

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА
МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТЕХНИКА ДОРИЛФУНУНИ

А. С. САФАРОВ

УМУМИЙ
ФИЗИКА КУРСИ
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ
ВА ТЎЛҚИНЛАР

ТОШКЕНТ «ЎҚИТУВЧИ» 1992

ТАҚРИЗЧИЛАР: ТошДД доценти С. Т. Собиров ва ТошДТД доценти Ж. М. Мухитдинов.

Ушбу қўлланмада «Умумий физика курси»нинг «Электромагнетизм ва тўлқинлар» бўлими келтирилди. Муаллиф материални физика фани соҳасидаги сўнгги маълумотларни ва олий техника ўқув юртлари учун физика дастуридаги ўзгаришларни назарга олган ҳолда ўқувчига тушунарли ва содда тилда баён этишга интилди.

Қўлланма келгусида олий техника ўқув юртлари талабаларининг физика фанини пухта ўзлаштиришларига, техника соҳасидаги бошқа фанларни тезроқ тушуниб етишларига ҳамда малакали муҳандислар бўлиб етишишларига кўмакдош бўлади, деган умиддамиз.

Ушбу қўлланма олий техника ўқув юртларининг талабалари учун мўлжалланган.

І БОБ

ВАКУУМДА ЭЛЕКТР МАЙДОН

1.1. КИРИШ

Ҳозирги замон тушунчаларига жавоб берувчи физика фанининг ривожланиши XVII асрдан бошланади. Галилей биринчилар қаторида физика фанининг ривожланиши учун механик ҳаракатнинг математик тенгламаси бўлиши зарур эканлигини тушунтирди. Бу эса классик механиканинг (1678) шаклланишига олиб келди. Ньютон Кеплернинг планеталар ҳаракати қонунига асосланиб, бутун олам тортишиш қонунини яратди. Гюйгенс ва Лейбниц импульснинг сақланиш қонунини яратди. Гюйгенс физик маятникнинг ҳаракати тўғрисидаги назарияни исбот қилди ва маятникли соатлар яратди.

Физиканинг термодинамика ва молекуляр физика бўлими ҳам 1820—1860 йилларда жадаллик билан ривожланди. Бутун материяни ташкил қилувчи объектив реаллик, энг майда зарра — молекулалардан ташкил топганлигига ҳеч қандай шубҳа қолмади. Молекулаларни ҳосил қилувчи зарра атомлар бўлиб, ўз навбатида атомлар ҳам электрон, протон, нейтрон каби зарралардан ташкил топганлиги аниқланди.

Физиканинг электрон ва магнетизм бўлими ҳам механика ва молекуляр физика билан бир даврда ривожланди. Баъзи электрон ҳодисаларни тушунтириш мумкин бўлмагани сабабли уларга узоқ вақтларгача эътибор берилмаган. Масалан, грек файласуфи Фалес ёзиб қолдиришига кўра, эрамиздан олдинги VII асрда тўқувчи аёллар баъзи тўқув қуролларининг матога ишқаланиши натижасида енгил буюмларни ўзига тортишини аниқлаганлар. Инглиз врач Жильберт ипакка ишқаланган шиша ва бир қатор бошқа моддалар ҳам шундай хоссага эга бўлишини аниқлади. Бундай хоссага эга бўлган жисмлар каҳраболанган (зарядланган)

жисмлар деб атала бошланди. Шу билан заряд ва зарядланган жисмлар ҳақидаги таълимотни бошлаб берди.

Электрланган (ёки каҳраболанган) жисмларнинг ўзаро таъсирланиши тажрибада аниқланди. Француз физиги Кулон 1785 йилда нуқтавий зарядларнинг орасидаги ўзаро таъсир кучини миқдорий жиҳатдан аниқлади.

Италиялик олимлар Гальвани ва Вольтлар томонидан 1790 йилларда электр токининг ва гальваник батареяларнинг ҳосил қилиниши физика фанида катта янгилик бўлди. Инглиз олимлари Дэви ва Фарадейлар токнинг химиявий таъсирини кашф қилдилар. Рус олимлари Ломоносов М. В. ва Рихманлар, ҳамда америкалик олим Франклин 1752—1753 йилларда чақмоқ ҳодисасини ҳаводаги оқимларнинг ишқаланиши натижасида электрланиш юз бериши туфайли ҳосил бўлишини аниқладилар. 1803 йилда академик В. В. Петров электр ёйини кашф қилди. 1820 йилда даниялик олим Эрстед электр токининг магнитдан ясалган стрелкага таъсирини ўрганиб, электр ва магнит ҳодисаларининг ўзаро боғлиқлигини кашф қилди. Худди шу йили француз олими Ампер ўз қонунини яратди ва барча магнит ҳодисалар ҳаракатдаги зарядланган зарралар (электр токи) туфайли содир бўлади, деган хулосага келди ва электр тоқларининг ўзаро таъсир кучини тажрибада аниқлади (Ампер кучи). 1831 йилда Фарадей электромагнит индукция ҳодисасини кашф қилди. Бу билан Фарадей материянинг махсус шакли бўлган электромагнит майдон хоссалари ва табиаи ҳақидаги қонунларга асос солди. XIX асрнинг иккинчи ярмида инглиз олими Максвелл электромагнит ҳодисаларни ўрганиш билан классик электродинамикага яқун ясади. 1873 йилда ўзининг «Электр ва магнетизм ҳақида трактатлар» асарини яратиб, унда жаҳоншумул аҳамиятга эга бўлган Максвелл тенгламалар системасини баён этди. Максвелл ўзгарувчан магнит майдон уюрмавий электр майдонни ҳосил қилишини исботлади. У электромагнит тўлқиннинг тарқалиш тезлиги чекли деган фундаментал хулосага келди ва унинг тезлиги ёруғлик тезлигига тенглигини исботлади. Албатта, Максвеллнинг назарий натижалари тажрибада тасдиқланмагунча, уни тан олиш анча қийин бўлди. 1886—1889 йилларда немис физиги Герц Максвеллнинг назарий натижаларининг

тўғри эканлигини тажрибада исботлади. 1899 йилда П. И. Лебедев тажрибада ёруғлик босимини аниқлади. 1895 йилда А. С. Попов радиони, яъни электромагнит тўлқин ёрдамида симсиз алоқа (радиоалоқа)ни ихтиро қилди.

Инглиз физиги Томсон 1897 йилда электронни кашф қилди. Голландиялик физик Камерлинг-Оннес 1911 йилда ўта ўтказувчанлик ҳодисасини кашф қилди. Суюқ гелий температурасида ($4,15\text{K}$ ёки -269°C) симобнинг қаршилиги нолга интилади, бу ҳодиса ўта ўтказувчанлик деб аталади. 1987 йилда юқори температурали ўта ўтказгичлар кашф қилинди ($T_k = 98\text{ K}$).

Физика фанининг бу ютуқлари кундалик турмушимизда ва космосни тинчлик йўлида ўрганишда кенг қўлланилмоқда. Бундан кейин ҳам физика фани инсон ҳаёти фаровонлиги йўлида хизмат қилаверади.

1.2. ЭЛЕКТР ЗАРЯДИ

Электр заряди деган сўзга шунчалик ўрганиб қолганмизки, у кундалик ҳаётимизда учраб турадиган оддий тушунчалардек бўлиб қолган. Аммо, электр заряди нима, деган саволга, бирор аниқ таъриф билан жавоб бериш осон иш эмас. Бунинг сабаби, заряд тушунчаси, биринчи тушунчалардан бўлиб, буни ҳозирги замон фанининг ривожланиш даражасида бирор оддий тушунчалар қаторига қўшиб бўлмайди ва ҳозирча заряднинг структураси (тузилиши) фанда маълум эмас.

Шунинг учун аввал электрланган жисм ёки зарра тушунчасини кўриб чиқамиз.

Табиатдаги барча жисмлар электрланиш қобилиятига эга. Маълумки, табиатдаги хилма-хил ҳодисаларнинг асосини элементар зарраларнинг тўртта фундаментал ўзаро таъсирлашуви ташкил қилади, яъни: гравитацион, электромагнит, кучли ва кучсиз ўзаро таъсирлашувлар. Ҳар бир таъсирлашув зарраларнинг маълум бир характеристикалари билан боғлангандир. Бизга маълумки, гравитацион таъсирлашув жисмларнинг массаларига боғлиқ бўлади. Электрланган жисмларнинг таъсирлашуви эса жисмларнинг электр зарядларига боғлиқ бўлар экан. Табиатдаги ҳар қандай жисм гравитацион таъсир кучига нисбатан жуда катта куч

билан таъсирлашсалар, у ҳолда бу жисмлар электрланган (зарядли) жисмлар деб аталади. Масалан, водород атомидаги электроннинг ядрога (протонга) тортишиш кучи, уларнинг гравитацион тортишиш кучидан 10^{39} мартача катта бўлади.

Зарралар манфий ва мусбат зарядланган бўлиши ҳамда заряди нолга тенг бўлиши мумкин (электрон, протон, нейтрон). Демак, зарядсиз зарра бўлиши мумкин, аммо заррасиз заряд бўлиши мумкин эмас. Электр заряди — электромагнит ўзаро таъсирлашувнинг интенсивлигини характерловчи физик катталиқдир. Гравитацион таъсирлашувнинг интенсивлигини эса жисмларнинг массалари характерлайди. Зарядли зарраларнинг таъсирлашуви ўзаро электр таъсирлашув деб аталади.

Зарядларнинг икки тури — мусбат заряд ва манфий заряд мавжуд. Жисмларни бир-бирига ишқалаганда бири мусбат зарядланса, иккинчиси эса манфий зарядланади. Агар ишқаланаётган иккита жисмнинг исталган бири иккинчисидан электрон қабул қилиб олса, у манфий зарядланади, иккинчиси эса мусбат зарядланади. Бунинг сабаби аниқ, бу жисмлар ишқаланмасдан олдин нейтрал ҳолда бўлади, кейин эса электрон қабул қилиб олган жисмда манфий заряд ортиқча бўлиб қолади, аксинча электрон берган жисмда мусбат заряд ортиқча бўлиб қолади. Демак, жисмнинг зарядланишининг (электрланишининг) асосий сабабчиси нейтрал ҳолдаги жисмларда мусбат ёки манфий зарядларнинг ортиқча бўлиши экан. Мусбат ёки манфий заряднинг бирор жисмда ортиқча пайдо бўлиши, иккинчи бир жисмда ўшанча заряд йўқолиши ҳисобига бўлади. Ҳеч қачон йўқдан бор бўлмайди ва бордан йўқ бўлмайди деб аталувчи қонуният зарядлар учун ҳам бажарилади. У ҳолда жисмларни бир-бирига ишқалашнинг нима аҳамияти бор, деган ўринли савол туғилади. Ҳақиқатан, жисмларнинг ўзаро ишқаланишининг уларнинг зарядланишга тўғридан-тўғри алоқаси йўқ. Агар биз амалда жисмларни ишқаламасдан бир-бирларига атомлар ўлчамича масофага яқинлаштира олсак эди, у ҳолда ҳеч қандай ишқаланишсиз жисмларнинг зарядланганлигини кузатар эдик. Афсуски, биз ҳеч қачон бу даражагача жисмларни бир-бирига яқинлаштира олмаймиз. Чунки уларнинг юзаси гадир-будур бўлади. Икки жисм бир-бирига яқинлаштирилганда (тек-

кизилганда) айрим қисмларигина бир-бирига тегиб туради. Ишқаланишда эса гадир-будур қисмлари ўзаро силлиқланади, натижада ўзаро тегиб турган юзалари ортади. Ўзаро алмашиниш мумкин бўлган зарядларнинг сони ҳам ортади. Иккинчи томондан, ишқаланиш натижасида электронларнинг кинетик энергияси ортади ва эркин электронлари кўпроқ бўлган жисмдан иккинчисига электронлар ўтади. Шундай қилиб, жисмлар ўзаро ишқаланганда ишқаланиш ҳодисаси фақатгина зарядланиш учун қулай шароит яратиб берад экан холос.

Тажриба натижалари шуни кўрсатадики, иккита шиша таёқча инак материалга ишқаланиб бир-бирига яқинлаштирилса, улар ўзаро یتарилишади. Агар иккита эбонит таёқчани жулга ишқаласак ҳам, улар یتарилишади. Агар инакка ишқаланган бир дона шиша таёқча билан жулга ишқаланган бир дона эбонит таёқча бир-бирига яқинлаштирилса, улар ўзаро тортилишади. Бундан шундай хулосага келамиз. Инакка ишқаланган иккита шиша таёқча ҳам, жулга ишқаланган иккита эбонит таёқча ҳам бир исмли зарядланар экан. Бу ерда инакка ишқаланган шиша таёқча манфий зарядланган, жулга ишқаланган эбонит таёқча эса мусбат зарядланган деб қабул қилинган.

Юқорида айтиб ўтганимиздек, табиатдаги барча жисмлар исалган агрегат ҳолатда (газ, суюқ ва қаттиқ) зарядланиш хоссасига эга бўлади. Лекин ўтказгич (металлар) ва язримўтказгичларда ҳосил бўлган ортиқча заряд жуда қисқа вақт ичида уларнинг бутун сирти бўйлаб тарқалади. Шу сабабли ўтказгичларда ҳосил бўлган ортиқча зарядларни тажрибада кузатиш учун махсус қурилмалардан фойдаланиш керак бўлади. Ўтказгичларнинг зарядланиши ва улардан техникада фойдаланиши Ван-де-Грааф генератори ёрдамида тушунтириш мумкин.

Табиатда шундай зарралар мавжудки, уларнинг электр зарядларининг абсолют катталиклари тенг ва қийматлари энг кичикдир (электрон ва протон). Нейтроннинг заряди нолга тенг бўлади. Бундай зарядли зарраларни элементар зарядлар деб аталади. Ҳар қандай модда атомдан (электрон ва протондан) тузилган, барча жисмларнинг таркибига электр зарядлари киради. Жисмларнинг таркибига кирувчи ҳар хил исмли зарядлар ўзаро тенг бўлади ва жисм нейтрал

ҳолда бўлади. Бирор усул билан жисмда ортиқча бир хил ишорали заряд ҳосил қилинса, жисм зарядланган бўлади. Умумий зарядлар миқдорини ўзгартирмасдан ҳам жисмнинг зарядларини ҳар хил тақсимлаш мумкин. Бунинг учун нейтрал ҳолдаги металлга бошқа зарядланган жисмни яқин келтириш керак.

Барча зарядлар (q) элементар зарядларнинг йиғиндисидан иборат. Ҳар қандай заряд элементар зарядга бутун каррали бўлар экан:

$$q = \pm Ne. \quad (1.1.)$$

Бу ерда e — элементар заряд. $N=1, 2, 3, 4, \dots$ бутун сон. Бизга маълумки, бирор физик катталиқ фақат аниқ қийматга эга бўлган порцияларни қабул қила олса, у ҳолда бундай физик катталиқлар квантланиш (дискрет қийматга эга бўлиш) хоссасига эга дейилади. Электр заряди ҳам квантланиш хоссасига эга экан. Электр зарядининг бир порцияси e га тенг бўлар экан, яъни элементар зарядга тенг бўлади.

Шундай қилиб, электр заряди — жисмнинг (зарра-нинг) асосий ва бошланғич характеристикаларидан бўлиб, у қуйидаги фундаментал хоссаларга эга:

1. Электр зарядининг икки — мусбат ва манфий тури мавжуд. Бир хил исмли зарядлар ўзаро итаришишади, ҳар хил исмли зарядлар эса ўзаро тортишишади.

2. Ҳар қандай электрик изоляцияланган системада электр зарядларининг алгебраик йиғиндиси ўзгармасдир. Бунга электр заряднинг сақланиш қонуни деб аталади. Агар ўрганилаётган система ташқи муҳит билан электр алмашишмаса, бундай системага электрик изоляциялашган система деб аталади. Демак, электр заряди йўқолиши ва пайдо бўлиши мумкин. Аммо ҳар доим иккита қарама-қарши элементар зарядлар йўқолади ёки пайдо бўлади:

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_l = \text{const.} \quad (1.2.)$$

3. Электр зарядининг катталиги sanoқ системасига боғлиқ эмас, электр заряди релятивистик инвариантдир. Демак, электр зарядининг катталиги заряд тинч ҳолатдами ёки ҳаракатдами унга боғлиқ эмас.

1.3. КУЛОН ҚОНУНИ

Кулон қонуни электростатикада асосий қонулардан биридир. Аммо зарядланган жисмларнинг ихтиёрий геометрик шакли ва ўлчамлари учун бу қонунни қўллаб бўлмаслигини қўйилган масалани ечишда албатта ҳисобга олиш керак. Шунинг учун физикада нуқтавий заряд тушунчаси киритилади. Нуқтавий зарядлар учун Кулон қонуни ҳар доим бажарилади. Нуқтавий заряд тушунчаси нисбий тушунча бўлиб, зарядланган айнан бир жисмнинг ўзи бир шароитда нуқтавий заряд бўлса, иккинчи бир шароитда нуқтавий заряд бўлмаслиги мумкин. Агар бирор зарядланган жисмнинг геометрик ўлчамлари у билан таъсирлашиб турган иккинчи бир зарядланган жисмгача бўлган масофага нисбатан жуда кичик бўлса, у ҳолда бу зарядланган жисмни нуқтавий заряд деб аталади.

Кулон қонуни нуқтавий зарядларнинг ўзаро таъсирлашиш кучини миқдорий жиҳатдан характерлайди. Кулон иккита бир хил шарларни зарядлаб, ўзаро таъсир кучининг зарядларнинг миқдорига, турига ва уларнинг орасидаги масофага боғлиқлигини тажрибада текширди. Тажрибалар натижасига асосланиб Кулон ўзининг қуйидаги қонунини кашф қилди:

қўзғалмас иккита нуқтавий зарядларнинг ўзаро таъсир кучи ҳар бир заряднинг катталигига тўғри пропорционал бўлиб, улар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлади.

Ўзаро таъсир кучининг йўналиши зарядларни бирлаштирувчи тўғри чизиқ бўйлаб йўналган бўлади. Бу қонунни Кулон 1785 йилда буралма тарози ёрдамида кашф қилди. Агар иккита q_1 ва q_2 нуқтавий зарядлар (1.1-расм) бир-бирига яқин келтирилса улар ўзаро таъсирлашадилар, таъсир кучи зарядлар миқдорига тўғри пропорционал бўлади, яъни,

$$\vec{F}_{12} \sim |q_1| \cdot |q_2| \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \quad (1.3)$$

Зарядлар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлар экан, яъни,

$$\vec{F}_{12} \sim \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.4)$$

$\frac{\vec{r}}{r}$ — ўлчамсиз бирлик вектор.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \quad (1.5)$$

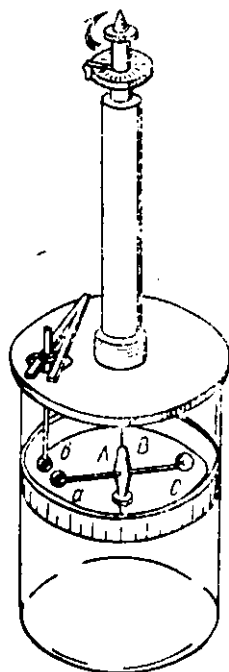
$$|\vec{F}_{12}| = |-\vec{F}_{21}| = F, \quad (1.6)$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (1.7)$$

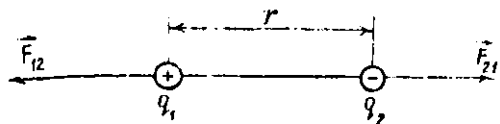
(1.7) ифода Кулон қонунининг математик ифодасидир. Ундаги k — пропорционаллик коэффиценти бўлиб, унинг физик маъноси бир бирлик масофада жойлашган бир бирлик нуқтавий зарядлар орасидаги ҳосил бўлган ўзаро таъсир кучини англатади.



1.1a-расм.

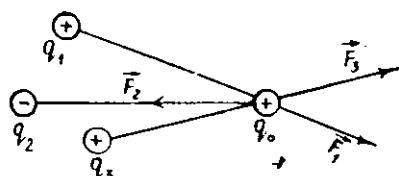


1.1б-расм.



1.1c-расм.

Тажрибалар шуни кўрсатадики, берилган икки заряднинг яқинига бошқа заряд киритилса ҳам, уларнинг ўзаро таъсир кучи ўзгармас экан. Бу ҳодисани механик кучларнинг мустақиллик принципи ёрдамида тушунтириш мумкин. Агар бир нечта жисм ўзаро таъсирлашаётган бўлса, яъни бир жисмга бир нечта куч таъсир қилаётган бўлса, биринчи кучнинг жисмга таъсири бошқа кучларнинг бор-йўқлигидан қатъи назар ўзгармас бўлади. Қолган кучлар учун ҳам худди шундай бўлади. Нативий куч эса қуйидаги формула ёрдамида аниқланади:



1.2- расм.

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (1.7a)$$

Бир нечта заряд ўзаро таъсирлашиб турган бўлса, бу майдонга киритилган синнов зарядга таъсир қилувчи куч, алоҳида зарядлар таъсир кучларининг геометрик йиғиндисига тенг бўлади. СГСЭ — заряд бирлиги, абсолют электростатик бирликлар системаси деб аталади. Бу системада заряд бирлиги СГСЭ заряд бирлиги деб аталади. Бу системада Кулон қонунидаги $k=1$ деб олинади, яъни,

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{q^2}{r^2}. \quad (1.7б)$$

1 СГСЭ — заряд бирлиги қилиб шундай заряд миқдори қабул қилинганки, вакуумда бир-биридан 1 см масофада жойлаштирилган ўзаро абсолют жиҳатдан тенг бўлган иккита нуқтавий заряд 1 дина куч билан таъсирлашади:

$$[q] = [r\sqrt{F}] = [1\text{см} \cdot 1\text{дин}] = [1\text{СГСЭ}_q].$$

Элементар зарядларнинг миқдори аниқ ўлчамларга (тажрибага) асосан қуйидагига тенг бўлади:

$$e = 4,80 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ}_q.$$

Бунда e — элементар заряд (электроннинг заряди).

СИ (Халқаро бирликлар системаси)да эса заряд бирлиги қилиб Кулон (Кл) қабул қилинган.

1 Кулон шундай заряд миқдорига тенгки, бу зарядни миқдор жиҳатдан ўзига тенг бўлган иккинчи бир заряд билан 1 м масофада вакуумга жойлаштирилганда улар ўзаро $9 \cdot 10^9 \text{Н}$ куч билан таъсирлашади.

$$1 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^9 \text{СГСЭ}_q;$$

$$e = - \frac{4.80 \cdot 10^{-10} \text{СГСЭ}_q}{3 \cdot 10^9 \text{СГСЭ}_q}.$$

СИ да Кулон қонуни қуйидагича ёзилади:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \quad (1.8)$$

ёки вектор кўринишида қуйидагича ёзилади:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (1.8a)$$

Бу ерда, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{Ф.м}$ — электр доимийси деб аталади. Агар $q_1 = q_2 = q$ бўлса, (1.8a) ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\vec{F} = \frac{q^2}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \quad (1.9)$$

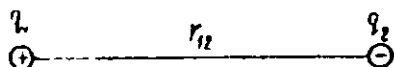
Нуқтавий зарядлар таъсирлашувининг (1.8) кўринишидаги ифодаси Кулон қонунининг рационаллашган кўриниши деб юритилади.

1.4. ЭЛЕКТР МАЙДОН. МАЙДОН КУЧЛАНГАНЛИГИ

Ҳар қандай заряд уни ўраб турган муҳитнинг хосасини ўзгартиради, яъни фазода электр майдонини ҳосил қилади. Қўзғалмас зарядларнинг ўзаро таъсирини улар ҳосил қиладиган электр майдон орқали сезилади. Бирор жойда электр майдон бор ёки йўқлигини билиш учун у ерга зарядланган жисмни (заряд) кириштишимиз керак. Агар бу заряд (бошқа жисмга тегмасдан) сезиларли куч таъсирига (гравитацион кучга нисбатан жуда катта куч таъсирига) учраса, у ҳолда бу ернинг бирор нуқтасида заряд манбаи бор бўлиб, у электр майдонни ҳосил қилиб турган бўлади. Ана шу майдон томонидан биз киритган зарядга электр майдон кучи таъсир қилади. Бу кучнинг катталигига қараб майдоннинг интенсивлиги ҳақида маълумотга эга бўлаемиз.

Демак, майдонни аниқлаш ва текшириш учун «синов» зарядидан фойдаланиш керак бўлар экан. Албатта, «синов» заряди нуқтавий бўлиши керак. Акс ҳолда таъсир кучи, икки майдоннинг ўртача кучини ифода-лайди.

q_1 заряд ҳосил қилган электр майдонга q_0 синов зарядини киритамиз, у ҳолда Кулон қонунига асосан таъсир кучи қуйидагига тенг бўлади:



1.3- расм.

$$F = q_0 \left(\frac{q_1}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \right). \quad (1.10)$$

Ҳар хил катталикдаги синов зарядларини олсак, яъни q_{01} , q_{02} , q_{03} , ..., q_{0i} , у ҳолда ўзаро таъсир кучи қуйидагича бўлади:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= q_{01} \left(\frac{q_1}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \right) \\ F_2 &= q_{02} \left(\frac{q_1}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \right) \\ F_3 &= q_{03} \left(\frac{q_1}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \right) \\ &\dots \dots \dots \\ F_i &= q_{0i} \left(\frac{q_1}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

(1.11) тенгламалар системасидан кўриниб турибдики, агар ўзаро таъсир кучини мос равишда синов зарядларига нисбатини олсак, ҳар қандай синов заряди учун ўзгармас катталик пайдо бўлади, яъни

$$\frac{F}{q_0} = \frac{F_1}{q_{01}} = \frac{F_2}{q_{02}} = \frac{F_3}{q_{03}} = \dots = \frac{F_i}{q_{0i}} = \frac{q_1}{4 \pi \epsilon_0 r^2}. \quad (1.12)$$

Бу катталик электростатик майдоннинг асосий куч характеристикаси бўлиб, уни $\vec{E}$ билан белгиланади ва майдон кучланганлиги деб аталади:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r^2}. \quad (1.13)$$

$\vec{E}$ текширилаётган нуқтадаги электр майдонни характерлаб, синов зарядининг миқдорига ва ишорасига боғлиқ бўлмас экан. Агар $q_0 = 1$ бўлса, $\vec{E} = \vec{F}$ бўлади. Демак, майдоннинг бирор нуқтасида бирлик синов зарядга таъсир қилаётган куч, майдоннинг шу нуқтасидаги майдон кучланганлигининг физик маъносини англатар экан. СИ да E нинг бирлиги:

$$[E] = \left[\frac{\text{Вольт}}{\text{метр}} \right] = \left[\frac{\text{В}}{\text{м}} \right].$$

1 Кл заряд ўзидан 1 м масофада ҳосил қилган майдон кучланганлик қуйидагига тенг бўлади, яъни,

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{В}}{\text{м}},$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}.$$

Худди шу кучланганлик Гаусс системасида

$$E = \frac{q}{r^2} = \frac{3 \cdot 10^9}{100^2} = 3 \cdot 10^5 \text{СГСЭ}_E.$$

га тенг. Демак, $1 \text{СГСЭ}_E = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$

Майдоннинг бирор нуқтасидаги ҳар қандай (q) нуқтавий зарядга майдон томонидан $\vec{F}$ куч таъсир қилади, шунинг учун (1.13) ифодани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

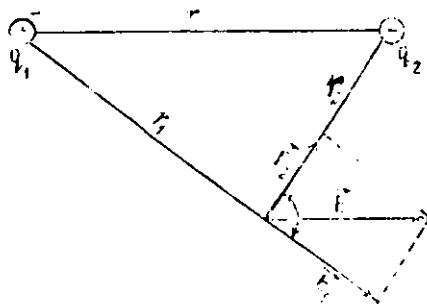
$$\vec{F} = q\vec{E}. \quad (1.14).$$

Агар q мусбат заряд бўлса, $\vec{F}$ кучнинг йўналиши $\vec{E}$ векторининг йўналиши билан мос тушади. Агар q манфий заряд бўлса, $\vec{F}$ ва $\vec{E}$ векторларининг йўналиши қарама-қарши бўлади. (1.7) ва (1.7a) тенгламаларга асосан:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_i = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \\ \vec{E} &= \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\vec{F}_1}{q_1} + \frac{\vec{F}_2}{q_2} + \dots + \frac{\vec{F}_i}{q_i} = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{F}_i}{q_i}, \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \quad (1.16)$$

эканлигини ҳосил қиламиз.



1.4- расм.

Зарядлар системасининг майдон кучланганлиги ҳар бир заряднинг алоҳида майдон кучланганлиги векторларининг геометрик йиғиндисига тенг бўлади. Бунга майдонлар суперпозиция принципи (устма-уст қўшилиши) деб аталади. q_2 ва q_1 зарядлар бир-бирига яқин жойлашган бўлиб, уларнинг электр майдонлари устма-уст тушган бўлсин. У ҳолда бу майдоннинг исталган бир нуқтасидаги майдон кучланганлик вектори қуйидагича топилади.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (1.16a)$$

$\vec{E}$ векторининг модули косинуслар теоремасига асосан аниқланади:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha, \quad (1.16b)$$

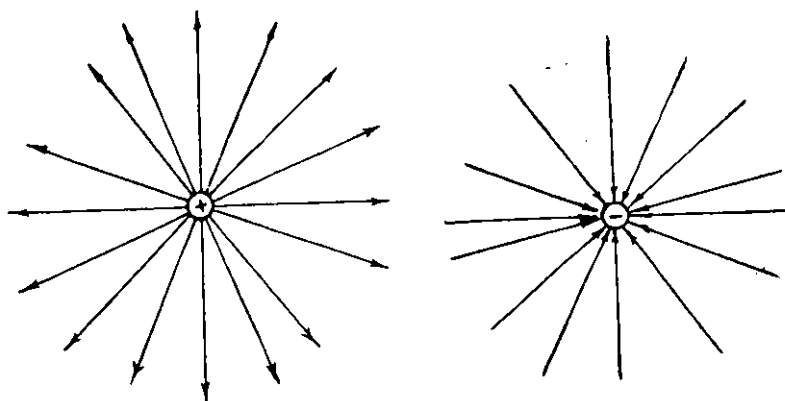
α — $\vec{E}_1$ ва $\vec{E}_2$ векторлар ҳосил қилган бурчак.

Агар $\alpha = \frac{\pi}{2}$ бўлса, $\cos \alpha = 0$ бўлади ва $E^2 = E_1^2 + E_2^2$ каби аниқланади.

Майдоннинг бир неча нуқталарида кучланганлик вектори тасвирланса ва қиймати аниқланса, майдон тақсироти тўғрисида маълум тасаввурга эга бўламиз.

$\vec{E}$ майдоннинг айрим нуқталарида аниқланганлиги учун, у узик-узик чизиклардан иборат бўлади.

Майдон манзарасини янада яққолроқ тасвирлаш учун кучланганлик (куч) чизиклари деб аталувчи узлуксиз чизиклардан фойдаланамиз. Бу чизиклар шундай ўтказиладики, унинг исталган нуқтасидан ўтказилган уринмалар шу нуқтада майдон кучланганлиги вектори билан мос тушади. Кучланганлик чизикларининг зич-



1.5-расм.

лиги эса E нинг сон қиймати кичик ёки катталигини кўрсатади. Куч чизиқлари зичроқ жойда E миқдори каттароқ бўлади ва аксинча.

Кучланганлиги фазонинг ҳамма нуқталарида бир хил бўлган электр майдон бир жинсли майдон дейилади. Кучланганлик чизиқларига мисоллар:

Кучланганлик чизиқларининг бошланиши ва охири бўлади. Мусбат заряддан (ёки чексизликдан) бошланиб, манфий зарядда (ёки чексизликда) тугайди. Кучланганлик чизиқлари ҳеч қачон ўзаро кесишмайди. Шундай қилиб, кучланганлик чизиқлари электр майдонга ҳаёлий геометрик тасвир бериш учун қабул қилинган чизиқлардир. Аслида эса ҳеч қандай чизиқ мавжуд эмас.

1.5. ПОТЕНЦИАЛ

Қўзғалмас q заряднинг ҳосил қилган электр майдонида q_0 синов зарядини 1 нуқтадан 2 нуқтага кўчиришда майдон томонидан q_0 синов заряди устидан механик иш бажарилади. Бу иш $dA = \vec{F} d\vec{l}$ (1.16a) га тенг бўлади. Бу ерда $d\vec{l}$ нинг $\vec{F}$ йўналишига проекцияси dr га тенг бўлади.

$$dr = dl \cdot \cos \alpha. \quad (1.16b)$$

У ҳолда бажарилган иш $dA = F \cdot dl \cdot \cos \alpha = F(r) \cdot dr$ ифодасини интеграллаш ёрдамида аниқланади, яъни,

$$A_{12} = \int_1^2 F(r) dr. \quad (1.17)$$

$$F = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ эканлигидан фойдаланиб, (1.17) ни } A_{12} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r^2} \text{ кўринишда ёзамиз.}$$

Бундан қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$A_{12} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left| \frac{1}{r} \right|_{r_1}^{r_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right). \quad (1.18)$$

Майдон кучлари консерватив кучлар экан, чунки уларнинг бажарган иши йўлнинг шаклига боғлиқ бўлмасдан, q_0 заряднинг бошланғич ва охири вазияти билан аниқланади, шунинг учун электр майдон потенциал майдон бўлади. Консерватив кучларнинг бажарган иши потенциал энергияларнинг камайишига тенг бўлади: $A_{12} = \Pi_1 - \Pi_2$

$$\Pi_1 = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_1}, \quad (1.18a)$$

$$\Pi_2 = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_2}. \quad (1.19)$$

Π_1 ва Π_2 — мос равишда майдоннинг 1 ва 2 нуқталарига мос келувчи потенциал энергиялардир.

$r_2 \rightarrow \infty$ бўлса, $\Pi_2 \rightarrow 0$ бўлади, у ҳолда $A_{1,2} = \Pi_1 = \Pi$

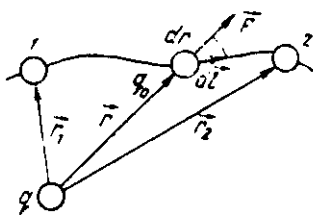
$$\Pi = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (1.20)$$

Ҳар хил синов зарядларини майдонда кўчирилганда бажарилган ишни худди шу усулда аниқлаш мумкин, ҳақиқатан, бажарилган иш ҳар хил бўлади, аммо уларнинг синов зарядига нисбатан ҳар доим ўзгармас бўлар экан, яъни:

$$\varphi = \frac{\Pi}{q_0}. \quad (1.21)$$

Шунинг учун φ катталик электр майдоннинг энергетик характеристикаси бўлиб, потенциал деб аталади, потенциал скаляр катталиқдир:

$$\Pi = \varphi q_0.$$



1.6- расм.

Агар синов заряди электр майдонининг бир нуқтасидан иккинчи нуқтасига кўчирилаётган бўлсин, у ҳолда ба-
жарилган иш қуйидагича аниқланади:

$$A_{12} = W_1 - W_2 = q (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (1.22)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}. \quad (1.23)$$

$\varphi_1 - \varphi_2$ — потенциаллар фарқи деб аталади. Бирлик си-
нов зарядини майдонининг бир нуқтасидан иккинчи
нуқтасига кўчиришда майдон кучлари томонидан ба-
жарилган иш потенциаллар фарқи деб аталади.

Агар заряд майдонининг бир нуқтасидан чексизлик-
ка кўчирилса,

$$A_{\infty} = q\varphi; \quad (1.23a)$$

$$\varphi = \frac{A_{\infty}}{q}. \quad (1.24)$$

$q = 1$ бўлса, $\varphi = A_{\infty}$ бўлади.

Бирлик зарядини майдонининг бир нуқтасидан чексиз-
ликка кўчиришда майдон кучлари томонидан бажарил-
ган иш майдонининг шу нуқтасидаги потенциали деб
аталади.

Потенциал бирлиги СИ да вольт деб аталади,

$$[\varphi] = [\text{Вольт}] = [V]$$

$$1\text{Ж} = 1\text{Кл} \cdot 1\text{В} \quad 1\text{В} = \left[\frac{1\text{Ж}}{1\text{Кл}} \right] = \left[\frac{10^7_{\text{эрг}}}{3 \cdot 10^9 \text{СГСЭ}} \right] = \frac{1}{300} \text{СГСЭ}_{\varphi}.$$

1 Вольт — майдондаги шундай нуқтанинг потенциали-
дирки, бу нуқтадан 1 Кулон зарядини чексизликка кў-
чирганда майдон томонидан 1 Жоуль иш бажарилади.
СГСЭ системасида потенциал бирлигига ном берилма-
ган.

Шундай қилиб, қуйидаги хулосаларни таъкидлаб
ўтамыз:

1. Зарядларнинг икки тури мавжуд. Заряд скаляр
катталиқ. Қўзгалмас зарядлар электростатик майдон-
ни ҳосил қилади.

2. Электр майдон моддий борлиқ бўлиб, материя-
нинг бир туридир. Майдонларнинг ўзаро таъсирлаши-
ши туфайли биз электр майдонининг мавжудлигини се-
замиз.

3. Электростатик майдоннинг миқдорий жиҳатдан характерловчи катталиклар мавжуд. Кучланганлик вектори $\vec{E}$ майдоннинг куч характеристикасини, потенциал эса энергетик характеристикасини ифодалайди.

4. Электростатик майдон кучлари консерватив кучлар бўлиб, бу кучлар майдони потенциал майдондир.

1.6. ЭЛЕКТР МАЙДОН КУЧЛАНГАНЛИГИ ВА ПОТЕНЦИАЛИ ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШ. ЭКВИПОТЕНЦИАЛ СИРТЛАР

Юқорида айтиб ўтганимиздек, электр майдонини майдон кучланганлиги вектори $\vec{E}$ ёки майдон потенциали φ орқали ифодалашимиз мумкин. Ўз-ўзидан маълумки, улар ўзаро узвий боғланган катталиклардир, чунки бу иккита катталик ҳам электр майдоннинг маълум бир нуқтасидаги характеристикаларидир. Уларнинг орасидаги боғланишни қуйидаги мулоҳазалардан фойдаланиб келтириб чиқарамиз. Механикадан бизга маълумки, элементар бажарилган иш қуйидагича аниқланади:

$$dA = Fdr = F(r_2 - r_1). \quad (1.25)$$

Электростатик майдон кучларининг бажарган иши эса

$$dA = qEdr = qE(r_2 - r_1), \quad (1.26)$$

$$dA = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

бўлади, ёки $q(\varphi_1 - \varphi_2) = qE(r_2 - r_1)$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E(r_2 - r_1), \quad (1.27)$$

Натижада: $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_2 - r_1} = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{r_2 - r_1} = -\frac{d\varphi}{dr}$,

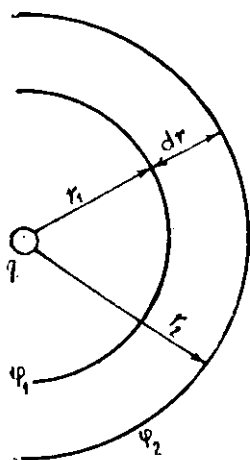
$$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \quad (1.28)$$

$$\frac{d\varphi}{dr} = -q \operatorname{grad} \varphi. \quad (1.29)$$

(1.29) ифодани ҳисобга олиб, (1.28) ни қуйидагича ёзамиз:

$$E = -q \operatorname{grad} \varphi. \quad (1.30)$$

Бу ифодадаги «—» (манфий) ишораси электр майдон кучланганлик вектори $\vec{E}$ ана шу майдон потенциалининг алгебраик қийматлари камайиш томонига йўналганини кўрсатади (1.27



1.7- расм.

— 1.30) лар ёрдамида φ маълум бўлса, $\vec{E}$ ни топиш мумкин, аксинча $\vec{E}$ маълум бўлса, φ ни топиш мумкин.

Умумий ҳолда градиент бирор физик катталиқнинг ўзгариш тезлигини характерлайди. $\frac{d\varphi}{dr}$ катта-

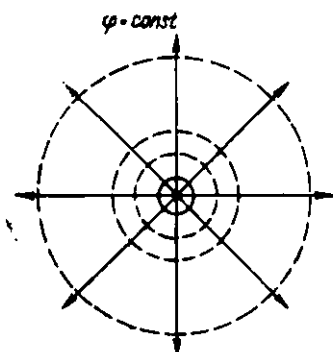
лик электр майдон потенциалининг градиенти деб аталади, у фазода электр майдоннинг камайиш тезлигини характерлайди.

Эквипотенциал сиртлар. Бирор заряд электр майдонни ҳосил қилаётган бўлсин. Агар заряд қўзғалмас бўлса, у ҳосил қилган майдон потенциал майдон деб аталади. Ҳар қандай заряд ҳосил қилган электр май-

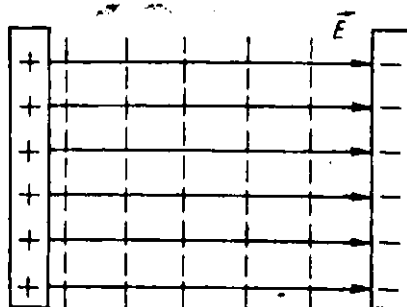
дон заряд манбаига яқин масофаларда геометрик тасаввур тушунчасида заряд манбаининг кўринишини катталашган сирт ҳолда такрорлайди. Заряд манбаидан узоқ масофаларда эса заряд манбаининг шакли қандай бўлишидан қатъи назар электр майдон деярли сферик кўринишда бўлади. Агар электр майдоннинг барча нуқталарда майдон кучланганлиги бир хил бўлса, уни бир жинсли майдон деб аталади. Масалан, ясси конденсатор қопламалари орасидаги электр майдон бир жинсли майдондир.

Электр майдонда бир хил потенциалга эга бўлган жуда кўп нуқталарни аниқлаш мумкин. Агар уларни бирлаштирсак потенциаллари тенг сиртлар ҳосил қиламиз. Потенциаллари тенг сиртлар эквипотенциал сиртлар деб аталади. Зарядланган шар атрофида ҳар доим электр майдони сферик сирт (ковак шарсимон сирт) шаклида бўлади. Демак, чизмада айлана шаклида тасвирланган шар ҳосил қилган электр майдонининг эквипотенциал сирти деганда ҳар доим сферик сирт назарда тугилади.

Зарядланган ўзаро параллел ясси текисликлар орасидаги электр майдоннинг эквипотенциал сиртининг кўриниши қопламаларга параллел бўлган ясси текис-



1.8- расм.

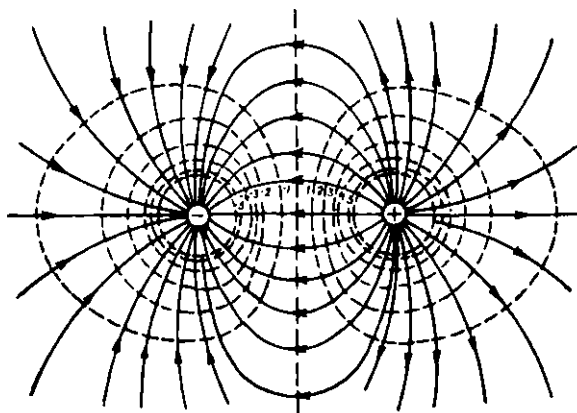


1.9- расм.

ликлардан иборат бўлади. Экипотенциал сирт бўйлаб зарядни исталган бир нуқтадан иккинчи бир нуқтага кўчиришда бажарилган иш ҳар доим нолга тенг бўлади, чунки

$$A_{12} = q (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.30a)$$

Экипотенциал сиртнинг исталган нуқтаси учун $\varphi_1 = \varphi_2$ ва $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ бўлади, демак, $A = 0$ бўлади. Бундан қуйидаги муҳим хулоса келиб чиқади. Қучланганлик чизиқлари экипотенциал сиртга ҳар доим тик бўлар экан. Баъзи зарядланган жисмларнинг экипотенциал сирт-



1.10- расм.

лари 1,8—1.10-расмларда кўрсатилган. Экипотенциал сиртнинг математик ифодасини қуйидаги кўринишда характерлаш мумкин:

$$\varphi(x, y, z) = \text{const.} \quad (1.31)$$

Электростатик майдонда q зарядни ёниқ контур бўйлаб кўчиришда бажарилган ишни ҳисоблайди:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = \int_1^2 q \vec{E} d\vec{l}, \quad (1.32)$$

бу ерда $\vec{F}$ — зарядга таъсир қилаётган куч, $d\vec{l}$ эса кўчиш (масофа). Ёки:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q(\varphi_2 - \varphi_1) = 0. \quad (1.33)$$

(1.32) ва (1.33) лар айнан бир хил физик катталикини икки хил кўринишдаги ифодасидир. Ҳақиқатан ҳам,

$$q(\varphi_1 - \varphi_2) = \int_1^2 q \vec{E} d\vec{l}, \quad (1.33a)$$

$$q(\varphi_2 - \varphi_1) = \int_2^1 q \vec{E} d\vec{l}$$

ёки

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l},$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \int_2^1 \vec{E} d\vec{l} \quad (1.34)$$

эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. (1.34) формуласи (1.33) формулага қўйиб,

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0 \quad (1.35)$$

эканлигини топамиз. (1.32), (1.35) лардаги интеграл ишорасидаги айланача ($\oint$) ёниқ контур бўйича интеграл олишганини кўрсатади. Бу векторнинг ёниқ контур бўйича олинган интеграл векторнинг шу контур бўйича циркуляцияси дейилади. Демак, электростатик майдон кучланганлигининг исталган контур бўйича циркуляцияси нолга тенг деб айтиш ҳам мумкин.

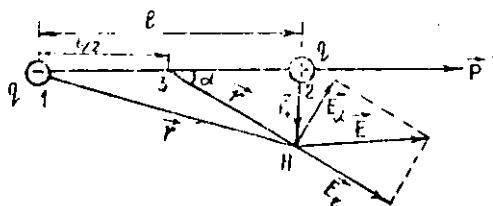
1.7. ЭЛЕКТР МАЙДОНДА ДИПОЛЬ

Хар хил ишорали, миқдорлари тенг бўлган иккита нуқтавий заряд ўзаро мустақкам боғланган бўлсин. Уларнинг орасидаги масофа l га тенг бўлиб, бу зарядларнинг электр майдонини ҳисоблаш зарур бўлган исталган нуктагача бўлган r масофадан жуда кичик бўлса, бундай боғланган иккита зарядга электр диполь деб аталади. Маълум бир маънода электр диполни диэлектрикларни ташкил қилувчи молекулаларга таққослаш мумкин. Бинобарин, биз электр майдонга киритилган диэлектриклар хоссаларини ўрганишда электр диполь тушунчасидан модель сифатида фойдаланамиз. Бу ўз навбатида электр майдонга киритилган диэлектрикларда содир бўладиган физик процессларни мукаммал тушунишга ёрдам беради. Шунинг учун электр диполини ҳаракатловчи катталиклар ва электр диполга электр майдони таъсир қилганда унинг хоссалари қандай ўзгаришини кўриб ўтамиз. Электр диполни қуйидагича тасвирлаш мумкин (1.11-расм).

Бу ерда l — зарядлар орасидаги масофа, H — 3 ва 2 — кесмалар l нинг ярмига тенг. H — диполнинг майдони аниқланаётган нукта. $\vec{r}_1$ ва $\vec{r}_2$ векторлар мос равишда мусбат ва манфий зарядлардан H гача бўлган масофа. $\vec{r}_1$ ва $\vec{r}_2$ векторлар мос равишда мусбат ва манфий зарядлардан H гача бўлган масофа. $\vec{r}$ вектор l нинг ярмидан H гача бўлган масофа.

Электр диполнинг исталган нуктадан электр майдон кучланганлиги иккига ташкил этувчидан иборат бўлади (1.11-расм).

Уларнинг биринчиси E_d бўлиб, l ва r лар ҳосил қилган d бурчакнинг ўзгармас бир қийматида r нинг ўзгариши билан (H нуктасининг ҳаракати билан) аниқланади, иккинчиси $\vec{E}_r$ эса r нинг ўзгармас бир қийматида α бурчакнинг ўзга-



1.11-расм.

риши билан (H нуқтанинг ҳаракати билан) аниқланади. Шунинг учун H нуқтадаги майдон потенциали ҳар доим r масофага ва α бурчакка боғлиқ бўлади. У қуйидагича аниқланади:

$$\varphi(\alpha, r) = \frac{ql \cos \alpha}{4 \pi \epsilon_0 r^2}. \quad (1.36)$$

Бу ерда l ва q берилган электр диполь учун ўзгармас катталикдир, шунинг учун уларнинг ўзаро кўпайтмаси ҳам ўзгармас катталик бўлади:

$$\vec{p} = q \vec{l}. \quad (1.37)$$

Иккинчи томондан P ташқи майдон таъсирига боғлиқ эмас, яъни берилган диполь вакуумда ёки бирор электр майдонда жойлашганлигига боғлиқ эмас. Бу катталик диполнинг фундаментал характеристикаси бўлиб, уни диполнинг электр моменти деб аталади.

Электр моменти вектор катталик бўлиб, диполь ўқи бўйлаб манфий заряддан мусбат зарядга йўналган бўлади. (1.37) формулани ҳисобга олиб (1.36) ни қуйидагича ёзамиз:

$$\varphi(\alpha, r) = \frac{\vec{p} \cdot \cos \alpha}{4 \pi \epsilon_0 r^2}. \quad (1.38)$$

r ва α нинг исталган бир қийматида, яъни электр диполь майдонининг исталган бир қўзғалмас нуқтасининг $\varphi(\alpha, r)$ ҳар доим диполнинг электр моментига тўғри пропорционал бўлади.

Юқорида кўриб ўтганимиздек, ҳар қандай электр майдоннинг бирор нуқтасидаги майдон кучланганлигини ($\vec{E}$) ҳисоблаш мумкин, унинг ташкил этувчилари $\vec{E}_r$ ва $\vec{E}_\alpha$ лардир. Бу векторларнинг проекцияларини (модулини) қуйидагича ҳисоблаб топамиз:

$$E_r = - \frac{d\varphi}{dr} = \frac{2p \cos \alpha}{4 \pi \epsilon_0 r^3}. \quad (1.39)$$

Бурчак α нинг ўзгариши $d\alpha$ га тенг бўлганда, r масофанинг ўзгариши dr га тенг бўлади. Бу ерда $d\alpha$ кичик бурчак бўлгани учун r масофанинг ўзгариши $dr = r d\alpha$ га тенг бўлади, шунинг учун $\vec{E}$ нинг $\vec{E}_\alpha$ ташкил этувчиси $\varphi(\alpha, r)$ билан қуйидагича боғланган бўлади:

$$E_\alpha = - \frac{d\varphi}{rd\alpha} = \frac{d\varphi}{dr}. \quad (1.40)$$

(1.38) формуладан φ нинг қийматини (1.40) формулага қўйиб,

$$E_{\alpha} = \frac{\rho \sin \alpha}{4 \epsilon_0 r^3} \quad (1.41)$$

ифодани ҳосил қиламиз. $\vec{E}_r$ ва $\vec{E}_{\alpha}$ векторлар геометрик қўшилади:

$$\vec{E} = \vec{E}_r + \vec{E}_{\alpha}. \quad (1.42)$$

Унинг модули

$$E^2 = E_r^2 + E_{\alpha}^2 \quad (1.43)$$

га тенг бўлади. (1.39) ва (1.41) ларни (1.43) га қўйиб, бир қанча математик алмаштиришлардан кейин қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$E = \frac{\rho}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}. \quad (1.44)$$

(1.44) дан кўриниб турибдики, агар $\alpha = 0$ бўлса, $\cos \alpha = 1$ бўлади ва диполнинг ўқидаги кучланганликни топамиз, яъни

$$E_{11} = \frac{2\rho}{4 \pi \epsilon_0 r^3}. \quad (1.45)$$

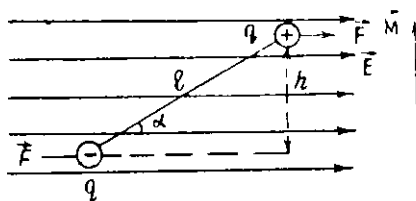
Агар $\alpha = \frac{\pi}{2}$ бўлса, $\cos \alpha = 0$ бўлади ва диполь ўқининг ўртасидан ўтувчи перпендикуляр чизиқда ётувчи кучланганликни топамиз:

$$E_1 = \frac{\rho}{4 \pi \epsilon_0 r^3}. \quad (1.46)$$

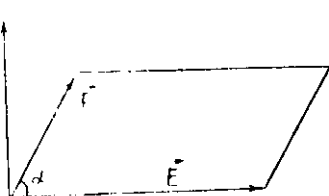
Электр диполнинг майдон кучланганлиги масофанинг кубига тескари пропорционал бўлар экан, масофа (r) 1.11-расмда кўрсатилган.

Электр диполь бирор электр майдонига киритилганда қандай ҳодисалар рўй беришини кўриб чиқамиз. Майдонга киритилган диполга жуфт куч таъсир қилади. Диполнинг мусбат ва манфий зарядларига қарама-қарши томонга йўналган кучлар таъсир қилади, аммо бу кучларнинг қиймати ўзаро тенг бўлади. Бу жуфт кучлар куч моментини ҳосил қилади:

$$\vec{M} = \vec{F} \vec{h}; \quad (1.47)$$



1.12- расм.



1.12a- расм.

бу ерда $\vec{F} = q\vec{E}$,

$$h = l \sin \alpha.$$

$\vec{M}$ нинг модули

$$M = Fl \sin \alpha \quad (1.48)$$

ёки

$$M = qlE \sin \alpha = pE \sin \alpha \quad (1.49)$$

га тенг бўлади. α — $\vec{E}$ ва $\vec{p}$ векторлари ҳосил қилган бурчак. Бундан

$$\vec{M} = [\vec{p}, \vec{E}] \quad (1.50)$$

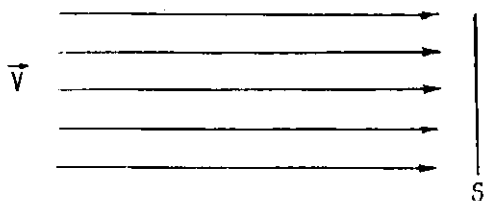
эканлиги кўриниб турибди.

Майдон томонидан диполга таъсир қилаётган жуфт кучи ҳар доим $\vec{p}$ ва $\vec{E}$ векторларни ўзаро параллел қилиб жойлаштиришга ҳаракат қилади. Куч моментининг йўналиши 1.12-а расмидаги каби бўлади.

1.8. ВЕКТОРЛАР ОҚИМИ

Векторлар оқими тушунчаси векторлар анализининг асосий тушунчаларидан биридир. Векторлар оқими тушунчаси электр, магнит ва бошқа векторлар майдонининг асосий хоссаларини ўрганишда қўлланади. Векторлар оқими тушунчаси биринчи марта гидродинамикада, яъни суюқликлар ҳаракати ҳақидаги фанда киртилган.

Бирор трубадан сув ламинар оқаётган бўлсин. Суюқликнинг қатламлари бир-бири билан аралашмасдан қатлам-қатлам оқиши ламинар оқим дейилади. Сўнги ҳаёлан жуда кўп қатламларга бўлиб, бу қатламларнинг тезликларининг $\vec{v}$ вектор-



1.13- расм.

лар орқали ифодалаймиз. V ҳолда оқётган сувни 1.13-расмдаги каби тасвирлаш мумкин. Сув қатламларининг тезликлар вектори кесиб ўтаётган юзадан бирор S юза ажратиб оламиз. Агар S юза $\vec{v}$ векторларига перпендикуляр бўлса, dt вақт ичида юзадан оқиб ўтувчи сувнинг ҳажми $vSdt$ га тенг бўлади. Агар S юза тезликлар векторига нисбатан қандайдир α бурчак ҳосил қилса, у ҳолда dt вақт ичида бу юзадан оқиб ўтган сувнинг ҳажми (dV) $vS \cdot \cos \alpha dt$ га тенг бўлади.

Бирлик вақт ичида dS юзадан оқиб ўтаётган сувнинг ҳажми эса

$$d\Phi = \frac{dV}{dt} = \frac{v dS \cdot \cos \alpha dt}{dt} = v dS \cos \alpha$$

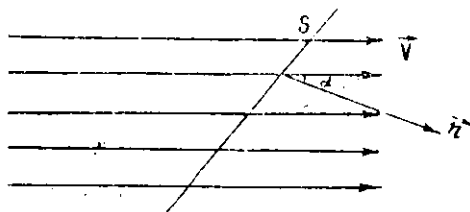
ёки

$$d\Phi = v \cos \alpha dS. \quad (1.51)$$

Бирор S юза бўйича ўтувчи сув оқими Φ ни топиш учун (1.51) ни интеграллаш керак,

$$\Phi = \int_S v \cos \alpha dS = \int_S \vec{v} \cdot \vec{n} dS, \quad (1.52)$$

$\vec{v}$ — сувнинг тезлигини характерловчи вектор $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ га тенг,
 $\vec{n}$ — ўлчамсиз бирлик вектор.



1.14- расм.

Бу ерда ҳақиқатан ҳам математик ифода билан характерланаётган физик ҳодиса оқим сўзининг маъносига мос тушади. 1.52-кўринишдаги оқим ифодаси физиканинг ҳар хил соҳаларида жуда кўп учраб туради. (1.52) ифодада $\vec{v}$ векторни $\vec{E}$ вектор билан алмаштирсак, электр майдон куч чизикларининг бирор S юза бўйича оқимини ҳисоблаш формуласига эга бўламиз.

Шунинг учун ҳам Φ ни умумий ҳолда векторлар оқими деб аталади. Шундай қилиб, сиқилмайдиган суюқлик оқими ва электр майдон куч чизикларининг оқими орасидаги ўхшашликдан фойдаланиб бирор S юза бўйлаб электр майдоннинг кучланганлиги вектори оқими Φ_E учун

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} \quad (1.53)$$

ифодага эга бўламиз. $\oint$ белги интеграл ёпиқ сирт бўйича ҳисобланишини билдиради. (1.16) га асосан,

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

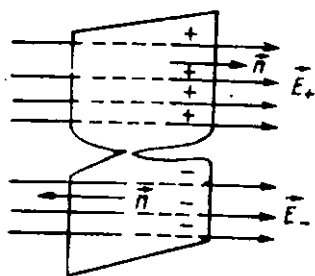
эканлиги бизга маълум. Бу ифоданинг чап ва ўнг томонларини dS га кўпайтириб, кейин S юза бўйича интеграллаб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Phi_E = \sum_{i=1}^n \Phi_i. \quad (1.54)$$

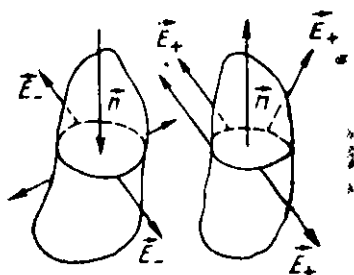
Бу ерда $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_i$ лар мос равишда S юзадан ўтувчи $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \dots, \vec{E}_n$ векторларнинг оқимини ифодалайди.

Шундай қилиб, айнан бир юзадан ўтувчи векторлар геометрик қўшилار экан. Векторлар оқими алгебраик катталиқ бўлиб, ишораси элементар бирлик векторнинг йўналишини танлаб олишга боғлиқ бўлади. Агар қаралаётган вектор (масалан, $\vec{E}$) нинг йўналиши элементар сирт вектори $\vec{n}$ нинг йўналиши билан мос тушса оқим мусбат, акс ҳолда манфий бўлади. Ёпиқ сирт учун элементар сирт векторлари барча нуқталарда сиртга нормал ва ташқарига қараган деб қабул қилинган.

Векторлар оқимига аниқ геометрик «кўриниш» бериш мумкин. Бунинг учун векторлар майдони $\vec{E}$ векторлар сис-



1.15- расм.



1.16- расм.

темаси (тўплами) деб фараз қиламиз. Бу кучланганлик чизиклари шундай ўтказилганки, ҳар бир жойдаги чизиклар зичлиги, майдоннинг шу нуқтасидаги ($\vec{E}$) векторининг модулига тенг бўлиб, чизиклар зич жойда $\vec{E}$ катта, сийрак жойларда эса, $\vec{E}$ кичик қийматга эга эканлигини кўрсатади. Векторлар майдонида ҳаёлий ΔS юзадан кесиб ўтаётган E майдон кучланганлик чизикларининг сонини (ΔN) топайлик. Бу чизикларнинг сони электр майдон кучланганлик чизиклари зичлигининг улар кесиб ўтаётган перпендикуляр юзага кўпайтмасига тенг, яъни,

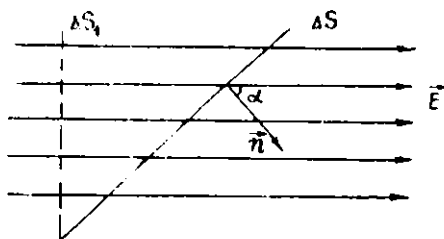
$$\Delta N = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot \Delta S = E_n \cdot \Delta S \cos \alpha, \quad (1.55)$$

$$\Delta S_{\perp} = \Delta S \cos \alpha, \quad (1.55a)$$

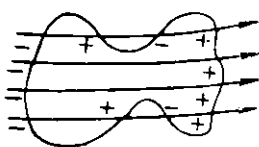
$$\Delta \Phi = E_n \cdot \Delta S_{\perp}. \quad (1.56)$$

$\Delta \Phi = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot \Delta S$ векторининг ΔS юза орқали оқими деб аталади.

1.17-расмда $\Delta N = 5$ га тенг, $\Delta \Phi = +5$, агар $\vec{n}$ қарама-



1.17- расм.



1.18- расм.

қарши томонга йўналтирилса ҳам $\Delta N = 5$ га тенг бўлади, аммо $\Delta \Phi = -5$ га тенг бўлади. S сиртни кесиб ўтаётган мусбат векторлар (E) чизиқларининг тўлиқ сони N_+ ва манфийлариники эса N_- га тенг бўлсин, у ҳолда чизиқлар сонининг фарқи ΔN қуйидагига тенг бўлади,

$$\Delta N = |N_+ - N_-|. \quad (1.57)$$

Бунга мос равишда $\Delta \Phi$ оқим қуйидагига тенг бўлади, яъни

$$\Delta \Phi = N_+ - N_-. \quad (1.58)$$

Ёпиқ сиртни кесиб ўтувчи векторлар оқими сиртга кирувчи ва сиртдан чиқувчи чизиқларнинг фарқига тенг бўлар экан. Агар $N_+ = N_-$ бўлса, $\Delta \Phi = 0$ бўлади, яъни ёпиқ сирт орқали ўтувчи векторлар оқими нолга тенг бўлади.

Чунки ёпиқ сиртни векторлар кесиб ўтганда вектор чизиқларининг сиртга кирувчи ва сиртдан чиқувчи сонлари ҳар доим тенг бўлади (1.18- расм).

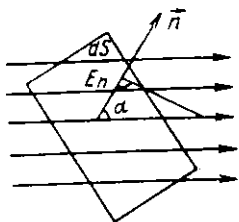
1.9. ГАУСС ТЕОРЕМАСИ

Электр майдон кучланганлиги векторининг оқимини (1.56) формулага асосан қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$d\Phi = E_n \cos \alpha dS = \vec{E} d\vec{S}. \quad (1.59)$$

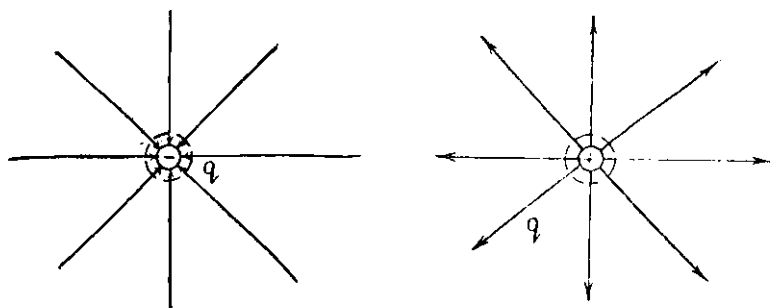
$d\Phi = \vec{E} d\vec{S}$ векторнинг dS юза орқали оқими, $E_n = \vec{E} \cdot \vec{n}$ векторнинг $\vec{n}$ га проекцияси, (1.59) ни бирор S юза бўйича интеграллаб (1.60) ни ҳосил қиламиз:

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S}. \quad (1.60)$$



1.19- расм.

Нуқтавий заряднинг электр майдон кучланганлик вектори $\vec{E}$ нинг чизиқлари радиал тўғри чизиқлардан иборат бўлиб, нуқтавий заряд мусбат бўлса, заряддан бошланиб чексизликда тугайди, заряд манфий бўлса, чексизликдан бошланиб зарядда тугайди. r радиусли сферани кесиб



1.20- расм.

ўтувчи чизиқларнинг тўлиқ сони чизиқлар зичлигининг сфера юзасига ($4 \pi r^2$) кўпайтмасига тенг бўлади. Шартли равишда чизиқлар зичлигини E га тенг деб олиш мумкин, у ҳолда нуқтавий заряд учун чизиқлар сони қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta N = |E \cdot 4 \pi r^2|, \quad (1.61)$$

$$\Delta N = \left| \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \right| \quad (1.62)$$

ёки

$$\Delta N = \left| \frac{q}{\epsilon_0} \right| \quad (1.63)$$

га тенг бўлади.

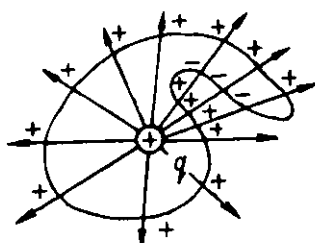
Демак, нуқтавий заряд учун кучланганлик векторининг оқими қуйидагига тенг бўлар экан:

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (1.64)$$

Оқимнинг ишораси заряднинг ишораси билан мос тушади (1.64) да чап ва ўнг томонларининг ўлчов бирлиги бир хил бўлишини ҳисобга олсак, электр майдон кучланганлиги вектори оқимнинг бирлиги СИ да В · М бўлади:

$$[\Phi_E] = \left[\frac{K_{\text{л}}}{\Phi/\text{м}} \right] \text{ ёки } [\Phi_E] = [ES] = \left[\frac{\text{В}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 \right] = [\text{В} \cdot \text{м}].$$

Фақат сферик шаклдаги сирт чегаралаб турган заряднинг электр майдон кучланганлиги векторининг



1.21- расм.

оқимиғина эмас, балки исталган шаклдаги сирт чегаралаб турган заряд ҳосил қилган электр майдон кучланганлиги векторининг оқимини ҳам ҳисоблаш мумкин. Гаусс теоремасидан фойдалансак, бу масала жуда ҳам осон ечилади.

Гаусс теоремаси қуйидагича таърифланади:

а) СИ да:

Зарядларни ўз ичига олган ҳар қандай шаклдаги берк сиртни кесиб ўтувчи электр майдон кучланганлиги векторининг оқими шу сирт ўраб олган зарядлар алгебраик йиғиндисининг электр доимийсига (ϵ_0) бўлинганига тенг.

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i; \quad (1.65)$$

б) СГСЭ системасида:

Зарядларни ўз ичига олган ҳар қандай шаклдаги берк сиртни кесиб ўтувчи электр майдон кучланганлиги векторининг оқими шу сирт ўраб олган зарядлар алгебраик йиғиндисининг 4π га кўпайтмасига тенг.

$$\Phi_E = 4\pi \sum_{i=1}^n q_i. \quad (1.66)$$

Гаусс теоремасининг исботи. Айтайлик, ёпиқ сирт ичида n та нуқтавий $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ зарядлар жойлашган бўлсин. Бу зарядларнинг исталган бирининг кучланганлик чизиқларини қуйидагича тасвирлаш мумкин (1.21-расм). Расмдан кўриниб турибдики, кучланганлик чизиқлари q зарядни ўз ичига олган ёпиқ сиртни тоқ марта кесиб ўтади. Суперпозиция принцигига асосан барча зарядлар ҳосил қилган электр майдон кучланганлиги вектори $\vec{E}$ алоҳида зарядлар ҳосил қилган майдон кучланганлиги векторларининг геометрик йиғиндисига тенг:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n. \quad (1.67)$$

$\vec{E}$ векторнинг оқими

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} \quad (1.68)$$

га тенг эканлигини юқорида кўриб ўтган эдик. (1.67) ни (1.68) га қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Phi_E = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n) d\vec{S}$$

бу

$$\Phi_E = \oint \vec{E}_1 d\vec{S} = \oint \vec{E}_2 d\vec{S} + \oint \vec{E}_3 d\vec{S} + \dots + \oint \vec{E}_n d\vec{S}. \quad (1.69)$$

бу ерда тенгламанинг ўнг томонидаги ифодалар (1.68) га асосан қуйидагиларга тенг бўлади, яъни

$$\begin{aligned} \oint \vec{E}_1 d\vec{S} &= \Phi_1, & \oint \vec{E}_3 d\vec{S} &= \Phi_3, \\ \oint \vec{E}_2 d\vec{S} &= \Phi_2, & \oint \vec{E}_n d\vec{S} &= \Phi_n. \end{aligned} \quad (1.70)$$

Буларни ҳисобга олиб, (1.69) ни қуйидагича ёзамиз:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots + \Phi_n. \quad (1.71)$$

54) асосан (1.71) нинг ўнг томонидаги катталиклар

$$\Phi_1 = \frac{q_1}{\epsilon_0}; \quad \Phi_2 = \frac{q_2}{\epsilon_0}; \quad \Phi_3 = \frac{q_3}{\epsilon_0}; \quad \Phi_n = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

ларга тенг бўлади. Буларни ҳисобга олиб, (1.71) ни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_1}{\epsilon_0} + \frac{q_2}{\epsilon_0} + \frac{q_3}{\epsilon_0} + \dots + \frac{q_n}{\epsilon_0} \quad (1.72)$$

ёки

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} (q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n). \quad (1.73)$$

$q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ зарядлар алгебранк катталиқ бўлгани учун

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \sum_{i=1}^n q_i \quad (1.74)$$

деб ёзиш мумкин. У ҳолда (1.73) ифода қуйидагига тенг бўлади,

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (1.65)$$

Худди ана шу бўлганини исбот қилиш талаб қилинган эди, яъни (1.65) Гаусс теоремасининг математик ифодасидир.

СИ да $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ га, СГСЭ системасида эса $k = 1$ эканлигини ҳисобга олсак, СГСЭ — системасида Гаусс теоремасининг математик ифодаси

$$\Phi_E = 4\pi \sum_{i=1}^n q_i \quad (1.66)$$

га тенг эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.

Гаусс теоремасидан қуйидаги фундаментал хулосалар келиб чиқади:

1. Кучланганлик чизиқлари мусбат заряддан (ёки чексизликдан) бошланиб, манфий зарядда (ёки чексизликда) тугалланади;

2. Алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлган зарядларни ўз ичига олган берк сиртдан ўтувчи тўла кучланганлик оқими нолга тенг бўлади. Чунки шу сирт билан чегараланган ҳажмга кирувчи ва чиқувчи кучланганлик чизиқлар сони тенг бўлади;

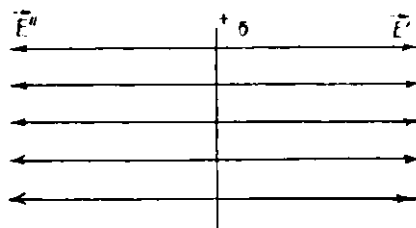
3. Агар берк сиртнинг ичида зарядлар бўлмаса, у ҳолда кучланганлик чизиқлари сиртнинг ичида бошланмайди ва тугалланмайди, фақат уни кесиб ўтади. Сиртга кирувчи ва сиртдан чиқувчи чизиқлар сони тенг бўлади, яъни сирт бўйича кучланганлик оқими нолга тенг бўлади.

1.10. ГАУСС ТЕОРЕМАСИНИНГ ЭЛЕКТР МАЙДОННИ ҲИСОБЛАШ УЧУН ҚУЛЛАНИШИ

Умуман, нуқтавий заряднинг электр майдони кучланганлиги формуласи (1.13) дан фойдаланиб, кейин суперпозиция принципига асосан ҳар қандай электр майдоннинг кучланганлигини ҳисоблаш мумкин:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (1.13)$$

Аммо, баъзи ҳолларда, Гаусс теоремасидан фойдаланилса, электр майдон кучланганлигини жуда осон ҳисоблаш мумкинлигини бир неча мисолларда кўриб ўтамиз. Бу борада зарядларнинг ҳажмий (q), сирт (σ) ва чизиқли (τ) зичликлари деб аталувчи физик катталикни кўриб ўтамиз:



1.22- расм.

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}, \quad (1.75)$$

бу ерда ρ — заряднинг ҳажмий зичлиги, СИ да бирлиги Кл/м^3 , ΔV — Δq заряд эгаллаб турган ҳажм.

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}, \quad (1.76)$$

бунда σ — заряднинг сирт зичлиги, СИ да бирлиги Кл/м^2 .
 ΔS — Δq заряд эгаллаб турган сирт.

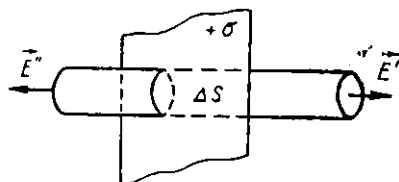
$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \quad (1.77)$$

λ — заряднинг чизиқли зичлиги, СИ да ўлчов бирлиги $\frac{\text{Кл}}{\text{м}}$.

Δl — Δq — заряд жойлашган ингичка жисмнинг (масалан, чизиқ шаклидаги ўтказгичнинг) узунлиги.

1. Текис бир жинсли зарядланган чексиз текислик ҳосил қилган электр майдонни ҳисоблаш.

Зарядланган сирт зичлиги σ га тенг бўлиб, текисликнинг барча нуқталарида бир хил бўлсин. Айтайлик, текислик мусбат зарядланган бўлсин. Майдон кучланганлиги исталган нуқтада текисликка перпендикуляр ва симметрик жойлашган бўлади. $\vec{E}'$ ва $\vec{E}''$ векторларининг модули ўзаро тенг ва қа-



1.23- расм.

рама-қарши йўналган бўлади. Текисликка тик ва симметрик жойлашган асосининг юзаси ΔS га тенг бўлган цилиндр $\vec{E}'$ ва $\vec{E}''$ векторларни ўраб турибди деб фараз қиламиз, у ҳолда (1.56) формулага асосан Φ_E' ва Φ_E'' ларни қуйидагича ёзамиз. $\vec{E}'$ ва $\vec{E}''$ векторларнинг модули мос равишда E' ва E'' ларга тенг:

$$\Phi_E' = E' \cdot \Delta S \quad (1.78)$$

ва

$$\Phi_E'' = E'' \Delta S. \quad (1.79)$$

Векторлар оқими скаляр катталиқ бўлганлиги учун $\vec{E}'$ ва $\vec{E}''$ векторларнинг умумий оқими

$$\Phi_E = \Phi_E' + \Phi_E'' = E' \Delta S + E'' \Delta S \quad (1.80)$$

ёки

$$\Phi_E = 2E \Delta S \quad (1.81)$$

га тенг бўлади. Гаусс теоремасига асосан $|\vec{E}|$ векторининг оқими

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot \Delta S}{\epsilon_0} \quad (1.82)$$

га тенг бўлади. Иккинчи томондан, (1.81) ва (1.82) лар айнан бир хил физик катталиқларни характерлайди. Демак, бир жинсли зарядланган чексиз текислиқнинг электр майдон кучланганлиги,

$$2E \Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0} \quad (1.83)$$

ёки

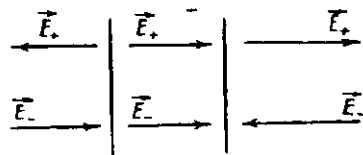
$$E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \quad (1.84)$$

бўлади.

2. Ҳар хил ишорали зарядлар билан текис зарядланган иккита параллел текислик ҳосил қилган электр майдонини ҳисоблаш.

Турли ишорали зарядланган иккита текислик ҳосил қилган электр майдонлари суперпозиция принциpidан фойдаланиб топилади, яъни майдонлар геометрик қў-

шилади (1.24-расм). E_+ — мусбат зарядланган текислик ҳосил қилган майдон кучланганлиги. E_- — манфий зарядланган текислик ҳосил қилган майдон кучланганлиги. Улар мос равишда (1.84) формулага асосан қуйидагига тенг бўлади:



1.24- расм.

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (1.85)$$

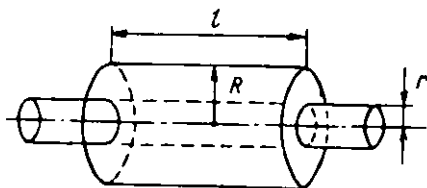
ёки

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (1.86)$$

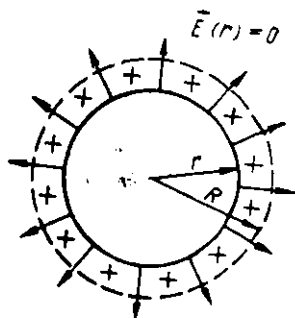
Ясси конденсатор қопламалари орасидаги кучланганлик ҳам (1.86) ифода билан аниқланади. Фақат конденсатор қопламаларининг четларида E нинг қиймати бир оз ўзгаради. Электр майдон текисликлар конденсатор қопламалари оралиғида жойлашган бўлади, қопламалар ташқарисида эса нолга тенг бўлади.

3. *Текис зарядланган чексиз цилиндрик сирт ҳосил қилган электр майдонини ҳисоблаш.*

Радиуси r га тенг бўлган цилиндрик сирт мусбат зарядланган бўлиб, сирт зичлиги $(+\sigma)$ га тенг бўлсин. Цилиндрик сирт ҳосил қилган электр майдондан ҳаёлий радиус R га тенг бўлган цилиндрик сирт ажратиб оламиз ва унинг сиртидаги майдон кучланганлигини аниқлаймиз (1.25-расм). R радиусли цилиндрик сиртнинг узунлиги l га тенг бўлсин, у ҳолда бу цилиндрнинг ён сирти $S = 2\pi Rl$ га тенг бўлади. E нинг тўлиқ оқими



1.25- расм.



1.26- расм.

$$\Phi_E = ES = 2\pi Rl \cdot E \quad (1.87)$$

га тенг бўлади. r радиусли цилиндрик сиртнинг l узунликка мос келувчи q заряди

$$q = \sigma \cdot 2\pi rl \quad (1.88)$$

га тенг бўлади. Гаусс теоремасига асосан

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma 2\pi rl}{\epsilon_0} \quad (1.89)$$

ни ҳосил қиламиз. (1.87) ва (1.89) формулаларга асосан

$$2\pi RlE = \frac{2\pi rl\sigma}{\epsilon_0} \quad (1.90)$$

ёки

$$E = \frac{\sigma r}{\epsilon_0 R} \quad (1.91)$$

ларни ҳосил қиламиз. Зарядларнинг сирт ва чизиқли зичликларини ҳисобга олиб қуйидагиларни ҳосил қиламиз.

$$\sigma = \frac{q}{2\pi rl} \quad \text{ва} \quad \lambda = \frac{q}{l}, \quad 2\pi rl\sigma = \lambda l \quad (1.92)$$

ёки

$$\sigma = \frac{\lambda}{2\pi r} \quad (1.93)$$

(1.93) ни (1.91) га қўйиб,

$$E(r) = \frac{\lambda r}{2\pi r \epsilon_0 R} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 R} \quad (1.94)$$

ни ҳосил қиламиз. Бу ерда агар $R < r$ бўлса, $E(R) = 0$ бўлади. $r = R$ бўлса,

$$E(r) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (1.95)$$

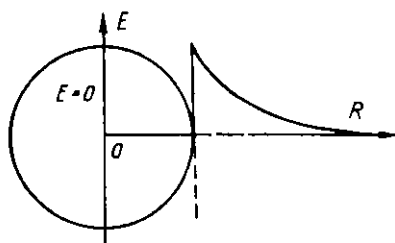
ифода ҳосил бўлади.

Шундай қилиб, сирти текис зарядланган чексиз узун цилиндрнинг ичида майдон нолга тенг бўлади. Цилиндр сиртининг яқинида эса (1.95) ифода билан аниқланади.

4. Текис зарядланган козак сферик сирт ҳосил қилган майдонни ҳисоблаш.

Текис зарядланган сферик сирт ҳосил қилган электр майдони марказий — симметрик бўлади. Бунинг маъноси шундан иборатки, ҳар қандай нуқтадаги $\vec{E}$ векторнинг таъсир

чизиги сферанинг марказидан ўтади, катталиги эса сфера марказидан узоқлашиш масофасига (r) га боғлиқ бўлади (1.26-расм). Сирти зарядланган ковак сферанинг майдон кучланганлигининг тақсимланиши, 1.27-расмдан кўриниб турибдики, сфера ичида электр майдон нолга тенг бўлади, яъни;



1.27- расм.

$$E(r) = 0. \quad (1.96)$$

Сферик сиртининг яқинида эса,

$$\Phi_E = 4 \pi R^2 E(R) \quad (1.97)$$

формула ёрдамида аниқланади. Гаусс теоремасига асосан

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1.98)$$

га тенг бўлиши бизга юқоридан маълум. (1.97) ва (1.98) ифодаларга кўра,

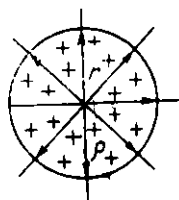
$$4 \pi R^2 E(R) = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1.99)$$

$$E(R) = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 R^2} \quad (1.100)$$

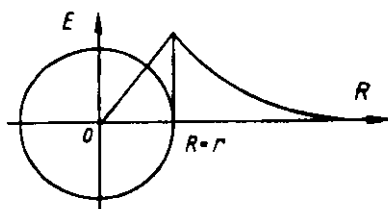
ларни ҳосил қиламиз.

5. Бутун ҳажми бўйича зарядланган шарнинг ҳосил қилган электр майдонини ҳисоблаш.

r радиусли шар зарядининг ҳажмий зичлиги ρ га тенг бўлиб, текис зарядланган бўлсин. Бу ҳолда ҳам ҳосил бўлган майдон марказий — симметрик бўлади (1.28- расм).



1.28- расм.



1.29- расм.

Шарнинг ташқарисидаги майдон (1.100) ифода билан аниқланади. Шарнинг ички қисмида эса E нинг қиймати қуйидагича аниқланади.

Шарнинг ичидаги заряд $q = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$ га тенг бўлади. E нинг оқими эса

$$\Phi_E = ES = E(r) 4\pi r^2 \quad (1.101)$$

бўлади. Гаусс теоремасига асосан,

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \frac{4}{3} \pi r^3. \quad (1.102)$$

(1.101) ва (1.102) ифодаларнинг ўзаро тенглигидан фойдаланиб,

$$E(r) 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (1.103)$$

ни ҳосил қиламиз. Бундан

$$E(r) = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \frac{1}{3} r \quad (1.104)$$

га тенг бўлади. Шар сиртидан ташқарида заряднинг ҳажмий зичлиги

$$\rho = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{4}{3} \pi R^3} \quad (1.105)$$

га тенг бўлади. (1.105) ни (1.104) га қўйиб,

$$E(r) = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R^3} \quad (1.106)$$

ни ҳосил қиламиз. $r \leq R$ бўлган ҳол учун, яъни r радиусли шарнинг ичидаги майдон кучланганлиги шар марказидан узоқлашиш масофасига тўғри пропорционал бўлар экан ва шардан ташқарида эса масофанинг квадратига тескари пропорционал равишда ўзгаради (1.29-рasm).

И Б О Б

ДИЭЛЕКТРИКЛАРДА ЭЛЕКТР МАЙДОНИ

2.1. ДИЭЛЕКТРИКЛАР

Амалда электр токи ўтказмайдиган моддалар диэлектриклар деб аталади. Диэлектриклар (изоляторлар)да эркин ҳаракат қиладиган зарядлар деярли

бўлмайди. Уларнинг солиштирма электр қаршиликлари $q = 10^6 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ дан $q = 10^{16} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ гача бўлади.

Диэлектриклар электр майдонга киритилганда майдоннинг ва диэлектрикнинг хоссаси ўзгаради. Бу ҳодисани оддий тажрибаларда кузатиш мумкин. Бунинг сабаби диэлектрикларни ташкил қилувчи зарраларнинг (нейтрал молекулалар, зарядли ионлар, масалан, Na^+ , Cl^-) ҳолатлари, хоссалари электр майдон таъсирида ўзгаради. Молекулаларнинг ўзи эса қутбли ёки қутбсиз бўлиши мумкин. Симметрик молекулалар (масалан, H_2 , O_2 , N_2) нинг мусбат ва манфий зарядларининг оғирлик марказлари электр майдони йўқ ($E=0$) бўлганда устма-уст тушади. Бундай молекулалар хусусий диполь моментига эга бўлмайдилар ва қутбсиз молекулалар деб аталади.

Симметрик бўлмаган молекулаларнинг (масалан, CO , NH , HCl , NaCl) ҳар хил ишорали зарядларининг оғирлик марказлари ташқи электр майдони нолга тенг бўлса ҳам бир-бирига нисбатан силжиган бўлади. Бундай молекулалар хусусий диполь моментига эга бўлади ва қутбли молекулалар деб аталади.

Қутбли молекулалардан ташкил топган диэлектриклар қутбли диэлектриклар, қутбсиз молекулалардан ташкил топган диэлектриклар қутбсиз диэлектриклар деб аталади.

2.2. ДИЭЛЕКТРИКЛАРНИНГ ҚУТБЛАНИШИ

Электр майдон йўқ пайтда диэлектрик молекулаларининг диполь momenti нолга тенг, чунки диэлектрик хусусий диполь моментга эга бўлса ҳам улар хаотик (тартибсиз) жойлашганлиги туфайли хусусий диполь моментларининг геометрик йиғиндиси нолга тенг бўлади. Шундай қилиб, табиатдаги барча диэлектриклар нейтрал ҳолатда бўлар экан.

Агар диэлектрикка ташқи электр майдон таъсир қилса, диэлектрикнинг таркибига кирувчи молекулаларнинг мусбат ва манфий зарядлари бир-бирига нисбатан силжийди. Дастлаб зарядланмаган диэлектрикларнинг электр майдон йўналиши томонидан мусбат, қарама-қарши томонидан эса манфий электр зарядлари пайдо бўлади. Диэлектрикларда электр қутблари пайдо бўлади. Шунинг учун ҳам бу ҳодисани диэлектрикларнинг қутбланиши деб аталади.

Диэлектрик қутбсиз молекулалардан ташкил топган бўлса, молекулаларнинг мусбат зарядлари майдон йўналиши бўйлаб, манфий зарядлари эса тескари томонга бир оз силжийди. Диэлектриклар қутблн молекулалардан ташкил топган бўлса, молекулаларнинг хусусий диполь моменти ташқи электр майдон йўналиши томон бир оз бурилади, бу ҳодиса электр майдонидаги диполга ўхшаш бўлади.

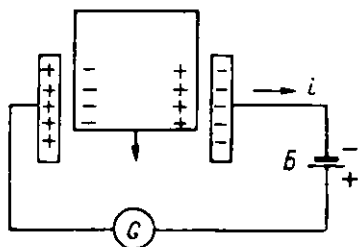
Кристалл диэлектрикларда (масалан, NaCl) электр майдон таъсирида манфий ионлар майдон йўналишига қарама-қарши томонга, мусбат ионлар эса майдон йўналиши томон силжийдилар.

Шундай қилиб, табиатда мавжуд бўлган барча турдаги диэлектрикларга ташқи электр майдон таъсир қилганда, бу диэлектрикларни ташкил қилган ионларнинг мусбат заряди майдон йўналиши томон, манфий заряди эса қарама-қарши томонга силжийди. Албатта бу силжиш микродунё тушунчасидаги, яъни жуда кичик масофага силжиш тушунилади.

2.1- расмда кўрсатилган электр занжиридаги ҳодиса ҳақиқатан ҳам диэлектрикларнинг қутбланишнинг тажрибада исботлайди. Бу содда электр занжири батарея (Б), гальванометр (G) га икки ўзаро ажратилган металл қопламалардан (яъни конденсатордан) иборат. Бу ҳолатда гальванометр занжирдан ток оқмаётганини, яъни нолни кўрсатади. Ҳеч нарсани ўзгартирмасдан, металл қопламаларни ораллиғига бирор диэлектрикни киритиб, масалан, шиша пластинкачасини киритиб, настига ва юқорига ҳаракатга келтирсак, гальванометр занжирдан ток ўтаётганини кўрсатади. Занжирда токнинг ҳосил бўлиши, диэлектрикларнинг қарама-қарши томонларида ўзгариб турувчи манфий ва мусбат зарядларнинг пайдо бўлганлигидан, яъни диэлектрикларнинг қутбланганлигидан дарак беради.

Диэлектрикларнинг қутбланишнинг миқдор жиҳатдан характерлаш учун, яъни қутбланиш даражасининг ўлчови сифатида қутбланиш вектори деб аталувчи вектор катталик кири-

тилади.



2.1- расм.

Қутбланган диэлектрикнинг жуда кичик ҳажмидаги (ΔV) электр моментлари йиғиндисининг $\left(\sum_{i=1}^n p_i \right)$ шу (ΔV) ҳажмга нисбати диэлектрикнинг қутбланиш вектори деб аталади, яъни қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{\Delta V}. \quad (2.1)$$

Диполь momenti p_i нинг СИ да ўлчов бирлиги ($\text{Кл}/\text{м}^2$) га тенг бўлганлиги учун қутбланиш векторининг бирлиги

$$[p] = \left[\frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} \right] = \left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \right] \quad \text{каби бўлади.}$$

$\epsilon_0 \vec{E}$ нинг ҳам бирлиги СИ да $\left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \right]$ га тенг бўлади. Демак, қутбланиш вектори $\vec{P}$ ва электр майдон кучланганлик вектори $\vec{E}$ лар ўзаро боғлиқ бўлган катталик эканлиги кўриниб турибди. Ана шу мулоҳазаларга кўра қуйидагини ёзишимиз мумкин:

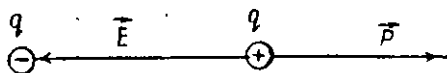
$$\vec{P} = \kappa \epsilon_0 \vec{E}. \quad (2.2.)$$

Бу ерда κ — ўлчамсиз физик катталик бўлиб, диэлектрикнинг қабул қилувчанлиги деб аталади. Агар $\vec{E} = \vec{F}/q$ эканлигини ҳисобга олсак,

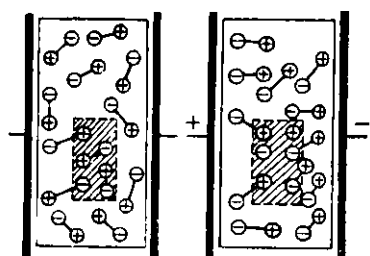
$$\vec{P} = \kappa \epsilon_0 \vec{F}/q \quad (2.3)$$

бўлади. $q = 1$ бўлса, $\vec{P} = \kappa \epsilon_0 \vec{F}$ бўлади.

Демак, маълум бир маънода, диэлектрик электр майдонга киритилганда электр майдон томонидан диэлектрикка қанча куч билан таъсир қилишни харақтерловчи физик катталик, қутбланиш векторининг физик маъносини англатар экан.

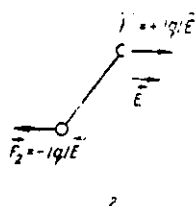


2.1 а- расм.



2.1 б- расм.

2.1 в- расм.



2.1 г- расм.

Гаусс системасида қутбланиш вектори (2.3а) ифода билан ифодаланади.

$$\vec{p} = \chi \vec{E}. \quad (2.3a)$$

2.3. ДИЭЛЕКТРИК ИЧИДАГИ МАЙДОН. ҚУТБЛАНИШ ВЕКТОРИ УЧУН ГАУСС ТЕОРЕМАСИ

Диэлектрик молекулаларининг таркибига кирувчи зарядлар боғланган зарядлар деб аталади. Бундай зарядлар ташқи майдон таъсирида ўзининг мувозанат ҳолатидан бир оз силжийди, аммо молекула таъсир доирасидан (атрофидан) молекулани ташлаб кета олмайди.

Диэлектрик четларидаги ҳамда диэлектрик ичида эркин ҳаракат қила оладиган зарядлар четки зарядлар деб аталади. Аммо бу зарядларни эркин зарядлар деб бўлмайди, чунки улар диэлектрикни ташлаб кета олмайди.

Шундай қилиб, диэлектрик ичидаги майдон боғланган ва четки зарядлар ҳосил қилган электр майдонлар суперпозициясидан иборат бўлар экан, яъни:

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_b, \quad (2.4)$$

бу ерда $\vec{E}_q$ ва $\vec{E}_b$ — мос равишда, четки ва боғланган зарядлар ҳосил қилган электр майдон кучланганлик векторлари.

Қутбланиш вектори ($\vec{p}$) учун ҳам Гаусс теоремасини қўллаш мумкинлиги, $\vec{p}$ векторнинг ажойиб ва аҳамиятли хоссага эга эканлигини кўрсатади. Қутбланиш вектори учун Гаусс теоремаси:

Исталган шаклдаги диэлектрикнинг сиртини кесиб ўтувчи қутбланиш векторининг оқими, диэлектрик ичидаги ортиқча боғланган зарядларнинг алгебраик йиғиндисининг тескари ишора билан олинганига тенг:

$$\Phi_p = \oint \vec{p} dS = - \sum_{i=1}^n q_i \quad (2.5)$$

ёки

$$\Phi_p = - \sum_{i=1}^n q_{oi} = \oint \vec{p} dS, \quad (2.6)$$

бунда q_o — диэлектрик молекулаларининг таркибига кирувчи бутун ҳажм бўйича боғланган зарядлар. (2.5) ва (2.6) формулалардаги «—» ишора боғланган зарядларнинг хусусий диполь моменти векторининг йўналиши, электр майдон қучланганлиги вектори йўналиши билан ҳар доим қарама-қарши эканлигини кўрсатади (2.1а-расм). Биз бу ерда исталган шаклдаги диэлектрикнинг сирти деганда диэлектрикнинг бутун ҳажми бўйича қутбланиш вектори ($\vec{p}$) нинг ўраб турувчи ёпиқ сиртни назарда тутдик. Диэлектрикнинг исталган қисмидаги исталган шаклдаги ажратиб олинган ёпиқ сирт учун ҳам Гаусс теоремасини ёзиш мумкин.

2.4. ЭЛЕКТР ИНДУКЦИЯСИ (ЭЛЕКТР СИЛЖИШ) ВЕКТОРИ. ДИЭЛЕКТРИКЛАР УЧУН ГАУСС ТЕОРЕМАСИ

Диэлектрик ичидаги электр майдони (2.4) ифода билан аниқланади, яъни:

$$\vec{E} = \vec{E}_o + \vec{E}_q. \quad (2.4)$$

Электр майдон қучланганлик векторининг оқими учун Гаусс теоремасидан фойдаланиб, қуйидагини ёзиш мумкин,

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_{i=1}^n q_{oi} + \sum_{i=1}^n q_{qi} \right) \quad (2.7)$$

q_{qi} ва q_{oi} — мос равишда, четки ва боғланган зарядлар. Диэлектрикларда $\vec{E}$ векторининг ёпиқ сирт орқали оқимини ҳи-

соблаганда фақат четки зарядларнинг алгебраик йиғиндисини эмас, балки шу сирт ичидаги боғланган зарядларни ҳам эътиборга олиш керак. Боғланган зарядлар $\vec{E}$ ёрдамида аниқланади. Демак, (2. 7) формуладан диэлектрикдаги электр майдон кучланганлигини топиш мумкин эмас, чунки бу тенгламада иккита номаълум ҳад бўлиб қолган. Шунинг учун, диэлектрик ичидаги электр майдон кучланганлигини топишда, (2. 2) ифодадан фойдаланиб, ёрдамчи физик катталик киритсак, бу қийинчиликдан қутулишимиз мумкин.

Қутбланиш векторининг ёпиқ сирт бўйича оқимини қуйидагига тенглаб оламиз, яъни (2. 5) ва (2. 6) ифодалардан фойдаланиб, (2.4) ифодадан қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int (\vec{E}_0 + \vec{E}) \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_{i=1}^n q_{qi} + \sum_{i=1}^n q_{oi} \right). \quad (2.7)$$

Бундан (2.8) ифодани ҳосил қиламиз:

$$\epsilon_0 \Phi_E = \sum_{i=1}^n q_{qi} + \sum_{i=1}^n q_{oi}. \quad (2.8)$$

Баъзи математик алмаштиришлардан кейин қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\epsilon_0 \Phi_E = \sum_{i=1}^n q_{oi} = \sum_{i=1}^n q_{qi} \quad (2.9)$$

ёки

$$\epsilon_0 \Phi_E + \Phi_P = \sum_{i=1}^n q_{qi} \quad (2.10)$$

бунда $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$ ни

$$\epsilon_0 \Phi_E = \int \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (2.11)$$

деб ёзиш мумкин. (2.6) ва (2.11) ифодаларни ҳадлаб қўшиб, (2.12) ифодани ҳосил қиламиз:

$$\epsilon_0 \Phi_E + \Phi_p = \oint (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{p}) d\vec{S}. \quad (2.12)$$

(2.10) ифодани (2.12) ифодага қўйиб, (2.13) ифодани ҳосил қиламиз:

$$\oint (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{p}) d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_i. \quad (2.13)$$

$$\epsilon_0 \vec{E} + \vec{p} = \vec{D}. \quad (2.14)$$

$\vec{D}$ деб белгилаб оламиз ва $\vec{D}$ вектор катталиқ бўлиб, электр индукцияси (электр силжиши) вектори деб аталади. (2.14) ифодани (2.13) га қўйиб, (1.15) ни ҳосил қиламиз,

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_i. \quad (2.15)$$

(2.15) ифода электр индукцияси (электр силжиши) учун, яъни диэлектриклар учун Гаусс теоремасининг математик ифодасидир.

$\vec{D}$ вектори учун Гаусс теоремаси:

Исталган шаклдаги диэлектрикларни кесиб ўтувчи электр силжиш векторининг оқими шу диэлектрикдаги четки зарядларнинг алгебранг йиғиндисига тенг.

Агар $p = 0$ бўлса, яъни вакуумда (2.15) ифода (1.65) га айланади. Электр индукцияси векторининг оқимини Φ_D билан белгилаб,

$$\Phi_D = \oint \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_i \quad (2.16)$$

ни ҳосил қиламиз. Φ_D нинг СИ даги бирлиги $[\Phi_D] = [\text{Кл}]$ га тенг бўлади. $1 \text{ Кл} = 4\pi \cdot 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}$

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0 \vec{E} + \vec{p} \quad \text{ва} \quad \vec{p} = \kappa \epsilon_0 \vec{E} \quad \text{бўлгани учун} \\ \vec{D} &= \epsilon_0 \vec{E} + \kappa \epsilon_0 \vec{E} = (1 + \kappa) \epsilon_0 \vec{E} \end{aligned} \quad (2.17)$$

бўлади. Бунда,

$$(1 + \kappa) = \epsilon, \quad (2.18)$$

ϵ — ўлчамсиз физик катталиқ бўлиб, диэлектрик қабул қилувчанлик деб аталади. (2.18) ифодани (2.17) га қўйиб,

$\vec{D}$ ва $\vec{E}$ векторлари орасидаги боғланишни топамиз:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}. \quad (2.19)$$

$\vec{D}$ векторининг СИдаги бирлиги $[D] = \left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \right]$ бўлади. СГСЭ да

$$[D] = \frac{q}{r^2} = \frac{3 \cdot 10^9}{10^4} \text{ СГСЭ}_D = 3 \cdot 10^5 \text{ СГСЭ}_D \text{ га тенг бўлади.}$$

2.5. ДИЭЛЕКТРИКЛАРДАГИ МАЙДОНЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

Диэлектриклардаги майдонларни ҳисоблаб $\vec{D}$ ва ϵ катталиқларнинг физик маъносини тушунтириш мумкин.

Ҳар хил ишорали текис зарядланган чексиз параллел текислик берилган бўлсин. Вакуумда майдон кучланганлиги

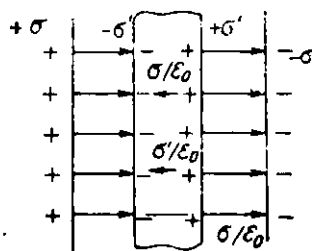
$\vec{E}_0$ ва электр индукцияси $\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0$ га тенг бўлсин. Уларнинг сирт заряд зичлиги мос равишда $+\sigma$ ва $-\sigma$ бўлади. Текислик ораллиғига диэлектрик киритамиз. Диэлектрик қутбланади ва сиртларида мос равишда $-\sigma'$ ва $+\sigma'$ га тенг бўлган боғланган зарядлар пайдо бўлади (2.2-расм). Бу зарядларнинг диэлектрик сиртидан майдон кучланганлиги векторининг модули:

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} \quad (2.20)$$

бўлган бир жинсли майдон ҳосил қилади. Диэлектрик ташқарисида $E' = 0$ бўлади. Вакуумда майдон кучланганлиги қуйидагига тенг бўлади:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (2.21)$$

2.2-расмдан кўриниб турибдики, диэлектрик ичидаги электр майдон кучланганлиги қуйидагига тенг бўлади:



2.2-расм.

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} (\sigma - \sigma') \quad (2.22)$$

$$\text{бу ерда } \sigma' = \kappa \epsilon_0 E. \quad (2.23)$$

$\rho = \sigma'$ ва $\rho'_1 = \kappa \epsilon_0 E$ бўлгани учун

$$E = E_0 - \frac{\kappa \epsilon_0 E}{\epsilon_0} = E_0 - \kappa E \quad (2.24)$$

$$E + \kappa E = E_0, \quad E = \frac{E_0}{1 + \kappa} = \frac{E_0}{\epsilon} \quad (2.25)$$

ни ҳосил қиламиз. Демак, электр майдонга диэлектрик киритилганда майдоннинг неча марта кучсизланганлигини кўрсатувчи катталиқ, диэлектрик киритувчанлигининг (ϵ) физик маъносини англатади.

$$(2.19) \text{ ифоданинг модули } D = \epsilon_0 \epsilon E. \quad (2.26)$$

Вакуум учун $\epsilon = 1$ ва $D_0 = \epsilon_0 E_0$ бўлади, бу ҳол учун (2.26) дан қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$D = \epsilon_0 E_0 \quad (2.27)$$

$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ га асосан $D = \sigma$ (2.28) бўлади. Демак, маълум бир маънода D четки зарядларнинг сирт зичлигини (σ) англатар экан. Муҳитда (диэлектрикда) Кулон қонуни қуйидагича ёзилади.

$$F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\epsilon r^2}. \quad (2.29)$$

Вакуумда эса

$$F_0 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (2.30)$$

эканлиги бизга маълум, демак нуқтавий зарядлар бирор муҳитга (диэлектрик ичига) жойлаштирилганда уларнинг ўзаро таъсир кучи ϵ марта камаяди, яъни

$$F = \frac{F_0}{\epsilon} \quad (2.31)$$

га тенг бўлади. Шундай қилиб, вакуумда электр майдони учун келтириб чиқарилган ифодалар диэлектриклардаги (муҳитдаги) электр майдони учун ҳам айнан ўзи бўлиб, фақат муҳитнинг диэлектрик киритувчанлигини (ϵ) ҳисобга олиш керак бўлар экан.

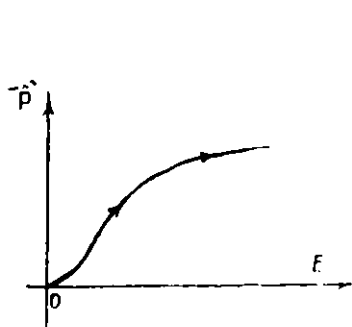
2.6. СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКЛАР

Табиатда шундай диэлектриклар мавжудки, улар ташқи майдон бўлмаганда ҳам спонтан (ўз-ўзидан) қутбланган бўлади. Бу ҳодиса биринчи бўлиб, сегнет тузларида ($\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$) кузатилган, шунинг учун бундай диэлектрикларни сегнетоэлектриклар (ферро-электриклар) деб аталади. Сегнет тузларининг хоссаларини совет олимлари Н. Қ. Курчатов ва П. Т. Қобеколар мукаммал текширишди. Сегнетоэлектриклар бошқа диэлектриклардан қуйидаги хоссалари билан кескин фарқ қилади:

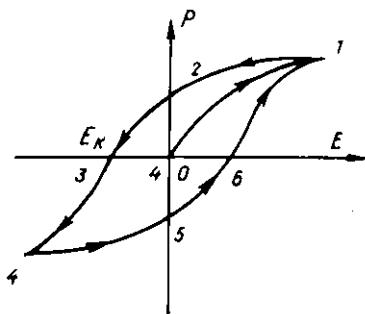
1. Оддий диэлектрикларда диэлектрик киритувчанлиги (ϵ) тахминан 100 гача бўлиши мумкин, масалан, сув учун $\epsilon_{\text{н.о}} = 81$ га тенг. Сегнетоэлектрикларда эса, бир неча мингга етади.

2. Қутбланиш вектори модули (P) нинг майдон кучланганлиги модули (E) билан боғланиш графиги эгри чизиқдан иборат бўлади (2.3-расм), яъни сегнетоэлектрикларнинг диэлектрик киритувчанлиги (ϵ) майдон кучланганлиги ўзгарганда ўзгарар экан.

3. Ташқи майдон ўзгарганда қутбланиш вектори (P) нинг қийматлари сегнетоэлектрикларнинг қутбланиш даражаси, сегнетоэлектрикларнинг олдинги ҳолатига, яъни қутбланганми йўқми, қанчалик даражада қутбланганлигига боғлиқ бўлади. Қутбланиш вектори $\vec{P}$ ва электр майдон кучланганлик вектори $\vec{E}$ нинг ўзаро боғланишнинг график усулда тасвирласак 2.4- расмдаги каби ёпиқ



2.3- расм.



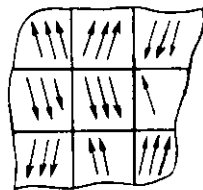
2.4- расм.

эгри чизик ҳосил бўлади ва уни гистерезис ҳалқаси деб аталади. Диэлектрик электр майдонига киритилганда қутбланиш вектори пайдо бўлади. $\vec{E}$ ортса $\vec{p}$ ҳам ортади ва $\vec{E}$ нинг маълум бир қийматида $\vec{p}$ ўзгармай қолади. $\vec{p}$ нинг бу қийматини тўйиниш қутбланиш дейилади. Ана шу қийматидан бошлаб $\vec{E}$ ни камайтирсак, $\vec{p}$ 1—0 бўйлаб эмас, балки 1—2 чизиги бўйлаб камаяди. $\vec{E}$ нинг манфий қиймати ортганда қутбланиш вектори 2—3—4 эгри чизиги бўйлаб ўзгаради. Электр майдон кучланганлигини $-\vec{E}$ дан $+\vec{E}$ га-ча ўзгартирсак $\vec{p}$ 4—5—6—1 эгри чизиги бўйлаб ўзгаради. Шундай қилиб, 1—2—3—4—5—6—1 гистерезис ҳалқаси ҳосил бўлади.

Яна шунн таъкидлаб ўтиш керакки, сегнетоэлектрикларда тўйиниш қутбланишга етмасдан ҳам $\vec{E}$ ни камайтирсак ва кейин оширсак, гистерезис ҳалқаси ҳосил бўлади. Бу айнан бир сегнетоэлектрикларда бир нечта гистерезис ҳалқасини ҳосил қилиш мумкинлигини кўрсатади. $\vec{p}_k$ — қолдиқ қутбланиш вектори, p_k — коэрцитив куч деб аталади.

4. Сегнетоэлектриклар Кюри нуқтасига эга бўлади. Ҳар бир сегнетоэлектрик учун шундай температура мавжудки, шу температурада улар сегнетоэлектриклик хоссасини йўқотиб оддий диэлектрикларга айланиб қолади. Бу температуранн Кюри нуқтаси деб аталади. Масалан, сегнет тузиди иккита Кюри нуқтаси мавжуд, -15°C ва $+22,5^\circ\text{C}$. -15°C дан паст ёки $+22,5^\circ\text{C}$ дан юқори температурада сегнет тузлари оддий диэлектрикларга айланади.

Сегнетоэлектрик хусусиятига фақат кристалл модалар эга бўлиб, кристаллар симметрия марказига эга бўлмаслиги керак. Сегнетоэлектрик кристалларининг баъзи соҳаларидаги зарядларнинг кучли ўзаро таъсирланиши натижасида сегнетоэлектриклар спонтан (ўз-ўзидан) қутбланган бўлади. Аммо турли соҳаларнинг қутбланиш векторининг йўналиши ҳар хил бўлади



2.5- расм.

(2.5-расм), бутун кристалл бўйича олинган натижавий диполь моменти нолга тенг бўлади.

Спонтан (ўз-ўзидан) қутбланиш соҳаларини доменлар деб аталади. Ташқи майдон таъсирида доменларнинг моментлари яхлит момент сифатида майдон йўналишига мос равишда бурилади ва маълум бир тартибда жойлашади.

III Б О Б

ЭЛЕКТР МАЙДОНДАГИ ЎТКАЗГИЧЛАР

3.1. ЎТКАЗГИЧЛАРДАГИ ЗАРЯДЛАРНИНГ МУВОЗАНАТИ

Металларда (ўтказгичларда) заряд ташувчилар эркин электронлар бўлиб, улар жуда кам куч таъсирида ҳам ўтказгич бўйлаб эркин ҳаракат қила олади. Шу сабабга кўра, ўтказгичларда зарядлар мувозанатда бўлиши учун қуйидаги шартлар бажарилиши керак:

1. Ўтказгич ички қисмининг барча нуқталарида майдон кучланганлиги нолга тенг бўлиши зарур:

$$\vec{E} = - \frac{d\varphi}{d\vec{r}} \quad (3.1)$$

$\frac{d\varphi}{d\vec{r}} = 0$ бўлса, $\vec{E} = 0$ бўлади. Демак, $\varphi = \text{const}$, яъни ўтказгичнинг ичидаги потенциал ўзгармас бўлиши керак.

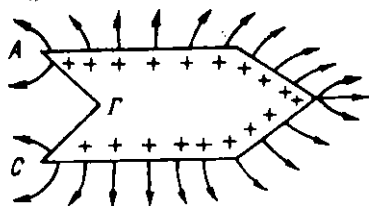
2. Майдон кучланганлигининг йўналиши ўтказгич сиртининг ҳар бир нуқтасида шу нуқтага ўтказилган нормалга мос бўлиши керак.

$$\vec{E} = E_n, \quad (3.2)$$

яъни зарядлар мувозанатда бўлганда ўтказгичнинг сирти эквипотенциал сирт бўлади.

Агар ўтказгичга қиймати ва ишораси ҳар хил исталган заряд берилса, бу зарядлар мувозанат шартига амал қилган ҳолда ўтказгичнинг сирти бўйлаб тарқалади. Тажрибалар шуни кўрсатадики, ортиқча заряд-

лар ўтказгичнинг фақат ташқи сирти бўйлаб тарқалиб, ўтказгичнинг ички қисмида майдон ҳосил қилмайди. Ўтказгичнинг ички қисмида ортиқча электр заряди бўлмайди. Бу ҳодисани бир хил ишорали зарядларнинг ўзаро итаришишига асосланиб ҳам тушутириш мумкин.

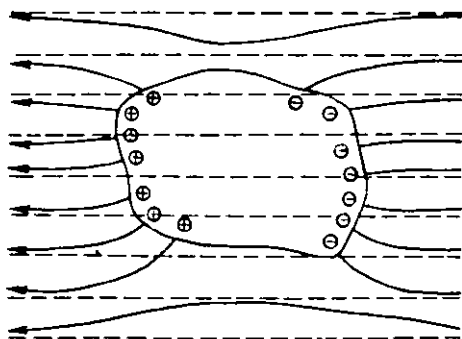


3.1- расм.

Зарядлар ўзаро итаришишганда улар мумкин қадар бир-бирдан узоқроқ жойлашишга ҳаракат қилади. Ўтказгичга берилган зарядлар учун энг узоқ масофа ўтказгичнинг сиртлари бўлади, демак ўтказгичга берилган зарядлар фақат унинг сиртлари бўйлаб тақсимланиши шарт. Масалан, трубасимон ковак ўтказгич бўлса ҳам, оддий сим (ичи тўлиқ) бўлса ҳам, ортиқча зарядлар фақат ўтказгичнинг сиртида тақсимланар экан. Ҳар хил ишорали зарядлар эса ўзаро тортишиб нейтраллашади. Юқоридаги мулоҳазалардан яна шу нарса келиб чиқадики, зарядланган жисмнинг ўткир бурчак ҳосил қилиб энг узоққа туртиб чиққан қисмларида (учларида) заряднинг зичлиги энг катта бўлади (3.1-расм).

Бу кўринишдаги жисмлар зарядланганда В нуқтадаги заряд зичлиги энг катта қийматга эришади. Г нуқтада эса заряд нолга тенг бўлади. Зарядланган жисмларнинг ўткир учларида майдон кучланганлигининг қиймати катта бўлганлиги сабабли унинг атрофидаги ҳаво молекулаларининг зарядли ионлари жуда катта тезлик билан ҳаракат қила бошлайди. Натижада нейтрал ҳаво молекулалари билан тўқнашиб, уларни ионлаштиради. Кейин ионлашган молекулаларнинг ионлари ҳам катта тезлик билан ҳаракат қилиб молекулаларнинг ишқаланиш ҳодисасига асосан ҳаво оқими вужудга келади, яъни «электр шамоли» ҳосил бўлади. Бу ҳодисани тажрибада электр майдонига киритилган шамнинг алангасига электр майдонининг таъсиридан кузатиш мумкин. Шамнинг алангаси худди шамол таъсир қилгандек зарядланган жисмнинг ўткир учи атрофидан ҳаракатланаётган ионлар йўналиши томон эгилади, ҳатто ўчиб қолиши ҳам мумкин.

Зарядланмаган ўтказгични электр майдонга киритилса, заряд ташувчилари ҳаракатга келади. Мусбат



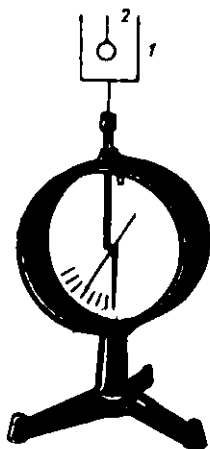
3.2-расм.

зарядлари ташқи электр майдон кучланганлиги йўналиши томон, манфий зарядлари эса қарама-қарши томонга ҳаракат қиладилар. Натижада ўтказгичнинг бир томонидан мусбат, иккинчи томонидан манфий зарядлар тўпланиб қолади. Бу зарядларни индукцияланган зарядлар деб аталади (3.2-расм). Индукцияланган зарядларнинг электр майдонининг кучланганлик векторининг йўналиши ташқи электр майдонининг кучланганлик векторига қарши йўналган бўлади. Демак, электр майдонга киритилган ўтказгич майдонни кучсизлантирар экан. Зарядланмаган ўтказгич электр майдонга киритилганда, кучланганлик чизиқларининг бир қисmini узати. Кучланганлик чизиқлари индукцияланган манфий зарядда тугайди, мусбат зарядлардан бошланади. Индукцияланган зарядлар ҳам ўтказгичнинг ташқи қисми бўйлаб тақсимланади. Ўтказгичнинг ташқи қисмида эса майдон нолга тенг бўлади. Баъзи ўлчов асбобларини ташқи майдон таъсиридан ҳимоя қилиш ана шу ҳодисага асосланган. Бунини электростатик ҳимоя қилиш деб аталади. Сизгир электр ўлчов асбобларини ташқи электр майдонидан ҳимоя қилиш учун, асбобни ва унинг керакли қисмларини ўтказгичдан тайёрланган ковак экран (гилоф) билан ўраш керак. Экран зич қилиб симдан тўқилган тўрдан иборат бўлиши мумкин. Бу ҳолда тўпланган зарядлар экраннинг сиртига тақсимланади ва ўлчанаётган катталиқ қийматига таъсир қилмайди.

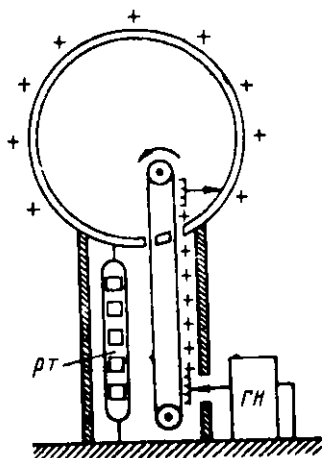
3.2. ВАН-ДЕ-ГРААФ ГЕНЕРАТОРИ

Юқорида айтиб ўтилган ҳодисаларни Фарадей ҳам тажрибада мукаммал текширди. Фарадей тажрибаларининг баъзиларининг демонстрация кўргазмаларида кузатиш мумкин. «Фарадей цилиндри» деб аталувчи узун металлдан ياسалган пастки қисми ёпиқ устки қисми очиқ цилиндрсимон идишни электроскопнинг стерженига ўрнатамиз (3.3-расм). Изолятор таёқчанинг учига металл шарчани ўрнатамиз. Бу шарчани зарядлаб «Фарадей цилиндри»нинг ички деворига тегизсак, электроскоп цилиндрида заряд пайдо бўлганини кўрсатади. Шарчани цилиндрининг ичида пастга, юқorigа ва айланма ҳаракат қилсак ҳам электроскопнинг стрелкаси ўша жойда тинч туради. Ҳатто шарчани цилиндрининг ички деворига теккизсак ҳам электроскопнинг стрелкаси қўзғалмайди, аммо бу ҳолда шарча бутунлай зарядсизланади (нейтрал ҳолга келади). Шарчанинг зарядсизланганини иккинчи бир электроскопга уни тегизиш билан аниқлаймиз. Шундай қилиб, шарча цилиндрга теккизилганда ҳар донм заряд «Фарадей цилиндри»нинг сирти бўйлаб тақсимланади, деган муҳим хулосага келамиз.

Ана шу физик ҳодисаларга асосланиб, Ван-де-Грааф 1929 йида электростатик генератор кашф қилди. Ван-де-Грааф генератори (3.4-расм) диаметри бир неча метрга тенг бўлган ковак металл шар, баландлиги 10—15 метрга тенг бўлган изолятор (диэлектрик) устунга ўрнатилган бўлади. Резина аралаштирилган газламадан тайёрланган лента (тасма) махсус қурилмаларга ўрнатилган бўлиб, даврий равишда айланма ҳаракат қилиб тура олади. Айланувчи лента ва бошқа қурилмалар металл шарга тегмаслиги керак, акс ҳолда заряд унда тўпланмайди. Лентага фақат махсус ўрнатилган иккита ўтказгич лентага тегиб туради. Биринчи ўтказгич 4, кам кучланишга эга бўлган заряд манбаидан лентага зарядни ўтказиб туради. Лента зарядланганда зарядлар у билан бирга юқorigа кўтарилади. Иккинчи ўтказгич 6, лентадаги зарядларни ковак шарга узатади. Шарнинг сирти бўйлаб заряд тўплана бошлайди ва унинг сирти катта бўлганлиги туфайли жуда кўп миқдорда заряд тўпланади, яъни жуда катта кучланиш манбаи ҳосил бўлади. Шар сиртида тўпланган зарядлар шундай миқдорга етadики, лента орқали шар



3.3- расм.



3.4- расм.

сиртига узатилаётган зарядлар миқдори лента билан қайтиб кетаётган зарядлар миқдорига тенг бўлиб қолади. Ана шу пайтдан бошлаб шарнинг кучланишининг ортиши тўхтайди. Электростатик генераторларнинг энг кўп кучланиш ҳосил қилиш чегараси шар атрофидаги ҳаво молекулаларининг ионланиш даражасидир. Ҳаво молекулалари ионлашгандан кейин шар разрядланади, яъни шар зарядсизланиб қолади.

Электростатик генераторлар (Ван-де-Грааф генератори) зарядланган зарраларни (электронлар ва ионларни) тезлаштириш учун ишлатилади. Ҳозирги пайтда электростатик генераторлар ёрдамида $2 \div 7$ миллион вольтгача кучланиш олиш мумкин. Бу усул билан ядро таркибини текшириш мумкин, янги зарраларни кашф қилинишида, уларнинг хоссаларини ўрганиш мумкин.

3.3. ЭЛЕКТР СИҒИМ

Агар бирор зарядланган ўтказгич иккинчи бир зарядланган жисмларга нисбатан узоқда жойлашган бўлса, яъни улар ўзаро электр майдон орқали таъсирлашмаса бундай ўтказгичларга яккаланган ўтказгичлар деб аталади.

Тажрибалар шуни кўрсатадики, ўтказгичларнинг заряди ошиши билан уларнинг потенциали ҳам ошар экан, яъни ўтказгичларнинг заряди ва потенциали орасидаги боғланиш қуйидагича бўлар экан:

$$\varphi \sim q. \quad (3.3)$$

Яккаланган зарядланган ўтказгичнинг зарядининг потенциалига нисбати ҳар доим ўзгармас катталиқ бўлиб, заряд миқдориغا боғлиқ бўлмас экан. Бу катталиқни C билан белгилаб, ўтказгичнинг сиғими деб аталади, яъни

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (3.4)$$

Агар $\varphi = 1В$ бўлса, $C = q$ бўлади. Демак, ўтказгичнинг потенциалини бир бирликка ортириш учун зарур бўлган заряд миқдори электр сиғимининг физик маъносили англатар экан. Ўтказгичнинг сиғими унинг геометрик ўлчами ва шаклига боғлиқ бўлар экан. Масалан, R радиусли зарядланган шарнинг сиғимини ҳисоблаш талаб қилинсин. Унинг потенциали қуйидагига тенг бўлади, яъни

$$\varphi = \int_R^{\infty} E \, dr = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 R} \int_R^{\infty} \frac{q}{R^2} \, dr = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 R} \cdot \frac{q}{R}. \quad (3.5)$$

нинг қийматини (3.4) га қўйиб (3.6) ни ҳосил қиламиз.

$$C = 4\pi \epsilon_0 R. \quad (3.6)$$

Демак, зарядланган шарнинг сиғими унинг радиусига тўғри пропорционал бўлар экан. СИ да сиғимнинг бирлиги қилиб (Φ) (фарада) қабул қилинган. Бир фарада шундай ўтказгичнинг сиғимига тенгки, унга бир Кулон заряд берилганда потенциали бир вольтга ортади. Бир фарада жуда катта миқдордаги сиғимнинг ўлчов бирлигидир. Масалан, яккаланган шарнинг сиғими бир фарадага тенг бўлиши учун унинг радиуси тахминан 9 миллион километрга тенг бўлиши керак. Бундай шарнинг радиуси Ер шарининг радиусидан тахминан 1500 марта каттадир. Ер шарининг сиғими эса тахминан 700 мкФ га тенг. Шунинг учун амалда фарадага нисбатан жуда кичик ўлчов бирликларидан фойдаланилади, яъни миллифарада ($1\text{мФ} = 10^{-3}\Phi$), микро ($1\text{ микрофарада} = 10^{-6}\Phi$) пикофарада ($1\text{пкФ} = 10^{-12}\Phi$).

Зарядланган шар диэлектрик киритувчанлиги ϵ бўлган диэлектрикка туширилган бўлса, унинг сиғми ϵ марта ортади, потенциаллари эса ϵ марта камайдиган, яъни,

$$C = 4\pi \epsilon \epsilon_0 R, \quad (3.7)$$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon R}. \quad (3.8)$$

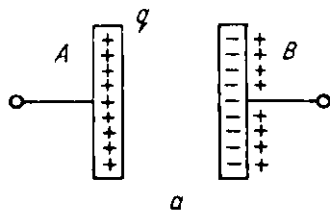
СГСЭ системасида (Гаусс системасида) сиғим бирлиги сантиметрларда бўлади, яъни,

$$1 \text{ Ф} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ В}} = \frac{3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ } q}{\frac{1}{300} \text{ СГСЭ } \varphi} = 9 \cdot 10^{11} \text{ СГСЭ }_c = 9 \cdot 10^{11} \text{ см.}$$

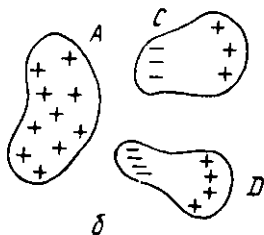
3.4. КОНДЕНСАТОРЛАР

Амалда яккаланган ўтказкичларнинг сиғимидан фойдаланиш жуда ноқулай бўлиб, уларнинг сиғими кам бўлади, геометрик ўлчамлари эса, катта бўлади. Масалан, Ер шарининг электр сиғими тахминан 700 мкФ га тенг бўлади. Яккаланган зарядли ўтказкичга иккинчи бир зарядланмаган ўтказкични яқин келтирсак, унинг сиғими кескин ортиб кетар экан.

Бу ҳодисани қуйидагича тушунириш мумкин. Зарядланган ўтказкичнинг электр майдони унга яқин келтирилган иккинчи нейтрал ўтказкичнинг зарядларини қайта тақсимланишига мажбур қилади (3.2-расм), яъни нейтрал ўтказкичда индукцияланган зарядлар ҳосил бўлади. Айтайлик биринчи ўтказкич мусбат зарядланган бўлсин ($+q$), у ҳолда иккинчи ўтказкичда манфий ишорали индукцияланган зарядлар биринчи ўтказкичга яқинроқ бўлади (3.5-расм). Бу ҳолда ўтказкичнинг потенциали кескин камайдиган, чунки ўтказкич-



3.5 а- расм.

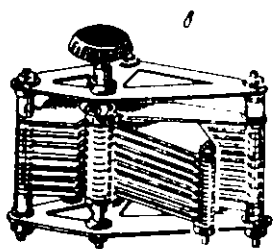


3.5 б- расм.

нинг потенциали биринчи ўтказгичнинг хусусий $(+q)$ зарядлар потенциали ва иккинчи жисмда индукцияланган манфий зарядлар потенциалининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади. Иккинчи томондан биз юқорида кўриб ўтдикки, ҳар қандай электр майдонига нейтрал ўтказгич киритилса у ерда электр майдон кучсизланади (3.2-расм), бу ўтказгичнинг потенциали камайди деган сўз, (3.4) ифодага асосан унинг сўғими кўпайганлигини англатади.

А ўтказгич зарядланган жисм В, С ва Д нейтрал ўтказгичлар А га яқин келтирилганда уларда расмда кўрсатилганидек индукцияланган зарядлар ҳосил бўлади. q заряд ҳосил қилган майдон камаяди (кучсизланади), унинг потенциали ҳам камаяди пировардида А ўтказгичнинг сўғими кескин ортади. Юқоридаги натижалардан шундай хулосага келамиз, яъни шундай ўтказгичлар системасини тузиш мумкинки, уларнинг сўғими яккаланган ўтказгичларнинг сўғимидан жуда катта бўлади, яна бир муҳим томони уни ўраб турувчи атрофдаги жисмларга боғлиқ бўлмайди. Ўтказгичлардан тузилган бундай қурилмаларга конденсаторлар деб аталади.

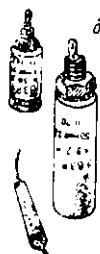
Бир-бирига яқин қилиб ўрнатилган иккита ўтказгичдан ташкил топган конденсаторлар оддий конденсаторлар деб аталади ва ўтказгичлар эса конденсаторнинг қопламалари деб аталади. Конденсаторларнинг қопламалари бир-бирига нисбатан шундай ўрнатиладики, $\vec{E}$ векторининг чизиқлари биттасидан бошланиб иккинчида тугайди. Ана шундагина ташқи жисмлар билан конденсатор таъсирлашмайди, унда йиғилган зарядлар ҳосил қилган майдон фақат қопламаларнинг орасида жойлашади. Қопламадаги зарядларнинг абсолют



3.5 в- расм.



3.5 г- расм.



3.5 д- расм.

миқдорлари ўзаро тенг, ишоралари эса қарама-қарши бўлади:

$$+q = |-q|. \quad (3.9)$$

Конденсаторнинг асосий характеристикаси уларнинг сиғими бўлади. Агар яккаланган ўтказгичнинг сиғими ундаги заряд миқдорининг (q) ўтказгичнинг потенциалга (ψ) нисбати билан аниқланса, конденсаторларнинг сиғими конденсаторда йиғилган заряд миқдорининг (q) конденсатор қопламалари орасидаги потенциаллар фарқига ($\psi_1 - \psi_2$) нисбати билан аниқланади, яъни

$$C = \frac{q}{\psi_1 - \psi_2}. \quad (3.10)$$

Конденсаторнинг заряди деганда мусбат зарядланган қопламалари заряд миқдори ҳисобга олинади. Ўз-ўзидан тушунарлики, конденсатор сиғими ҳам Фарадаларда ўлчанади.

Конденсаторларнинг сиғими қопламаларнинг геометрик ўлчамларига, орасидаги масофага, шаклига ҳамда қопламалар оралиғи қандай моддалар (агар вакуум бўлмаса) билан тўлдирилганига боғлиқ бўлади.

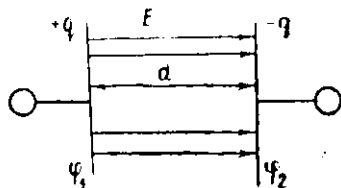
Асосан ясси, цилиндрик ва сферик конденсаторлар техникада кенг қўлланилади.

Ясси конденсаторлар иккита бир-бирига яқин қилиб жойлаштирилган параллел пластинкадан ташкил топган бўлади.

Цилиндрик конденсаторлар симметрик ўқлари бир тўғри чизиқда ётувчи иккита ички ва ташқи цилиндрдан ҳосил қилинади.

Сферик конденсаторлар иккита оғирлик марказлари бир нуқтада ётувчи ковак сферадан иборат бўлади.

Бир неча турдаги конденсаторлар учун сиғим формуласини келтириб чиқарамиз.



3.6- расм.

а) Ясси конденсаторларнинг сиғими.

Ясси конденсаторни қуйидагича тасвирлаш қабул қилинган (3.6-расм).

Конденсаторнинг заряди q га тенг, мос ҳолда зарядларнинг сирт зичлиги,

$$\sigma = \frac{q}{S} \quad (3.11)$$

га тенг бўлади. S — қопламанинг юзи.

Гаусс теоремасига асосан қопламалар орасидаги майдон кучланганлиги

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (3.12)$$

га тенг бўлади.

Потенциаллар фарқи эса,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot d \quad (3.13)$$

га тенг бўлади. Умумий ҳолда сиғим ифодаси (3.4) дан фойдаланиб, ясси конденсатор формуласини ҳосил қиламиз.

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} \quad (3.14)$$

Бу ерда $\varphi_1 - \varphi_2$ конденсатор қопламалари орасидаги потенциаллар фарқи, (3.12) формулани (3.14) га қўйсак,

$$C = \frac{q}{\sigma/\epsilon_0 \cdot d} = \frac{q \cdot \epsilon_0}{\sigma \cdot d} \quad (3.15)$$

ни ҳосил қиламиз. (3.11) ни ҳисобга олиб, (3.15) ни қуйидагича ёзамиз,

$$C = \frac{q \epsilon_0}{\frac{q}{S} \cdot d} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

ёки

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad (3.16)$$

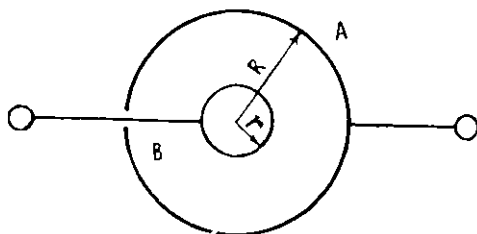
(3.16) ифода ясси конденсатор сиғимининг тенгламасини ифодалайди. Ясси конденсаторнинг сиғими зарядга боғлиқ бўлмай, қопламанинг юзасига тўғри пропорционал ва қопламалар орасидаги масофага тескари пропорционал бўлар экан.

Агар қопламалар орасига диэлектрик киритилган бўлса, потенциаллар фарқи (диэлектрик киритувчанлик) ϵ марта камаяди,

$$\varphi'_1 - \varphi'_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\epsilon} \quad (3.17)$$

у ҳолда конденсаторнинг сиғими ϵ марта кўпаяди, яъни

$$C = \epsilon C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} \quad (3.18)$$



3.7- расм.

га тенг бўлади. C_0 — конденсаторнинг вакуумдаги сиғими. Шундай қилиб, қопламалар орасига диэлектрик киритувчанлиги (ϵ) катта бўлган диэлектрик киритиш билан конденсаторнинг сиғимини кескин орттириш мумкин экан. Амалда ана шу усулдан фойдаланилади.

б) *Сферик конденсаторнинг сиғими.*

Сферик конденсаторнинг ички ва ташқи қопламасининг радиуслари мос равишда r_1 ва r_2 га тенг бўлсин. Заряди q бўлса, Гаусс теоремасига асосан қопламалари орасидаги кучланганлик

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \quad (3.18 \text{ а})$$

га тенг бўлади.

Конденсатор қопламалари орасидаги потенциаллар фарқи эса,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E \, dr \quad (3.19)$$

ифода билан аниқланади. (3.18 а) дан E нинг қийматини (3.19) га қўйиб, бу тенгламани r_1 дан r_2 гача оралиқда интеграллаб, $\varphi_1 - \varphi_2$ ни ҳисоблаймиз,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \, dR = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dR}{R^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

ёки

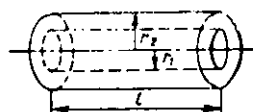
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (3.20)$$

ни ҳосил қиламиз. Бу ифодани (3.14) га қўйиб, сферик конденсатор учун сиғим тенгламасини ҳосил қиламиз,

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \quad (3.21)$$

Қопламаларнинг оралиғи диэлектрик билан тўлдирилса, унинг сигими ϵ — марта ортади, яъни

$$C = \epsilon C_0 = 4 \pi \epsilon \epsilon_0 \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1} \quad (3.22)$$



3.8- расм.

га тенг бўлади.

в) *Цилиндрик конденсаторнинг сигими.*

l — конденсаторнинг узунлиги,

r_1 — ички цилиндрнинг радиуси,

r_2 — ташқи цилиндрнинг радиуси.

Бу ҳолда майдон кучланганлигининг оқимини қуйидаги ифодалар билан ифодалаш мумкин:

$$\Phi_E = E \cdot S = E \cdot 2\pi r l.$$

Иккинчи томондан Гаусс теоремасига асосан,

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

га тенг бўлади, шунинг учун

$$E \cdot 2\pi r l = \frac{q}{\epsilon_0}$$

ёки

$$E = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 l r}. \quad (3.22 \text{ а})$$

Майдон кучланганлиги билан потенциаллар фарқи орасидаги боғланиш формуласидан фойдаланиб,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot d r = \frac{q dr}{2\pi \epsilon_0 l r} \quad (3.23)$$

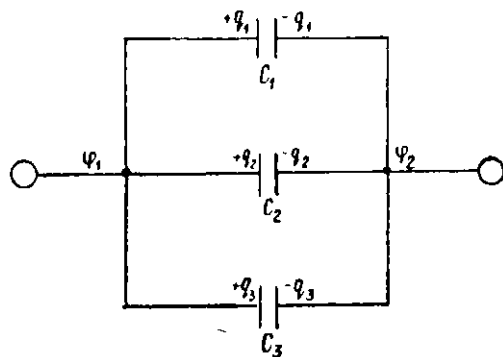
ифодани ҳосил қиламиз. (3.23) нинг ўнг томонини q ва l ўзгармас бўлган ҳол учун r_1 ва r_2 масофалар оралиғида интеграллаб,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q dr}{2\pi \epsilon_0 l r} = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 l} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (3.24)$$

га тенглигига ишонч қиламиз. Демак, цилиндрик конденсаторнинг сигими

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{2\pi \epsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (3.25)$$

га тенг бўлар экан.



3.9- расм.

Агар қопламаларнинг оралиғи диэлектрик билан тўлдирилса, сиғими ϵ марта ортади,

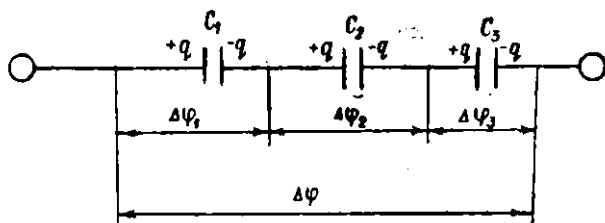
$$C = \epsilon C_0 = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (3.26)$$

C_0 — цилиндрик конденсаторнинг вакуумдаги сиғими.

3.4. КОНДЕНСАТОРЛАРНИ ПАРАЛЛЕЛ ВА КЕТМА-КЕТ УЛАШ

Конденсаторларни амалда техникада қўллашда параллел ва кетма-кет қилиб улаб, умумий сиғим ва потенциаллар фарқини ўзгартириш мумкин. Бу билан конденсаторларнинг қўлланиш чегараси ва аҳамияти яна ҳам катта бўлади. Масалан, радиоприёмникларни ҳар биримиз, исталган радиоёшиттириш станцияларига тўғрилашимиз мумкин. Ана шу пайтда биз приёмник схемаларининг махсус жойига ўрнатилган тебраниш контуридаги параллел ва кетма-кет ёки аралаш уланган конденсаторлардан фойдаланамиз. Конденсаторларнинг қопламалари жойлашиш вазиятини ўзгартириш билан умумий сиғимини ўзгартирамиз. Натижада тебранма контурнинг частотаси ўзгаради. Бу частота қайси радиотўлқинга мос келса, ана шу радиоёшиттириш станциясидан радиоприёмник гапира бошлайди.

Радиосхемаларни ҳисоблашда, техниканинг исталган соҳасида конденсаторлардан фойдаланишда кон-



3.10- расм.

денсаторларни кетма-кет ва параллел уланган ҳоллар учун умумий формулаларни билиш ва улардан фойдалана билиш катта аҳамиятга эга. Шунинг учун параллел ва кетма-кет уланган конденсаторларнинг умумий сифимини аниқловчи формулаларни келтириб чиқарамиз.

А) *Параллел улаш.*

Сифимлари C_1 , C_2 ва C_3 га тенг бўлган учта конденсаторлар параллел уланган бўлсин. Конденсаторларнинг потенциаллар фарқи бир хил ва $\varphi_1 - \varphi_2$ га тенг (3.10-расм). Зарядлари мос равишда қуйидагича аниқланади:

$$\begin{aligned} q_1 &= C_1(\varphi_1 - \varphi_2), \\ q_2 &= C_2(\varphi_1 - \varphi_2), \\ q_3 &= C_3(\varphi_1 - \varphi_2). \end{aligned} \quad (3.27)$$

(3.27) ни система қилиб ечамиз, яъни ҳадма-ҳад чап ва ўнг томонларини қўшамиз ва

$$q_1 + q_2 + q_3 = C_1(\varphi_1 - \varphi_2) + C_2(\varphi_1 - \varphi_2) + C_3(\varphi_1 - \varphi_2)$$

ни ҳосил қиламиз.

3.10- расмда кўриниб турибдики, конденсаторлар параллел уланганда мусбат зарядланган қопламалари билан мусбат зарядланган қопламалар ва манфий зарядланган қопламалар билан манфий зарядланган қопламалар уланади ва яхлит битта икки қопламали конденсатор ҳосил қилгандек бўлади. Шу сабабли алоҳида конденсаторларнинг зарядлари ўзаро қўшилади. Умумий заряд

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = \sum_{i=1}^n q_i$$

бўлади. Буни ҳисобга олиб,

$$q = (C_1 + C_2 + C_3) (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3.28)$$

эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.

Иккинчи томондан, умумий заряд қуйидагига тенг бўлади,

$$q = C (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3.29)$$

(3.29) ни (3.28) га қўямиз, у ҳолда

$$C (\varphi_1 - \varphi_2) = (C_1 + C_2 + C_3) (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3.30)$$

ни ҳосил қиламиз ёки

$$C = C_1 + C_2 + C_3. \quad (3.31)$$

Худди шу мулоҳазани n га параллел уланган конденсаторларнинг умумий сифими учун қўллаб қуйидагича ёзиш мумкин, яъни

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i, \quad (3.32)$$

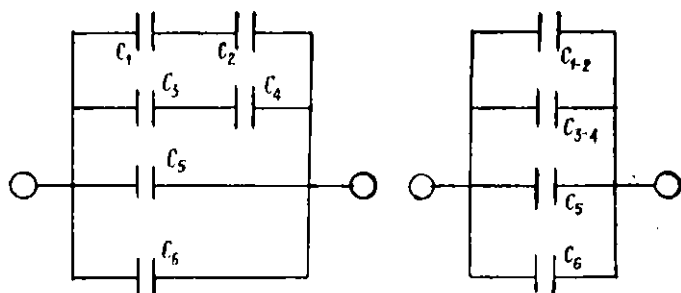
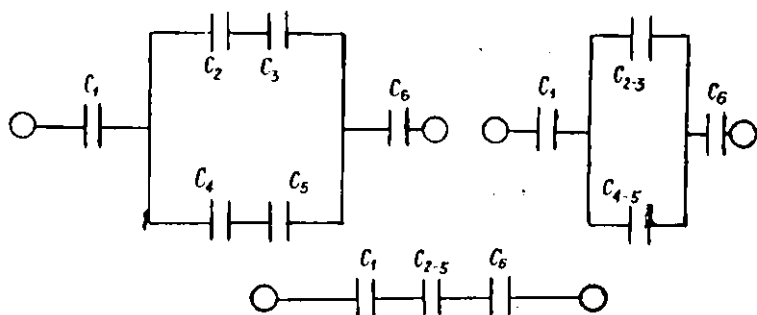
$$C = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (3.32)$$

Конденсаторлар параллел уланганда уларнинг умумий сифими алоҳида конденсаторлар сифимларининг йиғиндисига тенг бўлар экан. Демак, умумий сифимни кўпайтириш учун конденсаторларни параллел улаш керак.

Б) Конденсаторларни кетма-кет улаш.

Конденсаторлар кетма-кет уланганда тўлиқ потенциаллар фарқи алоҳида конденсаторлардаги потенциаллар фарқининг йиғиндисига тенг бўлади, қопламалардаги зарядларнинг миқдори эса бир хил бўлади.

Бу ҳодисаларнинг физик моҳиятини қуйидагича тushунтириш мумкин. Конденсаторларни кетма-кет улаб, электр сифим батареясини ҳосил қиламиз. Бу батареянинг охириги клеммаларига кучланиш берсак, конденсаторларнинг икки охириги қопламалари мос равишда миқдор жиҳатдан тенг, аммо бири мусбат, иккинчиси манфий зарядланади. Ўртада қолган ҳамма конденсаторларнинг қопламалари ҳам ўзаро кетма-кет уланганлиги сабабли, зарядларнинг ўтказгичларда тенг тақсимланишига асосан, электростатик индукция таъсирида бир хил миқдорда, мос равишда мусбат $(+q)$ ва манфий $(-q)$ зарядланади. Кетма-кет уланганда умумий потенциаллар фарқи, алоҳида конденсаторлардаги потенциаллар фарқининг йиғиндисига тенг бўлади (3.11-расм), яъни:



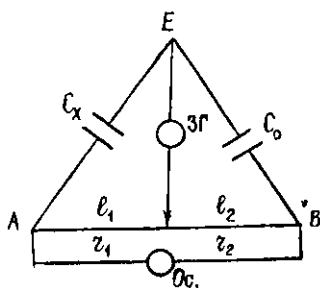
$$\Delta \varphi = \Delta \varphi_1 + \Delta \varphi_2 + \Delta \varphi_3. \quad (3.33)$$

Бу ерда

$$\Delta \varphi_1 = \frac{q}{C_1}; \quad \Delta \varphi_2 = \frac{q}{C_2};$$

$$\Delta \varphi_3 = \frac{q}{C_3}. \quad (3.34)$$

Умумий сизим формуласидан, умумий потенциаллар фарқи қуйидагига тенг бўлади:



3.11- расм.

$$\Delta \varphi = \frac{q}{C} \quad (3.35)$$

(3.34) га (3.35) ифодаларни (3.33) га қўямиз ва қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} \quad (3.36)$$

ёки

$$q \frac{1}{C} = q \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right). \quad (3.37)$$

Бундан урта кетма-кет уланган конденсаторларнинг умумий сиғимини ҳисоблаш формуласини ҳосил қиламиз:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}. \quad (3.38)$$

n та кетма-кет уланган конденсатор учун умумий сиғимнинг ифодаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

ёки

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (3.39)$$

Шундай қилиб, конденсаторлар кетма-кет уланганда умумий сиғимнинг тескари қиймати алоҳида конденсаторлар сиғими тескари қийматларининг йиғиндисига тенг бўлар экан. Кетма-кет уланганда конденсаторларнинг умумий сиғими энг кичик сиғимли конденсаторларнинг сиғимидан ҳам кам бўлади.

Кетма-кет улаганда потенциаллар фарқи конденсаторлар ўртасида тақсимланади, бу эса конденсаторларни тсшилишидан сақлайди, яъни сиғим батареялари учларига жуда катта кучланиш бериш имконияти туғилади.

Агар конденсаторлар аралаш уланган бўлса, у ҳолларда қисмларга ажратиб ҳисоблаб, кетма-кет ёки параллел уланишгача схема соддалаштирилади. Ҳар қандай мураккаб аралаш уланган конденсаторлар албатта содда кўринишга келади. Бундай ҳолларда олдин схематик равишда соддалаштириб кейин умумий сиғимни ҳисоблаш мумкин ёки схемани хаёлан соддалаштириб ҳам ҳисоблаш мумкин.

1-масала. Қуйидаги аралаш уланган конденсаторларнинг умумий сиғими ҳисоблансин (3.11-а расм).

Бу типдаги масалаларни схематик равишда соддалаштирилади.

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_{45}} = \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5}; \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2-5}} + \frac{1}{C_6};$$

$$C_{2-5} = C_{23} + C_{45} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} + \frac{C_4 C_5}{C_4 + C_5};$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 - C_3} - \frac{1}{C_4}.$$

Бу масалаларни ечишда *a* ва *b* схемаларни хаёлан чизиб ечиш ҳам мумкин, одатда шундай ҳам қилинади, аммо схемани соддалаштириб чизиб олинса, хатолар кам бўлади.

2-масала. Қуйидаги кўринишда уланган конденсаторларнинг умумий сиғими топилсин (3.11-б расм).

Бу типдаги схемалар конденсаторларнинг параллел уланишига келтирилади:

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}; \quad \frac{1}{C_{34}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}; \quad C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}; \quad C_{34} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4}.$$

Умумий сиғим қуйидагига тенг бўлади:

$$C = C_{12} + C_{34} + C_5 + C_6.$$

Демак, аралаш уланган конденсаторларнинг умумий сиғимини ҳисоблаш учун, схеманинг баъзи қисмларда уланган конденсатор сиғимларини кетма-кет ёки параллел уланган конденсатор сиғимини ҳисоблаш формуласига асосан ҳисоблаш керак. Ҳисобланган сиғимга мос конденсатор, яъни берилган схемадаги конденсаторларга эквивалент конденсатор билан алмаштирилиб схемага уланади ва ҳ. к. Натижавий сиғим ҳам схема содда ҳолга келгандан кейин аниқланади.

3-мисол. Сотти кўприги ёрдамида конденсаторларнинг сиғимини аниқланг (3.11-расм).

Бу масалани ечиш учун қуйидаги асбоб-ускуналар керак бўлади, яъни бир нечта конденсаторлар, ўзгарувчан ток манбаи, осциллограф (ОС), сиғими маълум бўлган конденсатор, реохорд ва товуш генератори (ЗГ).

Конденсатор сиғимини аниқлаш учун расмда кўрсатилган Сотти кўприги деб аталувчи кўприксимон занжирдан фойдаланиш мумкин. Бу ерда *AB* — узунлиги $l = l_1 + l_2$ га тенг бўлган реохорд. Электр қаршилиги узунлиги бўйича бир хил бўлган бир жинсли сим ва бу симнинг узунлиги бўйлаб сирпана оладиган контакт билан бирга чизғичга ўрнатилади. Булар (сим, сирпанувчи контакт ва чизғич) биргаликда реохорд деб аталади.

C_0 — сиғими аниқ конденсатор, C_x — сиғими номаълум конденсатор. l_1 ва l_2 ҳамда *AE* ва *BE* лар кўприкнинг елкалари дейилади. ОС — осциллограф кўприк мувозанат ҳолатда нолни кўрсатади.

Электр тармоғидан товуш генератори (ЗГ) орқали AB реохордга 15—20 В кучланиш берилади.

Сирпангични контактнинг бирор ҳолатга силжитганимизда осциллографдан ток ўтмайди, яъни у нолни кўрсатади. Бу ҳолатда Сотти кўприги мувозанатда бўлади. A нуқтанинг потенциали (φ_A) B нуқтанинг потенциалига (φ_B) тенг бўлади, яъни $\varphi_A = \varphi_B$ бўлади. Сотти кўпригининг мувозанат шартини келтириб чиқариш мумкин. dt вақт ичида кўприкнинг DAE тармоғи бўйлаб ўтган заряд Q қуйидагига тенг бўлади, яъни

$$Q = I_1 dt$$

Ом қонунига асосан I_1 қуйидагича аниқланади,

$$I_1 = \frac{\varphi_D - \varphi_A}{r_1}.$$

Сигим формуласига асосан

$$Q = C_x (\varphi_A - \varphi_E)$$

га тенг бўлади. Буларга асосан

$$\frac{\varphi_D - \varphi_B}{r_1} = C_x (\varphi_A - \varphi_E)$$

ни ҳосил қиламиз. DBE тармоқ учун ҳам худди шундай мулоҳазалардан фойдаланиб, қуйидаги тенгликни келтириб чиқарамиз:

$$\frac{\varphi_D - \varphi_B}{r_2} dt = C_0 (\varphi_B - \varphi_E).$$

Бу икки охириги тенгламалардан $\varphi_B = \varphi_E$ шарт бажарилганда

$$C_x = C_0 \frac{r_2}{r_1}$$

ифодани ҳосил қиламиз ёки $r_1 C_x = C_0 r_2$.

Бу тенглик Сотти кўпригининг мувозанат шартидир. Ўзгарувчан ток манбаидан чап томонида ётган елкалардаги сигим ва қаршилиқнинг кўпайтмаси, ўнг томонда ётган сигим ва қаршилиқнинг кўпайтмасига тенг:

$$r_1 = \rho \frac{l_1}{S} \quad \text{ва} \quad r_2 = \rho \frac{l_2}{S} \quad \text{бўлгани учун}$$

$$C_x = C_0 \frac{r_2}{r_1} = C_0 \frac{\rho l_2 / S}{\rho l_1 / S} = C_0 \frac{l_2}{l_1},$$

$$C_x = C_0 \frac{l_2}{l_1} \quad \text{бўлади.}$$

Бу ерда ρ — реохорд симининг солиштирма электр қаршилиги,
 S — симининг кўндаланг кесим юзи, $l_1 = AD$, $l_2 = DB$
 реохорд елкасининг узунлиги. Ифодадан кўриниб турибдики,
 C_x нинг қиймати C_0 қийматига боғлиқ эмас. C_{10} ўзгарса
 l_1 ва l_2 лар ўзгаради ва C_x нинг қиймати бир хил бўлиб
 қолаверади.

3.5. ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОН ЭНЕРГИЯСИ

Электр зарядларининг ўзаро таъсирлашувини энергетик нуқтаи назаридан ўрганиш, электр майдонини реал физик тушунча сифатида қараш учун имкон яратиб беради.

Зарядларни электростатик майдонда кўчиришда бажарилган ишни потенциал энергиянинг камайишига тенг эканлигини кўриб ўтган эдик, яъни:

$$A_{12} = \int_1^2 F dr. \quad (3.40)$$

$$A_{12} = \Pi_1 - \Pi_2 = \Pi,$$

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_0}{r_1} - \frac{q_2 q_0}{r_2} \right). \quad (3.41)$$

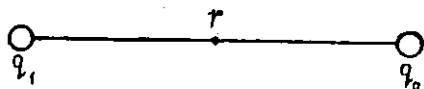
Агар r_2 чексизликка интилса, $\frac{q_1 q_0}{r_2} \rightarrow 0$ ва потенциал энергия қуйидагига тенг бўлади:

$$\Pi = \frac{q_1 q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1}. \quad (3.42)$$

Нуқтавий зарядларнинг ўзаро таъсирлашув энергиясини қуйидагича топишимиз мумкин:

$$\Pi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}}. \quad (3.43)$$

Механикадан бизга маълумки, иккита системанинг ўзаро таъсирлашув энергияси биринчи жисмнинг иккинчи жисмга таъсир кучи (F_{12}) нинг бажарган иши ва иккинчи жисмнинг биринчи жисмга таъсир кучи (F_{21}) нинг бажарган ишининг ярмига тенг.



3.12- расм.

Электростатикада умумий энергиянинг йиғиндисини ҳисоблашда ҳар бир ўзаро таъсир энергиялари икки мартадан иштирок этади. Шунинг учун ҳам, ҳақиқий энергияни ҳисоблаш учун (3.44) ифодада $1/2$ коэффициент қўйилган.

$$P = \frac{1}{2} (P_{12} + P_{21}); \quad (3.44)$$

$$P_{12} = P_{21}, \quad (3.45)$$

яъни икки электр майдонларининг таъсирлашув энергиялари тенг бўлади. Худди шу мулоҳазаларни учта ва n та ўзаро таъсирлашув энергияси учун қўллаш мумкин:

$$P = \frac{1}{2} (P_{12} + P_{21} + P_{23} + P_{32} + P_{13} + P_{31}) \quad (3.46)$$

ёки

$$P = \frac{1}{2} [(P_{12} + P_{13}) + (P_{21} + P_{23}) + (P_{31} + P_{32})]. \quad (3.47)$$

Бу ерда $P_{12} + P_{13}$ q_1 заряднинг q_2 ва q_3 зарядлар билан ўзаро таъсирлашув энергияси:

$$P_{12} + P_{13} = P_1. \quad (3.48)$$

Заряднинг қолган зарядлар билан таъсирлашув энергияси, шунга ўхшаш q_2 ва q_3 зарядлар учун қуйидагига тенг бўлади:

$$P_{21} + P_{23} = P_2, \quad (3.49)$$

$$P_{31} + P_{32} = P_3. \quad (3.50)$$

(3.48) — (3.50) ларни ҳисобга олиб (3.47) дан (3.51) ни ҳосил қиламиз:

$$P = \frac{1}{2} (P_1 + P_2 + P_3). \quad (3.51)$$

n та зарядлар системаси учун ўзаро таъсирлашув энергиясини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n P_i. \quad (3.51a)$$

$$P_i = q_i \Phi_i \quad (3.52)$$

га тенглигини ҳисобга олиб, электростатик майдон учун умумий формулани келтириб чиқарамиз:

$$П = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \Phi_i. \quad (3.53)$$

3.6. ЗАРЯДЛАНГАН ЎТКАЗГИЧНИНГ ЭНЕРГИЯСИ

Зарядланган ўтказгични зарядлар системаси (гўп-лами) деб қараш мумкин. Шунинг учун энергияси (3.53) ифода билан аниқланади.

Ўтказгичнинг сирти ҳар доим эквипотенциал сирт бўлади, яъни $\varphi = \text{const}$, у ҳолда $\Phi_i = \varphi$ бўлади:

$$П = \frac{1}{2} \varphi \sum_{i=1}^n \Delta q = \frac{1}{2} \varphi q. \quad (3.54)$$

Ўтказгичнинг сигими

$$C = \frac{q}{\varphi} \quad (3.55)$$

бўлгани учун,

$$\varphi = \frac{q}{C} \quad (3.56)$$

га тенг бўлади. Демак, зарядланган ўтказгичнинг энергияси

$$П = \frac{q \cdot q}{2C} = \frac{q^2}{2C} \quad (3.57)$$

ифода билан ифодаланади. Ўтказгичнинг заряди

$$q = C \varphi \quad (3.58)$$

га тенг бўлгани учун, унинг энергиясини қуйидагича ифодалаш ҳам мумкин:

$$П = \frac{1}{2} C \varphi^2. \quad (3.59)$$

(3.54), (3.57) ва (3.59) ифодалар зарядланган ўтказгичнинг энергиясини ифодалайди.

3.7. ЗАРЯДЛАНГАН КОНДЕНСАТОРНИНГ ЭНЕРГИЯСИ

Конденсатор қопламалари орасидаги потенциаллар фарқи $\varphi_1 - \varphi_2$ қопламаларнинг зарядлари эса, мос равишда, $+q$ ва $-q$ га тенг бўлсин.

Конденсаторнинг энергиясини ҳисоблашда

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i$$

га асосан қуйидагиларни келтириб чиқарамиз:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2} (\varphi_1 - \varphi_2) \sum_{i=1}^n \Delta q_i = \\ &= \frac{1}{2} q (\varphi_1 - \varphi_2) \end{aligned}$$

ёки

$$W = \frac{1}{2} q (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3.60)$$

Сигим формуласидан фойдаланиб қуйидаги ифодаларни келтириб чиқаришимиз мумкин:

$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}, \quad (3.61)$$

$$W = \frac{1}{2} C (\varphi_1 - \varphi_2)^2. \quad (3.62)$$

(3.60), (3.61) ва (3.62) — ифодалар зарядланган конденсаторнинг энергиясини ифодалайди. Конденсатор қопламалари орасига диэлектрик киритилганда ҳам, бу ифодалар ўзгаришсиз қолади. Бунинг сабаби электростатик майдонга қарши бажарилган иш бутунлайига зарядланган конденсатор энергиясига айланади.

3.8. ЭЛЕКТР МАЙДОННИНГ ЭНЕРГИЯСИ

Электр майдон энергиясини ҳисоблаш учун зарядланган конденсатор энергиясининг ифодасидан фойдаланамиз, чунки конденсатор қопламалари оралиғидаги бўшлиқни электр майдони деб қараш мумкин. Шунинг учун конденсатор энергиясини ифодаловчи формуладаги конденсатор сигимини унинг қуйидаги қиймати билан алмаштирамиз:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}. \quad (3.63)$$

(3.62) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$W = \frac{1}{2} C (\varphi_1 - \varphi_2)^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} (\varphi_1 - \varphi_2)^2. \quad (3.64)$$

Бу ерда S — конденсатор қопламаларининг юзи, d — қопламалар орасидаги масофа. Конденсатор қопламалари чегаралаб турган бўшлиқнинг ҳажми $V = Sd$ га тенг бўлади. Бир оз математик алмаштиришлар ўтказиб, электр майдон энергиясини ва энергия зичлигини аниқлаймиз.

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = E, \quad (3.65)$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon \epsilon_0 d (\varphi_1 - \varphi_2)^2}{d^2} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 V E^2, \quad (3.66)$$

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2, \quad (3.67)$$

w — энергия зичлиги, яъни ҳажм бирлигига мос келувчи энергия. Электр силжиши билан электр майдон кучланганлиги орасидаги боғланишни ҳисобга олсак, яъни $D = \epsilon_0 \epsilon E$ эканлигини ҳисобга олсак, (3.67) ифода қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$w = \frac{1}{2} DE \quad (3.68)$$

ёки

$$w = \frac{1}{2} \cdot \frac{D}{\epsilon \epsilon_0}. \quad (3.69)$$

E ва D ларни вектор ҳолда ифодаласак, электр майдон зичлиги

$$w = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{D} \quad (3.70)$$

кўринишга эга бўлади. Агар $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ эканлигини ҳисобга олсак,

$$w = \frac{1}{2} \vec{E} (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \frac{\epsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{E} \vec{P}}{2} \quad (3.71)$$

ҳосил бўлади. Бу ерда $\frac{\epsilon_0 \vec{E}^2}{2}$ майдоннинг вакуумдаги қий-

матига мос келади, $\frac{\vec{E} \cdot \vec{P}}{2}$ эса майдонга киритилган диэлектрикни қутблаш учун сарф бўладиган энергияни характерлайди. (3.67) — (3.71) ифодалар электр майдон энергиясининг зичлигини характерлайди. Бу ифодаларда конденсаторнинг биронта ҳам параметри қатнашмайди. Шунинг учун бу формулалар исталган электр майдон энергиясининг зичлигини ифодалайди. Ҳатто ўзгарувчи электр майдон учун ҳам ўринлидир.

Бу мулоҳазалардан кейин табиий равишда электр майдон энергияси қаерда жойлашган ва энергияни бир жойдан иккинчи жойга нима ташийди, деган ўринли савол туғилади. Бу саволларга жавоб бериш учун исталган шаклдаги ҳар қандай ҳажмдаги электр майдон энергияси учун умумий формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$W = \int_V w dV = \int_V \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} dV. \quad (3.72)$$

(3.72) ифодадаги dV электр майдони жойлашган V ҳажмнинг элементар бўлакчасидир. Демак, бу тенгламани интеграллаш чегараси электр майдон жойлашган ҳажм бўйича бўлади, бундан шундай хулосага келамизки, электр майдон энергияси электр майдонининг ўзида жойлашган бўлар экан. Агар электр майдон бир жинсли бўлса, майдон энергияси ҳам бир текис тақсимланган бўлади, масалан зарядланган ясси конденсатор қопламалар орасидаги энергия. Агар майдон бир жинсли бўлмаса, унинг энергияси ҳам ҳар хил тақсимланган бўлади.

Иккинчи саволга тажриба натижаларига асосланиб жавоб бериш мумкин. Бу савол фақатгина ўзгарувчи электромагнит тўлқинлар назариясига асосан тушунтирилади. Бу назарияга асосан майдоннинг энергиясини ўзгарувчи электромагнит майдон бир жойдан иккинчи жойга узатади (кўчиради) деб тушунтирилади. Масалан, Ердаги ҳаётни мавжуд қилиб турувчи энергияни Қуёшдан электромагнит тўлқинлар Ерга етказиб туради. Радио ва телевидение эшиттиришлари ҳам электромагнит тўлқинлар (радиотўлқинлар) ёрдамида амалга ошади.

Шундай қилиб, электр майдоннинг энергияси шу майдоннинг ўзида жойлашган бўлади, энергияни бир

жойдан иккинчи жойга ўтказувчилар (энергия ташувчилар) ҳам майдоннинг ўзидир. Аммо бу майдон албатта ўзгарувчи майдон, яъни электромагнит майдон бўлиши керак.

IV БОБ

ЎЗГАРМАС ЭЛЕКТР ТОКИ

4.1. ЭЛЕКТР ТОКИ

Электр зарядларининг (зарядли зарраларнинг) ҳар қандай тартибли ҳаракати электр токи деб аталади. Электр зарядларининг тартибли ҳаракати илгариланма ёки мувозанат ҳолатига нисбатан тебранма ҳаракатда бўлиши мумкин. Демак, электр токи бирор жисм орқали оқиб ўтиши учун, шу жисмда бутун жисм бўйлаб эркин ҳаракат қила оладиган зарядли зарралар бўлиши шарт. Бу зарядлар электр токини ўрганишда ток ташувчилар деб аталади. Металларда электронлар, ярим ўтказгичларда электронлар ва коваклар (боғланган электронлар), электролитларда ва ионланган газларда мусбат ва манфий зарядли ионлар ток ташувчилар деб аталади.

Зарядланган жисмларнинг ҳаракати туфайли ҳам электр токи ҳосил бўлиши мумкин.

Иссиқлик ҳаракатида ҳам ток ҳосил бўлади, лекин бу шароитда ток ташувчилар хаотик ҳаракат қилади. Натижавий ток нўлга тенг бўлади. Жисмда электр майдони ҳосил қилинса, ток ташувчилар тартибли ҳаракат қилади ва электр токи ҳосил бўлади. Хаотик (иссиқлик) ҳаракатида ток ташувчиларнинг ўртача тезлиги $\vec{v}$ га тенг бўлса, майдон таъсиридаги тезлиги $\vec{u}$ га тенг бўлади. Хаотик тезлик вектори $\vec{u}$ бўлади. Демак, ток ҳосил қилувчи зарядларнинг (ток ташувчиларнинг) ўртача тезлиги $\vec{u}$ га тенг бўлар экан. Электр токи мавжуд бўлиши учун қуйидаги иккита шарт бажарилиши зарур:

1. Эркин электр зарядлари бўлиши керак;
2. Жисмдаги эркин электр зарядларини доимий тартибли ҳаракатга келтирувчи ташқи куч бўлиши керак.

Электр токини миқдор жиҳатдан характерлаш учун ток кучи деб аталувчи физик катталиқ киритилади.

Кўрилатган юзадан вақт бирлигида ўтаётган заряд миқдори ток кучи деб аталади,

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (4.1)$$

Ток кучининг бирлиги СИ да,

$$[I] = \left[\frac{\text{Кулон}}{\text{секунд}} \right] = \left[\frac{\text{Кл}}{\text{с}} \right] = [\text{А}],$$

СГСЭ системасида $[I] = \left[\frac{3 \cdot 10^9 \text{СГСЭ} q}{\text{секунд}} \right] = 3 \cdot 10^9$ токи кучи бирлиги каби бўлади. Электр токи мусбат зарядларнинг ҳаракати натижасида ҳам, манфий зарядларнинг ҳаракати натижасида ҳам ҳосил бўлиши мумкин.

Агар жисмда бир вақтнинг ўзида манфий ва мусбат зарядларнинг тартибли ҳаракати содир бўлаётган бўлса, умумий ток

$$I = \frac{dq_+}{dt} + \frac{dq_-}{dt} \quad (4.2)$$

ифода билан аниқланади, агар ток кучи ва йўналиши вақт ўтиши билан ўзгармаса, бундай тоқлар ўзгармас ток деб аталади.

Ток кучи скаляр катталиқдир. Электр токининг йўналиши мусбат заряднинг йўналишига мос қилиб қабул қилинган. Амалда ўтказгичларнинг (симларнинг) диаметри бутун узунлиги бўйлаб бир хил бўлмайди. Шунинг учун, электр токи жисм сирти бўйлаб текис тарқалмаслиги мумкин. Бундай ҳолларда ток кучи ҳам, ҳар хил жойда ҳар хил бўлади ва ток кучини аниқ ҳисоблаб бўлмайди. Аниқ ҳисоблашлар учун ток зичлиги ($\vec{j}$) деб аталувчи вектор катталиқ қабул қилинган.

Зарядларнинг йўналишига перпендикуляр бирлик юза орқали ўтувчи ток кучи ток зичлиги деб аталади. Ток зичлигининг модули

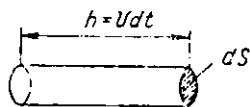
$$j = \frac{dI}{dS} = \frac{dq}{dt \cdot dS} \quad (4.3)$$

га тенг бўлади.

Ўтказгич кесим юзи dS га тенг бўлган цилиндр шаклида бўлсин (4.1-расм). У ҳолда тезлик ифодасига асосан

$$h = vdt \quad (4.4)$$

ни ҳосил қиламиз. dt — вақт, h — ўтказгичнинг узунлиги, v — зарядларнинг тартибли ҳаракат тезлиги, $dS = v$ тезликка перпендикуляр юза.



Зарядларнинг концентрацияси, яъни ҳажм бирлигидан зарядлар сони n га тенг бўлсин. U ҳолда dS юзадан ўтувчи заряд миқдори цилиндр ичида жойлашган зарядларга тенг бўлади,

4.1-расм.

$$dq = neV. \quad (4.4a)$$

Бу ерда e — элементар заряд, V — баландлиги h га, асосининг юзи dS га тенг бўлган цилиндрнинг ҳажми (4.1-расм). Бу цилиндр ҳажминини қуйидаги ифода билан ҳам ифодалаш мумкин:

$$V = hdS = v dt dS. \quad (4.5)$$

(4.5) ифодани (4.4) га қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$dq = nev dt dS. \quad (4.6)$$

(4.3) дан фойдаланиб, ток зичлиги учун қуйидаги ифодани топамиз:

$$\frac{dq}{dt \cdot dS} = nev. \quad (4.7)$$

Ток зичлигининг вектор кўринишида ҳам ифодалаш мумкин:

$$\vec{j} = ne \vec{v}. \quad (4.8)$$

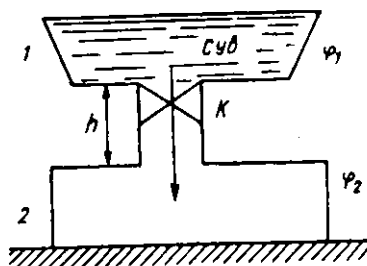
Ток зичлигининг бирлиги:

$$\text{СИ да } [j] = \left[\frac{I}{S} \right] = \left[\frac{A}{m^2} \right],$$

$$\text{СГСЭ системасида } [j] = \left[\frac{3 \cdot 10^9}{100^2} \right] = 3 \cdot 10^6 \text{ СГСЭ } j.$$

4.2. ЭЛЕКТР ЮРИТУВЧИ КУЧ (ЭЮК)

Ўтказгичда электр майдони ҳосил қилинса-ю, уни донимий сақлаб турилмаса, ўтказгич ичидаги майдон тезда йўқолади (туғайди), яъни электр токи ёки зарядлар ҳаракати (оқими) тўхтайдди. Бу ҳодисага қўполроқ қилиб, қуйидаги мисолни таққослаш мумкин. 1 идиш 2 идиш билан h труба орқали туташтирилган бўлсин. Агар 1 идишни сув билан тўлдириб K жўмракни очсак, сув оғирлик кучи таъсирида 2 идишга оқиб тушади. Сувнинг h труба орқали оқиб тушишини электр токига қиёсласак, ток 1 идишда сув тугагунча (майдон йўқолгунча) оқади, кейин тўхтайдди. Бу ерда ϕ_1 потенциал ϕ_2 дан катта бўлиб, гўё улар тенглашгунча



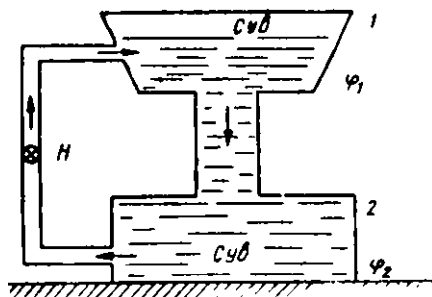
4.1 а- расм.

электр токи мавжуд бўлади. Ток узок вақт давомида оқиб туриши учун, зарядларни тартибли тўхтовсиз ҳаракатини вужудга келтириш керак. Демак, занжирда ток мавжуд бўлиб туриши учун ўтказгичдаги зарядлар потенциалнинг камайиш йўналишида ва унга тескари ҳаракатда бўлиши

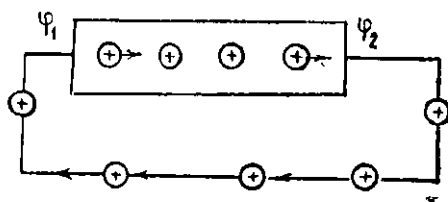
керак. Чунки ана шу ҳолдагина ҳар доим $\varphi_1 > \varphi_2$ ҳолат сақланиб туради. Бирор ташқи куч таъсир қилиб турилмаса, ҳеч қачон зарядлар потенциали кичик томондан, потенциали катта бўлган томонга ҳаракат қилмайди. Электростатик таъсир кучлари, яъни Кулон кучлари ўтказгичдаги эркин зарядларни тенг тақсимлашга олиб келади, жуда қисқа вақт ичида ўтказгичнинг барча нуқталарида потенциаллари бир хил бўлиб қолади. Шунинг учун Кулон кучлари зарядларни доимий ҳаракатга келтириб тура олмайдилар. Электростатик майдон кучланганлиги векторининг ёпиқ контур бўйича циркуляцияси нолга тенг бўлади:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

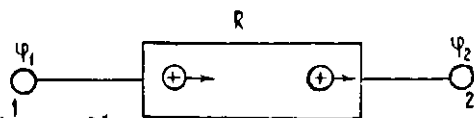
Демак, зарядларнинг тартибли ҳаракатини доимий сақлаб туриш, яъни ўзгармас электр токини ҳосил қилиш учун Кулон кучларидан ташқари, қандайдир электростатик табиатга эга бўлмаган кучлар таъсир қилиб туриши керак. Бу кучларни четки кучлар деб аталади. Четки кучларни қуйидаги мисолда тушунтиришга ҳаракат қиламиз. 4.1а-расмда кўрсатилган қурилмага қўшимча киритамиз. Биринчи идиш



4.1 б- расм.



4.2- расм.



4.2 а- расм.

билан иккинчи идишни труба орқали туташтириб, пастки қисмига сув ҳайдовчи насос ўрнатамиз (4.16-расм). Насос ишлаб турган вақтда сув оғирлик кучига қарама-қарши томонга ҳаракат қилади. Натижада сув ёпиқ йўл бўйлаб оқим ҳосил қилади. Бу ерда насос ҳосил қилаётган куч «четки куч» ролини бажаради. Электр занжирида насос ролини четки кучларнинг манбалари бажаради. Четки кучларнинг табиати ҳар хилда бўлиши мумкин, масалан, элементларда (гальваник элементларда) химиявий реакцияларнинг энергияси ҳисобига ортиқча зарядлар ажралиб чиқади, фотоэлементларда ёруғлик энергияси ҳисобига электронлар ажралиб чиқади. Концентрацияси ҳар хил тақсимланган муҳитда диффузия ҳисобига, бир жинсли бўлмаган иккита ўтказгични кавшарлаб (термоэлементлар) қиздирилса, четки кучлар ҳосил бўлади. Вақт ўтиши билан ўзгариб турадиган электр ва магнит майдонлари ҳам четки кучларни ҳосил қилар экан.

Четки кучларнинг занжир бўйлаб зарядларни кўчиришда бажарган иши орқали характерлаш мумкин.

Занжирга ёки унинг бир қисмига таъсир қилаётган ташқи кучларнинг бирлик мусбат зарядни кўчиришда бажарган иши, электр юритувчи куч (ЭЮК) деб аталади.

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}. \quad (4.9)$$

Бу ерда A — бажарилган иш, q — бирлик мусбат заряд. СИ да электр юритувчи кучнинг ўлчов бирлиги вольт деб қабул қилинган.

Бир кулон зарядни кўчиришда бажарилган 1 жоуль иш 1 вольт деб қабул қилинган.

СГСЭ системасида эса ЭЮК бирлигига ном берилмаган,

$$|\mathcal{E}| = \left| \frac{10^9 \text{ЭРГ}}{3 \cdot 10^9 \text{СГСЭ}q} \right| = \frac{1}{3} \cdot 10^{-2} \text{СГСЭ} \mathcal{E}, \quad 1 \text{СГСЭ} \mathcal{E} = 300 \text{В}.$$

Демак, ЭЮК нинг бирлиги ϕ потенциалнинг ўлчов бирлиги билан бир хил бўлар экан. Зарядга таъсир қилувчи четки кучларни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\vec{F}_q = \vec{E}_q \cdot q, \quad (4.10)$$

$\vec{E}_q$ — четки кучлар майдонининг кучланганлик вектори. Занжирнинг бир қисмида четки кучларнинг бажарган ишини қуйидагича аниқлаш мумки:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_q d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}. \quad (4.11)$$

(4.9) га асосан бу ифодани ЭЮК га тенг деб оламир:

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \vec{E}_q d\vec{l}. \quad (4.12)$$

Бутун ёпиқ занжир бўйича интегрални қуйидагича бўлади:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}_q d\vec{l}. \quad (4.13)$$

Шундай қилиб, четки кучлар майдон кучланганлиги векторининг ёпиқ занжир бўйича циркуляцияси ЭЮК га тенг бўлар экан.

Зарядларга ҳар доим Кулон кучи таъсир қилиб туради. Четки кучлар таъсир қилиб турган занжирнинг қисмида зарядга таъсир қилаётган натижавий куч $\vec{F}$ га тенг бўлади:

$$\vec{F} = \vec{F}_q + \vec{F}_k, \quad (4.13a)$$

$$\vec{F} = q (\vec{E}_q + \vec{E}_k). \quad (4.14)$$

Занжирнинг бир қисмида бажарилган иш

$$A_{12} = q \int_1^2 \vec{E}_q d\vec{l} + q \int_1^2 \vec{E}_k d\vec{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q \mathcal{E}_{12} \quad (4.15)$$

га тенг. (4.15) нинг чап ва ўнг томонларини q га бўлиб, (4.16) ни ҳосил қиламир:

$$\frac{A_{12}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}. \quad (4.16)$$

Бу ерда (4.16) нинг ўнг томонини U_{12} билан белгилаб оламиз ва унн кучланиш ёки кучланишлар тушуви деб атаймиз:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} \quad (4.17)$$

Бирлик мусбат зарядни кўчиришда четки кучлар ва электростатик кучлар томонидан бажарилган иш занжирнинг шу қисмидаги кучланишлар тушуви ёки кучланиш деб аталади.

Занжирнинг четки кучлар иштирок этмаётган қисми бир жинсли, четки кучлар таъсир қилаётган қисми эса, бир жинсли бўлмаган қисми дейилади.

Занжирнинг бир жинсли қисмида $\mathcal{E}_{12} = 0$ бўлади, демак,

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (4.18)$$

Бу ҳолда кучланиш ўтказгичнинг учларидаги потенциаллар фарқига тенг бўлади. Агар $\varphi_1 = \varphi_2$ бўлса, $U_{12} = \mathcal{E}_{12}$ бўлади. Бу ҳолда кучланиш ЭЮК га тенг бўлади.

4.2. ОМ ҚОНУНИ. ЎТКАЗГИЧНИНГ ҚАРШИЛИГИ

1826 йилда немис олими Ом тажрибалар натижасига асосланиб, Ом қонунини кашф қилди: бир жинсли ўтказгичдан ўтаётган ток кучи ўтказгичдаги кучланишга тўғри пропорционал ва ўтказгичнинг электр қаршилигига тескари пропорционал бўлади:

$$I \sim U \quad (4.19)$$

ёки

$$I = \frac{U}{R}, \quad (4.20)$$

R — ўтказгичнинг электр қаршилиги деб аталади. Электр қаршиликнинг бирлиги СИ да Ом деб қабул қилинган. 1 Ом деб шундай ўтказгичнинг қаршилиги қабул қилинганки, унинг учларидаги кучланиш 1 В га тенг бўлганда, ундан 1 А ток оқиб ўтади.

Ўтказгичнинг қаршилиги ўтказгичнинг геометрик шаклига ва ўлчамларига боғлиқ бўлади. Ўтказгичнинг электр қаршилиги ундаги эркин зарядларнинг тартибли ҳаракатига тўсқинлик қила олиш қобилиятини характерловчи физик катталиқдир. Ўтказгичнинг қаршилигини фақат у тайёрланган материалга боғлиқ бўлган катталик орқали ифодалаш мумкин. Бу катталик жисмнинг солиштирма электр қаршилиги деб аталади:

$$\rho = R \frac{S}{l}, \quad (4.21)$$

бунда l — ўтказгичнинг узунлиги, S — кўндаланг кесим юзаси, $S = 1$ ва $l = 1$ бўлса, $\rho = R$ бўлади.

СИ да ρ нинг бирлиги (Ом·м) га тенг бўлади.

Ўтказгичнинг айнан бир нуқтаси учун майдон кучланганлиги ва ток зичлиги орасидаги муносабатни топиш мумкин.

$\vec{j}$ ва $\vec{E}$ ларнинг йўналиши мос тушиши бизга маълум. Электр майдон кучланганлиги ва потенциали орасидаги боғланишга асосан, кучланиш ва кучланганлик қуйидагича бўлади:

$$U = E \cdot l. \quad (4.22)$$

(4.21) дан ўтказгичнинг қаршилигини топамиз:

$$R = \frac{\rho l}{S}. \quad (4.23)$$

4.22) ва (4.23) ларни Омнинг биринчи қонунига қўйиб, қуйидагиларни аниқлаймиз:

$$I = \frac{El}{\rho l/S} = \frac{ES}{\rho}, \quad (4.24)$$

$$\frac{I}{S} = j, \quad (4.24 \text{ а})$$

$$j = \frac{1}{\rho} E. \quad (4.25)$$

j ва E ларни вектор кўринишда ифодаласак, (4.25) қуйидаги кўринишни олади:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E}, \quad (4.26)$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho}, \quad (4.27)$$

бунда σ — ўтказгичнинг солиштира электр ўтказувчанлиги деб аталади, (4.27) ни ҳисобга олиб, (4.26) ни қуйидагича ёзамиз:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (4.28)$$

(4.28) ифода Ом қонунининг дифференциал кўриниши деб аталади. СИ да солиштира электр ўтказувчанликнинг бирлиги:

$$[\sigma] = \left[\frac{\text{Симонс}}{\text{м}} \right] = \left[\frac{\text{См}}{\text{м}} \right].$$

Металларда ρ_m температура ошиши билан ортади:

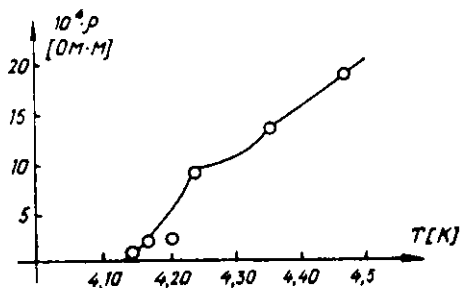
$$\rho \sim T. \quad (4.29)$$

Ом қонуни ўтказгичдан жуда кичик ток ўтганда ва жуда катта ток ўтганда бажарилмайди. Ўтказгичдан жуда кичик ток ўтганда ўтказгичнинг қўндаланг кесим юзидан ўтувчи ток ташувчилар шунчалик оз бўладики, бу ҳолда статистик қонунларни қўллаб бўлмайди, чунки ток ташувчиларнинг сонига флуктация таъсири сезиларли бўлади. Жуда катта ток ўтганда эса Пул қонунига асосан ток учун (I) Ом қонунига амал қилмайди.

4.3. УТА ЎТКАЗУВЧАНЛИК

Классик электрон назарияга асосан металлларнинг солиштирама электр қаршилиги температура камайиши билан монотон равишда камайиб, маълум бир қийматда ўзгармас бўлиб қолиши керак эди. Электр қаршилигининг бу қиймати, қолдиқ қаршилиқ деб аталиб, у ҳар бир ўтказгич учун ҳар хил қийматга эга бўлади. Қолдиқ қаршилиқнинг қиймати айни бир материал учун ҳам ҳар хил бўлиши мумкин. Тажрибаларнинг кўрсатишича қолдиқ қаршилиқнинг қиймати текширилатган ўтказгичнинг софлигига, структура тузилишида нуқсонларнинг сонига боғлиқ бўлар экан. Ўтказгичлар қанча соф ва тузилишида нуқсонлар кам бўлса, қолдиқ қаршилиқ шунча кам бўлади.

1911 йилда Голландиялик олим Камерлинг-Оннес симобни суюқ гелий температурасигача, яъни 4,1К температурасигача совутиб, унинг солиштирама қаршилигининг температурга боғлиқлигини тажрибада кузатади. Ўтказгич суюқ гелий температурасигача совутилганда бу боғланиш классик электрон назарияга асосан ўзгарди. Аммо симобнинг температураси 4,15К га етганда, унинг солиштирама қаршилиги сакраб нолга тенг бўлиб қолади. Бу ҳодиса ўта ўтказувчанлик деб аталади (4.3-расм).



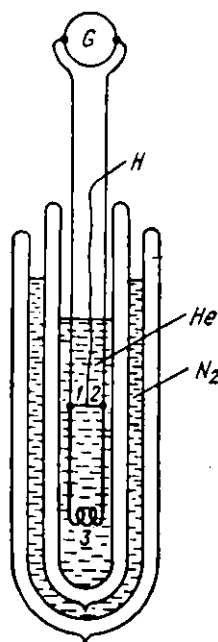
4.3- расм.

Ўта ўтказувчанлик ҳодисаси бир қатор элементларда ва химиявий бирикма ҳамда қотишмаларда ҳам кузатилади. Қизиқарли ҳоллардан яна бири шундаки, химиявий бирикма ва қотишмаларни ҳосил қилувчи элементлар соф ҳолда ўта ўтказувчан бўлмаслиги мумкин.

Жадвалда бир неча моддалар учун ўта ўтказувчанлик ҳолатига ўтиш температураси кўрсатилган. Бу температура критик температура ($T_{кр}$) деб аталади.

Моддалар	T, K
Титан	0,4
Қадмий	0,5
Уран	0,8
Рух	0,9
Алюминий	1,2
Қалай	3,8

Моддалар	T, K
Симоб	4,15
Ваннадий	5,3
Қўрғошин	7,2
Нюбий	9,3
Нюбий нитриди	15,2
$Hb_3 Sn$	18,0
$Nb_3 Ge$	23,2



4.4- расм.

Моддалар ўта ўтказувчанлик ҳолатида ажойиб хоссаларга эга бўлади:

1. Ўта ўтказгичлардан ёпиқ занжир ҳосил қилиб, кейин манбани ажратиб қўйсак, ундаги ток жуда узоқ вақт занжир бўйлаб оқиб туради. Токнинг узоқ вақт мавжуд бўлиб туришини унга яқин ўрнатилган магнит стрелкасига таъсиридан сезамиз. Токнинг узоқ вақт давомида занжирда айланиб туришининг сабаби бутун занжирнинг электр қаршилиги нолга тенг бўлади ва электронларнинг тартибли ҳаракатига ҳеч нарса тўсқинлик қилмайди. Жоуль-Ленц қонунига асосан иссиқлик ажралиб чиқмайди. Шунинг учун бирор четки куч таъсирида ўта ўтказгич ҳолатида турган симдан тузилган ёпиқ электр занжирда бир марта электр токи ҳосил қилинса, кейин, батарея узиб қўйилса ҳам занжирда электр токи жуда узоқ вақт давомида мавжуд бўлиб

туради (4.4-расм). Ўта ўтказувчанлик ҳодисасини қўйидаги тажрибада кузатиш мумкин. Электр занжирни гальванометр, ваннадийдан ясалган пружина ва уларни ўзаро улаб турувчи симлардан тузилган бўлсин. 4.4-расмда кўрсатилгандек, икки нуқтаси қисқа туташтирилган ҳолда занжирнинг бир қисмини ўта ўтказувчанлик ҳолатгача совитамиз. Қисқа туташтирилган симни шундай улаймизки, уни истаган пайтда узиб қўйиш мумкин. Электромагнит индукция ҳодисаси ёрдамида занжирда индукцион ток ҳосил қиламиз. Гальванометр занжирда ток ҳосил бўлганини сезмайди, чунки ҳосил бўлган ток 1—2—3—1 ёпиқ занжир бўйлаб оқади, яъни фақат ўта ўтказувчан симдан тузилган занжир бўйлаб оқади. Ҳақиқатан ҳам ток ҳосил бўлганини ва ўта ўтказувчан занжирда ток узоқ вақт мавжуд бўлиб туришини тажрибада кузатиш учун электромагнит индукция манбаини узиб қўямиз. 20—30 соатлардан кейин 1—2 симни узиб юборсак, гальванометрдан қисқа вақт ичида ток ўтганини унинг стрелкаси силкинишидан сезамиз. Гальванометрнинг ички қаршилиги катта бўлганлиги сабабли ундан ток ўтмайди 1—2 сим узилгандан кейин эса, токнинг оқиши учун бирдан-бир йўл 1—гальванометр—2—3—1 занжир бўлади. Бу ёпиқ занжирнинг гальванометр уланган қисмида ўта ўтказувчан симлар бўлмаганлиги учун электр энергияси иссиқлик энергиясига айланади ва занжирдаги ток қисқа вақт ичида йўқ бўлади.

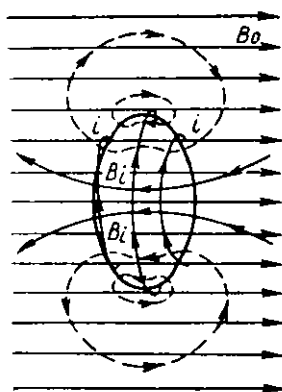
Шундай қилиб, ўта ўтказгичларда ток узоқ вақт мавжуд бўлиб туришини ана шу оддий тажрибадан кузатиш мумкин экан.

2. Иккинчи ажойиб хоссаларидан бири, ўта ўтказувчан ҳолатда турган моддаларнинг ичида магнит индукцияси ҳар доим нолга тенг бўлади.

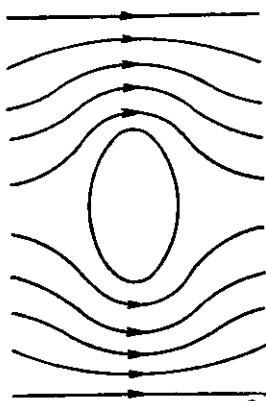
Ўта ўтказувчанликнинг бу хусусияти электромагнит индукция ҳодисаси, индукцион ток ва Ленц қондаси ёрдамида тушунтирилади (4.5-расм). Махсус қурилмада ҳалқа шаклида эгилган ва ўта ўтказувчанлик ҳолатгача совутилган модда (масалан, қўрғошин), индукцияси $\vec{B}_0$ га тенг бўлган магнит майдонга киритамиз:

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0. \quad (4.30 a)$$

Ўта ўтказгич магнит майдонига киритилгандан кейин, унда индукцион ток ҳосил бўлади, индукцион ток ўз



4.5- расм.



4.6- расм.

атрофида магнит майдон ҳосил қилади. Индукцион ток ҳосил қилган магнит майдон индукцияси қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{B}_i = \mu_0 \vec{H}_i. \quad (4.30 \text{ б})$$

Ленц қондасига асосан индукцион ток уни ҳосил қилган ташқи магнит майдонни компенсациялайди, яъни $\vec{B}_0$ ва $\vec{B}_i$ ларнинг йўналиши ўзаро қарама-қарши бўлади. Натижада умумий магнит майдон ўта ўтказгичнинг ичида нолга тенг бўлади:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_i = 0. \quad (4.30 \text{ в})$$

Агар ўта ўтказгич бўлмасдан оддий ўтказгич бўлганда ҳосил бўлган индукцион ток жуда тез вақтда йўқолиб, фақат ташқи майдон қолар эди. Ўта ўтказгичда эса индукцион ток умуман сўнмайди ва ўта ўтказгичнинг ичида натижавий индукция нолга тенг бўлади. Ўта ўтказгичнинг ташқарисиди эса ташқи магнит майдон ҳалқани бир оз айланиб ўтади (4.6-расм). Бу ҳодиса 1933 йилда Майснер ва Оксенфельдлар томонидан аниқланган, шунинг учун Майснер эффекти деб аталади.

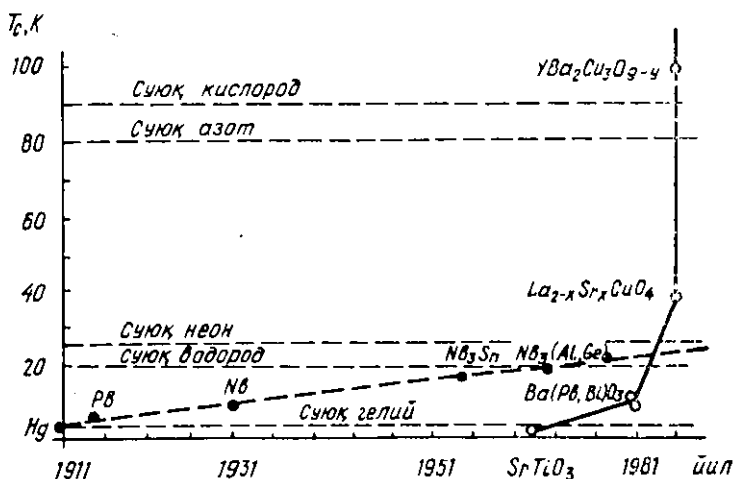
3. Ўта ўтказгичларнинг учинчи бир хусусияти шундан иборатки, магнит майдонининг маълум бир қий-

матларида, ўта ўтказувчанлик ҳолати йўқолади. Магнит майдоннинг бундай қиймати критик магнит майдон ($H_{кр}$) деб аталади. Ҳар хил ўта ўтказгичлар учун $H_{кр}$ нинг қиймати ҳар хил бўлади. Эътиборга лойиқ бўлган яна бир ҳол: маълумки, ўта ўтказувчанлик хусусиятини йўқотувчи магнит майдон, ўта ўтказгичдаги ток ҳосил қилган магнит майдон ҳам бўлиши мумкин.

Ўта ўтказувчанлик ҳодисаси 1911 йилда тажриба йўли билан кашф қилинган бўлса, ўта ўтказувчанликнинг назарияси фақат 40 йилдан кейин 1957 йилда Бардин, Купер ва Шрифферлар томонидан яратилди. Кейинчалик бу назария БҚШ назарияси деб аталди. БҚШ назариясига асосан, ўта ўтказувчанлик ҳолатидаги металлларнинг Ферми сатҳларида $E=2\Delta$ га тенг бўлган энергетик тирқиш ҳосил бўлар экан. Ана шу тирқиш орқали электронларнинг тўсқинликсиз ҳаракати ўта ўтказувчанлик ҳодисасини вужудга келтиради.

Эҳтимол, ўта ўтказувчанлик ҳодисасини қуйидагича тушунтириш мумкин. Жуда паст температураларда эркин электронларнинг ва кристалл панжара ионларининг тартибсиз ҳаракат тезлиги ва амплитудаси нолга яқинлашади. Бу зарраларнинг геометрик ўлчамларига нисбатан ҳаракат масофаси ҳисобга олмаслик даражада кичик бўлди. Бу ҳолатда кучсиз ва кучли боғланган зарядларнинг ва нейтрал аралашмаларнинг модда ичидаги ҳаракати кескин фарқ қилади. Эркин ҳаракат қила оладиган зарядли зарралар, масалан, металлларда электронлар бирор четки куч таъсирида тартибли ҳаракатга келтирилса, четки куч олиб ташланса ҳам у жуда узоқ вақт тартибли ҳаракат қилади. Чунки энергиянинг сақланиш қонунига асосан, электронлар четки кучлар таъсиридан олган энергия сарф бўлиши учун бу электронлар иш бажариши керак. Иш бажариш учун эса албатта бирор тўсқинликни енгиш керак. Ўта ўтказгич ҳолатида бўлган моддаларда эса бу тўсқинлик йўқ. Демак, моддаларнинг ўтказувчанлик хоссаси ўта мураккаб ҳодиса бўлиб, ҳозиргача тўлиқ ечилмаган.

Ўта ўтказгичларни биринчи навбатда энергетика ва электротехникада қўллаш фойдалидир. Агар уй температурасида ($T=300\text{ K}$) ўта ўтказувчанлик хоссасига эга бўлган ўтказгичлар (материаллар) кашф қилинса, Жоуль-Ленц қонунига асосан бекорга узатиш линияла-



4.7- расм.

рида сарф бўладиган (Кинотни иситадиган) учдан бир қисм энергия тежалади. Бу эса электр энергия ишлаб чиқаришни учдан бир қисмдан кўпроқ кўпайтиришдан анча фойдалидир. Ўта ўтказгичлар асосида ФИК катта бўлган электродвигателлар ва генераторлар яратиш мумкин. Японияда етти километр масофадаги экспериментал темир йўлида, 1982 йилда биринчи пассажирлар тезлиги 517 км/соатга тенг ўта ўтказгич соленоидларидан фойдаланган поездда сайр қилишди. Бу дунё рекордидир.

Ўта ўтказгичлар криоэлектроника, информатика, транспорт соҳаларида ҳам кенг қўлланилиши мумкин.

4.7- расмда ўта ўтказгичларнинг кейинги 70 йил давомида ривожланиши тасвирланган.

Айниқса 1986—87 йиллар ўта ўтказувчанлик соҳасида ҳақиқий революция рўй берди. Юқори температурали ўта ўтказгичлар кашф қилинди. 1987 йилнинг январь ойида Хьюстон университети олимлари $T=36$ K да ўта ўтказувчанлик хоссасига эга бўлган керамика химик бирикмаларни кашф қилдилар. Кейинроқ $T=92$ K да ўта ўтказгичлар кашф қилинди. Бутун дунё олимлари қаторида Совет олимлари ҳам ўта ўтказгичлар соҳасида жуда катта муваффақиятларга эришмоқда.

Ута ўтказувчанлик муаммосини ҳал қилиш, АЭС (Атом Электр Станция) ларсиз энергетика масаласини ҳал қилиш демакдир.

4.4. ЗАНЖИРНИНГ БИР ЖИНСЛИ БЎЛМАГАН ҚИСМИ УЧУН ОМ ҚОНУНИ

Занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисмида ток ташувчиларига электростатик кучлардан ($\vec{F}_k$), Кулон кучларидан ташқари, четки кучлар ($\vec{F}_q$) ҳам таъсир қилади ва натижавий куч қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{F} = \vec{F}_k + \vec{F}_q. \quad (4.31)$$

Металларда ток ташувчилар электронлар бўлгани учун

$$\vec{F}_k = e \vec{E}_k, \quad (4.32)$$

$$\vec{F}_q = e \vec{E}_q \quad (4.33)$$

га тенг бўлади.

(4.32) ва (4.33) тенгламаларни ҳисобга олиб (4.31) ни қуйидагича ёзамиз:

$$\vec{F} = e(\vec{E}_k + \vec{E}_q). \quad (4.34)$$

Демак, занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисмида электронларнинг тартибли ҳаракат тезлиги $\vec{F}_k$ ва $\vec{F}_q$ кучларнинг йигиндисига тўғри пропорционал бўлар экан. Токнинг зичлиги эса $\vec{E}_k$ ва $\vec{E}_q$ ларнинг йигиндисига пропорционал бўлади, яъни:

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E}_k + \vec{E}_q). \quad (4.35)$$

Бу ибора занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисми учун Ом қонунининг дифференциал шакли деб аталади.

(4.35) ифоданинг чап ва ўнг томонларини σ га бўламиз ва (4.36) ни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\vec{j}}{\sigma} = \vec{E}_k + \vec{E}_q; \quad (4.36)$$

$j = \frac{I}{S}$ ва $\rho = \frac{1}{\sigma}$ эканини ҳисобга олиб (4.36) ни қуйидагича ёзамиз:

$$\rho \cdot \frac{l}{S} = \vec{E}_\kappa + \vec{E}_\psi. \quad (4.37)$$

(4.37) нинг чап ва ўнг [томонини ўтказгичнинг элементар узунлигига ($d\vec{l}$) скаляр кўпайтирамиз:

$$I \rho \frac{d\vec{l}}{S} = \vec{E}_\kappa d\vec{l} + \vec{E}_\psi d\vec{l}. \quad (4.38)$$

(4.38) ни ўтказгичнинг бир нуқтасидан иккинчи нуқтасига-ча бўлган узунлиги бўйича дифференциаллаймиз, у ҳолда (4.39) ифода ҳосил бўлади:

$$I \rho \frac{1}{S} \int_1^2 d\vec{l} = \int_1^2 \vec{E}_\kappa d\vec{l}. \quad (4.39)$$

Бундан қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$I \rho \frac{l}{S} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}, \quad (4.40)$$

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (4.41)$$

эканлиги бизга юқоридан маълум. Демак,

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12} \quad (4.42)$$

ни ҳосил қиламиз, ёки

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}}{R} \quad (4.43)$$

га тенг бўлади.

(4.42) га Ом қонунининг интеграл шакли ёки занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисми учун Ом қонуни деб аталади. Бу ерда R занжирнинг умумий қаршилиги бўлиб, ички (r) ва ташқи (R_0) қаршиликларнинг йиғиндисига тенг бўлади:

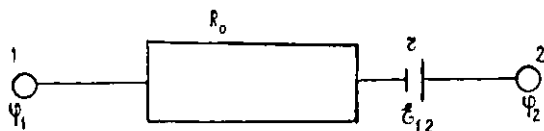
$$R = R_0 + r. \quad (4.43)$$

(4.42) га асосан ток кучини (I) топиш мумкин,

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}}{R_0 + r}. \quad (4.44)$$

Занжирнинг учларидаги потенциаллари ўзаро тенг бўлса,

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_0 + r}. \quad (4.45)$$



4.8- расм.

Бу ерда $\mathcal{E}$ — занжирга таъсир этувчи ЭЮК, R_0 — ташқи қаршилик (истеъмолчининг қаршилиги), r — ички қаршилик (батареянинг қаршилиги).

Ток кучи (I) ва ЭЮК лар ($\mathcal{E}$) алгебраик катталиқдир. Танлаб олинган бирор йўналишда ЭЮК мусбат зарядларнинг ҳаракатига мос равишда таъсир қилса, яъни ҳаракатига қулай шароит яратиб берса, мусбат ($\mathcal{E} > 0$), акс ҳолда, яъни мусбат зарядлар ҳаракатига тўсқинлик қилса, манфий ($\mathcal{E} < 0$) ишорали деб қабул қилинган.

4.5. ЗАНЖИРЛАРНИНГ ТАРМОҚЛАНИШИ. КИРХГОФ ҚОИДАЛАРИ

Энг содда, яъни кетма-кет уланган қаршиликлар ЭЮК манбаларидан (батарея, гальваник элемент) иборат занжирларни ҳисоблашда (ток кучи, кучланиш, қаршилик) Ом қонунидан фойдаланиб осонгина аниқлаш мумкин. Агар занжир бир неча содда занжирларнинг кетма-кет ва параллел уланишидан ташкил топган бўлса, бундай занжирлар тармоқланган занжирлар деб аталади. Тармоқланган занжирларни ҳисоблашда эса Кирхгоф қоидаларидан фойдаланилса масала анча осон ечилади. Кирхгофнинг иккита қоидаси мавжуд.

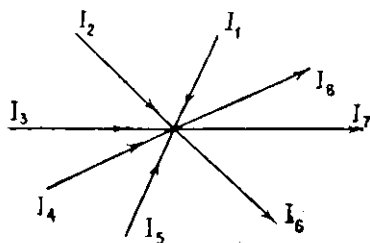
1. Тугунда учрашувчи тоқларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (4.46)$$

Занжирда иккитадан ортиқ ўтказгичлар учрашган нуқта тугун деб аталади.

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 - I_6 - I_7 - I_8 = 0. \quad (7.47)$$

Тугунга кирувчи ва ундан чиқувчи тоқлар ихтиёрий равишда мусбат ёки манфий деб қабул қилинади.



4.9- расм.

Кирхгофнинг биринчи қондасига асосан зарядларнинг сақланиш қонунидан келиб чиқади.

Масалан, 4.9-расмдаги A тугуннинг заряди q бўлсин. Агар A тугунга ташқаридан заряд кирмаса ёки чиқмаса тугуннинг заряди ўзгармас бўлади, яна шу нарса эътиборга моликки, тугунда зарядлар тўпланиши мумкин эмас:

$$q = q' + q'' + q''' + \dots q_n = \sum_{i=1}^n q_i = \text{const.} \quad (4.47 \text{ a})$$

Энди A тугунга q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 зарядлар кирсин ва q_6, q_7, q_8 — зарядлар A тугундан чиқсин. Умумий заряд ҳар доим ўзгармай қолиши учун

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 = q_6 + q_7 + q_8. \quad (4.48)$$

шарт бажарилиши керак. Ток кучи формуласига асосан қуйидагиларни ёзишимиз мумкин:

$$I_1 = \frac{q_1}{t}, \quad I_2 = \frac{q_2}{t}, \quad I_3 = \frac{q_3}{t}, \quad I_4 = \frac{q_4}{t}, \quad I_5 = \frac{q_5}{t}, \\ I_6 = \frac{q_6}{t}; \quad I_7 = \frac{q_7}{t} \quad I_8 = \frac{q_8}{t} \quad (4.49)$$

(4.49) ни ҳисобга олиб (4.48) дан (4.50) ларни ҳосил қиламиз:

$$I_1 t + I_2 t + I_3 t + I_4 t + I_5 t = I_6 t + I_7 t + I_8 t \quad (4.50)$$

ёки

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = I_6 + I_7 + I_8, \quad (4.51)$$

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 - I_6 - I_7 - I_8 = 0. \quad (4.51 \text{ a})$$

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0.$$

(4.51) тенгламани N та тугун учун $N-1$ та мустақил тенглама ёзиш мумкин.

Кирхгофнинг иккинчи қондасини занжирдаги ҳар қандай ёпиқ контур учун қўллаш мумкин (4.10-расм).

Занжирдаги ажратиб олинган (1—2—3—1) контур занжирнинг бир жинсли бўлмаган 1—2; 2—3 ва 3—1 қисмларидан ташкил топган. Шунинг учун

бу қисмлар учун Ом қонунини қўллаш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} 1-2 \text{ учун } I_1 R_1 &= \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1 \\ 2-3 \text{ учун } I_2 R_2 &= \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2 \\ 3-1 \text{ учун } I_3 R_3 &= \varphi_3 - \varphi_1 + \varepsilon_3 \end{aligned} \right\} \quad (4.52)$$

(4.52) ни система қилиб ечамиз, яъни чап ва ўнг томонларини ҳадма-ҳад қўшамиз. Ўхшаш ҳадлар ўзаро қисқариб, қуйидагига тенг бўлади, яъни

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3,$$

$$\sum_{k=1}^n I_k R_k = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i. \quad (4.53)$$

(4.53) тенглама Кирхгофнинг иккинчи қондасини ифодалайди. (4.53) тенгламани мураккаб занжирдан ҳаёлан ажратиб олинган ҳар қандай ёпиқ контур учун ҳам тузиш мумкин.

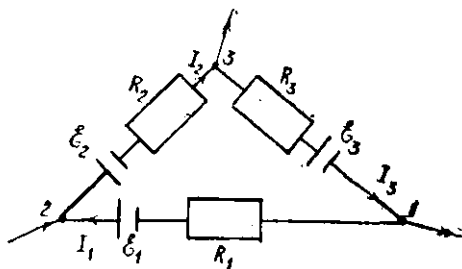
Кирхгофнинг иккинчи қондаси:

Занжирдан ҳаёлан ажратиб олинган исталган ёпиқ контурдаги кучланишлар тушишининг алгебраик йиғиндиси, шу контурда таъсир қилаётган ЭЮК нинг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади.

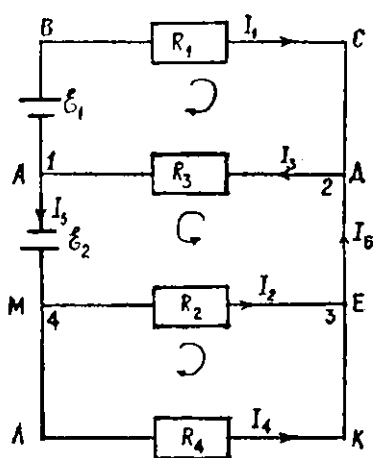
1-масала: Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи қондасидан фойдаланиб берилган занжирни ҳисобланг (4.11-расм).

Биринчидан, бу занжирда нечта ёпиқ контур ва нечта тугун борлигини аниқлаб олиш керак.

Иккинчидан, агар бирор ёпиқ контурда ЭЮК таъсир қилмаса (қатнашмаса), у ҳолда шу контурда потенциаллар тушишининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг



4.10-расм.



4.11- расм.

бўлишини ҳисобга олишимиз керак. 4.11-расмдаги занжирда тўртта (А, Д, Е ва М) тугун бор, демак Кирхгофнинг биринчи қондасига асосан учта мустақил тенглама тузишимиз мумкин. Тугунга кирувчи токларни манфий ишорали, тугундан чиқувчи токларни эса мусбат ишорали деб оламиз, бунинг аксини қилса ҳам бўлади. Токларнинг ҳақиқий йўналиши уларнинг қийматларини ҳисоблаб топганда маълум бўлади. Агар бирор ток кучи манфий ишора билан чиқса, демак унинг ҳақиқий йўналиши (занжирнинг шу қис-

арни ман

мида ток тескари томонга оқаётган бўлади) тескари томонга йўналган бўлади. Демак, масала иккала ҳолда ҳам тўғри ечилади.

$$1) \text{ 1 — тугун учун } -I_3 + I_1 + I_6 = 0, \quad (4.54)$$

$$2) \text{ 2 — тугун учун } -I_6 - I_1 + I_3 = 0, \quad (4.55)$$

$$3) \text{ 3 — тугун учун } -I_2 - I_4 + I_6 = 0. \quad (4.56)$$

4) Агар (М) тугун учун ёзмоқчи бўлсак (4.56) тенгламага тенг кучли тенглама ҳосил бўлади ва $I_6 = I_6$ эканлиги маълум бўлади. Натижада аҳамиятга эга бўлган учта тенгламага эга бўламиз. Берилган занжирда олти та ёпиқ контур бор ва Кирхгофнинг иккинчи қондасидан фойдаланиб олти та тенглама ёзишимиз мумкин, унинг бештаси мустақил тенглама бўлади. Кучланишнинг контурда йўналиши ихтиёрий олинади, агар ишораси манфий чиқса, демак, ҳақиқий йўналиши тескари томонга йўналган бўлади:

$$1) \text{ ABCDA контур учун } I_1 R_1 + I_3 R_3 = \varepsilon_1. \quad (4.57)$$

$$2) \text{ ABCDEMA контур учун}$$

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = -\varepsilon_2 + \varepsilon_1. \quad (4.58)$$

$$3) \text{ ABCDEKЛMA контур учун}$$

$$I_1 R_1 - I_4 R_4 = -\varepsilon_2 + \varepsilon_1. \quad (4.59)$$

$$4) \text{ АДЕМА контур учун } I_2 R_2 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_2. \quad (4.60)$$

$$5) \text{ АДЕКЛМА контур учун } I_3 R_3 + I_4 R_4 = \mathcal{E}_2. \quad (4.61)$$

$$6) \text{ МЕКЛМ контур учун } I_2 R_2 - I_4 R_4 = 0. \quad (4.62)$$

Шундай қилиб, (4.54)—(4.62) лардан иборат 9 та тенглама тузилди. Берилган масала шартида номаълум катталиклар сони 8 та ёки ундан кам бўлса, бу типдаги занжирларни ҳисоблаш мумкин. Кўриниб турибдики, ҳар қандай мураккаб занжирларни ҳисоблашда Кирхгофнинг қоидаларидан фойдаланилса, занжир анча осон ҳисобланар экан. Кучланиш ва токларнинг йўналиши эса ихтиёрий танлаб олинади. Ишоралари маъний чиқса, уларнинг йўналиши биз танлаб олган йўналишга тескари эканлигини кўрсатади, холос. Занжирни ҳисоблашга ҳеч қандай таъсири бўлмайди.

Агар бирор ёпиқ контурда ЭЮК қатнашмаса, бу ёпиқ контурдаги кучланишлар тушишининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлади.

Уитстон кўприги учун Кирхгоф қоидалари

Уитстон кўприги номаълум қаршиликларни ўлчаш учун мўлжалланган ёпиқ электр занжирдан иборат (4.12-расм). У реохорд (1—3), яъни солиштирма электр қаршилиги катта металл сим, сезгир гальванометр (G), аниқ қаршилиқ (R_0), номаълум қаршилиқ (R_x) ва батареядан ($\mathcal{E}$) иборат.

Ток кучларининг йўналишларини Кирхгофнинг биринчи қондасига амал қилган ҳолда ихтиёрий йўналтирамиз. Бу ердаги тугунлар учун Кирхгофнинг биринчи қондасини қўллаб қуйидаги тенгламаларни ҳосил қиламиз:

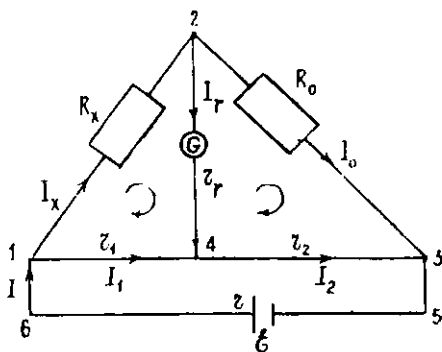
$$1 \text{ — тугун учун } I - I_x - I_1 = 0, \quad (4.63)$$

$$2 \text{ — тугун учун } I_x - I_r - I_0 = 0, \quad (4.64)$$

$$3 \text{ — тугун учун } I_0 + I_2 - I = 0, \quad (4.65)$$

$$4 \text{ — тугун учун } I_r + I_1 - I_2 = 0. \quad (4.66)$$

Бу тенгламаларнинг учтаси мустақил тенгламадир. Номаълумлар ($I_0, I_1, I, I_2, I_x, I_r$) сони олтита, демак, бизга яна учта мустақил тенглама керак. Бу тенгламаларни



12- расм.

Кирхгофнинг иккинчи қондаси ёрдамида ҳосил қиламиз:

$$1\ 2\ 4\ 1 — \text{контур учун } I_x R_x + I_r r_r - I_1 r_1 = 0, \quad (4.67)$$

$$2\ 3\ 4\ 2 — \text{контур учун } I_0 R_0 - I_2 r_2 - I_r r_r = 0, \quad (4.68)$$

$$1\ 2\ 3\ 5\ 6\ 1 — \text{контур учун } I_x R_x + I_0 R_0 + I r = \mathcal{E}, \quad (4.69)$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 1 — \text{контур учун } I_x R_x + I_0 R_0 - I_2 r_2 - I_1 r_1 = 0. \quad (4.70)$$

Бу ерда r — батареянинг ички қаршилиги. (4.67) ва (4.70) тенгламаларнинг исталган учтаси мустақил тенгламадир. (4.63) — (4.66) ва (4.67) — (4.70) тенгламаларни биргаликда система қилиб ечиб, ҳамма номаълум тоқларни аниқлаш мумкин.

Реохорддаги силжувчи контактни (4) шундай жойлаштириш мумкинки, маълум шаронтларда гальванометрдан тоқ ўтмай қолади. Бу пайтда 2 нуқтадаги потенциал φ_2 4 нуқтадаги потенциал φ_4 га тенг бўлади, яъни

$$\varphi_1 = \varphi_4. \quad (4.71)$$

Бу кўприкнинг мувозанат шarti деб аталади. Мувозанат ҳолатда $I_r = 0$ бўлади, (4.63) — (4.66) тенгламалардан $I_1 = I_2$ ва $I_x = I_0$ эканлигини исботлаш мумкин. (4.67) ва (4.68) тенгламалардан қуйидагиларни ҳосил қиламиз,

$$I_x R_x = I_1 r_1, \quad (4.72)$$

$$I_0 R_0 = I_2 r_2. \quad (4.73)$$

(4.72) ва (4.73) тенгламаларни бир-бирига бўлиб (4.74) ифодани ҳосил қиламиз:

$$\frac{R_x}{R_0} = \frac{r_1}{r_2}. \quad (4.74)$$

Реохорд симининг кўндаланг кесим юзи бутун узунлиги бўйича бир хил деб олсак, r_1 ва r_2 ларни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$r_1 = \rho \frac{l_1}{S}, \quad (4.75)$$

$$r_2 = \rho \frac{l_2}{S}, \quad (4.76)$$

$l = l_1 + l_2$ — реохорднинг узунлиги, S — реохорд симининг кўндаланг кесим юзи, ρ — симнинг солиштирма электр қаршилиги. У ҳолда (4.75) ва (4.76) ларни (4.74) га қўйиб, (4.77) ни ҳосил қиламиз:

$$R_x = R_0 \frac{I_1}{I_2}, \quad (4.77)$$

I_1 ва I_2 — реохорднинг ўнг ва чап елкалари.

4.6. ЎТКАЗГИЧЛАРНИ ПАРАЛЛЕЛ ВА КЕТМА-КЕТ УЛАШ

Электр занжирларида ўтказгичлар параллел, кетма-кет ва аралаш уланиши мумкин. Занжирни ҳисоблашда ўтказгичларни параллел ёки кетма-кет уланишга олиб келинади, яъни занжир ҳаёлан соддалаштирилади. Ана шу сабабдан параллел ва кетма-кет уланган ўтказгичларнинг қаршилигини ҳисоблаш тенгламасини келтириб чиқарсак, унинг ёрдамида ҳар қандай мураккаб шаклда уланган ўтказгичларнинг умумий қаршилигини ҳисоблаш мумкин.

а) *Ўтказгичларни параллел улаш* (4.13-расм).

Кирхгофнинг биринчи қондасига асосан кетма-кет уланган занжир учун (4.13-расм) қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

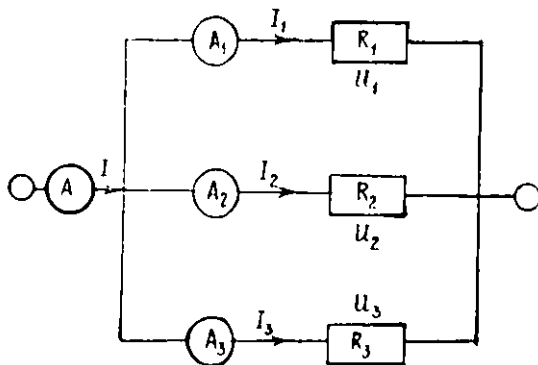
$$I = I_1 + I_2 + I_3, \quad (4.78)$$

$$U = U_1 = U_2 = U_3. \quad (4.79)$$

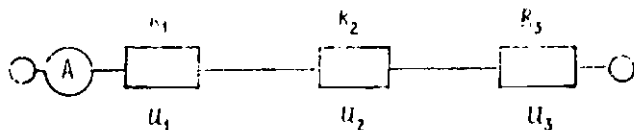
Ом қонунига асосан эса,

$$I = \frac{U}{R}; \quad I_1 = \frac{U_1}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U_3}{R_3} \quad (4.80)$$

эканлигидан фойдаланиб, (4.80) ва (4.78) тенгламалардан (4.81) ни ҳосил қиламиз:



4.13- расм.



4.14-расм.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \quad (4.81)$$

Худди шунга ўхшаш n та параллел уланган ўтказгичларнинг умумий қаршилиги учун қуйидаги ифодани келтириб чиқириш мумкин:

$$\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}. \quad (4.82)$$

б) Ўтказгичларни кетма-кет улаш (4.14-расм).

Тажрибалар шунини кўрсатадики, кетма-кет уланган ўтказгичлардан ҳар доим бир хил ток оқиб ўтади, яъни $I = I_1 = I_2 = I_3$ бўлади.

Умумий кучланиш эса ҳар бир ўтказгичдаги кучланишларнинг йиғиндисига тенг бўлади, яъни

$$U = U_1 + U_2 + U_3, \quad (4.83)$$

$$U = IR; \quad U_1 = I R_1; \quad U_2 = I R_2; \quad U_3 = I R_3. \quad (4.84)$$

(4.84) ва (4.83) лардан фойдаланиб, (4.85) ни ҳосил қиламиз:

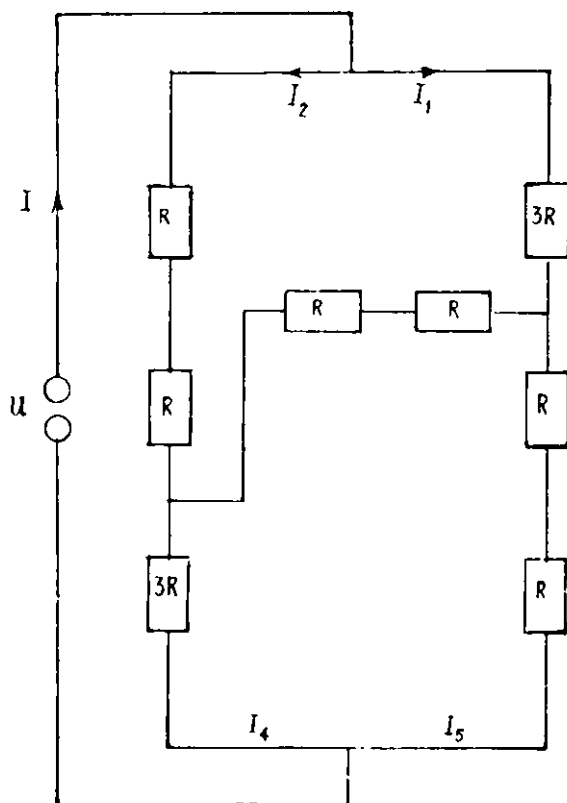
$$R = \sum_{k=1}^n R_k. \quad (4.85)$$

Худди шунга ўхшаш n та кетма-кет уланган ўтказгичнинг умумий қаршилигини ҳисоблаш тенгламасини келтириб чиқариш мумкин:

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

Аралаш уланган ўтказгичларнинг умумий қаршилигини ҳисоблаш учун мисол.

Ҳар қандай мураккаб тармоқланган электр занжирдаги уланган ўтказгичларни (4.15) ёки (4.16) расмда тасвирланган занжир шаклига келтирилиши мумкин. 4.16-расмдан кўриниб турибдики, ундаги умумий қаршилиқни параллел ёки кетма-кет уланган ўтказгичлар



4.15- расм.

каби ҳисоблаб бўлмайди. Бундай ҳолларда умумий қаршилиқни икки усул билан ечиш мумкин.

а) Биринчи усул:

Кирхгоф қондаларидан фойдаланиб ҳисоблаш.

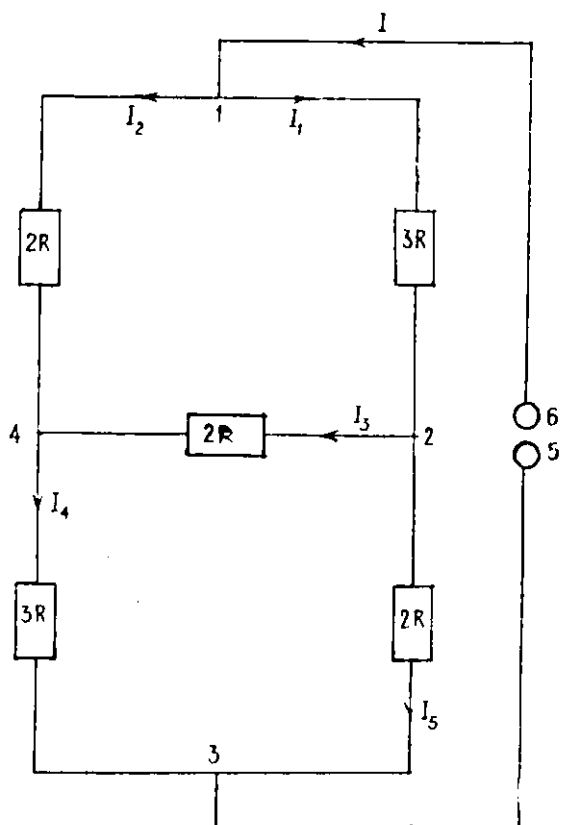
1 — тугун учун $I = I_1 + I_2$, (4.87)

2 — тугун учун $I_1 = I_3 + I_5$, (4.88)

3 — тугун учун $I = I_4 + I_5$, (4.89)

4 — тугун учун $I_4 = I_2 + I_3$. (4.90)

Натижада олти номаълумли тўртта тенглама ҳосил қилдик. Демак, бизга янги тенгламалар системаси



4.16- расм.

зарур. Янги тенгламаларни Кирхгофнинг иккинчи қондасидан, ҳамда электростатик майдонда зарядни кўчиришда бажарилган иш йўлининг шаклига боғлиқ эмаслигидан фойдаланамиз. Занжирнинг умумий қаршилигини R_0 билан белгилаймиз.

$$612356 — \text{контур учун } I_1 \cdot 3R + I_5 \cdot 2R = IR_0, \quad (4.91)$$

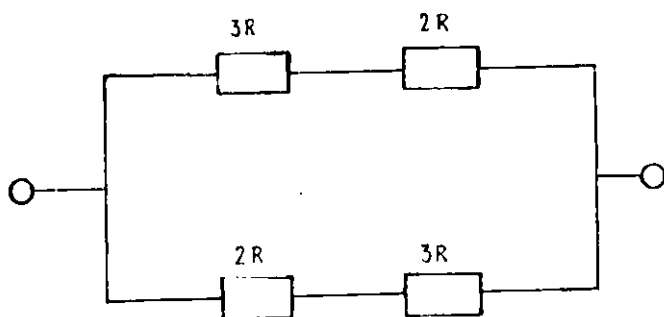
$$614356 — \text{контур учун } I_2 \cdot 2R + I_4 \cdot 3R = IR_0, \quad (4.92)$$

$$6124356 — \text{контур учун } I_1 \cdot 3R + I_3 \cdot 2R + I_4 \cdot 3R = IR_0, \quad (4.93)$$

$$6142356 — \text{контур учун } I_3 \cdot 2R + I_3 \cdot 2R + I_5 \cdot 2R = IR_0, \quad (4.94)$$

$$1241 — \text{контур учун } 3R \cdot I_1 + I_3 \cdot 2R - I_2 \cdot 2R = 0, \quad (4.95)$$

$$I_3 = I_1 - I_5. \quad (4.96)$$



4.17- расм.

Бу тенгламалардан фойдаланиб занжирнинг умумий қарши-
лиги (R_0) ни ҳисоблаймиз.

$$R_0 = \frac{22}{9} R = 2,44 R; \quad (4.97)$$

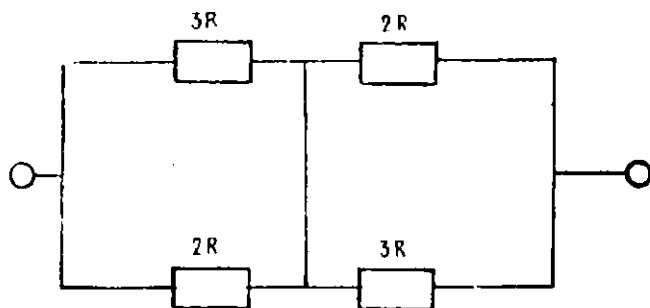
б) Иккинчи усул:

Бу типдаги масалаларни ечишда бир оз хатолик
билан, аммо содда йўл билан ечиш мумкин. Бунинг
учун 4.16-расмда кўрсатилган занжирни бир марта
4.17-расм ва иккинчи марта 4.18-расмдаги каби фараз
қиламиз.

4.17-расмда кўрсатилган занжирга асосан, қуйидаги-
ларни ҳосил қиламиз:

$$а) 3R + 2R = 5R, \quad 2R + 3R = 5R,$$

$$\frac{1}{R_{01}} = \frac{1}{5R} + \frac{1}{5R}, \quad R_{01} = 2,5 R; \quad (4.98)$$



4.18- расм.

б) 4.18-расмда кўрсатилган занжирга асосан эса қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\frac{1}{3R} + \frac{1}{2R} = \frac{5}{6R}, \quad \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} = \frac{5}{6R}, \quad (4.98 \text{ a})$$

$$R_{01} = \frac{6R}{5} + \frac{6R}{5}; \quad R_{02} = \frac{12}{5} R = 2,4R$$

$$R_0 = \frac{R_{01} + R_{02}}{5} = \frac{2,5R + 2,4R}{2} = 2,45 R, \quad (4.99)$$

$$R_0 = 2,45 R. \quad (4.100)$$

Шундай қилиб, иккинчи усул билан умумий қаршилиқни жуда осон ва тез ҳисоблаш мумкин.

4.7. ЖОУЛЬ-ЛЕНЦ ҚОНУНИ

Қўзғалмас ва ичида химиявий ўзгаришлар бўлмаётган ўтказгичдан электр токи ўтаётганда ўтказгич қизийди. Бунинг сабаби бундай шароитда токнинг бажарган иши ўтказгичнинг ички энергиясини оширишга сарфланади. Демак, ўтказгичдан ток ўтганда ундан иссиқлик миқдори ажралиб чиқар экан. Тажрибалар натижасига асосланиб Жоуль ва Ленцлар бир-бирдан беҳабар ҳолда бир хил ҳулосага келдилар ва бир хил қонун яратдилар. Шунинг учун бу қонун Жоуль—Ленц қонуни деб аталади. Бу қонуннинг асосида энергиянинг сақланиш ва Ом қонуни ётади.

Ўтказгичдан ток ўтганда ўтказгичдан ажралиб чиққан иссиқлик миқдори ток кучига, кучланишга ва ток ўтиб турган вақтга тўғри пропорционал:

$$Q = UIt. \quad (4.101)$$

Ом қонунига асосан:

$$U = IR \quad (4.102)$$

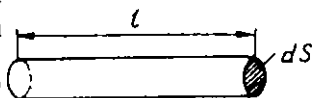
ёки

$$Q = I^2 R t. \quad (4.103)$$

Ўтказгичдан ток ўтаётганда ажралиб чиққан иссиқлик миқдори ток кучининг квадратига, ўтказгичнинг қаршилигига ва ток ўтиб турган вақтга тўғри пропорционал бўлади.

Бутун ўтказгичдан ажралиб чиққан иссиқликни аниқловчи (4.101) ифодадан ўтказгичнинг турли қисм-

ларидан ажралиб чиқувчи иссиқликни характерловчи ифодага ўтиш мумкин. Кўп ҳолларда ўтказгичларнинг диаметри ҳар хил бўлади. Шунинг учун ҳам ўтказгичнинг турли қисмларининг иссиқлик чиқарувчанлигини ҳисобловчи ифода катта аҳамиятга эга. Ўтказгичдан цилиндрсимон бўлакча ажратиб оламиз (4.19-расм).



4.19- расм.

Ўтказгичнинг бир қисмининг ҳажми $dV = dS \cdot dl$ га тенг. Жоуль-Ленц қонунига асосан dV дан dt вақтда ажралиб чиққан иссиқлик миқдори

$$dQ = I^2 R dt \quad (4.104)$$

га тенг бўлади.

$$I = j dS \quad (4.105)$$

эканлигини ҳисобга олсак,

$$dQ = R j^2 dS^2 \cdot dt \quad (4.106 a)$$

ни ҳосил қиламиз, у ҳолда ўтказгичнинг бир қисмидан ажралиб чиққан иссиқлик миқдори қуйидагича аниқланади.

$$dQ = \rho j^2 dV dt. \quad (4.106)$$

Бизни бирлик ҳажмдан бирлик вақтда ажралиб чиқаётган иссиқлик миқдори қизиқтиради, яъни:

$$\frac{dQ}{dV \cdot dt} = \rho j^2. \quad (4.107)$$

Бу тенгламанинг ўнг томонини ω билан белгилаб оламиз. ω токнинг солиштира куввати деб аталади:

$$\omega = \rho j^2, \quad (4.108)$$

$$\frac{dQ}{dV \cdot dt} = \omega. \quad (4.109)$$

Ток кучининг зичлиги тенгламасидан фойдаланиб, Жоуль-Ленц қонунининг дифференциал шаклини келтириб чиқарамиз:

$$j = I/S. \quad (4.110)$$

$$\text{Ом қонунига асосан } I = \frac{U}{R}. \quad (4.111)$$

Исталган шаклдаги ўтказгич учун электр қаршиликни ўтказгичнинг солиштира қаршилиги билан ифодалаймиз:

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (4.112)$$

Ўтказгичнинг солиштирма электр ўтказувчанлиги эса қуйидагича аниқланади:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}. \quad (4.113)$$

Бу тенгламалардан фойдаланиб ток зичлигини аниқлаймиз,

$$j = \sigma E. \quad (4.114)$$

(4.114) ни (4.100) га қўйиб, 4.115 ни ҳосил қиламиз,

$$\omega = \rho \cdot \frac{E^2}{\rho^2} = \frac{E^2}{\rho},$$

$$\omega = \sigma E^2 \quad (4.115)$$

(4.109) ва (4.115) ларни Жоуль-Ленц қонунининг дифференциал шакли деб аталади.

4.8. ЎЗГАРМАС ТОКНИНГ ҚУВВАТИ

Ўзгармас ток занжирининг ихтёрий қисмини олиб кўрамиз. Унинг учларига кучланиш берилган бўлсин. t вақт ичида кўндаланг кесим юзасидан $q = It$ заряд оқиб ўтади.

q ўтказгичнинг бир учидан иккинчи учига кўчирилади, демак, электростатик ва четки кучлар иш бажаради:

$$A = qU = UIt. \quad (4.116)$$

Токнинг вақт бирлигида бажарган иш токнинг қуввати деб аталади:

$$P = \frac{A}{t}. \quad (4.117)$$

(4.116) ни (4.117) га қўйиб (4.118) ни ҳосил қиламиз:

$$P = IU, \quad (4.118)$$

$$U = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}$$

бўлгани учун

$$P = (\varphi_1 - \varphi_2)I + I \mathcal{E}_{12}. \quad (4.119)$$

Масалаларни счишда ўтказгичлар кетма-кет уланган бўлса,

$$Q = I^2 R t, \quad (4.120)$$

$$P = I^2 R. \quad (4.121)$$

Ўтказгичлар параллел уланган бўлса,

$$Q = \frac{U^2}{R} t, \quad (4.122)$$

$$P = \frac{U^2}{R}. \quad (4.123)$$

ифодадан фойдаланиш керак.

Юқоридаги мулоҳазалардан кўриниб турибдики, Жоуль-Ленц қонуни бир жинсли бўлмаган ўтказгичнинг қисмлари учун ҳам қўлланиши мумкин экан. Албатта бу ҳолларда ўтказгичдан ток ўтганда химиявий реакция кучлари пайдо бўлмаслиги керак.

Ҳ Б О Б

ВАКУУМДА МАГНИТ МАЙДОН

Б.1. ТОКЛАРНИНГ ЎЗАРО ТАЪСИРЛАШУВИ

Тажриба шуни кўрсатадики, электр токлари ўзаро таъсирлашар экан. Масалан, иккита параллел ўтказгичдан бир томонга ток ўтаётган бўлса улар ўзаро тортишади, ток қарама-қарши оқаётган бўлса, ўзаро ытаришади.

Ўтказгичнинг узунлик бирлигига таъсир қилаётган куч ўтказгичлардан ўтаётган ток кучларига тўғри пропорционал улар орасидаги масофага эса тескари пропорционал бўлади, яъни

$$F' = k' \frac{2I_1 I_2}{b}. \quad (5.1)$$

Бу қонунни 1820 йилда Ампер кашф қилди.

Ўзаро таъсир қонуниятига асосан СИ да ток кучи бирлиги ампер — қуйидагича аниқланади:

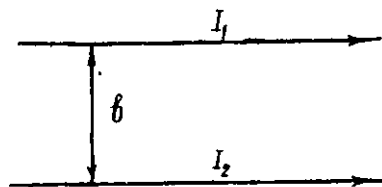
1. Ўтказгичлар чексиз узун ва ўзаро параллел бўлсин;

2. Ўтказгич цилиндрик шаклда бўлиб, кўндаланг кесим юзи жуда кичкина доира шаклда бўлсин;

3. Улар бир-биридан бир метр масофада вакуумда жойлашган бўлсин.

Ана шу ўтказгичларнинг ҳар биридан тенг ўзгармас ток ўтганда ток кучларининг маълум бир қийматида ўтказгичла-

рининг ўзаро таъсир кучи F' (5.1) ифодага асосан ўтказгичнинг ҳар бир метр узунлигига $2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$ га тенг бўлади. Ток кучининг бу қиймати 1 ампер деб қабул қилинган. СИ системасида « k' » коэффициентни $\mu_0/4\pi$ га тенг бўлади, яъни;



5.1-расм.

$$F' = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 \cdot I_2}{b}, \quad (5.2)$$

бу ерда μ_0 — магнит доимийси деб аталади. μ_0 нинг сон қийматини ва бирлигини топиш мумкин. (5.2) ифодадан, $I_1 = I_2 = 1 \text{ А}$; $b = 1 \text{ м}$ бўлса, $F' = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ га тенг бўлади. Буларни (5.1) тенгликка қўйиб, (5.3) ни ҳосил қиламиз:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Генри}}{\text{метр}} = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}. \quad (5.3)$$

Ток кучи бирлигини танлаб олиш билан (5.1) ифодадаги « k' » коэффициентни 1 га тенг қилиш мумкин, бу система ни абсолют электромагнит система (Гаусс системаси) деб аталади (СГСЭ система). (5.1) ифодадаги « k' » СГСЭ системада эса бирдан фарқли ва ўлчамли катталиқ бўлар экан.

$$I_1 = I_2 = I \quad (5.4)$$

бўлган ҳол учун (5.1) ифодани қуйидагича ёзамиз:

$$F' = [k'] \frac{I^2}{b}. \quad (5.5)$$

k' нинг бирлигини қуйидагича топиш мумкин:

$$[k'] = \left[\frac{F' \cdot b}{I^2} \right] = \left[\frac{F}{I^2} \right]. \quad (5.5)$$

Кулон қонунига асосан

$$[F] = \left[\frac{q^2}{L^2} \right]. \quad (5.6)$$

Ток кучининг формуласига асосан,

$$I = \frac{[q]}{[t]}. \quad (5.7)$$

(5.6) ва (5.7) ифодаларни (5.5) тенгликка қўйиб (5.8) ни ҳосил қиламиз:

$$[k'] = \frac{\left[\frac{q^2}{L^2} \right]}{\left[\frac{q^2}{T^2} \right]} = \left[\frac{T^2}{L^2} \right]. \quad (5.8)$$

$$\frac{L}{T} \quad \text{демак, } C = \frac{L}{T}. \quad (5.9)$$

Бундан

$$k' = \frac{1}{c^2} \quad (5.10)$$

бўлади. C — электродинамик доимий деб аталади, унинг қийматини топиш мумкин:

$$F' = \frac{1}{c^2} \frac{[2I_1 \cdot I_2]}{b} \quad (5.11)$$

га кўра, агар $b = 100$ см, ток кучи $I_1 = I_2 = 3 \cdot 10^9$ СГСЭ, га тенг бўлса, .

$$F' = 2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Дина}}{\text{см}}$$

бўлади.

Демак, (5.11) формулага F' нинг қийматини қўйсақ, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$100 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{100} = \frac{1}{c^2} 18 \cdot 10^{18},$$

$$10^{-2} = \frac{1}{c^2} 9 \cdot 10^{18},$$

$$c = \sqrt{9 \cdot 10^{20}} = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}. \quad (5.12)$$

ёки $c = 3 \cdot 10^8$ м/с = 300000 км/с.

Электродинамик доимийнинг (c) сон қиймати ёруғликнинг вакуумдаги тезлигига тенг экан. Максвелл буни ўзининг майдонлар ҳақидаги назариясига асос қилиб олди ва ёруғлик электромагнит тўлқиндан иборат деган гоёни илгари сурди.

ϵ_0 , μ_0 ва c лар ўзаро боғлиқ катталиклардир.

ϵ_0 билан μ_0 кўпайтмасининг ўлчов бирлиги ва сон қиймати $\frac{1}{c^2}$ нинг ўлчов бирлигига мос келар экан, демак

$$\varepsilon_{0110} = \frac{1}{c^2}, \quad (5.13)$$

$$\varepsilon_{0110} = \frac{1}{(3 \cdot 10^8)^2} \cdot \frac{1}{\left[\frac{\text{м}^2}{\text{сек}^2} \right]} \quad (5.14)$$

га тенг бўлар экан.

5.2. МАГНИТ МАЙДОН

Токлар майдон орқали таъсирлашади. Бу майдонни магнит майдон деб аталади. 1820 йилда даниялик олим Эрстед ток ҳосил қилган магнит майдон магнит стрелкасига ориентацияловчи таъсир кўрсатишини аниқлади. Магнит стрелкаси айланма ҳаракат қиладиган қилиб ўққа ўриятилган. Ўтказгич (сим) магнит стрелкаси устидан унга параллел қилиб ўтказилган. Симда ток йўқ пайтида стрелка симга параллел ҳолатда туради. Агар симдан ток ўтса, магнит стрелкаси симга тик ҳолатга бурилади. Ток тескари томонга ўтказилса, магнит стрелкаси тескари томонга бурилади ва тик ҳолатни олади.

Эрстед тажрибаси шуни кўрсатадики, магнит майдон вектор катталиклар билан характерланар экан. Бу катталикини магнит индукцияси деб аталади ($\vec{B}$). $\vec{B}$ электростатик майдон кучланганлиги $\vec{E}$ га ўхшаш катталик экан. Магнит майдон кучланганлиги деб аталувчи ёрдамчи катталик ҳам қабул қилинган ($\vec{H}$). $\vec{H}$ электр индукцияси $\vec{D}$ га ўхшаш катталикдир.

Магнит майдонни электростатик майдон тушунчасига таққослаб ўрганилса, магнит майдон ҳақида тўлиқ маълумотга эга бўламиз.

Магнит майдон ҳаракатсиз зарядга таъсир қилмайди, электр майдон эса таъсир қиладди. Агар заряд магнит майдонда бирор тезлик ($\vec{V}$) билан ҳаракат қилса, магнит майдоннинг таъсир кучи ҳосил бўлади.

Мана шу мулоҳаза ҳам тўғри бўлади; ўзгармас ток таърифига асосан электронейтрал ўтказгичдан ток ўтиши учун мусбат зарядлар бир томонга, манфий зарядлар (тинч туриши) ёки иккинчи томонга ҳаракат қилиши шарт. Ана шу тартибли ҳаракат қилувчи зарядлар (яъни ток) ўтказгич атрофидаги муҳитнинг хосса-

сини ўзгартиради, яъни магнит майдонни ҳосил қилади. Бу магнит майдон унда ҳаракат қилаётган зарядга таъсир қилиш билан ўзини намоён қилади ва биз магнит майдон бор-йўқлигини фақат унинг таъсир этиши туфайли сезамиз. Тажрибалар натижасига асосланиб магнит майдон учун ҳам электростатик майдонга ўхшаш суперпозиция принципи бажарилишига ишонч ҳосил қиламиз.

Агар бир жойда бир нечта тоқлар (ҳаракат қилувчи зарядлар) магнит майдон ҳосил қилаётган бўлса, майдонлар устма-уст қўшилар экан.

Бир нечта тоқ ҳосил қилаётган магнит майдоннинг бирор нуқтасидаги индукцияси ($\vec{B}$), ҳар бир тоқ алоҳида ҳосил қилган майдонлари магнит индукцияларининг вектор йиғиндисига ($\sum_{i=1}^n \vec{B}_i$) тенг.

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i \quad (5.14)$$

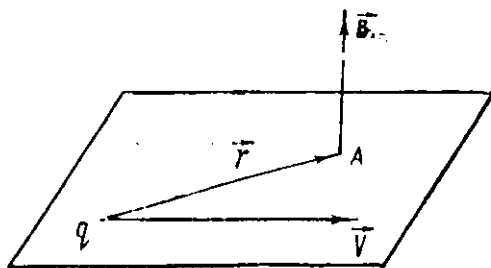
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \dots + \vec{B}_n \quad (5.15)$$

Тажриба натижаларига асосан текис ҳаракат қилаётган элементар заряд (тоқ), ҳосил қилаётган магнит майдоннинг магнит индукцияси ($\vec{B}$) қуйидагига тенг бўлар экан:

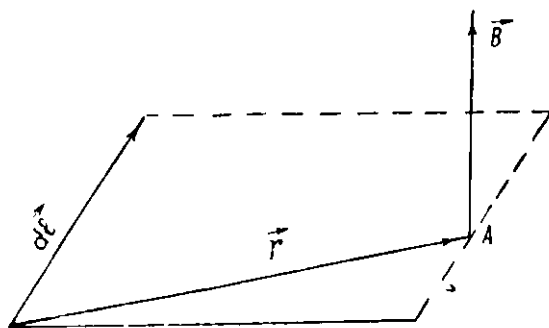
$$\vec{B}_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q [\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3}, \quad (5.16)$$

q — элементар заряд (электрон).

Элементар q заряд $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган бўл-



5.2- расм.

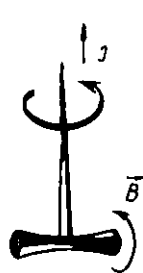


син. У ўз атрофида магнит майдон ҳосил қилади. A нуқтадаги магнит индукциясини (5.16) ифода ёрдамида ҳисоблаш мумкин.

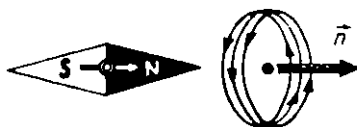
$\vec{r}$ — заряддан A нуқтагача текширилаётган нуқтага ўтказилган радиус-вектор $\vec{B}$ нинг йўналиши ўнг қинт қондасига асосан аниқланади.

Винтнинг илгариланма ҳаракатини токнинг йўналишига мос қилиб олинса, унинг айланма ҳаракатининг йўналиши индукция векторининг ($\vec{B}$) йўналишига мос келади.

Электростатик майдонга ўхшаш магнит майдонга ҳам геометрик кўриниш бериш мумкин. Бунинг учун индукция чизиқлари шундай ўтказиладики, унинг исталган нуқтасидан ўтказилган уринманнинг йўналиши шу нуқтадаги магнит индукцияси векторининг йўналиши билан мос тушади. Магнит индукциясининг бирлиги СИ да тесла (T_n) деб қабул қилинган.



5.3- расм.



5.3 а- расм.

5.3. БИО — САВАР — ЛАПЛАС ҚОНУНИ

Ўзгармас ток ҳосил қилаётган магнит майдонни ўрганиш 1820 йилларда қизғин тус олди. Француз олимлари Био ва Савар тажрибалар орқали қуйидаги хулосаларга келди ва ўз қонунини яратди:

1. Ҳар доим магнит индукцияси ($\vec{B}$) ток кучига тўғри пропорционал;

2. Магнит индукцияси ($\vec{B}$) ўтказгичнинг (токнинг) геометрик шакли ва ўлчамларига боғлиқ;

3. Исталган нуқтадаги магнит индукцияси ($\vec{B}$) токни ўтказгичга нисбатан жойлашишига боғлиқ;

Исталган шаклдаги ингичка ўтказгичдан ток ўтганда ҳосил бўлган магнит майдоннинг хоссасини аниқлаш мумкин (5.4-расм).

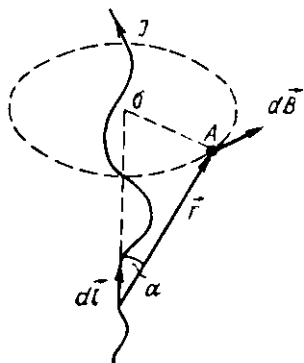
Ўтказгични элементар $d\vec{l}$ бўлакчаларга бўламиз. A нуқтадаги магнит майдонни ўтказгичнинг $d\vec{l}_1, d\vec{l}_2, d\vec{l}_3, \dots, d\vec{l}_n$ бўлакчалари ҳосил қилган майдонларни натижавий майдон деб қараш мумкин. Майдонлар суперпозицияси (устма-уст қўшилиши) принципига асосан натижавий магнит майдон индукцияси ($\vec{B}$) алоҳида магнит индукциялари $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \dots, \vec{B}_n$ йигиндисига тенг бўлади. Ана шу мулоҳазаларга асосланиб, Био-Савар-Лаплас қонуни деб аталувчи қонуннинг математик ифодасини Лаплас қуйидаги кўринишда берди:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}, \quad (5.17)$$

$d\vec{B}$ — $d\vec{l}$ узунликдаги ўтказгичнинг $\vec{r}$ масофадаги (A нуқтадаги) магнит индукцияси вектори. $d\vec{B}$ нинг модули қуйидагича аниқланади:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}, \quad (5.18)$$

бунда α — $d\vec{l}$ ва $\vec{r}$ орасидаги бурчак.



5.4-расм.

(5.17) ни (5.16) га асосан келтирилиб чиқарилади. Био — Савар—Лаплас қонуни қуйидагича таърифланади:

Ҳар қандай шаклдаги ўтказгичдан ток ўтаётганда унинг атрофида ҳосил бўлган магнит индукцияси векторининг модули (B) ўтказгич билан магнит индукцияси аниқланаётган нуқтача бўлган массфанинг (r) квадратига тескари пропорционал, ток кучига ва ўтказгичнинг узунлигига тўғри пропорционал бўлади. Ўтказгичнинг dl қисмидаги заряди dq га тенг бўлиб, dl дан r масофада ҳосил қилган магнит майдон индукция вектори dB га тенг бўлади, яъни:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq [\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (5.16)$$

$\vec{v}$ — ўтказгичдаги зарядларнинг тартибли ҳаракат тезлиги, α — $d\vec{l}$ ва $\vec{r}$ орасидаги бурчак, $d\vec{r}$ — исталган шаклдаги ўтказгичнинг элементар қисми:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{l}}{dt}, \\ d\vec{B} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq \left[\frac{d\vec{l}}{dt}, \vec{r} \right]}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq}{dt} \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r}, \\ \frac{dq}{dt} &= I, [d\vec{l}, \vec{r}] = dl \cdot r \cdot \sin \alpha. \end{aligned} \quad (5.17)$$

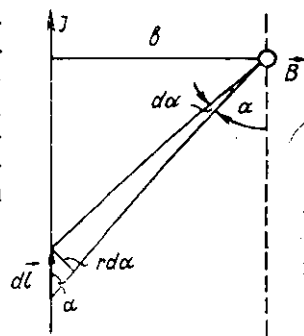
Бу ифодаларни (5.16 а) га қўйиб,

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (5.18)$$

$$\vec{B} = \int_0^l d\vec{B}.$$

ни ҳосил қиламиз, $\vec{B}$ вектори ҳар доим $d\vec{l}$ ва $\vec{r}$ векторлари ётувчи текисликка тик бўлади, (5.18) — тенгламани интеграллаб исталган шаклдаги ўтказгичнинг исталган масофасидаги $\vec{B}$ ни ҳисоблаш мумкин. Лаплас токли ўтказгич атрофида ҳосил бўлган магнит майдонни, ўтказгичнинг элементар ($d\vec{l}$) қисмлари томонидан ҳосил бўлган майдонлар суперпозициясидан иборат деб ҳисоблади. Лапласнинг бирдан-бир ютуғи ҳам ана шу тушунчададир. Шунинг учун

ҳам Био-Савар-Лаплас қонуни деб аталади. (5.18) ифодани интеграллаб исталган нуқтадаги магнит майдон индукциясини ҳисоблаш мумкин. Улар мураккаб шаклга эга бўлган тоқларнинг магнит майдонларини ҳисоблашди. Био-Савар-Лаплас қонунидан фойдаланилса, масала жуда осон ечилади.



5.5- расм.

5.4. БИО-САВАР-ЛАПЛАС ҚОНУНИНИНГ МАГНИТ МАЙДОНЛАРНИ ҲИСОБЛАШДА ҚЎЛЛАНИШИ

Тўғри тоқнинг магнит майдони, яъни тўғри симдан тоқ ўтаётганда унинг атрофида ҳосил бўлган магнит майдон.

Ўтказгичдан (симдан) I ток ўтаётган бўлса, ундан b масофада ётган нуқтадаги магнит майдон индукциясини қуйидагича ҳисоблаш мумкин (5.5-расм).

Чизмада $\vec{B}$ вектори расм текислигига тик ва орқа томонга йўналган. Шунинг учун проекцияси сон жиҳатидан векторнинг ўзига тенг бўлади. Демак, $(\vec{B}) = (B)$, яъни векторни модули билан алмаштириш мумкин. $\vec{B}$ вектори ўтказгичнинг dl узунлигига мос келувчи dq зарядлар ҳосил қилган $d\vec{B}$ вектор йигиндисига тенг бўлади:

$$B = \int dB = \int dB_1 + \int dB_2 + \int dB_3 + \dots \quad (5.19)$$

Чизмадан қуйидагиларни топамиз:

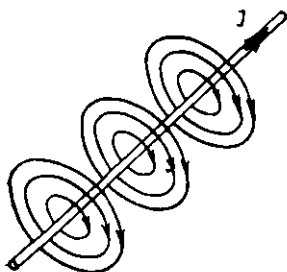
$$r = \frac{b}{\sin \alpha}; \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}; \quad dl = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha};$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I dl \sin \alpha}{r^2} = \frac{\mu_0 I \cdot \sin \alpha d\alpha}{4\pi r^2 \cdot \sin \alpha},$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{r dl d\alpha}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \sin \alpha d\alpha}{b}.$$

Тўғри ток учун α 0 дан π гача (180°) ўзгаради. Шунинг учун (5.19) тенгламани интеграллаб, натижавий магнит индукциясининг қийматини топамиз:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 2 \cdot I}{4\pi b},$$



5.6- расм.

$$B = \frac{\mu_0 2I}{4 \pi b}. \quad (5.20)$$

Тўғри токнинг исталган масофада ётган нуқтадаги магнит индукцияси (5.20) ифода ёрдамида аниқланади.

Тўғри токнинг магнит индукция чизиқлари (магнит чизиқлари) ўтказгични ўраб олган концентрик айланалардан иборат бўлади (5.6- расм).

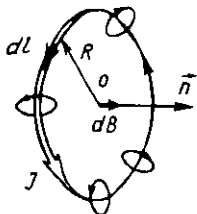
Айланма токнинг магнит майдони, яъни R радиусли айлана шаклидаги ингичка симдан ўтаётган токнинг ҳосил қилган магнит майдони.

Айланма токнинг кўриниши 5.7-расмда кўрсатилган. Бундай токларнинг магнит майдонини ҳисоблашда асосан иккита хусусий ҳол учун кўриб чиқамиз.

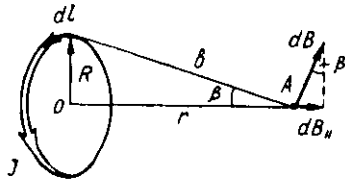
Айланма ток марказидаги ва айланма ток марказидан ўтувчи ўқ бўйлаб бирор масофада ётувчи нуқтадаги магнит майдонни ҳисоблаш.

1. *Айланма ток марказидаги магнит майдон индукцияси.* Ўтказгични (симни) dl элементар бўлақларга ҳаёлап ажратамиз. Ҳар бир элементар $d\vec{l}$ бўлақча айлана марказида $d\vec{B}$ магнит индукция векторини ҳосил қилади. $d\vec{l}$ ҳар доим R га тик бўлиб, $d\vec{B}$ эса $\vec{n}$ вектори билан устмустушди. Шунинг учун $d\vec{B}$ векторини унинг модули билан алмаштириб, умумий магнит индукциясини қуйидагича топамиз:

$\alpha = 90^\circ$ бўлса $\sin \alpha = 1$ бўлади. У ҳолда Био-Савар-Лаплас қонуни қуйидаги кўринишга эга бўлади, яъни



5.7- расм,



5.8- расм.



5.9- расм.

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{R^2}, \quad (5.21)$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I \cdot 2\pi R}{4\pi R^2}, \quad (5.22)$$

$$B = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{R}. \quad (5.23)$$

$$B = \frac{\mu_0 P_m}{2\pi R^2},$$

$$P_m = IS,$$

$$S = \pi R^2.$$

Бу ерда $l = 2\pi R$ айлана узунлиги.

2. Айлана марказидан ўтувчи ўқ бўйлаб r масофада да ётган нуқтадаги магнит майдон индукцияси.

Айланма ток ўзининг марказидан ташқари, атрофида ҳам магнит майдон ҳосил қилади.

Унинг ихтиёрий r масофада ётган нуқтадаги (марказидан ўтувчи ўқ бўйлаб) магнит майдонининг индукциясини ҳисоблаш мумкин. 5.8-расмда кўрсатилгандек, айланма ток r масофада айланма ток марказидан ўтувчи ўқ атрофида конуссимон $\vec{dB}$ векторлар тўплами ҳосил қилади (5.9- расм).

Натижавий r ўқи бўйлаб йўналган B векторининг модули қуйидагича топилади:

$$dB_{\parallel} = dB \cdot \sin \beta. \quad (5.24)$$

0 dl A учбурчакдан,

$$\sin \beta = \frac{R}{b} \quad (5.25)$$

га тенг бўлади. (5.25) ни (5.24) га қўйиб,

$$dB_{\parallel} = dB \frac{R}{b} \quad (5.26)$$

ни ҳосил қиламиз. Бир оз математик ўзгартиришлар қилиб,

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdlR}{b^2 b} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdlR}{b^3} \quad (5.27)$$

ни ҳосил қиламиз. Уни интеграллаб, қуйидагиларни топамиз:

$$B = \int dB_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot R \cdot 2\pi R}{b^3}. \quad (5.28)$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2P_m}{b^2};$$

$$P_m = I \cdot \pi R^2 = IS$$

ёки

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2b^3}. \quad (5.29)$$

5.8-расмдан $b^2 = R^2 + r^2$ эканини ҳисобга олсак,

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I R^2}{(R^2 + r^2)^{3/2}} \quad (5.30)$$

ёки

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2P_m}{(R^2 + r^2)^{3/2}}$$

ифодани ҳосил қиламиз. (5.30) ифода $r = 0$ бўлганда (5.23) ифодага айнан тенг бўлади.

5.5. ЛОРЕНЦ КУЧИ

Тажрибалар натижаси шуни кўрсатадики, бирор $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган q заряд магнит майдонга киритилса, майдон томонидан бу зарядга куч таъсир қилади. Бу куч ҳаракат қилаётган заряд миқдорига, унинг тезлигига ва магнит майдон индукциясига тўғри пропорционал бўлар экан:

$$\vec{F}_m = kq[\vec{v}, \vec{B}], \quad (5.31)$$

k — пропорционал коэффициент.

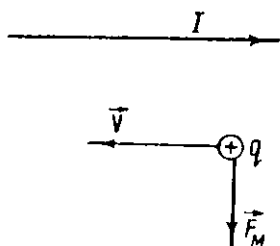
СИ да $k = 1$ бўлиб, $\vec{E}_m$ қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (5.32)$$

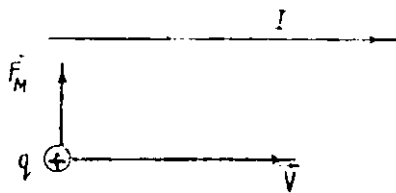
Унинг модули эса қуйидагича аниқланади:

$$F_m = qvB \sin \alpha, \quad (5.33)$$

α — $\vec{v}$ ва $\vec{B}$ векторлар ҳосил қилган бурчак. Агар $\alpha = 0$ бўлса, $\sin \alpha = 0$ бўлади, $\alpha = 180^\circ$ бўлса ҳам, $\sin \alpha = 0$ бўлади. У ҳолда $F_m = 0$ бўлади. Демак, заряд магнит майдон индукция векторига параллел ҳолда ҳаракат қилса, зарядга магнит майдон томонидан ҳеч қандай куч таъсир қилмайди.



5.10- расм.



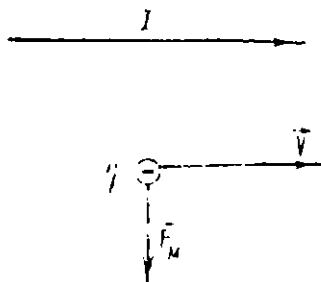
5.11- расм.

$\vec{F}_M$ куч ҳар доим $\vec{v}$ ва $\vec{B}$ векторлари ётувчи текисликка тик йўналган бўлади. Бу кучнинг миқдори заряднинг миқдорига боғлиқ бўлса, унинг йўналиши эса заряднинг ишораси ва йўналишига боғлиқ бўлади. $\vec{F}_M$ кучнинг йўналиши қуйидагича бўлади:

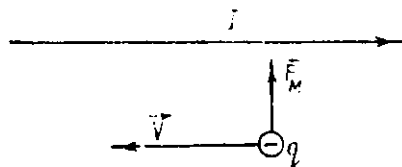
а) Ўтказгичдан ўтаётган ток ҳосил қилаётган магнит майдонда мусбат заряд ҳаракат қилаётган бўлсин. Агар заряднинг ҳаракат йўналиши билан мос келса, ўтказгич томонга, акс ҳолда тескари томонга йўналган бўлади (5.10 ва 5.11-расмлар).

б) Агар ҳаракат қилаётган заряд манфий бўлса, $\vec{F}_M$ нинг йўналиши қуйидагича бўлади (5.12 ва 5.13-расм).

$\vec{F}_M$ ҳар доим заряднинг йўналишига тик бўлади, яъни $\vec{F}_M \perp \vec{V}$, шунинг учун $\vec{F}_M$ заряднинг устидан иш бажармайди. Бундан шундай хулосага келамиз, ўзгармас магнит майдонида ҳаракат қилаётган заряднинг энергияси гўёки тинч турган сингари ҳар доим ўзгармай қолаверади.



5.12- расм.



5.13- расм.

Электр токи зарядларнинг тартибли ҳаракати туфайли ҳосил бўлади. Шунинг учун юқорида кўриб ўтган тажрибамизда ҳаракатланаётган зарядга бизнинг хоҳишимиздан қатъи назар электр кучи ҳам таъсир қилади. Демак, зарядга таъсир қилаётган натижавий куч ($\vec{F}_n$) қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{F}_n = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

ёки

$$\vec{F}_n = q\vec{E} + q[\vec{V}, \vec{B}]. \quad (5.34)$$

унинг модули эса қуйидагига тенг:

$$F_n = qE + qvB \sin \alpha \quad (5.35)$$

Бу ифодани биринчи бўлиб, голландиялик олим Лоренц таклиф қилгани учун, унинг шарафига Лоренц кучи деб аталади.

Магнит майдоннинг электр майдондан тубдан фарқи, магнит майдон тинч турган зарядга таъсир қилмайди. Магнит майдон фақат ҳаракат қилаётган зарядга таъсир қилади.

Агар $\vec{E} = 0$ бўлса, яъни магнит майдонни табиий магнит ҳосил қилаётган бўлса, Лоренц кучи $\vec{F}_m$ га тенг бўлади:

$$F_n = q[\vec{V}, \vec{B}]$$

ёки

$$F_n = qvB \sin \alpha \quad (5.36)$$

Агар $\vec{V} \perp \vec{B}$ бўлса, $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ва $\sin \alpha = 1$ бўлади ва қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$F_n = qvB. \quad (5.37)$$

5.6. АМПЕР КУЧИ

Магнит майдонда ҳаракат қилаётган ҳар бир зарядли заррага (ток ташувчилар) магнит майдон томонидан $\vec{F}_m$ куч таъсир қилади, яъни:

$$\vec{F}_m = q [\vec{B}, \vec{V}],$$

унинг модули қуйидагига тенг:

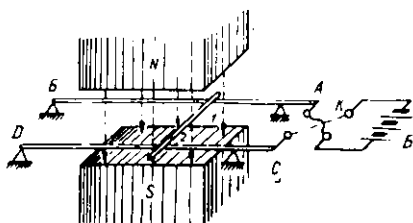
$$F_m = q B v \sin \alpha.$$

Агар $\alpha = 90^\circ \left(\frac{\pi}{2} \right)$ га тенг бўлса, $\sin \alpha = 1$ бўлиб

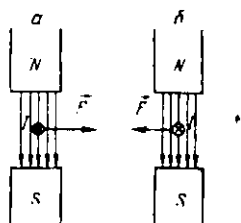
$$F_m = q B \cdot v \quad (5.37)$$

ни ёзиш мумкин.

Агар магнит майдонга dl узунликка эга бўлган ўтказгич киритилса ва ундан ток ўтказилса, магнит майдон томонидан бу ўтказгичга қандайдир куч таъсир қилади (5.14-расм). Бу кучни тажрибада ёрдамида ўтказгичнинг ток ўтиши билан ҳаракатга келишидан сезамиз. Агар токнинг йўналиши қарама-қарши томонга ўзгартирилса, ўтказгичнинг ҳаракатини қарама-қарши томонга ўзгартиради. Ўзгармас магнит майдон қутблари орасига батарея, рельссимон симлар ва dl узунликдаги ўтказгичдан иборат электр занжирни магнит индукция чизиқларига тик жойлаштирамиз. AB ва CD симларнинг устида dl ўтказгични 1—1 нуқталар бўйлаб жойлаштирилганда $A-1-2-C-A$ ёпиқ электр занжир ҳосил бўлади. Қалитни (K) улаш билан бу занжирдан I ток 1 дан 2 га қараб ўта бошлайди ва ўтказгич $B-D$ томонга ҳаракат қила бошлайди. Токнинг йўналиши 2 дан 1 га ўзгартирилса, dl ўтказгич AC томонга ҳаракат қила бошлайди. Тажриба шунини кўрсатадики,



5.14- расм.



5.14 а- расм. 5.14 б- расм.

таъсир кучи магнит майдон индукциясига, ўтказгичнинг узунлигига (dl), ўтказгичдан ўтаётган ток кучига, $\vec{dl}$ ва $\vec{B}$ ларнинг орасидаги бурчакнинг синусига тўғри пропорционал бўлар экан.

dl узунликка эга бўлган ўтказгичдан ток ўтаётганда dl ўтказгичда тартибли ҳаракат қилаётган зарядлар миқдори dq га мос келсин. Бу заряднинг тартибли тезлиги $\vec{V}$ га тенг бўлсин, у ҳолда зарядларнинг тезлигини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\vec{V} = \frac{\vec{dl}}{dt}, \quad (5.38)$$

dt — зарядларнинг ўтказгичнинг бир учидан иккинчи учига етиб бориш учун кетган вақт, яъни $\vec{dl}$ масофани босиб ўтиш учун кетган вақт.

(5.38) ифодани (5.32) га қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\vec{F}_m = dq \left| \frac{d\vec{l}}{dt}, \vec{B} \right|, \quad (5.39)$$

dt скаляр катталик бўлгани учун қавсдан ташқарига чиқариш мумкин ва қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\vec{F}_m = \frac{dq}{dt} [\vec{dl}, \vec{B}]. \quad (5.40)$$

Бу ерда

$$\frac{dq}{dt} = I$$

ни ҳисобга олиб, (5.40) дан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\vec{F}_m = I [\vec{dl}, \vec{B}], \quad (5.41)$$

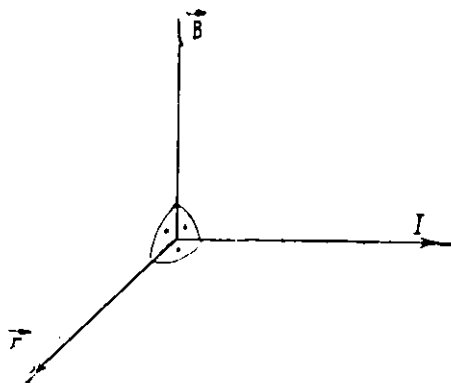
унинг модули:

$$\vec{F}_m = I dl B \sin \alpha. \quad (5.42)$$

(5.41) ва (5.42) ларни биринчи бўлиб Ампер аниқлади, шунинг учун бу кучни Ампер деб аталади.

Ампер кучининг йўналиши чап қўл қондаси ёрдамида аниқланади:

чап қўлимизни шундай тутайликки, тўртта бармоғимиз ўтказгичдан ўтаётган токнинг йўналишига мос кел-



5.15- расм.

син, магнит индукция вектори эса тик ҳолда кағитимиздан кириб тескари томонга ўтаётган бўлсин, бу ҳолда 90° га керилган бош бармоғимиз Ампер кучининг йўналишини кўрсатади.

$$B \perp \vec{F} \perp I, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}$$

бўлсин: $\sin \alpha = 1$ бўлади, у ҳолда Ампер кучи қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{F}_m = I dl B. \quad (5.43)$$

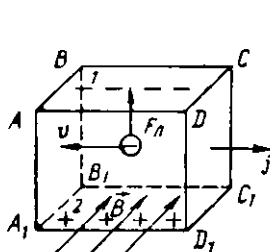
Бу ифода ёрдамида магнит индукциясининг физик маъносини аниқлаш мумкин, яъни:

$$B = \frac{F_m}{Idl}. \quad (5.44)$$

5.44- ифодадан $I = 1$, $dl = 1$ бўлса, $B = F_m$ бўлади. Демак, бир бирлик узунликдаги ўтказгичдан бир ампер ток ўтганда, бу ўтказгичга магнит майдон томонидан таъсир қилаётган куч, магнит майдон индукциясининг физик маъносини англатади.

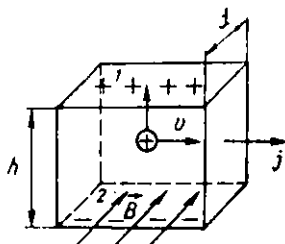
5.7. ХОЛЛ ЭФФЕКТИ

Металл ёки ярим ўтказгичдан тайёрланган пластинкадан ўзгармас электр токи ўтаётган бўлсин (5.16-расм). Пластинкани магнит майдонга майдоннинг индукция вектори токнинг йўналишига тик қилиб жойлаштирсак, пластинканинг магнит майдон индукция вектори ва ток ётган текисликка параллел томонлари-



а

5.16 а- расм.



б

5.16 б- расм.

да потенциаллар фарқи ҳосил бўлади. Бу ҳодисани биринчи бўлиб 1879 йилда америкалик олим Холл тажрибада аниқлади, шунинг учун Холл эффекти деб аталади. Бу эффект ўзгармас ток ва магнит майдон таъсирида пайдо бўладиган физик ҳодиса бўлгани учун гальваномагнетик эффект деб ҳам юритилади.

Холл потенциаллар фарқи (U_x) нинг миқдори тажриба йўли билан аниқланган бўлиб, қуйидаги ифода ёрдамида топилади, яъни:

$$U_x = \varphi_1 - \varphi_2 \text{ ёки } U_x = R h j B, \quad (5.45)$$

бу ерда h — пластинканинг қалинлиги, B — магнит майдон индукцияси, j — токнинг зичлиги, R — Холл доимийси.

Холл эффекти электрон назарияси ёрдамида тушунтирилади. Пластинкадан (металл ёки ярим ўтказгич) ток ўтганда, электронлар токнинг йўналишига қарама-қарши томонга, мусбат зарядлар эса токнинг йўналиши томонга тартибли ҳаракат қилади. Бу ҳаракат четки кучлар ҳосил қилган электр майдон таъсирида ҳосил бўлади.

Ток ўтаётган металл пластинка магнит майдонга жойлаштирилса, ҳар бир электронга магнит майдон томонидан $\vec{F}_m$ куч таъсир қилади. Бу куч пластинканинг h қалинлиги бўйлаб йўналган бўлади. Магнит индукция вектори j ток зичлиги вектори ва $\vec{F}_m$ лар ҳар донм ўзаро тик бўлгани учун $\vec{F}_m$ нинг модули қуйидагига тенг бўлади:

$$u = l U_x B. \quad (5.47)$$

Магнит майдон кучи таъсирида электронлар пластинканинг $A_1 B_1 C_1 D_1$ томонидан $ABCD$ томонига ҳаракат қила бошлайди ва пластинканинг бу томонида ортиқча электронлар тўпланади. Қарама-қарши томонида эса мусбат зарядлар йиғилади. Натижада ток йўналишига тик йўналган қўшимча электр майдон ҳосил бўлади. Унинг майдон кучланганлиги E_b га тенг бўлади. Пластинка қирраларида ҳар хил ишорали зарядларнинг тўпланиши электр майдон кучи магнит майдон кучига тенглашгунча давом этади, яъни:

$$\vec{F}_m = \vec{F}_b \quad (5.48)$$

ёки

$$F_m = F_b. \quad (5.49)$$

(5.48) ва (5.49) ифодалар зарядларнинг кўндаланг йўналишида тақсимланишининг мувозанат шартин, яъни $F_m = F_b$ бўлганда зарядлар ўтказгич пластинканинг $A_1 B_1 C_1 D_1$ томонидан $ABCD$ томонига ҳаракати тўхтайди.

(5.40) ифодадан мувозанат ҳолат учун E_b нинг қийматини аниқлаш мумкин, яъни:

$$E_b = U B. \quad (5.50)$$

Электр майдон потенциаллар фарқи билан майдон кучланганлиги орасидаги боғланишдан фойдаланиб, Холл потенциалини қуйидагича ифодалаймиз:

$$U_x = E_b h. \quad (5.51)$$

(5.50) ни (5.51) га қўйиб, қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$U_x = U B h. \quad (5.52)$$

Ток зичлигининг қиймагидан электронларнинг тартибли ҳаракат тезлигини аниқлаб, U ни (5.53) тенглама орқали ифодалаймиз:

$$U = \frac{j}{ex}. \quad (5.53)$$

(5.53) ифодани (5.52) га қўйиб, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$U_x = \frac{j}{en} B h = \frac{1}{en} j B h; \quad (5.54)$$

$$R = \frac{1}{en} \quad (5.55)$$

деб белгилаб оламиз, бу ерда R — Холл доимийси деб аталади.

$$U_x = R j B h. \quad (5.56)$$

Бу ерда n — электронларнинг концентрацияси, яъни ҳажм бирлигидаги сони. Холл доимийси электронларнинг концентрациясига боғлиқ бўлар экан. Тажирибадан (5.56) ифода ёрдамида R ни аниқлаб, (5.55) тенглик ёрдамида пластинкадаги электронларнинг концентрациясини аниқлаш мумкин.

Холл потенциаллар фарқи, ток ташувчиларнинг ишорасига ҳам боғлиқ. Маълумки, ярим ўтказгичлар n -тип (электронли) ва p -тип (ғовакли) ларга бўлинади. n -тип ярим ўтказгичларнинг ток ташувчилар — электронлар, p -типида эса ток ташувчилар мусбат зарядланган бўлади. Ток ташувчилар манфий ва мусбат зарядланган ҳолда ҳам магнит майдон кучининг йўналиши бир хил бўлади. F_m кучи ҳаракатланаётган зарядга таъсир қилгани учун, агар ток ташувчилар электронлар бўлса, электронга, мусбат заряд бўлса, мусбат зарядга таъсир қилади. Шунинг учун бир ҳолда ўтказгич пластинкасининг бир томонида манфий зарядлар (электронлар) тўпланса, иккинчи ҳолда пластинканинг шу томонида мусбат зарядлар тўпланади. Шу сабабли, Холл доимийсининг ишораси электронли ярим ўтказгичларда манфий, p -типида эса мусбат ишорага эга бўлади.

Холл эффектидан ярим ўтказгичларнинг типини ва ток ташувчиларининг концентрацияларини аниқлашда ҳам кенг фойдаланилади.

5.8. МАГНИТ ОҚИМИ

Электростатикада электр майдон кучланганлиги вектори оқими тушунчаси киритилган эди. Шунга ўхшаш магнит индукцияси вектори оқими тушунчасини киритамиз.

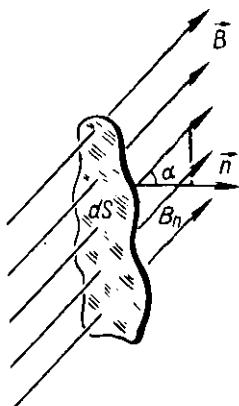
Бир жинсли магнит майдонга қўйилган ва сиртининг юзи S га тенг бўлган ясси берк ўтказгич бўлсин,

$$B_n = B \cos \alpha, \quad (5.58)$$

$\vec{n}$ — сиртга ўтказилган нормал.
 α — $\vec{B}$ ва $\vec{n}$ векторлар орасидаги бурчак, dS — элементар юза. Исталган сиртни кесиб ўтаётган $\vec{B}$ векторининг оқими шу векторлар билан сирт юзасининг кўпайтмасига тенг бўлиб, магнит оқими деб аталади:

$$d\Phi = B_n dS; \quad (5.59)$$

$$B_n = B \cos \alpha. \quad (5.60)$$



5.17- расм.

Агар dS юза $\vec{B}$ га тик бўлса, $B_n = |\vec{B}| = B$ га тенг бўлади:

$$d\Phi = B \cos \alpha dS. \quad (5.61)$$

Исталган юза учун магнит оқимини (5.59) ифодани интеграллаб топилади, яъни:

$$\Phi = \int_S B_n dS. \quad (5.62)$$

$\vec{n}$ ва $\vec{B}$ векторлар устма-уст тушса, яъни $\vec{B}$ dS юзага тик бўлса оқим

$$\Phi = B \cdot S \quad (5.63)$$

га тенг бўлади.

Магнит оқими электромагнетизмда асосий катталиклардан биридир. Магнит оқимининг ўлчов бирлиги СИ да вебер (Вб) деб аталади.

$$[\Phi] = [B \cdot S] = \left[1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \cdot 1 \text{м}^2 \right] = [1 \text{Вс}] = [\text{Вебер}],$$

$$1 \text{Вб} = 10^8 \text{Мкс}.$$

Ҳозирги замон физика фани ютуқлари магнит заряди йўқлигини исботлади. Ҳақиқатан, тажрибалар шуни кўрсатадики, магнит индукцияси $\vec{B}$ чизиқларининг бошланиш нуқтаси ва тугаш нуқтаси бўлмасдан айланма чизиқлардан иборат экан.

Ёпиқ сирт орқали ўтувчи векторлар оқимнинг сон қиймати сиртидан бошланувчи (N_o) ва сиртга тугалланувчи (N_r) чизиқлар фарқига тенг бўлади, яъни:

$$\Phi = N_6 - N_T. \quad (5.64)$$

Оқимнинг ишораси N_6 ва N_T ларнинг қайси бири кўпلىгига боғлиқ. $N_6 = N_T$ бўлса, $\Phi = 0$ бўлади. Магнит индукцияси векторларининг ёпиқ сиртдан «бошланувчи» ва «тугалланувчи» чизиқлар сони ҳар доим тенг бўлади.

Чунки бошланувчи ва тугалланувчи чизиқлар бир бутун узлуксиз айланма чизиқлардир. Шунинг учун исталган ёпиқ сирт орқали ўтувчи магнит индукция вектори оқими ёки магнит оқими нолга тенг бўлади.

Демак, магнит оқими учун Гаусс теоремаси қуйидагича бўлади.

Исталган ёпиқ сирт орқали ўтувчи магнит индукцияси векторининг оқими нолга тенг:

$$\Phi_b = \oint B_n dS = 0. \quad (5.65)$$

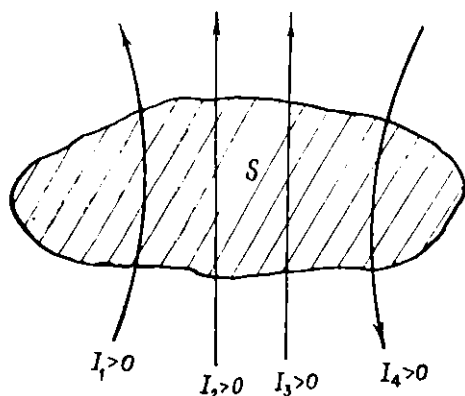
5.9. МАГНИТ ИНДУКЦИЯСИ ВЕКТОРИНИНГ ЦИРКУЛЯЦИЯСИ

(вакуумдаги ўзгармас токнинг магнит майдони учун)

Бирор ёпиқ контурнинг ичидан бир нечта ўтказгич орқали ўзгармас ток ўтаётган бўлсин (5.18-расм).

Бу токларнинг алгебраик йиғиндиси:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + \dots + I_n,$$



5.18- расм.

$$I = \sum_{k=1}^n I_k \quad (5.66)$$

бўлади.

$\vec{B}$ векторининг бирор ёпиқ Γ контури бўйича циркуляцияси шу контур ўраб олган токлар алгебраик йингиндисининг магнит доимийсига (μ_0) кўпайтмасига тенг:

$$\oint_{\Gamma} B dl = \mu_0 I = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k. \quad (5.67)$$

Ёпиқ контур бўйича $\vec{B}$ вектор циркуляциясининг нолга тенг бўлмаслиги магнит майдоннинг потенциал майдон эмаслигини кўрсатади. (Электр майдон эса потенциал майдон ёпиқ контур бўйича $\vec{E}$ векторининг циркуляцияси нолга тенг $\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$). Магнетизмда бундай майдонлар уярмавий ёки соленоидал майдон деб аталади.

5.10. СОЛЕНОИД ВА ТОРОИДЛАРНИНГ МАГНИТ МАЙДОНИ

Цилиндр шаклидаги ўзакка зич қилиб ўралган симлардан ташкил топган қурилма соленоид деб аталади (5.19-расм).

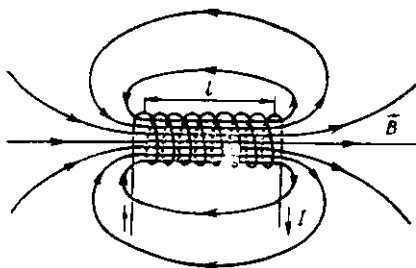
Ўзак магнит майдон билан таъсирлашмайдиган материалдан тайёрланади.

Ўзунлик бирлигига мос келувчи ўрамлар сони n бўлсин. Ўзакнинг диаметри кичкина бўлган ҳол учун соленоидни чизикли ток зичлиги $j_z = nI$ га тенг бўлган тўғри ток деб қараш мумкин. У ҳолда соленоиднинг ўқларидаги магнит

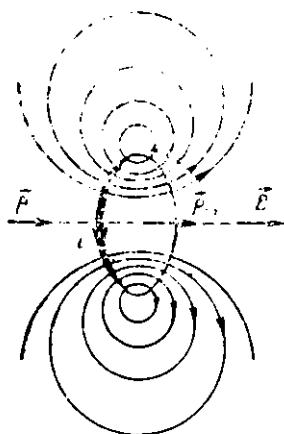
индукциясини $\vec{B}$ векторининг циркуляциясидан фойдаланиб топиш мумкин. Бу контур ўраб олган ток Il/n га тенг, $\vec{B}_l$ нинг циркуляцияси эса $B \cdot l$ га тенг бўлади. Демак,

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 Il/n \quad (5.68)$$

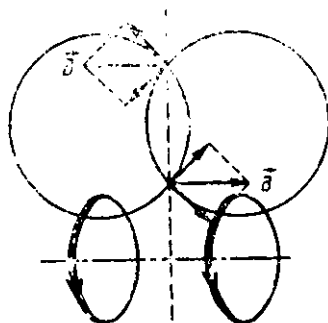
ёки қуйидагига тенг бўлади,



5.19- расм.



5.19 а- расм.



5.19 б- расм.

$$B = \mu_0 I n \quad (5.69)$$

(5.69) ифода чексиз узун соленоиднинг ўқларидаги магнит индукциясини ифодалайди. Соленоид четларида эса

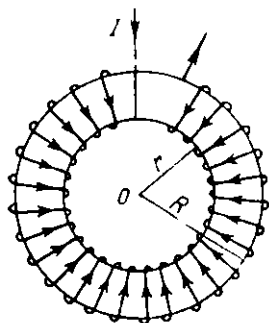
$$B = \frac{1}{2} \mu_0 I n \quad (5.70)$$

бўлади.

Чексиз узун соленоид ташқарисиди $B = 0$ бўлади.

Тор шаклидаги (эгиб айлана шаклига келтирилган трубкага ўхшаш) ўзакка зич қилиб ўралган симдан ташкил топган қурилма тороид деб аталади (5.20- расм).

Маркази тороиднинг маркази билан мос келувчи айлана шаклидаги контур оламиз.



5.20- расм.

$\vec{B}$ векторининг циркуляцияси

$$\oint B dl = B \cdot 2 \pi r \quad (5.71)$$

бўлади. Бундан қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$B \cdot 2 \pi r = \mu_0 I n \cdot 2 \pi R,$$

$$B = \mu_0 I n \frac{R}{r} \quad (5.72)$$

Торонднинг ташқарисидagi контурлар токни ўраб ололмайди, шунинг учун торонднинг ташқарисидa $\vec{B}=0$ бўлади.

5.11. МАГНИТ МАЙДОНДАГИ ТОКЛИ ЎТКАЗГИЧНИ КУЧИРИШДА БАЖАРИЛГАН ИШ

Токли ўтказгични магнит майдонга жойлаштирганда, магнит майдон томонидан унга Ампер кучи таъсир қилиб туради. Агар токли ўтказгич бирор dx масофага силжиганда Ампер кучи томонидан механик иш бажарилади.

Бу иш Ампер кучи силжишга параллел йўналганда қуйидагича аниқланади:

$$dA = F dx, \quad (5.73)$$

$$F = I B l, \quad (5.74)$$

$$dA = I B l dx. \quad (5.75)$$

l узунликдаги токли ўтказгич dx масофага силжиганда магнит майдон индукцияси dS юзни кесиб ўтади. Бу юз қуйидагича тенг:

$$l \cdot dx = dS. \quad (5.76)$$

(5.76) ифодани ҳисобга олиб, (5.75) ни қуйидагича ифода-лаймиз:

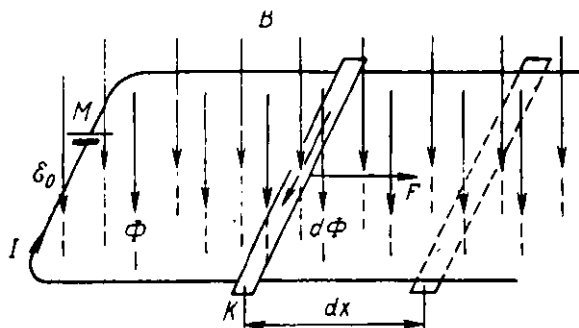
$$dA = I \cdot B dS, \quad (5.77)$$

$$B dS = d\Phi, \quad (5.78)$$

у ҳолда

$$dA = I d\Phi \quad (5.79)$$

бўлади.



5.21- расм.

(5.79) тенгламани магнит оқимининг Φ_1 дан Φ_2 гача ўзгариш чегараларида интеграллаб токли ўтказгични магнит майдонда кўчирилганда бажарилган ишни аниқлаймиз:

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1). \quad (5.80)$$

Φ_1 ва Φ_2 мос равишда, токли ўтказгичнинг бошланғич ҳолатидан охири ҳолатига келгунча упи кесиб ўтувчи векторларнинг магнит оқимлари.

VI Б О Б

МОДДАЛАРДА МАГНИТ МАЙДОН

6.1. МАГНЕТИКЛАРНИНГ МАГНИТ МАЙДОНИ

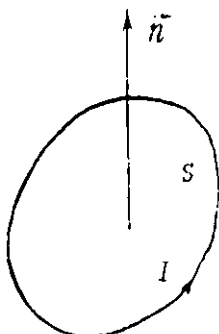
Айланма токларни ўрганишда токнинг магнит моменти деб аталувчи вектор катталиклдан фойдаланилса, айланма тоklar ҳосил қилаётган магнит майдонни хараkтерлаш анча осон бўлади.

Бирор контурдан ток ўтаётган бўлса, унинг магнит моменти қуйидагига тенг бўлади,

$$\vec{P}_m = I \cdot S \vec{n}. \quad (6.1)$$

$\vec{P}_m$ — токнинг магнит моменти, $\vec{n}$ — ўлчамсиз бирлик вектор, S — контурнинг юзи. I — контурдан ўтаётган ток. 6.1-ифодани ҳар қандай айланма ток учун ҳам қўллаш мумкин.

Ўтказгичдан (симдан) ток ўтаётган бўлса, атрофида магнит майдон ҳосил бўлади. Ўтказгичга бирор моддани (масалан, темир пластинкасини) яқинлаштирсак унинг майдони ўзгаради (кучаяди). Бунинг сабаби барча моддалар магнитланиш хоссасига эга бўлади, яъни баъзи моддаларни магнит майдонга киритиб, бошқа моддаларга яқин келтирилганда у магнит хусусиятига эга бўлганлигини сезамиз. Бундай моддалар магнетиклар деб аталади. Магнетиклар магнит майдонга киритилганда қўшимча магнит майдон ҳосил бўлади. У ҳолда натижавий магнит майдонни маг-



6.1-расм.

нит майдон учун суперпозиция принциплардан фойдаланиб аниқлаймиз:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \quad (6.2)$$

бу ерда $\vec{B}_0$ — токли ўтказгичнинг вакуумда ҳосил қилган магнит майдон индукция вектори, $\vec{B}$ — магнетик ҳосил қилган магнит майдон индукция вектори.

Моддалардаги магнит майдони учун ҳам Гаусс теоремасини қўллаш мумкин, яъни исталган шаклдаги магнетикни кесиб ўтувчи индукция векторининг оқими нолга тенг бўлади.

Унинг математик ифодаси қуйидаги тенгликлардан иборат:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint \vec{B}_0 \cdot d\vec{S} + \oint \vec{B}' \cdot d\vec{S} = 0. \quad (6.3)$$

Бу ерда $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$,

$$\oint \vec{B}_0 \cdot d\vec{S} = 0, \quad (6.4)$$

$$\oint \vec{B}' \cdot d\vec{S} = 0. \quad (6.5)$$

6.2. МАГНИТЛАНИШ МЕХАНИЗМИ

Моддаларнинг магнитланиш механизмини Ампер гипотезасига асосланиб тушунтирилади. Ампер гипотезасига кўра, барча моддалар хусусий магнит моментга эга бўлар экан. Ампер хусусий магнит моментни моддалар ичидаги айланма тоқлар ҳосил қилади деб фараз қилади, кейинчалик бу фараз Ампер гипотезаси деб аталади.

Ампер гипотезасига кўра, моддалар молекулалардан (атомлардан) ташкил топганлиги учун моддаларнинг ўзида айланма тоқлар (молекуляр тоқлар) мавжуд бўлади.

Бу микротоклар магнит моментга эга бўлади. Ташқи магнит майдон бўлмаган пайтда микротоклар магнит моментининг йўналиши хаотик (тартибсиз) бўлиб, бир-бирини компенсациялайди, яъни натижавий микротоклар магнит momenti нолга тенг бўлади. Ташқи магнит майдони таъсирида микротокларнинг магнит momenti тартибли йўналишда ҳаракат қилишга маж-

бур бўлади ва бу моддалар магнитланади, яъни ўзлари магнит манбаига айланади. Бу гипотезанинг тўғрилигини ҳозирги замон физикаси тажрибада исботлади.

Моддаларнинг магнитланиш ҳодисасини биринчи бўлиб 1915 йилда Эйнштейн ва Гааз тажрибада аниқлади.

Соленоид ичига ингичка илга осилган цилиндр шаклидаги темир парчаси жойлаштирилган. Соленоиддан ток ўтказилганда темир цилиндр айланма ҳаракат қила бошлайди. Агар соленоиддан ўтаётган токнинг йўналиши ўзгартирилганда, темир цилиндр олдинги ҳаракат йўналишига тескари томонга айлана бошлайди. Демак, темир цилиндр магнитланганда, хусусий магнит моментга эга бўлади. Ток йўналишининг таъсири, темирнинг хусусий магнит моментининг йўналишини ўзгартирилганидан дарак беради. Бу ҳодиса магнетомеханик ҳодиса деб аталади.

Тажриба натижалари магнетомеханик ҳодисага қарама-қарши ҳодиса ҳам мавжудлигини исботлади. Бу ҳодиса механикомагнетик ҳодиса деб аталади, яъни магнетик моддалар (масалан, темир цилиндр) жуда катта бурчак тезлик билан айланма ҳаракатга келтирилганда, магнетик моддалар (темир цилиндр) магнитланади, яъни магнит манбаига айланади. Механикомагнетик ҳодисасини биринчи бўлиб Барнетт аниқлади.

Магнетикларнинг механикомагнетик ҳодисага эга бўлиши, молекуляр тоқлар магнит моментига эга бўлиш билан бир қаторда механик моментга ҳам эга бўлишини исботлади.

Металларда эркин ҳаракат қилувчи зарралар электронлар эканлигини эътиборга олиб, молекуляр тоқни ҳосил қилувчилар электронлар деб қараш мумкин.

Бу ҳолда электронларнинг магнит ва механик моментлари ҳақида гап юритамиз. Тажрибалар натижасига асосан электроннинг магнит моментининг механик моментига нисбати ўзгармас катталиқ бўлиб, қуйидагига тенг бўлар экан:

$$M_e = -\frac{e}{2m}. \quad (6.6)$$

Электроннинг магнит momenti $9,283 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$ га тенг бўлиб, у магнетон деб аталади.

Луқдаги маъний «—» нишора магнит ва механик моментлари қарама-қарши томонга йўналганлигини кўрсатади, m — электроннинг массаси, e — электроннинг заряди.

Моддаларнинг магнитланишининг миқдор жиҳатидан харақтэрлаш учун магнитланиш вектори ($\vec{I}$) деб аталувчи катталик киритилади.

Магнитланиш вектори бирлик ҳажмидаги магнит моменти билан харақтэрланади:

$$\vec{I} = \frac{1}{\Delta V} \cdot \sum_{i=1}^n \vec{p}_{Mi}, \quad (6.7)$$

$$\vec{p}_{Mi} = \vec{p}_{M1} + \vec{p}_{M2} + \vec{p}_{M3} + \dots + \vec{p}_{Mn} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_{Mi}, \quad (6.8)$$

ΔV — моддадан ҳаёлан ажралиб кўриладиган элементар ҳажм.

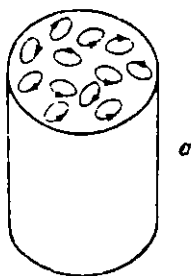
$$[\vec{P}] = [IS] = (A \cdot m^2),$$

$$[\vec{I}] = \left[\frac{P_M}{V} \right] = \left[\frac{A \cdot m^2}{m^3} \right] = \left[\frac{A}{m} \right].$$

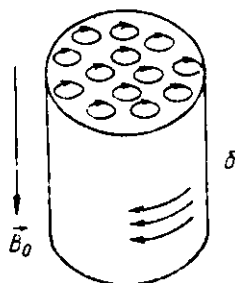
Демак, магнитларда бир вақтнинг ўзида икки хил ток мавжуд бўлар экан. Биринчиси бизга таниш бўлган ўтказувчанлик токи бўлиб, бу ток зарядларнинг тартибли ҳарақати туфайли юзага келади. Иккинчиси, молекулаларнинг айланма ҳарақати натижасида вужудга келадиган магнитланиш токларидир:

$$I = I + I', \quad (6.9)$$

I — ўтказувчанлик токи, I' — магнитланиш токи, I — натижавий ток. I' токи фақат магнитларнинг сиртидаги мо-



6.2 а- расм.



6.2 б- расм.

лекулаларнинг ҳосил қилган молекуляр тоқлар йиғиндисидан ташкил топган макроскопик тоқдир. Магнетикнинг ички қисмида эса айланма тоқлар бир-бирини компенсациялайди.

6.3. МАГНЕТИКЛАРДАГИ МАЙДОНЧИ ҲИСОБЛАШ

Магнетикларда $\vec{B}$ ни ҳисоблашда Био-Савар-Лаплас қонунидан фойдаланиб тўғридан-тўғри $\vec{B}$ нинг қийматини топиш мумкин эмас.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (6.10)$$

Бу ерда $\vec{B}$ ва $\vec{B}'$ лар номаълум. $\vec{B}'$ индукция вектори I' ток ҳосил қилган магнит майдон индукция векторидир. I' эса ҳисоблаш керак бўлган $\vec{B}$ га боғлиқ бўлади, яъни I' ва $\vec{B}$ лар ўзаро боғлиқдир. Демак, битта тенгламада (6.10) иккита номаълум бўлади. Магнитланиш токи (I') билан магнитланиш вектори (I' нинг циркуляцияси) ўртасидаги боғланишдан фойдаланиб $\vec{B}$ ни аниқлаш мумкин.

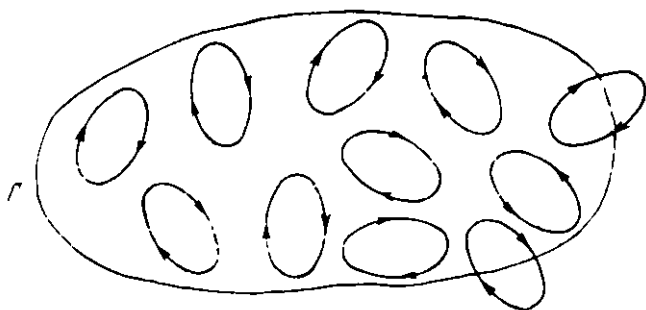
Магнитланиш векторининг ($\vec{J}$) циркуляцияси

$$\oint_{\Gamma} \vec{J} d\vec{l} = I' \quad (6.11)$$

га тенг бўлади.

Ҳар қандай ёпиқ контур бўйича магнитланиш векторининг циркуляцияси шу контур билан чегараланган магнитланиш тоқнинг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади.

6.3-расмда тасвирлангандек, бирор ёпиқ контур билан чегараланган молекуляр тоқлар фақат контурнинг четларида контур юзасини бир марта кесиб ўтади, қолган қисмида эса битта молекуляр ток икки марта кесиб ўтади, (расмда биринчи марта юқорига, иккинчи марта пастга кесиб ўтади), лекин йўналиши қарама-қарши бўлгани учун, уларнинг алгебраик йиғиндисини нолга тенг бўлади. Четидаги молекуляр тоқлар эса I' макроскопик магнитланиш тоқини ҳосил қилади. Магнитланиш векторининг ёпиқ «Г» контури бўйича циркуляцияси ана шу I' тоқига тенг бўлади.



6.3- расм.

6.4. МАГНИТ МАЙДОН КУЧЛАНГАНЛИК ВЕКТОРИ

Ташқи магнит майдонига магнетик жойлаштирилса, майдон ҳосил қилаётган ўзгармас ўтказувчанлик токи ҳамда магнитланиш токи пайдо бўлади.

$$\vec{B}' = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

га асосан $\vec{B}$ нинг циркуляциясини қуйидагича ёзамиз:

$$\oint \vec{B}_0 d\vec{l} = \mu_0 I, \quad (6.12)$$

$$\oint \vec{B}' d\vec{l} = \mu_0 I' \quad (6.13)$$

ларин ҳисобга олиб $\vec{B}$ ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 I' = \mu_0 (I + I'). \quad (6.14)$$

I ва I' — ёпиқ контур билан чегараланувчи ўтказувчанлик ва магнитланиш токлари.

$\vec{B}$ ва I' лар номаълум, шунинг учун ёрдамчи қўшимча катталиқ киритиш йўли билан $\vec{B}$ ни аниқлаймиз. Бу катталиқни магнит майдон кучланганлиги ($\vec{H}$) деб атаймиз ва

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J} = \vec{H} \quad (6.15)$$

га тенг деб қабул қиламиз.

$\vec{B}$ — магнит индукцияси вектори, $\vec{J}$ — қутбланиш вектори,

μ_0 — магнит доимийси.

$\oint \vec{J} d\vec{l} = I'$ бўлгани учун (5.92) формуласи

$$\oint_{\mu_0} \vec{B} d\vec{l} = I + I' = I + \oint \vec{J} d\vec{l} \quad (6.16)$$

$$\oint \left(\vec{B} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I. \quad (6.17)$$

шаклда ёамиз. (6.15) га асosan

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I. \quad (6.18)$$

Исталган контур бўйича майдон қўлланганлиги векторининг циркуляцияси ($\vec{H}$) шу контур билан чегараланган ўтказувчанлик тоқларининг алгебраик йиғиндисига тенг.

$\vec{H}$ вектор $\vec{B}$ векторга ўхшаш чуқур физик маънога эга эмас. Чунки у иккита ҳар хил катталикларнинг ўзаро боғлиқлигидан ҳосил қилинган $\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \text{ ва } \vec{J} \right)$. Аммо жуда кўп

ҳолларда магнетикларнинг майдонини ҳисоблашда $\vec{H}$ дан фойдаланилса ифодалар анча соддалашади, мураккаб масалалар осон ечилади. $\vec{H}$ нинг ўлчов бирлиги СИ да $[H] = [A/m]$.

СГСМ системасида эса эрстед деб аталади. 1 эрстед $= B/\mu_0 = 10^{-4} A/4\pi \cdot 10^{-7} \text{ м} = 10^3/4\pi A/m$. Магнитланиш векторининг ($\vec{J}$) бирлиги СИ да $\left(\frac{A}{m} \right)$ бўлади, демак, булар ўзаро боғлиқ катталиклар экан, яъни

$$\vec{J} \sim \vec{H}$$

ёки

$$\vec{J} = \chi \vec{H} \quad (6.19)$$

деб ифодаланади.

χ — магнит қабул қилувчанлик деб аталади ва у ўлчамсиз катталик бўлиб ҳар бир модданинг магнетиклик хусусиятини ифодаловчи катталиклардан биридир.

Диэлектрик қабул қилувчанлик ϵ ҳар доим мусбат катталик эди, χ эса мусбат ва манфий бўлиши мумкин.

6.5. МАГНИТ МАЙДОН ИНДУКЦИЯСИ ВЕКТОРИ ($\vec{B}$) ВА
КУЧЛАНГАНЛИГИ ВЕКТОР ($\vec{H}$) ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШ

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \vec{H}.$$

Бу ифодани (6.19) тенгламани ҳисобга олиб, қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H} = \vec{H}, \quad (6.20)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H},$$

$$\vec{B} = (1 + \chi) \mu_0 \vec{H}. \quad (6.21)$$

Бу ерда қуйидаги

$$1 + \chi = \mu \quad (6.22)$$

белгилаш киритамиз.

μ муҳитнинг магнит киритувчанлиги деб аталади.

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}. \quad (6.23)$$

Шундай қилиб, (6.23) ифодага асосан $\vec{B}$ вектор учун ёзилган барча ифодаларни $\vec{H}$ орқали ифодалаш мумкин. Фақат вакуум учун у ифодаларни μ_0 га бирор муҳит учун эса $\mu \mu_0$ га бўлиш керак. Масалан, Био-Савар-Лаплас қонуни $\vec{B}$ учун

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}$$

$\vec{H}$ вектор учун эса

$$\vec{H} = \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{4\pi r^3} \quad (6.24)$$

қўринишда ифодаланади. $\vec{B}$ ва $\vec{H}$ ларнинг боғланишини қуйидаги жадвалда кўрсатиш мумкин.

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H} \text{ — вакуумда}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \text{ — муҳитда}$$

Био-Савар-Лаплас қонуни	$\vec{B}$ учун Вакуумда	Мухитда	$\vec{H}$ учун Вакуумда ва мухитда бир хил бўлади
а) Исталган шаклдаги ўтказгич учун	$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{dl \sin \alpha}{r^2}$ $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{[dl \times \vec{r}]}{r^3}$	$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{dl \sin \alpha}{r^2}$ $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{[dl \times \vec{r}]}{r^3}$	$H = \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl \sin \alpha}{r^2}$ $\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{[dl \times \vec{r}]}{r^3}$
б) Тўғри ток учун	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$ $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$	$B = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi b}$ $B = \frac{\mu \mu_0 I}{2R}$	$H = \frac{I}{2\pi b}$ $H = \frac{I}{2R}$
в) Айланма ток учун (марказида) Марказдан r масофада	$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + r^2)^{3/2}}$ $B = \mu_0 n I$	$B = \frac{\mu \mu_0 I R^2}{2(R^2 + r^2)^{3/2}}$ $B = \mu \mu_0 n I$	$H = \frac{I R^2}{2(R^2 + r^2)^{3/2}}$ $H = n I$
г) Сферик майдони учун (марказида) Ўзгарида	$B = \frac{1}{2} \mu_0 n I$ $B = \mu_0 n I \frac{R}{r}$	$B = \frac{1}{2} \mu \mu_0 n I$ $B = \mu \mu_0 n I \frac{R}{r}$	$H = \frac{1}{2} n I$ $H = n I \frac{R}{r}$
д) Торид учун			

Магнит сингдирувчанлиги (μ) нинг физик маъноси

Магнетикларда $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$ бўлгани учун $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$, $\vec{B}' = \chi \vec{B}_0$ ва $\vec{B}' = \mu_0 \chi \vec{H}$ тенгликлардан фойдаланиб, μ нинг физик маъносини тушунтириш мумкин. Муҳит (магнетиклар) учун $\vec{B}$ ни қуйидагича ифодалаймиз, яъни:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \chi \vec{B}_0 = (1 + \chi) \vec{B}_0 = \mu \vec{B}_0, \quad (6.25)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0 \quad \mu = \frac{\vec{B}}{\vec{B}_0}. \quad (6.26)$$

Шундай қилиб, магнит майдонга бирор магнетик киритилганда магнит майдон индукциясининг ($\vec{B}$) печа марта ортишини кўрсатувчи катталик магнит сингдирувчанлигининг (киритувчанлигининг) физик маъносини англатади.

6.6. ФЕРРОМАГНЕТИЗМ

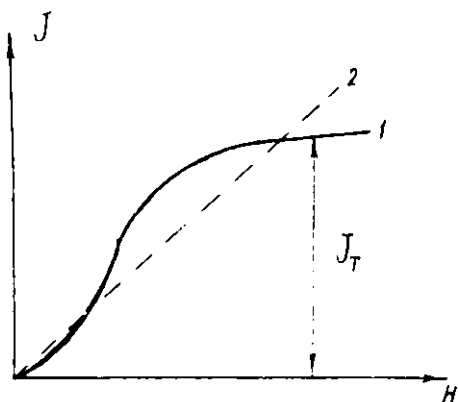
Магнетикларни кучли ва кучсиз магнетикларга бўлиш мумкин. Кучсиз магнетиклар ўз навбатида диамагнетик ва парамагнетикларга бўлинади. Кучли магнетиклар ферромагнетиклар деб аталади.

Магнетикларнинг магнит киритувчанлигининг қийматига қараб ҳам юқорида айтиб ўтилган турларга ажратиш мумкин.

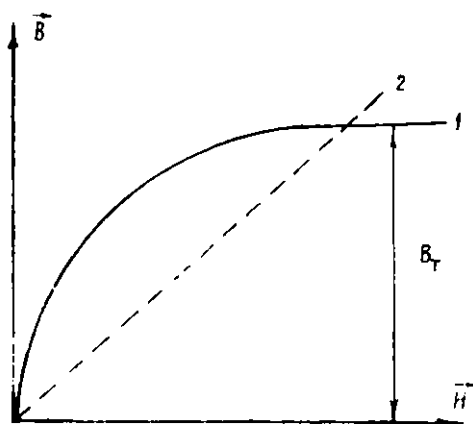
1. $\mu < 1$ бўлиб, $\chi = \mu - 1$ дан $\chi < 0$ эканлигини, яъни χ нинг қиймати манфий бўлишини исботлаш мумкин. У ҳолда: $\vec{H} = \chi \vec{J}$ дан $\vec{H}$ ва $\vec{J}$ векторларининг йўналиши қарама-қарши бўлишини аниқлаймиз. Ана шу хоссага эга бўлган магнетиклар диамагнетиклар деб аталади ($\vec{H} \uparrow \vec{J}$).

2. $\mu > 1$ бўлса, $\chi > 0$ бўлади. $\vec{H}$ ва $\vec{J}$ векторларнинг йўналиши бир хил бўлади ($\vec{H} \uparrow \vec{J}$). Бундай магнетиклар парамагнетиклар деб аталади.

3. Табиатда шундай магнетиклар ҳам учрайдики, улар ўзининг хоссалари билан диамагнетик ва парамагнетиклардан кескин фарқ қилади. Бундай хоссага эга бўлган магнетиклар тажрибада биринчи марта темирда аниқланганлиги учун уларни ферромагнетиклар деб аталади. Шундай қилиб, қуйидаги хоссага эга бўлган магнетиклар ферромагнетиклар деб аталади:



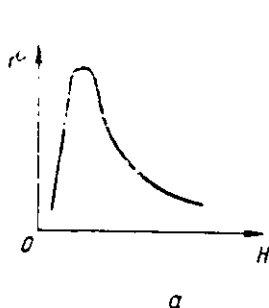
6.4 а- расм.



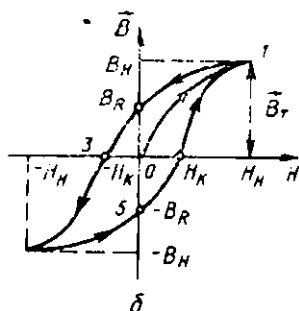
6.4 б- расм.

1) $\mu \gg 1$ темир учун $\mu_{\text{Fe}} \simeq 5000$, супермаллой қотишмаси ($N_1 + M_0 + \text{Fe}$) учун $\mu = 800000$.

2) Ферромагнетикларнинг магнит киритувчанлиги (магнит қабул қилувчанлиги ҳам), магнит майдон кучланганлигининг ўзгариши билан ўзгаради. Диа-ва парамагнетикларда эса бу катталиклар ўзгармас бўлади. $\vec{B}$ билан $\vec{H}$ ва $\vec{H}$ билан $\vec{J}$ ўртасидаги боғланиш тўғри чизиқли эмас (6.4-а, б расм, 1). Диа-ва парамагнетикларда $\vec{B}$ ва $\vec{H}$ ҳамда $\vec{J}$



6.5 а- расм.



6.5 б- расм.

ва $\vec{H}$ катталиклар орасидаги боғланишлар тўғри чизиқли бўлади (6.4-а, б расм, 2).

3) Ферромагнетикларнинг магнитланиш жараёни унинг олдинги ҳолатига боғлиқ бўлади. Магнит майдоннинг майдон кучланганлигини оширсак, $\vec{B}$ нолдан 1 гача 6.5-а, б расмда кўрсатилгандек ўзгаради.

$\vec{H}$ нинг маълум қийматида $\vec{B}$ ўзгармай қолади, бу ҳол магнитланишнинг тўйиниши деб аталади ($\vec{B}_r$). Магнит майдонни ($\vec{H}$) камайтириб бorsак, $\vec{B}$ нинг ўзгариши 1—0 чизиқ бўйлаб эмас, 1—2 чизиқ бўйлаб ўзгариб боради. $\vec{H} = 0$ бўлганда $\vec{B} = \vec{B}_k$ бўлади.

$\vec{B}_k$ — қолдиқ магнитланиш деб аталади. H камайтирилиши дасом эгтирсак, $H = H_c$ қийматида $B = 0$ бўлади (2—3). H_c — коэрцитив куч деб аталади. Агар коэрцитив кучи катта бўлса, ферромагнетикларнинг магнит хусусияти узоқ сақланади. Магнит майдон кучланганлигининг (H) маълум бир қийматида (манфий қийматида) (графикда 3—4 чизиқ) B ўзгармай қолади ($-B_k$). Магнит майдон (H) яна оширилса, B нинг ўзгариши 4—5—6—1 чизиғи бўйлаб ўзгаради. Шундай қилиб, 1—2—3—4—5—6—7 ёпиқ эгри чизиғи ҳосил бўлади. Бу график Гистерезис сиртмоғи деб аталади.

Гистерезис сиртмоғининг юзи қанча катта бўлса, ферромагнетиклардан тайёрланган ўзгармас магнит узоқ вақтгача магнит хусусиятини сақлайди.

4. Ферромагнетикларни характерловчи яна бир параметр Кюри температураси деб аталади. Ҳар бир ферромагнетик учун шундай температура мавжудки, бу температурадан кейин магнетиклар ферромагнетиклик хусусиятини йўқотади.

Бу температурани биринчи бўлиб Кюри тажрибада аниқлаган ва Кюри температураси деб юритилади.

Кюри температураси кобальт учун 1150°C , темир учун 770°C , никель учун 360°C .

Ферромагнетизм назариясини 1928 йилда Френкель ва Гейзенберглар яратди. Бу назарияга асосан ферромагнетикларда табиий магнитланиш соҳалари мавжуд бўлар экан. Бунга спонтан (ўз-ўзидан) магнитланиш соҳалари ёки доменлар деб ҳам аталади. Ташқи магнит майдон бўлмаганда доменларнинг магнит моментларининг геометрик йиғиндиси нолга тенг бўлади. Чунки ҳар хил доменларнинг магнит моментлари тартибсиз жойлашган бўлади. Ташқи магнит майдон таъсирида, доменларнинг магнит моменти тартибли жойлашади ва магнит хусусиятига эга бўлади.

Магнит майдон кучсиз бўлганда, доменларнинг силжиши қайтмас жараён бўлади, шунинг учун гистерезис ҳалқаси ҳосил бўлади.

Магнетиклар магнитланганда уларнинг геометрик ўлчамлари ўзгаради. Бу ҳодиса магнитострикция деб аталади. Масалан, Кюри температурасидан юқори температурада монокристалл ферромагнетикдан шар ясалса, совиғандан кейин эллипсоид шаклини олади. Магнитострикция ҳодисаси техникада кенг қўлланилади, масалан, яримўтказкичларни қирқинишда, катта қувватли ультратовуш тўлқинларини нурлаткичлар ва ҳ. к. тайёрлашда кенг ишлатилади.

VI Б О Б

ЭЛЕКТРОМАГНИТ ИНДУКЦИЯ

7.1. ЭЛЕКТРОМАГНИТ ИНДУКЦИЯ ҲОДИСАСИ. ЛЕНЦ ҚОИДАСИ

Ҳаракатланаётган заряд (ўзгармас ток) магнит майдонни ҳосил қилиши, электр заряди ҳар доим электр майдонни ҳосил қилиши каби натижалар электр ва

магнит майдонлар бир-бири билан боғлиқ бўлиши керак, деган хулосага олиб келади. Энергия бир турдан иккинчи турга айланганлиги каби, қандайдир шаронларда электр майдон магнит майдонга, магнит майдон эса электр майдонга айланиши, айни пайтда электромагнит майдон ликала майдоннинг биргаликда намоён бўлишидан ҳосил бўлса керак деган ғояни жуда кўп олимлар илгари сурдилар.

Ҳар хил тажрибалар устида бир қанча олимлар иш олиб бордилар. Натижада юқоридаги хулосалар тажрибада тасдиқланди. $\vec{B}$ ва $\vec{E}$ векторлари орасидаги чуқур ва мазмунли боғланиш борлиги — электромагнит индукция ҳодисаси кашф қилинди.

Фарадей кашфиётлари

Инглиз физиги Фарадей 1831 йилда электромагнит индукция ҳодисасини кашф қилди. Бу электродинамикадаги фундаментал кашфиётлардан биридир.

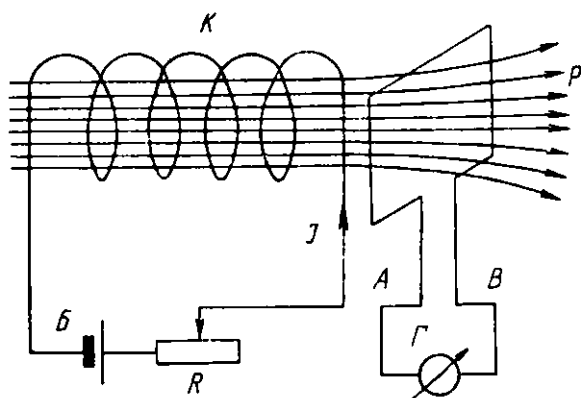
Ҳар қандай ўтказувчан берк контурда, у ўраб турган сирт орқали ўтаётган магнит индукция оқими ўзгарганда электр токи пайдо бўлиши электромагнит индукция ҳодисаси деб аталади. Ҳосил бўлган ток индукцион ток деб аталади.

Индукцион токнинг ҳосил бўлиши, магнит оқими ўзгарганда контурда индукция электр юритувчи кучи (ЭЮК) $\mathcal{E}_i$ пайдо бўлишини кўрсатади. Бу ерда шу нарса диққатга сазоворки, индукция ЭЮК ($\mathcal{E}_i$) катталиги магнит оқимининг (Φ) қандай усул билан ўзгартирилишига умуман боғлиқ эмас. Фақат магнит оқимининг ўзгариш тезлиги билан аниқланади, яъни $d\Phi/dt$ катталик билан аниқланади. $d\Phi/dt$ ишорасининг ўзгариши, индукция ЭЮК нинг йўналиши ёки ишорасининг ўзгаришига олиб келади.

Фарадей индукцион токни асосан икки хил усул билан ҳосил қилишни аниқлади.

Фарадей тажрибасини қўйидаги содда электр занжирида кузатиш мумкин (7.1-расм).

Рамка шаклидаги ўтказгичга гальванометр уланган симдан ҳосил қилинган ҳар қандай шаклдаги берк электр занжири контур деб ҳам юритилади. Ҳалтақ (K), батарея (B) ва реостатдан (R) иборат берк занжир ёрдамида магнит майдони ҳосил қилинади. Рамка (P) Ҳалтақнинг магнит майдонига киритилади ва



7.1- расм.

ундаги индукцион ток ҳосил бўлганини гальванометр (Γ) ёрдамида аниқлаймиз.

Рамкада индукцион токни асосан иккита усул билан ҳосил қилиш мумкин.

Биринчи усул кўзгалмас турган ғалтакнинг магнит майдонида рамкани ҳаракатга келтиришса гальванометр ток ҳосил бўлганини кўрсатади.

Иккинчи усул — рамка кўзгалмас, магнит майдон ўзгаради, бу ўзгариш ғалтакни ҳаракатланиш ҳисобига ёки ток кучининг ўзгариши ҳисобига (баъзан ғалтак ҳам ҳаракатда бўлади ва ток кучи ҳам ўзгаради) бўлади.

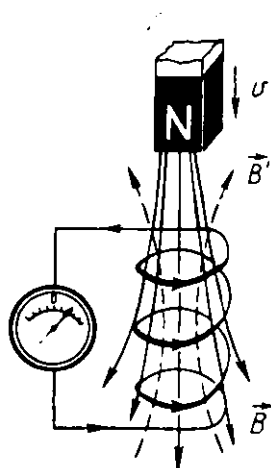
Агар рамкани ғалтакка яқинлаштирсак ёки узоқлаштирсак индукцион токнинг йўналишининг ўзгаришини гальванометр ёрдамида кузатиш мумкин.

Индукцион токнинг йўналишини Ленц қондаси ёрдамида аниқлаш мумкин.

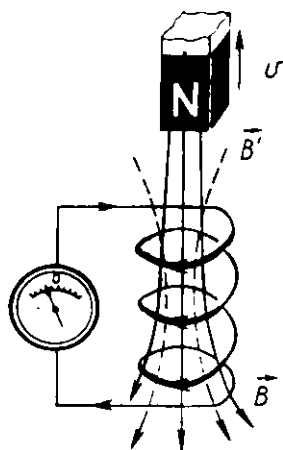
Ленц қондаси: Индукцион ток ҳар доим шундай йўналган бўладикки, уни ҳосил қилувчи сабабга қаршилик кўрсатади, яъни тўсқинлик қилади.

Агар оқимнинг ўзгариши ($d\Phi/dt$) рамкани ғалтак томон яқинлаштириш йўли билан ҳосил қилинган бўлса, рамкада ҳосил бўлган индукцион токи шундай йўналадики, унинг магнит моменти рамкани орқага итаришга ҳаракат қилади.

Агар рамкани ғалтакдан узоқлаштирсак индукцион ток шундай йўналадики, унинг магнит моменти рамкани ғалтак томонга итаришга ҳаракат қилади.



7.1 а- расм.



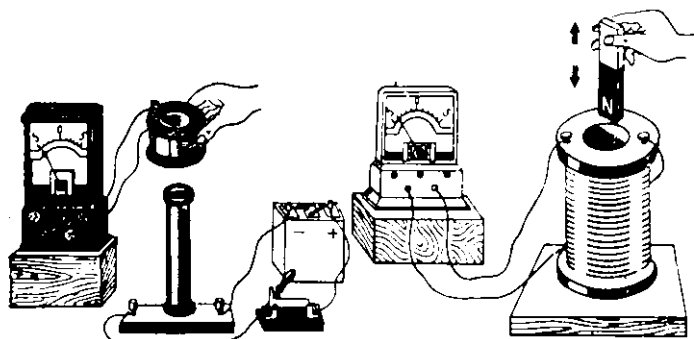
7.1 б- расм.

Ғалтак ва рамка қўзғалмасдан турган бўлсин, магнит оқимининг ўзгаришини ($d\Phi/dt$) ток кучининг (I) ўзгариши билан ҳосил қилиш мумкин. Бу ҳолда рамкада ҳосил бўлган индукцион токнинг йўналиши шундай бўладики, у ҳосил қилган магнит оқими ташқи магнит оқимининг ўзгаришини кучсизлантиришга ҳаракат қилади. Агар I ток кучи ошса, яъни ўнг томонга йўналган магнит оқими кўпайса, рамкада ҳосил бўлган индукцион токнинг ҳосил қилган магнит оқими чап томонга йўналган бўлади (индукцион ток рамка орқали A дан B га йўналади).

Агар I ток кучи камайса, яъни ўнг томонга йўналган магнит оқими камайса рамкада ҳосил бўлган индукцион ток ҳосил қилган магнит оқими, ўнг томонга йўналган бўлади (индукцион ток рамка орқали B дан A га йўналади).

Ташқи магнит оқим кўпайганда, уни индукцион ток ҳосил қилган магнит оқими камайтиради, агар камайса уни кўпайтиради.

Ленц қондаси муҳим физик фактни намоён қилади, яъни: система ҳар доим мувозанат ҳолатининг ўзгаришига қарши курашади. Бу физик ҳодисани системанинг

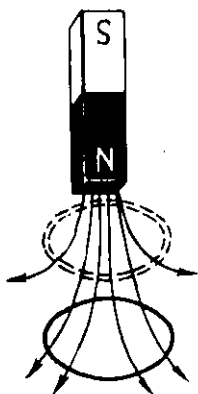


7.1 в- расм.

7.1 г- расм.

электромагнит инертлик хоссаси деб аталади. Демак, электр занжири ҳар доим инертлик хоссасига эга бўлар экан.

7.2. ИНДУКЦИЯ ЭЛЕКТР ЮРИТУВЧИ КУЧИ (ЭЮК)



7.1 д- расм.

Электр занжирида ток узоқ вақт мавжуд бўлиб туриши учун занжирининг бирор қисмида ЭЮК манбаи бўлиши шарт. Электромагнит индукция ҳодисасининг кузатилиши контурдаги магнит оқими ўзгарганда контурда индукция ЭЮК ($\mathcal{E}_i$) пайдо бўлганлигини кўрсатади. Электростатикадан маълумки, ЭЮК қуйидагига тенг бўлади:

$$\mathcal{E}_i = \frac{A}{q} \oint \vec{E} d\vec{l}. \quad (7.1)$$

Тажриба натижасига асосан, яъни Фарадей тажрибаларга асосланиб, электромагнит индукция ЭЮК қуйидагига тенг бўлишини аниқлади:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (7.2)$$

(7.2) ифодадаги манфий «—» ишора Ленц қондасига асосан тушунтирилади.

Агар $F = -eE$
эканлигини ҳисобга
олсак, $F = evB$ дан,
қуйидагини ҳосил қи-
ламиз:

$$E = vB. \quad (7.3)$$

(7.3) ифодани ҳисобга
олиб, (7.1) ни қуйи-
дагича ёзамиз:

7.2- расм.

$$\mathcal{E}_i = vBl \quad (7.4)$$

бу ерда l — контурнинг узунлиги, v — контурнинг тезлиги,
 B — магнит майдон индукцияси,

$$v = \frac{dh}{dt}. \quad (7.5)$$

Контур ҳаракатланиб dt вақт ичида dh масофани босиб ўта-
ди, бу вақт оралиғида магнит оқими $d\Phi$ га ўзгаради. (7.5)
ифодани (7.4) га қўйиб, (7.6) ни ҳосил қиламиз:

$$\mathcal{E}_i = \frac{B \cdot l dh}{dt}, \quad (7.6)$$

$$ldh = dS, \quad (7.7)$$

$$\mathcal{E}_i = \frac{B dS}{dt}, \quad (7.8)$$

$$B dS = d\Phi, \quad (7.9)$$

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (7.10)$$

(7.10) ифодадаги манфий ишораси Ленц қондасига
асосан тушунтирилади. Индукция ЭЮК ҳосил бўлиш
сабаби, контурда ўзгарувчи уюрмавий электр майдон
ҳосил бўлишидир. У ташқи куч ролини ўйнайди. Маг-
нит кучлари электрон ҳаракатига ҳар доим тик таъсир
қилади ва иш бажармайди.

(7.10) ифодани Максвелл назарий жиҳатидан ту-
шунтириб берди, шунинг учун Фарадей-Максвелл қону-
ни ёки электромагнит индукция қонунини деб юритилади.

Магнит оқимининг бирлиги СИ да веббер (Вб). Маг-
нит оқимининг ўзгариш тезлиги 1 Вб/с га тенг бўлса,
контурда 1 В ЭЮК индукцияланади.

Агар N ўрамдан иборат контурда ЭЮК индукцияланаётган бўлса, масалан, соленоид бўлса, ε_i ҳар бир ўрамда индукцияланаётган ЭЮК шарнинг йиғиндисига тенг бўлади, яъни

$$\varepsilon_i = - \sum \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \left(\sum_{i=1}^n \Phi_i \right). \quad (7.11)$$

$$\sum_{i=1}^n \Phi_i = \Psi \text{ ёки } \Psi = N \Phi, \quad (7.12)$$

бунда Ψ — тўлиқ магнит оқими деб аталади.

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Psi}{dt}. \quad (7.13)$$

(7.4) ифода ҳар қандай мураккаб тенгламадаги контурлар учун индукция ЭЮК ни ифодалайди.

7.3. ЎЗИНДУКЦИЯ ҲОДИСАСИ

Ҳар қандай контурдан ўтаётган ток шу контурни кесиб ўтувчи магнит оқимини вужудга келтиради. Агар контурдан ўтувчи ток кучи ўзгарса, у ҳосил қилаётган магнит оқими ҳам ўзгаради ва контурнинг ўзида индукция ЭЮК ҳосил бўлади. Бу ҳодиса ўзиндукция ҳодисаси деб аталади.

Бино-Савар-Лаплас қонунига асосан, магнит майдон индукцияси магнит майдонни ҳосил қилган ток кучига тўғри пропорционал бўлади.

Бундан шундай хулоса чиқадики, контурда ҳосил бўлаётган тўлиқ магнит оқими магнит майдонни ҳосил қилаётган (контурдан ўтаётган) ток кучига тўғри пропорционал бўлади, яъни $\Psi \sim I$,

$$\Psi = LI, \quad (7.14)$$

бунда L — пропорционаллик коэффициенти бўлиб, контурнинг индуктивлиги деб аталади, Ψ — контурнинг шакли ва геометрик ўлчамларига боғлиқ катталиқ. Демак, контурдаги ток кучи ўзгармаса ҳам тўлиқ оқим ўзгариши мумкин (ўрамлар сонни ошириш ва ҳ. к.). (7.14) дан

$$L = \frac{\Psi}{I} \quad (7.15)$$

ни ҳосил қиламиз.

Контурнинг индуктивлиги ҳам унинг шакли ва геометрик ўлчамларига боғлиқ бўлар экан.

СН да индуктивлик бирлиги қилиб генри (Гн) қабул қилинган. Генри деб шундай ўтказгичнинг индуктивлиги қабул қилинганки, бундай ўтказгичдан 1А ток кучи оқиб ўтганда унда 1 Вб тўлиқ магнит оқими ҳосил бўлади.

Контурада ток кучи ўзгарганда ўз индукция ЭЮК ҳосил бўлади. У қуйидагига тенг бўлади, яъни:

$$\mathcal{E}_S = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (7.16)$$

(7.14) ифодани ҳисобга олиб, (7.16) ифодани қуйидагича ёзамиз,

$$\mathcal{E}_S = - L \frac{dI}{dt} \quad (7.17)$$

(7.16) ифодадаги манфий индора Лейц қондасига асосан тушунтирилади, яъни индукцион токнинг таъсири уш ҳосил қилувчи сабабга тўсқинлик қилади. L ни модули орқали ифодалаб,

$$L = \left| - \mathcal{E}_S \frac{dt}{dI} \right| \quad (7.18)$$

ифода ёрдамида индуктивлигининг физик маъносини тушунтирамиз.

Агар $\frac{dI}{dt} \rightarrow 1$ бўлса, $L = \mathcal{E}_S$ бўлади.

Шундай қилиб, контурдаги ток кучи бирлик вақтда бир бирликка ўзгарганда контурда индукцияланган ЭЮК контур индуктивлигининг физик маъносини англатади.

Албатта, бу, контурда ферромагнетик киритмаган ҳол учун тўғри бўлади. Агар ферромагнетик киритилган бўлса, μ токнинг ўзгаришига эгри чизиқли боғланган бўлгани учун (7.18) ёрдамида L нинг физик маъносини тушунтириб бўлмайди.

7.4. ФУКО ТОКЛАРИ

Индукцион тоklarининг бир кўриниши ўзгарувчи магнит майдонга киритилган массив ўтказгичларда ва яримўтказгичларда пайдо бўлади. Демак, бундай ҳол-

ларда ёпиқ занжир билан уланмаган ўтказгич ёки ярим-ўтказгичларнинг ўзида индукцион ток ҳосил бўлар экан ва бу тоқлар ўтказгич ёки яримўтказгичнинг ичида ёпиқ занжирни ҳосил қилади, яъни бундай индукцион тоқлар уюрмавий тоқдан иборатдир. Шунинг учун бу тоқларни уюрмавий тоқлар деб аталади. Аммо бу тоқни биринчи бўлиб француз физиги Фуко аниқлаган ва унинг шарафига Фуко тоқлари деб аталади.

Фуко тоқларининг йўналиши Ленц қондасига асосан аниқланади. Ўтказгич магнит майдонда ҳаракат қилганда ҳам Фуко тоқлари ҳосил бўлади. Фуко тоқлари ҳам уни ҳосил қилган сабабга қаршилик кўрсатади. Магнит майдонда ҳаракат қилаётган ўтказгичнинг ичида ҳосил бўлган Фуко тоқлари ўтказгични тўхтатишга ҳаракат қилади, яъни Фуко тоқлари бундай ҳолларда шундай йўналган бўладикки, у ҳосил қилган магнит майдон индукция вектори ўтказгич ҳаракат қилган магнит майдон индукция векторига қарама-қарши йўналган бўлади. Шунинг учун Фуко тоқларининг бу хоссаларидан сезгир ўлчов асбобларнинг ҳаракатланувчи қисмларини тезроқ мувозанат (тинч) ҳолатга келтириш учун қўлланилади. Масалан, электр ўлчов асбобларидан гальванометр, сезгир демпферли тарозиларда (сезгирлиги 10^{-9} г/см²) қўлланилади. Агар демпферли тинчлантиргичлардан фойдаланилмаса, ўлчанадиган катталикларнинг қийматини кема-кет ўлчаб бориш жуда қийин бўлади, чунки ўлчанлар учун белгиланган вақт интервалига (масалан 30, 60, 90 с...) ҳақиқий қийматлари мос келмайди. Сезгир асбобларнинг ҳаракатчан қисми, бир ўзгарса, узоқ вақтгача ҳаракат қилиб (тебраиниб) туради.

Фуко тоқларининг бундай ҳолларда қўлланишига яна бир асосий сабаби, ўлчов асбоблари ҳеч қандай қўшимча хатолик киритмайди, яъни салбий таъсир кўрсатмайди. Фуко тоқлари фақат ҳаракат қилган пайтдагина вужудга келади. Фуко тоқлари техникада ҳам жуда кенг қўлланилади, чунки Фуко тоқларининг қиймати жуда катта бўлиши ҳам мумкин. Масалан, қийин эрийдиган металлар, яримўтказгичларни (кремний, германий) эритишда ҳамда уларни кераксиз аралашмалардан тозалашда Фуко тоқларидан фойдаланилади.

Индукцион печлар деб аталувчи печлар ёрдамида Фуко тоқларидан иссиқлик манбаи сифатида фойдала-

нилади. Индукцион печлар юқори температурага чидамли цилиндр шаклдаги изолятор жисмининг сиртига зич қилиб, албатта, бир-бирига тегизмасдан солиш-тирма электр қаршилиги катта бўлган, (масалан, нихром) сим ўралади. Ташқарига иссиқлик камроқ сарф бўлиши учун симнинг устидан иссиқликни кам ўтказадиган материал билан қопланади. Натижада ҳосил бўлган соленоидни эслатувчи қурилма индукцион электр печи деб аталади.

Индукцион печга юқори частотали катта ток кучига эга бўлган манбага печнинг ички қисмига (цилиндрнинг ичига) яримўтказгич материали (кремний) қўйилади.

Яримўтказгичда ҳосил бўлган Фуко (уюрмавий) тоқлар таъсирида, ҳатто кремнийни ҳам эритиб юборишгача қиздириш мумкин. Шу нарсани таъкидлаш керакки, индукцион печдан оқиб ўтаётган токни ўзгартириб, Фуко тоқларини ўзгартириш мумкин.

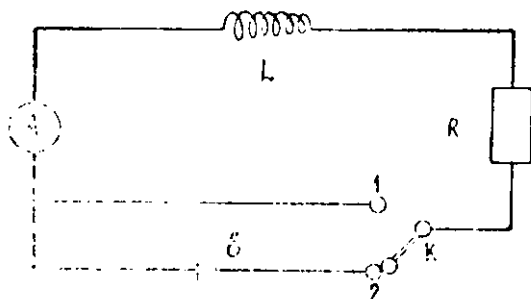
Кўп ҳолларда техникада Фуко тоқлари салбий таъсир кўрсатади. Масалан, трансформаторларнинг ўзакларида Фуко тоқлари ҳосил бўлиши натижасида қизиб кетади. Шунинг учун, массив ўтказгич ўрнига пластинка шаклидаги ўзаклар ишлатилади, улар ўзаро изоляторлар билан ажратилган бўлади.

7.5. ЗАНЖИРНИ УЛАШ ВА УЗИШ ПАЙТИДАГИ ТОҚ

Ленц қондасига асосан ўтказгичларда ўзиндукция ҳодисаси наслижасида пайдо бўлган қўшимча тоқлар занжирдаги асосий токнинг ўзгаришига қаршилиқ кўрсатиш томонига йўналган бўлади. Агар ҳақиқатан ҳам шундай бўладиган бўлса, бу ҳодисани қўйидаги тажрибада кузатиш мумкин. 7.3-расмдаги занжирни улаш ва узиш пайтида тоқларнинг характерини кузатиш билан ўзиндукция ҳодисасининг намоён бўлишини кўра-миз.

Индукцион ток улаш пайтида ҳосил бўлса, занжирдаги ток ўзининг максимал қийматига бир онда эмас маълум бир вақтдан кейин ўз қийматига эришади, буни амперметр (A) орқали кузатиш мумкин.

Узиш пайтида индукцион ток ҳосил бўлса, занжирдаги ток бир онда нолга тенг бўлмасдан бир оз вақт



7.3-расм.

дан кейин волга тенг бўлади. Ўзини ва улаш пайтида занжир инертлик характерга эга бўлади.

Биринчи занжирини ўзини пайтида токнинг ўзгарини характерини кўриб чиқамиз. Занжирдан оқадтган ток кучи RL контурининг актив қаршиллги жуда кичик бўлгани учун, қуйидагига тенг бўлади, яъни

$$I_a = \frac{\varepsilon}{R} \quad (7.19)$$

$t = 0$ моментда занжирини ўзиб ўша пайтда калитни (K) 1 — ҳолатга улаймиз. Занжирдаги ток кучи камайиши билан ўзиндукция ЭЮК (галтакда) пайдо бўлади ва токнинг камайишига қаршиллик кўрсагади. Бу ҳолда занжирдаги ток кучи (7.20) тенглама билан ифодаланади,

$$IR = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}, \quad (7.20)$$

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = 0 \quad (7.21)$$

ёки

$$\frac{dI}{I} + \frac{R}{L} dt = 0. \quad (7.22)$$

(7.22) тенгламани интеграллаб,

$$\ln I = -\frac{R}{L} t + \ln \text{const}, \quad (7.23)$$

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t} \quad (7.24)$$

ларни ҳосил қиламиз.

Шундай қилиб, батареяни узгандан кейин, занжирдаги ток экспоненциал равишда камаяр экан.

Даража кўрсаткичи ҳар доим ўлчамсиз катталик бўлиши шарт, шунинг учун $\frac{R}{L}$

нинг бирлиги $\frac{1}{c}$ бўла-

ди ёки $\tau = \frac{L}{R}$ [с].

τ ток кучи «е» марта ўзгариши учун кетган

вақт. Агар $L \gg R$ бўлса, $\tau \gg 1$ бўлади. Демак, занжирнинг инертлигини характерлайди, I қуйидагича ифодаланади,

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.25)$$

Энди занжирни улаш пайтидаги токнинг характерини текшираемиз. ЭЮК ни улагандан кейин, ток кучи максимал (I_0) қийматига етгунча занжирда индукцион ЭЮК ҳам пайдо бўлади. Бу ҳолда Ом қонуни қуйидагича ёзилади, яъни:

$$IR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_s = \mathcal{E} - L \frac{dI}{dt}, \quad (7.26)$$

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{\mathcal{E}}{L}. \quad (7.27)$$

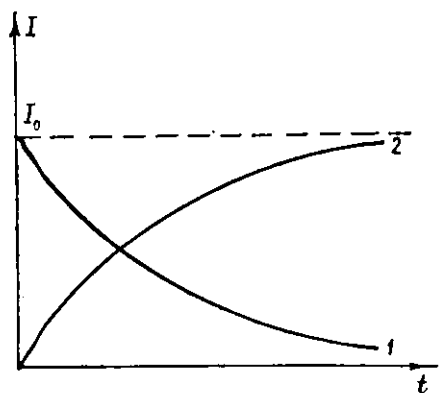
(7.27) бир жинсли дифференциал тенглама бўлиб унинг ечими қуйидагича тенг бўлади:

$$I = I_0 (1 - e^{-t/\tau}) \quad (7.28)$$

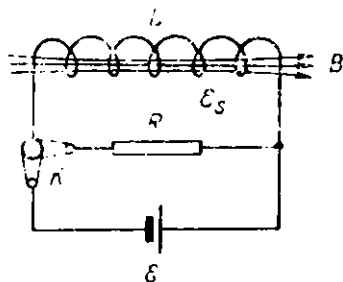
ва унинг графиги (7.4-рasm, 2) да берилган.

Занжирга ЭЮК манбан уланган пайтда ундаги ток ўзининг максимал қийматига эришмайди.

Аста-секин ошиб бориб маълум вақтдан кейин I_0 га тенг бўлади. Усини қонунияти (7.28) тенглама билан аниқланади.



7.4-рasm.



7.5- расм.

Занжирдаги узиш (7.24) ва улаш (7.25) пайтидаги тоklarнинг ўзгариш характери шуни кўрсатадики, иккала ҳолда ҳам индукцион ЭЮК (индукцион ток) ҳосил бўлар экан.

7.6. МАГНИТ МАЙДОН ЭНЕРГИЯСИ

Электр майдон энергияга эга бўлиши ва энергия қаерда жойлашини, ва энергия ташувчилар нима эканлигини юқорида кўриб ўтдик. Магнит майдон ҳақида ҳам худди шундай маълумотларга эга бўлишимиз мумкин.

Бунинг учун 7.5- расмдаги занжирни кўриб чиқамиз. Занжир актив қаршилик R галтак (соленоид) ва ЭЮК лардан иборат.

Занжир ёпиқ ҳолда турган пайтда галтакдан I ток ўтиб туради ва магнит майдон ҳосил бўлади.

Агар қалитни узсак dt вақтгача R қаршиликдан камайиб борувчи ток оқа бошлайди. Бу токнинг манбаи галтакдаги ўзиндукция ЭЮҚдир. Бу ток қаршилик орқали ўтганда dA иш бажаради. Бу иш қуйидагича аниқланади:

$$dA = \mathcal{E}_s I dt. \quad (7.29)$$

Иккинчи томондан, бу иш Жоуль-Ленц қонунига асосан R қаршиликда ажралиб чиққан иссиқлик миқдорига тенг бўлади:

$$dQ = dA = I^2 R dt = \mathcal{E}_s I dt. \quad (7.30)$$

Батарея уланган пайтда R қаршилик орқали I ток кучи ўтиб турган пайтда ажралиб чиққан иссиқлик миқдори қуйидагича аниқланади:

$$dQ_1 = dA_1 = I^2 R dt = \mathcal{E} I dt. \quad (7.31)$$

(7.31) ифода батареянинг энергияси иссиқлик энергиясига айланганлигини кўрсатади.

dQ_1 ва dQ ларнинг ҳосил бўлишининг физикаси айнан бир хил, бирор майдон (куч) таъсирида занжирда ток пайдо бўлади, ҳосил бўлган токнинг занжир

бўйлаб оқиши ўша майдон энергияси батамом иссиқлик энергиясига айлангунча давом этади. Бундан шундай хулосага келамизки, магнит майдони ҳам энергияга эга бўлар экан, бу энергия

$$dW = dQ \quad (7.32)$$

га тенг бўлади. (7.30) дан фойдаланиб dW ни қуйидагича ифодалаймиз:

$$dW = \mathcal{E}_S I dt. \quad (7.33)$$

Электромагнит индукция қонунига асосан, $\mathcal{E}_S$ (7.34) га тенг бўлади,

$$\mathcal{E}_S = - \frac{d\Psi}{dt}. \quad (7.34)$$

Ўзиндукция ҳодисасидан фойдаланиб қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$d\Psi = L dI, \quad (7.35)$$

$$\mathcal{E}_S = - L \frac{dI}{dt}, \quad (7.36)$$

$$dW = - L \frac{dI}{dt} I dt, \quad dW = - L I dI, \quad (7.37)$$

$$W = - \int_L^0 L I dI = \frac{LI^2}{2}, \quad (7.38)$$

$$\Phi = LI, \quad (7.39)$$

$$W = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \Phi I = \frac{1}{2} \frac{\Phi^2}{L}. \quad (7.40)$$

(7.40) ифода магнит **майдон**нинг энергиясини ифодалайди. Электр майдоннинг энергияси:

$$W_e = \frac{1}{2} C (\varphi_1 - \varphi_2)^2 = \frac{1}{2} (\varphi_1 - \varphi_2) q = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

га тенг эканлигини ҳисобга олсак электр ва магнит майдонлари ҳам энергияга эга ва уларнинг орасида ўхшашликлар борлигига ишонч ҳосил қиламиз.

VIII БОБ

ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН

8.1. УЮРМАВИЯ ЭЛЕКТР МАЙДОН. МАКСВЕЛЛ ТЕНГЛАМАЛАРИ

Ток индукцияланаётган ўтказгичли контур қўзғалмас магнит оқимининг ўзгариши эса магнит майдоннинг ўзгариши натижасида юзага келадиган ҳол учун электромагнит индукция ҳодисасини кўриб чиқайлик. Индукцион токнинг ҳосил бўлиши контурда индукцион электр юритувчи кучнинг ҳосил бўлишидан далолат беради. Бу четки кучларнинг манбаи индукцион ток ҳосил бўлаётган контурда рўй бераётган химиявий, иссиқлик ва магнит майдон кучларига, Лоренц кучига тегишли эмас. Бу турдаги кучлар занжирга уланмаган, Лоренц кучи эса бу ҳолда зарядларнинг ҳаракатга келишида улар устидан иш бажармайди.

Ана шу мулоҳазаларга асосан Максвелл контурда ҳосил бўлаётган четки кучлар ўтказгичларда пайдо бўлган ўзгарувчи электр майдонга боғлиқ деган хулосага келади. Максвеллнинг хулосасига асосан бу ўзгарувчи электр майдон кучланганлиги $\vec{E}_e$ нинг циркуляцияси нолга тенг бўлмасдан, индукция электр юритувчи кучига ϵ_i га тенг бўлади:

$$\oint \vec{E}_e d\vec{l} = \epsilon_i. \quad (8.1)$$

Фарадей қонунига асосан индукция ЭЮК ϵ_i қуйидагига тенг бўлади,

$$\epsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (8.2)$$

$$d\Phi = B_n dS \quad (8.3)$$

бўлганлиги учун уни ёпиқ сирт бўйича интеграллаб,

$$\Phi = \oint B_n dS \quad (8.4)$$

ни ҳосил қиламиз. (8.4) ни (8.2) га қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\epsilon_i = -\frac{d}{dt} \oint B_n dS = \oint \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)_n d\vec{S}. \quad (8.5)$$

($d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$, $\vec{n}$ — бирлик ўлчамсиз вектор)

(8.5) ва (8.1) тенгламаларининг айнан тенглигидан қуйидаги ифодани ёзамиз:

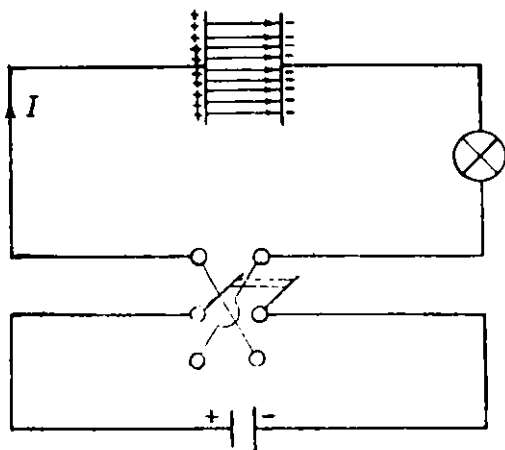
$$\oint \vec{E}_t d\vec{l} = \oint \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (8.6)$$

Бу тенглама Максвеллнинг биринчи тенгламаси деб аталади.

Бу ҳолда майдоннинг ўзгариши уюрмавий электр майдонни ҳосил қилади. Электр майдон кучланганлиги чизиқлари ёпиқ бўлади. Ўзгарувчан магнит майдон ҳосил қилган электр майдон уюрмавий характерга эга бўлар экан. Демак, электр майдон электростатик майдон ҳолда ҳам, уюрмавий майдон ҳолда ҳам бўлиши мумкин экан. Электр майдон кучланганлик чизиқлари берк (ёпиқ) ёки очик бўлиши мумкин.

8.2. СИЛЖИШ ТОКИ

Фарадей ғояларининг математик ифодасини Максвелл охирига етказди. Максвелл ўзгарувчан магнит майдон $d\vec{B}/dt$ ўзгарувчан электр майдонни ҳосил қилади, деб электромагнит назариясига асос солди. Электр ва магнит майдон орасидаги миқдорий муносабатни аниқлаш учун силжиш токи деган тушунча киритди. 8.1-расмдаги занжир ўзгармас ток манбаи, конденса-



8.1-расм.

тор, лампочка ва улаб узгичдан ташкил топган. Агар занжир батареяга уланса, лампочка ёнмайди, яъни занжирдан ток ўтмайди. Агар лампочка кетма-кет узиб уланса ва узиб улаш маълум бир частота билан такрорланиб турилса, лампочканинг ёниб ўчганини ёки ёниб турганини кўрамиз. Батареянинг ўрнига ўзгарувчан ток манбаи уланса ҳам лампочка ёниб турганини кўрамиз. Конденсатор қопламалари ўртасида ўзгарувчан электр майдон ҳосил қилинса, очиқ контурда ҳам ток пайдо бўлади. Бу токни Максвелл силжиш токи деб атади.

Шундай қилиб, металллардаги ўтказувчанлик токи, диэлектриклардаги силжиш токи билан узлуксиз уланиб кетар экан. Ўтказувчанлик ток кучи, $I_{\text{эТ}} = dq/dt$, ток зичлиги эса

$$\sigma = q/S. \quad (8.7)$$

Бундан фойдаланиб,

$$I_{\text{эТ}} = \frac{d\sigma}{dt} \cdot S \quad (8.8)$$

ни ҳосил қиламиз. Ток зичлиги

$$I_{\text{эТ}}/S = \frac{d\sigma}{dt} = j_{\text{эТ}} \quad (8.9)$$

га тенг бўлади.

Гаусс теоремасига асосан ёпиқ сиртни кесиб ўтувчи электр силжиш $\vec{D}$ векторининг оқими қуйидагига тенг:

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = q. \quad (8.10)$$

(8.10) тенгламанинг ўнг ва чап томонларини вақтга нисбатан хусусий дифференциаллаймиз,

$$\oint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} = \frac{dq}{dt}. \quad (8.11)$$

Узлуксизлик тенгламасига асосан,

$$\oint \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} \quad (8.12)$$

ни ҳосил қиламиз. (8.12) тенгламадаги манфий ишора заряднинг вақт ўтиши билан камайишини кўрсатади.

(8.11) ва (8.12) тенгламаларни система қилиб ечамиз ва

$$\oint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} + \oint \vec{j} d\vec{S} = 0$$

ёки

$$\int \left(\vec{j}_{\text{ср}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S} = 0, \quad (8.13)$$

ни ҳосил қиламиз.

$\vec{j}_{\text{ср}}$ — ўтказувчанлик токининг зичлиги, демак, унга қўшилувчи катталиқ ҳам ток зичлиги бўлиши шарт. Ана шу мулоҳазага асосан Максвелл $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ни силжиш токи деб атади:

$$\vec{j}_{\text{с}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (8.14)$$

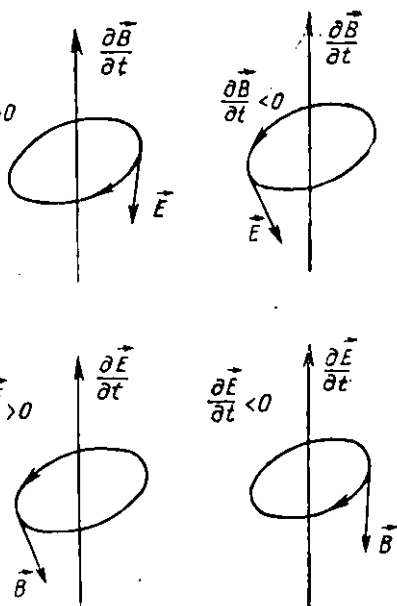
$$\vec{j}_{\text{с}} = j_{\text{ср}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (8.15)$$

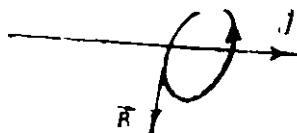
$j_{\text{с}}$ — силжиш токи зичлиги.

Силжиш токи ўз атрофида магнит майдонини $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} > 0$ ҳосил қилади, $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ нинг

қиймати нолдан катта ёки кичик бўлишига қараб ҳосил бўлган уярмавий магнит майдон йўналиши ҳар хил бўлади. Худди шунингдек ўзгарувчи магнит майдон ҳосил қилган электр майдон ҳам уярмавий бўлиб, йўналиши $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ нинг нолдан катта ёки кичиклигига боғлиқ бўлади (8.2-расм).

Максвелл силжиш токи ўтказувчанлик токи каби ўз атрофида магнит





8.3- расм.

майдонни ҳосил қилади деб баш-
рат қилади (8.3- расм).

Силжиш токи ҳосил қилга
магнит кучланганлигини H_l бил-
ла белгиласак, унинг циркуляцияс-
қуйидагига тенг бўлади:

$$\oint \vec{H}_l d\vec{l} = \Sigma I_r,$$

$$\Sigma I_r = \oint \vec{j}_r d\vec{S},$$

$$\oint \vec{H}_l d\vec{l} = \oint \vec{j}_r d\vec{S}. \quad (8.16)$$

(8.14) формулани ҳисобга олсак (8.19) формула қуйидаги
кўринишга келади, яъни

$$\oint \vec{H}_l d\vec{l} = \oint \left(\vec{j}_r + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad II$$

II тенглама Максвеллнинг иккинчи тенгламаси деб аталади. Силжиш токини кашф қилиш билан Максвелл электр ва магнит ҳодисаларининг ягона назариясини яратди. Максвелл назарияси ўша пайтдаги экспериментал фактларнинг барчасини назарий жиҳатдан тушунтириб берди. Кейинчалик бу ҳодисалар тажрибаларда исботланди. Максвелл назариясининг асосий хулосаси ёруғлик тезлиги билан тарқалувчи электромагнит тўлқин мавжудлиги эди. Бундай тўлқинларнинг хоссасини назарий жиҳатидан текшириш натижасида Максвелл ёруғликнинг электромагнит назариясини яратди.

Бу назариянинг асосини Максвелл тенгламалари ташкил қилади.

Механикада Ньютон қонунлари қандай аҳамиятга эга бўлса, Максвелл тенгламалари электромагнитизмда худди шундай аҳамиятга эга.

Электродинамиканинг фундаментал тенгламалари бўлган, Максвелл тенгламаларини, система шаклида ёзамиз, юқорида биз уларни алоҳида-алоҳида ҳам кўриб ўтганмиз:

$$\oint \vec{E}_l d\vec{l} = - \oint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad I$$

$$\oint \vec{H}_t d\vec{l} = \oint \left(\vec{j}_{\text{ст}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S} \quad \text{II}$$

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = q \text{ ёки } \oint \vec{D} d\vec{S} = \int \rho dV \quad \text{III}$$

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad \text{IV}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \quad \text{V}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad \text{VI}$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \text{VII}$$

I — VII тенгламаларга Максвелл тенгламалар системаси деб аталади. Максвелл назариясига асосан электр ва магнит майдонлар ҳар доим бир-бирига боғлиқ ва биргаликда мавжуд бўлади, деган фикр туғилади, худди шундай ҳамдир. Аммо, $\partial \vec{D} / \partial t$ ва $\partial \vec{B} / \partial t$ бўлса, яъни стационар майдон бўлса, Максвелл тенгламалари иккита ўзаро боғлиқ бўлмаган гурппага бўлинади.

Демак, ўзгармас электр ва магнит майдонлари бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда мавжуд бўлар экан. Шунинг учун ҳам биз уларни алоҳида-алоҳида ўрганишга муваффақ бўлдик:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0, \quad (8.17)$$

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = q, \quad (8.18)$$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I, \quad (8.19)$$

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (8.20)$$

Максвелл тенгламаларини баъзи мулоҳазаларга асосан аниқладик, аммо бу Максвелл тенгламаларининг исботи келтириб чиқарилди, деган гап эмас. Максвелл тенгламаларини келтириб чиқариш мумкин эмас. Бу тенгламалар тажриба фактларини умумлаштириб, мантиқий фикрлашнинг олий формаларидан фойдаланиб ҳосил қилган аксиома ва постулатлардир. Механикада Ньютон қонунларининг тўғрилигини факт тажриба натижалари исботлагандек, электромагнитизмда Максвелл тенгламаларининг тўғрилигини ҳам тажриба натижалари исботлайди.

Максвелл тенгламалари бутун электромагнитик майдон ҳақидаги маълумотларни ўз ичига олади. Бу тенгламаларнинг мазмунини қуйидагилардан иборат:

1. Исталган ёпиқ контур бўйича $\vec{E}$ векторининг циркуляцияси шу контур ўраб олган исталган ёпиқ сиртдан ўтувчи магнит оқимининг вақт бўйича хусусий ҳосиласининг манфий ишораси билан олинганига тенг.

2. Исталган ёпиқ сиртнинг кесиб ўтувчи силжиш векторининг $\vec{D}$ оқими, шу сирт ўраб олган четки зарядларнинг алгебраик йиғиндисига тенг.

3. Исталган ёпиқ контур бўйича майдон кучланганлиги векторининг $\vec{H}$ циркуляцияси, шу контур билан ўраб олган тўлиқ токка тенг.

4. Исталган ёпиқ сиртнинг кесиб ўтувчи магнит индукцияси векторининг $\vec{B}$ оқими ҳар доим нолга тенг.

8.3. СИЛЖИШ ТОКИ ҲАҚИДА БАЎЗИ МУЛОҲАЗАЛАР. МАКСВЕЛЛ ТЕНГЛАМАЛАРИНИНГ АҲАМИЯТИ

1. Силжиш токи ўтказувчанлик токига фақатгина ўз атрофида магнит майдон ҳосил қилиш хоссаси билангина ўхшашдир (эквивалентдир).

2. Силжиш токи фақатгина электр майдон вақт ўтиши билан ўзгарган ерда пайдо бўлади. Ўзгарувчан электр майдон эса ўзгарувчан магнит майдонни ҳосил қилади.

Демак, индукцион токнинг ҳосил бўлишига сабаб Фарадей ўйлагандек ўзгарувчан магнит майдонда ёпиқ контур (ўтказгич) бўлганлиги эмас, балки Максвелл айтгандек магнит майдон ўзгарганда ўзгарувчан электр майдон ҳосил бўлганлигидир.

Ёпиқ контурда индукцион токнинг ҳосил бўлиши ўзгарувчи электр майдоннинг ҳосил бўлганлигини тажрибада намоён қилувчи бир хусусий ҳолдир, яъни бу ёпиқ контур бўлмаса ҳам магнит майдон вақт ўтиши билан ўзгариб турса, у ерда ўзгарувчи электр майдон ҳосил бўлади. Ўтказгич бор-йўқлиги ҳеч қандай роль ўйнамайди.

3. Диелектрикларда силжиш токи иккита ташкил этувчидан иборат. Уларнинг ҳар бири ҳар хил табиатга эга.

Электр силжиш вектори $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ га тенг:

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}. \quad (8.21)$$

Бу ерда ҳақиқатан ҳам $d\vec{p}/dt$ — силжиш токидир, майдон ўзгарганда диэлектрик зарядлари ўз мувозанат ҳолатидан силжиш (қутбланиш) натижасида ҳосил бўладиган токдир. Бу токнинг табиати ўтказувчанлик токининг табиатига ўхшаш бўлади. Бу токнинг силжиш токи деб аталишининг сабаби ҳам, диэлектриклардаги (қутбланишдаги) силжишларга таққослаб қабул қилинган атамалардир ва бўлаётган физик ҳодисага ҳам атама мос келади.

Иккинчи ташкил этувчиси эса, ҳеч қандай зарраларнинг (зарядларнинг) силжиши билан боғлиқ эмас, фақат электр майдон ўзгариб турганлиги туфайли ҳосил бўлган токдир. Ҳатто вакуумда ҳам электр майдон ўзгариб турса, ўзгарувчи магнит майдон ҳосил бўлади.

4. Силжиш токининг Максвелл томонидан кашф қилиниши ўта муҳим назарий кашфиётдир.

Бу кашфиёт ҳам электромагнит индукция ҳодисасига ўхшашдир, яъни иккала кашфиётнинг тўғрилигини фақат тажриба натижаларига асосланиб исботланади.

Максвеллнинг силжиш токини кашф қилиши фундаментал аҳамиятга эга бўлиб, электр ва магнит ҳодисаларининг ягона назариясини яратишига имконият яратиб беради.

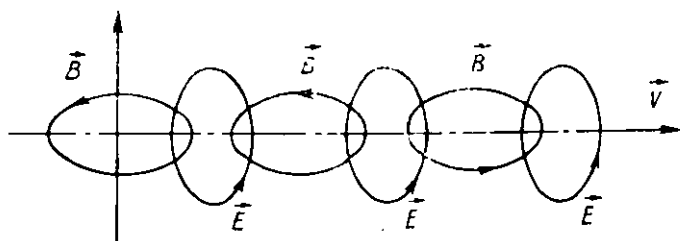
IX БОБ

ЭЛЕКТРОМАГНИТ ТҮЛҚИНЛАР

9.1. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН УЧУН ТҮЛҚИН ТЕНГЛАМА

Ўзгарувчан электр майдон ўзгарувчан магнит майдонни ҳосил қилади. Бу ўзгарувчан магнит майдон эса электр майдонни ҳосил қилади ва ҳ.к.

Шундай қилиб, тебранма ҳаракат қилувчи зарядлар ёрдамида ўзгарувчан электромагнит майдон ҳосил қилинса, зарядларни ўраб турувчи муҳитда ўзаро тик бўлган электр ва магнит майдонлар кетма-кет пайдо бўлади ва бу тебранма ҳаракатлар ўша муҳитда тарқала бошлайди. Бу тарқалиш фазо ва вақтга нисбатан



9.1-расм.

даврий бўлади. Электр ва магнит тебранишларнинг ўзаро тик равишда фазода тарқалиши электромагнит тўлқин деб аталади.

Максвелл тенгламаларидан тубдан янги физик ҳодиса мавжудлиги келиб чиқади. Бу физик ҳодиса шундан иборатки, электромагнит майдон мустақил электр зарядларсиз ва тоқларсиз мавжуд бўлиши мумкин. Бундай майдонлар албатта тўлқин характерга эга бўлади, шунинг учун электромагнит майдон электромагнит тўлқинлар деб аталади. Демак, бу жараён вақт бўйича ва фазода даврий бўлади.

Бир жинсли муҳит нейтрал диэлектрик бўлиб, электр ва магнит сингдирувчанлиги ўзгармас ϵ ва μ га тенг бўлсин. Бу ҳолда

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (9.1)$$

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (9.2)$$

ифодалар ўринли бўлади.

Максвеллнинг 1- ва 2- тенгламаларидан фойдаланиб, бир оз математик алмаштиришлардан кейин қуйидаги тенгликларни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (9.3)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \quad (9.4)$$

Лаплас оператори ёрдамида бу ифодаларни қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$\Delta \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (9.5)$$

$$\Delta \vec{H} = \epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \quad (9.6)$$

Бу ерда Δ — Лаплас операторини характерлайди.
(9.3) — (9.6) лар тўлқин тенгламаларининг айнан ўзидир.
Бу ерда,

$$\frac{\epsilon \mu}{c^2} = \frac{1}{v^2}, \quad (9.7)$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad (9.8)$$

деб белгилаб олиш мумкин. Бу тўлқинларнинг фазовий тезлиги v га тенг бўлар экан. (9.7) ни (9.5) ва (9.6)га қўйиб ва уларни тенглаштириб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\Delta \vec{E} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \Delta \vec{H} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad (9.9)$$

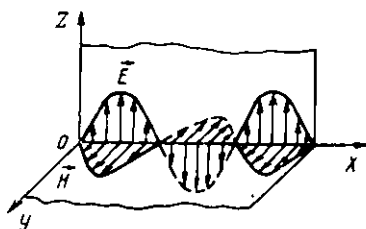
Бундан шундай хулосага келамизки, (9.3) ва (9.4) ёки (9.5) ва (9.6) лар бир-биридан ажралмас бир бутун катталиклар бўлиб, битта тўлқинни, яъни электромагнит тўлқинини ифодалар экан.

9.2. ЯССИ ЭЛЕКТРОМАГНИТ ТЎЛҚИН

Ясси электр-магнит тўлқин электр ва магнит сингдирувчилари ўзгармас муҳитда OX ўқи бўйлаб тарқалаётган бўлсин (9.2-расм). Бундай ҳолларда $\vec{E}$ ва $\vec{H}$ лар z ва y ўқларга боғлиқ бўлмайди. Демак, иккинчи томондан $\vec{E} \perp \vec{H} \perp OX$, яъни улар ўзаро тик бўлади. Бундай электромагнит тўлқинлар ясси электромагнит тўлқинлар деб аталади ва кўндаланг тўлқин эканлигидан далолат беради. Ясси электромагнит тўлқин учун Максвеллнинг тенгламаларини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \mu \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (9.10)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad (9.11)$$



9.2- расм.

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (9.12)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\epsilon \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}. \quad (9.13)$$

9.1-расмда кўрсатилгандек, (9.10) ва (9.13) тенгламаларда, электр майдоннинг даврий ўзгариши E_z даврий ўзгарувчи магнит майдонни H_y ҳосил қилади, ўзгарув-

чи магнит майдон эса ўзгарувчи электр майдонни ҳосил қилади ва ҳ.к. давом этади. Бу пайтда E_y ҳам H_z ҳам ҳосил бўлмайди.

Агар биринчи бўлиб E_y ҳосил қилинса, H_z майдон ҳосил бўлади. Демак, E_z фақат H_y ни, E_y эса H_z ни ҳосил қилади. Шунга ўхшаш H_y — E_z ни, H_z эса E_y майдонларни ҳосил қилади. Ўзгарувчи электр ва магнит майдонларнинг даврий ўзгаришида ўзаро тик бўлган ZOX ва YOX текисликларда гармоник тебранишларнинг тарқалиши содир бўлар экан. Шунинг учун ясси электромагнит тўлқинларни ўрганишда (9.10) ва (9.11) тенгламалар етарли бўлади, яъни бу ҳол учун тўлқин тенгламаларни қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}, \quad (9.14)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2}. \quad (9.15)$$

Бу тенгламалар, (9.3) ва (9.4) тенгламаларнинг хусусий ҳолидир. (9.14) ва (9.15) ларнинг ечими:

$$E_z = E_m \cos (\omega t - kx + \alpha_1), \quad (9.16)$$

$$H_y = H_m \cos (\omega t - kx + \alpha_2). \quad (9.17)$$

Бу ерда $\omega = 2\pi f$ — циклик частота, $k = \omega/v$ — тўлқин сони, α_1 ва α_2 мос равишда, $x = 0$ нуқтадаги тебранишнинг бошланғич фазалари. (9.16) ва (9.17) тенгламаларни x ва t бўйича дифференциаллаймиз, яъни

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = k E_m \sin (\omega t - kx + \alpha_1), \quad (9.18)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \omega H_m \sin (\omega t - kx + \alpha_2), \quad (9.19)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = k H_m \sin (\omega t - kx + \alpha_2), \quad (9.20)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \omega E_m \sin (\omega t - kx + \alpha_1). \quad (9.21)$$

Бу тенгликлардан фойдаланиб, (9.16) ни (9.10) га, (9.17) ни эса (9.11) га қўйиб қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$k E_m = \mu \mu_0 \omega H_m, \quad (9.22)$$

$$\epsilon \epsilon_0 \omega E_m = k H_m \quad (9.23)$$

ҳосил қиламиз. (9.22) ва (9.23) тенгламаларни ўзаро кўпайтириб

$$\epsilon \epsilon_0 E_m^2 = \mu \mu_0 H_m^2 \quad (9.24)$$

ни келтириб чиқарамиз. Демак, $\alpha_1 = \alpha_2$, яъни электр ва магнит векторлари айнан бир хил фазада тебранар экан. E ва H ларнинг амплитудаси ўзаро боғлиқ бўлади,

$$E_m \sqrt{\epsilon \epsilon_0} = H_m \sqrt{\mu \mu_0}. \quad (9.25)$$

Бошланғич фазалари $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ бўлса, E ва H ларни вектор шаклида ифодаласак, яъни электромагнит тўлқинининг тенгламаси қуйидагича бўлади:

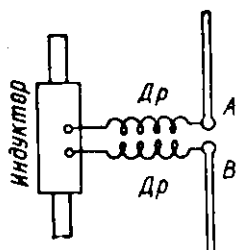
$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos (\omega t - kx), \quad (9.26)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_m \cos (\omega t - kx). \quad (9.27)$$

Яъни электромагнит тўлқини хаёлан бир вақтнинг ўзида фазонинг бир нуқтасидан тарқалаётган ўзаро тик гармоник ўзгарувчи электр ва магнит тебранишлардан иборат деб қараши мумкин (9.2-расм). Аммо, $\vec{E}$ ва $\vec{H}$ лар тубдан узвий боғланган бўлиб, ҳеч қачон алоҳида-алоҳида $\vec{E}$ ва $\vec{H}$ лардан электромагнит тўлқин ҳосил қилиб бўлмайди. $\vec{E}$ ва $\vec{H}$ ларнинг даврий равишда ўзгариб, бири иккинчисини ҳосил қилиши табиатнинг «нозик мўжиза» ларидан бири бўлиб, менинг фикримча ҳозирги пайтда батамом ечилмаган масалалардан биридир.

9.3. ЭЛЕКТРОМАГНИТ ТЎЛҚИНЛАРНИ ТАЖРИБАДА КУЗАТИШ

Табиатда электромагнит тўлқинларнинг мавжудлигини 1888-96 йилларда ҳар хил тажрибалар ёрдамида исботланади. 1888 йилда Генрих Герц биринчи бўлиб



9.3- расм.

тажрибада электромагнит тўлқинни ҳосил қилди. Герц электромагнит тўлқин ҳосил қилиш учун ўзи кашф қилган вибратордан фойдаланди.

Герцнинг вибратори 9.3- расмда тасвирланган. Герц вибратори иккита *A* ва *B* (9.3- расм) ўтказгичдан ташкил топган очик тебраниш контуридан иборат. Бу тебраниш контурида индуктивлик ва сигим жу-

да кичик бўлиб, тебранишлар частотаси жуда катта бўлади, чунки

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{ёки} \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (9.28)$$

тенглик бажарилиши керак. Бундай тебраниш контури очик тебраниш контури деб аталади. Герц вибраторининг асосини очик тебраниш контури ташкил қилади. *A* ва *B* дан иборат очик контур юқори потенциаллар айирмаси ҳосил қилгунча зарядланади. Потенциаллар айирмаси маълум бир қийматга етганда, *A* ва *B* оралиғидан учқун ўтади, яъни занжир улашиб очик контурда тебранишлар пайдо бўлади. Герц тажрибада юқори кучланиш манбандан фойдаланиб, вибраторда тез ўзгарувчан ток импульсларини ҳосил қилиш натижасида электромагнит тўлқинларни ҳосил қилди. Вибраторларни ботиқ параболик кўзгуга жойлаштириб, Герц маълум томонга йўналтирилган, тўлқин узунлиги 0,6 м дан 10 м гача бўлган ясси тўлқин ҳосил қилди. Герц электромагнит тўлқинларни худди тарқатувчи вибратор каби тузилган қабул қилувчи вибратор ёрдамида қабул қилган. Герц электромагнит тўлқинларни ҳосил қилиш уни узатиш ва қабул қилиш билан бирга, бошқа тўлқинлар сингари ҳаракат қилишини ҳам аниқлади.

Махсус қурилмалар ёрдамида Герц электромагнит тўлқинларнинг қайтиш ва синиши ҳодисасини кузатиб, ёруғлик тўлқинининг қайтиш ва синиш қонунларига амал қилишини исботлади. Герц металл ойнадан ясси тўлқиннинг қайтишидан фойдаланиб, турғун тўлқин ҳосил қилди. Тугун ва дўнгликлар орасидаги масофа тўлқин узунлигини аниқлади:

$$v = \lambda \nu, \quad (9.29)$$

бунда ν — вибратор частотаси, v нинг қиймати $v = c = 3 \cdot 10^8$ м/с га, яъни ёруғликнинг вакуумдаги тезлигига тенг бўлиб чиқди. Электромагнит тўлқиннинг йўлига мис симдан ясалган дифракцион панжара қўйиб, тўлқин интенсивлигининг кескин ўзгаришини кузатди. Панжара тирқишлари $\vec{E}$ векторга параллел бўлганда тўлқин интенсивлиги ўзгармасдан қолиб, тик бўлганда эса тўлқин панжарадан тўлқин ўтмаслигини кузатди. Шунга асосан Герц электромагнит тўлқин кўндаланг тўлқин эканлигини исботлади. Герц тажрибаларини олимлар ривожлантирди. Жумладан, 1894 йилда Лебедев электромагнит тўлқинларининг кристаллдан ўтишини ва иккиланиб синишини кузатди. 1895 йил 7 майда Попов радиони ихтиро қилди.

9.4. ЭЛЕКТРОМАГНИТ ТЎЛҚИННИНГ ЭНЕРГИЯСИ

Электромагнит тўлқиннинг энергияси ўзгарувчи электр ва магнит майдонлар энергияларининг йингидисидан иборатдир. Электромагнит тўлқин фазода энергияни ўзи билан бирга кўчирганлиги учун, унинг ҳажм бирлигидаги энергияси, яъни энергия зичлиги орқали ифодаласак, мақсадга мувофиқ бўлади. Электр майдоннинг энергия зичлиги:

$$\omega_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2, \quad (9.30)$$

магнит майдоннинг энергия зичлиги

$$\omega_H = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \quad (9.31)$$

га тенг бўлгани учун, электромагнит тўлқиннинг тўлиқ энергияси

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E^2 + \mu H^2) \quad (9.32)$$

бўлади. Бизга маълумки,

$$\omega_E = \omega_H \quad \text{ёки} \quad \epsilon_0 E^2 = \mu_0 H^2. \quad (9.33)$$

Бундан фойдаланиб (9.32) ни қуйидагича ёзамиз:

$$\omega = \frac{1}{c} EH, \quad (9.34)$$

$$S = \omega c \quad \text{ёки} \quad S = EH \quad (9.35)$$

деб белгилаб оламиз. Бу энергия оқими зичлигининг модулини ифодалайди. $\vec{E}$ ва $\vec{H}$ вектор катталиклар бўлиб, улар ўзаро тик бўлганлиги учун

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}] \quad (9.36)$$

деб ёзиш мумкин. $\vec{S}$ вектор Пойнтинг вектори деб аталади ва у $\vec{E}$ га $\vec{H}$ векторларга ҳар доим тик йўналган бўлади.

9.5. ДИПОЛНИНГ НУРЛАНИШИ

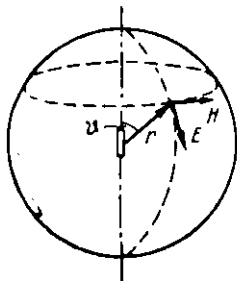
Электромагнит тўлқинларнинг манбаи, тебранма ҳаракат қилувчи электр диполь бўлиши мумкин. Айтайлик, $+q$ нуқтавий заряд қўзғалмас бўлиб, $-q$ нуқтавий заряд унинг атрофида тебранма ҳаракат қилсин (9.4-расм).

Бу ҳолда диполнинг электромагнители косинус қонуниятига асосан ўзгаради:

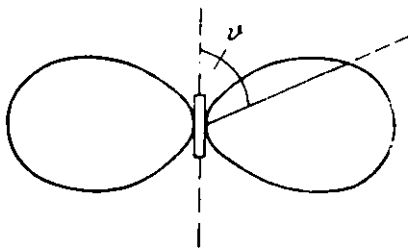
$$\vec{p} = \vec{p}_m \cos \omega t. \quad (9.37)$$

Заряд атрофида ҳар доим электр майдон ($\vec{E}$) ҳосил бўлади. Заряд ($-q$) ҳаракат қилганда эса, $\vec{E}$ дан ташқари магнит майдон ($\vec{H}$) ҳам ҳосил бўлади. $\vec{E}$ ва $\vec{H}$ лар ўзаро тик бўлиб, уларнинг манбаи битта, яъни электр диполидир. Шунинг учун бир бутун электромагнит тўлқин ҳосил бўлади. Диполнинг нурланиш куввати

$$N = kp_m^2 \omega^4 \cos^2 \omega t \quad (9.38)$$



9.4- расм.



9.5- расм.

га тенг бўлади, яъни диполнинг нурланиш қуввати диполнинг, электр моментининг квадратига, тебраниш частотасининг тўртинчи даражасига тўғри пропорционал бўлади. Ҳаракат қилаётган исталган заряднинг нурланиш қувватини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$N \sim q^2 a^2, \quad (9.39)$$

бунда a — заряднинг тезланиши. Агар $a=0$ бўлса, $N=0$ бўлади. Демак, тезланишсиз ҳаракат қилган заряд нурланмайди. Шунинг учун ҳам ўзгармас, тезлик билан ҳаракат қилувчи электрон нур чиқармайди.

Х Б О Б

ЭЛЕКТР ТЕБРАНИШЛАР

10.1. ТЕБРАНИШ КОНТУРИ

Электр занжир узунлиги l бўлса, ундан ўтадиган ток вақт ўтиши билан ўзгариб турса, ўтказгичнинг барча қисмларида ток кучи бир хил бўлмайди. Шундай ҳоллар учрайдики, амалда занжирнинг барча қисмларида токнинг оний қиймати бир хил бўлади, бундай тоқлар квазистационар тоқлар деб аталади.

Мисол: $l = 3\text{ м}$ (l — занжирнинг узунлиги) $\tau - l$ масофага электромагнит тўлқин тарқалиш учун кетган вақт 10^{-8} с га тенг бўлса, $f = 10^8 \text{ Гц}$ частотали токни квазистационар ток деб ҳисоблаш мумкин.

Чунки $T = \frac{1}{f} = 10^{-8} \text{ с}$; T — тебраниш даври,

$$\tau \ll T, \quad (10.1)$$

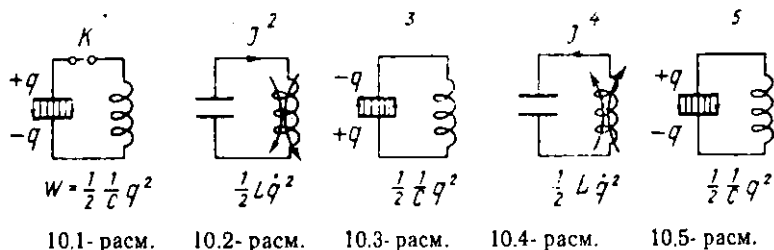
$$\tau = \frac{l}{c}, \quad (10.2)$$

бунда c — ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги;

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 300\,000 \text{ км/с}.$$

Саноатда $f = 50 \text{ Гц}$ га тенг бу тоқларни 100 км гача квазистационар ток деб аташ мумкин.

Квазистационар тоқлар учун Ом қонунлари ва Кирхгоф қоидаларини қўллаш мумкин, яъни квазистационар тоқлар мавжуд бўлган занжирларни ҳам бу қонунлардан фойдаланиб ҳисоблаш мумкин.



Агар занжир конденсатор (C) ва ғалтакдан (L) ташкил топган бўлса, бу контурда электр тебраниш ҳосил қилиш мумкин. Шунинг учун, бундай занжирни тебраниш контури деб аталади. Тебраниш контурларида электр тебранишлар қандай қилиб ҳосил қилиниши ва қандай қилиб сақлаб турилишини қуйидаги тажрибада тушунтирамиз.

Айтайлик, конденсатор ва ғалтакдан иборат занжирда (10.1-расм), яъни тебраниш контурида конденсаторнинг қопламалари 10.1-расмда кўрсатилгандек зарядланган бўлсин. Калит очиқ турган ҳолда тебраниш контурининг ҳамма энергияси конденсаторда йиғилган. Агар калит уланса, конденсатор разрядлана бошлайди ва ғалтак орқали оқаётган занжирда ток пайдо бўлади.

$$W_s = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}. \quad (10.3)$$

Ғалтак атрофида магнит майдон ҳосил бўлади (10.2-расм).

Бу жараён конденсатордаги барча электр энергия ғалтакнинг магнит энергиясига айлангунча давом этади, занжирдаги ток максимумга эришади. Шу пайтдан бошлаб ток йўналишини ўзгартирмасдан камая бошлайди.

$$W_s = W_m = \frac{1}{2} L I^2, \quad (10.4)$$

яъни электр майдон энергияси тўлиқ магнит майдон энергиясига айланади. Ўзиндукция ЭЮК таъсирида занжирдаги ток маълум вақтдан кейин нолга тенг бўлади. Бу ток конденсаторни зарядлайди ва токнинг йўналишига тескари йўналган электр майдон ҳосил бўлади. Конденсатордаги зарядлар максимумга эришади

ва ток тўхтайди. Бу ҳолда магнит майдон энергияси яна электр майдон энергиясига айланади (10.3-расм), яъни

$$W_{\text{м}} = W_{\text{э}} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}. \quad (10.3)$$

Шу пайтдан бошлаб конденсатор яна зарядлана бошлайди, аммо ток бу гал олдингига нисбатан тескари томонга оқади (10.3-расм), ток максимумга эришади, яъни электр майдон энергияси тўлиқ магнит майдон энергиясига айланади (10.4-расм).

Ток яна камая бошлайди. Занжирдаги токнинг оқиши конденсатордаги заряд максимумга эришгунча давом этади, яъни магнит майдон энергияси тўлиқ электр майдон энергиясига айланади. Ток тўхтайди, конденсатор биринчи ҳолдагидек зарядланади (10.5-расм). Айнан шу жараён даврий равишда такрорланаверади. Занжирда актив қаршилик бўлмаса, бу тебраниш гармоник тебранишдан иборат бўлади. Конденсатор қаршилиги сифим қаршилик деб аталади:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (10.4)$$

Ғалтакнинг қаршилиги эса индуктив қаршилик деб аталади,

$$X_L = \omega L, \quad (10.5)$$

$$\omega = 2\pi f, \quad (10.6)$$

бунда ω — тебранишнинг циклик частотаси.

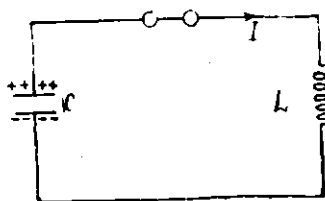
Сифим ва индуктив қаршиликларда Жоуль-Ленц қонунига асосан иссиқлик ажралиб чиқмай фақат электр майдон энергияси, магнит майдон энергияси ва аксинча бўлиб туради. Бундай қаршиликлар реактив қаршиликлар деб ҳам аталади.

Ўтказгичларнинг қаршилиги (R) актив қаршилик деб аталади, актив қаршиликларда эса электр энергияси иссиқлик энергиясига айланади.

10.2. ТЕБРАНМА КОНТУР ТЕНГЛАМАЛАРИ

а) Эркин электр тебранишлар.

Фақат конденсатор ва ғалтакдан иборат контур, яъни ЭЮК ($\delta = 0$) ва актив қаршилик ($R = 0$) нолга тенг бўлса,



10.6- расм.

бундай контурда сўнмас эркин тебранишлар содир бўлади (10.6-расм). Контурдаги ток квазистационар бўлгани учун Кирхгофнинг иккинчи қонунига асосан:

$$\varphi_c = \mathcal{E}_S, \quad (10.7)$$

φ_c — конденсатордаги потенциал тушуви.

$\mathcal{E}_S$ — ғалтакнинг индукция ЭЮК бўлиб, у қўйидагига тенг

$$\mathcal{E}_S = -L \frac{dI}{dt}. \quad (10.8)$$

Ток кучининг қийматини

$$I = \frac{dq}{dt} \text{ ёки } \frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} \quad (10.9)$$

орқали ифодалаб, (10.10) ни (10.9) га кўямиз ва

$$\mathcal{E}_S = -L \frac{d^2q}{dt^2} \quad (10.10)$$

тенгламани ҳосил қиламиз.

$$\mathcal{E}_c = \frac{q}{C}. \quad (10.11)$$

(10.10) ва (10.11) ларни (10.7) га кўйиб,

$$\frac{q}{C} = -L \frac{d^2q}{dt^2} \quad (10.12)$$

ни, ёки

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad (10.13)$$

ни ҳосил қиламиз. Бу дифференциал тенгламани ечиш учун бир оз математик алмаштиришларни бажарамиз:

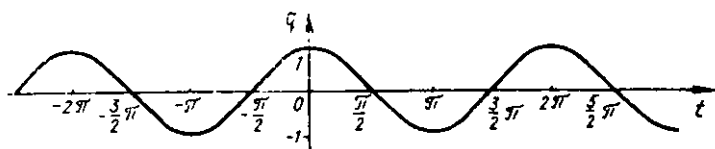
$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0, \quad (10.14)$$

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2 \quad (10.15)$$

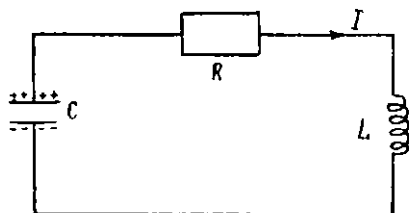
деб белгилаб оламиз.

(10.15) ни (10.14) га қўйиб,

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \quad (10.16)$$



10.7- расм.



10.7 а- расм.

ни ҳосил қиламиз (10.16) дифференциал тенгламанинг ечили қуйидагича:

$$q = q_m \cos (\omega t + \alpha). \quad (10.17)$$

Бунда q_m — тебраниш амплитудаси; ω — циклик частотаси; t — вақт; α — бошланғич фаза. Демак, L ва C контурларда гармоник тебраниш ҳаракат рўй берар экан.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad (10.18)$$

эқанини ҳисобга олсак (10.15) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{1}{LC}. \quad (10.19)$$

Бундан Томсон тенгласини келтириб чиқарамиз:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{1}{LC}, \quad (10.20)$$

$$T = 2\pi \sqrt{LC}. \quad (10.21)$$

(10.21) Томсон тенгласи деб аталади. T — эркин сўнмас электр тебранишлар даври.

б) Эркин сўнувчи электр тебранишлар

Агар тебраниш контурида конденсатор ва ғалтакдан ташқари актив қаршилиқ ҳам иштирок этса, бу контурда электр тебраниш маълум вақтдан кейин сўнади, яъни электр ва магнит энергияси актив қаршилиқ орқали иссиқлик энергиясига айланиб контурдан атроф муҳитга узатилади. Бундай занжирда ҳам ток ҳосил бўлиши юқорида кўриб ўтганимиздек, яъни L ва C контурда ток ҳосил бўлгани каби бўлади. Аммо Жоуль-Ленц қонунига асосан актив қаршилиқда

$$Q = I^2 R t$$

иссиқлик миқдори ажралиб чиқади, бунда t — токнинг оқиб ўтиш вақти. Бу ҳодиса контурда энергиянинг вақт ўтиши билан камайишига олиб келади. Бундан кўриниб турибдики, маълум бир вақтдан кейин контурнинг бутун энергияси иссиқлик энергиясига айланади, ток нолга тенг бўлади, тебраниш сўнади.

Бу физик жараённинг математик ифодаси қуйидагича келтириб чиқарилади. R , L ва C дан ташкил топган занжир учун Кирхгофнинг иккинчи қондасига асосан қуйидаги тенгламаларни ҳосил қиламиз (10.7-а расм)

$$IR + U_c = \mathcal{E}_s, \quad (10.22)$$

$$\mathcal{E}_s = - \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow -L \frac{dI}{dt}, \quad (10.23)$$

$$U_c = \frac{q}{C}. \quad (10.24)$$

(10.23) ва (10.24) тенгламаларни ҳисобга олиб (10.22) ни қуйидагича ёзамиз. Бу тенгламани заряднинг ўзгариши орқали ифодаб, бир оз алмаштиришларни бажариб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$IR + \frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (10.25)$$

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0, \quad (10.26)$$

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (10.27)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2}. \quad (10.28)$$

(10.27) ва (10.28) ларни (10.26) га қўйиб (10.29) ни ҳосил қиламиз:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0. \quad (10.29)$$

(10.29) нинг чап ва ўнг томонларини L га бўламиз,

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0; \quad (10.30)$$

$$\frac{R}{L} = 2\beta; \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2 \quad (10.31)$$

белгилашларни киритиб, тебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламасини келтириб чиқарамиз.

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (10.32)$$

(10.32) дифференциал тенгламанинг ечими қуйидагича:

$$q = q_0(t) \cos(\omega t + \alpha), \quad (10.33)$$

$$q_0(t) = q_m e^{-\beta t}, \quad (10.34)$$

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (10.35)$$

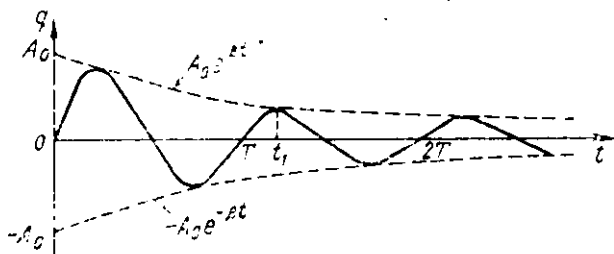
бу ерда циклик частота қуйидагига тенг бўлади:

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}. \quad (10.36)$$

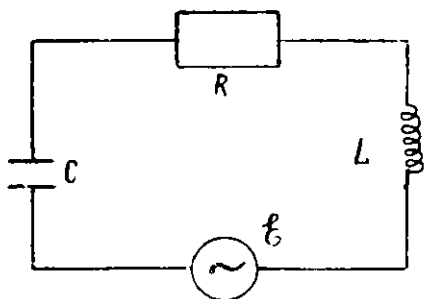
Эркин сўнувчи электр тебранишнинг вақтга боғлиқлик графиги 10.9-расм каби бўлади.

в) Мажбурий электр тебранишлар

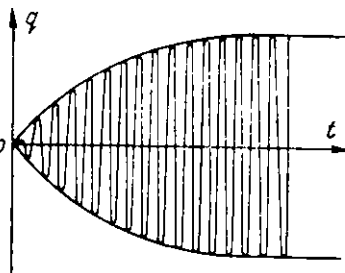
R , L ва C тебраниш контурига ташқи даврий равишда ўзгариб турувчи куч, яъни ташқи ўзгарувчан ЭЮК ($\mathcal{E}$) уланган бўлсин. У ҳолда бундай контурлар мажбурий тебранма ҳаракат қилади (10.8-расм).



10.8- расм.



10.9- расм.



10.10- расм.

Ташқи ЭЮК вақт бўйича гармоник тебранма ҳаракат қонунига асосан ўзгарсин, яъни

$$\varepsilon = \varepsilon_m \cos \omega t. \quad (10.37)$$

Бу занжир учун тебранма ҳаракат тенгламаси R , L ва C тебраниш контури учун келтириб чиқарилгандек бўлади. Аммо, тенгламанинг ўнг томони нолга тенг бўлмасдан,

$$\varepsilon = \varepsilon_m \cos(\omega t + \alpha) \quad \text{га тенгдир.}$$

Шунинг учун мажбурий электр тебранишларнинг дифференциали тенгламасининг натижавий қисмини келтирамыз:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon_m \cos(\omega t + \alpha), \quad (10.38)$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{\varepsilon_m}{L} \cos(\omega t + \alpha). \quad (10.39) \quad 9)$$

(10.39) ни ғалтак, актив қаршилик ва конденсаторлардаги кучланишлар орқали ифодалаб, (10.40) ни келтириб чиқарамиз:

$$U_L + U_R + U_C = \varepsilon_m \cos(\omega t + \alpha). \quad (10.40)$$

(10.38), (10.39), (10.40) тенгламалар ўзаро тенг кучлидир.

Мажбурий электр тебранишларнинг вақтга боғлиқлик графиги 10.10- расмда кўрсатилган. 10.7-, 10.9- ва 10.10- расмлар, мос равишда эркин, сўнувчи ва мажбурий тебранишларнинг вақт бўйича ёйилмасини ифодалайди.

10.3. ЎЗГАРУВЧАН ТОК

Актив қаршилиқ (R), конденсатор (C) ва ғалтак (L) (R , L , C) лардан иборат тебраниш контурига ташқи даврий равишда ўзгариб турувчи куч таъсир қилиб турса, бу R , L ва C тебраниш контурида мажбурий электр тебраниш содир бўлади.

(10.39) нинг хусусий ечими

$$q = q_m \cos(\omega t - \alpha) \quad (10.41)$$

бўлади, бу ерда

$$q_m = \frac{U_m/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4\beta^2\omega^2}}, \quad (10.42)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (10.43)$$

ω_0^2 ва β ларнинг қийматини ўрнига қўйсак,

$$q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (10.44)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{1/\omega C - \omega L} \quad (10.45)$$

ларни ҳосил қиламиз. Бу ерда α — бошланғич фаза. (19.41) тенгламани вақт бўйича дифференциаллаб контурда оқаётган токнинг математик ифодасини топамиз:

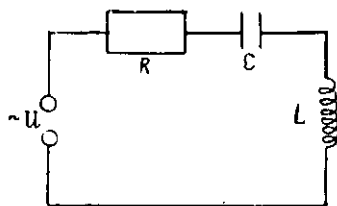
$$\begin{aligned} I = \frac{dq}{dt} &= -\omega q_m \sin(\omega t - \alpha) = \\ &= I_m \cos\left(\omega t - \alpha + \frac{\pi}{2}\right), \end{aligned} \quad (10.46)$$

$$I_m = \omega q_m. \quad (10.47)$$

$\varphi = \alpha - \frac{\pi}{2}$ — кучланиш ва ток орасидаги фаза силжиши.

$$i = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (10.48)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}, \end{aligned} \quad (10.49)$$



10.11- расм.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}.$$

(10.49) ифодадан шундай хулоса келиб чиқадики, агар $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ бўлса, $\varphi > 0$ бўлади ва ток кучланишдан фазо бўйича орқада қолади.

Агар $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ бўлса, $\varphi < 0$ бўлади, ва ток кучланишдан фазо бўйича олдинда бўлади. (10.44) ифодага асосан,

$$I_m = \omega q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (10.50)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (10.51)$$

бунда Z — тўла қаршилик (импеданс) деб аталади.

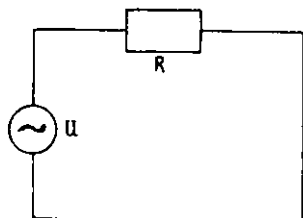
Занжирда оқаётган ток бирор қонуниятга асосан даврий равишда ўзгариб турса, бундай тоқлар ўзгарувчан тоқлар деб аталади.

Биз фақат гармоник тебранма ҳаракат қилувчи, яъни синус ёки косинус қонунлари бўйича ўзгариб турадиган ўзгарувчан тоқларни кўриб чиқамиз. Бунга асосан иккита сабаб бор:

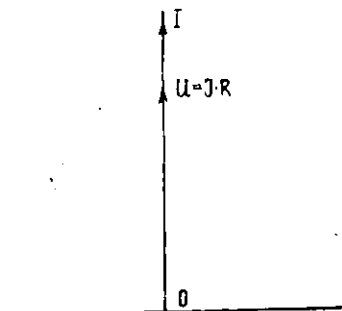
1. Техникадаги барча ўзгарувчан ток генераторлари ишлаб чиқадиган ЭЮК синус ёки косинус қонунига асосан ўзгариб туради ва у вужудга келтирган ток ҳам синус ёки косинус қонуни бўйича ўзгаради. Демак, амалда учрайдиган барча ўзгарувчан тоқлар гармоник тебранма ҳаракатдан ёки уларнинг бир нечасининг йиғиндисидан иборат мураккаб кўринишдаги синусоидал бўлмаган ҳар хил кўринишдаги тебранма ҳаракат графигидан иборат бўлади.

Лекин бу хилдаги ҳар қандай синусоидал бўлмаган тебранишларни гармоник тебранишларга ажратиш мумкин (Фурье теоремасидан фойдаланиб). Чунки механик тебранишларни кўриб ўтганимизда таъкидлаганимиздек, гармоник тебранма ҳаракатлар учун суперпозиция (устма-уст қўшиш) принципи ўринлидир.

Гармоник тебранма ҳаракатлар учун мустақиллик принципи ҳам ўринлидир, яъни улар устма-уст тушганда якка ўзи тебрангандек гармоник тебранма ҳаракат қилаверишади, аммо натижавий ҳаракат ҳар хил бў-



10.12- расм.



10.13- расм.

лиши мумкин. Натижавий тебраниш кўриниши қандай бўлишидан қатъи назар қўшилувчи гармоник тебранма ҳаракатларини ҳар бирини алоҳида-алоҳида ажратилса, улар гармоник тебранма ҳаракатланганига ишонч ҳосил қиламиз.

Иккинчи сабаби эса, гармоник тебранишлар назарияси жуда содда ва тушунарлидир. Демак, бундан фойдаланиб, электр тебранишларнинг моҳиятини жуда осонлик билан тушунтиришимиз мумкин.

Бизга механик тебранишлар хоссасидан маълумки, ҳар қандай типдаги мураккаб тебранишлар ҳам бир неча гармоник тебранишларнинг йиғиндисидан иборат.

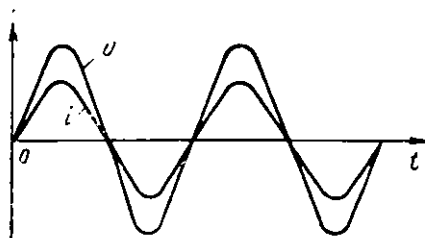
Ўзгарувчан токнинг табиатини уч турдаги занжир учун кўриб ўтамиз.

а) Фақат актив қаршилик қатнашган занжирдаги ўзгарувчан ток

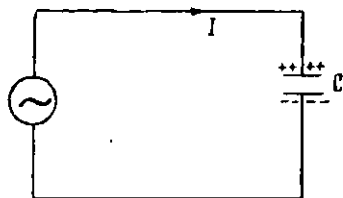
$$x_L = 0, x_C = 0; z = R$$

занжирда $I = I_m \cos \omega t$ ток оқаётган бўлсин. Ом қонунига асосан $U_R = IR = I_m R \cos \omega t$ бўлади. Актив қаршиликда ҳосил бўлган кучланиш ва ундан ўтаётган ток бир хил фазада тебранар экан. Бир пайтда максимумга ва бир пайтда минимумга эришади. Демак, ток ва кучланиш ўртасидаги фазалар фарқи нолга тенг.

10.14- расмда актив қаршиликда пайдо бўлган кучланиш ва ундан ўтаётган токнинг вақт бўйича ёйилмаси, 10.13- расм эса уларнинг вектор диаграммасидир. Актив қаршиликдан



10.14- расм.



10.14 а- расм.

токнинг ўтиши унда кучланишни вужудга келтиради, демак, ток ва кучланиш тебранишлари бир пайтда содир бўлади.

б) Фақат конденсатор қатнашган занжирдаги ўзгарувчан ток. Конденсаторнинг сифими C га тенг бўлсин, у ҳолда унинг қаршилиги ($R = 0$, $x_L = \omega L = 0$) $Z = x_C = \frac{1}{\omega C}$ га тенг бўлади.

$\omega = 2\pi f$ ўзгарувчан ток частотаси. Ўзгармас ток учун $f = 0$ ёки $\omega = \frac{1}{0 \cdot C} = \infty$. Демак, конденсаторнинг қаршилиги ўзгармас токка нисбатан чексизга тенг бўлади. Шунинг учун ўзгармас ток конденсатордан ўта олмайди.

$$U_c = \frac{q}{C}, \quad (10.52)$$

$$I = \frac{dq}{dt} = I_m \cos \omega t, \quad (10.53)$$

$$\int dq = \int I dt. \quad (10.54)$$

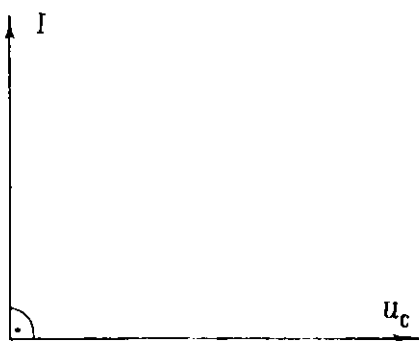
Оқаётган ток $I = I_m \cos \omega t$ бўлгани учун,

$$q = \int I_m \cos \omega t dt = \frac{I_m}{\omega} \sin \omega t, \quad (10.55.)$$

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{I_m}{\omega C} \sin \omega t = U_m \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (10.56)$$

(10.53) ва (10.56) ифодаларни таққосласак, конденсатордан ўтаётган ток унда ҳосил бўлган кучланишдан фаза бўйича 90° ($\pi/2$) га олдинда бўлар экан, аммо ток ҳам, кучланиш ҳам гармоник тебранма ҳаракат қилади (10.15- ва 10.16-расмлар). 10.15-расмдан кўриниб турибдики, конденсатордаги кучланиш токдан $\pi/2$ бурчакка орқада қолар экан. Бу ҳодисани қуйидагича тушунтириш мумкин.

† Конденсатордаги кучланиш унда мавжуд бўлган заряднинг бирор моментдаги миқдори билан аниқланади. Аммо бу заряд конденсатордан олдинроқ оқиб ўтган ток туфайли ҳосил бўлган эди. Шунинг учун конденсатордаги ток нолга тенг бўлганда ундаги манфий заряд максимумга тенг бўлади. $U_C = 0$ бўлганда, $I = I_m$ бўлади. Демак, ток кучланишдан $\pi/2(90^\circ)$ га олдинда тебранади.



10.15- расм.

в) Фақат ғалтак (индуктивлик L) иштирок этган занжирдаги ўзгарувчан ток.

$$R_0 = 0, \quad x_C = 0, \quad z = x_L = \omega L$$

бўлсин, у ҳолда Ом қонунлари ва Кирхгофнинг 2-қондасига асосан,

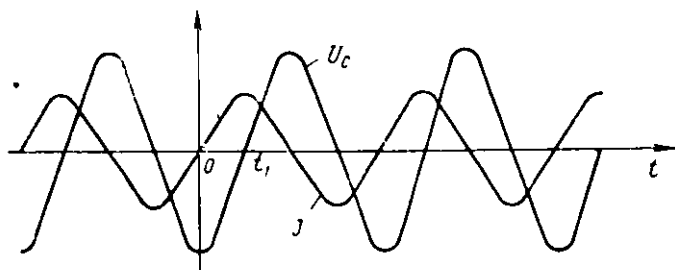
$$U_L = -\mathcal{E}_S \quad (10.57)$$

бўлади. Электромагнит индукция ЭЮК

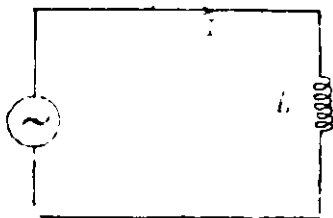
$$\mathcal{E}_S = -L \frac{dI}{dt} \quad (10.58)$$

бўлгани учун

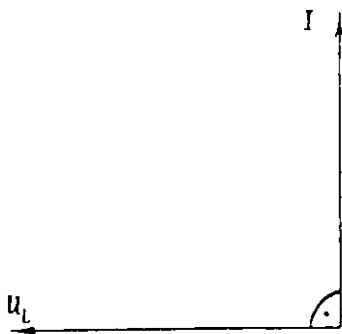
$$U_L = L \frac{dI}{dt} \quad (10.59)$$



10.16- расм.



10.17- расм.



10.18- расм.

бўл ади. Агар

$$I = I_m \cos \omega t \quad (10.60)$$

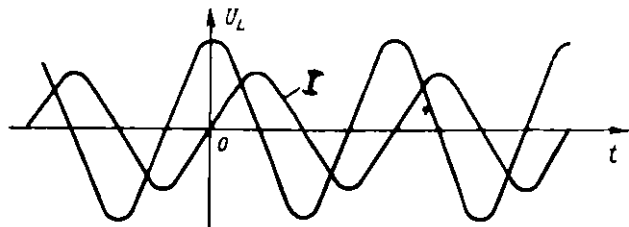
бўлса, (10.59) дан қуйидаги ҳосил бўлади:

$$U_L = I \omega L \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (10.61)$$

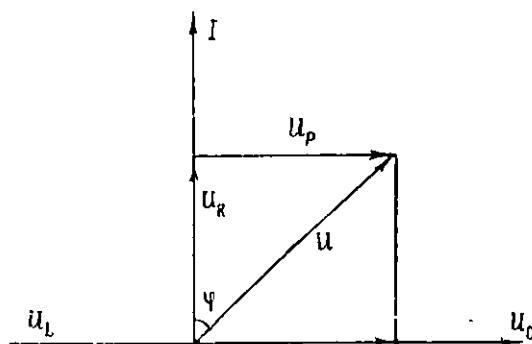
(10.10) ва (10.61) ифодаларни солиштирсак, ғалтакдаги ток унда ҳосил бўлган кучланишдан 90° га орқада қолганини кўрамиз. Буни вектор кўринишида қуйидагича тасвирлаш мумкин (10.18- , 10.19- расм).

10.18 ва 10.19- расмлардан кўрииб турибдики, индуктив кучланиш ғалтакдан ўтаётган токдан $(\pi/2)$ 90° га олдинда бўлар экан. Бу ҳодисани қуйидагича тушунтириш мумкин. Агар ғалтакнинг актив қаршилиги нолга тенг бўлса, ташқаридан берилган кучланиш ўзиндукция ЭЮК билан мувозанатлашади, шунинг учун $U_L = -\mathcal{E}_S$ бўлади.

Ўзиндукция ЭЮК оний қийматига пропорционал бўлмасдан токнинг ўзгариш тезлигига пропорционалдир. Ток



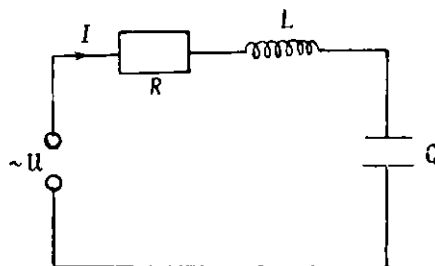
10.19- расм.



10.20- расм.

кучи ўзгариш тезлигининг энг катта қиймати ток кучи нолдан ўтиш пайтида бўлади. Шунинг учун ғалтакдаги мусбат кучланиш максимуми ундан ўтаётган ток нолга тенг бўлганига мос келади ва кучланишнинг нолга тенг бўлгани токнинг максимумига мос келади ва ҳ. к. (10.59) ифодага асосан I_0 функциянинг бурилиш нуқтасида, яъни абсолют қиймати жиҳатидан энг катта қийматида унинг ҳосиласи ($dl/dt = 0$) нолга тенг бўлади. Натижада U_L функция ўша пайтда нолга тенг бўлади, яъни $dl/dt = 0$ бўлса, $U_L = L dl/dt = 0$ бўлади.

Агар электр занжирда актив қаршилик, ғалтак (индуктивлик) ва конденсатор (сигим) лар ишгирок этса, ҳамда ташқаридан даврий рзвишда ўзгариб турувчи U кучланиш таъсир қилиб турган бўлса, бу занжир учун Кирхгофнинг иккинчи қондасини қўллаб қуйидагини ҳосил қиламиз (10.21- расм):



10.21- расм.

$$IR + U_C + U_L = U_m \cos \omega t. \quad (10.62)$$

Ҳар бир элементдаги (R , L ва C) кучланишларнинг оний қийматлари йиғиндиси, ташқи кучланишга тенг бўлади.

Бу ҳол учун R , L ва C кучланишларнинг вектор диаграммаси қуйидагича бўлади (10.20-расм):

$$U_P = U_C + U_L, \quad (10.63)$$

$$U_P = I \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right), \quad (10.64)$$

U_P — реактив кучланиш.

$$U = U_R + U_P = IR + U_C + U_L, \quad (10.65)$$

$$U = U_m \cos \omega t,$$

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi),$$

бунда φ — кучланиш ва ток орасидаги фаза силжиши.

Ўзгарувчан ток учун Ом қонуни қуйидагича:

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U_m \cos \omega t}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}, \quad (10.66)$$

R , L , C занжирдан ўтаётган токнинг амплитудаси (максимуми) учун Ом қонуни қуйидаги кўринишда бўлади:

$$I_m = \frac{U_m}{z} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (10.67)$$

Агар $\omega L = 0$ бўлса, яъни занжир R , C бўлса,

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (10.68)$$

Агар $\frac{1}{\omega C} = 0$ бўлса, яъни занжир R , L бўлса,

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}. \quad (10.69)$$

Агар $R = 0$ бўлса, яъни занжир L , C бўлса,

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}. \quad (10.70)$$

Агар $\omega L = 0$, $\frac{1}{\omega C} = 0$ бўлса, яъни занжир фақат актив қаршилиқдан иборат бўлса,

$$I_m = \frac{U_m}{R}. \quad (10.71)$$

Агар $R = 0$, $\frac{1}{\omega C} = 0$ бўлса, яъни занжир фақат индуктивликдан иборат бўлса,

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L}. \quad (10.72)$$

Агар $R = 0$, $\omega L = 0$ бўлса, яъни занжир фақат конденсатордан иборат бўлса,

$$I_m = \frac{U_m}{1/\omega C} = \omega C U_m \quad (10.73)$$

бўлади.

(10.71) ифодадан агар занжирдан конденсаторни узиб, қисқа туташув ҳосил қилинса $C = 0$ эмас, балки $C = \infty$ бўлади, деган муҳим хулоса келиб чиқади. (10.73) дан эса $\omega = 2\pi f = 0$ бўлса, $x_C = \frac{1}{\omega C} = \infty$ бўлади, шунинг учун конденсаторнинг (реактив) қаршилиги ўзгармас ток учун чексиз (занжир очик) бўлади. Демак, ўзгармас ток конденсатордан ўтмайди.

10.20-расмдан фойдаланиб, фаза силжишини (φ) топиш мумкин,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_P}{U_R} = \frac{I \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}{IR} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}, \quad (10.74)$$

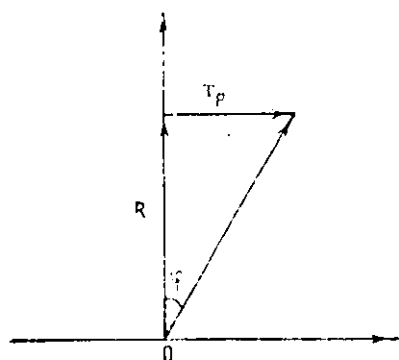
$$x_P = \omega L - \frac{1}{\omega C}. \quad [(10.75)]$$

10.4. ЎЗГАРУВЧАН ТОКНИНГ ҚУВВАТИ

Юқорида айтиб ўтганимиздек, реактив қаршилиқлардан ток ўтганда иссиқлик ажралиб чиқмайди, фақат актив (R) қаршилиқдан иссиқлик ажралиб чиқади. Бу иссиқлик миқдорининг оний қиймати

$$Q = I_m^2 R t = U_m I_m t. \quad (10.76)$$

Q ўзгарувчан токнинг бажарган ишига тенг бўлади, яъни



10.22- расм.

$$A = Q = U_m R t, \quad (10.77)$$

$$A = I_m^2 R t. \quad (10.78)$$

Вақт бирлигида бажарган иши эса ўзгарувчан токнинг оғий қуввати деб аталади:

$$P_m = \frac{A}{t} = U_m R \cos \varphi \quad (10.79)$$

P_m нинг даврий қиймати эса

$$P = UI = U_m \cos \omega t I_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (10.80)$$

бўлади.

$$\cos(\omega t - \varphi) = \cos \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \sin \varphi$$

тенгламасидан фойдаланиб,

$$P = U_m I_m (\cos^2 \omega t \cos \varphi + \cos \omega t \sin \omega t \sin \varphi) \quad (10.81)$$

ни ҳосил қиламиз.

$$\cos^2 \omega t = \frac{1}{2} \text{ ва } \cos \omega t \sin \omega t = 0$$

ни ҳисобга олиб, (10.81) ни қуйидагича ёзамиз:

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi. \quad (10.82)$$

10.20- расмда тасвирланган векторлар диаграммасига асосан $\cos \varphi$ қуйидагича топилади:

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{I_m R}{U_m}, \quad (10.83)$$

$$P = \frac{1}{2} I_m U_m \frac{I_m R}{U_m} = \frac{1}{2} I_m^2 R. \quad (10.84)$$

Ўзгарувчан ток ва кучланишнинг эффектив қиймати тажриба йўли билан аниқланади. Тажрибалар шуни кўрсатадики бир хил актив (R) қаршиликдан тенг вақт оралиғида ўзгарувчан ва ўзгармас ток ўтказилади. Ўзгарувчан ток ўтганда:

$$P = \frac{1}{2} I_m^2 R \quad (10.85)$$

ва ўзгармас ток ўтганда:

$$P_1 = \frac{1}{2} I^2 R. \quad (10.86)$$

Уларнинг нисбати

$$\frac{P_1}{P} = \frac{\frac{1}{2} I^2 R}{\frac{1}{2} I_m^2 R} = \frac{I^2}{I_m^2},$$

$$I = I_m \sqrt{\frac{P_1}{P}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (10.87)$$

ёки

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (10.88)$$

каби бўлар экан.

Демак, ўзгарувчан токнинг эффектив қиймати

$$I_{\text{эф}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad (10.89)$$

$$U_{\text{эф}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (10.90)$$

га тенг бўлар экан.

10.5. ҚУВВАТ КОЭФФИЦИЕНТИ

Ўзгарувчан токнинг қуввати ўзгармас токнинг қуввати-дан миқдорининг ўзгайиб туриши билан фарқ қилади:

$$P = UI \cos \varphi \quad (10.81)$$

(10.91) дан кўриниб турибдики, ўзгарувчан ток қуввати фақат I ва U га боғлиқ бўлмасдан, улар орасидаги фазо силжишига ҳам боғлиқ бўлар экан.

Агар $\varphi = \frac{\pi}{2}$ бўлса, $\cos \frac{\pi}{2} = 0$. U га I нинг қиймати қанчалик катта бўлмасин $P = 0$ бўлади. Бу ҳолда (даврнинг $\frac{1}{4}$ вақтда) ташқи генератордан занжирга берилган энергия, занжирдан генераторга узатилган энергияга айнан тенг бўлади. Ҳамма энергия генератор ва занжир ўртасида фойдасиз тебранишда бўлади. Шунинг учун ўзгарувчан токнинг қуввати қувват коэффиценти деб аталувчи катталиқ $\cos \varphi$ га боғлиқ бўлади.

Бундан кўриниб турибдики, ўзгарувчан токнинг ФИК $\cos \varphi$ га боғлиқ бўлади. Ўзгарувчан ток узатиш тармоқларини лойиҳалашда албатта қувватнинг $\cos \varphi$ га боғлиқлигини ҳисобга олиш керак.

Ишлаб чиқаришда $\cos \varphi = 1$ қилишга ҳаракат қилади. Бунинг учун сиғим ва индуктивлик қаршиликларини тенг қилиш кифоядир, яъни:

$$x_C = x_L \text{ ёки } \omega L = \frac{1}{\omega C}. \quad (10.92)$$

Аммо бу оддий нарса эмас, чунки баъзи ҳолларда занжирда сиғим ва индуктивлик хоссалари ўзгарувчан тоқларнинг мавжуд бўлиши билан чамбарчас боғлиқ бўлиб, ҳар доим ҳосил бўлади.

ХІ БОБ

ТЕБРАНМА ҲАРАКАТЛАР ЁКИ ТЕБРАНИШЛАР

11.1. ТЕБРАНИШЛАР ҲАҚИДА УМУМИЙ МАЪЛУМОТЛАР

Тебранма ҳаракатлар ёки тебранишлар фан ва техниканинг барча соҳаларида муҳим аҳамиятга эга. Тебранишларни шартли равишда механик, электромагнит (оптик), электромеханик тебранишларга бўлиш мумкин. Улар фақат баъзи физик табиати билангина фарқ қилади. Барча тебранишларнинг асосий параметрлари ва физик моҳияти туб маънода умуман олганда бир хилдир, яъни ўхшашдир. Масалан, тебранишлар амплитудаси, частотаси, даври ва ҳ. к.

Демак, тебранишларнинг асосий, хоссаларидан бири такрорланувчанлиги ёки даврийлиги бўлар экан. Ҳар қандай такрорланувчи жараёнларни тебранишлар деб аташ мумкин.

Тебранишларнинг содир бўлиши ва тебранувчи системага таъсир қилувчи кучларнинг характерига қараб уларни эркин (хусусий), мажбурий, параметрик ва автотебранишларга бўлиб ўрганилади.

Эркин ёки хусусий тебранишларга математик маятник ҳаракати мисол бўла олади. Агар ипга осилган шарча — математик маятникни мувозанат ҳолатдан четга чиқариб қўйиб юборилса, маятник маълум бир вақтгача тебранма ҳаракат қилади.

Даврий равишда ўзгариб турувчи куч таъсири натижасида ҳосил бўлган тебранишлар мажбурий тебранишлар деб аталади. Мажбурий тебранишга денгиз суви тўлқинига дуч келган кеманинг тебраниши, пружинага осилган юкка даврий равишда куч таъсир қилиб турса, кўприк устидан солдатлар бир тактда қадам билан ўтишда кўприкнинг тебраниши мисол бўла олади.

Автотебранишлар мажбурий тебранишнинг хусусий ҳолидир. Фақат автотебранишда системанинг ўзи тебранишни бошқаради, яъни куч таъсир вақтини тебраниувчи системанинг ўзи белгилайди. Механик соатларнинг ишлаш принципи автотебранишларга мисол бўла олади.

Тебраниувчи системанинг параметри ўзгариши натижасида содир бўладиган тебранишлар параметрик тебранишлар деб аталади.

Системанинг қаршилиқ кучи таъсирида амплитудасининг вақт ўтиши билан камайиб борадиган тебранишлар, сўнувчи тебранишлар деб аталади.

11.2. ГАРМОНИК ТЕБРАНМА ҲАРАКАТЛАР ЕКИ ГАРМОНИК ТЕБРАНИШЛАР

Юқорида келтирилган тебранишларнинг ҳаммаси гармоник тебранишлар деб аталувчи тебранишлардан ёки уларнинг қўшилишидан ҳосил бўлган тебранишлардир. Ҳар қандай тебранишларни гармоник тебранишларга ажратиш мумкин.

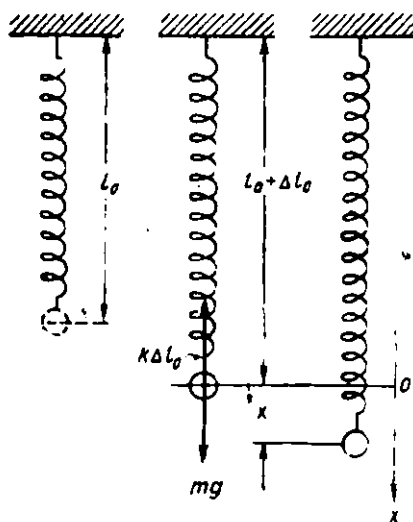
Гармоник тебранишлар оддий тебранишлар деб ҳам аталади. Гармоник тебранишларнинг хоссалари ва табиати батафсил ўрганиб олинса, қолган тебранишларнинг хоссаларини ҳам билиб олиш жуда осон бўлади. Гармоник тебраниш ҳақиқатан ҳам оддийдир, унинг вақт бўйича ўзгариши синус ёки косинус қонунига бўйсинади.

м массали жисм пружинага вертикал осиб қўйилган бўлсин.

Бунда: l_0 — пружинанинг шар осилмасдан олдинги узунлиги;
 $l = l_0 + \Delta l$ — пружинанинг шар осилгандан кейинги, мувозанат ҳолатдаги узунлиги;

l_1 — мувозанат ҳолатдан x масофага пастга чўзилгандаги узунлиги.

$$l_1 = l_0 + \Delta l + x \quad (11.1)$$



11.1. расм.

бўлади. Пружина мувозанат ҳолатда турганда оғирлик кучи P эластик кучи $F'_{эл}$ билан ўзаро тенг бўлиб, бир-бирини мувозанатлайди, яъни

$$P = F'_{эл}, \quad (11.5)$$

$$mg = k \cdot \Delta l. \quad (11.6)$$

Шарни мувозанат ҳолатдан x масофага пастга чўзиб, кейин қўйиб юбсак, пружина тебранм ҳаракат қила бошлайди. Пружинанинг x масофага чўзилган ҳолатда шарга a тезланиш берувчи куч F , оғирлик куч P ва $F'_{эл} = k(\Delta l + x)$

эластиклик кучларининг тенг таъсир этувчисига тенг бўлади (қаршилиқ кучларини ҳисобга олмаймиз):

$$F = P - F'_{эл}, \quad (11.4)$$

$$ma = mg - k(\Delta l + x), \quad (11.5)$$

$$ma = mg - k\Delta l - kx, \quad (11.6)$$

бу ерда k — пружинанинг бикрлиги. (11.3) ифодани ҳисобга олиб, (11.6) ни қуйидагича ёзамиз:

$$ma = mg - mg - kx = -kx,$$

$$ma = -kx. \quad (11.7)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (11.8)$$

ни назарда тутиб (11.7) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx, \quad (11.9)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \quad (11.10)$$

(11.10) нинг чап ва ўнг томонини m га бўлиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0. \quad (11.11)$$

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2 \quad (11.12)$$

белгилаш киритиб, (5.11) ифода қўйидагича ёзилади:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0. \quad (11.13)$$

Ушбу дифференциал тенгламанинг ечими

$$x = x_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (11.14)$$

ифода кўринишида бўлади. Бу ерда ω_0 — циклик частота, α — бошланғич фаза, t — вақт, яъни тебраниш кузатилади-ган вақт. Агар $\alpha = 0$ бўлса,

$$x = x_0 \cos \omega_0 t \quad (11.17)$$

бўлади. $\alpha = \frac{\pi}{2}$ бўлса,

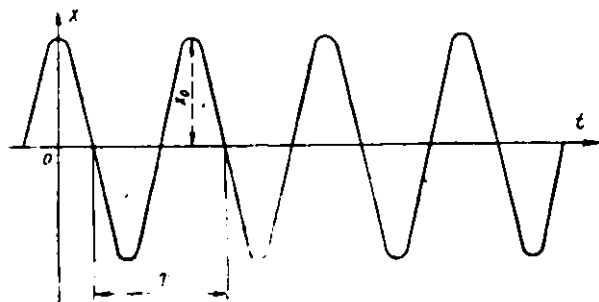
$$x = x_0 \sin \omega_0 t \quad (11.18)$$

бўлади.

Бу гармоник тебранма ҳаракатнинг математик ифодасидир. Унинг графиги 11.2-расмда тасвирланган.

x_0 — тебраниш амплитудаси. Мувозанат ҳолатдан максимал четланиши, тебраниш амплитудаси деб аталади.

T — тебранишлар даври. Бир марта тўлиқ тебраниш учун кетган вақт тебраниш даври дейилади ва секундларда ўлчанади. Циклик частота



11.2-расм.

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f \quad (11.15)$$

ва частота

$$f = \frac{1}{T} \quad (11.16)$$

кўринишида ёзилади. Бир секундда тебранишлар сони тебраниш частотаси деб аталади ва герцларда ўлчанади. Гармоник тебранишнинг даври частота билан қуйидагича боғланишга эга:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (11.19)$$

Буни (11.12) ифода билан таққослаб

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \frac{1}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (11.20)$$

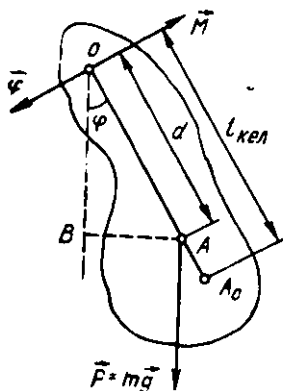
муносабатни ҳосил қиламиз.

Пружинали маятникнинг тебраниш даври (11.20) билан аниқланади ва у гармоник тебранма ҳаракат қилади.

11.3. МАЯТНИКЛАР

Оғирлик кучи таъсирида қўзғалмас ўқ ёки нуқта атрофида тебранма ҳаракат қиладиган ҳар қандай қаттиқ жисм маятник деб аталади. Барча маятникларни мувозанат ҳолатидан кичик бурчакка оғдирганда маълум вақтгача гармоник тебранма ҳаракат қилади.

Инерция марказидан ўтмайдиган (қўзғалмас) горизонтал ўқ атрофида оғирлик кучи таъсирида тебрана оладиган ҳар қандай қаттиқ жисм физик маятник деб аталади (11.3-расм). Расмда: $l = OA$ — оғирлик маркази билан қўзғалмас ўқ орасидаги масофа, $\vec{P}$ оғирлик кучи, $\vec{M}$ — куч моменти вектори.



11.3- расм.

$\vec{\varphi}$ — бурилиш бурчаги вектори. Маятникнинг мувозанат ҳолатдан четга оғишини φ бурчак орқали ифодалаш мумкин.

$\vec{M}$ ва $\vec{\varphi}$ қарама-қарши томонга йўналган, AB — куч елкаси. $\vec{M}$, φ ва $\vec{P}$ ларнинг модулини қуйидагича топиш мумкин. Маятник оғирлик кучи $\vec{P}$ таъсирида мувозанат ҳолатга қайтишга ҳаракат қилади. Чунки $\vec{P}$ куч айлантирувчи куч ($\vec{M}$) ни ҳосил қилади, яъни

$$M = P \cdot AB. \quad (11.21)$$

OAB тўғри бурчакли учбурчакдан, куч елкаси

$$AB = OA \cdot \sin \varphi = l \cdot \sin \varphi \quad (11.22)$$

эканлиги кўриниб турибди.

$$P = mg, \quad (11.23)$$

g — эркин тушиш тезланиши ($g = 9,81 \text{ м/с}^2$) (11.22), (11.23) ва (11.21) ифодаларни таққослаб, қуйидаги муносабатни ҳосил қиламиз,

$$M = -mgl \cdot \sin \varphi. \quad (11.24)$$

Айлантирувчи моментнинг йўналиши билан бурилиш бурчанинг йўналиши қарама-қарши бўлганлиги учун (11.24) муносабатнинг ўнг томонига манфий («—») ишорасини қўямиз:

$$M = -mgl \cdot \sin \varphi. \quad (11.25)$$

Худди шу куч моментини айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси, яъни айланма ҳаракат учун Ньютоннинг иккинчи қонунидан фойдаланиб ҳам топишимиз мумкин, яъни

$$\vec{M} = I \vec{\beta}, \quad (11.26)$$

бу ерда $\vec{\beta}$ физик маятникнинг бурчак тезланиши, I инерция моменти.

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (11.27)$$

(11.27) ва (11.26) ифодаларни солиштириб, куч моментини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$M = I \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (11.28)$$

(11.25) ва (11.28) ифодалар ўзаро айнан тенг, шунинг учун

$$l \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mg l \sin \varphi \quad (11.29)$$

тенглик ўринли бўлади, ёки қуйидагича ёзиш мумкин,

$$l \frac{d^2\varphi}{dt^2} + mg l \sin \varphi = 0. \quad (11.30)$$

(11.30) ифоданинг чап ва ўнг томонларини l га бўлиб, қуйидаги муносабатни ҳосил қиламиз:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mg l}{l} \sin \varphi = 0. \quad (11.31)$$

Агар оғиш бурчаги кичкина бўлса, яъни $\varphi \rightarrow 0$, $\sin \varphi \rightarrow \varphi$ бўлади. Буни ҳисобга олиб (11.31) ифодани қуйидаги кўринишда ёзамиз,

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mg l}{l} \varphi = 0; \quad (11.32)$$

$$\frac{mg l}{l} = \omega_0^2 \quad (11.33)$$

белгилашни киритиб, (11.33) ни (11.32) га қўямиз ва бизга таниш бўлган ифодани ҳосил қиламиз,

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = 0. \quad (11.34)$$

(11.34) ифоданинг ечими

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (11.35)$$

кўринишда ёзилади. Бундан кўриниб турибдики, физик маятник гармоник тебранма ҳаракат қилар экан (албатта φ кичик бўлганда). Бу ерда φ_0 — тебраниш амплитудаси, α — бошланғич фаза, ω_0 — циклик частота, t — вақт. Унинг даври T . (11.19) ва (11.33) ифодалардан

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{mg l}} \quad (11.36)$$

га тенг бўлади.

$$l_{\text{кел}} = \frac{l}{ml} \quad (11.37)$$

белгилашни киритиб (11.36) ифодани қуйидагича ёзамиз:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{кел}}}{g}}, \quad (11.38)$$

бунда $l_{\text{кел}}$ — физик маятникнинг келтирилган узунлиги деб аталади. Физик маятникнинг келтирилган узунлиги шундай математик маятникнинг узунлигига тенгки, унинг тебраниш даври, физик маятникнинг тебраниш даврига тенг бўлади.

Математик маятник физик маятникнинг хусусий ҳоли бўлиб, чўзилмайдиган илга осилган массаси бир нуқтага мужассамлашган шардан иборат, қўзғалмас нуқта атрофида оғирлик кучи таъсирида тебранма ҳаракат қила оладиган системага айтилади.

- l — математик маятник узунлиги, m — шарнинг массаси.

$$I = ml^2, \quad (11.39)$$

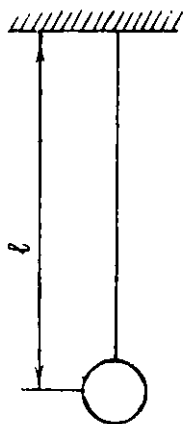
(11.39) ифодани (11.36) билан солиштириб, қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2}{mgl}}$$

ёки

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (11.40)$$

(11.38) ва (11.40) ифодаларни солиштириб, физик маятник узунлиги $l_{\text{кел}} = l$ бўлган математик маятник каби тебранма ҳаракат қилади деган хулосага келамиз. Демак, оғиш бурчаги (φ) кичик бўлганда, математик маятник ҳам (11.35) ифодага бўйсинувчи гармоник тебранма ҳаракат қилар экан.



11.4- расм.

11.4. СЎНУВЧИ ТЕБРАНМА ҲАРАКАТЛАР

Ҳар қандай тебранувчи системага қаршилик кучи таъсир қилади ва у тебранишни тўхтатишга ҳаракат қилади. Баъзи ҳолларда қаршилик кучи жуда кичик бўлиб, уни маълум вақт оралиғида ҳисобга олмаслик мумкин. Юқорида гармоник ҳаракатни кўриб ўтганимизда худди шундай мулоҳаза юритган эдик. Аслида эса қаршилик кучи тебранма ҳаракатнинг амплитудасини секин-аста камайтира бориб маълум бир вақтдан кейин тебранишни батамом тўхтатиши мумкин. Ана шу ҳодиса тебранишнинг сўниши деб аталади ва бундай теб-

ранма ҳаракатни сўнувчи тебранма ҳаракат дейилади. Сўнувчи тебранма ҳаракат ҳам эркин ёки хусусий тебранишларга киради. Мувозанат ҳолатдан четга чиқариб қўйиб юборилса, ўз ҳолича тебранма ҳаракат қилади ва вақт ўтиши билан муҳитнинг қаршилиги таъсирида сўнади.

Гармоник тебранма ҳаракатда тебранувчи системага тезланиш берувчи битта эластиклик кучи бўлса, сўнувчи тебранишда қаршилиқ кучи ҳам ҳисобга олинади:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{эл}} + F_{\text{к}}, \quad (11.41)$$

$$F_{\text{эл}} = -kx. \quad (11.42)$$

Системанинг қаршилиқ кучи қуйидагига тенг:

$$F_{\text{к}} = -r \frac{dx}{dt} = -rv. \quad (11.43)$$

У ҳолда (11.41) ифодадан

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - rv \quad (11.44)$$

ни ҳосил қиламиз.

Бу ерда, v — система тезлиги, r — қаршилиқ коэффициент (11.43) ифодадаги манфий («—») ишораси система тезлиги ва қаршилиқ кучларининг йўналиши қарама-қарши йўналганини билдиради. (11.44) нинг чап ва ўнг томонини m га бўламиз:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x - \frac{r}{m} \cdot \frac{dx}{dt}, \quad (11.45)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0, \quad (11.46)$$

қуйидаги белгилашларни киритиб,

$$\frac{r}{m} = 2\beta, \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2,$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (11.47)$$

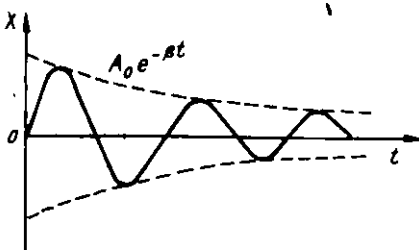
ифодани ҳосил қиламиз.

(11.47) ифода сўнувчи тебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламасини ифодалайди.

Сўнувчи тебранма ҳаракатларнинг вақтга боғланиш графиги 11.5-расмда келтирилган.

(11.47) тенгламанинг ечими

$$\begin{aligned} x &= A(t) \cos(\omega t + \alpha) = \\ &= A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) \end{aligned} \quad (11.47 a)$$



кўринишда бўлади.

11.5- расм.

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}$$

$A(t)$ — бирор t моментдаги амплитудаси,

$A(t+T)$ — бир марта тўлиқ тебрангандан кейинги амплитудаси.

e — натурал логарифмининг асоси ($e = 2,72$).

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}. \quad (11.47 b)$$

(11.47 b) ифода сўнувчи тебранишнинг сўниш декременти деб юритилади, унинг физик маъноси бир тўла тебранишдан кейин амплитуданинг неча марта камайишини англатади.

(11.47 b) ифодани логарифмлаб (11.47c) ни ҳосил қиламиз,

$$L = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T, \quad L = \beta T, \quad (11.47 c)$$

бу ифода сўнишнинг логарифмик декременти деб аталади. Амплитуда сўниши умумий ҳолда қуйидагича ифодаланади:

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{L}{T} t} \quad (11.48 a)$$

Тебранишнинг амплитудаси « e » марта камайиши учун кетган вақт ичида системанинг тебранишлар сонига тесқари бўлган катталиқ, сўнишнинг логарифмик декрементининг физик маъносини англатади.

11.5. МАЖБУРИЙ ТЕБРАНМА ҲАРАКАТ

Мажбурий тебранма ҳаракат содир бўлиши учун ташқаридан даврий ўзгариб турувчи бирор куч тебра-

нувчи системага таъсир қилиб туриши керак. Шунинг учун унинг тенгламаси қуйидагича бўлади, яъни

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{эл}} + F_{\text{к}} + F_{\text{т}}, \quad (11.48)$$

$$F_{\text{т}} = F_0 \cos \omega t, \quad (11.49)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \omega t, \quad (11.50)$$

F_0 — ташқи куч амплитудаси.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx + r \frac{dx}{dt} = F_0 \cos \omega t. \quad (11.51)$$

(11.51) тенгламанинг чап ва ўнг томонини m га бўлиб, қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t \quad (11.52)$$

ёки

$$\frac{r}{m} = 2\beta; \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2 \quad \frac{F_0}{m} = f_0$$

белгилаш киритамиз, у ҳолда (11.52) ифода қуйидаги кўринишни олади,

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t. \quad (11.53)$$

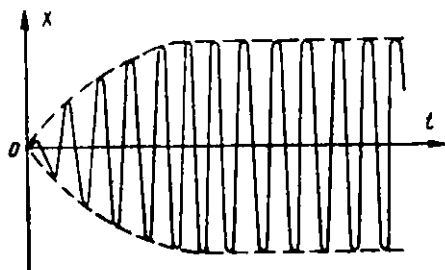
(11.53) ифода мажбурий тебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламасини ифодалайди, унинг умумий ечими

$$x = \left(\frac{f_0}{\rho} \right) \cos (\omega_0 t - \varphi) \quad (11.53 a)$$

кўринишида бўлади.

Бу ерда

$$\rho = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\beta \cdot \omega)^2},$$



11.6- расм.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2},$$

ω_0 — тебранувчи системанинг хусусий частотаси,
 ω — ташқи таъсир этувчи кучнинг частотаси;

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (11.53 \text{ в})$$

Мажбурий тебранишда системанинг тебраниш амплитудаси ташқи куч частотасига боғлиқ бўлади.

Агар тебранувчи системанинг хусусий частотаси ω_0 ташқи куч частотасига ω тенг бўлиб қолса, тебраниш амплитудаси кескин ортиб кетади. Бу ҳодиса резонанс деб аталади, частота эса, резонанс частотаси дейилади. Мажбурий тебранишнинг қандай тури бўлмасин, яъни механик, электр, электромагнит тебранишларнинг ҳаммаси учун асосий ана шу шарт бажарилса, резонанс ҳодисаси рўй беради.

Резонанс шarti:

$$\omega_0 = \omega. \quad (11.53 \text{ а})$$

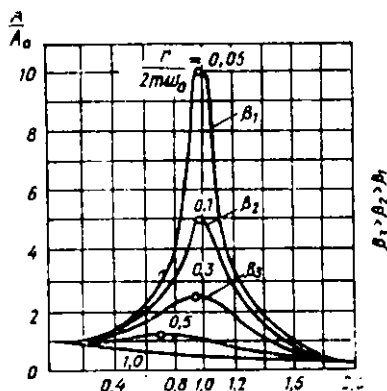
Резонанс амплитудаси қуйидагича аниқланади:

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0/m}{\sqrt{(2\beta\omega)^2}} = \frac{F_0/m}{2\beta\omega}. \quad (11.53 \text{ з})$$

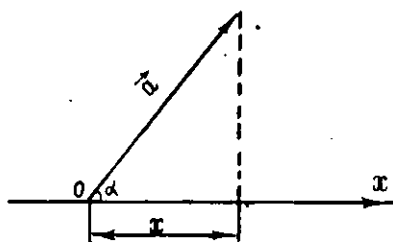
Резонанс амплитудасининг частотасига боғланиши 11.7-расмда келтирилган.

11.6. ТЕБРАНМА ҲАРАКАТЛАРНИ ҚЎШИШ

Гармоник тебранма ҳаракатларнинг ўзлари ёрдамида ҳеч қандай маълумотларни бир жойдан иккинчи жойга узатиб бўлмайди. Демак, гармоник тебранишдан ахборот узатиш техникасида тўғридан-тўғри фойдаланиб бўлмайди. Исталган маълумот (ахборот) бир неча гармоник тебранишларнинг қўшилишидан ҳосил қилинган натижавий тебранма ҳаракатлардан иборатдир. Шу-



11.7-расм.



11.8- расм.

нинг учун гармоник тебранма ҳаракатларни ўзаро қўшиш ва айиришни мукамал ўрганмоқ лозим.

а) Векторлар диаграммаси

Бир неча тебранишларни қўшишда ва айиришда векторлар диаграммаси деб аталувчи усулдан фойдаланилса, масала анча осон-

лашади. Берилган $\vec{a}$ векторни 11.8- расмда кўрсатилганидек тасвирлаймиз. $\vec{a}$ вектор 0 нуқта атрофида ox ўқида ω бурчак тезлиги билан айланма ҳаракат қилсин. $\vec{a}$ векторнинг Ox ўқидаги проекциясини x билан белгилаймиз. Ox ва $\vec{a}$ вектор орасидаги бошланғич фаза α га тенг бўлсин.

Математик ҳисоблашлар ва тажриба натижалари шуни кўрсатадики, $\vec{a}$ векторининг проекцияси бундай шароитда косинусоида ёки синусоида қонунига бўйсунди:

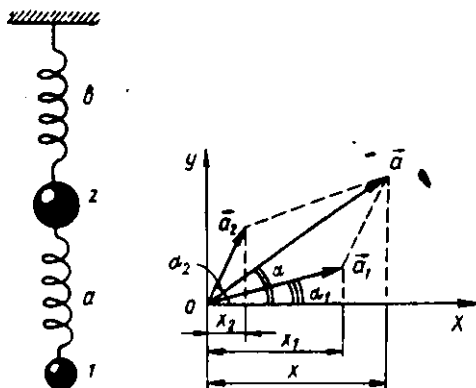
$$x = x_0 \cos(\omega t + \alpha). \quad (11.54)$$

Бу эса гармоник тебранма ҳаракат тенгламасидир.

Шундай қилиб, исталган $\vec{a}$ векторни 0 нуқта атрофида (α — бошланғич фаза), ω бурчак тезлик билан айлантирсак, вектор учининг ўққа проекцияси амплитудаси a га тенг бўлган гармоник тебранма ҳаракат қилар экан. Бундан шундай хулоса келиб чиқадики, гармоник тебранишни айланма ҳаракатдаги вектор билан ифодалаш мумкин экан. Демак, гармоник тебранма ҳаракатларни қўшиш учун уларни характерловчи ва модули гармоник тебраниш амплитудасига тенг бирор нуқта атрофида ҳаракатланувчи векторларни қўшиш билан алмаштириш мумкин экан. Бу борада, гармоник тебранишларни қўшишда векторларни қўшиш қондасига амал қилинади деб эслатиб ўтиш ўринлидир.

б) Бир томонга йўналган тебранишларни қўшиш

Тебранишларнинг частоталари тенг ва бир томонга йўналган бўлсин, у ҳолда уларни қўйидагича ёзиш мумкин:



11.9- расм.

$$\begin{cases} x_1 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1) \\ x_2 = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \end{cases} \quad (11.55)$$

$$x = x_1 + x_2 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + a_2 \cos(\omega t + \alpha_2). \quad (11.56)$$

$\vec{a}_1$ ва $\vec{a}_2$ векторларни параллелограмм қондасига асосан қўшамиз. Косинуслар теоремасига асосан, натижавий тебранишнинг амплитудаси қуйидагига тенг бўлади:

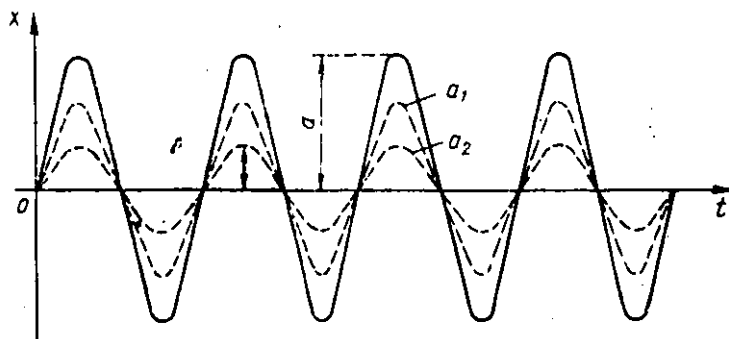
$$\begin{aligned} a^2 &= a_1^2 + a_2^2 - 2 a_1 a_2 \cos[\pi - (\alpha_2 - \alpha_1)], \\ a^2 &= a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1). \end{aligned} \quad (11.57)$$

Ҳосил бўлган тебранишнинг бошланғич фазаси қуйидагича топилади:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2}{a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2}. \quad (11.58)$$

Агар гармоник тебранишларнинг амплитудаси ва бошланғич фазаси маълум бўлса, ҳамда частотаси аниқ бўлса, унинг графигини чизиш мумкин. Демак, гармоник тебранишларни қўшиш, векторларни қўшиш каби амалга оширилиши мумкин экан.

Агар бир томонга йўналган тебранишларнинг бошланғич фазалари нолга тенг бўлса, уларни 11.10-расмдагидек тасвирлаш мумкин. Бир томонга йўналган ва частотаси бир-биридан жуда кам фарқ қиладиган иккита тебранма ҳаракат ўзаро қўшилишидан ҳосил бўлган натижавий тебранма ҳаракат ўзгача хусусиятга эга бўлади. Унинг графиги 11.11-расмдаги кўринишда бўлиб,



11.10- расм.

бундай тебранишлар титраш (тепкили тебраниш) дей аталади.

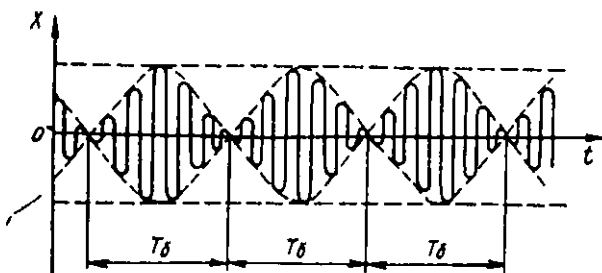
Титраш тенгламасини қўшилувчи тригонометрик ифодаларни кўпайтма шаклига келтириш усули билан ҳо сил қилиш мумкин. Қўшилувчи тебранма ҳаракатла тенгламаси

$$x_1 = a_1 \cos \omega t, \quad x_2 = a_2 \cos (\omega + \Delta \omega) t \quad (11.59)$$

бўлсин.

$\Delta \omega \ll \omega$ ва $a_1 = a_2 = a$ бўлсин,

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 = a \cos \omega t + a \cos (\omega + \Delta \omega) t = \\ &= 2 a \cos \frac{\omega t + \omega t + \Delta \omega t}{2} \cos \frac{\omega t - \omega t - \Delta \omega t}{2} = \\ &= 2 a \cos \left(\omega t + \frac{\Delta \omega}{2} t \right) \cos \frac{\Delta \omega t}{2}. \end{aligned}$$



11.11- расм.

$\frac{\Delta\omega}{2}$ жуда кичкина бўлгани учун уни ҳисобга олмаслик мумкин, яъни

$$x = \left(2a \cos \frac{\Delta\omega t}{2} \right) \cos \omega t. \quad (11.60)$$

(11.60) титраш тенгламасини ифодалайди. Унинг амплитудаси

$$A_r = 2 a \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \quad (11.61)$$

га тенг, у ҳолда (11.60) ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$x = A_r \cos \omega t. \quad (11.62)$$

(11.60) ифода $\cos \omega t$ кўпайтма бир неча марта тўлиқ тебранганда $2 a \cos \frac{\Delta\omega}{2}$ кўпайтмаси жуда кам ўзгаради.

в) *Ўзаро тик тебранма ҳаракатларни қўйиш*

Ўзаро тик ўқлар (X ва Y) бўйлаб тебранувчи тебранишлар тик тебранма ҳаракатлар деб аталади. Моддий нуқта иккита тебранма ҳаракат таъсирида бўлса, унинг ҳаракат траекторияси (изи) эгри чизиқдан иборат бўлиб, траекториясининг (изининг) шакли тебранишларнинг фазалар фарқига боғлиқ бўлади. Тебраниш ифодалари X ва Y ўқлари бўйлаб мос равишда, қуйидагича бўлади:

$$x = a \cos \omega t, \quad (11.63)$$

$$y = b \cos (\omega t + \alpha). \quad (11.64)$$

Бу ерда x ўқи бўйича тебранишнинг бошланғич фазасини нолга тенг, иккинчисиники эса α га тенг, демак, уларнинг фазалар фарқи α га тенг. (11.63) дан

$$\cos \omega t = \frac{x}{a} \quad (11.65)$$

эканлигини ҳисобга олиб, математик тенгламалардан фойдаланиб қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1,$$

$$\sin^2 \omega t + \frac{x^2}{a^2} = 1,$$

$$\sin \omega t = \pm \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}. \quad (11.66)$$

(11.64) ифодадан бир оз математик алмаштиришлардан кейин (11.67) ни ҳосил қиламиз:

$$\frac{y}{b} = \cos \omega t \cos \alpha - \sin \omega t \sin \alpha,$$

$$\frac{y}{b} = \frac{x}{a} \cos \alpha \pm \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \sin \alpha,$$

$$\frac{y}{b} - \frac{x}{a} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \sin \alpha. \quad (11.67) \quad 7)$$

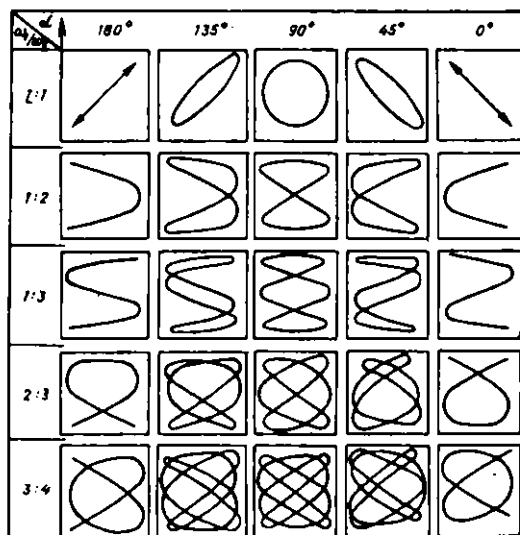
(11.67) ифоданинг иккала томонини ҳам квадратга кўтара-миз, у ҳолда қуйидагилар ҳосил бўлади:

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \alpha + \frac{x^2}{a^2} \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha - \frac{x^2}{a^2} \sin^2 \alpha,$$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \alpha + \frac{x^2}{a^2} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha,$$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \alpha + \frac{x^2}{a^2} = \sin^2 \alpha. \quad (11.68)$$

(11.68) ифода ўзаро тик ва фазалар фарқи α бўлган тебранма ҳаракатларнинг қўшилишидан ҳосил бўлган ҳаракат тенгламасини ифодалайди. Фазалар фарқи ҳар хил ва частоталари бир хил бўлганда, ҳамда, частоталари ҳар хил бўлган ҳоллар учун (11.68) тенгламага асосан ҳосил бўлган фигураларни (шаклларни) 1-жадвал ёрдамида қисқа ва аниқ тушунтириш мумкин:



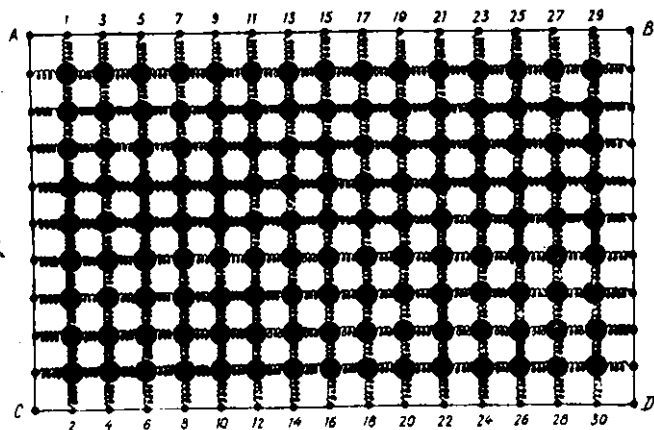
Тартиб №	Фазалар фарқи (α)	Ҳаракат тенгламасининг кўриниши (11.68)	Натيجавий ҳаракат низи (траекторияси)
1	2	3	4
1	0 $\omega_1 = \omega_2 = \omega$	$y = \frac{a}{b} x$	Частотаси ω , амплитудаси $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ га тенг бўлган I ва II чоракда жойлашган тўғри чязиқ бўйлаб даврий ҳаракатдан иборат.
2	$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$ $\omega_1 = \omega_2 = \omega$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{1}{2}$	Ярим ўқлари 45° силжиган эллипсдан иборат даврий ҳаракат.
3	$\pm \frac{\pi}{2} = -90^\circ$ $\omega_1 = \omega_2 = \omega$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	Ярим ўқлари x ва y ўқларига мос келувчи эллипсдан иборат; Агар $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ ҳаракат соат стрелкасига тескари, $\alpha = +\frac{\pi}{2}$ бўлса, соат стрелкаси бўйича ҳаракат қиладн.
4	$\frac{3\pi}{4} = 135^\circ$ $\omega_1 = \omega_2 = \omega$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{2xy}{ab} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{1}{2}$	Ярим ўқлар 45° силжиган эллипсдан иборат
5	$\pm \frac{\pi}{2} = \pm 90^\circ$ $a = b$ $\omega_1 = \omega_2 = \omega$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $x^2 + y^2 = a^2$	Радиуси a га тенг бўлган айланадан иборат

6	$\pm \pi = \pm 180^\circ$ $\omega_1 = \omega_2 = \omega$	$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^2 = 0$ $y = -\frac{b}{a} x$	Частотаси ω ва амплитуда $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ га тенг бўлган II ва IV чоракда ётувчи тўғри чизик бўйлаб гармоник ҳаракатдан иборат
7	$\alpha = \pi/2$ $\omega_1 : \omega_2 = 1 : 2$	$x = a \cos \omega t$ $y = b \cos \left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$	
8	$\alpha = 0$ $\omega_1 : \omega_2 = 1 : 2$	$x = a \cos \omega t$ $y = b \cos 2\omega t$	
9	$\alpha = \frac{\pi}{2}$ $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{3}{4}$	$x = a \cos 3\omega t$ $y = b \cos \left(4\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$	

XII Б О Б

12.1. ТўЛҚИНЛАР ҲАҚИДА УМУМИЙ МАЪЛУМОТЛАР

Пружинага осиб қўйилган жисм, мувозанат ҳолатдан силжитилганда, у маълум вақтгача гармоник тебранма ҳаракат қилади. Қисқа вақт ичида бу ҳаракат вақт бўйича синус ёки косинус қонуниятига мос равишда ўзгариб туради, шунинг учун ҳам пружинага осилган жисмнинг ҳаракатини гармоник тебранма ҳаракат деб аталади. Ана шундай бир нечта вертикал равишда ўрнатилган пружинага осилган ўзаро таъсирлаша оладиган жисмлардан ташкил топган система берилган бўлсин (Қаттиқ, суюқ ва газ ҳолатдаги жисмларни, маълум бир маънода шундай система деб қаралади). Жисмларни ташкил қилувчи атомлар (ядролар ва электронлар), молекулалар, ионлар ва бошқалар бир-бирлари билан пружиналар орқали боғланиб тургандек фараз қилиш мумкин. Бундай ҳолда бирорта пружинага боғланган жисмни тебранма ҳаракатга келтирсак, системани ташкил қилувчи бошқа пружиналарга боғланган жисмлар ҳам тебранма ҳаракатга келади. Бунинг сабаби уларнинг ўзаро таъсирлашувларидир. Тебранма



12.1- расм.

ҳаракат маълум бир тезлик билан пружинадан пружинага узатилади. Худди шунга ўхшаш, бирор муҳитнинг, (қаттиқ, суюқ ва газ) таркибига кирувчи зарралардан бирини тебранма ҳаракатга келтирилса, у бошқа зарраларга ҳам ҳаракатини узатади. Шундай қилиб, тебранма ҳаракатнинг муҳитда тарқалиш жараёни тўлқин деб аталади. Демак, тўлқин тарқалаётган муҳитда зарралар тўлқин билан биргаликда илгариланма ҳаракат қилмайди, фақат мувозанат вазияти атрофида тебранма ҳаракат қилади. Муҳитнинг тебранувчи зарраларини тўртбурчак (рамка) ром ичида жойлашган деб фараз қилайлик (12.1- расм).

$ABCD$ ром ичидаги зарраларнинг 1—2 вертикал қатор бўйлаб турган зарралари тебранма ҳаракатга келтирилса, 3—4, 5—6, 7—8 ва ҳ. к. зарралар ҳам ўз вертикаллари бўйлаб мувозанат вазияти атрофида тебранма ҳаракат қилади.

Зарраларнинг тебранма ҳаракати AC ва BD вертикал ўқлар бўйлаб, тебранишнинг тарқалиши эса, яъни тўлқиннинг йўналиши AB ва CD горизонтал ўқ бўйлаб йўналган бўлади. Демак, зарраларнинг тебраниши, тўлқин йўналишига тик бўлади. Бундай тўлқинлар кўндаланг тўлқинлар деб аталади.

$ABCD$ ром ичидаги зарраларнинг 1—2 вертикал ўқ бўйлаб турган зарралари AB ва CD горизонтал ўқ бўйлаб мувозанат ҳолат атрофида тебранма ҳаракатга кел-

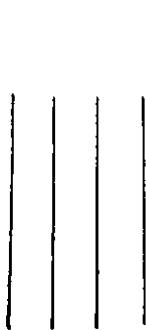
тирилса, қолган зарралар ҳам AB ва CD горизонтал ўқ бўйлаб мувозанат ҳолати атрофида тебранма ҳаракат қила бошлайди. Бу ҳолда тебраниш ҳам, тебранишнинг тарқалиши ҳам AB ва CD горизонтал ўқ бўйлаб йўналган бўлади, яъни зарралар мувозанат вазияти атрофида тебраниши тўлқиннинг йўналиши бўйлаб тебранади. Бундай тўлқинлар бўйлама тўлқинлар деб аталади.

Қаттиқ жисмларда кўндаланг ва бўйлама тўлқинлар вужудга келиши мумкин. Суюқлик ва газларда эса фақат бўйлама тўлқинлар вужудга келади. Кўндаланг тўлқинлар силжиш қаршилигига эга бўлган (қаттиқ) жисмларда вужудга келади.

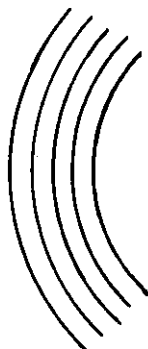
Тўлқин бирор тезлик (v) билан тарқалади. Вақт ўтиши билан тўлқин муҳитнинг (фазанинг) янги-янги қисмларига етиб боради. Тўлқин етиб борган нуқталарнинг геометрик ўрни тўлқин чегараси ёки тўлқин фронти деб аталади. Демак, тўлқин чегараси муҳитнинг тебранаётган ва тебранаётган зарраларини ажратиб турувчи сиртдан иборат экан.

Муҳитнинг бир хил фазада тебранаётган зарраларининг геометрик ўрни тўлқин сирти деб аталади. Тўлқин даврий равишда такрорланиб турувчи жараёндир, бу деган сўз, бир моментнинг ўзида бир хил фазада тебраниб турувчи зарраларининг геометрик ўрни, яъни тўлқин сирти бир нечта (чексиз кўп) бўлиши мумкин. Ваҳоланки, тўлқин фронти эса бир моментда фақат битта бўлади. Аммо тўлқин сирти ҳар доим ўз ўрнида қолади, тўлқин фронти эса вақт ўтиши билан муҳит (фазо) бўйлаб тўлқин тезлигида силжиб туради.

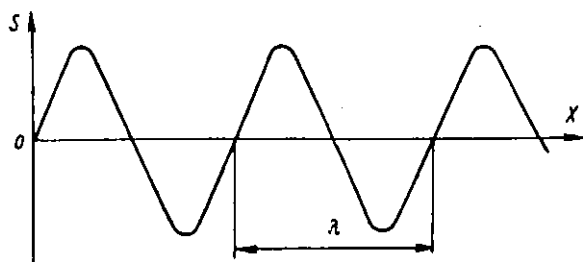
Тўлқин сиртининг шаклига қараб, тўлқинлар сферик ва ясси тўлқинларга бўлинади. Тўлқин сирти сферик бўлса, сферик тўлқинлар, агар тўлқин сирти ясси бўлса, ясси тўлқинлар деб аталади. Ясси тўлқинлар сирти ўзаро параллел текисликлардан иборат (12.2-расм) сферик тўлқинлар сирти эса ўзаро параллел доиравий сиртлардан иборат (12.3-расм) бўлади.



12.2- расм.



12.3- расм.



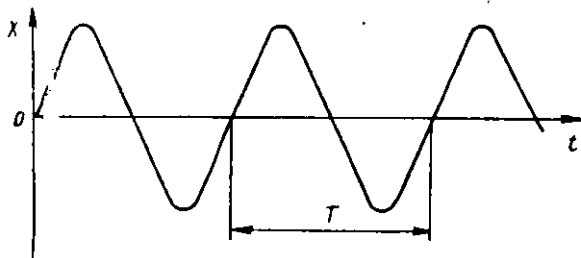
12.4- расм.

Муҳит зарраларининг мувозанат ҳолатдан силжи-
шини тебраниш тарқалиш йўналишида (тўлқин йўна-
лишида) тасвирласак, синусоида келиб чиқади (12.4-
расм).

Гармоник тебранма ҳаракат графиги ҳам синусоида-
дан иборатдир (12.5- расм).

12.4 ва 12.5- расм ташқи кўриниши жуда ўхшаш бўл-
гани билан, бутунлай бошқа-бошқа физик жараёнлар
тасвирланган. Шунинг учун уларни ҳеч қачон алмаш-
тирмаслик керак. Биринчидан, абсцисса ўқи бўйича
12.4- расмда масофа қўйилган, 12.5- расмда эса вақт қў-
йилган. Иккинчидан 12.4- расмда вақтнинг бир онига
мос келувчи тўлқиннинг оний сурати акс эттирилган,
12.5- расмда эса тебранишнинг вақт бўйича ёйилмаси
кўрсатилган.

Тўлқиннинг фазадаги тасвири (12.4- расм) ҳам си-
нусоида ва косинусоидадан иборат. Қўшни (ўзаро яқин
бўлган) тўлқин сиртлари орасидаги масофа тўлқин узун-
лиги деб аталади. Шунингдек муҳит заррасининг тебра-
ниш даврига (T) тенг вақт ичида тўлқиннинг тарқалиш
масофаси ҳам тўлқин узунлиги (λ) деб юритилади.



12.5- расм.

$$\lambda = v T, \quad (12.1)$$

бунда T — тебраниш даври, v — тўлқин тарқалиш тезлиги, тўлқин узунлигининг бирлиги масофа бирлигида ўлчанади:

$$[\lambda] = [vT] = [m/c \cdot c] = [m].$$

(12.4) - расмда зарранинг силжиши ордината ўқи бўйича (вертикал), тўлқиннинг тарқалиши эса абсцисса (горизонтал) ўқи бўйича қўйилган. Бундай тўлқиннинг йўналиши ҳар доим муҳит зарралари тебранишига тик ҳолда бўлади, деган нотўғри мулоҳаза келиб чиқмаслиги керак. Масалан, кундалик ҳаётимизда чексиз кўп дуч келиб турадиган товуш тўлқини (товуш) ҳаводаги зарраларнинг тўлқин йўналиши бўйлаб тебраниши туфайли бизга етиб келади.

Механик тўлқинлар тарқалиши учун бирор модда (газ, суюқлик ва қаттиқ жисмлар) бўлиши шарт. Чунки механик тўлқин ҳавосиз жойда (вакуумда) тарқалмайди. Аммо яна бир тўлқин тури мавжудки, бу тўлқиннинг тарқалиши учун ҳеч қандай модда бор ёки йўқ бўлиши шарт эмас. Вакуумда энг катта тезлик билан, моддаларда эса кичикроқ тезлик билан тарқалади. Бу электромагнит тўлқиндир, у механик тўлқин каби ўзи билан энергия кўчиради ва чекли тезлик (C) билан ҳаракат қилади. Электромагнит тўлқин кўндаланг тўлқиндир. Унга радиотўлқинлар, ёруғлик мисол бўлади.

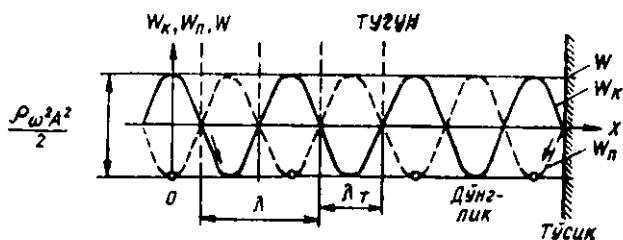
12.2. ЯССИ ВА СФЕРИК ТЎЛҚИНЛАР ТЕНГЛАМАСИ

Тўлқин тебранишларнинг фазода тарқалиш ҳодисаси эканлигига ҳеч қандай шубҳа йўқ. Демак, фазовий координаталар (x, y, z) ва вақт (t) нинг функцияси бўлган ифода тўлқин тенгламаси деб аталади ва қуйидагича ёзилади:

$$s = s(x, y, z; t). \quad (12.2)$$

x, y, z лар тебраниш тарқалаётган муҳит заррасининг мувозанат ҳолатини аниқловчи координаталар, t — вақт.

Тўлқиннинг координаталарга ва вақтга нисбатан даврийлигини юқорида кўриб ўтдик. Тўлқин тенгламасини соддароқ қилиб тушунтириш учун унинг йўналишини X ўқи билан мос қилиб танлаб оламиз. Бу ҳолда тўлқин сирти X ўқига тик бўлади ва тўлқин формуласи



12.6- расм.

x ва t га боғлиқ бўлган функциясидан иборат бўлади, яъни:

$$s(0, t) = A \cdot \cos(\omega t + \alpha), \quad (12.3)$$

ω — циклик (даврий) частота, t — вақт, α — бошланғич фаза.

τ — вақт ўтгандан кейин тўлқин x масофани босиб ўтади, унинг тезлиги v бўлгани учун босиб ўтилган йўл (x) қуйидагича аниқланади:

$$x = \tau \cdot v. \quad (12.4)$$

Демак, $X = x$ сиртдаги зарраларнинг тебраниши $x = 0$ сиртдаги зарралар тебранишидан τ вақтга орқада қолади, яъни $X = x$ сиртдаги зарралар кейинроқ тебрана бошлайди, чунки тўлқин унга x масофани босиб ўтгандан сўнг етиб келади. Шунинг учун $X = x$ сиртга мос келувчи тўлқин тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$s(x, t) = A \cos[\omega(t - \tau) + \alpha]. \quad (12.5)$$

(12.4) ифодани ҳисобга олиб, (12.5) ни қуйидагича ёзамиз:

$$s(x, t) = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \alpha\right]. \quad (12.6)$$

(12.6) ифода X ўқи бўйича тарқалувчи ясси тўлқин тенгламасидир.

Маълум бир қиймат учун, тўлқиннинг фазаси

$$\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \alpha = \text{const} \quad (12.7)$$

га тенг бўлади. t ва x ўзгарувчи катталиқ бўлгани учун (12.7) тенгламани вақт бўйича дифференциалласак,

$$dt = -\frac{dx}{v} = 0 \quad (12.8)$$

ҳосил бўлади ёки

$$v = \frac{dx}{dt}. \quad (12.9)$$

Тўлқин тезлиги фаза силжиш тезлиги (12.9) тенглама билан аниқланиб, у фаза тезлиги деб аталади.

Ясси тўлқин тенгламасини x ва t га нисбатан симметрик кўринишда бериш мумкин. Бунинг учун тўлқин сони деб аталувчи катталиқ киритамиз:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (12.10)$$

$$k = \frac{2\pi v}{\lambda v} = \frac{\omega}{v},$$

$$v = \frac{\pi}{k} \quad (12.11)$$

Тўлқин сони (k) чуқур физик маънога эга.

Тўлқин сони (k), 2π бирлик узунликка тенг кесмада нечта тўлқин узунлиги жойлашганлигини кўрсатувчи сон-дир. Унинг ўлчов бирлиги $[k] = \left| \frac{1}{\text{м}} \right|$.

(12.11) ни (12.6) га қўямиз ва тўлқин тенгламасини ҳосил қиламиз,

$$s = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{kx}{\omega} \right) + \alpha \right] = A \cos (\omega t - kx + \alpha),$$

$$s = A \cos (\omega t - kx + \alpha), \quad (12.12)$$

$$s = A \cos (\omega t + kx + \alpha). \quad (12.13)$$

(12.12) X нинг кўпайиш томонига, (12.13) X нинг камайиш томонига йўналган ясси тўлқин тенгламасини ифодалайди, яъни X ўқи бўйича қарама-қарши йўналган тўлқинлар тенгламасидир.

Сферик тўлқин тенгламаси

$$s = \frac{A}{r} \cos (\omega t - kr + \alpha) \quad (12.14)$$

кўринишда бўлади. Бу ерда тўлқин манбаи нуқтавий ва тўлқин амплитудаси манбаидан узоқлашган сари $\frac{1}{r}$ муносабатда камайиб бориши ҳисобга олинади. $\tau = \frac{r}{v}$ ифода орқали тўлқин етиб борган масофа аниқланади.

12.3. ТҰЛҚИН ТЕНГЛАМА

Исталган тұлқин ифодасини (механик, электрик, электромагнит) тұлқин тенглама деб аталувчи дифференциал тенгламани ечиш билан топиш мумкин.

Тұлқин тенгламани ясси тұлқин тенгламасыни (12.12) ни икки марта хусусий дифференциаллаб топиш мумкин (вақт ва координата бұйича). Бу математик амалларни қуйидагича бажарамиз:

$$\frac{ds}{dt} = -A \omega \sin(\omega t - kx + \alpha),$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -A \omega^2 \cos(\omega t - kx + \alpha) = -\omega^2 s, \quad (12.15)$$

$$\frac{ds}{dx} = Ak \sin(\omega t - kx + \alpha),$$

$$\frac{d^2s}{dx^2} = -Ak_x^2 \cos(\omega t - kx + \alpha) = -k_x^2 s, \quad (12.16)$$

$$\frac{d^2s}{dy^2} = -Ak_y^2 \cos(\omega t - ky + \alpha) = -k_y^2 s, \quad (12.17)$$

$$\frac{d^2s}{dz^2} = -Ak_z^2 \cos(\omega t - kz + \alpha) = -k_z^2 s, \quad (12.18)$$

$$\frac{d^2s}{dx^2} + \frac{d^2s}{dy^2} + \frac{d^2s}{dz^2} = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)s = -k^2 s. \quad (12.19)$$

(6.19) ни (6.15) билан солиштириб,

$$-\frac{1}{k^2} \left(\frac{d^2s}{dx^2} + \frac{d^2s}{dy^2} + \frac{d^2s}{dz^2} \right) = -\frac{1}{\omega^2} \frac{d^2s}{dt^2} \quad (12.20)$$

ни ҳосил қиламиз.

$$\nabla^2 s = \frac{d^2s}{dx^2} + \frac{d^2s}{dy^2} + \frac{d^2s}{dz^2}. \quad (12.21)$$

∇^2 — Лаплас оператори деб аталади.

$$v^2 = \frac{\omega^2}{k^2}. \quad (12.22)$$

(12.21) ва (12.22) ни ҳисобга олиб, (12.20) дан (12.23) ни ҳосил қиламиз:

$$\Delta^2 s = \frac{1}{v^2} \frac{d^2s}{dt^2}. \quad (12.23)$$

(12.20), (12.23) ифодалар тұлқин тенгламалар деб аталади.

x ўқи бўйича тарқалувчи ясси тўлқин учун тўлқин тенглама қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\frac{d^2 s}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2 s}{dt^2}. \quad (12.24)$$

12.4. ЯССИ ТЎЛҚИН ЭНЕРГИЯСИ

Бирор муҳитда x ўқи бўйлаб тарқалаётган бўйлама тўлқин

$$s = A \cos(\omega t - kx + \alpha)$$

тенглама билан берилган бўлсин.

Нисбий деформация

$$\varepsilon = \frac{ds}{dx}$$

ва тезлиги

$$v = \frac{ds}{dt}$$

га тенг. Элементар ΔV ҳажм ажратиб оламиз. U ҳолда ажратиб олинган ΔV элементар ҳажмнинг кинетик энергияси қуйидагига тенг бўлади,

$$W_k = \frac{\Delta m v^2}{2}, \quad (12.26)$$

$$\Delta m = \rho \cdot \Delta V. \quad (12.26a)$$

Δm — элементар ҳажм массаси, ρ — муҳит зичлиги, ΔV — элементар ҳажм.

(12.12) дан вақт бўйича биринчи ҳосиласи тўлқин тезлигини беради, яъни

$$\frac{ds}{dt} = -A \omega \sin(\omega t - kx + \alpha) = v. \quad (12.27)$$

(12.26) ва (12.27) ни ҳисобга олиб (12.25) дан (12.28) ни ҳосил қиламиз:

$$W_k = \frac{\rho}{2} \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 \Delta V = \frac{\Delta V}{2} \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx + \alpha). \quad (12.28)$$

Қаттиқ жисмни деформациялаганда, у қуйидаги потенциал энергияга эга бўлади,

$$\Pi = \frac{1}{2} \varepsilon^2 E \Delta V, \quad (12.29)$$

$$\frac{ds}{dx} = A k \sin(\omega t - kx + \alpha) = \varepsilon. \quad (12.30)$$

(12.30) ни (12.29) га қўямиз,

$$\Pi = \frac{E \Delta V}{2} A^2 k^2 \sin^2 (\omega t - kx + \alpha) \quad (12.31)$$

ни ҳосил қиламиз.

Қаттиқ жисмларда товушнинг (тўлқиннинг) тарқалиш тезлиги

$$v = \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (12.32)$$

га тенг бўлганидан, жисмнинг эластиклик модули (Юнг модули) E ни аниқлаб оламиз,

$$E = \rho \cdot v^2. \quad (12.33)$$

(12.33) ни (12.31) га қўйиб,

$$\Pi = \frac{\rho v^3}{2} \Delta V A^2 k^2 \sin^2 (\omega t - kx + \alpha) \quad (12.34)$$

ни ҳосил қиламиз. Деформацияланган қаттиқ жисмнинг тўлиқ энергияси:

$$T = \Pi + W_k = \frac{A^2 \rho \Delta V}{2} \{v^2 k^2 \sin^2 (\omega t - kx + \alpha) + \omega^2 \sin^2 (\omega t - kx + \alpha)\}; \quad (12.35)$$

$$v^2 \cdot k^2 = \omega^2. \quad (12.36)$$

Тўлқин энергиясининг у тарқалаётган муҳитнинг геометрик ўлчамларига боғлиқ бўлмаслиги учун энергия зичлиги орқали ифодаalayмиз,

$$W = \frac{T}{\Delta V} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2 (\omega t - kx + \alpha). \quad (12.37)$$

(W — энергия зичлиги).

Агар

$$\sin^2 (\omega t - kx + \alpha) = \frac{1}{2} \quad (12.38)$$

эканлигини ҳисобга олсак, энергия зичлиги

$$W = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \quad (12.39)$$

бўлади.

Шундай қилиб, тўлқин энергиясининг зичлиги муҳит зичлигига, тўлқин амплитуда ва частотасининг квадрaтига тўғри пропорционал бўлар экан.

Бу тенглик (12.39) барча тўлқинлар учун тааллуқлидир. Демак, тўлқиннинг ўзи билан бирга энергия узатилар экан, бу энергиянинг манбаи тебранишидир. Бирор юза орқали вақт бирлиги ичида тўлқин олиб

ўтган энергия зичлиги тўлқин энергия оқими деб аталади,

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \quad (12.40)$$

Ўлчов бирлиги, СИда

$$[\Phi] = \left| \frac{ж}{с} \right| = [Вт].$$

Энергия оқими скаляр катталиқдир, энергия оқими муҳитнинг ҳар хил нуқтасида ҳар хил бўлиши мумкин. Муҳитнинг ҳар хил нуқтасидан оқиб ўтаётган энергия оқимини характерлаш учун энергия оқими зичлиги деб аталувчи вектор катталик киритилади.

Тўлқин йўналишига тик бўлган бирлик юза орқали олиб ўтган энергия оқимига сон жиҳатдан тенг бўлган катталик энергия оқими зичлиги деб аталади:

$$j = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} = \frac{\Phi W}{\Delta S \cdot \Delta t}. \quad (12.41)$$

Вақт бирлигида олиб ўтилган ўртача энергия оқими зичлиги тўлқин интенсивлиги деб аталади:

$$\vec{j} = W \vec{V}, \quad (12.41 a)$$

$\vec{j}$ — энергия оқими зичлиги вектори ёки Умов вектори деб аталади, $\vec{V}$ — фазовий силжиш тезлиги.

12.5. ТУРҒУН ТЎЛҚИНЛАР

Муҳитда бир вақтнинг ўзида бир неча тўлқин тарқалаётган бўлса, муҳит заррасининг тебраниши, тўлқинларнинг алоҳида тарқалганда муҳит зарраларининг тебранишларининг геометрик йиғиндисига тенг бўлади. Демак, тўлқинлар бир-бирлари билан устма-уст тушади. Бир-бирларининг амплитудасига ҳалақит бермасдан мустақил таъсир кўрсатади. Ана шу мулоҳаза тўлқинлар суперпозиция (устма-уст тушиши) деб аталади.

Бир нечта тўлқинлар бир вақтнинг ўзида тарқалганда уларнинг баъзилари ўзаро мос равишда тарқаладилар, яъни уларнинг фазалар фарқи вақт ўтиши билан ўзгармасдан қолади.

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \text{const}. \quad (12.42)$$

Бундай тўлқинлар когерент тўлқинлар деб аталади.

Когерент тўлқинлар қўшилганда тебранишлар баъзи нуқталарда кучаяди, баъзи нуқталарда сусаяди. Бундай ҳодисалар тўлқинлар интерференцияси деб аталади.

Қарама-қарши йўналган ясси (амплитудалари бир хил) тўлқинларнинг қўшилишидан турғун тўлқинлар ҳосил бўлади. Аксарият турғун тўлқинлар тўлқинларнинг тўсиқдан қайтиши натижасида ҳосил қилинади.

Бирор X ўқи бўйича қарама-қарши томонга тарқалаётган тўлқинлар тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$s_1 = A \cos(\omega t - kx + \alpha_1), \quad (12.43)$$

$$s_2 = A \cos(\omega t + kx + \alpha_2), \quad (12.44)$$

$$s = s_1 + s_2 =$$

$$= A [\cos(\omega t - kx + \alpha_1) + \cos(\omega t + kx + \alpha_2)]. \quad (12.45)$$

(12.45)ни косинуслар йиғиндисини кўпайтма шаклига келтириш формуласига асосан қўшамиз ва (12.46)ни ҳосил қиламиз,

$$s = 2A \cos\left(kx + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right). \quad (12.46)$$

(12.46) турғун тўлқинни ифодалайди.

Турғун тўлқин амплитудаси $2A \cos\left(kx + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}\right)$ га тенг.

Агар $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ бўлса, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ни ўрнига қўйиб (12.46) дан

$$s = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cos \omega t \quad (12.47)$$

ни ҳосил қиламиз.

Турғун тўлқин графиги қарама-қарши томонга йўналган косинусоидалардан иборат (12.6- расм).

Турғун тўлқин узунлиги:

$$\lambda = 2\lambda_r.$$

Бу ерда тугун ва дўнгликлар бир нуқта бўлмай, улар текисликнинг суратидир. Тугунлардаги зарралар тебранмайди. Турғун тўлқин узунлиги югурувчи тўлқин узунлигидан икки марта кичик бўлади. Турғун тўлқинлар муҳитнинг бир нуқтасидан иккинчи нуқтасига энергия ташимайди. Зарраларнинг кинетик энергияси потенциал энергияга, потенциал энергияси кинетик энергияга айланиб туради. Тугунлар деб аталувчи нуқталардаги зарралар мувозанат ҳолатда бўладн, яъни тебранма ҳаракатда қатнашмайди.

МУНДАРИЖА

I БОБ

Вакуумда электр майдон

1.1. Кириш	3
1.2. Электр заряди	5
1.3. Кулон қонуни	9
1.4. Электр майдон. Майдон кучланганлиги	12
1.5. Потенциал	16
1.6. Электр майдон кучланганлиги ва потенциали орасидаги боғланиш. Эквипотенциал сиртлар	19
1.7. Электр майдонда диполь	23
1.8. Вектор оқими	28
1.9. Гаусс теоремаси	30
1.10. Гаусс теоремасининг электр майдонни ҳисоблаш учун қўлланиши	34

II БОБ

Диэлектрикларда электр майдон

2.1. Диэлектриклар	40
2.2. Диэлектрикларнинг қўбланиши	41
2.3. Диэлектрик ичидаги майдон. Қўбланиш вектори учун Гаусс теоремаси	44
2.4. Электр индукцияси (электр силжиш) вектори. Диэлектриклар учун Гаусс теоремаси	45
2.5. Диэлектриклардаги майдонларни ҳисоблаш	48
2.6. Сегнетоэлектриклар	50

III БОБ

Электр майдондаги ўтказгичлар

3.1. Ўтказгичлардаги зарядларнинг мувозанати	52
3.2. Ван-де-Грааф генератори	55
3.3. Электр сифими ёки сифим	56
3.4. Конденсаторлар	58
3.4. Конденсаторларни параллел ва кетма-кет улаш	61
3.5. Электростатик майдон энергияси	71
3.6. Зарядланган ўтказгичнинг энергияси	73
3.7. Зарядланган конденсаторнинг энергияси	74
3.8. Электр майдон энергияси	74

IV БОБ

Ўзгармас электр токи

4.1. Электр токи	77
4.2. Электр юритувчи куч (ЭЮК)	79
4.3. Ом қонуни. Ўтказгичнинг қаршилиги	83
4.3а. Ўта ўтказувчанлик	87
4.4. Занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисми учун Ом қонуни	91
4.5. Занжирларнинг тармоқланиши. Кирхгоф қоидалари	93
4.6. Электр қаршиликларини параллел ва кетма-кет улаш	99
4.7. Жоуль-Ленц қонуни	104
4.8. Ўзгармас токнинг қуввати	106

V БОБ

Вакуумда магнит майдон

5.1. Токларнинг ўзаро таъсирлашуви	107
5.2. Магнит майдон	110
5.3. Био-Савар-Лаплас қонуни	113
5.4. Био-Савар-Лаплас қонунининг магнит майдонларни ҳисоблашда қўлланиши	115
5.5. Лоренц кучи	118
5.6. Ампер кучи	121
5.7. Холл эффекти	123
5.8. Магнит оқими	126
5.9. Магнит индукцияси векторининг ($\vec{B}$) циркуляцияси	128
5.10. Соленоид ва тороидларнинг магнит майдони	129
5.11. Магнит майдондаги токли ўтказгични қўчиришда бажарилган иш	121

VI БОБ

Моддалардаги магнит майдон

6.1. Магнетикларнинг магнит майдони	132
6.2. Магнитланиш механизми	133
6.3. Магнетиклардаги майдонни ҳисоблаш	136
6.4. Магнит майдон кучланганлик вектори	137
6.5. Магнит майдон индукцияси вектори ($\vec{B}$) кучланган- лиги вектор ($\vec{H}$) ларининг орасидаги боғланиш	139
6.6. Ферромагнетизм	141

VII БОБ

Электромагнит индукция

7.1. Электромагнит индукция ҳодисаси. Ленц қондаси	144
7.2. Индукция электр юритувчи кучи (ЭЮК)	148
7.3. Ўзиндукция ҳодисаси	150
7.4. Фуко тоқлари	151
7.5. Занжирни улаш ва узиш пайтидаги ток	153
7.6. Магнит майдонининг энергияси	156

VIII БОБ

Электромагнит майдон

8.1. Уюрмавий электр майдон. Максвелл тенгламалари	158
8.2. Силжиш токи	159
8.3. Силжиш токи ҳақида баъзи мулоҳазалар. Максвелл тенгламаларининг аҳамияти	164

IX БОБ

Электромагнит тўлқинлар

9.1. Электромагнит майдон учун тўлқин тенглама	165
9.2. Ясси електромагнит тўлқин	167
9.3. Электромагнит тўлқинларни тажрибада кузатиш	169
9.4. Электромагнит тўлқиннинг энергияси	171
9.5. Диполнинг нурланиши	172

Х БОБ

Электр тебранишлар

10.1 Тебраниш контури	173
10.2. Тебранма контур тенгламалари	175
а) Эркин сўнувчи электр тебранишлар	175
б) Мажбурий электр тебранишлар	178
10.3. Ўзгарувчан ток	181
10.4. Ўзгарувчан токнинг қуввати	189
10.5. Қувват коэффициенти	191

ХІ БОБ

Тебранма ҳаракатлар ёки тебранишлар

11.1. Тебранишлар ҳақида умумий маълумотлар	192
11.2. Гармоник тебранма ҳаракатлар ёки гармоник тебранишлар	193
11.3. Маятниклар	196
11.4. Сўнувчи тебранма ҳаракатлар	199
11.5. Мажбурий тебранма ҳаракат	201
11.6. Тебранма ҳаракатларни қўшиш	203
а) векторлар диаграммаси	204
б) бир томонга йўналган тебранишларни қўшиш	204
в) ўзаро тик тебранма ҳаракатларни қўшиш	207

ХІІ БОБ

12.1. Тўлқинлар ҳақида умумий маълумотлар	210
12.2. Ясси ва сферик тўлқинлар тенгламаси	214
12.3. Тўлқин тенглама	217
12.4. Ясси тўлқин энергияси	218
12.5. Турғун тўлқинлар	220

На узбекском языке

САФАРОВ АБДУНАЗАР САФАРОВИЧ

ОБЩИЙ КУРС

ФИЗИКИ

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ И ВОЛНЫ

Учебное пособие для втузов

Ташкент «Ўқитувчи» 1992

Расмлар муҳаррири *И. Сучкова*

Муҳаррир *М. Пулатов*

Техн. муҳаррир *Т. Скиба*

Мусахҳиҳ *З. Ғуломов*

Теришга берилди 20.03.92. Босишга рухсат этилди 21.08.92. Бичими 81×108¹/₃₂.
Литературная гарн. Кегли 10 шпонсиз. Юқори босма усулида босилди. Шартли
б. л. 11,76. Шартли кр.-отг 7,105. Нашр л. 9,76. 2000 нусхада босилди. Буюрт-
ма № 2463.

«Ўқитувчи» нашриёти. 700129, Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Шартнома № 09-36-92.

Ўзбекистон Республикаси Матбуот давлат комитетининг Полиграфкомбинати.
Тошкент, Навоий кўчаси, 30. 1992.

Ташполиграфкомбинат Государственного комитета Республики Узбекистан по пе-
чати. Ташкент, ул. Навои, 30.