

Основы физики и техники ультразвука

**Допущено
Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных
заведений**



МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1987

ББК 22.32
О-75
УДК 534-8

Авторы:

Б. А. Агранат, М. Н. Дубровин, Н. Н. Хавский, Г. И. Эскин

Рецензенты:

кафедра электроакустики и ультразвуковой техники Ленинградского электротехнического института им. В. И. Ульянова (Ленина) — зав. кафедрой А. В. Харитонов; кафедра акустики и акустоэлектроники Киевского ордена Ленина политехнического института им. 50-летия Великой Октябрьской социалистической революции — зав. кафедрой И. М. Гранкин

**Основы физики и техники ультразвука: Учеб. пособие для
О-75 вузов/Б. А. Агранат, М. Н. Дубровин, Н. Н. Хавский и др. —
М.: Высш. шк., 1987. — 352 с.: ил.**

В пособии дано систематизированное изложение научных основ ультразвуковой обработки материалов и особенностей технологии ее применения в различных областях современной техники. В двух разделах пособия изложены физические принципы распространения ультразвука и результаты теоретических и экспериментальных исследований ультразвуковой технологии применительно к конкретным процессам производства. Обобщен опыт промышленного использования ультразвука.

О 1704030000(4309000000)—394
001(01)—87 132—87

ББК 22.32
534

Учебное издание

*Борис Абрамович Агранат, Михаил Николаевич Дубровин,
Николай Николаевич Хавский, Георгий Иосифович Эскин*

ОСНОВЫ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ УЛЬТРАЗВУКА

Зав. редакцией учебно-методической литературы по физике и математике
Е. С. Гридасова. Редактор С. А. Крылов. Младшие редакторы Г. В. Вятыха,
Н. П. Майкова. Художник Э. А. Марков. Художественный редактор
В. И. Пономаренко. Технический редактор Э. М. Чижевский. Корректор
Г. И. Кострикова

ИБ № 6161

Изд. № ФМ-865. Сдано в набор 26.02.87. Подп. в печать 06.07.87. Т-15630. Формат 60×88¹/₁₆. Бум. кн.-журн. № 2. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Объем 21,56 усл. печ. л. 21,56 усл. кр.-отт. 23,63 уч.-изд. л. Тираж 10 000 экз. Зак. № 1055. Цена 1 р. 10 к.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли.
101898, Москва, Центр, Хохловский пер., 7.

© Издательство «Высшая школа», 1987

ПРЕДИСЛОВИЕ

Ультразвуковая жидкофазная обработка материалов получила широкое применение в промышленности. С ее помощью можно существенно интенсифицировать основные технологические процессы и в ряде случаев получить качественно новые показатели. Обогащение полезных ископаемых и интенсификация гидрометаллургических процессов, тонкое диспергирование и прецизионная очистка, рафинирование и кристаллизация металлов и сплавов — вот далеко не полный перечень технологических аспектов применения мощного ультразвука.

Успешное применение ультразвуковой техники и технологии и их дальнейшее совершенствование невозможно без соответствующей подготовки инженерных и научных кадров. До сих пор не было учебного пособия по основам ультразвуковой техники и технологии, что затрудняло подготовку специалистов по этому перспективному направлению науки и техники.

В основу предлагаемого учебного пособия в систематизированном виде легли как основы физики колебаний малой амплитуды, так и теоретические основы колебаний конечной амплитуды, т. е. физические основы создания и распространения мощного ультразвука в жидких средах. В пособии подробно изложены наиболее широко применяемые на практике жидкофазные технологические процессы металлургического производства и машиностроения. В конце каждой главы приведены задачи, имеющие практическое значение, и разобраны их решения.

Пособие составлено и построено так, чтобы дать возможность специалистам широкого профиля, заинтересованным в освоении этого нового вида физического воздействия на вещество, последовательно и углубленно усвоить физические и технологические основы ультразвуковой техники. Поскольку изучение фундаментальных монографий и специальных научных статей не позволяет студентам, аспирантам и начинающим исследователям, не имеющим достаточной специальной подготовки, разобраться в теории и методологии ультразвука и оценить перспективу применения ультразвуковой технологии в производстве, настоящее пособие концентрирует внимание читателя на основных направлениях жидкофазной ультразвуковой технологии.

Гл. 1—3 написаны М. Н. Дубровиным, гл. 4—8 — совместно Б. А. Агранатом, Н. Н. Хавским и М. Н. Дубровиным, гл. 9—10 — Н. Н. Хавским, гл. 11—12 — Г. И. Эскиным, гл. 13—14 — Б. А. Агранатом и гл. 15 — совместно Г. И. Эскиным и М. Н. Дубровиным.

Авторы надеются, что первое издание учебного пособия будет полезно студентам и аспирантам технических вузов и окажет реальную помощь в подготовке научных и производственных кадров в области ультразвуковой техники и технологии.

Авторы благодарят проф. А. Е. Колесникова, доц. С. К. Павроса (ЛЭТИ) и доц. В. Б. Таланенко за участие в рецензировании и детальное рассмотрение материалов пособия, а также Н. Н. Кузнецову и А. В. Фельдмана за помощь в подготовке и оформлении рукописи.

Авторы

ВВЕДЕНИЕ

Предметом физики и техники ультразвука является изучение действия колебаний конечной амплитуды на жидкости, газы и твердые тела, а также разработка принципов ультразвуковой технологии.

Наука об основах физики и техники ультразвука в последние годы выделилась в отдельную область акустики. Некоторые ее разделы, как-то: молекулярная акустика, ультразвуковая дефектоскопия и квантовая акустика, — имеющие дело с ультразвуковыми колебаниями малой амплитуды, обычно рассматриваются отдельно.

По своей природе ультразвуковые упругие колебания и волны частотой свыше 16 кГц не отличаются от упругих колебаний слышимого диапазона частот и инфразвука, частота которого ниже 10 Гц. Распространение ультразвука подчиняется общим закономерностям, характеризующим акустические или звуковые волны, причем в жидкостях распространяются только продольные волны, а в твердых телах — продольные и сдвиговые.

Скорость распространения ультразвука в материальной среде определяется такими ее характеристиками, как упругость и плотность. Однако при повышении некоторого предельного для данной среды значения интенсивности ультразвука и переходе от распространения колебаний малой амплитуды к колебаниям конечной амплитуды в поле ультразвуковых колебаний все большую роль начинают играть нелинейные эффекты. Нарушение принципа суперпозиции волнового процесса приводит к возникновению новых физических явлений — давлению излучения, акустическим потокам и важнейшему проявлению действия мощного ультразвука на жидкость — *акустической кавитации*.

При кавитации в жидкости возникают и растут парогазовые пузырьки, которые нелинейно пульсируют и схлопываются с образованием ударных волн и кумулятивных струй. Распространение мощного ультразвука конечной амплитуды в жидкости с развитием кавитационных явлений сопровождается протеканием ряда физико-химических процессов, которые имеют большое практическое значение, — дегазации, эмульгирования, коагуляции, диспергирования и др.

Одной из главных задач физики и техники ультразвука является изучение особенностей действия колебаний конечной амплитуды на жидкость и границу раздела жидкость — газ и жидкость — твердое тело. Закономерности действия ультразвуковой обработки на межфазную поверхность в режиме развитой кавитации составляет основу большинства технологических процессов с применением ультразвука.

Современное состояние физики и техники ультразвука было подготовлено фундаментальными исследованиями в области теоретической физики (Мандельштам, Френкель, Ландау и др.), физической акустики (Рэлей, Ланжевен, Андреев, Бреховских, Исакович и др.), прикладной акустики (Джоуль, Кюри, Вуд, Польман и др.), а также физики и техники ультразвука (Розенберг, Михайлов, Полоцкий, Кикучи, Неппайрас, Флин, Кнэпп и др.).

Особенно интенсивное развитие ультразвуковая техника получила в послевоенные годы, когда были выяснены многие из фундаментальных положений теории акустической кавитации и в связи с этим значительно расширилась сфера применения ультразвука в машиностроении, металлургии и других отраслях промышленности. В развитие ультразвуковой техники и технологии выдающийся вклад внесли советские ученые.

Использование в ультразвуковой технологии мощных звуковых полей представляет весьма трудную задачу, так как даже приближенный расчет можно осуществить только базируясь на теории нелинейной акустики. Следует отметить, что основным интенсифицирующим или иницирующим действием обладает не само распространение упругой волны деформаций или смещений, а возникающие при этом вторичные эффекты: акустические течения, радиационное давление, звукокапиллярный эффект, кавитация, ударные волны и т. д., обуславливающие воздействие ультразвука практически на все известные технологические процессы.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

L — функция Лагранжа	K — модуль объемной упругости, коэффициент отражения
$\mathcal{E}_k$ — кинетическая энергия	w — плотность энергии
$\mathcal{E}_n$ — потенциальная энергия	S — площадь
$\mathcal{E}$ — полная энергия	I — интенсивность
q — обобщенная координата	C — гибкость
v — скорость	g — ускорение свободного падения
r — радиус-вектор	V — объем
t — время	p — давление
m — масса	m — дисперсия
F — сила	k — постоянная Больцмана
A, B, C — постоянные коэффициенты	J — момент инерции
T — период колебаний, термодинамическая температура	N — мощность
c — скорость звука	ξ — смещение
C_p — теплоемкость при постоянном давлении	ρ — плотность
C_v — теплоемкость при постоянном объеме	σ — напряжение, поверхностное натяжение
k — волновое число	ε — деформация
z — удельное волновое сопротивление	λ — длина волны
Z — волновое сопротивление	λ, μ — постоянные Ламе
R — газовая постоянная	α — сдвиг фазы
M — масса молекулы	β — коэффициент поглощения
E — модуль Юнга	τ — время релаксации, тангенциальные напряжения
G — модуль сдвига	ω — частота

РАЗДЕЛ I

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА

Ультразвук представляет собой упругие колебания и волны в диапазоне частот 10^4 — 10^9 Гц. Распространение мощного ультразвука в физической среде — газе, жидкости или твердом теле — вызывает ряд специфических эффектов, широко используемых в различных областях науки и техники.

Как правило, большинство физических процессов, протекающих в мощных ультразвуковых полях, существенно нелинейны, и их механизм рассматривают в нелинейной акустике. С другой стороны, активные и пассивные колебательные системы, используемые в ультразвуковой технике и служащие для создания мощных звуковых полей, можно с достаточной точностью рассчитывать в рамках линейной теории, детально исследованной в механике, линейной акустике и теории колебаний.

Такое сочетание и обусловило принцип построения данного раздела: постепенный переход от элементарных понятий колебательного движения к нелинейным акустическим эффектам, имеющим технологическое применение. Последовательное усложнение материала позволит читателю понять специфический механизм ультразвукового воздействия, выбрать наиболее подходящую для решения поставленной задачи конструкцию излучающего устройства и правильно оценить возможности применения ультразвука в технологических процессах. При изложении теоретического материала приводятся не только окончательные формулы, но и по возможности их вывод. Это позволяет проследить общность решения волновых задач, необходимые ограничения и допущения и, следовательно, понять целесообразность использования этих задач при решении конкретных вопросов ультразвуковой технологии.

В основу рассмотрения колебательного и волнового движений положен энергетический подход, который наиболее часто применяют в физике. В определенной степени в справочном порядке здесь приводятся также сведения о методах фазовых диаграмм, электромеханических аналогий и т. д.

ГЛАВА I

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

1.1. ПАРАМЕТРЫ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Распространение волны в физической среде можно рассматривать как последовательное возбуждение колебаний частичек среды относительно исходного положения равновесия. Следовательно, для того чтобы охарактеризовать волновой процесс, необходимо

определить траекторию движения каждой частицы, т. е. найти функциональную зависимость ее координат от времени. Наиболее общий подход к рассмотрению пространственного движения любой механической системы проводится с использованием *функции Лагранжа* L , представляющей собой разность между кинетической $\mathcal{E}_k$ и потенциальной $\mathcal{E}_n$ энергиями данной системы [8]:

$$L = \mathcal{E}_k - \mathcal{E}_n. \quad (1.1)$$

При этом кинетическая энергия является функцией массы и квадрата скоростей, а потенциальная — функцией координат; ее вид зависит от внутреннего (между собой) и внешнего (с окружающими телами) силового взаимодействия частей системы.

Используя наиболее общие формулировки закона движения, можно показать [8; 1.1], что однозначная связь между значениями координат скоростей и ускорений выполняется в случае

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0, \quad (1.2)$$

где $\dot{q}$ — скорость, q — координата. Уравнение (1.2) в механике называют **уравнением Лагранжа** или **уравнением движения**. Интегрирование данного дифференциального уравнения позволяет определить функцию $q(t)$, т. е. траекторию движения. Произвольные постоянные интегрирования определяют заданием начальных или граничных условий.

Для *замкнутой системы* (т. е. системы, не взаимодействующей с окружающими телами), состоящей из i частиц,

$$L = mv_i^2/2 - \mathcal{E}_n(r), \quad (1.3)$$

где r — радиус-вектор. Подставив (1.3) в (1.2), получим уравнение движения в форме закона Ньютона:

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = - \frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial r_i}. \quad (1.4)$$

Правую часть уравнения обычно записывают как $F = - \frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial r_i}$ и называют *вектором силы*, действующим на i -ю точку. Так же как и $\mathcal{E}_n$, сила зависит только от координат частицы.

Незамкнутую систему (т. е. систему, взаимодействующую с окружающими телами или же с другими системами) можно представить как замкнутую, движущуюся во внешнем силовом поле. Учет внешнего взаимодействия дает зависимость потенциальной энергии от времени, и для частицы во внешнем поле функция Лагранжа имеет вид

$$L = \frac{mv^2}{2} - \mathcal{E}_n(r, t). \quad (1.5)$$

Соответствующее уравнение движения:

$$m\mathbf{v} = - \frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial \mathbf{r}}. \quad (1.6)$$

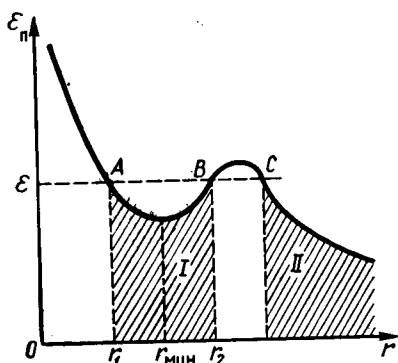


Рис. 1.1. Зависимость потенциальной энергии от положения частицы:

A, B и C — точки остановки; I — область финитного (колебательного) движения; II — область инфинитного движения

В однородном поле ($F = \text{const}$) потенциальная энергия $\mathcal{E}_\pi = -F \cdot r$. Из (1.6) вытекает, что *кинетическая энергия частицы определяется работой силы, приложенной к ней*. Следовательно, для определенного изменения скорости за фиксированный промежуток времени необходимо приложить силу тем большую, чем больше масса, или при заданных силе и изменении скорости для этого требуется тем большее время, чем больше масса. Таким образом, *ускорение является кинематической характеристикой движения, сила — мерой внешнего воздействия, а масса — мерой ее инертности, не зависящей ни от внешнего действия, ни от условий движения**.

Поскольку в соответствии с законом сохранения энергии полная энергия $\mathcal{E}$ замкнутой системы или системы, находящейся в однородном поле, есть величина постоянная, т. е. $\mathcal{E} = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_\pi = \text{const}$, а кинетическая энергия всегда положительна (квадратичная функция), то полная энергия всегда больше потенциальной. Следовательно, движение возможно только в тех областях пространства, где $\mathcal{E} > \mathcal{E}_\pi$. Если имеется зависимость $\mathcal{E}_\pi(r)$, например, как показано на рис. 1.1, то можно сразу определить разрешенные области движения. Данные области ограничены значениями $\mathcal{E}_\pi(r) = \mathcal{E}$, при которых скорость движения равна нулю. Эти значения (положения *A, B и C* на рис. 1.1) называют *точками остановки*. Движение, ограниченное с обеих сторон, называют *финитным*. Когда движение не ограничено или ограничено с одной стороны, частица может уходить на бесконечность. Движение такого типа называют *инфинитным*.

Если рассматривать одномерное финитное движение, то частица периодически проходит от точки r_1 до r_2 и обратно от r_2 до r_1 ; следовательно, данное движение является *колебательным*.

Наиболее простым случаем колебательного движения является колебание системы с одной степенью свободы, или одномерное движение. Функция Лагранжа одномерного движения имеет вид

$$L = m\dot{x}^2/2 - \mathcal{E}_\pi(x), \quad (1.7)$$

где x — декартова координата. Полная энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$\mathcal{E} = m\dot{x}^2/2 + \mathcal{E}_\pi(x). \quad (1.8)$$

* Последнее положение справедливо лишь в классической механике. Согласно теории относительности, масса меняется в зависимости от скорости.

Выражение (1.8) можно переписать в виде

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m} [\mathcal{E} - \mathcal{E}_n(x)]}. \quad (1.9)$$

Время, за которое частица вернется в исходную точку x_1 , согласно рис. 1.1, равно удвоенному времени прохождения отрезка $x_1 x_2$. Оно может быть получено интегрированием уравнения (1.9):

$$T = \sqrt{2m} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} - \mathcal{E}_n(x)}}. \quad (1.10)$$

Величину T называют *периодом колебательного движения* — это продолжительность полного колебания, после которого движение в точности повторяется.

Свойство неопределенности функции Лагранжа допускает произвольный выбор координат в инерциальной системе [8]. Наиболее удобно проводить рассмотрение колебательных процессов, помещая начало координат в точку $r_{\min}$, соответствующую минимуму потенциальной энергии $\mathcal{E}_n(0) = 0$. Тогда, используя разложение в ряд функции потенциальной энергии и ограничиваясь первым не исчезающим членом*, получаем выражение для потенциальной энергии как функции отклонения координаты от положения минимума энергии $\xi = x - x_0$ в виде

$$\mathcal{E}_n = k\xi^2/2. \quad (1.11)$$

В зависимости от смещения кинетическая энергия

$$\mathcal{E}_k = m\dot{\xi}^2/2. \quad (1.12)$$

Функцию Лагранжа для системы с одной степенью свободы можно записать следующим образом:

$$L = \frac{m\dot{\xi}^2}{2} - k \frac{\xi^2}{2}, \quad (1.13)$$

а соответствующее ей уравнение движения — как

$$m\ddot{\xi} + k\xi = 0, \quad (1.14)$$

* Разложение функции в ряд Маклорена (частный случай ряда Тейлора) имеет вид

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^n(0) + \dots,$$

где ! — знак факториала, $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n$. При $\mathcal{E}_n(0) = 0$ и $\mathcal{E}'_n(0) = 0$ (условие экстремума функции), первый не исчезающий член содержит вторую производную $-\frac{x^2}{2!} \cdot \mathcal{E}''_n(0)$, или $\frac{kx^2}{2}$, т. е. в первом приближении потенциальная энергия есть квадратичная функция от координаты.

При малых колебаниях (малых отклонениях от положения равновесия) можно ограничиться первым членом, отбросив остальные как величины следующего порядка малости.

$$\ddot{\xi} + \omega^2 \xi = 0, \quad (1.15)$$

где $\omega = \sqrt{k/m}$.

Общее решение данного линейного дифференциального уравнения складывается из двух независимых решений:

$$\xi = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t, \quad (1.16)$$

где C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, определяемые из начальных или граничных условий. После подстановки $\xi_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ и $\operatorname{tg} \alpha = -C_2/C_1$ решение (1.16) примет вид

$$\xi = \xi_0 \cos(\omega t + \alpha). \quad (1.17)$$

Движение, описываемое формулой (1.17), выражает *простые гармонические колебания*, а тело, совершающее такие колебания, называют *гармоническим осциллятором*. Коэффициент перед функцией $\cos(\omega t + \alpha) = \xi_0$ называют *амплитудой колебаний*, он соответствует максимальному значению смещения. Аргумент функции называют *фазой колебаний*, здесь α — *начальный сдвиг фазы*, определяемый началом отсчета времени.

Функция $\cos \omega t$ обладает тем свойством, что при любом t всегда $\cos \omega(t+T) = \cos(\omega t + \omega T) = \cos \omega t$, т. е. добавление полного периода не меняет фазы колебаний. Величину $\omega = 2\pi/T$ называют *циклической (круговой) частотой*, она показывает число полных колебаний системы в течение 2π единиц времени. В практике часто пользуются характеристикой $f = \omega/(2\pi) = 1/T$, называемой *частотой гармонических колебаний*. Эта величина определяет число полных колебаний за единичное время. Единица частоты — герц (1 Гц) — соответствует частоте с периодом колебаний 1 с.

Зависимость смещения от времени удобно представлять в виде действительной части комплексного выражения [8; 1.8]

$$\xi = \operatorname{Re} [A e^{i\omega t}],$$

используя формулы Эйлера

$$e^{i\psi} = \cos \psi + i \sin \psi; \quad e^{-i\psi} = \cos \psi - i \sin \psi,$$

где $A = \xi_0 e^{i\alpha}$ — комплексная амплитуда, модуль которой совпадает с действительной амплитудой, а аргумент — с начальной фазой. Запись в экспоненциальной форме по сравнению с тригонометрической позволяет упрощать математические операции, поскольку дифференцирование и интегрирование экспоненты не меняет вида функции. Следовательно, производя линейные математические операции, можно опускать знак, соответствующий действительной части, переходя к ней только в окончательном решении.

1.2. КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМ С НЕСКОЛЬКИМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Колебания сложных механических систем часто с достаточной точностью можно рассчитать условно, разделив их на отдельные части, имеющие массы, сосредоточенные в их центрах масс и соединенные упругими связями. В этом случае реальная система заменяется эквивалентной приведенной схемой. Это облегчает расчет

колебаний, поскольку нет необходимости определять зависимость от времени положения всех точек системы, число которых в реальной системе может быть бесконечно большим.

Для системы с несколькими степенями свободы декартовы координаты выражают через обобщенные координаты в следующем виде [8; 1.1]:

$$\begin{aligned}x_n &= f_x(q_1, q_2, \dots, q_n), \\y_n &= f_y(q_1, q_2, \dots, q_n), \\z_n &= f_z(q_1, q_2, \dots, q_n).\end{aligned}\quad (1.18)$$

Тогда связь между скоростями в декартовых и обобщенных координатах записывают так:

$$\dot{x}_n = \sum_i \frac{\partial f_x}{\partial q_i} \cdot \dot{q}_i; \quad \dot{y}_n = \sum_i \frac{\partial f_y}{\partial q_i} \cdot \dot{q}_i; \quad \dot{z}_n = \sum_i \frac{\partial f_z}{\partial q_i} \cdot \dot{q}_i. \quad (1.19)$$

Выражение для кинетической энергии в декартовых координатах после подстановки значения (1.19) и произведения группировки членов приводится к виду

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} [a_{11}\dot{q}_1^2 + \dots + a_{nn}\dot{q}_n^2 + 2a_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dots]. \quad (1.20)$$

В матричной форме

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} \sum_{i,k} a_{ik} \dot{q}_i \dot{q}_k, \quad (1.21)$$

где $i, k=1, 2, \dots, n$. В общем виде коэффициенты a_{ik} при скоростях зависят от обобщенных координат, поскольку включают в себя частные производные по координатам (1.19), однако при малых колебаниях около положения устойчивого равновесия их можно считать постоянными или, с математической точки зрения, можно ограничиться первым (постоянным) членом разложения в ряд по степеням координат q_i .

Таким образом, кинетическая энергия малых колебаний является квадратичной формой обобщенных скоростей. Потенциальная энергия системы с несколькими степенями свободы также описывается квадратичной зависимостью, но от обобщенных координат. Аналогично проделанному в § 1.1 разложим функцию потенциальной энергии в степенной ряд:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_n &= \mathcal{E}_{n0} + \left(\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial q_1} \right)_0 q_1 + \left(\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial q_2} \right)_0 q_2 + \dots \\&\dots + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}_n}{\partial q_1^2} \right)_0 q_1^2 + \left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}_n}{\partial q_2^2} \right)_0 q_2^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}_n}{\partial q_1 \partial q_2} \right)_0 q_1 q_2 + \dots \right].\end{aligned}\quad (1.22)$$

Совмещая минимум потенциальной энергии с началом обобщенных координат и отбрасывая нулевые члены и члены более высоко-

за счет введения новой системы обобщенных координат ξ_n [8; 1.1; 1.2]. После соответствующего линейного преобразования выражения для кинетической (1.21) и потенциальной (1.24) энергий трансформируются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_k &= \frac{1}{2} (\dot{\xi}_1^2 + \dot{\xi}_2^2 + \dots + \dot{\xi}_n^2), \\ \mathcal{E}_n &= \frac{1}{2} (\omega_{01}^2 \xi_1^2 + \omega_{02}^2 \xi_2^2 + \dots + \omega_{0n}^2 \xi_n^2). \end{aligned} \quad (1.33)$$

Координаты, в которых кинетическая и потенциальная энергии выражаются суммами квадратов, называют *нормальными*. По каждой нормальной координате система совершает одно простое колебание. Подставив (1.33) в уравнение движения, получим

$$\ddot{\xi}_n + \omega_{0n}^2 \xi_n = 0. \quad (1.34)$$

Переменные в уравнениях (1.34) разделены, и интегрирование каждого уравнения может быть выполнено независимо от других. Простые периодические колебания системы в нормальных координатах называют *нормальными колебаниями* системы. Нормальные колебания полностью независимы, т. е. ускорение вдоль каждой нормальной координаты и его зависимость от времени определяются только ее начальными значениями смещения и скорости. Следовательно, уравнение движения, выраженное в нормальных координатах, распадается на сумму уравнений, каждое из которых соответствует одномерному колебанию с одной из частот ω_{0n} . Решение каждого уравнения имеет вид

$$\xi_n = \xi_{0n} \sin(\omega_{0n} t + \alpha_n), \quad (1.35)$$

где постоянные ξ_{0n} и α_n определяются известным образом из начальных условий.

В общем виде полное решение уравнения движения в обобщенных координатах может быть выражено через нормальные колебания как

$$\begin{aligned} q_1 &= A_{11} \sin(\omega_{01} t + \alpha_{01}) + A_{12} \sin(\omega_{02} t + \alpha_{02}) + \dots + A_{1n} \sin(\omega_{0n} t + \alpha_{0n}), \\ q_2 &= A_{21} \sin(\omega_{01} t + \alpha_{01}) + A_{22} \sin(\omega_{02} t + \alpha_{02}) + \dots + A_{2n} \sin(\omega_{0n} t + \alpha_{0n}), \\ &\dots \dots \dots \\ q_n &= A_{n1} \sin(\omega_{01} t + \alpha_{01}) + A_{n2} \sin(\omega_{02} t + \alpha_{02}) + \dots + A_{nn} \sin(\omega_{0n} t + \alpha_{0n}), \end{aligned} \quad (1.36)$$

где A_{nn} — постоянные коэффициенты, учитывающие линейное преобразование координат; они пропорциональны ξ_0 .

Из (1.36) следует, что колебания системы в обобщенных координатах в обычных условиях представляют собой сложное движение, которое может и не быть периодическим. Однако оно всегда составлено линейно из гармонических колебаний, поэтому

понятия «частота» и «период» для системы с несколькими степенями свободы имеют смысл только по отношению к нормальным колебаниям.

1.3. КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМ С БЕСКОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ. ВОЛНОВОЕ ДВИЖЕНИЕ

Сплошную среду — газ, жидкость, твердое тело — можно представить как систему частиц — материальных точек с неизменными расстояниями между ними, соединенных связями. Если частица среды выведена из состояния равновесия, то упругие силы, действующие со стороны других частиц, начинают возвращать ее в положение равновесия, т. е. частица совершает колебания. Наличие связей определяет, как можно видеть, передачу возмущения соседним частицам. Количество частиц в сплошной среде может быть бесконечно большим, а следовательно, бесконечно большим является количество степеней свободы и соответственно количество возможных частот колебаний. Решить бесконечную систему уравнений аналитически, конечно, не представляется возможным, поэтому используют определенные упрощения. Основное допущение механики сплошной среды состоит в замене системы из большого числа молекул системой с непрерывным распределением с той же средней локальной плотностью материала, т. е. минимальный из рассматриваемых элементов должен обладать теми же свойствами, что и вся рассматриваемая среда [1.5; 1.9].

Переход от формул, содержащих суммирование по дискретным точкам, к формулам сплошной среды осуществляется заменой масс частиц на массу ρdV , заключенную в элементе объема dV при плотности среды ρ , и интегрированием по всему объему.

В соответствии с уравнением движения Ньютона произведение массы выделенного элементарного объема среды ρV на ее ускорение $\frac{dv}{dt}$ равно результирующей сил давления:

$$\rho V \frac{dv}{dt} = - \oint_S p dS. \quad (1.37)$$

По теореме Остроградского — Гаусса, интеграл по поверхности можно заменить интегралом по объему:

$$\rho V \frac{dv}{dt} = \int_V \nabla p dV. \quad (1.38)$$

Считая градиент давления для элементарного объема постоянной величиной, выносим ∇p за знак интеграла и сокращаем обе части уравнения (1.38) на V :

$$\rho \frac{dv}{dt} + \Delta p = 0. \quad (1.39)$$

Уравнение движения в форме (1.39) называют **уравнением Эйлера**. Полное ускорение $\frac{dv}{dt}$ запишется в частных производных в виде суммы *локального* и *конвективного* (переносного) ускорений. Тогда уравнение Эйлера (1.39) примет вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \left(v_x \frac{\partial v}{\partial x} + v_y \frac{\partial v}{\partial y} + v_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \nabla p. \quad (1.40)$$

В векторной форме получим

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v = -\frac{1}{\rho} \nabla p. \quad (1.41)$$

Для однозначного решения уравнения (1.41) относительно скорости или давления его необходимо дополнить еще двумя уравнениями. Первое отражает закон сохранения вещества — **уравнение непрерывности**. Согласно этому закону, приращение массы в объеме равно массе, перешедшей через поверхность*:

$$V \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \oint_S \rho v dS. \quad (1.42)$$

После преобразований, аналогичных преобразованию уравнения движения, получаем

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) = 0. \quad (1.43)$$

Второе уравнение — **уравнение состояния** — является законом, выражающим молекулярные свойства среды, и в общем виде записывается как

$$p = p(\rho, T), \quad (1.44)$$

где T — температура среды. Для идеальных газов уравнение состояния имеет вид **уравнения Пуассона**

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma, \quad (1.45)$$

где $\gamma = c_p/c_v$ — *показатель политропы*; индекс 0 обозначает равновесное значение. Для конденсированных сред (жидкость и твердые тела) уравнение состояния записывается в форме **уравнения Тэга**:

$$\frac{p - p_0}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1. \quad (1.46)$$

Систему уравнений (1.41), (1.43) и (1.44) называют **полной системой уравнений гидродинамики**. Все три входящих в систему уравнения нелинейны относительно параметров движения или свойств среды. Аналитическое решение системы уравнений возможно только методами математического приближения, в которых ис-

* Здесь подразумевается отсутствие разрывов среды.

пользуется, например, разложение одного параметра в ряд Маклорена по степеням другого параметра [5; 1.3].

При малых колебаниях, считая растяжение и сжатие среды незначительными, можно ограничиться первым приближением* и анализировать систему уравнений [1.7]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_0} \nabla p, \\ \rho_0 \nabla v &= -\frac{\partial \rho}{\partial t}, \\ \frac{\partial p}{\partial \rho} &= \gamma \frac{\partial p}{\partial \rho}. \end{aligned} \right\} \quad (1.47)$$

Данная система исключением неизвестных легко приводится к одному уравнению относительно одного из параметров движения.

Например, для одномерных колебаний уравнение движения и уравнение состояния имеют вид

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial p^{(')}}{\partial x} \quad \text{и} \quad p^{(')} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} \rho^{(')},$$

где индекс (') обозначает приращение величины при возмущении среды.

Так как в результате деформации объема $V = V_0(1 + \epsilon)$ масса его не меняется (здесь ϵ — относительная деформация), то $\rho V = \rho_0 V_0$; следовательно, $\rho^{(')} = -\rho_0 \epsilon$ и $p^{(')} = -\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} \rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x}$. Подстановка $p^{(')}$ в уравнение движения дает

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \quad (1.48)$$

где $c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\rho_0}}$.

* Линеаризация уравнения движения заключается в исключении конвективного ускорения $(v \nabla) v$. Возможность данного упрощения определяется соотношением локального и конвективного ускорений

$$(v \nabla) v \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \ll 1,$$

или для одномерного движения

$$v \frac{\partial v}{\partial x} : \frac{\partial v}{\partial t} \ll 1.$$

Подставив в неравенство колебательную скорость в виде $v_0 e^{i \omega t}$, продифференцировав по x и t и сократив на v , получим

$$kv : \omega = v/c = M \ll 1,$$

т. е. линеаризация уравнения движения допустима, когда число Маха M , равное отношению колебательной и фазовой скоростей, много меньше единицы. Аналогичный результат может быть получен при рассмотрении условий линеаризации уравнения непрерывности и уравнения состояния.

Уравнение вида (1.48), связывающее изменение параметра колебательного движения во времени с его изменением в пространстве, называют **волновым уравнением**. Аналогичные выражения можно получить относительно других параметров.

Коэффициент c представляет собой *скорость распространения возмущения*, или *скорость распространения волны*. При этом скорость распространения тем больше, чем сильнее возрастает давление при адиабатном возрастании плотности.

Частное решение волнового уравнения (1.48) имеет вид $\xi = f(x \pm ct)$, в чем легко убедиться, дважды продифференцировав его по x и t :

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} f''; \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = f''.$$

В случае одномерного гармонического колебания $\xi = \xi_m e^{i\omega t}$, где ξ_m — амплитудное значение. Подставляя это выражение в правую или левую часть уравнения (1.48), получаем

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \omega^2 \xi = 0; \quad c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \omega^2 \xi = 0. \quad (1.49)$$

Уравнения (1.49) идентичны уравнению колебаний системы с одной степенью свободы (1.15); следовательно, они имеют решение в виде

$$\xi = \xi_m \cos(\omega t + \alpha). \quad (1.50)$$

Начальный сдвиг фазы α , который может быть как положительным, так и отрицательным, можно заменить добавлением времени $\pm t_\alpha$, которое пропорционально расстоянию x , проходимому волной со скоростью c :

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_m \cos[\omega(t \pm t_\alpha)] = \xi_m \cos\left(\omega t \pm \frac{2\pi f}{c} x\right) = \\ &= \xi_m \cos\left(\omega t \pm \frac{2\pi}{\lambda} x\right) = \xi_m \cos(\omega t \pm kx), \end{aligned} \quad (1.51)$$

где $\lambda = c/f$ — *длина волны*, т. е. расстояние, которое проходит волна за один период, $k = 2\pi/\lambda$ — *волновое число*.

Выражение (1.51) описывает бегущую волну, распространяющуюся в среде со скоростью c , как показано на рис. 1.2. Геомет-

* Введение понятия скорости распространения волны — фазовой скорости — связано с отождествлением в каждый момент времени не частиц, а формы или профиля волны. Если форма волны меняется, то отождествление невозможно и понятие скорости теряет смысл [5; 1.4].

Бегущую волну любой формы в линейной среде на основе принципа суперпозиции можно рассматривать как интерференционную картину наложения гармонических волн со своими фазовыми скоростями. При отсутствии дисперсии, т. е. зависимости фазовой скорости от частоты, профиль волны произвольной формы не меняется. Дисперсия скорости может вызываться релаксационными явлениями или наличием границ тела. В дисперсионных средах в результате различия фазовых скоростей волна «расфазировывается» и понятие скорости становится неприемлемым.

рическое место точек равной фазы в бегущей волне называют *фронтом волны*. В зависимости от формы фронта волны волны подразделяют на *плоские, цилиндрические и сферические* [1.6].

В плоской бегущей волне амплитуда не меняется при распространении, тогда как для цилиндрической и сферической волн наблюдается их расхождение, т. е. амплитуды таких волн по мере распространения уменьшаются обратно пропорционально радиусу-вектору в степени $1/2$ и 1 соответственно.

Имея функциональную зависимость смещения от времени и расстояния, можно получить выражения для других параметров волны — колебательной скорости v , деформации ε , давления p и напряжений σ :

$$\begin{aligned} v &= \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\omega \xi_m \sin(\omega t \pm kx), \\ \varepsilon &= \frac{\partial \xi}{\partial x} = \mp k \xi_m \sin(\omega t \pm kx), \\ p &= -\sigma = \pm E k \xi_m \sin(\omega t \pm kx). \end{aligned} \quad (1.52)$$

Уравнения (1.52) для плоской бегущей гармонической волны показывают, что избыточное давление и колебательная скорость совпадают по фазе друг с другом (т. е. они *синфазны*), но опережают по фазе смещение частиц на 90° . Следовательно, при максимальном давлении частицы имеют наибольшую скорость, а смещение равно нулю, как иллюстративно показано на рис. 1.3.

Для цилиндрической и сферической волн сдвиг фазы зависит от kr , однако на больших расстояниях он стремится к нулю, т. е. волну можно считать плоской.

Однако при квазигармонической волне с узким диапазоном Δk , изображающей синусоидой с плавно меняющейся амплитудой и фазой, имеет место элемент интерференционной картины, мало меняющейся при распространении — огибающая профиль волны. Данный эффект легко объяснить на основе явления *биения*.

Скорость распространения огибающей называют *групповой скоростью*. Групповая скорость u связана с фазовой скоростью c соотношением $u = c + k \frac{dc}{dk} = c - \lambda \frac{dc}{d\lambda}$. В отсутствие дисперсии групповая скорость равна фазовой, а в дисперсионных средах она может быть как больше, так и меньше фазовой.

** Для твердых тел $p = -\sigma = -E\varepsilon$ — закон Гука, для жидкостей $p = \frac{\varepsilon}{\beta_{ад}}$, где $\beta_{ад}$ — адиабатная сжимаемость,

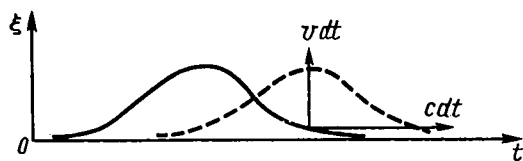


Рис. 1.2. Изменение одиночного импульса при распространении в среде

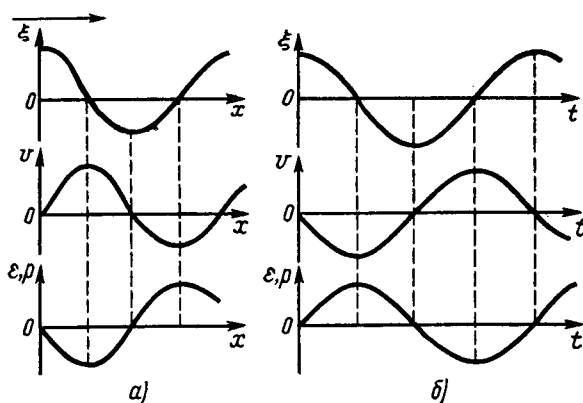


Рис. 1.3. Изменение параметров плоской волны:
 а — с расстоянием (моментальная фотография), б — во времени (осциллограмма)

Отношение давления к колебательной скорости называют *удельным волновым (акустическим) сопротивлением* z_0 . Для плоской волны $z_0 = p/\xi = \rho_0 c$. Волновое сопротивление является одной из важнейших акустических характеристик среды. По аналогии с законом Ома оно представляет собой активное сопротивление, на котором рассеивается удельная акустическая мощность, т. е. энергия, уносимая волной за 1 с через 1 м.

В безграничных газовых и жидких средах существуют волны лишь одного типа — *продольные*. Они названы так по характеру смещения частиц — по направлению распространения волны.

Скорость распространения волны в газах и жидкостях $c = \sqrt{\frac{1}{\rho \beta_{ад}}}$,

где $\beta_{ад} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)$ — адиабатная сжимаемость. В идеальном газе

$c = \sqrt{\gamma RT/M}$, где $\gamma = c_p/c_v$ — отношение теплоемкостей при постоянном давлении и объеме, $R = 8,31$ Дж/(моль · К) — газовая постоянная, M — молекулярный вес.

В отличие от газов и жидкостей, обладающих только упругостью объема, твердые тела имеют упругость объема и формы. В твердых телах положение атомов фиксировано в пространстве связями с соседними атомами. Поэтому кроме центральных сил, зависящих только от расстояния между атомами, возникают нецентральные силы, зависящие от валентных углов между прямыми, соединяющими атомы с соседними атомами. Сопротивление атома к смещению его положения относительно соседних приводит к появлению кроме нормальных еще и касательных напряжений. В связи с этим напряженное состояние твердого тела описывается не скалярной величиной — давлением, а определяется *тензором*

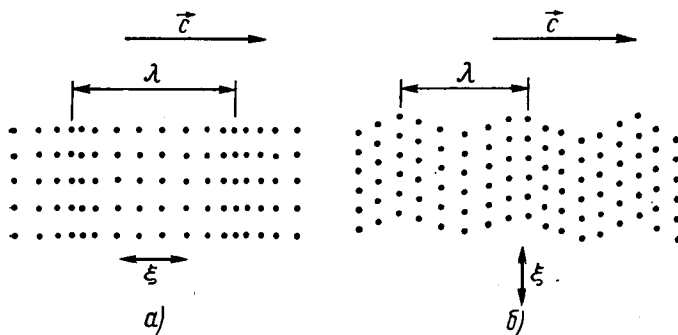


Рис. 1.4. Схематическое изображение смещения частиц в продольной (а) и сдвиговой (б) волнах

напряжений σ_{ij} ($i, j=1, 2, 3$). Здесь $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ — нормальные напряжения; $\sigma_{12}=\sigma_{21}, \sigma_{23}=\sigma_{32}, \sigma_{31}=\sigma_{13}$ — касательные напряжения [5; 12; 19].

В наиболее простом случае изотропного твердого тела обобщенный закон Гука, линейно связывающий напряжения и деформации, имеет вид

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= 3\lambda e + 2\mu e_{11}; & \sigma_{12} &= 2\mu e_{12}; \\ \sigma_{22} &= 3\lambda e + 2\mu e_{22}; & \sigma_{23} &= 2\mu e_{23}; \\ \sigma_{33} &= 3\lambda e + 2\mu e_{33}; & \sigma_{13} &= 2\mu e_{13},\end{aligned}$$

где $e = 1/3(e_{11} + e_{22} + e_{33})$ — средняя (гидростатическая) деформация, λ и μ — постоянные Ламе (они выражаются через модуль упругости: объемной — $K = \lambda + 2/3\mu$; продольной, или Юнга, — $E = \mu(3\lambda + 2\mu)/(\lambda + \mu)$; сдвига — $G = \mu$).

Так как тензор деформаций с учетом наличия в твердом теле продольного удлинения и сдвига можно записать как

$$\begin{aligned}e_{11} &= \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1}, & e_{12} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} \right), \\ e_{22} &= \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2}, & e_{23} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} + \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} \right), \\ e_{33} &= \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3}, & e_{13} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} + \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} \right),\end{aligned}$$

то в общем виде тензорная форма записи закона Гука такова:

$$\sigma_{ik} = 2\mu (e_{ik} - 1/3 \delta_{ik} e_{11}) + K \delta_{ik} e_{11},$$

где индексы 11 обозначают диагональные члены тензора $\delta_{ik}=1$ при $i=k$ и $\delta_{ik}=0$ при $i \neq k$.

Наличие сдвиговых напряжений обуславливает распространение в твердых телах кроме продольных также *сдвиговых волн*, в которых смещение частиц происходит в направлении, перпендикулярном распространению волны. Характер смещения частиц в продольной и поперечной волнах иллюстрирует рис. 1.4.

Фазовая скорость продольной волны в безграничном твердом теле $c_l = \sqrt{(K + \frac{4}{3}\mu)/\rho}$, где K — модуль объемного сжатия, μ — модуль сдвига, а фазовая скорость сдвиговых волн $c_t = \sqrt{\mu/\rho}$.

При нормальном падении бегущей плоской волны на плоскую полностью отражающую границу возникает интерференционная картина, образованная падающей и отраженной волнами, так называемая *стоячая волна*. Таким образом, стоячая волна есть суперпозиция двух бегущих волн:

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_1 + \xi_2 = \xi_0 \cos(\omega t - kx) + \xi_0 \cos(\omega t + kx) = \\ &= 2\xi_0 \cos kx \cos \omega t.\end{aligned}\quad (1.53)$$

Продифференцировав (1.53) по x и t , получим выражения для скорости и деформации в стоячей волне:

$$v = -2\omega\xi_0 \cos kx \sin \omega t; \quad \epsilon = -2k\xi_0 \sin kx \cos \omega t. \quad (1.54)$$

Стоячая волна характеризуется наличием плоскостей *узлов* и *пучностей волны*, фиксированных в пространстве параллельно отражающей границе. При этом максимальная амплитуда деформации соответствует амплитуде смещения, равной нулю, и наоборот. Узлы (нулевые значения) деформации совпадают с пучностями (максимальными значениями) смещения и скорости. Образование стоячей волны в безграничной среде возможно на любой частоте, с ее изменением происходит только пространственное перемещение плоскостей узлов и пучностей волны.

В общем случае граница сред может не быть полностью отражающей (абсолютно жесткой). Часть энергии волны передается через границу или поглощается, а часть отражается в обратном направлении. Доля отраженной волны определяется *коэффициентами отражения по силе K_F и скорости K_ξ* , между которыми существует соотношение [1.6]

$$K_\xi = \frac{\dot{\xi}_{отр}}{\dot{\xi}_{пад}} = -K_F = -\frac{F_{отр}}{F_{пад}} = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}, \quad (1.55)$$

где $z_{1,2}$ — волновые сопротивления среды 1 и 2. Коэффициент отражения, так же как и волновое сопротивление, может иметь комплексный характер, что означает наличие сдвига фазы между отраженной и падающей волнами. Отраженная волна является стоячей волной, тогда как проходящая (т. е. поглощаемая в другой среде) представляет собой бегущую волну. Следовательно, можно считать, что в падающей волне присутствуют и стоячая, и бегущая составляющие, а в узлах падающей волны амплитуда равна амплитуде бегущей волны, но не нулю, как в чисто стоячей. Соотношение между бегущей и стоячей составляющими падающей волны характеризуется *коэффициентом бегущей волны K_b* , связанным с K_F соотношением

$$K_b = \frac{F_{min}}{F_{max}} = \frac{\dot{\xi}_{min}}{\dot{\xi}_{max}} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{1 - |K_F|}{1 + |K_F|}. \quad (1.56)$$

1.4. ЭНЕРГИЯ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЯ

При распространении плоской продольной волны элемент массы среды $\rho_0 \Delta V$ совершает движение вдоль направления распространения волны, при этом его кинетическая энергия

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} \rho_0 \Delta V \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2. \quad (1.57)$$

На единичный объем приходится кинетическая энергия

$$w_k = 1/2 \rho_0 v^2. \quad (1.58)$$

Величину w_k называют *плотностью кинетической энергии волны*. Потенциальная энергия волнового процесса численно равна работе, совершаемой упругими силами, действующими на выделенный объем:

$$\mathcal{E}_n = \int_0^{\xi} F d\xi. \quad (1.59)$$

Используя для случая твердого тела выражения для силы F и смещения ξ через деформацию, приведем уравнение (1.59) к виду

$$\mathcal{E}_n = \int_0^{\epsilon} E \Delta V \epsilon d\epsilon = \Delta V \frac{E \epsilon^2}{2}. \quad (1.60)$$

Отсюда плотность потенциальной энергии

$$w_n = 1/2 E \epsilon^2, \quad (1.61)$$

а общая плотность энергии бегущей волны

$$w = w_k + w_n = 1/2 (\rho_0 v^2 + E \epsilon^2). \quad (1.62)$$

Таким образом, плотность энергии в бегущей волне в каждый момент времени равна нулю в местах с наибольшим смещением и максимальна в местах, наибольших по модулю деформации и колебательной скорости.

По закону сохранения энергии изменение энергии в объеме во времени равно энергии, перешедшей через поверхность, которую можно выразить через работу сил. В этом случае величина $-\mathcal{S} \sigma v$ является потоком энергии, прошедшим через площадку S . Ее удельное значение $I = -\sigma v = p v$ называют *плотностью потока энергии* или *интенсивностью волны* *. Для гармонической бегущей волны

$$I = E k \omega \xi_m^2 \sin^2(\omega t - kx). \quad (1.63)$$

Из соотношения (1.63) следует, что плотность потока энергии равна нулю при наибольшем смещении и максимальна при наи-

* Часто данную величину называют *вектором Умова* в честь известного русского физика Н. А. Умова, впервые введшего это понятие. Интенсивность выражают в ваттах на квадратный метр (Вт/м²).

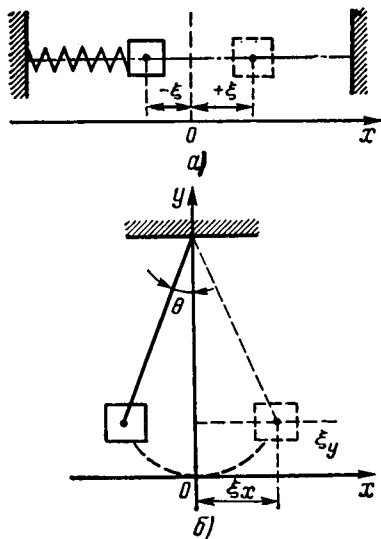


Рис. 1.5. Линейный осциллятор в виде груза на пружине (а) и маятника (б), совершающего малые колебания. Точка 0 соответствует положению равновесия

больших значениях скорости и деформации, причем достигает максимума дважды за период. Частота изменения интенсивности в каждой точке равна 2ω . Направление потока энергии всегда совпадает с направлением распространения волны.

Таким образом, в линейном приближении характерным для волнового процесса является *перенос энергии в отсутствие переноса массы*.

Энергия, передаваемая за большое число периодов, может быть определена из среднего значения интенсивности за период:

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt = \frac{1}{2} E k \omega \xi_m^2. \quad (1.64)$$

Выражение (1.64) может быть легко приведено к виду

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \rho c \omega^2 \xi_m^2 = \frac{1}{2} \rho c v_m^2 = \frac{1}{2} \frac{\sigma_m^2}{\rho c}. \quad (1.65)$$

В отличие от бегущей волны в *стоячей волне переноса энергии нет*. Это обусловлено тем, что в любой момент времени в узлах деформаций и скорости: поток энергии равен нулю. Таким образом, каждый участок длиной в четверть длины волны $\lambda/4$, заключенный между ближайшими узлами, не обменивается энергией с соседними участками. Его энергия постоянна. В каждом таком участке дважды за период происходит превращение кинетической энергии, сосредоточенной в основном в местах пучности скоростей, в потенциальную, сосредоточенную в пучности деформации. Следовательно, при скорости, равной нулю, энергия целиком потенциальная, а при деформации, равной нулю, энергия целиком кинетическая. Энергия $\mathcal{E}$ на участке $0 \leq x \leq \lambda/4$ равна потенциальной энергии в момент $v=0$ и $\cos \omega t = 1$; значит,

$$\mathcal{E} = \frac{S}{2} \int_0^{\lambda/4} E \varepsilon^2 dx = \frac{\pi}{8} S E k \xi_m^2 = \frac{\pi}{8} S \rho c \omega \xi_m^2. \quad (1.66)$$

Задачи к гл. 1

1. Определить частоту горизонтальных колебаний груза массы m на пружине с гибкостью C (рис. 1.5, а).

Решение. При малых колебаниях деформация пружины происходит по линейному закону Гука:

$$F = -\frac{1}{C} \xi.$$

Следовательно, функция Лагранжа имеет вид

$$L = \frac{mv^2}{2} - \frac{1}{C} \xi,$$

а уравнение движения, согласно (1.2),

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + \frac{1}{mC} \xi = 0.$$

Отсюда частота колебаний $\omega_0 = \sqrt{1/(mC)}$ определяется массой груза и гибкостью пружины.

2. Определить частоту малых колебаний груза массы m , подвешенного на нити длиной l .

Решение. Рассматривая данную модель простейшего гармонического осциллятора, удобнее использовать обобщенную координату в виде угла отклонения маятника θ (рис. 1.5, б). Выражение для кинетической энергии системы запишется как *

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} m (\dot{\xi}_x^2 + \dot{\xi}_y^2).$$

Из геометрических соображений $\xi_x = l \sin \theta$; $\xi_y = l(1 - \cos \theta)$. Тогда $\dot{\xi}_x^2 = l^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta$, $\dot{\xi}_y^2 = l^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \theta$, и после подстановки функция кинетической энергии от обобщенной скорости $\dot{\theta}$ принимает вид

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2.$$

Потенциальная энергия в поле тяжести определяется отклонением от минимального положения по вертикали:

$$\mathcal{E}_n = mg \xi_y = mgl(1 - \cos \theta).$$

Используя разложение в ряд функции $\cos \theta$ и ограничиваясь для малых колебаний двумя первыми членами **, получаем выражение

$$\mathcal{E}_n = \frac{1}{2} mgl \theta^2.$$

В этом случае функция Лагранжа

$$L = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 - \frac{1}{2} mgl \theta^2$$

и ей соответствует уравнение движения

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0.$$

Отсюда $\omega_0 = \sqrt{g/l}$, т. е. частота колебаний маятника, совершающего малые колебания, не зависит от его массы.

3. Определить коэффициенты a_{ik} для механической системы из двух масс с двумя степенями свободы, уравнения движения которой заданы функциями $x_1 = f_1(q_1, q_2)$ и $x_2 = f_2(q_1, q_2)$.

* Точка над функцией обозначает ее частную производную по времени, две точки — вторую производную.

$$** \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + , \quad (-\infty < x < +\infty).$$

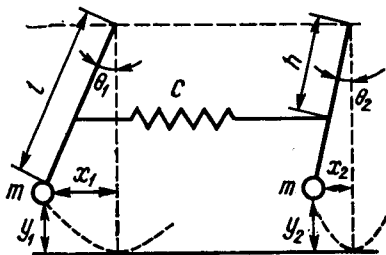


Рис. 1.6. Система двух связанных маятников

Решение. Кинетическая энергия системы в декартовых координатах $\mathcal{E}_k = \frac{1}{2}(m_1 \dot{x}_1^2 + m_2 \dot{x}_2^2)$. Подставляя функциональные зависимости для x_1 и x_2 , получим

$$m_1 \left(\frac{\partial f_1}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial f_1}{\partial q_2} \dot{q}_2 \right)^2 + m_2 \times \\ \times \left(\frac{\partial f_2}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial f_2}{\partial q_2} \dot{q}_2 \right)^2 = \\ = \left[m_1 \left(\frac{\partial f_1}{\partial q_1} \right)^2 + m_2 \left(\frac{\partial f_2}{\partial q_1} \right)^2 \right] \dot{q}_1^2 +$$

$$+ \left[m_1 \left(\frac{\partial f_1}{\partial q_2} \right)^2 + m_2 \left(\frac{\partial f_2}{\partial q_2} \right)^2 \right] \dot{q}_2^2 + \\ + 2 \left(m_1 \frac{\partial f_1}{\partial q_1} \frac{\partial f_1}{\partial q_2} + m_2 \frac{\partial f_2}{\partial q_1} \frac{\partial f_2}{\partial q_2} \right) \dot{q}_1 \dot{q}_2 = a_{ik} \dot{q}_i \dot{q}_k.$$

Отсюда

$$a_{11} = m_1 \left(\frac{\partial f_1}{\partial q_1} \right)^2 + m_2 \left(\frac{\partial f_2}{\partial q_1} \right)^2;$$

$$a_{22} = m_1 \left(\frac{\partial f_1}{\partial q_2} \right)^2 + m_2 \left(\frac{\partial f_2}{\partial q_2} \right)^2;$$

$$a_{12} = m_1 \frac{\partial f_1^2}{\partial q_1 \partial q_2} + m_2 \frac{\partial f_2^2}{\partial q_1 \partial q_2}.$$

4. Определить собственные частоты колебаний системы из двух маятников массы m с длиной нити l , соединенных на расстоянии h пружиной с гибкостью C (рис. 1.6).

Решение. Выразим декартовы координаты маятников x и y через обобщенные координаты θ_1 и θ_2 , соответствующие углам отклонения маятников, как показано на рис. 1.6. Выражения для кинетической и потенциальной энергии системы, в которой суммируются потенциальная энергия масс и упругость пружины, с точностью до членов 2-го порядка примут вид

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} m l^2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2);$$

$$\mathcal{E}_n = \frac{1}{2} m g l (\theta_1^2 + \theta_2^2) + \frac{1}{C} h^2 (\theta_2 - \theta_1)^2 = \frac{1}{2} \left(m g l + \frac{h^2}{C} \right) \theta_1^2 + \\ + \frac{1}{2} \left(m g l + \frac{h^2}{C} \right) \theta_2^2 - \frac{h^2}{C} \theta_1 \theta_2,$$

где $1/C$ — упругость пружины; h — расстояние, на котором закреплена пружина. Запишем уравнения движения для связанных маятников:

$$m l^2 \ddot{\theta}_1 + \left(m g l + \frac{h^2}{C} \right) \theta_1 - \frac{h^2}{C} \theta_2 = 0,$$

$$m l^2 \ddot{\theta}_2 + \left(m g l + \frac{h^2}{C} \right) \theta_2 - \frac{h^2}{C} \theta_1 = 0.$$

Решение ищем в общем виде в форме нормальных колебаний $\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \alpha)$. Тогда характеристическое уравнение

$$\left(mgl + \frac{h^2}{C} - ml^2\omega^2\right) - \frac{h^4}{C^2} = 0,$$

откуда находим значения собственных частот:

$$\omega_1^2 = \frac{g}{l}; \quad \omega_2^2 = \frac{g}{l} + \frac{2h^2}{Cml^2}.$$

Подставив полученные значения частоты в общий вид решения, получим частные решения:

$$\theta_1 = \theta_{01} \cos(\omega_1 t + \alpha_1) + \theta_{02} \cos(\omega_2 t + \alpha_2),$$

$$\theta_2 = \theta_{01} \cos(\omega_1 t + \alpha_1) - \theta_{02} \cos(\omega_2 t + \alpha_2),$$

где θ_{01} , θ_{02} , α_1 , α_2 — произвольные постоянные.

5. Проанализировать характер движения системы двух связанных маятников (см. задачу 4) при начальных условиях $\theta_1 = \theta_0$, $\theta_2 = 0$, $\dot{\theta}_1 = 0$, $\dot{\theta}_2 = 0$.

Решение. Подстановка начальных условий в решение предыдущей задачи дает систему четырех уравнений, из которой получим $\theta_{01} = \theta_{02} = \theta_0/2$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2$. В результате частные решения преобразуются к виду

$$\theta_1 = \theta_0 \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \cdot \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t;$$

$$\theta_2 = \theta_0 \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \cdot \sin \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t.$$

Отсюда следует, что колебания каждого маятника негармоничны. Однако при небольшой разнице в частотах ω_1 и ω_2 колебания каждого маятника близки к гармоническим, но с амплитудой, периодически меняющейся во времени. Действи-

тельно, при $\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1} = \frac{\varepsilon}{\omega_1} \ll 1$ полученные решения можно записать как

$$\theta_1 = \theta_0 \cos \frac{\varepsilon}{2} t \cdot \sin \omega_1 t; \quad \theta_2 = \theta_0 \sin \frac{\varepsilon}{2} t \cdot \cos \omega_1 t.$$

Анализ данного колебательного движения показывает, что за время π/ε происходит полная передача энергии от первого маятника второму, т. е. происходит периодическое изменение энергии связанных колебаний близких частот или биение. Величину $\varepsilon = \omega_2 - \omega_1$ называют *круговой частотой биений*, а $\tau = 2\pi/\varepsilon$ — *периодом биений*.

ГЛАВА 2

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТЕЛ ОГРАНИЧЕННОЙ ФОРМЫ

2.1. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ

Как было показано в гл. 1, распространение упругих волн в средах подчиняется общему для любого диапазона частот закону,

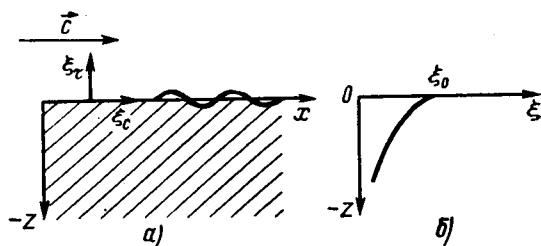


Рис. 2.1. Характер смещения (а) и смещение как функция расстояния от поверхности (б) для волн Рэлея

который в первом приближении описывается волновым уравнением *

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - c^2 \Delta \xi = 0. \quad (2.1)$$

Различные случаи волнового движения отличаются друг от друга граничными и начальными условиями, которые характеризуют состояние волнового процесса на границах среды и в начальный момент времени. Эти условия задаются независимо от волнового уравнения [5].

Рассмотрим наиболее простой случай распространение волны вдоль свободной плоской границы твердого тела, т. е. твердого полупространства, контактирующего с вакуумом или достаточно разреженной газовой средой. В соответствии с рис. 2.1 решение уравнения (2.1) должно представлять плоскую волну вдоль оси x с амплитудой, зависящей от расстояния от поверхности z :

$$\xi = \xi_0(z) e^{i(\omega t - kx)}, \quad (2.2)$$

где волновое число k является функцией от фазовой скорости c_k . Подставив предполагаемое решение (2.2) в уравнение (2.1), получим

$$\frac{d^2 \xi_0(z)}{dz^2} = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \xi_0(z). \quad (2.3)$$

При распространении плоской волны в направлении x функция $\xi_0(z)$ не может быть периодической относительно z ; следовательно, величина $k^2 - \omega^2/c^2$ должна быть положительной. Отсюда $\xi_0(z)$ определяется экспоненциальной функцией

$$\xi = \xi_0 e^{\delta z} e^{i(\omega t - kx)}, \quad (2.4)$$

* Оператор Лапласа (дельта)

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

где $\delta = \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2}$. Выбор знака плюс при экспоненте определяется необходимостью обеспечения убывания функции при $z < 0$. С учетом того, что в изотропном твердом теле существуют продольная и сдвиговая волны, выражение (2.4) принимает вид

$$\xi = (\xi_{0l} e^{\delta_l z} + \xi_{0\tau} e^{\delta_\tau z}) e^{i(\omega t - kx)}, \quad (2.5)$$

где $\delta_l = \sqrt{k^2 - \omega^2/c_l^2}$; $\delta_\tau = \sqrt{k^2 - \omega^2/c_\tau^2}$.

Граничные условия на свободной поверхности сводятся к отсутствию на ней напряжений. Так как ξ из (2.5) не зависит от y , то $\xi_y = 0$. Тогда из граничного условия и уравнения непрерывности имеем

$$\frac{\partial \xi_x}{\partial z} + \frac{\partial \xi_z}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \xi_x}{\partial x} + \frac{\partial \xi_z}{\partial z} = 0. \quad (2.6)$$

Подставив решение (2.5) в (2.6), получим систему однородных алгебраических уравнений, определитель которой должен быть равен нулю, т. е.

$$\zeta^6 + 8\zeta^4 + 8\zeta^2 \left(3 - 2 \frac{c_\tau^2}{c_l^2} \right) - 16 \left(1 - \frac{c_\tau^2}{c_l^2} \right) = 0, \quad (2.7)$$

где $\zeta = c_R/c_\tau$ (c_R — фазовая скорость поверхностной волны). Так как из физических соображений величина ζ должна быть вещественной и положительной, то единственный удовлетворяющий этому требованию корень уравнения (2.7) приближенно равен

$$\zeta = \frac{0,874 + 1,12\nu}{1 + \nu}, \quad (2.8)$$

где ν — коэффициент Пуассона. При изменении ν от 0 до 0,5 значения ζ изменяются от 0,87 до 0,955. Так как $c_R = \zeta c_\tau$, то фазовая скорость распространения поверхностной волны близка к скорости сдвиговой волны в бесконечной среде. Данный тип волны с вертикальной поляризацией и двумя компонентами смещения называют

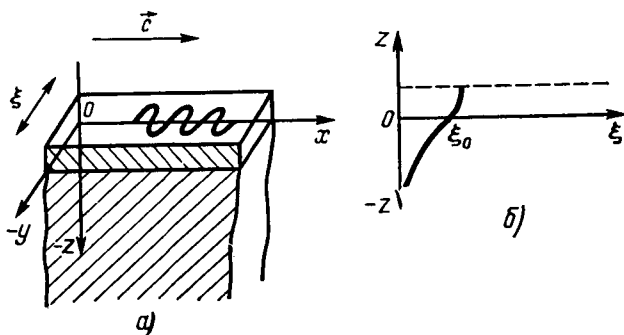


Рис. 2.2. Характер смещения (а) и смещение как функция расстояния от поверхности (б) для волн Лява

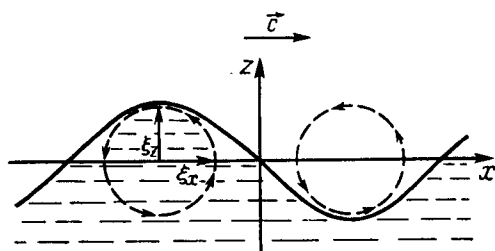


Рис. 2.3. Смещение частиц среды в капиллярно-гравитационной волне

волной Рэлея. Энергия волны, согласно (2.5), экспоненциально убывает в направлении от свободной поверхности и фактически локализована в поверхностном слое толщиной $\lambda - 2\lambda$.

Волны рэлеевского типа возникают и на границах твердое тело — жидкость и двух твердых тел, однако они имеют более сложный характер по

сравнению с рассмотренной [22; 2.1].

Кроме волн с вертикальной поляризацией при наличии на границе твердого полупространства твердого слоя могут существовать волны с горизонтальной поляризацией — волны Лява. Смещение частиц в волне Лява, как показано на рис. 2.2, происходит параллельно плоскости слоя в направлении, перпендикулярном распространению волны, т. е. волна Лява представляет собой чисто сдвиговую волну, имеющую одну компоненту смещения. Смещения в слое распределены по закону косинуса, а в твердом полупространстве — по экспоненциальному закону. При уменьшении толщины слоя глубина проникновения волны в полупространство стремится к бесконечности и волна переходит в объемную. Соответственно и фазовая скорость стремится к фазовой скорости объемной поперечной волны.

При наличии анизотропии твердого тела волновое движение значительно усложняется, так как необходимо учитывать тензорный характер связи напряжений и деформаций (см. § 1.3), хотя качественно возможные типы волн соответствуют рассмотренным.

На свободной поверхности жидкости волновой процесс определяется уже не упругими силами, а поверхностным натяжением и гравитацией [1.6]. Уравнение движения в форме Эйлера для представленных на рис. 2.3 двумерных колебаний частиц среды имеет вид

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}; \quad \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z}. \quad (2.9)$$

Дифференцируя уравнения (2.9) одно по x , другое — по z и исключая p , получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) = 0. \quad (2.10)$$

Считаем, что в жидкости распространяется бегущая гармоническая волна:

$$v_x = v_{0x}(z) \cos(\omega t - kx); \quad v_z = v_{0z}(z) \sin(\omega t - kx). \quad (2.11)$$

Дифференцируя выражения (2.11) и подставляя в уравнение (2.10), получаем

$$kv_{0z}(z) + \frac{dv_{0x}}{dz} = 0. \quad (2.12)$$

Уравнение непрерывности для данного случая имеет вид

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (2.13)$$

Подставим в уравнение (2.13) решение (2.11):

$$kv_{0x}(z) + \frac{dv_{0z}}{dz} = 0. \quad (2.14)$$

Сопоставляя уравнения (2.12) и (2.14), получаем

$$v_{0x} dv_{0x} = v_{0z} dv_{0z}. \quad (2.15)$$

Интегрирование дает $v_{0x}^2 = v_{0z}^2$, так как константа интегрирования равна нулю, чтобы удовлетворить требованию обращения в нуль скорости на дне сосуда. Отсюда

$$v_x = v_0(z) \cos(\omega t - kx); \quad v_z = v_0(z) \sin(\omega t - kx). \quad (2.16)$$

Интегрируя выражения (2.16) по времени, определим амплитуды смещения частиц в направлении осей x и z :

$$\xi_x = \frac{v_0(z)}{\omega} \sin(\omega t - kx); \quad \xi_z = -\frac{v_0(z)}{\omega} \cos(\omega t - kx); \quad (2.17)$$

следовательно, траекторией частиц является окружность радиуса $r = v_0(z)/\omega$.

Стационарное движение жидкости описывается уравнением Бернулли

$$p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const}. \quad (2.18)$$

Приравнявая давление в точках, соответствующих гребню и впадине в поверхностной волне, получаем

$$p_{\max} + \frac{1}{2}\rho(c - v_0)^2 + 2\rho gr = p_{\min} + \frac{1}{2}\rho(c + v_0)^2, \quad (2.19)$$

$$\text{или} \quad \rho c v_0 = 2\rho gr + (p_{\max} - p_{\min}). \quad (2.20)$$

По формуле Лапласа, $p_{\max} = p_0 + \sigma K$ и $p_{\min} = p_0 - \sigma K$, где K — кривизна поверхности, σ — поверхностное натяжение. Тогда используя соотношения $K = \left| \frac{d^2 z}{dx^2} \right| = \frac{4\pi^2 r}{\lambda^2}$ для малого радиуса кривизны и $v_0 = \frac{2\pi^2 c}{\lambda}$, получаем формулу для фазовой скорости распространения капиллярно-гравитационной волны:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}. \quad (2.21)$$

В случае $\lambda \gg 2\pi \sqrt{\sigma/(\rho g)}$ поверхностное натяжение не играет существенной роли и из (2.21) получаем скорость чисто *гравитационной волны*:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}. \quad (2.22)$$

При $\lambda \ll 2\pi \sqrt{\sigma/(\rho g)}$ можно пренебречь действием силы тяжести, тогда из (2.21) получаем скорость *капиллярной волны*:

$$c = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}. \quad (2.23)$$

2.2. ПРОДОЛЬНЫЕ И КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЕЙ

Как уже отмечалось в § 2.1, распространение упругих колебаний в ограниченном объеме по сравнению с безграничной средой налагает на волновой процесс дополнительные условия, которые обычно сводятся к равенству нулю давления на свободных поверхностях или к равенству нулю скорости на абсолютно жестких поверхностях. При этом волновые уравнения колебаний тел ограниченной формы всегда имеют общую структуру: один член уравнения содержит вторую производную по времени смещения, а другой — комбинацию пространственных производных, умноженных на коэффициент, определяемый упругими свойствами и плотностью тела.

Строгое решение уравнений, описывающих колебания тел ограниченной формы с учетом всех граничных условий, особенно в случае твердых тел, в которых связаны три составляющих смещений и шесть составляющих напряжений, часто наталкивается на непреодолимые математические трудности. Поэтому обычно используют определенные упрощения на основе преимущественного характера соотношений между деформациями и смещениями. Это позволяет свести любой сложный волновой процесс к суперпозиции элементарных нормальных волн.

В тонких стержнях существуют три вида нормальных волн: *продольные, крутильные и изгибные*.

Продольные колебания однородного стержня постоянного сечения описываются для одномерного случая волновым уравнением вида

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - c_{\text{пр}}^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0, \quad (2.24)$$

где $c_{\text{пр}}^2 = E/\rho$, поскольку связь между смещением и напряжением выражается законом Гука. Решение (2.24) ищем в виде нормальных продольных гармонических колебаний:

$$\xi = \xi_0(x) \sin \omega t = \xi_0(x) e^{-i\omega t}. \quad (2.25)$$

Подставив решение (2.25) в (2.24), получим *

$$\ddot{\xi}_0(x) + k^2 \xi_0(x) = 0. \quad (2.26)$$

Общий интеграл уравнения (2.26) имеет вид

$$\xi_0(x) = A \cos kx + B \sin kx.$$

Таким образом, нормальные продольные колебания стержня представляют собой плоскую стоячую волну:

$$\xi = (A \cos kx + B \sin kx) \sin \omega t. \quad (2.27)$$

Постоянные A , B и k определяем из начальных и граничных условий:

$$\begin{aligned} \xi(x, t)_{x=0} &= \xi_0(t); \quad \xi(x, t)_{x=l} = \xi_l(t); \\ \xi(x, t)_{t=0} &= \xi(x); \quad \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial t} \bigg|_{t=0} = v(x). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Граничные и начальные условия можно ввести используя задание силы и скорости на одной из границ:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial t} \bigg|_{x=0} &= v_0(t); \quad F(x, t)_{t=0} = F_0(t); \\ \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial t} \bigg|_{t=0} &= v_0(x); \quad F(x, t)_{t=0} = F_0(x). \end{aligned}$$

Иногда вместо силы на конце стержня задают механический импеданс

$$z(t) = F_0(t)/v_0(t),$$

который в общем виде с учетом возможного сдвига фазы между силой и колебательной скоростью выражается в комплексной форме.

Например, при одном жестко закрепленном конце $x=0$ и другом свободном $x=l$ граничные условия

$$\xi(0) = 0; \quad \xi'(l) = 0.$$

Подставляя эти условия в (2.27), получаем $A=0$; $B \cos kl=0$, откуда

$$\cos kl = 0; \quad k_n = \frac{(2n-1)\pi}{2l}; \quad \omega_n = \frac{(2n-1)\pi}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где $n=1, 2, 3, \dots$. При двух свободных концах $\xi'(0)=0$; $\xi'(l)=0$ и

$$\cos kl = 1; \quad k = \frac{n\pi}{l}; \quad \omega = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где $n=1, 2, 3, \dots$, т. е. собственные частоты продольных колебаний стержня образуют полный гармонический ряд, а на длине стержня укладывается целое число полуволн.

* Знак " обозначает вторую производную по координате.

Стоячие волны самой низкой частоты называют *первой гармоникой* или *основным тоном*, а последующие по возрастанию частоты — *гармониками* (с соответствующими номерами) или *обертонами*.

Таким образом, *нормальные колебания представляют собой стоячие волны, собственные частоты которых образуют бесконечную дискретную последовательность, соответствующую бесконечному числу колебательных степеней свободы сплошной среды.*

Аналогичные решения получают и для крутильных колебаний стержня. Волновое уравнение одномерных крутильных колебаний имеет вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - c_{кр}^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0, \quad (2.29)$$

где θ — угол поворота поперечного сечения стержня; $c_{кр}^2 = G/\rho$; G — модуль сдвига; ρ — плотность. Одинаковый вид уравнений для продольных и крутильных колебаний предполагает и одинаковый вид решений. Отличие заключается только в том, что связь волнового числа с частотой выражается соотношением $k_n = \omega_n \sqrt{\rho/G}$.

Волновой процесс в толстых стержнях имеет некоторые отличия от распространения волны в тонких стержнях. В результате эффекта Пуассона продольной деформации всегда сопутствует поперечная деформация. Следовательно, в общем случае смещение частиц при продольных колебаниях имеет две компоненты, как показано на рис. 2.4. Одна компонента смещения параллельна, а другая — перпендикулярна оси распространения волны, причем преобладает осевая компонента смещения. На низких частотах, т. е. когда $\omega d/c_t \ll 1$, где d — диаметр стержня, c_t — скорость распространения поперечной волны, распространяется рассматриваемая выше нулевая продольная волна с синфазными продольными смещениями частиц в каждом сечении и незначительными поперечными, обусловленными эффектом Пуассона. Ее фазовая и групповая скорости равны ($c_{кр} = \sqrt{E/\rho}$).

С ростом $\omega d/c_t$ нулевая продольная волна превращается в поверхностную волну Рэлея.

При увеличении частоты и диаметра стержня, т. е. параметра $\omega d/c_t$, до некоего критического значения появляются волны нулевого порядка, характеризующиеся наличием стоячей волны в поперечном сечении с количеством узлов и пучностей, пропорциональных порядку волны [2.1].

При критическом значении $\omega d/c_t$ фазовые скорости ненулевых волн равны бесконечности, а групповые — нулю. С ростом $\omega d/c_t$ фазовая и групповая скорости монотонно стремятся к c_t . При докритических значениях $\omega d/c_t$ в этих волнах нет потока энергии, т. е. они представляют собой движение, быстро затухающее вдоль стержня.

Крутильные волны нулевого порядка — чисто сдвиговые волны, имеющие одну азимутальную компоненту смещения, причем все

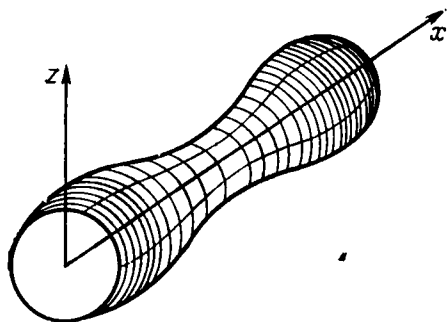


Рис. 2.4. Схематичное изображение продольных и поперечных деформаций в нулевой продольной волне

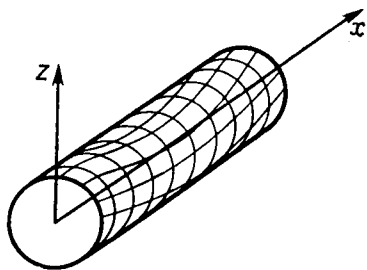


Рис. 2.5. Схематичное изображение сдвиговых деформаций в нулевой крутильной волне

поперечные сечения стержня поворачиваются как целое на некоторый угол относительно оси z , как показано на рис. 2.5. Фазовая и групповая скорости данной волны равны $c_\tau = \sqrt{G/\rho}$. При увеличении параметра $\omega d/c_\tau$ свойства нулевой волны крутильного типа не меняются.

Одномерные продольные колебания стержней переменного сечения можно описать уравнением вида (2.30), которое при постоянном сечении S переходит в (2.24) [2]:

$$\frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2} = c^2 \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} \left(S \frac{\partial \xi_x}{\partial x} \right). \quad (2.30)$$

Введем дополнительную функцию $\psi = \xi_x R_{\text{пр}} / \cos \omega t$, $R_{\text{пр}} = \sqrt{S/\pi}$ — приведенный радиус поперечного сечения, и перепишем уравнение (2.30) относительно данной функции:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left(k^2 - \frac{1}{R_{\text{пр}}} \frac{\partial^2 R_{\text{пр}}}{\partial x^2} \right) \psi = 0. \quad (2.31)$$

Для гармонических продольных колебаний свободного с обоих концов решение (2.31) имеет вид

$$\psi = \xi_0 R_0 \left(\text{ch} \sqrt{k^2 - \beta^2} x + \varphi_0 \text{sh} \sqrt{k^2 - \beta^2} x \right), \quad (2.32)$$

где ξ_0 — амплитуда смещения на свободном торце при $R_{\text{пр}} = R_0$ и

$$\varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{k^2 - \beta^2}} \frac{\partial R_{\text{пр}}}{\partial x} \frac{1}{R_{\text{пр}}}$$

при $R_{\text{пр}} = R_0$, β — коэффициент формы. Например, для тел вращения при изменении образующей по экспоненте $R_{\text{пр}} = R_0 e^{\beta x}$, по катеноиде $R_{\text{пр}} = R_0 \text{ch} \beta x$, для конуса $R = R_0 [1 + (\beta^2 - 1)x/l]$. Таким образом, зная закон изменения сечения, можно полностью определить функцию ψ , следовательно, распределение амплитуд смещения по длине стержня.

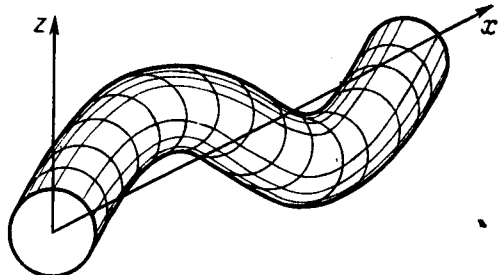


Рис. 2.6. Схематичное изображение деформаций в изгибной волне

2.3. ИЗГИБНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЕЙ

Волное уравнение для изгибных колебаний стержня имеет существенно более сложный вид по сравнению с уравнениями продольных и крутильных колебаний. Это определяется необходимостью учета при изгибной деформации не только баланса сил, но и баланса изгибающих моментов. Согласно

законам механики кинетическая энергия изгиба (рис. 2.6) — это сумма кинетической энергии поперечных смещений элементов стержня и кинетической энергии их вращения вокруг оси, перпендикулярной плоскости колебаний [1.1]:

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} \int_0^l m \left(\frac{\partial \xi_y}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l J_0 \left(\frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x \partial t} \right)^2 dx, \quad (2.33)$$

где $J_0 \approx ml/12$ — момент инерции стержня единичной длины; m — масса стержня единичной длины; l — длина стержня.

Потенциальная энергия равна работе восстанавливающих упругих сил:

$$\mathcal{E}_n = \frac{1}{2} \int_0^l EJ \left(\frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x^2} \right)^2 dx, \quad (2.34)$$

где E — модуль Юнга; J — момент инерции площади поперечного сечения относительно нейтральной оси сечения, перпендикулярной плоскости колебаний. В уравнениях (2.33) и (2.34) учтены только поперечные смещения частиц, их продольные смещения считаются малыми. Координата x совпадает с осью стержня.

Уравнение собственных изгибных колебаний стержня получаем из выражений кинетической (2.33) и потенциальной (2.34) энергий в виде

$$m \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(J_0 \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x \partial t} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x^2} \right) = 0. \quad (2.35)$$

В том случае, когда длина стержня значительно превосходит его поперечные размеры, можно пренебречь инерцией вращения и исключить второй член уравнения (2.35), одновременно можно вынести величину EJ — жесткость на прогиб — за знак дифференциала, учитывая однородность стержня:

$$\frac{\partial^2 \xi_y}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^4 \xi_y}{\partial x^4} = 0. \quad (2.36)$$

где $c^2 = EJ/m$. Уравнение (2.36) содержит производные второго порядка по времени и четвертого по координате; следовательно, для его решения необходимо задать два начальных и четыре граничных условия.

Решение для изгибных колебаний, как и в предыдущих случаях, ищем в форме нормальных колебаний $\xi_y = \xi_0(x) \sin(\omega t - kx)$. Подставив его в волновое уравнение (2.36), получаем

$$EJ \cdot \xi_0^{IV}(x) - \omega^2 m \xi_0(x) = 0, \quad (2.37)$$

или $\xi_0^{IV}(x) - k^4 \xi_0(x) = 0$, где $k^4 = m\omega^2/(EJ)$.

Уравнение (2.37) имеет четыре независимых частных решения: $\cos kx$, $\sin kx$, $\operatorname{ch} kx$ и $\operatorname{sh} kx$. Общее решение является суммой частных решений с постоянными коэффициентами:

$$\xi_0(x) = A \cos kx + B \sin kx + C \operatorname{ch} kx + D \operatorname{sh} kx. \quad (2.38)$$

Произвольные постоянные A , B , C и D определяются из граничных условий, соответствующих характеру связей, существующих на концах стержня. Для нахождения четырех неизвестных надо задавать по два граничных условия на каждом конце стержня. В простейших случаях конец стержня может быть:

$$1) \text{ свободен } \left(\frac{\partial^2 \xi_0}{\partial x^2} = 0; \frac{\partial^3 \xi_0}{\partial x^3} = 0 \right);$$

$$2) \text{ жестко закреплен } \left(\xi_0 = 0; \frac{\partial \xi_0}{\partial x} = 0 \right);$$

$$3) \text{ свободно оперт (шарнирно закреплен) } \left(\xi_0 = 0; \frac{\partial^2 \xi_0}{\partial x^2} = 0 \right),$$

т. е. граничные условия выражаются равенством нулю одной из величин $\xi_0(x)$, $\xi_0'(x)$, $\xi_0''(x)$ или $\xi_0'''(x)$, которые пропорциональны соответственно прогибу, углу поворота, изгибающему моменту и перерезывающей силе в точках $x=0$ или $x=l$.

Например, для шарнирно закрепленного по обоим концам стержня характеристическое уравнение после подстановки граничных условий имеет вид $\sin kl = 0$. Отсюда $k_n l = n\pi$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) и

$$\omega = k^2 \sqrt{\frac{EJ}{m}} = \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EJ}{m}},$$

т. е. для изгибных колебаний также имеем бесконечный ряд собственных частот колебаний.

Для свободного с обоих концов стержня характеристическое уравнение $\operatorname{ch} kl \cdot \cos kl = 0$ имеет трансцендентный вид*. Первые четыре корня уравнения: $kl = 4,73; 7,85; 11,00; 14,14; \dots$

Если стержень свободен с одного конца и зажат с другого, то характеристическое уравнение $\operatorname{ch} k \cdot l \cos kl = 1$. Первые четыре корня уравнения: $kl = 1,88; 4,69; 7,86; 11,00; \dots$

Распределения амплитуд изгибных колебаний по длине стержня для трех рассмотренных случаев представлены на рис. 2.7.

* Трансцендентные уравнения не имеют аналитического решения.

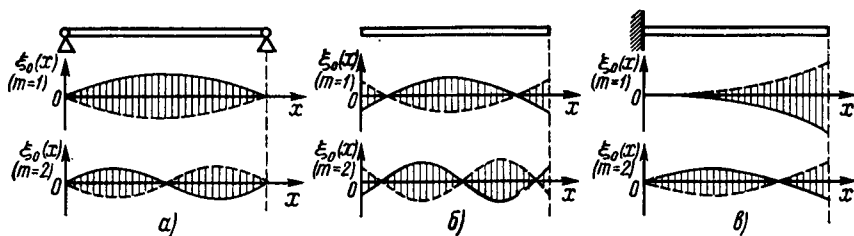


Рис. 2.7. Распределения амплитуд первых двух мод изгибных колебаний по длине стержня при граничных условиях:

а — оба конца шарнирно опертые; б — оба конца свободны; в — один конец свободен, а второй зажат

Аналогично можно составить характеристические уравнения и для других случаев изгибных колебаний стержня, из которых определяются значения k и ω . Общее решение изгибных колебаний имеет вид

$$\xi_y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} [\xi_m \cos(\omega_n t \pm \alpha)] \sin k_n x,$$

где ξ_m — амплитудное значение смещения и α — начальный сдвиг фазы — определяются известным образом из начальных условий.

Для изгибной волны характерна дисперсия скорости распространения, обусловленная изменением жесткости с частотой. Поэтому с увеличением частоты фазовая скорость изгибной волны возрастает.

Полученные выше решения соответствуют случаю, когда длина изгибной волны много больше диаметра стержня. Если длина волны становится сравнимой с толщиной, движение значительно усложняется. Кроме нулевой изгибной волны появляются волны более высокого порядка. Их свойства совпадают со свойствами продольных волн ненулевого порядка. Они также характеризуются сложным распределением смещений (с узлами и пучностями) по поперечному сечению стержня, их фазовая и групповая скорости сильно зависят от параметра $\omega d/c$, при его увеличении вырождаются в волны Рэлея [2.1].

2.4. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАСТИН

Любое сложное колебательное движение в пластинах, так же как и в стержнях, можно представить в виде суммы элементарных нормальных колебаний. Нормальные волны в пластинах подразделяют на три типа: *симметричные* и *антисимметричные волны Лэмба*, а также *поперечные нормальные волны*.

Симметричные волны Лэмба в пластинах аналогичны продольным волнам в стержне. В одномерном случае они тоже имеют две компоненты смещения, как показано на рис. 2.8, а, причем про-

дольная деформация по направлению распространения волны значительно превосходит поперечную. Смещение в бегущей волне, распространяющейся в пластине, записываем в виде [22]

$$\xi = \xi_0 \cos m \frac{\pi z}{h} \sin(\omega t - kx), \quad (2.39)$$

где $2h$ — толщина пластины; $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ — последовательность чисел, соответствующая номеру волны, т. е. смещение частиц происходит симметрично относительно плоскости xOy , проведенной через середину пластины. При $2h/\lambda_\tau < 1/2$ в пластине может распространяться одна нулевая волна, смещение в которой одинаково

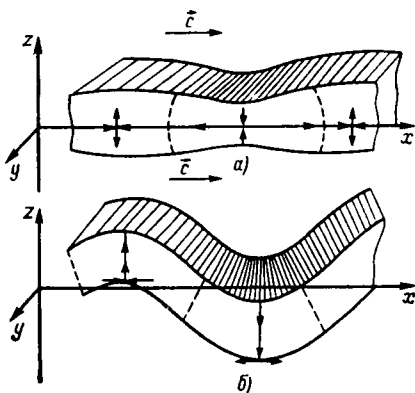


Рис. 2.8. Направления смещения частиц среды в симметричной (а) и антисимметричной (б) волнах Лэмба. Штриховые линии соответствуют максимальной деформации

во всех точках поперечного сечения ($m=0$, $\cos m \frac{\pi z}{h} = 1$), а фазовая скорость c_{ln} несколько меньше фазовой скорости c_l продольной волны в неограниченном теле:

$$c_{ln} = c_l \sqrt{\frac{1-2\nu}{(1-\nu)^2}},$$

где ν — коэффициент Пуассона.

С ростом параметра $\omega h/c_\tau$ и достижением им «критических» значений в пластинах могут появляться волны ненулевого порядка, характеризующиеся сложным распределением узлов и пучностей в поперечном сечении пластины. Критические значения определяются соотношением

$$\left(\frac{2h}{\lambda_\tau} \right)_{\text{кр}} = m.$$

При этом условии по толщине пластины укладывается целое число сдвиговых полуволн. При больших значениях $\omega h/c_\tau \gg 1$ симметричная волна Лэмба вырождается в поверхностную волну Рэлея.

Наличие границ пластины ведет к образованию нормальных колебаний, соответствующих продольной стоячей волне. Собственные частоты определяют таким же образом, как и при продольных колебаниях стержня.

Антисимметричная волна Лэмба характеризуется также наличием двух компонент смещения, из которых поперечная превосходит продольную, как это иллюстрирует рис. 2.8, б. В антисимметричной волне Лэмба смещения на противоположных поверхностях

пластины имеют разные знаки и распределяются для бегущей волны по закону

$$\xi = \xi_0 \sin m \frac{\pi z}{h} \sin (\omega t - kx), \quad (2.40)$$

где $m = 1/2; 3/2; 5/2; 7/2, \dots$. При критических значениях параметра $\omega h/c_\tau$ (при $2h/\lambda_\tau < 1/2$) может распространяться только волна нулевого порядка, представляющая собой изгибную волну в пластине.

В отличие от изгибных колебаний в стержне изгибные колебания в пластине представляют собой двумерную стоячую волну в плоскости xOy со смещением частиц в направлении оси z . Изгибные колебания пластины описываются дифференциальным уравнением с пространственными производными четвертого порядка *

$$\nabla^4 \xi + \frac{3\rho(1-\nu^2)}{Eh} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0. \quad (2.41)$$

Подставляя частное решение гармонического вида $\xi = \xi_0(x, y)e^{i\omega t}$ в уравнение (2.41), приведем его к виду

$$\nabla^4 \xi_0 + k^4 \xi_0 = 0, \quad (2.42)$$

где $k^4 = \omega^2 3\rho(1-\nu^2)/(Eh^2)$.

Уравнение (2.42) можно представить как $(\nabla^2 - k^2)(\nabla^2 + k^2)\xi_0 = 0$ и заменить системой двух уравнений второго порядка:

$$(\nabla^2 - k^2)\xi_0 = 0; \quad (\nabla^2 + k^2)\xi_0 = 0. \quad (2.43)$$

Решение уравнения изгибных колебаний пластины в общем виде выразить нельзя, поскольку вид решения определяется граничными условиями. Точное решение уравнений (2.42) или (2.43) можно получить только для некоторых частных случаев граничных условий.

Наиболее просто определяется характер колебаний круглой пластины. Решение ищем в полярных координатах: r — радиус-вектор и φ — угол его поворота. Ось пластины считаем совмещенной с осью z . Тогда решение первого уравнения системы (2.43) имеет вид [2.41]

$$\xi_{0m} = (\cos m\varphi + \sin m\varphi) J_m(kr), \quad (2.44)$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$; J_m — функция Бесселя первого рода m -го порядка. Решение второго уравнения (2.43) выражается через функцию Бесселя от мнимого аргумента

$$\xi_{0m} = (\cos m\varphi + \sin m\varphi) J_m(ikr) \quad (2.45)$$

* $\nabla^4 = \Delta^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}.$

или через гиперболические функции Бесселя *

$$\xi_{0m} = (\cos m\varphi + \sin m\varphi) I_m(kr). \quad (2.46)$$

Общее решение изгибных колебаний круглой пластины представляет собой сумму частных решений (2.44) и (2.45):

$$\xi_{0m} = (\cos m\varphi + \sin m\varphi) [A_m J_m(kr) + B_m I_m(kr)]. \quad (2.47)$$

Определение постоянных A_m и B_m производится из граничных условий. Например, для круглой пластины радиуса r_0 , зажатой по периметру,

$$\xi_{0m}(r_0, \varphi) = 0; \quad \left(\frac{\partial \xi_0}{\partial r} \right)_{r=r_0} = 0. \quad (2.48)$$

Подставляя (2.48) в (2.47), получим уравнение вида

$$I_m(kr_0) J'_m(kr_0) - J_m(kr_0) I'_m(kr_0) = 0, \quad (2.49)$$

которое имеет бесконечное число решений $n=0, 1, 2, 3, \dots$, отвечающих бесконечному числу возможных форм колебаний.

Собственные частоты колебаний круглой пластины получают из решения уравнения (2.49) относительно kr_0 . Решение является нетривиальным при

$$k_{mn} = \frac{\pi}{a} \beta_{mn} \quad (m, n = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где значения β для низких мод колебаний приведены в табл. 2.1.

Поскольку волновое число k_{mn} зависит от частоты, выражение для собственных изгибных колебаний круглой пластины запишем как

$$\omega_{mn} = k_{mn}^2 h \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-\nu^2)}}. \quad (2.50)$$

Распределение смещений точек поверхности пластины получаем из (2.50) при соответствующем подборе начальных условий в виде

$$\xi_m(r, \varphi) = \xi_{0m} \sin m\varphi [A_m J_m(kr) + B_m I_m(kr)]. \quad (2.51)$$

Таблица 2.1. Значения β_{mn} для некоторых m и n

m	n		
	0	1	2
0	1,015	2,007	3,000
1	1,468	2,483	3,490
2	1,879	2,992	4,000

* Гиперболическая функция Бесселя связана с функцией Бесселя соотношением $I_m(kr) = i^m J_m(ikr)$.

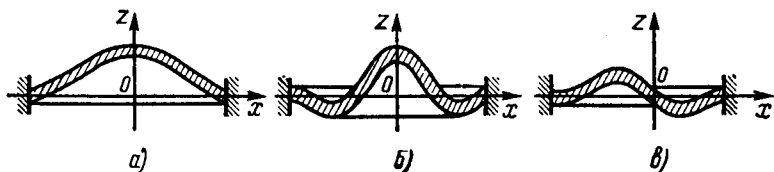


Рис. 2.9. Формы колебаний круглых пластин на низших собственных частотах:

$a - m=0, n=0$; $б - m=0, n=1$; $в - m=1, n=0$

Отсюда легко определить узловые линии, т. е. геометрическое место нулей функции (2.51), соответствующих отсутствию смещения. Согласно (2.43), возможны две системы узловых линий на круглой пластине. Одну систему называют *узловыми диаметрами*, она описывается уравнением

$$\sin m\varphi = 0, \quad (2.52)$$

корнями которого являются $\varphi=0, \pi/m, 2\pi/m, \dots$. Вторую систему составляют концентрические *узловые окружности радиуса r_n* , где r_n — корни уравнения

$$A_m J_m(kr) + B_m I_m(kr) = 0.$$

Таким образом, число m , соответствующее порядку бесселевой функции, совпадает с числом узловых линий, а число n , соответствующее порядковому номеру решения уравнения типа (2.51), определяет число узловых окружностей. Для иллюстрации на рис. 2.9 приведены сечения круглых пластин, закрепленных по периметру и совершающих изгибные колебания на низких собственных частотах. В практике узловые линии легко визуализировать, нанеся на колеблющуюся поверхность мелкодисперсный порошок, который концентрируется по узловым линиям, образуя так называемые *фигуры Хладни*.

Получить аналитическое решение изгибных колебаний прямоугольной пластины возможно только в случае граничных условий, включающих два противоположных опертых края. Если считать опертые края пластины параллельными оси Oy при $x=0$ и $x=a$, то решение уравнения (2.51) можно представить в виде ряда, состоящего из произведения функций с разделенными переменными:

$$\xi(x, y) = \sum_n \xi_{0n}(y) \sin \frac{n\pi x}{a}, \quad (2.53)$$

где $\xi_{0n}(y)$ — неизвестная функция, определяющаяся из уравнения (2.55), $n=1, 2, 3, \dots$. Функция (2.53) удовлетворяет граничным условиям при $x=0$ и $x=a$:

$$\xi(x, y) = 0; \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0.$$

Подставив решение (2.53) в уравнение (2.51), получим уравнение для ξ_{0n} :

$$\xi_{0n}^{IV} - \frac{2n^2\pi^2}{a^2} \xi_{0n}'' + \left(\frac{n^4\pi^4}{a^4} - k^4 \right) \xi_{0n} = 0. \quad (2.54)$$

Отсюда характеристическое уравнение имеет вид

$$\gamma^4 - \frac{2n^2\pi^2}{a^2} \gamma^2 + \left(\frac{n^4\pi^4}{a^4} - k^4 \right) = 0. \quad (2.55)$$

Корни уравнения (2.55):

$$\gamma_1 = -\gamma_3 = \sqrt{\frac{n^2\pi^2}{a^2} - k^2}; \quad \gamma_2 = -\gamma_4 = \sqrt{\frac{n^2\pi^2}{a^2} + k^2}.$$

Общий интеграл уравнения (2.55) записываем как

$$\xi_{0n}(y) = A_n \operatorname{sh} \gamma_1 y + B_n \operatorname{ch} \gamma_1 y + C_n \operatorname{sh} \gamma_2 y + D_n \operatorname{ch} \gamma_2 y,$$

где постоянные A_n , B_n , C_n и D_n определяются из граничных условий на краях, параллельных оси Ox при $y=0$ и $y=b$.

Например, если край $y=0$ шарнирно оперт ($\xi(x, 0)=0$; $\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = 0$), а край $y=b$ жестко закреплен ($\xi(x, b)=0$; $\frac{\partial \xi}{\partial y} = 0$), уравнение частот изгибных колебаний пластины получаем в виде

$$\gamma_2 \operatorname{th} \gamma_1 b = \gamma_1 \operatorname{th} \gamma_2 b.$$

В том случае, если все края шарнирно опертые, корни характеристического уравнения γ_1 и γ_3 — мнимые. Тогда общий интеграл записываем как

$$\xi_{0n}(y) = A_n \sin \gamma_1 y + B_n \cos \gamma_1 y + C_n \operatorname{sh} \gamma_2 y + D_n \operatorname{ch} \gamma_2 y,$$

где $\gamma_1 = \sqrt{k^2 - \frac{n^2\pi^2}{a^2}}$; $\gamma_2 = \sqrt{k^2 + \frac{n^2\pi^2}{a^2}}$.

Известным методом с учетом граничных условий для шарнирно опертых краев получаем уравнение частот изгибных колебаний пластины в виде

$$\sin \gamma_1 b = 0.$$

Последнее выполняется при условии $\gamma_1 b = m\pi$ ($m=1, 2, 3, \dots$). Следовательно, волновое число k определяется выражением

$$k^2 = \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} \right) \pi^2,$$

а собственные частоты изгибных колебаний шарнирно опертой пластины

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} \right) h \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-\nu^2)}}.$$

Функция, определяющая форму колебаний пластины, имеет вид ряда

$$\xi(x, y) = \sum_{m, n} \xi_{mn} \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b}.$$

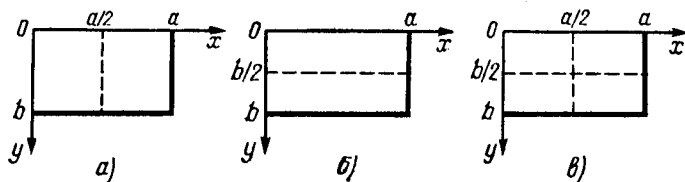


Рис. 2.10. Распределения узловых линий при изгибных колебаниях шарнирно опертой пластины для низших собственных частот:
 $a - n=2, m=1$; $б - n=1, m=2$; $в - n=2, m=2$

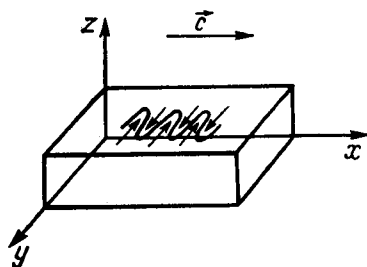


Рис. 2.11. Характер смещений в нормальной поперечной волне в пластине

Узловые линии при данном виде колебаний образуются при $m, n > 1$ и расположены параллельно осям Ox и Oy , как показано на рис. 2.10. Число узловых линий равно $(m-1)$, $(n-1)$. При наложении нескольких форм нормальных собственных колебаний получается сложная картина распределения узловых линий. Например, при наложении колебаний с $m=2, n=1$ и $m=1, n=2$ получаются диагональные узловые линии.

С увеличением частоты или толщины пластины, т. е. с увеличением параметра $\omega h/c_t$, колебательное движение в пластине еще более усложняется в связи с возможностью появления антисимметричных волн Лэмба ненулевого порядка, характеризующихся сложным распределением смещения и по толщине пластины. При больших частотах или толщинах нулевая антисимметричная волна Лэмба трансформируется, так же как и симметричная, в две поверхностные волны Рэлея, энергия которых локализована у противоположных поверхностей пластины [2.1].

Третьим типом нормальных волн в пластине являются поперечные нормальные волны. Деформация в поперечной нормальной волне является чистым сдвигом, при этом существует только одна компонента смещения, отсутствующая в волнах Лэмба. Смещение частиц происходит параллельно плоскости пластины и перпендикулярно направлению распространения волны, как показано на рис. 2.11. Свойства поперечной нормальной волны аналогичны крутильным нормальным волнам в стержне.

Задачи к гл. 2

1. Определить влияние реактивной нагрузки на свободные продольные колебания идеального стержня (без внутренних потерь).

Решение. Решения волновых уравнений вида (2.24) для амплитудных значений силы F_m и скорости $\dot{\xi}_m$ можно записать как

$$F_m = A e^{kx} + B e^{-kx}; \quad \dot{\xi}_m = \frac{1}{z_b} (A e^{kx} - B e^{-kx}),$$

где $z_b = \rho c$ — волновое сопротивление стержня, A и B — постоянные интегрирования, которые выразим через амплитуды силы F_{m0} и скорости $\dot{\xi}_{m0}$ на торце стержня при $x=0$. Тогда получим, что

$$F_m = F_{m0} \cos kx + i \dot{\xi}_{m0} \cdot z_b \cdot \sin kx;$$

$$\dot{\xi}_m = \dot{\xi}_{m0} \cos kx + i \frac{F_{m0}}{z_b} \cdot \sin kx.$$

Согласно (2.28), $F_{m0}/\dot{\xi}_{m0} = z_n = iX_n$ — реактивная нагрузка. Отсюда

$$F_m = F_{m0} \frac{\cos(kx - \varphi)}{\cos \varphi}; \quad \dot{\xi}_m = i \frac{F_{m0}}{z_b} \frac{\sin(kx - \varphi)}{\cos \varphi},$$

где $\varphi = \arctg(z_b/X_n)$.

Таким образом, при присоединении к стержню реактивной нагрузки в нем имеется только стоячая волна, но добавление массовой нагрузки ($z_n = iX_n = i\omega m$) эквивалентно укорочению ненагруженной системы, а добавление упругой нагрузки

ки ($z_n = -iX_n = -i \frac{1}{\omega C}$) — удлинению ненагруженной системы.

2. *Определить сдвиг фаз с использованием коэффициента бегущей волны от присоединения к торцу свободного продольно колеблющегося на частоте f_p стержневого волновода сечения нагрузки массой m_n и линейным размером $l_n \ll \lambda/2$.*

Решение. Для условия $l_n \ll \lambda/2$ можно считать, что реактивная составляющая импеданса нагрузки определяется только массой: $iX_n = i\omega m_n$. Коэффициент бегущей волны в волноводе k_0 , обусловленный потерями ультразвуковой энергии в нагрузке, можно записать как

$$K_0 = \frac{R_n}{Z_n} = \frac{R_n}{\rho_b c_b S_b},$$

где R_n — активное сопротивление нагрузки; Z_b — импеданс волновода; c_b — скорость звука в волноводе; S_b — площадь его сечения. Следовательно, $R_n = K_0 \rho_b c_b S_b$. Отсюда полный акустический импеданс нагрузки

$$Z_n = R_n + iX_n = K_0 \rho_b c_b S_b + i2\pi f_p m_n,$$

а сдвиг фаз

$$\varphi = \arctg \left(\frac{2\pi f_p m_n}{K_0 \rho_b c_b S_b} \right).$$

3. *Определить собственные частоты продольных колебаний стержня с присоединенной массой m на свободном торце, жестко закрепленном на другом торце.*

Решение. Согласно (2.27), решение уравнения свободных продольных колебаний стержня ищется в форме

$$\xi(x) = A \cos kx + B \sin kx.$$

Коэффициенты A и B определим из граничных условий: на жестко закрепленном торце $\xi(0) = 0$.

На свободном торце инерция груза уравновешена натяжением стержня, т. е.

$$-m \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \right)_{x=l} = ES \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{x=l}.$$

Из первого условия подстановкой решения получаем $A=0$, а из второго

$$m\omega^2 \cdot \sin kl = ES k \cos kl.$$

Отсюда уравнение частот после преобразования имеет вид

$$kl \operatorname{tg} kl = \rho l / m.$$

Корни данного трансцендентного уравнения определяют частоты колебаний:

$$\omega_n = \frac{k_n l}{l} \sqrt{\frac{ES}{\rho}}.$$

4. Найти характеристическое уравнение частот для изгибных колебаний консольной балки с пружинным закреплением свободного конца (гибкость пружины C).

Решение. Общее решение изгибных колебаний стержня:

$$\xi(x) = A \cos kx + B \sin kx + C \operatorname{ch} kx + D \operatorname{sh} kx.$$

Граничные условия на жестко закрепленном конце имеют вид $\xi(0) = \xi'(0) = 0$, что соответствует отсутствию прогиба и угла поворота. На противоположном конце граничные условия запишем как $\xi''(l) = 0$ — отсутствие изгибающего момента и

$$EJ\xi'''(l) = \frac{1}{C} \xi(l), \text{ т. е. значение перерезывающей силы определяется упругостью}$$

пружинного закрепления.

Подстановка решения в первые два граничные условия дает $A = -C$ и $B = -D$. Используя третье граничное условие, выразим B через A :

$$B = -A \frac{\cos kl + \operatorname{ch} kl}{\sin kl + \operatorname{sh} kl}.$$

Из четвертого условия с учетом полученных выражений для постоянных коэффициентов после преобразования получим

$$\frac{1}{CEJ} = k^3 \frac{1 + \cos kl \cdot \operatorname{ch} kl}{\cos kl \cdot \sin kl - \sin kl \cdot \operatorname{ch} kl}.$$

При $C=0$ наименьший корень соответствует $k_1 l_1 = 1,88$, как у стержня со свободным концом.

ГЛАВА 3

ЗАТУХАЮЩИЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

3.1. КОЛЕБАНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ТРЕНИЯ

В реальных условиях не существует механических систем, колебания которых без дополнительной энергетической подпитки совершались бесконечно долго. Происходит постепенное уменьшение амплитуды колебаний, обусловленное действием сил трения. В первом приближении (т. е. если ограничиться первым не исчезающим членом разложения в ряд) сила трения выражается линейной зависимостью от скорости [8]

$$f_{\text{тр}} = -\eta \dot{\xi}, \quad (3.1)$$

где η — коэффициент трения, а знак минус показывает, что сила действует в направлении, противоположном скорости. Добавив

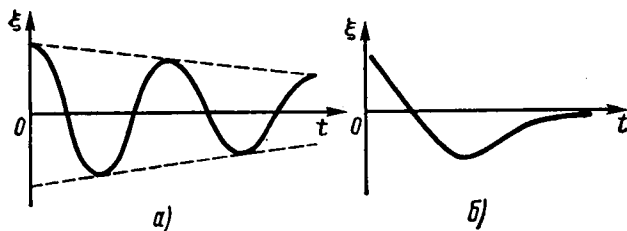


Рис. 3.1. Затухающее колебательное (а) и аperiodическое (б) движения

выражение (3.1) в уравнение движения, получим линейное дифференциальное уравнение движения при наличии сил трения:

$$m\ddot{\xi} = -k\xi - \eta\dot{\xi}, \quad (3.2)$$

или

$$\ddot{\xi} + 2\beta\dot{\xi} + \omega_0^2\xi = 0, \quad (3.3)$$

где $\omega_0^2 = k/m$ — частота собственных колебаний системы, а величину $\beta = 1/2\eta/m$ называют *коэффициентом затухания*.

Решение линейного уравнения (3.3) ищем в виде функции $\xi = Ce^{rt}$. Подставив это выражение в уравнение движения, получим характеристическое уравнение

$$r^2 + 2\beta r + \omega_0^2 = 0. \quad (3.4)$$

Следовательно, общее решение имеет вид

$$\xi = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}, \quad (3.5)$$

где $r_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$.

При $\beta < \omega_0$ оба значения r являются комплексно-сопряженными и общее решение (3.5) уравнения движения принимает вид

$$\xi = \text{Re} \{ A \exp(-\beta t + i t \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}) \}, \quad (3.6)$$

где A — комплексная постоянная, или

$$\xi = \xi_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha). \quad (3.7)$$

Здесь $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, ξ и α — вещественные постоянные.

Формулы (3.6) и (3.7) выражают затухающее колебательное движение или гармонические колебания с экспоненциально убывающей амплитудой, как показано на рис. 3.1, а. Из-за наличия трения частота затухающих колебаний ω меньше частоты свободных колебаний ω_0 , но при малом коэффициенте затухания ($\beta \ll \omega_0$) этой разницей можно пренебречь.

* При $\beta \geq \omega_0$ движение не колебательное, а периодическое затухание, как показано на рис. 3.1, б. Таким образом, при наличии большого трения в системе движение заключается в асимптотическом приближении к положению равновесия.

Период затухающих колебаний T определяется как время, за которое система переходит от одного максимального отклонения до последующего максимального отклонения в ту же сторону от положения равновесия системы. При достаточно малом β период T можно выразить через период собственных колебаний системы приближенной формулой

$$T = T_0 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{\omega} \right)^2 \right]. \quad (3.8)$$

Затухание колебаний характеризуется также *логарифмическим декрементом*, равным натуральному логарифму отношения двух амплитуд, отличающихся на период колебаний:

$$\theta = \ln \frac{\xi_0 e^{-\beta t}}{\xi_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T. \quad (3.9)$$

Для экспериментального определения декремента часто пользуются приближенной формулой. Если амплитуда последующих колебаний ξ_1 и ξ_2 , то

$$\theta = \ln \frac{\xi_1}{\xi_2} = \ln \frac{\xi_1}{\xi_1 - \Delta \xi} = \ln \left[1 + \frac{\Delta \xi}{\xi} + \left(\frac{\Delta \xi}{\xi} \right)^2 + \dots \right] \approx \frac{\Delta \xi}{\xi}, \quad (3.10)$$

где $\Delta \xi = \xi_1 - \xi_2$ — разность амплитуд через период колебаний, легко определяемая экспериментально.

Затухание колебаний часто характеризуют также *добротностью* Q системы — величиной, равной числу полных колебаний, при которых амплитуда уменьшается в e^π раз. Из определения вытекает связь Q с другими характеристиками:

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\omega_0}{2\beta}. \quad (3.11)$$

Используя (3.11), выражение частоты затухающих колебаний можно преобразовать к виду

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - (1/2Q)^2}. \quad (3.12)$$

Очевидно, что при добротности системы, превышающей несколько десятков, частота затухающих колебаний может быть без особой погрешности заменена частотой собственных колебаний системы без потерь.

При $\beta \ll \omega_0$ можно считать, что за время одного периода амплитуда колебаний практически не меняется. В этом случае средние квадраты амплитуды и скорости пропорциональны $e^{-2\beta t}$ и изменение энергии во времени происходит по закону

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-2\beta t}, \quad (3.13)$$

где $\mathcal{E}_0$ — начальное значение энергии. Энергетическую оценку затухания можно выразить и через добротность. Если полная энергия колебаний $\mathcal{E}_0 = m\dot{\xi}_0^2/2$, а энергия потерь за период $\mathcal{E}_T = \eta \dot{\xi}_0 T$, их отношение

$$\mathcal{E}_0 / \mathcal{E}_T = Q / (2\pi). \quad (3.14)$$

В рамках линейной теории колебаний систем с несколькими степенями свободы, как правило, не рассматривают истинного физического механизма затухания, а используют чисто феноменологическую, упрощенную модель диссипации энергии колебаний. При этом допускают, что все силы сопротивления являются линейными функциями обобщенных скоростей:

$$f_{\tau i} = - \sum_k \eta_{ik} \dot{\xi}_k, \quad (3.15)$$

где $\eta_{ik} = \eta_{ki}$ — симметричные коэффициенты.

Данное допущение позволяет значительно упростить математическую трактовку задачи, не внося существенных погрешностей в оценку истинного характера движения реальной системы. Симметричность коэффициентов η_{ik} позволяет представить силы сопротивления как частные производные от функции $\mathcal{F}_\tau$:

$$f_{\tau i} = - \frac{\partial \mathcal{F}_\tau}{\partial \dot{\xi}_i}, \quad (3.16)$$

причем данная функция $\mathcal{F}_\tau$ является положительной квадратичной формой обобщенных скоростей

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} \sum_{i,k} \eta_{ik} \dot{\xi}_i \dot{\xi}_k. \quad (3.17)$$

Функцию $\mathcal{F}$ называют *диссипативной*, она представляет собой *меру интенсивности или скорости рассеяния механической энергии системы*.

Добавление силы сопротивления к уравнению Лагранжа приводит его к виду

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}_i} = \frac{\partial L}{\partial \xi_i} - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{\xi}_i}. \quad (3.18)$$

Отсюда уравнение движения для системы с трением запишем как

$$\sum_k a_{ik} \ddot{\xi}_k + \sum_k \eta_{ik} \dot{\xi}_k + \sum_k c_{ik} \xi_k = 0. \quad (3.19)$$

Полагая, что $\xi_k = \xi_{0k} e^{rt}$, и подставляя данное выражение в (3.19), получаем систему линейных уравнений для ξ_{0k} :

$$\sum_k (a_{ik} r^2 + \eta_{ik} r + c_{ik}) \xi_{0k} = 0. \quad (3.20)$$

Характеристическое уравнение данной системы (3.20) получаем из равенства нулю определителя

$$| a_{ik} r^2 + \eta_{ik} r + c_{ik} | = 0, \quad (3.21)$$

или в развернутом виде

$$\begin{vmatrix} a_{11}r^2 + \eta_{11}r + c_{11} & a_{12}r^2 + \eta_{12}r + c_{12} & \dots & a_{1n}r^2 + \eta_{1n}r + c_{1n} \\ a_{21}r^2 + \eta_{21}r + c_{21} & a_{22}r^2 + \eta_{22}r + c_{22} & \dots & a_{2n}r^2 + \eta_{2n}r + c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}r^2 + \eta_{n1}r + c_{n1} & a_{n2}r^2 + \eta_{n2}r + c_{n2} & \dots & a_{nn}r^2 + \eta_{nn}r + c_{nn} \end{vmatrix} = 0. \quad (3.22)$$

Характеристическое уравнение (3.21) или (3.22) имеет степень $2n$ относительно r , где n равно числу степеней свободы. Так как все коэффициенты уравнения вещественны, то его корни также вещественные или попарно сопряженные комплексные. При этом вещественные корни должны быть обязательно отрицательными, а комплексные — иметь отрицательную вещественную часть. В противоположном случае координаты и скорости, а следовательно, и энергия должны экспоненциально возрастать со временем, чего не может быть при наличии диссипации энергии в системе.

Определенные выводы о качественном изменении координат во времени можно сделать, не решая систему (3.22). Если корни уравнения вещественны и отрицательны, то частное решение имеет вид

$$\xi_k = \xi_{0k} e^{-rt}. \quad (3.23)$$

В этом случае значение координаты убывает во времени, асимптотически приближаясь к нулю. Если все корни вещественны и отрицательны, то движение является аperiodическим, т. е. система не совершает колебательного движения. Если корни системы комплексные попарно сопряженные с отрицательной вещественной частью $r = -\beta \pm i\omega$, то соответствующее решение имеет вид

$$\xi_k = e^{-\beta t} (A_k \cos \omega t + B_k \sin \omega t). \quad (3.24)$$

Выражение (3.24) описывает траекторию затухающих колебаний.

Общее решение уравнения движения (3.19) является суммой частных решений (3.23) и (3.24), где значения постоянных коэффициентов определяются из начальных условий.

Изменение энергии во времени можно определить, вычислив ее полную производную по времени:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\sum_i \dot{\xi}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}_i} - L \right) = \sum_i \dot{\xi}_i \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}_i} - \frac{\partial L}{\partial \xi_i} \right) = \sum_i \dot{\xi}_i \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \xi_i}. \quad (3.25)$$

Так как диссипативная функция $\mathcal{F}$ является квадратичной формой обобщенных скоростей, то, по теореме Эйлера об однородных функциях,

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -2\mathcal{F}. \quad (3.26)$$

Таким образом, изменение энергии при наличии сопротивления движению равно удвоенной диссипативной функции.

3.2. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ В СПЛОШНЫХ СРЕДАХ

При любом движении в реальной физической среде среда оказывает сопротивление движению. В результате происходит уменьшение энергии системы, или *диссипация энергии*. Независимо от конкретного физического механизма поглощения энергия диссипации в конечном счете переходит в тепловую энергию системы. Поэтому полное описание движения в физической среде необходимо проводить совместно с термодинамическими уравнениями, характеризующими состояние данной системы.

Однако в тех случаях, когда сила сопротивления, определяющая диссипацию энергии в системе, мала, можно ограничиться введением в уравнение движения систем с распределенными параметрами типа (3.19) дополнительного линейного члена.

Так, для одномерного распространения продольной волны в стержне уравнение движения принимает вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial \xi}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0. \quad (3.27)$$

Решение уравнения (3.27), как и в случае свободных колебаний, ищем в виде разложения функции $\xi(x, t)$ по собственным формам $\varphi(x)$ нормальных колебаний:

$$\xi(x, t) = \sum_n T_n(t) \varphi_n(x), \quad (3.28)$$

где $n=1, 2, 3, \dots$ Подставив решение (3.28) в уравнение (3.27), получим

$$\sum_n [\ddot{T}_n(t) \varphi_n(x) + 2\beta \dot{T}_n(t) \varphi_n(x) - c^2 T_n(t) \varphi_n''(x)] = 0. \quad (3.29)$$

С учетом того, что для собственных колебаний $\varphi_n''(x) + \frac{\omega_{0n}^2}{c^2} \varphi_n(x) = 0$, преобразуем выражение (3.29) к виду

$$\sum_n [\ddot{T}_n(t) + 2\beta \dot{T}_n(t) + \omega_{0n}^2 T_n(t)] \varphi_n(x) = 0, \quad (3.30)$$

$$\text{откуда} \quad \ddot{T}_n(t) + 2\beta \dot{T}_n(t) + \omega_{0n}^2 T_n(t) = 0. \quad (3.31)$$

Решением линейного уравнения (3.31) при $\beta < \omega_{0n}$ является

$$T_n(t) = e^{-\beta t} (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t), \quad (3.32)$$

где $\omega_n = \sqrt{\omega_{0n}^2 - \beta^2}$. Отсюда полное решение имеет вид

$$\xi(x, t) = e^{-\beta t} \sum_n [A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t] \varphi_n(x). \quad (3.33)$$

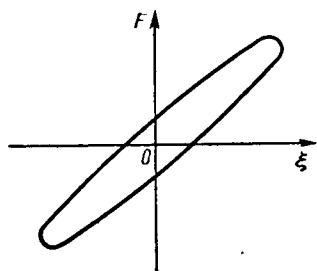


Рис. 3.2. Зависимость смещения от упругой восстанавливающей силы при наличии неупругого сопротивления

Значения постоянных A_n и B_n определяются из начальных условий, которым соответствуют заданные значения смещения $\xi(x, 0)$ и скорости $\dot{\xi}(x, 0)$. Вид функции $\varphi_n(x)$ обусловлен граничными условиями. Например, для стержня, свободного на конце $x=0$ и жестко закрепленного на конце $x=l$,

$$\varphi_n(x) = \sin k_n x; \quad k_n = \frac{2n-1}{2} \cdot \frac{\pi}{l}.$$

Таким образом, *затухающие колебания отличаются от свободных только наличием множителя $e^{-\beta t}$, показывающего асимптотическое приближение системы к положению равновесия.*

В рассмотрении изгибных колебаний при наличии сил сопротивления используют те же соображения, что и для продольных колебаний, т. е. вводя допущение о пропорциональности силы внутреннего сопротивления скорости деформации или скорости изменения упругой восстанавливающей силы. При упругом изгибе однородного стержня восстанавливающая сила равна $EJ \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4}$; следовательно, сила внутреннего сопротивления

$$R = \beta \frac{\partial}{\partial t} \left(EJ \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} \right) = \beta EJ \frac{\partial^5 \xi}{\partial t \partial x^4}. \quad (3.34)$$

Таким образом, уравнение изгибных колебаний с внутренним трением или сопротивлением отличается от уравнения свободных колебаний наличием дополнительного члена, не меняющего линейного характера уравнения:

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial^5 \xi}{\partial t \partial x^4} + EJ \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} = 0. \quad (3.35)$$

Уравнение (3.35) достаточно просто решается относительно $\xi(x, t)$ по правилам, изложенным выше.

Однако линейной корреляции между внутренним сопротивлением и скоростью деформации в большинстве реальных случаев не существует. Как правило, зависимость между силой и смещением имеет *гистерезисный характер*, как показано на рис. 3.2. Считая форму гистерезисной петли близкой к эллипсу, выражение для неупругого сопротивления R^* можно представить как [3.1]

$$R^* = i \frac{\theta}{\pi} R, \quad (3.36)$$

где θ — логарифмический декремент затухания, а умножение на i обозначает сдвиг фазы силы сопротивления относительно упругой восстанавливающей силы на угол $\pi/2$. Тогда полная внутрен-

няя сила сопротивления, включающая упругое и неупругое сопротивление, имеет вид

$$R_{\pi} = R + R^* = \left(1 + \frac{i\theta}{\pi}\right) R. \quad (3.37)$$

Тот факт, что выражение (3.37) является линейным относительно упругой восстанавливающей силы, позволяет проводить расчеты колебаний систем с внутренним неупругим сопротивлением в рамках линейной теории. Следует отметить, что удовлетворительная точность в расчетах получается только при малых значениях θ .

3.3. КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ ВОЛНЫ

В общем случае затухание волны, т. е. уменьшение ее амплитуды, а следовательно, и интенсивности по мере распространения может быть вызвано рядом причин: ее *расхождением*, *рассеянием* и *поглощением* [5; 1.6].

Расхождение волны связано с перераспределением энергии на все увеличивающуюся поверхность волнового фронта. Так, для сферической волны поверхность волнового фронта растет пропорционально квадрату расстояния. Тогда интенсивность волны, являющаяся потоком энергии через единичную поверхность, уменьшается пропорционально квадрату расстояния, а амплитуда — пропорционально первой степени расстояния. Для цилиндрической волны уменьшение интенсивности пропорционально расстоянию, а амплитуды — квадратному корню из расстояния.

Рассеяние звуковой волны возникает при дифракции звука на различных неоднородностях, отличающихся плотностью или сжимаемостью. Отличие сжимаемости приводит к пульсации рассеивающего тела, а отличие плотности создает дополнительное движение тела как целого или его осцилляцию. При этом, согласно принципу Гюйгенса — Френеля, звуковое поле рассматривается как результат интерференции первичной и вторичной (рассеянной) волн. При наличии ряда препятствий может происходить рассеяние вторичных волн или многократное рассеяние. Задача о многократном рассеянии решается только для простейших случаев.

Если рассматривать рассеивающие центры как независимые и рассеяние считать однократным, то изменение интенсивности волн по мере ее распространения можно представить как

$$\frac{dI}{dx} = -n\sigma I, \quad (3.38)$$

где n — число рассеивающих центров, σ — сечение рассеяния, представляющее собой отношение мощности рассеянных волн к плотности потока энергии в первичной волне. Для препятствий с геометрическими размерами, большими или равными длине волны, σ по порядку величины равно площади поперечного сечения S препятствия в направлении, перпендикулярном распространению первичной волны. При размере препятствия меньше длины волны

отношение σ/S по порядку величины равно $(ka)^4$, где k — волновое число, a — линейный размер тела рассеяния.

Рассеяние звуковой волны приводит к расплыванию звукового пучка по мере распространения, т. е. к затуханию волны. Так как рассеяние становится значительным, когда размеры неоднородности соизмеримы с длиной волны, то с помощью высокочастотных упругих колебаний становится возможным выявить различные дефекты в сплошной среде, включая границы зерен в поликристаллах, различные типы включений второй фазы и т. д., вплоть до дефектов атомных масштабов.

С точки зрения ультразвуковой технологии наиболее важной причиной затухания звуковой волны является поглощение звука, поскольку именно от этого эффекта зависит переход энергии колебаний в другие виды энергии и в конечном счете в тепловую энергию, что определяет технологическое действие звуковой волны. Как было показано в предыдущем параграфе, диссипация энергии при распространении волны определяется значением коэффициента поглощения вида

$$\beta = -\frac{1}{2\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{E}}{dt}. \quad (3.39)$$

Из формулы (3.39) вытекает, что за 1 с интенсивность волны убывает в $e^{-\beta}$ раз. Следовательно, β является *временным коэффициентом поглощения*. За ту же секунду волна пробегает расстояние, равное скорости распространения c . Значит, в плоской волне интенсивность убывает с расстоянием по закону

$$I = I_0 e^{-\frac{\beta}{c}x} = I_0^{-2\delta x} e, \quad (3.40)$$

где $\delta = \frac{1}{2c\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{E}}{dt}$ — *пространственный коэффициент поглощения*.

Внутреннее сопротивление, определяющее поглощение звуковой волны, имеет место при движении в вязкой и теплопроводной среде. Между слоями среды, движущимися с разной скоростью, возникают силы внутреннего трения, направленные тангенциально относительно скорости. Согласно Ньютону, сила внутреннего трения F_τ пропорциональна разности скоростей, площади соприкосновения слоев S и обратно пропорциональна расстоянию между слоями:

$$F_\tau = \eta \frac{\partial v_l}{\partial x_k} S, \quad (3.41)$$

где η — *сдвиговая вязкость*.

Кроме сдвигового трения можно предположить существование объемного трения F_τ^* , пропорционального скорости изменения объема V :

$$F_\tau^* = \eta^* \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial t}, \quad (3.42)$$

где η^* — *объемная вязкость*.

Наиболее общее выражение для сил трения получим, используя тензор вязких напряжений σ_{ik} [5]:

$$\sigma_{ik} = \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) + \eta^* \delta_{ik} \frac{\partial v_l}{\partial x_l}, \quad (3.43)$$

где единичный тензор

$$\sigma_{ik} = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq k, \\ 1 & \text{при } i = k. \end{cases}$$

Первое слагаемое выражение (3.43) содержит только компоненты тензора $i \neq k$ и обращается в нуль при $i = k$, т. е. определяет эффекты сдвиговой вязкости. Второе слагаемое содержит только компоненты тензора при $i = k$ и отражает внутреннее трение за счет объемной вязкости.

Дифференцирование тензора вязких напряжений по x с учетом правила замены повторяющихся индексов дает общее выражение для сил вязкого трения:

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = \eta \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k^2} + \left(\frac{1}{3} \eta + \eta^* \right) \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_l \partial x_l}. \quad (3.44)$$

Дополнив уравнение движения Эйлера силами вязкого трения, получим уравнение движения вязкой среды в виде уравнения Навье — Стокса:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_l \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \eta \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k^2} + \left(\frac{1}{3} \eta + \eta^* \right) \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_l \partial x_l}. \quad (3.45)$$

Для плоской волны выражение (3.45) примет вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \left(\frac{4}{3} \eta + \eta^* \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}. \quad (3.46)$$

Исходя из того, что коэффициент поглощения β представляет собой отношение изменения энергии во времени $\frac{d\mathcal{E}_l}{dt}$ к среднему значению механической энергии системы $\mathcal{E}$, которая для плоской волны равна $\frac{1}{2} \rho v_0^2 V_0$, Стокс из уравнения движения вязкой среды типа (3.46) получил выражение для коэффициента поглощения за счет сдвиговой вязкости без учета объемной в виде

$$\beta_\eta = \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \cdot \frac{4}{3} \eta. \quad (3.47)$$

При распространении волны в фазах растяжения и сжатия происходит изменение состояния среды, приводящее к возникновению температурного градиента между отдельными участками среды, а следовательно, потока теплоты. Образование потоков теплоты, так же как и вязкие напряжения, вызывает диссипацию энергии волны. Кирхгофом для плоской волны выведен из термодинамических соотношений коэффициент поглощения в теплопроводной среде:

$$\beta_\lambda = \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \cdot \lambda \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right), \quad (3.48)$$

где λ — теплопроводность; c_v и c_p — теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно. Суммарный коэффициент поглощения в вязкой и теплопроводной среде называют формулой Стокса — Кирхгофа:

$$\beta_{\text{кл}} = \beta_\eta + \beta_\lambda = \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \left[\frac{4}{3} \eta + \lambda \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right]. \quad (3.49)$$

Коэффициент поглощения, вычисленный по формуле (3.49), называют *классическим коэффициентом поглощения*. Однако при измерении поглощения звуковой волны в различных средах было зафиксировано значительное отклонение экспериментальных значений коэффициента поглощения от расчетных. Это отклонение чисто феноменологически приписали действию объемной вязкости. Поэтому коэффициент поглощения в общем виде складывается из классического $\beta_{\text{кл}}$ и обусловленного объемной вязкостью *релаксационного коэффициента поглощения* β_r :

$$\beta = \beta_{\text{кл}} + \beta_r,$$

или с учетом выражений (3.42) — (3.48) для плоской продольной волны

$$\beta = \frac{\Gamma \omega^2}{2\rho c^3} \left[\frac{4}{3} \eta + \eta^* + \lambda \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right]. \quad (3.50)$$

Так как не существует прямых методов измерения коэффициента объемной вязкости, то единственный способ его определения заключается в сопоставлении экспериментального поглощения с рассчитанным по классической теории. Эта часть поглощения обусловлена релаксационными процессами термодинамического перехода вещества от одного состояния к другому при объемных сжатиях и растяжениях в звуковой волне. Согласно термодинамическому принципу равномерного распределения энергии по степеням свободы, энергия поступательного движения переходит на внутренние степени свободы, возбуждая их *. В связи с этим кинетика релаксационного перехода характеризуется некоторым отставанием во времени изменения параметров системы при изменении одного из них. Время отставания называют *временем релаксации* τ . Отставание определяется молекулярными механизмами восстановления статистического равновесия молекул вещества. Необратимые процессы восстановления равновесия сопровождаются диссипацией энергии, вызывая аномальное (неклассическое) поглощение звуковой волны [1.6; 1.7].

* Классический пример — многоатомные газы. Внешние степени свободы — три поступательные степени свободы молекулы. Энергия, приходящаяся на них, определяет давление газа. При распространении упругой волны ее энергия сообщается соударением внешним степеням свободы. Затем происходит выравнивание энергии между внешними и внутренними (например, вращательными) степенями свободы последующими соударениями. В связи с этим первоначальное давление уменьшается — «релаксирует».

Многочисленные экспериментальные исследования показали, что максимум аномального поглощения соответствует условию $\omega\tau = 1$, т. е. $\eta^* = f(\omega)$. В этом частотном интервале наблюдалось увеличение скорости распространения волны, стремящейся с увеличением частоты к некоторому постоянному значению c_∞ (рис. 3.3). Увеличение скорости распространения связано с тем, что на высоких частотах при больших скоростях изменения состояния вещества релаксационные процессы просто не успевают протекать.

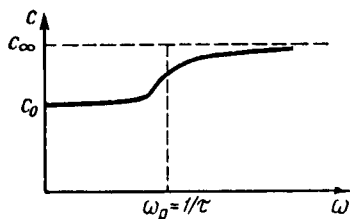


Рис. 3.3. Зависимость фазовой скорости распространения звуковой волны от частоты для релаксационного процесса

На основе релаксационной теории получено выражение для релаксационного коэффициента поглощения в виде

$$\beta_p = \frac{c_\infty^2 - c_0^2}{2c_0^3} \frac{\omega^2 \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (3.51)$$

Используя выражение (3.51), можно получить значение объемной вязкости на низких частотах:

$$\eta^* = \rho \tau (c_\infty^2 - c_0^2). \quad (3.52)$$

Введение объемной вязкости в феноменологическое описание поглощения дает удовлетворительные результаты на низких частотах, в то время как на высоких частотах этот переход должен быть заменен полным механизмом релаксационного процесса. В отличие от объемной вязкости поглощение, связанное со сдвиговой вязкостью и теплопроводностью, зависит, как и предсказывается теорией, квадратично от частоты, поскольку коэффициенты η и λ являются постоянными в формуле (3.50).

3.4. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Переменное внешнее силовое поле может заставить систему совершать колебания с частотой, отличающейся от частоты собственных колебаний, или совершать так называемые *вынужденные колебания*. Как показано в гл. 1, действие внешнего поля учитывается в функции Лагранжа введением дополнительного члена потенциальной энергии, пропорционального смещению и силе. Поэтому функция Лагранжа одномерного вынужденного колебательного движения имеет вид

$$L = \frac{m\dot{\xi}^2}{2} - \frac{k\xi^2}{2} + \xi F(t). \quad (3.53)$$

Данной функции соответствует уравнение движения

$$m\ddot{\xi} + k\xi = F(t), \quad (3.54)$$

$$\text{или} \quad \ddot{\xi} + \omega_0^2 \xi = \frac{1}{m} F(t), \quad (3.55)$$

где ω_0 — частота собственных колебаний системы.

Наибольший интерес при рассмотрении колебаний представляет случай гармонической силы, действующей с частотой ω :

$$F(t) = F_0 \cos(\omega t + \alpha). \quad (3.56)$$

Тогда общее решение уравнения движения вынужденных колебаний представляет собой сумму решения однородного уравнения, т. е. уравнения (3.55) без правой части, и частного интеграла неоднородного уравнения (3.55) в виде $\xi = b \cos(\omega t + \alpha)$, где значение

$$b = \frac{F_0}{m} (\omega_0^2 - \omega^2) \text{ получаем подстановкой в (3.55). Тогда полное решение запишется как}$$

$$\xi = \xi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0) + \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos(\omega t + \alpha). \quad (3.57)$$

Таким образом, под действием периодической возбуждающей силы система совершает движение, представляющее линейное наложение собственных с частотой ω_0 и вынужденных с частотой ω колебаний.

При исследовании случая совпадения частот ω и ω_0 решение представляют как [8]

$$\xi = \xi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0) + \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} [\cos(\omega t + \alpha) - \cos(\omega_0 t + \alpha)] \quad (3.58)$$

Когда $\omega \rightarrow \omega_0$, второй член выражения (3.58) дает неопределенность вида $\frac{0}{0}$, раскрываемую по правилу Лопиталя:

$$\xi = \xi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0) + \frac{F_0}{2m\omega_0} t \sin(\omega_0 t + \alpha). \quad (3.59)$$

Выражение (3.59) отличается от (3.57) наличием непериодического члена, описывающего вынужденные колебания, в коэффициент которого входит время t . Данный член называют *вековым*, его модуль безгранично растет во времени. *Линейное увеличение амплитуды колебаний во времени при совпадении частот вынужденных и собственных колебаний называют явлением резонанса.*

При наличии в системе трения в уравнении движения вынужденных колебаний, так же как и в уравнении движения свободных колебаний, появляется дополнительный член:

$$\ddot{\xi} + 2\beta\dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = \frac{F_0}{m} \cos \omega t, \quad (3.60)$$

или в комплексной форме записи

$$\ddot{\xi} + 2\beta\dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t}. \quad (3.61)$$

Частное решение уравнения (3.61) ищем в виде

$$\dot{\xi} = B e^{i\omega t}. \quad (3.62)$$

Подстановка этого решения в уравнение (3.61) дает выражение в виде

$$B = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\beta\omega)}. \quad (3.63)$$

Поскольку коэффициент B — комплексная величина, его можно представить как

$$B = b e^{i\delta}, \quad (3.64)$$

где
$$b = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4\beta^2\omega^2}}; \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{2\beta\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}.$$

Тогда, отделив вещественную часть выражения (3.62), с учетом (3.64) получим частный интеграл:

$$\xi = |b e^{i(\omega t + \delta)}| = b \cos(\omega t + \delta). \quad (3.65)$$

Совместно с решением линейного однородного уравнения, т. е. уравнения (3.60) без правой части, полное решение уравнения движения вынужденных колебаний в системе с трением примет вид

$$\xi = \xi_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + \alpha) + b \cos(\omega t + \delta). \quad (3.66)$$

Так как первое слагаемое экспоненциально убывает во времени, то через достаточно большой промежуток времени t

$$\xi = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4\beta^2\omega^2}} \cos(\omega t + \delta). \quad (3.67)$$

Таким образом, вынужденные колебания при наличии трения происходят с частотой возмущающей силы при наличии сдвига фазы δ между силой и смещением. Характерной особенностью изменения сдвига фазы является то, что разность фаз между силой и смещением всегда отрицательна, т. е. движение запаздывает относительно возбуждающей силы. При $\omega < \omega_0$ сдвиг фазы стремится к нулю, при $\omega > \omega_0$ — к $-\pi$. Изменение δ от 0 до $-\pi$ происходит в узкой области частот $\Delta\omega \approx 2\beta$, как показано на рис. 3.4, а. При $\omega = \omega_0$ имеем $\delta = -\pi/2$. В отсутствие трения изменение фазы вынужденных колебаний на π происходит при $\omega = \omega_0$, тогда как трение как бы размывает этот скачок.

Амплитуда вынужденных колебаний не зависит от начальных условий и времени и растет с приближением ω к ω_0 , но не обращается в бесконечность при резонансе, как в случае отсутствия трения (рис. 3.4, б). Максимум амплитуды соответствует частоте $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$. Поскольку $\beta \ll \omega_0$, можно считать условием максимума амплитуды соотношение $\omega \approx \omega_0$.

Вблизи резонанса $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, где $\Delta\omega$ — малая величина. Так как $\beta \ll \omega_0$, то можно приближенно записать:

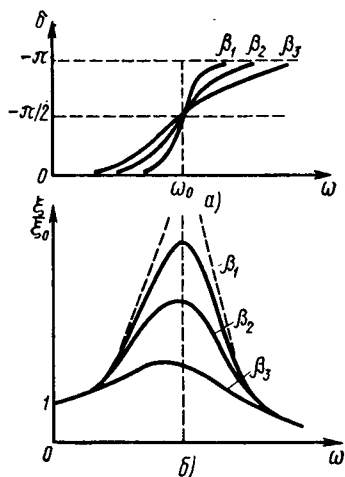


Рис. 3.4. Зависимости сдвига фазы (а) и относительной амплитуды вынужденных колебаний (б) от частоты вынуждающей силы:

ξ_0 — статическое отклонение системы, $\beta_1 < \beta_2 < \beta_3$, штриховая линия соответствует случаю отсутствия трения ($\beta=0$)

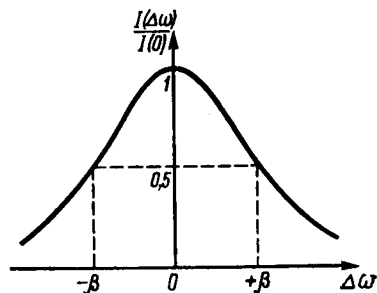


Рис. 3.5. Вид дисперсионной зависимости интенсивности диссипации энергии в системе вблизи резонанса

$$\omega^2 - \omega_0^2 = (\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0) \approx 2\omega_0 \Delta\omega; \quad 2i\beta\omega = 2i\beta\omega_0.$$

Отсюда
$$b \approx \frac{F_0}{2m\omega_0 \sqrt{\Delta\omega^2 + \beta^2}}; \quad \operatorname{tg} \delta \approx \frac{\beta}{\Delta\omega}. \quad (3.68)$$

Поскольку при установившемся движении амплитуда колебаний остается неизменной, доля энергии, диссипирующей в системе, должна непрерывно пополняться от источника колебаний. Количество поглощаемой за 1 с энергии I пропорционально среднему по периоду значению диссипативной функции $\overline{\mathcal{F}_\tau}$, а именно, $I(\omega) = 2\overline{\mathcal{F}_\tau}$, где*

$$\overline{\mathcal{F}_\tau} = \beta m \overline{\dot{\xi}^2} = \beta m b^2 \omega^2 \overline{\sin^2(\omega t + \delta)} = 1/2 \beta m b^2 \omega^2.$$

Тогда

$$I(\omega) = \beta m b^2 \omega^2, \quad (3.69)$$

или вблизи резонанса с учетом (3.68)

$$I(\Delta\omega) = \frac{F_0^2}{4m} \frac{\beta}{\beta^2 + \Delta\omega^2}. \quad (3.70)$$

* Среднее значение по времени квадрата синуса равно 1/2.

Зависимость параметра от частоты вида (3.70), приведенную на рис. 3.5, называют *дисперсионной*. Высота максимума данной зависимости обратно пропорциональна β :

$$I(0) = \frac{F_0^2}{4m\beta}. \quad (3.71)$$

При отклонении частоты от резонанса $\pm\beta$ значение интенсивности потерь $I(\Delta\omega)$ уменьшается вдвое по сравнению с максимальным значением $I(0)$. Величину частотного диапазона $\Delta\omega = 2\beta$ называют *полушириной резонансной кривой*.

Функция Лагранжа для системы с несколькими степенями свободы с учетом действия внешних сил имеет вид

$$L = L_0 + \sum_k F_k(t) q_k, \quad (3.72)$$

где L_0 — функция Лагранжа свободных колебаний. Тогда соответствующее уравнение движения можно записать как

$$\sum_k a_{ik} \ddot{q}_k + \sum_k c_{ik} \dot{q}_k = \sum_k F_k(t). \quad (3.73)$$

Как и в случае свободных колебаний, уравнение вынужденных колебаний системы (3.73) можно привести к сумме n уравнений в нормальных координатах, выражая вынуждающую силу через амплитуды собственных нормальных колебаний системы, т. е. уравнение (3.73) можно привести к виду

$$\ddot{\xi}_n + \omega_{0n}^2 \xi_n = f_n(t), \quad (3.74)$$

где $f_n(t) = \sum_k F_k(t) \cdot B_{kn}$, B_{kn} — постоянный коэффициент, учитывающий линейное преобразование. Следовательно, в нормальных координатах задача о вынужденных колебаниях системы с несколькими степенями свободы сводится к задаче об одномерных вынужденных колебаниях. Когда частота возмущающей силы близка к одной из собственных частот системы, то амплитуда колебаний на данной частоте значительно превосходит амплитуду других возможных нормальных колебаний и движение системы воспроизводит форму этого собственного колебания. При равенстве частоты возбуждающей силы какой-либо собственной частоте системы возникает явление резонанса, т. е. амплитуда колебаний на этой частоте безгранично растет. Наличие в системе трения не меняет принципиально характера вынужденных колебаний.

Таким образом, система n степенями свободы имеет n собственных частот и n форм нормальных колебаний. Под действием внешней силы в системе возбуждаются сложные колебания, состоящие из свободных колебаний с частотой собственных колебаний и вынужденных колебаний с частотой внешней силы. Поскольку в реальных механических системах всегда присутствуют силы трения, свободные колебания быстро затухают. Амплитуда вынужденных

колебаний определяется амплитудой внешней гармонической силы и отношением частоты вынужденных колебаний к частоте собственных колебаний системы. Изменением частоты возбуждения можно последовательно добиваться резонанса колебаний на каждой из собственных частот. Следовательно, система с n степенями свободы может иметь n резонансов.

В более общем случае действия периодической негармонической силы используют разложение функции силы в ряд Фурье*. При этом в правой части уравнения (3.55) получается сумма сил, действующих по гармоническому закону. Решение такого уравнения представляет собой линейную сумму частных решений, соответствующих каждому отдельному слагаемому правой части. В практических расчетах ряд, в которых раскладывается периодически действующая сила, ограничивают конечным числом членов, так как они достаточно быстро убывают по модулю. Однако влияние каждой гармоники определяется не столько значением ее коэффициента, сколько близостью ее частоты к собственной частоте системы, т. е. явлением резонанса. При близости частот одной из гармоник к собственной частоте системы в приближенном расчете можно ограничиться рассмотрением только резонансной гармоники, отбросив остальные, как не вносящие существенного изменения в движение системы.

3.5. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТЕЛ ОГРАНИЧЕННОЙ ФОРМЫ

Уравнения движения вынужденных колебаний тел ограниченной формы получают, как это вытекает из предыдущих параграфов, добавлением к уравнению свободных колебаний функции вынуждающей силы. Получаемые выражения представляют собой линейные неоднородные дифференциальные уравнения, порядок которых определяется характером упругой силы, зависящей от вида колебаний.

* Периодическая функция заменяется при этом точно или приближенно тригонометрической суммой или рядом Фурье вида [5; 1.1]

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega x + a_2 \cos 2\omega x + \dots + a_n \cos n\omega x + \dots + b_1 \sin \omega x + \\ + b_2 \sin 2\omega x + \dots + b_n \sin n\omega x + \dots,$$

$$\text{или } f(x) = \frac{a_0}{2} + A_1 \sin(\omega x + \alpha_1) + A_2 \sin(2\omega x + \alpha_2) + \dots + \\ + A_n \sin(n\omega x + \alpha_n) + \dots,$$

$$\text{где } A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \operatorname{tg} \alpha_n = \frac{a_n}{b_n}.$$

В комплексной форме ряд Фурье может быть записан как

$$f(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} C_n.$$

Рассмотрим вынужденные колебания стержневой системы. Если внешняя сила $F(t)$, приложена в точке $x=x_1$ в продольном направлении, уравнение вынужденных колебаний стержня в отсутствие сопротивления имеет вид

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - ES \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = F(t) \sigma_1(x - x_1), \quad (3.75)$$

где $\sigma_1(x - x_1)$ — импульсная функция первого порядка, характеризующая место приложения сосредоточенной силы $F(t)$. Считая, что изменение силы происходит по гармоническому закону $F(t) = F_0 \sin \omega t$, будем искать решение установившихся колебаний в форме, отвечающей нормальным колебаниям:

$$\xi(x, t) = \xi_m(x) \cdot \sin \omega t, \quad (3.76)$$

где ω — частота вынуждающей силы. Подставив выражение (3.76) в уравнение (3.75), получим

$$\ddot{\xi}_m(x) + k^2 \xi_m(x) = -f_0 \sigma_1(x - x_1), \quad (3.77)$$

где
$$k^2 = \frac{m \omega^2}{ES} = \frac{\omega^2}{c^2}; \quad f_0 = \frac{F_0}{ES}.$$

Общее решение уравнения (3.77) представляет собой систему совместно решаемых уравнений для различных участков стержня, т. е. при $x \leq x_1$, или на участке до приложения силы амплитуда колебаний описывается выражением, идентичным решению однородного уравнения, соответствующего свободным колебаниям, а на участке $x \geq x_1$ — суммой общего решения однородного уравнения и частного интеграла неоднородного уравнения:

$$\xi_m(x) = A \cos kx + B \sin kx \quad (\text{при } x \leq x_1); \quad (3.78)$$

$$\xi_m(x) = A \cos kx + B \sin kx + \frac{f_0}{k} \sin k(x - x_1) \quad (\text{при } x \geq x_1),$$

где постоянные A и B определяются из граничных условий. Например, если один конец стержня с координатой $x=0$ жестко закреплен, а второй с координатой $x=l$ свободен, то $A = \varphi(0) = 0$, а

$$B = \varphi'(l) = -\frac{f_0}{k} \frac{\cos k(l - x_1)}{\cos kl}.$$

Тогда решение (3.78) можно записать следующим образом:

$$\xi_m(x) = -\frac{f_0}{k} \frac{\sin kx}{\cos kl} \cos k(l - x_1) \quad (\text{при } x \leq x_1), \quad (3.79)$$

$$\xi_m(x) = \frac{f_0}{k} \left[\sin k(x - x_1) - \frac{\sin kx}{\cos kl} \cos k(l - x_1) \right] \quad (\text{при } x \geq x_1).$$

Таким же образом решают и другие задачи колебаний стержней, имеющие форму записи уравнения движения, аналогичную (3.77): вынужденные крутильные колебания или свободные коле-

бания однородного стержня с сосредоточенной массой. Последнее возможно потому, что наличие сосредоточенной массы оказывает влияние на колебательный процесс как действие сосредоточенной силы

$$F = -m \frac{\partial^2 \xi(x_1, t)}{\partial t^2} = m\omega^2 \xi_m(x_1) \sin \omega t.$$

Только в данном случае частота является не заданной, а одной из искомых величин.

При действии сосредоточенной внешней силы, изменяющейся во времени по гармоническому закону, в направлении, перпендикулярном оси стержня в точке x_1 , в стержне устанавливаются изгибные колебания, описываемые уравнением

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} = \frac{F_0}{m} \cdot \sigma_1(x - x_1) \cdot \sin \omega t. \quad (3.80)$$

Считая, что, как и для случая продольных колебаний, вынужденные изгибные колебания осуществляются в форме свободных нормальных колебаний, преобразуем уравнение (3.80) к виду

$$\xi_0^{IV}(x) - k^4 \xi_0(x) = \frac{F_0}{E \cdot J} \sigma_1(x - x_1). \quad (3.81)$$

Решение уравнения (3.81) соответствует решению свободных изгибных колебаний до точки приложения силы ($x \leq x_1$), а при $x \geq x_1$ представляет собой сумму решения однородного уравнения и частного интеграла неоднородного уравнения.

Общее решение в случае свободных изгибных колебаний является суммой четырех частных решений $\xi_0(x) = A \cos kx + B \sin kx + C \operatorname{ch} kx + D \operatorname{sh} kx$, где коэффициенты определяются заданием четырех граничных условий, отвечающих конкретной задаче.

Для решения целесообразно использовать функции Крылова [3.1; 3.2]:

$$S(x) = 1/2(\operatorname{ch} kx + \cos kx); \quad T(x) = 1/2(\operatorname{sh} kx + \sin kx);$$

$$U(x) = 1/2(\operatorname{ch} kx - \cos kx); \quad V(x) = 1/2(\operatorname{sh} kx - \sin kx). \quad (3.82)$$

Запишем общее решение свободных изгибных колебаний через функции Крылова:

$$\xi_0(x) = AS(kx) + BT(kx) + CU(kx) + DV(kx). \quad (3.83)$$

Удобство подобной формы записи определяется возможностью простого выражения производных от одной функции через другие функции, как показано в табл. 3.1, и тем, что при $x=0$ получаем $S(0) = T'(0) = V''(0) = V'''(0) = 1$, а другие функции и их производные равны нулю. Последнее позволяет сразу написать выражение, содержащее две постоянные, определяемые из граничных условий при $x=l$, поскольку две другие обращаются в нуль при $x=0$.

Частное решение неоднородного уравнения (3.81) называют *частным интегралом Крылова*, который для случая гармонической

Таблица 3.1. Производные функции Крылова

Функции	Производные			
	первая	вторая	третья	четвертая
$S(kx)$	$kV(kx)$	$k^2U(kx)$	$k^3T(kx)$	$k^4S(kx)$
$T(kx)$	$kS(kx)$	$k^2V(kx)$	$k^3U(kx)$	$k^4T(kx)$
$U(kx)$	$kT(kx)$	$k^2S(kx)$	$k^3V(kx)$	$k^4U(kx)$
$V(kx)$	$kU(kx)$	$k^2T(kx)$	$k^3S(kx)$	$k^4V(kx)$

сосредоточенной силы имеет вид

$$\Phi(kx) = \frac{F_0}{k^3 EI} V[k(x - x_1)]. \quad (3.84)$$

Так как функция $V(x)$ и ее первые две производные равны нулю при $x=0$, то частный интеграл Φ удовлетворяет всем возможным граничным условиям. Так, при свободном конце с координатой $x=0$ решение запишем как

$$\left. \begin{aligned} \xi_0(x) &= AS(kx) + BT(kx) & (0 \leq x \leq x_1); \\ \xi_0(x) &= AS(kx) + BT(kx) + \Phi(kx) & (x_1 \leq x \leq l). \end{aligned} \right\} \quad (3.85)$$

При шарнирно или свободно опертом конце с координатой $x=0$

$$\left. \begin{aligned} \xi_0(x) &= BT(kx) + DV(kx) & (0 \leq x \leq x_1); \\ \xi_0(x) &= BT(kx) + DV(kx) + \Phi(kx) & (x_1 \leq x \leq l). \end{aligned} \right\} \quad (3.86)$$

При жестко закрепленном конце с координатой $x=0$

$$\left. \begin{aligned} \xi_0(x) &= CU(kx) + DV(kx) & (0 \leq x \leq x_1); \\ \xi_0(x) &= CU(kx) + DV(kx) + \Phi(kx) & (x_1 \leq x \leq l). \end{aligned} \right\} \quad (3.87)$$

Наличие в системе внутреннего сопротивления не меняет формы колебаний системы, однако амплитуда колебаний при резонансных условиях имеет конечное значение.

Следует также отметить, что из полученных решений вытекает, что возбуждаться могут только те формы колебаний, в которых ни одна узловая точка не совпадает с местом действия сосредоточенной внешней силы. Частоту, при которой точка приложения силы совпадает с узловой точкой формы колебаний, называют *частотой антирезонанса*. Если точка приложения внешней силы постоянна, а ее частота не меняется, система последовательно проходит состояния резонансов и антирезонансов.

Задачи к гл. 3

1. Определить амплитуды вынужденных колебаний системы с двумя степенями свободы при наличии взаимозависимых сил трения.

Решение. Напишем выражения для кинетической и потенциальной энергий и внутреннего сопротивления системы:

$$\mathcal{E}_k = 1/2 (a_1 \dot{q}_1^2 + a_2 \dot{q}_2^2); \quad \mathcal{E}_n = 1/2 (c_1 q_1^2 + c_2 q_2^2);$$

$$\mathcal{F}_r = 1/2 (b_1 \dot{q}_1^2 + 2d \dot{q}_1 \dot{q}_2 + b_2 \dot{q}_2^2).$$

Согласно (3.18), уравнение движения имеет вид системы неоднородных уравнений

$$a_1 \ddot{q}_1 + b_1 \dot{q}_1 + d \dot{q}_2 + c_1 q_1 = F_1(t);$$

$$a_2 \ddot{q}_2 + b_2 \dot{q}_2 + d \dot{q}_1 + c_2 q_2 = F_2(t),$$

где $F_1(t)$ и $F_2(t)$ — внешние силы, действующие соответственно по координатам q_1 и q_2 . Если внешние силы меняются во времени по гармоническому закону, то $F_1(t) = F_{01} \cos(\omega t + \alpha)$; $F_2(t) = F_{02} \cos(\omega t + \alpha)$, или в комплексном виде

$$F_1(t) = A_1 e^{i\omega t}; \quad F_2(t) = A_2 e^{i\omega t},$$

где

$$A_1 = F_{01} e^{i\alpha}; \quad A_2 = F_{02} e^{i\alpha}.$$

При установившемся режиме колебаний свободные колебания системы затухнут в результате действия трения и частота колебаний системы будет равна частоте вынуждающей силы. Поэтому решение уравнения движения ищем в виде действительной части функции комплексного аргумента:

$$q_1 = q_{01} e^{i\omega t}; \quad q_2 = q_{02} e^{i\omega t}.$$

Подстановка выражений для силы F и смещения q в систему уравнений движения дает

$$\begin{cases} (-a_1 \omega^2 + i \omega b_1 + c_1) q_{01} + i \omega d q_{02} = A_1; \\ (-a_2 \omega^2 + i \omega b_2 + c_2) q_{02} + i \omega d q_{01} = A_2. \end{cases}$$

Решив полученную систему, определим амплитуды вынужденных колебаний:

$$q_{01} = \frac{(-a_2 \omega^2 + i \omega b_2 + c_2) A_1 - i \omega d A_2}{(a_1 \omega^2 + i \omega b_1 + c_1)(-a_2 \omega^2 + i \omega b_2 + c_2) - d^2 \omega},$$

$$q_{02} = \frac{(-a_1 \omega^2 + i \omega b_1 + c_1) A_2 - i \omega d A_1}{(-a_1 \omega^2 + i \omega b_1 + c_1)(-a_2 \omega^2 + i \omega b_2 + c_2) - d^2 \omega}.$$

Резонанс в такой системе возникает при совпадении частоты вынуждающей силы ω с одной из собственных частот системы $\omega_{01} = \sqrt{c_1/a_1}$ или $\omega_{02} = \sqrt{c_2/a_2}$. Например, при $\omega = \omega_{01}$ выражения для амплитуды колебаний примут вид

$$q_{01} = \frac{i b_2 \omega A_1 - i d \omega A_2}{i b_1 \omega (-a_2 \omega^2 + i \omega b_2 + c_2)}; \quad q_{02} = \frac{i b_1 \omega A_2 - i d \omega A_1}{i b_1 \omega (-a_2 \omega^2 + i \omega b_2 + c_2)}.$$

2. Определить положение узла и пучности смещений при продольных колебаниях стержня, изготовленного из материала с высоким коэффициентом затухания ($\beta \sim 1$) и из материала с низким коэффициентом затухания ($\beta \ll 1$).

Решение. Представим решение волнового уравнения относительно амплитуды колебательной скорости в виде

$$\dot{\xi}_m = \dot{\xi}_{m0} \cos kx + i \frac{F_0}{z_b} \sin kx,$$

где $\dot{\xi}_{m0}$ — амплитуда колебательной скорости на торце стержня; z_b — импеданс волновода. Используя определение акустического импеданса нагрузки $z_n =$

$$= \frac{F_0}{\dot{\xi}_{m0}}, \text{ перепишем решение как}$$

$$\dot{\xi}_m = \dot{\xi}_{m0} \left(\cos kx + i \frac{z_H}{z_B} \sin kx \right).$$

При отсутствии нагрузки $z_H = 0$. Тогда, представив волновое число в комплексном виде $k = \alpha + i\beta$, где α — сдвиг фазы, β — коэффициент затухания, получим

$$\dot{\xi}_m = \dot{\xi}_{m0} (\cos \alpha x \cdot \operatorname{ch} \beta x + i \sin \alpha x \cdot \operatorname{sh} \beta x).$$

Положение координаты пучности x_n соответствует максимальной величине $\xi_m = \dot{\xi}_{m0}$; следовательно,

$$\cos \alpha x \cdot \operatorname{ch} \beta x + i \sin \alpha x \cdot \operatorname{sh} \beta x = 1.$$

Для нахождения x_n найдем экстремальное значение, продифференцировав последнее выражение по общему правилу дифференцирования комплексных функций. С этой целью определим модуль производной комплексной функции:

$$\left| \frac{d}{dx} (\cos \alpha x \cdot \operatorname{ch} \beta x + i \sin \alpha x \cdot \operatorname{sh} \beta x) \right|_{x=x_{\text{экстр}}}^2 = 0.$$

После дифференцирования и преобразования получим условие, отвечающее положению пучности смещений:

$$1 - \operatorname{th} \beta x_n = \frac{1}{\cos^2 \alpha x_n},$$

или

$$- \operatorname{tg}^2 \alpha x_n = \operatorname{th} \beta x_n.$$

При $\beta \sim 1$ положение пучности находим путем графического или числового решения данного трансцендентного уравнения, отвечающего условию экстремума.

При $\beta \ll 1$ имеем $\cos^2 \alpha x_n \approx 1$, откуда $\alpha x_n = n\pi$, где $n=0, 1, 2, 3, \dots$; следовательно, $x_n = n\lambda/2$. Положение узла смещений соответствует изменению знака производной, его можно определить исходя из равенства нулю модуля второй производной комплексной функции. После дифференцирования и преобразования получим условие, отвечающее положению узла смещений:

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha x_y \cdot \operatorname{th}^2 \beta x_y = 0.$$

При $\beta \sim 1$ положение узла смещения определяется графическим или численным методом решения этого уравнения. При $\beta \ll 1$ имеем $\cos^2 \alpha x_y \approx 0$, откуда $\alpha x_y = (2n-1)\pi/2$; следовательно, $x_y = (2n-1)\lambda/4$.

3. *Определить мощность ультразвуковых колебаний, вводимую в нагрузку массы, присоединенную к торцу резонансного стержневого волновода площадью сечения S , при частоте колебаний ω , амплитуде колебательной скорости v_{m0} и коэффициенте бегущей волны K_6 , обусловленном потерями энергии в нагрузке.*

Решение. Для гармонической бегущей волны средняя удельная мощность

$$w = 1/2 \sigma v,$$

где σ — амплитуда напряжений на торце волновода, обусловленная потерями в нагрузке; v — амплитуда бегущей волны в волноводе. Учтем, что

$$K_6 = \frac{\xi}{\xi_{m0}} = \frac{v}{v_{m0}},$$

где ξ_{m0} и v_{m0} — соответственно амплитуды смещения и колебательной скорости стоячей волны, определяемые на торце волновода; ξ и v — амплитуды смещения и колебательной скорости бегущей волны, определяемые в узле стоячей волны. Для массовой нагрузки

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{m_n \omega v}{S} = \frac{m_n \omega K_6 v_{m0}}{S},$$

отсюда

$$w = \frac{1}{2} \frac{m_n \omega K_6^2 v_{m0}^2}{S}$$

и полная мощность излучения в нагрузку

$$W = wS = \frac{1}{2} m_n \omega K_6^2 v_{m0}^2.$$

Так как $W = \frac{1}{2} R_n v_{m0}^2$, то активное сопротивление нагрузки $R_n = m_n \omega K_6^2$.

4. *Определить, на каком расстоянии и за какое время интенсивность волны в воде при частоте 20 кГц убывает в два раза.*

Решение. Из справочника находим $\eta = 0,105 \cdot 10^{-2}$ кг/(с·м); $\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м³; $c = 1450$ м/с; $\lambda = 0,6$ Вт/(м·К); $c_p = 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К). По формулам (3.47) и (3.48) определим коэффициенты поглощения:

$$\beta_\eta = \frac{2\omega^2 \eta}{3\rho c^3}; \quad \beta_\eta \approx 37,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1};$$

$$\beta_\lambda = \frac{\omega^2 \lambda}{2\rho c^3} \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right); \quad \beta_\lambda \approx 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}.$$

Классический коэффициент поглощения $\beta = \beta_\eta + \beta_\lambda = 38,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$. Ослабление интенсивности волны $I_0/I = e^{-2\beta x}$; следовательно,

$$x = \frac{\ln 2}{2\beta} = \frac{0,346}{\beta}; \quad x \approx 90 \cdot 10^3 \text{ м} = 90 \text{ км};$$

$$t = x/c; \quad t = 1 \text{ мин.}$$

5. *Определить вынужденные одномерные колебания системы под действием силы $F(t)$ для случаев $F(t) = F_0$ и $F(t) = F_0 e^{-\beta t}$ при начальных условиях $x=0$; $\dot{x}=0$.*

Решение. Проинтегрируем уравнение движения (3.55), предварительно используя прием понижения степени уравнения с помощью подстановки $\varphi = \dot{x} + i\omega x$. Тогда уравнение движения примет вид

$$\frac{d\varphi}{dt} - i\omega\varphi = \frac{1}{m} F(t).$$

В соответствии с общим правилом решение неоднородного уравнения ищем в форме решения однородного уравнения $\varphi = A(t) e^{i\omega t}$ подстановка которого дает

$$\dot{A}(t) = \frac{1}{m} F(t) e^{-i\omega t}.$$

Интегрируя это выражение, получим

$$\varphi = e^{i\omega t} \left[\int_0^t \frac{1}{m} F(t) e^{-i\omega t} dt + \varphi_0 \right],$$

где постоянная интегрирования отвечает φ при начальных условиях. Искомую функцию $x(t)$ получим делением мнимой части φ на $i\omega$.

Сделав соответствующие подстановки $F(t)$ в последнее выражение, проинтегрировав, отделив мнимую часть и разделив ее на $i\omega$, получим

$$x = \frac{F_0}{m\omega^2} (1 - \cos \omega t) \text{ (при } F(t) = F_0);$$

$$x = \frac{F_0}{m(\omega^2 + \beta^2)} \left(e^{-\beta t} - \cos \omega t + \frac{\beta}{\omega} \sin \omega t \right) \text{ (при } F(t) = F_0 e^{-\beta t} \text{)}.$$

6. Найти форму вынужденных изгибных колебаний системы с потерями на первой резонансной частоте.

Решение. Запишем уравнение движения системы, согласно (3.37), в виде

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \left(1 + \frac{i\theta}{\pi} \right) EI \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} = F_0(x) e^{i\omega t}.$$

Решение данного уравнения будем искать в форме, отвечающей сумме нормальных свободных колебаний:

$$\xi(x, t) = \sum_n a_n \xi_{0n}(x) e^{i\omega t}.$$

Аналогично в виде разложения в бесконечный ряд представим и функцию силы:

$$F_0(x) = \sum_n b_n \xi_{0n}(x),$$

$$b_n = \frac{\int_0^l F_0(x) \xi_{0n}(x) dx}{\int_0^l \xi_{0n}^2(x) dx}.$$

где

Подставив полученные выражения в уравнение колебаний, получим

$$m \sum_n a_n \left[\left(1 + \frac{i\theta}{\pi} \right) \omega_{0n}^2 - \omega^2 \right] \xi_{0n}(x) = \sum_n b_n \xi_{0n}(x).$$

Отсюда

$$a_n = \frac{b_n}{m \left[\left(1 + \frac{i\theta}{\pi} \right) \omega_{0n}^2 - \omega^2 \right]} = \frac{b_n}{m} R_n e^{i\alpha_n},$$

$$R_n = \frac{1}{\sqrt{(\omega_{0n}^2 - \omega^2)^2 + \frac{\theta^2}{\pi^2} \omega_{0n}^4}}; \quad \operatorname{tg} \alpha_n = - \frac{\frac{\theta}{\pi} \omega_{0n}^2}{\omega_{0n}^2 - \omega^2}.$$

где

Следовательно, решение уравнения вынужденных изгибных колебаний в системе с потерями можно записать следующим образом:

$$\xi(x, t) = \sum_n \frac{b_n}{m} R_n \xi_{0n}(x) e^{i(\omega t + \alpha_n)},$$

или, отделяя вещественную часть,

$$\xi(x, t) = \sum_n \frac{b_n}{m} R_n \xi_{0n}(x) \cos(\omega t + \alpha_n).$$

Условие резонанса системы на первой собственной частоте ω_{01} выполняется при $\omega = \omega_0$, откуда $\alpha_1 = -\pi/2$ и $R_1 = \pi/(0\omega_{01}^2)$. С учетом этого и считая, что θ мало, а следующая собственная частота значительно превосходит первую, можно приближенно записать

$$\xi(x, t) \approx \frac{b_1 \pi}{m \omega_{01}^2} \xi_{01}(x) \sin \omega_{01} t.$$

Таким образом, при резонансе на первой собственной частоте форма вынужденных колебаний совпадает с первой собственной формой колебаний.

ГЛАВА 4

ОБРАЗОВАНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН

4.1. ИЗМЕНЕНИЕ ФОРМЫ ВОЛНЫ

Для одномерного случая, т. е. плоской волны, полная система уравнений гидродинамики, составленная из уравнения движения, уравнения непрерывности и уравнения состояния, рассмотренных в гл. 1, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) &= - \frac{\partial p}{\partial r} + b \frac{\partial v}{\partial r}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{d(\rho v)}{dr} &= 0, \\ p - p_0 &= c_0^2 (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial c^2}{\partial \rho} \right)_s (\rho - \rho_0), \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

где r — направление распространения волны: $b = \frac{4}{3} \eta + \eta^* + \lambda \times \times \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right)$, а индекс 0 обозначает величину, соответствующую невозмущенному состоянию среды. В уравнении состояния использовано разложение приращения давления $p^{(1)} = p - p_0$ по малому параметру приращения плотности $\rho^{(1)} = \rho - \rho_0$ при ограничении первыми двумя членами, что допустимо при малости числа Маха

$M = v/c = \rho^{(1)}/\rho \ll 1$. Введя вспомогательные функции $w = \int \frac{d p_s}{\rho}$ и потенциал φ скорости ($v = \partial \varphi / \partial r$), преобразуем систему (4.1):

$$\left. \begin{aligned} w &= - \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2 + \frac{b}{\rho_0} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{\partial w}{\partial r} + c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} &= 0, \\ c^2 &= c_0^2 + (\gamma - 1) w, \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

где $\gamma = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial c^2}{\partial \rho} \right)_s$ — показатель политропы. Тогда, исклю-

чив w и c , объединим систему в одно уравнение, оставив члены до квадратичных по малому параметру M :

$$c_0^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} - \ddot{\varphi} + \frac{b}{\rho_0} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + c_0(\gamma + 1) \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} = 0. \quad (4.3)$$

Учитывая относительно медленное изменение профиля волны в пространстве, исключим из рассмотрения быстроменяющиеся процессы [10; 4.1], используя переход от обычных координат (t, r) к системе координат, сопровождающих волну $(t^* = t - r/c_0, r)$. Тогда в новых координатах, вернувшись к скорости v , получим уравнение Бюргера:

$$\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\epsilon}{c_0^2} v \frac{\partial v}{\partial t^*} = a \frac{\partial^2 v}{\partial t^{*2}}, \quad (4.4)$$

где $\epsilon = (\gamma + 1)/2$, $a = b/(2\rho_0 c_0^3)$. Выражение (4.4) удобнее записать в безразмерных параметрах $u = v/v^{(1)}$ и $\sigma = r/L$, где $v^{(1)}$ — колебательная скорость в линейном приближении; $L = \frac{1}{k\epsilon M} = \frac{c_0^2}{\epsilon \omega v^{(1)}}$ — величина, имеющая размерность длины. Тогда (4.4) примет вид

$$\frac{\partial u}{\partial \sigma} - u \frac{\partial u}{\partial (\omega t^*)} = \text{Re}_a^{-1} \frac{\partial^2 u}{\partial (\omega t^*)^2}. \quad (4.5)$$

Здесь $\text{Re}_a = 2\epsilon \text{Re} = \frac{\epsilon v^{(1)} \lambda \rho_0}{b\pi}$ — акустическое число Рейнольдса, пропорциональное отношению нелинейного члена к члену, учитывающему влияние вязкости и теплопроводности, т. е. характеризующее относительную роль нелинейных и диссипативных эффектов. От гидродинамического числа Рейнольдса Re оно отличается множителем 2ϵ , учитывающим нелинейность уравнения состояния [4.1].

При больших значениях $\text{Re}_0 \gg 1$ можно пренебречь правой частью уравнения (4.5) и после интегрирования получить решение Римана [5; 1.9]:

$$\omega t^* = -\sigma \frac{v}{v^{(1)}} + f\left(\frac{v}{v^{(1)}}\right), \quad (4.6)$$

где вид функции f определяется начальными условиями. Если $v = v^{(1)} \sin \omega t$ при $r=0$, то

$$\omega t^* = \arcsin \frac{v}{v^{(1)}} - \sigma \frac{v}{v^{(1)}}. \quad (4.7)$$

Решение (4.7) удобно проанализировать графически, как показано на рис. 4.1, представив его в виде суммы двух функций: гармонической и линейной, тангенс угла которой работает с расстоянием σ . Соответственно с ростом σ увеличивается искажение профиля первоначально гармонической волны. Из рис. 4.2 видно, что на расстоянии $\sigma=1$ профиль становится отвесным, а затем многозначным. Многозначность профиля физически бессмысленна и означает образование разрыва, или ударной волны. Образование раз-

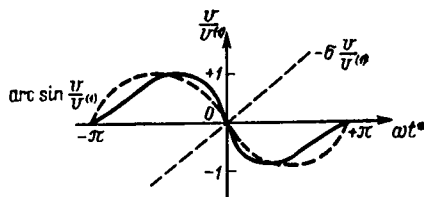


Рис. 4.1. Графическое решение уравнения (4.7)

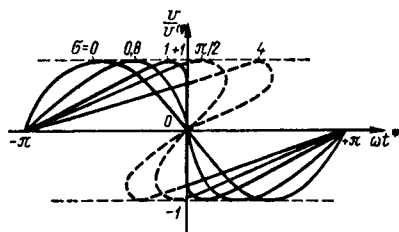


Рис. 4.2. Зависимость профиля волны от расстояния от источника

рыва происходит при $r=L=1/(k\epsilon M)$. Сшивание непрерывного решения на разрыве производится по правилу равенства площадей [4.1], ограниченных штриховой линией, т. е. разрыв находится в точке $\omega t^*=0$.

Из (4.7) получаем, что значение разрыва v_p определяется соотношением

$$\frac{v_p}{v^{(1)}} = \sin \sigma \frac{v_p}{v^{(1)}}, \quad (4.8)$$

т. е. оно растет при изменении σ от 1 до $\pi/2$, а затем уменьшается, когда волна приобретает пилообразную форму. В области больших σ , используя разложение правой части в окрестности точки $\sigma \frac{v}{v^{(1)}} \approx \pi$, выражение (4.8) можно упростить:

$$v_p/v^{(1)} = \pi/(1 + \sigma); \quad (4.9)$$

при этом ошибка в сделанном приближении не превышает 2% уже при $\sigma > 3,6$. Анализ выражения (4.9) показывает, что *степень затухания пилообразной волны зависит от амплитуды и значительно превосходит экспоненциальное малоамплитудное затухание*. Физически это определяется процессами необратимого сжатия в ударной волне, вызывающими рост энтропии и диссипации энергии. Это обуславливает явление *насыщения*, т. е. с увеличением начальной амплитуды $v^{(1)}$ пиковое значение v_p растет все медленнее, асимптотически приближаясь к предельному значению

$$v_{pm} = \frac{\pi c_0}{\epsilon k r}. \quad (4.10)$$

Поскольку толщина разрыва δ зависит от Re_a и $\delta=0$ при $Re_a \rightarrow \infty$, решение для пилообразной волны можно записать в виде

$$\frac{v}{v^{(1)}} = \frac{1}{1 + \sigma} (\pi - \omega t^*). \quad (4.11)$$

Решение (4.11) показывает, что приближения, сделанные в выводах, допустимы при условии

$$\frac{\delta}{2\pi} = \frac{1 + \sigma}{2\pi^2 \text{Re}_a} = \frac{1}{2\pi^2 \tilde{\text{Re}}} \ll 1.$$

Здесь Re_a представляет собой по порядку величины отношение длины волны к толщине образовавшегося разрыва. При $\sigma = \pi/2$ величина $\tilde{\text{Re}}_a = \text{Re}_a$ имеет максимальное значение. Решение становится непригодным, когда толщина разрыва сравнима с длиной волны $\delta/(2\pi) \approx 1$, что происходит на расстоянии $r \geq 1/\beta$.

Значительное увеличение потерь энергии в пилообразной волне приводит к необходимости учета диссипативных эффектов, действие которых сказывается в постепенном размывании разрывов. Процесс сглаживания описывается решением уравнения Бюргерса, полученным Хохловым [1.7; 4.3]:

$$\frac{v}{v^{(1)}} = \frac{1}{1 + \sigma} \left(-\omega t^* + \pi \text{th} \frac{\omega t^*}{\delta} \right). \quad (4.12)$$

Это решение представляет собой результат сшивания решения для наклонного прямолинейного участка пилообразного профиля с известной формулой, определяющей структуру слабого разрыва.

Следует отметить, что приближенное решение (4.7) для малых чисел Маха полностью совпадает с точным решением Пуассона и Римана системы уравнений гидродинамики идеальной среды [10; 1.5]:

$$\frac{v}{v^{(1)}} = \sin \omega \left[t - \frac{r}{c(v) + v} \right], \quad (4.13)$$

где $c(v) = c_0 + \frac{\gamma - 1}{2} v$ — скорость перемещения в пространстве точки профиля волны, соответствующего скорости v , что означает, что *скорость распространения волны различна для разных участков ее профиля*. Это и является причиной изменения формы волны при ее распространении.

4.2. СПЕКТРАЛЬНЫЙ СОСТАВ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

Изменение формы профиля волны при ее распространении можно трактовать как изменение ее спектрального состава. Анализ образования и поведения высших гармоник проводится с помощью фурье-анализа, заключающегося в разложении в ряд Фурье полученных аналитических решений. Так, разложение в ряд по малой добавке к фазе решения (4.7) дает выражение [5]

$$v = v_0 \sin \omega t^* + \frac{r}{L} \frac{v_0}{2} \sin 2\omega t^* + \dots, \quad (4.14)$$

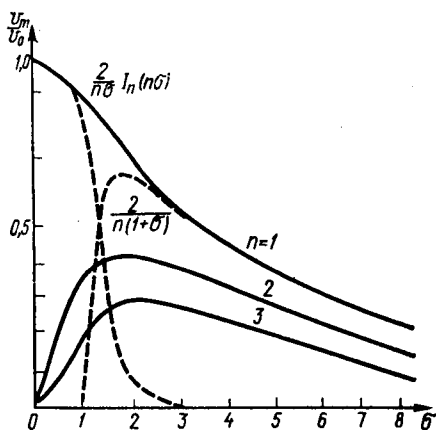


Рис. 4.3. Изменение амплитуд первых трех гармоник с расстоянием

т. е. показывает образование гармоник высшего порядка.

Так как ряд (4.14) сходится только на малых по сравнению с L расстояниях от излучателя, то более эффективным для анализа является разложение в ряд решения вида, аналогичного (4.7):

$$v = v_0 \sin \left(\omega t - kr + \sigma \frac{v}{v_0} \right). \quad (4.15)$$

Решение трансцендентного относительно v уравнения подобного типа было впервые получено Бесселем, оно может быть записано как

$$\frac{v}{v_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\sigma} J_n(n\sigma) \sin n(\omega t - kr), \quad (4.16)$$

где $J_n(n\sigma)$ — функция Бесселя n -го порядка. Выражение (4.16) применимо при $0 \leq \sigma \leq 1$, т. е. до образования разрыва. Более общее решение, учитывающее образование разрыва и поэтому пригодное в области $\sigma > 1$, когда толщина разрыва мала по сравнению с длиной волны ($\delta/(2\pi) \ll 1$), получено Блэкстоком:

$$\frac{v}{v_0} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin n\omega t^*, \quad (4.17)$$

где

$$B_n = \begin{cases} \frac{2}{n\sigma} J_n(n\sigma), & 0 < \sigma < 1; \\ \frac{2}{n(1+\sigma)}, & \sigma \gg 1. \end{cases}$$

Сшивание этого решения для $n=1$ показано на рис. 4.3. Из рисунка видно, что до $\sigma=1$ амплитуда первой гармоники убывает, а амплитуда высших гармоник растет, причем при отсутствии диссипации энергии общая энергия гармоник равна начальной энергии возмущения. Следовательно, в области до образования разрыва нелинейность приводит к перекачке энергии от основной гармоники в ее высокочастотные составляющие. В результате быстрого роста высших гармоник их амплитуды при $\sigma \approx 1$ становятся соизмеримыми с амплитудой первой гармоники.

Изменение спектрального состава волны для случая размытого ударного фронта анализируется на основе разложения в ряд решения (4.12):

$$\frac{v}{v_0} = 2 \operatorname{Re} a^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \omega t^*}{\operatorname{sh} [n(I + \sigma)/\operatorname{Re} a]} . \quad (4.18)$$

Из решения (4.18) следует, что на большом расстоянии от излучателя ($\sigma \gg 1$) происходит размывание разрыва и форма волны снова приближается к синусоидальной. Выражение (4.18) можно записать в приближенном виде, аналогичном (4.14):

$$\frac{v}{v_0} = 2 \operatorname{Re} a^{-1} (e^{-\beta x} \sin \omega t^* + e^{-2\beta x} \sin 2\omega t^* + \dots). \quad (4.19)$$

Согласно (4.19), коэффициент поглощения второй гармоники в два, а не в четыре раза больше, чем первой. Линейное, а не квадратичное возрастание поглощения с частотой определяется, как уже отмечалось, непрерывной перекачкой энергии от низкочастотных гармоник к высокочастотным.

В области существования разрыва все гармоники затухают, причем тем быстрее, чем больше номер гармоники. Тогда, считая, что в области $\sigma \gg 1$ в результате затухания амплитуда высших гармоник пренебрежимо мала, и ограничиваясь первым членом выражения (4.19), получаем

$$v \approx \frac{b\omega}{\rho_0 c_0^2} e^{-\beta x} \sin \omega t^*, \quad (4.20)$$

т. е. амплитуда уже не зависит от начального значения v_0 . Этот факт обусловлен возрастанием поглощения с увеличением интенсивности волны, в результате чего количество энергии, переходящее на большие расстояния $\sigma \gg 1$, не увеличивается.

При наличии нескольких волн конечной амплитуды в результате нелинейного взаимодействия кроме гармоник возникают волны комбинационных частот, что ведет к быстрому расширению частотного спектра. Волна конечной амплитуды может взаимодействовать и со случайными волнами, распространяющимися в среде. В этом случае происходит передача энергии случайной волне, что вызывает дополнительное затухание волн конечной амплитуды [4.2].

4.3. НЕЛИНЕЙНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

Нелинейность среды обуславливает появление дополнительного поглощения волны конечной амплитуды или *нелинейного затухания*. Физически это связано с постоянной подкачкой энергии в высокие гармоники, имеющие больший коэффициент поглощения по сравнению с основной либо первой гармоникой. Интенсивность поглощения зависит от амплитуды волны и достигает максимума в области максимальных искажений ($\sigma \approx \pi/2$), что можно интерпретировать как увеличение диссипации энергии на слабом разрыве

с ростом скачка давления в нем. Когда энергия волны значительно уменьшается из-за нелинейного затухания, волна превращается в обычную малоамплитудную с линейным коэффициентом затухания β .

Амплитудную зависимость коэффициента поглощения в области $\sigma \gg \pi/2$ можно оценить исходя из закона изменения с расстоянием основной гармоники v_1 :

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{1}{2\epsilon \text{Re}} \frac{1}{\text{sh} [(1 + \sigma)/(2\epsilon \text{Re})]} \quad (4.21)$$

Продифференцировав соотношение (4.21) по r , получим

$$\beta_1 = \frac{1}{v_1} \frac{d v_1}{d r} = \beta \sqrt{1 + 2\epsilon \tilde{\text{Re}}_1}, \quad (4.22)$$

где $\text{Re}_1 = \rho c_0 v_1 / (b\omega)$ — текущее значение числа Рейнольдса, уменьшающееся с уменьшением v_1 . Следовательно, *характер зависимости коэффициента поглощения должен меняться в предельных случаях больших и малых значений $2\epsilon \text{Re}_1$.*

Для режима пилообразной волны, отвечающего условию $2\epsilon \text{Re}_1 \gg 1$, из выражения (4.22) имеем

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \epsilon \text{Re}_1 = \frac{\epsilon p_1}{b\omega}, \quad (4.23)$$

т. е. коэффициент поглощения основной гармоники может значительно превышать коэффициент малоамплитудного поглощения, причем его значение линейно растет с увеличением амплитуды волны. Так как $v_p/v_1 = \pi/2$, то

$$\frac{\beta_1}{\beta} = \frac{4\rho c_0 \epsilon v_p}{\pi b\omega} = \frac{2}{\pi} \text{Re}_a. \quad (4.24)$$

Высокочастотные гармоники, если их номер не слишком велик, т. е. если $2\epsilon \tilde{\text{Re}}_1 \gg n^2$, затухают по тому же закону. Действительно,

$$\frac{\beta_n}{\beta} = \sqrt{n^2 + (2\epsilon \text{Re}_1)^2} \approx 2\epsilon \text{Re}_1 = \frac{2}{\pi} \text{Re}_a. \quad (4.25)$$

Одинаковый характер затухания гармоник определяет незначительное изменение формы пилообразной волны при ее распространении. Следовательно, коэффициент поглощения волны по интенсивности, характеризующий темп диссипации энергии, примерно равен удвоенному коэффициенту амплитудного поглощения.

В случае волны малой интенсивности, т. е. при $2\epsilon \text{Re} \ll 1$, форма волны близка к синусоидальной и выражение для коэффициента поглощения основной гармоники можно записать в виде

$$\frac{\beta_1}{\beta} \approx 1 + 2(\epsilon \text{Re}_1)^2. \quad (4.26)$$

Из (4.26) видно, что рост поглощения основной гармоники невелик. Поскольку затухание гармоник более высоких номеров происходит по закону, отличному от выражения (4.26) для основной гармоники, коэффициент поглощения основной гармоники при $2\epsilon \text{Re}_1 \ll 1$ не равен половине коэффициента поглощения по интенсивности.

Таким образом, в области $\sigma \gg \pi/2$ коэффициент поглощения основной гармоники изменяется сначала квадратично, а затем линейно с увеличением амплитуды волны, как это показано на рис. 4.4.

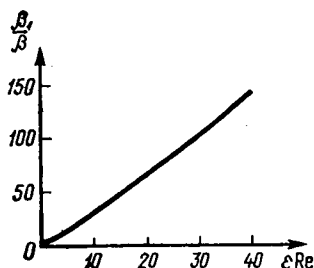


Рис. 4.4. Зависимость роста коэффициента поглощения основной гармоники от амплитуды волны

4.4. ПОГЛОЩЕНИЕ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В РЕЛАКСИРУЮЩИХ СРЕДАХ

Интенсивность диссипации энергии волны в релаксирующих средах определяется соотношением частоты волны ω с характерным временем установления термодинамического равновесия τ (временем релаксации). Уравнение состояния для неравновесной среды должно включать дополнительные параметры, учитывающие отклонение от равновесия [10; 1.7; 4.2]. В самом простом случае достаточно задать один параметр χ , лимитирующий релаксационный процесс. Тогда в общем виде уравнение состояния имеет вид

$$p = p(\rho, T, \chi), \quad (4.27)$$

где величина χ определяется из уравнения реакции

$$\tau \frac{\partial \chi}{\partial t} = \chi_0 - \chi. \quad (4.28)$$

Здесь χ_0 отвечает равновесному значению χ .

Дополняя выражением (4.28) систему уравнений гидродинамики (4.1), можно описать распространение волны конечной амплитуды в релаксирующей среде. В том случае, когда дисперсия звука m мала, т. е. при $m = (c_\infty^2 - c_0^2)/c_0^2 \ll 1$, получим систему из двух приближенных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial r} - \beta v \frac{\partial v}{\partial t^*} &= - \frac{B\tau}{2\rho_0 c_0^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^{*2}}, \\ \tau \frac{\partial \chi}{\partial t^*} + \chi &= - \frac{m\rho_0 c_0}{B} v, \end{aligned} \right\} \quad (4.29)$$

где $B = \left(\frac{\partial p}{\partial \chi} \right)_{\rho_0}$ — величина порядка числа Маха $M = v_0/c_0$, а

$$t^* = t - \frac{r}{c_0}.$$

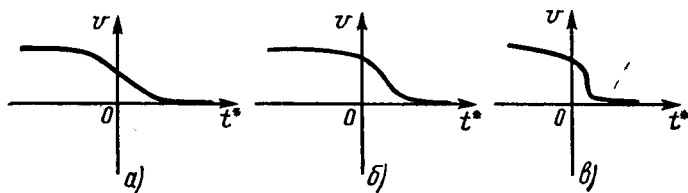


Рис. 4.5. Вид профиля скачка амплитуды при изменении соотношения между нелинейными и диссипативным процессами:

$a - M_p \ll 1$; $б - M_p < 1$; $в - M_p > 1$

При распространении волны с низкой частотой основной гармоники ($\omega\tau \ll 1$) диссипативная добавка к поглощению за счет релаксационных процессов определяется гармониками высокого порядка, частота которых сравнима с частотой релаксации. Низкочастотные гармоники не испытывают дополнительного поглощения, поскольку при медленном изменении состояния среды условия отвечают равновесным. В этом случае профиль одиночного стационарного скачка уплотнения амплитудой $2v_0$ описывается решением

$$\frac{t^* + t_0^*}{t_0^*} = \ln \frac{(v_0 + v)^{M_p - 1} v_0^2}{(v_0 - v)^{M_p + 1}}, \quad (4.30)$$

где $M_p = \frac{\gamma + 1}{m} M$ — параметр, характеризующий соотношение нелинейных и диссипативных эффектов в релаксирующей среде.

Анализ выражения (4.30) показывает, что с ростом параметра M_p , т. е. с увеличением вклада нелинейных эффектов, происходит трансформация профиля из пологого и симметричного в разрывный и асимметричный, как показано на рис. 4.5. В ударной волне ($M_p > 1$) сжатое вещество быстро переводится в неравновесное состояние, после которого происходит относительно медленное возвращение к равновесию, выражающееся в изменении гидродинамических величин (v) за фронтом волны.

Выражение, описывающее период пилообразной волны в релаксирующей среде при $\omega\tau \ll 1$, получают сшиванием решения для прямолинейного участка профиля волны с решением (4.30) следующим образом:

$$\frac{v}{v_0} = \frac{1}{1 + \sigma} [-\omega t^* + \pi v(\omega t^*)]. \quad (4.31)$$

Выражение (4.31) отличается от решения для нерелаксирующей среды (4.12) видом второго члена в скобках, учитывающего релаксационный характер диссипативных процессов. Графическое изображение решения (4.31), приведенное на рис. 4.6, наглядно показывает, что при низких частотах ($\omega\tau \ll 1$) наличие релаксации сказывается лишь в асимметрии профиля, не влияя на характер поглощения по сравнению с нерелаксирующей средой.

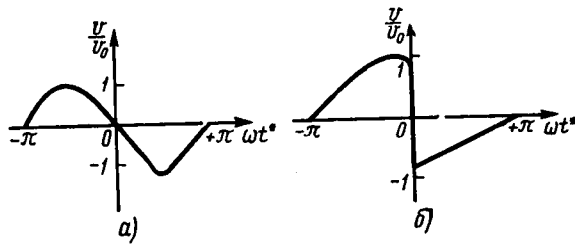


Рис. 4.6. Профиль волны конечной амплитуды в релаксирующей среде при $\omega\tau \ll 1$:

а — $M_p < 1$; б — $M_p > 1$

В другом предельном случае очень высоких частот по сравнению с частотой релаксации, т. е. $\omega\tau \gg 1$, среда не успевает изменить свое состояние и релаксационные процессы сказываются незначительно, причем добавка в поглощение уменьшается с ростом номера гармоники. Когда $\omega\tau \gg 1$, система уравнений может быть сведена к одному приближенному уравнению вида

$$\frac{\partial v}{\partial r} - \beta \left(v + \frac{m}{2\beta c_0} \right) \frac{\partial v}{\partial t^*} + \frac{m}{2c_0\tau} = 0. \quad (4.32)$$

Решением этого уравнения является соотношение

$$\omega \left(t - \frac{r}{c_\infty} \right) = \arcsin W - \sigma W, \quad (4.33)$$

где $W = \frac{v}{v_0} e^{sr}$; $\sigma = \frac{\beta \omega v_0}{s} (1 - e^{-sr})$; $s = \frac{m}{2c_0\tau}$.

Структурно решение (4.33) аналогично решению (4.7) для нерелаксирующих сред и дает образование разрыва при $\sigma = 1$ и пилообразной волны при $\sigma = \pi/2$. Однако если в случае нерелаксирующей среды σ монотонно растет по мере распространения волны, то в случае релаксирующих сред σ из выражения (4.33) асимптотически стремится к предельному значению:

$$\sigma_\infty = \frac{\gamma + 1}{2} M \omega \tau \left(\frac{2c_0^2}{c_\infty^2 - c_0^2} \right). \quad (4.34)$$

Это означает наличие критической начальной амплитуды $v_{0\text{кр}}$, соответствующей образованию разрыва:

$$v_{0\text{кр}} = \frac{2}{\gamma + 1} \frac{c_\infty^2 - c_0^2}{c_0} \frac{1}{\omega \tau}. \quad (4.35)$$

При докритических значениях $v_0 < v_{0\text{кр}}$, соответствующих $M_p < 1$ и $\tau_\infty < 1$, разрыва в профиле волны вообще не возникает.

При сильном влиянии нелинейных эффектов $M_p > 1$ профиль волны имеет пилообразный вид, как и в нерелаксирующей среде,

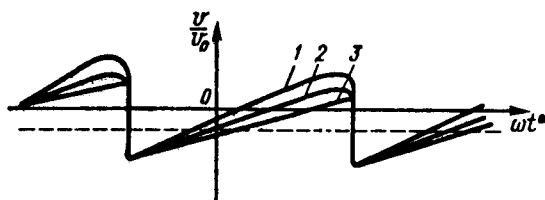


Рис. 4.7. Зависимость формы профиля волны от частоты основной гармоники:

1 — $\omega t \ll 1$; 2 — $\omega t \approx 1$; 3 — $\omega t \gg 1$

однако при сравнении графиков, приведенных на рис. 4.7, видно, что в случае $\omega t \gg 1$ площадь профиля над осью абсцисс не соответствует площади ниже оси абсцисс, что означает как бы наличие постоянной составляющей скорости. Это обусловлено переходом скорости распространения волны от c_0 к c_∞ при изменении частоты от $\omega t \ll 1$ до $\omega t \gg 1$.

Поглощение пилообразной волны, соответствующей $\omega t \gg 1$, $\tau_\infty \gg 1$, приближенно определяется соотношением

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\pi e^{-sr}}{1 + \frac{\beta \omega v_0}{s} (1 - e^{-sr})}. \quad (4.36)$$

При малой дисперсии, раскладывая экспоненту по малому параметру sr , получаем

$$\frac{v}{v_0} \approx \frac{\pi}{1 + \beta \omega v_0 r}. \quad (4.37)$$

Это соотношение полностью аналогично (4.9). Следовательно, при $\omega t \gg 1$ закон затухания волны конечной амплитуды в релаксирующей среде практически совпадает с законом затухания для нерелаксирующей среды.

Задачи к гл. 4

1. Оценить возможность применения формулы (4.6) при рассмотрении распространения в воде бегущей волны с амплитудой звукового давления 2,5 МПа и частотой 1 МГц (скорость звука $c = 1,45 \cdot 10^5$ м/с, показатель политропы $\gamma = 7$, отношение коэффициента поглощения к квадрату колебательной скорости $\alpha/v^2 = 2,2 \cdot 10^{-14}$ с²/м).

Решение. Используя выражения для бегущей волны (1.52) и коэффициента поглощения (3.50), вычислим значения σ , λ и b . Подставив эти значения в формулы для числа Маха и акустического числа Рейнольдса, получим

$$M = \frac{v}{c} \approx 10^{-3}; \quad Re_a = \frac{\sigma v \lambda \rho}{b \pi} \approx 10^2.$$

Следовательно, выполнены условия получения решения Римана (4.6).

2. Показать идентичность решений (4.7) и (4.13) при $M \ll 1$.

Решение. Разложение второго члена в аргументе выражения (4.13) по малой добавке к скорости звука при ограничении первым членом разложения приводим к формуле

$$\frac{v}{v^{(1)}} = \sin \omega \left(t - \frac{r}{c_0} + \varepsilon \frac{v}{v^{(1)}} \right),$$

которая в точности совпадает с формулой (4.7).

3. Определить расстояние образования ударной волны в воде при интенсивности волны 10 Вт/см^2 и числе Маха $1,4 \cdot 10^{-4}$.

Решение. Используя выражение для интенсивности (1.63), определим частоту ω и волновое число $k = \omega/c$. Подставив их в формулу для расстояния $L = 1/(k\varepsilon M)$, на котором происходит образование разрыва в профиле волны, получим $L/\lambda \approx 1,6 \cdot 10^2$.

ГЛАВА 5

РАДИАЦИОННОЕ ДАВЛЕНИЕ

5.1. СРЕДНЕЕ ПО ВРЕМЕНИ ДАВЛЕНИЕ В ЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Радиационное давление * (давление звука) представляет собой среднее по времени напряжения, возникающие в неоднородном звуковом поле, т. е. при наличии одностороннего излучения, поглощения или рассеяния звука.

Анализ возникающего радиационного давления проводится с учетом нелинейных членов уравнений гидродинамики, так как в линейном приближении сила, действующая на любое препятствие, является периодической величиной; следовательно, ее усреднение по времени дает значение, равное нулю. Для невязкой среды уравнения движения и состояния имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_i \frac{\partial v_i}{\partial x_k} &= - \frac{\partial p}{\partial x_i}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_i)}{\partial x_i} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Умножив второе уравнение системы (5.1) на v_i и сложив его с первым, получим выражение закона сохранения импульса i -й компоненты [5; 10; 1.3]:

$$\frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i v_k + p \delta_{ik}) = \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k}, \quad (5.2)$$

где $\Pi_{ik} = p \delta_{ik} + \rho v_i v_k$ — тензор плотности потока импульса; δ_{ik} — единичный тензор. Так как радиационное давление P_r численно должно быть равно среднему по времени потоку импульса, отнесенному к поверхности единичной площади в рассматриваемой точке,

* Термин «радиационное давление» традиционно используют в акустике, хотя более правильным, учитывая тензорный, а не скалярный характер данной величины, было бы назвать ее «радиационным напряжением».

то для i -й компоненты импульса

$$P_{ri} = \overline{P}_{ik}^{(1)} n_k = \overline{p}^{(1)} n_i + \rho v_i (v_k \cdot n_k), \quad (5.3)$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор внутренней нормали к поверхности; $\overline{p}^{(1)}$ — добавка к равновесному давлению p_0 , обусловленная распространением звуковой волны. Из (5.3) следует, что радиационное давление является тензорной величиной, которая может иметь нормальную и тангенциальную составляющие к поверхности. Первое слагаемое в (5.3) дает вклад только в нормальную составляющую, а второе — и в нормальную, и в тангенциальную.

В общем виде вектор радиационного давления для идеальной среды может быть записан как

$$\mathbf{P} = \overline{p}^{(1)} \mathbf{n} + \overline{\rho \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})}. \quad (5.4)$$

Тогда на поверхности твердого препятствия нормальная составляющая скорости $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})$ равна нулю и радиационное давление определяется только средним по времени давлением

$$P_r = \overline{p}^{(1)}. \quad (5.5)$$

При наличии препятствия с нетвердой поверхностью (например, на границе раздела двух жидкостей) появляется второе слагаемое, обусловленное импульсом, передаваемым препятствию движущейся средой.

Когда плоская волна падает на полностью поглощающее препятствие, поверхность которого перпендикулярна направлению распространения волны (т. е. $\mathbf{n} \parallel \mathbf{v}$), нормальная составляющая радиационного давления P_{rn} определяется соотношением

$$P_{rn} = \overline{p}^{(1)} + \overline{\rho v^2}. \quad (5.6)$$

В случае поверхности, параллельной направлению вектора скорости $(\mathbf{n} \perp \mathbf{v})$,

$$P_{rn} = \overline{p}^{(1)}. \quad (5.7)$$

При этом в обоих случаях тангенциальные составляющие равны нулю.

Если направление распространения волны образует угол с плоскостью препятствия, то нормальная и тангенциальная составляющие радиационного давления определяются нормальной и тангенциальной составляющими скорости в рассматриваемой точке:

$$P_{rn} = \overline{p}^{(1)} + \overline{\rho v_n^2}; \quad P_{rt} = \overline{\rho v_t v_n}. \quad (5.8)$$

При распространении волны в вязкой среде тензор плотности потока импульса Π_{ik} отличается от соответствующей величины для идеальной среды на значение тензора вязких напряжений δ_{ik} ; следовательно, в выражении для радиационного давления появляется член, учитывающий силы трения [5; 4.2]:

$$P_{ri} = \overline{p}^{(1)} n_i + \overline{\rho v_i (v_k n_k)} - \overline{\sigma_{ik} n_k}, \quad (5.9)$$

$$\text{где } \sigma_{ik} = \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_e}{\partial x_l} \right) + \eta^* \delta_{ik} \frac{\partial v_e}{\partial x_l}.$$

Учет диссипативных потерь дает вклад как в нормальную, так и тангенциальную составляющие радиационного давления. Так, компоненты радиационного давления при нормальном падении волны в направлении оси x на перпендикулярно расположенную твердую поверхность можно представить в виде

$$P_{rx} = \bar{p}^{(1)} - \bar{\sigma}_{xx}; \quad P_{ry} = -\bar{\sigma}_{yx}; \quad P_{rz} = -\bar{\sigma}_{zx}. \quad (5.10)$$

В зависимости от граничных условий звукового поля принято различать два типа радиационного давления: *ланжевеновское* и *элеевское*.

5.2. ЛАНЖЕВЕНОВСКОЕ ДАВЛЕНИЕ ЗВУКА

Ланжевеновское давление звука отвечает случаю контакта области распространения звукового пучка с невозмущенной средой, что, например, характерно для волн, затухающих на бесконечности.

Для анализа ланжевеновского давления выразим дополнительное давление в возмущенной среде $p^{(1)}$ через другие параметры упругой волны. Используя уравнение движения в форме Навье—Стокса, запишем его для потенциального безвихревого движения ($\text{rot } \mathbf{v} = 0$) с точностью до величин второго порядка малости:

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho^{(1)} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho_0 \nabla v^2 = -\nabla p^{(1)} + \\ + \left[\frac{4}{3} \eta + \eta^* + \lambda \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right] \nabla \text{div } \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Усредняя уравнение (5.11) по времени, исключаем периодический член $\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0$ и преобразуем, используя соотношения линейной теории, второй член уравнения:

$$\rho^{(1)} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{\rho^{(1)}}{\rho_0} \nabla p^{(1)} = -\nabla \left(\frac{c^2 \rho^{(1)^2}}{2\rho_0} \right),$$

тогда

$$\nabla \bar{p}^{(1)} = \nabla \left(\frac{c^2 \bar{\rho}^{(1)^2}}{2\rho_0} \right) - \nabla \frac{\rho_0 \bar{v}^2}{2} + b \nabla \text{div } \bar{\mathbf{v}}, \quad (5.12)$$

где $b = \frac{4}{3} \eta + \eta^* + \lambda \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right)$.

Интегрируя выражение (5.12) по пространству, получим

$$\bar{p}^{(1)} = \frac{c^2 \bar{\rho}^{(1)^2}}{2\rho_0} - \frac{\rho_0 \bar{v}^2}{2} + b \text{div } \bar{\mathbf{v}} + \text{const}. \quad (5.13)$$

В формуле (5.13) член $b \operatorname{div} \bar{\mathbf{v}}$ по сравнению с $\rho_0 \bar{v}^2/2$ является членом следующего порядка малости при малом поглощении волны на единичной длине, поскольку

$$\frac{b \operatorname{div} \bar{\mathbf{v}}}{\rho_0 \bar{v}^2/2} \approx \frac{b\omega}{\rho c^2} \approx \frac{\beta}{k} \ll 1.$$

Следовательно, во втором приближении для маловязких сред членом $b \operatorname{div} \bar{\mathbf{v}}$ можно пренебречь без потери точности рассмотрения. Тогда для ланжевеновского давления звука с учетом равенства нулю константы для удовлетворения условия отсутствия возмущения на бесконечности формулу (5.13) запишем как

$$\bar{p}^{(1)} = \frac{c^2 (\bar{\rho})^{(1)2}}{2\rho_0} - \frac{\rho_0 \bar{v}^2}{2}. \quad (5.14)$$

При нормальном падении волны на полностью отражающее препятствие образуется поле стоячей волны, контактирующей с невозмущенной средой через боковые границы звукового пучка. В этом случае из (5.5) подстановкой (5.14) получим

$$\mathbf{P}_r = \frac{c^2}{2\rho_0} (\bar{\rho}^{(1)})^2 \mathbf{n}. \quad (5.15)$$

Если считать, что вблизи препятствия звуковое поле можно аппроксимировать плоской звуковой волной с распределением скоростей $v = -v_0 \sin kx \cos \omega t$ и в линейном приближении $\bar{\rho}^{(1)} = \frac{\rho_0 v}{c} = \frac{\rho_0 v_0}{c} \times \cos kx \sin \omega t$, то выражение для среднего по времени давления примет вид

$$\bar{p}^{(1)} = \frac{\rho_0 v_0^2}{4} \cos 2kx. \quad (5.16)$$

Так как у поверхности препятствия $x=0$, то

$$\mathbf{P}_r = \bar{p}^{(1)} \mathbf{n} = \frac{\rho_0 v_0^2}{4} \mathbf{n}. \quad (5.17)$$

При наличии полностью поглощающего препятствия в среде образуется бегущая волна. С учетом того, что $\bar{\rho}^{(1)} = \frac{\rho_0 v}{c}$ и $\mathbf{p}^{(1)} = 0$, выражение для радиационного давления, согласно (5.4), можно записать в форме

$$\mathbf{P}_r = \rho v (\mathbf{v}\mathbf{n}), \quad (5.18)$$

или при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{v}$

$$\mathbf{P}_r = \rho \bar{v}^2 \mathbf{n} = 2\bar{\mathcal{E}} \mathbf{n}. \quad (5.19)$$

Пропорциональность радиационного давления кинетической энергии волны [см. формулы (5.17) и (5.19)] широко используют

для измерения звуковых полей. Для этого, как правило, применяют *радиометры*, или *диски Рэлея*, в которых приемная часть выполнена в виде пластины, конуса или шарика — их помещают в исследуемую область звукового пучка, соединенную с измерительным устройством, фиксирующим силу, действующую на приемник [4.2]. Измерительное устройство может быть выполнено в виде крутильного маятника или электромагнитного держателя. В том случае, когда приемник расположен внутри звукового пучка, радиационное давление не зависит от размеров приемника. Если приемник полностью поглощает звуковую волну, то, согласно (5.19), нормальная и тангенциальная компоненты радиационного давления соответственно составляют:

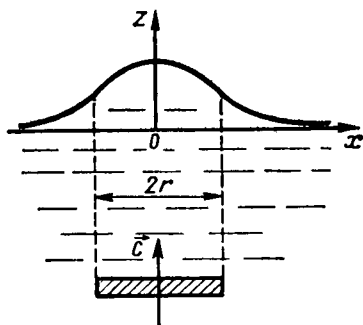


Рис. 5.1. К определению высоты прогиба свободной поверхности жидкости под действием радиационного давления

$$P_{rn} = 2\bar{\mathcal{E}}_k \cos \alpha; \quad P_{rt} = 2\bar{\mathcal{E}}_k \sin \alpha, \quad (5.20)$$

где α — угол падения звукового пучка на приемник. При использовании полностью отражающего приемника нормальная компонента радиационного давления в соответствии с формулой (5.17) удваивается, а тангенциальная обращается в нуль.

Весьма простым способом определения интенсивности звукового пучка в жидкости является измерение искажения свободной поверхности жидкости под действием радиационного давления [10]. Если излучатель помещен в объеме жидкости и плоский звуковой пучок радиуса r направлен перпендикулярно поверхности, как показано на рис. 5.1, то на поверхности образуется вспучивание куполообразной формы. Связь между высотой прогиба поверхности и радиационным давлением может быть получена из уравнения Лапласа в виде

$$\left. \begin{aligned} \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \rho g z &= P_r, \quad (0 \leq x \leq r); \\ \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \rho g z &= 0 \quad (r \leq x), \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

где σ — поверхностное натяжение; g — ускорение свободного падения; ρ — плотность жидкости; R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны в рассматриваемой точке поверхности. При малом искривлении

$R_1 \approx -\left(\frac{d^2 z}{dx^2}\right)^{-1}$, а $R_2 \approx -x \left(\frac{dz}{dx}\right)^{-1}$. Тогда уравнения (5.21) можно записать как

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dz}{dx} - \alpha^2 z &= -\frac{P}{\sigma} \quad (0 \leq x \leq r); \\ \frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dz}{dx} - \alpha^2 z &= 0 \quad (r \leq x), \end{aligned} \right\} \quad (5.22)$$

где $\alpha = \sqrt{\rho g / \sigma}$. Проинтегрировав (5.22) по x и сшив входящие в него уравнения в точке $x=r$, получаем зависимость z от x :

$$\left. \begin{aligned} z_{|x|<r} &= \frac{P_r r^2}{\sigma} \frac{1 - \alpha r K_1(\alpha r) J_0(\alpha x)}{\alpha^2 r^2}; \\ z_{|x|>r} &= \frac{P_r r^2}{\sigma} \frac{J_1(\alpha r) K_0(\alpha x)}{\alpha r}, \end{aligned} \right\} \quad (5.23)$$

где J_0 , J_1 , K_0 и K_1 — функции Бесселя. По измеряемой экспериментально максимальной (при $x=0$) высоте подъема

$$h = \frac{P_r r^2}{\rho} \frac{1 - \alpha r K_1(\alpha r)}{\alpha^2 r^2} \quad (5.24)$$

легко рассчитать радиационное давление и, следовательно, определить интенсивность в звуковом пучке.

Следует отметить, что при измерении интенсивности волны через среднее по времени давление возможны ошибки, обусловленные динамическим давлением акустических потоков. Однако даже при наличии акустических течений в областях, где движение можно считать одномерным и плоским, плотность потока импульса в направлении распространения волны постоянна и $P_r = 2\mathcal{E}_k$ независимо от расстояния между источником звука и препятствием.

В случае нормального падения плоской звуковой волны на границу раздела сред с разным волновым сопротивлением радиационное давление определяется разностью потоков импульса волны в средах. Так как связь между параметрами падающей отраженной и преломленной волн определяется из равенства на поверхности раздела давлений и нормальных к поверхности проекций скоростей, то

$$\rho_1 c_1 (v - v_1) = \rho_2 c_2 v_2; \quad v + v_1 = v_2, \quad (5.25)$$

где v , v_1 и v_2 — проекции скоростей падающей, отраженной и преломленной волн соответственно. Формула для радиационного давления на границе двух сред исходя из (5.14) имеет вид

$$\begin{aligned} P_r = P_{r_1} - P_{r_2} &= -\frac{\rho_1 (v + v_1)^2}{2} + \frac{c_1^2 (\rho^{(1)} + \rho_1^{(1)})^2}{2\rho_1} + \\ &+ \rho_1 (\overline{v + v_1})^2 + \frac{\rho_2 \overline{v_2}^2}{2} - \frac{c_2^2 \rho_2^{(1)2}}{2\rho_1} - \rho_2 \overline{v_2}^2 \approx \rho_1 (\overline{v^2} + \overline{v_1^2}) - \rho_2 \overline{v_2}^2. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Используя соотношения (5.25), формулу (5.26) можно записать следующим образом:

$$P_r = 2\rho_1 \bar{v}^2 \left[\frac{\rho_1^2 c_1^2 + \rho_2^2 c_2^2 - 2\rho_1 \rho_2 c_1^2}{(\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2)^2} \right]. \quad (5.27)$$

Для сред с одинаковым волновым сопротивлением (т. е. при $\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2$) из формулы (5.27) получим

$$P_r = \rho_1 \bar{v}^2 - \rho_2 \bar{v}_2^2 = \rho_1 \bar{v}^2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right). \quad (5.28)$$

Поскольку зависимость среднего по времени давления в среде с потерями можно записать в соответствии с (5.13) как

$$\bar{p} = -\bar{\rho} \bar{v}^2 + \text{const},$$

а колебательная скорость v в бегущей волне

$$v = v_0 e^{-\beta x} \sin(\omega t - kx),$$

радиационное давление в рассматриваемой точке пространства зависит от коэффициента поглощения

$$p = \frac{\rho v_0^2}{2} e^{-2\beta x} + \text{const}.$$

Последнее выражение позволяет достаточно просто измерять коэффициент поглощения звука, поскольку разность давлений в двух точках x_1 и x_2 составляет

$$\Delta \bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_2 = \frac{\rho v_0^2}{2} e^{-2\beta} (e^{x_1} - e^{x_2}).$$

Например, используя камеру (один торец которой является излучателем ультразвука, а второй — закрыт полностью звукопоглощающим материалом), снабженную отводной трубкой, как показано на рис. 5.2, можно определить коэффициент поглощения в жидкости по скорости Пуазейлевского течения, возникающего в отводной трубке под действием градиента радиационного давления. Скорость течения u связана с градиентом давления соотношением [5.2]

$$u = \frac{\Delta \bar{p} (R^2 - r^2)}{4\eta l}.$$

где l — длина отводной трубки; R — ее радиус; η — вязкость жидкости; r — расстояние от оси трубки до рассматриваемой точки.

5.3. РЭЛЕЕВСКОЕ ДАВЛЕНИЕ ЗВУКА

Понятие рэлеевского давления звука используют в случае отсутствия взаимодействия области распространения звуковой волны с невозмущенной звуком средой. Это характерно для замкнутых объемов, таких, например, как рассмотренный Рэлеем случай плоских стоячих волн между двумя неподвижными твердыми поверхностями.

Вывод формулы рэлеевского давления звука наиболее просто осуществить, используя вместо переменных Эйлера (x, y, z) пе-

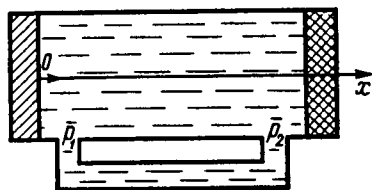


Рис. 5.2. Схема устройства для определения коэффициента поглощения звука в жидкости

ременные Лагранжа (a, b, c), которые связаны с рассматриваемыми частицами среды. Если при решении одномерных задач переменная Лагранжа a совпадает с эйлеровой координатой x в невозмущенной среде, то функция в переменных Лагранжа $L(a, t)$, относящаяся к частице среды, и ее значение в точке пространства в эйлеровых переменных $E(x, t)$ в момент времени t связаны соотношением [4.2]

$$L(a, t) = E(a + \xi, t). \quad (5.29)$$

Тогда переход от лагранжевых переменных к эйлеровым осуществляется как

$$E = L - \xi \frac{\partial L}{\partial x}. \quad (5.30)$$

Уравнение движения в лагранжевых переменных для случая, рассмотренного Рэлеем, не содержит нелинейного члена $(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v}$, определяющего конвективное ускорение:

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right)_a = \left(\frac{\partial p}{\partial a} \right)_t. \quad (5.31)$$

При усреднении по времени уравнения (5.31) его правая часть, содержащая периодический член, равна нулю; следовательно,

$$\bar{\rho}_L^{(1)} = \text{const}, \quad (5.32)$$

что означает, что радиационное давление в переменных Лагранжа одинаково как для неподвижной, так и для колеблющейся преграды. Значение константы можно определить разложив в ряд уравнение состояния или ограничившись членами до второго порядка малости:

$$p^{(1)} = c_0^2 \rho^{(1)} + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{c_0^2}{\rho} \rho^{(1)^2}. \quad (5.33)$$

Усреднив (5.33) по времени и проинтегрировав в пределах применения a от 0 до l , получим

$$\bar{\rho}_L^{(1)} = \frac{c_0^2}{l} \int_0^l \bar{\rho}_L^{(1)} da + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{c_0^2}{\rho l} \int_0^l \rho^{(1)^2} da. \quad (5.34)$$

Уравнение непрерывности в лагранжевых переменных имеет вид

$$\rho_0 da = \rho dx, \quad (5.35)$$

или $\rho_0 da = (\rho_0 + \rho^{(1)}) (da + d\xi)$. Учитывая, что в линейном приближении

$$\rho^{(1)} = -\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial a} \quad \text{и} \quad \int_0^l \rho_L^{(1)} da = - \int_0^l \rho^{(1)} \frac{\partial \xi}{\partial a} da - \rho_0 \int_0^l d\xi,$$

преобразуем формулу (5.34):

$$\bar{p}_l^{(1)} = \frac{\gamma + 1}{2l} \rho_0 c_0^2 \int_0^l \left(\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial a} \right)_{aa} - \frac{c_0^2 \rho_0}{l} [\bar{\xi}(l, t) - \bar{\xi}(0, t)]. \quad (5.36)$$

В выражении (5.36) при неподвижных или гармонически колеблющихся границах второй член пропадает, так как $\bar{\xi}(l, t) = \bar{\xi}(0, t) = 0$.

В случае неподвижных границ звуковое поле плоской стоячей волны в линейном приближении имеет вид $\xi = \frac{v_0}{a} \sin ka \cos \omega t$ и $kl = n\pi$. Подстановка этих значений в выражение (5.36) дает формулу Рэлея для радиационного давления:

$$p_{rl} = \frac{\gamma + 1}{8} \rho_0 v_0^2. \quad (5.37)$$

Пусть одна из границ гармонически колеблется (излучатель), а вторая — неподвижна. Тогда звуковое поле в линейном приближении

$$\xi = -\xi_0 \frac{\sin k(l-a)}{\sin kl} \cos \omega t.$$

Подставив это выражение в (5.36), получим

$$\bar{p}_{rl} = \frac{\gamma + 1}{8} \rho_0 v_0^2 \left(1 + \frac{\sin 2kl}{2kl} \right). \quad (5.38)$$

При $2kl \gg 1$ или $2kl = 2n + 1$ соотношение (5.38) переходит в формулу Рэлея. При $kl \ll 1$ и при приближении к резонансу $kl \rightarrow n\pi$ колебательная скорость v_0 , а следовательно, $\bar{p}_{rl}^{(1)}$ неограниченно возрастают.

Осуществим переход к эйлеровым переменным по формуле (5.30), а также учтем, что $p^{(1)} = -\rho c^2 \frac{\partial \xi}{\partial a}$. Тогда в линейном приближении получим пространственное распределение радиационного давления:

$$\bar{p}_s^{(1)} = \bar{p}_l^{(1)} + \rho_0 c_0^2 \xi \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \bar{p}_l^{(1)} - \frac{\rho_0 v_0^2}{2} \sin k(l-x). \quad (5.39)$$

Таким образом, в переменных Эйлера радиационное давление является функцией рассматриваемой точки пространства.

Тот факт, что формула Рэлея (5.37) содержит коэффициент, учитывающий нелинейные свойства среды, широко используют для его измерения. Для этого достаточно провести независимо одновременные измерения плотности кинетической энергии в волне и радиационного давления.

В случае вязкой теплопроводной среды выражение для радиационного давления можно получить из решения уравнения движения типа Навье — Стокса, записанного в переменных Лагранжа [10]. Добавив член, учитывающий вязкость, к уравнению (5.31) и сделав

подстановку $p^{(1)}$ из (5.33), после проведения линейных преобразований получим

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial a^2} - \frac{b}{\rho_0} \frac{\partial^3 \xi}{\partial t \partial a^2} + 2\epsilon c^2 \frac{\partial \xi}{\partial a} \frac{\partial^2 \xi}{\partial a^2} = 0, \quad (5.40)$$

где $\epsilon = 1 + \frac{\rho_0}{2c_0^2} \left(-\frac{\partial c^2}{\partial \rho} \right)$. Решение уравнения (5.40) имеет вид

$$\xi = \xi_0 [1 - \cos \omega(t - a/c)] (1 - \beta a), \quad (5.41)$$

здесь множитель $(1 - \beta a)$ представляет собой приближенное значение экспоненты $e^{-\beta a}$ на расстоянии $a \ll 1/\gamma$, где справедливо данное решение. Отсюда диссипативная добавка в смещение ξ_d может быть записана как

$$\xi_d = -\xi_0 \beta a [1 - \cos(\omega t - ka)]. \quad (5.42)$$

Подстановка (5.42) в выражение (5.36) для радиационного давления (она возможна, поскольку учет диссипативных членов не меняет вывод этого уравнения) позволяет определить диссипативную добавку к радиационному давлению:

$$\bar{p}_\lambda^{(1)} = -\frac{c^2 \rho}{l} \xi_\lambda(l, t) = \xi_0 \rho c^2 \beta. \quad (5.43)$$

Отсюда, суммируя (5.43) и (5.37), получаем формулу для радиационного давления при наличии диссипации энергии волны в среде в виде

$$\bar{p}_\lambda^{(1)} = \frac{\gamma + 1}{8} \rho \xi_0^2 \omega^2 + \xi_0 \rho c^2 \beta. \quad (5.44)$$

5.4. ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ В СРЕДЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАДИАЦИОННОГО ДАВЛЕНИЯ

На частицу в поле плоской бегущей волны действует сила

$$F_{rx} = \oint P_{rx} dS. \quad (5.45)$$

Для симметричной относительно оси x частицы, находящейся в идеальной среде, согласно (5.4),

$$F_{rx} = -\oint [p^{(1)} n_x + \rho v_x (vn)] dS, \quad (5.46)$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор внешней нормали к поверхности частицы. Представляя поле в виде суммы падающей и рассеянной волн и учитывая, что в отсутствие частицы $F_r = 0$, а следовательно, $\oint P_{nx} dS = 0$ и $P_p^{(1)} = 0$, выражение (5.46) приводим к виду [3.4; 4.2]

$$F_{rx} = -\rho \oint [\bar{v}_p^2 \cos \theta + v_n v_p (1 + \cos \theta)] dS, \quad (5.47)$$

где v_n и v_p — колебательные скорости падающей и рассеянной волн; θ — угол между направлениями распространения падающей

и рассеянной волн. Поскольку в рассматриваемом случае средний по времени поток энергии через любую замкнутую поверхность в среде равен нулю, формула (5.47) преобразовывается как

$$F_{rx} = \rho \oint \bar{v}_p^2 (1 - \cos \theta) dS, \quad (5.48)$$

т. е. сила, действующая на частицу в плоской волне, определяется только импульсом, уносимым отраженной волной. Используя понятие дифференциального эффективного сечения рассеяния

$$d\sigma = \frac{\bar{v}_p^2}{\bar{v}_n^2} dS,$$

выражение (5.48) запишем следующим образом:

$$F_{rx} = \rho \bar{v}_n^2 \oint (1 - \cos \theta) d\sigma. \quad (5.49)$$

Из формулы (5.49), выразив эффективное сечение рассеяния для конкретного рассматриваемого вида частиц, определим силу, действующую на частицу. Наиболее простые выражения получаются для твердых сферических частиц с радиусом R , много меньшим длины волны. Так, для несжимаемой частицы дифференциальное эффективное сечение рассеяния ($\rho_r \gg \rho$)

$$d\sigma = \frac{R^2}{9} (kR)^4 \left(1 - \frac{3 \cos \theta}{2}\right)^2 \frac{dS}{r^2}. \quad (5.50)$$

Подстановка (5.50) в выражение (5.49) дает значение действующей силы

$$F_{rx} = \frac{11}{18} \pi R^2 (kR)^4 \rho v_{on}^2. \quad (5.51)$$

Для сжимаемой сферической частицы

$$d\sigma = \frac{R^2}{9} (kR)^4 \left(a_1 - \frac{3}{2} a_2 \cos \theta\right)^2 \frac{dS}{r^2}, \quad (5.52)$$

где $a_1 = 1 - \frac{\rho c^2}{\rho_r c_r^2}$; $a_2 = 2 \frac{\rho_r - \rho}{2\rho_r + \rho}$; ρ_r, c_r — плотность и скорость

звука частицы; ρ, c — плотность и скорость звука среды.

Отсюда

$$F_{rx} = \frac{2}{9} \pi R^2 (kR)^4 \rho v_{on}^2 (a_1^2 + a_1 a_2 + \frac{3}{4} a_2^2). \quad (5.53)$$

В том случае, когда сферическая частица находится в звуковом поле, отличающемся от плоской бегущей волны, выражение для действующей на частицу силы принимает вид:

$$F_r = -\nabla \mathcal{E}_n = \nabla \left[2\pi \rho R^3 \left(\frac{\bar{v}_n^2}{2} a_2 - \frac{\bar{p}_n^{(1)^2}}{3\rho^2 c^2} a_1 \right) \right]; \quad (5.54)$$

следовательно, для заданного поля, определив величины $\bar{v}_n^2$ и $\bar{p}_n^{(1)^2}$,

в линейном приближении можно вычислить F_r . Например, для поля стоячей волны $v_n = v_0 \cos \omega t \sin kx$ и $p_n^{(1)} = \rho c v_0 \sin \omega t \cos kx$. Тогда подстановкой этих значений в (5.54) получим

$$F_{rx} = \pi R^2 (kR) \rho v_0^2 \left[\frac{p_r + \frac{2}{3}(p_r - p)}{2\rho_r + \rho} - \frac{\rho c^2}{3\rho_r c_r^2} \right]. \quad (5.55)$$

Из сопоставления (5.55) и (5.53) видно, что сила, действующая на частицу в стоячей волне, значительно превосходит силу, действующую в бегущей волне, так как в первом случае малый множитель kR находится в первой степени, тогда как во втором случае — в четвертой.

Движение частиц всегда происходит в направлении минимума потенциальной энергии $\mathcal{E}_n$. В случае стоячей волны при $F_{rx} > 0$ минимум потенциальной энергии, согласно формулам (5.54) и (5.55), отвечает пучностям скоростей, тогда как в узлах скоростей, где $F_{rx} = 0$, равновесие неустойчиво. При $F_{rx} < 0$ минимум $\mathcal{E}_n$, наоборот, соответствует узлам скоростей. Тогда для несжимаемых частиц движение к пучностям скоростей стоячей волны происходит при условии $\rho_r > \frac{2}{5}\rho$, а движение к узлам скоростей — при $\rho_r < \frac{2}{5}\rho$.

Сделанный нами вывод о направленном движении частиц в ультразвуковой волне имеет важное значение, поскольку объясняет интенсифицирующее действие ультразвука на целый ряд технологических процессов: коагуляцию, дегазацию и т. д. Концентрация частиц в определенных точках звукового поля увеличивает их концентрацию в единичном объеме, что ускоряет процессы взаимодействия между частицами. Воздействие радиационных сил на объект без физического контакта — акустическая левитация — может иметь большое значение и в условиях космической невесомости.

В вязких средах сила, действующая на сферическую частицу при ее обтекании в стационарном режиме, может быть выражена по закону Стокса:

$$F = 6\pi R \eta v. \quad (5.56)$$

Усреднение силы во времени при гармоническом изменении скорости v в квазистационарном режиме показывает равенство силы Стокса нулю. Однако для волн конечной амплитуды в результате нелинейности изменения v (см. гл. 4) появляется постоянная сила, равная

$$\bar{F} = 6\pi R \eta \bar{v}. \quad (5.57)$$

Учет сил Оссена дает выражение для силы, действующей на частицу:

$$F = \frac{9}{4}\pi \rho R^2 \bar{v} |\bar{v}|, \quad (5.58)$$

а с учетом зависимости вязкости от температуры получим

$$F = 6\pi R \overline{\eta(T)} v. \quad (5.59)$$

Действие средних по времени сил (5.57) — (5.59), обусловленных вязким трением, может значительно превосходить действие радиационных сил при условии $\eta \gg R^2 \omega \rho$.

Задачи к гл. 5

1. Определить среднее по времени давление на препятствие, полностью отражающее звук в воздухе при амплитуде звукового давления 10^2 Н/м².

Решение. Для нормально падающей волны, используя формулу (5.17) с подстановкой соответствующих значений ρ и l , для воздуха получим $P_r \approx 10^{-1}$ Н/м².

2. Определить радиационное давление на препятствие в поле плоской стоячей волны в замкнутом объеме жидкости при амплитуде звукового давления 10^5 Н/м².

Решение. Подставив (5.37) в (5.39) и положив $x=0$, а $kl=\pi l$, получим с учетом $\gamma=6,1$ для воды $P_r \approx 5$ Н/м².

3. Определить направление движения сферических твердых частиц с $R \ll \lambda$ в сферической волне.

Решение. Потенциал скорости φ для сферической сходящейся или расходящейся волны имеет вид

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{r} \sin(\omega t \pm kr),$$

отсюда выражения для скорости и давления падающей волны

$$v_r = -\frac{\varphi_0}{r^2} \sin(\omega t \pm kr) \pm \frac{k\varphi_0}{2} \cos(\omega t \pm kr);$$

$$p_r^{(1)} = \frac{\omega\varphi_0}{r} \rho \cos(\omega t \pm kr).$$

Подстановка этих соотношений в (5.54) дает выражение для потенциальной энергии

$$\mathcal{E}_n(r) = \pi R^3 \rho k^2 \varphi_0^2 \left[\frac{a_1}{3r^2} - \frac{a_2}{2} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{k^2 r^4} \right) \right].$$

Дифференцируя это соотношение по r , получаем критическое значение $r_{кр}$, отвечающее экстремуму потенциальной энергии:

$$r_{кр} = \sqrt{\frac{2}{k^2 [2a_1/(3a_2) - 1]}}.$$

Анализ изменения $\mathcal{E}_n(r)$ показывает, что частицы, находящиеся на расстоянии $r > r_{кр}$, выталкиваются полем в бесконечность, а частицы, находящиеся на расстоянии $r < r_{кр}$, движутся к центру поля.

ГЛАВА 6

АКУСТИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ

6.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ АКУСТИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ

При распространении волн конечной амплитуды в газах и жидкостях возникают *акустические течения*. Акустическое течение представляет собой стационарный однонаправленный поток массы, образующийся как в свободных неоднородных полях в результате вязких потерь импульса волны, так и вблизи препятствий, помещенных в звуковое поле, или вблизи колеблющихся тел из-за инерционных потерь. Поскольку, как правило, в звуковом поле нет источников массы, то *акустические течения должны иметь замкнутый или*

вихревой характер в силу закона сохранения массы. Следовательно, в таких идеализированных случаях, как в случаях объема, полностью занятого плоской звуковой волной, или поля, создаваемого пульсирующей сферой, образование акустических течений исключено.

Акустические течения являются важным интенсифицирующим фактором в большинстве ультразвуковых технологических процессов, в первую очередь при очистке, сушке, эмульгировании, горении, экстракции и т. д., значительно ускоряя тепло- и массообмен в среде. Эффективность воздействия акустических течений на технологические процессы определяется их *скоростью и характерным масштабом*. Скорость акустических потоков обычно значительно меньше колебательной скорости частиц в волне, что позволяет проводить их расчет в рамках теории медленных течений. Быстрые течения, скорость которых сравнима с колебательной скоростью, возможны только в полях очень большой интенсивности, но и в этом случае скорость течения много меньше скорости звука; следовательно, само акустическое течение можно считать несжимаемым. Характерный масштаб L течений (или линейный масштаб вихря) соотносится с длиной звуковой волны λ , в соответствии с чем рассматриваются три типа течений: *крупномасштабные* ($L > \lambda$), *среднемасштабные* ($L \approx \lambda$) и *мелкомасштабные* ($L < \lambda$) [11; 17].

Первое теоретическое описание медленных акустических течений было сделано Рэлеем. Он использовал приближение второго порядка, в котором появляются члены с постоянными составляющими. Для этого параметры, входящие в систему уравнений гидродинамики, необходимо разложить в ряд по малому параметру, которым является число Маха, т. е. $p = p_0 + p^{(1)} + p^{(2)} + \dots$; $v = v^{(1)} + v^{(2)} + \dots$ и $\rho = \rho_0 + \rho^{(1)} + \rho^{(2)} + \dots$, где p_0 и ρ_0 отвечают невозмущенному состоянию, $\rho^{(1)}$, $v^{(1)}$ и $p^{(1)}$ — линейное или акустическое приближение, $\rho^{(2)}$, $v^{(2)}$ и $p^{(2)}$ — приближение второго порядка. Применение метода последовательных приближений предполагает, что ряды сходятся, значит, в любой точке пространства, где решение применимо, каждый последующий член меньше предыдущего. Для описания акустических течений достаточно второго приближения [10; 4.2; 4.3].

Подставляя ряд в уравнение Навье — Стокса (4.1) и ограничиваясь членами порядка малости до второго (считая вторым порядком и произведение двух величин первого порядка), получаем

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \mathbf{v}^{(1)}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{v}^{(2)}}{\partial t} \right) + \frac{\partial (\rho^{(1)} \mathbf{v}^{(1)})}{\partial t} + \rho_0 \mathbf{v}^{(1)} \nabla \mathbf{v}^{(1)} + \rho_0 (\mathbf{v}^{(1)} \nabla) \mathbf{v}^{(1)} = -\nabla p^{(1)} - \nabla p^{(2)} + \eta \nabla \mathbf{v}^{(1)} + \eta \Delta \mathbf{v}^{(2)}. \quad (6.1)$$

Уравнение (6.1) представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение, не решаемое аналитически. Сгруппировав члены по порядку малости, разделим уравнение (6.1) на уравнения первого и второго приближения соответственно:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}^{(1)}}{\partial t} = -\nabla p^{(1)} + \eta \Delta \mathbf{v}^{(1)}; \quad (6.2)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}^{(2)}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho^{(1)} \mathbf{v}^{(1)})}{\partial t} + \rho_0 \mathbf{v}^{(1)} \nabla \mathbf{v}^{(1)} + \\ + \rho_0 (\mathbf{v}^{(1)} \nabla) \mathbf{v}^{(1)} = -\nabla p^{(2)} + \eta \Delta \mathbf{v}^{(2)}. \quad (6.3)$$

Здесь величины первого приближения определяются из линейного неоднородного дифференциального уравнения (6.2). Тогда уравнение (6.3) также представляет собой линейное уравнение относительно величин второго приближения. Исключая из рассмотрения процессы установления режима усреднением (6.3) во времени, имеем

$$\rho_0 [\overline{\mathbf{v}^{(1)} \nabla \mathbf{v}^{(1)}} + \overline{(\mathbf{v}^{(1)} \nabla) \mathbf{v}^{(1)}}] + \overline{\Delta p^{(2)}} = \eta \nabla \mathbf{v}^{(2)}. \quad (6.4)$$

Уравнение (6.4) описывает движение вязкой жидкости под действием средней по времени объемной инерционной силы (первый член) и среднего по времени градиента давления. Применяя операцию ротор к уравнению (6.4), можно представить его в виде уравнения Пуассона:

$$\overline{\Delta \mathbf{Q}} = \frac{1}{\nu} \nabla \times \mathbf{f}^{(2)},$$

$$\text{где } \mathbf{Q} = \nabla \times \mathbf{v}^2; \nu = \frac{\eta}{\rho_0}; \mathbf{f}^{(2)} = [\overline{\mathbf{v}^{(1)} \nabla \mathbf{v}^{(1)}} + \overline{(\mathbf{v}^{(1)} \nabla) \mathbf{v}^{(1)}}]. \quad (6.5)$$

Данное уравнение параболического типа описывает диффузию вихрей акустического течения. Вихревой характер течений вытекает из неравенства нулю $\text{rot } \mathbf{v}^2$. Функцию $\nu^{-1} \nabla \times \mathbf{f}^{(2)}$ называют *плотностью источников вихрей*.

Уравнение (6.5) можно упростить в зависимости от особенностей поля скоростей первого приближения. Для однородного свободного акустического поля первого приближения, которое можно считать безвихревым, $\text{rot } \mathbf{v}^{(1)} = 0$. Тогда уравнение движения второго приближения (6.5) с учетом соотношения векторного анализа преобразуется как

$$\Delta \overline{\mathbf{Q}} = \frac{1}{\nu} \overline{(\nabla \nabla \mathbf{v}^{(1)} \times \mathbf{v}^{(1)})}. \quad (6.6)$$

В неоднородном звуковом поле первого приближения, образующемся на границах звукового пучка или вблизи препятствий, помещенных в звуковое поле $\text{rot } \mathbf{v}^{(1)} \neq 0$. Однако в частном случае, когда поле скоростей первого приближения можно считать соленоидальным, что обычно выполняется при размерах препятствий, много меньших длины стоячей волны, выполняется условие $\text{div } \mathbf{v} = 0$. Тогда уравнение (6.5) приводится к виду

$$\overline{\Delta \mathbf{Q}} = \frac{1}{\nu} \nabla \times (\mathbf{v}^{(1)} \nabla) \mathbf{v}^{(1)} = -\frac{1}{\nu} \nabla [\mathbf{v}^{(1)} \times (\nabla \times \mathbf{v}^{(1)})]. \quad (6.7)$$

Условия применимости теории медленных течений можно оценить исходя из соотношения вязких и инерционных членов в выражении (6.4). Выполнение для этого уравнения требуемого соотношения $\frac{v^{(2)}}{v^{(1)}} \ll 1$ соответствует условию $Re_a \ll \frac{\lambda L^{(1)}}{L^{(2)^2}}$; следовательно, для крупномасштабных течений ($L^{(2)} \gg \lambda$) теория дает удовлетворительное описание только при малых числах Re , тогда как для мелкомасштабных течений значение Re может быть весьма значительным.

6.2. КРУПНОМАСШТАБНЫЕ ЭККАРТОВСКИЕ ТЕЧЕНИЯ

Эккартом были впервые теоретически рассмотрены крупномасштабные течения, возникающие при распространении плоской бегущей волны в объеме среды, когда поперечные размеры звукового пучка существенно больше длины волны. Характер образующихся течений представлен на рис. 6.1. Для области, ограниченной сечениями A и B , движение можно считать одномерным в направлении оси z , а объем вихревой области на границе звукового пучка — пренебрежимо малым по сравнению с объемом, занятым звуковым пучком, т. е. можно считать, что источники поверхностных вихрей много меньше источников объемных вихрей. Поле скоростей первого приближения в малопоглощающей среде при бегущей плоской волне в цилиндрических координатах r, φ, z запишем как $v^{(1)} = v(r) \sin(\omega t - kz)$. Подстановка $v^{(1)}$ в уравнение (6.6) и последующее интегрирование по сечению трубы S с радиусом r_0 при учете равенства нулю полного потока массы через сечение дают выражение для скорости акустического течения в виде

$$\begin{aligned} \bar{v}_z^{(2)} = & \frac{bk}{4\eta c_0} \left[\int_r^{r_0} r v^2(r) \ln \frac{r_0}{r} dr + \ln \frac{r_0}{r} \int_0^r r v^2(r) dr + \right. \\ & \left. + \frac{r^2 - r_0^2}{r_0^4} \int_0^{r_0} (r r_0^2 - r^3) v^2(r) dr \right]. \end{aligned} \quad (6.8)$$

При равномерном распределении амплитуды колебательной скорости по сечению звукового пучка радиуса r (когда $v(r) = v_0$ при $r < r_1$, где r_1 — радиус излучателя и $v(r) = 0$ при $r_1 < r < r_0$) решение (6.8), дающее поперечное распределение скорости потока, можно записать следующим образом:

$$\bar{v}_z^{(2)} = \begin{cases} U_0 \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{y^2} \right) - \left(1 - \frac{1}{2} y^2 \right) (1 - x^2) - \ln y \right] & (0 \leq x \leq y); \\ -U_0 [(1 - \frac{1}{2} y^2) (1 - x^2) + \ln x] & (y \leq x \leq 1), \end{cases} \quad (6.9)$$

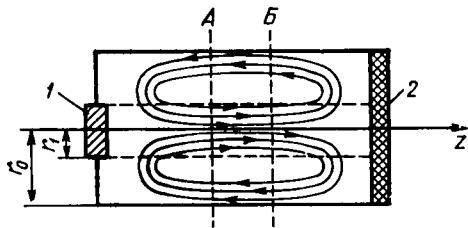


Рис. 6.1. Конфигурация экартовского течения в цилиндрической трубе:

1 — излучатель; 2 — звукопоглотитель

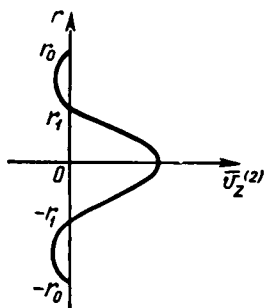


Рис. 6.2. Характер распределения скоростей экартовского течения по сечению трубы

где $x = r/r_0$, $y = r_1/r_0$ и

$$U_0 = \frac{b}{4\eta c_0} v_0^2 (k r_1)^2.$$

Распределение скоростей по сечению трубы согласно решению (6.9) показано на рис. 6.2. Поток движется от излучателя в направлении распространения звукового пучка, а по периферии трубы образуется обратный поток, компенсирующий поток массы прямого движения. Максимальная скорость достигается на оси звукового пучка, а на его границе при $r/r_1 = 1$ обращается в нуль. Последнее экспериментально, конечно, не наблюдается из-за наличия пограничного слоя, не учитываемого в данном решении. Максимальная скорость потока определяется интенсивностью, квадратом частоты и отношением всех видов потерь в звуковой волне $b = \frac{4}{3} \eta + \eta^* +$

$+ \kappa \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right)$ к сдвиговой вязкости η . Следовательно, экартовский поток вызывается всеми видами потерь, а тормозится только под действием вязких сил. Поскольку максимальная скорость, выраженная через среднюю по времени плотность кинетической энергии в волне $\mathcal{E}_k = \rho_0 v_0^2 / 4$, пропорциональна градиенту радиационного давления

$$U_0 = \frac{2\beta \mathcal{E}_k}{\eta} r_1^2 = \frac{\beta P_r}{\eta} r_1^2, \quad (6.10)$$

можно считать, что экартовское течение возникает под действием градиента радиационного давления и сумма радиационного и динамического давлений стационарного потока не зависит от расстояния от излучателя.

Вследствие крупномасштабности экартовских течений, как уже отмечалось, полученные решения применимы лишь при условии $Re < 1$. Поэтому их использование для анализа течений в маловяз-

ких жидкостях при высоких частотах накладывает значительные ограничения на амплитуду звукового давления. Экспериментально наблюдаемые отклонения от теории медленных течений определяются нелинейным поглощением, рассмотренным в гл. 4. При $Re > 1$ образуется пилообразная волна и скорость потока не удовлетворяет условию медленных течений $v^{(2)} \ll v^{(1)}$. Поэтому в теории быстрых течений вместо метода последовательных приближений используем разложение вида [6.3]

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0(x, y, z) + \rho_A(x, y, z, t); \quad p_0 = p_0(x, y, z) + p_A(x, y, z, t); \\ v &= v_0(x, y, z) + v_A(x, y, z, t), \end{aligned} \quad (6.11)$$

соответствующее соотношению типа $v_0 = \frac{1}{t_2 t_1} \int_{t_1}^{t_2} v dt$, т. е. скорость

v_0 представляет собой среднее по времени значение v за период $t_2 - t_1$, кратный периоду звуковой волны. При усреднении все величины с индексом A дают нуль. Если

$$v_A = \frac{v_0 b \omega}{\varepsilon \rho_0 c_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\omega t - k z)}{\operatorname{sh} n(\alpha + \beta_0 z)}, \quad (6.12)$$

где $\alpha \approx \operatorname{arcsch} \left(\frac{\pi}{2 \operatorname{Re}} \right)$, $\varepsilon = 1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{c_0^2} \left(\frac{\partial c}{\partial \rho} \right)_s$ — малые величины,

то для эккартовской задачи получается выражение, аналогичное (6.9), отличающееся только видом U_0 :

$$U_0 = \frac{b^2 \omega^2 k^2 r_1^2}{4 \rho_0^2 c_0^2 \varepsilon^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\operatorname{sh}^2 n \alpha} \approx 10^{-4} \varepsilon \operatorname{Re} M^2 (k r_1)^2. \quad (6.13)$$

В отличие от квадратичной зависимости скорости потока от амплитуды колебательной скорости для быстрого течения характерна пропорциональность v^3 . Так как коэффициент поглощения в пилообразной волне $\beta = \beta_0 \varepsilon \operatorname{Re}$, то выражение (6.13) можно привести к виду (6.10) с заменой β_0 на β . Следовательно, возникновение быстрого эккартовского течения также вызывается диссипативными потерями, но уже зависящими от амплитуды волны.

6.3. РЭЛЕЕВСКОЕ ТЕЧЕНИЕ В СТОЯЧЕЙ ВОДЕ

Когда объем, занятый звуковым полем, ограничен жесткими стенками, возникает стоячая волна, причем вблизи стенок, параллельных направлению распространения волны, имеется резкий градиент скоростей, определяемый граничным условием равенства нулю скорости на жесткой поверхности. Возмущение волны наличием поверхности распространяется на расстояние, определяемое толщиной акустического пограничного слоя $\delta = (2\nu/\omega)^{1/2}$. Рэлеем была рассмотрена задача образования двумерного потока в стоячей звуко-

вой волне между двумя жесткими плоскостями, параллельными направлению колебаний. Если направление колебаний соответствует координате x , то при отсутствии стенок имеем стоячую волну с одной компонентной скорости $v_x^{(1)} = v_0 \cos kx \cos \omega t$. При наличии жестких стенок с координатами $y=0$ и $y=2y_1$ в скорости волны появляется компонента $v_y^{(1)}$. Значения компонент скорости получают как решения уравнения первого приближения (6.2) с граничным условием $v=0$ при $y=0$ в интервале $0 \leq y \leq y_1$ в виде

$$v_x^{(1)} = v_0 \cos kx [-\cos \omega t + e^{-\mu} \cos(\omega t - \mu)]; \quad (6.14)$$

$$v_y^{(1)} = v_0 \frac{k\delta}{\sqrt{2}} \sin kx \left[\left(1 - \frac{\mu}{\mu_1}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) - e^{-\mu} \cos(\omega t) - \frac{\pi}{4} - \mu \right],$$

где $\mu = y/\delta$ и $\mu_1 = y_1/\delta$. Решение (6.14) справедливо при выполнении условий $k\delta \ll 1$ и $y_1 \gg \lambda$. Выбранный интервал $0 \leq y \leq y_1$ определяется симметрией движения относительно плоскости y_1 .

Поскольку поле скоростей первого приближения можно считать близким к соленоидальному, то подстановка решения (6.14) в уравнение (6.7) позволяет получить выражения для x -й и y -й компонент акустического течения:

$$\bar{v}_x^{(2)} = -\frac{v_0^2}{4c_0} \sin 2kx \left[\frac{1}{2} e^{-2\mu} + e^{-\mu} \cos \mu + 2e^{-\mu} \sin \mu + \right. \\ \left. + \frac{3}{4} - \frac{9}{4} \left(1 - \frac{\mu}{\mu_1}\right)^2 \right]; \quad (6.15)$$

$$\bar{v}_y^{(2)} = -\frac{v_0^2}{8c_0} k\delta \cos 2kx \left\{ \frac{1}{2} e^{-2\mu} + 3e^{-\mu} \cos \mu + e^{-\mu} \sin \mu + \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \mu_1 \left[\left(1 - \frac{\mu}{\mu_1}\right) - \left(1 - \frac{\mu}{\mu_1}\right)^3 \right] \right\}.$$

Решение (6.15) приближенно удовлетворяет граничным условиям и неприменимо в непосредственной близости от жесткой стенки. Вдали от стенки можно пренебречь малыми членами, содержащими $e^{-\mu}$, поэтому решение (6.15) упрощается:

$$\bar{v}_x^{(2)} = -\frac{3v_0^2}{16c_0} \sin 2kx \left[1 - 3 \left(1 - \frac{\mu}{\mu_1}\right)^2 \right];$$

$$\bar{v}_y^{(2)} = -\frac{3v_0^2}{16c_0} ky_1 \cos 2kx \left[\left(1 - \frac{\mu}{\mu_1}\right) - \left(1 - \frac{\mu}{\mu_1}\right)^3 \right]. \quad (6.16)$$

Рэлеевское течение, так же как и эккартовское, является течением вне пограничного слоя. Характер линий тока, приведенный на рис. 6.3, показывает, что рэлеевское течение является среднемасштабным с чередующимися через $\lambda/4$ вихрями с противоположными направлениями вектора Ω . Оси вихрей расположены в точках с координатами

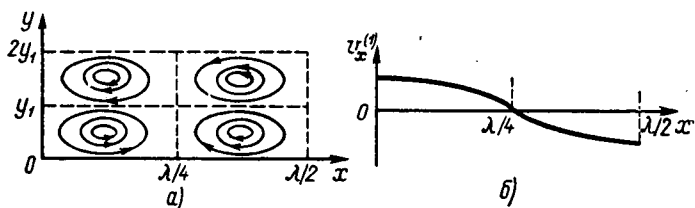


Рис. 6.3. Характер релейского течения в стоячей волне (а) и распределение колебательной скорости в волне (б)

$$\begin{aligned} x &= \frac{(2n-1)\lambda}{8}; & y &= 0,423y_1 \\ \text{и} & & & \\ x &= \frac{(2n-1)\lambda}{8}; & y &= 1,577y_1, \end{aligned} \quad (6.17)$$

где n — целое число.

Для случая стоячей волны в узкой трубке радиуса R скорость потоков вдали от границ имеет характерное для пуазейлевского течения параболическое распределение скоростей и описывается выражениями в цилиндрических координатах (r, φ, z) :

$$\begin{aligned} \bar{v}_z^{(2)} &= -\frac{3}{8} \frac{v_0^2}{c_0} \sin 2kz \left[1 - 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]; \\ \bar{v}_r^{(2)} &= \frac{3}{8} \frac{v_0^2}{c_0} \cos 2kz \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Данное течение также имеет пространственный период $\lambda/2$, а при $r=0,707R$ компонента скорости потока v_z обращается в нуль.

Из (6.16) и (6.18) следует, что *скорость потока определяется квадратом амплитуды колебательной скорости и не зависит вдали от границ от вязкости*, хотя образование релейских течений, как это показано в предыдущем параграфе, обусловлено вихрями, возникающими в пограничном слое. Полученные решения применимы при $Re < 1$. При $Re > 1$ характер течения существенно не меняется, хотя, как показывают экспериментальные данные, скорость вихревого движения значительно выше, чем следует из теории медленных течений.

6.4. ШЛИХТИНГОВСКОЕ ТЕЧЕНИЕ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Условие «прилипания» вязкой жидкости на границе с твердой поверхностью требует обращения в нуль тангенциальной составляющей скорости. Слой, в котором резко изменяются все величины, характеризующие волну в направлении, перпендикулярном поверхности, имеет толщину порядка δ . Толщина этого слоя определяет и аperiodические возмущения (или *вязкие волны*), образующиеся при тангенциальных колебаниях поверхности. *Длина вязких волн* $\lambda^* = 2\pi\delta$.

Изменение импульса звуковой волны в тонком пограничном слое происходит в результате падения ее скорости фактически от скорости в свободной волне до нуля. Следовательно, градиент скорости, направленный к границе, существенно больше, чем градиенты вдоль границы. Поэтому силы, вызывающие потоки в пограничном слое, намного превышают силы, возникающие в свободном звуковом поле при поглощении волны. Первый и второй градиенты определяют соответственно длинами вязкой и звуковой волн, поэтому отношение градиентов равно отношению длин волн:

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = k\delta = \left(\frac{2\omega\eta}{\rho_0 c_0^2} \right)^{1/2} = \left(\frac{3}{2} \frac{M}{Re} \right)^{1/2}.$$

Следовательно, условие $\lambda^* \ll \lambda$ выполняется во всех практических случаях, поскольку вязкие напряжения много меньше объемных, поглощение звука мало на расстоянии длины волны и, наконец, число Маха много меньше числа Рейнольдса.

То обстоятельство, что градиенты скорости в направлении нормали к поверхности велики, позволяет для оценки акустических течений в пограничном слое использовать уравнение Прандтля. Согласно подходу Прандтля, движение вдали от границы удовлетворяют одномерному движению с известной скоростью $v(x, t)$, определяемой градиентом давления по оси потока [4.2]:

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + v(x, t) \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (6.19)$$

В то же время именно этот градиент определяет и двумерные потоки вблизи границы, что можно записать, учитывая условие $\frac{\partial}{\partial y} \gg$

$\gg \frac{\partial}{\partial x}$, с точностью до членов второго порядка малости как

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} - v \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (6.20)$$

Отсюда приравнявая левые части уравнений (6.19) и (6.20), получаем **уравнение Прандтля**

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} - v \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + v(x, t) \frac{\partial v(x, t)}{\partial x}, \quad (6.21)$$

которое вместе с **уравнением непрерывности** для несжимаемой среды вида

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (6.22)$$

составляет систему уравнений гидродинамики пограничного слоя.

Применяя метод последовательных приближений, разделяем уравнения (6.21) и (6.22) на уравнения первого приближения

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial t} - v \frac{\partial^2 v_x^{(1)}}{\partial y^2} &= \frac{\partial v(x, t)}{\partial t}; \\ \frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial v_y^{(1)}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.23)$$

и уравнения второго приближения

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_x^{(2)}}{\partial t} - v \frac{\partial^2 v_x^{(2)}}{\partial y^2} &= v(x, t) \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} - v_x^{(1)} \frac{\partial v_x^{(1)}}{\partial x} - v_y^{(1)} \frac{\partial v_y^{(1)}}{\partial y}; \\ \frac{\partial v_x^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial v_y^{(2)}}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.24)$$

Уравнения первого и второго приближений имеют тип параболических уравнений вынужденной диффузии. Их решение упрощается введением *потенциала для функции тока* $\varphi = \varphi^{(1)} + \varphi^{(2)} + \dots$, удовлетворяющего соотношению

$$v_x^{(1)} = \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y}; \quad v_y^{(1)} = -\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x}; \quad v_x^{(2)} = \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial y}; \quad v_y^{(2)} = \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial x}.$$

Граничные условия для полупространства $y > 0$ задаются как $v_x|_{y=0} = v_y|_{y=0} = 0$; $v_x \rightarrow v(x, t)$ при $y \rightarrow \infty$. Шлихтингом было получено решение для случая стоячей волны: $v(x, t) = v_m(x) \cos \omega t$. При этом решение первого приближения (6.23) имеет вид

$$\varphi^{(1)} = \frac{v_m(x) \delta}{2} \operatorname{Re} [\sigma^{(1)} e^{i\omega t}],$$

где $\sigma^{(1)} = 2\mu - 1 + i + (1-i)e^{-(1+i)\mu}$; $\mu = y/\delta$. Отсюда компоненты вектора скорости первого приближения

$$\begin{aligned} v_x^{(1)} &= v_m(x) [\cos \omega t - e^{-\mu} \cos(\omega t - \mu)]; \\ v_y^{(1)} &= -\frac{dv_m(x)}{dx} \frac{\delta}{\sqrt{2}} \left[\frac{(2\mu-1)}{\sqrt{2}} \cos \omega t - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \omega t + e^{-\mu} \cos \left(\omega t - \mu - \frac{\pi}{4} \right) \right]. \end{aligned} \quad (6.25)$$

Решения уравнений (6.24) второго приближения дает выражение для функции $\varphi^{(2)}$ в виде

$$\varphi^{(2)} = \frac{\delta}{2\omega} v_m(x) \frac{d v_m(x)}{d x} \operatorname{Re} [\sigma_1^{(2)} e^{2i\omega t} + \sigma_2^{(2)}], \quad (6.26)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_1^{(2)} &= \frac{1+i}{2\sqrt{2}} e^{-(1+i)\sqrt{2}\mu} + i\mu e^{-(1+i)\mu} - \frac{1+i}{2\sqrt{2}}, \\ \sigma_2^{(2)} &= -\frac{1}{4} e^{-2\mu} - 3e^{-\mu} \cos \mu - e^{-\mu} (2+\mu) \sin \mu + \frac{3}{2}\mu + \frac{13}{14}. \end{aligned}$$

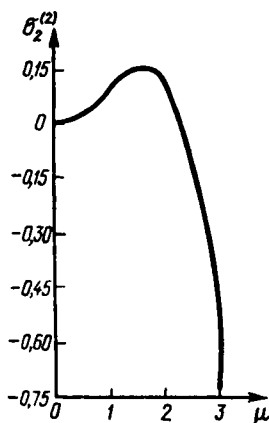


Рис. 6.4. Зависимость функции $\sigma_2^{(2)}$ от относительного расстояния

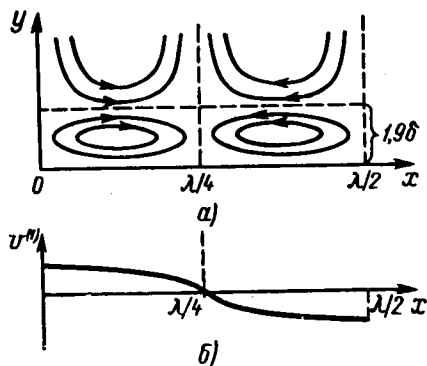


Рис. 6.5. Характер шлихтинговских течений в пограничном слое вблизи плоской поверхности (а) и распределение колебательной скорости в волне (б)

Следовательно, во втором приближении мы получим движение с удвоенной частотой $\sigma_1^{(2)} e^{2\omega t}$ и постоянную составляющую движения $\sigma_2^{(2)}$. Вид функции $\sigma_2^{(2)}$ показан на рис. 6.4. Переходя от функции ϕ к скорости и усредняя по времени, получаем выражения для нормальной и тангенциальной по отношению к поверхности компонент потока:

$$\bar{v}_x^{(2)} = \frac{1}{2\omega} v_m(x) \frac{d v_m(x)}{d x} \frac{d \sigma_2^{(2)}}{d \mu}; \quad (6.27)$$

$$\bar{v}_y^{(2)} = -\frac{\delta}{2\omega} \left[\left(\frac{d v_m(x)}{d x} \right)^2 + v_m(x) \frac{d^2 v_m(x)}{d x^2} \right] \sigma_2^{(2)}.$$

Анализ выражений (6.27) показывает, что при $v_m(x) = 0$ и $\frac{d v_m(x)}{d x} = 0$ существует только нормальная к границе составляющая потока $\bar{v}_y^{(2)}$, причем в узлах скорости $v_m(x)$ направлена к поверхности, а в пучностях скорости — от нее. Согласно графику функции $\sigma_2^{(2)}$, тангенциальная компонента скорости потока $v_x^{(2)}$ меняет свой знак при $y \approx \delta$, тогда как нормальная составляющая $v_y^{(2)}$ — при $y \approx 1.9 \delta$.

Для периодической в пространстве волны $v_m(x) = -v_0 \cos kx$ и формулы (6.27) можно записать как

$$\begin{aligned} \bar{v}_x^{(2)} = & -\frac{v_0^2}{4c_0} \sin 2kx \left[\frac{1}{2} e^{-2\mu} + (1-\mu) e^{-\mu} \cos \mu + \right. \\ & \left. + (4+\mu) e^{-\mu} \sin \mu - \frac{3}{2} \right]; \end{aligned} \quad (6.28)$$

$$\bar{v}_y^{(2)} = -\frac{v_0^2}{4c_0} k\delta \cos 2kx \left[\frac{1}{4} e^{-2\mu} + 3e^{-\mu} \cos \mu + \right. \\ \left. + e^{-\mu} (2 + \mu) \sin \mu + \frac{3}{2} \mu - \frac{13}{14} \right].$$

Вблизи границы $\mu \ll 1$, что позволяет упростить полученное решение с точностью до величин порядка μ^2 :

$$\bar{v}_x^{(2)} = -\frac{v_0^2}{4c_0} (\mu - \mu^2) \sin 2kx; \quad \bar{v}_y^{(2)} = -\frac{v_0^2}{4c_0} k\delta \mu^2 \cos 2kx. \quad (6.29)$$

Таким образом, *шлихтинговское течение в стоячей звуковой волне представляет собой вихри в пограничном слое с масштабом $\lambda/4 \times 1,9\delta$* , конфигурация которых дана на рис. 6.5. На внешней части пограничных вихрей в результате взаимодействия слоев среды возникают вихри вне пограничного слоя — рэлеевское течение, имеющее обратное направление вращения и тот же линейный размер $\lambda/4$.

Решения для акустического пограничного слоя около плоской поверхности могут быть применены и для изогнутых поверхностей, радиус кривизны которых много больше длины вязкой волны. На рис. 6.6 в качестве примера приведен характер потоков, возникающих вблизи цилиндра, помещенного в звуковое поле при отношении радиуса a к толщине акустического слоя δ много больше единицы.

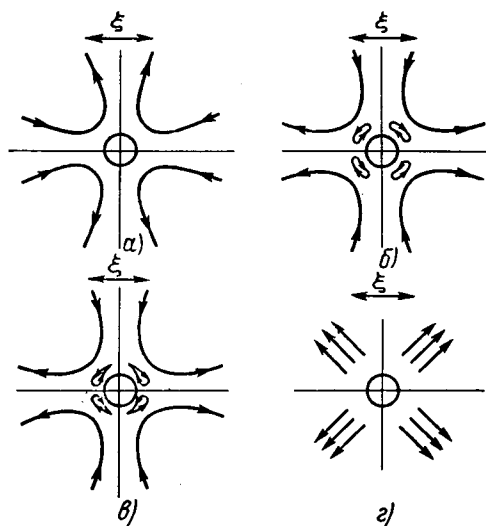


Рис. 6.6. Характер течений вокруг цилиндра, помещенного в звуковое поле стоячей волны:

a — течения вне пограничного слоя при малой интенсивности; *б* — течения в пограничном слое и вне его при $a/\delta \approx 7$; $\xi/a \ll 1$; *в* — то же, при $a/\delta \approx 7$, $\xi/a \approx 0,1$; *г* — отрывные течения при $\xi > \delta$

Поскольку пограничные вихри вызываются инерционными силами, которые при малых интенсивностях звукового поля невелики, при малой амплитуде колебаний существуют в основном течения вне пограничного слоя, что и подтверждается экспериментально. Увеличение амплитуды ведет к образованию интенсивных вихрей в пограничном слое, причем ограничений сверху по числу Рейнольдса, согласно теории, нет, когда амплитуда колебаний много меньше характерных размеров тела. Число Рейнольдса ограничивается только снизу условием $Re \gg M$. Однако, когда амплитуда колебаний сравнима с характерными размерами твердого тела, вид течений количественно и каче-

ственно меняется, как показано на рис. 6.6. Для теоретических описаний таких течений используют уже не упрощенные уравнения пограничного слоя типа (6.21) и (6.22), а полную систему уравнений гидродинамики, учитывающую разложение в ряд параметров волны с точностью до членов четвертого порядка малости. Если амплитуда колебаний превосходит толщину акустического пограничного слоя, то происходит дальнейшая трансформация картины акустических течений. Они превращаются в быстрые отрывные течения, пульсирующие с частотой внешнего звукового поля [4.3].

Пусть звуковая волна, вызывающая течения, не гармоническая. Тогда, используя разложение Фурье, средние по времени силы можно представить в виде суммы фурье-компонент. Медленный поток в этом случае представляет собой суперпозицию потоков, вызываемых каждой из фурье-компонент. В пограничном слое, толщина которого определяется наименьшей из частот разложения, возникают вихри разного масштаба, в результате чего движение в пограничном слое сильно турбулизировано.

Теоретические положения, используемые при рассмотрении акустических потоков, возникающих вблизи тел, которые помещены в звуковое поле, можно применить и при анализе акустических потоков, возникающих вблизи колеблющихся тел. В основе этого лежит **теорема Вестервальта**, согласно которой *скорость потока вблизи колеблющегося тела, заданная в лагранжевых координатах, инвариантна относительно преобразований координат, причем в новой системе координат поверхность тела неподвижна, а колебания совершаются средой*. Данная теория, являющаяся справедливой для несжимаемого акустического течения, была экспериментально подтверждена на примере потоков вокруг цилиндра [10].

Большой практический интерес представляют потоки, возникающие вокруг колеблющегося газового пузырька. В отличие от твердого тела тангенциальная составляющая скорости на поверхности пузырька не равна нулю в связи с увеличением газа за счет вязких сил стационарным потоком жидкости. Для пузырьков радиуса a , находящихся в поле плоской стоячей волны и удовлетворяющих условию $\lambda > a > \delta$, с учетом того, что на поверхности пузырька нормальная составляющая скорости стационарного течения равна нулю, а тангенциальная — непрерывна, на основе уравнений Прандтля для пограничного слоя получаем выражение для тангенциальной компоненты скорости потока в виде

$$\bar{v}_\varphi^2 = \frac{v_0^2}{4c_0} \frac{1}{ka} \sin 2\varphi \left\{ 1 + \frac{1}{(ka)^2 \left[\left(\frac{f_p^2}{f^2} - 1 \right)^2 + \theta^2 \right]} \right\}, \quad (6.30)$$

где f_p — резонансная частота пузырька; f — частота внешнего поля, θ — декремент затухания пузырька. Экспериментальные данные дают удовлетворительное совпадение с расчетами скорости потока вблизи поверхности пузырька по формуле (6.30).

Киносъемка характера потоков около колеблющегося пузырька газа показывает на наличие определенной аналогии с потоками вблизи твердого тела, помещенного в звуковое поле. При низких амплитудах колебаний в маловязкой жидкости потоков вокруг пузырька практически не наблюдается, поскольку, как уже отмечалось, из-

лучатель нулевого порядка не создает потоков. С увеличением интенсивности пузырек начинает колебаться на сложных модах и образуются стационарные потоки. С приближением амплитуды колебаний к значениям пограничного слоя происходит изменение моды колебаний пузырька и направления движения потоков. С дальнейшим ростом интенсивности звука стабильное колебание поверхности пузырька превращается в хаотическое с образованием интенсивных вихрей. Скорость микропотоков, образующихся вблизи пузырька, резко падает с удалением от его поверхности и на расстоянии порядка десяти радиусов близка к нулю. С увеличением вязкости жидкости возрастает пороговое значение интенсивности, при которой возникают потоки, увеличиваются размеры пограничных вихрей и их расстояние от поверхности пузырька [6.1].

Измерение конфигурации акустических течений проводят обычно путем визуализации линий тока взвешенными частицами, полностью увлекаемыми течением. Используя стробоскопическую подсветку по длине треков, оставляемых частицами, определяют скорость течения. Для измерения усредненных значений скорости стационарных потоков применяют различные конструкции термоанометров, термисторов, радиометров и трубок Пито [10].

Задачи к гл. 6

1. Показать соответствие выражений для максимальной скорости эккартовских течений через параметры волны (6.9) и среднюю плотность кинетической энергии (6.10).

Решение. Из формулы (3.49) выразим коэффициент b через коэффициент поглощения β как $b = 2\rho_0 c_0^3 \beta / \omega^2$. Сделав подстановку b в формулу (6.9) и учитывая, что $k^2 = \omega^2 / c^2$, получим

$$U_0 = \frac{2\beta}{\eta} \frac{\rho_0 v_0^2}{4} r_1^2.$$

Поскольку средняя по времени плотность кинетической энергии в бегущей волне, согласно (1.58), $\bar{\mathcal{E}}_k = \rho v_0^2 / 4$, имеем

$$U_0 = \frac{2\beta \bar{\mathcal{E}}_k}{\eta} r_1^2.$$

2. Сопоставить между собой характерные размеры акустических пограничных вихрей, возникающих в стоячей волне у плоской поверхности в воде и в воздухе на частоте 10 кГц.

Решение. Характерные размеры вихрей в стоячей волне $(\lambda/4) \times 1,9\delta$ (см. § 6.4). Следовательно, для нахождения размеров вихрей предварительно определим длину волны $\lambda = c/f$ и толщину акустического пограничного слоя $\delta = [\eta / (\pi f)]^{1/2}$: для воды $\lambda \approx 1,5 \cdot 10^{-1}$ м, $\delta \approx 0,6 \cdot 10^{-5}$ м; для воздуха $\lambda \approx 3,3 \cdot 10^{-2}$ м, $\delta \approx 2,2 \cdot 10^{-5}$ м. Отсюда размеры вихрей: $40 \times 0,011$ мм (вода); $8 \times 0,042$ мм (воздух).

КАВИТАЦИЯ

7.1. КАВИТАЦИОННАЯ ПРОЧНОСТЬ ЖИДКОСТИ

Кавитация представляет собой процесс неустойчивого изменения размеров парогазовых пузырьков при знакопеременном давлении в жидкости. Расширение пузырьков происходит при существовании в жидкости растягивающих или отрицательных давлений, а их сжатие — при положительных давлениях, превосходящих равновесное значение. Значения растягивающих давлений, при которых возможны разрыв жидкости и образование новой фазы — парогазового пузырька для чистых жидкостей, — определяются силой межмолекулярных связей. Поскольку работа по образованию новой поверхности единичной площади определяется поверхностным натяжением σ , а расстояние, на которое надо раздвинуть частицы среды для разрыва межмолекулярных связей, равно приблизительно удвоенному расстоянию между соседними молекулами r , минимальное критическое растягивающее давление

$$p_k \approx 2\sigma/r. \quad (7.1)$$

Оценка по формуле (7.1) дает значения давления порядка десятка тысяч атмосфер [10]. Учет температурных флуктуаций, нарушающих однородную структуру жидкости и, следовательно, снижающих ее прочность на разрыв, согласно Зельдовичу, дает выражение

$$p_k = p_0 - p_n + \left(\frac{16\pi\sigma^3}{3kT \ln \nu A} \right)^{1/2}, \quad (7.2)$$

где p_0 — равновесное давление в жидкости; p_n — давление насыщенного пара; k — постоянная Больцмана; νA — константа, варьируемая от 10^{14} до 10^{36} . Столь широкое изменение константы мало влияет на кавитационную прочность, поскольку она входит в (7.2) множителем $(\ln \nu A)^{1/2}$. Поэтому использование значения $\nu A = 10^{25}$ дает неопределенность p_k , не превышающую 20%. Использование формулы (7.2) по сравнению с (7.1) на порядок снижает значение p_k , однако в реальных жидкостях экспериментальные измерения дают значения, не превышающее нескольких сотен атмосфер. Столь значительное расхождение экспериментальных и теоретических оценок критического растягивающего давления обусловлено присутствием в жидкости так называемых *зародышей кавитации* в виде парогазовых микропузырьков или твердых несмачиваемых частиц. Микропузырьки могут возникнуть даже после тщательнейшей очистки и дегазации жидкости в результате воздействия частиц высоких энергий [2; 4; 7.3].

Стабильное существование пузырьков в жидкости не является очевидным, поскольку крупные пузырьки должны всплывать со скоростью

$$v = \frac{1}{3} \frac{R_0^2 g}{\eta} \left(\frac{p_n}{\rho} - 1 \right) \frac{v + v_n}{v + \frac{3}{2} v_n}, \quad (7.3)$$

где R_0 — радиус пузырька; ρ — плотность; v и η — кинематическая и динамическая вязкости, индекс «п» отвечает парогазовой среде в пузырьке, а пузырьки малого размера растворяются из-за высокого избыточного давления $2\sigma/R_0$. Стабилизация микропузырьков может быть объяснена наличием на их поверхности одноименных зарядов, отталкивание между которыми предотвращает смыкание пузырька. Образование зарядов определяется адсорбцией ионов на поверхности пузырька, обуславливающей отрицательную гидратацию, поскольку эти ионы (K^+ , F^- , Cl^- , Br^- , I^-) уменьшают локальную плотность, как бы раздвигая молекулы воды, подобно гидрофобным включениям. Согласно ионной теории, равновесие парогазового пузырька в жидкости определяется соотношением [10]

$$p_r = p_0 - p_n + \frac{2\sigma}{R_0} - \frac{e^2 n^2}{8\pi\epsilon R_0^4} \left(1 - \frac{\epsilon}{n} \right), \quad (7.4)$$

где e — элементарный заряд; n — количество зарядов на поверхности; ϵ — диэлектрическая проницаемость жидкости.

Используя формулу (7.4), можно получить выражение, описывающее зависимость критического давления от начального радиуса зародыша кавитации. Если под действием внешнего звукового поля с давлением $p_a = p_m \sin \omega t$ радиус зародыша изменится от R_0 до R , то давление газа p_r (без учета диффузии через поверхность за короткое время) определяется изменением объема с учетом сжимаемости, а давление пара в пузырьке равно давлению насыщенных паров p_n . За малый промежуток времени радиус изменится незначительно, поэтому без учета влияния электрического заряда на поверхности можно записать

$$p_0 - p_a = p_r \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} + p_n - \frac{2\sigma}{R}. \quad (7.5)$$

Подставив вместо p_r выражение (7.4) и считая, что процесс протекает изотермически ($\gamma = 1$), получим

$$p_0 - p_a = \left(p_0 - p_n + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - \frac{2\sigma}{R} + p_n. \quad (7.6)$$

Анализ формулы (7.6) показывает, что, пока p_a не достигает некоторого значения p_k , пузырек устойчив. При $p_a > p_k$ пузырек начинает резко расти — жидкость разрывается. Значение критического радиуса R_k определяется дифференцированием (7.6) по R и приравниванием производной нулю:

$$R_k = \sqrt[3]{3 R_0 \sqrt{\frac{R_0}{2\sigma} \left(p_0 - p_n + \frac{2\sigma}{R_0} \right)}}. \quad (7.7)$$

Подстановка R_k в (7.6) дает выражение для прочности жидкости на разрыв при наличии в ней пузырька радиуса R_0 в виде [3.1]

$$p_k = p_0 - p_n + \frac{4\sigma}{3R_0} \sqrt{\frac{2\sigma}{\left(p_0 - p_n + \frac{2\sigma}{R_0} \right) 3R_0}}. \quad (7.8)$$

Так как давление насыщенных паров обычно незначительно ($p \gg p_n$), приближенное выражение для кавитационной прочности жидкости в зависимости от начального радиуса пузырька запишем следующим образом:

$$R_0^3 + \frac{2\sigma}{p_0} R_0^2 - \frac{32\sigma^3}{27 p_0 (p_0 - p_k)^2} = 0. \quad (7.9)$$

Вид зависимости (7.9) для воды показан на рис. 7.1. Сопоставление с экспериментальными данными указывает на отклонение от давления p_k , вычисленного по формуле (7.9), только в области больших R_0 , когда частота f звукового поля больше собственной резонансной частоты f_p для пузырька с радиусом R_p , определяемой по формуле Миннерта [7.2]:

$$f_p = \frac{1}{2\pi R_p} \sqrt{\frac{3\gamma}{\rho} \left(p + \frac{2\sigma}{R_p} \right)}. \quad (7.10)$$

При этом движение пузырька имеет сложный пульсирующий характер с небольшими отклонениями размеров от начальных. Неустойчивое разрывное движение полости происходит при значениях p_k , больших, чем определяемые по формуле (7.9).

Следовательно, для заданных давления и частоты звукового поля существуют минимальный R_k и максимальный R_p радиусы пузырьков, участвующих в кавитационном движении. Отсюда вытекает, что чем выше частота, тем меньших размеров должны быть зародыши кавитации и тем выше пороговое значение давления, отвечающее началу кавитации. Необходимо, правда, отметить, что формула Миннерта получена в линейном приближении и не отражает нелинейных пульсаций при высоких интенсивностях. Поэтому значение R_p отражает частотную границу кавитации только по порядку величины.

Выражение (7.9) используют для оценки порога «газовой» кавитации, физическая модель которой определяется очень малым давлением паров в полости или столь быстрым изменением размеров пузырька, что процессы испарения и конденсации не успевают следовать за ним. В обратном случае предполагается модель «паровой» кавитации, пороговое значение которой можно приближенно оценить по формуле

$$p_k = p_0 - p_n + \frac{2\sigma}{R_0} \quad (7.11)$$

или более точно по формуле Акуличева

$$p_k = p_0 - p_n + \frac{\sigma}{R_0} \left(1 + \frac{kT \ln vA}{4\pi\sigma R_0^2} \right) \left(1 + 2 \cos \frac{4\pi + \varphi}{3} \right), \quad (7.12)$$

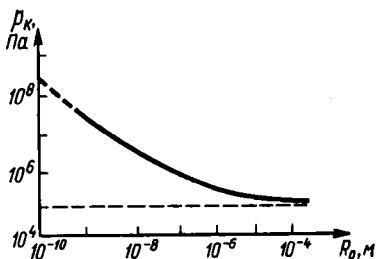


Рис. 7.1. Зависимость кавитационной прочности воды от размера начального радиуса парогазовых пузырьков

где $\varphi = \arccos \left[1 + \frac{2}{1 + kT \ln vA / (4\pi\sigma R_0^2)} \right]$, которая при $R_0 \rightarrow 0$ переходит в формулу Зельдовича (7.2).

7.2. ДИНАМИКА КАВИТАЦИОННОЙ ПОЛОСТИ

Поскольку кавитация представляет собой не вообще пульсацию пузырьков в поле переменных давлений, а вполне определенное неустойчивое движение стенок полости, сопровождаемое характерными физическими эффектами, его особенности удобно рассмотреть на модели динамики одиночной кавитационной полости.

В наиболее простой модели предполагается сферически симметричная пульсация полости радиуса $r = R(t)$ в поле плоской звуковой волны. Одномерное уравнение движения идеальной жидкости, в которой существует полость, имеет вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (7.13)$$

при $r \geq R$. Считая движение безвихревым, введем потенциал скорости φ и проинтегрируем (7.13) по пространству от r до ∞ , учитывая, что $\varphi = 0$, $v = 0$, $p_r = p_\infty$ при $r \rightarrow \infty$:

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + \int_{p_\infty}^{p(r)} \frac{dp}{\rho} = 0. \quad (7.14)$$

Поскольку идеальная жидкость несжимаема, $\rho = \rho_0$ и уравнение (7.14) можно переписать следующим образом:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{v^2}{2} + \frac{1}{\rho_0} [p_\infty - p(r)] = 0. \quad (7.15)$$

Уравнение непрерывности для рассматриваемого случая имеет вид

$$\frac{\partial (r^2 v)}{\partial r} = 0. \quad (7.16)$$

Его интегрирование от r до ∞ дает выражение для скорости

$$v = A/r^2, \quad (7.17)$$

где постоянная интегрирования A может быть определена из граничного условия равенства скорости жидкости v скорости движения поверхности полости v_n . Отсюда

$$v = v_n \frac{R^2}{r^2}, \quad (7.18)$$

а потенциал скорости

$$\varphi = v_n \frac{R^2}{r}. \quad (7.19)$$

Подставив выражения (7.18) и (7.19) в уравнение (7.15), получим

$$\frac{1}{r} \left(\frac{R^2}{2} \frac{dv_n}{dR} + 2Rv_n^2 \right) - \frac{1}{2} v_n^2 \frac{R^4}{r^4} + \frac{1}{\rho_0} [p_\infty - p(r)] = 0. \quad (7.20)$$

С учетом того, что $v_n = \frac{\partial R}{\partial t}$, приведем уравнение (7.20) к виду

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + \frac{1}{\rho} [p_\infty - p(R)] = 0. \quad (7.21)$$

Вид решения нелинейного дифференциального уравнения (7.21) определяется законом изменения давления $p(R)$ на поверхности полости и p_∞ на бесконечности.

Аналитическое решение можно получить лишь в простейшем случае, рассмотренном Рэлеем. Если $p_\infty = p_0$ (здесь p_0 — гидродинамическое давление), а $p(R) = 0$ (т. е. полость не заполнена ни паром, ни газом), то из уравнения (7.21) приходим к выражению для скорости захлопывания пустой полости под действием гидростатического давления:

$$v^2 = \frac{2}{3} \frac{p_0}{\rho_0} \left(\frac{R_{\max}^3}{R^3} - 1 \right), \quad (7.22)$$

где $R_{\max}$ — максимальный размер полости. Интегрируя это выражение, получаем формулу Рэлея для захлопывания пустой полости:

$$\tau = 0,315 R_{\max} \left(\frac{\rho_0}{p_0} \right)^{1/2}. \quad (7.23)$$

Если полость заполнена газом и паром, из баланса сил на поверхности пузырька, согласно (7.6), получаем выражение, определяющее $p(R)$, в виде

$$p(R) = \left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} + p_n - \frac{2\sigma}{R}. \quad (7.24)$$

При распространении в жидкости звуковой волны давление на бесконечности равно сумме гидростатического и звукового давлений:

$$p_\infty = p_0 - p_m \sin \omega t. \quad (7.25)$$

Подставляя (7.24) и (7.25) в уравнение (7.21), получаем уравнение Нолтинга — Нонпайраса, описывающее пульсации газового пузырька в поле ультразвуковой волны [7.2]:

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + \frac{1}{\rho} \left[p_0 - p_n - p_m \sin \omega t + \frac{2\sigma}{R} - \left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \right] = 0. \quad (7.26)$$

Результаты числовых решений уравнения (7.26) при различных заданных параметрах среды и звукового поля показывают, что вид

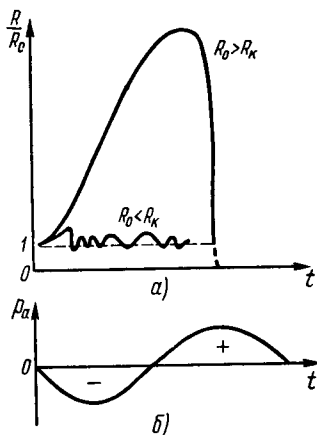


Рис. 7.2. Характер изменения относительного радиуса полости (а) и изменение звукового давления во времени (б)

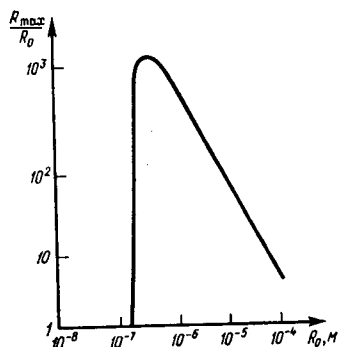


Рис. 7.3. Расчетная зависимость изменения относительного максимального радиуса пузырька от начального радиуса для воды при $p_m = 0,4$ МПа и $f = 15$ кГц

кривых, описывающих изменение радиуса полости во времени, аналогичен для различных частот. При этом, когда начальный радиус R_0 пузырька меньше R_k , полость совершает пульсационное движение около своего положения равновесия, тогда как для пузырьков начального радиуса больше R_k характерен резкий рост при действии отрицательных давлений, превышающих p_k , и последующее еще более резкое захлопывание в положительный полупериод волны, как это показано на рис. 7.2. Асимметрия движения кавитационной неустойчивой полости определяется тем, что рост полости происходит под действием давления p_a , которому препятствуют силы поверхностного натяжения $2\sigma/R$ и статическое давление p_0 , тогда как при схлопывании полости при положительном звуковом давлении все эти силы имеют одно направление.

Таким образом, при неустойчивых пульсациях пузырек представляет собой как бы трансформатор энергии: в течение периода растяжения он накапливает энергию пропорционально максимальному объему или $R^3_{\max}$ и затем в короткий промежуток времени она превращается в кинетическую энергию движения. Парогазовая смесь, находящаяся в полости, адиабатно сжимается до давлений порядка тысяч атмосфер, нагреваясь до температуры около тысячи кельвин. Количество газа в полости определяет тот минимальный радиус $R_{\min}$, до которого сжимается полость. В зависимости от начального радиуса соотношение между максимальным и начальным радиусами меняется, как показано на рис. 7.3, причем при приближении начального радиуса R_0 к R_p пузырек вырождается в пульсирующий с небольшим изменением размеров относительно начального.

Рассмотрим результаты числового расчета расширения и сжатия кавитационной полости. Процесс расширения полости можно принять близким к изотермическому [1.2], для которого

$$p_r = p_{r0} \frac{R_0^3}{R^3}, \quad (7.27)$$

или

$$p_r = \left(p_0 - p_n + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^3, \quad (7.28)$$

где R_0 и R — начальный и текущий радиусы полости; p_{r0} — давление газа в равновесном состоянии.

После подстановки выражения (7.28) в уравнение (7.21) и добавления члена, учитывающего вязкое трение $4\eta\dot{R}/R$, получим дифференциальное уравнение движения стенок полости в процессе расширения:

$$\rho \left(R\ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \right) + 4\eta \frac{\dot{R}}{R} - \left(p_0 - p_n + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - p_n + \frac{2\sigma}{R} + p_0 - p_m \sin \omega t = 0. \quad (7.29)$$

Уравнение (7.29) решается в интервале времени $0 \leq t \leq t_{\max}$ при начальных условиях $t=0, R=R_0, \dot{R}=0$.

Процесс сжатия кавитационной полости, протекающий значительно быстрее процесса расширения, можно рассматривать близким к адиабатному. При сжатии полости ее радиус изменяется от $R_{\max}$ до $R_{\min}$. Поскольку при $R=R_{\max}$ давление газа в полости

$$p = \left(p_0 - p_n + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R_{\max}} \right)^3, \quad (7.30)$$

изменение давления газа в полости при ее сжатии до радиуса R запишем в виде

$$p_r = p (R_{\max}/R)^{3\gamma}. \quad (7.31)$$

После подстановки значения p_r в уравнение (7.21) получим дифференциальное уравнение движения стенки полости в вязкой, несжимаемой жидкости в процессе сжатия:

$$\rho \left(R\ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \right) + 4\eta \frac{\dot{R}}{R} - \left[\left(p_0 - p_n + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R_{\max}} \right)^3 + p_n \right] \left(\frac{R_{\max}}{R} \right)^{3\gamma} + \frac{2\sigma}{R} + p_0 - p_m \sin \omega t = 0. \quad (7.32)$$

В отличие от (7.26) в уравнение (7.32) введена поправка на поведение пара как идеального газа, так как температура в полости в стадии адиабатного сжатия становится выше критической, а также учтено влияние вязкого трения на динамику полости. Уравнение (7.32) решается в интервале времени $t_{\max} \leq t \leq T$, где T — период колебаний при начальных условиях $t=t_{\max}, R=R_{\max}, \dot{R}=0$.

Решение уравнения с учетом введенной поправки дает возможность рассчитать конечные размеры $R_{\min}$ и давления, возникающие в жидкости при захлопывании полости.

Максимальное давление, возникающее в жидкости при адиабатном сжатии полости, определяется из уравнения (7.31) для некоторого фиксированного значения времени t . После подстановки значения $\dot{R}_{\max}$ получим

$$p = p_0 - p_m \sin \omega t + \rho \frac{\dot{R}R^2 + 2R\dot{R}^2}{r} - \frac{\rho}{2} \frac{R^4 \dot{R}^2}{r^4}. \quad (7.33)$$

Продифференцировав уравнение (7.33) по r , находим расстояние $r_{p \max}$, при котором давление имеет максимальное значение:

$$r_{p \max} = R \sqrt[3]{\frac{(2R\dot{R} + 2\dot{R}^2)^4}{2\dot{R}^2}}. \quad (7.34)$$

Подставив полученное значение для $r_{p \max}$ в уравнение (7.33), можно определить максимальное давление, возникающее в жидкости при сжатии кавитационной полости:

$$p_{\max} = p_0 - p_m \sin \omega t + \frac{3}{4} \rho \sqrt[3]{\frac{(2R\dot{R} + 2\dot{R}^2)^4}{2\dot{R}^2}}. \quad (7.35)$$

Полученные уравнения динамики кавитационной полости являются нелинейными дифференциальными уравнениями второго порядка; их решают, используя ЭВМ, с помощью численного интегрирования методом Рунге — Кутты.

В процессе счета для каждого момента времени t определяют радиус R полости, скорость $\dot{R}$, ускорение $\ddot{R}$, давление газа p_g в полости, поверхностное давление $2\sigma/R$, давление, обусловленное вязкостью жидкости $4\eta\dot{R}/R$ и инерционными силами $\rho\left(R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2\right)$

а также максимальное давление $p_{\max}$, возникающее в жидкости. При численном решении каждый из параметров звукового поля, жидкости или внешнего давления последовательно изменяется с заданным шагом, остальные параметры остаются неизменными.

В табл. 7.1 в качестве примера приводятся значения максимального давления в жидкости в зависимости от различных параметров, полученные в результате численного решения.

Анализ динамики пульсации полости по уравнению Нолтинга — Неппайраса дает только качественную картину, поскольку допущения о несжимаемости жидкости не позволяют правильно оценить конечную стадию захлопывания кавитационного пузырька. Более правильные количественные оценки можно получить из уравнений, учитывающих с различной аппроксимацией сжимаемость жидкости [7.1; 7.2].

Для полостей с относительно небольшим изменением радиуса за период колебаний обычно используют аппроксимацию Херринга — Флинна. При выводе уравнения пульсации полости, который

Т а б л и ц а 7.1. Значения максимального давления в жидкости при различных параметрах

$\sigma \cdot 10^3, \text{ Н/м}$	$p_{\text{max}} \cdot 10^{-15}, \text{ Па}$	$\rho \cdot 10^{-3}, \text{ кг/м}^3$	$p_{\text{max}} \cdot 10^{-15}, \text{ Па}$	$\eta \cdot 10^3, \text{ Н.с/м}^2$	$p_{\text{max}} \cdot 10^{-15}, \text{ Па}$	$p_n \cdot 10^{-3}, \text{ Па}$	$p_{\text{max}} \cdot 10^{-15}, \text{ Па}$	$p_0 \cdot 10^{-5}, \text{ Па}$	$p_{\text{max}} \cdot 10^{-15}, \text{ Па}$
0	0,112	0,5	0,184	0	0,0513	0,44	8,10	1	0,0491
14,4	0,0073	1,0	0,0491	0,1	0,0515	1,32	0,27	2	0,955
28,8	0,0279	1,5	—	1,0	0,0491	2,2	0,049	3	7,513
43,2	0,0580	2,0	0,0437	10	0,0668	4,4	0,041	4	7,708
57,6	0,0519	2,5	0,062	50	0,0798	13,2	0,00025	5	12,609
72,5	0,0491	5,0	0,0425	100	0,2700			6	4,771
								7	0,856

осуществляется аналогично рассмотренному выше, уравнение непрерывности берут в полной форме:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v) = 0. \quad (7.36)$$

Делая допущение, что $v \ll c_0$ и $\rho = \rho_0$, так как $\rho^{(1)} = \rho - \rho_0$ пропорционально v^2/c^2 , и добавляя член $4\eta v/R$, учитывающий вязкость, получаем уравнение динамики кавитационной полости Херринга — Флинна, учитывающее сжимаемость жидкости, в виде

$$R \left(1 - 2 \frac{v}{c_0} \right) \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{4}{3} \frac{v}{c_0} \right) \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + \\ + \frac{1}{\rho_0} \left[p_0 - p_n - p_m \sin \omega t + \frac{2\sigma}{R} + \frac{4\eta v}{R} - \left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \right] + \\ + \frac{R}{\rho_0} \frac{v}{c_0} \left(1 - \frac{v}{c_0} \right) \frac{d p(R)}{d R} = 0. \quad (7.37)$$

Уравнение (7.37) позволяет получить более правильные количественные данные о скорости захлопывания и минимальном радиусе кавитационного пузырька по сравнению с уравнением (7.26), однако при скоростях движения, сравнимых со скоростью звука, что имеет место на конечной стадии захлопывания при больших изменениях радиуса пузырька, требуется более глубокая аппроксимация сжимаемости.

Учет пульсации полости с произвольными скоростями возможен на основе уравнений Кирквуда — Бете (см. ниже). Единственным допущением, сделанным при их выводе, является сферичность волн конечной амплитуды, образующихся при захлопывании полости и распространяющихся со скоростью $c_r = c + v$. Скорость $c = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s^{1/2}$ представляет собой локальное значение скорости распространения звука при произвольных возмущениях. Используя уравнение Тэта

(1.46), для конденсированной фазы можно записать

$$c^2 = c_0^2 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{n-1}, \quad (7.38)$$

где $c_0^2 = \frac{A n}{\rho_0}$. Аппроксимация, в которой скорость звука является функцией движения, после преобразования системы уравнений гидродинамики и приведения их к поверхности полости запишется следующим образом:

$$R \left(1 - \frac{v}{c} \right) \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{v}{3c} \right) \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + \left(1 + \frac{v}{c} \right) H - \frac{v}{c} \left(1 - \frac{v}{c} \right) R \frac{dH}{dR} = 0. \quad (7.39)$$

Здесь H является свободной энтальпией на поверхности сферической полости:

$$H = \int_{p_\infty}^{p(R)} \frac{dp}{\rho} = \frac{n}{n-1} \frac{A^{1/n}}{\rho_0} \left\{ \left[\left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3n} - \frac{2\sigma}{R} + B \right]^{\frac{n-1}{n}} - (p_0 - p_m \sin \omega t + B)^{\frac{n-1}{n}} \right\}, \quad (7.40)$$

где A и B — постоянные коэффициенты из уравнения Тэта*. Поскольку можно также записать, что

$$H = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho} = \frac{c_0^2}{n-1} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{n-1} - 1 \right], \quad (7.41)$$

выражение для локальной скорости примет вид

$$c = [c_0^2 + (n-1)H]^{1/2}. \quad (7.42)$$

Решение, описывающее движение кавитационной полости, получается путем совместного рассмотрения уравнений Кирквуда — Бете (7.39), (7.40) и (7.42).

Общий анализ уравнений динамики кавитационной полости (7.26), (7.37) и (7.39) затрудняется тем, что эти уравнения не решаются в общем виде. Можно получить только числовые решения для конкретных частных случаев, характеризующихся определенными значениями частоты, звукового давления и начального радиуса полости.

Результаты расчетов, приведенные на рис. 7.4, показывают, что при малых амплитудах звукового давления $p_m < p_k$ газовые пузырьки нелинейно пульсируют не захлопываясь, причем пузырьки дорезонансного размера пульсируют с частотой внешнего поля, а при размере пузырька больше резонансного частота пульсаций опреде-

* Для воды $A = 300,1$ МПа, $B = 300,0$ МПа, $n = 7$.

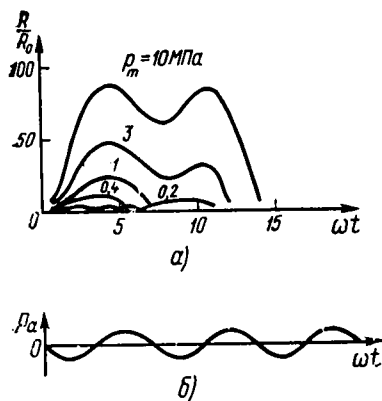


Рис. 7.4. Семейство кривых изменения относительного радиуса полости от времени для воды при различных значениях амплитуды звукового давления p_m , рассчитанных по уравнению (7.26) для значений $R_0 = 10^{-6}$ м, $f = 500$ кГц (а) и изменение звукового давления (б)

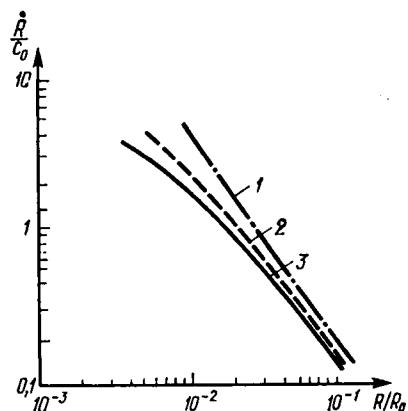


Рис. 7.5. Зависимости скорости движения стенок кавитационной полости от ее радиуса, полученная из решения уравнений:

1 — (7.26); 2 — (7.37); 3 — (7.39)

ляется собственной частотой колебаний пузырька. При превышении p_k движение полости становится неустойчивым и она захлопывается в первом положительном полупериоде. Дальнейшее увеличение p_m ведет к тому, что пузырек в результате действия инерционных сил не успевает захлопнуться в первом положительном полупериоде, а совершает одно или даже несколько колебаний до схлопывания. Хотя вид кривых пульсации полостей, полученных для различных аппроксимаций, различается только на конечной стадии захлопывания, они дают существенно разные значения скорости движения стенок полости. Так, для несжимаемой жидкости асимптотическая формула для скорости захлопывания полости, заполненной паром, отличается от формулы Рэлея добавлением амплитуды акустического давления p_m :

$$v^2 = \frac{2}{3} \frac{p_0 + p_m}{\rho_0} \left(\frac{R_{\max}}{R^3} - 1 \right). \quad (7.43)$$

Учет сжимаемости в первом приближении, согласно (7.37), дает

$$v^2 = \frac{2}{3} \frac{p_0 + p_m}{\rho_0} \left(\frac{R_{\max}^3}{R^3} - 1 \right) \left(1 - \frac{4}{3} \frac{v}{c_0} \right)^{-1}, \quad (7.44)$$

а полный учет сжимаемости по (7.39)

$$v^2 = \frac{2}{3} \frac{p_0 + p_m}{\rho_0} \left[\frac{R_{\max}^3}{R^3} \left(1 - \frac{v}{3c_0} \right)^{-4} - 1 \right]. \quad (7.45)$$

Т а б л и ц а 7.2. Расчетные значения параметров полости по уравнению Кирквуда — Бете для $p_m = 10^6$ Па, $f = 500$ кГц

R_0 , см	$R_{\max}$, см	$R_{\min}$, см	u/c_0	$p_{\max} \cdot 10^5$, Па	δ
10^{-3}	$2,9 \cdot 10^{-3}$	$5,8 \cdot 10^{-5}$	0,43	$7,4 \cdot 10^4$	$4,8 \cdot 10^2$
$5 \cdot 10^{-4}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	0,52	$1,9 \cdot 10^5$	10^{-2}
10^{-4}	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-6}$	2,7	$2,8 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^{-4}$

Различие в решениях (7.43), (7.44) и (7.45) показано на рис. 7.5.

Результаты числовых расчетов по уравнению Кирквуда — Бете показывают, что на конечной стадии захлопывания скорость движения стенок полости может достигать значений, превосходящих скорость звука. При этом давление в полости огромно. Как видно из табл. 7.2, максимальный радиус пузырька мало зависит от его начального размера, тогда как минимальный радиус $R_{\min}$ резко уменьшается, что обусловлено исходным количеством газа в полости. Чем меньше значение $R_{\min}$ при прочих равных условиях, тем выше скорость на конечной стадии захлопывания и, следовательно, выше давление газа в полости.

Значение максимального давления $p_{\max}$, создаваемого в фазе захлопывания, можно выразить через параметр газосодержания δ , представляющий собой отношение давления парогазовой смеси в полости при ее максимальном расширении $p_{\text{пр}}$ к статическому давлению p_0 [10]:

$$\delta = \frac{p_{\text{пр}}}{p_0} = \frac{p_0 + \frac{2\sigma}{R_0}}{p_0} \left(\frac{R_0}{R_{\max}} \right)^3. \quad (7.46)$$

Для этого считаем, что захлопывание происходит в начале положительного периода звукового давления, когда $p_0 \gg p_a$. Пренебрегаем действием сил поверхностного натяжения, существующих только при очень малых размерах полости, и работу, совершаемую гидростатическим и звуковым давлением при захлопывании полости

$$A_{\text{ж}} = \frac{4}{3}\pi(p_0 + p_m)(R_{\max}^3 - R_{\min}^3) \approx \frac{4}{3}\pi p_0(R_{\max}^3 - R_{\min}^3), \quad (7.47)$$

приравняем к работе, совершаемой над парогазовой смесью в процессе адиабатного сжатия ($\gamma = \frac{4}{3}$) при изменении радиуса пузырька от $R_{\max}$ до $R_{\min}$:

$$A_{\text{г}} = \int_{R_{\max}}^{R_{\min}} p_{\text{пр}} \left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}} \right)^{3\gamma} 4\pi R^2 dR = -4\pi p_{\text{пр}} R_{\max}^3 \left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}} - 1 \right). \quad (7.48)$$

Отсюда получаем *

* Этот результат хорошо совпадает при $R_{\max} \gg R_{\min}$ и $\delta \ll 1$ с полуэмпирической формулой Хорошева:

$$\frac{R_{\min}}{R_{\max}} = \frac{3\delta}{1 + 3\delta + \delta^{1,6}}.$$

$$\frac{R_{\min}}{R_{\max}} \approx 3 \frac{p_{\text{нр}}}{p_0} = 3\delta. \quad (7.49)$$

Максимальное давление в полости при захлопывании можно записать как

$$p_{\max} = p_{\text{нр}} \left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}} \right)^{3\gamma} = p_{\text{нр}} \left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}} \right). \quad (7.50)$$

Подставляя сюда (7.49), получаем

$$p_{\max} = \frac{p_0}{81\delta^3}. \quad (7.51)$$

Таким образом, максимальное давление, создаваемое в полости при захлопывании, определяется ее газосодержанием.

Сжатая до высоких давлений парогазовая смесь заставляет пузырьки вторично расширяться, создавая давление в окружающих слоях жидкости. Когда скорость движения стенок пульсирующей полости мала, работа сжатия жидкости при расширении полости равна работе, совершаемой давлением в жидкости над содержимым полости. Следовательно, без учета теплопроводности и потерь на вязкость энергия за период движения не теряется и полость может пульсировать бесконечно. Такое давление, создаваемое пульсирующей полостью называют *неизлучаемым давлением* p_i [7.2].

Если поверхность полости перемещается быстро, то давление в жидкости в точке r запаздывает во времени относительно возмущения жидкой среды, возникающего на поверхности полости, что имеет место при наличии потерь энергии. Это означает, что энергия, отходящая от полости, не полностью возвращается в период сжатия при конечной скорости распространения возмущений и полость за период движения излучает акустическую энергию. Компоненту давления, определяющую образование акустической энергии при пульсации полости, называют *излучаемым давлением* p_l . Разложение давления в виде $p = p_i + p_l$ является условным, однако оно часто является полезным для отождествления компонент спектра давления при кавитации, поскольку неизлучаемое давление имеет дискретный спектр, содержащий линии, соответствующие основной вынужденной частоте и субгармоникам, тогда как излучаемое давление представляет собой короткие импульсы с непрерывным спектром. Давление в жидкости, создаваемое пульсирующей полостью, без учета вязкости и теплопроводности можно определить по формуле Джилмора:

$$p(r, t) = \frac{R}{r} (p(R) - p_0) + \frac{R}{r} \left(1 - \frac{R^3}{r^3} \right) \left(\frac{1}{2} \rho_0 v^2 \right) + \\ + \frac{rv}{c_0} \left(1 - \frac{R}{r} \right) \left[\rho_0 v^2 - 2(p(R) - p_0) - R \frac{d p(R)}{d R} \right], \quad (7.52)$$

где $p(R)$ и v — давление и скорость в жидкости на поверхности полости. Первые два члена данного выражения представляют неизлучаемое давление, а третий — излучаемое.

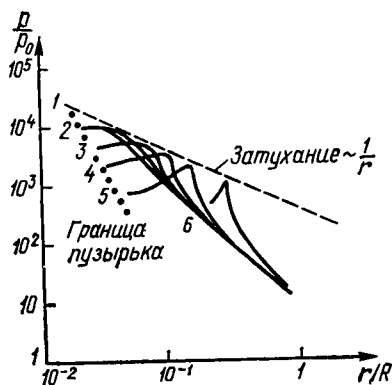


Рис. 7.6. Изменение формы ударной волны во времени от момента захлопывания полости (в единицах R/c_0):

1 — 0,1; 2 — 1,1; 3 — 2,1; 4 — 3,7; 5 — 7,2; 6 — 16,0 для значений $p_0 = 10^6$ Па, $p_n = 10^2$ Па, $\gamma = 1,4$

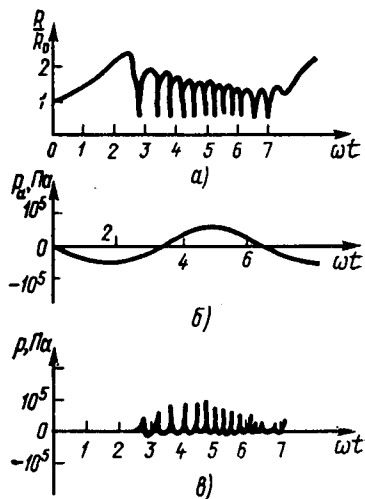


Рис. 7.7. Характер пульсаций полости с начальным радиусом $R_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ м на частоте 10 кГц при амплитуде звукового давления $p_m = 10^5$ Па (а), измерение звукового давления во времени (б) и вид создаваемых пульсациями импульсов давления в жидкости на расстоянии 1 мм (в) [по результатам расчета по уравнению (7.39)]

При очень большой скорости захлопывания полости отходящая при повторном расширении волна давления может иметь вид ударной волны, давление в которой изменяется обратно пропорционально расстоянию от полости r . Характерная расчетная кривая, показывающая образование ударной волны, приведена на рис. 7.6. Расстояние, на котором образуется ударная волна, определяется значением максимального давления в полости и соответствует соотношению

$$p_{\max} > 13,6 \left(\lg \frac{r}{R_{\min}} \right)^{-3/5}, \quad (7.53)$$

где $p_{\max}$ составляет тысячи атмосфер. Из формулы (7.53) можно вычислить, что при $p_{\max} > 1000$ атм, ударная волна образуется на расстоянии $(5 \div 6) R_{\min}$. Давление ударной волны имеет непрерывный фурье-спектр, изменяющийся на высоких частотах как f^{-2} .

Результаты численного решения уравнения Кирквуда — Бете, приведенные графически на рис. 7.7, показывают, что от момента захлопывания до следующего неустойчивого расширения полость может совершать несколько вторичных пульсаций, период которых близок к значению периода собственных резонансных пульсаций пузырька с радиусом R_0 , и определяется формулой Миннерта (7.10). Началу каждой из вторичных пульсаций соответствует импульс давления в жидкости.

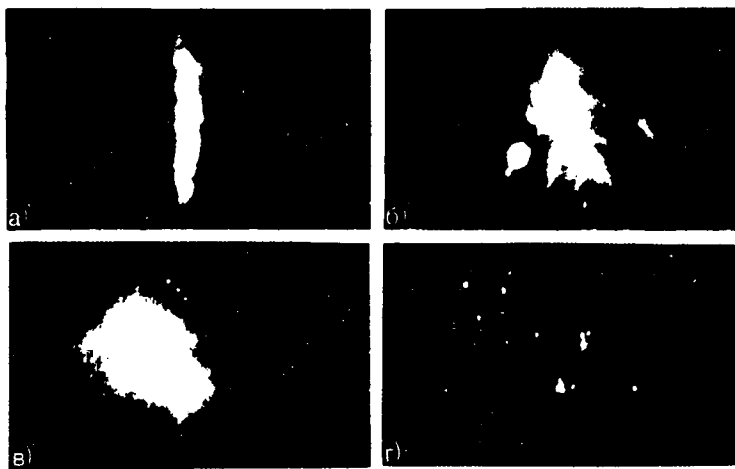


Рис. 7.8. Изменение конфигурации кавитационной области в воде над магнитострикционным преобразователем при различных статических давлениях:

а — 0,9 МПа; б — 0,6 МПа; в — 0,2 МПа; г — 0,1 МПа

7.3. КАВИТАЦИОННАЯ ОБЛАСТЬ

При работе мощного ультразвукового излучателя в технологическом объеме жидкости возникает *кавитационная область*, представляющая собой скопление кавитационных пузырьков. Форма кавитационной области определяется характером звукового поля в объеме среды, причем кавитация образуется как на границе раздела фаз, так и в самой жидкости, принимая иногда вид *кавитационных тяжей* — цепочечного типа скоплений кавитационных пузырьков (рис. 7.8).

В настоящее время отсутствует удовлетворительная модель кавитационной области, поскольку распределение пузырьков по размерам и пространству объема не имеет четко выраженного статистического характера. Сложная многофакторная зависимость кавитационной области от частоты и интенсивности первичного звукового поля, распределения зародышей кавитации, газосодержания, межфазных границ, параметров среды и т. д. не позволяет аналитически описать кавитационные эффекты. Например, не ясна природа образования кавитационных тяжей, хотя сильная зависимость их формы от частоты позволяет предположить влияние интерференционной структуры ближнего поля излучателя, которая является единственным фактором, резко реагирующим на небольшие изменения частоты. Поэтому характеристика кавитационной области имеет преимущественно описательный вид, основывающийся на экспериментальных данных.

Однако часть качественных результатов для кавитационной области можно получить исходя из проведенного в предыдущих раз-

делах анализа динамики единичной кавитационной полости. Правомерность переноса закономерностей, характерных для полости, на всю область можно оценить исходя из учета взаимовлияния соседних полостей [10]. Поскольку пульсации пузырька создают радиально расходящийся поток жидкости, скорость этого потока у поверхности соседнего пузырька определяет степень воздействия одного пузырька на другой. Считая, что два соседних пузырька одного радиуса R колеблются синфазно на расстоянии a между их центрами, условием отсутствия взаимодействия можно считать случай, когда скорость v потока, создаваемого от движения первого пузырька у поверхности второго, пренебрежимо мала по сравнению со скоростью $\dot{R}$ движения поверхности второго пузырька:

$$v/\dot{R} \ll 1. \quad (7.54)$$

Выражение для скорости потока от сферического источника имеет вид

$$v(r) = \psi/r^2, \quad (7.55)$$

где r — текущая координата; ψ — функция, определяемая из граничных условий. Так как $v = \dot{R}$ при $r = R$, то $\psi = \dot{R}R^2$. Подставив выражение для ψ в (7.55), получим

$$v(r) = \dot{R}(R/r)^2. \quad (7.56)$$

Тогда, используя (7.56), условие отсутствия взаимодействия (7.54) запишем как

$$(R/r)^2 \ll 1. \quad (7.57)$$

Считая, что знак $\gg$ указывает разницу в порядке величины, а $R_{\max}$ — максимальное значение радиуса пузырька, получим критические значения:

$$r_{\text{кр}} = 3R_{\max} \text{ и } a_{\text{кр}} = 4R_{\max}. \quad (7.58)$$

Расстояние между пузырьками в кавитационной области определяется количеством пузырьков в единичном объеме, составляющем 10^6 — 10^7 см⁻³ в области развитой кавитации, что примерно в 10^5 раз превосходит количество зародышей кавитации в объеме 10^1 — 10^2 см⁻³, причем установление кавитационного режима происходит почти мгновенно с наложением звукового поля. Это возможно лишь в том случае, когда процесс возникновения кавитационных пузырьков представляется в виде цепной реакции. Известно, что при захлопывании кавитационная полость может терять устойчивость и распадаться на части. Поскольку разрушение происходит в стадии, когда давление и температура в полости максимальны, очевидно, что и в образовавшихся осколках давление и температура также повышены. В полупериод растяжения они легко расширяются и являются новыми зародышами кавитации, а затем в свою очередь тоже порождают новые зародыши кавитации.

Увеличение давления ведет к увеличению количества полостей и их радиусов до тех пор, пока не изменится качественно захлопы-

вание пузырьков. Если захлопывание происходит не в каждый период, увеличение времени между захлопываниями может вести к частичной коагуляции «осколков» (например, под действием сил Бьеркнеса) и количество «осколков», а следовательно, кавитационных пузырьков уменьшается.

Степень развитости кавитации принято характеризовать *индексом кавитации*, предложенным Розенбергом [10]:

$$K = \Delta V / V, \quad (7.59)$$

где ΔV — суммарный объем кавитационных пузырьков в фазе их наибольшего расширения; V — объем жидкости, удовлетворяющий условиям:

1) линейные размеры объема настолько малы по сравнению с длиной звуковой волны, что звуковое давление можно считать постоянным по модулю и пульсации полостей синфазными;

2) линейные размеры объема много больше размера кавитационных полостей.

Так как работа, совершаемая N пузырьками с одинаковым максимальным размером, согласно формуле (7.47), может быть записана в виде

$$A_k \approx \frac{4}{3} \pi R_{\max}^3 p_0 N = p \Delta V, \quad (7.60)$$

индекс кавитации является мерой пространственной плотности потенциальной энергии, запасенной кавитационными пузырьками в данном объеме. Измерения индекса кавитации в локальной зоне, осуществляемые с помощью покадровой обработки результатов скоростной киносъемки зоны кавитации, показывают, что при превышении амплитудой звукового давления порогового значения он быстро достигает значений, близких к единице. При этом в фазе максимального расширения практически вся рассматриваемая зона занята кавитационными пузырьками, вытеснившими капельную жидкость. Увеличение звукового давления ведет к уменьшению количества пузырьков при возрастании их размеров, поэтому индекс кавитации почти не меняется.

В стационарном режиме, соответствующем неизменным внешним условиям, локальный индекс кавитации K представляет собой только функцию координат. Рассматривая K в предельном случае как функцию точки, можно ввести понятие *среднего* (по объему кавитационной области) *индекса кавитации* $\langle K \rangle$ в виде

$$\langle K \rangle = \frac{1}{V} \int_V K \, dV. \quad (7.61)$$

Величину $\langle K \rangle$ достаточно просто определить экспериментально dilatометрическим методом, используя герметичный, полностью заполненный жидкостью объем, снабженный градуированным капилляром. При наложении звукового поля образующиеся пузырьки вы-

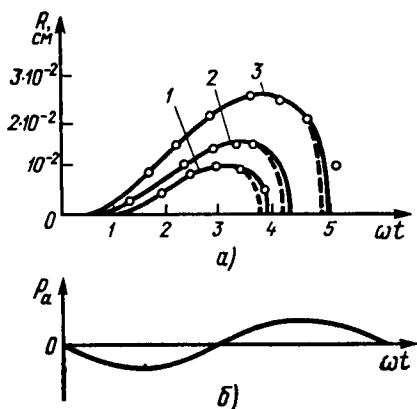


Рис. 7.9. Характер пульсаций парагазового пузырька с начальным радиусом $R_0 = 10 \div 4$ см на частоте 15 кГц (а) и измерение звукового давления во времени (б):

1 — $p_m = 1,75 \cdot 10^5$ Па, $k \approx 0,04$; 2 — $p_m = 2 \cdot 10^5$ Па, $k \approx 0,35$; 3 — $p_m = 2,75 \cdot 10^5$ Па, $k \approx 0,85$. Сплошные линии — результаты числового расчета по уравнениям (7.37) и (7.39), штриховые линии — расчет по уравнению (7.26), точки — экспериментальные данные

теснят в капилляр объем жидкости, равный их суммарному объему в кавитационной области.

Экспериментальные данные показывают, что средний индекс кавитации даже в полях мощных фокусирующих излучателей не превосходит 0,15, хотя в локальных участках кавитационной области K может быть близок к единице. Лавинообразное развитие кавитации определяет быстрый рост $\langle K \rangle$ до достижения максимального значения с увеличением первичного звукового давления. Затем происходит медленное уменьшение $\langle K \rangle$, поскольку, с одной стороны, уменьшается количество неустойчивых полостей и, следовательно, количество вновь образующихся при их захлопывании зародышей кавитации, а с другой стороны, происходит рост объема пузырьков в результате их многократных пульсаций и за счет коагуляции.

Используя соотношения (7.58), можно получить оценочное критическое значение индекса кавитации, при превышении которого необходим учет взаимодействия пузырьков. Выразим ΔV и V в пересчете на один пузырек:

$$\Delta V = \frac{4}{3}\pi R_{\max}^3; V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi (2R_{\max})^3. \quad (7.62)$$

Тогда критическое значение

$$K_k = \Delta V / V = 0,125. \quad (7.63)$$

С учетом несинфазности колебаний пузырьков и времени их взаимодействия условие (7.63) можно смягчить, считая $K_k \approx 0,3$. Полученная оценка достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными.

На рис. 7.9 сопоставлены расчетные зависимости изменения радиуса пузырька и экспериментальные измерения по результатам скоростной киносъемки пузырька при различных значениях K с раса кавитации. Совпадение максимального радиуса пузырька с расчетным значением для всех значений K показывает, что энергия, запасаемая пузырьком, в сравнительно медленном процессе расширения не зависит от присутствия соседних пузырьков. В то же время на стадии захлопывания при значении $K = 0,85$ (кривая 3) наблюдается расхождение экспериментальных и расчетных значений

радиуса почти на порядок. Это объясняется тем, что при больших скоростях захлопывания и малых промежутках между пузырьками потоки жидкости приобретают большую скорость, в результате чего падает бернуллиевское давление вблизи пузырька и процесс захлопывания замедляется.

Таким образом, при $K < 0,3$, что имеет место в большинстве практических случаев, можно с полным основанием использовать закономерности, полученные для одиночной полости при рассмотрении кавитационной области.

7.4. ДАВЛЕНИЕ В КАВИТАЦИОННОЙ ОБЛАСТИ

Образование кавитационных пузырьков полностью искажает первичное звуковое поле излучателя, поскольку появляется характерный *кавитационный шум*, обусловленный ударными волнами, излучаемыми полостями. Измерение гидрофоном, выполненным, например, в виде миниатюрного пьезоэлемента с линейной частотной характеристикой, спектральной и интегральной характеристик давления в кавитационной области позволяет сделать определенные выводы о динамике пульсаций полостей и эффективности кавитационного воздействия.

В реальных условиях гидрофон воспринимает звуковое давление от многих пузырьков различного размера, однако пульсации каждого пузырька в первом приближении имеют периодичность T внешнего поля, поэтому и звуковое давление, создаваемое пузырьками, имеет ту же периодичность. Разложение периодической функции в ряд Фурье показывает, что гидрофоном должны восприниматься дискретные гармонические составляющие с частотой $n f$, где $n = 1, 2, 3, \dots$.

Если амплитуда звукового давления p_m увеличивается, захлопывание полости, как отмечалось, может происходить во втором периоде. Тогда периодичность звукового давления, создаваемого полостью, составляет $2T$, а разложение сигнала в ряд Фурье дает спектральные составляющие с частотой $1/2 m f$, где $m = 1, 2, 3, \dots$. При четных m спектральные составляющие аналогичны основным гармоникам, а нечетным m соответствуют новые дискретные составляющие с частотой $n f - 1/2 f$, которые называют *субгармоническими составляющими* спектра.

При дальнейшем увеличении p_m возможны пульсации пузырька с периодом $3T$ и $4T$, что приводит к появлению субгармоник с частотами $\frac{1}{3} f$ и $\frac{1}{4} f$, где $l = 1, 2, 3, \dots$. Субгармонические составляющие кавитационного спектра с частотами, кратными $1/3 f$ и $1/4 f$, наблюдали экспериментально в мощных ультразвуковых полях [7].

Кроме дискретных составляющих в спектре кавитационного шума присутствует сплошная часть спектра, в которой сосредоточено значительное количество энергии. Это так называемый *белый шум*. Его образование нельзя объяснить флуктуациями амплитуды дав-

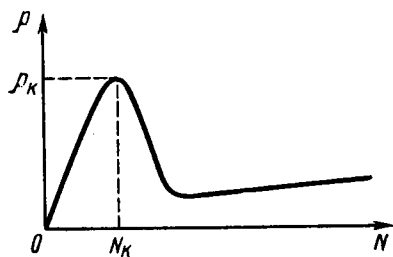


Рис. 7.10. Характер изменения давления в жидкости с образованием кавитации в зависимости от электрической мощности излучателя

ления, излучаемого кавитационным пузырьком, поскольку они весьма малы. Наиболее вероятной причиной образования сплошного спектра является наличие помимо основной периодичности T более мелкоструктурной периодичности T_p , определяемой последующими после захлопывания пульсациями полости, как показано на рис. 7.7. Частоту этой пульсации можно определить по формуле Миннерта (7.10), учитывая изменение внешнего давления $p = p_0 + p_a$ во времени.

Таким образом, кавитационный пузырек можно считать нелинейной колебательной системой, периодически подвергающейся ударному возбуждению. Следовательно, от каждого пузырька должны наблюдаться нестационарные пульсации переменной амплитуды и частоты. Это определяет появление постоянной составляющей спектра в области частот, близких к собственной частоте резонанса пузырька. Так как в кавитационной области размеры захлопывающих пузырьков лежат в достаточно большом интервале от R_K до R_p , то сплошная часть спектра захватывает широкий диапазон частот. Поэтому анализ спектральной характеристики кавитационного шума позволяет выявить распределение по размерам пузырьков в кавитационной области.

Эти выводы подтверждаются экспериментами с изменением газосодержания вакуумной дегазацией при постоянной амплитуде звукового давления и изменением амплитуды звукового давления при постоянном газосодержании. В обоих случаях происходило смещение максимума «белого шума» в соответствии с теоретическими оценками изменения радиуса пузырька.

Измерения интегрального сигнала, проведенные с помощью гидрофона, показывают, что с образованием кавитации давление резко падает. При дальнейшем увеличении мощности излучателя происходит медленный рост давления, которое все же не превышает порогового значения p_K , как показано на рис. 7.10. Резкое падение давления с образованием кавитации определяется тем, что небольшое превышение p_K ведет к неограниченному росту пузырька при растяжении и жидкость не оказывает сопротивления разрыву, за исключением потерь на работу испарения жидкости в полость. Поэтому давление вблизи пузырька падает, а при наличии большого количества пузырьков, возникающих во всем периоде растяжения, давление падает во всей кавитационной области. Следовательно, чем выше индекс кавитации, тем сильнее падает возбуждающее кавитацию звуковое давление. Кроме того, образующиеся пузырьки экранируют гидрофон от более удаленных, причем теряются наиболее высокочастотные составляющие спектра, в которых со-

средоточена основная часть энергии ударных волн кавитационных полостей. Низкочастотные составляющие, отражаясь от границ раздела, создают приблизительно равномерное диффузионное поле во всем объеме среды.

Таким образом, кавитирующая жидкость представляет собой существенно нелинейную среду, в которой невозможно вычислить мгновенное значение звукового давления, поскольку нет полного описания процесса пульсации всех пузырьков в кавитационной области. Однако колебательная скорость излучающей поверхности остается синусоидальной, поэтому можно сохранить понятие среднего сопротивления излучения $R_{\text{и}}$ и представить эффективное звуковое давление p_s при наличии кавитации как реакцию нелинейной среды на линейно колеблющийся излучатель [10]:

$$p_s = \frac{v_m}{2} \frac{\bar{R}_{\text{и}}}{S}. \quad (7.64)$$

Это позволяет использовать достаточно простую физическую модель Розенберга для кавитационной области. Так как практически во всех реальных случаях образование кавитации размеры пузырьков существенно меньше длины волны первичного звукового поля, жидкость с парогазовыми включениями можно представить как новую среду с эквивалентными акустическими характеристиками, отличными от характеристик капельной жидкости. Тогда для плоской волны $R_{\text{и}}/S = \rho_k c_k$, где ρ_k и c_k — плотность и скорость звука эквивалентной среды, и выражение (7.64) запишем как

$$p_s = \frac{v_m}{2} \rho_k c_k. \quad (7.65)$$

Без учета нелинейности пульсации полостей эквивалентные характеристики имеют вид

$$\rho_k = \rho_0 (1 - \bar{K}) + \rho_{\text{пг}} \bar{K}; \quad \beta_k = \beta_0 (1 - \bar{K}) + \beta_{\text{пг}} \bar{K}, \quad (7.66)$$

где ρ_0 и β_0 — плотность и сжимаемость жидкости; $\rho_{\text{пг}}$ и $\beta_{\text{пг}}$ — плотность и сжимаемость парогазовой смеси в полости; $\bar{K} \approx 0,1 K$ — средний за период индекс кавитации, поскольку средний радиус пузырька $\bar{R} = 1/2 R_{\text{max}}$. Используя соотношение (7.66), можно получить среднее во времени волновое сопротивление среды:

$$\overline{\rho_k c_k} = \rho_0 c_0 \left[\frac{(1 - \bar{K}) + \frac{\rho_{\text{пг}}}{\rho_0} \bar{K}}{(1 - \bar{K}) + \frac{\beta_{\text{пг}}}{\beta_0} \bar{K}} \right]^{1/2}. \quad (7.67)$$

Для воды, учитывая, что $\rho_{\text{пг}} \ll \rho_0$, $\beta_{\text{пг}}/\beta_0 \approx 10^4$, $K \ll 1$, выражение (7.67) можно упростить:

$$\overline{\rho_k c_k} = \rho_0 c_0 \left(\frac{\beta_0}{\bar{K} \beta_{\text{пг}}} \right)^{1/2}, \quad (7.68)$$

или при $K \rightarrow 0$

$$\overline{\rho_k c_k} = \rho_0 c_0 \left(1 + \bar{K} \frac{\beta_{\text{пг}}}{\beta_0} \right). \quad (7.69)$$

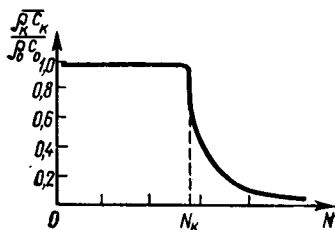


Рис. 7.11. Изменение эффективного волнового сопротивления среды с ростом электрической мощности излучателя

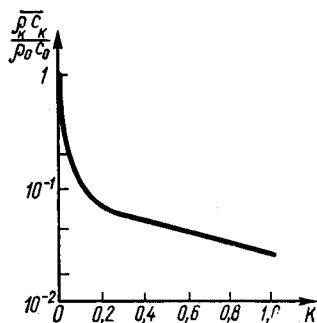


Рис. 7.12. Зависимость эффективного волнового сопротивления среды от значения индекса кавитации

Полученные выражения удовлетворительно описывают изменения эквивалентных параметров среды и эффективного звукового давления с увеличением степени развитости кавитации. Характерные кривые изменения эквивалентных параметров среды приведены на рис. 7.11 и 7.12. Резкое падение волнового сопротивления среды наблюдается практически с начала образования кавитации [7]. Уже при индексе кавитации $K=0,001$ волновое сопротивление уменьшается на 30%, а при $K=0,003$ — в два раза. Это и определяет уменьшение звукового давления с образованием кавитации.

7.5. ЗВУКОКАПИЛЛЯРНЫЙ ЭФФЕКТ

Звукокапиллярный эффект представляет собой явление аномального возрастания глубины и скорости проникновения жидкости в капиллярные каналы под действием ультразвука. Открытие ультразвукового капиллярного эффекта сделано в 70-х годах акад. Коноваловым, которым показана огромная роль данного явления в целом ряде процессов, включая пропитку пористых материалов, покрытие поверхности припоями, механическое резание со смазочно-охлаждающими жидкостями и т. д., а также его проявление как в различного рода растворах, так и в сплавах металлов [12].

Анализируя результаты многочисленных экспериментальных исследований, можно отметить следующие характерные особенности данного явления. Давление, создаваемое ультразвуком и действующее на жидкость в капилляре, растет с увеличением поверхностного натяжения и уменьшением вязкости жидкости, упругости пара и параметра газосодержания. Для маловязких жидкостей происходит увеличение подъема жидкости с ростом температуры, тогда как для вязких жидкостей значение эффекта при изменении температуры носит экстремальный характер. Зависимость скорости движения жидкости в капилляре от его диаметра также имеет

точки, соответствующие максимальному эффекту действия ультразвука, как показано на рис. 7.13.

Выдвинут целый ряд гипотез, объясняющих механизм звукокапиллярного эффекта на основе нелинейного трения на границе жидкость — твердое тело, радиационного давления, асимметрии гидродинамического сопротивления в канале при пульсации полостей, однако проведенные оценки показали, что силы, действующие в ультразвуковом поле на жидкость в капилляре, превосходят значения сил, полученных исходя из данных гипотез.

Наиболее точное качественное и количественное описание эффекта дает кавитационная теория, в которой предполагается, что движение жидкости в капилляре осуществляется под действием импульса давления, возникающего у устья капилляра при захлопывании кавитационной полости [17].

Достаточно простое описание звукокапиллярного эффекта получено в теоретической модели Китайгородского, использующей допущения, что жидкость безгранична и пузырек захлопывается у устья капилляра в каждый период сжатия, не теряя своей сферичности, т. е. не учитывается влияние пульсаций соседних полостей и граничных стенок. Максимальное давление $p_{\max}$, создаваемое кавитационной полостью, можно оценить по приближенной формуле Бронина для несжимаемой жидкости [13]:

$$p_{\max} = p_s \left\{ 1 + \frac{(1 + 3\delta) z^3 - 4}{4} \sqrt{\frac{(1 + 3\delta) z^3 - 4}{4[(1 + 3\delta) z^3 - 3\delta z^4] < 1}} \right\}, \quad (7.70)$$

где

$$z = \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{1 + 3\delta}{\delta}, \quad \delta = \frac{p_{\text{нр}}}{p_s} \approx \frac{p_{\text{н}}}{p_s} -$$

параметр газосодержания,

$$R_{\max} = \frac{0,4}{f} \left(1 - \frac{p_0}{p_m} \right) \sqrt{\frac{p_m}{\rho}}; \quad p_s = p_a \left[-3,4 \left(\frac{p_0}{p_m} \right)^2 + 2,9 \frac{p_0}{p_m} + 0,6 \right]$$

— давление, действующее на полость в стадии захлопывания.

Учет сжимаемости можно осуществить, используя значение $R_{\min}$, полученное численным решением. Например, для воды учет сжимаемости ведет к возрастанию $R_{\min}$ и δ в 2,2 раза.

Действие поля давления определяется характером распространения импульса давления по капилляру. Затухание звуковой волны β в узкой трубе радиуса R под действием вязкости определяется решением Кирхгофа:

$$\beta = \frac{1}{cR} \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\eta}}, \quad (7.71)$$

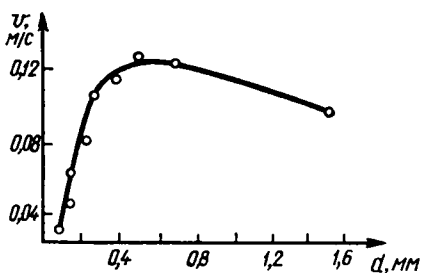


Рис. 7.13. Зависимость средней скорости подъема воды от диаметра капилляра

где ω — характерная частота импульса давления. Поскольку импульс давления не гармоничен и время его действия $\tau = 1,7R_{\min} \times \left(\frac{p_{\max}}{\rho}\right)^{-1/2}$ много меньше периода колебаний, характерную частоту можно считать равной максимуму спектральной характеристики импульса давления $\omega_{\max}$, определяемой трансцендентным уравнением вида

$$\operatorname{tg} \omega_{\max} \tau = n \omega_{\max} \tau, \quad (7.72)$$

где n — коэффициент формы импульса, лежащий в пределах $\frac{\pi}{4} \div \pi$.

Оценка затухания импульса по формуле (7.71) показывает практическое отсутствие его распространения по капилляру, что позволяет рассматривать жидкость в капилляре как сосредоточенную массу, т. е. использовать закон сохранения импульса:

$$F \, d t = d(mv). \quad (7.73)$$

Так как подъем жидкости в капилляре сечения S обусловлен действием силы $F = p_{\max} S$, а противодействует подъему пуазейлевская сила трения $F_{\tau} = \frac{4\eta h}{R^2} v S = K v S$, уравнение (7.73) запишем следующим образом:

$$p_{\max} - vK = \frac{m}{S} \frac{d v}{d t}. \quad (7.74)$$

Решая уравнение (7.74) относительно v , для интервала времени $0 \leq t \leq \tau$ получаем скорость подъема жидкости под действием единичного i -го импульса давления:

$$v_i = \frac{p_{\max}}{K} \left(1 - e^{\frac{KS}{m_{i-1}} t}\right). \quad (7.75)$$

Для большинства реальных случаев выражение (7.75) можно упростить, разлагая сомножитель, стоящий в скобках, в ряд и ограничиваясь первым членом:

$$v_i = \frac{p_{\max} \tau}{\rho} \frac{1}{h_{i-1}}, \quad (7.76)$$

где h_{i-1} — уровень жидкости до начала действия i -го импульса. Следовательно, за время действия импульса τ жидкость в капилляре приобретает скорость v_i и движется по инерции до следующего захлопывания пузырька. Отсюда за период колебаний T высота подъема

$$\Delta h_i = v_i (T - \tau) = \frac{p_{\max} \tau (T - \tau)}{\rho} \frac{1}{h_{i-1}}, \quad (7.77)$$

а общая высота подъема

$$H = h_0 + \sum_{i=1}^n \Delta h_i, \quad (7.78)$$

где h_0 — высота подъема жидкости, обусловленная действием капиллярных сил.

Расчет высоты и скорости поднятия жидкости в капилляре, выполненной по формулам (7.76) и (7.78), весьма удовлетворительно согласуется с экспериментальными измерениями, как показано на рис. 7.14. Другие теоретические модели, учитывающие несферичность захлопывания, наличие твердых стенок и вероятность образования пузырька у устья капилляра, дают еще лучшее совпадение теоретических и экспериментальных значений, но отличаются большой сложностью расчетных уравнений [20].

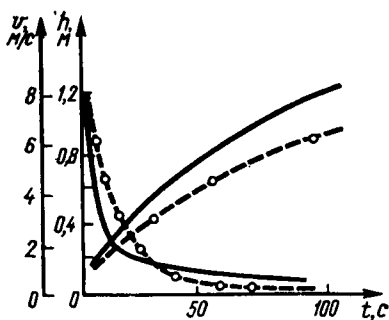


Рис. 7.14. Зависимости скорости и высоты подъема воды в капилляре от времени

Сплошные линии — расчет по формулам (7.76) и (7.78), штриховые линии — экспериментальные измерения

Задачи к гл. 7

1. Определить теоретическую кавитационную прочность воды и сопоставить ее с максимальным экспериментальным значением $p_k = 27,5 \cdot 10^6$ Па. Поверхностное натяжение воды составляет $7,5 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

Решение. Считая, что расстояние между соседними молекулами воды $\sim 2 \cdot 10^{-10}$ м, по формуле (7.1) получим $p_k \approx 10^9$ Па. Разница между теоретическим и экспериментальным значениями составляет около двух порядков, что означает обязательное присутствие в воде зародышей кавитации, даже при ее специальной очистке и дегазации.

2. Оценить максимальное давление в кавитационной полости и длительность импульса давления для воды при статическом давлении $p_0 = 0,1$ МПа, звуковом давлении $p_a = 0,2$ МПа и частоте излучения $f = 1,9 \cdot 10^4$ Гц.

Решение. По формулам (7.70) определим значения R_{min} и δ . Для учета сжимаемости воды в первом приближении умножим полученные значения на коэффициент 2,2, тогда $R_{min} \approx 9,0$ мкм и $\delta = 2,1 \cdot 10^{-2}$. Подстановка этих значений в выражение для максимального давления дает $p_{max} = 4,6 \cdot 10^2$ МПа. Используя формулу $\tau = 1,7 R_{min} (p_{max}/\rho)^{-1/2}$, получаем время действия импульса $\tau = 2,3 \cdot 10^{-8}$ с.

3. Определить изменение удельного волнового сопротивления при кавитации. Индекс кавитации равен 0,1.

Решение. Учтем, что для воды $\rho_{пг} \ll \rho_0$, $\beta_{пг}/\beta_0 \approx 10^4$ и $K \ll 1$, и вычислим изменение удельного волнового сопротивления при наличии кавитации с помощью формулы (7.68):

$$\frac{\rho_k c_k}{\rho_0 c_0} \approx \left(\frac{\beta_0}{K \beta_{пг}} \right)^{1/2} \approx 3 \cdot 10^{-2}.$$

Отсюда следует, что при индексе кавитации $K = 0,1$ удельное волновое сопротивление падает почти на два порядка.

РАЗДЕЛ II

ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ ЖИДКОФАЗНОЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОБРАБОТКИ

Распространение в жидкой, газообразной и твердой средах ультразвуковых колебаний конечной амплитуды порождает физические эффекты, использование которых в технологии создает реальные предпосылки интенсификации технологического процесса и коренного улучшения качества конечного продукта. Современная ультразвуковая техника — генераторы и преобразователи ультразвука — позволяет реализовать в жидкости режимы развитой кавитации и активных акустических течений, что обеспечивает значительное ускорение кинетики протекания тепло- и массообменных процессов как в жидостях, так и на фазовой границе раздела жидкость — газ и жидкость — твердое тело. Многообразные технические средства создания интенсивных ультразвуковых колебаний — пьезоэлектрические и магнитострикционные, гидродинамические и аэродинамические источники ультразвука — дают возможность практического применения ультразвуковой технологии в большинстве областей металлургии и машиностроения.

Ультразвуковые методы находят широкое применение в гидрометаллургических процессах извлечения ценных компонентов из металлургического сырья, при рафинировании и кристаллизации черных и цветных металлов и сплавов, при зонной перекристаллизации и получении сверхчистых веществ, в процессах очистки и травления поверхности от загрязнений и окалин, при диспергировании, гидроабразивной обработке и др.

Ультразвуковая техника и технология позволяют за счет ускорения производственного цикла и значительного улучшения свойств и структуры изделий ежегодно давать значительную экономию народному хозяйству.

ГЛАВА 8

ИСТОЧНИКИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

8.1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

Электроакустическим преобразователем называют устройство, трансформирующее энергию электрических колебаний в энергию механических колебаний или наоборот.

В ультразвуковой технике электроакустические преобразователи имеют наиболее широкое распространение, поскольку, электрическая энергия наиболее универсальна в использовании, удобна в

производстве, распределении, управлении, измерении и преобразовании в другие виды. Электроакустические преобразователи в зависимости от физической природы используемого эффекта преобразования подразделяются на различные классы: *электродинамические, электростатические, пьезоэлектрические, электромагнитные, магнитострикционные*.

В ультразвуковой технологии преимущественно используют магнитострикционные и пьезоэлектрические преобразователи, позволяющие достаточно эффективно преобразовывать и излучать в нагрузку большую плотность энергии [2].

Использование понятий обобщенных координат и сил позволяет, не рассматривая конкретный механизм преобразования энергии, получить общие формулы, характеризующие работу электроакустического преобразователя. Как показано в гл. 3, любые внешние силы, действующие на механическую систему, уравновешиваются реакцией системы на смещение и выражаются производными от потенциальной энергии по обобщенной координате. Для механических колебаний

$$F_i = \sum_k \left[\left(\frac{d}{dt} \right)^2 m_{ik} + \frac{d}{dt} r_{ik} + c_{ik} \right] = \sum_k \zeta_{ik} \dot{q}_k, \quad (8.1)$$

где m_{ik} имеет размерность массы, r_{ik} — механического сопротивления, c_{ik} — упругости.

Если же понятие потенциальной энергии включает в себя не механическую, а любой другой вид энергии (например, электрическую или магнитную), то форма всех уравнений, описывающих колебательное движение, остается без изменения, однако переменные F , q , а также постоянные коэффициенты принимают размерность и смысл соответствующих физических величин. Поэтому независимо от вида энергетического воздействия на систему ее полная энергия выражается в виде [8]

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} (\zeta_{11} \dot{q}_1^2 + \zeta_{22} \dot{q}_2^2 + \dots) + \zeta_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dots = \frac{1}{2} \sum_{ik} \zeta_{ik} \dot{q}_i \dot{q}_k. \quad (8.2)$$

Отсюда поток энергии

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}}{dt} &= \zeta_{11} \dot{q}_1 \ddot{q}_1 + \zeta_{22} \dot{q}_2 \ddot{q}_2 + \dots + \zeta_{12} (\dot{q}_1 \ddot{q}_2 + \dot{q}_2 \ddot{q}_1) + \dots + = F_1 \dot{q}_1 + \\ &+ F_2 \dot{q}_2 + \dots = \sum_n F_n \dot{q}_n, \end{aligned} \quad (8.3)$$

т. е. общий поток энергии складывается из n потоков энергии, втекающих в систему. Вытекающие из системы потоки энергии входят в сумму (8.3) со знаком минус. Для электроакустического преобразователя, работающего как излучатель, втекающий поток энергии представляет собой электрическую мощность, получаемую от источника питания:

$$N_s = \tilde{U} \tilde{I}, \quad (8.4)$$

где U и I — напряжение на преобразователе и ток, протекающий через него, знак $\sim$ определяет, что произведение берется с учетом фазовых соотношений, т. е. в общем случае имеет комплексный вид.

Для излучателей технологического назначения основной характеристикой является вытекающий поток энергии, так как он характеризует акустическую мощность или мощность механических колебаний, передаваемую в нагрузку. Излучаемую акустическую мощность для гармонически колеблющегося преобразователя с излучающей поверхностью много больше длины волны можно выразить через свойства среды. Колебания такой поверхности в виде поршня создают в среде бегущую волну, в которой давление p и колебательная скорость v синфазны, а их отношение равно волновому сопротивлению среды ρc . Тогда средняя удельная излучаемая акустическая мощность

$$\frac{N_a}{S} = \frac{1}{2} p_0 v_0 = \frac{1}{2} \frac{p_0}{\rho c} = \frac{1}{2} \rho c v^2. \quad (8.5)$$

В общем случае давление и скорость акустических колебаний не синфазны: следовательно, их отношение с учетом фазы представляется в комплексном виде

$$\tilde{z}_a = \frac{\tilde{p}}{v} = r_a + i x_a, \quad (8.6)$$

где $\tilde{z}_a$ — акустический импеданс излучателя. Полная мощность излучения

$$N_a = \frac{1}{2} \tilde{z}_a v_0^2 S. \quad (8.7)$$

Если для большого поршня удельный акустический импеданс веществен и равен волновому сопротивлению, то с уменьшением диаметра давление начинает расфазировываться с колебательной скоростью из-за расхождения волны, что определяет появление мнимой и уменьшение действительной части импеданса. Средняя мощность излучения при этом [7]

$$N_a = \frac{1}{2} r_a v_0^2 S, \quad (8.8)$$

а реактивная часть мощности (или «безваттные» потери преобразователя) трактуется как периодический обмен энергией между излучателем и средой. Эта энергия локализована вблизи излучателя и не дает вклада в излучение.

Для круглого поршня радиуса R импеданс излучения представляется выражением

$$\tilde{Z}_a = S \rho c \left[1 - \frac{2J_1(2kR)}{2kR} + i \frac{2K_1(2kR)}{2kR^2} \right], \quad (8.9)$$

где J_1 и K_1 — функции Бесселя первого порядка.

На рис. 8.1 представлены зависимости действительной и мнимой частей удельного акустического импеданса круглого поршня

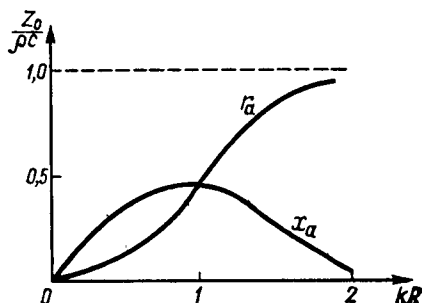
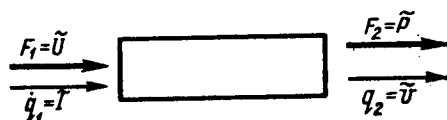


Рис. 8.1. Зависимость действительной и мнимой частей удельного акустического импеданса круглого поршня от его радиуса

Рис. 8.2. Схематическое представление электроакустического преобразователя в виде четырехполюсника



от его радиуса. При $kR=1$ имеем $r_a \approx x_a \approx \rho c/2$, причем значение x_a является максимальным. При дальнейшем увеличении R сопротивление r_a асимптотически стремится к значению ρc , а x_a — к нулю. Для малого поршня $r_a = \frac{1}{2}(kR)^2 \rho c$, следовательно, $N_a = \frac{1}{4} \rho c (kR)^2 v_0^2 S$. Сопоставление удельного акустического импеданса квадратной пластины, прямоугольной пластины и круглого поршня показывает, что с достаточной для практики точностью вместо первых двух случаев можно использовать импеданс эквивалентного круглого поршня с радиусом $R = \sqrt{S/\pi}$.

Связь между входными и выходными энергетическими параметрами преобразователя получим, рассмотрев преобразователь в обобщенных координатах как линейную систему с двумя степенями свободы или же как *четыреполюсник*, имеющий входную и выходную стороны. Как показано на рис. 8.2, на электрической стороне такого четырехполюсника обобщенная сила F_1 имеет смысл напряжения, обобщенная скорость $\dot{q}_1$ — смысл тока. На механической стороне F_2 — давление, или механическая сила, $\dot{q}_2$ — механическая скорость. При этом сила выражается через обобщенные скорости как

$$F_i = \sum_k z_{ik} \dot{q}_k, \quad (8.10)$$

где z_{ik} — комплексное сопротивление, или импеданс. Сопоставляя выражения (8.1) и (8.10), легко заметить, что импеданс z_{ih} связан с величиной ζ_{ik} соотношением

$$\zeta_{ik} = \frac{d}{dt} z_{ik}. \quad (8.11)$$

Тогда на основе выражения (8.10) можно составить систему уравнений, связывающих входные и выходные параметры четырехполюсника, в виде

$$\begin{aligned} F_1 &= z_{11} \dot{q}_1 + z_{12} \dot{q}_2; \\ F_2 &= z_{21} \dot{q}_1 + z_{22} \dot{q}_2. \end{aligned} \quad (8.12)$$

Уравнения (8.12) являются исходными для рассмотрения любого обобщенного четырехполюсника, характеризующего преобразование энергии.

Наиболее просто анализ работы преобразователя проводится с использованием электромеханической аналогии. В этом случае величины, действующие на механической стороне, представляются в виде эквивалентных электрических величин [1.6; 1.8].

Входное, или электрическое, сопротивление четырехполюсника получим, разделив первое из уравнений (8.12) на $\dot{q}_1$:

$$z_1 = F_1 / \dot{q}_1 = z_{11} + z_{12} (\dot{q}_2 / \dot{q}_1). \quad (8.13)$$

При отсутствии взаимного влияния (и, следовательно, преобразования энергии $z_{12} = z_{21} = 0$) или при отсутствии реакции на другой его стороне ($q_k = 0$) имеем случай *заторможенного преобразователя*

$$z_1 = \left. \frac{F_1}{\dot{q}_1} \right|_{\dot{q}_2=0} = z_{11}; \quad (8.14)$$

следовательно, z_{11} представляет собой входное сопротивление при отсутствии реакции на другой стороне, или импеданс заторможенного преобразователя. Из второго уравнения (8.12) получим

$$\frac{\dot{q}_2}{\dot{q}_1} = \frac{z_{21}}{\frac{F_2}{q_2} - z_{22}} = \frac{z_{21}}{z_2 + z_{22}}, \quad (8.15)$$

где $z_2 = -\frac{F_2}{q_2}$ — выходное, или акустическое, сопротивление преобразователя, равное импедансу нагрузки. Коэффициенты $z_{ik} = z_{ki}$ по правилу взаимности, отсюда

$$z_{12} = F_1 / \dot{q}_2 = z_{21} = F_2 / \dot{q}_1 = n. \quad (8.16)$$

Величину n , являющуюся коэффициентом пропорциональности между силой и скоростью на разных сторонах четырехполюсника, называют *коэффициентом преобразования* или *коэффициентом электромеханической связи*. Данный коэффициент характеризует эффективность преобразования электрической энергии в механическую и равен корню квадратному из отношения плотности преобразованной энергии к плотности входной энергии без учета внутренних потерь и потерь на излучение. Из уравнений (8.13), (8.15) и (8.16) получим выражение для входного сопротивления преобразователя в виде

$$z_1 = z_{11} - \frac{n^2}{z_{22} + z_2}, \quad (8.17)$$

т. е. входное сопротивление преобразователя складывается из собственного сопротивления заторможенного преобразователя и отрицательного приращения, пропорционального квадрату коэффициента преобразования и обратно пропорционального полному сопро-

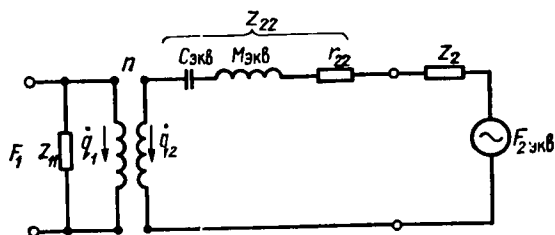


Рис. 8.3. Электромеханическая аналогия электроакустического преобразователя

тивлению на выходной стороне. Соответствующая данной электро-механической аналогии схема электроакустического преобразователя приведена на рис. 8.3.

Вблизи резонансной частоты при гармонических колебаниях внутреннее сопротивление на механической стороне $z_{22} = r_m + i\omega m + \frac{c}{i\omega}$ определяет изменение второго члена выражения (8.17), поскольку величины z_2 и n^2 меняются незначительно. График $z_{22} + z_2$ на фазовой плоскости представляет собой прямую линию, а график обратной величины $1/(z_{22} + z_2)$ — окружность, проходящую через начало координат, как показано соответственно на рис. 8.4, а, б. Поскольку импеданс заторможенного преобразователя монотонно растет с частотой, изменение входного сопротивления z_1 с частотой на фазовой плоскости имеет вид импедансной кривой, приведенной на рис. 8.4, в [7; 1.8]. Построение и исследование импедансных диаграмм позволяет получить все основные характеристики электроакустического преобразователя.

Для преобразователя-излучателя после удельной мощности излучения второй важнейшей характеристикой является *электроакустический коэффициент полезного действия*, равный отношению потока излучаемой к потоку потребляемой энергии:

$$\eta = -\frac{F_2 \dot{q}_2}{F_1 \dot{q}_1} = \frac{n^2}{z_{11}(z_{22} + z_2) - n^2} \frac{z_2}{z_2 + z_{22}}. \quad (8.18)$$

Здесь первый член произведения является *механоэлектрическим к.п.д.*, характеризующим преобразование электрической энергии в механическую, а второй — *акустомеханическим к.п.д.*, характеризующим преобразование энергии механических колебаний в энергию излучения, или акустическую энергию.

В случае гармонических колебаний отношение потоков энергии можно заменить отношением средних мощностей акустической к электрической. Поскольку процессы, связанные с запасанием энергии без диссипации, на к.п.д. не влияют, выходная мощность уменьшается за счет рассеяния мощности на активных сопротивлениях. Следовательно, при резонансе электроакустический к.п.д. имеет

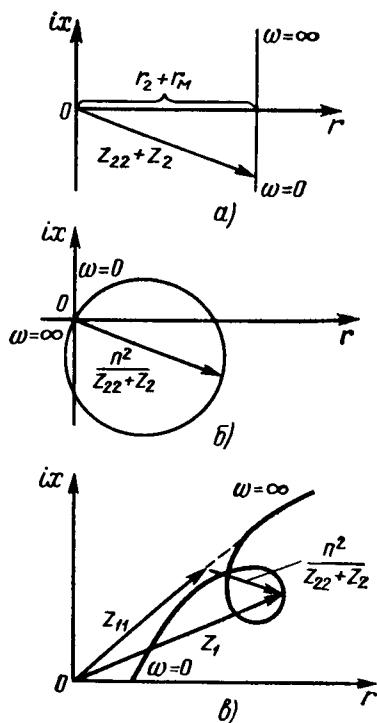


Рис. 8.4. Импедансные диаграммы на фазовой плоскости для полного сопротивления на механической стороне (а), обратной ему величины (б) и входного сопротивления преобразователя (в)

ВИД

$$\eta = \frac{n^2 r_{11}}{n^2 r_{11} + r_{22} + r_2} \frac{r_2}{r_2 + r_{22}}. \quad (8.19)$$

Максимальное значение к. п. д. отвечает равенству нулю первой производной η , что соответствует значению активного сопротивления нагрузки, стремящегося к бесконечности. Условие максимальной излучаемой мощности получается аналогично из равенства нулю ее первой производной. Это имеет место, когда сопротивление нагрузки равно внутреннему сопротивлению преобразователя, т. е. когда реализуется режим бегущей волны.

Другие параметры, такие, как *входное сопротивление* и *чувствительность*, для преобразователя-излучателя имеют более второстепенное значение. Характеристика входного сопротивления рассмотрена выше, а чувствительность как параметр, отражающий значение эффекта на выходе по отношению к воздействию на входе, является более важной для преобразователей-приемников, преобразующих акустическую энергию в электрическую. Например, при входном параметре — скорости получаем выражение для чувствительности v в виде

$$v_{12} = \frac{\dot{q}_2}{F_1} = \frac{n}{n^2 - z_{11}(z_{22} + z_2)}. \quad (8.20)$$

Все входящие в рассмотренное выражение величины, определяющие характеристики преобразователя, могут быть вычислены по экспериментальным данным опытов с ненагруженным и заторможенным преобразователем, а также теоретически рассчитаны исходя из способа преобразования и знания элементов внутренней схемы четырехполюсника.

Полный расчет преобразователя, позволяющих определить выходные параметры в зависимости от входных, производят в основном с использованием следующих методов:

1) решение дифференциального уравнения колебаний механической системы с учетом условий электромеханического преобразования и реакции нагрузки;

2) составление матричного уравнения, в котором механическая сторона преобразователя учитывается соответствующим пересчетным коэффициентом матрицы;

3) построение и расчет эквивалентных электрических схем, где ток в механическом контуре эквивалентен скорости колебаний центра приведения на поверхности механической системы.

8.2. МАГНИТОСТРИКЦИОННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

Магнитострикция представляет собой деформирование тел при изменении их магнитного состояния. Данное явление, открытое в 1842 г. Джоулем, свойственно ферромагнитным металлам и сплавам (*ферромагнетикам*) и ферритам.

Ферромагнетики обладают положительным межэлектронным обменным взаимодействием, приводящим к параллельной ориентации моментов атомных носителей магнетизма. Наличие постоянных магнитных моментов (спиновых или орбитальных) электронных оболочек характерно для кристаллов, состоящих из атомов, обладающих внутренними электронными оболочками. Это имеет место для переходных элементов Fe, Co, Ni и редкоземельных металлов Gd, Tb, Dy, Ho, Er, а также для их сплавов и некоторых соединений с неферромагнетиками. Ферромагнитная структура параллельных магнитных моментов устанавливается в отсутствие внешнего магнитного поля при температуре ниже критической θ (точка Кюри). В то же время термодинамически устойчивому состоянию макроскопического объема отвечает размагниченное состояние. В результате действия противоположных тенденций объем разделяется на микроскопические области с линейными размерами $\sim 10^{-6}$ м — *домены* с однородной намагниченностью.

Магнитные моменты доменов ориентированы хаотически, причем между ними существует переходный слой конечной толщины, в котором непрерывно меняется направление намагниченности. Равновесному состоянию отвечает замкнутость магнитных потоков внутри ферромагнитного образца, и суммарная намагниченность равна нулю.

При наложении внешнего магнитного поля происходит ориентация намагниченностей доменов по направлению вектора внешнего поля за счет смещения границ доменов.

Мерой намагничивания является *намагниченность* $\mathbf{J}$ — вектор, равный векторной сумме всех *магнитных моментов* $\mathbf{P}_m$, заключенных в единичном объеме вещества; следовательно,

$$\mathbf{J} = \frac{1}{V} \sum \mathbf{P}_m.$$

Способность вещества к намагничению характеризуется *магнитной восприимчивостью* $k_m = J/H$, которая представляет собой отношение намагниченности J к напряженности внешнего магнитного поля H . Напряженность магнитного поля характеризуется силой, заключенной в единичной магнитной массе и действующей на се-

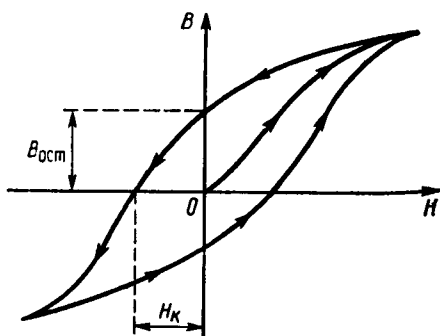


Рис. 8.5. Общий вид петли гистерезиса для ферромагнетиков

Коэффициент пропорциональности μ_a между напряженностью и индукцией магнитного поля называют *абсолютной магнитной проницаемостью*: $B = \mu_a H$. Числовое значение μ_a для независимости от выбора системы единиц выражают в относительных величинах $\mu = \mu_a / \mu_0$, где μ_0 — *абсолютная магнитная проницаемость* вакуума ($4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

Поскольку намагниченное тело создает дополнительное магнитное поле с индукцией $B_1 = \mu_0 J$, которое взаимодействует с внешним полем $B_0 = \mu_0 H$, результирующее поле обладает индукцией $B = \mu H + \mu_0 J$, или

$$\mu_a H = \mu_0 H + \mu_0 k_m J; \quad (8.21)$$

следовательно, магнитная проницаемость и магнитная восприимчивость связаны соотношением $\mu = 1 + k_m$. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость ферромагнетиков много больше единицы и зависят от напряженности поля.

Свойства ферромагнетиков характеризуются кривой намагничивания $B = f(H)$, общий вид которой приведен на рис. 8.5. При увеличении напряженности магнитного поля индукция растет до определенного значения, обусловленного явлением насыщения. При снятии внешнего поля в ферромагнетике сохраняется *остаточная индукция* $B_{ост}$ и для его полного размагничивания необходимо создать поле противоположного направления. Напряженность поля, при котором индукция равна нулю, называют *коэрцитивной силой* H_k . Замкнутую кривую, характеризующую запаздывание изменения магнитной индукции по отношению к изменению напряженности внешнего магнитного поля, называют *петлей гистерезиса*. Поскольку приращение объемной плотности энергии магнитного поля $d\mathcal{E} = H dB$, работа по перемагничиванию ферромагнетика измеряется площадью петли гистерезиса. Так как эта энергия превращается в теплоту и определяет потери на перемагничивание, в качестве магнито-стрикционных материалов используют «мягкие» ферромагнетики, имеющие малую коэрцитивную силу и большую магнитную прони-

верный магнитный полюс, т. е. $H = F/m$. Другой характеристикой магнитного поля является *индукция магнитного поля* B , которая численно равна силе, с которой магнитное поле действует на единичный элемент тока ($I \Delta l = 1$, где I — сила тока, Δl — элемент длины проводника), расположенный перпендикулярно вектору индукции.

Напряженность магнитного поля численно равна индукции магнитного поля в вакууме, т. е. значение индукции зависит от свойств среды.

цаемость (например, некоторые металлические сплавы на основе Fe, Ni, Co и ферриты).

Магнитная энергия кристаллической решетки является функцией расстояния между атомами или ионами; следовательно, изменение магнитного состояния тела ведет к его деформированию, т. е. возникает явление *магнитострикции*. Магнитострикционная деформация $\varepsilon = \Delta l / l$ (где Δl — абсолютное удлинение образца, l — его длина) сложным образом зависит от индукции и напряженности магнитного поля, так как эта зависимость определяется характером доменной структуры. В простейших случаях деформация пропорциональна квадрату намагниченности. Для макроскопически однородных поликристаллических веществ деформация может быть рассчитана путем усреднения доменных эффектов с учетом направления векторов J , H и направления измерения. Поскольку деформация ферромагнитного образца определяется только модулем внешнего магнитного поля, при наложении знакопеременного поля с частотой изменения f размеры образца изменяются от минимального до максимального значений дважды за период, т. е. с частотой $2f$, как показано на рис. 8.6, а.

В магнитострикционных преобразователях используют магнитополяризованный материал, который имеет постоянную составляющую индукции B_0 , создаваемую постоянным магнитом, остаточной намагниченностью или за счет постоянного тока в обмотке подмагничивания. При наличии в образце переменной составляющей индукции, которая много меньше постоянной, суммарное направление поля не меняется и происходит образование механических колебаний с частотой возбуждающего поля, как показано на рис. 8.6, б. Так как $B \ll B_0$, связь между переменными магнитного поля H , B и переменными механическими колебаниями — деформацией ε и механическим напряжением σ — можно получить в виде полной производной, где каждая независимая переменная выражается через две другие и их частные производные:

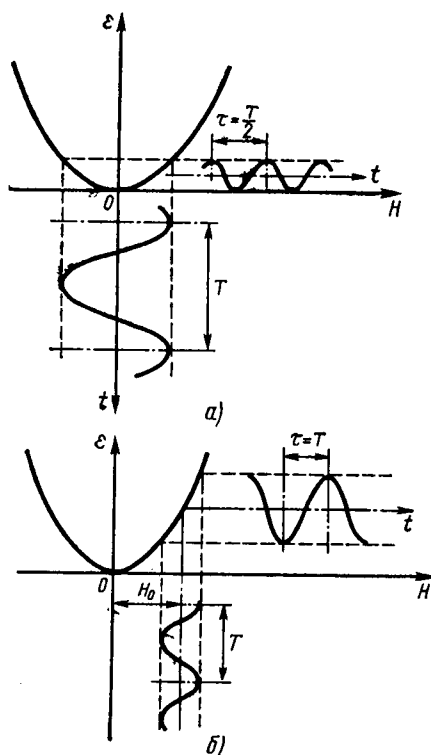


Рис. 8.6. Зависимость деформации от напряженности внешнего переменного поля: а — без подмагничивания; б — с дополнительным подмагничиванием H_0

$$dq_2 = \left(\frac{\partial q_2}{\partial q_1} \right)_{F_2} dq_1 + \left(\frac{\partial q_2}{\partial F_2} \right)_{q_1} dF_2. \quad (8.22)$$

Здесь частные производные являются магнитострикционными и упругими константами, определенными при заданных условиях. Изменяя сочетание входных и выходных параметров, получаем восемь связывающих их уравнений. Для составления уравнения преобразователя достаточно системы из двух уравнений, причем выбор независимых переменных является произвольным и определяется лишь удобством использования граничных условий для решения задачи.

Например, представим связь между входными и выходными параметрами в общем виде как $\varepsilon = \varepsilon(\delta, B)$ и $B = B(H, \varepsilon)$. Тогда полные дифференциалы

$$\begin{aligned} d\varepsilon &= \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} \right)_B d\sigma + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial B} \right)_\sigma dB; \\ dB &= \left(\frac{\partial B}{\partial H} \right)_\varepsilon dH + \left(\frac{\partial B}{\partial \varepsilon} \right)_H d\varepsilon. \end{aligned} \quad (8.23)$$

Приведем преобразование уравнений (8.23), используя соотношения

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial B} \right)_\sigma = - \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} \right)_B \left(\frac{\partial \sigma}{\partial B} \right)_\varepsilon \quad \text{и} \quad \left(\frac{\partial B}{\partial \varepsilon} \right)_H = - \left(\frac{\partial B}{\partial H} \right)_\varepsilon \left(\frac{\partial H}{\partial \varepsilon} \right)_B,$$

тогда

$$\begin{aligned} d\varepsilon &= \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} \right)_B \left[d\sigma - \left(\frac{\partial \sigma}{\partial B} \right)_\varepsilon dB \right]; \\ dB &= \left(\frac{\partial B}{\partial H} \right)_\varepsilon \left[dH - \left(\frac{\partial H}{\partial \varepsilon} \right)_B d\varepsilon \right], \end{aligned} \quad (8.24)$$

где второй член в скобках показывает приращение механического напряжения за счет возрастания намагниченности и приращение магнитного поля под действием деформации. В выражении (8.24) частная производная $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial B} \right)_\varepsilon = a$ представляет собой магнитострикционную постоянную, $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} \right)_B = E_B^{-1}$, где E_B — постоянная упругости (модуль Юнга), $\left(\frac{\partial H}{\partial \varepsilon} \right)_B = a^*$ — магнитострикционная постоянная обратного эффекта, $\left(\frac{\partial B}{\partial H} \right)_\varepsilon = \frac{k_{me}}{\mu_0}$, где k_{me} — магнитная восприимчивость. Считая отклонения малыми, линеаризуем систему (8.24):

$$\begin{aligned} \sigma &= E_B \varepsilon - aB; \\ H &= \mu_0 k_{me}^{-1} B - a^* \varepsilon. \end{aligned} \quad (8.25)$$

Из уравнений (8.25) видно, что свойства материала, определяющие преобразование магнитной энергии в механическую, характеризуются постоянной $a = \left(\frac{\sigma}{B}\right)_s \approx \left(\frac{H}{\epsilon}\right)_B = a^* = \frac{h}{\mu_0}$. Учитывая, что $B = \mu_0 J$, перепишем уравнения (7.25) в традиционной форме [22]:

$$\begin{aligned}\sigma &= E_J \epsilon - h J; \\ H &= k_{ms}^{-1} J - \mu_0' h \epsilon.\end{aligned}\quad (8.26)$$

Аналогичным образом можно получить еще три пары уравнений магнитострикционного эффекта:

$$\begin{aligned}\epsilon &= E_H^{-1} \sigma - d H; \quad J = \mu_0^{-1} d \sigma + k_{ms} H; \\ \sigma &= E_H \epsilon - e H; \quad J = \mu_0^{-1} e \epsilon + k_{ms} H; \\ \epsilon &= E_J^{-1} \sigma - g J; \quad H = k_{ms}^{-1} - \mu_0^{-1} g \sigma' .\end{aligned}\quad (8.27)$$

В общем виде упругие и магнитострикционные постоянные в уравнениях (8.25) — (8.27) выражаются в виде тензоров. Однако для изотропных магнитополяризованных материалов, используемых в технологических магнитострикционных преобразователях, число независимых ненулевых компонентов в кристаллографической системе координат значительно меньше по сравнению с анизотропными кристаллами. Например, матрица магнитострикционной постоянной a для изотропного тела имеет вид

$$a_{ik} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} & a_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{15} & -a_{14} & 0 \\ a_{31} & a_{31} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (8.28)$$

где $i = x, y, z$, или 1, 2, 3; $k = xx, yy, zz, yz, xz, xy$, или 1, 2, ..., 6. Для продольных колебаний стержней и радиальных колебаний колец практическое значение имеет коэффициент a_{33} , для крутильных колебаний тонких трубок — a_{15} . Взаимосвязь между динамическими магнитострикционными коэффициентами определяется видом колебаний:

$$\begin{aligned}q_{33} &= h_{33} E_J^{-1} \approx \mu_0 a_{33} E_B^{-1}; \\ h_{33} &= \frac{e_{33}}{k_{ms}} = \frac{d_{33} E_H}{k_{ms}}.\end{aligned}\quad (8.29)$$

Соотношение между магнитными и упругими коэффициентами выражается через коэффициент магнитомеханической связи $n_{33} = \mu_0 \mu a^2 E_B^{-1}$:

$$\frac{E_H}{E_J} = \frac{k_{ms}}{k_{m\sigma}} \approx \frac{E_H}{E_B} \approx \frac{\mu_e}{\mu_\sigma} = 1 - n_{33}^2. \quad (8.30)$$

Таким образом, при трех известных коэффициентах можно получить все остальные постоянные коэффициенты уравнений магни-

тострикционного эффекта. Основные параметры магнитострикционных материалов, используемых в технологических преобразователях, приведены в табл. 8.1.

Согласно общей теории электроакустических преобразователей, перепишем уравнения магнитострикционного эффекта (8.25) в выражениях сил и скоростей. Для этого используем понятия *магнитодвижущей силы* $M=Hl$, *магнитного потока* $\Phi=BS$, механической силы $F=\sigma S$, где l — длина магнитопровода, S — площадь сечения. Сделав соответствующие подстановки, получим

$$\begin{aligned} F &= E_J \cdot l S \xi - a \Phi; \\ M &= a \xi - \frac{M_0 l}{k_{m\sigma} S} \Phi. \end{aligned} \quad (8.31)$$

Обозначив собственные параметры магнитной и механической сторон в виде магнитного сопротивления $R = -\frac{\mu_0 l}{k_{m\sigma} S}$ и упругости $C = -ElS$, выразим магнитный поток и смещение через их производные, используя оператор $p = \frac{d}{dt}$:

$$\begin{aligned} F &= \frac{C}{p} \dot{\xi} + \frac{a}{p} \dot{\Phi}; \\ M &= \frac{a}{p} \dot{\xi} + \frac{R}{p} \dot{\Phi}. \end{aligned} \quad (8.32)$$

Для получения полного уравнения магнитострикционного преобразователя уравнения магнитомеханического преобразования (8.32) необходимо решать совместно с уравнениями электромагнитного преобразования. Сделав аналогичные рассуждения, можно получить исходные уравнения электромагнитного преобразования в виде

$$\begin{aligned} U &= z_0 I - n \dot{\Phi}; \\ M &= n I + \frac{R}{p} \dot{\Phi}, \end{aligned} \quad (8.33)$$

т. е. падение напряжения U складывается из падения напряжения на обмотке $z_0 I$ (где z_0 — электрическое сопротивление обмотки преобразователя, I — сила тока) и электродвижущей силы, пропорциональной скорости изменения магнитного потока $n \dot{\Phi}$ (где n — число витков обмотки). Магнитодвижущая сила M равна nI плюс добавка $R \dot{\Phi}$, обусловленная собственным сопротивлением магнитопровода.

Совместив системы (8.32) и (8.33), исключив при этом магнитные переменные M и Φ , получим полную систему уравнений магнитострикционного преобразователя:

$$\begin{aligned} U &= z_0 I - \frac{na}{R} v; \\ F &= \frac{na}{R} I - \frac{C_m}{p} v, \end{aligned} \quad (8.34)$$

Таблица 8.1. Некоторые свойства магнитострикционных материалов

Материал	Плотность $\rho \cdot 10^{-3}, \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$	Скорость звука $c_s \cdot 10^{-3}, \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$	Относительная магнитная про- ницаемость μ	Магнитострикцион- ная постоянная $a \cdot 10^{-7}, \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{Т}^{-1}$	Тангенс магнит- ных потерь $\text{tg} \delta \cdot 10^2$	Механическая добротность Q	Температура Кюри $\theta, ^\circ\text{С}$	Удельное электри- ческое сопротив- ление $\rho_m \cdot 10^7, \text{ Ом} \cdot \text{м}$	Оптимальная на- пряженность подмаг- ничивания $H_0 \cdot 10^{-3}, \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}$	Усталостная динами- ческая прочность $\sigma_{-1} \cdot 10^3, \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$	Коэффициент мате- риаломеханической связи η
Никель НП2Т	8,9	4,9	35	2,3	60	750	360	0,7	1—2	1000	0,26—0,3
<i>Металлические сплавы</i>											
Сплав 4% Со	8,9	4,9	—	2,7	55	—	410	1,0	2	1000	0,43—0,5
Пермэндюр 49КФ	8,2	5,2	200	2,2	400	600	980	3,4	0,4—0,6	1100	0,48—0,54
Сплав 65К	8,2	5,2	70	1,5	500	600	980	0,8	1—1,7	1200	0,27—0,30
Алфер 12Ю	6,7	4,8	30	0,85	30	400	600	16	0,3—0,6	300	0,30
<i>Ферриты</i>											
21 СПА	5,2	5,9	16	2,4	—	2000	590	$1 \cdot 10^7$	1—1,7	200—250	0,21
Виброкс I	5,1	5,4	12	—	—	—	—	$5 \cdot 10^7$	1—1,7	150	0,27
Виброкс II	5,1	5,6	22	—	—	—	550	$4 \cdot 10^7$	0,8—1,2	—	0,22
Ферроскуб 7А1	5,2	5,6	20—30	$1,9 \div 2,2$	—	2000	530	$1 \cdot 10^7$	1—1,7	100	0,25—0,32

где $z_0 = z_0 + pn^2/R$ — электрическое сопротивление заторможенного преобразователя; $C_m = C - a^2/R$ — упругость при постоянной магнитодвижущей силе.

Характеристики преобразователя из системы (8.34) получаем, подставив коэффициенты при независимых переменных в выражения, полученные в § 8.1. Так, при гармонических колебаниях

$$p = \frac{d}{dt} = i\omega. \text{ Считая, что сопротивление нагрузки } z_n = r + i\omega m, \text{ запишем}$$

выражение для входного электрического сопротивления преобразователя:

$$z = z_0 + \frac{i\omega L_0}{1 + a^2/[R(C - \omega^2 m) - i\omega r]}, \quad (8.35)$$

где $L_0 = n^2/R$ — индуктивность холостого хода. На низких частотах $z \approx z_0$. С повышением частоты сопротивление растет за счет множителя $i\omega L_0$. При приближении к резонансной частоте $\omega_p = \sqrt{C/m}$ сопротивление падает из-за уменьшения члена $C - \omega^2 m$, а с дальнейшим ростом частоты сопротивление снова приближается к значению $z = z_0 + i\omega L_0$. Таким образом, выражение (8.35) описывает импедансную кривую, приведенную на рис. 8.4, в.

При чисто активной нагрузке r_n коэффициент полезного действия преобразователя

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{r_n} \frac{R^2}{n^2 a^2} \left(\frac{C_m^2}{\omega^2} + r_n^2 \right)}, \quad (8.36)$$

где $R_0 = \operatorname{Re}|z_0|$. Максимум величины η соответствует условию $C_m/\omega = r$, откуда

$$\eta_{\max} = \frac{1}{1 + 2 \frac{R_0 R^2}{n^2 a^2} \frac{C_m}{\omega}}. \quad (8.37)$$

При комплексной нагрузке $z_n = r_n + i\omega m$ и максимум η отвечает условию $\omega^2 = C_m/m$, т. е.

$$\eta_{\max} = \frac{1}{1 + \frac{r R_0 R^2}{n a^2}}. \quad (8.38)$$

Взаимосвязь между параметрами и геометрическими размерами преобразователя выводится на основе рассмотрения его конкретной формы. На практике используют два типа магнитострикционных преобразователей: *стержневые и кольцевые*, изготовленные из магнитных сплавов или ферритов.

Металлические сплавы используют для изготовления мощных магнитострикционных преобразователей, поскольку они имеют высокие прочностные характеристики. Однако большая электропроводность сплавов обуславливает кроме потерь на перемещение

ние значительные потери на макровихревые токи, или токи Фуко. Поэтому преобразователи выполняют в виде пакета пластин толщиной $h=0,1\div0,2$ мм. Мощность потерь на макровихревые токи при заданной частоте f можно оценить по формуле [2]

$$N = \frac{\pi^2}{6} \frac{f^2 h^2 V}{\rho_s} B_0^2, \quad (8.39)$$

где V — объем магнитопровода; ρ_s — удельное электрическое сопротивление; B_0 — амплитуда индукции. Значительные потери определяют сравнительно низкий к. п. д. таких преобразователей ($\eta=40\div50\%$) и необходимость их водяного охлаждения. Ферритовые преобразователи обладают более высоким к. п. д. ($\eta=70\%$), так как при большом электросопротивлении не имеют потерь на токи Фуко, но их мощностные характеристики весьма ограничены из-за низкой механической прочности. Суммарные электромагнитные потери в материале характеризуются величиной $\operatorname{tg} \delta$ — *тангенсом электрических потерь*.

Элемент стержневого продольно колеблющегося преобразователя можно представить в виде стержня переменного сечения, как показано на рис. 8.7, где сечение накладки, замыкающей магнитный поток, в n раз больше сечения с возбуждающей обмоткой. При симметричном колебании торцов преобразователя, соответствующем одинаковой нагрузке на торцах, средняя плоскость является узловой и можно рассматривать колебания одной половины. Будем считать, что создаваемая преобразователем механическая сила представляется эквивалентной сосредоточенной силой F , приложенной перпендикулярно линии D на участке накладки, где силовая линия магнитного потока делает поворот на 90° . Одновременно мысленно разобьем элемент преобразователя на три участка (рис. 8.7, б): a — участок обмотки, b — участок накладки до точки приложения силы и d — участок накладки после приложения силы. Для каждого из участков механический импеданс запишется следующим образом [7]:

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_a &= nZ_0 \operatorname{th} \left(\tilde{k}a + i \frac{\pi}{2} \right) \text{ (участок } a); \\ \tilde{Z}_b &= Z_0 \operatorname{th} \left[\tilde{k}b + \operatorname{arcth} n \operatorname{th} \left(\tilde{k}a + i \frac{\pi}{2} \right) \right] \text{ (участок } b); \\ \tilde{Z}_d &= Z_0 \operatorname{th} \left[\tilde{k}d + \operatorname{arcth} \frac{\tilde{Z}_n}{Z_0} \right] \text{ (участок } d), \end{aligned} \quad (8.40)$$

где $Z_0 = \rho c S$ — волновое сопротивление среды; $\tilde{k} = \frac{i\omega}{c} = \frac{i\omega}{V \frac{E}{\rho}}$ — комплексное волновое число; E — комплексный модуль Юнга, действительная часть которого учитывает затухание.

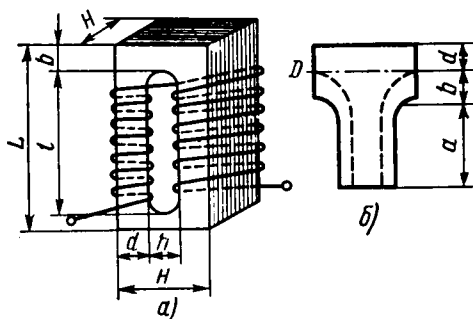


Рис. 8.7. Общий вид (а) и выделенный элемент магнитопровода (б) стержневого магнитострикционного преобразователя

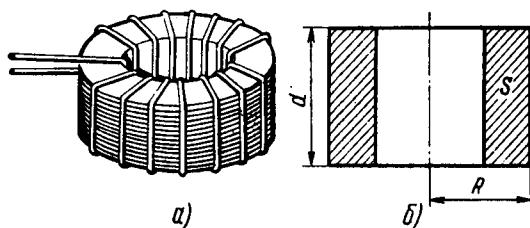


Рис. 8.8. Общий вид (а) и сечение магнитопровода (б) кольцевого магнитоэстрикционного преобразователя

Колебательная скорость в сечении D представляет отношение силы к импедансу:

$$\tilde{v}_D = \frac{\tilde{F}}{\tilde{Z}_b + \tilde{Z}_D} = \frac{F}{Z_0} \frac{1}{\text{th}(\tilde{k}d + \tilde{\varphi}_n) + \text{th}\left[\tilde{k}b + \text{arcth } n \text{th}\left(\tilde{k}a + i\frac{\pi}{2}\right)\right]}, \quad (8.41)$$

где $\varphi_n = \text{arcth}(Z_n/Z_0)$. Поскольку отношение скоростей на торце преобразователя v_0 и в точке приложения силы пропорционально отношению косинусов

$$\frac{\tilde{v}_D}{\text{ch}(\tilde{k}d + \tilde{\varphi}_n)} = \frac{\tilde{v}_0}{\text{ch} \tilde{\varphi}_n},$$

выражение для колебательной скорости на торце преобразователя получим в виде

$$\tilde{v}_0 = \frac{\tilde{F}}{Z_0} \frac{\text{ch} \tilde{\varphi}_n}{\text{ch}(\tilde{k}d + \tilde{\varphi}_n) \left\{ \text{th}(\tilde{k}d + \tilde{\varphi}_n) + \text{th}\left[\tilde{k}b + \text{arcth } n \text{th}\left(\tilde{k}a + i\frac{\pi}{2}\right)\right] \right\}}. \quad (8.42)$$

Поскольку в большинстве реальных случаев внутренний импеданс преобразователя больше импеданса нагрузки, можно считать $\tilde{\varphi}_n \approx 0$. Тогда условие резонанса, отвечающее равенству нулю знаменателя, запишется как

$$\text{th} \tilde{k}a \cdot \text{th} \tilde{k}(b+d) + n = 0. \quad (8.43)$$

Из выражений (8.42) и (8.43) вытекает, что максимальное значение колебательной скорости определяется как линейными размерами преобразователя, так и значением акустической нагрузки, причем условие резонанса не зависит от положения плоскости приложения эквивалентной возбуждающей силы. Поскольку, как правило, преобразователи используют на частоте основного резонанса, где механические потери относительно малы и волновое число $\tilde{k}$ можно считать чисто мнимой величиной, выражение (8.43) можно записать в виде

$$\text{tg} \frac{\omega}{c} a \text{tg} \frac{\omega}{c} (b+d) = n. \quad (8.44)$$

Отсюда, положив $n=1$, получаем известный результат для продольного резонанса однородного стержня $a+b+d=\lambda/4$.

Кольцевой радиально колеблющийся преобразователь, как правило, выполняют в виде цилиндра с площадью поперечного сечения S , толщиной d и внешним радиусом R , как показано на рис. 8.8. Ток I в обмотке возбуждения вызывает

однородную вдоль кольца намагниченность $\tilde{I} = \frac{4\pi n k_m}{2\pi R} I$,

Таким образом, подставив это значение в выражение для напряжения, получим связь между двумя параметрами на электрической и механической стороне:

$$\tilde{U} = \frac{4\pi nS}{R} k_m \tilde{a} \tilde{v}. \quad (8.47)$$

Выражения (8.45) и (8.47), связывающие входные и выходные характеристики кольцевого магнитострикционного преобразователя, учитывают его конкретную форму. Следовательно, задаваясь требуемыми энергетическими параметрами преобразователя, можно определить оптимальные размеры магнитопровода.

8.3. ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

Пьезоэлектрический эффект — образование электрической поляризации при механической деформации — и обратный пьезоэлектрический эффект — деформация кристалла при наложении разности потенциалов — присущи целому классу диэлектриков и полупроводников, причем обратный пьезоэффект является частным случаем явления *электрострикции* — изменения размеров тела под действием внешнего электрического поля, свойственного всем кристаллическим веществам.

В отличие от электрострикции пьезоэффект наблюдают только у кристаллов, не имеющих центра симметрии*. Кристаллическая решетка таких материалов состоит из полярных молекул, обладающих дипольным моментом: $P_i = ql$, где q — заряд, l — расстояние между зарядами.

Общая поляризация диэлектрика оценивается *поляризованностью* $\mathbf{P}$, являющейся векторной суммой электрических моментов диполей в единичном объеме: т. е. $\mathbf{P} = \frac{1}{V} \sum \mathbf{P}_i$. Поляризованность связана с индукцией $\mathbf{D}$ и напряженностью $\mathbf{E}_{эл}$ электрического поля соотношением $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}_{эл} + \mathbf{P}$, где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная.

Абсолютная диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon_a = \epsilon_{эл} \epsilon_0$, где $\epsilon_{эл}$ — диэлектрическая проницаемость.

* Все кристаллы по свойствам симметрии разделены на 32 класса, из них 20 не имеют центра симметрии.

Различают два вида сегнетоэлектриков: *монокристаллы* и *поляризованные поликристаллы (пьезокерамика)*. В ультразвуковой технике наибольшее распространение получили преобразователи на основе пьезокерамики. Большинство составов пьезокерамики основано на химических соединениях с формулой ABO_3 (например, $BaTiO_3$) с кристаллической структурой типа перовскита и твердых растворов на их основе. Представляют практический интерес соединения типа AB_2O_6 (например, $PbNb_2O_6$), имеющие высокую температуру Кюри ($\sim 570^\circ\text{C}$). Пьезокерамику, подобно обычной керамике, изготавливают горячим прессованием или литьем под давлением. Поляризацию осуществляют в полях напряженностью 0,5—3 кВ/мм при одновременном нагревании для увеличения подвижности доменов. Пьезокерамике свойственно *старение*, т. е. изменения ее параметров со временем. Сегнетоэлектрики обнаруживают заметные нелинейные свойства, т. е. их параметры зависят от внешних воздействий, они обладают большими, чем другие группы диэлектриков, электрическими и механическими потерями.

Расчет пьезоэффекта, аналогично эффекту магнитострикции, осуществляется на основе восьми уравнений состояния, связывающих тензоры механических напряжений σ и деформаций ϵ с составляющими векторов поляризации P и напряженности электрического поля $E_{эл}$ [22]:

$$\begin{aligned}\sigma &= E_P \epsilon - kP; & E_{эл} &= -h\epsilon + k_{as}^{-1}P; \\ \epsilon &= E_P^{-1}\sigma - gP; & E_{эл} &= -g\sigma + k_{as}^{-1}P; \\ \sigma &= E_{E_{эл}}\epsilon - lE_{эл}; & P &= e\epsilon + k_{as}E_{эл}; \\ E &= E_{E_{эл}}^{-1}\sigma + dE_{эл}; & P &= d\sigma + k_{as}E_{эл}.\end{aligned}\tag{8.48}$$

Здесь E_P и $E_{E_{эл}}$ — постоянные упругости, или модули Юнга, k_a — абсолютная диэлектрическая восприимчивость; h, g, e, d — пьезоэлектрические постоянные, или пьезомодули, выраженные в мат-

* Название получили по типичному представителю сегнетовой соли — двойной натрий-калиевой соли винной-кислоты $NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$.

ричной форме. Знаки у коэффициентов уравнения обозначают постоянство соответствующих независимых переменных.

Коэффициенты в уравнениях (8.48) являются относительно независимыми, поскольку между ними существуют соотношения

$$\begin{aligned} h &= k_{aa}^{-1} e = g E_P; & e &= k_{aa} h = d E_{Эл}; \\ g &= k_{aa}^{-1} d = h E_P^{-1}; & d &= k_{aa} g = e E_{Эл}. \end{aligned} \quad (8.49)$$

Чем ниже симметрия кристалла, тем больше число компонент матрицы пьезоэлектрических постоянных. В общем случае постоянные в уравнениях (8.48) представляют в виде матрицы, содержащей до 45 коэффициентов: 21 постоянную гибкость, 6 диэлектрических проницаемостей, 18 пьезомодулей. Для характеристики пьезокерамики, которой присуща радиальная поляризованность, достаточно знать три пьезомодуля: продольный d_{33} , определяющий эффективность колебаний в направлении, параллельном полю; поперечный d_{31} — в направлении, перпендикулярном полю, и сдвиговый d_{15} . Некоторые свойства сегнетоэлектриков даны в табл. 8.2.

Для того чтобы перейти от местных уравнений (8.48) к уравнению преобразователя в целом, необходимо проинтегрировать местные уравнения по координатам, функциями которых являются переменные. При этом, естественно, необходимо знать функциональные зависимости и граничные условия.

Однако, основываясь на следующих определениях: $E_{Эл} = \frac{\partial U}{\partial x}$

$$D = \frac{\partial q}{\partial S}; \quad \sigma = \frac{\partial F}{\partial S}; \quad \varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad \text{где } x \text{ — координата, } S \text{ — площадь,}$$

элемент которой выражается через координаты, — можно вне зависимости от конкретного устройства преобразователя перейти от переменных $E_{Эл}$, D , σ и ε местных уравнений к переменным U , q , F и ξ уравнений преобразователя в целом, поскольку между ними существует пропорциональность, определяемая постоянными множителями размера длины или квадрата длины.

На этом основании можно записать четыре адекватные формы уравнений пьезокерамического преобразователя:

$$\left. \begin{aligned} U &= C_{\xi}^{-1} q + l_1 h \xi; \\ F &= l_1 h g + S_q \xi; \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} q &= C_{\xi} U - l_2 e \xi; \\ F &= l_2 e U + S_U \xi; \end{aligned} \right\} \\ \left. \begin{aligned} U &= C_F^{-1} q + l_3 g F; \\ \xi &= -l_3 g q + S_q^{-1} F; \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} q &= C_F U - l_4 d F; \\ \xi &= -l_4 d U + S_U^{-1} F; \end{aligned} \right\} \quad (8.50)$$

где l_1 , l_2 , l_3 , l_4 — постоянные коэффициенты нулевой размерности или размерности длины; $C_{\xi} = \frac{q}{U} \Big|_{\xi=0}$ — емкость при отсутствии

смещения, $C_F = \frac{q}{U} \Big|_{F=0}$ — емкость при отсутствии силы; $S_q = \frac{F}{\xi} \Big|_{q=0}$

Т а б л и ц а 8.2. Некоторые свойства пьезоэлектрических материалов *

Материал	Плотность $\rho \cdot 10^{-3}$, кг · м ⁻³	Скорость звука $c_{ij} \cdot 10^3$, м · с ⁻¹	Диэлектрическая проницаемость ϵ_{ij}	Пьезомодуль $d_{ij} \cdot 10^{12}$, Кл · Н ⁻¹	Тангенс угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg} \delta \cdot 10^2$	Механическая добротность Q	Температура Кюри θ , °С	Статическая прочность на разрыв $\sigma \cdot 10^{-6}$, Н · м ⁻²	Примечание
Монокристаллы									
Кварц	2,65	5,47 (11)	4,5 (11)	2,31	0,5	10 ⁴	—	—	Срез 0°Х
Сегнетова соль	1,77	3,1 (22)	350 (11)	275	5	—	24	—	Срез 45°Х
Ниобат лития	4,64	5,8 (33)	84,6/28,6	162 (22)/ 7,1	—	10 ⁵	1210	—	—
Пьезокерамика									
Титанат бария (ТБ-1)	5,65	4,6/4,2	1500	8,9/10,7	2 + 3	400	120	19,6	—
Титанат бария, кальция (ТБК-3)	5,40	4,7/4,4	1200	8,4/9,5	1,3 + 2,5	450	105	18,2	—
Цирконат титанат свинца:									
ЦТС-8 (ЦТСНВ-1)	7,3	2,9/2,6	2200	200/430	1,9 + 9,0	60	250	19,6	—
ЦТС-10 (ЦТСС-3)	7,2	3,5/3,2	2300	160/320	1,2 + 2,0	350	180	19,6	—
ЦТС-19	7,0	—	1525	100/200	3,5 + 8,0	50	280	—	—
ЦТС-23	7,4	3,2/3,0	1100	75/150	0,75 + 2,0	300	285	18,2	—
Ниобат свинца, бария	4,46	—	1800	90/220	1,0	250	260	—	—
PZT-5	7,5	2,8/2,5	3400	274/590	2,0—9,0	65	193	69,4	—
PZT-8	7,6	3,4/3,1	1000	93/217	0,4—0,7	1000	300	69,4	—

* Для керамики верхние значения (11) или (31), нижние — (33).

— упругость при отсутствии заряда, или упругость холостого хода (разомкнутая электрическая цепь); $S_U = \left. \frac{F}{\xi} \right|_{U=0}$ — упругость при отсутствии напряжения (электрическая цепь короткозамкнута).

Эти величины связаны между собой соотношением

$$\frac{S_U}{S_q} = \frac{C_\xi}{C_F} = \frac{e_*}{E_D} h^2 = \frac{E_{E_{\text{эл}}}}{e_s} d^2. \quad (8.51)$$

Для нахождения входного сопротивления преобразователя перепишем первую систему уравнений (8.50) в токах и скоростях:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{pC_U} I + \frac{l_1 h}{p} v, \\ F &= \frac{l_1 h}{p} I + \frac{S_q}{p} v, \end{aligned} \quad (8.52)$$

где $p = \frac{\partial}{\partial t}$. Тогда из общих формул [см. (8.1)] имеем для входного электрического сопротивления

$$Z_{\text{эл}} = \frac{1}{pC_F} + \frac{1}{\frac{1}{(l_1 h)^2} \left(pS_q + \frac{S_q}{Z_m} \right)}, \quad (8.53)$$

для входного механического сопротивления

$$Z_m = \frac{S_U}{p} + \frac{1}{\frac{1}{(l_1 h)^2} \left(\frac{p}{C_\xi} + \frac{1}{C_\xi^2 Z_{\text{эл}}} \right)}. \quad (8.54)$$

Используя электромеханическую аналогию, связь между параметрами на электрической и механической сторонах преобразователя можно записать как

$$C^* = \frac{S_q}{(l_1 h)^2}; \quad Z_{\text{эл}}^* = \left(\frac{l_1 h}{S_q} \right)^2 Z_m;$$

$$S^* = (l_1 h)^2 C_\xi; \quad Z^* = (l_1 h C_\xi)^2 Z_{\text{эл}}.$$

Тогда при нагружении преобразователя активным сопротивлением r имеем

$$Z^* = R^* (l_1 f)^2 \frac{r}{S_q^2}; \quad Z = \frac{1}{pC_F} + \frac{1}{pC^* + \frac{1}{R^*}}, \quad (8.55)$$

а для синусоидального режима

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{i\omega C_F} + \frac{1}{i\omega C^* + \frac{1}{R^*}} = \frac{1}{i} \left[\frac{1}{\omega C_F} + \frac{\omega C^* R^{*2}}{1 + \omega^2 C^{*2} R^{*2}} \right] + \\ &\quad + \frac{R^*}{1 + \omega^2 C^{*2} R^{*2}}. \end{aligned} \quad (8.56)$$

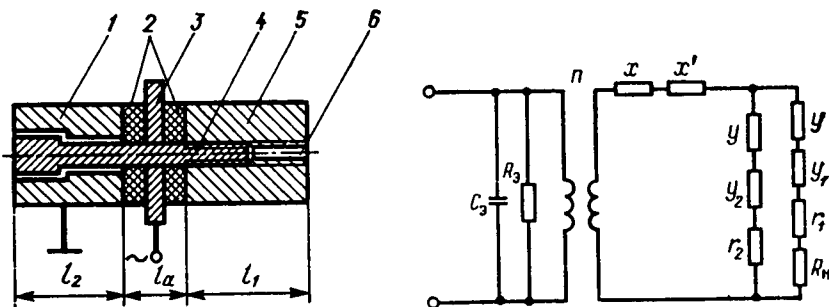


Рис. 8.9. Схема пьезокерамического преобразователя:

1 — тыльная накладка; 2 — пьезокерамические шайбы; 3 — токоподводящее кольцо; 4 — стягивающий болт; 5 — рабочая накладка; 6 — отверстие для подсоединения инструмента

Рис. 8.10. Эквивалентная электрическая схема полуволнового пьезопреобразователя с частотопонижающими накладками:

$$C_3 = \frac{e_3 S}{4\pi l_a}; \quad R_3 = \frac{1}{\omega C_3 \operatorname{tg} \delta}; \quad x = \frac{Z_a}{\sin k_a l_a};$$

$$x' = \frac{n^2 l}{4\omega C_3}; \quad y = Z_a \operatorname{tg} k_a l_a / 2;$$

$$y_1 = \frac{Z_1 \operatorname{tg} k_1 l_1}{1 + (Z_N / Z_1)^2 \operatorname{tg}^2 k_1 l_1}; \quad y_2 = Z_2 \operatorname{tg} k_2 l_2;$$

$$Z = \rho c S; \quad R_N = \frac{Z_N}{\cos^2 k_1 l_1 + (Z_N / Z_1)^2 \sin^2 k_1 l_1}; \quad n = \frac{d_{33} E_{3, \text{дл}} S}{l_a}.$$

Активная компонента входного сопротивления обращается в нуль при $R^* = 0$ и $R^* = \infty$ (т. е. $r = 0$ и $r = \infty$). Максимуму активного входного сопротивления соответствует $\omega C^* R^* = \omega \tau = 1$, где $\tau = r / S_q$ — время механической релаксации системы.

В ультразвуковой технологии на частотах 20—60 кГц пьезокерамический преобразователь делают стержневого типа с частотопонижающими металлическими накладками — преобразователь Ланжевена. Изготовление сплошного пьезокерамического полуволнового преобразователя нецелесообразно из-за технологических трудностей, сильного разогрева керамики в рабочем режиме, поскольку она имеет низкую теплопроводность, и необходимости высоких рабочих напряжений при большой толщине керамики. Обычно преобразователь выполняют в виде двух пьезокерамических шайб, рабочей дюралевой и тыльной стальной накладок, стянутых центральным болтом, как показано на рис. 8.9. Иногда вместо центрального болта используют несколько болтов по окружности или клеевое соединение элементов [3; 11].

Расчет преобразователя с накладками можно осуществить или с использованием эквивалентной электрической схемы, представленной на рис. 8.10, или с помощью метода синтеза активных и пассивных механических четырехполюсников.

В последнем случае связь векторов силы и колебательной скорости на противоположных концах четырехполюсника выражается в матричном виде:

$$\begin{vmatrix} F_1 \\ v_1 \end{vmatrix} = |M| \cdot \begin{vmatrix} F_2 \\ v_2 \end{vmatrix} \quad (\text{пассивный четырехполюсник}),$$

$$\begin{vmatrix} F_1 \\ v_1 \end{vmatrix} = |M| \cdot \begin{vmatrix} F_2 \\ v_2 \end{vmatrix} + |e| \quad (\text{активный четырехполюсник}),$$

где матрицы

$$|M| = \begin{vmatrix} \cos kl & i Z \sin kl \\ \frac{i \sin kl}{Z} & \cos kl \end{vmatrix};$$

$$\text{матрица } |e| = \begin{vmatrix} e_1 \\ e_2 \end{vmatrix} = \gamma U \begin{vmatrix} 1 - \cos kl \\ -\frac{\sin kl}{Z} \end{vmatrix};$$

$\gamma = d_{33}ES/h$; d_{33} — продольный пьезомодуль; S — сечение; h — толщина активного элемента; l — длина составных частей преобразователя; U — приложенное напряжение; $Z = \rho cS$ — волновое сопротивление. Считая составной преобразователь состоящим из активной части и $m-1$ пассивных частей, получим уравнение, связывающее силы и колебательные скорости на рабочем и тыльном торцах:

$$\begin{vmatrix} F_p \\ v_p \end{vmatrix} = |M_m| \begin{vmatrix} F_r \\ v_r \end{vmatrix} + |M_a| |e|, \quad (8.57)$$

где $M_m = M_1 M_2 \dots M_{m-1}$. Выражение для матрицы M_m можно записать как

$$|M_m| = \begin{vmatrix} Z_{11} Z_{12} \\ Z_{21} Z_{22} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{a_1 a_2 \dots a_{m-1}}{Z_1 \cdot Z_2 \dots Z_{m-1}} \cos(kl_m + \psi_{m-1}) & \frac{i b_1 b_2 \dots b_{m-1}}{Z_1 Z_2 \dots Z_{m-1}} \sin(kl_m + \varphi_{m-1}) \\ \frac{i a_1 \cdot a_2 \dots a_{m-1}}{Z_1 Z_2 \dots Z_m} \sin(kl_m + \psi_{m-1}) & \frac{b_1 b_2 \dots b_{m-1}}{Z_1 Z_2 \dots Z_m} \cos(kl_m + \varphi_{m-1}) \end{vmatrix} \quad (8.58)$$

В матрице (8.58) значения сдвига фаз ψ_m и φ_m определяются из выражений

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi_m &= \frac{Z_{m+1}}{Z_m} \operatorname{tg}(kl_m + \psi_{m-1}); \\ \operatorname{tg} \varphi_m &= \frac{Z_m}{Z_{m+1}} \operatorname{tg}(kl_m + \varphi_{m-1}), \end{aligned} \quad (8.59)$$

а значения коэффициентов a_m и b_m — из выражений

$$\begin{aligned} a_m \cos \psi_m &= Z_m \cos(kl_m + \psi_{m-1}); \\ b_m \sin \varphi_m &= Z_m \sin(kl_m + \varphi_{m-1}). \end{aligned} \quad (8.60)$$

Значение колебательной скорости на рабочем торце, согласно выражению (8.57), можно вычислить по формуле:

$$v_p = \frac{N_1 - (Z_{11}/Z_{22}) N_2}{Z_n + Z_{12}/Z_{22}}, \quad (8.61)$$

где $N_1 = Z_{11}^2 e_1 + Z_{12}^2 e_2$, $N_2 = Z_{21}^2 e_1 + Z_{22}^2 e_2$; Z_n — механическое сопротивление нагрузки на рабочем торце преобразователя. Условие резонанса реализуется при $Z_{12} = 0$, т. е.

$$\frac{i b_1 b_2 \dots b_{m-1}}{Z_1 Z_2 \dots Z_{m-1}} \sin(kl_m + \varphi_{m-1}) = 0, \quad (8.62)$$

или

$$kl_m + \varphi_{m-1} = n\pi, \quad (8.63)$$

где $m=1, 2, 3, \dots$.

Положение узла смещения в полуволновом составном преобразователе получим при граничных условиях $F_T=0$ и $v_{узла}=0$ из равенства $Z_{22}v_T=0$. Отсюда координата узла смещения определяется как

$$kl_{узла} + \varphi_m = 0,5\pi, \quad (8.64)$$

где $l_{узла}$ — расстояние узлового сечения от конца элемента, в котором оно расположено, φ_m определяется по формулам (8.59) последовательно из значений $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$, максимально приближенных к $0,5\pi$ со стороны меньших узлов.

8.4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ГЕНЕРАТОРЫ ДЛЯ ПИТАНИЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Электрическая энергия является наиболее универсальным видом энергии, что и определяет преимущественное использование в ультразвуковой технологии систем, в которых источником механических колебаний являются электрические колебания ультразвуковой частоты. Электрические колебания заданной частоты формируются в ультразвуковых генераторах. В настоящее время широко используют два типа генераторов — *транзисторные* и *тиристорные*, отвечающие технологическим требованиям по уровню надежности, коэффициенту полезного действия, мощности и т. д. * [3; 18].

Кроме транзисторных и тиристорных генераторов для питания электроакустических преобразователей иногда применяют *ламповые* и *машинные* генераторы. Ламповые ультразвуковые генераторы практически сняты с производства, и их используют только в мощных генераторах мегагерцевого диапазона. Машинные генераторы обладают большой мощностью (до 30 кВт), однако максимальная рабочая частота лежит в звуковом диапазоне (до 8 кГц), что требует дополнительного использования в комплекте с ними умножителей частоты. Энергия электрических колебаний трансформируется в энергию механических колебаний в электроакустических преобразователях, рассмотренных в предыдущих главах.

Для питания пьезоэлектрических преобразователей, потребляющих относительно невысокую мощность, как правило, применяют транзисторные генераторы, отличающиеся высокими электротехническими характеристиками, надежностью, простотой схемных решений и значительным сроком службы. Генераторы могут быть универсальными или специализированными. Если в первом случае добиваются возможности регулировки частоты и выходной мощности в широком диапазоне, малой чувствительности к изменению параметров нагрузки (такие генераторы используются в исследовательских целях), то во втором — основными критериями являются простота и надежность схемы, определяющие к. п. д., стоимость и компактность генератора при одновременном достижении заданной

* Общие требования к ультразвуковым генераторам для технологических установок изложены в ГОСТ 16165—80.

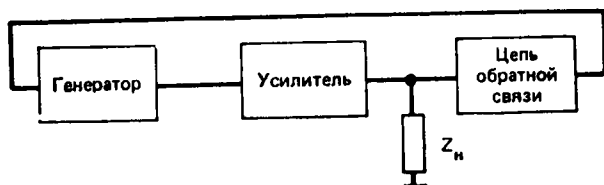


Рис. 8.11. Функциональная схема генератора

технологическим процессом точности поддержания основных характеристик преобразователя.

В общем виде функциональную схему ультразвукового генератора можно представить, как показано на рис. 8.11, состоящей из трех основных элементов: *задающего генератора, усилителя мощности и системы обратной связи* [1.8].

Задающий генератор служит для формирования переменного электрического напряжения заданной частоты. В основе конструкции задающего генератора используют различные известные схемные решения, выполненные на транзисторах и микросхемах, например мультивибраторы, таймеры, блокинг-генераторы, генераторы, управляемые напряжением, и т. д. Выбор схемы задающего генератора осуществляется исходя из требований к точности поддержания частоты, линейности ее подстройки, характеристик усилителя мощности и системы обратной связи. Так, для систем обратной связи, выделяющих синхросигнал, предпочтительно использовать блокинг-генератор или мультивибратор [18; 1.8], для систем обратной связи, выделяющих сигнал, линейно изменяющийся с частотой, — таймеры или генераторы, управляемые напряжением. Некоторые из возможных схем задающих генераторов, используемых как в транзисторных, так и в тиристорных генераторах, приведены на рис. 8.12—8.14. Представляет интерес схема *задающего генератора с делителем частоты*, показанная на рис. 8.14. Данная схема позволяет иметь на выходе сигнал, симметрия которого не меняется при перестройке частоты задающего генератора.

Подстройка задающих генераторов под частоту механического резонанса преобразователя может осуществляться как вручную с помощью подстроечных резисторов, индуктивностей или емкостей, так и автоматически за счет синхронизации задающего генератора и управления изменением его частоты сигналом обратной связи.

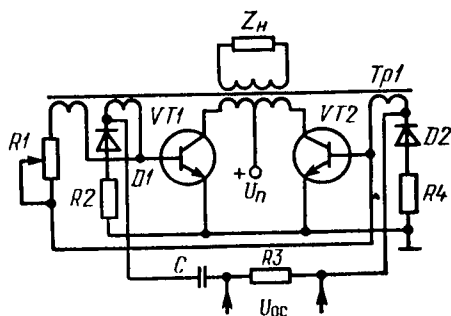


Рис. 8.12. Задающий генератор, выполненный по схеме блокинг-генератора (УЗГ8-0,1/22)

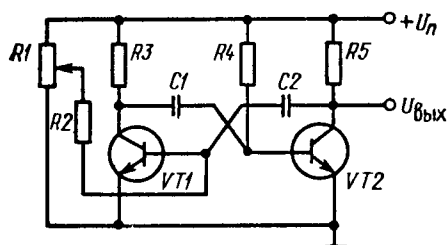


Рис. 8.13. Задающий генератор, выполненный по схеме мультивибратора (SV282/2-3)

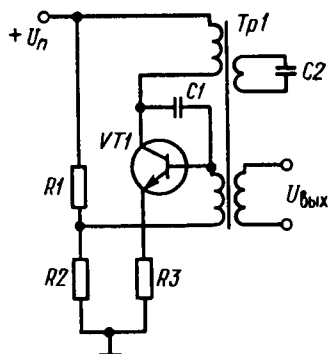


Рис. 8.14. Задающий генератор, выполненный по схеме индуктивной трехточки

В системах обратной связи применяют *мостовые схемы выделения сигнала обратной связи, схемы с дифференциальным трансформатором, схемы частотных и фазовых детекторов и схемы с датчиком обратной акустической связи.*

Наиболее широко используют мостовые схемы и приводимые к ним схемы с дифференциальным трансформатором. В этом случае нагрузка генератора, который является преобразователь, включается в одно из плеч моста. Требование постоянства электрического импеданса является недостатком мостовых схем, поскольку электрические параметры преобразователя сильно зависят от температуры и питающего напряжения.

Схемы обратной связи с дифференциальным трансформатором реализованы в серийно выпускаемых отечественных транзисторных генераторах УЗГ1-0,004/22, УЗГ5-0,63/22, УЗГ8-01/22.

Значительно реже применяют схемы обратной связи с использованием частотных и фазовых детекторов, хотя системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) способны обеспечить высокую точность поддержания заданной частоты.

В электрических схемах фазовых детекторов могут быть использованы различные элементы: перемножители напряжений, дискретные элементы типа И—НЕ, нелинейные элементы.

Наиболее простыми схемами для специализированных генераторов являются схемы с самовозбуждением, в которых усилитель мощности и задающий генератор объединены в единое целое. На основе современной элементной базы генераторы с самовозбуждением могут быть выполнены на широкий диапазон выходных мощностей от 10 Вт до 1 кВт при малых габаритах и весе. Примером применения схем с самовозбуждением могут служить генераторы фирмы «KLN Ultraschall G. M. B. H.», предназначенные для ультразвуковой сварки (рис. 8.15), генераторы фирмы «Branson» для ультразвуковых ванн очистки и отечественные транзисторные гене-

раторы типа УЗО1-0,1. Для формирования сигнала обратной связи этих схем применяют мостовые схемы, схемы с дифференциальным трансформатором, а также различные индуктивные и емкостные схемы положительной обратной связи.

По способу включения выходных транзисторов усилителей мощности генераторы можно подразделить на *однотактные, двухтактные, полумостовые и мостовые* схемы включения [2].

Однотактная схема включения (рис. 8.16) обладает низким к. п. д. (40%), ее применяют в основном в схемах генераторов мощностью до 40 Вт. Режим работы транзисторов в усилителях мощности выбирают по нагрузочным характеристикам. Для маломощных выходных каскадов, где требуются минимальные нелинейные искажения, начальное положение рабочей точки на нагрузочной прямой выбирают посередине рабочего участка. Тогда изменение тока коллектора пропорционально изменениям управляющего тока. В этом режиме ток через транзистор идет как при сигнале, так и без него, что определяет малый к. п. д. усилителя.

Для увеличения выходной мощности за счет увеличения тока через транзистор используют режим с положением рабочей точки в области небольших токов коллектора. В этом случае транзистор открыт лишь в течение одного полупериода, т. е. работает с углом отсечки тока приблизительно $\pi/2$. Для устранения имеющих место нелинейных искажений данный режим используют в двухтактных схемах.

Двухтактная схема с параллельным включением транзисторов (рис. 8.17) обладает значительно большим к. п. д. (до 80%), и ее можно использовать в генераторах мощностью до 500 Вт.

Полумостовую схему включения транзисторов используют при мощностях 100—250 Вт. Напряжение источника питания подключают к мосту, одно плечо которого составляют два последовательно включенных транзистора, а второе плечо — два конденсатора, к средней точке которых подключен выходной трансформатор. Напряжение возбуждения подается на транзисторы в противофазе.

Мостовая схема включения представляет собой мост из четырех последовательно включенных транзисторов по два в каждом плече. В одну из диагоналей моста включен источник питания, а в другую — выходной трансформатор. Включение транзисторов осуществляется задающим генератором таким образом, что транзисторы включаются попарно. Мощность в нагрузке при этом в четыре раза

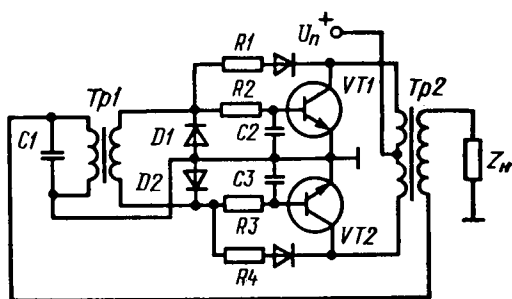


Рис. 8.15. Автоколебательная схема генератора

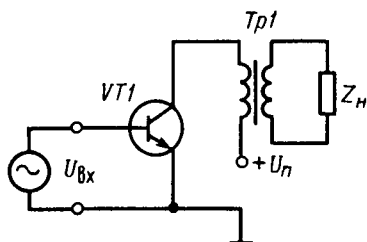


Рис. 8.16. Схема однотактного трансформаторного усилителя мощности с общим эмиттером

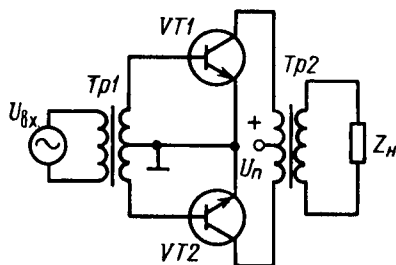


Рис. 8.17. Двухтактная схема усилителя мощности

превышает мощность однотактной схемы и в два раза — двухтактной и полумостовой.

Для увеличения мощности полумостовых и мостовых схем применяют параллельное включение транзисторов, а также параллельное включение ячеек с работой от одного задающего генератора и нагрузкой на общий выходной трансформатор, имеющий число обмоток по числу включенных параллельно ячеек.

Схемы тиристорных генераторов отличаются от транзисторных генераторов в основном силовым блоком, преобразующим энергию постоянного тока источника питания в энергию переменного или пульсирующего тока. Такие устройства в преобразовательной технике называют *инверторами*. Инверторы разделяются на *автономные* и *зависимые*. Автономным называют инвертор, в цепи нагрузки которого нет источников активной энергии той же частоты [2; 18].

По способу управления автономные инверторы делят на *самовозбуждаемые* (инвертор вместе с системой управления и нагрузкой образуют замкнутую автоколебательную систему) и *инверторы с внешним возбуждением*. Для работы зависимого инвертора требуется сравнительно мощный генератор в цепи нагрузки. По этой причине зависимый инвертор сложнее автономного и его невыгодно применять в ультразвуковых генераторах. В отношении схемы силовой части автономные самовозбуждаемые инверторы и с внешним возбуждением практически равноценны, но автономные инверторы с внешним возбуждением имеют более стабильную частоту, регулируемую в широких пределах, что необходимо для согласования с нагрузкой. Для ультразвуковых генераторов поэтому удобнее применять схему автономного инвертора с внешним возбуждением.

Особенностью и серьезным недостатком мощных тиристорных генераторов является неполная управляемость — с помощью управляющего электрода можно лишь включить, но нельзя выключить вентиль. Для запертия тиристора необходимо каким-либо способом прервать прохождение через него тока. С этой целью в течение определенного интервала времени (называемого *схемным временем выключения*) поддерживают нулевое или отрицательное напряжение на ано-

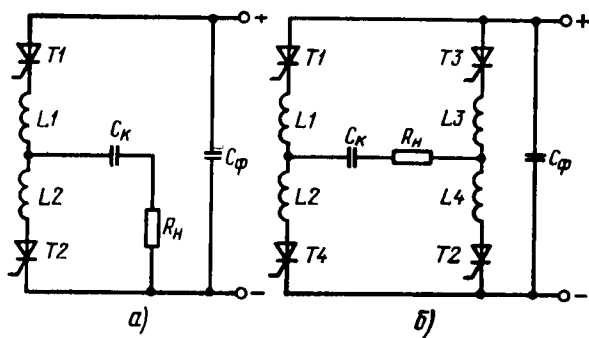


Рис. 8.18. Принципиальная схема силового инвертора:
 а — последовательный инвертор; б — мостовой инвертор

де тиристора. Способ коммутации тока (метод создания запирающего обратного напряжения) и тип коммутирующего устройства во многом определяют особенности схемы инвертора. Поэтому в основе классификации инверторов лежит также способ коммутации.

По способу коммутации различают автономные инверторы *параллельного* и *последовательного* типа. Название инвертора зависит от того, как включен в схеме коммутирующий конденсатор относительно нагрузки: последовательно или параллельно. Автономные инверторы параллельного типа имеют большие коммутационные потери, которые возрастают с увеличением частоты. Поэтому параллельные инверторы не применяют на частотах более 2 кГц.

Более пригодны для высоких частот последовательные инверторы (рис. 8.18, а, б), схемы которых имеют много общего. Коммутация в обоих случаях происходит под влиянием напряжения на коммутирующем конденсаторе C_K . Индуктивности $L1—L4$ вместе с C_K и сопротивлением нагрузки R_H образуют колебательный контур. Для осуществления коммутации добротность контура должна превышать критическое значение, а частота собственных колебаний ω_0 должна быть больше частоты следования управляющих импульсов ω .

Порядок работы схемы (рис. 8.18, а) следующий. Пусть открыт тиристор $T1$. Ток источника, протекая по цепи $T1, L1, C_K, R_H$, изменяется по закону затухающей синусоиды. За время первой половины периода частоты ω_0 ток нагрузки падает до нуля, а напряжение на коммутирующем конденсаторе, достигая максимального значения, оказывается приложенным в обратной полярности к тиристор $T1$ и запирает его. Время приложения обратного напряжения к тиристор $T1$ должно быть не меньше времени запирающего прибора. После полного запирающего $T1$ открывается тиристор $T2$. Теперь происходит разряд и через нагрузку R_H протекает ток обратного направления. Таким образом, в нагрузке возникает переменный ток. По окончании второй половины периода напряжение на

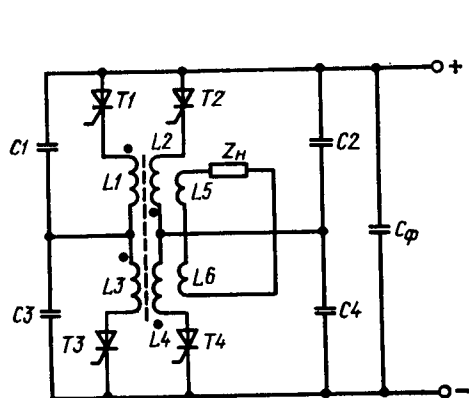


Рис. 8.19. Комбинированный инвертор

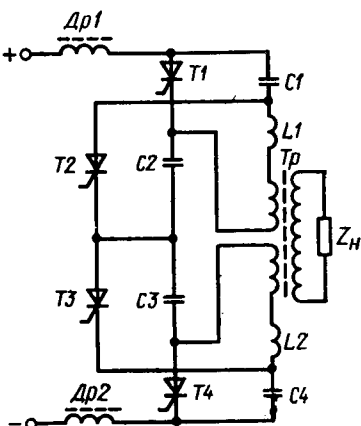


Рис. 8.20. Многоячейковый последовательный инвертор

емкости C_k изменяет знак и запирает $T2$. Через некоторое время открывается $T1$ и весь цикл повторяется.

В схеме (рис. 8.18, б) тиристоры работают попарно: $T1$ и $T2$, $T3$ и $T4$. Так как тиристоры соединены последовательно, то напряжение источника питания может быть в два раза больше, чем в схеме рис. 8.18, а.

Для уменьшения потерь от тока высокой частоты в источнике питания его шунтируют конденсатором фильтра большой емкости.

Данные схемы позволяют достичь при тиристорах серии ТЧ максимальной частоты около 7,5 кГц. Максимальная частота определяется из выражения $f_{\max} = K/t_{\text{выкл}}$, где K — условный коэффициент, $t_{\text{выкл}}$ — время выключения тиристора. Для схемы на рис. 8.18, а коэффициент $K=0,15$, время $t_{\text{выкл}}=20$ мкс, откуда получаем $f_{\max}=7,5$ кГц. Для схемы четырехтактного последовательного инвертора, изображенного на рис. 8.19, коэффициент $K=0,5$; следовательно, при тиристорах ТЧ максимальная рабочая частота $f_{\max}=25$ кГц. Схема состоит из двухтактных последовательных инверторов, отдающих мощность в общую нагрузку R_H .

Тиристоры работают в последовательности $T1, T2, T3, T4, T1, T2, \dots$. При отпирании $T1$ происходит разряд емкости $C1$ и заряд $C3$. Через $L1$, а следовательно, и через Z_H протекает первая полуволна тока. После окончания переходного процесса ток через $L1$ прекращается и начинается процесс запираания. В это время открывается $T2$ и формируется полуволна тока обратного направления за счет разряда $C2$ и заряда $C4$ через $L2$. Работа $T2, T3, T4$ аналогична работе $T1$, и в нагрузке протекает переменный ток.

Еще большую рабочую частоту можно получить, применив схему шеститактного последовательного инвертора. Для данной схемы $K=1$, а максимальная рабочая частота $f_{\max}=50$ кГц.

Серьезным недостатком рассмотренных схем является большая реактивная мощность установленных конденсаторов. С этой точки зрения более выгодна схема последовательного инвертора, в которой отсутствуют емкости фильтра (рис. 8.20). Схема состоит из четырех ячеек. Например, первая ячейка состоит из тиристора $T1$ коммутирующей емкости $C1$, индуктивности $L1$ и половины первичной обмотки трансформатора Tr . Ячейки могут работать параллельно или поочередно. В первом случае получается максимальная мощность, во втором — частота. При поочередной работе ячеек коэффициент $K=0,7$, а максимальная рабочая частота $f_{\max}=35$ кГц.

Принцип работы схемы следующий. Пусть управляющий сигнал открывает тиристор $T1$. Ток источника протекает по цепи $T1$, $C2$, $C3$, вторую половину первичной обмотки трансформатора Tr , индуктивность $L2$ и емкость $C4$. Одновременно происходит разряд емкости $C1$ через $L1$, первую половину первичной обмотки трансформатора и $T1$. Через нагрузку протекает первая полуволна тока. После окончания перезарядки емкости $C1$, носящей колебательный характер, начинается процесс записания $T1$ под воздействием обратного напряжения на емкости $C1$. После уменьшения тока через $T1$ до нуля управляющим сигналом включается $T3$, за ним $T2$, далее $T4$, ... Работа всех ячеек одинакова. В схеме используют сравнительно высокое напряжение источника питания. Это улучшает энергетические показатели по сравнению с предыдущими схемами.

В будущем, по мере освоения промышленностью выпуска мощных высокочастотных тириستоров с временем восстановления не более 2—3 мкс, есть перспектива построения более простых схем ультразвуковых генераторов.

Например, схема рис. 8.21, а представляет собой релаксационный генератор [1.8], собранный на одном тиристоре. Данный генератор, несмотря на простоту, имеет ряд существенных достоинств. Как видно на рис. 8.21, б, через нагрузку протекают однополярные импульсы тока, постоянную составляющую которых можно использовать для подмагничивания сердечника преобразователя. Таким образом, отпадает необходимость в специальном выпрямителе и цепях развязки постоянного и переменного тока. Вторым, не ме-

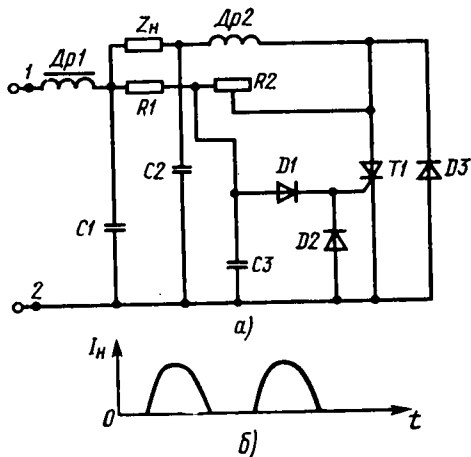


Рис. 8.21. Релаксационный инвертор:
а — принципиальная схема; б — форма импульсов тока, протекающих через нагрузку

нее важным преимуществом этого генератора является наличие простой, но сравнительно эффективной схемы следящей автоподстройки частоты. Схема автоподстройки частоты (АПЧ) служит одновременно схемой управления. Управляющий сигнал берется из точек 2 и 1. Частота напряжения в точке 1 несколько выше резонансной частоты преобразователя, а в точке 2 — немного ниже. Напряжение с регулируемого делителя ($R1$, $R2$) поступает через $D1$ на управляющий электрод тиристора. После первоначальной настройки генератора на резонансную частоту с помощью $R2$ полностью отпадает необходимость в ручной подстройке, несмотря на изменение параметров преобразователя и рабочей среды.

Все рассмотренные схемы тиристорных генераторов могут быть использованы для создания модели ультразвукового генератора. Окончательный выбор конкретной схемы можно сделать лишь после детальных исследований на макетных образцах с целью выявления особенностей электрического режима работы тиристорov для определения схемы с наибольшей надежностью и к. п. д. Необходимо также учитывать значение установленной мощности высокочастотных коммутирующих и фильтровых конденсаторов. Чем она меньше, тем легче реализовать данную схему, тем дешевле генератор.

8.5. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ И АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ИСТОЧНИКИ УЛЬТРАЗВУКА

Гидродинамические генераторы-излучатели служат для превращения кинетической энергии струи в энергию упругих акустических колебаний. Генерация звука происходит в области турбулентного движения струи. Для расчета генерируемого звукового поля обычно применяют теорию акустической аналогии Лайтхилла, согласно которой турбулентный поток рассматривают как заданный источник звука определенной структуры. Тогда нестационарное течение в ограниченной области создает звуковое поле вне области течения, описываемое неоднородным волновым уравнением [4.2]

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) h = q, \quad (8.65)$$

где c_0 — скорость звука; h — искомая переменная, отождествляемая с возмущением давления; q — интенсивность источника, определяемая структурой и масштабами турбулентности, а также формой представления источника. Анализ размерности величин в выражении для дальнего поля от мгновенного турбулентного источника позволяет сделать оценку мощности N_a излучаемой акустической волны некоррелированными вихрями с объемом l^3 , распределенными по пространству объема V :

$$N_a \sim (\rho_0 v^3 l^2) (V/l^3) M^5. \quad (8.66)$$

Выражение (8.66) можно представить в виде произведения трех членов, из которых первый $(\rho_0 v^2) l^3 (v/l)$ показывает скорость подвода энергии к вихрю с масштабом l , необходимую для поддержания его движения со скоростью v , второй член V/l^3 — число вихрей в объеме, а третий M^5 — эффективность источников при малых числах Маха. Приведенное выражение эквивалентно полуэмпирическому закону $N_a \sim v^8$, где v — скорость истечения струи.

Приведенные выражения дают, однако, лишь качественную оценку излучения звука струйным течением, поскольку практически получаемый интегральный эффект образуется в основном от низкочастотных компонент турбулентного спектра, а следовательно, не может быть формулы, описывающей мощность акустического излучения от турбулентности единичного объема. Поэтому до настоящего времени в разработке гидродинамических генераторов-излучателей используют чисто эмпирический подход.

По своей конструкции, определяющей принцип образования акустического излучения, гидродинамические излучатели можно разделить на определенные группы. К первой группе относят излучатели, в которых используется возбуждение колебаний резонирующих элементов в виде пластин, стержней или мембран набегающей струей жидкости [22]. В свою очередь, колебания резонирующих элементов создают акустическое поле излучателя. Наиболее распространенной модификацией таких излучателей являются *пластинчатые излучатели* с консольным или двухточечным креплением вибрирующей пластины, как это показано на рис. 8.22. Струя, вытекающая с большой скоростью из конусно-цилиндрического или щелевого сопла, попадает на пластину с клиновидным краем. Происходит срыв струи и возникают вихревые пульсации. При совпадении частоты пульсаций с собственной резонансной частотой пластины от нее в жидкость исходит акустическая волна. Точки крепления пластины соответствуют узлам смещения. Аналогичный принцип превращения кинетической энергии струи в энергию акустических колебаний используют в *многостержневых гидродинамических излучателях*. Струя круглого сечения, вытекающая из сопла, ударяется в лункообразный отражатель и веерообразно расходится, попадая на заостренные выступы стержней, закрепленных по цилиндрической образующей параллельно оси сопла, как показано на рис. 8.23. Происходит возбуждение колебаний стержней, которые создают в окружающей среде достаточно мощное звуковое поле.

Ориентировочная оценка параметров таких излучателей производится по следующим формулам. Частота собственных колебаний струи определяется как

$$f = \frac{nv}{2L}, \quad (8.67)$$

где v — скорость струи; L — расстояние от сопла до отражателя; $n=1, 2, 3, \dots$. Собственные частоты колебаний консольно закреп-

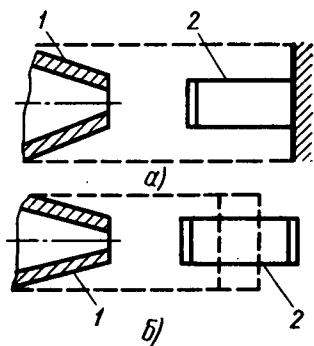


Рис. 8.22. Схема конструкции резонансных гидродинамических излучателей пластинчатого типа для случаев консольного (а) и двухточечного (б) закрепления пластины:

1 — сопло; 2 — резонирующая пластина

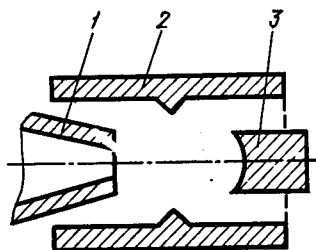


Рис. 8.23. Схема конструкции гидродинамического многостержневого излучателя:

1 — сопло; 2 — резонирующие стержни; 3 — отражатель

ленной и закрепленной в двух узловых точках пластин соответствуют выражениям

$$f = 0,162 \frac{d}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; \quad (8.68)$$

$$f = 10^4 \frac{1}{2\pi} (1 + \gamma)^2 \frac{d/2}{(l/2)^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho}}, \quad (8.69)$$

где l — длина пластины; d — толщина; E — модуль Юнга; ρ — плотность; $\gamma = 2d/(l-2d)$. Оптимального режима работы добиваются экспериментальной подгонкой размеров резонирующих элементов, регулировкой расстояния между соплом и отражателем и скорости истечения струи. Хорошие результаты были, например, получены при использовании конструкции гидродинамического излучателя в виде кольцевого щелевого сопла и соосно расположенной лепестковой втулки отражателя. Частотный спектр создаваемого излучения лежал в полосе $1,6 \cdot 10^3$ — $7 \cdot 10^5$ Гц с довольно резким амплитудным максимумом, соответствующим частоте $3,2 \cdot 10^3$ Гц при звуковом давлении $0,5 \cdot 10^5$ Па. Излучатели с резонирующими элементами работают при относительно низких напорных давлениях 0,4—0,5 МПа. Основным их недостатком является довольно быстрый выход из строя резонирующих элементов в результате действия динамических нагрузок, соизмеримых с пределом усталостной прочности материала.

В другой группе гидродинамических излучателей звуковое поле создается за счет пульсаций кавитационной области. К ним относятся конструкции типа *излучателей Назаренко* [21], в которых

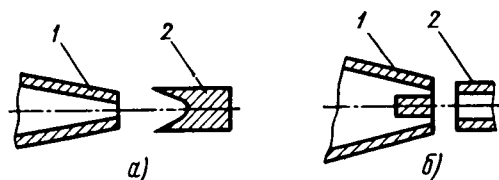


Рис. 8.24. Схема конструкций гидродинамических излучателей Назаренко в противоточном (а) и прямоточном (б) вариантах:

1 — сопло; 2 — отражатель

рабочими элементами служат сопло и отражатель. При использовании конусно-цилиндрического сопла и отражателя с лункой, близкой по форме к параболоиду вращения, как показано на рис. 8.24, а, между торцами сопла и отражателя формируется пульсирующая кавитационная область, определяющая параметры образующегося акустического поля. Оптимальный угол отхода для отраженной струи лежит в пределах $35\text{--}40^\circ$, оптимальное соотношение внешнего и внутреннего диаметра сопла равно $3\text{--}4$. Частотный диапазон получаемого излучения находится в интервале $0,4\text{--}40$ кГц с резким амплитудным максимумом вблизи 1 кГц. Максимум звукового давления в ближней зоне излучателя достигает $4,5\text{--}2$ МПа при скорости истечения струи не менее 20 м/с. При этом к. п. д. излучателя, считая к. п. д. отношение энергии звукового излучения к кинетической энергии струи, составляет $8\text{--}11\%$. Увеличение статического давления за счет увеличения глубины погружения несколько повышает значение создаваемого звукового давления. Однако при превышении некоторого критического давления, например $p_{кр} = 2 \cdot 10^5$ Па при скорости струи воды $v = 44,8$ м/с, кавитация подавляется и излучатель перестает работать. Повышение вязкости рабочей жидкости требует повышения скорости истечения струи. Так, для создания идентичных кавитационных эффектов для воды $v = 30$ м/с, для веретенного масла $v = 46$ м/с, а для индустриального масла $v = 50$ м/с.

Другим вариантом данного типа излучателей является конструкция, приведенная на рис. 8.24, б. В ней кавитационная область тороидального вида периодически образуется между круглым щелевым соплом и отражателем в виде цилиндра и срывается по направлению движения струи. В данном случае характер кавитационной области полностью соответствует возникновению кавитации при натекании струи на плохообтекаемое тело.

Кроме двух рассмотренных групп гидродинамических излучателей в ультразвуковой технологии применяют также *вихревые излучатели*, принцип действия которых соответствует вихревым аэродинамическим свисткам, и излучатели типа *свистка Левавасера*. Во всех рассмотренных выше системах турбулизация струи, являющаяся источником пульсаций, достигается за счет торможения потока тем или иным видом препятствий и интенсивность из-

лучения определяется скоростью истечения струи, а следовательно, разностью давлений на входе и выходе излучателя.

Иной принцип генерации звука реализуется в *роторно-пульсационных аппаратах*, принципиальная конструкция которых аналогична конструкции *динамических сирен*. Здесь звуковое излучение образуется за счет периодического механического прерывания потока жидкости, проходящего через щелевой ротор и статор. Вращение ротора осуществляется электродвигателем. Скорость вращения и характерные размеры щелевых отверстий задают частоту и интенсивность пульсаций давления в потоке, а следовательно, частоту и интенсивность звукового излучения. При этом интенсивные колебания среды локализованы внутри объема аппарата. Достоинством этих систем является возможность работы при низком избыточном давлении и больших расходах жидкой фазы, однако они сложны в изготовлении и эксплуатации [1].

Гидродинамические генераторы-излучатели наиболее широко применяют при получении стойких мелкодисперсных эмульсий и суспензий, а также в некоторых видах очистки поверхности изделий от производственных загрязнений.

В газовой среде, отличающейся малым акустическим сопротивлением, создание акустической мощности, достаточной для интенсификации технологических процессов, возможно лишь при достижении высоких значений амплитуды смещения ультразвуковых колебаний. В ультразвуковой технике генерация мощных колебаний создается в истекающей под давлением газовой струе *аэродинамическими излучателями*, которые работают в автоколебательном режиме, — *свистки* или с механическим прерывателем потока — *сирены*. В обоих случаях часть кинетической энергии струи переходит в акустическую энергию колебаний среды.

В свистках генерация колебаний определяется неустойчивостью струи при изменении условий ее истечения. В зависимости от конструкции свистки подразделяются на несколько типов, схематическое изображение которых дано на рис. 8.25. В *вихревом свистке* (рис. 8.25, а) струя газа под давлением тангенциально вводится в цилиндрическую камеру, где поток закручивается и поступает в выходную трубку, осесимметричную камере. Поскольку интенсивность вихря в трубке резко возрастает из-за перепада диаметров, давление на оси становится меньше атмосферного. Поэтому образуется периодический проскок внешнего давления в трубку, т. е. пульсация давления. Частота пульсации f определяется по формуле

$$f = \frac{\alpha c}{\pi d} \sqrt{\frac{\Delta p}{p}}, \quad (8.70)$$

где α — коэффициент, учитывающий снижение тангенциальной скорости из-за трения; c — скорость звука; d — диаметр камеры; Δp — перепад давления на входе и выходе излучателя; p — давление на выходе. Вихревые свистки конструктивно просты, однако

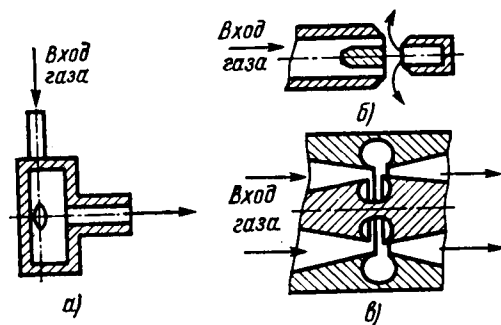


Рис. 8.25. Схема конструкций газоструйных генераторов-излучателей:

а — вихревой свисток; б — свисток Гальтона; в — свисток Левассера

их мощность не превышает нескольких ватт при частоте излучения до 30 кГц. К. п. д. вихревых свистков, т. е. отношение акустической мощности к мощности струи, достигает 28%.

Свисток Гальтона (рис. 8.25, б) состоит из сопла в виде узкой кольцевой щели и цилиндрического резонатора со сплошным дном и острыми кромками, направленными к соплу. В натекающей на клин струе образуются периодические вихри с частотой пульсаций

$$f = 0,466n \frac{v}{l}, \quad (8.71)$$

где v — скорость струи газа; l — расстояние от щели до клина; $n=1, 2, 3, \dots$. Как правило, резонаторной полостью усиливают первую гармонику, причем частота объемного резонатора, работающего по принципу периодического наполнения и разгрузки газом, определяется выражением

$$f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{kh}{V}}, \quad (8.72)$$

где c — скорость звука; h — глубина резонатора; V — его объем; $k=0,7 \div 0,75$ — коэффициент формы. Для цилиндрической полости диаметра d при работе на воздухе $f=A/d$, где $A=51$ м/с. В настроенном свистке частота излучаемых колебаний выражается простой формулой

$$f = \frac{c}{4} (h + L), \quad (8.73)$$

где L — коэффициент, зависящий от давления p на входе. При изменении p от $0,3 \cdot 10^4$ до $4 \cdot 10^4$ Па L меняется от 7,3 до 4,7 см. При работе на воздухе свистки Гальтона имеют мощность несколько ватт при предельной частоте 50 кГц и к. п. д. 15—25%. Для по-

вышения частоты излучения либо нагревают газ, либо используют газ с высокой скоростью распространения звука в нем, например водород, при продувке которого предельная частота достигает 170 кГц.

Отличительной особенностью свистков *Левассера* (рис. 8.25, в) является наличие двух тороидальных резонаторных камер, последовательно расположенных после кольцевой щели. Во вторичную резонаторную камеру поток попадает после обтекания основного резонатора. Вторичный резонатор обеспечивает увеличение амплитуды, а следовательно, излучаемой мощности. Так, при давлении на входе $4 \cdot 10^4$ Па и расходе воздуха 390 м³/ч мощность звука составляет 260 Вт при к. п. д. 21%. Частота колебаний при наличии вторичного резонатора, расположенного снаружи от основного, определяется выражением

$$f = \frac{A}{d} \sqrt{\frac{D+d}{d}}, \quad (8.74)$$

где D — средний диаметр тороида; d — диаметр образующей тороида; $A = 70,3$ м/с.

Рассмотренные газоструйные генераторы-излучатели акустических колебаний работают обычно при дозвуковых скоростях истечения струи, соответствующих перепаду давления на входе и выходе, меньшему критического: $\Delta p < 1,9 \cdot 10^5$ Па. Направленности излучения свистков достигают с помощью рупоров. Несмотря на большой к. п. д., акустическая мощность свистков весьма незначительна, в связи с чем их редко применяют в технологических процессах.

Как правило, в ультразвуковой технологии используют свистки высокого давления типа *генератора Гартмана* [10]. Конструктивно генератор Гартмана выполнен очень просто: коническое сопло, соосно сопряженное с цилиндрическим резонатором, т. е. конструкция, сходная со свистком Гальтона. Однако механизмы излучения в генераторе Гартмана и в свистке Гальтона качественно отличаются. Излучатель начинает работать при давлениях в сопле выше критического, которое для воздуха составляет $p_{кр} = 1,88 p_0$, где p_0 — атмосферное давление. При этом вне сопла поток начинает двигаться со сверхзвуковой скоростью, т. е. число Маха $M = v/c > 1$. Возмущения, возникающие на срезе сопла, взаимодействуя с поверхностью струи, образуют ячеистый поток, характеризующийся периодическим распределением давлений по оси струи. Наиболее четко пульсирующий характер струи проявляется в первых ячейках, поскольку в дальнейшем турбулизация струи размывает картину.

Для осцилляционной пульсации давления существует и верхнее критическое давление (для воздуха $p_{2кр} = 0,48$ МПа), нарушающее ячеистый характер; оно связано с образованием в центральной части струи плоского скачка уплотнения — *диска Маха*. Скорость струи за диском Маха становится дозвуковой, а давление резко

возрастает. Длина волны λ пространственной осцилляции струи определяется эмпирической формулой Гартмана

$$\lambda = 1,12d_c \sqrt{\Delta p - 0,93}, \quad (8.75)$$

где d_c — диаметр сопла; Δp — перепад давления на выходе из сопла, или теоретической формулой Пека

$$\lambda = 1,22d_c \sqrt{M^2 - 1}. \quad (8.76)$$

Эти формулы хорошо коррелируют в обычно используемых интервалах давлений $p_c = 0,2 \div 0,4$ МПа или скоростей $M = 1,36 \div 1,7$.

Помещение резонаторной полости в первую область возрастания давления — область неустойчивости — приводит к образованию интенсивного излучения звука. Линейный размер области неустойчивости

$$d_c [1 + 0,041 (\Delta p - 0,93)^2] < a < \lambda.$$

Предполагается существование двух механизмов генерации звука. *Релаксационный механизм* основан на пульсации газа между резонатором и скачком уплотнения, образующегося в результате торможения струи преградой. Струя газа, попадая в резонатор, тормозится, т. е. ее скорость падает, что ведет к местному повышению давления газа. Образуется плоский скачок уплотнения, и кинетическая энергия струи преобразуется в энергию сжатого газа. При увеличении давления в резонаторе он сам становится источником встречного газового потока и давление в нем падает. Периодические заполнение и разгрузка резонатора создают пульсирующий встречный поток, который, взаимодействуя с прямым током струи, становится источником излучения. Одновременно с пульсациями наблюдается осцилляция скачка уплотнения. Данная осцилляция представляет собой автоколебательный процесс резонансного характера и может также являться источником звуковых колебаний. Такой механизм называют *резонансным*. В ультразвуковом диапазоне осциллограммы давления близки к гармоническим, что свидетельствует о резонансном механизме генерации звука. На низких звуковых и инфразвуковых частотах получены пилообразные осциллограммы давления, характерные для релаксационных процессов.

Генераторы Гартмана имеют значительно большую по сравнению со свистками мощность излучения и низкий к. п. д. — до 6%, обусловленный необратимыми потерями энергии при образовании прямого скачка уплотнения. Расчет излучателя Гартмана для получения максимального к. п. д. производят следующим образом. Диаметр сопла d_c в зависимости от требуемой частоты излучения определяют по эмпирической формуле

$$d_c = 5860/f. \quad (8.77)$$

При диаметре сопла, равном диаметру резонатора d_p и глубине резонатора h , расстояние от сопла до передней кромки резонатора

l получают из выражения

$$l = \lambda - 0,4a. \quad (8.78)$$

В зависимости от выбранного рабочего давления p пределы регулировки частоты (%)

$$R = \frac{100(f_m - f_0)}{f_m} = 8,85(p - 0,9)^2. \quad (8.79)$$

Акустическая мощность N_a и мощность, необходимая для поддержания требуемой скорости потока N_n , задаются выражениями *

$$N_a = 295d_c^2 \sqrt{p - 0,9};$$

$$N_n = 5250(p + 1,03)[(p + 1,03)^{0,29} - 1]d_c^2. \quad (8.80)$$

Отсюда к. п. д. излучателя η определяют как отношение $(N_a/N_n) \times 100\%$. Расход воздуха Q (м³/мин) определяется давлением p :

$$Q = 0,852d_c^2(p + 1,03). \quad (8.81)$$

Для получения направленного излучения генераторы снабжают параболическими рефлекторами с диаметром $D > c/f$. При этом угол расхождения пучка θ определяется соотношением

$$\sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{fD}. \quad (8.82)$$

Для повышения к. п. д. излучателя используют модификацию генератора Гартмана, отличающуюся *косым скачком уплотнения*. По оси потока вводят рассекающий, изменяющий граничные условия на оси и угол между плоскостью скачка давления и осью струи. При этом уменьшается перепад скоростей до и после скачка.

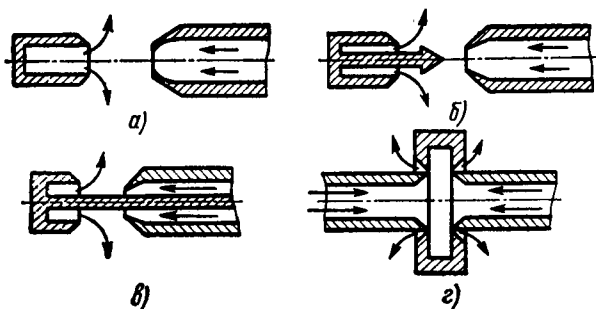


Рис. 8.26. Схемы конструкций газоструйных излучателей гартмановского типа:

a — с прямым скачком уплотнения; $б, в$ — с косым скачком уплотнения; $г$ — с тороидальной резонансной камерой

* В формулах (8.79) — (8.82) d_c выражают в сантиметрах, а p — в килограммах силы на сантиметр в квадрате.

ка, а следовательно, и потери энергии на переходе. В результате к. п. д. излучателей Гартмана приближается к к. п. д. свистков, т. е. составляет 18—25% при интенсивности в несколько десятков ватт на сантиметр в квадрате. Максимальной мощности достигают при соотношении $d_p/d_c=1,6$. Принципиальные схемы некоторых конструкций газоструйных излучателей гартмановского типа приведены на рис. 8.26. Для получения повышенных интенсивностей излучения используют батареи излучателей, объединенные общим рупором, которые иногда называют *статическими сиренами*.

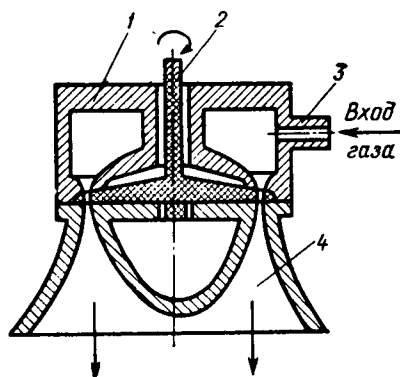


Рис. 8.27. Схема динамической сирены:

1 — камера; 2 — ротор; 3 — входной патрубок; 4 — рупор

Динамические сирены состоят из статорного диска и вращающегося роторного диска с большим количеством осесимметрично расположенных по периферии отверстий (рис. 8.27). Поскольку поток газа, продуваемый через отверстия, периодически прерывается вращающимся роторным диском, возникают пульсации давления, создающие интенсивное излучение звуковой волны. Частота излучаемых колебаний определяется скоростью вращения ротора и числом отверстий [2].

Для повышения частоты колебаний используют сирены с двумя вращающимися роторами. Динамические сирены позволяют создать большую акустическую мощность (до нескольких киловатт) при высоком к. п. д. (до 40%). С их помощью возможно в широких пределах регулировать частоту излучения. Однако на практике динамические сирены пока не нашли широкого применения из-за сложности изготовления и эксплуатации.

Задачи к гл. 8

1. Рассчитать стержневой магнитострикционный преобразователь из пермендюра К49Ф2 на частоту 22 кГц мощностью 600 Вт и напряжением возбуждения $U=180$ В. Удельная мощность пермендюра $N_{уд}=100$ Вт/см², скорость распространения ультразвука $c=5,2 \cdot 10^5$ см/с, толщина пластин 0,2 мм, форма пакета О-образная с квадратным торцом. Ширина окна h определяется сечением провода обмотки. Для выбора рекомендуется использовать таблицу:

N , кВт	0,25—0,5	0,5—1,0	1,0—2,0	2,0—3,0
h , мм	8—10	10—14	14—16	15—18

Решение. Обозначим геометрические размеры магнитопровода преобразователя, как показано на рис. 8.7. Примем ширину окна $h=1$ см. Площадь сече-

ния пакетов по керну ($2dH$):

$$S = \frac{N}{N_{yx}}; S = \frac{600}{100} \text{ см}^2 = 6 \text{ см}^2.$$

Из геометрических соображений толщина пакета

$$H = \frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{4}} + S,$$

отсюда $H=3$ см, ширина керна $d=1$ см, ширина ярма $b=(1+1,2)d$; $b=1,1$ см. Условие резонанса

$$\text{tg} \frac{2\pi b}{\lambda} \cdot \text{tg} \frac{\pi l}{\lambda} = 2 \frac{d}{H},$$

отсюда с учетом $\lambda=c/f$; $\lambda=23,6$ см получаем размер окна $l=8,6$ см и общая длина пакета $L=2b+l$; $L=10,8$ см. Количество пластин в пакете $n=H/\delta$; $n=150$.

Определив геометрию магнитопровода, рассчитаем электрические параметры преобразователя. Используя соотношение между напряжением U и индукцией B_0 ($B_0 \approx 1000$ Гс для сплава К49Ф2)

$$U = 4,44 f m \frac{S}{2} B_0 \cdot 10^{-8},$$

получим число витков обмотки $m=62$. Ток поляризации пакета или ток подмагничивания $I_n = \frac{H_0 l_0}{1,26\pi}$; $I_n=6,7$ А, где H_0 — напряженность магнитного поля, l_0 — длина силовой линии:

$$l_0 = 2 \left[(l+b) + \frac{d}{b} (d+h) \right]; l_0 = 11,5 \text{ см}.$$

Ток возбуждения

$$I_B = \frac{B_m l_0 H_0}{0,8\pi m B_0}; I_B = 3,5 \text{ А}.$$

Общий ток в обмотке $I = \sqrt{I_n^2 + I_B^2}$; $I=7,6$ А. Отсюда сечение провода обмотки $P=1/i=0,76$ мм², где $i=10$ А/мм² — допустимая плотность тока при водяном охлаждении.

Амплитуда смещения на торце пакета $\xi=lM=6,5$ мкм, где $M=6 \cdot 10^{-5}$ — магнитоэлектрическое удлинение для сплава К49Ф2.

2. *Определить линейные размеры составного пьезокерамического преобразователя на частоту 20 кГц с рабочей накладкой из алюминиевого сплава АМг, тыльной накладкой из стали 45 при использовании в качестве активного элемента двух пьезокерамических колец из ЦТС-23 толщиной 5 мм и диаметром 36 мм (см. рис. 8.8).*

Решение. Определим волновое сопротивление $Z=S\rho c$ для каждого элемента преобразователя, представив входные данные для расчета в виде таблицы:

Номер элемента	Материал элемента	ρ , 10 ³ кг/м ³	c , 10 ³ м/с	ρc , 10 ⁶ кг/(м ² ·с)	Z , 10 ³ кг/с	k , м ⁻¹
1	Сталь 45	7,8	5,2	40,4	40,4	23,6
2	ЦТС-23	7,4	3,0	22,2	22,2	40,9
3	АМг	2,7	5,2	13,8	13,8	23,6

Найдем значения сдвига фазы φ для каждого из трех элементов преобразователя, последовательно вычисляя его по формуле (8.59) начиная с тыльного кон-

ца и задавая линейным размером тыльной накладки $l_1 = 40 \text{ мм} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{Z_1}{Z_2} \operatorname{tg} k_1 l_1; \operatorname{tg} \varphi_1 = 2,49; \varphi_1 = 1,19;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{Z_2}{Z_3} \operatorname{tg} (k_2 l_2 + \varphi_1); \operatorname{tg} \varphi_2 = 55,07; \varphi_2 = 1,55.$$

Условие резонанса для полуволнового преобразователя, согласно (8.63), имеет вид $k_3 l_3 + \varphi_2 = \pi$; следовательно,

$$l_3 = \frac{\pi - \varphi_2}{k_3}; l_3 = 6,72 \cdot 10^{-2} \text{ м}; l_3 \approx 67 \text{ мм}.$$

Общая длина преобразователя $L = l_1 + l_2 + l_3 = (40 + 10 + 67) \text{ мм} = 117 \text{ мм}$. Для проверки полученного результата нужно проделать тот же расчет в обратном порядке от рабочего торца преобразователя, считая $l_1 = 67 \text{ мм}$. В результате должен быть получен размер тыльной накладки 40 мм.

3. Сравнить требуемые значения амплитуды смещения ультразвуковых колебаний для создания интенсивности 1 Вт/см² в воздухе и воде на частоте 10 кГц.

Решение. Скорости распространения звука в воде и воздухе равны соответственно 1500 и 330 м/с, а плотности воды и воздуха равны $1 \cdot 10^3$ и $1,29 \text{ кг/м}^3$. Используя формулу (8.5), выразим амплитуду смещения через заданные параметры среды и звукового поля:

$$\xi = \frac{1}{\pi f} \sqrt{\frac{I}{2\rho c}}.$$

Сделав необходимые подстановки, получим $\xi_{\text{воздух}} = 100 \text{ мкм}$, а $\xi_{\text{вода}} = 0,6 \text{ мкм}$, т. е. для создания той же интенсивности амплитуда смещения источника ультразвуковых колебаний в воздухе более чем на два порядка должна превосходить амплитуду смещения в воде.

ГЛАВА 9

ПРИМЕНЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ В ПРОЦЕССАХ ОБОГАЩЕНИЯ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

9.1. АКУСТИЧЕСКОЕ ЭМУЛЬГИРОВАНИЕ ФЛОТОРЕАГЕНТОВ

Современная металлургическая промышленность предъявляет высокие требования к качеству минерального сырья, поступающего на металлургическую переработку; в то же время известно, что содержание металлов в рудах постоянно снижается. Аналогичная ситуация складывается с качеством добываемого угля, являющегося не только топливом, но и ценнейшим химическим сырьем. Таким образом, большую часть добываемого минерального сырья (около 90% руд цветных и черных металлов и около 50% угля) невозможно использовать без предварительного обогащения — процесса первичной переработки полезных ископаемых.

В последние годы задача интенсификации процессов обогащения успешно решается с помощью ультразвуковых полей высокой интенсивности [1; 2; 9.1; 9.2].

Реагенты, добавляемые во флотационную пульпу, являются либо ценными химическими веществами (соли различных металлов, кислоты, щелочи и т. д.), либо пищевыми продуктами (гетерополярные, аполярные и дубильные вещества и ряд других). Улучшение технологических показателей флотации, повышение эффективности действия реагентов и сокращение их расхода — важные научно-технические проблемы. Особенно это касается труднорастворимых в воде и вязких флотационных реагентов (аполярных масел, жирных кислот, аминов и др.) — веществ, нашедших широкое применение в процессах флотации труднообогащаемых руд, а также материалов, обладающих высокой естественной гидрофобностью. Использование во флотации вязких реагентов, имеющих высокие собирательные свойства, возможно только в виде тонкодисперсных эмульсий. Вместе с тем эмульгирование флотореагентов, обладающих сравнительно низкой вязкостью (керосин, олеат натрия и др.), интенсифицирует их действие и уменьшает расход. Наиболее эффективный способ диспергирования труднорастворимых жидкостей — ультразвуковой. Полученные с его помощью эмульсии равномерны по гранулометрическому составу, имеют наибольшую дисперсность, весовую концентрацию и устойчивость. Один из новых перспективных способов акустического эмульгирования — одновременное введение в жидкость акустических колебаний различных частот — позволяет даже регулировать крупность капель получаемых эмульсий.

Единой теории, описывающей механизм ультразвукового эмульгирования, в настоящее время не существует. Предполагается, что в основе механизма образования эмульсий лежит отрыв мельчайших капель жидкости от ее основной массы под действием захлопывающихся на границе раздела фаз кавитационных пузырьков [11]. Ряд исследователей процесс эмульгирования связывает преимущественно с внедрением одной жидкости в другую и разрывом частиц эмульгируемых компонентов за счет сил ускорения, больших по абсолютной величине и различных по направлению в разных точках акустического поля. Не исключено, что причинами диспергирования жидкостей в ультразвуковых полях являются значительное растягивание капель эмульгируемой жидкости до неустойчивых жидких цилиндров критической длины и интенсификация их распада на ряд очень мелких капель [11]. Таким образом, большинство исследователей основную роль в механизме ультразвукового эмульгирования отводят кавитации и акустическим течениям. Именно поэтому интенсивность ультразвука и его частота, продолжительность ультразвуковой обработки, наличие в жидкой фазе растворенных поверхностно-активных веществ (ПАВ) и газов, а также температура среды и тип эмульгирующего устройства являются наиболее существенными факторами, влияющими на диспергирование жидкостей. При увеличении интенсивности ультразвука предельные весовые концентрации эмульсий различных жидкостей повышаются, а продолжительность эмульгирования сокращается. С ростом частоты увеличивается необходимая

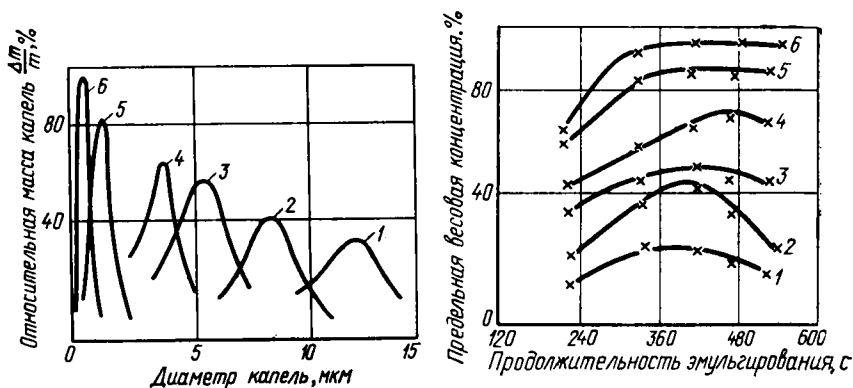


Рис. 9.1. Распределение по массе капель эмульсий смеси олеата натрия и керосина в воде:

1 — механическое эмульгирование во флотационной машине ($n=33$ об/с); продолжительность эмульгирования 480 с; 2 — механическое эмульгирование в лопастной мешалке ($n=133$ об/с); продолжительность эмульгирования 420 с; 3 — ультразвуковое эмульгирование в поле одной частоты $f=20$ кГц; продолжительность эмульгирования 380 с; 4 — эмульгирование при одновременном введении в жидкость ультразвуковых колебаний одной частоты (20 кГц) и механической мешалки ($n=133$ об/с); продолжительность эмульгирования 360 с; 5 — ультразвуковое эмульгирование при одновременном введении в жидкость акустических колебаний высокой (20 кГц) и низкой (50 Гц) частот; продолжительность эмульгирования 340 с; 6 — ультразвуковое эмульгирование при одновременном введении в жидкость акустических колебаний с частотами 1 МГц и 20 кГц; продолжительность эмульгирования 300 с

Рис. 9.2. Зависимость предельной весовой концентрации эмульсии керосина в воде от продолжительности эмульгирования:

1—6 — то же, что и на рис. 9.1

для эмульгирования интенсивность ультразвуковых колебаний и уменьшается скорость образования эмульсий, но зато растет дисперсность эмульсии.

При одновременном введении в жидкость акустических колебаний различных частот возрастают эрозионная активность области кавитации, турбулентность и скорость акустических потоков, т. е. факторы, оказывающие наибольшее влияние на процесс образования эмульсий. Эмульгирование труднорастворимых в воде веществ и флотационных реагентов в поле акустических колебаний различных, совместно действующих частот позволяет регулировать дисперсность образующихся эмульсий в широких пределах начиная с 0,1—0,2 мкм (рис. 9.1); одновременно возрастают предельная весовая концентрация и устойчивость эмульсий (рис. 9.2). Анализ кривых, приведенных на рис. 9.1, убеждает, что любое комплексное воздействие двух динамических методов оказывает положительное влияние на качество эмульсии. Но предпочтение следует отдать комплексному воздействию двух частот ультразвукового диапазона (кривые 5 и 6), так как именно при таком сочетании динамического воздействия в наибольшей степени растет эрозионная активность кавитации.

На качестве эмульсий существенно сказывается продолжительность ультразвуковой обработки (рис. 9.2). Кратковременное акустическое воздействие дает недостаточное измельчение компонентов, эмульсии получаются малоустойчивыми и быстро расслаиваются. В то же время длительное ультразвуковое диспергирование также может привести к снижению устойчивости эмульсий и коагулированию частиц дисперсной фазы. Механическое эмульгирование часто проводят в присутствии *стабилизаторов* (ПАВ), назначение которых состоит в уменьшении межфазного поверхностного натяжения. Молекулы ПАВ адсорбируются на поверхности капель эмульсии и препятствуют их объединению. Ультразвуковое эмульгирование, как правило, обеспечивает высокую устойчивость эмульсии без добавления стабилизаторов [9.1]. Однако исследователями обоснована целесообразность ультразвукового эмульгирования аполярных флотационных реагентов в водных растворах неионогенных ПАВ, сульфатов, сульфонов, а также солей жирных кислот, дитиофосфатов, ксантогенатов и ряда других гетерополярных собирателей. Последние адсорбируются на поверхности капель аполярного реагента, причем полярные группы этих собирателей ориентированы в полярную фазу — воду. При столкновении капель эмульсии с минеральными частицами полярные группы могут взаимодействовать с ионами кристаллической решетки минерала и, следовательно, способствовать закреплению капель аполярного реагента на минеральной поверхности.

Этот метод подготовки реагентов позволил значительно снизить расход аполярных и особенно гетерополярных собирателей, повысить селективность действия аполярных реагентов и степень их использования (последнее — за счет закрепления на минералах мельчайших капель эмульсии аполярного собирателя). В ряде случаев описанный метод позволил использовать аполярные собиратели для флотации оксидов, карбонатов, сульфатов и некоторых других минералов, которые в обычных условиях этими реагентами не флотируются. Таким образом, *селективность действия эмульсии аполярного собирателя, стабилизированной гетерополярным реагентом, определяется селективностью последнего.*

Описанный выше метод предварительного диспергирования реагентов перед их подачей в процесс флотации в принципе пригоден и для механического способа эмульгирования, однако в этом случае удельная поверхность капель эмульсии много меньше, чем при ультразвуковой обработке и, следовательно, эффективность метода значительно снижается.

Влияние типа эмульгирующего устройства на диспергирование жидкостей рассмотрено в работах [17; 9.1; 9.2]. Одно-, двух- и трехступенчатые *эжекторные эмульгаторы* (модели СЭД-1, СЭД-2 и СЭД-3 соответственно) на обогатительных фабриках распространения не получили. То же можно сказать и о *роторных эмульгаторах*, имеющих высокую стоимость и сложную конструкцию. В промышленных условиях наиболее перспективны *гидродинамические излучатели вихревого типа* и *электродинамические преоб-*

Т а б л и ц а 9.1. Технические характеристики гидродинамических эмульгаторов УГС и УГИ-В

Характеристика	Эмульгатор	
	УГС	УГИ-В
Спектр частот, кГц	3—30	2—30
Интенсивность, Вт/см ²	0,3—0,5	0,3—0,5
Давление жидкости на входе в преобразователь, Н/м ²	2—3·10 ⁵	2—3·10 ⁵
Вакуум, создаваемый в эжекторной трубке, Н/м ²	—0,8·10 ⁵	—0,6·10 ⁵
Производительность по исходному реагенту, кг/ч	60—180	60—180
Габариты, мм:		
высота	105	139
диаметр	44	55
Масса, кг	0,43	0,76

разователи. На ряде отечественных обогатительных фабрик успешно внедрены *акустические гидродинамические эмульгаторы вихревого типа* УГС и УГИ-В нескольких модификаций (разработки Института металлургии и обогащения АН КазССР). Схемы этих преобразователей приведены в работах [2; 9.2], а технические характеристики эмульгаторов УГС и УГИ-В, наиболее удачных из работающих на обогатительных фабриках, приведены в табл. 9.1.

Магнитострикционные и пьезоэлектрические преобразователи в настоящее время используют только для исследовательских целей и при эмульгировании небольших объемов дорогостоящих веществ, т. е. в особо ответственных случаях. Энергетические затраты для этих преобразователей существенно превосходят затраты при использовании гидродинамических эмульгаторов. В то же время качество эмульсий, получаемых с помощью магнитострикционных и пьезоэлектрических преобразователей, значительно выше.

В процессе эмульгирования возможно образование как прямых, или *гидрофильных, эмульсий* (например, керосина в воде), так и обратных, или *олеофильных, эмульсий* (воды в керосине). Для процесса флотации применимы только прямые эмульсии.

Использование в промышленных условиях олеиновой кислоты, эмульгированной с помощью акустического гидродинамического преобразователя, позволило значительно сократить расход реагента без снижения технологических показателей процесса флотации и проводить последний без предварительного подогрева пульпы в зимнее время.

Сравнительные испытания показали, что использование во флотации неэмульгированного синтетического жирнокислотного собирателя невозможно.

Изучение влияния способа подготовки олеиновой кислоты перед флотацией чистых минералов — лимонита, ярозита и кварца различных классов крупности — показало, что по сравнению с неэмульгированной кислотой или с эмульсиями, полученными меха-

ническим способом, применение эмульгированной ультразвуком олеиновой кислоты повысило извлечение в пенный продукт лимонита (особенно его тонких классов).

Применение эмульгированного ультразвуком аполярного реагента (углеводородного масла марки «Л») в промышленном масштабе впервые было осуществлено на Джезказганской обогатительной фабрике. Ультразвуковая обработка позволила на этой фабрике сократить расход углеводородного масла в три раза, исключить операцию предварительной обработки аполярного реагента с пульпой во флотомашине, повысить флотиремость сростков в контрольной флотации, уменьшить влияние масла на флотацию тонких частиц сульфидов меди, улучшить качество флотационной пены, а также фильтрацию концентрата (за счет снижения содержания масла в последнем).

Внедрение способа акустического эмульгирования олеиновой кислоты, таллового масла и катионного собирателя АНП-2 позволило интенсифицировать процесс флотации на ряде обогатительных фабрик. Ультразвуковое эмульгирование керосина на одной из них обеспечило рост молибденита в концентрат на 1,7% и снижение расхода реагента на 30 г/т. Этот способ подготовки реагентов перед флотацией эффективен для углеводородных масел, кубовых остатков производства синтетических жирных кислот (СЖК), нафтеновых кислот и других малорастворимых реагентов-собирателей.

Т а б л и ц а 9.2. Основные показатели эффективности акустического эмульгирования флотореагентов на обогатительных фабриках СССР [9.1]

Название обогатительной фабрики	Руда	Реагент	Показатели		
			расход реагентов, г/т		снижение расхода реагентов, %
			без эмульгирования	с эмульгированием	
Джезказганская	Медная	Углеводородное масло	450	150	в 3 раза
Балхашская	Молибденовая	Керосин	450	300	33,3
Белоусовская	Полиметаллическая	Крезол	150	100	33,3
Березовская	То же	»	90	60	33,3
Карагандинская	Уголь	Керосин	1000	600	40,0
Ленингорская	Полиметаллическая	Крезол и фенол	120	90	25,0
Текелйская	То же	Аэрофлот	450	400	11,1
		Крезол	300	250	16,7
Алмалыкская	Медная	Пиридин	170	140	17,7
Золотушинская	Полиметаллическая	Флотомасло	80	65	18,8

**Таблица 9.3. Эффективность совместной ультразвуковой
и магнитной обработок флотореагентов на обогатительных
фабриках СССР [9.1]**

Название обогатитель- ной фабрики	Реагент	Сокращение расхода реа- гентов, %	Повышение извлечения, %
Гайская Акчатауская № 3	Ксантогенат	15	0,37
	Машинное масло	30	0,37
	Ксантогенат	30	0,37

Ультразвуковое диспергирование флотореагентов внедрено на многих обогатительных фабриках СССР, а также за рубежом.

Основные показатели эффективности акустического эмульгирования флотореагентов на отечественных обогатительных фабриках приведены в табл. 9.2.

Установлено повышение эффективности действия эмульсий аполярных реагентов, которые после диспергирования низкочастотным ультразвуком дополнительно озвучивались ультразвуковыми колебаниями мегагерцевого диапазона частот в докавитационном режиме [9.4].

Представляет интерес комбинированное (одновременное и последовательное) воздействие ультразвукового и магнитного полей, разработанное в Институте металлургии и обогащения АН КазССР. Этот метод внедрен на Акчатауской, Гайской и других обогатительных фабриках. Основные результаты промышленного использования ультразвуковой и магнитной обработки на обогатительных фабриках показаны в табл. 9.3.

Таким образом, перспективность акустического эмульгирования целого ряда флотационных реагентов подтверждается технологической эффективностью и экономической целесообразностью этого метода.

9.2. УЛЬТРАЗВУКОВАЯ ОБРАБОТКА ПУЛЬПЫ ПЕРЕД ОБОГАЩЕНИЕМ

Гетерогенные системы, в которых происходит разделение минералов, содержат твердую, жидкую и газообразную фазы (соответственно минеральные частицы, воду с растворенными или эмульгированными в ней флотационными реагентами и различными ионами, а также флотационные пузырьки). Под действием ультразвука изменяются поверхностные свойства минералов, активируются их адсорбционно-флотационные свойства, что ведет к росту извлечения минералов в концентрат и снижению расхода собирателя. Весьма перспективным является также воздействие акустических колебаний на жидкую фазу пульпы, меняющее физико-химические свойства воды, адсорбционных и гидратных слоев на поверхности минералов. Обнаружены солидофобно-гидрофобные аномалии, возникающие в воде под действием акустических колебаний [9.3]. Рассмотрено влияние акустических колебаний

(0,7—10 мГц) на характер *солидофобных* (СФБВ) и *гидрофобных* (ГФБВ) *взаимодействий* в водных системах. Высказано предположение, что такие взаимодействия между компонентами водных систем осуществляются без каких-либо сил взаимного притяжения, а сближение и контакт происходят за счет выталкивающего действия водной фазы. Аполярные компоненты резко активизируют гидрофобные взаимодействия между собой, что приводит к интенсификации флотации, флокуляции и некоторых других процессов. С практической точки зрения, весьма существенно, что время релаксации новых свойств, приобретаемых водными системами в результате акустической обработки, отличается на несколько порядков от теоретического времени релаксации возбужденных молекул воды.

На многих обогатительных фабриках в холодное время года в технологическом процессе используют талую воду. Воздействие на нее акустических колебаний указанных выше частот приближает структуру талой воды к структуре обыкновенной воды (т. е. приводит к вырождению СФБВ в ГФБВ), что повышает эффективность процесса флотации. Полученные экспериментальные результаты не вызывают сомнений, однако природа воздействия ультразвука нуждается в уточнении.

Известно, что под действием ультразвука происходит изменение ряда физико-химических свойств воды, таких, как pH, электропроводность, окислительно-восстановительный потенциал (ОВЦ) и некоторые другие (рис. 9.3). Введение в жидкость ультразвуковых колебаний ускоряет протекание окислительно-восстановительных реакций в водных растворах, способствует образованию перекиси водорода, азотной, азотистой кислот и других окислителей, падению газосодержания жидкости и другим эффектам. Ультразвуковую обработку применяют для разрушения в пульпе ксантогенат-ионов, цианистых соединений и других флотореагентов (рис. 9.4).

Предварительная ультразвуковая обработка воды влияет на электродные потенциалы сульфидных минералов.

При флотации в «озвученной» воде повышается эффективность извлечения ряда минералов: халькоприта и лимонита — соответственно на 12 и 13% (интенсивность акустических колебаний — 10 Вт/см², частота 22 кГц, продолжительность обработки от 30 с до 10 мин), висмута — на 4% (интенсивность 2—4 Вт/см², частота колебаний 20 кГц, продолжительность «озвучивания» 60 мин), флюорита, кальцита и др.

В то же время при флотации в воде, предварительно обработанной ультразвуком, таких минералов, как молибденит и кварц, флотируемость последних заметно снижается.

Для каждого минерала существует свой оптимум продолжительности и интенсивности ультразвукового воздействия, которому соответствует максимальное извлечение при флотации в «озвученных» воде и пульпе. При «озвучивании» пульпы влияние ультразвука на флотацию минералов проявляется в большей степени,

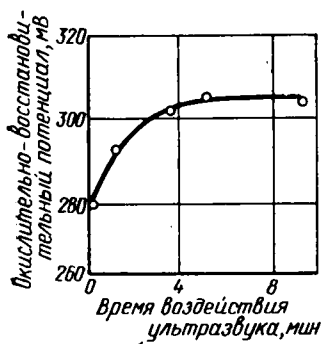


Рис. 9.3. Кинетика изменения окислительно-восстановительного потенциала воды при ультразвуковой обработке

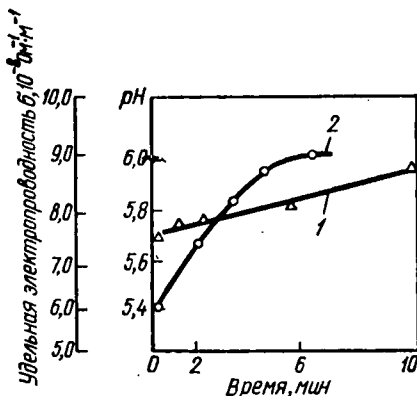


Рис. 9.4. Влияние ультразвуковой обработки на кинетику изменения электропроводности и pH воды:

1 — pH; 2 — электропроводность

чем при ультразвуковой обработке только одной воды. Например, на одной из обогащательных фабрик за счет предварительной обработки пульпы ультразвуковыми колебаниями с частотой 18—22 кГц (продолжительность «озвучивания» 5 мин) извлечение молибдена и меди в коллективный концентрат возросло соответственно на 3 и 5%; положительные результаты были получены также на других предприятиях.

Ультразвуковая обработка пульпы интенсифицирует процесс флотации угля, киновари, антимонита, титаноциркониевых песков и некоторых других минералов.

Предварительное «озвучивание» пульпы используется для избирательного изменения электрических и магнитных свойств минералов. Например, ультразвуковая обработка увеличивает развитие магнитных свойств танталит-колумбита и граната, что в свою очередь улучшает селекцию минералов танталогранатового продукта при магнитной сепарации. Одновременно сближаются электрические свойства танталит-колумбита и касситерита. Это способствует их лучшему извлечению при электрической сепарации и позволяет сократить количество перечисленных операций. Воздействие акустических колебаний на процессы электрической и магнитной сепарации связывают с изменением физико-химических свойств поверхности минеральных частиц, с *глубокой очисткой** последней от примесей и загрязнений, а также с увеличением числа активных центров на этой поверхности.

* Под глубокой очисткой минеральной поверхности понимают очистку дефект-каналов, микротрещин и блоковых пространств; тем самым эти очищенные места становятся активными центрами, способными к физико-химическому взаимодействию.

В процессе электрической сепарации обработка пульпы ультразвуком низкой частоты (18—22 кГц) при интенсивности 2—4 Вт/см² в течение 1—3 мин повышает содержание в концентрате ильменита, рутила и ставролита соответственно на 11,1, 22,4 и 21,9%. Извлечение указанных минералов возрастает при этом на 2—4%.

До настоящего времени широкое промышленное внедрение акустической обработки пульпы перед обогащением сдерживается недостаточной производительностью серийно выпускаемой ультразвуковой аппаратуры и ее малой надежностью из-за высокого абразивного и химического износа. Однако этот метод интенсификации обогатительных процессов является весьма перспективным, заслуживает дальнейшего развития и совершенствования.

9.3. АКУСТИЧЕСКОЕ ДИСПЕРГИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПЛЕНОК И РЕАГЕНТНЫХ ПОКРЫТИЙ НА МИНЕРАЛЬНЫХ ЧАСТИЦАХ. ДЕЗИНТЕГРАЦИЯ МИНЕРАЛОВ

Удаление пленок вторичных минеральных образований, оксидных соединений и реагентных покрытий с поверхности минералов является важной технологической задачей, возникающей при переработке сложных, окисленных, тонковкрапленных и других труднообогатимых руд, а также при селективной флотации коллективных концентратов. Традиционные методы очистки минеральной поверхности от вторичных минеральных образований и реагентных пленок — химическая и термическая обработка, а также механическая оттирка — часто не обеспечивают необходимого качества очистки, особенно от пленок и примесей, находящихся в дефект-каналах и микротрещинах. Поэтому использование ультразвуковых и звуковых колебаний в этих целях является весьма перспективным [1; 20].

Диспергирование поверхностных пленок в акустическом поле происходит в основном под действием кавитации. На процесс разрушения покрытий и пленок влияют также пульсации и осцилляции незахлопывающихся парогазовых пузырьков, вторичные эффекты, возникающие в жидкости при распространении в ней ультразвуковых волн конечной амплитуды, — акустические течения, радиационное давление и звукокапиллярный эффект.

Снятие различных природных пленок с минеральных частиц улучшает контакт флотационных реагентов с поверхностью первичного минерала, снижает их расход и способствует проявлению минералами специфических адсорбционно-флотационных свойств. Под действием акустических колебаний возникают различные дефекты кристаллических решеток минералов, окисляются трудно поддающиеся в обычных условиях действию кислорода участки минеральной поверхности. Все это улучшает химическую адсорбцию реагентов, повышает прочность их закрепления на минеральной поверхности, увеличивает скорость и селективность процесса флотации.

Большая часть добываемых в настоящее время руд является комплексными и, следовательно, содержит несколько ценных компонентов. Такие руды (например, полиметаллические) перерабатывают с использованием схем коллективной флотации с последующей селекцией коллективных концентратов на мономинеральные продукты. В связи с этим особенно важную роль приобретают методы разрушения реагентных покрытий на минеральных частицах.

Исследован акустический способ удаления различных покрытий и вторичных минеральных пленок с поверхности полевого шпата, стекольных кварцевых песков, искусственных абразивных материалов (электрокорунда, карбидов кремния и бора). Для очистки применяли низкочастотные ультразвуковые колебания (15—25 кГц) при интенсивности не менее 2 Вт/см²; продолжительность воздействия ультразвука от 5—15 до 1—12 мин. «Озвучивание» материалов осуществлялось как в водной среде, так и в водных растворах ПАВ, способных растворять удаляемые с поверхности частицы вещества. Для ультразвуковой очистки указанных выше продуктов в институте «Уралмеханобр» были разработаны две полупромышленные установки непрерывного действия. Одна из них позволяла обрабатывать тонкоизмельченные материалы, а другая — грубозернистые. На этих установках успешно удаляли пленки гидроксидов железа с поверхности кварцевых стекольных песков. Сравнение акустического способа с механической оттиркой показало, что наилучшие результаты получаются при использовании ультразвука частотой 20 кГц, причем с повышением интенсивности ультразвука гидроксиды железа удаляются полнее. Кроме того, механическая оттирка продолжается 30—60 мин, «озвучивание» же в сочетании с добавкой в пульпу небольших количеств соды и жидкого стекла позволяет сократить продолжительность процесса очистки до 2—5 мин, а качество очистки песков значительно улучшить. Ультразвуковая обработка позволяет также практически полностью очистить хромитовые концентраты от фосфорсодержащих примесей.

Показано, что ультразвуковая обработка полевошпатовых песков в течение 10—15 мин значительно эффективнее их многочасовой механической оттирки. При обогащении электрокорунда, карбидов кремния и бора, а также жильного кварца и горного хрусталя ультразвуковая обработка обычно дает существенные преимущества по сравнению с химической оттиркой перечисленных выше абразивных материалов и химической кислотной обработкой хрусталя. Ультразвук и в этом случае позволяет сократить продолжительность обработки материала до 5—10 мин и заметно сократить содержание примесей в готовом продукте. По сравнению с механической оттиркой кварцевых песков Лебединского и Егановского месторождений ультразвук удаляет пленки гидроксидов железа в 3—4 раза быстрее при атмосферном давлении и в 10—15 раз — при избыточном статическом давлении 4 ат в рабочей камере установки УЗВД-6 (см. гл. 13).

Количество известных методов разрушения и удаления реагентных покрытий с поверхности минералов весьма ограничено, а сами они зачастую малоэффективны. Особая сложность заключается в том, что эти методы должны отвечать требованиям селективности: десорбируя реагенты с поверхности минералов, флотируемость которых перед селективной флотацией надо подавить, они не должны разрушать реагентные покрытия на минералах, переходящих в пенный продукт при селекции коллективного концентрата. Результаты экспериментов с ультразвуковым воздействием показали, что «озвучивание» флотационных концентратов избирательно десорбирует реагентные покрытия с поверхности минералов, что, в свою очередь, приводит к избирательному изменению гидрофобности минеральных частиц и их флотируемости. Так, 3—5-минутное воздействие ультразвуковых колебаний с частотой 20 кГц при интенсивности 2 Вт/см² резко снижает флотоактивность галенита, сфлотированного при оптимальных расходах этилового ксантогената калия и соснового масла.

С практической точки зрения интересно также и то обстоятельство, что после ультразвуковой обработки галенитового концентрата жидкая фаза пульпы теряет свои собирательные свойства, так как ксантогенат разлагается под действием ультразвука.

Твердость минералов не определяет различную эффективность воздействия ультразвуковых колебаний на поверхностные пленки реагентов. Например, твердость пирита выше твердости сфалерита и халькопирита. Однако «озвучивание» пульпы после ее обработки ксантогенатом практически полностью депрессирует пирит, тогда как флотируемость сфалерита и халькопирита не изменяется.

Определенную роль в разрушении адсорбционных слоев реагентов при «озвучивании» играет нагревание пульпы. Обычно ультразвуковую обработку для снятия реагентов с поверхности минеральных частиц проводят в течение нескольких минут (до получаса) и пульпа нагревается при этом до 30—40°C. Но все же температурный фактор следует считать сопутствующим. Эффективное действие термообработки на пленки реагентов, адсорбированные на минеральной поверхности, наблюдают при значительно более высоких температурах и при более длительных выдержках.

Увеличение расхода собирателя сверх оптимального и уменьшение размеров минеральных зерен ухудшают ультразвуковое диспергирование гидрофобных пленок.

Деструкция пленок реагентов-собирателей на минеральной поверхности зависит от энергии кристаллической решетки минералов, механической прочности кристаллов, макро- и микронеоднородности энергетической характеристики поверхности минералов. При этом чем меньше энергия кристаллической решетки минерала, тем эффективнее депрессия минералов под действием ультразвука, термообработки или оттирки [9.2].

Ультразвуковое разрушение адсорбционного слоя реагентов на минералах может быть обусловлено как захлопывающимися кавитационными, так и пульсирующими пузырьками. Имеющиеся

в пульпе мельчайшие частицы наряду с кавитацией и акустическими течениями оказывают дополнительное абразивное действие на поверхность минерала и могут ускорять разрушение реагентных покрытий. Снижение флотуемости минералов в процессе «озвучивания» может происходить в результате разрыва связи собирателя с катионом кристаллической решетки с одновременным связыванием аниона собирателя шламами в процессе «озвучивания». Это характерно для минералов с высоким значением энергии кристаллической решетки. Возможно также снижение гидрофобности минералов за счет удаления собирателя вместе с поверхностным слоем минерала (преимущественно для минералов с низким значением энергии кристаллической решетки). На этот процесс влияют природа и размеры минералов, плотность и состав адсорбционных слоев, продолжительность «озвучивания», интенсивность акустических колебаний и некоторые другие факторы. В мощных ультразвуковых полях реагентные покрытия на поверхности минералов разрушаются наиболее эффективно.

Для удаления адсорбционных слоев таких реагентов-собирателей, как олеат натрия, олеиновая кислота, различные аполярные масла (например, трансформаторное и соляровое), керосин и т. д., с поверхности шеелита, барита, кварца, молибдена, антимонита и некоторых других минералов большую роль играет повышение эрозионной активности области кавитации. Эта цель может быть достигнута созданием в рабочей камере избыточного статического давления [2], а также совместным действием акустических колебаний различных частот [9.4].

«Озвучивание» при повышенном статическом давлении (см. подробнее гл. 13) резко интенсифицирует процесс деструкции адсорбционных слоев реагентов, особенно на тех минералах, при ультразвуковой обработке которых в обычных условиях вообще не удавалось снизить флотоактивность. Так, например, «озвучивание» флотоактивных частиц халькопирита в условиях повышенного статического давления в течение 15 с снижает их первоначальную флотуемость почти на 90%. Обработка ультразвуком при атмосферном давлении и прочих равных условиях в течение 30—40 мин практически не влияет на гидрофобность частиц.

Совместное действие акустических колебаний различных частот на черновой концентрат основной шеелитовой флотации позволяет селективно десорбировать олеат натрия с поверхности кальцита, не нарушая пленку собирателя на частицах шеелита, и значительно повысить селективность их последующего разделения.

За 3—5 мин ультразвукового воздействия (частота 20 кГц, интенсивность 2—3 Вт/см²) сфлотированный ксантогенатом галенит почти полностью депрессируется. Поверхности пирита, борнита и арсенопирита в тех же условиях теряют гидрофобность более чем за 20 мин, а халькопирит и пирротин не изменяют своей флотоактивности даже после 40 мин «озвучивания». Различная кинетика удаления сульфгидрильного собирателя с минеральной поверхности позволяет селективно разделить медно-свинцовый, свин-

цово-пиритный, медно-пиритный, медно-молибденовый, ртутно-сурьмяный и некоторые другие коллективные концентраты. При селективной флотации ртутно-сурьмяного коллективного концентрата после обработки последнего ультразвуковыми колебаниями (частота 18 кГц, интенсивность 2 Вт/см²) содержание ртути в пенном продукте повышается на 0,97%.

Удавалось решить задачи успешного ультразвукового разрушения адсорбционных покрытий ксантогената на поверхности частиц золота и интенсификации цианирования [17].

Ультразвуковые установки, выпускаемые в настоящее время промышленностью, позволяют обрабатывать только небольшие объемы рудных пульп. Это объясняет ограниченность использования акустических методов разрушения поверхностных пленок и реагентных покрытий минералов на обогатительных фабриках. С точки зрения промышленного использования заслуживают внимания *роторно-пульсационные аппараты* (РПА), позволяющие обрабатывать рудные пульпы и флотационные концентраты на обогатительных предприятиях. Однако, для того чтобы ультразвуковое снятие реагентных покрытий и поверхностных пленок с минеральных частиц стало технологически и экономически конкурентноспособным по сравнению с оттиркой и термической обработкой, необходимо разработать новые эффективные акустические аппараты, в которых возможно «озвучивание» больших объемов пульпы, а энергетические затраты невысоки.

В процессах доводки грубозернистых концентратов необходима не только высокая степень очистки минералов от посторонних примесей, но и полное раскрытие минеральных зерен при сохранении их гранулометрического состава, заданного по условиям дальнейшей технологической переработки. Механическое диспергирование часто не дает требуемой чистоты измельчаемого материала и дисперсности частиц. Ультразвуковые методы позволяют измельчать минералы до нужного размера и получать продукты с минимальным содержанием посторонних примесей. Ультразвуковое измельчение минеральных зерен целесообразно для дорогостоящих продуктов, когда требуется получать небольшие количества минерального вещества высокой дисперсности, а также при проведении минералогических анализов.

Разрушающее воздействие ультразвуковых колебаний на минеральные частицы в воде зависит от тех же факторов, что и диспергирование любых твердых частиц. Разрушение руд в акустическом поле происходит следующим образом. Сначала максимально диспергируются выступающие кромки и острые углы рудных частиц и минералов, обладающих небольшой твердостью. Разрушение непрочных сростков приводит к наиболее интенсивному раскрытию минеральных зерен в первые минуты ультразвукового воздействия. После этого наблюдается селективное истирание материала, а минеральные частицы приобретают округлую форму. Такие частицы диспергируются более равномерно, и скорость их измельчения зависит только от кавитационной прочности минера-

лов, входящих в их состав. Было установлено, что кавитационная прочность минерала зависит от его хрупкости, спайности, химического состава, размера исходного материала и параметров акустического поля.

Для диспергирования некоторых трудноизмельчаемых материалов успешно применяют чередование ультразвуковой дезинтеграции суспензии и механического измельчения на коллоидальной или вибрационной мельницах. Такой комбинированный метод в 2—3 раза сокращает продолжительность диспергирования трудноизмельчаемых материалов до заданного размера, в 1,5—2 раза — энергетические затраты и в 4—5 раз — минимальный размер измельченных частиц.

Применение ультразвука при изучении вещественного состава руд и горных пород позволяет разделить сростки кальцита и полевого шпата, освободив их от слюды, монтмориллонита и гидроксидов железа, отделить зерна фермолита от примесей сфалерита и пирита, получить чистые зерна аккилита, освободив их от включений барита и сопутствующих минералов, очистить от пленок гидроксидов железа и шламовых покрытий зерна турмалина, полевого шпата, кварца и минералов железных руд, удалить пленки гидроксидов марганца и железа с поверхности алюмосиликатов, фосфатов и т. д. Объектами исследований явились минералогические пробы, минеральные комплексы и мономинеральные фракции.

Ультразвуковая стадийная обработка позволила изучить катионный состав не только поверхностного, но и последующих слоев минералов титаноциркониевых песков.

Изучен процесс ультразвуковой дезинтеграции глины для керамической промышленности. У минералов с одинаковой кавитационной прочностью, к которым относятся глины, в мощных ультразвуковых полях наблюдают процесс *истинной дезинтеграции*. Последний заключается в расклинивающем действии кавитационных пузырьков, попавших в трещины глинистых минералов.

При ультразвуковой обработке степень извлечения чистых глинистых минералов резко возрастает.

Ультразвук позволяет измельчать такие минералы слоистой структуры, как графит и молибденит, до исключительно высокой дисперсности. Например, только с помощью ультразвуковых колебаний частотой 18—22 кГц и интенсивностью 7—10 Вт/см² удалось получить 20%-ную суспензию молибденита с крупностью частиц основной фракции 1 мкм.

Таким образом, *использование акустических колебаний для снятия различных пленок с минеральной поверхности и измельчения минералов возможно, а в ряде случаев незаменимо другими методами.*

9.4. УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ДЕЗИНТЕГРАЦИИ С ПОМОЩЬЮ СОВМЕСТНОГО ДЕЙСТВИЯ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ РАЗНОГО ЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА

Экспериментальные исследования показали, что одним из действенных методов повышения эффективности технологического воздействия ультразвуковой кавитации является совместное действие ультразвуковых полей двух частот, отличающихся друг от друга на два порядка и более. При теоретической оценке этого эффекта следует разделить два крайних случая, отвечающих разным механизмам взаимодействия, которые могут существовать независимо или действовать одновременно в зависимости от соотношений частот и амплитуд давлений ультразвуковых полей и характера статистического распределения размеров кавитационных зародышей.

Первый механизм предполагает захлопывание полости в поле высокой частоты, а действие поля низкой частоты рассматривается как суммирующееся со статическим давлением. Естественно, при таком рассмотрении в период положительной фазы сжатия низкочастотное поле при определенных условиях должно обуславливать повышение кавитационной эффективности единичной полости, что подтверждается результатами числовых расчетов [2].

Второй механизм взаимодействия полей двух частот может быть построен на предположении, что кавитационная эффективность определяется захлопыванием полостей в поле низкой частоты, а действие высокочастотного поля создает дополнительную осцилляцию полостей. Теоретическое обоснование и оценку такого механизма взаимодействия более просто провести на основании уравнения движения полости в форме Нолтинга — Неппайраса, хотя аналогичное теоретическое построение может быть выполнено и для более точных уравнений Херринга — Флинна и Кирквуда — Бете, учитывающих сжимаемость жидкости:

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{1}{\rho} (p(R) - p_{\infty});$$

$$p_{\infty} = p_0 - p_n \sin \omega_n t - p_v \sin \omega_v t. \quad (9.1)$$

Здесь ω_n и ω_v — частоты соответственно низкочастотного и высокочастотного полей, причем $\omega_v \gg \omega_n$.

Разложим движение полости на две составляющие:

$$R = R^*(t) + r(t), \quad (9.2)$$

где $R^*(t)$ — медленное, $r(t)$ — быстрое движение. При этом предполагается существование двух неравенств:

$$\dot{R}^* < \dot{r}; \quad R^* > r. \quad (9.3)$$

Правую и левую части уравнения (9.1) после подстановки (9.2) запишем следующим образом:

$$R^* \ddot{R}^* + r \ddot{r} + R^* \ddot{r} + \ddot{R}^* r + \frac{3}{2} (\dot{R}^{*2} + \dot{r}^2 + 2\dot{R}^* \dot{r}) = \\ = \frac{1}{\rho} \left\{ p(R^*) + r \frac{dp}{dR} (R^*) + \frac{1}{2} \frac{d^2 p}{dR^2} (R^*) \cdot r^2 + \dots \right\} - p_{\infty}. \quad (9.4)$$

При записи выражения (9.4) использовано разложение члена $p(R)$ в ряд Тейлора по малому параметру r .

Выделяя быстроосциллирующие члены, получим

$$\ddot{R}R + \frac{3}{2} \dot{r}^2 + 2\dot{R}^* r = r \frac{dp}{dR} (R^*) + \frac{1}{2} \frac{d^2 p}{dR^2} (R^*) r^2 + p_n \sin \omega_n t. \quad (9.5)$$

С учетом неравенства (9.3) уравнение (9.4) для определения формы и амплитуды высокочастотных осцилляций в первом приближении принимает вид

$$\ddot{r} + \frac{1}{R^*} \cdot \frac{3}{2} \dot{r}^2 - \frac{r}{R} \frac{dp}{dR} (R^*) = p_n \sin \omega_n t. \quad (9.6)$$

Уравнение существенно нелинейно и по структуре нелинейности аналогично исходному уравнению движения кавитационной полости.

Если высокочастотные осцилляции описываются периодической или почти периодической функцией времени, то уравнения (9.5) и (9.6) могут быть усреднены по времени, равному нескольким периодам осцилляций и существенно меньшему периоду колебаний низкочастотного поля. При усреднении только квадратичные осциллирующие члены не обращаются в нуль и уравнение движения полости, осциллирующей на высокой частоте, в поле низкой частоты преобразует вид

$$R^* \ddot{R}^* + \frac{3}{2} \dot{R}^{*2} + \frac{1}{\rho} p_{1x} = \frac{1}{\rho} [p(R^*) - p_0 + p_n \sin \omega_n t + p_{2x}]. \quad (9.7)$$

$$\text{Здесь } p_{1x} = \frac{3}{2} \rho \omega^2 \int_0^T r^2 \sin^2 \omega_n t dt / T = \frac{3}{4} r_{m\rho}^2 \omega^2; \quad p_{2x} = \frac{1}{2} \frac{d^2 p}{dR^2} r_m^2.$$

T — период низкочастотных колебаний, а индекс «m» обозначает амплитудное значение r .

Таким образом, в уравнении движения полости для низкой частоты появилось два дополнительных члена, обусловленных высокочастотными осцилляциями, которые можно рассматривать как дополнительные силы (давления), изменяющие динамику кавитационной полости. Физически это означает, что кинетическая энергия осцилляций частично переходит в энергию «медленного» движения полости.

Важно отметить, что одна сила p_{1x} проявляет себя как сжимающая, а вторая p_{2x} — как растягивающая. При этом наличие множителя $\frac{d^2 p}{dR^2}$ в формуле для p_{2x} показывает, что эта сила вносит весомый вклад только в начальной фазе расширения полости. Но

именно в начальной фазе расширения растягивающая сила, обусловленная акустическим давлением $p_n \sin \omega t$, близка к нулю, поэтому даже при небольшом значении p_{2d} она существенно сказывается на начальной фазе расширения. Сила p_{1d} квадратично растет с ростом амплитуды осцилляции и увеличивается, когда вследствие нелинейности возрастает удельный вес высших гармоник.

Естественно, полное описание этих эффектов и их количественная оценка могут быть проведены путем совместного решения нелинейного уравнения высокочастотных осцилляций полости (9.6) и нелинейного уравнения движения полости в низкочастотном поле (9.7), что может быть выполнено только с использованием численных методов интегрирования.

Однако ряд приближенных оценок может быть сделан на основе использования линейной теории осцилляции. Линеаризация уравнения (9.6) осуществляется при выполнении условия $r \ll R$. В этом случае уравнение высокочастотных осцилляций соответствует известному уравнению Миннерта с той лишь особенностью, что радиус полости является величиной, медленно изменяющейся в соответствии с изменением амплитуды низкочастотного поля. Решение уравнения Миннерта дает следующие выражения, описывающие осцилляцию полости. Амплитуда высокочастотных колебаний полости

$$r(t) = \frac{p_m}{\rho R (\omega_p^2 - \omega^2)} \sin \omega t. \quad (9.8)$$

Частота свободных колебаний полости

$$\omega_p = \left(\frac{3\gamma p_{nr}}{\rho} \right)^{1/2} \frac{1}{R}. \quad (9.9)$$

Амплитуда колебаний полости при резонансе

$$r(t) = \frac{p_m}{\rho R \omega_p^2 \cdot \delta} \cos \omega t. \quad (9.10)$$

Здесь p_m — амплитуда звукового давления; p_{nr} — давление парогazовой смеси в полости; δ — коэффициент потерь, обусловленных вязкостью жидкости, излучением и неадиабатностью процесса колебаний.

Используя решения уравнения Миннерта, можно получить некоторые оценки дополнительных сил, полученных путем усреднения высокочастотных осцилляций.

В табл. 9.4 приведены расчеты амплитуды осцилляций и значения p_d , выполненные для двух значений звукового давления высокочастотного поля, равных 10^5 и 10^6 Н/м² при частоте 500 кГц. При этом приняты $\rho_0 = 10^5$ Н/м², $R_0 = 3,2 \cdot 10^{-6}$ м. Средний радиус полости R изменяется под действием низкочастотного поля с частотой $f = 20$ кГц и амплитудой $p_n = 10^5$ Н/м². Резонансный радиус полости $R_p = 5 \cdot 10^{-6}$ м. Коэффициент потерь δ принимали равным

Т а б л и ц а 9.4. Учет вклада высокочастотных осцилляций в движение кавитационной полости в различные моменты ее развития при двух значениях давлений высокочастотных колебаний

Значения параметров в зависимости от времени, мкс. и давления										
Параметры для расчета по уравнению (9.7)		1	1,5	8	12	38	1	1,5	8	38
		10^5 Па								
		10^4 Па								
$\omega n t$		0,04π	0,06π	0,32π	0,48π	1,5π	0,04π	0,06π	0,32π	0,48π
$R \cdot 10^{-6}$, м		3	5	30	100	300	3	5	30	100
r (по Миннерту) $\times 10^5$, м	0,75	5,5	3	3	1	0,3	7,5	45	30	10
Характер осцилляций полости	Линейный	Нелинейный резонансный	Линейный	Линейный	Линейный	Линейный	Нелинейный захлопывающийся	Нелинейный резонансный	Нелинейный	Линейный
$p_{1a} \cdot 10^4$, Па	0,6	—	—	10	1,1	10 ⁻¹	—	—	—	10 ²
$p_{2a} \cdot 10^4$, Па	1,2	—	—	$\ll p_n$	$\ll p_n$	$\ll p_n$	—	—	—	$\ll p_n$
$p_n \cdot 10^4$, Па	1	1,5	5	5	10	—10	1	1,5	5	10
a_1	0,6	—	0,2	0,11	0,11	0,01	—	—	—	10
a_2	1,2	—	$\ll 1$	$\ll 1$	$\ll 1$	$\ll 1$	—	—	—	$\ll 1$

0,1; $p_{1д}$ рассчитывали по формулам

$$p_{1д} = \frac{3}{4} \omega^2 r^2 \rho; \quad p_{2д} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 p}{dR^2} r^2 = \\ = \frac{3\gamma}{2} \cdot \frac{r^2}{R^2} p_{нr} \approx \frac{3\gamma}{2} \cdot \frac{r^2}{R^2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 \cdot p_0. \quad (9.11)$$

Удельный вклад дополнительных сил $p_{1д}$ и $p_{2д}$ может быть охарактеризован коэффициентами $\alpha_1 = p_{1д}/p_n$ и $\alpha_2 = p_{2д}/p_n$, где p_n — мгновенные значения давления низкочастотного поля, соответствующие данной фазе колебаний ωt , по которым определялись соответствующие значения R . Зависимость между R и ωt бралась по результатам числовых расчетов динамики кавитационной полости в низкочастотном поле. Для малых радиусов полости (начальная фаза расширения) в большинстве случаев расчеты по формуле (9.8) дают значения $r \geq R$, т. е. в этих режимах линеаризация недопустима. Между тем именно в таких режимах следует ожидать существенного возрастания $p_{2д}$. Естественно, это еще раз подтверждает необходимость учета нелинейных осцилляций полости.

Из табл. 9.4 видно, что, несмотря на ограниченные данные, получаемые с использованием расчетных формул по Миннерту, в ряде случаев коэффициенты α_1 и α_2 достигают значений, значительно превышающих единицу. Это говорит о весьма существенном вкладе дополнительных сил, обусловленных усреднением высокочастотных осцилляций, в движения полости, обусловленные действием низкочастотного поля.

В целом качественную картину дополнительных сил, создаваемых наложением высокочастотного поля, можно охарактеризовать так.

1. Под действием силы $p_{2д}$ ускоряется начальный рост полости и область значений максимальных растягивающих ускорений смещается к начальной фазе периода низкочастотного поля. Это приводит к увеличению $R_{\max}$.

2. Под действием силы $p_{2д}$ скорость расширения полости сначала увеличивается до тех пор, пока размеры полости не становятся выше резонансного, а затем уменьшается. Вследствие этого полость достигает максимального радиуса в более ранней фазе периода низкочастотного поля, приближающейся к $3\pi/2$, когда амплитуда давления максимальна. Это, в свою очередь, ведет к повышению $p_{эф} = \alpha p_a + p_0$, а следовательно, и к увеличению энергии

$$A_{ж} = \frac{4}{3} \pi p_{эф} (R_{\max}^3 - R_{\min}^3),$$

накапливаемой в полости в период захлопывания. Кроме того, увеличение $p_{эф}$ вызывает сокращение времени захлопывания $\Delta \tau_{\min}$, так как отношение $\Delta \tau_{\min}$ к периоду колебаний может быть приближенно оценено как

$$\frac{\Delta \tau_{\min}}{T} \approx 10 \frac{p_{нr}}{p_{эф}}. \quad (9.12)$$

3. Сила p_{1d} в начальной фазе захлопывания, когда $\dot{r} > \dot{R}$, увеличивает действующее сжимающее давление, что может привести к снижению R_{min} .

Все рассмотренные выше эффекты в сумме могут существенно увеличить эрозионную активность ультразвуковой кавитации.

9.5. АКУСТИЧЕСКАЯ ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ПЕНОГАШЕНИЯ, КЛАССИФИКАЦИИ И ОБЕЗВОЖИВАНИЯ ПРОДУКТОВ БОГАЩЕНИЯ

Флотационные пены, как правило, представляют собой трехфазные системы, состоящие из газовых пузырьков, разделенных водяными пленками, и закрепившихся на поверхности этих пузырьков минеральных частиц. Устойчивость пены зависит главным образом от природы и концентрации в жидкой фазе пульпы реагентов-пенообразователей и неорганических солей, а также от размеров, концентрации и свойств поверхности минеральных частиц. В случае прочно минерализованной, излишне устойчивой флотационной пены могут возникать трудности в ее разделении при последующих флотационных операциях, затруднения при ее транспортировании в желобах флотационных машин, что приводит к повышению потерь ценных компонентов в операциях обезвоживания (например, со сливами сгустителей). Во всех этих случаях применяют различные способы разрушения пены.

Пену разрушают механическими, физико-химическими, вакуумными эжекторными, электрическими и другими способами [9.2; 11]. Однако эти методы пеногашения во многих случаях либо малоэффективны, либо затрудняют дальнейшее обезвоживание пенного продукта. Один из наиболее перспективных — *акустический метод пеногашения* — нашел применение в промышленных условиях.

Эффективное звуковое или ультразвуковое разрушение минерализованных пен происходит только под действием преобразователей, генерирующих акустические колебания в газовую среду или возбуждающих колебания непосредственно в пенном слое. Исследования показали, что оптимальными для пеногашения являются колебания звуковых или низких ультразвуковых частот (6—20 кГц) при интенсивности не ниже 140—150 дБ. Переменные звуковые давления и разрежения, знак и модуль которых изменяются с частотой акустического поля, оказывают на пену наибольшее разрушающее воздействие.

Хорошие результаты пеногашения показали испытания акустических статических сирен. Однако широкого промышленного применения эти аппараты не получили из-за очень высокого расхода сжатого воздуха (2—5 м³ воздуха на 1 м³ пены). На обогатительных фабриках наиболее широко используют специально разработанные *акустические вихревые аэродинамические пеногасители* типа УАДН (различных модификаций). Внедрение акустического пеногашения на Березовской, Лениногорской, Кайрактинской и других обогатительных фабриках позволило существенно улучшить

технологические показатели процесса обогащения, получить значительный экономический эффект.

Внедрение разрушения флотационной пены в цикле обезвоживания медного и цинкового концентратов, а также в перемешивающих операциях флотации позволило снизить капитальные затраты на реконструкцию отделения обезвоживания, ликвидировать потери металлов со сливом сгустителя, существенно уменьшить расход промышленной воды для разрушения флотационной пены и ее транспортировки.

Разработанные акустические аппараты могут успешно применяться при разрушении пенных продуктов не только в желобах флотомашин, но и в зумпфах, что улучшает транспортировку продуктов обогащения и значительно снижает их потери. Существенным фактором эффективности акустического пеногашения являются ничтожные капитальные затраты на его осуществление: малая стоимость акустических вихревых аэродинамических пеногасителей конструкции Института металлургии и обогащения АН КазССР, нашедших в настоящее время самое широкое распространение на обогатительных фабриках, и мизерные затраты на сжатый воздух, необходимый для работы пеногасителей, с избытком перекрывающиеся экономией технической воды. Такие пеногасители просты по конструкции и дешевы в эксплуатации.

Для интенсификации процесса деструкции стойких пен предложено использовать комбинированное воздействие центробежных сил и акустических колебаний. В центробежном поле процесс деструкции ускоряется пропорционально фактору разделения. В то же время акустическая обработка (частота колебаний 2—10 кГц, уровень звукового давления 140—163 дБ) способствует эффективному лавинообразному разрушению пузырьков пены. Поэтому сочетание преимуществ центробежного и акустического полей позволило резко интенсифицировать процесс разрушения стойких пен.

В последние годы разработаны *роторно-пульсационные гидродинамические устройства* для разрушения флотационной пены, рабочими органами которых являются ротор со щелями переменного поперечного сечения и неподвижный цилиндр со специальными ребрами. При вращении в центре ротора создается разрежение, благодаря чему пена поступает на вращающиеся лопасти специальной конфигурации, а затем проходит по их поверхности и с силой отбрасывается на ребра неподвижного цилиндра. Ребра способствуют возникновению пульсирующего поля завихрений в воздушной среде между ротором и неподвижным цилиндром. Под действием центробежных и ударных сил, а также в результате пульсации скоростей и давлений в щелях ротора происходит полное разрушение пены. Таким образом, в описанной конструкции использован эффект механического разрушения пены при одновременном воздействии колебаний газовой среды.

Тесно связаны с основными процессами обогащения такие вспомогательные процессы, как *классификация* и *обезвоживание*,

в которых акустические методы интенсификации также нашли практическое применение. Классификация, т. е. разделение минеральных частиц на различные классы крупности, необходима, поскольку каждый процесс обогащения эффективен для относительно узкого класса крупности частиц. Кроме того, выделение мельчайших частиц (шламов) в начальной стадии переработки руд и углей предотвращает их дополнительное образование и циркуляцию.

На рис. 9.5 представлена схема промышленной установки для акустической классификации угольных пульп. В этом аппарате разделение угольных суспензий происходит на неподвижном сите при возбуждении низкочастотных (10—70 Гц) акустических колебаний в жидкости. При прохождении пульпы через сито, в отсутствие колебаний, на его поверхности образуется фильтрующий слой твердых частиц, быстро уменьшающий расход жидкости до нуля. Возбудитель колебаний создает в щелях сита знакопеременные потоки жидкости, направление которых то совпадает с направлением основного потока, то противоположно ему. В течение первого полупериода колебаний, когда направление знакопеременного потока жидкости совпадает с направлением основного потока, возникает перепад давления, складывающийся с гидростатическим давлением и увеличивающий расход жидкости; в течение некоторого времени второго полупериода колебаний, когда направление знакопеременного потока жидкости противоположно основному потоку, возникает обратный перепад давления, разрушающий фильтрующий слой минеральных частиц.

Промышленные испытания описанного акустического классификатора показали, что классификатор с неподвижным ситом имеет большую производительность по сравнению с имеющимися конструкциями акустических фильтров с подвижными ситами. Его производительность повышена путем увеличения мощности возбудителя колебаний и площади излучающей мембраны (при соответствующем увеличении площади сита). Максимальная производительность классификатора достигается на резонансной частоте возбудителя колебаний, равной 21 Гц, — ей соответствует наибольшее значение колебательной скорости. Выше и ниже этой частоты наблюдается уменьшение производительности. На частотах выше 21 Гц производительность установки снижается также за счет увеличения сопротивления фильтрующего слоя.

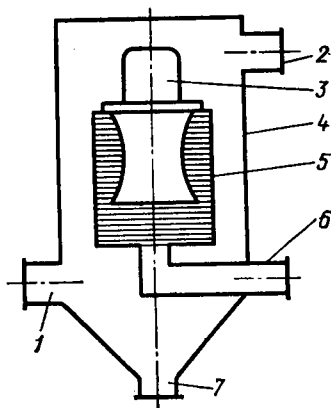


Рис. 9.5. Схема промышленной установки для акустической классификации угольных пульп:

1, 2 — соответственно трубы сгущенного продукта перелива и питания; 3 — гидропневматический возбудитель колебаний; 4 — корпус; 5 — щелевидное сито; 6 — труба подрешеточного продукта перелива; 7 — конус

Возможно применение рабочего органа акустического классификатора (ситовозбудителя колебаний) для увеличения производительности элеваторных сборников на углеобогажительных фабриках.

Акустическая интенсификация процессов классификации на неподвижных ситах может быть использована для дешламации рядовых углей, что позволит существенно упростить технологические схемы углеобогажительных фабрик и повысить эффективность обогащения угля.

Для обезшламливания минеральных суспензий разработан *ультразвуковой гидроциклон* типа УГЦ-150. В этой конструкции кольцевой магнитоотриксционный преобразователь ПМС-8 с рубашкой водяного охлаждения надет на цилиндрическую часть гидроциклона. За счет совместного действия центробежных сил и акустического поля мельчайшие частицы минералов выделяются практически полностью [11].

При обезвоживании тонкодисперсных продуктов обогащения и гидрометаллургической переработке важную роль играет операция *сгущения*, которую можно значительно ускорить с помощью агрегации взвешенных частиц. Для этой цели применяют специальные реагенты — коагулянты и флокулянты. Однако, во-первых, использование указанных реагентов эффективно не для всех промышленных пульп, а во-вторых, их использование приводит к загрязнению оборотных и сточных вод предприятий. Поэтому в СССР и за рубежом ведутся поиски безреагентных методов интенсификации сгущения. Вместе с другими известными способами (электрокоагуляция, магнитная обработка жидкой фазы и всей пульпы и т. д.) особого внимания заслуживает *коагуляция суспензий под действием акустического поля*.

Для коагуляции тонкодисперсных суспензий оптимальным является высокочастотный (мегагерцевый) диапазон ультразвуковых колебаний при интенсивности ультразвука около 1 Вт/см^2 и продолжительности «озвучивания» 1—5 мин. Понижение частоты и увеличение интенсивности приводят к противоположному эффекту — *пептизации суспензий*. Очевидно, пептизирующее действие ультразвука вызывается кавитацией, которая с понижением частоты колебаний возникает при меньших значениях интенсивности. Структура акустического поля оказывает существенное влияние на эффект ультразвуковой коагуляции. Наиболее эффективно агрегация частиц происходит при наложении на суспензию стоячих ультразвуковых волн. В этом случае при исходной крупности частиц 20 мкм образуются быстроосаждающиеся агрегаты размером 200—400 мкм. Анализ скоростной киносъемки процесса коагуляции суспензий в поле акустических колебаний показал, что скорость образования агрегатов в поле стоячих ультразвуковых волн в несколько раз выше, чем в поле бегущих волн.

Эффективность воздействия ультразвука на процесс осаждения тонкодисперсных частиц в оптимальной области частот определяется интенсивностью акустических колебаний и продолжитель-

ностью «озвучивания», которые в данном случае связаны обратно пропорциональной зависимостью.

Механизм коагуляции зависит от структуры акустического поля, накладываемого на суспензию. В поле бегущих волн агрегация в основном происходит за счет столкновения мелких колеблющихся частиц с крупными малоподвижными частицами. В стоячих волнах более эффективной коагуляции способствует радиационное давление, под действием которого взвешенные частицы перемещаются в пучности колебаний, где образуются более крупные агрегаты (см. § 4.4).

Показано, что акустические колебания применимы для коагуляции минеральных частиц с высоким значением электрокинетического потенциала, которые отличаются повышенной агрегативной устойчивостью. По мнению этих авторов, для интенсификации процесса осаждения суспензий и перспективно совместное использование ультразвука и реагентов-флокулянтов.

Еще одна особенность описываемого процесса заключается в том, что ультразвук наиболее эффективен при осаждении разбавленных суспензий. Это можно объяснить ростом поглощения ультразвуковой энергии обрабатываемой средой при увеличении плотности последней.

Метод акустической коагуляции был испытан в условиях одной из обогатительных фабрик СССР на графитовой суспензии, содержащей 90% частиц крупностью менее 44 мкм; при этом содержание твердого продукта в сливе сгустителя снизилось на 25—45%. Технологический эффект получен в основном за счет интенсификации осаждения тонких частиц.

Применение акустических колебаний целесообразно также для повышения эффективности разделения суспензий в операции *филтрования*. Последнюю можно определить как отделение твердых частиц от жидкой фазы посредством пропускания фильтруемой суспензии через пористую перегородку.

Основной недостаток большинства фильтрующих аппаратов — постепенное засорение активной поверхности фильтра твердыми частицами, что приводит к резкому падению скорости фильтрования. В связи с этим большое количество работ посвящено разработке и созданию фильтровальных аппаратов, в которых это засорение предотвращается. Для непрерывного удаления осадка акустические колебания подводят непосредственно к фильтрующему элементу или к примыкающему к нему слою жидкости.

По вопросу механизма акустической интенсификации процесса фильтрования не существует единого мнения. Высказаны предположения, что перед вибрирующей фильтрующей перегородкой образуется звуковой барьер, затрудняющий передвижение твердых частиц и понижающий вероятность их проникновения через эту перегородку. Другая точка зрения сводится к тому, что акустическая интенсификация процесса фильтрования является результатом повышения концентрации дисперсных частиц вблизи колеблющейся фильтрующей перегородки. Наконец, предполагают, что низко-

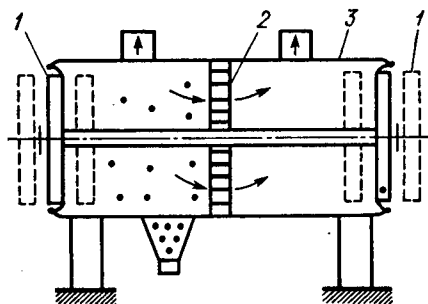


Рис. 9.6. Схема акустического фильтровального аппарата

частотная акустическая интенсификация процесса фильтрования основана на так называемом *эффекте экспресс-регенерации фильтрующих элементов*. Этот эффект применяют также для осветления промышленных сточных вод [19]. Основанный на этом эффекте способ реализован в *акустическом фильтровальном аппарате* (рис. 9.6). Аппарат состоит из корпуса 3, разделенного на две камеры фильтрующим элементом 2. В торцах корпуса находятся два акустических излучателя — синхронно колеблющиеся поршни 1.

Одна из камер является приемным бункером поступающей на фильтрование пульпы и снабжена устройством для сбора не проходящей через фильтрующий элемент твердой фазы. Другая камера служит приемником осветленной жидкости.

При синфазном движении поршней в камере фильтровального аппарата действует переменное меняющееся давление, причем при росте давления в одной камере в другой оно падает, и наоборот. Амплитуда давления при этом зависит от амплитуды колебательной скорости поршней. Если амплитуда колебательной скорости v_m превращает скорость стационарного фильтрования v_0 и направлена противоположно ей, то на фильтрующем элементе возникает обратный перепад давления и жидкость перетекает из камеры фильтра в камеру исходной суспензии. Так в общем виде представляется стадия регенерации, при которой частицы отбрасываются от фильтра. Кроме того, в этой стадии возникает тангенциальное к поверхности фильтра движение жидкости, приводящее к удалению твердых частиц с его поверхности. Таким образом, *физическая сущность метода экспресс-регенерации фильтров заключается в разрушении слоя частиц фазы и их отводе от поверхности фильтрующего элемента под действием противоточных потоков жидкости* [11]. Возникающий градиент скоростей определяется свойствами частиц (размером и плотностью), характеристиками фильтра (радиусом ячейки и коэффициентом живого сечения), а также соотношением амплитуды колебательной скорости и скорости стационарного фильтрования. Последнее связано с проявлением инерционности частиц.

Для любой взвешенной частицы можно подобрать такое соотношение v_m/v_0 , при котором частица начинает перемещаться в определенной области пространства, не касаясь фильтровальной перегородки. Амплитуду колебательной скорости v_m ; при которой возникает данный эффект, можно оценить по формуле

$$v_m = K \frac{R}{a} v_0 \left[\frac{\eta S^{1,5}}{0,4R(\rho_1 - \rho_2)(2 - S)} \right]^{0,5}, \quad (9.13)$$

где K — коэффициент, характеризующий свойства фильтровального элемента; R — радиус ячейки фильтра; a — радиус частицы; v_0 — скорость стационарного фильтрования; η — динамическая вязкость; S — живое сечение; ρ_1, ρ_2 — плотность частиц и жидкости соответственно.

Эффективность регенерации фильтровального элемента зависит от частоты колебаний жидкости. Начиная с частот 100—110 Гц эффективность регенерации снижается. Это объясняется тем, что на указанных частотах начинает заметно проявляться инертность колеблющейся массы жидкости, скорость противоточных потоков уменьшается и производительность фильтрования падает.

Работа акустического фильтровального аппарата зависит от гранулометрического состава твердой фазы, ее физико-механических свойств и таких параметров фильтровального элемента, как удельная производительность по чистой воде и суспензии, коэффициент полноты фильтрования, тонкость фильтрования и т. д.

Акустические фильтровальные установки, работающие по принципу экспресс-регенерации фильтровальных элементов низкочастотными акустическими колебаниями, могут применяться как самостоятельные единицы в водно-шламовом хозяйстве обогатительных фабрик для полного осветления технологической воды либо как составные элементы в комплексной схеме осветления.

Сушка получаемых после обогащения концентратов — завершающая операция обезвоживания, она необходима в тех случаях, когда сгущение и фильтрование не обеспечивают требуемой влажности конечных продуктов обогащения. Эти продукты (особенно флотационные концентраты) часто имеют высокую степень дисперсности минеральных частиц и в основном капиллярно-пористую структуру, что объясняет повышенную влажность концентратов. Например, сульфидные продукты могут содержать от 40 до 100% частиц крупностью менее 71 мкм (в том числе 11—54% размером 10 мкм). Снижение влажности до кондиционных значений достигается дорогостоящей и энергоемкой операцией сушки, задача интенсификации которой весьма актуальна.

Акустические колебания, возбуждаемые в газовой среде, ускоряют процессы массо- и теплообмена, которые во многом определяют операцию сушки. Большинство ученых сходятся во мнении, что основная причина воздействия акустических колебаний на тепло- и массообменные процессы заключается в разрушении пограничного слоя акустическими течениями у границы твердого тела и в снятии диффузионных ограничений.

Ультразвуковую сушку используют для удаления влаги из хлопчатосырья, коллоидного гидроксид циркония, карбоксиметилцеллюлозы, силикагеля, двуоксида титана, гормональных препаратов и других гигроскопичных материалов.

Решающий фактор сушки в акустическом поле — интенсивность генерируемых колебаний. Скорость сушки слабо зависит от частоты колебаний, но на более низких частотах процесс несколько ускоряется, так как в этом случае уменьшается поглощение звука окружающей средой. Наиболее эффективно упругие колебания действуют на поверхности раздела фаз, которую при акустической сушке надо максимально увеличивать. Акустические колебания, ускоряющие испарение, наиболее действенны при постоянной скорости сушки (частоты колебаний 6—10 кГц, уровень звукового давления не ниже 145 дБ).

Для осуществления на практике ультразвуковой интенсификации процесса сушки разработаны различные типы *акустических сушилок*: барабанная, с вибрирующим транспортером и с «кипящим слоем». Как правило, в этих установках акустический метод сушки совмещается с каким-либо другим традиционным.

Показана принципиальная возможность акустической интенсификации процесса сушки флотационных концентратов. За счет энергии звукового поля влажности пиритного и окисленного свинцового концентратов понизились на 5,2 и 4,8% соответственно. Некоторые сульфидные концентраты являются термочувствительными материалами. Для них особенно важно то, что акустическая сушка протекает при незначительном повышении температуры. Удаление избытка влаги из труднообезвоживаемых флотоконцентратов возможно с помощью комбинированного распылительно-акустического метода сушки, реализующего преимущества распылительного и акустического процессов. Этот метод позволил обезвоживать продукты обогащения без операций сгущения и фильтрования. Например, после распылительно-акустической сушки цинкового концентрата с исходной плотностью 55—65% влажность продукта составила 9—10%, что соответствует кондиционным требованиям (температура на входе в сушильную камеру +52°C). Устройство, созданное для практического применения этого процесса, прошло испытания в опытно-промышленных условиях.

Таким образом, акустическая интенсификация операции сушки представляет интерес как низкотемпературный (хотя и весьма энергоемкий) метод обезвоживания продуктов обогащения, гидрометаллургической переработки и сельскохозяйственного производства, а также строительных материалов.

Задача к гл. 9

Определить прирост извлечения триоксида вольфрама в концентрат ($\Delta \epsilon_{\text{WO}_3}$) при флотации шеелита (CaWO_3) с помощью реагент-собирателя, эмульгированного в ультразвуковом поле при одновременном введении в жидкость акустических колебаний высокой ($f_1=1$ МГц, $I=2,5$ Вт/см²) и низкой ($f_2=20$ кГц, $I=10$ Вт/см²) частот по сравнению с флотацией шеелита реагентом-собирателем, эмульгированным механическим способом во флотационной машине при частоте вращения импеллера $n=30$ об/с, если содержание WO_3 в исходной руде $\alpha=0,202\%$.

Решение. Предварительно снимают экспериментальные кинетические кривые выхода WO_3 в концентрат. Для рассматриваемого случая содержание WO_3 в

концентрате по ультразвуковому способу составляет $\beta_1=56,03\%$, по механическому способу $\beta_2=45,00\%$, а выход в концентрат соответственно $\gamma_1=0,320\%$ и $\gamma_2=0,352\%$. Так как извлечение $\epsilon=\gamma\beta/\alpha$, то $\epsilon_1=88,8\%$ и $\epsilon_2=78,4\%$. Следовательно, прирост извлечения $\Delta\epsilon=\epsilon_1-\epsilon_2=88,8-78,4=10,4\%$.

ГЛАВА 10

ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ГИДРОМЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

10.1. ВОЗДЕЙСТВИЕ УЛЬТРАЗВУКА НА ПРОЦЕСС ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ

Гидрометаллургия получила широкое распространение в процессах извлечения ценных компонентов из сложных по минеральному составу и бедных по содержанию руд цветных металлов, редких, рассеянных и радиоактивных элементов, а также рудных концентратов. Основная особенность гидрометаллургических методов комплексной переработки минерального сырья — это массообмен между твердой и жидкой фазами в гетерогенных системах.

К наиболее распространенным гидрометаллургическим процессам относятся *выщелачивание, электрогидрометаллургия, цементация, сорбция и экстракция*. Механизм протекания этих процессов различен, но они объединяются общим принципом: *скорость и полнота протекания процессов зависят от фазовой поверхности раздела*, т. е. от интенсивности взаимодействия фаз на границе раздела.

Механизм ультразвукового (акустического) воздействия на гидрометаллургические процессы можно представить в виде суммы эффектов кавитационного разрушения твердых тел и поверхностных пленок, перемешивания жидкости под действием акустических течений и ускоренного проникновения жидкости в поры и трещины минерала.

Извлечение металлов из руд и рудных концентратов при селективном растворении ценных минералов — главная задача процесса выщелачивания. В его начале лимитирующей стадией является переход вещества в раствор с поверхности твердых частиц, а в дальнейшем — внутреннего диффузия, скорость которой в основном и определяет скорость выщелачивания. Сопротивление диффузии оказывают капиллярные каналы и поры, диффузионный слой, а также образующаяся в ряде случаев пленка нерастворимых соединений. Интенсивное перемешивание пульпы при выщелачивании уменьшает толщину диффузионного слоя, что приводит к увеличению скорости выщелачивания, так как толщина диффузионного слоя обратно пропорциональна корню квадратному из скорости относительного движения фаз. Под действием нелинейных эффектов ультразвукового поля в жидкости (кавитации, акустических течений, звукового давления и т. д.) на поверхности частицы вещества образуется значительно более тонкий диффузионный гранич-

ный слой, чем при естественной или вынужденной конвекции. Вследствие этого интенсифицируются массообменные процессы. Нарушение граничного диффузионного слоя в поле мощных ультразвуковых колебаний приводит к увеличению градиента концентрации реагирующих веществ на границе раздела фаз и, следовательно, к росту скорости диффузии, что в конечном счете определяет скорость выщелачивания.

Механизм воздействия упругих колебаний на граничный диффузионный слой при выщелачивании можно представить следующим образом. Подходящие к границе раздела фаз инициируемые ультразвуком паргазовые пузырьки действуют на диффузионный слой. Уменьшение диффузионного сопротивления происходит прежде всего за счет микротечений, возникающих возле пульсирующих и захлопывающихся паргазовых пузырьков. Кроме того, кавитационное воздействие способствует диспергированию растворяемого вещества и тем самым увеличивает межфазную поверхность. Можно также предположить, что кавитация вызывает появление множества микротрещин на поверхности частиц, подвергаемых действию ультразвука, и за счет звукокапиллярного эффекта раствор с большей скоростью проникает по капиллярам в глубь обрабатываемых частиц, ускоряя их растворение. Последнее предположение подтверждается рядом исследований по интенсификации процесса пропитки различных материалов.

Для интенсификации процесса выщелачивания наиболее эффективны колебания низкой частоты (около 20 кГц) при интенсивности несколько ватт на квадратный сантиметр, что связано с максимальным развитием акустической кавитацией в этих условиях [1].

Применение ультразвуковых колебаний в процессе выщелачивания примесей из минерального сырья позволяет сократить продолжительность обработки исходного сырья до 10—15 мин вместо нескольких часов по существующей технологии и проводить его без дополнительного подогрева пульпы. Ультразвуковое воздействие позволяет получить продукт выщелачивания, содержащий до 99,5% основного компонента, что значительно превышает степень очистки обрабатываемого продукта по существующей технологии. Так, в акустическом поле при комнатной температуре содовым выщелачиванием удалось извлечь до 16% урана из туфопесчаника. В обычных условиях полуторачасовая обработка обеспечивала только 8% извлечения урана. При интенсивности ультразвуковых колебаний 1,5—2 Вт/см² процесс аммонизации апатита азотной кислотой проходил за 10 мин вместо 3,5—4 ч при одинаковом извлечении фосфора в раствор.

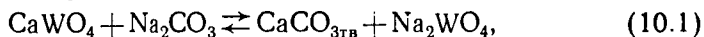
Экспериментальные исследования показали, что при наложении ультразвукового поля процесс извлечения металла в раствор при выщелачивании ванадия из титаномагнетитового концентрата интенсифицируется в 1,5—2 раза по сравнению с процессом механического перемешивания со степенью извлечения ванадия в раствор до 0,92—0,96.

Ультразвуковая обработка была успешно использована для вскрытия Карагайлинского цинкового концентрата. В этой работе установлены оптимальные параметры ультразвукового обескремнивания цинкового концентрата: температура $+80^{\circ}\text{C}$, продолжительность озвучивания 5 мин при интенсивности ультразвука 4 Вт/см^2 . Извлечение кремнезема в раствор при этих условиях составляет 70—75%, а содержание цинка в растворе колеблется в пределах от 2 до 9 г/л.

Интенсификация процесса довыщелачивания свинцового кека акустическими колебаниями с частотой 16,8 кГц при интенсивности $2,6 \text{ Вт/см}^2$ позволила увеличить извлечение цинка, индия и кадмия на 5, 3 и 6% соответственно.

Под действием ультразвука (частота колебаний 20 кГц, интенсивность 2 Вт/см^2) скорость растворения металлической меди в водно-аммиачных растворах возрастает в 3—4 раза.

При наложении ультразвуковых колебаний (частота 18 кГц, интенсивность $0,5 \text{ Вт/см}^2$) на процесс цианирования золота (в этом случае растворение осложнено пассивацией) скорость процесса возрастает в 4 раза. В ультразвуковом поле в 4—6 раз возрастает также скорость цианирования золота, находящегося во флотационном концентрате. Повышение извлечения золота в цианистый раствор достигается как при непрерывном, так и при периодическом акустическом воздействии на пульпу (концентрации NaCN и CaO составляют 0,04 и 0,02% соответственно, $\text{T}:\text{Ж}=1:1,5$, расход воздуха до $4 \text{ м}^3/\text{ч}$, температура $25\text{—}30^{\circ}\text{C}$, продолжительность цианирования 4 ч). При кратковременной акустической обработке (15 мин) извлечение золота в раствор на 12% выше, чем в режиме непрерывного «озвучивания». Возможно, это связано с разложением NaCN при длительной ультразвуковой обработке пульпы. В последнее время [17] ультразвуковую обработку широко применяют для интенсификации цианирования золотокварцевых руд. Как правило, гидрометаллургические процессы получения цветных и редких металлов сопровождаются гетерогенными реакциями с образованием новой твердой фазы. Пленки этих новых соединений покрывают частицы исходного твердого вещества и существенно замедляют скорости химических реакций и гидрометаллургических процессов в целом. Так, в процессе разложения шеелита соляной кислотой на поверхности частиц этого минерала образуется сплошная пленка вольфрамовой кислоты, препятствующая доступу к поверхности выщелачиваемого шеелита. При первичном выщелачивании шеелита по реакции



а также в результате побочных реакций образуется ряд нерастворимых соединений кальция, свинца, железа, которые обволакивают частицы шеелита. Использование акустических колебаний в процессе автоклавно-содового выщелачивания 40% шеелитового концентрата дает возможность получать бедные отвальные кеки с содержанием в них не более 0,9% WO_3 . При этом сокращается

общий расход реагентов (сода и кислоты) с одновременным понижением температуры в автоклаве. В качестве источника акустических колебаний в этих процессах используют гидродинамические ротационно-пульсационные аппараты типа РПА-300.

Соотношение твердой и жидкой фаз ($T : Ж$) решающего влияния на процесс выщелачивания шеелита не оказывает, хотя, безусловно, уменьшение этого отношения при оптимальной концентрации соды в растворе способствует увеличению извлечения вольфрамового ангидрида в раствор. Однако большое количество жидкой фазы в конечном счете приводит к получению более бедных вольфрамом растворов, что нецелесообразно при их дальнейшей переработке. С другой стороны, в работе гидродинамического ротационно-пульсационного аппарата при одновременном получении сравнительно богатых растворов по WO_3 следует выдерживать отношение $T : Ж = 1 : 5$.

При воздействии акустических колебаний на кинетической кривой выщелачивания (рис. 10.1) имеется выраженный максимум. Это свидетельствует о существовании оптимальной продолжительности выщелачивания, когда извлечение вольфрама в раствор максимально. На значение и положение максимума выщелачивания влияют в основном количество соды в растворе и температура пульпы [2].

Выщелачивание шеелита исследовали также под действием ультразвука с применением повышенного статического давления. Установлено, что оптимальным режимом для получения высоких значений интенсивности ультразвуковой кавитации в рабочей камере при работе с водными средами является повышенное статическое давление порядка 4—5 атм.

Результаты экспериментальных исследований влияния ультразвука на процессы выщелачивания показали, что *при совместном действии механического перемешивания и ультразвука скорость выщелачивания увеличивается в несколько раз*. Интенсифицирующее действие ультразвука в данном случае объясняется устранением влияния диффузионных и капиллярных ограничений процессов выщелачивания и растворения. Если представить себе, как диффундирует жидкость в одиночной микропоре, то, по-видимому, можно условно выделить три зоны: *турбулентное движение, вязкий подслои и диффузионная зона*. Наиболее трудно ускорить процесс диффузии в последней зоне, так как только в этой зоне нет турбулентных пульсаций жидкости, и перенос осуществляется лишь за счет молекулярного движения.

Анализ кинетики извлечения вольфрама в раствор свидетельствует о том, что в интенсификации процесса извлечения вещества из пористых частиц существенную роль играют мелкомасштабные пульсации среды, соизмеримые с поперечным сечением пор. При этом относительное тангенциальное колебательное смещение частиц среды трансформируется в однонаправленное движение раствора и молекулярный перенос диффундирующих частиц вещества заменяется значительно более ускоренным конвективным переносом.

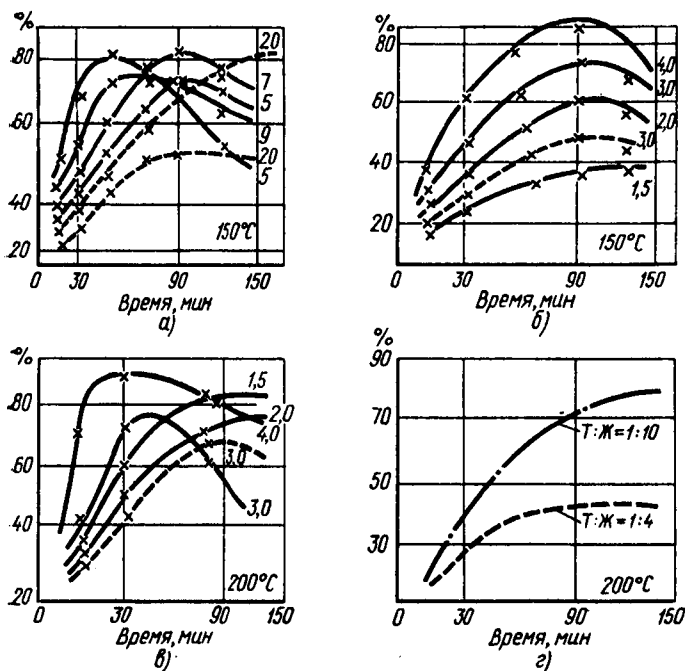


Рис. 10.1. Зависимость извлечения WO_3 от продолжительности выщелачивания и давления (температуры) процесса (а), от продолжительности выщелачивания и «содового эквивалента» при $T:Ж=1:4$ и $p=0,5$ МПа (б), от продолжительности выщелачивания и «содового эквивалента» при $T:Ж=1:4$ и $p=1,8$ МПа (в), от продолжительности выщелачивания при разных $T:Ж$ и $p=1,8$ МПа (г)

Цифры на кривых указывают давление (а) и значение «содового эквивалента» (б, в). Сплошные кривые получены при акустической обработке пульпы, штриховые и пунктирные — без акустической обработки пульпы

сом, возникающим при наложении акустического поля. Отсюда следует, что установившееся диффузионное равновесие при «озвучивании» может быть изменено. В результате этого толщина пограничного диффузионного слоя δ_c уменьшается, а скорость v_c переноса вещества через этот слой увеличивается согласно выражению

$$v_c = D_{ж}/\delta_c, \quad (10.2)$$

где $D_{ж}$ — коэффициент диффузии в жидкости.

Акустическую интенсификацию азотнокислого разложения шеелитового концентрата, аммиачного выщелачивания молибденовой кислоты и автоклавно-содового выщелачивания уже применяют в промышленности.

Акустическая обработка внедрена также на одном из предприятий цветной металлургии для более полного извлечения металла в раствор в процессе содового выщелачивания вторичного шеелита, содержащего около 50% WO_3 . При содовом эквиваленте 5,0 и температуре 90°C вторичный шеелит выщелачивается в течение часа практически полностью. В полученном растворе содержится 80—100 г/л вольфрамата натрия.

Приведенные примеры наглядно показывают положительное действие ультразвука в процессе выщелачивания. Следует отметить, что применение акустических колебаний целесообразно для выщелачивания таких руд и концентратов, переработка которых связана с небольшими объемами производства. В промышленных условиях для интенсификации выщелачивания наиболее перспективны экономичные, простые в эксплуатации и обслуживании роторные акустические установки либо гидроакустические устройства другого типа.

10.2. АКУСТИЧЕСКАЯ ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРОГИДРОМЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Ультразвуковые колебания, позволяющие получить высокую плотность энергии в единичном объеме жидкой фазы, могут быть использованы для интенсификации процессов электрогидрометаллургии.

Одним из таких процессов является *снятие накопившегося электролитического осадка с металлической подложки*. Как правило, на катоде осаждаются гидратированные оксиды или гидроксиды, состав которых описывается общими формулами $\text{Me}_m\text{O}_n \cdot x\text{H}_2\text{O}$ или $\text{Me}(\text{OH})_x$. Экспериментальные исследования по влиянию ультразвука на процесс удаления осадка с поверхности металлического катода показали, что этот процесс может ускоряться как в кавитационном режиме, так и без образования кавитации [1; 2]. В первом случае ультразвуковую обработку проводили с непосредственной передачей колебаний к осадку через жидкость и наличие кавитации определяли методом эрозионных тестов. Во втором случае колебания передавали через слой промежуточной жидкости и стеклянное дно стакана, в который помещали электрод с осадком, при этом кавитации не обнаружили. В обоих случаях осадок с поверхности катода удалялся приблизительно на 90%, а электроды становились пригодными для использования в последующих операциях электроосаждения. Анализ этих результатов показывает, что при ультразвуковом снятии электролитических осадков, имеющих малую адгезию к металлической подложке основного электрода, наибольшую роль, по-видимому, играют акустические течения. При ультразвуковой обработке в режиме кавитации поверхность электродов может очищаться полнее, однако при этом возможно сильное диспергирование осадка. Надо отметить, что существенным преимуществом описанного метода очистки поверх-

ности электродов от осадков является депассивация основы. Это особенно важно при продолжительной работе электродов, когда состояние их поверхности постепенно ухудшается [2].

Другая область электрогидрометаллургии, в которой целесообразно применение акустических колебаний,— это *электроосаждение металлов*. В ряде исследований показано, что использование ультразвука при получении металлов электролизом водных растворов с осаждением на катодную основу из одноименного металла позволяет работать при повышенных плотностях тока, не снижая выход по току, при этом микроструктура катодного осадка улучшается.

В области невысоких температур ультразвук вызывает смещение катодного потенциала в положительную сторону и тем больше, чем выше плотность тока. Повышение интенсивности ультразвуковых колебаний до $2\text{--}2,5 \text{ Вт/см}^2$ также способствует катодной деполаризации. При температурах выше 80°C , когда на кривых зависимостей $\lg i = T^{-1}$ появляется перегиб, обнаружено только поляризующее действие ультразвука, усиливающееся по мере возрастания плотности тока.

В условиях фазовой поляризации наибольшее значение приобретают процессы роста образовавшихся кристаллов и зарождения новых центров кристаллизации. В кавитационном режиме обнаружен двойственный характер воздействия ультразвука на границе раздела фаз.

В результате периодических локальных изменений давления значительно облегчается образование зародышей твердой и газовой фаз. В связи с этим при плотностях тока около 1000 А/м^2 удавалось достигать двукратного увеличения выхода по току по сравнению с механическим перемешиванием электролита. При более высоких плотностях тока, когда образование новой формы происходит неупорядоченно, с возникновением чешуйчатости и увеличением способности к отслаиванию неблагоприятно сказывается воздействие кавитации, приводящей к частичному диспергированию катодного осадка в электролит. Это накладывает известные ограничения на повышение интенсивности колебаний.

Экспериментально изучали влияние ультразвука на *поляризацию медного катода и выход по току при электролитическом извлечении меди* из чистых сульфатных растворов и промышленного сульфатного электролита [2; 14]. Было установлено, что при электролизе растворов в широком диапазоне концентраций меди ультразвук приводит процесс в кинетическую область и оказывает специфическое влияние на формирование катодного осадка [10.1]. Положительное действие ультразвука проявляется при этом тем сильнее, чем ниже значение эффективной энергии активации. Свойства катодного осадка определяются особенностями фазового построения и газовой выделения при электролизе. Под действием акустических колебаний перенапряжение выделения водорода изменяется незначительно, так как выход по току с увеличением плотности тока остается достаточно высоким. Но условия выделе-

ния газообразного водорода при воздействии колебаний облегчаются, направление газовой выделения становится ориентированным по направлению фронта волны, и это определяет текстуру осажденной меди. Электроосаждение в ультразвуковом поле изучали также и на других материалах.

Ультразвук позволяет получить качественные *толстослойные рениевые покрытия* без промежуточного отжига. Акустическое поле увеличивает выход по току рения и позволяет проводить процесс при более высоких плотностях тока, сохраняя плотность покрытия и его хорошую адгезию к поверхности. В этом процессе ультразвук способствует поддержанию постоянного состава прикатодного слоя в результате интенсивного перемешивания, что обеспечивает полное восстановление перренат-ионов и предотвращает образование промежуточных оксидных соединений, загрязняющих катодный осадок. Кроме того, в ультразвуковом поле значительно ускоряется удаление водорода с поверхности электрода, что уменьшает наводороживание осадков рения, улучшает их структуру и физико-механические свойства. На основе этих исследований были разработаны и внедрены в производство электровакуумных приборов технологические процессы электролитического осаждения рения на различные металлы и сплавы (например, медь, никель, пермендюр и др.).

Применение акустических колебаний при *осаждении гидроксида никеля (II)* улучшает свойства этого осадка, являющегося основным компонентом (активной массой) оксидно-никелевого электрода в щелочных аккумуляторах. В процессе осаждения ультразвук оказывает существенное влияние на кинетику химического взаимодействия реагирующих растворов, на состав и свойства осаждаемой твердой фазы. Более полное взаимодействие соли никеля с едким натром при наложении акустических колебаний можно объяснить совокупным действием перемешивания, диспергирования, термического воздействия и других эффектов. Акустическое перемешивание вызывает интенсивный массообмен в микрообъемах жидкости на границе раздела фаз и в порах осадка. Поэтому изменяется процесс кристаллизации твердой фазы, значительно ускоряются адсорбционно-десорбционные взаимодействия осадка с маточным раствором. Наибольшее диспергирующее действие, как было показано выше, оказывают ультразвуковые колебания с частотой около 20 кГц при интенсивности не менее 2—2,5 Вт/см². При этом эффективность действия ультразвука зависит в значительной мере от продолжительности «озвучивания», температуры и дополняемого фактора — интенсивности механического перемешивания.

Исследования показывают, что при обработке ультразвуком растворов значительно ускоряется *процесс гидролиза* [2; 10.1]. Это хорошо видно на рис. 10.2, где представлено изменение показателя pH во время «озвучивания» раствора. Известно, что при наличии в растворе двух видов комплексных ионов в процессе разряда на катоде участвует наименее прочный комплекс. Если в растворе присутствуют простые и гидролизованые комплексы одного и того

же комплексообразователя, то электрохимическому восстановлению прежде всего будет подвергаться гидролизованная форма. Этим объясняется тот факт, что *при прочих равных условиях электроосаждение из озвученного раствора происходит с большей скоростью*. Напротив, негидролизующиеся электролиты не обнаруживают заметного изменения свойств после обработки ультразвуком.

Результаты рассмотренных работ свидетельствуют о перспективности применения ультразвука в различных областях электрогидрометаллургии.



Рис. 10.2. Изменение pH в растворах карбонатной комплексной соли при различной продолжительности озвучивания:

1 и 1' — избыток Na_2CO_3 ; 2 и 2' — избыток NaHCO_3

10.3. ЦЕМЕНТАЦИЯ ИЗ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Процесс цементации представляет собой контактное вытеснение находящихся в водных растворах металлов другими, более электроотрицательными металлами и связан со сложными многостадийными гетерофазными явлениями.

Скорость этого процесса зависит от частных скоростей диффузионно-транспортной стадии поступления из раствора восстанавливающихся ионов и отвода ионов металла-цементатора, скорости процессов образования центров кристаллизации, скорости собственно электрохимической реакции, а также от интенсивности роста кристаллов.

Известно [2], что ультразвук позволяет интенсифицировать процесс контактного вытеснения металлов из водных растворов.

Рассмотрим воздействие акустических колебаний на примере процесса цементации меди из раствора, содержащего 100—130 г/л ZnSO_4 и 1—5 г/л Cu в виде примеси. Эксперименты проводились в термостатированной ванне, дном которой являлась диафрагма магнитострикционного преобразователя ПМС-6, работающего от генератора УЗГ-10, на частоте ультразвуковых колебаний 19,5 кГц. Цементатором служили неподвижно установленные пластины металлического цинка. Преимущество действия ультразвуковых колебаний на процесс цементации можно оценить, сравнив такой процесс с механическим перемешиванием различной интенсивности в геометрически тождественных условиях. На рис. 10.3 приведены кинетические кривые, показывающие влияние гидродинамических условий на границе раздела фаз на концентрацию меди в растворе. Анализ кривых 1—4 на рис. 10.3 показывает, что в процессе цементации увеличение скорости перемешивания раствора с 800 до

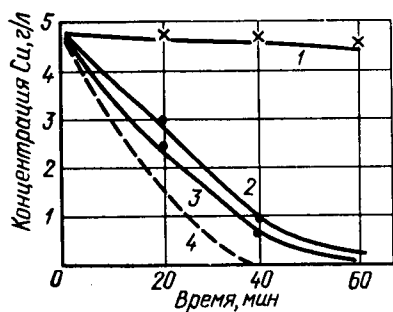


Рис. 10.3. Изменение концентрации меди в растворе при различных условиях перемешивания:

1 — без перемешивания; 2 — перемешивание со скоростью 800 об/мин; 3 — перемешивание со скоростью 1100 об/мин; 4 — ультразвуковая обработка без перемешивания

1100 об/мин не приводит к существенным изменениям концентрации меди в растворе. Наложение ультразвукового поля на процесс цементации без перемешивания позволяет приблизительно в 1,5 раза сократить время, необходимое для достижения такой же остаточной концентрации меди, как и при механическом перемешивании.

Рост интенсивности механического перемешивания раствора слабо влияет на скорость и степень извлечения меди из раствора; такой же эффект наблюдают при увеличении интенсивности ультразвука в режиме кавитации. Это можно объяснить существо-

ванием на границе раздела фаз такого предела интенсивности обмена электролита, за которым резко снижается концентрационная поляризация, а химическая реакция анодного или катодного процессов становится лимитирующей стадией.

В зависимости от условий перемешивания раствора могут наблюдаться различные структуры осадка. Например, в отсутствие перемешивания рост осадка меди начинается с образования тонких, нормально ориентированных к поверхности цементатора игл. После накопления слоя цементной меди определенной толщины осадок отделяется от стенки и под действием силы тяжести опускается на дно стакана. Умеренное механическое перемешивание ускоряет указанные процессы, а сильное переводит частицы осадка во взвешенное состояние, что вызывает помутнение электролита.

По-другому протекает процесс цементации в ультразвуковом поле. В течение всего процесса ультразвук удаляет накапливающийся медный осадок и переводит его во взвешенное в растворе состояние, вследствие чего раствор быстро мутнеет. Наложение акустических колебаний на процесс цементации частично устраняет концентрационные ограничения, так как на границе и вблизи раздела фаз наблюдается интенсивный объем электролита. Под действием ультразвука основная масса осадка удаляется с поверхности цементатора, что приводит к уменьшению активного электрического сопротивления системы, поры не закрываются и скорость цементации не снижается. Однако очень тонкий слой меди остается на поверхности пластины цементатора даже при наложении на процесс ультразвуковых колебаний. Это ускоряет процесс цементации, так как растет истинная площадь катодной поверхности и сохраняются гальванические микроэлементы.

Следует отметить, что при исследовании механизма контактного вытеснения металлов из растворов их солей расчет энергии акти-

зации по зависимости скорости процесса от температуры должен проводиться с учетом каталитических свойств самого электрода. Если потенциал металлического цементатора изменяется во времени, то и энергия активации становится функцией не только участвующих в процессе ионов, но и материала самого цементатора.

Определение энергии активации по уравнению Аррениуса возможно, строго говоря, только при постоянном электродном потенциале φ :

$$\left(\frac{d \ln K}{dT}\right)_{\varphi} = \frac{E}{RT^2}, \quad (10.3)$$

где E — эффективная энергия активации; K — константа скорости цементации; T — температура; $R=8,314$ Дж/(моль·К).

Потенциал металлического цементатора не может оставаться постоянным во времени при различных температурах, поэтому использовать на практике уравнение (10.3) можно только в том случае, если применить искусственный прием, позволяющий находить для различных температурных условий опыта эквипотенциальные точки. В этом случае для определения константы скорости реакции цементации можно использовать уравнение (10.3), которое после разделения переменных принимает следующий вид:

$$\ln K = -\left(\frac{E}{RT}\right)_{\Delta\varphi} + A, \quad (10.4)$$

где $A = \text{const}$.

Следует отметить, что в уравнении (10.4) $\Delta\varphi$ выражает отклонение потенциала от значения, равновесного при данной температуре.

Экспериментальную проверку этого положения можно провести следующим образом. Для различных температур определяют кинетические кривые зависимости концентрации цементируемого металла в растворе от времени. Одновременно с отбором проб раствора для химического анализа проводят замеры ΔE , по которым затем строят кривые потенциал — время. Оба семейства кривых рассматривают затем в системах координат с единой абсциссой, что позволяет для выбранных потенциальных точек определять отвечающие им мгновенные значения концентраций. Выбирая произвольно некоторые отрезки времени, за которые $\Delta\varphi$ и Δc изменялись незначительно, можно рассчитать константу скорости, полагая с достаточной степенью приближения $\Delta\varphi = \text{const}$.

Константу скорости рассчитывают по формуле

$$K = \frac{1}{\Delta\tau} \ln \frac{c_0}{c}, \quad (10.5)$$

где c — концентрация металла в растворе в момент времени τ ; c_0 — концентрация металла в растворе в момент времени τ' . По найденным значениям K строят графики зависимостей $\ln K = f(1/T)$ и вычисляют энергию активации.

На рис. 10.4 приведены кинетические (сверху) и поляризационные (снизу) кривые цементации меди из сульфатного раствора

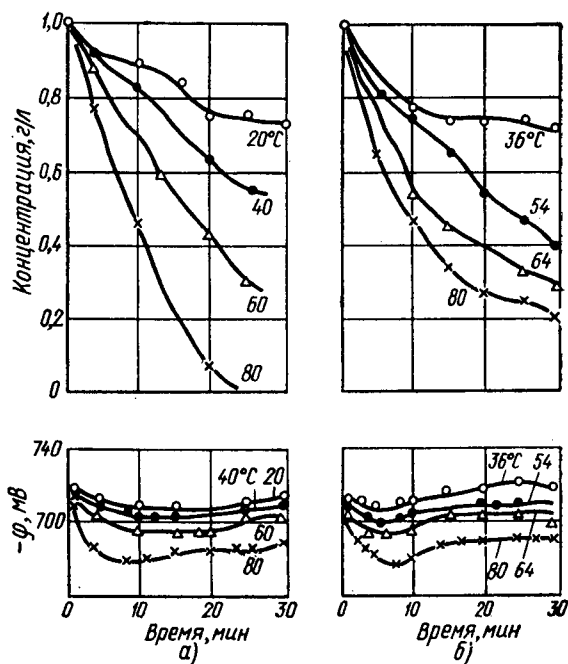


Рис. 10.4. Кинетические и поляризационные кривые цементации меди из сульфатного раствора при механическом перемешивании (а) и при воздействии ультразвука (б) при разных температурах

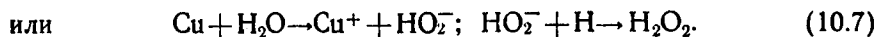
$\text{CuSO}_4 + \text{ZnSO}_4$. Цементатором служила пластина металлического Zn. Анализ этих кривых показывает, что до наступления равновесия процесс цементации носит стадийный характер, причем каждой стадии отвечают определенные области изменения потенциала.

Процесс формирования зародышей кристаллизации определяет в основном начальный период поляризации. Так как при этом концентрация восстанавливающихся ионов в растворе еще достаточна, а цементный осадок не препятствует ионному обмену на межфазной границе раздела цементатор — раствор, то концентрационные ограничения в этот период незначительны. В этом случае потенциал цементатора становится более положительным.

По мере накопления цементного осадка на поверхности металлического цинка главным лимитирующим фактором процесса становятся концентрационные ограничения. Это является следствием снижения концентрации ионов Cu^{2+} в растворе, а также блокирующего действия цементного осадка, препятствующего удалению ионов Zn^{2+} из реакционной зоны.

Расчет значений энергии активации обоих процессов подтвердил их диффузионный характер.

Рассмотрим воздействие ультразвуковых колебаний на описанный выше процесс. Под действием кавитации и акустических течений осадок цементной меди диспергируется в раствор. При этом в первый период процесс ускоряется, но в дальнейшем извлечение замедляется, поскольку диспергированная медь подвергается обратному растворению, которое может быть описано следующими уравнениями:



Как известно, в водных растворах явление кавитации сопровождается образованием окислителей (H_2O_2 , HNO_2 , HNO_3 и др.), которые играют существенную роль в процессе обратного растворения. Расчеты показали, что *под действием ультразвука энергия активации процесса цементации уменьшается вдвое.*

По сравнению с механическим перемешиванием электролита в первый период контактного вытеснения свинца из раствора его соли ультразвуковые колебания увеличивают скорость процесса в шесть раз. Однако описанная система стремится к состоянию равновесия, поэтому в дальнейшем процесс замедляется.

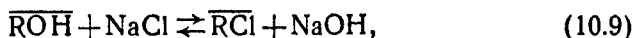
Следует также указать, что эффективность применения ультразвуковой обработки водных растворов электролитов зависит также от природы электролитов.

10.4. ВОЗДЕЙСТВИЕ УЛЬТРАЗВУКА НА СОРБЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

Сорбционное извлечение металлов из растворов с помощью ионитов (твердых, нерастворимых в воде и органических веществах ионообменных зернистых сорбентов) заключается в обмене находящихся в их структуре анионов (или катионов) на эквивалентное количество других анионов (или катионов), имеющих в растворе.

Иониты представляют собой полиэлектролиты, один из ионов (радикалов) в которых обладает малой подвижностью и нерастворимостью в отличие от остальных довольно подвижных ионов (радикалов), способных к обмену. Иониты, в которых подвижны положительно заряженные ионы, называют *катионитами* (поликислотами). В случае большей подвижности отрицательных ионов иониты носят название *анионитов* (полиоснований).

Иониты обменивают находящиеся в их структуре ионы водорода (для катионитов) или гидроксила (для анионитов) на эквивалентное количество других ионов, находящихся в жидкой фазе. Эти процессы ионного обмена можно проиллюстрировать уравнениями



где R — каркас ионита (чертой обозначена твердая фаза). Обычно ионы H^+ и OH^- в ионитах называют *противоионами*.

В процессе ионного обмена можно выделить три стадии:

внешняя диффузия обменивающихся ионов к внешней поверхности ионита и обратно;

внутренняя диффузия обменивающихся ионов в зернах ионообменной смолы;

гетерогенная химическая реакция.

В большинстве случаев скорость химической реакции значительно превосходит скорость диффузии реагентов и продуктов реакции.

Ионообменные смолы чаще всего изготавливают в виде зерен (гранул) размером 0,3—2,0 мм. Зерна, поглощающие растворитель, набухают и вследствие этого увеличивают свой объем в несколько раз (но до определенного предела). Набухание ионита обусловлено наличием в его структуре гидрофильных ионогенных групп. Так называемая «сетчатая» структура (поперечные связи между макромолекулами) ограничивает набухание и предотвращает растворение ионита. Чем меньше в смоле поперечных связей, тем хуже она набухает в растворе.

Если ионит находится в растворе электролита, а не в чистом растворителе, то между ионитом и электролитом происходит обмен ионами и устанавливается динамическое равновесие.

Обычно процесс сорбции осуществляется путем пропускания раствора электролита, содержащего извлекаемый металл, через заполненную ионитом ионообменную колонку. Протиионы смолы замещаются протиионами из раствора электролита, а сами переходят в раствор. После того как ионы металла насыщают катионит, последний регенерируют, промывая его кислотой. Для регенерации анионита его промывают щелочью. После этой операции получают регенерированный сорбент и концентрированный раствор соли извлекаемого металла, который поступает на дальнейшую переработку.

Технологическое применение весьма прогрессивных сорбционных процессов часто сдерживается из-за недостаточной емкости сорбента и низкой скорости насыщения ионита ценными компонентами, извлекаемыми из раствора.

Применение мощного ультразвука позволяет интенсифицировать ионообменные процессы. Это связано с более полным раскрытием микропор в зернах ионита под действием кавитации и с полной очисткой их поверхности, что заметно увеличивает сорбционную емкость смолы. В условиях кавитации возрастает число некомпенсированных молекулярных связей на поверхности сорбента, в том числе и на поверхности стенок капилляров, а также облегчается проникновение раствора в ранее недоступные микрокапилляры, что невозможно осуществить другими методами. Внутрикапиллярные процессы интенсифицируются в акустическом поле за счет звукокапиллярного эффекта, связанного с увеличением высоты и скорости подъема жидкости в капиллярах. Во многих

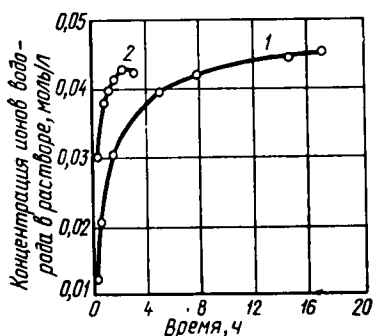


Рис. 10.5. Изменение концентрации раствора HCl при сорбции:

1 — без воздействия ультразвука;
2 — с воздействием ультразвука

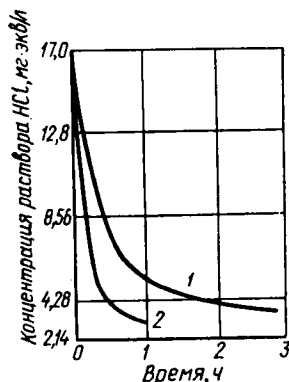


Рис. 10.6. Кинетические кривые поглощения HCl при механической (1) и ультразвуковой (2) обработке

экспериментальных и теоретических работах показано, что ультразвук ускоряет внешние диффузионные процессы, создает зоны макро- и микроперемешивания, снижает градиенты концентраций растворенных веществ на границе раздела твердой и жидкой фаз. Это должно сокращать продолжительность насыщения сорбента ценными компонентами, извлекаемыми из раствора. Скорость гетерогенных химических реакций, играющих важную роль в сорбционных процессах, зависит от скорости диффузии молекул и ионов к границам раздела фаз, химического взаимодействия и диффузии продуктов реакции. Поэтому скорость этих реакций при достаточно развитой поверхности контакта фаз определяется скоростью диффузии реагентов и продуктов реакции. Основное сопротивление массообмену оказывает диффузионный слой, находящийся на границе раздела фаз, поскольку в нем процесс массопереноса осуществляется самым медленным путем — молекулярной диффузией. Толщина и свойства диффузионного слоя существенно влияют на скорость протекания гетерогенных процессов.

Вторичные эффекты, возникающие в жидкости при распространении ультразвуковых волн конечной амплитуды, — кавитация, акустические течения и радиационное давление — вызывают интенсивные турбулентные потоки во всем объеме жидкости, в том числе и вблизи границы раздела фаз. Это значительно уменьшает толщину граничного диффузионного слоя и в конечном счете увеличивает скорость протекания гетерогенных химических реакций.

Так, в поле ультразвуковых колебаний с частотой 16,4 кГц для процесса сорбции из раствора NaCl на катионите КУ-2 в статическом режиме равновесное состояние достигается в 3—5 раз быстрее, чем в отсутствие ультразвука (рис. 10.5). Наибольшая интенсификация этого ионообменного процесса была достигнута при

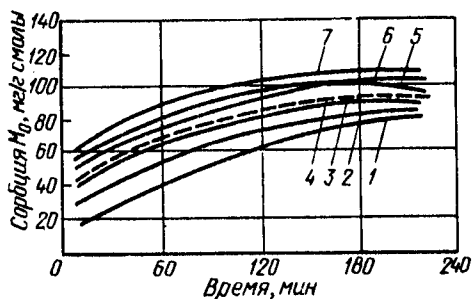


Рис. 10.7. Влияние продолжительности ультразвуковой обработки (частота 20 кГц) на скорость сорбции:

1 — контрольный опыт без ультразвука; 2, 3, 5, 6, 7 — сорбция при озвучивании в течение 0,5; 1; 3; 5; 10 мин соответственно; 4 — действие импульсного ультразвука с частотой следования 3—5 имп/с

на катионите СГ-1 показали, что в первую минуту «озвучивания» поглощается такое же количество соляной кислоты, что и за 20 мин при механическом перемешивании раствора (рис. 10.6). С течением времени эта разница уменьшается, и за 60 мин ультразвуковой обработки ионит поглощает из раствора такое же количество HCl , что и при механическом перемешивании за 3 ч.

В работах [2; 20] изучалось воздействие предварительной ультразвуковой обработки на сорбционную емкость ионообменных смол АВ-17 и ЭДЭ-10П. Эксперименты показали, что продолжительность предварительной ультразвуковой обработки по-разному влияет на ионообменные смолы разных марок. Например, предварительное озвучивание анионита АВ-17 в течение 1 мин практически не меняет его сорбционную емкость, тогда как емкость ионообменной смолы ЭДЭ-10П возрастает на 13%. Увеличение продолжительности предварительного «озвучивания» до 15 мин приводит к росту сорбционной емкости смолы АВ-17 на 32%, а для ЭДЭ-10П указанная характеристика остается такой же, как и после одноминутного ультразвукового воздействия. В диапазоне от 20 кГц до 1 МГц в пределах точности проведения экспериментов не было обнаружено влияние частоты ультразвуковой обработки ионитов на их сорбционную емкость.

Влияние продолжительности «озвучивания» на сорбцию молибдена на катионите СГ-1 при введении в раствор, содержащий ионит и молибдат-ионы, ультразвуковых колебаний с частотой 20 кГц представлено на рис. 10.7. При прочих равных условиях по мере увеличения продолжительности «озвучивания» возрастают конечная емкость смолы и скорость сорбции молибдена из раствора. Однако длительная ультразвуковая обработка в течение нескольких часов может привести к помутнению раствора, что свидетель-

температуре раствора +40°C. В условиях динамического режима сорбция NaCl на том же ионите интенсифицируется только на 29%. Это и понятно, так как в случае протекания раствора через слой ионита внешняя диффузия не является фактором, определяющим скорость процесса. В динамическом режиме сорбции ультразвуковые колебания действуют главным образом на процесс внутренней диффузии.

Экспериментальные исследования воздействия ультразвука на процесс ионного обмена в растворе HCl

ствует о частичном разрушении ионита. Поэтому весьма перспективным представляется обработка раствора, находящегося в контакте с ионообменной смолой, импульсными ультразвуковыми колебаниями. По сравнению с контрольным опытом (без ультразвукового воздействия) импульсный ультразвук повышает скорость сорбции на 12—15%, а конечную емкость сорбента — на 5—7% (рис. 10.7). При этом дополнительного измельчения смолы за счет ультразвука не было обнаружено.

Полное описание механизма акустической интенсификации ионообменных процессов в настоящее время еще отсутствует. Следует помнить, что с помощью ультразвуковых колебаний нельзя оптимизировать все параметры сорбционного процесса одновременно. Например, при сокращении продолжительности сорбции на 29% средняя концентрация ионов водорода на выходе из ионообменной колонны сокращалась на 15% по сравнению с максимальным значением $[H^+]$. Для управления процессом сорбции, а также целенаправленного воздействия на технологические параметры последнего и промышленного внедрения обнаруженных эффектов необходимы дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования. Однако уже сейчас можно сказать, что применение ультразвука для интенсификации процессов ионного обмена перспективно и оправдано.

10.5. ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ЭКСТРАКЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ УЛЬТРАЗВУКА

В гидрометаллургии существуют методы *экстракционного разделения веществ*, основанные на их распределении между двумя несмешивающимися между собой жидкостями (например, различные органические растворители и вода). Обязательное условие для осуществления процесса экстракции — различная растворимость извлекаемых элементов или веществ в жидкостях, входящих в экстракционную систему.

Жидкостная экстракция может быть разделена на две стадии: собственно экстрагирование и разделение полученных в результате экстрагирования фаз, причем акустические колебания могут воздействовать на обе стадии процесса.

При экстракционном извлечении вещества могут распределяться между твердой фазой и растворителем (экстракция в системе твердое — жидкое) или между двумя несмешивающимися жидкостями. До настоящего времени в гидрометаллургии наиболее широко используют жидкостную экстракцию.

Для интенсификации экстракционных процессов увеличивают площадь поверхности контактирующих фаз. Этого достигают эмульгированием жидких компонентов, диспергированием твердой фазы, а также перемешиванием контактирующих веществ.

Жидкостную экстракцию успешно используют в гидрометаллургическом извлечении Ni, Co, Ga, Al, U, Au, Ta, Nb и т. д. для раз-

деления многокомпонентных смесей близких по свойствам элементов.

Экстракционные процессы реализуются в колонных аппаратах и смесителях-отстойниках под действием силы тяжести, применяют также и центробежные экстракторы.

Известно, что ультразвук позволяет существенно интенсифицировать экстракцию — повысить извлечение ценных компонентов из исходного сырья, сточных вод и других производственных отходов. Например, при экстракции гваякола из 2%-ного водного раствора бензолом в поле ультразвуковых колебаний (частота 1 мГц, интенсивность 6 Вт/см²) через 1,5 мин было извлечено 86% гваякола, тогда как при механическом перемешивании с частотой 1000 об/мин — только 60%.

Акустическая интенсификация процесса собственно экстрагирования ценных компонентов возможна при создании в объеме рабочей камеры области развитой кавитации. Для этой цели используют мощные ультразвуковые поля, которые в промышленных условиях обычно получают с помощью ультразвуковых гидродинамических излучателей, работающих на частотах 15—20 кГц. Практическая реализация процесса экстракции в поле ультразвуковых колебаний возможна в специальных противоточных экстракторах горизонтального и вертикального типа, в которых сочетаются механическое перемешивание и акустическое воздействие.

Нужно отметить, что при использовании в качестве органических экстрагентов трибутилфосфата, аминов, четвертичных аммониевых оснований, их солей и ряда других веществ возникают трудности на второй стадии процесса экстракции — при разделении эмульсий, образующихся в процессе экстракции. Последний сопровождается изменением концентрации разделяемых веществ в обеих фазах, молекулярной и конвективной диффузией веществ внутри каждой фазы и перемещением их через границу раздела фаз.

Низкочастотные ультразвуковые колебания (в диапазоне от единицы до нескольких десятков килогерц) позволяют получать достаточно устойчивые эмульсии, а ультразвук мегагерцевого диапазона частот существенно интенсифицирует расслаивание эмульсий и тонкодисперсных суспензий * [10.2].

Массообмен в процессе жидкостной экстракции можно наблюдать на примере сложных растворов солей в смеси с керосиновым раствором трибутилфосфата. В 1 л исследованного раствора содержалось 50 г HNO₃ и 1,64 г металла. Экстрагент представлял собой 20%-ный раствор трибутилфосфата в керосине при отношении водной фазы к органической 1 : 2.

Из известных ультразвуковых устройств наиболее подходящими для интенсификации жидкостной экстракции являются гидродинамические преобразователи, генерирующие ультразвук в диапазоне

* Об ультразвуковом эмульгировании (в том числе и в поле акустических колебаний различных, совместно действующих частот) см. § 9.4.

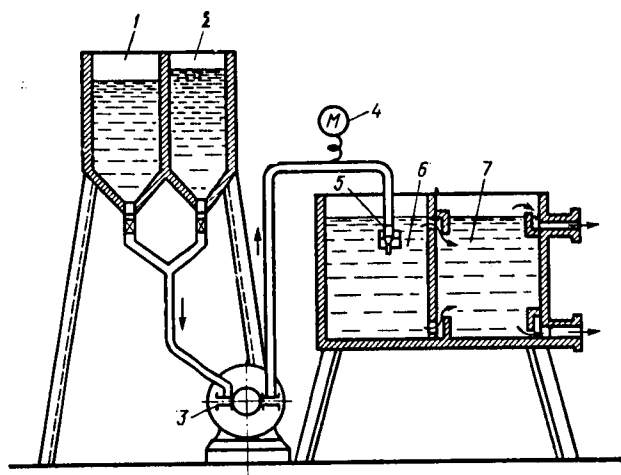


Рис. 10.8. Схема лабораторной установки для экстракции в поле акустических колебаний:

1, 2 — баки для эмульгируемых жидкостей; 3 — насос; 4 — манометр; 5 — гидродинамический преобразователь; 6 — смешительная камера; 7 — отстойная камера

частот 15—20 кГц. Схема лабораторной экстракционной установки для изучения закономерностей, механизма и эффективности процесса экстракции в поле мощных акустических колебаний приведена на рис. 10.8. В смешительной камере установки помещаются различные сменные гидродинамические излучатели, что позволяет сравнивать эффективность работы излучателей различных конструкций.

Результаты экспериментальных исследований показали, что для перевода в органическую фазу 99% металла, содержащегося в исходном растворе, необходимы три последовательные стадии «озвучивания» раствора. Семистадийная ультразвуковая обработка раствора с начальной концентрацией 9,25 г/л металла позволяет довести суммарное извлечение последнего в органическую фазу до 99,9% при конечной концентрации металла в растворе 0,007 г/л. На описанной установке потерь экстрагента за счет образования устойчивых эмульсий практически не наблюдалось.

Существуют и другие конструкции, например экстрактор вертикального типа с акустическими преобразователями (Б. Н. Ласкорин и др.) или также аппарат непрерывного действия типа смешитель — отстойник с магнитострикционными или пьезоэлектрическими преобразователями, смонтированными в днища смешительных камер (И. А. Якубович и др.).

Однако одно только ускорение массообмена в акустическом поле не может полностью определять механизм ультразвуковой интенсификации жидкостной экстракции, так как эффект ускорения

массообмена в простых системах невелик и может быть обеспечен с помощью обычных механических устройств.

По-видимому, главным эффектом ультразвукового воздействия является разрушение связей между частицами коллоидных систем и межмолекулярных связей типа связей Ван-дер-Ваальса. Поэтому акустическая интенсификация жидкостной экстракции возможна не только на стадии экстрагирования, но и на отдельных предшествующих экстрагированию этапах, когда разрушаются мицеллярные агрегаты экстрагента в водной и органической фазах, и др.

Образование мицелл экстрагента в водной фазе — вредное явление, приводящее к значительным потерям самого экстрагента и, следовательно, извлекаемого металла. Из веществ, обычно применяемых в этом процессе, наиболее склонны к агрегации и мицеллообразованию в органической фазе растворы аминов в алифатических углеводородах. Именно этими свойствами аминов многие исследователи объясняют изменение их экстракционной способности, а также образование и исчезновение второй органической фазы при изменении природы растворителя.

Для изучения возможности ультразвукового разрушения экстракционных эмульсий, мицелл и мицеллярных агрегатов, образующихся в водной фазе в процессе экстракции, исследовали влияние ультразвуковых колебаний на мицеллярную структуру чистых и н-нонановых водных растворов четвертичных аммониевых оснований (ЧАС), в частности метилциалкилбензиламмониевой соли (МДАБАС1) с общей формулой аниона $[\text{CH}_3\text{R}_{1-2}\text{NCH}_2-\text{C}_6\text{H}_5]\text{An}^+$, где $\text{R}_{1-2}=\text{C}_{17}-\text{C}_{20}$.

Агрегацию ЧАС в водных растворах исследовали *методом измерения эквивалентной электропроводности*. Этот метод основан на существенном отличии подвижности отдельных ионов от подвижности их агрегатов. Начало образования мицелл (коллоидных агрегатов) сопровождается резким изменением электропроводности растворов и соответствует определенной концентрации ПАВ — критической концентрации мицеллообразования (ККМ).

При концентрациях, больших ККМ, эквивалентная электропроводность «озвученных» в течение 15—20 мин (частота ультразвуковых колебаний 18 кГц, интенсивность 3—5 Вт/см²) чистых водных растворов МДАБАС1 и 0,1 молярного н-нонанового раствора этой соли, диспергированного в воде, увеличивается по сравнению с «неозвученными» растворами. Повышенная электропроводность водных растворов ЧАС, подвергнутых ультразвуковой обработке при концентрации, немного большей, чем ККМ, сохраняется у чистых растворов в течение нескольких часов, постепенно приближаясь к исходному значению у «неозвученных» растворов. При концентрациях, значительно превышающих ККМ ($1 \cdot 10^{-2}$ моль/л МДАБАС1), «озвучивание» более 15 мин не приводит к дальнейшему увеличению степени диссоциации ЧАС в воде. При этом оптическая плотность растворов, по резкому изменению которой также можно определить ККМ поверхностно-активных веществ, уменьшается еще в пределах 40 мин «озвучивания». Это можно

объяснить сдвигом равновесия реакции в сторону недиссоциированных молекул.

Отметим, что при «озвучивании» технологических водных растворов ПАВ ультразвук не дает полного разрушения мицеллярных структур.

Таким образом, для чистых растворов ЧАС в воде при концентрации, превышающей ККМ в 2—3 раза, диспергирование мицелл носит обратимый характер, а для н-нонановых водных и технологических растворов — необратимый. Очевидно, это связано с тем, что мицелла керосиновых растворов ЧАС в воде солюбилизирует растворитель внутри углеводородной части. При разрушении мицелл в ультразвуковом поле растворитель и частично экстрагент удаляются из водной фазы, что весьма важно для снижения потерь экстрагентов с водными растворами.

Коллоидные агрегаты ПАВ разрушаются под действием ультразвука только в том случае, если в жидкости создана область развитой кавитации. На этот факт нужно обратить особое внимание.

Для рассмотренного процесса жидкостной экстракции важно не только описанное выше поведение ПАВ в водных растворах, но и их поведение в растворах углеводов. Структура мицелл в углеводородной среде противоположна водной: полярные группы дифильных молекул находятся в центре агрегатов, а неполярные (углеводородные радикалы) обращены в растворитель. Так как диэлектрическая проницаемость обычных для экстракционной технологии растворителей мала, то ионогенные ПАВ в неполярной среде практически не диссоциируют, а мицелла не несет на себе заряда.

Поведение агрегированных растворов ЧАС, а возможно, и аминов можно объяснить исходя из предположения о существовании в органическом растворе наряду с мицеллами, обычными для органических растворов, больших мицеллярных агрегатов, структура которых сходна со структурой пластинчатых мицелл Мак-Бена в воде. Внутри этих мицелл, вероятно, частично солюбилизирован неполярный растворитель. Такие агрегаты могут диссоциировать на ионы в межмицеллярном пространстве, диэлектрическая проницаемость которого, вероятно, больше общей диэлектрической проницаемости раствора. Разрушение такой мицеллярной структуры при ультразвуковой обработке растворов или при добавлении длинноцепочечных спиртов (вследствие растворения коллоидных агрегатов) должно приводить к подавлению диссоциации соли амина даже несмотря на некоторое повышение общей диэлектрической проницаемости раствора.

Таким образом, *ультразвук разрушает мицеллярные структуры экстрагентов в водной и органической фазах*, что важно с точки зрения технологии экстракционных процессов. Добиться столь эффективного диспергирования коллоидных агрегатов ЧАС и прочих ПАВ другими физическими или физико-химическими методами воздействия не удастся. Перспективы акустической интенсифика-

ции экстракционных методов разделения веществ несомненны. Хотя этот метод нуждается в оптимизации и дальнейшем исследовании механизма, уже сейчас он может быть рекомендован для более широкого практического использования в гидрометаллургии.

Задача к гл. 10

Определить влияние предварительной ультразвуковой обработки в оптимальном режиме ($f=20$ кГц, амплитуда смещения излучателя $\xi=2,5$ мкм, продолжительность обработки $t=90$ с) исходного раствора сульфата меди (до осаждения меди в виде гидроксида) на активационный барьер флотации ($\Delta E_{ак}$) осадка гидроксида меди.

Решение. Предварительно из экспериментальных кинетических кривых определяют коэффициент скорости флотации K . Для рассматриваемого случая без ультразвуковой обработки $K_1=0,92 \cdot 10^{-7}$, а после ультразвукового воздействия $K_2=1,47 \cdot 10^{-7}$.

Значение активационного барьера определяют по формуле

$$\Delta E_{ак} = -kT \ln P_{ос} = -kT \ln \frac{K}{P_{сN}},$$

где k — постоянная Больцмана; $P_{ос}$ — вероятность закрепления частиц осадка гидроксида меди на пузырьке; $P_{сN}$ — вероятность соударения частиц гидроксида меди с пузырьком ($P_{сN}=3,3 \cdot 10^{-7}$); T — температура процесса.

Подставив исходные данные в приведенное уравнение, получим, что без ультразвуковой обработки $\Delta E_{ак}=5,26 \cdot 10^{-21}$ Дж, а с предварительной ультразвуковой обработкой $\Delta E_{ак}=3,35 \cdot 10^{-21}$ Дж. Следовательно, предварительная ультразвуковая обработка исходного сульфата меди снижает активационный барьер флотации осадка гидроксида меди примерно в 1,6 раза.

ГЛАВА 11

ОСНОВЫ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОБРАБОТКИ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА

11.1. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МОЩНОГО УЛЬТРАЗВУКА В РАСПЛАВАХ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ

Физические принципы обработки жидких металлов ультразвуком высокой интенсивности базируются на тех же главных закономерностях, которые справедливы для низкотемпературных жидкостей (вода, водные растворы, органика и др.). Однако высокая температура жидкого металла, особенности существования газов (в основном водорода) в растворенном состоянии и наличие большого числа гидрофобных неметаллических твердых включений микроскопического и субмикроскопического размеров определяют отличие условий распространения мощного ультразвука в расплавах металлов от воды и ее растворов. Именно поэтому кавитационная прочность и изменение средних акустических свойств жидких металлов в поле ультразвука несколько отличаются от хорошо изученных свойств кавитирующей воды. В связи с этим меняется

топография кавитационной области и выбор оптимальных схем и режимов ультразвуковой обработки жидких металлов должен учитывать акустические свойства того или иного кавитирующего расплава.

Высокая агрессивность жидкого металла предопределяет также особый подход к выбору материала излучателя и условий работы последнего в кавитирующем расплаве.

Наконец, эффективность ряда технологических процессов ультразвуковой обработки жидкого металла, таких, как, например, рафинирование расплава от неметаллических включений, распыление и др., зависит в значительной степени от степени развития акустической кавитации в расплавленном металле.

По современным представлениям, реальные расплавы содержат «планктон» мельчайших частиц несмачиваемых неметаллических примесей (оксиды, карбиды, нитриды и др.), которые существенно ослабляют кавитационную прочность жидкого металла. Поэтому, несмотря на сравнительно высокие значения поверхностного натяжения, вязкости, плотности и скорости распространения ультразвука в расплавах металлов, в последних сравнительно легко возникает и развивается акустическая кавитация.

Образование и развитие кавитации меняет усредненные акустические свойства расплава, при этом принято говорить о некотором специфическом объеме жидкости, примыкающем к поверхности излучения ультразвука и называемом *кавитационной областью*. Размеры этой области в значительной степени зависят от интенсивности ультразвуковой обработки и чистоты расплава по зародышам кавитации.

Распространение ультразвука малой (докавитационной) мощности в расплаве заданного технологического объема и при конечных размерах колебательной системы должно учитывать отражение колебаний от стенок емкости и поверхности жидкого металла. Поэтому, как правило, при распространении ультразвука малой интенсивности формируется интерференционная картина с максимумами и минимумами звукового давления, так как на низких ультразвуковых частотах (10—30 кГц) размеры объема расплава оказываются соизмеримыми с длиной волны ультразвука. При этом можно говорить о *режиме распространения стоячих волн*.

По мере затрат ультразвуковой энергии на образование и развитие кавитации, а также на формирование акустических потоков интерференционная картина сглаживается и характер ультразвукового поля в технологическом объеме приобретает мелкомасштабный диффузный характер. Это означает, что рассеяние и отражение ультразвуковых колебаний от одной или нескольких кавитационных областей, меняющих свое положение в объеме расплава из-за случайности кавитационных событий и активного перемещения скопления кавитационных полостей акустическими течениями, приводит к усреднению и сглаживанию интерференционных пиков и усреднению поля. При этом режим распространения бегущей вол-

ны в объеме жидкого металла обеспечивается за счет потерь ультразвуковой энергии в кавитирующем расплаве. Потери ультразвуковой энергии на кавитацию и потоки можно легко охарактеризовать разогревом объема кавитирующего расплава.

Уже указывалось, что с помощью молекулярно-кинетической теории жидкого состояния для каждой жидкости можно определить критическое давление или критическую температуру, при которой среднее расстояние между молекулами увеличивается настолько, что жидкость разрушается. Соответственно явление разрыва жидкости при приложении отрицательного (растягивающего) давления носит название *кавитации*, а явление разрыва жидкости при ее перегреве — *кипения*.

Для рассматриваемого нами случая акустической кавитации условие кавитационной прочности жидкости таково: при максимальном отрицательном давлении p_p жидкость можно раздвинуть на длину удаленного расстояния R между соседними молекулами. Минимальное значение p_p равно отношению поверхностного натяжения σ к $R/2$, т. е.

$$p_p = 2\sigma/R. \quad (11.1)$$

Расчеты по этому уравнению показывают, что теоретическая кавитационная прочность жидкостей (вода, расплавы металлов) очень велика и составляет 10^9 — 10^{10} Па. В то же время реальные измерения кавитационной прочности воды и некоторых расплавов металлов свидетельствуют о том, что порог кавитации $p_k \ll p_p$ и равен всего 10^5 — 10^6 Па.

Все известные жидкие металлы и их сплавы содержат в своем составе растворимые и нерастворимые примеси. Это относится даже к металлам сверхвысокой чистоты, например полученным методом зонной перекристаллизации. Если растворимые или хорошо смачиваемые расплавом примеси мало влияют на кавитационную прочность, то плохо смачиваемые нерастворимые примеси, по Я. И. Френкелю. [11.5], служат зародышами кавитации независимо от своих размеров. Однако если несмачиваемая поверхность является плоской, то со временем из-за постепенного растворения адсорбированных на поверхности газов она смочится расплавом и перестанет играть роль зародыша кавитации. Другое дело, когда такая неметаллическая твердая частица имеет на своей поверхности щели и впадины (рис. 11.1). При плохой смачиваемости трещины расплавом соприкасающаяся с ней жидкость образует относительно газа выпуклый мениск, и если впадина или трещина имеет достаточно острый угол, то газовая фаза становится источником зарождения кавитации при сравнительно небольших значениях p_k . Эта модель зародыша кавитации была предложена Я. И. Френкелем и затем была развита в работах Е. Н. Гарвея [3], поэтому будем мы далее называть такие кавитационные центры *зародышами Френкеля — Гарвея*.

Адгезия жидкости к твердой поверхности и ее «смачивание» определяются значением $\Delta\sigma$, т. е. разностью поверхностных энергий

гий $\sigma_{1,0}$ и $\sigma_{2,0}$ на границах жидкость — пар (газ) и твердое тело — пар (газ) соответственно и поверхностной энергией $\sigma_{1,2}$ на границе жидкость — твердое тело:

$$\Delta\sigma = \sigma_{1,0} + \sigma_{2,0} - \sigma_{1,2}. \quad (11.2)$$

Рассматривая трещинку в твердой частице, в устье которой может быть сосредоточена паровая или газовая фаза и обозначая θ контактный угол между этой фазой и жидкостью, имеем

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{1,0} + \sigma_{2,0} \cos \theta, \quad (11.3)$$

или, по определению,

$$\Delta\sigma = \sigma_{2,0} (1 - \cos \theta). \quad (11.4)$$

Случай $\Delta\sigma = 0$ означает, что контактный угол обращается в нуль, что соответствует совершенно плоскому пузырьку, т. е. полному несмачиванию твердой поверхности жидкостью.

Я. И. Френкель особо подчеркивает [11.5], что согласно его теории не размеры содержащихся в жидкости взвешенных частиц, а только физико-химические свойства жидкости и в первую очередь значение адгезии или «смачивания» $\Delta\sigma$ определяют способность этих частиц стать зародышами кавитации.

Таким образом, если в жидкости имеются взвешенные частицы со сложным микрорельефом, то в трещинках и щелях таких частиц, плохо смачиваемых жидкостью (расплавом), часто остается газовая фаза и поэтому зарождение кавитационной полости под действием растягивающих давлений звуковой волны должно всегда начинаться с газовой фазы в устье такой трещины.

Уже знакомство с основными физико-химическими свойствами жидких металлов показывает, что и плотность, и поверхностное натяжение металлических жидкостей выше, чем у воды и ее растворов, — именно с этим, очевидно, и связан тот факт, что кавитационная прочность жидких металлов примерно на порядок выше кавитационной прочности воды.

Некоторые экспериментальные оценки ряда жидких металлов (олово, цинк, индий, свинец, алюминий) свидетельствуют, что на частоте 18 кГц порог кавитации равен $(5 \div 10) \cdot 10^5$ Па.

Теоретическая оценка по уравнению Блейка [10] показывает, что для резонансного размера кавитационной полости 10^{-7} м $\leq R_0 \leq 10^{-5}$ м экспериментальные оценки неплохо согласуются с теорией (рис. 11.2).

Следует, однако, указать, что эти оценки не учитывают чистоты расплава по неметаллическим включениям и поэтому должны рассматриваться как некоторые предельные значения.

Рассмотрим на примере реальной металлической жидкости влияние чистоты по твердым несмачиваемым примесям на кавита-

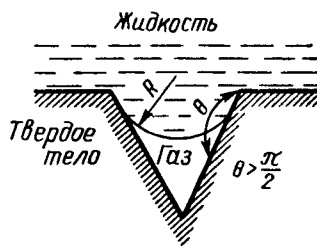


Рис. 11.1. Модель кавитационного зародыша Френкеля — Гарвея в виде несмачиваемой (гидрофобной) твердой частицы в жидкости

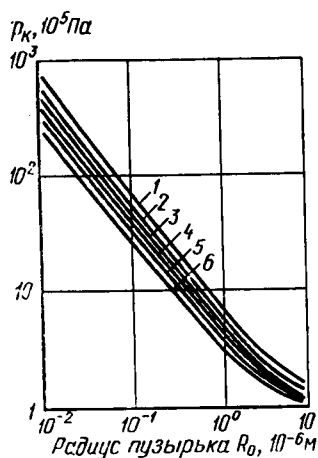


Рис. 11.2. Теоретическая кавитационная прочность жидких металлов в зависимости от начального радиуса зародыша кавитационной полости по данным работы [21]:

1 — Zn; 2 — Cd; 3 — Sn; 4 — Pb;
5 — Bi; 6 — In

ционную прочность. Сделаем это на примере расплава алюминия, который будем считать более сложной системой: жидкий алюминий — оксид алюминия — водород.

Расплавленный алюминий взаимодействует практически только с водородом и кислородом, причем последний присутствует в форме оксида алюминия Al_2O_3 — прочного химического соединения, обладающего низкой степенью термической диссоциации. Оксид алюминия находится в расплаве обычно в виде тонкодисперсной взвеси размером менее $1 \cdot 10^{-6}$ м. В техническом алюминии и его сплавах присутствует не чистый оксид алюминия, а оксид, загрязненный оксидами других сопутствующих производств алюминия металлов — Mn, Fe, Si, Ti, часть из которых является переходными металлами с нестроеной d -электронной оболочкой.

Водород находится в расплавленном алюминии преимущественно в растворенном состоянии [11.1] и только небольшая его часть (4–5%, по некото-

рым оценкам) адсорбирована на твердых частицах оксида алюминия. Механизм связи водорода и оксида алюминия окончательно не установлен. Предложен ряд гипотез, из которых наиболее вероятным являются две: *мицеллярная*, по которой каждая частица оксида алюминия заключена в ионно-сольватную оболочку, состоящую из протонов водорода и электронного газа (Ю. П. Пименов, М. В. Шаров), и *капиллярная* (К. В. Топчиева, Я. Д. Бур). Последние видят природу связи в капиллярной структуре твердых частиц оксида алюминия, в капиллярах которых под влиянием двух (и более) стенок образуется большое число адсорбционных слоев, способствуя тем самым постепенному переходу к капиллярной конденсации. Сложный состав реального оксида алюминия способствует хемосорбции водорода из раствора в свободное состояние. Используя качественные и количественные методы измерения порога кавитации расплавленного алюминия, удалось получить [11.6] зависимости кавитационной прочности расплава алюминия от его чистоты по неметаллическим примесям водорода и оксида алюминия (рис. 11.3, а), из которых следует, что кавитационная прочность жидкого металла на порядок выше, чем таковая для воды (рис. 11.3, б).

Распространение в жидкости интенсивных ультразвуковых колебаний с развитием кавитации приводит к потерям энергии упругих волн.

И

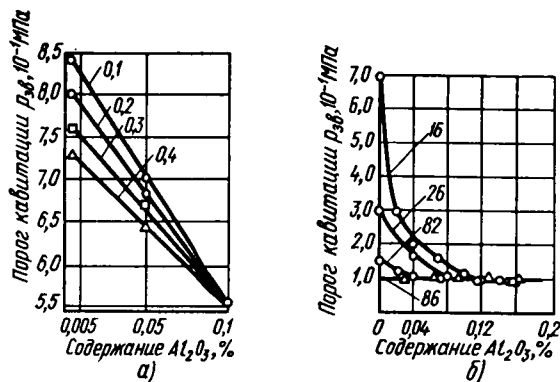


Рис. 11.3. Кавитационная прочность расплава алюминия марки А7 (а) и дистиллированной воды (б) в зависимости от чистоты по твердым включениям и газа

Цифры около кривых означают количество примесей водорода в $\text{см}^3/100$ г алюминия (а) и процентное содержание воздуха (б)

Общие закономерности изменения волнового сопротивления при кавитации были рассмотрены выше в гл. 7.

Ю. С. Асташкин и О. В. Абрамов [21] определили $\overline{\rho_k c_k}$ для расплава олова как $\rho_k c_k = 0,25 \rho_0 c_0$, а по данным Ю. Н. Бертника и др., для расплавленного мягкого припоя марки ПОС-61 $\rho_k c_k = 0,1 \rho_0 c_0$.

По нашим данным [4], $\overline{\rho_k c_k}$ в расплаве алюминия уменьшается в 7—10 раз при $A \geq 6$ мкм на частоте 18 кГц. Это изменение $\rho_k c_k$ в зависимости от амплитуды смещения показано на рис. 11.4. Из рисунка видно, как потери акустической энергии на кавитацию связаны с кинетикой процесса выделения водорода. В самом деле, если акустическую мощность выразить как $W_{\text{ак}} = \frac{1}{2} \rho c (\omega A)^2$, то при изменяющихся ρc и неизменных величинах ωA значения мощности $W_{\text{ак}}$, вводимой в расплав, уменьшается в соответствии с падением $\rho_0 c_0$ до значения $\rho_k c_k$, т. е. 7—10 раз, и для поддержания нужного уровня эффективности протекания процесса дегазации требуется форсирование режима возбуждения источника ультразвука с переходом на повышенные значения амплитуды смещения (≥ 10 мкм).

Для качественного и количественного исследования условий возникновения и развития акустической кавитации в расплаве обычно применяют специальные установки; пример функциональной схемы одной из них приведен на рис. 11.5. Кроме чисто качественной оценки степени развития кавитации по результатам анализа спектра шума можно оценить условно некоторую безразмерную величину активности ультразвуковой кавитации γ .

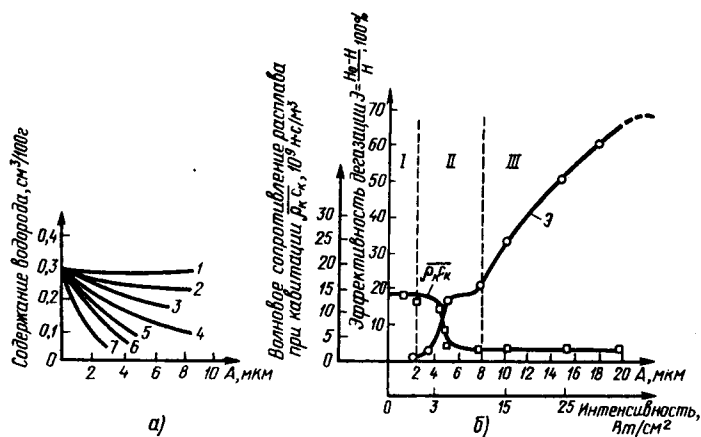


Рис. 11.4. Кинетика дегазации расплава алюминия марки А7 при амплитуде излучателя до 22 мкм (а) и изохрона эффективности ультразвуковой дегазации за 3,0 мин и падения волнового сопротивления $\rho_{КС}$ кавитирующего расплава как функция интенсивности (амплитуды смещения) ультразвука (б): 1—7 — соответственно для $A=2, 3, 5, 10, 15, 18, 22$ мкм; I — докавитационный режим обработки, II — порог кавитации, III — режим развитой кавитации

В случае действия тонального источника инициирующего поля спектр электрического сигнала на выходе широкополосного приемника кроме шумообразного сигнала содержит составляющую частоты инициирующего акустического поля, ее субгармоники и высшие гармоники, определяемые нелинейностью кавитационной среды, в нашем случае расплава.

Для оценки кавитации В. А. Акуличевым и Л. О. Макаровым были предложены метод и устройство, позволяющие оценивать безразмерную активность акустической кавитации как

$$\frac{E_{ш}}{E_{\tau}} = \frac{\bar{U}_{ш}^2}{\bar{U}_{\tau}^2} \quad (11.5)$$

Здесь $\bar{U}_{ш}^2$ и $E_{ш}$ — среднеквадратическое значение напряжения и энергия шумообразной составляющей; $\bar{U}_{\tau}^2$ и E_{τ} — среднеквадратическое значение напряжения и энергия основного тона соответственно. Однако недостатком созданной ими аппаратуры было то, что она регистрировала все гармоники инициирующего тона $\left(\sum_{n=1}^n E_{ш} \right)$, которые, естественно, превышали уровень слабого кавитационного шума.

Существенным шагом вперед явилось применение гребенчатых фильтров, позволивших отделить шумообразную кавитационную составляющую от составляющих инициирующего излучения.

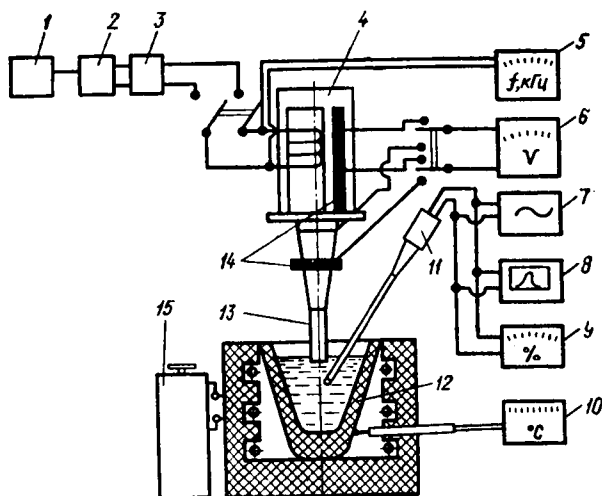


Рис. 11.5. Функциональная схема установки для качественного и количественного исследования условий возникновения и развития акустической кавитации в жидком металле:

1 — задающий генератор; 2 — усилитель; 3 — ультразвуковой генератор; 4 — преобразователь; 5 — частотомер; 6 — вольтметр; 7 — осциллограф; 8 — анализатор спектра частот; 9 — кавитометр; 10 — потенциометр с термопарой; 11 — волноводный щуп; 12 — тигель с исследуемым металлом; 13 — излучатель; 14 — датчики обратной акустической связи; 15 — электропечь

Количественная оценка степени развития кавитации по этому методу на кавитометрах марок КИ-1 и КИ-2* состояла в разделении общего спектра шума, воспринимаемого волноводным щупом, на составляющие основного (тонового) сигнала U_T , его гармоник ΣU_T и дискретных сигналов, соответствующих частотам кавитационных импульсов $U_{к.ш}$ в жидком металле. Амплитуды этих разделенных сигналов возводят в квадрат, интегрируют по времени наблюдения и преобразуют в значения электрических параметров, пропорциональные энергии разделенных шумов. Затем находят отношение энергии некогерентных шумов кавитации $E_{к.ш}$ к сумме $E_T + E_T$ и подают на индикатор сигнал, пропорциональный безразмерному индексу:

$$\gamma = \left(\frac{E_{к.ш}}{E_T + E_T} \right) \cdot 100\%.$$

Фиксация порога кавитации на кавитометре КИ-1 обеспечивается также световым индикатором.

Уже указывалось, что волноводный щуп в достаточно широком диапазоне частот регистрирует и гармонические, и дискретные им-

* Разработаны Р. П. Паташюсом и А. П. Машонисом в ультразвуковой лаборатории Каунасского политехнического института им. Ан. Снечкуса.

пульсы, возникающие в расплаве, поэтому одновременно с измерениями на кавитометрах снимали диаграммы с анализатора спектра в интервале частоты 0—500 кГц с выходом на двухкоординатный самописец.

Хотя данные подтверждают активный характер нагрузки в виде жидкого металла и объясняют причину потерь ультразвука за счет развития кавитации и потоков, однако для построения технологического процесса ультразвуковой обработки зачастую необходимо знать геометрические размеры кавитационной области.

Наиболее достоверным методом определения топографии кавитационного поля считают *метод фиксации картины кавитационной эрозии тонкой фольги* или *измерение убыли массы специальных образцов*, которые помещают в обрабатываемую ультразвуком жидкую среду. По мере увеличения степени развития кавитационных явлений размеры кавитационного поля растут, занимая объем, очерченный линейными размерами a , приблизительно равными $\lambda/4 \leq a \leq \lambda/2$ (где λ — длина волны звука в той или иной жидкости). Для воды, например, это 20—40 мм, для расплава алюминия — 40—60 мм.

Для исследования кавитации в расплавленном алюминии и его сплавах применяют, например, фольгу толщиной 20—500 мкм из тугоплавких металлов (Ti, Nb, Mo, W и др.). Образцы фольги в специальных рамках помещают в расплав под излучатель таким образом, что плоскость фольги совпадает с осью волноводно-излучающей системы.

Как показывают результаты наших исследований, эффективность обработки ультразвуком расплавленного металла [4; 11.6; 11.7] существенно повышается при переходе на режим развитой кавитации, при этом развитие кавитации и потери ультразвуковой энергии на ее развитие порождают акустические потоки, влияние которых также существенно для процесса ультразвуковой обработки расплавленного металла. Эти микротечения жидкого металла вблизи пульсирующих кавитационных пузырьков могут развивать скорость в несколько метров в секунду, создавая в области действия, примерно равной размеру пузырька, картину вихря.

Оптимизации параметров ультразвуковой обработки расплава с точки зрения увеличения области активного кавитационного воздействия на расплав можно достичь увеличением колебательной скорости излучателя и, следовательно, увеличением вводимой в расплав акустической мощности, а также согласованием поверхности, излучающей ультразвук, с расплавом.

11.2. ТЕХНИКА ВВЕДЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА В ЖИДКИЙ МЕТАЛЛ

Существуют две принципиальные возможности введения интенсивного ультразвука в жидкий металл, основанные на контакте излучателя с нагрузкой. Первый из них, самый предпочтительный, состоит в контакте излучателя непосредственно с жидким металлом, второй — в контакте излучателя с твердой частью слитка

(отливки), и уже через твердо-жидкую переходную область ультразвуковые колебания могут быть переданы в расплав *. Общим для указанных вариантов введения ультразвука в расплав является возможность реализации в жидком металле или в переходной области режима развитой кавитации, поскольку только в этом случае можно говорить об активном воздействии на процесс динамического равновесия системы расплав — несмачиваемые твердые примеси — газ.

При разработке промышленного оборудования и технологии ультразвуковой обработки расплава большое внимание было уделено выбору материала и конструкции излучателя. Если конструкцию волноводно-излучающей системы выбирали из условий создания в расплаве максимальной зоны кавитации, что определило форму излучателей в виде грибков, то выбор материала для его изготовления осуществляли с целью создания излучателей ультразвука с пренебрежимо малым износом.

Уже в первых экспериментах [11.7] было обнаружено, что керамика малоприспособна для передачи ультразвука высокой амплитуды в расплав. Данные ряда немецких исследователей 40-х и 50-х годов о применении излучателей из спеченного оксида алюминия, по-видимому, распространяются лишь на создание слабых источников ультразвука с амплитудой колебаний излучателя 5 мкм. Ограниченные возможности керамики связаны с пониженными значениями предела выносливости и малой кавитационной стойкости в расплаве при амплитуде смещения, большей или равной 10 мкм.

Отечественный опыт работы по ультразвуковой обработке расплава цветных металлов и сплавов показал, что наиболее высокие эксплуатационные характеристики имеют излучатели из тугоплавких металлов и сплавов на основе Ti и Nb.

Выбор в качестве материала инструмента для длительной работы в высокотемпературном расплаве (жидкий алюминий, магний и их сплавы) сплава на основе ниобия обусловлен особенностями поведения его упругих характеристик при воздействии температуры. Так, модуль нормальной упругости ниобия в отличие от практически всех высокотемпературных металлов и сплавов (титан, тантал, молибден, вольфрам, сталь и др.) не меняется в интервале температур 20—1200°C, в то время как для этих материалов он при нагревании монотонно падает.

Специфика работы излучателя ультразвука в расплаве такова, что при длительном взаимодействии его материала, например, с жидким алюминием и его сплавами в поле акустической кавитации могут проходить одновременно следующие физико-химические процессы:

* Мы не рассматриваем варианты ввода ультразвука в расплав через так называемый *акустический теплообменник*, так как в этом случае передача колебаний в расплав практически затруднена из-за образования гарнисажа и этот метод обработки является разновидностью суспензионного метода литья с подачей в расплав «обломков» твердой фазы, образующейся на водоохлаждаемом цилиндрическом излучателе ультразвука.

Т а б л и ц а 11.1. Кинетика разрушения в расплаве алюминия материала излучателя (температура расплава 740°С, глубина погружения в расплав 5—10 мм, амплитуда смещения 20 мкм)

Время УЗО, мин	Изменение концентрации материала излучателя, вес. %				
	Сталь 45	титан	молибден	вольфрам	ниобий
2	0,080	0,018	0,012	0,05	0,0005
4	0,155	0,030	0,024	0,010	0,0026
6	0,22	0,040	0,028	0,012	0,0010
8	0,61	0,048	0,034	0,017	0,0011
10	—	0,053	0,034	0,018	0,0022
12	—	0,061	0,040	0,022	0,0024
15	—	0,062	0,040	0,025	0,0028

растворение материала излучателя в жидком металле;
диффузия жидкого металла в материал излучателя;
кавитационное (эрозионное) разрушение поверхности излучателя.

Следует указать, однако, что первый процесс, как правило, быстро прекращается из-за покрытия поверхности излучателя тонкой пленкой алюминия, которая под действием ультразвуковой кавитации образуется практически мгновенно. При дальнейшем взаимодействии расплава с материалом излучателя начинают взаимно конкурировать два следующих процесса.

Детальное исследование поведения излучателей из сталей разных марок, титана и его сплавов, ниобия и его сплавов, молибдена, хрома, тантала и т. д. показало, что рано или поздно все эти материалы подвержены кавитационной эрозии.

В табл. 11.1 представлена кинетика разрушения в расплаве алюминия марки А85 массой 10 кг излучателей ультразвука из разных материалов по данным химического анализа.

Как следует из табл. 11.1, скорость разрушения излучателей из различных материалов происходит различно: от высокой скорости разрушения для стали до практически ничтожной для ниобия.

Механизм разрушения излучателей ультразвука в расплавах алюминия был предложен в 1962 г. [11.7] и позднее подтвержден при исследовании разрушения излучателей титана в расплавах цинка. Каким образом происходит разрушение? Алюминирование поверхности излучателя ведет к образованию интерметаллического соединения типа Al_3Me , скорость формирования которого и свойства сугубо индивидуальны для каждой системы. Однако образующиеся интерметаллиды всех пар алюминий — металлы являются существенно более твердыми и хрупкими, чем чистые металлы, из которых сделаны излучатели. Поэтому поверхностный слой интерметаллидов легко диспергируется при кавитационном воздействии, обнажая поверхность чистого металла, после чего процесс образования интерметаллидов возобновляется.

Скорость разрушения излучателей из разных металлов (см. табл. 11.1) меняется в зависимости от условий образования интерметаллидов по диаграмме состояния бинарных сплавов. Так, в системе Al—Fe крупное соединение Al_3Fe образуется уже при содержании Fe больше чем 0,002 вес.%, в системе Al—Mo — при 0,1—0,2 вес.% Mo, в системе Al—Ti — при 0,15—0,19% Ti, в системе Al—Nb — при 0,18—0,28% Nb и т. д. Следует также учитывать, что, по А. Волу, твердость H_u (10^{-1} МПа) самих интерметаллидов различна:

Al_3Fe	960
Al_3Ti	595
Al_3Mo	366
Al_3Nb	375

Теперь понятны легкость разрушения излучателей из сплавов на железной основе и заметное повышение кавитационной стойкости у сплавов на основе титана, молибдена и особенно ниобия. Предельно высокие свойства обнаруживают излучатели из тантала, однако применение этого металла в настоящее время ограничено из-за его высокой стоимости. Экспериментально обнаружено [1.7] наличие промежуточного диффузионного слоя, микротвердость которого по мере удаления от поверхности уменьшалась от значения 595 кг/мм² на поверхности до значения 300 кг/мм² в теле излучателя из титана.

Анализ полученных данных позволяет осуществить научно обоснованный подход к выбору материала излучателя ультразвука в зависимости от вида процесса ультразвуковой обработки расплава и экономических условий его проведения.

11.3. МЕХАНИЗМ РАФИНИРОВАНИЯ РАСПЛАВА ОТ НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ГАЗОВЫХ И ТВЕРДЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ В ПОЛЕ МОЩНОГО УЛЬТРАЗВУКА

Современные представления о механизме пузырькового выделения газа из жидкости в акустическом поле связаны с влиянием поля на процесс зарождения пузырька и его развития, причем последнее зависит не только от интенсивности поля, но и общего содержания газа в жидкости. В определенных условиях динамическое равновесие системы газ — жидкость может нарушаться и процесс массопереноса газа из жидкости в пузырьки может меняться на обратный, когда вместо дегазации начинается процесс ее насыщения газом.

Если в воде и ее растворах, как показали исследования О. А. Капустиной [13], речь идет о динамическом равновесии в системе пузырек газа — жидкость, то при переходе к жидкому металлу картина существенно осложняется. По современным представлениям [4], жидкий металл, например алюминий и его сплавы, представляет собой коллоидную систему, в которой дисперсные собственные оксиды играют роль концентраторов водорода. Хотя пока еще не предложено единого механизма этой локализации и концентрации

водорода, верность представления о неравномерном его распределении в объеме расплава признается большинством исследователей.

Данные по адсорбции водорода на синтетических чистых и «загрязненных» примесями переходных металлов препаратах оксида алюминия показывают [11.1], что «загрязнение» может усиливать адсорбцию и тем самым увеличивать вероятность повышенной концентрации водорода вблизи частиц твердых неметаллических включений.

Таким образом, в системе расплав — твердое неметаллическое включение — водород нужно рассматривать динамическое равновесие между растворенным в расплаве водородом и его пузырьками во взаимосвязи с количеством и активностью твердых неметаллических включений.

Картина дополнительно усложняется тем, что в расплавленном металле нет свободных пузырьков газа и их появление возможно только в случае приложения энергии извне и создания условий зарождения пузырьков на подложке из несмачиваемой твердой частицы неметаллического включения, как это происходит при возникновении в жидком металле кавитации.

По теории акустической дегазации жидкости, предложенной О. А. Капустиной [13], порог дегазации и порог кавитации между собой могут не совпадать, так как в жидкости содержатся парогазовые пузырьки, пульсации которых в условиях поля малой (докавитационной) интенсивности способствует диффузии газа в полость, укрупнению пузырьков за счет объединения с соседними и всплытию на поверхность.

Переход на режим кавитационной обработки увеличивает количество потенциальных зародышей дегазации, усиливает диффузионный поток, а также увеличивает скорость акустических течений, что в конечном счете ведет к повышению эффективности ультразвуковой дегазации. Именно поэтому порог дегазации воды, т. е. интенсивность звука, при которой начинается выделение газа из жидкости, всегда меньше порога кавитации — интенсивности возникновения кавитации.

В жидком металле, где исходно отсутствуют парогазовые пузырьки и для их возникновения требуется кавитационный разрыв жидкости, пороги дегазации и кавитации должны совпадать (см. рис. 11.4).

Присутствие в расплаве твердых несмачиваемых частиц неметаллических примесей, согласно теории фазовых превращений Я. И. Френкеля [11.5] и экспериментальным данным, полученным на воде и расплавах алюминия и его сплавов [11.6], приводит к необходимости связать порог кавитации с наличием именно этих частиц в расплавленном металле.

Локальная неоднородность в распределении растворенного водорода в расплаве вблизи этих частиц независимо от типа связи между водородом и частицей способствует за счет пересыщения расплава вокруг этой частицы водородом формированию газового пузырька, способного к дальнейшему участию в процессе пузырь-

ковой дегазации из кавитационной полости, возникшей на частице.

Это означает, что возникший пузырек газа начинает пульсировать, захлопываться, генерировать новые «осколочные» пузырьки, взаимодействовать с соседними пузырьками и укрупняться до размеров, которые в соответствии с законом Стокса позволяют ему всплыть на поверхность ванны с расплавом. Словом, порог кавитации и образование у частицы неметаллического включения одиночного пузырька водорода в статистическом рассмотрении некоторого объема расплава с определенным количеством частиц неметаллических включений определяют начало процесса дегазации. Другими словами, *порог кавитации совпадает с порогом дегазации металла*, как это следует из приведенных выше экспериментальных данных.

В самом деле, если рассматривать зависимость эффективности ультразвуковой дегазации от интенсивности ультразвука, вводимого в расплав, то можно получить кривые, аналогичные представленным ранее на рис. 11.4 для алюминия технической чистоты. Их нетрудно связать с условиями возникновения и развития акустической кавитации в расплаве.

Процесс ультразвуковой дегазации можно себе представить в виде трех стадий, идущих одновременно.

1. Зарождение пузырьков газа на зародышах кавитации и их диффузионный рост в поле ультразвука. В случае существования в жидкости мельчайших пузырьков их рост происходит только по диффузионной кинетике.

2. Коалесценция отдельных пузырьков в более крупные за счет действия акустических потоков сил Бьеркнесса и Бернулли.

3. Подъем (всплытие) пузырьков на поверхность расплавленного металла.

Такие представления были впервые описаны в работе [11.7], а затем с уточнением отдельных сторон обсуждались в работах Н. Эйзенриха, О. А. Капустиной и др.

Как любой массообменный процесс, ультразвуковая дегазация зависит от многих факторов. В то же время, если экспериментальное изучение процесса, как правило, дает информацию об общем изменении содержания газа в жидкости, с помощью теоретического исследования мы пока можем лишь оценить динамику одиночного пузырька и только затем полученные закономерности перенести на кавитационную область в целом, заполненную совокупностью кавитационных пузырьков.

Наиболее обстоятельный анализ процесса ультразвуковой дегазации жидкости был дан в работе О. А. Капустиной [13]. Весь теоретический и экспериментальный анализ автор осуществляет применительно к процессу дегазации низкотемпературных жидкостей (вода и ее растворы), которые представляют собой жидкостную систему, содержащую пузырьки газа. Исходя из этих представлений, О. А. Капустина рассматривает диффузионный рост пузырька и вклад отдельных факторов, способствующих выделению пузырьков из жидкости в поле ультразвука малой амплитуды (докавитационный режим).

В механизме ультразвуковой дегазации проблема диффузионного роста пузырьков в условиях кавитационной динамики исключительно важна, так как диффузионный поток газа внутрь пузырька играет доминирующую роль. Односторонняя диффузия имеет место и в докавитационном режиме. По мнению О. А. Капустиной, существенную роль при колебаниях в докавитационном режиме играют также акустические микропотоки, которые вызывают торможение упругой волны вследствие вязкости пограничного акустического слоя, толщина $\delta_{ак}$ которого зависит от кинематической вязкости ν среды и частоты ω звука:

$$\delta_{ак} = \sqrt{2\nu/\omega}. \quad (11.6)$$

В сильных ультразвуковых полях (режим звуковой кавитации) изучение диффузионного роста осложняется. Известны только две работы, которые приближенно решают эту задачу. В одной из них Ю. Я. Богуславским [11.3] было получено решение нестационарного уравнения, которое описывает диффузию газа в полость, расширяющуюся под действием постоянного растягивающего усилия z_0 , при следующих граничных условиях: $\lim_{R \rightarrow \infty} C(R_0, t) = c_0$ и $c(R_0, t) = 0$. Поток газа в полость за время t

$$I = \frac{16}{15} \sqrt{5\pi} \frac{z_0}{\rho_{ж}} c_0 \rho_r \sqrt{Dt} \cdot t^2 + 1,9\pi \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{z_0}{\rho_{ж}} D \rho_r c_0 t^2. \quad (11.7)$$

Здесь первый член характеризует поток газа через плоскую границу раздела, а второй — поправку на кривизну пограничного диффузионного слоя. Оценки показали, что вклад второго члена весьма мал, так как радиус полости растет быстрее, чем толщина диффузионного слоя.

Качественно понимание процесса «выпрямленной» диффузии может быть получено из рассмотрения четырех эффектов пульсации полости.

1. Диффузия газа направлена из пузырька в жидкость тогда, когда он сжат и концентрация в нем повышена. Точно так же условием направленной внутрь пузырька диффузии газа из жидкости надо считать расширение пузырька и тем самым снижение внутри него концентрации газа (т. е. количества молей газа в единичном объеме).

2. Кавитационная динамика полости позволяет создать условия, когда площадь поверхности пузырька в фазе расширения много больше, чем его поверхность в фазе сжатия, поэтому количество газа, диффундирующего в полость в момент расширения, значительно превышает количество газа, уходящего из пузырька при его сжатии.

3. Процесс диффузии, как известно, контролируется толщиной так называемого диффузионного слоя, который имеет место в слое жидкости, окружающем пузырек. При сжатии пузырька этот слой растет и концентрационный градиент уменьшается, при расширении пузырька слой становится тоньше и концентрационный гради-

ент увеличивается, тем самым увеличивается скорость потока газа в пузырек.

4. Кроме того, скорость расширения кавитационной полости существенно меньше скорости ее захлопывания.

Таким образом, поведение пузырьков при кавитации в принципе должно учитывать изменение массы газа внутри полости во время ее расширения и захлопывания.

В общем случае поведение пузырька должно описываться достаточно сложной системой уравнений. Если считать, что пузырек пульсирует в несжимаемой жидкости, то зависимость его радиуса R от времени описывается **уравнением типа Рэлея**

$$\left(R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2\right)\rho + 4\mu\frac{\dot{R}}{R} + \frac{2\sigma}{R} - p(t) - p_a \sin \omega t = 0, \quad (11.8)$$

где $p(t)$ — давление газа внутри пузырька; p_a — акустическое давление.

В том случае, когда мы хотим учесть изменение массы газа внутри пузырька во время пульсаций, величина $p(t)$ не может быть выражена простой аналитической зависимостью от радиуса.

Изменение массы газа $\Delta M = 4\pi R^3 m^n / 3$, где n — плотность газа в пузырьке, описывается уравнением

$$\frac{4}{3}\pi \frac{d(nR^3)}{dt} = 4\pi R^2 \cdot i(t), \quad (11.9)$$

где $i(t)$ — плотность потока газа через поверхность. Если считать газ в пузырьке идеальным, то $p = nkT$ (T — температура газа внутри пузырька, которая в принципе сама может зависеть от времени, k — постоянная Больцмана). Если кавитация в расплаве проходит в изотермическом режиме, то уравнение (11.9) принимает вид

$$\frac{R}{3kT} \frac{dp}{dt} + \frac{p}{kT} \frac{dR}{dt} = i(t). \quad (11.10)$$

Поток газа в пузырек может быть обусловлен разными процессами, главным из которых является диффузия.

Для пульсирующего пузырька этот процесс можно описать **уравнением конвективной диффузии**, которое в сферически-симметричном случае имеет вид

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v_r \frac{\partial c}{\partial r} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{2\partial c}{r\partial r} \right), \quad (11.11)$$

где c — концентрация газа в расплаве; r — радиальная координата, отсчитываемая от центра пузырька; v_r — радиальная скорость жидкости; D — коэффициент диффузии.

Плотность потока газа $i(t)$ определяется выражением

$$i(t) = D \frac{\partial c}{\partial r} \Big|_{r=R(t)}. \quad (11.12)$$

Таким образом, чтобы описать поведение пузырька в условиях изменения массы газа, продиффундировавшего внутрь пузырька, надо решать совместно систему уравнений (11.8), (11.10) и (11.11).

Решение уравнений динамики пузырька и конвективной диффузии сопряжено со значительными математическими трудностями и его не удается найти даже численными методами.

Однако задачу удалось упростить [11.7] за счет использования данных работы [11.3], в которой найдено выражение для плотности потока газа в кавитирующий пузырек.

Согласно Ю. Я. Богуславскому [11.3], предполагается, что конвективная диффузия газа происходит в весьма тонком слое жидкости, примыкающем к поверхности пузырька. При этом слой может считаться плоским и уравнение (11.11) упрощается:

$$\frac{\partial c}{\partial t} - 2 \frac{y}{t} \frac{\partial c}{\partial y} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}. \quad (11.13)$$

Здесь y — координата, перпендикулярная поверхности пузырька. Начальные условия решения: $c=c_0$ при $t=0$; $c=0$ при $y=0$ ($t \geq 0$) и $c \rightarrow c_0$ при $y \rightarrow \infty$ ($t \geq 0$). При выводе уравнения (11.13) автор работы [11.3] предполагал также, что движение поверхности пузырька происходит с постоянной скоростью.

Аналитическое решение уравнения (11.13) привело к выражению для плотности потока газа через границу пузырька:

$$i(t) = D \frac{\partial c}{\partial y} \Big|_{y=0} = \sqrt{\frac{5}{\pi}} D^{1/2} c_0 t^{-1/2} \quad (11.14)$$

(c_0 — равновесная концентрация газа, не зависящая от приложенного растягивающего давления).

Если уравнения (11.8) и (11.10) записать так, чтобы они содержали в виде неизвестной величины площадь поверхности пузырька $S=4\pi R^2$, и вместо полного потока газа в пузырек подставить полученное в работе [11.3] усовершенствованное выражение

$$I = \frac{8}{3} \sqrt{5\pi} \frac{z_0}{p} D^{1/2} c_0 t^{3/2}, \quad (11.15)$$

где $z_0=0,8 p_a$, то система уравнений, описывающих динамику пузырька с учетом диффузии газа в пульсирующий пузырек, примет вид

$$\begin{cases} \frac{d^2 S}{dt^2} = -\frac{1}{4S} \left(\frac{dS}{dt} \right)^2 + \frac{2\pi}{p} [p(t) - p_0 - p_a \sin \omega t] - \frac{4\sigma \pi^{3/2}}{S^{1/2}} - 4\mu \frac{\pi S}{s}; \\ \frac{S^{3/2}}{\sqrt{\pi k T}} \frac{dp}{dt} + \frac{p S^{1/2}}{2 \sqrt{\pi k T}} \frac{dS}{dt} = I. \end{cases} \quad (11.16)$$

Эти уравнения (11.16) можно решать численными методами с помощью ЭВМ с начальными условиями $S(0)=S_0$, $p(0)=p_0$, $s(0)=0$.

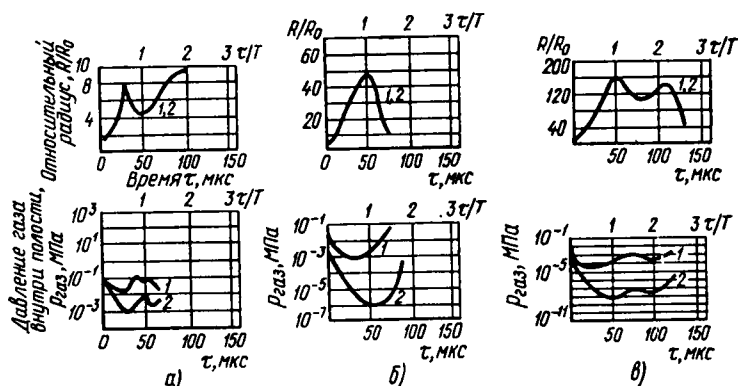


Рис. 11.6. Влияние диффузии водорода в кавитационную полость с $R_0 = 10$ мкм на изменение относительного радиуса и давления газа внутри полости расплава при УЗО алюминия с амплитудой звукового давления $p_a = 0,2$ МПа (а), 1,0 МПа (б) и 10 МПа (в):

1 — расчеты проведены с учетом диффузии водорода в полость; 2 — расчеты не учитывают диффузии водорода в полость

Следует отметить, что другие приближенные решения, например решение А. Эйлера и Г. Флинна [13], для которого необходимо выполнить условие

$$\frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{D}{2\pi f}} \ll 1,0,$$

для применения в задаче определения динамики кавитационного пузырька в расплаве с учетом диффузии* оказались непригодными по крайней мере по двум причинам: из-за низкого уровня ультразвуковых частот ($f = 18$ кГц) и значительного по сравнению с системой вода — воздух коэффициента диффузии в системе расплав Al — водород (10^{-4} м²/с).

Числовые расчеты, сделанные на машине БЭСМ-4 для расплавов алюминия с содержанием водорода $c_0 = 2 \cdot 10^{-7}$ м³/100 г и значением $D = 1,0 \cdot 10^{-4}$ м²/с [11.1] для различных начальных радиусов R_0 кавитационных полостей, проводили из условий реальной картины существования в расплаве зародышей кавитации в виде несмачиваемых частиц тонкодисперсного оксида алюминия размером $(0,3 \div 1,5) \cdot 10^{-6}$ м [11.1] и образующихся на этих частицах водородных линз размером $1 \cdot 10^{-6} - 10^{-4}$ м.

На рис. 11.6 для $R_0 = 10^{-5}$ м представлены графики, иллюстрирующие изменение относительного радиуса R/R_0 и давление газа $p_{газ}$ в полости кавитирующих пузырьков в случае учета диффузии газа по уравнению (11.16) и без учета — по уравнению типа (11.8).

* Данная задача решалась совместно с А. И. Иоффе.

Если при значениях $p_a \ll 1 \cdot 10^6$ Па диффузия водорода в пузырьки всех исследованных начальных радиусов не вносит особого изменения, то при переходе на режимы ультразвуковой обработки с $p_a \gg 1 \cdot 10^6$ Па выпрямленная диффузия значительно меняет давление газа в пузырьке. При $p_a = 2,0 \cdot 10^5$ Па пузырек совершает нелинейные пульсации и учет диффузии газа, не сказываясь на изменении относительного радиуса, примерно на два порядка меняет давление газа внутри полости. При увеличении звукового давления до $1 \cdot 10^6$ Па направленная диффузия газа в полость меняет давление в ней на четыре порядка. При звуковом давлении $1 \cdot 10^7$ Па за счет диффузии давление газа внутри полости увеличивается на пять порядков.

Следует отметить, что со снижением начального радиуса до $R_0 = 10^{-6}$ м влияние диффузии на динамику пузырька становится еще более ощутимым. Попутно добавим, что почти во всех случаях диффузия газа в полость не сказывается на размерах пузырька.

Представляет интерес провести оценку массы газа (водорода), переходящего из жидкого металла в кавитационный пузырек. Это можно осуществить путем графического интегрирования полученных на рис. 11.6 зависимостей и использования следующего выражения:

$$\Delta M \approx \frac{4\pi m}{3kT} \int_0^t R^3(p - p_1) dt, \quad (11.17)$$

где p — давление газа в пузырьке с учетом диффузии; p_1 — давление газа в пузырьке без учета диффузии; m — масса молекулы газа; R — средний радиус пузырька в период расширения. В табл. 11.2 приведены результаты расчета для всех исследуемых вариантов.

Характер пульсаций кавитационных пузырьков, а также условия протекания «выпрямленной» диффузии водорода внутрь кавитационной полости как функция приложенного звукового давления позволяют сделать вывод о том, что для жидкого алюминия и магния порог кавитации на частоте $18 \cdot 10^3$ Гц лежит действительно при $p_a = 10 \cdot 10^5$ Па.

Это следует также непосредственно из данных табл. 11.2, когда при $p_a \gg p_k$ масса водорода в пузырьках с $R_0 \gg 1,0 \cdot 10^{-6}$ м увеличивается на два порядка.

В какой мере расчетные данные соответствуют реальной кавитационной прочности жидкого металла, можно было видеть выше по результатам экспериментального определения порога кавитации в расплавах легких сплавов.

Экспериментальное изучение кинетики дегазации расплавленного алюминия и его сплавов с магнием под действием ультразвука позволяет отчетливо различить три энергетических режима обработки (см. рис. 11.4), где область I относится к докавитационному режиму, область II — к режиму, близкому к порогу

Т а б л и ц а 11.2. Влияние амплитуды звукового давления на диффузию водорода в кавитационную полость

Амплитуда звукового давления $p_a \cdot 10^5$ Па	Масса водорода, 10^{-6} г		
	$R_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ м	$R_0 = 1 \cdot 10^{-5}$ м	$R_0 = 1 \cdot 10^{-4}$ м
2,0	$4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-7}$
10,0	$4,6 \cdot 10^{-3}$	$4,6 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-4}$
50,0	0,3	0,3	0,2
100,0	2,0	1,0	0,65

кавитации, для которого $I \geq 2$ Вт/см², что соответствует звуковому давлению $(8 \div 10) \cdot 10^5$ Па, и область III — к режиму развитой кавитации.

Расчеты и эксперименты подтверждают, что наиболее значительный вклад в диффузионное развитие пузырьков вносят малые частицы примесей, размеры которых не превышают 1,0 мкм, т. е. тонкодисперсные включения примесей, которые всегда присутствуют в технических расплавах и контролируют ход протекания металлургических процессов при создании специфических методов воздействия на эти примеси. В данном случае мы имеем в виду, что ультразвуковое воздействие в режиме кавитации является не менее сильным, чем, например, тепловое воздействие, при котором, согласно исследованиям В. И. Данилова и его сотрудников, имеет место дезактивация примесей и огрубление зерна в отливках, однако направление его действия противоположно тепловому [11.4].

На рис. 11.6 ранее были представлены кривые изменения размеров кавитационных пузырьков и давление газа в них за 1,5—2,5 периода звуковой волны.

При значении звукового давления $2,0 \cdot 10^5$ Па (докавитационный режим ультразвуковой дегазации) происходит незначительный рост пузырьков при $R_0 = R_{\text{рез}}$ и практически отсутствует пульсация при $R_0 = R_{\text{кр}}$. Так же незначительно меняется давление в пузырьках всех исследованных размеров. По мере повышения звукового давления до значений, превышающих порог кавитации ($p_a = 10 \cdot 10^5$ Па), рост пузырьков активизируется и в пульсацию вовлекаются пузырьки меньших начальных радиусов. Более ощутимо снижается давление газа внутри пузырьков.

Дальнейший рост звукового давления до $p_a = 1 \cdot 10^7$ Па позволяет существенно увеличивать размеры пузырьков всех исследованных начальных радиусов и способствует формированию второго максимума на кривых динамики роста пузырьков. Особенно значительно происходит рост пузырьков с начальным радиусом, соизмеримым с размером взвешенных в расплаве твердых неметаллических частиц. При ультразвуковой обработке в режиме развитой кавитации имеет место значительное снижение давления внутри пузырьков; при расширении кавитационной полости с начальным радиусом 10^{-6} м давление снижается до 133 Па.

Анализ проведенных численных решений уравнения динамики кавитационной полости (рис. 11.6) показывает, что кавитация является необходимым условием дегазации жидкого металла.

Будем считать зародышем кавитации пузырек с $R_0 = 10^{-6}$ м, приблизительно равный по размеру твердому включению в жидком металле. В этом случае можно отчетливо видеть, что при докавитационном и пороговом режимах ультразвуковой обработки такой пузырек лишь слегка пульсирует вокруг положения равновесия и давление газа в нем мало отличается от атмосферного.

Повышение звукового давления сверх порога кавитации ($1 \cdot 10^6$ Па) и переход в режим развитой кавитации существенно меняет картину. При этих режимах движение пузырьков с $R_0 = 10^{-6}$ м становится типично кавитационным: они интенсивно расширяются в течение одного-двух периодов и затем захлопываются. Поскольку этот режим обработки характеризуется высокой степенью расширения (свыше тысячи раз) и приводит к формированию относительно крупных пузырьков (до 10^{-3} м), можно полагать, что при захлопывании таких крупных пузырьков образуются пузырьки различных размеров — от 10^{-4} до 10^{-6} м. Если динамика роста пузырька малых размеров, как было показано, ведет к размножению газовых зародышей, то пузырьки средних и относительно больших размеров ведут себя как типично газовые пузырьки, способные к коагуляции и всплыванию на поверхность ванны с жидким металлом.

Указанные рассуждения справедливы для описания поведения пустых пузырьков, т. е. без учета выпрямленной диффузии газа в пульсирующий пузырек. В реальных условиях процесс размножения мелких кавитационных пузырьков осложняется за счет наполнения пузырька растворенным в расплаве газом, который тормозит захлопывание. Иначе ведут себя и пузырьки более крупных размеров, так как от периода к периоду масса газа в них увеличивается, а амплитуда пульсаций уменьшается до тех пор, пока они не перерождаются в крупные газовые пузырьки.

Расчеты на ЭВМ динамики кавитационного пузырька с учетом диффузии водорода в него из раствора показывают, что масса водорода в пузырьке, пульсирующем в жидком алюминии, начинает ощутимо меняться лишь в режиме развитой кавитации (см. табл. 11.2).

Таким образом, в реальных условиях ультразвуковой обработки в режиме развитой кавитации водород, существовавший в расплаве в растворенном состоянии, перераспределяется по пульсирующим кавитационным пузырькам. При этом существенную роль начинает играть исходное содержание твердых неметаллических включений и мельчайших собственных оксидов, всегда присутствующих в жидком металле, которые образуют с растворенным в расплаве газом (водородом) устойчивую физическую или химическую адсорбционную связь. Кроме того, поскольку вероятность спонтанного зарождения пузырька водорода в жидком металле чрезвычайно мала, вполне возможным является гетероген-

ное образование пузырька газа на подкладке из твердого несмазываемого включения. Это возможно в трех случаях.

1. Наиболее вероятен случай образования пузырька на криволинейной поверхности поры или трещине включения, когда пузырек имеет отрицательный радиус кривизны.

2. Размер включения меньше или равен размеру пузырька, в этом случае водородная линза вырастает лишь до сферического сегмента.

3. Размер включения больше размера пузырька и водородной линзы, образующейся на поверхности частицы; может оформиться полностью сферический пузырек газа.

11.4. РАФИНИРОВАНИЕ РАСПЛАВА В СТАЦИОНАРНОМ ОБЪЕМЕ

Процесс *ультразвукового рафинирования (дегазации)* начали изучать раньше всего в стационарном объеме в том виде, как его применяют сейчас для рафинирования расплава в фасонно-литейных цехах. В этом случае обработка производится с введением ультразвуковых колебаний «сверху» в тигель с расплавленным металлом.

На рис. 11.4 были представлены кривые, характеризующие кинетику ультразвуковой дегазации расплава алюминия при температуре 720°C и постоянном соотношении между поверхностью излучателя (цилиндрический излучатель диаметром 40 мм) и массой обрабатываемого металла (1,0 кг). Из анализа семейства кривых рис. 11.4 можно заключить, что:

1) при интенсивности ультразвука $1,0 \text{ Вт/см}^2$ эффект дегазации отсутствует;

2) с ростом интенсивности ультразвука (амплитуды колебаний излучателя), превышающей значение $2,5 \text{ Вт/см}^2$, скорость дегазации и ее эффективность растут.

Если представить зависимость эффективности процесса ультразвуковой дегазации расплава технического алюминия в виде изохроны I на рис. 11.4, б, то эту зависимость можно охарактеризовать тремя специфическими областями, формирование которых можно истолковать с позиций возникновения и развития в жидком металле ультразвуковой кавитации.

Выше уже обсуждался вопрос о том, что ультразвуковая обработка жидкости (расплава) в зависимости от степени развития кавитации нарушает равновесие в системе расплав — оксиды — водород, что приводит к удалению водорода и снижению его концентрации в жидком металле вплоть до некоторой «квазиравновесной» концентрации. Указывалось также, что эта величина для каждой жидкости является постоянной при определенных параметрах поля.

Для практики не безразлично, в какой степени кинетика дегазации расплава зависит от начальной концентрации водорода, поскольку уровень загазованности металла колеблется в широких

пределах и зависит в значительной степени от влажности атмосферы, подготовки шихтовых материалов и т. д.

Удлинение времени дегазации в зависимости от исходного содержания водорода в расплаве объясняется не только общим увеличением объема газовой фазы, но и малой интенсивностью удаления газа из расплава при обработке в стационарном объеме тигля. Вначале дегазируются верхние слои металла, потом средние и нижние.

Переход на обработку в потоке расплава с небольшой высотой жидкой ванны ($h \leq 100$ мм), как будет показано ниже, в значительной мере увеличивает темп ультразвуковой дегазации, с другой стороны, увеличение высоты тигля с жидким металлом до 500 мм и более приводит к увеличению деятельности ультразвуковой дегазации.

Для активного протекания процесса ультразвуковой дегазации расплава существенное значение имеет температура жидкого металла. Чем выше температура расплава и ниже его вязкость, тем большую скорость приобретают акустические потоки и легче протекают процессы пузырькового газовыделения. Исследования показывают, однако, что имеется оптимум температуры — повышение температуры металла выше 750°C отрицательно влияет на эффективность процесса, так как, вероятно, при этом повышается растворимость водорода из влаги окружающей атмосферы.

В табл. 11.3 приведены данные, показывающие влияние температуры расплава сплава АЛ9 и его вязкости на длительность эффективной дегазации ультразвуком до «квазиравновесной» концентрации.

Ультразвуковая обработка расплава, как правило, сопровождается одновременно очисткой жидкого металла от неметаллических твердых примесей. Последнее можно связать с флотационным действием газовых пузырьков.

Флотационное действие колеблющихся газовых пузырьков при акустической кавитации было обнаружено еще в 1960 г. Л. Д. Розенбергом [10] при изучении процесса ультразвуковой очистки. Исследования, проведенные позднее Б. Г. Новицким [11], показали, что пульсирующий пузырек собирает вокруг себя частицы независимо от их химического состава, плотности и смачивания. Методами ускоренной киносъемки на частотах ультразвуковой обработки 20 кГц в системе дистиллированная вода — частицы металла размером 5—100 мкм обнаружен значительный вклад в механизм флотации акустических микропотоков. Исследования Б. Г. Новицкого показали, что чем ближе плотность частиц к плотности жидкости, тем больше радиус захвата их пузырьками. Обработка кинограмм, снятых с частотой до $3 \cdot 10^5$ кадр/с, показала, что микротечения у поверхности пузырька лишь поворачивают частицу вокруг пузырька, а флотация частицы обусловлена интенсивностью движения жидкости при нелинейных пульсациях пузырька. Поскольку время роста пузырька в 5—8 раз больше времени его сжатия, скорость жидкости, обтекающей частицу в

**Таблица 11.3. Влияние температуры расплава сплава АЛ9
на длительность ультразвуковой дегазации**

Т, °С	η , 0,1 Па·с	Содержание водорода, см ³ /100 г		Т _{обр.} , мин
		до дегазации	после дегазации	
710	0,0089	0,36	0,1	10
730	0,0089	0,37	0,1	8
760	0,0082	0,34	0,1	10
790	0,0079	0,32	0,14	11

**Таблица 11.4. Влияние длительности ультразвуковой обработки
расплава массой 45 кг на содержание водорода и твердых
неметаллических включений по данным обсчета
на приборе «Квантимер-720»**

Номер плавки	Длительность УЗО, мин	H ₂ , см ³ /100 г	Объемная доля включений, %	Средний размер включений, мкм	Количество включений на 1 мм ²
I	0	0,20	1,18	2,95	753
	3	0,18	0,60	2,85	550
	6	0,15	0,33	2,35	572
	9	0,14	0,34	2,3	667
	20	0,11	0,11	1,99	369
II	0	0,15	0,54	442,8	459
	5	0,13	0,30	2,85	334
	10	0,08	0,14	2,15	360
	15	0,08	0,14	2,07	380

период сжатия, тоже значительно выше, чем при растяжении. Из гидродинамики известно, что сила, действующая на частицу при обтекании ее жидкостью, пропорциональна квадрату скорости жидкости; следовательно, импульс силы, действующей при сжатии пузырька, во столько же раз больше, чем при ее росте. Под действием этих сил частица движется в сторону пузырька и покидает жидкость.

Об этом, в частности, свидетельствуют результаты, полученные при ультразвуковой обработке литейного сплава системы Al—Si—Mg (сплав АК9Л, по стандартам Польши), опубликованные в работе [11.9] и представленные в табл. 11.4.

О рафинирующем действии ультразвука свидетельствует также повышение жидкотекучести расплава после УЗО (табл. 11.5).

Применение ультразвуковой дегазации расплава в фасонно-литейном производстве относится к числу первых технологических процессов, широко освоенных отечественной практикой. Сравнительно небольшие размеры плавильных и раздаточных печей, рассчитанных на плавку 50—200 кг, с одной стороны, и повышенные требования к качеству фасонных отливок из алюминиевых сплавов

**Т а б л и ц а 11.5. Влияние ультразвуковой дегазации расплава
на жидкотекучесть алюминиевых сплавов
для фасонного литья [11.6]**

Сплав	Жидкотекучесть металла по длине спирали, мм		
	без рафинирования	продувка аргоном	обработка ультразвуком
АЛ9	500	550	670
АЛЗ	500	600	670
АЦР-1	600	660	720

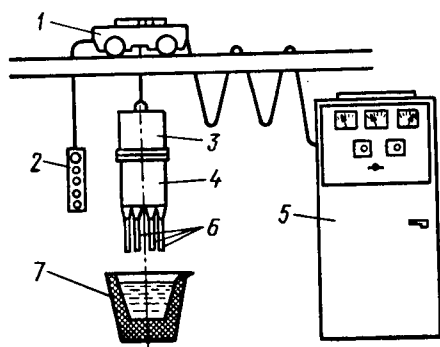


Рис. 11.7. Принципиальная схема промышленного ультразвукового дегазатора УЗД-200, применяемого в технологии фасонного литья алюминиевых сплавов:

1 — телефер; 2 — пульт; 3 — блок переключения преобразователей; 4 — головка с преобразователями; 5 — генератор; 6 — излучатели; 7 — тигель с расплавом

ответственного назначения, с другой стороны, позволили уже в 60-е годы создать промышленную технологию и оборудование для внедрения ультразвуковой обработки на машиностроительных заводах.

На рис. 11.7 представлена схема дегазатора подвесного типа УЗД-200, который передвигается по монорельсу от одной печи к другой и с помощью электротельфера переводится в рабочее и нерабочее положения.

Во всех случаях для ультразвуковой обработки стационарного объема в 200 кг жидкого металла использовали специально сконструированную головку с четырьмя магнитострикционными преобразователями марки ПМС-15А, работающими в режиме обратной акустической связи [11.7].

Высокую эффективность ультразвукового рафинирования в производстве фасонного литья легко оценить в сравнении с другими методами рафинирования, широко применяемыми в промышленности (табл. 11.6).

11.5. РАФИНИРОВАНИЕ РАСПЛАВА В ПОТОКЕ ПРИ НЕПРЕРЫВНОМ ЛИТЬЕ СЛИТКОВ

При реализации идеи непрерывной обработки расплава ультразвуком могут быть использованы три принципиальные схемы, в которых обработка расплава в лунке слитка осуществляется путем непосредственного контакта поверхности расплава с волноводно-излучающей системой ультразвук, посредством передачи колебаний

Т а б л и ц а 11.6. Сравнение промышленных методов рафинирования
расплава сплава АЛ5 массой 200 кг

Метод дегазации	Содержа- ние водо- рода, см ³ /100 г	Плотность, г/см ³	Балл пористо- сти	Механические свойства	
				$\sigma_{0.01}$ МПа	δ , %
Ультразвуковая дегазация	0,17	2,706	1—2	24,5	5,1
Вакуумирование	0,2	2,681	1—2	22,8	4,2
Продувка аргоном	0,26	2,667	2—3	23,3	4,0
Рафинирование гексахлор- этаном	0,3	2,663	2—3	21,2	4,5
Рафинирование универ- сальным флюсом	0,26	2,660	3—4	22,5	4,0
Исходный (нерафиниро- ванный расплав)	0,35	2,665	4	20,0	3,8

от стенок кристаллизатора, а также в промежуточной емкости на пути от миксера в кристаллизатор.

Исследования эффективности перечисленных выше схем ультразвуковой обработки расплава с целью дегазации показали, что обработка расплава в жидкой ванне слитка при температуре металла вблизи температуры ликвидуса, когда вязкость металла довольно высока и имеет место движение выделяющихся пузырьков водорода, встречное направлению потока акустической энергии, менее выгодно, чем на пути потока расплава в кристаллизатор.

При ультразвуковой обработке расплава в кристаллизаторе процесс дегазации является попутным — главным эффектом воздействия ультразвука является изменение (измельчение) структуры слитка.

Что же касается обработки расплава в кристаллизаторе посредством возбуждения его стенок, то для эффективной передачи колебаний в жидкий металл нужно переходить на низкие частоты механической вибрации. Передача стенками кристаллизатора в расплавленную часть слитка колебаний ультразвуковой частоты требует для достижения эффекта воздействия настолько высоких затрат акустической энергии, что в материале кристаллизатора возникают напряжения выше предела выносливости и он начинает быстро разрушаться. Поэтому главным объектом исследований и применения ультразвуковой дегазации расплава при непрерывном литье легких сплавов послужила *схема дегазации в разливочном устройстве на пути в кристаллизатор* (рис. 11.8).

Эффективность этой схемы обработки расплава проверяли как в условиях опытно-промышленного производства при максимальном расходе 8—12 кг/мин жидкого металла через распределительное устройство, так и в условиях литейного цеха металлургического завода, когда расход расплава достигал 100 кг/мин.

При ультразвуковой обработке потока расплава в прилёточной коробке длительность нахождения жидкого металла в зоне действия акустической кавитации определяется скоростью потока (расхо-

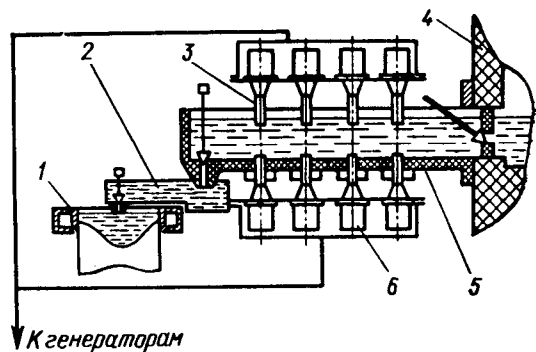


Рис. 11.8. Принципиальная схема промышленного устройства для ультразвуковой дегазации в потоке между миксером и кристаллизатором непрерывного литья:

1 — кристаллизатор; 2 — расплав; 3 — излучатели; 4 — миксер; 5 — прилётная коробка; 6 — преобразователи

да металла через сечение разливочного устройства). В этих условиях можно искусственно удлинить длительность обработки за счет увеличения числа источников ультразвука.

Задача рафинирования расплава от неметаллических включений не ограничивается очисткой расплава от растворенного водорода. Важно также использовать ультразвуковую обработку для удаления твердых неметаллических примесей, т. е. применить ультразвук для осуществления тонкой фильтрации через многослойные сетчатые фильтры. Такая схема обработки рассматривается как технологический процесс прямой очистки расплава от твердых включений в сочетании с процессом ультразвуковой дегазации.

Хорошо известно, что широко используемые в производственной практике фильтры сетчатые стекловолоконные фильтры с размером ячеек 0,6—1,3 мм не задерживают дисперсных включений и для удаления таких примесей нужны либо более тонкие фильтры (микрофильтры), либо многослойные фильтры из стеклоткани со стандартными размерами ячеек. Однако применение как первого, так и второго типов фильтров затруднено вследствие того, что расплав обычно плохо смачивает материал фильтра и обладает высоким поверхностным натяжением. Для прохождения струи металла через ячейку однослойного сетчатого фильтра необходимо создать условие, эквивалентное действию столба жидкого металла высотой

$$H = \frac{4\sigma \cdot \cos(\theta - 90^\circ)}{\rho g a}, \quad (11.18)$$

где σ — поверхностное натяжение; θ — краевой угол смачивания; ρ — плотность расплава; g — ускорение силы тяжести; a — размер ячейки.

При этом в условиях обычной фильтрации расплава, например, на основе алюминиевых сплавов через тонкоячеистые фильтры, высота столба жидкого металла, достаточная для прохождения металла, достигает 100 см и более. При такой высоте столба металла применение этого метода фильтрации практически исключено.

Совершенно другие возможности процесса тонкой фильтрации открываются с применением ультразвуковой обработки расплава, когда у поверхности многослойного фильтра создают зону развитой акустической кавитации. Кавитирующие пузырьки в окрестностях капиллярных каналов фильтра при захлопывании создают импульсы высоких давлений $p_{\max} = 10^3$ МПа, за счет действия которых расплав легко преодолевает капиллярное давление и трение жидкого металла о поверхность каналов фильтра. При этом прохождение расплава через капиллярный канал фильтра существенно облегчается, а высота столба жидкого металла, при которой он проходит через фильтр, уменьшается до значений $H_{y.з.}$, не превышающих 3—4 см:

$$H_{y.з.} = H - \sum_{i=1}^n \Delta h_i, \quad (11.19)$$

где $\Delta h_i = p_{\max} \tau (T - \tau) / (\rho g h_{i-1})$ — длина пути продвижения расплава через капиллярный канал фильтра за один период звука, T , а n — число периодов.

В этом выражении время действия импульса давления захлопывающегося кавитационного пузырька существенно меньше периода звука, т. е. $\tau \ll T$, на частоте 18 кГц значения $T = 56$ мкс; $\tau = 0,01$ мкс. В связи с таким быстроедействием кавитационных событий процесс тонкой фильтрации в ультразвуковом поле начинается уже через 10—60 с после поступления жидкого металла на фильтр.

Применение положений звукокапиллярного эффекта, разработанных Ю. И. Китайгородским и В. И. Дрожаловой [17] для процесса пропитки, оказалось весьма ценным для использования при реализации тонкой фильтрации расплава через многослойные сетчатые фильтры в поле акустической кавитации. С целью детального изучения этого процесса исследовали осадок на фильтре и качество отливляемых слитков.

Металлографическое исследование материала осадка на фильтре после фильтрации 5—6 т жидкого металла обнаружило, что грубые плены оксида алюминия задерживаются уже перед первым слоем многослойного сетчатого фильтра. Однако выявление мелких включений потребовало применения метода электронной фрактографии. Анализ фрактограмм, выполненный на сканирующем электронном микроскопе SMS-2, показал, что на поверхности излома осадка как по основному металлу, так и фильтру содержатся задержанные частицы оксидов размером 8—100 мкм, причем часто видны не только отдельные частицы, но и целые конгломераты частиц размерами до 500 мкм (рис. 11.9). После второго и особенно третьего слоя фильтра объемная доля частиц оксида алюминия



Рис. 11.9. Отдельные частицы (а) $\times 1000$ и конгломераты (б) $\times 200$ частиц твердых включений оксида алюминия, обнаруженных на многослойном сетчатом фильтре после фильтрации расплава в поле акустической кавитации в течение 5 ч

падает и их размер уменьшается до 5—20 мкм. Интересно отметить, что, как это и следовало ожидать, значительная доля наиболее мелких частиц размером 5—10 мкм задерживается непосредственно между волокнами фильтра.

Для более точной идентификации частиц оксида алюминия в изломе осадков были исследованы изломы скоплений неметаллических включений, полученных при плавке алюминия в канальной индукционной печи, а также излома конгломератов синтетического γ -оксида алюминия. При этом наблюдали свечение таких частиц, что свидетельствует о том, что их поверхность, так же как и поверхность включений в осадке, неэлектропроводна и заряжается под действием электронного пучка.

Параллельно с фрактографией изломов проводили послыйный нейтронно-активационный анализ осадка на кислород. Результаты исследований (табл. 11.7) подтвердили данные фрактографии о том, что основное количество оксида алюминия находится вблизи поверхности фильтра на расстоянии 1,0—1,5 мм.

Таблица 11.7. Распределение кислорода в осадке на фильтре

Расстояние от поверхности фильтра, мкм	Концентрация кислорода, вес. %	Расстояние от поверхности фильтра, мкм	Концентрация кислорода, вес. %
10—20	0,09—0,1	600	0,02
200	0,07	1000	0,01
400	0,04	1500	0,01 *

* Концентрация ниже чувствительности прибора.

11.6. УЛЬТРАЗВУКОВОЕ РАСПЫЛЕНИЕ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ

Известно, что жидкость на границе с газовой фазой под действием мощных акустических колебаний может диспергировать в виде

весьма малых капель. В связи с большим интересом, проявляемым в последнее время в порошковой и гранульной металлургии к структуре, плотности и однородности гранулометрического состава, ультразвуковые методы распыления и гранулирования жидких металлов и сплавов начинают привлекать внимание исследователей.

Распыление (гранулирование) расплава

можно вести с подводом ультразвуковой энергии через жидкий металл и через газовую фазу. В первом случае выгоднее распылять металл в тон-

ком слое, однако при этом падает производительность распыления. Во втором случае диспергируют струю расплава с помощью трубчатых пневмоакустических преобразователей ультразвука.

При распылении в тонком слое (рис. 11.10) чаще всего применяют изгибно колеблющиеся излучатели с амплитудой колебаний выше порога возникновения в жидкости кавитации. Считают, что процесс образования капель можно связать с одним из перечисленных ниже механизмов.

1. Разрушение резонансных парогазовых пузырьков, пульсирующих вблизи поверхности жидкости.

2. Воздействие ударных волн, образующихся в результате захлопывания кавитационных полостей у поверхности раздела жидкость — газ.

3. Отрыв капелек жидкости от гребней стоячих капиллярных волн конечной амплитуды на поверхности слоя жидкости.

По-видимому, оценить количественно вклад каждого из предложенных механизмов довольно трудно, и все они происходят одновременно. Тем не менее некоторые исследователи (О. К. Экнадиосянц [13] и др.) считают, что в основе диспергирования расплава лежат кавитационно-волновые явления, вследствие которых на поверхности расплава образуются капиллярные волны, а в толще расплава возникают и развиваются активные кавитационные процессы.

Интенсивность распыления в значительной мере зависит от толщины слоя расплава, она максимальна при $h \ll \lambda/2$. Например, для расплава алюминия, воды и масла $0,4 \leq h \leq 3,2$ мм.

Еще М. Фарадей определил, что на поверхности колеблющейся с частотой 2ω пластины, покрытой слоем воды, образуются волны,

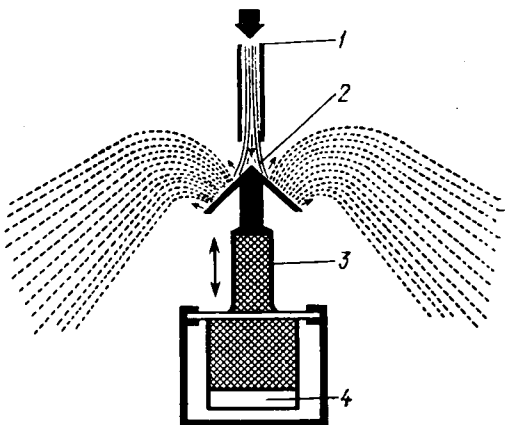


Рис. 11.10. Принципиальная схема ультразвукового распыления металлических расплавов в тонком слое:

1 — расплав; 2 — излучатель изгибных колебаний; 3 — волновод; 4 — преобразователь

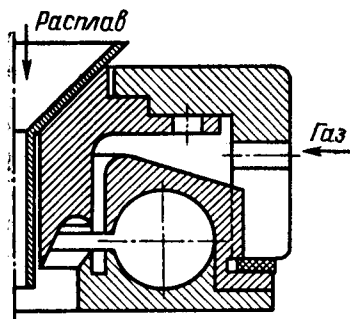


Рис. 11.11. Принципиальная схема пневмоакустического преобразователя ультразвука для распыления расплава потоком газа

частота которых вдвое ниже и равна ω . Позднее Рэлей указал, что это явление аналогично явлению параметрического резонанса струны, а Г. Д. Малюжинец и В. И. Сорокин количественно описали это явление. По их данным, длина капиллярной волны

$$\lambda_k = \sqrt[3]{\frac{8\pi\sigma}{\rho \cdot \omega^2}}, \quad (11.20)$$

где σ , ρ — соответственно поверхностное натяжение и плотность расплава.

Не вполне ясен пока и механизм дробления струи расплава с помощью пневмоакустической форсунки. Собственно разрушение струи происходит и при воздействии на струю расплава газового потока постоянного давления. Переход на газовый поток с переменным звуковым давлением интенсивностью 160—175 дБ обеспечивает ряд преимуществ. К ним относятся более равномерный гранулометрический состав получаемого металлического порошка (гранул), более высокая однородность структуры и плотность, а также, что особенно важно, большая степень измельчения за счет более высокой скорости охлаждения металлических капель в турбулентном звуковом поле.

В качестве источника акустических колебаний в газовой фазе обычно используют газоструйный излучатель типа генератора Гартмана, так как с его помощью могут быть получены высокочастотные колебания (15—20 кГц) с весьма большой амплитудой. Известно, что металлическая жидкость обладает большим поверхностным натяжением (на порядок больше воды, например); это в известной мере определяет стабильность струи расплава, и поэтому для ее разрушения необходимо максимально увеличивать уровень звукового давления в зоне выхода струи расплава из металлопровода.

На рис. 11.11 представлена схема пневмоакустической форсунки с трубчатым излучателем и тороидальным резонатором. По данным Ю. Я. Борисова с сотрудниками, при использовании таких форсунок подаваемая по внутренней трубе металлическая жидкость попадает в область максимальных звуковых давлений. В такой конструкции излучателя ультразвука газовая струя остается цилиндрической, но она движется не во внешнем пространстве, а внутри трубы. Это позволяет организовать сходящийся фронт волн и концентрировать акустическую энергию непосредственно вблизи выхода струи жидкого металла.

Установлено, что при давлении газа 0,3—0,9 МПа и скорости истечения на выходе сопла 180—250 м/с можно обеспечить звуко-

вое давление в зоне распыления 160—170 дБ. По нашим данным, полученным совместно с В. П. Сафроновым, Ю. Ф. Солуяновым и др., снижение скорости истечения газа при увеличении звукового давления или же повышение скорости истечения при снижении давления приводит к уменьшению эффективности распыления, причем пороговое значение звукового давления, при котором практически отсутствуют положительные эффекты действия ультразвука, составляет 150—155 дБ.

Наиболее эффективные результаты получаются при звуковом давлении в зоне распыления 160—170 дБ, при этом желательно повысить скорость газа на выходе сопла до 180—250 м/с. Такие параметры пневмоакустического распыления реализуются на частотах 16—20 кГц, поэтому с полным правом эти методы можно называть *ультразвуковыми методами распыления с подводом акустической энергии через газовую фазу*.

Исследования полученных гранул (рис. 11.12) показывают, что последние имеют более равномерный гранулометрический состав и, кроме того, характеризуются рядом достоинств по сравнению с методами газодинамического распыления, т. е. распыления путем диспергирования струи металла динамическим потоком газа без возбуждения в нем ультразвуковых колебаний.

Эти преимущества относятся прежде всего к плотности полученных гранул — она, как правило, в 2—2,5 раза выше за счет применения ультразвука. По-видимому, вследствие развития кавитационных явлений на поверхности струи расплава, а также более равномерного обтекания газом капель расплава, возникающих в акустическом поле, усадочные явления, приводящие к образованию пористости, протекают более организованно и поэтому образующиеся гранулы имеют существенно меньше усадочных пор. Другим объяснением может явиться практическое исключение при этом способе распыления условий захлопывания газовой составляющей в капле при пневмоакустическом распылении.

Формирование гранул в ультразвуковом поле характеризуется также измельчением их структуры. Кроме уменьшения на 30—40% *дендритного параметра* (т. е. сечения ветвей дендрита при том же размере капель) при пневмоакустическом распылении появляется возможность получения недендритной структуры так называемого *микрористаллического* или *субдендритного типа* с размерами зерен, приближающимся к размеру сечения ветвей дендрита гранул одинакового размера.

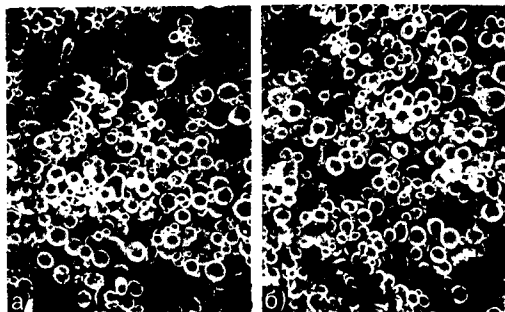


Рис. 11.12. Внешний вид металлических гранул, полученных путем газодинамического (а) и пневмоакустического (б) методов распыления; $\times 100$

Все это говорит о больших возможностях и перспективах ультразвуковых методов распыления металла.

11.7. МЕТАЛЛИЗАЦИЯ И ПАЙКА В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Металлические покрытия являются неотъемлемыми элементами современной техники. Роль процесса пайки существенна также в создании современных конструкций.

В разработке универсального процесса металлизации и пайки, который мог быть применен к материалам (металлам) с различной физико-химической природой, но обеспечивал бы высокое качество покрытия или соединения в условиях эксплуатации, важное место отведено ультразвуковой технологии, когда нанесение и закрепление металлического покрытия производится при воздействии акустических полей высокой интенсивности.

В настоящее время применение ультразвука позволяет успешно металлизировать алюминиевые, титановые, медные сплавы, а также ряд конструкционных марок сталей. Ультразвуковая металлизация позволяет осуществлять также хорошее соединение стекол, керамики с металлом, а в ряде случаев получить металлизированные полимерные материалы.

Принцип ультразвуковой металлизации или пайки (рис. 11.13) состоит в возбуждении в ванне с припоем, нагретом на 20—50°C выше температуры ликвидуса, ультразвуковой кавитации с помощью того или иного источника ультразвука. В этом случае до той же температуры от внешнего источника или непосредственно в ванне нагревают металлируемую (сплавяемую) деталь или узел. В случае проведения операции ультразвуковой металлизации в больших ваннах с расплавленным металлом, как это имеет место при ультразвуковой металлизации проволоки или специального профиля в потоке, нагревание самого изделия и излучателя осуществ-

ляется теплотой расплава, когда автоматически устанавливается равенство между температурой металлируемого изделия или жидкого металлируемого сплава.

Анализ результатов исследований показывает, что в основе формирования металлизированного слоя при ультразвуковом воздействии лежат следующие процессы:

сближение или смачивание поверхности твердого тела жидким металлом;

собственно физико-химическое взаимодействие расплава с поверхностью твердого тела и образование прочного контакта. Первый из указанных процессов связан с из-

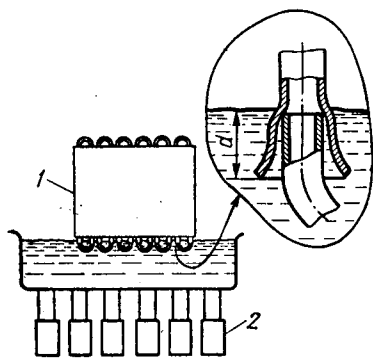


Рис. 11.13. Схема ультразвуковой пайки элементов теплообменников из алюминиевых сплавов:

1 — теплообменник (d — уровень припоя); 2 — источники ультразвука

менением под действием ультразвука краевого угла смачивания.

Воздействие на границу фаз мощных ультразвуковых колебаний с развитием кавитации, акустических потоков и радиационного давления нарушает равновесие фаз и обуславливает появление силы, которая увеличивает площадь контакта, т. е. способствует растеканию жидкости по поверхности твердого тела. С. И. Пугачеву удалось с помощью киносъемки со скоростью до 4000 кадров/с установить, что этот процесс длится всего 0,01—0,03 с [4].

Выше уже указывалось, что кавитационное воздействие на поверхность излучателей, работающих в жидком металле, может при определенных условиях приводить к эрозии и разрушению, когда на смену физико-химическому взаимодействию с образованием того или иного типа связи (от твердого раствора внедрения до химического интерметаллидного соединения) приходит непосредственно этап диспергирования поверхности. Однако последнее имеет место при длительном действии акустической кавитации. При ультразвуковой металлизации время акустического действия обычно не превышает нескольких минут. За этот период разрушения практически не происходит, а в результате образуются переходные слои типа твердых растворов.

Во всяком случае, при исследовании механизма разрушения излучателей из тугоплавких материалов (сплавы титана) в жидком алюминии нам удавалось проследить всю кинетику процесса металлизации поверхности излучателей от формирования растворов внедрения алюминия в титан до образования хрупких соединений типа Al_3Ti и его разрушения с образованием каверн и язв.

Обычно металлизированные или подвергаемые пайке поверхности металлических полуфабрикатов имеют шероховатость и соответственно трещины и щели как макроскопических, так и микроскопических размеров. Поэтому при действии ультразвука в режиме кавитации при смачивании и заполнении этих дефектов поверхностного рельефа существенную роль может играть *звукокапиллярный эффект*, т. е. заполнение жидким металлом микронеровностей под действием сил кавитации.

При ультразвуковой металлизации и пайке в основном применяют низкотемпературные сплавы двойных и тройных систем на основе олова, индия, кадмия, цинка и т. д. с температурой плавления от 100 до 400°C.

По литературным данным [11.10], в США проводят ультразвуковую бесфлюсовую пайку теплообменников из алюминиевых сплавов в промышленном масштабе (рис. 11.13) с применением высокотемпературных припоев на основе системы $Zn-Al$ с температурой плавления 425°C.

Задачи к гл. 11

1. Определить пороговое значение звукового давления, при котором в жидкости (расплаве) начинается акустическая кавитация по уравнению

$$p_k = (2W_a^k \rho_0 c_0 / S)^{1/2},$$

где W_a^k — пороговая акустическая мощность начала кавитации, Вт; S — поверхность излучения звука, m^2 ; ρ_0 — плотность расплава, kg/m^3 ; c_0 — скорость звука, m/s .

Решение. Определим p_k в расплаве алюминия технической чистоты при значениях $W_a^k = 6,5$ Вт, $\rho_0 = 2,4$ kg/m^3 , $c_0 = 6 \cdot 10^3$ m/s , $S = 3,14 \cdot 10^{-4}$ m^2 :

$$p_k = \left(\frac{2 \cdot 6,5 \cdot 2,4 \cdot 6 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 10^4} \right)^{1/2} \text{ Па} = 0,77 \text{ МПа}.$$

2. Экспериментально установлено, что при ультразвуковой дегазации 100—200 кг расплава в тигле применительно к технологии фасонного литья технологическое время τ эффективной (50%) ультразвуковой дегазации (в мин) может быть определено по выражению [11.7]

$$\tau = K \cdot 1,2^{(m/50-1)} m^{1/2} (1 + 740/T)/n,$$

где m — масса плавки, кг; n — число работающих источников ультразвука; T — температура расплава, $^{\circ}C$; K — коэффициент коррекции, равный 1,0 при использовании автоматической подстройки частоты.

Определить время ультразвуковой обработки для $m = 200$ кг, $T = 740^{\circ}C$ и $n = 4$.

Решение. Подставив значения массы плавки и температуры расплава в формулу, получим

$$\tau = 1,2^{(200/50-1)} \cdot 200^{1/2} \cdot (1 + 740/740)/4 \text{ мин} = 12,5 \text{ мин}.$$

Экспериментально установлено, что для эффективной ультразвуковой дегазации стационарного объема расплава массой 200 кг с применением серийного ультразвукового дегазатора марки УЗД-200М с четырьмя источниками ультразвука, работающими в режиме автоподстройки частоты, целесообразно проводить две последовательные обработки с перерывом: 1-я ультразвуковая обработка — 12,5 мин, перерыв — 5,0 мин; 2-я ультразвуковая обработка — 12,5 мин.

ГЛАВА 12

ОСНОВЫ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОБРАБОТКИ КРИСТАЛЛИЗУЮЩЕГОСЯ МЕТАЛЛА

12.1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Технические расплавы всегда содержат примеси и представляют собой «замутненные» жидкости или, по образному выражению А. А. Байкова, содержат «планктон» несмачиваемых частиц неметаллических примесей. Существование такой сложной системы жидкость — суспензированные частицы — газ во многом предопределяет поведение расплава как в процессах рафинирования, так и главным образом при кристаллизации, переходе из одного фазового состояния в другое.

Известно, что кристаллизация, как и любой фазовый переход, осуществляется по классической схеме: образование зародышей кристаллизации и рост их до определенных размеров, определяемых тепловыми условиями. При этом зеренная структура закри-

сталлизованный тела зависит исключительно от числа зародышей кристаллизации, так как каждый кристаллит (литое зерно) растет из одного центра.

В формировании зародышей кристаллизации существенная роль принадлежит движению жидкого металла. По-видимому, одним из первых обратил внимание на роль динамического воздействия на процесс кристаллизации Д. К. Чернов. В своих трудах по кристаллизации стального слитка он писал: «... если расплавленную в тигле сталь при охлаждении приводить в сильное сотрясение, достаточное, чтобы все ее частицы приходили в движение, тогда охлажденный слиток будет иметь чрезвычайно мелкие кристаллы, если же эту сталь оставить без всякого сотрясения и дать массе спокойно охладиться, тогда у нас эта самая сталь получится в крупных, хорошо развитых кристаллах».

Идея динамического затвердевания получила свое развитие в применении на практике разнообразных методов и устройств. Использование низкочастотной вибрации формы с жидким металлом, введение вибрирующих инструментов в кристаллизующийся расплав, электромагнитное перемешивание расплава в процессе затвердевания и обработка ультразвуком затвердевающего металла (сплава) — эти методы получили промышленное применение, доказав на тысячах тонн обработанного металла правильность идей Д. К. Чернова.

В данном пособии мы уделим внимание только ультразвуковым методам воздействия на кристаллизующийся металл, так как этот вид динамического воздействия на процесс кристаллизации сулит такие преимущества, которых невозможно достичь при других динамических методах кристаллизации.

Для понимания процесса кристаллизации в ультразвуковом поле необходимо ответить на следующие главные вопросы:

1. Как влияет ультразвуковая обработка на условия зарождения центров кристаллизации?
2. Как влияет она на условия роста кристаллов в жидкой и жидко-твердой областях?

При этом, поскольку процесс кристаллизации — это фазовый переход, носящий массообменный характер и протекающий по гетерогенной кинетике в объеме жидкой и жидко-твердой фаз, основными контролирующими параметрами кристаллизации должны служить *температурные условия существования расплава* в предкристаллизационный период, *чистота жидкого металла* в смысле возможности гетерогенного зарождения центров кристаллизации и *скорость охлаждения расплава*.

Правильность указанного подхода к проблеме становится еще более очевидной при рассмотрении процесса формирования слитка методом непрерывного литья, т. е. тогда, когда, по теории В. И. Добаткина [12.3], в условиях высокой скорости охлаждения расплава размер зерна и особенности структуры слитка определяются только температурой жидкой ванны слитка и чистотой металла по примесям зародышевого типа.

Если говорить о частных гипотезах, касающихся особенностей метода динамического воздействия и условий введения ультразвука в кристаллизующий слиток, то тут, безусловно, могут иметь место специфические эффекты, присущие данному конкретному методу.

Так, если ультразвуковое воздействие не позволяет создать в расплаве знакопеременное давление выше порога кавитации, этот фактор коренного нарушения однородности жидкого металла и трансформации акустической энергии в теплоту должен быть исключен из рассмотрения механизма измельчения. Отпадает также возможность ускорения движения расплава вблизи пульсирующих кавитационных пузырьков вследствие создания акустических микропотоков, которые играют определенную роль в активации зародышей кристаллизации.

Основой процесса кристаллизации в ультразвуковом поле без возникновения кавитации становится поле крупномасштабных потоков. Их вид и масштаб зависят от характера приложенного поля, как и в случаях потоков, образованных низкочастотной вибрацией, электромагнитным перемешиванием или каким-либо другим методом. Такие потоки оказывают влияние главным образом, на изменение температурного поля жидкой ванны слитка. Как правило, при этом наблюдается переохлаждение расплава в лунке [12.3] вследствие подъема с поверхности кристаллизации в глубь расплава более холодных слоев жидкого металла и расширения области возможного зарождения центров кристаллизации в лунке слитка вдали от фронта кристаллизации.

При определенных условиях, например при низкочастотной вибрации кристаллизующегося расплава, в изложнице в целом или с сообщением движения охлаждаемому изнутри вибратору, который опущен в расплав, существенный вклад в механизм кристаллизации вносит разрушаемая движением жидкого металла твердая (затвердевшая) на поверхности изложницы или вибратора фаза. Этот механизм измельчения литого зерна «обломками» твердой фазы успешно объясняет процесс кристаллизации в случае активного воздействия внешнего поля на поверхность расплав — фронт кристаллизации. В этом смысле и действие ультразвука интенсивности, достаточной для того, чтобы создать кавитационное эродирующее действие, можно рассматривать как источник «обломков» твердой фазы [12.1].

В том случае, когда кавитационное поле создано в кристаллизующемся расплаве таким образом, что действие кавитации сосредоточено вблизи фронта кристаллизации или в переходной (жидко-твердой) зоне, можно говорить о диспергирующем действии кавитации.

Однако при этих частных подходах к пониманию механизма кристаллизации в динамическом режиме не следует забывать о конечных результатах воздействия внешнего поля на структуру слитка. Для правильной трактовки механизма кристаллизации важно комплексное изучение структуры слитка не только с точки

зрения размеров и формы литого зерна, но и с позиций его внутреннего строения, формы и размеров первичных интерметаллидных фаз, характера зональной и дендритной ликвации, усадочной и дендритной пористости, концентрации водорода и твердых неметаллических включений — словом, важно оценить коренное изменение структуры и свойств слитка и на основании этого изменения судить об условиях кристаллизации в поле динамического воздействия.

Применительно, например, к технологии непрерывного литья слитков легких сплавов, когда создается реальная возможность введения ультразвуковых колебаний через жидкую часть слитка и тем самым имеются предпосылки для активного комплексного воздействия на жидкую фазу, указанное выше комплексное воздействие на структуру и свойства слитка может получить практическую реализацию.

При литье многокомпонентных промышленных легких сплавов на алюминиевой и магниевой основе следует учитывать склонность к выпадению избыточных интерметаллидных фаз, снижающих качество готовых полуфабрикатов и зачастую приводящих к непоправимому браку. Местные неоднородности, образующиеся в виде включений интерметаллидов, формируются, как правило, в виде обломков твердой фазы (настывших) на охлаждаемых элементах литейной оснастки (воронки, желоба и др.).

Суммируя сказанное, мы обращаемся к рассмотрению теории В. И. Добаткина [12.3], которая учитывает теплофизический характер динамического процесса кристаллизации, т. е. влияние движения на температурное поле жидкой ванны слитка и чистоту расплава по примесям. В реальных условиях получения слитков технических сплавов зарождение кристаллов в жидкой ванне последних происходит только на частицах примесей. Влияние различных технологических факторов проявляется в изменении переохлаждения расплава при кристаллизации, связанного с наличием в расплаве различных примесей.

Как следует из теории В. И. Добаткина, переохлажденную зону у фронта кристаллизации условно можно разделить на две области: узкую область сравнительно *резкого переохлаждения*, непосредственно примыкающую к фронту кристаллизации, и широкую область *слабого переохлаждения*, распространяющуюся в глубь расплава вследствие теплопроводности и конвекции. Переохлаждения в обеих зонах достаточно, чтобы вызвать рост кристаллов, и недостаточно для спонтанного образования кристаллических зародышей.

При увеличении количества потенциальных зародышей кристаллизации и одновременном повышении температуры расплава в жидкой ванне слитка, по теории В. И. Добаткина, можно добиться измельчения размеров зерна и ветвей дендритов, при этом измельчение дендритной ячейки не будет следствием присадки модификатора, а явится результатом изменения температурных условий, т. е. сужением области роста кристаллов.

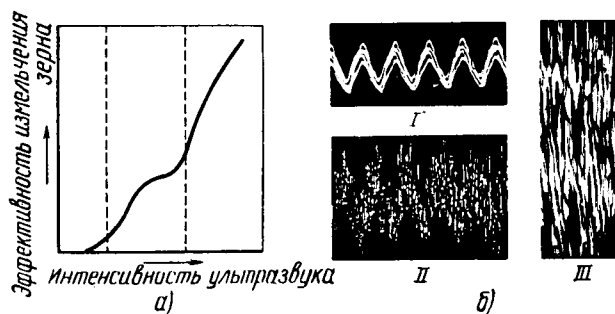


Рис. 12.1. Эффективность измельчения литого зерна при кристаллизации в зависимости от интенсивности ультразвуковой обработки (а) и спектрограммы кавитационных шумов, соответствующие режимам обработки (б):

I — кавитация отсутствует; II — порог кавитации; III — развитая кавитация

Использование в процессе кристаллизации слитка непрерывного литья технологии ультразвуковой обработки расплава в жидкой ванне слитка с развитием кавитации позволяет приблизиться именно к таким условиям. При этом увеличение количества реализуемых зародышей кристаллизации является не следствием фрагментирования твердой корочки, а результатом вовлечения в процесс кристаллизации неконтролируемых твердых примесей, приобретающих активность за счет кавитационной обработки. На рис. 12.1 представлена связь эффективности измельчения с условиями возникновения и развития акустической кавитации.

12.2. КАТАЛИТИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ КАВИТАЦИИ НА ПРОЦЕССЫ ЗАРОЖДЕНИЯ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Теория образования центров кристаллизации в жидком расплаве была создана на основе работ Дж. Гиббса, М. Фольмера, Я. И. Френкеля, В. И. Данилова, Б. Чалмерса и их последователей.

Процесс кристаллизации начинается с возникновения n центров кристаллизации в единичном объеме за единицу времени и последующего их роста со скоростью v . Зависимость числа зерен z от кристаллизационных параметров n и v можно выразить как

$$z = a \sqrt[4]{\frac{n^3}{v^3}} \cdot V_0, \quad (12.1)$$

где a — коэффициент пропорциональности; V_0 — первоначальный объем жидкого металла.

В общем случае центры кристаллизации могут возникнуть как в объеме жидкого металла (*гомогенное зарождение*), так и глав-

ным образом на поверхности твердых нерастворимых примесей (*гетерогенное зарождение*).

Число центров кристаллизации, возникших в единичное время в единичном объеме, обычно выражают в виде

$$n = C e^{-\Delta A_k / (kT)} e^{-U / (kT)}, \quad (12.2)$$

где C — коэффициент, связанный с молекулярно-кинетическими особенностями процесса; ΔA_k — работа по образованию зародыша критического размера; U — энергия активации перехода атомов из жидкой в твердую фазу; k — постоянная Больцмана; T — термодинамическая температура.

Работа образования зародыша новой фазы (центра кристаллизации) в недрах старой фазы (жидкий металл) равна $1/3$ произведения поверхностного натяжения на межфазной границе на площадь вновь закристаллизовавшейся частицы:

$$\Delta A_k = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n \sigma_i S_i, \quad (12.3)$$

где σ_i — поверхностное натяжение на i -й грани критического зародыша кристаллизации; S_i — площадь грани.

Если размер критического зародыша связать с переохлаждением, то работа образования центра кристаллизации

$$\Delta A_k = B \sigma^3 / [T_0 (\Delta T)^2]. \quad (12.4)$$

Здесь B — параметр, зависящий от формы образовавшегося зародыша и ряда термодинамических характеристик (теплота и температура плавления, плотность и т. д.); σ — поверхностное натяжение на грани кристалл — жидкость; ΔT — переохлаждение расплава, при котором происходит зарождение; T_0 — температура плавления.

Как известно, для гетерогенного зарождения на примесях-затравках необходимо, чтобы хотя бы часть поверхности зародыша была способна к росту. Условия устойчивости межфазной границы между возникающим кристаллом и затравкой при разном смачивании определяются неравенством

$$\sigma_{1,2} - \sigma_{1,0} = \sigma_{2,0} \cos \theta. \quad (12.5)$$

В общем случае при возникновении центра кристаллизации на примеси работа образования $\Delta A_k'$ — зависит от краевого угла смачивания:

$$\Delta A_k' = \Delta A_k \cdot \frac{1}{4} (2 + \cos \theta) (1 - \cos \theta)^2. \quad (12.6)$$

Анализ зависимости $\Delta A_k' = f(\cos \theta)$ показывает, что при $\theta = 0$ работа $\Delta A_k'$ обращается в нуль, т. е. работа образования максимально облегчается (рис. 12.2). Например, при том же значении поверхностного натяжения нужное для зарождения переохлаждение становится весьма малым (см. § 12.3).

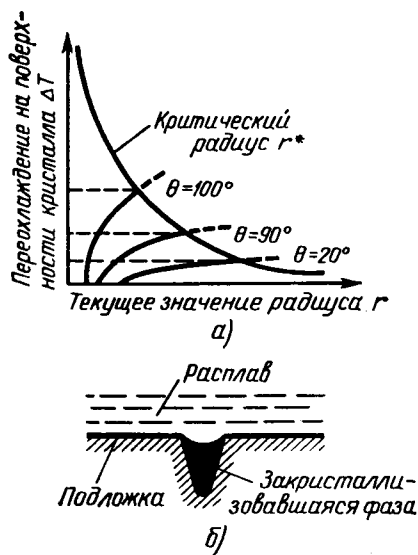


Рис. 12.2. К условиям гетерогенного зарождения при разных углах смачивания подложки (а) и устойчивости зародыша в трещине подложки (б) при угле смачивания много меньше 90°

Величина θ зависит от того, насколько близки кристаллические структуры и межатомные расстояния кристаллизующегося вещества и вещества затравки. Практика показывает, что наиболее сильное каталическое действие оказывают частицы самого кристаллизующегося вещества и модификаторы, удовлетворяющие принципу физического, структурного и размерного соответствия (принцип Данкова — Конобеевского).

На увеличение числа центров кристаллизации, как следует из уравнения (12.2), влияют уменьшение работы образования центра кристаллизации и снижение энергии активации перехода атома жидкой фазы в твердую, что возможно только в результате интенсификации диффузионных процессов. Таким образом, *внешнее воздействие на процесс кристаллизации, приводящее к уменьшению ΔA_k и U , приводит*

к увеличению скорости зарождения центров кристаллизации и тем способствует формированию мелкозернистой структуры слитка.

Образование зародышей кристаллизации в затвердевающих расплавах происходит преимущественно на частицах нерастворимых примесей, поверхность которых полностью или частично смачивается кристаллизующимся веществом. Хотя в реальных расплавах существует множество субмикроскопических частиц нерастворимых твердых примесей, их активного количества обычно недостаточно для эффективного гетерогенного зарождения и в расплав специально вводят добавки зародышевого действия, которые стимулируют образование центров кристаллизации. Для алюминия и его сплавов такими модификаторами являются титан, цирконий, бор и др., для магния — железо, цирконий. В алюминиевых сплавах модифицирующие добавки образуют алюминиды, являющиеся зародышевыми центрами. Эти первично кристаллизующиеся интерметаллиды, в свою очередь, сами образуются на подложках — мельчайших частицах активных по отношению к ним примесей.

О. Д. Казачковским и В. И. Даниловым [11.4] было показано, что существенное значение могут иметь микроскопические трещины и углубления на поверхности твердых частиц. Кристаллики, образовавшиеся тем или иным способом в этих щелях, могут сохраняться в них при нагревании выше температуры плавления

свободных кристаллов. Температура плавления таких кристалликов зависит от формы и размеров трещин, а также от поверхностного натяжения на границе. При последующем переохлаждении жидкости (расплава) кристаллики могут «выходить» из трещин и служить центрами кристаллизации. Представления О. Д. Казачковского и В. И. Данилова, позволяющие объяснить роль перегрева при снижении активности образования центров кристаллизации, сегодня разделяются большинством исследователей.

Практика показывает, однако, что в активной форме находится только небольшая часть субмикроскопических частиц примесей («планктона»). Основная часть неметаллических частиц, из которых состоит «планктон», не участвует в процессе кристаллизации. Достаточно устойчивыми в качестве центров кристаллизации оказываются в соответствии с вышеприведенными представлениями лишь частицы, относительно глубокие микронесплошности (трещины, щели) которых заполнены матричным сплавом. Температура плавления сплава в этих условиях оказывается значительно выше равновесного ликвидуса. Однако заполнению несплошностей во всех неметаллических частицах (в алюминиевых сплавах преимущественно частиц оксида алюминия и шпинели) препятствует наличие в них газовой фазы, что и мешает большинству этих частиц стать центрами кристаллизации матрицы и интерметаллидов.

Исследования [12.4; 4] структуры слитков непрерывного литья легких сплавов, при кристаллизации которых жидкую ванну обрабатывали ультразвуком в режиме развитой кавитации, в сравнении со структурой контрольных слитков убеждают в том, что количество реализуемых зародышей кристаллизации после кавитационной обработки увеличивается на несколько порядков. На рис. 12.3 представлена диаграмма зависимости количества центров кристаллизации в единичном объеме для круглых слитков различных диаметров в случае, когда кавитационная проработка расплава отсутствует (без УЗО) и используются лишь естественно активные частицы «планктона», а также после кавитационной проработки расплава в жидкой ванне слитка (с УЗО). При этом на количество реализуемых центров кристаллизации оказывает существенное влияние скорость охлаждения расплава при кристаллизации или, другими словами, объем кристаллизующегося в единичное время расплава.

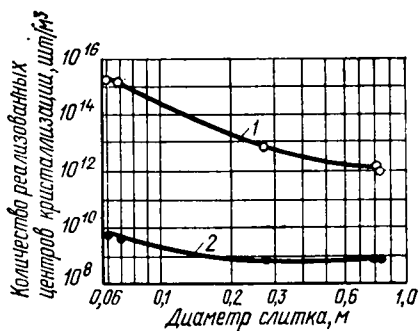


Рис. 12.3. Влияние кавитационной обработки жидкой ванны слитка непрерывного литья на эффективность формирования активных центров кристаллизации в зависимости от размеров отливаемых слитков алюминиевых сплавов:

1 — литье с УЗО; 2 — литье без УЗО

Так, при литье слитков малого размера (65—74 мм) кавитационная обработка позволяет активировать частицы «планктона» с реализацией центров кристаллизации до 10^{15} шт/м³ против 10^9 шт/м³ в отсутствие ультразвуковой обработки. При литье средних сечений слитков (диаметр 270—285 мм) эта разница сокращается до 10^4 , при литье крупных сечений слитков (диаметр слитка 830—845 мм) различие в числе реализуемых центров кристаллизации с УЗО и без УЗО достигает 10^3 .

Мы уже сообщали выше, что развитие кавитации в кристаллизующемся расплаве большинство исследователей связывают с фрагментарной теорией кристаллизации. Попытаемся дать анализ действия кавитации на процесс кристаллизации с других позиций. Применение представлений О. Д. Казачковского и В. И. Данилова позволяет проще объяснить возможность существования закристаллизовавшейся фазы в щели или трещине нерастворимой твердой примеси при контакте с перегретым жидким металлом.

Влияние рельефа поверхности примеси не ограничивается их повышенной способностью к образованию контактного слоя на активных участках. Существование микроскопических и субмикроскопических щелей, трещин и углублений обеспечивает более высокую температуру плавления кристаллической фазы внутри этих микрорпор. В зависимости от размеров формы щелей и значения поверхностного натяжения кристаллическая фаза может существовать при температурах выше температуры плавления свободных кристаллов. При последующем переохлаждении расплава эти зародышевые кристаллики «выходят» из щелей, становясь центрами кристаллизации.

В. И. Данилов указал на два граничных условия применимости щелевой теории зародышевания: 1) активация примеси происходит только с образованием на примеси твердой фазы и 2) активация примеси требует определенного времени, зависящего от температуры процесса. Относительно первого граничного условия, т. е. возможности существования затвердевшей кристаллической фазы в твердой щели нерастворимой примеси, мы уже сообщали. Что касается влияния кавитации на ускорение процесса активации примеси, то здесь следует особо отметить механизм снятия капиллярных ограничений в поле акустической кавитации. В разделе ультразвуковой фильтрации расплава (см. § 11.5) мы указывали на закономерности действия звукокапиллярного эффекта. Динамика кавитационной полости, сопровождающаяся захлопыванием и генерацией импульса высокого давления ($\sim 10^3$ МПа), обеспечивает ускоренное заполнение капилляров практически субмикроскопических размеров — менее микрометра.

Из теории необратимых термодинамических процессов Р. Хаазе, А. И. Вейника, В. А. Ефимова, И. Б. Куманина и других следует, что *перенос вещества в пористых капиллярных стенках происходит с учетом действия перепада давления Δp по длине канала гораздо эффективнее, чем путем диффузии*. Другими словами, создание перепада давления в устье капиллярного канала может обес-

**Т а б л и ц а 12.1. Влияние ультразвуковой обработки
на эффективность измельчения литой структуры
и дегазацию расплава алюминиевого сплава марки 1960**

Вариант ультразвуковой обработки	Температура расплава, °С	Акустическая мощность, кВт	Размер литого зерна, мкм	Содержание водорода, см ³ /100 г
Без ультразвука	720	—	900	0,24
Обработка на пути миксер — кристаллизатор	720	2,0	190	0,07
Обработка непосредственно в кристаллизаторе	640	1,0	60 *	0,12
		3,0	50 *	0,07

* Нендритное зерно.

печить аномально быстрое заполнение капилляра жидкостью. Именно этот механизм ответствен за заполнение щелей нерастворимых твердых примесей «планктона» при действии ультразвуковой кавитации. Отпадает необходимость в длительных выдержках (в отсутствие ультразвука) для активации частиц «планктона», при действии кавитации достаточно 2—3 периодов пульсации кавитационной полости, т. е. $(100 \div 150) \cdot 10^{-6}$ с, чтобы возник импульс схлопывания полости и произошло заполнение капилляра жидким металлом под действием $p_{\max} = 10^3$ МПа.

В пользу высказанных предположений о механизме действия кавитации на процессы зародышеобразования при кристаллизации можно привести ряд экспериментальных результатов, подтверждающих высказанную гипотезу. Например, результаты, полученные при кристаллизации сплава 1960 с 0,16% циркония с применением двух технологических схем обработки: на пути в кристаллизатор при температуре выше температуры ликвидуса на 80—100°C и непосредственно в жидкой ванне слитка, т. е. при температуре всего на 5—10°C выше температуры ликвидуса. Эти результаты по измельчению литого зерна и содержанию водорода приведены в табл. 12.1 и получены при исследовании слитка диаметром 270 мм, отливаемого методом непрерывного литья.

Анализ табличных данных позволяет отметить, что измельчение зерна зависит от температурных условий кавитационной обработки и существенно меньше при обработке ультразвуком много выше температуры ликвидуса, т. е. при этой температуре активирующее действие на процесс зарождения центров кристаллизации ослабевает. В то же время активирующее действие ультразвуковой кавитации на зарождение центров дегазации протекает легче при повышенных температурах обработки расплава.

Следует отметить, что предельное измельчение литого зерна до размеров дендритной ячейки (в данном случае 50—60 мкм) и формирование так называемой субдендритной структуры возможно только при ультразвуковой обработке в жидкой ванне слитка при температурах вблизи температуры ликвидуса.

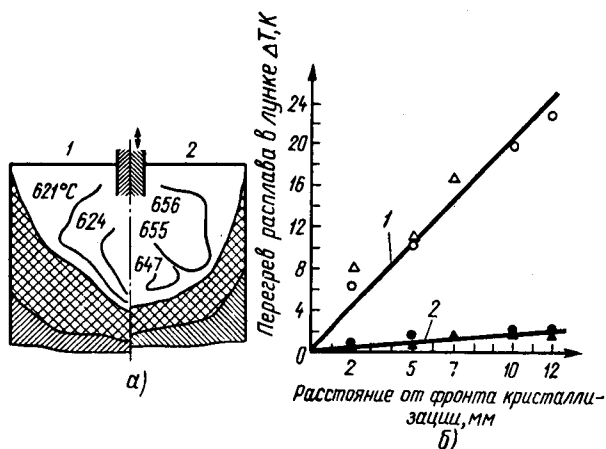


Рис. 12.4. Влияние ультразвуковой кавитационной обработки расплава на температурное поле жидкой ванны слитка алюминиевого сплава диаметром 270 мм (а) и перегрев расплава непосредственно у поверхности кристаллизации (б):

1 — непрерывное литье с ультразвуковой обработкой; 2 — то же, без ультразвуковой обработки

Другим доказательством активирующего действия ультразвуковой кавитации на процесс зарождения являются опыты по перегреву расплава выше температуры ликвидуса. На рис. 12.5 представлены две экспериментальные кривые, демонстрирующие изменение размеров зерна в слитке непрерывного литья диаметром 74 мм сплава 1960 при литье с постоянной температурой 710°C и предыдущими перегревами вплоть до 1100°C. Обработка расплава в кристаллизаторе ультразвуковой кавитацией независимо от перегрева позволяет добиться измельчения зерна до размера дендритной ячейки.

Выше при рассмотрении механизма зарождения на твердых несмачиваемых частицах обсуждалась гипотеза о том, что в трещинах этих частиц в условиях кавитационного действия в процессе смачивания кристаллизуется твердая фаза, соответствующая составу жидкого раствора. При этом чем выше содержание добавок переходных металлов в расплаве, тем ниже его кавитационная прочность и выше эффективность измельчения.

12.3. УСЛОВИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЛИТОЙ СУБДЕНДРИТНОЙ СТРУКТУРЫ

Обычно структура слитков, отливок и гранул (порошков) носит *дендритный* характер, т. е. определяется разветвленными в той или иной степени дендритными кристаллами. Основными характеристиками дендритной структуры являются размер дендрита

(зерна) в целом и размер поперечного сечения ветвей второго порядка, так называемой *дендритной ячейки*.

Проведенные в последние годы исследования [4; 12.4] позволяют указать условия, при которых возможно получение нового типа структуры с размерами литого зерна, приблизительно равными размеру дендритной ячейки, соответствующей данной скорости кристаллизации сплава. На возможность формирования такой структуры указал в свое время А. А. Бочвар в дискуссии о влиянии модификаторов на размеры ветвей дендритов. Он отметил, что модификаторы зародышевого типа могут привести к измельчению ветвей дендритов при столь сильном эффекте модифицирования, когда размер зерна станет соизмеримым с размером сечения ветви дендрита. Однако достичь этого эффекта только за счет введения модификаторов довольно затруднительно. Существенно облегчает достижение субдендритной структуры ультразвуковая обработка в режиме кавитации, т. е. достаточно высокой интенсивности.

Применение ультразвука позволяет оказать комплексное воздействие на кристаллизующийся расплав модификаторов зародышевого типа и интенсивной ультразвуковой обработки в режиме развитой кавитации. При этом ультразвуковая энергия, вводимая в жидкую ванну слитка, перегревает расплав и создает высокий температурный градиент вблизи фронта кристаллизации, а интенсивная кавитационная обработка активизирует взвешенные в расплаве частицы примесей и обеспечивает образование большого числа центров кристаллизации.

Сформированная в этих условиях структура, состоящая из полиэдрических, почти равноосных зерен, названа *недендритной (субдендритной)*. Слитки с субдендритной структурой могут быть получены в промышленных условиях для большинства высоколегированных алюминиевых сплавов, имеющих в своем составе модификаторы.

Термин «субдендритная структура» отражает генезис ее формирования, когда в специфических условиях ультразвуковой обработки затвердевающего расплава создается громадное число центров кристаллизации, а рост их ограничен температурными условиями и развитие каждого дендрита заканчивается на начальной стадии формирования основной оси. Эти представления легко укладываются в общую схему кристаллизации дендрита, предложенную А. А. Бочваром.

Возможность создания в жидком металле с помощью ультразвука знакопеременного давления выше порога кавитации позволяет, с одной стороны, вовлечь в процесс кристаллизации большинство из присутствующих в расплаве неактивных примесей и, с другой стороны, за счет поглощения акустической энергии на процесс возникновения и развития кавитации повысить температуру жидкой части слитка.

На рис. 12.1 была представлена кривая эффективности измельчения структуры слитка в зависимости от условий возникно-

вения и развития кавитации, на которой можно отчетливо выделить три характерных участка (участок докавитационных режимов обработки *I*, участок возникновения и упорядочения кавитационных процессов в расплаве *II* и, наконец, участок режимов развитой кавитации *III* основных режимов обработки расплава ультразвуком, приводящих к существенному измельчению литой структуры. Там же были продемонстрированы качественные картины спектрограмм акустических шумов, соответствующие указанным режимам обработки металла ультразвуком. Тщательно поставленными опытами было обнаружено, что ультразвуковая обработка в режиме развитой кавитации вызывает ощутимый разогрев жидкой ванны слитка (отливки) и способствует протеканию строго последовательного режима кристаллизации слитка. Следует также обратить внимание на формирование в жидком металле под действием ультразвука замкнутых изотермических областей перегретого металла, которые являются следствием появления сильных акустических течений, перемешивающих жидкий металл и транспортирующих зародыши кавитации от поверхности, излучающей звук, в объем лунки (рис. 12.4).

Таким образом, *возникновение в жидком металле кавитации оказывает сильное каталитическое действие на систему расплав — неметаллические твердые примеси, превращая примеси в активные центры кристаллизации.* Нелинейный характер динамики кавитационных пузырьков, протекающий по механизму цепной реакции, позволяет достаточно быстро (за несколько периодов звуковой волны, что на частоте 18 кГц составляет 100—200 мкс) сформировать у поверхности излучателя ультразвука устойчивую область кавитации, проходящую через которую непрерывно поступающий в лунку слитка жидкий металл пополняется активными зародышами кристаллизации.

Исследования показали, что для получения субдендритной структуры необходимо присутствие в составе сплава модификаторов зародышевого действия. Введение в состав сплава небольших добавок переходных металлов (Ti, Zr, Nb и др.) и активация неконтролируемых твердых примесей позволяют резко увеличить количество центров кристаллизации. Таким образом, можно говорить о том, что *ультразвуковая обработка кристаллизующегося расплава, не меняя гетерогенного характера кристаллизации твердого раствора на поверхности частиц химических соединений переходных металлов с алюминием, приводит к активному размножению этих поверхностей за счет активирующего действия на примеси.*

Об активирующем действии ультразвуковой обработки в режиме кавитации свидетельствуют и данные, полученные на слитках сплава системы Al—Zn—Mg—Cu—Zr при литье с высоких температур, когда предварительный перегрев расплава в печи приводил к дезактивации примесей и укрупнению структуры слитка в спокойных условиях литья. Обработка кристаллизующегося металла ультразвуковыми колебаниями позволяет устранить про-

цесс дезактивации примесей во всем интервале исследованных температур (рис. 12.4). Практически это означает, что ультразвуковая обработка расплава в режиме кавитации предварительно перегретого металла позволяет вновь активировать примеси и тем самым содействовать реализации в качестве центров кристаллизации всего запаса модификатора, содержащегося в составе сплава.

Наконец, подтверждение изложенного выше механизма ультразвукового воздействия на процесс формирования субдендритной структуры можно найти в результатах микрорентгеноспектрального анализа дендритной ликвации. Исследования изоконцентрации меди и магния в субдендритной и дендритной структурах слитков сплава Д16 (Al—Cu—Mg—Zr) показали, что субдендритное зерно развивается последовательно по всем направлениям путем увеличения радиуса, но без членения на дендритные ветви. По мере роста субдендритного зерна из-за встречного роста других субдендритных зерен его форма может несколько отклоняться от сферической.

По границам субдендритного зерна, точно так же как и между дендритными ветвями, располагаются колонии эвтектики или интерметаллидные частицы эвтектического происхождения. Микроскопические и электрооскопические исследования показали, что в субдендритной структуре размеры как самих колоний, так и составляющих их частиц фаз уменьшаются на порядок (рис. 12.6)

Рассмотренные выше условия формирования субдендритной структуры слитка при ультразвуковой обработке расплава при кристаллизации позволяют выдвинуть некоторые общие предположения об условиях ее возникновения. Аналогичные структуры наблюдались другими авторами при весьма своеобразных условиях кристаллизации в лабораторных условиях.

Важнейшей особенностью недендритной структуры, как уже указывалось, является отсутствие дендритного строения зерна. Такое зерно может образоваться лишь в том случае, если в течение всего времени кристаллизации (от момента возникновения зародыша до исчезновения последних порций жидкого металла) гладкая сферическая поверхность зерна остается устойчивой. Сохранение устойчивости поверхности зерна возможно, в свою очередь, лишь тогда, когда переохлаждение расплава вблизи поверхности растущего зерна очень мало, не больше значения, необходимого для поддержания кинетики роста [4]. Таким образом,

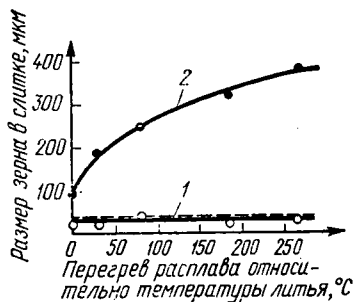


Рис. 12.5. Влияние температуры расплава на эффективность измельчения зерна в слитке сплава системы Al—Zn—Mg—Cu—Zr диаметром 74 мм:

1 — непрерывное литье с ультразвуковой обработкой; 2 — то же, без ультразвуковой обработки (штриховая линия — размер дендритной ячейки слитка, кристаллизующегося без ультразвукового воздействия)



Рис. 12.6 Микроструктура колоний эвтектики на границах субдендритных зерен (а) и дендритных ячеек (б) в слитках непрерывного литья сплавов системы Al-Zn-Mg-Si-Zr диаметром 70 мм; $\times 2500$

из факта отсутствия дендритного строения зерна можно сделать вывод о том, что его рост происходил в слабо переохлажденном расплаве.

Отметим также, что рост зерна с устойчивой гладкой поверхностью фронта кристаллизации можно рассматривать как основной случай роста, а образование дендрита — как отклонение от него. Так, например, при описании процесса непрерывной кристаллизации в качестве отправной точки принят рост твердой

фазы с плоским гладким фронтом, а образование столбчатых дендритов связывается с искажением фронта из-за возрастающего переохлаждения [12.4]. Точно так же субдендритная структура представляет собой рост сферической твердой фазы с гладкой поверхностью, ее искажение под действием переохлаждения приводит к образованию равноосного дендрита.

Переохлаждение расплава вызывается тем, что образование зародыша кристаллизации требует определенных затрат энергии. Создание готовых поверхностей раздела при модифицировании снижает работу образования зародыша кристаллизации и предотвращает (или по меньшей мере значительно уменьшает) переохлаждение.

Отсюда следует, что одно лишь модифицирование может привести к образованию субдендритной структуры. Действительно, такая структура была получена в исследованиях М. Флемингса и Т. Каттамиса при затвердевании магниевого сплава с 5,0% Zn и добавками 0,8% Zr [12.8]. В другой работе Т. Каттамиса субдендритная структура была получена в сплаве на основе алюминия с 4,5% Si и 0,2% Ti с обработкой расплава вибрацией на частоте 60 Гц. Затвердевание продолжалось 20 ч и размер полученного зерна составлял 0,4—0,6 мм. Последнее обстоятельство очень важно, так как показывает, что отсутствие дендритного строения в зерне не связано с его размерами и может колебаться в широких пределах — от нескольких микрометров при ультразвуковой обработке расплава в процессе кристаллизации слитка непрерывного литья до нескольких сотен микрометров при малой скорости кристаллизации.

Однако использование УЗО как приема вовлечения в процесс кристаллизации неконтролируемых твердых примесей в сочетании с модифицированием позволяет получить измельченное субдендритное зерно практически во всех легких сплавах.

При увеличении скорости охлаждения возникает тенденция к переохлаждению расплава на фронте кристаллизации и для его предотвращения необходимо возникновение большого числа зародышей.

Образование зародыша твердого раствора и его рост приводят к разогреву некоторого объема расплава вокруг него, в котором новый зародыш уже не может возникнуть. Если по условиям процесса количество готовых центров кристаллизации, созданных имеющимися примесями или модификаторами, невелико, между растущими зернами могут остаться объемы, в которых расплав будет переохлаждаться, но в них не окажется готовых центров кристаллизации. Тогда в ходе дальнейшей кристаллизации возникает обычная дендритная структура, размер зерна в которой определяется количеством подходящих центров, т. е. концентрацией модификатора. Это хорошо известный случай кристаллизации, когда размер зерна определяется числом центров и не зависит от скорости охлаждения.

При ультразвуковой обработке кристаллизующегося металла возникает столь большое количество готовых центров кристаллизации, что в любом объеме расплава, который начинает переохлаждаться, всегда найдется хотя бы один центр. Более того, некоторое количество центров кристаллизации может оказаться «неиспользованным», они будут реализованы лишь при условии тенденции к переохлаждению в результате увеличения скорости охлаждения. При этом увеличится число зародышей и размер зерна уменьшится. Таким образом, *при избыточном количестве зародышей кристаллизации изменяется фактор, контролирующий размер зерна в слитке,— им становится скорость охлаждения.*

Изложенная схема аналогична образованию дендритных ветвей второго и более высоких порядков на первичном стволе. Для возникновения ветви более высокого порядка необходимо лишь достаточное переохлаждение расплава вокруг ствола. Рост ветви снимает переохлаждение в некотором объеме металла, и следующая ветвь возникает только за его пределами. Изменение скорости охлаждения влияет на переохлаждение и интенсивность выделения теплоты кристаллизации, тем самым определяя расстояние между ветвями. Таким образом, *размер субдендритного зерна, так же как и расстояние между ветвями дендрита или размер дендритной ячейки, определяется (контролируется) скоростью охлаждения.*

Данная зависимость (рис. 12.7) отражает общую закономерность кристаллизации, подмеченную еще в 1946 г. В. И. Добаткиным применительно к изменению расстояния между дендритными ячейками в слитках алюминиевых сплавов в виде кривой гиперболического типа. Позднее выражение зависимости дендритного параметра от скорости охлаждения приняло вид $d = AV^{-n}$, где A , n — числовые коэффициенты, зависящие от природы сплавов (как правило, $n = 1/3 - 1/2$). В логарифмических координатах зависимость $d = f(v)$ принимает вид прямой.

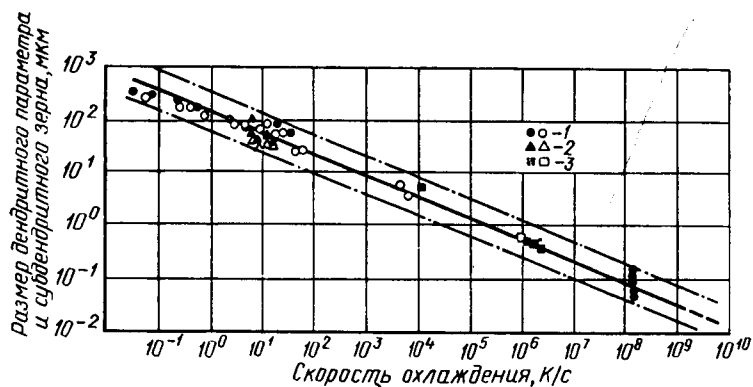


Рис. 12.7. Зависимость дендритного параметра (●, ▲, ■) и недендритного зерна (○, △, □) от скорости охлаждения расплава в интервале кристаллизации:

1 — алюминиевые сплавы; 2 — магниевые сплавы; 3 — никелевые сплавы

Новые представления [12.2] о том, что размер субдендритного зерна, аналогично размеру дендритного параметра, определяется скоростью охлаждения, позволяет найти для практики наилучшие условия формирования структуры литого металла. В настоящее время эта зависимость подтверждена экспериментально для слитков, отливок и гранул из легких и жаропрочных никелевых сплавов, в которых формируется недендритная (субдендритная) структура.

12.4. НЕПРЕРЫВНОЕ ЛИТЬЕ ЦВЕТНЫХ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Большую часть деформированных полуфабрикатов из цветных металлов и сплавов на основе алюминия, магния, меди, цинка и других металлов делают сейчас из слитков, полученных методом *непрерывного*, или, как иногда говорят, *полунепрерывного*, *литья*. В отличие от кристаллизации металла в изложнице метод непрерывного литья в водоохлаждаемый кристаллизатор гарантирует высокое качество металлического слитка наряду с высокой производительностью процесса литья.

Сам принцип последовательного режима затвердевания в кристаллизаторе с непосредственным охлаждением поверхности слитка водой обеспечивает энергетически наиболее выгодный способ введения ультразвука через зеркало расплава жидкой ванны слитка. На рис. 12.8 представлена принципиальная схема процесса непрерывного литья легких сплавов с ультразвуковой обработкой расплава в кристаллизаторе.

Применение ультразвуковой обработки расплава в жидкой ванне слитка легко обеспечивает в последней режим развитой

кавитации, и в этом случае можно говорить о комплексной обработке металла как в предкристаллизационный период (в объеме жидкой ванны), так и непосредственно в процессе кристаллизации (у поверхности кристаллизации). Естественно, что ограничительным фактором при таком способе ультразвукового воздействия на процесс кристаллизации является кавитационная стойкость материала излучателя ультразвука, непосредственно передающего ультразвуковые колебания в жидкий металл. Следует заметить, что

для большинства сплавов цветных металлов, изготавливающих методом непрерывного литья (на основе алюминия, магния и др.), эта проблема в настоящее время удовлетворительно решена.

Как уже указывалось, при ультразвуковой обработке расплава в жидкой ванне слитка желательно получить максимальную степень измельчения структуры зерна и сформировать в слитке измельченное субдендритное зерно с размером, примерно равным размеру сечения ветвей дендрита в дендритной структуре, которая получается в слитке того же размера, т. е. кристаллизующегося с той же скоростью охлаждения, но без применения ультразвукового воздействия.

Экспериментальным путем можно оценить уровень необходимой интенсивности ультразвука, при которой достигается режим развитой кавитации и происходит формирование субдендритного зерна (см. диаграмму на рис. 12.9). При этом важно отметить, что формирование субдендритной структуры с предельно измельченным литым зерном характеризует существенно меньший разброс размеров зерен, в то время как сформированная дендритная структура отличается исключительно большой разницей в размере зерен. Это еще раз подчеркивает роль ультразвуковой обработки кристаллизующегося металла в процессе образования центров кристаллизации.

На рис. 12.10 представлена микроструктура крупногабаритного слитка сплава системы $Al-Zn-Mg-Cu-Zr$ диаметром 650 мм, отлитого как с применением ультразвуковой обработки, так и без нее. На фотографиях хорошо видно, что применение ультразвуковой обработки заметно меняет размеры и форму зерен, преобразуя дендритные зерна в недендритные без членения на ветви. Наряду с существенным измельчением структуры и форми-

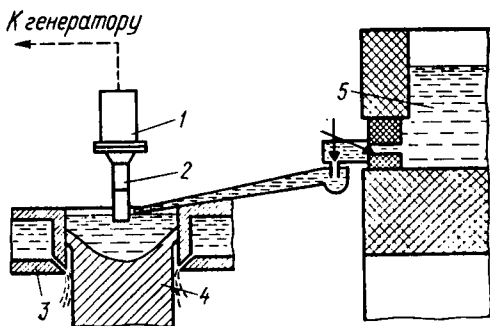


Рис. 12.8. Принципиальная схема процесса непрерывного литья цветных сплавов с воздействием ультразвука на процесс кристаллизации в жидкой ванне слитка:

1 — преобразователь; 2 — излучатель; 3 — кристаллизатор; 4 — слиток; 5 — миксер с расплавом

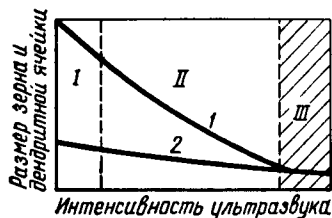


Рис. 12.9. Диаграмма влияния интенсивности ультразвуковой обработки расплава на изменение размеров элементов литой структуры слитков непрерывного литья из алюминиевых сплавов:

I — обработка до порога кавитации, *II* — пороговая интенсивность, *III* — режим развитой кавитации; *1* — размер зерна, *2* — размер дендритной ячейки

рованием субдендритного зерна в объеме слитка ультразвуковая обработка способствует улучшению поверхностных слоев металла. Оба эти положительных момента способствуют при литье повышению выхода годных крупногабаритных слитков, т. е. препятствуют образованию трещин и разрушению слитка в процессе литья и последующей термической обработки.

Смысл действия измельченной структуры на уменьшение склонности к образованию трещин состоит в повышении запаса пластичности металла с мелким зерном по сравнению с металлом, обладающим крупной дендритной структурой. Возникающие в слитке больших размеров напряжения при кристаллизации внутренние напряжения

могут релаксировать без разрушения слитка. Кроме того, уменьшение глубины неслитин способствует экономии металла при обточке поверхности слитка перед деформацией. В среднем экономическая эффективность непрерывного литья алюминиевых сплавов с ультразвуковой обработкой может составить с учетом расходов на оборудование и обслуживание 100 руб./т отливаемого металла. Измельчение зерна слитка способствует также повышению его технологичности при последующей деформации.

На рис. 12.11 представлены механические свойства слитков диаметром 74 мм, полученных как с применением ультразвуковой

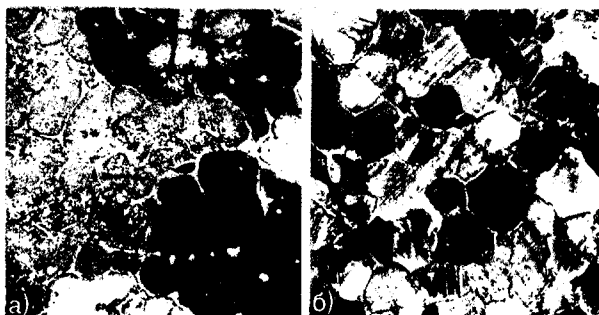


Рис. 12.10. Микроструктура ($\times 100$) крупногабаритного слитка диаметром 650 мм из высокопрочного алюминиевого сплава $Al-Zn-Mg-Cu-Zr$:

a — литье без ультразвуковой обработки, дендритная структура; *б* — литье с ультразвуковой обработки, недендритная структура

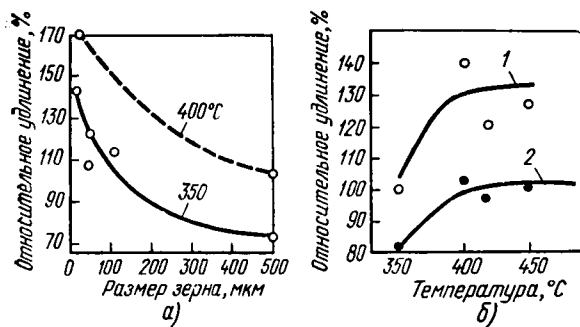


Рис. 12.11. Влияние размера зерна (а) и типа литой структуры (б) на технологическую пластичность при горячей деформации слитка Ø74 мм из сплава системы Al—Zn—Mg—Cu:

1 — недендритная (субдендритная) структура; 2 — дендритная структура

обработки (субдендритная структура), так и без нее (дендритная структура). Для примера взят высокопрочный сплав системы Al—Zn—Mg—Cu—Zr, относящийся к группе труднодеформируемых сплавов. Повышение пластичности (относительное удлинение б) говорит в пользу субдендритной структуры, однако преимущество металла с субдендритной структурой становится особенно очевидным, когда сравниваются между собой так называемые *приведенные пластичности* — отношения ударных вязкостей к пределам текучести при температуре деформации. Тут преимущество становится очень наглядным — технологическая пластичность металла при 400°C вдвое выше за счет применения ультразвуковой обработки.

Пока эта особенность измельченной субдендритной структуры слитка используется недостаточно, она только гарантирует оформление того или иного деформированного полуфабриката по форме без дефектов. Так, например, прокатка слитков магниевых и цинковых сплавов обеспечивает отсутствие рванин на кромках листов, что важно, так как повышает коэффициент использования металла при деформации. По-видимому, в принципе переход на субдендритный тип литой структуры поможет в оформлении сложных по форме изделий, получаемых штамповкой и горячим прессованием из высокопрочных (труднодеформируемых) материалов при меньших усилиях прессов.

Ультразвуковое воздействие на структуру и свойства слитка наследственно отражается и на качестве изготовленных из таких слитков деформированных полуфабрикатов. Обычно все структурно-чувствительные характеристики деформированного металла повышаются при деформации обработанного ультразвуком металла. Для примера рассмотрим, как повышается пластичность в двух взаимно перпендикулярных направлениях катаного металла

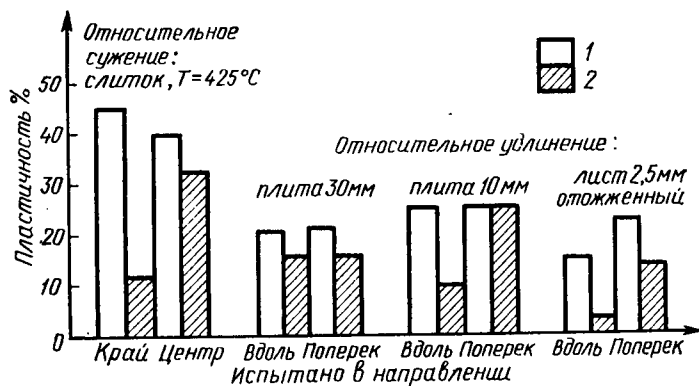


Рис. 12.12. Влияние пластичности гомогенизированного плоского слитка магниевого сплава системы $\text{Mg}-\text{Al}-\text{Zn}$ на пластичность плит и листов, определенную вдоль и поперек направления прокатки:

1 — литье с УЗО; 2 — литье без УЗО

Таблица 12.2. Влияние размера слитка на вязкость разрушения прессованной полосы

Тип структуры слитка, размер зерна, мкм	Вязкость разрушения, $\text{кг/мм}^{3/2}$
Дендритная, 300—500	112
Субдендритная, 30—40	166
Субдендритная, 15—25	175

из магниевого сплава системы $\text{Mg}-\text{Zn}-\text{Al}$ после прокатки плоского слитка сначала на плиту толщиной 30 мм, затем на лист толщиной 10—2,5 мм (рис. 12.12).

О том, что именно структура, полученная в результате ультразвуковой обработки, позволяет поднять уровень пластичности литого металла, можно судить по поверхности слитков после горячей деформации на «клин» из высокопрочного магниевого сплава системы $\text{Mg}-\text{Al}-\text{Zn}$ (рис. 12.13). Существенным оказывается и тот факт, что измельчение литой структуры заметно повышает такие важные характеристики деформированного металла, как вязкость разрушения и скорость развития трещин (СРТ). Связь структуры слитка с вязкостью разрушения прессованной полосы из сплава системы $\text{Al}-\text{Zn}-\text{Mg}-\text{Cu}-\text{Zr}$ представлена в табл. 12.2.

Измельчение структуры слитка сказывается благотворно и на коррозионном поведении деформированного металла. Переход на литую заготовку с субдендритным зерном, как правило, снижает сопротивление коррозионному растрескиванию под напряже-

нием и повышает сопротивляемость металла рас-
слаивающей коррозии.

12.5. ВАКУУМНЫЙ ДУГОВОЙ ПЕРЕПЛАВ ЧЕРНЫХ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Если при непрерывном литье легких и цветных металлов и сплавов ультразвуковая обработка сравнительно легко осуществляется с подводом ультразвуковой энергии к жидкой ванне слитка, то при формировании слитка из тугоплавких сплавов и сталей при вакуумно-дуговом переплаве или электрошлаковом переплаве такой метод быть применен не может из-за ограниченности в стойкости излучателей ультразвука. Правда, некоторые исследователи предлагали использовать охлаждаемые изнутри излучатели ультразвука, на поверхности которых образуется гарнисаж (корочка), препятствующий разрушению. Однако эти способы были опробованы лишь в лабораторных условиях и пока что мало пригодны к промышленной эксплуатации.

В связи с этим при вакуумно-дуговом переплаве (ВДП) ультразвуковая обработка, как правило, осуществляется через твердую часть слитка за счет передачи в переходную область «бегущей» волны. На рис. 12.14 показана принципиальная схема системы возбуждения ультразвуковых колебаний при ВДП. При этом исключается проблема стойкости излучателя, так как последним становится сам слиток, вернее, граница его твердо-жидкой области. Следует, однако, добавить, что передача ультразвука через твердую часть слитка имеет и недостатки, заключающиеся в том, что практически невозможно осуществить ультразвуковую обработку жидкой ванны слитка, так как вся ультразвуковая энергия теряется в переходной твердо-жидкой области. И, что самое главное, возникают трудности в настройке колебательной системы на резонансный режим при изменении высоты слитка в процессе его формирования.

Это последнее предопределило значительно большие энергетические затраты на получение положительного эффекта измельчения структуры слитка по сравнению с введением ультразвука в жидкую ванну слитка при непрерывном литье. По скромным оцен-



Рис. 12.13. Внешний вид образцов плоского слитка сплава системы $Mg-Al-Zn$ размером 550×160 см после горячей деформации на «клин»:

а — литье с УЗО (трещин нет); б — литье без УЗО (трещины)

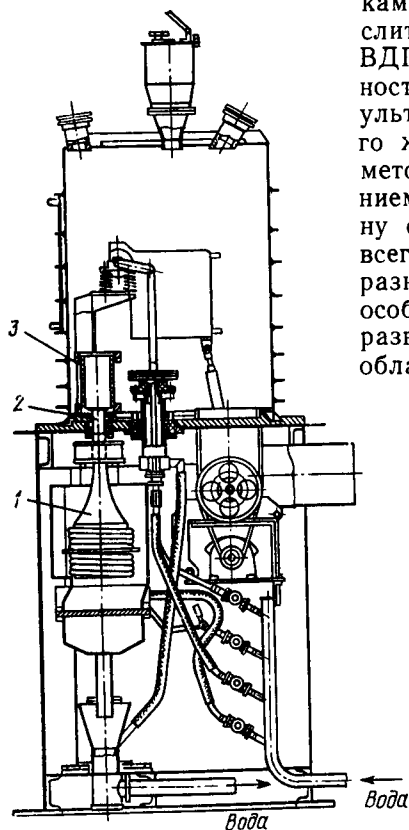


Рис. 12.14. Ультразвуковая установка для обработки слитков, выполняемых в дуговой вакуумной печи ЦЭП-317:

1 — магнитострикционный преобразователь; 2 — волновод-излучатель; 3 — кристаллизатор

кам, для ультразвуковой обработки слитка диаметром 300 мм методом ВДП требуется электрическая мощность преобразователя 40—60 кВт, ультразвуковая обработка слитка того же размера при кристаллизации методом непрерывного литья с введением ультразвука через жидкую ванну слитка требует затрат мощности всего 2,5—4,0 кВт. Столь серьезная разница в энергетике определяется особыми условиями поглощения ультразвуковой энергии в твердо-жидкой области и необходимостью подстрой-

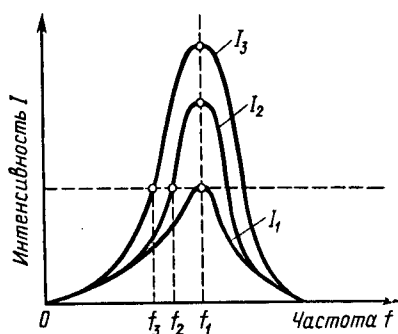


Рис. 12.15. К пояснению процесса подстройки номинального режима ультразвуковой обработки при наращивании длины слитка и изменения резонансной частоты системы слиток — излучатель при ВДП путем повышения интенсивности ультразвука

ки системы преобразователь — излучатель — слиток на определенный уровень вводимой в расплав мощности из-за изменения резонансной частоты за счет увеличения подводимой к преобразователю электрической мощности.

Действительно, при большом запасе мощности в преобразователе можно по мере наращивания длины слитка и возникающей при этом расстройке резонансной частоты системы повышать потребляемую и вводимую в слиток мощность, поддерживая уровень интенсивности ультразвука на фронте кристаллизации, необходимый для получения технологического эффекта (рис. 12.15).

В самом деле, допустим, мы имеем в начале процесса ВДП слитка резонансную частоту f_1 и необходимый для получения требуемой степени измельчения уровень интенсивности ультразвука на фронте кристаллизации I_1 . Затем по мере увеличения длины слитка резонансная частота системы станет f_2 , тогда за счет увеличения вводимой в расплав мощности ультразвука можно довести интенсивность до $I_2 = I_1$ на резонансной кривой начала литья. Представим, что в конце литья (по мере намораживания в кристаллизаторе всего слитка) резонансная частота сделается равной f_3 , тогда снова за счет увеличения вводимой в расплав мощности можно добиться, чтобы выполнялось условие $I_3 = I_1$.

Практически постоянства заданного режима вводимой в слиток интенсивности ультразвука можно добиться за счет значительного запаса мощности источника ультразвука и постоянного слежения за уровнем мощности ультразвука, вводимого в расплав.

И. И. Теумин, О. В. Абрамов [12.1] с сотрудниками реализовали эту идею с помощью созданной ими уникальной установки мощностью до 150 кВт на частоте 8 кГц с магнитострикционным пакетом мощностью 60 кВт применительно к вакуумно-дуговой печи ЦЭП-317. На этой установке можно получать слитки диаметром 110—270 мм, высотой до 1000 мм, массой до 250 кг. Схема была освоена и в промышленном масштабе применительно к печи ЦЭП-380 при отливке слитков ряда сталей и сплавов диаметром до 380 мм и весом до 500 кг.

Можно, по-видимому, сохранить более высокую частоту (18—20 кГц) и идти путем наращивания мощности за счет увеличения числа магнитострикционных пакетов на одной колебательной системе.

Обширный материал, относящийся к ультразвуковой обработке сталей и сплавов на основе никеля, молибдена и других тугоплавких металлов, собран в работах О. В. Абрамова и др. [12.1]. С помощью ультразвуковой установки небольшой мощности на лабораторной печи ДВВ-125, позволяющей получать методом ВДП слитки диаметром 80 мм и весом до 30 кг, ими подробно изучено влияние ультразвуковой обработки на углеродистые и низколегированные стали (сталь 20, 40, У8, 30ХГС, ШХ15 и др.), стали ферритного класса (Х13, Х25, Ю14 и др.), стали аустенитного класса (Х18Н9, Х25Н20 и др.), стали карбидного класса (Р18 и др.), бористые стали (Х18Н15Р2 и др.) и ряд других сплавов на основе никеля.

Ультразвуковая обработка углеродистых сталей показала, что доэвтектоидные стали с содержанием углерода менее 0,4% плохо обрабатываются ультразвуком. Если к преобразователю подводится мощность колебаний 2,5 кВт на 1 кг обрабатываемого металла, то структура сталей 20, 30, 40 не изменяется. Структурные изменения в стали 40 наблюдались лишь при повышении мощности до 3,5 кВт/кг. Под влиянием ультразвука грубая ферритная сетка,

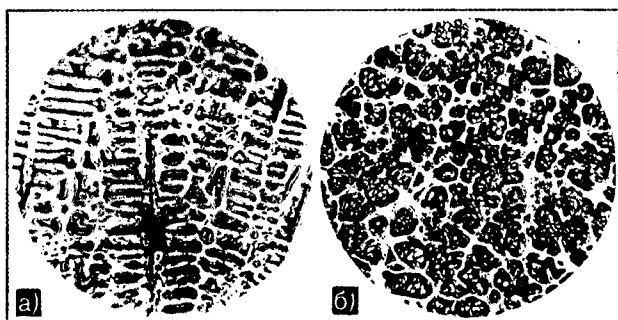


Рис. 12.16. Влияние ультразвука на микроструктуру слитка при ВДП стали P18:

а — литье без ультразвука; б — литье с ультразвуком

наблюдаемая в необработанных (контрольных) слитках, дробится и зерно становится более мелким (рис. 12.16).

В сталях У8 и У10 под влиянием ультразвука мощностью 1,5—2 кВт/кг наблюдали существенное измельчение зерна (в контрольных слитках балл микрозерна — 1, в обработанных ультразвуком — 5—7).

Наблюдаемый характер изменения ультразвуковой обрабатываемости сталей в зависимости от содержания углерода связан с особенностями диаграммы состояния железо — углерод (шириной температурного интервала кристаллизации) и прочностью растущих кристаллов.

Наибольшей прочностью обладает сталь, содержащая 0,18% углерода и имеющая наименьший интервал кристаллизации. При уменьшении и особенно при увеличении содержания углерода предел прочности падает. Как показали проведенные О. В. Абрамовым исследования, степень обрабатываемости уменьшается с увеличением прочности растущих кристаллов и уменьшением температурного интервала кристаллизации.

На стали 40 было опробовано совместное воздействие упругих колебаний и модификаторов. В качестве модификатора для стали 40 использовали титан в количестве 0,08—0,1%. При введении в расплав модификатора происходит измельчение зерна. Совместное влияние модификатора и ультразвука приводит к образованию мелкого зерна перлита с раздробленной местами ферритной сеткой. Эта структура напоминает равновесную структуру отожженной среднеуглеродистой стали.

Как показали дополнительные исследования, совместное действие ультразвука и модификатора увеличило прокаливаемость стали. Ультразвуковая обработка низколегированных сталей (17ГС, 30ХГС и 35ХН) при подводимой к преобразователю мощности 2,5 кВт/кг не вызвала измельчения зерна. Ультразвук такой же мощности в сталях 40ХН, 45Г2, 40ХН5С, типа 50СХНМ, 55С2,

ШХ15 вызвал измельчение зерна, причем в тем большей степени, чем выше содержание углерода в стали.

Структурные изменения в низколегированных сталях приводят к повышению характеристик пластичности на 30—40% при некотором повышении (10%) предела прочности. Деформация и термическая обработка уменьшают степень различия в свойствах контрольных и обработанных слитков, но все же в сталях 40ХН5С и типа 50СХМ после термомеханической обработки в материале, который был обработан ультразвуком, наблюдалось некоторое повышение пластичности и прочности.

Существенное влияние ультразвуковая обработка оказала на структуру и свойства сталей ферритного класса. Так, изменение структуры стали Х27 под действием ультразвука привело к повышению ее технологической пластичности. Допустимое обжатие при холодной прокатке повысилось с 18 до 79%.

При горячей прокатке (1200°C) наблюдали увеличение деформируемости обработанного ультразвуком металла. Исследование деформированного и подвергнутого после деформации термической обработке металла показало, что различие в свойствах контрольных и обработанных ультразвуком образцов металла сохраняется. Так, значение ударной вязкости в обработанной стали достигает $6 \cdot 10^{-3}$ Дж/м², а в контрольной стали оно составляет $5 \cdot 10^{-4}$ Дж/м².

Проводилось исследование раздельного и совместного влияния ультразвука и модификатора на структуру стали Х27 и ее свойства. В качестве модификатора использовали магний, вводимый в виде лигатуры Ni—Mg из расчета 0,05% Mg к весу расплава.

После введения модификатора зона столбчатых кристаллов несколько уменьшилась и эти кристаллы стали более тонкими. Центральная зона представляла собой область относительно крупных (средний диаметр 2—3 мм) равноосных зерен, причем их размеры сильно колебались в различных плавках. Совместное действие ультразвука и модификатора привело к более эффективному измельчению структуры, чем их раздельное влияние. Полученные слитки были прокованы, вырезанные образцы подвергнуты термической обработке (закалка с 900°C в воду) и испытаны на ударную вязкость.

Значение ударной вязкости в образцах из контрольного слитка было довольно низким и составляло $6 \cdot 10^{-4}$ Дж/м², причем ультразвуковая обработка весьма незначительно повысила это значение ($9 \cdot 10^{-4}$ Дж/м²), а введение модификатора дало уже значение $2,0 \cdot 10^{-3}$ Дж/м². Совместное действие модификатора и ультразвука увеличило ударную вязкость до $8,8 \cdot 10^{-3}$ Дж/м², т. е. в среднем в 13 раз.

Сравнительно высокой степенью ультразвуковой обрабатываемости обладают аустенитные стали с высоким содержанием марганца (Г13).

Структурные изменения в сталях приводят к различию в механических свойствах контрольных и обработанных слитков (табл. 12.3). Таким образом, под воздействием ультразвука характери-

Т а б л и ц а 12.3. Влияние ультразвука на механические свойства сталей аустенитного класса

Сталь	Температура испытания, °С	Условия кристаллизации	Предел прочности, 0,1 МПа	Относительное удлинение, %	Относительное сужение, %	Ударная вязкость, 10 ⁻³ Дж/м ²
X18H9	20	Без ультразвука	48	31	65	—
		С ультразвуком	52	45	75	—
	20	Без ультразвука	46	25	44	13
		С ультразвуком	56	32	71	18
X25H20	950	Без ультразвука	8	16	25	9
		С ультразвуком	7	26	32	12

стики прочности (σ_b) при комнатной температуре возрастают в 1,1—1,3 раза. Характеристики пластичности (δ , ψ) стали X25H20 и стали X18H9 увеличиваются при комнатной и повышенной температуре в 1,3—1,6 раза. Ударная вязкость повышается в 1,2 раза.

12.6. ФАСОННОЕ ЛИТЬЕ ЦВЕТНЫХ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Затвердевание фасонных отливок из алюминиевых сплавов в литейной форме, изготовленной из керамических или гипсоасбестовых материалов малой теплопроводности, резко замедляет скорость кристаллизации металла по сравнению с литьем в металлические изложницы и тем более по сравнению со скоростью кристаллизации слитка при непрерывном литье в водоохлаждаемый кристаллизатор. В связи с этим структура и механические свойства фасонных отливок, полученных в этих условиях, уступают таковым для отливок, полученных в металлические формы. В то же время ряд ответственных деталей, таких, как турбинные диски, вентиляторы и др., могут быть изготовлены только методами точного литья, так как эти детали характеризуются сложной формой, сочетающей массивную ступицу и тонкостенные лопатки (рис. 12.17).

Именно поэтому представляло большой научный и практический интерес создание технологического метода регулирования структуры и свойств литого металла, процесса заполнения тонкостенных лопаток с выходной кромкой до 0,1 мм с помощью ультразвукового воздействия на процесс кристаллизации.

Поскольку форма исследуемых отливок была, как правило, симметричной (тела вращения), при разработке методики подачи ультразвука колебания вводили в тело отливки по центру «снизу» таким образом (рис. 12.18), что обработке подвергался весь расплав начиная с первых его порций.

Если при литье в гипсоасбестовые формы в опоке с формой предусматривали отверстие под излучатель — инструмент с зазо-

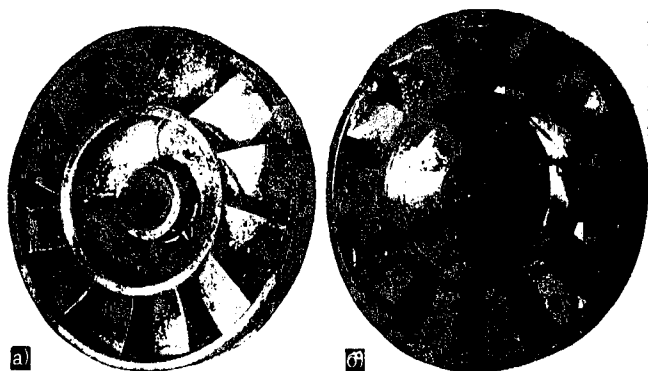


Рис. 12.17. Фасонная отливка вентилятора из алюминиевого сплава АЛ9, приготовленная с воздействием ультразвука на расплав, кристаллизующийся в литейной форме (а) и без воздействия ультразвука (б)

ром до 1,0 мм, то при литье с ультразвуковой обработкой отливок в керамической форме малой прочности отверстие в опоке делали значительно большим, а во избежание затекания расплава в кольцевой зазор применяли специальное уплотнение из шнурового асбеста, наматываемого на излучатель ультразвука.

Для понимания механизма действия ультразвука на процесс кристаллизации фасонных отливок в керамических формах важно было изучить температурное поле кристаллизующегося металла. Методика исследования температурного поля кристаллизующейся отливки состояла в монтаже хромель-алюмелевых термопар с оголенными спаями по сечению отливки. Для этого термопары сначала укрепляли в восковой модели, потом формировали керамическую корку и затем выплавляли модель — после проведения таких операций термопары прочно закреплялись в керамической форме. Запись кривых охлаждения вели на электронном потенциометре марки ЭПП-09 с интервалами отсчета 2,5 с и скоростью движения диаграммной ленты 24 м/ч.

Процесс формирования отливки начинается с момента поступления в литейную форму расплавленного металла.

Во время заполнения формы расплавом решающее влияние на заполнение сечений, теплообмен с формой, плотность стенок и т. д. оказывает гидродинамика течения металла. Применение в этот момент дополнительных внешних источников воздействия, таких, как избыточное давление, вакуум, низкочастотная вибрация, ультразвук и др., способствует улучшению процесса течения металла и, следовательно, улучшению условий формирования отливки.

После того как заполнение формы закончено, течение металла прекращается. Дальнейшая организация структуры происходит

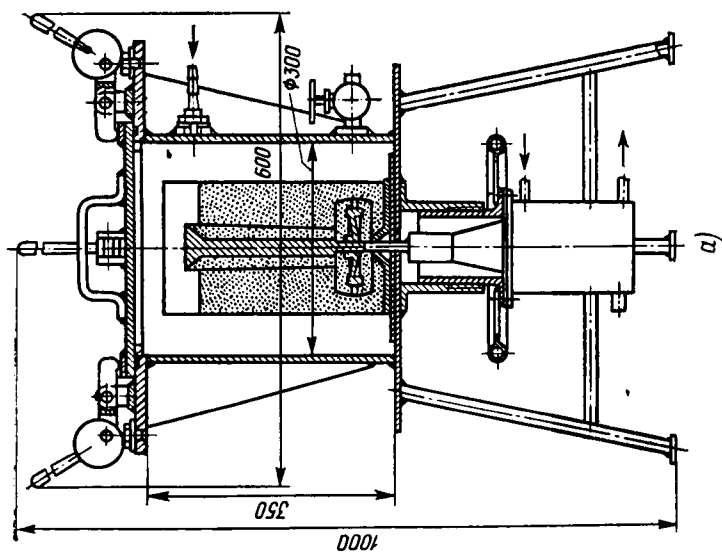
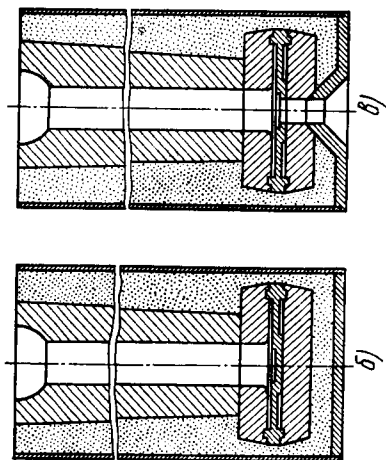


Рис. 12.18. Схема установки для литья фасонных деталей в гипсоасбестовые формы с ультразвуковой обработкой (а), гипсовые формы для литья турбинного колеса в опоке (б, в):
 б — литье в автоклаве, в — литье в автоклаве с ультразвуковой обработкой



за счет отдачи теплоты в форму и протекания процесса затвердевания. Протекание процесса затвердевания зависит от ряда факторов. Природа сплава, его интервал кристаллизации, теплопроводность формы и др.— все это имеет важное значение в процессе формирования отливки.

После того как металл в форме полностью затвердеет, форма и отливка начинают отдавать теплоту одновременно.

Термическая усадка отливки и расширение формы приводят к созданию между ними зазора, который меняет условия теплообмена между отливкой и формой. В случае литья в неметаллические формы с высокой пористостью можно считать, что материал формы создает «неограниченный» зазор. Просушенная этилсиликатная или гипсоасбестовая форма является, по классификации А. И. Вейника, типичным капиллярно-пористым телом, процесс теплопередачи в котором протекает чрезвычайно сложно.

Процесс теплоотдачи от расплава к форме больше всего зависит от того, аккумулируется эта теплота формой или нет. Металлическая форма отводит теплоту быстрее, чем песчаная, а последняя способствует отводу теплоты во много раз интенсивнее, чем просушенные и прокаленные формы для точного литья.

Экспериментальные и практические данные по точному литью алюминиевых сплавов показывают, что процесс затвердевания в гипсовых и этилсиликатных формах при статической заливке затягивается на 5—10 мин, в то время как при литье в песчаные формы весь процесс формирования отливки занимает 1—2 мин. При этом следует учитывать, что, как правило, процесс точного литья проводится в подогретые до 80—120°C формы, что дополнительно уменьшает скорость теплопередачи.

Уже первые опыты с применением ультразвукового метода воздействия на процесс кристаллизации точных отливок в керамической форме показали, что при развитии кавитации и введении в объем расплава свыше 100 Вт акустической мощности отмечается существенный разогрев металла в форме. С учетом того, что объем отливки невелик и масса расплава в форме едва превышает 0,2 кг, полученные данные о перегреве металла под действием ультразвука позволили оценить механизм изменения структуры отливок и улучшения заполняемости тонких каналов в поле ультразвука.

На рис. 12.19 приведены сводные результаты измерений температурного темпа затвердевания отливки вентилятора из сплава АЛ9, из которых видно, что процесс затвердевания в поле ультразвука значительно замедляется независимо от того, идет процесс затвердевания при наложении давления или нет.

Исследования процесса кристаллизации всех изученных сплавов показали, что действие ультразвука настолько меняет температурный темп затвердевания, что скорость снятия перегрева в поле ультразвука уменьшается в 5—6 раз, а скорость кристаллизации при этом замедляется в 6—8 раз. Следует особо отметить, что указанное изменение имеет место при весьма небольшом

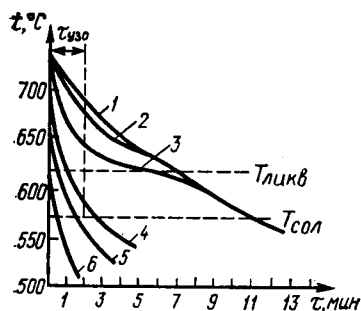


Рис. 12.19. Кривые охлаждения различных зон фасонной отливки турбинного колеса из сплава АЛ9 (см. рис. 12.17):

1—3 — литье с УЗО; 4—6 — литье без УЗО (1, 4 — центр отливки; 2, 5 — основание лопатки; 3, 6 — тело лопатки)

(кратковременном) действии ультразвука — 1—2 мин, т. е. при времени, существенно меньшем, чем время кристаллизации данной отливки в спокойных условиях.

Перегрев расплава в форме при действии акустической кавитации способствует, с одной стороны, созданию предпосылок сохранения малой вязкости расплава и, с другой стороны, вследствие действия звукокапиллярного эффекта способствует отличному заполнению тонких литейных каналов.

Кристаллизация точных отливок под действием ультразвука позволила заметно измельчить структуру и в отдельных случаях (когда в составе сплава имеются модификаторы зародышевого типа) сформировать пред-

ельно измельченное литое зерно субдендритного типа.

Столь резкое изменение структуры не могло не сказаться на росте прочностных и пластических характеристик отливок из исследованных сплавов. В табл. 12.4 приведены типичные свойства ряда опытных партий отливок, выполненных по серийной технологии свободной заливки (без ультразвукового воздействия) и с применением ультразвуковой обработки при литье в автоклаве.

Таблица 12.4. Влияние ультразвуковой обработки расплава при кристаллизации на механические свойства отливок из алюминиевых сплавов

Марка сплава	Вид термической обработки	Метод литья					
		воздействие ультразвука на расплав в форме			свободная заливка		
		$\sigma_{в, 0,1}$ МПа	$\delta_{0,2, 0,1}$ МПа	$\delta, \%$	$\sigma_{в, 0,1}$ МПа	$\delta_{0,2, 0,1}$ МПа	$\delta, \%$
АЛ9	T5	21	18	5,0	18	16	4
АЛ19	T5	34	27	5	28	22	3,5

12.7. НАПЛАВКА С ПРИМЕНЕНИЕМ УЛЬТРАЗВУКА

Ультразвуковая обработка расплава при кристаллизации может оказаться полезной при электродуговой автоматической сварке плавлением. Наиболее широко в этом процессе использована схема возбуждения ультразвуковых колебаний в сварочной проволоке, изгибные колебания в которой возбуждают с помощью источника продольных колебаний ультразвука. При этом проволока является одновременно присадочным материалом, разрушаю-

щимся под действием ультразвука в процессе плавления. По механизму своего действия на структуру сварного шва главную роль здесь играет затравочное действие обломков твердой фазы [11.2]. Такая схема воздействия ультразвука на сварочный шов была разработана в 1960 г. Г. Ф. Баландиным и Л. Л. Силиным, а затем была усовершенствована в работах А. С. Шилева применительно к процессу наплавки металла для восстановления (ремонта) деталей сельскохозяйственных машин.

При таком способе возбуждения ультразвука очень существенными моментами являются условия передачи колебаний расплаву в зависимости от выбора места крепления подающих роликов, жесткости проволоки, вылета и скорости ее подачи. Оптимальный вылет соответствует половине длины волны ультразвука, при этом подающие ролики должны крепиться в узле колебаний проволоки. Интересно отметить также условия передачи колебаний в месте контакта движущейся проволоки и инструмента продольных колебаний, отверстие в котором должно соответствовать диаметру проволоки. Последняя может перемещаться только под действием колебаний, когда снижается контактное трение в месте контакта. Если не применять специальных средств, например пружинящего контакта инструмента с проволокой, то даже при использовании износостойчивых сталей не удастся удлинить срок работы инструмента свыше 4 ч.

Такая схема возбуждения ультразвука в сварочной ванне может быть использована не только при сварке, но и при непрерывном литье тугоплавких металлов как с наведением шлаковой ванны, так и без нее.

Как показывают исследования процесса ультразвуковой сварки (наплавки), в таком процессе при определенных значениях интенсивности (амплитуды смещения) ультразвука удается заметно уменьшить размер литого зерна и повысить сопротивляемость металла образованию горячих трещин, что является, как известно, наиболее распространенным браком при сварке.

Для устранения брака по трещинам при сварке сплава МА2-1 ($Mg-Al-Zn$) был применен металл (листы и проволока), который в процессе изготовления литой заготовки обрабатывали ультразвуком с целью измельчения литого зерна. Таким образом, в данном случае ультразвуковое воздействие было применено не непосредственно в процессе сварки, а на этапе формирования литой структуры металла, из которой далее изготовили деформированный полуфабрикат, а затем подвергли его процессу сварки.

Анализ данных табл. 12.5 позволяет высоко оценить влияние ультразвуковой обработки на склонность металла к образованию горячих трещин.

Применение сварочной проволоки из металла, приготовленного с использованием ультразвуковой обработки расплава при литье, практически во всех случаях (табл. 12.5) сводит трещинообразование к минимуму даже при применении металла повышенной чистоты [12.5].

Т а б л и ц а 12.5. Влияние технологии изготовления сплава МА2-1 на коэффициент трещинообразования * при аргонно-дуговой сварке

Характеристика материала		Коэффициент трещинообразования, %
лист	проволока	
МА2-1оч	МА2-1оч	61—67
МА2-1оч	МА2-1пч	8—13
МА2-1оч	МА2-1пч с УЗО	2
МА2-1пч	МА2-1пч	13
МА2-1пч	МА2-1пч с УЗО	3
МА2-1пч с УЗО	МА2-1оч	13
МА2-1пч с УЗО	МА2-1пч	2
МА2-1пч с УЗО	МА2-1пч с УЗО	3

* Коэффициент трещинообразования определен по 20 испытаниям.
Условные обозначения в таблице: оч — обычная чистота, пч — повышенная чистота, УЗО — ультразвуковая обработка.

12.8. ПОЛУЧЕНИЕ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ КАВИТАЦИИ

Кавитационная обработка жидкого металла, при которой успешно преодолеваются капиллярные ограничения на межфазной границе твердое тело — жидкость, предопределяет пути создания композиционных материалов по жидкофазной технологии. В самом деле, при формировании из жидкого металла композиций — металлическая матрица и наполнитель в виде дисперсных включений частиц или волокон — главная трудность состоит в полноценном смачивании наполнителя и его равномерном распределении по матрице.

Исследования в области создания композиционных материалов путем введения в расплав с применением ультразвука дисперсных твердых частиц второй фазы начались после опубликования в 1958 г. работы Г. И. Погодина-Алексеева и В. В. Заболеева-Зотова [12,6]. Затем были проведены многочисленные исследования (например, [12,7; 12,9]), в которых были уточнены схемы и особенности влияния ультразвука на процесс синтеза композиционных материалов.

Процесс введения дисперсной фазы в металлический расплав под воздействием ультразвуковой кавитационной обработки можно условно разбить на три этапа: *предварительный*, состоящий в подготовке поверхности твердых частиц (волокон) к смачиванию, *смачивание* или «металлизация» *поверхности частиц расплавом и распределение «металлизированных» частичек по объему расплава* (отливки, слитка и др.).

Первый этап должен быть осуществлен до начала плавки и состоит в тщательной очистке поверхности порошков или волокон от

Т а б л и ц а 12.6. Дисперсные сплавы, полученные
с применением ультразвуковой кавитации [12.6]

Матрица	Наполнитель	Доля наполнителя, вес. %	Размеры частиц, мкм
Сплав Вуда	Порошок Cu	10	50—500
	Al ₂ O ₃	10	50—500
Sn, Zn — сплавы Sn—Zn Pb	WC	40	500
	SiO ₂	10	100—500
	SiC	10	100—500
	Al ₂ O ₃	10	100—500
	SiC	10	100—500
	WC	10	100—500
Al и его сплавы	Al ₂ O ₃	50	10—5000
	SiC	70	20—1000
	TiN	10	2—10

жировых пленок, мешающих смачиванию. Процесс обезжиривания лучше всего вести самостоятельно с использованием ультразвука (см. гл. 14), однако в отдельных случаях его можно совместить с ультразвуковой обработкой непосредственно в расплавленном металле. Правда, в этом случае длительность процесса ультразвуковой обработки должна быть увеличена, что не всегда технологически оправдано. Механизм процесса смачивания твердой фазы в поле ультразвуковой кавитации нами подробно разбирался в § 11.1 и § 12.2. Единственным отличием в данном процессе является возможность дополнительного разрушения (диспергирования) частиц из-за продолжительности действия кавитации на частицы наполнителя. Положительным моментом механизма действия кавитации на процесс смачивания в этом случае является развитие поверхности наполнителя и увеличение микронеровностей на поверхности частиц и волокон, что облегчает сам процесс смачивания.

По данным [12.9], 10—15-минутная ультразвуковая обработка в расплаве алюминия дисперсных частиц оксида алюминия размером 20—40 мкм обеспечивает их хорошее смачивание. В то же время выдержка указанных дисперсных частиц в расплаве алюминия при температуре 720°C в течение 1 ч без применения ультразвуковой обработки не привела к смачиванию.

Третий этап ультразвуковой обработки состоит в распределении смоченных расплавом частичек (волокон) по объему расплава.

Полученные с помощью ультразвука композиционные материалы (табл. 12.6) можно многократно переплавлять без изменения состава, хотя длительность сохранения такой искусственной суспензии в значительной мере зависит от свойств составляющих их компонент. Так, на эффективность смачивания и, следовательно, эффективность образования композиционного материала влияет поверхностное натяжение на границе металл — матрица. При переходе от чистых металлов к их сплавам или при использовании поверхностно-активных флюсов можно повысить эффективность действия акустической кавитации.

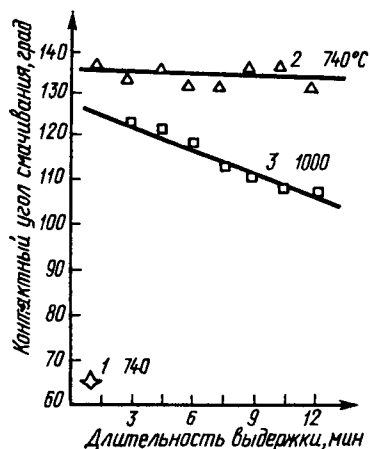


Рис. 12.20. Влияние температуры и ультразвуковой кавитации на контактный угол смачивания графита расплавленным алюминием марки А99 (по данным работы [12.10]):

1 — с применением ультразвуковой кавитации; 2, 3 — без применения ультразвуковой кавитации

Существенное значение приобретает размер частиц наполнителя. С одной стороны, чем крупнее частицы, тем легче осуществить их введение в жидкий металл, т. е. требуются меньшая продолжительность обработки и меньшая интенсивность ультразвука. С другой стороны, применение частиц относительно большого размера (0,2—1,0 мм) затрудняет сохранение равномерности распределения их по объему расплава — они могут «оседать» на дно. Чтобы сохранить равномерность распределения частиц по объему, требуется операция «заковки» — фиксации полученной суспензии путем ускоренной кристаллизации.

Применение частиц малого размера (меньше 1,0 мкм) затрудняет процесс введения их в расплав и приводит к увеличению длительности ультразвуковой обработки и уровня интенсивности ультразвука. В то же время сохранение такой дисперсной суспензии без расслаивания

оказывается проще и не требует дополнительных мер защиты. В последние годы разработан ряд схем для получения композиционных материалов с применением ультразвука [12.9].

Мы не будем останавливаться на них, а лишь продемонстрируем преимущества литейной технологии получения композиционного литейного материала для деталей перфораторов по материалам работы [12.7].

Применение ультразвуковой обработки в режиме кавитации и введение до 20% карбида кремния позволило повысить прочность и уменьшить пластичность литейного сплава МВТУ-3 (система Al—Si—Cu—Fe—Ti) практически до нуля, не снижая прекрасных литейных свойств. Этим самым был создан композиционный материал для оболочек зарядов, применяемых для вскрытия нефтегазоносных пластов в глубоких скважинах.

Другой иллюстрацией положительного влияния ультразвуковой кавитации на процесс формирования композиционного материала системы Al—C являются данные работы [12.10]. Обычно смачивание графита расплавом алюминия начинается при выдержках в течение нескольких минут при температуре свыше 1000°C. При этом контактный угол смачивания (кривая 3 на рис. 12.20) уменьшается всего на 15—20° и при длительном контакте с расплавом начинает образовываться хрупкое соединение AlC. Применение

ультразвуковой кавитации позволяет при температуре 740°C всего за 1 мин смочить полностью графитовый образец без образования карбида алюминия (AlC) и сузить таким образом контактный угол существенно ниже 90° (кривая 1 на рис. 12.20). Кривая 2 показывает, как этот процесс (при 740°C) идет без применения ультразвуковой кавитации. Исследованиями на сканирующем электронном микроскопе авторы подтвердили высокую степень смачивания графита алюминием в поле ультразвуковой кавитации, причем ультразвуковая кавитация разрушает оксидный слой, образующийся на смачиваемой поверхности.

Задача к гл. 12

Зависимость размера недендритного зерна в любой отливке (слиток, фасонная отливка и др.) от скорости охлаждения расплава при кристаллизации обычно рассчитывают по выражению

$$d = Av^{-n},$$

где d — размер зерна, мкм; v — скорость охлаждения расплава, К/с.

Определить размеры недендритных зерен в слитках и отливках алюминиевых сплавов, кристаллизующихся с применением интенсивной ультразвуковой обработки в режиме кавитации со скоростями v охлаждения 60 К/с (слиток диаметром 70 мм), 0,6 К/с (слиток диаметром 650 мм) и 0,2 К/с (фасонная отливка в керамической форме).

Решение. В логарифмических координатах эта зависимость гиперболического типа [12.2] принимает вид прямой с числовыми коэффициентами $A = 10^3$ и $n = 0,33$. Подставив в формулу соответствующие числовые значения, получим:

Скорость охлаждения v , К/с	Размер недендритного зерна d , мкм
60	20
0,6	110
0,2	200

ГЛАВА 13

УЛЬТРАЗВУКОВОЕ ДИСПЕРГИРОВАНИЕ И ГИДРОАБРАЗИВНАЯ ОБРАБОТКА

13.1. ЗАКОНОМЕРНОСТИ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ДИСПЕРГИРОВАНИЯ

Измельчение твердых тел производится различными методами: механическим измельчением, физико-химическими методами, методом распыления металлов и сплавов, ультразвуковым методом и др. Каждый из них имеет свою область применения, свои достоинства и недостатки.

Механическое измельчение осуществляют в шаровых, вибрационных, планетарных мельницах. Этот метод широко применяется в производственных условиях, с его помощью можно получать час-

тицы размерами от десятых долей до единиц микрометра. Недостатком механического метода измельчения является длительность операций и загрязнение полученных порошков примесями от мелющих аппаратов, шаров и др.

К физико-химическим методам относят: *восстановление оксидов металлов газами или твердыми восстановителями, электролитическое осаждение из водных растворов или расплавленных сред, термическую диссоциацию карбониллов, конденсацию металлических паров* и др.

Наиболее распространенным методом измельчения материалов является метод восстановления соответствующих оксидов как металлов, так и различных соединений. Полученные порошки содержат в своем составе примеси, представляющие собой в основном недовосстановленные оксиды, и обладают также несовершенной структурой.

В последнее время широкое практическое применение находит *метод изготовления порошков металлов и сплавов распылением соответствующих расплавов*. Процесс распыления жидкостей может быть осуществлен с помощью механического, газового и электрического способов. Указанные способы позволяют получать полидисперсные частицы широкого диапазона размеров (от 0,5 до 100 мкм) со сферической формой и характеризуются высокой производительностью. Большая скорость охлаждения (10^6 К/с) обеспечивает получение аморфной структуры образующихся частиц.

Ультразвуковой метод диспергирования позволяет получать высокодисперсные порошки, однородные по составу без посторонних примесей, требуемой формы и др. Для изготовления изделий высокой плотности используют полученные в ультразвуковом поле тонкодисперсные активные порошки, размер частиц которых составляет 0,1—2,0 мкм. Повышенные требования предъявляются и к химическому составу, отсутствию загрязняющих примесей, которые могут появляться в процессе измельчения другими методами.

Результаты экспериментальных исследований процесса ультразвукового диспергирования и его технологическое применение излагаются в последующих разделах настоящей главы. Сейчас же мы остановимся подробнее на закономерностях ультразвукового диспергирования.

На процесс ультразвукового диспергирования оказывают влияние все основные эффекты, возникающие в мощных ультразвуковых полях. Эти эффекты достаточно подробно рассмотрены в разд. I. Наибольшее влияние на процесс диспергирования оказывает ультразвуковая кавитация (см. гл. 7).

Как уже отмечалось, в стадии сжатия ультразвуковой волны кавитационный пузырек сжимается со все возрастающей скоростью, а находящийся внутри пузырька газ сжимается до высоких давлений.

В последующей фазе растяжения волны происходит мгновенное расширение кавитационного пузырька, подобно микровзрыву, с возникновением ударной волны.

На поверхности частиц, отличающихся повышенной концентрацией напряжений (микротрещины, неровности поверхностей и т. п.), образуются зародыши кавитационных пузырьков. Под действием звукокапиллярного эффекта и интенсивных микропотоков жидкость проникает в поры и трещины, где при захлопывании кавитационных пузырьков возникает мощная ударная волна, способствующая разрушению материалов.

Для вывода аналитических выражений для давлений и температур, возникающих при захлопывании кавитационной полости, были использованы данные, полученные при решении уравнений динамики кавитационной полости в звуковом поле. В работе [1] предложена формула для определения максимального давления $p_{\max}$:

$$p_{\max} = \frac{3}{2} \dot{R}_{\max}^2 \rho \gamma^{1/(\gamma-1)}. \quad (13.1)$$

Здесь ρ — плотность жидкости; $\dot{R}_{\max}$ — максимальная скорость стенок пузырька; γ — показатель адиабаты. Из анализа формулы (13.1) видно, что $p_{\max}$ пропорционально плотности энергии $\frac{1}{2} \rho \dot{R}_{\max}^2$, создаваемой в жидкости ультразвуковой волной конечной стадии.

Температура T_2 при захлопывании кавитационного пузырька, приведенная в той же работе, вычисляется по формуле

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_{\max}}{p_n} \right)^{(\gamma-1)/\gamma}, \quad (13.2)$$

где T_1 — температура в исходном состоянии; p_n — упругость насыщенного пара при комнатной температуре. Показатель адиабаты γ для большинства газов, в том числе и для парогазовой смеси внутри кавитационной полости, составляет

$$\gamma = 4/3 = 1,4.$$

Как показывают результаты исследований [12], при захлопывании пузырька возможно образование мощных микропотоков типа кумулятивных струй. Возникновение микроструй при захлопывании кавитационных пузырьков вызвано отклонением поверхности пузырька от сферической формы. Развитие каждого кавитационного пузырька происходит не изолированно, а во взаимодействии с другими пузырьками, на близких расстояниях. В ряде случаев из-за близости стенки и наличия градиентов давления происходит общая деформация формы пузырьков и их сплющивание. В мощных ультразвуковых полях вихревые движения жидкости создают растягивающие напряжения, способствующие также искривлению поверхности пузырька, образованию углублений, впадин.

В конечной стадии захлопывания кавитационного пузырька жидкость проникает в образовавшиеся углубления в виде микроструй и пронизывает пузырек со скоростью от сотен до нескольких тысяч метров в секунду [13.2]. Ударное действие микроструй при-

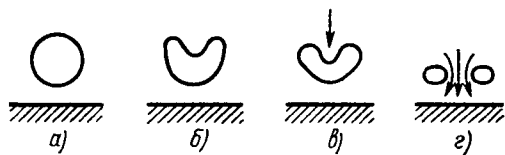


Рис. 13.1. Схема образования кумулятивных микроструй жидкости:

а — исходный сферический пузырек; б — сплющивание со стороны высокого давления; в — образование углубления; г — возникновение высокоскоростных микроструй жидкости

водит к разрушению поверхности твердых тел, находящихся в зоне захлопывания кавитационных пузырьков.

Мелкие частицы порошка, размеры которых соизмеримы с поперечным сечением кумулятивных струй, увлекаются струями и могут обладать кинетической энер-

гией, достаточной для разрушения остроугольных кромок на поверхности частиц твердых тел, а при прямом соударении — и для разрушения самих частиц, обладающих дефектами структуры.

Схема захлопывания кавитационных пузырьков с образованием микроструй представлена на рис. 13.1.

Ультразвуковое диспергирование проходит успешно при условии, что напряжение, действующее на частицу при захлопывании кавитационной полости, выше реальной прочности измельчаемых материалов. В качестве примера можно привести алмазные порошки марки АСС. Эти алмазы предоставляют собой монокристаллы с гладкой поверхностью и обладают высокой реальной прочностью, близкой к теоретической. В этом случае энергия захлопывающихся кавитационных полостей недостаточна для их разрушения даже при оптимальном соотношении звукового и статического давления.

В противоположность этому ультразвук широко применяют для избирательного дробления синтетических алмазов марок АСВ, АСО, АСПК, где разрушаются сростки алмазных частиц. При этом образуются более мелкие, но прочные зерна. Так, после ультразвуковой обработки в воде при избыточном статическом давлении в течение 15 мин прочность алмазов (после разрушения сростков) увеличивается примерно в два раза. Дальнейшее разрушение в ультразвуковом поле прекращается.

Однако, как правило, реальная прочность материалов значительно ниже их теоретической прочности из-за неизбежного наличия структурных дефектов. Дефектность структуры образуется за счет дефектов поверхностного слоя, внутренних напряжений, точечных и линейных дислокаций и др.

Таким образом, с помощью ультразвукового метода можно, за небольшим исключением, достигнуть высокой дисперсности практически любых твердых материалов.

Следует отметить, что на любых ультразвуковых диспергаторах наибольшей эффективности диспергирования достигают при оптимальном времени обработки. При кратковременной обработке происходит недостаточное измельчение, а при слишком длительной обработке возникает агрегация тонкодисперсных частиц с образованием достаточно крупных конгломератов. Так, при диспергировании двуоксида циркония содержание фракции 0,02 мкм

составляют 11% при ультразвуковой обработке в течение 30 мин, при обработке в течение 3 ч оно возрастает до 20%. Дальнейшее увеличение продолжительности диспергирования до 8 ч приводит к снижению содержания этой фракции до 5%. Аналогичные результаты получены при диспергировании оксидов гафния, иттрия и титана.

В целях дезагрегации оказалось целесообразным после диспергирования в воде и последующей сушки производить вторичную ультразвуковую обработку (без избыточного давления) в неполярной жидкости типа четыреххлористого углерода. Агрегация также уменьшается при диспергировании в спирте некоторых материалов, например оксида алюминия.

На процесс измельчения твердых тел в ультразвуковом поле существенное влияние оказывают акустические потоки, под действием которых происходят перемещение частиц, их взаимное трение и соударение. В зависимости от прочностных характеристик и структурных дефектов происходит разрушение частиц и прежде всего острых кромок и неровностей на их поверхности.

Результаты экспериментальных исследований показали, что процесс ультразвукового диспергирования происходит в две фазы. Первая фаза протекает значительно быстрее второй из-за наличия на поверхности исходных частиц большого количества микродефектов. В этих условиях трение и взаимное соударение оказываются на увеличении скорости измельчения. Затем наступает вторая фаза, когда частицы принимают округлую форму (рис. 13.2) и процесс измельчения замедляется.

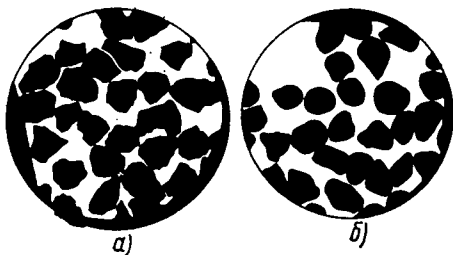


Рис. 13.2. Форма частиц карбида циркония до (а) и после (б) ультразвукового диспергирования

13.2. РАЗРАБОТКА МЕТОДА ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ДИСПЕРГИРОВАНИЯ

Определяющим фактором в процессах измельчения материалов в ультразвуковом поле является ультразвуковая кавитация.

Для управления интенсивностью кавитации и для разработки оптимальных технологических режимов необходим единый критерий для оценки эрозионной активности кавитации χ [13.1].

Кавитационный пузырек накапливает энергию за период колебаний T как в процессе роста до $R_{\max}$, так и в процессе сжатия до момента времени, когда скорость достигает максимального значения $R_{\max}$. С этого момента накопленная энергия переходит в энергию ударной волны за весьма малый промежуток времени τ_0 от максимального значения скорости $\dot{R}_{\max}$ до минимального размера полости $R_{\min}$.

Критерий эрозионной активности кавитации можно выразить отношением

$$\kappa = T/\tau_0. \quad (13.3)$$

Согласно работе [13]

$$\tau_0 = 1,7 R_{\min} / \sqrt{p_{\max}^* / \rho}, \quad (13.4)$$

где $p_{\max}^*$ — давление парогазовой смеси внутри полости, сжатой до $R_{\min}$.

Для определения $p_{\max}^*$ рассчитаем работу, совершаемую при адиабатном сжатии парогазовой смеси от $R_{\max}$ до $R_{\min}$:

$$A_1 = \int_{R_{\max}}^{R_{\min}} p_{п.г} \left(\frac{R_{\max}}{R} \right)^{3\gamma} 4\pi R^2 dR, \quad (13.5)$$

где $p_{п.г}$ — давление парогазовой смеси при $R = R_{\max}$, показатель адиабаты $\gamma = 4/3$, а $3\gamma = 4$. Таким образом,

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_{R_{\max}}^{R_{\min}} p_{п.г} \frac{R_{\max}^4}{R^4} 4\pi R^2 dR = 4\pi p_{п.г} R_{\max}^4 \int_{R_{\max}}^{R_{\min}} \frac{dR}{R^2} = \\ &= -4\pi p_{п.г} R_{\max}^4 \left| \frac{1}{R} \right|_{R_{\max}}^{R_{\min}} = -4\pi p_{п.г} R_{\max}^4 \left(\frac{1}{R_{\min}} - \frac{1}{R_{\max}} \right). \end{aligned} \quad (13.6)$$

Учитывая, что $R_{\max} \gg R_{\min}$, получаем

$$A_1 = 4\pi p_{п.г} \frac{R_{\max}^4}{R_{\min}}. \quad (13.7)$$

Работу адиабатного сжатия можно также определить через давление $p_{\max}^*$ парогазовой смеси в момент захлопывания кавитационной полости:

$$p_{\max}^* = p_{п.г} \frac{R_{\max}^4}{R_{\min}^4}.$$

Отсюда

$$A_1 = 4\pi p_{\max}^* R_{\min}^3. \quad (13.8)$$

С другой стороны, работу сжатия кавитационной полости можно рассчитывать как работу, совершаемую внешними силами:

$$A_2 = (p_0 + 0,7 p_a) \int_{R_{\max}}^{R_{\min}} 4\pi R^2 dR, \quad (13.9)$$

где p_a — статическое давление, а $0,7 p_a$ — эффективное значение звукового давления. Отсюда

$$A_2 = 4\pi (p_0 + 0,7 p_a) \int_{R_{\max}}^{R_{\min}} \frac{R^3}{3} = \frac{4}{3}\pi (p_0 + 0,7 p_a) (R_{\min}^3 - R_{\max}^3). \quad (13.10)$$

Учитывая, что $R_{\min} \ll R_{\max}$, имеем

$$A_2 = \frac{4}{3}\pi (p_0 + 0,7 p_a) R_{\max}^3. \quad (13.11)$$

Приравнявая выражения (13.11) и (13.8), получаем значение давления внутри кавитационной полости при ее захлопывании:

$$p_{\max}^* = \frac{1}{3} (p_0 + 0,7 p_a) \frac{R_{\max}^3}{R_{\min}^3}. \quad (13.12)$$

Для окончательного определения выражения критерия эрозионной активности воспользуемся данными, приведенными в работе [1]:

$$\tau_0 = \frac{1,7 \sqrt{3}}{0,9} \Delta t \left(\frac{R_{\min}}{R_{\max}} \right)^{2,5}, \quad (13.13)$$

где Δt — время сжатия полости от максимального до минимального радиуса.

Отбросив постоянный коэффициент $1,7 \cdot \sqrt{3}/0,9$ и округлив до трех показатель степени, что практически не изменяет характера зависимости критерия κ от динамики кавитационной полости, имеем, согласно (13.3),

$$\kappa = \frac{T}{\tau_0} = \frac{R_{\max}^3 T}{R_{\min}^3 \Delta t} = \frac{R_{\max}^3}{R_{\min}^3 \Delta t f}, \quad (13.14)$$

где f — частота колебаний.

Критерий эрозионной активности можно физически представить по относительному изменению объема кавитационной полости за долю периода, приходящуюся на стадию захлопывания:

$$\kappa = \frac{V_{\max}/V_{\min}}{\Delta t/T} = \frac{V_{\max} T}{V_{\min} \Delta t} = \frac{V_{\max}}{V_{\min} \Delta t f}. \quad (13.15)$$

Принимая кавитационную полость близкой по форме к сферической, имеем

$$\frac{\frac{4}{3}\pi R_{\max}^3}{\frac{4}{3}\pi R_{\min}^3 \Delta t f} = \frac{R_{\max}^3}{R_{\min}^3 \Delta t f}. \quad (13.16)$$

Как следует из определения критерия эрозионной активности кавитации, κ является величиной безразмерной.

Полученное выражение критерия эрозионной активности указывает на широкие возможности управлять ультразвуковой кавитаци-

ей, а следовательно, и эффективностью технологических процессов, протекающих в жидких средах с воздействием ультразвука [13].

Для этой цели необходимо определить зависимость критерия χ от параметров звукового поля (звукового давления, частоты колебаний), физико-химических свойств жидкости (поверхностного натяжения, вязкости, плотности, упругости пара внутри кавитационного пузырька), а также от статического давления в объеме жидкости.

Задача решается с применением ЭВМ, так как время сжатия кавитационной полости, в особенности в последней стадии ее захлопывания, достигает десятых и даже сотых долей микросекунды [22].

Воспользуемся дифференциальными уравнениями динамики кавитационной полости в звуковом поле стадии расширения и стадии сжатия, приведенными в гл. 7. При решении уравнений на ЭВМ представляется возможным получать через любые промежутки времени t от начала отсчета (например, через 2—3 мкс) значения радиуса R кавитационного пузырька, радиальной скорости $\dot{R}$, радиального ускорения $\ddot{R}$.

Возможности электронно-вычислительных машин позволяют определить эрозионную активность кавитации в широком диапазоне значений, относящихся к параметрам звукового поля, физико-химических свойств жидкости и статического давления. В каждом из вариантов при определении зависимости χ от одного из параметров остальные сохранялись постоянными.

Для анализа в целом влияния различных параметров на значение критерия χ предложен ряд эрозионной активности кавитации [13]: $\rho \rightarrow \sigma \rightarrow \eta \rightarrow p_{\text{п}} \rightarrow f \rightarrow p_{\text{а}} \rightarrow p_0$.

Параметры в ряду располагаются последовательно слева направо по мере возрастания их роли в увеличении критерия χ .

Наибольшее влияние на повышение эффективности технологических процессов и, в частности, на процесс ультразвукового диспергирования оказывают звуковое давление $p_{\text{а}}$ и статическое давление p_0 при определенном соотношении между ними, что будет изложено в следующем разделе.

13.3. РАЗРАБОТКА ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ДИСПЕРГИРОВАНИЯ

Основным условием является подбор определенных соотношений между звуковым $p_{\text{а}}$ и статическим p_0 давлениями.

Если один из указанных двух параметров увеличивать, сохраняя второй параметр постоянным, то интенсивность кавитации повышается лишь до некоторых пределов, после чего начинает снижаться.

Так, повышение $p_{\text{а}}$ при постоянном p_0 приводит к повышению интенсивности кавитации до такого состояния, когда кавитационный пузырек уже не успевает захлопнуться и вырождается в пульсирующий.

На рис. 13.3 показана зависимость $R = \varphi(t)$ при постоянном статическом давлении $p_0 = 10^5$ Па (1 ат) для различных значений звукового давления p_a . Точки на кривых нанесены по данным счета на ЭВМ с интервалом времени в 3—4 мкс. Как видно по хо-

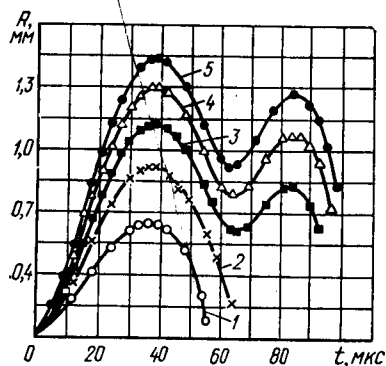


Рис. 13.3. Вырождение кавитационного пузырька в пульсирующий при повышении звукового давления p_a с сохранением статического давления p_0 :

1, 2 — $p_a = 1$ и 2 МПа соответственно (пузырек захлопывается с выделением значительной энергии); 3 — $p_a = 3$ МПа; 4 — $p_a = 4$ МПа; 5 — $p_a = 5$ МПа (пузырек вырождается в пульсирующий с выделением незначительной энергии)

ду кривых 1 и 2, при $p_a = 10^6$ Па (10 ат) и при $p_a = 2 \cdot 10^6$ Па (20 ат) кавитационный пузырек успевает захлопнуться с выделением значительной энергии. Дальнейшее увеличение звукового давления приводит к вырождению кавитационного пузырька в пульсирующий, и, не захлопываясь, он выделяет незначительную энергию.

Аналогично, при постоянном звуковом давлении p_a увеличение статического давления p_0 приводит к повышению эрозионной активности кавитации лишь до тех пор, пока статическое давление не станет равным или не превысит звукового давления. При этом кавитационное воздействие вовсе подавляется. Из приведенных исследований необходимо установить оптимальное соотношение между звуковым и статическим давлениями, при котором эффективность ультразвукового диспергирования наибольшая.

Выполнено численное решение уравнений динамики кавитационной полости в звуковом поле при постоянном значении звукового

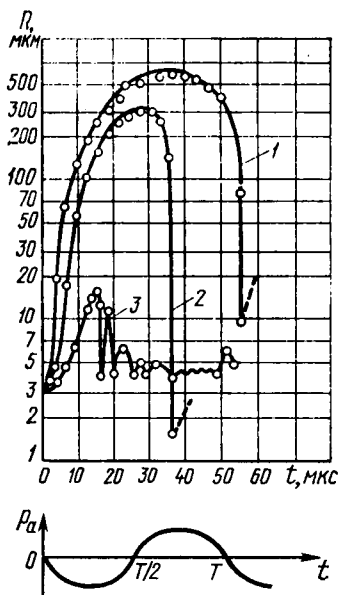


Рис. 13.4. Изменение радиуса кавитационной полости за период колебаний при постоянном $p_0 = 1$ МПа для различных значений статического давления p_0 :

1 — 0.1 МПа; 2 — 0.5 МПа; 3 — 1 МПа

давления $p_a = 10^6$ 1 МПа (10 ат) для трех значений статического давления p_0 , равных соответственно 0,1 МПа (1 ат), 0,5 МПа (5 ат) и 1 МПа (10 ат).

На основе данных, полученных на ЭВМ, на рис. 13.4 построена зависимость от времени изменения радиуса кавитационной полости за период колебаний.

По ходу кривых видно, что при атмосферном давлении, когда $p_0 = 0,1$ $p_a = 1$ ат (кривая 1), расширение кавитационной полости вследствие инерции жидкости заканчивается с некоторым «запозданием» в следующем полупериоде отрицательного давления звуковой волны. Поэтому начальная стадия сжатия происходит при тормозящем действии звукового поля, что приводит к существенно ослаблению ударной волны и снижению интенсивности кавитации. В этих условиях кавитационный пузырек может вырождаться в пульсирующий, не захлопываясь в течение одного периода.

Рассмотрим другой крайний случай (кривая 3), когда статическое давление равно 1 МПа (10 ат) и достигает значения звукового давления ($p_0 = p_a$). Кавитационный пузырек совершает сложные негармонические колебания, его размеры изменяются мало. Интенсивность кавитационного воздействия незначительна.

Резко возрастает интенсивность кавитации, когда $p_0 = 0,5$ МПа (5 ат), т. е. когда $p_0 = 0,5 p_a$. Значительное повышение интенсивности кавитации может быть объяснено главным образом сдвигом во времени начальной фазы захлопывания кавитационной полости (кривая 2).

При таком соотношении звукового и статического давления из-за эффекта сдвига начальной стадии сжатия захлопывание полости происходит в положительном полупериоде. К тому же стадия сжатия полости начинается в момент времени, близкий к $3/4$ периода колебания, когда внешнее звуковое давление, действующее на кавитационную полость, достигает наибольшего значения.

Таким образом, при соотношении $p_0 = 0,5 p_a$ в одном направлении действуют избыточное статическое давление и звуковое давление, имеющее к моменту начала сжатия полости максимальное значение. Скорость сжатия кавитационной полости стремительно возрастает с образованием при захлопывании мощной ударной волны.

Полученные в результате численного решения уравнений динамики кавитационной полости значения $R_{\max}$, $R_{\min}$ и Δt при постоянном звуковом давлении p_a для различных значений p_0 представлены в табл. 13.1. По этим данным вычислены значения критерия κ (при постоянной частоте $f = 2 \cdot 10^4$ с⁻¹).

Таким образом, при оптимальном соотношении $p_0 = 0,5 p_a$ значение κ (а следовательно, и интенсивность кавитации) максимально, что убедительно подтверждается результатами скоростной киносъемки области кавитации.

Особо важно отметить, что, увеличивая одновременно и звуковое p_a и статическое p_0 давления и сохраняя между ними оптимальное соотношение, можно многократно повысить интенсивность

Т а б л и ц а 13.1. Значения критерия эрозионной активности κ при постоянном звуковом давлении $p_a = 10^6$ Па и различных статических давлениях

$p_0 \cdot 10^5$ Па	$R_{\max} \cdot 10^6$, м	$R_{\min} \cdot 10^6$, м	$\Delta t \cdot 10^6$, с	$\kappa \cdot 10^{-6}$
1	582	9,65	19,15	0,57
2	510	3,70	14,22	9,30
3	411	2,43	11,71	26,05
4	374	1,86	9,98	41,00
5	309	1,53	8,61	47,75
8	124	1,05	4,60	17,50
9	66	0,70	3,49	12,30

ультразвуковой кавитации. Так, для звукового давления $p_a = 2$ МПа и статического давления $p_0 = 0,9$ МПа критерий $\kappa = 369$, т. е. его значение возрастает более чем на порядок. При дальнейшем увеличении звукового давления до $p_a = 5 \cdot 10^6$ Н/м² (50 ат) и соответственно статического давления до $p_0 = 20 \cdot 10^5$ Н/м² (20 ат) критерий $\kappa = 5375$, т. е. интенсивность кавитации возрастает более чем на три порядка (рис. 13.5).

Таким образом, метод использования избыточного статического давления в рабочем объеме жидкости позволяет управлять процессом ультразвуковой кавитации. Тем самым открывается возможность повышать до требуемых пределов эффективность воздействия ультразвука на технологические процессы, протекающие в жидких средах.

Значение кавитационной эрозии исследовалась экспериментально по убыли массы ΔG образцов из алюминиевых сплавов для различных значений статического давления p_0 при трех значениях звукового давления: 1 МПа (10 ат), 2 МПа (20 ат) и 5 МПа (50 ат). Все образцы подвергались одинаковому времени ультразвуковой обработки. Как видно из хода кривых (рис. 13.5), максимум эрозии

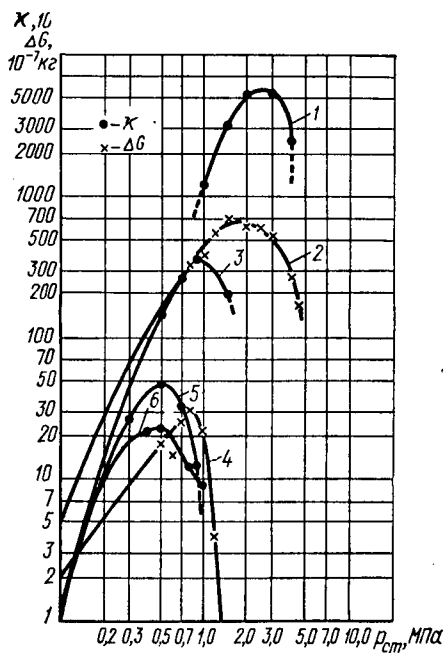


Рис. 13.5. Зависимость критерия эрозионной активности κ (кривые 1, 3, 5) и кавитационной эрозии ΔG (кривые 2, 4, 6) от статического давления p_0 для различных звуковых давлений p_a : 1, 2 — 5 МПа; 3, 4 — 2 МПа; 5, 6 — 1 МПа

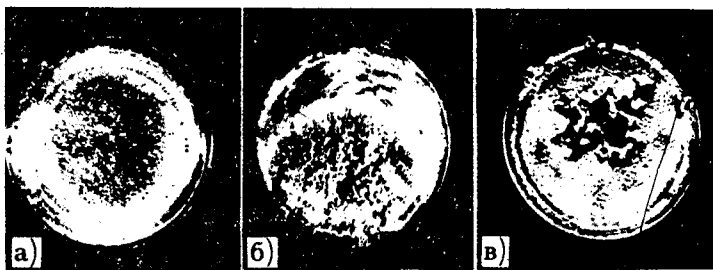


Рис. 13.6. Разрушение образцов из сплава АК-6 при различных соотношениях между звуковым p_a и статическим p_0 давлениями:
а — 3; б — 2; в — 1

при увеличении звукового давления сдвигается в сторону более высоких значений статического давления.

Важно отметить, что при одновременном повышении звукового и статического давлений зависимость критерия эрозионной активности κ от статического давления, определенная теоретически (рис. 13.5), удовлетворительно совпадает с аналогичной зависимостью убыли массы ΔG от статического давления, определенного экспериментально. Как κ , так и ΔG при оптимальном соотношении звукового и статического давления, когда $p_0 = (0,4 \div 0,5) p_a$, резко возрастают примерно на 2—3 порядка по сравнению с нормальным атмосферным давлением, что подтверждается разрушением образцов (рис. 13.6).

Разработанный метод получил широкое промышленное применение для процессов диспергирования, ультразвуковой очистки от загрязнений, прочно связанных с поверхностью. Наиболее успешно его применяют для удаления заусенцев и острых кромок с поверхности прецизионных деталей.

Решение на ЭВМ уравнений динамики кавитационной полости для определения κ — достаточно трудоемкая задача. Поэтому особый интерес представляют приближенные методы вычисления критерия κ .

Статистическая обработка результатов численного решения позволила получить экспериментальные формулы, в которых без значительных погрешностей были учтены лишь параметры p_a , p_0 и p_n (при постоянном f), которые оказывают наиболее существенное влияние на динамику кавитационной полости.

В работе [14] получены аналитически достаточно точные и удобные для инженерной практики формулы для определения максимального и минимального радиусов, а также продолжительности захлопывания кавитационной полости в маловязких жидкостях, обычно применяемых в технологических процессах:

$$R_{\max} = \frac{0,4}{f} \left(1 - \frac{p_0}{p_a} \right) \sqrt{\frac{p_a}{\rho}}; \quad (13.17)$$

Таблица 13.2. Результаты расчета параметров кавитационной полости, полученные численным методом и по приближенным аналитическим решениям

p_0/p_a	$R_{\max}$		$R_{\min}$		Δt	
	получено аналитически	получено на ЭВМ	получено аналитически	получено на ЭВМ	получено аналитически	получено на ЭВМ
0,2	505	510	3,14	3,7	14,4	14,2
0,3	442	441	2,22	—	11,2	11,7
0,4	380	374	—	2,43	9,45	9,98
0,5	316	309	1,62	1,53	8,10	8,61
0,6	252	246	—	—	5,86	7,38
0,7	189	183	1,22	1,15	6,74	6,10
0,8	126	129	1,07	1,05	4,4	4,6

$$R_{\min} = \frac{1,2p_{\Pi} \left(1 - \frac{p_0}{p_a}\right)}{f \sqrt{\rho p_a} \left[2,9 \frac{p_0}{p_a} - 3,4 \left(\frac{p_0}{p_a}\right)^2 + 3 \frac{p_{\Pi}}{p_a} + 0,6\right]}; \quad (13.18)$$

$$\Delta t = \frac{0,36}{b} \left(1 - \frac{p_0}{p_a}\right) \sqrt{\frac{1}{2,9 \frac{p_0}{p_a} - 3,4 \left(\frac{p_0}{p_a}\right)^2 + 0,6}}. \quad (13.19)$$

В табл. 13.2 сопоставлены значения $R_{\max}$, $R_{\min}$ и Δt , полученные на ЭВМ и приближенным методом для $p_a = 10^6$ Н/м².

Таким образом, расхождения в значениях, полученных на ЭВМ и приближенным методом, находятся в пределах 4—8%.

Подставив выражения для $R_{\max}$, $R_{\min}$ и Δt в формулу для критерия κ (13.6), получим выражение для критерия эрозионной активности, достаточно легко вычисляемое для каждого конкретного случая:

$$\kappa = \frac{8,14(p_a - p_0)^{5/2} (0,2p_a + p_0)^{7/2}}{p_a^3 p_{\Pi}^3}. \quad (13.20)$$

Для того чтобы выяснить, при каком соотношении между p_0 и p_a значение критерия принимает максимальное значение, найдем экстремум по статическому давлению функции $\kappa = \varphi(p_0)$, приравняв нулю первую производную:

$$\frac{d\kappa}{dp_0} = \frac{4,07}{p_a^3 p_{\Pi}^3} (p_a - p_0)^{3/2} (0,2p_a + p_0)^{5/2} (p_a - 2p_0) = 0. \quad (13.21)$$

Первая производная обращается в нуль при двух условиях: $p_a = p_0$ и $p_a = 2p_0$. Однако равенство статического давления звуковому означает, что кавитация подавляется статическим давлением. Важной для практических целей является вторая экстремальная

точка, когда $p_a = 2p_0$, т. е. когда статическое давление составляет половину амплитудного значения звукового давления.

Подставив $p_a = 2p_0$ во вторую производную, получим $\frac{d^2 \times}{d p_0^2} < 0$.

Это указывает на наличие при $p_a = 2p_0$ максимума, т. е. наибольшего значения критерия эрозионной активности, максимума интенсивности кавитации, что и определяет возможность выбора оптимальных режимов ультразвукового диспергирования [2].

13.4. УЛЬТРАЗВУКОВАЯ АППАРАТУРА, РАБОТАЮЩАЯ ПОД ИЗБЫТОЧНЫМ СТАТИЧЕСКИМ ДАВЛЕНИЕМ

Ультразвуковые установки типа УЗВД-6 предназначены для работы при оптимальном соотношении звукового и статического давлений. Установки получили широкое применение во многих отраслях промышленности для процессов диспергирования удаления заусенцев, ультразвуковой очистки и для ряда других технологических операций [3].

Схема УЗВД-6 и общий вид показаны на рис. 13.7. Камера 2 объемом 800 см³ с герметичной крышкой 1 расположена вертикально и закреплена в узле смещения конического инструмента 3. В качестве источника колебаний используют магнитострикционный преобразователь ПМС-15А-18 (4) мощностью 4 кВт с питанием от генератора типа УЗГ-10 с потребляемой мощностью 20 кВт.

Амплитуда колебаний излучающей поверхности трансформатора находится в пределах 10—15 мкм и контролируется в процессе эксперимента виброметром УБВ-4. Избыточное давление до 10⁶ Па (10 ат) осуществляется сжатым газом. Преобразователь и камера охлаждаются проточной водой [13].

Среди установок с горизонтальной ванной широкое распространение получили установки типа УЗВД-8 с цилиндрическим преобразователем. В этой установке эффект повышенного статического давления сочетается с эффектом фокусирования ультразвуковых колебаний и вблизи оси цилиндра формируется развитая область кавитации. Рабочий объем ванны 4,5 л. Установка снабжена приводом, обеспечивающим вращение ванны вокруг оси симметрии в пределах 180—220° в обе стороны, поэтому в процессе ультразвуковой обработки происходит непрерывное перемещение деталей.

Для обработки суспензий используют также ультразвуковые аппараты типа УПХА. Основной конструктивной частью аппаратов серии УПХА-Р является собранная из четырех магнитострикционных цилиндрических излучателей колонна, имеющая общую рубашку охлаждения. Металлические стаканы, запрессованные внутрь каждого излучателя, соединены сваркой и образуют цилиндрическую камеру, в которой осуществляется обработка суспензии (рис. 13.8). Суспензия подается в колонну с защитной трубой. В загрузочной емкости предусмотрена возможность перемешивания суспензии пропеллерной мешалкой. Рабочее давление в ко-

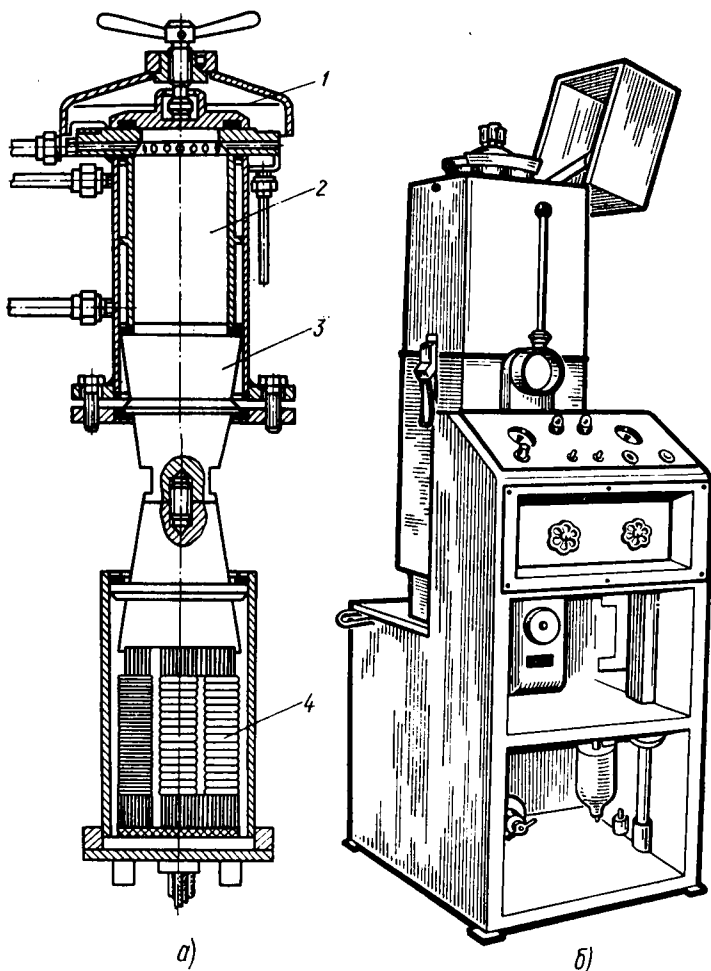


Рис. 13.7. Схема (а) и общий вид (б) ультразвуковой установки УЗВД-6

лонне регулируется в зависимости от технологического процесса в пределах до 10 ат (1 МПа).

Магнитострикционные преобразователи работают на частоте 8 и 16 кГц. Питание преобразователей осуществляется электромашиными генераторами на частоте 8 кГц. В случае работы на частоте 16 кГц используют удвоитель частоты. Потребляемая УПХА мощность в зависимости от серии находится в пределах от 4 до 15 кВт.

Оригинальной является конструкция малогабаритного ультразвукового диспергатора [2]. Преобразователь, рассчитанный на час-

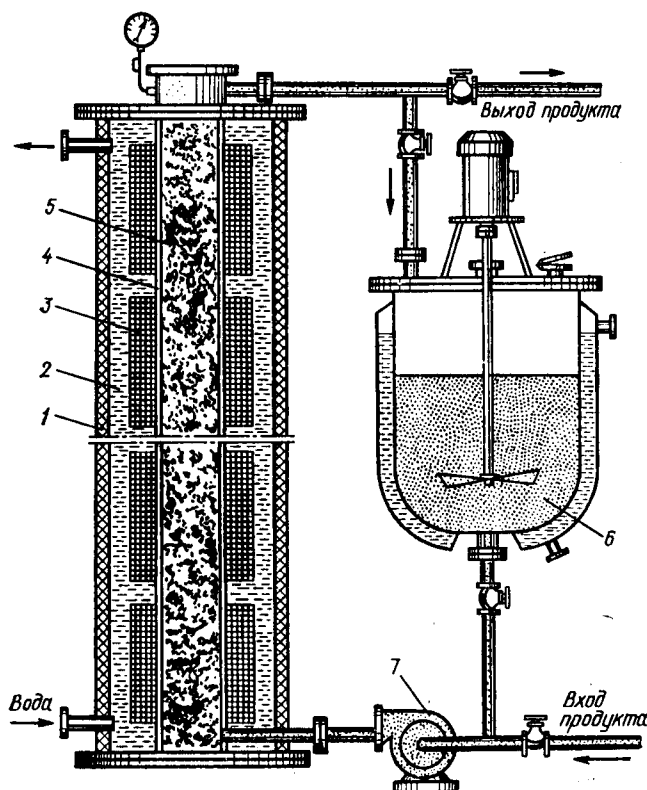


Рис. 13.8. Схема работы аппарата типа УПХА:

1 — звукоизоляция; 2 — рубашка охлаждения; 3 — магнитострикционные преобразователи; 4 — труба из нержавеющей стали; 5 — обрабатываемый продукт; 6 — емкость с мешалкой; 7 — насос

тоту 44 кГц, состоит из сердечника, изготовленного из феррита 21СПА, в середину которого вклеены пластинки постоянного магнита МБА-1П для создания подмагничивающего поля. Объем рабочей камеры 6 см³. Поскольку электромагнитные и магнитомеханические потери в феррите малы, здесь не нужны системы водяного охлаждения и установка малогабаритна, а масса ее невелика (~12 кг).

Работа установки проверена на процессах очистки поверхности минералов от оксидов железа, диспергирования оксида магния, синтетических алмазов и др. Признана целесообразность использования малогабаритной ультразвуковой установки для экспресс-анализа в лабораториях и полевых условиях.

13.5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ДИСПЕРГИРОВАНИЯ

Применение в процессах спекания порошков, измельченных ультразвуковым методом, повышает плотность получаемых изделий и способствует снижению температуры спекания.

Введение тонкодисперсных тугоплавких сплавов в матрицу хрома, меди, свинца является эффективным средством повышения прочностных характеристик композиционных сплавов. Прочность изделий из хрома с 5% оксида магния, подвергнутого ультразвуковому диспергированию, повышается в среднем на 25%.

Аналогичные результаты получены на образцах из свинца и меди при введении в качестве упрочняющей фазы 3—5% измельченных в ультразвуковом поле оксида свинца и двуоксида циркония. Введение мелкодисперсных частиц, полученных после ультразвукового диспергирования на установке УЗВД-6, как показали исследования, приводят к повышению твердости сплавов в среднем на 30%.

Повышение указанных характеристик сплавов объясняется как равномерным распределением тонкодисперсных оксидных частиц в объеме матрицы, так и их округлой формой.

Сверхтонкое диспергирование порошков ферритов с последующим применением гидростатического прессования позволяет значительно снизить пористость, повысить прочность и эксплуатационные характеристики ферритовых излучателей.

Высокая степень дисперсности получена при измельчении в воде оксида алюминия на установке УЗВД-8 при избыточном статическом давлении 3 ат. Объемное соотношение твердой и жидкой фаз 1:4. Дисперсность определялась путем анализа фотографий частиц на электронном микроскопе с увеличением 4000. Размеры частиц Al_2O_3 после ультразвукового диспергирования в течение 15 мин приведены в табл. 13.3.

Как видно из полученных экспериментальных данных, в результате ультразвукового диспергирования содержание мелких фракций значительно возрастает по сравнению с исходным состоя-

Таблица 13.3. Размеры частиц Al_2O_3 после ультразвукового диспергирования

Размеры частиц, мкм	Содержание фракции, %	
	исходное состояние	после диспергирования в течение 15 мин
<0,02	—	13,3
0,02—0,04	—	21,2
0,04—0,06	29,0	28,9
0,06—0,10	13,9	20,5
0,10—0,16	17,8	9,5
0,16—0,24	3,8	4,1
0,24—0,36	6,3	1,5
0,36—0,64	10,1	1,0
0,64—1,00	19,1	—

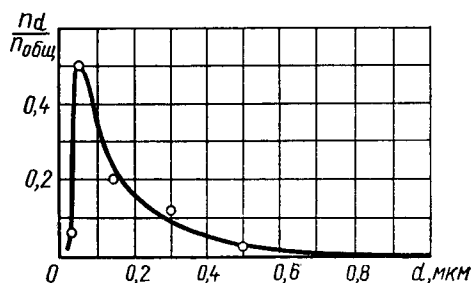


Рис. 13.9. Распределение частиц монокристаллического кремния после ультразвукового диспергирования в течение 1,5 ч

нием. Так, суммарное содержание частиц с размером 0,02—0,04 мкм после ультразвуковой обработки достигает 35%, а в исходном состоянии их вовсе не было.

Высокая степень дисперсности получена также на установке УЗВД-6 при диспергировании монокристаллического кремния под избыточным статическим давлением 0,5 МПа в течение 1,5 ч. Распределение частиц по размерам показанно на рис. 13.9 (nd — количество частиц с данным диаметром d ; $n_{\text{общ}}$ — общее количество частиц). Следует отметить, что полученная суспензия обладает высокой степенью однородности по гранулометрическому составу. Аналогичный результат получен для диоксида циркония.

Качество работы люминесцентных экранов в значительной степени определяется дисперсностью порошков люминофоров, однородностью гранулометрического состава и отсутствием загрязняющих примесей. Достигнут более высокий уровень яркости люминесцентных ламп при использовании люминофоров, обработанных в ультразвуковом поле.

Материалы, содержащие твердые смазки, получили практическое применение для изготовления различного рода деталей сухого трения.

Одним из способов получения высокодисперсных смазочных материалов, в частности дисульфида молибдена, является диспергирование его с помощью ультразвука в органических жидких средах: этиловом и бутиловом спирте, бензине, бензоле и др. [13.3].

Диспергирование на установке УЗВД-6 производилось под избыточным давлением $p_0=0,5$ МПа (5 ат) в течение 30—40 мин с питанием от ультразвукового генератора на частоте 18—20 кГц.

В табл. 13.4 приведены данные о гранулометрическом составе MoS_2 в исходном состоянии — после измельчения в струйной мельнице и после ультразвукового диспергирования.

Как видно из полученных данных, высокодисперсные частицы (менее 0,1 мкм) после струйной мельницы составляют немногим более 30%, а после ультразвуковой обработки при избыточном статическом давлении — превышают 75%.

Для контроля износостойкости рабочий слой твердой смазки был нанесен на металлическую основу. Испытания на трение проводились на лабораторной установке МФТ-1 при нагрузке 10^6 Па и скорости скольжения 0,1 м/с в атмосфере аргона. При

Т а б л и ц а 13.4. Гранулометрический состав дисульфида молибдена

Интервалы дисперсности, мкм	Состав дисульфида, %	
	после струйной обработки	после ультразвуковой обработки
Более 5	6,5	—
5—1	15,4	10,5
1—0,1	45,5	13,0
Менее 0,1	32,6	76,5

испытаниях определяли коэффициент трения трущейся пары и «длину пути трения» (по терминологии авторов) до появления резкого необратимого возрастания коэффициента трения.

В результате испытаний установлено, что при использовании суспензии дисульфида молибдена, измельченного на струйной мельнице, «длина пути трения» составляла 0,5 км, а после ультразвукового диспергирования — 120 км.

Установлено также, что при введении в смазочно-охлаждающую жидкость 0,5% высокодисперсного порошка дисульфида молибдена, стойкость режущих инструментов увеличивается в несколько раз.

Не менее успешно производится измельчение материалов на установке УПХ-8М. В качестве примера рассмотрим процесс ультразвукового диспергирования в течение 40—60 мин суспензии оксида магния, которая широко применяется в приборостроении при изготовлении межвитковой изоляции витых магнитных сердечников.

Состав суспензии: 500 г оксида магния, 25 мл олеиновой кислоты, 5 л четыреххлористого углерода. Объемное соотношение твердой и жидкой фаз 1:16. Средний размер частиц в исходном состоянии 4,2 мкм.

Диспергирование производилось при избыточном давлении 0,2 МПа. Средний размер частиц после ультразвуковой обработки уменьшился до 0,7 мкм. Содержание частиц с размерами менее 0,5 мкм достигло 60%, а при диспергировании без избыточного давления составляло 10%.

Для сопоставления отметим, что при измельчении на шаровой мельнице в течение 20 ч суммарное содержание частиц с размерами менее 1 мкм составляет 16%, а после ультразвукового диспергирования в течение 1 ч достигает 52%.

Можно привести и такой пример. При диспергировании карбида циркония с одинаковым исходным размером 100—700 мкм до конечной дисперсности 0,5—3,0 мкм требуется на шаровой мельнице 25 ч, а на установке УЗВД-6 — 2 ч.

Волокнистые материалы, получаемые из высокодисперсного хризотил-асбеста, обладают рядом ценных свойств: прочностью, высокой жаростойкостью, низкой теплопроводностью и развитой удельной поверхностью. Благодаря этим качествам они находят



Рис. 13.10. Микроструктура волокнистых материалов:
а — исходное состояние; б — после ультразвуковой обработки

широкое применение для решения важных задач современной техники.

Элементарное волокно — фибрилла — представляет собой тончайший капилляр, наружный диаметр которого находится в пределах 30—50 нм, а внутренний — около 10 нм. Длина фибриллы — от десятых долей до 2 мм. Большинство фибрилл соединены между собой и образуют длинные волокна, состоящие из двойного слоя, многократно свернутого вокруг продольной оси. Этим обусловлена их достаточно высокая агрегативная связность $\sim 10^7$ Па.

Задача заключается в том, чтобы произвести распушку волокнистых агрегатов, средняя прочность на разрыв которых порядка 10^9 Па, не разрушая их по длине [21].

Исследования процессов разрушения и дезинтеграции твердых тел в ультразвуковом поле показали, что основная роль в этих процессах принадлежит кавитации. Возникновение кавитации в порах и межволоконных пространствах способствует разрушению и диспергированию материалов.

Испытания по диспергированию хризотил-асбеста проводились в водных растворах на установке УЗВД-6 с питанием от генератора УЗГ-2-10 и преобразователя ПМС-15А-18 при частоте 22 кГц. Амплитуда звукового давления 10^6 Па, а статическое давление $4 \cdot 10^5$ Па, что соответствует оптимальному соотношению между звуковым и статическим давлениями.

В этих условиях давление в ударной волне достигает 10^8 Па, что на порядок больше значения агрегативной связности, т. е. такого давления достаточно для распушки волокнистых материалов. Вместе с тем развиваемое в ультразвуковой волне давление на порядок меньше прочности на разрыв и поэтому разрушения волокон по длине не происходит.

Полученная суспензия имела однородный по всему объему состав. Достигнута распушка волокон. Основная масса хризотил-асбеста состояла из высокодисперсных волокон диаметром менее 1 мкм, а некоторая часть из них достигла даже размеров элементарных волокон до 0,05 мкм. Удельная поверхность возросла более чем на порядок.

На рис. 13.10 показана микроструктура хризотил-асбеста в исходном состоянии и после ультразвуковой обработки. Снимки получены на электронном микроскопе с увеличением 10 000. Если

в исходном состоянии на рисунке видны плотные конгломераты волокон, то после ультразвуковой распушки происходит разделение волокон и в таком состоянии они могут существовать длительное время.

Характерно, что все поле занято в основном «крупными» волокнами, т. е. волокнами микрометровых размеров. Среди них появляются волокна более тонкие с диаметром в десятые и сотые доли микрометра, что согласуется с данными седиментационного анализа.

В медицине широко применяют внутривенное питание. Конкретными показателями к такому питанию являются: невозможность глотания пищи из-за травм челюсти и рта, нарушения проходимости пищевода и желудочно-кишечного тракта, обострение язвенной болезни, первые дни послеоперационного периода и др. Такое питание играет важную роль в современных методах терапии, и потребности в соответствующих препаратах с каждым годом возрастают.

После поисковых исследований в качестве основного компонента липидина избрано подсолнечное масло. Разработаны требования к производству масла и технологии его очистки от токсичных и экзогенных примесей. Стабилизатором эмульсии служит лецитин, приготовленный по специальной методике из мозгового фосфатидного концентрата церебролецитина.

Наиболее сложным оказалось получение высокодисперсной жировой эмульсии, гомогенной по составу и стабильной при стерилизации, хранении и введении в сосудистое русло. Чем меньше глобулы жира и эмульсии, тем легче они усваиваются тканями и проникают в лимфу, а затем в сосудистое русло с диаметром менее 1 мкм. При таких размерах не создаются помехи в микрогемодинамике.

Обработка жидкости производилась в течение 5—8 мин в атмосфере азота на установке УЗВД-6 при избыточном статическом давлении. Для обеспечения высокой чистоты препарата рабочая камера изготовлена из оптического кварца. Количество одноразово получаемой эмульсии составляет 0,5 л. После ультразвуковой обработки препарат расфасовывают во флаконы по 200 мл и герметически закупоривают в атмосфере инертного газа.

Приготовленный препарат липидин хорошо проходит через самые тонкие иглы для инъекции. Дисперсность частиц эмульсии измерена на приборе Коултера и составляет менее 1 мкм, а основная часть массы — менее 0,5 мкм. После годичного срока хранения показатель стабильности снижается не более чем на 0,2%.

В клинических условиях проведено более 500 инфузий липидина больным, нуждающимся в парентеральном питании. Установлена высокая терапевтическая эффективность препарата [13.5].

При диспергировании некоторых трудноизмельчаемых материалов может оказаться выгодным сочетание ультразвуковой и механической обработки. По этому методу после 20—30 мин ультразвукового диспергирования подвергают суспензию также в тече-

ние 20—30 мин механическому измельчению в коллоидной или вибрационной мельнице. При этом средние размеры частиц уменьшаются незначительно, но в частицах возникают микротрещины и другие дефекты структуры. После этого суспензию вновь подвергают ультразвуковой обработке в течение 20—30 мин. В работе [11] приведены результаты диспергирования суспензии гипса механическим измельчением только при ультразвуковом воздействии и при комбинированном методе. Если при ультразвуковом измельчении размер частиц уменьшается от 140 до 20 мкм, то при комбинированном методе за это же время — от 140 до 4 мкм. Применение комбинированного метода позволяет сократить в 2—3 раза время обработки трудноизмельчаемых материалов и энергетические затраты.

В ряде случаев для интенсификации процесса диспергирования материалов целесообразно использовать совместное действие ультразвуковых колебаний килогерцевого диапазона частот с мегагерцевыми колебаниями, а также с низкочастотными колебаниями герцевого диапазона частот.

13.6. ГИДРОАБРАЗИВНАЯ ОБРАБОТКА ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Введение в жидкость тонкодисперсных абразивных частиц, размеры которых соизмеримы с радиусом действия ударной волны, возникающей при захлопывании кавитационной полости, позволяет повысить эрозионную активность звукового поля. Наряду с чисто кавитационным разрушением происходит дополнительная обработка поверхности твердого тела мельчайшими абразивными частицами.

Наибольший интерес представляет поведение абразивных частиц при избыточном статическом давлении в случае использовании жидкости с повышенной вязкостью. Для этой цели в жидкость, состоящую из смеси глицерина и воды, взятых в равных количествах, добавляли 30% по объему порошка карбида бора с частицами размером не более 5 мкм. Перемещающиеся под действием акустических течений абразивные частицы можно рассматривать как микрорежущие инструменты. Абразивные частицы попадают в зону действия ударных волн и, приобретая высокие скорости, производят дополнительные разрушения за счет прямого удара о поверхность твердого тела. Исследование кавитационно-абразивного разрушения осуществляли на установке УЗВД-6.

Исследования механизма процесса проводили с помощью скоростной киносъемки с частотой около 3000 кадр/с кинокамерой СКС-1М. Установка представляла собой прозрачную, герметично закрываемую камеру. Избыточное давление создавалось сжатым азотом. Съемку вели при атмосферном и при повышенном давлении.

Анализ кинокадров показал, что кавитационные пузырьки сосредоточиваются в месте соединения заусенца с пластиной. При

атмосферном давлении пульсации этих пузырьков не приводят к разрушению заусенца. С повышением давления до 5 атм ($5 \cdot 10^5$ Па) заусенец почти полностью разрушается примерно за 3 с.

Характерна избирательность процесса (рис. 13.11): в первую очередь разрушаются место соединения заусенца с пластинкой и его острая кромка, а поверхность самой пластинки не имеет следов эрозии. На границе заусенец — деталь, как было показано с помощью киносъемки, сосредоточиваются кавитационные пузырьки. В процессе изготовления образцов и деталей на острой кромке на границе заусенец — деталь создаются местные концентрации напряжений, возникают микротрещины и другие поверхностные дефекты, способствующие ускоренному кавитационному разрушению.

Наиболее интенсивное кавитационно-абразивное разрушение острой кромки свободно движущегося образца можно объяснить тем, что при попадании движущегося образца в зону кавитации наибольшему разрушению, как отмечалось ранее, подвергается основание заусенца. Вне зоны кавитации, где скорость акустических течений выше, чем в самой области кавитации, преимущественно разрушается верхняя острая кромка, срезаемая частицами абразива [15; 13.2].

Таким образом, свободно движущаяся деталь то попадает в кавитационную область, то выходит из нее, а следовательно, находится в оптимальных условиях для разрушения заусенца как у основания, так и со стороны острой кромки. На рис. 13.12 показано, как на основании заусенца (в правой части детали) сначала

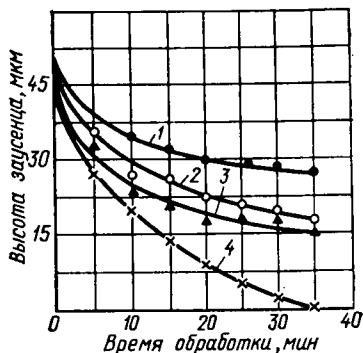


Рис. 13.11. Разрушение острых кромок и заусенцев на образцах в зависимости от расположения в рабочем объеме:

1 — образец закреплен вне области кавитации; 2 — образец закреплен в 1-й области кавитации; 3 — образец закреплен во 2-й области кавитации; 4 — образец свободно перемещается в объеме жидкости



Рис. 13.12. Отдельные стадии разрушения заусенца, переменного сечения. Частота киносъемки 4000 кадров в секунду:

а — через 0,1 с; б — через 0,5 с; в — через 3 с

образуется трещина (рис. 13.12, а), потом происходит ее развитие до образования полного разлома (рис. 13.12, б), а затем заусенец отрывается от детали с одновременным разрушением его острой кромки (рис. 13.12, в).

Задачи к гл. 13

1. Рассчитать максимальные значения давления и температуры при захлопывании кавитационной полости в воде при следующих условиях: плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, начальная температура $T_1 = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ К}$, максимальная радиальная скорость движения стенок полости $R_{\max} = 250 \text{ м/с}$, давление насыщенного пара воды при 20°C составляет $p_n = 2,2 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $\gamma = 1,4$.

Решение. Подстановка исходных данных в уравнения (13.1) и (13.2) дает значение максимального давления парагазовой смеси в полости $p_{\max} \approx 10^8 \text{ Па}$. При этом температура парагазовой смеси поднимается до $T_2 \approx 6000 \text{ К}$.

2. Определить значение критерия эрозионной активности для воды при 20°C ($\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $p_n = 2,2 \cdot 10^5 \text{ Па}$), если источник ультразвуковых колебаний имеет частоту $f = 20 \text{ кГц}$, амплитуду смещения $\xi = 5 \text{ мкм}$, при следующих значениях гидростатического давления: $p_{01} = 10^5 \text{ Па}$ и $p_{02} = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Решение. Рассчитаем звуковое давление: $p_a = 9,2 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Воспользовавшись выражением для критерия эрозионной активности, полученным аналитическим методом, по формуле (13.20) имеем $\chi_1 = 6 \cdot 10^5$, $\chi_2 = 4 \cdot 10^7$.

Таким образом, при оптимальном соотношении звукового и статического давлений эффективность кавитации при заданных условиях возрастает почти на два порядка.

ГЛАВА 14

УЛЬТРАЗВУКОВАЯ ОЧИСТКА

14.1. ЗАКОНОМЕРНОСТИ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОЧИСТКИ

Среди технологических процессов, протекающих в жидких средах с воздействием ультразвука, *очистка поверхности твердых тел в ультразвуковом поле* получила наибольшее применение. Ультразвук широко используют для очистки поверхности точных приборов, ювелирных изделий, интегральных схем, фильтров, труб, металлургического проката и др.

Введение ультразвуковых колебаний в моющие растворы позволяет не только ускорить процесс очистки, но и получить высокую степень чистоты поверхности, заменить ручной труд, исключить пожароопасные и токсичные растворители [2; 22].

Эффективность ультразвуковой очистки зависит от выбора многих параметров. Прежде всего это выбор частоты и интенсивности ультразвука. Существенное влияние на процесс очистки оказывают физико-химические свойства жидкости: поверхностное натяжение, вязкость, упругость насыщенного пара, плотность, газосодержание. Важное значение имеют внешние факторы, такие, как температура и гидростатическое давление. Для правильного выбора растворов и параметров звукового поля необходимо также учитывать характер загрязнений: степень их адгезии к очищаемой

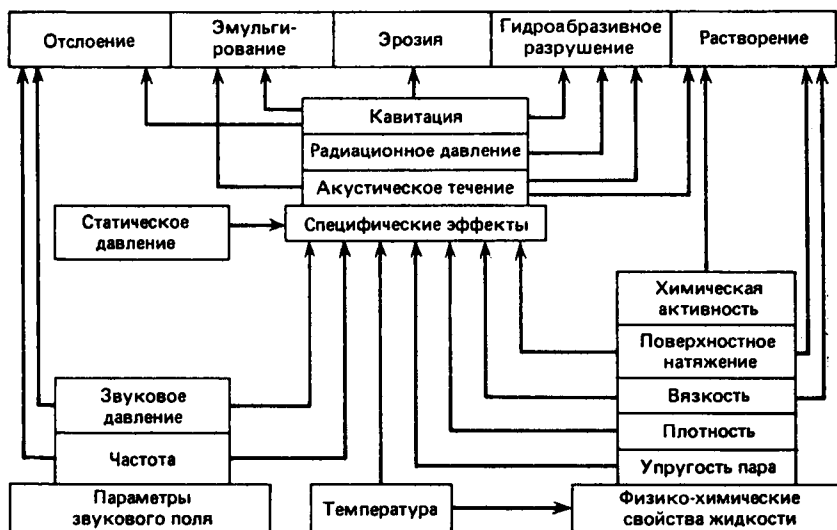


Рис. 14.1. Факторы, влияющие на разрушение поверхностных пленок в звуковом поле

поверхности, химическое взаимодействие с мощным раствором, кавитационная стойкость.

Успешное проведение процесса ультразвуковой очистки возможно лишь при использовании основных эффектов, возникающих в мощных ультразвуковых полях: звукового давления, кавитации, акустических потоков, звукокапиллярного эффекта, радиационного давления.

На рис. 14.1 приведена схема, на которой показано влияние различных факторов на процесс ультразвуковой очистки и их взаимосвязь. Анализ этой схемы, содержащей обширную информацию, приводится в следующих параграфах данной главы.

В первом разделе настоящей книги рассмотрены теоретические основы физики и техники ультразвука с достаточно строгой математической интерпретацией. Для технологических целей воспользуемся окончательными выражениями теоретических исследований, дополняя их по мере необходимости более детальным рассмотрением физической сущности явлений.

Рассмотрим теперь основные закономерности ультразвуковой очистки.

Наибольшее влияние на процесс ультразвуковой очистки оказывает ультразвуковая кавитация, возникающая в жидкостях при воздействии мощных ультразвуковых полей.

В процессах ультразвуковой очистки, особенно в процессе травления, микроударное действие захлопывающихся пузырьков способствует разрушению окалин и загрязнений, обладающих

высокой адгезией к поверхности, а пульсирующие пузырьки проникают под пленку загрязнения (окалины), отслаивая их и ускоряя процесс очистки [2].

Исследования динамики одиночной полости численными методами позволяют предсказать эффективность воздействия кавитации на технологические процессы. Несмотря на существенные отличия между рассмотренными моделями и реальной кавитационной областью, заключающиеся во влиянии соседних пузырьков, наличии препятствий в звуковом поле, возможности несферического захлопывания с образованием микроструй, несинфазности пульсаций полостей и т. д., существует удовлетворительное качественное соответствие между расчетами динамики полости и действием кавитации в реальных процессах. Это позволяет, анализируя влияние всех параметров на пульсацию полости, определить направления совершенствования процессов. Так, например, для диспергирования материалов в ультразвуковом поле важно добиться максимального ударного действия кавитации, тогда как при очистке прецизионных деталей электроники нежелательна кавитационная эрозия, а необходимо создать интенсивные микропотоки от пульсирующих полостей.

Энергетическую оценку действия кавитационной полости и влияния различных параметров среды и звукового поля удобно рассмотреть используя безразмерный критерий эрозионной активности κ (см. гл. 13), представляющий собой фактически отношение энергии запасаемой пузырьком, в единичном объеме жидкости за единичное время при расширении полости к средней удельной мощности в фазе захлопывания. Следовательно, критерий κ показывает трансформацию мощности в пузырьке, причем чем больше значение κ , тем сильнее ударное действие кавитационной полости. Выразив значения мощностей через параметры полости, можно показать, что

$$\kappa \approx \frac{R_{\max}}{R_{\min}^3 \Delta t f}, \quad (14.1)$$

где Δt — время захлопывания полости; f — частота ультразвуковых колебаний. Значение критерия эрозионной активности можно выразить и через параметр газосодержания, используя формулу (7.49):

$$\kappa = \frac{1}{27\delta^3 \Delta t f}. \quad (14.2)$$

Подстановка в κ значений $R_{\max}$, $R_{\min}$, Δt , полученных численным решением уравнений динамики кавитационной полости при варьировании какого-либо из параметров, позволяет выявить его влияние на энергию, выделяющуюся при захлопывании полости.

Из физико-химических параметров в уравнения динамики полости входят поверхностное натяжение на границе жидкость — газ, плотность и вязкость жидкости и упругость насыщенного пара.

Анализ численных решений уравнений динамики показывает, что *весьма сильное влияние на характер пульсаций полости оказывает упругость пара*. С увеличением ее значения на порядок значения критерия κ уменьшается примерно на пять порядков, как это видно из зависимости $\kappa = f(p_n)$, приведенной на рис. 14.2. Это связано с тем, что давление пара значительно превосходит давление газа при максимальном расширении полости, т. е. $p_n \approx p_{\text{пр}}$ при R_{max} ; следовательно, давление пара определяет значение силы, противодействующей захлопыванию полости. Таким образом, *повышение упругости пара внутри кавитационной полости резко снижает интенсивность кавитации, а следовательно, и эффективность ультразвуковой очистки*. Поэтому применение водных растворов более эффективно, чем органических растворителей, упругость пара в которых значительно выше. Однако при очистке поверхности прецизионных деталей полупроводниковой и электронной техники, где необходимо снизить микроударные нагрузки, чтобы исключить повреждения ажурной конструкции, используют органические растворители с достаточно высокой упругостью пара.

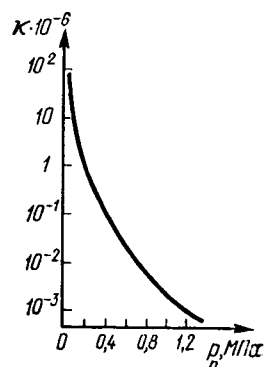


Рис. 14.2. Зависимость критерия эрозионной активности от упругости пара рабочей жидкости

Вследствие потерь акустической энергии, обусловленных вязкостью жидкости, эрозионная активность жидкости в ультразвуковых полях малой интенсивности снижается и процесс очистки замедляется. Однако при большой интенсивности ультразвука в сильно вязких жидкостях ($\nu \geq 5 \cdot 10^{-2}$ с/м²) создаются благоприятные условия для кавитационных процессов. Силы вязкого трения, аналогично избыточному статическому давлению, препятствуют расширению кавитационной полости, поэтому начало сжатия полости совпадает с началом сжатия волны, что приводит к повышению эффективности ультразвуковой очистки загрязнений, прочно связанных с очищаемой поверхностью.

На процесс ультразвуковой очистки влияет также поверхностное натяжение σ жидкости. С ростом поверхностного натяжения ухудшается смачивание поверхности очищаемых деталей, что препятствует проникновению моющего раствора в узкие щели, отверстия и зазоры.

Для уменьшения поверхностного натяжения в жидкостях, применяемых для ультразвуковой очистки, пользуются добавками поверхностно-активных веществ, которые улучшают смачивание поверхности. При этом создаются тончайшие адсорбционные слои на частицах загрязнений, способствующие их более легкому отрыву.

Изменение плотности ρ в пределах, характерных для реальных жидкостей, мало сказывается на эрозионной активности кавитации. Однако в жидкостях с большой плотностью эрозионная активность

падает в связи с уменьшением $R_{\max}$ полости и увеличением давления парогазовой смеси в момент захлопывания. Кавитационный пузырек может вырождаться в пульсирующий. Все три параметра ρ , σ и ν незначительно влияют на динамику полости. Так, при увеличении поверхностного натяжения, плотности и вязкости на порядок ведет к изменению χ примерно на 10% [2].

Из параметров, характеризующих звуковое поле, в уравнения динамики полости входят звуковое давление и частота. В предыдущем параграфе уже отмечалось, что для различных частот наблюдается подобие решений уравнений, а значит, критерий χ остается величиной постоянной. Однако принцип подобия решений по частоте является ограниченным и сверху, и снизу, поскольку при очень низких или очень высоких частотах пузырек превращается в пульсирующий и значение χ резко падает. При высоких частотах уменьшение $R_{\max}$ в результате сокращения времени действия растягивающих напряжений ведет к повышению давления парогазовой смеси к началу фазы захлопывания, и при $R_{\max}/R_0 \simeq 2$ пузырек вырождается в пульсирующий, что ведет к резкому снижению χ . На низких частотах при относительно медленном увеличении стенок полости условия захлопывания полости уже нельзя считать адиабатными, и пузырек также превращается в пульсирующий. Анализ зависимости изменения χ от частоты показывает, что, например, для $\rho_m = 10^6$ Н/м² критическими значениями частоты, соответствующими вырождению кавитационного пузырька в пульсирующий, являются 10^3 и 10^6 Гц, а в интервале $2 \cdot 10^3 - 10^5$ Гц значение критерия χ постоянно.

Понижение частоты в область слышимых звуков также нежелательно еще по двум причинам. Во-первых, сильно возрастает слышимый звук при работе на ультразвуковых установках, что неблагоприятно сказывается на обслуживающем персонале. Во-вторых, при понижении частоты увеличиваются размеры и масса активных элементов преобразователей, что тоже нецелесообразно.

Следует, однако, отметить, что указанный интервал частот не является обязательным и зависит от характера поверхностных загрязнений. Так, удаление легких жировых загрязнений, при котором не требуется высокой эрозионной активности кавитации, успешно происходит в ультразвуковых полях мегагерцевого диапазона частот. В высокочастотном поле под действием интенсивных акустических потоков происходит сильное перемешивание жировых загрязнений и их отрыв от очищаемой поверхности.

Амплитуда звукового давления p_m оказывает неоднозначное влияние на величину χ . Сначала с увеличением p_m происходит рост χ за счет изменения $R_{\max}$, $R_{\min}$ и Δt . Одновременно происходит не только качественное изменение динамики полости, но и увеличивается число пузырьков, превращающихся в нестабильную кавитационную полость за счет зародышей малых размеров. Дальнейшее увеличение p_m ведет к тому, что сначала более крупные пузырьки начинают совершать несколько периодов пульсаций до захлопывания, как это показано на рис. 7.4, и происходит уменьшение χ . Кро-

ме того, наличие большого количества пузырьков ведет к экранированию излучателя и уменьшению звукового давления в жидкости, что будет рассмотрено позднее. Таким образом, существует оптимальное значение амплитуды звукового давления, соответствующее максимуму эффективности кавитационного действия полостей.

Как правило, энергетические параметры технологического процесса оценивают по интенсивности ультразвука, передаваемой от излучателя в обрабатываемый объем. Выражение для интенсивности ультразвука имеет вид

$$I = \frac{\omega^2 \xi^2}{2} Z = \frac{v_0^2}{2} Z. \quad (14.3)$$

Соппротивление нагрузки Z , как показано в гл. 7, зависит от индекса кавитации k . Числовое значение индекса кавитации, как правило, невелико: $k = \Delta v/v \ll 1$. Тем не менее значение индекса кавитации влияет на волновое сопротивление жидкости, а следовательно, и на интенсивность ультразвука.

Качественная оценка интенсивности ультразвука может производиться и по амплитуде колебаний, которая измеряется различными приборами: ультразвуковым бесконтактным виброметром, пьезо-керамическим датчиком, магнитострикционным акселерометром — или оптическим методом.

Существует ряд экспериментальных методов измерения абсолютной интенсивности ультразвука [10], в частности на радиометре с использованием радиационного давления звукового поля.

Наиболее надежным является калориметрический метод, в котором используют охлаждение активного элемента преобразователя проточной жидкостью. После подачи охлаждающей жидкости включают колебания и при установлении стабильного температурного режима определяют разницу температур ΔT на входе и выходе системы охлаждения. Зная массу жидкости m , ее теплоемкость c , время Δt и площадь S эффективной поверхности излучателя, находим

$$I = \frac{4,18cm\Delta T}{S\Delta t}. \quad (14.4)$$

Интенсивность, получаемая по этой формуле, выражается в Вт/м²; в инженерной практике применяют также и единицу Вт/см².

В процессах ультразвуковой очистки интервал интенсивностей для органических растворителей $(0,5 \div 3) \cdot 10^4$ Вт/м², для водных растворов $(0,5 \div 10) \cdot 10^4$ Вт/м².

При значениях интенсивности, меньших указанного интервала, кавитация выражена слабо, все вторичные эффекты, возникающие в жидкости при введении ультразвуковых колебаний, и эффективность очистки снижаются.

Для очистки изделий от загрязнений, обладающих высокой адгезией с очищаемой поверхностью, желательно увеличить интенсивность ультразвука. Однако при чрезмерном повышении интенсив-

ности время захлопывания кавитационного пузырька может стать больше полупериода сжатия волны. Кавитационный пузырек при этом вырождается в пульсирующий и его эрозионная активность снижается.

Все выводы о влиянии параметров среды и звукового поля на кавитацию, полученные из теоретического исследования динамики кавитационной полости, нашли полное подтверждение в экспериментальных исследованиях кавитационных процессов. Изменяя эти параметры, можно целенаправленно менять условия образования кавитации, добиваясь требуемого технологического эффекта.

14.2. МЕТОДЫ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОЧИСТКИ

К числу распространенных методов ультразвуковой очистки относятся *метод погружения, непрерывно-последовательный* и *контактный*. При очистке методом погружения мелкие детали загружают в ванну в сетчатых корзинах или барабанах, располагая их возможно ближе к поверхности излучателей.

Для очистки всей поверхности деталей барабаны с деталями непрерывно вращают либо качают в ванне относительно блока с преобразователями. Детали при этом непрерывно переворачиваются и практически все участки поверхности деталей оказываются в зоне ультразвукового воздействия [14.1].

Очистка крупногабаритных деталей, а также движущихся заготовок производится непрерывно-последовательным методом, при котором очищаемое изделие перемещается над поверхностью излучателей.

Контактный метод применяют для очистки внутренних полостей тонкостенных изделий, доступ к которым затруднен. В этих случаях ультразвуковые колебания передаются стенкам очищаемых изделий и последние работают как излучатели.

Наибольшее распространение получил непрерывно-последовательный метод, отличающийся высокой производительностью и автоматизацией процесса. Его успешно применяют, в частности, на крупных металлургических предприятиях при непрерывной работе производства.

Выбор растворов для ультразвуковой очистки определяется характером загрязнений.

Поверхностные загрязнения характеризуют следующими основными признаками:

1. По способности противостоять микроударному действию кавитации, т. е. по тому, является ли поверхностная пленка загрязнений кавитационно стойкой или кавитационно нестойкой. В тех случаях, когда кавитационная стойкость загрязнений выше кавитационной стойкости материала, во избежание повреждения очищаемых деталей ультразвуковую очистку применять не рекомендуется.

2. По прочности связи пленки загрязнения с очищаемой поверхностью. По этому признаку подбирают необходимую интенсивность ультразвука и продолжительность его воздействия.

3. По химическому взаимодействию загрязнения с моющей жидкостью, что позволяет определить возможность растворения загрязнений в моющих растворах.

В качестве примера можно привести загрязнения типа полировочной пасты — кавитационно нестойкой и химически взаимодействующей с водными растворами. Для ультразвуковой очистки такого типа загрязнений успешно применяют водные щелочные растворы с добавкой поверхностно-активных веществ. Использование водных растворов позволяет формировать кавитационную область с более высокой эрозионной активностью, чем в органических растворителях [21].

Для удаления жировых загрязнений, шлифовальных суспензий, содержащих масла, используют органические растворители (бензол, трихлорэтилен и др.). Наибольший интерес представляют фреоновые композиции на основе фреона-112 и фреона-114В-2, обладающие высокой растворяющей способностью, низкой токсичностью, взрывобезопасностью и возможностью регенерации [14.4].

Для удаления поверхностных пленок, прочно связанных с деталью, используют повышенное гидростатическое давление, создаваемое на установке типа УЗВД-6, схема и принцип работы которой изложены в следующей главе.

Важное значение имеет *выбор оптимального температурного режима*. Для водных растворов оптимальной является температура 40—50°C. При более низкой температуре снижается химическая активность раствора, а при более высокой — повышается упругость пара внутри кавитационной полости, что приводит к снижению интенсивности кавитационного воздействия. Если характер загрязнений требует использования органических растворителей, то для снижения упругости пара растворители рекомендуется охладить до 15—20°C.

14.3. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ ДЛЯ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОЧИСТКИ

В связи с высокой эффективностью процесса ультразвуковой очистки на многих предприятиях в нашей стране и за рубежом созданы специальные участки ультразвуковой очистки. Результаты многочисленных экспериментов широко представлены в отечественной и зарубежной литературе.

Основным элементом конструкции ультразвуковых технологических устройств для очистки изделий является ванна. В зависимости от назначения объем ванн составляет от 0,2 л до сотен литров с потребляемой мощностью от 50 Вт до десятков киловатт. Расположение преобразователей, встроенных в объем ванны, может быть различным: в дно ванны, в боковые стенки либо сверху и снизу относительно очищаемого объекта.

Для обеспечения оптимальных режимов очистки используют фильтрацию и регенерацию моющего раствора.

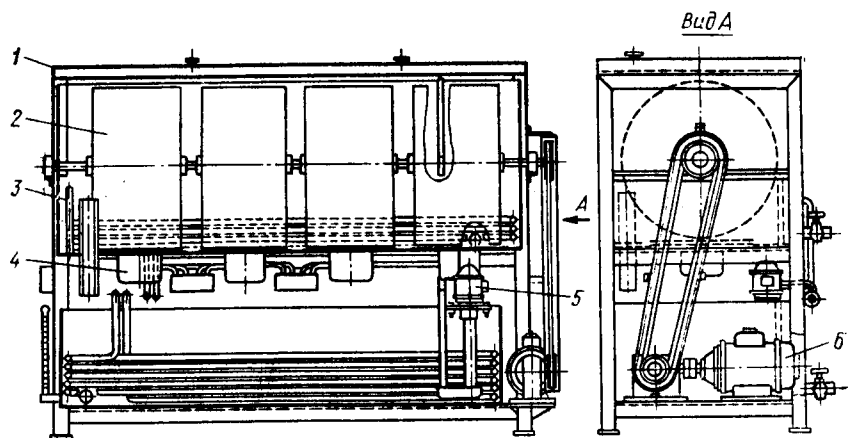


Рис. 14.3. Схема механизированной установки для ультразвуковой очистки деталей:

1 — корпус ванны; 2 — загрузочные барабаны; 3 — термодатчики; 4 — преобразователи ПМС-6; 5 — насос для перекачки раствора; 6 — электродвигатель для вращения барабанов

В ультразвуковых малогабаритных ваннах настольного типа УЗВ-0,1; УЗВ-0,25; УЗУ-0,4 источником колебаний служат пьезоэлектрические преобразователи типа ЦТС. В установках УЗВ-15М; 16М; 17М; 18М, применяемых для производственных целей серии, источником колебаний являются магнитострикционные преобразователи ПМС-6М.

На рис. 14.3 показаны схемы механизированной ультразвуковой ванны УЗВМ-3. В дно ванны встроен преобразователь ПМС-38 с равномерно распределенным полем. В конструкции ванны предусмотрены фильтрация и циркуляция раствора, а также привод для вращения сетчатых барабанов, в которые помещаются детали, подлежащие очистке.

Рассмотрим результаты экспериментальных исследований по ультразвуковой очистке образцов стали от жировых и механических загрязнений. Кинетика удаления поверхностных пленок загрязнений производилась на образцах толщиной 0,35 мм и диаметром 85 мм. В качестве моющей жидкости использовали водный раствор, состоящий из 20—30 г/л тринатрийфосфата, 10 г/л углекислого натрия и 3 г/л поверхностно-активного вещества [17].

В процессе проведения экспериментов применяли различные способы очистки (рис. 14.4): в указанном растворе без ультразвука и без дополнительного введения воздуха (кривая 1); в том же растворе, но с введением воздуха (кривая 2); в таком же растворе с введением воздуха и с введением ультразвуковых колебаний (кривая 3); очистка при избыточном гидростатическом давлении в 3—4 ат (кривая 4).

Анализ полученных данных показывает, что введение в раствор газа повышает скорость очистки за счет лучшего обмена раствора на очищаемой поверхности и механического разрушения пленки газовыми пузырьками. Однако следует отметить, что при чрезмерном повышении содержания газа эрозионная активность жидкости снижается, несмотря на происходящий в жидкости процесс дегазации. Поэтому расход газа необходимо строго регулировать. При проведении данного эксперимента расход воздуха составлял 1,5 л/мин.

Как видно по ходу кривых, введение ультразвуковых колебаний при всех вариантах значительно повышает эффективность очистки [17].

Характерно, что наибольшая скорость очистки приходится на первые 5—10 с. Прежде всего очищается участок образца, находящийся над центральной частью излучателя, где амплитуда колебаний наибольшая. Затем постепенно происходит очистка остальной поверхности образца.

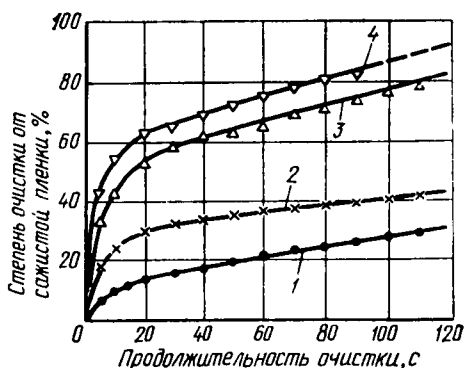


Рис. 14.4. Очистка образцов стали от жировых и механических загрязнений

14.4. ПРОМЫШЛЕННОЕ ПРИМЕНЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОЧИСТКИ

Первыми в отечественной и зарубежной практике в промышленных условиях были внедрены мощные ультразвуковые линии очистки полосы трансформаторной стали в потоке при скорости движения 100—150 м/мин [17].

В процессе прокатки из-за высокого давления на поверхности стали образуется тончайшая пленка, состоящая из остатков шлама после травления, технологических смазок и других загрязнений. Удаление жировых и механических загрязнений перед нанесением термостойких и электроизоляционных покрытий является весьма актуальной задачей. Высокие требования к чистоте поверхности трансформаторной стали предъявляются при изготовлении силовых трансформаторов, генераторов, радиоприборов и др.

Применение химического обезжиривания и механических методов очистки в щеточно-моющих машинах не обеспечивает полной очистки поверхности. К тому же оставшаяся смазка выгорает в печах высокотемпературного отжига и образующийся углерод диффундирует в сталь, снижая ее электротехнические свойства.

Ультразвуковые линии внедрены на четырех агрегатах: агрегате термостойких покрытий, агрегате непрерывного отжига с ба-

шенными печами и на двух агрегатах с горизонтальными печами [17].

Учитывая, что ультразвуковой очистке предшествует механическая очистка щеточно-моющими машинами, на агрегате термостойких покрытий было установлено всего 60 преобразователей ПМС-6 с питанием от 15 генераторов УЭГ-10 общей мощностью 300 кВт, что оказалось достаточным для полной очистки поверхности полосы. На других трех агрегатах непрерывного отжига, где скорость движения полосы выше, установлено по 20 генераторов.

Таким образом, на четырех линиях используют 300 магнито-стрикционных преобразователей с питанием от 75 ультразвуковых генераторов с общей потребляемой мощностью 1 500 кВт.

Для бесперебойной работы ультразвуковых линий с высокой концентрацией акустической энергии и большой потребляемой мощностью построены специальные генераторные помещения. Предусмотрены системы электропитания и водоснабжения.

На рис. 14.5 показаны схема расположения преобразователей с двух сторон полосы при ее вертикальном движении и общий вид агрегата очистки. Преобразователи собраны в блоки и закреплены на расстоянии 10—15 мм от поверхности движущейся полосы [14.3].

В качестве моющей жидкости использован принятый в технологии завода водный щелочной раствор, содержащий 20—30 г/л тринатрийфосфата, 10—20 г/л углекислого натрия и 3 г/л поверхностно-активного вещества при температуре 50—60°C.

Эффективность очистки определялась массовым методом по количеству остаточных загрязнений на единичной поверхности полосы. Для этой цели проведены промышленные испытания на 200 рулонах массой 600 т из десяти плавок стали. Половина рулонов очищалась в водном щелочном растворе без ультразвука, а вторая половина — при введении в этот раствор ультразвуковых колебаний.

От середины двух рулонов одной и той же плавки при очистке как обычным путем без ультразвука, так и с воздействием ультразвука брали образцы до и после очистки, взвешивали на аналитических весах с точностью до 0,0002 г, что позволило определить количество снятых загрязнений. Затем после тщательной очистки образцов в лабораторных условиях определяли количество остаточных загрязнений.

Анализ результатов многократных исследований показал, что средняя масса остаточных загрязнений при химической очистке без ультразвука составляет 209 мг/м², а при воздействии ультразвука в том же растворе снижается до 102 мг/м².

Такое снижение поверхностных загрязнений существенно сказывается на электромагнитных свойствах трансформаторной стали, которые оценивались по магнитной индукции и по удельным потерям мощности при перемагничивании.

Наиболее важным показателем является технологический эффект. Выход высшей марки Э-330А при обычной технологии соста-

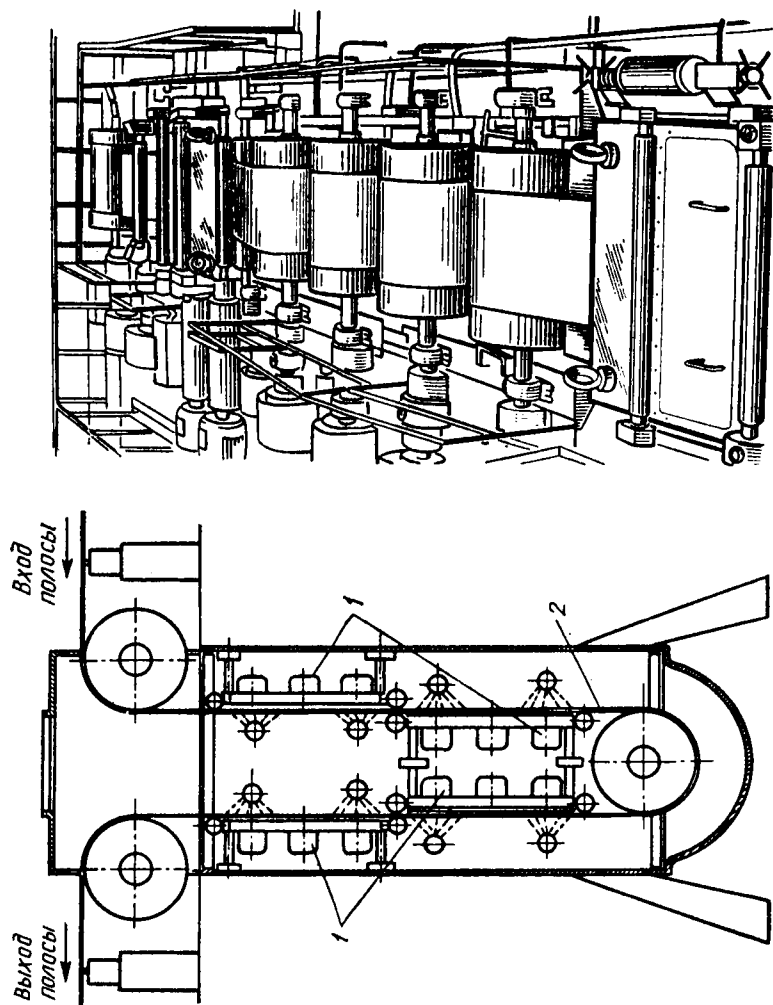


Рис. 14.5. Расположение блоков преобразователей относительно движущейся полосы стали (а) и вид сверху — ультразвуковой линии очистки на НЛМЗ (б):
1 — блок преобразователей; 2 — полоса стали

вил 52,2% от объема выпускаемой трансформаторной стали, а с воздействием ультразвука выход повышается до 72,3%. Экономический эффект превысил миллион рублей в год.

На машиностроительных предприятиях высокие требования предъявляется и к чистоте поверхности крупногабаритных деталей. Появилась необходимость в разработке ультразвуковых методов, обеспечивающих высокое качество очистки от жировых и механических загрязнений. Существующие способы очистки механическими щетками с пневматическим трубопроводом не обеспечивают требуемого качества и являются весьма трудоемкими [14.5].

Очистку крупногабаритных деталей производят в ванне соответствующего размера в моющем растворе, состоящем из 30 г/л тринатрийфосфата, 3 г/л ОП-7 при температуре 40—60°C с последующей промывкой в горячей воде и сушкой. Нагревание растворов и промывочной воды осуществляют паром в баках емкостью от 4 до 20 м³. Раствор и моющую воду из баков в ванну подают насосами. Для отсоса паров, образующихся в процессе работы, вдоль ванны устанавливают раструбы вытяжной вентиляции.

На дне ванны устанавливают направляющие, по которым движется траверса с ультразвуковыми преобразователями, двигателем и редуктором. Скорость движения траверсы в зависимости от степени загрязненности деталей может регулироваться в пределах от 0,1 до 7 м/мин с помощью автотрансформатора, установленного на пульте управления.

На данной установке используют ультразвуковой блок, состоящий из десяти преобразователей специальной конструкции, установленных на подвижной траверсе. Питание всех преобразователей осуществляют от двух генераторов типа УЗГ-10М. Зазор между поверхностью обрабатываемых деталей и поверхностью преобразователей может колебаться в пределах 10—50 мм. Для обеспечения равномерного распределения интенсивностей на больших площадях во всей зоне обработки используют преобразователи с низкой добротностью и высоким электроакустическим к. п. д. При разработке конструкции преобразователей применена согласующая осесимметричная оболочка [14.5].

14.5. УЛЬТРАЗВУКОВОЕ ТРАВЛЕНИЕ

Весьма важной и вместе с тем наиболее сложной является проблема удаления окалины с поверхности металла. В производственных условиях процесс травления окалины производят в 20%-ном растворе серной кислоты при температуре 80—90°C. Окалина прочно связана с поверхностью стали, и продолжительность травления достигает 5—6 мин, что существенно снижает производительность металлургического производства [15].

При введении ультразвуковых колебаний в травильный раствор процесс травления ускоряется и длится не более 2—3 мин. Вследствие микроударного действия захлопывающихся кавитационных пузырьков происходит разрушение окалины. Известно также, что

при реакции серной кислоты с железом выделяется водород. Под действием ультразвуковых колебаний водородные пузырьки проникают под слой окалины и отслаивают ее, что наглядно видно на кинограмме, полученной скоростной киносъемкой (рис. 14.6).

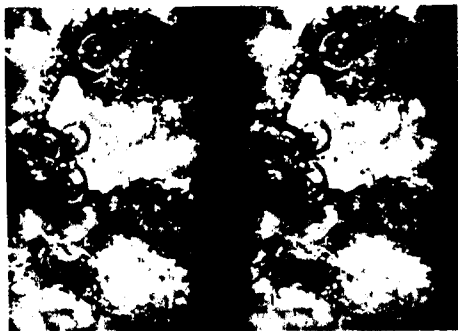


Рис. 14.6. Отслоение оксидной пленки кавитационными и водородными пузырьками (кинограмма)

Однако при непосредственном введении ультразвука в травильный раствор материал излучателя достаточно быстро разрушается, так как в травильном растворе он подвергается трем видам нагрузок: химическому действию агрессивной среды при повышенной температуре, знакопеременной нагрузке с частотой налагаемого поля и ударному действию кавитации [15].

Один из разработанных методов использования ультразвука для процесса травления окалины основан на введении акустической энергии в агрессивную жидкость через промежуточный слой воды, находящейся под давлением. Недостатком метода является потеря значительной части вводимой энергии. Применяется он для травления окалины с поверхности мелких деталей.

В последнее время предложен новый метод, позволяющий значительно ускорить процесс травления без существенного разрушения ультразвуковых излучателей. Сущность метода заключается в том, что оксидную пленку предварительно разрушают в воде при воздействии ультразвука в течение 5—10 с под повышенным статическим давлением $(3\div 4) \cdot 10^5$ Па. Поэтому в окалине возникает множество трещин и пор. Затем производят химическое травление без ультразвука [17].

На рис. 14.7 показана убыль массы ΔG образцов трансформаторной стали по отношению к начальной массе G в зависимости от времени ультразвуковой обработки. Кривая 3 соответствует очистке от окалины в травильном растворе без ультразвука. Продолжительность травления 6 мин. Кривая 2 — очистка в том же растворе с введением воздуха. Продолжительность травления сократилась до 5 мин. Кривая 1 — очистке от окалины в травильном растворе с предварительной ультразвуковой обработкой в воде в течение 5 с. Время, необ-

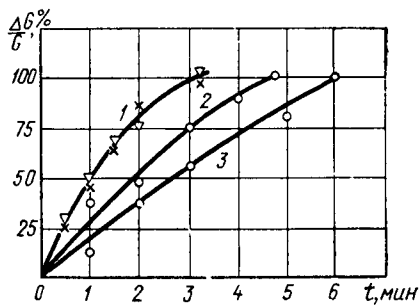


Рис. 14.7. Травление окалины с поверхности трансформаторной стали

ходимое для удаления окалины в травильном растворе, сокращается примерно до 3 мин.

Таким образом, предложенный метод позволил достигнуть тех же результатов, что и при непосредственном введении ультразвука в травильный раствор. Однако этот метод отличается громоздкостью, он может быть успешно применен в лабораторных условиях, но сложен для производственных целей.

Наиболее перспективным направлением является разработка сплавов, обладающих повышенной кавитационно-коррозионной стойкостью для изготовления сменных излучателей, предназначенных для введения ультразвука в агрессивные среды. Экспериментальные партии излучателей из титановых сплавов типа ВТ-3, ВТ-9 изготовлены и достаточно длительно работают в травильных растворах [14.6].

Задачи к гл. 14

1. Рассчитать интенсивность ультразвуковых колебаний, излучаемых в воду преобразователем ПМС-6 в докавитационном режиме, при следующих значениях параметров: $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$; $c = 1500 \text{ м/с}$; $f = 20 \text{ кГц} = 2 \cdot 10^4 \text{ Гц}$; $\xi = 0,2 \text{ мкм} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

Решение. Нужные величины определяем по формулам

$$p_m = \rho c \omega \xi; \quad I = p_m^2 / (2\rho c).$$

Подставляя сюда числовые значения, получим $p_m = 0,04 \text{ МПа}$; $I = 5 \cdot 10^2 \text{ Вт/м}^2$.

2. Определить необходимое число ультразвуковых генераторов для очистки полового проката, если предварительно экспериментально определено время t полной очистки образца, размер которого равен излучающей поверхности одного преобразователя.

Решение. По скорости движения полосы v , ее ширине a , учитывая, что к каждому генератору УЗГ-10 подключают $n=4$ преобразователя ПМС-6, расположенных с двух сторон движущейся полосы, можно найти число генераторов на одну ультразвуковую линию:

$$N = 2avt / (nS).$$

Так, на агрегате термостойких покрытий ширина полосы $a = 90 \text{ см}$, скорость ее движения $v = 2 \text{ м/с}$, размер поверхности одного излучателя $S = 0,3 \times 0,3 \text{ м} = 0,09 \text{ м}^2$, время, необходимое для очистки поверхности стали, равной поверхности излучателя, $t = 3 \text{ с}$. Отсюда

$$N = \frac{2 \cdot 0,9 \cdot 2 \cdot 3}{4 \cdot 0,09} = 30 \text{ генераторов.}$$

ПРИМЕНЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКА ПРИ ПОЛУЧЕНИИ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ ПОВЫШЕННОЙ ЧИСТОТЫ

15.1. ЗОННАЯ (КРИСТАЛЛИЗАЦИОННАЯ) ОЧИСТКА МЕТАЛЛОВ

Современное развитие электроники невозможно без использования сверхчистых металлов и полупроводников. Среди многих методов очистки вещества от растворимых примесей наиболее широкое применение получила *зонная перекристаллизация (зонная плавка)*. Теоретически разработанная Д. А. Петровым [15.5] и реализованная В. Пфанном [15.6] зонная плавка сегодня является главным промышленным методом получения сверхчистых металлов и полупроводников. Сущность зонной плавки состоит в медленном перемещении по слитку узкой жидкой зоны и диффузионному оттеснению примесей из «чистой» в «грязную» часть слитка. Эффективность зонной плавки определяется в общем случае *равновесным коэффициентом распределения* K_0 , представляющим собой отношение концентрации примесей соответственно в твердой и жидкой фазах, взятых из диаграммы состояния:

$$K_0 = C_{\text{ТВ}}/C_{\text{Ж}}. \quad (15.1)$$

В зависимости от типа диаграммы состояния и в соответствии с тем, что примесь может понижать или повышать температуру растворителя, K_0 может иметь значения меньше или больше единицы.

Распределение примеси между твердой и жидкой фазами при кристаллизации и тем более в твердой фазе после затвердевания зависит не только от K_0 , но и от условий кристаллизации слитка — скорости перемещения фронта кристаллизации и степени перемешивания жидкости перед фронтом кристаллизации. Так как продвигающийся фронт кристаллизации оттесняет примесь быстрее, чем она успевает диффундировать в объеме жидкой зоны, перед фронтом кристаллизации всегда образуется обогащенный растворимой примесью слой (рис. 15.1). Параметры этого слоя, т. е. его толщина и концентрация примеси в нем, определяют условия диффузионного переноса примеси из жидкости в твердую часть слитка. В данном случае на рис. 15.1 показано обогащение диффузного слоя примесью с $K_0 < 1,0$, однако логика рассуждений не меняется и при $K_0 > 1,0$, только в последнем случае у фронта кристаллизации образуется обедненный слой и диффузный поток направлен из слитка в расплавленную зону. Понятно, что концентрация в слое больше ($K_0 < 1,0$), чем в жидкой зоне, и поэтому именно ею и определяется концентрация примесей в затвердевающем слитке. В этом случае можно говорить об *эффективном коэффициенте распределения примеси* $K_0 = C_{\text{ТВ}}/C_{\text{Ж}}(0)$, в котором значение $C_{\text{Ж}}(0)$ в соответствии с условиями зонной перекристаллизации отличается от $C_{\text{Ж}}$ скоростью

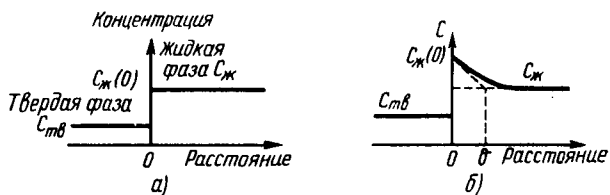


Рис. 15.1. Концентрация примеси непосредственно перед движущимся фронтом кристаллизации при различных условиях охлаждения:

а — равновесные условия (скорость роста очень мала); б — неравновесные условия (конечная скорость) с образованием диффузионного слоя

движения v зоны, коэффициентом диффузии D в жидкости и толщиной δ диффузионного концентрационного слоя.

Дж. Бартон, Р. Прим и В. Шлихтер [15.6], основываясь на принципах кинетики гетерогенных реакций В. Нернста, получили **уравнение для инженерных расчетов эффективного коэффициента распределения**:

$$K_s = \frac{1}{1 + [(1/K_0) - 1]e^{-v\delta/D}}. \quad (15.2)$$

Из этого уравнения следует, что при неизменных значениях K_0 , δ и D условия перемещения примеси из слоя в объем жидкой зоны определяются исключительно толщиной слоя δ . В общем случае безразмерная величина $v\delta/D$ является *нормированной скоростью роста слитка при зонной плавке*, так как включает в себя главные параметры, влияющие на эффективность процесса зонной очистки. Хотя для большинства примесей значения коэффициента диффузии D неизвестны, они, как правило, колеблются от 10^{-9} до 10^{-8} м²/с. Скорость v кристаллизации или скорость передвижения по слитку расплавленной жидкой зоны обычно не превышает 10^{-3} м/с, а толщина слоя δ составляет 10^{-3} — 10^{-5} м и в значительной степени зависит от гидродинамики жидкого металла в зоне.

Известно, что скорость любого потока в жидкости приближается к нулю у твердой стенки, где турбулентный характер движения жидкости сменяется на ламинарный. Поэтому перемешивание в объеме жидкой зоны оказывает меньшее влияние на толщину слоя, чем воздействие потока жидкости, образованного непосредственно от фронта кристаллизации нормально к ней и, так сказать, непосредственно транспортирующего примесь из диффузионного слоя в расплавленную зону. Были предприняты попытки за счет внешнего воздействия на жидкую зону магнитных и электрических полей, а также механического перемешивания жидкости в зоне интенсифицировать диффузное перемещение примеси [15.4]. Однако эти методы динамического воздействия касались главным образом турбулизации жидкости вне диффузионной зоны и воздействия на нее со

стороны жидкости. В этом же плане были проведены исследования по воздействию ультразвука на процесс зонной плавки. Как было показано впервые в работе [15.1], воздействие ультразвука на диффузионный слой должно проводиться в докавитационном режиме излучения с развитием акустических течений. В противном случае кавитационные явления разрушают поверхность кристаллизующегося слитка и тем самым нарушают процесс зонной очистки. Указанные исследования были проведены с контактным вводом ультразвука в жидкую зону, что для большинства металлов, очищаемых методом зонной плавки, неприемлемо из-за возможного растворения и разрушения материала излучателя ультразвука в расплаве.

Результаты экспериментальных исследований, проведенных на модельных органических материалах, металлах Zn, Cd, Sn, Al и полупроводниковых материалах Te, Bi, InSb, InAs, SnTe—PbTe, HgTe—CdTe, Bi₂Te₃—Bi₂Se₃, показывают, что значение эффективного коэффициента распределения при ультразвуковом воздействии может изменяться до 60% в сторону приближения к равновесному значению. В то же время при определенных условиях можно получать значения $K_s=1$ и обеспечивать равномерное распределение примеси или компонентов сплава по объему слитка. Последнее происходит при наличии развитой кавитации, вызывающей диспергирование фронта кристаллизации, в результате чего происходит механический захват примеси движущимся фронтом. Наличие противоположных тенденций в ультразвуковом воздействии определяет существование интенсивности ультразвука, оптимальной для целей очистки. Оптимальная интенсивность ультразвука обычно имеет несколько большее значение, чем то, что соответствует порогу кавитации, но числовые результаты, по данным различных исследователей, существенно расходятся. Это определяется не только различиями в физико-химических свойствах материалов, но и разнообразием методов поведения ультразвуковых колебаний к фронту кристаллизации.

В том случае, когда в качестве контейнера используют кварцевую ампулу, ультразвук подводят через стенки ампулы, колебания которой возбуждают преобразователем, передавая их через жидкость-расплав галлия или через твердотельный (обычно кварцевый) волновод, как показано на рис. 15.2. В первом случае интенсивность колебаний, передаваемых ампуле, существенно ограничена образованием кавитации в расплаве Ga. При втором способе подвода колебаний с определенными трудностями сопряжено соединение кварцевого и стального волноводов. Для этого используют специальные конструкции стяжек с креплением в узловых точках или цанговые зажимы, а при малых интенсивностях — клеевое соединение.

При кристаллизационной очистке материала в горизонтально расположенном контейнере, выполненном в виде графитовой или кварцевой лодочки, применяют как непосредственное излучение ультразвука в зону расплава, так и передачу колебаний через кристаллизующуюся часть слитка, как показано на рис. 15.3. Для соз-

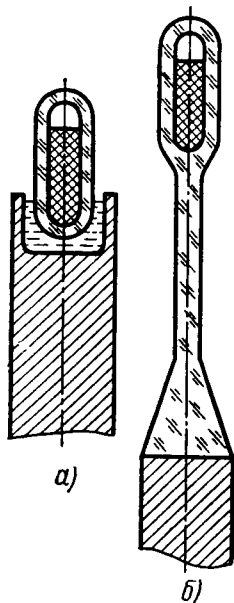


Рис. 15.2. Схема подвода ультразвуковых колебаний к ампуле с нагрузкой через расплав галлия (а) и через кварцевый волновод (б)

дания оптимальных режимов воздействия наиболее эффективно возбуждение ультразвуковых колебаний непосредст-

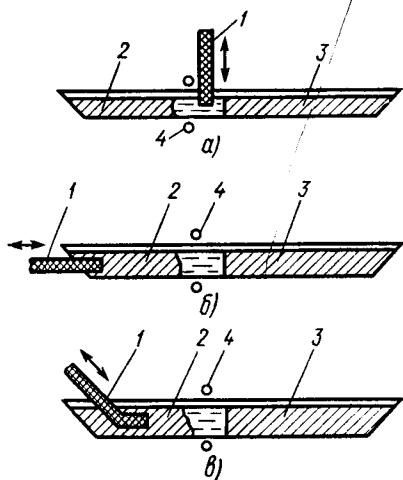


Рис. 15.3. Схема введения ультразвука в жидкую зону при кристаллизационной очистке в случае непосредственного контакта с расплавом (а) и через твердую часть слитка (б, в):

1 — волновод; 2 — твердая часть слитка; 3 — жидкая зона; 4 — нагреватель

венно в расплаве, однако в этом случае возникают определенные сложности с выбором материала, погружаемого в расплав волновода. Поскольку волновод не должен химически взаимодействовать с расплавом и растворяться в нем, материалом волновода обычно служит кварц или особо чистые тугоплавкие металлы: вольфрам или молибден.

Если ультразвук подводят к фронту кристаллизации через затвердевшую часть слитка (рис. 15.4), защита от загрязнения упрощается, поскольку ту часть слитка, в которую был «вморожен» волновод, в дальнейшем просто не используют. В то же время использование этой схемы затруднено, потому что частоту и мощность ультразвука необходимо постоянно подстраивать из-за изменения в процессе кристаллизации резонансных размеров излучающей системы волновод — слиток. С целью устранения этого недостатка были опробованы системы, в которых ось волновода и ось слитка находились под углами 20—60°. При этом в кристаллизующемся слитке возникла сложная интерференционная картина, представляющая собой суперпозицию продольных и изгибных колебаний, в результате чего амплитуда смещения на фронте кристаллизации менялась довольно незначительно с изменением его положения [19].

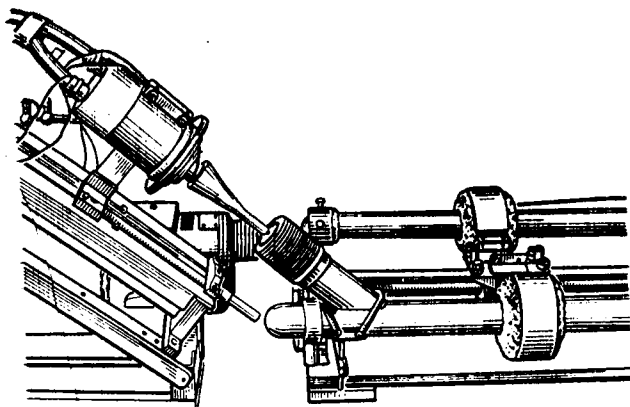


Рис. 15.4. Внешний вид экспериментальной установки для одновременной зонной плавки двух слитков алюминия: контрольного (без обработки ультразвуком) и исследуемого (с воздействием ультразвука на жидкую зону через твердую часть слитка)

Испытания разработанной системы показывают, что, задавая частоту преобразователя (в данном случае 44 кГц) и поддерживая уровень напряжения обратной акустической связи преобразователя, можно независимо от передвижения жидкой зоны по длине слитка реализовать на фронте кристаллизации оптимальную амплитуду смещений в докавитационном режиме, равную $(0,2 \div 0,5) \cdot 10^{-6}$ м. Результаты выполненных измерений напряжения обратной акустической связи разработанной системы показывают, что по мере продвижения жидкой зоны по слитку сохраняется постоянство амплитуды смещения в докавитационном режиме.

Исследования акустической обстановки, проведенные в модельной жидкости (глицерине) на прозрачном макете, имитирующем процесс зонной плавки, при помощи киносъемки со скоростью 10 кадр/с, показали, что в жидкой зоне в докавитационном режиме при амплитуде смещения на фронте кристаллизации 0,2—0,5 мкм формируются замкнутые акустические потоки (рис. 15.5) как у поверхности кристаллизации, так и в объеме зоны. Скорость этих потоков составляет 0,1 мм/с, что на порядок выше скорости перемещения зоны (0,02 мм/с). Таким образом, ультразвуковое воздействие может активно интенсифицировать следующие процессы:

- 1) транспортировка жидкой фазы, обогащенной примесями, от фронта кристаллизации в глубь зоны, уменьшение толщины диффузионной зоны и повышение средней концентрации примеси в объеме зоны;

- 2) повышение температурного градиента у фронта кристаллизации на фронте за счет поглощения звуковой энергии силами вязкого трения, что приводит к сглаживанию его поверхности и тем самым ускорению отвода примеси.

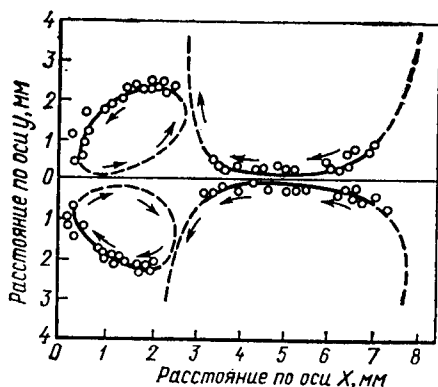


Рис. 15.5. Топография акустических потоков

Точки и сплошные линии — эксперимент; штриховые линии — предполагаемые траектории пузырьков, не выявленные при обработке киноплёнки

Интенсифицирующее действие ультразвука на процесс зонной очистки проявляется хорошо при зонной плавке алюминия разной степени чистоты и в значительной мере зависит от акустической обстановки на фронте кристаллизации (табл. 15.1), т. е. от реализации докавитационного режима излучения при $(1/4 \div 1/10)N$.

Это хорошо видно на рис. 15.6, где представлено влияние мощности ультразвука на процесс однопроходной зонной очистки алюминия марки А99 от примесей Fe и Si и наглядно показано преимущество докавитационного режима ульт-

Таблица 15.1. Влияние амплитуды смещения на характеристики кавитации в жидкой зоне

Амплитуда смещения вблизи фронта кристал- лизации, мкм	Характеристика кавитации в жидкой зоне	Условное значение мощ- ности ультразвука, вводимой в зону
2,0—2,2	Развитая кавитация	N
1,3—1,2	Порог кавитации	$1/2 N$
0,6—0,8	Кавитация отсутствует	$1/4 N$
0,2—0,5	То же	$1/10 N$

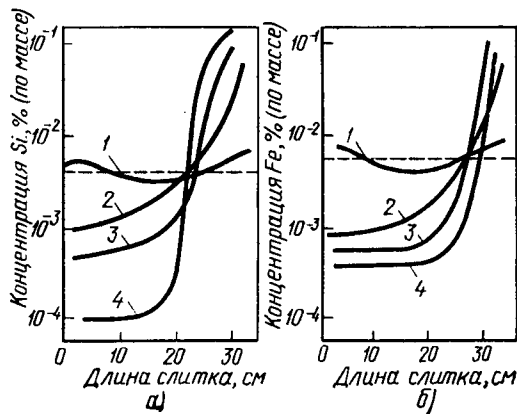


Рис. 15.6. Эффективность зонной очистки вдоль слитка алюминия марки А99 от примесей Si(a) и Fe(b) за один проход зоны и ее зависимость от мощности ультразвука N :

1 — N ; 2 — $1/2 N$; 3 — $1/4 N$; 4 — $1/10 N$

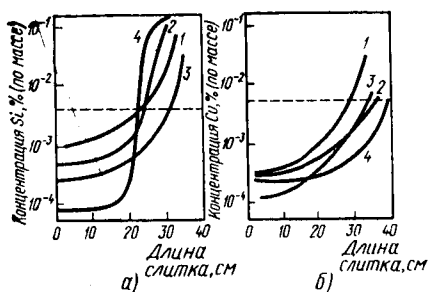


Рис. 15.7. Влияние числа n проходов зоны и ультразвуковой обработки (УЗО) в докавитационном режиме ($1/10N$) на степень очистки вдоль слитка алюминия марки А99 от Si (а) и Cu (б):

1 — $n=1$ (без УЗО); 2 — $n=2$ (без УЗО);
3 — $n=3$ (без УЗО); 4 — $n=1$ (с УЗО)

развуковой обработки. На рис. 15.7 показано интенсифицирующее действие ультразвука на процесс очистки от примесей Fe и Cu того же алюминия марки А99, когда эффективность очистки за один проход с применением ультразвука выше, чем за три прохода без ультразвуковой обработки.

Еще в большей степени это проявляется при увеличении числа проходов жидкой зоны, т. е. когда эффект очистки в поле ультразвука суммируется. В табл. 15.2 представлены результаты масс-спектрометрического анализа слитков алюминия марки А99 после шести проходов зоны по самым различным примесям. Из табл. 15.2 следует, что ультразвуковое воздействие эффективно очищает от примесей, образующих эвтектику с ничтожно малой растворимостью (Fe, Ca), эвтектику с малой растворимостью (Mn, Mg, Cu, Zn), монотектику (Na) и даже перитектику (Ti, Cr, V).

В результате ультразвукового воздействия можно получить алюминий существенно более высокой чистоты (табл. 15.3) даже из исходного алюминия марки А99, не говоря уже о зонной очистке более чистого металла.

Таблица 15.2. Влияние ультразвука на эффективность зонной перекристаллизации алюминия марки А99, скорость 1 мм/мин (шесть проходов зоны)

Технология плавки	Содержание примесей, 10^{-4} % (по массе)										
	Fe	Ni	Ca	Ba	Mn	Mg	Cu	Si	Zn	Na	—V
Исходное состояние	16,4	0,174	0,45	3,5	0,22	36,0	11,5	16,5	4,9	1,7	0,55
Плавка без применения	0,143	0,10	0,09	0,1	0,29	8,1	0,46	0,3	1,94	0,017	0,45
Плавка с ультразвуковым воздействием	0,041	0,10	0,06	0,1	0,08	2,7	0,10	0,3	0,73	0,0058	0,30
											0,022
											0,53
											0,92
											1,134
											0,130
											0,170
											0,228

Таблица 15.3. Влияние ультразвукового воздействия на процесс зонной перекристаллизации алюминия марок А99 и А995, скорость 1 мм/мин (шесть проходов зоны)

Технология плавки	Суммарное количество примесей, 10^{-4} % (по массе)	Абсолютная чистота металла, % (по массе)
Исходный алюминий	85,97	99,991403
Зонная плавка без ультразвука	12,43	99,998717
Зонная плавка с ультразвуком	3,94	99,999605
Исходный алюминий А995	21,49	99,997250
Зонная плавка без ультразвука	0,89	99,9999411
Зонная плавка с ультразвуком	0,27	99,9999711

Таблица 15.4. Влияние степени деформации и ультразвуковой обработки при зонной плавке на механические свойства холоднодеформированной проволоки из алюминия марки А995 (шесть проходов зоны)

Диаметр проволоки, мм	Зонная плавка без применения ультразвука		Зонная плавка с применением ультразвука	
	σ_B , 10^7 Па	δ , %	σ_B , 10^7 Па	δ , %
6,0	2,8	45,5	1,8	49,4
4,0	5,4	9,4	2,6	28,6
2,0	5,4	9,2	2,3	33,0
0,5	8,9	0,6	2,7	16,5
0,3	8,8	0,5	3,2	16,1

Так, электролитически чистый алюминий марки А995 после шести проходов зоны с применением ультразвука очищается до 99,99997 вес.%. Интересно и важно отметить, что повышение чистоты литого металла оказывает влияние на свойства деформированного металла.

Проволока из зонно-очищенного с применением ультразвука алюминия марки А995 диаметром от 6,0 до 0,3 мм легко рекристаллизуется уже при 20°C, в то время как контрольный образец, полученный из слитка, очищенного без применения ультразвука, начинает рекристаллизоваться только при 200°C.

Под воздействием ультразвука заметно растет коррозионная стойкость металла и существенно меняются его механические свойства, в частности пластичность (табл. 15.4).

Применение проволоки с повышенной пластичностью при ультразвуковой сварке мощных ВЧ-транзисторов позволило улучшить сварное соединение и стабилизировать режим сварки [19].

15.2. ДИСТИЛЛЯЦИЯ В ПОЛЕ УЛЬТРАЗВУКА

Очистка от примесей дистилляционными методами основана на разнице в упругости паров различных веществ. При нагреве рас-

плава происходит переход в газовую фазу в первую очередь компонентов с высокой упругостью пара. Экспериментальные исследования [17] показали, что введение в расплав ультразвуковых колебаний существенно ускоряет очистку расплава от легколетучих примесей. Наиболее оптимальной при этом является двухстадийная схема процесса. Сначала над расплавом создают избыточное давление инертного газа, например аргона. Введение в расплав интенсивных ультразвуковых колебаний вызывает в нем кавитацию, способствующую эффективному насыщению расплава пузырьками газа. Последующим вакууммированием объема над расплавом осуществляют его очистку от летучих примесей и растворенных газов. При этом ультразвук способствует переходу паров летучих примесей и растворенных газов в пульсирующие пузырьки аргона — эффект *ультразвуковой дегазации*, которые при создании вакуума интенсивно удаляются из расплава. Это позволяет на 2—3 порядка повысить чистоту материала по легколетучим примесям и растворенным газам.

15.3. ПРОЦЕССЫ ВЫРАЩИВАНИЯ КРИСТАЛЛОВ В ПОЛЕ УЛЬТРАЗВУКА

Ультразвук можно использовать в ряде технологических операций при выращивании кристаллов полупроводниковых соединений, например при синтезе соединений из исходных компонентов, составляющих сплав. Обычно исходную шихту стехиометрического состава помещают в герметичную кварцевую ампулу и нагревают до температуры плавления наиболее тугоплавкой компоненты. Однако в ряде случаев температуры плавления одного из компонентов сплава или образовавшегося промежуточного соединения настолько высоки, что при реальных температурах синтеза возникает гетерофазная смесь, в которой протекает процесс растворения тугоплавкого компонента в расплаве легкоплавкого. Поскольку кинетика процесса определяется диффузией, гомогенизации расплава в этом случае происходит за длительное время, что может привести к дополнительному загрязнению соединения примесями из материала контейнера.

Применение ультразвукового воздействия с частотой колебаний около 20 кГц позволяет резко интенсифицировать процесс, поскольку в кавитационном режиме возникают сильные микро- и макротоки, снимающие диффузионные ограничения. Например, при растворении теллурида кадмия ($T_{пл}=1100^{\circ}\text{C}$) в расплаве теллурида ртути при температуре, близкой к температуре ликвидуса тройного соединения, скорость растворения при ультразвуковом воздействии увеличивается почти на три порядка, что позволяет резко сократить время синтеза [15.3]. Аналогичные результаты по ускорению синтеза получены на системах $\text{InAs} - \text{InSb}$ и $\text{GaAs} - \text{GaSb}$.

Дальнейшая задача заключается в получении из синтезированного материала кристаллов с высокой степенью химической и

структурной однородности, что представляет определенные трудности, поскольку в многокомпонентных сплавах при кристаллизации протекают ликвационные процессы, связанные с разницей в плотностях, растворимостей в твердой и жидкой фазе, в упругости пара и т. д. Традиционными методами выращивания кристаллов являются различные модификации процесса зонной плавки: *зонно-пустотная, зонно-транспортная, плавка в температурном градиенте* и варианты направленной кристаллизации: *метод Бриджмена—Стокбаргера, метод Чохральского, метод Степанова* и т. д.

Как уже было рассмотрено в предыдущем параграфе, применение ультразвукового воздействия позволяет улучшить осевую однородность распределения примесей и компонентов сплава за счет интенсификации тепло- и массообменных процессов. Однако специфика ультразвуковой обработки заключается в том, что наиболее эффективное воздействие происходит при образовании в расплаве кавитации, а кавитационные эффекты обуславливают разрушение фронта кристаллизации и вызывают образование мелкозернистой структуры слитка. Поэтому *интенсивный ультразвук нецелесообразно использовать при получении монокристаллических образцов кристаллизационными методами.*

В тех случаях, когда ставится задача получения поликристаллических слитков, применение ультразвука весьма перспективно. Например, при выращивании термоэлектрических полупроводниковых материалов системы Bi_2Te_3 — Bi_2Se_3 ультразвуковая обработка в процессе кристаллизации позволяет получить однородный, беспористый материал с мелкозернистой структурой. Измельчение зерна ведет к уменьшению теплопроводности материала, при этом электропроводность и термо-э. д. с. остаются постоянными. В результате *обработанный ультразвуком материал имеет более высокие электрофизические и механические характеристики по сравнению с образцами, полученными по стандартной методике.*

Учет особенностей ультразвукового воздействия позволяет реализовать иную схему получения объемных монокристаллов полупроводниковых соединений, включающую синтез и закалку сплава с последующим высокотемпературным гомогенизирующим отжигом [15.3]. В момент заковки интенсивный тепло- и массообмен, создаваемый ультразвуком, позволяет осуществить объемную кристаллизацию, в результате которой получают макрооднородный по химическому составу плотный материал с мелкозернистой структурой. В микромасштабе химический состав изменяется с периодом, определяемым размером дендритных ячеек. При высоких интенсивностях ультразвука удается зафиксировать структуру, близкую к субдендритной. Поскольку материал термически напряжен, он достаточно хорошо подвергается рекристаллизации в процессе отжига при температурах, близких к температуре солидуса сплава. Одновременно происходит полное выравнивание химического состава и значительное уменьшение линейных дефектов структуры. По этой схеме можно получать большие монокристаллические блоки с линейными размерами до нескольких сантиметров, которые отлича-

ются высокой степенью химической однородности и совершенства структуры.

Наложение ультразвуковых колебаний на твердый образец в процессе отжига значительно интенсифицирует диффузионные процессы, причем может происходить увеличение скорости диффузии на 3—4 порядка. Исследования, проведенные на Ge, Si и некоторых сплавах, показали, что ускорение процесса определяется образованием точечных и линейных дефектов структуры при наложении знакопеременных напряжений. В первую очередь дефекты возникают в месте контакта поверхностей излучателя и обрабатываемого материала, откуда дислокационный фронт распространяется в глубь объема. При этом происходит как бы увлечение диффундирующих атомов легирующей примеси движущимся фронтом и скорость диффузии возрастает.

Определенный практический интерес представляет применение ультразвука в процессах выращивания профилированных изделий по методу Степанова, т. е. вытягиванием из расплава через фильеру, профиль отверстия которой определяет форму выращиваемого кристалла. Подведение ультразвуковых колебаний к расплаву или непосредственно к фильере существенно влияет на протекание процесса. Многочисленные экспериментальные исследования показали, что воздействие ультразвука увеличивает жидкотекучесть расплава и смачиваемость им твердой поверхности. Данные эффекты стабилизируют процесс выращивания профилированных кристаллов, однако до сих пор не существует физической модели, удовлетворительно объясняющей наблюдаемые явления.

Во всех рассмотренных выше процессах использовали низкочастотные ультразвуковые колебания 15—40 кГц. Какие-либо сведения о применении при выращивании кристаллов высокочастотных ультразвуковых колебаний отсутствуют. Очевидно, это связано со значительными трудностями передачи высокочастотных колебаний от преобразователя к высокотемпературной зоне обработки. Здесь сказываются и значительное поглощение акустической энергии, пропорциональное квадрату частоты, и отсутствие методик расчета твердотельных концентраторов, колеблющихся на высоких модах, и недостаток в мощном высокочастотном ультразвуковом оборудовании, и целый ряд дополнительных физических и технических причин.

Однако в этой практически не исследованной области применения ультразвука могут быть найдены интересные решения технологического плана. Например, известно, что сфокусированный на поверхности жидкости звуковой пучок вызывает ее поднятие за счет радиационного давления, как это рассмотрено в гл. 5. Поэтому, задавая фокусировкой форму сечения звукового пучка, можно бесконтактно профилировать поверхность жидкости. Так, если направить на поверхность расплава цилиндрически сходящийся звуковой пучок, на поверхности образуется вспучивание в виде гребня. Это открывает возможность, затравляясь на гребне, выращивать ленточные кристаллы без применения твердотельных фильер.

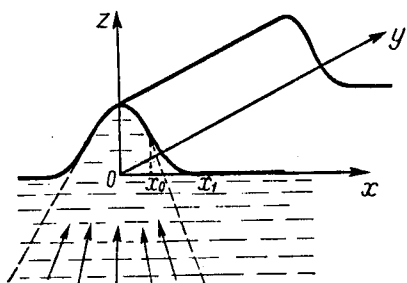


Рис. 15.8. Профилирование поверхности жидкости при цилиндрической фокусировке ультразвукового пучка на поверхность

Регулируя интенсивность в звуковом пучке и его фокусировку, можно менять профиль гребня, а следовательно, управлять формой выращиваемого кристалла.

Связь между параметрами звукового поля и формой гребня для данного случая можно найти из следующих соображений. При цилиндрической симметрии форма образующегося гребня на участке, соответствующем полуширине фокального пятна $(0, x_0)$, как показано на рис. 15.8 описывается **капиллярным уравнением Лапласа** вида

$$\frac{\sigma}{R(x)} + \rho g z(x) - p_r(x) = 0, \quad (15.3)$$

где $R(x) = -(1 - \dot{z}^2)^{3/2} / \ddot{z}$ — радиус кривизны поверхности при цилиндрической симметрии относительно оси y ; $z(x)$ — высота подъема поверхности; $p_r(x)$ — постоянное по времени давление звукового поля. Для участка вне фокального пятна (x_0, x_1) уравнение Лапласа запишется как

$$\frac{\sigma}{R(x)} + \rho g z(x) = 0. \quad (15.4)$$

В отличие от случая, рассмотренного в гл. 7, здесь не использовано допущение о малости кривизны поверхности и постоянстве радиационного давления по сечению звукового пучка. Граничные условия запишем следующим образом: $p(x_0) = 0, \dot{z}(0) = 0$ для уравнения (15.3); $z(x_1) = 0, \dot{z}(x_1) = 0$ для уравнения (15.4). Уравнения (15.3) и (15.4) сшиваются в точке x_0 и в общем виде получают дифференциальное уравнение второго порядка относительно z , решаемое только численными методами на ЭВМ.

Однако порядок дифференциального уравнения можно понизить, используя допущение, что зависимость $p_r(x)$ имеет в пределах звукового пучка $(0, x_0)$ функциональный вид, аналогичный зависимости $z(x)$. Данное допущение удовлетворительно согласуется с результатами экспериментальных измерений. Это позволяет представить зависимость $p_r = f(z)$ в линейном виде с неопределенными коэффициентами:

$$z_0 - z(x) = [p_{r0} + p_r(x)] b. \quad (15.5)$$

где z_0 и p_{r0} — соответственно высота подъема поверхности и давление в центре фокального пятна при $x = 0$.

Теперь приведем уравнение (15.3) к виду

$$\ddot{z} + (1 + \dot{z}^2)^{3/2} \left[\frac{p_r(z)}{\sigma} - \alpha^2 z \right] = 0, \quad (15.6)$$

где $\alpha^2 = \rho g / \sigma$. Интегрируя (15.6), с учетом (15.5) получим

$$-(1 - \dot{z}^2)^{-1/2} + \frac{1}{2} z^2 \left(\frac{1}{b\sigma} - \alpha^2 \right) + z^2 \left(\frac{p_0}{\sigma} - \frac{z_0}{b\sigma} \right) = C. \quad (15.7)$$

Постоянную интегрирования C определяем из граничного условия $\dot{z}(0) = 0$ и, сделав соответствующую подстановку, преобразуем (15.7) как

$$-(1 + \dot{z}^2)^{-1/2} + 1 = \frac{1}{2} B [z_0^2 - z(x)^2] + A [z_0 - z(x)]. \quad (15.8)$$

где $B = \frac{1}{b\sigma} - \alpha^2$; $A = \frac{p_0}{\sigma} - \frac{z_0}{b\sigma}$.

Проинтегрировав таким образом (15.4) с граничным условием $\dot{z}(x_1) = 0$, получим

$$-(1 + \dot{z}^2)^{-1/2} + 1 = \frac{\alpha^2}{2} z^2(x). \quad (15.9)$$

Сшивая уравнения (15.8) и (15.9) в точке x_0 , т. е. приравнявая первые производные и учитывая, что $p_r(x_0) = 0$, получим

$$p_{r0} = \frac{z_0^2 \rho g}{z_0 - z(x_0)}. \quad (15.10)$$

Выражение (15.10) однозначно связывает давление p_{r0} в центре фокального пятна и высоту подъема поверхности гребня в центре z_0 и на границе $z(x_0)$ фокального пятна. Размеры фокального пятна легко определить, зная угол раскрытия цилиндрической фокусирующей системы.

15.4. УЛЬТРАЗВУКОВАЯ ОБРАБОТКА ПОВЕРХНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

Наиболее распространенным ультразвуковым технологическим процессом в производстве материалов электронной техники является *очистка поверхности в жидких средах*. Кавитационные эффекты, рассмотренные в гл. 7, вызывают механическое отслаивание поверхностных загрязнений за счет ударного действия кавитационных пузырьков при захлопывании и повышают эффективность действия моющих веществ, ускоряя массообменные процессы. Поэтому ультразвуковая очистка позволяет удалять загрязнения в количестве до 10^{-8} кг/м², чего нельзя достичь никакими другими методами очистки.

При первичной отмывке, например от полировочных паст, как правило, используют щелочные водные растворы с добавками органических растворителей и поверхностно-активных веществ. Обычно применяют растворы с концентрацией моющих препаратов 20—80 г/л и температурой 60—80°C. Моющие препараты выпускают в виде паст, которые могут быть щелочными (пасты МЛ-51, МЛ-52, МС-5, МС-6, МС-8, «Лабомид-101», «Лабомид-203», «Деталин», «Триалон») или синтетическими (ТМС-31, «Апполир-К», «Верто-

лин-74», «Импульс-К»). Основу щелочных препаратов составляют фосфаты, силикаты, кальцинированная сода или едкий натр, тогда как синтетические препараты состоят из органических соединений типа моноэтаноламида, изопропанола, триэтаноламина и т. д.

Окончательную очистку проводят с использованием негорючих органических растворителей, представляющих собой хлорированные или фторированные углеводороды,—трихлорэтилена, тетра-хлорэтилена, четыреххлористого углерода, трифтортрихлорэтана (фреон-113). Наибольшей растворяющей способностью обладает фреон-113. Его применяют или в чистом виде, или в виде *азеотропных смесей* с другими органическими растворителями *, причем очистка может осуществляться как в жидкой, так и в паровой фазе.

Конструктивно установки для ультразвуковой очистки выполняют в виде ванн из нержавеющей стали, в днище или в стенке которых встроены магнитострикционные или пьезокерамические преобразователи с рабочей частотой 20—50 кГц. Наиболее распространенной является *очистка деталей в кассетах*, хотя этот метод не позволяет полностью реализовать возможности ультразвуковой очистки. Во-первых, преобразователи создают в объеме неоднородное звуковое поле, в связи с чем кавитационное воздействие не одинаково в различных участках технологического объема. Во-вторых, зона эффективного действия кавитации распространяется на расстояние не более 5—7 см, что ограничивает линейные размеры очищаемых деталей. Кроме того, сама кассета оказывает экранирующее действие на кавитацию, поэтому возможны остаточные загрязнения в местах крепления изделий.

Поэтому более перспективной представляется *индивидуальная обработка*, когда изделие, помещенное на транспортирующее устройство, перемещается между акустическими излучателями. Этим достигают максимально возможного приближения очищаемой поверхности к излучателю и равномерности очистки изделия. Особенно просто это осуществить для геометрически простых, плоских деталей, например ситалловых и стеклянных подложек, кремневых пластин и др. В зависимости от формы деталей можно использовать транспортеры в виде лент, барабанов или дисков. Такие устройства легко автоматизировать и сочлениить с другими технологическими установками.

Все промышленные установки очистки изделий электронной промышленности выполняют многокамерными, и изделия последовательно обрабатываются в различных моющих средах. Выбор моющих сред и технологические параметры процесса определяются количеством и видом загрязнений.

Другим широко распространенным видом поверхностной обработки хрупких материалов является *ультразвуковое резание*, или *ультразвуковая размерная обработка* [13]. Данный процесс заключается в разрушении материала вбиванием в него абразивных ча-

* Азеотропная смесь компонентов имеет одинаковый химический состав жидкой и паровой фаз.

стиц продольно колеблющимся волноводом. Абразивную суспензию (2 на рис. 15.9) подают в зазор между волноводом 1 и обрабатываемой поверхностью 3. При колебаниях волновода частица абразива вдавливается в торцовую плоскость волновода и обрабатываемую поверхность (рис. 15.9). Поскольку материал волновода (как правило, сталь) обладает пластичностью, на поверхности волновода происходят пластическая деформация и образование канала без механического разрушения. Вдавливание абразивной частицы в поверхность хрупкого тела вызывает его разрушение с образованием выкола пирамидальной формы. Таким образом происходит образование углубления в поверхности хрупкого тела, причем его конфигурация полностью соответствует форме торца волновода.

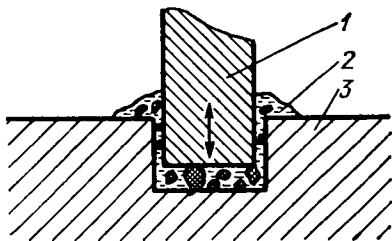


Рис. 15.9. Схема процесса ультразвукового резания

Результаты теоретических оценок, подтвержденные экспериментальными исследованиями, показывают, что скорость v резания пропорциональна квадрату амплитуды ξ_m торца волновода и давлению p_{np} прижима:

$$v \cong (\xi_m^2 p_{np})^n, \quad (15.11)$$

где n лежит в пределах 0,5—1 в зависимости от размеров применяемого абразива и механических свойств обрабатываемого материала. Однако соотношение (15.11) выполняется только до определенных значений ξ_m и p_{np} . Оптимальные значения амплитуд смещения лежат в пределах 25—50 мкм, а оптимальные значения давления — в интервале $(0,5 \div 1,5) \cdot 10^7$ Н/м². Дальнейшее увеличение этих параметров сверх критических значений ведет к уменьшению скорости обработки вплоть до остановки процесса резания. Данный эффект объясняется тем, что при резании одновременно происходит дробление зерен абразива, и если скорость дробления превосходит скорость подвода свежего абразива в рабочий зазор, то скорость резания падает. Поэтому для повышения производительности процесса применяют принудительную смену абразива в рабочем зазоре путем его вакуумной откачки или подачи суспензии в зазор под избыточным давлением. Использование принудительной смены абразива позволяет устранить и падение скорости резания с увеличением глубины лунки в обрабатываемом материале.

Производительность современных станков ультразвукового резания достигает 10^3 — 10^4 мм³/мин. Точность обработки и шероховатость поверхности, как показано в табл. 15.5, пропорциональны среднему размеру зерен абразива.

Ультразвуковое резание используют для вырезания заготовок сложной формы из ситалловых и стеклянных пластин, заготовок для полупроводниковых приборов из пластин германия и кремния,

Таблица 15.5. Точность и качество ультразвуковой размерной обработки

Параметры качества обработки	Средний размер абразивных порошков		
	№ 10 (88—125)	№ 5 (46—62)	№ 3 (28—44)
Разброс зазора, мм	0,05	0,03	0,02
Точность обработки, мм	0,025	0,015	0,01
Конусность отверстия, мин	40	30	20

для изготовления образцов сложной формы для холловских измерений, нанесения рисок на пластины германия и кремния. Например, из пластин кремния диаметром 48 мм ультразвуковым резанием можно получить одновременно 300 заготовок диаметром 1,8 мм за 40 с или нанести более 300 рисок на глубину 70 мкм за 3—4 с.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ультразвуковую технику и технологию широко применяют сейчас в самых разных сферах народного хозяйства, далеко не все области ее применения рассмотрены в данном учебном пособии.

Так, изложение основ физики и техники ультразвука авторы сознательно ограничили главным образом жидкофазной технологией. Это дало возможность проследить путь металла от его извлечения из руд через плавку, кристаллизацию до финишных операций очистки, металлизации, диспергирования, пайки и др., нашедших сегодня наиболее широкое применение в отечественной и зарубежной практике, и позволило применить единый подход к проблеме эффективного использования ультразвуковой техники. В пособии практически не затронуты такие технологические процессы, как ультразвуковая сварка, пластическая деформация, термическая обработка и другие твердофазные применения ультразвука. Эти вопросы частично освещены в специальной литературе и могут явиться темой других учебных пособий.

Авторы учитывают трудность решения поставленной задачи, состоящей в передаче необходимой информации специалистам широкого профиля, заинтересованным в освоении процессов воздействия ультразвука на жидкость, но не имеющим специальной подготовки. В этой связи была сделана попытка последовательного рассмотрения физики распространения ультразвука малой и конечной амплитуды и затем закономерностей ультразвуковой обработки различных материалов в режиме развитой кавитации. В какой мере удалось совместить в книге физический и технологический подходы, должен решить читатель. Авторы будут благодарны за любые замечания в адрес настоящего учебного пособия.

ЛИТЕРАТУРА

Общая

1. Агранат Б. А., Кириллов О. Д., Преображенский Л. В. и др. Ультразвук в гидрометаллургии. М., 1969.
2. Агранат Б. А., Башкиров В. И., Китайгорский Ю. И., Хавский Н. Н. Ультразвуковая технология. М., 1974.
3. Гершгал Д. А., Фридман В. М. Ультразвуковая технологическая аппаратура. М., 1976.
4. Добаткин В. И., Эскин Г. И., Абрамов О. В. и др. Воздействие ультразвука на межфазную поверхность металлов и сплавов. М., 1986.
5. Исакович М. А. Общая акустика. М., 1973.
6. Источники мощного ультразвука/Под ред. Л. Д. Розенберга. М., 1967.
7. Кикучи Е. Ультразвуковые преобразователи. М., 1968.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М., 1973.
9. Маргулис М. А. Основы звукохимии. М., 1984.
10. Мощные ультразвуковые поля/Под ред. Л. Д. Розенберга. М., 1968.
11. Новицкий Б. Г. Применение акустических колебаний в химикотехнологических процессах. М., 1983.
12. Прохоренко П. П., Дежнунов Н. В., Коновалов Г. Е. Ультразвуковой капиллярный эффект. Минск, 1981.
13. Физические основы ультразвуковой технологии/Под ред. Л. Д. Розенберга. М., 1970.
14. Интенсификация процессов извлечения металлов из руд в ультразвуковом поле/Под ред. Н. Н. Хавского. М., 1969 (Сб. науч. тр. МИСиС; № 53).
15. Ультразвуковые методы интенсификации технологических процессов/Под ред. Н. Н. Хавского. М., 1970 (Сб. науч. тр. МИСиС; № 60).
16. Применение ультразвука в металлургических процессах/Под ред. Н. Н. Хавского. М., 1972 (Сб. науч. тр. МИСиС; № 67).
17. Применение ультразвука в металлургии/Под ред. Н. Н. Хавского. М., 1977 (Сб. науч. тр. МИСиС; № 90).
18. Новые физические методы интенсификации технологических процессов/Под ред. Н. Н. Хавского. М., 1977 (Сб. науч. тр. МИСиС; № 92).
19. Физические и физико-химические методы интенсификации технологических процессов/Под ред. Н. Н. Хавского. М., 1980 (Сб. науч. тр. МИСиС; № 124).
20. Повышение эффективности технологических процессов в поле акустических колебаний/Под ред. Н. Н. Хавского. М., 1981 (Сб. науч. тр. МИСиС; № 132).
21. Ультразвуковые методы воздействия на технологические процессы/Под ред. Н. Н. Хавского. М., 1981 (Сб. науч. тр. МИСиС; № 133).
22. Ультразвук, маленькая энциклопедия/Под ред. И. П. Голяминой. М., 1979.

Дополнительная

- К гл. 1.
- 1.1. Бабаков И. М. Теория колебаний. М., 1966.
 - 1.2. Жермен Г. Курс механики сплошных сред/Пер. с фр. яз. М., 1983.
 - 1.3. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М., 1966.
 - 1.4. Крауфорд Ф. Волны/Пер. с англ. яз. М., 1984.
 - 1.5. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Гидродинамика. М., 1986.
 - 1.6. Лепендин А. Ф. Акустика. М., 1978.
 - 1.7. Остроумов Г. А. Основы нелинейной акустики. Л., 1976.
 - 1.8. Пиппард А. Физика колебаний/Пер. с англ. яз. М., 1985.
 - 1.9. Седов Л. И. Механика сплошной среды. М., 1973.
- К гл. 2
- 2.1. Викторов И. А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. М., 1966.
 - 2.2. Крауфорд Ф. Волны/Пер. с англ. яз. М., 1984.
- К гл. 3.
- 3.1. Шутилов В. А. Основы физики ультразвука. Л., 1980.

- К гл. 4. 4.1. Зарембо Л. К. Теоретические основы нелинейной акустики. Таганрог, 1976.
- 4.2. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М., 1966.
- 4.3. Зарембо Л. К., Тимошенко В. И. Нелинейная акустика. М., 1984.
- К гл. 6. 6.1. Статников Ю. Г. Микропотоки у газового пузырька в жидкости.— Акустический журнал, 1967, т. 13, вып. 3, с. 464—467.
- К гл. 7. 7.1. Кнэпп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф. Кавитация/Пер. с англ. яз. М., 1974.
- 7.2. Физическая акустика/Под ред. У. Мэзона. М., 1967.
- 7.3. Перник А. Д. Проблемы кавитации. М., 1966.
- К гл. 9. 9.1. Байшулаков А. А., Малахов Ю. В., Варламов В. Г. Ультразвук в процессах обогащения руд и гидрометаллургии на предприятиях Казахстана. Алма-Ата, 1979.
- 9.2. Глембоцкий В. А., Соколов М. А., Якубович И. А. и др. Ультразвук в обогащении полезных ископаемых. Алма-Ата, 1972.
- 9.3. Еремич Ю. П., Денисов Г. А., Штерн М. Д. и др. О перспективах использования воздействия вибрационных и акустических колебаний на процессы флотации.— Обогащение руд, 1981, № 3, с. 24—28.
- 9.4. Фельдман А. В., Хавский Н. Н. Повышение эрозионной активности кавитационной области при совместном действии ультразвуковых колебаний различных диапазонов.— В кн.: Динамические эффекты мощного ультразвука. Ижевск, 1981, с. 9—17.
- К гл. 10. 10.1. Гинберг А. М., Федотова Н. Я. Ультразвук в гальванотехнике, М., 1969.
- 10.2. Динамические эффекты мощного ультразвука: Сб. статей УдмГУ. Ижевск, 1981, с. 10—21.
- К гл. 11. 11.1. Добаткин В. И. и др. Газы и окислы в алюминиевых деформируемых сплавах. М., 1976.
- 11.2. Баландин Г. Ф. Формирование кристаллического строения отливок. М., 1973.
- 11.3. Богуславский Ю. А. О диффузии газа в полость при кавитации.— Акустический журнал, 1967, т. 13, вып. 1, с. 23—26.
- 11.4. Данилов В. И. О роли нерастворимых примесей при кристаллизации жидкостей.— В кн.: Сборник научных трудов лаборатории металлофизики. М., 1948, с. 95—124.
- 11.5. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей.— Собр. избр. трудов, М., 1959, т. 3.
- 11.6. Эскин Г. И., Швецов П. Н. Анализ эффективности процесса ультразвуковой дегазации расплава при непрерывном литье слитков алюминиевых сплавов.— В кн.: Металловедение и литье легких сплавов. М., 1977, с. 17—31.
- 11.7. Эскин Г. И. Ультразвуковая обработка расплавленного алюминия. М., 1965.
- 11.8. Эскин Г. И., Гурьев И. И., Солуянов Ю. Ф. Влияние ультразвуковой обработки расплава на свойства слитков и листов из цинка.— Цветные металлы, 1981, с. 69—71.
- 11.9. Bondererek X. et. al., Prafinaejes altradzwiekami odlewniczego stopu alum. AK9.— Przegląd allewnictwa. 1981, N 7, s. 229—232.
- 11.10. Graff K. Macrosonics in industry: ultrasonic soldering.— Ultrasonics, 1977, N 3, p. 75—81.
- К гл. 12. 12.1. Абрамов О. В. Кристаллизация металлов в ультразвуковом поле М., 1972.
- 12.2. Белов А. Ф., Добаткин В. И., Эскин Г. И. и др. Закономерность кристаллизации металлических материалов.— Научное открытие, диплом № 271 с приоритетом от 1976 г. (Бюллетень изобретений, 1983, 36, с. 1).
- 12.3. Добаткин В. И. Слитки алюминиевых сплавов. М., 1960.
- 12.4. Добаткин В. И., Эскин Г. И. и др. Закономерности формирования структуры слитков алюминиевых сплавов при непрерывном литье с ультразвуковой обработкой расплава при кристаллизации.— В кн.: Обработка легких и жаропрочных сплавов. 1976, с. 151—161.

- 12.5. *Иванов В. Я., Попов О. И., Сошко В. В. и др.* Влияние чистоты магниевого сплава МА2-1 на его свариваемость.— Сварочное производство, 1975, № 7, с. 24—26.
 - 12.6. *Погодин-Алексеев Т. И., Заболев-Зотов В. В.* Новый способ приготовления металлических сплавов.— Литейное производство, 1958, № 7, с. 35—36.
 - 12.7. *Сидорин И. И. и др.* Литейный композиционный сплав для деталей перфораторов.— Металловедение и термическая обработка металлов, 1971, № 8, с. 23—26.
 - 12.8. *Флемингс М.* Процессы затвердевания/Пер. с англ. яз. М., 1977.
 - 12.9. *Seemann N., Staats H.* Untersuchungen zur Einberingung heterogener. Phasen i Metallschmelzen durch ultraschall Dispergierung.— Z. f. Metallkunde, 1968, Bd. 15, S. 56—58.
 - 12.10. *Polacovic A., Sebo P.* The effect of ultrasound on the wetting of graphite by molten aluminium.— Ultrasonics, 1978, N 9, p. 210—212.
- К гл. 13.
- 13.1. *Агранат Б. А., Башкиров В. И.* Критерий оценки интенсивности ультразвуковой кавитации.— Доклады АН СССР, 1968, т. 179, № 4, с. 72—75.
 - 13.2. *Владимирская М. А., Ермилов А. С., Агранат Б. А.* Теоретическое и экспериментальное исследование процесса диспергирования материалов слоистой структуры в УЗ-поле.— В кн.: Проблема создания и испытания высокотемпературных пластичных смазок. М., 1970. с. 33—34.
 - 13.3. *Хавский Н. Н.* Технологические и биологические аспекты создания препарата для внутривенного питания с воздействием УЗ.— В кн.: Фундаментальные науки — медицине. М., 1981, с. 243—246.
- К гл. 14.
- 14.1. *Агранат Б. А. и др.* Исследование эрозивной активности акустической кавитации в органических растворителях.— Акустический журнал, 1983, т. 29, вып. 5, с. 577—579.
 - 14.2. *Агранат Б. А., Гутнова Л. Б., Лямшев Л. М.* О методах оценки эффективности установок ультразвуковой очистки.— Акустический журнал, 1972, т. 18, вып. 3, с. 42—45.
 - 14.3. *Агранат Б. А., Хавский Н. Н.* Опыт внедрения мощных линий ультразвуковой очистки на агрегатах непрерывного отжига.— Акустический журнал, 1976, т. 22, вып. 1, с. 143—144.
 - 14.4. *Бронин Ф. А., Чернов А. П.* Ультразвуковая очистка деталей во фреоновых композициях. М., 1978.
 - 14.5. *Келлер О. К., Кратыш Г. С., Лубяницкий Г. Д.* Ультразвуковая очистка. Л., 1969.
 - 14.6. *Степанова М. В. и др.* Влияние фазового состава на кавитационную стойкость некоторых титановых сплавов.— Технология легких сплавов, 1974, № 6, с. 35—38.
- К гл. 15.
- 15.1. *Абрамов О. В. и др.* Влияние ультразвука на процесс зонной плавки нафталина.— Акустический журнал, 1967, т. 13, вып. 2, с. 161—168.
 - 15.2. *Абрамов О. В., Хорбенко И. Г., Шведла Ш.* Ультразвуковая обработка материалов. М., 1984.
 - 15.3. *Агранат Б. А., Хавский Н. Н., Дубровин М. Н.* Воздействие мощного ультразвука на процессы синтеза и выращивания кристаллов типа $A^{IV}B^{IV}$.— Акустический журнал, 1976, т. 22, вып. 1, с. 141—142.
 - 15.4. *Вигдорович В. Н.* Очистка металлов и полупроводников кристаллизацией. М., 1969.
 - 15.5. *Петров Д. А.* Нарушение равновесия при кристаллизации твердых растворов.— Журнал физической химии, 1947, т. 21, вып. 12, с. 29—31.
 - 15.6. *Пфани В.* Зонная плавка/Пер. с англ. яз. М., 1970.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	4
Условные обозначения	5
<i>Раздел 1. Физические принципы распространения ультразвука</i>	<i>6</i>
<i>Глава 1. Свободные колебания и волны</i>	<i>6</i>
1.1. Параметры колебательного движения	6
1.2. Колебания систем с несколькими степенями свободы	10
1.3. Колебания систем с бесконечным числом степеней свободы. Волновое движение	15
1.4. Энергия упругих колебаний	23
<i>Глава 2. Свободные колебания тел ограниченной формы</i>	<i>27</i>
2.1. Поверхностные волны	27
2.2. Продольные и крутильные колебания стержней	32
2.3. Изгибные колебания стержней	36
2.4. Свободные колебания пластин	38
<i>Глава 3. Затухающие и вынужденные колебания</i>	<i>46</i>
3.1. Колебания при наличии трения	46
3.2. Затухающие колебания и волны в сплошных средах	51
3.3. Коэффициент поглощения волны	53
3.4. Вынужденные колебания	57
3.5. Вынужденные колебания тел ограниченной формы	62
<i>Глава 4. Образование ударных волн</i>	<i>70</i>
4.1. Изменение формы волны	70
4.2. Спектральный состав волн конечной амплитуды	73
4.3. Нелинейное поглощение волн конечной амплитуды	75
4.4. Поглощение волн конечной амплитуды в релаксирующих средах	77
<i>Глава 5. Радиационное давление</i>	<i>81</i>
5.1. Среднее по времени давление в звуковом поле	81
5.2. Ланжевеновское давление звука	83
5.3. Рэлеевское давление звука	87
5.4. Движение частиц в среде под действием радиационного давления	90
<i>Глава 6. Акустические течения</i>	<i>93</i>
6.1. Общие положения теории акустических течений	93
6.2. Крупномасштабные экартовские течения	96
6.3. Рэлеевское течение в стоячей воде	98
6.4. Шлихтинговское течение в пограничном слое	100
<i>Глава 7. Кавитация</i>	<i>107</i>
7.1. Кавитационная прочность жидкости	107
7.2. Динамика кавитационной полости	110
7.3. Кавитационная область	121
7.4. Давление в кавитационной области	125
7.5. Звукокапиллярный эффект	128

<i>Раздел II. Техника и технология жидкофазной ультразвуковой обработки</i>	132
<i>Глава 8. Источники ультразвуковых колебаний</i>	132
8.1. Элементы теории четырехполюсника	132
8.2. Магнитострикционные преобразователи	139
8.3. Пьезоэлектрические преобразователи	149
8.4. Электрические генераторы для питания преобразователей	156
8.5. Гидродинамические и аэродинамические источники ультразвука	164
<i>Глава 9. Применение ультразвукового воздействия в процессах обогащения полезных ископаемых</i>	175
9.1. Акустическое эмульгирование флотореагентов	175
9.2. Ультразвуковая обработка пульпы перед обогащением	181
9.3. Акустическое диспергирование поверхностных пленок и реагентных покрытий на минеральных частицах. Дезинтеграция минералов	184
9.4. Управление процессом ультразвуковой дезинтеграции с помощью совместного действия звуковых полей разного частотного диапазона	190
9.5. Акустическая интенсификация процессов пеногашения, классификации и обезвоживания продуктов обогащения	195
<i>Глава 10. Интенсификация гидрометаллургических процессов в ультразвуковом поле</i>	203
10.1. Воздействие ультразвука на процесс выщелачивания	203
10.2. Акустическая интенсификация электрогидрометаллургических процессов	208
10.3. Цементация из водных растворов в ультразвуковом поле	211
10.4. Воздействие ультразвука на сорбционные процессы	215
10.5. Интенсификация экстракционных процессов с помощью ультразвука	219
<i>Глава 11. Основы ультразвуковой обработки жидкого металла</i>	224
11.1. Особенности распространения мощного ультразвука в расплавах металлов и сплавов	224
11.2. Техника введения ультразвука в жидкий металл	232
11.3. Механизм рафинирования расплава от неметаллических газовых и твердых включений в поле мощного ультразвука	235
11.4. Рафинирование расплава в стационарном объеме	245
11.5. Рафинирование расплава в потоке при непрерывном литье слитков	248
11.6. Ультразвуковое распыление металлов и сплавов	252
11.7. Металлизация и пайка в ультразвуковом поле	256
<i>Глава 12. Основы ультразвуковой обработки кристаллизующегося металла</i>	258
12.1. Современное состояние теории динамической кристаллизации	258
12.2. Каталитическое действие акустической кавитации на процессы зарождения в ультразвуковом поле	262
12.3. Условия формирования литой субдендритной структуры	268
12.4. Непрерывное литье цветных металлов и сплавов в ультразвуковом поле	274
12.5. Вакуумный дуговой переплав черных металлов и сплавов в ультразвуковом поле	279
12.6. Фасонное литье цветных металлов и сплавов в ультразвуковом поле	284
12.7. Наплавка с применением ультразвука	288
12.8. Получение композиционных материалов с применением ультразвуковой кавитации	290

<i>Глава 13. Ультразвуковое диспергирование и гидроабразивная обработка</i>	293
13.1. Закономерности ультразвукового диспергирования	293
13.2. Разработка метода повышения эффективности ультразвукового диспергирования	297
13.3. Разработка оптимальных режимов ультразвукового диспергирования	300
13.4. Ультразвуковая аппаратура, работающая под избыточным статическим давлением	306
13.5. Экспериментальные исследования ультразвукового диспергирования	309
13.6. Гидроабразивная обработка поверхности металлических материалов	314
<i>Глава 14. Ультразвуковая очистка</i>	316
14.1. Закономерности ультразвуковой очистки	316
14.2 Методы ультразвуковой очистки	322
14.3. Технологические установки для ультразвуковой очистки	323
14.4. Промышленное применение ультразвуковой очистки	325
14.5. Ультразвуковое травление	328
<i>Глава 15. Применение ультразвука при получении металлов и полупроводников повышенной чистоты</i>	331
15.1. Зонная (кристаллизационная) очистка металлов	331
15.2. Дистилляция в поле ультразвука	338
15.3. Процессы выращивания кристаллов в поле ультразвука	339
15.4. Ультразвуковая обработка поверхности полупроводниковых материалов	343
<i>Заключение</i>	346
<i>Литература</i>	347