}_{12}\right] =$$

$$= \left[(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{f}_{12}\right]. \quad (3.34)$$

$(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ ва $\mathbf{f}_{12}$ векторларнинг йўналишлари бир хил, шунинг учун уларнинг вектор кўпайтмаси, яъни (3.34) ифода нолга тенг. Натижада (3.33) қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \left[\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{F}_1\right] + \left[\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{F}_2\right] = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2. \quad (3.35)$$

Демак, $\frac{d\mathbf{L}}{dt}$ фақат ташқи кучлар моментларининг йиғиндиси билан аниқланади. (3.35) ни n та моддий нуқтадан иборат система учун умумлаштириб

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{F}_i] = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}_i \quad (3.36)$$

кўринишдаги ифодани ҳосил қиламиз. У n та моддий нуқтадан ташкил топган система импульсининг ихтиёрий O нуқтага нисбатан моментининг ўзгариш қонуни ифодасидир.

Моддий нуқталарнинг берк системаси учун $\sum\limits_{i=1}^{n} \mathbf{M}_i = 0$. У ҳолда (3.36) ифода

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0$$

кўринишга келади. Мазкур ифода

$$\mathbf{L} = \mathrm{const} \quad (3.37)$$

бўлгандагина бажарилади. Бу муносабат моддий нуқталар системаси учун импульс моментининг сақланиш қонунини характерлайди: *моддий нуқталар берк системаси импульсининг ихтиёрий нуқтага нисбатан моменти ўзгармайди.*

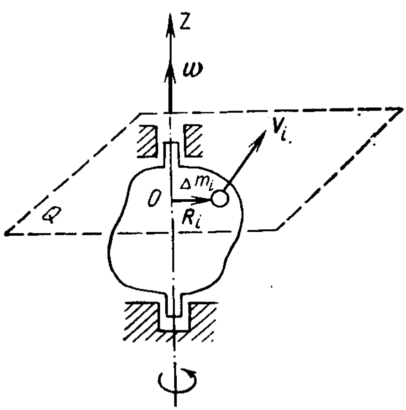
(3.36) даги барча вектор катталикларни ихтиёрий OZ ўқдаги проекциялари олинса

$$\frac{dL_z}{dt} = \sum_{i=1}^{n} M_{zi} = M_z \tag{3.38}$$

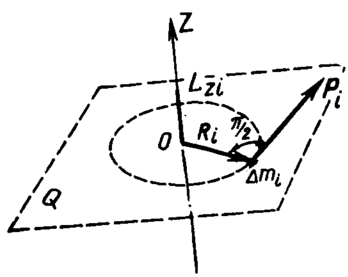
ифода ҳосил бўлади. Уни қуйидагича тавсиф қилиш мумкин: система импульсининг ихтиёрий OZ ўққа нисбатан моментидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила ташқи кучларнинг шу ўққа нисбатан олинган моментларининг алгебраик йиғиндисига тенг. Ташқи кучларнинг ўққа нисбатан моментларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлган ҳолда система импульсининг шу ўққа нисбатан моменти (L_z) ўзгармайди.

5-§. Қаттиқ жисм айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси

Қаттиқ жисм қўзғалмас OZ ўқ (3.14-расм) атрофида ω бурчак тезлик билан айланаётган бўлсин. Бунинг учун, одатда, қаттиқ жисм ўқининг икки учини подшипникларга жойлаштирилади. Хусусан, ошиқ-мошиққа ўрнатилган эшик, турбина ротори ёхуд соат маятниги текширилаётган қаттиқ жисмни ёрқин ифодаловчи мисоллар бўла олади. Шу қаттиқ жисмни хаёлан элементар бўлакчаларга (моддий нуқталарга) ажратайлик. Элементар бўлакчалардан бири, масалан, OZ ўқдан R_i масофа узоқликдаги Δm_i массали элементар бўлакча ҳақида мулоҳаза юргизайлик. Мазкур бўлакчанинг чизиқли тезлиги $v_i = \omega R_i$



3.14- расм.



3.15- расм.

импу [illegible] льси эса $p_i = \Delta m_i v_i = \Delta m_i R_i \omega$ бўлади. $\mathbf{v}_i$ ва $\mathbf{p}_i$ ве
торла [illegible] р бир хил йўналишга эга. Улар OZ ўққа перпенд
куля [illegible] равишда O нуқтадан ўтадиган Q текисликда ётад
ва $\mathbf{R}_i$ [illegible] га перпендикуляр бўлади (1-§ га қ.). Бинобари
айлан [illegible] аётган қаттиқ жисмнинг текширилаётган элемент
бўла [illegible] часи импульсининг OZ ўққа нисбатан моменти (L_z
ни (3 [illegible] 26) муносабатга асосланиб ҳисоблашда O нуқтада
$\mathbf{p}_i$ га [illegible] туширилган перпендикуляр узунлиги тарзида (3.1
расмг [illegible] а қ.) R_i олиниши керак:

$$L_{zi} = p_i R_i = \Delta m_i R_i \omega R_i = \Delta m_i R_i^2 \omega. \qquad (3.3$$

Қатти [illegible] қ жисмнинг барча элементар бўлаклари учун (3.3
ифода [illegible] ни қўллаб, сўнг уларнинг йиғиндисини олсак, жис
импу [illegible] ьсининг OZ ўққа нисбатан моментини ҳосил қил
миз:

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} L_{zi} = \omega \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i R_i^2, \qquad (3.4$$

бунда [illegible] ω ни йиғинди белгисидан ташқарига чиқариб ёзди
чунки [illegible] қаттиқ жисмнинг барча элементар бўлаклари учу
$\omega =$ c [illegible] nst.

Қа [illegible] тиқ жисм i-элементар бўлакчаси (ёки модд
нуқта) [illegible] нинг массаси (Δm_i) билан айланиш ўқидан нуқт
гача б [illegible] ўлган масофа (R_i) квадратининг кўпайтмаси —

$$J_{zi} = \Delta m_i R_i^2$$

ни ма [illegible] кур элементар бўлакча (моддий нуқта) нинг O
ўққа [illegible] нисбатан инерция моменти деб аталади. Қатти
жисмн [illegible] нг OZ ўққа нисбатан инерция моменти (J_z) э
шу жи [illegible] смдаги барча элементар бўлакчалар инерция м
ментла [illegible] рининг йиғиндисига тенг, яъни

$$J_z = \sum_{i=1}^{n} J_{zi} = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i R_i^2 . \qquad (3.4$$

СИ [illegible] да инерция моменти кг·м² (*килограмм-мет*
квадра [illegible] *т*) ларда ўлчанади.

Ин [illegible] рция моменти тушунчасидан фойдаланиб (3.40) н
қуйида [illegible] и кўринишда ёза оламиз:

$$L_z = J_z \omega. \qquad (3.4$$

Дем [illegible] ак, қаттиқ жисм импульсининг қўзғалмас айлани
ўқига [illegible] нисбатан моменти жисмнинг шу айланиш ўқи
нисбата [illegible] н инерция моменти билан бурчак тезлик кўпай
масига [illegible] тенг.

L_z нинг (3.42) ифодадаги қийматини (3.38) г а қўяйлик:

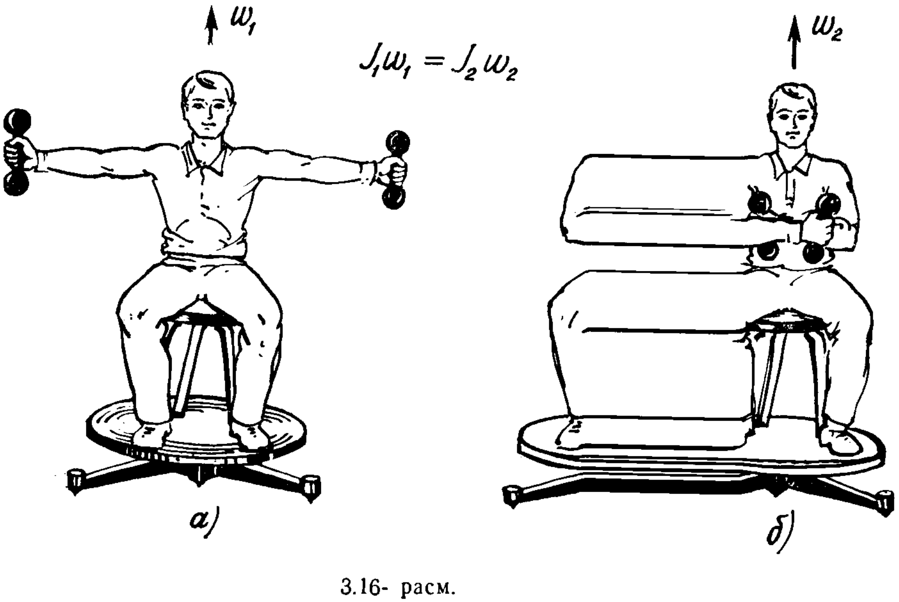
$$\frac{d}{dt}(J_z\omega) = M_z. \tag{3.43}$$

{аттиқ жисмнинг OZ ўққа нисбатан инерци я моменти ақтга боғлиқ бўлмаган катталик, шунинг уч н уни ҳо- :ила белгисидан ташқарига чиқариб ва $\frac{d\omega}{dt}$ ε эканини ;исобга олсак, (3.43) ифода қуйидаги кўрини га келади:

$$J_z\varepsilon = M_z. \tag{3.44}$$

Бу муносабат қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофидаги йланма ҳаракатининг асосий тенгламаси деб юритилади. $ma = \mathbf{F}$ тенгламага ўхшаш бўлганлиги туфа ли, баъзан, йланма ҳаракат учун Ньютоннинг иккинчи қонуни деб ;ам аталади. Мазкур қонун қуйидагича таъриф ланади: *их- тиёрий қўзғалмас айланиш ўқига нисба тан жисм інерция моменти билан бурчак тезлани инининг кў- айтмаси жисмга таъсир этаётган куч арнинг шу ққа нисбатан моментларининг алгебраи к йиғинди- ига тенг.*

(3.43) ёки (3.44) тенгламада $M_z = 0$ бў лган ҳолни авсиф қилайлик. Мазкур ҳолда $J_z\omega = \text{const}$ бўлиши ло- им. Демак:



3.16- расм.

1. Қаттиқ жисмнинг OZ ўққа нисбатан инерция моменти ўзгармаганда ($J_z = \text{const}$), мазкур жисм ўзгармас бурчак тезлик ($\omega = \text{const}$) билан ҳаракатланади;

2. J_z нинг ҳар қандай ўзгаруви ω нинг ўзгаришига сабабчи бўлади. Хусусан, J_z ортса, ω камаяди ва аксинча. Бунга Жуковский скамьяси деб аталадиган қурилма (3.16- расм) устидаги одам бажарадиган тажрибаларда ишонч ҳосил қилиш мумкин. Одам гантель ушлаган қўлларини ёзиб юборган ҳолатда ўтирсин. Система вертикал OZ ўқ атрофида ω_1 бурчак тезлик билан ҳаракатлантирилади. Одамнинг шу вазиятидаги OZ ўққа нисбатан инерция моменти J_{z1} бўлсин. Агар одам қўлларини йиғса (расмдагидек кўкраги устига қовуштирса) унинг инерция моменти камаяди, яъни $J_{z2} < J_{z1}$. Натижада бурчак тезлик ортади, $\omega_2 > \omega_1$. Тажрибада қўлланилаётган гантелларнинг массалари қанчалик каттароқ бўлса, тажриба шунчалик ёрқинроқ амалга ошади.

6- §. Инерция моменти

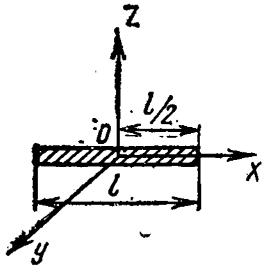
$$ma = F \quad \text{ва} \quad J_z\varepsilon = M_z,$$

$$\frac{d}{dt}(mv) = F \quad \text{ва} \quad \frac{d}{dt}(J_z\omega) = M_z$$

тенгламаларнинг ўхшашлиги яққол кўриниб турибди. Чап томондаги тенгламалар қаттиқ жисм илгариланма ҳаракати учун, ўнг томондаги тенгламалар эса қаттиқ жисм айланма ҳаракати учун ўринли. Бу тенгламаларни taққослаш натижасида қаттиқ жисмнинг илгариланма ва айланма ҳаракатларини ифодалашда қўлланиладиган мос катталикларни қуйидаги жадвалда қайд қиламиз.

	Илгариланма ҳаракат	Қўзғалмас ўқ атрофидаги айланма ҳаракат
1.	Масса m	Инерция моменти J_z
2.	Чизиқли тезлик v	Бурчак тезлик ω
3.	Чизиқли тезланиш a	Бурчак тезланиш ε
4.	Импульс $p = mv$	Импульс моменти $L_z = J_z\omega$
5.	Куч F	Куч моменти M_z

Жадвалдан кўринишича, жисмнинг қўзғалмас OZ ўқ атрофидаги айланма ҳаракати текширилаётганда жисм массаси вазифасини жисмнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти бажаради. Бошқача айтганда, *жисмнинг инерция моменти шу жисмнинг айланма ҳаракатга нисбатан инертлигини ифодалайдиган катталик-*



3.17- расм.

дир. Лекин шуни алоҳида қайд қилайликки, ҳар қандай жисм айланаётган ёки тинч турганлигидан қатъи назар ихтиёрий ўққа нисбатан инерция моментига эга бўлади. Бу худди ҳаракат ҳолатидан қатъи назар ҳар қандай жисм массага эга эканлигига ўхшайди. Жисмнинг инерция моменти ва массаси орасидаги яна бир ўхшашлик шундан иборатки, жисмнинг инерция моменти шу жисмни ташкил этувчи бўлакчалар инерция моментларининг йиғиндисига тенг. Бу хусусиятдан фойдаланиб турли шаклдаги жисмлар инерция моментларини ҳисоблаш мумкин. Мисол тариқасида узунлиги l, массаси m бўлган стерженнинг ўртасидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моментини ҳисоблайлик. Ҳисобларни осонлаштириш мақсадида Декарт координаталари системасининг бошини стерженни ўртасига шундай жойлаштирайликки (3.17- расм), OX ўқ стержень бўйлаб, OZ ўқ эса стержень узунлигига перпендикуляр равишда йўналсин. Стерженни хаёлан dm массали элементар бўлакчаларга ажратайлик. Ҳар бир бўлакча узунлигини dx билан белгиласак

$$dm = \frac{m}{l}dx$$

муносабат ўринли бўлади. Бинобарин, координата бошидан x узоқликдаги i-бўлакчанинг OZ ўққа нисбатан инерция моменти

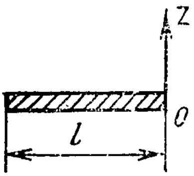
$$J_{zi} = x^2 dm = \frac{m}{l}x^2 dx$$

ифода билан аниқланиши керак. У ҳолда стерженнинг OZ ўққа нисбатан инерция моментини ҳисоблаш амали [(3.41) га қ.] қуйидаги интеграллашга келтирилади:

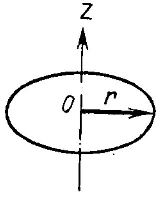
$$J_z = \frac{m}{l}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 dx = \frac{m}{l}\,\frac{1}{3}x^3\Big|_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} = \frac{1}{12}ml^2. \qquad (3.45)$$

Шу стерженнинг учларидан бири орқали стержень узунлигига перпендикуляр равишда ўтувчи OZ' ўққа нисбатан (3.18- расмга қ.) инерция моменти:

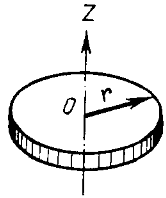
$$J_{z'} = \frac{1}{3}ml^2; \qquad (3.46)$$



3.18- расм.



3.19- расм.



3.20- расм.

массаси m ва радиуси r бўлган ингичка ҳалқанинг маркази орқали ўз текислигига перпендикуляр равишда ўтган OZ ўққа нисбатан инерция моменти (3.19- расм):

$$J_z = mr^2; \tag{3.47}$$

массаси m, радиуси r бўлган бир жинсли моддадан ясалган диск (ёки цилиндр)нинг ўз текислигига перпендикуляр равишда маркази орқали ўтувчи OZ ўққа нисбатан инерция моменти (3.20- расм):

$$J_z = \frac{1}{2}mr^2; \tag{3.48}$$

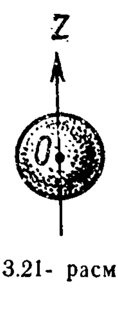
радиуси r, массаси m бўлган шарнинг марказидан ўтувчи OZ ўққа нисбатан инерция моменти (3.21- расм):

$$J_z = \frac{2}{5}mr^2. \tag{3.49}$$

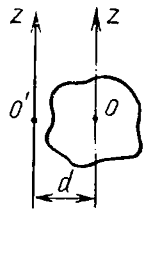
Агар ўқ кўчирилса, унинг янги вазиятига нисбатан жисм инерция моменти ҳам ўзгаради. Умуман, жисмнинг масса маркази орқали ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти маълум бўлса, бу ўққа параллел бўлган ихтиёрий бошқа ўққа нисбатан (3.22- расмга қ.) инерция моментини топиш учун Гюйгенс—Штейнернинг параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари ҳақидаги теоремасидан фойдаланиш мумкин: жисмнинг ихтиёрий OZ' ўққа нисбатан инерция моменти ($J_{z'}$) OZ' га параллел равишда жисм масса марказидан ўтувчи OZ ўққа нисбатан инерция моменти (J_z) ва жисм массаси (m) билан ўқлар орасидаги масофа (d) квадратининг кўпайтмаси тарзида аниқланадиган ҳад йиғиндисига тенг, яъни

$$J_{z'} = J_z + md^2. \tag{3.50}$$

Бу теоремани қўллаб (3.45) дан (3.46) ни ҳосил қилиш мумкин



3.21- расм.



3.22- расм.

(3.18 ва 3.19- расмларга қ.). Ҳақиқатан,

$$J_{z'} = J_z + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{4}ml^2 = \frac{1}{3}ml^2.$$

7- §. Айланувчи қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси

OZ ўқ атрофида айланма ҳаракат қилаётган қаттиқ жисмнинг бирор i-бўлакчасининг кинетик энергияси

$$E_i = \frac{\Delta m_i\, v_i^2}{2}$$

бўлади. Бунда Δm_i ва v_i — мос равишда i- элементар бўлакчанинг массаси ва чизиқли тезлиги. Чизиқли тезлик ўрнига унинг ω орқали ифодаланган қийматини ($v_i = R_i = \omega$) қўяйлик:

$$E_i = \frac{\Delta m_i\, R_i^2}{2}\omega^2.$$

Айланаётган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси шу жисмдаги барча элементар бўлакчалар кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг:

$$E = \sum_{i=1}^{n} E_i = \frac{\omega^2}{2}\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i\, R_i^2. \qquad (3.51)$$

Агар жисмнинг инерция моменти тушунчасидан ($J_z = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i\, R_i^2$) фойдалансак, кинетик энергия ифодаси қуйидаги кўринишга келади:

$$E = \frac{J_z\, \omega^2}{2}.$$

Демак, қўзғалмас ўқ атрофида айланувчи қаттиқ жисм кинетик энергияси жисмнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моментининг бурчак тезлик квадратига кўпайтмасининг ярмига тенг.

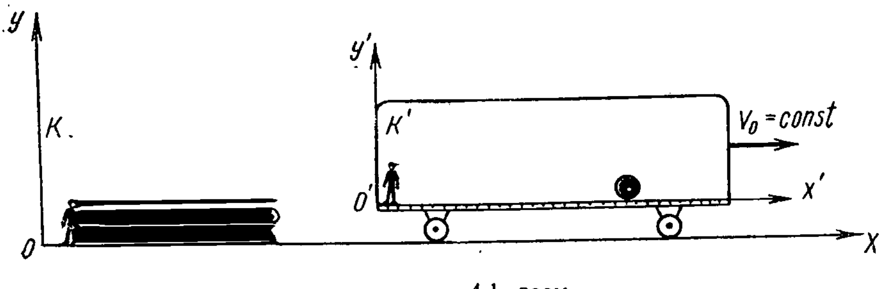
IV боб

I[redacted]ОИНЕРЦИАЛ САНОҚ СИСТЕМАЛАРИДА ЖИСМНИНГ ҲАРАКАТИ

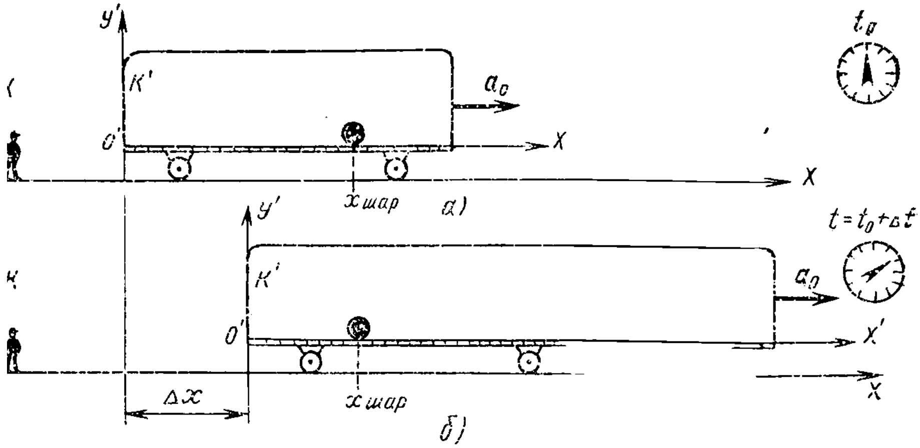
1-§. Ноинерциал саноқ системалари

Авв[redacted] ало, ноинерциал саноқ системаси ҳақидаги фик мизни [redacted] ойдинлаштириб олиш мақсадида йўлнинг тў чизиқли[redacted]ı горизонтал қисмида ҳаракатланаётган вагон и даги ж[redacted] исмлар вазиятини текширайлик. Бунинг учун сирти [redacted] билан боғланган K саноқ системасида ва ва билан [redacted]боғланган K' саноқ системасида турган кузатув лар ну[redacted]қтаи назаридан фикр юритайлик.

1. [redacted]агон ҳаракатланмаётган ҳолда K ва K' саноқ ‹ок < темала[redacted]идаги кузатувчиларнинг фикри айнан бир хил лади ([redacted]4.1- расм): вагоннинг горизонтал полида тур шарнин[redacted]г оғирлик кучи полнинг реакция кучи билан му занатла[redacted]нганлиги учун Ньютоннинг биринчи қонунига а сан, ша[redacted]р ўзининг тинч ҳолатини сақлайди. Вагон тў чизиқ [redacted]ўйлаб текис ҳаракатланган (v_0=const) ҳолда : шарнин[redacted] вазияти ўзгармаслигини K ва K' саноқ систе ларидаг[redacted]и кузатувчилар қайд қиладилар. Маълумки, сирти б[redacted]илан боғланган саноқ системасини тақрибан ин циал са[redacted]ноқ системаси деб ҳисоблаш мумкин эди. Ш нинг уч[redacted]ун K' саноқ системаси K саноқ системасига (ят инерциа[redacted]л саноқ системасига) нисбатан тинч турган тўғри ч[redacted]изиқли текис ҳаракат қилаётган ҳолларда инерц саноқ с[redacted]истемаси деб ҳисобланади.



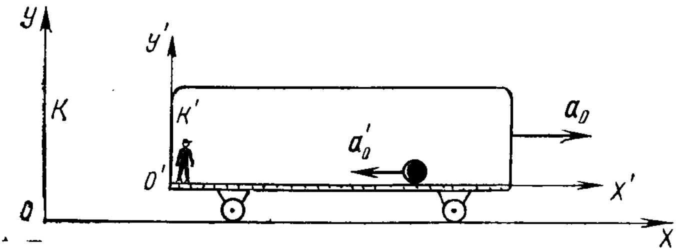
4.1- расм.



4.2- расм.

2. Вагон a_0 тезланиш билан ҳаракатлана [illegible] ётган ҳолда
2- расм) K ва K' саноқ системаларидаги к [illegible] узатувчилар-
нг фикрлари фарқланади. K саноқ система [illegible] сидаги куза-
тчи қуйидагича фикр юрита олади. Ваго [illegible] н ва у билан
стаҳкам боғланган жисмлар OX йўналиши [illegible] да a_0 тезла-
н билан ҳаракатланяпти. Шарни эса ваго [illegible] н билан боғ-
маган жисм деб ҳисоблаш мумкин, чунк [illegible] и шар билан
он поли орасидаги ишқаланиш кучи эъти [illegible] борга олмаса
бўладиган даражада кичик. Бинобари [illegible] н, шар вагон
ан биргаликда тезланувчан ҳаракатда [illegible] қатнашмайди.
синча, Ньютоннинг биринчи қонунига асо [illegible] ан, шар ўзи-
нг тинч ҳолатини сақлайди. Шунинг уч [illegible] ун вагоннинг
ланувчан ҳаракати бошланган (4.2- *а* [illegible] асмга қ.) t_0
тда ҳам, ҳаракат бошланганидан бирор Δt [illegible] вақт ўтгани-
ҳам (4.2- *б* расмга қ.) шарнинг K сано [illegible] қ системаси-
и вазиятининг координатаси ($x_{шар}$) ўзгар [illegible] май қолаяпти.
он эса Δt вақт давомида OX йўналиши [illegible] да бирор Δx
офага силжиб қолади. Шу сабабли ваг [illegible] он девори ва
р орасидаги масофа ўзгаради.

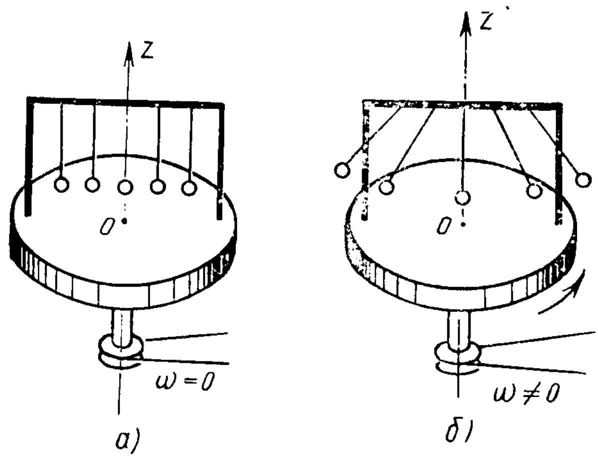
K' саноқ системасидаги кузатувчи эса ш [illegible] арни чап то-
нга қараб тезланувчан ҳаракат қилаётг [illegible] нлигини қайд
ади (4.3- расм). Жисм тезланишга эриши [illegible] ши учун унга,
ютоннинг иккинчи қонунига асосан, бир [illegible] р куч таъсир
ши лозим, албатта. Шунинг учун K' са [illegible] ноқ системаси-
и кузатувчи шарга мазкур куч билан т [illegible] аъсир этаётган
смни ахтаради, лекин топа олмайди. Н [illegible] атижада куза-
вчи қуйидаги хулосага келади: K' саноқ [illegible] системасидаги
рга бошқа жисмлар таъсир этмаётган б [illegible] ўлсада, у ўзи-



4.3- расм.

нинг тинч вазиятини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатини сақламаяпти, яъни инерция қонуни бажарилмаяпти. Шунинг учун K' системадаги кузатувчи мазкур системани ноинерциал саноқ системаси деб ҳисоблаши, табиийдир.

Айланувчи саноқ системаларидаги жисмлар учун ҳам инерция қонуни бажарилмайди. Бунга қуйидаги тажриба асосида ишонч ҳосил қилиш мумкин. 4.4- *а* расмда тасвирланган диск устига П-симон стержень ўрнатилган, стерженга эса шарлар осилган. Диск тинч турганида шарлар осилган барча иплар вертикал равишда йўналган. Диск айланиш ўқи атрофида ω бурчак тезлик билан айлантирилганда (4.4- *б* расм) шарлар (ипи OZ билан устма-уст тушган шардан бошқалари) ташқи томонга оғади. Бу ҳолда ҳам шарларга бошқа жисмлар таъсир этмаяпти. Лекин шарлар тезланиш олади. Шунинг учун айланувчи саноқ системасини ҳам ноинерциал саноқ системаси деб ҳисобланади.



4.4- расм.

2- §. Илгариланма ҳаракатланаётган ноинерциал саноқ системасидаги инерция кучи

Вагон билан боғлиқ бўлган K' саноқ системасидаги шарни кузатайлик. K' саноқ системаси K саноқ системасига нисбатан a_0 тезланиш билан ўнг томонга қараб илгариланма ҳаракат қилаётган ҳолда (4.3- расм) K' даги кузатувчи шарни a_0' тезланиш билан чап томонга ҳаракатланаётганлигини қайд қилади. Шар ўрнига ишқаланишсиз ҳаракатлана оладиган бошқа жисмлар қўйиб кузатишни давом эттирса, K' даги кузатувчи қуйидаги хулосага келади: а) жисмларнинг тезланиши уларнинг массаларига боғлиқ эмас; б) барча жисмларнинг тезланиши (a_0') бир хил, унинг қиймати K' саноқ системасининг илгариланма ҳаракат тезланишига тенг, йўналиши эса қарама-қарши.

Демак, ноинерциал саноқ системаларида жисмлар

$$a_0' = -a_0 \qquad (4.1)$$

тезланиш билан ҳаракатланади. Иккинчи томондан, жисмга тезланиш берувчи таъсирни куч деб атагандик. Лекин a_0' тезланиш K' саноқ системасидаги жисмга бошқа жисмларнинг таъсири туфайли эмас, балки K' саноқ системасининг K саноқ системасига нисбатан тезланувчан илгариланма ҳаракати туфайли вужудга келади. Шунинг учун ноинерциал саноқ системасидаги жисмга таъсир этувчи мазкур кучларни, уларни оддий кучлардан (яъни ньютон кучларидан) фарқ қилиш мақсадида, *инерция кучлари* деб аталади. Инерция кучларининг жисмларга таъсири худди оддий ньютон кучларининг таъсиридек бўлади. Бу таъсирни кундалик турмушда, хусусан, бирор транспорт пассажири сифатида ҳам сезиб турамиз. Масалан, транспорт кескин тормозланганда ёки илгариланма ҳаракат тезлигини тезкорлик билан оширганда гавдамизни беихтиёр олдинга ёки орқага эгилишига мажбур қилаётган кучни сезамиз. Бу куч транспорт билан боғлиқ бўлган ноинерциал саноқ системасининг тезланувчан ($a_0 \neq 0$) ҳаракати туфайли вужудга келаётган инерция кучларидир. Ердаги кузатувчи, яъни инерциал саноқ системасидаги кузатувчи учун инерция кучлари мавжуд эмас. Транспорт тормозланиши ёхуд кескин олдинга интилиши чоғида жисмларнинг ҳаракатланишини у оддийгина Ньютоннинг биринчи қонунига мувофиқ (яъни жисмлар ўзининг тинч ёхуд тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳолатини сақлашга интилиши тарзида) тушунтираверади.

Текширилаётган ҳолда K' саноқ системасидаги жисмга таъсир этувчи ньютон кучлари (оғирлик кучи ва таянчнинг реакция кучи) нинг йиғиндиси нолга тенг. Шунинг учун жисм эришаётган тезланиш (a_0') фақат инерция кучи ($\mathbf{F}_и$) нинг самараси сифатида намоён бўлади:

$$\mathbf{F}_и = ma_0'. \qquad (4.2)$$

Лекин (4.1) муносабатни ҳисобга олсак, (4.2) ни қуйидаги кўринишда ҳам ёза оламиз:

$$\mathbf{F}_и = -ma_0'. \qquad (4.3)$$

Демак, *тезланувчан илгариланма ҳаракат қилаётган саноқ системасидаги ихтиёрий жисмга таъсир этадиган инерция кучининг йўналиши саноқ системасининг ҳаракати йўналишига тескари, кучнинг модули эса жисм массаси билан саноқ системаси тезланишининг кўпайтмасига тенг.*

Саноқ системаси ўзгармас тезланиш билан ҳаракатланганда (a_0=const) m массали жисмга таъсир этувчи инерция кучи ҳам доимийлигини сақлайди. Акс ҳолда, яъни $a_0 \neq$const бўлганда, мазкур жисмга таъсир этувчи инерция кучи ҳам ўзгарувчан бўлади. Бу ҳолда (4.3) ифода инерция кучининг оний қийматини аниқлайди.

(4.3) муносабатдан кўринишича, инерция кучининг қиймати жисм массасига пропорционал. Бу хоссаси билан инерция кучи огирлик кучи ($\mathbf{P} = m\mathbf{g}$) га ўхшаб кетади. Демак, инерция кучи худди оғирлик кучи каби жисм массасига боғлиқ бўлган кучлар категориясига тааллуқли экан.

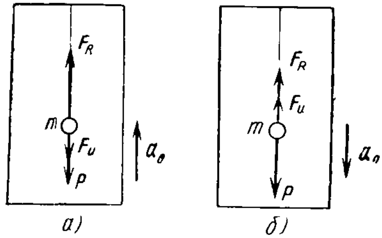
Энди, инерция кучи тушунчасидан фойдаланиб ноинерциал саноқ системалари учун ҳаракат тенгламасини ёзайлик. Табиийки, бу ҳолда жисмга таъсир этувчи кучларнинг вектор йиғиндисига ньютон кучлари билан бир қаторда инерция кучи ҳам ҳисса қўшади:

$$ma = \sum \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_и$$

ёки

$$ma = \sum \mathbf{F}_i - ma_0, \qquad (4.4)$$

бунда a_0 — ноинерциал саноқ системаси (K') нинг инерциал саноқ системаси (K) га нисбатан илгариланма ҳаракатининг тезланиши, $\sum\mathbf{F}_i$ — жисмга таъсир этувчи ньютон кучларининг вектор йиғиндиси, a эса ноинерциал саноқ системасидаги жисмнинг барча кучлар таъсирида эришган тезланиши.



4.5- расм.

Мисол тариқасида a_0 тезланиш билан тик юқорига (4,5- *а* расм) ва пастга (4.5- *б* расм) ҳаракатланаётган лифтнинг шипига осиб қўйилган m массали жисмнинг вазнини ҳисоблайлик. Мазкур ҳолларда жисмнинг вазни деганда ипга таранглик бераётган $\mathbf{F}_R$ куч тушунилади.

Лифт юқорига кўтарилаётган бўлсин (4.5- *а* расмга қ.). Лифт билан боғлиқ саноқ системасидаги жисм тинч ҳолатда турибди, яъни $a_0 = 0$. Шунинг учун жисмга таъсир этувчи барча кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг:

$$\mathbf{F}_R + \mathbf{P} + \mathbf{F}_u = 0.$$

Барча кучлар бир тўғри чизиқ бўйлаб йўналганлиги учун юқоридаги йиғинди алгебраик тарзда

$$F_R - P - F_u = 0$$

кўринишда ёзилади. $P = mg$ ва $F_u = ma_0$ эканлигини ҳисобга олсак

$$F_R = m(g + a_0) \qquad (4.5)$$

бўлади, яъни тезланувчан ҳаракат қилиб юқорига кўтарилаётган лифт билан боғлиқ саноқ системасидаги жисмнинг вазни қўзғалмас лифтдаги вазни (mg) дан катта бўлар экан.

Лифт пастга тушаётган бўлсин (4.5- *б* расмга қ.). Бу ҳолда

$$F_R + F_u - P = 0$$

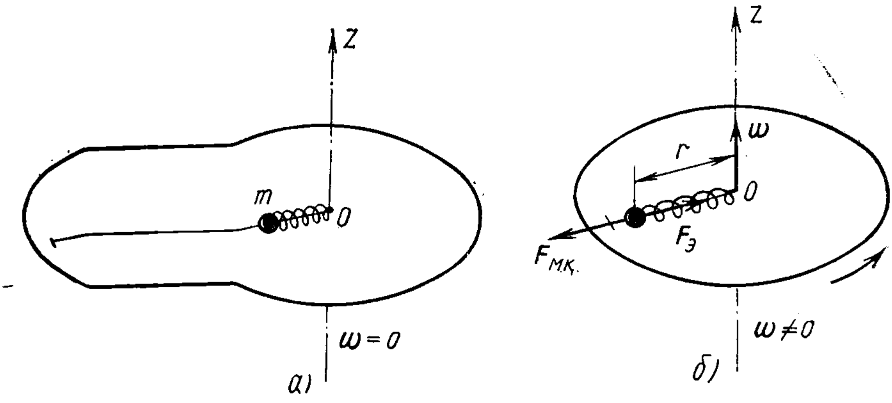
бўлади. Бундан

$$F_R = m(g - a_0), \qquad (4.6)$$

яъни тезланувчан ҳаракат қилиб пастга тушаётган лифт билан боғлиқ бўлган саноқ системасидаги жисмнинг вазни қўзғалмас лифтдаги вазнидан (яъни mg дан) кичикроқ бўлар экан. Агар $a_0 = g$ бўлса (бу ҳол эркин тушаётган лифтда бажарилади), жисм вазни нолга тенг бўлиб қолади. $a_0 > g$ бўлганда эса жисм лифтнинг шипига модули $m(a_0 - g)$ бўлган куч билан босади.

3- §. Айланувчи саноқ системасидаги инерция кучлари

Айланувчи саноқ системаларига нисбатан жисм ҳаракатининг фақат бир хусусий ҳолини, яъни қўзғалмас ўқ

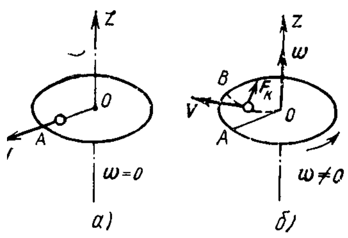


4.6- расм.

атрофи[redacted]да ўзгармас бурчак тезлик ($\omega=\mathrm{const}$) билан айланадиган [redacted]ноинерциал саноқ системасидаги жисм ҳаракатини текши[redacted]айлик. 4.6-расмда тасвирланган қурилма OZ ўқ атрофи[redacted]а айлантириладиган дискдан иборат. Диск радиуси бўйлаб [redacted] ингичка стержень ўтказилган. m массали шарча диамет[redacted]и бўйлаб тешилган ва шу стерженга кийгизилган. Шарча [redacted] диск маркази билан эластик пружина ёрдамида бирлаш[redacted]тирилган. Диск айланма ҳаракатга келтирилмагунча (4.6-*а* [redacted]расмга қ.), шарча тинч ҳолатини сақлайди. Шарчани диск [redacted] маркази билан бирлаштирувчи пружина эса нормал ҳолатда [redacted] бўлади (яъни чўзилган ҳам эмас, сиқилган ҳам эмас).

Дис[redacted]ни OZ ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланма [redacted]ҳаракатга келтирайлик (4.6-*б* расмга қ.). Диск билан б[redacted]ргаликда шарча ҳам OZ ўқ атрофидаги айланма ҳаракат[redacted]а қатнашади ва у стержень бўйлаб сирпаниб пружина[redacted]ни чўзади. Шарча айланиш марказидан r масофага узоқ[redacted]лашганида чўзилган пружинанинг эластиклик кучи (текшир[redacted]лаётган ҳолда бу куч диск маркази томон йўналган) [redacted]уни янада узоқлашишига йўл қўймайди. Бунинг сабаби ш[redacted]ундаки, айланувчи саноқ системасидаги шарчага таъсир э[redacted]тувчи инерция кучи ва чўзилган пружина томонидан шар[redacted]ага таъсир этувчи куч ($\mathbf{F}_э$) бир-бирини мувозанатлайди[redacted] Инерция кучи диск радиуси бўйлаб айланиш марказид[redacted]ан ташқари томонга йўналган. Шунинг учун уни марказд[redacted]ан *қочма инерция кучи* ($\mathbf{F}_{м.қ.}$) деб аталади. У қуйидаги [redacted] ифода билан аниқланади:

$$\mathbf{F}_{м.қ.} = m\omega^2\mathbf{r}, \tag{4.7}$$



4.7- расм.

бундаги ω — айлану [redacted] чи саноқ системасининг айла [redacted] ма ҳаракатини ифодаловчи [redacted] бурчак тезлик, **r** эса айлани [redacted] и маркази ва моддий нуқтани [redacted] (текширилаётган ҳолдаги [redacted] шарчани) бирлаштирувчи ра [redacted] иус — вектор.

Шундай қилиб, [redacted] айланувчи саноқ системасида [redacted] моддий нуқтага таъсир эта [redacted] қиган марказдан қочма инерция кучи моддий нуқтанинг [redacted] массасига, .ноқ системаси бурчак тезлигининг квадратиг [redacted] а ва айлаш ўқидан нуқтагача бўлган масофага пропор [redacted] ционалдир.

Айланувчи саноқ системасидаги жисм тин [redacted] ҳолатини қлаётганлиги ёхуд ҳаракатланаётганлигидан қ [redacted] атъи назар ıга марказдан қочма инерция кучи таъсир [redacted] этаверади. экин жисм ҳаракатланаётган ҳолда унга марка [redacted] дан қочма ıерция кучидан ташқари инерцион табиатли я [redacted] на бир куч ъсир этади. Бу кучни уни назарий усулда к [redacted] ашф этган рацуз физиги Кориолис номи билан *кориоли* [redacted] *с инерция учи* деб юритилади. Кориолис кучи билан қу [redacted] идаги тажбада танишайлик. Горизонтал диск устида [redacted] *OA* радиал ғри чизиқ чизайлик ва *O* дан *A* томон шар [redacted] ани **v** тезк билан думалатиб юборайлик. Диск айланм [redacted] аётган ҳолı (4.7- *а* расмга қ.) шарча *OA* тўғри чи [redacted] зиқ бўйлаб ıракатланади. Лекин диск ω бурчак тезлик [redacted] билан *OZ* атрофида айланма ҳаракат қилаётган ҳолда [redacted] (4.7- *б* расмқ.) шарча диск устидаги *OA* тўғри чизиқ б [redacted] ўйича эмас, лки *OB* эгри чизиқ бўйлаб ҳаракатланади. Бу [redacted] нинг сабаби ланувчи саноқ системасида шарча тезлиги (**v** [redacted]) га перпенıкуляр йўналишда қандайдир $\mathbf{F}_к$ куч таъси [redacted] р этаётгангида экан. Бу куч кориолис инерция кучид [redacted] ар. Тажрибарнинг кўрсатишича, кориолис инерция [redacted] кучи диск кислигида ётади, йўналиши эса **v** ва **ω** векто [redacted] рлар вектор пайтмасининг йўналиши билан аниқланади:

$$\mathbf{F}_к = 2m[\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega}]. \tag{4.8}$$

Мазкур формула **ω** бурчак тезлик била [redacted] н айланувчи ноқ системасидаги *m* массали жисмнинг **v** [redacted] тезлик билан р қандай ҳаракатида шу жисмга таъсир эт [redacted] адиган кориис инерция кучини ифодалайди. Юқори [redacted] да муҳокама линган ҳолда, яъни **v** ва **ω** векторлар ўза [redacted] о перпендиляр бўлганда $|\mathbf{F}_к|$ максимал қийматга эга. [redacted] **v** ва **ω** ўзаро раллел бўлса, кориолис инерция кучининг [redacted] иймати нолга тенг бўлади. Умумий ҳолда $F_к$ нинг қиймати учун қуйидаги ифода ўринли:

$$F_к = 2mv\omega\sin\alpha, \tag{4.9}$$

бунда **v** ва **ω** орасидаги бурчак α деб белгиланган.

Демак, текис айланувчи саноқ системасига нисбатан жисмнинг ҳаракат тенгламасини тузиш учун мазкур жисмга таъсир этаётган ньютон кучлари, марказдан қочма инерция кучи ва кориолис инерция кучининг йиғиндисини ҳосил қилиш керак:

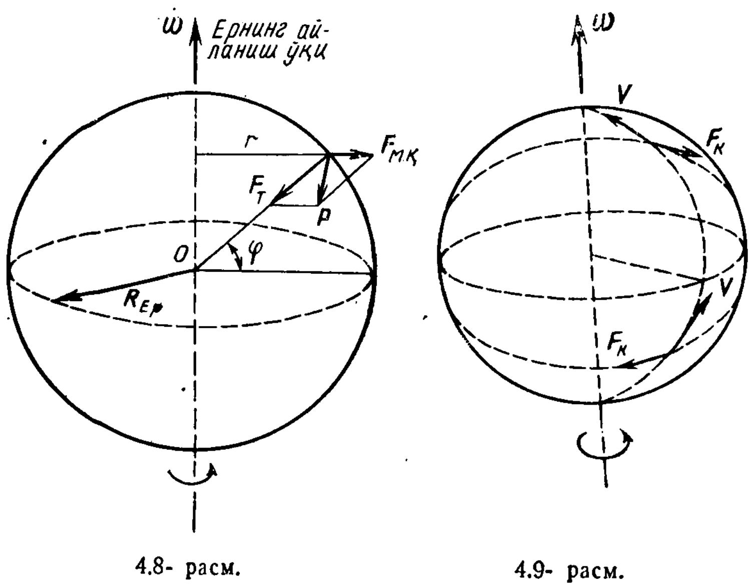
$$ma = \sum \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{м.қ.} + \mathbf{F}_к . \tag{4.10}$$

Биз яшаб турган сайёра—Ер ҳам айланувчи саноқ системасидир. Унинг бурчак тезлиги

$$\omega = 2\pi \frac{рад}{сутка} \approx 7{,}3 \cdot 10^{-5} \frac{рад}{с}$$

га тенг. Ер билан боғлиқ бўлган саноқ системасининг ноинерциаллиги туфайли Ер сиртидаги жисмларга марказдан қочма ва кориолис инерция кучлари таъсир этади. Хусусан, φ кенгликдаги жисмнинг оғирлик кучи (4.8-расмга қ.) мазкур жисмнинг Ерга тортилиш кучи ($\mathbf{F}_т$) ва марказдан қочма инерция кучи ($\mathbf{F}_{м.қ.}$) нинг вектор йиғиндисидан иборат:

$$\mathbf{P} = \mathbf{F}_т + \mathbf{F}_{м.қ.}.$$



4.8- расм. 4.9- расм.

Ер сирти бўйлаб ҳаракатланувчи ҳар қандай жисмга кориолис инерция кучи таъсир этади. 4.9- расмда жанубдан шимол томон **v** тезлик билан ҳаракатланаётган жисмга таъсир этувчи кориолис инерция кучининг йўналишлари тасвирланган. Расмдан кўринишича, кориолис инерция кучлари Ернинг шимолий ярмидаги жисмни **v** га нисбатан ўнг томонга, жанубий ярмидаги жисмни эса **v** га нисбатан чап томонга оғдиришга ҳаракат қилади. Шунинг учун экватордан шимолроқдаги дарёларнинг ўнг қирғоқлари, жануброқдаги дарёларнинг эса чап қирғоқлари кўпроқ ювилган бўлади.

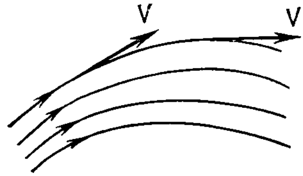
V боб

СУЮҚЛИКЛАР МЕХАНИКАСИНИНГ ЭЛЕМЕНТЛАРИ

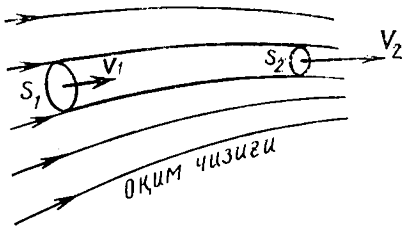
1- §. Узилмаслик тенгламаси

Суюқликнинг ҳаракатланиши ҳақида фикр юритиш учун қаттиқ жисмларга хос бўлмаган янги тушунча ва катталиклардан фойдаланамиз. Хусусан, суюқликнинг ҳаракатланишини *оқиш* деб, ҳаракатланаётган суюқлик зарраларининг тўпламини *оқим* деб юритилади. Оқимдаги ҳар бир зарра муайян пайтда аниқ **v** тезликка эга. Лекин суюқликнинг ҳар бир индивидуал зарраси ҳаракатини кузатишдан кўра бошқачароқ йўл тутган маъқул. Бунинг учун *оқим чизиқлари* тушунчасидан фойдаланилади. Оқим чизиғи суюқлик ичидаги шундай хаёлий чизиқки, унинг ҳар бир нуқтасига ўтказилган уринма чизиқ уриниш нуқтаси орқали ўтаётган суюқлик зарраси оний тезлигининг йўналишига мос бўлади (5.1- расм). Оқим чизиқлари ёрдамида тезлик векторининг йўналишинигина эмас, балки тезлик қийматини ҳам тасвирлаш мумкин. Бунинг учун суюқлик ҳаракати йўналишига перпендикуляр равишда муайян соҳага жойлаштирилган бирлик юзни тешиб ўтувчи оқим чизиқларининг сони шу соҳадаги суюқлик зарралари тезлигининг қийматига пропорционал қилиб ўтказилиши лозим. Демак, тезлиги каттароқ бўлган соҳаларда оқим чизиқлари зичроқ бўлиши лозим.

Оқим чизиқларининг манзараси вақт ўтиши билан ўзгариши мумкин. Лекин оқим эгаллаган фазонинг ихтиёрий



5.1- расм.



5.2- расм.

бирор нуқтасидан ўтаётган суюқлик зарраларининг тезликлари ўзгармас бўлса (яъни айни вақтда ўтаётган суюқлик заррасининг тезлиги илгари шу нуқтадан ўтаётган пайтда бошқа зарралар эга бўлган тезликка тенг бўлса), оқим чизиқларининг шакли ва вазияти вақт ўтиши билан ўзгармайди. Оқим чизиқларининг манзараси ўзгармайдиган ҳолдаги суюқликнинг ҳаракатини барқарор ҳаракат ёки *стационар оқиш* деб аталади. Стационар оқишдаги оқим чизиғининг бирор нуқтасидаги суюқлик зарраси шу оқим чизиғи бўйлаб ҳаракатини давом эттираверади. Бошқача қилиб айтганда, стационар оқишдаги оқим чизиқлари суюқлик зарраларининг траекторияси сифатида ҳам хизмат қилади.

Суюқлик оқимининг стационар ҳаракатини текшириш учун уни хаёлан оқим найларига ажратилади ва ҳар бир оқим найидаги ҳаракат ўрганилади. Оқим найи деганда суюқлик оқимининг шундай хаёлий қисми тушуниладики, унинг ён сиртлари оқим чизиқларидан ташкил топган бўлиши керак (5.2- расмга қ.). Бундай най ичидаги суюқлик зарралари ундан ташқарига чиқа олмайди ва най ташқарисидаги зарралар унинг ичига кира олмайдилар. Одатда, оқим найининг кўндаланг кесими етарлича кичик қилиб олинадики, натижада мазкур кесимнинг барча нуқталаридан ўтаётган суюқлик зарраларининг тезликларини бирдай деб ҳисоблаш мумкин. Оқим найи ичидаги суюқлик *шарра* деб аталади. Оқим найини кузатиш учун уни бўяш лозим. Хусусан, зилол сув оқимида бўялган суюқлик шарраси жуда яхши кузатилади. 5.2- расмда тасвирланган оқим найининг (расмда найнинг ён сиртларини қалин чизиқ билан кўрсатилган) S_1 ва S_2 кесимларидаги суюқлик оқимининг тезликлари мос равишда v_1 ва v_2, суюқликнинг зичликлари эса ρ_1 ва ρ_2 бўлсин. Оқим найининг S_1 ва S_2 кесимларидан 1 с давомида стационар равишда оқиб ўтаётган суюқлик массалари

$$m_1 = \rho_1 v_1 S_1 \text{ ва } m_2 = \rho_2 v_2 S_2$$

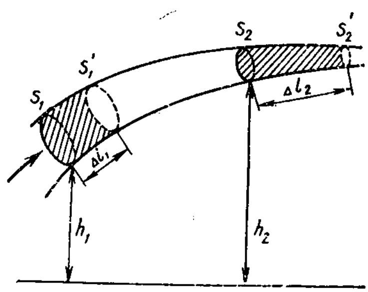
ўзаро тенг бўлиши керак (акс ҳолда, яъни $m_1 \neq m_2$ бўлган ҳолда суюқликнинг оқиши ностационар бўлиб қолади). Шунинг учун

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 \tag{5.1}$$

муносабат ўринли. Сиқилмас суюқликлар (муайян масалани ҳал қилаётганда сиқилишини ҳисобга олмаса ҳам бўладиган суюқликлар) учун $\rho_1 = \rho_2$ бўлади. Натижада (5.1) қуйидаги кўринишга келади:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2. \tag{5.2}$$

(5.1) ифода сиқилувчан суюқликлар учун, (5.2) эса сиқилмас суюқликлар учун *узилмаслик тенгламасидир*. (5.2) га асосан, оқим найи энсизроқ бўлган соҳаларда суюқликнинг оқим тезлиги каттароқ, оқим найи кенгайиб борадиган йўналишда суюқликнинг оқим тезлиги камайиб боради.



5.3- расм.

Демак, сиқилмас суюқлик учун оқим найи кўндаланг кесимининг юзини шу кесимдан ўтаётган суюқликнинг оқим тезлигига кўпайтмаси мазкур оқим найи учун доимий катталикдир.

2- §. Бернулли тенгламаси

Суюқликлар сиқилувчанлик ва ички ишқаланиш (қовушоқлик) хоссаларига эга. Суюқлик ҳаракатини ўрганиш чоғида бу хоссаларнинг барчасини ҳисобга олмоқчи бўлсак масала анча мураккаблашади. Шу сабабли суюқлик оқимининг тақрибий (умумий) манзарасини текшираётганда идеал суюқлик моделидан фойдаланиш анчагина қулайликлар туғдиради. *Идеал суюқлик* деганда қовушоқликка эга бўлмаган (яъни қатламлари орасида ишқаланиш кучлари таъсир этмайдиган) сиқилмас суюқлик тушунилади. Идеал суюқлик учун ҳосил қилинган хулосаларни сиқилувчанлиги ва қовушоқлиги кучсиз намоён бўладиган реал суюқликларга ҳам қўллаш мумкин.

Идеал суюқликнинг оқим тезлиги ва босими орасидаги боғланишни аниқлайлик. Бунинг учун идеал суюқлик барқарор оқими ичида кўндаланг кесими етарлича кичик бўлган оқим найини хаёлан ажратайлик (5.3- расм). Оқим найининг S_1 кесимидаги суюқлик тезлиги ва босимини мос равишда v_1 ва p_1 билан, S_2 кесимидагиларни эса v_2 ва p_2 ҳарфлари билан белгилайлик. S_1 ва S_2 кесимлар марказларининг бирор горизонтал сатҳдан баландликлари мос равишда h_1 ва h_2 бўлсин. S_1 ва S_2 кесимлар билан чегараланган оқим найи ичидаги суюқлик массасининг Δt вақт давомида тўлиқ энергиясининг ўзгаришини аниқлайлик. Шу вақт давомида суюқликнинг текширилаётган массаси оқим найи бўйлаб ўнг томонга силжиб қолади ва Δt вақтнинг охирида S_1' ва S_2' кесимлар билан чегараланган ҳажмни эгаллайди. 5.3- расмдан кўринишича, текшрилаётган суюқлик массасининг S_1' ва S_2 кесимлар орасидаги қисми энергия ўзгаришига ҳеч қандай ҳисса қўшмаётганлиги учун Δt вақт давомидаги ўзгаришни қуйидагича тасаввур қилиш мумкин: S_1 ва S_1' кесимлар орасидаги m массали суюқлик

$$W_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1$$

тўлиқ энергияга эга бўлган вазиятдан S_2 ва S_2' кесимлар орасидаги ҳажмни эгаллаган

$$W_2 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2$$

тўлиқ энергияли вазиятга ўтиб қолгандек бўлади. Натижада текширилаётган суюқлик массасининг S_1 ва S_2 кесимлар билан чегараланган вазиятдан S_1' ва S_2' кесимлар билан чегараланган вазиятга кўчиши туфайли унинг тўлиқ энергияси

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \left(\frac{mv_2^2}{2} + mgh_2\right) - \left(\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1\right) \qquad (5.3)$$

миқдорга ўзгаради. Энергиянинг бу ўзгариши, механик энергиянинг сақланиш қонунига асосан, ташқи кучларнинг бажарган ишига тенг бўлиши лозим. Мазкур ҳолда иш бажарадиган ташқи кучлар—оқим найининг текширилаётган қисмига суюқлик томонидан таъсир этувчи босим кучларидир. Оқим найининг ён деворларига таъсир этувчи босим кучлари суюқлик зарраларининг ҳаракати йўналишига перпендикуляр бўлганлиги учун улар ҳеч қандай иш бажармайди. Шунинг учун S_1 ва S_2 кесимлар орқали таъсир этувчи $F_1=p_1S_1$ ва $F_2=p_2S_2$ кучларгина иш бажаради. Δt вақт давомида S_1 кесимдаги суюқлик зарралари $\Delta l_1 = v_1\Delta t$ масофага силжиганлиги туфайли F_1 куч бажарган ишнинг қиймати

$$\Delta A_1 = F_1\Delta l_1 = p_1S_1v_1\Delta t$$

ифода билан аниқланади. Бу иш мусбат, чунки босим кучи суюқлик зарраларининг кўчиш йўналишида таъсир этади. F_2 куч ва суюқлик зарраларининг кўчиш йўналишлари тескари бўлганлиги туфайли у бажарган иш манфий, яъни

$$\Delta A_2 = -F_2\Delta l_2 = -p_2S_2v_2\Delta t.$$

Натижада ташқи кучларнинг тўлиқ иши қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2 = p_1S_1v_1\Delta t - p_2S_2v_2\Delta t. \qquad (5.4)$$

5.3- расмдан кўринишича, $S_1 v_1 \Delta t$ — оқим найига Δt вақт давомида S_1 кесим орқали кираётган суюқлик ҳажми, $S_2 v_2 \Delta t$ эса S_2 кесимдан чиқаётган суюқликнинг ҳажми. Иккинчи томондан, узилмаслик тенгламасига асосан, $S_1 v_1 = S_2 v_2$. Шунинг учун

$$S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t = \Delta V.$$

Натижада (5.4) ни қуйидагича ёза оламиз:

$$\Delta A = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V. \qquad (5.5)$$

Юқорида қайд қилганимиздек, идеал суюқликнинг стационар оқимида $\Delta W = \Delta A$ шарт бажарилиши лозим. Бинобарин, (5.3) ва (5.5) ифодаларни бирлаштириб қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 \Delta V = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 \Delta V.$$

Бу тенгликнинг иккала томонини ΔV га бўлиб юборсак ва $\frac{m}{\Delta V} = \rho$ суюқлик зичлиги эканлигини ҳисобга олсак

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 \qquad (5.6)$$

муносабат вужудга келади.

S_1 ва S_2 кесимларни ихтиёрий равишда танлаган эдик. Шунинг учун (5.6) муносабат оқим найининг ихтиёрий кесимларига ҳам тааллуқлидир.

Демак, стационар оқаётган идеал суюқликнинг ихтиёрий оқим чизиғи бўйлаб

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const} \qquad (5.7)$$

шарт бажарилади. (5.7) *Бернулли тенгламаси* деб аталади.

Бернулли тенгламасидаги қўшилувчи ҳадларнинг физик маъноси билан танишайлик:

1. p — ҳаракатланувчи суюқлик ичидаги босимни англатади. Уни *статик босим* деб аталади. (5.7) га асосан статик босим

$$p = \text{const} - \frac{\rho v^2}{2} - \rho g h \qquad (5.8)$$

муносабат билан аниқланади. Агар мазкур ифодада $v = 0$, $h = 0$ деб олсак, $p = p_0 = \text{const}$ бўлади. Бундан Бернулли тенгламасидаги константанинг маъноси келиб чиқади: у тинч турган суюқликнинг саноқ боши тарзида қабул қилинган сатҳидаги (нолинчи сатҳдаги) босимидир. У ҳолда (5.8) га асосан, оқим тезлиги ортса ёки оқим найини нолинчи сатҳга нисбатан баландроқ кўтарилса, статик босимнинг қиймати ортади, деган хулосага келамиз.

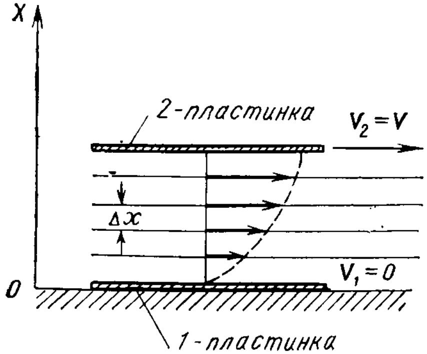
2. $\frac{\rho v^2}{2}$ — *динамик босим.* У суюқлик ичидаги босим суюқликнинг ҳаракатланиши туфайли қандайдир миқдорга камайишини характерлайди.

3. ρgh — *гидравлик босим.* У оқим найи h баландликка кўтарилган тақдирда статик босимнинг қанчага камайишини ифодалайди.

Буларни ҳисобга олиб Бернулли тенгламасининг моҳиятини қуйидагича таърифлаш мумкин: *идеал суюқликнинг стационар оқишидаги тўлиқ босим—динамик, гидравлик ва статик босимларнинг йиғиндисидан иборат бўлиб, унинг қиймати оқим найининг барча кесимлари учун бирдай бўлади.*

3- §. Қовушоқлик

Суюқлик қатламларининг бир-бирига нисбатан ҳаракатланиши жараёнида ички ишқаланиш кучлари вужудга келади. Бунга қуйидаги тажрибада ишонч ҳосил қилиш мумкин. Икки ўзаро параллел горизонтал пластинкаларнинг бири иккинчисининг тепасида жойлашган бўлиб, улар оралиғида бирор суюқлик, масалан, сув қатлами мавжуд (5.4- расм). Пастдаги пластинка ҳаракатланмайди, яъни $v_1=0$. Юқоридаги пластинкани $v_2=v$ тезлик билан ҳаракатлантирайлик. Бу пластинкага бевосита тегиб турган суюқлик қатлами молекуляр тутиниш кучи туфайли пластинкага ёпишган бўлади ва у билан биргаликда (v тезлик билан) ҳаракатланади. Пастдаги пластинкага бевосита тегиб турган суюқлик қатлами эса шу қўзғалмас пластинкага ёпишганлиги туфайли ҳаракатланмайди, албатта. Оралиқ қатламларнинг тезликлари эса 5.4- расмда тасвирланган. Суюқлик ҳар бир қатламининг ўзига қўшни қуйи қатламга нисбатан тезлиги ҳаракатланаётган пластинка йўналишида, қўшни юқори қатламга нисбатан тезлиги эса пластинка ҳаракатига тескари йўналган бўлади. Бун-



5.4- расм.

дан қуйидаги хулосага келамиз: суюқликнинг икки қўшни қатламларига оид молекулалар орасидаги ўзаро тутиниш туфайли қуйи қатлам юқори қатлам тезлигини камайтиради ва, аксинча, юқори қатлам қуйи қатлам тезлигини оширади. Суюқликнинг бир-бирига нисбатан ҳаракатланаётган қатламлари орасида вужудга келаётган бу кучни *ички ишқаланиш кучи* деб юритилади. Ички ишқаланиш кучи билан боғлиқ бўлган суюқлик хоссасини эса *қовушоқлик* деб аталади.

Тажрибаларнинг кўрсатишича, суюқликнинг икки қатлами орасидаги ички ишқаланиш кучи (F) нинг қиймати қатламларнинг бир-бирига тегиш соҳасининг юзи (S) га ва тезлик градиенти деб аталадиган $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ катталикка тўғри пропорционал:

$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta x}. \tag{5.9}$$

Бу ифода *Ньютон формуласи* деб аталади. Ундаги *тезлик градиенти* суюқлик қатламлари тезликларининг бир қатламдан иккинчи қатламга ўтганда (яъни қатламлар сиртига перпендикуляр бўлган OX йўналишда) ўзгариш жадаллигини характерлайди. (5.9) даги η — суюқликнинг табиатига боғлиқ бўлиб, у суюқликнинг қовушоқлик коэффициенти деб юритилади. Баъзан, оддийгина қовушоқлик деб ҳам аталади.

Қовушоқликнинг ўлчов бирлигини

$$\eta = \frac{F}{S\frac{\Delta v}{\Delta x}} \tag{5.10}$$

муносабатдан фойдаланиб аниқлаймиз: қовушоқликнинг СИ даги бирлиги сифатида шундай суюқликнинг қовушоқлиги қабул қилиниши керакки, тезлик градиенти $\frac{\Delta v}{\Delta x} = 1\ \text{с}^{-1}$ бўлган ҳолда мазкур суюқликнинг икки бир-бирига тегиб турган қатлами орасидаги $S = 1\ \text{м}^2$ сиртда 1 Н га тенг ички ишқаланиш кучи вужудга келади. Бу бирлик *паскаль-секунд* (Па·с) деб аталади. Ҳақиқатан, (5.10) да F, S, $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ ларнинг ўрнига уларнинг СИ даги бирликларини қўйиб

$$\frac{\text{Н}}{\text{м}^2\cdot\text{с}^{-1}} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}\cdot\text{с} = \text{Па}\cdot\text{с}$$

ни ҳосил қиламиз.

Адабиётда қовушоқликнинг *пуаз* (П) деб аталадиган, лекин СТ СЭВ 1052—78 га асосан фойдаланилмайдиган ўлчов бирлиги ҳам учрайди:

$$1\text{П} = 0{,}1\ \text{Па}\cdot\text{с}. \tag{5.11}$$

Суюқликларнинг қовушоқлиги температурага тескари пропорционал равишда ўзгаради. Бунинг сабаби—температура ортиши билан суюқлик молекулалари орасидаги ўзаро таъсирнинг сусайишидадир.

Суюқлик қатламларининг тезликлари бир қатламдан иккинчи қатламга ўтганда текис ўзгармаслиги ҳам мумкин. Бундай ҳолларда Ньютон формуласидаги $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ ўрнига унинг лимитини $\left(\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{dv}{dx}\right)$ қўйиш керак:

$$F = \eta S \frac{dv}{dx}, \tag{5.12}$$

бундаги F—суюқликнинг S юзли бирор қатламига таъсир этувчи ички ишқаланиш кучи, $\frac{dv}{dx}$ эса шу қатлам яқинидаги тезлик градиенти. (5.12) ни қуйидаги шаклда ёзайлик:

$$\frac{F}{S} = \eta \frac{dv}{dx}. \tag{5.13}$$

Мазкур муносабатнинг чап томонидаги нисбатни *уринма кучланиш* $\left(\tau = \frac{F}{S}\right)$ номи билан ҳам юритилади. У суюқлик қатламининг бирлик сиртига таъсир этувчи ички ишқаланиш кучини ифодалайди. „Уринма“ сўзи эса F (ва τ) қатлам сиртига ўтказилган уринма бўйича йўналганлигини характерлайди. Уринма кучланиш тушунчаси асосида (5.13) ни

$$\tau = \eta \frac{dv}{dx} \tag{5.14}$$

кўринишда ёза оламиз. Умуман, суюқлик қатламининг турли нуқталарида уринма кучланиш турлича қийматларга эга бўлиши мумкин. Бундай ҳолда қатламнинг элементар сирти (dS) га таъсир этадиган ички ишқаланиш кучи

$$dF = \tau dS,$$

шу қатламнинг барча қисмига таъсир этадиган ички ишқаланиш кучи эса

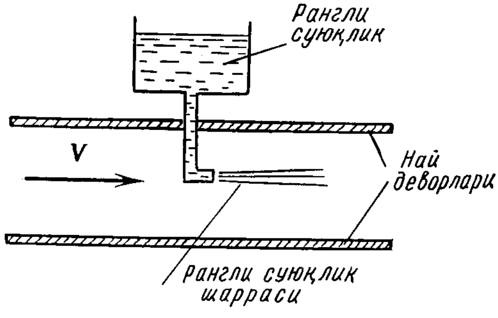
$$F = \int\limits_S \tau dS \tag{5.15}$$

бўлади.

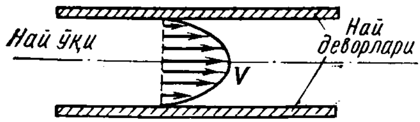
4- §. Суюқликнинг ламинар ва турбулент оқиши

Суюқлик оқишининг турлари ҳақида фикр юритайлик. Аввало, олдинги параграфдаги тажрибага яна бир марта мурожаат этиб суюқликнинг қатламсимон оқиши қандай вужудга келиши билан танишайлик. Молекуляр тутиниш туфайли суюқликнинг қаттиқ жисмга бевосита тегиб турган юпқагина қатлами шу қаттиқ жисмга „ёпишган" бўлади. Қаттиқ жисм ҳаракатланган ҳолда, масалан, 5.4-расмда тасвирланган тажрибадаги юқори пластинка ҳаракатланганда унга „ёпишган" суюқлик қатлами ҳам ҳаракатланади. Ички ишқаланиш кучлари туфайли бу қатлам қўшни қатламни илаштиради, у эса ўзига қўшни бўлган яна бир қатламни илаштиради ва ҳоказо. Қаттиқ жисм сиртидан унга перпендикуляр йўналишда узоқлашилган сари суюқлик қатламларининг тезликлари камайиб боради.

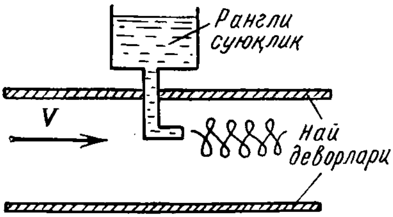
Суюқликнинг қатламсимон оқишини кузатиш мақсадида шаффоф шишадан ясалган қўзғалмас найни горизонтал равишда жойлаштириб, унинг ичидан бирор суюқликни (масалан, сувни) ташқаридан босим бериш усули билан оқизайлик. Ташқаридан берилаётган босимга монанд равишда сувнинг оқиш тезлигини ўзгартириш мумкин. Сув оқишининг манзарасини кузатиш учун сув оқими ичига бирор рангли суюқлик шаррасини киргизамиз (5.5-расмга қ). Кузатишлардан аниқланишича, сув оқимининг унчалик катта бўлмаган тезликларида рангли шарранинг шакли найнинг барча қисмларида сақланади. Демак, суюқлик зарраларининг бир қатламдан бошқа қатламга ўтишлари сезиларли даражада кузатилмайди. Бошқача қилиб айтганда, суюқлик қатламлари бир-бири билан аралашмасдан бир-бирига нисбатан силжийди, яъни қатламсимон оқиш содир бўлади. Суюқликнинг баён этилган тарзда ҳаракатланишини *ламинар оқиш* деб аталади. Тажрибаларнинг



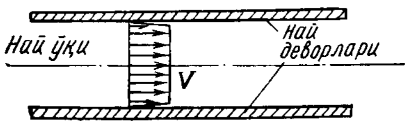
5.5- расм.



5.6- расм.



5.7- расм.



5.-8 расм.

кўрсатишича, ламинар оқиш содир бўлаётган суюқлик қатламларининг тезликлари най ўқидан узоқлашилган сари параболик қонун асосида ўзгариб боради (5.6- расм).

Сувнинг найдаги оқиш тезлигини ошириб борсак, тезликнинг бирор қийматидан (уни критик қиймат деб ҳам аталади) бошлаб рангли суюқлик шарраси най кесими бўйлаб ёйила бошлайди (5.7- расм). Демак, оқишнинг қатламсимонлиги бузилиб, суюқликнинг аралашиши содир бўлади. Суюқликнинг бундай ҳаракатланишини *турбулент оқиш* деб аталади. Турбулент оқиш жараёнида суюқлик зарраларининг тезликлари хаотик равишда ўзгариб туради. Шунинг учун най кесимининг у ёки бу нуқтасидаги суюқлик заррасининг ўртача тезлиги ҳақида мулоҳаза юритиш мумкин. Ўртача тезликларнинг най ўқидан узоқлашилган сари ўзгариши 5.8- расмда тасвирланган. Расмдан кўриниб турибдики, суюқликнинг аралашиши туфайли най кесимининг деярли барча қисмида зарралар бир хил ўртача тезликлар билан ҳаракатланади. Фақат най деворларига бевосита яқин қатламдагина ўртача тезлик бошқа қатламлардагига нисбатан кичик бўлади. Бундан ламинар оқишда суюқликнинг қовушоқлиги най кесимининг барча қисмида, турбулент оқишда эса фақат най кесимининг деворларга жуда яқин қисмида намоён бўлади, деган хулоса келиб чиқади.

Юқорида қайд қилганимиздек, най орқали оқаётган суюқлик тезлигининг бирор критик қийматидан бошлаб оқиш турбулентлик характерига эга бўла бошлайди. Текширишлар натижасида суюқлик оқишининг характери Рейнольдс сони (Re) деб аталадиган

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v l}{\eta} \qquad (5.16)$$

ўлчамсиз катталикка боғлиқлиги аниқланган. (5.16) даги ρ — суюқлик зичлиги, v — най кесими бўйича суюқлик оқишининг ўртача тезлиги, η — суюқликнинг қовушоқлиги, l — най кесимининг ўлчами, масалан, цилиндрсимон найнинг диаметри. Рейнольдс сони ифодасидаги суюқлик хоссасига боғлиқ бўлган η ва ρ лар нисбатини *кинематик қовушоқлик* деб аталадиган

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \tag{5.17}$$

катталик билан алмаштирсак, (5.16) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$\mathrm{Re} = \frac{vl}{\nu}. \tag{5.18}$$

ν ва η ни фарқлаш мақсадида, баъзан η ни *динамик қовушоқлик* деб ҳам аталади. Кинематик қовушоқлик *метр квадрат тақсим секунд* ($м^2/с$) ларда ўлчанади. 1 $м^2/с$ — зичлиги 1 $кг/м^3$ ва динамик қовушоқлиги 1 Па·с бўлган суюқликнинг кинематик қовушоқлигидир. Кинематик қовушоқликнинг ҳозирги вақтда фойдаланилмайдиган *стокс* (Ст) деб аталувчи бирлиги ва СИ даги бирлиги ($м^2/с$) орасида қуйидаги муносабат ўринли:

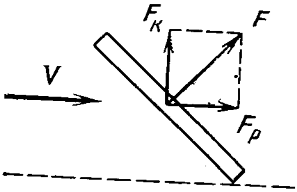
$$1\ \text{Ст} = 10^{-4}\ \text{м}^2/\text{с}. \tag{5.19}$$

Тажрибаларнинг кўрсатишича, оддий шароитларда цилиндрсимон найлар орқали суюқликнинг оқиши ламинар характерга эга бўлиши учун $\mathrm{Re}<2300$ бўлиши лозим. $\mathrm{Re}>2300$ бўлганда эса турбулент оқиш намоён бўлади.

5- §. Жисмларнинг суюқлик ва газлардаги ҳаракати

Қаттиқ жисм ва суюқликнинг ўзаро таъсирлашишида вужудга келувчи кучлар қўзғалмас суюқлик ичида қаттиқ жисм ҳаракатланганда ҳам ёки суюқлик ҳаракатланиб қаттиқ жисм эса қўзғалмас бўлганда ҳам бир хил бўлади. Шунинг учун суюқлик ёки қаттиқ жисмдан қайси бири ҳаракатланаётганлиги эмас, балки уларнинг бирини иккинчисига нисбатан ҳаракатланиши эътиборга лойиқдир. Бинобарин, „қаттиқ жисмнинг суюқликдаги ҳаракати" ибораси қўлланилганда ҳаракатланаётган суюқлик ичидаги қўзғалмас қаттиқ жисмни ҳам тушунаверамиз.

Қаттиқ жисм суюқликда ҳаракатланиш жараёнида қаршиликка учрайди. Суюқлик томонидан жисмга таъсир этувчи куч, умумий ҳолда, ҳаракат йўналиши билан бирор бурчак ҳосил қилади. Тажрибаларнинг кўрсатишича, бу куч икки кучнинг йиғиндисидан иборат (5.9- расм):



5.9- расм.

1) ҳаракатга қаршилик кўрсатувчи куч суюқлик оқиши бўйлаб йўналган, уни рўбарў қаршилик кучи ($F_р$) деб ҳам аталади;

2) суюқлик оқимига перпендикуляр равишда таъсир этадиган куч, уни кўтарувчи куч ($F_к$) деб аталади.

Бу кучларнинг вужудга келиши ва табиати билан танишайлик. Текширишлардан аниқланишича, мазкур кучлар қаттиқ жисмга тегиб турган суюқлик қатлами (чегаравий қатлам) да юзага келади. Чегаравий қатлам деганда суюқликнинг шундай қатлами тушуниладики, ундаги суюқлик зарраларининг тезлиги нолдан (қаттиқ жисм сиртига бевосита тегиб турган суюқлик зарралари учун) суюқлик оқиш тезлигига тенг бўлган қийматгача (қаттиқ жисм таъсири ғалаёнлантира олмаган суюқлик зарралари учун) ўзгаради. Бинобарин, чегаравий қатламда суюқликнинг қовушоқлиги туфайли тезлик градиенти мавжуд. Чегаравий қатлам қалинлиги тақрибан

$$\delta = \frac{l}{\sqrt{Re}} \qquad (5.20)$$

ифода ёрдамида аниқланиши мумкин. (5.20) даги l—жисмнинг характерли ўлчами, Re — Рейнольдс сони. Суюқлик ва жисмнинг бир-бирига нисбатан тезлиги унчалик катта бўлмаган ҳолларда ҳаракатга кўрсатиладиган қаршилик кучи суюқликнинг қовушоқлиги билан боғлиқ. Агар суюқлик қовушоқлиги, жисмнинг шакли ва ўлчамлари ҳамда жисмнинг суюқлик оқиши йўналишига нисбатан жойлашишини ҳисобга олувчи C_x коэффициентидан фойдалансак

$$F_{\text{ишқ.}} = C_x v \qquad (5.21)$$

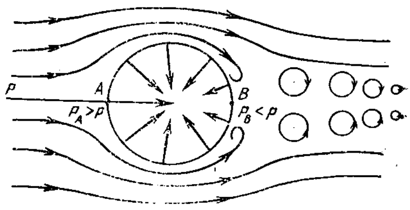
муносабат ўринли бўлади.

Рейнольдс сонининг қиймати 1 га яқин бўлганда чегаравий қатлам қалинлиги жисм ўлчами билан таққосланадиган даражада, Re$<$1 да эса чегаравий қатлам оқимнинг деярли барча соҳасини эгаллайди. Бундай ҳол учун r радиусли шарсимон жисмнинг ҳаракатига суюқлик томонидан кўрсатиладиган қаршилик кучи ишқаланиш кучидан иборат бўлади ва у

$$F_{\text{ишқ.}} = 6\pi r\eta v \qquad (5.22)$$

ифода билан (уни Стокс формуласи деб аталади) аниқланиши мумкин.

Оқиш тезлигининг анча катта қийматларида, масалан, Re$\geqslant 10^4$ бўлганда, чегаравий қатламнинг қалинлиги (δ) жисм ўлчамининг 0,01 улушидан ҳам кичик бўлади. Мазкур ҳолда жисмни ўраб турган юпқа чегаравий қатлам



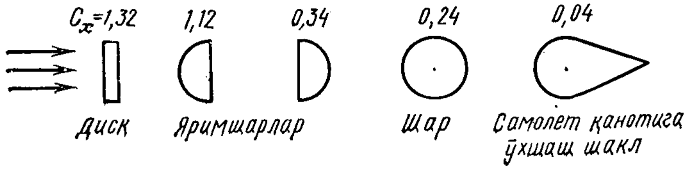
5.10- расм.

суюқликнинг умумий оқимидан кескин ажралиб туради. Тажрибаларнинг кўрсатишича, суюқлик ва жисмнинг бир-бирига нисбатан ҳаракат тезлигини орттириб борсак, бирор пайтда манзара ўзгаради (5.10- расмга қ.). Жисмнинг орқа томонида уюрмалар вужудга келиб, улар вақти-вақти билан узилади. Оқим бу уюмларни олиб кетиши туфайли уюрмалардан иборат йўл ҳосил бўлади. Жисмдан анча узоқликдаги уюрмалар йўқолиб, яна оқиш қатламсимон шаклини тиклайди.

Ғалаёнланмаган суюқликнинг босимини p деб белгиласак, жисмнинг орқа томонида вужудга келаётган уюрмалар соҳасидаги босим — $p_B < p$. Жисмнинг олд қисмидаги босим эса, Бернулли тенгламасига асосан, $p_A > p$. Шунинг учун суюқлик томонидан жисмга кўрсатиладиган натижавий босим кучи ($F_б$) оқиш йўналишида таъсир этади. Унинг қиймати оқиш тезлиги (v) га, суюқлик зичлиги (ρ) га ва жисм орқасида ҳосил бўладиган уюрмалар соҳасининг катталигига боғлиқ бўлиб

$$F_б = C_x S \frac{\rho v^2}{2} \tag{5.23}$$

ифода билан аниқланиши мумкин. Бунда S — жисмнинг оқишга перпендикуляр бўлган йўналишга проекциясининг юзи. Жисмнинг шакли рўбару қаршилик коэффициенти (C_x) да ҳисобга олинган. Шуни алоҳида қайд қилмоқ лозимки, жисм шаклининг босим қаршилигига ҳиссаси жуда сезиларли бўлади. Мисол тариқасида 5.11- расмда

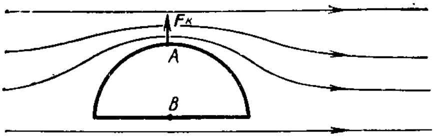


5.11- расм.

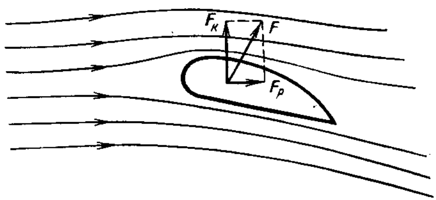
турли шаклдаги жисмлар (уларнинг S лари бир хил) учун C_x қийматлари келтирилган.

Демак, рўбару қаршилик ишқаланиш қаршилиги ва босим қаршилигидан иборат. Re нинг кичик қийматларида ишқаланиш қаршилиги асосийдир. Re нинг қиймати ошган сари босим қаршилигининг ҳиссаси ҳам ортиб боради, чунки $F_{\text{ишқ.}} \sim v$ [(5,21) га қ.] ва $F_б \sim v^2$ [(5.23) га қ.]. Шунинг учун Re нинг анча катта қийматларида босим қаршилигининг ҳиссаси асосий бўлади.

Кўтарувчи кучнинг вужудга келиши билан ярим шарсимон жисмнинг суюқлик ёки газда ҳаракатланиши мисолида танишиш мумкин (5.12- расм). Суюқлик ёки газнинг оқим чизиқлари A нуқта яқинида қуюқлашади. Шунинг учун A нуқтадаги босим, Бернулли қонунига асосан, B нуқтадаги босимдан кичик бўлади. Натижада жисмни кўтарувчи куч вужудга келади. Самолёт қанотининг кўтарувчанлик хислати ҳам кўтарувчи кучдан фойдаланишга асосланган (5.13- расмга қ.).



5.12- расм.



5.13- расм.

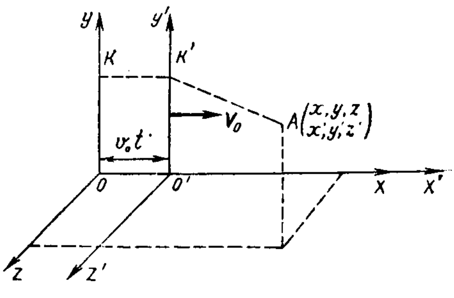
Рўбару қаршилик эса самолётнинг илгариланма ҳаракатига тўсқинлик қилади. Бу қаршиликни енгиш учун самолёт қанотларига махсус шакл берилади. 5.13- расмдаги шакл қанотнинг оптимал вариантини тасвирлайди.

VI боб

НИСБИЙЛИК НАЗАРИЯСИ ЭЛЕМЕНТЛАРИ

1- §. Галилейнинг нисбийлик принципи

Жисм ҳаракати саноқ системасига нисбатан аниқланади. Саноқ системасини танлаш кузатувчининг ихтиёрида. Шунинг учун бир ҳаракатни турли саноқ системаларига нисбатан текшириш натижасида бу саноқ системаларидан бирортасини бошқаларига нисбатан имтиёзли деб ҳисоблаш мумкинми? Бу саволга жавоб бериш мақсадида етарлича аниқлик билан инерциал саноқ системаси деб ҳисоблаш мумкин бўлган K системага нисбатан K' саноқ системасининг тўғри чизиқли текис ҳаракатини текширайлик. Соддалаштириш мақсадида K' система K системага нисбатан v_0 тезлик билан OX ўқ йўналишида ҳаракатланади деб ҳисоблайлик (6.1-расм). $t=0$ вақтда иккала саноқ системаси бир-бирининг устига тушади. $t \neq 0$ да K' саноқ системасининг боши (яъни O' нуқта) K саноқ системасида



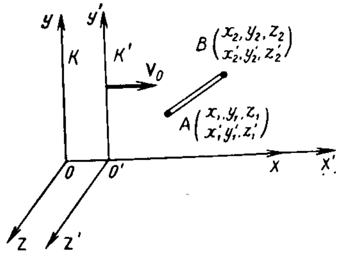
6.1- расм.

$$x = v_0t; \quad y = 0; \quad z = 0$$

координаталар билан аниқланувчи нуқтада жойлашган бўлади. У ҳолда моддий нуқта (A) нинг ихтиёрий пайтда иккала саноқ системасидаги координаталари *Галилей алмаштиришлари* деб аталадиган қуйидаги муносабатлар билан ўзаро боғланган:

$$x = x' + v_0t; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = t'; \tag{6.1}$$

бундаги t ва t' мос равишда K ва K' саноқ системаларидаги соатлар кўрсатаётган вақтлардир. Агар вақт ҳисоби иккала саноқ системаларининг бошлари (O ва O' нуқталар)



6.2- расм.

бир-бирининг устига тушиб турган пайтдан бошланса, иккала системадаги бир хил соатлар бир хил вақтларни кўрсатиши (яъни $t = t'$ бўлиши) табиий ҳол эканлигига кундалик турмушимизда ўрганиб қолганмиз.

Демак, бир саноқ системаси (K) дан иккинчи саноқ системаси (K') га ўтганда координаталар ўзгаради, яъни координаталар нисбий катталиклардир. Вақт ўтиши эса саноқ системаларининг нисбий ҳаракатланишига боғлиқ эмас, яъни вақт абсолют катталикдир.

Энди бирор стержень узунлигини иккала системада аниқлайлик (6.2- расм). Стержень учлари (A ва B нуқталар)нинг K системадаги координаталарини мос равишда x_1, y_1, z_1 ва x_2, y_2, z_2 деб белгиласак, унинг узунлиги

$$l = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2} \qquad (6.2)$$

бўлади. K' саноқ системаси эса K га нисбатан OX йўналишида v_0 тезлик билан ҳаракатланяпти. Шунинг учун K' да стержень учларининг координаталари мос равишда $x'_1 = x_1 - v_0t$, $y'_1 = y_1$, $z'_1 = z_1$ ва $x'_2 = x_2 - v_0t$, $y'_2 = y_2$, $z'_2 = z_2$ бўлади. Натижада стерженнинг K' саноқ системасидаги узунлиги учун

$$l' = \sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2} =$$
$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \qquad (6.3)$$

ифодани ҳосил қиламиз. (6.2) ва (6.3) ларни ўзаро таққослаб

$$l = l', \qquad (6.4)$$

деган хулосага келамиз. Умуман, бир саноқ системасидан иккинчи саноқ системасига ўтганда бирор катталикнинг қиймати ўзгармаса, бу катталик мазкур алмаштиришга нисбатан *инвариант* деб гапирилади. У ҳолда, (6.4) ифодага асосан, қуйидагини айта оламиз: узунлик (яъни нуқталар орасидаги масофа) Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариантдир.

Ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг K ва K' саноқ системаларидаги тезликларининг проекциялари орасидаги боғланишни топиш учун (6.1) ифодалардан вақт бўйича ҳосила оламиз:

$$
\begin{aligned}
v_x &= \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(x' + v_0 t) = v'_x + v_0, \\
v_y &= \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(y') = v'_y, \qquad (6.5)\\
v_z &= \frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt}(z') = v'_z.
\end{aligned}
$$

Мазкур муносабатларни вектор кўринишида

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{v}_0 \qquad (6.6)$$

шаклда ёзиш мумкин. Бу ифода *тезликларнинг қўшилиш қонуни* бўлиб, уни қуйидагича тавсиф қилиш мумкин: моддий нуқтанинг K саноқ системасидаги тезлиги ($\mathbf{v}$) шу нуқтанинг K' даги тезлиги ($\mathbf{v}'$) ва K' нинг K га нисбатан тезлиги ($\mathbf{v}_0$) нинг вектор йиғиндисига тенг.

(6.5) ифодалардан вақт бўйича ҳосила олсак, моддий нуқтанинг K ва K' саноқ системаларидаги тезланишларининг проекциялари орасидаги боғланишни ҳосил қиламиз:

$$
\begin{aligned}
a_x &= \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(v'_x + v_0) = \frac{dv'_x}{dt} = a'_x, \\
a_y &= \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}(v'_y) = a'_y, \qquad (6.7)\\
a_z &= \frac{dv_z}{dt} = \frac{d}{dt}(v'_z) = a'_z.
\end{aligned}
$$

Вектор кўринишида (6.7) ифодаларни

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' \qquad (6.8)$$

шаклда ёза оламиз. Демак, моддий нуқтанинг K саноқ системасидаги тезланиши ($\boldsymbol{a}$) ва K' саноқ системасидаги тезланиши ($\boldsymbol{a}'$) бир хил экан. Бошқача айтганда, тезланиш Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариантдир.

Тажрибаларнинг кўрсатишича, барча инерциал саноқ системаларида жисм массаси бир хил қийматга эга ва у ҳаракат тезлигига [ёруғлик тезлиги (c) дан анча кичик тезликлар назарда тутилади] боғлиқ эмас:

$$m = m'. \qquad (6.9)$$

Ньютон механикасида ўрганиладиган кучлар, хусусан эластиклик кучи ёки тортишиш кучи жисмлар ёхуд бир жисмнинг айрим қисмлари орасидаги масофага боғлиқ. Масофа (яъни узунлик) Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариант. Баъзи кучлар, масалан, ишқаланиш кучлари ўзаро таъсирлашувчи жисмлар тезликларининг фарқига боғлиқ. Тезликлар фарқи, (6.6) муносабатга асосан, бир инерциал саноқ системасидан иккинчисига ўтилганда ўзгармайди ($v_2 - v_1 = v_2' - v_1'$). Шунинг учун классик механикада куч Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариантдир, яъни

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}'. \tag{6.10}$$

Динамиканинг асосий қонуни—Ньютоннинг иккинчи қонуни

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \tag{6.11а}$$

га эътибор берсак, ундаги барча катталиклар [(6.8), (6.9) ва (6.10) га қ.)] Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариант. Бинобарин, динамика асосий қонунининг K саноқ системасига нисбатан $\mathbf{v}_0$ тезлик билан ҳаракатланаётган K' саноқ системасидаги математик ифодаси

$$\mathbf{F}' = m'\mathbf{a}' \tag{6.11б}$$

мазкур қонуннинг K саноқ системасидаги ифодасига тўлиқ мос келади. Демак, *барча инерциал саноқ системаларида айни бир механик ҳодиса бир хил тарзда содир бўлади ва мазкур инерциал саноқ системасида ўтказиладиган механик тажрибалар ёрдамида саноқ системаси тинч турганлигини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётганлигини аниқлаб бўлмайди.*

Бу фикрни Галилей баён этганлиги учун Галилейнинг нисбийлик принципи, баъзан, нисбийликнинг механик принципи деб юритилади. Мазкур принципга асосан, агар бирор система (масалан, K саноқ системаси) инерциал бўлса, унга нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракатланувчи жуда кўп инерциал системалар (K' лар) ҳам мавжуд. Инерциал системаларнинг барчасида классик механика қонунлари айнан бир хил намоён бўлишидан бу системаларнинг барчаси тенг ҳуқуқли ва улар орасидан бирор имтиёзли инерциал саноқ системасини ажратиш мумкин эмас, деган хулоса келиб чиқади.

Шуни ҳам қайд қилайликки, тезликка боғлиқ бўлган катталиклар, масалан, импульс ($\mathbf{p} = m\mathbf{v}$) ёки кинетик энергия $\left(E = \frac{mv^2}{2}\right)$ бир инерциал саноқ системасидан иккинчи инерциал саноқ системасига ўтганда ўзгаради, чунки мазкур ўтишда тезлик ўзгарар эди ($\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{v}_0$ ифодани эсланг). Бироқ импульс ва энергияларнинг турли инерциал саноқ системаларидаги қийматлари бир-биридан $\mathbf{v}_0$ билан аниқланувчи доимий миқдорга фарқланади. Шунинг учун бундай катталикларни характерловчи қонунлар ифодасининг кўриниши турли инерциал саноқ системаларида бир хил бўлади.

Умуман, бир саноқ системасидан иккинчисига ўтилганда бирор катталикнинг абсолют қиймати ўзгарса, лекин бу катталик қатнашган тенгламанинг кўриниши ўзгармаса, бу тенглама мазкур алмаштиришга нисбатан *ковариант* деб айтилади. Бинобарин, импульснинг сақланиш қонуни ва механик энергиянинг сақланиш қонуни Галилей алмаштиришларига нисбатан ковариантдир.

2-§. Лоренц алмаштиришлари

XX аср бошларида Максвелл томонидан электродинамика асосий қонунларини умумлаштирувчи тенгламалар яратилди. Механикада Ньютон тенгламалари қанчалик муҳим бўлса, электродинамикада Максвелл тенгламалари шунчалик аҳамиятга эга. Максвелл тенгламалари ниҳоят кўп тажриба далиллари билан исботланди. Лекин Максвелл тенгламалари Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариант эмаслиги аниқланди.

Асримиз бошида физик-олимларни ҳайратга солган мазкур муаммони ҳал қилиш учун Пуанкаре ва ундан мустақил равишда Эйнштейн қуйидаги хулосага келдилар: Галилей алмаштиришларидан фарқланадиган янги алмаштиришлардан фойдаланиш зарурки, бу алмаштиришларга нисбатан Максвелл тенгламаларининг ифодалари ўз кўринишларини ўзгартирмасликлари лозим. Бундай ўзгартиришларни Эйнштейн қуйидаги икки принцип асосида келтириб чиқарди:

1. *Нисбийлик принципи.* Физик қонунлар (бунда фақат механик қонунлар эмас, балки электромагнетизм, оптика, . . . қонунлари ҳам назарда тутиляпти) барча инерциал саноқ системаларида ўринлидир. Бошқача қилиб айтганда, айни бир физик ҳодисани инерциал саноқ системаларининг бирида кузатиш туфайли олинган натижалар бошқа инерциал саноқ системаларида олинган натижалардан фарқланмайди. Галилейнинг нисбийлик принципи ҳам худди шуни таъкидлар эди, лекин унда фақат механик ҳодисалар (барча физик ҳодисалар эмас) ҳақида мулоҳаза юритилган эди.

2. *Ёруғлик тезлигининг доимийлик принципи.* Ёруғликнинг вакуумдаги (бўшлиқдаги) тезлигининг қиймати барча инерциал саноқ системаларида бир хил бўлади. У ёруғликнинг тарқалиш йўналишига ҳамда ёруғлик чиқарувчи жисм ва кузатувчининг ҳаракатига боғлиқ эмас. Бу принцип классик механикадаги тезликларни қўшиш қоидасига мутлақо зиддир. Ҳақиқатан, K саноқ системасига нисбатан v_0 тезлик билан тўғри чизиқли текис ҳара-

кат қилиб узоқлашаётган K' саноқ системасидаги жисм томонидан тарқатилаётган ёруғлик тезлигини c деб белгиласак, Галилей алмаштиришларига асосан, K саноқ системасидаги кузатувчи учун ёруғлик тезлиги $c+v_0$ бўлиши лозим эди. Ваҳоланки, K саноқ системасида ҳам, K' саноқ системасида ҳам ёруғлик тезлиги бир хил бўлиши керак. Бинобарин, Ньютон нуқтаи назари асосида фикр юритсак, $c+v_0$ нима учун c га тенг бўлиши лозимлигини тушунтира олмаймиз, албатта. Буни тушуниш учун фазо ва вақт ҳақидаги Ньютон тушунчаларидан воз кечиш лозим. Фазо ва вақт ҳақидаги бу янги тушунчалар Эйнштейн томонидан яратилган нисбийлик назариясида акс этган. 26 ёшли Эйнштейннинг яратган мазкур назарияси бир-бирига нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётган саноқ системалари (яъни инерциал системалар) учун ўринли. Кейинчалик, Эйнштейн нисбийлик назариясини ривожлантириб, уни бир-бирига нисбатан тезланувчан ҳаракат қиладиган системаларга қўллаш йўлларини ахтарди ва „тортишиш назарияси" деб аталган умумий назарияни яратди. Бу назарияни нисбийлик назариясининг умумий ҳоли деб, фақат инерциал системаларга тааллуқли бўлган назарияни эса нисбийлик назариясининг хусусий ҳоли деб ҳисобланади. Бинобарин, „нисбийлик назарияси" деганда шу хусусий ҳолни тушунамиз.

Нисбийлик назариясининг заминида ётувчи *Лоренц алмаштиришлари* қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$x=\frac{x'+v_0t'}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}};\quad y=y';\quad z=z';\quad t=\frac{t'+\frac{v_0}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}}\cdot \tag{6.12}$$

Мазкур муносабатлар ёрдамида K' саноқ системасидаги координаталар (x', y', z') ва вақт (t') дан K саноқ системасидаги координаталар (x, y, z) ва вақт (t) га ўтилади. K системадан K' системага ўтиш учун (6.12) ни қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$x'=\frac{x-v_0t}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}};\quad y'=y;\quad z'=z;\quad t'=\frac{t-\frac{v_0}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}}. \tag{6.13}$$

Бу ифодалардаги v_0 — бир инерциал саноқ системаси (K) га нисбатан OX ўқ йўналишида тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган иккинчи инерциал саноқ системасининг тезлиги, c эса ёруғликнинг вакуумда тарқалиш тезлиги. Баъзи адабиётларда (6.12) ва (6.13) муносабатлар Лоренц алмаштиришлари деб ҳам аталган. Лекин юқоридаги формулалар даниялик олим L. Lorenz (1829 — 1891) эмас, балки голландиялик олим H. Lorentz (1853—1928) томонидан 1904 йилда ҳозирги замон тасаввурларига унчалик тўғри келмайдиган мулоҳазалар асосида келтириб чиқарилган. Шунинг учун Пуанкаре бу формулаларга Лорентц алмаштиришлари деб ном берган. Лорентц алмаштиришлари формулаларини тўғри мулоҳазалар асосида келтириб чиқариш ва уларнинг ҳақиқий маъносини очиш 1905 йилда Эйнштейн томонидан амалга оширилди.

3-§. Лорентц алмаштиришларидан келиб чиқадиган натижалар

Классик механикада Галилей алмаштиришларидан, нисбийлик назариясида эса Лорентц алмаштиришларидан фойдаланилади. Лекин Лорентц алмаштиришларидан баъзи натижалар келиб чиқадики, улар классик тасаввурларга ўрганиб қолган ўқувчида ажабланиш туйғусини вужудга келтиради.

1. *Бир вақтлилик тушунчаси.* K' системанинг x_1' ва x_2' нуқталарида айнан бир вақтда (масалан t' вақтда) икки воқеа содир бўлсин. K системадаги кузатувчи бу икки воқеани бир вақтда содир бўлаётганлигини қайд қиладими?

а) Ньютон механикасида, Галилей алмаштиришларига асосан, воқеалар

$$x_1 = x_1' + v_0 t' \quad \text{ва} \quad x_2 = x_2' + v_0 t'$$

нуқталарда $t = t'$ вақтда содир бўлади. Бошқача қилиб айтганда, классик тасаввурлар бўйича бирор инерциал саноқ системасида бир вақтда содир бўладиган воқеалар бошқа инерциал саноқ системаларида ҳам бир вақтда амалга ошади.

б) нисбийлик назариясида, Лорентц алмаштиришларига асосан, биринчи воқеа K инерциал саноқ системасининг

$$x_1 = \frac{x_1' + v_0 t'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \tag{6.14a}$$

нуқтасида

$$t_1 = \frac{t' + \frac{v_0}{c^2} x_1'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \tag{6.15a}$$

вақтда, иккинчи воқеа эса

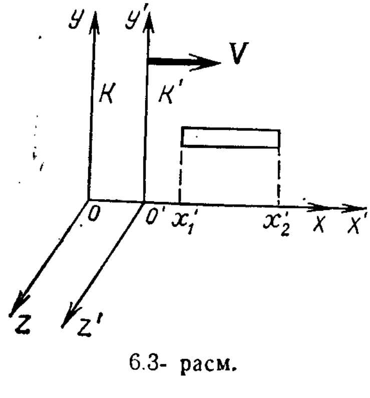
$$x_2 = \frac{x_2' + v_0 t'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \qquad (6.14б)$$

нуқтада

$$t_2 = \frac{t' + \frac{v_0}{c^2} x_2'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \qquad (6.15б)$$

вақтда содир бўлади. Умумий ҳолда, яъни воқеалар K' системанинг турли нуқталарида ($x_1' \neq x_2'$) бир вақтда содир бўлаётган бўлса, улар K системада ҳам турли нуқталарда [(6.14а) ва (6.14б) ларга асосан $x_1 \neq x_2$], лекин бир вақтда эмас, балки турли пайтларда [(6.15а) ва (6.15б) лардаги $x_1' \neq x_2'$ бўлганлиги туфайли $t_1 \neq t_2$] амалга ошади. Фақат бир хусусий ҳолда, яъни иккала воқеа K' системанинг айнан бир нуқтасида ($x_1' = x_2'$) бир вақтда (t' вақтда) амалга ошаётган бўлса, K системада ҳам бу икки воқеа фазонинг айнан бир нуқтасида ($x_1 = x_2$) бир вақтда [(6.15а) ва (6.15б) лардаги $x_1' = x_2'$ бўлганлиги учун $t_1 = t_2$] содир бўлади.

2. *Узунлик тушунчаси.* K' системада бирор жисм, масалан, OX' ўққа параллел равишда жойлаштирилган стержень тинч турган бўлсин (6.3- расмга қ.). Ихтиёрий t' вақтда стержень учларининг координаталари мос равишда x_1' ва x_2' бўлсин. У ҳолда стержень узунлиги $l_0 = x_2' - x_1'$ ифода билан аниқланади. K системадаги кузатувчи учун шу стержень узунлиги ($l = x_2 - x_1$) қандай бўлади?



6.3- расм.

а) Классик механикада, Галилей алмаштиришларига асосан, жисм узунлиги барча инерциал саноқ системаларида айнан бир хил бўлади [(6.4) ифодага қ.].

б) Стержень K' система билан биргаликда OX ўқ йўналишида ҳаракатланаётганлиги учун K системадаги кузатувчи стержень учлари координаталарини айнан бир вақтда ўлчаши лозим. Кузатувчи K системадаги соатнинг t пайтида стержень учларининг координаталари мос равишда x_1 ва x_2 эканлигини аниқлади. Лоренц алмаштиришларига асосан [(6.13) га қ.] x_1 ва x_2 стерженнинг K' даги координаталари x'_1 ва x'_2 билан қуйидагича боғланган:

$$x'_1 = \frac{x_1 - v_0 t}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}; \qquad x'_2 = \frac{x_2 - v_0 t}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}.$$

Бундан

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}$$

ёки

$$l_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}.$$

Демак,

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}, \tag{6.16}$$

яъни K системада стержень узунлиги K' системадагига нисбатан қисқароқ бўлади. Буни *узунликнинг лоренц қисқариши* деб аташ одат бўлиб қолган. Лекин мазкур терминда узунликнинг қисқариши эмас, балки узунликнинг нисбийлигини қайд қилиш тўғрироқ бўларди. Бинобарин, жисм узунлигининг ҳеч қандай қисқариши рўй бермайди. Жисмнинг узунлиги „аслида“ нимага тенг, деган савол ҳам маънога эга эмас, чунки ҳар бир саноқ системасида жисмнинг ўз узунлиги бўлади. Бошқача қилиб айтганда, нисбийлик назариясида жисм узунлигининг миқдорий ўлчови нисбийдир ва у саноқ системасига боғлиқ бўлади.

Шундай қилиб, нисбийлик назариясида стержень узунлиги турли инерциал саноқ системаларида турлича. Стержень қайси системада тинч турган бўлса, шу системада у энг катта узунликка эга бўлади.

3. *Вақт тушунчаси.* K' саноқ системасининг қўзғалмас x' нуқтасида бирор воқеа t'_1 пайтда бошланиб t'_2 пайтда тугаллансин. Мазкур воқеа $t'_2 - t'_1 = \Delta t_0$ вақт давом этган бўлади. K системадаги кузатувчи учун шу воқеанинг давом этиш вақти (Δt) қандай бўлади?

а) Ньютон нуқтаи назарига асосан, вақтнинг ўтиши саноқ системаларининг нисбий ҳаракатига боғлиқ эмас, яъни бир-бирига нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётган барча саноқ системаларида вақт айнан бир хил. Шунинг учун K системада ҳам воқеа $\Delta t = t_2 - t_1 = t'_2 - t'_1 = \Delta t_0$ вақт давом этади.

б) K саноқ системасидаги кузатувчи шу системадаги соат бўйича воқеанинг бошланиши t_1 пайтда, тугалланиши эса t_2 пайтда содир бўлганлигини қайд қилади. Лоренц алмаштиришларига асосан t_1 ва t_2 пайтлар K' саноқ системасидаги соат бўйича қайд қилинадиган t'_1 ва t'_2 пайтлар билан қуйидагича боғланган:

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{v_0}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}; \qquad t_2 = \frac{t'_2 + \frac{v_0}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}.$$

Бундан,

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}. \qquad (6.17)$$

Демак, нисбийлик назариясида айнан бир воқеа турли инерциал саноқ системаларида турлича вақт давом этади. Бу эффектни ҳаракатланувчи саноқ системаларида *вақт ўтишининг секинлашиши* деб аталади. Мазкур эффектнинг моҳияти—турли саноқ системаларидаги соатларнинг юриш тезликлари турлича эканлигидан иборат, деб тушуниш мутлақо нотўғри бўлади. Барча саноқ системаларидаги соатлар аниқ юради. Лекин улар ўзаро солиштирилганда ҳаракатланувчи саноқ системаси (K') да K системадагига нисбатан вақт секинроқ ўтганлиги аниқланади. Бу тааждубланарли хулоса нисбийлик назарияси принципларининг натижасидир.

4- §. Нисбийлик назариясида фазо ва вақтнинг ўзаро боғлиқлиги

Лоренц алмаштиришларидан келиб чиқувчи натижалар „ғайритабиий" туйилишининг сабаби—кундалик турмушимизда вақт ва фазо ҳақида ньютонча фикр юритишга одатланиб қолганлигимиздадир. Бинобарин, Ньютон механикасида уч ўлчовли фазо ва бир ўлчовли вақт бир-биридан мустақил равишда мавжуд. Шунинг учун воқеанинг қачон содир бўлганлиги ҳақидаги масала шу ҳодисанинг қаерда содир бўлганлиги масаласидан алоҳида ҳал қилинаверар эди. Нисбийлик назариясида эса фазо ва вақт бир-бири билан чамбарчас боғланган. Ҳақиқатан, Лорентц алмаштиришларининг тенгламаларида [(6.12) ва (6.13) ларга қ.] вақт тўртинчи тенг ҳуқуқли координата сифатида иштирок этади.

Фазо ва вақтнинг ўзаро боғлиқлиги туфайли уларни бир-биридан мустақил бўлган уч ўлчовли фазо ва бир ўлчовли вақтга ажратиб мулоҳаза юргизиш мумкин эмас. Шунинг учун тўрт ўлчовли фазо—вақт тушунчаси асосида фикр юритилади. Хусусан, бундай тўрт ўлчовли фазода содир бўлаётган воқеа x, y, z, t координаталар билан характерланувчи нуқта тарзида ифодаланади. Бу нуқтани *дунёвий нуқта* деб аталади. Ҳодисанинг содир бўлиш жараёни эса тўрт ўлчовли фазодаги чизиқ шаклида тасаввур этилади ва уни *дунёвий чизиқ* деб аталади.

Икки воқеа орасидаги *интервал* тушунчаси билан танишайлик. Классик тасаввурларга одатланиб қолган китобхон қуйидагича фикр юритган бўларди: биринчи воқеа уч ўлчовли фазонинг x_1, y_1, z_1 координаталар билан характерланувчи нуқтасида t_1 вақтда, иккинчи воқеа эса x_2, y_2, z_2 координаталар билан характерланувчи нуқтасида t_2 вақтда содир бўлсин. Бу икки воқеанинг содир бўлаётган ўринлари

$$\Delta r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \qquad (6.18)$$

фазовий масофа билан, содир бўлиш пайтлари эса

$$\Delta t = t_2 - t_1 \qquad (6.19)$$

вақт оралиғи билан фарқланади.

Нисбийлик назариясида биринчи воқеа $A(x_1, y_1, z_1, t_1)$ дунёвий нуқта билан, иккинчи воқеа эса $B(x_2, y_2, z_2, t_2)$ дунёвий нуқта билан характерланади. Бу икки воқеалар орасидаги интервал деганда

$$\Delta s = \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2] - c^2(t_2 - t_1)^2} =$$
$$= \sqrt{[\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2] - c^2\Delta t^2} = \sqrt{\Delta r^2 - c^2\Delta t^2} \qquad (6.20)$$

ифода билан характерланувчи катталик тушунилади.

Уч ўлчовли фазодаги масофа (Δr) дан фарқли равишда воқеалар орасидаги интервал (Δs) нинг қийматлари мусбат сон, мавҳум сон ёки нолга тенг бўлиши мумкин:

а) агар $\Delta r > c\Delta t$ бўлса, яъни воқеалар содир бўладиган нуқталарнинг бир-биридан узоқлиги шундай бўлсаки, бу нуқталарнинг биридан иккинчисига ёруғлик сигнали Δt вақтда етиб кела олмаса Δs нинг қиймати ҳақиқий мусбат сон бўлади. Бу ҳолда Δs ни *фазосимон интервал* деб аталади. Табиийки, фазосимон интервал билан ажратилган воқеалар бир-бири билан сабаб ва натижа муносабатида бўлишлари мумкин эмас.

б) $$\Delta s=\sqrt{\Delta r^2-c^2\Delta t^2}=\sqrt{-(c^2\Delta t^2-\Delta r^2)}=$$
$$=-i\sqrt{c^2\Delta t^2-\Delta r^2},$$

яъни Δs мавҳум катталик бўлганда уни *вақтсимон интервал* деб аталади. Бу ҳолда $c\Delta t>\Delta r$ бўлганлиги туфайли бир воқеа содир бўлаётган нуқтадан иккинчи воқеа содир бўладиган нуқтага ёруғлик сигнали етиб келиши учун лозим бўладиган вақт ($\Delta r/c$) воқеаларнинг содир бўлиш пайтлари орасидаги вақт (Δt) дан кичик. Шунинг учун вақтсимон интерваллар билан ажратилган воқеалар ўзаро сабаб ва натижа муносабатида бўлиши мумкин.

в) $\Delta s=\sqrt{\Delta r^2-c^2\Delta t^2}=0$. Фазосимон ва вақтсимон интерваллар оралиғидаги бундай чегаравий ҳол амалга ошганда $\Delta r=c\Delta t$ бўлади. Хусусан, бир атомнинг нурланиш чиқариши (биринчи воқеа), бу нурланишни эса иккинчи атом томонидан ютилиши (иккинчи воқеа) мазкур ҳолга мисол бўла олади.

Икки воқеа орасидаги интервалнинг қиймати барча инерциал саноқ системаларида бир хил, яъни Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариантдир. Бунга ишонч ҳосил қилиш учун юқорида зикр қилинган икки воқеа орасидаги интервалнинг K' инерциал саноқ системасидаги қиймати

$$\Delta s'=\sqrt{[(\Delta x')^2+(\Delta y')^2+(\Delta z')^2]-c^2(\Delta t')^2} \quad (6.21)$$

ни ҳисоблайлик. (6.13) муносабатлар асосида

$$\Delta x'=\frac{\Delta x-v_0\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}};\ \Delta y'=\Delta y;\ \Delta z'=\Delta z;\ \Delta t'=\frac{\Delta t-\frac{v_0}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}}$$

ифодаларни ёза оламиз. Уларни (6.21) га қўйиб, унча мураккаб бўлмаган ўзгартиришлардан сўнг

$$\Delta s'=\sqrt{[\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2]-c^2\Delta t^2}$$

ни ҳосил қиламиз. Бу ифоданинг ўнг томони (6.20) нинг ўнг томонига айнан тенг. Шунинг учун

$$\Delta s=\Delta s'. \quad (6.22)$$

Демак, икки воқеа орасидаги интервал бир инерциал саноқ системасидан унга нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётган иккинчи саноқ системасига ўтишга нисбатан инвариант экан. Бу эса, ўз навбатида, вақт ва фазо ўзаро боғлиқлиги, яъни тўрт ўлчовли фазо—вақт тушунчаси асосли эканлигидан далолат беради.

5-§. Релятивистик механикада тезликларни қўшиш

Лоренц алмаштиришларига асосланган механикани Ньютон механикасидан фарқ қилиш мақсадида *релятивистик механика* деб юритилади. Релятивистик механика қоидалари классик механика қоидаларидан фарқланади. Хусусан K инерциал саноқ системасига нисбатан $\mathbf{v}_0$ тезлик билан OX ўқ йўналишида тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётган K' саноқ системасидаги моддий нуқтанинг OX ўқ йўналишидаги ҳаракат тезлиги $\mathbf{v}'$ бўлсин. Мазкур моддий нуқтанинг K саноқ системасидаги тезлиги ($\mathbf{v}$) нинг қиймати, классик механикадаги тезликларни қўшиш қоидасига асосан [(6.6) ифодага қ.], $\mathbf{v}=\mathbf{v}_0+\mathbf{v}'$ шаклида аниқланар эди. Релятивистик механикада-чи? Бу саволга жавоб бериш учун $\mathbf{v}$ ва $\mathbf{v}'$ орасидаги муносабатни аниқлайлик. Моддий нуқтанинг K саноқ системасидаги тезлигини

$$v=\frac{dx}{dt}, \tag{6.23}$$

K' саноқ системасидаги тезлигини эса

$$v'=\frac{dx'}{dt'} \tag{6.24}$$

шаклида ёза оламиз. Лекин $\frac{dx}{dt}$ ни dx ва dt дифференциалларнинг нисбати деб қараш ва бу дифференциалларни Лоренц алмаштиришларини характерловчи (6.12) дан фойдаланиб топишимиз мумкин:

$$dx=\frac{dx'+v_0dt'}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}}; \qquad dt=\frac{dt'+\frac{v_0}{c^2}dx'}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}}.$$

Натижада (6.23) ни қуйидаги кўринишда ёза оламиз:

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{dx'+v_0dt'}{dt'+\frac{v_0}{c^2}dx'}=\frac{\frac{dx'}{dt'}+v_0}{1+\frac{v_0}{c^2}\frac{dx'}{dt'}}=\frac{v'+v_0}{1+\frac{v_0v'}{c^2}}. \tag{6.25}$$

Демак, классик механикадаги $\mathbf{v}=\mathbf{v}_0+\mathbf{v}'$ қоидани релятивистик механикада қўллаб бўлмайди. Бинобарин, (6.25) ифодада ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги (с) дан катта тезликларни инкор этувчи нисбийлик назариясининг принципи ўз аксини топган.

Масалан, $v_0 = 200000 \frac{\text{км}}{\text{с}}$, $v' = 150000 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ бўлса, классик механикадаги тезликларнинг қўшиш қоидасига асосан $v = v_0 + v' = 350000 \frac{\text{км}}{\text{с}}$, яъни $v > c$ ($c \approx 300000 \frac{\text{км}}{\text{с}}$) бўлиши лозим эди. Бу натижа нисбийлик назариясига зиддир. Релятивистик механикадаги тезликларни қўшиш қоидасига асосан,

$$v = \frac{v' + v_0}{1 + \frac{v_0 v'}{c^2}} \approx 262500 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Ҳатто $v_0 = v' = c$ бўлган ҳолда ҳам

$$v = \frac{v' + v_0}{1 + \frac{v_0 v'}{c^2}} = \frac{c + c}{1 + \frac{c \cdot c}{c^2}} = c.$$

6- §. Релятивистик динамиканинг асосий қонуни

Нисбийлик назариясининг заминида ётувчи икки принципнинг биринчисига асосан, физика қонунлари барча инерциал саноқ системаларида бир хил кўринишга эга бўлиши, яъни Лоренц алмаштиришларига нисбатан ковариант бўлиши лозим. Эйнштейннинг кўрсатишича, моддий нуқта динамикасининг асосий қонуни (яъни Ньютоннинг иккинчи қонуни)

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} \tag{6.26}$$

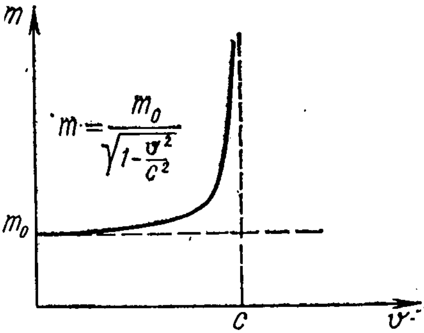
Лоренц алмаштиришларига нисбатан ковариант бўлиши учун моддий нуқта импульси

$$\mathbf{p} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{6.27}$$

ифода билан характерланиши лозим. Бу ифодадаги

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m \tag{6.28}$$

катталикни (яъни v тезлик билан ҳаракатланаётган жисм массасини) *релятивистик масса* деб, m_0 ни эса *тинч ҳолатдаги жисм массаси* деб аталади. Баъзан, қисқароқ қилиб, m_0 ни жисмнинг тинчликдаги массаси деб ҳам аталади. Жисм релятивистик массасининг унинг ҳаракат тезлигига боғлиқлиги 6.4- расмда тасвирланган. Ҳаракат тезлиги (v) ёруғлик тезлиги (c) га яқинлашганда релятивистик эффект кескинроқ намоён бўла бошлайди: жисм массаси ниҳоят тез ортиб боради, $v = c$ да эса массанинг қиймати чексиз катта бўлади. Шуни ҳам қайд қилайликки, ҳаракат тезлигига монанд равишда жисм массасининг релятивистик ортиши замонавий тезлатгичларда жуда катта тезликларгача тезлатилган зарралар мисолида текширилган ва тасдиқланган.



6.4- расм.

Шундай қилиб, Ньютоннинг иккинчи қонунининг умумий кўриниши релятивистик шаклда

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \mathbf{F} \tag{6.29}$$

кўринишда ёзилади.

7- §. Энергия ва массанинг ўзаро боғлиқлиги

Классик механикада жисм массаси ўзгармас катталик деб ҳисобланади. Бинобарин, жисм кинетик энергиясининг ўзгариши фақат тезликнинг ўзгариши билан боғлиқ, холос. Нисбийлик назариясида эса жисм массаси унинг тезлигига боғлиқ [(6.28) ифодага қ.] бўлганлиги туфайли кинетик энергия ўзгаришининг ифодасида масса ўзгаришини ҳам ҳисобга олиш зарур.

Тинч ҳолатдаги массаси m_0 бўлган жисмга $\mathbf{F}$ куч таъсир этаётган бўлсин. Бу куч таъсирида жисм тўғри чизиқли траектория бўйича ds масофага кўчаётган бўлса, мазкур кучнинг бажарган иши (dA) жисм кинетик энергиясининг ўзгариши (dE) ни вужудга келтиради, яъни

$$dE = dA = Fds. \tag{6.30}$$

Лекин $F = \frac{d(mv)}{dt}$ бўлганлиги учун (6.30) ни

$$dE = \frac{d(mv)}{dt} ds \tag{6.31}$$

шаклда ёза оламиз. Бундаги $\frac{ds}{dt} = v$ эканлигини ҳисобга олсак

$$dE = vd(mv) = v^2dm + mvdv \tag{6.32}$$

бўлади.

Жисмнинг релятивистик массаси ва тинч ҳолатдаги массаси орасидаги боғланишни ифодаловчи (6.28) муносабатни квадратга кўтарайлик:

$$\frac{m_0^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = m^2 \quad \text{ёки} \quad m_0^2 = m^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right).$$

Бундан

$$m^2c^2 = m^2v^2 + m_0^2c^2 \tag{6.33}$$

ни ҳосил қиламиз. Агар m_0 ва c доимий катталиклар эканлигини ҳисобга олиб, (6.33) ни дифференциалласак

$$2mc^2dm = 2mv^2dm + 2m^2vdv$$

вужудга келади. Бу тенгликни $2m$ га бўлайлик:

$$c^2dm = v^2dm + mvdv. \tag{6.34}$$

Мазкур муносабатни (6.32) билан таққосласак, уларнинг ўнг томонлари бир хил эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Натижада

$$dE = c^2dm \tag{6.35}$$

муносабат вужудга келадики, у нисбийлик назариясида жисм кинетик энергиясининг ўзгариши масса ўзгариши орқали ифодаланиши мумкинлигини кўрсатади.

(6.35) ни интеграллайлик:

$$E = \int_0^E dE = c^2 \int_{m_0}^{m} dm = c^2(m - m_0)$$

ёки

$$E = mc^2 - m_0c^2. \tag{6.36}$$

mc^2 ни W билан белгилаб, (6.36) ни қуйидаги шаклда ёзиб олайлик:

$$W = mc^2 = m_0c^2 + E. \tag{6.37}$$

Бу муносабат нисбийлик назариясининг асосий натижаларидан бири ҳисобланади. У Эйнштейн кашф этган *энергия ва массанинг ўзаро боғланиш қонунини* ифодалайди. (6.37) даги W—жисмнинг ихтиёрий ҳолатидаги тўлиқ релятивистик энергияси. Жисм тинч ҳолатда бўлса (яъни

$v=0$) унинг кинетик энергияси (E) нолга тенг. На ижада (6.37) га асосан, жисм энергияси m_0c^2 га тенг бўлади, уни *тинч ҳолатдаги жисм энергияси* деб аталади:

$$W_0 = m_0c^2. \qquad (6.38)$$

Хулоса қилиб айтганимизда, классик физикада энергия — жисмнинг иш бажара олиш қобилиятини, масса эса жисмнинг инерция ўлчовини ифодалар эди ва улар бир-бири билан мутлақо боғланмаган катталиклар деб қаралар эди. Нисбийлик назариясида улар бир-биридан ажралмас катталиклардир. Жисм массасининг ортиши унинг энергиясини ортиши билан биргаликда юз беради. Жисм массасини орттирмасдан унинг энергиясини ҳеч қандай усул воситасида орттириб бўлмайди, албатта.

8-§. Энергия ва импульс орасидаги боғланиш

Жисмнинг энергияси ва импульси шу жисм релятивистик массаси $\left(m = m_0/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)$ билан мос равишда

$$W = mc^2,$$
$$p = mv$$

ифодалар ёрдамида боғланган. Энергия ва импульс орасидаги боғланишни ифодаловчи муносабатни ҳосил қилайлик. Бунинг учун юқоридаги муносабатларнинг иккинчисини c га кўпайтирайлик, сўнг иккала ифодани квадратга кўтарайлик:

$$W^2 = m^2c^4,$$
$$p^2c^2 = m^2v^2c^2.$$

Биринчи ифодадан иккинчисини айирсак,

$$W^2 - p^2c^2 = m^2c^4\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)$$

ни ҳосил қиламиз. Бундаги m ўрнига унинг m_0 орқали ифодаланган қийматини қўйиб қуйидаги муносабатни ҳосил қиламиз:

$$W^2 - p^2c^2 = \frac{m_0^2c^4\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{1-\frac{v^2}{c^2}} = m_0^2c^4.$$

Бундан

$$W = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}. \qquad (6.39)$$

Мазкур муносабат *релятивистик энергия ва импульс орасидаги муносабатни* ифодалайди. (6.39) дан келиб чиқадиган хулосалардан бири шундан иборатки, тинч ҳолатда массага эга бўлмайдиган зарралар ҳам (масалан, нейтрино ва фотон) релятивистик энергияга эга бўлаверади. Бинобарин, (6.39) да $m_0 = 0$ деб ҳисобласак,

$$W = pc \tag{6.40}$$

ифодани ҳосил қиламиз.

9-§. Классик механиканинг қўлланиш чегаралари

Аввало, Лоренц алмаштиришлари ҳақида яна бир оз фикр юритайлик. K' инерциал саноқ системасининг K саноқ системасига нисбатан ҳаракат тезлиги (v_0) ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги (c) дан анча кичик, яъни $\frac{v_0}{c} \ll 1$ бўлган ҳолларда Лоренц алмаштиришларини ифодаловчи тенгламалар [(6.12) ва (6.13) га қ.] махражидаги $\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}$ ифодада қатнашаётган $\frac{v_0^2}{c^2}$ нинг қиймати жуда кичик бўлади. Мисол тариқасида товуш тезлиги ($v_0 \approx 300 \frac{\text{м}}{\text{с}}$) да учаётган реактив самолёт ҳаракати учун мазкур ифоданинг қийматини ҳисоблайлик:

$$\frac{v_0^2}{c^2} = \left(\frac{v_0}{c}\right)^2 \approx \left(\frac{3 \cdot 10^2 \text{м/с}}{3 \cdot 10^8 \text{м/с}}\right)^2 = 10^{-12}.$$

Ҳатто, космик тезликлар билан ҳаракатланаётган кемалар учун $\frac{v_0^2}{c^2} \sim 10^{-9}$. Натижада $\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}$ нинг қиймати 1 дан деярли фарқланмайди. Шунинг учун $v_0 \ll c$ бўлган ҳолларда Лоренц алмаштиришлари Галилей алмаштиришларига ўтади. Бошқача айтганда, *Галилей алмаштиришлари Лоренц алмаштиришларининг хусусий ҳоли ҳисобланиши мумкин.* Бинобарин, Галилей алмаштиришлари ўринли бўлган Ньютон механикаси ҳам ёруғликнинг вакуумдаги тезлигидан кўп марта кичик тезликлар билан ҳаракатланувчи жисмлар ва саноқ системалари учун қўлланилиши лозим, деган хулосага келамиз. Мазкур хулосада замонавий физиканинг асосий принципларидан бири — *мослик принципи* ўз аксини топган. Мослик принципи 1926 йилда Нильс Бор томонидан аниқланган. Бу принципга асосан, классик назарияни ривожлантириш ва умумлаштириш туфайли вужудга келган янги назария чегаравий ҳолларда эски (яъни классик) назарияга ўтиши лозим.

Нисбийлик назариясининг асосий ифодаларидан бири энергия ва массанинг ўзаро боғланиш қонуни ($W = mc^2$) устида мулоҳаза юргизиб мослик принципининг бажарилишини кўрсатайлик. Масалан, Ой томон иккинчи космик тезлик (11,2 км/с) билан ҳаракатланаётган 1500 кг массали ракетанинг энергияси

$$\Delta W = \frac{1500\ \text{кг}\ (11200\text{м/с})^2}{2} \approx 9{,}4 \cdot 10^{10}\ \text{Ж}$$

га ортади. Ракета массаси эса

$$\Delta m = \frac{9{,}4 \cdot 10^{10}\ \text{Ж}}{(3 \cdot 10^8 \text{м/с})^2} \approx 1{,}05 \cdot 10^{-6}\ \text{кг}$$

га ортади. Демак, иккинчи космик тезлик билан ҳаракатланаётган ракета массаси шу ракетанинг тинч ҳолатдаги (тинчликдаги) массасининг

$$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{10^{-6}\ \text{кг}}{1500\ \text{кг}} \approx 6{,}96 \cdot 10^{-10}$$

улуши қадар ортиқ бўлар экан, холос. Шунинг учун классик механика текширадиган ҳодисаларда жисм массасини ўзгармас катталик деб ҳисоблаш мумкин.

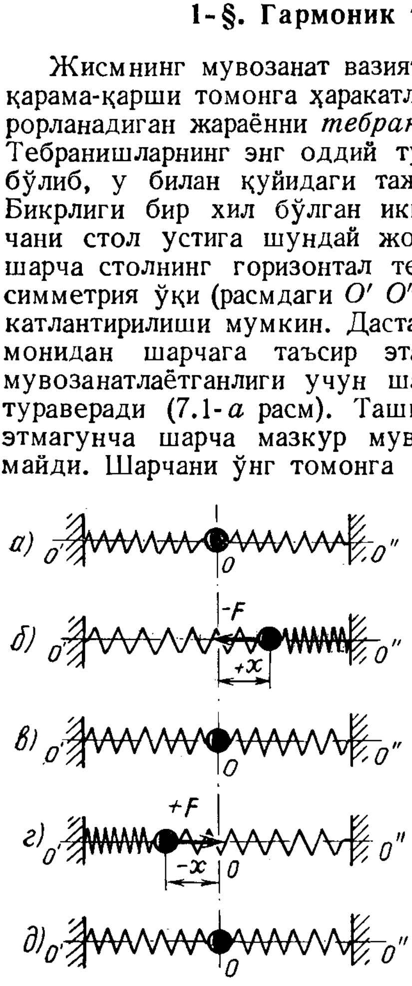
Шундай қилиб, *нисбийлик назарияси* Галилей, Ньютон ва бошқа олимлар томонидан асосланган *классик механиканинг қонун ва тасаввурларини бекор қилмайди, аксинча, уларни ривожлантиради ва умумлаштиради ҳамда классик механиканинг қўлланиш чегараларини белгилаб беради.*

VII боб

ТЕБРАНМА ҲАРАКАТЛАР

1-§. Гармоник тебранишлар

Жисмнинг мувозанат вазиятдан гоҳ бир томонга, гоҳ қарама-қарши томонга ҳаракатланиши даврий равишда такрорланадиган жараённи *тебранма ҳаракат* деб аталади. Тебранишларнинг энг оддий тури гармоник тебранишлар бўлиб, у билан қуйидаги тажриба асосида танишайлик. Бикрлиги бир хил бўлган икки пружина орасидаги шарчани стол устига шундай жойлаштирайликки (7.1-расм), шарча столнинг горизонтал текислигида пружиналарнинг симметрия ўқи (расмдаги O' O'' тўғри чизиқ) бўйлаб ҳаракатлантирилиши мумкин. Даставвал, иккала пружина томонидан шарчага таъсир этаётган кучлар бир-бирини мувозанатлаётганлиги учун шарча қўзғалмай O вазиятда тураверади (7.1-*а* расм). Ташқаридан бирор куч таъсир этмагунча шарча мазкур мувозанат вазиятини тарк этмайди. Шарчани ўнг томонга силжитиб мувозанат вазиятидан чиқарайлик (7.1-*б* расмга қ.). Чапдан ўнг томон йўналган катталикларни мусбат ишора билан, аксинча, ўнгдан чап томон йўналган катталикларни эса манфий ишора билан олишга шартлашиб олайлик. У ҳолда шарчанинг мувозанат вазиятидан ўнг томонга силжишини $+x$ деб белгилаймиз. Мазкур вазиятда шарчага пружиналар томонидан таъсир этаётган кучлар мувозанати бузилади, яъни ўнг томондаги пружина сиқилган, чап томондагиси эса чўзилган бўлади. Шунинг учун иккала



7.1- расм.

пружина томонидан шарчага таъсир этувчи эластиклик кучлари ўнгдан чап томонга қараб йўналган. Юқорида келишиб олинган шартга асосан, бу вазиятда шарчага таъсир этадиган кучни (яъни иккала пружина томонидан таъсир этувчи умумий кучни) $-F$ деб белгилаймиз. Бу куч таъсирида шарча O вазият томонга қараб тезланувчан ҳаракат қилади. Шарча O вазиятга яқинлашган сари унга пружиналар томонидан таъсир этувчи кучнинг қиймати ҳам камайиб боради, чунки чап пружинанинг чўзилганлиги ва ўнг пружинанинг сиқилганлиги камроқ бўлади. Мувозанат вазиятига етган пайтда (7.1-*в* расмга қ.) шарчага иккала пружина томонидан таъсир этувчи кучлар мувозанатлашган бўлади, яъни шарчага таъсир этувчи умумий куч нолга тенг бўлади. Лекин шарча инерция бўйича ҳаракатини давом эттиради, натижада чап томондаги пружина сиқила бошлайди, ўнг томондаги пружина эса чўзила бошлайди. Шунинг учун пружиналарнинг эластиклик кучи, энди шарча ҳаракатига тўсқинлик қила бошлайди. Натижада чап томонга четланган сари шарчанинг тезлиги камайиб боради, яъни ҳаракат секинланувчан бўлади. Шарча $-x$ масофага силжиганда (7.1-*г* расмга қ.) тезлиги нолга тенг бўлиб қолади ва у бир лаҳза тўхтайди. Сўнг $+F$ куч таъсирида шарча ўнг томонга қараб тезланувчан ҳаракат қилади. Мувозанат вазиятидан ўтади (7.1-*д* расм) ва ҳоказо. Шу тариқа шарчанинг мувозанат вазияти атрофида тебраниши давом этаверади.

Демак, бирор жисмнинг тебранма ҳаракати амалга ошиши учун қуйидаги икки шарт бажарилиши лозим:

1) жисм мувозанат вазиятига эга бўлиши керак;

2) жисм мувозанат вазиятидан чиқарилгач, уни аввалги вазияти томон қайтарувчи куч вужудга келиши керак.

Тебранма ҳаракат қуйидаги катталиклар ёрдамида характерланади:

1. Тебранма ҳаракат қилаётган жисмнинг мувозанат вазиятидан четга чиқиши *силжиш* деб, силжишнинг максимал қиймати эса силжиш амплитудаси ёки, оддийгина, *амплитуда* деб аталади.

2. Жисмнинг битта тўлиқ тебраниши амалга ошиши учун кетган вақт *давр* (T) деб аталади. Тебранувчи жисм битта давр ичида тўрт амплитудага тенг йўлни босиб ўтади. Агар t вақт давомида жисм n марта тебранган бўлса, унинг даври

$$T = \frac{t}{n} \tag{7.1}$$

га тенг бўлади.

3. Бирлик вақт давомидаги тебранишлар сони

$$\nu = \frac{1}{T}, \tag{7.2}$$

яъни даврга тескари бўлган катталикни *частота* деб аталади.

СИ да давр *секунд* (с) ларда, частота эса *герц* (Гц) ларда ўлчанади:

$$1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}. \tag{7.3}$$

Юқоридаги мисолда шарчага таъсир этувчи куч — эластик кучдир. Унинг миқдори силжишга пропорционал, лекин шарчанинг мувозанат вазияти томон, яъни силжишга тескари йўналган. Шунинг учун

$$F = -kx \tag{7.4}$$

ифода пружинанинг эластиклик кучи ва шарчанинг силжиши орасидаги муносабатни ифодалайди. Бундаги k — пружинанинг бикрлиги. У сон жиҳатдан шарчани бирлик узунликка силжишига сабабчи бўладиган куч билан характерланади. Иккинчи томондан, пружинанинг эластиклик кучи шарчанинг ҳаракатланишига сабабчи эканлигини ҳисобга олсак, Ньютоннинг иккинчи қонуни

$$ma = -kx \tag{7.5}$$

кўринишда ёзилиши мумкин. Агар шарчанинг тезланиши силжиш (x) дан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенглигини $\left(a = \frac{d^2x}{dt^2}\right)$ эътиборга олсак, (7.5) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad \text{ёки} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0. \tag{7.6}$$

Бунда k ва m — мусбат катталиклар бўлганлиги туфайли уларнинг нисбатини бирор ω_0 катталикнинг квадрати тарзида ифодалашимиз мумкин:

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2. \tag{7.7}$$

У ҳолда (7.6) ифода

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \tag{7.8}$$

кўринишга келади. (7.8) ифода — иккинчи тартибли дифференциал тенглама бўлиб, унинг ечими

$$x = A\cos(\omega_0 t + \alpha) \qquad (7.9)$$

кўринишда бўлади. Бунда A ва α — бошланғич шартлар асосида аниқланадиган доимий катталиклар. Юқоридаги мулоҳазаларда жисм мувозанат вазиятидан чиқарилгач ўз ҳолига қўйиб юборилди. Бошқача айтганда, тебраниш жараёнида жисмга бошқа жисмлар таъсир этмайди. Жисм ўз-ўзича тебранади, унинг тебранишига ташқи кучлар (хусусан, муҳитнинг қаршилик кучи ҳам) таъсир кўрсатмайди. Бундай тебранишларни *жисмнинг хусусий* (эркин) *тебранишлари* деб аталади. Бинобарин, (7.9) ифода хусусий (эркин) гармоник тебранма ҳаракатнинг тенгламасидир. Ундаги ω_0 — тебранишнинг хусусий циклик частотаси деб аталади. Хусусий тебраниш даври (T_0) билан ω_0 нинг муносабати қуйидагича ифодаланади:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}. \qquad (7.10)$$

Циклик частота 2π секунд давомидаги тўла тебранишлар сонини англатади, унинг қиймати [(7.7) ифодага қ.] фақат тебранувчи система хусусиятларига, яъни k ва m га боғлиқ.

Гармоник тебранма ҳаракат тенгламасидаги косинуснинг аргументи, яъни $\omega_0 t + \alpha$ жисмнинг ихтиёрий t пайтдаги вазиятини характерлайди. Уни *тебраниш фазаси* деб, α ни эса *бошланғич фаза* (яъни $t = 0$ вақтдаги фаза) деб аталади. Косинуснинг қиймати -1 дан $+1$ гача интервалда ўзгара олади, шунинг учун [(7.9) га асосан] **силжиш**нинг қиймати $-A$ дан $+A$ гача интервалда ўзгаради. Силжишнинг бу четки қийматларининг модули — амплитудадир. Демак, (7.9) даги A амплитудани ифодалайди.

Шуни ҳам қайд қилайликки, гармоник тебранма ҳаракат тенгламасини

$$x = A\sin(\omega_0 t + \alpha) \qquad (7.11)$$

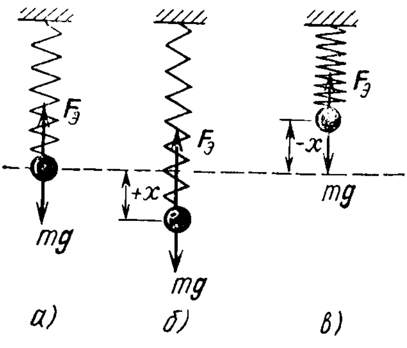
кўринишда ҳам олиш мумкин. Бу ҳолда бошланғич фазанинг қиймати (7.9) тенгламадагидан $\frac{\pi}{2}$ қадар фарқланган бўларди.

Юқоридаги фикрларни умумлаштирсак, қуйидаги таъриф ўринли бўлади: *жисмнинг силжишига пропорционал равишда мувозанат вазияти томон йўналган куч таъсирида содир бўлувчи тебранишларни гармоник тебранишлар деб аталади.*

2-§. Маятниклар

Мувозанат вазияти атрофида тебранма ҳаракат қиладиган қаттиқ жисм маятник (тебрангич) деб аталади. Маятникларнинг қуйидаги турлари билан танишайлик:

1. *Пружинали маятник* — бир учи маҳкамланган пружина ва унга осилган m массали юкдан иборат системадир. Мувозанат вазиятида (7.2- *а* расм) юкнинг оғирлик кучи (mg) ва пружинанинг эластиклик кучи ($F_э$) миқдор жиҳатидан тенг, лекин йўналишлари тескари. Ташқи таъсир бўлмагунча пружинали маятник шу мувозанат вазиятини сақлайверади. Агар юкни пастга тортиб уни мувозанат вазиятидан чиқарсак (7.2- *б* расмга қ.), юкка таъсир этадиган кучлар мувозанати ҳам бузилиб, юкнинг оғирлик кучи пружинанинг эластиклик кучидан кичик бўлиб қолади. Шунинг учун юкка таъсир этувчи натижавий кучнинг қиймати силжиш (x) га пропорционал бўлиб, у мувозанат вазият томон йўналган. Бу эластик куч таъсирида юк мувозанат вазияти томон тезланувчан ҳаракат қилади. Мувозанат вазиятига етгач, инерцияси туфайли ҳаракатини давом эттиради. Натижада пружина сиқилади (7.2- *в* расмга қ.). Бу ҳолда юкка таъсир этувчи натижавий куч яна мувозанат вазияти томон йўналган бўлади. Шунинг учун юк яна мувозанат вазият томон ҳаракатланади ва ҳоказо. Шу тариқа мувозанат вазиятидан чиқарилган пружинали маятникнинг тебранишлари амалга ошаверади. Пружинали маятникнинг олдинги параграфда муҳокама қилинган икки пружина ва улар орасига жойлаштирилган шарчадан иборат системадан фарқи шундаки, пружинали маятникда икки кучдан бири пружинанинг эластиклик кучи, иккинчиси эса юкнинг оғирлик кучидир. Лекин оғирлик кучи ҳам худди эластиклик кучига ўхшаш вазифани бажаряпти. Шунинг учун уни квазиэластик куч деб аталади. Пружинали маятник учун ҳам олдинги мавзудаги формулалар ўринли. Шу сабабли (7.7) ва (7.10) ифодалардан фойдаланиб пружинали маятникнинг тебраниш даври учун

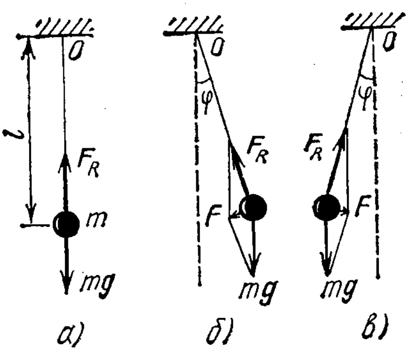


7.2- расм.

$$T_п = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (7.12)$$

формулани ҳосил қиламиз.

2. *Математик маятник*, аслида, абстракт тушунча: чўзилмайдиган вазнсиз ипга осилган, оғирлик кучи таъсирида вертикал текисликдаги айлана бўйлаб ҳаракатлана оладиган моддий нуқта математик маятник деб аталади. Шунинг учун енгил узун ипнинг қуйи учига боғланган вазндор шарча шу ипнинг юқори учи орқали ўтувчи ўқ атрофида эркин тебрана олса(7.3-расм), мазкур системани математик маятникнинг модели сифатида қабул қиламиз, чунки



7.3- расм.

а) шарчанинг ўлчамлари ипнинг узунлигидан анча кичик бўлганлиги учун шарчани моддий нуқта деб ҳисоблаш мумкин;

б) шарчанинг массасидан анча кичиклиги туфайли ипнинг массасини эътиборга олмаслик мумкин.

Математик маятникка оид мулоҳазаларни шу модель асосида давом этайлик. Маятник ипи вертикал вазиятда бўлса, шарчага таъсир этувчи оғирлик кучи ($m\mathbf{g}$) ипнинг таранглик кучи ($\mathbf{F}_R$) билан мувозанатлашади. Лекин маятникни мувозанат вазиятидан бирор φ бурчакка оғдирсак, шарчанинг оғирлик кучи ($m\mathbf{g}$) ва ипнинг таранглик кучи ($\mathbf{F}_R$) бир тўғри чизиқда ётмайди. Натижада уларнинг тенг таъсир этувчиси $\mathbf{F} = m\mathbf{g} + \mathbf{F}_R$ бўлади. $\mathbf{F}$ нинг қиймати $mg\sin\varphi$ га тенг. Маятник ўнг томонга оғган ҳолда (7.3-*б* расм) $\mathbf{F}$ чап томонга йўналган, маятник чап томонга оғган ҳолда (7.3-*в* расм) $\mathbf{F}$ ўнг томонга йўналган бўлади. Демак,

$$F = -mg\sin\varphi. \tag{7.13}$$

Бу куч таъсирида шарча l радиусли айлана бўйлаб мувозанат вазияти томон ҳаракатланади. Маятникнинг мазкур ҳаракати айланма ҳаракат динамикасининг тенгламаси

$$J\varepsilon = M \tag{7.14}$$

билан характерланиши керак. Бунда J — шарчанинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти, ε — унинг бурчак тезланиши, M эса $\mathbf{F}$ кучнинг O ўққа нисбатан моменти бўлганлиги туфайли

$$J = ml^2, \quad \varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}, \quad M = -mgl\sin\varphi$$

лардан фойдаланиб (7.14) ни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин.

$$ml^2 \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl \sin\varphi$$

ёки

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin\varphi = 0. \qquad (7.15)$$

Агар φ бурчакнинг кичик қийматларига мос келувчи тебранишларни текшириш билан чеклансак, $\sin\varphi$ ни φ билан алмаштириш мумкин. Натижада (7.15) ифода

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}\varphi = 0$$

кўринишга келади. Бунда

$$\frac{g}{l} = \omega_0^2 \qquad (7.16)$$

белгилаш киритсак,

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0 \qquad (7.17)$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Бу тенглама худди икки эластик пружина орасида жойлашган шарчанинг мувозанат вазияти атрофидаги тебранишлари учун чиқарилган (7.8) тенгламага ўхшашдир. (7.8) да шарчанинг мувозанат вазиятидан силжишини характерловчи x қатнашар эди, (7.17) да эса мазкур характеристика сифатида шарчанинг мувозанат вазиятидан оғиш бурчаги (φ) қатнашяпти. (7.17) нинг ечими

$$\varphi = A\cos(\omega_0 t + \alpha) \qquad (7.18)$$

кўринишда бўлади. (7.16) дан фойдаланиб математик маятникнинг даври

$$T_{\text{м}} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (7.19)$$

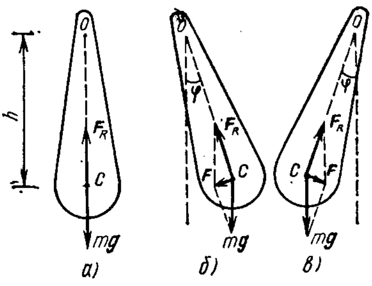
формула билан ифодаланишини топамиз.

Демак, Ер сиртининг муайян соҳасидаги математик маятник кичик тебранишларининг даври маятник узунлиги (l) га боғлиқ, холос.

Лекин шу маятникнинг ўзини (яъни $l = \text{const}$) Ер сиртининг бошқа соҳасига кўчирилса, унинг тебраниш даври ўзгариши мумкин, чунки янги жойда g нинг қиймати ўзгача бўлиши мумкин-да!

3. ***Физик маятник*** деганда инерция марказидан ўтмайдиган горизонтал қўзғалмас айланиш ўқи атрофида

оғирлик кучи таъсирида ҳаракатлана оладиган қаттиқ жисм тушунилади. Айланиш ўқи физик *маятникнинг осилиш ўқи* деб ҳам аталади. Физик маятникнинг инерция маркази (C) дан осилиш ўқига ўтказилган перпендикуляр (OC) чизиқ вертикал чизиқ билан мос тушган ҳолда



7.4- расм.

маятник мувозанат вазиятида бўлади (7.4-*а* расм). Мувозанат вазиятидан бирор бурчакка оғдирилганда (7.4-*б* ёки 7.4-*в* расмларга қ.) mg ва $\mathbf{F}_R$ кучларнинг тенг таъсир этувчиси — физик маятникни мувозанат вазияти томон қайтаришга интилувчи $\mathbf{F}$ кучдир. Физик маятникнинг ҳаракати учун айланма ҳаракат динамикасининг тенгламаси

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgh\sin\varphi \tag{7.20}$$

тарзда ёзилади. Бу ифодада J — физик маятникнинг осилиш ўқига нисбатан инерция моменти, m — физик маятник массаси, h эса физик маятникнинг осилиш ўқи ва инерция маркази орасидаги масофа. Кичик тебранишлар учун $\sin\varphi \approx \varphi$ эканлигини ҳисобга олсак, (7.20) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgh}{J}\varphi = 0$$

ёки

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0. \tag{7.21}$$

Охирги тенгламада

$$\omega_0^2 = \frac{mgh}{J} \tag{7.22}$$

белгилаш киритдик.

Шундай қилиб, физик маятникнинг кичик оғишларидаги тебранишлар — гармоник тебранишлар бўлиб, уларнинг тебраниш даври

$$T_\text{ф} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgh}} \tag{7.23}$$

формула билан аниқланади. Мазкур физик маятникнинг тебраниш даврига тенг бўлган давр билан тебранадиган математик маятникнинг узунлигини топайлик. Бунинг учун (7.19) ва (7.23) ифодаларни тенглаштирайлик:

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgh}}.$$

Бу тенгликдаги l нинг қийматини топайлик ва уни $l_к$ деб белгилайлик:

$$l_к = \frac{J}{mh}. \qquad (7.24)$$

Мазкур ифода билан аниқланадиган $l_к$ узунлик *физик маятникнинг келтирилган узунлиги* деб аталади. Уни қуйидагича тавсиф қилиш мумкин: физик маятникнинг барча массасини фикран битта нуқтага тўплаб ва бу моддий нуқтани $l_к$ узунликдаги ипга осиб вужудга келтирилган математик маятникнинг тебраниш даври мавжуд физик маятникнинг тебраниш давридек бўлади. (7.12), (7.19) ва (7.23) лар асосида қуйидаги хулосага келамиз: пружинали маятник, математик ва физик маятниклар учун умумий хосса шундан иборатки, маятникларнинг кичик тебранишларида, яъни гармоник тебранишлар содир бўлаётганда тебраниш даври амплитудага боғлиқ эмас. Маятникларнинг бу хоссаси *изохронлик* деб аталади. Маятникларнинг изохронлиги улардан вақт ўлчагич асбоб сифатида фойдаланилишига сабабчи бўлди. Хусусан, Гюйгенс 1685 йилда соат юришини бошқаришда маятникдан фойдаланган. Кейинчалик, маятниклар техниканинг турли соҳаларида қўлланилди.

3-§. Гармоник тебранишлар энергияси

Массаси m бўлган моддий нуқта эластик (ёхуд квазиэластик)

$$F = -kx$$

куч таъсирида гармоник тебранма ҳаракат қилаётган бўлсин. Ҳаракатланаётган моддий нуқта, албатта тезликка эга бўлади. Тезлиги нолдан фарқли бўлган барча вазиятларда моддий нуқтанинг кинетик энергияси ҳам нолдан фарқли, яъни

$$E = \frac{1}{2}mv^2.$$

Лекин гармоник тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг тезлиги учун

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[A\cos(\omega_0 t + \alpha)\right] = -A\omega_0\sin(\omega_0 t + \alpha)$$

ифода ўринли. Шунинг учун кинетик энергия формуласи

$$E = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha) \tag{7.25}$$

кўринишда ёзилади.

Потенциал энергиянинг қиймати эса моддий нуқтани мувозанат вазиятидан x масофага силжитиш учун эластик ёки квазиэластик куч (F) нинг бажарган иши билан аниқланади:

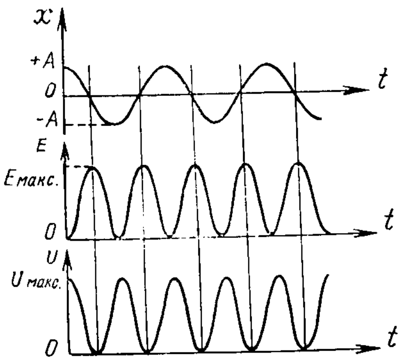
$$U = \int_0^x |F|\,dx = \int_0^x kx\,dx = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha). \tag{7.26}$$

(7.25) ва (7.26) лардаги синус ва косинуснинг максимал қиймати 1 га тенг. Шунинг учун тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқта кинетик ва потенциал энергияларининг максимал қийматлари учун қуйидаги ифодалар ўринли:

$$E_{\text{макс.}} = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2; \tag{7.27}$$

$$U_{\text{макс.}} = \frac{1}{2} kA^2. \tag{7.28}$$

7.5-расмда тебранувчи системанинг силжиши, кинетик ва потенциал энергияларининг вақтга боғлиқ равишда ўзгаришини тасвирловчи графиклар келтирилган. Графиклардан кўринишича, моддий нуқтанинг тебраниши жараёнида навбатма-навбат кинетик энергиянинг потенциал энергияга ва аксинча, потенциал энергиянинг кинетик энергияга айланиши содир бўлади. Хусусан, маятникни мувозанат вазиятидан чиқарганимизда биз уни бирор баландликка кўтарган бўламиз, яъни маятникнинг потенциал энергиясини ўзгартирган бўламиз. Маятник мувозанат вазияти томон қайтаётганда тезланувчан ҳаракат қилади, бунда унинг потенциал энергияси кинетик энергияга айлана боради. Мувозанат вазиятидан ўтаётганда маятникнинг кинетик энергияси максимал қийматга эришади. Мувозанат вазиятидан



7.5- расм.

ўтиб маятник иккинчи томонга оға бошлагач, унинг кинетик энергияси потенциал энергияга айлана бошлайди. Энг четки оғиш вазиятида маятник потенциал энергияси максимал қийматга эришади, кинетик энергияси эса нолга тенг бўлади.

Гармоник тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг ихтиёрий вазиятидаги тўлиқ энергияси кинетик ва потенциал энергиялар йиғиндисидан иборат:

$$W = E + U = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha) + \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha).$$

Лекин $k = m\omega_0^2$ эди [(7.7) белгилашга қ.]. Шунинг учун

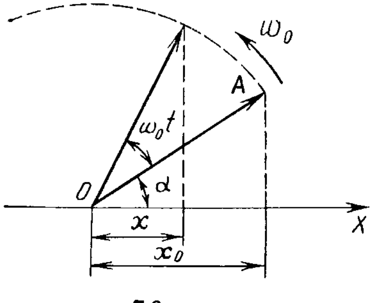
$$W = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 \quad \text{ёки} \quad W = \frac{1}{2} kA^2. \tag{7.29}$$

Буни (7.27) ва (7.28) билан таққослаб қуйидаги хулосага келамиз: тебранувчи системанинг ихтиёрий вазиятидаги тўлиқ энергияси ўзгармайди (албатта, қаршилик кучлари таъсир этмайдиган ҳолда) ва у кинетик ёхуд потенциал энергиянинг максимал қийматига тенг бўлади.

4-§. Бир хил частотали бир йўналишдаги тебранишларни қўшиш

Моддий нуқта бир вақтнинг ўзида икки ёхуд ундан кўпроқ тебранишларда қатнашиши мумкин. Масалан, кемадаги маятник хусусий тебранишлардан ташқари, денгиз тўлқинларига монанд равишда кема билан биргаликда ҳам тебранма ҳаракат қилади. Шунинг учун қўзғалмас саноқ системаси, хусусан қирғоқ билан боғлиқ бўлган саноқ системасига нисбатан маятникнинг тебраниши кема билан боғлиқ бўлган саноқ системасига нисбатан тебранишидан фарқланади.

Умуман, бир неча тебранма ҳаракатда қатнашаётган моддий нуқтанинг натижавий силжиши алоҳида тебранишлар туфайли моддий нуқта эришадиган силжишларнинг геометрик йиғиндиси тарзида аниқланади. Хусусий ҳолда, яъни тебранишлар бир йўналишда содир бўладиган ҳолда натижавий тебраниш ҳақида маълумот олиш учун тебранишларни гра-



7.6- расм.

фик тасвирлаш усулидан фойдаланиш қулайлик яратади. *Вектор диаграмма* деб аталадиган бу усулнинг моҳияти қуйидагидан иборат: узунлиги тебраниш амплитудасининг модулига тенг бўлган **A** векторни шундай жойлаштирайликки (7.6-расмга қ.), у OX ўқ билан тебраниш бошланғич фазаси (α) га тенг бурчак ҳосил қилсин. У ҳолда **A** векторнинг OX ўққа проекцияси —

$$x_0 = A\cos\alpha$$

тебранаётган моддий нуқтанинг бошланғич вазиятидаги силжишига миқдоран тенг бўлади. Агар **A** векторни соат стрелкасининг ҳаракатига тескари йўналишда O нуқта атрофида ω_0 бурчак тезлик билан айлантирсак, ихтиёрий t вақтдан сўнг **A** вектор OX ўқ билан $\omega_0 t + \alpha$ бурчак ҳосил қилади. Шунинг учун **A** векторнинг OX ўққа проекцияси —

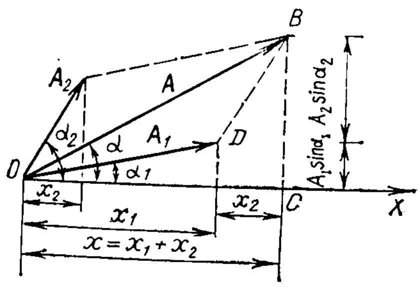
$$x = A\cos(\omega_0 t + \alpha)$$

тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг ихтиёрий t вақтдаги силжишини характерлайди.

Баён этилган усулдан фойдаланиб бир йўналиш бўйича бир хил частота билан, лекин турлича амплитуда ва бошланғич фазалар билан содир бўлаётган икки тебраниш, яъни

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1\cos(\omega_0 t + \alpha_1), \\ x_2 &= A_2\cos(\omega_0 t + \alpha_2) \end{aligned} \qquad (7.30)$$

ларнинг қўшилиши туфайли вужудга келадиган натижавий тебраниш ҳақида маълумот олайлик. Бунинг учун қўшилувчи тебранишларнинг вектор диаграммасини чизамиз (7.7-расм). Натижавий тебранишнинг амплитуда вектори (**A**), векторларни қўшиш қоидасига асосан, томонлари $\mathbf{A}_1$ ва $\mathbf{A}_2$ бўлган параллелограмм диагоналидир. $\mathbf{A}_1$ ва $\mathbf{A}_2$ векторлар бир хил ω_0 бурчак тезлик билан O нуқта атрофида ҳаракатланганлари учун 7.7-расмдаги параллелограмм худди абсолют қаттиқ жисмдек айланади, яъни унинг диагонали (**A** вектор) ҳам ω_0 бурчак тезлик билан ҳаракатланади. Бундан натижавий тебраниш частотаси,



7.7- расм.

худди қўшилувчи тебранишлар частоталари каби, ω_0 га тенг, деган хулоса келиб чиқади.

А нинг қийматини эса косинуслар теоремасидан фойдаланиб топиш мумкин. Ҳақиқатан, OBD учбурчакнинг ODB бурчаги қаршисидаги томони (A) нинг квадрати қолган икки томони квадратлари йиғиндисидан шу томонлар билан улар орасидаги бурчак [яъни $\angle ODB = \pi - (\alpha_2 - \alpha_1)$] косинусининг иккиланган кўпайтмасининг айрилганига тенг:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \cos[\pi - (\alpha_2 - \alpha_1)] = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1). \quad (7.31)$$

α нинг қийматини OBC учбурчакдан аниқлаймиз:

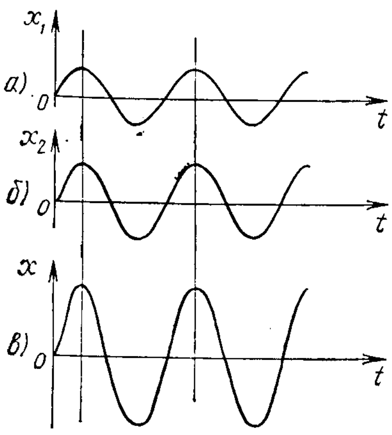
$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{BC}{OC} = \frac{A_1 \sin\alpha_1 + A_2 \sin\alpha_2}{A_1 \cos\alpha_1 + A_2 \cos\alpha_2}. \quad (7.32)$$

Шундай қилиб, бир йўналишда бир хил ω_0 частота билан содир бўлаётган икки гармоник тебранма ҳаракатда қатнашаётган моддий нуқтанинг натижавий ҳаракати ҳам ω_0 частота билан қўшилувчи тебранишлар йўналишида амалга ошувчи гармоник тебраниш бўлади, унинг тенгламаси

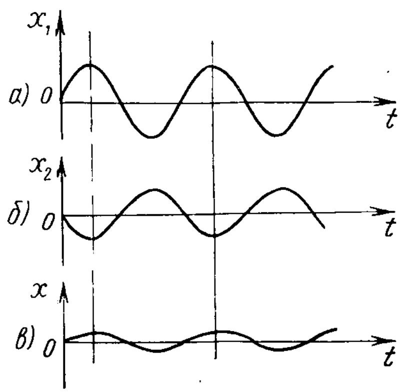
$$x = A\cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (7.33)$$

бўлиб, A ва α нинг қийматлари (7.31) ва (7.32) ифодалар билан аниқланади.

Шуни алоҳида қайд қилмоқ лозимки, натижавий тебрани амплитудаси қўшилувчи тебранишлар фазаларининг



7.8- расм.



7.9- расм.

айирмаси $(\omega_0 t + \alpha_2) - (\omega_0 t + \alpha_1) = (\alpha_2 - \alpha_1)$ га боғлиқ бўлади:

1) агар $\alpha_2 - \alpha_1 = 2n\pi$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ бўлса, (7.31) ифода

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 = (A_1 + A_2)^2$$

кўринишга келади, натижада

$$A = A_1 + A_2. \qquad (7.34)$$

Мазкур ҳол *бир хил фазадаги тебранишларнинг қўшилиши* деб ҳам аталади. 7.8-расмнинг *а* ва *б* қисмларида бир хил фазада содир бўлаётган қўшилувчи тебранишлар, *в* қисмида эса натижавий тебраниш тасвирланган.

2) агар $\alpha_2 - \alpha_1 = (2n + 1)\pi$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ бўлса, (7.31) ифода

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 = (A_1 - A_2)^2$$

кўринишга келадики, ундан

$$A = |A_1 - A_2|, \qquad (7.35)$$

деган хулосага келинади. Бу ҳолда *қарама-қарши фазадаги тебранишларнинг қўшилиши* (7.9-расмга қ.) амалга ошаётган бўлади.

3) $\alpha_2 - \alpha_1 = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ шарт бажарилса, (7.31) ифода

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2$$

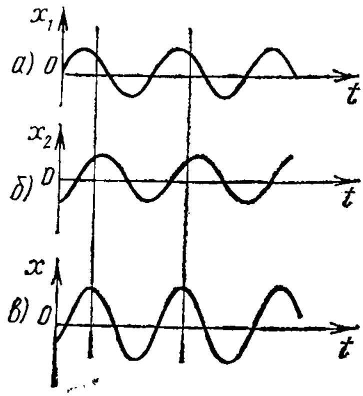
кўринишда ёзилади ва ундан

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \qquad (7.36)$$

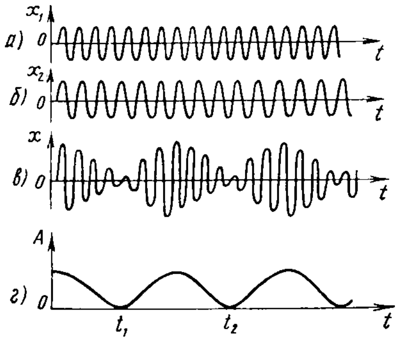
ни ҳосил қиламиз. Бу ҳол 7.10-расмда тасвирланган.

Демак, A нинг қиймати $\alpha_2 - \alpha_1$ га боғлиқ равишда $|A_1 - A_2|$ дан $A_1 + A_2$ гача бўлган интервалда ўзгаради, яъни

$$|A_1 - A_2| \leqslant A \leqslant A_1 + A_2. \qquad (7.37)$$



7.10- расм.



7.11- расм.

5-§. Тепкили тебраниш

Бир йўналишида содир бўлаётган частоталари бир хил бўлмаган гармоник тебранишларнинг қўшилиши туфайли вужудга келадиган натижавий тебраниш гармоник тебраниш эмас, балки қандайдир мураккаб тебраниш бўлади. У билан фақат битта хусусий ҳол мисолида танишайлик.

Бир йўналишда содир бўлаётган икки гармоник тебранишларнинг амплитудалари тенг (яъни $A_1 = A_2$), частоталари эса бир-биридан кам фарқлансин, яъни $\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$ бўлсин (7.11-расмнинг *а* ва *б* ларига қ.). Бу икки гармоник тебранишда ҳам қатнашаётган моддий нуқтанинг тебраниши 7.11-*в* расмда тасвирланган. Бу натижавий тебранишнинг вужудга келиш манзарасини қуйидагича тасаввур қилиш мумкин: амплитудалари тенг, частоталари эса деярли бир хил бўлган бир йўналишдаги икки тебранишнинг фазалари кузатиш бошланган пайтда бир-бирига мос бўлсин. Бу онда натижавий тебраниш амплитудаси $A = 2A_1$ бўлади. Лекин вақт ўтган сари қўшилувчи тебранишлар фазаларининг фарқи катталашиб боради ва бирор вақт (t_1) дан сўнг унинг қиймати π га етади. Бу лаҳзада қўшилувчи тебранишлар бир-бирини сўндиради, шунинг учун натижавий тебраниш амплитудаси нолга тенг бўлади. Шундан сўнг фазалар фарқи янада катталашиб бирор t_2 вақтда 2π га етади ва натижавий тебраниш амплитудаси $2A_1$ га тенг бўлади. Шу тариқа натижавий тебраниш амплитудаси қийматининг ўзгариши даврий равишда такрорланаверади (7.11-*г* расмга қ.). Бу тебраниш амплитудаси тебранаётган нуқтага даврий равишда тепки бериб турилганидек ўзгаряпти. Шунинг учун уни тепкили тебраниш деб аталади. Тепкили тебранишнинг амплитудаси

$$A = 2A_1 \cos\frac{\Delta\omega}{2}t \tag{7.38}$$

қонуният бўйича ўзгаради.

6-§. Ўзаро перпендикуляр тебранишларни қўшиш

Ўзаро перпендикуляр йўналишларда содир бўлаётган бир хил частотали гармоник тебранишларда қатнашаётган моддий нуқтанинг ҳаракати билан танишайлик. Қўшилувчи тебранишларнинг йўналишлари сифатида OX ва OY ўқларини олайлик. У ҳолда тебранишларнинг тенгламалари

$$\begin{aligned} x &= A_1 \cos(\omega_0 t + \alpha_1), \\ y &= A_2 \cos(\omega_0 t + \alpha_2) \end{aligned} \tag{7.39}$$

кўринишда ёзилади. Бунда A_1 ва A_2, α_1 ва α_2 — мос равишда биринчи ва иккинчи тебранишларнинг амплитудалари ва бошланғич фазалари.

(7.39) тенгламалар устида бир қатор математик амаллар бажараб, t ни йўқотсак моддий нуқта натижавий ҳаракати траекториясининг тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = \sin^2(\alpha_2 - \alpha_1). \tag{7.40}$$

Бу тенгламани қуйидаги хусусий ҳоллар учун муҳокама қилайлик:

1) $\alpha_2 - \alpha_1 = 0$, яъни $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ бўлсин. У ҳолда (7.40) тенгламани қуйидаги кўринишда ёза оламиз:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0 \quad \text{ёки} \quad \left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2}\right)^2 = 0.$$

Бундан

$$y = \frac{A_2}{A_1} x \tag{7.41}$$

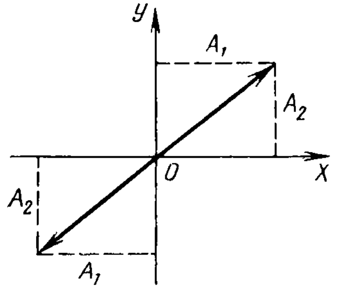
ифодани ҳосил қиламиз. У тўғри чизиқ тенгламасидир. Мазкур тўғри чизиқ координата бошидан ўтади (7.12-расм), унинг OX ўқ билан ҳосил қилган бурчагининг тангенси A_2/A_1 га тенг. Моддий нуқтанинг натижавий ҳаракати ана шу тўғри чизиқ бўйича содир бўлади. Унинг мувозанат вазиятидан силжиши

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{A_1^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha) + A_2^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha)} =$$

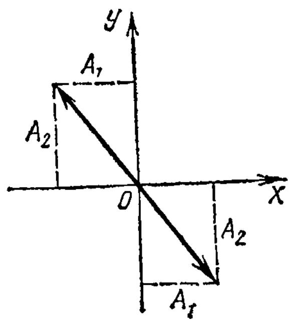
$$= \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \cos(\omega_0 t + \alpha) \tag{7.42}$$

муносабат билан аниқланади.

Демак, моддий нуқтанинг натижавий ҳаракати ω_0 частота ва $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ амплитуда билан содир бўлувчи гармоник тебранма ҳаракатдир.



7.12- расм.



7.13- расм.

2) $\alpha_2 - \alpha_1 = \pm\pi$ бўлсин. У ҳолда (7.40) ифода

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} + \frac{2xy}{A_1A_2} = 0 \quad \text{ёки} \quad \left(\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2}\right)^2 = 0$$

кўринишга келади. Бундан

$$y = -\frac{A_2}{A_1}x \tag{7.43}$$

тенглама ҳосил бўлади. Бу тенглама 7.13-расмда тасвирланган тўғри чизиқ тенгламаси бўлиб, моддий нуқтанинг натижавий ҳаракати шу тўғри чизиқ бўйича содир бўлади.

3) $\alpha_2 - \alpha_1 = \pm\frac{\pi}{2}$ бўлсин. У ҳолда (7.40) ифода

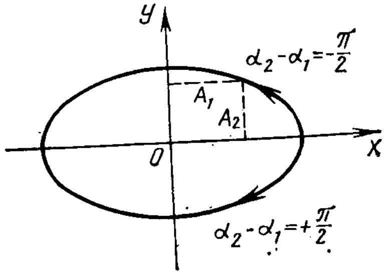
$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1 \tag{7.44}$$

кўринишга келади. Бу ифода ярим ўқлари (A_1 ва A_2) OX ва OY ўқлар бўйича йўналган эллипснинг тенгламасидир (7.14-расм). $\alpha_2 - \alpha_1 = +\frac{\pi}{2}$ бўлган ҳолда моддий нуқтанинг ҳаракати шу эллипс бўйича соат стрелкасининг ҳаракат йўналиши бўйлаб, $\alpha_2 - \alpha_1 = -\frac{\pi}{2}$ бўлганда эса соат стрелкасининг ҳаракатига тескари йўналишда содир бўлади. Агар қўшилувчи тебранишлар амплитудаларининг қийматлари тенг бўлса (яъни $A_1 = A_2$) натижавий ҳаракат траекторияси айланадан иборат бўлади.

7-§. Сўнувчи тебранишлар

Эластик ёхуд квазиэластик кучдан бошқа кучлар таъсир этмаган ҳолда (шу вақтгача худди шундай ҳолларни текширдик) моддий нуқта амплитудаси доимий

($A = \text{const}$) бўлган ва сўнмайдиган гармоник тебранма ҳаракат қилади. Бундай тебранишларни хусусий тебранишлар деб ҳам атагандик. Лекин реал шароитларда ҳаракатланувчи жисмларга атроф муҳит томонидан қаршилик кўрсатилади. Шунинг учун ҳар қандай тебранишнинг содир бўлиш жараёнида энергиянинг бир қисми муҳит қаршилигини енгишга, таянч ва осмалардаги ишқаланишга сарфланади. Натижада тебранувчи моддий нуқтанинг механик энергияси узлуксиз равишда камайиб боради, яъни тебраниш сўнувчи характерга эга бўлади.



7.14- расм.

Сўнувчи тебранишни характерлайдиган тенгламада, яъни Ньютон иккинчи қонунининг ифодасида, қаршилик кучини ҳам эътиборга олиш керак. Моддий нуқтанинг қовушоқ муҳитдаги тўғри чизиқли тебранма ҳаракатига қаршилик кучи тезликка пропорционал, лекин унга тескари йўналган бўлади:

$$F_қ = -rv = -r\frac{dx}{dt}, \tag{7.45}$$

бундаги r — *қаршилик коэффициенти*. Натижада сўнувчи тебранишни характерлайдиган тенглама

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt} \tag{7.46}$$

кўринишда ёзилади. Бу тенгламанинг иккала томонини m га бўлсак ва

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2, \quad \frac{r}{m} = 2\beta \tag{7.47}$$

белгилашлардан фойдалансак, қуйидаги муносабатни ҳосил қиламиз:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0. \tag{7.48}$$

Мазкур тенгламанинг ечими $\beta < \omega_0$ бўлган ҳолда қуйидагича бўлади:

$$x = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega_c t + \alpha), \tag{7.49}$$

бундаги ω_c — *сўнувчи тебраниш частотаси,* унинг қиймати

$$\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \tag{7.50}$$

муносабат билан аниқланади. Фақат битта хусусий ҳолда, яъни $\beta = \frac{r}{2m} = 0$ бўлган ҳолдагина $\omega_c = \omega_0$ бўлади. Шунинг учун тебранувчи системанинг қаршилик бўлмаган муҳитдаги тебраниш частотаси (ω_0) ни хусусий частота деб аталади. Реал шароит ($\beta \neq 0$) да *сўнувчи тебраниш частотаси* (ω_c) хусусий частота (ω_0) дан кичик, албатта. *Сўнувчи тебраниш даври* (T_c) эса хусусий тебраниш даври (T_0) дан катта:

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega_c} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} > T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}. \tag{7.51}$$

(7.49) функциядан кўринишича (унинг графиги 7.15-расмда тасвирланган), эластик (ёхуд квазиэластик) куч таъсирида моддий нуқтанинг қаршилик мавжуд бўлган муҳитдаги тебранишларининг амплитудаси вақт ўтиши билан

$$A = A_0 e^{-\beta t} \tag{7.52}$$

қонун бўйича камайиб боради. Бунда A_0 — *бошланғич амплитуда* деб, β эса *сўниш коэффициенти* деб аталади. Амплитудаларнинг сўниб бориши 7.15-расмда пунктир чизиқ билан тасвирланган. Сўнувчи тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг кетма-кет (яъни бир-биридан битта даврга фарқланувчи) амплитудаларининг қийматлари

$$A_0;\ A_1 = A_0 e^{-\beta T_c};\ A_2 = A_0 e^{-2\beta T_c};\ldots;\ A_n = A_0 e^{-n\beta T_c};\ldots$$

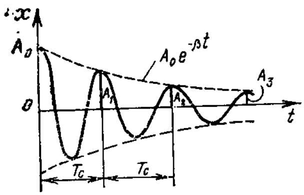
қаторни ташкил этади. Бундан қуйидаги хулоса келиб чиқади: *сўнувчи тебраниш амплитудаларининг кетма-кетлиги махражи $e^{-\beta T_c}$ бўлган чексиз камаювчи геометрик прогрессияни ташкил этади.*

Икки кетма-кет амплитудалар нисбати, яъни

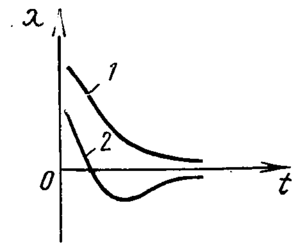
$$\frac{A_{n+1}}{A_n} = \frac{A_0 e^{-(n+1)\beta T_c}}{A_0 e^{-n\beta T_c}} = e^{-\beta T_c} \tag{7.53}$$

сўниш декременти деб аталади. Икки кетма-кет амплитудалар нисбати натурал логарифмининг модули эса *сўнишнинг логарифмик декременти* деб аталади:

$$\delta = \left|\ln \frac{A_{n+1}}{A_n}\right| = \beta T_c = \frac{r}{2m} T_c \tag{7.54}$$



7.15- расм.



7.16- расм.

Демак, сўнувчи тебраниш амплитудасининг камайиб бориш жадаллигини ифодаловчи катталик — сўнишнинг логарифмик декременти қаршилик коэффициенти (r) нинг қийматига тўғри пропорционал, тебранаётган моддий нуқта массасига тескари пропорционалдир.

Экспоненциал қонун бўйича камаювчи катталиклар, хусусан сўнувчи тебранишлар амплитудаси чексиз катта вақт ўтгандан сўнг нолга тенг бўлиши лозим. Лекин, амалда, чекли вақтдан сўнг амплитуда нолга тенг бўлиб қолади. Тебраниш амплитудаси бошланғич қийматининг 0,01 улушидан кичик бўлиб қолганда, одатда, тебранишни сўнган деб ҳисоблаш мумкин.

Агар $\beta = \omega_0$ ёки $\beta > \omega_0$ бўлса моддий нуқтанинг ҳаракатида тебранма ҳаракатларга оид аломатлар йўқолади, у мувозанат вазияти томон тебранмай қайтади. Баъзи ҳолларда моддий нуқтанинг мувозанат вазиятига қайтиш графиги 7.16-расмда тасвирланган *1* эгри чизиққа мос келади. Агар моддий нуқтанинг тезлиги мувозанат вазиятидан ўтиб кетишга етарли бўлса, у тескари томонга бироз четлашади, сўнг мувозанат вазиятига қайтади (7.16-расмдаги *2* эгри чизиққа қ.). *Нодаврий процесс* деб аталадиган бундай ҳаракатларда мувозанат вазиятидан четга силжитилган система потенциал энергиясини муҳит билан ишқаланиш жараёнида сарфлайди. Шунинг учун у тебранмасдан мувозанат вазиятига қайтади.

8-§. Мажбурий тебранишлар. Резонанс

Мувозанат вазиятидан четга силжитиб, сўнг ўз ҳолига қўйиб юборилган тебранувчи система муҳит қаршилиги ва система параметрларига боғлиқ равишда сўнувчи тебранма ҳаракат қилади. Сўнмайдиган тебранишларни ҳосил қилиш учун системага қўшимча ташқи ўзгарувчан куч таъсир этиб туриши лозим. Бу куч тебранувчи системага гоҳ бир томонга, гоҳ қарама-қарши томонга йўналган „туртки“ бериб туради.

У бажарган иш тебранувчи моддий нуқта томонидан муҳит қаршилигини енгишга сарфланган энергия камаювини тўлдириб туради. Даврий равишда ўзгариб турадиган бундай ташқи кучни *мажбур этувчи куч* деб аталади. Кузатиш бошланган пайтда мувозанат вазиятида турган моддий нуқтага гармоник қонун бўйича ўзгарувчи

$$F = F_0 \cos\omega t$$

куч таъсир этсин. Бунда мажбур этувчи куч амплитудасини F_0 билан, частотасини эса ω билан белгиланган. Динамиканинг иккинчи қонунига асосан, моддий нуқтанинг мазкур ҳолдаги ҳаракат тенгламасини қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt} + F_0 \cos\omega t$$

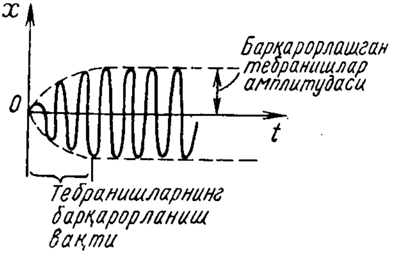
ёки

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + r\frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos\omega t. \qquad (7.55)$$

Бу тенгламанинг умумий ечими (x), математика курсида исбот қилинишича, ўнг томони нолга тенг бўлган ҳолдаги (7.55) тенгламанинг умумий ечими (x_1) ва (7.55) тенгламанинг хусусий ечими (x_2) нинг йиғиндиси

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

тарзида аниқланади. Бу йиғиндидаги биринчи ҳад, яъни (7.55) тенгламанинг $F_0 = 0$ ва $\beta < \omega_0$ бўлган ҳолдаги ечими [(7.49) ифодага қ.] тебранувчи моддий нуқтанинг хусусий сўнувчи тебранишларига мос келади. Йиғиндидаги иккинчи ҳад, яъни (7.55) тенгламанинг хусусий ечими эса мажбур этувчи куч частотаси ω билан содир бўладиган тебранишларни акс эттиради. Бу иккинчи тебранишни *моддий нуқтанинг мажбурий тебранишлари* деб аталади (7.17-расм).



7.17- расм.

Моддий нуқтанинг хусусий тебранишлари мажбур этувчи куч таъсир эта бошлаган дастлабки пайтда вужудга келади ва экспоненциал қонун бўйича тезгина (мажбурий тебранишларнинг барқарорланиш вақти давомида) сўниб бўлади. Шу вақтдан бошлаб моддий нуқтанинг тебранишлари барқарорлашган, яъни $x(t) = x_2(t)$ бўлади. Бинобарин, (7.55) кўринишдаги дифференциал тенгламанинг хусусий ечими мажбурий тебранишларни ифодалайди.

Бир қатор математик амаллар бажариб (7.55) тенгламанинг изланаётган ечими

$$x = A\cos(\omega t + \alpha) \tag{7.56}$$

муносабат билан аниқланишини топамиз. Бундаги A — мажбурий тебранишлар амплитудаси, унинг қиймати

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}} \tag{7.57}$$

формула ёрдамида ҳисобланиши мумкин. α эса мажбур этувчи куч ва мажбурий тебраниш фазаларининг фарқи, унинг қиймати

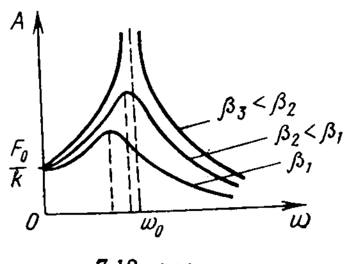
$$\mathrm{tg}\alpha = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{7.58}$$

формула ёрдамида ҳисобланади.

(7.57) ифодадан кўринишича, мажбурий тебранишлар амплитудасининг қиймати хусусий тебранишлар частотаси (ω_0) ва мажбур этувчи куч частотаси (ω) орасидаги муносабатга, мажбур этувчи кучнинг амплитудавий қиймати (F_0) га ҳамда сўниш кўрсаткичи (β) га боғлиқ. 7.18-расмда F_0 ва m ўзгармас бўлган ҳолда β нинг турли қийматлари учун A нинг ω га боғлиқлик графиклари тасвирланган. $\omega = 0$ бўлганда, яъни мажбур этувчи кучнинг қиймати ўзгармаганда (7.57) ифодадан

$$A = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}$$

келиб чиқади. Шунинг учун 7.18-расмда β нинг турли қийматлари учун чизилган графикларнинг барчаси ордината ўқини $\frac{F_0}{k}$ да кесяпти. $\omega \to \infty$ да, (7.57) га асосан, амплитуда асимптотик равишда нолга интилади. Расмдан кўринишича, ω нинг бирор оралиқ қийматида амплитуда максимал қийматга эришади. Бу ҳодиса, яъни мажбур этувчи куч частотасининг бирор аниқ қийматида мажбурий тебранишлар амплитудасининг кескин ортиб кетиши



7.18- расм.

резонанс ҳодисаси деб аталади. Резонанс ҳодисаси амалга ошган ҳолдаги мажбур этувчи кучнинг частотасини *резонанс частота* деб, амплитуданинг максимал қийматини эса *резонанс амплитуда* деб аталади. Резонанс частота қийматини топиш учун қуйидагича фикр юритамиз. Резонанс ҳодисаси рўй берганда (7.57) ифода максимал қийматга эришиши, яъни мазкур ифоданинг махражи минимал қийматга эришиши лозим. Шунинг учун (7.57) нинг махражидан ω бўйича ҳосила олиб уни нолга тенглаштирамиз:

$$-2(\omega_0^2-\omega^2)2\omega+8\beta^2\omega=0$$

ёки

$$-(\omega_0^2-\omega^2)+2\beta^2=0,$$

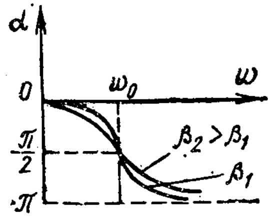
бундан

$$\omega=\omega_p=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}\,. \tag{7.59}$$

Резонанс частотанинг бу қийматини (7.57) га қўйсак резонанс амплитуда қийматини топамиз:

$$A_p=\frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}. \tag{7.60}$$

Демак, резонанс частота ва резонанс амплитуда β га боғлиқ. β камайган сари ω_p ортиб боради ва хусусий тебранишлар частотаси (ω_0) га яқинлашиб боради. Ҳақиқатан, 7.18-расмдан кўринишича, β нинг кичикроқ қийматларига мос келувчи графикларда максимумлар кескинроқ ва улар ω_0 га яқинроқ частоталарга мос келади. $\beta=0$ бўлган ҳолда эса резонанс амплитуданинг қиймати чексиз катта бўлиши керак. Лекин, амалда, резонанс амплитуда чекли қийматга эга, чунки реал шароитларда тебранувчи системага (оз бўлса-да!) қаршилик кучи таъсир этади. Шунинг учун β нинг ниҳоят кичик қийматлари учун мажбур этувчи кучнинг частотаси хусусий тебранишлар частотасига тенг бўлганда резонанс ҳодисаси амалга ошади, деб ҳисобланади.



7.19- расм.

Моддий нуқтанинг силжиши ва мажбур этувчи куч фазаларининг фарқи (α) нинг ω га боғлиқлиги [(7.58) муносабат асосида ҳисобланган] 7.19-расмда тасвирланган. $\omega<\omega_0$ қийматларда силжиш мажбур этувчи кучдан фаза бўйича орқада қолади. Бу фарқ, аввал, анча кичик бўлади. Лекин $\omega \to \omega_0$ да катталашади. Резонанс ҳодисаси содир бўлганда α нинг қиймати $-\frac{\pi}{2}$ га тенг бўлади. $\omega \gg \omega_0$ да эса силжиш ва мажбур этувчи куч қарама-қарши фазада бўлади, яъни $\alpha = -\pi$.

Силжиш ва мажбур этувчи куч фазаларининг фарқи 0 эмас, балки $-\frac{\pi}{2}$ га тенг бўлганда резонанс ҳодисасининг амалга ошиши ғалати туюлади. Лекин силжиш ва мажбур этувчи куч орасидаги фазалар фарқи $-\frac{\pi}{2}$ га тенг бўлганда тебранаётган моддий нуқта тезлиги ва мажбур этувчи куч фазаларининг фарқи 0 га тенг бўлади. Шунинг учун мажбур этувчи кучнинг иши моддий нуқта тезлигини (яъни энергиясини) оширади. Натижада тебраниш амплитудаси кескин ортади.

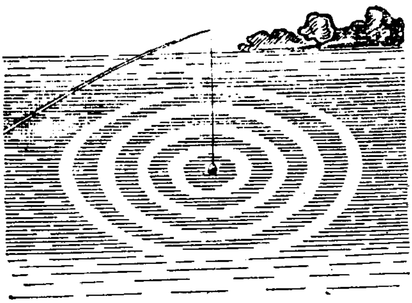
Мажбурий тебранишлар ва резонанс кўпчилик физик жараёнларда ва техникада катта роль ўйнайди. Масалан, турли частотали тебранишлар йиғиндисидан маълум частотали тебранишни ажратишда резонанс ҳодисасидан фойдаланилади. Баъзи ҳолларда эса резонанс жуда зарарли бўлади, чунки у катта деформацияларнинг вужудга келишига ва иншоотларнинг бузилишига сабабчи бўлади. Бинобарин, турли машиналар ва иншоотларни лойиҳалаш жараёнида резонанс эътиборга олинади.

VIII боб

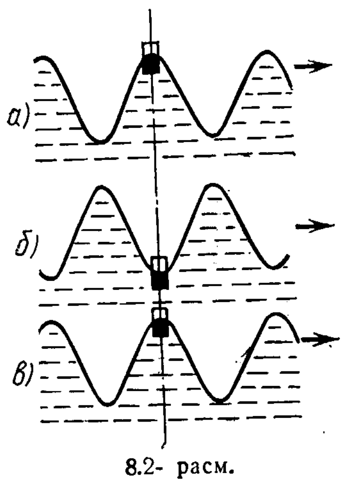
ТЎЛҚИНЛАР

1-§. Тўлқинларнинг вужудга келиш механизми

Тўлқинлар билан танишишни кундалик турмушимизда кўп кузатган ҳодисадан бошлайлик. Сувга бирор жисм ташласак, унинг сирти бўйлаб тўлқинлар тарқалади. Тўлқин навбатлашган айланасимон дўнгликлар ва чуқурликлардан иборат. Сув сиртининг бирор ондаги манзарасига (яъни фотосуратига) эътибор берсангиз (8.1-расмга қ.) ундаги айланасимон дўнгликлар ва чуқурликларнинг маркази тош тушган O нуқта эканлигини аниқлаймиз. Бирор муддат тўлқиннинг тарқалиш жараёнини кузатсангиз, дўнглик ва чуқурлик айланаларнинг радиуслари катталашиб бораверади. Шуниси қизиқки, кузатувчи тасаввурида тўлқин тарқалиши туфайли сув зарралари O нуқтадан узоқлашаётгандек, яъни қирғоқ томонга кўчаётгандек туюлади. Аслида *сув зарралари кўчмайди, балки тебраниш етиб келган зарралар ўзларининг мувозанат*



8.1- расм.

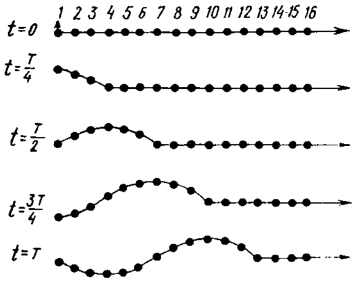


8.2- расм.

вазиятлари атрофида тебранма ҳаракат қиладилар. Бунга ишонч ҳосил қилиш мақсадида сув сиртининг бирор нуқтасидаги пўкак ҳаракатини кузатайлик (8.2-расм). Кузатишларнинг кўрсатишича, пўкак тўлқин билан биргаликда қирғоқ томон ҳаракатланмайди, балки ўзи жойлашган соҳадаги, сув зарралари билан биргаликда навбатма-навбат гоҳ пастга (8.2-*б* расм), гоҳ юқорига (8.2-*в* расм) силжийди, яъни тебранади.

Умуман, ҳар қандай муҳитда тўлқинларни уйғотиш учун тебранувчи манба бўлиши лозим. Бу манба ўзи жойлашган соҳадаги муҳит зарраларини тебратади. Лекин муҳит зарралари ўзаро боғлиқ. Хусусан, юқорида баён этилган суюқлик сирти бўйлаб тўлқинларнинг тарқалишида суюқлик сиртининг қўшни элементлари орасидаги ўзаро боғланиш сирт таранглик ва оғирлик кучлари туфайли амалга ошади. Эластик муҳитда эса зарралар орасидаги ўзаро боғланиш кучлари эластик характерга эга. Муҳит зарралари орасидаги бу ўзаро боғланиш туфайли манба уйғотган тебраниш бошқа зарраларга ҳам аста-секин узатилади. Бунда муҳитнинг тебранаётган ҳар бир зарраси ўзига қўшни бўлган заррага, у эса қўшни бошқа зарраларга мажбур этувчи куч билан таъсир этади. Шунинг учун муҳит зарраларининг тебранишлари мажбур этувчи куч частотаси билан (яъни тўлқин манбаининг тебраниш частотаси билан) содир бўлади.

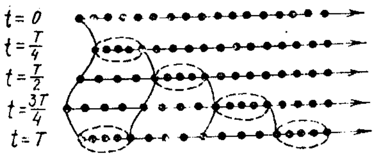
Шундай қилиб, тўлқин деганда тебранишларнинг муҳитда тарқалиш жараёнини тушуниш лозим. Тўлқиннинг тарқалиш йўналиши *нур* деб, ихтиёрий t вақтда тебранишлар етиб келган муҳит зарраларининг геометрик ўринлари эса *тўлқин фронти* деб аталади. Бинобарин, тўлқин фронти муҳитнинг тебранаётган зарраларини тебранишни ҳали бошламаган зарраларидан ажратиб турувчи чегаравий сирт тарзида тасаввур қилиниши мумкин. Тўлқин фронтининг шакли муҳит хоссалари, тебраниш манбаининг шакли ва ўлчамларига боғлиқ. Бир жинсли ва изотроп муҳитда жойлашган нуқтавий тебраниш манбаидан тарқалаётган тўлқинларнинг фронти сферик шаклда бўлади. Бинобарин, мазкур тўлқинлар *сферик тўлқинлар* деб ном олган. Агар тебраниш манбаи текислик шаклига эга бўлса, манбага яқин соҳалардаги тўлқин фронти ҳам текисликдан иборат бўлади. Шу сабабли бу тўлқинлар *ясси тўлқинлар* деб аталади. Иккала ҳолда ҳам нур тўғри чизиқ бўлиб, у тўлқин фронтига перпендикуляр бўлади. Агар муҳит зарралари нурга перпендикуляр равишда тебранаётган бўлса, бундай тўлқинни *кўндаланг тўлқин* деб, муҳит зарралари нурга параллел равишда



8.3- расм.

тебранаётганда ҳосил бўлган тўлқин *бўйлама тўлқин* деб аталади. Суюқлик сирти бўйлаб тарқаладиган тўлқинлар (юқорида баён этилган сув сиртидаги тўлқинлар) алоҳида синфга оид бўлиб, уларнинг тарқалиш жараёнида муҳит зарралари вертикал текисликларда ётадиган айланасимон эгри чизиқлар бўйича тебранади. Бундай тўлқинларнинг вужудга келиш механизми устида тўхталмаймиз. Биз фақат бир жинсли ва изотроп эластик муҳитда тарқаладиган тўлқинлар ҳақида фикримизни давом эттирамиз.

Тўлқинларнинг вужудга келиш ва тарқалиш механизми билан танишайлик. Нур йўналишидаги бир-бири билан эластик боғланган бир қатор зарраларни тасаввур қилайлик (8.3-расм). Қулайлик мақсадида зарраларни чапдан ўнгга ортиб борадиган тартибда номерлайлик. Кузатиш бошланганда ($t = 0$) кўндаланг тўлқин 1-заррага етиб келган бўлсин. Натижада бу зарра T давр билан нур йўналишига перпендикуляр равишда тебрана бошлайди. У мувозанат вазиятидан юқорига қараб ҳаракатланиб ўзига қўшни бўлган зарраларни ҳам илаштиради. Чорак даврдан сўнг $\left(t = \frac{T}{4}\right)$ 1-зарра юқорига максимал силжиган бўлади, 2-зарра 1-заррадан бироз камроқ, 3-зарра эса ундан ҳам камроқ силжиган бўлади. Бу вақтда 3-зарра томонидан илаштирилган 4-зарра юқорига қараб эндигина ҳаракатлана бошлайди. Ярим даврдан сўнг $\left(t = \frac{T}{2}\right)$ 1-зарра мувозанат вазиятидан паст томонга ўтиб кетяпти, 2- ва 3-зарралар юқорига максимал силжиб бўлгач, энди орқага қайтяпти, 4-зарра юқорига максимал силжиб бўлади. 4-зарра томонидан илаштирилган 5-зарра ва у илаштирган 6-зарралар ҳам мувозанат вазиятидан бир оз силжиган. 7-заррага эса тебраниш эндигина етиб келди. $t = \frac{3T}{4}$ вақтдан сўнг 1-зарра пастга максимал силжиб бўлади, 4-зарра мувозанат вазиятидан паст томонга қараб ўтяпти, 7-зарра юқорига максимал силжиган, 10-зарра юқорига қараб эндигина ҳаракатлана бошлайди. Ниҳоят, битта тўлиқ даврдан сўнг ($t = T$) 1-зарра мувозанат вазияти орқали юқорига ўта бошлайди, 4-зарра энг пастки вазиятга етди, 7-зарра пастга ҳаракатланиш жараёнида мувозанат вазиятидан ўтяпти, 10-зарра юқорига максимал силжиб бўлди. Бу вақтда тебраниш 13-заррага етиб келади. Шу тариқа кўндаланг тўлқиннинг муҳитда тарқалиши содир бўлади.



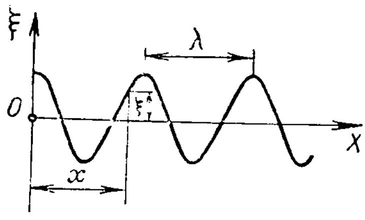
8.4- расм.

Кўндаланг тўлқинларнинг тарқалиши жараёнида муҳит қатламларининг бир-бирига нисбатан силжиши, яъни силжиш деформацияси содир бўлади. Қатламларнинг нисбий силжишига қаршилик кўрсатадиган эластик кучлар (бу кучлар туфайли муҳит зарралари тебранади) фақат қаттиқ жисмларда вужудга келади, чунки қаттиқ жисмлар ўз шаклларини сақлашга интилади. Суюқлик ва газсимон муҳитларда эса силжиш деформацияси содир бўлмайди. Бинобарин, уларда силжишга қаршилик кўрсатувчи эластик кучлар ҳам вужудга келмайди. Шу сабабли суюқлик ва газларда кўндаланг тўлқинлар вужудга келмайди.

8.4-расмда бўйлама тўлқинларнинг тарқалишида муҳит зарралари вазиятларининг бир-биридан $\frac{T}{4}$ вақт қадар фарқланадиган онлардаги манзаралари тасвирланган. Бўйлама тўлқиннинг тарқалиш жараёнида муҳит зарралари нур йўналишида ва унга тескари йўналишда силжийди. Бинобарин, муҳит зарраларининг зичланишлари (расмда пунктир чизиқ билан ўралган) ва сийракланишлари вужудга келади. Зичланишлар вужудга келган соҳада ҳажм тораяди, сийракланишлар вужудга келган соҳада эса ҳажм кенгаяди. Ҳажмнинг ўзгаришига қаршилик кўрсатадиган эластик кучлар қаттиқ жисмларда ҳам, суюқлик ва газларда ҳам вужудга келади. Шу сабабли бўйлама тўлқинлар қаттиқ, суюқ ва газ ҳолатдаги муҳитларда содир бўлади.

2-§. Тўлқин тенглама

Фараз қилайлик, чексиз муҳитнинг бирор нуқтасида тебранувчи система (манба) жойлашган бўлсин. У ҳолда система ўзига бевосита тегиб турган зарраларга, улар эса ўзларига қўшни бўлган зарраларга тебраниш узатади. Шу тариқа тобора нарида турган муҳит зарраларининг тебранишлари, яъни тўлқиннинг муҳитда тарқалиши содир бўлади. Бу жараёнда манбадан тобора узоқроқда жойлашган муҳит зарралари тебрана бошлайди. Бинобарин, мазкур жараёнда тўлқин худди ўзини



8.5- расм.

вужудга келтирган манбадан „югуриб қочаётгандек“ туюлади. Шу боисдан уни *югурувчи тўлқин* деб аталади.

Югурувчи тўлқин тенгламасини ёзиш — муҳитнинг ихтиёрий зарраси учун силжишнинг вақтга боғлиқ равишда ўзгаришини ифодаловчи муносабатни аниқлаш демакдир. Мазкур вазифани хусусий ҳол, яъни бир жинсли ва изотроп муҳитда тарқалаётган кўндаланг тўлқинлар учунгина бажарайлик. Муҳитнинг O нуқтасига жойлаштирилган тебранишлар манбаи $t = 0$ вақтдан бошлаб

$$\xi = A\cos\omega t$$

қонун бўйича гармоник тебранма ҳаракат қилаётган бўлсин. Манбанинг бу ҳаракати туфайли муҳит зарралари ҳам A амплитуда ва ω частота билан тебранади. Лекин муҳит зарралари манбадан қанчалик узоқроқ жойлашган бўлса, улар шунчалик кечикиброқ тебранма ҳаракатни бошлайди. Хусусан, манбадан x масофа узоқликда жойлашган (8.5-расмга қ.) зарра O манбага бевосита қўшни бўлган заррага нисбатан

$$\tau = \frac{x}{u}$$

вақт қадар кечроқ тебрана бошлайди. Бу ифодада тўлқиннинг муҳитда тарқалиш тезлиги u ҳарфи билан [муҳит зарраларининг мувозанат вазияти атрофидаги тебранма ҳаракат тезлиги (v) дан фарқ қилиш мақсадида] белгиланган. Шунинг учун O нуқтадан x масофа узоқликдаги зарранинг ихтиёрий t вақтдаги силжиши манбага бевосита тегиб турган зарранинг $t - \frac{x}{u}$ вақтдаги силжишига тенг бўлади, яъни

$$\xi = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right). \tag{8.1}$$

Бу ифода *югурувчи тўлқин тенгламаси* деб аталади. У тўлқин тарқалаётган муҳит ихтиёрий заррасининг мувозанат вазиятидан силжиши (ξ) ни вақт (t) ва зарранинг тебраниш манбаидан узоқлиги (x) нинг функцияси тарзида аниқлайди.

Югурувчи тўлқин графиги (8.5-расмга қ.) гармоник тебраниш графигига (7.5-расмга қ.) ўхшаш бўлсада, уларнинг моҳияти турлича эканини алоҳида қайд қилайлик. Тебраниш графиги битта зарра силжишининг вақтга боғлиқлигини ифодалайди. Югурувчи тўлқин графиги эса тўлқин тарқалаётган муҳит барча зарраларининг айни бир вақтдаги силжишлари билан зарраларнинг тебраниш манбаидан узоқликлари орасидаги боғланишни ифодалайди. Бошқача қилиб айтганда, югурувчи тўлқин графиги гўё тўлқиннинг оний фотосуратидир. Расмдан кўринишича, тўлқин графиги синусоидадан иборат. Бинобарин, бундай тўлқинни, яъни тебраниши гармоник қонун бўйича содир бўладиган манба туфайли тарқаладиган тўлқинни *гармоник тўлқин* ёхуд *синусоидал тўлқин* деб аталишининг сабаби ҳам шунга.

Силжиш максимал қийматга ($\xi_{\text{макс.}} = +A$) эришган нуқталарни тўлқин дўнгликлари деб, минимал қийматга ($\xi_{\text{мин.}} = -A$) эришган нуқталарни эса тўлқин чуқурликлари деб аталади. Икки қўшни чуқурлик (ёки дўнглик) орасидаги масофа *тўлқин узунлиги* (λ) деб ном олган. Тўлқин узунлигини бир хил фазада тебранаётган иккита энг яқин нуқталар орасидаги масофа тарзида ҳам аниқлаш мумкин, чунки бу нуқталарнинг тебраниш фазалари 2π га фарқланади (маълумки, аргументи 2π га ўзгарганда косинус яна дастлабки қийматини тиклайди).

Демак, битта давр (яъни T вақт) давомида u тезлик билан тарқалаётган тўлқин босиб ўтган масофа мазкур тўлқиннинг узунлигидир:

$$\lambda = uT. \tag{8.2}$$

Бу ифода ёрдамида (8.1) тенгламани ўзгартириб ёзишимиз мумкин:

$$\xi = A\cos\left(\omega t - \omega\frac{x}{u}\right) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{T}\frac{x}{u}\right) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right).$$

Мазкур тенгламадаги $\frac{2\pi}{\lambda}$ ни, одатда, k ҳарфи билан белгиланади ва *тўлқин сон* деб аталади. У 2π метр узунликдаги кесмада жойлашадиган тўлқин узунликларининг сонини ифодалайди. Натижада югурувчи тўлқин тенгламаси

$$\xi = A\cos(\omega t - kx) \quad \text{ва} \quad \xi = A\cos(\omega t + kx) \tag{8.3}$$

кўринишга келади. Иккинчи тенглама қарама-қарши йўналишда (яъни x нинг камайиш томонига қараб) тарқалаётган тўлқин учун ўринли. Бироқ (8.3) ифода ясси югурувчи тўлқин, яъни фронти ясси текисликдан иборат бўлган югурувчи тўлқин учун чиқарилганлигини қайд қилайлик. Агар муҳитда тарқалаётган тўлқин сферик бўлса, муҳит зарраларининг тебраниш амплитудалари зарранинг тебраниш манбаидан узоқлиги (r) га тескари пропорционал равишда камайиб боради. Бинобарин, сферик югурувчи тўлқин тенгламаси

$$\xi = \frac{A}{r}\cos(\omega t - kr) \tag{8.4}$$

кўринишда ёзилади.

(8.1) дан фойдаланиб муҳитда тўлқин тарқалишини ифодалайдиган дифференциал тенгламани ҳосил қилиш мумкин. Бунинг учун (8.1) дан t ва x бўйича иккинчи тартибли хусусий ҳосилалар олайлик:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left[-A\omega\sin\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\right] = -A\omega^2\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right);$$

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{A\omega}{u}\sin\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\right] = -\frac{A\omega^2}{u^2}\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right).$$

Бу ифодаларни таққослаш натижасида қуйидаги муносабатни ёза оламиз:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}.$$

Мазкур муносабат ξ нинг қиймати y ва z га боғлиқ бўлмаган ҳолда тўлқин процесснинг муҳитда тарқалишини акс эттиради. Умумий ҳолда, яъни $\xi = \xi(x, y, z, t)$ бўлганда, бу тенглама қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}. \tag{8.5}$$

Тўлқин ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси ёки оддийгина қилиб, *тўлқин тенглама* деб юритиладиган мазкур дифференциал тенглама энг умумий ҳолдаги тўлқин процесс тарқалишини ифодалайди.

3-§. Фазавий ва группавий тезликлар

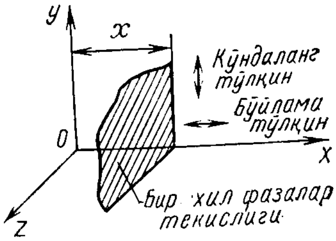
Аввало, (8.1) тенгламадаги тўлқиннинг тарқалиш тезлиги (u) термини остида қандай тушунча ётганлигини ойдинлаштириб олайлик. Ясси тўлқин бирор t вақтдан сўнг тебраниш манбаидан x масофа узоқликка етиб келади (8.6-расм). Мазкур вақтдаги тўлқин фронти ясси текисликдан иборат бўлиб, бу текисликнинг барча нуқталари бир хил фазада тебранади. Шу сабабли тўлқин фронтини *бир хил фазалар текислиги* дейиш ҳам мумкин. Тебранувчи нуқталар фазалари бир хил деганда

(8.1) тенгламадаги косинус аргументи доимий бўлишини, яъни

$$\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)=\text{const}$$

эканини тушунамиз. Лекин ω доимий катталик бўлгани туфайли юқоридаги шартни

$$t-\frac{x}{u}=\text{const} \qquad (8.6)$$



8.6- расм.

тарзда ёзишимиз мумкин. Мазкур тенглик t вақт ва фазаси қайд қилинган нуқталарнинг (яъни бир хил фазалар текислигининг) координатаси (x) орасидаги боғланишни ифодалайди. Вақт ўтиши билан бир хил фазалар текислигининг координатаси ўзгаради. У худди OX ўқ бўйлаб ҳаракатланаётгандек бўлади. Мазкур ҳаракат тезлигини топиш учун (8.6) ни дифференциаллайлик:

$$dt-\frac{1}{u}\,dx=0.$$

Бунлан

$$u=\frac{dx}{dt}. \qquad (8.7)$$

Демак, *тўлқиннинг тарқалиш тезлиги фазанинг кўчиш тезлигини англатади.* Шу боисдан уни *фазавий тезлик* деб ҳам аталади.

Кўпчилик ҳолларда, тўлқинларнинг фазавий тезлиги тўлқин параметрларига эмас, балки муҳит хоссаларига боғлиқ бўлади, холос. Бошқача қилиб айтганимизда, частоталари турлича бўлган тўлқинлар муайян муҳитда бир хил фазавий тезлик билан тарқалади. Лекин шундай тўлқинлар ҳам бўладики (масалан, сиртий тўлқинлар), уларнинг фазавий тезликлари частоталарига боғлиқ бўлади. Бундай ҳодиса, яъни *тўлқинлар фазавий тезлигининг частотасига боғлиқлиги тўлқинлар дисперсияси деб аталади.*

Турли частотали тўлқинлар йиғиндисини *тўлқинлар группаси* ёки тўлқин „пакет" деб аталади. Дисперсияга эга бўлган тўлқинлар учун „пакет" ҳаракатланиш жараёнида деформацияланиб „ёйилиб" боради. „Пакет"нинг тезлиги унинг таркибидаги тўлқинларнинг бирортасини ҳам тезлигига мос келмайди. Бундай ҳолларда тўлқинлар группаси максимумининг кўчиш тезлиги тушунчасидан фойдаланилади ва уни *группавий тезлик* деб аталади.

Тўлқин узунликлари λ дан $\lambda + d\lambda$ гача бўлган тўлқин „пакет"нинг группавий тезлиги қуйидагича муносабат билан аниқланади:

$$u_г = u - \lambda \frac{du}{d\lambda}. \quad (8.8)$$

Мазкур муносабатдан кўринишича, группавий тезликнинг фазавий тезликдан фарқланиши фазавий тезликнинг тўлқин узунлигига боғлиқлигини ифодалайдиган ҳад $\left(\frac{du}{d\lambda}\right)$ билан аниқланади:

1. $\frac{du}{d\lambda} > 0$ бўлган ҳолларда (яъни узун тўлқинлар қисқа тўлқинларга нисбатан тезроқ тарқалса) группавий тезлик фазавий тезликдан кичик бўлади. Бундай ҳолларни *нормал дисперсия* деб аталади.

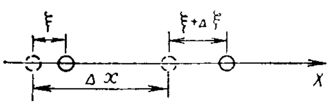
2. $\frac{du}{d\lambda} < 0$ бўлган ҳолларда (яъни узунроқ тўлқинлар секинроқ тарқалса) группавий тезлик фазавий тезликдан катта бўлади. Бундай ҳолларни *аномал дисперсия* деб аталади.

3. $\frac{du}{d\lambda} = 0$ бўлган ҳол эса дисперсия кузатилмайдиган ҳол учун тааллуқлидир. Бунда фазавий ва группавий тезликлар айнан бир хил қийматга эга ($u_г = u$). Бошқача қилиб айтганда, „пакет" таркибидаги барча тўлқинлар бир хил тезлик билан тарқалади.

4-§. Тўлқин энергияси

Тўлқиннинг муҳитда тарқалиш жараёнида энергиянинг тарқалиши ҳам содир бўлади. Буни қуйидагича тавсиф қилиш мумкин. Тебраниш манбаига бевосита тегиб турган зарралар манба энергияси ҳисобига тебранади. Бу зарралар эса ўзидан кейинги зарраларга энергия узатади ва ҳоказо. Шу тариқа тўлқин худди энергия „ташиётгандек" бўлади. Бу энергия зарралар тебранма ҳаракатининг кинетик энергияси ва эластик деформацияланган муҳитнинг потенциал энергиясидан иборат.

Тўлқин энергияси билан ω частотали ясси бўйлама тўлқиннинг бир жинсли изотроп муҳитда тарқалиш мисолида танишайлик. Бўйлама тўлқинда муҳит зарралари тўлқиннинг тарқалиш йўналишида тебранма ҳаракат қилади. Масалан, тўлқиннинг тарқалиш йўналишини ифодаловчи OX ўқ устида жойлашган икки зарранинг муво-



8.7- расм.

занат вазиятлари орасидаги масофа Δx бўлсин (8.7-расмга қ.). Бўйлама тўлқин тарқалиши туфайли бирор онда мазкур зарралар мувозанат вазиятидан мос равишда ξ ва $\xi+\Delta\xi$ га силжийди. Бошқача қилиб айтганда, муҳитнинг бир-биридан Δx узоқликдаги икки зррасининг силжишлари $\Delta\xi$ га фарқланяпти. $\Delta\xi$ нинг Δx га нисбати лимитда (яъни $\Delta x \to 0$) ξ дан x бўйича олинган ҳосиладир. Бу нисбатни *нисбий деформация* деб аталади ва σ ҳарфи билан белгиланади $\left(\sigma=\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)$. Демак, нисбий деформациянинг қиймати (8.1) дан x бўйича олинган хусусий ҳосила билан аниқланади:

$$\sigma=\frac{\partial\xi}{\partial x}=\frac{A\omega}{u}\sin\omega\left(t-\frac{x}{u}\right). \tag{8.8}$$

$\sigma>0$ бўлган ҳолларда зарралар орасидаги масофа шу зарраларнинг мувозанат вазиятлари орасидаги масофадан катта бўлади. Бинобарин, бундай ҳолларда муҳит зарраларининг сийраклашиши, яъни чўзилиш деформацияси кузатилади. $\sigma<0$ бўлган ҳолларда эса аксинча, сиқилиш деформацияси (муҳит зарраларининг зичланиши) содир бўлади.

Деформацияланган эластик муҳит элементар ҳажми (ΔV) нинг потенциал энергияси

$$U=\frac{1}{2\mu}\sigma^2\Delta V$$

муносабат билан аниқланади. Бунда μ — эластиклик коэффициенти бўлиб, унинг қиймати муҳит зичлиги (ρ) ва мазкур муҳитда тўлқиннинг тарқалиш тезлиги (u) билан қуйидагича боғланган:

$$\mu=\frac{1}{\rho u^2}.$$

Мазкур муносабат ва (8.8) ифодалардан фойдалансак, потенциал энергия ифодаси қуйидаги кўринишга келади:

$$U=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2\sin^2\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)\Delta V. \tag{8.9}$$

Муҳитнинг худди шу ΔV ҳажмидаги зарраларининг кинетик энергияси

$$E=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\rho\Delta V\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2\sin^2\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)\Delta V \tag{8.10}$$

бўлади.

(8.9) ва (8.10) ифодаларни таққослаш натижасида қуйидаги хулосага келамиз: муҳитнинг текширилаётган ҳажмида кинетик ва потенциал энергиялар бир-бирига тенг бўлиб, уларнинг қийматлари бир хил фазада ўзгаради. Бу хусусияти билан тўлқин ҳаракат тебранма ҳаракатдан фарқланади (маълумки, тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг кинетик ва потенциал энергиялари қарама-қарши фазада ўзгаради, яъни кинетик энергияси максимумга эришганда потенциал энергияси минимал бўлади ва аксинча). Текширилаётган ҳажмнинг тўлиқ энергиясини топиш учун кинетик ва потенциал энергиялар йиғиндисини олиш керак:

$$W = E + U = \rho A^2\omega^2 \sin^2\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\Delta V.$$

Бу ифоданинг ΔV ҳажмга нисбати — муҳитнинг бирлик ҳажмида мужассамлашган энергиядир. У *энергия зичлиги* деб аталади:

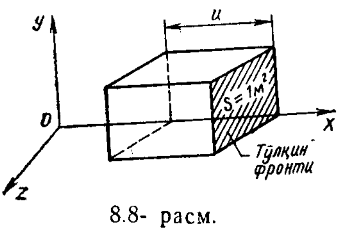
$$w = \frac{W}{\Delta V} = \rho A^2\omega^2 \sin^2\omega\left(t - \frac{x}{u}\right). \qquad (8.11)$$

Демак, энергия зичлиги — ўзгарувчан катталик, ҳар бир онда тўлқиннинг турли нуқталарида унинг қиймати турлича бўлади. Синус квадратининг ўртача қиймати $^1/_2$ га тенг бўлганлиги учун тўлқиннинг ихтиёрий нуқтасидаги энергия зичлигининг вақт бўйича ўртача қиймати

$$w_{ўр.} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

ифода билан аниқланади.

Шундай қилиб, тўлқин тебраниш манбаидан муҳитнинг узоқроқдаги соҳаларига энергия „ташийди". Агар тўлқин йўлига ҳаёлан бирор сирт жойлаштирсак, бу сирт орқали тўлқин билан биргаликда энергия ҳам ўтади. Тўлқиннинг тарқалиш йўналишига перпендикуляр равишда жойлаштирилган S сирт орқали бир секунд давомида кўчиб ўтадиган энергия миқдори билан характерланувчи катталик *энергия оқими* деб аталади. Энергия оқими скаляр катталик бўлиб, у қувват бирликларида, хусусан СИ да *ватт* ҳисобида ўлчанади. *Тўлқиннинг тарқалиш йўналишига перпендикуляр бўлган бир квадрат метр юзли сирт орқали бир секунд давомида кўчиб ўтадиган энергия миқдорини энергия оқимининг зичлиги деб аталади.* Тўлқин OX ўқи йўналишида тарқалаётган бўлса (8.8-расмга



8.8- расм.

қ.), у 1 м^2 юзли сирт орқали 1 с давомида кўчириб ўтадиган энергия миқдори (j) расмда тасвирланган параллелепипед ичида мужассамлашган энергиядир:

$$j = w_{\text{ўр.}} u = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 u. \qquad (8.12)$$

Тўлқиннинг тарқалиш тезлиги (u) — вектор катталик, унинг йўналиши тўлқиннинг тарқалиш йўналиши (демак, энергиянинг кўчиш йўналиши) билан мос тушади. Шунинг учун энергия оқимининг зичлигига ҳам вектор катталик маъносини бериш мумкин:

$$\mathbf{j} = w\mathbf{u}. \qquad (8.13)$$

Бу $\mathbf{j}$ векторни Умов вектори деб аталади. Унинг абсолют катталиги бўйича ўртача қиймати

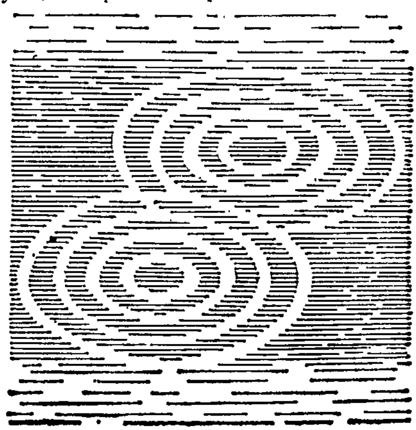
$$I = j_{\text{ўр.}} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 u \qquad (8.14)$$

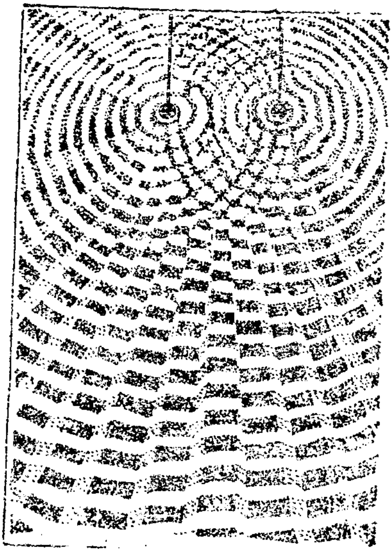
— тўлқин интенсивлиги деб аталади.

Демак, тўлқин интенсивлиги — тўлқин ўзи билан биргаликда „элтаётган“ энергия оқими зичлигининг ўртача қийматидир. У Вт/м^2 ҳисобида ўлчанади.

5-§. Тўлқинлар суперпозицияси принципи. Тўлқинлар интерференцияси

Кўпчилик ҳолларда муҳитда бир вақтнинг ўзида бир неча тўлқин тарқалади. Масалан, сув сиртининг икки жойига икки тошни ташланг. Иккала тебраниш манбаидан тарқалаётган сиртий тўлқинлар манзарасига эътибор берсангиз (8.9-расмга қ.), улар бир-бирлари билан учрашгандан сўнг ҳам худди ўзидан бошқа тўлқин мавжуд бўлмагандек тарқалишини давом эттираверади. Тўлқинларнинг тарқалишидаги бу мустақиллик бир вақтнинг ўзида бир неча тўлқин мавжуд бўлган ҳол учун ҳам ўринли. Баён этилган тажриба тўлқинлар суперпозицияси принципининг яққол тасвири-


8.9- расм.



8.10- расм.

дир. Мазкур принцип қуйидагича таърифланади: турли манбалардан тарқалаётган тўлқинлар таъсирида муҳит заррасининг ихтиёрий ондаги силжиши алоҳида тўлқинлар мазкур нуқтада шу онда вужудга келтирган тебранишлар туфайли содир бўладиган силжишларнинг геометрик йиғиндисидан иборат. Бошқача қилиб айтганда, тарқалиш жараёнида айни бир нуқтадан ўтадиган мустақил тўлқинлар қўшилади, лекин бир-бирини ўзгартирмайди. Бинобарин, бир-бирини кесиб ўтаётган тўлқинларнинг ажралгандан кейинги тарқалишида содир бўлган учрашишнинг аломатлари мутлақо сезилмайди.

Суперпозиция принципи барча ҳолларда ҳам бажарилавермайди. Хусусан, портлаш жараёнларида тарқаладиган зарб тўлқинларда муҳит зарраларининг натижавий силжиши шу қадар катта қийматга эга бўладики, улар вужудга келтирадиган деформация муҳит материалининг эластиклик чегарасидан ошиб кетади. Бундай ҳоллар учун Гук қонуни бажарилмайди. Шу сабабли биз кичик амплитудали тўлқинларни текшириш билан чегараланамиз.

Тўлқинларнинг қўшилишида вужудга келадиган ҳодисани *тўлқинлар интерференцияси* деб аталади. Бу ҳодисада икки ёки ундан ортиқ тўлқинларнинг устма-уст тушиши натижасида муҳитнинг баъзи соҳаларидаги зарраларининг тебранишлари кучаяди, баъзи соҳаларидаги зарраларининг тебраниши эса сусаяди (ёки бутунлай сўнади). Айниқса, частоталари бир хил ва фазалар фарқи ўзгармас бўлган икки тўлқин туфайли вужудга келадиган манзара эътиборга лойиқ. Бундай тўлқинларни *когерент тўлқинлар*, уларни тарқатаётган манбаларни эса *когерент манбалар* деб аталади.

Икки шарчани (8.10-расм) бир вақтда сув сиртига тегизсак, худди сувга тош ташланганидек, тегиш соҳаларидан ҳар томонга когерент тўлқинлар тарқалади. Бу тўлқинларнинг бир-бири билан учрашиши натижасида интерференцион манзара кузатилади. Сув сиртининг бир хил фазадаги тўлқинлар учрашадиган соҳаларида тебраниш амплитудаси кучаяди. Аксинча, тўлқинлар қарама-қарши фазада учрашадиган соҳаларда эса тўлқинлар бир-бирини сўндиради, бундай соҳаларда сув сирти сокинлигини сақлайди.

6-§. Турғун тўлқинлар

Икки тўлқин интерференциялашишига оид яна бир мисол: Амплитудалари ва частоталари бир хил бўлган икки ясси тўлқин бир-бирига қараб ҳаракатланганда учрашиб, натижада турғун тўлқин вужудга келади.

Хусусан, турғун тўлқиннинг содир бўлиши учун бирор тўсиққа тушаётган ва тўсиқдан орқага қайтаётган тўлқинлар учрашиши лозим. Тўлқинларнинг бири OX ўқнинг мусбат йўналишида, иккинчиси эса OX ўқнинг манфий йўналиши бўйича тарқалаётган бўлсин. 8.11-расмда бу тўлқинларнинг бири ингичка узлуксиз чизиқ билан, иккинчиси эса пунктир чизиқ билан тасвирланган.

Мазкур тўлқинларнинг тенгламаларини ёзайлик:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= A\cos\omega\left(t-\frac{x}{u}\right); \\ \xi_2 &= A\cos\omega\left(t+\frac{x}{u}\right). \end{aligned} \qquad (8.15)$$

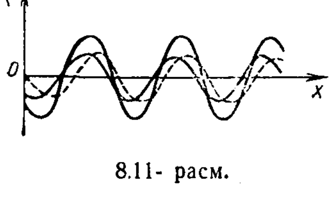
Уларни қўшамиз ва натижани косинуслар йиғиндиси формуласи асосида ўзгартирамиз:

$$\xi = \xi_1+\xi_2 = A\left[\cos\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\cos\left(t+\frac{x}{u}\right)\right] =$$

$$= 2A\cos\omega\frac{x}{u}\cos\omega t.$$

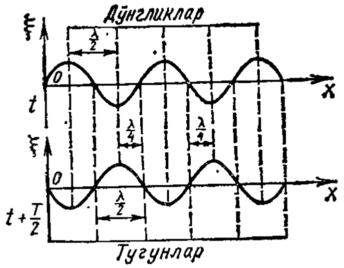
Лекин $\omega=\frac{2\pi}{T}$ ва $uT=\lambda$ эканлигини ҳисобга олсак, юқоридаги ифодани

$$\xi = 2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos\omega t \qquad (8.16)$$



8.11- расм.

кўринишда ёза оламиз. Вужудга келган бу ифода турғун тўлқин тенгламасидир. Унинг графиги 8.11- расмда қуюқ чизиқ билан тасвирланган.



8.12- расм.

Демак, турғун тўлқин частотаси учрашаётган тўлқинлар частотасига тенг. Амплитудаси эса (яъни $\cos\omega t$ олдидаги кўпайтувчи)

$$2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda} \tag{8.17}$$

вақтга боғлиқ эмас, бироқ муҳит зарраларининг вазиятини ифодаловчи x координатага боғлиқ (8.12- расм):

а) $\left|\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right| = 1$ бўлган нуқталарда турғун тўлқин амплитудаси максимал қийматга — қўшилаётган тўлқинлар амплитудасининг иккиланган қиймати ($2A$) га тенг бўлади. Бу нуқталар дўнгликлар деб аталади. Дўнгликлар

$$2\pi\frac{x}{\lambda} = \pm n\pi \qquad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots)$$

шарт бажарилган нуқталарда ҳосил бўлади. Бундан дўнгликларнинг координаталари учун

$$x = \pm n\frac{\lambda}{2} \qquad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots) \tag{8.18}$$

ифодани ҳосил қиламиз. Икки қўшни дўнглик орасидаги масофани қуйидагича топамиз:

$$x_{n+1} - x_n = (n+1)\frac{\lambda}{2} - n\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}.$$

б) $\cos 2\pi\frac{x}{\lambda} = 0$ бўлган нуқталарда турғун тўлқин амплитудаси ҳам нолга тенг. Бундай нуқталарни тугунлар деб аталади. Демак, тугунлар

$$2\pi\frac{x}{\lambda} = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots)$$

шарт бажарилган нуқталарда ҳосил бўлади. Бундан тугунларнинг координаталари

$$x = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{4} \qquad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots) \tag{8.19}$$

ифода билан аниқланишини топамиз. Икки қўшни тугун орасидаги массфа эса

$$x_{n+1} - x_n = [2(n+1)+1]\frac{\lambda}{4} - (2n+1)\frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$$

га тенг. Ихтиёрий тугундан энг яқин дўнгликкача бўлган масофани топайлик:

$$(2n+1)\frac{\lambda}{4}-n\frac{\lambda}{2}=\frac{\lambda}{4}. \qquad (8.20)$$

Дўнгликлар ва тугунлар бир-биридан тўлқиннинг чорак узунлиги қадар масофада жойлашар экан.

Югурувчи тўлқиндан фарқли равишда турғун тўлқиннинг энергия оқими нолга тенг. Бунинг сабаби шундаки, турғун тўлқинни вужудга келтираётган қўшилувчи тўлқинлар — тушаётган ва қайтаётган тўлқинлар қарама-қарши йўналишларда тенг миқдордаги энергияларни кўчиради. Бинобарин, турғун тўлқиннинг тугун нуқталар оралиғида мужассамлашган тўлиқ энергияси ўзгармай сақланади. Фақат кинетик энергиянинг потенциал энергияга ва аксинча, потенциал энергиянинг кинетик энергияга айланишлари содир бўлади. Доимо тинч вазиятда турадиган (яъни мувозанат вазиятидан силжимайдиган) тугун нуқталар орқали энергия кўчмайди.

IX боб

ГАЗЛАР МОЛЕКУЛЯР-КИНЕТИК НАЗАРИЯСИНИНГ АСОСЛАРИ

1-§. Физик ҳодисаларни текширишдаги икки усул ҳақида

Маълумки, механикада жисм ҳаракати бошланғич шартлар ва ҳаракат жараёнида таъсир этадиган кучлар (масалан, оғирлик кучи, ишқаланиш кучлари, ...) билан аниқланади. Бу катталиклар ёрдамида жисмнинг ихтиёрий вақтдаги вазиятини ҳисоблаб топиш, мазкур жисмнинг бошқа жисмлар билан таъсирлашиш натижасини аниқлаш мумкин. Бундай ҳодисалар динамик қонуниятлар билан тавсиф этилади. Хусусан, самолёт учишини ёки космик кеманинг Ер атрофидаги ҳаракатини ҳисоблашда ана шу динамик қонуниятлардан фойдаланилади.

Молекуляр физикада эса ниҳоят кўп зарралар таъсирида вужудга келадиган ҳодисаларни текширишга тўғри келади. Хусусан, бир куб сантиметр ҳажмдаги газда (нормал шароитларда) $2{,}7 \cdot 10^{19}$ дона молекула мавжуд бўлиб, уларнинг ҳар бири бир секунд давомида бошқа молекулалар билан тахминан 10^{10} марта тўқнашади. Бинобарин, молекуланинг траекторияси ниҳоят чигал синиқ чизиқ бўлиб, амалда, бундай йўлни ҳисоблаш мумкин эмас. Ҳаттоки, катта қийинчиликларга бардош бериб бу йўлни ҳисоблаганда ҳам, у бирор фойда келтирмаган бўларди. Бунинг сабаби шундаки, ниҳоят кўп зарралар таъсирида вужудга келадиган физик ҳодисаларда сифат жиҳатдан янги хислатлар намоён бўлади. Айрим зарралар ҳаракатини текшириш натижасида бу хислатлар ҳақида бирор маълумот олиб бўлмайди. Масалан, бирор идишдаги газ молекулаларининг барчаси учун ҳаракат тенгламалари маълум бўлганда ҳам, улардан фойдаланиб газнинг ҳолат тенгламасини ҳосил қилиб бўлмайди. Бошқача айтганда, молекуляр физика қонунларини механика қонунларига келтириб бўлмайди. Бундай масалаларни алоҳида математик усулга — статистик усулга асосланиб ҳал қилишга тўғри келади. *Статистик усул* бир-бирига ўхшаган ниҳоят кўп, лекин бир-биридан мустақил бўлган ҳодисалар тўплами (яъни „умумий“ ҳодиса) ни текшириш учун қўлланилади. Юқорида баён этилган газ молекулаларининг идиш деворига коллектив таъсири — босим ана шундай умумий ҳодисанинг натижасидир. Масалан, бирор идишдаги газ босимини ўлчаш учун унга босим ўлчайдиган қурилма (манометр) уланган бўлсин. Идишдаги молекулалар турли тезликлар билан ҳаракатланади, ўзаро тўқнашиб тезлик йўналишларини ва қийматларини ўзгартириб туради. Шунинг учун идишнинг бирлик сиртига келиб урилаётган молекулаларнинг таъсир кучи (яъни газ босими) ҳар бир онда турлича бўлади. Лекин манометр қандайдир доимий кучни қайд қилади. Бинобарин, газ босими — бирлик сиртга молекулаларнинг ниҳоят кўп урилишларидаги зарб кучларининг ўртача қийматидир.

Умуман, молекуляр физиканинг миқдорий қонуниятларини аниқлашда фойдаланиладиган статистик усулда (*молекуляр — кинетик усул* деб ҳам юритилади) эҳтимоллик назариясига асосланган математик ҳисоблашлар (масалан, турли катталиклар ўртача қийматларини ҳисоблаш) кенг қўлланилади.

Статистик усул ёрдамида табиат ҳодисалари етарлича чуқур ва аниқ текширилади. Масалан, суюқлик ёки газсимон муҳит ичида бирор қаттиқ жисм v тезлик билан ҳаракатланаётган бўлсин. Мазкур ҳаракат Ньютон механикасида $F = rv$ (бундаги r — ишқаланиш коэффициенти) ифода билан аниқланадиган ишқаланиш кучи ёрдамида тавсиф этилади. Лекин ишқаланиш кучининг вужудга келиш манзараси ойдинлашмай қолаверади. Аслида, мазкур ҳодисанинг манзараси қуйидагича: ҳаракат жараёнида намоён бўлаётган ишқаланиш кучи жисм ва муҳит зарралари орасидаги тўқнашув туфайли вужудга келади. Муҳит зарралари тўхтовсиз бетартиб ҳаракатда (броун ҳаракатида) бўлади. Улар ўзаро тўқнашишлар туфайли йўналишларини жуда тез ўзгартириб туради. Бинобарин, жисмга муҳит зарраларининг урилишлари тасодифий характерга эга. Бошқача қилиб айтганда, муҳит заррасининг ҳаракатланаётган жисмга дуч келиб қолиши тасодифийдир. Лекин бу урилишлар туфайли вужудга келаётган ишқаланиш кучи зарuриятдир. Демак, ҳар бир алоҳида ҳодиса (яъни газ молекуласининг жисмга урилиши) тасодиф, лекин жуда кўп тасодифий ҳодисаларнинг йиғиндиси заруриятни келтириб чиқаради. Бу эса, ўз навбатида, зарурият ва тасодифнинг диалектик бирлигини акс эттирувчи яққол мисол бўла олади. Бу мураккаб жараён механика қонунларида мутлақо акс эттирилмайди, уларда фақат ўртача натижа берилади. Статистик усул ёрдамидаги текширишлар ишқаланиш кучининг вужудга келишига сабабчи бўлган жараённинг моҳиятини очиб беради. Бундан ташқари кучнинг ўртача қийматини ва бу ўртача қийматдан четга чиқишларни ҳам ҳисоблаш мумкин.

Шундай қилиб, статистик усул макрожисмларнинг молекуляр тузилиши ва айрим молекулаларнинг ўзаро таъсирини ўрганиш асосида макрожисмлардаги жараёнларнинг содир бўлишига оид қонуниятларни аниқлайди. Лекин макроскопик жисмлар хоссаларини уларнинг ички тузилишларини эътиборга олмасдан ҳам текшириш мумкин. Бунда макросистемаларнинг энергетик характеристикалари ва турли макроскопик катталиклар орасидаги боғланишлар ўрганилади. Бундай усул *термодинамик усул* деб аталади. Термодинамик усулни қўллаш имконияти — жисмларнинг кўпчилик хоссалари уларда энергиянинг бир турдан бошқа турларга айланиш жараёнлари билан боғлиқлигидадир. Кўп кузатишлар натижаларини умумлаштириш туфайли термодинамика асослари деб ном олган энергетик айланишларни ифодаловчи асосий қонунлар аниқланган. Мазкур қонунларни қўллаб термодинамикада умумий характерли талайгина натижалар олишга муваффақ бўлинди.

Молекуляр физикага оид тадқиқотларда иккала усул ҳам кенг қўлланилади ва улар ўзаро бир-бирини тўлдиради. Кейинги параграфларда газсимон жисмларнинг хоссалари ва газларда содир бўладиган жараёнларни ўрганишда статистик ва термодинамик усуллар бир-бири билан узвий боғланганлигига ишонч ҳосил қиламиз.

2-§. Система параметрлари

Текширилаётган жисм ниҳоят кўп микрозарралар (атом ва молекулалар) йиғиндисидан ташкил топган. Бинобарин, молекуляр физикада жисм микрозарралар системаси ёки оддийгина система деб аталади. Система хоссаларини текшириш учун тажрибаларда бевосита ўлчанадиган катталиклардан фойдаланиш лозим. Система ҳолатини ифодалайдиган бу катталикларни система параметрлари деб аталади. Шу параметрлар ва уларнинг ўлчов бирликлари билан танишайлик.

1. *Ҳажм.* Қаттиқ ва суюқ ҳолатларда моддани ташкил этган молекулаларнинг тортишиши анчагина кучли бўлганлиги сабабли жисмлар ўзларининг ҳажмини, қаттиқ жисмлар эса ўз шаклини ҳам сақлайди. Газсимон ҳолатдаги модда молекулалари орасидаги ўзаро тортишиш кучлари анча заиф. Шунинг учун газсимон ҳолатдаги

жисм (система) ўзи солинган идиш ҳажмини бутунлай эгаллайди. Бинобарин, система ҳажми деганда идишнинг ҳажмини тушунишимиз лозим.

СИ да ҳажм $м^3$ (*метр куб*)ларда ўлчанади. Ҳажмнинг СИ бирликлари билан баравар фойдаланиладиган *литр* деб аталувчи системадан ташқари бирлиги ҳам мавжуд:

$$1л = 10^{-3} м^3.$$

2. *Температура.* Инсон сезгилари системанинг исиганлик даражасини фақат сифат жиҳатидан фарқ қила олади. Масалан, совуқ, илиқ, иссиқ ва ҳоказо. Температурани миқдорий жиҳатдан аниқлаш — системанинг исиганлик даражасини бирор температура шкаласи бўйича ифодалаб олиш демакдир. СИ да температураларнинг абсолют термодинамик шкаласи (*Кельвин шкаласи*) дан фойдаланилади: сувнинг учланма нуқтасини (учланма нуқта деганда айни бир модданинг қаттиқ, суюқ ва газсимон фазалари ўзаро мувозанатда бўладиган температура тушунилади) характерловчи термодинамик температуранинг 1/273,16 улуши 1 *кельвин* (К) деб қабул қилинган. СИ да швед физигининг номи билан аталадиган *Цельсий шкаласи* ҳам қўлланилади: нормал босим остидаги музнинг эриш температураси ва нормал босим остидаги сувнинг қайнаш температурасининг фарқи 100 тенг қисмга бўлинган ва унга (яъни шкаланинг 0,01 қисмига) *Цельсий градуси* (°С) деб ном берилган. Цельсий градуси миқдорий жиҳатдан кельвинга тенг. Аниқроқ қилиб айтганимизда, температураларнинг абсолют термодинамик шкаласида сувнинг учланма нуқтаси температураси миқдор жиҳатдан шундай танланганки, бунда музнинг эриш ва сувнинг қайнаш нормал нуқталари орасидаги фарқни максимал аниқлик билан 100 градусни ташкил этишига интилинган. Бинобарин, сув учланма нуқтасининг температурасини 273,16 К га тенг деб олинди ва уни абсолют шкаланинг эталон нуқтаси сифатида қабул қилинди. Мазкур шкалада музнинг эриш ва сувнинг қайнаш нормал нуқталари мос равишда 273,15 К ва 373,15 К га тенг.

Демак,

$$T = t + 273,15, \qquad (9.1)$$

бунда системанинг Кельвин шкаласи бўйича ўлчанган температураси T ҳарфи билан, Цельсий шкаласи бўйича ўлчанган температураси эса t ҳарфи билан белгиланади. Одатда, T ни абсолют температура ёки термодинамик температура, t ни эса Цельсий температураси дейилади.

Шуни ҳам қайд қилайликки, баъзи мамлакатларда бошқача температура шкалаларидан ҳам фойдаланилади. Масалан, Англия ва АҚШ да *Фаренгейт шкаласи* (унда музнинг эриш температураси 32° F, сувнинг қайнаш температураси эса 212 °F деб олинади), Францияда *Реомюр шкаласи* (унда сувнинг музлаш ва қайнаш температуралари мос равишда 0°R ва 80°R деб олинади) қўлланилади.

3. *Босим* — юз бирлигига нормал равишда таъсир этувчи куч билан характерланувчи катталик. Бинобарин, 1 Н кучнинг куч йўналишига перпендикуляр бўлган 1 м² юзга берадиган босими СИ да босим бирлиги тарзида қабул қилинган ва унга *паскаль* (Па) деб ном берилган. СТ СЭВ 1052-78 га асосан, босимнинг *килограмм-куч тақсим сантиметр квадрат* (кг-куч/см²) ва *миллиметр симоб устуни* (мм сим. уст.) дан фойдаланиш тўхтатилган. Бу бирликлар ва босимнинг СИ даги бирлиги — паскаль орасида қуйидаги боғланишлар мавжуд:

$$1\,\frac{\text{кг-куч}}{\text{см}^2} = 98066{,}5\ \text{Па},$$

$$1\ \text{мм сим. уст.} = 133{,}322\ \text{Па}.$$

4. СИ да *модда миқдори* ўлчаш учун асосий бирлик сифатида моль қабул қилинган: 1 моль — углерод-12 нинг 0,012 кг массасидаги атомлар сонига тенг структуравий элемент (масалан, атом, молекула, ион, ...) лардан ташкил топган модданинг миқдоридир. 1 моль моддадаги молекулалар миқдорини *Авогадро сони* деб аталади ва, одатда, N_A деб белгиланади. Тажрибалар асосида

$$N_A = 6{,}0222 \cdot 10^{23}\,\frac{1}{\text{моль}},$$

эканлиги аниқланган.

Бирор жисмда мужассамлашган модда миқдори неча моль эканлигини аниқлаш учун мазкур жисмдаги молекулалар сони (N) ни Авогадро сонига нисбатини топиш керак:

$$\nu = \frac{N}{N_A}\,. \tag{9.2}$$

Агар бир дона молекуланинг килограммларда ифодаланган массаси $m_м$ кг бўлса, бир моль газнинг массаси (*моляр масса*)

$$M = m_м N_A\,\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \tag{9.3}$$

бўлади. Молекулалар массаси ($10^{-?}$ — 10^{-26}) кг чамасида. Шунинг учун, одатда, атом ва молекулаларнинг массаларини массанинг атом бирлиги (м.а.б) да ифодаланади. Мазкур бирликдан, СТ СЭВ 1052-78 га асосан, СИ бирликлари билан баравар фойдаланиш рухсат этилган. М.а.б. қиймат жиҳатидан углерод—12 атоми массасининг $^1/_{12}$ улушига тенг қилиб олинган:

$$1 \text{ м.а.б.} = \frac{1}{12} m_c = 1{,}66057 \cdot 10^{-27} \text{ кг.} \qquad (9.4)$$

Ҳисобларда *нисбий молекуляр масса* ($m_н$) деб аталадиган бирликдан фойдаланиш қулайлик туғдиради, у мазкур модда молекуласи (ёхуд атоми) нинг массаси углерод—12 атоми массасининг $^1/_{12}$ улушига нисбатан неча марта фарқланишини ифодалайди:

$$m_н = \frac{m_м}{\frac{1}{12} m_c}. \qquad (9.5)$$

Бинобарин, $m_н$ — ўлчамсиз катталикдир. Қуйидаги жадвалда баъзи атом ва молекулалар учун $m_н$ ва $m_м$ ларнинг қийматлари келтирилган.

Атом ёхуд молекула	$m_м$, 10^{-27} кг	$m_н$
Водород (H)	1,67	1,008
Водород (H_2)	3,34	2,016
Кислород (O_2)	53,2	31,98
Азот (N_2)	46,4	28,02
Углерод (C)	19,9	12,00
Темир (Fe)	92,8	55,9
Қўрғошин (Pb)	344	207,2

Юқоридаги мулоҳазалар асосида моляр масса ифодасини ўзгартириб ёзиш мумкин. Бунинг учун (9.3) ифодадаги $m_м$ ўрнига $m_н \frac{1}{12} m_c$ ни [(9.5) ифодага қ.] ва N_A ўрнига $\frac{0{,}012 \text{ кг/моль}}{m_c \text{ кг}}$ ни (чунки N_A деганда 0,012 кг углерод-12 даги атомлар сонини тушунамиз) қўяйлик:

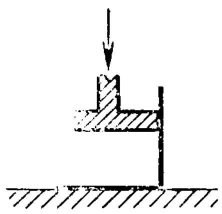
$$M = m_м N_A = m_н \frac{1}{12} m_c \text{ кг} \frac{0{,}012 \text{ кг/моль}}{m_c \text{ кг}} = m_н \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг.}}{\text{моль}} \qquad (9.6)$$

Бундан, 1 моль кислороднинг массаси $31{,}98 \cdot 10^{-3}$ кг, 1 моль темирнинг массаси $55{,}9 \cdot 10^{-3}$ кг ва ҳ. к.

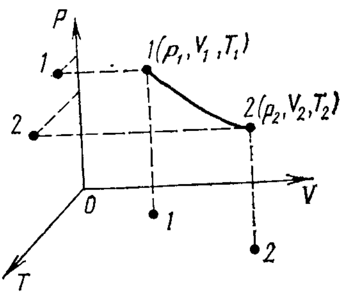
3-§. Мувозанатли ҳолатлар ва процесслар

Массаси ўзгармас бўлган системанинг ҳолати уч параметр (p, V, T) билан ифодаланади. Агар система ҳолатини белгиловчи параметрларнинг барчаси етарлича узоқ вақт ўзгармайдиган бўлса, бундай ҳолатни мувозанатли ҳолат деб аталади. Акс ҳолда ҳолат мувозанатсиз бўлади. Масалан, цилиндрсимон идиш ичидаги газни (9.1-расм) поршенни тез ҳаракатлантириш йўли билан сиқайлик. Натижада газ босими ортиб боради. Лекин поршень тез ҳаракатланаётганлиги туфайли босим барча соҳаларда бир хил қийматга эришишга улгурмайди. Поршенга тегиб турган соҳаларда босим бошқа соҳалардагига нисбатан юқорироқ бўлади. Бундай ҳолда босимни аниқ қиймат билан характерлаш мумкин эмас. Шунинг учун газ ҳолати мувозанатсиз бўлади. Агар поршень ҳаракати тўхтатилса, ҳажмнинг барча соҳаларидаги босим тенглашади ва газ мувозанатли ҳолатга ўтади.

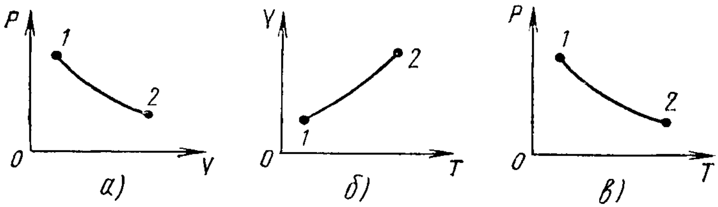
Система ҳолатининг ҳар қандай ўзгариши, яъни системанинг бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтиши *процесс* деб аталади. Система бошланғич ҳолатдан охирги ҳолатга бир қатор оралиқ ҳолатлар орқали ўтади. Оралиқ ҳолатларнинг ҳар бири мувозанатли бўлган ҳолдаги процессни *мувозанатли процесс* деб аташ мумкин. Мувозанатли процесс амалга ошаётган бўлса, икки қўшни оралиқ ҳолатларнинг параметрлари чексиз кичик миқдорга фарқланади. Бинобарин, мувозанатли процесс — чексиз секин содир бўладиган процессдир. Мазкур шарт бажарилгандагина юқорида баён этилган мисолдаги система босими ва температурасини вақтнинг ҳар бир онида ҳажмнинг барча қисмларида бирдай деб ҳисоблаш мумкин. Поршенни чекли тезлик билан ҳаракатлантириш туфайли амалга ошириладиган ҳар қандай процесс эса мувозанат-



9.1- расм.



9.2- расм.



9.3- расм.

сиз бўлади, чунки ҳажмнинг турли соҳаларида система параметрлари аниқ қийматга эга бўлмайди.

Мувозанатли ҳолатни уч ўлчамли фазодаги нуқта шаклида тасвирлаш мумкин. Бунинг учун тўғри чизиқли p, V, T координаталар системасидан фойдаланамиз. 9.2-расмда системанинг бошланғич ва охирги ҳолатлари қалин нуқталар тарзида тасвирланган. Агар бошланғич (*1*) ҳолатдан охирги (*2*) ҳолатга система чексиз секин ўтса, оралиқ ҳолатлар ҳам мувозанатли бўлади. Бу оралиқ ҳолатлар термодинамик диаграммада *1* ва *2* нуқталар оралиғидаги ниҳоят кўп нуқталар тарзида тасвирланадики, улар туташиб узлуксиз чизиқ шаклини олади. Мазкур чизиқ мувозанатли процесснинг термодинамик диаграммасидир. Мазкур чизиқни (p,V), (V,T), (p,T) текисликларига проекциялаш ҳам мумкин-ки, натижада икки параметр текисликларида мувозанатли процесснинг тасвирлари ҳосил бўлади. 9.3-расмнинг *а*, *б*, *в* қисмларида (p,V), (V,T) ва (p,T) текисликларидаги тасвирлар келтирилган. Кўпчилик ҳолларда мувозанатли процессларнинг ана шу икки ўлчовли тасвирларидан фойдаланилади.

4-§. Идеал газнинг ҳолат тенгламаси

Аввало, „*идеал газ*“ тушунчасининг моҳиятини ойдинлаштириб олайлик. Бу тушунча табиат ҳодисаларини сунъий равишда соддалаштириш натижасида вужудга келтирилган тасаввурлардан биридир. Умуман, физик ҳодисани унга таъсир этувчи барча факторлар билан боғлиқ равишда ўрганиш анчагина қийинчиликлар туғдиради. Шу сабабли ҳодисанинг содир бўлишида иккинчи даражали таъсир кўрсатадиган факторларни ҳисобга олмасдан, мазкур ҳодисанинг соддалаштирилган (идеаллаштирилган) модели ҳосил қилинади. Хусусан, идеал газ моделини қуйидаги соддалаштиришлар асосида вужудга келтирилган:

1) газ молекулалари орасида ўзаро таъсирлашиш кучлари мавжуд эмас;

2) газ молекулаларининг ўлчамлари ҳисобга олмаса ҳам бўладиган даражада кичик;

3) газ молекулаларининг ўзаро тўқнашувлари худди эластик шарларнинг тўқнашувидек содир бўлади.

Сийраклаштирилган реал газларнинг хоссалари идеал газга яқин бўлади. Атмосфера босимига яқин босимлардаги водород ва гелий ҳам идеал газга анча яқин.

Идеал газлар учун ўринли бўлган эмпирик қонунлар билан қисқача танишайлик. Газ бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтганда унинг параметрлари ўзгаради. Ўзгармас m массали газ ҳолатининг ўзгаришларида уч параметр (p, V, T) дан бири ўзгармасдан сақланиб, қолган иккитаси ўзгариши мумкин. Бундай ҳолларда содир бўладиган процесслар изопроцесслар деб аталади.

1. *Изотермик процесс* — ўзгармас температура ($T = \mathrm{const}$) да газ ҳолатининг ўзгариши туфайли содир бўладиган процессдир. У Бойль—Мариотт қонуни билан ифодаланади: изотермик процесс содир бўлаётган ўзгармас массали газ ($m = \mathrm{const}$) босимининг ҳажмига кўпайтмаси ўзгармас катталикдир, яъни

$$pV = \mathrm{const}. \tag{9.7}$$

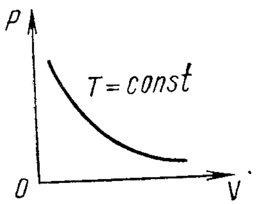
Мазкур боғланиш (p, V) диаграммада гипербола тарзида акс этади (9.4- расм), уни *изотерма* деб аталади.

2. *Изобарик процесс* ўзгармас босим ($p = \mathrm{const}$) да амалга ошади ва Гей-Люссак қонунига бўйсунади: изобарик процесс туфайли ўзгармас массали ($m = \mathrm{const}$) газ ҳажмининг температурага боғлиқ равишда ўзгариши

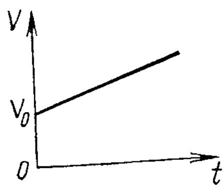
$$V = V_0(1 + \alpha_V t) \tag{9.8}$$

ифода билан характерланади. Бундаги V_0 — газнинг 0°С даги ҳажми, V — газнинг t°С даги ҳажми, α_V эса ҳажмий кенгайиш термик коэффициенти. Барча газлар учун

$$\alpha_V = \frac{1}{273{,}15}\ \mathrm{K}^{-1}$$



9.4- расм.



9.5- расм.

бўлиб, у бир градусга изобарик равишда қиздирилган газ ҳажмининг нисбий ортиши $\left(\frac{V-V_0}{V_0 t}\right)$ ни характерлайди.

(9.8) боғланиш (V, t) диаграммада тўғри чизиқ билан тасвирланади (9.5-расм), уни *изобара* деб аталади.

(9.8) муносабатни қуйидагича ўзгартирайлик:

$$\frac{V}{V_0} = 1 + \alpha_V t = 1 + \frac{t}{273,15} = \frac{273,15+t}{273,15} = \frac{T}{T_0},$$

бундаги T ва T_0 мос равишда t°C ва 0°C температураларнинг Кельвин шкаласидаги қийматлари. Юқоридаги муносабатни

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$$

шаклда ҳам ёзиш мумкин. Демак, изобарик процесс содир бўлаётган ўзгармас массали газ учун ҳажмнинг термодинамик температурага нисбати ўзгармас катталик экан, яъни

$$\frac{V}{T} = \text{const}.$$

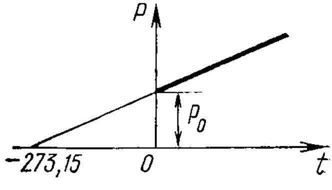
3. *Изохорик процесс* ўзгармас ҳажмда ($V = \text{const}$) амалга ошади. У Шарль қонуни билан аниқланади: изохорик процессда ўзгармас массали ($m = \text{const}$) газ босимининг температурага боғлиқ равишда ўзгариши

$$p = p_0(1 + \alpha_p t) \tag{9.10}$$

муносабат билан характерланади. Бундаги p ва p_0 мос равишда t°C ва 0°C даги газнинг босимлари, α_p эса босимнинг термик коэффициенти. Идеал газ учун $\alpha_p = \alpha_V$, у бир градусга изохорик равишда қиздирилган газ босимининг нисбий ортиши $\left(\frac{p-p_0}{p_0 t}\right)$ ни характерлайди. Изохорик процесснинг графиги (p, t) диаграммада тўғри чизиқдан иборат бўлади (9.6-расм), уни *изохора* деб аталади. (9.10) ифодани ўзгартириб [худди (9.8) ифодани ўзгартиргандек]

$$\frac{p}{T} = \text{const} \tag{9.11}$$

кўринишда ҳам ёзиш мумкин. Демак, изохорик процесс амалга ошаётган ўзгармас массали газ учун босимнинг термодинамик температурага нисбати ўзгармас катталик экан.



9.6- расм.

(9.7), (9.9), (9.11) муносабатларни ягона ифода билан бирлаштирилса, учала параметри ўзгараётган газ ҳолатининг тенгламасини вужудга келтириш мумкин. Бунинг учун қуйидаги кетма-кетликда фикр юритайлик. Газнинг бошланғич ҳолати p_1, V_1, T_1 параметрлар билан, охирги ҳолати эса p_2, V_2, T_2 параметрлар билан характерлансин. Газ бошланғич ҳолатдан охирги ҳолатга икки кетма-кет содир бўлувчи процесслар воситасида ўтсин. Аввал температурани ўзгартирмай ($T_1 = \text{const}$) газ босимини p_2 гача ўзгартирайлик. Натижада газ ҳажми ҳам ўзгаради, унинг қийматини V' деб белгилайлик. Мазкур изотермик процесс учун Бойль—Мариотт қонуни ўринли, яъни

$$p_1 V_1 = p_2 V'.$$

Бундан

$$V' = \frac{p_1 V_1}{p_2} \tag{9.12}$$

ифодани ҳосил қиламиз. Иккинчи процессда босимни ўзгартирмасдан сақлаган ҳолда ($p_2 = \text{const}$) температурани T_2 гача орттирамиз. Натижада газ V_2 ҳажмгача изобарик равишда кенгаяди. Гей-Люссак қонунига асосан

$$\frac{V'}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

муносабатни ёза оламиз. Бундан

$$V' = \frac{V_2 T_1}{T_2} \tag{9.13}$$

ифода вужудга келади. (9.12) ва (9.13) ларни таққослаб

$$\frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{V_2 T_1}{T_2}$$

тенгликни ёзишимиз мумкин. Бу тенгликни қуйидаги шаклга келтирайлик:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Демак, ўзгармас массали газ учун босим ва ҳажм кўпайтмасининг термодинамик температурага нисбати ўзгармас миқдор бўлар экан, яъни

$$\frac{pV}{T} = B \quad \text{ёки} \quad pV = BT. \tag{9.14}$$

Мазкур муносабат идеал газнинг ҳолат тенгламаси ёки Клапейрон тенгламаси деб аталади, ундаги B газ массаси ва турига боғлиқ бўлиб, газ доимийси номи билан юритилади.

Авогадро томонидан аниқланган қонунга асосан, босимлари бирдай, температуралари ҳам тенг бўлган 1 моль миқдордаги турли газларнинг ҳажмлари ҳам айнан бирдай бўлади. Бу ҳолда (яъни 1 моль газ учун) газ доимийсини *газ универсал доимийси* деб аталади ва одатда, R ҳарфи билан белгиланади. Бинобарин, 1 моль газ ҳажмини $V_м$ билан белгилаб, ҳолат тенгламасини Д. И. Менделеев

$$pV_м = RT \tag{9.15}$$

кўринишга келтирди. Шу сабабли (9.15) муносабат Клапейрон—Менделеев тенгламаси деб юритилади. R нинг қиймати 1 моль газнинг ҳар қандай ҳолати учун бирдай. Қулайлик мақсадида унинг қийматини нормал шароитлар учун ҳисоблаймиз. Нормал шароит деганда температураси $T_0 = 273{,}15$ К ва босими атмосфера босими (яъни $p_0 = 101325$ Па) га тенг бўлган ҳолат тушунилади. Ана шундай нормал шароитларда 1 моль идеал газнинг ҳажми

$$V_м = 22{,}414 \cdot 10^{-3} \frac{м^3}{моль}$$

бўлади. Бу миқдорларни (9.15) га қўйиб ҳисоблаймиз.

$$R = \frac{p_0 V_м}{T_0} = \frac{101325 \frac{Н}{м^2} \cdot 22{,}414 \cdot 10^{-3} \frac{м^3}{моль}}{273{,}15 \text{ К}} = 8{,}314 \frac{Ж}{моль \cdot К}. \tag{9.16}$$

1 моль эмас, балки ихтиёрий m массали газ мавжуд бўлсин. Бу ҳолда

$$\nu = \frac{m}{M}$$

нисбат мазкур газ неча моль эканлигини кўрсатади. Агар (9.15) тенгламанинг иккала томонини $\frac{m}{M}$ га кўпайтирсак,

$$p \frac{m}{M} V_м = \frac{m}{M} RT$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Бундаги $\frac{m}{M} V_м$ — миқдори $\frac{m}{M}$ моль бўлган (яъни массаси m бўлган) газ эгаллаган ҳажмни ифодалайди, уни V билан белгиласак ҳолат тенгламаси

$$pV = \frac{m}{M} RT \tag{9.17}$$

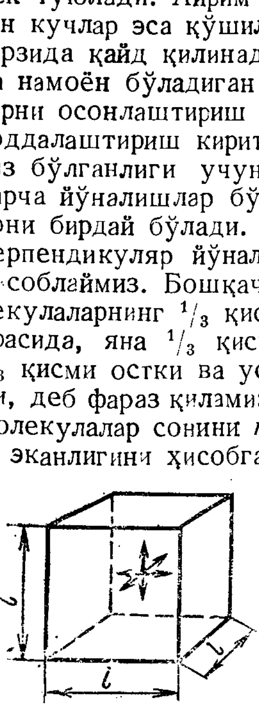
кўринишга келади. Бундай кўринишдаги тенглама барча катталиклар орсидаги боғланишни ифодалайди ва у умумий кўринишдаги *Клапейрон—Менделеев тенгламаси* деб аталади.

5-§. Идеал газ босими учун молекуляр-кинетик назариянинг тенгламаси

Бирор идишдаги, масалан, қирраларининг узунлиги l бўлган кубсимон идишдаги газ молекулаларининг ҳаракатини текширайлик (9.7-расм). Молекулалар тартибсиз ҳаракатда бўладилар, улар ўзаро бир-бири билан тўқнашади ёхуд идиш деворларига урилади. Икки кетма-кет тўқнашиш орасидаги йўлни эса эркин босиб ўтади. Молекула ҳар бир урилиш жараёнида деворга бирор куч билан таъсир этади. Бу кучга тескари йўналган куч билан девор молекулага таъсир этганлиги учун молекула орқага қайтади. Идишдаги молекулалар сони кам бўлган ҳолда мазкур урилишлар айрим оний турткилар тарзида қайд қилинарди. Лекин идишдаги молекулалар сони жуда кўп. Масалан, нормал шароитларда 1 см^3 ҳажмда $\sim 10^{19}$ молекула мавжуд. Шунинг учун, ҳаттоки, бир вақтда содир бўлаётган урилишлар сони ҳам анчагина бўлади. Бинобарин, урилишлар узлуксиз давом этаётгандек туюлади. Айрим урилишларда деворга таъсир этадиган кучлар эса қўшилиб кетади ва деярли доимий куч тарзида қайд қилинади. Газнинг деворга босими сифатида намоён бўладиган ана шу кучни ҳисоблайлик. Ҳисобларни осонлаштириш мақсадида масала шартига қуйидаги соддалаштириш киритамиз: молекулалар ҳаракати тартибсиз бўлганлиги учун, аслида, вақтнинг ҳар бир онида барча йўналишлар бўйича ҳаракатланаётган молекулалар сони бирдай бўлади. Лекин молекулалар фақат уч ўзаро перпендикуляр йўналишлар бўйича ҳаракатланади, деб ҳисоблаймиз. Бошқача қилиб айтганда, куб ичидаги молекулаларнинг $^1/_3$ қисми кубнинг олд ва орқа деворлари орасида, яна $^1/_3$ қисми ён деворлар орасида ва қолган $^1/_3$ қисми остки ва устки деворлар орасида ҳаракатланади, деб фараз қиламиз. Агар идишнинг бирлик ҳажмидаги молекулалар сонини n деб белгиласак ва кубнинг ҳажми l^3 эканлигини ҳисобга олсак, кубнинг қарама-қарши деворлари орасида ҳаракатланадиган молекулалар сони

$$N = \frac{1}{3} n l^3 \tag{9.18}$$

ифода билан аниқланиши лозим.



9.7- расм.

Ён деворлар орасида ҳаракатланаётган i-молекулани кузатайлик. Молекуланинг тезлигини v_i, массасини $m_м$ деб белгилаймиз.

Молекула ўнг деворга эластик равишда урилгач орқасига қайтади, яъни v_i тезлик билан чап девор томон ҳаракатланади. Чап девордан эластик қайтиб v_i тезлик билан яна ўнг деворга урилади ва ҳоказо. Куб қиррасининг узунлиги l бўлганлиги учун молекуланинг ўнг деворга урилишлари

$$\Delta\tau = \frac{2l}{v_i}$$

вақтда такрорланаверади. Ҳар бир урилишда молекуланинг импульси

$$m_{\text{м}} v_i - (-m_{\text{м}} v_i) = 2m_{\text{м}} v_i$$

га ўзгаради. Ҳар бир урилишда деворга таъсир этадиган куч импульси ана шу миқдор ($2m_{\text{м}} v_i$) билан характерланади. У ҳолда i-молекула томонидан деворга кўрсатилаётган ўртача таъсир кучи қуйидагича аниқланади:

$$F_i = \frac{2m_{\text{м}} v_i}{\Delta\tau} = \frac{2m_{\text{м}} v_i}{\frac{2l}{v_i}} = \frac{m_{\text{м}} v_i^2}{l}. \qquad (9.19)$$

Турли молекулалар турлича v_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$) тезликлар билан ҳаракатланади. Бинобарин, (9.19) ни ҳар бир молекула учун қўллаб вужудга келган ифодалар йиғиндисини олсак, кубнинг ён деворлари орасида ҳаракатланаётган N дона молекула томонидан деворга таъсир этувчи умумий кучни топамиз:

$$F = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_{\text{м}} v_i^2}{l}.$$

Мазкур муносабатнинг ўнг томонидаги ифода сурат ва махражини N га кўпайтирайлик:

$$F = \frac{N m_{\text{м}}}{l} \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} v_i^2}{N}. \qquad (9.20)$$

Бундаги

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{N} v_i^2}{N} = v_{\text{ўр.кв}}^2. \qquad (9.21)$$

катталик — айрим *молекулалар тезликлари квадратларининг ўртача қийматидир.* Уни ўртача квадратик тезлик ($v^2_{\text{ўр.кв.}}$) нинг квадрати деб юритилади. Лекин $v^2_{\text{ўр.кв.}}$ ни ўртача тезлик $\left(v_{\text{ўр.}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} v_i}{N}\right)$ нинг квадрати билан адаштирмайлик, чунки $v^2_{\text{ўр.кв.}}$ ва $v^2_{\text{ўр.}}$ лар фақат маънолари билангина эмас, балки миқдорлари билан ҳам бир-биридан фарқланади.

(9.18) муносабатни эътиборга олиб ва (9.21) белгилашдан фойдаланиб (9.20) ифодани қуйидаги кўринишда ёза оламиз:

$$F = \frac{1}{3} n l^3 \frac{m_{\text{м}}}{l} v^2_{\text{ўр.кв.}} = \frac{1}{3} n l^2 m_{\text{м}} v^2_{\text{ўр.кв.}} .$$

Бундан

$$\frac{F}{l^2} = \frac{1}{3} n m_{\text{м}} v^2_{\text{ўр.кв.}} \tag{9.22}$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Куб деворининг юзи l^2 га тенг бўлганлиги учун (9.22) ифоданинг чап томонидаги $\frac{F}{l^2}$ нисбатни, яъни идиш деворининг бирлик юзига таъсир этаётган кучни p ҳарфи билан белгилай оламиз:

$$p = \frac{1}{3} n m_{\text{м}} v^2_{\text{ўр.кв.}} . \tag{9.23}$$

Бу тенглама *идеал газ босими учун молекуляр-кинетик назариянинг тенгламаси* деб юритилади.

Демак, газнинг идиш деворига босими бирлик ҳажмдаги молекулалар сони (n), молекулалар массаси ($m_{\text{м}}$) ва молекулалар ўртача квадратик тезлигининг квадрати ($v^2_{\text{ўр.кв.}}$) билан аниқланади.

6-§. Газ молекуласи илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси

Газлар молекуляр-кинетик назариясининг тенгламаси—(9.23) тенгламанинг ўнг қисмидаги ифода сурат ва махражини 2 га кўпайтирайлик:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_{\text{м}} v^2_{\text{ўр.кв}}}{2} . \tag{9.24}$$

Бу муносабатдаги

$$\frac{m_{\text{м}} v^2_{\text{ўр.кв.}}}{2} = w_{\text{ўр.}} \tag{9.25}$$

катталикни *газ молекуласи илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси* деб аталади. Бу белгилашдан фойдаланиб молекуляр-кинетик назария тенгламасини

$$p = \frac{2}{3} n w_{ўр}. \qquad (9.26)$$

кўринишда ҳам ёзиш мумкин. Демак, газнинг идиш деворига босими бирлик ҳажмдаги молекулалар ўртача кинетик энергиялари йиғиндиси ($n w_{ўр.}$) нинг 2/3 қисмига тенг.

Агар n ни 1 моль газдаги молекулалар сони (яъни Авогадро сони) нинг моляр ҳажм ($V_м$) га нисбати —

$$n = \frac{N_А}{V_м}. \qquad (9.27)$$

шаклида ифодаласак, (9.26) тенглама қуйидаги кўринишга келади:

$$p = \frac{2}{3} \frac{N_А}{V_м} w_{ўр}. \qquad (9.28)$$

Бундан

$$pV_м = \frac{2}{3} N_А w_{ўр}. \qquad (9.29)$$

муносабатни ҳосил қиламиз.

Иккинчи томондан, 1 моль газ учун Клапейрон — Менделеев тенгламаси [(9.15) ифодага қ.]

$$pV_м = RT$$

кўринишда ёзилар эди. Уни (9.29) муносабат билан таққосласак,

$$\frac{2}{3} N_А w_{ўр} = RT$$

ёки

$$w_{ўр.} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_А} T \qquad (9.30)$$

ифодани вужудга келтирамиз. Бундаги

$$\frac{R}{N_А} = k \qquad (9.31)$$

катталикни *Больцман доимийси* деб аталади. У газ универсал доимийсининг бир дона молекулага тегишли бўлган улушини ифодалайди. Больцман доимийси физикага оид кўпчилик тенгламаларда қатнашади. Унинг қиймати қуйидагига тенг:

$$K = \frac{8{,}314 \frac{Ж}{моль \cdot К}}{6{,}0222 \cdot 10^{23}\, моль^{-1}} = 1{,}3806 \cdot 10^{-23} \frac{Ж}{К}.$$

(9.31) белгилашдан фойдаланиб (9.30) ифодани

$$w_{ўр.} = \frac{3}{2} kT \qquad (9.32)$$

кўринишда ёзиб олайлик. Бундан қуйидаги хулоса келиб чиқади: *молекулалар илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси газнинг абсолют температурасига боғлиқ, холос.* Тенг температурали турли хил газлар молекулаларининг илгариланма ҳаракат ўртача кинетик энергиялари айнан бирдай бўлади. Газ температураси қанчалик паст бўлса, унинг молекулалари шунчалик суст ҳаракатланаётган бўлади. Аксинча, температура юқорироқ бўлганда молекулалар жадалроқ ҳаракат қилади. (9.32) формулада $T = 0$ деб ҳисобланса $w_{ўр} = 0$ бўлади. Демак, температуранинг абсолют нолида мелекулаларнинг илгариланма ҳаракати бутунлай тўхташи лозим. Абсолют нолдан юқори температураларда эса молекулаларнинг тартибсиз (хаотик) ҳаракати тўхтовсиз давом этаверади. Бинобарин, бу ҳаракат $T > 0$ ларга хос бўлганлиги туфайли уни, баъзан, иссиқлик ҳаракат деб ҳам аталади. Лекин шуни қайд қилайликки, ҳатто абсолют нолда ҳам молекулалар таркибидаги зарралар ҳаракатининг баъзи турлари сақланади, яъни материянинг ички ҳаракати тўхтамайди.

Умуман, (9.32) формула инсон томонидан табиат қонунларини тушуниш тарихидаги муҳим босқич ҳисобланади. Унинг муҳимлиги Эйнштейн формуласи ($W = mc^2$) нинг аҳамияти билан қиёс қиларлик даражададир.

(9.25) ва (9.30) ифодаларни таққосласак,

$$\frac{m_{м} v^2_{ўр.кв.}}{2} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_{A}} T$$

муносабатни ҳосил қилишимиз, ундан эса ўртача квадратик тезлик учун қуйидаги ифода ўринли эканлигини топишимиз мумкин:

$$v_{ўр.кв.} = \sqrt{\frac{3RT}{m_{м} N_{A}}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \qquad (9.33)$$

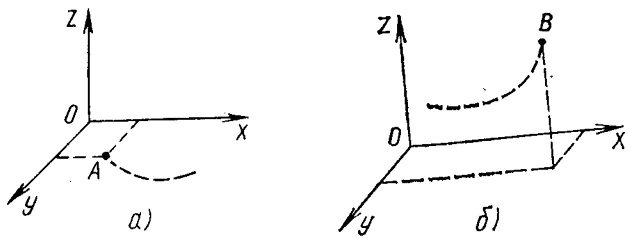
Агар молекуляр-кинетик назария тенгламаси [(9.26) ифода] даги $w_{ўр}$. ўрнига унинг абсолют температура орқали ифодаланган қийматини [(9.32)] га қ.] қўйсак,

$$p = nkT \qquad (9.34)$$

формулани ҳосил қиламиз. Бу формулага асосланиб қуйидагича хулоса чиқариш мумкин: *газнинг босими унинг концентрацияси* (яъни бирлик ҳажмдаги молекулалар сони) *га ва абсолют температурасига тўғри пропорционалдир.*

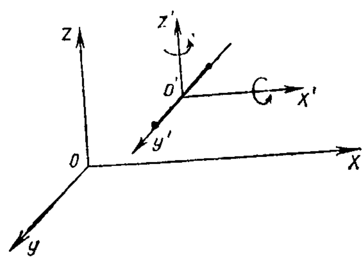
7-§. Эркинлик даражалари бўйича энергиянинг текис тақсимланиши

Аввало, „эркинлик даражаси“ тушунчаси билан танишиб олайлик. Молекуланинг эркинлик даражаси деганда шу молекуланинг фазодаги вазиятини аниқлаш учун лозим бўладиган мустақил координаталар сони тушунилади. Масалан, текисликдан ажралмай унинг сиртида ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг вазияти (9.8-*а* расм) иккита координата (яъни x ва y) ёрдамида аниқланади. Бу ҳолда моддий нуқта илгариланма ҳаракати икки эркинлик даражасига эга бўлади. Шу расмнинг *б* қисмида фазода эркин ҳаракатланадиган иккинчи моддий нуқта (B) ҳам тасвирланган. Мазкур ҳолда учта координатанинг қийматлари моддий нуқта вазиятини аниқлайди. Бинобарин, эркин моддий нуқта фазода учта эркинлик даражасига эга бўлади.



9.8- расм.

9.9-расмда икки атомли молекула тасвирланган. Масалани соддалаштириш мақсадида бу молекулани ташкил этувчи атомларнинг бир-бири билан боғланиши абсолют қаттиқ (яъни атомлар орасидаги масофа ўзгармас) деб ҳисоблайлик. Бундай молекуланинг илгариланма ҳаракати мазкур молекула инерция маркази (O') нинг вазиятини аниқловчи x, y, z координаталарнинг ўзгаришлари билан боғлиқ. Лекин икки атомли молекула ҳаракат жараёнида айланиши ҳам мумкин. Айланма ҳаракатни тавсиф этиш учун боши O' нуқтага жойлаштирилган қўзғалувчи координаталар системасини шундай ўтказайликки, O' Y' ўқ молекула ўқи билан устма-уст тушсин. Худди моддий нуқта-



9.9- расм.

нинг айланма ҳаракати ҳеч қандай маънога эга бўлмаганидек, икки моддий нуқтадан ташкил топган системанинг (хусусан, икки атомли молекуланинг) $O' Y'$ ўқ атрофида айланиши ҳақида фикр юритишнинг ҳожати йўқ. Шунинг учун икки атомли молекуланинг фазодаги ҳаракати жараёнида амалга ошиши мумкин бўлган бурилишлар $O'X'$ ва $O'Z'$ ўқлар атрофидаги айланишлардан иборат бўлади. Демак, икки атомли қаттиқ молекуланинг илгариланма ҳаракати уч эркинлик даражаси билан, айланма ҳаракати эса икки эркинлик даражаси билан ифодаланади. Бинобарин, икки атомли қаттиқ молекула беш эркинлик даражасига эга. Уч атомли молекулалар (уларнинг атомлари бир тўғри чизиқда жойлашмаган ҳолда) ва учдан ортиқ атомдан ташкил топган ҳар қандай молекулалар олти эркинлик даражасига эга. Атомлари бир тўғри чизиқ бўйлаб жойлашган уч атомли молекулалар эса, масалан, карбонат ангидрид (CO_2) молекуласи, беш эркинлик даражасига эга. Шуни алоҳида қайд қилайликки, молекула нечта эркинлик даражасига эга бўлишидан қатъи назар уларнинг учтаси молекула илгариланма ҳаракатини ифодалайди.

Бир қатор физиклар, айниқса Больцман ва Максвелл изланишлари асосида эркинлик даражалари бўйича энергиянинг текис тақсимланиш қонуни аниқланди. Бу қонуннинг таъкидлашича, молекуланинг ҳар бир эркинлик даражасига кинетик энергиянинг бирдай миқдори $\left(\frac{1}{2}kT\right)$ мос келади. Ҳақиқатан, идеал газ молекуласининг илгариланма ҳаракат ўртача кинетик энергияси $\frac{3}{2}kT$ га тенг эканлиги [(9.32) га қ.] ва идеал газ молекуласининг эркинлик даражаси учга тенглигини (чунки идеал газ молекуласи моддий нуқта деб ҳисобланади) эътиборга олсак, ҳар бир эркинлик даражасига мос келадиган кинетик энергия миқдори $\frac{1}{2}kT$ бўлади. Умумий ҳолда молекуланинг эркинлик даражалари сонини i деб белгиласак, бир дона молекуланинг ўртача энергияси

$$w_{\text{ўр.}} = \frac{i}{2}kT \qquad (9.35)$$

ифода билан аниқланиши керак. Мазкур муносабатнинг (9.32) дан фарқи шундаки, (9.32) ифода идеал газнинг фақат бир атомли молекуласи, аниқроғи $i = 3$ бўлган молекула учун ўринли. (9.35) ифода эса умумий ҳолни акс эттиради.

Агар (9.35) ни Авогадро сонига кўпайтирсак, 1 моль газдаги барча молекулалар энергияларининг йиғиндисини ифодаловчи қуйидаги муносабатни ҳосил қиламиз:

$$U_{\text{м}} = N_{\text{A}}\, w_{\text{ўр.}} = N_{\text{A}} \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} RT. \qquad (9.36)$$

Ихтиёрий m массали газ учун мазкур ифода

$$U = \frac{m}{M} U_{\text{м}} = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT \qquad (9.37)$$

кўринишда ёзилади. (9.36) ифода *1 моль идеал газнинг ички энергияси* деб аталади. (9.37) муносабат эса ихтиёрий m массали идеал газнинг ички энергиясини ифодалайди.

X боб

ТЕРМОДИНАМИКАНИНГ БИРИНЧИ БОШ ҚОНУНИ ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

1-§. Газ ҳажмининг ўзгаришларида бажарилган иш

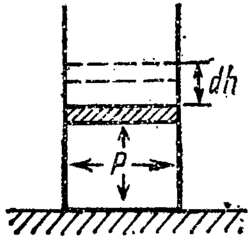
Газ ҳажмининг ўзгаришларида бажариладиган ишнинг миқдорини қуйидаги мисол устида ҳисоблайлик. Цилиндрик идиш ичига газ қамалган бўлсин. Жуда енгил ҳаракатлана оладиган поршень (яъни поршень ва цилиндрнинг ички сирти орасидаги ишқаланиш ҳисобга олмаса ҳам бўладиган даражада кичик деб фараз қилинади) газни юқори томондан чегаралаб туради (10.1-расм). Поршеннинг оғирлик кучи ва атмосфера босими туфайли поршенга ташқаридан таъсир этувчи кучнинг йиғиндиси миқдорий жиҳатдан поршенга газ томонидан таъсир этувчи куч

$$F = pS$$

га тенг. Бундаги p — газнинг босими. S — поршеннинг юзи. Бу икки куч қарама-қарши йўналганлиги туфайли поршень цилиндр ичида мувозанат вазиятини эгаллаб туради. Бошқача қилиб айтганда, поршень ўз-ўзидан юқорига ҳам, пастга ҳам силжимайди. Лекин бирор сабаб туфайли газ кенгайганда поршень юқори томонга силжийди. Поршеннинг силжиш масофасини dh деб белгиласак, газнинг кенгайиш жараёнида бажарган элементар иши

$$\delta A = F\,dh = pS\,dh \qquad (10.1)$$

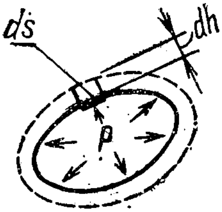
ифода билан аниқланиши лозим. (Элементар ишни δA билан белгилашимизнинг сабаби мазкур мавзунинг ниҳоясида аён бўлади). Агар газ ҳажми $S\,dh = dV$ қадар ортганлигини ҳисобга олсак, элементар иш ифодаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:



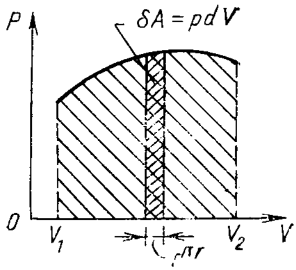
10.1- расм.

$$\delta A = pdV. \qquad (10.2)$$

Мазкур ифода ҳажми dV га ўзгараётган ҳар қандай шаклдаги идишга солинган газ учун ўринли. Буни 10.2-



10.2- расм.



10.3- расм.

расмда тасвирланган эластик қобиқ ичига тўлдирилган газ мисолида исбот қилайлик. Бирор таъсир натижасида газ кенгайиши туфайли қобиқ ҳам кенгаяди. Қобиқнинг кенгайгандан кейинги шакли расмда пунктир чизиқ билан тасвирланган. Қобиқ сиртининг турли қисмлари мазкур қисмларга ўтказилган нормаллар йўналишида турлича масофаларга силжийди. Масалан, қобиқ сиртининг dS юзли қисмини dh масофага силжишида бажарилган иш $pdSdh$ бўлади (бундаги $dSdh$ — расмда штрихланган ҳажм). Қобиқнинг бутунлайича кенгайишда бажарилган иш эса қобиқ сиртини ташкил этган барча қисмларнинг силжиши туфайли бажарилган ишлар йиғиндисидир, яъни

$$\delta A = \sum pdSdh = p\sum dSdh. \qquad (10.3)$$

Бунда $\sum dSdh$ — қобиқ сиртининг айрим dS юзли қисмларининг силжишлари туфайли вужудга келган ҳажм ўзгаришларининг йиғиндиси. Бошқача қилиб айтганда, у қобиқ ҳажмининг ўзгаришидир. Агар ҳажм ўзгариши учун dV белгилашдан фойдалансак, (10.3) муносабат ҳам $\delta A = pdV$ кўринишга келади. Демак, (10.2) формулани газ ҳажмининг ҳар қандай процесслардаги ўзгаришлари учун қўллаш мумкин.

Газнинг ҳажми V_1 дан V_2 гача ўзгараётган ҳолда (10.2) ифода чексиз кичик ҳажм ўзгаришлари учун қўлланилиши, ҳажмнинг чекли ўзгаришларида бажарилган иш эса ана шу элементар ишларнинг йиғиндиси тарзида аниқланиши лозим. Мазкур амални (p,V) диаграммадан фойдаланиб бажарайлик. 10.3-расмда V_1 ҳажмли газнинг V_2 ҳажмгача кенгайиши жараёнидаги босимнинг ҳажмга боғлиқлиги $[p = \varphi(V)]$ ни ифодаловчи график тасвирланган. Газнинг ҳажми dV га ўзгарганда унинг бажарган элементар иши ($\delta A = pdV$) расмда икки марта штрихланган юзчага тенг. У ҳолда ҳажм V_1 дан V_2 гача ўзгарганда газ бажарган иш расмда ўнг томонга қиялатиб штрихланган юз билан аниқланиб, унинг қийматини қуйидаги интегрални ҳисоблаб топиш мумкин:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV. \qquad (10.4)$$

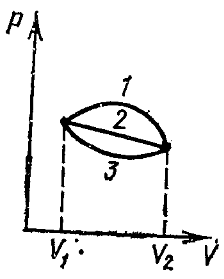
Бу ифода ҳажмнинг ҳар қандай чекли ўзгаришларида газ бажарган ишни ҳисоблашга имкон беради. Лекин ҳисоблар $p = \varphi(V)$ функция аниқ бўлган ҳолдагина бажарилиши мумкин. Хусусан, изобарик равишда ($p = \mathrm{const}$) газ ҳажмининг V_1 дан V_2 гача кенгайишида бажарилган иш қуйидагича аниқланади:

$$A = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1). \qquad (10.5)$$

Шуни алоҳида қайд қилайликки, газ ҳажмининг V_1 дан V_2 гача ўзгаришлари турли усуллар билан амалга оширилиши мумкин. Бошланғич ҳолатдан охирги ҳолатга ўтиш жараёнида газ босими фақат ҳажмга эмас, балки температурага ҳам боғлиқ (ҳолат тенгламаси $p = \frac{RT}{V}$ га асосан) бўлганлиги туфайли, турли усуллар билан амалга оширилган ўтишларда $p = \varphi(V)$ функция ҳам турлича кўринишга эга бўлади (10.4-расмдаги *1*, *2*, *3* эгри чизиқларга қ.). Турли функциялар билан ифодаланувчи ўтишларда бажарилган ишларнинг қиймати ҳам (10.4) га асосан турлича бўлади.

Демак, ҳажм кенгайишларида газнинг бажарган иши унинг бошланғич ва охирги ҳолатлари билангина аниқланмайди, балки газнинг бошланғич ҳолатдан охирги ҳолатга қандай усул билан ўтаётганлигига ҳам боғлиқ бўлади.

Одатда, бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтишга мос бўлган бирор катталик орттирмаси „ўтиш йўли“ га боғлиқ бўлмаса, мазкур катталикни ҳолатнинг функцияси бўлган катталик деб аталади. Идеал газнинг ички энергияси ана шундай катталиклардандир. Ички энергиянинг орттирмаси фақатгина бошланғич ва охирги ҳолатлардаги газ температурасининг фарқи (ΔT) га боғлиқ, холос. Ҳолат функцияси бўлган катталикларнинг ҳар бир ҳолатда эга бўлган қиймати ҳақида гапириш мумкин. Хусусан,



10.4- расм.

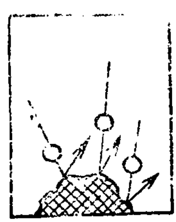
идеал газ ички энергиясининг ихтиёрий ҳолатдаги қиймати [(9.37) ифодага қ.] шу ҳолатнинг температураси билан аниқланар эди.

Газнинг ҳажмий ўзгаришларда бажарган иши эса юқорида баён этилган фикрларга асосан, ҳолатнинг функцияси бўла олмайди. „Газнинг у ёки бу ҳолатидаги ишнинг қиймати" деган гап ҳам ҳеч қандай маънога эга эмас. Шунинг учун ҳам (10.2) ифодада Δ (у орттирма маъносини билдиради) эмас, балки δ белгидан фойдаландик. Бошқача қилиб айтганда, „иш орттирмаси" эмас, балки „элементар иш" терминини ишлатдик.

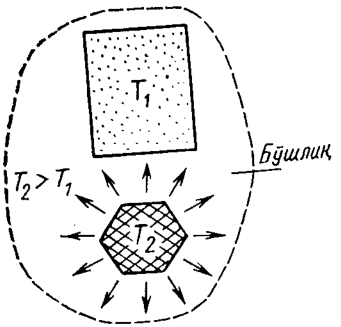
2-§. Иссиқлик миқдори

Иссиқлик . . . Бу сўзни эшитувчида, даставвал, жисмнинг иситилганлик даражаси ҳақида тасаввур вужудга келади. Бирор жисмга қўлини тегизган одамда мазкур жисмнинг иситилганлик даражаси ҳақида пайдо бўладиган таассурот кўпгина фактлар билан аниқланади. Жисмнинг иссиқ ёхуд совуқ туюлиши мазкур жисмнинг температураси билангина эмас, балки унинг иссиқлик ўтказувчанлиги ва одам қўлининг ҳолати билан ҳам аниқланади. Жисмнинг иссиқлик ҳолати ҳақида объектив маълумот олиш учун „контакт" усулидан фойдаланилади. Бу усулнинг моҳияти шундан иборатки, икки жисм бирбирига етарлича узоқ тегизилганда улар бирдай температурага эришади. Температурани ўлчаш худди шу усулга асосланган. Баданга етарлича вақт давомида тегизиб турилган термометр бадан температурасигача исийди. Бу температурага монанд равишда термометрик жисм (масалан, симоб) ҳажми ҳам кенгаяди. Термометрик жисмнинг ҳажми эса бирор температура шкаласи бўйича даражаланган бўлади. Шу сабабли жисм температураси мазкур температура шкаласи бўйича қайд қилинади.

„Контакт" усулини намойиш қилувчи яна бир мисол билан танишайлик. Берк идишда газ мавжуд. Газ температурасига нисбатан юқорироқ температурали жисм ҳам идиш ичига жойлаштирилган бўлсин (10.5-расмга қ.). Маълум вақтдан сўнг жисм совийди, газ эса исийди. Натижада улар (яъни жисм ва газ) бирдай температурага эришадилар. Бу тажрибада амалга ошаётган жараённинг механизми шундан иборатки, температураси пастроқ бўлган газ молекулалари хаотик ҳаракат қилиб жисмга урилади. Ҳар бир тўқнашиш вақтида



10.5- расм.



10.6- расм.

жисм молекулага энергия беради, натижада молекуланинг энергияси ортади. Молекулалар энергияси ортган сари газ температураси ҳам ортиб боради ($w_{\text{ўр.}} \sim T$ эканлигини эсланг). Жисм эса газ молекулаларига энергия бераётганлиги учун совийди.

Жисм ва газ молекулалари бевосита бир-бирига тегиб турмаган ҳолда, ҳатто улар орасида бўшлиқ бўлган ҳолда ҳам шундай натижани ҳосил қилиш мумкин. 10.6- расмда бирор газ тўлдирилган шиша идиш ва унинг ташқарисида жойлашган қизиган жисм тасвирланган. Бу ҳолда жисм тарқатаётган нурланиш шиша идишдан ўтади ва газ молекулалари билан таъсирлашади. Натижала газнинг исиши содир бўлади. Хусусан, космик фазодан ўтиб келаётган Қуёш нурлари таъсирида Ер атмосферасини ташкил этувчи ҳаво молекулаларининг исиши ана шундай механизм туфайли амалга ошади.

Совиётган жисм ҳақида „жисм иссиқлик миқдори берди", исиётган жисм ҳақида эса „жисм иссиқлик миқдори олди" деб гапиришга одатланиб қолганмиз. Бундаги „иссиқлик миқдори" термини замонавий физика нуқтаи назаридан ғалати туюлади. Лекин у ҳаётга сингиб кетганлиги туфайли фанда ҳам қўлланилиши давом этяпти. Бу терминнинг келиб чиқиши қуйидагича: XVIII асрда вужудга келган ва ўша вақтда кенг тарқалган теплород назариясига асосан, иссиқликни худди суюқликка ўхшаб бир жисмдан иккинчи жисмга оқиши мумкин бўлган алоҳида модда деб қаралган. Иссиқроқ жисм кўпроқ миқдордаги, совуқроқ жисм эса камроқ миқдордаги теплородга эга, шунинг учун теплород иссиқроқ жисмдан совуқроқ жисмга оқиб ўтади, деб ҳисобланган. Шу назария ҳукмронлик қилган вақтда бир жисмдан иккинчи жисмга (уларни бевосита тегизиш йўли билан ёки нурланиш воситасида) узатиладиган энергия миқдорини иссиқлик миқдори деб аталган.

Юқорида баён этилган мулоҳазалар асосида қуйидаги хулосага келамиз: бир-бирига бевосита (ёки бирор восита ёрдамида) тегизилган икки жисмнинг кўпроқ иситилганидан камроқ иситилгани томон кўринмайдиган процесс (яъни микрофизик процесс) — энергия узатиш амалга ошади. Энергия узатишнинг бу шакли иссиқлик узатиш деб, узатилган энергия миқдори эса иссиқлик миқдори деб аталади. Бинобарин, иссиқлик миқдори ҳам энергия бирликларида ўлчаниши лозим. Шунинг учун СИ да иссиқлик миқдори *жоуль* ҳисобида ўлчанади. Тарихий сабабларга кўра, яқин вақтларгача иссиқлик миқдори *калория* ҳисобида ўлчанар эди. Бир калория — нормал атмосфера босими остидаги бир грамм сувни бир кельвинга (аниқроғи 19,5°С дан 20,5°С гача) иситиш учун унга берилиши лозим бўладиган иссиқлик миқдори бўлиб, унинг СИ бирлиги — жоуль билан муносабати қуйидагича:

$$1 \text{ кал} = 4,1868 \text{ Ж}.$$

СТ СЭВ 1052—78 га асосан, калория — ҳозир фойдаланилмайдиган бирликлардан биридир.

Шуни алоҳида қайд қилайликки, иссиқлик миқдори ҳам, худди бажарилган иш каби, ҳолат функцияси бўлмаган катталиклардандир. У фақат жисмнинг бошланғич ва охирги ҳолатлари билан эмас, балки жисм ҳолатининг ўзгариши амалга ошган „йўл“ билан ҳам аниқланади. Иссиқлик миқдори — жисмда мужассамлашган қандайдир энергия миқдори, деб тушуниш мумкин эмас. „Жисмда мавжуд бўлган иссиқлик миқдори“ ибораси, худди „жисмда мавжуд бўлган иш“ деб гапирилгандагига ўхшаш, ҳеч қандай маънога эга бўлмайди.

Демак, иссиқлик миқдори — динамик тушунча (худди иш каби), у процесс давомидагина намоён бўлади.

3-§. Термодинамиканинг биринчи бош қонуни

Термодинамика тажрибада топилган икки қонунга асосланади. Термодинамиканинг биринчи бош қонуни — иссиқлик ҳаракат муҳим роль ўйнайдиган системалар учун энергиянинг сақланиш ва айланиш қонунининг татбиқидир.

Энергия ҳақида мулоҳаза юргизишимиз лозим бўлгани учун *ички энергия* тушунчасига аниқлик киритиб олайлик. Олдинги параграфларда энергия узатишнинг икки шакли билан танишдик. Хусусан, иш — бир жисмдан иккинчи жисмга энергия узатишнинг макроскопик шаклидир. Бу таърифдаги „макроскопик“ сўзининг маъноси шундаки, иш доимо жисмлар ёки жисм қисмларининг макроскопик силжишлари билан боғлиқ бўлади. Иккинчиси — энергия узатишнинг микрофизик шакли бўлиб, бунда икки жисм молекулаларининг ўзаро таъсири туфайли энергия бир жисмдан иккинчи жисмга иссиқлик миқдори тарзида берилади. Қайси шаклда энергия узатилиши амалга ошаётганлигидан қатъи назар ΔW энергия олган жисмнинг массаси, нисбийлик назариясининг $W = mc^2$ формуласи (Эйнштейннинг энергия ва масса эквивалентлиги қонуни) га асосан,

$$\Delta m = \frac{\Delta W}{c^2}$$

миқдорга ортиши лозим. Лекин термодинамикада энергияларнинг шундай ўзгаришлари билан иш тутиладики, бунда жисм миссасининг ўзгариши ҳисобга олмаса ҳам бўладиган даражада кичик бўлади. Масалан, 1 кг массали жисмга $\Delta W = 9 \cdot 10^6$Ж энергия берилиши туфайли унинг массаси $\Delta m \approx 10^{-10}$ кг га ўзгаради, холос. Шу сабабли термодинамик муносабатларда энергия олаётган жисм массасини ҳам, энергия бераётган жисм массасини ҳам ўзгармас катталик сифатида қабул қилинади. Жисмга энергия узатиш иссиқлик миқдори тарзида берилганда ҳам, жисм устида иш бажариш орқали амалга оширилганда ҳам мазкур жисмда содир бўладиган ўзгаришлар унинг температураси ва ҳажмининг ўзгаришлари сифатида намоён бўлади. Масалан, эркин ҳаракатлана оладиган поршень билан беркитилган цилиндрдаги газ қуёш нурлари таъсирида қизийди ва кенгаяди, яъни унинг ҳолати ўзгаради. Жисмнинг ҳар бир ҳолатига эса ички энергиянинг бирор аниқ қиймати мос келади. Лекин фақат идеал газ ички энергиясининг қийматини $\left(\frac{i}{2}RT\right)$ ҳисоблай оламиз. Ихтиёрий жисм ёки жисмлар системаси учун ички энергиянинг қийматини ҳисоблаш жуда қийин. Бунинг сабаби шундаки, жисм ички энергияси — жисм молекулаларининг хаотик ҳаракати кинетик энергиялари, молекулаларнинг ўзаро таъсирлашиш потенциал энергиялари, молекулаларни ташкил этувчи атомларнинг тебранма ҳаракат энергиялари, молекулалар таркибидаги атомларнинг боғланиш энергиялари, атом ядроларининг энергиялари йиғиндиси тарзида аниқланиши лозим. Модда тузилишини батафсил ўрганиш туфайли жисм энергиясининг асосий қисмини атом ядроларининг энергияси ташкил этиши аниқланди. Энергиянинг бу қисми термодинамик процессларда ядровий ўзгаришлар содир бўлмаганлиги учун ўзгармай қолаверади. Иккинчи томондан, амалий масалаларни ҳал қилишда ички энергиянинг жисм ҳар бир ҳолатига мос бўлган қиймати эмас, балки бирор процесснинг бошланишидаги ва тугалланишидаги жисм ҳолатларига мос келувчи ички энергия қийматларининг фарқи, яъни ички энергиянинг ўзгариши билан иш тутилади. Шу сабабли ички энергиянинг тўлиқ қийматини билиш шарт ҳам эмас. Хусусан, жисм бошқа жисмларга бераётган ёки улардан олаётган энергия миқдорига асосланиб ички энергия ўзгариши аниқланиши мумкин. Масалан, газ кенгайиш жараёнида (10.1-расмга қ.) поршенни юқорига кўтариб иш бажаради. Бу иш (A) газ ички энергиясининг камайиши эвазига бажарилади:

$$A = -\Delta U = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2. \qquad (10.6)$$

Бунда U_1 ва U_2 — мос равишда газнинг бошланғич ва охирги ҳолатлари (яъни газ кенгайиши бошланган ва тугалланган онлардаги ҳолатлар) га мос келувчи ички энергиянинг қийматлари.

Агар газга бирор Q иссиқлик миқдори ҳам берилса, газнинг кенгайиш жараёнида бажарадиган иши қисман ёки бутунлай ана шу иссиқлик миқдори тарзида узатилаётган энергия ҳисобига бажарилади. Берилаётган иссиқлик миқдори газ бажараётган ишдан ортиқ бўлиши ҳам мумкин. Бу ҳолда ҳам иш бажарилади, ҳам газнинг ички энергияси ортади. Бинобарин, жисмга берилган иссиқлик миқдори (Q), мазкур жисм бошқа жисмлар устида бажарган иш (A) ва жисм ички энергиясининг ўзгариши (ΔU) орасидаги муносабат қуйидагича ифодаланади:

$$Q = \Delta U + A. \qquad (10.7)$$

Бу боғланиш термодинамика биринчи бош қонунининг математик ифодаси бўлиб, у қуйидагича таърифланади: *системага атрофдаги жисмлар берган иссиқлик миқдори система ички энергиясини ўзгартиришга ва системанинг ташқи жисмлар устида иш бажаришига сарфланади.*

(10.7) ифодадаги Q ва A — алгебраик катталиклар. Системага иссиқлик миқдори берилаётган ҳолда $Q > 0$ деб ва система ташқи жисмлар устида иш бажарганда $A > 0$ деб ҳисобланади. Аксинча, система атрофдаги жисмларга иссиқлик миқдори бераётган ҳолда $Q < 0$ деб ва ташқи жисмлар система устида иш бажараётганда (яъни система энергияни ташқи жисмларнинг бажарган иши орқали олганда) $A < 0$ деб ҳисоблаш лозим.

Шуни ҳам қайд қилайликки, системага иссиқлиқ миқдори берилган ҳолларнинг барчасида системанинг ички энергияси ортиши шарт эмас. Баъзан ички энергиянинг камайиши содир бўладиган процесслар ҳам амалга ошиши мумкин. Бундай ҳолларда, (10.7) га асосан, $A > Q$ бўлади. Бошқача қилиб айтганда, система ташқаридан олаётган иссиқлик миқдори ва ўзининг ички энергияси ҳисобига иш бажаради.

Система ташқаридан олган иссиқлик миқдори ёки система бажарган ишни ҳисоблаш учун, одатда, текширилаётган процессни жуда кўп элементар процессларга ажратилади. Бу элементар процесслар учун дифференциал шаклдаги термодинамиканинг биринчи бош қонуни

$$\delta Q = dU + \delta A \qquad (10.7а)$$

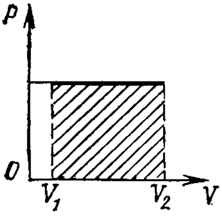
ўринли бўлади. Мазкур тенгламани барча элементар процесслар бўйича интегралланса, яна (10.7) га келинади.

Термодинамиканинг биринчи бош қонуни биринчи тур абадий двигатель (перпетуум мобиле) ясаш йўлидаги уринишларга чек қўйди: иссиқлик двигателларида ёқилғининг ёниши туфайли ажраладиган иссиқлик миқдори эвазига иш бажарилади, лекин система даврий равишда ўзининг бошланғич ҳолатига қайтади. Бинобарин, система ички энергияси ўзгармайди, яъни $\Delta U = 0$. Мазкур ҳол учун (10.7) ифода $Q = A$ кўринишга келади. Бундан, даврий равишда ишлайдиган двигателнинг бажарадиган иши унга берилаётган иссиқлик миқдоридан катта бўла олмайди, деган хулоса келиб чиқади. Оладиган иссиқлик миқдорига нисбатан кўпроқ иш бажарадиган ҳаёлий машинани биринчи тур абадий двигатель деб аталади. Бу номдан фойдаланиб термодинамика биринчи бош қонунини қуйидагича таърифласак ҳам бўлади: *биринчи тур абадий двигатель ясаш мумкин эмас.*

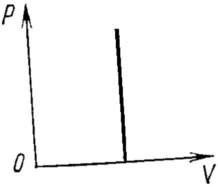
4-§. Термодинамиканинг биринчи бош қонунини идеал газдаги изопроцессларга татбиқ қилиш

Термодинамиканинг биринчи бош қонунини ифодалайдиган (10.7) муносабат идеал газдаги турли изопроцесслар учун қандай кўринишга келишини аниқлайлик.

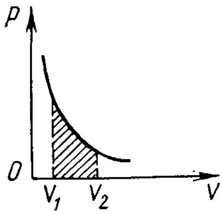
1. *Изобарик процесс.* Мазкур процесс амалга ошаётганда идеал газ босими ўзгармай сақланган ҳолда ($p = \text{const}$) кенгаяди. Бинобарин, изобарик процесснинг (p, V) диаграммадаги графиги абсцисса ўқига параллел тўғри чизиқдан иборат бўлади (10.7-расм). Газ ҳажмининг V_1 дан V_2 гача изобарик кенгайишида бажариладиган ишнинг қиймати расмдаги штрихланган тўғри тўртбурчакнинг юзи билан аниқланади, яъни $A = p(V_2 - V_1)$ бўлади [(10.5) ифодага қ.]. Идеал газга берилаётган иссиқлик миқдори (Q) нинг қолган қисми, термодинамиканинг биринчи бош қонунига асосан, ички энергиянинг ўзгариши ($\Delta U = U_2 - U_1$) га сабабчи бўлади. Шунинг учун (10.7) ифодани қуйидагича ўзгартира оламиз:



10.7- расм.



10.8- расм.



10.9- расм.

$$Q=\Delta U+A=U_2-U_1+p(V_2-V_1)=(U_2+p_2V_2)-$$
$$-(U_1+p_1V_1). \qquad (10.8)$$

Бундаги

$$H=U+pV \qquad (10.9)$$

катталик ҳолат функцияси бўлиб, у *энтальпия* деб аталади. (10.9) белгилаш асосида (10.8) ифодани

$$Q=H_2-H_1 \qquad (10.10)$$

шаклда ёзиш мумкин. Демак, изобарик процессда идеал газга бериладиган иссиқлик миқдори энтальпиянинг ўзгариши билан аниқланади. Шу сабабли H ни, баъзан, *иссиқликсақлам* деб ҳам аталади.

2. *Изохорик процесс.* Бу процесс содир бўлаётганда идеал газнинг ҳажми ўзгармайди ($V=\mathrm{const}$), босими эса ўзгаради. Шу сабабли изохорик процесснинг (p, V) диаграммадаги графиги ордината ўқи (p ўқи) га параллел бўлган тўғри чизиқдан иборат (10.8-расмга қ.). Ҳажм ўзгармаганлиги туфайли изохорик процессда иш бажарилмайди, яъни $A=0$. Натижада термодинамика биринчи бош қонунининг ифодаси изохорик процесс учун

$$Q=\Delta U \qquad (10.11)$$

кўринишга келади. Демак, изохорик процессда идеал газга бериладиган иссиқлик миқдорининг ҳаммаси газнинг ички энергиясини ўзгартиришга сарфланади.

3. *Изотермик процесс.* Мазкур процесс ўзгармас температура ($T=\mathrm{const}$) да амалга ошади. Изотермик процесснинг (p, V) диаграммадаги графиги — гиперболик эгри чизиқдир (10.9-расм.) Изотермик процессда температура ўзгармаганлиги туфайли идеал газнинг ички энергияси [(9.37) ифодага қ.] ҳам ўзгармайди, яъни $\Delta U=0$. Шунинг учун термодинамиканинг биринчи бош қонуни изотермик процесс учун

$$Q=A \qquad (10.12)$$

кўринишда ёзилади. Демак, изотермик процессда идеал газ олаётган иссиқлик миқдорининг ҳаммаси иш бажаришга сарфланади.

Изотермик процессда идеал газ бажарадиган ишни ҳисоблайлик. m массали идеал газ учун ҳолат тенгламасидан [(9.17) ифодага қ.] фойдаланиб,

$$p = \frac{m}{M}\frac{RT}{V}$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Уни идеал газнинг ҳажми V_1 дан V_2 гача ўзгарганида бажарилган ишни ҳисоблаш имконини берадиган (10.4) формулага қўяйлик:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \frac{m}{M}RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}. \qquad (10.13)$$

Мазкур ифодадаги $\frac{m}{M}RT$ ҳар бир тажриба учун ўзгармас катталикдир.

5- §. Идеал газнинг иссиқлик сиғими

Жисмнинг иссиқлик сиғими деганда мазкур жисм температурасини бир кельвинга ошириш учун унга берилиши лозим бўладиган иссиқлик миқдори билан характерланувчи катталик тушунилади. Газларнинг иссиқлик сиғимини характерлашда солиштирма иссиқлик сиғим ва моляр иссиқлик сиғим тушунчаларидан фойдаланилади:

а) *газнинг солиштирма иссиқлик сиғими* — 1 кг массали газ температурасини 1 К га ошириш учун керак бўладиган иссиқлик миқдори билан аниқланувчи катталикдир. У $\frac{\text{Ж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ (*жоуль тақсим килограмм-кельвин*) ларда ўлчанади.

б) *газнинг моляр иссиқлик сиғими* — 1 моль газ температурасини 1 К га ошириш учун лозим бўладиган иссиқлик миқдори билан характерланувчи катталик. У $\frac{\text{Ж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ (*жоуль тақсим моль—кельвин*) ларда ўлчанади.

Солиштирма иссиқлик сиғимни c (кичик ҳарф), моляр иссиқлик сиғимни эса C (катта ҳарф) билан белгилайлик. У ҳолда моляр масса (яъни 1 моль газнинг массаси) $M\frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ эканини [(9.3) ифодага қ.] ҳисобга олсак,

$$C = Mc \quad \text{ёки} \quad c = \frac{1}{M}C \qquad (10.14)$$

муносабат ўринли бўлади. Ихтиёрий m массали газнинг иссиқлик сиғими эса $mc = \frac{m}{M}C$ га тенг бўлади.

Қаттиқ жисмлар ва суюқликлардан фарқли равишда газлар ҳажмининг температурага боғлиқлиги анча кучлироқ бўлади. Бинобарин, газлар учун иссиқлик сиғимнинг ҳажм ўзгаришига боғлиқлиги эътиборга олиниши лозим. Масалан, δQ иссиқлик миқдори таъсиридаги изохорик процесс туфайли 1 моль идеал газ температураси dT га ўзгарган бўлсин. Процесс изохорик ($V = \text{const}$) бўлганлиги учун газга берилган иссиқлик миқдори унинг ички энергиясини ўзгартиришга сарфланади, холос. Шунинг учун

$$\delta Q = dU_{\text{м}}$$

тенглик бажарилади. Мазкур тенгликка асосланиб иссиқлик сиғим таърифини қуйидагича ўзгартириш мумкин: *ўзгармас ҳажмдаги идеал газнинг моляр иссиқлик сиғими* (одатда C_V деб белгиланади) *деганда 1 моль идеал газ температурасининг 1 К га ўзгаришига мос келадиган ички энергия ўзгариши тушунилади,* яъни

$$C_V = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU_{\text{м}}}{dT}. \qquad (10.15)$$

Агар идеал газ ички энергиясининг ифодаси [(9.36) ифодага қ.] дан фойдалансак, (10.15) муносабатни қуйидагича ўзгартириб ёзиш мумкин:

$$C_V = \frac{dU_{\text{м}}}{dT} = \frac{d}{dT}\left(\frac{i}{2}RT\right) = \frac{i}{2}R. \qquad (10.16)$$

Демак, C_V нинг қиймати газ молекулалари эркинлик даражаларининг сони (i) га боғлиқ, холос.

Газ ўзгармас босимда ($p = \text{const}$) иситилса, унинг ҳажми кенгаяди. Бинобарин, газга берилган иссиқлик миқдори ички энергиянинг ортишига ва газнинг иш бажаришига сабабчи бўлади, яъни

$$\delta Q = dU_{\text{м}} + \delta A.$$

Шунинг учун идеал газнинг ўзгармас босимдаги моляр иссиқлик сиғими (C_p) қуйидагича аниқланади:

$$C_p = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU_{\text{м}}}{dT} + \frac{\delta A}{dT}. \qquad (10.17)$$

Лекин (10.15) ва (10.2) ифодаларга асосланиб (10.17) ни

$$C_p = C_V + \frac{p\,dV_{\text{м}}}{dT} \qquad (10.18)$$

шаклда ҳам ёзиш мумкин. Иккинчи томондан, босимни ўзгармас деб ҳисоблаган ҳолда идеал газнинг ҳолат тенгламаси ($pV_{\text{м}} = RT$) га дифференциаллаш амалини қўллаб $pdV_м = RdT$ тенгликни ҳосил қиламиз. Уни (10.18) тенгламага қўйсак, C_p нинг ифодаси

$$C_p = C_V + R \tag{10.19}$$

кўринишга эга бўлади.

(10.19) нинг (10.16) га нисбати ҳар бир газ учун характерли катталик бўлиб хизмат қилади:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = \frac{i+2}{i}. \tag{10.20}$$

Масалан, (10.20) ифодага асосан, $i = 3$ бўлганда $\gamma = \frac{5}{3} = 1{,}67$ (бир атомли молекулалардан ташкил топган газ учун), $i = 5$ бўлганда $\gamma = \frac{7}{5} = 1{,}40$ (икки атомли қаттиқ молекулалардан ташкил топган газ учун), $i = 6$ бўлганда $\gamma = \frac{8}{6} = 1{,}33$ (кўп атомли молекулалардан ташкил топган газ учун) бўлиши керак. $T \approx 300$ К даги газлар учун тажрибаларда топилган γ нинг қийматлари назарий қийматларга жуда яқин келади. Масалан, γ нинг тажрибада аниқланган қийматлари гелий (He) учун 1,67; кислород (O_2) учун 1,40; сув буғлари (H_2O) учун 1,31 га тенг

6-§. Термодинамиканинг биринчи бош қонунини адиабатик процессларга татбиқ қилиш

Ташқи муҳит билан иссиқлик миқдори алмашинмай содир бўладиган процессни адиабатик процесс деб аталади. Адиабатик процессда система ташқаридан ҳеч қандай иссиқлик миқдори олмайди ва ташқарига ҳеч қандай иссиқлик миқдори бермайди. Бинобарин, адиабатик процессда $\delta Q = 0$ бўлиши керак (уни *адиабатиклик шарти* деб ҳам аталади). Натижада термодинамиканинг биринчи бош қонуни [(10.7а) ифодага қ.] адиабатик процесс учун

$$dU + \delta A = 0 \tag{10.21}$$

кўринишга эга бўлади. Мулоҳазаларни 1 моль идеал газ учун юритсак ҳамда (10.16) ва (10.2) муносабатларни ҳисобга олсак, (10.21) ифодани қуйидаги шаклда ёзишимиз мумкин:

$$C_V dT + pdV_м = 0. \tag{10.22}$$

Бундан

$$dT = -\frac{1}{C_V} pdV_м \tag{10.23}$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Ундан қуйидаги хулосага келишимиз мумкин. Газ адиабатик равишда кенгаётганда совийди, чунки $dV_м > 0$ бўлганда, (10.23) га асосан, $dT < 0$ бўлади. Аксинча, адиабатик сиқилиш процессида газ исийди, чунки $dV_м < 0$ шарт бажарилса, $dT > 0$ бўлади.

Идеал газнинг ҳолат тенгламаси ($pV_м = RT$) га дифференциаллаш амалини қўллайлик:

$$pdV_м + V_м dp = RdT.$$

Агар dT ўрнига унинг (10.23) даги қийматини қўйсак,

$$pdV_м + V_м dp = -\frac{R}{C_V} pdV_м$$

ёки

$$\left(1 + \frac{R}{C_V}\right) pdV_м + V_м dp = 0 \qquad (10.24)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бундаги

$$1 + \frac{R}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = \gamma$$

эканини [(10.20) ифодага қ] эътиборга олсак, (10.24) муносабатни

$$\gamma pdV_м + V_м dp = 0$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бу тенгламани $pV_м$ га тақсимласак,

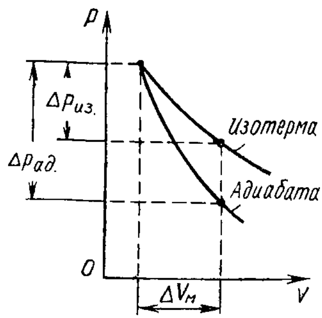
$$\gamma \frac{dV_м}{V_м} + \frac{dp}{p} = 0$$

ҳосил бўлади. Охирги муносабат $\ln pV_м^\gamma$ функциянинг дифференциалидир. Шунинг учун уни

$$d(\ln pV_м^\gamma) = 0$$

кўринишда ёзиш мумкин. Мазкур муносабатдан адиабатик процессдаги босим ва ҳажм орасидаги боғланишни ифодалайдиган тенгламани топамиз:

$$pV_м^\gamma = \text{const}. \qquad (10.25)$$



10.10- расм.

Бу тенгламани Пуассон тенгламаси ёхуд адиабата тенгламаси деб юритилади. Ундаги γ эса адиабатик доимий деб аталади. 10.10-расмда адиабатик процесснинг (p, V) диаграммадаги графиги (яъни адиабата) тасвирланган. Адиабата изотермага нисбатан тикроқ бўлади. Бунга қуйидаги мулоҳазалар асосида ишонч ҳосил қилиш мумкин. Босими p, ҳажми $V_м$ бўлган идеал газнинг адиабатик равишда $\Delta V_м$ қадар кенгайиши туфайли унинг босими (10.25) га асосан камаяди, яъни

$$p - \Delta p_{ад.} = \frac{\text{const}}{(V_м + \Delta V_м)^\gamma}. \qquad (10.26)$$

Агар газнинг худди шундай кенгайиши изотермик равишда амалга ошса, унинг босими [Бойль—Мариотт қонуни ($pV_м = \text{const}$) га асосан]

$$p - \Delta p_{из.} = \frac{\text{const}}{V_м + \Delta V_м} \qquad (10.27)$$

бўлади. Бу ифодалардаги $\Delta p_{ад.}$ ва $\Delta p_{из.}$ мос равишда адиабатик ва изотермик равишда газ ҳажмининг $\Delta V_м$ қадар кенгайишида вужудга келадиган босим камайишлари. (10.26) даги $\gamma > 1$ бўлганлиги туфайли (10.26) ва 10.27) лар бажарилиши учун $\Delta p_{ад.} > \Delta p_{из.}$ бўлиши керак. Шу сабабли адиабата изотермага нисбатан тикроқ бўлган эгри чизиқдан иборат.

Адиабата тенгламасини бошқача кўринишларда ҳам ёзиш мумкин. Агар (10.25) ифодани идеал газнинг ҳолат тенгламаси ($pV_м = RT$) га бўлсак,

$$\frac{pV_м^\gamma}{pV_м} = \frac{\text{const}}{RT}$$

ёки

$$TV_м^{\gamma-1} = \text{const} \qquad (10.28)$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Ҳолат тенгламасини γ-даражага кўтариб, сўнг уни (10.25) ифодага бўлсак,

$$\frac{p^\gamma V_м^\gamma}{pV_м^\gamma} = \frac{R^\gamma T^\gamma}{\text{const}}$$

ёки

$$\frac{p^{\gamma-1}}{T^\gamma} = \text{const} \qquad (10.29)$$

муносабатини ҳосил қиламиз.

Газнинг адиабатик кенгайишида бажарган ишини ҳисоблайлик. Бунинг учун $pdV_м = \delta A$ эканлигини эътиборга олган ҳолда (10.22) ифодани

$$\delta A = -C_V dT$$

кўринишда ёзиб оламиз. Газ ҳажми $V_{м1}$ дан $V_{м2}$ гача кенгайганда унинг температураси T_1 дан T_2 гача ўзгарган бўлса, бу процессда бажарилган иш қуйидагича аниқланади:

$$A = -C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = -C_V(T_2 - T_1) = C_V(T_1 - T_2). \quad (10.30)$$

Агар (10.28) ёки (10.29) тенгламалардан фойдалансак, адиабатик кенгайиш процессида 1 моль идеал газ бажарган ишнинг температура ва ҳажм орқали ифодаланган формуласи

$$A = C_V T_1 \left[1 - \left(\frac{V_{м1}}{V_{м2}}\right)^{\gamma-1} \right] \quad (10.31)$$

ёки температура ва босим орқали ифодаланган формуласи

$$A = C_V T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (10.32)$$

ҳосил қилинади.

Шуни алоҳида қайд қилайликки, адиабатик процесс амалга ошиши учун газ солинган идиш иссиқликни мутлақо ўтказмайдиган деворли бўлиши лозим. Шунингдек, изотермик процесс амалга ошаётган ҳар онда газ температураси атроф муҳит температураси билан тенглашиб туриши лозим. Бунинг учун ташқи жисмлар билан газ орасида идеал (яхши иссиқлик алмашинадиган) шароит мавжуд бўлиши керак. Шу сабабли амалдаги процессларни қатъий равишда адиабатик ёки изотермик деб ҳисоблаш мумкин эмас. Табиатда амалга ошадиган процессларни адиабатик ва изотермик процессларнинг оралиғи деб қаралади ва уларни *политропик процесслар* деб аталади.

Политропик процесс учун идеал газ босими ва ҳажми орасида қуйидаги боғланиш мавжуд:

$$pV_м^{\psi} = \text{const}. \quad (10.33)$$

Бунда ψ — *политропа кўрсаткичи* деб юритилади. Идеал изотермик процесс учун $\psi = 1$, идеал адиабатик процесс учун $\psi = \gamma$. Демак, реал процесслар учун

$$1 < \psi < \gamma \quad (10.34$$

бўлади.

7-§. Идеал газ иссиқлик сиғимининг классик назарияси ва унинг камчиликлари

Иссиқлик сиғимнинг классик назарияси асосида „атом-молекуляр системаларга классик механика (яъни ньютон механикаси) қонунларини қўллаш мумкин“ деган фараз ётади. Шунинг учун классик назарияда молекула ҳаракатининг эркинлик даражалари бўйича кинетик энергиянинг тенг тақсимоти қонунига риоя қилинади. Мазкур қонун Больцман—Максвелл теоремаси деб ҳам юритилади. Унинг таъкидлашича (IX боб, 7-§ га қ.), газ молекуласининг эркинлик даражалари сони нечага тенглигидан қатъи назар ҳар қандай газда битта эркинлик даражасига $\frac{1}{2}kT$ энергия мос келади. Бинобарин, идеал газ ички энергияси ва иссиқлик сиғими (иссиқлик сиғим ва ички энергия $C_V=\frac{dU_м}{dT}$ муносабат билан боғланганлигини эсланг) ни ҳисоблаш масаласи — мазкур газ молекуласининг эркинлик даражалари сонини аниқлашдан иборатдир. Табиийки, молекула эркинлик даражалари сонини аниқлашда молекула тузилишининг бирор моделига риоя қилинади. Хусусан, бир атомли молекула эластик шарчага ўхшатилади. Бундай шарсимон молекула айланмайди деб ҳисобланади. Шу сабабли унинг эркинлик даражалари сонини учга тенг ($i=3$) деб қабул қилинади. У ҳолда (10.16) ва (10.19) формулаларга асосланиб молекулалари битта атомдан иборат бўлган идеал газнинг ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғими (C_V) ва ўзгармас босимдаги моляр иссиқлик сиғими (C_p) учун қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} C_V &= \frac{i}{2}R=\frac{3}{2}R=\frac{3}{2}\cdot 8{,}314\,\frac{Ж}{моль\cdot К}=12{,}47\frac{Ж}{моль\cdot К}; \\ C_p &= C_V+R=\frac{i+2}{i}R=\frac{5}{2}\cdot 8{,}314\frac{Ж}{моль\cdot К}=20{,}78\frac{Ж}{моль\cdot К}. \end{aligned} \tag{10.35}$$

Икки атомдан ташкил топган молекулани бир-биридан бирор ўзгармас масофада жойлашган икки атомдан иборат қаттиқ система (9.9-расмга қ.) деб ҳисобланади ва унинг эркинлик даражалари сони бешга тенг ($i=5$) деб қабул қилинади (улардан 3 таси молекуланинг илгариланма ҳаракатини, 2 таси эса айланма ҳаракатини ифодалайди). Шунинг учун мазкур ҳолда

$$\begin{aligned} C_V &= \frac{i}{2}R=\frac{5}{2}R=20{,}78\,\frac{Ж}{моль\cdot К}; \\ C_p &= \frac{i+2}{2}R=\frac{7}{2}R=29{,}09\,\frac{Ж}{моль\cdot К}. \end{aligned} \tag{10.36}$$

Уч ва ундан ортиқ атомдан ташкил топган молекулани қаттиқ система (яъни молекуладаги атомлар бир-бирига нисбатан ҳаракатланмайди) деб ҳисоблаганда, унинг эркинлик даражалари сони олтига тенг ($i=6$) деб қабул қилинади (бунда молекула илгариланма ҳаракатини ифодаловчи эркинлик даражалари сони $i_{илг} = 3$, айланма ҳаракатини ифодалайдиган эркинлик даражалари сони $i_{айл} = 3$, жами $i = i_{илг} + i_{айл} = 3 + 3 = 6$). Шу сабабли $i = 6$ бўлган молекулалардан ташкил топган газ учун

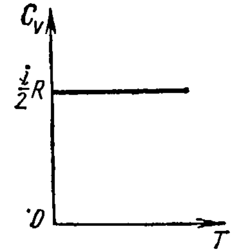
$$\begin{aligned} C_V &= \frac{i}{2} R = 3R = 24{,}94 \frac{Ж}{моль \cdot К}; \\ C_p &= \frac{i+2}{2} R = 4R = 33{,}25 \frac{Ж}{моль \cdot К}. \end{aligned} \tag{10.37}$$

Қуйидаги жадвалда баъзи газлар моляр иссиқлик сиғимлари (C_V ва C_p) нинг тажрибаларда аниқланган қийматлари $\left(\frac{Ж}{моль \cdot К}\right.$ бирликларида) келтирилган.

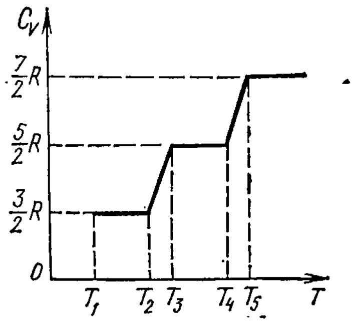
Газ	C_V	C_p
Гелий (He)	12,48	20,94
Аргон (Ar)	12,48	21,23
Водород (H_2)	20,39	28,76
Азот (N_2)	20,77	28,64
Кислород (O_2)	20,89	28,89
Ис гази (CO)	20,98	29,35
Сув буғлари (H_2O)	27,84	36,22
Метан (CH_4)	27,26	35,63
Хлороформ ($CHCl_3$)	63,64	72,01
Этил спирт (C_2H_5OH)	79,13	87,50

Тажриба йўли билан аниқланган бу натижаларни иссиқлик сиғимнинг классик тасаввурлар асосида ҳисобланган қийматлари [(10.35), (10.36) ва (10.37) ларга қ.] билан таққосласак, молекулалари битта атомдан иборат бўлган газлар (гелий ва аргон) учун жуда яхши мутаносибликни қайд қиламиз. Молекулалари икки атомдан ташкил топган газлар (H_2, N_2, O_2, CO) учун ҳам тажриба ва назария орасида етарлича мослик мавжуд. Лекин молекулалари уч ва ундан ортиқ атомдан ташкил топган газлар учун тажриба натижалари назарий ҳисобларга мос келмайди.

Назария ва тажриба орасидаги кескин фарқ идеал газ иссиқлик сиғимининг температурага боғлиқлигини текширишда аниқланди. Назарияга асосан, иссиқлик сиғим температурага боғлиқ эмас, унинг графиги (10.11-расм) абсцисса ўқига параллел тўғри чизиқдан иборат. Тажрибада эса иссиқлик сиғимнинг температурага боғлиқ эканлиги аниқланди. 10.12-расмда молекулалари иккита атомдан иборат бўлган газлар учун ўзгармас ҳажмдаги моляр



10.11- расм.



10.12- расм.

иссиқлик сиғимнинг температурага боғлиқлигини текшириш натижалари схематик тарзда тасвирланган: C_V нинг қиймати фақат айрим температура интервалларидагина ўзгармайди ва улар молекула эркинлик даражалари сонининг турли қийматларига мос келади. Хусусан, $T_1 - T_2$ интервалда $i = 3$ га, $T_3 - T_4$ интервалда $i = 5$ га ва T_5 дан юқори температураларда $i = 7$ га мос бўлган C_V нинг қийматлари тажрибаларда қайд қилинди. Тажриба ва назария орасидаги бу номувофиқликни қуйидагича бартараф қилишга уриниб кўрилди: молекула таркибидаги атомлар бир-бирига нисбатан қўзғалмайдиган тарзда боғланган деб ҳисоблаш фақат маълум температура интервали учунгина ўринли. Бошқа шароитларда атомларнинг боғланиши эластик характерда бўлади. Шу сабабли атомлар молекуладаги мувозанат вазиятлари атрофида тебраниб туради. Бундай молекулани эластик система ёки *эластик молекула* деб атаймиз. Эластик молекуладаги ҳар бир атом вазияти учта координата билан аниқланади. Шунинг учун z атомли эластик молекула эркинлик даражаларининг умумий сони $3z$ га тенг:

$$3z = i_{\text{илг.}} + i_{\text{айл.}} + i_{\text{тебр.}}, \qquad (10.38)$$

бунда $i_{\text{илг.}}$, $i_{\text{айл.}}$ ва $i_{\text{тебр.}}$ — мос равишда илгариланма, айланма ва тебранма ҳаракатни ифодалайдиган эркинлик даражаларининг сонлари. Шунинг учун

$$i_{\text{тебр.}} = 3z - i_{\text{илг.}} - i_{\text{айл.}} \qquad (10.39)$$

Барча молекулалар учун $i_{\text{илг.}} = 3$. Икки атомли молекулаларда $i_{\text{айл.}} = 2$ бўлганлиги учун, (10.39) муносабатга асосан,

$$i_{\text{тебр.}} = 3 \cdot 2 - 3 - 2 = 1$$

бўлади. Сув буғи (H_2O) учун $i_{\text{айл.}} = 3$. Бинобарин.

$$i_{\text{тебр.}} = 3\cdot 3 - 3 - 3 = 3.$$

Молекула таркибидаги атомлар тебранма ҳаракат туфайли ҳам кинетик, ҳам потенциал энергияга эга. Маълумки, гармоник тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқта кинетик ва потенциал энергияларининг ўртача қийматлари тенг. Шу сабабли молекула тебранма ҳаракатининг ҳар бир эркинлик даражасига $\frac{1}{2}kT$ нинг иккиланган қиймати (яъни kT) мос келади. Натижада битта молекулага мос келувчи умумий энергиянинг ўртача қиймати

$$w_{\text{ўр.}} = (i_{\text{илг.}} + i_{\text{айл.}})\frac{kT}{2} + i_{\text{тебр.}}kT = (i_{\text{илг.}} + i_{\text{айл.}} + 2i_{\text{тебр.}})\frac{kT}{2}$$

бўлади. Агар $i_{\text{тебр.}}$ ўрнига унинг (10.39) даги қийматини қўйсак, 1 моль идеал газнинг ички энергияси қуйидагича аниқланади:

$$U_{\text{м}} = N_{\text{A}} w_{\text{ўр.}} = [2(3z - i_{\text{илг.}} - i_{\text{айл.}}) + i_{\text{илг.}} + i_{\text{айл.}}]\frac{N_{\text{A}}kT}{2} =$$
$$= (6z - i_{\text{илг.}} - i_{\text{айл.}})\frac{RT}{2}. \qquad (10.40)$$

Бундан ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғим учун

$$C_V = \frac{dU_{\text{м}}}{dT} = (6z - i_{\text{илг.}} - i_{\text{айл.}})\frac{R}{2} \qquad (10.41)$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Мазкур ифода асосида молекулалари икки атомдан ташкил топган газ учун $C_V = \frac{7}{2}R$ бўлади ва бу қиймат юқори температуралар ($T > T_5$) даги иссиқлик сиғимнинг тажриба қийматига мос келади. Демак, икки атомли молекулалар нормал температураларда қаттиқ системага хос хусусиятларни, юқори температураларда эса эластик системага хос хусусиятларни намоён қилади. Бунинг сабабини эса классик назария тушунтира олмайди.

Молекулалари икки ёки ундан ортиқ атомдан ташкил топган газларнинг паст температуралардаги иссиқлик сиғими молекулалари битта атомдан иборат бўлган газнинг иссиқлик сиғимига яқин бўлади. Иссиқлик сиғимни паст температураларда бундай камайиб кетиш сабабини тушунтиришга ҳам классик назария ожизлик қилди.

Бу камчиликларни квант механикасининг қонунларидан фойдаланиб бартараф этилди. Квант механикасида атом системалар энергияси классик механикадагидек узлуксиз қийматлар эмас, балки дискрет (узлукли) рухсат этилган қийматларга эга бўла олади. Бошқача қилиб айтганда, атом системалар энергиясининг ўзгариши разонлик билан эмас, балки сакрашсимон тарзда амалга ошади, яъни бир қийматдан иккинчи қийматга сакраб ўтади. Масалан, рухсат этилган w_1 қийматдан навбатдаги рухсат этилган w_2 қийматга бирданига ўтади. Энергиянинг w_1 дан w_2 гача бўлган чексиз кўп оралиқ қийматларига эса, умуман, эга бўла олмайди. Хусусан, икки атомли молекуладаги атомларнинг тебранма ҳаракати қийматлари $w'_{\text{тебр.}}$, $w''_{\text{тебр.}}$, $w'''_{\text{тебр.}}$, ... бўлган энергияларга эга бўлиши мумкин. Бундай молекулада тебранма ҳаракат содир бўлиши учун унинг энергетик қийматлари орасидаги фарқ

$$\Delta w_{\text{тебр.}} = w''_{\text{тебр.}} - w'_{\text{тебр.}}$$

га тенг энергия молекулаларнинг ўзаро тўқнашишида шу молекулага берилиши лозим. Фараз қилайлик, газ температураси шунчалик паст бўлсинки, унинг бир дона молекуласи эга бўладиган иссиқлик ҳаракат ўртача энергияси ($w_{\text{ўр.}}$) нинг қиймати $\Delta w_{\text{тебр.}}$ дан анча кичик (яъни $w_{\text{ўр.}} \ll \Delta w_{\text{тебр.}}$) бўлсин. Бундай ҳолларда молекуланинг тебранма ҳаракати уйғонмайди. Газ температураси ошиши туфайли $w_{\text{ўр.}}$ нинг миқдори $\Delta w_{\text{тебр.}}$ билан таққосланарлик даражада ортса, молекулаларнинг тўқнашиш жараёнида тебранма ҳаракат уйғонади.

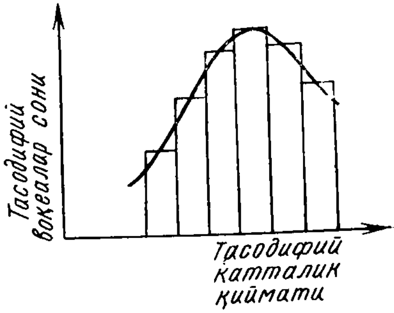
Худди шунингдек, молекула айланма ҳаракатга келиши учун унга $\Delta w_{\text{айл.}}$ миқдорида энергия улуши берилиши керак. Агар энергия улуши (уни энергия кванти деб аталади) $w_{\text{ўр.}}$ дан катта (яъни $\Delta w_{\text{айл.}} > w_{\text{ўр.}}$) бўлса, молекуланинг айланма ҳаракати уйғотилмайди. Шу сабабли етарлича паст температураларда икки атомли молекула айланма ҳаракат қилмайди, балки худди бир атомли молекуладек, фақат илгариланма ҳаракат қилади, холос.

Шундай қилиб, классик назария асосида идеал газ иссиқлик сиғимини тушунтиришда вужудга келган қийинчиликларнинг сабаби — энергиянинг молекула эркинлик даражалари бўйича текис тақсимланиши қонунининг чекланганлигидир. Бу эса молекулаларнинг ҳаракати квант механикасидагина тўла тавсиф этилиши мумкинлигини кўрсатади.

XI боб

ГАЗЛАРДАГИ СТАТИСТИК ТАҚСИМОТЛАР ВА КЎЧИШ ҲОДИСАЛАРИ

Табиатда ва кундалик турмушда тасодифий воқеалар кўп учрайди. Масалан, ҳарбий хизматга чақириш муносабати билан медицина кўригидан ўтаётган йигитнинг бўйи у ёки бу қийматга эга бўлиши ана шундай тасодифий воқеадир. Йигит бўйининг узунлиги эса тасодифий катталикдир. Медицина кўриги вақтида йиғилган маълумотларни ишлаб чиқайлик. Бунинг учун бўйи 1,65 м дан 1,66 м гача; 1,66 м дан 1,67 м гача; . . . интервалларга мос келувчи йигитлар сонини аниқлайлик. Сўнг абсцисса ўқи бўйича тасодифий катталикларни (яъни йигитлар бўйини), ордината ўқи бўйича эса тасодифий воқеалар сонини (яъни йигитлар сонини) қўйиб график тузайлик (11.1- расм). Ҳосил бўлган эгри чизиқ кўрикдан ўтаётган йигитларнинг бўйлари бўйича тақсимланиш қонунини ифодалайди. Агар кейинги йиллар ҳам шундай тажриба ўтказилса, уларда ҳам тақсимот эгри чизиқлари худди аввалги йилдагидек бўлади. Масалан, бу йилги кўрикдан ўтган 10000 йигит ичидан (1,85—1,86) м бўйли йигитлар 8—10; (1,82—1,83) м бўйга эга бўлганлари 30—40; . . . ; (1,68 — 1,69) м бўйли йигитлар эса энг кўп бўлса, кейинги йил кўрикларида ҳам шундай натижалар кузатилади. Лекин тажрибаларда етарлича кўп йигитлар ҳақида (масалан, область ёки республика миқёсида) маълумот йиғилган тақдирдагина ҳар йили тақсимот эгри чизиқларининг такрорланиши қайд қилинади. Умуман, айни бир хил шароитда амалга оширилган тажрибаларда мунтазам равишда такрорланадиган эгри чизиқлар бирор статистик қонуниятнинг ифо-

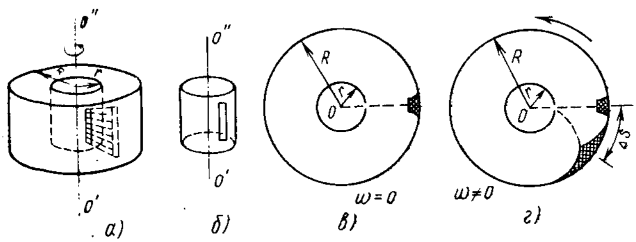


11.1- расм.

даси бўлиб хизмат қилади. *Тақсимот эгри чизиғи* қанчалик кўпроқ воқеалар асосида қурилган бўлса, у статистик қонунни шунчалик аниқроқ ифодалайди. Мазкур бобда газлардаги статистик қонуниятлар ҳақида мулоҳаза юргизамиз. Ҳар қандай кичик ҳажмда ҳам ниҳоят кўп молекулалар мавжуд бўлганлиги сабабли газ молекулалари учун қурилган у ёки бу катталикнинг тақсимот эгри чизиғи жуда катта аниқлик билан такрорланади.

1-§. Идеал газ молекулаларининг иссиқлик ҳаракат тезликлари ва энергиялари бўйича тақсимланишига оид Максвелл қонуни

Мувозанат ҳолатга эришган бирор идишдаги газга ташқаридан таъсир кўрсатилмаса, унинг макроскопик параметрлари (m, p, V, T) ўзгармайди. Лекин системада микропроцесслар давом этаверади. Молекулалар ўзаро тўқнашаверади. Тўқнашишлар сони ниҳоят кўп бўлганлиги учун (нормал шароитда ҳар бир молекула бир секунд давомида тахминан 10^{10} марта тўқнашади) молекулалар тезликларининг қийматлари ҳам, йўналишлари ҳам узлуксиз ўзгариб туради. Шу сабабли вақтнинг бирор онида у ёки бу молекула эга бўладиган тезлик ҳақида гапиришнинг ҳожати йўқ. Лекин тезликлари v дан $v+\Delta v$ гача бўлган (яъни Δv интервалдаги) молекулалар сонини аниқлаш мумкин. Мазкур вазифани яққолроқ тасаввур қилиш мақсадида, аввал, Штерн тажрибасининг моҳияти билан танишайлик. Штерн тажрибасида қўлланилган қурилма (11.2- расм) ўқлари устма-уст тушадиган тарзда бир-бирининг ичига жойлаштирилган икки цилиндрдан иборат. Цилиндрларнинг ўқлари ($O'O''$) бўйлаб платина сим ўтказилган. У кумуш билан қопланган. Платинадан электр ток ўтиш жараёнида у қизийди. Натижада кумуш буғланиб ҳар томонга тарқалади. Қурилмадаги ички цилиндрда $O'O''$ ўққа параллел бўлган тасмасимон тирқиш мавжуд (11.2- *б* расмга қ.). Бу тирқишдан учиб ўтган кумуш буғлари ташқи цилиндрнинг ички деворига бориб урилади ва унга ёпишиб қолади. Қурилма ичида юқори вакуум ҳосил қилинганлиги туфайли кумуш буғлари ташқи цилиндр деворига етгунча ҳаво молекулалари билан тўқнашмайди. Шу сабабли ташқи цилиндрнинг ички деворида тирқиш шаклига монанд равишда тасмасимон доғ ҳосил бўлади (11.2- *в* расм). Агар қурилма $O'O''$ ўқ атрофида айланма ҳаракатга келтирилса-чи? Бу ҳолда кумуш атомлари тирқишдан чиқиб ташқи цилиндр деворига етиб



11.2- расм.

келгунча, девор бирор Δs масофага силжиб қолади (11.2-г расмга қ.). Қурилманинг айланма ҳаракат бурчак тезлигини ω, ташқи цилиндр радиусини R ва ички цилиндр радиусини r деб белгиласак,

$$\Delta s = \omega R \Delta \tau \tag{11.1}$$

бўлади. Бунда $\Delta\tau$ — тезлиги v бўлган кумуш атоми тирқишдан чиқиб ташқи цилиндр деворига етиб олгунча ўтган вақт, яъни

$$\Delta\tau = \frac{R - r}{v}.$$

Шунинг учун (11.1) ни қуйидаги шаклда ёзиш мумкин:

$$\Delta s = \frac{\omega R(R - r)}{v}.$$

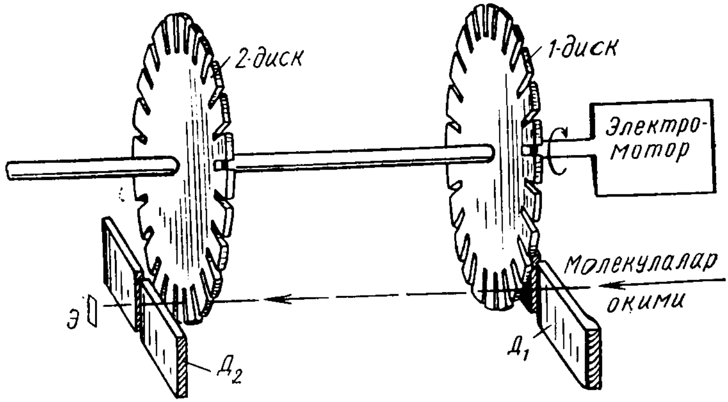
Бундан

$$v = \frac{\omega R(R - r)}{\Delta s} \tag{11.2}$$

ифодани ҳосил қиламиз.

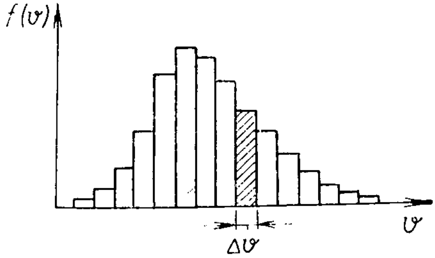
Демак, қурилма тинч турганда вужудга келтирилган доғ ва қурилма айланма ҳаракат қилаётганда ҳосил бўлган доғнинг бирор соҳаси орасидаги Δs масофани ўлчаб, уни (11.2) ифодага қўйсак, доғнинг мазкур соҳасига етиб келаётган кумуш буғларининг иссиқлик ҳаракат тезлигини топган бўламиз. Бу тезликдан фарқли тезликлар билан ҳаракатланадиган кумуш атомлари мазкур соҳадан ўнгроққа ёки чапроққа келиб ёпишади. Доғнинг ҳар бир соҳадаги қалинликларини ўлчаб турли тезликлар билан ҳаракатланаётган кумуш атомларининг нисбий сони ҳақида маълумот олинади.

Иккинчи усул Коста, Смит, Комптон томонидан таклиф этилган ва Эльдриж такомиллаштирган қурилма ёрдамида амалга ошириладиган тажрибадир. Мазкур қурилма схематик тарзда 11.3- расмда тасвирланган. Икки тишсимон тирқишли диск бир-биридан бирор масофа узоқ-

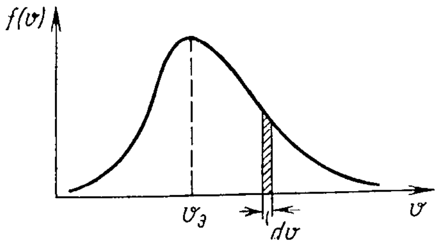


11.3- расм.

ликда ягона ўққа бирлаштирилган. Улар электромотор ёрдамида айлантирилади. Биринчи дискнинг тишлари орасидаги тирқиш биринчи диафрагма ($Д_1$) тирқиши билан мос тушганда молекулалар оқими иккинчи диск томон ўтади. Иккинчи дискнинг тишлари биринчи диск тишларига нисбатан шундай силжитилганки, биринчи диск тирқишидан ўтган молекулалар оқими таркибидаги v тезлик билан ҳаракатланаётган молекулалар иккинчи диск тирқиши иккинчи диафрагма ($Д_2$) тирқиши билан мослашган вақтда етиб келадиган бўлиши керак. Албатта, иккинчи диск тирқишидан айнан v тезликли молекулалар эмас, балки v дан $v + \Delta v$ гача интервалдаги тезликлар билан ҳаракатланувчи молекулалар ўтади. Иккинчи диафрагма ($Д_2$) орқасида жойлаштирилган экранга етиб келган молекулалар унга ёпишиб қолади. Маълум муддат давом этган экспозициядан сўнг ёпишган молекулалар қатламининг қалинлигини ўлчаб молекулалар оқимидаги тезликлари v дан $v + \Delta v$ гача бўлган молекулаларнинг нисбий сони, яъни тезликлари v дан $v + \Delta v$ гача бўлган молекулалар сони (ΔN) оқимдаги барча молекулалар сони (N) нинг қандай улуши $\left(\frac{\Delta N}{N}\right)$ ни ташкил этиши ҳақида маълумот олинади. Тажрибада дискларнинг айланиш тезлиги ва улар тишларининг бир-бирига нисбатан силжишини ўзгартириш ёрдамида ўлчаниши лозим бўлган тезликли молекулаларни ажратиб олиш масаласи ҳал қилинади. Баён этилган тажриба натижаларини графикда тасвирлаш учун абсцисса ўқи бўйлаб тезликлар қийматларини жойлаштирайлик (11.4- расм). Тезликлари v дан $v + \Delta v$ гача бўлган молекулаларнинг нисбий сони $\left(\frac{\Delta N}{N}\right)$ ни томонларидан бири тезлик интервали (Δv) га тенг бўлган тўғри тўртбурчакнинг юзи тарзида тасвирлаймиз (шундай тўғри тўртбурчаклардан бири расмда штрихланган). У ҳолда тўғри тўртбурчакларнинг иккинчи томони $\frac{\Delta N}{N\Delta v} = f(v)$ га тенг бўлиб, у $\frac{\Delta N}{N}$ нинг v га боғлиқлигини ифодалайди, яъни $\frac{\Delta N}{N} = f(v)\Delta v$. Тезликлар интервалларини кичрайтиравер-сак, лимитда (яъни $\Delta v \to 0$) да



11.4- расм.



11.5- расм.

$$f(v) = \frac{dN}{Ndv} \tag{11.3}$$

бўлади. Натижада зинасимон синиқ чизиқ (11.4- расмга қ.) ўрнига 11.5- расмдаги эгри чизиқ вужудга келади. Мазкур эгри чизиқ Максвелл томонидан эҳтимолликлар назарияси асосида аниқланган қонунни ифодалайди. Максвелл $f(v)$ функциянинг аналитик ифодаси

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m_{\text{м}}}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_{\text{м}} v^2}{2kT}} v^2 \tag{11.4}$$

шаклда эканлигини келтириб чиқарди. Бунда $m_{\text{м}}$ — молекуланинг массаси, T — газнинг абсолют температураси.

Бирор идишдаги газнинг v дан $v + dv$ гача тезликлар билан ҳаракатланаётган молекулаларининг нисбий сони

$$\frac{dN}{N} = f(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m_{\text{м}}}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_{\text{м}} v^2}{2kT}} v^2 dv \tag{11.5}$$

муносабатдан фойдаланиб топилади. Унинг қиймати Максвелл эгри чизиғи остидаги штрихланган юзчага тенг. (11.5) муносабат газ молекулаларининг иссиқлик ҳаракат тезликлари бўйича тақсимланишига оид Максвелл қонунининг ифодасидир. Бирдай dv интервалдаги тезликларга эга бўлган молекулаларнинг нисбий сони $\left(\frac{dN}{N}\right)$ фақат dv га эмас, балки тезлик (v) га ҳам боғлиқ. Ҳақиқатан, (11.5) га асосан, $\frac{dN}{N}$ нинг энг катта қиймати $f(v)$ максимумга эришадиган тезликка мос келади. Тезликнинг бу қиймати *энг катта эҳтимолли тезлик* ёки, оддийроқ тарзда, *эҳтимолли тезлик* деб аталади ва $v_э$ деб белгиланади. Эҳтимолли тезлик қийматини топиш учун $f(v)$ функциядан v бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилани нолга тенглаштирамиз:

$$f'(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m_м}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}}\left[e^{-\frac{m_м v_э^2}{2kT}}2v_э - v_э^2 e^{-\frac{m_м v_э^2}{2kT}}\frac{2m_м v_э}{2kT}\right] = 0.$$

Мазкур тенглама катта қавс ичидаги ифода нолга тенг бўлганда бажарилади. Бинобарин, қавс ичидаги ифодани нолга тенглаштириб

$$v_э^2 = \frac{2kT}{m_м}$$

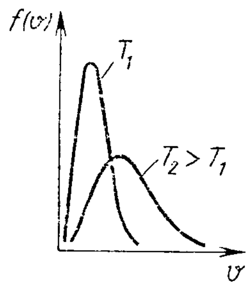
ёки

$$v_э = \sqrt{\frac{2kT}{m_м}} \qquad (11.6)$$

эканлигини топамиз. (9.31) ва (9.3) муносабатларни эътиборга олиб $v_э$ ифодасини қуйидагича ўзгартириб ёзиш мумкин:

$$v_э = \sqrt{\frac{2kT}{m_м}} = \sqrt{\frac{2RT}{m_м N_A}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}. \qquad (11.7)$$

Максвелл эгри чизиғи асимметрик, унинг ўнг томони чап томонига нисбатан секинроқ камайиб узоқроққа чўзилган. Шунинг учун $v > v_э$ бўлган ўнг қисми остидаги юз чап қисми (яъни $v < v_э$ бўлган қисм) остидаги юздан каттароқ бўлади. Бундан, бирор ҳажмдаги газнинг эҳтимолли тезликдан катта тезликлар билан ҳаракатланадиган молекулаларининг сони эҳтимолли тезликдан кичик тезликлар билан ҳаракатланадиган молекулаларининг сонидан кўпроқ бўлади, деган хулосага келамиз.



11.6- расм.

Максвелл эгри чизиғи газнинг температурасига ҳам боғлиқ. Температура юқорилашган сари Максвелл эгри чизиғи пасайиб катта тезликлар соҳасига чўзилади (11.6-расмга қ.). Максимуми ҳам ўнг томонга силжийди. Ҳақиқатан, (11.6) га асосан, T нинг каттароқ қийматларида $v_э$ нинг қиймати ҳам каттароқ бўлиши керак.

(11.5) ифодани бошқача кўринишда ҳам ёзиш мумкин. Бунинг учун газ молекуласининг иссиқлик ҳаракат тезлиги ва кинетик энергияси

$$w = \frac{m_м v^2}{2} \tag{11.8}$$

муносабат билан боғланганлигидан фойдалансак,

$$v = \sqrt{\frac{2w}{m_м}}, \tag{11.9}$$

деган хулосага келамиз. (11.8) ифодага дифференциаллаш амалини қўллайлик:

$$dw = m_м v dv.$$

Бундан

$$v dv = \frac{dw}{m_м} \tag{11.10}$$

муносабатни ҳосил қиламиз. (11.9) ва (11.10) ифодалардан фойдалансак, (11.5) даги $v^2 dv$ кўпайтмани қуйидагича ўзгартириш мумкинлигига ишонч ҳосил қиламиз:

$$v^2 dv = v v dv = \sqrt{\frac{2w}{m_м}} \frac{dw}{m_м} = \frac{\sqrt{2}}{m_м^{\frac{3}{2}}} \sqrt{w}\, dw.$$

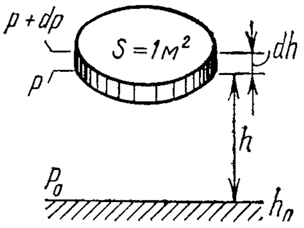
Мазкур тенглик ва (11.8) муносабатни эътиборга олиб (11.5) ифодани қуйидаги кўринишда ёзишимиз мумкин:

$$\frac{dN}{N} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{w}{kT}} \sqrt{w}\, dw \tag{11.11}$$

Бу муносабат газ молекулаларининг иссиқлик ҳаракат энергиялари бўйича тақсимланишига оид Максвелл қонунининг ифодасидир.

2- §. Ташқи потенциал майдонда зарраларнинг тақсимланишига оид Больцман қонуни

Потенциал майдонда жойлашган идеал газни текширамиз. Маълумки, ташқи таъсирлар бўлмаган ҳолда бирор идишдаги газ мувозанат ҳолатга келади. Натижада идиш билан чегараланган газ ҳажмининг барча соҳалари бирдай температура ва бирдай босимга эга бўлади. Бир неча хил газлар аралашмаси (хусусан, ҳаво) билан иш тутилаётган бўлса, идишнинг турли соҳаларидаги газ таркиби ҳам айнан бир хил бўлади. Лекин ташқи потенциал майдон таъсирида манзара ўзгаради. Масалан, Ернинг тортиш



11.7- расм.

майдонидаги газ — ҳаво молекулалари устида мулоҳаза юритайлик. Аввал, Ернинг тортиш майдони бўлмаган ҳолни тасаввур қилиб кўрайлик. Ҳаво молекулаларининг тўхтовсиз бетартиб ҳаракати (иссиқлик ҳаракат) туфайли улар олам фазоси бўйлаб тарқалиб кетган бўларди. Аксинча, Ернинг тортиш майдони мавжуд бўлса-ю, ҳаво молекулаларининг иссиқлик ҳаракати бўлмаса, барча молекулалар Ер сирти яқинида тўпланиб юпқа зич қатламни ҳосил қиларди. Демак, ҳаво молекулаларининг иссиқлик ҳаракати ва Ернинг тортиш кучи бир вақтда мавжудлиги туфайли Ер атмосфераси ўзининг ҳозирги тарзида намоён бўлади. Бинобарин, ҳаво молекулаларининг баландлик бўйича тақсимланиши шу икки факторнинг натижасидир. Мазкур тақсимотни ифодалайдиган статистик қонуниятни аниқлайлик.

Ер сиртининг денгиз сатҳидан h_0 баландликдаги соҳасида атмосфера босими p_0 бўлсин. Атмосферанинг мазкур соҳасидаги бирлик ҳажмда n_0 дона молекула, Ер сиртидан h баландликдаги соҳасининг бирлик ҳажмида эса n дона молекула мавжуд, деб ҳисоблайлик. Атмосферанинг h баландликдаги соҳасида қалинлиги dh, асосининг юзи $S = 1\text{м}^2$ бўлган цилиндрсимон элементар қатламни хаёлан ажратайлик (11.7- расм). Бу қатламнинг қуйи ва юқори асосларига таъсир этадиган атмосфера босимининг қийматларини мос равишда p ва $p + dp$ деб белгилайлик.

Атмосферанинг h баландликдаги босими (p) мазкур соҳадан юқоридаги қатламларнинг оғирлиги туфайли вужудга келади. Шунинг учун $h+dh$ баландликдаги атмосфера босимининг қиймати ($p + dp$) ундан dh қадар пастроқ соҳадаги атмосфера босимининг қиймати (p) дан кичикроқ бўлади. Бинобарин, dp— манфий катталик. Унинг қиймати dh қалинликдаги ҳаво қатламида мавжуд бўлган барча молекулаларнинг умумий оғирлигига тенг:

$$dp = -\rho g dh = -n m_\text{м} g dh. \qquad (11.12)$$

Иккинчи томондан, нормал шароитларга яқин бўлган ҳолларда атмосфера таркибидаги газларга идеал газ қонунларини қўллаш мумкин. Шу сабабли h баландликдаги босим (p) ва бирлик ҳажмдаги молекулалар сони (n) орасида қуйидаги боғланиш ўринли бўлади [(9.34) ифодага қ.]:

$$p = nkT. \qquad (11.13)$$

(11.12) ни (11.13) га тақсимласак,

$$\frac{dp}{p} = -\frac{m_{\text{м}}g}{kT}\,dh$$

муносабатни ҳосил қиламиз, уни h_0 дан h гача интервалда (бу интервалга босимнинг p_0 дан p гача интервали мос келади) g ва T ни ўзгармас деб ҳисоблаб интеграллайлик:

$$\int_{p_0}^{p}\frac{dp}{p} = -\frac{m_{\text{м}}g}{kT}\int_{h_0}^{h} dh.$$

Натижада

$$\ln p - \ln p_0 = -\frac{m_{\text{м}}g}{kT}\,(h-h_0)$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Мазкур муносабатни потенцирлаш (потенцирлаш — логарифмлашга тескари амал бўлиб, бунда берилган логарифмга қараб соннинг ўзи топилади) туфайли

$$\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{m_{\text{м}}g}{kT}(h-h_0)}$$

ёки

$$p = p_0 e^{-\frac{m_{\text{м}}g}{kT}(h-h_0)} \tag{11.14}$$

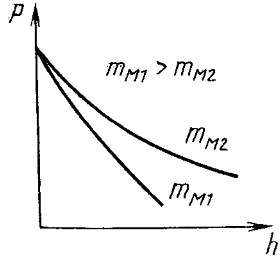
ифода вужудга келтирилади. Баландликни ҳисоблаш денгиз сатҳидан бошланган ҳолларда $h_0 = 0$ бўлганлиги учун (11.14) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$p = p_0 e^{-\frac{m_{\text{м}}gh}{kT}}. \tag{11.15}$$

$k = \frac{R}{N_{\text{А}}}$ ва $m_{\text{м}}N_{\text{А}} = M$ эканини эътиборга олиб, юқоридаги тенгламани

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \tag{11.15a}$$

кўринишда ҳам ёзиш мумкин. (11.15) ёки (11.15а) тенглама *барометрик формула* деб аталади. Демак, баландлик ортган сари босим экспоненциал қонун бўйича камайиб боради. Газлар аралашмаси (хусусан, атмосфера ҳавоси) билан иш тутилганда барометрик формулани ҳар бир газнинг парциал босими учун қўллаш мумкин. (11.15) га асосан, баландлик ортган сари оғирроқ газларнинг босими енгилроқ газларнинг босимига нисбатан



11.8- расм.

жадалроқ камайиб боради (11.8-расмга қ.). Ҳақиқатан, атмосферанинг юқори қатламларида енгил газлар кўпроқ бўлади.

Лекин шуни алоҳида қайд қилайликки, барометрик формулани чиқаришда барча баландликлардаги ҳаво температураси ўзгармайди деб фараз қилинди. Аслида, баландлик ортган сари температура камайиб боради. Температурага тузатма киритиб барометрик формула ёрдамида тоғ чўққилари, учувчи аппаратларнинг парвоз вақтидаги баландликлари ҳақида маълумот олинади.

Юқорида қайд қилганимиздек, газнинг ихтиёрий баландликдаги босими шу сатҳнинг бирлик ҳажмидаги молекулалар сонига пропорционал [(11.13) ифодага қ.]. Шунинг учун

$$\frac{p}{p_0} = \frac{n}{n_0}$$

деб ҳисоблашимиз ва барометрик формуладаги босимлар (яъни p ва p_0) ўрнига бирлик ҳажмдаги молекулалар сони (яъни n ва n_0) ни қўйиш мумкин:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_м gh}{kT}} \qquad (11.16)$$

Мазкур ифодадаги $m_м gh$ катталик молекуланинг h баландликдаги потенциал энергияси (U) ни ифодалайди. Шу сабабли (11.16) муносабатни

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}} \qquad (11.17)$$

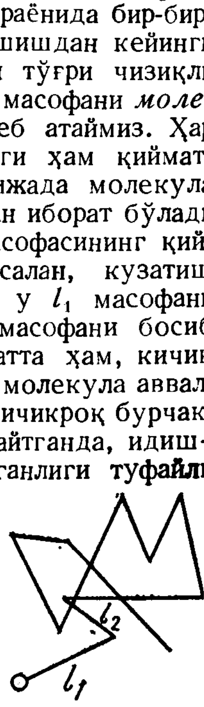
кўринишда ёза оламиз. *Больцман тақсимоти* деб аталадиган бу тенглама фақат Ернинг тортиш майдонидаги зарралар учунгина эмас, балки ихтиёрий потенциал майдонда жойлашган зарралар учун ҳам қўлланилиши мумкин.

Больцман қонунининг аналитик ифодаси бўлган (11.17) муносабат потенциал майдондаги молекулаларнинг тақсимланишини икки процессга боглиқ равишда аниқлайди. Биринчи процесс — ташқи майдон таъсирида молекулаларнинг тартибли равишда жойлашишга интилишидир. Иккинчи процесс — молекулаларнинг иссиқлик ҳаракат туфайли тартибсизланишидир. Биринчи процесс U энергия билан, иккинчи процесс эса kT энергия билан характерланади.

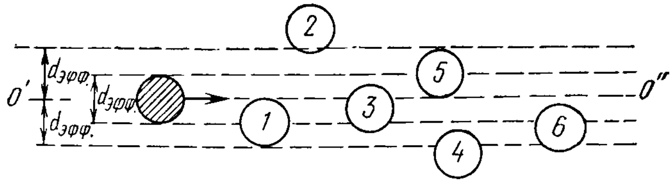
Бу энергиялар нисбати, яъни $\frac{U}{kT}$ катталик зарраларнинг „тартибланганлик даражаси“ ни ифодалайди. Хусусан, Ер атмосферасидаги газнинг температураси пастроқ, молекулаларининг массаси эса каттароқ бўлса, яъни $\frac{U}{kT}$ нисбат қанчалик катта бўлса, мазкур газ Ер сиртига яқин соҳаларда шунчалик зичлашиброқ жойлашади. Чегаравий ҳолда, яъни $T = 0$ деб фараз қилинганда, иссиқлик ҳаракат тўхтайди ва молекулалар Ер сиртига ёпишиб қолган қатламни ташкил этадилар. Температура юқорилашган сари $\frac{U}{kT}$ нинг қиймати кичиклашади. Бундай ҳолларда баландлик ортган сари газ молекулалари зичлигининг камайиши сустроқ бўлади.

3- §. Газ молекулаларининг эркин югуриш ўртача масофаси

Бирор идишдаги газ молекулалари тўхтовсиз бетартиб ҳаракатланиш (яъни иссиқлик ҳаракат) жараёнида бир-бирлари билан тўқнашиб туради. Бир тўқнашишдан кейинги тўқнашишгача молекула бирор масофани тўғри чизиқли траектория бўйича эркин учиб ўтади. Бу масофани *молекуланинг эркин югуриш масофаси* деб атаймиз. Ҳар бир тўқнашиш туфайли молекула тезлиги ҳам қиймат, ҳам йўналиш жиҳатидан ўзгаради. Натижада молекула траекторияси ниҳоят чигал синиқ чизиқдан иборат бўлади (11.9- расм). Молекула эркин югуриш масофасининг қийматлари тасодифий характерга эга. Масалан, кузатиш бошлангандан навбатдаги тўқнашишгача у l_1 масофани босиб ўтса, кейинги тўқнашишгача l_2 масофани босиб ўтади. Бунда l_2 нинг қиймати l_1 дан катта ҳам, кичик ҳам бўлиши мумкин. Тўқнашиш туфайли молекула аввалги йўналишидан каттароқ бурчакка ҳам, кичикроқ бурчакка ҳам оғиши мумкин. Бошқача қилиб айтганда, идишдаги молекулалар сони ниҳоят кўп бўлганлиги туфайли молекуланинг тўқнашишлари ва тўқнашишлар орасидаги эркин югуриш йўлларида ҳеч қандай тартиб бўлмайди. Шунинг учун молекуланинг вақт бирлиги давомидаги тўқнашишларининг ўртача сони ва *эркин югуриш ўртача масофаси* ҳақида мулоҳаза юритамиз.



11.9- расм.



11.10- расм.

Миқдорий ҳисоблашларда газ молекулаларини қаттиқ эластик шарчалар деб тасаввур қиламиз. [Аслида, молекулалар — ядро ва электронлардан ташкил топган мураккаб системалардир]. Молекулалар орасидаги ўзаро таъсир кучлари қисқа масофаларда намоён бўлади. Улар анчагина мураккаб характерга эга. Тўқнашиш жараёни—бир-бирига яқинлашаётган молекулалар орасида ўзаро итаришиш кучларининг ортиб бориши ва бу кучлар таъсирида молекулалар тезликларининг йўналишлари ва қийматларида ўзгариш амалга ошишидир. Шу сабабли „тўқнашиш" деб аталаётган жараёнда молекулалар бир-бирига биллиард шарлари каби урилмайди. Улар бир-бирига маълум масофагача яқинлашади. Бу масофанинг қиймати молекулалар илгариланма ҳаракати кинетик энергиясининг қийматига (яъни газ температурасига) ва молекулалар ҳаракатининг бир-бирига нисбатан йўналишига боғлиқ. Шунинг учун тажрибаларда „тўқнашаётган" икки молекуланинг бир-бирига яқинлашиш масофаси аниқланган бўлади. Бу масофани тўқнашаётган молекулалар марказлари орасидаги масофа сифатида тасаввур қиламиз ва уни молекулаларнинг эффектив диаметри ($d_{эфф.}$) деб атаймиз. Ҳисобларни соддалаштириш мақсадида фақат битта молекула доимий $v_{ўр.}$ тезлик билан ҳаракатланаяпти (бу молекула 11.10- расмда штрихлаб тасвирланган), бошқа молекулалар эса ўз жойларида қўзғалмай турибди, деб фараз қилайлик. Танланган молекула чапдан ўнг томонга қараб $O'O''$ тўғри чизиқ бўйича ҳаракатланаяпти. Ҳаракатланиш жараёнида бу молекула марказлари $O'O''$ тўғри чизиқдан $d_{эфф.}$ қадар узоқликда ва ундан берироқда ётган барча молекулаларга тегиб ўтади. Хусусан, 11.10- расмдаги *1*, *3*, *5*, *6* молекулаларга тегиб, *2*, *4* молекулаларга эса тегмасдан ўтади. Бошқача қилиб айтганда, диаметри $2d_{эфф.}$, ясовчисининг узунлиги $v_{ўр.}$ бўлган цилиндр ичида марказлари ётган барча молекулаларнинг сони танланган молекуланинг 1 с ичидаги тўқнашишлар ўртача сонини ифодалайди. Қайд қилинган цилиндрнинг ҳажми $\pi d^2_{эфф.} v_{ўр.}$ га тенг. Агар газнинг бирлик ҳажмидаги молекулалар сонини n деб белгиласак, молекуланинг бирлик вақт давомидаги тўқнашишлар ўртача сони

$$z_{ўр.} = \pi d^2_{эфф.} v_{ўр.} n \qquad (11.18)$$

ифода билан аниқланиши лозим, деган хулосага келамиз. Лекин (11.18) ифодани келтириб чиқаришда танланган молекуланинг ҳаракатланиши, бошқа молекулаларнинг эса қўзғалмаслиги бошланғич шарт сифатида қабул қилинганди. Аслида барча молекулалар тўхтовсиз ва бетартиб ҳаракат қилади. Шунинг учун (11.18) ни фақат тақрибий формула сифатида қабул қилиш мумкин.

Максвелл газ молекулаларининг тезликлар бўйича тақсимланишини эътиборга олган ҳолда аниқ ҳисоблар ўтказди ва

$$z_{ўр.} = \sqrt{2}\, \pi d^2_{эфф.} v_{ўр.} n \qquad (11.19)$$

муносабатни ҳосил қилди. Демак, аниқ ҳисоблар асосида топилган $z_{ўр.}$ нинг қиймати шартларни соддалаштириб ўтказилган ҳисобларда топилган тақрибий қийматидан миқдори $\sqrt{2}$ бўлган коэффициент билан фарқланади.

Молекуланинг эркин югуриш ўртача масофаси $l_{ўр.}$ ни топиш учун бирлик вақтда молекула босиб ўтган йўл ($v_{ўр.}$) ни бирлик вақтдаги тўқнашишлар ўртача сонига бўламиз:

$$l_{ўр.} = \frac{v_{ўр.}}{z_{ўр.}} = \frac{1}{\sqrt{2}\, \pi d^2_{эфф.} n} = \frac{1}{\sqrt{2}\, \sigma n}. \qquad (11.20)$$

Бунда

$$\sigma = \pi d^2_{эфф.}$$

белгилашдан фойдаландик, уни молекуланинг эффектив кесими деб аталади.

Шундай қилиб, молекуланинг эркин югуриш ўртача масофаси газнинг бирлик ҳажмидаги молекулалар сонига ва молекуланинг ўлчамига боғлиқ.

Нормал шароитлардаги ($T_0 = 273{,}15$ К, $p_0 = 101325$ Па) газнинг бирлик ҳажмидаги молекулалар сони

$$n = \frac{N_A}{V_м} = \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}}{22{,}414 \cdot 10^{-3}\ м^3 \cdot моль^{-1}} \approx 2{,}7 \cdot 10^{25}\ м^{-3}$$

ва молекуланинг эффектив диаметри $d_{эфф.} \approx (2-3) \cdot 10^{-10}$ м эканини ҳисобга олсак,

$$z_{ўр.} \approx 10^{10}\ с^{-1} \text{ ва } l_{ўр.} \approx 10^{-7}\ м$$

бўлади. Агар (9.34) муносабатга асосан

$$n = \frac{p}{kT}$$

эканини эътиборга олсак, (11.20) ифодани қуйидаги кўринишда ҳам ёзиш мумкин:

$$l_{\text{ўр.}} = \frac{kT}{\sqrt{2}\,\pi d^2_{\text{эфф.}}\,p} = \frac{kT}{\sqrt{2}\,\sigma p} \tag{11.21}$$

ёки

$$l_{\text{ўр}} p = \frac{k}{\sqrt{2}\sigma} T. \tag{11.22}$$

Кейинги формуланинг ўнг томонидаги $\frac{k}{\sqrt{2}\sigma}$ кўпайтувчи муайян газ учун ўзгармас катталик. Бинобарин, изотермик процесслар ($T=\text{const}$) учун мазкур формула

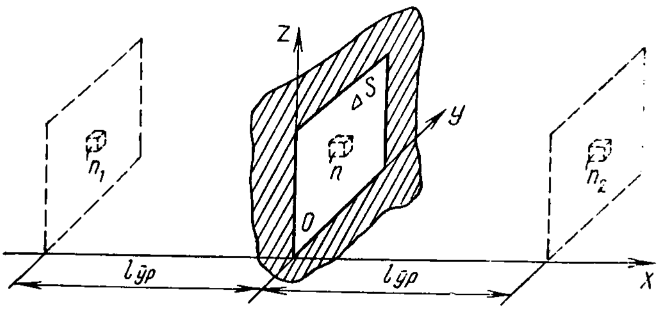
$$l_{\text{ўр.}} p = \text{const}$$

кўринишга эга бўлади, яъни газ босимининг изотермик ўзгаришларида молекулалар эркин югуриш ўртача масофасининг қиймати босимга тескари пропорционал равишда ўзгаради. Масалан, кислород босими 130 Па бўлганда $l_{\text{ўр.}} \approx 10^{-4}$м; босим $1{,}3 \cdot 10^{-4}$ Па бўлганда эса $l_{\text{ўр.}} \approx 10$ м бўлади.

4- §. Газлардаги диффузия ҳодисаси

Системанинг ҳолатини белгиловчи макроскопик катталикларнинг қийматлари ўзгармаса (аниқроғи катталикларнинг ўртача қийматлари ўзгармаса), система термодинамик мувозанатда бўлади. Бирор сабаб туфайли система мувозанат ҳолатда бўлмаса ёхуд мувозанат ҳолатдан чиқарилган, лекин ўз ҳолича қолдирилган бўлса (яъни системага ташқаридан таъсир кўрсатилмаса), мазкур системада шундай процесслар амалга ошадики, натижада система мувозанат ҳолатга қайтади. Системанинг термодинамик мувозанат ҳолатига ўз-ўзича ўтиш процессини *релаксация* деб, бундай ўтишга сарфланадиган вақтни эса *релаксация вақти* деб аталади. Термодинамик мувозанат ҳолатининг қарор топишида *кўчиш ҳодисалари* муҳим роль ўйнайди. Кўчиш ҳодисаларига мансуб бўлган ҳодисалардан бири—диффузиядир.

Бир-бирига чегарадош бўлган газлар молекулаларининг иссиқлик ҳаракат туфайли ўзаро аралашиб кетиш процесси диффузия деб аталади. Масалан, бирор ҳажмнинг икки қисмида турли газлар жойлашган бўлса ёки айни бир газнинг концентрациялари (яъни бирлик ҳажмдаги молекулалар сони) турлича бўлса, иссиқлик ҳаракат туфайли бирор чекли вақтдан сўнг ҳажмнинг барча соҳаларидаги молекулалар концентрацияси тенглашиб қолади.



11.11- расм.

Молекулалар концентрацияси (n) ва газ зичлиги (ρ) ўзаро

$$\rho = n m_{м} \tag{11.23}$$

муносабат орқали боғланган. Бинобарин, диффузия ҳодисаси туфайли ҳажмнинг турли қисмларида газ зичлиги тенглашади.

Тажрибаларнинг кўрсатишича, газ зичлигининг ўзгариш йўналишига перпендикуляр равишда жойлаштирилган ΔS юзли сирт орқали (11.11- расмга қ.) диффузия ҳодисаси туфайли $\Delta\tau$ вақт давомида кўчадиган газ массаси—

$$\Delta m = -D \frac{d\rho}{dx} \Delta S \Delta\tau \tag{11.24}$$

ифода билан аниқланиши мумкин. Фик қонунини ифодаловчи мазкур тенгламадаги минус ишора газ массаси зичлик камроқ бўлган томонга кўчишини кўрсатади. $\frac{d\rho}{dx}$ — *зичлик градиенти* деб аталадиган катталик, у газ зичлигининг бирор йўналиш бўйича (масалан OX ўқи бўйича) ўзгариш жадаллигини характерлайди ва (кг/м^3)/м = кг/м^4 ларда ўлчанади. D—*диффузия коэффициенти,* у газлар хоссасига ва диффузия амалга ошаётган шароитга боғлиқ. (11.24) муносабатдан

$$D = \frac{\frac{\Delta m}{\Delta S \Delta\tau}}{\left|\frac{d\rho}{dx}\right|}, \tag{11.25}$$

яъни диффузия коэффициенти — зичлик градиенти 1 бирликка тенг бўлган ҳолда бирлик юз орқали бирлик вақтда кўчадиган газ массасига миқдоран тенг бўлган катталикдир. (11.25) муносабатдан фойдаланиб диффузия коэффициентининг ўлчов бирлиги

$$\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} : \frac{\text{кг}}{\text{м}^4} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}},$$

деган хулосага келамиз.

Диффузия ҳодисасини молекуляр-кинетик назария асосида таҳлил қилайлик. Масалани соддалаштириш мақсадида бир-бирини ичига кириб бораётган икки газ молекулаларининг массалари, ўртача тезликлари ва эффектив кесимлари айнан бирдай бўлсин деб фараз қилайлик. У ҳолда, (11.20) муносабатга асосан, иккала газ молекулаларининг эркин югуриш ўртача масофалари ҳам бирдай бўлади. Масалани янада соддалаштириш учун ΔS юзни OX ўққа перпендикуляр қилиб (яъни YOZ текислигида) жойлаштирайлик. Натижада мазкур юз орқали кўчаётган газ массасини ҳисоблаш бир ўлчамли масала сифатида талқин қилиниши мумкин. Бошқача қилиб айтганда, ΔS юз орқали OX ўқ йўналишида ва унга тескари йўналишда ўтадиган молекулалар массаларининг фарқини топиш масаланинг моҳиятини ташкил этади. Табиийки, ΔS юз орқали ўтадиган молекулалар ундан узоғи билан $l_{\text{ўр.}}$ қадар масофада жойлашган бўлиши лозим. $l_{\text{ўр.}}$ дан узоқроқдаги молекулалар эса OX га параллел равишда ҳаракатланиб ΔS юзга етиб келгунча йўлда бошқа молекулалар билан тўқнашиб четга оғади. ΔS юздан чап ва ўнг томонда $l_{\text{ўр.}}$ қадар узоқликдаги соҳаларда молекулалар концентрацияси мос равишда n_1 ва n_2 бўлсин. Молекулалар концентрацияси OX йўналишида текис камайиб борганлиги учун молекулалар концентрациясининг градиенти $\left(\frac{dn}{dx}\right)$ ҳам OX ўқ йўналишига эга бўлади. Шу сабабли, n_1 ва n_2 ларнинг қийматларини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$n_1 = n + \frac{dn}{dx} l_{\text{ўр.}},$$
$$n_2 = n - \frac{dn}{dx} l_{\text{ўр.}}. \tag{11.26}$$

Бу ифодаларда n орқали ΔS юз соҳасидаги молекулалар концентрациясини белгиладик.

Молекулалар ҳаракати хаотик (тартибсиз) бўлганлиги учун барча молекулаларнинг 1/3 қисми OX га параллел равишда ҳаракатланади. Уларнинг ярми (яъни барча молекулаларнинг 1/6 қисми) OX йўналишида, иккинчи ярми эса OX га тескари йўналишда ҳаракатланади. Бинобарин,

ΔS юз орқали $\Delta\tau$ вақт давомида OX йўналишда ўтган молекулаларнинг умумий массаси

$$m_1=\frac{1}{6}\,v_{\text{ўр}}.m_{\text{м}}\left(n+\frac{dn}{dx}l_{\text{ўр.}}\right)\Delta S\Delta\tau$$

бўлади. Худди шу вақт давомида OX га тескари йўналишда ΔS юз орқали ўтган молекулаларнинг умумий массаси

$$m_2=\frac{1}{6}\,v_{\text{ўр.}}\,m_{\text{м}}\left(n-\frac{dn}{dx}\,l_{\text{ўр.}}\right)\Delta S\Delta\tau$$

бўлади. Бу икки ифоданинг айирмаси диффузия ҳодисаси туфайли ΔS юз орқали $\Delta\tau$ вақт давомида кўчиб ўтган газ массасини аниқлайди:

$$\Delta m=m_2-m_1=-\frac{1}{3}\,v_{\text{ўр}}.m_{\text{м}}\,\frac{dn}{dx}\,l_{\text{ўр}}.\Delta S\Delta\tau. \qquad (11.27)$$

(11.23) муносабатдан фойдаланган ҳолда

$$m_{\text{м}}\frac{dn}{dx}=\frac{d\,(m_{\text{м}}n)}{dx}=\frac{d\rho}{dx}$$

эканини эътиборга олсак, (11.27) ифода қуйидаги кўринишга келади

$$\Delta m=-\frac{1}{3}v_{\text{ўр}}.\,l_{\text{ўр}}.\frac{d\rho}{dx}\,\Delta S\Delta\tau. \qquad (11.28)$$

Мазкур ифодани тажрибалар асосида аниқланган Фик қонунининг ифодаси [(11.24) га қ.] билан таққослаб газлардаги диффузия коэффициентининг қиймати учун

$$D=\frac{1}{3}v_{\text{ўр}}.\,l_{\text{ўр}}. \qquad (11.29)$$

муносабатни ҳосил қиламиз.

Шундай қилиб, *диффузия коэффициентининг қиймати газнинг микропараметрлари—молекулалар ўртача тезлиги ва эркин югуриш ўртача масофаси билан аниқланади*, деган хулосага келамиз. Агар $l_{\text{ўр.}}$ ўрнига унинг (11.21) муносабат орқали ифодаланган қийматини қўйсак, диффузия коэффициентининг ифодаси қуйидаги кўринишга келади:

$$D=\frac{1}{3\sqrt{2}}\,\frac{v_{\text{ўр.}}kT}{\sigma p}. \qquad (11.30)$$

Демак, *муайян температурада диффузия коэффициенти газ босимига тескари пропорционал бўлади.*

Диффузия ҳодисаси билан молекулаларнинг массаси ва ўлчами бир-биридан деярли фарқланмайдиган газлар мисолида танишдик. Бундай ҳолга яқин ҳодиса азот ва кислород газларининг аралашмасида амалга ошади. Нормал шароитларда мазкур аралашмадаги диффузия коэффициентининг қиймати $2\cdot10^{-5}$ м^2/с га яқин бўлади.

Юқоридаги мулоҳазалар, айниқса, бир хил молекулалардан ташкил топган муҳитнинг диффузияси учун ўринли. Диффузиянинг бундай тури ўздиффузия деб ҳам аталади. Ўздиффузиянинг вужудга келиш сабаби—газда зичлик градиентининг мавжудлигидир. Ўздиффузия коэффициентининг қиймати водород гази учун $8{,}0\cdot10^{-5}$ м^2/с, карбонат ангидрид гази учун $1{,}6\cdot10^{-5}$ м^2/с га тенг.

Ўзаро диффузиялашадиган газлар молекулалари бир-биридан фарқланадиган ҳолларда Фик қонуни мураккаброқ кўринишга эга бўлади, лекин ҳодисанинг характери юқорида баён этилгандек бўлаверади.

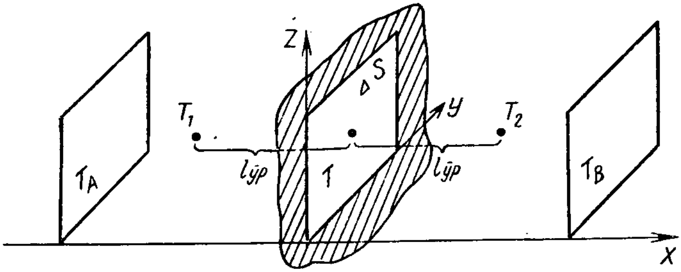
5 - §. Газларнинг иссиқлик ўтказувчанлиги

Газларнинг иссиқлик ўтказувчанлиги—температура градиенти мавжуд бўлган ҳолда газ молекулаларининг хаотик ҳаракати туфайли иссиқлик миқдорининг узатилишидир. Температуралари T_A ва T_B бўлган икки ўзаро параллел сиртлар орасидаги газнинг иссиқлик ўтказувчанлигини текширайлик. Масалани соддалаштириш мақсадида OX ўқни мазкур сиртларга перпендикуляр равишда йўналтирамиз (11.12- расм). Агар температурани бирор йўналиш бўйича ўзгариш жадаллигини характерловчи *температура градиенти* тушунчасидан фойдалансак, фақат OX ўқ бўйлаб температура градиенти $\left(\frac{dT}{dx}\right)$ мавжуд бўлади. Газни чегаралаб турган сиртларга параллел бўлган OY ва OZ ўқлар йўналишида эса температура ўзгармайди. OX ўққа перпендикуляр бўлган ихтиёрий ΔS юзли сирт орқали OX йўналишида $\Delta\tau$ вақт давомида узатилаётган иссиқлик миқдори Фурье қонуни деб аталадиган қуйидаги муносабат билан аниқланади:

$$\delta Q = -\varkappa \frac{dT}{dx}\Delta S\Delta\tau. \qquad (11.31)$$

Бундаги минус ишора иссиқлик миқдорининг температура пастроқ бўлган томонга узатилаётганлигини кўрсатади. $\varkappa$ эса *иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти.* (11.31) ифодага асосан

$$\varkappa = \frac{\delta Q}{\left|\frac{dT}{dx}\right|\Delta S\Delta\tau}$$



11.12- расм.

бўлади. Демак, газнинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти—температура градиенти 1 бирликка тенг (яъни $\frac{dT}{dx}=1\ \frac{К}{м}$) бўлган ҳолда бирлик юз орқали бирлик вақтда узатиладиган иссиқлик миқдори билан характерланувчи катталикдир. У $\frac{Ж}{м\cdot с\cdot К}$ (*жоуль тақсим метр—секунд—кельвин*) ҳисобида ўлчанади.

æ нинг газ хоссаларига боғлиқлигини ифодаловчи муносабатни келтириб чиқариш учун молекуляр—кинетик назарияга мурожаат этамиз. Молекуланинг эркин югуриш ўртача масофаси қадар ΔS юздан чап ва ўнг томонда жойлашган нуқталардаги температураларнинг қийматлари мос равишда

$$T_1=T+\frac{dT}{dx}\,l_{ўр.},$$

$$T_2=T-\frac{dT}{dx}\,l_{ўр.}$$

муносабатлар билан аниқланади.

Молекуласининг эркинлик даражалари сони i бўлган газ бирлик ҳажмидаги молекулалар сонини n деб белгиласак, унинг энергияси

$$U=n\frac{i}{2}\,kT \tag{11.32}$$

ифода билан аниқланади. Мазкур муносабатдан температура бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила $\left(\frac{dU}{dT}\right)$ бирлик ҳажмдаги газнинг иссиқлик сиғимини ифодалайди. Иккинчи томондан, бирлик ҳажмдаги газ массаси бирлик массадан ρ марта катта бўлганлиги туфайли унинг иссиқлик сиғими ҳам шу газнинг солиштирма иссиқлик сиғимидан ρ марта катта, яъни ρc_V бўлади. Шунинг учун

$$\rho c_V=\frac{dU}{dT}=n\frac{i}{2}k \tag{11.33}$$

муносабат ўринли бўлади. Бундаги c_V—газнинг ўзгармас ҳажмдаги солиштирма иссиқлик сиғими.

Газ молекулаларининг ҳаракати хаотик бўлганлиги туфайли барча молекулаларнинг 1/6 қисми OX йўналишида, яна 1/6 қисми OX га тескари йўналишда ҳаракатланади, деб ҳисоблаш мумкин. У ҳолда ΔS юз орқали $\Delta\tau$ вақт давомида чапдан ўнгга ва ўнгдан чапга узатилган иссиқлик миқдорлари мос равишда

$$Q_1=\frac{1}{6}n\frac{i}{2}kv_{\text{ўр.}}\left(T+\frac{dT}{dx}l_{\text{ўр.}}\right)\Delta S\Delta\tau,$$

$$Q_2=\frac{1}{6}n\frac{i}{2}kv_{\text{ўр.}}\left(T-\frac{dT}{dx}l_{\text{ўр.}}\right)\Delta S\Delta\tau$$

муносабатлар билан аниқланади. Мазкур ифодаларнинг айирмаси эса ΔS юз орқали $\Delta\tau$ вақт давомида узатилган иссиқлик миқдорини характерлайди:

$$\delta Q=Q_2-Q_1=-\frac{1}{3}n\frac{i}{2}kv_{\text{ўр.}}\frac{dT}{dx}l_{\text{ўр.}}\Delta S\Delta\tau.$$

Агар (11.33) муносабатни эътиборга олсак, δQ нинг ифодаси қуйидаги кўринишга келади:

$$\delta Q=-\frac{1}{3}\rho c_V v_{\text{ўр.}}l_{\text{ўр.}}\frac{dT}{dx}\Delta S\Delta\tau. \qquad (11.34)$$

Бу ифодани (11.31) тенглама билан таққослаб

$$æ=\frac{1}{3}\rho c_V v_{\text{ўр.}}l_{\text{ўр.}}, \qquad (11.35)$$

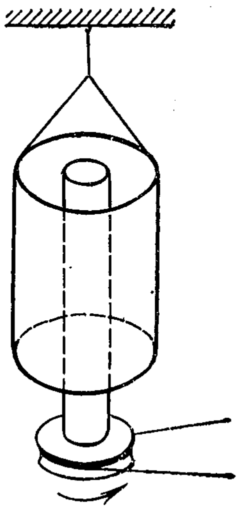
деган хулосага келамиз. Агар (11.20) ва (11.23) муносабатларни эътиборга олсак, æ нинг ифодасини қуйидагича ўзгартира оламиз:

$$æ=\frac{1}{3}nm_{\text{м}}c_V v_{\text{ўр.}}\frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}=\frac{1}{3\sqrt{2}\sigma}m_{\text{м}}c_V v_{\text{ўр.}} \qquad (11.36)$$

Демак, диффузия коэффициенти (D) дан фарқли равишда иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти газнинг зичлиги (ρ) га ҳам, босими (p) га ҳам боғлиқ эмас.

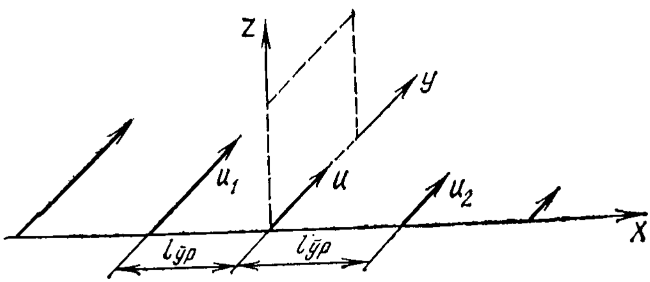
6- §. Газларнинг қовушоқлиги

Газлардаги ички ишқаланиш ҳодисаси (ёки қовушоқлик)—газнинг турлича тезликлар билан ҳаракатланаётган икки ўзаро параллел қўшни қатламлари орасида вужудга келадиган ишқаланиш кучлари тарзида намоён бўлади. Тезроқ ҳаракатланаётган қатлам томонидан секинроқ ҳаракатланаётган қатламга тезлатувчи куч таъсир этади. Аксинча, секинроқ ҳаракатланаётган қатлам тезроқ ҳаракатланаётган қатламга тормозловчи таъсир кўрсатади. Вужудга келадиган ишқаланиш кучлари ишқаланувчи қатламлар сиртига уринма равишда йўналган бўлади. Қуйидаги тажриба асосида газларда ички ишқаланиш ҳодисаси мавжудлигига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Ингичка ипга металл цилиндр осиб қўйилган (11.13- расм). Бу цилиндр ичига коаксиал равишда (яъни ўқлари мос тушадиган тарзда) диаметри кичикроқ цилиндр киритилган. Кичик диаметрли цилиндр ўз ўқи атрофида айланма ҳаракатга келтирилганда ўзига бевосита тегиб турган газ қатламини илаштириб уни ҳаракатга келтиради. Бу қатлам ўзига қўшни бўлган қатламни илаштиради. У эса ўзининг қўшнисини илаштиради ва ҳоказо. Икки коаксиал цилиндр оралиғидаги энг охирги қатлам, яъни катта диаметрли цилиндрнинг ички деворига бевосита тегиб турган газ қатлам ҳаракатланиш жараёнида катта цилиндрнинг бир оз бурилишига сабабчи бўлади.



11.13- расм.

Координата ўқларини шундай ўтказайликки, OZ ўқ цилиндрлар ўқи билан параллел, OY ўқ эса қатламларнинг айни пайтдаги чизиқли тезликларининг йўналишига параллел бўлсин. У ҳолда икки цилиндр оралиғидаги газ қатламларининг тезликлари схематик тарзда 11.14-расмдагидек тасвирланиши мумкин. Агар газ қатламлари оқимининг тезликларини газ молекулаларининг хаотик ҳаракат тезликлари (v) дан фарқ қилиш мақсадида u ҳарфи билан белгиласак, *тезлик градиенти* $\frac{du}{dx}$ бўлади.



11.14- расм.

$\frac{du}{dx}$ — газ қатламлари оқим тезликларининг OX йўналишидаги узунлик бирлигида ўзгаришини характерлайди.

Тажрибалар асосида газ қатламининг ΔS юзли сиртига таъсир этадиган ички ишқаланиш кучи

$$F = -\eta \frac{du}{dx} \Delta S \qquad (11.37)$$

формула билан ифодаланиши аниқланган. Мазкур ифода Ньютон формуласи деб, ундаги η — *ички ишқаланиш коэффициенти* ёки *қовушоқлик коэффициенти* деб аталади. (11.37) га асосан,

$$\eta = \frac{F}{\left|\frac{du}{dx}\right| \Delta S}$$

бўлади. Демак, газнинг қовушоқлик коэффициенти — тезлик градиенти 1 бирликка тенг (яъни $1 \frac{\text{м}}{\text{с}} : 1\text{м} = 1\text{с}^{-1}$) бўлган ҳолда қатлам сиртининг бирлик юзига таъсир этадиган ички ишқаланиш кучининг миқдори билан характерланувчи катталикдир. Қовушоқлик коэффициенти $\frac{\text{Н}}{\text{с}^{-1} \cdot \text{м}^2} = \text{Па} \cdot \text{с}$ *(паскаль — секунд)* ҳисобида ўлчанади.

Молекуляр — кинетик назария газлардаги ички ишқаланиш ҳодисасининг механизмини қуйидагича тушунтиради. Хаотик ҳаракат туфайли газ молекулалари бир қатламдан бошқа қатламга ўтади. Масалан, оқим тезлиги u_1 бўлган қатламдаги молекула мазкур қатлам таркибидаги ҳаракати туфайли $m_\text{м} u_1$ импульсга эга эди. У оқим тезлиги $u_2 < u_1$ бўлган қатламга ўтиши натижасида шу қатламга $m_\text{м}$ $(u_1 - u_2)$ импульс олиб ўтади ва уни тезлатишга ҳисса қўшади. Аксинча, оқим тезлиги u_2 бўлган қатламдаги молекула оқим тезлиги u_1 бўлган қатламга ўтганда, бу қатлам импульси $m_\text{м}$ $(u_1 - u_2)$ га камаяди. Бинобарин, мазкур ҳолда молекула ўзи ўтган янги қатламнинг оқимини секинлатишга ҳисса қўшади.

Юзи ΔS бўлган сирт орқали молекулалар олиб ўтадиган импульсни ҳисоблайлик. Табиийки, ΔS юз орқали ундан чап ва ўнг томонда узоғи билан эркин югуриш ўртача масофаси қадар узоқликда жойлашган молекулаларгина ўта олади. ΔS юздан чап ва ўнг томонда $l_{\text{ўр.}}$ масофадаги қатламларнинг тезликлари мос равишда

$$u_1 = u + \frac{du}{dx} \cdot l_{\text{ўр.}},$$

$$u_2 = u - \frac{du}{dx} \cdot l_{\text{ўр.}}$$

бўлади. Ҳаракатнинг хаотиклиги туфайли барча молекулаларнинг 1/6 қисми OX ўқ йўналишида, яна 1/6 қисми эса OX га тескари йўналишда ҳаракатланади, деб ҳисоблаш мумкин. Шунинг учун молекулалар $\Delta\tau$ вақт давомида чапдан ўнгга олиб ўтган натижавий импульс

$$\frac{1}{6} n v_{\text{ўр.}} m_{\text{м}} \left(u + \frac{du}{dx} l_{\text{ўр.}}\right) \Delta S \Delta \tau,$$

ўнгдан чапга олиб ўтилган натижавий импульс

$$\frac{1}{6} n v_{\text{ўр.}} m_{\text{м}} \left(u - \frac{du}{dx} l_{\text{ўр.}}\right) \Delta S \Delta \tau$$

га тенг. Бу импульслар айирмаси эса ички ишқаланиш кучининг импульси тарзида намоён бўлади:

$$F \Delta \tau = -\frac{1}{3} n v_{\text{ўр.}} m_{\text{м}} \frac{du}{dx} l_{\text{ўр.}} \Delta S \Delta \tau$$

ёки

$$F = -\frac{1}{3} n m_{\text{м}} v_{\text{ўр.}} l_{\text{ўр.}} \frac{du}{dx} \Delta S. \tag{11.38}$$

Бу ифодани (11.37) формула билан таққослаб ички ишқаланиш коэффициентининг ифодасини ҳосил қиламиз:

$$\eta = \frac{1}{3} n m_{\text{м}} v_{\text{ўр.}} l_{\text{ўр.}}. \tag{11.39}$$

Бу ифодадаги $l_{\text{ўр.}}$ ўрнига унинг (11.20) муносабат орқали ифодаланган қийматини қўйийлик:

$$\eta = \frac{1}{3} n m_{\text{м}} v_{\text{ўр.}} \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n} = \frac{1}{3\sqrt{2}\sigma} m_{\text{м}} v_{\text{ўр.}}. \tag{11.40}$$

Демак, газларнинг ички ишқаланиш (қовушоқлик) коэффициенти газнинг табиатига боғлиқ, лекин бирлик ҳажмдаги молекулалар сони (n) га боғлиқ эмас. Бинобарин, η газнинг босими ва зичлигига боғлиқ бўлмайди.

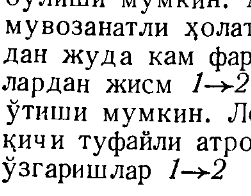
XII боб.

ТЕРМОДИНАМИКАНИНГ ИККИНЧИ БОШ ҚОНУНИ

1-§. Қайтувчан ва қайтмас процесслар

Изоляцияланган системада содир бўладиган барча процессларни икки синфга — қайтувчан ва қайтмас процессларга ажратиш мумкин. Масалан, изоляцияланган системада амалга ошаётган бирор процесс туфайли жисм *1* ҳолатдан *2* ҳолатга ўтсин, сўнг яна *1* ҳолатга қайтсин. Мазкур процесснинг (p, V) диаграммадаги графиги 12.1-расмда тасвирланган.

Жисмнинг *2* ҳолатдан *1* ҳолатга қайтишини худди *1* ҳолатдан *2* ҳолатга ўтишдаги ўша оралиқ ҳолатлар орқали ва атрофдаги жисмларда ҳеч қандай ўзгариш содир бўлмайдиган тарзда амалга оширилса, қайтувчан процесс рўй берган бўлади. Аксинча, жисмнинг бошланғич ҳолатга қайтиши тугаллангандан сўнг атрофдаги жисмларда ёки шу жисмнинг ўзида қандайдир ўзгаришлар мавжуд бўлган ҳолда процессни қайтмас процесс деб аталади. Фақат мувозанатли процесс қайтувчан бўлиши мумкин. Мувозанатли процессда жисм бир қатор мувозанатли ҳолатлардан ўтади. Бу ҳолатлар бир-бириДан жуда кам фарқланади. Мазкур мувозанатли ҳолатлардан жисм $1 \to 2$ йўналишда ҳам $2 \to 1$ йўналишда ҳам ўтиши мумкин. Лекин процесснинг ҳар бир оралиқ босқичи туфайли атрофдаги жисмларда вужудга келадиган ўзгаришлар $1 \to 2$ ва $2 \to 1$ йўналишлар учун ишораси билан фарқланади. Шу сабабли жисм дастлабки ҳолатга қайтганда атрофдаги жисмларда вужудга келган барча ўзгаришлар бир-бирини қоплаб йўқотади.

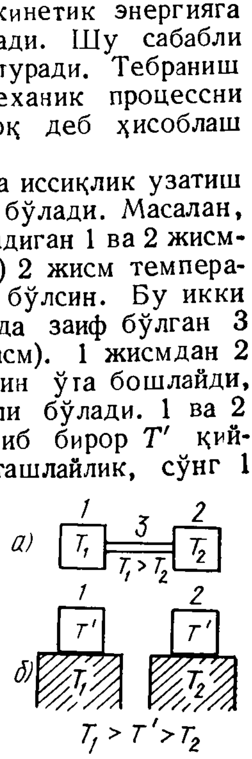


12.1- расм.

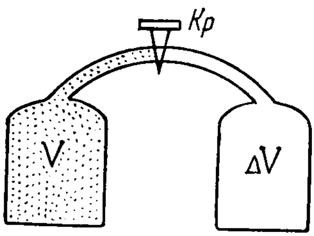
Қайтмас процесснинг ёрқин мисоли — ишқаланиш билан ўтадиган процесслардир. Ҳақиқатан, ишқаланиш жараёнида ишнинг бир қисми иссиқлик миқдорига айланиши туфайли ишқаланувчи сиртлар исийди ва иссиқлик миқдори атрофдаги жисмларга тарқалади. Тарқалиб кетган бу иссиқлик миқдорининг қайтадан ишқаланувчи сиртларга тўпланиши ва бутунлай ишга сарфланиши ҳеч қандай процессда амалга ошмайди, албатта. Шу сабабли ишқаланиш билан биргаликда амалга ошадиган процесслар қайтмас процесслардир.

Бинобарин, ҳар қандай реал механик процесс — қайтмас процессдир, чунки улар амалга ошаётганда бироз бўлса ҳам ишқаланиш мавжуд. Лекин қайтувчан процессга анчагина яқин бўлган механик процесслар ҳам мавжуд. Масалан, эластик пўлат шарчанинг эластик горизонтал текисликка эркин тушиши натижасида шарча сакраб дастлабки баландлигига ниҳоят яқин бўлган масофагача кўтарилади. Табиийки, шарча ва горизонтал текисликнинг эластиклиги қанчалик катта бўлса, мазкур механик процесс қайтувчан процессга шунчалик яқинроқ бўлади. Шунингдек, узун осмага осилган оғир маятник тебранишларида кинетик энергиянинг потенциал энергияга ва аксинча, потенциал энергиянинг кинетик энергияга деярли тўлиқ айланишлари содир бўлади. Шу сабабли маятник етарлича узоқ вақт тебраниб туради. Тебраниш қанчалик узоқ давом этса, мазкур механик процессни қайтувчан процессга шунчалик яқинроқ деб ҳисоблаш мумкин.

Иссиқроқ жисмдан совуқроқ жисмга иссиқлик узатиш билан боғлиқ процесслар ҳам қайтмас бўлади. Масалан, температуралари бир-биридан фарқланадиган 1 ва 2 жисмлар мавжуд. 1 жисм температураси (T_1) 2 жисм температураси (T_2) дан катта, яъни $T_1 > T_2$ бўлсин. Бу икки жисмни иссиқлик ўтказувчанлиги жуда заиф бўлган 3 жисм билан туташтирайлик (12. 2-а расм). 1 жисмдан 2 жисмга иссиқлик миқдори жуда секин ўта бошлайди, яъни мазкур процесс квазимувозанатли бўлади. 1 ва 2 жисмларнинг температуралари тенглашиб бирор T' қийматга эга бўлгач, 3 жисмни олиб ташлайлик, сўнг 1 жисмни температураси T_1 бўлган термостат (температурани ўзгармас, масалан, T_1 да сақлаш учун қўлланиладиган қурилма) га, 2 жисмни эса температураси T_2 бўлган термостатга туташтирайлик (12.2- б расм). Натижада квазимувозанатли процесслар амалга ошиб, *1* жисм T_1 гача исийди, *2* жисм T_2 гача совийди. Мазкур мисолда иккала жисм ҳам, аввал, бир қатор оралиқ мувозанатли ҳолат-



12.2- расм.



12.3- расм.

лардан бирор кейинги ҳолатга ўтди, сўнг бошланғич ҳолатларига ўша оралиқ мувозанатли ҳолатлар бўйича қайтарилди. Лекин биринчи термостат *I* жисмга бирор иссиқлик миқдори берди, иккинчи термостат эса худди шунча иссиқлик миқдори олди. Бинобарин, термостатларда (яъни атрофдаги жисмларда) ўзгаришлар вужудга келди. Шу сабабли баён этилган процесс қайтмас бўлади. Қайтмас процессга яна бир мисол келтирайлик. Икки ҳажм (V ва ΔV) кран (*Кр.*) ли най билан туташтирилган (12.3- расм). V ҳажмда газ мавжуд. ΔV ҳажмдан эса ҳаво сўриб олинган, яъни вакуум вужудга келтирилган. Агар кранни очиб юборсак, V даги газ кенгаяди, у иккала ҳажм (V ва ΔV) ни эгаллайди. Лекин бундай кенгайишда газ ҳеч қандай қаршиликни енгмади, яъни вакуумга кенгайди. Шу сабабли у иш бажармади. Процессни қайтариш учун газни сиқиб дастлабки ҳолатга (V ҳажмли ҳолатга) келтириш лозим. Бунинг учун бирор иш бажариш керак. Иш бажариш жараёни эса атрофдаги жисмларда ўзгариш вужудга келтиради. Бинобарин, газнинг (ҳатто идеал газнинг) вакуумга кенгайиши — қайтмас процессдир.

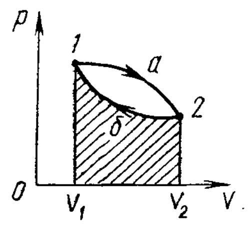
2- §. Цикл. Иситкич ва совиткич машиналар

Жисмни *1* ҳолатдан *2* ҳолатга ўтказиб, сўнг уни бошқа оралиқ ҳолатлардан яна дастлабки *1* ҳолатга қайтарилганда циклик процесс ёки, оддийгина ном билан атаганда, ***цикл*** амалга оширилган бўлади. $1 \to 2$ ва $2 \to 1$ ўтишлар мувозанатли бўлса, циклни ҳам мувозанатли цикл деб аталади. (p, V) диаграммада мувозанатли циклнинг графиги берк чизиқдан иборат бўлади (12.4-расм).

Икки хил циклни фарқ қилиш лозим:

1) тўғри цикл ёки иситкич машина цикли;

2) тескари цикл ёки совиткич машина цикли.



12.4- расм.

Тўғри цикл амалга ошаётганда жисм (одатда, уни ***ишчи жисм*** деб аталади) ташқаридаги температураси юқорироқ жисмдан (бу жисмни *исит-*

кич деб аталади) Q_1 иссиқлик миқдори олади. Бу иссиқлик миқдори таъсирида ишчи жисм кенгаяди. Кенгайиш процессида бажарилган ишнинг қиймати (A_1) 12.4-расмдаги *1а2V₂V₁1* шаклнинг юзига тенг. Агар кенгайиш процессидаги ишчи жисм ички энергиясининг ўзгариши $\Delta U = U_2 - U_1$ эканлигини эътиборга олсак, термодинамиканинг биринчи бош қонунини [(10. 7) ифодага қ.] қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1. \qquad (12.1)$$

Ишчи жисмни *2* ҳолатдан дастлабки *1* ҳолатга қайтариш учун уни сиқиш лозим. Бунинг учун ишчи жисм кенгаяётганда бажарилган ишнинг бир қисмидан фойдаланилади. Масалан, иссиқлик машиналарда ишчи жисм кенгайиб маховикни айланма ҳаракатга келтиради. Маховикнинг кинетик энергиясидан эса ишчи жисмни сиқишда фойдаланиш мумкин. Сиқиш процессида бажарилган манфий иш ($-A_2$) нинг миқдори 12.4-расмда штрихланган *1б2V₂V₁1* юз билан аниқланади. Бу процессда ишчи жисм ташқаридаги пастроқ температурали жисмга (уни *совиткич* деб аталади) Q_2 иссиқлик миқдори беради. *2→1* процесс туфайли ишчи жисм ички энергиясининг ўзгаруви (ΔU) эса муайян процесснинг охирги ҳолати (1 ҳолат) ва бошланғич ҳолати (*2* ҳолат) га мос бўлган ички энергия қийматларининг айирмаси $U_1 - U_2$ билан ифодаланади. У ҳолда термодинамиканинг биринчи бош қонуни

$$-Q_2 = U_1 - U_2 - A_2 \qquad (12.2)$$

кўринишда ёзилади. Мазкур ифодада ишчи жисм совиткичга бераётган Q_2 иссиқлик миқдори ишчи жисм совиткичдан олаётган $-Q_2$ иссиқлик миқдорига эквивалент эканлигига амал қилинди.

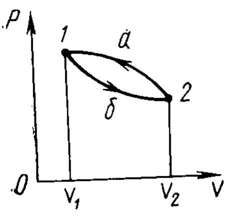
Юқоридаги икки тенгламани қўшиш натижасида

$$Q_1 - Q_2 = A_1 - A_2$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бундаги $A_1 - A_2$ нинг миқдори 12.4-расмдаги цикл графиги билан чегараланган шакл юзига тенг. Уни циклнинг фойдали иши деб атайлик ва A деб белгилайлик:

$$A = Q_1 - Q_2. \qquad (12.3)$$

Цикл тугаллангач, ишчи жисм ўзининг дастлабки ҳолатига қайтганлиги туфайли ишчи жисмнинг ички энергияси ўзгармайди. Шу сабабли циклнинг фойдали иши ишчи жисмга иссиқлик миқдори бераётган ташқи манбалар (иситкич) ҳисобига бажарилади. Цикл давомида бажарилган фойдали иш ишчи жисм иситкичдан ва совиткичдан олган



12.5- расм.

иссиқлик миқдорларининг йиғиндисига (яъни иситкичдан олган ва совиткичга берган иссиқлик миқдорларининг айирмасига) тенг бўлади.

Иситкич машиналарга мисол қилиб буғ машина, буғ турбина, ички ёниш двигателларини кўрсатиш мумкин. Буғ машина ва буғ трубиналарда иситкич вазифасини буғ қозон, ишчи жисм вазифасини буғ, совиткич вазифасини атмосфера ёки иш бажариб бўлган буғни совитадиган махсус қурилма бажаради. Ички ёниш двигателларида эса ёқилғи (масалан, бензин, керосин ёхуд дизель ёқилғиси) бир вақтда ҳам иситкич, ҳам ишчи жисм вазифасини ўтайди. Махсус қурилмалар ёқилғи ва ҳаво аралашмасини тайёрлаб уни двигатель цилиндрининг ичига киритади. Аралашма цилиндр ичида портлашсимон тарзда ёнади. Ёниш маҳсулларининг ўзи ишчи жисм сифатида фойдаланилади ва ҳар бир цикл охирида атмосферага чиқариб юборилади.

Иссиқлик машиналарнинг самарадорлик даражаси фойдали иш коэффициенти (қисқача ФИК) деб аталадиган катталик билан аниқланади. Бу катталик француз инженери Сади Карно томонидан киритилган:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \qquad (12.4)$$

Демак, *иссиқлик машинанинг фойдали иш коэффициенти цикл давомида бажарилган фойдали ишнинг иситкичдан олинган иссиқлик миқдорига нисбати тарзида аниқланади.*

Тескари циклнинг (p, V) диаграммадаги графиги 12.5-расмда тасвирланган. Мазкур циклда ишчи жисмнинг кенгайиш процесси ($1 \to 2$ процесс) сиқилиш процесси ($2 \to 1$ процесс) га нисбатан пастроқ босим ва температураларда амалга оширилади. Шунинг учун ишчи жисмни сиқиш процессида бажарилган иш (унинг миқдори 12.5-расмдаги $1V_1V_22a1$ шаклнинг юзига тенг) кенгайтириш жараёнида бажарилган иш (унинг миқдори $1б2V_2V_11$ шаклнинг юзига тенг) га нисбатан катта, яъни $A_2 > A_1$. Бинобарин, тескари цикл иши

$$A = A_1 - A_2 = -(A_2 - A_1) < 0, \qquad (12.5)$$

яъни тескари циклда ташқи жисмлар ишчи жисм устида иш бажаради. Мазкур иш иссиқлик миқдорига айланади ва ишчи жисм совиткичдан олган иссиқлик миқдори (Q_2)

билан биргаликда иситкичга берилади. Мулоҳазаларда чалкашлик вужудга келмаслиги учун „иситкич“ ва „совиткич“ терминларининг маъносини ойдинлаштириб олайлик. Иситкич машина цикли (гўғри цикл) ҳақида мулоҳаза юргизилганда „иситкич—ишчи жисмга иссиқлик миқдори бераётган ташқи жисм“, „совиткич—ишчи жисмдан иссиқлик миқдори олаётган ташқи жисм“ тарзида ҳам шарҳлаш мумкин эди. Совиткич машина циклида эса ишчи жисм совиткичдан иссиқлик миқдори олиб иситкичга иссиқлик миқдори беряпти. Шу сабабли юқоридаги шарҳлаш умумий ҳолни акс эттирмайди. Бинобарин, иситкич— температураси юқорироқ бўлган ташқи жисм, совиткич эса температураси пастроқ бўлган ташқи жисм деб тушунмоқ лозим. Бу ташқи жисмларнинг қайси биридан иссиқлик миқдори олиниши ёки қайси бирига иссиқлик миқдори берилиши циклнинг тўғри ёки тескари эканлигига боғлиқ.

Тескари циклдаги *1б2* кенгайиш процесси учун термодинамиканинг биринчи бош қонуни

$$Q_2 = U_2 - U_1 + A_1 \qquad (12.6)$$

кўринишда, *2а1* сиқилиш процесси учун эса

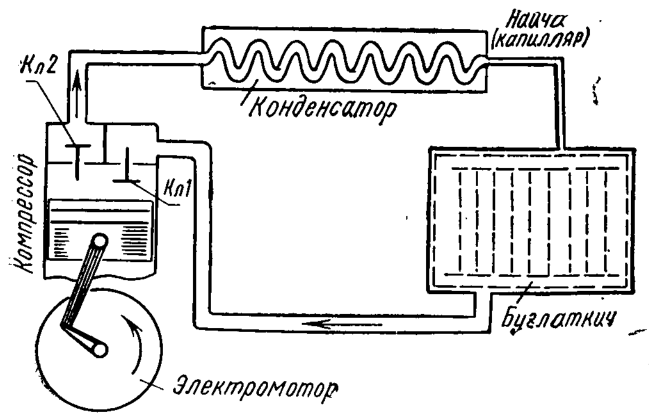
$$-Q_1 = U_1 - U_2 - A_2 \qquad (12.7)$$

шаклда ёзилади. Q_1 олдидаги минус ишора иссиқлик миқдорини ишчи жисм иситгичга бераётганлигини акс эттиради. A_2 ҳам минус ишора билан олинди, чунки сиқилиш процессида мазкур ишни ишчи жисм эмас, балки ташқи жисмлар ишчи жисм устида бажаради. (12.6) ва (12.7) тенгламаларни қўшиб ҳамда (12.5) муносабатни эътиборга олсак,

$$|Q_1| = |A| + Q_2 \qquad (12.8)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Демак, тескари циклни амалга оширишда иситкичга берилаётган иссиқлик миқдори совиткичдан олинган иссиқлик миқдоридан $|A|$ қадар катта бўлади.

Кундалик турмушимизда иссиқлик миқдорини иссиқроқ жисмлардан совуқроқ жисмларга узатилиш процессини кузатамиз. Бундай процесс амалга ошиши учун иш бажаришнинг ҳожати йўқ, иссиқлик узатилиш процесси ўз-ўзича содир бўлаверади. Тескари циклда эса иссиқлик миқдори совуқроқ жисмдан иссиқроқ жисмга узатилиши лозим. Бундай процес ўз-ўзича содир бўла олмайди, шунинг учун тескари цикл мажбур этиш усулида амалга оширилади. Бу ерда қуйидаги ўхшатиш ўринли: маълумки, ер сатҳининг баландроқ соҳаларидан пастроқ соҳаларига сув



12.6- расм.

ўз-ўзича оқаверади. Лекин пастроқ сатҳдан юқорироқ сатҳга сувни чиқариш учун насосдан фойдаланишга мажбур бўламиз. Бу ўхшатишга қиёс қилиб тескари цикл амалга ошадиган совиткич машинани иссиқлик миқдорини совуқроқ жисмдан иссиқроқ жисмга мажбуран кўчирувчи иссиқлик насоси деб аташ мумкин. Мазкур фикрни янада ойдинлаштириш мақсадида рўзғорда ишлатиладиган совиткич (холодильник) нинг ишлаш принципи билан танишайлик. Мазкур совиткичнинг тузилиш схемаси 12.6-расмда тасвирланган. Совиткичларда ишчи жисм сифатида анча паст температураларда қайнайдиган суюқликлар, хусусан органик моддалар аралашмаси — фреон қўлланилади. Электромотор ёрдамида ҳаракатга келтириладиган компрессор фреон буғларини сўради, сўнг уларни сиқади. Сўриш жараёнида компрессорнинг 1 клапани (*Кл 1*) очилган, 2 клапани (*Кл 2*) ёпилган бўлади. Сиқиш жараёнида, аксинча, *Кл 1* беркилиб *Кл 2* очилади. Компрессордан сиқиб чиқарилган фреон буғлари совиткичнинг ташқи орқа деворига жойлаштирилган конденсаторда конденсациялашади (яъни газсимон шакадан суюқ ҳолатга ўтади). Конденсацияланиш жараёнида фреон совийди, бунда ажралган иссиқлик миқдори атроф муҳитга тарқалади. Мазкур иссиқлик миқдорининг тарқалишини тезлатиш учун конденсатор деворларининг юзи етарлича катта қилиб ясалади. Конденсатордан суюқ фреон ингичка найча (капилляр) орқали буғлаткичга чиқади. Буғлаткич совиткич шкафининг ичидаги совитиш камерасининг деворлари тарзида ясалган бўлиб, унинг ички ҳажми анчагина катта бўлади. Бинобарин, кичик диаметрли капилляр найчадан катта ҳажмли буғлаткичга ўтган фреоннинг босими кескин камайиб кетганлиги туфайли фреон буғланади. Буғланиш процессида фреон буғлаткич девори ва унга тегиб турган ҳаводан иссиқлик миқдори олади. Шу сабабли совитиш камерасининг ва совиткич ичидаги барча ҳажмнинг температураси пасаяди. Буғлаткичдан фреон буғларини компрессор сўриб олади ва цикл қайтадан бошланади.

Совиткич машиналар самарадорлиги совитиш коэффициенти деб аталувчи ва совиткичдан олинган иссиқлик миқдорининг циклни амалга ошириш учун ташқи жисмлар бажарган ишга нисбати тарзида ифодаланувчи

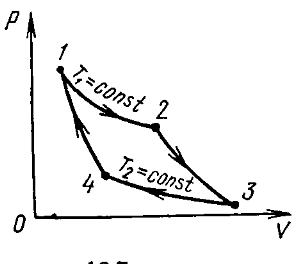
$$\theta = \frac{Q_2}{A} \quad (12.9)$$

катталик билан аниқланади.

Хулоса қилиб айтганимизда, цикл амалга ошиши учун ишчи жисмдан ташқари иш бажарувчи ташқи жисмлар ва иссиқликнинг ташқи манбалари ҳам қатнашиши лозим. Binобарин, изоляцияланган системанинг бирор қисмида цикл содир бўлаётганда системанинг бошқа қисмлари иссиқлик манбалари ва иш бажарадиган ташқи жисмлар вазифасини ўтайди.

3-§. Карно цикли ва унинг фойдали иш коэффициенти

Сади Карно томонидан биринчи марта текширилганлиги учун унинг номи билан юргизиладиган цикл икки изотерма ва икки адиабатадан иборат. Карно цикли идеал иссиқлик машинада, яъни қайтмайдиган тарзда энергия сарфлаш (масалан, ишқаланиш ёки нур чиқариш воситасида энергияни атроф муҳитга тарқатиш) содир бўлмайдиган машинада амалга ошади. Ишчи жисм сифатида 1 моль идеал газдан фойдаланиб амалга оширилган Карно циклининг (p, V) диаграммадаги графиги 12.7-расмда тасвирланган. Ишчи жисм — 1 моль идеал газнинг бошланғич ҳолати p_1, $V_{м1}$, T_1 параметрлар билан характерлансин. Дастлаб газни изотермик равишда (T_1=const) кенгайтирайлик. Бу процессда газ иситкичдан Q_1 иссиқлик миқдори олади. Босим p_2, ҳажм $V_{м2}$



12.7- расм.

бўлганда (яъни *2* ҳолатда) ишчи жисмни иситкичдан ажратамиз. *2* ҳолатдан *3* ҳолатгача газнинг адиабатик кенгайишига шароит яратамиз. Мазкур процессда газ ташқи муҳит билан иссиқлик миқдори алмашмайди. Шу сабабли газнинг ички энергияси камайиб, температураси T_2 гача пасаяди. Адиабатик кенгайиш процесси тугалланганда (3 ҳолатда) газнинг параметрлари p_3, $V_{м3}$, T_3 бўлади. Шундан сўнг газни изотермик равишда ($T_2 = \text{const}$) сиқамиз. Изотермик кенгайиш процесси (*1*→*2*) да ишчи жисм T_1 температурали иситкичга туташтирилганлиги туфайли ундан иссиқлик миқдори олиб туриши эвазига газ температураси доимий сақланганди. Изотермик сиқилаётган газ қизиб кетмаслиги, яъни температура доимий сақланиши учун газни T_2 температурали совиткичга туташтирамиз. Натижада газ изотермик сиқилиш процесси (*3*→*4*) да совиткичга Q_2 иссиқлик миқдори беради. Ниҳоят, *4* ҳолат (бу ҳолат параметрлари p_4, $V_{м4}$, T_2) даги газни совиткичдан ажратамиз ва адиабатик равишда сиқиб бошланғич ҳолатга қайтарамиз. Натижада *1*→*2*→*3*→*4*→*1* цикл якунланади. Мазкур циклнинг адиабатик равишда амалга оширилган *2*→*3* тармоғидаги газнинг кенгайиш иши мусбат, *4*→*1* тармоғидаги газни сиқишда бажарилган иш эса манфий, лекин уларнинг қийматлари тенг. Ҳақиқатан, идеал газнинг адиабатик ўзгаришларда бажарган иши, термодинамиканинг биринчи бош қонунига асосан, фақат ички энергиянинг ўзгариши ҳисобига содир бўлади. Хусусан, (10.30) муносабатга асосан, *2*→*3* процессда (температура T_1 дан T_2 гача ўзгараётганда)

$$A' = C_V(T_1 - T_2) > 0$$

ва *4*→*1* процессда (температура T_2 дан T_1 гача ўзгараётганда)

$$A'' = C_V(T_2 - T_1) < 0$$

иш бажарилади. Шунинг учун цикл давомидаги иккала адиабатик процессда бажарилган умумий иш

$$A' + A'' = C_V(T_1 - T_2) + C_V(T_2 - T_1) = 0$$

бўлади. Бинобарин, Карно циклидаги фойдали иш (A) 1 моль идеал газнинг изотермик равишда ($T_1 = \text{const}$) ҳажмини $V_{м1}$ дан $V_{м2}$ гача кенгайишида бажарилган иш [(10.13) ифодага қ.]

$$A_1 = RT_1 \ln \frac{V_{м2}}{V_{м1}} \tag{12.10}$$

ва $V_{м3}$ дан $V_{м4}$ гача изотермик (T_2=cosnt) сиқилишида бажарилган иш

$$A_2 = RT_2 \ln \frac{V_{м4}}{V_{м3}} = - RT_2 \ln \frac{V_{м3}}{V_{м4}} \qquad (12.11)$$

ларнинг йиғиндисидан иборат бўлади, яъни

$$A = A_1 + A_2 = RT_1 \ln \frac{V_{м2}}{V_{м1}} - RT_2 \ln \frac{V_{м3}}{V_{м4}}. \qquad (12.12)$$

У ҳолда ишчи жисм сифатида идеал газдан фойдаланилган Карно цикли учун фойдали иш коэффициенти [(12.4) ифодага қ.] нинг ифодаси қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\eta = \frac{RT_1 \ln \frac{V_{м2}}{V_{м1}} - RT_2 \ln \frac{V_{м3}}{V_{м4}}}{RT_1 \ln \frac{V_{м2}}{V_{м1}}}. \qquad (12.13)$$

Иккинчи томондан, идеал газнинг Карно цикли давомидаги *2* ва *3* ҳолатлари битта адиабатик процессга тегишли ҳолатлардир. Шунинг учун, (10.28) кўринишдаги Пуассон тенгламасига асосланиб, *2* ва *3* ҳолатларнинг параметрлари орасидаги боғланишни

$$T_1 V_{м2}^{\gamma-1} = T_2 V_{м3}^{\gamma-1} \qquad (12.14)$$

кўринишда ёза оламиз. Шунингдек, идеал газнинг *4* ва *1* ҳолатлари учун ҳам юқоридаги мулоҳазалар ўринли, яъни

$$T_1 V_{м1}^{\gamma-1} = T_2 V_{м4}^{\gamma-1} \qquad (12.15)$$

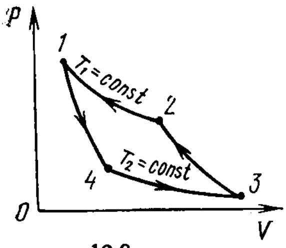
бўлади. Агар (12.14) тенгламани (12.15) тенгламага бўлсак ва вужудга келган нисбатни ($\gamma-1$) даражали илдиздан чиқарсак,

$$\frac{V_{м2}}{V_{м1}} = \frac{V_{м3}}{V_{м4}}$$

муносабат ҳосил бўлади. Ундан фойдаланиб (12.13) муносабатни қуйидаги кўринишда ёза оламиз:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad (12.16)$$

Демак, *идеал газ билан Карно цикли бўйича ишлайдиган иссиқлик машинанинг фойдали иш коэффициенти фақат иситкич ва совиткич температураларининг қийматлари билан аниқланади.* Умуман, Карно циклининг фойдали иш коэффициенти ишчи жисмнинг турига боғлиқ бўлмайди. Юқоридаги мулоҳазаларда ҳисоблашларни енгиллаштириш мақсадида ишчи жисм сифатида идеал газдан фойдаландик, холос.



12.8- расм.

Юқорида баён этилган циклда бажарилган фойдали иш мусбат қийматга эга. Шу сабабли 12.7-расмда графиги тасвирланган циклни Карнонинг тўғри (ёки мусбат) цикли деб аталади. Тескари йўналишда содир бўладиган Карнонинг тескари (манфий) циклини ҳам амалга ошириш мумкин (12.8-расмга қ.). Тескари циклда ташқи жисмлар газ устида иш бажаради ($A<0$). Бу иш эвазига энергия иссиқлик миқдори тарзида совуқроқ жисм (совиткич) дан иссиқроқ жисм (иситкич) га узатилади. Иситкичга берилган иссиқлик миқдори совиткичдан олинган иссиқлик миқдоридан бажарилган ишнинг миқдори $|A|$ қадар ортиқ бўлади.

Шуни алоҳида қайд қилайликки, (12.16) муносабат қайтувчан циклнинг фойдали иш коэффициентини ифодалайди. Цикл қайтмас бўлган ҳолда аҳвол ўзгача бўлади. Масалан, поршень ва цилиндр орасидаги ишқаланиш туфайли қайтувчанликнинг бузилишини муҳокама қилайлик. Ишқаланиш туфайли бажарилаётган ишнинг бир қисми иссиқлик миқдорига айланади. У эса совиткичга ўтади ёки атроф-муҳитга тарқалади. Бинобарин, иситкичдан олинган Q_1 иссиқлик миқдорининг фойдали ишга сарфланмаган қисми (Q_2) нинг қиймати қайтмас циклда қайтувчан циклдагига нисбатан каттароқ бўлади. Шу сабабли қайтмайдиган циклнинг фойдали иш коэффициенти

$$\eta' = \frac{Q_1-Q_2}{Q_1} < \frac{T_1-T_2}{T_1} \qquad (12.17)$$

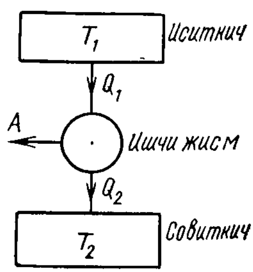
бўлади. Одатда, реал машиналарда энергиянинг бир қисми қайтмайдиган тарзда сарфланади. Демак, *реал машинанинг фойдали иш коэффициенти идеал машинанинг фойдали иш коэффициентидан кичикроқ бўлади.*

4-§. Термодинамиканинг иккинчи бош қонуни

Термодинамиканинг биринчи бош қонуни бирор процесс амалга ошиши туфайли жисм ички энергиясининг ўзгариши (ΔU), бажарилган иш (A) ва иссиқлик миқдори (Q) орасидаги миқдорий боғланишни аниқлайди. Лекин процесс қайси йўналишда содир бўлиши мумкин, қайси йўналишда амалга ошиши мумкин эмаслиги ҳақида биринчи бош қонун ҳеч нарса дея олмайди. Бу фикрни қуйидаги мисол устида ойдинлаштирайлик. Зарб билан тепилган коптоқ ер бўйлаб бирор масофагача думалаб боради. Унинг тўхташига сабаб—коптокнинг ер ва ҳаво билан ишқаланишидир. Ишқаланиш жараёнида коптокнинг кинетик энергияси иссиқлик миқдорига айланади, у эса атроф-муҳитга тарқалади. Баъзи ҳолларда, хусусан ернинг дўнгроқ жойларидан ўтаётганда коптоқ бу жойларни силжитиши, яъни деформациялаши мумкин. Баён этилган йўналишдаги процессни, яъни ҳаракатланаётган коптокни бирор муддатдан сўнг тўхташини кўп кузатганмиз. Аммо қандайдир усуллар билан атроф-муҳитга тарқалган иссиқлик миқдори тўпланиб ва ернинг деформацияси йўқолиб коптокнинг кинетик энергиясига айланиши мумкинми? Албатта, йўқ. Лекин бундай амалга ошмайдиган процессда энергиянинг сақланиш қонуни бажарилган бўларди. Бошқача қилиб айтганда, бундай процесс термодинамиканинг биринчи бош қонунига зид бўлмас эди. Бироқ бундай процесс термодинамиканинг иккинчи бош қонунига мос келмайди.

Термодинамиканинг иккинчи бош қонуни ҳам биринчи бош қонунидек, жуда кўп тажриба натижаларининг умумлаштириш маҳсули сифатида вужудга келган. Термодинамиканинг иккинчи бош қонуни табиатда содир бўладиган процессларнинг амалга ошиши мумкин бўлган йўналишни аниқлайди. Бу қонунга бериладиган таърифларнинг баъзиларини шарҳлайлик.

Термодинамиканинг иккинчи бош қонуни Планк томонидан қуйидагича таърифланган: *бирдан-бир натижаси иссиқлик миқдорини ишга айлантиришдан иборат бўлган даврий процесс амалга ошмайди.* Мазкур таърифнинг маъносини ойдинлаштирайлик. Даврий процесс (цикл) амалга ошириладиган қурилмалар уч элементдан—иситкич, ишчи жисм ва совиткичдан иборат эканлиги (Карно принципи) ҳақида олдинги параграфларда қайд қилинган. Хусусан, иситкич машина (12.9-расмга қ.) иситкичдан Q_1 иссиқлик миқдори олиб унинг бир қисмини ишга айлантиради, қолган қисми (Q_2) ни совиткичга беради. Бинобарин, иситкич машинанинг фойдали иш коэффициенти



12.9- расм.

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < 1$$

бўлади, чунки $Q_1 - Q_2 < Q_1$. Ҳатто

Карно цикли бўйича ишлайдиган идеал иситкич машина учун ҳам,

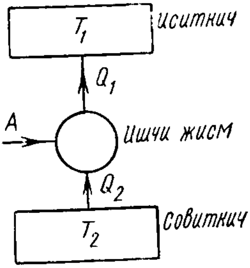
$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (12.18)$$

муносабатдан кўринишича, T_2 нинг қиймати абсолют нолдан фарқ қиладиган барча температураларда ишчи жисм совиткичга берадиган иссиқлик миқдори нолдан фарқланади. Бошқача қилиб айтганда, η нинг қиймати энг юқори бўладиган идеал иссиқлик машинада ҳам иситкичдан олинган иссиқлик миқдорининг барча қисми фойдали ишга айланмайди. Шунинг учун иситкич машинада иситкич ва ишчи жисм билан биргаликда совиткич ҳам бўлиши керак.

Амалда мавжуд бўлган энг яхши иссиқлик машиналар— ички ёниш двигателлар учун η нинг қиймати 0,3—0,4 дан ошмайди. Паровозлар учун η=0,05—0,07, холос.

η=1 бўлган иссиқлик машина деганда, иситкичдан олинган иссиқликнинг барча қисмини фойдали ишга айлантира оладиган машина тушунилиши лозим. Бундай машинада совиткичга ҳеч қандай иссиқлик миқдори берилмаганлиги туфайли унда совиткич бўлишига эҳтиёж сезилмасди. Бинобарин, бундай хаёлий иссиқлик машина фақат иситкич ва ишчи жисмдан иборат бўларди. Бундай машина океан суви иссиқлигини ишга айлантираверар эди. Океан сувидан олиниши мумкин бўлган иссиқлик миқдори ниҳоят даражада улкандир. Масалан, океан сувининг температураси атиги 0,1 градусга камаядиган қилиб ундан иссиқлик миқдори олинса ва бу иссиқлик миқдори ишга айлантирилса Ер куррасидаги барча машина ва дастгоҳларни 1500 йил давомида энергия билан таъминлаш мумкин бўларди. Совиткичсиз ишлаб иситкичдан олинган иссиқлик миқдорини ишга айлантира оладиган бундай машина абадий двигателга эквивалент бўларди. Шу сабабли уни *иккинчи тур абадий двигатель* (перпетуум мобиле) деб аталади.

Биринчи тур перпетуум мобиле термодинамиканинг биринчи бош қонунига зид эди, чунки у ҳеч қандай энергия сарфламасдан иш бажариши лозим эди. Иккинчи тур перпетуум мобиле эса термодинамиканинг иккинчи бош қонуни томонидан инкор этилади. Иккинчи тур перпетуум мобилени ясаш мумкин эмаслиги Кельвин томонидан иккинчи бош қонунга берилган таърифда аниқроқ акс эттирилган: *системага оид бўлган энг совуқ жисмнинг иссиқлигини ишга айлантира оладиган иссиқлик машина яратиб бўлмайди.* Лекин мазкур таърифга асосланиб, океан сувларининг иссиқлигидан фойдаланиш мумкин эмас, деган хулоса чиқариш нотўғри бўлади. Масалан, океан сувларининг иссиқроқ юқори қатламлари ва чуқурроқдаги совуқроқ қатламлари температураларининг фарқидан фойдаланиш термодинамикага зид бўлмайди. Ҳақиқатан, бундай қурилма асримизнинг ўрталарида француз инженерлари Клод ва Бушеро томонидан Африканинг шимолий қирғоқлари яқинида барпо этилди. Унда океаннинг совуқ қатламларидан совиткич сифатида, юқорироқдаги иссиқроқ қатламларидан эса иситкич сифатида фойдаланилган. Бинобарин, иссиқроқ қатламлардан олинган иссиқлик миқдорининг бир қисми ишга айлантирилган, қолган қисми совуқроқ қатламларга ва атроф-муҳитга берилган.



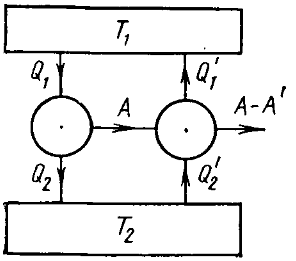
12.10- расм.

Термодинамиканинг иккинчи бош қонунини Клаузиус қуйидагича таърифлайди: *иссиқлик миқдори ўз-ўзича камроқ исиган жисмдан кўпроқ исиган жисмга ўта олмайди*. Ҳақиқатан, иссиқлик миқдорининг бундай узатилиши содир бўлиши учун совиткич машиналарда (12.10-расмга қ.) ишчи жисм устида иш бажариш лозимлигини (яъни совиткичдан иситкичга иссиқлик миқдори ўз-ўзича узатилмаслигини) биламиз.

Хулоса қилиб айтганимизда, термодинамика иккинчи бош қонунининг таърифлари шакллари билан фарқланади, лекин барчасининг ҳам мазмуни табиатдаги процессларнинг содир бўлиш йўналишини кўрсатишдан иборат.

5-§. Карно теоремаси. Температураларнинг термодинамик шкаласи

Карно теоремасининг моҳияти қуйидагидан иборат: *Карно цикли бўйича ишлайдиган идеал машинанинг фойдали иш коэффициенти машинада қўлланилган ишчи жисм табиатига боғлиқ эмас*. Бу теоремани исботлаш мақсадида Карно цикли бўйича ишлайдиган икки идеал машина устида мулоҳаза юргизамиз. Бу иккала машинанинг иситкичлари умумий, совиткичлари ҳам умумий бўлсин (12.11-расм). Машиналарнинг бирида қўлланил-



12.11- расм.

ган ишчи жисм — идеал газ, иккинчисидаги эса ихтиёрий бошқа жисм, масалан, бирор буғ ёки суюқлик бўлсин. Биринчи машинани тўғри цикл бўйича, яъни иссиқлик машина сифатида ишлатайлик. Унинг фойдали иш коэффициентини η деб белгилайлик. Иккинчи машинани тескари цикл бўйича, яъни совиткич машина тарзида ишлатайлик, унинг фойдали иш коэффициентини η' деб белгилайлик. Карно теоремасининг заминида $\eta = \eta'$ эканлиги ётибди. Теоремани исботлаш учун $\eta \neq \eta'$ бўлган ҳоллар асоссиз эканлигини мантиқий мулоҳазалар асосида кўрсатайлик. Биринчи машина иситкичдан Q_1 иссиқлик миқдори олиб, унинг Q_2 қисмини совиткичга беради ва A иш бажаради. Иккинчи машина устида A' иш бажарилганлиги туфайли у совиткичдан Q_2' иссиқлик миқдори олади ва Q_1' иссиқлик миқдорини иситкичга беради. Бу икки машина шундай бириктирилган бўлсинки, биринчи машинанинг ишлаши туфайли бажариладиган фойдали иш иккинчи машина (яъни тескари цикл бўйича ишлайдиган совиткич машина) ни ҳаракатга келтиришга йўналтирилсин. Бундан ташқари бириктирилган бу икки машинадаги ишчи жисмлар миқдорини шундай танлайликки, биринчи машина ҳар бир циклда иситкичдан олаётган иссиқлик миқдори иккинчи машина иситкичга бераётган иссиқлик миқдорига тенг бўлсин, яъни $Q_1 = |Q_1'|$ шарт бажарилсин. Бу шарт бажарилганда иситкич ҳолатида ҳеч қандай ўзгариш содир бўлмайди.

Машиналардан бирининг, масалан, биринчисининг фойдали иш коэффициенти иккинчисиникига қараганда каттароқ, яъни $\eta > \eta'$ деб фараз қилайлик. У ҳолда $A > |A'|$ бўлиши туфайли биринчи машина совиткичга берадиган иссиқлик миқдори (Q_2) иккинчи машина совиткичдан оладиган иссиқлик миқдори (Q_2') дан кичик бўлади. Мазкур иссиқлик миқдорларининг фарқи $|Q_2'| - Q_2$ бириктирилган машиналарнинг бажарган умумий иши $A - |A'|$ ни характерлайди. Демак, мавжуд жисмлар ичидаги энг совуғидан (T_2 температурали совиткичдан) иссиқлик миқдори олиниб, у фақат фойдали ишга сарфланиши лозим экан. Лекин бундай ҳол термодинамиканинг иккинчи бош қонунига зид бўлганлиги туфайли амалга ошмайди. Бинобарин, $\eta > \eta'$ бўлиши мумкин эмас. $\eta < \eta'$ деб фараз қилинган ҳолда иккинчи машинани тўғри цикл бўйича, биринчи машинани тескари цикл бўйича ишлатиш туфайли юқоридагидек мулоҳазалар билан бу фараз ҳам асоссиз эканлиги исботланади.

Шундай қилиб, фақат $\eta = \eta'$ бўлиши, яъни Карнонинг идеал машинасида фойдали иш коэффициенти ишчи жисм табиатига боғлиқ бўлмаслиги лозим, деган хулосага келамиз. Иккинчи томондан, Карно цикли бўйича ишлайдиган идеал иссиқлик машинанинг фойдали иш коэффициенти формуласидан

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \tag{12.19}$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Бундан қуйидаги хулоса келиб чиқади: қайтувчан Карно циклида ишчи жисм иситкичдан олган иссиқлик миқдори (Q_1) ни совиткичга берган иссиқлик миқдори (Q_2) га нисбати фақат иситкич ва совиткич температураларининг нисбати билан аниқланади. Мазкур нисбат абсолют, яъни у ишчи жисмнинг табиатига боғлиқ эмас. (12.19) муносабат температура ва иссиқлик миқдори орасидаги объектив боғланишни ифодалайди. Шунинг учун ундан фойдаланиб *Кельвин томонидан термометрик жисм хоссаларига боғлиқ бўлмаган термодинамик температуралар шкаласи яратилди.*

У ёки бу жисм исиганлик даражасининг миқдорий характеристикаси — температура ҳақида фақат бирор температура шкаласига таянган ҳолда фикр юритиш мумкин. Лекин температура шкалаларини вужудга келтиришда термометрик жисм температурасига монанд равишда ўзгарадиган турли параметрлар (ҳажм, босим, ўтказувчанлик, равшанлик ва ҳоказо) дан температураларнинг ўлчови сифатида фойдаланилади. Уларни, одатда, *температурани характерловчи параметрлар* деб аталади. Бундан ташқари таянч нуқталар ва шкала масштаби ҳам ихтиёрий тарзда танланади. Масалан, симобли термометр шкаласини, яъни Цельсий шкаласини вужудга келтиришда қуйидагиларга риоя қилинади: а) симоб ҳажми температурага монанд равишда ўзгаради; б) нормал босимда қайнаётган сув буғларининг температураси ва нормал босимдаги музнинг эриш температураси 100 градусга фарқланади; в) нормал босимда эриётган музнинг температураси нолга тенг. Мазкур ҳолда температура параметри вазифасини ҳажм бажаради. Симоб ҳажмининг температурага боғлиқлиги $V = f(t)$ функция билан ифодаланади. Мазкур функция учун сувнинг қайнаш ва музнинг эриш температураларига мос қийматлари V_{100} ва V_0 бўлса, V нинг t га боғлиқлиги чизиқли деб ҳисобланган ҳолда

$$t = \frac{V_t - V_0}{V_{100} - V_0} \cdot 100 \tag{12.20}$$

ифода ёрдамида ихтиёрий жисм температурасини топиш мумкин. Бундаги V_t — температураси ўлчанаётган жисм билан иссиқлик мувозанатга эришган ҳолатдаги симоб (яъни термометрик жисм) нинг ҳажми.

Термометрик жисм сифатида идеал газ олинган ҳолда, Клапейрон — Менделеев тенгламаси ($pV_м = RT$) га асосан, босимнинг ҳажмга кўпайтмаси ($pV_м$) температурани характерловчи параметр вазифасини бажаради. Газнинг Цельсий шкаласи бўйича температурасини

$$t = \frac{(pV_м)_t - (pV_м)_0}{(pV_м)_{100} - (pV_м)_0} \cdot 100 \qquad (12.21)$$

муносабат ёрдамида топилади. 100°C ва 0°C учун $pV_м$ кўпайтма қийматларининг нисбатини тажрибада топилган миқдоридан фойдалансак (12.21) муносабатни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$(pV_м)_t = (pV_м)_0 (1 + 0{,}0036608\, t). \qquad (12.22)$$

Кельвин томонидан таклиф этилган температура шкаласида, биринчидан, қайтувчан Карно циклида иситкичдан олинаётган иссиқлик миқдорининг иситкич температурасига пропорционаллиги, иккинчидан, нормал босимда қайнаётган сув ва эриётган муз температураларининг фарқи 100 градусга тенглигига амал қилинган. Кельвин шкаласини, одатда, *температураларнинг термодинамик абсолют шкаласи* деб юритилади. Абсолют сўзининг ишлатилиши билан мазкур шкала термометрик жисмга боғлиқ эмаслиги қайд қилинади.

Кельвин шкаласида ҳисоб боши бир қийматли тарзда аниқланган: *қайтувчан Карно циклининг фойдали иш коэффициенти 1 га тенг бўладиган ҳолдаги совиткич температураси абсолют ноль деб ҳисобланади.* Бинобарин, термодинамик абсолют шкалани фақат битта таянч нуқта воситасида — сувнинг учланма нуқтаси (яъни муз, сув ва уларнинг тўйинган буғи ўзаро мувозанатда бўлган температура) воситасида ифодаланади. Мазкур температура 273,16 К га тенг.

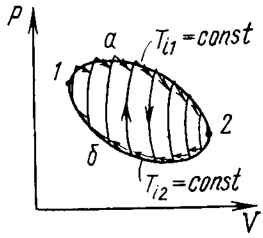
6- §. Энтропия

Қайтувчан Карно цикли бўйича ишлайдиган идеал иссиқлик машина учун фойдали иш коэффициентини характерлайдиган (12.18) муносабатдаги

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

тенгламани қуйидаги кўринишга келтириш мумкин:

$$\frac{Q_1}{T_1}+\frac{Q_2}{T_2}=0. \qquad (12.23)$$



12.12- расм.

Бу ифодадаги Q_1—иситкич ишчи жисмга берган иссиқлик миқдори эди. Унга қиёс қилиб, Q_2 ни совиткич ишчи жисмга берган (яъни $Q_2<0$ деб ҳисобланяпти) иссиқлик миқдори деб атайлик. У ҳолда (12.23) ифодадаги қўшилувчи ҳар бир ҳад—Карно циклидаги изотермик процессда ишчи жисм олган иссиқлик миқдорининг мазкур процесс амалга ошадиган температурага нисбати бўлиб, уни *иссиқликнинг келтирилган миқдори* деб аталади.

Демак, (12.23) ифодани қуйидагича таҳлил қилиш мумкин: Карнонинг қайтувчан цикли учун иссиқликлар келтирилган миқдорларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг.

Ҳар қандай қайтувчан *1а2б1* циклни бир қатор Карно элементар циклларига ажратиш мумкин (12.12- расм). Ҳар бир элементар цикл учун (12.23) муносабат ўринли, хусусан i- элементар цикл учун уни

$$\frac{\delta Q_{i1}}{T_{i1}}+\frac{\delta Q_{i2}}{T_{i2}}=0 \qquad (12.24)$$

шаклда ёзайлик. Сўнг барча циклларнинг йиғиндисини оламиз. Бу йиғиндида қўшни элементар цикллар адиабаталарини ифодаловчи кесмалар икки мартадан қатнашади. Масалан, бирор адиабата i- элементар цикл учун тўғри йўналишда қатнашса, $(i+1)$-элементар цикл учун тескари йўналишда қатнашади. Шу сабабли улар бир-бирини компенсациялайди. Бинобарин, йиғиндида адиабаталарни ҳисобга олмаслик мумкин. Натижада йиғинди

$$\sum_{1a2}\frac{\delta Q_{i1}}{T_{i1}}+\sum_{2б1}\frac{\delta Q_{i2}}{T_{i2}}=0$$

ёки

$$\sum_{1a2б1}\frac{\delta Q_i}{T_i}=0 \qquad (12.25)$$

кўринишда ёзилиши мумкин. Лимитда, яъни δQ_i ниҳоят кичик қилиб олинганда, (12.25) йиғинди

$$\oint\frac{\delta Q}{T}=0 \qquad (12.26)$$

интеграл билан алмаштирилиши мумкин. Интеграл белгисидаги айланача интеграллаш амали берк контур бўйича амалга оширилишини кўрсатади.

Математикадан маълумки, бирор катталикнинг берк контур бўйича интеграли нолга тенг бўлса, интеграл остидаги ифода жисм ҳолатини характерловчи бирор функциянинг тўлиқ дифференциали бўлади. Клаузиус бу функцияни *энтропия* деб атади. Уни S ҳарфи билан белгилайлик:

$$dS=\frac{\delta Q}{T}. \qquad (12.27)$$

Демак, энтропия—система ҳолатининг шундай функциясики, бу функциянинг қайтувчан процессдаги чексиз кичик ўзгариши мазкур процессда киритилган чексиз кичик иссиқлик миқдорининг шу иссиқлик киритилаётган ҳолатдаги система абсолют температурасига нисбати билан аниқланади. Жисмнинг ҳар бир ҳолатига энтропиянинг аниқ битта қиймати мос келади. Бинобарин, худди ички энергия каби энтропия ҳам ҳолатнинг бир қийматли функциясидир. Қайтувчан процесс туфайли *1* ҳолатдан *2* ҳолатга ўтган жисм энтропиясининг ўзгариши (ΔS) ўтиш йўлига боғлиқ эмас, ΔS нинг қиймати бошланғич ва охирги ҳолатлар билан аниқланади:

$$\Delta S=S_2-S_1=\int\limits_{1\to 2}\frac{\delta Q}{T}. \qquad (12.28)$$

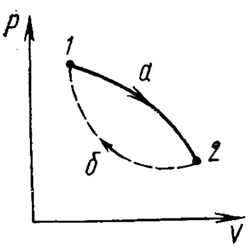
Қайтмас циклнинг фойдали иш коэффициентини характерлайдиган (12.17) муносабатдан

$$\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}<\frac{T_1-T_2}{T_1}$$

тенгсизликни ажратиб олайлик ва унинг устида юқоридаги мулоҳазаларни такрорлаб

$$\oint\frac{\delta Q}{T}<0 \qquad (12.29)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Мазкур муносабат *Клаузиус тенгсизлиги* деб аталади. Ундан фойдаланиб қайтмас процесс (12.13-расмдаги *1а2* процесс) амалга ошиши натижасида *1* ҳолатдан *2* ҳолатга ўтган система энтропиясининг ўзгаришини аниқлайлик. Бунинг учун *2б1* қайтувчан процессни амалга ошириб системани бошланғич ҳолатига қайтарайлик. Содир бўлган *1а2б1* айланма процесс қайтмас бўлади, чунки



12.13- расм.

мазкур циклни ташкил этган процесслардан бири $1a2$) қайтмас процесс эди. Бу қайтмас цикл учун Клаузиус тенгсизлиги [(12 – 29) га қ.] ўринли. Лекин

$$\oint\limits_{1a2б1} \frac{\delta Q}{T} = \int\limits_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \int\limits_{2б1} \frac{\delta Q}{T}$$

бўлганлиги учун (12.29) тенгсизликни муҳокама қилинаётган ҳол учун

$$\int\limits_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \int\limits_{2б1} \frac{\delta Q}{T} < 0 \qquad (12.30)$$

кўринишда ёзиб олишимиз мумкин. Бундаги иккинчи интеграл қайтувчан процессга тегишли. Шунинг учун

$$\int\limits_{2б1} \frac{\delta Q}{T} = S_1 - S_2.$$

Натижада (12.30) тенгсизлик қуйидаги кўринишга келади:

$$\int\limits_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + S_1 - S_2 < 0.$$

Демак, қайтмас $1 \to 2$ процессда система энтропиясининг ўзгариши

$$\Delta S = S_2 - S_1 > \int\limits_{1 \to 2} \frac{\delta Q}{T} \qquad (12.31)$$

тенгсизликни қаноатлантиради.

(12.28) ва (12.31) ифодаларни бирлаштириб қуйидаги тарзда ёзиш мумкин:

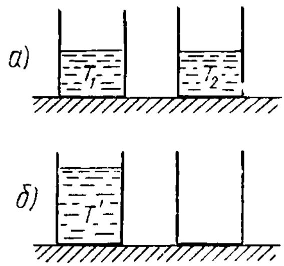
$$\Delta S = S_2 - S_1 \geqslant \int\limits_{1 \to 2} \frac{\delta Q}{T}. \qquad (12.32)$$

Бундаги тенглик ишораси қайтувчан процессга, тенгсизлик ишораси эса қайтмас процессга тегишли.

Агар система иссиқлик манбаларидан изоляцияланган (яъни $\delta Q = 0$) бўлса (12.32) муносабат

$$\Delta S = S_2 - S_1 \geqslant 0 \qquad (12.33)$$

кўринишга эга бўлади. Демак, *берк* (яъни адиабатик тарзда изоляцияланган) *системада қайтувчан процесс амалга ошганда энтропия ўзгармайди, қайтмас процесс содир бўлганда эса энтропия ортади.* Мазкур фикр термодинамика иккинчи бош қонунининг яна бир таърифидир. Амалда, табиий процесслар қайтмас бўлади. Шу сабабли ўз-ўзича амалга ошаётган табиий процессларда, (12.33) га асосан, система кейинги ҳолатининг



12.14- расм

энтропияси (S_2) олдинги ҳолатининг энтропияси (S_1) дан катта бўлиши лозим. Энтропиянинг ортиши чексиз эмас, балки шу системанинг мувозанат ҳолатига мос келадиган аниқ максимал қийматгача мумкин. Мувозанат ҳолатга эришилгач, бирор ташқи таъсир бўлмаса, системада ҳеч қандай ҳолат ўзгаришлари рўй бермайди. Бу хулосани қуйидаги мисол билан шарҳлайлик. Иккита идишда температуралари турлича (масалан $T_1 > T_2$) бўлган сув мавжуд (12.14- *а* расм). Иккинчи идишдаги сувни биринчи идишга қуяйлик. Натижада иккала сув массаси аралашиб бирор T' температурага ($T_1 > T' > T_2$) эришади (12.14- *б* расм). Сув массаларининг аралашиб кетишини кўп кузатганмиз. Лекин тескари процессни, яъни T' температурадаги сувни T_1 ва T_2 температурали сувларга ажралганини ҳеч ким кузатган эмас (чунки бундай процесс амалга ошмайди!). Кузатилаётган процессда кейинги ҳолат энтропияси (яъни оралиқ температурага эга бўлган аралашма энтропияси) олдинги ҳолат энтропияси (яъни иккала массанинг аралашгунча бўлган энтропияларининг йиғиндиси) дан катта. Бинобарин, тескари процесс содир бўлганда энтропия камайган бўлади. Ваҳоланки, (12.33) муносабатга асосан, энтропия ортадиган ($\Delta S > 0$ бўладиган) процессларгина амалга ошиши мумкин. Демак, (12.33) муносабат процесснинг амалга ошиши мумкин бўлган йўналишини кўрсатади. Бу эса термодинамика иккинчи бош қонунининг мазмунидир. Шу сабабли изоляцияланган системадаги табиий процесслар энтропияси ортадиган йўналишда амалга ошади, деб таърифланадиган энтропиянинг ортиш қонунини термодинамиканинг иккинчи бош қонуни деб ҳам аталади.

Қайтувчан процессга тегишли бўлган (12.27) муносабатни термодинамика биринчи бош қонунининг дифференциал шаклдаги формуласидан [(10.7а) ифодага қ]. фойдаланиб қуйидагича ўзгартириб ёзиш мумкин:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU + \delta A}{T}$$

Агар $\delta A = pdV$ эканлигини ҳисобга олсак, бу ифода

$$dS = \frac{dU + pdV}{T} \qquad (12.34)$$

кўринишга келади. Унда термодинамиканинг биринчи ва иккинчи бош қонунлари бирлашган. Шу сабабли (12.34) тенгламани, баъзан, *термодинамиканинг асосий тенгламаси* деб ҳам аталади. Мазкур тенгламадан фойдаланиб 1 моль идеал газ энтропиясининг ўзгариши (ΔS) ни ҳисоблайлик. Агар $dU_м = C_V dT$ ва $p = \frac{RT}{V_м}$ эканлигини эътиборга олсак, (12.34) тенглама қуйидаги кўринишга келади:

$$dS = C_V \frac{dT}{T} + R \frac{dV_м}{V_м}.$$

Уни интеграллаб

$$S = C_V \ln T + R \ln V_м + S_0 \quad (12.35)$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Бунда S_0 — интеграллаш доимийси. Амалда S катталикнинг ўзини эмас, балки система ҳолати ўзгарганда энтропиянинг ўзгаруви (ΔS) ни билиш керак бўлади. Бинобарин, ΔS ни ҳисоблашда S_0 ҳад йўқолади. T_1 дан T_2 гача иситилган 1 моль идеал газ энтропиясининг ўзгариши

$$\Delta S = S_2 - S_1 = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_{м2}}{V_{м1}} \quad (12.36)$$

ифода билан, иситиш ўзгармас ҳажмда ($V_м = \mathrm{const}$) амалга оширилган ҳолда эса

$$\Delta S = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (12.37)$$

ифода билан аниқланади.

Идеал газнинг изотермик ($T_1 = T_2 = \mathrm{const}$) ўзгаришларидаги энтропиясининг ўзгариши

$$\Delta S = R \ln \frac{V_{м2}}{V_{м1}} \quad (12.38)$$

муносабат билан ифодаланади.

Баъзи ҳолларда система айни ҳолати учун энтропиянинг миқдорини билиш талаб қилинади. Бундай ҳолларда термодинамиканинг *учинчи бош қонуни* деб аталадиган *Нернст теоремаси*дан фойдаланилади. Бу теоремага асосан, *ҳар қандай жисмнинг абсолют температураси нолга яқинлашганда унинг энтропияси ҳам нолга интилади:*

$$\lim_{T \to 0} S = 0. \quad (12.39)$$

Шунинг учун $T \neq 0$ ҳолатдаги система энтропиясини аниқлашда қуйи чегара сифатида $T = 0$ даги ҳолат олинади.

7- §. Термодинамика иккинчи бош қонунининг статистик маъноси

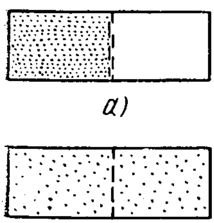
Олдинги параграфдаги фикрлар асосида қуйидаги хулосани чиқариш мумкин: табиатда қайтувчан процесслар бўлмайди, шу сабабли изоляцияланган системанинг энтропияси барча процессларда ортиши лозим. Ҳақиқатан, температураси T_1 бўлган жисмдан T_2 температурали жисмга δQ иссиқлик миқдори ўтиши натижасида бу икки жисмдан ташкил топган система энтропиясининг ўзгариши

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \delta Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2}\,\delta Q \tag{12.40}$$

ифода билан аниқланади. Агар $T_1 > T_2$ бўлса $\Delta S > 0$, аксинча, $T_2 > T_1$ бўлган ҳолда $\Delta S < 0$. Шунинг учун иссиқроқ жисмдан совуқроқ жисмга иссиқлик миқдорининг ўтиши содир бўлади, лекин тескари процесс амалга ошмайди. Иккинчи мисолни кўрайлик. Бирор идишниг ярмида (V_1 ҳажмда) N дона молекуладан ташкил топган газ мавжуд (12.15- *а* расм), идишнинг иккинчи қисми бўшлиқ. Агар ўртадаги тўсиқ олиб ташланса, газ V_2 ҳажмгача кенгаяди (12.15- *б* расм). Бу процессда энтропиянинг ўзгариши $\Delta S = S_2 - S_1 > 0$ бўлади (чунки $V_2 > V_1$). Тескари процесс амалга ошиши учун, яъни барча молекулалар идишнинг ярмида тўпланиши (ҳажмнинг V_2 дан V_1 гача камайиши) учун $\Delta S = S_1 - S_2 < 0$ бўлиши лозим. Бинобарин, энтропиянинг камайишига олиб келадиган бундай процесс амалга ошмайди. Термодинамикада процессларнинг содир бўлиши мумкин ёки мумкин эмаслигини система энтропиясининг ўзгариши асосида аниқланади.

Термодинамик процессларни статистик физика ҳам ўрганади. Статистик физикада процесснинг амалга ошиш ёки ошмаслиги *система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги* (W) билан боғлиқ. Система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги ва энтропияси орасида

$$S = k \ln W \tag{12.41}$$

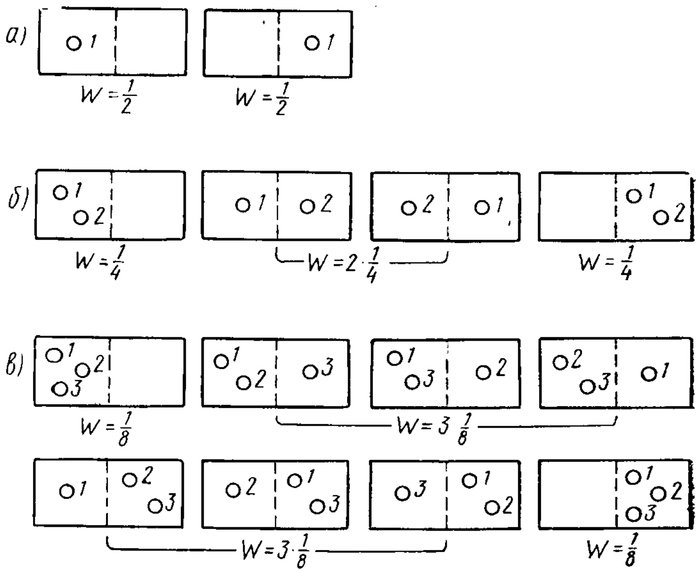


а)

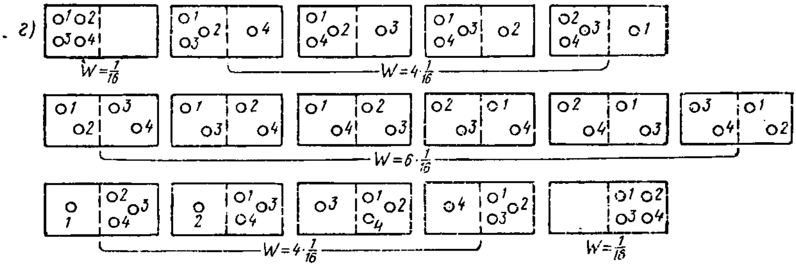
б)

12.15- расм.

боғланиш мавжудлиги Больцман томонидан аниқланди. Бунда k—Больцман доимийси. Больцман формуласи деб юритиладиган (12.41) муносабат қуйидагича таърифланади: *ихтиёрий изоляцияланган система энтропияси—шу система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги логарифмига пропорционалдир.* Бу таъриф термодинамика иккинчи бош қонунининг асосий таърифларидан бири ҳисобланади. Больцман номи билан юритиладиган юқоридаги таърифни қуйидагича баён қилса ҳам бўлади: *табиатдаги барча процесслар система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги ортадиган йўналишда содир бўлади.* Иккинчи бош қонуннинг статистик характерга эгалигини акс эттирувчи мазкур таъриф моҳиятини чуқурроқ англаш мақсадида система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги тушунчасини ойдинлаштириб олайлик. Бирор идиш ҳажмини панжарасимон тўсиқ билан икки тенг қисмга ажратайлик. Бу идишдаги газ молекулалари идиш деворлари ва бир-бири билан тасодифий тўқнашишлари туфайли идишнинг бир қисмидан иккинчи қисмига ўта олади. Молекулалар тўхтовсиз ва тартибсиз ҳаракатда бўлишларига қарамасдан, эҳтимолликлар назариясига асосланиб, идишнинг чап ва ўнг қисмларидаги молекулалар сонини олдиндан айтиб бериш мумкин. Масалан, идишда фақат битта молекула мавжуд бўлган ҳолда унинг шу идиш ичида жойлашиши *муқаррар воқеа* (яъни албатта содир бўладиган воқеа) ҳисобланади ва молекуланинг идиш ичида жойлашиш эҳтимоллиги 1 га тенг деб гапирилади. Бу молекула муайян бирор онда идишнинг чап ёки ўнг қисмида жойлашиши мумкин (12.16- *а* расмга қ.). Бошқача қилиб айтганда, амалга ошиши мумкин



12.16- расм.



12.16- расм.

бўлган ҳоллар иккита—молекула идишнинг ёхуд чап ярмида, ёхуд ўнг ярмида бўлади. Бинобарин, идишнинг битта қисмида молекулани қайд қилиш эҳтимоллиги 1/2 га тенг бўлади. Идишда иккита молекула (уларни *1* ва *2* рақамлар билан белгилайлик) мавжуд бўлса, молекулаларнинг идиш қисмлари бўйича тақсимланишида тўртта ҳол амалга ошиши мумкин (12.16- *б* расмга қ.): 1) иккала молекула идишнинг чап қисмида; 2) *1* молекула чап қисмда, *2* молекула эса ўнг қисмда; 3) *2* молекула чап қисмда, *1* молекула ўнг қисмда; 4) иккала молекула идишнинг ўнг қисмида. Бинобарин, идишнинг чап қисмида иккала молекуланинг жойлашиши—амалга ошиши мумкин бўлган тўрт имкониятнинг биттасидир. Шунинг учун идишнинг чап қисмида иккала молекулани қайд қилиш эҳтимоллиги 1/4, яъни $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ га тенг бўлади. Идишда учта молекула (*1, 2* ва *3* рақамлар билан белгиланган) мавжуд бўлса, уларнинг идиш қисмлари бўйича тақсимланишида амалга ошиши мумкин бўлган саккизта ҳол 12.16- *в* расмда акс эттирилган. Учала молекулани идишнинг чап қисмида қайд қилиш эҳтимоллиги $\frac{1}{8}$, яъни $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ га тенг бўлади. Идишда тўртта молекула (*1*, *2*, *3* ва *4* рақамлар билан белгилаймиз) мавжуд бўлса, уларнинг идиш қисмлари бўйича тақсимланишида 16 ҳол амалга ошиши мумкин (12.16- *г* расм). Тўрттала молекулани идишнинг чап қисмида қайд қилиш эҳтимоллиги $\frac{1}{16}$, яъни $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ га тенг.

Шу тариқа идишдаги молекулалар сонини орттириб юқоридагидек мулоҳазалар юритсак, қуйидаги қонуниятларни аниқлаймиз:

1) идишда N дона молекула мавжуд бўлса амалга ошиши мумкин бўлган ҳолларнинг сони 2^N га тенг:

2) идишнинг бир қисмида (масалан, чап қисмида) барча N дона молекулани қайд қилиш эҳтимоллиги $\left(\frac{1}{2}\right)^N = 2^{-N}$ га тенг.

Демак, N ортган сари идишнинг бир қисмида барча молекулаларнинг тўпланиш эҳтимоллиги камайиб боради. Агар нормал шароитларда 1 $см^3$ ҳажмда 10^{20} га яқин (аниқроғи $2{,}7 \cdot 10^{19}$ дона) молекула мавжудлигини эътиборга олсак, идишнинг бир қисмида барча молекулаларнинг тўпланиш эҳтимоллиги $2^{-10^{20}} \approx 10^{-3 \cdot 10^{19}}$ га тенг бўлади. Бу ўнли касрни ёзиш учун вергулдан кейин $3 \cdot 10^{19}$ та ноль, сўнг 1 рақам ёзилиши лозим, яъни

$$0{,}00\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{3\cdot 10^{19}\ \text{та ноль}}01$$

Агар етарлича тез ёза олиш қобилиятига эга бўлганингиздан фойдаланиб (масалан 1 секундда учта рақам ёза олинг) мазкур ўнли касрни ёзиб чиқмоқчи бўлсангиз 10^{19} с вақт керак бўлади. Агар 1 йил=365,25 сутка=365,25·86400 с=3132000 с эканини эътиборга олсангиз тезкор ёзувчи сарфлайдиган вақт 320 миллиард йилга тенг бўлади.

Молекулаларнинг идиш қисмлари бўйича тақсимланишини акс эттирувчи 12.16- расм устида яна муҳокамани давом эттирайлик. $N=4$ бўлганда чап қисмда учта молекула, ўнг қисмда битта молекула жойлашган ҳоллар сони тўртга тенг. Лекин молекулаларнинг номерланиши шартли эди. Бинобарин, чап қисмда *2, 3, 4* молекулалар жойлашган ҳолни *1, 2, 3* молекулалар жойлашган ҳолдан мутлақо ажратиб бўлмайди. Шу сабабли $N=4$ учун қуйидаги хулоса ўринли: идишнинг чап ва ўнг қисми бўйича тўртта молекуланинг тақсимланишида содир бўлиши мумкин бўлган 16 ҳолдан биттасида барча молекулалар идишнинг чап қисмида; тўртта ҳолда уч молекула чап қисмда, битта молекула ўнг қисмда; олтита ҳолда чап ва ўнг қисмларда иккитадан молекула; тўртта ҳолда чап қисмда битта, ўнг қисмда эса учта молекула; битта ҳолда тўрттала молекула ўнг қисмда жойлашади. Молекулаларнинг у ёки бу тартибда жойлашишини (тақсимланишини) ифодалайдиган бу ҳоллар системанинг ҳолатларига мос келади. Хусусан, тўрт молекуладан ташкил топган система беш турли ҳолатларда бўлиши мумкин экан. *Система бирор ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги деганда, шу ҳолатга мос бўлган тақсимланиш содир бўладиган ҳоллар сонининг мазкур системани ташкил этувчи молеку-*

лалар учун вужудга келиши мумкин бўлган барча тақсимланишлар амалга ошадиган ҳолларнинг умумий сонига нисбати тушунилади. Идишнинг чап ва ўнг қисмида иккитадан молекула жойлашадиган ҳолатнинг термодинамик эҳтимоллиги энг катта бўлар экан (чунки юқорида қайд қилганимиздек, у 16 ҳолдан 6 тасида амалга ошади). Энг катта термодинамик эҳтимолликка эга бўлган бу ҳолатни *системанинг мувозанат ҳолати* деб аталади. $N=4$ бўлганда мувозанат ҳолатнинг термодинамик эҳтимоллиги барча молекулалар идишнинг битта қисмида тўпланишига мос бўлган ҳолатнинг термодинамик эҳтимоллигидан 6 марта фарқ қиляпти. Лекин статистик ҳисобларнинг кўрсатишича, N нинг қиймати етарлича катта бўлганда бу фарқ $2\sqrt{N}$ марта бўлади.

Система мувозанат ҳолатда бўлганда идишнинг барча ҳажми бўйлаб молекулалар текис тақсимланган бўлади, яъни ўнгга ва чапга, юқорига ва пастга, олдинга ва орқага ҳаракатланаётган молекулалар сони тахминан тенг бўлади, молекулалар сони ҳамда молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимоти идишнинг ўнг ва чап қисмида бирдай бўлади. *Мувозанат ҳолатдаги системанинг энтропияси максимал қийматга эришади.* Шу сабабли, *энтропия—изоляцияланган системанинг мувозанат ҳолатга яқинлик ўлчови,* деб тарифлаш мумкин. Энтропияни, баъзан қуйидагича ҳам таърифланади: *энтропия—изоляцияланган системанинг тартибсизлик ўлчовидир.* Бу таърифнинг маъносини англаш мақсадида „тартибсизлик“ сўзини ойдинлаштириб олайлик. Идишдаги барча молекулалар идишнинг бир чеккасида тартиб билан, худди бир-бирига тегизиб тахлаб қўйилгандек, жойлашган ҳолни тасаввур қилиб кўринг. Бундай ҳеч қачон амалга ошмайдиган хаёлий ҳолатнинг энтропияси минимал қийматга эга бўлади. Системанинг бундай хаёлий тартибли ҳолати абсолют нолда содир бўлади (назарияга асосан), лекин абсолют нолга эришиш мумкин эмас. Энди, барча молекулалар идишнинг фақат битта ярмида ҳаракатланаётган ҳолни тасаввур қилиб кўринг. Бу ҳолни амалга ошиш эҳтимоллиги жуда кичик, лекин нолдан фарқли. Бу ҳол аввалги хаёлий тартибли ҳолатга нисбатан тартибсизроқ ҳолатни акс эттиради. Мувозанат ҳолатда эса молекулалар идиш ҳажмининг барча қисмини эгаллайдилар. Бинобарин, бу ҳол система молекулаларининг энг тартибсиз ҳолатини акс эттиради. Шу сабабли ҳажмнинг бирор соҳасида молекулалар концентрациясининг ортишини мувозанат вазиятдан тартибсизлик камайиш томонига четга чиқиш деб ҳисоблаш лозим.

Шундай қилиб, системанинг мувозанат ҳолати молекулаларнинг тартиб билан идиш ҳажмининг бир чеккасида жойлашишига қарама-қарши равишда тартибсизлик қилиб идишнинг барча ҳажми бўйлаб текис тақсимланишидан иборат. Демак, энг тартибсиз ҳолат (яъни системанинг мувозанат вазияти) да энтропия максимал қийматга эга бўлади.

Система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги асосида қайтмас процессларни таҳлил қилайлик. Аввало, шуни қайд қилайликки, статистик физикада „мумкин эмас" ибораси ишлатилмайди. Статистик физикада ҳар қандай „ғайритабиий" процесслар ҳам амалга ошиши мумкин. Лекин мазкур процесснинг содир бўлиш эҳтимоллиги қандай? Бу саволга бериладиган жавоб асосида у ёки бу процесс ҳақида хулоса чиқариш мумкин.

Хусусан, термодинамикада қайтмас процесс деб ҳисобланган бўшлиққа кенгайган газ молекулаларининг қайтадан идишнинг ярмида тўпланишининг эҳтимоллиги $\sim$ $\sim 10^{-3\cdot 10^{19}}$ га тенг. Бу қадар кичик эҳтимолликка эга бўлган воқеа одам умри эмас, ҳаттоки Ернинг пайдо бўлган вақтидан бери бирор марта кузатилмайди.

Шунингдек, температураси 300 К бўлган жисмдан 301 К температурали жисмга 10^{-7} Ж иссиқлик миқдорининг ўз-ўзича ўтиш эҳтимоллиги $10^{-3\cdot 10^{10}}$ га тенг. Бу ўнлик каср шунчалик кичикки, у ёзилган қоғоз ленганинг узунлиги Ерни экватор бўйича бир неча марта ўрашга етади.

Шундай қилиб, термодинамиканинг иккинчи бош қонуни статистик характерга эга. Изоляцияланган системада энтропиянинг ошиш йўналишидагина эмас, балки камайиш йўналишида ҳам процесслар содир бўлиши мумкин. Лекин бундай процессларнинг эҳтимоллиги ниҳоят кичик бўлганлиги туфайли ер шароитларида кузатилмайди.

Термодинамиканинг иккинчи бош қонуни статистик характерга эга бўлганлигидан у етарлича кўп сонли зарралардан ташкил топган изоляцияланган система учун ўринли. Юқорида юритилган мулоҳазалар шуни кўрсатадики, кам сонли молекулалардан ташкил топган системада мувозанатли ҳолатнинг термодинамик эҳтимоллиги бошқа ҳолатларнинг термодинамик эҳтимолликларидан кескин фарқланмайди. У ҳолда бундай системанинг ўз-ўзича мувозанатли ҳолатдан четлашишлари (яъни энтропиясининг камайиши билан содир бўладиган процесслар) кузатиладиган даражадаги эҳтимолликлар билан амалга ошиши мумкин бўларди. Ваҳоланки, бундай процесслар иккинчи бош қонунга зиддир. Шу сабабли термодинамиканинг иккинчи бош қонунини кам сонли зарралардан иборат системаларга қўллаш мумкин эмас.

Шунингдек иккинчи бош қонунни чексиз кўп зарралардан ташкил топган системалар учун ҳам қўллаб бўлмайди. XIX асрнинг иккинчи ярмида баъзи олимлар Коинотни изоляцияланган система деб ҳисоблаб ва унга термодинамиканинг иккинчи бош қонунини қўллаб қуйидаги фикрни илгари сурдилар: Коинот изоляцияланган система бўлганлиги учун унинг энтропияси максимал қийматга интилиб боради. Коинотдаги барча процессларда энергиянинг бирор миқдори иссиқликка айланади. Иссиқлик миқдори эса иссиқроқ жисмдан совуқроқ жисмларга ўтади. Натижада Коинотдаги барча жисмлар температураси тенглашади. Бу эса барча процессларнинг тўхташига олиб келади, яъни *Коинотнинг „иссиқлик ҳалокати“* рўй беради.

Фанда „иссиқлик ҳалокат“ деб ном олган бу гипотеза Л. Больцман, М. Смолуховский ва бошқа физик-материалистлар томонидан қаттиқ танқид қилинди. Ҳақиқатан чексиз кўп зарралардан ташкил топган системанинг энг катта термодинамик эҳтимолликка эга бўлган ҳолати (мувозанатли ҳолат) ҳақида гапириш маънога эга эмас, чунки мувозанатли ва мувозанатсиз ҳолатлар сони чексиз кўп бўлади. Бинобарин, Коинот учун термодинамик эҳтимолликлари турлича бўлган ҳолатлар ҳақида гапириб бўлмайди. Коинотдек чексиз катта система учун барча ҳолатларнинг термодинамик эҳтимолликлари тенг, унинг энг катта термодинамик эҳтимолликка эга бўлган (мувозанат) ҳолати ҳақидаги фикр ҳеч қандай маънога эга бўлмайди.

Шундай қилиб, „иссиқлик ҳалокат“ гипотезаси—термодинамика иккинчи бош қонунини абсолютлаштириш ва уни астрофизик жисмлар учун экстраполяция қилишнинг маҳсулидир. Бошқача қилиб айтганда, фақат чекли соҳалардагина маънога эга бўлган иккинчи қонундан унинг қўлланиш чегарасидан ташқи соҳаларда фойдаланиш қўпол хатоликни—„иссиқлик ҳалокат“ гипотезасини вужудга келтирган. *Фаннинг замонавий ютуқлари „иссиқлик ҳалокат“ гипотезасини қатъиян рад этади.* Коинот чексиз, унинг тараққиёти давом этиб келган ва давом этаверади.

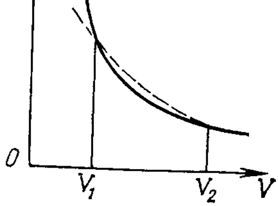
XIII боб

РЕАЛ ГАЗЛАР

1-§. Реал газ молекулаларининг ўзаро таъсир кучлари ва потенциал энергияси

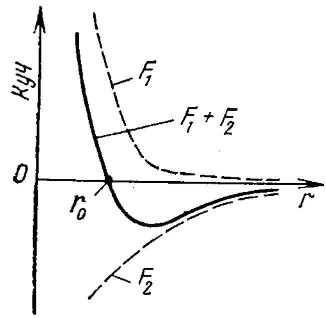
Табиатдаги газларни реал газлар деб юритилади (реал — ҳақиқий деган маънони англатади). Реал газ зичлиги ортган сари унинг хоссалари идеал газ хоссаларидан кескинроқ фарқ қила бошлайди. Хусусан, 13.1-расмда тасвирланган реал газ изотермаси (узлуксиз чизиқ) ва идеал газ изотермасини (пунктир чизиқ) солиштирайлик. Зичликларнинг анчагина кичик қийматларига мос келувчи $V>V_2$ соҳада иккала эгри чизиқ устма-уст тушяпти. Лекин ўртача зичликларга мос бўлган $V_1<V<V_2$ соҳада реал газнинг босими идеал газ қонуни асосида эга бўлиши лозим бўлган қийматдан кичикроқ бўляпти. Зичликларнинг катта қийматларига мос келадиган $V<V_1$ соҳада эса реал газ босимининг қийматлари Бойль—Мариотт қонуни асосида кутилган қийматлардан каттароқ. Кузатилаётган бу фарқнинг сабаби нимада? Мазкур саволга жавоб бериш учун „идеал газ" модели реал газларни соддалаштириш асосида ҳосил қилинганлигини (IX боб, 4-§ га қ.) ва реал газ мисолида мазкур соддалаштиришлар қанчалик бажарилишини муҳокама қилайлик.

Соддалаштиришлардан бири — молекулалар хусусий ҳажмларини эътиборга олинмаганлиги эди. Ҳақиқатан, етарлича сийрак газ молекулаларининг хусусий ҳажмлари газ эгаллаган идиш ҳажмига нисбатан анчагина кичик бўлади. Рақамларга мурожаат қилайлик. Кўпчилик газлар учун молекула радиуси 10^{-10} м чамасида. Шу сабабли бир дона молекуланинг ҳажми $V'=\frac{4}{3}\pi r^3\approx$ $\approx 4\cdot 10^{-30}\text{м}^3$, нормал шароитларда (яъни $p_0=101325$ Па ва $T_0=$ $=273{,}15$ К бўлганда) 1 м³ ҳажмдаги молекулаларнинг хусусий ҳажми



13.1- расм.

$nV'\approx 2{,}69\cdot 10^{25}\cdot 4\cdot 10^{-30}\,\text{м}^3\approx 10^{-4}\ \text{м}^3$



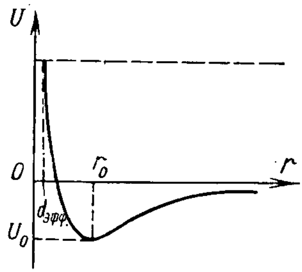
13.2- расм.

бўлади. Бинобарин, нормал шароитлардаги газ молекулаларининг хусусий ҳажми газ эгаллаган ҳажмнинг фақат 0,0001 қисмини ташкил этади. $V>V_2$ соҳага мос келадиган бундай ҳолда молекулаларнинг хусусий ҳажмини эътиборга олмаслик мумкин. Лекин босим бир неча минг марта ошган ҳолларда ($V<V_1$ соҳада) молекулаларнинг хусусий ҳажми газ эгаллаган ҳажм билан таққосланарли даражада бўлади. Бундай ҳолларда молекулалар хусусий ҳажмини эътиборга олмаслик катта хатоларга олиб келади. Ҳақиқатан, идеал газ мисолида газ солинган идишнинг ҳажми — газ молекулаларининг ҳар бири ҳаракатланиши мумкин бўлган ҳажмдир, чунки идеал газ молекулалари — ўлчамсиз нуқталар эди. Реал газ мисолида эса идиш ҳажмининг барча қисми молекулалар ихтиёрида эмас, чунки ҳажмнинг бир қисмини молекулаларнинг ўзлари банд қилганлар. Бинобарин, бу ҳолда „идиш ҳажми“ билан „ҳар бир молекула ҳаракатланиши мумкин бўлган ҳажм“ орасида фарқ мавжуд ва бу фарқ молекулалар зичлигига монанд равишда намоён бўлади.

Иккинчи соддалаштириш — молекулалар орасида ўзаро таъсир йўқ, деб фараз қилишдан иборат эди. Лекин реал газ молекулалари орасида *ўзаро таъсир кучлари* мавжуд. Сийрак газларнинг хоссалари идеал газ хоссаларига яқинлиги ўзаро таъсир кучларининг молекулалар орасидаги масофага ниҳоят кучли боғлиқлигидан далолат беради. Бу кучлар табиатини квант механикаси асосида тушунтириш мумкин. Лекин шуни қайд қилайликки, молекулалар орасидаги ўзаро таъсир кучлари молекулалар таркибидаги зарядлар электр таъсирлашишининг натижаси сифатида вужудга келади. Икки молекула орасида ўзаро итаришадиган F_1 куч ва ўзаро тортишадиган F_2 куч бир вақтда таъсир этади. Ўзаро итаришиш кучларини мусбат, ўзаро тартишиш кучларини манфий деб ҳисобласак, мазкур кучлар қийматларининг икки молекула орасидаги масофа (r) га боғлиқлиги 13.2-расмда пунктир чизиқлар билан тасвирланганидек бўлади. Бу икки кучнинг йиғиндиси, яъни натижавий куч расмда узлуксиз чизиқ билан тасвирланган. Бирор $r=r_0$ да F_1 ва F_2 лар бир-бирини мувозанатлайди ва натижавий куч нолга тенг бўлади. $r<r_0$ масофаларда натижавий куч итаришиш харак-

терига, $r > r_0$ да эса тортишиш характерига эга бўлади.

Молекулаларнинг бир-бири билан таъсирлашишини молекулалар орасидаги масофа (r) нинг функцияси бўлган *ўзаро таъсир потенциал энергияси* билан ифодалаш қулайлик туғдиради. Мазкур функциянинг графиги 13.3-расмда тасвирланган. Икки молекула бир-биридан чексиз узоқликда жойлашган ($r=\infty$) ҳолда потенциал энергиянинг қиймати нолга тенг, яъни $U(\infty)=0$. Молекулалар орасидаги масофа камайган сари улар орасида тортишиш кучлари намоён бўла бошлайди. $r=r_0$ бўлганда, яъни ўзаро тортишиш ва итаришиш кучлари тенглашганда потенциал энергия минимал қийматга эга. Молекулалар янада яқинлашганда ($r<r_0$) ўзаро итаришиш кучлари тезкорлик билан орта бошлайди. Шунинг учун потенциал энергия эгри чизиғи юқорига кўтарила бошлайди ва мусбат қийматлар соҳасига ўтади. Мусбат потенциал энергия молекулалар бир-бирига яқинлашгунча эга бўлган кинетик энергиялар эвазига ҳосил бўлади. Бошқача қилиб айтганда, молекулалар ўзаро итаришиш кучларига қарши ўзларининг кинетик энергиялари ҳисобига иш бажаради. Кинетик энергиялар бутунлай потенциал энергияга айланганда мулекулаларнинг яқинлашиши тугалланади. Бу ҳолда молекулалар марказлари орасидаги масофани молекуланинг эффектив диаметри ($d_{эфф.}$) га тенг деб ҳисоблаш мумкин. Табиийки, молекулалар кинетик энергиялари каттароқ бўлса (яъни газ температураси қанчалик юқори бўлса) $d_{эфф.}$ нинг қиймати кичикроқ бўлиши лозим. Лекин кичик r лар соҳасида потенциал энергиянинг қиймати жуда тез ўзгаряпти. Шунинг учун температуранинг анчагина ўзгаришларида ҳам $d_{эфф.}$ нинг қийматидаги ўзгариш жуда кичик бўлади. Шу сабабли $d_{эфф.}$ газнинг химиявий табиатига боғлиқ, деб айтиш мумкин. Молекулалар бир-бирига $d_{эфф.}$ масофагача яқинлашгач, улар ўзаро итаришиш кучлари таъсирида яна бир-биридан узоқлаша бошлайди. Натижада мусбат потенциал энергия бир-биридан узоқлашаётган молекулаларнинг кинетик энергияларига айлана бошлайди.



13.3- расм.

Юқорида баён этилган фикрлардан қуйидаги хулоса келиб чиқади: реал газ молекулаларининг тўқнашиш жараёнини уларнинг бир-бири билан бевосита эластик урилиши (худди биллиард шарлари каби) деб ҳисоблаш мумкин эмас. Реал газ молекулалари бир-бирига бевосита тегадиган даражада яқинлашмайди, лекин ўзаро таъсир мавжуд бўлади.

2- §. Ван-дер-Ваальс тенгламаси

Идеал газ ҳолатининг параметрлари Клапейрон—Менделеев тенгламаси деб аталадиган (9.15) муносабат

$$p = \frac{RT}{V_м}$$

билан ифодаланар эди. Табиийки, бу тенглама реал газ ҳолатини акс эттира олмайди, чунки унинг заминида газ молекулалари ўлчамсиз моддий нуқталар ва молекулалар орасида ўзаро таъсир кучлари мавжуд эмас, деб қилинган фаразлар ётади. Лекин реал газлар учун бу фаразлардан воз кечиш лозим, деган хулосага келдик. Бинобарин, Клапейрон—Менделеев тенгламасига тегишли тузатмалар киритиб реал газ ҳолатини акс эттирадиган ифодани ҳосил қилиш мумкин. Бу вазифани 1873 йилда Ван-дер-Ваальс бажарди. У молекулаларнинг чекли ўлчамлари ва молекулалар орасидаги ўзаро таъсир кучларини эътиборга олиш учун қуйидагича фикр юритди. Биринчидан, реал газнинг икки молекуласи бир-бирига ўзаро итаришиш кучлари кескин намоён бўладиган $d_{эфф.}$ масофагача яқинлаша оладилар. Бошқача айтганда, радиуси $d_{эфф.}$ бўлган шар ҳажми $\left(\frac{4}{3}\pi d^3_{эфф.}\right)$ ўзаро таъсирлашаётган бу икки молекула марказлари учун „тақиқланган ҳажм“ бўлади. Ҳар бир молекулага мос келувчи „тақиқланган ҳажм“ эса икки марта кичик, яъни $\frac{2}{3}\pi d^3_{эфф.}$ га тенг. Бу ҳажм молекуланинг хусусий ҳажми $\left[V' = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d_{эфф.}}{2}\right)^3\right]$ дан 4 марта катта. Бинобарин, 1 моль реал газнинг барча молекулалари учун „тақиқланган ҳажм“ $b = 4N_A V'$ бўлади. Шунинг учун реал газнинг ҳолат тенгламасида газ солинган идишнинг ҳажми эмас, балки молекулалар ҳаракатланиши мумкин бўлган $V_м - b$ ҳажм иштирок этиши керак:

$$p \sim \frac{RT}{V_м - b}.$$

Иккинчидан, молекулалар орасидаги ўзаро тортишиш кучлари ҳам эътиборга олиниши керак. Идиш деворидан узоқроқдаги молекулага унинг атрофидаги бошқа молекулалар томонидан таъсир этувчи тортишиш кучлари ўзаро мувозанатлашган бўлади. Лекин идиш деворига яқинлашиб қолган молекулага бошқа молекулаларнинг натижавий таъсири газ ҳажмининг ички томонига йўналган куч тарзида намоён бўлади. Шунинг учун бу молекуланинг идиш деворига урилиши ўзаро тортишиш кучлари мавжуд бўлмаган ҳолдаги урилишдан кучсизроқ бўлади. Бинобарин, реал газнинг босими идеал газ босимидан камроқ бўлиши керак. Деворга яқинлашаётган молекулаларнинг сони n га (яъни бирлик ҳажмдаги молекулалар сонига) пропорционал бўлади. Деворга яқинлашаётган молекулаларни газнинг ички томонига тортадиган молекулаларнинг сони ҳам n га пропорционал. Бундан реал газ босимининг камайиши n^2 га, яъни $\frac{1}{V_м^2}$ га $\left(\text{чунки } n = \frac{N_A}{V_м}\right)$ пропорционал бўлиши керак, деган хулосага келамиз. Шунинг учун реал газнинг ҳолат тенгламаси қуйидаги кўринишга келади:

$$p = \frac{RT}{V_м - b} - \frac{a}{V_м^2}$$

ёки

$$\left(p + \frac{a}{V_м^2}\right)(V_м - b) = RT. \tag{13.1}$$

Мазкур муносабат *Ван-дер-Ваальс тенгламаси* деб аталади. a ва b эса муайян газ молекулаларини характерловчи доимийлар бўлиб, уларни *Ван-дер-Ваальс тузатмалари* деб ҳам аталади.

Ван-дер-Ваальс тенгламаси Клапейрон—Менделеев тенгламасига нисбатан реал газ хоссаларини аниқроқ акс эттиради. Лекин жуда катта босимларда тажриба натижаларидан узоқлашишлар сезила бошлайди. Хусусан, босим 1000 атмосфера босимига тенг бўлган ҳолларда Клапейрон—Менделеев тенгламасининг четга чиқишлари 100 процентдан ортиқ, Ван-дер-Ваальс тенгламасиники эса 2 процентлар чамасида бўлади, холос.

Ван-дер-Ваальс тенгламасини таҳлил қилиш мақсадида унинг кўринишини ўзгартирайлик. Бунинг учун (13.1) тенгламадаги қавсларни очайлик:

$$pV_м + \frac{a}{V_м} - pb - \frac{ab}{V_м^2} = RT.$$

Бу ифоданинг иккала томонини $\frac{V_м^2}{p}$ га кўпайтирайлик:

$$V_м^3 + \frac{aV_м}{p} - bV_м^2 - \frac{ab}{p} = \frac{RTV_м^2}{p}.$$

Вужудга келган тенгламада қўшилувчи ҳадларни $V_м$ нинг даражалари камайиб борадиган тарзда ёзиб олайлик:

$$V_м^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right) V_м^2 + \frac{a}{p} V_м - \frac{ab}{p} = 0 \qquad (13.2)$$

Мазкур тенглама $V_м$ га нисбатан учинчи даражали бўлгани учун у учта илдизга эга бўлади.

Илдизлар Кардано формулалари бўйича ҳисобланади, бунда қуйидаги уч ҳол амалга ошиши мумкин:

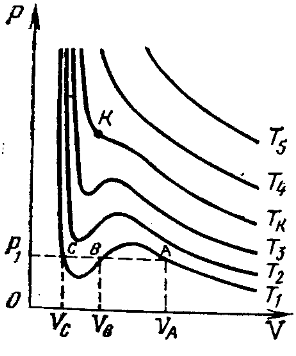
1) илдизларнинг бири ҳақиқий, иккитаси мавҳум;

2) учала илдизлар ҳақиқий ва улар турли қийматларга эга;

3) учала издизлар ҳақиқий ва улар бирдай қийматларга эга.

Температуранинг турли, лекин ўзгармас қийматлари учун (13.2) тенгламанинг (p, V) диаграммадаги графиклари 13.4-расмда тасвирланган. Уларни Ван-дер-Ваальс изотермалари деб аталади. Ван-дер-Ваальс тенгламасининг битта илдизи ҳақиқий, иккитаси мавҳум бўлган ҳол юқори температураларга мос бўлган изотермаларда кузатилади. Мавҳум илдизлар физик маънога эга эмас. Бинобарин, бундай ҳолларда p нинг ҳар бир қийматига $V_м$ нинг ҳам битта қиймати мос келади ва изотерма графиги гиперболасимон чизиқдан иборат бўлади (расмдаги T_4 ва T_5 температураларга мос изотермаларга қ.).

Паст температураларда Ван-дер-Ваальс тенгламасининг учала илдизи ҳақиқий, лекин турли қийматларга эга бўлади. Мазкур ҳол T_1, T_2, T_3 температуралардаги изотермаларда акс этган. Бу изотермаларнинг ∽-симон ўрта қисми максимум ва минимумга эга. Шунинг учун босимнинг битта қийматига ҳажмнинг учта қиймати мос келади. Хусусан, p_1 нуқтадан абсцисса ўқига параллел тарзда ўтказилган тўғри чизиқ T_1 температурага мос бўлган изотермани A, B, C нуқталарда кесади. Бу уч нуқта учта турли изотермик ҳолатларни ифодалайди. Мазкур ҳолатлар босимнинг бирдай p_1 қиймати, ҳажмнинг эса турли V_A, V_B, V_C қийматлари билан характерланади. Юқорироқ T_2 ва T_3 температураларга мос бўлган изотермаларда эса бундай уч ҳолатни ифодаловчи нуқталар бир-бирига яқинроқ

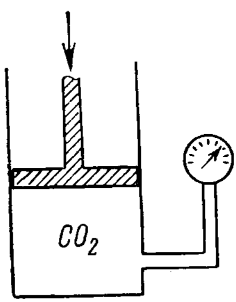


13.4- расм.

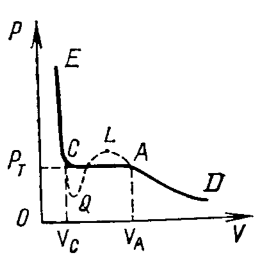
жойлашади. Янада юқорироқ бирор $T_к$ температурага тааллуқли изотермада учала нуқта устма-уст тушади (13.4-расмда K деб белгиланган). Одатда, $T_к$ ни *критик температура* деб, унга мос бўлган изотермани эса *критик изотерма* деб аталади. Демак, критик температурада Ван-дер-Ваальс тенгламасининг учала илдизи ҳақиқий битта қийматга эга бўлади.

3-§. Экспериментал изотермалар. Критик ҳолат

1866 йилда инглиз физиги Т. Эндрюс томонидан амалга оширилган тажрибаларда карбонат ангидрид гази учун изотермик процесслардаги босим ва ҳажм орасидаги боғланиш текширилди. Тажриба схемаси 13.5-расмда тасвирланган. Қалин деворли цилиндр ичига 1 моль карбонат ангидрид (CO_2) гази қамалган. Цилиндр ичидаги поршенни ҳаракатлантириш йўли билан газнинг ҳажмини ўзгартиришга эришилади. Ҳажмнинг ҳар бир қийматига мос келадиган газ босими манометр ёрдамида ўлчанади. Тажрибада газ температураси ўзгармас сақланади, албатта. Тажрибада аниқланган изотермалардан бири 13.6-расмда акс эттирилган. Ҳажмнинг катта қийматларига мос келувчи DA соҳада газ ҳажми камайтирилган сари босим монотон равишда ортиб боради. Изотерма мазкур соҳасининг шакли гиперболага яқин. Бинобарин, бу соҳада карбонат ангидрид газининг хоссалари идеал газ хоссаларига ўхшаб кетади. Лекин босим бирор $p_т$ қийматга эришганда (изотерманинг A нуқтасига қ.) карбонат ангидрид хоссасида ўзгариш рўй бера бошлайди: поршенни янада пастроқ тушириб газ ҳажмини камайтирганимиз билан босимнинг қиймати ўзгармайди. Бу ҳолда газнинг бир қисми суюқликка айлана бошлай-



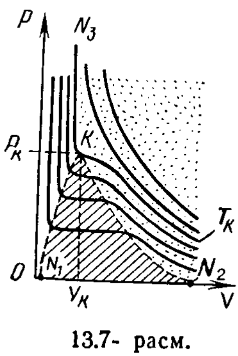
13.5- расм.



13.6- расм.

ди. Поршень қанчалик пастга туширилса, карбонат ангидрид газининг шунчалик кўпроқ қисми суюқликка айланган бўлади. Ҳажм бирор V_c қийматгача камайтирилганда газ бутунлий суюқликка айланган бўлади. Поршень остидаги ҳажмни янада камайтириш учун жуда катта босим талаб этилади, чунки суюқлик жуда кам сиқилади. Шу сабабли изотерманинг *CE* соҳаси деярли вертикал чизиқдан иборат. Демак, тажрибавий изотерманинг *DA* ва *CE* соҳалари карбонат ангидриднинг бир фазали ҳолатларини (*DA* соҳада фақат газсимон ҳолат, *CE* соҳада фақат суюқ ҳолат мавжуд), *AC* соҳаси эса икки фазали ҳолатини характерлайди. Икки фазали ҳолат амалга ошганда (ҳажмнинг V_A дан V_C гача қийматларида) дастлабки карбонат ангидрид газининг бир қисми суюқликка айланиб, қолган қисми газсимон ҳолатда қолади. Агар *AC* соҳадаги бирор *V* ҳажмга ($V_C < V < V_A$) эришилганда поршеннинг ҳаракатини тўхтатиб қўйсак, поршень остидаги ҳажмда суюқ ҳолатдаги карбонат ангидриднинг буғланиши ва карбонат ангидрид буғларининг конденсацияланиши (яъни суюқликка айланиши) бирбирини мувозанатлаб туради. Бошқача қилиб айтганда, буғланиш ва конденсация жараёнлари динамик мувозанатлашган бўлади: суюқлик ва буғ миқдори ўзгармайди. Суюқлик билан мувозанатда бўлган буғ *тўйинган буғ* дейилади. Икки фазали ҳолатга мос келадиган босим қиймати *тўйиниш босими* ($p_т$) деб аталади. Тўйиниш босимининг қиймати турли температуралар учун турлича бўлади.

Турли температуралар учун босимнинг ҳажмга боғлиқлигини текшириш асосида бир қатор изотермаларни ҳосил қиламиз (13.7-расм). Температуралар ортган сари изотермалардаги икки фазали ҳолатни акс эттирувчи соҳалар (тўйиниш соҳалари) энсизроқ бўлиб боради. Ниҳоят, бирор $T_к$ температурага мос келувчи изотермада тўйиниш соҳаси нуқтага айланади. Бу нуқта *критик нуқта* деб, унга мос бўлган босим ва ҳажмнинг қийматлари эса *критик босим* ($p_к$) ва *критик ҳажм* ($V_к$) деб аталади.



13.7- расм.

Шундай қилиб, $T_к$ дан паст температуралардаги изотермалардагина тўйиниш соҳалари мавжуд. Бу соҳалар 13.7-расмда пунктир чизиқ (N_1KN_2) билан ажратилиб штрихланган. N_1KN_3 чизиқ ва ордината ўқи орасидаги соҳа эса модданинг суюқ ҳолатларига мос келади. Газсимон ҳолатни акс эттирувчи соҳа расмда нуқталар билан тасвирланган. Бу соҳада модда икки фазали ҳолатда бўла олмайди. Бинобарин, критик температура—газни суюқликка айлантириш мумкин бўладиган энг юқори температурадир. Температураси $T_к$ дан катта бўлган газ ҳар қандай босим остида ҳам суюқликка айланмайди.

Критик параметрлар — $p_к$, $V_к$, $T_к$ модданинг критик ҳолатини характерлайди. Критик ҳолатдаги модда учун суюқлик ва буғ орасидаги фарқ йўқолади. Критик ҳолатда буғнинг суюқликка, суюқликнинг эса буғга айланиши узлуксиз равишда содир бўлиб туради. Критик температурада суюқликнинг солиштирма буғланиш иссиқлиги ва сирт таранглик коэффициенти нолга тенг бўлади.

Турли моддалар учун критик параметрлар турлича. Хусусан, критик температуранинг қиймати карбонат ангидрид учун 304 К, сув учун 647 К, гелий учун 5 К.

Экспериментал изотермаларни (13.7-расм) Ван-дер-Ваальс изотермалари (13.4-расм) билан таққосласак, назарий изотермалардаги $\backsim$-симон соҳалар тажрибаларда қайд қилинган икки фазали ҳолатларни акс эттирувчи тўйиниш соҳасига мос келишини аниқлаймиз. Бироқ модданинг газсимон ҳолатдан суюқ ҳолатга ва, аксинча суюқ ҳолатдан газсимон ҳолатга ўтишларида босимнинг ҳажмга боғлиқлиги $\backsim$-симон эгри чизиқ билан эмас, балки тўғри чизиқ билан характерланади. Бошқача қилиб айтганда, изотермаларнинг тўйиниш соҳасида босимнинг қиймати Ван-дер-Ваальс изотермаларидагидек максимум ва минимумга эга бўладиган тарзда (13.6-расмдаги $ALQC$ пунктир чизиққа қ.) ўзгариш ўрнига ўзгармас $p_т$ га (шу расмдаги AC тўғри чизиққа қ.) тенг бўлади.

Лекин соф модда устида тажриба ўтказилса ҳамда изотермик ҳажм ўзгаришларини жуда секин амалга оширилса, назарий изотерманинг CQ ва AL қисмларини ҳам кузатиш мумкин (13.6-расмга қ.). Бундаги CQ соҳа *ўта қизиган суюқлик*, AL соҳа эса *ўта тўйинган буғ* ҳолатига мос бўлади. Назарий изотерманинг LQ қисми эса умуман кузатилмаган.

4-§. Реал газнинг ички энергияси

Реал газнинг ички энергиясини ҳисоблашда молекулаларнинг ўзаро таъсирлашиш потенциал энергиясини ҳам эътиборга олиш керак. Бу энергияни қуйидаги мулоҳазалар асосида топиш мумкин. Ички босим $\left(p_{и} = \frac{a}{V_{м}^2}\right)$ кучлари 1 моль газнинг ҳажми $V_{м1}$ дан $V_{м2}$ гача кенгайганда бажарган иш

$$A = \int_{V_{м1}}^{V_{м2}} p_{и} dV_{м} = \int_{V_{м1}}^{V_{м2}} \frac{a}{V_{м}^2} dV_{м} = -\frac{a}{V_{м2}} - \left(-\frac{a}{V_{м1}}\right) \quad (13.3)$$

муносабат билан аниқланиши лозим. Мазкур иш система потенциал энергиясининг ўзгаришига тенг. Шу сабабли 1 моль газнинг потенциал энергияси $\left(-\frac{a}{V_{м}}\right)$ га тенг, дея оламиз. У ҳолда реал газнинг ички энергияси молекулалар кинетик энергиялари ва потенциал энергияларининг йиғиндиси тарзида ифодаланади. Лекин молекулалар кинетик энергияларининг йиғиндиси — идеал газ ички энергиясидир. 1 моль идеал газ учун ички энергия

$$(U_{м})_{идеал} = \frac{i}{2} RT = C_V T \quad (13.4)$$

ифода билан аниқланар эди. Бинобарин, 1 моль реал газнинг ички энергияси учун

$$(U_{м})_{реал} = C_V T - \frac{a}{V_{м}} \quad (13.5)$$

муносабат ўринли бўлади.

Демак, *реал газнинг ички энергияси температурага ҳам, ҳажмга ҳам боғлиқ.*

(13.5) формуладан фойдаланиб реал газнинг вакуумга кенгайиш процессини муҳокама қилайлик. Қуйидаги тажрибани кўрайлик. Идиш тўсиқ билан икки қисмга ажратилган (12.15-расм). Идишнинг бир қисмида газ мавжуд, иккинчисида эса вакуум ҳосил қилинган. Идишнинг герметиклигини бузмайдиган тарзда тўсиқни юқорига кўтарайлик. Натижада газ идишнинг бўш қисмини ҳам эгаллайди. Мазкур процессда ташқи муҳит билан иссиқлик алмашиниш ва ташқи кучларга қарши иш бажариш содир бўлмади, яъни $Q=0$ ва $A=0$. Бинобарин, термодинамиканинг биринчи бош қонунига асосан, система ички энергияси ҳам ўзгармаслиги лозим. Шунинг учун реал газнинг кенгайгунча ва кенгайгандан кейинги ички энергиялари тенг бўлади. Агар реал газнинг температураси ва ҳажмининг кенгайишдан олдинги қийматларини T_1 ва $V_{м1}$ билан, кенгайгандан кейинги қийматларини эса T_2 ва $V_{м2}$ билан белгиласак, қуйидаги тенгликни ёзиш мумкин:

$$C_V T_1 - \frac{a}{V_{м1}} = C_V T_2 - \frac{a}{V_{м2}}. \qquad (13.6)$$

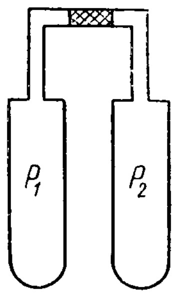
Бундан

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{a}{C_V}\left(\frac{1}{V_{м2}} - \frac{1}{V_{м1}}\right) \qquad (13.7)$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Газ кенгаяётганлиги, яъни $V_{м2} > V_{м1}$ бўлганлиги учун (13.7) ифодада қавс ичидаги айирма манфий қийматга эга. Бинобарин, ΔT нинг қиймати ҳам манфийдир. Вакуумга кенгайган газнинг совишини қуйидагича тушунтириш мумкин: реал газнинг адиабатик кенгайишида, яъни молекулалараро масофа катталашишида молекулаларнинг ўзаро тортишиш кучларига қарши иш бажарилиши лозим. Мазкур иш молекулалар кинетик энергиясининг камайиши эвазига бажарилганлиги туфайли газ совийди.

XIX аср ўрталарида Жоуль ва Томсон амалга оширган тажрибалар эътиборга лойиқ. Тажрибаларда газ бир идишдан иккинчи идишга ғовакли жисмдан тайёрланган тўсиқ орқали ўтган (13.8-расм). Идишлардаги газ босимлари $\Delta p = p_1 - p_2$ га фарқланганлиги туфайли газ тўсиқнинг ғоваклари орқали секин оқиб ўта бошлайди. Мазкур кенгайишда реал газ температурасининг ўзгариши қайд қилинди. Бу ҳодиса *Жоуль—Томсон эффекти* деб ном олди. Газнинг температураси пасайганда ($\Delta T < 0$) мусбат Жоуль—Томсон эффекти, аксинча, температура ортган ҳолларда манфий Жоуль — Томсон эффекти содир бўлади. Хона температурасидаги кўпчилик газлар учун мусбат Жоуль—Томсон эффекти кузатилди. Фақат водород ва гелий учун манфий Жоуль—Томсон эффекти қайд қилинди.

Жоуль—Томсон эффектининг ишораси (яъни мазкур ҳодисада газнинг совиши ёки исиши) Ван-дер-Ваальс тенгламасидаги a ва b тузатмаларнинг нисбий ҳиссаси билан боғлиқ. Молекулаларнинг хусусий ҳажмини эътиборга олмаса ҳам бўладиган ҳолларда (яъни $b=0$, лекин $a \neq 0$) газ совийди. Молекулаларнинг ўзаро тортишиш кучларини эътиборга олмаса ҳам бўладиган ҳолларда (яъни $a=0$, лекин $b \neq 0$) молекулаларнинг итаришиши муҳим роль ўйнайди. Бундай ҳолларда газ кенгайиши туфайли молекулаларнинг потенциал энер-



13. 8-расм.

гияси камаяди. Лекин, газнинг кенгайиши иссиқлик алмашинмай ва ташқи иш бажарилмай содир бўлаётганлиги учун ички энергия ўзгармаслиги лозим. Шу сабабли кенгайиш жараёнида реал газ молекулаларининг кинетик энергияси ортади, яъни газ исийди.

Умуман, Жоуль—Томсон эффектининг ишораси газнинг табиатига, температура ва босимига боғлиқ. Кўпчилик газлар учун юқори температураларда манфий эффект, паст температураларда эса мусбат эффект қайд қилинди. У ҳолда шундай температура мавжуд бўлиши керакки, бу температурада Жоуль—Томсон эффекти ишорасини ўзгартириши лозим. Температуранинг бу қиймати *инверсия температураси* деб аталади. Инверсия температурасидаги газ кенгайганда унинг исиши ҳам, совиши ҳам кузатилмайди. Кўпчилик газларнинг инверсия температураси нормал температурадан юқори бўлади. Шунинг учун газлар нормал температураларда кенгайган ҳолларда совийди, юқори температураларда кенгайганда эса исийди. Газларнинг Жоуль—Томсон процессида совиши совитиш техникасида, хусусан газларни суюлтиришда кенг қўлланиляпти.

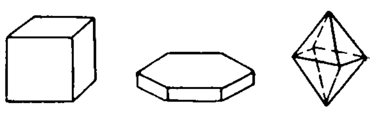
5-§. Модданинг қаттиқ ва суюқ ҳолатлари

Қаттиқ жисм деганда ўзининг шакли ва ҳажмини сақлайдиган жисмни, суюқлик деганда эса ўз ҳажмини сақлайдиган, лекин ўзи жойлашган идиш ҳажмини қабул қиладиган жисмни тушунишга одатланиб қолганмиз. Қаттиқ жисм ва суюқликка хос умумийлик шундан иборатки, улар бирор аниқ ҳажмга эга бўлади. Қаттиқ жисм ва суюқлик бу хоссаси билан газдан кескин фарқланади. Зеро газ ўзи жойлашган идиш ҳажмини тўлиқ эгаллар эди. Бироқ бу тушунчалар мазкур жисмларнинг ташқи хислатларини акс эттиради, холос.

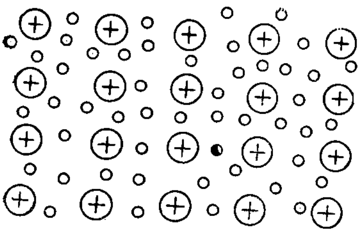
Модданинг агрегат ҳолатларини физик нуқтаи назардан чуқурроқ тасаввур қилиш мақсадида молекуляр-кинетик назарияга мурожаат этайлик. Умуман, модда қандай агрегат ҳолатда бўлишидан қатъи назар унинг молекулалари ўзаро таъсирлашади. Бинобарин, шу бобнинг биринчи параграфида баён этилган молекулаларнинг ўзаро таъсирлашиш потенциал энергияси ҳақидаги фикрлар модданинг барча агрегат ҳолатлари учун ҳам ўринли. Молекулаларнинг ўзаро таъсирлашиши ҳар бир модда учун характерли бўлган бирор r_0 дан катта масофаларда тортишиш характерига эга бўларди. Молекулалар бир-бирига r_0 масофагача яқинлашганда уларнинг ўзаро тортишишини ифодалайдиган потенциал энергиянинг қиймати U_0 га тенг эди (13.3-расмга қ.). Иккинчи томондан, абсолют нолдан фарқли температуралардаги модда молекулалари иссиқлик ҳаракат туфайли миқдори $w_{ўр.} = \frac{i}{2}kT$ бўлган кинетик энергияга эга бўлади. Газларда молекулалар иссиқлик ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси потенциал энергиядан анча катта, яъни $w_{ўр.} \gg U_0$ бўлади. Шу сабабли газ молекулалари бир-биридан идиш ўлчамлари имкон берадиган даражада узоқлашаверади ва идиш ҳажмини бутунлай эгаллайди. Бинобарин, амалда газ молекулалари бир-бири билан боғланмаган деб ҳисоблаш мумкин.

Қаттиқ ва суюқ жисмларда эса молекулалар иссиқлик ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси потенциал энергиядан кичик ($w_{ўр.} < U_0$) бўлади. Шунинг учун кинетик энергия молекулаларнинг ўзаро тортишишини енгишга қодир эмас. Натижада молекулалар бир-бири билан боғлангандек жойлашадилар ва эркин югура олмайдилар. Уларнинг иссиқлик ҳаракати бирор мувозанат вазият атрофида тебранма ҳаракат қилишдан иборат бўлади.

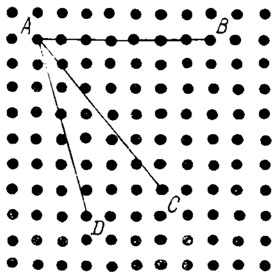
Ҳақиқатан, газсимон моддани сиқиш ва совитиш туфайли суюқ ҳолатга ўтказиш мумкин. Сиқиш жараёнида молекулалар орасидаги ўртача масофа камайганлиги учун молекулаларнинг ўзаро таъсирлашиш потенцал энергияси ортади. Совитиш туфайли эса молекулалар иссиқлик ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси камаяди ($w_{ўр.} \sim T$ эканлигини эсланг). Натижада $w_{ўр.} < U_0$ шарт бажарилади ва газ суюқ ҳолатга ўтади. Суюқ ҳолатдаги моддани янада совитиш йўли билан қаттиқ ҳолатга ўтказиш мумкин. Бунда молекулаларнинг иссиқлик ҳаракати чекланиб, ўзаро боғланиши янада мустаҳкамланади. Молекулаларнинг ўзаро боғланиши суюқликникига нисбатан мустаҳкамроқ бўлганлиги учун қаттиқ жисм ўзининг ҳажминигина эмас, балки шаклини ҳам сақлайди. Суюқликларнинг зарралари тартибсиз жойлашган бўлади. Қаттиқ жисм зарралари эса бирор геометрик тартибда жойлашиб кристалл панжарани ташкил этади. Масалан, ош тузининг кристалл панжараси куб шаклида, музники олти ёқли призма шаклида, олмосники эса октаэдр деб аталадиган саккиз қиррали шаклда бўлади (13.9-расмларга қ.). Кристалл панжарада зарралар жойлашган ўринларни панжаранинг тугунлари дейилади. Панжара тугунларида қандай



13. 9-расм.



13. 10- расм.



13. 11- расм.

зарралар жойлашганлиги ва уларнинг ўзаро таъсирлашиш характерига асосан кристалл панжаралар тўрт группага бўлинади:

1) *Ион панжара.* Унинг тугунларида мусбат ва манфий ионлар жойлашган. Ионлар орасидаги таъсирлашиш, асосан, уларнинг электр зарядларининг ўзаро таъсирлашишидан иборат. Кўпчилик кристаллар, хусусан ош тузи ҳам, ион панжарага эга.

2) *Атом панжара.* Унинг тугунларида нейтрал атомлар жойлашган. Атомларнинг ўзаро боғланиши шундайки, ҳар икки қўшни атомнинг ташқи қобиқдаги биттадан электрони шу икки атом учун умумий бўлади. Бундай боғланишни *ковалент боғланиш* деб юритилади.

3) *Молекуляр панжара.* Унинг тугунларидаги молекулалар электр кучлар воситасида бир-бирини ушлаб туради. Мазкур ҳолда электр кучлар ион панжарадагидан анчагина заиф бўлади.

4) *Металл панжара.* Бу ҳолда металлнинг мусбат ионлари эркин электронлар билан ўралган бўлади. Эркин электронлар металл панжаранинг мусбат ионларини ўзаро боғлаб туради. Бошқача қилиб айтганда, металлдаги ҳар бир атом ўзининг валент электронларини йўқотиб ионларга айланади. Электронлар эса кристалл ичида ионлар оралиғида ҳаракатланади (13.10- расм).

Кристалл панжарада зарраларнинг ўзаро тортишиш ва итаришиш кучлари бир-бирини мувозанатлайди. Бу эса зарраларнинг симметрик равишда жойлашишига сабабчи бўлади. Қаттиқ жисмдаги барча зарралар ягона кристалл панжарани ташкил этган ҳолда уни *монокристалл* деб аталади. Монокристаллнинг ажойиб хусусияти — унинг анизотропияси, яъни турли йўналишларда кристаллнинг физик хоссалари турлича бўлишидир. Анизотропия турли йўналишлар бўйича зарралар зичлиги турличалиги туфайли вужудга келади. Хусусан, 13.11-расмда тасвирланган монокристаллнинг бирдай узунликдаги AB кесмаси бўйлаб 8 зарра, AC кесмаси бўйлаб 6 зарра ва AD кесмаси бўйлаб 3 зарра жойлашган. Мазкур расмда мувозанат вазиятларида жойлашган зарралар тасвирланган. Лекин барча зарралар ўзларининг мувозанат вазиятлари атрофида тебранма ҳаракат қилиб туришлигини унутмайлик.

Кўпчилик қаттиқ жисмлар *поликристал*лардир („поли" грекчада „кўп" маънони англатади), яъни улар тартибсиз жойлашган монокристаллчалардан ташкил топган. Шунинг учун поликристалл изотроп бўлади, яъни барча йўналишлар бўйича физик хоссалари бирдай бўлади.

Кристалл тузилишга эга бўлмаган қаттиқ жисмлар ҳам мавжуд, уларни *аморф жисмлар* деб аталади. Аморф жисмлар ҳам изотроплик хусусиятига эга, чунки унинг барча йўналишлари бўйича зарраларнинг зичлиги бирдай бўлади. Аморф жисмларда, худди суюқликлардагидек, зарралар тартибсиз жойлашган. Аморф жисмлар қиздирилган сари аста-секин юмшаб эрийди, яъни уларнинг эриши бирор аниқ температура билан характерланмайди. Кристалларнинг эриши эса аниқ температурада (эриш температурасида) содир бўлади. Шунинг учун замонавий физика аморф жисмларни молекуляр тузилиши бўйича қовушоқлиги жуда катта бўлган суюқликлар деб ҳисоблайди. Қовушоқлиги ниҳоят катта бўлган суюқликлар оқиш хусусиятини йўқотади ва улар қаттиқ жисмлар сингари ўз шаклини сақлайди.

Умуман, тузилиши бўйича суюқликлар газлардан кўра қаттиқ жисмларга яқинроқ. Суюқлик молекулаларининг ўзаро боғланиши кристалл панжарадагига ўхшашроқ бўлади. Лекин суюқлик молекулаларининг кристалл панжарадаги ўрнини қатъий равишда тайинли деб бўлмайди, яъни молекула панжаранинг бир тугунидан иккинчи тугунга кўчиб туриши мумкин. Суюқликни молекулалари жуда зич жойлашган газга ўхшатилганда мазкур кўчиш молекуланинг эркин югуриш масофасига қиёс қилинарди. Тажрибаларнинг кўрсатишича, бу кўчишнинг қиймати кристалл панжара тугунларида жойлашган зарралар орасидаги масофага мос келади. Бироқ суюқликни битта кристалл деб эмас, балки бир-бирига нисбатан вазиятини ўзгартириб турадиган жуда кўп кристаллчалар деб ҳисоблаш лозим. Баён этилган тасаввурларга асосланиб суюқликларнинг кинетик назарияси вужудга келтирилган. Унда молекуляр босим, диффузия коэффициенти каби катталиклар учун ҳосил қилинган формулалар миқдорий жиҳатдан тажрибага мос келадиган натижалар беради.

Илова

Механика ва молекуляр физикага оид адабиётда учрайдиган физик катталикларнинг эскирган ёки системадан ташқари бирликлари ва уларнинг СИ бирликлари билан муносабати

Катталикнинг номи	Катталикнинг эскирган ёки системадан ташқари бирликлари		СИ даги бирлик билан муносабати
	номи	белгиси	
1	2	3	4
Узунлик	ангстрем икс-бирлик астрономик бирлик парсек	Å икс-бирл. а. б. пк	$1\cdot 10^{-10}$м $1{,}00206\cdot 10^{-13}$м $1{,}496\cdot 10^{11}$м $3{,}086\cdot 10^{16}$м
Юз	гектар ар	га а	$1\cdot 10^{4}$ м^2 $1\cdot 10^{2}$ м^2
Ҳажм	литр	л	$1\cdot 10^{-3}$ м^3
Масса	тонна массанинг атом бирлиги центнер	т м.а.б. ц	$1\cdot 10^{3}$ кг $1{,}6602\cdot 10^{-27}$ кг $1\cdot 10^{2}$ кг
Вақт	минут соат сутка	мин соат сут	60 с 3600 с 86400 с
Зичлик	тонна тақсим метр куб	т/м^3	$1\cdot 10^{3}$ кг/м^3
Куч	дина килограмм-куч тонна-куч	дина кгк тк	$1\cdot 10^{-5}$ Н 9,8067 Н $9{,}8067\cdot 10^{3}$ Н

1	2	3	4
Солиштирма оғирлик	дина тақсим сантиметр куб	дина/см^3	$1\cdot10$ Н/м^3
Куч моменти	дина-сантиметр килограмм-куч-метр	дин·см кгк·м	$1\cdot10^{-7}$ Н·м 9,80665 Н·м
Инерция моменти	тонна-метр квадрат килограмм-куч-метр-секунд квадрат	т·м^2 кгк·м·с^2	$1\cdot10^3$ кг·м^2 9,80665 кг·м^2
Босим ва механик кучланиш	бар миллиметр симоб устуни миллиметр сув устуни дина тақсим сантиметр квадрат килограмм-куч тақсим метр квадрат техник атмосфера физик атмосфера	бар мм сим. уст. мм сув уст. дина/см^2 кгк/м^2 ат атм	$1\cdot10^5$ Па $1{,}33\cdot10^2$ Па 9,80665 Па 0,1 Па $9{,}80665\cdot10^4$ Па 98066,5 Па 101325 Па
Иш, энергия	эрг килограмм-куч-метр киловатт-соат электрон вольт	эрг кгк·м кВт·соат эВ	$1\cdot10^{-7}$ Ж 9,80665 Ж $3{,}6\cdot10^6$ Ж $1{,}6021\cdot10^{-19}$ Ж
Қувват	килограмм-куч-метр тақсим секунд	кгк·м/с	9,80665 Вт

1	2	3	4
	эрг тақсим секунд	эрг/с	$1\cdot10^{-7}$ Вт
Динамик қовушоқлик	пуаз	П	0,1 Па·с
Кинематик қовушоқлик	стокс	Ст	$1\cdot10^{-4}$ м²/с
Иссиқлик миқдори	калория	кал	4,1868 Ж
Солиштирма иссиқлик сиғим	эрг тақсим грамм-Цельсий градуси Калория тақсим грамм-Цельсий градуси	эрг/(г·°С) кал/(г·°С)	$1\cdot10^{-4}$ Ж/(кг·К) $4{,}187\cdot10^{3}$ Ж/(кг·К)

МУНДАРИЖА

V боб. Суюқликлар механикасининг элементлари

VI боб. Нисбийлик назарияси элементлари

VII боб. Тебранма ҳаракатлар

VIII боб. Тўлқинлар

IX боб. Газлар молекуляр-кинетик назариясининг асослари

22.3
A 98

Аҳмаджонов О. И.

Физика курси: Механика ва молекуляр **физика.** Олий ўқув юрт. инженер-техник ихтисоси **бўйича** ўқувчи, студ. учун дарслик.— Т.; Ўқитувчи, **1984.**— 288 б.

Ахмаджанов А. И. Курс физики: Механика и **молекулярная** физика. Учебник для студентов **инженерно-технических** специальностей вузов.

ББК 22.3я72

На узбекском языке

АМИЛ ИСМАИЛОВИЧ АХМАДЖАНОВ

КУРС ФИЗИКИ

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Учебник для студентов инженерно-технических специальностей ВУЗов

Ташкент „Ўқитувчи" 1984

Редакторлар: *М. Пўлатов, М. Шерматова*
Расмлар редактори *С. Соин*
Техредактор *Ш. Вахидова*
Корректор *Н. Абдуллаева*

ИБ № 3471

Теришга берилди 17. 05. 84. Босишга рухсат этилди 20. 12. 84. Формат 84×108/32. Тип. қоғози № 2. Кегли 10 шпонсиз. Гарнитура Литературная. Юқори босма усулида босилди. Шартли б. л. 15, 12. Шартли кр. отт. 15, 12. Нашр. л. 14, 97. Тиражи 10000. Зак. № 97. Баҳоси 80 т.

„Ўқитувчи" нашриёти. Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Шартнома № 9—131—84.

Ўзбекистон ССР нашриётлар, полиграфия ва китоб савдоси ишлари Давлат комитети Тошкент „Матбуот" полиграфия ишлаб чиқариш бирлашмасига қарашли 1-босмахона. Тошкент, Ҳамза кўчаси, 21. 1984.

Типография № 1 ТППО „Матбуот" Государственного комитета УзССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Ташкент, ул. Хамзы, 21.