

Рецензент: проф. В.А. Касьянов (Московский знергетический институт (технический университет))

Трофимова, Т.И.

Т 76 Краткий курс физики: Учеб. пособие для вузов/Т.И. Трофимова. — 5-е изд., стер. — М.: Высш. шк., 2006. — 352 с.: ил.

ISBN 5-06-004331-2

В книге в краткой и доступной форме изложен материал по всем разделам программы курса «Физика» — от механики до физики атомного ядра и элементарных частиц.

Для студентов вузов. Полезно для повторения пройденного материала и при подготовке к экзаменам в вузах, техникумах, колледжах, школах, на подготовительных отделениях и курсах.

> УДК 53 ББК 22<u>.</u>3

Учебное издание

Трофимова Таисия Ивановна

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ

Редактор Ж.И. Яковлева. Внешнее оформление Ю.Э. Иванова. Технический редактор Л.А. Маркова. Корректор Г.Н. Петрова. Компьютерный набор и верстка С.Ч. Соколовский

Лицензия ИД № 06236 от 09.11.01.

Изд. № РЕНТ-192. Подп. в печать 20.04.06. Формат 60 × 90¹/₁₆. Бум. газетная. Гарнитура «Таймс». Печать офсетная. Объем 22,00 усл. печ. л., 22,50 усл. кр.-отт., Тираж 3000 экз. Заказ № 6240.

> ФГУП «Издательство «Высшая школа», 127994, Москва, ГСП-4, Неглянная ул., 29/14.

> > Тел.: (495) 200-04-56. http://www.vshkola.ru. E-mail: info_vshkola@mail.ru

Отдел реализации: (495) 200-07-69, 200-31-47; факс: (495) 200-34-86. E-mail: sales_vshkola@mail.ru

Отпечатано в ОАО ордена «Знак Почета» «Смоленская областная типография им. В.И. Смирнова». 214000, г. Смоленск, пр-т им. Ю. Гагарина, 2.

ISBN 5-06-004331-2 © ФГУП «Издательство «Высшая школа», 2006

Оригинал-макет данного издания является собственностью издательства «Высшая школа», и его репродуцирование (воспроизведение) любым способом без согласия издательства запрещается.

Предисловие

Предлагаемое Вашему вниманию учебное пособие «Краткий курс физики» отличается от "Курса физики" того же автора тем, что в нем сжато и лаконично рассмотрены основные физические понятия и величины, сформулированы физические законы, приведены основные формулы, прослежена логическая связь между рассматриваемыми явлениями и понятиями. Отбор материала и его изложение (одна страница — одна тема) позволит читателю быстро «схватить» суть изучаемого материала, восстановив в памяти необходимую информацию, а также повторить пройденный курс.

Пособие соответствует программе курса физики инженерно-технических специальностей высших учебных заведений и предназначено для студентов вузов, в которых на изучение физики отводится ограниченное число часов, его можно также использовать на вечерней и заочной формах обучения.

Рассмотрены физические основы классической механики, элементы специальной теории относительности, основы молекулярной физики и термодинамики, электростатика, постоянный ток и электромагнетизм, колебания и волны — механические и электромагнитные, элементы геометрической и волновой оптики, квантовой природы излучения, квантовой физики атомов, молекул и твердых тел, физики атомного ядра и элементарных частиц. В конце пособия приведен подробный предметный указатель, а также перечень основных законов и формул.

Для закрепления теоретического материала можно обратиться к задачам, включенным в «Сборник задач по курсу физики» Т. И. Трофимовой (М., Высшая школа, 1996) и в «Сборник задач по курсу физики с решениями» Т. И. Трофимовой и З. Г. Павловой (М., Высшая школа, 2005).

Ознакомиться с работами автора можно в Интернете на сайте www.miem.edu.ru. Замечания и предложения просьба направлять автору по электронной почте trofimova@miem.edu.ru.

Автор

Введение

Предмет физики

Физика



Наука, изучающая общие свойства и законы движения вещества и поля (формулировка акад. А. Ф. Иоффе).

В настоящее время общепризнано, что все взаимодействия осуществляются посредством полей, например гравитационных, электромагнитных, полей ядерных сил. Поле наряду с веществом является одной из форм существования материи.

Наука о наиболее простых и вместе с тем наиболее общих формах движения материи и их взаимных превращениях.

Материя

Окружающий нас мир, все существующее вокруг нас и обнаруживаемое нами посредством ощущений представляет собой материю.

Неотьемлемым свойством материи и формой ее существования является движение. Движение — это всевозможные изменения материи — от простого перемещения до сложных процессов мышления.

Изучаемые физикой формы движения материи (механическая, тепловая и др.) присутствуют во всех высших и более сложных формах движения материи (химических, биологических и т. д.). Поэтому они, будучи наиболее простыми, являются в то же время наиболее общими формами движения материи. Высшие и более сложные формы движения материи — предмет изучения других наук (химии, биологии и др.).

ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ. Устойчивые повторяющиеся объективные закономерности, существующие в природе.

Опыт — основной метод исследования в физике: наблюдение исследуемых явлений в точно учитываемых условиях, позволяющих следить за ходом явлений и воспроизводить его при повторении этих условий.

Гипотеза — научное предположение, выдвигаемое для объяснения явления и требующее проверки на опыте и теоретического обоснования для превращения гипотезы в достоверную научную теорию.

Связь физики с другими науками

с естественными науками

По словам академика С. И. Вавилова теснейшая связь физики с другими отраслями естествознания привела к тому, что физика глубочайшими корнями вросла в астрономию, геологию, химию, биологию и другие естественные науки. В результате образовался ряд новых смежных дисциплин таких, как астрофизика, геофизика, физическая химия, биофизика и др.

с техникой

Эта связь имеет двусторонний характер. Физика выросла из потребностей техники (развитие механики у древних греков, например, было вызвано запросами строительной и военной техники того времени), и техника, в свою очередь, определяет направление физических исследований (например, в свое время задача создания наиболее экономичных тепловых двигателей вызвала бурное развитие термодинамики). С другой стороны, от развития физики зависит технический уровень производства. Физика — база для создания новых отраслей техники (электронная техника, ядерная техника и др.).

с философией

Крупные открытия в области физики, например, закон сохранения и превращения энергии, являлись ареной острой борьбы различных подходов в философии. Академику С. И. Вавилову принадлежат следующие слова: «Предельная общность значительной части содержания физики, ее фактов и законов искони сближала физику с философией. Иногда физические утверждения по своему характеру таковы, что их трудно отличить от философских утверждений, и физик обязан быть философом». Верное философское обобщение научных открытий в области физики играет большую роль в формировании научного мировоззрения.

1. Физические основы механики

Механика и ее структура

Механика

•

Часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

Механическое движение

Это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.

Классическая механика (механика Галилея - Ньютона)

Изучает законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью света в вакууме.

Релятивистская механика

Изучает законы движения макроскопических тел со скоростями, сравнимыми со скоростью распространения света в вакууме.

Квантовая механика

Изучает законы движения микроскопических тел (отдельных атомов и элементарных частиц).

Разделы механики

Кинематика

Изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обусловливают.

Динамика

Изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.

Статика

Изучает законы равновесия системы тел. Если известны законы движения тел, то из них можно установить и законы равновесия.

Глава 1

Элементы кинематики

Модели в механике

Механнка для описання движения тел в зависимости от условий конкретных задач использует разные физические модели.

Материальная точка

Тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь. Материальная точка — *абстракция*, но ее введение облегчает решение практических задач (например, движущиеся вокруг Солнца планеты при расчетах можно принять за материальные точки).

Система материальных точек

Произвольное макроскопическое тело или систему тел можно мысленно разбить на малые взаимодействующие между собой части, каждая из которых рассматривается как материальная точка. Тогда изучение движения произвольной системы тел сводится к изучению системы материальных точек. В механике сначала изучают движение одной материальной точки, а затем переходят к изучению движения системы материальных точек.

Абсолютно твердое тело

Тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться и при всех условиях расстояние между двумя точками (точнее между двумя частицами) этого тела остается постоянным.

Абсолютно упругое тело

Тело, деформация которого подчиняется закону Гука, а после прекращения действия внешних сил принимает свои первоначальные размеры и форму.

• Абсолютно неупругое тело

Тело, полностью сохраняющее деформированное состояние после прекращения действия внешних сил.

1. Физические основы механики

Механика и ее структура

Механика

Часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

Механическое движение

Это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.

Классическая механика (механика Галилея – Ньютона)

Изучает законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью света в вакууме.

Релятивистская механика

Изучает законы движения макроскопических тел со скоростями, сравнимыми со скоростью распространения света в вакууме.

Квантовая механика

Изучает законы движения микроскопических тел (отдельных атомов и элементарных частиц).

Разделы механики

Кинематика

Изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обусловливают.

Динамика

Изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.

Статика

Изучает законы равновесия системы тел. Если известны законы движения тел, то из них можно установить и законы равновесия.

Глава 1

Элементы кинематики

Модели в механике

Механика для описания движения тел в зависимости от условий конкретных задач использует разные физические модели.

Материальная точка

Тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь. Материальная точка — *абстракция*, но ее введение облегчает решение практических задач (например, движущиеся вокруг Солнца планеты при расчетах можно принять за материальные точки).

Система материальных точек

Произвольное макроскопическое тело или систему тел можно мысленно разбить на малые взаимодействующие между собой части, каждая из которых рассматривается как материальная точка. Тогда изучение движения произвольной системы тел сводится к изучению системы материальных точкк. В механике сначала изучают движение одной материальной точки, а затем переходят к изучению движения системы материальных точек.

Абсолютно твердое тело

Тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться и при всех условиях расстояние между двумя точками (точнее между двумя частицами) этого тела остается постоянным.

Абсолютно упругое тело

Тело, деформация которого подчиняется закону Гука, а после прекращения действия внешних сил принимает свои первоначальные размеры и форму.

Абсолютно неупругое тело

Тело, полностью сохраняющее деформированное состояние после прекращения действия внешних сил.

Кинематические уравнения движения материальной точки

Движение тел происходит в пространстве и во времени. Поэтому для описания движения материальной точки надо знать, в каких местах пространства эта точка находилась и в какие моменты времени она проходила то или иное положение.



Тело отсчета

Произвольно выбранное тело, относительно которого определяется положение других (движущихся) тел.



Система координат

Система (в простейшем случае прямоугольная декартова система xyz (см. рисунок), связанная с телом отсчета.



Система отсчета

Совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и синхронизированных между собой часов.

Кинематические уравнения движения материальной точки



(1)

(2)

Положение материальной точки A в декартовой системе координат определяется тремя координатами x, y, z или радиусом-вектором \vec{r} (он проводится из начала отсчета координат O в точку A).

При движении материальной точки ее координаты с течением времени изменяются. В общем случае ее движение определяется системой скалярных уравнений

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t), \end{cases}$$

эквивалентной векторному уравнению

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$
.

Уравнения (1) (соответственно (2)) называются кинематическими уравнениями движения материальной точки.

Траектория, длина пути, вектор перемещения

• Траектория

Линия, описываемая движущейся материальной точкой (или телом) относительно выбранной системы отсчета.

Траектории движений одного и того же тела в разных системах отсчета могут быть различными.

В зависимости от формы траектории различают:

прямолинейное движение криволинейное движение

Вектор перемещения $\Delta \vec{r}$

Вектор $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r_0}$, проведенный из начального положения движущейся точки в положение ее в данный момент времени (приращение радиуса-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени).



Длина пути

Длина участка траектории *AB*, пройденного материальной точкой за данный промежуток времени:

 $\Delta s = \Delta s(t)$ — скалярная функция времени.

При прямолинейном движении вектор перемещения совпадает с соответствующим участком траектории и модуль перемещения | $\Delta \vec{r}$ | равен

пройденному пути $\Delta s: |\Delta \vec{r}| = \Delta s$.

Если все точки траектории лежат в одной плоскости, то движение называется плоским.

Скорость

Скорость

Векторная величина, которая определяет как быстроту движения, так и его направление в данный момент времени.

Средняя скорость $\langle \vec{v} \rangle$ Векторная величина, определяемая отношением приращения радиуса-вектора точки $\Delta \vec{r}$ к промежутку времени Δt :

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$



Направление вектора средней скорости совпадает с направлением $\Delta \vec{r}$.

Модуль средней скорости

$$\langle v \rangle = |\langle \vec{v} \rangle| = \left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Мгновенная скорость \tilde{v}

Векторная величина, определяемая первой производной радиуса-вектора движущейся точки по времени:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d} \vec{r}}{\mathrm{d} t}.$$

Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории в сторону движения (см. рисунок)

Модуль мгновенной скорости

$$v = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}.$$

Длина пути, пройденного точкой за промежуток времени от t_1 до t_2 , задается интегралом

$$s=\int_{t_1}^{t_2}v(t)\,\mathrm{d}t\,.$$

Единица скорости

м/с

Ускорение и его составляющие

Ускорение

Характеристика неравномерного движения; определяет быстроту изменения скорости по модулю и направлению.

Среднее ускорение $\langle \vec{a} \rangle$

Векторная величина, равная отношению изменения скорости $\Delta \vec{v}$ к интервалу времени Δt :

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение \vec{a}

Векторная величина, определяемая первой производной скорости по времени

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d} \vec{v}}{\mathrm{d} t}.$$

Составляющие ускорения

тангенциальная

Характеризует быстроту изменения скорости по модулю (направлена по касательной к траектории (см. рисунок).

$$a_{\tau} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}.$$

нормальная

Характеризует быстроту изменения скорости *по направлению* (направлена к центру кривизны траектории (см. рисунок)

$$u_n = \frac{v^2}{2}$$
.

Движение a, a_ прямолинейное = a = a, n const равнопеременное равномерное по **n** const окружности криволинейное const **≠0** оавнопеременное

Геометрическая сумма тангенциальной и нормальной составляющих:

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{a}_{t} + \vec{a}_{n}, \quad a = \sqrt{a_{t}^{2} + a_{n}^{2}}.$$

 M/c^2

Единица ускорения



откуда

Угловая скорость

Врашательное движение твердого тела

Движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

Угловая скорость (m)

Векторная величина, определяемая первой производной угла поворота тела по времени:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t=0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта, т. е. так же, как и вектор do.

Период вращения (T) (при $\vec{\omega} = \text{const}$) Время, за которое точка совершает один полный оборот, т. е.

поворачивается на угол 2π . Так как промежутку времени $\Delta t = T$ соответствует $\Delta \phi = 2\pi$, то $\omega = 2\pi/T$, откуда $T = 2\pi/\omega$.

Элементарные углы поворота (do)

Рассматривают как векторы. Модуль вектора ф равен углу поворота, а его направление совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности, т. е. подчиняется правилу правого винта.

Линейная скорость точки

 $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\Delta \phi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \omega R.$

Частота вращения (п)

Число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности, в единицу времени

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi},$$
$$\omega = 2\pi n.$$





Угловое ускорение

Угловое ускорение $(\vec{\epsilon})$

Векторная величина, определяемая первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Направление вектора ё

При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости.



 $a_{\tau} = \frac{\mathrm{d}(\omega R)}{\mathrm{d}t} = R \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = R\varepsilon$.

 $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$

При ускоренном движении вектор $\vec{\epsilon}$ сонаправлен вектору $\vec{\omega}$ (рис. *a*), при замедленном — противонаправлен ему (рис. *б*).

Связь между линейными и угловыми величинами

Тангенциальная составляющая ускорения

Нормальная составляющая ускорения

Связь между линейными (длина пути *s*, пройденного точкой по окружности радиуса *R*, линейная скорость *v*, тангенциальное ускорение a_{τ} , нормальное ускорение a_{n}) и угловыми величинами (угол поворота φ , угловая скорость ω , угловое ускорение ε) выражается следующими формулами:

$$s = R\varphi, v = R\omega, a = R\varepsilon, a = \omega^2 R$$
.

Псевдовекторы

Векторы ($d\phi$, ω , ϵ), направления которых связываются с направлением вращения, называются *псевдовекторами*, или *аксиальными* векторами. Эти векторы не имеют определенных точек приложения: они могут откладываться из любой точки оси вращения,

Глава 2 Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела Первый закон Ньютона

Первый закон Ньютона

Материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.

В этой формулировке Ньютон дал закон, установленный еще Галилеем.

Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущиеся тела сохраняют свою скорость постоянной, если на них не действуют другие тела (или действие других тел компенсируется).

Первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчета.

Инерциальные системы отсчета

Система отсчета, относительно которой свободная материальная точка, не подверженная воздействию других тел, движется равномерно и прямолинейно, или, как говорят, по инерции.

Существование инерциальных систем отсчета установлено опытным путем и представляет собой закон природы.

Неинерциальные системы отсчета

Система отсчета, движущаяся относительно инерциальной системы отсчета с ускорением.

Инертность тел

Свойство, присущее всем телам и заключающееся в том, что тела оказывают сопротивление изменению их скорости (как по модулю, так и по направлению).

Масса. Сила

Масса тела

Физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая ее инерционные (*инертная масса*) и гравитационные (*гравитационная масса*) свойства.

В настоящее время можно считать доказанным, что инертная и гравитационная массы равны друг другу (с точностью, не меньшей 10^{-12} их значения).

Единица массы

1 кг — масса, равная массе международного прототипа килограмма (платиноиридиевого цилиндра, хранящегося в Международном бюро мер и весов в Севре, близ Парижа).

Килограмм относится к одной из семи основных единиц, на которых строится Система Интернациональная (СИ).

КГ

Для описания *воздействия*, упоминаемого в первом законе Ньютона, вводят понятие силы. Под действием сил тела либо изменяют скорость движения, т.е. приобретают ускорения (динамическое проявление сил), либо деформируются, т.е. изменяют свою форму и размеры (статическое проявление сил).

Сила

Векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения.

Единица силы





$$1 H = 1 \frac{K\Gamma \cdot M}{c^2}.$$

Второй и третий законы Ньютона

Второй закон Ньютона

Ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$
 или $\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$.

Импульс материальной точки

Векторная величина, численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$
.

Более общая формулировка второго закона Ньютона

Скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Второй закон Ньютон справедлив только в инерциальных системах отсчета.

Третий закон Ньютона

Всякое действие материальных точек (тел) друг на друга имеет характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки,

$$\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}\,.$$

 \vec{F}_{12} — сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй; \vec{F}_{21} — сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой.

Эти силы приложены к разным материальным точкам (телам), всегда действуют парами и являются силами одной природы.

Третий закон Ньютона позволяет осуществить переход от динамики *отдельной* материальной точки к динамике *системы материальных точек*. Это следует из того, что и для системы материальных точек взаимодействие сводится к силам парного взаимодействия между материальными точками.

Закон сохранения импульса. Закон движения центра масс



Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое.

• Силы в механической системе

Внутренние силы взаимодействия между материальными точками механической системы.

Внешние силы

Силы, с которыми на материальные точки механической системы действуют внешние тела.

Замкнутая (изолированная) система

Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы.



Закон сохранения импульса

Импульс замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

 $\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \text{const}$ (*n* — число материальных точек (тел), входящих в систему).

Это — фундаментальный закон природы. Он является следствием однородности пространства: при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого ее физические свойства не изменяются. Иными словами, не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

Центр масс системы материальных точек

Воображаемая точка С, положение которой характеризует распределение массы этой системы. Ее радиус-вектор равен

 $\vec{r}_{c} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_{i} \vec{r}_{i}}{m},$

где m_i и \vec{r}_i — соответственно масса и радиусвектор *i*-й материальной точки; n — число материальных точек в системе; $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$ масса системы.

Закон движения центра масс

Центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему:

$$m\frac{d\vec{v}_{c}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{i}.$$

$$C\Pi\Gamma\Gamma M (TY)$$

$$\Gamma\Pi ABHAS$$

17

2 Трофимова

Силы трения

Силы трения

Тангенциальные силы, возникающие при соприкосновении поверхностей тел и препятствующие их относительному перемещению.

Силы трения могут быть разной природы, но в результате их действия механическая энергия всегда превращается во внутреннюю энергию соприкасающихся тел.

Трение

внешнее (сухое)

Трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении.

трение покоя

Трение при отсутствии относительного перемещения соприкасаюшихся тел.

внутреннее

Трение между частями одного и того же тела, например, между различными слоями жидкости или газа, скорости которых меняются от слоя к слою.

|| В отличие от внешнего трения здесь отсутствует трение покоя.

Сила трения покоя

Относительное движение тел возникает. если внешняя сила $F > (F_{ro_{a}})_{max}$, где — предельная сила трения покоя:

$$(F_{\tau p_0})_{\rm max} = \mu_0 N$$



(µ. — коэффициент трения покоя, N — сила нормального давления).

Трение скольжения

Трение при относительном перемещении соприкасающихся тел.

Сила трения скольжения

Сила трения скольжения F_{тр} пропорциональна силе N нормального давления, с которой одно тело действует на другое,

$$F_m = \mu N$$

(и — коэффициент трения скольжения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей).

μ, μ. — безразмерные коэффициенты.

Глава З

Работа и энергия

Работа, энергия, мощность

Энергия

Универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.

Работа силы

Количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.

Элементарная работа силы

 $\mathrm{d}A = \vec{F}\mathrm{d}\vec{r} = F\cos\alpha \,\mathrm{d}s = F_s\mathrm{d}s,$

где α — угол между векторами \vec{F} и $d\vec{r}$; $ds = |d\vec{r}|$ — элементарный путь; F_s — проекция вектора \vec{F} на вектор $d\vec{r}$ (см. рисунок).

Работа силы на участке траектории 1-2

$$A = \int_{0}^{2} F ds \cos \alpha = \int_{0}^{2} F_{s} ds$$

и определяется площадью заштрихованной фигуры.

Работа — скалярная величина.

Мощность

Физическая величина, характеризующая скорость || совершения работы.

За время d/ сила \vec{F} совершает работу \vec{F} d \vec{r} , и мощность, развиваемая этой силой, в данный момент времени,

т. е. равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы.

Мощность — скалярная величина.

Единица работы Дж Единица мощности Вт

1 Дж — работа, совершаемая силой 1 H на пути 1 м: 1 Дж = 1 H-м.

1 Вт — мощность, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж: 1 Вт = 1 Дж/с.



 $N = \frac{dA}{dt}$

2*

Кинетическая и потенциальная энергия



Кинетическая энергия механической системы

Энергия механического движения этой системы.

Приращение кинетической энергии частицы на элементарном перемещении равно элементарной работе на том же перемещении:

$$dT = dA$$

Это выражение можно расписать как

$$\vec{F} d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = m\vec{v} d\vec{v} = mv dv = dT$$

Тогда

$$T = \int_{0}^{v} mv dv = \frac{mv^2}{2}.$$

Кинетическая энергия

всегда положительна;

неодинакова в разных инерциальных системах отсчета; является функцией состояния системы.

• Потенциальная энергия

Механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной. Это, однако, не отражается на физических законах, так как в них входит или разность потенциальных энергий в двух положениях тела, или производная по координатам. Поэтому потенциальную энергию тела в каком-то определенном положении считают равной нулю (выбирают нулевой уровень отсчета), а энергию тела в других положениях отсчитывают относительно нулевого уровня.

Потенциальное поле

Поле, в котором работа, совершаемая силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений.

Единица кинетической и потенциальной энергии



Связь между консервативной силой и потенциальной энергией. Полная энергия

Консервативная сила

Сила, работа которой при перемещении тела из одного положения в другое не зависит от того, по какой траектории это перемещение произопло, а зависит только от начального и конечного положений тела (см. рис., точки 1 и 2 соответственно).



Работа консервативных сил при элементарном (бесконечно малом) изменении конфигурации системы равна приращению потенциальной энергии, взятому со знаком минус, так как работа совершается за счет убыли потенциальной энергии:

$$\mathrm{d}A = -\mathrm{d}\Pi \ .$$

Связь между консервативной силой и потенциальной энергией

 $\vec{F} = -\operatorname{grad} \Pi$

grad
$$\Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z}\vec{k}$$

Потенциальная энергия тела массой *m* на высоте *h*

 $\Pi = mgh$

(g — ускорение свободного падения)

где градиент скаляра П

(i, j, k - - единичные векторы координатных осей).

Потенциальная энергия упругодеформированного тела _ kx²

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}$$

(*k* — коэффициент упругости (для пружины — жесткость))

Потенциальная энергия системы, подобно кинетической энергии, является функцией состояния системы. Она зависит только от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам.

Полная энергия механической системы

Энергия механического движения и взаимодействия:

$$E = T + \Pi$$

т. е. равна сумме кинетической и потенциальной энергий.

Закон сохранения энергии

Закон сохранения механической энергии

В системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем:

$$T + \Pi = E = \text{const}$$
.

Это — фундаментальный закон природы. Он является следствием однородности времени: инвариантности физических законов относительно выбора начала отсчета времени.

или

В консервативных системах полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем.

Консервативные системы

Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние).

В консервативных системах полная механическая энергия остается постоянной. Могут происходить лишь превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно в эквивалентных количествах, так что полная энергия остается неизменной. Этот закон не есть просто закон количественного сохранения энергии, а закон сохранения и превращения энергии, выражающий и качественную сторону взаимного превращения различных форм движения друг в друга. Закон сохранения и превращения и превращения энергии — фундамен-тальный закон природы.

Диссипативная система

Система, в которой механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие (немеханические) формы энергии. Этот процесс получил название *диссипации* (или *рассеяния*) энергии. Строго говоря, все системы в природе являются диссипативными.

В системе, в которой действуют также некоисервативные силы, например силы трения, полная механическая энергия системы не сохраняется. Однако при «исчезновении» механической энергии всегда возникает эквивалентное количество энергии другого вида. Таким образом, энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой. В этом и заключается физическая сущность закона сохранения и превращения энергии — сущность неуничтожимости материи и ее движения.

Графическое представление энергии

Потенциальная кривая

График зависимости потенциальной энергии от некоторого аргумента (например, координаты $x: \Pi = \Pi(x)$).

Рассматриваются только консервативные системы: в них взаимные превращения механической энергии в другие виды отсутствуют.

Анализ потенциальной кривой

В общем случае потенциальная кривая может иметь довольно сложный вид, например с несколькими чередующимися максимумами и минимумами (см. рисунок) Если *E* — заданная полная энергия частицы, то частица может находиться только там,

где $\Pi(x) \leq E$, т. е. в областях І и III. Переходить из области



I в III и обратно частица не может, так как ей препятствует потенциальный барьер CDG, ширина которого равна интервалу значений x, при которых $E < \Pi$, а его высота определяется разностью $\Pi_{max} - E$. Для того чтобы частица смогла преодолеть потенциальный барьер, ей необходимо сообщить дополнительную энергию. В области I частица с полной энергией E оказывается «запертой» в потенциальной яме ABC и совершает колебания между точками с координатами x_A и x_C .

Так как действующая на частицу сила (см. с. 21) $F_x = -\frac{\partial \Pi}{\partial x}$ (П — функция

только одной координаты), а условие минимума потенциальной энергии $\frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0$,

то в точке $B - F_x = 0$. При смещении частицы из положения x_0 (и влево, и вправо) она испытывает действие возвращающей силы, поэтому положение x_0 является положением устойчивого равновесия. Указанные условия выполняются и для точки x'_0 (для Π_{max}). Однако эта точка соответствует положению неустойчивого равновесия, так как при смещении частицы из положению x'_0 появляется сила, стремящаяся удалить ее от этого положения.

Абсолютно упругий удар

Удар (соударение)

Столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время.

🕨 Центральный удар

Удар, при котором тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс. Здесь рассматриваются только центральные удары.



🕨 Абсолютно упругий удар

Столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию.

Для абсолютно упругого удара выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения кинетической энергии.

Прямой центральный удар

В случае прямого центрального удара векторы скоростей шаров до и после удара лежат на прямой, соединяющей их центры. Проекции векторов скорости на линию удара равны модулям скоростей. Их направления учтем знаками: положительное значение припишем движению вправо, отрицательное — движению влево.



При указанных допущениях законы сохранения имеют вид

$$\frac{m_1v_1 + m_2v_2}{2} = m_1v_1' + m_2v_2',$$
$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}.$$

Решая эти уравнения, находим скорости тел после удара:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2},$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

Абсолютно неупругий удар

Абсолютно неупругий удар

Столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое тело.

Согласно закону сохранения импульса,

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

 $(m_1 u m_2 - массы шаров, \bar{v}_1 u \bar{v}_2 - скорости шаров до удара, <math>\bar{v}$ - общая скорость шаров после удара). Тогда

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Если шары движутся навстречу друг другу, то они вместе будут продолжать двигаться в ту сторону, в которую двигался шар, обладающий большим импульсом. В частном случае если массы шаров равны $(m_1 = m_2)$, то

$$\vec{v} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2}.$$

Пример: шары из пластилина (или глины), движущиеся навстречу друг другу.

В данном случае закон сохранения механической энергии не соблюдается. Вследствие деформации



происходит «потеря» кинетической энергии, перешедшей в тепловую или другие формы энергии. Эту «потерю» можно определить по разности кинетической энергии тел до и после удара:

$$\Delta T = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}\right) - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2},$$

или

$$\Delta T = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2$$

(учтено выражение для v).

Если ударяемое тело было первоначально неподвижно ($v_{2} = 0$), то

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}, \ \Delta T = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

Если $m_2 >> m_1$, то $v \ll v_1$ и почти вся кинетическая энергия при ударе переходит в другие виды энергии. Поэтому для получения значительной деформации наковальня должна быть массивнее молотка.

Глава 4

Механика твердого тела Момент инерции. Теорема Штейнера

Момент инерции

Момент инерции системы (тела) относительно оси вращения есты физическая величина, равная сумме произведений масс *n* материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси:

$$J=\sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу $J = \int r^2 \mathrm{d}m \; ,$

где интегрирование производится по всему объему тела. Величина *г* в данном случае есть функция положения точки с координатами *x*, *y*, *z*.

• Теорема Штейнера

Момент инерции тела J относительно любой оси вращения равен момент, его инерции J_C относительно параллельной оси, проходящей через цент масс C тела, сложенному с произведением массы m тела на квадрат расстояния a между осями:

$$J = J_c + ma^2$$

Моменты инерции однородных тел

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиуса R	Ось симметрии	mR ²
Сплошной цилиндр или диск радиуса <i>R</i>	То же	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной <i>l</i>	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом <i>R</i>	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

Момент силы

Момент силы относительно неподвижной точки О

Физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора \vec{r} , проведенного из точки O в точку A приложения силы, на силу \vec{F} (см. рисунок);

$$\vec{M} = \left[\vec{r}\vec{F}\right]$$

Здесь \overline{M} — *псевдовектор*, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\overline{r} \in \overline{F}$. Модуль момента силы



$$M = Fr \sin \alpha = Fl$$
,

где α — угол между \vec{r} и \vec{F} ; $r \sin \alpha = l$ — кратчайшее расстояние между линией действия силы и точкой O — *плечо силы*.

Момент силы относительно неподвижной оси z

Скалярная величина M_z , равная проекции на эту ось вектора Mмомента силы, определенного относительно произвольной точки O данной оси z (см. рисунок). Значение момента M_z не зависит от выбора положения точки O на оси z.



Если ось z совпадает с направлением вектора M, то момент силы представляется в виде вектора, совпадающего с осью:

$$\vec{M}_z = \left[\vec{r} \vec{F} \right]_z.$$

Кинетическая энергия вращения. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела

Кинетическая энергия вращения

Абсолютно твердое тело вращается вокруг неподвижной оси z. Разбивая тело на элементарные объемы массами $m_1, m_2, ..., m_n$, находящиеся от оси

на расстояниях r_1 , r_2 , ..., r_n , запишем $T_{\rm ap} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_i^2}{2}$.

Поскольку
$$\omega = v_1/r_1 = v_2/r_2 = \dots = v_n/r_n$$
,
 $T_{up} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{J_z \omega^2}{2}$,

где J_z — момент инерции тела относительно оси z. Из сравнения формул

$$T = \frac{mv^2}{2} \times T_{\rm sp} = \frac{J_z \omega^2}{2}$$

следует, что момент инерции — мера инертности тела при вращательном движении.

Уравнение динамики вращательного движения твердого тела

Работа вращения тела идет на увеличение его кинетической энергии:

dA = dT,

 $dA = M_z d\phi_r (M_z - MOMENT СИЛ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ Z),$ $dT = d\left(\frac{J_z \omega^2}{2}\right) = J_z \omega d\omega$. Тогда $M_z d\phi = J_z \omega d\omega$, или $M_z \frac{d\phi}{dt} = J_z \omega \frac{d\omega}{dt}$.

Учитывая, что $\omega = \frac{d\phi}{dt}$, получаем $M_z = J_z \varepsilon$ — уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

Если ось вращения совпадает с главной осью инерции, проходящей чере центр масс, то имеет место векторное равенство

$$\bar{M} = J\bar{\epsilon}$$
,

где *J* — главный момент инерции тела (момент инерции относительно главной оси).

Момент импульса и закон его сохранения

 $L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i v_i r_i.$

 $L_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_z \omega .$

 $\frac{\mathrm{d}L_z}{\mathrm{d}t} = J_z \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = J_z \varepsilon = M_z \,.$

 $\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M}$

Момент импульса

относительно неподвижной точки О

Физическая величина, определяемая векторным произведением $\vec{L} = [\vec{r}, m\vec{v}],$

где \vec{r} — радиус-вектор, проведенный из точки O в точку A; $\vec{p} = m\vec{v}$ — импульс материальной точки; \vec{L} — псевдовектор, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{r} к \vec{p} .

Момент импульса

относительно неподвижной оси z

Скалярная величина L_z, равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного относительно произвольной точки O данной оси. Значение момента импульса L_z не зависит от положения точки O на оси z.

Закон сохранения момента импульса

Момент импульса твердого тела относительно оси есть сумма моментов импульса отдельных частиц: Учитывая, что $v_i = \omega r_i$, получим

Продифференцируем уравнение по времени:

Можно показать, что имеет место векторное равенство

Это выражение — еще одна форма уравнения (закона) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси: производная момента импульса твердого тела относительно оси равна моменту сил относительно той же оси.

В замкнутой системе момент внешних сил $\bar{M} = 0$ и $\frac{dL}{dt} = 0$, откуда $\bar{L} = const$

---- закон сохранения момента импульса: момеит импульса замкнутой системы сохраняется, т. е. ие изменяется с течением времени.

Это — фундаментальный закон природы. Он является следствием изотропности пространства: инвариантность физических законов относительно выбора направления осей координат системы отсчета.

Деформации твердого тела. Закон Гука

Деформация

Изменение формы и размеров твердых тел под действием внешних сил.

Пластическая деформация

Деформации, которые сохраняются в теле после прекращения действия внешних сил.

Упругая деформация

Если после прекращения действия внешних сил тело принимает первоначальные размеры и форму.

🕨 Закон Гука

Относительная деформация пропорциональна напряжению:

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где *Е* — модуль Юнга (определяется напряжением, вызывающим относительное удлинение, равное единице).

Записав
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{ES}$$
, получим
 $F = \frac{ES}{l} \Delta l = k \Delta l$

— закон Гука: абсолютное удлинение (Δl) тела при упругой деформации пропорционально действующей на тело силе (k — коэффициент пропорциональности).

Закон Гука выполняется только для упругих деформаций.

Все виды деформацпй (растяжение или сжатие, сдвиг, изгиб, кручение) могут быть сведены к одновременно происходящим деформациям растяжения или сжатия и сдвига.

Относительная деформация (ε)

Количественная мера, характеризующая степень деформации в определяемая отношением абсолютной деформации Δx к величине с (характеризует первоначальные размеры и форму тела).

Так, относительное изменение длины стержня (продольная деформация

$$\varepsilon = \Delta l/l,$$

относительное поперечное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon' = \Delta d/d$$

(*d* — диаметр стержня).

Связь между деформацией и напряжением

Напряжение

Физическая величина, определяемая силой упругости, действующей на единицу площади поперечного сечения тел

$$\sigma = F_{y_{\rm up}}/S.$$

Если сила направлена по нормали к поверхности, то напряжение нормальное, если — по касательной, то напряжение тангенциальное.

Диаграмма напряжений

Это график зависимости σ от є. Из рисунка видно (он приведен для металлического образца), что линейная зависимость $\sigma(\varepsilon)$, установленная Гуком, выполняется лишь в очень узких пределах до так называемого предела пропорциональности (σ_n). При дальнейшем увеличении напряжения деформация еще упругая (хотя зависимость $\sigma(\varepsilon)$ уже не линейна) и до предела упругости (σ_y) остаточные деформации не возникают.

За пределом упругости в теле возни-



кают остаточные деформации и график, описывающий возвращение тела в первоначальное состояние после прекращения действия силы, изобразится не кривой *BO*, а прямой *CF*. Напряжение, при котором появляется заметная остаточная деформация ($\approx 0,2\%$), называется *пределом текучести* (σ_{r}) — точка *C* на кривой. В области *CD* деформация возрастает без увеличения напряжения, т. е. тело как бы «течет». Эта область называется областью текучести (или областью пластической *деформации*). Материалы, для которых область текучести значительна, называют вязкими, для которых же она практически отсутствует *хрупкими*. При дальнейшем растяжении (за точку *D*) происходит разрушение тела. Максимальное напряжение, возникающее в теле до разрушения, называется пределом прочности (σ_{r}).

Диаграмма напряжений для реальных тел зависит от различных факторов. Одно и то же твердое тело может при кратковременном действии сил проявлять себя как хрупкое, а при длительных, но слабых силах является текучим.

Глава 5 Тяготение. Элементы теории поля Закон всемирного тяготения

Закон всемирного тяготения

Между любыми двумя материальными точками действует сила взаимного притяжения, прямо пропорциональная произведению масс этих точек и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними:

$$F=G\frac{m_1m_2}{r^2},$$

где G = 6,67·10⁻¹¹ H·M² / кг² — гравитационная постоянная. Эта сила называется гравитационной (или силой всемирного тяготения). Силы тяготения всегда являются силами притяжения и направлены вдолг прямой, проходящей через взаимодействующие тела.

Сила тяжести

В системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело массой т действует сила

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

называемая силой тяжести (g = 9,81 м/с² — ускорение свободного падения)

Если пренебречь суточным вращением Земли вокруг своей оси, то сил тяжести и сила гравитационного тяготения равны между собой:

$$P = mg = F = GmM/R^2$$

(*M* — масса Земли; *R* — расстояние между телом и центром Земли). Эт формула дана для случая, когда тело находилось на поверхности Земли.

Вес тела

Сила, с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору (ил подвес), удерживающую тело от свободного падения.

Сила тяжести действует всегда, а вес проявляется лишь тогда, когда н тело кроме силы тяжести действуют еще другие силы. Если тело свободн движется в поле тяготения по любой траектории и в любом направления то $\vec{a} = \vec{g}$ и вес равен нулю, т. е. тело будет невесомым.

Невесомость

Состояние тела, при котором оно движется только под действием сили тяжести.

Характеристики поля тяготения. Работа в поле тяготения

Напряженность поля тяготения (\vec{g})

Физическая величина, определяемая силой, действую- $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$ щей со стороны поля на материальную точку единичной массы, и совпадает по направлению с действующей

Напряженность — векторная силовая характеристика поля тяготения.

Работа в поле тяготения

Работа по перемещению тела массой *т* в поле тяготения на расстояние dR:

$$\mathrm{d}A = -G\frac{mM}{R^2}\mathrm{d}R$$

(знак минус: сила н перемещение противоположны; М — масса Земли).

При перемещении с расстояния R, до R,:

$$A = -\int_{R_1}^{R_2} G \frac{mM}{R^2} dR = m \left(\frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1} \right).$$

Работа не зависит от траектории перемещения, т. е. силы поля тяготения консервативны, а поле — потенциально.

Работа консервативных сил равна изменению потенциальной энергии системы с обратным знаком:

$$A = -\Delta \Pi = -(\Pi_2 - \Pi_1) = \Pi_1 - \Pi_2$$

При $R_2 \rightarrow \infty$ потенциальная энергия $\Pi_2 \rightarrow 0$. Поскольку первая точка выбрана произвольно, потенциальная энергия

$$\Pi = -G\frac{mM}{R}.$$

Потенциал поля тяготения (φ)

Физическая величина, определяемая потенциальной $\varphi = \frac{\prod}{m}$ Физическая величина, определять данной точке поля.

Потенцнал — скалярная э*нергетическая характеристика* поля тяготения.

Эквипотенциальные поверхности

Поверхности, для которых потенциал одинаков.

Связь между потенциалом поля тяготения и его напряженностью Космические скорости

Связь между Ф и g

 $dA = -G \frac{mM}{D^2} dR$ и $\varphi = -\frac{GM}{R}$ (см. с. 33). Тогда $dA = -md\varphi$. Учитыван

что dA = Fdl = mgdl, получаем $mgdl = -md\phi$ или $g = -\frac{d\phi}{dr}$.

Величина $\frac{d\phi}{dt}$ характеризует изменение потенциала на единицу длин

в направлении перемещения в поле тяготения.

$\bar{g} = -\operatorname{grad} \varphi$.

где grad $\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{j} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{k}$ — градиент скаляра ϕ . Знак минус указывае

что вектор напряженности g направлен в сторону убывания потенциала.

Первая космическая СКОРОСТЬ

Минимальная скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло двигаться вокруг Земли по круговой орбите, т.е. превратиться в искусственный спутник Земли.

По второму закону Ньютона для спутника, движущегося по круговой орбите,

 $GmM/r^2 = mv_*^2/r.$ Если *r* ≈ *R*₀ (раднус Земли) и $g = GM/R_0^2$, to

$$v_1 = \sqrt{gR_0} = 7.9$$
 KM/c.

Вторая космическая скорость

Наименьшая скорость, которую над сообщить телу, чтобы оно могл преодолеть притяжение Земли превратиться в спутник Солнца, т. чтобы его орбита в поле тяготени Земли стала параболической.

В данном случае кинетически энергия должна быть равна работ совершаемой против сил тяготени

$$\frac{mv_2^2}{2} = \int_{R_0}^{\infty} G \frac{mM}{r^2} \mathrm{d}r = GmM/R_0,$$

откуда $v_2 = \sqrt{2gR_a} = 11,2$ км/с.



Третья космическая скорость

Скорость, которую необходимо сообщить телу на Земле, чтобы он покинуло пределы Солнечной системы, преодолев притяжение Солна

Третья космическая скорость $v_3 = 16,7$ км/с.
Силы инерции

Закон Ньютона

для неинерциальных систем отсчета

 $m\vec{a}' = m\vec{a} + \vec{F}_{_{\rm HH}}$, где $\vec{F}_{_{\rm HH}}$ — силы инерции.

Силы $\vec{F}_{\mu\mu}$ при этом должны быть такими, чтобы вместе с силами \vec{F} , обусловленными воздействием тел друг на друга, они сообщали телу ускорение \vec{a}' , каким оно обладает в неинерциальных системах отсчета

 $(\vec{F} = m\vec{a} \ (\vec{a} - ycкopenue mena в инерциальной системе отсчета)).$

🕨 Силы инерции

Силы, обусловленные ускоренным движением системы отсчета, относительно измеряемой системы отсчета.

Силы инерции вызываются не взаимодействием тел, а ускоренным движением системы отсчета. Поэтому они не подчиняются третьему закону Ньютона, так как если на какое-либо тело действует сила инерции, то не существует противодействующей силы, приложенной к данному телу.

Проявление сил инерции

1. Силы инерции при ускоренном поступательном движении системы отсчета.

 $\vec{F}_{\mu} = -m\vec{a}_{0}$ (Пример: они проявляются в перегрузках при запуске и спуске космических кораблей).

2. Силы инерции, действующие на тело, покоящееся во вращающейся системе отсчета.

 $F_{a} = -m\omega^{2}R$ $\begin{bmatrix} Cила \ F_{u} & -- центробежная сила инерции, \\ \omega = const \ -- угловая скорость \\ (Пример: их действию подвергаются пассажиры в движущемся транспорте на поворотах).$

3. Силы инерции, действующие на тело, движущееся во вращающейся системе отсчета.

$$\vec{F}_{\rm K} = 2m[\vec{\upsilon}'\vec{\omega}]$$
 $\begin{bmatrix} F_{\rm K} & -\kappa opuonucosa сила инерции. \\ Вектор $\vec{F}_{\rm K}$ перпендикулярен векторам скорости $\vec{\upsilon}'$ тела и угловой скорости вращения $\vec{\omega}$ системы отсчета в соответствии с правилом правого винта (Пример: в северном полушарии правые берега рек подмываются сильнее).$

Основной закон динамики для неинерциальных систем отсчета: $m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\mu} + \vec{F}_{\mu} + \vec{F}_{\kappa}$

Глава б Элементы механики жидкостей Давление в жидкости и газе

Используется единый подход к изучению жидкостей и газов (поскольку ряде механических явлений их поведение определяется одинаковым параметрами и идентичными уравнениями). Поэтому пользуются едины, термином «жидкость».

Давление жидкости

Физическая величина, определяемая нормальной силой, действующей со сто роны жидкости на единицу площади:

$$p = \Delta F / \Delta S$$



Единица давления 1 Па равен давлению, создаваемому силой 1 Н равномерно распределенной по нормальной ней поверхности площадью 1 м² (1 Па = 1 Н/м²

Закон Паскаля

Давление в любом месте покоящейся жидкости одинаково по всем направля ниям, причем давление одинаково передается по всему объему, занятом покоящейся жидкостью.

Закон Архимеда

На тело, погруженное в жидкость (газ), действует со стороны этой жидкост направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жи

кости (газа): $F_A = \rho g V$ где ρ — плотность жидкости, V — объем погруженной в жи/ кость части тела.

Несжимаемая жидкость

Жидкость или газ, зависимостью плотностей которых от давления в данно задаче можно пренебречь.

Гидростатическое давление

Если жидкость несжимаема, то ее плотность не зависит от давления. Тогд при поперечном сечении S столба жидкости, его высоте h и плотности Bec P = ogSh, а давление на нижнее основание

 $p = P/S = \rho gSh/S = \rho gh$,

т.е. давление изменяется линейно с высотой.

Уравнение неразрывности

Течение

Движение жидкости.

Поток

Совокупность частиц в движущейся жидкости.

Линии тока

Линия, в каждой точке которой касательная к ней совпадает по направлению с вектором скорости в данный момент времени (используется для графического изображения движения жидкости).



Линии тока проводятся так, чтобы густота их была больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее.

Трубка тока

Часть жидкости, ограниченная линиями тока.

Установившееся (стационарное) течение

Течение жидкости, при котором форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости

Рассмотрим трубку тока, выбрав два сечения S_1 и S_2 , перпендикулярные направлению скорости.

За время Δt через сечение *S* проходит объем жидкости $Sv\Delta t$.



Если жидкость несжимаема, то через S_2 за 1 с пройдет такой же объем жидкости, что и через S_1 .

 $S_1v_1 = S_2v_2$ или Sv = const — уравнение неразрывности:

произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока (см. рисунок).

Уравнение Бернулл

В стационарно текущей идеальной жидкости (в ней отсутствуют силы внутреннего трения — физическая абстракция) выбираем трубку тока, ограниченную сечениями S₁ и S₂ (см. рисунок).



По закону сохранения энергии изменение полной энергии жидкости масса *m* в местах сечений S₁ и S₂ равно работе внешних сил по перемещени этой массы жидкости:

где

$$E_2 - E_1 = A,$$

$$E_{1} = \frac{mv_{1}^{2}}{2} + mgh_{1}, E_{2} = \frac{mv_{2}^{2}}{2} + mgh_{2},$$

$$A = F_{1}l_{1} + F_{2}l_{2},$$

$$l_{1} = v_{1}\Delta t, \quad l_{2} = v_{2}\Delta t,$$

$$F_{1} = p_{1}S_{1}, \quad F_{2} = -p_{2}S_{2}$$

(отрицательна, так как направлена в сторону, противоположную течени жидкости (см. рисунок)). Согласно уравнению неразрывности да несжимаемой жидкости (см. с. 38), объем, занимаемый жидкостью,

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t \,.$$

Подставив все эти формулы в (1) и произведя преобразования (разделя на ΔV), получим

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2,$$

где р — плотность жидкости. Сечения выбраны произвольно, поэтому

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}$$

— уравнение Бернулли, где p — статическое давление; ρgh — гидр статическое давление; $\frac{\rho v^2}{2}$ — динамическое давление.

Некоторые применения уравнения Бернулли

Манометры

Из уравнения Бернулли для горизонтальной трубки тока

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{ const}$$

и уравнения неразрывности

$$Sv = const$$



следует, что при течении жидкости по горизонтальной трубе, имеющей различные сечения, скорость жидкости больше в местах сужения, а статическое давление больше в более широких местах, т.е. там, где скорость меньше. Это можно продемонстрировать, установив вдоль трубы ряд *манометров* (см. рисунок). В соответствии с уравнением Бернулли опыт показывает, что в манометрической трубке *B*, прикрепленной к узкой части трубы, уровень жидкости ниже, чем в манометрических трубках *A* и *C*, прикрепленных к широкой части трубы.

Скорость истечения жидкости через малое отверстие в стенке сосуда

Уравнение Бернулли для двух сечений (на уровне *h*, свободной поверхности жидкости в сосуде и на уровне *h*, выхода ее из отверстия):

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2,$$

где $p_1 = p_2$ (атмосферное давление). Тогда

$$\frac{v_1^2}{2} + \rho g h_1 = \frac{v_2^2}{2} + \rho g h_2$$

 $S_1v_1 = S_2v_2$ (уравнение неразрывности). Если $S_1 >> S_2$, то членом v_1^2 можно пренебречь и

$$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) = 2gh$$
,

откуда

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$
 (формула Торричелли).

Из этой формулы следует, что скорость v_2 совпадает со скоростью, которую приобретает тело, падая с высоты h. Этот результат справедлив, однако, только для *идеальных* жидкостей.



Вязкость (внутреннее трение) Режимы течения жидкостей

Вязкость (внутреннее трение)

Свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещени одной части жидкости относительно другой.

Сила внутреннего трения

На рисунке представлены два слоя жидкости на расстоянии Δx друг от друга, движущиеся со скоростями \bar{v}_1 и \bar{v}_2 ($\bar{v}_2 - \bar{v}_1 = \Delta \bar{v}$). Направление, в котором отсчитывается расстояние между слоями, *перпендикулярно* скорости течения слоев.

Градиент скорости $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ показывает, как быстро меняется скорость при переходе от



слоя к слою в направлении х, *перпендикулярном* направлению движения слое Сила внутреннего трения

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S$$
,
Единица Па·с



Ламинарное (слоистое) течение

Течение, если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользи относительно соседних, не перемешиваясь с ними.

Турбулентное (вихревое) течение

Течение, если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование перемешивание жидкости (газа).

Число Рейнольдса

Безразмерная величина, определяющая характер течения жидкости:

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta} = \frac{\langle v \rangle d}{v},$$

где $v = \eta/\rho$ — кинематическая вязкость; ρ – плотность жидкости; $\langle v \rangle$ — средняя по сечения трубы скорость жидкости; d — характерны линейный размер, например диаметр трубы.

При малых значениях числа Рейнольдса (Re \leq 1000) наблюдаетс ламинарное течение, переход от ламинарного течения к турбулентном происходит в области 1000 \leq Re \leq 2000, а при Re = 2300 (для гладки труб) течение — турбулентное.

Глава 7 Элементы специальной теории относительности Механический принцип относительности. Преобразования Галилея

Механический принцип относительности

Законы динамики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета.

Система K' движется относительно инерциальной системы K равномерно и прямолинейно со скоростью \vec{u} (\vec{u} = const). Скорость \vec{u} направлена вдоль OO'. Тогда $\vec{r}_0 = \vec{u}t$.

Преобразования координат Галилея

Задают связь между радиусами-векторами или координатами произвольной точки *A* в обсих системах:

 $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{u}t \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = x' + u_x t, \\ y = y' + u_y t, \\ z = z' + u_z t. \end{cases}$

Правило сложения скоростей в классической механике

Продифференцировав $\vec{r} = \vec{r}' + \hat{u}t$ по времени и учитывая, что в классической механике t = t', получаем

Ускорение

$$v = v' + u$$
.

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(\vec{v}' + \vec{u})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}'}{\mathrm{d}t} = \vec{a}', \quad \vec{a} = \vec{a}',$$

т.е. система К' инерциальна (точка А движется относительно ее равномерно и прямолинейно). Это и есть доказательство механического принципа относительности.

Записанные соотношения справедливы лишь в классической механнке ($v \ll c$).



Постулаты СТО Преобразования Лоренца

Постулаты Эйнштейна

I. Принцип относительности: никакие опыты (механические, электри ческие, оптические), проведенные внутри данной инерциальной систем отсчета, не дают возможность обнаружить, покоится ли эта система ил движется равномерно и прямолинейно; все законы природы инвариантна по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к друго II. Принцип инвариантности скорости света: скорость света в вакуум не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя одинакова во всех инерциальных системах отсчета.

Первый постулат Эйнштейна, являясь обобщением механическої принципа относительности Галилея на любые физические процесса утверждает, таким образом, что физические законы инвариантны п отношению к выбору инерциальной системы отсчета. Согласно этом постулату, все инерциальные системы отсчета совершенно равноправня Согласно второму постулату Эйнштейна, постоянство скорости света чи фундаментальное свойство природы, которое констатируется как опытны факт.

Преобразования Лоренца (при vpprox c)

Система K' движется относительно системы K со скоростью $\vec{v} = \text{const}$.

Преобразования Лоренца имеют следующий вид:

$$K \rightarrow K' \qquad K' \rightarrow K$$

$$\begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, & x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ y' = y, & y = y', \\ z' = z, & z = z', \\ t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}; & t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \end{cases}$$

$$\beta = v/c$$
.



1) Эти уравнения симметричны отличаются лишь знаком при v, что очевидно.

 При v << с они переходят в клая сические преобразования Галилея.

3) В закон преобразования координат входит время, а в закон преобразования времени — пространственные координаты (устанавливается взаимосвязь пространства и времени).

Следствия из преобразований Лоренца

Относительность одновременности

Пусть в системе K в точках с координатами x_1 и x_2 в моменты времени t_1 и t_2 происходят два события. В системе K'им соответствуют координаты x'_1 и x'_2 и моменты t'_1 и t'_2 . Если события в системе K происходят в одной точке ($x_1 = x_2$) и являются одновременными ($t_1 = t_2$), то, согласно преобразованиям Лоренца,

$$x_1' = x_2', \quad t_1' = t_2',$$

т. е. эти события являются одновременными и пространственно совпадающими для любой инерциальной системы отсчета.

Если события в системе *K* пространственно разобщены ($x_1 \neq x_2$), но одновременны ($t_1 = t_2$), то в системе *K*', согласно преобразованиям Лоренца,

$$x_{1}' = \frac{x_{1} - v t}{\sqrt{1 - \beta^{2}}}, \quad x_{2}' = \frac{x_{2} - v t}{\sqrt{1 - \beta^{2}}},$$

$$y_{1}' = \frac{t_{1} - v x_{1}/c^{2}}{\sqrt{1 - \beta^{2}}}, \quad t_{2}' = \frac{t_{2} - v x_{2}/c^{2}}{\sqrt{1 - \beta^{2}}},$$

$$x_{1}' \neq x_{2}', \quad t_{1}' \neq t_{2}'.$$

Таким образом, в системе К' эти события, оставаясь пространственно разобщенными, оказываются и неодновременными.

Длительность событий в разных системах отсчета

ť' = -

Пусть в некоторой точке (с координатой x), покоящейся относительно системы K, происходит событие, длительность которого (разность показаний часов в конце и начале события) $\tau = t_2 - t_1$, где индексы 1 и 2 соответствуют началу и концу события. Длительность этого же события в системе K'

где

$$\tau' = t'_2 - t'_1, \qquad (1)$$

$$\frac{t_1 - \upsilon x/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t_2 - \upsilon x/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Подставив в (1), получаем

$$\tau' = (t_2 - t_1) / \sqrt{1 - \beta^2}$$
, или $\tau' = \tau / \sqrt{1 - \beta^2}$.

τ < τ', т. е. длительность события, происходящего в некоторой точке, наименьшая в той инерциальной системе отсчета, относительно которой эта точка неподвижна. Следовательно, часы, движущиеся относительно инерциальной системы отсчета, идут медленнее покоящихся часов, т. е. ход часов замедляется в системе отсчета, относительно которой часы движутся.

Следстви из преобразований Лоренци

Длина тел в разных системах отсчета

Рассмотрим стержень, расположенный вдоль оси x' и покоящий относительно системы К'. Длина стержня в системе К' будет $l'_0 = x'_2 - x$ где x' и x' — не изменяющиеся со временем t' координаты начала конца стержня, индекс 0 показывает, что в системе К' стержень покоитс Определим длину этого стержня в системе К, относительно которой движется со скоростью v. Для этого необходимо измерить координаты е концов х, и х, в системе К в один и тот эсе момент времени t. Их разнос $l = x_2 - x_1$ и даст длину стержня в системе *K*:

$$l'_{0} = x'_{2} - x'_{1} = \frac{x_{2} - v l}{\sqrt{1 - \beta^{2}}} - \frac{x_{1} - v l}{\sqrt{1 - \beta^{2}}} = \frac{x_{2} - x_{1}}{\sqrt{1 - \beta^{2}}},$$
$$l'_{0} = l/\sqrt{1 - \beta^{2}}.$$

т. е.

Размер тела, движущегося относительно инерциальной системы отсчет уменьшается в направлении движении в $\sqrt{1-\beta^2}$ раз, т. е. лоренце сокращение длины тем больше, чем больше скорость движения.

Поперечные размеры тела не зависят от скорости его движения с одинаковы во всех инерциальных системах отсчета.



Релятивистский закон сложения скоростей

Пусть материальная точка движется в системе К' вдоль оси x', а К движется относительно К со скоростью v (оси x и x' совпадают).

$$u_x = \frac{dx}{dt}, \quad u'_x = \frac{dx'}{dt'},$$
$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad dt = \frac{dt' + v dx'/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Произведя вычисления, получим релятивистский закон сложения скоросте

$$u_{x} = \frac{u'_{x} + v}{1 + vu'_{x}/c^{2}}, \qquad u'_{x} = \frac{u_{x} - v}{1 - vu_{x}/c^{2}}.$$

Если скорости v, u'_{r} и u_{r} малы по сравнению со скоростью c, то эт формулы переходят в закон сложения скоростей в классической механик Релятивистский закон сложения скоростей не противоречит втором постулату Эйнштейна. В самом деле, если $u'_{x} = c$, то $u_{x} = c$. Если $u_{x} = c$, т $u'_{r} = c$, т. е. скорость c — предельная скорость, которую невозможи превысить.

Интервал между событиями

Интервал между событиями

В четырехмерном пространстве Эйнштейна, в котором каждое событие характеризуется четырьмя координатами (*x*, *y*, *z*, *t*), вводится интервал между событиями:

$$s_{12} = \sqrt{c^2 (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2},$$

где $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2} = l_{12}$ — расстояние между точками обычного трехмерного пространства, в которых эти события произошли. Введя обозначение $t_{12} = t_2 - t_1$, получим

$$s_{12} = \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2} \; .$$

Инвариантная по отношению к преобразованию координат величина, т. е. не зависящая от системы отсчета.

Доказательство инвариантности s₁₂

Обозначим $\Delta t = t_2 - t_1$, $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$ и $\Delta z = z_2 - z_1$, тогда $s_{12}^2 = c^2 (\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$.

Интервал между теми же событиями в системе К' равен

$$(s'_{12})^2 = c^2 (\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 - (\Delta y')^2 - (\Delta z')^2.$$
(1)

Согласно преобразованиям Лоренца,

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v \Delta t}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \ \Delta y' = \Delta y, \ \Delta z' = \Delta z, \ \Delta t' = \frac{\Delta t - v \Delta x/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Подставив эти формулы в (1), получаем

$$(s'_{12})^2 = c^2 (\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 = s_{12}^2.$$

Теория относительности сформулировала новое представление о пространстве и времени. Пространственно-временные отношения являются не абсолютными величинами, как утверждала механика Галилея— Ньютона, а *относительными*. Следовательно, представления об абсолютном пространстве и времени являются несостоятельными. Кроме того, инвариантность интервала между двумя событиями свидетельствует о том, что пространство и время органически связаны между собой и образуют единую форму существования материи — пространство — время. Пространство и время не существуют вне материи и независимо от нее.

Основной закої релятивистской динамикі

Релятивистский импульс

 $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ (*m* — масса частицы).

Закон сохранения релятивистского импульса

Релятивистский импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяетс с течением времени.

Этот закон — следствие однородности пространства.

• Основной закон релятивистской динамики

Из принципа относительности Эйнштейна (см. с. 42), утверждающе инвариантность всех законов природы при переходе от одной инерциально системы отсчета к другой, следует условие инвариантности уравнени физических законов относительно преобразований Лоренца. Основной закон релятивистской динамики

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right),$$

где \vec{p} — релятивистский импульс материальной точки.

Это уравнение инвариантно по отношению к преобразованиям Лорена и, следовательно, удовлетворяет принципу относительности Эйнштейн Следует учитывать, что ни импульс, ни сила не являются инвариантным величинами.

Из приведенных формул следует, что при скоростях, значительно меньши с, они переходят в формулы классической механики. Следовательно условием применимости законов классической (ньютоновской) механики является условие $v \ll c$. Законы классической механики получаются ка следствие теории относительности для предельного случая $v \ll$ (формально переход осуществляется при $c \rightarrow \infty$). Таким образов классическая механика — это механика макротел, движущихся с малым скоростями (по сравнению со скоростью света в вакууме).

Энергия в релятивистской динамике

Полная энергия релятивистской частицы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$
 (1)

где *т* — масса частицы, *v* — ее скорость.

Полная энергия в разных системах отсчета различна.

Энергия покоя

Энергия покоящегося тела (при v=0)

$$E_0 = mc^2.$$

Классическая механика энергию покоя E₀ не учитывает, считая, что при

v = 0 энергия покоящегося тела равна нулю.

Закон сохранения энергии

Полная энергия замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Этот закон — следствие однородности времени.

Кинетическая энергия

$$T = E - E_0 = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right),$$

поскольку полная энергия в релятивистской динамике — это сумма кинетической энергии и энергии покоя.

Связь между энергией и импульсом

Энергия и импульс в разных системах отсчета различны. Но существует инвариантная величина

$$E^{2} - p^{2}c^{2} = \text{inv};$$

$$E^{2} - p^{2}c^{2} = \frac{m^{2}c^{4}}{1 - v^{2}/c^{2}} - m^{2}v^{2}c^{2} = m^{2}c^{4} = E_{0}^{2}.$$

$$E^{2} = m^{2}c^{4} + p^{2}c^{2}.$$

Подставив сюда $E = T + E_0 = T + mc^2$, получим

$$pc = \sqrt{T(T+2mc^2)}.$$

Возвращаясь к уравнению (1), отметим, что оно универсально: с энергией, какой бы формы она не была, связана масса и, наоборот, со всякой массой связана определенная энергия.

2. Основь молекулярной физики и термодинамики

Глава

Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов Разделы физики: молекулярная физика и термодинамика

Макроскопические процессы в телах, связанные с огромным числом содет жащихся в телах атомов и молекул

ИЗУЧАЕТ

Молекулярная физика

Раздел физики, изучающий строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений, основывающихся на том, что все тела состоят из молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении.

Термодинамика

Раздел физики, изучающий общи свойства макроскопических систем находящихся в состоянии термоли намического равновесия, и процесс перехода между этими состояниям

Взаимно дополняют друг друга, отличаясь разными методам исследования.

Статистический метод (основа молекулярной физики)

Метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующи статистическими закономерностями и средними значениями физически величин, характеризующих всю совокупность частиц (например, средни значения скоростей теплового движения молекул и их энергий).

Термодинамический метод исследования

Термодинамический метод (основа термодинамики)

Метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующий на основе законов превращения энергии величинами, характеризующими систему в целом (например, давление, объем, температура), не рассматривая ее микроструктуры и совершающихся в системе микропроцессов. Этим термодинамический метод отличается от статистического.

Термодинамическая система

Совокупность макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами (внешней средой). *Термодинамические системы*, не обменивающиеся с внешней средой ни энергией, ни веществом, называются замкнутыми.

Термодинамические параметры (параметры состояния)

Совокупность физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы. Обычно в качестве параметров состояния выбирают температуру, давление и объем.

Термодинамический процесс

Любое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из ее термодинамических параметров.

Термодинамическое равновесие

Система находится в *термодинамическом равновесии*, если ее состояние с течением времени не меняется (предполагается, что внешние условия рассматриваемой системы при этом не изменяются).

Температура

Физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы и определяющая направление теплообмена между телами.

Температура — одно из основных понятий, играющих важную роль не только в термодинамике, но и в физике в целом.

Температурные шкалы. Идеальный газ



• Международная практическая шкала

Градуируется в градусах Цельсия (0 °С).

Температура замерзания и кипения воды при давлении 1,013·10⁵ Па соответственно 0 и 100 °С (реперные точки).

• Термодинамическая температурная шкала

Градуируется в кельвинах (К).

Определяется по одной *реперной точке*, в качестве которой взята *тройная точка воды* (температура, при которой лед, вода и насыщенный пар при давлении 609 Па находятся в термодинамическом равновесии). Температура этой точки по данной шкале равна 273,16 К (точно).

Температура T = 0 К называется нулем Кельвина.

В термодинамической шкале температура замерзания воды равна 273,15 К (при том же давлении, что и в Международной практической шкале).

Термодинамическая температура (7) и температура (1) по Международной практической шкале связаны соотношением:

T = 273,15 + t.

• Идеальный газ (идеализированная модель)

Модель, согласно которой:

1) собственный объем молекул газа пренебрежительно мал по сравнению с объемом сосуда;

2) между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;

 столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Модель идеального газа можно использовать при изучении реальных газов, так как они в условиях, близких к нормальным (например, кислород и гелий), а также при низких давлениях и высоких температурах близки по своим свойствам к идеальному газу. Кроме того, внеся поправки, учитывающие собственный объем молекул газа и действующие молекулярные силы, можно перейти к теории реальных газов.

Законы Бойля—Мариотта, Авогадро, Дальтона

Закон Бойля—Мариотта

Для данной массы газа при постоянной температуре произведение давления газа на его объем есть величина постоянная:

pV = const,

при T = const; m = const.

Кривая зависимости *р* от *V* при постоянной температуре называется изотермой. Изотермы — гиперболы,

расположенные на графике, тем выше, чем выше температура происходящего процесса.



Закон Авогадро

Моли любых газов при одинаковых температуре и давлении занимают одинаковые объемы. При нормальных условиях этот объем

$$V_{\rm m} = 22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

Количество вещества (v)

Физическая величина, определяемая числом специфических структурных элементов — молекул, атомов или ионов, из которых состоит вещество.

Единица

Количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится в нуклиде ¹²С массой 0,012 кг.

Постоянная Авогадро

моль

$$N_{\rm A} = 6,022 \cdot 10^{23}$$
 моль⁻¹

В одном моле разных веществ содержится одно и то же число N_{\star} молекул.

Закон Дальтона

Давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений входящих в нее газов:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

Парциальное давление

Давление, которое оказывали бы газы смеси, если бы они занимали объем, равный объему смеси при той же температуре.



Закон Гей-Люссака

🕨 Закон Гей-Люссака

1) Объем даниой массы газа при постоянном давлении изменяется линейно с температурой:

 $V = V_0 (1 + \alpha t),$

при p = const; m = const.

2) Давление данной массы газа при постоянном объеме изменяется линейно с температурой:

$$p=p_0(1+\alpha t),$$

при V = const; m = const

(здесь V_0 и p_0 — соответственно объем и давление при 0 °С, коэффициент $\alpha = 1/273$ К⁻¹).

Процесс, протекающий при постоянном давлении, называется изобарным. На диаграмме в координатах V, t этот процесс изображается

прямой, называемой изобарой. Процесс, протекающий при постоянном объеме, называется изохорным. На диаграмме в координатах *p*, *t* он изображается прямой, называемой изохорой.

Из рисунков следует, что изобары и изохоры пересекают ось температур в точке $t = -1/\alpha = -273$ °C. Если иачало отсчета сместить в эту точку, то происходит переход к шкале Кельвина

при V = const, m = const.

$$T=t+1/\alpha$$

Закон Гей–Люссака в термодинамической шкале температур

1)
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$
 2) $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$

при p = const, m = const.



Уравнение Клапейрона—Менделеева

Уравнение Клапейрона

Клапейрон вывел уравнение состояния идеального газа, объединив законы Бойля—Мариотта и Гей-Люссака. Согласно рисунку и этим законам для изотермического и изохорного процессов,

$$p_1V_1 = p_1'V_2, \ \frac{p_1'}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Исключив p'_1 , получим $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$. Поскольку состояния *l* и 2 выбраны произвольно,

$$\frac{pV}{T} = B = \text{const} \tag{1}$$



- уравнение Клапейрона, где В -- постоянная, различная для разных газов.

Уравнение Клапейрона—Менделеева

Менделеев объединил уравнение Клапейрона с законом Авогадро, отнеся уравнение (1) к 1 моль, использовав молярный объем V_m . Согласно закону Авогадро, при одинаковых p и T моли всех газов занимают одинаковый молярный объем V_m и постоянная будет одинакова для всех газов:

$$pV_{\rm m} = RT \tag{2}$$

— уравнение Клапейрона—Менделеева. R = 8,31 Дж/(моль·К) — молярная газовая постоянная.

Уравнение Клапейрона—Менделеева для массы *m* газа

$$pV = \frac{m}{M}RT = vRT,$$

где v = m/M — количество вещества, M — молярная масса (масса 1 моль вещества). Учтено, что $V = (m/M)V_m$.

• Уравнение состояния (p = nkT)

Введя постоянную Больцмана $k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, уравнению (2) можно придать вид

$$p = RT/V_{\rm m} = kN_{\rm A} T/V_{\rm m} = nkT ,$$

где $N_A/V_m = n$ — концентрация молекул.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории (МКТ)

Основное уравнение МКТ

 $p = \frac{1}{3} nm_0 < v_{ks} >^2$, Где p — давление газа, n — концентрация молекул, m_0 — масса одной молекулы, $< v_{ks} >^2$ — средняя квадратичная скорость молекул.

$$PV = \frac{1}{3} Nm_0 < v_{xa} >^2$$

$$PV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 < v_{xa} >^2}{2} = \frac{2}{3} E$$

$$pv = \frac{1}{3}m < v_{\text{KB}} >$$

$$PV_{\rm m} = \frac{1}{3}M < v_{\rm KB} >^2$$

(учтено, что n = N/V).

Е — суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа.

Учтено, что масса газа $m = Nm_{o}$

Для одного моля газа m = M(M — моляриая масса), V_m — молярный объем.

Средняя квадратичная скорость молекул

 $\langle v_{ss} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} v_i^2}$

(считается, что в объеме V имеется N молекул, движущихся со скоростями $v_1, v_2, ..., v_N$).

Согласно уравнению Клапейрона – Менделеева $pV_m = RT$. Таким образом,

 $RT = \frac{1}{3}M < v_{\rm KH} >^2.$

Средняя квадратичная скорость

$$\langle v_{\rm se} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{m_0 N_{\rm A}}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

 $k = R/N_{A}$ — постоянная Больцмана.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы идеального газа

$$<\varepsilon_0>=\frac{m_0<\upsilon_{\kappa_0}>^2}{2}=\frac{3}{2}kT.$$

Эта формула раскрывает молекулярнокинетическое толкование температуры: она — мера средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа.

Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям

Предположения Максвелла

- 1. Газ состоит из большого числа N одинаковых молекул.
- 2. Температура газа постоянна.
- 3. Молекулы газа совершают тепловое хаотическое движение.
- 4. На газ не действуют силовые поля.

Функция распределения молекул по скоростям

 $f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv}$ Определяет относительное число молекул dN(v)/N, скорости которых лежат в интервале от v до v + dv.

Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2/(2kT)},$$
 (1)

f(v) зависит от рода газа (m -- масса молекулы) и от параметра состояния (от температуры Т).

График функции f(v)

Скорость, при которой f(v) максимальна, называется наиболее вероятной скоростью v. Исследуя выражение (1) на максимум (приравняв производную по v нулю), получаем

$$v_{\bullet} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \,.$$



Из формулы следует (см. графики), что с повышением температуры максимум f(v) смещается вправо (v_{1} становится больше). Площадь, ограниченная кривой, --- такая же, поэтому кривая растягивается и понижается.

Средняя скорость молекулы $\langle v \rangle$ $\langle v \rangle = \int_{0}^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$

Барометрическая формула. Распределение Больцмана

Барометрическая формула

Пусть поле тяготения однородно, температура постоянна и масса всех молекул одинакова. Если атмосферное давление на высоте h равно p, то на высоте h+dh оно равно p+dp (при dh>0 dp<0, так как давление с высотой убывает). Разность давлений p и p + dp равна весу газа заключенного в объеме цилиндра высотой dh с основанием площадью равной единице площади:

$$p-(p+dp)=\rho g dh$$
,

где ρ — плотность газа на высоте *h*.

$$\mathrm{d}p = -\rho g \,\mathrm{d}h \,. \tag{1}$$

Учитывая, что $\rho = m/V$, а pV = (m/M)RT (*m* — масса газа, *M* — молярная масса газа), получаем

$$dp = -\frac{Mg}{RT} p dh$$
, или $\frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} dh$.

С изменением высоты от h_1 до h_2 давление изменяется от p_1 до p_2 , т. е

 $\int_{p_1}^{p_2} \frac{\mathrm{d}p}{p} = -\frac{Mg}{RT} \int_{h_1}^{h_2} \mathrm{d}h ,$

откуда

 $p_2 = p_1 e^{-Mg(h_2 - k_1)/(RT)}$ (2)

— барометрическая формула.

Распределение Больцмана

Обычно высоты определяются относительно уровня моря, то (2) можно записать в виде

$$p = p_0 \mathrm{e}^{-Mgh/(K/)},$$

где p — давление на высоте h. Используя уравнение состояния p = nkT, получаем

$$n = n_{\rm n} e^{-Mgh/(RT)}$$

где n — концентрация молекул на высоте h, n_0 — то же, на высоте h = 0. Так как $M = m_0 N_A$ (N_A — постоянная Авогадро, m_0 — масса одной молекулы), а $R = k N_A$, то

$$n = n_0 \mathrm{e}^{-m_0 \mathrm{gh}/(\mathrm{kT})}$$

где $m_0 gh = \Pi$ — потенциальная энергия молекулы в поле тяготения, т. е. $n = n_0 e^{-\Pi V(kT)}$

— *распределение Больцмана*, откуда следует, что при постоянной температуре плотность газа больше там, где меньше потенциальная энергия его молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул. Некоторые опыты, подтверждающие МКТ

Средняя длина свободного пробега молекул (<*l*>)

Путь, который в среднем проходят молекулы между двумя последовательными столкновениями.

Так как за 1 с молекула проходит в среднем путь, равный средней арифметической скорости $\langle v \rangle$, и если $\langle z \rangle$ — среднее число столкновений, испытываемых одной молекулой газа за 1 с, то средняя длина свободного пробега

$$=\frac{\langle v\rangle}{\langle z\rangle}$$

Расчеты показывают, что Тогда

$$\langle z \rangle = \sqrt{2\pi} d^2 n \langle v \rangle .$$
$$\langle l \rangle = 1 / (\sqrt{2\pi} d^2 n) .$$

Эффективный диаметр молекулы (d)

Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул (задается в таблицах).

Броуновское движение

Любые частицы малых размеров (≈ 1 мкм), взвешенные в газе или жидкости, совершают сложное зигзагообразное движение. Это *движение* называется *броуновским*. Броуновское движение взвешенных частиц вызывается ударами молекул среды, в которой частицы взвешены. Броуновское движение является подтверждением выводов молекулярно-кинетической теории о хаотическом тепловом движении атомов и молекул.

Опыт Штерна

Вдоль оси внутреннего цилиндра с щелью натянута платиновая проволока, покрытая слоем серебра и нагреваемая током при откачанном воздухе. При нагревании серебро испаряется. Атомы серебра, вылетая через щель, попадают на внутреннюю поверхность второго цилиндра, давая изображение щели. Если прибор привести во вращение вокруг общей оси цилиндров, то атомы серебра осядут не против щели, а сместятся на некоторое расстояние *s*. Изображение щели получается размытым. Исследуя толщину осажденного слоя, можно оценить распределение молекул по скоростям, которое соответствует максвелловскому распределению.

Явления переноса (1)

Явления переноса

Необратимые процессы в термодинамически неравновесных системах, которых происходит пространственный перенос энергии, массы, импулься

1) Теплопроводность

Обусловлена переносом энергии. Перенос энергии в форме теплот описывается законом Фурье:

$$j_E = -\lambda \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x},$$

где *j_F — плотность теплового потока* — величина, определяема энергией, переносимой в форме теплоты в единицу времени через единичну

площадку, перпендикулярную оси x, λ — теплопроводность, градиент температуры, равный скорости изменения температуры н единицу длины х в направлении нормали к этой площадке. Знак минус показывает, что энергия переносится в направлении убывания температуры

$$\lambda = \frac{1}{3} c_{\nu} \rho < \nu > < l > ,$$

где c_v — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме, ρ – плотность газа, <v> -- средняя скорость теплового движения молекул </></></></></></

🔈 2) Диффузия

Обусловлена переносом массы. Явление диффузии для химически однородного газа подчиняется закону Фика:

$$j_m = -D\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x},$$

где j_m — плотность потока массы — величина, определяемая массов вещества, диффундирующего в единицу времени через единичную площадку перпендикулярную оси х. D — диффузия (коэффициент диффузии) dp/dx — градиент плотности, равный скорости изменения плотност на единицу длины х в направлении нормали к этой площадке. Знак минус показывает, что перенос массы происходит в направлении убывания плотности.

Согласно кинетической теории газов,

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle \,.$$

В случае диффузии происходит самопроизвольное проникновение 1 перемешивание частиц двух соприкасающихся газов, жидкостей и даже твердых тел; диффузия сводится к обмену масс частиц этих тел, возникает н продолжается, пока существует градиент плотности.

Явления переноса (2)

3) Внутреннее трение (вязкость)

Обусловлена *переносом импульса*. Механизм возникновения внутреннего трения между параллельными слоями газа (жидкости), движущимися с различными скоростями, заключается в том, что из-за хаотического теплового движения происходит обмен молекулами между слоями, в результате чего импульс слоя, движущегося быстрее, уменьшается, движущегося медленнее — увеличивается, что приводит к торможению слоя, движущегося быстрее, и ускорению слоя, движущегося медленнее. Взаимодействие двух слоев согласно второму закону Ньютона можно рассматривать как процесс, при котором от одного слоя к другому в единицу времени передается импульс, по модулю равный действующей силе. Закон *Ньютона*, описывающий внутреннее трение,

$$j_p = -\eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x},$$

где j_p — плотность потока импульса — величина, определяемая полным импульсом, переносимым в единицу времени в положительном направлении оси x через единичную площадку, перпендикулярную оси x, dv

dx — *градиент скорости*. Знак минус указывает, что импульс переносится в направлении убывания скорости.

Динамическая вязкость

$$\eta = \frac{1}{3}\rho < \upsilon > < l > .$$

Закономерности всех явлений переноса сходны между собой. Законы Фурье, Фика и Ньютона были установлены задолго до того, как они были обоснованы и выведены из молекулярно-кинетической теории, позволившей установить, что внешнее сходство их математических выражений обусловлено общностью лежащего в основе явлений теплопроводности, диффузии и внутреннего трения молекулярного механизма перемешивания молекул в процессе их хаотического движения и столкновений друг с другом.

Формулы для коэффициентов теплопроводности, диффузии и внутреннего трения связывают коэффициенты переноса и характеристики теплового движения молекул. Из этих выражений вытекают зависимости между λ, D и η:

$$\eta = \rho D$$
, $\frac{\lambda}{\eta c_V} = 1$.

59

Глава 9

Основы термодинамики Внутренняя энергия. Число степеней свободы

Внутренняя энергия (U) термодинамической системы

Энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т.д.) и энергия взаимодействия этих частиц.

Внутренняя энергия — однозначная функция термодинамического состояния системы, в каждом состоянии система обладает определенной внутренней энергией (она не зависит от того, как система пришла в данное состояние). При переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от пути перехода.

К внутренней энергии *не относятся* кинетическая энергия движения системы как целого и потенциальная энергия системы во внешних полях.

>

Число степеней свободы

Число независимых переменных, полностью определяющих положение системы в пространстве.

Газ		одноатомный	двухатомный	многоатомный
	Модель молекулы	-	je.	Þ.
Число степеней свободы	поступа- тельных	3	3	3
	враща- тельных		2	3
	всего	3	5	6

Закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул

Независимо от числа степеней свободы молекул три степени свободы всегда поступательные и ни одна из них не имеет преимущества перед другими. Поэтому на каждую из них приходится в среднем одинаковая энергия

$$<\varepsilon_i>=\frac{<\varepsilon_0>}{3}=\frac{1}{2}kT.$$

Закон Больцмана о равномерном распределении энергии

Для статической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится в среднем кинетическая энергия, равная kT/2, а на каждую колебательную степень свободы — в среднем энергия, равная kT.

Колебательная степень «обладает» вдвое большей энергией потому, что на нее приходится не только кинетическая энергия (как в случае поступательного и вращательного движений), но и потенциальная, причем средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы.

Средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2}kT,$$

где *i* — сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{врящ}} + 2i_{\text{колеб}}$$

Внутренняя энергия 1 моль газа

В идеальном газе молекулы между собой не взаимодействуют, поэтому внутренняя энергия 1 моль газа равна сумме кинетических энергий N_A молекул:

$$U_{\rm m} = \frac{i}{2} kT N_{\rm A} = \frac{i}{2} RT$$

Внутренняя энергия массы т газа

 $U = \frac{m i}{M 2} RT = v \frac{i}{2} RT$, Где M — молярная масса, v — количество вещества.

Первое начало термодинамики



Рассмотрим термодинамическую систему, для которой механическа энергия не изменяется, а изменяется лишь ее внутренняя энергия. Эт возможно либо при совершении над системой работы, либо при теплопередаче. Поэтому существуют две формы передачи энергии от одник тел к другим — работа и теплота. Энергия механического движени может превращаться в энергию теплового движения и наоборот. При эти превращениях соблюдается закон сохранения и превращения энергии.

Первое начало термодинамики

Опыт показывает, что в соответствии с законом сохранения энергии при любом способе перехода системы из первого состояния во второе изменени. внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1$ будет одинаковым и равным разности между количеством теплоты Q, полученным системой, и работой A, совер шенной системой против внешних сил:

или

$$\Delta U = Q - A$$
$$Q = \Delta U + A$$

- первое начало термодинамики. В дифференциальной форме:

$$\delta Q = \mathrm{d}U + \delta A$$
,

где dU — бесконечно малое изменение внутренней энергии системы, δA — элементарная работа, δQ — бесконечно малое количество теплоты. В этом выражении dU является полным дифференциалом, а δA и δQ таковыми не являются.

Первое начало термодинамики — закон сохраиения и превращения энергии применительно к термодинамическим процессам

Еще одна формулировка

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние то изменение ее внутренней энергии $\Delta U = 0$. Тогда, согласно первоми началу термодинамики,

$$A=Q,$$

т. е. вечный двигатель первого рода — периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, — невозможен.

Работа газа при изменении его объема

Работа расширения идеального газа

Если газ, расширяясь, передвигает поршень на расстояние d/, то производит над ним работу

$$\delta A = F \mathrm{d} l = p \mathrm{S} \mathrm{d} l = p \mathrm{d} V \,,$$

$$\delta A = p \, \mathrm{d} V$$

Эта формула справедлива при любом изменении объема твердых, жидких и газообразных тел.

Полная работа А, совершаемая газом при изменении его объема от V, до V,,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \,\mathrm{d}V$$

Графическое изображение работы

Изменение давления газа при его расширении задается на рисунке произвольной кривой.

При увеличении объема на dV совершаемая газом работа равна pdV, т.е. определяется площадью закрашенной полоски. Полная работа, совершаемая газом при расширении от объема V, до объема V,, определяется площалью, ограниченной осью абсцисс, кривой p(V) и прямыми V_{1} и V_{2} .



Графически можно изображать только равновесные процессы — процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний. Они протекают так, что изменение термодинамических параметров за конечный промежуток времени бесконечно мало. Все реальные процессы неравновесны, но в ряде случаев неравновесностью реальных процессов можно пренебречь (чем медлеинее процесс протекает, тем он ближе к равновесному).

63



Теплоемкость (1)

Удельная теплоемкость

Величина, определяемая количеством теплоты, необходимым для на гревания 1 кг вещества на 1 К

$$c=\frac{\delta Q}{m\mathrm{d}T}.$$

Единица



Молярная теплоемкость

Величина, определяемая количеством теплоты, необходимым для нагревания 1 моль вещества на 1 К

$$C_{\rm m} = \frac{\delta Q}{v {\rm d}T}$$

(v = m/M — количество вещества); $C_m = cM$. Единица Дж/(моль-К)

Различают теплоемкости (удельную и молярную) при постоянном объем $(c_v \, u \, C_p)$ и постоянном давлении $(c_p \, u \, C_p)$, если в процессе нагревани вещества его объем или давление поддерживаются постоянными.

Молярная теплоемкость при постоянном объеме

Записав первое начало термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A$$

и учитывая, что $\delta A = p dV$, $C_m = \frac{\delta Q}{v dT}$, для 1 моль газа получим

$$C_{\rm m} dT = dU_{\rm m} + p \, dV \,. \tag{1}$$

При V = const работа виешних сил равна нулю и сообщаемая газу изви теплота идет только на увеличение его внутренней энергии:

$$C_{\nu} = \frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}T},\qquad(2$$

т. е. C_{ν} равна изменению внутренней энергии 1 моль газа при повышения i в 10 (i)

его температуры на 1 К.
$$dU_m = \frac{i}{2} R dT$$
 (см. с. 61), тогда
 $C_V = \frac{i}{2} R$.

Теплоемкость (2)

Уравнение Майера

Если газ нагревается при постоянном давлении, то выражение (1) на с. 64 можно записать в виде

$$C_p = \frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}T} + \frac{p\,\mathrm{d}U_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}T},$$

где $\frac{dU_m}{dT}$ не зависит от вида процесса (внутренняя энергия идеального

газа не зависит ни от p, ни от V, а определяется лишь T) и всегда равна C_{ν} . Дифференцируя $pV_m = RT$ по T(p = const), получаем

$$C_p = C_v + R$$

— уравнение Майера. С_р всегда больше С_р на величину молярной газовой постоянной. Это объясняется тем, что при нагревании газа при постоянном давлении требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа.

Молярная теплоемкость при постоянном давлении

Учитывая, что $C_{\nu} = \frac{i}{2}R$, из уравнения Майера, получаем

$$C_p = \frac{i+2}{2}R.$$

При рассмотрении термодинамических процессов важно знать характерное для каждого газа отношение $C_{p} \ltimes C_{p}$:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_{\nu}} = \frac{i+2}{i} \, .$$

 C_p и C_{ν} определяются лишь числом степеней свободы и не зависят от температуры. Это утверждение молекулярно-кинетической теории справедливо в довольио широком интервале температур лишь для одноатомных газов. Уже у двухатомных газов число степеней свободы, проявляющееся в теплоемкости, зависит от температуры. Молекула двухатомного газа обладает тремя поступательными, двумя вращательными и одной колебательной степенями свободы, однако, последние проявляются лишь при высоких температурах.

Применение первого начала термодинамики к изопроцессам (1

• Изопроцессы

Равновесные процессы, в которых один из основных параметро сохраняется постоянным.

Изобарный процесс (p = const)

Днаграмма этого процесса (изобара) в координатах *р*, *V* изображается прямой, параллельной оси *V*. При изобарном процессе работа газа при увеличении объема от *V*₁ до *V*₂

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \, \mathrm{d}V = p(V_2 - V_1)$$

и определяется площадью закрашенного прямоугольника. Используя уравнение

Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$, получаем

$$V_2 - V_1 = \frac{m R}{M p} (T_2 - T_1).$$

Поэтому работа изобарного расширения

$$A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$$

Физический смысл R

Если в формуле (1) $T_2 - T_1 = 1$ К, то для 1 моль газа R = A: молярн газовая постоянная численно равна работе изобарного расширен 1 моль идеального газа при нагревании его на 1 К.

В изобарном процессе при сообщении газу массой *т* количества тепло

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_p \mathrm{d}T$$

его внутренняя энергия возрастает на величину

$$\mathrm{d}U = \frac{m}{M} C_{\nu} \mathrm{d}T$$



Применение первого начала термодинамики к изопроцессам (2)

Изохорный процесс (V = const)

Диаграмма этого процесса (изохора) в координатах *р*, *V* изображается прямой, параллельной оси ординат (на рисунке процесс *1*—2 — изохорное нагревание). В изохорном процессе газ над внешними телами работы не совершает:

$$\delta A = p \, \mathrm{d} V = 0 \, .$$

Из первого начала термодинамики ($\delta Q = dU + \delta A$) для изохорного процесса следует, что вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии: $\delta Q = dU$.

Согласно формуле (2) (см. с. 64) $dU_m = C_V dT$. Тогда для произвольной массы газа

$$\delta Q = \mathrm{d}U = \frac{m}{M} C_V \mathrm{d}T \, .$$

Изотермический процесс (T = const)

Диаграмма этого процесса (изотерма) в координатах p, V изображается гиперболой pV = const). $\delta A = pdV$; $pV = \frac{m}{M}RT$. Работа изотермического расширения газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \, \mathrm{d}V = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{\mathrm{d}V}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Из первого начала термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$ следует, что в изотермическом процессе $\delta Q = \delta A$, т.е. все

количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы против внешних сил:

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Чтобы при работе расширения температура не уменьшалась, к газу в течение изотермического процесса необходимо подводить количество теплоты, эквивалентное внешней работе расширения.





Адиабатный процес

Адиабатный процесс

Процесс, при котором отсутствует теплообмен между системой и окр жающей средой.



Уравнение адиабатного процесса

Из первого начала термодинамики $(\delta O = dU + \delta A)$ для аднабатического процесса следует, что

т. е. виешняя работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы.

Продифференцируем $pV = \frac{m}{M}RT$:

Разделив (2) на (1) и учитывая, что

 $R = C_n - C_V$ и $C_n / C_V = \gamma$, найдем Интегрируя это уравнение в пределах от p_1 до p_2 и соответственно от V_1 до V_2 , а затем потенцируя, придем к выражению

Состояния 1 и 2 произвольны, поэтому

 $\delta A = -\mathrm{d}U \, .$

$$p \mathrm{d} V = -\frac{m}{M} C_V \mathrm{d} T \,. \quad ($$

$$p\,\mathrm{d}V + V\mathrm{d}p = \frac{m}{M}R\mathrm{d}T\,.\,($$

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = -\gamma \frac{\mathrm{d}V}{V} \, .$$

 $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}.$

 $pV^{\gamma} = \text{const}$

скомое уравнение.

Адиабата

Диаграмма адиабатного процесса (адиабата) в координатах p, V изображается гиперболой, правда, более крутой, чем изотерма (см. рис.). Это объясняется тем, что при адиабатном сжатии 1-3 увеличение р обусловлено не только уменьшением И (как при изотермическом процессе), но и повышением Т.



Работа газа в адиабатном процессе

$$\delta A = -dU, \ \delta A = -\frac{m}{M}C_{\nu}dT,$$
$$A = -\frac{m}{M}C_{\nu}\int_{0}^{T_{2}} dT = -\frac{m}{M}C_{\nu}(T_{1} - T_{2})$$

Работа аднабатного расширения 1-2 (см. рисунок, определлется закрашенной п щадью) меньше, чем при изотермическом процессе. При аднабатном расшир происходит охлаждение газа, тогда как при изотермическом расширении температу поддерживается постоянной за счет притока извне эквивалентного количества тепло

Круговой процесс (цикл). Обратимые и необратимые процессы

Круговой процесс (цикл)

Процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное.

Прямой и обратный циклы

На диаграмме процессов цикл изображается замкнутой кривой (см. рис.). Цикл можно разбить на процессы расширения (1-2) и сжатия (2-1) газа. Работа расширения (определяется площадью фигуры $1a2V_2V_1$) положительна (dV > 0), работа сжа-



тия (определяется площадью фигуры $2b1V_1V_2^2$) отрицательна (dV < 0). Работа за цикл определяется площадью, охватываемой замкнутой кривой. Если за цикл $A = \oint p dV > 0$ (цикл протекает по часовой стрелке), то цикл называется *прямым* (рис. *a*), если за цикл $A = \oint p dV < 0$ (цикл протекает против часовой стрелки), то цикл называется *обратным* (рис. *б*).

Термический КПД для кругового процесса

Из первого начала термодинамики для кругового процесса

$$Q = \Delta U + A = A,$$

т. е. работа за цикл равна количеству полученной извне теплоты;

$$Q=Q_1-Q_2,$$

где Q_1 — количество теплоты, полученное системой, Q_2 — количество теплоты, отданное системой.

Термический КПД

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Обратимый и необратимый процессы

Обратимый процесс — процесс, который может происходить как в прямом, так и в обратном направлении, причем если такой процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в окружающей среде и в этой системе не происходит никаких изменений. Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является необратимым.

Обратимые процессы — это идеализация реальных процессов.

Энтропия (1

 $\oint \frac{\delta Q}{T} = 0.$

 $\frac{\delta Q}{T} = dS$.

• Приведенное количество теплоты

Отношение теплоты О, полученной телом в изотермическом процес к температуре Т теплоотдающего тела.

Приведенное количество теплоты, сообщаемое телу на бесконечно мал

участке процесса, равно $\frac{\delta Q}{T}$.

• Определение энтропии

Приведенное количество теплоты, сообщаемое телу в любом обратимом круговом процессе, равно нулю:

Подынтегральное выражение — полный дифференшиал некоторой функции, которая определяется только состоянием системы и не зависит от пути, каким система пришла в это состояние:

Функция состояния, дифференциалом которой является

 $\frac{\delta Q}{T}$, называется энтропией и обозначается S.

Неравенство Клаузиуса

Энтропия замкнутой системы может либо возрастать (в случ необратимых процессов), либо оставаться постоянной (в случ обратимых процессов):

Изменение энтропии

Если система совершает равновесный переход из состояния І в состоян 2, то изменение энтропии

$$\Delta S_{I \to 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}U + \delta A}{T},$$
$$\mathrm{d}U = \frac{m}{M} C_V \mathrm{d}T, \ \delta A = p \mathrm{d}V = \frac{m}{M} RT \frac{\mathrm{d}V}{V},$$

где

тогда

$$\Delta S_{I \to 2} = \frac{m}{M} C_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{M} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} \left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right),$$

т. е. изменение энтропии ΔS_{1} идеального газа при переходе его состояния 1 в состояние 2 не зависит от вида процесса перехода 1->2.

Формула (1) определяет энтропию с точностью до аддитивной постоянно Физический смысл имеет не сама энтропия, а разность энтропий.
Энтропия (2)

Изоэнтропийный процесс (S = const)

Процесс, протекающий при постоянной энтропии.

Изоэнтропийный процесс — адиабатный обратимый процесс: для него $\delta Q = 0$, $\Delta S = 0$ и S = const.

Термодинамическая вероятность W состояния

Число способов, которыми может быть реализовано данное состояние макроскопической системы, или число микросостояний, осуществляющих данное макросостояние.

Согласно определению, $W \ge 1$, т. е. термодинамическая вероятность не есть вероятность в математическом смысле (последняя ≤ 1 !)

Энтропия и термодинамическая вероятность состояний замкнутой системы могут либо возрастать (в случае необратимых процессов), либо оставаться постоянными (в случае обратимых процессов).

Принцип возрастания энтропии

Все процессы в замкнутой системе ведут к увеличению ее энтропии (ведь все *реальные* процессы *необратимы*).

При статистическом толковании энтропии это означает, что процессы в замкнутой системе идут в направлении увеличения числа микросостояний, иными словами, от менее вероятных состояний к более вероятным.

Связь S и W (формула Больцмана)

$S = k \ln W,$

где k — постоянная Больцмана. Энтропия определяется логарифмом числа микросостояний, с помощью которых может быть реализовано данное макросостояние.

Статистическое толкование энтропии

Энтропия является мерой неупорядоченности системы. В самом деле, чем больше число микросостояний, реализующих данное макросостояние, тем больше энтропия. В состоянии равновесия — наиболее вероятного состояния системы — число микросостояний максимально, при этом максимальна и энтропия.

Второе начало термодинамики

Первое начало термодинамики, выражая закон сохранения и превращен энергии, не позволяет установить направление протекания термодинам ческих процессов. Кроме того, можно представить множество процессо не противоречащих первому началу, в которых энергия сохраняется, в природе они не осуществляются.

Второе начало термодинамики определяет *направление протекан*, термодинамических процессов, указывая, какие процессы в природ возможны, а какие — нет.

Формулировки второго начала

1) по Кельвину: невозможен круговой процесс, единственным резул татом которого является превращение теплоты, полученной о нагревателя, в эквивалентную ей работу;

2) по Клаузиусу: невозможен круговой процесс, единственны результатом которого является передача теплоты от менее нагретого те к более нагретому.

Необходимо обратить внимание на слова «единственным результатомо запреты второго начала сразу снимаются, если процессы, о которых иде речь, не являются единственными.

Второе начало термодинамики может быть сформулировано как зако возрастания энтропии: любой необратимый процесс в замкнуто системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает или

в процессах, происходящих в замкнутой системе, энтропия не убывае

Статистическое толкование второго начала термодинамики

Возрастание энтропии означает переход системы из мен вероятных в более вероятные состояния. Второе начало, являяс статистическим законом, описывает закономерности хаотической движения большого числа частиц, составляющих замкнутую систему

Еще одна формулировка

Вечный двигатель второго рода — периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет одного источника теплоты, - невозможен.

Тепловой двигатель. Теорема Карно

Тепловой двигатель

Периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет полученной извне теплоты.

В тепловых двигателях используется прямой цикл.

Принцип работы

От термостата с более высокой температурой T_1 , называемого нагревателем, за цикл отнимается количество теплоты Q_1 , а термостату с более низкой температурой T_2 , называемому холодильником, за цикл передается количество теплоты Q_2 , при этом совершается работа $A = Q_1 - Q_2$.

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$



Чтобы $\eta = 1$, необходимо $Q_2 = 0$ (тепловой двигатель должен иметь один источник теплоты!). Карно показал, что для работы теплового двигателя необходимо не менее двух источников теплоты с различными температурами (иначе это противоречит второму началу термодинамики).

Термостат

Термодинамическая система, которая может обмениваться теплотой с телами без изменения температуры.

Теорема Карно

Из всех периодически действующих тепловых машин, имеющих одинаковые температуры нагревателей (T_1) и холодильников (T_2) , наибольшим КПД обладают обратимые машины; при этом КПД обратимых машин, работающих при одинаковых температурах нагревателей (T_1) и холодильников (T_2) , равны друг другу и не зависят от природы *рабочего тела* (тела, совершающего круговой процесс и обменивающегося энергией с другими телами).

Холодильная машина

Холодильная машина

Периодически действующая установка, в которой за счет работы внешни, сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.

Принцип работы

Системой за цикл от термостата с более низкой температурой T_2 отнимается количество теплоты Q_2 и отдается термостату с более высокой температурой T_1 количество теплоты Q_1 .

Для кругового процесса Q = A, но, согласно условию,

 $Q = Q_2 - Q_1 < 0,$

поэтому

$$< 0$$
 и $Q_2 - Q_1 = -A$

или

$$Q_1 = Q_2 + A,$$



т.е. количество теплоты Q_1 , отданное системой источнику теплоты при болеее высокой температуре T_1 , больше количества теплоты Q_2 полученного от источника теплоты при более низкой температуре T_2 , на величину работы, совершенной над системой. Следовательно, без совершения работы нельзя отбирать теплоту от менее нагретого тела и отдавать ее более нагретому. Это утверждение есть не что иное, кан второе начало термодинамики в формулировке Клаузиуса (см. с. 72).

Второе начало термодинамики вовсе не запрещает переход теплота от менее нагретого тела к более нагретому. Именно такой переход осуществляется в холодильной машине. Но при этом следует помнита что внешние силы совершают работу над системой, т.е. этот перехо не является единственным результатом процесса.

Эффективность холодильной машины характеризуют холодильных коэффициентом η' , который определяется как отношение отнятой от термостата с более низкой температурой количества теплоты Q_2 к работе A, которая затрачивается на приведение холодильной машины в действие:

$$\eta' = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}.$$

Цикл Карно

Цикл Карно

Наиболее экономичный обратимый круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат.

Рассматривается прямой цикл Карно (рабочее тело — идеальный газ).



Последовательные

термодинамические процессы

Изотермическое расширение $1-2$ $T = \text{const}; V_2 > V_1$	$A_{12} = \frac{m}{M}RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1$
Адиабатное расширение2—3 $Q=0; T_2 < T_1$	$A_{23} = -\frac{m}{M}C_{\nu}(T_2 - T_1)$
Изотермическое сжатие $3-4$ $T = \text{const}; V_4 < V_3$	$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2$
Адиабатное сжатие 4—1 $\delta Q = 0; T_1 > T_2$	$A_{41} = -\frac{m}{M}C_{\nu}(T_1 - T_2) = -A_{23}$

• Работа за цикл

 $A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 + A_{23} - Q_2 - A_{23} = Q_1 - Q_2$

и определяется площадью, ограниченной рассмотренными изотермами и адиабатами.

Термический КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Записав уравнение адиабатного процесса в виде $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ и используя рисунок, можем записать:

$$T_{1}V_{2}^{\gamma-1} = T_{2}V_{3}^{\gamma-1}$$

$$T_{1}V_{1}^{\gamma-1} = T_{2}V_{4}^{\gamma-1}$$

$$\eta = \frac{Q_{1}-Q_{2}}{Q_{1}} = \frac{\frac{m}{M}RT_{1}\ln\frac{V_{2}}{V_{1}} - \frac{m}{M}RT_{2}\ln\frac{V_{3}}{V_{4}}}{\frac{m}{M}RT_{1}\ln\frac{V_{2}}{V_{1}}} = \frac{T_{1}-T_{2}}{T_{1}}.$$

75

Глава 1

Реальные газы, жидкости и твердые тела Силы и потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия

При рассмотрении реальных газов газов, свойства которых зависят от взаимодействия молекул, надо учитывать силы межсмолекулярного взаимодействия. Они — короткодействующие (проявляются на расстояния ≤ 10⁻⁹ м). На рисунках приведена качественная зависимость сил межмолекулярного взаимодействия (F) и потенциальной энергии (П) взаимодействия молекул от расстояния r между молекулами.

На расстоянии $r = r_0$ F = 0, т. е. силы притяжения и отталкивания уравновешивают друг друга. Таким образом, расстояние r_0 соответствует равновесному состоянию между молекулами, на котором бы они находились в отсутствие теплового движения. При $r < r_0$ преобладают силы отталкивания $(F_0 > 0)$, при $r > r_0$ — силы притяжения $(F_n < 0)$. На расстояниях $r > 10^{-9}$ м межмолекулярные силы взаимодействия практически отсутствуют $(F \rightarrow 0)$.



Из приведенной потенциальной кривой следует, что система из двух взаимодействующих молекул в состоянии устойчивого равновесия ($r = r_0$) обладает минимальной потенциальной энергией.

Критерий различных агрегатных состояний вещества

1. П_{тип} << kT (вещество находится в газообразном состоянии).

- 2. $\Pi_{\min} \approx kT$ (вещество находится в жидком состоянии).

где kT — средняя кинетическая энергия молекулы.

Уравнение Ван-дер-Ваальса (уравнение состояния реальных газов)

Для реальных газов необходим Учет собственного объема молекул

Наличие сил отталкивания, которые противодействуют проникновению в занятый молекулой объем других молекул, сводится к тому, что фактический свободный объем, в котором могут двигаться молекулы реального газа, будет не V_m , а $V_m - b$, где b — объем, занимаемый самими молекулами. Объем b равен учетверенному собственному объему молекул.

Учет притяжения молекул

Действие сил притяжения газа приводит к появлению дополнительного давления на газ, называемого *внутренним давлением*. По вычислениям Ван-дер-Ваальса, внутреннее давление обратно пропорционально квадрату молярного объема, т. е.

$$p'=a/V_{\rm m}^2\,,$$

где *а* — постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения, *V* — молярный объем.

Уравнение Ван-дер-Ваальса

Вводя поправки в уравнение $pV_m = RT$ для идеального газа, получим уравнение Ван-дер-Ваальса для 1 моль газа

$$(p+a/V_m^2)(V_m-b) = RT$$
. (1)

Учитывая, что $V = vV_m$ (v = m/M), получим уравнение для произвольного количества вещества:

$$\left(p+\frac{v^2a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{v}-b\right)=RT.$$

Поправки Ван-дер-Ваальса (а и b)

а и *b* — постоянные для *каждого* газа величины. Для их определения записывают уравнения для двух известных из опыта состояний газа и решаются относительно *a* и *b*.

Уравнение (1) можно записать в виде

$$pV_{\rm m}^3 - (RT + pb)V_{\rm m}^2 + aV_{\rm m} - ab = 0.$$

При заданных p и T — это уравнение третьей степени относительно V_m , следовательно, оно может иметь либо три вещественных корня, либо один вещественный и два мнимых, причем физический смысл имеют лишь вещественные положительные корни.

Изотермы Ван-дер-Ваальса и их анализ (1

Изотерны Ван-дер-Ваальса кривые зависимости *p* от *V*_m при заданных *T*, определяемые уравнением Ван-дер-Ваальса для моля газа.

При некоторой температуре T_{k} критической температуре — на изотерме только одна точка перегиба (в этой точке касательная к ней параллельна оси абсцисс). Точка K — критическая точка, соответствующие этой точке объем V_{k} и давление p_{k} называются также критическими. Изотерма при T_{k} называется критической изотермой.



При высокой температуре (T > T) изотерма реального газа отличается о изотермы идеального газа только некоторым искажением ее формп оставаясь монотонно спадающей кривой. При низкой температуре (T < T)изотермы имеют волнообразный участок, сначала монотонно опуская вниз, затем монотонно поднимаясь вверх и снова монотонно опуская Изотермам при низкой температуре (T < T) одному значению давлени (например, p_1 (индекс "m" для простоты опускаем) соответствуют тр значения объема V_1 , V_2 и V_3 (см. с. 77), а при $T > T_{\kappa}$ — одно значени объема.

В критической точке все три объема (три корня) совпадают и равны V поэтому уравнение Ван-дер-Ваальса можно записать в виде $p_{\kappa}(V-V_{\kappa})^3 = 0$ или

$$p_{\rm w}V^3 - 3p_{\rm w}V_{\rm w}V^2 + 3p_{\rm w}V_{\rm w}^2V - p_{\rm w}V_{\rm w} = 0.$$

Записав уравнение (1) (с. 77) для точки К, получим:

$$p_{\kappa}V^{3} - (RT_{\kappa} + p_{\kappa}b)V^{2} + aV - ab = 0.$$

Два последних уравнения тождественны, поэтому в них должны быть равн и коэффициенты при неизвестных соответствующих степеней. Тогд

 $p_{\kappa}V_{\kappa}^{3} = ab$, $3p_{\kappa}V_{\kappa}^{2} = a$, $3p_{\kappa}V_{\kappa} = RT_{\kappa} + p_{\kappa}b$. Решая эти уравнения, найде

$$V_{\kappa} = 3b$$
, $p_{\kappa} = a/(27b^2)$, $T_{\kappa} = 8a/(27Rb)$.

Изотермы Ван-дер-Ваальса и их анализ (2)

Рассмотрим одну из изотерм при $T < T_{a}$ (рис. *a*).



На участках 1-3 и 5-7 при уменьшении объема V_m давление *p* возрастает. На участке 3-5 сжатие вещества приводит к уменьшению давления; практика же показывает, что такие состояния в природе не осуществляются. Наличие участка 3-5 означает, что при постепенном изменении объема вещество не может оставаться все время в виде однородной среды; в некоторый момент должно наступить скачкообразное изменение состояния и распад вещества на две фазы. Таким образом, истинная изотерма имеет вид ломаной линии 7-6-2-1. Часть 7-6 отвечает газообразному состоянию, а часть 2-1 — жидкому. В состояниях, соответствующих горизонтальному участку изотермы 6-2, наблюдается равновесие жидкой и газообразной фаз вещества.

Если через крайние точки горизонтальных участков семейства изотерм провести линию, то получится колоколообразная кривая (рис. б), ограничивающая область двухфазных состояний вещества. Эта кривая и критическая изотерма делят диаграмму *p*, V_m под изотермой на три области: под колоколообразной кривой располагается область двухфазных состояний (жидкость и насыщенный пар), слева от нее находится область жидкого состояния, а справа — область *пара*. Пар — вещество, находящееся в газообразном состоянии при температуре ниже критической. Насыщенный пар — пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью.

Пар отличается от остальных состояний тем, что при изотермическом сжатии его можно подвергнуть сжижению. Газ же при температуре выше критической не может быть превращен в жидкость ни при каком давлении.

Внутренняя энергия реального газа

Внутренняя энергия реального газа

Складывается из кинетической энергии теплового движения его молекул потенциальной энергии межмолекулярного взаимодействия.

Кинетическая энергия теплового движения молекул реального газ (рассматриваем 1 моль) равна $C_{\nu}T$ (определяет внутреннюю энергии идеального газа).

Потенциальная энергия реального газа обусловлена только силам притяжения между молекулами. Наличие сил притяжения приводит возникновению внутреннего давления на газ

$$p'=a/V_{\rm in}^2.$$

Работа, которая затрачивается для преодоления сил притяжения действующих между молекулами газа, как известно из механики, идет и увеличение потенциальной энергии системы, т. е. $\delta A = p' dV_m = \delta \Pi$, ит

 $\delta \Pi = \frac{a}{V_{\rm m}^2} dV_{\rm m}$, откуда

$$\Pi = -a/V_{\rm m} \, .$$

$$U_{\rm m} = C_{\rm V}T - a/V_{\rm m}$$

растет с повышением температуры и увеличением объема.

Если газ расширяется без теплообмена с окружающей средой (адиабатны процесс, т. е. $\delta Q = 0$) и не совершает внешней работы (расширение газа в вакуум, т. е. $\delta A = 0$), то на основании первого начала термодинамики ($\delta Q = (U, -U_1) + \delta A$) получим, что

$$U_1 = U_2$$

Это равенство формально справедливо как для идеального, так и для реального газов, но физически для обоих случаев совершенно различно.

Идеальный газ

Равенство $U_1 = U_2$ означает равенство температур ($T_1 = T_2$), т. е. при адиабатном расширении идеального газа в вакуум T = const.

Реальный газ

Для 1 моль $U_1 = C_v T^1 - a/V_1$, $U_2 = C_v T^2 - a/V_2$. Тогда

$$T_1 - T_2 = \frac{a}{C_V} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right).$$

Так как $V_2 > V_1$, то $T_1 > T_2$, т. е. реальный газ при адиабатном расширения в вакуум охлаждается.

Жидкости и их описание

• Радиус и сфера молекулярного действия

Радиус г молекулярного действия — расстояние (порядка 10⁻⁹ м), при котором можно пренебречь силами притяжения между молекулами жидкости. Сфера радиусом г называется сферой молекулярного действия.

Молекулярное внутреннее давление

Силы, с которыми молекулы, находящиеся внутри сферы молекулярного действия радиусом *r*, действуют на молекулу *A*, направлены в разные стороны и в среднем скомпенсированы, поэтому результирующая сила, действующая на молекулу внутри жидкости со стороны других молекул, равна нулю. Для молекулы *B* сфера молекулярного действия лишь частично расположена внутри жидкости.



В данном случае равнодействующая сил \bar{R} , приложенных к каждой молекуле поверхностного слоя, не равна нулю и направлена внутрь жидкости. Таким образом, результирующие силы всех молекул поверхностного слоя оказывают на жидкость *давление*, называемое *молекулярным* (или *внутренним*).

Поверхностная энергия

Для перемещения молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой надо затратить работу. Эта работа совершается за счет кинетической энергии молекул и идет на увеличение их потенциальной энергии. Поэтому молекулы поверхностного слоя жидкости обладают большей потенциальной энергией, чем молекулы внутри жидкости. Эта дополнительная энергия, которой обладают молекулы в поверхностном слое жидкости, называемая поверхностной энергией.

Так как равновесное состояние характеризуется минимумом потенциальной энергии, то жидкость при отсутствии внешних сил будет принимать такую форму, чтобы при заданном объеме она имела минимальную поверхность, т. е. форму шара. Наблюдая мельчайшие капельки, взвешенные в воздухе, они действительно имеют форму шариков, но несколько искаженную изза действия сил земного притяжения.

Поверхностное натяжение жидкостей

Поверхностная энергия (см. с. 81) пропорциональна площади слоя ΔS $\Delta E = \sigma \Delta S$,

где ст — поверхностное натяжение. Так как жидкость при заданном объеме должна иметь наименьшую площадь поверхности, то жидкость стремится сократить площадь свободной поверхности. В этом случае поверхностный слой жидкости можно уподобить растянутой упругой пленке, в которой действуют силы натяжения.

Рассмотрим поверхность жидкости (см. рисунок), ограниченную замкнутым контуром. Под



действием сил поверхностного натяжения (сил, направленных по касательной к поверхности жидкости и перпендикулярно участку контура на который они действуют, и стремящихся сократить поверхность до минимума) рассматриваемый контур переместится в положение, отмеченное светло-серым цветом.

Силы, действующие со стороны выделенного участка на граничащие с ним участки, совершают работу

$$\Delta A = f \Delta l \Delta x ,$$

где *f* — сила поверхностного натяжения, действующая на единицу длины контура поверхности жидкости. Эта работа совершается за счет уменьшения поверхностной энергии, т. е.

$$\Delta A = \Delta E \; .$$

Учитывая, что $\Delta x \Delta l = \Delta S$, получим

$$\sigma = f,$$

т. е. поверхностное натяжение о равно силе поверхностного натяжения, приходящейся на единицу длины контура, ограничивающего поверхность.

Единица 📦 Н/м или Дж/м²

Поверхностное натяжение существенным образом зависит от примесей, имеющихся в жидкостях. Вещества, ослабляющие поверхностное натяжение жидкости, называются поверхностно-активными. Наиболее известным поверхностно-активным веществом по отношению к воде является мыло.

Смачивание

Смачивание

Явление искривления свободной поверхности жидкости при соприкосновении жидкости с поверхностью твердого тела.

Смачивание зависит от характера сил, действующих между молекулами поверхностных слоев соприкасающихся тел.

Краевой угол (θ)

Угол между касательными к поверхности жидкости и твердого тела.

Капля воды растекается на стекле, в то же время как ртуть на той же поверхности превращается в несколько сплюснутую каплю.

Смачивающая жидкость

Жидкость смачивает твердое тело, если краевой угол острый:

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

Вода смачивает стекло. Силы притяжения между молекулами жидкости н твердого

тела здесь больше, чем между молекулами самой жидкости, и жидкость стремится увеличить поверхность соприкосновения с твердым телом.

Несмачивающая жидкость

Жидкость не смачивает твердое тело, если краевой угол тупой:

$$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi.$$

Ртуть не смачивает стекло. Силы притяжения между молекулами жидкости н твердого тела здесь меньше, чем между молекулами жидкости, и жидкость стремится уменьшить поверхность своего соприкосновения с твердым телом.

Смачивание и несмачивание — понятия относительные, так как жидкость, смачивающая одну твердую поверхность, не смачивает другую. Например, вода смачивает стекло, но не смачивает парафин; ртуть не смачивает стекло, но смачивает чистые поверхности металлов.





Капиллярные явления

Капиллярные явления

Явления изменения высоты уровня жидкости в капиллярах.

Капилляры

Узкие цилиндрические трубки (их диаметр ≤ 1 мм).

Если капилляр поместить одним концом в жидкость, налитую в широкий сосуд, то вследствие смачивания или несмачивания жидкостью стенок капилляра кривизна поверхности жидкости в капилляре становится значительной. Если жидкость смачивает материал трубки, то внутри нее поверхность жидкости — мениск имеет вогнутую форму, если не смачивает — выпуклую.

Избыточное давление

Давление на искривленную поверхность жидкости, обусловленное силами поверхностного натяжения.

Избыточное давление для выпуклой поверхности положительно, для вогнутой — отрицательно. Жидкость в капилляре поднимается или опускается на такую высоту h, при которой давление столба жидкости (*гидростатическое давление*) ρgh уравновешивается избыточным давлением Δp ($\Delta p = 2\sigma/R$), т. е.

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho g h$$
.

Высота поднятия (глубина опускания) жидкости в капилляре:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R} = \frac{2\sigma}{\rho g r} \cos \theta$$

(р — плотность жидкости; r — радиус капилляра; R — радиус кривизны поверхности; g — ускорение свободного падения).

Из последней формулы следует, что высота поднятия (опускания) жидкости в капилляре обратно пропорциональна его радиусу. В тонких капиллярах жидкость поднимается достаточно высоко. Так, при полном смачивании ($\theta = 0$) вода ($\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\sigma = 0,073 \text{ H/м}$) в капилляре диаметром 10 мкм поднимается на высоту $h \approx 3 \text{ м}$.

Твердые тела: кристаллические и аморфные

• Твердые тела

Агрегатные состояния вещества, характеризующиеся постоянством формы и объема, причем тепловые движения частиц в них представляют собой хаотические колебания частиц относительно положений равновесия.

Кристаллические тела

Твердые тела, имеющие упорядоченное, периодически повторяющееся расположение частиц (атомов, молекул, ионов).

Кристаллическая решетка

Структура, для которой характерно регулярное расположение частиц с периодической повторяемостью в трех измерениях.

Узлы кристаллической решетки

Точки, в которых расположены частицы, а точнее — точки, относительно которых частицы в твердых телах совершают колебания.

• Аморфные тела

Твердые тела, физические свойства которых одинаковы по всем направлениям (наблюдается изотропия свойств).

Для них, как и для жидкостей, характерен ближний порядок в расположении частиц; в них в отличие от жидкостей подвижность частиц довольно мала. Особенностью аморфных тел является отсутствие у них определенной точки плавления, т.е. невозможно указать определенную температуру, выше которой можно было бы констатировать жидкое состояние, а ниже — твердое. Из опыта известно, что в аморфных телах со временем может наблюдаться процесс кристаллизации, например в стекле появляются кристаллики; оно, теряя пластичность, начинает мутнеть и превращается в поликристаллическое тело.

Полимеры

Органические аморфные тела, молекулы которых состоят из большого числа одинаковых длинных молекулярных цепочек, соединенных химическими связями (например, каучук, клетчатка, пластмасса, резина). Полимерам присущи прочность и эластичность; некоторые полимеры выдерживают растяжение, в 5—10 раз превышающее их первоначальную длину.

Моно- и поликристаллы

Монокристаллы

Твердые тела, частицы которых образуют единую кристаллическую решетку (например, большинство минералов). Внешняя форма монокристаллов одного вида может быть различной, но углы между соответствующими гранями у них остаются постояннымн. Это — закон постоянства углов.

Крупные природные монокристаллы встречаются довольно редко (например, лёд, поваренная соль, исландский шпат). В настоящее время многие монокристаллы выращиваются искусственно.

Анизотропия монокристаллов

Зависимость физических свойств — упругих, механических, тепловых, электрических, магнитных, оптических — от направления. Объясняется тем, что (см. рисунок) плотность расположения частиц кристаллической решетки по разным направлениям не одинакова, что и приводит к различию свойств кристаллов вдоль этих направлений.





Поликристаллы

Твердые тела, имеющие мелкокристаллическую структуру, т.е. состоящие из множества беспорядочно ориентированных кристаллических зерен (например, горные породы, металлы, сплавы).

Изотропия поликристаллов

В поликристаллах анизотропия наблюдается только для отдельных мелких кристалликов, но их различная ориентация приводит к тому, что свойства поликристалла по всем направлениям *в среднем* одинаковы. Изотропны *аморфные твердые тела* (см. с. 85), которые представляют собой переохлажденные жидкости.

Признаки классификации кристаллов

1. Кристаллографический (в данном случае важна только пространственная периодичность в расположении частиц (частицы рассматривают как точки)).

2. Физический (в данном случае важна природа частиц в узлах решетки и характер сил взаимодействия между ними).

Кристаллографический признак кристаллов

Кристаллическая решетка может обладать различными видами симметрии. Симметрия кристаллической решетки — ее свойство совмещаться с собой при некоторых пространственных перемещениях, например параллельных переносах, поворотах, отражениях или их комбинациях и т. д. Кристаллической решетке присущи 230 комбинаций элементов симметрии, или 230 различных пространственных групп.

С переносной симметрией в трехмерном пространстве связывают понятие трехмерной периодической структуры — пространственной решетки, или решетки Бравэ. Всякая пространственная решетка может быть составлена повторением в трех различных направлениях одного и того же структурного элемента — элементарной ячейки. Всего существует 14 типов решеток Бравэ, различающихся по виду переносной симметрии. Они распределяются по семи кристаллографическим системам, или сингониям, представленным в порядке возрастающей симметрии в таблице:

Кристал- лографи- ческая система	Характе- ристика элемен- тарной ячейки	Форма элементарной ячейки	Кристал- лографи- ческая система	Характе- ристика элемен- тарной ячейки	Форма элементарной ячейки
Три- клинная	α≠b≠c, α≠β≠γ	Changer	Ромбоэд- рическая (три- гональная)	a = b = c, $\alpha = \beta =$ $= \gamma \neq 90^{\circ}$	a
Моно- клинная	$a \neq b \neq c,$ $\alpha = \beta =$ $= 90^{\circ} \neq \gamma$		Гекса- гональная	$a = b \neq c ,$ $\alpha = \beta = 90^{\circ}$ $\gamma = 60^{\circ}$	c a a
Ромбиче- ская	$a \neq b \neq c,$ $\alpha = \beta =$ $= \gamma = 90^{\circ}$		Кубиче- ская	a = b = c, $\alpha = \beta =$ $= \gamma = 90^{\circ}$	
Тетраго- нальная	$a = b \neq c,$ $\alpha = \beta =$ $= \gamma = 90^{\circ}$				

Типы кристаллов согласно физическому признаку

1. Ионные кристаллы

В узлах кристаллической решетки поочередно располагаются ионы противоположного знака (типичный представитель — NaCl). Связь, обусловленная кулоновскими силами притяжения между разноименно заряженными ионами, называется ионной.Здесь нельзя выделить отдельные молекулы: кристалл представляет собой как бы одну гигантскую молекулу.



2. Атомные кристаллы

В узлах кристаллической решетки располагаются нейтральные атомы, удерживающиеся в узлах решетки ковалентными связями квантово-механического происхождения (у соседних атомов обобществлены валентные электроны, наименее связанные с атомом). Типичные представители: алмаз, графит, германий и т.д. Структура решетки алмаза приведена на рисунке.



Металлические кристаллы

В узлах кристаллической решетки располагаются положительные ионы металла. При образовании кристаллической решетки валентные электроны, слабо связанные с атомами, отделяются от атомов н коллективизируются: они уже принадлежат не одному атому, как в случае ионной связи, и не паре соседних атомов, как в случае ковалентной связи, а всему кристаллу в целом.

4. Молекулярные кристаллы

В узлах кристаллической решетки располагаются нейтральные молекулы вещества, силы взаимодействия между которыми обусловлены незначительным взаимным смещением электронов в электронных оболочках атомов. Эти *силы* называют *ван-дер-ваальсовыми*, так как они имеют ту же природу, что и силы притяжения между молекулами, приводящими к отклонению газов от идеальности.

Дефекты в кристаллах

Дефекты кристаллической решетки

Отклонения от упорядоченного расположения частиц в узлах решетки.



Макроскопические дефекты

Дефекты, возникающие в процессе образования и роста кристаллов (трещины, поры, инородные макроскопические включения).

Микроскопические дефекты

Дефекты, обусловленные микроскопическими отклонениями от пернодичности.

точечные

 вакансия — отсутствие атома в узле решетки (рис. а);
 междоузельный атом атом, внедрившийся в междоузельное пространство (рис. б);
 примесный атом — атом примеси, либо замещающий атом основного вещества в кристаллической решетке



(рис. в), либо внедрившийся в междоузельное пространство (рис. б).

линейные

Линейные дефекты

Линейные дефекты нарушают дальний порядок.

Дислокации

Линейные дефекты, нарушающие правильное чередование атомных плоскостей.

Если одна из атомных плоскостей обрывается внутри кристалла, то край этой плоскости образует краевую



дислокацию (рис. *a*). В случае *винтовой дислокации* (рис. *б*) ни одна из атомных плоскостей внутри кристалла не обрывается, а сами плоскости лишь приблизительно параллельны и смыкаются друг с другом так, что фактически кристалл состоит из одной атомной плоскости, изогнутой по винтовой поверхности.

Дислокации никогда не обрываются, они либо выходят на поверхность, либо разветвляются, поэтому в реальном кристалле образуются плоские или пространственные сетки дислокаций.

Испарение, сублимация. плавление и кристаллизация

Парообразование

Процесс перехода вещества из жидкого состояния в газообразное.

Испарение

Парообразование, происходящее при любой температуре со свободно поверхности жидкости.

Сублимация (возгонка)

Испарение твердых тел.



Конденсация

Переход вещества вследствие его охлаждения или сжатия из газообразного состояния в конденсированное (жидкое или твердое).

Конденсация — процесс, компенсирующий испарение.



Плавление

Переход вещества из кристаллического (твердого) состояния в жидкое. Плавление происходит при определенной (рис. а), возрастающей с увеличением внешнего давления, температуре плавления.

Кристаллизация (затвердевание)

Переход из жидкого состояния в кристаллическое (твердое). Для химически чистой жидкости этот процесс идет при постоянной (рис. б) температуре кристаллизации (она равна температуре плавления).

Для кристаллизации необходимо наличие центров кристаллизации примесей, пылинок.

Зависимость T(Q):

рис, a: Q — количество теплоты, полученной телом при плавлении;

рис. б: Q' — количество теплоты, отданное телом при кристаллизации.



Фазовые переходы

Фаза

Термодинамически равновесное состояние вещества, отличающееся по физическим свойствам от других возможных равновесных состояний того же вещества.

Фазовый переход

Переход вещества из одной фазы в другую.

Фазовый переход всегда связан с качественными изменениями свойств вещества. Примером фазового перехода могут служить изменения агрегатного состояния вещества или переходы, связанные с изменениями в составе, строении и свойствах вещества (например, переход кристаллического вещества из одной модификации в другую).

Если, например, в закрытом сосуде находится вода, то эта система является *двухфазной*: жидкая фаза — вода; газообразная фаза — смесь воздуха с водяными парами. Если в воду бросить кусочек льда, то эта система становится трехфазной, в которой лед является твердой фазой. Часто понятие "фаза" употребляется в смысле агрегатного состояния, однако надо учитывать, что оно шире, чем понятие "агрегатное состояние".

Фазовый переход I рода

Переход (например, плавление, кристаллизация), сопровождающийся поглощением или выделением теплоты.

Характеризуется постоянством температуры, изменениями энтропии и объема.

Фазовый переход II рода

Переход, не связанный с поглощением или выделением теплоты и изменением объема.

Характеризуется постоянством объема и энтропии, но скачкообразным изменением теплоемкости.

Примеры фазовых переходов II рода: переход ферромагнитных веществ (железа, никеля) при определенных давлении и температуре в парамагнитное состояние; переход металлов и сплавов при температуре, близкой к 0 К, в сверхпроводящее состояние, характеризуемое скачкообразным уменьшением электрического сопротивления до нуля.

Если система является однокомпонентной, т. е. состоящей из химически однородного вещества или его соединения, то понятие фазы совпадает с понятием агрегатного состояния.

Диаграмма состояния. Тройная точка

Диаграмма состояния

Геометрическое изображение фазовых превращений, где в координатах *р*, *Т* задается зависимость между температурой фазового перехода и давлением в виде кривых испарения (*KI*), плавления (*KI*) и сублимации (*KC*), разделяющих поле диаграммы на три области, соответствующие условиям существования твердой (*TT*), жидкой (*Ж*) и газообразной (*I*) фаз. Кривые на диаграмме называются кривыми фазового равновесия. Каждая точка на них соответствует



условиям равновесия двух сосуществующих фаз: КП — твердого тела и жидкости, КИ — жидкости и газа, КС — твердого тела и газа.

Тройная точка

Точка, в которой пересекаются кривые фазового равновесия и которая, следовательно, определяет условия (температуру T_{p} и давление p_{p}) одновременного равновесного сосуществования трех фаз вещества. Каждое вещество имеет одну тройную точку.

Тройная точка воды соответствует температуре 273,16 К (или температуре 0,01 °С по шкале Цельсия) и является основной *реперной точкой* для построения термодинамической температурной шкалы.

Для многих веществ при плавлении объем возрастает, и увеличение давления приводит к повышению температуры плавления (сплошная КП на рисунке).

Уравнение Клапейрона—Клаузиуса

Определяет метод расчета кривой равновесия двух фаз одного и того же вещества

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)}$$

(*p* — равновесное давление; *L* — теплота фазового перехода; (*V*₂ – *V*₁) — изменение объема при переходе его из первой фазы во вторую; *T* — температура перехода (процесс изотермический)).

Анализ экспериментальной диаграммы состояния

На основе экспериментальной диаграммы состояния можно судить, в каком состоянии находится данное вещество при определенных *p* и *T*, а также какие фазовые переходы будут происходить при том или ином процессе. Например, при условиях, соответствующих точке *I*, вещество находится в твердом состоянии, точке *2* — в газообразном, а точке *3* одновременно в жидком и газообразном состояниях.



Допустим, что вещество в твердом состоянии, соответствующем точке 4, подвергается изобарному нагреванию, изображенному на диаграмме состояния горизонтальной штриховой прямой 4–5–6. Из рисунка видно, что при температуре, соответствующей точке 5, вещество плавится, при более высокой температуре, соответствующей точке 6, — начинает превращаться в газ. Если же вещество находится в твердом состоянии, соответствующем точке 7, то при изобарном нагревании (штриховая прямая 7–8) кристалл превращается в газ, минуя жидкую фазу.

Если вещество находится в состоянии, соответствующем точке 9, то при изотермическом сжатии (птриховая прямая 9-10) оно пройдет следующие три состояния: газ — жидкость — кристаллическое состояние. На диаграммах состояния видно, что кривая испарения обрывается в критической точке К. Поэтому возможен непрерывный переход вещества из жидкого состояния в газообразное и обратно в обход критической точки, без пересечения кривой испарения (переход 11-12 на рисунке), т. е. такой переход, который не сопровождается фазовыми превращениями. Переход же кристаллического состояния в жидкое или газообразное может быть только скачкообразным (в результате фазового перехода), поэтому кривые плавления и сублимации не обрываются.

Изменение агрегатного состояния



3. Электричество и электромагнетизм

Глава 11

Электростатика

Электрический заряд и его свойства

Электрический заряд

Характеризует способность тел или частиц к электромагнитным взаимодействиям.

Единица 📂 1Кл=1А.с

1 Кл — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с. Кулон — производная единица.

Элементарный электрический заряд

 $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Носитель элементарного отрицательного заряда — электрон $(m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг});$ носитель элементарного положительного заряда — протон $(m_e = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}).$

Фундаментальные свойства электрического заряда

Существует в двух вндах: положительный и отрицательный.
 Одноименные заряды отгалкиваются, разноименные — притягиваются.

• Электрический заряд инвариантен (его величина не зависит от системы отсчета, т.е. не зависит от того, движется он или покоится).

Электрический заряд дискретен, т.е. заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда е.

Электрический заряд *аддитивен* (заряд любой системы тел (частиц) равен сумме зарядов тел (частиц), входящих в систему).

Электрический заряд подчиняется закону сохранения заряда.

Закон сохранения заряда. Закон Кулона

Закон сохранения заряда

Алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри данной системы.

Замкнутая система

Система, не обменивающаяся зарядами с внешними телами.

• Закон Кулона

Сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися *в вакууме*, пропорциональна зарядам $Q_1 \, u \, Q_2 \, u$ обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|Q_1| |Q_2|}{r^2}.$$

Сила \vec{F} направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т.е. является центральной, и соответствует притяжению (F < 0) в случае разноименных зарядов и отталкиванию (F > 0) в случае одноименных зарядов. Эта сила называется кулоновской силой.

Точечный заряд

физическая абстракция

Заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует.

ε₀ — электрическая постоянная, относящаяся к числу *фундаментальных* физических постоянных:

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \Phi/M$$
, $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 M/\Phi$,

Если взаимодействующие заряды находятся в однородной и изотропной среде, то кулоновская сила

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|Q_1| |Q_2|}{\varepsilon r^2}.$$

Диэлектрическая проницаемость среды (ε)

Безразмерная величина, показывающая во сколько раз сила взаимодействия F между зарядами в данной среде меньше их силы взаимодействия F_0 в вакууме: $\varepsilon = F_0/F$.

Напряженность электростатического поля

Электростатическое поле

Поле, создаваемое неподвижными электрическими зарядами.

Напряженность электростатического поля

Физическая величина, определяемая силой, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}.$$

силовая векторная характернстика электростатического поля



▶ 1 Н/Кл = 1 В/м

1 Н/Кл — напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует силой 1 Н.

Для обнаружения и опытного исследования электростатическом поля используется

Пробный точечный положительный заряд

Заряд, который не искажает исследуемое поле (не вызывает перераспределения зарядов, создающих поле).

Напряженность поля точечного заряда в вакууме

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

где \vec{r} — радиус-вектор, соединяющий данную точку поля с зарядом Q, или в скалярной форме

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

Направление вектора \vec{E} совпадает с направленнем силы, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом, то вектор \vec{E} направлен вдоль радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (оттал-



кивание пробного положительного заряда); если поле создается отрицательным зарядом, то вектор \vec{E} направлен к заряду (см. рисунок).

Линии напряженности электростатического поля. Поток вектора напряженности

Линии напряженности (силовые линии)

Линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{E} (рис. *a*).

Для однородного поля (когда вектор напряженности в любой точке постоянен по модулю и направлению) линии напряженности параллельны вектору напряженности.

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен (рис. б), и входящие в него, если заряд отрицателен (рис. в).

Поток вектора \vec{E}

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, их проводят с определенной густотой (см. рис. а): число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора E.

Число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS, равно $EdS \cos \alpha = E_n dS$, где E_n — проекция вектора \vec{E} на нормаль \vec{n} к площадке dS (рис. г).

Величина

$$\mathrm{d}\Phi_E = E_{\mu}\mathrm{d}S = \vec{E}\mathrm{d}\vec{S}$$

--- поток вектора напряженности сквозь площадку

dS, $dS = dS \cdot \vec{n}$ — вектор, модуль которого равен dS, а направление вектора совпадает с направлением \vec{n} к площадке.

Поток вектора E сквозь произвольную замкнутую поверхность S:

$$\Phi_E = \oint E_{\mu} dS = \oint \bar{E} d\bar{S} .$$

Поток вектора \vec{E} — алгебраическая величина (зависит от конфигурации поля \vec{E} н от выбора направления \vec{n}). ⁷ Трофимова 97





Принцип суперпозиции. Поле диполя

Принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей

Напряженность \vec{E} результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна *геометрической* сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

Электрический диполь

Система двух равных по модулю разноименных точечных зарядо (+Q, -Q), расстояние *l* между которыми значительно меньше расстояни до рассматриваемых точек поля.

Плечо диполя

Вектор, направленный по оси диполя (прямой, проходящей через оба заряда) от отрицательного заряда к положительному и равный расстоянию между ними.

Электрический момент диполя

Вектор

 $\vec{p} = |Q|\vec{l}$, совпадающий по направлению с плечом диполя.



•

По принципу суперпозиции, напряженность поля диполя в произвольной точке $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$ (\vec{E}_+ и \vec{E}_- — напряженности полей, создаваемых соответственно положительным и отрицательным зарядами).

Напряженность поля на продолжении оси диполя в точке А

$$E_A = E_+ - E_-$$

$$E_{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}} \left[\frac{Q}{(r-l/2)^{2}} - \frac{Q}{(r+l/2)^{2}} \right] = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_{0}} \frac{(r+l/2)^{2} - (r-l/2)^{2}}{(r-l/2)^{2}(r+l/2)^{2}},$$

l/2 << r, поэтому

$$E_{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}} \frac{2Ql}{r^{3}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}} \frac{2p}{r^{3}}.$$



Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Поток вектора *Ē* сквозь сферическую поверхность радиуса *r*

$$\Phi_E = \oint E_n \mathrm{d}S = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \,.$$

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы. Так, если окружить сферу (см. рисунок) произвольной замкнутой поверхностью, то каждая линия напряженности, пронизывающая сферу, пройдет и сквозь эту поверхность.



Общий случай: произвольная поверхность, окружающая *п* зарядов

В соответствин с *принципом суперпозиции* напряженность \vec{E} поля, создаваемого всеми зарядами, равна сумме напряженностей \vec{E}_i , создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$. Поэтому

$$\Phi_E = \oint_{S} \vec{E} \, \mathrm{d}\vec{S} = \oint_{S} \left(\sum_{i} \vec{E}_{i} \right) \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{i} \oint_{S} \vec{E}_{i} \, \mathrm{d}\vec{S} \; .$$

Каждый из интегралов, стоящий под знаком суммы, равен Q_i/ε_0 . Следовательно,

$$\oint_{S} \vec{E} d\vec{S} = \oint_{S} E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} Q_i .$$

Теорема Гаусса для поля в вакууме

Поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленных на ε_0 :

$$\oint_{S} \vec{E} d\vec{S} = \oint_{S} E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i.$$

Если заряд распределен в пространстве с *объемной плотностью* $\rho = \frac{dQ}{dV}$,

то теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

$$\oint_{S} \vec{E} d\vec{S} = \oint_{S} E_{n} dS = \frac{1}{\varepsilon_{0}} \int_{V} \rho dV.$$

7*

Применение теоремы Гаусса к расчету полей в вакууме (1)



Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

Бесконечная плоскость заряжена с постоянной

поверхностной плотностью $+\sigma$ ($\sigma = \frac{dQ}{dS}$

заряд, приходящийся на единицу поверхности). Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от иее в обе стороны. В качестве замкнутой поверхности мысленно построим цилиндр, основания которого параллельны заряженной плоскости, а ось перпендикулярна ей.



Полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площад оснований равны и для основания E_n совпадает с E), т. е. равен 2*ES*. Согласар теореме Гаусса, $2ES = \sigma S/\epsilon_0$, откуда

$$E = \sigma/(2\varepsilon_{\rm o}).$$

Поле равномерно заряженной сферической поверхности

Сферическая поверхность радиуса R с общим зарядом Q заряжена равномерно с поверхностной плотностью σ .

Благодаря равномерному распределению заряда по поверхности поле, создаваемое им, обладает сферической симметрией. Поэтому линии напряженности направлены радиально (рис. *a*). Построим мысленно сферу радиуса *r*, имеющую общий центр с заряженной сферой. Если *r* > *R*, то внутрь поверхности попадает весь заряд *Q*, создающий рассматриваемое поле, и, по теореме

Гаусса, $4\pi r^2 E = Q/\varepsilon_0$, откуда $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (r \ge R).$

При r > R поле убывает с расстоянием r по такому же закону, как и у точечного заряда. График зависимости E от r приведен на рис. f. Если r' < R, то замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, поэтому внутри равномерно заряженной сферической поверхности E = 0.



Применение теоремы Гаусса к расчету полей в вакууме (2)

Поле объемно заряженного шара

Шар радиуса R с общим зарядом Q заряжен рав-

номерно с объемной плотностью $\rho(\rho = \frac{dQ}{dV} -$

заряд, приходящийся на единицу объема). Учитывая соображения симметрии, можно показать, что для напряженности поля вне шара получится тот же результат, что и в случае сферической поверхности:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \quad (r\ge R).$$



Внутри шара напряженность другая. Сфера радиуса r' < R охватывает заряд $Q' = \frac{4}{3}\pi r'^{3}\rho$. Поэтому, согласно теореме Гаусса, $4\pi r'^{2}E = Q'/\epsilon_{0} = \frac{4}{3}\pi r'^{3}\rho/\epsilon_{0}$. Учитывая, что $\rho = Q/(\frac{4}{3}\pi R^{3})$, получим

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^3} r' \quad (r' \leq R).$$

График зависимости Е от г приведен на рисунке.

Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити)

Бесконечный цилиндр радиуса R заряжен рав-

номерно с линейной плотностью τ ($\tau = \frac{dQ}{\tau}$

заряд, приходящийся на единицу длины). Из соображений симметрии следует, что линии напряженности будут направлены по радиусам круговых сечений цилиндра с одинаковой густотой во все стороны относительно оси цилиндра. В качестве замкнутой поверхности мысленно построим коаксиальный с заряженным цилиндр радиуса *г* и высотой *l*. Поток вектора *Ē* сквозь торцы цилиндра равен нулю (торцы параллельны линиям напряженности), а



сквозь боковую поверхность $-2\pi r l E$. По теореме Гаусса, при $r > R \ 2\pi r l E = \tau l / \varepsilon_0$, откуда

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\tau}{r} \quad (r \ge R).$$

Если r < R, то замкнутая поверхность зарядов внутри не содержит, поэтому в этой области E = 0.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля



• Работа перемещения заряда в поле

Точечный заряд Q_0 перемещается в поле заряда Q вдоль произвольной траектории.

$$dA = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} dr.$$

(Учтено, что $d/\cos\alpha = dr$).

Работа при перемещении заряда Q_0 из точки I в точку 2:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dA}{4\pi\epsilon_0} = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2} \right). (1)$$

 A_{12} не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной l и

конечной 2 точек. Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является потенциальным, а электростатические силы — консервативныма.

Работа перемещения заряда во внешнем электростатическом поле no любому замкнутому контуру L, согласно (1),

$$dA=0$$
. (2)

🕨 Циркуляция вектора $ar{E}$

Если переносимый заряд единичный, то элементарная работа сил поля на пути $d\vec{l}$ равна $\vec{E}d\vec{l} = E_I dl$, где $E_I = E \cos \alpha$ — проекция вектора \vec{E} на направление элементарного перемещения.

Интеграл $\oint \vec{E} d\vec{l} = \oint E_l dl$ называется циркуляцией вектора напря-L L

женности.

Теорема о циркуляции вектора Е

Формулу (2) можно записать в виде

$$\oint_{L} \vec{E} d\vec{J} = \oint_{L} E_{f} dJ = 0$$

— теорема о циркуляции вектора \vec{E} . Силовое поле, обладающее таких свойством, называется потенциальным (эта формула справедлива толых для электростатического поля).



Потенциал электростатического поля

Потенциальная энергия заряда (U)

Работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии, т. е. A_{12} можно представить как разность потенциальных энергий заряда Q_0 в начальной и конечной точках поля заряда Q:

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{QQ_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{QQ_0}{r_2} = U_1 - U_2.$$

Потенциальная энергия заряда Q_0 , находящегося в поле заряда Q на расстоянии *r* от него, равна

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{QQ_0}{r}$$

(приняли, что при $r \rightarrow \infty$ U = 0, C = 0).

Если поле создается системой n точечных зарядов, то потенциальная энергия U заряда Q_0 , находящегося в этом поле, равна сумме его потенциальных энергий U, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$U=\sum_{i=1}^{n}U_{i}=Q_{0}\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_{i}}{4\pi\varepsilon_{0}r_{i}}.$$

🕨 Потенциал (φ)

Потенциал в какой-либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в данную точку:

$$\varphi = \frac{U}{Q_0}.$$

Энергетическая скалярная характернстика электростатического поля

Единица 🗪 1В = 1 Дж/Кл

1 В (вольт) — потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж.

1 В = 1 Дж/Кл

Потенциал поля точечного заряда

 $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r}$ (*r* — расстояние от данной точки до заряда *Q*, создающего поле).

Разность потенциалов. Принцип суперпозиции

• Работа перемещения заряда в поле

Работа сил электростатического поля при перемещении точечного заряда *Q*, из точки *I* в точку *2*:

$$A_{12} = U_1 - U_2 = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad (1)$$

т. е. равна произведению перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках.

Работа сил поля при перемещении заряда Q_0 из точки I в точку 2 может быть записана также в виде

$$A_{12} = \int_{1}^{2} Q_0 \vec{E} \, \mathrm{d}\vec{l} \,. \tag{2}$$

Разность потенциалов ($\phi_1 - \phi_2$)

Разность потенциалов двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{Q_0}$$

Приравняв (1) и (2), получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{1}^{2} \vec{E} d\vec{l} = \int_{1}^{2} E_l dl$$

где интегрирование можно производить вдоль любой линии, соединяюще начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического пол не зависит от траектории перемещения.

Еще одна формулировка потенциала

Если перемещать заряд Q_0 из произвольной точки за пределы поля, т. е. в бесконечность, где по условию потенциал равен нулю, то работа сил электростатического поля, согласно формуле (1), $A_{\infty} = Q_0 \varphi$, откуда

$$\varphi = \frac{A_{uo}}{Q_0}$$

Потенциал — физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки в бесконечность.

Принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей

Если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов.

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i$$

Связь между напряженностью и потенциалом. Эквипотенциальные поверхности

Напряженность как градиент потенциала

Работа по перемещению единичного точечного положительного заряда из одной точки в другую вдоль оси x при условии, что точки расположены бесконечно близко друг к другу и $x_2 - x_1 = dx$, равна $E_x dx$. Та же работа равна $\phi_1 - \phi_2 = -d\phi$. Приравняв оба выражения, получим

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x},$$

где символ частной производной подчеркивает, что дифференцирование производится только по х. Повторив аналогичные рассуждения для осей у и z, имеем

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k}\right)$$
, или $\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi$,

 $(i, j, k - eдиничные векторы координатных осей x, y, z). Знак минус показывает, что вектор <math>\vec{E}$ направлен в сторону убывания потенциала.

Эквипотенциальные поверхности

Поверхности, во всех точках которых потенциал ф имеет одно и то же значение.

Используются для графического изображения распределения потенциала.

Точечный заряд: линии вектора \vec{E} и эквипотенциальные поверхности (см. рисунок).

Вектор \tilde{E} :

1) всегда перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям;

2) всегда направлен в сторону убывания потенциала.



Эквипотенциальные поверхности обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы.

Тогда густота эквипютенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность поля в разных точках. Там, где эти поверхности расположены гуще, напряженность поля больше.

Вычисление разности потенциалов по напряженности поля

Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

 $E = \sigma/(2\epsilon_0)$ (см. с. 100). Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях х, и х, от плоскости, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E \, \mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \, \mathrm{d}x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (x_2 - x_1).$$

Поле равномерно заряженной сферической поверхности

Радиус сферы R, общий заряд Q. При r > R $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$ (см. с. 100). Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра сферы $(r_1 > R, r_2 > R)$, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E \, \mathrm{d}r = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \, \mathrm{d}r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \tag{1}$$

Если принять $r_1 = r$ и $r_2 = \infty$, то потенциал поля вне сферической поверхност задается выражением $\varphi = Q/(4\pi\epsilon_0 r)$.

Поле объемно заряженного шара

Радиус шара R, общий заряд Q. При r > R разность потенциалов между двума точками вне шара определяется по формуле (1) для сферы.

В любой точке, лежащей внутри шара на расстоянии r' от его центра (r' < R),

напряженность определяется выражением $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^3} r'$ (см. с. 101). Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1' и r_2' от центра

потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1' и r_2' от центра шара ($r_1' < R$, $r_2' < R$), равна

$$\phi_1 - \phi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (r_2^{r_2} - r_1^{r_2}) .$$

Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра

Радиус цилиндра *R*, заряжен с линейной плотностью т, ене цилиндра (r > R) напряженность определяется формулой $E = \tau/(2\pi\epsilon_0 r)$. Следовательно, разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от ося заряженного цилиндра $(r_1 > R, r_2 > R)$, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{\eta}^{2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \int_{\eta}^{2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$
Типы диэлектриков. Поляризация диэлектриков

Диэлектрики с неполярными молекулами

(например, N₂, H₂, O₂, CO₂)

Молекулы, имеющие симметричное строение, т.е. центры "тяжести" положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают и, следовательно, дипольный момент молекулы \vec{p} равен нулю.

Диэлектрики с полярными молекулами

(например, H₂O, NH₃, SO₂, CO)

Молекулы, которые в отсутствие внешнего электрического поля обладают дипольным моментом. При отсутствии внешнего поля дипольные моменты полярных молекул вследствие теплового движения ориентированы в пространстве хаотично и их результирующий момент равен нулю.

Ионные диэлектрики

(например, NaCl, KCl)

Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков.

Поляризация диэлектриков

Процесс ориентации диполей или появление под воздействием электрического поля ориентированных по полю диполей.

Три вида поляризации

Электронная, или *деформационная, поляризация* диэлектрика с неполярными молекулами, заключающаяся в возникновении у атомов индуцированного дипольного момента за счет деформации электронных орбит;

ориентационная, или дипольная, поляризация диэлектрика с полярными молекулами, заключающаяся в ориентации имеющихся дипольных моментов молекул по полю. Эта ориентация тем сильнее, чем больше напряженность электрического поля и ниже температура;

ионная поляризация диэлектриков с ионными кристаллическими решетками, заключающаяся в смещении подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных — против поля, приводящем к возникновению дипольных моментов.

Поляризованность.

Напряженность поля в диэлектрике

Поляризованность

Векторная величина, определяемая дипольным моментом единицы объема диэлектрика

$$\vec{P} = \vec{p}_{\nu}/V = \sum_{i} \vec{p}_{i}/V,$$

где \vec{p}_i — дипольный момент одной молекулы.

Связь Р и Е

В случае изотропного диэлектрика

$$\bar{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E} ,$$

где X — диэлектрическая восприимчивость вещества, характеризующа свойства диэлектрика (безразмерная величина, как правило, составляет несколько единиц).

При внесении диэлектрика во внешнее электрическое поле он поляризуется: на правой грани будет избыток положительного заряда с поверхностной плотностью + σ, на левой — отрицательного заряда - о'. Эти нескомпенсированные заряды, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика, называются связанными, σ' < σ. Поле связанных зарядов \vec{E}' направлено против внешнего поля (поля, создаваемого свободными зарядами \tilde{E}_0) и ослабляет его. Результирующее поле внутри диэлектрика

 $\varepsilon = 1 + \varkappa$

(1)

$$E = E_0 - E'$$

Поле $E' = \sigma'/\varepsilon_0$ (поле, созданное двумя заряженными плоскостями). $p_{v} = PV = PSd$ (S — площадь грани пластинки, d — ее толщина) $p_{\nu} = Q'd = \sigma'Sd$, тогда $PSd = \sigma'Sd$, т. е. $\sigma' = P$. $E = E_0 - \kappa E_0,$ $E = E_0 / (1 + \kappa) = E_0 / \varepsilon, \quad (2)$ Подставив в (1) Е' и о', получим откуда результирующее поле

откула

Диэлектрическая проницаемость среды

Из формулы (2) $\varepsilon = E_0/E$, т. е. ε показывает, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком, количественно характеризуя свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

Электрическое смещение. Теорема Гаусса для поля в диэлектрике

Напряженность электростатического поля зависит от свойств среды (см. с. 108). Вектор \vec{E} , переходя через границу диэлектриков, претерпевает скачок. Поэтому вводят новую величину:

Электрическое смещение (\tilde{D})

Для изотропной среды Учитывая, что $\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}$ и $\varepsilon = 1 + \varkappa$,

$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} .$ $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} .$

Единица 🗪 Кл/м²

Результирующее поле в диэлектрике описывается вектором \vec{E} (он зависит от свойств диэлектрика). Вектор \vec{D} описывает электростатическое поле, создаваемое *свободными зарядами*. Связанные заряды, возникающие в диэлектрике, могут вызвать, однако, перераспределение свободных зарядов, создающих поле. Поэтому вектор \vec{D} характеризует электростатическое поле, создаваемое *свободными зарядами* (т. е. в вакууме), но при таком их распределении в пространстве, какое имеется *при наличии диэлектрика*.

Линии электрического смещения

Линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением D. Их направление и густота определяются так же, как и для линий вектора \vec{E} . Линии вектора \vec{E} могут начинаться и заканчиваться на любых зарядах свободных и связанных, в то время как линии вектора \vec{D} — только на свободных зарядах. Через области поля, где находятся связанные заряды, линии вектора \vec{D} проходят не прерываясь.

Поток вектора электрического смещения

Для произвольной замкнутой поверхности S

 $\Phi_D = \oint \vec{D} d\vec{S} = \oint D_n dS \, .$

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

$$\oint \vec{D} \, \mathrm{d}\vec{S} = \oint D_n \, \mathrm{d}S = \sum_{i=1}^n Q_i \,,$$

т. е. поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности *свободных* электрических зарядов. Эта теорема справедлива как для однородной и изотропной, так и для неоднородной и анизотропной сред.

Условия на границе раздела двух диэлектрических сред

Рассмотрим связь между векторами \vec{E} и \vec{D} на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков (диэлектрические проницаемости которых ε_1 и ε_2) при отсутствии на границе свободных зарядов. Построим вблизи границы раздела диэлектриков 1 и 2 небольщой замкнутый



прямоугольный контур ABCDA длины I, ориентировав его так, как показано на рисунке. Согласно теореме о циркуляции вектора E

$$\oint \vec{E} \, \mathrm{d}\vec{i} = 0 \,,$$

откуда $E_{rl}l - E_{r2}l = 0$ (знаки интегралов по *AB* и *CD* разные, так как пути интегрирования противоположны, а интегралы по участкам *BC* и *DA* ничтожно малы). Поэтому

$$E_{\tau l} = E_{\tau 2};$$

$$\frac{D_{11}}{D_{12}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \text{ (учтено, что } D = \varepsilon_0 \varepsilon E \text{).}$$

На границе раздела двух диэлектриков (см. рисунок) построим прямой цилиндр ничтожной высоты, одно основание которого находится в первом диэлектрике, другое — во втором. Основания ΔS настолько малы, что в пределах каждого из них вектор D одинаков. Согласно теореме Гаусса, $D_{n1}\Delta S - D_{n2}\Delta S = 0$ (\vec{n} и \vec{n}' к основаниям цилиндра направлены противоположно). Поэтому



$$D_{n1} = D_{n2};$$

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (\text{учтено, что } D = \varepsilon_0 \varepsilon E).$$

Таким образом, при переходе через границу раздела двух диэлектрических сред тангенциальная составляющая вектора \vec{E} ($E_{,}$) и нормальная составляющая вектора \vec{D} ($D_{,}$) изменяются непрерывно (не претерпевают скачка), а нормальная составляющая вектора \vec{E} ($E_{,}$) и тангенциальных составляющая вектора \vec{D} ($D_{,}$) претерпевают скачко.

Проводники в электростатическом поле

Напряженность поля внутри проводника

Если поместить проводник во внешнее электростатическое поле или его зарядить, то на заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль. Во всех точках внутри проводника

$$\vec{E} = 0$$

(если бы это было не так, то заряды двигались бы без затраты энергии, что противоречит закону сохранения энергии).

Заряды располагаются только на поверхности проводника

Эквипотенциальность поверхности проводника

Поскольку $\vec{E} = 0$, а $\vec{E} = -\text{grad} \phi$, то потенциал во всех точках внутри проводника $\phi = \text{const}$: поверхность проводника в электростатическом поле является эквипотенциальной. Вектор \vec{E} направлен по нормали к каждой точке поверхности проводника. Если бы это было не так, то под действием касательной составляющей \vec{E} заряды начали бы перемещаться по поверхности проводника, что противоречит равновесному распределению зарядов.

Связь между Е вблизи проводника и о

 $E = \sigma / (\varepsilon_0 \varepsilon)$

(є — диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник). Напряженность поля у поверхности проводника определяется поверхностной плотностью зарядов.

При помещении проводника в поле на одном конце проводника накапливается избыток положительного заряда, на другом — отрицательного. Эти заряды называются индуцированными.

Электростатическая индукция

Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле.



Электроемкость. Плоский конденсатор

Уединенный проводник

Проводник, удаленный от других проводников, тел и зарядов.

Емкость

Определяется зарядом, сообщение которого проводнику изменяет его потенциал на единицу.

$$=\frac{Q}{\omega}$$
. (1)

C

Единица 📂 1Ф = 1 Кл/В

1 Ф (фарад) — емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.

Емкость уединенного шара радиусом R

Потенциал шара в вакууме $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R}$. Согласно формуле (1),

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$
.
Емкостью 1 Ф обладает шар $R = 9 \cdot 10^6$ км! Емкость Земли 0,7 мФ.

Конденсатор

Система из двух проводников (обкладок) с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами, форма и расположение которых таковы, что поле сосредоточено в узком зазоре между обкладками.

Плоский конденсатор

Две параллельные металлические пластины плошадью S каждая, расположенные на расстоянии d друг от друга и имеющие заряды +Q и -Q.



Емкость плоского конденсатора

Разность потенциалов между обкладками (є — диэлектрическая проницаемость) Заменяя в формуле (1) $Q = \sigma S$, получаем, что емкость

Емкость конденсатора

Физическая величина, равная отношению заряда *Q*, накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов ($\phi - \phi_2$) между его обкладками.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$
$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$
 (2)

Соединение конденсаторов в батареи

Конденсаторы характеризуются *пробивным напряжением* — разностью потенциалов между обкладками конденсатора, при которой происходит пробой — электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе. Пробивное напряжение зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины.

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, при этом используется их параллельное и последовательное соединения.

Соединение	параллельное	последовательное	
Схема			
Сохраняющаяся	$U_1 = U_2 = \dots = U_n$	$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n$	
величина	U = const	Q = const	
Суммируемые	заряд	разность потенциалов	
величины	$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i$	$U = \sum_{i=1}^{n} U_i$	
Результирующая емкость	$C = \sum_{i=1}^{n} C_i$	$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$	

При параллельном соединении конденсаторов емкость батареи равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, а при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

При последовательном соединении конденсаторов на каждый конденсатор приходится лишь часть разности потенциалов *U* клемм батарей, что значительно снижает возможность пробоя конденсаторов.

Энергия системы зарядов и уединенного проводника

Энергия двух неподвижных точечных зарядов

Два неподвижных точечных заряда Q_1 и Q_2 находятся на расстоянии *r* друг от друга. Каждый из этих зарядов в поле другого обладает потенциальной энергией

$$W_1 = Q_1 \varphi_{12}, W_2 = Q_2 \varphi_{21},$$

где φ_{12} и φ_{21} — соответственно потенциалы, создаваемые зарядом Q_2 в точке нахождения заряда Q_1 и зарядом Q_1 в точке нахождения заряда Q_2 :

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_2}{r} \times \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1}{r},$$

поэтому

 $W_1 = W_2 = W$

И

$$W = Q_1 \varphi_{12} = Q_2 \varphi_{21} = \frac{1}{2} (Q_1 \varphi_{12} + Q_2 \varphi_{21})$$

Энергия системы неподвижных точечных зарядов

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} Q_i \varphi_i$$
, (1) Где φ_i — потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд Q_i , всеми зарядами, кроме *i*-го.

Энергия

заряженного уединенного проводника

Рассмотрим уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны Q, C, φ . Увеличим заряд этого проводника на dQ. Для этого необходимо перенести заряд dQ из бесконечности на уединенный проводник, затратив работу, равную

$$\mathrm{d}A = \varphi \,\mathrm{d}Q = C\varphi \,\mathrm{d}\varphi \,.$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до φ , необходимо совершить работу

$$A = \int_{0}^{\varphi} C\varphi \, \mathrm{d}\varphi = \frac{C\varphi^2}{2} \, .$$

Энергия заряженного проводника равна работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$W=\frac{C\varphi^2}{2}=\frac{Q\varphi}{2}=\frac{Q^2}{2C}.$$

Эта формула может быть получена из того, что поверхность проводника эквипотенциальная (ϕ = const). Тогда из (1) найдем

$$W = \frac{1}{2} \varphi \sum_{i} Q_{i} = \frac{Q \varphi}{2}$$
, где $Q = \sum_{i} Q_{i}$ — заряд проводника.

Энергия заряженного конденсатора. Энергия электростатического поля

Энергия заряженного конденсатора

 $W = \frac{C(\Delta \phi)^2}{2} = \frac{Q \Delta \phi}{2} = \frac{Q^2}{2C}$, (1) где Q— заряд конденсатора, C— его емкость, $\Delta \phi$ — разность потенциалов между обкладками.

Пондеромоторная сила

Сила, с которой пластины конденсатора притягивают друг друга. Пусть расстояние х между пластинами меняется на dx. Сила совершает работу dA = Fdx за счет уменьшения потенциальной энергии системы

$$F\mathrm{d}x = -\mathrm{d}W,$$
$$F = -\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}W}$$

Подставив в (1) $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$, получим $W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon S} x$, тогда пондеро-

моторная сила

$$F = -\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}x} = -\frac{Q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S},$$

где знак минус указывает, что сила F — сила притяжения.

• Энергия электростатического поля

Подставив в формулу (1) $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ и $\Delta \phi = Ed$, получим $W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} S d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V$ (2)

(V = Sd — объем конденсатора). Энергия конденсатора выражается через Е — характеристику электростатического поля.

Объемная плотность энергии

Энергия единицы объема

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}.$$

• Формулы (1) и (2) связывают энергию конденсатора с зарядом на его обкладках и с напряженностью поля.

Где локализована энергия поля и что является ее носителем — заряды или поле? На основе современных представлений доказано о локализации энергии в поле и носитель энергии — поле.

Глава 12 Постоянный электрический ток Электрический ток, сила и плотность тока

Электрический ток

Любое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов. За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов.

Сила тока

Скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени.

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

Единица 🐚 А

1 А (ампер) — сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожного малого поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, создает между этими проводниками силу, равную 2·10⁻⁷ Н на каждый метр длины.

Постоянный ток

Ток, сила тока и направление которого не изменяются со временем.

Плотность тока

Физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока

$$j = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}}$$

Единица 🖬 А/м²

За время dt через поперечное сечение S проводника переносится заряд dQ = ne < v > Sdt (n и е — концентрация и заряд носителей тока). Сила тока I = ne < v > S, а плотность тока j = ne < v >.

Плотность тока

$$\vec{j} = ne < \vec{v} >$$

-- вектор, его направление совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов.

Сторонние силы

Условия возникновения и существования электрического тока

Необходимо, с одной стороны, наличие свободных носителей тока заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченно, с другой наличие электрического поля, энергия которого, каким-то образом восполняясь, расходовалась бы на их упорядоченное движение.

Сторонние силы

Если в цепи на носители тока действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей (они предполагаются положительными) от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом. Это приведет к выравниванию потенциалов во всех точках цепи и к исчезновению электростатического поля. Поэтому для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил неэлектростатического происхождения. Такие устройства называются источниками тока. Силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называются сторонними. Таким образом, для поддержания постоянного тока необходимы сторонние силы, действующие либо во всей цепи, либо на ее отдельных участках.

Количественная характеристика сторонних сил — поле сторонних сил и его напряженность \vec{E}_{cr} , определяемая сторонней силой, действующей на единичный положительный заряд.

Природа сторонних сил

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе — за счет механической энергии вращения ротора генератора и т.п. Роль источника тока в электрической цепи, образно говоря, такая же, как роль насоса, который необходим для перекачивания жидкости в гидравлической системе.

Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

Электродвижущая сила (ЭДС). Напряжение

Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда:

$$\mathscr{E} = \frac{A_{\rm cr}}{Q_0}.$$

Работа сторонних сил \vec{F}_{cr} по перемещению заряда Q_0 на замкнутом участке цепи

$$A = \oint \vec{F}_{cr} d\vec{l} = Q_0 \oint \vec{E}_{cr} d\vec{l} ,$$

где \vec{E}_{cr} — напряженность поля сторонних сил. ЭДС действующая в цепи $\mathscr{E} = \oint \vec{E}_{cr} d\vec{l}$,

т. е. определяется как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил.

$$\mathscr{E}_{12} = \int_{1}^{2} \vec{E}_{cr} d\vec{l} .$$

Напряжение

ЭДС

Если на заряд Q_0 действуют как сторонние силы, так и силы электростатического поля, то:

$$\vec{F} = \vec{F}_{\rm cr} + \vec{F}_{\rm e} = Q_0(\vec{E}_{\rm cr} + \vec{E})$$

(F — результирующая сила).

Работа результирующей силы на участке 1-2 над зарядом Q_0

$$A_{12} = Q_0 \int_{1}^{2} \vec{E}_{c\tau} d\vec{l} + Q_0 \int_{1}^{2} \vec{E} d\vec{l}$$
 или $A_{12} = Q_0 \mathscr{E}_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2).$

Для замкнутой цепи

$$A = Q_0 \mathcal{E}$$
.

Напряжение на участке 1—2 — физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электростатических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи:

$$U_{12} = -\phi_1 - \phi_2 + \mathcal{E}_{12}$$

Напряжение — обобщенное понятие разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов, если участок не содержит источника тока.

Сопротивление проводников



величина

Результирующее сопротивление

 $I = \sum_{i=1}^{n} I_i$

Закон Ома для однородного участка и замкнутой цепи



Закон Ома для однородного участка (не содержащего источника тока)

Сила тока в проводнике прямо пропорциональна приложенному напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению проводника:

$$I=\frac{U}{R}$$
.

Закон Ома в дифференциальной форме

Подставив $R = \rho \frac{l}{S}$ в закон Ома, получим $\frac{l}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l} \cdot \frac{U}{l} = E$ (напря-

женность электрического поля в проводнике), $\frac{I}{S} = j$ (плотность тока),

 $1/\rho = \gamma$ (удельная проводимость)

или в векторном виде

$$j = \gamma E$$
,
 $\overline{j} = \gamma \overline{E}$

— закон Ома в дифференциальной форме.

|| Этот закон связывает плотность тока в любой точке внутри || проводника с напряженностью электрического поля в *той же точке*.

🞐 Закон Ома для замкнутой цепи

Сила тока в замкнутой цепи равна отношению ЭДС источника тока к суммарному сопротивлению всей цепи:

$$I=\frac{\aleph}{R+r},$$

где *R* — сопротивление внешней цепи; *г* — внутреннее сопротивление источника тока.

Напряжение на внешней цепи

$$U=IR=\mathcal{E}-Ir.$$



• Сверхпроводимость

Свойство металлов и их сплавов *при охлаждении ниже критической температуры* (характерной для данного проводника), заключающееся в том, что их электрическое сопротивление *скачком* падает до нуля. T_{κ} для металлов составляет 1—20 К.

Работа и мощность тока



За время dt через сечение проводника переносится заряд dq = Idt. Если к концам проводника приложено напряжение U, то *работа тока* dA = Udq = IUdt

или

$$\mathrm{d}A = I^2 R \,\mathrm{d}t = \frac{U^2}{R} \,\mathrm{d}t$$

(*R* — сопротивление проводника).

Мощность тока

$$P = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля—Ленца

Если ток проходит по неподвижному металлическому проводнику, то вся работа тока идет на его нагревание и, по закону сохранения энергии,

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}A$$
.

Используя выражение для работы тока, получаем

$$\mathrm{d}Q = IU\mathrm{d}t = I^2 R\mathrm{d}t = \frac{U^2}{R}\mathrm{d}t$$

— закон Джоуля—Ленца.

Закон Джоуля—Ленца в дифференциальной форме

Выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем dV = dSdt (ось цилиндра совпадает с направлением тока), сопротивление которого

 $R = \rho \frac{dl}{dS}$. По закону Джоуля—Ленца, за время dt в этом объеме

выделится теплота

$$\mathrm{d}Q = I^2 R \mathrm{d}t = \frac{\rho \mathrm{d}I}{\mathrm{d}S} (j\mathrm{d}S)^2 \mathrm{d}t = \rho j^2 \mathrm{d}V \mathrm{d}t \; .$$

Количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема, называется удельной тепловой мощностью тока:

Используя дифференциальную форму закона Ома ($j = \gamma E$) и соотношение $\rho = 1/\gamma$, получим

Две последние формулы — закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме.

 $w = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V\mathrm{d}t}$,

 $w = \rho i^2$.

 $w = iE = \gamma E^2.$

Закон Ома для неоднородного участка цепи (обобщенный закон Ома (ОЗО))

• Неоднородный участок цепи

Участок цепи, содержащий источник тока.

Если ток проходит по неподвижным проводникам, образующим участок 1-2, то работа A_{12} всех сил (сторонних и электростатических), совершаемая над носителями тока, по закону сохранения и превращения энергии равна теплоте, выделяющейся на участке. Работа сил, совершаемая при перемещении заряда Q_0 на участке 1-2,

$$A_{12} = Q_0 \mathscr{E}_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) . \tag{1}$$

За время / в проводнике выделяется теплота

$$Q = I^2 Rt = IR(It) = IRQ_0.$$
 (2)

 \mathscr{E}_{12} — действующая на участке 1—2 ЭДС; ($\phi_1 - \phi_2$) — разность потенциалов, приложенная на концах участка.

 ξ_{12} , как и сила тока, — *величина скалярная*; $\xi_{12} > 0$, если ЭДС способствует движению положительных зарядов, $\xi_{12} < 0$ — если ЭДС препятствует их движению.

Обобщенный закон Ома Приравняв (1) и (2), получаем

 $IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12},$ $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}$

или

— закон Ома для неоднородного участка цепи (O3O).

Анализ обобщенного закона Ома

1	Источника тока нет: Е ₁₂ = 0	Из ОЗО: $I = (\varphi_1 - \varphi_2)/R = U/R$	Закон Ома для однородного участка
2	Цепь замкнута: $\phi_1 = \phi_2$	Из ОЗО: <i>I</i> = <i>&</i> / <i>R</i> (<i>R</i> — сопротивление всей цепи)	Закон Ома для замкнутой цепи
3	Цепь разомк- нута: I = 0	Из ОЗО: $\mathscr{E}_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$	ЭДС в разомкнутой цепи равна разности потенциалов на ее концах

Правила Кирхгофа для разветвленных цепей



Узел электрической цепи

Любая точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трех проводников с током (см. рисунок). Ток, входящий в узел, считается положительным (токи I_1 , I_3), а ток, выходящий из узла, — отрицательным (токи I_2 , I_4 , I_3).



Первое правило Кирхгофа

Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{k}I_{k}=0.$$

Второе правило Кирхгофа

В любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивление R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС \mathcal{E}_i , встречающихся в этом контуре:

$$\sum_{i} I_i R_i = \sum_{i} \mathcal{E}_k \; .$$

При расчете сложных цепей с применением правил Кирхгофа необходимо

1. Выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, отрицательным — его истинное направление противоположно выбранному.

2. Выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение *IR* положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода, и наоборот, ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против — отрицательными. 3. Составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи); каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, иначе получатся уравнения, являющиеся простой комбинацией уже составленных.

Глава 13 Электрические токи в металлах, вакууме и газах Природа носителей тока в металлах

🕨 Опыт Рикке

В течение года электрический ток пропускался через три последовательно соединенных с тщательно отшлифованными торцами металлических цилиндра (Cu, Al, Cu) одинакового радиуса. Никаких, даже микроскопических, следов переноса вещества не обнаружилось: следовательно, ионы в металлах не участвуют в переносе электричества, а перенос заряда в металлах осуществляется частицами, которые являются общими для всех металлов. Такими частицами могли быть открытые Д. Томсоном (1897) электроны.

Носители тока в металлах

Если в металле имеются подвижные, слабо связанные с решеткой носители тока, то при резком торможении проводника эти частицы должны по инерции смещаться вперед, как смещаются вперед пассажиры, стоящие в вагоне при его торможении. Результатом смещения зарядов должен быть импульс тока; по направлению тока можно определить знак носителей тока, а зная размеры и сопротивление проводника, можно вычислить удельный заряд носителей. Оказалось, что значения удельного заряда и массы носителей тока и электронов, движущихся в вакууме, совпадали. Таким образом, было окончательно доказано, что носителями электрического тока в металлах являются свободные электроны.

Существование свободных электронов в металлах можно объяснить следующим образом: при образовании кристаллической решетки металла (в результате сближения изолированных атомов) валентные электроны, сравнительно слабо связанные с атомными ядрами, отрываются от атомов металла, становятся «свободными» и могут перемещаться по всему объему. Таким образом, в узлах кристаллической решетки располагаются ионы металла, а между ними хаотически движутся свободные электроны, образуя своеобразный электронный газ, обладающий, согласно электронной теории металлов, свойствами идеального газа.

Классическая теория электропроводности металлов (1) Соотношение <u> и <v>

Электроны проводимости при своем движении сталкиваются с ионами решетки, в результате чего устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решеткой. По теории Друде—Лоренца, электроны обладают той же энергией теплового движения, что и молекулы одноатомного газа. Средняя скорость *теплового движения электронов*

$$=\sqrt{8kT/(\pi m_e)}$$

(при $T = 300 \text{ K} < u > = 1,1 \cdot 10^5 \text{ м/с}$).

При наложении внешнего электрического поля на металлический проводник кроме теплового движения электронов возникает их упорядоченное движение, т. е. возникает электрический ток. Среднюю скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электрический ток. Среднюю скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электрический ток. Среднюю скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электрический ток. Среднюю скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электрический ток. Среднюю скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электрический ток. Среднюю скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электрический ток. Среднюю скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электрический ток. Среднюю проводников), $n = 8 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$, $\langle v \rangle = 7,8 \cdot 10^{-4} \text{ м/c}$:

Поэтому при вычислениях результирующую скорость ($\langle v \rangle + \langle u \rangle$) можно заменять $\langle u \rangle$.

Вывод закона Ома

Со стороны электрического поля (E = const) в проводнике заряд е испытывает действие силы F = eE и приобретает ускорение a = eE/m. Скорость электрона к концу свободного пробега $v_{\text{max}} = eE < t > /m$ (<t>— среднее время между двумя последовательными соударениями электрона с ионами решетки).

Средняя скорость направленного движения электрона

$$=(v_{max}+0)/2 = eE /(2m)$$

(по теории Друде в конце свободного пробега скорость электрона равна нулю, так как электрон отдает всю энергию ионам решетки).

$$= /$$
 (учтено, что $<<, — средняя длина свободного пробега).$

$$= eE < l> /(2m < u>)$$
.

Плотность тока в металлическом проводнике

$$j = ne < v > = \frac{ne^2 < l >}{2m < u >} E = \gamma E , \qquad (1)$$

получен закон Ома (сравни с. 120), где $\gamma = \frac{ne^2 < l>}{2m < u>}$. (2)

125

Классическая теория электропроводности металлов (2)

🕨 Закон Джоуля—Ленца

Дополнительная энергия, приобретаемая электроном к концу свободного пробега, 2 2 1. 2

$$\langle E_{\kappa} \rangle = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{e^2 \langle l \rangle^2}{2m \langle u \rangle^2} E^2$$

идет на нагревание металла. Число столкновений электрона за 1 с с узлами решетки $\langle z \rangle = \langle u \rangle / \langle l \rangle$. Если *п* — концентрация электронов, то энергия, передаваемая решетке в единице объема в единицу времени,

$$w = n < z > < E_{\kappa} > = \frac{ne^2 < l >}{2m < u >} E^2$$

Коэффициент пропорциональности равен ү (см. с. 125), а сама формула — закон Джоуля—Ленца в дифференциальной форме (ср. со с. 121).

Закон Видемана—Франца

Отношение теплопроводности к удельной проводимости для всех металлов при одной и той же температуре одинаково и увеличивается пропорцирнально температуре: $\lambda/\gamma = \beta T$,

где $\beta = 3(k/e)^2$.

 Классическая теория объяснила законы Ома и Джоуля—Ленца в качественно объяснила закон Видемана—Франца.

Трудности классической теории

1. Температурная зависимость сопротивления: $\langle u \rangle \sim \sqrt{T}$, $R \sim 1/\gamma$, следовательно, $R \sim \sqrt{T}$, что противоречит опытным данным, согласно которым $R \sim T$.

2. Оценка среднего пробега электронов. Чтобы по формуле (2) с. 125 получить γ, совпадающие с опытными данными, надо принимать (*I*) значительно больше истинных, иными словами, предполагать, что электров проходит без соударений с ионами решетки сотни междоузельных расстояний, что не согласуется с теорией Друде—Лоренца.

3. Теплоемкость металлов. Теплоемкость металла складывается из теплоемкости его кристаллической решетки и теплоемкости электронного газа. Поэтому атомная (т. е. рассчитанная на 1 моль) теплоемкость металля должна быть значительно большей, чем атомная теплоемкость диэлектриков, у которых нет свободных электроиов. Однако наличие электронов проводимости практически не сказывается на значении теплоемкости.

Все эти трудности снимаются квантовой теорией.

Работа выхода электронов из металла. Эмиссионные явления

Работа выхода

Работа, которую нужно затратить для удаления электрона из металла в вакуум.

Работа выхода зависит от химической природы металлов и от чистоты их поверхности и колеблется в пределах нескольких электрон-вольт (например, у калия A = 2,2 эВ, у платины A = 6,3 эВ).

Единица 🐋 эВ

1 эВ (электрон-вольт; внесистемная единица) равен работе, совершаемой силами поля при перемещении элементарного заряда (заряда, равного заряду электрона) при прохождении им разности потенциалов в 1 В. 1 эВ = 1.6-10⁻¹⁹ Дж.

Электронная эмиссия

Явление испускания электронов из металлов при сообщении электронам энергии, равной или большей работы выхода. В зависимости от способа сообщения электронам энергии различают четыре вида эмиссии.

Термоэлектронная эмиссия

Испускание электронов нагретыми металлами.

Концентрация свободных электронов в металлах достаточно высока, поэтому даже при средних температурах вследствие распределения электронов по скоростям (по энергиям) некоторые электроны обладают энергией, достаточной для эмиссии.

• Фотоэлектронная эмиссия

Эмиссия электронов из металла под действием света, а также коротковолнового электромагнитного излучения (например, рентгеновского).

Вторичная электронная эмиссия

Испускание электронов поверхностью металлов, полупроводников или диэлектриков при бомбардировке их пучком электронов. Коэффициент вторичной электронной эмиссии

$$\delta = n_2/n_1$$

где n, и n₂ -- соответственно число первичных и вторичных электронов.

Автоэлектронная эмиссия

Эмиссия электронов с поверхности металлов под действием сильного внешнего электрического поля.

Ионизация газов.

Несамостоятельный газовый разряд

Ионизация газов

Расщепление нейтральных атомов и молекул газа на ионы и свободные электроны.

Для этого газ следует подвергнуть действием *ионизатора*: сильный нагрев, коротковолновое излучение (ультрафиолетовое, рентгеновское, γ), потоки электронов, протонов и т. д.

Энергия ионизации

Энергия, которую надо затратить, чтобы из молекулы (атома) выбить один электрон (для различных веществ 4 ÷ 25 эВ).

Процесс рекомбинации

Процесс, *обратный* ионизации: положительные и отрицательные ионы, положительные ионы и электроны, встречаясь, воссоединяются между собой с образованием нейтральных атомов и молекул.

Газовый разряд

Прохождение электрического тока через газы.

Характер газового разряда определяется составом газа, его температурой и давлением, размерами, конфигурацией и материалом электродов, приложенным напряжением, плотностью газа.

Несамостоятельный газовый разряд

Разряд, существующий только под действием внешних ионизаторов.

Вольт-амперная характеристика

газового разряда

Зависимость тока в цепи, содержащей газовый промежуток от приложенного напряжения.

На участке ОА выполняется закон Ома, затем сила тока растет, но медленно, а затем прекращается совсем (участок BC). Участок BC соответствует току насыщения (ионы и электроны, создаваемые внешним ионизатором за единицу времени, за это же время достигают электродов). I_{нас} определяется мощностью ионизатора.



Самостоятельный газовый разряд

•

Самостоятельный газовый разряд

Разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора.

• Типы самостоятельного разряда

тлеющий

возникает при низком давлении.

искровой

возникает при большой напряженности электрического поля в газе, находящемся под высоким давлением порядка атмосферного.

дуговой

возникает: а) если после зажигания искрового разряда от мощного источника постепенно уменьшать расстояние между электродами; б) минуя стадию искры, если электроды (например, угольные) сблизить до соприкосновения, а потом развести.

коронный

возникает при высоком давлении в резко неоднородном поле вблизи электродов с большой кривизной поверхности (например, острия).

Механизм возникновения самостоятельного разряда

При больших напряжениях между электродами газового промежутка ток сильно возрастает (участки CD и DE, см. рисунок на с. 128). Возникающие под действием внешнего ионизатора электроны, сильно ускоренные электрическим полем, сталкиваясь с нейтральными молекулами газа, ионизируют их, в результате чего образуются вторичные электроны и положительные ионы. Последние движутся к катоду, а электроны — к аноду. Вторичные электроны вновь ионизируют молекулы газа, и, следовательно, общее количество электронов и ионов будет возрастать по мере продвижения электронов к аноду лавинообразно. Это является причиной увеличения электрического тока на участке CD. Описанный процесс называется ударной ионизацией.

Для поддержания самостоятельного разряда *только* ударной ионизации недостаточно. Возможны еще процессы: ускоренные полем положительные ионы, выбивают из катода электроны; выбивание электронов из катода под действием фотонов; фотон, поглощенный молекулой, ионизирует ее и т. д., т. е. происходит "воспроизводство" электронных лавин.

Глава 14

Магнитное поле

Описание магнитного поля

Магнитное поле

Силовое поле в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты. Магнитное поле создается только движущимися зарядами и действует только на движущиеся в этом поле электрические заряды. Опыт показывает, что характер воздействия магнитного поля на ток различен в зависимости от формы проводника, по которому течет ток, от расположения проводника и от направления тока. Поэтому, чтобы магнитное поле охарактеризовать, надо рассмотреть его действие на определенный ток.

При исследовании магнитного поля используется замкнутый плоский контур с токам (рамка с токам), размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле. Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением нормали к контуру. В качестве положительного направления нормали принимается направление, связанное с током



правилом правого винта, т.е. за положительное направление нормани принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке (см. рисунок).

Выбор направления магнитного поля

За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к свободно подвешенной рамке с током (см. рисунок), или направление, совпадающее с направлением силы, действующей



на северный полюс магнитной стрелки, помещенный в данную точку. Так как оба полюса магнитной стрелки лежат в близких точках поля, то силы, действующие на оба полюса, равны друг другу. Следовательно, на магнитную стрелку действует пара сил, поворачивающая ее так, чтобы ось стрелки, соединяющая южный полюс с северным, совпадала с направлением поля.

Основные характеристики магнитного поля

Вращающий момент сил на рамку с током в магнитном поле (*M*)

 $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}], \ M = p_m B \sin \alpha$

(\vec{p}_{m} — магнитный момент рамки с током; \vec{B} — магнитная индукция; α — угол между нормалью к плоскости контура и вектором \vec{B}).

Магнитный момент рамки с током

 $\vec{p}_{\rm m} = IS\vec{n}$, $p_{\rm m} = IS$

(S — площадь поверхности контура (рамки); \vec{n} — единичный вектор нормали к поверхности рамки).

Направление \vec{p}_{m} совпадает с направлением положительной нормали.

Магнитная индукция

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, однако отношение $M_{\rm max}/p_{\rm m}$ ($M_{\rm max}$ —максимальный вращающий момент) для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля, называемой магнитной индукцией:

$$B=M_{\rm max}/p_{\rm m}\,.$$

Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

Вектор *В* характеризует *результирующее* магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками. Магнитное поле *макротоков* описывается *вектором напряженности H*. В случае однородной изотропной среды

$$\bar{B} = \mu_0 \mu \bar{H}$$
,

где µ₀ — магнитная постоянная, µ — безразмерная величина — магнитная проницаемость среды, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков Нусиливается за счет поля микротоков среды.

Вектор *B* можно также вывести из закона Ампера (с. 134) и выряжения для силы Лореица (с. 136)

• Гипотеза Ампера

В любом теле существуют *микроскопические токи*, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макротоков.

Линии магнитной индукции, Принцип суперпозиции

Линии магнитной индукции

Так как магнитное поле является силовым, то его, по аналогии с электрическим, изображают с помощью линий магнитной индукции линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \bar{B} . Их направление задается правилом правого винта: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, врашается в направлении линий магнитной индукции.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током (см. рисунок). Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые являются разомкнутыми.

На рисунке изображены линии магнитной индукции полосового магнита; они выходят из северного полюса и входят в южный. Линии магнитной индукции магнитного поля постоянных магнитов являются также замкнутыми.

Принцип суперпозиции (наложения) магнитных полей

Магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности:

На рисунке в точке А определена индукция В магнитного поля, создаваемого двумя проводниками с токами 1, (направлен перпендикулярно чертежу от нас) и І, (направлен перпендикулярно чертежу к нам)

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

1,€

(их направления указаны на рисунке).





 $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$



Закон Био-Савара-Лапласа и его применение

Закон Био-Савара-Лапласа

Элемент проводника dl с током I создает в некоторой точке A индукцию поля

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I[\mathrm{d}\vec{l},\vec{r}]}{r^3},$$

где \vec{r} — радиус-вектор, проведенный из элемента d/ проводника в точку A.

Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен $d\vec{l}$ и \vec{r} и направлен по касательной к линии магнитной индукции.

Направление $d\vec{B}$ определяется по *правилу правого винта*: направление вращения головки винта дает направление $d\vec{B}$, если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I dI \sin \alpha}{r^2}, \qquad (1)$$

где α — угол между $d\vec{l}$ и \vec{r} .

Магнитное поле прямого тока

Ток течет по тонкому прямому проводу бесконечной длины. В качестве постоянной интегрирования выбе-

рем угол α . Из рисунка $r = R/(\sin \alpha)$, $dl = rd\alpha/(\sin \alpha)$. Подставив в формулу (1), получим

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R} \sin \alpha \,\mathrm{d}\alpha \,.$$

Угол α для всех элементов прямого провода изменяется от 0 до π .

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R} \int_0^{\pi} \sin \alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R}$$

Магнитное поле

в центре кругового тока

Как следует из рисунка, сложение векторов dB можно заменить сложением их модулей:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl \text{ (учтено, что } r = R, \sin \alpha = 1).$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int dI = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} 2\pi R = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}$$





Закон Ампера,

Взаимодействие параллельных токов



• Закон Ампера

Определяет силу $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемеит проводника $d\vec{l}$ с током *I*:

 $d\vec{F} = I[d\vec{l},\vec{B}], dF = IBdl\sin\alpha,$ где α — угол между $d\vec{l}$ и \vec{B} . Направление силы Ампера определяется по правилу левой руки: если ладонь левой руки

расположить так, чтобы в нее входил вектор \vec{B} , а четыре вытянутых пальца расположить



по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы Ампера (см. рисунок).

Взаимодействие параллельных токов

Два параллельных проводника с токами I_1 и I_2 находятся на расстоянии R друг от друга (см. рисунок). Направление силы $d\bar{F}_1$, с которой магнитное поле \bar{B}_1 (создается проводником с током I_1) действует на участок dl второго тока, определяется по правилу левой руки (также определяется направление силы $d\bar{F}_2$).



 $B_{i} = \frac{\mu_{0}\mu}{4\pi} \frac{2I_{i}}{R}$ (см. с. 133). $dF_{1} = I_{2}B_{i}dl$ (поле \tilde{B}_{i} действует на элемент

d/ второго тока, угол α между d \vec{l} и \vec{B}_1 прямой). Подставив в эту формулу

 B_1 , получим $dF_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1I_2}{R} dl$. Рассуждая аналогично, получаем

$$dF_2 = I_1 B_2 dI = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dI$$
. Таким образом,
 $dF_1 = dF_2 = dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dI$.

Проводники с токами одинакового направления притягиваются, с токами разного направления — отталкиваются.

Магнитная постоянная. Единицы В и Н. Магнитное поле движущегося заряда

Магнитная постоянная

Пусть два параллельных проводника с токами находятся в вакууме (µ = 1). Сила взаимодействия на единицу длины проводника (см. с. 134)

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R}.$$
 (1)

Согласно определению ампера, при $I_1 = I_2 = 1$ А и R = 1 м $\frac{dF}{dI} = 2 \cdot 10^{-7}$ H/м.

Подставив эти значения в (1), получим

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{M^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma_H}{M}.$$

> Единица В >>> Тл

Если элемент проводника $d\vec{l}$ с током I перпен-дикулярен \vec{B} , то закон Ампера запишется в виде $B = \frac{1}{I} \frac{dF}{dl}$. dF = IBdl, откула

1 Тл (тесла) — магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно направлению индукции В поля, если по этому проводнику течет ток 1 А.

 $1 T_{\pi} = 1 H/(A_{M})$

🕨 Единица **Н 🛛 🐋** А/м

Из формулы $B = \mu_0 \mu H$ (в случае вакуума $\mu = 1$), $H = \frac{B}{M}$. получим

1 А/м (ампер на метр) — напряженность такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна $4\pi \cdot 10^{-7}$ Тл.

Магнитное поле движущегося заряда

Магнитное поле В точечного заряда Q, свободно движущегося с нерелятивистской скоростью \vec{v} (\vec{v} = const):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Q[\vec{v}\,\vec{r}]}{r^3}, \ B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Qv}{r^2} \sin\alpha,$$

где \vec{r} — радиус-вектор, проведенный из заряда Q к точке наблюдения, α — угол между \overline{v} и \overline{r} .

Действие магнитного поля на движущийся заряд

Сила Лоренца

Сила, с которой магнитное поле действует на движущиеся заряды.

 $\vec{F}_n = Q[\vec{v}\vec{B}], \ F_n = QvB\sin\alpha$,

Q — электрический заряд, движущийся со скоростью \vec{v} в магнитном поле с индукцией \vec{B} , α — угол между \vec{v} и \vec{B} .

Отметим еще раз, что магнитное поле не действует на покоящийся электрический заряд. В этом существенное отличие магнитного поля от электрического.

> Магнитное поле действует только на движущиеся в нем заряды.

Направление силы Лоренца

Определяется с помощью правила левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор \vec{B} , а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора \vec{v} (для Q > 0направления $I \ n \ v$ совпадают, для Q < 0 противоположны), то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд (см. рисунок).



Сила Лоренца перпендикулярна векторам \tilde{B} и \tilde{v} . На рисунке показаны направления сил, с которыми магнитное поле действует на движущиеся заряженные частицы. Сила Лоренца не совершает работы.



Магнитное поле не действует на покоящийся электрический заряд. В этом существенное отличие магнитного поля от электрического. Магнитное поле действует только на движущиеся в нем заряды.

Формула Лоренца

Определяет силу, если на движущийся заряд одновременно действуют магнитное поле с индукцией \vec{B} и электрическое поле с напряженностью \vec{E} :

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q[\vec{v}\,\vec{B}].$$

Движение заряженных частиц в магнитном поле

Считаем, что магнитное поле однородно и на частицы не действуют электрические поля.

1. Заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью \vec{v} вдоль линий магнитной индукции (угол α между векторами \vec{v} и \vec{B} равен 0 или π). Тогда сила Лоренца равна нулю, т.е. магнитное поле на частицу не действует и она движется равномерно и прямолинейно.

2. Заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью \vec{v} , перпендикулярной вектору \vec{B} (угол $\alpha = \pi/2$). Тогда $F_n = QvB$: постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Частица будет двигаться по окружности, радиус *r* которой определяется из условия

$$QvB = \frac{mv^2}{r},$$
$$r = \frac{m}{Q}\frac{v}{B}.$$

откуда

Период вращения частицы, т. е. время *T*, за которое она совершает один полный оборот

Подставив сюда выражение для г, получим

3. Заряженная частица движется со скоростью \vec{v} под углом α к вектору \vec{B} (см. рисунок).

Движение частицы можно представить в виде суперпозиции:

1) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v_{ii} = v \cos \alpha;$

2) равномерного движения со скоростью $v_1 = v \sin \alpha$ по окружности в плоскости, перпендикулярной полю. В результате сложения обоих движе-



$$h = v_{\parallel}T = vT\cos\alpha$$
,

где $T = 2\pi r/\upsilon$ — период вращения частицы. Подставив соответствующие выражения, получим

$$h=\frac{2\pi m v \cos \alpha}{BQ}.$$



 $T = \frac{2\pi r}{v} \, .$ $T = \frac{2\pi m}{B \, Q}$



Теорема о циркуляции вектора В

Циркуляция вектора В

 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \oint B_i d\vec{l} \qquad (d\vec{l} - - элемент длины контура, направленный вдоль$ $обхода контура, <math>B_i = B \cos \alpha - - \cos \alpha$ составляющая вектора \vec{B} в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода); α - угол между векторами \vec{B} и $d\vec{l}$).

Теорема о циркуляции вектора В (закон полного тока для магнитного поля в вакууме)

Циркуляция вектора В по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной µ, на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:

 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \oint B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k$, Где *n* — число проводников с токами, охваты-ваемых контуром *L* произвольной формы.

Эта теорема справедлива только для поля в вакууме, поскольку для поля в веществе надо учитывать молекулярные токи.

Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта; ток противоположного направления считается отрицательным.

Магнитное поле прямого тока

Расчет произведем на основе теоремы о циркуляции вектора В. Замкнутый контур представим себе в виде окружности раднуса r. В каждой точке этого контура вектор \bar{B} по модулю одинаков и направлен по касательной к окружности

$$\oint_{L} B_{dl} = \oint_{L} B dl = B \oint_{L} dl = B \cdot 2\pi r = \mu_0 l ,$$

 $B = \mu_0 I / (2\pi r)$

(совпадает с формулой на с. 133).

Поля: потенциальное и вихревое

Циркуляция вектора \tilde{E} электростатического поля всегда равна нулю, т.е. электростатическое поле является потенциальным. Циркуляция вектора В магнитного поля не равна нулю. Такое поле называется вихревым.



Магнитное поле соленоида и тороида

Соленоид

Свернутый в спираль изолированный проводник, по которому течет электрический ток.

Магнитное поле соленоида

Выберем замкнутый прямоугольный контур *ABCDA*, как показано на рисунке. Тогда по теореме о циркуляции

$$\oint B_I dl = \mu_0 Nl \, . \qquad (1)$$

На участках AB и $CD B_i = 0$ и вне соленоида B = 0. Тогда (1) сведется к

$$\int_{DA} B_l dl = Bl = \mu_0 N I$$



(внутри соленоида поле однородно и $B_1 = B$). Магнитная индукция поля (в вакууме)

$$B=\mu_0 NI/l.$$

Тороид

Кольцевая катушка с витками, намотанными на сердечник, имеющий форму тора, по которой течет ток.

Магнитное поле тороида

Из опыта известно, что магнитное поле сосредоточено внутри тороида (оно однородно), вне его поле отсутствует.

Линии вектора \vec{B} — окружности с центрами на оси тороида. В качестве контура окружность радиуса r. По теореме о циркуляции

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI$$

т. е. магнитная индукция внутри тороида (в вакууме),

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

(*N* — число витков тороида).



Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для поля *В*

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) сквозь площадку dS

Скалярная физическая величина

$$\mathrm{d}\Phi_B = \vec{B}\mathrm{d}\vec{S} = B_n\mathrm{d}S \; ,$$

где $B_n = B\cos\alpha$ — проекция вектора \vec{B} на направление нормали к площадке dS (α — угол между векторами \vec{n} и \vec{B}), d $\vec{S} = dS\vec{n}$ — вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с направлением нормали \vec{n} к площадке.

Знак потока зависит от $\cos \alpha$. Поток вектора \hat{B} связывают с контуром, по которому течет ток. А тогда положительное направление нормали определено (оно связывается с током *правилом правого винта*). Магнитный поток, создаваемый контуром через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.

Магнитный поток сквозь произвольную поверхность S

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \, \mathrm{d}\vec{S} = \int_S B_n \, \mathrm{d}S \, .$$

Поле однородно, поверхность плоская и перпендикулярна вектору В

$$\Phi_{R} = BS$$
.

Единица 🗪 Вб

1 Вб (вебер) — магнитный поток, проходящий через плоскую поверхность площадью 1 м², расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл.

Поток вектора магнитной индукции сквозь произвольную замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_{S} \vec{B} \, \mathrm{d}\vec{S} = \oint_{S} B_n \, \mathrm{d}S = 0 \; .$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

Работа по перемещению проводника с током

Проводник длиной l (он может свободно перемещаться) с током I находится в однородном магнитном поле (см. рисунок). Сила Ампера F = IBl. Под ее действием проводник переместился на dx из положения l в 2. Работа, совершаемая магнитным полем,



 $dA = Fdx = IBIdx = IBdS = Id\Phi$

(учтено, что dS = I dx — площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле; $BdS = d\Phi$ — поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь),

$$\mathbf{d}\mathbf{A} = I\mathbf{d}\mathbf{\Phi} \,. \tag{1}$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

Работа по перемещению контура с током

Работа dA сил Ампера при рассматриваемом перемещении контура (см. рисунок) равна сумме работ по перемещению проводников ABC (dA₁) и CDA(dA₂), т. е. dA = dA₁ + dA₂. Согласно (1),

$$\mathrm{d}A_2 = I(\mathrm{d}\Phi_0 + \mathrm{d}\Phi_2)$$

(dФ₀ – поток, пересекаемый проводником *CDA* при движении сквозь заштри-

хованную поверхность, dФ₂ — поток, пронизывающий контур в конечном положении).

$$\mathrm{d}A_1 = -I(\mathrm{d}\Phi_0 + \mathrm{d}\Phi_1)$$

(знак минус — силы образуют с направлением перемещения тупые углы).

$$\mathrm{d}A=I(\mathrm{d}\Phi,-\mathrm{d}\Phi_{1}).$$

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.



п

142

Глава 15

Электромагнитная индукция Опыты Фарадея и следствия из них

Опыт I (рис. *а*). Если в замкнутый на гальванометр соленоид вдвигать или выдвигать постоянный магнит, то в моменты его вдвигания или выдвигания наблюдается отклонение стрелки гальванометра (возникает индукционный ток); направления отклонения стрелки при вдвигании и выдвигании магнита противоположны. Отклонение стрелки гальванометра тем больше, чем

больше скорость движения магнита относительно катушки. При изменении полюсов магнита направление отклонения стрелки изменится. Для получения индукционного тока магнит можно оставлять неподвижным, тогда нужно относительно магнита передвигать соленоид.

Опыт II. Концы одной из катушек, вставленных одна в другую, присоединяются к гальванометру, а через другую катушку пропускается ток. Отклонение стрелки гальванометра наблюдается в моменты включения или выключения тока, в моменты его увеличения или уменьшения или при перемещении катушек друг относительно друга. (рис. б). Направления отклонений стрелки

гальванометра также противоположны при включении и выключении тока, его увеличении и уменьшении, сближении и удалении катушек.

Выводы

1. Индукционный ток возникает всегда, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции.

2. Сила индукционного тока совершенно не зависит от способа изменения потока магнитной индукции, а определяется лишь скоростью его изменения.

Электромагнитная индукция

Явление, заключающееся в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название индукционного.




Закон Фарадея (закон электромагнитной индукции)

ЭДС электромагнитной индукции

Обобщая результаты опытов, Фарадей показал, что всякий раз, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток; возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой электродвижущей силой электромагнитной индукции.

Закон Фарадея

ЭДС \mathcal{E}_i электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\mathcal{C}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

Этот закон является универсальным: ЭДС Е, не зависит от способа изменения магнитного потока.

Вывод закона Фарадея из закона сохранения энергии

Пусть проводник с током *I*, помещенный в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура, может свободно перемещаться (см. рисунок на с. 141). Согласно закону сохранения энергии, работа источника тока за время d/ складывается из работы на джоулеву теплоту и работы по перемещению проводника в магнитном поле:

$$\mathcal{E}Idt = I^2 R dt + I d\Phi,$$
$$I = \left(\mathcal{E} - \frac{d\Phi}{dt}\right) / R,$$

где $-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \mathcal{C}_{t}$ и есть закон Фарадея.

Размерность $\frac{d\Phi}{dt}$ $\left[\frac{d\Phi}{dt}\right] = \frac{B6}{c} = \frac{T\pi \cdot M^2}{c} = \frac{H \cdot M^2}{A \cdot M \cdot c} = \frac{Д\pi}{A \cdot c} = \frac{A \cdot B \cdot c}{A \cdot c} = B.$

Правило Ленца. ЭДС индукции в неподвижных проводниках

В законе Фарадея $\mathscr{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ знак минус показывает, что увеличение потока

вызывает $\mathscr{E}_i < 0$ (поле индукционного тока направлено навстречу потоку); уменьшение потока вызывает $\mathscr{E}_i > 0$ (направления потока и поле индукционного тока совпадают). Знак минус в законе Фарадея — математическое выражение *правила Ленуа* — общего правила для нахождения направления индукционного тока.

Правило Ленца

Индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшему этот индукционный ток.

При приближении к замкнутому проводнику

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} > 0.$$

 \vec{B}_i — магнитная индукция поля индукционного тока I_i , причем направление \vec{B}_i н направление индукционного тока подчиняются правилу правого винта.





ЭДС индукции в неподвижных проводниках

Согласно закону Фарадея, возникновение ЭДС электромагнитной индукции возможно и в случае неподвижного контура, находящегося в переменном магнитном поле. Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не действует, поэтому в данном случае ею нельзя объяснить возникновение ЭДС индукции.

Максвелл для объяснения ЭДС индукции в неподвижных проводниках предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. Циркуляция \vec{E}_B этого поля по любому неподвижному контуру L проводника представляет собой ЭДС электромагнитной индукции:

$$\mathscr{E}_i = \oint_L \vec{E}_B \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \,.$$

Вращение рамки в магнитном поле. Вихревые токи

Вращение рамки в магнитном поле

Рамка вращается в однородном магнитном поле (B = const) с угловой скоростью $\omega = \text{const}$. Магнитный поток, сцепленный с рамкой площадью S, в любой момент времени t

 $\Phi = B_n S = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t,$

где $\alpha = \omega t$ — угол поворота рамки в момент времени *t*.

При вращении рамки в ней возникает переменная ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_{i} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = BS\omega\sin\omega t \,,$$

где $\mathcal{E}_{max} = BS\omega$ определяет максимальные значения, достигаемые \mathcal{E}_{r} . Тогда

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{\max} \sin \omega t$$
.

При равномерном вращении рамки в однородном магнитном поле в ней возникает переменная ЭДС, изменяющаяся по гармоническому закону.

Вращение плоской рамки в однородном магнитном поле раскрывает принцип действия *генераторов*, применяемых для преобразования механической энергии в энергию электрического тока.

Если вращать ряд витков, соединенных последовательно, тем самым увеличивается *S*. Переменное напряжение снимается с помощью щеток, изображенных на рисунке.

Вихревые токи (токи Фуко)

Индукционный ток возникает и в массивных сплошных проводниках, помещенных в переменное магнитное поле. Эти токи замкнуты в толще проводника и называются вихревыми токами (токами Фуко). Токи Фуко также подчиняются правилу Ленца: их магнитное поле направлено так, чтобы противодействовать изменению магнитного потока, индуцирующего вихревые токи. Например, если между полюсами невключенного электромагнита массивный медный маятник совершает практически незатухающие колебания, то при включении тока он сильно тормозится и быстро останавливается.





Индуктивность контура. Самоиндукция

Индуктивность контура

Магнитная индукция В поля, создаваемого током, по закону Био-Савара-Лапласа, пропорциональна І. Поэтому сцепленный с контуром магнитный поток

$$\Phi = LI, \tag{1}$$

где коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью контура.

Индуктивность контура в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится.

Единица

📄 Гн

1 Гн (генри) — индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого при токе в 1 А равен 1 Вб:

$$\Gamma_{\rm H} = 1 \text{ B6/A} = 1 \text{ B·c/A}.$$

Самоиндукция

Возникновение ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока.

Применяя к самоиндукции закон Фарадея, запишем

$$\mathscr{E}_s = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(LI)$$

Если контур не дефомирмируется и магнитная проницаемость среды не изменяется, то L = const и

$$\mathscr{E}_{S} = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t},$$

где знак минус, обусловленный **правилом** Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к замедлению изменения тока в нем. Так, например, если ток возрастает, $\mathscr{E}_s < 0$, т. е. ток самоиндукции направлен навстречу току, обусловленному внешним источником, и тормозит его возрастание.

Индуктивность соленоида Полный магнитный поток сквозь соленоид (*потокосцепление*)

$$\Phi = NBS = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S$$
. Подставив эту формулу в (1), получим $N^2 S$

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}$$

(*N*—число витков соленоида, *I*—его длина, *S*—площадь, µ—магнитная проницаемость сердечника, µ₀—магнитная постоянная).

Токи при размыкании и замыкании цепи

Экстратоки самоиндукции

Дополнительные токи за счет возникновения ЭДС самоиндукции при всяком изменении силы тока в цепи. Они направлены противоположно току, создаваемому источником.

Размыкание цепи

В цепи течет постоянный ток $I_0 = \mathscr{C}/R$ (\mathscr{E} — ЭДС источника тока, R — сопротивление). В момент времени t = 0 отключим источник тока, возникает ЭДС самоиндукции, препятствующая уменьшению тока. Ток в цепи определяется законом Ома $I = \mathcal{E}_{I}/R$, или $IR = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}I}$.

Разделив переменные и проинтегрировав, получим

$$I = I_0 \mathrm{e}^{-t/\tau} \,, \tag{1}$$

где $\tau = L/R$ -- время релаксации. Из (1) следует, что τ -- время, за которое сила тока уменьшается в е раз.

Из (1) следует, что сила тока при размыкании цепи убывает по экспоненциальному закону (кривая I на рисунке).

Оценка 8 при размыкании цепи

Подставив в (1) $I_0 = \mathscr{E}/R$, получим

 $I = \frac{\mathscr{E}}{R} e^{-R/L}.$ ЭДС самоиндукции $\mathscr{E}_{S} = -L \frac{dI}{dt} = \frac{R}{R} \mathscr{E} e^{-R/L},$

т. е. при резком размыкании контура, содержащего индуктивность, R >> R, ЭДС самоиндукции &, может во много раз превысить &. Поэтому контур, содержащий индуктивность, нельзя резко размыкать.

Замыкание цепи

При замыкании цепи наряду с \mathcal{E} возникает ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{s} = -L \frac{dI}{ds}$, препятствующая возрастанию тока. По закону Ома, $IR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_s$, или $IR = \mathcal{E} - L \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$. Решение этого уравнения $I = I_0 (1 - e^{-i/\tau}),$ (2)

где $I_0 = \mathscr{C}/R$ — установившийся ток (при $t \to \infty$).

При замыкании цепи нарастание силы тока в цепи задается функцией (2) (кривая 2 на рисунке).

148

Взаимная индукция

Два контура 1 и 2 с токами I, и I₂ расположены близко друг к другу. При протекании в контуре 1 тока I₁ магнитный поток (его поле на рисунке изображено сплошными линиями) пронизывает второй контур:

$$\Phi_2 = LI_1,$$

аналогично

$$\Phi_1 = LI_2$$

(коэффициенты пропорциональности, называемые взаимной индуктивностью контуров, оказались равными).

При изменении силы тока в одном из контуров, в другом индуцируется ЭДС, которая, согласно закону Фарадея,

$$\mathcal{E}_{i2} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_2}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$$
$$\mathcal{E}_{i1} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_1}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

Явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом.

Взаимная индуктивность контуров зависит от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости окружающей контуры среды.

 $L = \frac{\Psi}{I_{\star}} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{I} S.$

Взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на тороидальный сердечник

Магнитный поток сквозь один виток второй катушки

$$\Phi_2 = BS = \mu_0 \mu \frac{N_1 I_1}{l} S.$$

Полный магнитный поток (потокосцепление) сквозь N₂ витков вторичной обмотки

$$\Psi = \Phi_2 N_2 = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S I_1.$$

Поток Ψ создается током *I*, поэтому



Трансформаторы. Энергия магнитного поля

Трансформатор

Устройство, применяемое для понижения или повышения напряжения переменного тока.

Работа трансформатора основана на явлении взаимной индукции. Переменный ток I_1 создает в первичной обмотке (число витков N_1) переменное магнитное поле, являющееся причиной взаимной индукции во вторичной обмотке (число витков N_2):

$$\frac{\mathscr{E}_1}{\mathscr{E}_2} = \frac{N_2}{N_1} = k.$$



Коэффициент трансформации

Отношение N_1/N_2 , показывающее, во сколько раз ЭДС во вторичной обмотке трансформатора больше (или меньше), чем в первичной (k > 1 — повышающий трансформатор; k < 1 — понижающий).

Энергия магнитного поля

Энергия магнитного поля, сцепленного с контуром, Она локализована в пространстве.

$$W=\frac{LI^2}{2}.$$

Энергия магнитного поля соленоида

В формулу для энергии подставим выражение для $L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{r}$, получим

$$W = \frac{1}{2}\mu_0\mu\frac{N^2I^2}{l}S.$$

Так как $I = Bl/(\mu_0 \mu N)$ (с. 139) и $B = \mu_0 \mu H$, то

$$W=\frac{B^2}{2\mu_0\mu}V=\frac{BH}{2}V,$$

где Sl = V — объем соленоида.

Объемная плотность энергии

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия заключена в объеме соленоида и распределена с *объемной плотностью*.

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

149

Глава 16 Магнитные свойства вещества

Согласно гипотезе Ампера, в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах.

Для качественного рассмотрения принимается, что электрон в атоме движется по круговым орбитам.

Электрон, движущийся по круговой орбите, эквивалентен круговому току.

Орбитальный магнитный (p̄_m) и механический (L̃_l) моменты электрона

$$p_{\rm m} = IS = evS$$

 $(I = ev; v - частота вращения электрона по орбите, S - площадь орбиты). <math>\vec{p}_m$ направлен в соответствии с *правилом правого винта*:

$$\vec{p}_{\rm m} = -\frac{e}{2m}\vec{L}_l = g\vec{L}_l$$

(g — гиромагнитное отношение орбитальных моментов).

 $L_l = mvr = 2mvS \qquad (v = 2\pi vr, S = \pi r^2).$



Собственный механический момент L_{ls} электрона (спин)

Неотъемлемое свойство электрона подобно его заряду и массе.

Собственный (спиновый) магнитный момент (\vec{p}_{ms})

$$\bar{p}_{ms} = g_s \bar{L}_{ls}$$

(g — гиромагнитное отношение спиновых моментов, \bar{L}_{ls} – собственный механический момент).

Проекция \vec{p}_{ms} на направление вектора \vec{B} $p_{msB} = \pm \frac{e\hbar}{2m} = \pm \mu_B$ может иметь одно из двух значений:

Магнетон Бора

Единица магнитного момента электрона: $\mu_B = \frac{en}{2m}$

Диа- и парамагнетики

Магнетики

Всякое вещество является *магнетиком*, т. е. способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничиваться).

Парамагнетики

Молекулы парамагнетиков обладают магнитным моментом. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому парамагнитные вещества магнитными свойствами не обладают. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов атомов по полю (полной ориентации препятствует тепловое движение атомов). Таким образом, парамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот эффект называется парамагнитным.

|| К парамагнетикам относятся редкоземельные элементы, Pt, Al и т. д.

Диамагнетики

Молекулы диамагнетиков не обладают магнитным моментом. Во внешнем магнитном поле индуцируются элементарные круговые токи.

Так как этот микроток индуцирован внешним магнитным полем, то, согласно правилу Ленца, у атома появляется составляющая магнитного поля, направленная противоположно внешнему полю. Наведенные составляющие магнитных полей атомов (молекул) складываются и образуют собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название диамагнитного эффекта, а вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля, называются диамагнетиками.

- || К диамагнетикам относятся многие металлы (например, Bi, Ag, Au,
- || Cu), болышинство органических соединений, смолы, углерод.

Диамагнитный момент наблюдается и в парамагнетиках, но он значительно слабее парамагнитного и поэтому остается незаметным.

Из механизма диамагнетизма следует, что он свойственен всем веществам. Если магнитный момент атомов велик, то парамагнитные свойства преобладают над диамагнитными и вещество является парамагнетиком; если магнитный момент атомов мал, то преобладают диамагнитные свойства и вещество является диамагнетиком.

Намагниченность. Магнитное поле в веществе

Намагниченность

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_{\rm m}}{V} = \frac{\sum \vec{P}_{\rm a}}{V}$$

 $(\vec{P}_{m} = \sum \vec{p}_{a}$ — магнитный момент магнетика, равный векторной сумме магнитных моментов отдельных молекул).

В несильных полях намагниченность прямо пропорциональна напряженности поля, вызывающего намагничение.

$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$
.

Магнитная восприимчивость вещества (χ)

Для диамагнетиков χ отрицательна (поле молекулярных токов противоположно внешнему), для парамагнетиков — положительна (поле молекулярных токов совпадает с внешним). Значения χ очень малы (порядка 10⁻⁴—10⁻⁶).

Магнитное поле \vec{B} в веществе

Складывается из двух полей: внешнего поля \vec{B}_0 (поля, создаваемого намагничивающим током в вакууме) и поля \vec{B}' намагниченного вещества (поля, создаваемого молекулярными токами)

$$\bar{B}=\bar{B}_0+\bar{B}'$$

где $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ (\vec{H} — вектор напряженности, характеризующий магнитное поле макротоков).

 $\bar{B}' = \mu_0 \bar{J}$.

Доказывается, что

Тогда

$$\vec{B} = \mu_{\rm o}\vec{H} + \mu_{\rm o}\vec{J} = \mu_{\rm o}(\vec{H} + \vec{J}),$$

(1)

или

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J} \,.$$

Подставив выражение для \vec{J} в (1), получим $\vec{B} = \mu_n (1 + \chi) \vec{H}$.

Безразмерная величина

представляет собой магнитную проницаемость вещества. Подставив это выражение в предыдущую формулу, придем к соотношению $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$, которое ранее постулировалось (см. с. 131). || Для диамагнетиков $\mu < 1$, для парамагнетиков $\mu > 1$.

 $\mu = 1 + \gamma$

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора \vec{B}). Теорема о циркуляции вектора \vec{H}

Теорема о циркуляции вектора В

Циркуляция вектора магнитной индукции B по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и молекулярных токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_I dl = \mu_0 (I + I'),$$

где I и I' — соответственно алгебраические суммы макротоков (токов проводимости) и микротоков (молекулярных токов), охватываемых произвольным замкнутым контуром L.

Вектор \vec{B} , таким образом, характеризует результирующее поле, созданное как макроскопическими токами в проводниках (токами проводимости), так и микроскопическими токами в магнетиках, поэтому линии вектора магнитной индукции \vec{B} не имеют источников и являются замкнутыми.

Теорема о циркуляции вектора Н

Из теории известно, что циркуляция намагниченности J по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме молекулярных токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint \vec{J} d\vec{l} = I' \, .$$

Тогда теорема о циркуляции вектора \vec{B} (в веществе), записанная выше, примет вид

$$\oint_{L} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I ,$$

где *I* — алгебраическая сумма токов проводимости. $\left(\frac{\ddot{B}}{\mu_0} - \vec{J}\right) = \vec{H}$. Тогда

$$\oint_{L} \vec{H} d\vec{l} = I$$

— теорема о циркуляции вектора H: циркуляция вектора H по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром.

Условия на границе раздела двух магнетиков

Рассмотрим связь векторов \vec{B} и \vec{H} на границе раздела двух однородных магнетиков (магнитные проницаемости μ_1 и μ_2) при отсутствии на границе тока проводимости.

Построим вблизи границы раздела магнетиков l и 2 прямой цилиндр ничтожно малой высоты, одно основание которого находится в первом магнетике, другое — во втором (см. рисунок). Основания ΔS настолько малы, что в пределах каждого из них вектор \vec{B} одинаков. Согласно теореме Гаусса,



$$B_{n2}\Delta S - B_{n1}\Delta S = 0$$

(нормали *n* и *n*' к основаниям цилиндра направлены противоположно). Поэтому

$$B_{n1} = B_{n2}, \ \frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$
 (учли, что $B = \mu_0 \mu H$).

Вблизи границы раздела двух магнетиков *l* и 2 построим небольшой замкнутый прямоугольный контур *ABCDA* длиной *l*, ориентировав его так, как показано на рисунке. Согласно теореме о циркуляции вектора H,

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = 0$$



(токов проводимости на границе раздела нет), откуда

$$H_{r2}l - H_{r1}l = 0$$

(знаки интегралов по *AB* и *CD* разные, так как пути интегрирования противоположны, а интегралы по участкам *BC* и *DA* ничтожно малы). Поэтому

$$H_{\tau_1} = H_{\tau_2}, \qquad \frac{B_{\tau_1}}{B_{\tau_2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$
 (учтено, что $B = \mu_0 \mu H$)

Таким образом, при переходе через границу раздела двух магнетиков нормальная составляющая вектора $\vec{B}(B_n)$ и тангенциальная составляющая вектора $\vec{H}(H_n)$ изменяются непрерывно (не претерпевают скачка), а тангенциальная составляющая вектора $\vec{B}(B_n)$ и нормальная составляющая вектора $\vec{B}(B_n)$ и нормальная составляющая вектора $\vec{H}(H_n)$ претерпевают скачка.

Ферромагнетики и их свойства

Помимо слабомагнитных веществ — диа- и парамагнетиков, существуют сильномагнитные вещества — ферромагнетики — вещества, обладающие спонтанной намагниченностью, т. е. они намагничиваются при отсутствии внешнего магнитного поля. К ним относятся железо, кобальт, никель, их сплавы и т. д.

В отличие от слабомагнитных веществ (см. рисунок), для которых J от H линейна, для ферромагнетиков эта зависимость сложная: вначале с возрастанием H намагниченность J растет сначала быстро, затем медленнее, достигая магнитного насыщения J_{me} .

Существенная особенность ферромагнетиков не только большие значения µ (например, для железа ≈5000, для сплава супермаллоя



 \approx 800000!), но и зависимость μ от *H*. Характерная особенность ферромагнетиков состоит также в том, что для них зависимость *J* от *H* (следовательно, и *B* от *H*) определяется предысторией намагничения ферромагнетика. Это явление получило название *магнитного гистерезиса*.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, называемая *точкой Кюри*, при которой он теряет свои магнитные свойства. При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик.

Согласно современным представлениям, ферромагнетик ниже точки Кюри разбивается на большое число малых микроскопических областей *доменов*, самопроизвольно намагниченных до насыщения. При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты отдельных доменов ориентированы хаотически и компенсируют друг друга, поэтому результирующий магнитный момент ферромагнетика равен нулю и ферромагнетик не намагничен. Внешнее магнитное поле ориентирует по полю магнитные моменты не отдельных атомов, как это имеет место в случае парамагнетиков, а целых областей спонтанной намагниченности, причем домены поворачиваются по полю скачком.

В настоящее время установлено, что магнитные свойства ферромагнетиков определяются спиновыми магнитными моментами электронов. Установлено также, что ферромагнитными свойствами могут обладать только кристаллические вещества, в атомах которых имеются недостроенные внутренние оболочки с нескомпенсированными спинами. В данном случае могут возникать силы, которые вынуждают спиновые магнитные моменты электронов ориентироваться параллельно друг другу, что и приводит к возникновению областей спонтанного намагничивания.

Глава 17 Основы теории Максвелла для электромагнитного поля

Вихревое электрическое поле

Максвелл высказал гипотезу, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле. которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре. Согласно представлениям Максвелла, контур, в котором появляется ЭДС, играет второстепенную роль, являясь своего рода лишь "прибором", обнаруживающим это поле.

Итак, по Максвеллу, изменяющееся по времени магнитное поле порождает электрическое поле E_{p} , циркуляция которого (см. с. 144)

$$\oint_{L} \vec{E}_{B} d\vec{l} = \oint_{L} E_{Bl} dl = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где E_{Bl} — проекция вектора \vec{E}_{B} на направление $d\vec{l}$. Подставив в эту формулу выражение $\Phi = \int_{a}^{b} \vec{B} d\vec{S}$, получим

$$\oint_{L} \vec{E}_{B} \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{S} \vec{B} \mathrm{d}\vec{S} \; .$$

Если поверхность и контур неподвижны, то операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами. Следовательно,

$$\oint_{L} \vec{E}_{B} d\vec{l} = -\int_{S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} ,$$

где символ частной производной подчеркивает тот факт, что интеграл

 $\int_{S} \vec{B} d\vec{S}$ является функцией только от времени. Таким образом, циркуляция вектора \vec{E}_{B} не равна нулю, т. е. электрическое поле \vec{E}_{B} , возбуждаемов переменным магнитным полем, как и само магнитное поле, является вихревым.

Ток смещения (1)

Симметрия во взаимозависимости электрических и магнитных полей

Согласно Максвеллу, если всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, то должно существовать и обратное явление: всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля.

Ток смещения

Ток смещения введен Максвеллом для установления количественных соотношений между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем.

По Максвеллу, в цепи переменного тока, содержащей конденсатор, переменное электрическое поле в конденсаторе в каждый момент времени создает такое магнитное поле, как если бы между обкладками конденсатора существовал ток смещения, равный току в подводящих проводах. Тогла можно утверждать, что токи проводимости (1) и смещения (1,) равны: 1 = 1.

Плотность тока смещения

Ток проводимости вблизи обкладок конденсатора

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{S} \sigma \mathrm{d}S = \int_{S} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \mathrm{d}S = \int_{S} \frac{\partial D}{\partial t} \mathrm{d}S$$

(поверхностная плотность заряда о на обкладках равна электрическому смещению D в конденсаторе). Подынтегральное выражение можно рассматривать как частный случай скалярного произведения

 $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ d \vec{S} , когда $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ и d \vec{S} взаимно параллельны. Поэтому для общего случая можно записать

$$I = \int_{S} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} \,. \tag{1}$$

Сила тока сквозь произвольную поверхность S может быть определена как поток вектора плотности тока:

Тогда
$$I = I_{cM} = \int_{S} \vec{j}_{cM} d\vec{S}$$
. Сравнив это выражение с (1),
получим $\vec{j}_{cM} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

плотность тока смешения.

 $I=\int \vec{j}\mathrm{d}\vec{S}\;,$

Ток смещения (2)

Плотность тока смещения в диэлектрике

Электрическое смещение $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, где \vec{E} — напряженность электростатического поля, \vec{P} — поляризованность. Плотность тока смещения

$$\vec{j}_{\rm cm} = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t},$$

где $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ — плотность тока смещения в вакууме, $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ — плотность

тока поляризации — тока, обусловленного упорядоченным движением электрических зарядов в диэлектрике (смещение зарядов в неполярных молекулах или поворот диполей в полярных молекулах). Возбуждение магнитного поля токами поляризации правомерно, так как токи поляризации по своей природе не отличаются от токов проводимости.

 $\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$ обусловлена *только* изменением электрического поля во времени,

но также возбуждает магнитное поле. Это принципиально новое утверждение Максвелла. Даже в вакууме всякое изменение во времени электрического поля приводит к возникновению в окружающем пространстве поля магнитного.

Плотность полного тока

$$\vec{j}_{\text{mouth}} = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t}.$$

По Максвеллу, полный ток всегда замкнут, т. е. на концах проводника обрывается лишь ток проводимости, а в диэлектрике (вакууме) между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости.

Из всех физических свойств, присущих току проводимости, Максвелл приписал току смещения лишь одно — способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле.



Максвелл обобщил теорему о циркуляции

Часть $I_{\text{полн}} = \int \vec{j}_{\text{полн}} d\vec{S}$:

вектора \vec{H} (см. с. 153), введя в ее правую $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_L \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}$ часть $I = \left\{\vec{i} \ d\vec{S}\right\}$

– обобщенная теорема о циркуляции вектора H .

Уравнения Максвелла для электромагнитного поля

Полная система уравнений Максвелла в интегральной форме

 $\oint_{L} \vec{E} d\vec{l} = -\int_{S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} ; \qquad \oint_{S} \vec{D} d\vec{S} = \int_{V} \rho dV ;$ $\oint_{S} \vec{H} d\vec{l} = \int_{S} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S} ; \qquad \oint_{S} \vec{B} d\vec{S} = 0 .$

Величины, входящие в уравнения Максвелла, не являются независимыми и связаны так:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$
, $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$, $\vec{j} = \gamma \vec{E}$.

Полная система уравнений Максвелла в дифференциальной форме

rot
$$\vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$
; div $\vec{D} = \rho$;
rot $\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$; div $\vec{B} = 0$.

Источниками электрического поля могут быть либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля, а магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями. Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но нет зарядов магнитных.

Если заряды и токи распределены в пространстве непрерывно, то обе формы уравнений Максвелла — интегральная и дифференциальная эквивалентны. Однако когда имеются поверхности разрыва поверхности, на которых свойства среды или полей меняются скачкообразно, то интегральная форма уравнений является более общей. Чтобы достичь математической эквивалентности обеих форм уравнений Максвелла, дифференциальную форму дополняют граничными условиями, которым должно удовлетворять электро-магнитное поле на границе раздела двух сред:

$$D_{n1} = D_{n2}, E_{\tau 1} = E_{\tau 2}, B_{n1} = B_{n2}, H_{\tau 1} = H_{\tau 2}$$

Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным, т. е. электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом — они образуют *единое электромагнитное поле*.

4. Колебания и волны

Глава 18

Механические и электромагнитные колебания Колебания: свободные и гармонические

Колебания

Колебания — это движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени.

Свободные (собственные) колебания

Колебания, которые совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колебательную систему (систему, совершающую колебания).

По характеру физических процессов различают механические, электромагнитные и др. колебания.

Различные колебательные процессы описываются одинаковыми характеристиками и уравнениями.

Осуществляется единый подход к изучению колебаний различной физической природы.

Гармонические колебания

Колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса.

Уравнение гармонических колебаний

Гармонические колебания величины s описываются уравнениями типа

 $s = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$ или $s = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$,

где A — амплитуда колебаний (максимальное значение колеблющейся величины), ω_0 — круговая (циклическая) частота, ϕ — начальная фаза в момент времени t = 0, ($\omega_0 t + \phi$) — фаза колебаний в момент времени t.

Фаза колебаний определяет значение колеблющейся величины в данный момент времени.

В пособии используется функция косинуса

Период и частота колебаний. Метод вращающегося вектора амплитуды

Период гармонического колебания

Промежуток времени T, в течение которого фаза колебания получает приращение 2π , т. е.

$$\omega_{o}(t+T) + \varphi = (\omega_{o}t + \varphi) + 2\pi,$$

откуда

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Частота колебаний

Единица 🐋 Гц

Число полных колебаний, совершаемых в единицу времени.

$$v = \frac{1}{T}$$
.

1 Гц (герц) — частота периодического процесса, при которой за 1 с совершается один цикл процесса.

Метод вращающегося вектора амплитуды

Из произвольной точки O, выбранной на оси x, под углом φ , равным начальной фазе колебания, откладывается вектор \vec{A} , модуль которого равен амплитуде A рассматриваемого колебания (см. рисунок). Если этот вектор привести во вращение с угловой скоростью ω_0 , то проекция конца вектора будет перемещаться по оси x в пределах от -A до +A, а колеблющаяся величина будет изменяться со временем по закону

$$s = A\cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Следовательно, проекция конца вектора амплитуды на ось будет совершать гармонические колебания с амплитудой A, с круговой частотой ω_0 , равной угловой скорости вращения вектора, и с начальной фазой ϕ , равной углу, который образует вектор \vec{A} с осью x в начальный момент времени.

Таким образом, гармоническое колебание можно представить проекцией на некоторую *произвольно* выбранную ось вектора амплитуды \vec{A} , отложенного из произвольной точки оси под углом ϕ , равным начальной фазе, и вращающегося с угловой скоростью ω_0 вокруг этой точки.



Механические гармонические колебания

Смещение колеблющейся точки $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi).$ Скорость колеблющейся точки $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) =$ $= A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2).$ Ускорение колеблющейся точки $a = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) =$ $= A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi).$

Амплитуды скорости и ускорения соответственно равны $A\omega_0$ и $A\omega_0^2$. Фаза скорости отличается от фазы смещения на $\pi/2$, а фаза ускорения на π . В моменты времени, когда $x \approx 0$, v приобретает наибольшие значения; когда же x достигает максимального отрицательного значения, то *а* приобретает наибольшее положительное значение (см. рисунок).

Сила, действующая на колеблющуюся материальную точку,

$$F = ma = -m\omega_0^2 x$$

пропорциональна смещению материальной точки и направлена в противоположную сторону (к положению равновесия).

Кинетическая энергия

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \phi) = \frac{mA^2\omega_0^2}{4}[1 - \cos^2(\omega_0 t + \phi)].$$

>

Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы *F*, равна

$$\Pi = -\int_{0}^{x} F dx = \frac{m\omega_{0}^{2}x^{2}}{2} = \frac{mA^{2}\omega_{0}^{2}}{2}\cos^{2}(\omega_{0}t + \varphi),$$
$$\Pi = \frac{mA^{2}\omega_{0}^{2}}{4}[1 + \cos 2(\omega_{0}t + \varphi)].$$

Полная энергия

$$E = T + \Pi = mA^2\omega_0^2/2.$$



162

Гармонический осциллятор. Маятники:

пружинный и математический

Гармонический осциллятор

Система, совершающая колебания, описываемые уравнением вида

$$\ddot{s} + \omega_0^2 s = 0$$

Примеры: пружинный, физический и математический маятники, колебательный контур.

Пружинный маятник

Груз массой *m*, подвешенный на абсолютно упругой пружине и совершающий гармонические колебания под действием упругой силы,

 $F \approx -kx$

(k — жесткость пружины).

Уравнение движения маятника

$$m\ddot{x}=-kx, \text{ или } \ddot{x}+\frac{k}{m}x=0.$$

Решение этого уравнения

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi),$$

т. е. пружинный маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой

и *периодом*

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$

(эта формула справедлива для упругих колебаний в пределах выполнения закона Гука, т. е. когда масса пружины мала по сравнению с массой груза).

Математический маятник

Идеализированная система, состоящая из материальной точки массой *m*, подвешенной на нерастяжимой невесомой нити, и колеблющаяся под действием силы тяжести.

Хорошим приближением математического маятника является небольшой тяжелый шарик, подвешенный на тонкой длинной нити. Период малых колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

(1 — длина маятника; g — ускорение свободного падения).

Физический маятник

Физический маятник

Твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси подвеса, не проходящей через центр масс С тела (см. рисунок).

Уравнение движения маятника

Если маятник отклонен из положения равновесия на некоторый угол α, то момент возвращающей силы

$$M = J\varepsilon = J\ddot{a} = F, l = -mgl\sin\alpha \approx -mgl\alpha$$

(J— момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку O; I— расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника; $F_{\tau} = -mg \sin \alpha = -mg \alpha$ — возвращающая сила; $\sin \alpha \approx \alpha$ соответствует малым колебаниям маятника, т. е. малым отклонениям маятника из положения равновесия).

Тогда можно записать

$$J\ddot{\alpha} + mgl\alpha = 0, \ \ddot{\alpha} + \frac{mgl}{J}\alpha = 0.$$

Принимая $\omega_0^2 = \sqrt{mgl/J}$, получим $\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \ddot{\alpha} = 0$



— у<mark>равнение движения ф</mark>изического маятника.

Физический маятник совершает колебания по гармоническому закону

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

с циклической частотой 🛈 о и периодом

$$T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{J/(mgl)} = 2\pi\sqrt{L/g}.$$

(1)

Приведенная длина физического маятника

$$L=\frac{J}{ml}.$$

Точка O' на продолжении прямой OC, отстоящая от оси подвеса на расстояния приведенной длины L, называется центром качаний физического маятника

$$L = J/(ml) = (J_C + ml^2)/(ml) = l + J_C/(ml) > l$$

(применена *теорема Штейнера*). ОО' > ОС. Точка подвеса О и центр качаний О' обладают свойством взаимозаменяемости.

Математический маятник можно представить как частный случай физического маятника, предположив, что его масса сосредоточена в центре масс. Для математического маятника $J = ml^2$. Тогда, согласно формуле (1), получны $T = 2\pi \sqrt{l/g}$. Приведенная длина физического маятника — это длина такого математического маятника, который колеблется с физическим маятником синхронно.

Свободные колебания в идеализированном колебательном контуре

Колебательный контур

Цепь, состоящая из включенных последовательно катушки индуктивностью L, конденсатора емкостью C и резистора сопротивлением R.

Предназначается для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний (периодических процессов превращения энергии электрического поля в энергию магнитного поля, и наоборот).

Последовательные стадии колебательного процесса в идеализированном контуре (*R* ≈ 0) и аналогия между электромагнитными и механическими колебаниями



Так как $R \approx 0$, то согласно закону сохранения, полная энергня

$$W = \frac{Q^2}{2C} + \frac{L\dot{Q}^2}{2} = \text{const}.$$

Если бы потерь энергии не было, то в контуре совершались бы периодические незатухающие колебания, т. е. периодически изменялись (колебались) заряд *Q* на обкладках конденсатора, напражение *U* на конденсаторе и сила тока *I*, текущего через катушку индуктивности. Следовательно, в контуре возникают электрические колебания, причем калебания сопровождаются превращениями энергий электрического и магнитного полей.

Уравнение электромагнитных колебаний для идеализированного контура

Для идеализированного контура ($R \approx 0$), согласно второму правилу Кирхгофа,

$$U_c = \mathscr{E}_s, \tag{1}$$

где $U_C = \frac{Q}{C}$ — напряжение на конденсаторе, $\mathscr{C}_s = -L\frac{dI}{dt}$ — ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке при протекании в ней переменного тока. Подставив эти выражения в (1) и учитывая, что $I = \dot{Q}$ и $\frac{dI}{dt} = \ddot{Q}$, получим

дифференциальное уравнение колебаний заряда в контуре:

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC}Q = 0$$

(колебания свободные (в контуре нет внешних ЭДС) и гармонические (R=0). Заряд Q на обкладках конденсатора изменяется по гармоническому закону

$$Q = Q_{m} \cos(\omega_{0} t + \varphi),$$

где Q_m — амплигуда колебаний заряда конденсатора с циклической частотой ω_{μ} называемой собственной частотой контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

и периодом

 $T = 2\pi\sqrt{LC}$

— формула Томсона.

Сила тока в колебательном контуре

$$I = \dot{Q} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2)$$

 $(I_{m} = \omega_{0}Q_{m} -$ амплитуда силы тока). Напряжение на конденсаторе

$$U_{c} = \frac{Q}{C} = \frac{Q_{m}}{C} \cos(\omega_{0}t + \varphi) = U_{m} \cos(\omega_{0}t + \varphi)$$

 $(U_m = Q_m / C - - амплитуда напряжения).$

Из двух последних выражений вытекает, что колебания тока *I* опережают по фазе колебания заряда *Q* на $\pi/2$, т. е. если ток достигает максимального значения, то заряд (и напряжение) обращаются в нуль, и наоборот.

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты. Биения

Сложение колебаний

Для сложения колебаний

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1), \\ x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2) \end{cases}$$

используем *метод вращающегося вектора* амплитуды (см. рисунок). Уравнение результирующего колебания

 $x = A\cos(\omega_{o}t + \omega)$.



где ампитуда А и начальная фаза о задаются соотношениями

$$A^{2} = A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + 2A_{1}A_{2}\cos(\varphi_{2} - \varphi_{1})$$

$$tg\varphi = \frac{A_{1}\sin\varphi_{1} + A_{2}\sin\varphi_{2}}{A_{1}\cos\varphi_{1} + A_{2}\cos\varphi_{2}}.$$

(1)

Результирующее колебание (1) — гармоническое, совершается в том же направлении и с той же частотой, что и складываемые колебания.

Амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз ($\phi_2 - \phi_1$) складываемых колебаний. Если:

1)
$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2m\pi$$
 (m = 0, 1, 2, ...), to $A = A_1 + A_2$;

2) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm (2m+1)\pi$ (m = 0, 1, 2, ...), to $A = |A_1 - A_2|$.

Биения

Периодические изменения амплитуды колебания, возникающие при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами.



Спожение взаимно перпендикулярных колебаний

Сложение колебаний

Складываются гармонические колебания одинаковой частоты о. происходящие во взаимно перпендикулярных плоскостях

$$\begin{cases} x = A\cos\omega t, \\ y = B\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

(начальная фаза первого колебания принята равной нулю).

Уравнение траектории результирующего колебания находится исключением из (1) параметра t.

 $-\frac{2xy}{AB}\cos\varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2\varphi \begin{vmatrix} ypashenue эллипса, оси которого ориен-$ тированы относительно координатных осей произвольно.

(î)

Эллиптически поляризованные колебания

Колебания, траектория которых имеет форму эллипса.

Ориентация осей эллипса и его размеры зависят от амплиту складываемых колебаний и разности фаз ф.

Частные случаи

эллиптически поляризованных колебаний Линейно поляризованные колебания

 $\omega = m\pi (m=0,\pm 1,\pm 2,...)$ В даном случае эллипс вырождается в отрезок прямой

 $y = \pm (B/A)x$, где знак плюс соответствует нулю и четным значениям т (рис. а), а знак



минус — нечетным значениям т (рис. б). Циркулярно поляризованные колебания

1) $\varphi = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ (m = 0, ±1, ±2,...); 2) A = B.

Эллипс, ориентированный относительно координатных осей (условие 1), вырождается в окружность (условие 2).

Фигуры Лиссажу

Замкнутые траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей одновременно ди взаимно перпендикулярных колебания. Их форма зависит от соотношения амплитуд, частот и разности фаз.

Свободные затухающие колебания и их анализ

Свободные затухающие колебания

Колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой с течением времени уменьшается.

Простейший механизм уменьшения энергии колебаний — превращение в теплоту из-за трения в механических колебательных системах, омические потери и излучение электромагнитной энергии в электрических колебательных системах.

Линейные системы

Закон затухающих колебаний определяется свойствами колебательных систем. Линейные системы — идеализированные реальные системы, в которых параметры, определяющие физические свойства системы, в ходе процесса не изменяются. Различные по своей природе линейные системы описываются одинаковыми уравнениями, что позволяет осуществлять единый подход к изучению колебаний различной физической природы.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + 2\delta \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 s = 0$$

(s — колеблющаяся величина, описывающая физический процесс; δ — коэффициент затухания: $\delta = r/(2m)$ в случае механических колебаний и $\delta = R/(2L)$ в случае электромагнитных колебаний; ω_0 — циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы).

Решение уравнения

$$s = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ — частота затухающих колебаний; $A_0 e^{-\delta}$ — амплитуда затухающих колебаний.

Время релаксации

Промежуток времени $\tau = 1/\delta$, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в е раз.

Период затухающих колебаний

Если затухание мало, то условно пользуются понятием периода:

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}}.$$

169

Свободные затухающие колебания пружинного маятника. Декременты затухания

Закон движения маятника

Для пружинного маятника массой т, совершающего малые колебания под действием упругой силы F = -kx, сила трения пропорциональна скорости:

$$F_{\rm m}=-rv=-r\dot{x},$$

где r — коэффициент сопротивления; знак минус указывает на противоположные направления силы трения и скорости.

Закон движения маятника

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}$$
.

(1)

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний маятника

Используя формулу $\omega_{0} = \sqrt{k/m}$ и принимая, что коэффициент затухания $\delta = r/(2m)$, из (1) получим дифференциальное уравнение:

 $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0.$

Решение уравнения $x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (2)$ гле $A = A_{e}e^{-\delta t}$ (3)

А — амплитуда затухающих колебаний, А. — начальная амплитуда. Зависимость (2) показана на рисунке сплошной кривой, а зависимость (3) — штриховыми линиями.



Декремент затухания

 $\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T}$ (A(t) и A(t+T) — амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период).

Логарифмический декремент затухания

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}$$

(т — время релаксации; N — число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в е раз).

Свободные затухающие колебания в электрическом колебательном контуре. Добротность колебательной системы

Закон Ома для контура с L, С и R

Согласно закону Ома, для данного контура

$$IR + U_c = \mathscr{E}_s,$$

где *IR* — напряжение на резисторе; $U_c = Q/C$ — напряжение на конденсаторе, $\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$ — ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке при протекании в ней переменного тока. Тогда

$$L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + IR + \frac{Q}{C} = 0. \tag{1}$$

Дифференциальное уравнение (при R ≠ 0)

Разделив (1) на L и подставив $I = \dot{Q}$ и $\frac{dI}{dt} = \ddot{Q}$, получим дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний заряда в контуре (при $R \neq 0$)

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L}\dot{Q} + \frac{1}{LC}Q = 0.$$

Учитывая, что $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ и $\delta = R/(2L)$, это уравнение можно записать в виде

$$\ddot{Q}+2\delta\dot{Q}+\omega_0^2Q=0$$

Решение дифференциального уравнения

$$Q = Q_{\rm m} {\rm e}^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где частота

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

• Добротность колебательной системы

Добротность Q колебательной системы при малых значениях логарифмического декремента

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta}$$

(так как затухание мало ($\delta^2 \ll \omega_0^2$), то T принято равным T_0). Поскольку $\theta = \delta T$, добротность колебательного контура $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Вынужденные механические колебания

Вынужденные колебания

Незатухающие колебания, возникающие под действием внешней периодически изменяющейся силы $F = F_0 \cos \omega t$ (F_0 — амплитудное значение вынуждающей силы.)

Закон движения пружинного маятника С учетом вынуждающей силы $F = F_0 \cos \omega t$ получаем:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos\omega t$$
.

Дифференциальное уравнение

Учитывая, что $\delta = \frac{r}{2m}$ и $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, получаем $\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = (F_0/m)\cos \omega t$.

Решение уравнения $x = A\cos(\omega t - \varphi),$

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}, \quad (1)$$
$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$



Резонансная частота (ω_{pes})

Частота, при которой амплитуда смещения достигает максимума. Условие, определяющее ω_{pes} : надо продифференцировать подкоренное выражение в формуле (1) по ω и приравнять его нулю:

 $-4(\omega_0^2 - \omega^2)\omega + 8\delta^2\omega = 0,$ $\omega_{\text{pes}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}.$

откуда

Механический резонанс

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к частоте, равной или близкой собственной частоте колебательной системы.

Резонансные кривые

Зависимости амплитуды *А* вынужденных колебаний от частоты ω при различных δ . При $\omega \to 0$ все кривые достигают одного и того же, отличного от нуля, предельного значения $F_0/(m\omega_0^2)$, называемого статическим отклонением (см. рисунок).

Вынужденные электромагнитные колебания

Вынужденные колебания

Незатухающие колебания, возникающие под действием внешнего тудное значение напряжения).

Закон Ома для контура с R, L, C

С учетом приложенного напряжения

$$IR + U_c = \mathcal{E}_s + U,$$

где IR — напряжение на резисторе, $U_C = Q/C$ — напряжение на конденсаторе, $\mathcal{U}_{s} = -L \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ — ЭДС самоиндукции, $U = U_{m} \cos \omega t$. Подставив эти значения, получим

$$L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + IR + \frac{Q}{C} = U_{\mathrm{m}}\cos\omega t \,. \tag{1}$$

Дифференциальное уравнение

Разделив (1) на L и подставив $I = \dot{Q}, \ \frac{dI}{dt} = \ddot{Q}, \ \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \ \delta = \frac{R}{2L},$ получим дифференциальное уравнение вынужденных электромаг ных колебаний:

$$\ddot{Q} + 2\delta \dot{Q} + \omega_0^2 Q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t$$

Решение дифференциального уравнения $Q = Q_{-}\cos(\omega t - \alpha),$ (2)

гле

$$Q_{\rm m} = \frac{U_{\rm m}}{\omega \sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}}; \quad \text{tg}\alpha = \frac{R}{1/(\omega C) - \omega L}$$

|| (α — сдвиг по фазе между зарядом и приложенным напряжением).

Сила тока при установившихся колебаниях

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega Q_{\rm m} \sin(\omega t - \alpha) = I_{\rm m} \cos(\omega t - \alpha + \pi/2),$$

где

$$I_{\rm m} = \omega Q_{\rm m} = \frac{U_{\rm m}}{\sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}}$$

Силу тока можно записать в виде

$$I = I_{\rm m} \cos(\omega t - \varphi),$$

где $\varphi = \alpha - \pi/2$ — сдвиг по фазе между током и приложенным напряжением. Тогда можно показать, что

$$tg\phi = [\omega L - 1/(\omega C)]/R$$
.

Переменный ток, Ток через резистор

• Переменный ток

 Установившиеся вынужденные электромагнитные колебания можно рассматривать как протекание в цепи, содержащей резистор, катушку индуктивности и конденсатор, переменного тока.

Цепь переменного тока

Цепь, содержащая резистор, катушку индуктивности и конденсатор, к которой приложено переменное напряжение

$$U = U_{\rm m} \cos \omega t$$

(U_т — амплитудное значение напряжения).

Квазистационарность переменного тока

Для переменного тока мгновенные значения силы тока во всех сечениях цепи практически одинаковы, так как их изменения происходят достаточно медленно, а электромагнитные возмущения распространяются по цепи со скоростью, равной скорости света.

Для мгновенных значений квазистационарных токов выполняются закон Ома и вытекающие из него правила Кирхгофа, которые будут использовани применительно к переменным токам (эти законы уже использовались при рассмотрении электромагнитных колебаний).

Переменный ток, текущий через резистор сопротивлением R ($L \rightarrow 0, C \rightarrow 0$) (рис. a)

Если напряжение, приложенное к концам участка цепи

 $U = U_{\rm m} \cos \omega t$, то через резистор (рис. *a*) протекает ток

$$I = U/R = (U_m/R)\cos\omega t = I_m \cos\omega t.$$

Амплитуда силы тока

$$I_{\rm m} = U_{\rm m}/R$$



На рисунке δ дана векторная диаграмма амплитудных значений силы тока I_m и напряжения U_m на резисторе (сдвиг фаз между I_m и U_m равен нулю).

Переменный ток, текущий через катушку индуктивностью L ($R \rightarrow 0, C \rightarrow 0$) (рис. a)

Если напряжение, приложенное к концам участка цепи,

$$U = U_{\rm m} \cos \omega t$$

то в ней потечет переменный ток, в результате чего возникнет ЭДС самоиндукции

$$\mathscr{E}_{s} = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}.$$

Тогда закон Ома для рассматриваемого участка цепи

$$U_{\rm m}\cos\omega t - L\frac{{\rm d}l}{{\rm d}t} = 0,$$

откуда

$$L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = U_{\mathrm{m}}\cos\omega t \,. \tag{1}$$

Так как внешнее напряжение приложено к катушке индуктивности, то

$$U_L = L \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \tag{2}$$

есть падение напряжения на катушке. Из уравнения (1) следует, что

$$dI = \frac{U_m}{L} \cos \omega t \, dt \, .$$

Интегрируя, получаем, что сила тока

$$I = \frac{U_{\rm m}}{\omega L} \sin \omega t = \frac{U_{\rm m}}{\omega L} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_{\rm m} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

где $I_{\rm m} = \frac{U_{\rm m}}{\omega L}$. Величина

$$R_{L} = \omega L$$

называется реактивным индуктивным сопротивлением (или индуктивным сопротивлением).

Подставив $U_m = \omega L I_m$ в (1) и учитывая (2), найдем падение напряжения на катушке индуктивности:

$$U_L = \omega L I_m \cos \omega t$$
.

Падение напряжения U_L опережает по фазе ток *I*, текущий через катушку, на $\pi/2$, что и показано на векторной диаграмме (рис. 6).



Переменный ток, текущий через конденсатор емкостью С (*R* → 0, *L* → 0) (рис. *a*)

Если переменное напряжение

$$U = U_m \cos \omega t$$

приложено к конденсатору (рис. *a*), то он все время будет перезаряжаться, и в цепи потечет переменный ток. Так как все внешнее напряжение приложено к конденсатору, а сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь, то

$$\frac{Q}{C} = U_C = U_m \cos \omega t \; .$$

Сила тока

$$I = -\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\omega C U_{\mathrm{m}} \sin \omega t = I_{\mathrm{m}} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right),$$

где

$$I_{\rm m} = \omega C U_{\rm m} = \frac{U_{\rm m}}{[1/(\omega C)]}$$

Величина

 $R_c = \frac{1}{\omega C} \tag{1}$

называется реактивным емкостным сопротивлением (или емкостным сопротивлением).

Для постоянного тока ($\omega = 0$) $R_C = \infty$, т. е. постоянный ток через конденсатор протекать не может.

Падение напряжения на конденсаторе

$$U_c = \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t.$$

Падение напряжения U_c отстает по фазе от тока I на $\pi/2$, что и показано на векторной диаграмме, приведенной на рис. δ .

Если С выразить в фарадах, а ω в с⁻¹, то R_c получим в Ом. Из (1) следует, что реактивное емкостное сопротивление убывает с частотой ω .



Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор (рис. а)

В цепи (рис. а) возникнет переменный ток, который вызовет на всех элементах цепи соответствующие падения напряжения U_{μ} , U_{I} и U_{c} . На рис. б представлена векторная диаграмма амплитуд падений напряжений на резисторе (U_{p}) , катушке (U_{l}) и конденсаторе (U_c). Амплитуда U_ приложенного напряжения должна быть равна векторной сумме амплитуд этих падений напряжений. Как видно из рисунка б, угол ф определяет разность фаз между напряжением и силой тока. $t_{\alpha} = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{\omega L - 1/(\omega C)}$



 $I_{\rm m} = \frac{U_{\rm m}}{\sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}}.$

 $I = I_m \cos(\omega t - \varphi).$

вного треугольника
$$\left[(RI_m)^2 + \left[\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_m \right]^2 = U_m^2 \right],$$

Из прямоугольного треугольника

откуда амплитудное значение силы тока

Если напряжение в цепи изменяется по закону $U = U_{-} \cos \omega t$, то в цепи течет ток

где формулы, по которым изменяются ф и I,, приведены выше. Величина

$$Z = \sqrt{R^{2} + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^{2}} = \sqrt{R^{2} + (R_{L} - R_{C})^{2}}$$

называется полным сопротивлением цепи, а величина

$$X = R_L - R_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \rightarrow peakmushum conpomusnenuem.$$

Резонанс напряжений (последовательный резонанс)

Если в цепи переменного тока, содержащей последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор (см. рис. на с. 177),

$$\omega L = \frac{1}{\omega C},\tag{1}$$

то, согласно формуле $tg\phi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}$, угол сдвига фаз между током и напряжением обращается в нуль: изменения тока и напряжения происходят синфазно. Условию (1) удовлетворяет частота

$$\omega_{\rm per} = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

называемая резонансной.

В данном случае полное сопротивление $Z = \sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2} = R$ и ток цепи определяется только активным сопротивлением, принимая максимальные (возможные при данном U_m) значения.

Резонанс напряжений

Явление резкого возрастания амплитуды силы тока в контуре при совпадении циклической частоты ω внешнего переменного напряжения с собственной частотой ω_α колебательного контура.

Резонанс проявляется отчетливо лишь при малом активном сопротивлении контура.



В случае резонанса напряжений $(U_L)_{pes} = (U_C)_{pes}$, (одинаковы по амплитуде и противоположны по фазе, см. рисунок)

$$(U_L)_{\text{pes}} = (U_C)_{\text{pes}} = \sqrt{\frac{L}{C}} I_{\text{m}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} U_{\text{m}}.$$


Резонанс токов (параллельный резонанс)

Цепь переменного тока содержит параллельно включенные конденсатор емкостью С и катушку индуктивностью L (см. рисунок). Приложенное к цепи напояжение $U = U_m \cos \omega t$. Активным сопротивлением обеих вствей пренебрегаем.

Ветвь 1С2

$$I_1 = I_{m_1} \cos(\omega t - \varphi_1)$$
,
 $I_{m_1} = \frac{U_m}{1/(\omega C)}$
(учтено, что $R = 0$ и $L = 0$). (учтен
 $tg\varphi_1 = -\infty$,

$$\begin{bmatrix}
\frac{h}{l} & \|^{c} \\
\frac{h}{l} & \frac{l}{l} \\
\frac{h}{l} & \frac{h}{l} \\
\frac{h$$

, 1L2

$$I_2 = I_{m_2} \cos(\omega t - \varphi_2),$$

 $I_{\rm max} = U_{\rm m}/(\omega L)$ но, что R = 0 и $C = \infty$).

 $tg\phi_2 = +\infty$,

 $\varphi_1 = (2n+3/2)\pi$, где $n = 1, 2, ... \qquad \varphi_2 = (2n+1/2)\pi$, где n = 1, 2, ...

Разность фаз токов в ветвях: $\phi_1 - \phi_2 = \pi$, т. е. токи в ветвях противоположны по фазе. Амплитуда силы тока во внешней (неразветвленной) цепи

$$I_{\rm m} = |I_{\rm m_1} - I_{\rm m_2}| = U_m |\omega C - 1/(\omega L)|.$$

Если $\omega = \omega_{\rm pes} = 1/\sqrt{LC}$, то $I_{\rm m_1} = I_{\rm m_2}$ и $I_{\rm m} = 0$.

Резонанс токов (параллельный резонанс)

Явление резкого уменьшения амплитуды силы тока во внешней цепи. питающей параллельно включенные конденсатор и катушку индуктивности, при приближении частоты со приложенного напряжения к резонансной частоте ш.....

Амплитуда силы тока І оказалась равна нулю потому, что активным сопротивлением контура пренебрегли. Если учесть сопротивление R, то разность фаз $\phi_1 - \phi_2$ не будет равна π , поэтому при резонансе токов амплитуда силы тока І будет отлична от нуля, но примет наименышее возможное значение.

Мощность, выделяемая в цепи переменного тока

Мгновенная мощность

Мгновенное значение мощности переменного тока равно произведению мгновенных значений напряжения и силы тока:

$$P(t) = U(t)I(t),$$

где $U(t) = U_{\rm m} \cos \omega t$, $I(t) = I_{\rm m} \cos (\omega t - \varphi)$.

 $P(t) = I_{\rm m}U_{\rm m}\cos(\omega t - \varphi)\cos\omega t = I_{\rm m}U_{\rm m}(\cos^2\omega t\cos\varphi + \sin\omega t\cos\omega t\sin\varphi).$

Средняя мощность

Практический интерес представляет средняя мощность. Учитывая, что $<\cos^2 \omega t > = \frac{1}{2}$, $<\sin \omega t \cos \omega t > = 0$, получаем

$$=\frac{1}{2}I_{\rm m}U_{\rm m}\cos\varphi$$

Согласно векторной диаграмме (см. рисунок на с. 177), $U_{\rm m} \cos \varphi = R I_{\rm m}$. Поэтому *средняя мощность*

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} R I_{\rm m}^2$$

Такую же мощность развивает постоянный ток $I = I_m / \sqrt{2}$.

Действующие (эффективные) значения тока и напряжения

$$I = \frac{I_{\rm m}}{\sqrt{2}}$$
; $U = \frac{U_{\rm m}}{\sqrt{2}}$

(I_m и U_m — амплитудные значения силы тока и напряжения). Амперметры и вольтметры градуируются по действующим значениям тока и напряжения.

Коэффициент мощности

Учитывая действующне значения тока и напряжения, получим

$$\langle P \rangle = IU \cos \varphi$$
,

где соя ф называется коэффициентом мощности.

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}}.$$

Если в цепи отсутствует реактивное сопротивление, то $\cos \phi = 1$ и

$$P = IU \cdot$$

Глава 19 Упругие волны Волновой процесс. Продольные и поперечные волны

Колебания, возбужденные в какой-либо точке среды, распространяются в ней с конечной скоростью, зависящей от свойств среды, передаваясь от одной точки среды к другой. Чем дальше расположена частица среды от источника колебаний, тем позднее она начнет колебаться. Следовательно, фазы колебаний частиц среды и источника тем больше отличаются друг от друга, чем больше это расстояние.

Волновой процесс (волна)

Процесс распространения колебаний в сплошной среде.

Сплошная среда — непрерывно распределенная в пространстве и обладающая упругими свойствами.

При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передаются лишь состояния колебательного движения и его энергия. Поэтому основным свойством всех волн, независимо от их природы, является перенос энергии без переноса вещества.

Упругие (механические) волны

Механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде.

продольные

в них частицы среды колеблются в направлении распространения волны.

поперечные

в них частицы среды колеблются в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Продольные волны могут распространяться в средах, в которых возникают упругие силы при деформации сжатия и растяжения, т.е. твердых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны могут распространяться в среде, в которой возникают упругие силы при деформации сдвига, т. е. только в твердых телах.

Гармоническая волна и ее описание

Упругая гармоническая волна

Упругая волна называется гармонической, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими.

Длина волны

Расстояние между двумя ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе.

Длина волны равна расстоянию, на которое распространяется определенная фаза колебания за период.

 $\lambda = vT$ $v = \lambda v$ v --- частота колебаний.

График гармонической поперечной волны, распространяющейся со скоростью v вдоль оси x

Это зависимость между смещением ξ частиц среды, участвующих в волновом процессе, и расстоянием x этих частиц (например, частицы B) от источника колебаний O для какого-то фиксированного момента времени t.

Хотя приведенный график $\xi(x, t)$ похож на график гармонического колебания, но они различны по существу. Если график волны определяет зависимость смещения всех частиц среды от расстояния до



источника колебаний в данный момент времени, то график колебаний – зависимость смещения данной частицы от времени.

Волновой фронт

Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени *t*.

Волновая поверхность

Геометрическое место точек среды, колеблющихся в одинаковой фазе.

Волновой фронт также является волиовой поверхностью

Уравнение бегущей волны. Фазовая скорость

Бегущие волны

Волны, которые переносят в пространстве энергию.

Вектор плотности потока энергии (вектор Умова)

Количественно характеризует перенос энергии волнами. Направление вектора Умова совпадает с направлением переноса энергии, а его модуль равен энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

Плоские и сферические волны

Волны, для которых волновые поверхности соответственно совокупность параллельных плоскостей, перпендикулярных направлению распространения волны, или концентрических сфер.

Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси *х*

$$\xi(x,t) = A\cos[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\varphi_0],$$

или, если ввести волновое число

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{vT}=\frac{\omega}{v},$$

TO

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

 $(\xi(x, t)$ — смещение точек среды с координатой x в момент времени t; $A - амплитуда волны; \omega$ — циклическая (круговая) частота; k волновое число; λ — длина волны; v — фазовая скорость; T — период колебаний; φ_0 — начальная фаза колебаний).

Фазовая скорость

Предположим, что фаза волны постоянна:

$$\mathbf{O}\left(t-\frac{x}{v}\right)+\boldsymbol{\varphi}_0=\mathrm{const}\;.$$

Продифференцировав это выражение по t, получим

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\,,$$

где v есть не что иное, как скорость перемещения фазы волны, и ее называют фазовой скоростью.

Уравнение сферической волны

$$\xi(r,t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0),$$

где r — расстояние от центра волны до рассматриваемой точки среды.

Волновое уравнение. Принцип суперпозиции. Групповая скорость

Волновое уравнение

Дифференциальное уравнение в частных производных, описывающее распространение волн в однородной изотропной среде:

 $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}; \qquad \Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$

 $(v - \phi$ азовая скорость, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа).

Решением волнового уравнения является уравнение любой волны. Волновое уравнение для плоской волны, распространяющейся вдоль оси х:



Принцип суперпозиции (наложения) волн

При распространении в линейной среде нескольких волн каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют, а результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвуя в каждом из слагающих волновых процессов.

Волновой пакет

Суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства.

Групповая скорость

Скорость движения группы волн, образующих в каждый момент времени локализованный в пространстве волновой пакет, или скорость движения центра волнового пакета $u = \frac{d\omega}{dk}$.

Связь групповой и фазовой скоростей

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(v\,k)}{dk} = v + k\frac{dv}{dk} = v + k\left(\frac{dv}{d\lambda}:\frac{dk}{d\lambda}\right) =$$
$$= v + k\left[\frac{dv}{d\lambda}:\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\right] = v + k\left(-\frac{\lambda^2}{2\pi}\right)\frac{dv}{d\lambda},$$
$$u = v - \lambda\frac{dv}{d\lambda}.$$

В недиспергирующей среде (среде, в которой фазовая скорость волн не зависит от их частоты) $\frac{dv}{dt} = 0$ и u = v.

Интерференция волн

Когерентность

Согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

Когерентные волны

Волны, разность фаз которых остается постоянной во времени. Очевидно, что когерентными могут быть лишь волны, имеющие одинаковую частоту.

Интерференция волн

Явление наложения в пространстве двух (или нескольких) когерентных волн в разных его точках, при котором получается усиление или ослабление результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами этих волн.

Рассмотрим наложение двух когерентных сферических волн, возбуждаемых точечными источниками, колеблющимися с одинаковыми амплитудой A_n , частотой ω и постоянной разностью фаз:

$$\xi_{1} = \frac{A_{0}}{r_{1}} \cos(\omega t - kr_{1} + \varphi_{1}),$$

$$\xi_{2} = \frac{A_{0}}{r_{2}} \cos(\omega t - kr_{2} + \varphi_{2}),$$

где r_1 и r_2 — расстояния от источников волн до рассматриваемой точки; k — волновое число; φ_1 и φ_2 — начальные фазы обеих накладывающихся сферических волн. Амплитуда результирующей волны

$$A^{2} = A_{0}^{2} \left\{ \frac{1}{r_{1}^{2}} + \frac{1}{r_{2}^{2}} + \frac{2}{r_{1}r_{2}} \cos[k(r_{1} - r_{2}) - (\varphi_{1} - \varphi_{2})] \right\},\$$

так как $\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$, то результат наложения двух волн зависит от $(r_1 - r_2)$, называемой разностью хода.

Условия интерференционных максимумов и минимумов

В точках, где

 $k(r_1-r_2)-(\varphi_1-\varphi_2)=\pm 2m\pi \ (m=0, 1, 2, ...),$

наблюдается интерференционный максимум: амплитуда результирующего колебания $A = A_0/r_1 + A_0/r_2$. В точках, где

 $k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm (2m + 1)\pi$ (m = 0, 1, 2, ...), наблюдается интерференционный минимум: амплитуда результирующего колебания $A = |A_0/r_1 - A_0/r_2|$ (m = 0, 1, 2, ...) называется соответственно порядком интерференционного максимума или минимума.

Стоячие волны

Стоячие волны

Волны, образующиеся при наложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу с одинаковыми частотами и амплитудами.

Уравнение стоячей волны

Складываем волны

$$\xi_1 = A\cos(\omega t - kx),$$

$$\xi_2 = A\cos(\omega t + kx).$$

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A\cos kx \cos \omega t = 2A\cos(2\pi x/\lambda)\cos \omega t$$

(учти, что $k = 2\pi/\lambda$) — уравнение стоячей волны.

Пучности стоячей волны

Точки, в которых амплитуда максимальна (A_{er} = 2A). Это точки среды, для которых 2лх

$$\frac{1}{\lambda} = \pm m\pi \qquad (m = 0, 1, 2, 1)$$

Координаты пучностей

$$x_n = \pm m \frac{\lambda}{2}$$
 (*m* = 0, 1, 2, ...).

Узлы стоячей волны

Точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю ($A_{er} = 0$). Это точки среды, для которых

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi \qquad (m = 0, 1, 2, ...).$$

Координаты узлов

$$x_y = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$$
 (m = 0, 1, 2, ...).

Расстояния пучность—пучность и узел—узел равны λ/2, а расстояние пучность—узел равно λ/4.

Образование стоячих волн наблюдают при интерференции бегущей и отраженной волн. Например, если конец веревки закрепить неподвижно, то отраженная в месте закрепления веревки волна будет интерферировать с бегущей волной и образует стоячую волну. На границе, где происходит отражение волны, в данном случае получается узел. Будет ли на границе отражения узел или пучность, зависит от соотношения плотностей сред. Если среда, от которой происходит отражение, менее плотная, то в месте отражения получается пучность, если более плотная — узел. Образование узла связано с тем, что волна, отражаясь от более плотной среды, меняет фазу на противоположную и у границы происходит сложение колебаний противоположных направлений, в результате чего получается узел. Если волна отражается от менее плотной среды, то изменения фазы не происходит и у границы колебания складываются с одинаковыми фазами — получается пучность.

Звуковые волны

Звуковые (акустические) волны

Распространяющиеся в среде упругие волны, обладающие частотами в пределах 16—20 000 Гц. Волны указанных частот, воздействуя на слуховой аппарат человека, вызывают ощущение звука. Волны с v < 16 Гц (*инфразвуковые*) и v > 20 кГц (*ультразвуковые*) органами слуха человека не воспринимаются.

Звуковые волны в газах и жидкостях могут быть только продольными, так как эти среды обладают упругостью лишь по отношению к деформациям сжатия (растяжения). В твердых телах звуковые волны могут быть как продольными, так и поперечными, так как твердые тела обладают упругостью по отношению к деформациям сжатия (растяжения) и сдвига.

Интенсивность звука (сила звука)

Величина, определяемая средней по времени энергией, переносимой звуковой волной за 1 с сквозь площадку 1 м² перпендикулярна направлению распространения волны:

$$I = \frac{W}{St}.$$



Область слышимости

Чувствительность человеческого уха различна для разных частот. Для каждой частоты колебаний существует наименьшая (порог слышимости) и наибольшая (порог болевого ощущения) интенсивность звука, которая способна вызвать звуковое



восприятие. Область слышимости — область, расположенная между кривыми зависимостей порогов слышимости и болевого ощущения от частоты звука.

Акустический спектр

Реальный звук является наложением гармонических колебаний с большим набором частот, т. е. звук обладает *акустическим спектром*, который может быть *сплошным* (в некотором интервале присутствуют колебания всех частот) и *линейчатым* (присутствуют отдельные друг от друга определенные частоты).

Эффект Доплера в акустике

Эффект Доплера

Изменение частоты колебаний, воспринимаемой приемником, при движении источника этих колебаний и приемника друг относительно друга.

Пусть источник и приемник звука движутся вдоль соединяющей их прямой; $v_{\mu cr}$ и $v_{\mu cr}$ соответственно скорости движения источника и приемника, причем они положительны, если источник (приемник) приближается к приемнику (источнику), и отрицательны, если удаляется. Частота колебаний источника равна v_{α} .



1.
$$v_{--} = v_{--} = 0$$

v — скорость распространения звуковой волны в рассматриваемой среде, длина волны $\lambda = vT = v/v_0$. Распространяясь в среде, волна достигнет приемника и вызовет колебания его звукочувствительного элемента с частотой

$$\mathbf{v} = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{vT} = \mathbf{v}_0.$$

2. $v_{np} > 0$, $v_{ner} = 0$. Скорость распространения волны относительно приемника $v + v_{np}$. Длина волны не меняется, поэтому

$$v = \frac{v + v_{np}}{\lambda} = \frac{v + v_{np}}{vT} = \frac{(v + v_{np})v_0}{v}.$$

3. $v_{\rm mer} > 0, v_{\rm np} = 0.$ *v* зависит лишь от свойств

v зависит лишь от свойств среды, поэтому за время, равное периоду колебаний источника, излученная им волна пройдет в направлении к приемнику расстояние $vT = \lambda$ (независимо от того, движется или покоится источник). Источник же пройдет в направлении волны расстояние $v_{\text{нет}}T$, тогда (см. рисунок) $\lambda' = \lambda - v_{\text{нет}}T = (v - v_{\text{нет}})T$,

$$\mathbf{v} = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{(v - v_{\rm HCT})T} = \frac{v v_0}{v - v_{\rm HCT}}.$$

4. Источник и приемник движутся друг относительно друга. Используя результаты пунктов 2 и 3, получаем, что частота колебаний, воспринимаемых источником,

$$v = \frac{(v \pm v_{\rm mp})v_0}{v \mp v_{\rm mer}}$$

Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак — в случае их взаимного удаления.

Получение электромагнитных волн

Электромагнитные волны

Переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве с конечной скоростью.

Электромагнитные волны возникают в результате того, что переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле, которое, в свою очередь, порождает переменное электрическое поле.

Существование электромагнитных волн вытекает из уравнений Максвелла (см. с. 159). Решающую роль в утверждении максвелловской теории сыграли опыты Герца, согласно которым электрические и магнитные поля действительно распространяются в виде волн, поведение которых полностью описывается уравнениями Максвелла.

Источники электромагнитных волн

Источником электромагнитных волн в действительности может быть любой электрический колебательный контур или проводник, по которому течет переменный электрический ток, так как для возбуждения электромагнитных волн необходимо создать в пространстве переменное электрическое поле или соответственно переменное магнитное поле.

Излучающая способность источника определяется его формой, размерами и частотой колебаний.

Чтобы излучение играло заметную роль, необходимо увеличить объем пространства, в котором переменное электромагнитное поле создается. Поэтому для получения электромагнитных волн непригодны закрытые колебательные контуры, так как в них электрическое поле сосредоточено между обкладками конденсатора, а магнитное — внутри катушки индуктивности.

Осуществлен переход к открытому колебательному контуру (вибратору Герца), где увеличен объем пространства, в котором создается переменное электромагнитное поле, распространяющееся по всему пространству, которое окружает вибратор.

В дальнейшем использовали *массовый излучатель*, в котором короткие электромагнитные волны, возбуждаемые колебаниями электрических зарядов в атомах и молекулах, генерировались с помощью искр, проскакиваемых между металлическими опилками, взвешенными в масле. Ламповые генераторы позволяют получать колебания заданной (практически любой) мощности и синусоидальной формы.

Шкала электромагнитных волн



Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме

В вакууме электромагнитные волны распространяются со скоростью света с независимо от частоты колебаний.

• Шкала электромагнитных волн

Электромагнитные волны, обладая широким диапазоном частот (длин волн), отличаются по способам их генерации и регистрации, а также по своим свойствам. В таблице представлены различные виды электромагнитных волн, хотя следует отметить, что границы между различными их видами условны.

Вид излучения	Длнна волны, м	Частота волны, Гц	Источник излучения
Радиоволны	103-10-4	3-10 ⁵ -3·10 ¹²	Колебательный контур Вибратор Герца Массовый излучатель Ламповый генератор
Свстовые волны:		-	
инфракрасное излучение	5-10-4- 8-10-7	6·10 ¹¹ 3,75·10 ¹⁴	Лампы
видимый свст	8-10-7 4-10-7	3,75-1014-7,5-1014	Лазсры
ультрафиолстовос излучение	4·10 ⁻⁷ 10 ⁻⁹	7,5-10 ¹⁴ -3-10 ¹⁷	
Ренттеновское излучение	2·10 ⁻⁹ 6·10 ⁻¹²	1,5·10 ¹⁷ -5·10 ¹⁹	Трубка Ренттена
γ-из лучснис	< 6·10 ⁻¹²	> 5-1019	Радиоактнвный распад Ядерные процессы Космические процессы

Дифференциальное уравнение электромагнитных волн

Волновое уравнение для векторов \vec{E} и \vec{H}

Следствие уравнений Максвелла: векторы напряженностей \vec{E} и \vec{H} переменного электромагнитного поля для однородной и изотропной среды вдали от зарядов и токов удовлетворяют волновым уравнениям

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2},$$
$$\Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2},$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа, v — фазовая скорость.

Всякая функция, удовлетворяющая этим уравнениям, описывает некоторую волну. Следовательно, электромагнитные поля могут действительно существовать в виде электромагнитных волн.

Фазовая скорость электромагнитных волн

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$
 (1)

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$, ε_0 и μ_0 — соответственно электрическая и магнитная постоянные, є и μ — соответственно электрическая й магнитная проницаемости среды.

В вакууме ($\varepsilon = 1$ н $\mu = 1$) скорость распространения электромагнитных волн совпадает со скоростью *с*; в веществе $\varepsilon \mu > 1$, поэтому *скорость распространения электромагнитных волн в веществе всегда меньше, чем в вакууме*.

Если учитывать зависимость є и µ от частоты, то формула (1) приводит к результатам, хорошо совпадающим с экспериментальными данными.

Формула $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$, согласно которой размерный коэффициент совпадает со скоростью распространения света в вакууме, указывает

совпадает со скоростью распространения света в вакууме, указывает на глубокую связь между электромагнитными и оптическими явлениями, позволившую Максвеллу создать электромагнитную теорию света, согласно которой свет представляет собой электромагнитные волны.

Следствия теории Максвелла

• Поперечность электромагнитных волн

Векторы \vec{E} и \vec{H} напряженностей электрического и магнитного полей волны взаимно перпендикулярны (на рисунке показана моментальная «фотография» плоской электромагнитной волны) и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору \vec{v} скорости распространения волны, причем векторы



 $ar{E}$, $ar{H}$ и $ar{v}$ образуют правовинтовую систему.

Из уравнений Максвелла следует также, что в электромагнитной волне векторы \vec{E} и \vec{H} всегда колеблются в одинаковых фазах (см. рисунок), причем мгновенные значения E и H в любой точке связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E=\sqrt{\mu_0\mu}H.$$

Следовательно, Е и Н одновременно достигают максимума, одновременно обращаются в нуль и т. д.

Волновые уравнения

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2},$$

где индексы у и z при E и H подчеркивают лишь то, что векторы \vec{E} и H направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей у и z.

Этим уравнениям удовлетворяют плоские монохроматические электромагнитные волны, описываемые уравнениями $E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$, $H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$, где E_0 и H_0 — соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны; ω — кругова частота волны; $k = \omega/v$ — волновое число; φ — начальные фазы колебаний.

В этих уравнениях ф одинаково, так как колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят с одинаковой фазой (см. также рисунок).

Вектор плотности потока электромагнитной энергии (вектор Умова—Пойнтинга). Импульс электромагнитного поля

Вектор Умова—Пойнтинга Объемная плотность w энергии электромагнитной волны складывается из

объемных плотностей и и и электрического и магнитного полей:

$$w = w_{3\pi} + w_{N} = \varepsilon_{0} \varepsilon E^{2}/2 + \mu_{0} \mu H^{2}/2$$
.

Так как $\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H$, то $w_{3\pi} = w_{\mu}$. $w = 2w_{3\pi} = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon \mu} E H$.

Умножив плотность энергии *w* на скорость *v* распространения волны в среде, получим *модуль* плотности потока энергии:

$$S = wv = EH$$

Тогда *вектор Умова—Пойнтинга*

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}].$$

Направление вектора $[\vec{EH}]$ совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен *EH*.

Вектор \vec{S} направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Давление электромагнитных волн. Импульс электромагнитного поля

Если электромагнитные волны поглощаются или отражаются телами (эти явления подтверждены опытами Г. Герца), то из теории Максвелла следует, что электромагнитные волны должны оказывать на тела давление. Давление электромагнитных волн объясняется тем, что под действием электрического поля волны заряженные частицы вещества начинают упорядоченно двигаться и подвергаются со стороны магнитного поля волны действию сил Лоренца. Однако значение этого давления ничтожно. Можно оценить, что при средней мощности солнечного излучения, приходящего на Землю, давление для абсолютно поглощающей поверхности составляет примерно 5 мкПа.

Существование давления электромагнитных волн приводит к выводу о том, что электромагнитному полю присущ механический импульс. Импульс электромагнитного поля

p = W/c, | где W — энергия электромагнитного поля.

5. Оптика. Квантовая природа излучения

Глава 20 Элементы геометрической оптики Основные законы оптики

• Закон

прямолинейного распространения света

Свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.

Закон независимости световых пучков

Эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно остальные пучки или они устранены.

Закон отражения

Отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения; угол отражения *i*'₁ равен углу падения *i*₁:

 $i_1' = i_1$.



Закон преломления

Луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных сред:

$$\sin i_1 / \sin i_2 = n_{21},$$

где n₂₁ — относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Абсолютный показатель преломления

п равеи отношению скорости *с* электромагнитных волн в вакууме к их фазовой скорости *v* в среде:

$$n = c/v$$
.

Полное отражение

Свет распространяется из оптически более плотной среды (среды с большим показателем преломления n_1) в оптически менее плотную среду (среду с меньшим показателем преломления) с показателем преломления n_2 ; $n_1 > n_2$. Согласно закону преломления

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2} > 1,$$

преломленный луч удаляется от нормали и угол преломления i_2 больше, чем угол падения (рис. *a*). Сувеличением угла падения уве-



личивается угол преломления (рис. б. в) до тех пор, пока при некотором угле падения ($i_1 = i_{sp}$) угол преломления не окажется равным $\pi/2$. Угол i_{rp} называется *предельным углом*. При углах падения $i_1 > i_{sp}$ весь падающий свет полностью отражается рис. *г*.

По мере приближения угла падения к предельному интенсивность преломленного луча уменьшается, а отраженного — растет (рис. a-s). Если $i_1 = i_{rep}$, то интенсивность преломленного луча обращается в нуль, а интенсивность отраженного равна интенсивности падающего (рис. z). Таким образом, при углах падения от i_{rep} до $\pi/2$ луч не преломляется, а полностью отражается в первую среду, причем интенсивность отраженного и падающего лучей одинакова. Это явление называется полным отражением.

Записав закон преломления в виде

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

и подставив в него $i_2 = \pi/2$, определим предельный угол

$$\sin i_{\rm np} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} \, .$$

Это уравнение удовлетворяет значениям угла i_{np} при $n_2 \leq n_1$. Следовательно, явление полного отражения имеет место только при падении света из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную.

Явление полного отражения используется в световодах (светопроводах), представляющих собой тонкие, произвольным образом изогнутые нити (волокна) из оптически прозрачного материала. В воложонных деталях применяют стеклянное волокно, световедущая жила (сердцевина) которого окружается стеклом оболочкой из другого стекла с меньшим показателем преломления. Свет, падающий на торец световода под углами, большими предельного, претерпевает на поверхности раздела сердцевины и оболочки полное отражение и распространяется только по световодной жиле. С помощью световодов можно как угодно искривлять путь светового пучка.

Линзы, тонкие линзы, их характеристики

Линзы

Линзы представляют собой прозрачные тела, ограниченные двумя поверхностями (одна из них обычно сферическая, иногда цилиндрическая, а вторая — сферическая или плоская), преломляющими световые лучи, способные формировать оптические изображения предметов. Материалом для линз служат стекло, кварц, кристаллы, пластмассы и т.д.

Деление линз по оптическим свойствам

собирающие; рассеивающие.

Тонкие линзы

Линза, если ее толщина (расстояние между ограничивающими поверхностями) значительно меньше по сравнению с радиусами поверхностей, ограничивающих линзу.

Деление линз по внешней форме

- 1) двояковыпуклые;
- 2) плосковыпуклые;
- 3) двояковогнутые;
- 4) плосковогнутые;
- 5) выпукловогнутые;
- 6) вогнутовыпуклые.



Главная оптическая ось

Прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей линзы.

Фокус линзы

Точка *F*, лежащая на главной оптической оси, в которой пересекаются лучи *параксиального* (приосевого) светового пучка, распространяющиеся параллельно главной оптической оси.



Оптический центр линзы

Точка, лежащая на главной оптической оси и обладающая тем свойством, что лучи проходят сквозь нее не преломляясь.

Формула тонкой линзы



Фокальные плоскости

Плоскости, проходящие через фокусы линзы перпендикулярно ее главной оптической оси (см. рис. на с. 196).

Побочная оптическая ось

Любая прямая, проходящая через оптический центр линзы и не совпадающая с главной оптической осью (см. рис. на с. 196).

Фокусное расстояние (f)

Расстояние между оптическим центром линзы и ее фокусом.

Формула тонкой линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

где а и b — расстояния от линзы до предмета и его изображения. Для рассеивающей линзы f и b надо брать отрицательными.

Если $a = \infty$, т.е. лучи падают на линзу параллельным пучком (рис. *a*), соответствующее этому случаю расстояние b = OF = f(равно фокусному расстоянию). Если $b = \infty$, т.е. изображение находится в бесконечности, и,

следовательно, лучи выходят из линзы параллельным пучком (рис. 6), то a = OF = f. Таким образом, фокусные расстояния линзы, окруженные с обеих сторон одинаковой средой, равны.

Фокусы рассеивающей линзы

В отличие от собирающей рассеивающая линза имеет мнимые фокусы. В мнимом фокусе сходятся (после преломления) воображаемые продолжения лучей, падающих на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси.



Оптическая сила тонкой линзы. Построение изображений в линзах

Оптическая сила линзы

 $\Phi = \frac{1}{f} = (N-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

 $(f - \phi$ окусное расстояние; N = n/n, — относительный показатель преломления (пип, — соответственно абсолютные показатели преломления линзы и окружающей среды); R, и R, — радиусы кривизны поверхносте (R > 0 для выпуклой поверхности; R < 0 для вогнутой); а и b =соответственно расстояния от оптического центра линзы до предмета и изображения).

Единица 🐋 дптр



1 дптр (диоптрия) — оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м. 1 дптр = 1/м

Построение изображения предмета в линзах

осуществляется с помощью следующих лучей:

1) луча, проходящего через оптический центр линзы и не изменяющего своего направления;

2) луча, идущего параллельно главной оптической оси: после преломления в линзе этот луч (или его продолжение) проходит через второй фокус линзы;

3) луча (или его продолжения), проходящего через первый фокус линзы; после преломления в ней он выходит из линзы параллельно ее главной оптической оси.

Для примера приведены построения изображений в собирающей (рис. а, б) и рассеивающей (рис. в) линзах: действительное (рис. а) и мнимое (рис. б) изображения — в собирающей линзе, мнимое — в рассеивающей.



Аберрации (погрешности) оптических систем

Сферическая аберрация

Если расходящийся пучок света падает на линзу, то *параксиальные* лучи после преломления пересекаются в точке S' (на расстоянии OS' от оптического центра линзы), а лучи, более удаленные от оптической



оси, — в точке S'', ближе к линзе. В результате изображение светящейся точки на экране, перпендикулярном оптической оси, имеет вид расплывчатого пятна.

Кома

Если через оптическую систему проходит широкий пучок от светящейся точки, расположенной не на оптической оси, то получаемое изображение этой точки будет в виде освещенного пятнышка, напоминающего кометный хвост.

Астигматизм

Погрешность, обусловленная неодинаковостью кривизны оптической поверхности в разных плоскостях сечения падающего на ее светового пучка.

Дисторсия

Погрешность, при которой при больших углах падения лучей на линзу линейное увеличение для точек предмета, которые находятся на



разных расстояниях от главной оптической оси, несколько различается, называется *дисторсией*. В результате нарушается геометрическое подобие между предметом (прямоугольная сетка, рис *a*) и его изображением (рис. *б* — подушкообразная дисторсия, рис. *в* — бочкообразная дисторсия).

Хроматическая аберрация

При падении на оптическую систему белого света отдельные составляющие его монохроматические лучи фокусируются в разных точках (наибольшее фокусное расстояние имеют красные лучи, наименьшее — фиолетовые), поэтому изображение размыто и по краям окрашено.

Энергетические величины в фотометрии

Фотометрия

Раздел оптики, занимающийся вопросами измерения интенсивности света и его источников.

В фотометрии используются следующие

величины:

энергетические — характеризуют энергетические параметры оптическою излучения безотносительно к его действию на приемники излучения; световые — характеризуют физиологические действия света и оцениваются по воздействию на глаз (исходят из так называемой средней чувствительности глаза) или другие приемники излучения.

Энергетическая сила света (сила излучения) /

Величина, равная отношению потока излучения $\Phi_{,}$ источника к телесному углу ω , в пределах которого это излучение распространяется:

Единица **Вт/ср** (ватт на стерадиан) Поток излучения (Ф_е)

Мощность излучения, определяемая отношением энергии, переносимой излучением, к времени переноса, значительно превышающему период электромагнитных колебаний: $\Phi_e = \frac{W}{t}.$

 $I_e = \frac{\Phi_e}{\Phi_e}$

Единица 🗩 Вт

Энергетическая светимость

(излучательность) R

Поверхностная плотность потока излучения

Единица 🗩 Вт/м²

Энергетическая яркость (В)

Величина, равная отношению энергетической силы света ΔI , элемента излучающей поверхности к площади ΔS проекции этого элемента на плоскость, перпендикулярную направлению наблюдения:

$$R_e = \frac{\Phi_e}{S}$$

$$B_e = \frac{\Delta I_e}{\Delta S},$$

Единица 🍽 Вт/(ср·м²)

Энергетическая освещенность (облученность) Е характеризует величину потока излучения, падающего на единицу

освещенной поверхности.



Световые величины в фотометрии



В оптических измерениях используемые приемники излучения являются селективными (избирательными). Для каждого из них -- своя кривая чувствительности к свету различных длин волн. Световые характеристики субъективны, и используются только для видимого света.

Кандела (одна из семи основных единиц)

Кандела (кд) -- сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой 540-1012 Гц. энергетическая сила света которого в этом направлении составляет 1/683 Вт/ср.

Световой поток Ф

Мощность оптического излучения по вызываемому им световому ощущению (по его действию на селективный приемник света с заданной спектральной чувствительностью).

Единица 🔛 лм



1 лм (люмен) -- световой поток, испускаемый точечным источником силой света в 1 кд внутри телесного угла в 1 ср (при равномерности поля излучения внутри телесного угла)

1 лм = 1 кд · 1 ср.

 $R = \Phi/S$.

Светимость (R)

Единица 🐋 лм/м²

Яркость (В)

Яркость В светящейся поверхности в некотором направлении ф есть величина, равная отношению силы света / в этом направлении к площади S проекции светящейся поверхности на плоскость, перпендикулярную данному направлению:

$$B_{\varphi} = I/(S \cos \varphi)$$
.
КД/M²

Освещенность (Е)

Единица

Величина, равная отношению светового потока Ф, падающего на поверхность, к площади S этой поверхности:

$$E = \Phi/S$$

Единица 📂

ЛК

1 лк (люкс) — освещенность поверхности, на 1 м² которой падает световой поток в і лм:

201

Глава 21

Интерференция света Вывод законов отражения и преломления света на основе волновой теории

Принцип Гюйгенса

Каждая точка среды, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени.

Закон отражения

На границу раздела двух сред падает плоская волна (фронт волны — плоскость *AB*), распространяющаяся вдоль направления *I*(см. рисунок). Когда фронт волны достигнет отражающей поверхности в точке *A*, эта точка начнет излучать вторичную волну. Для прохождения волной

расстояния *BC* требуется время $\Delta t = BC/v$. За это же время фронт вторичной волны достигнет точек полусферы, радиус *AD* которой равен $v\Delta t = BC$. Положение фронта отраженной волны в этот момент времени в соответствии с принципом Гюйгенса задается плоскостью *DC*, а направление распространения этой волны — лучом *II*. $\Delta ABC = \Delta ADC$: $i'_i = i_i$.

Закон преломления

Плюская волна (фронт волны — плюскость AB), распространяющаяся в вакууме вдоль направления *I* со скоростью света *c*, падает на границу раздела со средой, в которой скорость ее распространения равна v (см. рисунок). Пусть время, затрачиваемое волной для прохождения пути *BC*, равно Δt . Тогда $BC \approx c\Delta t$. За это же время фронт волны, возбуждаемый точкой *A* в



среде со скоростью v, достигнет точек полусферы, радиус которой $AD = v\Delta t$. Положение фронта преломленной волны в этот момент времени в соответствии с принципом Гюйгенса задается плоскостью DC, а направление ее распространения — лучом III. Из рисунка следует, что

$$AC = BC/\sin i_1 = AD/\sin i_2,$$

$$c\Delta t/\sin i_1 = v\Delta t/\sin i_2,$$

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{c}{v} = n.$$



Когерентность и монохроматичность световых волн

Когерентность волн

Согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

Этому условию удовлетворяют *монохроматические волны* — неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты.

 Ни один реальный источник не дает строго монохроматического света, поэтому волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда некогерентны.

Волновой цуг

В каждом из атомов процесс излучения длится $\approx 10^{-8}$ с и только в течение этого времени волны имеют приблизительно постоянные амплитуду и фазу колебаний. Прерывистое излучение света атомами в виде отдельных коротких импульсов называется *волновым цугом*.

Время когерентности (тког)

Средняя продолжительность одного цуга τ_{mr} . Когерентность существует только в пределах одного цуга, и время когерентности не может превышать время излучения, т. е. $\tau_{mr} < \tau$.

Длина когерентности (длина цуга)

За время τ_{max} волна распространяется в вакууме на расстояние $l_{max} = c \tau_{max}$, называемое *длиной когерентности (или длиной цуга*).

Длина когерентности есть расстояние, при прохождении которого две или несколько волн утрачивают когерентность.

Временная когерентность

Чем ближе волна к монохроматической, тем больше τ_{kor} (и l_{kor}). Когерентность колебаний, которые совершаются в одной и той же точке пространства, определяемая степенью монохроматичности волн, называется временной когерентностью.

Пространственная когерентность

Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяют (при необходимой степени монохроматичности света) наблюдать интерференцию, называются пространственно-когерентными.

Интерференция света

▶ Интерференция света

Пространственное перераспределение светового потока при наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других — минимумы интенсивности.

Условия, необходимые для возникновения интерференции световых волн

Для получения когерентных световых волн применяют метод разделения волны, излучаемой одним источником, на две части, которые после прохождения разных оптических путей накладываются друг на друга и наблюдается интерференционная картина.

Разность фаз двух когерентных волн

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в определенной точке O. До точки M, в которой наблюдается интерференционная картина, одна волна в среде с показателем преломления n_1 прошла путь s_1 , вторая — в среде с показателем преломления n_2 — путь s_2 . Если в точке O фаза колебаний равна ωt , то в точке M первая волна возбудит колебание $A_1 \cos \omega (t - s_1/v_1)$, вторая волна — колебание $A_2 \cos \omega (t - s_2/v_2)$, где $v_1 = c/n_1$, $v_2 = c/n_2$ — соответственно фазовая скорость первой и второй волны. Разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке M, равна

$$\delta = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (s_2 n_2 - s_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta_0$$

(учтено, что $\omega/c = 2\pi v/c = 2\pi/\lambda_0$, где λ_0 — длина волны в вакууме). Произведение геометрической длины *s* пути световой волны в данной среде на показатель *n* преломления этой среды называется *оптической длиной пути L*, а $\Delta = L_2 - L_1$ — разность оптических длин проходимых волнами путей называется *оптической разностью хода*.

Условия интерференционных максимума и минимума

Если

 $\Delta = \pm m \lambda_0$ (*m* = 0, 1, 2, ...), (максимум)

то $\delta = \pm 2m\pi$ и колебания, возбуждаемые в точке *M* обеими волнами, будут происходить в одинаковой фазе.

Если
$$\Delta = \pm (2m+1) \frac{\lambda_0}{2}$$
 (m = 0, 1, 2, ...), (минимум)

то $\delta = \pm (2m+1)\pi$ и колебания, возбуждаемые в точке *M* обеими волнами, будут происходить в противофазе.

Некоторые методы наблюдения интерференции света

До появления лазеров (см. с. 275) во всех приборах для наблюдения интерференции света когерентные пучки получали разделением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного и того же источника. Практически это можно осуществить с помощью экранов и щелей, зеркал и преломляющих тел.

Метод Юнга

Свет от ярко освещенной щели S падает на две узкие равноудаленные щели S_1 и S_2 , параллельные щели S. S_1 и S_2 играют роль когерентных источников. Интерференционная картина (область *BC*) наблюдается на экране Э, расположенном параллельно S_1 и S_2 .

Зеркала Френеля

Свет от источника S падает расходящимся пучком на два плоских зеркала A_1O и A_2O , расположенных относительно друг друга под углом, лишь немного отличаюцимся от 180° (угол φ мал). Световые пучки, отразившиеся от обоих зеркал, можно считать выходящими из мнимых источников S_1 и S_2 , являющихся мнимыми изображениями S в зеркалах.

Мнимые источники S_1 и S_2 взаимно когерентны, и исходящие из них световые пучки, встречаясь друг с другом, интерферируют в области взаимного перекрывания. Интерференционная картина наблюдается на экране (Э), защищенном от прямого попадания света заслонкой (3).

Зеркало Ллойда

Точечный источник S находится на очень близком расстоянии к поверхности плоского зеркала M, поэтому свет отражается зеркалом под углом, близким к скользящему. Когерентными источниками служат первичный источник S и его мнимое изображение S₁ в зеркале.







Расчет интерференционной картины от двух источников

Две узкие щели S₁ и S₂ находятся на расстоянии *d* друг от друга и являются когерентными (реальными или мнимыми изображениями источника S в какой-либо оптической системе) источниками света. Интерференция наблюдается в произвольной точке *A* экрана, параллельного обеим щелям и расположенного от них на расстоянии *l*, причем *l* >> *d*. Начало отсчета



выбрано в точке O, симметричной относительно щелей. Интенсивность в точке A определяется оптической разностью хода $\Delta = s_2 - s_1$. Из рисунка

$$s_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2$$
, $s_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2$,
 $\Delta = s_2 - s_1 = 2xd/(s_1 + s_2)$.

Из условия $l \gg d$ следует, что $s_1 + s_2 \approx 2l$, поэтому $\Delta = xd/l$. Подставна это значение в условия максимума и минимума (см. с. 204), получим, что максимумы интенсивности будут наблюдаться в случае, если

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, ...), \tag{1}$$

а минимумы — в случае, если

$$x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, ...).$$
 (2)

Ширина интерференционной полосы — расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами)

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0.$$

Согласно (1) и (2), интерференционная картина, создаваемая на экране двумя когерентными источниками света, представляет собой чередование светлых и темных полос, параллельных друг другу. Главный максимум, соответствующий m = 0, проходит через точку O. Вверх и вниз от него на равных расстояниях друг от друга располагаются максимумы (минимумы) первого (m = 1), второго (m = 2) порядков и т. д. Описанная картина справедлива при освещении монохроматическим светом. В случае белого света интерференционная картина будет иметь вид радужных полос.

Полосы равного наклона (интерференция от плоскопараллельной пластинки)

Условия интерференционных максимумов и минимумов

Свет падает на плоскопараллельную пластинку (рис. *a*) (рассматриваем один луч).

$$2dn\cos r\pm\frac{\lambda_0}{2}=2d\sqrt{n^2-\sin^2 i}\pm\frac{\lambda_0}{2}=m\lambda_0$$
, (максимум)

$$2dn\cos r \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$$
 (минимум)

(d -толщина пленки; n -ее показатель преломления; i -угол падения; r -угол преломления; m = 1, 2, 3, ... В общем случае слагаемое $\pm \lambda_0/2$ обусловлено потерей полуволны при отражении света от границы раздела: если $n > n_0$, то необходимо выбирать знак плюс, если $n < n_0$ - знак минус).

Полосы равного наклона

Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку под одинаковыми углами.



Они локализованы в бесконечности. Для наблюдения полос равного наклона используют собирающую линзу и экран Э, расположенный в фокальной плоскости линзы. Параллельные лучи I' и I'' соберутся в фокусе F линзы (на рисунке 6, ее оптическая ось параллельна лучам I' и I''), в эту же точку придут и другие лучи (луч 2), параллельные лучу I, в результате чего увеличивается общая интенсивность. Лучи 3, наклоненные под другим углом, соберутся в точке P фокальной плоскости линзы. Если оптическая ось линзы перпендикулярна поверхности пластинки, то полосы равного наклона имеют вид концентрических колец с центром в фокусе линзы.

Полосы равной толщины (интерференция от пластинки переменной толщины)

• Интерференция на клине

На клин (угол а между боковыми гранями мал) падает плоская волна, направление которой совпадает с параллельными лучами *1* и 2 (см. рисунок). Из всех лучей, на которые разделяется падающий луч *1*, рассмотрим лучи *I* и *I*'', отразившиеся от верхней и нижней поверхностей клина. При определенном взаимном положении клина и линзы лучи *I* и



1'' пересекутся в некоторой точке *A*, являющейся изображением точки *B*. Так как лучи *I*' и *I*'' когерентны, они будут интерферировать.

Если источник расположен довольно далеко от поверхности клина и угод α мал, то оптическая разность хода между интерферирующими лучами *ї* и *1*^{''} может быть с достаточной степенью точности вычислена по формуле для плоскопараллельной пластинки (с. 207), оптическая разность хода определяется толщиной пластинки *d*. Лучи 2 и 2', образовавшиеся при делении луча 2, собираются в точке A' (а оптическая разность хода определяется толщиной d'). На экране возникает система интерференционных полос. Каждая из полос возникает при отражении от мест пластинки, имеющих одинаковую толщину (в общем случае толщина пластинки может изменяться произвольно).

Полосы равной толщины

Интерференционные полосы, возникающие в результате интерференции от мест одинаковой толщины. Они локализованы вблизи поверхности клина. Каждая из полос возникает при отражении от мест пластинки, имеющих одинаковую толщину.

Положение максимумов и *для полос равного наклона* (см. с. 207) и для *полос равной толщины* зависит от λ . Поэтому темные и светлые полосы получаются только при освещении монохроматическим светом. При наблюдении в белом свете получается совокупность смещенных друг относительно друга полос, образованных лучами разных длин волн, и интерференционная картина приобретает радужную окраску.

Кольца Ньютона

Кольца Ньютона — пример полос равной толщины. Они наблюдаются при отражении света от воздушного зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны (См. рисунок).

Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от верхней и нижней поверхностей воздушного зазора между линзой и пластинкой. При наложении отраженных лучей возникают полосы равной толщины, при нормальном падении света имеющие вид концентрических окружностей.

В отраженном свете оптическая разность хода (с учетом полуволны при отражении, со-



 $\Delta = 2d + \frac{1}{2}$, где d — ширина зазора. Из условия $R^2 = (R - d)^2 + r^2$ (см. рисунок) и, учитывая, что d мало, получим $d = \frac{r^2}{2R}$. Тогда

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Приравняв это выражение к условиям максимума и минимума (см. с. 207), выражения для радиусов *m*-го светлого кольца и *m*-го темного кольца *в* отраженном свете:

$$r_{m} = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_{0}R} \quad (m = 1, 2, 3, ...),$$
$$r_{m}^{*} = \sqrt{m\lambda_{0}R} \quad (m = 0, 1, 2, ...).$$

Измеряя радиусы колец, можно (зная R) определить λ_0 или, наоборот, по λ_0 определить R.

Интерференцию можно наблюдать и в проходящем свете (в данном случае потери полуволны нет). Оптическая разность хода для проходящего и отраженного света отличается на $\lambda_0/2$, т. е. максимумам интерференции в отраженном свете соответствуют минимумы в проходящем, и наоборот.



Некоторые применения интерференции (1)

Просветление оптики

Современные объективы содержат большое количество линз. Число отражений в них велико, поэтому велики и потери светового потока. Таким образом, интенсивность прошедшего света ослабляется и светосила оптического прибора уменьшается. Кроме того, отражения от поверхностей линз приводят к возникновению бликов, что часто, например в военной технике, демаскирует положение прибора.



Для устранения указанных недостатков осуществляют так называемое *просветление оптики*. Для этого на свободные поверхности линз наносят тонкие пленки с показателем преломления меньшим, чем у материала линзы. При отражении света от границ раздела воздух—пленка и пленка стекло возникает интерференция когерентных лучей 1' и 2' (см. рисунок). Толщину пленки d и показатели преломления стекла n_c и пленки n можно подобрать так, чтобы интерферирующие лучи гасили друг друга. Для этого амплитуды отраженных волн должны быть равны (амплитуды отраженных

волн равны, если $n = \sqrt{n_c}$), а оптическая разность хода равна $(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$.

Поскольку $n_c > n > n_0$, потеря полуволны происходит на обеих поверхностях, и поэтому условие минимума (предполагаем, что свет падает нормально, т. е. i = 0)

$$2nd=(2m+1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где nd — оптическая толщина пленки. Обычно принимают m = 0, тогда

$$nd = \frac{\lambda_0}{4}$$
.

Таким образом, если оптическая толщина пленки равиа $\lambda_0/4$, то *в* результате интерференции наблюдается гашение отраженных лучей. Добиться одновременного гашения для всех длин волн невозможно, поэтому это делают для $\lambda_0 = 550$ нм (наиболее восприимчивая глазом длина волны). Поэтому объективы с просветленной оптикой имеют синевато-красный оттенок.

Некоторые применения интерференции (2)

Интерферометры

Интерферометры — очень точные измерительные приборы, в основе работы которых лежит явление интерференции. Принцип работы их схож, поэтому рассмотрим интерферометр Майкельсона.

Монохроматический свет от источника S падает под углом 45° на плоскопараллельную пластинку P_1 . Сторона пластинки, удаленная от S, посеребренная и полупрозрачная, разделяет луч на две части: луч 1 (отражается от посеребренного слоя) и луч 2 (проходит через него). Луч 1 отражается от зеркала M_1 и, возвращаясь обратно, вновь проходит через пластинку P_1 (луч 1'). Луч 2 идет к зеркалу M_2 , отражается от него, возвращается обратно и отражается от пластинки P_1 (луч 2'). Так как первый из лучей проходит пластинку P_1 дважды, то для компенсации возникающей разности хода на



пути второго луча ставится пластинка P_2 (точно такая же, как и P_1 , только не покрытая слоем серебра).

Лучи 1' и 2' когерентны; следовательно, будет наблюдаться интерференция, результат которой зависит от оптической разности хода луча 1 от точки O до зеркала M_1 и луча 2 от точки O до зеркала M_2 . При перемещении одного из зеркал на расстояние $\lambda_0/4$ разность хода обоих лучей увеличится на $\lambda_0/2$ и произойдет смена освещенности зрительного поля. Следовательно, по незначительному смещению интерференционной картины можно судить о малом перемещении одного из зеркал и использовать интерферометр Майкельсона для точного (порядка 10^{-7} м) измерения длин (измерения длины тел, длины световой волны, изменения длины тела при изменении температуры).

Интерференционные рефрактометры

Интерференционные рефрактометры позволяют определять незначительные изменения показателя преломления прозрачных тел в зависимости от давления, температуры и т. д. На пути интерферирующих лучей помещаются две одинаковые коветы длиной *l*: одна заполнена газом с известным показателем преломления (n_0) , а другая — с неизвестным n_s . Возникает дополнительная оптическая разность хода $\Delta = (n_s - n_0)\lambda$, которая приведет к сдвиту интерференционных полос. Величина $m_s = \Delta/\lambda = (m_s - m_0)/\lambda$

$$m_0 = \Delta/\lambda = (n_x - n_0) l/\lambda$$

показывает, на какую часть ширины интерференционной полосы сместилась интерференционная картина. Измеряя m₀ (при известных l, n₀, λ), можно найти n₂.

Глава 22

Дифракция света

Принцип Гюйгенса — Френеля

Дифракция света

Частный случай дифракции волн. Явление, наблюдаемое при распространении света в среде вблизи непрозрачных тел, сквозь малые отверстия и связанное с отклонениями от законов геометрической оптики.

Дифракция приводит, например, к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.

Принцип Гюйгенса

Каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени.

Это — *геометрический принцип*. Он не затрагивает по существу вопроса об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности распространяющихся за преградой световых волн.

Френель вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополние его идеей интерференции вторичных волн.

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля

световая волна, возбуждаемая каким-либо источником S, может быть представлена как *результат суперпозиции когерентных вторичных волн*, "излучаемых" фиктивными источниками.

Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S. Обычно в качестве этой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Таким образом, волны, распространяющиеся от источника, являются результатом интерференции всех когерентных вторичных волн. Френель исключил возможность возникновения обратных вторичных волн и предположил, что если между источником и точкой наблюдения находится непрозрачный экран с отверстием, то на поверхности экрана амплитуда вторичных волн равна нулю, а в отверстии — такая же, как при отсутствии экрана.

Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет в каждом конкретном случае найти амплитуду (интенсивность) результирующей волны в любой точке пространства, т. е. определить закономерности распространения света.

212

Метод зон Френеля (1)

В рамках волновой теории света необходимо объяснить прямолинейное распространение света. Это удалось сделать на основе *метода зон Френеля*. Свет распространяется из точечного источника S (см. рисунок), а амплитуда световой волны определяется в произвольной точке M. По *принципу Гюйгенса—Френеля* действие источника заменяется действием воображаемых источников, расположенных на поверхности фронта волны (поверхность сферы в точке S). Френель разбил волновую поверхность на кольцевые зоны такие, чтобы расстояния от краев зоны до M отличались на $\lambda/2$, т. е.



 $P_1M - P_0M = P_2M - P_1M = P_3M - P_2M = ... = \lambda/2.$

Колебания от соседних зон приходят в точку *M* в противофазе и будут ослаблять друг друга, т. е. амплитуда результирующего светового колебания в точке *M*

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots,$$
 (1)

где A_1, A_2, \ldots — амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й, ..., *m*-й зонами. При $\lambda \ll a, \lambda \ll b$

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}.$$

Площадь сферического сегмента

$$\sigma_m = 2\pi a h_m = \frac{\pi a b \lambda}{a+b} m$$

а площадь т-й зоны Френеля

$$\Delta \sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1} = \frac{\pi a b \lambda}{a+b}, \quad (3)$$

(2) $a_{r_m} + b_{p_0} + \frac{m\lambda}{2}$ $h_m + \frac{p_0}{2}$ (3)

т. е. построение зон Френеля разбивает волновую поверхность сферической волны на равные зоны.

Метод зон Френеля (2)

Френель предположил, что действие отдельных зон на точку M(см. рис. 6 на с. 213) уменьшается с увеличением угла ϕ_m , т. е.

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > \dots$$

Число зон Френеля, умещающихся на полусфере, огромно: при a = b = 10 см

и l = 0,5 мкм $N = \frac{2\pi a^2}{\pi ab\lambda}(a+b) = 8 \cdot 10^5$. Поэтому используется прибли-

жение

$$A_{m}=\frac{A_{m-1}+A_{m+1}}{2},$$

т.е. амплитуда колебания A, от некоторой *m*-й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон.

Тогда амплитуда результирующего светового колебания (см. (1) на с. 213)

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_3}{2}\right) + \dots = \frac{A_1}{2}$$

(выражения, стоящие в скобках, равны нулю, а часть от амплитуды последней зоны $\pm A_m/2$ очень мала) определяется действием только половины центральной зоны Френеля.

Радиус внешней границы т-й зоны Френеля (см. рис. б на стр. 213):

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda \ .$$

При a = b = 10 см и $\lambda = 0,5$ мкм радиус первой (центральной) зоны $r_1 = 0,158$ мм. Следовательно, распространение света от *S* к *M* (см. рис. *a* на с. 213) происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль *SM*, т. е. прямолинейно. Таким образом, *принцип* Гюйгенса—Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

Правомерность деления волнового фронта на зоны Френеля подтверждается зонными пластинками — стеклянные пластинки, состоящие из системы чередующихся прозрачных и непрозрачных концентрических колец, построенных по принципу расположения зон Френеля, т. е. с радиусами r_m зон Френеля для определенных значений a, b и λ (m = 0, 2, 4, ... для прозрачных и m = 1, 3, 5, ... для непрозрачных колец). Поместив ее в строго определенном месте (на расстоянии a от точечного источника и на расстоянии b от точки наблюдения на линии, соединяющей эти две точки), зонная пластинка действует как собирающая линза.
Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

Дифракция Френеля

Дифракция сферических волн, осуществляемая в том случае, когда дифракционная картина наблюдается на конечном расстоянии от препятствия, вызвавшего дифракцию.

Дифракция на круглом отверстии

Разобьем открытую часть волнового фронта на зоны Френеля. Вид дифракциониой картины зависит от числа зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке В всеми зонами,

$$A = A_1/2 \pm A_m/2,$$

где знак плюс соответствует нечетным *m* и минус — четным *m*.

Когда отверстие открывает нечетное число зон Френеля, амплитуда (интенсивность) в точке *В* будет больше, чем при свободном распростра-

нении волны, если четное, то амплитуда (интенсивность) будет равна нулю. Если в отверстие укладывается одна зона Френеля, то в точке *B* амплитуда $A = A_1$, т. е. вдвое больше, чем в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием (см. с. 214). Итак, вблизи точки *B* будет система чередующихся колец. Если *m* четное, то в центре будет темное кольцо, если *m* нечетное — светкое.

Дифракция на диске

Если диск закрывает *т* первых зон Френеля, тогда амплитуда результирующего колебания в точке *B* равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots =$$

$$\frac{A_{m+1}}{A_{m+1}} + \left(\frac{A_{m+1}}{A_{m+1}} - A_{m+3} + \frac{A_{m+3}}{A_{m+3}}\right) + \dots$$

или



В точке В всегда наблюдается интерференционный максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля. Центральный максимум окружен концентрическими с ним темными и светлыми кольцами.





Дифракция Фраунгофера на щели (1) (дифракция в параллельных лучах)

Дифракция Фраунгофера (дифракция в параллельных лучах) наблюдается, если источник света и точка наблюления бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию. Практически: точечный источник света помешают в фокусе собирающей линзы, а дифракцию наблюдают в фокальной плоскости другой линзы, установленной за препятствием. Плоская монохромная волна падает нормально плоскости узкой бесконечно длинной щели шириной а (рис. а). Оптическая разность хода между крайними лучами MC и ND, иду-



пцими от щели в произвольном направлении ф,

$$\Delta = NF = a\sin\phi. \tag{1}$$

Разобьем открытую часть волновой поверхности в плоскости щели MN на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру M щели. Ширина каждой зоны выбирается так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна $\lambda/2$, т. е. всего на ширине щели уместится

$$\Delta:\frac{\lambda}{2}$$

зон. Так как свет на щель падает нормально, то плоскость щели совпадает с волновым фронтом; следовательно, все точки волнового фронта в плоскости щели будут колебаться в одинаковой фазе.

Амплитуды вторичных волн в плоскости щели будут равны, так как выбранные зоны Френеля имеют одинаковые площади и одинаково наклонены к плоскости наблюдения.

Число зон Френеля, укладывающихся на открытой части волнового фронта, зависит от угла φ (см. формулу (1)). От числа зон Френеля, в свою очередь, зависит результат наложения всех вторичных волн, иными словами, определяется дифракционная картина.

Дифракция Фраунгофера на щели (2) (условия максимумов и минимумов)

Если число зон Френеля четное, то

$$a\sin\phi = \pm 2m\frac{\lambda}{2}$$
 (*m* = 1, 2, 3, ...),

и на экране (см. рисунок *a* на с. 216) в точке *B* наблюдается *дифракционный минимум* (колебания от каждой пары соседних зон взаимно гасят друг друга).

Если число зон Френеля нечетное, то

$$a\sin\varphi = \pm (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$
 (m = 1, 2, 3, ...),

наблюдается дифракционный максимум (одна зона Френеля не скомпенсирована).

В направлении $\varphi = 0$ щель действует как одна зона Френеля, и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью, т. е. в точке B_0 наблюдается центральный дифракционный максимум (см. рисунок а на с. 216).

Из условий максимума и минимума направления на точки экрана, где

амплитуда (и интенсивность) максимальна — $\sin \varphi_{max} = \pm \frac{(2m+1)\lambda}{2a}$ и

минимальна — $\sin \varphi_{\min} = \pm \frac{m\lambda}{a}$. Распределение интенсивности на экране,

получаемое вследствие дифракции, называется дифракционным спектром (см. рис. б на стр. 216). Интенсивности в центральном и последующих максимумах относятся как 1 : 0,047 : 0,017 : 0,0083 : ..., т. е. основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме. При сужении цели центральный (и все остальные) максимум расплывается (его интенсивность уменьшается), при расширении ($a > \lambda$) — дифракционные полосы становятся уже, а картина — ярче. При $a >> \lambda$ в центре получается резкое изображение источника света (имеет место прямолинейное распространение света).

Положение максимумов зависит от λ , поэтому при освещении щели белым светом центральный максимум наблюдается в виде белой полоски; он общий для всех длин волн (при $\varphi = 0$ разность хода равна нулю для всех λ). Боковые максимумы радужно окрашены, так как условие максимума при любых *m* различно для разных λ . Отчетливого разделения различных длин волн с помощью дифракции на одной щели получить невозможно, так как максимумы расплывчаты.

Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке

Дифракционная решетка

Совокупность параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками.

Дифракционная картина на решетке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т. е. в дифракционной решетке осуществляется *многолучевая интерференция* когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

Период решетки

$$d = a + b$$

(а — ширина каждой щели решетки, b — ширина непрозрачных участков между щелями).

$$d = \frac{1}{N_0}$$

(N — число щелей, приходящихся на единицу длины),

В случае дифракционной решетки условия

главных минимумов: $a\sin \phi = \pm m\lambda$ (m = 1, 2, 3, ...);

главных максимумов: $d\sin\phi = \pm 2m\frac{\lambda}{2} = \pm m\lambda$ (m = 0, 1, 2, ...);

дополнительных минимумов: $d\sin\varphi = \pm \frac{m'\lambda}{N}$

(*m*' = 1, 2, 3, ..., кроме 0, *N*, 2*N* ...)

(d — период дифракционной решетки; N — число штрихов решетки).
 В случае N щелей между двумя главными максимумами располагаются
 N – 1 дополнительных минимумов, разделенных N – 2 вторичными

максимумами, создающими весьма слабый фон.

Число максимумов, даваемое дифракционной решеткой

$$m \leq \frac{d}{\lambda},$$

поскольку $|\sin \varphi| \leq 1$.

Дифракционная решетка разлагает белый свет в спектр и может использоваться в качестве спектрального прибора.

Дифракция на пространственной решетке

Пространственная (трехмерная) решетка

Пространственные образования, в которых элементы структуры подобны по форме, имеют геометрически правильное и периодически повторяющееся расположение, а также постоянные (периоды) решеток, соизмеримые с длиной волны электромагнитного излучения.

В качестве пространственных дифракционных решеток могут быть использованы кристаллические тела, так как в них неоднородности (атомы, молекулы, ионы) регулярно повторяются в трех направлениях.

Для наблюдения дифракции необходимо, чтобы $d \approx \lambda$. Поэтому кристаллы могут использоваться для изучения дифракции рентгеновского излучения.

• Формула Вульфа—Брэггов

Пучок параллельных монохроматических рентгеновских лучей (1, 2) падает (см. рисунок) под углом скольжения 9 (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки,



которые становятся источниками когерентных вторичных волн 1' и 2', интерферирующих между собой, подобно вторичным волнам, от щелей дифракционной решетки. Максимумы интенсивности (дифракционные максимумы) наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления удовлетворяют формуле Вульфа—Брэггов

$$2d\sin \vartheta = m\lambda$$
 (*m* = 1, 2, 3, ...),

т. е. при разности хода между двумя лучами, отраженными от соседних кристаллографических плоскостей, кратной целому числу длин волн λ, наблюдается дифракционный максимум.

1. Если известна λ рентгеновского излучения, то измеряя 9 и *m*, можно найти *d*. Это — основа *рентгеноструктурного анализа*.

2. Если известна *d*, то измеряя 9 и *m*, можно найти λ падающего рентгеновского излучения. Это — основа *рентгеновской спектроскопии*.

Критерий Рэлея. Разрешающая способность спектрального прибора

• Критерий Рэлея

Если бы даже существовала идеальная оптическая система (без дефектов и аберраций), изображение любой светящейся точки из-за волновой природы света будет в виде центрального светлого пятна, окруженного чередующимися темными и светлыми кольцами.

Критерий Рэлея: изображения двух близлежащих одинаковых точечных источников или двух близлежащих спектральных линий с равными интенсивностями и одинаковыми симметричными контурами разрешимы (разделены для восприятия), если центральный максимум дифракционной картины от одного источника (линии) совпадает с первым минимумом дифракционной картины от другого (рис. а).



При выполнении критерия Рэлея интенсивность "провала" между максимумами составляет 80% интенсивности в максимуме, что является достаточным для разрешения линий λ₁ и λ₂. Если критерий Рэлея нарушен, то наблюдается одна линия (рис. *б*).

Разрешающая способность спектрального прибора

Безразмерная величина

$$R=\lambda/(\delta\lambda),$$

где δλ — абсолютное значение минимальной разности длин волн двух соседних спектральных линий, при которой эти линии регистрируются раздельно.

Разрешающая способность дифракционной решетки

Максимум *m*-го порядка для λ_2 наблюдается под углом ϕ , т. е. $d\sin\phi = m\lambda_2$. При переходе от максимума к соседнему минимуму разность хода меняется на λ/N , где N— число щелей решетки. Следовательно, минимум λ_1 , наблюдаемый под углом ϕ_{\min} , удовлетворяет условию $d\sin\phi_{\min} = m\lambda_1 + \lambda_1/N$. По критерию Рэлея, $\phi = \phi_{\min}$, т. е. $m\lambda_2 = m\lambda_1 + \lambda_1/N$, или $\lambda_2/(\lambda_2 - \lambda_1) = mN$. Так как λ_1 и λ_2 близки между собой, т. е. $\lambda_2 - \lambda_1 = \delta\lambda$, то

Глава 23

Взаимодействие электромагнитных волн с веществом

Дисперсия света

Дисперсия света

 $n = \frac{c}{c}$

Зависимость абсолютного показателя преломления вещества *n* от частоты v падающего на вещество света:

$$n = f(\mathbf{v}) = \varphi(\lambda_0),$$

где $\lambda_0 = c/v$ — длина волны в вакууме.

поэтому дисперсия определяется также как зависимость фазовой скорости света в среде от его частоты.

Следствие дисперсии

Разложение в спектр пучка белого света при прохождении его сквозь призму.

Дисперсия проявляется лишь при распространении немонохромятических воли

Определение угла отклонения монохроматического луча света призмой

Монохроматический луч света падает на призму под углом α_i . Преломляющий угол A призмы, а показатель преломления n. После двукратного преломления (на левой и правой гранях призмы) луч оказывается отклоненным на угол φ . Из рисунка следует, что



$$\varphi = (\alpha_1 - \gamma_1) + (\alpha_2 - \gamma_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - A.$$

Если углы A и α_1 малы, то углы α_2 , γ_1 и γ_2 также малы и вместо синусов этих углов можно воспользоваться их значениями. Тогда $\alpha_1/\gamma_1 = n$ и $\gamma_2/\alpha_2 = 1/n$. Так как $\gamma_1 + \gamma_2 = \varphi$, то $\alpha_2 = \gamma_2 n = n(A - \gamma_1) = n(A - \alpha_1/n) = nA - \alpha_1$ или $\alpha_1 + \alpha_2 = nA$. Тогда

$$\varphi = A(n-1).$$

Различия в дифракционном и призматическом спектрах. Нормальная и аномальная дисперсия

С помощью призмы (с. 221) и дифракционной решетки (с. 218), разлагая свет в спектр, можно определить его спектральный состав. Различия в дифракционном и призматическом (дисперсионном) спектрах:

1. Дифракционная решетка разлагает падающий свет непосредственно по длинам волн ($d\sin\varphi = \pm m\lambda$), поэтому по измеренным углам (по направлениям соответствующих максимумов) можно вычислить длину волны. Разложение света в спектр в призме происходит по значениям показателя преломления, поэтому для определения длины волны света надо знать зависимость $n = f(\lambda)$.

2. Составные цвета в дифракционном и призматическом спектрах располагаются различно. Из формулы $d\sin \phi = \pm m\lambda$ следует, что в дифракционной решетке синус угла отклонения пропорционален длине волны. Следовательно, красные лучи, имеющие большую длину волны, чем фиолетовые, отклоняются дифракционной решеткой сильнее. Призма же разла-



гает лучи в спектр по значениям показателя преломления, который для всех прозрачных веществ с увеличением длины волны уменьшается (см. рисунок). Поэтому красные лучи отклоняются призмой слабее, чем фиолетовые.

Величина $D = \frac{dn}{d\lambda}$, называемая *дисперсией вещества*, показывает, как быстро изменяется показатель преломления с длиной волны. Из рисунка следует, что показатель преломления для прозрачных веществ с уменьшением длины волны увеличивается; следовательно, величина $\frac{dn}{d\lambda}$ по модулю также увеличивается с уменьшением λ . Такая *дисперсия* называется нормальной. Как будет показано ниже, ход кривой $n(\lambda)$ кривой *дисперсии* — вблизи линий и полос поглощения будет иным: *n* уменьшается с уменьшением λ . Такой ход зависимости *n* от λ называется *аномальной дисперсией*.

Элементарная электронная теория дисперсии

Из теории Максвелла следует, что абсолютный показатель преломления среды $n = \sqrt{\epsilon \mu}$ ($\epsilon \mu \mu$ — электрическая и магнитная проницаемости). В оптической области спектра для всех веществ $\mu \approx 1$, поэтому $n = \sqrt{\epsilon}$. Согласно электронной теории, дисперсия света — следствие зависимости ϵ от частоты световых волн;

$$\varepsilon = 1 + \varkappa = 1 + P/(\varepsilon_0 E),$$

где *и* — диэлектрическая восприимчивость среды; ε_0 — электрическая постоянная; *Р* — мгновенное значение поляризованности. Тогда

$$n^2 = 1 + P/(\varepsilon_0 E). \tag{1}$$

Дисперсия света рассматривается как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны. Для простоты рассматривают колебания одного электрона. $P = n_0 p = n_0 ex$, где n_0 — концентрация атомов в диэлектрике, e — заряд электрона; x — смещение электрона под действием электрического поля E световой волны. Подставив P в (1), получим

$$n^2 = 1 + n_0 e_X / (\varepsilon_0 E) \,. \tag{2}$$

Поле световой волны $E = E_0 \cos \omega t$. Уравнение вынужденных колебаний электрона без учета силы сопротивления:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t$$

 $(eE_0$ — амплитудное значение силы, действующей на электрон со стороны поля волны; ω_0 — собственная частота колебаний электрона; ω — частота внешнего поля; m — масса электрона). Решив уравнение, подставим x в уравнение (2), откуда

$$n^{2} = 1 + \frac{n_{0}e^{2}}{\varepsilon_{0}m} \frac{1}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})}.$$

Полученная зависимость выражает явление дисперсии: $n = n(\omega)$. График *n* от ω приведен на рисунке. Вблизи ω_0 поведение *n* обусловлено тем, что силы сопротивления не учтены. Если их учесть,

ления не учтены. Если их учесть, то n(ω) задается штриховой линией AB (это область аномальной дисперсии), остальные участки описывают нормальную дисперсию.



Поглощение (абсорбция) света

Явление потери энергии световой волной, проходящей через вещество, вследствие преобразования энергии волны в другие формы (внутреннюю энергию вещества и в энергию вторичного излучения других направлений и спектрального состава).

Закон Бугера (закон ослабления света в веществе)

$$I = I_0 e^{-\omega}$$

(I₀ и I — интенсивность плоской монохроматической световой волны соответственно на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной x; α — коэффициент поглощения)

Коэффициент поглощения

не зависит от интенсивности света, зависит от длины волны λ (или частоты ω) и для различных веществ различен. При $x = 1/\alpha$ интенсивность света *I* по сравнению с I_0 уменьшается в е раз.

Коэффициент поглощения для металлов имеет большие значения (примерно 10³—10⁵ см⁻¹) и поэтому металлы являются непрозрачными для света. В металлах из-за наличия свободных электронов, движущихся под действием электрического поля световой волны, возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевой теплоты. Поэтому энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла. Чем выше проводимость металла, тем сильнее в нем поглощение света.

Линейчатый спектр поглощения

Характерен для одноатомных газов и паров металлов. Линии в спектре соответствуют частотам собственных колебаний электронов в атомах ($\alpha = 10^{-12} - 10^{-11} \text{ M}^{-1}$).

Полосы поглощения

Спектр поглощения молекул, определяемый колебаниями атомов в молекулах ($\alpha = 10^{-10}$ — 10^{-7} м⁻¹).

Сплошной спектр поглощения

Им обладают диэлектрики: в них нет свободных электронов и поглощение света обусловлено явлением резонанса при вынужденных колебаниях электронов в атомах и атомов в молекулах диэлектрика ($\alpha = 10^{-3} - 10^{-5}$ см⁻¹).

Эффект Доплера

Эффект Доплера наблюдается не только в акустике (с. 188), но и при движении относительно друг друга источника и приемника электромагнитных волн. В данном случае частота световых волн, воспринимаемых приемником (наблюдателем), определяется только относительной скоростью источника и приемника (наблюдателя). Закономерности эффекта Доплера устанавливаются на основе специальной теории относительности.

Эффект Доплера для электромагнитных волн в вакууме

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + (v/c)\cos\theta}$$

(v_0 и v — соответственно частоты электромагнитного излучения, испускаемого источником и воспринимаемого приемником; v — скорость источника электромагнитного излучения относительно приемника; c скорость света в вакууме; θ — угол между вектором скорости \vec{v} и направлением наблюдения, измеряемый в системе отсчета, связанной с наблюдателем).

Продольный эффект Доплера ($\theta = 0$)

Наблюдается при движении приемника вдоль линии, соединяющей его с источником. При $v \ll c$

$$v = v_0(1-v/c).$$

При удалении источника и приемника друг от друга (при их положительной относительной скорости) наблюдается сдвиг в область более длинных волн ($v < v_0$, $\lambda > \lambda_0$) — так называемое красное смещение. При сближении источника и приемника $v > v_0$, $\lambda < \lambda_0$ — так называемое фиолетовое смещение.

Поперечный эффект Доплера ($\theta = \pi/2$)

Наблюдается при движении приемника перпендикулярно линии, соединяющей его с источником:

$$v = v_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Поперечный эффект — эффект второго порядка малости по сравнению с продольным, его трудно обнаружить. Однако он имеет принципиальное значение: он не наблюдается в акустике и потому является *релятивистским эффектам*. Оба эффекта подтверждены экспериментально.

Глава 24

Поляризация света Естественный и поляризованный свет

Световой вектор

Вектор напряженности E электрического поля световой волны (это название обусловлено тем, что при действии света на вещество основное значение имеет электрическая составляющая поля волны, действующая на электроны в атомах вещества).

Световые волны поперечны, поэтому векторы \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны и колеблются перпендикулярно вектору \vec{v} , а потому для описания поляризации достаточно знать поведение одного вектора — светового.

Естественный свет (рис. а)

Свет со всевозможными равновероятными ориентациями вектора \bar{E} (а следовательно, и \bar{H}); луч перпендикулярен плоскости рисунка.

Равномерное распределение векторов \vec{E} объясняется болышим числом атомарных излучателей, а равенство амплитудных значений векторов \vec{E} — одинаковой (в среднем) интенсивностью излучения каждого из атомов.

Поляризованный свет

Свет, в котором колебания вектора \vec{E} каким-то образом упорядочены.

Частично поляризованный свет (рис. б) Свет с преимущественным (но не исключительным!) направлением колебаний вектора \vec{E} .

• Плоскополяризованный свет (рис. в)

Свет, в котором вектор \vec{E} (а следовательно, и \vec{H}) колеблется только в одном направлении, перпендикулярно лучу.

Плоскость поляризации

Плоскость, проходящая через направление колебаний светового вектора плоскополяризованной волны и направление распространения этой волны.



Закон Малюса. Прохождение света через два поляризатора

Степень поляризации света

 $p = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\max}}$

(I ____ и I ___ -- соответственно максимальная и минимальная интенсивность частично поляризованного света, пропускаемого анализатором).

Для естественного света I = I и P = 0, для плоскополяризованного $I_{--} = 0 \ltimes P = 1.$

Поляризаторы

Используются для преобразования естественного света в плоскополяризованный. Они пропускают колебания, например, параллельные главной плоскости поляризатора и полностью задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости. В качестве поляризаторов могут использоваться среды, анизотропные в отношении колебаний \vec{E} .

Пластинка Т., преобразующая естественный свет в плоскополяризованный, является поляризатором. Пластинка Т., служащая для анализа степени поляризации света, называется анализатором.

Опыты с турмалином. Закон Малюса

Естественный свет падает перпендикулярно пластинке турмалина Т,, вырезанной параллельно оптической оси (см. с. 229). Если на пути луча поставить вторую пластинку турмалина Т., то интенсивность света, прошедшего сквозь пластинки, подчиняется закону Малюса:



$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

(1- интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор; І, — интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; а --- угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора). Если пропустить естественный свет через два поляризатора, плоскости которых образуют угол α, то из первого выйдет плоскополяризованный свет интенсивностью $I_0 = \frac{1}{2}I_{ecr}$, а из второго — свет интенсивностью $I = I_0 \cos^2 \alpha$. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора,

$$I = \frac{1}{2} I_{ecr} \cos^2 \alpha ,$$

откуда $I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}$ (поляризаторы параллельны) и $I_{\text{max}} = 0$ (поляризаторы скрещены).

Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков

Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков (например, воздуха и стекла), то часть его отражается, а часть преломляется и распространяется во второй среде. Отраженный и преломленный лучи частично поляризованы. В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения (на рисунке а они обозначены точками), в преломленном — колебания, параллельные плоскости падения (изображены стрелками).



Закон Брюстера

Тангенс угла Брюстера равен относительному показателю преломления *n*₂₁ второй среды относительно первой:

$$\mathrm{tg}i_{\mathrm{B}}=n_{21}.$$

Если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны ($tgi_B = sin i_B/cos i_B$, $n_{21} = sin i_B/sin i_2$ (i_2 -утол преломления), откуда $cos i_B = sin i_2$). Следовательно, $i_B + i_2 = \pi/2$, но $i'_B = i_B$ (закон отражения), поэтому $i'_B + i_2 = \pi/2$.

Если свет падает под углом Брюстера, то *отраженный луч является* плоскополяризованным (содержит колебания, перпендикулярные плоскости падения; рис. б). Преломленный луч поляризован максимально, но не полностью.

Степень поляризации преломленного луча может быть максимально повышена при падении света под углом Брюстера на *стопу* (например, 8—10 стеклянных пластинок).

Двойное лучепреломление

Двойное лучепреломление

Способность прозрачных кристаллов (кроме оптически изотропных кристаллов кубической системы) раздваивать каждый падающий на них световой пучок. Это явление объясняется особенностями распространения света в



анизотропных средах и непосредственно вытекает из уравнений Максвелла. Если на кристалл направить узкий пучок света, то из кристалла выйдут два пространственно разделенных луча, параллельных друг другу и падающему лучу (рис. *a*). Даже в том случае, когда первичный пучок падает на кристалл нормально, преломленный пучок разделяется на два, причем один из них является продолжением первичного, а второй отклоняется (рис. *б*). Второй из этих лучей получил название необыкновенного (*e*), а первый — обыкновенного (*o*).

Анализ поляризации света показывает, что о- и е-лучи плоскополяризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях: колебания светового вектора в о-луче происходят перпендикулярно главной плоскости, в е-луче — в главной плоскости.





Главная плоскость кристалла

Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла.

Оптическая ось кристалла

Направление в оптически анизотропном кристалле, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления.

В данном случае речь идет именно о направлении, а не о прямой линии, проходящей через какую-то точку кристалла. Любая прямая, проходящая параллельно данному направлению, является оптической осью кристалла. В природе существуют одноосные и двуосные кристаллы (имеющие соответственно одио или два направления, вдоль которых отсутствует двойное лучепреломление). К первым относятся исландский шпат, турмалин, кварц, ко вторым — слюда, гипс, топас. Рассматриваться будут только одиоосные кристаллы.

Положительные и отрицательные кристаллы

При любом направлении обыкновенного луча колебания светового вектора перпендикулярны оптической оси кристалла, поэтому обыкновенный луч распространяется по всем направлениям с одинаковой скоростью $v_0 = c/n_0$: показатель преломления n_0 для него есть величина постоянная. Для необыкновенного же луча угол между направлением колебаний светового вектора и оптической осью отличен от прямого и зависит от направления луча, поэтому необыкновенные лучи распространяются по различным направлениям с разными скоростями $v_e = c/n_e$: показатель преломление n_e необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча.

Для луча, распространяющегося вдоль оптической оси, $n_0 = n_e$, $v_0 = v_e$, т. е. вдоль оптической оси существует только одна скорость распространения света. Различие v_e и v_0 для всех направлений, кроме направления оптической оси, обусловливает явление двойного лучепреломления света в одноосных кристаллах.

Допустим, что в точке S внутри одноосного кристалла находится точечный источник света. На рис. а показано распространение обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле (главная плоскость совпадает с плоскостью чертежа, OO' — направление



оптической оси). Волновой поверхностью обыкновенного луча (он распространяется с $v_0 = \text{const}$) является сфера, необыкновенного луча ($v_e \neq \phi \neq \text{const}$) — эллипсоид вращения.

Эллипсоид и сфера касаются друг друга в точках их пересечения с оптической осью OO'. Если $v_e < v_0$ $(n_e > n_0)$, то эллипсоид необыкновенного луча вписан в сферу обыкновенного луча (эллипсоид скоростей вытянут относительно оптической оси) и одноосный кристалл называется положительным (рис. a). Если $v_e > v_0$ $(n_e < n_0)$, то эллипсоид описан вокруг сферы (эллипсоид скоростей растянут в направлении, перпендикулярном оптической оси) и одноосный кристалл называется отрицательным (рис. б).

Поляризационные призмы и поляроиды

Поляризационные призмы

Призмы, дающие только плоскополяризованный луч. Пример: призма Николя (николь) (см. рисунок): двойная призма из исландского шпата, склеенная вдоль *АВ* канадским



бальзамом. Входящий в призму луч раздваивается на обыкновенный луч (он испытывает полное отражение, так как канадский бальзам для него среда онтически менее плотная) и необыкновенный луч, который выходит из николя.

Двоякопреломляющие призмы

Призмы, дающие два поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях луча. Пример: призма из исландского шпата и стекла (см. рисунок). Обыкновенный луч преломляется дважды, а необыкновенный при подобранном показателе преломления стекла ($n \approx n_{a}$) не отклоняется.



Дихроичные кристаллы

Двоякопреломляющие кристаллы обладают свойством *дихроизма*, т. е. различного поглощения света в зависимости от ориентации электрического вектора световой волны.

Примером сильно дихроичного кристалла является турмалин, в котором из-за сильного селективного поглощения обыкновенного луча уже при толщине пластинки 1 мм из нее выходит только необыкновенный луч. Такое различие в поглощении, зависящее, кроме того, от длины волны, приводит к тому, что при освещении дихроичного кристалла белым светом кристалл по разным направлениям оказывается различно окрашенным.

Дихроичные кристаллы приобрели еще более важное значение в связи с изобретением поляроидов. Примером поляроида может служить тонкая пленка из целлулоида, в которую вкраплены кристаллики герапатита (сернокислого иодхинина). Герапатит — двоякопреломляющее вещество с очень сильно выраженным дихроизмом в области видимого света. Установлено, что такая пленка уже при толщине $\approx 0,1$ мм полностью поглощает обыкновенные лучи видимой области спектра, являясь в таком тонком слое совершенным поляризатором.

Пластинка в четверть волны (пластинка λ/4)

На кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси ОО' (см. рисунок), нормально падает плоскополяризованный свет. Внутри пластинки он разбивается на обыкновенный (о) и необыкновенный (е) лучи, которые в кристалле пространственно не разделены, но движутся с разными скоростями.

На выходе из пластинки при сложении взаимно перпендику-



лярных колебаний (световой вектор в *о*- и *е*-лучах колеблется во взаимно перпендикулярных направлениях) возникают световые волны, вектор \vec{E} в которых меняется со временем так, что его конец описывает эллипс, ориентированный произвольно относительно координатных осей. Уравнение этого эллипса

$$\frac{x^2}{E_o^2} - \frac{2xy}{E_o E_e} \cos\varphi + \frac{y^2}{E_e^2} = \sin^2\varphi , \qquad (1)$$

где E_o и E_e — соответственню составляющие напряженности электрического поля волны в обыкновенном и необыкновенном лучах; φ — разность фаз колебаний. Таким образом, в результате прохождения через кристаллическую пластинку плоскополяризованный свет превращается в эллиптически

поляризованный. Между о- и e- лучами оптическая разность хода Δ в пластинке

а разность фаз

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d$$

 $\Delta = (n_n - n_n)d$

Если $\Delta = (n_o - n_e)d = \lambda/4$, $\varphi = \pm \pi/2$, то уравнение (1) принимает вид: $\frac{x^2}{E_o^2} + \frac{y^2}{E_e^2} = 1$ (эллипс, ориентированный относительно координатных осей). При $E_e = E_o$: $x^2 + y^2 = E_o^2$ (на выходе из пластинки свет циркулярно поляризованный).

Вырезанная параллельно оптической оси пластинка, для которой оптическая разность хода

$$\Delta = (n_o - n_e)d = \pm \left(m + \frac{1}{4}\right)\lambda_0 \qquad (m = 0, 1, 2, ...)$$

называется пластинкой в четверть волны (пластинкой λ/4). Знак плюс соответствует отрицательным кристаллам, минус — положительным.

Анализ поляризованного света

Для исследования плоскополяризованного света можно применять обычные поляризаторы. При вращении анализатора вокруг направления луча интенсивность прошедшего света изменяется, а если при некотором положении анализатора свет полностью гасится, то имеем дело с плоскополяризованным светом. Если падающий свет — естественный, то при вращении анализатора интенсивность проходящего света не изменяется. Однако поляризаторы не позволяют отличить эллиптически и циркулярно поляризованный свет соответственно от частично поляризованного и естественного света. Для этих целей, в частности, можно использовать пластинку в четверть волны (пластинку $\lambda/4$).

Плоскополяризованный свет, пройдя пластинку $\lambda/4$ (см. с. 232), на выходе превращается в эллиптически поляризованный (в частном случае циркулярно поляризованный).

В циркулярно поляризованном свете разность фаз ϕ между любыми двумя взаимно перпендикулярными колебаниями равна $\pm \pi/2$. Если на пути такого света поставить пластинку $\lambda/4$, то она внесет дополнительную разность фаз $\pm \pi/2$. Результирующая разность фаз станет равной 0 или π . Тогда (см. (1) на с. 232) циркулярно поляризованный свет, пройдя пластинку $\lambda/4$, становится плоскополяризованным. Если теперь на пути луча поставить поляризатор, то можно добиться полного его гашения. Если же падающий свет естественный, то он при прохождении пластинки $\lambda/4$ таковым и останется (ни при каком положении пластинки и поляризатора гашения луча не достичь).

Если при вращении поляризатора при любом положении пластинки интенсивность не меняется, то падающий свет естественный. Если интенсивность меняется и можно достичь полного гашения луча, то падающий свет циркулярно поляризованный; если полного гашения не достичь, то падающий свет представляет смесь естественного и циркулярно поляризованного.

Если на пути эллиптически поляризованного света поместить пластинку $\lambda/4$, оптическая ось которой ориентирована параллельно одной из осей эллипса, то она внесет дополнительную разность фаз $\pm \pi/2$. Результирующая разность фаз станет равной нулю или π . Следовательно, эллиптически поляризованный свет, пройдя пластинку $\lambda/4$, повернутую определенным образом, превращается в плоскополяризованный и может быть погашен поворотом поляризатора. Этим методом можно отличить эллиптически поляризованный свет от частично поляризованного или циркулярно поляризованный свет от естественного.

Искусственная оптическая анизотропия

Искусственная оптическая анизотропия

Сообщение оптической анизотропии естественно изотропным веществам.

Оптически изотропные вещества становятся оптически анизотропными под действием: 1) одностороннего сжатия или растяжения (кристаллы кубической системы, стекла и др.); 2) электрического поля (эффект Керра; жидкости, аморфные тела, газы); 3) магнитного поля (жидкости, стекла, коллоиды). В перечисленных случаях вещество приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением деформации, электрического или магнитного полей.

Мера возникающей оптической анизотропии

Разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном оптической оси:

 $n_o - n_e = k_i \sigma$ (в случае деформации);

 $n_{o} - n_{e} = k_{2}E^{2}$ (в случае электрического поля);

 $n_{o} - n_{e} = k_{3}H^{2}$ (в случае магнитного поля),

где k_1, k_2, k_3 — постоянные, характеризующие вещество, σ — нормальное напряжение, E и H — соответственно напряженность электрического и магнитного полей.

Эффект Керра

Оптическая анизотропия веществ под действием электрического поля. Объясняется различной поляризуемостью молекул жидкости по разным направлениям.

Ячейка Керра

Кювета с жидкостью (например, нитробензолом), в которую введены пластины конденсатора, помещается между скрещенными поляризатором *P* и анализатором *A*. При отсутствии электрического поля свет через систему не проходит. При наложении электрического



поля жидкость становится двоякопреломляющей, при изменении разности потенциалов между электродами меняется степень анизотропии вещества, а следовательно, и интенсивность света, прошедшего через анализатор.

Вращение плоскости поляризации

Оптически активные вещества

Вещества, способные вращать плоскость поляризации. Пример: кварц, водный раствор сахара, скипидар.

для растворов

$$\varphi = [\alpha]Cd$$

 $(\alpha_0 [\alpha] - удельное вращение, численно равное углу поворота плоскости поляризации света слоем оптически активного вещества единичной толщины (единичной концентрации — для растворов); <math>d$ — длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе; C — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе).

Явление вращения плоскости поляризации лежит в основе поляриметрии (сахариметрии) — метода определения концентрации растворов оптически активных веществ. Используется установка (см. рисунок) и по найденному углу поворота плоскости поляризации находится концентрация растворенного вещества.

Наблюдение вращения плоскости поляризации

Если между скрещенными поляризатором *P* и анализатором *A*, дающими темное поле зрения, поместить оптически активное вещество (например, кювету с раствором сахара), то поле зрения анализатора просветляется. При повороте анализатора на некоторый угол φ можно вновь получить темное поле зрения. Угол φ и есть угол, на который оптически активное вещество поворачивает плоскость поляризации света, прошедшего через поляризатор. Так как поворотом анализатора можно получить темное поле зрения, то свет, прошедший через оптически активное вещество, является плоскополяризованным.

Оптически активные вещества в зависимости от направления вращения плоскости поляризации разделяются на право- и



левовращающие. В первом случае плоскость поляризации, если смотреть навстречу лучу, вращается вправо (по часовой стрелке), во втором — влево.

Глава 25 Квантовая природа излучения Тепловое излучение и его характеристики

• Тепловое излучение

Свечение тел, обусловленное нагреванием.

Это — практически единственный вид излучения, которое равновесно (тело в единицу времени поглощает столько же энергии, сколько и излучает).

Спектральная плотность энергетической светимости (излучательности) тела

Мощность излучения с площади 1 м² поверхности тела в интервале частот единичной ширины:

 $(dW_{v,v+dv}^{MAI}$ — энергия электромагнитного излучения, испускаемого за 1 с (мощность излучения) с площади 1 м² поверхности тела в интервале частот от v до v + dv). $R_{v,r} = \frac{dW_{v,v+dv}^{\text{нал}}}{dv}$ Единица Дж/м²

Энергетическая светимость

$$R_T = \int_0^\infty R_{\nu,T} \mathrm{d}\nu = \int_0^\infty R_{\lambda,T} \mathrm{d}\lambda$$

Черное тело

Тело, способное поглощать при любой температуре все падающее на него излучение любой частоты.

$$A_{v,T}^{q} \equiv 1,$$

т.е. спектральная поглощательная способность черного тела для всех частот и температур тождественно равна единице.

Серое тело

Тело, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела.

$$A_{v,T}^c = A_T = \text{const} < 1.$$

Законы Кирхгофа, Стефана—Больцмана, Вина



Закон Кирхгофа

Отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглошательной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры:



где r_{v1} — спектральная плотность энергетической светимости черного тела.

Энергетическая светимость черного тела

Энергетическая светимость тела

Для серого тела

$$R_T = \int_0^{\infty} A_{v,T} r_{v,T} dv .$$
$$R_T^e = A_T \int_0^{\infty} r_{v,T} dv = A_T R_e ,$$
$$R_e = \int_0^{\infty} r_{v,T} dv$$

гле

— знергетическая светимость черного тела.

Закон Стефана—Больцмана

Энергетическая светимость черного тела пропорциональна $R_{s} = \sigma T^{4}$ четвертой степени термодинамической температуры

 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ BT/(м²·K⁴) — постоянная Стефана—Больцмана



Закон смещения Вина

Длина волны л_, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости г, черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре

 $\lambda_{\rm max} = b/T$,

b = 2,9·10⁻³ м·К — постоянная Вина

Энергетическая светимость серого тела

$$R_T^c = A_T \sigma T$$

(А, — поглощательная способность серого тела).



Формулы Рэлея—Джинса и Планка

) Формула Рэлея—Джинса

Применяя к тепловому излучению классический закон равномерного распределения энергии по степеням свободы, выражение для спектральной плотности энергетической светимости — формула Рэлея—Джинса

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} < \varepsilon > = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT , \qquad (1)$$

где $<\varepsilon>=kT$ — средняя энергия осциллятора с собственной частотой v. Это выражение согласуется с опытом *только* в области малых частот и высоких температур.

Согласно закону Стефана-Больцмана,

$$R_e = \sigma T^4$$
,

а вычисления с использованием формулы (1) приводят к результату

$$R_{e} = \int_{0}^{\infty} r_{v,T} dv = \frac{2\pi kT}{c^{2}} \int_{0}^{\infty} v^{2} dv = \infty,$$

т. е. в рамках классической физики не удается объяснить законы распределения энергии в спектре черного тела.

Квантовая гипотеза Планка

Для правильного $r_{v,r}$, согласующегося с опытом, Планку пришлось отказаться от установившегося положения классической физики: энергия любой системы может изменяться *непрерывно*. Согласно гипотезе Планка, атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а определенными *порциями* — квантами: энергия кванта

$$\varepsilon_0 = hv = hc/\lambda$$
,

где *h*=6,625·10⁻³⁴ Дж·с — *постоянная Планка*. Энергия осциллятора может принимать лишь определенные дискретные значения

$$\varepsilon = nhv \ (n = 0, 1, 2, ...).$$

Формула Планка

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}.$$

Учитывая, что $r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T} (r_{\nu,T} d\nu = r_{\lambda,T} d\lambda; c = \lambda \nu),$

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1}.$$

Формула Планка блестяще согласуется с опытом

Получение из формулы Планка частных законов теплового излучения

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}.$$
 (1)

Формула Рэлея—Джинса

 $hv \ll kT$ (энергия кванта очень мала по сравнению с энергией теплового движения) Подставив в (1), получим $e^{hv/(kT)} \approx 1 + \frac{hv}{kT}, e^{hv/(kT)} - 1 \approx \frac{hv}{kT}$. $r_{v,T} \approx \frac{2\pi hv^3}{c^2} \frac{1}{hv/(kT)} = \frac{2\pi v^2}{c^2} kT$

— формулу Рэлея—Джинса (см. с. 238).

$$v_{\lambda,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1}.$$
 (2)

Закон смещения Вина

$$\frac{\partial r_{\mathbf{v},T}}{\partial \lambda} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^6 (e^{hc/(kT\lambda)} - 1)} \left(\frac{\frac{hc}{kT\lambda}}{e^{hc/(kT\lambda)}} - 5 \right).$$

 λ_{\max} , при которой функция достигает максимума, найдем приравняв нулю эту производную. Введя $x = hc/(kT\lambda_{\max})$, получим

$$xe^{x} - 5(e^{x} - 1) = 0.$$

Это *трансцендентное уравнение* решается методом последовательных приближений. Получается, что x = 4,965. Тогда $hc/(kT\lambda_{max}) = 4,965$, откуда $T\lambda_{max} = hc/(4,965k) = b$, т. е. получили закон смещения Вина.

Закон Стефана—Больцмана

$$R_{e} = \int_{0}^{\infty} r_{v,T} dv = \int_{0}^{\infty} \frac{2\pi h v^{3}}{c^{2}} \frac{1}{e^{hv/(kT)} - 1} dv$$

Введем безразмерную переменную x = hv/(kT); dx = hdv/(kT); dv = kT dx/h. Формула для R_{\bullet} преобразуется к виду $R_{\bullet} = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_{0}^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \sigma T^4$

$$(\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi^3 k^4}{15c^2 h^3}$$
, так как $\int \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$). Получили закон

Стефана—Больцмана.

Температуры: радиационная, цветовая, яркостная

Оптическая пирометрия

Методы измерения высоких температур, использующие зависимость спектральной плотности энергетической светимости или энергетической светимости тел от температуры.

Пирометры

Приборы для измерения температуры нагретых тел по интенсивности их теплового излучения в оптическом диапазоне спектра.

Различают *радиационную, цветовую и яркостную* температуры — в зависимости от используемого для измерения закона теплового излучения.

Радиационная температура

Такая температура черного тела, при которой его энергетическая светимость R_{e} равна энергетической светимости исследуемого тела. Согласно закону Стефана—Больцмана,

$$T_{\rm p} = \sqrt[4]{R_T/\sigma}.$$

Т. всегда меньше Т. Пусть тело является серым:

$$R_T^c = A_T R_e = A_T \sigma T^4;$$
$$R_T^c = \sigma T_p^4;$$
$$T_p = \sqrt[4]{A_T} T.$$

Так как $A_r < 1$, то $T_r < T$.

Цветовая температура

Для серых тел $R_{\lambda,T} = A_T r_{\lambda,T}$, где $A_T = \text{const} < 1$. Поэтому распределение энергии в спектре излучения серого тела такое же, как и в спектре черного тела (при той же температуре). К серому телу тогда можно применить закон смещения Ви́на. Зная λ_{max} , соответствующую максимальному $R_{\lambda,T}$ исследуемого тела, можно определить цветовую температуру:

$$T_{\mu} = b/\lambda_{\max}$$
 .

Для серых тел $T_{\mu} = T$.

Яркостная температура

Такая температура черного тела, при которой для определенной температуры $r_{\lambda,\tau_n} = R_{\lambda,T}$, где T — истинная температура тела. По закону Кирхгофа для исследуемого тела при длине волны λ

$$R_{\lambda,T}/A_{\lambda,T} = r_{\lambda,T} \text{ или } A_{\lambda,T} = r_{\lambda,T_s}/r_{\lambda,T}.$$

Так как для нечерных тел A < 1, то $r_{\lambda,T} < r_{\lambda,T}$ и T < T.

Вольт-амперная характеристика фотоэффекта

Внешний фотоэффект (фотоэффект)

Испускание электронов веществом под действием света.

Схема для исследования фотоэффекта

Два электрода (катод K из исследуемого металла и анод A) в вакуумной трубке подключены к батарее так, что с помощью потенциометра Rможно изменять не только значение, но и знак подаваемого на них напряжения. Ток, возникающий при освещении катода монохроматическим светом (через кварцевое окошко), измеряется включенным в цепь миллиамперметром).



Вольт-амперная характеристика фотоэффекта

Зависимость фототока I, образуемого потоком электронов, испускаемых под действием света, от напряжения U между электродами.

На рисунке представлена такая зависимость, соответствующая двум разным освещенностям E_{e} катода (частота света в обоих случаях одинакова).

I_{нас} — фототок насыщения. Определяется таким значением U, при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{_{\rm HBC}} = en$$

(*n* — число электронов, испускаемых катодом в 1 с).

 U_0 — задерживающее напряжение. При $U = U_0$ ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью, не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_0,$$

т. е. измерив задерживающее напряжение U₀, можно определить максимальное значение кинетической энергии фотоэлектронов.



Законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна

Законы фотоэффекта

1. Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности E_{λ} катода).

2. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой v.

3. Для каждого вещества существует «красная граница» фотоэффекта, т. е. минимальная частота v₀ света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект не возможен.

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

Энергия падающего фотона расходуется на работу выхода электрона из металла и на сообщение вылетающему электрону максимальной кинетической энергии:

$$hv = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}.$$
 (1)

Это уравнение выведено на основе квантовой теории фотоэффекта, согласно которой свет частотой v не только испускается, но и распространяется в пространстве и поглощается веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых

$$\varepsilon_0 = hv$$
.

Красная граница фотоэффекта

$$v_0 = \frac{A}{h}, \ \lambda_0 = \frac{hc}{A}$$

(λ₀ — максимальная длина волны излучения (ν₀ — соответственно минимальная частота), при которой фотоэффект еще возможен).

Еще одна запись уравнения Эйнштейна

$$eU_0=h(v-v_0).$$

Учли, что $A = h_{V_0}$; $mv_{\max}^2/2 = eU_0$, и подставили эти формулы в (1).

Работа выхода обычно задается в электрон-вольтах 1 эВ = 1,6·10⁻¹⁹ Дж

Импульс фотона. Давление света

Импульс фотона

$$p_{\gamma} = \varepsilon_0 / c = h v / c$$
.

Поскольку фотоны обладают импульсом, свет, падающий на тело, должен оказывать на него давление.

Давление света на основе квантовой теории

Каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс. Поток монохроматического излучения (частоты v) падает перпендикулярно поверхности. Если за 1 с на 1 м² поверхности тела падает N фотонов, то при коэффициенте отражения р света от поверхности тела ρN фотонов отразится, а $(1 - \rho)N$ — поглотится. Каждый поглощенный фотон передает поверхности импульс $p_{\gamma} = hv/c$, а каждый отраженный $-2p_{\gamma} = 2hv/c$ (при отражении импульс фотона изменяется на $-p_{\gamma}$). Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности в 1 с N фотонов:

$$p = \frac{2h\nu}{c}\rho N + \frac{h\nu}{c}(1-\rho)N = (1+\rho)\frac{h\nu}{c}N,$$

где $Nhv = E_e$ есть энергия всех фотонов, падающих на 1 м² в 1 с, т. е. энергетическая освещенность поверхности, а $E_e/c = w$ — объемная плотность энергии излучения. Поэтому

$$p=\frac{E_e}{c}(1+\rho)=w(1+\rho).$$

Давление света на основе волновой теории

Под действием электрического поля \vec{E} электромагнитной волны (см. рисунок) электроны в металле будут двигаться со скоростью \vec{v} в направлении, противоположном \vec{E} . Магнитное поле \vec{B} электромагнитной волны действует на движущиеся электроны с силой Лоренца (по правилу левой руки) в направлении, перпендикулярном поверхности металла. Следовательно, электромагнитная волна оказывает на поверхность металла давление. На основе волновой теории для



давления света получается та же формула, что и в квантовой теории.

Эффект Комптона

Эффект Комптона

STREET.

Упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и у-излучений) на свободных (или слабосвязанных) электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны.

Изменение длины волны при комптоновском рассеянии

 $\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2(\theta/2)$

(λ и λ' — длина волны падающего и рассеянного излучений; θ угол рассеяния; λ_c — комптоновская длина волны).

$$\lambda_c = \frac{2h}{mc} = 2,43 \text{ IIM}$$



Излучение — поток фотонов, поэтому эффект Комптона рассматривается как результат упругого столкновения рентгеновского фотона со свободным электроном (см. рисунок). В процессе этого столкновения выполняются законы сохранения импульса и энергии. Фотон, столкнувшись с электроном, передает ему часть своей энергии и импульса и изменяет направление движения (рассеивается). Уменьшение энергии фотона означает увеличение длины волны рассеянного излучения.

Законы сохранения энергии и импульса:

$$W_0 + \varepsilon_{\gamma} = W + \varepsilon'_{\gamma} H \bar{p}_{\gamma} = \bar{p}_e + \bar{p}'_{\gamma},$$

где $W_0 = mc^2$ — энергия электрона до столкновения; $\varepsilon_{\gamma} = hv$ — энергия налетающего фотона; $W = \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4}$ — энергия электрона после столкновения (используется релятивистская формула, так как скорость электрона отдачи в общем случае значительна), $\varepsilon'_{\gamma} = hv'$ — энергия рассеянного фотона. Подставив значения и учитывая данные рисунка, имеем

$$mc^{2} + hv = \sqrt{p_{e}^{2}c^{2} + m^{2}c^{4}} + hv',$$

$$p_{e}^{2} = \left(\frac{hv}{c}\right)^{2} + \left(\frac{hv'}{c}\right)^{2} - 2\frac{h^{2}}{c^{2}}vv'\cos\theta.$$

Решая оба уравнения совместно с учетом $v = c/\lambda$, $v' = c/\lambda'$ и $\Delta \lambda = \lambda' - \lambda$, получаем

$$\Delta \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) = \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

244

Единство корпускулярных и волновых свойств электромагнитного излучения

Такие явления, как излучение черного тела, фотоэффект, эффект Комптона, служат доказательством квантовых (корпускулярных) представлений о свете как о потоке фотонов.

С другой стороны, такие явления, как интерференция, дифракция и поляризация света, убедительно подтверждают волновую (электромагнитную) природу света.

Давление и преломление света объясняются как волновой, так и квантовой теориями.

Таким образом, электромагнитное излучение обнаруживает удивительное единство, казалось бы, взаимоисключающих свойств — непрерывных (волны) и дискретных (фотоны), которые взаимно дополняют друг друга. Основные уравнения, связывающие корпускулярные свойства электромагнитного излучения (энергия и импульс фотона) с волновыми свойствами (частота или длина волны):

 $\varepsilon_{\gamma} = hv,$

$$p_{\gamma}=\frac{h\nu}{c}=\frac{h}{\lambda}.$$

Свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны, не следует противопоставлять свойствам дискретности, характерным для фотонов. Свет, обладая одновременно корпускулярными и волновыми свойствами, обнаруживает определенные закономерности в их проявлении. Так, волновые свойства света проявляются в закономерностях его распространения, интерференции, дифракции, поляризации, а корпускулярные — в процессах взаимодействия света с веществом.

Чем больше длина волны, тем меньше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются квантовые свойства света (с этим связано, например, существование красной границы фотоэффекта). Наоборот, чем меньше длина волны, тем больше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются волновые свойства света (например, волновые свойства (дифракция) рентгеновского излучения обнаружены лишь после применения в качестве дифракционной решетки кристаллов).

6. Элементы квантовой физики атомов, молекул и твердых тел

Глава 26

Теория атома водорода по Бору Модели атома Томсона и Резерфорда

Модель Томсона

Атом представляет собой непрерывно заряженный положительным зарядом шар с линейными размерами порядка 10-10 м, внутри которого около своих положений равновесия колеблются электроны. Суммарный отрицательный заряд электронов равен положительному заряду шара, поэтому атом нейтрален. Эта модель после опытов Резерфорда по рассеянию а-частиц в веществе была отвергнута.

Модель атома Резерфорда

Вокруг положительного ядра с зарядом Ze, размером 10-15-10-14 м и массой, практически равной массе атома, в области с линейными размерами ~10⁻¹⁰ м по замкнутым орбитам движутся электроны, образуя электронную оболочку атома.

Атомы нейтральны, поэтому заряд ядра равен суммарному заряду электронов, т. е. вокруг ядра вращается Z электронов (Z — порядковый номер элемента в системе Менделеева).

На основании второго закона Ньютона для электрона, движущегося по окружности под действием кулоновс- $\frac{Zee}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$. кой силы.

Это условие содержит два неизвестных: r и v, т. е. величины r и v (а значит, и энергия) могут изменяться непрерывно, т. е. спектры атомов — сплошные. Однако атомы имеют линейчатые спектры. Поэтому модель атома Резерфорда противоречила опытным данным.

Линейчатый спектр атома водорода

Линейчатый спектр атомов

Каждому газу присущ свой линейчатый спектр, состоящий из отдельных спектральных линий или групп близко расположенных линий.

Обобщенная формула Бальмера

$$v = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

описывает серии в спектре простейшего атома - атома водорода.

v — частота спектральных линий в спектре атома водорода; R — постоянная Ридберга; т определяет серию (m = 1, 2, 3, ...); п определяет отдельные линии соответствующей серии (n = m + 1, m + 2, ...).

$$R = 3,29 \cdot 10^{15} \,\mathrm{c}^{-1}$$
.

Спектральные серии атома водорода

В ультрафиолетовой области спектра

серия Лаймана
$$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$
 ($n = 2, 3, 4, ...$).

В видимой области спектра

серия Бальмера
$$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) (n = 3, 4, 5, ...).$$

В инфракрасной области спектра

серия Пашена
$$v = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$
 (n = 4, 5, 6, ...);

серия Брэкета
$$v = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$
 (n = 5, 6, 7, ...);

серия Пфунда
$$v = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$
 (*n* = 6, 7, 8, ...);

серия Хэмфри
$$v = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$
 (*n* = 7, 8, 9, ...).

Эти формулы подобраны эмпирически, подтверждены экспериментально, но не имели теоретического обоснования. Вид формул, повторяемость в них целых чисел, универсальность постоянной Ридберга наводит на мысль о глубоком физическом смысле этих закономерностей, не объяснимых в рамках классической физики.

Постулаты Бора

Идея Бора

Связать в единое целое эмпирические закономерности линейчатых спектров, ядерную модель Резерфорда и квантовый характер излучения и поглощения света.

Первый постулат Бора

В атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, характеризующиеся определенными дискретными значениями энергии, в которых он не излучает энергию.

Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением электромагнитных волн.

В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию

$$m_e v_n r_n = n\hbar$$
 (n = 1, 2, 3, ...),

где m_e — масса электрона, v_n — его скорость по *n*-й орбите радиуса r_n , $\hbar = h/(2\pi)$.



Второй постулат Бора

При переходе электрона с одной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией

$$hv = E_n - E_m,$$

равной разности энергий соответствующих стационарных состояний (E_n и E_m — соответственно энергии стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения)).

При $E_m < E_n$ происходит излучение фотона (переход атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией, т. е. переход электрона с более удаленной от ядра орбиты на более близлежащую), при $E_m > E_n$ — поглощение фотона (переход атома в состояние с большей энергией, т. е. переход электрона на более удаленную от ядра орбиту).

Набор возможных дискретных частот

$$v = \frac{E_n - E_m}{h}$$

квантовых переходов определяет линейчатый спектр атома.

Цель опытов: доказательство существования в атомах стационарных состояний, т. е. экспериментальное подтверждение постулатов Бора.

Экспериментальная установка

Электроны, ускоренные в области 1, попадают в область 2 между сетками, где испытывают соударения с атомами паров ртути. Электроны, которые после соударения имеют достаточную энергию для преодоления задерживающего потенциала в области 3, достигают анода.



Опытные данные

Ближайшим к основному, невозбужденному, состоянию атома ртути является возбужденное состояние, отстоящее от основного по шкале энергий на 4,86 эВ.

Пока разность потенциалов между катодом и сеткой меньше 4,86 В, электроны, встречая на своем пути атомы ртути, испытывают с ними только упругие соударения. При $e\phi = 4,86$ эВ энергия электрона становится достаточной, чтобы вызвать неупругий удар, при котором электрон отдает атому ртути всю кинетическую энергию, возбуждая переход одного из электронов атома из нормального энергетического состоя-



ния на возбужденный энергетический уровень. Этим и объясняется первое резкое падение тока при $e\phi = 4,86$ эВ. При энергиях, кратных 4,86 эВ, электроны испытывают 2, 3, ... неупругих соударения и опять наблюдается резкое падение тока (см. рисунок).

Итак, 4,86 эВ — наименьший квант энергии, поглощаемый атомом ртути в основном состоянии. Таким образом, в *атоме действительно существуют стационарные* состояния (подтверждение первого постулата Бора).

Атомы ртути, получившие при соударении с электронами энергию ΔE , оказавшись в возбужденном состоянии, должны вернуться в основное, излучая, согласно второму постулату Бора, световой квант с частотой $v = \Delta E/h$ ($\lambda \approx 255$ нм). Опыт действительно обнаружиеает подобную линию (подтверждение второго постулата Бора).

Спектр атома водорода по Бору

Радиус п-й стационарной орбиты $\left\{ \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e v_n^2}{r_e} \right|$ Решая эту систему уравнений; находим

 $r_n = n^2 \frac{\hbar \cdot 4\pi\varepsilon_0}{m_e Z e^2}.$

Первый боровский радиус

 $m_v r_n = n\hbar$

$$r_1 = a = \frac{\hbar \cdot 4\pi\varepsilon_0}{m_e e^2} = 52,8 \text{ пм.}$$

Полная энергия электрона в водородоподобной системе

складывается из его кинетической энергии и потенциальной энергии в электростатическом поле ядра:

$$E = \frac{m_{e}v^{2}}{2} - \frac{Ze^{2}}{4\pi\varepsilon_{o}r} = -\frac{1}{2}\frac{Ze^{2}}{4\pi\varepsilon_{o}r}$$

учтено, что
$$\frac{m_{e}v^{2}}{2} = \frac{1}{2}\frac{Ze^{2}}{4\pi\varepsilon_{o}r}$$
).

Учитывая квантованные для г. значения, получаем

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad (n = 1, 2, ...)$$

(знак минус означает, что электрон находится в связанном состоянии). Придавая п целочисленные значения, получаем для атома водорода (Z = 1) энергетические уровни, схематически представленные на рисунке.



Атом водорода обладает минимальной энергией (Е, = -13,55 эВ) при n = 1 и максимальной ($E_{-}=0$) при $n=\infty$ (при удалении электрона из атома). Значение E₂ = 0 соответствует ионизации атома (отрыву от него электрона). Подставляя в обобщенную формулу Бальмера m =1 и n = 2, 3, 4, ..., получаем группу линий, образующих серию Лаймана, соответствующих переходам электронов с возбужденных уровней (n = 2, 3, 4, ...) на основной (m = 1). Аналогично, при подстановке m = 2, 3, 4, 5, 6 и соответствующих им значений n получим серии Бальмера, Пашена, Брэкета, Пфунда и Хэмфри (часть из них схематически представлена на рисунке).
Глава 27 Элементы квантовой механики Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества

Универсальность корпускулярно-волнового дуализма

Де Бройль утверждал, что не только фотоны, но и электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также волновыми свойствами.

С каждым микрообъектом связываются, с одной стороны, корпускулярные характеристики — энергия E и импульс p, а с другой — волновые характеристики — частота v и длина волны λ . Количественные характеристики, такие же, как для фотонов:

$$E=hv, p=h/\lambda$$
.

Смелость гипотезы де Бройля в том, что эти соотношения постулировались не только для фотонов, но и для других микрочастиц.

Формула де Бройля

Любой частице, обладающей импульсом, сопоставляют волновой процесс с длиной волны $\lambda = \frac{h}{p}$.

Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля

В опытах Дэвиссона и Джермера доказано, что пучок электронов, рассеянный на пространственной дифракционной решетке — кристалле никеля, — дает дифракционную картину. Дифракционные максимумы соответствовали формуле Вульфа— Брэттов, а брэгтовская длина волны оказалась равной де бройлевской. Впоследствии было доказано, что волновые свойства присущи не только потоку электронов, но и каждому электрону в отдельности. Дифракционная картина обнаружена также для нейтронов и протонов.

На частицы вещества переносится связь между полной энергией € частицы и частотой ∨ волн де Бройля

$$\varepsilon = h v$$
,

т. е. это — универсальное соотношение, справедливое как для фотонов, так и для любых других микрочастиц. Его справедливость подтверждается согласием с опытом тех теоретических результатов, которые получены в квантовой механике, атомной и ядерной физике.

Некоторые свойства волн де Бройля

Рассматривается свободно движущаяся со скоростью v мнкрочастица массой m



(учтено, что $E = \hbar \omega$ и $p = \hbar k$, где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число).

c > *v*, т. е. фазовая скорость волн де Бройля больше скорости света в вакууме (фазовая скорость волн может быть как меньше, так и больше *c* в отличие от групповой скорости волн).

Групповая скорость волн де Бройля

 $u = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k} = \frac{\mathrm{d}(\hbar\omega)}{\mathrm{d}(\hbar k)} = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}p} \,.$

Для свободной частицы

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2},$$

$$\frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{\sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}} = \frac{pc^2}{E} = \frac{mv c^2}{mc^2} = v.$$

Групповая скорость волн де Бройля равна скорости частицы или, иными
словами, волны де Бройля перемещаются вместе с частицей.

• Фазовая скорость фотона

$$v_{\phi as} = \frac{E}{n} = \frac{mc^2}{mc} = c.$$

Групповая скорость фотона

$$u=\frac{pc^2}{E}=\frac{mcc^2}{mc^2}=c.$$

Дисперсия волн де Бройля

Подставив в выражение для фазовой скорости $v_{\phi a 3} = E/p$ формулы для энергии (как для нерелятивистского, так и релятивистского случая), получим, что скорость волн де Бройля зависит от длины волны (волнового числа), т. е. наблюдается дисперсия волн де Бройля.

При попытке связать корпускулярные свойства частиц с волновыми предлагалось рассматривать частицы как «узкие» волновые пакеты (ведь u = c). Однако все это оказалось несостоятельным из-за сильной дисперсии волн де Бройля (примерно за 10^{-26} с волновой пакет расплывался!).

Соотношения неопределенностей

Микрочастицы обладают как корпускулярными, так и волновыми свойствами. Но приписывать им все свойства частиц и все свойства волн нельзя. Необходимо внести некоторые ограничения в применении к объектам микромира понятий классической механики. Так, нельзя говорить о движении микрочастицы по определенной траектории и неправомерно говорить об одновременно точных значениях ее координат и импульса.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Микрочастица (микрообъект) не может иметь одновременно и определенную координату (x, y, z), и определенную соответствующую проекцию импульса (p_x, p_y, p_z), причем неопределенности этих величин удовлетворяют условиям

$$\begin{split} &\Delta x \Delta p_x \geq h, \\ &\Delta y \Delta p_y \geq h, \\ &\Delta z \Delta p_z \geq h, \end{split}$$

т. е. произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка h.

Соотношение неопределенностей — квантовое ограничение применимости классической механики к микрообъектам.

Отсюда следует, что если частица находится в состоянии с точным значением координаты ($\Delta x = 0$), то в этом состоянии соответствующая проекция ее импульса оказывается совершенно неопределенной ($\Delta p_x \rightarrow \infty$), и наоборот. Для микрочастицы не существует состояний, в которых ее координаты и соответствующие им проекции импульса имели бы одновременно точные значения.

Соотношение неопределенностей для энергии и времени

$\Delta E \Delta t \ge h$

(ΔE — неопределенность энергии данного квантового состояния; Δt — время пребывания системы в данном состоянии).

Частота излученного фотона должна иметь неопределенность $\Delta v = \Delta E/h$, т. е. линии спектра должны характеризоваться частотой $v \pm \Delta E/h$. Опыт показывает, что все спектральные линии действительно размыты.

Вероятностный подход к описанию микрочастиц

Дифракционная картина, наблюдаемая для фотонов, характеризуется тем, что при наложении дифрагирующих волн в различных точках пространства происходит усиление или ослабление интенсивности. Согласно волновым представлениям о природе света, интенсивность дифракционной картины пропорциональна квадрату амплитуды световой волны.

По представлениям фотонной теории, интенсивность определяется числом фотонов, попадающих в данную точку дифракционной картины. Следовательно, число фотонов в данной точке дифракционной картины задается квадратом амплитуды световой волны, в то время как для одного фотона квадрат амплитуды определяет вероятность попадания фотона в ту или иную точку.

Дифракционная картина, наблюдаемая для микрочастиц, также характеризуется неодинаковым распределением потоков микрочастиц, рассеянных или отраженных по различным направлениям, — в одних направлениях наблюдается большее число частиц, чем в других. Наличие максимумов в дифракционной картине с точки зрения волновой теории означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля.

С другой стороны, интенсивность волн де Бройля оказывается больше там, где имеется большее число частиц, т. е. интенсивность волн де Бройля в данной точке пространства определяет число частиц, попавших в эту точку. Таким образом, дифракционная картина для микрочастиц является проявлением статистической (вероятностной) закономерности, согласно которой частицы попадают в те места, где интенсивность волн де Бройля наибольшая.

Необходимость вероятностного подхода к описанию микрочастиц является важнейшей отличительной особенностью квантовой теории. Можно ли волны де Бройля истолковывать как волны вероятности, т. е. считать, что вероятность обнаружить микрочастицу в различных точках пространства меняется по волновому закону?

Такое толкование волн де Бройля уже неверно хотя бы потому, что тогда вероятность обнаружить частицу в некоторых точках пространства может быть отрицательна, что не имеет смысла. М. Борн предположил, что по волновому закону меняется не сама вероятность, а амплитуда вероятности, обозначаемая $\Psi(x, y, z, t)$ и называемая волновой функцией.

Описание микрочастиц с помощью волновой функции

Статистический (вероятностный) характер описания состояния микрообъекта

 $W \sim |\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, t)|^2$

Квадрат модуля волновой функции (квадрат модуля амплитуды волн де Бройля) определяет вероятность нахождения частицы в момент времени *t* в области с координатами x и x + dx, y и y + dy и z и z + dz.

Волновая функция — основной носитель информации о корпускулярных и волновых свойствах микрочастиц.

Вероятность нахождения частицы в объеме dV

$$\mathrm{d}W = \Psi \Psi^* \mathrm{d}V = |\Psi|^2 \mathrm{d}V$$

 $(\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ — волновая функция, описывающая состояние частицы; $\Psi^* - функция$, комплексно сопряженная с Ψ ; $|\Psi|^2 = \Psi \Psi^*$ — квадрат модуля волновой функции).

Вероятность нахождения частицы в объеме V

$$W = \int_{V} \mathrm{d}W = \int_{V} |\Psi|^2 \mathrm{d}V \; .$$

Волновая функция должна быть конечной (вероятность не может быть больше единицы), однозначной (вероятность не может быть неоднозначной величиной), непрерывной (вероятность не может изменяться скачком).

Условие нормировки вероятностей

 $\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1$ (интегрирование производится по всему бесконечному пространству, т. е. по координатам *x*, *y*, *z* от $-\infty$ до $+\infty$).

Плотность вероятности

Вероятность нахождения частицы в окрестности точки с координатами x, y, z: $||\Psi|^2 = \frac{dW}{dV}$.

Квадрат модуля волновой функции задает интенсивность волн де Бройля.

Средние значения физических величин

Волновая функция позволяет вычислять средние значения физических величин, характеризующих данный микрообъект. Например, среднее расстояние

$$\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} r |\Psi|^2 \mathrm{d} V.$$

Принцип суперпозиции. Общее уравнение Шредингера

Принцип суперпозиции

Если система может находиться в различных состояниях, описываемых волновыми функциями $\Psi_1, \Psi_2, ..., \Psi_n, ...,$ то она также может находиться в состоянии Ψ , описываемом линейной комбинацией этих функций (C_n (n = 1, 2, ...) — произвольные, вообще говоря, комплексные числа).

Сложение волновых функций (амплитуд вероятностей), а не вероятностей (определяемых квадратами модулей волновых функций) принципиально отличает квантовую теорию от классической статистической теории, в которой для независимых событий справедлива теорема сложения вероятностей.

Какое уравнение должно описывать движение микрочастиц?

Это уравнение, исходя из статистического толкования волн де Бройля и соотношения неопределенностей, должно быть уравнением относительно волновой функции $\Psi(x, y, z, t)$, так как $|\Psi|^2$ определяет вероятность пребывания частицы в элементе объема dV; оно должно быть волновым уравнением (учитывать волновые свойства частиц); из него должны вытекать наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц. Это уравнение постулировано для частицы, движущейся со скоростью $v \ll c$.

Нерелятивистское общее уравнение Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi+U(x,y,z,t)\Psi=i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t},$$

где $\hbar = h/(2\pi); m$ — масса частицы; Δ — оператор Лапласа $\left(\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}\right); i$ — мнимая единица; U(x, y, z, t) потенциальная функция частицы в силовом поле; $\Psi(x, y, z, t)$ — искомая волновая функция частицы.

Оно дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию: 1) волновая функция должна быть конечной, однозначной и непрерывной;

2) производные $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$, $\frac{\partial \Psi}{\partial y}$, $\frac{\partial \Psi}{\partial z}$, $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$ должны быть непрерывны; 3) функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема; это условие в простейших условиях сводится к условию нормировки вероятностей.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний

Для многих физических явлений, происходящих в микромире, общее уравнение Шредингера (см. с. 256) можно упростить, исключив зависимость Ψ от времени, т. е. найти уравнение Шредингера *для стационарных состояний* — состояний с фиксированными значениями энергии. В данном случае силовое поле, в котором частица движется, стационарно, т. е. U = U(x, y, z) имеет смысл потенциальной энергии.

Решение уравнения Шредингера представим в виде произведения двух функций, одна из которых есть функция *только координат*, другая — *только времени*, причем зависимость от времени выражается множителем $e^{-\kappa\omega t} = e^{-(E/\hbar)t}$:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-t(E/\hbar)t}$$

 $(E - полная энергия частицы). Подставив <math>\Psi$ в общее уравнение Шредингера, получим

$$-\frac{\hbar^2}{2m}e^{-i(E/\hbar)t}\Delta\psi+U\psi e^{-i(E/\hbar)t}=i\hbar(-iE/\hbar)\psi e^{-i(E/\hbar)t}$$

После преобразований получим уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi+U\psi=E\psi\;.$$

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$$

Посредством наложения граничных условий отбирают решения, имеющие физический смысл. Ими являются условия регулярности волновых функций: волновые функции должны быть конечными, однозначными и непрерывными вместе со своими первыми производными. Реальный физический смысл имеют только такие решения, которые выражаются регулярными функциями Ψ . Но регулярные решения имеют место не при любых значениях параметра E, а лишь при определенном их наборе, характерном для данной задачи. Эти значения энергии называются собственными. Решения, которые соответствуют собственные значениям энергии, называются собственными функциями. Собственные значения Eмогут образовывать как непрерывный, так и дискретный ряд. В первом случае говорят о непрерывном спектре, во втором — о дискретном спектре.

Движение свободной частицы

Свободная частица

Частица, движущаяся в отсутствие внешних полей. Поскольку внешние силы не действуют, U(x) = const (частица движется вдоль оси x) и ее можно приравнять нулю. Уравнение Шредингера

для стационарных состояний

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0.$$

Частное решение уравнения

 $\psi(x) = A e^{ikx} \qquad A = \text{const } H = \text{const }.$ $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$

ψ- координатная часть волновой функции Ψ(x,t)

$$\psi(x) = Ae^{ikx} = Ae^{(i/\hbar)\sqrt{2mEx}}$$

Зависящая от времени волновая функция

$$\Psi(x,t) = A e^{-i\omega t + ikx} = A e^{-(i/\hbar)(Et - p_x x)}$$

(здесь $\omega = E/\hbar$ и $k = p_x/\hbar$).

Эта функция представляет собой плоскую монохроматическую волну де Бройля.

Плотность вероятности обнаружения частицы в данной точке пространства

$$|\Psi|^2 = \Psi \Psi^* = |\mathcal{A}|^2$$

ие зависит от времени, т. е. все положения свободной частицы в пространстве равновероятны.

Энергетический спектр свободной частицы

Из формулы для Е следует, что зависимость энергии от импульса

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p_x^2}{2m}$$

— обычная для нерелятивистских частиц. Энергия свободной частицы может принимать любые значения (ведь волновое число *k* может принимать любые положительные значения), т. е. энергетический спектр свободной частицы непрерывный.

Частица в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками»

$\int corr < 0$		-		1			
$U(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq l, \\ 0, & 0 \leq x \leq l, \end{cases}$				i			
$\infty, x>l,$				1			
I — ширина ямы, энергия отсчитывается	ся от ее дна.	U⊸⇒∝	U=0	U->•			
<mark>ј Уравнение Шредингера</mark> /	цля						
стационарных состояни			1				
пределах ямы ($0 \le x \le l$)		-					
2 ²	ние уравнения						
$\frac{\partial \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0,$	$= A\sin kx + B\cos kx ,$						
2 ²	Граничн	ые услов	ЯНЯ				
$\frac{\partial \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0,$		$\psi(0)=\psi(l)=0.$					
2mE	Из ψ(0)	= 0 пол	учим				
k" =		w(v) -	Acin by				

 $= A \sin kx$, moлняется лишь при $<math>k = n\pi/l$.

Собственные функции

 h^2

$$\psi_n(x) = A\sin\frac{n\pi}{l}x$$

Нормированные собственные функции

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (n = 1, 2, 3, ...),$$

На рисунке изображены графики собственных функций $\Psi_{a}(x)$, а также плотность вероятности обнаружения частицы на разных расстояниях от «стенок» ямы, определяемая выражением

$$|\psi_n(x)|^2 = \psi_n(x)\psi_n^*(x).$$



Собственные значения энергии $E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^2}$ (n = 1, 2, 3, ...), (n — главное квантовое число).

Потенциальный барьер прямоугольной формы



Анализ решений для разных областей

Область І: полная волновая функция

$$\Psi(x,t) = \psi_1(x) e^{-(i/\hbar)Et} = A_1 e^{-(i/\hbar)(Et-p_1x)} + B_1 e^{-(i/\hbar)(Et+p_1x)}$$

где первый член — плоская волна, распространяющаяся в положительном направлении оси x (соответствует частице, движущейся в сторону барьера), а второй — волна, распространяющаяся в противоположном направлении, т. е. отраженная от барьера (соответствует частице, движущейся от барьера налево).

Область 2: решение зависит от соотношений E > U или E < U. Физический интерес представляет E < U, так как законы классической физики не разрешают частице проникнуть сквозь барьер (см. с. 261).

Область 3: в области 3 имеется только волна, прошедшая сквозь барьер и распространяющаяся слева направо, поэтому B_3 в формуле (4) следует принять равным нулю (см. с. 261).

Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект

Если энергия частицы меньше высоты потенциального барьера, то согласно формуле (1) на с. 260, $q = i\beta$, где

$$\beta = \sqrt{2m(U-E)}/\hbar \; .$$

Учитывая q и $B_3 = 0$, решения уравнений Шредингера (1)-(3) на с. 260 запишем в виде:

$$\psi_{1}(x) = A_{1}e^{ikx} + B_{1}e^{-ikx};$$

$$\psi_{2}(x) = A_{2}e^{-\beta x} + B_{2}e^{\beta x}; (1)$$

$$\psi_{3}(x) = A_{3}e^{ikx}.$$

В области 2 функция (1) не соответствует плоским волнам (показатели экспонент действительные). Можно показать, что для высокого и широкого барьера ($\beta l >> 1$) $B_2 = 0$.

Вид функций ψ_1 , ψ_2 и ψ_3 (с учетом $B_2 = 0$) показан на рисунке. Волновая фукция не равна нулю и внутри барьера, а в области 3 (при не



очень широком барьере) имеет вид волн де Бройля с той же длиной волны, но меньшей амплитудой. Таким образом, частица имеет отличную от нуля вероятность прохождения сквозь потенциальный барьер конечной ширины. Квантовая механика приводит к специфическому квантовому эффекту — туннельнаму эффекту, в результате которого микрообъект может «пройти» сквозь потенциальный барьер.

Коэффициент прозрачности

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}l\right),\,$$

где D_0 — постоянный множитель, принимаемый обычно равным единице. D сильно зависит от массы m частицы, ширины l барьера и от (U-E); чем шире барьер, тем меньше вероятность прохождения сквозь него частицы.

Линейный гармонический осциллятор в квантовой механике

Линейный гармонический осциллятор

Система, совершающая одномерное движение под действием квазиупругой силы.

Потенциальная энергия

гармонического осциллятора

 $U = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}$ (ω_0 — собственная частота колебаний осциллятора; m — масса частицы).

Квантовый осциллятор

Гармонический осциллятор, описываемый уравнением Шредингера, учитывающим значение потенциальной энергии:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m \omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0.$$

Это уравнение решается только при собственных значениях энергии:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_0 \ (n = 0, 1, 2, ...).$$

Энергия принимает дискретные значения, т. е. квантуется. Уровни

энергии расположены на одинаковых расстояниях, равных ћо.

Энергия нулевых колебаний

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega_0.$$

Типична для квантовых систем; прямое следствие соотношения неопределенностей. Частица в яме любой формы не может находиться на се дне (в нуль обращается импульс частицы и се неопределенность; а неопределенность координаты становится сколь угодно большой, что противоречит пребыванию частицы в «потенциальной яме»).

Частица может быть обнаружена за пределами классически дозволенной области ($-x_{max}$, $+x_{max}$). На рисунке демонстрируется квантовая плотность вероятности W обнаружения осциллятора при n=1, имеющая конечные значения для $x \ge x_{max}$.





Глава 28

Элементы современной физики атомов и молекул Водородоподобный атом в квантовой механике

Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром, обладающим зарядом Ze

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(r --- расстояние между электроном и ядром; Z — порядковый номер элемента; є, электрическая постоянная).

Графически функция U(r) изображена на рисунке. U с уменьшением r между электроном и ядром (при приближении электрона к ядру) неограниченно убывает.



Уравнение Шредингера для стационарных состояний электрона

 $\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon} \right) \psi = 0$ (*m* — масса электрона; *E* — полная энергия электрона в атоме).

Собственные значения энергии

$$E_{n} = -\frac{1}{n^{2}} \frac{Z^{2} m e^{4}}{8h^{2} \varepsilon_{0}^{2}} \quad (n = 1, 2, 3, ...).$$

Возможные значения энергии Е, Е, Е, ... показаны на рисунке в виде горизонтальных прямых.

Уровень Е,, отвечающий минимальной возможной энергии, -|| основной, все остальные ($E_n > E_n$, n = 2, 3, ...) — возбужденные.

При E < 0 движение электрона связанное — он находится внутри гиперболической «потенциальной ямы». По мере роста n уровни располагаются теснее и при $n = \infty$ $E_{r} = 0$. При E > 0 движение электрона свободное; область непрерывного спектра E > 0 (на рисунке заштрихована) соответствует ионизированному атому. Энергия ионизации атома водорода

$$E_{1} = -E_{1} = me^{4}/(8h^{2}\varepsilon_{0}^{2}) = 13,55 \text{ sB}.$$

263

Квантовые числа

Главное квантовое число (n)

Квантовое число, определяющее энергетические уровни электрона в атоме:

n = 1, 2, 3, ... Орбитальное квантовое число (*l*) Квантовое число, определяющее момент импульса электрона в атоме: *l* = 0, 1, 2, ...

Момент импульса электрона (механический орбитальный момент)

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)} \, .$$

Магнитное квантовое число (т,)

Квантовое число, определяющее момент импульса электрона на заданное направление.

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l,$$

всего (21 + 1) значений.

Наличие *m*, приводит к расщеплению энергетического уровня на 2*1*+1 подуровней. В спектре атома наблюдается расщепление спектральных линий.

Из уравнения Шредингера следует, что вектор \vec{L}_{l} момента импульса электрона имеет лишь такие ориентации в пространстве, при которых его проекция $L_{l_{z}}$ иа направление z внешнего магнитного поля принимает квантованные значения, кратные \hbar :

$$L_{l_{\perp}} = \hbar m_{l_{\perp}}$$

Расщепление энергетических уровней в магнитном поле получило название эффекта Зеемана.

Квантовые числа и их значения — следствие решений уравнения Шредингера. Поскольку при движении электрона в атоме существенны волновые свойства электрона, то в квантовой механике отказываются от электронных орбит. Квадрат модуля волновой функции определяет вероятность обнаружения электрона в единице объема.

Вероятность обнаружения электрона в различных частях атома различна. Электрон при своем движении как бы «размазан» по всему объему, образуя электронное облако, плотность (густота) которого характеризует вероятность нахождения электрона в различных точках объема. Квантовые числа n u l характеризуют размер и форму электронного облака, а квантовое число m, характеризует ориентацию электронного облака в пространстве.

Спектр атома водорода

Описание состояния электрона

Если l = 0, то состояние электрона называется *s*-состоянием (электрон в этом состоянии называется *s*-электроном), l = 1 - p-состоянием, l = 2 - d-состоянием, l = 3 - f-состоянием и т. д. Значение *n* указывается перед условным обозначением орбитального квантового числа: 2*s* (n = 2, l = 0).

Правила отбора

Правила, ограничивающие число возможных переходов электронов, связанных с испусканием и поглощением света.

Правила отбора для орбитального и магнитного квантовых чисел

$$\Delta l = \pm 1;$$
$$\Delta m_i = 0, \pm 1.$$

Детализация спектра атома водорода (см. с. 250)

Учитывая число возможных состояний, соответствующих данному *n*, а также правило отбора для орбитального квантового числа, рассмротрим спектральные линии в спектре излучения атома водорода:

серии Лаймана соответствуют переходы:

$$np \rightarrow 1s (n=2, 3, \ldots);$$

серии Бальмера

$$np \rightarrow 2s$$
, $ns \rightarrow 2p$, $nd \rightarrow 2p$
 $(n=3, 4, ...)$

ит.д.

Переход электрона из основного состояния в возбужденное происходит при сообщении атому энерЕ, эВ -0.54 -0.55 -1.50 -3,38 -3,38 -1.50 -3,38 -1.50 -3,38 -1.50 -

гии извне. Поглощающий атом обычно находится в основном состоянии, поэтому спектр поглощения атома водорода должен состоять из линий, соответствующих переходам $1s \rightarrow np$ (n = 2, 3, 4, ...), что согласуется с опытом.

1s-состояние электрона в атоме водорода

1*s*-состояние электрона в атоме водорода сферически симметрично, т. е. волновая функция Ψ электрона в этом состоянии определяется только расстоянием *r* электрона от ядра: $\psi = \psi_{100}(r)$, где цифры в индексе указывают, что n = 1, l = 0 и $m_r = 0$.

Уравнению Шредингера для 1*s*-состояния электрона в атоме водорода удовлетворяет функция вида

$$\Psi = Ce^{-r/a}$$

где $a = \hbar^2 \cdot 4\pi \varepsilon_0 / (me^2)$ — первый боровский радиус.

Элемент объема $dV = 4\pi r^2 dr$ (сферический слой радиусом *r* и толщиной dr: он отвечает одинаковой плотности вероятности). Согласно условию нормировки вероятности,

$$1 = \int_{0}^{\infty} |\psi|^{2} dV = \int_{0}^{\infty} C^{2} e^{-2r/a} 4\pi r^{2} dr,$$
$$C = 1/\sqrt{\pi a^{3}}.$$

откуда

Нормированная волновая функция для 1s-состояния

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$$

Вероятность обнаружения электрона в элементе объема dV

$$dW = |\psi_{100}|^2 dV = |\psi_{100}|^2 \cdot 4\pi r^2 dr.$$

Чтобы определить расстояния *r* от ядра, на которых электрон может находиться с наибольшей вероятностью,

необходимо, чтобы $\frac{dW}{dr} = 0$. Решая уравнение, получим $r_{max} = a$, т. е. наибольшая вероятность обнаружить электрон во всех точках с радиусом, равным первому боровскому радиусу. Однако в квантовой механике плотность вероятности остается отличной от нуля и в других точках пространства (см. $w_{ss}(r)$ на рисунке). В этом отличие квантовой механики от выводов классической физики (см. $w_{ss}(r)$ на рисунке).



Спин электрона. Спиновое квантовое число Опыты Штерна и Герлаха

Измеряя магнитные моменты атомов, обнаружили, что узкий пучок атомов водорода, заведомо находящихся в *s*-состоянии, в неоднородном магнитном поле расщепляется на два пучка. В этом состоянии момент импульса

электроиа $L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)} = 0$. Магнитный момент пропорционален механическому моменту, поэтому он равен нулю, и магнитное поле не должно оказывать влияния на движение атомов водорода в основном состоянии и расщепления быть не должно. Однако впоследствии было доказано, что спектральные линии атома водорода являются дублетами *даже в отсутствие магнитного поля*.

Спин электрона

Собственный неуничтожимый механический момент импульса, не связанный с движением электрона в пространстве.

Спин электрона (и других микрочастиц) — квантовая величина, у нее нет классического аналога; это — внутреннее неотъемлемое свойство электрона.

Спин квантуется по закону

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)} ,$$

где s — спиновое квантовое число.

По аналогии с орбитальным моментом импульса, проекция L_s квантуется так, что вектор \vec{L}_s может принимать 2s + 1 ориентаций. В опытах Штерна и Герлаха наблюдалось две ориентации, поэтому 2s + 1 = 2, откуда $s = \frac{1}{2}$. Поскольку спиновое квантовое число имеет единственное значение $\frac{1}{2}$, то

оно, не внося различия между состояниями, для их описания вместе с другими квантовыми числами обычно не используется.

Проекция спина на направление внешнего магнитного поля квантуется по закону

$$L_{z} = \hbar m_{s}$$

где *т_ — магнитное спиновое квантовое число*:

$$m_s = \pm \frac{1}{2}.$$

Спину электрона \vec{L}_s соответствует собственный магнитный момент \vec{p}_{ms} .

Для полного описания состояния электрона в атоме используются четыре квантовых числа: главное, орбитальное, магнитное и магнитное спиновое.

Принцип неразличимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны

Тождественные частицы

Частицы, обладающие одинаковыми физическими свойствами: массой, спином, электрическим зарядом и другими внутренними характеристиками, например, квантовыми числами.

Принцип неразличимости тождественных частиц

Тождественные частицы экспериментально различить невозможно.

Этот принцип — не просто следствие вероятностной интерпретации волновой функции; ои вводится в квантовую механику как новый *принцип*, который является фундаментальным.

Учитывая физический смысл квадрата модуля волновой функции $|\psi|^2$, принцип неразличимости тождественных частиц можно записать в виде

$$|\psi(x_1,x_2)|^2 = |\psi(x_2,x_1)|^2$$
,

где x₁ и x₂ — соответственно совокупность пространственных и спиновых координат первой и второй частиц. Таким образом, возможны два случая:

$$\psi(x_1,x_2)=\pm\psi(x_2,x_1),$$

т. е. принцип неразличимости тождественных частиц ведет к определенному свойству симметрии волновой функции.

Симметричная волновая функция

Если при перемене частиц местами волновая функция не изменяет знак.

Антисимметричная волновая функция

Если при перемене частиц местами волновая функция изменяет знак. Изменение знака волновой функции не означает изменения состояния, так как физический смысл имеет лишь квадрат модуля волновой функции. Частицы с полуцелым спином (например, электроны, протоны, нейтроны) описываются антисимметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Ферми—Дирака; эти частицы называют фермионами. Частицы с нулевым или целочисленным спином (например, п-мезоны, фотоны) описываются симметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Бозе—Эйнитейна; эти частицы называют бозонами. Сложные частицы (например, атомные ядра), составленные из нечетного числа фермионов, являются фермионами (суммарный спин полуцелый), а из четного — бозонами (суммарный спин целый).

Принцип Паули. Распределение электронов в атоме по состояниям



Состояние электрона в атоме определяется набором 4 квантовых чисел: главного n (n = 1, 2, 3, ...), орбитального l (l = 0, 1, 2, ..., n - 1),

магнитного $m_i (m_i = -l, ..., -1, 0, +1, ..., +l),$

магнитного спинового $m_s (m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}).$

Принцип Паули

в системе одинаковых фермионов любые два из них не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии или

в одном и том же атоме не может быть более одного электрона с одинаковым набором четырех квантовых чисел

$$Z(n, l, m, m) = 0$$
или 1.

Максимальное число электронов Z(n), находящихся в состояниях, определяемых данным главным квантовым числом n:

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2.$$



В каждой из оболочек электроны распределяются по подоболочкам, соответствующим данному l. Поскольку орбитальное квантовое число принимает значение от 0 до n - 1, число подоболочек равно порядковому номеру n оболочки. Количество электронов в подоболочке определяется магнитным и магнитным спиновым квантовыми числами: максимальное число электронов в подоболочке с данным l равно 2(2l + 1).

Обозначения оболочек, а также распределение электронов по оболочкам и подоболочкам представлены в таблице.

Главное квантовое число	1	2		3		4			5						
Символ оболочки	K	L		М		N			0						
Максимальное число электронов в оболочке	2	8		18		32			50						
Орбитальное квантовое число l	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
Символ подоболочки	ls	2s	2p	3s	3p	3d	4 s	4p	.4d	4f	5s	5p	5d	5f	5g
Максимальное число электронов в подоболочке	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	.2	6	10	14	18

269

Сплошной (тормозной) рентгеновский спектр

Рентгеновское излучение

Источник рентгеновского излучения — рентгеновская трубка. Ускоренные электрическим полем электроны бомбардируют анод (металлическая мищень из тяжелых металлов, например W или Pt), испытывая на нем резкое торможение. При этом возникает рентгеновское излучение, представляющее собой электромагнитные волны с длиной волны примерно 10⁻¹²—10⁻⁸ м. Волновая природа рентгеновского излучения доказана опытами по его дифракции (с. 219).

Рентгеновский спектр

Наложение сплошного спектра (см. рисунок), ограниченного со стороны коротких длин волн некоторой границей, называемой границей сплошного спектра, и линейчатого спектра — совокупности отдельных линий, появляющихся на фоне сплошного спектра.

Сплошной (тормозной) спектр

Испускается бомбардирующими анод электронами в результате их торможения при взаимодействии с атомами мишени. Не зависит от материала анода, а определяется только энергией бомбардирующих анод электронов. Согласно классической теории, действительно при торможении движущихся зарядов должно возникать излучение со сплошным спектром.

Коротковолновая граница сплошного спектра

Из классической теории существование λ. Не вытекает. Из опыта: чем больше кинетическая энергия электронов, вызывающих тормозное рентгеновское излучение, тем меньше Л._.. Согласно квантовой теории, предельная энергия кванта соответствует такому случаю торможения, при котором вся кинетическая энергия электрона переходит в энергию кванта, т. е.



$$E_{\rm max} = h v_{\rm max} = e U$$
,

где U — разность потенциалов, за счет которой электрону сообщается энергия E_, v_ -- частота, соответствующая границе сплошного спектра. Тогда

$$\lambda_{\min} = c/\nu_{\max} = ch/(eU) = ch/E_{\max},$$

что полностью соответствует экспериментальным данным.

270

Характеристический рентгеновский спектр. Закон Мозли

При достаточно большой энергии бомбардирующих анод электронов на фоне сплошного спектра появляются отдельные резкие линии (см. рисунок на с. 270) линейчатый спектр. определяемый материалом анода. — характеристический

рентгеновский спектр.

Эти спектры совершенно однотипны и состоят из нескольких серий, обозначаемых К. L. M. N и О. Каждая серия, в свою очередь, содержит небольшой набор отдельных линий, обозначаемых в порядке убывания длины волны индексами $\alpha, \beta, \gamma, ..., (K_a, K_b, K_a, ..., L_a, L_b, L_a, ...)$ (см. рисунок). Возникновение характеристических ренттеновских спектров связано с процессами, происходящими во внутренних, застроенных электронных оболочках атомов, которые имеют сходное строение.



Самой длинноволновой линией К-серии является линия К. Частоты линий возрастают в ряду $K_a \rightarrow K_b \rightarrow K_c$, поскольку энергия, высвобождаемая при переходе электрона на К-оболочку с более удаленных оболочек, увеличивается. Наоборот, интенсивности линий в ряду $K_a \rightarrow K_b \rightarrow K_c$ убывают, так как вероятность переходов электронов с L-оболочки на K-оболочку больше, чем с более удаленных оболочек M и N. К-серия сопровождается обязательно другими сериями, так как при испускании ее линий появляются вакансии в оболочках L, M, ..., которые будут заполняться электронами, находящимися на более высоких уровнях.

Закон Мозли

определяет число спектральных линий характеристического рентгеновского излучения

Для линии $K_{(\sigma = 1)}$:

 $v = R(Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$ [R — постоянная Ридберга; Z — порядковый номер элемента в периоди-

 $v = R(Z-\sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right),$





Смысл постоянной экранирования заключается в том, что на электрон, совершающий переход, соответствующий некоторой линии, действует не весь заряд ядра Ze, а заряд (Z-σ)е, ослабленный экранирующим действием других электронов.

Молекулы: химические связи, понятие об энергетических уровнях

Молекула

Наименьшая частица вещества, состоящая из одинаковых или различных атомов, соединенных между собой химическими связями, и являющаяся носителем его основных химических свойств.

Ионная связь

NaCl, KBr, Осуществляется электростатическим взаимодействием атомов при переходе электрона одного атома к другому, т. е. при образовании положительного и отрицательного ионов.

Ковалентная связь

H₂, C₂, CO₂, Осуществляется при обобществлении валентных электронов двумя соседними атомами. Ковалентная связь объясняется принципом неразличимости тождественных частиц. Неразличимость тождественных частиц приводит к квантовому эффекту — обменному взаимодействию. Так, электрон каждого из атомов молекулы водорода проводит некоторое время у ядра другого атома и, следовательно, осуществляется связь обоих атомов, образующих молекулу.

Молекула является квантовой системой; она описывается уравнением Шредингера, учитывающим движение электронов в молекуле, колебания атомов молекулы, вращение молекулы. Решение этого уравнения — очень сложная задача, которая обычно разбивается на две: для электронов и ядер. Энергия изолированной молекулы

$$E \approx E_{y_R} + E_{KOR} + E_{RPAU}, \qquad (1)$$

где E_{3n} — энергия движения электронов относительно ядер, E_{80n} — энергия колебаний ядер, E_{80n} — энергия вращения ядер. Отношения $E_{3n}: E_{80n}: E_{80n} = 1: \sqrt{\frac{m}{M}}: \frac{m}{M}$, где m — масса электрона, M — величина, имеющая порядок массы ядер атомов в молекуле, $\frac{m}{M} \approx 10^{-5} \div 10^{-3}$. Поэтому $E_{3n} >> E_{80n} >> E_{80n}$. Доказано, что $E_{3n} \approx 1 \div 10$ эВ, $E_{80n} \approx 10^{-2} \div 10^{-1}$ зВ, $E_{80n} \approx 10^{-5} \div 10^{-3}$ зВ. Каждая из входящих в выражение (1) энергий квантуется (ей соответствует набор дискретных уровней энергии) и определяется квантовыми числами. При переходе из одного энергетического состояния в другое поглощается или испускается энергия $\Delta E = hv$. При таких переходах одновременно изменяются энергии движения электронов, энергии колебания и вращения.

Молекулярные спектры

Молекулярные спектры

Спектры излучения (поглощения), возникающие при квантовых переходах между энергетическими уровнями молекул.

Спектры излучения молекулы определяются структурой ее энергетических уровней и соответствующими правилами отбора.

$$E_{\rm BDBH} \ll E_{\rm ROM} \ll E_{\rm SM}$$

Уровни энергии двухатомной молекулы

Для примера рассмотрены два электронных уровня (они показаны жирными линиями).

Различные типы молекулярных спектров

Частоты спектральных линий, испускаемых молекулами, могут соответствовать переходам с одного электронного уровня на другой (электронные спектры) или с одного колебательного (вращательного) уровня на другой (колебательные (вращательные)) спектры. Возможны и электронно-колебательные и колебатель-



но-вращательные спектры. Поэтому спектр молекул довольно сложный.

Полосатые молекулярные спектры

Это — типичные молекулярные спектры — совокупность более или менее узких полос в ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной областях. Применяя спектральные приборы высокой разрешающей способности, можно видеть, что полосы представляют собой настолько тесно расположенные линии, что они с трудом разрешаются. Структура молекулярных спектров различна для разных молекул и с увеличением числа атомов в молекуле усложняется (наблюдаются лишь сплошные широкие полосы). Колебательными и вращательными спектрами обладают только многоатомные молекулы, а двухатомные их не имеют.

Поглощение. Спонтанное и вынужденное излучение

Поглощение

Если атом находится в основном состоянии 1, то под действием внешнего излучения может осуществиться вынужденный переход в возбужденное состояние 2, приводящий к поглощению излучения.

Спонтанное излучение

Атом, находясь в возбужденном состоянии 2, может спонтанно (без внешних воздействий) перейти в основное состояние, испуская при этом фотон с энергией $hv = E_2 - E_1$. Процесс испускания фотона возбужденным атомом *без внешних воздействий* называется спонтанным излучением. Спонтанные переходы взаимно не связаны, поэтому спонтанное излучение некогерентно.

Вынужденное излучение

Качественно новый тип излучения. Если на атом, находящийся в возбужденном состоянии 2, действует внешнее излучение с частотой, удовлетворяющей условию $hv = E_2 - E_1$, то возникает вынужденный (индуцированный) переход, и излучается фотон той же

энергии $hv = E_2 - E_1$ дополнительно к тому фотону, под действием которого произошел переход. Таким образом, в процесс вынужденного излучения вовлечены два фотона: первичный фотон, вызывающий испускание излучения возбужденным атомом, и вторичный фотон, испущенный атомом. Существенно, что вторичные фотоны неотличимы от первичных, являясь точной их копией.

Свойства

Вынужденное излучение (вторичные фотоны) *тождественно* вынуждающему (первичным фотонам): оно имеет такую же частоту, фазу, поляризацию, направление распространения, т. е. вынужденное излучение *строго когерентно* с вынуждающим.

Испущенные фотоны, двигаясь в одном направлении и встречая возбужденные атомы, стимулируют вынужденные переходы, и число фотонов растет лавинообразно. Однако следует наряду с вынужденным излучением учитывать и конкурирующий процесс — поглощение.





Спонтанно излучение

Активные среды. Типы лазеров

Состояние с инверсией населенностей

Неравновесное состояние системы, при котором число атомов в возбужденных состояниях больше, чем их число в основном состоянии.

Накачка

Процесс создания неравновесного состояния вещества (перевод системы в состояние с инверсией населенностей). Накачка осуществляется оптическими, электрическими и другими способами.

Активная среда

Среда, при прохождении через которую падающий пучок света усиливается. В среде, в которой создаются состояния с инверсией населенностей, вынужденное излучение может превосходить поглощение света атомами и падающий пучок света при прохождении через вещество будет усиливаться. Таким образом, если через активную среду проходит электромагнитная волна, то по мере ее распространения в среде интенсивность волны будет возрастать за счет актов вынужденного излучения.

Оптические квантовые генераторы (лазеры)

Принципиально новые источники излучения, в которых практически осуществляется инверсное состояние среды.

Лазеры генерируют в видимой, инфракрасной и ближней ультрафиолетовой областях (в оптическом диапазоне).

Идея качественно нового принципа усиления электромагнитного излучения принадлежит Н. Г. Басову, А. М. Прохорову и Ч. Таунсу.

Классификация лазеров:

Лазеры делятся:

по типу активной среды (твердотельные, газовые, полупроводниковые и жидкостные);

по методам накачки (оптические, тепловые, химические, электроионизационные и др.);

по режиму генерации (непрерывного или импульсного действия).

Основные компоненты лазера

активная среда (в ней создаются состояния с инверсией населенностей);
система накачки (устройство для создания инверсии в активной среде);
оптический резонатор (устройство, выделяющее в пространство избирательное направление пучка фотонов и формирующее выходящий световой пучок).

Принцип работы твердотельного лазера

Принцип работы твердотельного лазера рассмотрим на примере первого из них рубинового лазера (1960), работающего в видимой области спектра (длина волны излучения 0,6943 мкм). Инверсия населенностей осуществляется по трехуровневой схеме (идея Басова и Прохорова).



Кристалл рубина представляет собой оксид алюминия Al_2O_3 , в кристаллической решетке которого некоторые из атомов Al замещены трехвалентными ионами Cr^{3+} (0,03 и 0,05% ионов хрома соответственно для розового и красного рубина).

Для оптической накачки используется импульсная газоразрядная лампа. При этом атомы хрома переходят с уровня *1* на уровни широкой полосы *3* (см. рисунок). За время ~ 10^{-7} с (время жизни атома в возбужденном состоянии) осуществляются либо спонтанные переходы *3*—*1* (они незначительны), либо наиболее вероятные *безызлучательные переходы на уровень 2* (он называется *метастабильным*) с передачей избытка энергии решетке кристалла рубина. Переход *2*—*1* запрещен правилами отбора, поэтому длительность возбужденного состояния *2* атомов хрома примерно 10^{-3} с, т. е. примерно на четыре порядка больше, чем для состояния *3*. Это приводит к «накоплению» атомов хрома на уровне *2*, возникает среда с *инверсией населенностей* уровня *2*.

Каждый фотон, случайно родившийся при спонтанных переходах, в принципе может инициировать в активной среде множество вынужденных переходов 2—>1, в результате чего появляется лавина вторичных фотонов, являющихся копиями первичных. Таким образом и зарождается лазерная генерация. Однако спонтанные переходы носят случайный характер, и спонтанно рождающиеся фотоны испускаются в разных направлениях.

Для выделения направления лазерной генерации используется принципиально важный элемент лазера — оптический резонатор. В простейшем случае им служит пара обращенных друг к другу параллельных (или вогнутых) зеркал на общей оптической оси, между которыми помещается активная среда (кристалл или кювета с газом). Оптический резонатор «выясняет» направление (вдоль оси) усиливаемого фотонного потока, формируя тем самым излучение с высокими когерентными свойствами.

Газовый лазер. Свойства лазерного излучения

Гелий-неоновый лазер

— первый газовый лазер (лазер с газообразной активной средой, гелий ~15% и неон ~85%) непрерывного действия (1961). Инверсная населенность уровней осуществляется электрическим разрядом, возбуждаемым в газах (лампы применять невыгодно: они излучают свет в широком



интервале длин волн, а газы имеют узкие линии поглощения и используется только часть мощности ламп).

Накачка осуществляется в два этапа: Не служит носителем энергии возбуждения, а лазерное излучение дает Ne. Электроны, образующиеся в разряде, при столкновениях возбуждают атомы He, которые переходят в возбужденное состояние 3 (см. рисунок).

При столкновениях возбужденных атомов гелия с атомами неона происходит их возбуждение и они переходят на один из верхних уровней неона, который расположен вблизи соответствующего уровня гелия. Переход атома неона с верхнего уровня 3 на один из нижних уровней 2 приводит к лазерному излучению с $\lambda = 0,6328$ мкм.

Свойства лазерного излучения

1) Временная и пространственная когерентность (с. 203). Время когерентности $\tau_{\text{ког}} \approx 10^{-3}$ с, что соответствует длине когерентности $(l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}) \approx 10^5$ м, т. е. на семь порядков выше, чем для обычных источников света;

2) Строгая монохроматичность ($\Delta\lambda < 10^{-11}$ м);

3) Большая плотность потока энергии: ≈ 2·10¹⁰ Вт/м²;

4) Очень малое расхождение в пучке (световое пятно на Луне при специальной фокусировке луча лазера составляло бы 3 км, а луча прожектора — 40 000 км).

Коэффициент полезного действия у большинства лазеров составляет 0,1—1%, хотя, например, КПД CO_2 -лазера непрерывного действия, генерирующего в инфракрасной области, ~30%, лазера на стекле с неодимом ~75%.

Глава 29 Элементы физики твердого тела

Зонная теория твердых тел

Точное решение уравнения Шредингера для системы многих частиц в кристалле невозможно. Эта задача решается приближенно: задача многих частиц сводится к задаче об одном электроне, движущемся в заданном внешнем поле. Этот путь приводит к зонной теории твердого тела.

Рассмотрим мысленно «процесс образования» твердого тела из изолированных атомов. Пока атомы изолированы, т. е. находятся друг от друга на макроскопических расстояниях, они имеют совпадающие схемы энергетических уровней (см. рисунок). По мере «сжатия» рассматриваемой модели до кристаллической решетки, т. е. когда расстояния между атомами станут равными межатомным расстояниям в твердых телах, взаимодействие между атомами приводит к тому, что энергетические уровни атомов смещаются, расщепляются и расширяются в зоны, образуется зонный

энергетический спектр.

Из рисунка, на котором показано расщепление уровней как функция расстояния *r* между атомами, видно, что заметно расщепляются и расширяются лишь уровни внешних, валентных электронов, наиболее слабо связанных с ядром и имеющих наибольшую энергию, а также более высокие уровни, которые в основном состоянии атома вообще электронами не



заняты. Уровни же внутренних электронов либо совсем не расщепляются, либо расщепляются слабо.

Образование зонного энергетического спектра — кваштово-механический эффект и следствие соотношения неопределенностей: $\Delta E \sim h/\tau$ (для валентного электрона в атоме кристалла $\tau \approx 10^{-15}$ с (для изолированного атома 10^{-5} с)). Поэтому в кристалле $\Delta E = 1\div 10$ эВ, т. е. энергетические уровни валентных электронов расширяются в зоны.

Заштрихованные зоны — *разрешенные энергетические зоны*. В них столько дискретных уровней, сколько атомов содержит кристалл. Расстояние между уровнями ~10⁻²² эВ; оно ничтожно мало, но факт дискретности важен для распределения электронов по состояниям. Разрешенные зоны разделены запрещенными энергетическими зонами (в них электроны находиться не могут).

Металлы, диэлектрики и полупроводники по зонной теории

Существование металлов, диэлектриков и полупроводников зонная теория объясняет: 1) неодинаковым заполнением электронами разрешенных зон;
2) шириной запрещенных зон.

Металлы

Самая верхняя зона, содержащая электроны, заполнена лишь частично (рис. *a*). Электрон, например, за счет теплового движения (при 1 К энергия теплового движения $kT \approx 10^{-4}$ эВ, а расстояние между энергетическими уровнями ~ 10^{-22} эВ) может перейти на более высокий энергетический уровень той же зоны, т.е. стать свободным и участвовать в проводимости.



Валентная зона перекрывается свободной зоной (рис. *б*), что приводит к неполностью заполненной зоне. Это характерно для щелочно-земельных элементов; их металлические свойства обусловлены перекрытием валентной и свободной зон.

Валентная зона

Зона, полностью заполненная электронами. Образуется из энергетических уровней внутренних электронов свободных атомов.

Зона проводимости (свободная зона)

Зона, либо частично заполненная электронами, либо свободная. Образуется из энергетических уровней внешних «коллективизированных» электронов изолированных атомов.

Диэлектрики и полупроводники

В случае *диэлектрика* (рис. *в*) ширина запрещенной зоны несколько эВ; тепловое движение не может перебросить электроны из валентной зоны в зону проводимиости.

В случае *полупроводника* (рис. г) ширина запрещенной зоны ~1 эВ, поэтому такой переброс возможен за счет теплового возбуждения или за счет внешнего



источника, способного передать электронам энергию ΔE .

Собственная проводимость полупроводников

Проявляется у химически чистых полупроводников (Ge, Se, CdS), называемых собственными полупроводниками. Для примера приведена упрощенная плоская схема атомов в кристалле Ge, где каждая черточка — связь, осуществляемая одним электроном. В идеальном кристалле при 0 К такая



структура — диэлектрик (все валентные электроны участвуют в образовании связей, и свободные электроны отсутствуют).

При повышении температуры тепловые колебания решетки приводят к разрыву некоторых валентных связей, в результате чего часть электронов опщепляется и они становятся свободными. В покинутом электроном месте возникает дырка (она изображена на рисунке белым кружком), заполнить которую могут электроны из соседней пары. В результате дырка, так же как и освободившийся электрон, будет двигаться по кристаллу. Движение электронов проводимости и дырок в отсутствие электрического поля является хаотическим. Если же на кристалл наложить электрическое поле, то электроны начнут двигаться против поля, дырки — по полю, что приведет к возникновению собственной проводимости германия, обусловленной как электронами, так и дырками.

По зонной теории: с повышением температуры электроны с верхних уровней валентной зоны *I* могут быть переброшены на нижние уровни зоны проводимости *II*. При наложении на кристалл электрического поля электроны будут перемещаться против поля и создавать электрический ток. Проводимость обусловлена электронами — электронная проводимость (проводимость п-типа).



В результате тепловых забросов электронов в зону *I* в валентной зоне возникают вакантные состояния, называемые дырками. При наложении поля на освободившееся от электрона место — дырку — может переместиться электрон с соседнего уровня, вновь образуется дырка и т. д. Дырки перемещаются в направлении, противоположном движению электронов. Проводимость, обусловленная дырками, — дырочная проводимость (проводимость p-типа).

В собственных полупроводниках наблюдается, таким образом, электроннодырочный механизм проводимости.

Электронная примесная проводимость (проводимость *п*-типа)

Примесная проводимость

--- проводимость, обусловленная примесями (атомы посторонних элементов, тепловые (пустые узлы или атомы в междоузлии) и механические (трещины, дислокации) дефекты).

Полупроводники п-типа (электронные полупроводники) — полупроводники с примесью, валентность которой на единицу больше валентности основных атомов (см. рисунок). В данном случае, например, при замещении атома германия пятивалентным атомом мышьяка один электрон не может образо-

вать ковалентной связи, он оказывается лишним и может быть легко при тепловых колебаниях решетки отщеплен от атома, т. е. стать свободным. Поскольку ковалентная связь в данном случае не нарушается, дырка здесь не возникает. Избыточный положительный заряд, возникающий вблизи атома примеси, связывается атомом примеси и поэтому перемещаться не может. В данном случае носители тока — электроны; возникает электронная проводимость (проводимость n-типа).

По зонной теории: введение примеси искажает поле решетки, что приводит к возникновению в запрещенной зоне энергетического уровня D валентных электронов мышьяка, называемого примесным уровнем. В случае германия с примесью мышьяка этот уровень располагается от дна зоны проводимости на расстоянии $\Delta E_{0} = 0.013$ эВ. $\Delta E_{0} < kT$, поэтому уже при обычных температурах

энергия теплового движения достаточна для переброски электронов с примесного уровня в зону проводимости. Образующиеся при этом положительные заряды связываются атомами мышьяка и в проводимости не участвуют. Примеси, являющиеся источником электронов, называются донорами, а энергетические уровни этих примесей — донорными уровнями.

В полупроводниках п-типа наблюдается электронный механизм проводимости (основные носители тока --- электроны).

В отличие от собственной проводимости, осуществляющейся одновременно электронами и дырками, примесная проводимость обусловлена в основном носителями одного знака: в случае донорной примеси электронами.





Дырочная примесная проводимость (проводимость *р*-типа)

Полупроводники p-типа (дырочные проводники) — полупроводники с примесью, валентность которой на единицу меньше валентности основных атомов (см. рисунок). В данном случае в решетку кремния введен атом с тремя валентными электронами, например, бор.



R

По зонной теории: введение трехвалентной примеси в решетку кремния приводит к возникновению в запрещенной зоне примесного энергетического уровня A, не занятого электронами. В случае кремния с примесью бора этот уровень располагается выше верхнего края валентной зоны на расстоянии $\Delta E_A = 0,08$ эВ (см. рисунок). Близость этих уровней к валентной зоне приводит к тому,



что уже при сравнительно низких температурах электроны из валентной зоны переходят на примесные уровни и, связываясь с атомами бора, теряют способность перемещаться по решетке кремния, т. е. в проводимости не участвуют. Носителями тока являются лишь дырки, возникающие в валентной зоне.

Примеси, захватывающие электроны из валентной зоны полупроводника, называются акцепторами, а энергетические уровни этих примесей — акцепторными уровнями.

В полупроводниках *p*-типа наблюдается *дырочный механизм проводимосmu* (основные носители тока — дырки).

В отличие от собственной проводимости, осуществляющейся одновременно электронами и дырками, примесная проводимость обусловлена в основном носителями одного знака: в случае акцепторной примеси — дырками.

Фотопроводимость полупроводников



Фотопроводимость полупроводников

Увеличение электропроводности полупроводников под действием электромагнитного излучения.

Определяется как свойствами основного вещества, так и содержащихся в нем примесей.

Собственная фотопроводимость

Если энергия фотонов равна или больше ширины запрещенной зоны ($hv \ge \Delta E$), электроны могут быть переброшены из валентной зоны в зону проводимости (рис. *a*), что приведет к появлению добавочных (неравновесных) электронов (в зоне проводимости) и дырок (в валентной зоне). Собственная фотопроводимость обусловлена как электронами, так и дырками.



Примесная фотопроводимость

Если полупроводник содержит примеси, то фотопроводимость может возникать и при $hv < \Delta E$: при донорной примеси фотон должен обладать энергией $hv \ge \Delta E_D$, при акцепторной примеси $hv \ge \Delta E_A$. При поглощении света примесными



центрами происходит переход электронов с донорных уровней в зону проводимости в случае полупроводника *n*-типа (рис. *б*) или из валентной зоны на акцепторные уровни в случае полупроводника *p*-типа (рис. *в*).

Примесная проводимость для полупроводников *n*-типа — чисто электронная, для полупроводников *p*-типа — чисто дырочная.

ah

Красная граница фотопроводимости (λ₀)

Максимальная длина волны, при которой еще фотопроводимость возбуждается.

(собственные полупроводники);

$$\lambda_0 = \frac{ch}{\Delta E}$$
$$\lambda_0 = \frac{ch}{\Delta E}$$

(примесные полупроводники),

где ΔE_n — в общем случае энергия активации примесных центров.

Люминесценция твердых тел

Люминесценция

Неравновесное излучение, избыточное при данной температуре над тепловым излучением тела и имеющее длительность, большую периода световых колебаний.

Люминофоры

Вещества, способные под действием различного рода возбуждений светиться.

Классификация люминесценции по способу возбуждения

Фотолюминесценция (под действием света); рентгенолюминесценция (под действием рентгеновского излучения); катодолюминесценция (под действием электронов); электролюминесценция (под действием электрического поля); радиолюминесценция (при возбуждении ядерным излучением (ү, п, р)); хемилюминесценция (при химических превращениях); триболюминесценция (при раскалывании, например, сахара).

Классификация люминесценции по длительности свечения

1. Флуоресценция ($t \le 10^{-8}$ с);

2. фосфоресценция (свечение, продолжающееся заметный промежуток времени после прекращения возбуждения).

Правило Стокса

Длина волны люминесцентного излучения всегда больше длины волны света, возбудившего его.

Кристаллофосфоры

Эффективно люминесцирующие искусственно выращенные кристаллы с чужеродными примесями.



Фосфоресценция кристаллофосфоров по зонной теории

Примесные уровни активатора располагаются между валентной зоной и зоной проводимости. Для возникновения длительного свечения кристаллофосфор должен содержать центры захвата, или ловушки для электронов (Л, Л,). Длительность процесса определяется временем пребывания электронов в ловушках.



Контакт электронного и дырочного полупроводника (*p-n*-переход)

Электронно-дырочный переход (*p-n-переход*)

Граница соприкосновения двух полупроводников, один из которых имеет электронную, а другой — дырочную проводимость.

Его нельзя осуществить механическим соединением двух полупроводников. Переход создают либо при выращивании кристаллов, либо при их соответствующей обработке.

Пример получения *р-п-*перехода

На кристалл германия *n*-типа накладывается индиевая «таблетка» (рис. *a*). Эта система нагревается примерно при 500 °С в вакууме или в атмосфере инертного газа; атомы индия диффундируют на некоторую глубину в германий. Затем расплав медленно охлаждают. Так как германий, содержащий индий, обладает дырочной проводимостью, то на границе закристаллизовавшегося расплава и германия *n*-типа образуется *p*-*n*-переход (рнс. *б*).



Физические процессы, происходящие в *p-n*-переходе

Электроны из *n*-полупроводника, где их концентрация выше, будут диффундировать в *p*-полупроводник, где их концентрация ниже. Диффузия же дырок происходит в обратном направлении — в направлении $p \rightarrow n$. В *n*-полупроводнике из-за ухода электронов вблизи границы остается нескомпенсированный положительный объемный заряд неподвижных ионизованных донорных атомов. В *p*-полупроводнике из-за ухода дырок вблизи границы образуется отрицательный объемный заряд неподвижных ионизованных акцепторов (см. рисунок). Эти объемные заряды образуют у границы двойной электрический слой, поле которого, направленное от *n*-области к *p*-области, препятствует дальнейшему переходу электронов

в направлении $n \rightarrow p$ и дырок в направлении

 $p \rightarrow n$. Если концентрации доноров и акцепторов в полупроводниках *n*- и *p*-типа одинаковы, то толщины слоев, в которых локализуются неподвижные заряды, равны.



Проводимость *p-n-*перехода

Толщина слоя *p*-*n*-перехода в полупроводниках составляет примерно 10⁻⁶—10⁻⁷ м, а контактная разность потенциалов — десятые доли вольт. Носители тока способны преодолеть такую разность потенциалов лишь при температуре в несколько тысяч градусов, т. е. при обычных температурах равновесный контактный слой является запирающим (характеризуется повышенным сопротивлением).

Сопротивление запирающего слоя можно изменить с помощью внешнего электрического поля. Если приложенное к *p*-*n*-переходу внешнее электрическое поле направлено от *n*-полупроводника к *p*-полупроводнику (рис. *a*), т. е. совпадает с полем контактного слоя, то оно вызывает движение электронов в *n*-полупроводнике и дырок в *p*-полупроводнике от границы *p*-*n*-перехода в противоположные стороны. В результате запирающий слой расширится и его сопротивление возрастет.

Направление внешнего поля, расширяющего запирающий слой, называется запирающим (обратным). В этом направлении электрический ток через *p*-*n*-переход практически не проходит. Ток в запирающем слое в запирающем направлении образуется лишь за счет неосновных носителей тока (электронов в *p*-полупроводнике и дырок в *n*-полупроводнике).



Если приложенное к *p*-*n*-переходу внешнее электрическое поле направлено противоположно полю контактного слоя (рис. *б*), то оно вызывает движение электронов в *n*-полупроводнике и дырок в *p*-полупроводнике к границе *p*-*n*-перехода навстречу друг другу. В этой области они рекомбинируют, толщина контактного слоя и его сопротивление уменьшаются. Следовательно, в этом направлении электрический ток проходит сквозь *p*-*n*-переход в направлении от *p*-полупроводника к *n*-полупроводнику; оно называется *пропускным (прямым)*.

Таким образом, *p-n*-переход обладает односторонней (вентильной) проводимостью.
Полупроводниковые диоды

Полупроводниковый диод

Полупроводниковое устройство, содержащее один *p-n*-переход.

Точечный полупроводниковый диод

Пример: точечный германиевый duod (см. рисунок).

Тонкая вольфрамовая проволока 1 прижимается к *n*-германию 2 острием, покрытым алюминием. Если через диод в прямом направлении пропустить кратковременный импульс

тока, то при этом резко повышается диффузия Al в Ge и образуется слой германия, обогащенный алюминием и обладающий *p*-проводимостью. На границе этого слоя образуется *p*-*n*-переход, обладающий высоким коэффициентом выпрямления.

Благодаря малой емкости контактного слоя точечные диоды применяются в качестве детекторов (выпрямителей) высокочастотных колебаний вплоть до сантиметрового диапазона длин волн.

Плоскостной полупроводниковый диод

Пример: плоскостной меднозакисный (купроксный) выпрямитель (см. рисунок).

На медную пластину с помощью химической обработки наращивается слой закиси меди Cu₂O, который покрывается слоем серебра. Серебряный электрод служит только для включения выпрямителя в цепь. Часть слоя Cu₂O, прилегаю-

щая к Си и обогащенная ею, обладает электронной проводимостью, а часть слоя Cu₂O, прилегающая к Ag и обогащенная (в процессе изготовления выпрямителя) кислородом, — дырочной проводимостью. Таким образом, в толще закиси меди образуется запирающий слой с пропускным направлением тока от Cu₂O к Cu $(p \rightarrow n)$.

Распространенными являются также селеновые диоды и диоды на основе арсенида галлия и карбида кремния.

Рассмотренные диоды обладают рядом преимуществ по сравнению с электронными лампами. Они имеют малые габаритные размеры, высокие КПД и срок службы, но очень чувствительны к температуре (рабочий интервал от --70 °C до +120 °C).





287

Полупроводниковые триоды (транзисторы)

p-n-Переходы обладают не только прекрасными выпрямляющими свойствами, но могут быть использованы также для усиления, а если в схему ввести обратную связь, то и для генерирования электрических колебаний.



Приборы, предназначенные для этих целей, получили название полупроводниковых триодов, или транзисторов. Они делятся на точечные и плоскостные, причем последние — более мощные. Они могут быть типа *p-n-p* и *n-p-n*. Рассмотрим для примера триод типа *p-n-p*. Рабочие «электроды» триода, которыми являются база (средняя часть транзистора), змиттер и коллектор (прилегающие к базе с обеих сторон области с иным типом проводимости), включаются в схему с помощью невыпрямляющих контактов металлических проводников.

Между эмиттером и базой прикладывается постоянное смещающее напряжение в прямом направлении, а между базой и коллектором — постоянное смещающее напряжение в обратном направлении. Усиливаемое переменное напряжение подается на входное сопротивление $R_{\rm sx}$, а усиленное — снимается с выходного сопротивления $R_{\rm sys}$.

Протекание тока в цепи эмиттера обусловлено в основном движением дырок (они являются основными носителями тока) и сопровождается их «впрыскиванием» — инжекцией — в область базы. Проникшие в базу дырки диффундируют по направлению к коллектору, причем при небольшой толщине базы значительная часть инжектированных дырок достигает коллектора. Здесь дырки захватываются полем, действующим внутри перехода (притягиваются к отрицательно заряженному коллектору), вследствие чего изменяется ток коллектора. Следовательно, всякое изменение тока в цепи эмиттера вызывает изменение тока в цепи коллектора.

Прикладывая между эмиттером и базой перемениое напряжение, получим в цепи коллектора переменный ток, а на выходном сопротивлении — переменное напряжение. Величина усиления зависит от свойств *p*-*n*-переходов, нагрузочных сопротивлений и напряжения батареи \mathbb{B}_{x} . Обычно $R_{\text{max}} > R_{\text{max}}$ поэтому U_{max} значительно превышает входное напряжение U_{max} (усиление может достигать 10 000). Так как мощность переменного тока, выделяемая в R_{max} , может быть больше, чем расходуемая в цепи эмиттера, то транзистор дает и усиление мощности.

7. Элементы физики атомного ядра и

элементарных частиц

Глава 30

Физика атомного ядра Атомные ядра и их описание

Состав атомного ядра

Атомное ядро состоит из элементарных частиц — протонов и нейтронов. Протоны и нейтроны называются нуклонами.

Нуклоны	Протоны	Нейтроны		
Обозначение	р	n		
Заряд Q	+1,6·10 ⁻¹⁹ Кл	0		
Масса	1836 m _g	1839 m _e		

Символ элемента



А Z (например, ²³⁸ U) ²³⁸ U) ²³⁸ U) ²³⁸ U) ²³⁸ U) ²³⁸ U)

протонов Z и нейтронов N).

Заряд ядра +Ze

Так как атом нейтрален, то заряд ядра определяет число электронов в атоме, от которого зависит их распределение по состояниям в атоме, а следовательно, зависят химические свойства атома.

Ядра

Изотопы	Изобары	Изотоны		
Ядра с одинаковым Z,	Ядра с одинаковыми А,	Ядра с одинаковым		
но разными А	но разными Z	числом нейтронов		
⁹ ₅ B, ¹⁰ ₅ B, ¹¹ ₅ B	²¹⁰ ₈₁ Tl, ²¹⁰ ₈₂ Pb, ²¹⁰ ₈₃ Bi	¹² ₆ C, ¹⁴ ₇ N, ¹⁵ ₈ O		

Дефект массы. Энергия связи ядра,

Энергия связи ядра (E_{ab})

Энергия, необходимая для расшепления ядра на отдельные нуклоны:

$$E_{cs} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_n]c^2 = [Zm_H + (A - Z)m_n - m]c^2$$

m, m, m - соответственно массы протона, нейтрона и ядра; $m_{\rm H} = m_{\rm p} + m_{\rm r}$ масса атома водорода ¦Н, т - масса

Удельная энергия связи Энергия связи, отнесенная к одному нуклону

$$\delta E_{\rm CB} = \frac{E_{\rm CB}}{A}.$$

Дефект массы ядра

$$\Delta m = \left[Zm_p + (A - Z)m_n \right] - m_s.$$

На эту величину уменьшается масса всех нуклонов при образовании из них атомного ядра.

δЕ характеризует устойчивость (прочность) атомных ядер: чем больше δE_{m} , тем устойчивее ядро. δЕ зависит от массового числа элемента. Для легких ядер (А ≤ 12) она возрастает до 6÷7 МэВ, претерпевая ряд скачков (например, для ${}_{1}^{2}$ H $\delta E_{m} = 1,1$ МэВ, для 2 Не равна 7,1 МэВ, для ⁶Li равна 5,3 МэВ),



затем более медленно возрастает до максимальной величины 8,7 МэВ у элементов с A = 50÷60, постепенно уменыпается у тяжелых элементов (например, для ²³⁸₉₂U она составляет 7,6 МэВ).

Из рисунка следует, что наиболее устойчивы ядра средней части таблицы Менделеева, а тяжелые и легкие --- менее устойчивы. Поэтому энергетически выгодно: 1) деление тяжелых ядер на более легкие; 2) слияние легких ядер друг с другом в более тяжелые. В обоих случаях выделяется огромное количество энергии (эти процессы осуществлены практически).

Спин ядра и его магнитный момент

Собственный момент импульса (спин) ядра

Складывается из спинов нуклонов и из орбитальных моментов импульса нуклонов (моментов импульса, обусловленных движением нуклонов внутри ядра).

Спин ядра квантуется по закону

$$L_{a} = \hbar \sqrt{I(I+1)} \, .$$

Спиновое квантовое число

Принимает целые или полуцелые значения: 0, $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$, ...

Магнитный момент ядра

$$\vec{p}_{ms} = g_s \vec{L}_s$$

(g₁ — ядерное гиромагнитное отношение, \vec{L}_{s} — собственный момент импульса ядра (спин)).

Ядерный магнетон

Единица магнитного момента ядра:

 $\mu_{\rm g} = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5,0508 \cdot 10^{-27} \, \text{Дж/Tn}$

(m_р — масса протона)(сравни с магнетоном Бора (с. 150)).

Сверхтонкая структура

Во внешнем магнитном поле наблюдается расщепление уровней энергии атома на близко расположенные подуровни (*сверхтонкая структура*), обусловленное взаимодействием магнитного момента ядра с магнитным полем электронов в атоме. Магнитные моменты ядер на три порядка меньше магнитных моментов электронов, поэтому расщепление спектральных линий, соответствующее сверхтонкой структуре, значительно меньше расщепления за счет взаимодействия между спиновым и орбитальным моментами электрона (тонкая структура).

Ядерный магнитный резонанс

Не оптический метод определения магнитных моментов ядер. Если на вещество, находящееся в сильном постоянном магнитным поле, действовать слабым переменным радиочастотным магнитным полем, то при частотах, соответствующих частотам переходов между ядерными подуровнями, возникает резкий (резонансный) максимум поглощения. Ядерный магнитный резонанс обусловлен происходящими под влиянием переменного магнитного поля квантовыми переходами между ядерными подуровнями. Задается точностью измерения напряженности постоянного магнитного поля и резонансной частоты, так как по их значениям вычисляются магнитные моменты ядер. Так как для измерения этих величин применяются прецизионные методы, то $p_{\rm max}$ можно определять с высокой точностью (до шести знаков).

Ядерные силы. Модели ядра

Ядерные силы

Ядерные силы — особые специфические силы, действующие в ядре между нуклонами.

относятся к классу сильных взаимодействий

Свойства ядерных сил

1) ядерные силы являются силами притяжения;

2) ядерные силы являются короткодействующими — их действие проявляется только на расстояниях примерно 10⁻¹⁵ м;

3) ядерным силам свойственна зарядовая независимость: ядерные силы, действующие между двумя протонами, или двумя нейтронами, или, наконец, между протоном и нейтроном, одинаковы по величине. Отсюда следует, что ядерные силы имеют неэлектрическую природу;

4) ядерным силам свойственно насыщение: каждый нуклон в ядре взаимодействует только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов;
5) ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов взаимодействующих нуклонов;

6) ядерные силы не являются центральными, т. е. действующими по линии, соединяющей цеитры взаимодействующих нуклонов.

Некоторые модели ядра

капельная

(1936; Н. Бор, Я. И. Френкель)

Первая модель ядра. Основана на аналогии между поведением нуклонов в ядре и поведением молекул в капле жидкости. Она трактует ядро как каплю электрически заряженной несжимаемой жидкости (с плотностью, равной ядерной), подчиняющуюся законам квантовой механики. Объяснила механизм ядерных реакций, особенно реакции деления ядер, позволила получить полуэмпирическую формулу для энергии связи нуклонов в ядре.

оболочечная

(1950; М. Гепперт-Майер, Х. Иенсен)

Предполагает распределение нуклонов в ядре по дискретным энергетическим уровням (оболочкам), согласно принципу Паули, и связывает устойчивость ядер с заполнением этих уровней. Ядра с полностью заполненными оболочками наиболее устойчивы. Объяснила спины в магнитные моменты ядер, различную устойчивсть атомных ядер, периодичность изменения их свойств.

Радиоактивное излучение и его виды

Радиоактивность

Явление самопроизвольного (спонтанного) превращения атомных ядер в другие ядра с испусканием различных видов радиоактивных излучений.

естественная

(наблюдается у неустойчивых изотопов, существующих в природе).

искусственная

(наблюдается у изотопов, полученных в ядерных реакциях).

Типы радиоактивных излучений

α-излучение

 α -Излучение отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает высокой ионизирующей способностью и малой проникающей способностью; представляет собой поток ядер гелия; заряд α -частицы равен +2e, а масса совпадает с массой изотопа гелия ⁴₂H. По опре-

деленному $\frac{Q}{m_{\alpha}}$ подтвердилось

правильное представление о природе α-частиц.



β-излучение

β-Излучение отклоняется электрическим и магнитным полями; его ионизирующая способность значительно меньше (примерно на два порядка), а проникающая способность гораздо больше, чем у α-частиц; представляет собой поток быстрых электронов.

*у***-излучение**

 γ -Излучение не отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает относительно слабой ионизирующей способностью и очень большой проникающей способностью (например, проходит слой свинца толщиной 5 см); при прохождении через кристаллы обнаруживает дифракцию; представляет собой коротковолновое электромагнитное излучение с чрезвычайно малой длиной волны $\lambda < 10^{-10}$ м и вследствне этого — ярко выраженными корпускулярными свойствами, т.е. является потоком частиц — *у-квантов (фотонов)*.

Закон радиоактивного распада

Радиоактивный распад (распад)

Естественное радиоактивное превращение ядер, происходящее самопроизвольно.

Атомное ядро, испытывающее радиоактивный распад, называется материнским, возникающее ядро — дочерним.

Закон радиоактивного распада

Число ядер, распавшихся за промежуток времени от t до t + dt

$$\mathrm{d}N=-\lambda N\mathrm{d}t\,,$$

где N — число ядер, не распавшихся к моменту времени t, λ — постоянная радиоактивного распада; знак минус указывает, что общее число радиоактивных ядер в процессе распада уменьшается.

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = -\lambda \mathrm{d}t, \quad \int_{N_0}^{N} \frac{\mathrm{d}N}{N} = -\lambda \int_{0}^{t} \mathrm{d}t, \quad \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t,$$
$$N = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

— закон радиоактивного распада

(N- число нераспавшихся ядер в момент времени t; No - начальное число нераспавшихся ядер (в момент времени t = 0)).

Период полураспада (Т

Время, за которое исходное число радиоактивных ядер в среднем уменьшается влвое:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}, \ T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Активность нуклида (А)

Число распадов, происходящее с ядрами образца в 1 с:

$$A = \left| \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} \right| = \lambda N \; .$$

Единица 🔎

DK
 1 Бк (беккерель) — активность нуклида, при которой за 1 с происходит один акт распада.

Среднее время жизни т радиактивного ядра

Суммарная продолжительность жизни dN ядер равна $t|dN| = \lambda Ntdt$.

$$\mathbf{r} = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty \lambda N t \, \mathrm{d}t = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty \lambda N_0 t e^{-\lambda t} \, \mathrm{d}t = \lambda \int_0^\infty t e^{-\lambda t} \, \mathrm{d}t = \frac{1}{\lambda}.$$

Правила смещения. Радиоактивные семейства

Правила смещения

Правила, позволяющие установить, какое ядро возникает в результате распада данного материнского ядра.

Правила смещения — следствие законов сохранения зарядового и массового чисел.

Законы

Сумма зарядовых (массовых чисел) возникающих ядер и частиц равна зарядовому (массовому числу) исходного ядра.



^AZ — материнское ядро; Y символ дочернего ядра; ⁴He — α -частица; ⁰₋₁e, ¹₊₁e — символическая запись электрона и позитрона соответственно.

Нуклид

Общее название атомных ядер, отличающихся числом протонов Z и нейтронов N.

Радиоактивные семейства

Возникающие в результате радиоактивного распада ядра могут быть, в свою очередь, радиоактивными. Это приводит к возникновению *цепочки*, или *ряда, радиоактивных превращений*, заканчивающихся стабильным элементом. Совокупность элементов, образующих такую цепочку, называется *радиоактивным семейством*.

Массовое число при α -распаде уменьшается на 4, а при β -распаде не меняется. Существуют четыре различных радиоактивных семейства, для которых массовые числа задаются одной из формул:

A = 4n, 4n + 1, 4n + 2, 4n + 3,

где n — целое положительное число. Семейства называются по наиболее долгоживущему (с наибольшим периодом полураспада) «родоначальнику»: семейства тория (от $^{232}_{90}$ Th), нептуния (от $^{237}_{93}$ Np), урана (от $^{238}_{92}$ U) и актиния (от $^{235}_{89}$ Ac). Конечными нуклидами соответственно являются: $^{208}_{82}$ Pb, $^{208}_{82}$ Bi, $^{206}_{82}$ Pb, $^{207}_{82}$ Pb. Семейство нептуния (искусственно-активные ядра) заканчивается нуклидом Bi, а все остальные (естественно-радиоактивные ядра) — нуклидами Pb.

α-Распад

🕨 Пример α-распада

$^{238}_{92}U \rightarrow ^{234}_{90}Th + ^{4}_{2}He$

В основном α-распад характерен для тяжелых ядер (A > 200, Z > 82)

Скорости вылетающих α-частиц — 1,4·10⁷ до 2·10⁷ м/с, что соответствует энергиям от 4 до 8,8 МэВ. α-Частицы образуются в момент радиоактивного распада при встрече движущихся внутри ядра двух протонов и двух нейтронов. Энергетический спектр α-частиц, испускаемых данным радиоактивным элементом, обнаруживает «тонкую структуру», т. е. испускается несколько групп α-частиц, причем в пределах каждой группы их энергии практически постоянны. Дискретный спектр α-частиц свидетельствует о том, что атомные ядра обладают дискретными энергетическими уровнями.

Закон Гейгера—Нэттола

$\ln \lambda = A + B \ln R_{\alpha}$

[A и B — эмпирические константы, $\lambda = (\ln 2)/T_{U^2}$, R_{α} — пробег α -частицы в воздухе (расстояние, проходимое α -частицей в веществе до ее полной остановки)].

Опыты показали, что α-частицы до 8,8 МэВ испытывают со стороны ядер кулоновские силы, откуда делается вывод, что ядро окружено потенциальным барьером высотой не менее 8,8 МэВ. Но как быть с α-частицами, испускаемыми с энергией 4,2 МэВ?

Объяснение α-распада квантовой механикой

Вылет α-частицы с энергией 4,2 МэВ возможен благодаря туннельному эффекту (с. 262) — проникновению α-частицы сквозь потенциальный барьер. Всегда имеется отличная от нуля вероятность того, что частица с энергией, меньшей высоты потенциального барьера, пройдет сквозь него, т. е., действительно, из α-радиоактивного ядра α-частицы могут вылетать с энергией, меньшей высоты потенциального барьера. Этот эффект целиком обусловлен волновой природой α-частиц. Коэффициент прозрачности (в случае простейшего потенциального барьера с прямоугольными вертикальными стенками (см. с. 261)):

$$D = D_0 \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m_\alpha(U-E)}l\right].$$

D тем больше (следовательно, тем меньше период полураспада), чем меньший по высоте (U) и ширине (l) барьер находится на пути α -частицы. Кроме того, при одной и той же потенциальной кривой барьер на пути частицы тем меньше, чем больше се энергия E. Таким образом качественно подтверждается закон Гейгера—Нэттола.

β⁻**-Распад**

Трудности в трактовке β⁻-распада

1) В процессе β -распада выбрасываются электроны, а в ядре электронов нет; 2) необходимо было объяснить непрерывность энергетического спектра испускаемых электронов (см. рисунок). Каким образом β -активные ядра, обладающие до н после распада вполне определенными энергиями, могут выбрасывать электроны от 0 до E_{max} ?



3) Согласно правилу смещения, ${}^{hash}_{2}X \rightarrow {}^{A}_{2+1}X + {}^{0}_{4}e$, число нуклонов в ядре не изменяется (A = const), поэтому не должен изменяться и спин ядра. Однако выброс электрона должен изменить спин ядра на величину $\hbar/2$.

Ответы на поставленные вопросы

Паули предположил, что при β -распаде вместе с электроном испускается еще одна нейтральная частица — нейтрино. Нейтрино имеет нулевой заряд, спин $\frac{1}{2_0}$ (в единицах \hbar) и нулевую (а скорее < 10⁻⁴ m_e) массу покоя; обозначается ${}_0^{\circ} v_e$. Впоследствии оказалось, что при β -распаде испускается не нейтрино, а антинейтрино (античастица по отношению к нейтрино; обозначается ${}_0^{\circ} v_e$).

Введение нейтрино (антинейтрино) позволило не только объяснить кажущееся несохранение спина, но и разобраться с вопросом непрерывности энергетического спектра выбрасываемых электронов. Сплошной спектр β^- -частиц обусловлен распределением энергии между электронами и антинейтрино, причем сумма энергий обеих частиц равна E_{max} . В одних актах распада большую энергию получает антинейтрино, в других — электрон; в граничной точке кривой на рисунке, где энергия электрона равна E_{max} , вся энергия распада уносится электроном, а энергия антинейтрино равна нулю. Происхождение электронов при β^- -распаде: β -электрон рождается в результате процессов, происходящих внутри ядра: один из нейтронов β^- -активного ядра превращается в протон с одновременным образованием электрона и вылетом антинейтрино:

$${}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\widetilde{\nu}_{e} .$$

В этом процессе выполняются законы сохранения электрических зарядов, импульса и массовых чисел. Кроме того, данное превращение энергетически возможно, так как масса покоя нейтрона превышает массу атома водорода, т. е. протона и электрона вместе взятых. Данной разности в массах соответствует энергия, равная 0,782 МэВ. За счет этой энергии может происходить самопроизвольное превращение нейтрона в протон; энергия распределяется между электроном и антинейтрино.

у-Излучение и его свойства

 γ -Излучение не является самостоятельным видом излучения, а только сопровождает α - и β -распады, возникает при ядерных реакциях, при торможении заряженных частиц и т. д. γ -Спектр (распределение числа γ -квантов по энергиям) — линейчатый, что является доказательством дискретности энергетических состояний атомных ядер. γ -Излучение испускается дочерним (а не материнским) ядром.

При ү-излучении A и Z ядра не изменяются, поэтому оно не описывается никакими правилами смещения. ү-Излучение большинства ядер является столь коротковолновым, что его волновые свойства проявляются весьма слабо. Здесь на первый план выступают корпускулярные свойства, поэтому ү-излучение рассматривают как поток частиц — ү-квантов.

γ-Кванты, обладая нулевой массой покоя, не могут замедляться в среде, поэтому при прохождении γ-излучения сквозь вещество они либо поглощаются, либо рассеиваются им. γ-Кванты не несут электрического заряда и тем самым не испытывают влияния кулоновских сил. При прохождении пучка γ-квантов сквозь вещество их энергия не меняется, но в результате столкновений ослабляется интенсивность, изменение которой описывается экспоненциальным законом

$$I = I_0 e^{-\mu}$$

(I₀ и I— интенсивности γ-излучения на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной x, μ— коэффициент поглощения).

Основными процессами, сопровождающими прохождение γ-излучения через вещество, являются фотоэффект, комптон-эффект (комптоновское рассеяние) и образование электронно-позитронных пар.

Фотоэффект, или фотоэлектрическое поглощение γ -излучения, — это процесс, прн котором атом поглощает γ -квант и испускает электрон. По мере увеличения энергии γ -квантов ($E_{\gamma} \approx 0.5$ МэВ) вероятность фотоэффекта очень мала и основным механизмом взаимодействия γ -квантов с веществом является комптоновское рассеяние.

При $E_{\gamma} > 1,02$ МэВ = $2m c^2 (m_e$ — масса электрона) становится возможным процесс образования электронно-позитронных пар в электрических полях ядер. Вероятность этого процесса пропорциональна Z^2 и увеличивается с ростом E_{γ} . Поэтому при $E_{\gamma} \approx 10$ МэВ основным процессом взаимодействия γ -излучения в любом веществе является образование электронно-по-зитронных пар.

Если энергия γ-кванта превышает энергию связи нуклонов в ядре (7÷8 МэВ), то в результате поглощения γ-кванта может наблюдаться *ядерный фото*эффект — выброс из ядра одного из нуклонов, чаще всего нейтрона.

Приборы для регистрации радиоактивных излучений и частиц. Сцинтилляционный счетчик

Практически все методы наблюдения и регистрации радиоактивных излучений (α, β, γ) и частиц основаны на их способности производить ионизацию и возбуждение атомов среды.

Заряженные частицы вызывают эти процессы непосредственно, а γ-кванты и нейтроны обнаруживаются по ионизации, вызываемой возникающими в результате их взаимодействия с электронами и ядрами атомов среды быстрыми заряженными частицами. Вторичные эффекты, сопровождающие рассмотренные процессы, такие, как вспышка света, электрический ток, потемнение фотопластинки, позволяют регистрировать пролетающие частицы, считать их, отличать друг от друга и измерять их энергию.

Прнборы, применяемые для регистрации радноактивных излучений и частиц, делятся на две группы:

 приборы, позволяющие регистрировать прохождение частицы через определенный участок пространства и в некоторых случаях определять ее характеристики, например энергию (сцинтилляционный счетчик, импульсная ионизационная камера, газоразрядный счетчик, полупроводниковый счетчик);

2) приборы, позволяющие наблюдать, например фотографировать, следы (треки) частиц в веществе (камера Вильсона, диффузионная камера, пузырьковая камера, ядерные фотоэмульсии).

Сцинтилляционный счетчик

Наблюдение сцинтилляций — вспышек света при попадании быстрых частиц на флуоресцирующий экран — первый метод, позволивший визуально (1903) регистрировать α -частицы. Сцинтилляционный счетчик — детектор ядерных частиц, основными элементами которого являются сцинтиллятор (кристаллофосфор) и фотоэлектронный умножитель, позволяющий преобразовывать слабые световые вспышки в электрические импульсы, регистрируемые электронной аппаратурой. Обычно в качестве сцинтилляторов используют кристаллы некоторых неорганических (ZnS для α -частиц; NaI—Tl, CsI-Tl — для β -частиц и γ -квантов) или органических (антрацен, пластмассы — для γ -квантов) веществ. Для многих сцинтилляторов интенсивность световой вспышки пропорциональна энергии первичной частицы, поэтому счетчики в данных сцинтиляторах применяются для измерения энергии регистрируемых частиц.

Импульсная ионизационная камера. Газоразрядный счетчик

Импульсная ионизационная камера

— это детектор частиц, действие которого основано на способности заряженных частиц вызывать ионизацию газа. Ионизационная камера представляет собой заполненный газом электрический конденсатор, к электродам которого подается постоянное напряжение. Регистрируемая частица, попадая в пространство между электродами, ионизует газ. Напряжение подбирается так, чтобы все образовавшиеся ионы, с одной стороны, доходили до электродов, не успев рекомбинировать, а с другой не разгонялись настолько сильно, чтобы производить вторичную ионизацию. Следовательно, в ионизационной камере на ее электродах непосредственно собираются ионы, возникшие под действием заряженных частиц. Ионизационные камеры бывают двух типов: интегрирующие (в них измеряется суммарный ионизационный ток) и импульсные, являющиеся, по существу, счетчиками (в них регистрируется прохождение одиночной частицы и измеряется ее энергия).

Газоразрядный счетчик

Обычно выполняется в виде наполненного газом металлического цилиндра (катод) с тонкой проволокой (анод), натянутой по его оси. В них основную роль играет вторичная ионизация, обусловленная столкновениями первичных ионов с атомами и молекулами газа и стенок. Можно говорить о двух типах газоразрядных счетчиков: *пропорциональных* (в них газовый разряд несамостоятельный (с. 129), т. е. гаснет при прекращении действия внешнего ионизатора) и счетчиках Гейгера — Мюллера (в них разряд самостоятельный (с. 130), т. е. поддерживается после прекращения действия внешнего ионизатора).

В пропорциональных счетчиках рабочее напряжение выбирается так, чтобы они работали в области вольт-амперной характеристики, соответствующей несамостоятельному разряду, в которой выходной импульс пропорционален первичной ионизации, т. е. энергии влетевшей в счетчик частицы. Поэтому они не только регистрируют частицу, но и измеряют ее энергию.

Счетчик Гейгера—Мюллера по конструкции и принципу действия существенно не отличается от пропорционального счетчика, но работает в области вольт-амперной характеристики, соответствующей самостоятельному разряду, когда выходной импульс не зависит от первичной ионизации. Счетчики Гейгера — Мюллера регистрируют частицу без измерения ее энергии.

Полупроводниковый счетчик. Камера Вильсона

Полупроводниковый счетчик

- детектор частиц, основным элементом которого является полупроводниковый диод (с. 287). Время разрешения составляет примерно 10-9 с. Полупроводниковые счетчики обладают высокой надежностью, могут работать в магнитных полях. Малая толщина рабочей области (порядка сотни микрометров) полупроводниковых счетчиков не позволяет применять их для измерения высокоэнергетических частиц.

Камера Вильсона

- это старейший (1912) и на протяжении многих десятилетий (вплоть до. 50-60-х годов) единственный тип трекового детектора.

Выполняется обычно в виде стеклянного цилиндра с плотно прилегающим поршнем. Цилиндр наполняется нейтральным газом (обычно гелием или аргоном), насыщенным парами воды или спирта. При резком, т. е. адиабатном, расширении газа пар становится пересыщенным и на траекториях частиц, пролетевших через камеру, образуются треки из тумана.

Образовавшиеся треки для воспроизводства их пространственного расположения фотографируются стереоскопически, т. е. под разными углами. По характеру и геометрии треков можно судить о типе прошедших через камеру частиц (например, α-частица оставляет сплошной жирный след, β-частица — тонкий), об энергии частиц (по величине пробега), о плотности ионизации (по количеству капель на единицу длины трека), о количестве участвующих в реакции частиц.

Российский ученый Д. В. Скобельцын значительно расширил возможности камеры Вильсона, поместив ее в сильное магнитное поле (1927). По искривлению траектории заряженных частиц в магнитном поле, т. е. по кривизне трека, можно судить о знаке заряда, а если известен тип частицы (ее заряд и масса), то по радиусу кривизны трека можно определить энергию и массу частицы даже в том случае, если весь трек в камере не умещается (для реакций при высоких энергиях вплоть до сотен мегаэлектрон-вольт). Недостаток камеры Вильсона — ее малое рабочее время, составляющее примерно 1% от времени, затрачиваемого для подготовки камеры к последующему расширению (выравнивание температуры и давления, рассасывание остатков треков, насыщение паров), а также трудоемкость обработки результатов.

Диффузионная и пузырьковые камеры. Ядерные фотоэмульсии

🕨 Диффузионная камера

— это разновидность (1936) камеры Вильсона. В ней рабочим веществом также является пересыщенный пар, но состояние пересыщения создается диффузией паров спирта от нагретой (до 10 °C) крышки ко дну, охлаждаемому (до -60°C) твердой углекислотой. Вблизн дна возникает слой пересыщенного пара толщиной примерно 5 см, в котором проходящие заряженные частицы создают треки. В отличие от вильсоновской диффузионная камера работает непрерывно. Кроме того, из-за отсутствия поршня в ней могут создаваться давления до 4 МПа, что значительно увеличивает ее эффективный объем.

🕨 Пузырьковая камера

В ней (1952) рабочим веществом является перегретая (находящаяся под давлением) прозрачная жидкость (жидкие водород, пропан, ксенон). Запускается камера, так же как и камера Вильсона, резким сбросом давления, переводящим жидкость в неустойчивое перегретое состояние. Пролетающая в это время через камеру заряженная частица вызывает резкое вскипание жидкости, и траектория частицы оказывается обозначенной цепочкой пузырьков пара — образуется трек, который, как и в камере Вильсона, фотографируется. Пузырьковая камера работает циклами. Размеры пузырьковых камер примерно такие же, как камеры Вильсона (от десятков сантиметров до 2 м), но их эффективный объем на 2—3 порядка больше, так как жидкости гораздо плотнее газов. Это позволяет использовать пузырьковые камеры для исследования длинных цепей рождений и распадов частиц высоких энергий.

Ядерные фотоэмульсии

— простейший (1927) трековый детектор заряженных частиц. Прохождение заряженной частицы в эмульсии вызывает ионизацию, приводящую к образованию центров скрытого изображения. После проявления следы заряженных частиц обнаруживаются в виде цепочки зерен металлического серебра. Так как эмульсия — среда более плотная, чем газ или жидкость, то длина трека в эмульсии более короткая. Так, трек длиной 0,05 см в эмульсии эквивалентен треку в 1 м в камере Вильсона. Поэтому фотоэмульсии применяются для изучения реакций, вызываемых частицами в ускорителях сверхвысоких энергий и в космических лучах. В практике исследований высокоэнергетических частиц используются также так называемые *стопы* большое число маркированных фотоэмульсионных пластинок, помещаемых на пути частиц и после проявления промеряемых под микроскопом.

Ядерные реакции и их классификация

Ядерные реакции

Ядерная реакция — это превращение атомных ядер при взаимодействии с элементарными частицами (в том числе и с у-квантами) или друг с другом.

Символическая запись

 $X + a \rightarrow Y + b$.

Х, У — соответственно исходное и конечное ядра, а и b — бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) в ядерной реакции частицы.

Законы сохранения зарядовых и массовых чисел в ядерных реакциях

Сумма зарядовых (массовых чисел) ядер и частиц, вступающих в реакцию, равна сумме зарядовых (массовых чисел) конечных продуктов (ядер и частиц) реакции.

Первая в истории ядерная реакция (Резерфорд) 1919 г.

 $^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}p$



Рассеяние частицы

Если испущенная частица тождественна с захваченной (b = a). При $E_{1} = E_{2}$ — упругое рассеяние, при $E_{1} \neq E_{2}$ — неупругое рассеяние.

Экзотермическая реакция

Ядерная реакция с выделением энергии.

Эндотермическая реакция

Ядерная реакция с поглощением энергии.

Классификация ядерных реакций

1) по роду участвующих в них частиц — реакции под действием нейтронов; заряженных частиц; у-квантов;

2) по энергии вызывающих их частиц — реакции при малых, средних и высоких энергиях;

3) по роду участвующих в них ядер — реакции на легких (A < 50); средних (50 < A <100) и тяжелых (A >100) ядрах;

4) по характеру происходящих ядерных превращений — реакции с испусканием нейтронов, заряженных частиц; реакции захвата (в случае этих реакций составное ядро не испускает никаких частиц, а переходит в основное состояние, излучая один или несколько у-квантов).

Позитрон. β*-Распад

Из релятивистского волнового уравнения для электрона (получено Дираком), позволившего объяснить все свойства электрона, для полной энергии свободного электрона следовали не только положительные, но и отрицательные значения. Для объяснения этого предположили, что у электрона есть античастица — позитрон. Впоследствии позитрон был обнаружен в составе космического излучения. Существование позитронов также было доказано наблюдением их треков в камере Вильсона,

помещенной в магнитном поле. Позитрон $_{+1}^{0}e$ — частица с массой, равной массе электрона, и спином $\frac{1}{2}$ (в единицах \hbar), несущая положительный заряд +e.

Компаунд-ядро

Согласно Бору, ядерные реакции протекают в две стадии по схеме:

$$X + a \rightarrow C \rightarrow Y + b$$
.

Первая стадия — захват ядром частицы *а* и образование промежуточного ядра С, называемого *составным*, или компаунд-ядром. Вторая стадия — распад составного ядра на ядро Y и частицу *b*.

)⊳ β⁺-Распад

Фредерик и Ирен Жолио-Кюри бомбардировали α-частицами B, Al и Mg, что привело к искусственно-радиоактивным ядрам, претерпевающим β⁺-распад (позитронный распад):

$${}^{10}_{5}B + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{14}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{7}N + {}^{1}_{0}n$$

$${}^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}v_{e}$$

$${}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{31}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{15}P + {}^{1}_{0}n$$

$${}^{30}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}v_{e}$$

$${}^{24}_{12}Mg + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{28}_{14}Si \rightarrow {}^{27}_{14}Si + {}^{1}_{0}n$$

$${}^{27}_{14}Si \rightarrow {}^{27}_{13}Al + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}v_{e}$$

Правило смещения

 ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e$.

Энергетический β⁺-спектр (как и β⁻-спектр) непрерывен. Процесс β⁺-распада протекает так, как если бы один из протонов ядра превратился в нейтрон, испустив при этом позитрон и нейтрино:

$${}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}v_{e},$$

где выброс нейтрино вытекает из тех же соображений, что и при β -распаде (см. с. 297). Для свободного протона такая реакция наблюдаться не может $(m_p < m_n)$, однако в ядре, благодаря ядерному взаимодействию, она отказывается возможной.

304

Электронно-позитронные пары, их аннигиляция. Электронный захват

Образование электронно-позитронных пар

Позитроны могут рождаться при взаимодействии γ -квантов большой энергии ($E_{\gamma} > 1,02 \text{ МэB} = 2m c^2$) с веществом (см. с. 298). Этот процесс протекает по схеме

$$\gamma \to {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{+1}e \,. \tag{1}$$

Электронно-позитронные пары были обнаружены в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле, в которой ${}_{-1}^{0}e$ и ${}_{+1}^{0}e$ отклонялись в противоположные стороны. Чтобы реакция (1) выполнялась, помимо соблюдения законов сохранения энергии и импульса, необходимо, чтобы фотон обладал целым спином, равным 0 или 1, поскольку спины электрона и позитрона равны $\frac{1}{2}$. Ряд экспериментов и теоретических выкладок привели к выводу, что спин фотона действительно равен 1 (в единицах \hbar).

Аннигиляция

Процесс превращения электронно-позитронной пары (при столкновении позитрона с электроном) в два γ-кванта, причем энергия пары переходит в энергию фотонов

$$_{-1}^{0}e + _{+1}^{0}e \rightarrow 2\gamma$$

Появление в этом процессе двух у-квантов следует из законов сохранения импульса и энергии.

Электронный захват (е-захват)

Захват ядром электрона с одной из внутренних оболочек атома (К, L и т. д.) с испусканием нейтрино:

$$p + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{0}v_{e}$$

(появление нейтрино вытекает из закона сохранения спина). Схема е-захвата:

$${}^{A}_{Z}X + {}^{O}_{-1}e \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{O}_{0}v_{e}.$$

Электронный захват обнаруживается по сопровождающему его характеристическому рентгеновскому излучению, возникающему при заполнении образовавшихся вакансий в электронной оболочке атома. Вся энергия распада уносится нейтрино. В этом *e*-захват (часто его называют *третьим видом* β -*pacnada*) существенно отличается от β^{\pm} -распадов, при которых вылетают две частицы, между которыми и распределяется энергия распада.

Ядерные реакции под действием нейтронов

В зависимости от скорости (энергии) нейтроны делят на *медленные* и *быстрые*.

Медленные нейтроны ультрахолодные ($\leq 10^{-7}$ эВ) очень холодные (10^{-7} — 10^{-4} эВ) холодные (10^{-4} — 10^{-3} эВ) тепловые (10^{-3} —0,5 эВ) резонансные (0,5— 10^4 зВ)

Быстрые нейтроны

быстрые (10⁴—10⁸ эВ) высокоэнергетичные (10⁸—10¹⁰ эВ) релятивистские (≥ 10¹⁰ эВ)

Замедлить нейтроны можно пропуская их через вещество, содержащее водород (например, воду). Они испытывают при этом рассеяние и замедляются.

Реакции на медленных нейтронах

Медленные нейтроны эффективны для возбуждения ядерных реакций, поскольку они относительно долго могут находиться вблизи атмного ядра, а потому вероятность захвата нейтрона ядром очень большая. Характерны следующие реакции:

упругое рассеяние на ядрах (реакция типа (n, n)) и радиационный захват (реакция типа (n, γ)). Реакция типа (n, γ) приводит к образованию нового изотопа исходного вещества:

 ${}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{A+1}_{Z}Y + \gamma$, например, ${}^{113}_{48}Cd + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{114}_{48}Cd + \gamma$. Под действием тепловых нейтронов на легких ядрах наблюдаются реакции

захвата нейтронов с испусканием протонов и с-частиц

 ${}_{2}^{3}\text{He} + {}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{3}\text{H} + {}_{1}^{1}p, \quad {}_{5}^{10}\text{B} + {}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{3}^{7}\text{Li} + {}_{2}^{4}\text{He}.$

Реакции на быстрых нейтронах

Происходят реакции типа (n, p) и (n, α) , так как в данном случае энергия достаточна для преодоления потенциального барьера, препятствующего вылету протонов и α -частиц.

Для быстрых нейтронов наблюдается неупругое рассеяние по схеме

$${}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{A}_{Z}X^{*} + {}^{1}_{0}n'$$

 $\binom{1}{0}n'$ не тот нейтрон, который проник в ядро; $\binom{4}{z}X^*$ — ядро в возбужденном состоянии, и его переход в нормальное состояние сопровождается испусканием γ -кванта).

Если энергия нейтронов ~10 МэВ, то идут реакции типа (n, 2n). Например,

 $^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{237}_{92}U + 2^{1}_{0}n$, а далее $^{237}_{92}U \xrightarrow{\beta^{-}}_{93}Np + ^{0}_{-1}e$.

Реакция деления ядра

Реакция деления ядра

Деление тяжелых ядер под действием нейтронов (а впоследствии оказалось и других частиц) на несколько более легких ядер (осколков), чаще всего на два ядра, близких по массе.

Нейтроны деления

Особенность деления ядер — испускание двух-трех вторичных нейтронов, называемых нейтронами деления.

Для тяжелых ядер число нейтронов значительно превышает число протонов (N/Z = 1,6). Образовавщиеся осколки деления перегружены нейтронами, в результате чего они и выделяют нейтроны деления. Однако испускание нейтронов деления не устраняет полностью перегрузку ядер-осколков нейтронами. Это приводит к тому, что осколки оказываются радиоактивными. Они могут претерпеть ряд β -превращений, сопровождаемых испусканием γ -квантов.

Например, при делении ядра урана 233 U

$$^{235}_{92}\text{U} + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{139}_{54}\text{Xe} + ^{95}_{38}\text{Sr} + 2^{1}_{0}n$$

осколок деления $^{139}_{54}$ Xе в результате трех актов β^- -распада превращается в стабильный изотоп лантана $^{139}_{57}$ La :

 $^{139}_{54}$ Xe $\xrightarrow{\beta^-}_{55}$ Cs $\xrightarrow{\beta^-}_{56}$ Ba $\xrightarrow{\beta^-}_{57}$ La.

Осколки деления разнообразны, поэтому приведенная реакция — не единственная.



Расчеты показывают, что деление ядер должно сопровождаться выделением большого количества энергии. В самом деле, удельная энергия связи для ядер средней части периодической системы элементов Менделеева состоавляет примерно 8,7 МэВ, в то время как для тяжелых ядер она равна 7,6 МэВ (см. с. 290). Следовательно, при делении тяжелого ядра на два осколка должна освобождаться энергия, равная примерно 1,1 МэВ на нуклон, что и подтверждается экспериментами.

Вероятность деления ядер определяется *энергией активации* — минимальной энергией, необходимой для осуществления реакции деления ядра. Так, тепловыми нейтронами делятся ядра $^{235}_{92}$ U, $^{239}_{94}$ Pu и $^{235}_{90}$ U, $^{230}_{90}$ Th.

307

Цепная реакция деления

Цепная реакция деления

Ядерная реакция, в которой частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукты реакции.

Коэффициент размножения нейтронов

Отношение числа нейтронов в данном поколении к их числу в предыдущем поколении.

Зависит от природы делящегося вещества, а для данного изотопа — от его количества, размеров и формы активной зоны (пространство, где происходит цепная реакция).

Необходимое условие для развития цепной реакции Коэффициент размножения нейтронов $k \ge 1$.

Критические размеры

Минимальные размеры активной зоны, при которой возможно осуществление цепной реакции.

Критическая масса

Минимальная масса делящегося вещества в системе критических размеров, необходимая для осуществления цепной реакции.

Скорость развития цепной реакции

Пусть T — среднее время жизни одного поколения, N — число нейтронов в данном поколении. В следующем поколении их число равно kN, т. е. число нейтронов за одно поколение

$$\mathrm{d}N=kN-N=N(k-1)\,.$$

Скорость нарастания цепной реакции

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \frac{N(k-1)}{T},$$
$$N = N_0 \mathrm{e}^{(k-1)t/T},$$

откуда

где N₀ и N — соответственно число нейтронов в начальный момент времени и в момент времени *t*.

Реакция

самоподдерживающаяся

Реакция, при которой число нейтронов с течением времени не изменяется (при k = 1).

развивающаяся

Реакция, при которой число делений непрерывно растет, и реакция может стать взрывной (при k > 1).

затухающая

Реакция при k < 1.

Цепные реакции делятся на управляемые и неуправляемые

Ядерные реакторы

Ядерный реактор

Устройство, в котором осуществляется и поддерживается управляемая цепная реакция деления.

Принцип действия реактора на тепловых нейтронах

В активной зоне реактора расположены тепловыделяющие элементы (твэлы) 1 и замедлитель 2 (в нем нейтроны замедляются до тепловых скоростей). Твэлы блоки из делящегося материала. За счет



выделяющейся при деленни ядер энергии твэлы разогреваются и помещаются в поток теплоносителя 3. Активная зона окружена отражателем нейтронов (4).

Управление цепной реакцией осуществляется специальными управляющими стержнями 5 из материалов, сильно поглощающих нейтроны (например, B, Cd). При полностью вставленных стержнях реакция не идет, при постепенном вынимании стержней коэффициент размножения нейтронов растет, и когда достигает единицы, реактор начинает работать. По мере его работы количество делящегося материала в активной зоне уменьшается и происходит ее загрязнение осколками деления, среди которых могут быть и сильные поглотители нейтронов.

Чтобы реакция не прекратилась, из активной зоны постепенно извлекаются управляющие (а часто специальные компенсирующие) стержни.

Ядерный реактор — источник проникающей радиации (*n*, *γ*), поэтому он имеет биологическую защиту и пульт дистанционного управления.

Классификация ядерных реакторов

1) по характеру основных материалов, находящихся в активной зоне (ядерное топливо, замедлитель, теплоноситель);

2) по характеру размещения ядерного топлива и замедлителя в активной зоне (гомогенные (оба вещества равномерно смешаны друг с другом) и гетерогенные (оба вещества располагаются порознь в виде блоков));

3) по энергии нейтронов (реакторы на тепловых и быстрых нейтронах);

4) по типу режима (непрерывные и импульсные);

5) по назначению (энергетические, исследовательские, реакторы по производству новых делящихся материалов, радиоактивных изотопов и т. д.).

Реакция синтеза атомных ядер

• Реакция синтеза атомных ядер

Образование из легких ядер более тяжелых.

Удельная энергия связи (см. с. 290) резко увеличивается при переходе от ² H и ³₁H к ⁶₃Li и ⁴₂He, т. е. реакции синтеза ядер должны сопровождаться выделением огромной энергии, что и наблюдается.

Примеры реакций

 ${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{1}H + {}^{1}_{1}p (Q = 4,0 \text{ M})$

 ${}_{1}^{2}H + {}_{1}^{2}H \rightarrow {}_{1}^{3}He + {}_{0}^{1}n (Q = 3,3 \text{ M})$

 ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n (Q = 17,6 \text{ M})$

Энергия, выделяемая на один нуклон, в реакциях синтеза гораздо больше, чем в реакциях деления тяжелых ядер.

(1)

Оценка

В реакции (1) $\delta E_{cs} = 17,6/5$ МэВ ≈ 3,5 МэВ, а при делении ядра ²³⁸ $\delta E_{cs} = 200/238$ МэВ ≈ 0,84 МэВ.

Расчеты показывают, что реакция синтеза, например ядер дейтерия, должна происходить при T $\approx 2,6 \cdot 10^9$ К. Однако оказывается, что для протекания реакции синтеза атомных ядер достаточно температуры порядка 10^7 К. Это связано с тем, что: 1) при температурах, характерных для реакций синтеза атомных ядер, любое вещество находится в состоянии плазмы, распределение частиц которой подчиняется закону Максвелла; поэтому всегда имеется некоторое число ядер, энергия которых значительно превышает среднее значение; 2) синтез ядер может происходить вследствие туннельного эффекта.

Термоядерная реакция

Реакция синтеза легких атомных ядер в более тяжелые, происходящая при сверхвысокой температуре (10⁷ К и выше).

Термоядерные реакции — один их источников энергии Солнца и звезд. По-видимому, возможные способы протекания термоядерных реакций на Солнце:

1) протонно-протонный, или водородный цикл (при T ≈ 10⁷ K);

2) углеродно-азотный, или углеродный цикл (при более высоких температурах, примерно 2·10⁷ К)

В качестве примера рассмотрим первый из них:

```
{}^{1}_{1}p + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{2}_{1}H + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}v_{e},
{}^{2}_{1}H + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{3}_{2}He + \gamma,
{}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{2}p.
```

Глава 31 Элементы физики элементарных частиц Космическое излучение

Космическое излучение

Излучение, приходящее на Землю практически изотропно со всех направлений космического пространства.

Первичное космическое излучение

Излучение, приходящее непосредственно из космоса.

Представляет собой поток элементарных частиц высокой энергии (~90% — протоны, ~7% — α -частицы, ~1% — ядра более тяжелых элементов (Z > 20)). При $h \ge 50$ км интенсивность космического излучения постоянна и на этой высоте наблюдается лишь первичное излучение.

Вторичное космическое излучение

Излучение, образующееся в результате взаимодействия первичного космического излучения с ядрами атомов земной атмосферы.

Зависимость космического излучения с высотой

Вторичное космическое излучение наблюдается с приближением к Земле (h < 20 км). Во вторичном космическом излучении встречаются практически все известные элементарные частицы. По мере продвижения к Земле его интенсивность уменьшается (вторичные частицы испытывают поглощение).



В составе вторичного космического излучения выделяют два компонента: *мягкий* (сильно поглощается свинцом) и *жесткий* (обладает в свинце большой проникающей способностью).

Изучение космического излучения позволило получить основные экспериментальные данные, на которых и базируется физика элементарных частиц, и изучать сейчас процессы с частицами сверхвысоких энергий до 10²¹ эВ.

Мюоны и их свойства

Юкава выдвинул (1935) гипотезу о существовании частиц с массой 200—300*m*, которые должны выполнять роль *носителей ядерного* **взаимодействия**. В 1936 г. были действительно обнаружены частицы с массой 207*m*, которые назвали *мюонами*.

Как оказалось, жесткий компонент вторичного космического излучения состоит в основном из мюонов. Поскольку масса мюонов большая, радиационные потери для них пренебрежимо малы, и поэтому жесткий компонент вторичного излучения обладает большой проникающей способностью.

Существуют положительный (μ^{-}) и отрицательный (μ^{-}) мюоны; заряд мюонов равен элементарному заряду *е*. Масса мюонов (оценивается по производимому ими ионизационному действию) равна 206,8*m*, время жизни μ^{+} - и μ^{-} -мюонов одинаково и равно 2,2·10⁻⁶ с.

Исследования изменения интенсивности жесткого компонента вторичного космического излучения с высотой показали, что на меньших высотах потоки мюонов менее интенсивны. Это говорит о том, что мюоны претерпевают самопроизвольный распад, являясь, таким образом, нестабильными частицами.

Распад мюонов происходит по следующим схемам:

$$\begin{split} \mu^+ &\rightarrow {}^0_{+1} e + {}^0_0 v_e + {}^0_0 \widetilde{v}_{\mu} , \\ \mu^- &\rightarrow {}^0_{-1} e + {}^0_0 \widetilde{v}_e + {}^0_0 v_{\mu} , \end{split}$$

где ${}^{0}_{0}V_{\mu}$ и ${}^{0}_{0}\widetilde{V}_{\mu}$ — соответственно «*мюонные*» нейтрино и антинейтрино, которые, как доказано, отличаются от ${}^{0}_{0}V_{e}$ и ${}^{0}_{0}\widetilde{V}_{e}$ — «электронных» нейтрино и антинейтрино, сопутствующих испусканию позитрона и электрона. Спины мюонов равны 1/2 (в единицах \hbar).

Дальнейшие эксперименты привели к выводу, что мюоны не взаимодействуют или взаимодействуют весьма слабо с атомными ядрами, иными словами, являются *ядерно-неактивными частицами*. Мюоны, с одной стороны, из-за ядерной пассивности не могут рождаться при взаимодействии первичного компонента космического излучения с ядрами атомов атмосферы, а с другой — из-за нестабильности не могут находиться в составе первичного космического излучения. Следовательно, отождествить мюоны с частицами, которые, согласно Юкаве, являлись бы носителями ядерного взаимодействия, не удалось, так как такие частицы должны интенсивно взаимодействовать с ядрами.

Мезоны и их свойства

Ядерно-активные частицы — так называемые *π-мезоны* (пионы) были обнаружены (1947) на большой высоте с помощью ядерных фотоэмульсий, подверженных действию космических лучей, а также в лабораторных условиях при бомбардировке мишеней из Ве, С и Сu α-частицами, ускоренными в синхроциклотроне до 300 МэВ. *π*-Мезоны сильно взаимодействуют с нуклонами и атомными ядрами и обусловливают существование ядерных сил.

Существуют положительный (π^+), отрицательный (π^-) (их заряд равен элементарному заряду *e*) и нейтральный (π^0) мезоны. Масса π^+ - и π^- -мезонов одинакова и равна 273,1*m*, масса π^0 -мезона равна 264,1*m*. Все пионы нестабильны: время жизни соответственно для заряженных и нейтрального π -мезонов составляет 2,6·10⁻⁸ и 0,8·10⁻¹⁶ с.

Распад заряженных пионов происходит в основном по схемам

$$\pi^{+} \rightarrow \mu^{+} +^{0}_{0} \nu_{\mu},$$

$$\pi^{-} \rightarrow \mu^{-} +^{0}_{0} \widetilde{\nu}_{\mu},$$

где мюоны испытывают дальнейший распад по рассмотренным на с. 312 схемам. Спины пионов равны нулю. Нейтральный пион распадается на два у-кванта:

$$\pi^{\circ} \rightarrow 2\gamma$$
.

Исследования в космических лучах методом фотоэмульсий (1949) и изучение реакций с участием частиц высоких энергий, полученных на ускорителях, привели к открытию *К-мезонов*, или *каонов*, — частиц с нулевым спином и с массами, приблизительно равными 970*m*.

В настоящее время известно четыре типа каонов: положительно заряженный (K⁺), отрицательно заряженный (K⁻) и два нейтральных (K⁰ и

 \widetilde{K}^{0}). Время жизни K-мезонов лежит в пределах 10⁻⁸—10⁻¹⁰ с, в зависимости от их типа.

Существует несколько схем распада К-мезонов. В качестве примера рассмотрим распад заряженных К-мезонов, который происходит преимущественно по схемам:

$$\begin{cases} K^+ \to \mu^+ + \nu_{\mu} & (K^- \to \mu^- + \widetilde{\nu}_{\mu}), \\ K^+ \to \pi^+ + \pi^0 & (K^- \to \pi^- + \pi^0), \\ K^+ \to e^+ + \pi^0 + \nu_e & (K^- \to e^- + \pi^0 + \widetilde{\nu}_e). \end{cases}$$

Типы взаимодействий элементарных частиц

Сильное, или ядерное, взаимодействие

Обусловливает связь протонов и нейтронов в ядрах атомов и обеспечивает исключительную прочность этих образований, лежащих в основе стабильности вещества в земных условиях.

Электромагнитное взаимодействие

Характеризуется как взаимодействие, в основе которого лежит связь с электромагнитным полем. Характерно для всех элементарных частиц, за исключением нейтрино, антинейтрино и фотона. Ответственио, в частности, за существование атомов и молекул, обусловливая взаимодействие в них положительно заряженных ядер и отрицательно заряженных электронов.

Слабое взаимодействие

Наиболее медленное из всех взаимодействий, протекающих в микромире. Ответственно за взаимодействие частиц, происходящих с участием нейтрино и антинейтрино (например, β -распад, μ -распад), а' также за безнейтринные процессы распада, характеризующиеся довольно большим временем жизни распадающейся частицы ($\tau > 10^{-10}$ с).

Гравитационное взаимодействие

Присуще всем без исключения частицам, однако ввиду малости масс элементарных частиц оно пренебрежимо мало и в процессах микромира, по-видимому, несущественно.

Характер фундаментальных взаимодействий

Взаимодействие	Интенсивность	Радиус действия, м		
Сильное	~1	~10 ⁻¹⁶		
Электромагнитное	1/137	œ		
Слабое	~10 ⁻¹⁰	~10 ⁻¹⁸		
Гравитационное	~10 ⁻³⁸	00		

Описание трех групп элементарных частиц

• Три группы элементарных частиц

1. Фотоны

Эта группа состоит из одной частицы — фотона — кванта электромагнитного излучения.

2. Лептоны

Эта группа состоит из электрона, мюона, электронного и мюонного нейтрино и открытого (1975) *тяжелого* лептона — *т*-лептона (*m* = 3487*m*,), таонного нейтрино, а также соответствующих им античастиц. Они участвуют только *в электромагнитном и слабом взаимодействиях*. Название (от греч. «лептос» — легкий) связано с тем, что массы первых известных лептонов были меньше масс известных частиц.

3. Адроны

Из рассмотренных частиц к этой группе (от греч. «адрос» — тяжелый) относятся протон, нейтрон, пионы и каоны. Адроны обладают сильным взаимодействием, наряду с электромагнитным и слабым.

Законы сохранения

Для всех типов элементарных частиц выполняются законы сохранения знергии, импульса, момента импульса, электрического заряда.

Изотопические мультиплеты

Элементарные частицы, одинаковым образом участвующие в сильном взаимодействии, имеющие близкие массы и отличающиеся зарядами. Пример: дублет (p и n), триплет (π^* , π , π^0).

Изотопический спин (I)

Внутренняя характеристика адронов, определяющая число (*n*) частиц в изотопическом мультиплете:

$$n = 2I + 1.$$

Пример: для нуклонов $I = \frac{1}{2}$ (число нуклонов в мультиплете 2), изоснин пиона I = 1 (в пионном мультиплете n = 3).

Закон сохранения изотопического спина

Во всех процессах, связанных с превращениями элементарных частиц, обусловленными зарядово-независимыми сильными взаимодействиями, изотопический спин сохраняется. *І* приписывается только частицам, участвующим в сильных взаимодействиях. 315

Частицы и античастицы

Принцип зарядового сопряжения

Для каждой элементарной частицы должна существовать античастица.

Античастица впервые «появилась» в 1928 г. на основе релятивистского волнового уравнения Дирака, из которого следовало существование позитрона (античастица электрону).

Из общих принципов квантовой теории следует, что частицы и античастицы должны иметь одинаковую массу, одинаковое время жизни в вакууме, одинаковые по модулю, но противоположные по знаку электрические заряды (и магнитные моменты), а также одинаковые остальные характеристики, приписываемые элементарным частицам.

🕨 О симметрии

между частицами и античастицами

Считалось, что если какой-то процесс идет между частицами, то должен существовать точно такой же (с теми же характеристиками) процесс между античастицами. В 1956 г. доказано, что подобная симметрия характерна только для сильного и злектромагнитного взаимодействий н нарушается лля слабого.

Аннигиляция

Согласно теории Дирака, столкновение частицы и античастицы должно приводить к их взаимной аннигиляции, в результате которой возникают другие элементарные частицы или фотоны.

Примеры:

 $\widetilde{p}+p \rightarrow \pi^{*}+\pi^{-}+\pi^{*}+\pi^{-}+\pi^{0},$ $_{-1}^{0}e + _{+1}^{0}e \rightarrow 2\gamma$.

p, p, n, n

р отличается от *р* знаками электрического заряда и собственного магнитного момента, а \tilde{n} от n — знаком собственного магнитного момента.

Истинно нейтральные частицы

Частицы, которые не имеют античастиц. К ним относятся фотон, п⁰-мезон и п⁰-мезон (его масса равна 1074m, время жизни 7·10⁻¹⁹ с; распадается с образованием л-мезонов и у-квантов). Истинно нейтральные частицы не способны к аннигиляции, но испытывают взаимные превращения, являющиеся фундаментальным свойством всех элементарных частиц.

Нейтрино и антинейтрино, их типы

Используя мощные потоки антинейтрино, получаемые в реакциях (осколки деления тяжелых ядер испытывают β -распад и испускают антинейтрино), была зафиксирована реакция захвата электронного антинейтрино протоном:

$${}_{0}^{0}\widetilde{\nu}_{e} + {}_{1}^{1}p \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{+1}^{0}e.$$

Кроме того, зафиксирована реакция захвата электронного нейтрино нейтроном:

$${}^{0}_{0}v_{e} + {}^{1}_{1}n \rightarrow {}^{1}_{0}p + {}^{0}_{-1}e$$

Эти две реакции доказывают, что: 1) v, и v, — реальные частицы; 2) v и

v. — различные частицы.

Эксперименты по рождению и поглощению мюонных нейтрино показали, что и v_{μ} и \widetilde{v}_{μ} — различные частицы. Также доказано, что пара v_{e}, v_{μ} различные частицы, а пара v_{e}, \widetilde{v}_{e} не тождественна паре $v_{\mu}, \widetilde{v}_{\mu}$.

По современным представлениям, нейтрино и антинейтрино отличаются друг от друга одной из квантовых характеристик состояния элементарной частицы — спиральностью, определяемой как проекция спина частицы на направление ее движения (на импульс). Для объяснения экспериментальных данных предполагают,



что у нейтрино спин \vec{s} ориентирован антипараллельно импульсу \vec{p} , т. е. направления \vec{p} и \vec{s} образуют левый винт и нейтрино обладает *левой* спиральностью (рис. *a*). У антинейтрино направления \vec{p} и \vec{s} образуют правый винт, т. е. антинейтрино обладает правой спиральностью (рис. δ). Это свойство справедливо в равной мере как для электронного, так и для мюонного нейтрино (антинейтрино).

Для того чтобы спиральность могла быть использована в качестве характеристики нейтрино (антинейтрино), масса нейтрино должна приниматься равиой нулю. Введение спиральности позволило объяснить, например, нарушение закона сохранения четности при слабых взаимодействиях, вызывающих распад элементарных частиц и β-распад. Так, μ⁻-мюону приписывают правую спиральность, μ⁺-мюону — левую.

Гипероны. Странность и четность элементарных частиц

🕨 Гипероны

Тяжелые нестабильные элементарные частицы массой, большей массы нуклона. Известно несколько типов гиперонов: лямбда (Λ^{0}), сигма (Σ^{0} , Σ^{+} , Σ^{-}), кси (Ξ^{+} , Ξ^{-}) и омега (Ω^{-}). Их массы — в пределах (2183—3273) m_{e} , спин $\frac{1}{2}$ (только спин Ω^{-} -гиперона равен $\frac{3}{2}$), время жизни ~10⁻¹⁰ с. Они участвуют в сильных взаимодействиях (принадлежат к группе *адронов*), распадаются на нуклоны и легкие частицы (π -мезоны, электроны, нейтрино и γ -кванты). Каждый гиперон имеет свою античастицу.

Странность; закон сохранения странности

Опытным путем установлено, что с Λ^0 -гипероном всегда рождается K^0 -мезон ($p + \pi^- \rightarrow \Lambda^0 + K^0$). Особенности поведения гиперонов и мезонов оказалось возможным объяснить с помощью квантового числа — странности S, которая сохраняется только в процессах сильного и электромагнитного взаимодействий.

Если приписать каонам S = 1, а Λ^{0} - и Σ -гиперонам S = -1 и считать, что у нуклонов и π -мезонов S = 0, то сохранение суммарной странности частиц в сильном взаимодействии объясняет совместное рождение Λ^{0} -гиперона с K^{0} -мезоном.

Из закона сохранения странности следовало существование частиц, таких, как \widetilde{K}^0 -мезон, Σ^0 -, Ξ^0 -гипероны, которые впоследствии были обнаружены экспериментально.

Четность; закон сохранения четности

Четность — квантовое число, характеризующее симметрию волновой функции элементарной частицы (или системы элементарных частиц) относительно зеркального отражения. Если при зеркальном отражении волновая функция частицы не меняет знака, то четность частицы P = +1 (четность положительная), если меняет знак, то четность частицы P = -1 (четность отрицательная).

Закон сохранения четности: При всех превращениях, претерпеваемых системой частиц, четность состояния не изменяется.

Детальные исследования показали, что закон сохранения четности (как впрочем и закон сохранения странности) выполняется только при сильных и электромагнитных взаимодействиях.

Характеристики лептонов и адронов

Лептоны

К группе лептонов относятся электрон, мюон, тау-лептон, соответствующие им нейтрино, а также их античастицы. Все лептоны имеют спин, равный $\frac{1}{2}$, и, следовательно, являются фермионами (с. 268). Поскольку лептоны в сильных взаимодействиях не участвуют, изотопический спин им не приписывается. Странность лептонов равна нулю.

Элементарным частицам, относящимся к группе лептонов, приписывают так называемое лептонное число L. Обычно принимают, что L = +1 для лептонов (e^- , μ^- , τ^- , ν_e , ν_{μ} , ν_{τ}), L = -1 для антилептонов (e^+ , μ^+ , τ^+ , $\widetilde{\nu}_e$, $\widetilde{\nu}_{\mu}$, $\widetilde{\nu}_{\tau}$) и L = 0 для всех остальных элементарных частиц.

Закон сохранения лептонного числа: в замкнутой системе при всех без исключения процессах взаимопревращаемости элементарных частиц лептонное число сохраняется.

Поэтому становится понятным, почему при распаде

$$n \rightarrow p + \frac{1}{-1}e + 0\widetilde{\nu}_{e}$$

нейтральная частица называется антинейтрино, а при распаде

$$_{1}^{1}p \rightarrow _{0}^{1}n + _{+1}^{0}e + _{0}^{0}v_{e}$$

— нейтрино. Так как у электрона и нейтрино L = +1, а у позитрона и антинейтрино L = -1, то закон сохранения лептонного числа выполняется лишь при условии, что антинейтрино возникает вместе с электроном, а нейтрино — с позитроном.

Адроны

Составляют основную часть элементарных частиц. К этой группе относятся пионы, каоны, п^о-мезон, нуклоны, гипероны, а также их античастицы.

Адронам приписывают барионное число В. Адроны с B = 0 образуют подгруппу *мезонов* (пионы, каоны, η^0 -мезон), а адроны с B = +1 образуют подгруппу барионов (от греч. "барис" — тяжелый; сюда относятся нуклоны и гипероны). Для лептонов и фотона B = 0. Если принять для барионов B = +1, для антибарионов (антинуклоны, антигипероны) B = -1, а для всех остальных частиц B = 0, то можно сформулировать закон сохранения барионного числа: в замкнутой системе *при всех процессах* взаимопревращаемости элементарных частиц барионное число сохраняется. Из закона сохранения барионного числа следует, что при распаде бариона наряду с другими частицами обязательно образуется барион.

Мезоны имеют спин, равный нулю, и, следовательно, являются бозонами (с. 268). Для мезонов лептонные и барионные числа равны нулю. Из подгруппы мезонов только каоны обладают S = +1, а пионы и η^0 -мезон имеют нулевую странность.

Классификация элементарных частиц

Элементарные частицы объединяются (см. таблицу) в три группы: фотоны, лептоны и адроны. Отнесенные к каждой из этих групп частицы обладают общими свойствами и характеристиками, которые отличают их от частиц другой группы. Характеристики античастиц не приводятся, поскольку модули зарядов и странности, массы, спины, изотопические спины и время жизни частиц и их античастиц одинаковы, они различаются лишь знаками зарядов и странности, а также знаками других величин, характеризующих их электрические (а следовательно, и магнитные) свойства. В таблице нет также античастиц фотона и π^0 - и η^0 -мезонов, так как антифотон и антипи-ноль- и антиэта-ноль-мезоны тождественны с фотоном и π^0 - и η^0 -мезонами.

Группа			Символ							
		Название частицы	rdcunnter	annvacmapi	Заряд, ед. е	Масса покоя, ед. т _е	Спин ед. ћ	Изоспин I	Лептонное число L	Барионное число В
Ф(тоны	Фотон	Y		0	0	1	—	0	0
		Электрон	ē	e ⁺	1	1	1/2	-	+1	0
		Электронное нейтрино	Ve	v,	0	0	1/2		+1	0
		Мюон	μ	μ ⁺	1	206,8	1/2		+1	0
Ле	птоны	Мюонное нейтрино	νμ	ν _μ	0	0	1/2	-	+1	0
		Тау-лептон	τ	τ+	1	3487	1/2		+	0
		Таонное нейтрино	٧	V,	0	0	1/2	-	+1	0
		Пионы	()	⁰	0	264,1	0	1	0	0
			1 π ⁺	π	1	273,1	0	1	0	0
	Мезоны	Каоны	(K ⁰	<i>K</i> [°]	0	974,0	0	1/2	0	0
			{ K*	K	1	966,2	0	1/2	0	0
		Эта-мезон	T	0	0	1074	0	-	0	0
A	Барноны	Протон	Р	p	1	1836,2	1/2	1/2	0	+1
А		Нейтрон	n	ñ	0	1838,7	1/2	1/2	0	+1
P		Гипероны:								
н		лямбда	Λ	<u>Ā</u> °	0	2183	1/2	0	0	+1
5		сигма	Σ	Σ°	0	2334	1/2	1	0	+1
		1	< Σ ⁺	$\widetilde{\Sigma}^+$	1	2328	1/2	1	0 `	+1
			LΣ	Σ ⁻	1	2343	1/2	1	0	+1
		кси	(0°	Õ⁰	0	2573	1/2	1/2	0	+1
			ί Θ ⁻	õ-	1	2586	1/2	1/2	0	+1
		омега	Ω ⁻	Ω¯	1	3273	3/2	0	0	+1

Кварки

Развитие работ по классификации элементарных частиц сопровождалось поисками иовых, более фундаментальных частиц, которые могли бы служить базисом для построения всех адронов. Эти частицы были названы кварками.

Согласно модели Гелл-Манн-Цвейга, все известные к 1964 г. адроны можно было построить, постулировав существование трех типов кварков (u, d, s)и соответствующих антикварков ($\tilde{u}, \tilde{d}, \tilde{s}$), если им приписать характеристики, указанные в таблице (в том числе дробные! электрические и барионные заряды). Самое удивительное (почти невероятное) свойство кварков связано с их электрическим зарядом, поскольку еще никто не находил частиц с дробным значением элементарного электрического заряда. Спин кварка равен 1/2, поскольку только из фермионов можно «сконструировать» как фермионы (нечетное число фермионов), так и бозоны (четное число фермионов).

Адроны строятся из кварков следующим образом: мезоны состоят из пары кварк — антикварк, барионы — из трех кварков (антибарион — из трех антикварков). Так, например, пион π^+ имеет кварковую структуру ud, пион $\pi^- - \tilde{u}d$, kaoh $K^+ - d\tilde{s}$, протон — uud, нейтрон — udd, Σ^+ -гиперон — uus, S⁰-гиперон — uds и т. д.).

Кварк (антикварк)	Электрический заряд, ед. е	Барионное число	Спин, ед. ћ	Странность S	
$u(\widetilde{u})$	+2/3 (-2/3)	+1/3 (-1/3)	1/2	0	
$d(\tilde{d})$	-1/3 (+1/3)	+1/3 (-1/3)	1/2	0	
s(s)	-1/3 (+1/3)	+1/3 (-1/3)	1/2	-1 (+1)	
$c(\tilde{c})$	+2/3 (-2/3)	+1/3 (-1/3)	1/2	-1 (+1)	

Кварковая модель оказалась весьма плодотворной, она позволила определить почти все основные квантовые числа адронов. Например, из этой модели, поскольку спин кварков равен 1/,, следует целочисленный (нулевой) спин для мезонов и полуцелый для барионов, в полном соответствии с экспериментом. Кроме того, эта модель позволила предсказать также и новые частицы, например Ω-гиперон. Однако при использовании этой модели возникают и трудности. Кварковая модель не позволяет, например, определить массу адронов, поскольку для этого необходимо знание динамики взаимодействия кварков и их масс, которые пока неизвестны.

В настоящее время признана точка зрения, согласно которой между лептонами и кварками существует симметрия: число лептонов должно быть равно числу типов кварков. Является ли схема из шести лептонов и пести кварков окончательной или же число лептонов (кварков) будет расти. покажут дальнейшие исследования.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

BERKORN	PERM	группы						
		I	11	Ш	IV	V		
					1	Н		
	1				14	1,00794		
	ļ	1 Водород						
	2	Li 3	Be 4	S B	6 C	7 N		
4		0.541 211	212 2	3 202 10,81	4 2p ² 12,011	5 202 14,006/		
		ЛИТИЯ /	БЕРМАЛИМ 2		и углерод	2 A30T		
2		N8 "	1VI 8 12	15 AI 26 GH 54	21.015	30 97176		
3	1	32 3	312 3	3 392	302	5 342 5051510		
		HATPHR 2	MATHER 2	2 АЛЮМИНИЙ	Z KPEMHMA	2 00C00P		
		K 19		SC 21		V 23		
	4	39,0963 4r1	40,00 42	341422	34242 10	34342 11		
4		КАЛИЙ 2	кальций 2	СКАНДИЙ 2	THTAH 2	ВАНАДИЯ 2		
		29 Cu	³⁰ Zn	³¹ Ga	³² Ge	³³ As		
	5	18 63,546	18 4s ² 65.38	69,72	11 4p ² 72.5	18 4p ³ 74,9216		
		2 медь	3 TONHK	<u>2</u> ГАЛЛИ В	2 ГЕРМАНИЯ	2 MMBLAK		
	}	Rb 37	Sr ³⁸ ,	Y ³⁹	Zr 40,	Nb 41		
	6	85,467 8 5s1	\$7,62 5s ² 18	4d ³ 5x ² 18	91,22 10 4 a ³ 5a ² 18	92,9064 12 44 ⁴ 51 ¹ 18		
5		рубидий 2	стронций 2	иттрий 2	цирконий 2	ниобия 2		
		1 ⁴⁷ Ag	, ⁴⁸ Cd	, ⁴⁹ In	, ⁵⁰ Sn	s ^{SI} Sb		
	7	18 107,8682	12 112,41 13 542	10 114,82 14 5p1	18 118,69	121,75		
		2 CEPESPO	2 КАДМИЯ	2 индия	00000	2 СУРЬМА		
	8	Cs 55	Ba 56 2	57La-Lu71	Hf 72,	Ta 73,		
		132,9054	137,33	•	178,49	180,947, 11		
		63 ⁴ (1	EAPHR 7		- 54"61" II	54'64'		
6	1.0	79 .	80 H.e	81 771	82 Dh	83 Di		
		1 196 9665	2 IIG	3 206.3-	1 207.2	5 ED E		
	1	18 54 ¹⁶ 51	18 652	12 6p ¹	1 62	ii 692		
		2 30AOTO	2 ртуть	йилкат 2	2 свинац	2 ВИСМУТ		
		Fr 87	Ra 88 2	⁸⁹ Ac-(Lr) ¹⁰³	Ku ¹⁰⁴ 2	Ns ¹⁰⁵ 2		
7	10	[223]]	226,0254	**	[261]	[261]		
		75 1	713 1		6d*7s* 18	64"7" 18		
		франций 2	РАДИЯ 2	J	КУРЧАТОВИЯ 2	нильсьорий 2		
-				•л	A H	TAH		
La 57 Ce 58 Pr 59 Nd 60 Pm 61 Sm 62 Eu 63 Gd 64,								
138,905 1 140,12 2 140,9077 1 144,24 1 [145] 1 150,4 1 151,96 1 157,25								
5d'61 ² 12 41 ² 62 ² 13 41 ² 62 ² 11 Al ⁴ 62 ² 11 Al ⁴ 62 ² 12 41 ⁴ 62 ² 11 41 ³ 62 ² 11 4l ⁵ 5d ⁴ 62 ²								
AANTAM 21 UERWA 21 APABEOANN 21 HEOANN 21 HEOANN 21 AMAETHA 21 CAMAPHA 41 EBPORNA 21 MAADANAAN								
AC S	2 T	a yog Pa	y U 92	Np 93 Pu	Am 9	1 Cm "		
(227)	捌232	0381 231,0359	2 238,02, 2	237,0482 3 [244]	27 [243]	33 247 3		
641722	1	d ² 7s ² 11 5/26d ¹ 7s	² 1 5/ ³ 6d ¹ 7s ²	55°64'72' 1 51	78 ² \$5 ⁷ 78 ³	11 55°6d ¹ 7s ²		
AKTHHNP	TOP	WR TIPOTAKTS	HHAR YPAH	HERTYHNA DAY	гоння Америци	R KIOPHA		
ЭЛЕМЕНТОВ Д.И. МЕНДЕЛЕЕВА

ЭЛЕМ	EHTOB			
VI	VII		VIII	
			2 Не 4.00260 2 гелий	
8 O	9 F			10 Ne
6 29 ⁴ 1 КИСЛОРОД	7 2p ⁴ 2 • TOP			8 2p ⁴ 20,17g 2 HEOH
16 S	17 Cl			¹⁸ Ar
1 3p ⁴ 32,06 CEPA	7 3p ⁴ 35,453 2 X.80P			а зр ^а ^{39,94} а 2 Аргон
Сг 24 51,996 34 ⁵ 47 ¹ 13 хром	Mn 25 54,9380 2 34 ⁵ 4r ² 13 MAPTAHELI 2	Fe 26 55.847 26 34*65 ³ 14 железо 2	Со 27 58,9332 2 34 ³ 4 ³ 1 15 Кобальт 2	N 28 58,70 3d ⁸ 4,1 ² 36 Инкель 2
34 Se 19 44 Селен	35 Вг 79,904 БРОМ			36 Кг 83,80 2 криптон
Мо 42 95,94 13 44 ³ 53 ¹ 18 молнбден 2	Тс ⁴³ 91.5062 ¹³ 44 ³ 5, ² ¹⁸ технеций ²	Ru 44 101.07 15 4d ² 5r ¹ 19 РУТЕНИЯ 2	Rh 45 102,9055 годни 2	Ра 46 106,4 44 ¹⁰ 52 ⁰ 11 Палладия 2
52 Те 127,60 теллур	7 ⁵³ І 126,9045 нод			54 Хе 131,30 ксенон
W 74 183,85 58 ⁴ 61 ² 19 8026-6PAM	Re 75 186,207 13 54 ⁵ 61 ² 16	Os 76 190,2 4 5d ⁴ 6s ² 1	Ir 77 192,22 50°64 ²	Pt 78 195,09 17 5476,3 18
84 Ро [209] 69 ⁴ Полония	7 85 At 15 [210] 16 67 ³ ACTAT			86 Rn [222] 2 PADOH
- 106	107	108	109	110
оид	6			
Тb 65 Dy 158,9254 25 162,51 47 ⁹ 63 ² 18 47 терений 2 дист	66 НО 67 16,2 164,9304 4/16,2 гольмия	ЕГ 68 7 29 167.26 10 4/12672 18 395ий 7	Гт 69 2 У b 68,9342 31 173.04 47 ¹³ 63 ² ¹² 47 ¹⁴ улия 2 иттеря	70 2 Lu 71 3 32 174,967 32 54 ¹⁶ 54 ¹⁶ 6 ² 9 ня 2 лютеция
Вк 97 2 Сf [247] 26 5/ ¹ 64 ¹ 75 ³ 18 БЕРКЛИЙ КАЛИ	98 2 Е В 99 21 [254] «73 ² 1 55 ⁴¹ 73 ³ ФОРНИЙ ЗАНШТЕЙНІ	Г III 100 , Г 22 (257) 30 (Г 5 / ¹ 7г ³ 1 44 ФЕРМИЙ	VI d 101 (No) 258) 1 (255) 5/ ¹⁰ 75 ² в 5/ ¹⁰ 1 жнделевий (новел	102 (Lr) 103 (256) 15 6 d ¹ 7 y ³ 16 (ИСУУРЕНСИЙ) ³

Основные законы и формулы

1. Физические основы механики

Средняя и мгновенная скорости

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \ \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Среднее и мгновенное ускорения

Тангенциальная и нормальная составляющая ускорения

$$a_{r} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t};$$
$$a_{n} = \frac{v^{2}}{r}.$$

Полное ускорение

$$\bar{a}=\bar{a}_{\tau}+\bar{a}_{n}; a=\sqrt{a_{\tau}^{2}+a_{n}^{2}}.$$

Кинематические уравнения равнопеременного поступательного движения

$$\begin{cases} v = v_0 \pm at, \\ s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}. \end{cases}$$

Угловая скорость

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$
.

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Кинематические уравнения равнопеременного вращательного движения

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \\ \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}. \end{cases}$$

Связь между линейными и угловыми величинами при вращательном движении

$$s = R\varphi; \quad v = R\omega;$$

$$a_{\tau} = R\varepsilon; \qquad a_n = \omega^2 R.$$

Импульс (количество движения)

$$\bar{p} = m\bar{v}$$
.

Второй закон Ньютона

$$\bar{F} = m\bar{a} = \frac{\mathrm{d}\bar{p}}{\mathrm{d}t}.$$

Сила трения скольжения

$$F_{\rm up} = fN$$

Закон сохранения импульса (для замкнутой системы)

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \bar{v}_i = \text{const} \, .$$

Работа переменной силы на участке траектории 1---2

$$A = \int_{1}^{2} F \cos \alpha \, \mathrm{d}s \, .$$

Мгновенная мощность

$$N=\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}=\vec{F}\,\vec{v}\,.$$

Кинетическая энергия

$$T=\frac{mv^2}{2}$$

Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли,

$$\Pi = mgh.$$

Потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}.$$

Полная механическая энергия системы

$$E=T+\Pi.$$

Закон сохранения механической энертин (для консервативной системы)

$$T + \Pi = E = \text{const}$$
.

Скорость шаров массами m₁ и m₂ после абсолютно упругого центрального удара

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2};$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

Скорость шаров после абсолютно неупругого удара

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Момент инерции системы (тела)

$$J=\sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

Теорема Штейнера

$$J=J_C+ma^2.$$

Кинстическая энергия вращающегоса тела относительно неподвижной оси

$$T_{\rm mp}=\frac{J_{\rm Z}\omega^2}{2}.$$

Момент силы относительно неподвижной точки

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}].$$

Момент силы относительно неподвижной оси

$$\vec{M}_z = \left[\vec{r} \vec{F} \right]_z$$

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки

$$\vec{L} = [\vec{r}p] = [\vec{r}, mv].$$

Момент импульса твердого тела относительно неподвижной оси

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i = J_Z \omega$$

Уравнение динамики вращательного движения твердого тела

$$M_Z = J_Z \varepsilon; \ \vec{M} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}.$$

Закон сохранения момента импульса (для замкнутой системы)

$$\vec{L} = \text{const}$$
.

Закон всемирного тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Сила тяжести

$$\vec{P} = m\vec{g}$$
.

Напряженность поля тяготения

$$\vec{g} = \vec{F}/m$$
.

Потенциал поля тяготения

$$\varphi = \frac{\Pi}{m} = -G\frac{M}{R}$$

Взаимоскязь между потенциалом поля таготения и его напряженностью

$$\bar{g} = -grad\phi$$
.

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости

$$Sv = \text{const}$$
.

Уравнение Бернулли

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}.$$

Релятивистское замедление хода часов

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1-(v/c)^2}}.$$

Релятивистское (лоренцово) сокращение длины стержня

$$l_0' = \frac{l}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

Релятивистский закон сложения скоростей

$$u = \frac{u' + v}{1 + v \, u'/c^2}; \ u' = \frac{u - v}{1 - v \, u/c^2}.$$

Релятивистский импульс

$$\bar{p} = \frac{m\bar{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}}.$$

Закон взаимосвязи массы и энергии

$$E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}.$$

Связь между полной энергией и импульсом релятивистской частицы

$$E=\sqrt{m^2c^4+p^2c^2}.$$

2. Основы молекулярной физики и термодинамики

Закон Бойля-Мариотта

$$pV = \text{const}$$
 при $T, m = \text{const}$.

Законы Гей-Люссака

 $V = V_0(1 + \alpha t) \quad \text{при } p, m = \text{const},$

 $p = p_0(1+\alpha t)$ при V, m = const.

Закон Дальтона

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n.$$

Уравнение Клапейрона—Менделеева для произвольной массы газа

$$pV = \frac{m}{M}RT = vRT \; .$$

Основное уравнение молекулярнокинетической теории

$$p=\frac{1}{3}nm_0\langle v_{\rm KB}\rangle^2.$$

Средняя квадратичная скорость молекулы

$$\langle v_{\rm sca} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \, .$$

Средняя арифметическая скорость молекулы

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \, .$$

Наиболее вероятная скорость молекулы

$$v_{\rm p} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \, .$$

Барометрическая формула

$$p = p_0 e^{-Mgh/(RT)}.$$

Средняя длина свободного пробега молекул

$$\langle l\rangle = \frac{\langle v\rangle}{\langle z\rangle} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}d^2n}.$$

Среднее число столкновений молекулы за 1 с

$$\langle z\rangle=\sqrt{2\pi}d^2n\langle v\rangle\,.$$

Закон теплопроводности Фурье

$$j_{(E)}=-\lambda\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}.$$

Теплопроводность (коэффициент)

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

Закон диффузии Фика

$$j_{(m)} = -D\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}x}.$$

Диффузия (коэффициент)

$$D=\frac{1}{3}\langle v\rangle\langle l\rangle.$$

Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости)

$$j_{(p)} = -\eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}.$$

Динамическая вязкость

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \upsilon \rangle \langle l \rangle$$

Средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$$

Внутренняя энергия произвольной массы газа

$$U = v \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT.$$

Первое начало термодинамики

$$\delta Q = \mathrm{d}U + \delta A.$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2}R.$$

Молярная теплюемкость газа при постоянном давлении

$$C_p = \frac{i+2}{2}R.$$

Работа газа при изменении его объема $\delta A = p \, \mathrm{d} V$.

Работа газа при изобарном расширении

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1).$$

Работа газа при изотермическом расширении

$$A = Q = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Уравнения адиабатного процесса (уравнение Пуассона)

$$pV^{\gamma} = \text{const};$$
 $TV^{\gamma-1} = \text{const};$
 $T^{\gamma}p^{1-\gamma} = \text{const}.$

Работа газа при адиабатном расширении

$$A=\frac{m}{M}C_V(T_1-T_2).$$

Термический КПД для кругового процесса

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Термический КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Уравнение Ван-дер-Ваальса для моля реального газа

$$\left(p+\frac{a}{V_m^2}\right)(V_m-b)=RT$$

3. Электричество и электромагнетизм

Закон Кулона

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q_1Q_2|}{r^2}.$$

Напряженность электростатического поля

$$\bar{E}=\bar{F}/Q_0.$$

Поток вектора напряженности электростатического поля сквозь замкнутую поверхность S

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS.$$

Принцип суперпозиции

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \, .$$

Электрический момент диполя

$$\bar{p} = |Q|\bar{l}$$
.

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

$$\oint_{S} \vec{E} d\vec{S} = \oint_{S} E_{n} dS = \frac{1}{\varepsilon_{0}} \sum_{i=1}^{n} Q_{i}.$$

Объемная, поверхностная и линейная плотности заряда

$$\rho = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V}; \quad \alpha = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}S}; \quad \tau = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}I}.$$

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура *L*

$$\oint_{L} \vec{E} d\vec{l} = \oint_{L} E_{l} dl = 0.$$

Потенциал электростатического поля

$$\varphi = \frac{U}{Q_0} = \frac{A_{\infty}}{Q_0}.$$

Поляризованность

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i}{V}.$$

Связь между потенциалом электростатического поля и его напряженностью

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi;$$

 $\vec{E} = -\nabla \varphi.$

Связь между векторами \tilde{P} и \tilde{E}

$$\vec{P} = \kappa \varepsilon_0 \vec{E}$$

Связь между є и х

$$\varepsilon = 1 + \varkappa$$
.

Связь между векторами электрического смещения и напряженностью электростатического поля

$$\bar{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \bar{E}$$
.

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = \oint D_n dS = \sum_{i=1}^n Q_i .$$

Электрическая емкость уединенного проводника

$$C = \frac{Q}{\varphi}$$
.

Электрическая емкость шара

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$
.

Электрическая емкость плоского конденсатора

$$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}.$$

Электрическая емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(r_2/r_1)}.$$

Электрическая емкость сферического конденсатора

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{r_2r_1}{r_2-r_1}.$$

Электрическая емкость параллельно соединенных конденсаторов

$$C=\sum_{i=1}^n C_i$$

Электрическая емкость последовательно соединенных конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}.$$

Энергия заряженного уединенного проводника

$$W=\frac{C\varphi^2}{2}=\frac{Q\varphi}{2}=\frac{Q^2}{2C}.$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W=\frac{C(\Delta \varphi)^2}{2}=\frac{Q\Delta \varphi}{2}=\frac{Q^2}{2C}.$$

Объемная плотность энергии электростатического поля

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}.$$

Сила тока

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

Плотность тока

$$j = I/S$$
.

Электродвижущая сила, действующая в цепи,

$$\mathscr{E} = A/Q_0;$$
$$\mathscr{E} = \oint \vec{E}_{\rm er} \cdot d\vec{I}.$$

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I = U/R$$
.

Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$
.

Мощность тока

$$P = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = UI = I^2 R = U^2/R \,.$$

Закон Джоуля — Ленца

$$\mathrm{d}Q = IU\,\mathrm{d}t = I^2 R\,\mathrm{d}t = \frac{U^2}{R}\,\mathrm{d}t \,.$$

Закон Джоуля—Ленца в дифференциальной форме

$$w = jE = \gamma E^2$$
.

Закон Ома для неоднородного участка цепи (обобщенный закон Ома)

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathscr{E}_{12}}{R}.$$

Правила Кирхгофа

$$\sum_{k} I_{k} = 0;$$
$$\sum_{i} I_{i} R_{i} = \sum_{k} \mathscr{E}_{k}$$

Магнитный момент рамки с током

$$\bar{p}_m = IS\bar{n}$$

Вращательный момент, действующий на рамку с током в магнитном поле,

$$\bar{M}=[\bar{p}_m\bar{B}].$$

Связь между индукцией и напряженностью магнитного поля

$$\tilde{B} = \mu_0 \mu \tilde{H}$$
.

Закон Био—Савара—Лапласа для элемента проводника с током

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I[\mathrm{d}\vec{l},\vec{r}]}{r^3}$$

Магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R}$$

Магнитная индукция поля в центре кругового проводника с током

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}$$

Закон Ампера

$$\mathrm{d}\vec{F}=I\left[\mathrm{d}\vec{l},\vec{B}\right].$$

Магнитное поле свободно движущегося заряда

$$\bar{B}=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{\mathcal{Q}[\bar{v}\bar{r}]}{r^3}.$$

240

Сила Лоренца

$$\vec{F} = Q[\vec{v}\vec{B}].$$

Закои полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора \vec{B})

$$\oint_{L} \vec{B} d\vec{l} = \oint_{L} B_{l} dl = \mu_{0} \sum_{k=1}^{n} I_{k} .$$

Магнитная индукция поля внутри соленоида (в вакууме), имеющего N витков,

$$B=\mu_0\frac{NI}{I}$$
.

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) сквозь произвольную поверхность

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS \; .$$

Теорема Гаусса для поля с магнитной индукцией **В**

$$\oint_{S} \vec{B} d\vec{S} = \oint_{S} B_{n} dS = 0.$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi$$
.

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$dA = I d\Phi'$$

Закон Фарадея

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.$$

ЭДС самоиндукции

$$\mathscr{E}_{s} = -L \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

Индуктивность бесконечно длинного соленоида, имеющего N витков,

$$L=\mu_0\mu\frac{N^2S}{l}.$$

Ток при размыкании цепи

$$I=I_0e^{-t/\tau}.$$

Ток при замыкании цепи

$$I=I_0(1-\mathrm{e}^{-t/\tau}).$$

Энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W=LI^2/2.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$w=\frac{W}{V}=\frac{\mu_0\mu H^2}{2}=\frac{BH}{2}.$$

Намагниченность

$$\vec{J} = \frac{\vec{p}_m}{V} = \frac{\sum \vec{p}_o}{V}.$$

Связь между векторами J и H

$$\bar{J} = \chi \bar{H}$$
.

Холловская поперечная разность потенциалов

$$\Delta \varphi = \frac{1}{en} \frac{IB}{d} = R \frac{IB}{d} \, .$$

Связь между µ и χ

$$\mu = 1 + \chi$$
.

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуля-

ции вектора \overline{B})

$$\vec{B}d\vec{I} = \oint_{L} B_{I}dI = \mu_{0}(I+I').$$

Теорема о циркуляции вектора Н

 $\oint \vec{H} d\vec{l} = l.$

Плотность тока смещения

$$\vec{j}_{\rm cm} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

Полная система уравнений Максвелла: в интегральной форме

$$\oint_{L} \vec{E} d\vec{l} = -\int_{S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} ; \quad \oint_{S} \vec{D} d\vec{S} = \int_{V} \rho dV ;$$
$$\oint_{L} \vec{H} d\vec{l} = \int_{S} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) d\vec{S} ; \quad \oint_{S} \vec{B} d\vec{S} = 0 ;$$

в дифференциальной форме

rot
$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
; div $\vec{D} = \rho$;
rot $\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$; div $\vec{B} = 0$.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний величины s

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + 2\delta \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 s = 0.$$

Логарифмический декремент затухания

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T \, .$$

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний величины s

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + 2\delta \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 s = x_0 \cos \omega t$$

Реактивное индуктивное сопротивление

$$R_L = \omega L$$

Реактивное емкостное сопротивление

$$R_C = \frac{1}{\omega C}$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Длина волны

$$\lambda = vT$$

Уравнение плоской волны

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

Уравнение сферической волны

$$\xi(r,t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0).$$

Фазовая скорость

$$v=\frac{\omega}{k}$$
.

Волновое уравнение

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \,.$$

4. Колебания и волны

Уравнение гармонического колебания

$$s = A\cos(\omega_0 t + \varphi);$$

$$\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu.$$

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний величины s

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 s = 0 \, .$$

Период колебаний физического маятника

$$T=2\pi\sqrt{J/(mgl)}=2\pi\sqrt{L/g}.$$

Период колебаний математического маятника

$$T=2\pi\sqrt{l/g}.$$

Формула Томсона

$$T=2\pi\sqrt{LC}.$$

Групповая скорость

$$u=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}.$$

Уравнение стоячей волны

$$\xi = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t \; .$$

Эффект Доплера в акустике

$$v = \frac{(v \pm v_{np})v_0}{v \mp v_{HCT}}$$

Вектор Умова-Пойнтинга

$$\bar{S} = [\bar{E}\bar{H}]$$

Скорость распространения электромагнитных волн в среде

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

5. Оптика. Квантовая природа излучения

Закон отражения света

$$i'_1 = i_1$$

Закон преломления света

$$\frac{\sin i_{\parallel}}{\sin i_2}=n_{21}\,.$$

Формула тонкой линзы

$$(N-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}.$$

Поток излучения

$$\Phi_e = W/t$$
.

Энергетическая светимость

$$R_e = \Phi_e/S$$
.

Энергетическая сила света

$$I_e = \Phi_e / \omega$$

Энергетическая яркость

$$B_e = \Delta I_e / \Delta S$$
.

Показатель преломления света

$$n=\frac{v}{c}$$

Оптическая длина пути

$$L = ns$$
.

Оптическая разность хода

$$\Delta = L_2 - L_1.$$

Условия интерференционных максимумов

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, ...).$$

Условия интерференционных минимумов

$$\Delta = \pm (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0, 1, 2, ...).$$

Оптическая разность хода в тонких пленках в отраженном свете

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2}.$$

Радиусы зон Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda$$

Условия дифракционных максимумов от одной щели

$$a\sin\phi = \pm (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$
 (m = 1, 2, 3, ...).

Условия дифракционных минимумов от одной щели

$$a\sin\phi = \pm 2m\frac{\lambda}{2}$$
 (*m* = 1, 2, 3, ...).

Условие главных максимумов дифракционной решетки

$$d\sin\varphi = \pm m\lambda \qquad (m = 0, 1, 2, ...).$$

Условие дополнительных минимумов дифракционной решетки

$$d\sin\varphi = \pm \frac{m^2 \lambda}{N} \quad (m' \neq 0, N, 2N, ...).$$

Формула Вульфа---Брэгтов

$$2d\sin \vartheta = m\lambda$$
 (*m* = 1, 2, 3, ...).

Разрешающая способность спектрального прибора

$$R=\frac{\lambda}{\delta\lambda}$$
.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = mN$$
.

Закон Бугера

$$I=I_0\mathrm{e}^{-\alpha x}.$$

Продольный эффект Доплера

 $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 \frac{\sqrt{1 - \upsilon/c}}{\sqrt{1 + \upsilon/c}}.$

Поперечный эффект Доплера

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{c}\right)^2} \ .$$

Степень поляризации

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$
.

Закон Брюстера

$$tgi_{B} = n_{21}$$
.

Оптическая разность хода в эффекте Керра

$$\Delta = l(n_o - n_e) = k_2 l E^2.$$

Угол вращения плоскости поляризации в кристаллах

$$\varphi = \alpha d$$
.

Угол вращения плоскости поляризации в растворах

$$\varphi = [\alpha]Cd$$

Закон Кирхгофа для теплового излучения

$$r_{v,T} = \frac{R_{v,T}}{A_{v,T}}.$$

Энергетическая светимость черного тела

$$R_e = \int_0^\infty r_{v,T} \mathrm{d}v \, .$$

Закон Стефана — Больцмана

$$R_e = \sigma T^4$$

Закон смещения Вина

$$\lambda_{\rm max} = b/T$$
.

Формула Рэлея—Джинса

$$r_{v,T}=\frac{2\pi v^2}{c^2}kT.$$

Формула Планка

$$r_{v,T} = \frac{2\pi v^2}{c^2} \frac{hv}{e^{hv/(kT)} - 1}$$

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$hv = A + \frac{mv_{\max}^2}{2} \, .$$

Энергия фотона

$$\mathscr{E}_0 = hv = \frac{hc}{\lambda}.$$

Импульс фотона

$$p_{\gamma} = \frac{\mathscr{C}_0}{c} = \frac{hv}{c}.$$

333

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$p=\frac{E_{\bullet}}{c}(1+\rho)=w(1+\rho).$$

Изменение длины волны при эффекте Комптона

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta) = \frac{2h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Элементы квантовой физики атомов, молекул и твердых тел

Обобщенная формула Бальмера

$$v = R\left(-\frac{1}{m^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

Квантованные значения момента импульса электрона

$$m_e v_n r_n = n\hbar \ (n = 1, 2, 3, ...).$$

Второй постулат Бора (правило частот)

$$hv = E_n - E_m$$
.

Энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad (n = 1, 2, 3, ...).$$

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p}$$
.

Соотношение неопределенностей

$$\begin{cases} \Delta x \Delta p_x \ge h, \\ \Delta y \Delta p_y \ge h, \\ \Delta z \Delta p_z \ge h, \end{cases}$$
$$\Delta E \Delta t \ge h. \end{cases}$$

Вероятность нахождения частицы в элементе объема dV

$$\mathrm{d}W = |\Psi|^2 \mathrm{d}V$$

Условие нормировки вероятностей

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1.$$

Общее уравнение Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi+U(x,y,z,t)\Psi=i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}.$$

Уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$$

Волновая функция, описывающая состояние частицы в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками»,

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{m\pi}{l} x \ (n = 1, 2, 3, ...).$$

Собственные значения энергии частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками»

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \quad (n = 1, 2, 3, ...).$$

Коэффициент прозрачности прямоугольного потенциального барьера

$$D = D_0 \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}l\right]$$

Энергия квантового осциллятора

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_0 \quad (n = 0, 1, 2, ...).$$

Уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода

Период полураспада

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \right) \psi = 0 \; .$$

Нормированная волновая функция, отвечающая 1s-состоянию электрона в атоме водорода,

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}.$$

Закон Мозли

$$v = R(Z-\sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right).$$

7. Элементы физики атомного ядра и элементарных частиц

Радиус ядра

$$R = R_0 A^{1/3}.$$

Энергия связи нуклонов в ядре

$$E_{cs} = [Zm_p + (A-Z)m_n - m_n]^{-2}.$$

Дефект массы ядра

$$\Delta m = \left[Zm_p + (A - Z)m_n \right] - m_n.$$

Магнетон Бора

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}.$$

Ядерный магнетон

$$\mu_n = \frac{e\hbar}{2m_p}$$

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Среднее время жизни радиоактивного ядра

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Активность нуклида

$$A = \left| \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} \right| = \lambda N \; .$$

Правило смещения для а -распада

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He.$$

Правило смещения для β⁻-распада

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$$

Правило смещения для В⁺ -распада

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e.$$

Символическая запись ядерной реакции

 $X + a \rightarrow Y + b$ или X(a, b)Y.

Предметный указатель

Аберрации (погрешности) оптических систем 199 — астигматизм 199 — дисторсия 199 — кома 199 ---- сферическая 199 - хроматическая 199 Алиабата 68 Адроны 315, 319 Активность нуклида 294 Акцепторы 282 Альфа-распад 296 Ампер (единица силы тока) 116 Амплитуда вероятности 399 --- волны 183 колебаний гармонических 160 ---- затухающих 170 Анализ поляризованного света 238 — рентгеноструктурный 219 Анализатор 227 Анизотропия оптическая --- искусственная 234 Анизотропность 86 Аннигилация 305, 316 Антинейтрино 312, 317 Антинейтрон 316 Антипротон 316 Ангичастицы 316 Атом водородоподобный в квантовой механике 263 — — теории Бора 250

База 288 Барионы 319 Барьер потенциальный 260 Беккерель (единица активности) 294 Бетв-распад 297, 304 Биения 167 Бозоны 268

Ватт (единица мощности) 19 Вебер (единица магнитного потока) 140 Вектор магнитной индукции 131 — магнитного момента рамки с током 131 — напряженности магнитного поля 131 — электростатического поля 96 — перемещения 9 — плотности потока энергии 183

световой 226 скорости мгновенной 10 — средней 10 ---- Умова 183 — Умова—Пойнгинга 193 ускорения 11 — электрического смещения 109 Векторы аксиальные (псевдовекторы) 13 Вероятность термодинамическая 71 Вес тела 32 Вещества оптически активные 235 лево- и правовращающие 235 Взаимодействие гравитационное 314 - проводников с токами 134 — сильное 314 — слабое 314 —электромагнитное 314 Волна бегущая 183 --- гармоническая 182 — де Бройля 252 — плоская 183 --- стоячая 186 сферическая 183 — упругая поперечная 181 — — продольная 181 электромагнитная 189 ----, поперечность 192 Волны звуковые (акустические) 187 — когерентные 185 упругие (или механические) 181 — электромагнитные 189 Вольт (единица потенциала) 103 Воспринмчивость вещества диэлектрическая 108 — — магнитная 152 Вращение плоскости поляризации 235 Время жизни радиоактивного ядра среднее 294 — когерентности 203 Вязкость 40, 59 ---- динамическая 40 -кинематическая 40 Газ идеальный 50 --- реальный 76 Гамма-излучение 298 Генератор оптический квантовый 275 Генри (единица индуктивности) 146 Герц (единица частоты) 161

Гипероны 318 Гипотеза Ампера 131 --- квантовая Планка 238 Градиент скаляра 21 -скорости 40 Градус Цельсия 50 Граница красная фотопроводимости 283 — фотоэффекта 242 Давление 36 — внутреннее 81 – гидростатическое 36 - динамическое 38 — парциальное 51 — света 243 — статическое 38 Двигатель вечный первого рода 62 — — второго рода 72 --- тепловой 73 Движение апериодическое --- броуновское 57 - заряженной частицы в магнитном поле 137 вращательное 12 криволинейное 9 - поступательное 9 - прямолинейное 9 неравномерное 9 — свободной матрицы 258 Двойственность корпускулярноволновая света 245 --- частиц вещества 251 Декремент затухания 170 — — логарифмический 170 Дефект массы 290 Дефекты в кристаллах 89 Деформация 90, 30 — относительная 30 --- пластическая (остаточная) 30 — сдвига 30 ---упругая 30 Джоуль (единица работы энергии) 19 Диаграмма напряжений 31 --- состояния 92, 93 Днамагнетики 151 Диамагнетизм 151 Диаметр молекулы эффективный 57 Динамика 6 Диод полупроводниковый 287 — плоскостной 287 - точечный 287 Диоптрия 198

Диполь электрический 98 Дислокации 89 Дисперсия аномальная и нормальная 222 — вешества 222 --- волн де Бройля 252 — света 221 Диссипация (рассеяние) энергии 22 Дифракционная решетка одномерная 218 --- трехмерная (пространственная) 219 Дифракция на пространственной решет ке 219 --- ренттеновского излучения 219 — света 212 --- Френеля на диске 215 — на крутлом отверстии 215 Фраунгофера (в параллельных лучах) 216, 217 Диффузия 58 Дихроизм 231 Диэлектрики 107 Длина волны 182 — когерентности 203 приведенная физического маятника 164 — пути 9 пути оптическая 204 --- свободного пробега молекул 57 ---- средняя 57 --- тел в разных системах отсчета 44 Длительность событий 43 Добротность колебательной системы 171 Домены 155 Доноры 282 Дуализм свойств вещества 251 **Дырка** 280 Емкость электрическая 112 - плоского конденсатора 112 — уединенного проводника 112 — — шара 112 Жесткость 163 Жидкость, свойства 81 — несжимаемая 36 Завнсимость сопротивления температурная 119 Закон Авогадро 51 — Ампера 134 --- Архимеда 36 - Био-Савара Лапласа 133

— Бойля — Мариотта 51

- Больцмана 61

- Брюстера 228 — Бугера 224 - Видемана-Франца 126 всемирного тяготения 32 - Гейгера-Нэттола 296 — Гей-Люссака 52 — Гука 30 — Дальтона 51 — движения центра масс 17 - Джоуля-Ленца 121 для распределения молекул идеального газа по скоростям 55 — инерции 14 — Кирхгофа 237 — Кулона 95 — Малюса 227 — Мозли 271 независимости световых пучков 194 Ньютона (для внутреннего трения) 59 — первый 14 — второй 16 — третий 16 — тяготения 32 — Ома 120 — для замкнутой цепи 120 ----- участка цепи 120 - - обобщенный 122 — отражения света 194 — Паскаля 36 — полного тока для магнитного поля в вакууме 138 - — — — в веществе 153 преломления света 194 прямолинейного распространения света 194 радиоактивного распада 294 — релятивистской динамики основной 46 смещения Вина 237, 239 сохранения заряда 95 — — барионного числа 319 — — лептонного числа 319 — изоспина 315 — — импульса 17 — — момента импульса 29 — — странности 318 — четности 318 — — энергии 22 — — механической 22 Стефана — Больцмана 237 - Столетова 242 — Фарадея 143 — Фика 58

– Фурье 58 Законы фотоэффекта 242 Замедление хода времени релятивистское 43 Заряд атомного ядра 289 — электрический 94 — точечный 95 Заряды индуцированные 111 —связанные 108 Захват электронный 305 Зеркала Френеля 205 Значение тока действующее (эффективное) 180 напряжение действующее 180 Зона активная 309 — — валентная 279 — — запрещенная 279 — проводимости 279 — — разрешенная 279 Зоны Френеля 213-214 Излучение вынужденное (индушированное) 274 космическое вторичное 311 — — жесткое 311 — — мягкое 311 — — первичное 311 – лазерное — радиоактивное 293 — спонтанное 274 - тепловое (температурное) 236 — — равновесное 236 Изобара 66 Изобары 289 Изомультиплеты 315 Изопроцесс 66 — изобарный 66 изотермический 67 — изохорный 67 Изотерма 67 критическая 78 Изотермы Ван-дер-Ваальса 78, 79 Изотоны 289 Изотопы 289 Изохора 67 Импульс материальной точки 16 — релятивистский 46 — фотона 243 Инверсия населенностей 276 Индуктивность взаимная контура 146 Индукция взаимная 148 — магнитная 131

 электростатическая 111 Интенсивность звука 187 Интервал между событиями 45 Интерференция волн 185 — света 202, 204 Интерферометр 211 Майкельсона 211 Ионизатор 128 Ионизация газов 128 Испарение (парообразование) 90 Испускание (излучение) самопроизвольное 274 Камера Вильсона 301 — диффузионная 302 - ионизационная импульсная 300 — — интегрирующая 300 — пузырьковая 302 Кандела (единица силы света) 201 Капилляр 84 Катодолюминесценция 284 Квант 238 Кварки 321 Кельвин (единица температуры) 50 Килограмм 15 Кинематика 6 Когерентность 185, 203 временная 203 пространственная 203 Колебания 160 вынужденные 172, 173 механические 161 — электромагнитные 166 – гармонические 160 - затухающие 169 — свободные в контуре 171 – линейно поляризованные 168 пружинного маятника свободные затухающие 170 — эллиптически поляризованные 168 свободные 160 – циркулярно поляризованные 168 Количество вещества 51 - тегилоты (тегилота) 62 --- приведенное 70 Коллектор 288 Кольца Ньютона 209 Компаунд-ядро 304 Конденсатор 112 — плоский 112 Конденсация 90 Контур колебательный 165

Катодолюминесценция 284 Коэффициент диффузии 58 — затухания 169 — мощности 180 — поглющения 224 - полезного действия для кругового процесса 73 — — — цикла Карно 75 размножения нейтронов 308 — сопротивления 170 трансформации 149 трения скольжения 18 --- упругости 30 Кривая дисперсии 222 потенциальная 23 Кривые резонансные 172 — фазового равновесия 92 Кристаллофосфоры 284 Кристаллы атомные 88 — дихроичные 231 — ионные 88 металлические 88 — молекулярные 88 — одноосные 230 — — отрицательные 230 — положительные 230 Кристаллизация 90 — Рэлея 220 Кулон (единица электрического заряда) 94 Лазер 275 — газовый 275 — жидкостный 275 полупроводниковый 275, 277 твердотельный 275, 276 Лептоны 315, 319 Линза 196 — рассеивающая 196 собирающая 196 — тонкая 196 Линии напряженности электростатического поля 97 магнитной индукции 132 электрического смещения 109 Линия тока 37 Луч необыкновенный 229 — обыкновенный 229 Лучепреломление двойное 229 Люкс (единица освещенности) 201 Люмен (единица светового потока) 201 Люминесценция 284 Люминофоры 284

Магнетон Бора 150 – ядерный 291 Магнетик 151 Манометр 39 Масса критическая 308 — молярная 53 — тела 15 — инертная 15 гравитационная 15 Материал вязкий 31 — хрупкий 31 Машина Линде холодильная 74 Маятник математический 163 пружинный 163 — физический 164 Мезоны 313 Мениск 84 Метод вращающегося вектора амплитуды 161 — зон Френеля 213, 214 исследования статистический 48 — термодинамический 48 — Юнга 205 ядерного магнитного резонанса 291 Механика 6 — квантовая 6 – классическая 6 — релятивистская 6 Модель атома ядерная (планетарная) 246 — — Томсона 246 идеального газа 50 — ядра капельная 292 — — оболочечная 292 Модуль Юнга 30 Молекулы неполярные 107 — полярные 107 — химические связи 272 Моль (единица количества вещества) 51 Момент атома магнитный 291 — диполя электрический 98 импульса электрона 264 — относительно неподвижной оси 29 — — твердого тела 29 ----- относительно неподвижной точки 29 — ннерции системы (тела) 26 механический орбитальный 150 — магнитный 131 — ядра 291 — — собственный 150 силы относительно неподвижной оси 27

- — — точки 27 Монокристалл 86 Мощность тока 121 — тепловая удельная 121 Мультиплеты изотопические 315 Мюоны 312 Нагреватель 73 Намагниченность 152 Накачка 275 Направление тока пропускное 286 Напряжение 31 — задерживающее 241 нормальное 31 тангенциальное 31 электрическое 118 Напряженность поля тяготения (гравитационного) 33 — — магнитного 131 — — электростатического 96 Натяжение поверхностное 82 Начало термодинамики второе 72 — — первое 62 Невесомость 32 Нейтрнно 312, 317 — мюонное 312 таонное 319 — электронное 312 Нейтроны 289 — быстрые 306 высокоэнергетичные 306 — деления 307 — запаздывающие 307 — очень холодные 306 — мгновенные 307 — медленные 306 — резонансные 306 — релятивистские 306 — тепловые 306 ультрахолодные 306 — холодные 306 Неравенстао Клаузиуса 70 Нуклон 289 Ньютон (единица силы) 15 Область слышимости 187 текучести (область пластических деформаций) 31 Оболочки электронные в атоме 269 Объем молярный 53 Одновременность событий 43 Однородность времени 22

пространства 7, 46 Ом (единица сопротивления) 119 Оптика 194 – геометрическая 194 Опыт Рикке 124 — Штерна 57 Опыты Фарадея 142 — Франка и Герца 249 — Штерна и Герлаха 267 Освещенность 201 - энергетическая (облученность) 200 Осциллятор гармонический 163 — квантовый 262 Ось вращения 12 — оптическая главная 196 — красталла 229 Отношение гиромагнитное орбитальных моментов 150 — — спиновых моментов 150 — ядерное 291 Отражение полное 194 Пакет волновой 184 Пар насыщенный 79 Парамагнетизм 151 Парамагнетики 151

Параметры состояния системы термодинамические 49 Паскаль (единица давления) 36 Переход фазовый І рода 91 — — II рода 92 - электронно-дырочный (p-n-переход) 285 Период вращения 12 — колебаний 161 — полураспада 294 Переход вынужденный (индуцированный) 274 Пирометр оптический 240 Пирометрия оптическая 240 Плавление 90 Пластинка в четверть волны 232 Плечо диполя 98

Плоскость главная кристалла 229

— поляризации 226

Плотность 36

- вероятности 255
 пинейная 101
- объемная 101
 объемная 101
- OUBCMINAL IVI

 — — энергии электростатического поля 115

- — магнитного поля 149
- поверхностная 100

— потока импульса 59 — — массы 88 — теплового потока 88 — тока 116 --- поляризации 158 — — смешения 157, 158 — — в вакууме 158 - энергетической светимости и спектральная (излучательность) 236 ---- серого тела 237 — — — черного тела 237 Поверхность волновая 182 — разрыва 159 --- эквипотенциальная 33, 105, 111 Поглощение света 224, 274 Подоболочки 269 Позитрон 304 Показатель преломления относительный 194 — абсолютный 194 Поле вихревое 132, 156 — диполя 98 — магнитное 130 — движущегося заряда 135 — — соленоида 139 — — тороида 139 ---- кругового тока 133 — — прямого тока 133 потенциальное 20 — электростатическое 102 — силовое 96 — тяготения (гравитационное) 33 --- электростатическое 96 — потенциальное 138 Поликристалл 86 Полимеры 85 Полосы интерференционные равного наклона 207 — равной толщины 208 Полупроводники дырочные (р-типа) 282 — собственные 280 — примесные 281 — электронные (*n*-типа) 281 Поляризатор 227 Поляризация диэлектрика 107 ---- электронная (деформационная) 107 ---- ионная 107 — — ориентационная (дипольная) 107 — света 226 Поляризованность 108 Поляриметрия (сахариметрия) 235 Поляронды 231

Порог болевого ощущения 187 Порог слышимости 187 Постоянная Авогадро 51 - Больцмана 53 — Вина 237 — гравитационная 92 --- магнитная 135 молярная газовая 53, 66 дифракционной решетки 218 -Планка 238 — радиоактивного распада 291 — Ридберга 247 — Стефана — Больцмана 237 экранирования 271 — электрическая 96 Постулат Бора второй (правило частот) 248 ---- первый (постулат стационарных состояний) 248 Потенциал поля тяготения 33 — — электростатического 103 Поток 37 вектора напряженности 99 — — электрического смещения 109 — — магнитной индукции (магнитный поток) 140 — световой 201 Правила Кирхгофа 123 — отбора 265 смещения для альфа-распада 295 — — — бета-распада 295, 304 Правило правого винта 12 — левой руки 134 — Ленца 144 — сложения скоростей в классической механике 41 Предел пропорциональности 31 — текучести 31 — упругости 31 Преобразования Галилея 41 — Лоренца 42 Призма двоякопреломляющая 231 - Николя (николь) 231 поляризационная 231 Принцип возрастания энтропии 71 — Гюйгенса 202, 212 — Гюйгенса — Френеля 212 — инвариантности скорости света (постулаты Эйнштейна) 42 - неразличимости тождественных частиц 268 — относительности Галилея 41

— — механический 41

— — Эйнштейна 42 — Паули 264 суперпозиции 256 суперпозиции (наложения) волн 184 — полей магнитных 132 — — электростатических 98, 104 Проводимость контактного слоя односторонняя 286 полупроводника примесная 280 — — дырочная (р-типа) 280 ----- электронная (п-типа) 280 — — собственная 280 — p-n-перехода односторонная (вентильная) 286 — электрическая 119 — удельная 119 Проводник уединенный 112 Проницаемость среды диэлектрическая 95, 108 ---- магнитная 135 Просветление оптики 210 Протон 289 Процесс волновой (волна) 181 — адиабатный 68 — изобарный 66 — изохорный 67 изотермический 71 — изоэнтропийный 71 - крутовой (цикл) 69 — рекомбинации 128 термодинамический 49 — — необратимый 69 — — обратимый 69 Процессы апериодические 171 — равновесные 63 Псевдовекторы 13 Пси-функция 254 Пучность стоячей волны 186 Работа выхода электрона из металла 127 — газа 63 — силы 19 — — элементарная 19 — тока 121 Равновесие неустойчивое 23 — устойчивое 23 термодинамическое 49 Радноактивность 293 естественная 293 — искусственная 293 Радиолюминесценция 284 Радиус молекулярного действия 81

Радиус-вектор точки 9 Радиус ядра 289 Размеры активной зоны критические 308 Разность потенциалов 104 — хода волн 185 ------ оптическая 204 Разряд газовый 128 — — несамостоятельный 128 — самостоятельный 129 — — дуговой 129 — — — искровой 129 ----- коронный 129 Распад радиоактивный 294 Распределение Больцмана 56 Расселние частиц 303 Расстояние линзы фокусное 197 Реактор ядерный 309 — --- гетерогенный 309 — — гомогенный 309 ----- на тепловых и быстрых нейтронах 309 Реакции термоядерные 310 — ядерные 303 --- классификация 303 --- экзотермические 303 - - эндотермические 303 Реакция деления 307 --- развивающаяся 308 — самоподдерживающаяся 308 ----- цепная 308 — — неуправляемая 308 синтеза атомных ядер 310 Резонанс механический 172 — напояжений 177 <u>— токов 178</u> ядерный магнигный 291 Резонанс оптический 275 Рентгеиолюминесценция 284 Решетка — дифракционная 218 — — одномерная 219 ---- трехмерная (пространственная) 219 - кристаллическая 85 — пространственная (Бравэ) 87 Ряд радиоактивных превращений 295 Самоиндукция 146 Сверхпроводимость 120 Свет естественный 226 поляризованный 226

плоскополяризованный 226

 циркулярно поляризованный 232 частично поляризованный 226 Светимость энергетическая (излучательность) 200 — — интегральная 236 ---- черного тела 237 Свойство взаимозаменяемости 164 Связь ионная 272 – ковалентная 272 Семейства радиоактивные 295 Серия Бальмера 247 — Брэкета 247, 250 — Лаймана 247, 250 — Пашена 247, 250 — Пфунда 247, 250 — Хэмфри 247, 250 Сила 15 внутреннего трения 40 --- выталкивающая 36 правитационная (всемирного тяготения) 32 — инерции 35 консервативная 21 — кориолисова 35 --- центробежная 35 -- кулоновская 95 — линзы оптическая 198 — Лоренца 136 — механическая (пондеромоторная) 115 — поверхностного натяжения 82 света энергетическая (сила излучения) 200 — тока 116 — трения 18 — — покоя 18 — — скольжения 18 — тяжести 32 электродвижущая 118 — — электромагнитной индукции 143 Силы внешние 17 внутренние 17 межмолекулярного взаимодействия 76 — отталкивания 76 — притяжения 76 — сторонние 117 — ядерные 292 Симметрия кристаллической решетки 87 Система водородоподобная 250 — декартова 8 — диссипативная 22 - консервативная 22

— кристаллографическая 87

— линейная 169 — механическая 17 — — замкнутая (изолированная) 17 — отсчета 8 — — инерциальная 14 — — неинерциальная 14 - термодинамическая 48 - элементов Периодическая 322 Система накачки 275 Скорость волн групповая 184, 252 ------ фазовая 183, 191, 252 - космическая первая (круговая) 34 ---- вторая (параболическая) 34 — третья 34 - наиболее вероятная 55 - средняя 10 ---- квадратичная 54 — — молекул 55 — точки 10 — — мгновенная 10 — средняя 10 — угловая 12 Сложение гармонических колебаний взаимно перпендикулярных 168 - - - одного направления 167 Слой контактный запирающий 286 — пропускной 286 Смачивание 83 Смещение электрическое 109 Соединение конденсаторов 113 Сокращение лоренцево 44 Соленоид 139 Соотношения неопределенностей Гейзенберна 253 Сопротивление проводников 119 — полное 177 — реактивное 175—177 — емкостное 176 — — индуктивное 175 — удельное 119 Состояние системы с инверсией населенностей 276 Спектр акустический 187 — — линейчатый 187 — — сплошной 187 — атома водорода 247, 265 — дискретный 257 - дифракционный 217 - молекулярный 273 --- колебательный 273 — колебательно-вращательный 273 — — электронно-колебательный 273

---- электронный 273 — линейчатый 224 — сплощной 224 — призматический 222 — рентгеновский 270 — — характеристический 271 --- тормозной 270 — энергетический зонный 278 Спин изотопический 315 — электрона 150, 267 — ядра атома 291 Спиральность 315, 317 Способность разрешающая дифракционной решетки 220 ---- спектрального прибора 220 ---- спектральная поглощательная 236 Среда активная 275 Статика 6 Статистика Бозе---Эйнштейна 268 — Ферми—Дирака 268 Степень поляризации 227 свободы колебательного движения 61 Стопа 228 Страннюсть 318 Сублимация (возгоика) 90 Сфера молекулярного действия 81 Сцинтилляции 299 Счетчик газоразрядный 300 ---- Гейгера---Мюллера 300 — полупроводниковый 301 — сцинтилляционный 299 Тело абсолютно твердое 7 — — неупругое 7 — — упругое 7 - аморфное 85 кристаллическое 85 — отсчета 8 -- cepoe 236 — черное 236 Температура 49 - критическая 78 — радиационная 240 - цветовая 240 -яркостная 240 Теорема Гаусса 100, 101 — — для магнитного поля *В* 140 ----- электростатического поля в вакууме 99 диэлектрика 109 — Карно 73

 о циркуляции вектора магнитной индукции 138 - --- --- напряженности магнитного поля 158 — — электростатического поля 102 — Штейнера 26 Теория Бора 246 — дисперсии элементарная 223 - Максвелла электромагнитная 156 - относительности специальная (релятивистская) 41 — проводимости 125—126 — твердых тел зонная 278, 279 Теория электропроводности металлов классическая 125, 126 Теплоемкость 64, 65 - молярная 64 - удельная 64 Теплопроводность 58 Термодинамика 48 Термостат 73 Тэсла (единица магнитной индукции) 135 Течение 37 – ламинарное (слоистое) 40 - турбулентное (вихревое) 40 - установившееся (стационарное) 37 Ток индукционный 142 — переменный 174 — постоянный 116 — смещения 157, 158 электрический 116 Токи вихревые (Фуко) 145 Тороид 139 Точка критическая 78 — Кюри 155 — материальная 7 - тройная 92 Точки реперные 50 Трасктория 9 Трансформатор 149 — повышающий 149 — понижающий 149 Трение внешнее 18 внутреннее 18, 59 — покоя 18 - скольжения 18 Триболюминесценция 284 Триод полупроводниковый (транзистор) 288 — плоскостной 288 — — точечный 288

Трубка тока 37 Угол Брюстера 228 - краевой 83 — предельный 195 Удар (соударение) 24 - абсолютно неупругий 25 — — упругий 24 - центральный 24 Узел стоячей волны 186 — электрической цепи 123 Узлы кристаллической решетки 85 Уравнение адиабаты 68 — Бернулли 37 — Ван-дер-Ваальса 77 волновое 184, 191 - волны бегущей 183 ---- стоячей 186 --- гармонических колебаний 160 — динамики вращательного движения 28 — Клапейрона 53 — Клапейрона — Менделеева 53 — Клапейрона—Клаузиуса 92 - колебаний гармонических 160 — Майера 65 - Максвелла для электромагнитного поля 159 неразрывности 37 - основное молекулярно-кинетической теории идеальных газов 54 - Пуассона 68 состояния идеального газа 53 — стоячей волны 186 — Шредингера 256, 257 — Эйнштейна для внешнего фотоэффекта 242 Уравнения движения точки кинематические 8 Уровень энергетический основной 263 — — возбужденный 263 Уровни акцепторные 282 — энергетические 263 — — донорные 282 Ускорение 11 — мгновенное 11 - нормальная составляющая **11** — полное 11 — среднее 11 тангенциальная составляющая 11 — угловое 13 Условие интерференционного максимума 204

— — минимума 204 - нормировки вероятностей 255 Участок цепи неоднородный 122 Фаза (в термодинамике) 91 - колебаний 160 - — начальная 160 Фарад (единица электрической емкости) 112 Фермионы 268 Ферромагнетики 155 Фигуры Лиссажу 168 Физика молекулярная 48 - квантовая 246 Флуоресценция 284 Фокус линзы 196 Формула барометрическая 56 - Бальмера обобщенная 247 - Вульфа-Брэгтов 219 — де Бройля 251 — Лоренца 136 — Планка 238, 239 — Рэлея—Джинса 238, 239 - тонкой линзы 197 — Торричелли 39 Фосфоресценция 284 Фотолюминесценция 284 Фотометрия 200 Фотон 315 Фотопроводимость полупроводников 283 — примесная 283 - собственная 283 Фотоэмульсии ядерные 302 Фотоэффект 241 — внешний 241 - ядерный 298 Фронт волновой 182 Функция волновая 255 — антисимметричная 268 — --- симметричная 268 - Кирхгофа универсальная 237 — распределения Максвелла 55 ----Больцмана 56 — — молекул по скоростям 55 Характеристика вольт-амперная 128 ---- фотоэффекта 241 Хемилюминесценция 284

Хемилюминесценция 284 Холодильник 73

Центр захвата 284 --- качания физического маятника 104

--- кристаллизации 90 — линзы оптический 196 --- масс (инерции) системы 17 Цепь переменного тока 174-177 Цикл обратный 69 - прямой 69 — Карно обратный 75 ----- прямой 75 — протонно-протонный 310 - углеродно-азотный 310 Циркуляция вектора магнитной индукшин 138 — напряженности электростатического поля 102 — — поля сторонних сил 118 Цут волновой 203 Частицы истинно нейтральные 316 — тождественные 268 — элементарные, классификация 320 Частота вращения 12 — колебаний 161 контура собственная 166 — резонансная 172 Четность 318 Число барионное 319 — волновое 183 — зарядовое ядра 289 - квантовое 264 — — главное 264 ---- магнитное 264 — — орбитальное 264 --- спиновое 267 ----- **ж**дерное 291 --- лептонное 319 — массовое 289 — Рейнольдса 40 столкновений среднее 57 степеней свободы молекул 60 Ширина интерференционной полосы 206 Шкала температурная 50 ---- международная практическая 50 ---- термодинамическая 50 --- электромагнитных волн 180 Экстратоки самоиндукции 147 Электролюминесценция 284 Эмиссия термоэлектронная 127 - фотоэлектронная 127 --- электронная 127

Эмиттер 288

- Энергия 19 - активации 307 - внутренняя 60, 80 - заряженного конденсатора 115 ---- уединенного проводника 114 - ионизации 128 — кинетическая 20 --- вращения 28 — — гармонических колебаний 162 - механическая 19, 20 ---- полная 20 нулевых колебаний 262. — поверхностная 81
 — полная 21 - поля магнитного 149 — — электростатического 103 - потенциальная 20 — гармонических колебаний 162 --- межмолекулярного взаимодейст-
- зарядов 114 электростатического поля 115 Энтропия 70, 71 Эффект Доплера в акустике 188 --- поперечный 225 — — продольный 225 — Керра 234 — Комптона 244 — туннельный 261 Явление электромагнитной индукции 14 Явления капиллярные 84 — переноса 58,59 Ядро атома дочернее 295 — — материнское 295 Яма потенциальная 259

СИСТЕМЫ НЕПОЛВИЖНЫХ ТОЧЕЧНЫХ

- вня 76
- связи ядра 290

- Яркость энергетическая 200 Ячейка Керра 234
- элементарная 87

Оглавление

Предисловие
Введенне
Предмет физики4
Связь физики с другими науками
1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ
Глова 1 Элементы кинематики
Молеци в механике. Кинематические уравнения движения материальной точки.
Траектория, ллина пути, вектор перемещения. Скорость. Ускорение и его со-
ставляющие. Угловая скорость. Угловое ускорение.
Глава 2. Линамика материальной точки и поступательное движение твердого тела 14
Первый закон Ньютона. Масса. Сила. Второй и третий законы Ньютона. Закои
сохранения импульса. Закон движения центра масс. Силы трения.
Глава 3. Работа и энергия
Работа, энергия, мошность. Кинетическая и потенциальная энергия. Связь ме-
жду консервативной силой и потенциальной энергией. Полная энергия. Закон
сохранения энергии. Графическое представление энергии. Абсолютно упругий
удар. Абсолютно неупругий удар
Глава 4. Механика твердого тела
Момент инерции. Теорема Штейнера. Момент силы. Кинетическая энергия
вращения. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела. Мо-
мент импульса и закон его сохранения. Деформации твердого тела. Закон Гука.
Связь между деформацией и напряжением.
Глава 5. Тяготение. Элементы теорин поля
Закон всемирного тяготения. Характеристики поля тяготения. Работа в поле тя-
готения. Связь между потенциалом поля тяготения и его напряженностью.
Космические скорости. Силы инерции.
Глава 6. Элементы механики жидкостей
Давление в жидкости и газе. Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли.
Некоторые применения уравнения Бернулли. Вязкость (внутреннее трение).
Режимы течения жидкостей.
Глава 7. Элементы специальной теории относительности 41
Механический принцип относительности. Преобразования Галилея. Постулаты
СТО. Преобразования Лоренца. Следствия из преобразований Лоренца (1).
Следствия из преобразований Лоренца (2). Интервал между событиями. Основ-
ной закои релятивистской динамики. Энергия в релятивистской динамике.
2. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ
Глава 8. Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов
Разделы физики: молекулярная физика и термодинамика. Метод исследования
термодинамики. Температурные шкалы. Идеальный газ. Законы Бойля—Мари-
отта, Авогадро, Дальтона. Закон Гей-Люссака. Уравнение Клапейрона-Мен-
делеева. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Закон Мак-
свелла о распределении молекул идеального газа по скоростям. Барометриче-
ская формула. Распределение Больцмана. Средняя длина свободного пробега
молекул. Некоторые опыты, подтверждающие МКТ. Явления переноса (1). Яв-
ления переноса (2).

Внутренняя энергия. Число степеней свободы. Закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул. Первое начало термодинамики. Работа газа при изменении его объема. Теплоемкость (1). Теплоемкость (2). Применение первого начала термодинамики к изопроцессам (1). Применение первого начала термодинамики к изопроцессам (2). Адиабатный процесс. Круговой процесс (цикл). Обратимые и необратимые процессы. Энтропия (1). Энтропия (2). Второе начало термодинамики. Тепловой двигатель. Теорема Карно. Холодильная машина. Цикл Карно.

3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3.
Глава 11. Электростатвка
Электрический заряд и его свойства. Закон сохранения заряда. Закон Кулона.
Напряженность электростатического поля. Линии напряженности электроста-
тического поля. Поток вектора напряженности. Принцип суперпозиции. Поле
диполя. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме. Применение
теоремы Гаусса к расчету полей в вакууме (1). Применение теоремы Гаусса к
расчету полей в вакууме (2). Циркуляция вектора напряженности электростати-
ческого поля. Потенциал электростатического поля. Разность потенциалов.
Принцип суперпозиции. Связь между напряженностью и потенциалом. Экви-
потенциальные поверхности. Вычисление разности потенциалов по напряжен-
ности поля. Типы диэлектриков. Поляризация диэлектриков. Поляризован-
ность. Напряженность поля в диэлектрике. Электрическое смещение. Теорема
Гаусса для поля в диэлектрике. Условия на границе раздела двух диэлектриче-
ских сред. Проводники в электростатическом поле. Электроемкость. Плоский
конденсатор. Соединение конденсаторов в батареи. Энергия системы зарядов и
уединенного проводника. Энергия заряженного конденсатора. Энергия элек-
тростатического поля.
Глава 12. Постоянный электрический ток116

- Электрический ток, сила и плотность тока. Сторонние силы. Электродвижущая сила (ЭДС). Напряжение. Сопротивление проводников. Закон Ома для однородного участка в замкнутой цепи. Работа и мощность тока. Закон Ома для неоднородного участка цепи (обобщенный закон Ома (ОЗО)). Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.

Волновой процесс. Продольные и поперечные волны. Гармоническая волна и ее описание. Уравнение бегущей волны. Фазовая скорость. Волновое уравнение. Принцип суперпозиции. Групповая скорость. Интерференция волн. Стоячие волны. Звуковые волны. Эффект Доплера в акустике. Получение электромагнитных волн. Шкала электромагнитных волн. Дифференциальное уравнение электромагнитных волн. Следствия теории Максвелла. Вектор плотности потока электромагнитной энергии (вектор Умова—Пойнтинга). Импульс электромагнитного поля.

5. ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ
Глава 20. Элементы геометрической оптики
Основные законы оптики. Полное отражение. Линзы, тонкие линзы, их харак-
теристики. Формула тонкой линзы. Оптическая сила линзы. Построение изо-
бражений в линзах. Аберрации (погрешности) оптических систем. Энергетиче-
ские величины в фотометрии. Световые величины в фотометрии.
Глава 21. Интерференция света
Вывод законов отражения и преломления света на основе волновой теории. Ко-
герентность и монохроматичность световых волн. Интерференция света. Неко-
торые методы наблюдения интерференции света. Расчет интерференционной
картины от двух источников. Полосы равного наклона (интерференция от
плоскопараллельной пластинки). Полосы равной толщины (интерференция от
пластинки переменной толщины). Кольца Ньютона. Некоторые применения
интерференции (1). Некоторые применения интерференции (2).
Глава 22. Лифракция света
Принцип Гюйгенса-Френеля. Метол зон Френеля (1). Метол зон Френеля (2).
Лифракция Френеля на круглом отверстии и лиске. Лифракция Фраунгофера на
шели (1). Лифпакции Фраунгофера на шели (2). Лифпакции Фраунгофера на
лифракционной решетке. Лифракция на пространственной решетке. Критерий
Рэлея. Разрешающая способность спектрального прибора.
Глава 23. Взаимодействие электромагнитных воли с веществом 221
Лисперсия света Различия в лифпакционном и призматическом спектрах Hon-
мальная и аномальная лиспепсия. Элементарная электронная теория лисперсии
Поглошение (абсорбных) света Эффект Лодлера
Глава 24 Поларизация света 226
Естественный и пологизовании й свет Закон Мангоса Прохожнение света нерез
па полонизатора Полонизация света при отражении и предомлении на границе
паух пизнектриков Лаойное пунетрепомление. Попожительные и отринатель-
че коисталлы Поляризационные призыки и поляронны. Пластичка в цетверть
вопил Аналия поляризационно света Искусственное оптинеское онготопия
Волны. Анализ поларизованного света. Пскусственная оптическая анизотрония.
Глава 75 Крантовая природо изличния 224
Таплава 23. Квантовая природа вытучение
тепловое излучение и его характеристики. Законы кирхгофа, Стефана-Вольц-
мапа, Бина. Формулы Гэлсх—Джинса и Гранка. Получение из формулы Гранка
частных законов теголового излучения. Температуры, радиационная, цветовая,
храостная. Вольтамперная характеристика фотозффекта. Законы фотозффекта.
Уравнение Зикштейна, импульс фотона, давление света. Эффект Комптона.
Единство корпускулярных и волновых своиств электроматнитного излучения.
6. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОИ ФИЗИКИ АТОМОВ, МОЛЕКУЛ
И ТВЕРДЫХ ТЕЛ
Глава 26. Теория ятома водорода по Бору
Модели атома Томсона и Резерфорда. Линейный спектр атома водорода. По-
стулаты Бора. Опыты Франка и Герца. Спектр атома водорода по Бору.
Глава 27. Элементы квантовой механики

Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества. Некоторые свойства волн де Бройля. Соотношение неопределенностей. Вероятностный подход к описанию микрочастиц. Описание микрочастиц с помощью волновой функции. Принцип суперпозиции. Общее уравнение Шредингера. Уравнение Шредингера для стационарных состояний. Движение свободной частицы. Частица в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками». Потенциальный барьер прямоугольной формы. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект. Линейный гармонический осциллятор в квантовой механике.

7. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ289

Глава 31. Элементы физики элементарных частиц	11
Космическое излучение. Мюоны и их свойства. Мезоны и их свойства. Типы	
взаимодействий элементарных частиц. Описание трех групп элементарных час-	
тиц. Частицы и античастицы. Нейтрино и антинейтрино, их типы. Гипероны.	
Странность и четность элементарных частии. Характеристики лептонов и ад-	
ронов. Классификация элементарных частиц. Кварки.	
Периодическая система элементов Д. И. Менделеева	22
Основные законы н формулы	24