

**ALIMXODJAYEV K.T., ABDULLAYEV B.,
ABIDOV K.G.**

NAZARIY ELEKTRTEXNIKA



TOSHKENT

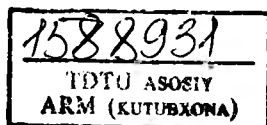
**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

ALIMXODJAYEV K.T., ABDULLAYEV B., ABIDOV K.G.

NAZARIY ELEKTRTEXNIKA

2-qism

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi
tomonidan texnika oliy o'quv yurtlari talabalari uchun darslik
sifatida tavsiya etilgan



TOSHKENT – 2018

UO'K: 621.3.01(075.8)
KBK 31.2ya7
A 50

Taqrizchilar:

Shipulin YU.G. – texnika fanlari doktori, professor;
Parsiyeв S.S. – texnika fanlari nomzodi, dotsent.

A 50 Alimxodjayev K.T., Abdullayev B., Abidov K.G. Nazariy elektrtexnika.
2-qism. Darslik. –T.: «Fan va texnologiya», 2018. 288 bet.

ISBN 978-9943-11-919-2

Darslikning 2-qismida, nosinusoidal davriy toklar, chiziqli elektr zanjirlaridagi o'tkinchi jarayonlar, to'rtqutbliliklar, elektr filtrlar, tarqoq parametrlil zanjirlar, nochiziqli elektr zanjirlarini hisoblash usullari mavzulari batafsil yoritilgan. Darslik texnika oliy o'quv yurtlarining bakalavriatura, magistratura talabalari hamda katta ilmiy-xodim izlanuvchilar uchun mo'ljallangan, bundan ishlab chiqarish sohalari mutaxassislari, muhandislar, ilmiy texnik xodimlar ham foydalanishlari mumkin.

Во второй части учебника изложены основные понятия о периодических несинусоидальных токах, переходных процессах в линейных электрических цепях, четырехполюсниках, электрических фильтрах, линиях с распределенными параметрами, нелинейных электрических цепях и методах их расчетов. Учебник предназначен студентам бакалавриатуры, магистратуры и старшим научным исследователям, а также может быть полезным специалистам производства, инженерам, научно - техническим сотрудникам.

The second part of the textbook "Theoretical Electrical Engineering" is presented the basic concepts of the periodic non-sinusoidal currents, transient processes in linear electric circuits, quadripoles, electrical filters, distributed parameter lines, nonlinear electrical circuits and methods of their calculations. The textbook is designed for Bachelor, Master's degree students and senior researchers, and may also be useful for production experts, engineers and scientific - technical staff.

UO'K: 621.3.01(075.8)
KBK 31.2ya7

ISBN 978-9943-11-919-2

© «Fan va texnologiya» nashriyoti, 2018;
© Toshkent davlat texnika universiteti, 2018.

KIRISH

Hozirgi zamon elektr energetikasi va elektr texnikasini ajralmas qismi bo'lgan nazariy elektrtexnika fanining rivojlanishi va jamiyat hayotining barcha sohalariga jadal kirib borishi – elektr energiyasini ishlab chiqarish, uni uzoq mosofalarga uzatish, signallar turini qayta o'zgartirish muammolarini yechishga imkon berishi bilan izohlash mumkin.

XIX asr boshlarida magnetizm va elektr sohalaridagi bajarilgan ilmiy tadqiqotlar elektr va magnit hodisalarining muhim xususiyatlarini, ya'ni elektr zaryadlangan zarrachalarning harakati doimo magnit hodisalari bilan birgalikda sodir bo'lishini va ularning mutloq bog'liqligini ochib berdi. Bu bilan 1600-yilda Gilbert tomonidan ta'kidlangan elektr va magnit hodisalarining har biri mustaqil va o'zaro bog'liq bo'lmagan jarayonlar ekanligi haqidagi tushuncha mutlaqo noo'rin ekanligi isbotlandi. 1831-yilda Faradey elektromagnit induktsiyasi hodisasini ochganligi haqida xabar berdi. U magnit maydoni yoki tokli konturga nisbatan harakat qilayotgan boshqa konturda tok hosil bo'lishini aniqladi. Shunday qilib, elektr hodisalari ham magnit hodisalari jarayonining natijasida hosil qilinishini ko'rsatib berildi.

Barcha qilingan ixtirolar elektr va magnetizm hodisalari orasida chuqur bog'liqliklar mavjudligini ko'rsatadi. Elektromagnit hodisalar sohasiga taalluqli bo'lgan nazariy tushunchalarning umumiy majmuasida elektr va magnit zanjirlari nazariyasi ko'proq rivojlanishga erishmoqda. Elektr energiyasi va elektr o'lchash texnikasi, aloqa korxonalarini elektr energiyasi bilan ta'minlash tizimlari, tezkor elektron hisoblash mashinalari, axborot texnologiyalari, avtomatik boshqaruv va nazorat tizimlarining mislsiz murakkablanishi va rivojlanishi natijasida ularning elektr zanjirlarini tahlil qilish uchun umumlashtirilgan uslublarni ishlab chiqish zarurati tug'ilmoqda. Ular vositasida shu murakkab tizimlarning alohida qismlari bo'lgan va ma'lum vazifani bajaruvchi elektr zanjirlarining bir qancha elementlari o'zlarining umumlashtirilgan parametrlari orqali qaraladi. Zanjirning bunday elementlari kompleksi tarkibiga, masalan, simli aloqa tizimlaridagi,

radio-, teleuzatishlardagi, elektr o'lchashlar, avtomatik boshqarish va nazoratidagi signallar generatorlari, kuchaytirgichlari, energiya manbalari, elektron hisoblash mashinalaridagi mantiqiy vazifalarni bajaruvchi bloklari, diskret raqamli o'zgartkichlari va h.k. kirishi mumkin.

Bunday alohida komplekslar tarkibiga parametrlari tokka bog'liq bo'lmagan zanjirning chiziqli elementlari, masalan, rezistorlar, induktivlik g'altaklari, kondensatorlar hamda parametrlari tok yoki kuchlanishga bog'liq bo'lgan zanjirning nochiqli elementlari, yarim o'tkazgichli diod, tranzistor, ferromagnit o'zakli induktiv g'altaklar kirishi mumkin. Bunday elementlar turlicha sxemalarda ulangan bo'lib, shu komplekslar tarkibida yetarli darajada murakkab sxemalarni hosil qiladi. Komplekslar, o'z navbatida, u yoki bu usullar bilan ulanib, murakkab tizimlarni hosil qiladi.

Bayon qilingan fikrlar hamma vaqt, ayniqsa, hozirgi kunda, oliy elektr texnik ta'limning nihoyatda yuqori ilmiy darajada tashkil etilishi zaruratini taqozo etadi. Bu yo'nalishda XX asrda O'FA akademigi G'ofur Rahimovich Rahimov asos solgan va hozirgi kunda uning shogirdlari va davomchilari tomonidan rivojlantirilayotgan «Nazariy elektrtexnika» (NE) fanlarini o'qitilishi katta ahamiyatlidir.

Darslik bakalavriatura yo'nalishlari, magistratura talabalari va «Nazariy elektrtexnika» sohasida ilmiy tadqiqotlar olib borayotgan katta ilmiy-xodim izlanuvchilar uchun mo'ljallangan, undan ishlab chiqarish sohalarining mutaxassislari, muhandislar, ilmiy texnik xodimlar ham foydalanishlari mumkin.

«Nazariy elektrtexnika» darsligini yozishda shu fanga tegishli bo'lgan quyidagi xorijiy zamonaviy adabiyotlardan foydalanildi:

- Charles K. Alexander Matthew N. O. Sadiku. «Fundamentals of Electric Circuits» 2012 . 994 p, I-V head ;

- Dr. Wasif Naeem. «Concepts in Electric Circuits» 2009. 87p. VI-VII head;

- Don H. Johnson. «Fundamentals of Electrical Engineering» 2013. 292 p. VII-IX. Head.

ASOSIY BELGILASHLAR

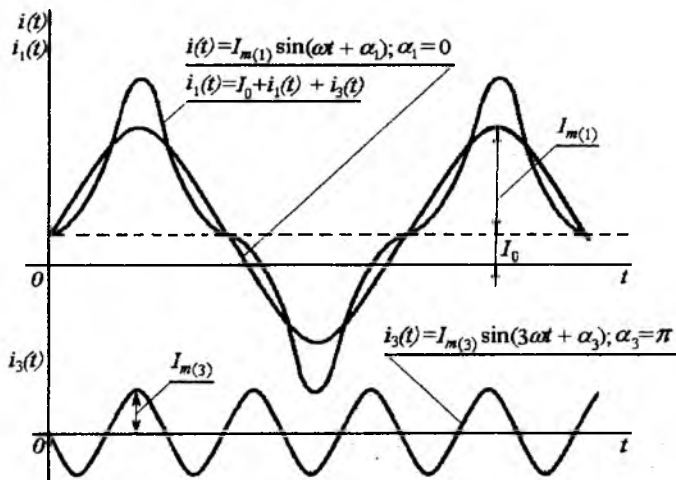
- a – kuchsizlanish, ishchi kuchsizlanish
- b – kompleks o'tkazuvchanlikning reaktiv tashkil etuvchisi
- C – sig'im
- E – o'zgarmas elektr yurituvchi kuch (E.YU.K.), garmonik E.YU.K. ning ta'sir etuvchi (effektiv) qiymati
- $\dot{E}$ – kompleks E.YU.K.
- E_m – garmonik E.YU.K. amplitudasi
- $\dot{E}_m$ – garmonik E.YU.K. ning kompleks amplitudasi
- F – tebranish chastotasi
- G – rezistiv o'tkazuvchanlik
- g – kompleks o'tkazuvchanlikning aktiv tashkil etuvchisi
- $g(t)$ – zanjirning impuls tavsifi
- $\dot{H}, H(j\omega)$ – kompleks uzatish funksiyasi
- $H(p)$ – operator uzatish funksiyasi
- $i, i(t)$ – tokning oniy qiymati
- I – tokning ta'sir etuvchi qiymati, o'zgarmas tok qiymati
- i – tokning kompleks ifodasi
- I_m – garmonik tokning amplitudasi
- $\dot{i}_m$ – tokning kompleks amplitudasi
- j – mavhum birlik
- k – kuchaytirish koeffitsiyenti
- $h(t)$ – zanjirning o'tkinchi tavsifi
- L – induktivlik
- l – liniya uzunligi
- M – o'zaro induktivlik
- P – aktiv (o'rtacha) quvvat

- p – kompleks o'zgaruvchi, oniy quvvat, operator belgisi
- Q – asillik
- q – zaryad
- R – Omik (rezistiv) qarshilik
- r – aktiv qarshilik
- T – tebranish davri
- t – vaqtning oniy qiymati
- U – kuchlanishning ta'sir etuvchi qiymati
- $\dot{U}$ – kompleks kuchlanish
- U_m – garmonik kuchlanish amplitudasi
- $u, u(t)$ – kuchlanishning oniy qiymatlari
- x – qarshilikning reaktiv tashkil etuvchisi
- $Y(p)$ – ikki qutblikning operator o'tkazuvchanligi
- $Y(j\omega)$ – ikki qutblikning kompleks o'tkazuvchanligi
- $Z(p)$ – ikki qutblikning operator qarshiligi
- $Z, Z(j\omega)$ – ikki qutblikning kompleks qarshiligi
- z – ikki qutblik kompleks qarshiligining moduli
- $j\varphi$ – ikki qutblik kompleks qarshiligining argumenti
- α – liniyaning kuchsizlanish koeffitsiyenti
- β – liniyaning faza koeffitsiyenti
- γ – liniya tarqalish koeffitsiyenti, solishtirma o'tkazuvchanlik

I-bob. DAVRIY NOSINUSOIDAL TOK ELEKTR ZANJIRLARI

1.1. Davriy nosinusoidal elektr miqdorlari

Elektrotexnika, elektrenergetika va telekommunikatsiya tizimlarini o'rgatuvchi fanlarni, ular qatorida elektr zanjirlari nazariyasi fanini o'rganish jarayonida o'zgarmas tashkil etuvchi va bir necha garmonik tashkil etuvchilar yig'indisidan iborat bo'lgan o'zgaruvchan tok (yoki kuchlanish)larni tez - tez uchratish mumkin. Bunga tokning vaqtga bog'liqlik grafigi 1.1-rasmlarda keltirilgan $i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \alpha_1) + I_{3m} \sin(3\omega t + \alpha_3)$ funksiya misol bo'la oladi; grafiklar o'zgarmas tashkil etuvchi I_0 , boshlang'ich fazalar α_1 va α_3 ning har xil qiymatlari uchun qurilgan.

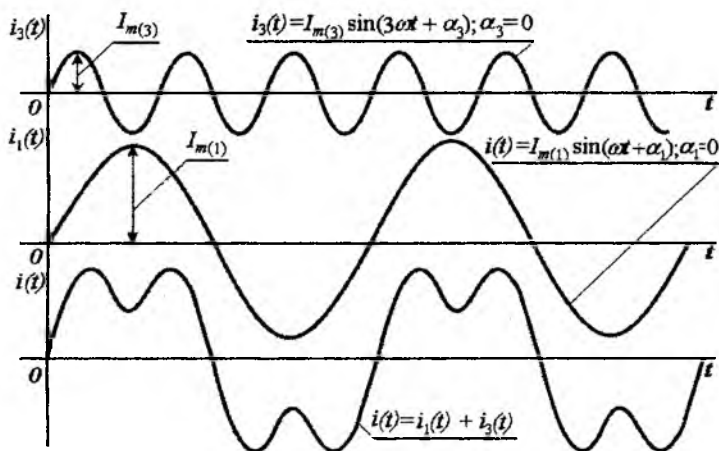


1.1-rasm. Davriy nosinusoidal funksiyalarning spektral tarkibi.

Axborot ma'lumotlaridagi kabi, darslikda «garmonik tashkil etuvchi» iborasi o'rnida «garmonika» qisqacha atamasi ishlatiladi.

Har xil garmonikalarning amplitudalari va boshlang'ich fazalari – davriy nosinusoida funksiyalarning *spektral tarkibini* tashkil qiladi. Amplituda bo'yicha spektral tarkibi bir xil bo'lib, boshlang'ich fazalari esa mos kelmasa, natijaviy funksiyalarning har xil bo'lishiga 1.1 va 1.2-rasmlarni taqqoslab iqrar bo'lish mumkin.

Ba'zi elektrotexnik va radiotexnik qurilmalarda davriy funksiyaning ko'rinishi ahamiyatli bo'lsa, ba'zan faqat amplituda bo'yicha spektral tarkibi katta e'tiborga ega. Masalan, telefon membranasidagi havo bosimi vaqt bo'yicha 1.1 va 1.2-raslarda tasvirlanganidek o'zgarsa, tovushni sezish hususiyati o'zgarmaydi.



1.2-rasm. Amplituda bo'yicha spektral tarkib.

Davriy nosinusoidal funksiyaning $f(t) = f(t + T)$ tenglik bilan tasvirlangan bog'lanishi barcha tashkil etuvchilarning eng kichik umumiy karrali T_1, T_2, T_3 davrlarini ifodalaydi. Masalan, davrlari T_1 va T_3 bo'lgan ikki garmonik funksiyalar yig'indisi uchun (1.1-rasm)

$$T = \ell T_1 = k T_3, \quad (1.1)$$

bunda ℓ va k eng kichik butun sonlar [aks holda davriy funksiyalar yig'indisi davriy bo'lmaydi, chunki (1.1) shartni bajaruvchi ℓ va k sonlar bo'lmaydi]. Oddiy garmonikalarning ixtiyoriy yig'indisi butun (yoki ratsional) sonlar n uchun davriy funksiyaadir.

$$f(t) = \sum_n A_n \sin(n\omega_1 t + \alpha_n). \quad (1.2)$$

1.1-rasmda gorizontal o'q bo'ylab vaqtni har bir garmonika uchun bir xil masshtabda qo'yilgan, shuning uchun uning argumenti (gradusda yoki davrning ulushida) har xil masshtabga ega bo'ladi: birinchi garmonikasi uchun $\pi/2$ (yoki 90°) radian mos kelsa, n -garmonika uchun $n \cdot \pi/2$ radian (yoki $n \cdot 90^\circ$) mos keladi. Garmonikalarni bir grafikda qurganda shularga e'tiborni kuchaytirish zarur.

Garmonik funksiyalarning ajoyib xususiyatlaridan biri shundan iboratki, ixtiyoriy davriy funksiyani amplitudalari va boshlangich fazalari ma'lum tartibda tanlangan oddiy garmonik funksiyalar (sinus yoki kosinus)ning chekli yoki cheksiz qator yig'indisi deb ifodalash mumkin (Fure qatori). Davriy funksiyalarni garmonik tashkil etuvchilarga ajratish §1.5-da o'rganiladi.

Aksariyat, kuchlanish va toklarning murakkab spektral tarkibi signallar (axborot)ni uzatish va qayta ishlashda uchraydi. Elektr ta'minoti tizimlarida esa kuchlanishni faqat sinusoidal bo'lishi, ya'ni tarkibida faqatgina birinchi (boshqacha nomi «asosiy») garmonikasi bo'lishi ta'minlanadi. Shu bilan birga, tarkibida juda kichik miqdorda (3ω , 5ω , 7ω va h.k chastotali) yuqori garmonikalarning mavjud bo'lishiga joiz bo'lgan qat'iy qoidalar mavjud. Bu tizimlarda yuqori garmonikalar, asosan, elektrotexnik uskunalar real elementlarining nochiziqli tavsiflari tufayli vujudga keladi; bu fikr, ayniqsa, chala yuklangan transformator zanjirlarining toklariga taaluqlidir.

Biroq, barcha elektrotexnik qurilmalarda bo'lganidek, boshqa tizimlarda ham o'zgaruvchan tokni o'zgarmas tokka aylantiruvchi yarim o'tkazgichli (diodli, tranzistorli, ventilli) qurilmalar keng qo'llaniladi. Bunday o'zgartkichning chiqish klemmasidagi kuchlanish tarkibi, o'zining dominanti (asosiy qismi) bo'lmish o'zgarmas tashkil etuvchisi bilan birga yuqori garmoniklarni ham o'z ichiga oladi.

Yarim o'tkazgichli, elektron asboblarning elektromagnit jarayonlarni avtomatik boshqarishdagi muhim xususiyatlari-moslashuvchanligi, ishlab chiqarish va ekspluatatsiyadagi soddaligi, inertsiasizligi ularning axborotni uzatish va qayta ishlash tizimlarida, avtomatika, elektr ta'minoti tizimlarida keng qo'llanishiga sabab bo'ldi. Masalan, kuchlanish yarim davrining ixtiyoriy onida tokning «yo'lini ochish»

natijasida davriy tokning shaklini o'zgartirish (1.3, *a, b*-rasmlar) bilan, tarmoqdan olinayotgan quvvatning qiymatini boshqarish mumkin.

Avtomatikada, radiotexnikada va aloqa sohalarida murakkab mantiqiy (logik) funksiyalarni bajaruvchi hisoblash mashinalari elementlarida, aksariyat yuqori chastotali signallarni qisqa T_1 vaqt ichida uzatish zarur bo'ladi; bunday signallar uzatishni T davrda takrorlash zarur bo'ladi (T_1 / T nisbat signalning kengligini tavsiflovchi qiymat). Buning uchun maxsus generator davriy ravishda takrorlanuvchi to'g'ri burchakli impulslarni (1.3, *d*-rasm) uzatadi. Ushbu impulslarni yuqori chastotali generatorga berilsa, impuls davomiyligida ishlashga, impuls bo'lmaganda esa, pauzada bo'lishga majbur etib, uning ishini boshqaradi.

Amplitudasi bo'yicha modulyatsiyalangan funksiyaning juda muhim turlaridan biri – amplitudasi garmonik qonuniyatda modulyatsiyalanadigan garmonik tebranishlardir, masalan, $u = U_0(1 + m \cos \Omega t)$, bunda m -modulyatsiya kengligi (ko'pincha, $m < 1$); ω - asosiy yoki uzatuvchi chastota, $\Omega \ll \omega$ - modulyatsiya chastotasi. Modulyatsiyalanayotgan tebranishlar amplitudasi o'zgarishining qonuni modulyatsiyalanayotgan signal turiga bog'liq. Oddiy garmonik modulyatsiyalanayotgan (1.3, *e*-rasm) signal

$$u(t) = mU_0 \cos \Omega t \quad u(t) = mU_0 \cos \Omega t \quad (1.3)$$

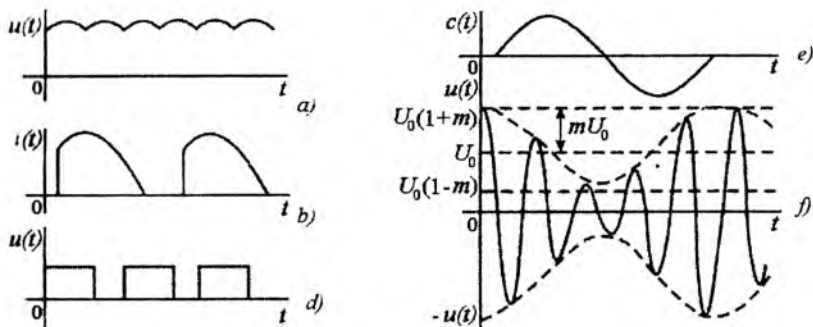
bog'lanishdagi 1.3, *d*-rasmda tasvirlangan modulyatsiyalangan tebranish hosil bo'ladi.

Yuqori chastotali modulyatsiyalangan signallarning ahamiyati kattadir, chunki ular to'g'rilangandan (detektorlangandan) so'ng aynan modulyatsiyalangan signal hosil qilinadi (1.3, *e*-rasm). Aloqa tizimlarini hammasi modulyatsiyalangan yuqori chastotali signallarni uzatishga asoslangan.

Shunisi e'tiborga loyiqki, amplitudalari garmonik modulyatsiyalangan oddiy tebranishlar (1.3) bo'lganda, barcha garmonik tashkil etuvchilarni aniqlash juda osondir.

Darhaqiqat, $\cos \alpha \cos b = \frac{1}{2}[(\cos(\alpha + b) + \cos(\alpha - b))]$ tenglikdan foydalanib (1.3) ni quyidagi holga keltiramiz.

$$u = U_0 \cos \omega t + \frac{1}{2} m U_0 \cos(\omega - \Omega)t + \frac{1}{2} m U_0 \cos(\omega + \Omega)t. \quad (1.4)$$



1.3-rasm. Yuqori chastotali modulyatsiyalangan signallar:

- a) kuchlanish signali; b) tok signali; d) tugʻri burchakli impuls;
e) sinusoidal signal; f) modulyatsiyalangan signal.

Shunday qilib, garmonik modulyatsiyalangan amplitudali garmonik tebranishlar tarkibida uch garmonik tashkil etuvchilari mavjud ekan, yaʼni ω asosiy (yoki uzatuvchi) chastotali va ikki chegaraviy $\omega - \Omega$ va $\omega + \Omega$ chastotali.

Ushbu bobda qoʻyilayotgan maqsad murakkab garmonik (yoki nosinusoidal) toklari boʻlgan chiziqli zanjirlarni hisoblash va tahlil qilish usullarini bayon qilishdir; bunda, albatta davriy toklarning barqarorlik jarayoni koʻzda tutiladi. Ushbu toklarning paydo boʻlishi va ular shakllarini oʻzgartirish usullari darslikning «Nochiziqli zanjirlar» boʻlimida koʻriladi.

1.2. Davriy nosinusoidal tokli chiziqli zanjirlarni hisoblash

Hisoblashning asosiy usullari. Aksariyat qoʻllaniladigan usul - faqat chiziqli zanjirlarni hisoblash uchun moʻljallangan jamlash (superpozitsiya) usulidir; bunda har bir garmonik tashkil etuvchi uchun alohida hisoblarni olib borib, ularning natijalari qoʻshiladi.

Nosinusoidal taʼsirga zanjir reaksiyasining spektral tashkil etuvchilarini aniqlash zarur boʻlgan holatlarda hisoblashning bunday usuli keng qoʻllaniladi. Davriy taʼsir etayotgan signal yuqori garmonikalarning katta spektriga ega boʻlsa va hisoblash hamda tahlilda,

nafaqat ta'sirning spektral tarkibini aniqlash kerak bo'lsa, balki uning vaqtga nisbatan funksional bog'lanishini ham aniqlash zarur bo'lgan holatlarda, tubdan nosinusoidal ta'sir tenglamalarini yechishga mo'ljallangan hisoblash usullari qo'llaniladi. Bu bobda superpozitsiya usulini qo'llashga asoslangan yechimlar ko'riladi.

Aytaylik, kuchlanishning oniy qiymati

$$u(t) = U_0 + \sum_n \sqrt{2} U_n \sin(n\omega_1 t + \beta_n) \quad (1.5)$$

yoki kompleks shakldagi uning spektral tarkibi berilgan bo'lsin

$$\dot{U}(jn\omega_1) = \dot{U}_n = U_n \angle \beta_n, \quad (1.6)$$

ya'ni har bir chastotasi $n\omega_1$ bo'lgan n -garmonikaning kompleks kuchlanishlari berilgan bo'lsin.

Faraz qilaylik, ko'rilayotgan kuchlanish, kompleks qarshiliklari istalgan chastota $n\omega_1$ uchun avvaldan ma'lum bo'lgan

$$\underline{Z}(jn\omega_1) = \underline{Z}_n = z_n \angle \varphi_n \quad (1.7)$$

shaxobchaga uzatilayotgan bo'lsin.

Unday holat uchun tokning barcha garmonik tashkil etuvchilarini aniqlash mumkin

$$\dot{I}_n = I_n \angle \alpha_n = \dot{U}_n / \underline{Z}_n = U_n / z_n \angle (\beta_n - \varphi_n), \quad (1.8)$$

Barcha garmonikalarining oniy qiymatlarini qo'shish natijasida izlanayotgan tokning oniy qiymatini aniqlash mumkin

$$i(t) = I_0 + \operatorname{Im} \sum_n \sqrt{2} I_n e^{jn\omega_1 t} \quad (1.9)$$

yoki

$$i(t) = I_0 + \sum_n \sqrt{2} \cdot I_n \sin(n\omega_1 t + \alpha_n), \quad (1.10)$$

bunda I_0 - qiymati $n=0$ ga mos keladigan o'zgarmas tashkil etuvchi.

Agar qarshilik chastotaga bog'liq bo'lsa, tokning spektral tarkibi va uni xarakterlovchi egri chiziq $i(t)$ shakli kuchlanishning spektral tarkibi va uni xarakterlovchi $u(t)$ egri chiziq shaklidan tubdan farqlanishi mumkin.

Nosinusoidal tokli zanjirda induktivlik va sig'im. Induktiv g'al-takning reaktiv qarshiligi garmonika tartibining chastotasiga to'g'ri proporsional ravishda o'zgaradi:

$$X_{L_n} = n\omega_1 L. \quad (1.11)$$

Shuning uchun, tokdagi yuqori garmonikalarning tarkibi zanjirga keltirilgan kuchlanish garmonikalari tarkibidan kamroqdir. Sig'imning reaktiv qarshiligi esa, aksincha, chastotaga (garmonika tartibiga) teskari proporsional

$$X_{C_n} = 1/(n\omega_1 C). \quad (1.12)$$

Kondensatorning o'tkazuvchanligi esa garmonika tartibiga proporsional ravishda ortadi. Agar kondensatordagi kuchlanish yuqori garmonikalarga ega bo'lsa, garmonikalarning tok tarkibidagi ta'siri kattaroq bo'ladi.

Agar L , C , M murakkab bog'lanishda bo'lsa, nosinusoidal tokni aniqlash uchun, na faqat qarshilikning haqiqiy va mavhum qismlarini yoki uning modulini, aytaylik, asosiy chastota uchun bilish zarur, balki albatta (1.7)da ko'rsatilganidek, bu qarshilik chastotaga bog'liqligining to'liq ifodasini, ya'ni $Z(jn\omega_1)$ ni ham bilish zarur.

Pulslanuvchi kuchlanishni tekislash. Faraz qilaylik, u kuchlash manbaida o'zgarmas tashkil etuvchisidan tashqari, bir qator garmonikalari ham mavjud bo'lsin.

Tokning tebranishini kamaytirish uchun r yuklanish manbaga ketma-ket bo'lgan induktivlik va parallel bo'lgan sig'im orqali ulangan (1.4-rasm). Induktivlik tokning o'zgarmas tashkil etuvchisiga hech qanday ta'sir ko'rsatmasdan, yuqori garmonikalarga qiymati ortuvchi ($jn\omega_1 L$) qarshilik bilan ta'sir ko'rsatadi, sig'im esa kamayuvchi qarshilik $1/(jn\omega_1 L)$ bilan ta'sir etadi.

Shunday qilib, induktivlik L va sig'im C ushbu zanjirda yuqori garmonikalarni to'sib qoluvchi filtr vazifasini bajaradi.

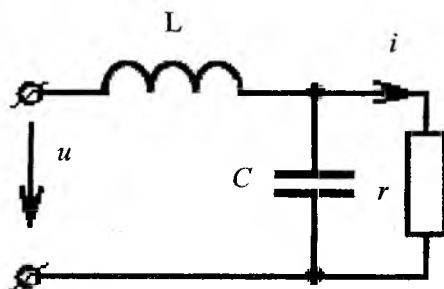
Bunday filtrlar ishlashining to'liq tahlilini bajarish vazifasini qo'ymasdan (bu filtrlar nazariyasi 8-bobda ko'riladi), filtr ulanishi r, L, C va $n\omega_1$ larning muayyan qiymatlarida manbaning kuchlanishiga nisbatan yuk tokining garmonik tashkil etuvchilari necha marta kamayadi, degan savolga javobni izlaymiz.

Ushbu zanjirning kompleks qarshiliklariga yuqoridagi usullarni qo'llab, n -garmonika (ya'ni $n\omega_1$ chastota) uchun yuklama tokining qiymatini aniqlaymiz.

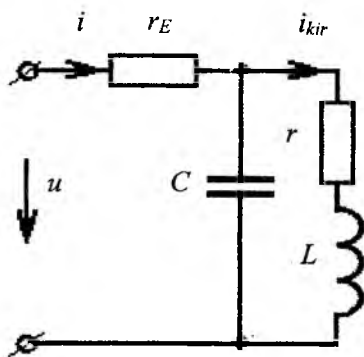
$$\dot{I}_n = \dot{U}_n \frac{1}{r - n^2 \omega_1^2 L C r + j n \omega_1 L} \quad (1.13)$$

yoki

$$I_n = U_n \frac{1}{r \sqrt{(1 - n^2 \omega_1^2 L C)^2 + (n \omega_1 / r)^2}} \quad (1.14)$$



1.4-rasm. Induktivlik va parallel bo'lgan sig'im.

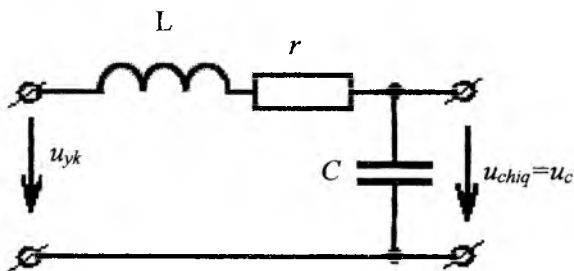


1.5-rasm. R-L iste'molchini r_E qarshiligi bo'lgan liniya.

O'zgarmas tashkil etuvchi uchun esa

$$I_0 = U_0 / r .$$

Keyingi tengliklardan ko'rish mumkinki, bunday filtrlar har qanday parametrlarda ham tokning pulslanishini kamaytirish qobiliyatiga ega emas. Darhaqiqat, yuk qarshiligi r ning katta qiymatlarida ildiz ostidagi ifoda birdan kichik bo'lishi mumkin. Birinchi galda ushbu fikrlar ildiz ostidagi birinchi qavsni nolga aylantiradigan chastotalar (rezonans effekti) diapazoniga taalluqlidir.



1.6-rasm. Asosiy chastota bilan rezonansga sozlash.

Nosinusoidal kuchlanishda bo'lgan sodda elektr zanjir. Manbaga elektr zanjirlarini yoki R - L iste'molchini r_E qarshiligi bo'lgan liniya orqali ulangan bo'lsin (1.5-rasm). Faza siljishini kompensatsiya qilish uchun iste'molchi bilan parallel kondensator ulangan bo'lsin.

Umumiy tokni aniqlash bilan cheklanamiz. Faraz qilaylik, zanjirning kirish qismidagi kuchlanish quyidagicha bo'lsin

$$u = U_{1m} \left(\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t \right),$$

bunda $U_1 = U_{1m} / \sqrt{2} = 540 \text{ V}$ va $\omega = 314 \text{ c}^{-1}$ zanjir parametrlari: $r_E = 10 \Omega$; $r = 100 \Omega$; $\omega L = 100 \Omega$.

Sig'imning qiymati shunday tanlanganki, yuk tokining reaktiv tashkil etuvchisi butkul kompensatsiyalansin. Bunda, manbaning toki kuchlanish bilan fazasi mos, kirish qarshiligi esa sof aktiv bo'ladi.

Birinchi garmonika uchun kirish qarshiligini aniqlaymiz

$$\begin{aligned}\underline{Z}_1 &= r_3 + \frac{r + j\omega L}{j\omega C(r + j\omega L + 1/j\omega C)} = \\ &= r_3 + \frac{r + j[\omega L(1 - \omega^2 LC) - \omega Cr^2]}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega Cr)^2}\end{aligned}\quad (1.15)$$

Uchinchi garmonika uchun kirish qarshiligini aniqlash uchun (1.15) tenglikdagi barcha ω qiymatlarni 3 ga ko'paytirish etarlidir

$$\underline{Z}_3 = r_E + \frac{r + j[3\omega L(1 - 9\omega^2 LC) - 3\omega Cr^2]}{(1 - 9\omega^2 LC)^2 + (3\omega Cr)^2}\quad (1.16)$$

Birinchi garmonika uchun kirish qarshiligi aktiv xarakterda ekanligi ayon

$$\omega L(1 - \omega^2 LC) - \omega Cr^2 = 0, \text{ bundan } \omega C = \frac{\omega L}{r^2 + (\omega L)^2}.$$

Berilgan son qiymatlarida $\omega C = 1/200 \text{ Sm}$ va $\omega^2 LC = 0.5$. Hisoblash natijasida quyidagilarni aniqlaymiz: $\underline{Z}_1 = 210 \Omega$, $\underline{Z}_3 = 16,9 - j83 \Omega$ va

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1 / \underline{Z}_1 = 25,7 \text{ A}, \quad \dot{I}_3 = \dot{U}_3 / 3\underline{Z}_3 = -21,2 \angle 78^\circ 30' \text{ A}\quad (1.17)$$

Parallel shaxobchalar (yuklama va kondensator)dagi kuchlanishni kirish kuchlanishi va r qarshilikdagi kuchlanish pasayuvi ayirmasi sifatida aniqlash qulayroq.

Rezonans konturida modulyatsiyalangan tebranishning shakl buzilishi. Radiotexnika, avtomatika, telekommunikatsiya va boshqa sohalarda, aksariyat, signallarni modulyatsiyalangan garmonik tebranishlarning *o'ramasi* sifatida uzatiladi va qayta ishlanadi. Bunda modulyatsiyalovchi signalning o'zi ham murakkab spektral tarkibga ega bo'lishi mumkin; aynan shu funktsiya detektorlangandan so'ng qabul qilinadi.

Ko'pincha birgina kabel liniyasidan bir nechta asosiy chastotalarda signallar uzatiladi (radio to'likinlarini uzatishga o'xshash). Ko'pgina signallar qatoridan, aynan bizni qiziqtiruvchi *signalni tanlab olish* uchun qabul qiluvchi qurilmani *ushbu asosiy chastota bilan rezonansga sozlash* zarur. Bunday qurilma prinsipial tarzda 1.6-rasm-da keltirilgan. Chiqishdagi, ya'ni kondensatordagi kuchlanish rezonans hodisasini tahlil qilingandagi keltirib chiqarilgan (1.15) tenglik bilan ifodalanadi

$$U_c = U_0 \frac{Q}{\eta \sqrt{1 + (Q\alpha)^2}},$$

bunda Q -konturning asilligi; $\eta = \omega / \omega_0$; $\alpha = \eta - 1/\eta$.

Asllik katta ($Q = 200-500$) bo'lganda chastotaning rezonansdagi qiymati ω_0 dan biroz og'ishi, chiqish kuchlanishining keskin pasayishiga olib keladi. Masalan, $Q = 500$, $\eta = 0,9$, $\alpha = -0,21$ bo'lganda rezonansdagi kuchlanish $U_R = 500 U_0$ ning o'rniga $U_R = 5,3 U_0$ bo'lishini ko'ramiz.

Faraz qilaylik, modulyasiyalangan kuchlanish

$$U_{kup} = U_0 (1 + m_1 \cos \Omega_1 t + m_2 \cos \Omega_2 t) \cos \omega_1 t$$

yuqori uzatuvchi chastota ω_1 da bir modulyatsiya chuqurligi m_1 bilan va tovush chastotasi Ω_1 bilan modulyatsiyalangan bo'lsin va boshqa tovush chastotasi Ω_2 da boshqa qiymatdagi chuqurlik modulyatsiyasi m_2 bilan modulyatsiyalanayotgan bo'lsin.

Ushbu tebranishlar katta Q ga ega bo'lgan rezonans konturi orqali qanday o'tishini bilish juda muhimdir, ya'ni chiqish kuchlanishi ($u_{ch} = u_c$) ning Ω_1 va Ω_2 chastotalardagi modulyatsiya chuqurliklari nisbati m_1/m_2 qanday o'zgarishini bilish juda zarurdir. Agar bu nisbat zanjirning kirish va chiqish qismida katta farqli bo'lsa, u holda o'ramaning spektral tarkibi ham o'zgaradi. Shu bilan birga biz bilamizki, masalan, inson gapining har xil tovushlari, aynan har xil spektral tarkibi bilan farqlanadi. O'rama spektrining o'zgartirilishi, ya'ni signal detektorlangandan so'ng qayta ishlanishi, uzatilgan tovushning o'zgarishiga olib keladi.

Misol. Ketma-ket ulangan r , L , C zanjirning (1.6-rasm) kirish kuchlanishi u_{kir} va chiqish kuchlanishi u_s bo'lsa, zanjirning m_1/m_2 nisbatini taqqoslang. Bunda kontur aslligi $Q=500$; uzatuvchi chastota $1,6\text{MHz}$ ($\omega_1 = 2\pi \cdot 1,6 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$), unli tovushlarning aksariyatidagi chastota 250Hz ($\Omega_1 = 2\pi \cdot 250 \text{ s}^{-1}$); S harfi kabi hushtaksimon undon tovushlarda $5,5\text{kHz}$ ($\Omega_2 = 2\pi \cdot 5,5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$).

Yechish. Faraz qilaylik, zanjirning kirish qismida modulyatsiya chuqurligi bu ikki chastota uchun bir xil $(m_1/m_2)_{kir} = 1$ bo'lsa, $(m_1/m_2)_{chiq}$ ni aniqlash talab etilsin. Buning uchun U_{c1}/U_{c2} nisbat qiymatlarini ikki yuqori ($1,6 \cdot 10^2 + 250$ va $1,6 \cdot 10^2 + 5,5 \cdot 10^3$) hamda quyi

$(1,6 \cdot 10^2 + 250$ va $1,6 \cdot 10^2 - 5,5 \cdot 10^3)$ chegaraviy chastotalarda ham aniqlash kerak bo'lsin.

Yuqori chegaraviy chastotalar uchun ushbu nisbat quyidagicha

$$\left(\frac{m_1}{m_2} \right)_{chiq} = \frac{U_{c1}}{U_{c2}} = \frac{\eta_2 \sqrt{1 + (Q\alpha_2)^2}}{\eta_1 \sqrt{1 + (Q\alpha_1)^2}}$$

bo'ladi, chunki

$$\eta_1 = \frac{1,6 \cdot 10^6 + 250}{1,6 \cdot 10^6} \approx 1; \quad \alpha_1 \approx 0;$$

$$\eta_2 = \frac{1,6 \cdot 10^6 + 5,5 \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^6} = 1 + 0,0034; \quad \alpha_2 = 0,0068; \quad Q\alpha_2 = 0,34, \text{ bo'lgani}$$

$$\text{uchun } (m_1 / m_2)_{chiq} \approx 1,08.$$

Shunga o'xshash natijalar qolgan chegaraviy chastotalar uchun ham aniqlanadi. Bunday o'zgarish, deyarli sezilsiz.

Endi faraz qilaylik, uzatish chastotasi 10 marta kichik, ya'ni – 160kHz - bu radio to'liqini diapazonida; qolgan shartlar hammasi ilgarigidek. Bunday holatda

$\eta_1 \approx 1; \eta_2 = 1,034; \alpha_2 = 0,068; Q\alpha_2 = 3,4; (m_1 / m_2)_{chiq} = 3,54$ Endi bunday o'zgarish sezilarli bo'ladi.

1.3. Davriy nosinusoidal elektr miqdorlarini tavsiflari

Ta'sir etuvchi (effektiv) qiymatni yuqorida bir davrdagi o'rtacha kvadratik qiymat deb qabul qilingan edi, hamda bunday ta'rifning mazmunini talqin qilgan edik. Bu ta'rif ixtiyoriy davriy funksiya uchun, shu jumladan, bir necha garmonik funksiyalar bilan ifodalanган holat uchun ham taalluqlidir.

Berilgan $f(t)$ funksiyaning ta'sir etuvchi qiymati oniy qiymatlar kvadratini (analitik yoki grafik usulda) integrallash natijasida aniqlanishi mumkin.

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt} \quad (1.18)$$

Biroq, agar davriy funksiyaning spektral tarkibi ma'lum bo'lsa, ta'sir etuvchi qiymatni bevosita har bir garmonika amplitudasi orqali aniqlash mumkin.

Faraz qilaylik, davriy funksiya (tok, kuchlanish va h.k) quyidagi tarkibda ma'lum bo'lsin

$$f(t) = F_0 + F_{1m} \sin(\omega_1 t + \alpha_1) + F_{2m} \sin(2\omega_1 t + \alpha_2) + \dots + F_{km} \sin(k\omega_1 t + \alpha_k) + \dots, \quad (1.19)$$

u holda uning o'rtaga kvadratik qiymati

$$F = \sqrt{F_0^2 + F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_k^2 + \dots}, \quad (1.20)$$

bo'ladi; bunda $F_1 = F_{1m}/\sqrt{2}, F_2 = F_{2m}/\sqrt{2}, \dots, F_k = F_{km}/\sqrt{2}$ - mazkur garmonikalarning ta'sir etuvchi qiymatlari.

Ushbu (1.20) tenglikni isbotlash oson. Funksiya (1.19) ning kvadrati tarkibida har bir tashkil etuvchining kvadratlari yig'indisi, hamda har xil chastotali sinus funksiyalari ko'paytmalarining yig'indisi mavjud

$$f_{mn}(t) = \sin(m\omega_1 t + \alpha_m) \cdot \sin(n\omega_1 t + \alpha_n), \quad (1.21)$$

bunda $m \neq n$.

Bular qatorida o'zgarmas tashkil etuvchi ($m = 0$) ning ixtiyoriy garmonikaga ko'paytmasi ham mavjud.

Biroq, (1.21) turdagi ko'paytmaning davr ichidagi aniq integrali nolga aylanishi aniq. Shuning uchun, noldan farq kiluvchi hadlarda faqat sinusoidal kvadratlari yig'indilari mavjud bo'ladi; shu har bir integral esa mazkur garmonik tashkil etuvchining ta'sir etuvchi effektiv qiymatiga teng.

Misol. Kuchlanish vaqtning funksiyasi sifatida teng yonli uch-burchak shaklida berilgan. Bunda U_M -maksimal kuchlanish. Uning ta'sir etuvchi qiymatini:

1) to'g'ridan-to'g'ri integrallash usuli bilan;

2) berilgan kuchlanishni garmonik qatorga yoyish uchun ma'lum (9.20) ifodadan foydalanib, hamda yoyishning birinchi ikki hadi bilan chegaralanib aniqlang.

Yechish. Funksiyaning $0 < t < T/2$ oraliqda $u = 2U_M \cdot t/T$ tenglama bilan ifodalab va faqat $(0 - T)/2$ oraliqda u^2 bo'yicha integralni hisoblab (buni simmetriyalik nuqtai nazaridan bajarish mumkin) quyidagini hosil qilamiz:

$$U = U_M / \sqrt{3} = 0,577 U_M.$$

Tenglik (1.20)dan foydalanib, birinchi ikkita hadi bilan cheklanib, quyidagini aniqlaymiz

$$U \approx U_M \sqrt{1/4 + (4/\sqrt{2}\pi^2)^2} \approx 0,575 U_M.$$

U esa haqiqiy qiymatiga juda yaqin.

O'rtacha qiymat. Aksariyat, davriy funksiyalarning uch xil o'rtacha qiymatlari, ularning muhim tavsiflarini namoyon qiladi; bir davrdagi o'rtacha arifmetik qiymat yoki o'zgaras tashkil etuvchisi

$$\bar{f} = F_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt, \quad (1.22)$$

modul buyicha o'rtacha qiymat

$$|\bar{f}| = F_{o'r.mod} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)| dt \quad (1.23)$$

va nihoyat, yarim davrdagi o'rtacha maksimal qiymat

$$\bar{f}_{\max} = F_{o'r.max} = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T/2} f(t) dt \quad (1.24)$$

Yarim davrdagi o'rtacha qiymat tanlab olingan intervalga, ya'ni tanlangan t_1 qiymatga bog'liq. Ta'rifga ko'ra t_1 ni shunday tanlash zarurki, unda integral maksimal bo'lsin.

Quyidagi simmetriya shartlaridan birini qoniqtirgan davriy funksiyalarda (1.24) ta'rif qo'llaniladi:

$$f(t-t_1) = -f(t-t_1+T/2) \text{ yoki } f(t-t_1) = -f(-t+t_1).$$

Ushbu shartlar bajarilganda nosinusoidal funksiya o'zgaras tashkil etuvchisi bo'lmaydi.

Garmonik funksiya uchun $F_{OR} = 2F_m / \pi = 0,637 F_m$, bunda F_m - amplituda; $F_{O'r}$ - modul buyicha o'rtacha qiymat yoki o'rtacha maksimal qiymat; garmonik funksiyalar uchun bu o'rtacha qiymatlar mos keladi.

Modul bo'yicha o'rtacha qiymatning fizik mohiyatini 1.7,a-rasm sxemasidagi to'g'rilagich zanjiriga ulangan magnitoelektrik ampermetr asbobi bilan o'lchash misolida tushuntiramiz. Ko'priknig har bir elkasiga diod ulangan (eslatamiz: diod tokni bir yo'nalishda erkin o'tkazib, teskari yo'nalishda o'tkazmaydigan element).

1.7, b-rasmda to'g'rilagich ko'priknining kirish qismidagi i_1 toki va diagonaliga ulangan ampermetrdan oqib o'tayotgan i_A tokning grafiklari keltirilgan. Magnitoelektrik turdagi ampermetrning ko'rsatishi o'lchov asbobining inersion ekanligi va momentning tokka to'g'ri proporsional ekanligi uchun oqib o'tayotgan i_A tokning o'rtacha qiymatiga (ya'ni o'zgarmas tashkil etuvchisiga) proporsional. Shuning uchun 1.7, a-rasmdagi sxemada ulangan bunday o'qqa nisbatan ampermetr, aynan – tok modulining o'rtacha qiymatini ko'rsatadi.

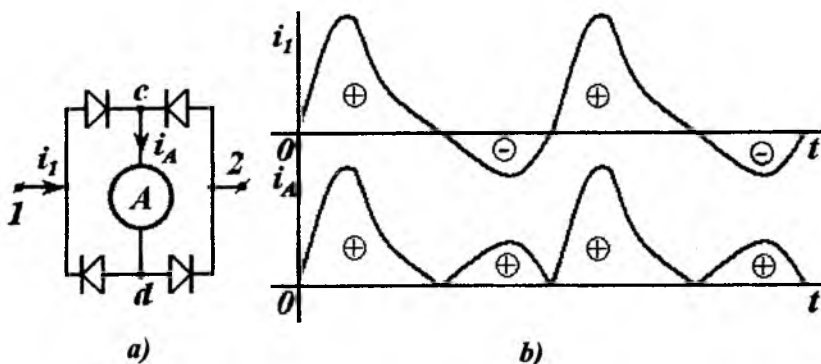
Yarim davrdagi o'rtacha maksimal qiymat deb atalgan kattalikning nima uchun kerak ekanligini tushuntirish uchun, o'zgarayotgan magnit oqimidan induksiyalanayotgan kuchlanishni ko'raylik

$$u(t) = d\Psi / dt \quad (1.24)$$

undan

$$U_{o'r.max} = 2 f \Delta\Psi_{max},$$

bunda $f = 1/T$ – chastota, $\Delta\Psi_{max}$ – yarim davr ichida magnit oqimining maksimal o'zgarishi.



1.7-rasm. To'g'rilagich ko'priki:

- a) to'g'rilagichning ko'priki sxemasiga ampermetr ulanishi;
- b) tok modulining o'rtacha qiymati.

Davriy egri chiziqlar shaklini xarakterlovchi koeffitsiyentlar. Davriy egri chiziqlarning shaklini xarakterlash uchun amplituda koeffitsiyenti k_a , shakl koeffitsiyenti k_{sh} , shakl buzilishi koeffitsiyenti

$k_{sh,b}$ va garmonikalar koeffitsiyenti k_f kiritiladi. Amplituda koeffitsiyenti maksimal qiymatning ta'sir etuvchi qiymatga nisbati sifatida aniqlanadi

$$k_a = F_{max} / F; \quad (1.25)$$

garmonik funksiya uchun $k_a = \sqrt{2} \approx 1,41$.

Shakl koeffitsiyenti ta'sir etuvchi qiymatning modul bo'yicha o'rtacha qiymatiga nisbati orqali aniqlanadi

$$k_{sh} = F / F_{or} \quad (1.26)$$

bunda garmonik funksiya uchun $k_{sh} = 1,11$.

Shakl buzilishi koeffitsiyenti asosiy garmonika ta'sir etuvchi qiymatining to'la ta'sir etuvchi qiymatga nisbati kabi aniqlanadi

$$k_{sh,b} = F_1 / F. \quad (1.27)$$

Bundan tashqari elektroakustikada garmonikalar (garmonik tashkil etuvchilar) koeffitsiyenti k_f (klirfaktor) qo'llaniladi. Uning qiymati barcha yuqori garmonik ta'sir etuvchilar qiymatlari F_s ning (ya'ni nosinusoidal davriy funksiya ta'sir etuvchi qiymatining) asosiy garmonika ta'sir etuvchi qiymatiga nisbatiga teng

$$k_f = F_s / F_1, \quad (1.28)$$

bunda $F_s = \sqrt{F^2 - F_0^2 - F_1^2}$.

Shunga e'tiborni qaratish kerakki, oxirgi ikki koeffitsiyentni aniqlash uchun faqat amplituda bo'yicha spektral tarkibni bilish yetarlidir. Qolgan koeffitsiyentlarni aniqlash uchun esa, agar har bir garmonikaning amplitudalari va fazalari ma'lum bo'lsa, spektral tarkibi orqali aniqlanadi.

Har xil garmonikalar mavjudligidagi o'lchovlar. Har xil tizimdagi o'lchov asboblarning ko'rsatishi kuchlanish egri chizig'ining shakliga qarab har xil bo'ladi. O'lchash lozim bo'lgan qiymatlar murakkab spektral tarkibga ega bo'lganda buni doimo hisobga olish zarur.

Garmonik qiymatlarni o'lchaganda ko'rsatishlari maksimal yoki o'rtacha qiymatga proporsional bo'lgan, biroq shkalalari ta'sir etuvchi qiymatlarga darajalangan o'lchov asboblari keng tarqalgan. Murakkab garmonik ta'sirlarni o'lchaganda bunday asboblarning noto'g'ri ko'rsatadi.

1.4. Davriy nosinusoidal tokning quvvati

Bir davrdagi o'rtacha quvvat qiymatining

$$P = \int_0^T u i dt \quad (1.29)$$

ta'rif ixtiyoriy davriy funksiyalar $u(t)$ va $i(t)$ uchun taalluqlidir. Agar kuchlanish va tok garmonik qatorlardan iborat bo'lsa, u holda integral belgisi ostida bir hil garmonik chastotalar ko'paytmalarining yig'indisi

$$U_{nm} \sin(n\omega_1 t + \beta_n) I_{nm} \sin(n\omega_1 t + \alpha_n)$$

va har xil chastotali garmonikalar ko'paytmalari ($k \neq n$) yig'indisi bo'ladi

$$U_{nm} \sin(n\omega_1 t + \beta_n) I_{km} \sin(k\omega_1 t + \alpha_k).$$

Ma'lumki, birinchi ko'paytmalarning har biri integraldan chiqqandan so'ng mazkur garmonikalarning o'rtacha quvvatiga teng bo'ladi

$$P_n = \frac{1}{2} U_{nm} I_{nm} \cos(\beta_n - \alpha_n) = U_n I_n \cos \varphi_n. \quad (1.30)$$

Ikkinchi ko'paytmalar har birining to'liq T davr oralig'idagi integrali nolga aylanishi aniq. Shunday qilib, biz juda muhim natijaga erishamiz: garmonik qatordan tashkil etilgan davriy funksiyaning o'rtacha quvvati har bir garmonika o'rta quvvatlarining yig'indisiga teng

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} P_n = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots \quad (1.31)$$

Bunda o'zgaras tashkil etuvchilar U_0 , I_0 chastotasi nolga teng bo'lgan garmonik tashkil etuvchilar deb qaraladi hamda ushbu garmonik qatorlar ortogonal deb hisoblanadi.

Oddiy o'zgaruvchan tok zanjiri (ya'ni birgina garmonik tashkil etuvchisi bo'lgani) uchun keltirib chiqarilgan tushunchalarga o'xshash ravishda, murakkab garmonik funksiyalarda ham o'rtacha quvvat R aktiv quvvat deb ataladi va reaktiv quvvat tushunchasini

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + \dots \quad (1.32)$$

hamda to'la quvvat tushunchalari kiritiladi

$$S = UI \quad (1.33)$$

$$\text{bunda } U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots} \text{ va } I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}.$$

Keyingi (1.33) bog'lanish kuchlanish va toklarning ko'paytmalari sifatida aniqlanadi. Ifodalar (1.31) va (1.33)ni taqqoslashdan ushbu ayonlikni ko'ramiz

$$S^2 = P^2 + Q^2. \quad (1.34)$$

To'la quvvatning kvadrati aktiv va reaktiv quvvatlar kvadratlarning yig'indisiga teng bo'lishi faqatgina $i(t)$ tokning egri chizig'i $u(t)$ kuchlanishning egri chizig'iga mos bo'lgandagina erishiladi. Amalda bu shart zanjirda faqat aktiv qarshilik bo'lib, barcha garmonikalar uchun bir xil $u(t) = r \cdot i(t)$ bo'lganda bajariladi.

Shunga e'tiborni qaratish zarurki, energiyaning saqlanish qonuni aktiv va reaktiv quvvatlar uchun taalluqlidir (reaktiv quvvat uchun energiya saqlanish qonuni faqat chiziqli zanjirlarga taalluqli); barcha manbalarning mazkur quvvatlari yig'indisi iste'molchilarning mazkur quvvatlari yig'indisiga teng. Ushbu qonun S to'la quvvat uchun ham taalluqlidir.

S va P ifodalarini taqqoslash natijasida, garmonik tokli zanjirlarga qiyos qilib, quvvat koeffitsiyenti tushunchasini keltirish mumkin; bunda garmonik tokli zanjirlardagi $\cos \varphi$ dan farqli ravishda, nosinusoidal qiymatlarda quvvat koeffitsiyentini $\cos \theta$ deb belgilashni qabul qilamiz

$$P = S \cdot \cos \theta = U \cdot I \cdot \cos \theta. \quad (1.35)$$

Keyingi ifodaga murakkab garmonik funksiyalarni sinusoidal funksiyalarga ekvivalent ifodalash mos keladi; bunda sinusoidal funksiyalar ta'sir etuvchi qiymatlari nosinusoidal U kuchlanish va I toklar ta'sir etuvchi qiymatlariga teng va fazalari siljishi θ ga teng deb (1.35) dan olinadi.

Agar ekvivalent sinusoida uchun ekvivalent reaktiv quvvatni aniqlasak

$$Q_g = S \cdot \sin \theta, \quad (1.36)$$

u holda biz yana bir quvvat tushunchasiga kelamiz va uni ekvivalent reaktiv quvvat deb nomlaymiz.

Keyingi uch tengliklarni taqqoslash natijasida quyidagini aniqlaymiz.

$$Q_3 = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (1.37)$$

Murakkab garmonik toklari mavjud bo'lgan zanjirlarda reaktiv quvvatni to'la kompensatsiyalash imkoni yo'qdir.

Radiotexnika va elektr ta'minoti tizimlarida yuqori garmonik tashkil etuvchilar har xil turdagi oqibatlarga olib kelishi mumkin. Ular amplituda koeffitsiyentini oshiradi, bu esa yuqori kuchlanishli qurilmalarda ahamiyatlidir; ko'pincha yuqori garmonika chastotalarida rezonans paydo bo'lishi xavfi mavjud: yuqori garmonikalar telekommunikatsiya tizimlari va signallar liniyalariga halaqit beruvchi ta'sir ko'rsatishi mumkin.

1.5. Davriy funksiyalarni garmonik tashkil etuvchilarga ajratish

Furening fundamental nazariyasiga asoslanib ixtiyoriy davriy funksiyani

$$f(t) = f(t+T)$$

chastotalari butun va asosiy chastota ω_1 ga karrali ($n \cdot \omega_1$) bo'lgan garmonik tashkil etuvchilarga ajratish mumkin

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n \cdot \omega_1 t + b_n \sin n \cdot \omega_1 t), \quad (1.38)$$

bunda $\omega_1 = 2\pi/T$; barcha amplitudalarning $a_0, a_1, \dots, b_1, b_2, \dots$ koeffitsientlari Fure -Eyler ifodalari yordamida aniqlanadi

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt; \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos n\omega_1 t dt; \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin n\omega_1 t dt \end{aligned} \right\} \quad (1.39)$$

Oddiy soddalashtirishlardan so'ng quyidagini hosil qilamiz:

$$a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t = h_n \cos(n\omega_1 t - \psi_n), \quad (1.40)$$

bunda $a_n^2 + b_n^2 = h_n^2$ va $\operatorname{tg} \psi_n = b_n / a_n$.

Shunday ekan, (9.39) qatorni quyidagi shaklga keltirish mumkin

$$f(t) = h_0 / 2 + \sum_{n=1}^{\infty} h_n \cos(n\omega_1 t - \psi_n) = h_0 / 2 + \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re}\{h_n e^{-j\omega_1 t}\}, \quad (1.41)$$

bunda $h_0 = a_0$.

Amplitudalar h_n va fazalar ψ_n majmuasi *funksiya spektri* deb ataladi. Davriy funksiyalar *diskret spektrga* ega bo'ladi.

Funksiya spektral tarkibini h_n , ω yoki f koordinatasini grafik holatda keltirish mumkin. Bunda amplitudalarga proporsional bo'lgan h_n kesmasi *spektral chiziq* deb nomlanadi. Quyida (1.8,a-rasm) *uchburchak shaklidagi kuchlanishning spektri* (1.8,b-rasm) keltirilgan.

Agar davriy funksiya analitik ifoda bilan emas, balki grafik shaklda berilgan bo'lsa, u holda uni Fure qatoriga ajratayotganda, qatorning koeffitsiyentlarini taxminiy olish, ya'ni (1.39) integrallarni yig'indi bilan almashtirib hisoblash mumkin. Garmonik qatorga ajratishda grafo-analitik usuldan tashqari, yana maxsus garmonik analizator deb nomlangan asbob yordamidan ham foydalanish mumkin.

Simmetrik kompleks shakldagi Fure qatori. Qatorning bunday tasvirlanishi spektr tarkibini tahlil qilishda qulaydir.

Garmonik funksiyalarni kompleks shaklda tasvirlash nazariyasiga ko'ra

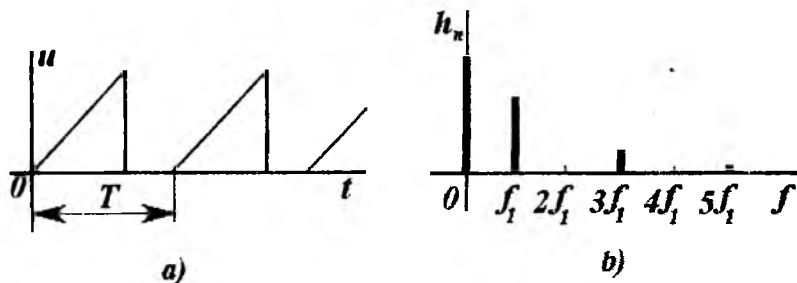
$$h_n \cos(n\omega_1 t - \Psi_n) = \operatorname{Re}[h_n e^{-j\Psi_n} e^{jn\omega_1 t}] = (\dot{C}_n e^{jn\omega_1 t} + \dot{C}_{-n} e^{-jn\omega_1 t}), \quad (1.42)$$

bunda $\dot{C}_n = \frac{1}{2} h_n e^{-j\Psi_n}$; $\dot{C}_{-n} = \frac{1}{2} h_n e^{j\Psi_n}$, yoki

$$\dot{C}_{-n} = \dot{C}_n^*. \quad (1.43)$$

Shuning uchun (1.43) qatorni quyidagi holga keltirish mumkin

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n e^{jn\omega_1 t}. \quad (1.44)$$



1.8-rasm. Uchburchak shaklidagi kuchlanishning spektri:
a) uchburchak shaklidagi kuchlanish; b) kuchlanishning spektri.

Ushbu bog‘lanishni yuqorida keltirilgan (1.38), (1.40) va (1.41) ifodalar bilan solishtirib $n \neq 0$ bo‘lganda quyidagini aniqlaymiz

$$\dot{C}_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n) = C_n e^{-j\psi_n} = \frac{1}{2}h_n e^{-j\psi_n}, \quad (1.45,a)$$

$n=0$ bo‘lganda esa

$$C_0 = a_0/2 = h_0/2. \quad (1.45,b)$$

Shunga e‘tiborni qaratish zarurki, $a_n = a_{-n}$, $b_n = -b_{-n}$ bo‘lgani-
dek (1.43) va (1.45)ga ko‘ra $\psi_n = -\psi_{-n}$ bo‘ladi.

(1.39)ni (1.45,a) ga qo‘yib, quyidagini aniqlaymiz.

$$\dot{C}_n = C_n e^{-j\psi_n} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt. \quad (1.46)$$

Keyingi ifoda garmonik tashkil etuvchilarning ham amplitudasini ham fazasini zudlik bilan aniqlash imkonini beradi. Biroq (1.46) teng-
lik (1.39)dagi uchchala ifoda o‘rniga ishlatilishi mumkin, chunki $n=0$
bo‘lganda o‘zgarmas tashkil etuvchi $C_0 = a_0/2$ ni ham aniqlaydi.

Funksiyalarni spektral tasvirlash. Berilgan $f(t)$ funksiyaning
spektral tarkibini nafaqat diskret kompleks amplitudalar $\dot{C}_n$ qatori
bilan ifodalash mumkin, balki quyida keltirilgan uzluksiz *spektral
funksiya* bilan ham tasvirlash mumkin.

$$F(j\omega) = F(\omega)e^{-j\psi(\omega)} = \int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (1.47)$$

Spektral *funksiyalar moduli*, ya'ni $F(\omega)$, (1.47) va (1.46)larni taqqoslashdan kelib chiqishiga ko'ra, spektral amplitudalar o'ramasi S_p ni $T = 2\pi/\omega_1$ ga ko'paytirilishini ifodalaydi. Spektral *funksiyaning argumenti*, ya'ni $-\psi(\omega)$ esa, *diskret spektr* $-\psi_p$ lar argumentlarining o'ramasini tasvirilaydi. Shuning uchun $\omega = n\omega_1$ va $\omega_1 = 2\pi/T$ bo'lganda

$$C_n = \frac{\omega_1}{2\pi} F(j\omega). \quad (1.48)$$

Aksariyat, spektral funksiyalarni faqat $\omega \geq 0$ bo'lgan holat uchun quriladi va shu bilan u to'laligicha aniqlanadi, chunki

$$\begin{aligned} F(-\omega) &= F(\omega); \quad C_n = C_{-n}; \quad \psi(\omega) = -\psi(-\omega) \\ &\text{yoki} \\ F(-j\omega) &= F^*(j\omega). \end{aligned} \quad (1.49)$$

Spektral tarkib mazkur vaqt funksiyasiga to'la mos keladi, shuning uchun u funksiyaning spektral (yoki Fure) ko'rinishi degan nomi bilan ham ataladi.

Masalan, impulslar $f(t)$ ketma-ketligi T davr kengligida

$$f(t) = A, \text{ agar } 0 < t < T_1; \quad f(t) = 0, \text{ agar } T_1 < t < T$$

tengliliklar bilan ifodalandagidagi spektral tasvirini ko'raylik.

Bu funksiyaning ko'rinishi 1.9, a-rasmda keltirilgan.

Ifoda (1.47)ni integrallab, quyidagini aniqlaymiz.

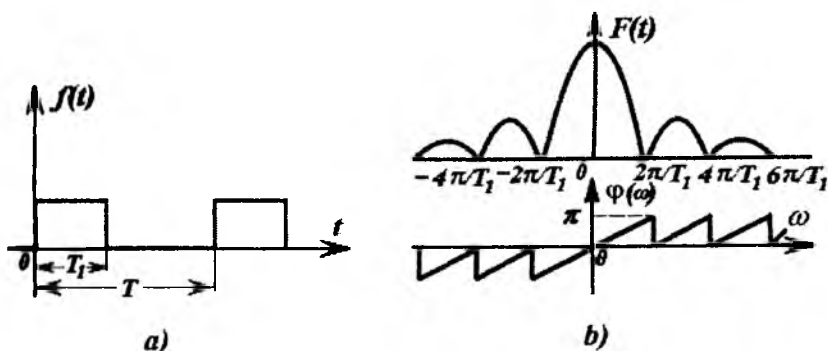
$$F(j\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-j\omega t} dt = \int_0^T f(t)e^{-j\omega t} dt = A \int_0^{T_1} e^{-j\omega t} dt = \frac{A}{j\omega} (1 - e^{-j\omega T_1}).$$

$$\text{Biroq } 1 - e^{-j\omega T_1} = 2j \sin \frac{\omega T_1}{2} e^{-j\omega T_1/2}$$

va aniqlangan spektral qiymatlar quyidagicha bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} F(j\omega) &= 2A \frac{\sin(\omega T_1/2)}{\omega} e^{-j\omega T_1/2}, \\ \text{bundan } F(\omega) &= 2A \left| \frac{\sin(\omega T_1/2)}{\omega} \right|; \end{aligned} \right\} \quad (1.50)$$

$$\psi(\omega) = \frac{\omega T_1}{2} + \arg \frac{\sin(\omega T_1 / 2)}{|\sin(\omega T_1 / 2)|}.$$



1.9-rasm. Amplituda va fazalar spektrlarining o'ramalari: a) to'rtburchakli davriy signal; b) amplituda va faza tavsifi.

Faza $\psi(\omega)$ ning ifodasi tarkibida mavjudligi aniq bo'lgan $\omega T_1/2$ haddan boshqa $[\sin(\omega T_1/2) < 0]$ bo'lganda qo'shimcha had $\pm\pi$ ham qatnashadi. U shunday tanlanadiki, $\Psi(\omega)$ ning absolyut qiymati har doim 2π dan kichik bo'lsin, boshqacha qilib aytganda, butun 2π tashlab yuboriladi.

(1.50) tenglamalardan amplituda va fazalar spektrlarining o'ramalari qurilgan va 1.9,b-rasmida keltirilgan. Ushbu grafik shunisi bilan e'tiborliki, u davr T ning davomiyligiga bog'liq emas.

Funksiya modulining eng katta qiymati koordinata boshida bo'ladi $F(0) = AT_1$, chunki

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\sin(\omega T_1 / 2)}{2} = \frac{T_1}{2}.$$

1.10-rasmlarda ikki holat: $T=2T_1$ va $T=3T_1$ uchun $\frac{2\pi}{\omega_1} C_n = TC_n$ va unga mos keluvchi ψ_n ning qiymatlari keltirilgan. T davr impuls kenligi T_1 ga nisbatan qancha katta bo'lsa, spektr chiziqlari shunchalar zich joylashadilar.

Yana bir muhim mulohaza. Kompleks amplituda C_n lar (1.44) qatorning simmetrik tasviriga mos keladi. Ushbu ifodadan $0, \omega_1, 2\omega_1, 3\omega_1$ va h. k. chastotali garmonik tashkil etuvchilarga o'tsak, quyidagini aniqlaymiz.

$$f(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2C_n \cos(n\omega_1 t - \psi_n) = h_0 / 2 + \sum_{n=1}^{\infty} h_n \cos(n\omega_1 t - \psi_n)$$

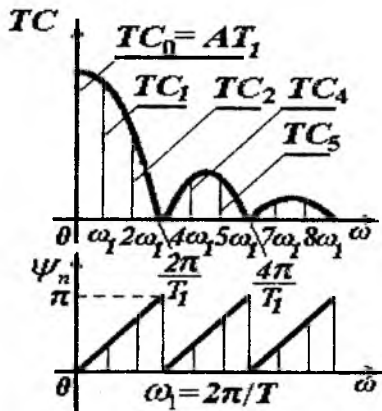
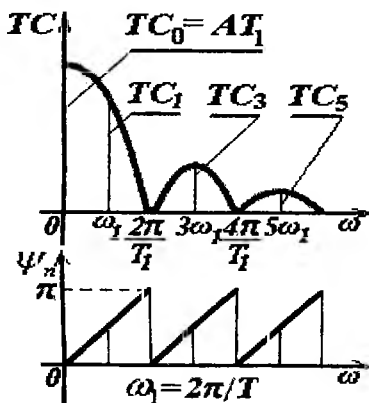
Shuning uchun, spektral funksiyasi sifatida $2F(j\omega)$ ifoda olinadi. Axborot tizimlarida davriy o'ramada bo'lgan nosinusoidal funksiyalar uchrab turadi. Ularni birnecha karrali bo'lmagan garmonik tashkil etuvchilarning yig'indisi deb qarash mumkin. Bunday funksiyalarga tepkili va modulyatsiyalangan tebranishlar kiradi.

Bulardan eng soddasi – teng amplitudali va yaqin chastotali ikki garmonik tebranishlardan iborat bo'lgan tepkili to'qlinlanishdir.

$$f(t) = A(\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t). \quad (1.51)$$

Sinuslar yig'indisini soddalashtirib, quyidagini hosil qilamiz

$$f(t) = 2A \cos \Omega t \sin \omega t. \quad (1.52)$$



1.10-rasm. Tepkili va modulyatsiyalangan tebranishlar.

Bunda

$$\Omega = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2); \quad \omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2).$$

Ushbu funksiyani shunday tasavvur qilish mumkin: oddiy ω chastotali garmonik tebranishda uning amplitudasi chastotasi Ω bo'lgan kosinusoidal bog'lanish bo'yicha o'zgaradi. Agar nisbat ω/Ω ratsional funksiya bo'lmasa, u holda $f(t)$ funksiyasini ikki sinusoidal funksiyalarning yig'indisi deb qo'rish mumkin bo'lsa ham, u davriy bo'la olmaydi.

II-bob. CHIZIQLI ELEKTR ZANJIRLARI O'TKINCHI JARAYONLARINI HISOBLASHDA KLASSIK USUL

2.1. Umumiy tushunchalar, differensial tenglamalar, kommutatsiya qonunlari

Bundan avvalgi boblarda elektr zanjirining parametrlari o'zgar-mas bo'lib, ularga o'zgar-mas yoki vaqt bo'yicha davriy o'zgaruvchan tok yoki kuchlanish manbalari ta'siridagi barqaror ishlash rejimlari o'rganilgan edi. *Barqarorlik rejimi* o'zgar-mas parametrlari zanjirlarda manbaning nisbatan uzoq vaqt ta'siridan so'ng sodir bo'ladi («nis-batan uzoq vaqt» atamasi shartli ma'noga ega bo'lib, kelgusi o'rga-nishlarda ayon bo'ladi). Biroq elektr zanjirlarining ekspluatatsiyasida barqarorlik rejimidan tashqari, o'tkinchi jarayonlar ham muhim aha-miyatga ega. Elektr zanjirda bir turg'un holatdan ikkinchi bir turg'un holatga olib keladigan har qanday turki yoki ta'sirga kommutatsiya deyiladi.

O'tkinchi jarayon zanjirda *kommutatsiya* (kalit ulanishi yoki *uzilishi*) natijasida yuklama yoki manbaning yoki ulanishi, yoki uzi-lishi, yoki zanjir parametrining o'zgarishi sodir bo'lganidan boshlab, to yangi barqarorlik rejimi boshlangunga qadar bo'lgan vaqt orali-g'ida mavjud bo'ladi. Shuning uchun zanjir tahlilining avvalgi bob-lardagi ko'rilgan usullar o'tkinchi jarayonni o'z ichiga olmagan. Bi-roq muhandislik amaliyotida na faqat barqarorlik jarayoni, balki u yoki bu hildagi *kommutatsiya* hamda parametrlarning o'zgarishi nati-jasida sodir bo'luvchi *o'tkinchi jarayonlar* ham muhimdir.

Aloqa tizimlarida uchraydigan tovush, tasvir va boshqa signal-larni uzatish, qabul qilish, qayta ishlash bilan bog'liq bo'lgan jihozlar elektr zanjirlaridagi nodavriy, nosinusoidal signallar, hamda toklari (kuchlanishlari) aperiodik o'zgaruvchi elektr energiyasi manbalari bo'lgan zanjirlarda barqarorlik jarayoni umuman uchramaydi va ular-da doimiy o'tkinchi jarayonlar mavjud.

Telekommunikatsiya uskunalari elektr zanjirlari aksariyat, ana shunday uzluksiz o'tkinchi jarayonlarda ishlaydi. Aloqa liniyalaridan

birin-ketin har xil uzunlikdagi signallar o'tadi: agar liniyaning kirish qismidagi signal o'rniga bir onda sodir bo'luvchi o'zgaras tok mos keladi deb qaralsa va signallar bo'lmagan oraliqda kuchlanish nolga teng deb hisoblansa, u holda liniyaning chiqish qismida, ya'ni qabul qilish qurilmasida muqarrar, o'tkinchi jarayonning (tok asta-sekin ko'payib, asta-sekin kamayib borishi tufayli) mavjudligini ko'rish mumkin; bunda signallar yoyilgan bo'ladi.

Ko'pgina aloqa qurilmalari va tizimlarida o'tkinchi jarayonlar ular ishlash rejimlarining joizli tarkibiy qismiga kiradi. Shu bilan birga, ko'pgina holatlarda o'tkinchi jarayonlar o'ta kuchlanishga, o'ta toklar paydo bo'lishiga va nohush vaziyatlar sodir bo'lishiga olib keladi. Masalan, telekommunikatsiya korxonalari elektr ta'minotidagi qisqa tutashuv ayanchli shikastlanishga olib kelishi mumkin; ushbu avariya holatida tizimning ma'lum qismlari avtomatik ravishda o'chirilsa ham, qisqa tutashuv tokining maksimal qiymati qancha bo'lishini loyihachi - muhandislar oldindan hisoblab bilishi zarur; oddiy holatlarda o'zgaruvchan tok zanjirlarida qisqa tutashuvning ta'siri voqea sodir bo'lgan ondan boshlab yarim davr mobaynida tokning keskin ortishi bilan aniqlanadi. Bu ham o'tkinchi jarayondir. O'tkinchi jarayonni hisoblashda avtomatika tizimlari, impuls va o'lchov texnikasidagi o'tkinchi jarayonlarni e'tiborga olish o'ta muhim hisoblanadi. O'tkinchi jarayonlarni o'rganish barqarorlik jarayonidagi elektr zanjirlar nazariyasini aniq bilishni talab etadi.

O'tkinchi jarayonlarni hisoblashda manba bilan qabul qiluvchi yuklamaning orasidagi o'tkazgichlar bo'ylab elektromagnit signallari tarqalishining cheklangan tezligini hisobga olish talab qilinadi. Bunday tizimlar darslikning «Tarqoq parametrlil elektr zanjirlari nazariyasi» qismida ko'riladi. Hozircha biz o'tkinchi jarayonlarni o'rganishda o'tkazgichlar bo'ylab signallarning tarqalish davomiyligi, ko'rilayotgan qiymatlar (kuchlanish yoki tok)ning sezilarli o'zgarishi sodir bo'ladigan vaqt oralig'iga nisbatan juda kichik deb faraz qilamiz. Bunday zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlarni o'rganishga ushbu qism bag'ishlangan va ayrim hollarda u yoki bu qiymatlarning o'zgarishi bir onda sodir bo'ladi deb qabul qilamiz. Masalan, o'zgaras tok manbaini zanjirga ulanishida ushbu kommutatsiya (ulanish) bir onda bajariladi va mazkur qutblarga kuchlanishning uzatilishi bir

onda sodir bo'ladi, deb faraz qilamiz. Aslida esa, kommutatsiya qanchalar tez sodir bo'lmasin, u vaqt bo'yicha cho'zilish xususiyatiga ega. Ko'pgina hollarda ushbu (kommutatsiya sodir bo'lishidagi) vaqt cho'zilishini hisobga olmay, kuchlanish yoki tokning bir onda o'zgarishi haqidagi ideallashtirilgan tasavvur qabul qilinadi.

O'tkinchi jarayonlarni o'rganishning asosiy maqsadi – elektr zanjirining parametrlari berilgan bo'lsa, kommutatsiya tufayli qanday vaziyatlarda sxema elementlarining kuchlanishi yoki toklari o'zgarishining davomli bo'lishini aniqlash, hamda o'zgaruvchilar davomiylikining shakllari va miqdorlarini hisoblash usullarini o'rganib, bu usullarni tanlash bo'yicha ko'nikmalar hosil qilishdan iborat.

O'tkinchi jarayonlarni hisoblaganda zanjirning differensial tenglamalarini asos qilib olish kerak. Ularni yechishda esa faqatgina barqarorlik jarayoni uchun xos bo'lgan tenglamalarning xususiy yechimlari bilan cheklanmasdan, ularning to'liq yechimlarini ham aniqlash zarur. Masalan, L , r , C elementlari ketma-ket ulangan zanjirni $u(t)$ kuchlanishli manbaga ulanganda quyidagi tenglamani yechish zarur

$$L \frac{di}{dt} + ir + \frac{1}{C} \int i dt = u(t). \quad (2.1)$$

Tarmoqlangan zanjirlarni hisoblashda tugun va konturlar uchun Kirxgof qonunlari asosida tuzilgan birnecha tenglamalar tizimini hisoblash zarur bo'ladi. Shuni ta'kidlash kerakki, *chiziqli elektr zanjirlarida ularning barcha differensial tenglamalari chiziqli bo'ladi*.

Differensial tenglamalarni echishda u yoki bu holatda berilgan *boshlang'ich shartlardan* foydalanish zarur. Boshlang'ich shartlar haqidagi batafsil axborotni bilish, differensial tenglamalarni aniqlashda juda muhim bo'lgan zaruratdir. Darhaqiqat, bir zanjirda bir xil kommutatsiya bajarilsayu, ammo bunda har xil boshlang'ich shartlarni ishlatilsa, o'tkinchi jarayonlar har xil bo'lishi aniqdir.

Masalan, zanjirdagi o'tkinchi jarayonning boshlanishiga sabab bo'lgan kommutatsiya $t=0$ vaqtda bir onda zanjirni o'zgartirdi degan farazni qabul qilaylik. Bu holda o'zgaruvchini $f(t)$ funksiya bilan belgilasak, kommutatsiyadan oldingi $f(-0)$ ondagi va kommutatsiyadan keyingi $f(+0)$ ondagi qiymatlari haqida fikrlash mumkin. Bu qiymatlarni farqlash uchun argumentning nolga intilishi $t \rightarrow 0$ chap

tomondan bo'lsa (0-) deb, o'ng tomondan bo'lsa (0+) deb belgilanadi. Bu belgilash quyidagicha talqinlanadi:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f(\alpha \pm \varepsilon) = f(\alpha \pm). \quad (2.2)$$

Boshqacha qilib aytganda, $f(\alpha+)$ - bu $f(t)$ funksiyaning α nuqtadan o'ngroqdagi oniga mos kelgan qiymati, $f(\alpha-)$ - bu $f(t)$ funksiyaning α nuqtadan chaproqdagi onidagi qiymati bo'ladi.

Funksiyaning uzilishlari bo'lmasa, yoki masalan, «faqat $t > a$ ($\geq a$ emas) bo'lgandagi $f(t)$ funksiyasi haqida gap bormoqda» degan qo'shimcha talab qo'yilmaganda $f(\alpha)$ yoki $\alpha=0+$ bo'lganda $f(0)$ deb yozish mumkin.

Kommutatsiya onida ba'zi qiymatlar sakrab (keskin) o'zgarishi ham mumkin, bunday holatda

$$f(0-) \neq f(0+) \quad (2.3)$$

bo'ladi.

Boshqa qiymatlar, aksincha, faqat uzluksiz o'zgarishi mumkin, unda quyidagicha yoziladi.

$$f(0-) = f(0+) \quad (2.4)$$

Agar zanjirning ba'zi elementlari orasida quvvat almashinuvi cheklangan (ya'ni u_i ko'paytma chekli) bo'lsa, unda zanjir elementlaridagi energiyani aniqlaydigan barcha qiymatlar uzluksiz o'zgaradi. Umumiy holda energiya sakrab o'zgarmaydi, aks holda uning quvvati $P = \frac{dW}{dt} = \infty$ teng bo'ladi tabiatda bunday bo'lishi mumkin emas.

Masalan, o'zgarmas S sig'imli kondensatordagi elektr maydoni energiyasining qiymatini uning kuchlanishi aniqlasa

$$w_3 = Cu_c^2 / 2,$$

unda uzatilayotgan quvvat

$p = dw_3 / dt = Cu_c \cdot du_c / dt = u_c i$ bo'ladi. Shuning uchun quvvat chekli bo'lib, $u_c i$ chekli bo'lganda, kondensator kuchlanishi uzluksiz o'zgaradi (du_c / dt chekli) va, demak,

$$u_c(0-) = u_c(0+). \quad (2.5)$$

Demak, kommutatsiya vaqtida sig'imdagi kuchlanish sakrab o'zgarmaydi.

Shunga o'xshash, L induktivlik elementi bo'lgan elektr zanjiri-ning magnit maydoni energiyasi induktivlikdan oqib o'tayotgan tok bilan aniqlanadi.

$$w_M = Li^2 / 2.$$

Shuning uchun quvvatning qiymati chekli bo'lganda induktivlikdagi tok uzluksiz oqib o'tadi

$$i_L(0-) = i_L(0+) \quad (2.6)$$

Demak, kommutatsiya vaqtida induktivlikdagi tok sakrab o'zgar-maydi

(2.5) va (2.6) tengliklar cheklangan quvvatli elektr zanjirlari *kom-mutatsiya qonunlarini* ifodalab, kommutatsiyagacha aniqlangan bar-cha induktivliklardan oqayotgan toklar va barcha sig'implardagi aniqlangan kuchlanishlar yordamida zarur bo'lgan barcha boshlan-g'ich shartlarni izlab topish uchun etarlidir.

Chiziqli differensial tenglamalarni, masalan, (2.1)ni yechishda, oliy matematikadan ma'lumki, uning yechimi ikki funksiya yig'indisi sifatida tasavvur qilish qulaydir (superpozitsiya usuli)

$$i = i' + i'' \quad (2.7)$$

ulardan birinchi funksiya i' – berilgan differensial tenglamaning

$$L \frac{di'}{dt} + ri' + \frac{1}{C} \int i' dt = u(t), \quad (2.8)$$

xususiy yechimini ifodalaydi, ikkinchisi i'' esa ushbu tenglama-ni o'ng tomonini nolga tenglashtirib, hosil bo'lgan xarakteristik tenglama

$$L \frac{di''}{dt} + ri'' + \frac{1}{C} \int i'' dt = 0 \quad (2.9)$$

ning (umumiy) yechimini ifodalaydi.

Tenglamalar chiziqli bo'lganligi sababli, superpozitsiya usulini qo'llab (2.8) va (2.9)ni hadma-had qo'shish natijasida (2.1) tengla-mani hosil qilamiz va (2.7)ning to'g'riligini tasdiqlaymiz.

Kommutatsiya qonunlarini differensial tenglamaning faqat to'la yechimi qoniqtirishi shart. Buni birinchi galda o'zlashtirib olish zarur.

Elektr zanjirlari tenglamalarining o'ng tomoni, aksariyat, manba-ni kuchlanishi yoki tokini ifodalaydi, yoki umumlashtirib aytgan-

da, tashqi ta'sir kuchidir. Xarakteristik tenglama, masalan, (2.9), zanjirning tashqi ta'sir kuchi bo'lgan yoki erkin rejimini tasvirlaydi; shuning uchun xarakteristik tenglamani qoniqtiruvchi tok va kuchlanishlar *erkin tok* yoki *erkin kuchlanish* deb ataladi.

O'ng tomoni o'zgarmas yoki davriy funksiyadan iborat bo'lgan tenglamaning xususiy yechimini zanjirning barqarorlashgan rejimi bilan o'xshatish mumkin; uni yana majburlangan rejimning yechimi, bu tok yoki kuchlanishlarni esa *majburlangan tok* yoki *majburlangan kuchlanish* deyiladi.

Tenglama (2.1) ning haqiqiy (to'la) yechimi bunda *majburlangan va erkin tashkil etuvchilarning yig'indisidan iborat* deb faraz qilinadi

$$i = i_{majb} + i_{erk}; \quad u = u_{majb} + u_{erk}. \quad (2.10)$$

2.2. Tarkibida S, r bo'lgan elektr zanjirini o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulash

O'zgarmas kuchlanish $u(t) = U$ manbaiga r qarshilik orqali S sig'imli kondensator ulangan bo'lsin (2.1, a-rasm). Barqarorlashgan rejimda bunday zanjirda tok bo'lmaydi $i=0$ (kontur berk emas, uzilgan). Kondensatordagi kuchlanish $u_C = U$, uning zaryadi $q=CU$, zahiralangan energiyasi (elektr maydoni energiyasi) esa $W_j = CU^2/2$ ga teng.

Faraz qilaylik, « k » kalitning ulanish onigacha bo'lgan vaqtda kondensator kuchlanishi U dan farqli bo'lsin, masalan, u umuman zaryadlanmagan va uning elektr maydoni kuchlanishi nolga teng bo'lsin ($U=0$; $W_E=0$). Bu holatda, zanjirda o'tkinchi jarayon sodir bo'lib, uning vaqt davomiyligida o'tkazgichlardan tok oqib, kondensatorni zaryadlaydi. Faraz qilaylik, zanjirdagi tokning qiymati kondensator elektrodlaridagi zaryadlar ortishi tezligiga teng bo'lsin

$$i = dq/dt = Cdu_C/dt.$$

KKQni qo'llab

$$ri + u_C = U,$$

ko'rilayotgan zanjirning differensial tenglamasini tuzish mumkin

$$i = Cdu_C/dt = (U - u_C)/r,$$

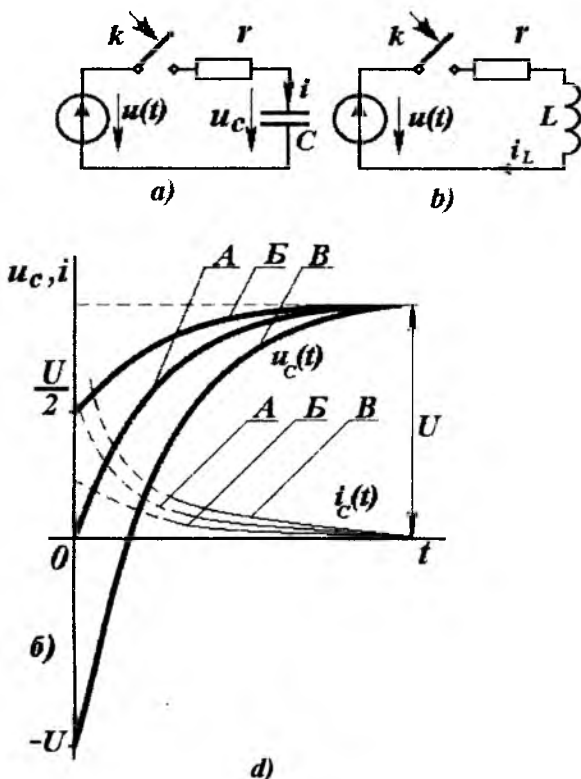
$$\text{yoki } \tau du_C / dt + u_C = U, \quad (2.11)$$

bunda $\tau = rC$.

Ushbu sodda tenglamaning yechimi quyidagicha ifodalanadi

$$u_C = u'_C + u''_C = u_{\text{Сматож}} + u_{\text{Сэпк}} = U + Ae^{-t/\tau}. \quad (2.12)$$

Tenglama (2.12)ning birinchi hadi ($u'_C = U$) differensial tenglama (2.11)ning xususiy yechimidir, ya'ni majburiy tashkil etuvchisi (barqarorlik rejimidagi) qiymatidir. Ikkinchi tashkil etuvchisi $u''_C = Ae^{-t/\tau}$ esa xarakteristik tenglama (2.11)ning o'ng tomonini nolga tenglash-tirilgandagi



2.1-rasm. r, C va r, L elementlar ketma-ket ulangan zanjirlar:
 a) r, C elementlar ketma-ket ulanishi; b) r, L elementlar ketma-ket ulanishi;
 d) u_C, i uchun o'tkinchi jarayon egri chiziqlari.

$$\tau du_C'' / dt + u_C'' = 0 \quad (2.13)$$

yechimidir.

Xarakteristik tenglamaning yechimida integrallash doimiysi A mavjud. Uning qiymatini (2.13) dan aniqlash mumkin. Darhaqiqat, aniqlangan yechim u_C'' ning qiymatini ixtiyoriy o'zgarmas songa ko'paytirganda ham bu tenglamani qoniqtiradi. Shunday qilib, izlanayotgan fizik jarayonni uzil-kesil tasvirllovchi echimni aniqlash uchun faqatgina differensial tenglamaga asosanib bo'lmaz ekan.

Sig'imdagi kuchlanishning erkin tashkil etuvchisi

$$u_C'' = Ae^{-t/\tau} \quad (2.14)$$

eksponenta bilan tasvirlanib, uning kamayish tezligi vaqt doimiysi

$$\tau = rC \quad (2.15)$$

orqali ifodalanadi; u faqat ko'rilayotgan zanjir *parametrlari bilan aniqlanadi* (τ ning qiymati boshlangich shartlarga ham, manba kuchlanishiga ham bog'liq emas). Vaqt doimiysi «vaqt» o'lchov birligiga ega, chunki t/τ ko'rsatkich o'lchamsiz bo'lishi zarur (r va S o'rniga volt, amper va sekundlar bilan o'lchanadigan qiymatlarni qo'yganda bu o'z isbotini topadi).

Vaqtning qiymati τ ga etganda erkin tashkil etuvchining absolut qiymati "e" marta kamayadi. Doimiy koeffitsiyent $\tau = rC$ ning fizik mazmunini ham bilish oson: *berilgan tokning qiymatida sig'imning qiymati qanchalar katta bo'lsa, undagi kuchlanish shunchalar sekin o'zgaradi; manba bilan sig'im kuchlanishlari berilgan farqida zanjirdagi qarshilik qanchalar katta bo'lsa, undan oqayotgan tok qiymati shunchalar kichik bo'ladi*. Masalan, sig'im $30 \mu F$ va qarshilik $1 M\Omega$ bo'lsa, vaqt doimiysi $\tau = 300 s$ bo'ladi; demak, erkin tashkil etuvchining e marta kamayishiga 5 minutdan so'ng erishiladi. Agar $S=0,01 \mu F$ va $r=1 \Omega$ bo'lsa, u holda erkin tashkil etuvchi e marta kamayishiga $0,01 \mu s$ dan so'ng erishiladi.

Differensial tenglamaning to'liq echimi (2.12)ni tahlil qilganda shu ayon bo'ladiki, u $t \gg \tau$ bo'lganda barqarorlik jarayonini $U_C = U_n$ to'la ifodalaydi. Ammo $t > 0$ va $t = 0+$ bo'lgandagi $U_C(t)$ qiymat o'zgarmas qiymat « A »ga bog'lik bo'layapti. Masalan, $t = 0+$ bo'lganda (2.12)dan quyidagini aniqlaymiz.

$$U_C(0+) = U + A. \quad (2.16)$$

Keyingi ifoda aniq fizik talqinga ega: o'zgarmas qiymat A va, demak, zanjirdagi fizik jarayon, ya'ni boshlang'ich shart, kondensatordagi boshlang'ich kuchlanish $U_C(0+)$ ga bog'liq ekan.

Ammo, kondensator sig'imidagi kuchlanish ko'rilayotgan vaziyatda bir onda sakrab o'zgara olmaydi, ya'ni $U_C(0+) = U_C(0-)$ va shuning uchun

$$A = u_C(0-) - U. \quad (2.17)$$

Shunday qilib, integrallash doimiysini aniqlash uchun kommutatsiyadan oldingi kondensatordagi kuchlanish $U_C(0-)$ ni bilish etarlidir. Mana shu S, r li zanjir differensial tenglamasini to'la echish uchun zarur va yetarli boshlang'ich shartdir.

Har xil boshlang'ich shartlari bo'lgan S, r zanjir o'tkinchi jarayonini ko'rib chiqaylik.

A). Zaryadlanmagan S kondensatorni r qarshilik orqali o'zgarmas kuchlanish U manbaiga (nolga teng bo'lgan boshlang'ich shart) ulansin. Bu holda, $U_C(0-) = 0$ demak, (2.17) dan $A = -U$ va

$$u_C = U(1 - e^{-t/\tau}). \quad (2.18)$$

Zanjirdagi tok

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{r} e^{-t/\tau}. \quad (2.19)$$

B). Shu zanjirdagi kondensator kommutatsiya onigacha $u_C(0-) = U/2$ kuchlanishga zaryadlangan (nolga teng bo'lmagan boshlang'ich shart). Bu holda $A = -U/2$ va, demak,

$$u_C = U(1 - 0,5e^{-t/\tau}).$$

D). Yana shu zanjir kondensatori kommutatsiya onigacha absolyut qiymati U ga teng kuchlanishgacha zaryadlangan; zaryadlanishning ishorasi barqarorlik jarayonidagi ishoraga teskari, ya'ni $u_C(0-) = -U$. Bu holda

$$u_C = U(1 - 2e^{-t/\tau}).$$

Oxirgi misolda sig'imdagi elektr maydoni energiyasi boshlang'ich paytda va barqarorlik rejimida bir xil bo'lsa ham, zanjirda o'tkinchi jarayon mavjud bo'ladi, chunki manba kuchlanishi bilan kondensatordagi kuchlanishlar ishoralari moslashtirilmagan.

Ushbu uch boshlang'ich shartlar uchun kondensatordagi kuchlanishning o'zgarish $u_c(t)$ grafigi 2.1, *b*-rasmida keltirilgan. Shu rasmida toklar o'zgarishining $i_c(t)$ grafigi ham keltirilgan.

S, r zanjirdagi tok sakrab o'zgarishi mumkin, chunki zanjirda induktivlik yo'q. Shunga e'tiborni qarataylikki, har qanday zanjirda ham hech bo'lmaganda juda kichik induktivlik mavjuddir. τ qiymati juda katta bo'lganda S, r li zanjirdagi jarayonga uning ta'siri juda kichikdir. Lekin τ ning qiymati bir necha mikrosekundda yoki mikrosekundning kichik ulishida bo'lganda, o'tkinchi jarayonning to'liq davrida tokning o'zgarish tezligi shunchalar katta bo'ladiki, induktivlikni e'tiborga olmasa bo'lmaydi (§9.3ga qarang).

G). Pirovardida, $u(t)=U=0$, $u_c(0-)=U_0>0$ holni ko'raylik. Bunda (2.17)ga ko'ra $A=U_0$. Bu hol kondensatorning razryadlanishidir. Shartimizga ko'ra, yechimda *faqat erkin tashkil etuvchi* mavjud bo'ladi

$$\left. \begin{aligned} u_c &= u_c^* = U_0 e^{-t/\tau} \\ i &= C du_c / dt = -\frac{U_0}{r} e^{-t/\tau}, \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

ya'ni razryad toki 2.1, *a*-rasmida ko'rsatilgan tok yo'nalishiga teskari oqadi. O'tkinchi jarayon kondensatorda zahira sifatida qolgan energiya bilan ta'minlanadi. Energiya balansini tuzish oson: sig'im energiyasining kamayish tezligi $-dw_3/dt$ Joul-Lens qonuniga asosan qarshilikdagi energiya ajralishiga teng bo'lishi zarur

$$-\frac{dw_3}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{Cu_c^2}{2} \right) = -u_c C \frac{du_c}{dt} = -u_c i = u_c^2 / r. \quad (2.21)$$

Yuqorida aniqlangan u_c va i qiymatlar oxirgi ifodalarga mos keladi, bu fikrga qiymatlarni o'rniga qo'yish bilan iqrar bo'lish mumkin.

2.3. L, r Li zanjirni o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulash

Ketma-ket ulangan g'altak (induktivligi L) va rezistor (qarshiligi r) dan iborat zanjirni (2.1, *b*-rasm) o'zgarmas kuchlanish $u(t)=U$ manbaiga ulash jarayonini ko'raylik. O'zgaruvgan toklar nazariyasida ko'p uchragan bunday zanjir uchun KKQ tenglamasini tuzamiz.

$$ri + L di/dt = U, \quad (2.22)$$

Matematik jihatdan uning (2.11) tenglamadan farqi yo‘q va uning yechimi aniqlangan deb hisoblash mumkin

$$i = i' + i'' = i_{majb} + i_{erk} = U/r + Ae^{-t/\tau}, \quad (2.23)$$

bunda $\tau = L/r$.

Yuqorida keltirilgan misoldagidek, bir va ikki shtrixlar bilan xususiy yechim yoki majburlangan (barqarorlik) rejimi va xarakteristik tenglama echimi (erkin tashkil etuvchi)lar belgilangan. Erkin tashkil etuvchi r , S li zanjirlardagidek, bu gal ham eksponenta sifatida ifodalangan.

Tenglamaning to‘liq echimida yana o‘zgarmas qiymat A mavjud. Uning qiymati induktivlikdagi boshlang‘ich tok $i(0+)$ bilan aniqlanadi. Agar kommutatsiyagacha tok mavjud bo‘lmasa (nolli boshlang‘ich shartlar), u holda

$$i(0+) = U/r + A = i(0-) = 0. \quad (2.24)$$

Bunda (2.23) dan quyidagini aniqlaymiz

$$i = \frac{U}{r} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (2.25)$$

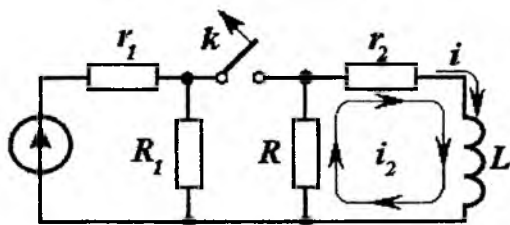
Induktivlikdagi kuchlanish

$$u_L = L di/dt = Ue^{-t/\tau} \quad (2.26)$$

va tok uchun grafiklarni avvalgi misol yordamida mustaqil chizishni o‘quvchiga tavsiya etish mumkin.

Zanjirdagi tok (2.25) noldan boshlanadi. Shuning uchun jarayon boshlanishida manba kuchlanishi to‘laligicha induktivlikka to‘g‘ri keladi.

$$u_L(0+) = U$$



2.2-rasm. Kalit uzilishidagi o‘tkinchi jarayon.

Endi 2.2-rasmda keltirilgan zanjirda o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulangan induktivlikning kommutatsiyadan (kalit uzishdan) so'ng manbadan uzilishini ko'raylik $[i_2(0) \neq 0]$. Manbasiz qolgan zanjirning $R-r_2-L-R$ berk konturida quyidagi tenglamani

$$L di_2 / dt + i_2 r = 0$$

qoniqtiradigan faqat i_2 erkin toki mavjud bo'ladi; bunda $r = r_2 + R$.

Unda $i_2(0) = i_2(0-)$ bo'lgandagi i_2 ning qiymatini oson aniqlash mumkin

$$i = i(0) e^{-t/\tau}. \quad (2.27)$$

Tokning oqishi induktivlik zaxirasidagi energiya bilan ta'minlanadi: energiyaning so'nish $-dw_M / dt$ tezligi qarshilikdagi quvvat sarfiga teng bo'lishi zarur

$$-\frac{dw_M}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{Li_2^2}{2} \right) = i_2^2 r. \quad (2.28)$$

Induktivlik L qanchalar katta bo'lsa, birlamchi zahira energiya ham katta bo'ladi, biroq qarshilik r qanchalar katta bo'lsa, zahiralanagan energiyaning so'nishi shunchalar jadallashadi. Shuning uchun, tabiiyki, qarshilikning ortishi tok o'zgarishini tezlashtiradi, induktivlikning ortishi esa uni sekinlashtiradi; aynan shu uchun vaqt doimiy-sining ifodasi $\tau = L/r$ ga mos keladi.

Aniqlangan natija va (2.28) tenglamani shunga o'xshash kondensator zaryadsizlanishi tenglamasi (2.21) bilan (erkin rejim) taqqoslansa qiziqarli xulosaga kelish mumkin.

2.4. O'zgaruvchan kuchlanish manbaiga r, S li zanjirni ulash

Agar (2.1, a-rasm) zanjir manbaining kuchlanishi o'zgarmas bo'lmagan, mazkur xususiy yechimni aniqlash oson bo'lgan biror oddiy o'zgaruvchan funksiya $u(t)$ yordamida ifodalangan bo'lsa, o'tkinchi jarayonni hisoblash deyarli og'irlashmaydi.

Kuchlanish chiziqli ortuvchi. Manbaning kuchlanishi quyidagi qonuniyat bilan o'zgarsin deb faraz qilaylik:

$$u(t) = 0, \text{ agar } t < 0;$$

$$u(t) = U_0 t / T, \text{ agar } t \geq 0.$$

Kondensatordagi kuchlanishni aniqlash uchun (2.11)ga o'xshash bo'lgan tenglama

$$\tau du_c / dt + u_c = u(t)$$

uchun, avvalo, u'_c xususiy yechimni aniqlash zarur.

Shunga e'tiborni qaratish zarurki, ba'zan xususiy yechimni mos keluvchi funksiyani tanlash yo'li bilan axtariladi. Bizning misolimiz da quyidagicha taxmin qilish tabiiydir:

$$u'_c = u(t) + K = \frac{U_0}{T}t + K,$$

bunda $K = \text{const}$; uning qiymatini shunday tanlash kerakki, berilgan tenglama qanoatlansin, ya'ni differensiallash natijasida hosil bo'lgan o'zgarmas echim $\tau du'_c / dt = \tau U_0 / T$ tarkibidan yo'qolsin.

Ayonki, bu talabni $K = -\tau U_0 / T$ ifoda qanoatlantiradi.

Shunday qilib, xususiy yechim quyidagicha ifodalanadi:

$$u'_c = \frac{U_0}{T}(t - K).$$

Xarakteristik (bir jinsli) tenglamaning yechimi tenglama o'ng tomonining shakliga bog'liq emas; u yuqorida ko'rilganidan ma'lum

$$u''_c = A e^{-t/\tau}, \quad \text{bunda } \tau = rC.$$

$$\text{Shunday qilib, } u_c = u'_c + u''_c = \frac{U_0}{T}(t - \tau) + A e^{-t/\tau}.$$

Integrallash doimiysi A ning qiymati aniqlash qoldi, xolos.

Agar sig'im avvaldan zaryadlanmagan bo'lsa (yetarli boshlang'ich shart), u holda $t=0$ bo'lganda

$$u_c(0+) = u'_c(0+) + u''_c(0+) = -\frac{\tau U_0}{T} + A = u_c(0-) = 0,$$

$$\text{bunda } A = \tau U_0 / T.$$

Natijaviy yechim quyidagicha ko'rinishda bo'ladi

$$u_c = \frac{U_0}{T}[t - \tau(1 - e^{-t/\tau})]. \quad (2.29)$$

Ko'rilayotgan zanjirdagi tok quyidagicha ifodalanadi

$$i = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{U_0}{T} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (2.30)$$

Zanjir ulangandan so'ng vaqt o'tishi bilan zanjirda ($t \gg \tau$ da) (2.30)ning CU_0 / T toki barqarorlashadi, sig'imdagi kuchlanish esa chiziqli ortuvchi bo'ladi; uning qiymati manba kuchlanishiga nisbatan r qarshilikdagi o'zgarmas kuchlanish pasayuvi $r \cdot CU_0 / T$ dan farqli ravishda kamroq bo'ladi.

Kuchlanish impuls. Fizika kursidan ma'lumki, funksiyaning vaqt bo'yicha integrali uning impulsu deyiladi. Shunga o'xshash, *elektr zanjiri kirish kuchlanishining ta'sir etish vaqti $t=0$ dan $t=T$ gacha bo'lgan oraliqdagi integralini kirish kuchlanishi impulsu deyish mumkin.*

$$K = \int_0^T u dt. \quad (2.31)$$

Vaqt doimiysi tashqi kuch ta'sirining T davriga nisbatan katta bo'lgan ($\tau > T$) zanjirlarda, vaqt oralig'i $t > T$ bo'lgan barcha jaryonlar, aynan ushbu ta'sir impulsu orqali aniqlanadi.

Darhaqiqat S , r li zanjirda $t \ll \tau = rC$ vaqt ichida S sig'im sezilarli darajada zaryadlanishga ulgurmaydi va kuchlanishning deyarli, hamma qismi qarshilikka qo'yilgan bo'ladi. Bunda zanjir toki quyidagicha bo'ladi

$$i = (u - u_c) / r \approx u / r. \quad (2.32)$$

Biroq, bunday holda kondensator zaryadlanishining oxirgi onidagi zaryadi qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$q = \int_0^T i dt = \frac{1}{r} \int_0^T u dt = \frac{1}{r} K, \quad (2.33)$$

kondensatordagi kuchlanish esa

$$u_c(T) = \frac{q}{C} = \frac{1}{rC} K = \frac{K}{\tau}, \quad (2.34)$$

bunda K - kuchlanish impulsu.

Impuls ta'siri tugagandan so'ng kondensator razryadlanadi va uning kuchlanishi quyidagicha bo'ladi

$$u_c(\theta) = u_c(T) e^{-\theta/\tau} = \frac{K}{\tau} e^{-\theta/\tau}, \quad (2.35)$$

bunda $\theta = t - T$.

$\theta \gg T$ bo'lganda $\theta \approx t$ deb faraz qilish mumkin, bunda t impulsning boshlanishidan hisoblanishi zarur.

Hozirgi zamon elektr zanjirlari nazariyasida qisqa vaqtli ta'sirlarni qo'llash shunday keng tarqalganki, buning natijasida impuls texnikasi fani keng rivoj topdi. Bunda impuls deb ba'zan qisqa muddat ta'sir etayotgan tug'yoning o'zini tasavvur qilinsa (juda haqli emas), aksariyat uning (haqli ravishda) vaqt bo'yicha integrali nazarda tutiladi.

Davriy kuchlanishli manbaga zanjirni ulash. Yechimni bizga ma'lum bo'lgan qolipda bajarish mumkin: xususiy yechim f' aniqlanadi - bu o'zgaruvchan toklar nazariyasidan ma'lum bo'lgan barqarorlashgan rejimdir; so'ngra unga qo'shimcha qilib tarkibida integrallash doimiysi bo'lgan erkin tashkil etuvchi f'' kiritiladi; so'ngra, to'la yechim $f = f' + f''$ ni aniqlovchi boshlang'ich shartlar kiritiladi.

Ko'p hollarda yechimni aniqlashda superpozitsiya usulini qo'llash qulaydir. Masalan, $t=0$ daqiqada zanjirga $u = U_0(1 - \cos \omega t)$ kuchlanishli manba ulansin. Bunday zanjirda i tokni aniqlash talab qilinsin.

Berilgan kuchlanishni ikki tashkil etuvchiga ajratish mumkin $u_1 = U_0$ va $u_2 = -U_0 \cos \omega t$. Superpozitsiya usulini qo'llab, alohida birinchi u_1 kuchlanish ulanishiga zanjirning reaksiyasini, so'ngra alohida ikkinchi u_2 kuchlanish uchun reaksiyani aniqlanadi. Barcha aniqlangan tenglamalar chiziqli bo'lgani uchun haqiqiy kuchlanishga zanjirning reaksiyasi aniqlangan funksiyalar yig'indisiga teng ($i = i_1 + i_2$). Bunda shuni nazarda tutish zarurki, kommutatsiya qonunlari faqat to'la yechimga nisbatan qo'llaniladi.

2.5. r, L Li Zanjirni o'zgaruvchan kuchlanish manbaiga ulash

Garmonik kuchlanish manbaini ulash. Faraz qilaylik,

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi) \quad (2.36)$$

kuchlanishli zanjir ketma-ket r qarshilikli rezistor va L induktivlikli g'altakka ulangan (2.1, d -rasm) bo'lsin. (2.36) ifodadagi boshlang'ich faza ψ kalit ulanish $t=0$ onidagi $u = \sin \psi$ manba kuchlanishini ifodalaydi.

O'tkinchi jarayonning tokini aniqlash zarur bo'lsin.
Zanjirning differensial tenglamasini

$$L di/dt + ir = u \quad (2.37)$$

yechish uchun, umumiy usulga amal qilib, avval o'zgaruvchan toklar nazariyasida ko'rilgan (i' barqarorlik toki) xususiy yechimini aniqlaymiz.

$$i' = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi), \quad (2.38)$$

$$\text{bunda } I_m = \frac{U_m}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}; \quad \varphi = \arctg \frac{\omega L}{r}.$$

So'ngra, bizga ma'lum bo'lgan usul bilan, tarkibida integrallash doimiysi bo'lgan xarakteristik tenglama yechimi aniqlaymiz.

$$i'' = Ae^{-t/\tau} \quad (2.39)$$

bunda $\tau = L/r$.

Shunday qilib,

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) + Ae^{-t/\tau}. \quad (2.40)$$

O'zgarmas A qiymatni induktiv tok uchun boshlang'ich shartlardan aniqlaymiz. Ulanayotgan shaxobcha kommutatsiyagacha manbadan uzilgan bo'lganligi uchun, nolli boshlang'ich shartlar mavjuddir

$$i(0+) = i'(0+) + i''(0+) = i(0-) = 0,$$

demak, $t=0$ bo'lganda (9.40) bo'yicha

$$A = -I_m \sin(\psi - \varphi) \quad (2.41)$$

bo'ladi.

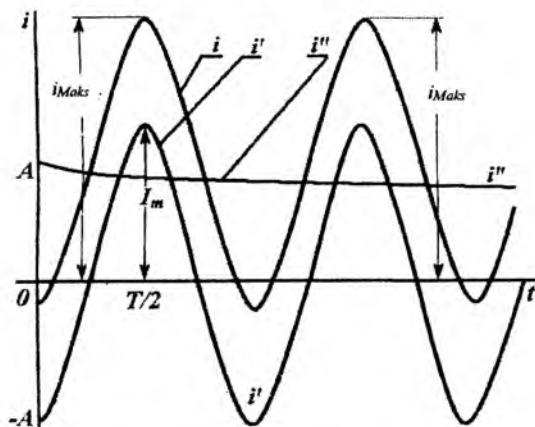
Haqiqiy tokning to'la yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) - I_m \sin(\psi - \varphi)e^{-t/\tau},$$

(2.42)ning grafigi esa 2.3-rasmda keltirilgan.

Nisbatan katta vaqt doimiysi $\tau \gg T = 2\pi/\omega$ (kichik r va katta L , ya'ni $\varphi \approx \pi/2$) bo'lgan zanjirda tokning erkin tashkil etuvchisi $T/2$ yarim davrda deyarli ko'p o'zgara olmaydi, ammo (10.42) ning birinchi tashkil etuvchisi yarim davr ichida o'zining ishorasini o'zgartirishga ulguradi. Shuning uchun ulashning eng noma'qul sharoitida ($\psi = 0$ bo'lganda) o'tkinchi jarayon tokining maksimal

i_{maks} qiymati barqarorlik rejimi tokining amplitudasi I_m dan taxminan 2 marta katta bo'lishi mumkin.



2.3-rasm. O'tkinchi jarayon egri chiziklari.

Agar $\tau=L/r$ vaqt doimiysidan kichik bo'lgan $t=0-T$ oraliqda kuchlanish u noldan farq qilsa, u holda $t>T$ bo'lganda zanjirdagi rejim faqat *kuchlanish impulsi*, ya'ni $K = \int_0^T u dt$ kattalik bilan aniqlanadi.

Darhaqiqat, zanjirning asosiy tenglamasi (2.37)dan quyidagini aniqlaymiz

$$di = \frac{u}{L} dt - \frac{1}{\tau} i dt; \quad i(T) = \frac{1}{L} \int_0^T u dt - \frac{1}{\tau} \int_0^T i dt. \quad (2.43)$$

Biroq, o'rtacha qiymatlar nazariyasidan

$$\frac{1}{\tau} \int_0^T i dt = \frac{T}{\tau} i_{o'rtacha}.$$

Tenglik (2.43)dagi birinchi integralga nisbatan ikkinchisi juda kichik qiymat bo'lib, uni hisobga olmasa ham bo'ladi, chunki tahminiga ko'ra $T/\tau \ll 1$.

Shunday qilib, kuchlanish egri chizig'i shaklining qanday bo'lishidan qat'iy nazar uning ta'sir etish oralg'i (o'tkinchi jarayon)ning oxirida zanjirdagi tok quyidagicha bo'ladi:

$$i(T) = 1/L \int_0^T u dt = K/L. \quad (2.44)$$

Agar $t > T$ bo'lganda kirish kuchlanishi nol bo'lsa, tok qo'yidagicha ifodalanadi

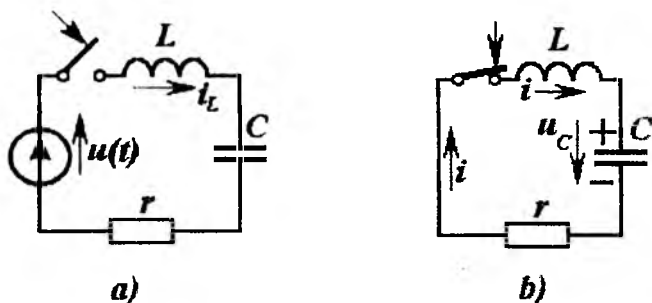
$$i(0) = \frac{K}{L} e^{-\theta/\tau},$$

bunda $\theta = t - T \approx t$.

2.6. Ketma-ket L , R , C konturini o'zgarmas kuchlanish manbaga ulash

Erkin tashkil etuvchilar uchun tenglamalar. Uch L , r , C elementdan tashkil topgan elektr zanjiri (konturi) yuqorida ko'rilgan misollardagi zanjirlardan murakkabroq va ikkinchi darajali differensial tenglama bilan ifodalanadi. Biroq, unga ham yuqorida bayon etilgan usullarni qo'llash mumkin.

Ketma-ket ulangan L , r , C (2.4,a-rasm) elementli zanjir $u(t)$ kuchlanishli manbaga ulanishini tahlil qilaylik.



2.4-rasm. L , C , r elementlar ketma-ket ulangan holat:

a) L , C , r elementlarni manbaga ulanishi; b) L , C , r zanjirda qisqa-tutashuv.

Zanjirning (2.1)dagi differensial tenglamasida noma'lum qiymat sifatida kondensatordagi kuchlanish u_C ni qabul qilish maqsadga muvofiq; u orqali esa tok aniqlanadi

$$i - i_L = C du_C / dt.$$

Bunda konturning tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + rC \frac{du_c}{dt} + u_c = u(t), \quad (2.45)$$

uning chap tomonidagi birinchi had $L(di/dt)$

induktivlikdagi, ikkinchisi ir -aktiv qarshilikdagi kuchlanishlar pasayuvidir.

Kuchlanish $u(t)=0$ deb hisoblab (2.4,b-rasm) erkin tashkil etuvchi uchun (manba yo'q) tenglamani aniqlaymiz.

$$LC \frac{d^2 u_c''}{dt^2} + rC \frac{du_c''}{dt} + u_c'' = 0, \quad (2.46)$$

unga quyidagi xarakteristik tenglama mos keladi.

$$LCp_k^2 + rCp_k + 1 = 0, \quad (2.47)$$

uning yechimi quyidagi ildizlar bo'ladi.

$$p_{1,2} = -\frac{r}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{r}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha \pm j\mu. \quad (2.48)$$

Bundan shunday xulosa chiqadiki, sig'imdagi erkin kuchlanish ikki eksponenta yig'indisidan iborat bo'lar ekan

$$u_c'' = Ae^{p_1 t} + Be^{p_2 t}, \quad (2.49)$$

bunda A va V - ikki integrallash doimiysi. Erkin tok esa quyida-gicha aniqlanadi:

$$i'' = i_L'' = Cdu_c / dt = C(p_1 Ae^{p_1 t} + p_2 Be^{p_2 t}). \quad (2.50)$$

Xususiylar u_c' , i' yechimlar $u(t)$ funksiyaning shakliga bog'liq.

Integrallash doimiylarini aniqlash. A va V integrallash doimiylari haqiqiy kuchlanish va toklarga, ya'ni xususiylar va umumiy tenglama yechimlari yig'indisiga qo'llaniluvchi boshlang'ich shartlardan aniqlanadi

$$u_c = u_c' + Ae^{p_1 t} + p_2 Be^{p_2 t}; \quad (2.51)$$

$$i = Cdu_c / dt = i' + C(p_1 Ae^{p_1 t} + p_2 Be^{p_2 t}). \quad (2.52)$$

Ikki A va V o'zgarmas qiymatlar ikki boshlang'ich shartlari uchun ikki kommutatsiya qonunlarini qo'llab (cheklangan tok va cheklangan kuchlanishli zanjirlarda kondensator elektr maydoni $Cu_c^2/2$ va induktivlikning magnit maydoni energiyalari $Li^2/2$ bir onda sakrab o'zgara olmaydilar, degan faraz bilan) aniqlanadi.

Ular qatnashlik, kommutatsiyagacha $u_c(0-)$ va $i_L(0-)$ berilgan bo'lsin.

U holda ushbu qiymatlarning uzluksiz o'zgarishi quyidagi tengliklarga olib keladi

$$\left. \begin{aligned} u_c'(0+) + A + B &= u_c(0-); \\ i_L'(0+) + C(p_1 A + p_2 B) &= i_L(0-), \end{aligned} \right\} \quad (2.53)$$

bunda $u_c'(0+)$ va $i_L'(0+)$ aynan kommutatsiyadan so'nggi ondagi umumiy yechim. Ular boshlang'ich shartlar $u_c(0-)$, $i_L(0-)$ va ildizlar p_1 , p_2 kabi ma'lum bo'lganida edi, u holda (2.53) orqali integrallash doimiyatlari A va B ni aniqlash mumkin bo'lar edi. Shu bilan (2.51) va (2.52) larni yechish tugat edi.

Ildizlar haqiqiy manfiy ($\alpha^2 > 1/LC$) bo'lganda erkin tashkil etuvchilar eksponensial so'nuvchi bo'ladi.

Agar $\alpha^2 < 1/LC$ bo'lsa erkin tashkil etuvchilar bog'liq kompleks ildizlari bo'lgan

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta, \quad (2.54)$$

β chastota bilan so'nuvchi garmonik tebranishlarni hosil qiladi, bunda

$$j\beta = \mu = j\sqrt{1/LC - \alpha^2} \text{ va } \alpha = r/2L.$$

Murakkab bo'lmagan, biroq uzun algebraik o'zgartirishlardan so'ng, erkin kuchlanish va toklar ifodasini birmuncha tugallangan holga keltirish mumkin

$$\left. \begin{aligned} u_c'' &= u_c''(0) \frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{2\mu} + \frac{i_L''(0)}{C\mu} \cdot \frac{e^{p_1 t} - e^{p_2 t}}{2}; \\ i_L'' &= \frac{u_c''(0)}{L\mu} \cdot \frac{e^{p_1 t} - e^{p_2 t}}{2} + i_L''(0) \frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{2\mu}, \end{aligned} \right\} \quad (2.55)$$

Bunda 0 ning o'rnida 0+ deb tushunish zarur. Induktivlikdagi tok ko'rilayotgan konturda sig'imni zaryadlovchi tokka teng bo'lgani uchun, (2.55)ning ikkinchisini birinchisidan hosil qilish mumkin ($i_L'' = C du_c'' / dt$).

Hisoblashlarda qulaylik yaratish uchun (2.55) tengliklardagi eksponentialarning yarim yig'indilari va yarim ayirmalarini

$$e^{p_{1,2}t} = e^{-\alpha t} e^{\pm \mu t} = e^{-\alpha t} [\operatorname{ch} \mu t \pm \operatorname{sh} \mu t]$$

bajarilish sharti bilan giperbolik funksiyalar orqali ifodalash mumkin

$$\left. \begin{aligned} u_C'' &= \left\{ u_C''(0) \left[\operatorname{ch} \mu t + \frac{\alpha}{\mu} \operatorname{sh} \mu t \right] + \frac{i_L''(0)}{C\mu} \operatorname{sh} \mu t \right\} e^{-\alpha t}; \\ i_L'' &= \left\{ -\frac{u_C''(0)}{L\mu} \operatorname{sh} \mu t + i_L''(0) \left[\operatorname{ch} \mu t - \frac{\alpha}{\mu} \operatorname{sh} \mu t \right] \right\} e^{-\alpha t}. \end{aligned} \right\} \quad (2.55, a)$$

Bunda $1/C\mu$ va $L\mu$ qiymatlar ($1/j\omega C$ va $j\omega L$ kabi) o'ziga yarasha qarshiliklardir va ular Omda o'lchanadilar.

(2.54) «bog'liq kompleks» ildizlar bo'lganda giperbolik funksiyalar aylana funksiyalaridan iborat bo'ladi $\operatorname{ch} j\beta t = \cos \beta t$ va $\operatorname{sh} j\beta = j \sin \beta t$; kuchlanish va toklarning erkin tashkil etuvchilari esa quyidagi shaklda bo'ladilar

$$u_C'' = \left\{ u_C''(0) \left[\cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t \right] + \frac{i_L''(0)}{\beta C} \sin \beta t \right\} e^{-\alpha t}, \quad (2.56)$$

$$i_L'' = \left\{ -\frac{u_C''(0)}{\beta L} \sin \beta t + i_L''(0) \left[\cos \beta t - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t \right] \right\} e^{-\alpha t}. \quad (2.56, a)$$

Kondensatorning nodavriy (aperiodik) razryadlanishi. 2.4, b-rasmda tasvirlangan manbasiz zanjirdagi S kondensatorning L , r elementlarga razryadlanishi rejimini ko'raylik. Bundagi «yagona energiya manbai» - zaryadlangan sig'imdir. Agar zanjirdagi qarshilik nisbatan katta, ya'ni $r > 2\sqrt{L/C}$ yoki $Q < 1/2$ bo'lsa, u holda kondensator aperiodik razryadlanadi. Bunda (2.47) xarakteristik tenglamaning ildizlari haqiqiy sonlar bo'lib, tenglama yechimi (2.55) dagidek ifodalanadi. Kuchlanish va tokning boshlang'ich erkin qiymatlarini kommutatsiya qonunlari asosida aniqlash mumkin

$$u_C''(0) = U_0; \quad i_L''(0) = 0.$$

Shuning uchun 2.4, b-rasmdagi ko'rsatilgan tokning musbat yo'nalishlarida echimlar quyidagicha bo'ladi

$$\left. \begin{aligned} u_c &= \frac{U_0}{2\mu} (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}); \\ i &= \frac{U_0}{2L\mu} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) \end{aligned} \right\} \quad (2.57)$$

Kuchlanish u_c va i tokning grafiklari 2.5,a-rasmda keltirilgan. Shu yerdan induktivlikdagi ($-u_L = -L di/dt$) va qarshilikdagi ($-u_r = -ir$) kuchlanishlar keltirilgan. Ularning algebraik yig'indisi sig'im kuchlanishiga teng $u_c + u_L + u_r = 0$. Quyidagilarga e'tibor berish zarur:

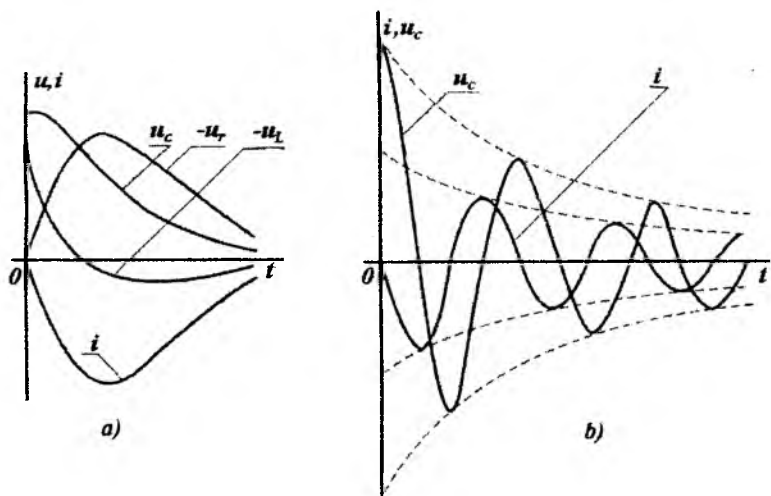
1) boshlang'ich onda tok nolga teng [$i_L = (0-)$], shuning uchun ham sig'im kuchlanishining hosilasi nolga teng; u_c egri chiziqqa $t=0$ nuqtadan o'tkazilgan urinma gorizontaldir;

2) tok ekstremal qiymati kuchlanish u_c egri chizig'ining egilish nuqtasidan o'tayotgan onga, ya'ni u_c egri chizig'ining ikkinchi hosilasi nolga o'tayotib o'z ishorasini o'zgartirayotgan onga mos keladi;

3) induktivlikdagi (u_c ning ikkinchi hosilasiga proporsional bo'lgan) kuchlanish, tok o'zining ekstremal qiymatidan o'tayotgan onda (ya'ni i ning hosilasi ishorasini o'zgartirgani uchun) ishorasini o'zgartiradi - avval o'zinduksiya e.yu.k. razryadlanish tokiga aks ta'sir ko'rsatadi, so'ng Lens qonuniga muvofiq uni ta'minlab turadi.

Agar $r \gg \sqrt{L/C}$ bo'lsa, induktivlikning sig'im razryadlanishi jarayoniga ta'siri faqat o'tkinchi jarayonning boshlanishida (t ning kichik qiymatlarida) sezilarli bo'ladi; keyinchalik sig'imning razryadlanish jarayoni faqat vaqt doimiysi $rC \gg 2\sqrt{LC}$ bilan aniqlanadi. Bu holda (2.48) xarakteristik tenglamaning ildizlarini quyidagi holga keltirish mumkin (bunda tahminiy hisoblashda juda foydali bo'lgan ifoda ishlatiladi, ya'ni $\varepsilon \ll 1$ bo'lganda $\sqrt{1-2\varepsilon} \approx 1$)

$$\begin{aligned} p_1 &= -r/2L \left[1 - \sqrt{1 - (4L/r^2C)} \right] \approx -r/2L \left[1 - (1 - 2L/r^2C) \right] = -1/rC; \\ p_2 &= -r/2L \left[1 + \sqrt{1 - (4L/r^2C)} \right] \approx -r/L. \end{aligned}$$



2.5-rasm. O'tkinchi jarayon egri chiziqlari:

a) aperiodik o'tkinchi jarayon; b) tebranma so'nuvchi o'tkinchi jarayon.

Ushbu ildizlar r , C zanjirlari (birinchi ildiz) va r , L zanjiri (ikkinchi ildiz) xarakteristik tenglamalari yechimlari bilan mos keladi. Quyidagini e'tiborga olib

$$\mu = r/2L\sqrt{1 - (4L/r^2C)} \approx r/2L$$

(2.57)dan sig'imdagi kuchlanish ifodasini aniqlash mumkin

$$u_c = U_0 \left(- (L/C)/r^2 e^{-\frac{r}{L}t} + e^{-\frac{t}{\kappa}} \right). \quad (2.58)$$

Zanjirda $r^2 \gg 4L/C$ sharti bajarilganda ifodaning birinchi hadini hisobga olmasa ham bo'ladi va sig'imning qarshilikka razryadlanishining oddiy bog'lanishini keltirib chiqarish mumkin.

Ushbu usul yordamida tokning ifodasi quyidagicha:

$$i = \frac{U_0}{r} \left(e^{-\frac{r}{L}t} - e^{-\frac{t}{\kappa}} \right)$$

bo'lishini o'quvchiga mustaqil aniqlashni taklif etamiz.

Agar $r > 2\sqrt{L/C}$ bo'lsa birinchi eksponentaning so'nish koeffitsiyenti ikkinchi eksponentanikiga nisbatan juda kattadir $r/L \gg 1/rC$. Demak, boshlang'ich onda tok nolga teng bo'lsa ham $i(0)=0$, u o'z qiymatini zanjirda induktivlik bo'lmagan vaziyatda, sig'im faqat qarshilikka razryadlayotgan qiymatiga tez erishadi

$$i = -\frac{U_0}{r} e^{-t/rC}.$$

Tebranma razryadlanish. Kontur qarshiligi kichik bo'lsa, ya'ni $0 < r < 2\sqrt{L/C}$ yoki $Q > 1/2$ razryadlanishda so'nuvchi tebranishlar vujudga keladi, kuchlanish va tok quyidagi tenglamalar bilan ifodalanadi

$$u_C = U_0 \left(\cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t \right) e^{-\alpha t};$$

$$i = \frac{U_0}{\beta L} \sin \beta t e^{-\alpha t}.$$

Bu qiymatlarga (2.56) asosida yoki umumiyroq bo'lgan (2.55) va boshlang'ich shartlar $u_C''(0) = U_0$, $i_L''(0) = 0$ asosida kelish mumkin.

2.5,b-rasmda $u_C(t)$ va $i_L(t)$ grafiklari keltirilgan. Punktirlar bilan amplitudalar so'nishini xarakterlovchi eksponentalar belgilangan.

Tokning ham, kuchlanishning ham amplitudalari har bir T davrda $e^{\alpha t} = e^{2\pi\alpha/\beta}$ marta kamayadi. Bu qiymat *tebranish dekrementi* (so'nishi) deyiladi. Uning logarifmi, ya'ni $2\pi\alpha/\beta$ - *logarifmik dekrement* deyiladi.

Yana quyidagilarni ta'kidlash zarur. O'tkinchi jarayonning boshlanishida $f(t) = \cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t$ ko'paytma bilan ifodalangan garmonik kuchlanish o'zining maksimal qiymatiga erishmaydi; biroq $e^{-\alpha t}$ tashkil etuvchi tufayli $f(t)$ ning hosilasi ($t=0$ da) nolga teng bo'ladi. Aynan shunday bo'lishini isbotlash zarur edi, chunki $t=0$ bo'lganda u_C ning hosilasi nolga teng bo'lishi kerak (zanjirda tok bo'lmaydi).

Chegaraviy rejim. Yuqorida aperiodik rejim tenglamalari (p_1 va p_2 ildizlar har xil va haqiqiy) va tebranma rejim tenglamalari (p_1 va p_2 ildizlar kompleks sonlar) tahlil qilindi.

Ushbu ikki rejim chegarasida, ya'ni $r=2\sqrt{L/C}$ yoki $Q=1/2$ bo'lganda (2.48) xarakteristik tenglamaning ikki ildizi mos bo'ladi (karrali ildizlar holati)

$$p_{1,2} = -\alpha = -r/2L; \quad \mu = \sqrt{\alpha^2 - 1/LC} = 0.$$

Bunda (2.55) va (2.57) ifodalar noaniq bo'ladi.

Lopital qoidasiga binoan noaniqlikni ochsak, ya'ni μ bo'yicha differensiallab, (2.55) o'rniga tok va kuchlanishning erkin qiymatlari uchun quyidagi ifodalarni hosil qilamiz

$$u_C'' = u_C''(0)(1 + \alpha t)e^{-\alpha t} + \frac{i_L''(0)}{C}te^{-\alpha t};$$

$$i_L'' = -\frac{u_C''(0)}{L}te^{-\alpha t} + i_L'(0)(1 - \alpha t)e^{-\alpha t}.$$

Erkin rejim ifodasini karrali ildizlar bog'lanishi orqali ifodalaganda ham ushbu natijaga erishish mumkin

$$u_C'' = (A + Bt)e^{p_1 t}.$$

Erkin rejimdagi energiya bog'lanishi. Manbaga ulanmagan kontur (2.4,b-rasm) tenglamasini yozib

$$u_C + ri + L \frac{di}{dt} = 0,$$

barcha hadlarini $i = Cdu_C/dt$ tokka ko'paytirsak, quyidagini hosil qilamiz

$$Cu_C \frac{du_C}{dt} + i^2 r + Li \frac{di}{dt} = 0,$$

$$\text{yoki } \frac{d}{dt} \left(\frac{Cu_C^2}{2} \right) + i^2 r + \frac{d}{dt} \left(\frac{Li^2}{2} \right) = 0. \quad (2.59)$$

Tenglamaning birinchi va uchinchi hadlari sig'im elektr maydoni energiyasining va induktivlik magnit energiyasining ortish tezliklarini ifodalaydi; bu hadlar musbat ham (energiya ortadi), manfiy ham (energiya kamayadi) bo'lishi mumkin. Tenglamaning ikkinchi hadi $r > 0$ va $i \neq 0$ bo'lganda doimo musbat bo'ladi; u elektromagnit maydoni energiyasining issiqlikka aylanishi orqaga qaytmaydigan

jarayonini (tebranish tizimidagi energiya so'nishini) ifodalagani natubli, tizimda zahiralangan umumiy energiya faqat kamayadi.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{Li^2}{2} + \frac{Cu^2}{2} \right) = -i^2 r. \quad (2.60)$$

L, r, S konturni garmonik kuchlanishga ulash. 10.4, a-rasmdagi zanjir uchun, avvalo, u'_C va i' qiymatlarni o'zgaruvchan toklar nazariyasidagi ma'lum usullardan foydalanib, aniqlash zarur (xususiy echim yoki barqarorlik rejimi).

Barqarorlik rejimi uchun aniqlangan (2.53) boshlang'ich shartlardan $u''_C(0)$ va $i''_L(0)$ erkin tashkil etuvchilar aniqlanadi. Sig'imdagi haqiqiy kuchlanish $u_C = u'_C + u''_C$ va haqiqiy tok $i = i' + i''$ erkin tashkil etuvchilar (2.55) va (2.56) bog'lanishlari orqali ifodalanadilar.

O'tkinchi jarayonning o'zgarishi xarakteri konturning parametrlari (L, r, S) manba kuchlanishining chastotasi ω va uning ulanish onidagi fazasi ψ ga bog'liq. Masalan, tebranma rejimning ($r < 2\sqrt{L/C}$) nolli boshlang'ich shartlari bo'lganda $u_C(t)$ o'tkinchi jarayonning grafigi shakllari har turli bo'lishini ko'rish uchun, talaba mustaqil ravishda $\omega > \beta$, $\omega < \beta$ va $\omega \approx \beta$ holatlar uchun tajribada ko'rishini taklif etamiz.

$Q \gg 1$ bo'lganda (10.54)dan quyidagini aniqlaymiz

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{r}{2L\sqrt{\omega_0^2 - (r/2L)^2}} = \frac{r}{\sqrt{4(L\omega_0)^2 - r^2}} = \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \approx \frac{1}{2Q}.$$

Shunday qilib, asllik 100 bo'lgan $\alpha T = 0,0314$ da, ya'ni bir davrda erkin tashkil etuvchining amplitudasi (u barqarorlik rejimi amplitudasini susaytiradi) faqat 3%ga kamayadi.

L, r, S konturni o'zgarish kuchlanishga ulash. Yuqorida ko'rilganlardan so'ng, ushbu masalani ham mustaqil yechish mumkin.

2.7. Murakkab elektr zanjirlaridagi o'tkinchi jarayonlar

Differensial tenglamalar tizimi va uni yechish. Tarmoqlangan elektr zanjirlarining o'tkinchi jarayonlari ham differensial tenglamalar tizimi yordamida ifodalanadi. Bu tenglamalar berilgan zanjirning konturlari va tugunlari uchun Kirxgofning qonunlari asosida,

barqarorlik rejimining algebraik tenglamalar tizimlariga o'xshashi tuziladi.

Agar tenglamalar tizimi ko'rilayotgan zanjirni to'raligicha ifodalasa, unda shu tenglamalar tizimini yechish uchun noma'lum qiymatlarni bosqichma-bosqich qisqartirish yo'li bilan bitta nomalumni bo'lgan bitta tenglamaga keltirish mumkin. Qisqartirilayotgan noma'lum qiymatlar har xil bog'lanishda - oddiy bog'lanishda, yoki integral, yoki differensial belgilari bilan uchrashi mumkin. Shuning uchun noma'lum qiymatlarni qisqartirishda bazan tenglamani, na faqat u yoki bu koeffitsiyentga ko'paytirish yoki bo'lish, balki integrallash va differensiallash ham qabul qilinadi; shuning uchun tizimdagi har bir tenglama tartibiga nisbatan natijaviy tenglamaning differensial tartibi ortadi.

Barcha boshlang'ich tenglamalar chiziqliligi sababli, hosil bo'lgan bir noma'lumli tenglama chiziqlidir. Uning yechimi, sodda zanjirlardagi kabi, xususiy u' , i' yechim (manbaning o'zgarmas yoki garmonik kuchlanishida - bu barqarorlik rejimi), hamda bir jinsli (xarakteristik) tenglama yechim u'' , i'' (erkin tashkil etuvchi)ning yig'indisi sifatida ko'rish mumkin.

Keyingi tashkil etuvchi chiziqli tenglamalar uchun har qachon ham ikki eksponentalar yig'indisi sifatida keltirilishi mumkin

$$\left. \begin{aligned} u' &= A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \dots; \\ i' &= B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t} + \dots; \end{aligned} \right\} \quad (2.61)$$

bunda $p_{1,2,\dots}$ -xarakteristik tenglama ildizlari; $A_{1,2,\dots}$, $B_{1,2,\dots}$ integrallash doimiylari. Ildizlar va doimiylar sonlari differensial tenglama tartibiga teng.

Takrorlanuvchi ildizlar bo'lmaganda (ya'ni barcha $p_1, p_2, \dots$ ning birortasi qiymati boshqasi qiymatiga teng emas) yechim (2.61) shaklida bo'ladi. Agar takrorlanuvchi ildizlar bo'lsa (kamida ikki teng ildizli) unda $A t^k e^{p t}$ turdagi yangi hadlar paydo bo'ladi. Takrorlanuvchi ildizli yechimga boshqacha yo'l bilan, ya'ni umumiy yechim orqali chegaraviy o'tish va noaniqliklarni ochish yo'li bilan ham kelish mumkin.

Agar yechim tarkibida kompleks-tutash ildizlar bo'lsa so'nuvchi tebranishli hadlar mavjud bo'ladi.

Integrallash doimiylari to'la echimlarga qo'llanuvchi boshlang'ich shartlardan aniqlanadi. *Boshlang'ich shartlarning lozim bo'lgun soni*, aniqlanishi kerak bo'lgan doimiylar soniga, va demak, differensial tenglama tartibi « n » ga teng.

Aniqlanishi lozim bo'lgan funksiya, masalan tokning

$$i = i' + i'' = i' + B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t} + B_3 e^{p_3 t} + \dots \quad (2.62)$$

tarkibidagi barcha doimiylarni quyidagi umumiy usulni qo'llab aniqlash mumkin.

Vaqtning $t=0$ oni uchun boshlang'ich shartlardan tokning qiymati va uning shuncha qiymatdagi hosilalarini aniqlash kerak bo'ladi, unda nechta noma'lum qiymatli doimiylar $V_1, V_2, \dots$ bo'lsa, shuncha tenglamalar tuzish lozim bo'lsin. Masalan, uchta doimiylari bo'lganda (2.62) tenglamadagi tok tizimi uchun quyidagicha yoziladi:

$$i(0) = i'(0) + B_1 + B_2 + B_3; \quad (2.63, a)$$

$$di/dt|_{t=0} = di'/dt|_{t=0} + B_1 p_1 + B_2 p_2 + B_3 p_3; \quad (2.63, b)$$

$$d^2 i / dt^2|_{t=0} = d^2 i' / dt^2|_{t=0} + B_1 p_1^2 + B_2 p_2^2 + B_3 p_3^2. \quad (2.63, d)$$

Boshlang'ich shartlar faqat induktivlikdagi toklar va sig'imdagi kuchlanishlar qiymatlarini aniqlaydi. Biroq Kirxgof qonunlarini $u_c(0)$ va $i_L(0)$ boshlang'ich shartlari berilgan zanjirlarga qo'llab, doimo kerak bo'lgan funksiya uchun, masalan, tok yoki uning hosilalari uchun zarur bo'lgan boshlang'ich qiymatlarni aniqlash mumkin.

Misol. Sxemasi 2.6-rasmda keltirilgan zanjirda kalitning yuqoridagi holatida barqarorlik rejimi mavjud edi. Manbaning kuchlanishi o'zgarmas $u=U=240V$. Vaqtning $t=0$ onida kalit quyi holatiga o'tkaziladi. Induktivlik elementi bo'lgan shaxobchaning i_L tokini aniqlang. *Zanjir parametrlari:* $R=10 \Omega$;

$$r=2 \Omega; L=0,1 H; S=100 \mu F.$$

Yechish. Kirxgof qonunlari asosida tenglamalar tuzamiz:

$$\left. \begin{aligned} i_L + i_C - i &= 0; \\ Ri + ri_L + L di_L / dt &= 0; \\ u_C - ri_L - L di_L / dt &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

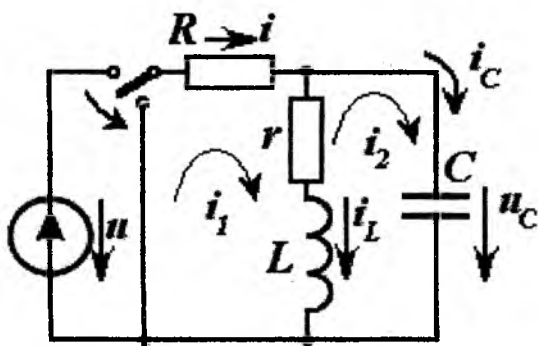
Ushbu tenglamalar tizimida uchta noma'lum toklar (i, i_L, i_C) dan tashqari, yana sig'imdagi noma'lum kuchlanish u_C mavjud. Shuning

uchun (a) tizimga u_c va i_c larni bog'lovchi tenglamani kiritamiz

$$i_c = C du_c / dt. \quad (b)$$

Tok i_L ni aniqlaymiz. Buning uchun (a) tizimning uchinchi tenglamasini, avval S ga ko'paytirib, uni differensiallab, u_c ni yo'qotamiz. Shunga e'tiborni qaratish lozimki, bu amal natijasida differensial tenglamaning tartibi ortadi (uning tarkibida i_L tokning ikkilamchi hosilasi paydo bo'layapti). So'ngra i tokni yo'qotamiz. Natijada ikki noma'lumli (i_L , i_c) ikki tenglama tizimi paydo bo'ladi

$$\left. \begin{aligned} (R + r)i_L + Ri_c + L di_L / dt &= 0; \\ i_c - Cr di_L / dt - CL d^2 i_L / dt^2 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (d)$$



26-rasm. Tarmoqlangan zanjirda o'tkinchi jarayon.

Ikkinchi tenglamadagi i_c ni birinchi tenglamaga qo'yamiz, natijada ikki tenglamadan iborat bo'lgan (d) tenglamalar tizimi bir (i_2) noma'lumli bitta tenglamaga aylanadi.

$$(R + r)i_L + (CrR + L) di_L / dt + CLR d^2 i_L / dt^2 = 0 \quad (g)$$

Xarakteristik tenglamani tuzamiz

$$(R + r) + (CrR + L)p + CLR p^2 = 0 \quad (d)$$

va uning ildizlarini aniqlaymiz: $p_1 = -136c^{-1}$, $p_2 = -884c^{-1}$.

Ko'rilayotgan o'tkinchi jarayonda faqat erkin tok mavjud (chunki kalit zanjirni manbadan uzgan); izlanayotgan tok quyidagicha bo'ladi

$$i_L = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}. \quad (e)$$

Endi integrallash doimiylari A_1 va A_2 ni aniqlash kerak. Buning uchun (2.63)ga o'xshash tenglamalarni tuzamiz

$$\left. \begin{aligned} i_L(0) &= A_1 + A_2; \\ \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} &= A_1 p_1 + A_2 p_2. \end{aligned} \right\} \quad (j)$$

Boshlang'ich shartlardan biri $i_L(0-) = i_L(0+) = i_L(0)$ ni kommutatsiyagacha bo'lgan zanjirdan aniqlaymiz

$$i_L(0) = U / (R + r) = 20 A. \quad (g)$$

Ikkinchi boshlang'ich shartni zanjir (a) tizimining uchinchi tenglamasidan aniqlaymiz, undan $t=0$ bo'lganda sig'imdagi kuchlanish ma'lum

$$u_C(0-) = u_C(0+) = u_C(0) = Ur / (R + r) = 40 V. \quad (h)$$

Aniqlangan (g) va (h) qiymatlarni (a) tizimning oxirgi tenglamasiga qo'yib, quyidagini aniqlaymiz:

$$\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} = \frac{u_C(0)}{L} - \frac{r}{L} i_L(0) = 0$$

Tenglamalar tizimi (j) ning chap tomonlari aniqlangandan so'ng, integrallash doimiylarini va ular yordamida tok qiymatini aniqlaymiz.

$$i_L = 23,64 e^{-136 t} - 3,60 e^{-884 t} A.$$

Tarmoqlangan zanjirni ixtiyoriy o'zgaruvchi kuchlanish manbaiga ulash. Yuqorida o'rganilgan uslublarni bunda ham qo'llash mumkin; farqi faqat ulangan kuchlanish shakliga bog'liq bo'lgan xususiy yechimdir. Xarakteristik tenglama yechimlari kuchlanishning shakliga bog'liq emas (chunki ularni erkin rejimdan aniqlanadi). Integrallash doimiylarini aniqlash usuli ham ilgarigidek bo'ladi, biroq ularning yechimlari o'zgacha bo'lishi mumkin.

Misol. Agar 10.6-rasmdagi zanjirni garmonik $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$; $U_m = 540 \text{ V}$; $\omega = 314 \text{ s}^{-1}$; $\psi = 40^\circ$ kuchlanishga ulansa, induktiv shaxobchadagi i_L tokni aniqlang.

Zanjirning parametrlari ilgarigidek, ulash $t=0$ onda (kalit zanjirni quyi holatdan yuqoridagi holatga o'tkazish bilan) amalga oshiriladi. Boshlang'ich shartlar nolli, ya'ni

$$i_L(0-) = 0, \quad u_C(0-) = 0.$$

Yechish. Izlanayotgan tok qiymati

$$i_L = i_L' + i_L'' \quad (2.64)$$

barqarorlik i_L' rejimidagi va erkin i_L'' tashkil etuvchilardan iborat

$$i_L'' = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Barqarorlik rejimi tashkil etuvchisini simvolik usul qo'llab aniqlaymiz.

$$i_L' = 16,95 \cos(314t - 46^\circ 10') \text{ A}.$$

2.6-rasmdagi zanjir xarakteristik tenglamalarining ildizlari p_1 va p_2 bundan avvalgi misolda aniqlangan edi. (2.63)ga o'xshash tenglamalar tizimidan ularning A_1 va A_2 integrallash doimiylarini aniqlash qoldi, xolos.

$$\left. \begin{aligned} i_L(0) &= i_L'(0) + A_1 + A_2; \\ \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} &= \left. \frac{di_L'}{dt} \right|_{t=0} + p_1 A_1 + p_2 A_2, \end{aligned} \right\} \quad (k)$$

$$\text{bunda } i_L'(0) = 16,95 \cos(-46^\circ 10'); ;$$

$$di_L' / dt|_{t=0} = -16,95 \cdot 314 \sin(-46^\circ 10').$$

Birinchi boshlang'ich shart $i_L(0-) = 0$ (k) tizim birinchi tenglamasining chap tomoni tarkibiga kiradi. Hosila $di_L / dt|_{t=0}$ ning qiymatini ikkinchi boshlang'ich shart $u_C = 0$ dan foydalanib va Kirxgofning qonunlari yordamida [avvalgi misoldagi (a) tenglamalar tizimining uchinchi tenglamasiga qarang] aniqlaymiz.

$$di_L / dt|_{t=0} = \frac{u_C(0)}{L} - \frac{r}{L} i_L(0) = 0.$$

Endi (k) tenglamadan $A_1 = -19,0$; $A_2 = 7,26$ ni aniqlaymiz. Demak, yechim quyidagicha bo'ladi

$$i_L = -19,0 e^{-136t} + 7,26 e^{-884t} + 16,95 \cos(314t - 46^\circ 10') \text{ A}.$$

Xarakteristik tenglamani tuzish. Xarakteristik tenglamani tuzish uchun differensial tenglamalar tizimi tarkibidan izlanayotgan noma'lum qiymatdan tashqari barcha noma'lumlarni qisqartirish shart. Biroq, *bosh aniqlovchi* yoki *kirish qarshiligi* usullarini qo'llab yechimni soddalashtirish mumkin. Ularni asoslash uchun ayrim oddiy umumlashtirishlarni ko'rib chiqish maqsadga muvofiq.

Kompleks usulni umumlashtirish. Ushbu usulni ixtiyoriy eksponentalar yordamida ifodalangan toklarga xususan, o'tkinchi jara-yonning erkin toklariga tadbqiq etish qiyin emas. Buning uchun shunday kompleks chastotani kiritish kifoyaki, unda $j\omega$ ni umumiy holda kompleks son bo'lgan p_k bilan almashtiriladi.

$$j\omega \rightarrow p_k \quad (2.65)$$

Bunda tokning vaqtga nisbatan eksponensial funksiya ekanligi tushunchasi saqlanadi

$$Ie^{j\omega t} \rightarrow Ie^{p_k t} \quad (2.66)$$

Ko'rilayotgan umumlashtirish jarayonida integrallash va differensiallash p_k qiymatga bo'lish va ko'paytirish bilan almash-tiriladi, chunki

$$\begin{aligned} d(Ie^{p_k t}) / dt &= p_k Ie^{p_k t} \\ \int Ie^{p_k t} dt &= Ie^{p_k t} / p_k \end{aligned} \quad (2.67)$$

Integrallash amalini bajarishda o'ng tomonda mavjud bo'lishi mumkin bo'lgan doimiyni e'tiborga olmayapmiz, chunki xarak-teristik tenglamani tuzishda bizni faqat bir narsa qiziqtiradi - ko'rilayotgan zanjirda manba yo'qligida eksponensial tashkil etuv-chilar qay darajada mavjud bo'ladi?

Bularga asosan, barqarorlashgan garmonik rejimda qarshiliklar va o'tkazuvchanliklarni (2.65) ga muvofiq yozilgandagi eksponensial toklar uchun barcha kompleks tenglamalar taalluqli bo'ladi.

$$Z(j\omega) \rightarrow Z(p_k); Y(j\omega) \rightarrow Y(p_k) \quad (2.68)$$

Masalan, 9.6, a-rasmdagi zanjir uchun (kalitning quyi holatida) ikki kontur uchun tenglamalar tuzish mumkin

$$\begin{aligned} Z_{11}(p_k)I_1 + Z_{12}(p_k)I_2 &= 0; \\ Z_{21}(p_k)I_1 + Z_{22}(p_k)I_2 &= 0, \end{aligned} \quad (2.69)$$

bunda

$$Z_{11}(p_k) = R + r + p_k L; \quad Z_{22}(p_k) = r + p_k L + 1/p_k C;$$

$$Z_{12} = -(r + p_k L).$$

Kontur toklar $I_1 e^{p_k t}$ va $I_2 e^{p_k t}$ ifodalari barcha hadlarida ishtirok etuvchi $e^{p_k t}$ ko'paytma qisqartirilgan.

Noldan farqlanuvchi yechim bo'lishi uchun ($I_1 \neq 0$, $I_2 \neq 0$) faqat tenglamalar tizimining quyidagi aniqlovchisi nolga teng bo'lishi zarur.

$$D(p_k) = \begin{vmatrix} Z_{11}(p_k) & Z_{12}(p_k) \\ Z_{21}(p_k) & Z_{22}(p_k) \end{vmatrix} = 0. \quad (2.70)$$

Bosh aniqlovchi usuli. Keyingi keltirilgan bog'lanish xarakteristik tenglamaning umumiy ko'rinishini ifodalaydi (bosh aniqlovchi usuli).

Tenglama (2.70) ikki konturli zanjir uchun xususiy hol sifatida keltirilgan. Umumiy holda, tenglamaning chap tomonida to'la tenglamalar tizimining aniqlovchisi bo'lishi ko'zda tutiladi.

$$D(p_k) = 0. \quad (2.71)$$

Kirish qarshiligi usuli. Ixtiyoriy shaxobchaga ulangan bir e.yu.k. manbai uchun zanjirning kirish qarshiligi $Z_{kir}(p_k)$ ni nolga tenglashtirib, xarakteristik tenglamani aniqlash mumkin.

Darhaqiqat, manbai bo'lmagan zanjirning kirish qismida

$$I_{kir} e^{p_k t} Z_{kir}(p_k) = 0 \quad (2.72)$$

shart bajarilgandagina $I_{kir} e^{p_k t}$ (erkin rejim) toki mavjud bo'ladi.

Noldan farqli bo'lgan tok uchun echimni aniqlash, xarakteristik tenglamani yozishning usullaridan biriga olib keladi

$$Z_{kir}(p_k) = 0. \quad (2.73)$$

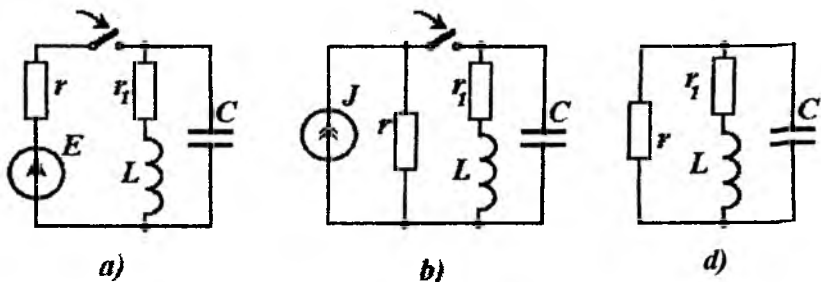
Bu tenglamani ifodalash uchun kirish kompleks qarshiligini aniqlab, tarkibidagi $j\omega$ larni p_k ga almashtirib, hosil bo'lgan qiymatni nolga tenglashtirish zarur. Natijada, tizimning ixtiyoriy shaxobchasi uchun kirish qarshiligini nolga aylanishiga faqatgina tizim aniqlovchisi nolga teng bo'lgandagina erishiladi, ya'ni (2.70), (2.71) va (2.73) ekvivalent bo'ladi.

Xarakteristik tenglama zanjirning kommutatsiyadan keyingi holati uchun tuziladi.

Kuchlanish va tok manbalarini ulash. Yuqorida ko'rilgan barcha misollardagi o'tkinchi jarayonlar manbalarini faqat kuchlanish yoki e.yu.k. manbalari deb qaralgan edi.

Agar e.yu.k. manbai E ni (2.7,*a*-rasm) ekvivalent J tok manbai bilan (2.7,*b*-rasm) almashtirsak, unda u yoki bu kommutatsiya natijasida sodir bo'luvchi, na o'tkinchi jarayon va na uni hisoblash usuli o'zgarmaydi. Darhaqiqat, manbalar ekvivalentlik shartlariga ko'ra, barqarorlik (majburiy) rejim o'zgarmaydi. Bir jinsli tenglama bilan ifodalanuvchi erkin rejimda esa, shartga ko'ra, bu tenglamada ta'sir etuvchi qiymat bo'lmaydi, ya'ni erkin rejimni hosil qiluvchi manba bo'lmaydi.

Boshqacha qilib aytganda, erkin rejimga mos keluvchi zanjirda kuchlanish manbalarining e.yu.k.lari ham, tok manbalarining toklari ham bo'lmaydi. Biroq, e.yu.k. nolga teng bo'lganda manba qisqa tutashtiriladi (zanjirning ketma-ket ulangan passiv elementlari mavjud bo'ladi), tok manbaining toki nolga teng bo'lganda uning shaxobchasi uziladi (zanjirda parallel ulangan passiv elementlar mavjud bo'ladi). Shuning uchun ekvivalent manbali zanjirlarda (2.7,*a* va *b*-rasmlar) erkin rejim uchun passiv elementlardan tuzilgan birgina zanjir mos keladi (2.7,*d*-rasm).



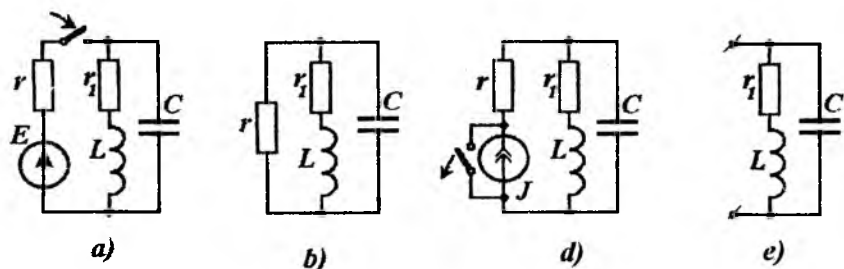
2.7-rasm. Kuchlanish va tok manbalarini ulash:

a) passiv elementlarni e.yu.k. manbaiga ulanishi; *b)* passiv elementlarni tok manbaiga ulanishi; *d)* manbaga ega emas passiv elementlar.

Agar shaxobchadagi kuchlanish manbaini (2.8,*a*-rasm) tok manbaiga almashtirsak, butkul boshqacha vaziyat vujudga keladi (2.8,*b*-rasm).

Manbalarning E e.yu.k. va I tok qiymatlarini shunday tanlash mumkinki, berilgan parametrlar uchun barqarorlik jarayonida ikkala zanjirlarda ham tok va kuchlanishlarning elementlardagi taqsimlanishi bir xil bo'lsin. Biroq, ikkala zanjirlarda ham manbalar ulan-gandan so'ng o'tkinchi jarayon tubdan farqlanadi.

Erkin toklarni ifodalaydigan zanjirlarga qarab, bunga ishonch hosil qilish mumkin: e.yu.k.li zanjir uchun sxema $E=0$ shartiga binoan hosil qilinadi (2.8,b-rasm); tok manbali zanjir uchun $J=0$



2.8-rasm. Kuchlanish manbaini tok manbaiga almashtirish:

- a) passiv elementlarni e.yu.k. manbaiga ulanishi; b) erkin holat uchun passiv elementlarni ulanishi; d) passiv elementlarni tok manbaiga ulanishi; e) erkin holat uchun passiv elementlarni ulanishi

shartiga ko'ra hosil qilinadi (2.8,g-rasm). Shuning uchun, zanjir-larning har xil sxemalari uchun xarakteristik tenglamalar ildizlari ham har xil bo'ladi.

Ulanayotgan ondagi haqiqiy tok va kuchlanishlarni aniqlash.

Manbani zanjirga ulashda nolli boshlang'ich shartlar bo'lsa, ulanish onidagi ($t=0$) barcha haqiqiy tok va kuchlanishlarni aniqlash juda oson. Buning uchun $t=0$ onda tarkibida induktivligi bo'lgan barcha shaxobchalar uzilgan deb taxminlash kerak, chunki shartga ko'ra, $i_L(0)=0$; barcha sig'imlar qisqa tutashgan deb tahmin qilish kerak, chunki shartga ko'ra $U_C(0)=0$. Masalan, 2.8,a-rasmdagi zanjir tar-kibida sig'im bo'lgan shaxobchani boshlang'ich ondagi toki $i_S(0)=E/r$ bo'ladi.

Bu sodda usulni qo'llash, ko'pincha katta foyda keltiradi chunki, birinchidan, ba'zida boshlang'ich tok va kuchlanishlarning qiymatlarini bilish zarur bo'ladi, ikkinchidan, boshlang'ich ondagi haqiqiy tok va kuchlanishlarni aniqlashning sodda usuli erkin tashkil etuvchilarning tarkibiga kiruvchi o'zgarmaslar qiymatlarini aniqlashda asqotishi mumkin.

Zanjirning chiziqliligiga asoslangan barcha usullarning qo'llanilishi. Elektr zanjirlari o'tkinchi jarayonlarini hisoblashda, ularning chiziqli ekanligi va, demak, barcha differensial tenglamalarning chiziqli ekanligi tufayli superpozitsiya usuliga asoslangan barcha usullarni qo'llash mumkin.

O'tkinchi jarayon xarakteri va xarakteristik tenglama ildizlari. Yuqorida ko'rilganlarning barchasidan xarakteristik tenglamalarning ildizlari qanchalar katta ahamiyatli ekanini bilish mumkin, chunki o'tkinchi jarayonlarda tok (va kuchlanish)lar tarkibida eksponentalar mavjud

$$i_{Erk} = A_1 e^{p_k t} + A_2 e^{p_k t} + \dots \quad (2.74)$$

Agar ildizlar haqiqiy son bo'lib manfiy ishorali bo'lsa, masalan, $p_{1,2} = -\alpha \pm \mu < 0$, o'tkinchi jarayon ikkala tashkil etuvchilari monoton (ravan) so'nuvchi bo'ladi.

Agar ildizlar kompleks son bo'lsa, masala $p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$, zanjirda tebranishlar hosil bo'ladi. Agar kompleks sonning haqiqiy qismi manfiy, ya'ni

$$\operatorname{Re}(p_{1,2}) = -\alpha < 0$$

bo'lsa, bu tebranishlar so'nuvchi bo'ladi.

Agar, hech bo'lmaganda bitta ildizning haqiqiy qismi musbat bo'lsa, o'tkinchi jarayon so'nmaydi. Tashkil etuvchi qiymati $\alpha < 0$, ya'ni $\operatorname{Re}(p_1) > 0$ bo'lganda

$$e^{p_k t} = e^{-\alpha t} e^{+j\beta t}$$

eksponensial ortuvchi bo'ladi. Agar $\alpha=0$ va $\beta \neq 0$ bo'lsa, zanjirda so'nmas garmonik tebranish hosil bo'ladi; agar $\alpha=\beta=0$ bo'lsa zanjirda manba bo'lmaganda ham o'zgarmas tok oqaveradi (o'ta o'tkazuvchan kontur). Xarakteristik tenglama ildizi r ning oldidagi barcha koeffitsiyentlar haqiqiy sonlar bo'lgani uchun, kompleks ildizlar faqat kompleks-tutash juftliklar sifatida bo'ladi.

Agar $r > 2\sqrt{L/C}$ bo'lsa p_1 va p_2 ildizlar har xil va manfiy ishorali (haqiqiy o'qda joylashgan doiralar). Agar $r \rightarrow 2\sqrt{L/C}$ bo'lsa p_1 va p_2 ildizlar bir nuqtaga joylashishga intiladilar. Qarshilikning keyingi kamayishida ildizlar kompleks-tutashlikka aylanadi; $r=0$ bo'lganda ildizlar mavhum o'qda joylashadilar. Va nihoyat, $r < 0$ bo'lganda ildizning haqiqiy qismi musbat ishorali bo'ladi. Bunday tizim beqaror bo'ladi, unda boshlangan juda kichik amplitudali tebranishlar ham asta-sekin ortib boradi va bu ortish hech cheklanmay (tizim chiziqli ekanini yo'qotishigacha) davom etadi.

2.8. Nojo'ya kommutatsiyalardagi o'tkinchi jarayonlar

Yuqorida ta'riflari keltirilgan kommutatsiya qonunlarini cheklangan sohalarida qo'llash mumkin. Aksariyat kondensatordagi kuchlanishning uzluksiz o'zgarishi

$$u_c(0-) = u_c(0+) \quad (2.75)$$

va induktivlikdagi tokning uzluksiz o'zgarishi

$$i_L(0-) = i_L(0+) \quad (2.76)$$

kabi kommutatsiyaning asosiy qonunlari buziladigan vaziyatlarni, shu vaqtgacha, yetarli darajada asossiz ravishda, nojo'ya qo'yilgan masalalar qatoriga kiritadilar.

Masalan, $u_{c1}(0-)$ kuchlanishgacha zaryadlangan S_1 kondensator, boshqa miqdordagi $u_{c2}(0-)$ kuchlanishgacha zaryadlangan S_2 kondensatorga ulanganda (2.9, a-rasm) ushbu qonunlarning birinchisi (2.75) buziladi, ya'ni «nojo'ya» kommutatsiya bo'ladi deb hisoblanadi.

Darhaqiqat, (2.75) ifodadagi boshlang'ich shartlar ikkala sig'imar uchun quyidagicha yoziladi:

$$u_{c1}(0-) = u_{c1}(0+) \quad (2.77)$$

$$u_{c2}(0-) = u_{c2}(0+). \quad (2.78)$$

Biroq kommutatsiyadan so'ng KKQ ga muvofiq ikkala sig'imdagi kuchlanishlar bir xil bo'lishi lozim, ya'ni

$$u_{c1}(0+) = u_{c2}(0+). \quad (2.79)$$

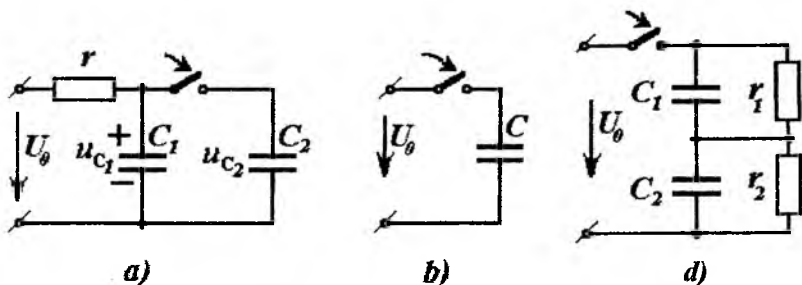
Umumiy holda esa

$$u_{c1}(0-) \neq u_{c2}(0-) \quad (2.80)$$

bo'lganda (2.77), (2.78) va (2.79) o'zaro ziddiyatli bo'lishi aniq.

Shunga o'xshash, sig'imni yoki sig'imler guruhini berilgan kuchlanishli manbaga bevosita ulaganda ham kommutatsiya qonunlarining buzilishini (2.9, *b* va *d*-rasm) kuzatish mumkin.

Bir qarashda benuqson bo'lgan bu qonunning shu vaziyatda aniq buzilishi sabablarini tushunish va ularni bartaraf etish uchun, shu masalani qo'yishda e'tiborga olinmagan «kichik parametrlar»ga murojaat etamiz. Darhaqiqat, 2.9, *a*-rasmdagi zanjirda birinchi va ikkinchi sig'implarni birlashtiruvchi o'tkazgichlar, juda kichik miqdorda bo'lsa ham, noldan farqli - cheklangan qarshilikka ega. Kommutsatsiya onida paydo bo'layotgan boshlang'ich kuchlanishlar farqi sig'imler orasidagi mana shu o'tkazgichning kichik qarshiligi zimmasiga tushadi. Shunda kommutatsiya «*nojo'ya*» *emas*, *jo'yali bajarilgan* bo'ladi.



2.9-rasm. Nojo'ya kommutatsiyali o'tkinchi jarayonlar:

- a)* sig'implarni parallel ulanishi; *b)* sig'imga o'zgarmas kuchlanish berish; *d)* sig'im va rezistor parallel biriktirilganda o'zgarmas kuchlanishga ulash.

Agar sig'implarni ulaydigan qarshilik qiymati juda kichik bo'lsa, u orqali katta miqdordagi tok oqib o'tadi, natijada, sig'imler orasidagi kuchlanishlar tezlik bilan tenglashadi. Bundan tashqari, zanjirni ulaydigan kalit kontaktining qarshiligi avval cheksiz katta bo'lib, so'ngra uzluksiz (juda tezlik bilan bo'lsa ham) nolgacha (yoki Omning mingdan bir ulushigacha) kamayadi. Kalit ulanganidan so'ng hosil bo'lgan zanjirda induktivlik g'altagi bo'lmasa ham,

o'tkazgichlarning juda kichik miqdordagi induktivliklari (mikrogenrining bir necha ulushida bo'lsa ham) mavjudligini hisobga olish mumkin.

Ushbu kichik parametrlarni hisobga olib, masalaning qo'yilishi «jo'yali» bo'lishi ta'minlanadi - har bir boshlang'ich shartlar kommutatsiyaning ikki asosiy qonunlariga mos bo'ladi. Biroq, faqat masala qo'yilishining jo'yali bo'lishi uchun qilingan bunday intilish, biror muhim asossiz, na faqat yechimning murakkablanishiga, balki masalaning qo'yilishiga ham murakkablik kiritadi.

Agar qo'shimcha kichik parametrlar mavjudligiga asoslangan jarayonlarning barcha davomiyligi $\kappa(C_1+C_2)$ vaqt davomiyligiga nisbatan juda kichik bo'lsa, u holda 2.9,a-rasmdagi keltirilgan zanjirning ideallashtirilishi haqiqatga yaqin deyish mumkin.

Endi kommutatsiya qonuni $u_c(0-)=u_c(0+)$ buzilishi haqida to'xtalamiz,

Bu qonunni keltirib chiqarishda (ushbu bob boshida) kuvvat $u \cdot i$ zanjirning bir elementidan ikkinchi elementiga uzatilishida uning qiymati cheklangan ekanligi ta'kidlangan edi. Bu quvvatning qiymati cheklangan bo'lsa, ixtiyoriy elementning energiyasi sakrab o'zgara olmaydi (sig'im uchun $Cu_c^2/2$ induktivlik uchun $Li^2/2$). Biroq, C_1 va C_2 sig'implarni birlashtiruvchi o'tkazgichlarning qarshiliklari nolga intilsa, u holda $u_{s1} \neq u_{s2}$ bo'lgan vaqt davomida oqayotgan tok qiymati cheksizlikka intiladi. Demak, bunday zanjirga, 9.9,b va v-rasmlarda keltirilgan zanjirlardagi singari, kommutatsiya qonunini tadbiq etib bo'lmaydi. Shuning uchun, kuvvat cheklangan bo'lishiga qaramay, boshqa umumiy qonunlarga, masalan, zaryadlarning saqlanish qonuniga murojaat qilish zarur. Bunda shuni nazarda tutish zarurki, kommutatsiyaning cheksiz kichik davomiyligida zaryadning cheklangan o'zgarishi faqatgina kommutatsiya onida ulardan cheksiz katta tok oqib o'tayotgan sig'implarda sodir bo'ladi.

Kondensatorlar sig'implari zaryadlarining saqlanish qonuni. Kuchlanishlari har xil bo'lgan ikki parallel ulangan kondensatorlarda kommutatsiya shartlari ularning umumiy zaryadlari o'zgarmas ekanligi sifatida ta'riflanishi mumkin

$$C_1 u_{c1}(0-) + C_2 u_{c2}(0-) = (C_1 + C_2) u_c(0+), \quad (2.81)$$

ya'ni kondensatorlarda kommutatsiyagacha bo'lgan zaryadlar yig'indisi, kommutatsiyadan so'ng ularning kuchlanishlari teng bo'lgan ondagi zaryadlari yig'indisiga teng.

Kondensatorli zanjir. Energiya o'zgartirilishi. Yuqorida keltirilgan uchta (2.9-rasm) zanjirlarning energiya o'zgartirilishiga alohida e'tiborni qaratib, ulardagi o'tkinchi jarayonlarni tahlil qilamiz.

2.9,a-rasmdagi zanjirda kommutatsiyadan keyingi o'tkinchi jarayon tenglamalari quyidagicha bo'ladi:

$$r(C_1 + C_2)du_c / dt + u_c = U_0.$$

Ushbu tenglamaning yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$u_c = U_0 + Ae^{-t/\tau}, \quad (2.82)$$

bunda $\tau = r(C_1 + C_2)$; A – integrallash doimiysi.

A ni aniqlash uchun, avvalgidек sig'implardagi kuchlanishlar o'zgarmas, deb faraz qilish endi mumkin emas; bizning misolimizda uni qo'llab bo'lmaydi. Biroq, zaryadlar saqlanishi qonuniga asosan, ikki kondensatorning boshlang'ich zaryadlari yig'indisi parallel ulangan $S_1 + S_2$ sig'implarga taqsimlanadi, shuning uchun kommutatsiyadan so'ng boshlang'ich onda (2.81)ga muvofiq quyidagicha bo'ladi:

$$u_c(0+) = u_{c1}(0+) = u_{c2}(0+) = \frac{C_1 u_{c1}(0-) + C_2 u_{c2}(0-)}{C_1 + C_2}. \quad (2.83)$$

Yig'indi $U_0 + A$ aynan mana shu qiymatga teng. Demak, $A = u_c(0+) - U_0$ va natijaviy yechim quyidagicha bo'ladi

$$u_c = U_0 + [u_c(0+) - U_0] e^{-t/\tau}.$$

Om qonuniga muvofiq, manbaning toki quyidagiga teng:

$$i = \frac{U_0 + u_c}{r} = \frac{U_0 - u_c(0+)}{r} e^{-t/\tau}.$$

Zaryadlarning saqlanishi qonuni asosida aniqlangan kuchlanishning oniy o'zgarishi energiyaga nisbatan quyidagi xulosaga olib keladi.

Kommutatsiyagacha sig'implarda quyidagi energiya miqdori bo'lgan

$$W(0-) = \frac{C_1 u_{c1}^2(0-)}{2} + \frac{C_2 u_{c2}^2(0-)}{2}. \quad (2.84)$$

Kommutatsiyadan so'ng ikkala sig'imning energiyasi

$$W(0+) = \frac{(C_1 + C_2)u_c^2(0+)}{2} \quad (2.85)$$

boshlang'ich energiyadan kichik bo'lib qoldi.

Bunda energiyaning saqlanish qonuni, albatta, buzilmaydi, chunki elektr maydoni energiyalarining farqi

$$\Delta W = W(0-) - W(0+) \quad (2.86)$$

kommutatsiya jarayonida Joule-Lens qonuni asosida o'tkazgichlardagi issiqlik ajralishiga sarflanadi (agar elektromagnit nurlanishini hisobga olinmasa).

Murakkab bo'lmagan o'zgartirishlar natijasida (2.83)-(9.86)lardan quyidagi ifodalarni olish mumkin

$$\Delta W = [u_{c1}(0-) - u_{c2}(0-)]^2 \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)}. \quad (2.87)$$

Ushbu energiya kontakt va bog'lovchi o'tkazgichlar qarshiliklarida issiqlik sifatida ajralib chiqishiga osongina iqrar bo'lish mumkin.

2.9,b-rasmdagi zanjirda bir necha on davom etuvchi tokning cheksiz katta sakrashidan so'ng, kondensator manba kuchlanishi $u_c = U_0$ gacha zaryadlanadi. Bunda manbadan olinayotgan energiya

$$W_{Manba} = \int_0^t U_0 i dt = U_0 \int_0^{U_0} C \frac{du_c}{dt} dt = U_0^2 C \quad (2.88)$$

sig'imga yetib kelayotgan energiya $CU_0^2/2$ dan 2 marta kattadir. Demak, manbadan olinayotgan energiyaning yarmisi kontakt qarshiligida isroflanadi. Bu natija sig'imga ketma-ket ulangan qarshilik kattaligiga bog'liq emas.

2.9,v-rasmda ikkita har xil sig'imli va har xil izolyatsiya qarshiliklariga (r_1 va r_2) ega bo'lgan kondensatorli zanjir sxemasi keltirilgan. Manba ulanishidan so'ng tokning sakrab o'zgarishi natijasida ketma-ket ulangan kondensatorlar zaryadlanadi va demak, kommutatsiyadan so'ng ulardagi zaryadlar bir xil bo'ladi. Bunda, sig'imlardagi kuchlanishlar ular qiymatlariga teskari proporsional

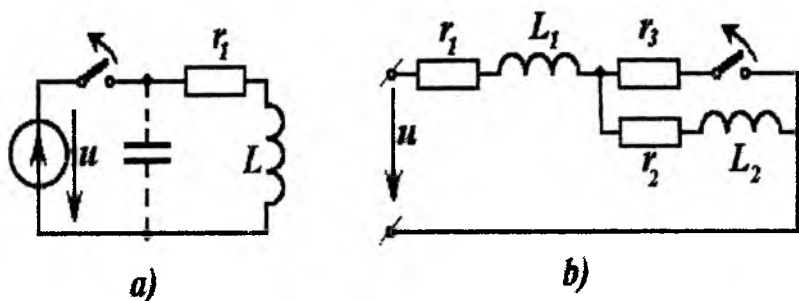
$$u_{C1}(0+) = U_0 \frac{C_2}{C_1 + C_2}; \quad u_{C2}(0+) = U_0 \frac{C_1}{C_2 + C_2}; \quad u_{C1} + u_{C2} = U_0.$$

Qarshiliklar r_1 va r_2 dan har xil qiymatli toklar oqib o'tishida, ularning farqi $i_{r1} - i_{r2}$ ikkinchi sig'imga qo'shimcha zaryad olib keladi. Vaqt o'tishi bilan bu qo'shimcha zaryad sig'implar orasida kuchlanishlarning qayta taqsimlanishini shunday amalga oshiradiki, uning natijasida i_{r1} va i_{r2} toklar tenglashadi. Faqat shu shart bilan barqarorlik rejimi boshlanadi va zaryadning qayta taqsimlanish (o'tkinchi) jarayoni tugaydi.

Ushbu mulohazalardan *sig'imli kuchlanish taqsimlagichi* ishining chastotaga bog'likligi, hamda nima uchun uni o'zgarmas tok zanjirlari uchun qo'llash mumkin emasligi ma'lum bo'ladi.

Induktivlik elementli zanjir. Induktivlik g'altagi bo'lgan zanjirlarda kommutatsiya qonuni $i_L(0-) = i_L(0+)$ ning buzilishini, masalan 2.10,a-rasmdagi induktivlik g'altagi bo'lgan shoxobchani uzganda ko'rish mumkin, yoki kommutatsiya onida har xil toklari bo'lgan ketma-ket induktivlik g'altaklari kommutatsiyasida ko'rish mumkin (2.10,b-rasm) ya'ni, avvalgidек nojo'ya kommutatsiya mavjud bo'lmoqda.

Induktivligi bo'lgan shoxobchani uzish. Bunday zanjirni uzish, aksariyat, og'ir texnik muammo hisoblanadi. Zanjir uzilayotganda kontaktlar orasida yoy hosil bo'ladi.



2.10-rasm. Induktivligi bo'lgan shoxobchani uzish:
a) kalit uzilishi; b) nojo'ya kommutatsiya.

Uning yonishi na faqat manbaning kuchlanishi bilan saqlanib turadi, balki induktivlikdagi tokning o'zgarish tezligi juda yuqori bo'lishi natijasida hosil qilinadigan (Ldi/dt) o'ta katta kuchlanish bilan ham ta'minlanadi. O'zgaruvchan tok zanjirida induktivlikni uzish muammosi shu bilan osonlashadiki, unda tokning oniy qiymati bir davr mobaynida 2 marta noldan o'tadi va tokning birinchi nolga tenglashuvidayoq yoy so'nadi. Shu davr mobaynida kalit kontaktlari yetarli darajada bir - biridan uzoqda (havo oralig'ining yetarli darajadagi dielektrik mustahkamligi) bo'lganda yoy qaytadan yonmaydi.

III-bob. OPERATOR USULI BILAN O'TKINCHI JARAYONLARNI HISOBLASH

3.1. Operator usuli

Ingliz olimi Xevisayd tomonidan kiritilgan operator usuli elektr zanjirlari o'tkinchi jarayonlarining murakkab hisoblashlarini sodalashtiradi. Ushbu usulning ahamiyatini o'zgaruvchan toklar nazariyasidagi kompleks usuli kiritilishining ahamiyati bilan solishtirish mumkin, chunki o'tkinchi jarayonlarni hisoblashdagi kiritilgan « r » operatori ko'p jihatdan o'zgaruvchan toklar nazariyasining kompleks usulida olingan « $j\omega$ » operatoriga o'xshashdir.

Hozirgi zamon texnik adabiyotida operator usulining asoslanishida aksariyat, Karson va Laplasning integral o'zgartirishlar usuli bilan o'xshashligi qayd etiladi.

Integral o'zgartirishlar usulini chiziqli mujassamlangan parametrlilik elektr zanjirlar nazariyasining oddiy masalalariga qo'llaniladigan natijalarga murakkab yo'l bilan erishilsa, Xevisaydning operator usulini qo'llab olingan echimlarga oson yo'l bilan erishiladi. Shu paytgacha integral o'zgartirishlar usuli murakkab masalalar uchun ishlatilganda juda qo'l kelishi va umumiylik tan olingan edi. Biroq, operator usulining keyingi rivojlanishlari natijasida undan ham umumiy, tahlil va hisoblashning kuchli usuli ekanligi ma'lum bo'ldi. Xevisayd usulining muhim afzalligi shundan iboratki, bu usul qo'llanishida o'quvchidan kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasini bilishni ham, murakkab matematik keltirib chiqarishlarni bilishlarini ham talab etmaydi.

Matematika fanida operator usuli yoki Laplas o'zgartirishlarini o'rganish o'quvchilar, to'g'ridan-to'g'ri ushbu usulning ilovalariga va keyingi boblariga o'tishlari hamda mazkur boblardagi misollarni yechishga o'tishlari mumkin. Bunda, albatta ular echimini aniqlashda faqat tavsiya etilgan umumiyliklar majmuasidan foydalanib qolmay, balki kompleks o'zgartirish funksiyalari nazariyasida tavsiya etilgan boshqa usullar (chigirma o'rta integrali, Bromvich integrali

usullari)dan foydalanishlari ham mumkin: bu matematik usullar ushbu darslikda yoritilmaydi.

Ba'zi adabiyotlarda L_+ va L_- belgilash bilan Laplas o'zgarishlarini farqlashadi. Ushbu bayonda bir qator afzalliklari mavjud bo'lgan L_- belgilash tizimini qabul qilamiz.

Van-der-Pol g'oyasi bilan bog'liq bo'lgan operator usuli hozirgi zamon talqinining mohiyati shundan iboratki, *original (asl) deb atalmish $f(t)$ funksiyaga tasvir deb atalmish $F(p)$ qiymat qiyoslanadi:* bunda « p » operatori vaqt t dan farqli bo'lgan biror o'zgaruvchi, funktsiya $f(t)$ esa $t \geq 0$ yoki $t > 0$ bo'lganda aniqlangan va $t > 0$ da uzluksizdir.

Original va tasvirlarning mosligini « $\sim$ » belgi bilan ifodalaymiz, ya'ni

$$f(t) \sim F(p) \text{ yoki } f \sim F. \quad (3.1)$$

Ushbu moslik o'zaro yagona ma'noli bo'lishi zarur: ixtiyoriy f funksiyaga birgina F tasvir mos bo'lishi, ixtiyoriy F tasvir uchun esa yagona f funktsiya, ya'ni original mos bo'lishi shart.

Chiziqli tizimlarni ko'rayotganimiz sababli, tuzilayotgan tasvirlar tizimi *chiziqlilik prinsipini* qanoatlantirishi zarur; uni bunday matematik ifodalash mumkin

$$f = af_1 + bf_2 \sim F = aF_1 + bF_2, \quad (3.2)$$

$$f_1 \sim F_1 \text{ va } f_2 \sim F_2, \quad (3.3)$$

bunda a va b -o'zgarmas ko'paytuvchilar.

Keyingi ifodadan ko'rinadiki, originalni biror o'zgarmas qiymatga ko'paytirish, tasvirni shu qiymatga ko'paytirishga mos keladi: originalga qo'shish esa tasvirni qo'shishga mos.

Umumiy holda original ustidagi matematik ammalarga tasvir ustidagi ushbu matematik amallar mos keladi. Agar shunday amallar natijasida f_1 funktsiya f_2 ga aylansa, F_1 esa F_2 aylansa, u holda natijalar uchun ham moslik to'g'ri keladi, ya'ni

$$f_1 \sim F_1 \text{ va } f_2 \sim F_2.$$

Operator usuli differensial tenglamalarni vechish uchun kiritilgan. shuning uchun tasvirlash tizimi shunday quriladiki, natijada differensiallashtirish amali tasvir ustida soddaroq bo'lgan algebraik amal bilan almashtiriladi. Demak, bunday usulda, original uchun vozilgan differensial tenglama tasvir uchun vozilgan algebraik tenglama bilan almashtiriladi.

Shunga o'xshash originaldan tasvirga o'tib, amallarni almashtirib hajarib, so'ngra tasvirdan originalga qayta o'tish usullari barcha uchun yaxshi ma'lum. Masalan, sonlarning logarifmlarini originalning tasviri deb qaralishi $N \sim I = \lg N$ so'zimizning tasdiqi bo'la oladi, bunda originalning ko'paytmasi ular tasvirining yig'indisi $N = N_1 N_2 \sim I = I_1 + I_2$ deb qaraladi. Aniqlangan tasvirlar yig'indisi I orqali originallar ko'paytmasi N aniqlanadi; garmonik funksiya (original)ni kompleks orqali tasvirlash bunga yana bir yaqqol misoldir. Bunda originalni differensiallash - tasvirni $j\omega$ ga ko'paytirishga mos keladi.

Bundan tashqari, operator usulini qo'llash barcha funksiyalarning boshlang'ich qiymatlarini aniqlashdan ozod etadi - ular oddiy o'tkinchi jarayonlar uchun ham, xuddi shundan nojo'ya kommutatsiya masalalari uchun ham, o'z-o'zidan kelib chiqadi.

Funksiya $f = af_1 + bf_2$ ni differensiallash chiziqli amal bo'lganligi uchun

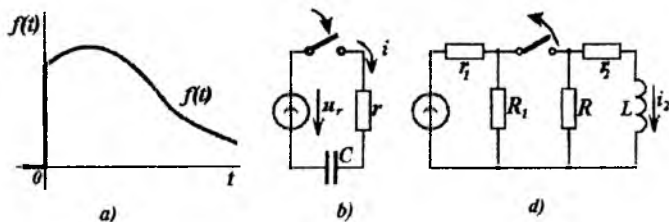
$$df/dt = a df_1/dt + b df_2/dt \quad (3.4)$$

tasvir uchun bajariladigan algebraik amallar ham chiziqli bo'lishi shart.

Oddiy chiziqli amal – bu r operatorga ko'paytirishdir: u operator usulida differensiallashga xos bo'lgan amal, deb qabul qilingan. Agar $f \sim F$ bo'lsa, unda

$$df/dt \sim pF. \quad (3.5)$$

Bunda df/dt 3.1, a-rasmda ko'rsatilgandek, $t > 0$ bo'lganda uzluksiz va $t < 0$ bo'lganda nolga teng bo'lgan funksiya $f(t)$ dan olingan umumlashtirilgan hosilani anglatadi, deb qabul qilinadi.



3.1-rasm. O'tkinchi jarayon elektr zanjirlari:
a) o'periodik jarayon; b) kalit ulanishi; d) kalit uzilishi.

3.2. Oddiy funksiyalar tasvirlari

Original bilan uning operator tasviri orasida moslikni kiritib, biz *chiziqlilik talabini* (3.2) ifodaladik, shu bilan birga *tasvirda umumlashtirilgan hosila* bo'lishiga (3.5) shartlashdik.

Muayyan berilgan funksiyaning tasvirini aniqlash uchun biror aniq originalni tasvirlash shaklini tanlashimiz zarur. Bu bilan umuman barcha tasvirlash tizimi uchun joriy etiluvchi tasvirlar va originallar orasidagi bog'lanish shaklini tadbqiq etiladi: original $f(t)$ va tasvir $F(p)$ orasida o'tish kaliti (yoki kodi) o'rnatiladi, shundan so'ng barcha tasvirlash tizimi o'zaro va uzil-kesil aniqlangan bo'ladi.

Xevisaydning operator usulida eng sodda bog'lanish bo'lmish

$$1 \sim 1 \quad (3.6)$$

bir sonini bir soni tasvirlaydi.

Xevisayd tizimi ba'zi afzalliklarga ega bo'lsa ham, aksariyat, unda Laplasning integral o'zgartishiga mos kelgan bog'lanish qo'llaniladi.

$$1 \sim 1/p, \quad (3.7)$$

ya'ni, *bir raqami bir bo'lingan r operatoriga o'xshash, shaklida yoziladi.*

Yuqoridagi (3.6) va (3.7) ifodalar chap tomonidagi funksiya faqat $t > 0$ bo'lganda 1 ga teng va $t < 0$ bo'lganda nolga teng, ya'ni (3.6) va (3.7)larning chap tomonidagi funksiya - Xevisayd funksiyasidir.

δ - funksiyaning tasviri. (3.7) ifodani (3.5) ga tadbqiq etib, hamda Xevisayd funksiyasining hosilasi δ - funksiya ekanini e'tiborga olsak quyidagini aniqlaymiz:

$$d1/dt = \delta \sim 1. \quad (3.8)$$

Aniq integral. Yuqoridagi mulohazalardan quyidagi xulosani chiqarish mumkin: 0 dan t gacha bo'lgan oraliqda *originalni integ-rallash tasvirni operator r ga bo'lishga mos keladi*, agar $f \sim F$ bo'lsa, unda

$$\sim x = \int_{0-}^t f dt \frac{1}{p} F, \quad (3.9)$$

chunki hosil bo'lgan funksiya

$$x = \int_{0-}^t f dt \quad (3.10)$$

$t=0$ bo'lganda nolga teng, ya'ni $x(0-)=0$.

Darhaqiqat, uning hosilasiga (3.5)ni tadbiq etib, quyidagini aniqlaymiz

$$dx/dt = f \sim pX = F. \quad (3.11)$$

Demak, integralning tasviri $X=F/p$ ekani isbotlandi.

Daraja t ning tasviri. Agar $f=t \sim F$ va $t<0$ bo'lganda $f=0$ bo'lsa, unda

$$df/dt = 1 \sim pF=1/p.$$

Oxirgi bog'lanishning o'ng tomonidan quyidagini aniqlaymiz

$$F=1/p^2 \sim t. \quad (3.12)$$

Shunga o'xshash,

$$t^n \sim \frac{n!}{p^{n+1}} \quad (3.13)$$

ekanligini topamiz.

Eksponentaning tasviri. Faraz qilaylik,

$$f = e^{-\alpha t} \sim F, \quad (3.14)$$

va $t<0$ bo'lganda $f=0$ bo'lsin, ya'ni

$$f = e^{-\alpha t} \cdot 1(t) \quad (3.15)$$

bo'lsin. Bunday holatda (3.5) va (3.8) dan $t < 0$ bo'lgani uchun

$$df/dt = \delta - \alpha e^{-\alpha t} \sim pF = 1 - \alpha F. \quad (3.16)$$

ekani aniqlanadi.

Tenglik (3.16) ning o'ng tomonini F ga nisbatan yechsak va ta'rifga ko'ra (3.14) originalning tasviri eksponenta bo'lishini yoddan chiqarmay turib, quyidagini aniqlashimiz mumkin .

$$F = \frac{1}{p + \alpha} \sim e^{-\alpha t}. \quad (3.17)$$

Unga integrallash (11.9)ni tadbiq etib, quyidagini aniqlaymiz

$$1 - e^{-\alpha t} \sim \frac{\alpha}{p(p + \alpha)}. \quad (3.18)$$

«Operatorlar mosligi» bilan ishlashning oddiy vositasini tushunish uchun shuni e'tiborga olish zarurki, keltirib chiqarilgan ifodalarni chiziqlilik qoidasi (3.4), (3.7) va (3.17) ifodalardan foydalanish yo'li bilan ham aniqlash mumkin

$$1 - e^{-\alpha t} \sim \frac{1}{p} - \frac{1}{p+a} = \frac{a}{p(p+a)}. \quad (3.19)$$

Ifodaning o'ng tomonida umumiy maxrajga keltirish amali bajarildi. Shu yo'l bilan eksponentialar

$$(e^{-\alpha t} \cdot \sin \beta t; e^{-\alpha t} \cdot \cos \beta t; e^{-\alpha t} \cdot \cosh \mu t \text{ va h.k.})$$

bilan ifodalangan turli xildagi funksiyalarning tasvirini aniqlash mumkin.

[$f(0-) \neq 0$] bo'lgandagi hosila tasviri. Funksiyalar va tasvirlar bilan amallarni bajarganda biz $f(0-) = 0$ deb faraz qilgan edik. Agar $f(0-) \neq 0$ bo'lsa, u holda umumlashtirilgan hosilaga quyidagi had qo'shiladi

$$-f(0-)\delta(t) \sim -f(0-)\delta(t), \quad (3.20)$$

chunki bu (11.11) ifodadan kelib chiqadi.

(3.20)da o'ng tomondagi ifoda chap tomon tasviridir, chunki (3.8)ga ko'ra $\delta \sim 1$. Bu esa, hosilaning tasviri ekanini ko'rsatadi

$$df/dt \sim pF - f(0-). \quad (3.21)$$

Demak, oxirgi ifoda har doim qo'llanilishi mumkin, chunki $f(0-) = 0$ bo'lganda o'z-o'zidan (3.21)dan xususiy hol (3.5) kelib chiqadi.

Ifoda (3.21) L_- o'zgartishga mos keladi; L_+ o'zgartishda esa quyidagicha:

$$df/dt \sim pF - f(0+). \quad (3.21, a)$$

deb yoziladi.

Ushbu ikki ifodalash kommutatsiya qonuni $f(0-) = f(0+)$ amal qiladigan barcha oddiy masalalarga mos keladi.

Yuqori hosilalarni (3.21) dan hosil qilish oson: buning uchun keltirib chiqarilgan ifodani $\varphi(t) = df/dt$ funksiyaga qo'llanilsa kifoya.

Integral bilan ifodalangan, lekin ($t=0-$)da noldan farqli funksiyalar. Bunday funksiyalar turiga, masalan, sig'imdagi kuchlanish $u_c(t)$ kiradi; bunda $u_c(0-) \neq 0$ bo'lgan va $u_c(t)$ ning keyingi o'zgarishi tokning integrali va sig'imga bo'lingani bilan ifodalanadi

$$u_c(t) = u_c(0-) + \frac{1}{C} \int_{0-}^t i(t) dt. \quad (3.22)$$

Chiziqlilik prinsipi (3.2) dan hamda o'zgaras qiymatning (3.7) va integralning tasvirlaridan (3.9) ravshanki,

$$u_c(t) = u_c(0-) + \frac{1}{C} \int_{0-}^t i(t) dt \sim U_c(p) = \frac{1}{p} u_c(0-) + \frac{1}{Cp} I(p)$$

$$\text{yoki } x(t) = x(0-) + \int_{0-}^t f(t) dt \sim X(p) = \frac{1}{p} x(0-) + \frac{F}{p}, \quad (3.23)$$

bunda $f(t) \sim F(p)$.

Oxirgi ifoda (3.9) va (3.10) ni $x(0-) = 0$ xususiyl hol sifatida o'z ichiga oladi.

3.3. Operator usuli bilan differensial tenglamalarni hisoblash

Quyidagi tenglamani echish kerak bo'lsin

$$a_1 df/dt + a_0 f = \varphi(t), \quad (3.24)$$

bunda boshlang'ich shart $f(0-)$ berilgan bo'lsin.

Hosilalar tasviri qoidasidan (3.21) foydalanib, berilgan (3.24) differensial tenglamaga mos kelgan operator tenglamasini tuzamiz.

$$a_1[pF - f(0-)] + a_0 F = \Phi, \quad (3.25)$$

bunda $F \sim f$ va $F \sim \varphi$.

Aniqlangan (3.25) tenglamada boshlang'ich shart e'tiborga olinib birinchi ko'paytma tarkibiga kiritildi. (3.25)ni F ga nisbatan yechib, quyidagini aniqlaymiz.

$$F = \frac{\Phi + a_1 f(0-)}{a_1 p + a_0}. \quad (3.26)$$

Izlanayotgan vaqt funksiyasi $f(t)$ ni aniqlash uchun, unga mos kelgan $F(p)$ originalni topish kerak.

Misol. C, r li zanjir o'zgaras $u = U_0$ (3.1, b-rasm) kuchlanishli manbaga ulanganidagi tokni aniqlang. Kommutatsiyagacha sig'im $\mu(0-)$ kuchlanishgacha zaryadlangan.

Yechish. Sig'imdagi kuchlanish quyidagi tenglik bilan ifodalanadi:

$$u_c = u_c(0-) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

va zanjirning tenglamasi quyidagicha bo'ladi

$$ri + u_c = ri + u_c(0-) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = -U_0.$$

Operator tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$rI + \frac{1}{p} u_c(0-) + \frac{1}{pC} I = \frac{1}{p} U_0,$$

bundan izlanayotgan tokning qiymati aniqlanadi.

$$I = \frac{U_0 - u_c(0-)}{r} \frac{1}{p + a},$$

bunda $a = 1/rS$.

Yechimdan o'zining o'zgarish ko'paytmasi bilan farqli bo'lgan tasvirning originali (3.17) bizga ma'lum. Undan tashqari, $f \sim F$ bo'lsa $af = aF$ (3.2) ekanligi ham bizga ma'lum. Shuning uchun izlanuvchi funksiyani aniqlaymiz

$$i = \frac{1}{r} [U_0 - u_c(0-)] e^{-at}.$$

Misol. L, r li zanjirda (3.1, v-rasm) kommutatsiyagacha tok $i(0-)$ va parametrlari $r_L + R = r$ berilgan bo'lsa, kommutatsiyadan keyingi toki i ni aniqlang.

Yechish. Original $ri + L di/dt = 0$ tenglamasidan uning operator shaklidagi yozuviga o'tib, hosilani ifodalash uchun (3.21) dan foydalanib, quyidagini aniqlaymiz $rI + LpI - Li(0-) = 0$, bundan

$$I = Li(0-)/(r + Lp).$$

Ushbu tenglamani avval ko'rilgan (3.17)ga mos kelgan shaklga keltirib, quyidagini aniqlaymiz:

$$I = i(0-) \frac{1}{p + a} \sim i(0-) e^{-at},$$

bunda $a = r/L$.

Operator usulida boshlang'ich shart masalasi ko'rilmaydi, chunki o'z-o'zidan tenglama operator shaklida yozilishi jarayonida hisobga olinadi. Faqat tenglama (3.21) va (3.23)ni hisobga olib to'g'ri yozilishiga e'tibor berish zarur; bunda kommutatsiya jo'yalimi

[induktivligi bo'lgan zanjir uchun $i(0-) = i(0+)$] yoki nojo'ya $[i(0-) \neq i(0+)]$ kommutatsiyami - farqi yo'q. Ushbu afzallik aynan L_- tizimlar uchun xosdir.

Misol. Nojo'ya kommutatsiya vaziyatini ko'raylik (3.9, b-rasm). Zanjirning kalit uzilgandan so'nggi operator tenglamasi quyidagi shaklda yozilgan

$$\frac{1}{p}U_0 = r_1 I + L_1[pI - i_1(0-)] + r_2 I + L_2[pI - i_2(0-)].$$

Ushbu tenglama $I \sim i$ tok ikkala induktivlik uchun umumiy bo'lgan tok uchun yozilgan: biroq $i(0-)$ tokning qiymati L_1 va L_2 uchun har xildir.

Yechish. Keyingi tenglikdan I ni aniqlaymiz

$$I = \frac{L_1 i_1(0-) + L_2 i_2(0-) + U_0 / p}{(r_1 + r_2) + (L_1 + L_2) / p} \quad (a)$$

va kasrning tasviriga o'tamiz

$$I = \frac{L_1 i_1(0-) + L_2 i_2(0-)}{(L_1 + L_2)} \frac{1}{p+a} + \frac{U_0}{L_1 + L_2} \frac{1}{p(p+a)}, \quad (b)$$

bunda $a = (r_1 + r_2) / (L_1 + L_2)$.

Birinchi kasrning ko'paytuvchisi $i(0+)$, o'z-o'zidan ma'lumki, tokning boshlang'ich shartidir.

Ikkala kasr ma'lum bo'lgan vaqt funksiyasining tasviridir. Darhaqiqat, (3.17) va (3.18)dan quyidagini aniqlaymiz

$$I \sim i(t) = i(0+)e^{-at} + \frac{U_0}{r_1 + r_2} (1 - e^{-at}). \quad (v)$$

Differensial tenglamalar yuqori tartibli bo'lganda ham tasvir tenglamasi shu tarzda tuziladi. Biroq, bunda operator ifoda $F(p)$ dan izlanayotgan original $f(t)$ ga o'tishda murakkabroq bo'lgan funksiyalar uchun moslik mavjudligini bilish zarur. Har xil turdagi masalalarni yechishda $f \sim F$ moslik jadvali quriladi. Yuzlab har hil funksiyalar tasvirlarining jadvallari keng tarqalgan. Murakkab masalalarni yechishda ushbu jadvallarga murojaat etish zarur. Keltirilgan qisqa 3.1-jadvaldan ham kerakli bo'lgan mosliklar majmua-sini hosil qilib, chiziqli zanjirlarning har turdagi masalalarini yechish mumkin.

Jadval yordamida ushbu masalalarni yechish jarayonida quyidagi zarur bo'lgan amaliy qadamga e'tiborni qaratamiz. Aniqlangan $F(p)$ ifodada shunday algebraik o'zgartirishlar amalga oshirilishi kerakki, uni 3.1-jadvaldagi mavjud ifodalardan biriga o'xshatishga imkon bersin.

3.4. $F(p)$ Funksiya tasvirlari va ularning $f(t)$ ko'rinishidagi originallar jadvali

3.1-jadvalning birinchi besh ifodasi avval aniqlangan (3.7), (3.8), (3.12), (3.17) va (3.18) ifodalardir. (6) va (7) tengliklar chiziqlilik prinsipi asosida avalgilari yordamida aniqlanadi.

Eksponenta ko'rsatkichlari va maxraj ildizlari tasvirlari. Agar tasvir kasr shaklida bo'lsa

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{pF_2(p)} \sim f(t), \quad (3.27)$$

va tasvirlanayotgan $f(t)$ funksiya eksponentalar yig'indisi bo'lsa, u holda shu eksponentalar ko'rsatkichlari t oldidagi koeffitsiyentlar quyidagi tenglamadan aniqlanadi

$$pF_2(p) = p(p+a)(p+b)\cdots = 0,$$

ya'ni, shu tenglamaning $p_0 = 0$, $p_1 = -a$, $p_2 = -b, \dots$ ildizlari eksponenta ko'rsatkichi t ning koeffitsiyentlariga teng. Ildiz $p=0$ eksponentaning nol ko'rsatkichiga, ya'ni o'zgaras qiymatiga mos. 3.1-jadvaldan ko'rinishicha, (5), (6) va (7) ifodalardagi kabi, kasrning maxrajida $p_0=0$ bo'lganda, funksiya $f(t)$ o'zgaras tashkil etuvchiga ega bo'ladi; aksincha, tasvir maxraji nollik ildizga ega bo'lmasa, masalan, maxraj $pF_2(p)=(p+a)(p+b)$ shaklda bo'lsa, unda (4), (8), (9) va boshqa ifodalardagidek, $f(t)$ funksiyada o'zgaras tashkil etuvchi bo'lmaydi.

Jadvalning barcha ifodalarida $-a$ va $-b$ qiymatlar $(p+a)(p+b)=0$ kvadrat tenglamaning ildizlaridir. Ularda aksariyat,

$$p_{1,2} = -a \pm \mu, \text{ bunda } p_1 = -a = -a + \mu; p_2 = -b = -a - \mu.$$

Ifodalar №	$F(p)$	$t \geq 0$ bo'lgandagi $f(t)$
(1)	$1/r$	1 (yoki 1)
(2)	1	δ
(3)	$1/r^2$	t
(4)	$1/(r+a)$	e^{-at}
(5)	$a/r(r+a)$	$1 - e^{-at}$
(6)	$a^2/r^2(r+a)$	$at - (1 - e^{-at})$
(7)	$F_7 = [r(r+a)(r+b)]^{-1}$	$\frac{1}{ab} \left[1 + \frac{1}{a-b} (be^{-at} - ae^{-bt}) \right]$
(8)	pF_7	$\frac{1}{a-b} (e^{-bt} - e^{-at})$
(9)	$p^2 F_7$	$\frac{1}{a-b} (ae^{-at} - be^{-bt})$
(10)	$F_{10} = \{p[(p+\alpha)^2 - \mu^2]\}^{-1}$	$\frac{1}{\alpha^2 - \mu^2} \left[1 - \left(\text{ch} \mu t + \frac{\alpha}{\mu} \text{sh} \mu t \right) e^{-\alpha t} \right]$
(11)	pF_{10}	$\frac{1}{\mu} e^{-\alpha t} \text{sh} \mu t$
(12)	$p^2 F_{10}$	$e^{-\alpha t} \left(\text{ch} \mu t - \frac{\alpha}{\mu} \text{sh} \mu t \right)$
(13)	$(p^2 + p\alpha) F_{10}$	$e^{-\alpha t} \text{ch} \mu t$
(14)	$F_{14} = \{p[(p+\alpha)^2 + \beta^2]\}^{-1}$	$\frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \left[1 - \left(\cos \beta \cdot t + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \cdot t \right) e^{-\alpha t} \right]$
(15)	pF_{14}	$\frac{1}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \beta \cdot t = \frac{1}{\beta} \text{Im} e^{-\gamma t}$
(16)	$p^2 F_{14}$	$\left(\cos \beta \cdot t - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \cdot t \right) e^{-\alpha t}$
(17)	$(p^2 + p\alpha) F_{14}$	$e^{-\alpha t} \cos \beta t = \text{Re} e^{-\gamma t}$
(18)	$1/(p^2 + \beta^2)$	$1/\beta \sin \beta t$
(19)	$p/(p^2 + \beta^2)$	$\cos \beta t$
(20)	$1/[p(p+a)^2]$	$\frac{1}{a^2} [1 - (1+at)e^{-at}]$
(21)	$p/[p(p+a)^2]$	te^{-at}
(22)	$p^2/[p(p+a)^2]$	$(1-at) e^{-at}$

Bunda $(p+a)(p+b)$ quyidagicha yoziladi:

$$(p+a)(p+b) = (p+\alpha)^2 - \mu^2.$$

Integral va hosilalarning tasvirlari

3.2-jadval

Ifoda №	$F(p)$	$f(t)$, bunda $t \geq 0$
(1)	$F = \frac{1}{p} f(0-) + \frac{1}{p} X$	$f = f(0-) + \int_0^t x dt$
(2)	$pF - f(0-)$	df/dt
(3)	$p^2 F - pf(0-) - df/dt _{t=0-}$	$d^2 f / dt^2$
Eslatma: Ifoda (1) da $x=x(f) \sim X=X(r)$ ekanligi ko'zda tutiladi. Ifoda (3) ni (2) ifodadan $\varphi(t)=df/dt$ ni qo'llash bilan oson hosil qilish mumkin.		

Shunga o'xshash yozuv 3.1-jadvalning (10) ifodasida qabul qilingan.

(11)-(13) ifodalar ham shu yo'sinda aniqlangan. Kompleks tutash $p_1 = -a = -\alpha + j\beta$; $p_2 = -b = -\alpha - j\beta$ ildizlar uchun μ ning o'rniga $j\beta$ ni qo'yish etarlidir. Masalan, shunday yozuv (14) ifodada, qo'lanilgan.

Boshqa hildagi ifodalar. Aniqlangan qator ifodalardan limitga o'tib ajoyib yangi natijalar hosil qilish mumkin.

Masalan, (7) ifodada $b \rightarrow a$ deb qabul qilib, tarkibida noaniqlik bo'lgan ifodaga kelimiz. U Lopital qoidasini qo'llash natijasida oson ochiladi

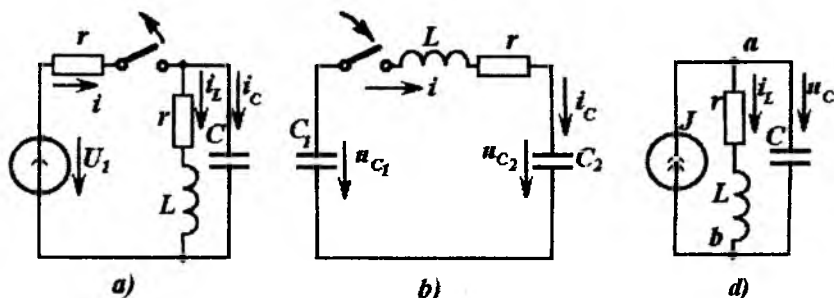
$$\lim_{b \rightarrow a} \frac{\frac{\partial}{\partial b} [b \cdot a^{-at} - a \cdot a^{-bt}]}{\frac{\partial}{\partial b} (a - b)} = -(1 + at)e^{-at}. \quad (3.28)$$

Ushbu natijani bevosita 3.1-jadvaldagi (7) ifodadan aniqlash natijasida (20) ifodaga kelimiz; uning o'ziga xosligi - ildizning

karraligidadir. Shunday karrali ildizlar keyingi ikki ifodalarda ham mavjud, ularda avval ifodalarni r ga ko'paytirib, so'ngra differensiallash bilan aniqlangan.

3.5. Ixtiyoriy boshlang'ich shartlari mavjud bo'lgan zanjirlarni hisoblash

Boshlang'ich shartni e'tiborga olgan operator tenglamalari umumiy usuli. Differensial shakldagi Kirxgof tenglamalarini tuzib, ulardan operator shakliga o'tib, yechimlari izlanayotgan funktsiyaning tasvirini aniqlashga imkon beruvchi differensial tenglamalar tizimini hosil qilamiz. Bunda, agar (3.2-jadvalga muvofiq) integrallar va differensiallarning tasvirlari to'g'ri yozilgan bo'lsa, barcha boshlang'ich shartlar o'z-o'zidan hisobga olingan bo'ladi. Misol tariqasida differensial tenglamalarni, ularni yechishdan oldin, operator tenglamalariga o'tkazishni ko'rsatish mumkin.



3.2-rasm. Induktivlik g'altagi bo'lgan shaxobchasidagi o'tkinchi jarayon:

a) kalit uzilishi; b) kalit ulanishi; d) tok manbaiga ulanishi.

Biroz tajribaga ega bo'lgandan so'ng, operator tenglamalarni, ular yechimidan avval, to'g'ridan-to'g'ri yozish mumkin.

Ushbu fikrlar quyida ko'riladigan misollardan so'ng aniq va ravshan bo'ladi.

Misol. Zanjirning (3.2,a-rasm) induktivlik g'altagi bo'lgan shaxobchasidagi o'tkinchi jarayon tokini manbani kalit bilan

uzgandan so'ng aniqlang. Kommutatsiyagacha ($t=0-$) barqarorlik rejimi mavjud bo'lib, tok va kuchlanishning qiymatlari ma'lum bo'lgan.

Yechim. Rasmdagi musbat yo'nalishlarni tanlab, tenglamalarni tuzamiz. Birinchidan,

$$L di_L / dt + i_L r = u_C$$

ekanligi aniq; ikkinchidan, manba uzilganidan so'ng undagi tok - sig'im razryadlanishining tokidir (tanlangan musbat yo'nalishni e'tiborga olamiz), ya'ni

$$i_L = -C du_C / dt.$$

Keyingi ikki tenglamalar operator shaklida 3.2-jadval qoidalariga muvofiq quyidagicha ifodalanadi

$$L[pI_L - i_L(0-)] + I_L r = U_C;$$

$$I_L = -C[pU_C - u_C(0-)].$$

Hosil bo'lgan tenglamalar tizimini yechib, quyidagini aniqlaymiz:

$$I_L = \frac{Cu_C(0-) + CLpi_L(0-)}{LC(p^2 + pr/L + 1/CL)}.$$

Keyingi tenglamani 3.1-jadvalda keltirilgan ifodalarga o'xshash holatga keltirish zarur. Maxrajning ildizlarini aniqlab

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta, \text{ bunda } \alpha = r/2L \text{ va } \beta = \sqrt{1/CL - \alpha^2} \text{ bo'lganda,}$$

tenglama yechimiga quyidagi shaklni beramiz

$$I_L = \frac{u_C(0-)/L}{(p+\alpha)^2 + \beta^2} + \frac{pi_L(0-)}{(p+\alpha)^2 + \beta^2}.$$

Birinchi had 3.1-jadvalning (15) ifodasiga, ikkinchisi esa (16) ga mos keladi. Shuning uchun

$$i_L = \left\{ i_L(0-) \cos \beta t + \frac{u_C(0-) - i_L(0-)\alpha}{\beta} \sin \beta t \right\} e^{-\alpha t}.$$

Eslatma: Misolni yechishda 3.2,a-rasmdagi zanjir uchun birgina nomalumli ikkinchi darajali tenglamadan foydalanish mumkin edi

$$CLd^2u_C / dt^2 + rCdu_C / dt + u_C = 0.$$

Biroq, bu yechimni yengillashtirmaydi, balki biroz murakkablashtiradi.

Misol. S_1 sig'im ketma-ket ulangan r va L orqali boshqa S_2 sig'imda razryadlanayapti (3.2,b-rasm). Kommutatsiya onigacha

$u_{C1}=300V$; $u_{C2}=0$. Zanjirning parametrlari: $r=100\ \Omega$; $L=0,01\ H$; $C_1=30\ \mu F$ va $S_2=15\ \mu F$. Kuchlanish $u_{C2}(t)$ ni aniqlang.

Yechim. Zanjirning tenglamasi, quyidagicha bo'ladi:

$$-u_{C1} + L di/dt + ri + u_{C2} = 0;$$

$$i = -C_1 du_{C1}/dt = +C_2 du_{C2}/dt,$$

(bunda tokning musbat yo'nalishi birinchi sig'im razryadlanishiga va ikkinchi sig'imning zaryadlanishiga mos keladi).

Bu tenglamalar $u_{C2}(0-)=0$ va $i(0-)=0$ bo'lganda operator shaklda quyidagicha yoziladi:

$$-U_{C1} + LpI + rI + U_{C2} = 0;$$

$$I = -C_1 p U_{C1} + C_1 u_{C1}(0-) = C_2 p U_{C2}.$$

Ularning U_{C2} ga nisbatan yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$U_{C2} = \frac{u_{C1}(0-)}{LC_2} \frac{I}{p[(p+\alpha)^2 - \mu^2]},$$

bunda $\alpha=r/2L$; $\mu=\sqrt{\alpha^2-(1/LC)}$; $C=C_1C_2/(C_1+C_2)$ $r_2>4L/C$ belgilash uchun maxrajning ikki $p_{1,2}=-\alpha\pm\mu$ ildizlari haqiqiy sonlardir.

Misol son qiymatlari qo'yilganda, yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$u_{C1}(0-)/LC_2 = 2\cdot 10^9 V/s^2; \alpha = 5000 s^{-1}; \mu = 3,87\cdot 10^3 s^{-1}.$$

Bunday holat uchun 3.1-jadvalning (10) ifodasidan foydalanib, quyidagini aniqlaymiz

$$u_{C2} = 200[1 - (\text{sh } 3,87t + 1,29 \text{ sh } 3,87t)e^{-5t}] V,$$

bunda t millisekunda o'lchanadi.

Misol. 3.2,d-rasmdagi zanjirda manba J tokining qiymati $0,5A$ dan $1,5A$ gacha bir onda o'zgardi. Bungacha zanjirda barqarorlik rejimi mavjud edi. Zanjirning parametrlari: $S=10^{-8}\ F$; $r=20\ \Omega$; $L=0,1H$. Sig'imdagi kuchlanishni operator shakliga keltiring va unga 3.1-jadvaldan mos kelgan $f(t)$ funksiyani aniqlang.

Yechish. Zanjirning tenglamalari quyidagicha bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} J &= i_L + i_C; \quad i_C = C du_C/dt; \\ L di_L/dt + i_L r &= u_C, \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

shu tenglamalar operator shaklida quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{1}{p}J = I_L + C[pU_C - u_C(0-)]; \quad (b)$$

$$LpI_L - Li_L(0-) + I_L r = U_C. \quad (v)$$

Bunda (b) tenglikda (a) dagi ikki tenglama birlashtiriladi; boshlang'ich shart aniqlangan: $i_L(0-) = 0,5 \text{ A}$; $U_C(0-) = 10 \text{ V}$.

Keyingi (b) va (v) tenglamalarning birgalikdagi yechimi U_C ning ifodasini quyidagi shaklda yozishga imkon beradi

$$U_C = \frac{1}{CL [(p+\alpha)^2 + \beta^2]} [pLCu_C(0-) + rCu_C(0-) - Li_L(0-) + LJ + \frac{rJ}{p}].$$

Bu tenglik tashkil etuvchilariga mos kelgan $f(t)$ funksiyalar 3.1-jadvalning (14), (15) va (16) ifodalarida keltirilgan.

Superpozitsiya usuli. Har qanday o'tkinchi jarayonni ushbu zanjirning ilgarigi holatidan keyingi holatiga, ya'ni birinchi barqarorlik rejimidan ikkinchi barqarorlik rejimiga o'tish deb qarash mumkin. Zanjirlardagi bunday doimiy rejim o'zgarishlari - yangi manbalarning ulanishi yoki zanjirning parametrlari o'zgarishi, masalan, yangi shaxobchaning ulanishi yoki uzilishi bilan sodir bo'ladi.

Faraz qilaylik, ilgarigi rejim bir u_1 manba bilan yangisi esa ikkinchi u_2 ning qo'shilishi bilan bog'liq bo'lsin.

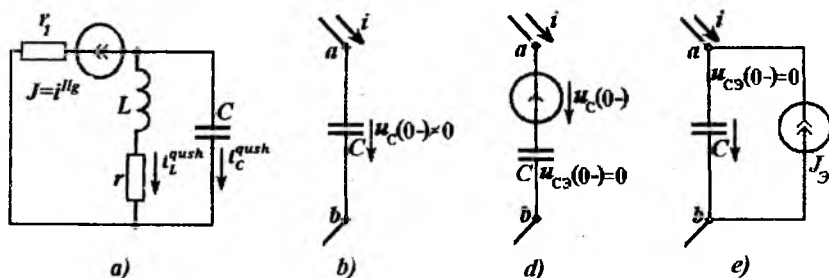
Zanjirning natijaviy rejimini - uning ilgarigi holatiga keyingi qo'shimcha ta'sir, ya'ni u_2 manbaning qo'shilishi bilan hosil bo'lgan rejimni ustlash deb qarash mumkin. Bu qo'shimcha ta'sir, zanjirning chiziqliligi sababli zanjirning avvalgi holatiga bog'liq bo'lmaydi (superpozitsiya prinsipi). Shuning uchun yangi manba u_2 ning paydo bo'lishi bilan hosil bo'lgan jarayonni hisoblash nolli boshlang'ich shartlarda bajariladi va, albatta, birinchi manba yo'q deb faraz qilib amalga oshiriladi.

Haqiqiy rejimni aniqlash uchun, yangi kuchlanish ulanishi sababli hosil bo'lgan rejim uchun aniqlangan barcha tok va kuchlanishlarni

avvalgi, ya'ni birinchi u_1 manbaning ta'siridagi rejimning tok va kuchlanishlari bilan algebraik yig'indisi olinadi.

Qandaydir shaxobcha yoki zanjir bo'lagi ulanishi yoki uzilishi sababli hosil bo'lgan o'tkinchi jarayonlarni qo'shimcha ekvivalent manbaning qo'shilishi deb qarash mumkin.

Misol tariqasida 3.2, a-rasmda keltirilgan zanjirda biror shaxobcha uzilishi natijasida sodir bo'ladigan kommutatsiyani ko'raylik. Bunday uzilishni fizik talqin qilish uchun, bu sxemaning ilgari rejimiga uning uzilish nuqtasida qo'shimcha tok manbai $J(t)$ ulangan (3.3, a-rasm) rejim qo'shilayapti (ustlanayapti), deb tushuntirish mumkin. Bu yangi manba tokining qiymati ilgari rejimning shu shaxobchadagi toki bilan teng $i^{lg} = i$ bo'lib, unga teskari yo'naltirilgan bo'ladi.



3.3-rasm. Superpozitsiya usuli:

a) tok manbaiga ulanish; b) sig'im elementli tarmoq; d) sig'im elementli tarmoqqa qo'shimcha manba ulanishi; e) tok manbaiga ulanish.

Ilgari i^{lg} va qo'shimcha i^{qush} toklarni algebraik qo'shib (ustlash, superpozitsiya usuli), haqiqiy rejimning toki (yoki kuchlanish)ini aniqlaymiz.

Ilgari i^{lg} va $J(f)$ manba qo'shilishi sababli hosil bo'lgan qo'shimcha i^{qush} toklarning algebraik yig'indisini olib, birlamchi zanjir uzilishidan keyingi hosil bo'luvchan tok (yoki kuchlanishni), masalan, induktivlikdagi $i_L = i_L^{lg} + i_L^{qush}$ tokni aniqlaymiz.

Ekvivalent manbalar usuli. Zanjirmi hisoblashning nol bo'lmagan boshlang'ich shartlaridagi usulini nolli boshlang'ich sharti

bo'lgan usul bilan almashtirish mumkin; bunda zanjirga shunday qo'shimcha manbalar kiritilishi tahmin qilinadiki, unda kiritilayotgan manbalar berilgan toklarga (induktivlikda) va kuchlanishlarga (sig'imda) ekvivalent bo'lsin. Bu usul o'zining yaqqolligi bilan ajralib turadi va qo'shimcha (ekvivalent) manbai bo'lgan zanjirlarni nolli boshlang'ich sharti bo'lgan zanjir sifatida hisoblash imkonini beradi. Qo'shimcha manbalari bo'lgan sxemalar *operator sxemalari* deyiladi.

Nolli boshlang'ich kuchlanishi bo'lgan sig'im uchun ekvivalent ikki qutblik. Bunday sig'im toki va kuchlanishi orasidagi bog'lanish (3.3,*b*-rasm) quyidagi tenglama bilan ifodalanadi

$$u_c = \frac{1}{C} \int_0^t idt + u_c(0-). \quad (3.29)$$

Shunga o'xshash tenglama bilan ikki qutblikning toki va kuchlanishi ifodalanadi; ikki qutblikning tarkibida ketma-ket ulangan $u_c(0-)$ o'zgarmas kuchlanishli manba va qiymati nolga teng bo'lgan $u_{C3}(0-)=0$ boshlang'ich kuchlanishli sig'im (3.3,*d*-rasm) mavjud; bunda u_{C3} -ekvivalent sxema sig'imining kuchlanishi.

Demak, noldan farq qiluvchi boshlang'ich kuchlanishi bo'lgan har qanday sig'im, o'ziga o'xshash, lekin boshlang'ich kuchlanishi nolga teng [$u_{C3}(0-)=0$] bo'lgan sig'im va unga ketma-ket ulangan $u_c(0-)$ kuchlanishli o'zgarmas tok manbai bilan almashtirilishi mumkin; bunday manba kuchlanishi operator shaklda $u_c(0-)/p$ ga teng bo'ladi.

Kuchlanish manbai (3.3,*d*-rasm) umumiy qoidaga ko'ra ekvivalent tok manbai J_e bilan (3.3,*e*-rasm) almashtirilishi mumkin. Bunday manbaning toki operator shaklida quyidagicha yoziladi:

$$J_{\text{manba}} = pCu_c(0-)/p = Cu_c(0-). \quad (3.30)$$

Demak, 3.3,*e*-rasmdagi manbaning toki miqdori 3.3,*d*-rasmdagi manba kuchlanishini [ya'ni $u_c(0-)/p$ ni] shaxobcha o'tkazuvchanligi pC ga ko'paytirilganiga teng.

Nol bo'lmagan boshlang'ich shartli (tokli) induktivlikka ekvivalent bo'lgan ikki qutblik. Bunday induktivlik (3.4,*a*-rasm) uchun tok va kuchlanishning bog'lanishi quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t u dt + i(0-). \quad (3.31)$$

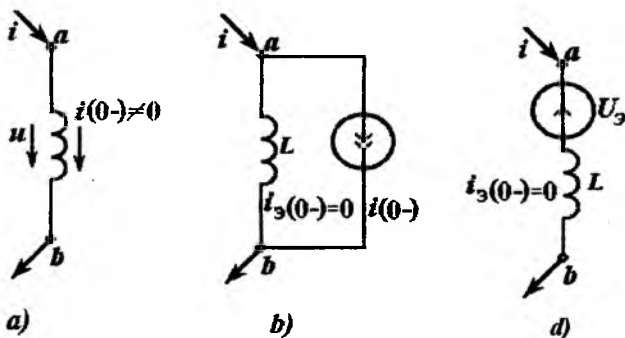
Tarkibida noll boshlang'ich toki $i_M(0-)$ bo'lgan induktivlikka parallel ulangan $i(0-)$ tok manbaidan iborat ekvivalent sxema ikki qutblik (3.4,b-rasm)ning toki va kuchlanishi orasidagi bog'lanish ham shunga o'xshash tenglama bilan ifodalanadi. Manba tokining operator shaklidagi yozuvi

$$i(0-) \sim J_3(p) = i(0-)/p. \quad (3.32)$$

Tok manbaini kuchlanish manbai (3.4,d-rasm) bilan almashtirish mumkin. Ekvivalent manbaning kuchlanishi operator shaklidagi yozuvi quyidagicha bo'ladi:

$$U_p = pLi(-0)/p = Li(0-), \quad (3.33)$$

bunda pL - induktivlikning operator qarshiligi.



3.4-rasm. Induktivlikka ekvivalent bo'lgan ikki qutblik:
a) induktiv elementli tarmoq; b) tok manbaini parallel ulash;
d) qo'shimcha manba kiritish.

Bu manba o'zida boshlang'ich toki bo'lmagan induktivlik L bilan ketma-ket ulangan (3.4,v-rasm). Biroq, induktivlikda kuchlanish

$$U_3 \sim u_3(t) = L \delta i(0-) \quad (3.34)$$

ta'sirida undagi tok bir onda hosil bo'ladi.

Berilgan nolga teng bo'lmagan boshlang'ich shartli zanjirda barcha zaryadlangan sig'im va induktivliklarni ekvivalent ikki

qutblik bilan almashtirib, nolli boshlang'ich sharti bo'lgan hamda qo'shimcha ekvivalent manbali yangi zanjirga kelamiz.

Tok va kuchlanishlarning kommutatsiyadan so'nggi birinchi onda hamda barqarorlik rejimida taqsimlanishi.

1. Ko'rilayotgan funksiya $f(t)$ ning kommutatsiyadan so'ng birinchi ondagi qiymatini, ya'ni $f(0+)$ ni, hamda uning barqarorlik rejimidagi (agar bu rejim bo'lsa) qiymatini, ya'ni $f(\infty)$ qiymatini ularning tasviri bilan oddiy bog'lanishidan $F(p) \sim f(t)$ aniqlash mumkin. Bunday bog'lanishning mavjudligini oddiy funksiyalar tasvirlari (3.1-jadval)dan aniqlash mumkin.

Originalning $t \rightarrow (0+)$ bo'lgandagi qiymati tasvirning $p \rightarrow \infty$ bo'lgandagi r qiymatga ko'paytirilganiga teng

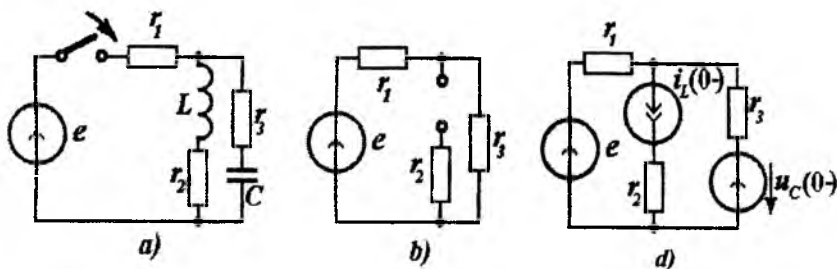
$$f(0+) = [pF(p)]_{p \rightarrow \infty}. \quad (3.35)$$

2. Agar faqat $t \rightarrow \infty$ bo'lganda $f(t)$ funksiya chekli limitga ega bo'lsa [ba'zi holatlarda faqat $f(t)/t$ qiymat chekli limitga ega bo'lsa], u holda originalning $t \rightarrow \infty$ bo'lgandagi qiymati tasvirning $p \rightarrow 0$ dagi r ga ko'paytirilganiga teng

$$f(\infty) = [pF(p)]_{p \rightarrow 0}. \quad (3.36)$$

Ushbu qo'shimcha shartning zarurligiga osonlik bilan iqror bo'lish mumkin: (3.36) tenglikni 3.1-jadvaldagi (4) ifodaga qo'llab bo'lmasligi aniq, chunki $f(\infty) = e^{b\infty} \neq [pF(p)]_{p \rightarrow 0} = 0/(0-b)$, shuningdek, $a = j\omega$ bo'lsa

$$f(\infty) = e^{-j\omega\infty} \neq 0/(0 + j\omega).$$



3.5-rasm. Nolinchi boshlang'ich shartli zanjir:

a) kalit ulanishi; b) rezistorlar aralash ulanishi; d) tok va kuchlanish manbalarni kiritilishi.

3. Induktivlikdagi tok va sig'imdagi kuchlanish o'zgarishidan qolishdek jo'yali kommutatsiya bo'lganida, $f(0+)$ ni hisoblash uchun zanjirni kommutatsiyadan so'nggi jarayonini ko'rish mumkin; unda kommutatsiyadan so'ng real mavjud bo'lgan real manbalar bilan birga, induktivliklar o'rniga berilgan tokka teng bo'lgan ekvivalent tok manbai $J = i_L(0-)$ va sig'implar o'rniga berilgan kuchlanishga teng bo'lgan ekvivalent kuchlanish manbai $u = u_C(0-)$ kiritiladi. Nolli boshlang'ich qiymatlar $i_L(0-)=0$ va $u_C(0-)=0$ bo'lganda induktivligi bo'lgan shaxobchalar uzilgan (tok manbai $J=0$), sig'imli klemmalari esa qisqa tutashgan (kuchlanish manbai $U=0$) bo'ladi. 3.5,a-rasmda zanjirning ulanishi qo'rsatilgan.

3.5,b-rasmda $u_C(0-)=i_L(0-)=0$ bo'lgandagi tok va kuchlanish boshlang'ich taqsimlanishini aniqlash, 3.5,d-rasmda $u_C(0-)\neq 0$ va $i_L(0-)\neq 0$ bo'lgandagi yuqoridagiga o'xshash sxemalari keltirilgan. Albatta, oxirgi sxema $u_C(0-)=0$ va $i_L(0-)=0$ bo'lsa undan avvalgi holat uchun ham qo'lanilishi mumkin.

3.6. Boshlang'ich shartlari nolga teng bo'lgan zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblash

Ko'rilyotgan tenglama n -tartibli bo'lsin. Agar tenglamaning $(n-1)$ - tartibidan boshlab barcha hosilalari o'tkinchi jarayon boshlanish onida nolga teng bo'lsa, unga mos keluvchi operator tenglamaning yozilishi keskin soddalashadi

$$f^{(n-1)}(0) = f^{(n-2)}(0) = \dots = 0. \quad (3.37)$$

Bu ifodalangan shartlar nolli boshlang'ich shartlar deyiladi. Bunday shartlarda $m \leq n$ - tartibdagi ixtiyoriy hosila operator tenglamasida oddiy m -darajadagi r ning ko'paytmasi sifatida tasvirlanadi

$$d^m f / dt^m \sim p^m F. \quad (3.38)$$

Ushbu fikrlar tarkibida integrali bo'lgan tenglamalarga ham xosdir. Bunda integralni manfiy ishorali hosila deb qabul qilish mumkin. Masalan, kuchlanishi ega teng bo'lgan e.yu.k. manbaiga ulanayotgan C, r - zanjirdagi tokning ifodasi quyidagicha bo'ladi

$$ir + \frac{1}{C} \int idt = e. \quad (3.39)$$

Bunda hosilaning eng yuqori tartibi nolga teng - bu $i(t)$ funksiyaning o'zidir. Buning ma'nosi shuki, $t=0$ bo'lganda tartibi minus 1 bo'lgan hosila nolga teng, ya'ni

$$u_C(0-) = \frac{1}{C} \int idt \Big|_{t=0} = 0, \quad (3.40)$$

bo'lsa yoki, boshqacha qilib aytganda, kommutatsiyagacha sig'im zaryadlanmagan bo'lsa, (3.37) tenglik bilan ifodalangan nolli boshlang'ich shart mavjud bo'ladi. Funksiya $i(t)$ ning o'zi esa boshlang'ich onda ($t=0$ da) noldan farqli bo'lishi mumkin

$[i(0+) \neq 0]$, chunki u (3.39) tenglamada uchraydigan hosilalarning eng yuqorisidir ($n=0$).

Operator qarshiligi va operator uzatish funksiyasi. Yuqoridagi barcha fikrlardan shu malum bo'ladiki, nolli boshlang'ich shartlarda barcha hosilalar r ko'paytuvchi bilan oddiy almashtiriladi, barcha integrallar esa r ga oddiy bo'lish bilan almashtirilar ekan. Bunda zanjirning *operator shaklida yozilgan tenglamalari*, zanjirning *sinusoidal toklaridagi kompleks shaklda yozilgan tenglamalariga o'xshash bo'ladi*. Agar ulardagi barcha o'zgaruvchilarning kompleks tasvirlarini ularga xos operator tasvirlar bilan almashtirilsa

$$\dot{U} \rightarrow U(p), \quad \dot{U} \rightarrow I(p) \quad (3.41)$$

va barcha $j\omega$ ko'paytuvchilarni p ga almashtirilsa

$$j\omega \rightarrow p \quad (3.42)$$

u holda zanjirning *sinusoidal toklaridagi kompleks shaklda yozilgan tenglamalari* zanjirning *operator shaklida yozilgan tenglamalariga* aylanadi.

Masalan, ketma-ket ulangan L , r , C zanjirning (3.4,a-rasm) differensial tenglamasi

$$L \frac{di}{dt} + ri + \frac{1}{C} \int idt = u, \quad (3.43)$$

barqarorlik rejimi uchun garmonik tok tenglamasi

$$(Lj\omega + r + 1/Cj\omega)I = \dot{U}, \quad (3.44)$$

bo'lsa, o'tkinchi jarayon (nolli boshlang'ich shart) uchun operator tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$(Lp + r + 1/Cp)I = U. \quad (3.45)$$

Ushbu fikrni o'xshashlik bilan rivojlantirib, kompleks qarshiliklar $Z(j\omega)$ ga o'xshash bo'lgan, operator qarshilik $Z(p)$ tushunchasini kiritish mumkin

$$Z(p) = Z(j\omega)|_{j\omega \rightarrow p} \quad (3.46)$$

Ushbu tushunchani o'tkazuvchanlikka

$$Y(p) = Y(j\omega)|_{j\omega \rightarrow p}, \quad (3.47)$$

hamda uzatish funksiyasiga tadbiq etish mumkin. Agar

$$\dot{U}_a = H(j\omega)\dot{U}_b \text{ yoki } \dot{I}_a = S(j\omega)\dot{I}_b \quad (3.48)$$

bo'lsa, u holda quyidagilar yuqoridagi o'xshatishlik kabi bo'ladi

$$U_a(p) = H(p)U_b(p) \quad (3.49)$$

$$\text{yoki} \quad I_a(p) = S(p)I_b(p). \quad (3.50)$$

Bu ifodalar to'g'riligiga to'liq ishonch hosil qilish uchun quyidagilarni yodga olish kifoyadir. Ma'lumki, o'zgaruvchan toklar nazariyasida barcha o'zgarishlar va xulosalar zanjir uchun differensial shakldagi Kirxgofning ikki qonunlarini qo'llashga asoslangan. Garmonik tebranishlarning barqarorlik rejimini ko'ra turib, tenglamalardagi barcha hosilalar va integrallar $j\omega$ va $1/j\omega$ bilan almashtiriladi. Ushbu masalalarni operator usuli yordamida yechishda ham Kirxgofning qonunlarini qo'llashga asoslanamiz: tenglamalarni operator shakliga o'tkazish uchun (nolli boshlang'ich shartlar bo'lganda) hosila va integralni r va $1/r$ ga ko'paytirish zarur.

Misol. 3.5, a-rasmda keltirilgan zanjir uchun r_2 qarshilikdagi tok qiymati aniqlansin.

Yechish. Yuqoridagi bayon qilinganlar asosida

$$I_2(p) = E(p)Y(p),$$

bunda $Y(p) = (r_3 + 1/Cp)/F(p)$;

$$F(p) = r_1(pL + r_2) + (pL + r_2)(r_3 + 1/Cp) + r_1(r_3 + 1/Cp),$$

o'zgarmas va o'zgaruvchan tok zanjirlarini hisoblashga o'xshashlikdan foydalanib, quyidagini aniqlaymiz:

$$Y(p) = \frac{1 + pCr_3}{p^2A + pB + r_1 + r_2},$$

bunda $A = LC(r_1 + r_3)$, $B = Cp + L$, $\rho = r_1r_2 + r_2r_3 + r_3r_1$.

Toklar uchun $i_2 \sim I_2$ natijaviy ifodalar ulanayotgan e.yu.k. $[e(t) \sim E(p)]$ ning turiga bog'lik.

Misol. Ikki induktiv bog‘langan konturlar (transformator) o‘z-garmas kuchlanish U manbaiga ulanayapti. Birinchi konturning parametrlari r_1, L_1 ; ikkinchisiniki r_2, L_2 . O‘zaro induktivlik M . Ikkinchi konturdagi o‘tkinchi jarayon tokini aniqlang.

Yechish. Ilgaridan ma‘lum bo‘lgan tenglamalarni qo‘llab (I_2 tokning musbat yo‘nalishini o‘zgartirib), ularni to‘g‘ridan-to‘g‘ri operator shaklida yozamiz

$$I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} = U / p;$$

$$I_1 Z_{12} + I_2 Z_{22} = U / p,$$

$$\text{bunda } Z_{11} = r_1 + pL_1; \quad Z_{12} = pM; \quad Z_{22} = r_2 + pL_2.$$

Bu tenglamalardan

$$I_2 = U \cdot M / (Z_{12}^2 - Z_{11} Z_{22}),$$

yoki oddiy algebraik o‘zgartirishlardan so‘ng quyidagilarni aniqlaymiz:

$$I_2 = - \frac{U \cdot M}{p^2 L_1 L_2 (1 - k^2) + p(L_1 r_2 + L_2 r_1) + r_1 r_2},$$

bunda $k = M / \sqrt{L_1 L_2}$ – bog‘lanish koeffitsiyenti, aksariyat hollarda, (aytaylik, sifatli transformatorlarda) $k \approx 1$ deb hisoblash mumkin, shundan so‘ng tenglamalar tartibi keskin kamayadi.

I_2 maxrajining ildizlari $p_{1,2} = \alpha \pm \mu$, bunda

$$\alpha = (L_1 r_2 + L_2 r_1) / 2 L_1 L_2 (1 - k^2) \quad \text{va} \quad \mu = \sqrt{\alpha^2 - r_1 r_2 / L_1 L_2 (1 - k^2)}.$$

Ildizlar aniqlangandan so‘ng I_2 ni quyidagicha yozish mumkin:

$$I_2 = \frac{-U}{L_1 L_2 (1 - k^2)} \frac{1}{(p + \alpha)^2 - \mu^2},$$

bunga 11.1-jadvalning (11) ifodasi mos keladi

$$i_2 = \frac{-U e^{-\alpha t}}{L_1 L_2 (1 - k^2) \mu} \text{sh } \mu t.$$

Kutilganidek, i_2 tok qiymati kommutatsiya boshlanishida $t=0$ (sh $\mu t = 0$) bo‘lganda ham, kommutatsiya oxiri $t \rightarrow \infty$ da ham nolga teng.

3.7. Garmonik manbali zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlar

Garmonik tebranuvchi (ya'ni sinusoidal tok yoki kuchlanish) manbai mavjud bo'lgan zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblash muhim masalalardan hisoblanadi. Boshqa funksiyalardagi kabi, hisoblarni garmonik kuchlanish tasvirini kiritish bilan olib borish mumkin

$$U_m \cos(\omega t + \eta) = U_m (\cos \eta \cos \omega t - \sin \eta \sin \omega t) \sim U_m \frac{p \cos \eta - \omega \sin \eta}{p^2 + \omega^2},$$

biroq bunday hisoblashdagi matematik ifodalar juda qo'polashadi. Shuning uchun kompleks tasvirlardan foydalanib, quyidagini qabul qilamiz:

$$U_m \cos(\omega t + \eta) = \operatorname{Re}\{\dot{U}_m e^{j\omega t}\}. \quad (3.52)$$

Bunda, zanjirni eksponensial o'zgaruvchi kuchlanishli manbaga ulash jarayonini kuzatish mumkin, uning tasviri esa oddiy ko'rinishda bo'ladi

$$\dot{U}_m e^{j\omega t} \sim \dot{U}_m \frac{1}{p - j\omega}. \quad (3.53)$$

O'tkinchi jarayonning yechimlari aniqlangandan so'ng esa bizni qiziqtirgan haqiqiy qiymatga o'tish mumkin.

Aksariyat kompleks shaklda tasvirlangan garmonik funksiyaning oniy qiymati deb kompleks sonning mavhum qismi qabul qilinadi. Bunday holatda, sxemani eksponensial manbaga ulash uchun hisoblashni bajarib, faqat aniqlangan qiymatning mavhum qismini olish kerak. Bunda agar yechimda boshqa manbalardan kelib chiqqan haqiqiy tashkil etuvchi mavjud bo'lsa ehtiyotkorlikni kuchaytirish zarur.

Berilgan L , r konturni quyidagi kuchlanishli

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \eta) \quad (3.54)$$

manbaga ulash zarur bo'lsin. Tokning operator tasvirini yozamiz

$$I(p) = \dot{U}_m \frac{1}{(p - j\omega)(r + pL)} = \frac{\dot{U}_m}{L} \frac{1}{(p - j\omega)(p + a)}. \quad (3.55)$$

Bunga mos bo'lgan vaqt funksiyasi kompleks shaklda 3.1-jadvaldagi (8) idodadan aniqlanadi

$$f(t) = \frac{\dot{U}_m}{L(a + j\omega)} (e^{j\omega t} - e^{-at}). \quad (3.56)$$

Bizni faqat haqiqiy tashkil etuvchi qiziqtiradi, uni topish oson. Darhaqiqat,

$$\frac{\dot{U}_m}{L(a + j\omega)} = \frac{\dot{U}_m}{r + j\omega L} = \frac{U_m e^{j(\eta - \varphi)}}{z},$$

bunda $z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$; $\varphi = \arctg \frac{\omega L}{r}$, demak, tokning izlanayotgan qiymati

$$i(t) = \operatorname{Re} f(t) = \frac{U_m}{z} [\cos(\omega t + \eta - \varphi) - \cos(\eta - \varphi)e^{-at}].$$

Aksariyat, $i(t)$ sifatida kompleks qiymat keltiriladi, bunda shuni yodda saqlash zarurki, faqat haqiqiy qismi nazarda tutiladi.

Bayon etilgan usul bilan hisoblashda 3.1-jadvaldagi barcha ifodalardan foydalanish mumkin; bunda kasrning maxrajida $(p+a)$ yoki $(p+b)$ o'rniga $a=-j\omega$ yoki $b=-j\omega$ va h.k.ni ko'zda tutish zarur: shu bilan birga, manbaning kuchlanish yoki toki albatta kompleks shaklda ($U_m e^{j\omega t}$ yoki $I_m e^{j\omega t}$) ifodalanishi zarur, hosil qilingan echimda haqiqiy tashkil etuvchini olish kerak.

Shu usul bilan zanjirni so'nuvi garmonik kuchlanishga

$$u(t) = U_m e^{-at} \cos(\omega t + \eta) \quad (3.57)$$

ulanishini ham hisoblash mumkin; uni kompleks eksponenta sifatida ko'rsatiladi

$$U_m e^{j\eta} e^{\gamma t} \sim \dot{U}_m / (p - \gamma), \quad (3.58)$$

bunda $\gamma = -a + j\omega$ va $\dot{U}_m = U_m e^{j\eta}$.

Soddalashtirilgan holatda L, r kontur uchun quyidagini aniqlaymiz

$$I(p) = \frac{U_m}{L} \frac{1}{(p + r/L)(p - \gamma)}. \quad (3.59)$$

Bunga mos keladigan vaqtning kompleks funksiyasini 3.1-jadvalning (8) ifodasidan osonlik bilan aniqlash mumkin. Uning faqat haqiqiy tashkil etuvchisini olib, tokning vaqt bo'yicha bog'lanishini aniqlaymiz.

Superpozitsiya usuli. Garmonik tokli zanjirlar o'tkinchi jarayonlarini hisoblashni soddalashtirish mumkin. Bunda natijaviy o'tkinchi jarayon ikki holat - erkin va barqarorlik rejimlarining yig'indisi yoki ustlanishi deb qaraladi.

Erkin rejimni operator usuli yordamida aniqlash qulaydir. Bunda, zanjirda manba bo'lmagan, biroq induktivlik toklari uchun $i_{Lk}(0+) = i_{Lk}(0-)$ va sig'imdagi kuchlanishlar uchun $u_{Ck}(0+) = u_{Ck}(0-)$ nolsiz boshlang'ich shartlar mavjud, deb qarash lozim.

Jo'yali kommutatsiyada bu tashkil etuvchilar induktivlikdagi toklar

$$i_L(0-) = i_L(0+) = i_{LMajb}(0+) + i_{LErk}(0) \quad (3.60)$$

va sig'imdagi kuchlanishlar

$$u_C(0-) = u_C(0+) = u_{CMajb}(0+) + u_{CErk}(0) \quad (3.61)$$

uzluksizligi shartidan aniqlanadi.

Ushbu tengliklardagi $i_L(0-)$ va $u_C(0-)$ - kommutatsiyagacha haqiqatan ham mavjud bo'lgan tok va kuchlanishlardir; $i_{LMajb}(0+)$ va $u_{CMajb}(0+)$ - zanjirning kommutatsiyadan keyingi barqaror (majburiy) rejimining tok va kuchlanishlardir.

Kommutatsiyadan so'nggi erkin tashkil etuvchi aniqlangandan so'ng, keyingi hisoblashlarni yuqorida ko'rilgan usullardan biri yordamida davom ettirish mumkin.

3.8. Zanjirlarning impulsiga aks ta'siri

Faraz qilaylik, nolli boshlang'ich shartlar bo'lganda $U(p)$ ta'sirga bo'lgan reaksiya (aks ta'sir) quyidagi ifoda bilan aniqlansin

$$F(p) = U(p)H(p); \quad (3.62)$$

agar, ℓ shaxobchaga U kuchlanish ulanishidagi k shaxobcha tokining o'zgarishi haqida fikr yuritilsa, reaksiyaning ifodasi quyidagicha bo'ladi

$$F(p) = I_k(p) = U_l(p)Y_k(p). \quad (3.63)$$

Birlik pog'onali ta'sir

$$U(p) = 1/p \sim u(t) = 1(t), \quad (3.64)$$

bo'lganda reaksiya

$$F(p) = H(p)/p = H^{(1)}(p). \quad (3.65)$$

Keyingi tenglikning o'ng tomonida $1(t)$ ta'sirga javob bo'luvchi umumiy reaksiya keltirilgan. 3.6, a -rasmdagi zanjir uchun birlik pog'onali ta'sir $U_1(p)=1/p$ bo'lganda $U_2(p)$ kuchlanish quyidagi tenglik bilan ifodalanadi

$$H^{(1)}(p) = U_2(p) = \frac{1}{p} \frac{pL(r+1/Cp)}{\rho(p)} \quad (3.66)$$

$$\text{bunda } \rho(p) = r_1(r_2 + pL + 1/Cp) + pL(r_2 + 1/Cp). \quad (3.67)$$

$H^{(1)}(p)$ uchun natijaviy ifoda barqarorlik rejimi uchun yechimga o'xshatib aniqlandi. Sodda o'zgartishlardan so'ng yechimni 3.1-jadvaldagi tasvirlar bilan taqqoslansa, oson bo'lgan holatga olib kelinadi

$$H^{(1)}(p) = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \cdot \frac{p + 1/Cr_2}{(p+a)(p+b)}, \quad (3.68)$$

bunda a va b - (3.68) kasr maxrajining - xarakteristik tenglamaning nolga teng bo'lgandagi ildizlaridir.

3.1-jadval (8) va (9) ifodalaridan quyidagilarni aniqlaymiz:

$$h^{(1)}(t) = \frac{r_2}{(r_1 + r_2)(a-b)} \left[ae^{-at} - be^{-bt} - \frac{1}{r_2 C} (e^{-at} - e^{-bt}) \right] \quad (3.69)$$

$$\text{yoki } h^{(1)}(t) = \frac{r_2}{(r_1 + r_2)(a-b)} \left[\left(a - \frac{1}{r_2 C}\right) e^{-at} - \left(b - \frac{1}{r_2 C}\right) e^{-bt} \right]. \quad (3.70)$$

Endi δ -funksiya

$$f(t) = K\delta(t) \sim K \quad (3.71)$$

yoki birlik funksiyasi

$$\delta(t) = f(t)/K \sim 1 \quad (3.72)$$

tarzida yozilgan ta'sir natijasida hosil bo'lgan reaksiyani ko'raylik.

Keyingi iboraning operator tasviri [(3.1-jadvaldagi (1) ifoda) - birlik pog'onali ta'sir $(1/p)$ ning operator tasvirini r ga ko'paytirilganiga teng. Shuning uchun birlik impuls $H^{(\delta)}(p)$ ga reaksiya - r ni birlik pog'onali ta'sir $H^{(1)}(p)$ tasviriga ko'paytirilganiga teng

$$H^{(\delta)}(p) = pH^{(1)}(p). \quad (3.73)$$

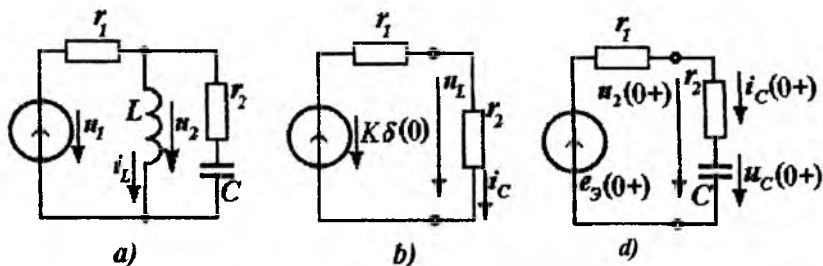
Masalan, agar (3.63) va (3.64)ga asosan

$$I^{(1)}(p) = Y(p) / p = 1 / pZ(p), \quad (3.74)$$

bo'lsa, u holda

$$I^{(\delta)}(p) = Y(p) = 1 / Z(p) \quad (3.75)$$

bo'ladi.



3.6-rasm. Birlik pog'onali ta'sir:

a) elementlarni aralash ulanishi; b) rezistorlarni ketma-ket ulanishi;

d) rezistor va sig'im parallel ulanishi.

Biroq, r ni ko'paytirish amaliga vaqt funksiyasini differensiallash amali mos keladi, ya'ni

$$h^{(\delta)}(t) = dh^{(1)}(t) / dt. \quad (3.76)$$

Biz nollik boshlang'ich shartli tizimni ko'rayapmiz; shuning uchun $1(t)$ ga reaksiya quyidagicha bo'ladi

$$h(t) = \begin{cases} 0, & \text{agar } t < 0, \text{ bo'lsa;} \\ h(t), & \text{agar } t > 0 \text{ bo'lsa.} \end{cases}$$

Demak,

$$h^{(1)}(t) = h^{(1)}(t) \cdot 1(t). \quad (3.77)$$

Ammo, bu holda (3.73) va (3.76) bo'yicha

$$\begin{aligned} pH^{(1)}(p) &= H^{(\delta)}(p) \sim h^{(\delta)}(t) = dh^{(1)}(t) / dt = \\ &= h^{(1)}(0)\delta(t) + dh^{(1)}(t) / dt|_{t>0}, \end{aligned} \quad (3.78)$$

iboraning oxirgi tashkil etuvchisi faqat $t > 0$ bo'lganda mavjud demak,

$$t = 0 \text{ bo'lsa, } h^{(\delta)}(t) = h^{(1)}(0)\delta(t),$$

$$t > 0 \text{ bo'lsa, } h^{(\delta)}(t) = dh^{(1)} / dt, \quad (3.79)$$

(3.73)-(3.75) ifodalar orqali keltirib chiqarilgan isbotlar quyidagi muhim qoidaga olib keladi: birlik impulsiga reaksiyaning operator tasviri garmonik rejimdagi $j\omega$ ni r orqali almashtirib hosil qilingan ta'sirga reaksiyasi sifatida ko'rsatiladi

$$H^{(\delta)}(p) = H(j\omega) \Big|_{j\omega \rightarrow p}, \quad (3.80)$$

bunda $H(j\omega)$ - uzatish funksiyasi, masalan o'tkazuvchanlikda $H^{(1)}(p)$ ni aniqlagandagi singari qo'shimcha r qiymatga bo'lish talab etilmaydi.

Misol. 3.6, a-rasmdagi zanjirning kirishida juda kichik davomiylikdagi ($10 \mu s$ oralig'ida $20 kV$) bo'lgan

$$\int_{0-}^T u(t) = K = 0,2 V \cdot s \text{ impuls kuchlanishi ta'sir etadi. Shu impuls}$$

ta'sirining reaksiyasi sifatida $u_2(t)$ kuchlanishni aniqlang.

Yechish. Yuqorida (3.68) ifoda bilan keltirilgan $H^{(1)}(p)$ birlik pog'ona ta'sirni r ga ko'paytirilgandagi reaksiyadan foydalanish mumkin

$$H^{(\delta)}(p) = pH^{(1)}(p) = \frac{p^2 + p/r_2C}{(r_1 + r_2)(p+a)(p+b)} r_2.$$

Bu ifodada o'zgarmas A ni ajratib olish mumkin, shuning uchun uni quyidagi shaklga keltirish zarur

$$H^{(\delta)}(p) = A + \frac{pl + m}{(p+a)(p+b)},$$

bunda, oddiy algebraik amallar yordamida A , b , m qiymatlarni aniqlash mumkin.

So'ngra, 3.1-jadvalning (2), (9) va (8) ifodalarning yordamida birlik impulsi

$$h^{(\delta)}(t) = A\delta(t) + \frac{1}{a-b} \left[(al-m)e^{-at} - (bl-m)e^{-bt} \right]$$

ga reaksiyani aniqlaymiz.

Izlanayotgan qiymat $u_2(t)$ ni aniqlash uchun $h^{(1)}(t)$ ni $K=0,2 V \cdot s$ ga ko'paytirish lozim

$$u_2(t) = 0,2A\delta(t) + \frac{0,2}{a-b} \left[(al-m)e^{-at} - (bl-m)e^{-bt} \right].$$

Shu olingan echimga boshqacha yo'l bilan ham erishish mumkin. Bunda (3.70) qiymatga murojaat etib, uni differensiallaymiz.

$$h^{(\delta)}(t) = dh^{(1)}(t)/dt = h^{(1)}(0)\delta(t) + dh^{(1)}(t)/dt|_{t>0}.$$

(3.70) dan ko'rinishicha,

$$h^{(1)}(0) = r_2 / (r_1 + r_2).$$

Differensiallash bilan hosil qilingan keyingi ifoda, oddiy talqin qilinadi: boshlang'ich onda L shaxobcha uzilgandek, sig'imdagi kuchlanish esa nisbatan juda kichik, shuning uchun barcha impuls ketma-ket ulangan r_1 va r_2 qarshiliklarga tushadi, izlanayotgan kuchlanish u_2 esa r_2 dagi kuchlanishdir.

Zanjir parametrlari $r_1=2\Omega$; $r_2=18\Omega$; $L=1mH$; $S=100\mu F$, hamda $\alpha=582s^{-1}$ va $b=1718s^{-1}$ deb qabul qilib, quyidagini aniqlaymiz:

$$h^{(\delta)}(t) = 0,9\delta(t) + 12,0e^{-\alpha t} - 1582e^{-bt}.$$

Kichik musbat vaqt oralig'ida manfiy kuchlanishning mavjudligi ajablanarli bo'lishi mumkin, lekin qisqa impuls ta'siri mobaynida nafaqat sig'im zaryadlanadi, balki induktivlikda ham tok paydo bo'ladi; ushbu tokning mavjudligi manfiy kuchlanish u_2 mavjudligiga olib keladi.

Impuls ta'siri natijasida boshlang'ich shartlarning o'zgarishi.

Ko'pgina vaziyatlarda impulsning reaksiyasini aniqlashda manbai bo'lmagan va berilgan boshlang'ich shartli zanjir uchun operator usulining umumiy qoidalarini qo'llash mumkin.

Masalan, impuls ta'sirigacha bo'lgan boshlang'ich shartlar berilgan, xususan, nolli boshlang'ich shartlar bo'lsin. Bunday holda, impuls ta'sirida ularning o'zgarishini izlash lozim.

Ma'lumki, $Li_L/dt = u_L$ bo'lganligi uchun

$$di_L = \frac{1}{L}u_L dt. \quad (3.84)$$

Shuning uchun kuchlanish impuls ta'siridan so'ng induktivlikdagi tokning to'la o'zgarishi quyidagicha bo'ladi:

$$i_L(0+) = \frac{1}{L} \int_{0-}^{0+} K_L \delta(t) dt = K_L / L, \quad (3.85)$$

bunda $K_L = \int_{0-}^{0+} u_L(t) dt$; keyingi ifoda faqat $u_L(t) = K_L \delta(t)$ bo'lganda

noldan farqli bo'ladi.

Shunga o'xshash, sig'imdagi kuchlanishni ham tok impulsini orqali aniqlash mumkin

$$u_c(0+) = \frac{1}{C} q(0+) = \frac{1}{C} \int_{0-}^{0+} i_c dt = \frac{1}{C} K_c, \quad (3.86)$$

bunda $i_c = K_c \delta(t)$ bo'lganda $K_c = \int_{0-}^{0+} i_c dt \neq 0$.

Mohiyat jihatdan (3.85) va (3.86) ifodalar (3.44) va (3.34) tengliklardan farqi yo'q.

Impulsning reaksiyasini aniqlash uchun sodda usul. Endi yangi masala qo'yamiz - keltirib chiqarilgan ifodalarning ixtiyoriy impuls ta'siridagi *tarmoqlangan zanjir* uchun *qo'llanilishini* aniqlaymiz.

Ixtiyoriy cheklangan kuchlanish $0+$ dan $0-$ gacha bo'lgan oraliqda δ -funksiya bilan ifodalangan kuchlanishga nisbatan cheksiz kichikdir; ixtiyoriy cheklangan tok ko'rsatilgan oraliqda δ -funksiya bilan ifodalangan tokdan cheksiz kichik, ekanini e'tiborga olsak, ushbu masala yechimini aniqlash oson kechadi. Bundan tashqari shuni e'tiborga olish zarurki, (3.85) da keltirilganidek, induktivlikka δ -funksiya bilan ifodalangan kuchlanish berilganda, undagi tok chekli bo'lib qoladi. Shuningdek, ixtiyoriy sig'im δ -funksiya bilan ifodalangan tok bilan zaryadlanganda, (3.86) da keltirilganidek, sig'im kuchlanishi chekli bo'lib qoladi.

Keltirilgan ikki vaziyatdan impuls ta'sirida hosil bo'lgan o'tkinchi jarayonlarni hisoblashda quyidagi usul ma'lum bo'ladi.

Zanjir tarmoqlangan bo'lgan holatda δ -impuls ta'siridagi kuchlanish va toklarning taqsimlanishini Kirxgof qonunlari asosida aniqlanadi; bunda barcha chekli qiymatlar (ya'ni induktivligi bo'lgan shaxobchalar toklari va sig'imdagi kuchlanishlar) u yoki bu δ -funksiya chekli ulushi orqali ifodalangan qiymatlarga nisbatan juda kichik deb e'tiborga olinmaydi. Ushbu shartlar bilan sig'imdagi tokni

$$i_c = K_c \delta(t) \quad (3.87)$$

va induktivlikdagi kuchlanishni aniqlaymiz

$$u_L = K_L \delta(t). \quad (3.88)$$

Bu berilganlar hamda (3.85) va (3.86) ifodalardan birgalikda barcha zarur bo'lgan boshlang'ich qiymatlar $i_L(0+)$ va $u_c(0+)$ ni aniqlaymiz.

Bundan so'nggi vazifalar zanjirning berilgan nolsiz boshlang'ich shartli differensial tenglamalarini yechish bilan bog'lanadi. Bunda,

$i_L(0+)$ va $u_C(0+)$ ni berilgan shartlar deb qabul qilib, δ -ta'sirning mavjudligini yodga olmasa ham bo'ladi.

3.6, a -rasmdagi $u_1(t) = K\delta(t)$ deb hisoblab hamda ta'riflangan qoidalarga rioya qilib, quyidagilarni (3.6, b -rasm) aniqlaymiz

$$i_C = \frac{K}{r_1 + r_2} \delta(t) \quad \text{va} \quad u_L = \frac{r_2}{r_1 + r_2} K\delta(t).$$

(3.87) va (3.88) ifodalarda

$$K_L = Kr_2 / (r_1 + r_2) \quad \text{va} \quad K_N = K / (r_1 + r_2).$$

Demak, (3.86) va (3.85) ifodalardan 3.6, a -rasmdagi zanjir uchun $u_1(t) = K\delta(t)$ bo'lganda, quyidagini aniqlaymiz

$$u_C(0+) = K / C(r_1 + r_2)$$

$$i_L(0+) = Kr_2 / L(r_1 + r_2)$$

Misol. Avvalgi misolning berilgan qiymatlari uchun $u_C(0+)$, $i_L(0+)$ va $u_2(0+)$ qiymatlarini aniqlang.

Yechish. 3.6, a -rasmdagi zanjir uchun yuqorida aniqlangan ifodalardan

$$u_C(0+) = 100 \text{ V} \quad \text{va} \quad i_L(0+) = 180 \text{ A}.$$

Qarshiligi r_1 bo'lgan shaxobchadagi $i_L(0+)$ tok manbaini ekvivalent e.yu.k. bilan almashtiramiz, ya'ni $e_3(0+) = r_1 i_L(0+)$ (3.6, v -rasm), sig'imi S bo'lgan shaxobchaning tokini aniqlaymiz.

$$-i_C(0+) = [r_1 i_L(0+) + u_C(0+)] / (r_1 + r_2) = (360 + 100) / 20 = 23 \text{ A}.$$

Bundan kuchlanish

$$u_L(0+) = u_C(0+) + i_C(0+)r_2 = 100 - 23 \cdot 18 = -314 \text{ V}.$$

Natija avvalgi misoldagi birlik impuls uchun aniqlangan yechim bilan bir xil bo'ladi.

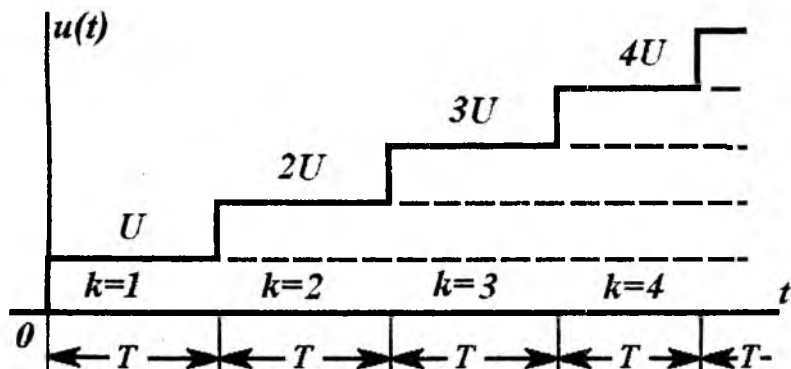
3.1, a -rasmdagi zanjir uchun o'tkinchi jarayon tenglamalarini $t > 0$ da aniqlangan $u_C(0+)$ va $i_L(0+)$ uchun topishni tavsiya etish mumkin. Natija albatta avvalgi misol tenglamalari bilan mos kelishi zarur.

Bularni hamda oxirgi ikki misollardagi ifodalangan fikrlarni ixtiyoriy tuzilishdagi zanjirlarga tadbiq etish mumkin.

3.9. Bir qator tasirlar bo'lgandagi o'tkinchi va barqarorlik rejimlari

Ta'sirlar esheloniga reaksiya. Ba'zi texnik qurilmalarda biror $t = 0$ vaqtdan boshlab T oraliqda bir qator bir xil $u(t)$ ta'sirlar bir-biriga ustma-ust tushiriladi.

Soddalashtirilgan holatda har bir ta'sir o'zgarmas kuchlanish U dir. Shuning uchun birinchi oraliq $k=1$ yoki $0 < t < T$ uchun, $u(t)=U$, ikkinchi oraliq $k=2$ yoki $T < t < 2T$ uchun $u(t)=2U$ va h.k., ya'ni 3.7-rasmda ko'rsatilganidek bo'ladi.



3.7-rasm. Bir qator tasirlar.

Quyidagi shartni qabul qilamiz: har bir k -interval ichidagi, ya'ni $(k-1)T < t < kT$ dagi vaqtni shu oraliq boshidan boshlanadi deb hisoblaymiz

$$\tau = t - (k-1)T, \text{ bunda } 0 < \tau < T. \quad (3.89)$$

Shu sababli k -oraliq uchun $u_k(\tau)$ natijaviy ta'sir har xil boshlanish hisobiga ega bo'lgan k ta bir xil $U(t)$ funksiyalar yigindiga teng bo'ladi

$$u_k(\tau) = u[(k-1)T + \tau] + u[(k-2)T + \tau] + \dots + u(\tau). \quad (3.90)$$

Bu ifodaning birinchi hadi $t=0$ daqiqada ulangan va $(k-1)T+\tau$ vaqt davomida ta'sir etadi; ikkinchi hadi $t=T$ dan va $(k-1)T+\tau$ vaqt davomida ta'sir etadi, va h.k.

Oxirgi had $u(\tau)$ esa faqat ko'rilayotgan k -oraliqda ulanadigan ta'sirdir; uning ta'sir etish vaqti τ , ya'ni k -oraliq boshlanishidan o'tgan vaqtga teng.

Ushbu (3.90) shakldagi funksiyani ba'zida pog'ona kengligi T ga teng bo'lgan (3.7-rasmda keltirilgan funksiyaga o'xshash) *pog'onali funksiya* deb ataladi; uni eshelon zvenolari T oraliqda joylashgan *eshelon funksiyasi* deb ham ataladi.

Endi oddiy, lekin muxim teoremani isbotlaymiz.

Agar yagona ta'sir $u_1(t)=u(t)$ uchun reaksiya eksponenta va o'zgarmas qiymatlar yig'indilariga teng bo'lsa

$$f_1(t) = Ae^{-\gamma t} + D, \quad (3.91)$$

u holda k -vaqt oraliq'i uchun $(k-1)T < t < kT$ bo'lganda $u_k(\tau)$ eshelon ta'sirining reaksiyasi quyidagicha yoziladi:

$$f_k(\tau) = A \frac{1 - e^{-k\gamma T}}{1 - e^{-\gamma T}} e^{-\gamma \tau} + kD. \quad (3.92)$$

Buning isboti juda oson. Darhaqiqat, (3.91) berilgan bo'lsa, ikkinchi oraliq, ya'ni $k=2$ uchun quyidagilarni aniqlaymiz

$$f_2(\tau) = A(e^{-\gamma(T+\tau)} + e^{-\gamma \tau}) + 2D = A(e^{-\gamma T} + 1)e^{-\gamma \tau} + 2D$$

va ixtiyoriy k -oraliq uchun esa

$$f_k(\tau) = A(e^{-\gamma(k-1)T} + e^{-\gamma(k-2)T} + \dots + e^{-\gamma T} + 1)e^{-\gamma \tau} + kD. \quad (3.93)$$

Geometrik progressiya k qatorining (dumaloq qavslar ichidagi ifodalar) yig'indisi uchun ma'lum ifodani qo'llab (3.92) ni hosil qilamiz.

Reaksiyaning boshqa oddiy ifodalari uchun ham shunga o'xshash xulosalarga kelish mumkin. Masalan, agar

$$f_1(t) = Ate^{-\gamma t} \quad (3.94)$$

bo'lsa, u holda

$$f_k(\tau) = A \left\{ \frac{1 - e^{-k\gamma\tau}}{1 - e^{-\gamma T}} \tau + \frac{1 - e^{-k\gamma T} (ke^{\gamma T} - k + 1)}{(1 - e^{-\gamma T})^2} T e^{-\gamma\tau} \right\} e^{-\gamma\tau}. \quad (3.95)$$

Xususiyl hol uchun (3.94)da $\gamma = 0$ bo'lganda quyidagi hosil bo'ladi

$$\left. \begin{aligned} f_1(t) &= At \\ f_k(\tau) &= Ak \left(\frac{k-1}{2} T + \tau \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.96)$$

Oxirgi ifodalar f_1 dan f_2 , f_3 va h.k.larga o'tish orqali osongina aniqlanadi.

(3.91)-(3.95) ifodalardagi A va γ o'zgarmas sonlar kompleks qiymatlar bo'lishi mumkin. Bunda, agar izlanuvchi $i_1(t)$ qiymat $f_1(t)$ ning haqiqiy (yoki mavhum) tashkil etuvchisi bo'lsa, u holda $i_k(\tau)$ ni aniqlash uchun $f_k(\tau)$ ifodasida ham faqat haqiqiy (yoki faqat mavhum) qismni olish zarur bo'ladi.

Berilgan $f_1(t)$ ta'sir uchun aniqlangan $f_k(\tau)$ qiymatlar 3.3-jadvalga yig'ilsa, u holda ratsional kasrlar shaklidagi $F_k(p)$ reaksiyaning operator tasvirlari oddiy misollarni yengil yechish imkonini beradi.

Eslatma: τ – vaqt bo'lib, k -zveno boshlanishidan hisoblanadi; T -eshelon ketma-ket zvenolarining vaqt oralig'i (pog'ona kengligi);

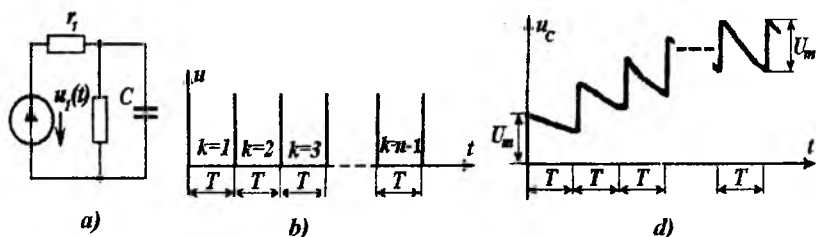
$$\lim_{\gamma T \rightarrow j2\pi} \frac{1 - e^{-k\lambda T}}{1 - e^{-\gamma T}} = k; \quad \lim_{aT \rightarrow j2\pi} \frac{1 - e^{-kaT} + k(1 - e^{aT})e^{-kaT}}{(1 - e^{-aT})^2} = k \frac{k-1}{2}.$$

3.3-jadvalning (6) ifodasi superpozitsiya prinsipining barcha chiziqli tizimlar uchun qo'llanilishi mumkinligini qayta yodga keltiradi.

Misol. 3.8, a-rasmdagi zanjirda generator T (davr) vaqt oralig'ida juda kichik θ kenglikdagi yuqori kuchlanishli U impulsni uzatadi.

Ifodalar №	Birgina ta'sirga reaksiya	Eshelon ta'sir $f_k(\tau)$ ning k -zvenosi uchun reaksiya
(1)	D	kD
(2)	Ae^{-at}	$A = \frac{1 - e^{-kaT}}{1 - e^{-aT}} e^{-a\tau}$
(3)	$\operatorname{Re}(\tilde{A} e^{-\gamma t})$	$\operatorname{Re}\left(\tilde{A} \frac{1 - e^{-k\gamma T}}{1 - e^{-\gamma T}} e^{-\gamma \tau}\right)$
(4)	t	$k\left(\frac{k-1}{2}T + \tau\right)$
(5)	te^{-at}	$\frac{1 - e^{-kaT}}{1 - e^{-aT}} \tau e^{-a\tau} + [1 - e^{-kaT} + k(1 - e^{-aT})e^{-kaT}] \times Te^{-aT} e^{-a\tau}$
(6)	$Af_1(t) + B\varphi_1(t)$	$Af_k(\tau) + B\varphi_k(\tau)$

(Bunda $\theta \ll T$, ya'ni $\theta \ll 1/a$; $1/a$ -zanjirning vaqt doimiysi. Bu impulsni $u = U \cdot \theta \cdot \delta$ deb faraz qilib δ -funksiya orqali ifodalash mumkin (3.8,b-rasm). Sig'imdagi kuchlanishni k - va $(k+1)$ - impulsor oralig'ida aniqlansin.



3.8-rasm. Impulslı ta'sir.

Yechish. Birgina impuls ta'sir etayotganda sig'imdagi kuchlanishning operator shaklidagi qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$U_{C1}(p) = U_m / (p + a),$$

bunda $U_m = U\theta/r_1C$ va $a = (r_1 + r_2)/r_1r_2C$.

Bu operator qiymatga quyidagi vaqt funksiyasi mos keladi

$$u_{C1}(t) = Ue^{-at}.$$

Demak, impulslar ketma-ketligi ta'siri natijasida k -oraliq uchun (k impulslar ta'siridan so'ng) kondensator kuchlanishi quyidagicha bo'ladi

$$u_{Ck}(\tau) = U_m \frac{1 - e^{-kaT}}{1 - e^{-aT}} e^{-a\tau}.$$

3.8, d -rasmda ushbu kuchlanishning grafik tasviri keltirilgan. Aniqlangan ifodadan va 3.8, d -rasmdan ko'rinadiki, har bir navbatdagi impuls ta'sirida kuchlanish aynan U_m qiymatga ortadi.

Ko'p sonli impulslar ta'siri natijasida sig'imda hosil bo'layotgan kuchlanishning maksimal qiymatini oson aniqlash mumkin; bunda $kaT \gg 1$ deb va demak, $e^{-kaT} \ll 1$ deb qabul qilamiz; impulsning boshida ($\tau = 0$)

$$\lim_{k \rightarrow \infty} u_{Ck}(0) = U_m / (1 - e^{-aT}).$$

Bunda, vaqtning ixtiyoriy oralig'i T da sig'im aynan U_m ga teng bo'lgan qiymatga razryadlanadi.

Zanjirda $k \gg 1/aT$ dan boshlab davriy barqarorlashgan jarayon boshlanadi, deb hisoblasa bo'ladi.

3.8, b -rasmdagi bir qator impulslar tebranish konturiga ta'sirida, uning reaksiyasi impulslar davri T bilan xususiy tebranishlar davri T_0 orasidagi farqqa bog'liq bo'ladi.

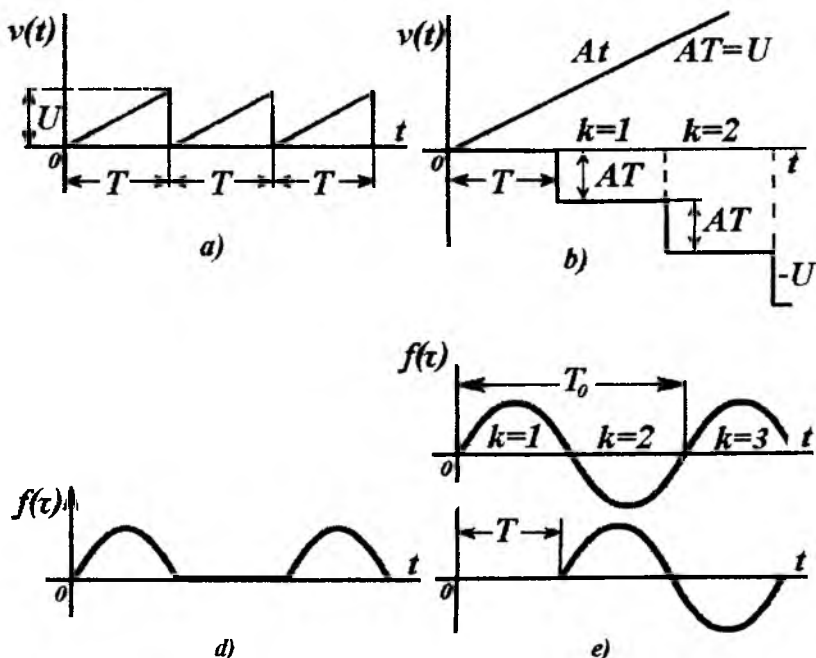
Davriy nosinusoidal ta'sir. Yuqorida ko'rilgan nosinusoidal ta'sirni Fure qatoriga tarqatib zanjirning reaksiyasini aniqlash usuliga nisbatan quyida o'rganiladigan usul nihoyatda sodda va aniq natija beradi.

3.9-rasmda ikki davriy funksiyalar berilgan. Ulardan birinchisi arrasimon (3.9. a -rasm); u ikki qiymatlar - *takrorlanmaydigan* (davriy bo'lmagan) funksiya $f_0(t) = U/tT = At$ hamda oraliq kengligi T bo'lgan (bunda birinchi pog'onasi $t=T$ da paydo bo'ladi) o'zgarmas ta'sirlar $f(\tau) = -U$ (3.9. b -rasm) eshelonining ayirmasi sifatida hosil bo'ladi.

Ikkinchi funksiya sinusoidal tokni bitta yarim davrli to'g'rilagich orqali o'tkazilganda hosil bo'ladi (3.9. d -rasm). U oralig'i $T = T_0/2$ (bunda $T_0 = 2\pi/\omega_0$ sinusoida davri) bo'lgan sinusoidalar esheloni $f(\tau) = U_m \sin \omega \tau$ (3.9. e -rasm) sifatida tasvirlanishi mumkin.

Amplituda bo'yicha modulyasiyalangan ta'sirlar esheloni.

Yuqorida bayon qilingan usullar, T vaqt oraliq'ida ketma-ket keluvchi va tartib raqamiga ko'ra ma'lum bog'lanishdagi funksiyalar ta'sirlarida bo'lgan zanjirlar uchun ham tatbiq etilishi mumkin.



3.9-rasm. Ikki davriy funksiyalar:

a) arrasimon funksiya; b) davriy bo'lmagan funksiya; d) tokni bitta yarim davrli to'g'rilanishi; e) sinusoidalar esheloni.

Soddalashtirilgan holatda bu bog'lanish tartib raqami n ga bog'liq bo'lgan qo'shimcha ko'patma a_n sifatida keltirilishi mumkin.

Vaqt oraliq'i T da takrorlanuvchi δ -funksiyalar eshelonini (ulardan har biri $a_n A$ ga ko'paytirilish sharti bilan) modulyatsiyalangan δ -funksiyasi esheloni deb ataladi; bunday eshelon $bT = 0,25$ va $cT = 0,5$ bo'lgandagi

$$a_n = e^{-nbT} - e^{-ncT} \quad (3.97)$$

uchun 3.10-rasmda sxematik shakli keltirilgan.

Ushbu tahlilda modulyatsiyalangan eshelon ta'sirga zanjirning reaksiyasini aniqlash uchun hisoblash ifodalarini keltirib chiqarish bilan cheklanamiz:

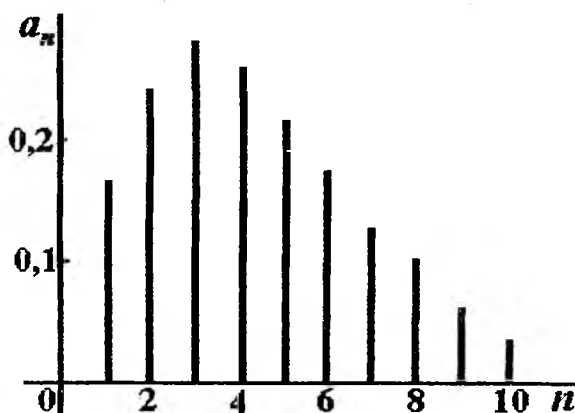
1) eksponenta va konstanta yig'indilari sifatida tasvirlangan yagona ta'sir uchun reaksiya

$$f(t) = a_n (Be^{-nt} + D), \quad (3.98)$$

bunda a_n - modulyatsiyalovchi ko'paytuvchi;

2) eshelon eksponenta bilan modulyatsiyalangan, ya'ni har bir n -raqamli ta'sir faqat birgina eksponensial ko'paytuvchisi bilan farqlanuvchi funksiyalar bilan ifodalangan.

Boshqacha qilib aytganda, agar birinchi ta'sir $t > 0$ da $v(t)$ bilan ifodalansa, ikkinchi ta'sir $t=T$ onda sodir bo'lib $a_1 v(t-T)$ kabi o'zgarsa, uchinchi $a_2 v(t-2T)$ va h.k. funksiya bilan ifodalanadi.



3.10-rasm. Modulyatsiyalangan δ -funksiyasi.

Ularni keltirib chiqarish oson: agar birinchi $0 < t < T$ vaqt oralig'ida reaksiya

$$F_1(\tau) = Be^{j\tau} + D \quad (3.99)$$

bo'lsa, bunda τ -interval boshidan hisoblanadi;

unda ikkinchi vaqt oralig'i $T < t < 2T$ da to'la reaksiya quyidagicha bo'ladi

$$F_2(\tau) = Be^{-\gamma(\tau+T)} + D + e^{-bT}(Be^{-\gamma\tau} + D) \quad (3.100)$$

Bunda vaqt τ ikkinchi interval boshidan hisoblanadi, shuning uchun birinchi ta'sirdan hosil bo'lgan reaksiya uchun vaqt $t=T+\tau$, biroq ikkinchi ta'sirdan paydo bo'lgan reaksiya uchun esa vaqt τ ga teng. Bundan tashqari, ikkinchi ta'sirdan hosil bo'lgan reaksiya ifodasi oldida e^{-bT} ko'paytuvchi mavjud, chunki ikkinchi ta'sir birinchisidan aynan shu qiymat marta farq qiladi: chiziqli zanjirlarda reaksiya ham aynan shuncha martaga farq qiladi.

To'liq reaksiya k -intervalda $(k-1)T < t < kT$ quyidagi yig'indi sifatida ifodalanadi

$$F_k(\tau) = Be^{-\gamma(\tau-(k-1)T)} + D + e^{-bT}(Be^{-\gamma(\tau+(k-2)T)} + D) + \\ + e^{-2bT}(Be^{-\gamma(\tau+(k-3)T)} + D) + \dots \\ + e^{-(k-2)bT}(Be^{-\gamma(\tau+T)} + D) + e^{-(k-1)bT}(Be^{-\gamma\tau} + D), \quad (3.101)$$

bu yerda ham τ vaqt k -interval boshidan boshlanadi.

Ushbu ifodada, agar umumiy ko'paytuvchi $e^{-\gamma\tau}e^{-(k-1)bT}$ ni qavsdan chiqarsak va D oldidagi ko'paytuvchilarni guruhlasak, geometrik progressiyani ajratib olamiz.

Natijada quyidagilarni hosil qilamiz:

$$F_k(\tau) = Be^{-(k-1)bT} [I + e^{(b-\gamma)T} + \dots + e^{(k-1)(b-\gamma)T}] e^{-\gamma\tau} + D [I + e^{-bT} + \dots + e^{-(k-1)bT}].$$

To'g'ri burchakli qavslar ichidagi geometrik progressiyalar yig'indisini quyidagicha yozsa bo'ladi

$$F_k(\tau) = Be^{-(k-1)bT} \frac{1 - e^{k(b-\gamma)T}}{1 - e^{(b-\gamma)T}} e^{-\gamma\tau} + D \frac{1 - e^{-kbT}}{1 - e^{-bT}},$$

yoki oddiy o'zgartirishlardan so'ng quyidagilarni hosil qilamiz

$$F_k(\tau) = B \frac{e^{-kb\tau} - e^{-k\gamma\tau}}{e^{-b\tau} - e^{-\gamma\tau}} e^{-\gamma\tau} + D \frac{1 - e^{-kb\tau}}{1 - e^{-b\tau}}. \quad (3.102)$$

Reaksiya ikki eksponentadan iborat bo'lganda ham, modulyatsiya eksponentalar yig'indisi yoki ayirmasi bo'lganda ham superpozitsiya usulini qo'llab hisoblashni yuqorida ko'rsatilganidek, olib borish mumkin. Demak, eshelonning garmonik modulyatsiyasida ham b ildizni kompleks son deb qabul qilib, shu tengliklardan foydalanib reaksiyani aniqlash mumkin. Bunda, albatta, masalaning mohiyatiga ko'ra, yechimning haqiqiy (yoki mavhum) qismini qabul qilib, zarur bo'lgan algebraik o'zgartirishlarni kiritish kerak.

IV-bob. CHIZIQLI ELEKTR ZANJIRLARIDA O'TKINCHI JARAYON TAHLILINING VAQT USULI

4.1. Elektr zanjirlariga impulsning ta'sirlari

O'tkinchi jarayonlarni hisoblashning klassik va operator usullarini tashqi ta'sir shakli sodda bo'lganda qo'llash qulaydir. Ammo axborot tizimlarida aksariyat uchraydigan, vaqt bo'yicha murakkab qonun bilan o'zgaradigan tashqi ta'sirlar uchun bu usullarni amalda qo'llash kutilgan natijalarni bermaydi.

Murakkab shaklga ega bo'lgan tashqi ta'sirli elektr zanjirlarining o'tkinchi jarayonlarini tahlil qilishda superpozitsiya (ustlash) usulini qo'llash qulayliklarga olib keladi. Bunday usul faqat nolli boshlang'ich sharti bo'lgan chiziqli zanjirlarda qo'llanishi mumkin.

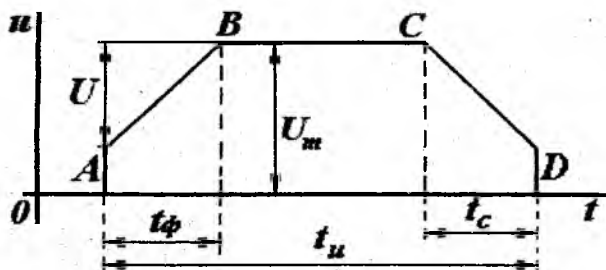
Masalan, murakkab shakldagi signalni elementar signallarning yig'indisi sifatida tasvirlash mumkin bo'lgan hollarda, hamda zanjir kirishidagi bu elementar signallar ta'sirining zanjir chiqishidagi reaksiyasi qandaydir bir yo'l bilan aniqlash mumkin bo'lgan hollarda, qo'yilgan masalaning yechimi shunday reaksiyalarning oddiy yig'indisini aniqlash bilan bajariladi.

Cheklangan vaqt oralig'ida kuchlanish yoki tokning birlamchi qiymatidan og'ishi elektr impulsi deyiladi (4.1-rasm).

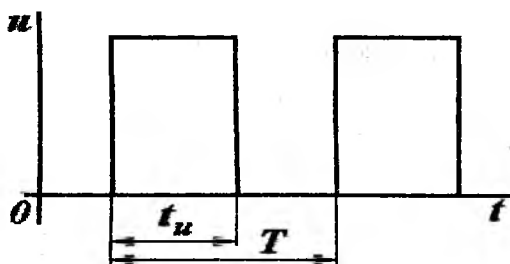
Kuchlanishning berilgan qiymatidan og'ishi ko'riladigan AV qismi-*impulsning fronti* deyiladi. Kuchlanishning berilgan qiymatiga qaytishi kuzatiladigan SD qismi-*impulsning qirgimi* deyiladi. Impulsning VS qismi-*impuls cho'qqisi* deyiladi; AD qismi-*impuls asosi*; U_m - *impuls amplitudasi*; t_u - *impuls kengligi*; t_ϕ - *front kengligi*; t_q - *qirgim kengligi* deyiladi.

Ketma-ket tarqaluvchi impuls, *impuls ketma-ketligi* deb ataladi (4.2-rasm). Oniy qiymatlari bir xil T vaqt oralig'ida takrorlanuvchi impuls ketma-ketligi *impulsning davriy ketma-ketligi* deyiladi. Bunda T - *impulsning takrorlanish davri*; $f = 1/T$ -

impulslar takrorlanish chastotasi; $Q = T/t_u$ - *impulslarning zichligi* deyiladi.



4.1-rasm. Elektr impulsi.



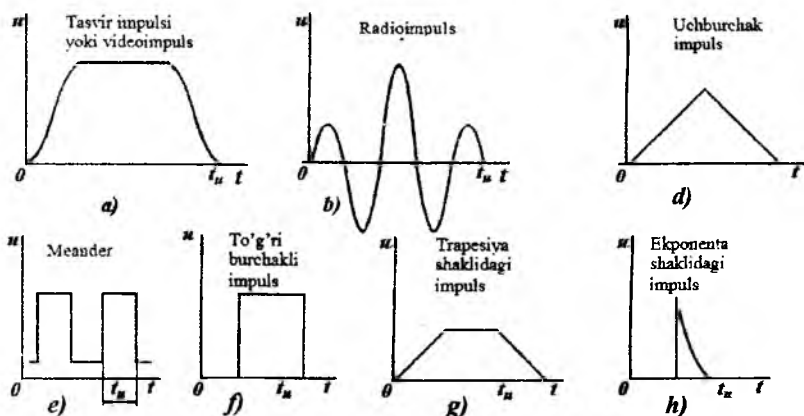
4.2-rasm. Impulslar ketma-ketligi.

Telekommunikatsiya tizimlarida ko‘plab uchraydigan impulslar shakllari 4.3-rasmda keltirilgan.

«Tasvir impulsi» yoki «videoimpuls» atamasining ishlatilishiga sabab shu bo‘ldiki, bunday impuls birinchi marta televidenie texnikasida qo‘llanilgan.

Superpozitsiya usulini qo‘llaganda signalning standart shakli sifatida odatda birlik signali yoki ulanish signali (birlik pog‘ona signali) ishlatiladi.

Birlik pog‘ona signali deb shunday kuchlanish yoki tok signaliga aytiladiki, unda ixtiyoriy $t < 0$ bo‘lganda signalning qiymati nolga teng, $t \geq 0$ bo‘lganda esa 1 ga teng bo‘ladi.



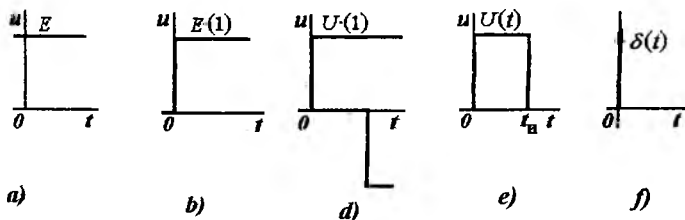
4.3-rasm. Impulslarning shakllari.

$$\begin{cases} t < 0 \text{ bo'lganda } 1(t) = 0 \\ 1(t) = 1 \text{ bo'lganda } 1(t) = 1. \end{cases}$$

Birlik pog'ona signali yordamida elektr zanjiridagi vaqtning biror onidan boshlanadigan ixtiyoriy signallarni tasvirlash mumkin. Masalan, agar $U = \text{const}$ bo'lsa, u holda $U \cdot 1(t)$ ko'paytma ulanish kuchlanishi (4.4, a va b-rasmlar) deyiladi.

$$\begin{cases} t < 0 \text{ bo'lganda, } 0, \\ U \cdot 1(t) = t \geq 0 \text{ bo'lganda, } U. \end{cases}$$

bunda U – pog'onaning balandligi.



4.4-rasm. Birlik pog'onali signallar:

- a) bir pog'anali signal; b) bir pog'anali signalni $U \cdot 1(t)$ ulash;
 d) ikki pog'onasimon funksiyani; e) to'g'ri burchakli impuls;
 f) argumentning noldan farqli bo'lgan δ -funksiya.

Elektr zanjirlariga ta'sir etuvchi barcha signallar vaqtning aniq bir onida sodir bo'lishini e'tiborga olsak, bu signallarni tasvir etuvchi matematik ifodalarning barchasida, aniqlik uchun, $1(t)$ ko'paytmani kiritishimiz shart. Biroq, ifodaning yozilishini soddalashtirish maqsadida birlik funksiyani tushirib qoldiriladi.

Ikki pog'onasimon funksiyani qo'shish yordamida davomiyligi t_u ga teng bo'lgan to'g'ri burchakli impulsni hosil qilish mumkin (4.4, d va e -rasmlar)

$$U(t) = U \cdot 1(t) - U \cdot 1(t - t_u).$$

Birlik impuls funksiyasi yoki **Dirak funksiyasi**, uni ba'zan δ -funksiya ham deb ataydilar.

Dirak funksiyasi fizik jihatdan amalga oshirib bo'lmaydigan matematik «hayoliy» funksiya bo'lib, juda qiziqarli xususiyatga ega va nazariy tadqiqotlarda muhim ahamiyatlidir.

Argumentning noldan farqli bo'lgan barcha qiymatlarida δ -funksiya nolga teng va $t=0$ nuqtada cheksiz katta qiymatga teng (4.4, f -rasm). Elektr zanjirlari nazariyasida bu funksiya quyidagi tenglama bilan ifodalanadi

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \infty, & t = 0 \\ 0, & t > 0 \end{cases} \quad \text{bo'lganda,} \quad (4.1)$$

Shunday qilib, δ -funksiya yoki δ -impuls yoki Dirak funksiyasi deb shunday signalga aytiladiki, uning amplitudasi cheksiz katta, davomiyligi cheksiz kichik va uning yuzasi birga teng

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

$\delta(t)$ – argumentning juft funksiyasidir, ya'ni $\delta(-t) = \delta(+t)$.

δ -funksiyaning qiziqarliligi shundaki, u *filtrlash xususiyatiga* ega

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) f(t) dt = f(t_0), \quad (4.2)$$

bunda $f(t)$ – uzluksiz funksiya.

δ -funksiya birlik funksiyadan vaqt bo'yicha olingan hosilaga teng

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}.$$

Eslatma: δ -funksiyaning o'lchov birligi vaqt T o'lchov birligi (masalan s.)ga teskaridir (s^{-1})

$$[\delta(t)] = T^{-1} = s^{-1}.$$

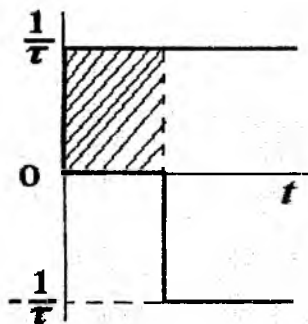
4.2. Elektr zanjirlarining o'tkinchi va impuls tavsiflari

O'tkinchi jarayonlarni hisoblashning vaqt usuli asosida zanjirning o'tkinchi va impuls tavsiflari yotadi. *O'tkinchi tavsif deb zanjir kirishiga birlik funksiya (4.1) shaklidagi ta'sirga nisbatan zanjirning reaksiyasiga aytiladi.* Zanjirning o'tkinchi tavsifi $g(t)$ bilan belgilanadi.

Impuls tavsifi deb zanjir kirishiga birlik impuls funksiyasi (δ -funksiya) shaklidagi (4.2) ta'sirga nisbatan zanjirning reaksiyasiga aytiladi. Impuls tavsif $h(t)$ bilan belgilanadi. Bunda, $g(t)$ va $h(t)$ zanjirdagi nolli boshlang'ich shartlardan aniqlanadi. Reaksiyaning turi va ta'sirning turiga ko'ra (tok yoki kuchlanish) o'tkinchi va impuls tavsiflari o'lchamsiz (agar ta'sir va reaksiya faqat kuchlanish yoki faqat tokdan iborat bo'lsa) yoki A/V (ta'sir-tok, reaksiya-kuchlanish) yoki V/A (kuchlanish va tok) bo'lishi mumkin.

O'tkinchi va impuls tavsiflari tushunchalarini qo'llash natijasida zanjirlardagi hisoblash murakkab bo'lgan ixtiyoriy shakldagi nodavriy signallar ta'sirini birlik $1(t)$ yoki impuls $\delta(t)$ funksiyalarining zanjirga ta'siri natijasidagi zanjir reaksiyasini aniqlash bilan almashiriladi; bunda berilgan murakkab ta'sir $1(t)$ yoki $\delta(t)$ bilan aproksimatsiyalanadi. Chiziqli zanjirning natijaviy ta'siri (superpozitsiya usulini qo'llab) elementar $1(t)$ yoki $\delta(t)$ ta'sirlarga zanjir reaksiyalarining yig'indisi sifatida aniqlanadi.

Chiziqli passiv zanjirning o'tkinchi $g(t)$ va impuls $h(t)$ tavsiflari orasida muayyan bog'lanish mavjud. Bu bog'lanishni aniqlash uchun keltirilgan birlik funksiya bir-biridan τ vaqtga siljirilgan (4.5-rasmga qarang) birlik funksiyalari ayirmalarining limiti deb qarash lozim



4.5-rasm. Impuls tavsifi

$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{l(t) - l(t - \tau)}{\tau} = \frac{d}{dt} l(t) = l'(t), \quad (4.3)$$

ya'ni birlik impuls funksiyasi birlik funksiyaning hosilasiga teng. Ko'rilayotgan zanjir chiziqli deb faraz qilinganligi uchun, (4.3) bog'lanish zanjirining impuls va o'tkinchi reaksiyalari uchun ham saqlanib qoladi

$$h(t) = \frac{dg(t)}{dt} = g'(t) \quad (4.4)$$

ya'ni impuls tavsif o'tkinchi tavsifning hosilasiga teng bo'ladi.

Bu (4.4) tenglama $g(0) = 0$ (zanjirning nolli boshlang'ich shartlari) vaziyati uchun jo'yalidir. Agar $g(0 \neq 0)$ bo'lsa, $g(t)$ ni $g(t) = g_1(t) + g(0) \cdot l(t)$ shaklida ifodalab [bunda $g_1(0) = 0$], ushbu holat uchun bog'lanish tenglamasini aniqlaymiz

$$h(t) = g'(t) = g_1'(t) + g(0)\delta(t) \quad (4.5)$$

Zanjirning o'tkinchi va impuls tavsiflarini aniqlash uchun yuqorida ko'rilgan klassik yoki operator usullarini ham qo'llash mumkin. Klassik usulning mohiyati shundaki, uning yordamida birlik $l(t)$ yoki impuls $\delta(t)$ funksiyalar shaklidagi ta'sirlarning zanjirdagi vaqt bo'yicha reaksiyasi aniqlanadi.

Aksariyat, klassik usul yordamida o'tkinchi $g(t)$ tavsifni aniqlash qulaydir; impuls tavsif $h(t)$ ni esa (4.4) va (4.5) tenglamalar vaqtning $t=0$ onida kuchlanish manbai $U_1 = 1V$ ga ulanishdagi yoki operator usuli yordamida aniqlash qulaydir.

Misol. Klassik usul yordamida 4.6-rasmda keltirilgan sxema uchun kuchlanish bo'yicha o'tkinchi tavsifini aniqlang. Ushbu zanjir uchun sig'imdagi kuchlanish bunga mos bo'ladi

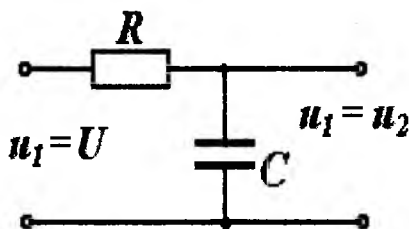
$$g_u(t) = u_N(t) \Big|_{U_1=U(t)}$$

Sig'imdagi kuchlanishning o'zgarish qonuni $U_C(t) = U(1 - e^{-t/\tau})$ ifodada $U=1$ V ni qo'yib aniqlanadi

$$g_u(t) = 1 - e^{-t/\tau}$$

O'tkinchi $g_u(t)$ va impuls $h(t)$ tavsiflar operator usul yordamida hisoblanganda $1(t)$ va $\delta(t)$ funksiyalardan va o'tkinchi jarayonlarni hisoblash usulidan foydalaniladi.

Misol. Operator usuli yordamida 4.6-rasmda keltirilgan RC-zanjir uchun $g_u(t)$ o'tkinchi tavsifini hisoblang. Ushbu zanjir uchun operator shaklidagi Om qonuni asosida quyidagilarni yozish mumkin



4.6-rasm. RC-zanjir.

$$g_u(t) \doteq U_N(p) \Big|_{U_1(p)=Up} = I(p) \frac{1}{pC}$$

bunda
$$I(p) = \frac{U_1(p)}{Z(p)} = \frac{1}{p(R + 1/pC)} = \frac{C}{RCp + 1} \quad (4.6)$$

Shu sababli
$$U_C(p) = \frac{1}{p(RCp + 1)}.$$

Bundan
$$U_C(p) \doteq g_u(t) = 1 - e^{-t/\tau}, \quad (4.7)$$

ya'ni klassik usul bilan hisoblangandagi natijani olamiz.

Shuni ta'kidlash zarurki, (4.6) tenglikdagi $I(p)$ qiymat son jihatdan o'tkinchi o'tkazuvchanlikka teng. Impuls tavsifining shunga o'xshash ifodasi esa son jihatdan operator o'tkazuvchanligiga teng.

$$h_r(t) \doteq I(p) \Big|_{U(t,p)=1} = \frac{1}{Z(p)} = Y(p).$$

Masalan, 4.6-rasmdagi RC-zanjir uchun quyidagini hosil qilamiz

$$h_r(t) \doteq Y(p) = \frac{1}{Z(p)} = \frac{1}{R+1/pC} = \frac{pC}{RCp+1}.$$

$Y(p)$ uchun yoyish (ajratish) teoremasini tatbiq etib quyidagini hosil qilamiz

$$h_r(t) = -\frac{1}{R^2C} e^{-t/\tau}. \quad (4.8)$$

Shuni ta'kidlash zarurki, (4.8) bog'lanish birlik impuls ta'siridagi zanjir reaksiyasining erkin tashkil etuvchisini ifodalaydi. Umumiy holda, zanjirning reaksiyasi tarkibida, erkin rejimning eksponensial tashkil etuvchilaridan tashqari, birlik impulsning $t=0$ dagi ta'sirini aks ettiruvchi impuls tashkil etuvchisi ham mavjud bo'ladi. Darhaqiqat, agar 4.6-rasmdagi RC-zanjir uchun $U=1(t)$ bo'lgandagi tok bo'yicha o'tkinchi tavsifiga muvofiq

$$g_r(t) = \frac{1}{R} e^{-t/\tau} \cdot 1(t) \quad (4.9)$$

ekanligini e'tiborga olsak, (4.9) ni (4.4) ga ko'ra differensiallangandan so'ng RC-zanjirning $h_i(t)$ impuls tavsifini quyidagi shaklda hosil qilamiz

$$h_i(t) = \frac{1}{R} 1'(t) - \frac{1}{R^2C} e^{-t/\tau} = \frac{1}{R} \delta(t) - \frac{1}{R^2C} e^{-t/\tau}, \quad (4.10)$$

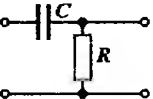
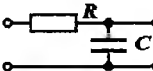
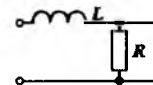
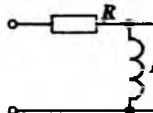
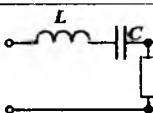
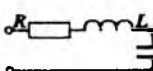
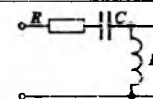
ya'ni, $h_i(t)$ reaksiya ikki tashkil etuvchi - impuls va eksponensial tashkil etuvchidan iborat bo'ladi.

(4.10)dagi birinchi tashkil etuvchining fizik mazmuni shuni anglatadiki, zanjirga $t=0$ onda $\delta(t)$ impuls kuchlanishning ta'siri natijasida, zaryadlovchi tok bir onda o'zining cheksiz katta miqdoriga erishadi. Bunda vaqtning 0_- onidan 0_+ onigacha bo'lgan oralig'ida sig'im elementiga cheklangan zaryad yetkaziladi va uning kuchlanishi sakrab $1/RC$ gacha o'zgaradi. Ikkinchi tashkil etuvchisi zanjirda $t > 0$ vaqtdagi erkin jarayonni aniqlaydi va $\tau = RC$ vaqt

doimiysi bilan kondensatorning kirish qisqa tutashuvidagi razryadlanishidan hosil bo‘ladi (chunki $t > 0$ bo‘lganda, $\delta(t) = 0$, bu esa kirishning qisqa tutashuvini anglatadi). Bundan shuni anglash mumkinki, RC -zanjirga $\delta(t)$ -impuls ta’siri natijasida sig‘imning uzluksiz zaryadlanishi (kommutatsiyaning ikkinchi qonuni) buziladi. Shunga o‘xshash, induktivligi bo‘lgan zanjirga $\delta(t)$ turdagi kuchlanish berilganda induktivlikdan tokning oqishi uzluksizligi (kommutatsiyaning ikkinchi qonuni) buziladi.

4.1-jadvalda birinchi va ikkinchi tartibli zanjirlar uchun kuchlanish va tok bo‘yicha o‘tkinchi va impuls tavsiflarining ifodalari keltirilgan.

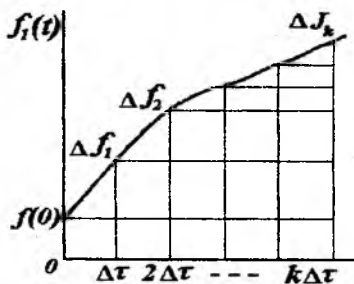
4.1 jadval

Sxema	O‘tkinchi tavsif $g_u(t)$	Impuls tavsif $h_u(t)$
	e^{pt}	$\delta(t) + pe^{pt}$
	$1 - e^{pt}$	$-pe^{pt}$
	$-e^{pt}$	$-pe^{pt}$
	e^{pt}	$\delta(t) + pe^{pt}$
	$\frac{R}{L(p_1 - p_2)}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$	$-\frac{R}{L(p_1 - p_2)}(p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t})$
	$1 - \frac{R}{p_1 - p_2}(p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t})$	$-\frac{p_1 p_2}{p_1 - p_2}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$
	$\frac{1}{p_1 - p_2}(p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t})$	$\delta(t) + \frac{1}{p_1 - p_2}(p_1^2 e^{p_1 t} - p_2^2 e^{p_2 t})$

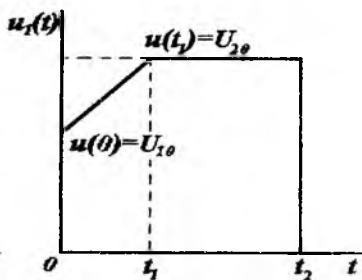
4.3. Dyumel integrali

Agar ta'sir etuvchi $f_1(t)$ funksiyani bir-biridan o'zaro $\Delta\tau$ vaqtga siljirilgan (4.7,a-rasm) birlik funksiyalari yordamida approksimatsiyalansa, Dyumel integralini hosil qilish mumkin. Har bir pog'ona ta'sirga zanjirning reaksiyasi $f_2(t)$ quyidagicha aniqlanadi.

$$\left. \begin{aligned} f_2(0) &= f_1(0)g(t) \\ f_2(\Delta\tau) &= \Delta f_1 g(t-\Delta\tau) \\ &\dots\dots\dots \\ f_2(k\Delta\tau) &= \Delta f_k g(t-k\Delta\tau) \end{aligned} \right\}$$



a)



b)

4.7-rasm. Dyumel integrali:

a) birlik funksiyani approksimatsiyalash; b) kuchlanish o'zgarishi.

Pog'onali ta'sirlar tizimiga zanjirning natijaviy reaksiyasi superpozitsiya prinsipidan aniqlanadi

$$f_2(t) = f_2(0) + \sum_{k=1}^n f_2(k\Delta\tau) = f_1(0)g(t) + \sum_{k=1}^n \Delta f_k g(t-k\Delta\tau),$$

bunda n - ta'sirning $0-t$ gacha bo'lgan vaqt oralig'idagi approksimatsiya-lanuvchi qismlarining soni; yig'indi belgisining ichidagi miqdorni $\Delta\tau$ ga alohida ko'paytirib va bo'lib, so'ngra $\Delta\tau \rightarrow 0$ da

$k\Delta\tau \rightarrow \tau$ ekanligini e'tiborga olib, Dyumel integralining shakllaridan birini hosil qilishimiz mumkin.

$$f_2(t) = f_1(0)g(t) + \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n \frac{\Delta f_k}{\Delta\tau} g(t - k\Delta\tau)\Delta\tau = f_1(0)g(t) + \int_0^t f_1'(\tau)g(t - \tau)d\tau. \quad (4.11)$$

Hosil qilingan tenglama berilgan ta'sirga zanjirning reaksiyasini aks ettiradi, chunki $\Delta\tau \rightarrow 0$ bo'lganda aproksimatsiyalanayotgan funktsiya berilgan funktsiyaga intiladi.

Dyumel integralining ikkinchi shaklini ustlash (jamlash) teoremasi yordamida aniqlanishi mumkin.

$$f_2(t) = f_1(0)g(t) + \int_0^t f_1'(t - \tau)g(\tau)d\tau. \quad (4.12)$$

Nihoyat, (4.11) va (4.12) tenglamalarning alohida tashkil etuvchilarini integrallab, Dyumel integralining uchinchi va to'rtinchi ko'rinishlarini aniqlash mumkin.

$$f_2(t) = f_1(t)g(0) + \int_0^t f_1(\tau)g'(t - \tau)d\tau; \quad (4.13)$$

$$f_2(t) = f_1(t)g(0) + \int_0^t f_1(t - \tau)g'(\tau)d\tau. \quad (4.14)$$

Dyumel integralining u yoki bu shakllaridan birini qo'llash integral ostidagi ifodani hisoblashning qulayligi va soddaligi bilan aniqlanadi.

Misol. Dyumel integrali (4.11) yordamida 4.7,b-rasmda tasvirlangan kuchlanishga nisbatan sxemasi 4.6-rasmda tasvirlangan zanjir reaksiyasini aniqlaymiz. Ushbu zanjirning o'tkinchi tavsifi quyidagicha ifodalanadi:

$$g_u(t) = 1 - e^{-t/RC}.$$

O'tkinchi funktsiyani aniqlaganimizdan so'ng, integrallash bo'laklarining sonini hisoblaymiz. Bu bo'laklarda funktsiya uzluksiz va differensiallanuvchi bo'lishi shart. Bu bo'laklardagi $U_1(\tau)$ qiymatlarini aniqlaymiz. Ko'rilyotgan ta'sir uchun bunday bo'laklar

$$0 \leq t < t_1; \quad t \leq t < t_2 \text{ va } t_2 \leq t < \infty.$$

Uchinchi bo'lakni kiritishning zarurati shu bilan tushuntiriladiki, zanjirda o'tkinchi jarayonlar tufayli kirish ta'sirining yo'qolishiga

qaramay, zanjirda qoldiq reaksiya mavjud bo'ladi. Ajratilgan bo'laklarning har biri uchun, undan avvalgi bo'lak reaksiyasini e'tiborga olib, (4.11) tenglamani yozamiz: $0 \leq t < t_1$ bo'lakda

$$u_2(t) = U_{10} g_u(t) + \int_0^t u'_1(\tau) g_u(t-\tau) d\tau = \left[U_{10} - \frac{(U_{20} - U_{10})}{t_1} RC \right] + \frac{(U_{20} - U_{10})}{t_1} t + \left[\frac{(U_{20} - U_{10})}{t_1} RC - U_{10} \right] e^{-t/RC}$$

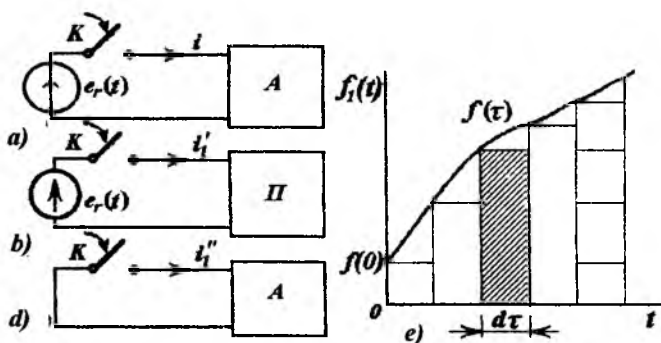
$t_1 \leq t < t_2$ bo'lakda

$$u_2(t) = U_{10} g_u(t) + \int_0^{t_1} u'_1(\tau) g_u(t-\tau) d\tau = U_{20} + \left[\frac{U_{20} - U_{10}}{t_1} RC (1 - e^{-t_1/RC}) + U_{10} \right] e^{-t/RC};$$

$t_2 \leq t < \infty$ bo'lakda

$$u_2(t) = U_{10} g_u(t) + \int_0^{t_1} u'_1(\tau) g_u(t-\tau) d\tau - U_{20} g_u(t-t_2) = \left[\frac{U_{20} - U_{10}}{t_1} RC (1 - e^{-t_1/RC}) + U_{20} e^{t_2/RC} - U_{01} \right] e^{-t/RC}.$$

Agar ta'sir aktiv zanjirga o'rnatilgan bo'lsa (4.8, a-rasm), o'tkinchi jarayonlarni hisoblashni superpozitsiya usulini qo'llab bajarish mumkin. Bunda, avvaliga hisoblash passiv zanjir uchun (4.8, b-rasm) Dyumel integrali yordamida olib boriladi. So'ngra, klassik yoki operator usuli yordamida ko'rilyotgan shahobchanning aktiv ikkiqutublikka (4.8, d-rasm) ulanishning reaksiyasi aniqlanadi.



4.8-rasm. Aktiv ikkiqutublikka ulanish.

Natijaviy reaksiya har bir reaksiyalarning yig'indisi sifatida $i = i' + i''$ aniqlanadi.

4.4. Ustlash (jamlash) integrali

Ustlash integrali yordamida zanjirning reaksiyasini aniqlashda zanjirning impuls $h(t)$ tavsifi ishlatiladi; ustlash integralining umumiy ifodasini aniqlash uchun $f_1(t)$ kirish signalining davomiyligi $d\tau$, amplitudasi $f_1(\tau)$ va yuzasi $f_1(\tau) \cdot d\tau$ (4.8, e-rasm) bo'lgan birlik impulslari tizimi yordamida approksimatsiyalaymiz. Har bir birlik impuls uchun zanjirning chiqish reaksiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$df_2(t) = f_1(\tau)h(t-\tau)d\tau.$$

Ustlash prinsipini qo'llab, birlik impulslar tizimiga nisbatan zanjirning natijaviy reaksiyasini hisoblash mumkin.

$$f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_0^t f_1(t-\tau)h(\tau)d\tau. \quad (4.15)$$

(4.15) ifoda *ustlash integrali* nomini olgan. Bu tenglikni $f_1(t)$ va $h(t)$ tasvirlarga o'rama teoremasini bevosita qo'llash natijasida ham hosil qilish mumkin.

Dyuamel integrali bilan ustlash integrali orasida zanjirning impuls $h(t)$ va o'tkinchi $g(t)$ tavsiflaridan aniqlanadigan sodda bog'lanish mavjud. Masalan, (4.5)dan $h(t)$ ning qiymatini $\delta(t)$ – funksiyaning filtrlovchi xususiyatini (4.2) e'tiborga olib (4.15) ifodaga qo'ysak, (4.14) shakldagi Dyumel integralini hosil qilamiz.

Misol. RC-zanjir kirishiga (4.6-rasm) pog'onali kuchlanish U_1 ulangan. Ustlash (4.15) va Dyumel (4.14) integrallarini qo'llab zanjirning chiqishidagi reaksiyasini hisoblang.

Ushbu zanjirning impulstavsifi (4.1-jadvalga qarang) $h_u(t) = \frac{1}{RC}e^{-t/RC}$. Shuning uchun, $h_u(t-\tau) = \frac{1}{RC}e^{-(t-\tau)/RC}$ ni (4.14) ifodaga qo'ysak, quyidagini hosil qilamiz

$$u_2(t) = \frac{U_1}{RC} \int_0^t e^{-(t-\tau)/RC} d\tau = U_1(1 - e^{-t/RC}).$$

Shunga o'xshash natijani ushbu zanjirning o'tkinchi funksiyasi va Dyumel integralini qo'llab hosil qilish ham mumkin

$$u_2(t) = U_1 g_u(t) = U_1(1 - e^{-t/RC}).$$

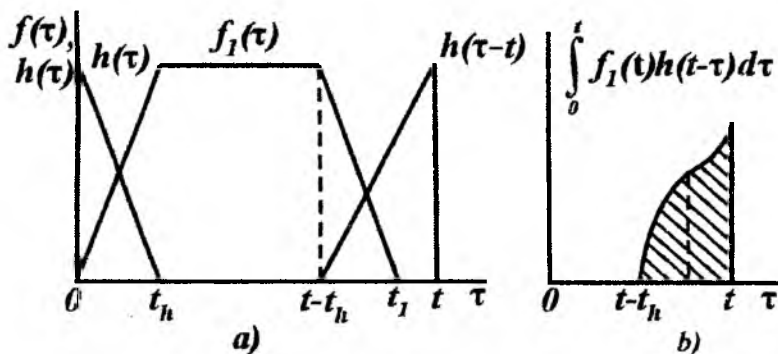
Agar ta'sir etish boshlanish oni vaqtini hisoblashning boshi bilan mos kelmasa, u holda (4.15) integral quyidagi shaklda yoziladi

$$f_2(t) = \int_{-\infty}^t f_1(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^t f_1(t-\tau)h(\tau)d\tau \quad (4.16)$$

(4.15) va (4.16) ustlash integrallari zanjir kirish signali va impuls tavsifi jamlanishini aks ettirib, elektr zanjirlari nazariyasi hamda signallarni uzatish nazariyasida keng qo'llaniladi. Uning fizik mazmuni - kirish signali $f_1(\tau)$ ning $h(t-\tau)$ funksiyasi yordamida o'zgarishini aniqlaydi: vaqt o'tishi bilan $h(t)$ funksiya qanchalar sokin kamaysa, kirish ta'sirining kuzatilayotgan onidan shunchalar uzoqlashgan qiymatlari chiqish signallariga shunchalar qo'p ta'sir ko'rsatadi.

4.9,a-rasmda signal $f_1(\tau)$ hamda $h(\tau)$ ning oynaviy aksi bo'lgan $h(t-\tau)$ impuls tavsifi, 4.9,b-rasmda miqdoriy jihatdan t ondagi zanjirning reaksiyasiga teng bo'lgan $f_1(t)$ signal bilan $h(t-\tau)$ funksiyasi (shtrixlangan qismi)ning ustlanishi keltirilgan.

Shu rasmda ko'rinadiki, zanjirning chiqishidagi reaksiya signal t_1 va impuls tavsifining t_n davomiyligidan qisqaroq bo'lmas ekan. Shunday qilib, chiqish signali shakli o'zgarmasligi uchun zanjirning impuls tavsifi δ -funksiyaga intilmasligi zarur ekan.



4.9-rasm. Signalning oynaviy aksi:

a) signal $f_1(\tau)$ hamda $h(\tau)$ ning oynaviy aksi;

b) t ondagi zanjirning reaksiyasi.

Yana shu narsa ayonki, fizik jihatdan amalga oshirish mumkin bo'lgan zanjirlarning reaksiyasi ta'sirga nisbatan oldinroq hosil

bo'lmaydi. Demak, real zanjirlarning impuls tavsiflari quyidagi shartga javob berishi shart

$$\text{agar } t < 0 \text{ bo'lsa, } h(t)=0. \quad (4.16)$$

Real barqaror zanjirlarda impuls tavsiflarning absolyut integrallanuvchi bo'lishi ham shart

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty. \quad (4.17)$$

Agar kirish ta'siri murakkab shaklga ega bo'lsa yoki grafik usulda berilgan bo'lsa, zanjir reaksiyasini hisoblash uchun ustlash integrali (4.15) o'rniga grafoanalitik usul qo'llaniladi.

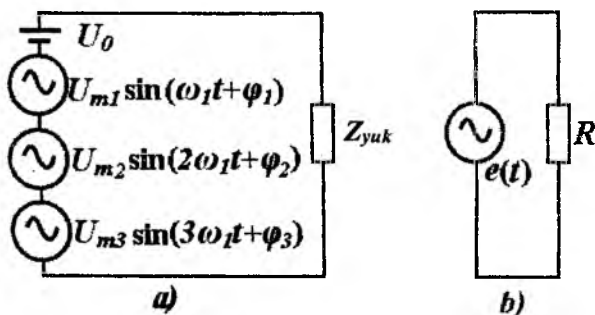
V-bob. CHIZIQLI ELEKTR ZANJIRLARIDA O'TKINCHI JARAYONLARNI CHASTOTAVIY USULDA TAHLIL QILISH

5.1. Tebranishlar chastotaviy tarkibining tahlili

Elektr zanjirlariga ixtiyoriy shakldagi signallar ta'siri natijasida sodir bo'ladigan o'tkinchi jarayonlarni tahlil qilish uchun vaqt va operator usullaridan tashqari, signallarni spektrlar yordamida taqdim etuvchi chastotaviy usul ham keng qo'llaniladi.

Agar chastotalari $0, \omega_1, 2\omega_1, 3\omega_1$, amplitudalari U_{m1}, U_{m2}, U_{m3} va boshlang'ich fazalari $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ bo'lgan garmonik kuchlanish manbalari hamda U_0 kuchlanishli o'zgarmas kuchlanish manbai ketma-ket ulansa (5.1,*a*-rasm), u holda shu zanjirning natijaviy kuchlanishi va toki nosinusoidal bo'ladi. Bunday holda zanjirga bitta nosinusoidal davriy $e(t)$ signal ta'sir etayapti, deb qarash (5.1,*b*-rasm) mumkin. Uning kuchlanishi quyidagicha yoziladi:

$$e(t) = U_0 + U_{m1} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + U_{m2} \sin(2\omega_1 t + \varphi_2) + U_{m3} \sin(3\omega_1 t + \varphi_3).$$



5.1-rasm. Garmonik kuchlanishlarni ulanishi:

a) o'zgarmas kuchlanish manbalarini ketma-ket ulanishi;

b) bitta nosinusoidal davriy $e(t)$ signal ta'siri.

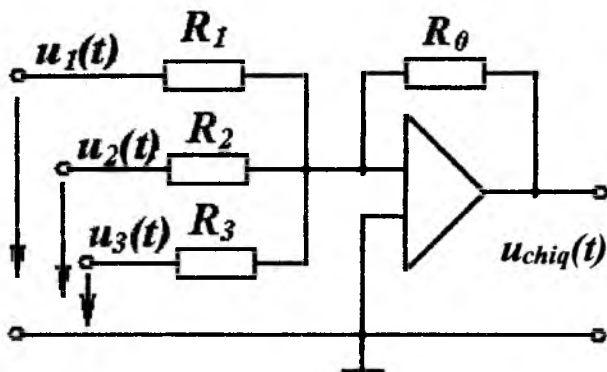
Ushbu qatorning birinchi hadi U_0 – o'zgaras tashkil etuvchisi yoki nolli garmonikasi deb ataladi. $U_{m1} \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$ – birinchi yoki asosiy garmonikasi, qolgan tashkil etuvchilar yuqori garmonikalar deb ataladi, yoki ikkinchi va uchinchi garmonikalar (tashkil etuvchilar) deb ularning tartib raqami quyidagicha qo'yiladi

$U_{m2} \cdot \sin(2\omega_1 t + \varphi_2)$ – ikkinchi garmonika; $U_{m3} \cdot \sin(3\omega_1 t + \varphi_3)$ – uchinchi garmonika,

bunda $\omega_1 = 2\pi/T$ asosiy (birinchi) garmonikaning burchak chastotasi; $T = 1/f_1$ – asosiy garmonika tebranishlari davri, f_1 – uning chastotasi, U_{m1}, U_{m2}, U_{m3} – asosiy va yuqori garmonikalar amplitudalari; $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – asosiy va yuqori garmonialar boshlang'ich fazalari.

Sinusoidal va kosinusoidal funksiyalardan farqli bo'lgan barcha signallar *nosinusoidal funksiyalar* deyiladi.

E'tibor beraylik, agar sinusoidal (garmonik) funksiyalarning yuqori garmonikalari amplitudalari va o'zgaras tashkil etuvchilari nolga teng bo'lsa, davriy nosinusoidal funksiya hususiy hol sifatida, faqat asosiy garmonikadan iborat bo'lar ekan.



5.2-rasm. Operatsion kuchaytirgich.

Amaliyotda nosinusoidal kuchlanishlarni hosil qilish uchun yarim o'tkazgichli sxemalardan foydalaniladi. Xususan, 5.2-rasmda

kuchlanish jamlagichi (summator) deb nomlangan operatsion kuchaytirgich (OK) sxemasi keltirilgan.

Jamlagichning chiqishidagi kuchlanish $U_{\text{chik}}(t)$ qiymati uning kirishiga keltirilgan kuchlanishlar oniy qiymatlari yig'indisiga proporsionaldir

$$u_{\text{chik}}(t) = -\frac{R_0}{R_1}U_1(t) - \frac{R_0}{R_2}U_2(t) - \frac{R_0}{R_3}U_3(t).$$

Agar $R_1 = R_2 = R_3 = R$ bo'lsa tenglama soddalashadi

$$u_{\text{chik}}(t) = -\frac{R_0}{R}[U_1(t) - U_2(t) + U_3(t)].$$

Yuqorida keltirilgan ifodadan shunday xulosaga kelamiz: *davriy nosinusoidal funksiyani garmonik funksiyalar yig'indisi bilan almashtirish* (to'g'ri o'zgartirish) va, aksincha, *garmonik funksiyalar yig'indisini davriy nosinusoidal funksiya bilan almashtirish* (teskari o'zgartirish) *mumkin ekan.*

5.2. Fure integrali

Nodavriy signallar uchun esa Furening o'zgartirishlariga asoslangan signallarni spektral shakldagi ko'rinishlaridan (5.19) foydalaniladi. Furening o'zgartirishlari Fure qatoridan limitga o'tish bilan hosil qilinishi mumkin. Buning uchun cheksiz oraliqda absolyut integrallanuvchi shartlarga javob beruvchi $f(t)$ nodavriy signalni ko'ramiz.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty.$$

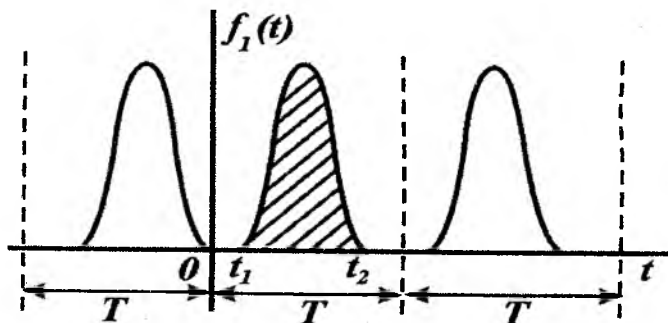
Fizik nuqtai nazardan, ushbu shart chekli energiyaga ega bo'lgan, amalga oshirish mumkin bo'lgan signal berilishini ko'zda tutadi. Bunda

$$|f(t)| < Me^{-C_0 t}, \quad (5.1)$$

bu yerda M, C_0 - musbat o'zgarmas qiymatlar.

(5.1) shart shuni ta'kidlaydiki, $|f(t)|$ modulining ortishi cheklangandir. Bu signalni hayolan T vaqt oraliq'ida davriy takrorlanuvchi

(5.3 - rasm) signalga aylantiramiz. Shu tariqa hosil bo'lgan signalga (5.19) yoyishni tatbiq etamiz. Uni t vaqtga o'tilgandan so'ng quyidagicha yozish mumkin.



5.3-rasm. Davriy takrorlanuvchi signal.

$$f_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{jk\omega_1 t}, \quad (5.2)$$

bunda
$$A_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f_1(t) e^{-jk\omega_1 t} dt, \quad T = 2\pi/\omega_1. \quad (5.3)$$

A_k ning qiymatini (5.2)ga qo'yib, (5.3)ni e'tiborga olib, quyidagini hosil qilamiz :

$$f_1(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_1 t} \omega_1 \left[\int_{-T/2}^{T/2} f_1(t) e^{-jk\omega_1 t} dt \right]. \quad (5.4)$$

(5.4) tenglamada $T \rightarrow \infty$ ga o'tib hamda $\omega_1 \rightarrow d\omega$ va $k\omega_1 \rightarrow \omega$ ekanligini e'tiborga olib, yig'indidan esa integralga o'tib, berilgan signal uchun quyidagini hosil qilamiz

$$f(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} f_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (5.5)$$

Bu (5.5) tenglamadagi ichki integral $F(j\omega)$ signalning spektri deb nomlanadi

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (5.6)$$

U holda (5.5) ifoda quyidagi shaklga ega bo'ladi

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (5.7)$$

(5.6) va (5.7) *spektral tahlil nazariyasida asosiy tenglamalar* hisoblanadi; bunda (5.6) tenglama *Furening to'g'ri o'zgartirishi*, (5.7) esa *Furening teskari o'zgartirishi* deyiladi. A_k ga o'xshashlikda, umumiy holatda chastotaning kompleks funksiyasi $F(j\omega)$ algebraik shaklda quyidagicha yozilishi mumkin

$$F(j\omega) = A(\omega) - jB(\omega); \quad (5.8)$$

ko'rsatkichli shaklda

$$F(j\omega) = |F(j\omega)| e^{-j\varphi(\omega)}, \quad (5.9)$$

$$\text{bunda } A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t dt; B(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \omega t dt. \quad (5.10)$$

Uning moduli signalning

$$|F(j\omega)| = \sqrt{A^2(\omega) + B^2(\omega)} \quad (5.11)$$

amplituda spektrini, argumenti

$$\varphi(\omega) = \arctg[B(\omega)/A(\omega)] \quad (5.12)$$

esa *faza spektrini* tashkil etadi. Bunda, davriy signallardagidek, amplituda spektri chastotaning juft funksiyasi, faza spektri-chastotaning toq funksiyasidir. Fure o'zgartirishlarining fizik mohiyati teskari o'zgartirish (5.7)ni trigonometrik shaklda keltirilganda yaqqolroq ko'rinadi. Agar (5.7)ga $F(j\omega)$ ning qiymatini (5.9)dan qo'y-sak, quyidagini hosil qilamiz:

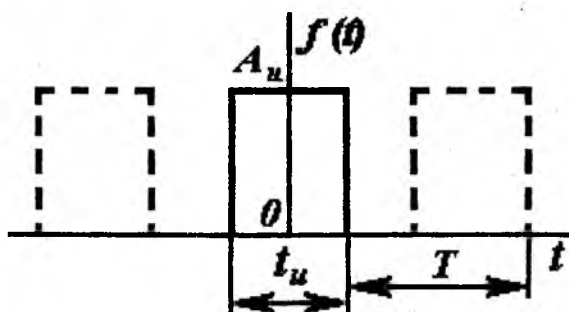
$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)| e^{j(\omega t - \varphi)} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)| \cos(\omega t - \varphi) d\omega + j \int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)| \sin(\omega t - \varphi) d\omega. \end{aligned}$$

$|F(j\omega)|$ - chastotaning juft funksiyasi, sinus - chastotaning toq funksiyasi ekanligini e'tiborga olsak, ikkinchi haddan olingan integral nolga teng bo'ladi. Shuning uchun, integral osti ifodaning birinchi hadi juft ekanligini e'tiborga olib, Fure teskari o'zgartirishini quyidagi shaklga keltiramiz

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |F(j\omega)| \cos(\omega t - \varphi) d\omega. \quad (5.13)$$

(5.13) ifodadan quyidagi muhim xulosaga kelish mumkin: nodavriy signal amplitudalari $\frac{1}{\pi}|F(j\omega)|$ va boshlang'ich fazalari $\varphi = \varphi(\omega)$ bo'lgan cheksiz katta sonli cheksiz kichik garmonika tebranishlarining yig'indisi (integrali) limiti sifatida keltirilishi mumkin; qo'shni garmonikalar chastotalarining farqi $\Delta\omega = d\omega$ cheksiz kichik ekanligini e'tiborga olsak, u holda (5.13) tenglamadagi $F(j\omega)$ davriy signalning spektridan farqli ravishda, uzluksiz yaxlit spektrlarni tashkil etadi. Shuning uchun $F(j\omega)$ kompleks spektral zichlik deyiladi, $|F(j\omega)|$ esa nodavriy signal amplitudalarining spektral zichligi deyiladi.

$F(j\omega)$ kompleks spektrining mazmuni davriy va nodavriy signallar spektrlarining o'zaro bog'liqligidan kelib chiqadi. (5.3) va (5.6) tenglamalarning taqqoslash natijasida ushbu spektrlarining o'zaro bog'liqligini aniqlash mumkin: $T \rightarrow \infty$; $\omega_k = k\omega_1 \rightarrow \omega$ bo'lganda



5.4-rasm. To'g'ri burchakli impulsar.

$$F(j\omega) = \frac{T}{2} A_k, \quad (5.14)$$

va A_k kompleks amplitudalar spektri kompleks spektral $F(j\omega)$ zichlikka aytiladi.

(5.14)dan yana boshqa muhim xulosa kelib chiqadi: nodavriy signal spektral zichligining moduli, nodavriy signalning T davr bilan takrorlanishidan hosil bo'lgan davriy signal chiziqli spektrining o'ramasi shaklan o'zaro mos keladilar va faqat masshtablari bilan

farqlanadilar. Buni to'g'ri burchakli impulslar (5.4-rasm) ketma-ketligida yaqqol ko'rsatish mumkin. Davrning ortishi natijasida spektr zichlashadi (5.5,a-rasm) va T qiymati ∞ ga intilganda davriy signal nodavriy signalga aylanadi; diskret spektr esa yaxlit spektrga aylanadi.

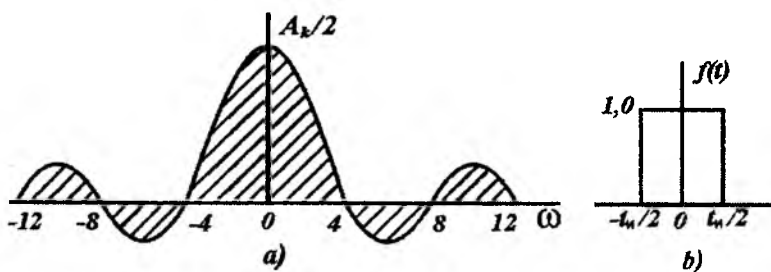
Fure o'zgartirishlarining ba'zi asosiy xususiyatlarini ko'raylik. Agar $f(t)$ signal vaqtning juft funksiyasi bo'lsa, u holda uning spektri $F(j\omega)$ haqiqiy sonidir. Darhaqiqat, (5.6)ga ko'ra $F(j\omega)$ ni quyidagicha yozish mumkin:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t dt - j \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \omega t dt.$$

Ikkinchi integral ostidagi funksiya toq bo'lgani uchun ikkinchi had nolga teng. Shuning uchun

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t dt. \quad (5.15)$$

Shunga o'xshash, $f(t)$ signal toq bo'lsa, $F(j\omega)$ - sof mavhum son bo'ladi.



5.5-rasm. Signallarning vaqt va chastotaviy tavsiflari:
a) nodavriy signal; b) signalni chastotaviy tavsifi.

Fure o'zgartirishining muhim xususiyatlaridan biri t va ω o'zgaruvchilarning o'zaro almashuvchanligadir. Juft signal $f(t)$ uchun va haqiqiy $F(j\omega)$ uchun (5.6) o'zgartirishda $j\omega t$ ning oldidagi ishoralar o'zgarishi mumkin

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{j\omega t} dt. \quad (5.16)$$

Unda (5.6) va (5.7)ni taqqoslab, ularning o'xshash ekanligiga iqrar bo'lishimiz mumkin. Fure o'zgartirishlarida o'zgaruvchilarni o'zaro almashtirish imkoniyati mavjudligi, signallarning vaqt va chastotaviy tavsiflari orasidagi bog'lanishni ifodalash imkonini beradi (5.5-rasmga qarang).

(5.8) va (5.9) ifodalarga muvofiq signal, yoki algebraik shaklda o'zining amplituda $|F(j\omega)|$ va faza $\phi(\omega)$ spektrlari yordamida, yoki ko'rsatkichli shaklda - haqiqiy $A(\omega)$ va mavhum $B(\omega)$ spektrlari yordamida ifodalanishi mumkin. Bunda ularning har biri (5.11)-(5.12) ifodalar yordamida o'zaro bog'langan bo'ladi.

Ushbu bog'lanish, ayniqsa, t vaqtning musbat yarim o'qida joylashgan signal uchun yaqqol ko'rinadi

$$f(t) = \begin{cases} f(t), & \text{agar } t \geq 0 \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } t < 0 \text{ bo'lsa.} \end{cases} \quad (5.17)$$

(5.13) ifodani quyidagi shaklda yozamiz

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\infty} |F(j\omega)| \cos \phi \cos \omega t d\omega + \int_0^{\infty} |F(j\omega)| \sin \phi \sin \omega t d\omega \right].$$

$$\left. \begin{aligned} A(\omega) &= |F(j\omega)| \cos \phi \\ B(\omega) &= |F(j\omega)| \sin \phi \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

yoki

ekanligini e'tiborga olsak, $t \geq 0$ bo'lganda quyidagini hosil qilamiz

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega t d\omega + \int_0^{\infty} B(\omega) \sin \omega t d\omega \right] \quad (5.19)$$

va $t < 0$ bo'lganda (5.17) e'tiborga olib quyidagiga erishamiz

$$0 = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega t d\omega - \int_0^{\infty} B(\omega) \sin \omega t d\omega \right]. \quad (5.20)$$

Tengliklar (5.19) va (5.20)ni qo'shish va ayirish natijasida quyidagiga ega bo'lamiz

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega t d\omega = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} B(\omega) \sin \omega t d\omega \quad (5.21)$$

Bundan signal spektrining haqiqiy $A(\omega)$ va mavhum $B(\omega)$ qismlari orasida bog'lanish kelib chiqadi

$$\int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega t d\omega = \int_0^{\infty} B(\omega) \sin \omega t d\omega, \quad (5.22)$$

ya'ni, ushbu holatda $f(t)$ signal to'raligiga $F(j\omega)$ kompleks spektrining faqat haqiqiy $A(\omega)$ yoki mavhum $B(\omega)$ qismlari bilan aniqlanadi.

Xulosa qilib shuni ta'kidlash mumkinki, $\omega = 0$ bo'lganda (5.6) ifoda quyidagi qiymatga ega bo'ladi

$$F(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt, \quad (5.23)$$

ya'ni $f(t)$ signal bilan chegaralangan maydonga teng.

Signallarni vaqt va spektr shaklida keltirish bu real fizik jarayonni ikki shakl (ikki modellar) bilan ifodalashdir; ular elektr zanjirlarini vaqt va chastotaviy usullar bilan tahlil qilishning asosida yotadilar.

Pirovardida Fure o'zgartirishi va Laplas o'zgartirishi orasidagi bog'lanishni aniqlaymiz. Agar $f(t)$ funksiya (5.17) shartni bajaradi, deb qabul qilinsa, u holda Furening to'g'ri o'zgartirishi quyidagi shaklda yoziladi

$$F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (5.24)$$

Ushbu (5.24) bog'lanish *Furening bir tomanlama o'zgaritirishi*, deb nomlanadi. Chunki u vaqtning musbat yarim o'qida aniqlanadi. Agar, xususiyl hol sifatida kompleks son $p = \alpha + j\omega$ da $\alpha = 0$ deb hisoblansa, u holda $p = j\omega$ va Laplasning to'g'ri o'zgartirishini

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$$

quyidagicha yozish mumkin:

$$F(p) \Big|_{p=j\omega} = F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (5.25)$$

ya'ni Furening bir tomonlama o'zgartirishi (5.24) bilan to'la mos keladi. Shunga o'xshash, Laplasning teskari o'zgartirishi

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p)e^{pt} dp$$

uchun ham $dp=j\omega$ ekanligini e'tiborga olib, quyidagini hosil qilish mumkin

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p)e^{pt} dp = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega. \quad (5.26)$$

Bu esa (5.7) bilan to'la mos keladi.

Shunday qilib, Fure o'zgartirishi $\alpha=0$ bo'lgandagi o'zgarishning hususiy holi ekan. Shuni ta'kidlash zarurki, Furening o'zgartirishi Laplasning o'zgartirishiga nisbatan anchagina torroq sohalarida qo'llaniladi. Chunki Fure bo'yicha o'zgartiriladigan funksiyaga qo'yiladigan shartlar, Laplas bo'yicha o'zgartiriladigan funksiyalarga qo'yiladigan shartlarga nisbatan qat'iyroqdir. Fure o'zgartirishini (5.6) qo'lash mumkin bo'lgan barcha funksiyalar doimo Laplas bo'yicha o'zgartirilishi mumkin, ammo aksincha emas. Shu sababli, $F(p)$ tasvirini $f(t)$ signalining *umumlashtirilgan spektri* deb qarash mumkin.

5.3. Spektral tahlilning asosiy teoremlari

Yuqorida ta'kidlanganidek, signal va uning spektri orasida Furening to'g'ri o'zgartirishi bilan aniqlanadigan yagona bog'lanish mavjud. Signalni uzatish jarayonida u bir qancha o'zgarishlarga duchor bo'lganligi sababli, shu o'zgarishlarda signalning spektri qanday o'zgarishini bilish zarur. Bu esa signalni uzatish, qabul qilishning optimal (maqbul) usullarini tanlashda, aloqa kanallarining parametrlariga talablarni qo'yishda katta ahamiyatga ega.

Telekommunikatsiya tizimlarida amalda qo'llanuvchi spektrlar haqidagi asosiy teoremlarni ko'raylik. Yuqorida Fure va Laplas o'zgartirishlari orasidagi aloqa mavjudligini va asosiy teoremlarning isbotlanganligini e'tiborga olib, spektral tahlil asosiy teoremlarining fizik izohlariga to'xtaymiz.

Signallar yig'indisining spektri. Chiziqlilik teoremasiga asosan, signallar yig'indisining spektri signallar spektrlarining yig'indisiga

teng. Bu xususiyat Fure o'zgartirishining chiziqligiga asoslangan. Umimiy shaklda u quyidagicha yozilishi mumkin:

$$\sum_{k=1}^n a_k f_k(t) \doteq \sum_{k=1}^n a_k F_k(j\omega), \quad (5.27)$$

bunda a_k – yoyish koeffitsiyenti; $\doteq$ – Furening o'zgartirishlar jufti bilan aniqlanadigan signal va uning spektri orasidagi muvofiqlik belgisi.

Signalning $f(t-t_0)$ vaqt bo'yicha siljishi signal spektrini $e^{-j\omega_0 t}$ ga ko'paytirilganiga mos

$$f(t-t_0) \doteq F(j\omega)e^{-j\omega_0 t}. \quad (5.28)$$

(5.28) bog'lanishda shunday muhim xulosa chiqib keladi: signal vaqt bo'yicha siljiganda uning amplitudalari spektri o'zgarmaydi, faza spektri esa ωt_0 ga proporsional o'zgaradi. Bu teorema katta ahamiyatga ega. Chunki signallarni qayta ishlash jarayonida aksariyat, signalni kechiktirish zarurati tug'iladi.

Mustaqil o'zgaruvchining masshtabini o'zgartirish (signalni siqish) quyidagi ifoda yordamida yoziladi

$$f(at) \doteq \frac{1}{a} F\left(\frac{j\omega}{a}\right). \quad (5.29)$$

Bundan shuni aniqlash mumkinki, vaqt bo'yicha signal siqilganda ($\alpha > 1$) signal spektrining kengayishiga olib keladi va aksincha, signal kengayganda ($\alpha < 1$) signal spektrining torayishi kuzatiladi.

Ikki signalni ko'paytirish (ustlash teoremasi). Ikki $f_1(t)$ va $f_2(t)$ funksiya ko'paytmasining spektri shu funksiyalar $F_1(j\omega)$ va $F_2(j\omega)$ spektrlarining yig'indisiga mosdir

$$f_1(t)f_2(t) \doteq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(j\Omega)F_2(j\omega - j\Omega)d\Omega. \quad (5.30)$$

Signallar spektrlarining ko'paytmasi haqidagi teskari teorema ham muhim ahamiyatga ega

$$F_1(j\omega)F_2(j\omega) \doteq \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau)f_2(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t-\tau)f_2(\tau)d\tau \quad (5.31)$$

Funksiyalarni ustlash yuqorida elektr zanjirlarini vaqt usulida tahlil qilishda keng qo'llanilgan edi.

Signallarni differensiallash va integrallash. Signalni differensiallaganda uning spektri $j\omega$ operatoriga ko'paytiriladi

$$\frac{d}{dt}f(t) \doteq j\omega F(j\omega); \quad (5.32)$$

integrallaganda esa $j\omega$ ga bo'linadi

$$\int_{-\infty}^t f(t)dt \doteq \frac{1}{j\omega} F(j\omega) \quad (5.33)$$

Ushbu aniqlangan (5.32)-(5.33) ifodalarning isbotlari bevosita Furening to'g'ri va teskari o'zgartirishidan kelib chiqadi. Shuni ta'kidlash zarurki, (5.33) ifoda $F(0)=0$ shartni qanoatlantiruvchi signal-lar uchun haqlidir.

Signal spektrining siljishi. Signal spektrining $\mp\Omega$ chastotaga siljishi signalni $e^{\pm j\Omega t}$ operatorga ko'paytirilganiga mos keladi

$$F[j(\omega \mp \Omega)] \doteq e^{\pm j\Omega t} f(t) \quad (5.34)$$

Siljish (5.34) teoremasi modulyatsiyalangan signal spektrini aniqlash imkonini beradi va elektr aloqa nazariyasida katta ahami-yatga ega.

5.4. Nodavriy signal spektrida energiyaning taqsimlanishi

Signal $f(t)$ ning energiyasini uning spektral tavsifi $F(j\omega)$ yorda-mida aniqlaymiz. Faraz qilaylik, $f(t)$ funksiya $R=1 \Omega$ birlik qarshiligi bo'lgan rezistor orqali oqayotgan tok yoki kuchlanish bo'lsin. U holda, $f(t)$ ning ajratayotgan energiyasi quyidagiga teng bo'ladi

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt. \quad (5.35)$$

Integral ostidagi ifodani ko'paytma $f^2(t)=f(t) \cdot f(t)$ shaklida yozamiz va $f(t)$ ga nisbatan Furening teskari o'zgartirishini (5.7) tat-biq etamiz

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega.$$

Argumentlar t va ω ning mustaqil o'zgaruvchilar ekanligini e'tiborga olib, keyingi ifodani quyidagi shaklda yozamiz

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{j\omega t}dt.$$

Ichki integral $F(-j\omega)$ - tutash spektr demakdir. Agar $F(j\omega) \cdot F(-j\omega) = |F(j\omega)|^2$ ekanligini e'tiborga olsak, quyidagi Parseval teoremasi (Reley teoremasi)ni hosil qilamiz

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega. \quad (5.36)$$

(5.36) tenglamadan ma'lum bo'ladiki, $|F(j\omega)|^2$ qiymat o'zgaruvchi ω chastotaning 1 s^{-1} ga to'g'ri keluvchi signal energiyasini aks ettiradi, shuning uchun spektr modulining kvadratini $|F(j\omega)|^2$ signal energiyasining spektri zichligi deyiladi. Modulning $|F(j\omega)|^2$ shakli nodavriy signal spektridagi energiya taqsimlanishini ifodalaydi. Parseval tengligi zanjirlar va signallar nazariyasi kanallarining o'tkazish kengligini tanlash jarayonida keng qo'llaniladi.

Shuni ta'kidlash zarurki, davriy nosinusoidal signallarda T davrda o'rtacha quvvat (5.31)ga teng bo'lsa, nodavriy signallarda bunday o'rtacha hisoblash joiz emas ($\lim_{T \rightarrow \infty} P = 0$). Ikkala holat uchun ham umumiylik shundaki, signallarning quvvat va energiyalari spektral tashkil etuvchilarining fazalariga bog'liq emas.

5.5. Oddiy signallarning spektrlari

Elektr signallari eng ko'p tarqalgan shakllarining spektrlarini aniqlaymiz.

Birlik funksiya (5.37) tenglama bilan ifodalanadi. Aniqlik bilan yondoshganda, ushbu funksiya absolyut integrallanish shartlariga javob bermaydi. Shuning uchun quyidagi amallardan foydalanamiz: $1(t)$ funksiyani «susayuvchi» ko'paytmaga e^{-ct} ($c = \text{const}$) ko'paytiramiz. Bunda Furening (5.6) to'g'ri o'zgartirishidan foydalanamiz

$$F(j\omega, c) = \int_{-\infty}^{\infty} 1(t) e^{-ct} e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\infty} 1 e^{-(c+j\omega)t} dt = \frac{1}{c+j\omega} \quad (5.37)$$

Ushbu $F(j\omega, c)$ o'zgartirishi Furening umumiyashtirilgan o'zgartirishi deb nomlanadi. Birlik funksiyaning spektrini aniqlash uchun quyidagi limitga o'tamiz

$$F(j\omega) = \lim_{c \rightarrow 0} F(j\omega, c) = \frac{1}{j\omega} = \frac{1}{\omega} e^{-j\pi/2}. \quad (5.38)$$

Tenglama (5.38)dan $f(\omega)$ funksiyaning amplituda $|F(j\omega)|=1/\omega$ (5.6,a-rasm) va faza spektri $\phi(\omega)$ (5.6,b-rasm) funksiyalarini aniqlaymiz. Chastota $\omega=0$ bo'lganda $\phi(\omega)=-\pi/2$, ya'ni amplituda spektri cheksizlikka aylanadi; bu esa berilgan $1(t)$ funksiya $t=0$ bo'lgandagi sakrash mavjudligidan dalolat beradi. Ushbu $t=0$ sakrashni (5.38)ga muvofiq hosil qilish uchun cheksiz katta sonli sinusoidal tashkil etuvchilarning yig'indisini hosil qiladi. Ushbu (5.38) spektr birlik funksiyaning tasviri sifatida ham kiritilishi mumkin

$$F(j\omega) = F(p) \Big|_{p=j\omega} = \frac{1}{j\omega}.$$

Birlik impuls funksiya. Funksiya $\delta(t)$ analitik shaklda (5.3) shartlar bilan beriladi. δ - funksiyaning spektrini aniqlash uchun Furening to'g'ri o'zgartirishidan (5.6) foydalanamiz. Uni ifodalar (5.8)-(5.10)ni e'tiborga olib quyidagicha yozish mumkin

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \cos \omega t dt - j \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \sin \omega t dt.$$

Tenglama o'ng tomonining birinchi hadi 1ga va ikkinchi hadi nolga teng bo'lganligi uchun, natijaviy bog'lanish quyidagicha yoziladi:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \cdot e^{j0} = 1. \quad (5.39)$$

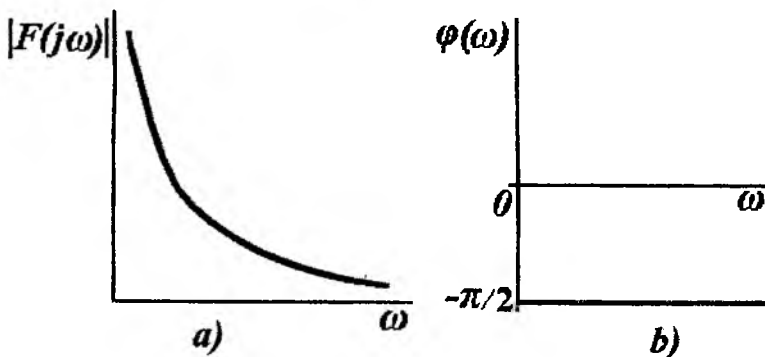
Shunday qilib, δ - funksiya ravon amplitudaviy va nolli faza spektriga ega. Faza spektrining barcha chastotalarida nolga tenglik shuni anglatadiki, δ - funksiyaning barcha garmonik tashkil etuvchilari nolli boshlang'ich fazalar bilan qo'shilib, $t=0$ bo'lganda cheksiz katta qiymatga ega bo'lgan cho'qqini hosil qiladi.

Shuni ta'kidlash zarurki, δ - funksiyaning τ vaqtga siljishi, Furening o'zgartirishlari xususiyatlariga muvofiq $F(j\omega)=1e^{-j\omega\tau}$ ga olib keladi, ya'ni $\delta(t-\tau)$ funksiyaning amplituda spektri ilgaridagidek qoladi, faza spektri esa $\omega\tau$ ga proporsional o'zgaradi.

(5.39) tenglikdan Furening teskari o'zgartirishiga muvofiq quyidagi kelib chiqadi.

Parametrlar t va ω ning o'zaro almashuvchanlik shartini e'tiborga olib (5.40) ifodani quyidagi shaklda yozish mumkin.

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} d\omega. \quad (5.40)$$



5.6-rasm. Funksiyaning amplituda va faza spektri:

a) $|F(j\omega)| = 1/\omega$ funksiyaning amplituda spektri;

b) $|F(j\omega)| = 1/\omega$ funksiyaning faza spektri.

Ushbu (5.40) va (5.41) tenglamalar signallar nazariyasi va zanjirlar nazariyasida keng qo'llaniladi.

$$\delta(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\pm j\omega t} dt. \quad (5.41)$$

Funksiya o'zgarmas tashkil etuvchisi $\alpha_0/2 = 1/2$ ning spektri (5.41)ni e'tiborga olib quyidagi tenglamadan aniqlanadi

$$F(j\omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} dt = \pi \delta(\omega). \quad (5.42)$$

Shunday qilib, $\omega = 0$ dan tashqari barcha chastotalarda o'zgarmas tashkil etuvchining spektri nolga teng. $\omega = 0$ da $F(j\omega)$ cheksizlikka aylanadi, ya'ni $\omega = 0$ chastotada δ -funksiya shaklidagi diskret chastota tashkil etuvchisiga ega bo'lamiz.

Garmonik tebranish spektri. Garmonik tebranishning

$$f(t) = A_m \cos \omega_0 t \quad (5.43)$$

spektrini aniqlash uchun Furening to'g'ri o'zgartirishini qo'llash usulini namoish etamiz. (5.43) funksiya uchun (5.6) o'zgartirish quyidagi shaklga ega

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A_m e^{-j\omega t} \cos \omega_0 t dt, \quad (5.44)$$

Rasman yondoshganda (5.43) funksiya absolyut integrallanish shartiga javob bermaydi, chunki o'sish ko'rsatkichi $C=0$. Shuning uchun (5.44) integralni hisoblash uchun Eyler formulasidan va (13.41) tenglamadan foydalanamiz

$$F(j\omega) = \frac{A_m}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega-\omega_0)t} dt + \frac{A_m}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega+\omega_0)t} dt = \pi A_m [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)], \quad (5.45)$$

ya'ni, garmonik tebranish $\pm \omega_0$ chastotalardagi ikki spektral chiziqdan iborat bo'lgan diskret spektrga ega.

To'g'ri burchakli yakka impuls spektrini (5.5,b-rasmga qarang) Furening to'g'ri o'zgartirishidan (5.6) aniqlash mumkin. Natijada quyidagini hosil qilamiz

$$F(j\omega) = 1 \cdot t_1 \frac{\sin(\omega t_1 / 2)}{\omega t_1 / 2}. \quad (5.46)$$

5.5,a-rasmda yakka impulsning spektri keltirilgan. Uning shaklini davriy ketma-ketlik impulslari spektri (5.6-rasm) bilan solishtirganda shu fikr ma'lum bo'ladiki, yakka impuls spektri o'zining shakli bo'yicha davriy ketma-ket impulslar diskret spektri o'ramasi bilan mos bo'ladi, biroq yakka impuls spektri yaxlit bo'ladi.

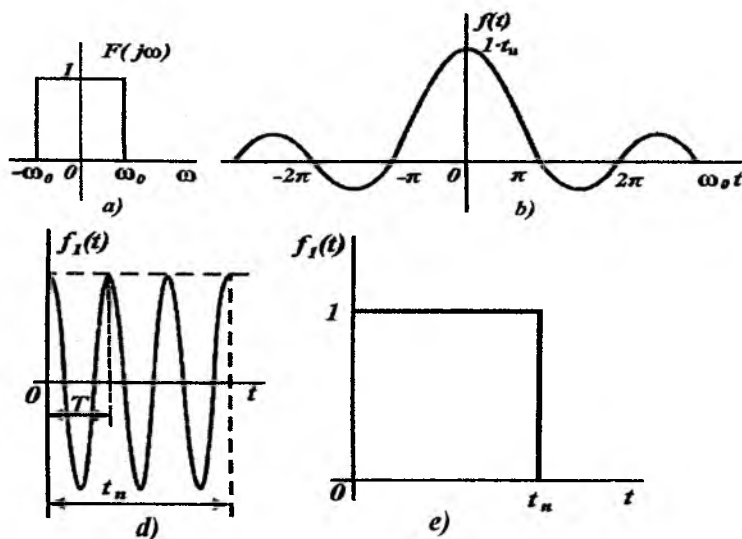
Signalning chastotaviy va vaqt tavsiflari orasidagi o'zaro bog'liqligi shartidan shu ayon bo'ladiki, $\pm \omega_0$ chastota bilan cheklangan spektrli to'g'ri burchak shaklidagi signal (5.7,a-rasm), to'g'ri burchak shaklidagi impuls spektriga (5.7,b-rasm) o'xshash cheksiz uzunlikka va shaklga ega bo'ladi.

Radioimpuls spektrini 5.7,d-rasmda ko'rsatilganidek, to'g'ri burchakli vidiompuls (5.7,e-rasm) va garmonik tebranish (5.43) ifodasining ko'paytmalari sifatida aniqlash mumkin. Bunda ustlash teoremasini qo'llab (5.30), quyidagini hosil qilamiz

$$F(j\omega) = \frac{A_m}{2} \{F[j(\omega - \omega_0)] + F[j(\omega + \omega_0)]\}. \quad (5.47)$$

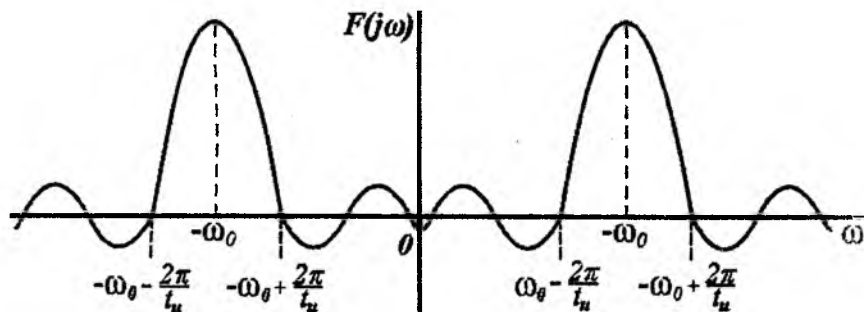
5.8-rasmda radioimpuls spektrining shakli ko'rsatilgan.

Shunga o'xshash, bundan murakkabroq signallarning spektrlarini ham aniqlash mumkin.



5.7-rasm. Signalning chastotaviy va vaqt tavsiflari:

- a) to'g'ri burchak shaklidagi impuls; b) nodavriy impuls;
 d) radioimpuls spektri; e) to'g'ri burchakli vidiompuls.



5.8-rasm. Radioimpuls spektri.

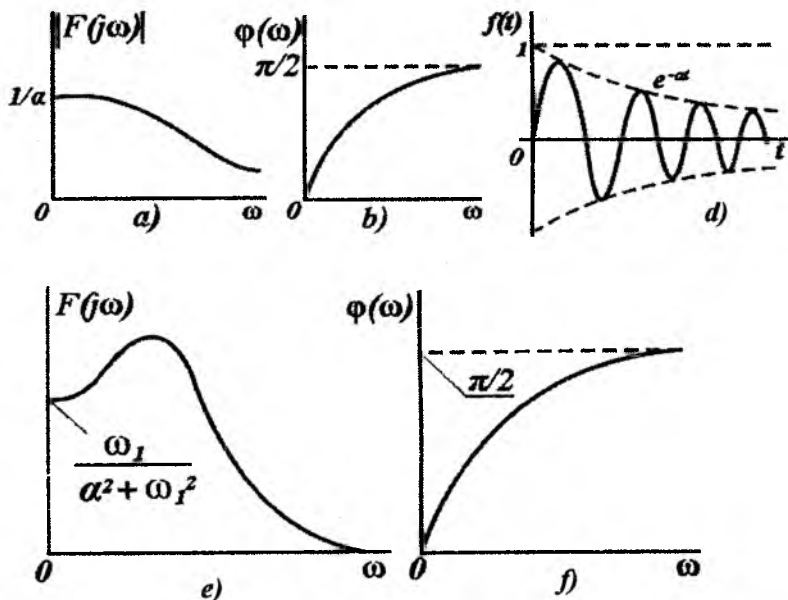
Misol. Quyida berilgan eksponensial impulsning spektrini aniqlang.

$$f(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t}, & \text{agar } t \geq 0 \text{ bo'lsa.} \\ 0, & \text{agar } t < 0 \text{ bo'lsa.} \end{cases}$$

Furening to'g'ri o'zgartirishi (5.6) asosida quyidagini aniqlaymiz.

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\alpha+j\omega)t} dt = \frac{1}{\alpha+j\omega} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+\omega^2}} e^{-j\varphi(\omega)},$$

bunda signal amplitudasi $|F(j\omega)| = 1/\sqrt{\alpha^2+\omega^2}$ (5.9,a-rasm) va fazasi spektrlari $\varphi(\omega) = \arctg(\omega/\alpha)$ (5.9,b-rasm).



5.9-rasm. Signallarni chastotaviy o'zgarishlari:

a) signal amplitudasi $|F(j\omega)| = 1/\sqrt{\alpha^2+\omega^2}$ (b) d) e) f)

Misol. So'nuvchi tebranish (5.9,d-rasm) $f(t) = 1(t) \cdot e^{-\alpha t} \sin \omega_1 t$ signalning spektrini aniqlang.

(5.6)ga muvofiq amplituda spektrini (5.9,a-rasm)

$$F(j\omega) = \frac{\omega_1}{\sqrt{(x^2 - \omega^2 + \omega_1^2)^2 + (2\alpha\omega)^2}}$$

va faza spektrini (5.9, b-rasm) aniqlaymiz

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{2\alpha\omega}{\alpha^2 - \omega^2 + \omega_1^2}.$$

5.6. Nodavriy ta'sirdagi chiziqli elektr zanjirlarining chastotaviy tahlili

Nodavriy signallarni Furening integrallari shaklida tasvirlash uning spektrini tashkil etuvchi cheksiz kichik garmonikalariga nisbatan o'rganilgan tahlilning chastotaviy usulini qo'llash imkoniyatini beradi. Xususan, agar zanjir nolli boshlang'ich shartlar vaziyatida (ya'ni, kirish ta'siri boshlanishiga qadar zanjirning reaktiv elementlarida elektr va magnit maydanlari energiyasi to'planmagan bo'lsa), signallar uchun Om va Kirxgof qonunlarini yozish mumkin

$$I(j\omega) = U(j\omega) / Z(j\omega) = U(j\omega)Y(j\omega); \quad (5.48)$$

$$\sum_{k=1}^m I_k(j\omega) = 0, \quad (5.49)$$

$$\sum_{k=1}^n U_k(j\omega) = 0, \quad (5.50)$$

bunda $I(j\omega)$, $U(j\omega)$ —mos ravishda, shaxobchalar toklari va kuchlanishlari spektrlari; $Z(j\omega)$ va $Y(j\omega)$ —shaxobchalarning kompleks qarshiliklari va o'tkazuvchanliklari. Spektrlar uchun Om va Kirxgof qonunlari yuqorida keltirilgan garmonik va davriy nosinusoidal tahlilning chastotaviy usullarini qo'llagandek, nodavriy signallar uchun tatbiq etish imkoniyatini beradi.

Agar to'rtqutblik shaklidagi zanjirning kirishiga nodavriy signal ta'sirida zanjir chiqishidagi reaksiyani aniqlash zarur bo'lsa, zanjirning kompleks uzatish funksiyasidan foydalaniladi. Bunda, chiqish reaksiyasi spektri quyidagicha bo'ladi:

$$F_2(j\omega) = F_1(j\omega)H(j\omega). \quad (5.51)$$

$F_2(j\omega)$ spektri aniqlangandan so'ng $f_2(t)$ chiqish reksiyasi Furening (5.7) teskari o'zgartirishi yoki jadvallar yordamida aniqlanishi mumkin.

5.7. Chiziqli elektr zanjiri orqali signallarni shakl buzilishisiz uzatish shartlari

Chiziqli zanjirlar orqali signallarni uzatishning tahlilida chastotaviy usul yetarli darajada samarali va ko'rgazmalidir. U aloqa kanallarida signallarning chastotaviy shakl buzilishi, elektr zanjirlari tavsiflariga talablarni baholash imkonini beradi. Zanjirdagi signallarning shakl buzilishi nuqtai nazaridan ACHT va FCHTlariga qo'yiladigan talablarni aniqlash ayniqsa, muhim hisoblanadi.

Chiziqli elektr zanjirlaridan signallarni shakl buzilishisiz uzatish shartlarini aniqlaymiz. To'rtqutublik sifatida ko'rilayotgan chiziqli zanjir kirishida ma'lum shakldagi (5.10-rasm) $f_1(t)$ signali ta'sir etayпти, deb faraz qilaylik. Kompleks uzatish funksiyasi $H(j\omega)$ bo'lgan to'rtqutublik orqali $f_1(t)$ signalning o'tishi natijasida uning amplitudasi o'zgaradi (5.10-rasmda kamaygan) va signalning tarqalish tezligi chekli bo'lganligi sababli, kirish ta'siriga nisbatan chiqish $f_2(t)$ signali t_0 vaqtga kechikishi mumkin. Biroq, bunda signalning shakli buzilmasligi juda muhimdir. Shunday qilib, signalning shakl buzilishisiz uzatish shartini quyidagi tenglik yordamida ifodalash mumkin.

$$f_2(t) = kf_1(t - t_0), \quad (5.52)$$

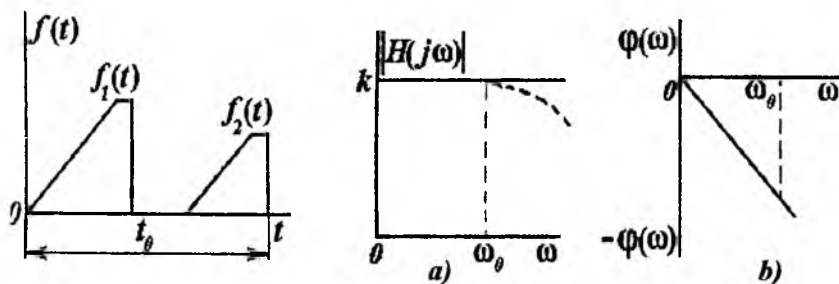
bunda k - haqiqiy o'zgarmas qiymat; t_0 - chiqish signalining kirish ta'siriga nisbatan kechikish vaqti. Furening to'g'ri o'zgartirishini (5.52) ifodaga qo'llab, chiziqililik xususiyatini va kechikish teoremasini qo'llab, (5.52) shartni chastotaviy soha uchun yozamiz

$$F_2(j\omega) = kF_1(j\omega)e^{-j\omega t_0} \quad (5.53)$$

Kompleks uzatish funksiyasi

$$H(j\omega) = \frac{F_2(j\omega)}{F_1(j\omega)} = e^{-j\omega t_0}$$

bo'lganli uchun, ACHT va FCHTga qo'yiladigan talablar bunday ifodalanadi.



5.10-rasm. Ta'sir signali.

5.11-rasm. ACHT va FCHT:
a) signalni ACHT b) signalni FCHT.

$$|H(j\omega)| = k = \text{const}, \quad (5.54)$$

$$\varphi(\omega) = -\omega t_\theta, \quad (5.55)$$

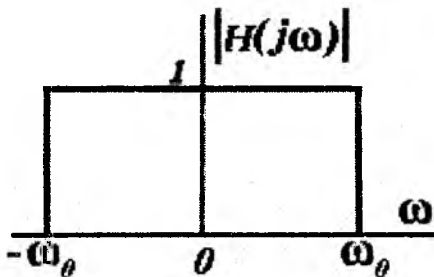
ya'ni chiziqli elektr zanjiri undan uzatilayotgan signal shaklini o'zgartirmasligi uchun, uning ACHT ravon (5.11, a-rasm), FCHT esa chiziqli (5.11, b-rasm) bo'lishi shart.

Barcha chastota diapazoni uchun signalning shakl buzilishsiz uzatish sharti faqatgina rezistorli zanjirlarda bajariladi. Bunda rezistiv element qarshiligining chastotaga bog'liqligini e'tiborga olinmaydi. Reaktiv elementli zanjirlarda (5.54) va (5.55) shartlarni faqat chastotaning cheklangan diapazonida bajarish mumkin (5.11, a-rasmda punktir chiqish bilan ko'rsatilgan).

Shu sababli, signallar shaklining ACHT va FCHT idealga nisbatan farqlanishiga ta'siri masalasi amaliy ahamiyatga ega. Misol uchun ACHTI 5.12-rasmda tasvirlangan zanjirdan *birlik funksiya*, *birlik impuls funksiya* va *to'g'ri burchakli impuls*lar shaklidagi signallarning o'tishini ko'raylik. Bu zanjirga ideal quyi chastota filtri (QCHF) (filtrlar keyingi boblarda o'rganiladi) mos keladi va quyidagi shartni keltiramiz

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 \cdot e^{-j\omega t_0}, & \text{agar } -\omega_0 < \omega \leq \omega_0 \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } -\omega_0 \geq \omega > \omega_0 \text{ bo'lsa.} \end{cases} \quad (5.56)$$

Quyí chastota filtri chastotaning barcha tashkil etuvchilarini 0 dan ω_0 gacha shakl o'zgartirishsiz o'tkazib yuboradi va ω_0 dan katta tashkil etuvchilarni to'sib qoladi.



5.12-rasm. To'g'ri burchakli impuls.

Birlik impulsí. Avval birlik impuls shaklidagi $f_1(t)$ kirish signalini

ko'raylik. Birlik impuls uchun $F_1(j\omega) = 1$ bo'lgani (5.56) va Furening teskari o'zgartirishini e'tiborga olib, quyidagini hosil qilamiz

$$f_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} e^{j\omega(t-t_0)} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \cos[\omega(t-t_0)] d\omega + j \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \sin[\omega(t-t_0)] d\omega.$$

Ikkinchi integral nolga teng ekanligini e'tiborga olib, integral amalini bajargandan so'ng quyidagini hosil qilamiz

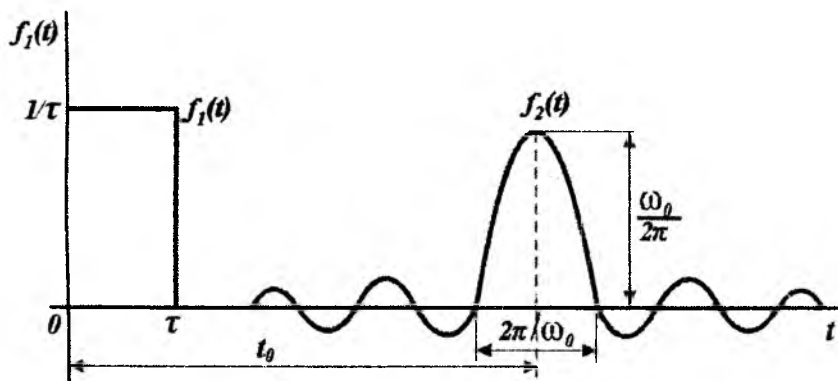
$$f_2(t) = \frac{\omega_0}{\pi} \cdot \frac{\sin[\omega_0(t-t_0)]}{\omega_0(t-t_0)}. \quad (5.57)$$

5.13-rasmda (5.57) ifoda bilan aniqlanadigan $f_2(t)$ chiqish signalining shakli keltirilgan. Rasmdan ko'rinadiki, chiqish signalining shakli kirish $f_1(t)$ signali shaklidan tubdan farq qiladi: uning shakli o'zgargan va vaqt bo'yicha yoyilgan (nazariy jihatdan cheksizlikka ega). Bu esa yuqorida keltirib chiqarilgan signalning davomiyligi va uning spektr kengligi orasidagi bog'lanishni tasdiqlaydi: signal chastota bo'yicha cheklangan – vaqt bo'yicha cheksiz va teskarisi. Chiqish signalining t_0 ga kechikishi FChT ning $t_0 = -d\varphi/d\omega$ tikligiga bog'liq. Chastota ω_0 ning ortishi (filtarning o'tkazish yo'lagi kengayishi) bilan impulsning $2\pi/\omega_0$ ga teng bo'lgan bosh yaprog'ining asosi

torayadi, kechikish t_0 kamayadi, impuls amplitudasi ortadi. Shunga e'tibor qaratish zarurki, nazariy jihatdan (5.57) ga ko'ra $f_2(t)$ signal $t < 0$ bo'lganda ham, ya'ni kirish signali ta'sir etgunga qadar ham mavjud bo'ladi. Bu esa fizik jarayonning kechishi shartiga mos bo'lmagan holat va QChFi AChTini ideallashtirishning oqibatidir.

Birlik signali. Endi birlik impuls funksiya shaklidagi signalning tavsifi (5.56) bo'lgan QChF orqali o'tishini ko'ramiz. Birlik funksiya $1(t)$ tenglamasini integral shaklida yozamiz

$$1(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{\omega} \cdot \sin \omega t d\omega \quad (5.58)$$



5.13-rasm. Chiqish signalidagi to'liqlar.

Ushbu (5.58)dagi integralning spektri $1/\omega$ ga teng bo'lgan $f(t) = 1(t) - 1/2$ toq funksiya uchun Fure teskari o'zgartirishining haqiqiy qismi sifatida qarash mumkin. Unda (5.58) asosida va (5.52) va (5.56) shartlarni e'tiborga olib, chiqish signali uchun quyidagini yozish mumkin

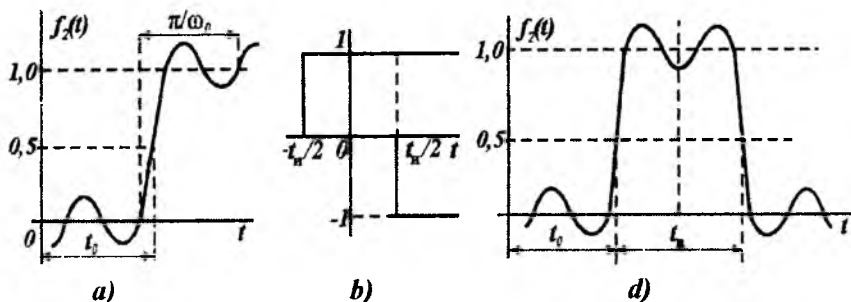
$$f_2(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} \frac{1}{\omega} \cdot \sin \omega(t - t_0) d\omega = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} S[\omega(t - t_0)]. \quad (5.59)$$

(5.59) integral tabulyatsiyalangan va unga integral sinusi $S[\omega(t - t_0)]$ deb nom berishgan. 5.14, a-rasmda ideal QChFning chiqishidagi (5.59) ifoda bilan aniqlanadigan signal grafigi keltirilgan.

Berilgan grafikdan kelib chiqadiki, QCHF o'tkazish yo'lagi qancha tor (ω_0 kichik) bo'lsa, impuls ortishi fronti shunchalar tik, ya'ni $df_2/dt = \omega_0/\pi$ kichik bo'ladi. Shunday qilib, birlik impulsidagi kabi, chiqish signalining shakl buzilishini kamaytirish uchun QCHFning o'tkazish yo'lagini kengaytirish zarur. Chiqish signalidagi to'liqlari yuqorida (5.13-rasmdagidek) keltirilgan sabablari bilan (QCHF ACHTning ideallashtirilishi bilan) tushuntiriladi.

To'g'ri burchakli impulsni bir-biridan $t_u/2$ ga siljirilgan (5.14,b-rasm) ikki birlik funksiyalarining ayirmasi deb qarash mumkin. Unda, zanjirning chiziqli ekanligini va (5.59) ifodalarni e'tiborga olib, shu holati uchun chiqish signalining tenglamasini keltirib chiqarishimiz mumkin

$$f_2(t) = \frac{1}{\pi} \left\{ \sin \left[\omega_0 \left(t - t_0 + \frac{t_u}{2} \right) \right] - \sin \left[\omega_0 \left(t - t_0 - \frac{t_u}{2} \right) \right] \right\}. \quad (5.60)$$



5.14-rasm. Ideal QCHFning chiqishidagi signal grafigi:

a) signal grafigi; b) to'g'ri burchakli impuls; d) chiqish signalining shakli.

5.14,d-rasmda $f_2(t)$ chiqish signalining shakli ko'rsatilgan, ya'ni bundan avvalgi holatlarga o'xshash, impulsning ortish va susayish frontlari davomiyliklari zanjirning o'tkazish yo'lagi ω_0 ga teskari proporsional ekan. O'tkazish yo'lagi qanchalar tor bo'lsa, impuls fronti shunchalar cho'ziq (davomiy) bo'ladi; impuls davomiyligi qanchalar kichik bo'lsa, zanjir o'tish yo'lagi shunchalar keng bo'lishi zarur. Aksariyat, amaliyotda o'tish yo'lagi kengligi $S_A = 2/t_u$ shartiga muvofiq qabul qilinadi.

5.8. Elektr zanjirlarining vaqt va chastotaviy tavsiflari orasidagi bog'lanish

III va IV-boblarda ko'rilgan o'tkinchi jarayonlarni tahlil qilishning vaqt va chastotaviy usullari, elektr zanjirlarining o'zaro bog'liq bo'lgan ikki tavsiflari: bir tomondan - impuls yoki o'tkinchi tavsiflariga, ikkinchi tomondan - kompleks uzatish funksiyasiga asoslangan. Ushbu tavsiflar orasida yagona bog'lanish mavjud. Shu bog'lanishni aniqlaymiz.

Faraz qilaylik, kompleks uzatish funksiyasi $H(j\omega)$ bo'lgan passiv elektr zanjirining kirishiga birlik impuls funksiyasi shaklidagi ta'sir berilmoqda. Unda, birlik impuls signalining spektri [(5.39)ga qarang] birga teng ekanligini e'tiborga olsak, chiqish signalining spektri (5.51)ga ko'ra quyidagicha bo'ladi:

$$F_2(j\omega) = F_1(j\omega)H(j\omega) = 1 \cdot H(j\omega). \quad (5.61)$$

Furening teskari o'zgartirishi (5.7) chiqish signali $f_2(t)$ ni aniqlaydi; uning qiymati zanjirning impuls tavsifiga teng

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (5.62)$$

Shunga o'xshash, (5.16) ifodani fizik amalda bajarish mumkinligini e'tiborga olib, Fure to'g'ri o'zgartirishini quyidagicha yozish mumkin.

$$H(j\omega) = \int_0^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt \quad (5.63)$$

Shunday qilib, muhim xulosaga kelamiz: *passiv elektr zanjirining impuls va kompleks uzatish funksiyalari o'zaro Furening (to'g'ri va teskari) o'zgartirish jufiligi* (5.62) va (5.63) bilan bog'langan. Bu esa, o'z navbatida shuni anglatadiki, zanjirning impuls tavsifi kompleks uzatish funksiyasini yagona bog'lanish bilan aniqlaydi va aksincha, zanjir kompleks uzatish funksiyasi impuls tavsifini yagona bog'lanish bilan aniqlaydi. Bunda $h(t)$ va $H(j\omega)$ uchun ko'rilgan barcha xususiyatlar va teoremlar taalluqlidir. Xususan, mustaqil o'zgaruvchi masshtabini o'zgartirish shunga olib keladiki, impuls tavsif vaqt bo'yicha qanchalar yoyilgan bo'lsa, uning ACHT shunchalar tor

bo'ladi va aksincha. Chiziqli elektr zanjiri signal shaklini o'zgartir-masligi uchun uning ACHT ravon bo'lishi zarurligi ta'kidlangan edi. Bu esa (5.40)ga muvofiq, zanjirning δ – funksiya shaklidagi impuls tavsifiga mos keladi, demak, yuqorida qayd etilganlarga to'la mos keladi.

Kompleks uzatish funksiyasining o'tkinchi tavsif bilan bog'-lanishi ham yagona ifoda bilan aniqlanadi. Chunki o'tkinchi tavsif zanjirning impuls tavsifi (5.4) bilan bog'langan. Shu bog'lanishni aniqlash uchun birlik funksiyaning integral shakldagi (5.58) yozi-lishidan foydalanamiz

$$l(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{\omega} \sin \omega t d\omega \quad (5.64)$$

va Eyler ifodasini e'tiborga olib (5.64)ni quyidagicha yozamiz:

$$l(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j\omega} d\omega = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\omega t}}{j\omega} d\omega. \quad (5.65)$$

Agar uzatish funksiyasi $H(j\omega) = |H(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$ bo'lgan elektr zanjiri kirishiga birlik funksiyasi (5.65) berilsa, unda zanjir chiqishidagi signal miqdor jihatdan o'tkinchi tavsif $g(t)$ ga teng bo'ladi; uning spektri (5.51)dan aniqlanadi $F_1(j\omega) = 1/j\omega$. Shuning uchun (5.65) ni e'tiborga olib, Furening teskari o'zgartirishini qo'llasak, quyidagilar-ni olamiz.

$$g(t) = \frac{H(0)}{2} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}}{j\omega} e^{j\omega t} d\omega,$$

$$\text{yoki} \quad g(t) = \frac{H(0)}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{|H(j\omega)|}{\omega} \cos \left[\omega t - \frac{\pi}{2} + \varphi(\omega) \right] d\omega, \quad (5.66)$$

bunda $H(0) = H(j\omega)|_{\omega=0}$.

Shunday qilib, $H(j\omega)$ berilgan bo'lsa, (5.66) yordamida $g(t)$ ni ham aniqlash mumkin bo'lar ekan. Fure va Laplas o'zgartirishlari orasidagi bog'lanishdan hamda, uning xususiyatlaridan kelib chiqib, $g(t)$ va $H(j\omega)$ orasidagi bog'lanishlar limitini aniqlash juda muhimdir

$$\left. \begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) &= g(\infty) = \lim_{\omega \rightarrow 0} H(j\omega) = H(0), \\ \lim_{t \rightarrow 0} g(t) &= g(0) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} H(j\omega) = H(\infty). \end{aligned} \right\} \quad (5.67)$$

Bu bog'lanishlar shuni ko'rsatadiki, agar barqarorlik rejimida zanjir uzatish funksiyasi nolli chastotada nolga teng bo'lmasa (o'zgarish tashkil etuvchiga yo'l ochiq), kirishidagi birlik ta'sir uchun chiqishdagi reaksiya noldan farqli bo'ladi. Aksincha, uzatish funksiyasi nolli chastotada nolga teng bo'lmasa vaqtning boshlang'ich onida $t=0$ (kommutatsiya onida) chiqishdagi reaksiya sakrab o'zgaradi, ya'ni zanjir cheksiz katta o'tkazish yo'lagiga ega bo'ladi.

Ko'rilgan bog'lanishlar signallarni chiziqli zanjirdan o'tkazish shartlari bilan batafsil tushuntiradi.

Pirovardida kompleks uzatish funksiyasining haqiqiy $H_1(\omega)$ va mavhum $H_2(\omega)$ qismlari orasidagi bog'lanishni aniqlaymiz. Buning uchun ifoda (5.62)ni quyidagi shaklda yozamiz

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |H(j\omega)| \cos(\omega t + \varphi) d\omega. \quad (5.68)$$

Undan, kompleks uzatish funksiyasini e'tiborga olib, quyidagini olamiz

$$h(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [H_1(\omega) \cos \omega t - H_2(\omega) \sin \omega t] d\omega. \quad (5.69)$$

(5.16) ifodani fizik amalda bajarish mumkinligi shartiga ko'ra $t > 0$ bo'lganda $h(t) = 0$. Shuning uchun (5.69) quyidagi shaklga keladi

$$0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [H_1(\omega) \cos \omega t + H_2(\omega) \sin \omega t] d\omega. \quad (5.70)$$

Ifodalar (5.69) va (5.70)ni hadlab qo'shsak va ayirsak, impuls tavsif bilan kompleks uzatish funksiyasining $H(j\omega)$ haqiqiy va mavhum qismlari orasidagi bog'lanishini aniqlaymiz

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} H_1(\omega) \cos \omega t d\omega = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} H_2(\omega) \sin \omega t d\omega. \quad (5.71)$$

Shunday qilib, zanjirning impuls tavsifini aniqlash uchun $H(j\omega)$ ning faqat haqiqiy $H_1(j\omega)$ va mavhum $H_2(j\omega)$ qismlaridan foydalanish kifoya ekan. (5.71)dan yana muhim xulosa chiqadi: uzatish funksiyasining haqiqiy va mavhum qismlarini alohida tanlash yoki zanjirning ACHT va FCHTlarini alohida tanlash mumkin emas, chunki ular quyidagi bog'lanishda bo'ladi.

$$H(j\omega) = \sqrt{H_1(j\omega)^2 + H_2(j\omega)^2};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{H_2(j\omega)}{H_1(j\omega)}.$$

VI-bob. TO'RTQUTBLIKLAR

6.1. To'rtqutbliklar va ularning turlari

Telekommunikatsiya tizimining turli sohalarida ko'pincha ikki juft qutblari bo'lgan elektr zanjirlarni tadqiq qilish masalasi yuzaga keladi. Shu qutblar yordamida ushbu zanjir boshqa zanjirning qismlari bilan bog'lanishi ko'zda tutiladi.

To'rtqutbliklar nazariyasi ikki qutbliklar nazariyasi rivojlanishining davomi hisoblanadi. *Istalgan ikki juft ikkiqutbliklarga nisbatan quriladigan elektr zanjir qismi to'rtqutblik deb ataladi.* To'rtqutblikning shartli belgilanishi 6.1 – rasmda keltirilgan.

Bir juft klemmalari 1–1' kirish, boshqa bir jufti 2–2' - chiqish klemmalari deyiladi. 1 - qutb orqali to'rtqutblikka kiradigan I_1 tok har doim 1' qutbdan chiqadigan tokka teng bo'lishi, 2 - qutbga kiradigan



6.1-rasm. To'rtqutblikning shartli belgilanishi.

tok doimo 2' qutbdan chiqadigan tokka teng bo'lishi shart.

To'rtqutbliklarning umumiy nazariyasida uning istalgan topologiyasi uchun, ya'ni to'rtqutblikni hosil qilgan elementlarning istalgan sxemalari uchun ham haqqoniy bo'lgan bog'lanishlar o'rnatiladi. Bu bog'lanishlar murakkab elektr zanjirlar tahlilini nisbatan sodalashtiradi.

Birorta holatni hisoblashga qadar, to'rtta kattalikning musbat yo'nalishlarini tanlaymiz. Bular - ikki kuchlanish va ikkita tok

yo‘nalishlaridir. Ular yo‘nalishlari 6.1-rasmda ko‘rsatilganidek, tanlanadi.

To‘rtqutblikni tahlil qilish masalasi quyidagilardan iborat: to‘rtqutblikning rejimini aniqlaydigan to‘rtta kattalikdan ikkitasi ma‘lum – ular ta’sir orqali beriladi. Qolgan ikkita kattalikni, ya’ni ta’sirga reaksiyani aniqlash talab qilinadi.

Mos ravishda bu masalani yechish uchun ikkita noma‘lumdan iborat ikkita tenglamalar tizimini tuzish lozim. Bunday tenglamalar to‘rtqutbliklar nazariyasining *asosiy tenglamalari* deyiladi.

Garmonik tebranishlar holatida to‘rtqutbliklarni chiziqli zanjirlar sifatida ko‘rib chiqish katta qiziqish uyg‘otadi.

6.1-jadvalda keltirilgan kompleks parametrli to‘rtqutblikning asosiy tenglamalari oltita variantni tashkil etadi.

6.1-jadval

Kompleks parametrli to‘rtqutbliklarni oltita varianti

№	1	2	3	4	5	6
Ta’sir	$\dot{I}_1, \dot{I}_2$	$\dot{U}_2, \dot{I}_2$	$\dot{U}_1, \dot{U}_2$	$\dot{I}_1, \dot{U}_2$	$\dot{U}_1, \dot{I}_2$	$\dot{U}_1, \dot{I}_1$
Reaksiya	$\dot{U}_1, \dot{U}_2$	$\dot{U}_1, \dot{I}_1$	$\dot{I}_1, \dot{I}_2$	$\dot{U}_1, \dot{I}_2$	$\dot{I}_1, \dot{U}_2$	$\dot{U}_2, \dot{I}_2$
Parametr	Z	$A (ABCD)$	Y	H	$F (G)$	B

Agar istalgan tashqi elementlar to‘rtqutblikning 1–1’ yoki 2–2’ klemmalariga ulanishi mumkin bo‘lsa, bunday to‘rtqutbliklar o‘tkazuvchan deb ataladi. To‘rtqutbliklar yig‘ilgan yoki tarqalgan, elementlardan tashkil topishi mumkin. To‘rtqutbliklar chiziqli va no-chiziqli, passiv va aktiv bo‘lishi mumkin.

Agar to‘rtqutblik ichida elektr energiya manbai bo‘lsa, bu to‘rtqutblik aktiv to‘rtqutblik deyiladi.

Aktiv chiziqli to‘rtqutbliklar avtonom yoki noavtonom bo‘lishi mumkin. Avtonom to‘rtqutbliklar avtonom ravishda yukda tok va kuchlanish hosil qilishi mumkin. Noavtonom to‘rtqutbliklarda yukdagi tok va kuchlanish nolga teng.

To'rtqutbliklar simmetrik va nosimmetrik bo'lishi mumkin. Kirish va chiqish uchlarining o'rni almashtirilganda tashqi zanjirdagi tok va kuchlanishlar o'zgarmasa, bunday to'rtqutbliklar simmetrik to'rtqutbliklar deyiladi. Aks holda to'rtqutbliklar nosimmetrik deyiladi.

Agar o'zarolik teoremasi bajarilsa, ya'ni kirishdagi kuchlanishning tokka nisbati ikki juft qutblarning qaysi biri kirish va qaysi biri chiqish uchlari ekanligiga bog'liq bo'lmasa, bu *to'rtqutblik qaytuvchan* deyiladi. Aks holda *to'rtqutbliklar qaytmas* deyiladi. Simmetrik *to'rtqutbliklar har doim qaytuvchandir*.

To'rtqutbliklarning turlari 6.2 – rasmda keltirilgan.

Bu bobda biz garmonik ta'sir ostidagi elementlari yig'ilgan, o'tuvchan passiv va noavtonom, chiziqli aktiv to'rt qutbliklarni ko'rib chiqamiz.

6.2. To'rtqutbliklarning uzatish tenglamalari parametrlari va ularning o'zaro bog'liqligi

Kirish klemmalariga $\dot{U}_1$ kuchlanish qo'yilgan, chiqish klemmalarida esa $\dot{U}_2$ kuchlanish ta'sir qiladigan shartlar asosida to'rtqutblikning ishini ko'rib chiqamiz. Tok va kuchlanishlarining yo'nalishlari ko'rsatilgan to'rtqutblik 6.3,*a*-rasmda keltirilgan.

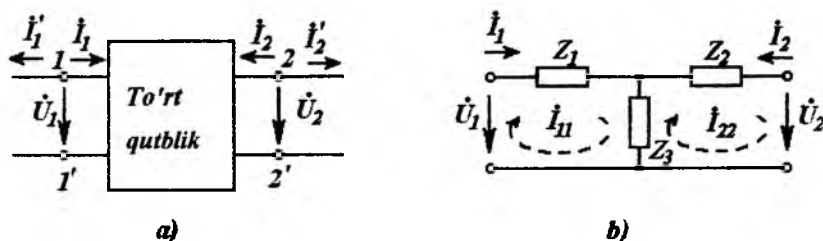
Kuchlanishlarning musbat yo'nalishi deb $\dot{U}_1$ va $\dot{U}_2$ ning yo'nalishi (6.3,*a*-rasm), toklarning musbat yo'nalishi deb $\dot{I}_1$ va $\dot{I}_2$ ning yo'nalishi tanlab olinsa, bu variant to'g'ri uzatish deyiladi. Agar toklarning musbat yo'nalishlari deb $\dot{I}_1$ va $\dot{I}_2$ larning yo'nalishlari qabul qilinsa, bu variant teskari uzatish deyiladi. Agar toklarning musbat yo'nalishi deb $\dot{I}_1$ va $\dot{I}_2$ larning yo'nalishi qabul qilinsa bu variant qarama – qarshi yo'nalish deyiladi.

Signallar (energiya) uzatish tizimi sifatidagi to'rtqutbliklarning xususiyatlari to'la-to'kis tashqi klemmalar orasidagi kuchlanishlar va bu klemmalarda oqayotgan toklarning munosabatlari bilan aniqlanadi.

Tenglamalar koeffitsiyentlarining o'lchov birliklariga qarab, to'rtqutblik parametrlari birnecha turga ajratiladi (6.1-jadval).

To'rtqutbliklar	
Elementlari yig'ilgan	Elementlari tarqoq
Chiziqli	Nochiziqli
Passiv	Aktiv
Avtonom	Noavtonom
Simmetrik	Nosimmetrik
Qaytuvchan	Qaytmas

6.2 - rasm. To'rtqutbliklarning turlari.



6.3 - rasm. Tok va kuchlanishlarining yo'nalishlari:

a) to'rtqutublik; b) T-simon to'rtqutblik.

To'rtqutblikning ikki juft qutblari orasidagi kompleks kuchlanishlar va toklarni bog'lovchi ifodalarga to'rtqutblikning uzatish tenglamalari deyiladi. To'rtqutblik uzatish tenglamalarining koeffitsientlari to'rtqutblik parametrlari deyiladi.

Z – parametrlar. T-simon to'rtqutblik uchun (6.3, b-rasm) uzatish tenglamalarini tuzamiz. Toklarning qarama-qarshi yo'nalishlarini tanlab olamiz.

Kontur toklar usulidan foydalanib, kontur toklari $\dot{I}_{11}=\dot{I}_1$ va $\dot{I}_{22}=-\dot{I}_2$ ni belgilaymiz va tenglamalar tizimini tuzamiz

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (Z_{11} + Z_3)\dot{I}_{11} - Z_3\dot{I}_{22} \\ -\dot{U}_2 = -Z_3\dot{I}_{11} + (Z_2 + Z_3)\dot{I}_{22}. \end{cases} \quad (6.1)$$

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: $Z_{11}=Z_1+Z_3$; $Z_{12}=Z_3$; $Z_{21}=Z_3$; $Z_{22}=(Z_2+Z_3)$ va $\dot{U}_1$ va $\dot{U}_2$ kuchlanishlar hamda $\dot{I}_1$ va $\dot{I}_2$ toklardan quyidagi bog'lanishlarni hosil qilamiz. (6.1 – jadval, 1-bandiga qarang), unda tenglamalar

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2. \end{cases} \quad (6.2)$$

Ba'zan, kompleks qarshiliklar Z_N qisqalik uchun ostiga chizilmaydi. Unda tenglamalar matritsali ko'rinishda quyidagicha yoziladi:

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

$Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22}$ – koeffitsientlar to'rtqutblikning *Z-parametrlari* yoki o'zining o'lchov birliklariga muvofiq (qarshilik o'lchov birligiga ega) *qarshilik parametrlari* deb ataladi. Ular kompleks kattaliklar bo'lib chastotaga bog'liqdir. Shunga o'xshash, to'rtqutblikning (6.2) tenglamalarini ham *qarshilik shaklidagi* yoki *Z-parametr shaklidagi uzatish tenglamalari* deyish mumkin. Z-parametrlar qisqa tutashuv va yuksiz ishlash rejimlari yordamida quyidagicha aniqlanadi:

$Z_{11} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right)_{\dot{I}_2=0}$ - chiqish uchlari ochiq bo'lganida kirish qutblari tomonidan kirish qarshiligi;

$Z_{12} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right)_{\dot{I}_1=0}$ - kirish uchlari ochiq bo'lganida uzatish qarshiligi;

$Z_{21} = \left(\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right)_{\dot{I}_2=0}$ - chiqish uchlari ochiq bo'lganida uzatish qarshiligi;

$Z_{22} = \left(\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right)_{\dot{I}_1=0}$ - kirish uchlari ochiq bo'lganida chiqish uchlari tomonidan chiqish qarshiligi.

Y-parametrlar. (6.2) tenglamalar tizimidan $\dot{I}_1$ va $\dot{I}_2$ toklarni aniqlaymiz.

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \frac{Z_{22}\dot{U}_1 - Z_{12}\dot{U}_2}{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}} = \frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}}\dot{U}_1 + \frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \frac{Z_{11}\dot{U}_2 - Z_{21}\dot{U}_1}{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}} = \frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}}\dot{U}_2 + \frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}}\dot{U}_1 \end{cases}$$

Ushbu tizim aniqlovchisi belgilanishini kiritdik, Y-parametrlar quyidagi ko'rinishga keladi.

$$\det Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12} \text{ va}$$

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{\det Z}; \quad Y_{12} = \frac{-Z_{12}}{\det Z}; \quad Y_{21} = \frac{-Z_{21}}{\det Z}; \quad Y_{22} = \frac{Z_{11}}{\det Z};$$

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{cases} \quad (6.4)$$

Ba'zi adabiyotlarda N elementning kompleks uzatuvchanligi va kompleks qarshiligi tagiga chiziqli bilan belgilanadi. Bizda, aksariyat adabiyotlarda belgilangandagi kabi, kompleks qarshilik Z_N va kompleks uzatuvchanlik Y_N belgilanadi. Unda tenglamalar matritsali ko'rinishda quyidagicha yoziladi.

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix}$$

Y koeffitsiyentlar kirish va uzatish o'tkazuvchanliklarini o'zida aks ettirib, o'tkazuvchanlik o'lchov birligiga ega. Shuning uchun ular o'tkazuvchanlik parametri ham deb ataladi. Ular quyidagicha aniqlanadi:

$$Y_{11} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right)_{\dot{U}_2=0} - \text{chiqish klemmalari qisqa tutashtirilgandagi kirish}$$

klemmalari tomonidan kirish o'tkazuvchanligi;

$$Y_{12} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right)_{\dot{U}_1=0} - \text{kirish klemmalari qisqa tutashtirilgandagi uzatish}$$

o'tkazuvchanligi;

$$Y_{21} = \left(\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right)_{\dot{U}_2=0} - \text{chiqish klemmalari qisqa tutashtirilgandagi uzatish}$$

o'tkazuvchanligi;

$Y_{22} = \left(\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right)_{\dot{U}_1=0}$ - kirish klemmalari qisqa tutashtirilgandagi chiqish

klemmalari tomonidan chiqish o'tkazuvchanligi.

A – parametrlar. (6.2) tenglamalar tizimining ikkinchi tenglamasidan birinchi tokning ifodasini aniqlaymiz.

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_{21}} - \frac{Z_{22}\dot{I}_2}{Z_{21}},$$

uni (6.2) tenglamalar tizimining birinchi tenglamasiga qo'yib $\dot{U}_1$ uchun ifodani hosil qilamiz.

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_{11} \left(\frac{\dot{U}_2}{Z_{21}} - \frac{Z_{22}\dot{I}_2}{Z_{21}} \right) + Z_{12}\dot{I}_2 = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}\dot{U}_2 - \frac{Z_{11}Z_{22}}{Z_{21}}\dot{I}_2 + Z_{12}\dot{I}_2 = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}\dot{U}_2 + \\ &+ \left(Z_{12} - \frac{Z_{11}Z_{22}}{Z_{21}} \right) \dot{I}_2 = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}\dot{U}_2 + \left(\frac{Z_{21}Z_{12} - Z_{11}Z_{22}}{Z_{21}} \right) \dot{I}_2 = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}\dot{U}_2 - \frac{\det Z}{Z_{21}}\dot{I}_2. \end{aligned}$$

Natijada quyidagi tenglamalar tizimsini hosil qilamiz

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}\dot{U}_2 - \frac{\det Z}{Z_{21}}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{1}{Z_{21}}\dot{U}_2 - \frac{Z_{22}}{Z_{21}}\dot{I}_2. \end{cases}$$

Quyidagi belgilashlarni kiritib

$$A_{11} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}, \quad A_{12} = -\frac{\det Z}{Z_{21}}, \quad A_{21} = \frac{1}{Z_{21}}, \quad A_{22} = -\frac{Z_{22}}{Z_{21}},$$

A-parametrli tenglamalar tizimsini hosil qilamiz

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 - A_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 - A_{22}\dot{I}_2, \end{cases}$$

yoki matritsali ko'rinishida quyidagicha baladi:

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{pmatrix}, \quad (6.5)$$

A_{11} va A_{22} koeffitsiyentlar o'lchov birligiga ega emas, A_{12} - qarshilik o'lchov birligiga ega, A_{21} - o'tkazuvchanlik o'lchov birligiga ega. Bu koeffitsiyentlar quyidagicha aniqlanishi mumkin:

$A_{11} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{I_2=0}$ - chiqish klemmalari uzilgan holda, kuchlanishlar

nisbati;

$A_{12} = \left(\frac{\dot{U}_1}{-I_2} \right)_{\dot{U}_2=0}$ - chiqish klemmalari qisqa tutashtirilgan holda,

o'tkazuvchanlikka teskari kattalik;

$A_{21} = \left(\frac{I_1}{\dot{U}_2} \right)_{I_2=0}$ - chiqish klemmalari uzilgan holda o'tkazuvchanlik,

qarshilikka teskari kattalik;

$A_{22} = \left(\frac{I_1}{-I_2} \right)_{\dot{U}_2=0}$ - chiqish klemmalari qisqa tutashtirilgan holda toklar

nisbati.

N - **parametrlar**. (6.2) tenglamalar tizimining ikkinchi tenglamasidan ikkinchi tokni topamiz

$$I_2 = \frac{1}{Z_{22}} \dot{U}_2 - \frac{Z_{21}}{Z_{22}} I_1,$$

uni birinchi tenglamaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz.

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_{11} I_1 = Z_{12} \left(\frac{1}{Z_{22}} \dot{U}_2 - \frac{Z_{21}}{Z_{22}} I_1 \right) = Z_{11} I_1 + \frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{22}} I_1 = \\ &= \left(Z_{11} - \frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{22}} \right) I_1 + \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \dot{U}_2 = \frac{Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}}{Z_{22}} I_1 + \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \dot{U}_2 = \\ &= \frac{\det Z}{Z_{22}} I_1 + \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \dot{U}_2. \end{aligned}$$

Natijada quyidagi tenglamalar tizimi hosil bo'ladi.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \frac{\det Z}{Z_{22}} I_1 + \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \dot{U}_2 \\ I_2 = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} I_1 + \frac{1}{Z_{22}} \dot{U}_2. \end{cases}$$

Quyidagi belgilashlarni kiritib, N -parametrlarni aniqlaymiz.

$$H_{11} = \frac{\det Z}{Z_{22}}, \quad H_{12} = \frac{Z_{12}}{Z_{22}}, \quad H_{21} = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}}, \quad H_{22} = \frac{1}{Z_{22}}$$

va N -parametrlari qatnashgan uzatish tenglamalarini hosil qilamiz

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2 \end{cases} \quad (6.6)$$

yoki matritsali ko‘rinishida quyidagini yozamiz:

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix}.$$

Qisqa tutashuv va yuksiz ishlash rejimlarini ko‘rib chiqib, N -parametr ma‘nosini aniqlash mumkin.

$H_{11} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right)_{\dot{U}_2=0}$ - qisqa tutashuv holatida chiqish klemmlaridagi

kirish qarshiligi;

$H_{12} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{\dot{I}_1=0}$ - chiqish klemmlari ochiq bo‘lganda kuchlanishning

teskari bog‘lanish funksiyasi;

$H_{21} = \left(\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right)_{\dot{U}_2=0}$ - chiqish klemmlari qisqa tutashtirilganda toklarning

uzatish funksiyasi;

$H_{22} = \left(\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right)_{\dot{I}_1=0}$ - kirish klemmlari uzilganda chiqish o‘tkazuvchan-

ligi.

F-parametrlar. Texnik adabiyotlarda F belgilash o‘rniga ba‘zan G belgilashdan foydalaniladi. (6.2) tenglamalar tizimining birinchi tenglamasidan birinchi tokni topamiz

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{Z_{11}}\dot{U}_1 - \frac{Z_{12}}{Z_{11}}\dot{I}_2$$

uni (6.2) tizimning ikkinchi tenglamasiga qo‘yib, quyidagi ifodani hosil qilamiz

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= Z_{21} \left(\frac{\dot{U}_1}{Z_{11}} - \frac{Z_{12}\dot{I}_2}{Z_{11}} \right) + Z_{22}\dot{I}_2 = \frac{Z_{21}}{Z_{11}}\dot{U}_1 - \frac{Z_{21}Z_{12}}{Z_{11}}\dot{I}_2 + Z_{22}\dot{I}_2 = \frac{Z_{21}}{Z_{11}}\dot{U}_1 + \\ &= \left(Z_{22} - \frac{Z_{21}Z_{12}}{Z_{11}} \right) \dot{I}_2 = \frac{Z_{21}}{Z_{11}}\dot{U}_1 + \left(\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}}{Z_{11}} \right) \dot{I}_2 = \frac{Z_{21}}{Z_{11}}\dot{U}_1 + \frac{\det Z}{Z_{11}}\dot{I}_2 \end{aligned}$$

Natijada quyidagi tenglamalar tizimini yozish mumkin

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \frac{1}{Z_{11}} \dot{U}_1 - \frac{Z_{12}}{Z_{11}} \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} \dot{U}_1 + \frac{\det Z}{Z_{11}} \dot{I}_2. \end{cases}$$

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz

$$F_{11} = \frac{1}{Z_{11}}, F_{12} = \frac{Z_{12}}{Z_{11}}, F_{21} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}}, F_{22} = \frac{\det Z}{Z_{11}}$$

va F -parametrli tenglamalar tizimini hosil qilamiz

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = F_{11} \dot{U}_1 + F_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = F_{21} \dot{U}_1 + F_{22} \dot{I}_2 \end{cases} \quad (6.7)$$

yoki matritsali ko'rinishda quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}.$$

Kirishda qisqa tutashuv va chiqishda yuksiz ishlash rejimlarini ko'rib chiqib F -parametrlarning ma'nosini aniqlash mumkin.

$F_{11} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right)_{\dot{I}_2=0}$ - chiqish klemmalari uzilganda kirish o'tkazuvchanligi;

$F_{12} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right)_{\dot{U}_1=0}$ - chiqish klemmalari qisqa tutashganda toklarning uza-

tish funksiyasi;

$F_{21} = \left(\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right)_{\dot{I}_2=0}$ - chiqish klemmalari uzilganda kuchlanishning uzatish

funksiyasi;

$F_{22} = \left(\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right)_{\dot{U}_1=0}$ - kirish klemmalari qisqa tutashganda chiqish qar-

shiligi.

V - **parametrlar**. (6.2) tenglamalar tizimining birinchi tenglamasi-dan tokni aniqlaymiz.

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{Z_{12}} \dot{U}_1 - \frac{Z_{11}}{Z_{12}} \dot{I}_1,$$

va bu ifodani (6.2) tizimning ikkinchi tenglamasiga qo'yamiz va kuchlanishni aniqlaymiz.

$$\begin{aligned}\dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\left(\frac{\dot{U}_1}{Z_{12}} - \frac{Z_{11}}{Z_{12}}\dot{I}_1\right) = Z_{21}\dot{I}_1 + \frac{Z_{22}}{Z_{12}}\dot{U}_1 - \frac{Z_{12}Z_{11}}{Z_{12}}\dot{I}_1 = \frac{Z_{22}}{Z_{12}}\dot{U}_1 + \\ &= \left(Z_{21} - \frac{Z_{22}Z_{11}}{Z_{12}}\right)\dot{I}_1 = \frac{Z_{22}}{Z_{12}}\dot{U}_1 + \left(\frac{Z_{21}Z_{12} - Z_{22}Z_{11}}{Z_{12}}\right)\dot{I}_1 = \frac{Z_{22}}{Z_{12}}\dot{U}_1 - \frac{\det Z}{Z_{12}}\dot{I}_1.\end{aligned}$$

Natijada quyidagi tenglamalar tizimi hosil bo'ladi.

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = \frac{Z_{22}}{Z_{12}}\dot{U}_1 - \frac{\det Z}{Z_{12}}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = \frac{1}{Z_{12}}\dot{U}_1 - \frac{Z_{11}}{Z_{12}}\dot{I}_1. \end{cases}$$

Quyidagi belgilashlarni kiritib

$$B_{11} = \frac{Z_{22}}{Z_{12}}, \quad B_{12} = -\frac{\det Z}{Z_{12}}, \quad B_{21} = \frac{1}{Z_{12}}, \quad B_{22} = -\frac{Z_{11}}{Z_{12}},$$

V-parametrlar tenglamalar tizimini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = B_{11}\dot{U}_1 - B_{12}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = B_{21}\dot{U}_1 - B_{22}\dot{I}_1, \end{cases} \quad (6.8)$$

yoki matritsali ko'rinishda

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ -\dot{I}_1 \end{pmatrix}.$$

V-parametrlar berilgan toklar va kuchlanishlar bo'yicha qisqa tutashuv va yuksiz ishlash rejimlarida aniqlanishi mumkin.

$$B_{11} = \left(\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}\right)_{\dot{I}_1=0}; \quad B_{12} = \left(\frac{\dot{U}_2}{-\dot{I}_1}\right)_{\dot{U}_1=0}; \quad B_{21} = \left(\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}\right)_{\dot{I}_1=0}; \quad B_{22} = \left(\frac{\dot{I}_2}{-\dot{I}_1}\right)_{\dot{U}_1=0}.$$

Qaytuvchan to'rtqutbliliklar uchun har bir ko'rinishdagi parametrlar orasida quyidagicha bog'lanish mavjud.

$$Z_{11} = Z_{22}; \quad Y_{12} = Y_{21}; \quad H_{12} = -H_{21}; \quad F_{12} = -F_{21};$$

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1; \quad B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21} = 1.$$

Shunday qilib, qaytuvchan nosimmetrik to'rtqutblilik uchta mustaqil parametrlar orqali xarakterlanadi.

Simmetrik qaytuvchan to'rtqutbliliklarda yuqorida sanab o'tilgan bog'lanishlardan tashqari uning parametrlari orasida quyidagicha bog'lanishlar mavjud:

$$Z_{11} = Z_{22}; \quad Y_{12} = Y_{22}; \quad H_{11} = -H_{22}; \quad F_{11} = -F_{22}; \quad A_{11} = A_{22}; \quad B_{11} = B_{22}.$$

Shu sababli simmetrik qaytuvchan to'rtqutblik faqat ikkita mustaqil parametrlar orqali xarakterlanadi. Chiziqli passiv to'rtqutbliklar har doim qaytuvchan bo'ladi. 6.2-jadvalda toklarning turlicha yo'nalishlari uchun to'rtqutblikning asosiy tenglamalari keltirilgan.

6.2-jadval

To'rtqutblikning asosiy tenglamalari

$\begin{cases} I_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ I_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{cases}$	$\begin{cases} I_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ I_2 = Y_{21}\dot{U}_1 - Y_{22}\dot{U}_2 \end{cases}$	$\begin{cases} I_1 = -Y_{11}\dot{U}_1 - Y_{12}\dot{U}_2 \\ I_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{cases}$
$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 - Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 - Z_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{U}_1 = -Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = -Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$
$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2 \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = -H_{21}\dot{I}_1 - H_{22}\dot{U}_2 \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{U}_1 = -H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = -H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2 \end{cases}$
$\begin{cases} \dot{I}_1 = F_{11}\dot{U}_1 + F_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = F_{21}\dot{U}_1 + F_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{I}_1 = F_{11}\dot{U}_1 - F_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = F_{21}\dot{U}_1 - F_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{I}_1 = -F_{11}\dot{U}_1 - F_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = F_{21}\dot{U}_1 + F_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$
$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 - A_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 - A_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 - A_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = -A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$
$\begin{cases} \dot{U}_2 = B_{11}\dot{U}_1 - B_{12}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = B_{21}\dot{U}_1 - B_{22}\dot{I}_1 \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{U}_2 = B_{11}\dot{U}_1 - B_{12}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = -B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1 \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{U}_2 = B_{11}\dot{U}_1 + B_{12}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1 \end{cases}$

6.3. Oddiy to'rtqutbliklar parametrlari

Bir elementli parallel to'rtqutblik. Bir elementi bo'lgan parallel to'rtqutblikning (6.4,a-rasm) A -parametrlarini aniqlaymiz. Toklarning qarama-qarshi yo'nalishini tanlab va $\dot{U}_1 = \dot{U}_2$ ekanligini e'tiborga olib, KTQni yozamiz.

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0. \quad (6.9)$$

Om qonuniga biroan $\dot{I}_3 = \dot{U}_2 / Z$ ni aniqlab, (6.9) tenglamaga qo'yib $\dot{I}_1 = (1/Z)\dot{U}_2 - \dot{I}_2$ ni aniqlaymiz va A -parametrli tenglamalar tizimini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = 1 \cdot \dot{U}_2 + 0 \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{1}{Z} \dot{U}_2 + 1 \cdot \dot{I}_2, \end{cases}$$

shu tenglamalar matritsa ko'rinishda quyidagicha bo'ladi:

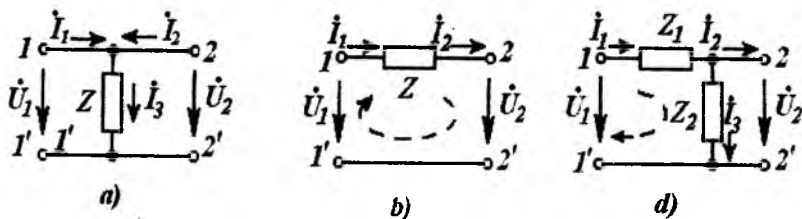
$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{pmatrix}, \quad (6.10)$$

undagi A -parametrning matritsa ko'rinishi

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z & 1 \end{pmatrix}$$

ga teng bo'ladi, demak, $A_{11} = 1$; $A_{12} = 0$; $A_{21} = 1/Z$; $A_{22} = 1$.

Bir elementli ketma - ket to'rtqutblik. Bir elementli ketma-ket to'rtqutblikning (6.4,b-rasm) A -parametrlari matritsasini aniqlaymiz.



6.4-rasm. Bir elementli ketma - ket to'rtqutbliklar:
 a) T-simon to'rtqutblik; b) bir elementli to'rtqutblik;
 d) G-simon to'rtqutblik;

Toklar yo'nalishini to'g'ri uzatishdagi kabi tanlaymiz.

Ko'rib o'tilgan holatda $\dot{I}_1 = \dot{I}_2$ KKQ asosida

$$-\dot{U}_1 + Z\dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0 \text{ va } \dot{U}_1 = \dot{U}_2 + Z\dot{I}_2.$$

Natijada toklarning berilgan yo'nalishlari uchun A -parametrli tenglamalar tizimini hosil qilamiz

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = 1 \cdot \dot{U}_2 + Z \cdot \dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 = 0 \cdot \dot{U}_2 + 1 \cdot \dot{I}_2, \end{cases}$$

yoki matritsa ko'rinishda

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}. \quad (6.11)$$

Mos ravishda A -parametrlarning matritsasi quyidagiga teng

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

G-simon to'rtqutblik. G -simon to'rtqutblik (6.4, d -rasm) A -parametrlari matritsasini aniqlaymiz. KKQi asosida quyidagilarni yozish mumkin.

$$\dot{U}_1 = Z_1 \dot{I}_1 + Z_2 \dot{I}_3.$$

KTQga ko'ra $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$ bo'lgani sababli

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2}, \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2} + \dot{I}_2$$

bo'ladi. Natijada kirish kuchlanishi quyidagicha yoziladi

$$\dot{U}_1 = (\dot{I}_2 + \dot{I}_3)Z_1 + Z_2 \dot{I}_3 = Z_1 \dot{I}_2 + Z_1 \dot{I}_3 + Z_2 \dot{I}_3 = (Z_1 + Z_2) \dot{I}_3 + Z_1 \dot{I}_2,$$

va tok $\dot{I}_3$ ning o'rniga $\dot{U}_2 / Z_2$ ni quyib, bu ifodani ixchamlashtiramiz.

$$\dot{U}_1 = [(Z_1 + Z_2) / Z_2] \dot{U}_2 + Z_1 \dot{I}_2 = [(Z_1 / Z_2) + 1] \dot{U}_2 + Z_1 \dot{I}_2.$$

Mos ravishda A -parametrli tenglamalar tizimi quyidagi ko'rinishga keladi

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (Z_1/Z_2 + 1)\dot{U}_2 + Z_1\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = 1/Z_2 \cdot \dot{U}_2 + 1 \cdot \dot{I}_2, \end{cases}$$

yoki matritsali ko'rinishda

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 + Z_1/Z_2) & Z_1 \\ 1/Z_2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}. \quad (6.12)$$

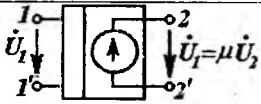
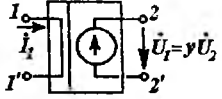
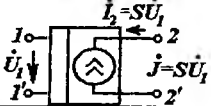
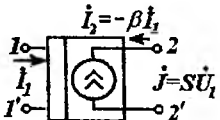
A-parametrlarning matritsasi quyidagiga teng:

$$A = \begin{pmatrix} (1 + Z_1/Z_2) & Z_1 \\ 1/Z_2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Boshqariluvchi manbalar aktiv chiziqli qaytuvchan bo'lmagan to'rtqutbliklar kabi qaralishi mumkin. Bu to'rtqutbliklar *A*-parametrlari matritsasi 6.3-jadvalda keltirilgan.

6.3-jadval

To'rtqutbliklar A-parametrlari matritsasi

	$A = \begin{pmatrix} 1/\mu & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
	$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1/Y & 0 \end{pmatrix}$
	$A = \begin{pmatrix} 0 & 1/S \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
	$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/\beta \end{pmatrix}$

6.4. To'rtqutbliklarning ulanish sxemalari

Murakkab sxemasi ma'lum bo'lgan to'rtqutblik, umumiy holda, birnecha sonli oddiy to'rtqutbliklarga ajratilishi mumkin. Bunda

to'rtqutbliklar ulanishlarini kaskadli, parallel, ketma-ket, parallel - ketma-ket, ketma-ket - parallel turlariga ajratish mumkin. Tashkil etuvchi oddiy bo'lgan to'rtqutbliklarning parametrlari avvaldan ma'lum bo'lganda, natijaviy to'rtqutblikning parametrlarini aniqlash usullari bilan tanishaylik. To'rtqutbliklar ulanishlarining har bir yuqorida keltirilgan usullari uchun, elementlarini hisoblash eng oson bo'lgan ulanish matritsalarini aniqlash qoidalari quyida asoslanadi. Boshqa ulanish matritsalarini esa 6.4-jadvaldan aniqlanadi.

To'rtqutblikning kaskadli ulanishi. Ikki to'rtqutblik kaskadli ulanish sxemasi 6.5,a-rasmda keltirilgan.

Birinci va ikkinchi to'rtqutbliklar uchun A -parametrli matritsa tenglamalarini yozamiz.

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad \text{va} \quad \begin{pmatrix} \dot{U}_1^* \\ \dot{I}_1^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A''_{11} & A''_{12} \\ A''_{21} & A''_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

To'rtqutblikning kaskadli ulanishi. Ikki to'rtqutblik kaskadli ulanish sxemasi 6.5,a-rasmda keltirilgan.

Birinci va ikkinchi to'rtqutbliklar uchun A -parametrli matritsa tenglamalarini yozamiz

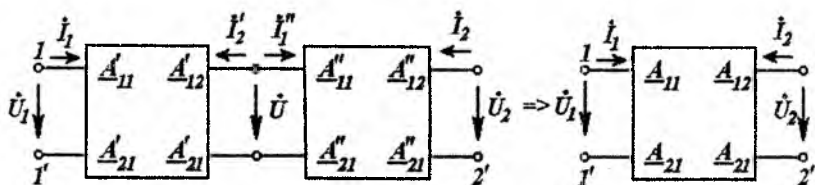
$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad \text{va} \quad \begin{pmatrix} \dot{U}_1^* \\ \dot{I}_1^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A''_{11} & A''_{12} \\ A''_{21} & A''_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

Kaskadli ulanganda bir to'rtqutblikning chiqish toki va kuchlanishlari undan keyingi ulangan to'rtqutblikning kirish toki va kuchlanishlariga mos ravishda teng. 6.5,a-rasmdagi sxema uchun $\dot{I}_1'' = -\dot{I}_2$; $\dot{U}_1'' = \dot{U}_2 = \dot{U}$ bo'lganligi uchun, (6.6) ifodalarning chap tomondagi to'rtqutblik $\begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{pmatrix}$ matritsasini ifodalar o'ng tomoni-dagi to'rtqutblik $\begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{pmatrix}$ matritsasi bilan almashtiramiz va natijaviy to'rtqutblikning matritsa shaklidagi tenglamasini hosil qilamiz

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A''_{11} & A''_{12} \\ A''_{21} & A''_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

Demak, natijaviy to'rtqutblik (6.6,b-rasm) A -parametri quyida-gicha aniqlanadi

$$A = A' A'' = \begin{pmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A''_{11} & A''_{12} \\ A''_{21} & A''_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A'_{11} A''_{11} + A'_{12} A''_{21} & A'_{11} A''_{12} + A'_{12} A''_{22} \\ A'_{21} A''_{11} + A'_{22} A''_{21} & A'_{21} A''_{12} + A'_{22} A''_{22} \end{pmatrix}$$



6.5-rasm. To'rtqutblikning kaskadli ulanishi.

Shunday qilib, ikki to'rtqutblikni kaskad ulaganda natijaviy to'rtqutblikning A -parametri ulanayotgan to'rtqutbliklar A -parametri ko'paytmasiga teng ekan.

Ushbu qoida ixtiyoriy sondagi to'rtqutbliklar ulanishida (to'rtqutbliklar qatoriga) ham joiz bo'ladi, ya'ni N ta to'rtqutbliklar kaskad ulanganda

$$A = \|A_1\| \cdot \|A_2\| \cdot \dots \cdot \|A_N\|, \quad (6.15)$$

bundagi ko'paytma matritsalar ketma-ketligi to'rtqutbliklar ulanish ketma-ketligi bilan mos kelishi darkor.

To'rtqutbliklar parallel va ketma-ket ulanishi. 6.6,a-rasmda to'rtqutbliklarning parallel ulanish sxemasi keltirilgan.

To'rtqutbliklar kaskad ulangandan so'ng ular muntazamligini saqlaydi, deb hisoblaymiz, ya'ni *ulangandan so'ng har bir to'rtqutblikning tenglamalar tizimi ulanishdan avvalgi holatini saqlab qolsa, bunday ulanish muntazam deyiladi*. Shuni ta'kidlash zarurki, to'rtqutbliklarning kaskad ulanishi doimo muntazam hisoblanadi.

Parallel ulanayotgan to'rtqutbliklar quyidagi Y -parametrida tavsiflanadi deylik

$$\begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}' & Y_{12}' \\ Y_{21}' & Y_{22}' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1' \\ U_2' \end{bmatrix} \quad \text{va} \quad \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}'' & Y_{12}'' \\ Y_{21}'' & Y_{22}'' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1'' \\ U_2'' \end{bmatrix}. \quad (6.17)$$

To'rtqutbliklar parallel ulanganda $I_1 = I_1' + I_1''$ va $I_2 = I_2' + I_2''$. Shuning uchun

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}' & Y_{12}' \\ Y_{21}' & Y_{22}' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1' \\ U_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{11}'' & Y_{12}'' \\ Y_{21}'' & Y_{22}'' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1'' \\ U_2'' \end{bmatrix},$$

biroq, $U_1 = U_1' = U_1''$ va $U_2 = U_2' = U_2''$ bo'lganligi uchun,

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} Y'_{11} & Y'_{12} \\ Y'_{21} & Y'_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y''_{11} & Y''_{12} \\ Y''_{21} & Y''_{22} \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} \quad (6.18)$$

yoki matritsalarini qo'shish qoidalariga muvofiq

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y'_{11} + Y''_{11} & Y'_{12} + Y''_{12} \\ Y'_{21} + Y''_{21} & Y'_{22} + Y''_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix}. \quad (6.19)$$

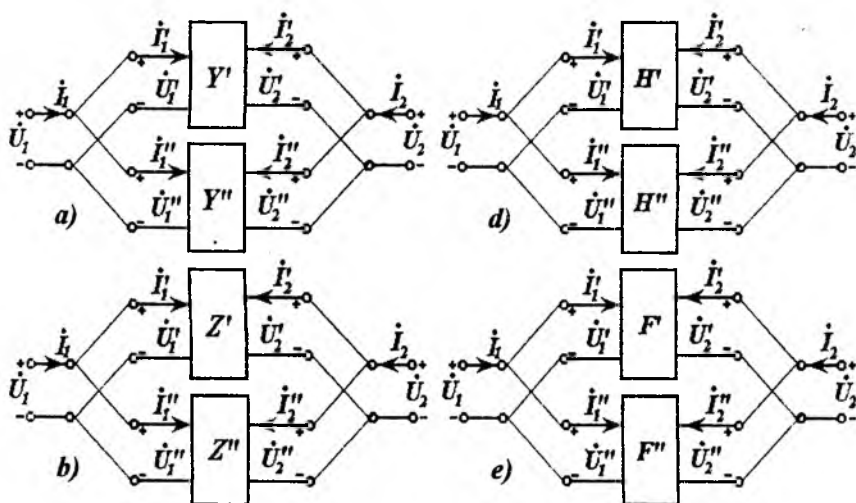
Biroq ushbu ifoda to'rtqutbliklar Y -parametrlari uzatish tenglamalarining matritsa shaklidagi yozuvini anglatadi. Demak, to'rtqutbliklarni parallel muntazam ulaganda, ulanishning Y -parametrlar matritsasi har bir to'rtqutbliklar Y -parametrlari matritsalarining yig'indisiga teng bo'lar ekan, ya'ni

$$Z = \sum_{k=1}^N Z_k.$$

6.4-jadval

To'rtqutbliklarni ulanish matritsalarini

$Y_{11} \ Y_{12}$	$\frac{Z_{22} - Z_{12}}{D_z} \quad \frac{A_{22} - D_A}{A_{12} \ A_{12}}$	$\frac{1}{H_{11}} \quad \frac{-H_{12}}{H_{11}}$	$\frac{D_F}{F_{22}} \quad \frac{F_{12}}{F_{22}}$
$Y_{21} \ Y_{22}$	$\frac{-Z_{21}}{D_z} \quad \frac{Z_{11}}{D_z}$	$\frac{-1}{H_{11}} \quad \frac{A_{21}}{H_{11}}$	$\frac{-F_{21}}{F_{22}} \quad \frac{1}{F_{22}}$
$Z_{11} \ Z_{12}$	$\frac{Y_{22} - Y_{12}}{D_F} \quad \frac{A_{11}}{A_{21}} \quad \frac{D_A}{A_{21}}$	$\frac{D_H}{H_{22}} \quad \frac{H_{12}}{H_{22}}$	$\frac{1}{F_{11}} \quad \frac{-F_{12}}{F_{11}}$
$Z_{21} \ Z_{22}$	$\frac{-Y_{21}}{D_F} \quad \frac{Y_{11}}{D_F}$	$\frac{1}{H_{22}} \quad \frac{-A_{22}}{H_{22}}$	$\frac{D_F}{F_{11}} \quad \frac{D_F}{F_{11}}$
$A_{11} \ A_{12}$	$\frac{-Y_{22} - 1}{Y_{21} \ Y_{21}} \quad \frac{Z_{12}}{Z_{21}} \quad \frac{D_z}{Z_{21}}$	$\frac{-D_H}{H_{21}} \quad \frac{-H_{11}}{H_{21}}$	$\frac{1}{F_{21}} \quad \frac{F_{22}}{F_{21}}$
$A_{21} \ A_{22}$	$\frac{-D_F}{Y_{21}} \quad \frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}} \quad \frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{F_{11}}{F_{21}} \quad \frac{D_F}{F_{21}}$
$H_{11} \ H_{12}$	$\frac{-1}{Y_{11}} \quad \frac{-Y_{12}}{Y_{11}}$	$\frac{D_z}{Z_{22}} \quad \frac{Z_{12}}{Z_{22}}$	$\frac{F_{22}}{D_F} \quad \frac{-F_{12}}{D_F}$
$H_{21} \ H_{22}$	$\frac{Y_{21}}{Y_{11}} \quad \frac{D_F}{Y_{11}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{22}} \quad \frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{-F_{21}}{D_F} \quad \frac{F_{11}}{D_F}$
$F_{11} \ F_{12}$	$\frac{D_F}{Y_{22}} \quad \frac{Y_{12}}{Y_{22}}$	$\frac{1}{Z_{11}} \quad \frac{-Z_{12}}{Z_{11}}$	$\frac{H_{22}}{D_H} \quad \frac{-H_{12}}{D_H}$
$F_{21} \ F_{22}$	$\frac{-Y_{21}}{Y_{22}} \quad \frac{1}{Y_{22}}$	$\frac{Z_{21}}{Z_{11}} \quad \frac{D_z}{Z_{11}}$	$\frac{-H_{21}}{D_H} \quad \frac{H_{11}}{D_H}$
$D_F = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}; \quad D_z = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}; \quad D_A = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21};$ $D_H = H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}; \quad D_F = F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21}.$			



6.6-rasm. To'rtqutbliklarni ulanish usullari.

To'rtqutbliklar ketma-ket - parallel va parallel - ketma-ket ulanishi. Ushbu rasmlarda to'rtqutbliklarning ketma-ket - parallel (6.6,d-rasm) va parallel - ketma-ket (6.6,e-rasm) ulanish sxemalari keltirilgan. Bu to'rtqutbliklar ulanishlari muntazam bo'lsa, ketma-ket - parallel ulanishda H -parametrlari

$$H = \sum_{k=1}^N H_k \quad (6.20,a)$$

va parallel - ketma-ket ulanishda F -parametrlari

$$F = \sum_{k=1}^N F_k \quad (6.20,b)$$

bo'lishiga ishonch hosil qilish mumkin.

To'rtqutbliklar ulanishlarining muntazamlilik shartlari. Quyida to'rtqutbliklar ulanishlari muntazamligining ba'zi joiz bo'lgan shartlari isbotsiz keltiriladi.

Agar ixtiyoriy to'rtqutbliklar kaskad; muvozanatlashti-rilgan to'rtqutbliklar parallel; umumiy klemmalari ikki klemma deb hisoblanishi mumkin bo'lgan uch klemmali to'rtqutbliklar parallel yoki ketma-ket ulansa, muntazam ulanish deyiladi.

6.5. To'rtqutbliklarning tashqi tavsiflari

To'rtqutblikning tashqi tavsiflari deganda, umumiy holda, berilgan ichqi qarshiligi mavjud bo'lgan generator (manba), to'rtqutblik va tashqi (chinish) klemmalariga ulangan yuklanish (ikkiquitblik)dan iborat bo'lgan zanjirning chastotaviy tavsiflariga aytiladi. Generatorning ichki qarshiligi (agar u nolga teng bo'lmasa) ham to'rtqutblik yuklanishining qarshiligiga kiradi.

Quyida, to'rtqutblik parametrlari va yuklanish qiymatlari berilgan bo'lsa, to'rtqutblikning tashqi chastotaviy tavsiflarini hisoblash yo'llari keltirilgan.

To'rtqutblikning kirish qarshiligi. To'rtqutblikning bir juft klemmalari, masalan 2-2' (6.7,a-rasm), Z_{YUK} yuklanish qarshiligiga ulangan bo'lsin. U holda yuklangan to'rtqutblik 1-1' klemmalar tomonidan ikkiquitblik sifatida ko'rilishi mumkin; uning kompleks qarshiligi yuklamaga ulangan *to'rtqutblikning kirish qarshiligi* deyiladi.

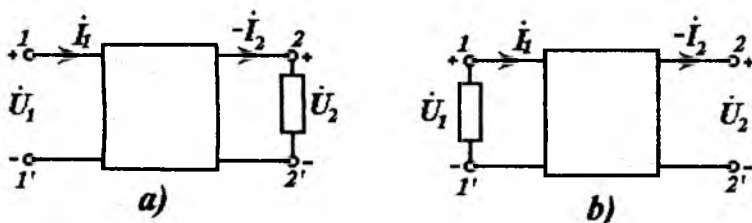
To'rtqutblikning kirish qarshiligi uning tashqi tavsiflari qatoriga kiradi, chunki u na faqat to'rtqutblikning xususiyatlariga (to'rtqutblik parametrlariga) bog'liq bo'ladi, balki to'rtqutblikning bir juft klemmalariga ulangan tashqi zanjir (yuklama) xususiyatlariga ham bog'liqdir.

To'rtqutblikning kirish qarshiligini uning xos parametrlari va yuklanish qarshiligiga bog'liqligini keltirib chiqaramiz.

Buning uchun to'rtqutblikning A-parametrlari bilan ifodalangan uzatish tenglamalaridan, ya'ni (6.5) shakldagi tenglamalardan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Qabul qilingan kuchlanish $\dot{U}_2$ va tokning $\dot{I}_2$ musbat (6.7,a-rasm) yo'nalishlarini e'tiborga olib, $\dot{U}_2$ ni $Z_2(\dot{I}_2)$ bilan almashtiramiz. Shundan so'ng, tenglamalar tizimidan birinchisini ikkinchisiga bo'lib, quyidagini hosil qilamiz

$$Z_{KHP\ 1} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{Z_2 A_{11} + A_{12}}{Z_2 A_{21} + A_{22}}. \quad (6.21,a)$$



6.7-rasm. To'rtqutblikni yuklamaga ulash:

a) 2-2' qismalarga tomniga yuklama ulash; b) 1-1' qismalarga tomniga yuklama ulash;

To'rtqutblikni 1-1' klemmalari tomonidan yuklamaga ulab (6.7,b-rasm), uning $Z_{KHP\ 2}$ kirish qarshiligini aniqlaymiz. Kuchlanishlar va toklarning qabul qilingan muskat yo'nalishlarida $\dot{U}_1 = -Z_1 \dot{I}_1$ va $Z_{KHP2} = \dot{U}_2 / \dot{I}_2$, yuqorida keltirilgan uzatish tenglamalaridan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = -Z_1 = \frac{-Z_2 A_{11} + A_{12}}{-Z_2 A_{21} + A_{22}}.$$

Bundan

$$Z_{kir\ 2} = \frac{Z_1 A_{22} + A_{12}}{Z_1 A_{21} + A_{11}}. \quad (6.21,b)$$

Kirish qarshiliklarining qiymatlarini boshqa parametrlar yordamida ham aniqlash mumkin. Masalan, A-parametrlarni to'rtqutblikning Z-parametrlari orqali ifodalab, quyidagilarni hosil qilish mumkin

$$Z_{kir\ 1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_2 + Z_{22}}; \quad Z_{kir\ 2} = Z_{22} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_1 + Z_{11}}. \quad (6.22)$$

Kirish o'tkazuvchanligini aniqlaymiz:

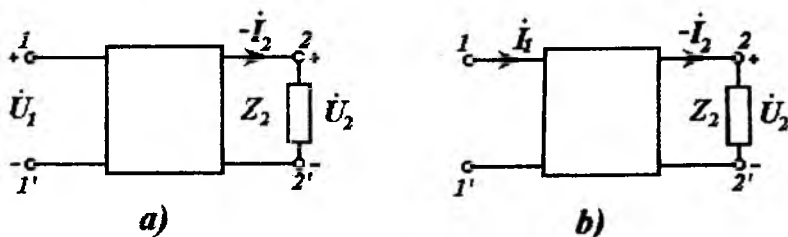
$$Y_{kir\ 1} = \frac{I}{Z_{kir\ 1}} = Y_{11} - \frac{Y_{12}Y_{21}}{1/Z_2 + Y_{22}}; \quad (6.23)$$

$$Y_{kir\ 2} = \frac{I}{Z_{kir\ 2}} = Y_{22} - \frac{Y_{12}Y_{21}}{1/Z_1 + Y_{11}}. \quad (6.24)$$

Shunga o'xshash yo'l bilan hisoblashlarni davom ettirib, $Z_{kir\ 1}$ va $Z_{kir\ 2}$ qiymatlarni boshqa parametrlar orqali aniqlashni davom ettirish mumkin.

Yuklanish qarshiligining to'rtqutblik kirish qarshiligiga ta'sirini (yukning reaksiyasi) (6.22) - (6.24) ifodalarning ikkinchi hadlari yordamida hisobga olinadi.

Bir tomondan yuklangan to'rtqutblik uzatish funksiyasi. Tashqi tavsiflarni aniqlashda to'rtqutblikning ikki yuklanish qarshiliklaridan biridan foydalanish rejimi *bir tomonlama yuklanganlik rejimi* deyiladi. To'rtqutblikning berilgan kirish kuchlanishi rejimidagi uzatish funksiyasi $H(j\omega) = \dot{U}_1 / \dot{U}_2$ (6.8,a-rasm) - $\dot{I}_2 = Y_2 \dot{U}_2$ bo'lganda va 6.4-jadvalni e'tiborga olib, $\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}(-\dot{I}_2)$ dan aniqlanadi.



6.8-rasm. Bir tomonlama yuklangan to'rtqutublik.

a) uzatish funksiyasi $H(j\omega) = \dot{U}_1 / \dot{U}_2$;

b) uzatish funksiyasi $H(j\omega) = \frac{-H_{21}}{1 + Z_2 H_{22}}.$

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{Z_2(-\dot{I}_2)}{\dot{U}_1} = \frac{1}{A_{11} + Y_2 A_{12}} = \frac{-Y_{21}}{Y_{22} + Y_1} = \frac{Z_{21}}{Z_{11} + Y_2 D_z} = \frac{-H_{21}}{D_H + Y_2 H_{11}}. \quad (6.25)$$

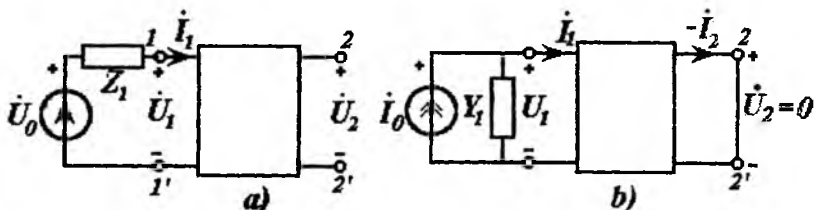
Shunga o'xshash yo'l bilan $\dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}(-\dot{I}_2)$ tenglamadan (6.8,b-rasm) berilgan kirish toki rejimida to'rtqutblikning uzatish funksiyasini aniqlash mumkin.

$$H(j\omega) = \frac{-\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{Y_2 \dot{U}_2}{\dot{I}_1} = \frac{1}{A_{22} + Z_2 Y_{21}} = \frac{-Y_{21}}{Y_{11} + Z_2 D_Y} = \frac{Z_{21}}{Z_{22} + Z_2} = \frac{-H_{21}}{1 + Z_2 H_{22}}. \quad (6.26)$$

Ko'rilayotgan o'lchovsiz kompleks uzatish funksiyalarning modullari, aksariyat, kuchlanish (6.25) va tok (6.26) bo'yicha kuchaytirish koeffitsiyentlari deyiladi. Unda, bularga mos bo'lgan amplituda-chastotaviy tavsiflar kuchlanish va toklarni kuchaytirishning chastotaviy bog'lanishlarini aks ettiradi.

Agar to'rtqutblik chiqish klemmalari uzilgan bo'lsa (6.9, a-rasm), u holda yuksiz ishlash rejimidagi to'rtqutblikning uzatish funksiyasi $H(j\omega) = \dot{U}_2 / \dot{U}_1$ kabi aniqlanadi. Bunday bir tomondan yuklangan rejimda $\dot{I}_2 = 0$ bo'lganligi uchun, $\dot{U}_0 - Z_1 \dot{I}_1 = \dot{U}_1$, $\dot{U}_1 = A_{11} \dot{U}_2$ va $\dot{I}_1 = A_{12} \dot{U}_2$ tenglamalar tizimidan $\dot{U}_0 = (A_{11} + Z_1 A_{12}) \dot{U}_2$ ekanligini aniqlaymiz. Demak,

$$H(j\omega) = \left[\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_0} \right]_{\dot{I}_2=0} = \frac{1}{A_{11} + Z_1 A_{12}} = \frac{-Y_{21}}{Y_{22} + Z_1 D_1} = \frac{Z_{21}}{Z_{11} + Z_1} = \frac{-H_{21}}{Z_1 H_{22} + D_H}.$$



6.9-rasm. To'rtqutblik salt ishlash va qisqa tutushuv xolatlari:
a) salt ishlash; b) qisqa tutushuv.

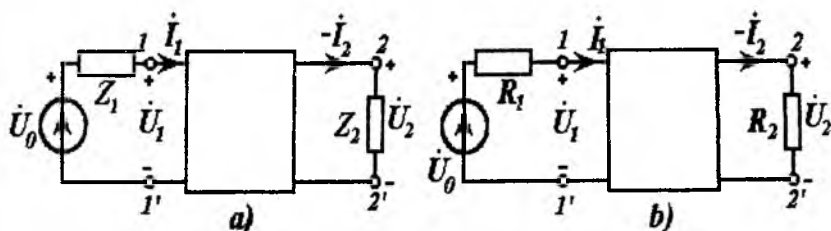
bir tomondan, yuklanganlikning yana bir rejimi, to'rtqutblikning chiqish klemmalari qisqa tutashuviga mos keladi. Bu rejim (6.9, b-rasm) $H(j\omega) = -\dot{I}_2 / \dot{I}_0$ uzatish funksiyalarini xarakterlaydi, bunda $-\dot{I}_2$ - qisqa tutashgan chiqish klemmalaridan oqayotgan tok. Natijada uzatish funksiyasi quyidagicha bo'ladi

$$H(j\omega) = \left[\frac{-\dot{I}_2}{\dot{I}_0} \right]_{\dot{U}_2=0} = \frac{1}{A_{22} + Y_1 A_{12}} = \frac{-Y_{21}}{Y_{11} + Z_1} = \frac{Z_{21}}{Z_{22} + Y_1 D_2} = \frac{-H_{21}}{1 + Y_1 H_{11}}.$$

Aksariyat, yuqorida ko'rilgan kompleks uzatish funksiyalari va amplituda-chastotaviy tavsiflari o'zlarining maksimal qiymatlariga nisbatan me'yordanadi.

Ikki tomonlama yuklangan to'rtqutblikning uzatish funksiyalari. 6.10,a-rasmda ikki tomonlama yuklangan to'rtqutblikning sxemasi keltirilgan. Agar $\dot{U}_1 = \dot{U}_0$, $Z_1 \dot{I}_1$ va $\dot{I}_2 = \dot{U}_2 / Z_2$ ekanligini e'tiborga olsak, $\dot{U}_2 / \dot{U}_0$ shakldagi uzatish funksiyasini to'rtqutblikning tenglamalar tizimidan olish mumkin. Oddiy o'zgartirishlardan so'ng quyidagini hosil qilamiz.

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_0} = \frac{Z_2}{Z_2 A_{11} + A_{12} + Z_1 Z_2 A_{21} + Z_1 A_{22}}. \quad (6.27)$$



6.10-rasm. Ikki tomonlama yuklangan to'rtqutblik:
a) to'la qarshilikka yuklanish; b) aktiv qarshilikka yuklanish.

Ikkinchi holatda to'rtqutblik sof rezistiv ichki qarshilikka R_1 ega bo'lgan generator bilan sof rezistin qarshilik R_2 sifatidagi yuklanish orasiga ulanadi (6.10,b-rasm). To'rtqutblikning ko'rilayotgan ulanish sxemasi uchun amplituda-chastotaviy tavsifni me'yorlashtirish zarur. Me'yorlashtirish, berilgan R_2 qarshilik, berilgan ichki qarshilik R_1 li generator, berilgan kuchlanish $\dot{U}_0$ va pasciv to'rtqutblikdan iborat yuklanish tizimida imkon qadar maksimal bo'lgan $\dot{U}_2 / \dot{U}_{2MAX}$ kuchlanishga nisbatan bajariladi. Maksimal kuchlanish $\dot{U}_{2MAX}$ qiymatini, to'rtqutblik o'rtacha quvvati $\dot{U}_2^2 / R_2$ va generator uzatishi mumkin bo'lgan maksimal quvvat $P_{MAX} = U_0^2 / 4R_1$ dan aniqlash mumkin. Demak, $U_{2MAX}^2 / R_2 = U_0^2 / (4R_1)$, shuning uchun $U_{2MAX} = R_2 I_{2MAX} = 0,5 \sqrt{R_2 / R_1} U_0$. Unda me'yorlangan (ishchi) amplituda-chastotaviy tavsifning umumiy ifodasi quyidagi shaklga ega bo'ladi

$$H(j\omega) = \frac{U_2}{U_0} = \frac{2U_2}{U_0} \sqrt{\frac{R_1}{R_0}}.$$

Shunisi ayonki, agar to'rtqutblik pasciv bo'lsa, ko'rilayotgan me'yorlangan amplituda-chastotaviy tavsifning qiymati ixtiyoriy chastotada ham quyidagi tengsizlikni qanoatlantiradi

$$H(j\omega) \leq 1.$$

Aks holda, to'rtqutblikning yuklamasidagi o'rtacha quvvat generator uzatishi mumkin bo'lgan quvvatdan katta bo'lar edi. Bu esa faqat aktiv to'rtqutbliklarda, ya'ni kuchaytirgichlarda bo'lishi mumkin.

Quyidagi qiymat

$$A_{ishchi} = 20 \lg |\hat{H}(j\omega)| = 20 \lg(2U_2 / U_0) \sqrt{R_1 / R_2}$$

ko'rilayotgan zanjirning detsibelda o'lgangan ishchi kuchaytirishini aniqlaydi, u bilan ishorasida farqlanuvchi ifoda

$$a_{ishchi} = 20 \lg \frac{U_0}{2U_2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = 10 \lg \frac{U_0^2}{4R_1} \frac{R_2}{U_2^2}$$

shu zanjirning ishchi kuchsizlanishini anglatadi.

Me'yorlangan amplituda-chastotaviy tavsifni ishchi uzatish funksiyasining moduli, deb qarash mumkin

$$H(j\omega) = \frac{2\dot{U}_2}{\dot{U}_0} \sqrt{\frac{R_1}{R_0}} = \frac{2U_2}{U_0} \sqrt{\frac{R_1}{R_0}} e^{j\theta(\omega)}, \quad (6.27, a)$$

uning argumenti

$$\theta(\omega) = \arg H(j\omega) = \arg \dot{U}_2 - \arg \dot{U}_0 \quad (6.28)$$

to'rtqutblik yuklamasining klemmalaridagi kuchlanish yoki generatorning berilgan tok va kuchlanishi fazalari farqining chastotaviy bog'lanishlarini xarakterlaydi.

Ishchi uzatish funksiyasi uchun umumiy bog'lanishni, (6.27) ifodadagi

$\dot{U}_2^2/\dot{U}_0$ nisbatni (6.27) bilan almashtirib, $Z_1 = R_1$ va $Z_2 = R_2$ e'tiborga olib aniqlash mumkin. Unda

$$H(j\omega) = \frac{2\dot{U}_2}{\dot{U}_0} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = \frac{2\sqrt{R_1/R_2}}{R_2 A_{11} + A_{12} + R_1 R_2 A_{21} + R_1 A_{22}}. \quad (6.29)$$

Bu bog'lanish generator, to'rtqutblik va yuklamadan iborat bo'lgan zanjirning *ishchi kuchsizlanishi* (ishchi kuchaytirishi) va *ishchi fazasi* $b_1 = -\theta(\omega)$ haqidagi to'liq axborotni bera oladi.

VII-bob. TARQOQ PARAMETRLI ZANJIRLAR

7.1. Umumiy tushunchalar

Shu bobgacha tarkibida R , L , C bo'lgan elektr zanjirlari o'rganilganda ularning parametrlari ideallashtirilgan elementlardan to'plangan: induktivlik ideallashtirilgan g'altakdan (g'altakning magnit maydoni energiyasi esa magnit o'zakda to'plangan); sig'im – ideallashtirilgan kondensatordan to'plangan (elektr maydoni kondensator qoplamalari orasida to'plangan); rezistiv qarshilik esa ideallashtirilgan rezistordan to'plangan (elektr energiyasining issiqlik energiyaga aylanishi faqat rezistorning tok o'tkazuvchi simlarida amalga oshiriladi) deb faraz qilingan edi.

Bunday zanjirlarning geometrik o'lchamlari e'tiborga olinmagan. Darhaqiqat zanjirlardagi jarayonlarni tahlil qilganda elektromagnit maydonining tezligi, zanjirdan signalning o'tish tezligi hech qayerda esga olinmagan, elementlar esa faqatgina elektr parametrlari bilan tavsiflangan, geometrik parametrlar ko'rilmagan. Matematika nuqtai nazaridan bunday zanjirlar «*nol-o'lchovli obyektlar*» deb atalgan va *to'plangan parametrli zanjirlar* deb nomlangan.

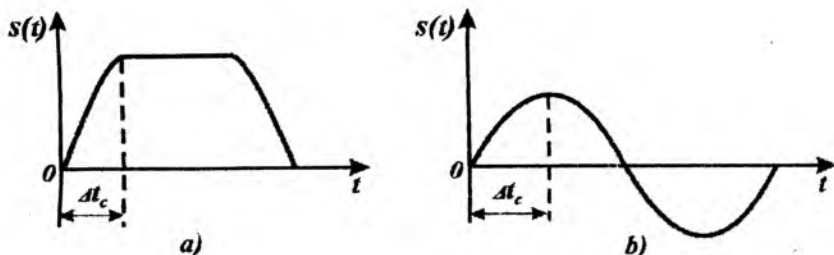
Biroq, elektr zanjirlarini to'plangan parametrli zanjirlar sifatida tasvirlash har doim aniq natija beravermaydi. Masalan, aloqa liniyasi, fider, to'lqin uzatkich va telekommunikatsiya tizimlarining boshqa elementlarida elektromagnit energiyasi uzatilishini ko'rganimizda shuni e'tiborga olish zarurki, magnit va elektr maydonlari bu qurilmalarda barcha uzunliklari bo'ylab taqsimlanadi va elektromagnit energiyasining issiqlikka aylanishi qurilmalarning barcha uzunliklari bo'ylab sodir bo'ladi. Bunday zanjirlarda induktivliklar, sig'imler, rezistiv qarshiliklarning uzunlik bo'ylab taqsimlanganligini ko'rish mumkin bo'ladi. Shuning uchun ular *taqsimlangan parametrli zanjirlar* deyiladi.

Aslida, har bir element cheklangan geometrik o'lchamlarga ega; tezligi vakuumdagi yorug'lik tezligidan $c=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ oshmagan zanjir chiqish elektromagnit signallari, kirish signallar bilan bir xil vaqt

onida sodir bo'lmaydi. Ammo real zanjirning chiqish signali kirish signaliga nisbatan kechikishi, faqat shu signal o'zgarish vaqti signalning zanjirda tarqalish vaqtiga yaqin bo'lganda, ya'ni $\Delta t_c \leq l/c$ bo'lgandagina sezilarli bo'ladi. Bunda Δt_c – signalning o'zgarish vaqti; l – zanjir geometrik o'lchamlari. Bu esa impuls signali uchun old fronti davomiyligi (7.1, *a*-rasm) yoki garmonik signal uchun chorak davr (7.1, *b*-rasm) iboralariga xosdir.

Taqsimlangan parametrlı zanjirning uzunligi bo'ylab cheksiz kichik qismining chiqishidagi tok va kuchlanish, uning kirishidagi tok va kuchlanishiga teng emas, ular ham qiymatlari bilan, ham fazalari bilan farqlanadilar. Shunday qilib, zanjirning ixtiyoriy nuqtasidagi tok va kuchlanish, nafaqat vaqt t ning, balki geometrik (fazoviy) koordinatlari (masalan, zanjir o'tkazgichi uchlaridan birigacha bo'lgan masofaning) funksiyasidir. Masalan, sanoat chastotasi $f = 50\text{Hz}$ bo'lgan o'zgaruvchan tok zanjiriga tarqoq parametrlı zanjir modelini qo'llash uchun elektr uzatish liniyasi uzunligi minglab kilometrni tashkil etishi kerak. Bu katta kuchlanishli elektr uzatish liniyalari o'lchamlaridandir. Bunday zanjir uchun $\Delta t_c \approx T/4 = 5 \cdot 10^{-3}\text{s}$ bo'lsa, hozirgi zamon telekommunikatsiya tizimlari, EHM va boshqa axborot texnologiyalari jihozlarida $\Delta t_c \approx 10^{-10}\text{s}$ ga yaqinlashadi. Shuning uchun *taqsimlangan parametrlı zanjirlar modelini* amalda tatbiq etish uchun $l > c \cdot T/4 = 15 \cdot 10^5\text{m} = 1500\text{km}$ bo'lishi kerak. Bu uzunlik davlatlararo yuqori kuchlanishli elektr uzatish liniyalari o'lchamidir. Vaqt davomiyligi $\Delta t_c \approx 0,1\text{ns}$ bo'lgan signallar ishlatiladigan hozirgi zamon axborot texnologiyalari tizimlarida taqsimlangan parametrlı zanjirlar modeli $l \approx 3 \cdot 10^8\text{m/s} \cdot 10^{-10}\text{s} = 0,03\text{m}$ o'lchamlarda ham qo'llaniladi. Bu uzunliklar ixtiyoriy axborot qurilmasi tarkibidagi bloklar, platalar va h.k.ning o'lchamlariga yaqindir.

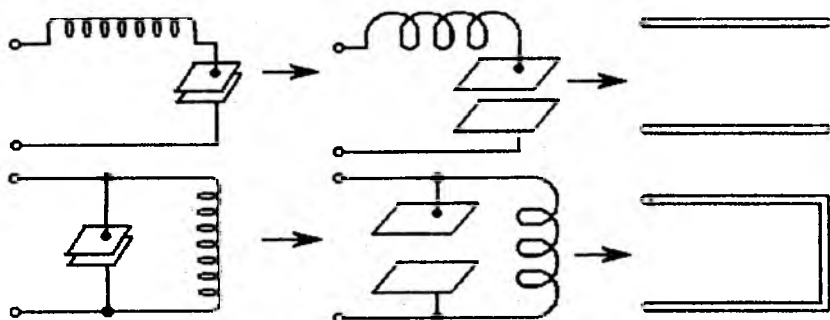
Taqsimlangan parametrlı zanjir modelining eng soddalaridan biri sifatida tebranma kontur «transformatsiyasi»ni tahlil qilish jarayonida hosil bo'ladigan zanjir bo'laklarini (7.2-rasm) ko'rish mumkin. Bunday signal uzatish natijasida hosil bo'ladigan elektr zanjirlari *uzun liniyalar* deb nomlanadi. Birinchi holatda liniya uzilgan, ikinchisida esa - qisqa tutashtirilgan hisoblanadi. Uzun liniyalarga mos keladigan obyektlar har xil tuzilishga ega (7.3-rasm); bunda quyidagi belgilashlar kiritilgan: 1-o'tkazgich (sim);



7.1-rasm. Garmonik bo'lmagan va garmonik signallar:
a) impuls signali; b) sinusodal signal.

2-dielektrik; 3-to'qima. Ushbu liniyalar hozirgi zamon hisoblash texnikasi vositalari, avtomatik boshqarish tizimlarining platalari, bloklari, ular orasidagi ulash elementlari hisoblanadi.

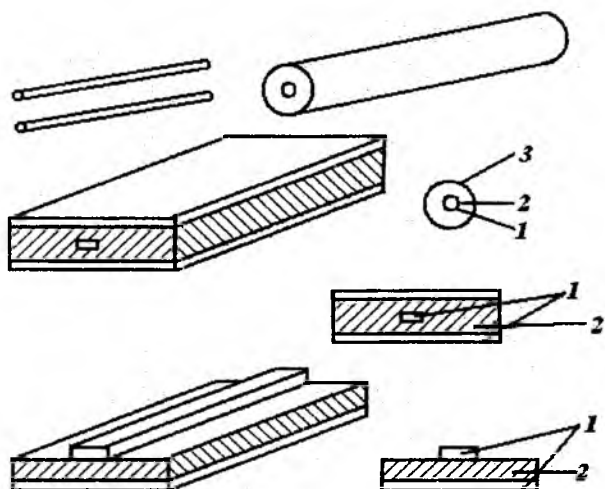
Uzun liniyalar real fizik maydonda uzunlikka ega bo'lgan bir o'lchovli obyektlar hisoblanadi, ya'ni kengligi, balandligi (ko'ndalang kesimi) bo'lmaydi, deb hisoblanadi. Elektr zanjirlari nazariyasida uzun liniyalarni 7.4,a-rasmda ko'rsatilgandek aks ettiriladi.



7.2-rasm. Tebranma konturning zanjir bo'laklari.

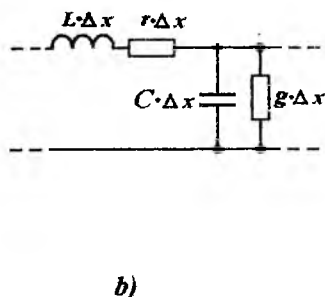
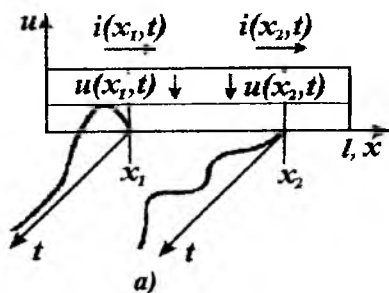
Uzun liniyalardagi tok va kuchlanish nafaqat vaqtga, balki ob'ekt koordinatasiga ham bog'liq. Shuning uchun ular ikki argumentli funksiya sifatida quyidagi shaklda belgilanadi: $f(x,t)$; $u(x,t)$ va h.k.

Uzun liniyaning tenglamasi tok va kuchlanish orasidagi bog‘lanishni $f[x, u(x, t), i(x, t)] = 0$ ixtiyoriy nuqtada ham ifodalashi shart.



7.3-rasm. Uzun liniyalarga mos keladigan obyektlarni har xil tuzilishi.

Bunday tenglamalar faqat Maksvell tenglamalari tizimi yordamida olinadi. Quyida fizik jarayonning ko‘rgazmali ekanligiga asoslangan va soddalashtirilgan usulni keltiramiz. Buning uchun uzun liniyani Δx uzunlikdagi elementar bo‘laklarga bo‘lib chiqamiz va har bir bo‘lakni to‘plangan parametrlil (ideallashtirilgan) ekvivalent zanjir deb qaraymiz. O‘tkazgichlarning induktivligini hisobga olish uchun pogon-induktivligi $L[Hn/m]$ (1metr uzunlikdagi induktivlik)dan, o‘tkazgichlar oradagi sig‘imni hisoblashda pogon-sig‘imligi $C[F/m]$, issiqlikka ajralayotgan quvvat isroflarini induktivlik bilan ketma-ket ulangan pogon-(isroflar) qarshiligi $r[\Omega/m]$ va sig‘imga parallel ulangan ko‘ndalang pogon-o‘tkazuvchanlik $g[Sm/m]$ iboralaridan (7.4,b -rasm) foydalanamiz. Ushbu L , C , r , g qiymatlar zanjirning geometrik o‘lchamlariga hamda uzatish liniyalari tayyorlangan materiallarga bog‘liq; bunda zanjir bir jinsli, ya’ni barcha bo‘laklari uchun bir xil deb hisoblaymiz.



7.4-rasm. Uzun liniyalarni ko‘rinishi:
a) uzun liniya; b) uzun liniyani ekvivalent ko‘rinishi.

7.2. Uzun liniyalar telegraf tenglamalari

Kirxgof va Om qonunlari asosida zanjirning bir qismi uchun tok va kuchlanishlarni bog‘lovchi tenglamalarni tuzamiz.

$$i_1 = i_2 + C\Delta x \frac{du_2}{dt} + g\Delta x u_2;$$

$$u_1 = u_2 + L\Delta x \frac{di_1}{dt} + r\Delta x \cdot i_1.$$

Agar $i_1 = i(x)$, $i_2 = i(x + \Delta x)$,

$u_1 = u(x)$, $u_2 = u(x + \Delta x)$ bo‘lsa, quyidagilarni hosil qilamiz :

$$-\frac{i(x + \Delta x) - i(x)}{\Delta x} = C \frac{du(x + \Delta x)}{dt} + gu(x + \Delta x);$$

$$-\frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} = L \frac{di(x + \Delta x)}{dt} + ri(x + \Delta x).$$

Ushbu tenglamalarda $\Delta x \rightarrow 0$ limitga o‘tsak, tenglik belgisining chap tomonida x bo‘yicha xususiy hosilalarni, o‘ng tomonida esa vaqt t bo‘yicha xususiy hosilalarni hosil qilamiz.

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} &= L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} + ri(x, t); \\ -\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} &= C \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + gu(x, t). \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

Tenglamalar (7.1) tizimi *uzun liniyalarning telegraf tenglamalari* deyiladi.

Demak, tarqoq parametrlı zanjirlarda jarayonlar xususiy hosilali differensial tenglamalar yordamida ifodalanar ekan. Bunday tenglamalar sig'ımlarini tahlil qilish uchun avval «isrofsız» uzun liniyalarning xususiy holini $r=0$ ko'raylik

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} &= L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} &= C \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

Birinchi tenglamaning ikkala qismini x bo'yicha, ikkinchisini t bo'yicha differensiallaymiz.

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} &= L \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t \partial x}; \\ -\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x \partial t} &= C \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}. \end{aligned} \right\}$$

Aralash xususiy hosilalarning teng ekanligini e'tiborga olib quyidagini hosil qilamiz

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}.$$

Tenglamadagi LS ko'paytmaning birligi $[(H/m) \cdot (F/m) = C/m]$ bo'lgani uchun, ushbu $v = 1/\sqrt{LC}$ $[m/s]$ belgilashni qabul qilamiz. Hosil qilingan tenglama quyidagi shaklda bo'ladi

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0. \quad (7.3)$$

Bu (7.3) tenglama *to'liq tenglamasi* deyiladi.

7.3. To'liq tenglamasini yechish va uning fizik talqini

To'liq tenglamasining umumiy yechimini birinchi bo'lib Fransuz matematigi D'alamber quyidagi shaklda hosil qilgan

$$u(x,t) = f_1(x-vt) + f_2(x+vt), \quad (7.4)$$

bunda $f_1(x-vt)$ va $f_2(x+vt)$ to'liq tenglamasi uchun boshlang'ich va chegaraviy shartlar bilan aniqlanadigan ixtiyoriy funksiyalar.

Dalamber yechimini bevosita differensiallab (7.3) to'liq tenglamasini ayniyatga aylantirilishiga iqrar bo'lishimiz mumkin.

Agar kuchlanish (7.4) shaklda bo'lsa, tok $i(x,t)$ uchun uning ifodasini aniqlaymiz. $\partial i(x,t)/\partial x = -C\partial u(x,t)/\partial t$ bo'lganligi uchun, quyidagini hosil qilamiz

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = Cvf_1'(x-vt) - Cvf_2'(x+vt).$$

Ifodani o'zgaruvchi x bo'yicha integrallab, quyidagini aniqlaymiz

$$\begin{aligned} i(x,t) &= Cvf_1(x-vt) - Cvf_2(x+vt) = \\ &= \sqrt{C/L} \cdot f_1(x-vt) - \sqrt{C/L} \cdot f_2(x+vt). \end{aligned}$$

Tenglamadagi $\sqrt{C/L} = Z_{to'l}$ parametr Ω (Om) o'lchov birligiga ega va to'liq qarshiligi deb nomlanadi. Shunday qilib,

$$i(x,t) = \frac{1}{Z_{to'l}} f_1(x-vt) - \frac{1}{Z_{to'l}} f_2(x+vt). \quad (7.5)$$

Uzun liniyalardagi tok, kuchlanishdagi kabi ikki ixtiyoriy f_1 va f_2 funksiyalar bilan aniqlanadi. Ularning mazmunini batafsilroq ko'raylik. Funksiyaning $f_2(x+vt)=0$ bo'lishi sharti bajarilganda $u(x,t)=f_1(x-vt)$ bo'ladi. Aytaylik, $t=0$ bo'lganda $f_1(x)$ berilgan bo'lsin (7.5,a-rasm).

Vaqt Δt ga o'zgarganda kuchlanish $u(x,\Delta t)=f_1(x-v\Delta t)$ bo'ladi (7.5,b-rasm), $2\Delta t$ vaqt oralig'idan so'ng esa $u(x,2\Delta t)=f_1(x-2v\Delta t)$ bo'ladi (7.5,v-rasm). Vaqt o'tishi bilan f_1 funksiya grafigi x o'qi bo'ylab v tezlik bilan ravon o'ngga suriladi. x ning ortishi yo'nalishida harakat qiluvchi bu tashkil etuvchini to'g'ri to'liq deyiladi. Shunday qilib, $f_1(x-vt)=u_{to'g}(x,t)$. Shu tariqa, f_2 tashkil etuvchini ham ko'rib chiqsak, bu teskari to'liq funksiya x ning kamayishi tomoniga tarqalar ekan

$$f_2(x+vt)=u_{tes}(x,t).$$

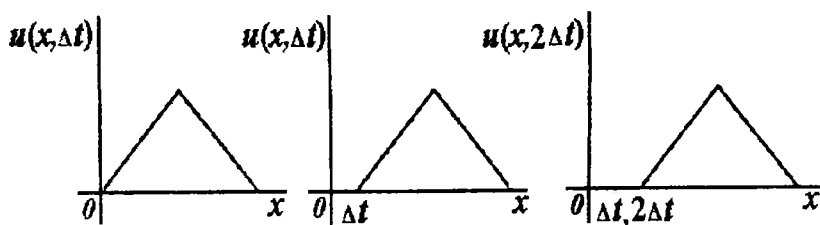
Shunday qilib, uzun liniyaning kuchlanishi bir-biriga tomon $v=1/\sqrt{LC}$ tezlikda tarqaluvchi to'g'ri $u_{to'g}$ va teskari u_{tes} to'liqlar yig'indisidan iborat ekan

$$u(x,t)=u_{to'g}(x,t)+u_{tes}(x,t).$$

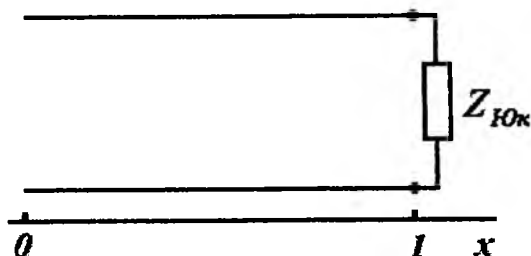
(7.5)dan kelib chiqqanidek, liniya toki ham ikki tashkil etuvchi to'liqin yig'indisidan iborat ekan.

$$i(x,t) = i_{to'g'}(x,t) + i_{tes}(x,t) = \frac{u_{to'g'}(x,t)}{Z_{to'l}} - \frac{u_{tes}(x,t)}{Z_{to'l}}. \quad (7.6)$$

Yuqoridagilardan ko'rinadiki, liniya to'liqin qarshiligi tok va kuchlanish to'g'ri $i_{to'g'}(x,t) = U_{to'g'}(x,t)/Z_{to'l}$ va teskari to'liqinlar $i_{tes}(x,t) = U_{tes}(x,t)/Z_{to'l}$ ifodalarini bog'lovchi qiymat ekan.



7.5-rasm. Funktsiyalarni har xil shaklda berilishi.



7.6-rasm. Liniyani yuklanishi.

To'liqin qarshiligi $Z_{to'l}$ oddiy qarshiliklar kabi Ω (Om) o'lchov birligiga ega bo'lsa ham, uning fizik mazmuni boshqachadir. Bu qarshilik elektr toki quvvatining issiqlikka aylanishini ko'rsatmaydi, balki faqat bir yo'nalishdagi tok va kuchlanishlarning bog'lanishini ifodalaydi. To'g'ri va teskari to'liqinlar orasidagi bog'lanish liniya-dagi chegaraviy shartlardan va chekli liniyalarni ko'rishdan aniqlanadi.

Liniya chap tomonidan koordinata o'qi bilan cheklangan (7.6-rasm) va chegaraviy nuqtada yuklanish qarshiligi Z_{yuk} ulangan holatini ko'raylik.

Shubhasiz, agar liniyaning ixtiyoriy nuqtasi uchun tok va kuchlanishlar orasidagi bog'lanish

$$u(x, t) = u_{io'g}(x, t) + u_{tes}(x, t);$$

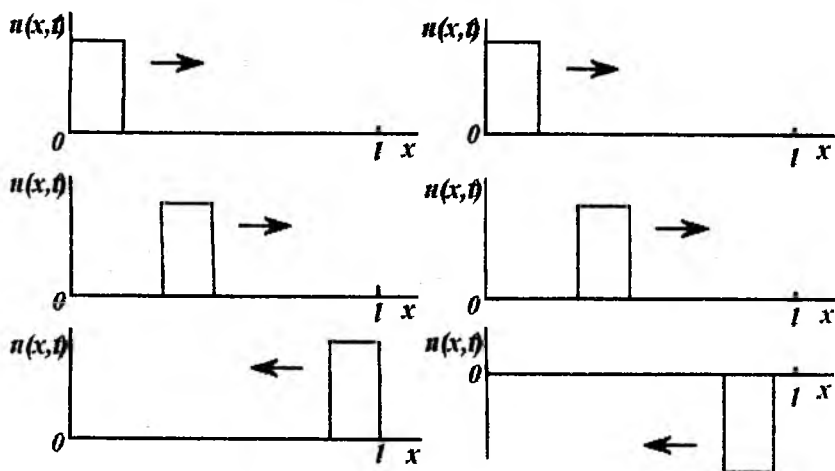
$$i(x, t) = u_{io'g}(x, t) / Z_{io'l} + u_{tes}(x, t) / Z_{io'l}$$

shaklida bo'lsa, u holda ixtiyoriy $x = l$ nuqtada $u(l, t) = R_{yuk} \cdot i(l, t)$ bo'ladi. Shu shartni to'g'ri va teskari to'lqinlar orqali ifodalaymiz

$$u_{io'g}(l - vt) + u_{tes}(l + vt) = R_{yuk} u_{io'g}(l - vt) / Z_{io'l} - R_{yuk} u_{tes}(l + vt) / Z_{io'l}.$$

Bundan quyidagi ifodani hosil qilamiz

$$u_{tes}(l + vt) \frac{R_{yuk} - Z_{io'l}}{R_{yuk} + Z_{io'l}} = u_{io'g}(l - vt).$$



7.7-rasm. Elektromagnit to'lqinning yuk qarshiligidan qaytishi.

Bu tenglamadagi kasr $\Gamma = (R_{yuk} - Z_{io'l}) / (R_{yuk} + Z_{io'l}) = u_{tes}(l - vt)$ - *qaytarish koeffitsiyenti* deb nomlanadi. Agar $t = 0$ bo'lganda $u_{tes}(x) = 0$, $u_{io'g}(x) \neq 0$ bo'lsa, u holda $t \geq l/v$ bo'lganda $u_{tes}(x + vt) = \Gamma u_{io'g}(x - vt)$ bo'lar ekan.

Bu jarayonni *elektromagnit to'liqning yuk qarshiligidan qaytishi* deyiladi. Masalan, agar $R_{yuk} = Z_{to'l}$ va $\tilde{A} = 0$ bo'lsa, u holda teskari to'liqin paydo bo'lmaydi. Agar $R_{yuk} \rightarrow \infty$ va $\tilde{A} = 1$ bo'lsa $U_{uz}(x+vt) = U_{uz}(x-vt)$ bo'ladi. Bu jarayon *to'la qaytish* deyiladi. Agar $R_{yuk} = 0$ bo'lsa, $\Gamma = -1$. Bu jarayon *ishorasini o'zgartirgan to'la qaytish* deyiladi. 7.7-rasmda shu ikkala jarayon tushuntiriladi.

7.4. Uzun liniyalarda garmonik to'liqlar

Agar uzun liniyaga ta'sir garmonik xarakterga ega bo'lsa, u holda liniyaning ixtiyoriy kesimida kuchlanish va tok garmonik shaklda bo'ladi. Unda ixtiyoriy x va t uchun kuchlanish va toklarni quyidagicha yozish mumkin.

$$u(x, t) = U(x) \cos[\omega t + \varphi_u(x)];$$

$$i(x, t) = I(x) \cos[\omega t + \varphi_i(x)].$$

Kompleks amplitudalar usulidan foydalanib, quyidagi belgilarni kiritamiz.

$$U(x)e^{j\varphi_u(x)} = \dot{U}(x); \quad I(x)e^{j\varphi_i(x)} = \dot{I}(x);$$

$$u(x, t) = \operatorname{Re} \dot{U}(x)e^{j\omega t}; \quad i(x, t) = \operatorname{Re} \dot{I}(x)e^{j\omega t}.$$

Ushbu ifodalarni telegraf tenglamalariga qo'yib

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial u}{\partial t} + gu;$$

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = L \frac{\partial i}{\partial t} + ri,$$

quyidagilarni hosil qilamiz.

$$-\frac{\partial}{\partial x} [\dot{I}(x)e^{j\omega x}] = j\omega C \dot{U}(x)e^{j\omega x} + g \dot{U}(x)e^{j\omega x};$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} [\dot{U}(x)e^{j\omega x}] = j\omega L \dot{I}(x)e^{j\omega x} + r \dot{I}(x)e^{j\omega x}.$$

Ifodalarni $\exp(j\omega t)$ ga qisqartirib va unga $Y = g + j\omega C$, $Z = r + j\omega L$ belgilashlar kiritib, chastotaviy sohadagi oddiy differensial tenglamalar shaklidagi telegraf tenglamalarini hosil qilamiz.

Bunda Y qiymati liniyaning kompleks ko'ndalang o'tkazuvchanligi; Z esa liniyaning kompleks ko'ndalang qarshiligi deyiladi.

Ular liniyaning ixtiyoriy kesimidagi kuchlanish va tok bilan quyidagi bog'lanishda bo'ladi.

$$-\frac{d\dot{U}(x)}{dx} = Z \dot{I}(x); \quad -\frac{d\dot{I}(x)}{dx} = Y \dot{U}(x).$$

Birinchi tenglamani x bo'yicha differensiallab va hosil bo'lgan tenglamaga ikkinchisini qo'ysak, to'liqin tenglamasining chastotaviy o'xshashligini yoki Gelmgols tenglamasini hosil qilamiz.

$$-\frac{d^2 \dot{U}(x)}{dx^2} - ZY \dot{U}(x) = 0. \quad (7.7)$$

Kattalik $\sqrt{ZY} = \gamma$ ni liniyadagi *to'liqin tarqalishining kompleks koeffitsiyenti* deyiladi. Tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo'ladi.

$$\dot{U}(x) = A e^{-\gamma x} + B e^{\gamma x}, \quad (7.8)$$

bunda A va B - ixtiyoriy kompleks sonlar.

Liniyadagi tokning kompleks amplitudasi quyidagi ifoda yordamida aniqlanadi

$$\begin{aligned} \dot{I}(x) &= -\frac{1}{Z} \frac{d\dot{U}(x)}{dx} = -\frac{1}{Z} (-\lambda A e^{\gamma x} + \gamma B e^{\gamma x}), \\ \text{yoki} \quad \dot{I}(x) &= \frac{A}{Z_{\text{to'l}}} e^{-\gamma x} - \frac{B}{Z_{\text{to'l}}} e^{\gamma x}. \end{aligned} \quad (7.9)$$

Bundagi qiymat $Z_{\text{to'l}} = \sqrt{Z/Y}$ - *kompleks to'liqin qarshiligi* deyiladi. (7.8) va (7.9) bog'lanishlar kuchlanish va toklar kompleks amplitudalarining liniya bo'ylab taqsimlanishini aniqlaydi. Ulardagi $A \exp(-\gamma x)$ va $B \exp(\gamma x)$ tashkil etuvchilar liniyadagi, mos ravishda, to'g'ri to'liqin va teskari to'liqinlarga mos kelishini ko'raylik. Buning uchun xususiy hol bo'lgan, quvvat isrofi bo'lmagan liniyani ko'ramiz:

$$\begin{aligned} Z &= j\omega L; \quad Y = j\omega C; \quad Z_{\text{to'l}} = \sqrt{L/C}; \\ \gamma &= \sqrt{ZY} = \sqrt{j\omega L j\omega C} = j\omega \sqrt{LC} = j\omega / v. \end{aligned}$$

Bu holat uchun kuchlanishning to'g'ri va teskari tashkil etuvchilari quyidagicha yoziladi:

$$U_{\text{to'g}}(x) = A e^{-j\omega x/v}, \quad \text{ya'ni } u_{\text{to'g}}(x, t) = A \cos[\omega(t - \frac{x}{v}) + \phi_A];$$

$$U_{tes}(x) = B e^{j\omega x/v}, \text{ ya'ni } u_{tes}(x, t) = B \cos[\omega(t - \frac{x}{v}) + \phi_B].$$

Kutganimizdek, to'g'ri va teskari to'lqinlar, shakli garmonik bo'lib, bir-biriga qarama-qarshi yo'nalishda v tezlikda tarqalar ekan.

Agar $\gamma = \alpha + j\beta$ va $\alpha \neq 0$ bo'lsa, u holda to'g'ri to'lqin

$$\dot{U}_{to'g}(x) = A e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x}, \text{ unga mos bo'lgan}$$

$\dot{U}_{to'g}(x, t) = A e^{-\alpha x} \cos(\omega \cdot t - \beta \cdot x + \phi_A)$ to'lqin liniya bo'ylab amplitudasi so'nuvchi bo'ladi. Shunga o'xshash ravishda, teskari to'lqin ham so'nuvchi bo'ladi.

Isrofsiz liniyadan farqli ravishda, uzun liniya o'zining so'nishi bilan xarakterlanadilar. So'nishni, aksariyat, logarifmik masshtabda / masofadagi to'g'ri to'lqin amplitudasining liniya boshlanishidagi amplitudasiga nisbati sifatida aniqlanadi

$$\ln \frac{\dot{U}_{to'g}(l)}{\dot{U}_{tes}(0)} = \alpha l.$$

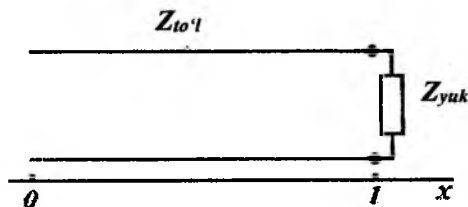
Liniyaning birlik uzunligida logarifmik so'nish α ga, ya'ni tarqalish koeffitsiyentining haqiqiy qismiga teng.

Aksariyat, amaliy masalalarda natural logarifmni emas, o'nlik logarifmni qabul qilinadi. Bunda so'nish detsibelda ifodalanadi

$$\alpha[\text{dB}] = 20 \lg \frac{\dot{U}_{to'g}(l)}{\dot{U}_{tes}(0)}.$$

Kuchlanish teskari to'lqinining kompleks amplitudasi quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{tes}(x) &= B e^{\alpha x} e^{j\beta x}; \\ u_{tes}(x, t) &= B e^{\alpha x} \cos(\omega x + \beta x + \phi_B). \end{aligned}$$



7.8-rasm. l masofada joylashgan liniya.

A va B doimiy qiymatlar to'liqining yukdan qaytishini tahlil qilganda aniqlanadi. Faraz qilaylik, l masofada joylashgan liniya oxiriga Z_{yuk} yuklanish ulangan bo'lsin (7.8-rasm). Liniyaning ixtiyoriy nuqtasida kompleks amplitudalar (7.8) va (7.9) ifodalar yordamida aniqlanadi. Masalan, $x=l$ nuqtada $U(l) = Z_{yuk} I(l)$. Bunda quyidagi tenglamalar o'z kuchiga ega bo'ladi

$$\dot{U}(l) = \dot{A}e^{-\gamma l} + \dot{B}e^{\gamma l}; \quad I(l) = \frac{\dot{A}}{Z_{to'l}}e^{-\gamma l} + \frac{\dot{B}}{Z_{to'l}}e^{\gamma l},$$

ulardan A va B doimiylarni aniqlash mumkin.

$$\dot{A} = \frac{1}{2}[U(l) + I(l)Z_{to'l}] \cdot e^{\gamma l};$$

$$\dot{B} = \frac{1}{2}[U(l) - I(l)Z_{to'l}] \cdot e^{-\gamma l}.$$

Bu ifodalarni (7.8) va (7.9)ga qo'ysak, quyidagilarni hosil qilamiz

$$\dot{U}(x) = \frac{1}{2} \left[\dot{U}(l) + \dot{I}(l)Z_{to'l} \right] e^{-\gamma(x-l)} + \frac{1}{2} \left[\dot{U}(l) - \dot{I}(l)Z_{to'l} \right] e^{\gamma(x-l)};$$

$$\dot{I}(x) = \frac{1}{2} \left[\frac{\dot{U}(l)}{Z_{to'l}} + \dot{I}(l) \right] e^{-\gamma(x-l)} - \frac{1}{2} \left[\frac{\dot{U}(l)}{Z_{to'l}} - \dot{I}(l) \right] e^{\gamma(x-l)}.$$

Tenglamalar hadlarini guruhlab, ularni quyidagi sodda shaklda qayta yozish mumkin.

$$\dot{U}(x) = \dot{U}(l) \operatorname{ch} \gamma(l-x) + \dot{I}(l)Z_{to'l} \operatorname{ch} \gamma(l-x);$$

$$\dot{I}(x) = \dot{I}(l) \operatorname{ch} \gamma(l-x) + \frac{\dot{U}(l)}{Z_{to'l}} \operatorname{ch} \gamma(l-x).$$

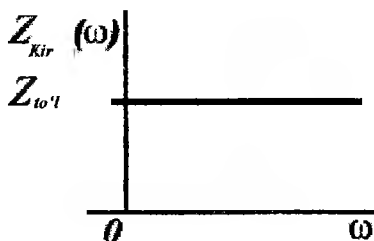
Agar $\dot{U}(l)/\dot{I}(l) = Z_{yuk}$ ekanligini va Z_{yuk} qarshiligiga ulangan l uzunlikdagi uzun liniya bo'lagining kirish qarshiligini $\dot{U}(0)/\dot{I}(0) = Z_{kir}$ deb belgilasak, u holda quyidagicha yozish mumkin

$$Z_{kir} = Z_{to'l} \frac{Z_{yuk} \operatorname{ch} \gamma \cdot l + Z_{to'l} \operatorname{sh} \gamma \cdot l}{Z_{to'l} \operatorname{ch} \gamma \cdot l + Z_{yuk} \operatorname{sh} \gamma \cdot l}. \quad (7.10)$$

Bu liniya bo'lagi kirish qarshiligining ifodasidir. Bu qarshilik qanday chastotaviy bog'lanishda ekanligini ko'raylik.

Soddalashtirish uchun liniya isrofsiz $\gamma = j\omega/v$ deb hisoblaymiz. Bunda

$\text{ch}(j\omega / v) = \cos(\omega l / v)$; $\text{sh}(j\omega / v) = j \sin(\omega l / v)$
va kirish qarshiligi



7.9-rasm. Liniya bo'lagining kirish qarshiligi.

$$Z_{KIR} = \frac{Z_{YUK}(\omega) \cos \frac{\omega l}{v} + Z_{to'l} \sin \frac{\omega l}{v}}{Z_{to'l} \cos \frac{\omega l}{v} + jZ_{YUK}(\omega) \sin \frac{\omega l}{v}}$$

Agar yuk qarshiligi to'liqin qarshiligiga teng bo'lsa, ya'ni $Z_{YUK} = Z_{to'l}$ u holda $Z_{KIR} = Z_{to'l}$ bo'ladi. *Yuk qarshiligi to'liqin qarshiligiga teng bo'lgan liniya bo'lagining kirish qarshiligi shu to'liqin qarshiligiga teng* (7.9-rasm).

Agar integrallash doimiysi aniqlansa, unda quyidagini hosil qilish mumkin

$$\dot{A} = \frac{1}{2} \left[\dot{U}(l) + Z \dot{U}(l) \frac{1}{Z} \right] \cdot e^{j\omega l / v} = \dot{U}(l) e^{j\omega l / v};$$

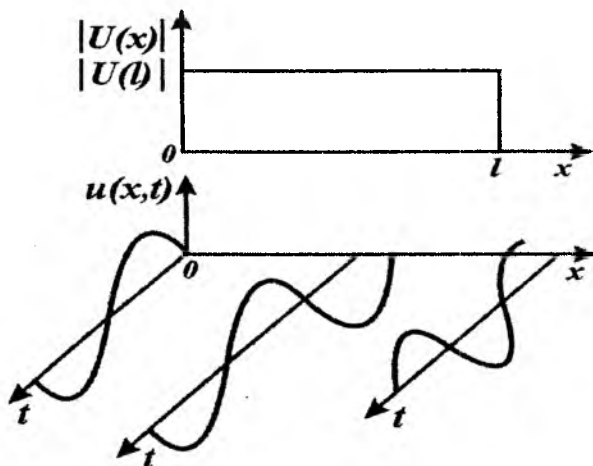
$$\dot{B} = \frac{1}{2} \left[\dot{U}(l) - Z_{to'l} \dot{U}(l) \frac{1}{Z} \right] \cdot e^{j\omega l / v} = 0;$$

$$U(x) = \dot{U}(l) e^{j\omega(x-l)/v}.$$

Yuklanish muvofiqlashgan bo'lsa, kuchlanish va tok amplitudalari liniyaning uzunligi bo'ylab o'zgarmas bo'ladi (7.10-rasm). Liniyaning ushbu rejimi *yuklovchi to'liqlar rejimi* deyiladi.

Endi $Z_{YUK} = 0$ bo'lgan qisqa tutashuv rejimini (7.11-rasm) ko'raylik. Kirish qarshiligining ifodasi quyidagicha bo'ladi:

$$Z_{kar}(\omega) = jZ_{to'l} \text{tg}(\omega l / v).$$



7.10-rasm. Yuklovchi to'liqlar holati.

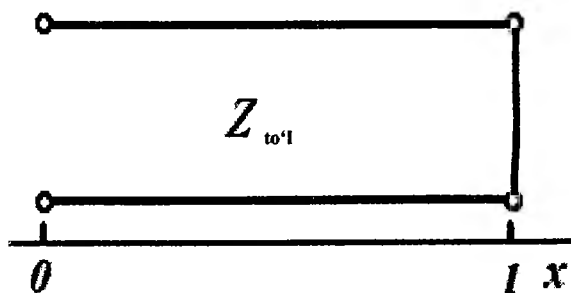
7.12-rasmda bunday bog'lanishning grafigi ko'rsatilgan. Integrallash doimiylarini aniqlab, quyidagilarni hosil qilamiz

$$\begin{aligned} \dot{A} &= -\frac{1}{2} \dot{I}(l) Z_{10'l} e^{j\omega l/v}; \quad \dot{B} = -\frac{1}{2} \dot{I}(l) Z_{10'l} e^{-j\omega l/v}; \\ \dot{U}(x) &= \frac{1}{2} \dot{I}(l) Z_{10'l} (e^{j\omega(l-x)/v} - e^{-j\omega(l-x)/v}) = jZ_{10'l} \dot{I}(l) \sin \frac{\omega(l-x)}{v}. \end{aligned}$$

7.13-rasmda kuchlanish amplitudasining shunday taqsimlanish grafigi keltirilgan.

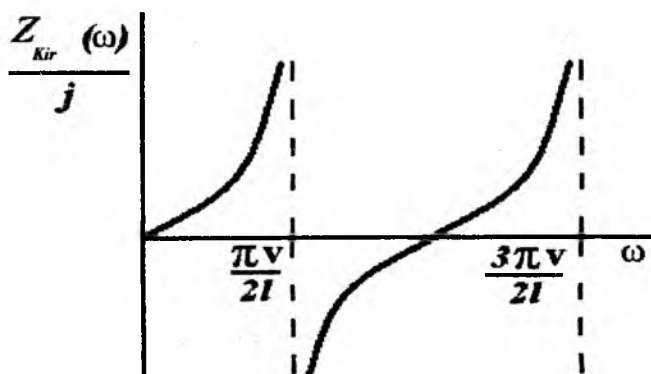
Bu kabi grafiklarning tahlilini soddalashtirish maqsadida, amplitudalar maksimumlarining koordinatalarini *kuchlanishlar bog'lamlari* deb nomlanadi, nollarining koordinatalari esa - *kuchlanishlar tugunlari* deyiladi.

Uzun liniya bo'lagining chiqish klemmasi uzilgan (7.14-rasm) rejimi uchun kirish qarshiligi $Z_{KIR}(\omega) = j \operatorname{ctg}(\omega l/v)$ bo'ladi. Bunday bog'lanishning grafigi 7.15-rasmda tasvirlangan. 7.16-rasmda chiqish klemmasi uzilgan liniya bo'lagi uchun kuchlanish amplitudasi taqsimlanishining grafigini ko'rish mumkin.

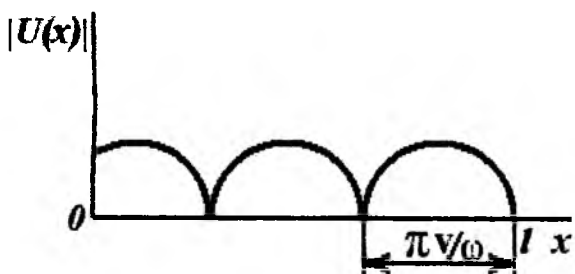


7.11-rasm. $Z_{HK}=0$ bo'lgan qisqa

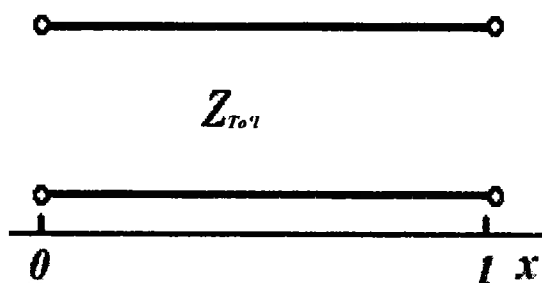
Yuqorida ko'rilgan ikki vaziyat *to'lqinlar holati rejimiga* taalluqlidir. Bu rejimda to'lqinlar yuk qarshiligi tomon «yuguradilar» va qaytish koeffitsiyenti $\Gamma = -1$ bilan undan to'laligicha qaytadilar. Ba'zi nuqtalarda *qaytuvchi* to'lqinlar *tushuvchilar* bilan bir xil fazada bo'lib, kuchayadilar. Boshqa nuqtalarda to'g'ri va teskari to'lqinlar teskari fazada bo'lib susayadilar. Bunda liniya bo'ylab energiya uzatiladi.



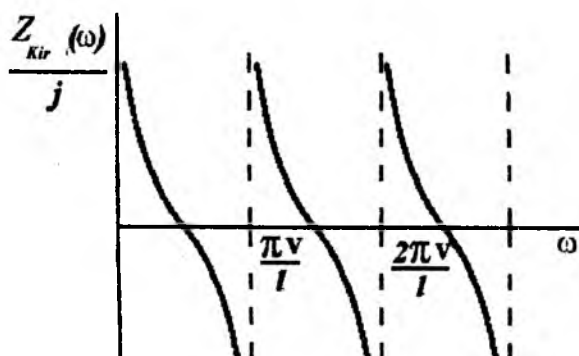
7.12-rasm. Bog'lanishlarning tutashuv grafigi.



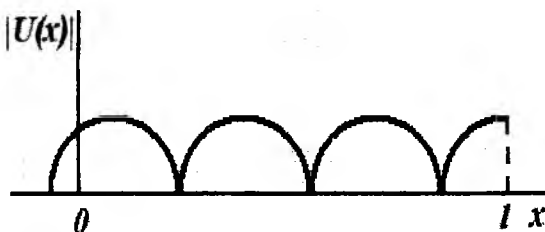
7.13-rasm. Kuchlanish amplitudasini taqsimlanishi.



7.14-rasm. Uzun liniya bo'lagi.



7.15-rasm. Bog'lanishning grafigi



7.16-rasm. Uzilgan liniya bo'lagi.

Agar $0 < |Z_{YUK}| < \infty$ bo'lsa, to'liqlar qisman susayib *aralash to'liqlar* rejimi hosil bo'ladi: $Z_{YUK} \neq Z_{to'}$. Liniyaning yuk bilan muvofiqlashish darajasi amplitudaning maksimal qiymati (kuchlanishlar bog'lamlari)ning minimal qiymatiga (kuchlanishlar tugunlariga) nisbati aniqlanishi mumkin. Agar ushbu nisbat birga teng bo'lsa - bu *yuguruvchi to'liqlar* rejimiga mos bo'ladi, agar u cheksiz bo'lsa - bu *turg'un to'liqlar* rejimi deyiladi.

7.5. Uzun liniyalarda impuls jarayonlar tahlili

Quyidagi masalani ko'raylik. Uzunligi l va to'liq qarshiligi $Z_{to'}$ bo'lgan isrofsiz uzun liniya bo'lagining boshi mustaqil kuchlanish manbai $e(t)$ ga uning ichki qarshiligi $R_i = Z_{to'}$ orqali ulangan bo'lsin. Liniya bo'lagining keti R, L, C elementlaridan iborat bo'lgan zanjirga ulangan. Liniyaning ixtiyoriy nuqtasidagi $u(x, t)$ kuchlanishni aniqlash zarur. Shunga o'xshash masalalar aloqa liniyalari, telekommunikatsion va radiotexnik jihozlar, EHM va ABTning ishlash jarayonlarini tahlil qilishda ko'plab uchraydi va shuning uchun katta qiziqish uyg'otadi.

$$U_{YUK}(l, p) = \dot{U}_{to'x}(l, p) = \dot{U}_1(p)e^{-p l/v}.$$

Bu masalaning yechimini aniqlash telegraf tenglamalari va yuklanish zanjiri uchun yozilgan oddiy differensial tenglamalar tuzimini birgalikda to'g'ridan-to'g'ri integrallash yo'li bilan amalga oshirish mumkin. Ammo bu jarayon qo'pol va tushunish uchun ko'rgazmali emas. Laplas uzgartirishlari esa samaralidir. Laplas

o'zgartirishlarini $u(x, t)$ kuchlanish to'liqiniga tatbiq etamiz, bunda quyidagi belgilashlar kiritamiz

$$U(x, p) = \int_0^{\infty} u(x, t) e^{-pt} dt.$$

Liniyaning boshlanishida kuchlanishning to'g'ri tashkil etuvchisi $u_{o'g'}(0, t) = u_1(t)$ va uning Lappas bo'yicha o'zgartirishi quyidagicha bo'ladi

$$\dot{U}_1(p) = \int_0^{\infty} u_1(t) e^{-pt} dt.$$

Kuchlanishning ixtiyoriy x nuqtadagi qiymati vaqt bo'yicha x/v qiymatga siljigan $u_1(t)$ to'liqinni tasvir etadi. Unda

$$\dot{U}_{to'g'}(x, p) = \int_0^{\infty} u_1\left(t - \frac{x}{v}\right) e^{-pt} dt.$$

Yangi o'zgaruvchi $t' = t - x/v$ kiritib, quyidagini hosil qilamiz

$$\dot{U}_{to'g'}(x, p) = \int_0^{\infty} u_1(t') e^{-p(t+x/v)} dt' = \dot{U}_1(p) e^{-px/v}.$$

Bu ifoda, agar liniya boshlanishida to'g'ri to'liqin kuchlanishi $U_1(p)$ tasvirga ega bo'lgandagi, liniyaning ixtiyoriy x nuqtasidagi signalning Laplas o'zgartirishi (tasviri)dir. Shunday qilib, yukka kuchlanish to'liqini tarqaladi va l nuqtadagi uning tasviri quyidagicha bo'ladi:

$$U_{yuk}(l, p) = \dot{U}_{to'g'}(l, p) = \dot{U}_1(p) e^{-pl/v}.$$

Tokning to'g'ri to'liqini uchun quyidagi ifodani to'g'ridan-to'g'ri yozish

$$\dot{I}_{to'g'}(l, p) = \dot{U}_{to'g'}(x, p) \frac{1}{Z_{to'g'}} = \frac{1}{Z_{to'g'}} \dot{U}_1(p) e^{-pl/v}$$

mumkin bo'lganligi uchun l nuqtadagi qaytuvchi to'liqinni bilgan holda, qaytuvchi to'liqinning tasvirini shunday yozish mumkin. Aytaylik, uning tasviri $\dot{U}_{kes}(l, p)$ bo'lsin, $u_{kes}(x, t) = u_{kes}(x + vt)$ bo'lganligi uchun

$$\dot{U}_{kes}(x, p) = \int_0^{\infty} u_{kes}(x + vt) e^{-pt} dt.$$

Liniyaning x nuqtasida qaytuvchi to'liqin oqimida $t=(l-x)/v$ bo'lganligini e'tiborga olib quyidagini yozish mumkin.

$$\dot{U}_{tes}(x, p) = \dot{U}_{tes}(l, p)e^{p(x-l)/v}.$$

Ma'lumki, teskari to'liqin tokining tasviri

$$\dot{I}_{to'g}(x, p) = -\frac{1}{Z_{to'l}}\dot{U}_{tes}(x, p) = \frac{1}{Z_{to'l}}\dot{U}_{tes}(l, p)e^{p(x-l)/v},$$

l nuqtada $Z_{YUK}(p)\dot{I}(l, p) = \dot{U}(l, p)$. Bu ifodaga kuchlanish va tokning to'g'ri va teskari to'liqlari ifodalarini kiritsak quyidagini hosil qilamiz.

$$\begin{aligned} \frac{Z_{YUK}(p)}{Z_{to'l}}\dot{U}_1(p)e^{-pl/v} - \frac{Z_{YUK}(p)}{Z_{to'l}}\dot{U}_{qayt}(l, p) &= \\ &= U_1(p)e^{-pl/v} + U_{qayt}(l, p). \end{aligned}$$

Bundan quyidagini hosil qilamiz

$$\left(\frac{Z_{YUK}(p)}{Z_{to'l}} - 1 \right) e^{-pl/v} U_1(p) = \left(\frac{Z_{YUK}(p)}{Z_{to'l}} + 1 \right) \dot{U}_{qayt}(p, l),$$

$$\text{yoki } U_{qayt}(p, l) = \frac{Z_{YUK}(p) - Z_{to'l}}{Z_{YUK}(p) + Z_{to'l}} \dot{U}_1(p) e^{-pl/v}.$$

Shunday qilib, kompleks shakldagi operator koeffitsienti $\bar{F}(p) = \frac{Z_{YUK}(p) - Z_{to'l}}{Z_{YUK}(p) + Z_{to'l}}(p)$ ni hisoblab hamda liniya boshidagi to'g'ri to'liqin tasviri $\dot{U}_1(p)$ ni $\bar{A}(p)$ ga ko'paytirib kechikish $\exp(-pl/v)$ ni e'tiborga olgan holda aniqlash mumkin ekan.

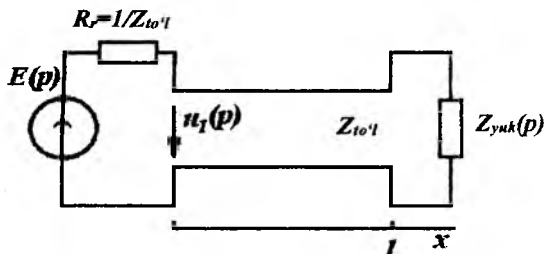
Qaytuvchi to'liqinni aniqlash. Agar ixtiyoriy nuqtada qaytuvchi to'liqin kuchlanishini aniqlash zarur bo'lsa, $\dot{U}_{qayt}(p, l)$ miqdorni $\exp[p(x-l)/v]$ ko'paytmaga ko'paytirish kifoyadir. Unda

$$U_{qay}(x, p) = \dot{U}_{qay}(l, p)e^{p(x-l)/v} = \bar{F}(p)\dot{U}_1(p)e^{-p(2l-x)/v}.$$

Nihoyat yuklanishga borib undan bir marta qaytgandan so'ng, ixtiyoriy nuqtadagi to'la kuchlanishni tushuvchi va qaytuvchi kuchlanishlar yig'indisi kabi aniqlash mumkin

$$\dot{U}(x, p) = \dot{U}_{tush}(x, p) + \dot{U}_{qay}(x, p); \quad (7.10)$$

$$\dot{U}_{qay}(x, p) = \dot{U}_1(p)[e^{-px/v} + \bar{F}(p)e^{-p(2l-x)/v}]. \quad (7.11)$$



7.17-rasm. Muvofiqlashtirilgan signal tasviri.

Vaqtning $2l/v < t < 3l/v$ va h.k. onlariga mos bo'lgan $\dot{U}(x, p)$ ifodani aniqlash uchun to'lqinlarning liniya kirishidagi takroriy qaytishini e'tiborga olish zarur. Ifoda (7.11) operator qarshiligi $Z_{in}(p)$ bo'lgan yuklanish bilan Laplas o'zgartirishidagi $\dot{U}_1(p)$ kuchlanishi bo'lgan generator orasida l uzun liniya bilan muvofiqlashtirilgan signal tasvirini hisoblash imkonini beradi (7.17-rasm), (7.11) ifodadan quyidagi muhim xususiy xulosa kelib chiqadi: liniya boshlanishidagi ($x=0$) kuchlanish quyidagicha aniqlanadi:

$$\dot{U}_1(0, p) = \dot{U}_1(p) [1 + \bar{\Gamma}(p) e^{-2pl/v}]. \quad (7.12)$$

Bu ifoda liniya boshidagi to'la kuchlanishni aniqlaydi va u ikki tashkil etuvchilar yig'indisidan iborat: birinchisi - mustaqil manbadan keluvchi signal shaklidan $\dot{U}_1(p)$ aniqlanadi, ikkinchisi - yuklanishdan qaytgan signal bilan aniqlanadi $\dot{U}_1(p) \bar{\Gamma}(p) e^{-p(2l-x)/v}$.

Vaqt sohasida esa quyidagicha ifodalanadi

$$u(0, t) = u_1(t) + u_{qay}(0, t),$$

$$\dot{U}_{qay}(x, p) = \dot{U}_1(p) [e^{-px/v} + \bar{\Gamma}(p) e^{-p(2l-x)/v}].$$

VIII-bob. ELEKTR FILTRLARI

8.1. Elektr filtrlarining tavsiflari

Keyingi yillarda chop etilayotgan chet el adabiyotlarida *elektr filtri* deb signallarning zaruriy o'zgartirishlari amalga oshirilishini ta'minlaydigan chastotaviy tavsiflarga ega bo'lgan chiziqli to'tqutbliklarga aytiladigan «qisqartirilgan» ta'riflar keng tarqalmoqda. Bu ta'riflar, nafaqat filtrlar uchun, balki boshqa turdagi to'rtqutbliklar uchun ham taaluqli bo'lib qolmoqda. Shuning uchun elektr filtrlariga beriladigan ta'rifni aniqroq qo'yish zarurati kundan-kunga ortib bormoqda.

Elektr filtri (qisqalik uchun «filtr») chastotaning ma'lum oraliq'ida joylashgan tebranishlarini ajratib oladi. Shuning uchun, *elektr filtri deb, zanjir kirishiga keltirilgan murakkab tebranuvchi elektr signalining tarkibidan, berilgan chastotalar oralig'idagi chastotaviy tashkil etuvchilarni ajratib olish va boshqa berilgan chastotalar oralig'idagi chastotaviy tashkil etuvchilarni so'ndirish uchun xizmat qiluvchi chiziqli to'rtqutblikka aytiladi*. Filtrlarning ushbu chastota oraliqlari mos ravishda o'tkazish yo'lagi va to'sish yo'lagi deyiladi.

O'tkazish va to'sish yo'laklarining o'zaro joylashganligi bo'yicha filtrlar quyidagi turlarga bo'linadi: *quyi chastota filtrlari* (QCHF) - chastotani o'tkazish yo'lagi 0 dan boshlab, biror f_x -qirqish chastotasigacha bo'lgan oraliqda joylashgan; *yuqori chastota filtrlari* (YUCHF) - chastotani o'tkazish yo'lagi f_x dan ∞ gacha joylashgan; *yo'lak filtrlari* (YF) chastotasi o'tkazish yo'lagi f_{x1} dan f_{x2} gacha joylashgan va *rejektorli (to'suvchi) filtrlar* (RF) - chastotasi to'sish yo'lagi f_{x1} dan f_{x2} gacha joylashgan.

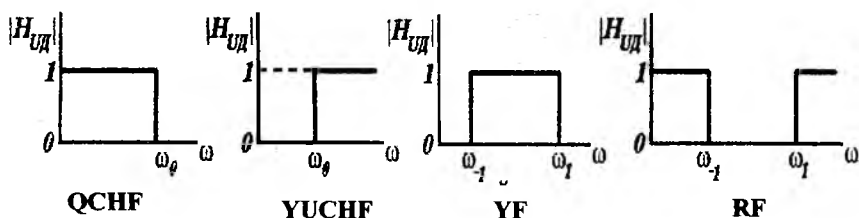
Filtrlar tuzilishi tarkibida kuchaytirgich elementlari mavjudligi bilan ular ikki guruhga bo'linadilar: *passiv filtrlar* - rezistor, kondensator va induktivlikdan iborat bo'lib, kuchaytirgichi yo'q; *aktiv filtrlar* - bunday sxema tarkibida kuchaytirgich va passiv filtr mavjud. O'z navbatida passiv filtrlar tarkibidagi elementlar turiga qarab

quyidagilarga ajratiladi: *reaktiv LC-filtrlar, inersiyali* (yoki *RC-filtrlar, pizelektrik* (yoki *kvarsli*) filtrlar.

Avvalgi boblarda elektr zanjirlari ishini tahlil qilish usullari keltirilgan edi. Elektr zanjirlar nazariyasi fani oldiga qo'yiladigan muammolaridan yana biri - berilgan xususiyatlarga javob bera oladigan elektr zanjirlarini yaratish - sintez qilishdir.

8.1-rasmda yuqorida keltirilgan ideal filtrlar turlarining amplituda-chastotaviy tavsiflari (ACHT) ko'rsatilgan. Filtrlarni sintez qilishda ularning asosiy talablari qondirilishi berilgan ACHTning shakliga bog'liq. Bunda, aynan shu ACHTni elektr zanjirlarining chastotaviy tavsiflarini ifodalovchi funksiyalar bilan approksimatsiyalash (ACHTlarga yaqin bo'lgan matematik ifodalar bilan almash-tirish) zarur bo'ladi.

Filtrlarning o'tkazish yo'lagi va to'sish yo'lagi orasida o'tkinchi yo'lak mavjud bo'lib, bu yo'lakda kuchsizlanishga talab qo'yilmaydi. Filtrlar zarur bo'lgan chastota yo'lagida signalni ajratadi.

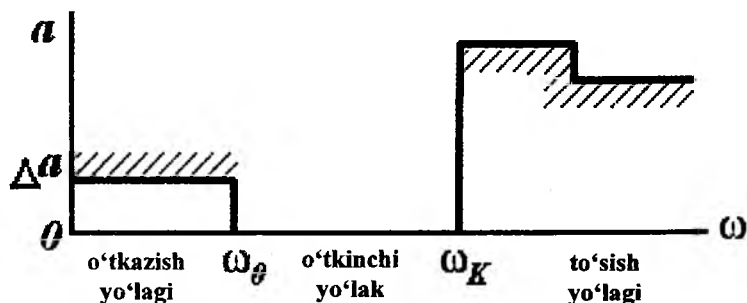


8.1-rasm. Ideal filtrlar amplituda-chastotaviy tavsiflari.

Masalan, har bir radio stansiya o'zining chastota yo'lagida ishlaydi va ko'plab stansiyalar faoliyati natijasida qabul antennalarida signallar yig'indisi mavjud bo'ladi. Radio qabul qiluvchi apparatlari esa filtr yordamida eshituvchi xohlagan chastota bo'lagidagi tebranishlarni ajratib oladi.

Boshqa stansiyalar to'lqinlarini qabul qilish imkoni bo'lishi uchun filtni rostlash zarur bo'ladi, demak bunda o'tkazish yo'lagi va to'sish yo'lagi berilgan tavsifning o'ng yoki so'l tomonga siljiriladi.

Filtrlar telefon aloqasining ko'pkanalli analog tizimidagi telefon kanallarida ham qo'llaniladi va shovqinlarni kamaytirishda ishlatiladi.



8.2-rasm. Quyi chastota filtri tavsifi.

Filtr ACHTsiga qo'yiladigan talablar, aksariyat, kuchsizlanish chastotaga bog'liqligiga qo'yiladigan talab sifatida shakllanadi. Kuchsizlanishning chastotaga bog'liqligi shunday me'yorlantiriladiki, bunda o'tkazish yo'lagi ichidagi minimal kuchsizlanish nolga teng bo'lsin. U holda o'tkazish yo'lagidagi filtrning kuchsizlanishi biror berilgan *filtr kuchsizlanishi tavsifining notekisligi* deb nomlangan Δa qiymatdan ortmasligi, filtrning to'sish yo'lagida esa filtrning texnik talablarida keltirilgan qiymatdan kichik bo'lmasligi shart. Misol sifatida 8.2-rasmda quyi chastota filtri kuchsizlanish tavsifiga qo'yiladigan talablar grafik shaklda keltirilgan. Shu rasmda o'tkinchi yo'lak tushunchasi tasvirlangan. O'tkinchi yo'lakda filtr kuchsizlanishi me'yorlanmagan va uning qiymati filtr o'tish yo'lagidagi joyiz minimal qiymatdan to'sish yo'lagida talab etiladigan miqdorigacha ortadi.

Filtr kuchsizlanishining chastotaviy bog'lanishiga qo'yiladigan talablar asosiy hisoblanib, undan tashqari filtrning elektr va tuzilish parametrlariga ham qo'shimcha talablar qo'yiladi. Xususan, uning o'tkazish yo'lagidan signalning shakli buzilmasdan o'tishini ta'minlash uchun faza-chastota tavsifining to'g'ri chiziqlikdan farqlanishining joiz talablari berilishi mumkin. Bunday holatlarda yoki mazkur approksimatsiyalanuvchi vazifa shakllanadi va masala echiladi, yoki faqat kuchsizlanish talablari bilan hisoblangan filtrning faza-chastotaviy tavsifi nominal-fazaviy zanjirlar yordamida korreksiyalanadi.

Analogli uzatish tizimlariga xos bo'lgan alohida holatlarda, filtrlarda temir o'zakli g'altak yoki tranzistor mavjudligi sababli hosil

bo'ladigan nochiziqli buzilishlarga, hamda filtrlardagi xos shovqinlarga maxsus talablar qo'yiladi.

Radio uzatish qurilmalari kaskadlarining oxirgi chiqishlarida joylashgan va impuls oniy quvvati bir necha yuz kilovatt bo'lgan filtrlarga, ularning natijaviy aslligi haqida talab qo'yilishi mumkin.

Tabiiy, filtr o'rnatilgan apparatning xususiyatlariga bog'liq ravishda filtrning massa-gabarit ko'rsatkichlariga, nostabillik tug'diruvchi ta'sirlarga turg'unligi, ishonchiligi va boshqa ko'rsatkichlariga qo'yiladi va ularni loyihalash jarayonida e'tiborga olish zarur bo'ladi.

Filtrlarni hisoblashning har xil usullarini asoslashga bag'ishlangan juda ko'p adabiyotlar mavjud. Barcha usullardan avval reaktiv to'rtqutblik sifatida LC-filtrning tavsifiy parametrlarini ko'rishga asoslangan usullar taklif etilgan. Hozirgi paytda ular o'zlarining amaliy ahamiyatlarini yo'qotgan va elektr filtrlarini sintez qilishning hozirgi zamon usullari approksimatsiyalash masalalarining optimal echimlarini aniqlashga va tadbiq etishga bag'ishlangan. Aynan shuning uchun filtrlar turlarining rang-barangligidan qat'iy nazar, filtrlarda foydalaniladigan tavsiflar turlarining soni cheklangan.

Filtrlarning sintezida berilgan me'yoriy qarshilik va chastota yordamida qiymatlarni me'yorlash qo'llaniladi:

$$\bar{\omega} = \omega / \omega_0; \quad \bar{p} = p / \omega_0; \quad \bar{Z}(p) = Z(p) / R_0, \quad (8.1)$$

bunda $\bar{\omega}$, $\bar{p}$, $\bar{Z}(p)$ - me'yorlangan, ω , p , $Z(p)$ - me'yorlanuvchi va ω_0 , R_0 - me'yoriy qiymatlar.

Me'yorlovchi qarshilik sifatida, aksariyat, filtr yuklamalaridan birining qarshiligi, me'yorlovchi chastota sifatida QCHF (YUCH-F)ning o'tkazish yo'lagi chegaraviy chastotasi yoki YFning chegaraviy chastotalari geometrik o'rtacha qiymati ishlatiladi. Aksariyat, filtrning kompleks uzatish funksiyasi ham modulining maksimal qiymatiga nisbatan me'yorlantiriladi.

8.2. Battervort tavsifiga ega bo'lgan quyi chastotali polinomial filtrlar

Uzatish funksiyasi quyidagi polinomdan iborat bo'lgan filtrlar

$$H(p) = \frac{b_0}{p^2 + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{b_0}{v(p)} \quad (8.2)$$

polinomial filtrlar deyiladi. Bunday filtrlar o'ta yuqori chastotali (O'YUCH) qurilmalarda, radioaloqa texnikasi va axborot texnologiyalarining boshqa sohalarida ko'plab qo'llaniladi. Amplituda-chastotaviy tavsiflar va kuchsizlanishning chastotaviy bog'lanishlarini aniqlaydigan ifodalar $m=0$ bo'lganda quyidagicha yoziladi

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{C_0\omega^{2n} + C_1\omega^{2n-2} + \dots + C_n} \quad (8.2,a)$$

$$\text{va} \quad \alpha = 10 \lg \frac{1}{|H(j\omega)|^2} = 10 \cdot \lg(C_0\omega^{2n} + C_1\omega^{2n-2} + \dots + C_n), \quad (8.2,b)$$

bunda va bundan keyin me'yorlangan qiymatlar qisqalik uchun harf yuqorisidagi chiziqsiz keltiriladi.

Quyi chastotali polinomial filtrlarning sintezi masalasini yechishda, avvaliga ideal filtrning amplituda-chastotaviy tavsifini Teylor bo'yicha $\omega=0$ nuqtada approksimatsiyalashni ko'raylik.

Approksimatsiyalanayotgan funksiya $|H_{ng}(j\omega)|$ qiymati $\omega=0$ bo'lganda birga teng, uning barcha hosilalari esa nolga teng. Bunda ideal filtrning ACHT, har qanday real elektr zanjirini kabi, o'zgaruvchining juft funksiyasi ekanligini e'tiborga olamiz. Agar (8.2,a)da $C_n = 1$ bo'lsa, $\omega=0$ da approksimatsiyalanayotgan funksiya $|H(j\omega)|=1$ bo'ladi. Agar (8.2,a) ning maxrajidagi polinomning ko'effitsiyentlari (uning eng yuqori va erkin tashkil etuvchilaridan tashqari) nolga teng deb hisoblansa, approksimatsiyalanayotgan funksiya kichik tartibli tashkil etuvchilarining hosilalari maksimal soni nolga teng bo'ladi, ya'ni

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + C_0\omega^{2n}}. \quad (8.3)$$

Darhaqiqat, $C_0\omega^{2n+1}$ polinomning barcha kichik hosilalari $\omega=0$ nuqtada nolga teng. U holda shu nuqtada (8.3) polinomning barcha kichik hosilalari ham, $|H(j\omega)|=1/\sqrt{1+C_0\omega^{2n}}$ funksiyani kabi, nolga teng bo'ladi.

Agar $C_0 > 0$ bo'lsa, (8.3) funksiya uni amalga oshirish uchun talab qilinayotgan barcha shartlarni qanoatlantiradi. Aksariyat, $C_0 = 1$. Unda

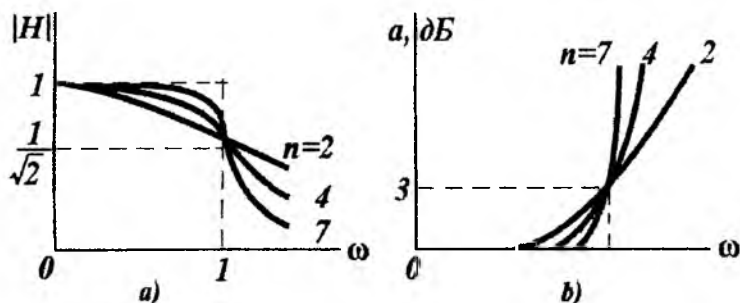
$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega^2} \quad (8.4,a)$$

va

$$a = 10 \cdot \lg(1 + \omega^{2n}). \quad (8.4,b)$$

Ko'rilgan filtlarning amplituda-chastotaviy tavsiflari grafiklari 8.3,a-rasmda keltirilgan. 8.3,b-rasmda esa filtr reaktiv elementlari sonini aniqlaydigan n daraja ko'rsatkichi uchun kuchsizlanishning chastotaviy bog'lanishlari grafigi tasviflangan.

Ko'rilayotgan filtrlarning kuchsizlanishi chastota oshishi bilan tekis ortadi va $\omega=1$ da, ya'ni $\omega=\omega_0$ da $10 \cdot \lg 2 = dB$ ni tashkil etadi. Chastota ω_0 *filtr o'tkazish yo'lagingining chegaraviy chastotasi* deb ataladi. Shu bilan birga filtrning o'tkazish yo'lagi chegaraviy chastotasidan quyida, to'sish yo'lagi esa undan yuqorida joylashgan deb qabul qilingan. Ayonki, n qanchalar katta bo'lsa, filtr tuzilishi shunchalar murakkabroq bo'ladi, amplituda-chastotaviy tavsifi ideal filtrnikiga shunchalar aniqlikda approksimatsiyalanadi, ya'ni to'sish yo'lagingining ixtiyoriy chastotasida filtr kuchsizlanishi shunchalar katta bo'ladi.



8.3-rasm. Amplituda-chastotaviy tavsiflar:

a) filtlarning tavsiflari; b) chastotaviy bog'lanishlari grafigi.

Me'yoriy chastotasi $\omega=0$ bo'lganda $|H(j\omega)|$ funksiyaning maksimal sonli kichik tartibli hosilasi nolga aylanadigan hadlari bo'lgan quyi chastotali polinomial filtrlar, ya'ni kuchsizlanishning chastotaviy bog'lanishi (8.4) bilan aniqlanadigan filtrlar *kuchsizlanish*

tavsiflari maksimal tekis filtrlar yoki Battervort tavsifli filtrlar deb ataladi. Battervort quyi chastotali polinomial filtrlarni sintez qilish masalalariga birinchi bo'lib Teylor bo'yicha approksimatsiyalashni kiritgan.

Filtrning $H(p)$ uzatish funksiyasini aniqlaymiz. Buning uchun (8.4,a) ifodaning maxrajini nolga tenglashtirib, $j\omega$ o'zgaruvchini p bilan (ya'ni ω o'rniga $-jp$) almashtirib, hosil bo'lgan $1+(-jp)^{2n}=0$ tenglamaning yechimini aniqlaymiz. Uning ildizlari analitik usulda aniqlanadi va

$$-jp_k = \sqrt[n]{-1} = e^{j\frac{(2k-1)\pi}{2n}} = \cos \frac{2k-1}{2n}\pi + j \sin \frac{2k-1}{2n}\pi$$

bo'lganli uchun

$$p_k = -\sin \frac{2k-1}{2n}\pi + j \cos \frac{2k-1}{2n}\pi. \quad (8.5)$$

Chap yarim tekislikda $k=1$ dan $k=n$ gacha bo'lgan indeksli ildizlar joylashgan. Ular aniqlanishi zarur bo'lgan uzatish funksiyasining qutblaridir. Bunda har bir kompleks tutash qutblar juftligi

$$(p - p_k)(p - p_{n-k+1}) = p^2 + 2p \sin \frac{2k-1}{2n}\pi + 1 \quad (8.6)$$

filtr uzatish funksiyasi maxraji polinomining ko'paytiruvchisini tashkil etadi.

Umumiy holda, Battervort tavsiflari bo'lgan quyi chastota filtring o'tkazish yo'lagidagi $0 \leq \omega \leq 1$ joiz kuchsizlanish $\Delta a, dB$ bo'lsa, uning kuchsizlanish chastotaviy bog'lanishi quyidagicha ifodalanadi:

$$\alpha = 10 \lg \left[1 + (10^{0,1\Delta a} - 1) \hat{\omega}^{2n} \right] \quad (8.7)$$

Filtr $a_0(\omega)$ to'sish yo'lagidagi kuchsizlanishining chastotaviy tavsiflariga qo'yiladigan talablarning bajarilishi ta'minlaydigan (8.4) yoki (8.7)dagi yechimlar polinomining darajasi n , $a \geq a_0(\omega)$ tengsizlik bajarilishidagi eng yaqin butun son sifatida aniqlanadi.

8.3. Chebishev tavsifiga ega bo'lgan quyi chastotali polinomial filtrlar

Qo'yilgan masalaning shartiga muvofiq, quyi chastotali polinomial filtr so'nish chastotaviy tavsifining notekisligi o'tkazish yo'lagi $0 \leq \omega \leq 1$ da $\Delta a, dB$ dan ortmasin, ya'ni o'tkazish yo'lagida $0 \leq a \leq \Delta a$

bo'lsin deb faraz qilaylik. Quyi chastotali ideal filtr tavsifining ap-proksimatsiyasi masalasini hal qilishda shunday yechimni aniqlaylikki, unda sintez qilinayotgan polinomial filtrning to'sish yo'lagida kuchsizlanish, uzatish funksiyasining berilgan tartibi n imkon darajasida katta bo'lsin.

Bu qo'yilgan vazifa (8.2) ifodalarning shunday juft polinomini $2n$ aniqlashni taqazo etadiki, uning qiymatlari chastotaning $0 \leq \omega^2 \leq 1$ oralig'ida quyidagi cheklanishlar shartlarini bajarsin

$$1 \leq C_0 \omega^{2n} + C_1 \omega^{2n-2} + \dots + C_n \leq 10^{0,1\Delta\alpha}, \quad (8.8)$$

$\omega^2 > 1$ bo'lganda esa, mazkur darajada ushbu cheklash talablarini bajaradigan barcha boshqa juft polinomnikidan katta bo'lsin.

Bu masalaning yechimi Chebishev polinomining ekstremal xususiyatlarini qo'llashga asoslanadi. Darhaqiqat, o'zgaruvchi ω^2 ning barcha n darajali juft polimonlarining, agar yechimlari $0 \leq \omega^2 \leq 1$ oraliqda absolyut qiymatlari bo'yicha 1 dan katta bo'lmasa, o'zgaruvchining barcha $\omega^2 > 1$ da Chebishevning

$$P_n(x) = \cos n \arccos(2\omega^2 - 1)$$

polinomi eng katta qiymatga ega bo'ladi; unda o'zgaruvchi o'miga (Chebishev polinomi shartlariga muvofiq)

$$X = \frac{2x' - x'_1 - x'_{-1}}{x_1 - x'_{-1}}$$

$(2\omega^2 - 1)$ bilan almashtirilgan. Agar bu polinomni $L > 0$ doimiyga ko'paytirsak va boshqa $A > L$ doimiyini qo'shsak, u holda $A - L = 1$ va $A + L = 10^{0,1\Delta\alpha}$ sharti bilan $A + L \cos n \arccos(2\omega^2 - 1)$ masalaning izlanayotgan yechimi bo'ladi. Hosil bo'lgan polinom talab etilayotgan ekstremal xususiyatlarga ega, ω o'zgaruvchining $2n$ tartibi juft polinomi (8.8) cheklashlarga javob beradi va fizik tadbiq etish shartlariga mos bo'ladi.

Aniqlangan yechimni kompleks tahlil qilishga qulay shaklda yozish uchun oddiy trigonometrik bog'lanishlardan foydalanamiz. Ular-
ga ko'ra $\arccos(2\omega^2 - 1) = 2 \arccos \omega$ va $\cos 2n\varphi = 2 \cos^2 n\varphi - 1$.
U holda $\cos n \arccos(2\omega^2 - 1) = 2 \cos^2 n \arccos \omega - 1 = 2P_n^2(\omega) - 1$, va
 $A = (10^{0,1\Delta\alpha} + 1)/2$ hamda $L = (10^{0,1\Delta\alpha} - 1)/2$ bo'lganligi uchun,
 $A + L \cos n \arccos(2\omega^2 - 1) = 1 + (10^{0,1\Delta\alpha} - 1) \cos^2 n \arccos \hat{\omega}$.

Shuning uchun

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (10^{0,1\Delta\alpha} - 1)P_n^2(\omega)} \quad (8.9,a)$$

va

$$\dot{a} = 10 \cdot 1 \text{ g}[1 + (10^{0,1\Delta\alpha} - 1)P_n^2(\omega)], \quad (8.9,b)$$

bunda $P_n(\omega) = \cos n \arccos \omega = \text{chn Arch}\omega$ - Chebishevning n tartibli polinomi.

Aniqlangan chastotaviy tavsifiga ega bo'lgan quyi chastotali polinomial filtrlar *Chebishev tavsifli filtrlar* nomini oldi.

Chebishev polinomi xususiyatlariga muvofiq, ko'rilayotgan filtrlarning $|H(j\omega)|$ amplituda-chastotaviy tavsiflari o'tkazish yo'lagida ketma-ket $n+1$ marta o'zlarining $(10^{-0,05\Delta\alpha})$ minimal va maksimal (1) qiymatlarini qabul qiladi:

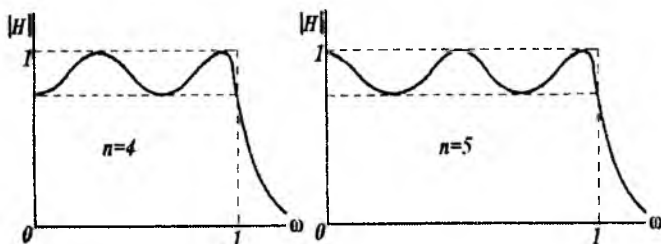
-birinchisi, bunda $P_n(\omega) = \pm 1$, ya'ni $\omega_k = \cos(kn(n))$;

-ikkinchisi, bunda $P_n(\omega) = 0$, ya'ni $\omega_k = \cos[(2k-1)\pi/2n]$.

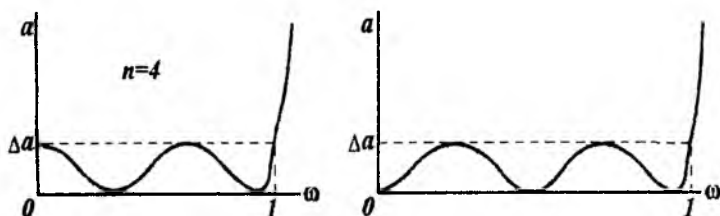
Bu filtrlarning to'sish yo'llariga esa chastota ortishi bilan $|H(j\omega)|$ ravon pasayib boradi.

Ularni namoyish etish uchun 8.4-rasmda $n=4$ uchun (8.4,a-rasm) va $n=5$ uchun (8.4,b-rasm) $\Delta\alpha = 1\text{dB}$ bo'lganda amplituda-chastotaviy tavsiflarning grafiklari keltirilgan. 8.5-rasmda esa ularga mos kelgan kuchsizlanishning chastotaviy bog'lanishlari ko'rsatilgan.

Chebishev tavsifiga ega bo'lgan filtrlar ravon to'liqinli kuchsizlanish tavsiflarga kiradi. Ularning kuchsizlanish chastotaviy tavsiflari o'tkazish yo'lagida ketma-ket $n+1$ marta o'zining eng katta ($\Delta\alpha$) va eng kichik (0) qiymatlarini qabul qiladi. Bu bilan ω ning ortish "davri" kamayuvchi to'liqinlarni tashkil etadi (8.5-rasm).



8.4-rasm. Amplituda-chastotaviy tavsiflarning grafiklari.



8.5-rasm. Kuchsizlanishning chastotaviy bog'lanishlari.

Chebyshev tavsiflariga ega bo'lgan filtr uzatish funksiyasining qutblari

$$1 + (10^{0,1\Delta a} - 1) \cos^2 n \arccos(jp) = 0$$

tenglamaning ildizlari bo'lib, analitik echim sifatida aniqlanadi. Ular quyidagilarga teng bo'ladilar:

$$P_k = -\frac{1}{2} \left(\varepsilon - \frac{1}{\varepsilon} \right) \sin \frac{2k-1}{2n} \pi + j \frac{1}{2} \left(\varepsilon + \frac{1}{\varepsilon} \right) \cos \frac{2k-1}{2n} \pi,$$

bunda
$$\varepsilon = \sqrt[n]{\frac{10^{0,005\Delta a} + 1}{10^{0,005\Delta a} - 1}}, k = 1, 2, \dots, n$$

Chebyshev polinomining katta hadi koeffitsiyenti $2^{(n-1)}$ ga teng bo'lganligi uchun

$$H(p) = \frac{1}{2n-1 \sqrt{10^{0,1\Delta a} - 1} (p-p_1)(p-p_2) \dots (p-p_n)} \quad (8.10)$$

Bu erda filtr uzatish funksiyasining har bir kompleks tutash qutblari juftligi uchun quyidagi ko'paytiruvchi mos keladi

$$(p-p_k)(p-p_{n-k+1}) = \hat{p}^2 + \hat{p}\left(\varepsilon - \frac{1}{\varepsilon}\right) \sin \frac{2k-1}{2n}\pi + \cos^2 \frac{2k-1}{2n}\pi + \frac{1}{4}\left(\varepsilon - \frac{1}{\varepsilon}\right)^2. \quad (8.11)$$

To'sish yo'lagida filtr kuchsizlanishi $a_0 = a_0(\omega)$ ning minimal joizligiga qo'yiladigan talablar bajarilishini ta'minlaydigan filtr uzatish funksiyasining zaruriy tartibi n , hosil bo'lgan kasr qiymatiga eng yaqin bo'lgan butun son sifatida aniqlanadi.

8.4. Zolotarev tavsifiga ega bo'lgan quyi chastotali polinomial filtrlar

Agar shartlariga ko'ra o'tish yo'lagi juda tor bo'lgan filtrni sintez qilish zarur bo'lsa, polinomial filtrlarni qabul qilish haqsiz ravishda katta sonli elementlar bo'lishiga olib keladi. Bu esa polinomial filtrlar to'siq yo'lagida kuchsizlanish chastotaviy bog'lanishining ravon ortuvchi xarakterdagi haddan ortiq zahirasi bo'lishligining zaruratiga olib keladi.

Bunday holatlarda to'siq yo'lagining chekka chastotalarida echimlari bo'lgan uzatish funksiyalariga ega bo'lgan filtrlarni qabul qilish maqsadga muvofiq bo'ladi

$$H(p) = \frac{b_0 p^q (p^2 + \omega_1^2)(p^2 + \omega_2^2) \dots (p^2 + \omega_r^2)}{p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}. \quad (8.12)$$

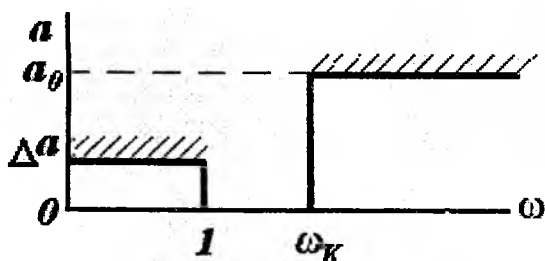
Bunday filtrlar kuchsizlanishining chastotaviy bog'lanishi quyidagicha bo'ladi:

$$\alpha = 10 \cdot \lg \frac{1}{|H(j\omega)|^2} = 10 \cdot \lg \frac{C_0 \omega^{2n} + C_1 \omega^{2n-2} + \dots + C_n}{(\omega_{\omega 1}^2 - \omega^2)(\omega_{\omega 2}^2 - \omega^2) \dots (\omega_{\omega m}^2 - \omega^2)^2}, \quad (8.13)$$

va ularga kuchsizlanishning «sakrahlari» deb nomlangan o'zgarishlari mavjudligi hosdir. Har birida chastota miqdori kuchlanishning «sakrah» chastotasiga yaqinlashganda u cheksizlikka intiladi. Sakrashlar, qiymatlari filtr funksiyasi yechimlariga yaqin bo'lgan chekli va nolga teng bo'lmagan chastotalar $\omega_{\omega 1}, \omega_{\omega 2}, \dots, \omega_{\omega m}$ da bo'ladi. Aynan kuchsizlanishlarning sakrashlarini kiritish cheklangan elementli tor o'tkazish yo'lakli filtrlarni sintez qilish imkonini beradi.

Sakrashli kuchsizlanishi bo'lgan filtrlar, aksariyat ω_k berilgan chastotadan boshlab filtr kuchsizlanishi chastotaga bog'liq bo'lmagan biror berilgan $a_0 = \text{const}$ qiymatdan kam bo'lmagan, o'tkazish yo'lagida esa, ilgarigidek, boshqa Δa miqdordan va 8.6-rasmdagidan oshmagan holatlarda ishlatiladi.

Bunda filtr uzatish funksiyasining tartibi imkon qadar minimal bo'lishi zarur.



8.6-rasm. Sakrashli kuchsizlanishi bo'lgan filtrlar.

Keltirilgan masalani Peterburg universiteti professori E.I. Zolotarev (1821-1884) taklif etgan «noldan farqlanuvchi funksiyalar» haqida qo'yilgan qator muammolar va yechimlardan foydalanib hal qilish mumkin. Bular shunday masalaki, unda berilgan n -tartibli ratsional kasr funksiyasining $-1 \leq x \leq 1$ oraliqdagi qiymatining absolyut miqdori birdan katta bo'lmasin; $|x| \geq 1/k$ oraliqda esa ($k > 1$) uning absolyut qiymati bo'yicha eng kichik miqdori imkon qadar maksimal ko'p bo'lsin.

Ushbu ratsional kasr funksiya *Zolotarev kasri* deb nomlanishi mumkin. U n - tartibning juftligiga qarab juft yoki toq funksiya bo'lishi mumkin. Uning barcha nollari (qutblari) $-1 < x < 1$ oraliqda joylashadi, shu oraliqda, Chebishev polinomi singari $n+1$ marta ishoralarini almashtirib 1 va -1 qiymatlariga ega bo'ladi. Zolotarev kasrining barcha qutblari $x \geq 1/k$ da joylashgan. Bu oraliqda uning xususiyatini unga teskari funksiya bilan tasvirlash qulay bo'ladi. Qutblari $x > 1/k$ bo'lganda teng to'liqlik xarakterga ega, chunki masalaning shartiga ko'ra u absolyut qiymatining noldan og'ishi imkon qadar minimal bo'lishi zarur. Buni tasvirlash uchun 8.7, a-

rasmda yettinchi tartibli Zolotarev kasrining $x \leq 1/k$ bo'lgandagi va 8.7, b-rasmda $-1 \leq x \leq 1$ unga teskari kasr keltirilgan.

Agar $x \geq 1/k$ bo'lsa, Zolotarev kasrining absolyut qiymatlari bo'yicha barcha minimallari bir xil (teng) bo'ladi. Ular kasrning tartibi n , k ning qiymati bilan aniqlanadilar va n ning ham, $1/k$ ning ham ko'payishi bilan ortadilar. Zolotarev kasri $F_n(x)$ o'zgaruvchini ω o'zgaruvchi bilan almashtirilgandan so'ng (8.9) yechimga Chebishev polinomi o'rniga kiritiladi.

Demak, Zolotarev tavsifiga ega bo'lgan quyi chastotali filtrlar quyidagi funksiyalar bilan aniqlanadi.

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (10^{0,1\Delta\alpha} - 1)F_n^2(\omega)} \quad (8.14, a)$$

$$\text{va} \quad \alpha = 10 \cdot \lg[1 + (10^{0,1\Delta\alpha} - 1)F_n^2(\omega)]. \quad (8.14, b)$$

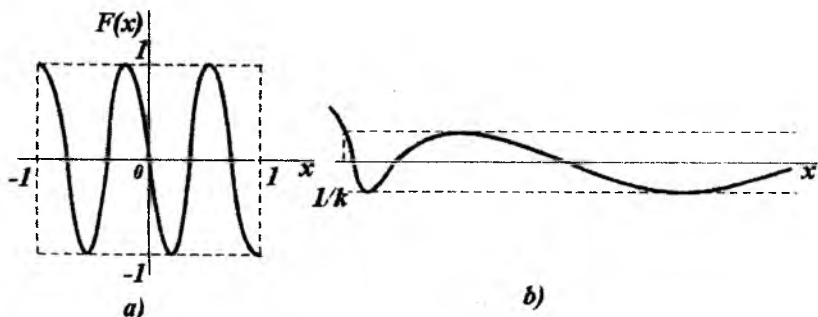
Zolotarev kasrining xususiyatlaridan kelib chiqqan holda, filtrning o'tkazish yo'lagida kuchsizlanish teng to'liqlik xarakterda bo'ladi, to'sish yo'lagida esa, $\omega_k = 1/k$ chastotadan boshlab, n va $\Delta\alpha$ qiymatlari bir xil bo'lgan barcha filtrlarga nisbatan, kuchsizlanishning eng kichik bo'lgan qiymatlari soni imkon qadar maksimal bo'ladi. Zolotarev tavsifiga ega bo'lgan bunday filtrning $n=7$ uchun chastotaviy bog'lanishi 8.8-rasmda keltirilgan. Uning boshqa filtrlardan farqli xususiyatlari shundaki, kuchsizlanish tavsifining minimumlari to'sish yo'lagida teng ekanliklaridir; ushbu minimumlarning qiymatlari filtr to'sish yo'lagi chegarasidagi kuchsizlanish qiymatiga teng.

Battervort va Chebishev tavsiflariga ega bo'lgan polinomial filtrlardagi kabi Zolotarev tavsiflari bo'lgan polinomial filtrlar uzatish funksiyalari yo'laklari analitik usulda aniqlanadi; bu esa ularni hisoblash jarayonini yengillashtiradi. Bunday analitik ifodalar maxsus adabiyotlarda keltirilgan.

Ba'zan, Zolotarev tavsifiga ega bo'lgan filtrlar *elliptik filtrlar* deb ham ataladi. Bunga sabab, Zolotarev kasrining nollari va qutblarining qiymatlari, ularning uzatish funksiyalari, qutblariniki singari, elliptik funksiyalar orqali ifodalanishidir; ba'zan esa *Kauero*

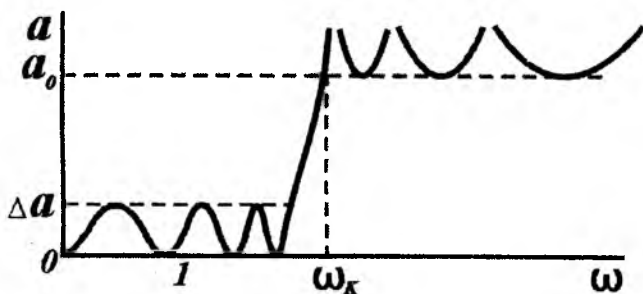
tavsiflariga ega bo'lgan filtrlar deb ataladi, chunki u Zolotarev yechimlaridan birinchi bo'lib filtrlarning sintezida foydalangan.

Pirovardida shuni ta'kidlash zarurki, a ga n — juft son bo'lsa. Zolotarev kasrining surati va maxrajidagi polinomlar bir xil tartibli bo'ladi. Natijada, quyi chastotali filtrlar kuchsizlanishi $\omega = \infty$ bo'lgandagina chekli bo'ladi. Bu qo'llashga yaroqli bo'lgan tartiblar sonini cheklaydi va ko'rilayotgan filtrlar tavsiflarini qayta tuzish zaruratiga olib keladi.



8.7-rasm. Chastotaviy tavsif:

a) ettinchi tartibli Zolotarev kasri; b) teskari kasri.



8.8-rasm. Chastotaviy bog'lanish.

Bunday holatda (8.14) yechimlar tarkibiga maxraji polinomining tartibi suratining polinomi tartibiga nisbatan 2 birlikka kam bo'lgan Zolotarev kasri kiradi. Buning uchun berilgan Zolotarev kasrida juft

n uchun ω_2 o'rniga $\omega_2(\omega_{xm}^2 - 1)/(\omega_{xm}^2 - \omega^2)$ bilan almashtirish yetarli bo'ladi, bu yerda ω_∞ — mavjud $\omega_{\infty k}$ chastotalarning eng kattasi.

8.5. Yuqori chastotali filtrlar

Yuqori chastota filtrlari (YUCHF) sintez qilinishi usullarini tanlashning asoslanishi uchun, xususan, ularning uzatish funksiyalarini

aniqlash uchun, yuqorida ko'rilgan QCHFga taalluqli fikrlarni takrorlash mumkin. Biroq yuqorida olingan natijalardan foydalanib, o'zgaruvchilarni shunday o'zgartiraylikki, unda quyi chastotalar oralig'i yuqori chastotalar oralig'i bilan va aksincha, o'zgartirish maqsadga muvofiq bo'lsin. Buning uchun quyi chastota filtrining uzatish funksiyasiga kiruvchi p kompleks o'zgaruvchini p' o'zgaruvchi bilan almashtiramiz. Unda p bilan p' quyidagi bog'lanishda bo'ladi

$$p = (\omega_0)^2 / p' \quad (8.15)$$

LC - filtrlardagi (8.15) o'zgarishlarga mavjud quyi chastota filtrlaridagi induktivlik o'rniga sig'im, sig'im o'rniga - induktivlik qabul qilish mos keladi. Darhaqiqat, agar o'zgartirilgunga qadar filtrning biror shaxobchasi qarshiligi $Z_k = pL_k$ ga teng bo'lsa, u holda o'zgartirilgandan so'ng shu shaxobcha qarshiligi $Z'_k = (\omega'_0)^2 \cdot L_k / p'$ ga teng bo'lgan ikki qutblik bo'lishi, ya'ni unga $C'_k = 1/(\omega_0)^2 \cdot L_k$ sig'im kiritilishi lozim bo'ladi. Shunga o'xshash, o'tkazuvchanligi $Y_l = pC_l$ bo'lgan shaxobcha, o'tkazuvchanligi $Y'_l = (\omega'_0)^2 C_l / p'$ bo'lgan shaxobchaga, ya'ni $L'_l = 1/(\omega'_0)^2 \cdot C_l$ induktivlik bilan almashtiriladi. Demak, berilgan zanjir amalda qo'llash mumkin bo'lgan boshqa zanjir bilan almashtirilgan ekan.

Agar (8.15) ifodada r o'rniga $j\omega$ va p' o'rniga $j\omega'$ qabul qilinsa, o'zgartirilgan filtrning chastotaviy tavsiflarini aniqlash mumkin bo'ladi. Unda

$$\omega = -(\omega'_0)^2 / \omega' \quad (8.16)$$

va demak, o'zgartirilgan filtrning $|H(j\omega')|$, $\theta(\omega')$ va $a(\omega')$ qiymatlari, mos ravishda, o'zgaruvchining manfiy miqdorlari $\omega = -(\omega'_0)^2 / \omega'$ da $|H(j\omega)|$, $\theta(\omega)$ va $a(\omega)$ qiymatlariga teng bo'ladilar.

Eslatish zarurati, har qanday zanjirdagi kabi, filtrning uzatish funksiyasi modeli ω o'zgaruvchining juft funksiyasi, uning argumenti esa ω o'zgaruvchining toq funksiyasidir. Chastota ω' ning 0 dan $+\infty$ gacha ortishiga ω o'zgaruvchining $-\infty$ dan $(0-)$ gacha o'zgarishi mos keladi, natijada quyi chastota filtrining chastotaviy tavsifi YUCHF tavsifiga aylanishiga olib keladi.

Misol sifatida 8.9,a-rasmdagi $a(\omega) = -20 \lg |H(j\omega)|$ funksiya grafigi keltirilgan; bunda u Zolotarev tavsifiga ega bo'lgan quyi chastota filtrining $\omega \geq 0$ bo'lgandagi kuchsizlanish chastotaviy bog'lanishini belgilaydi. 8.9,b-rasmda esa bundan avvalgi rasmda keltirilgan ifodaning $\omega < 0$ dagi $a(\omega)$ chastotaviy bog'lanishi uchun YUCHF ning chastotaviy bog'lanishi grafigi ko'rsatilgan.

Quyi chastota filtrlarida $p = p/\omega_0$ bo'lganligi uchun, (8.15) dagi kabi r ni p' bilan almashtirib, shtrix belgisini (qisqalik uchun) tashlab yuborsak, yuqori chastota filtrining me'yoriy kompleks o'zgaruvchi va me'yoriy chastotaning quyidagi ifodasini hosil qilamiz.

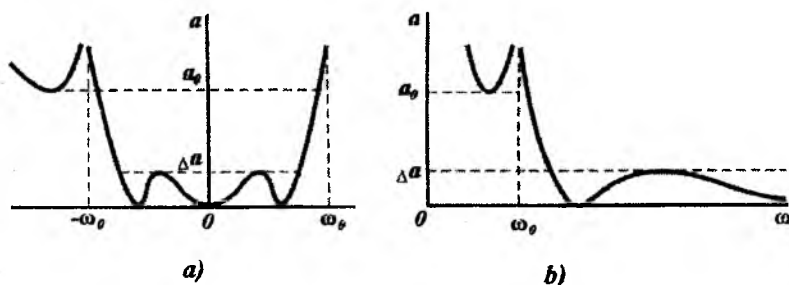
$$p = \omega_0 / p'; \quad \omega = -\omega_0 / \omega. \quad (8.17)$$

Demak, quyi chastota filtrlari uchun olingan ifodalar, masalan, (8.4)-(8.7), agar ushbu ifodalarda me'yoriy o'zgaruvchilar va me'yoriy chastotalar uchun (8.17) ni qabul qilsak, (8.4) - (8.7) lar yuqori chastota filtrlari uchun ham taalluqli bo'lar ekan.

Quyi chastota filtrlari tavsiflarini yuqori chastota filtrlari tavsiflariga aylantirishning ushbu usuli (8.5) chastotaviy o'zgartirishlarni qo'llash bilan bog'liq.

Chastotani o'zgartirish - elektr zanjirining tavsiflarini maqsadli o'zgartirish usuli sifatida elektr filtrlarining sintezi masalalarida keng qo'llaniladi. Tavsifi o'zgartirilayotgan filtr *prototip filtr* deb nomlanadi. Ularda, aksariyat quyi chastota filtrlari qo'llaniladi. Chastotaning eng oddiy o'zgartirilishi - uning me'yorlanishidir. Aynan

shu me'yorlangan chastota, Battervort, Chebishev, Zolotarev yoki «sakrash»lari ixtiyoriy joylashgan tavsiflarga ega bo'lgan YUCHFni hisoblashda quyi chastota prototip filtrlari uchun keltirib chiqarilgan barcha usullar, ifodalar, nomogrammlar va jadvallarni qo'llash imkoniyatni beradi.



8.9-rasm. $a(\omega) = -20 \lg |H(j\omega)|$ funksiya grafiği:

a) funksiya grafiği; b) YUCHF ning chastotaviy bog'lanishi grafiği.

8.6. Yo'lak va reflektor filtrlari

Simmetrik tavsifga ega bo'lgan yo'lak filtrlari. Yo'lak filtrlarining (YF) o'tkinchi funksiyalarini ham quyi chastota prototip-filtrlari o'tkinchi funksiyalariga chastota o'zgartirishini kiritish yo'li bilan aniqlash mumkin. Quyi chastotalar oralig'ida yuqori chastota filtri kompleks o'zgartiruvchi kabi o'zgarishi, ya'ni agar $p' \rightarrow 0$ bo'lganda $p \rightarrow \infty$ sharti, yuqori chastota oralig'ida esa quyi chastota filtri kompleks o'zgaruvchisi kabi o'zgarishi, ya'ni $p \rightarrow \infty$ bo'lsa, u holda $p' \rightarrow \infty$ bo'lishi zarur. O'zgartirilgan filtr o'tkazish yo'lagi chegaralarida kompleks o'tkazuvchi p , quyi chastota prototip filtri-ning o'tkazish yo'lagidagi o'zgaruvchi kabi o'zgarishi lozim.

Bu talablarni qondiruvchi eng oddiy o'zgaruvchi funksiya - quyi va yuqori chastota filtrlari kompleks o'zgaruvchilarining yig'indisi sifatida tasvirlanadi.

$$p = p' + (\omega'_0)^2 / p. \quad (8.18)$$

Agar quyi chastota prototip-filtri sifatida LC – filtri qabul qilingan bo'lsa, u holda (8.18) o'zgartirishi bo'yicha qarshiligi

$Z_k = pL_k$ bo'lgan quyi chastota filtrining har bir induktivligining qarshiligi $Z'_k = p'L_k + (\omega'_0)^2 L_k / p'$ bo'lgan, ya'ni o'sha induktivlik $L'_k = L_k$ o'sha sig'im $C'_k = 1/(\omega'_0)^2 L_k$ bilan ketma-ket ulangan va rezonans chastota ω_0 bo'lgan isrofsiz tebranish konturi reaktiv ikki qutblikka o'tkaziladi. O'tkazuvchanligi $Y_l = pC_l$ bo'lgan har bir sig'imni esa o'tkazuvchanligi $Y'_l = p'C_l + (\omega')^2 C_l / p$ bo'lgan ikki qutblikka, ya'ni o'sha sig'imga $C'_l = C_l$, o'sha induktivlikka $L'_l = 1/(\omega'_0)^2 C_l$ va o'sha rezonans chastotasi ω_0 ega bo'lgan isrofsiz parallel tebranuvchi konturga aylantiradi. Shunday qilib, berilgan zanjir amalda qo'llash mumkin bo'lgan boshqa LC-zanjirga aylantiriladi.

O'zgartirilgan filtrning chastotasi ω' ning qiymati 0. dan ∞ gacha bo'lgan oraliqqacha o'zgarishi bilan $p' \rightarrow \infty$ bo'lganda o'zgaruvchi

$$\omega = \omega' - (\omega'_0)^2 / \omega' \quad (8.18,b)$$

chastota $\omega \rightarrow -\infty$ dan $\omega \rightarrow \infty$ gacha o'zgaradi. Ushbu bog'lanishning grafigi 8.10, a-rasmda keltirilgan. QCHFning o'tkazish yo'lagi yuqoridan ω_0 chastota bilan chegaralanganligi va $|H(j\omega_0)| = |H(-j\omega_0)|$ bo'lganligi sababli, ushbu oraliqda ω' ning ortishi bilan $\omega = -\omega_0$ qiymatiga o'zgartirilgan filtrning quyi chegaraviy ω'_1 chastotasi mos keladi; chastotaning $\omega = 0$ qiymatiga esa ω'_0 chastota, o'zgartirilgan filtr ω_0 chastotasiga — o'zgartirilgan filtrning o'tkazish yo'lagi yuqori chegaraviy chastotasi ω'_1 mos keladi.

Misol sifatida 8.10-rasmda quyi chastota filtridan (8.14) ifoda yordamida o'zgartirilib, hosil qilingan yo'lak filtrining so'nish tavsifi keltirilgan; quyi chastota prototip-filtrining o'zgaruvchi ω ning o'qi bo'yicha so'nish tavsifi 8.10, b-rasmda keltirilgan.

Ko'rilgan YFlarda bitta farqli xususiyat mavjud: ularning kuchsizlanish tavsiflari ω'_0 chastotaga nisbatan geometrik simmetriyada joylashgan. Darhaqiqat, (8.18, b) ifodada ω' o'zgaruvchini $(\omega'_0)^2 \omega'$ bilan almashtirish, faqatgina funksiya-ning ishorasi o'zgarishiga olib keladi.

Biroq, $|H(j\omega)|$ va $a(\omega)$ lar juft funksiyalar bo'lganligi sababli, o'zgartirilgan (yo'lak) filtrining kuchsizlantirish qiymatlari ko'rila-yotgan chastotalarda bir xil bo'ladi; mana shuni isbotlash kerak edi.

Ushbu chastotalarda faza-chastotaviy tavsif qiymatlari ishoralari bilan farq qiladilar, chunki u chastotaning toq funksiyasidir.

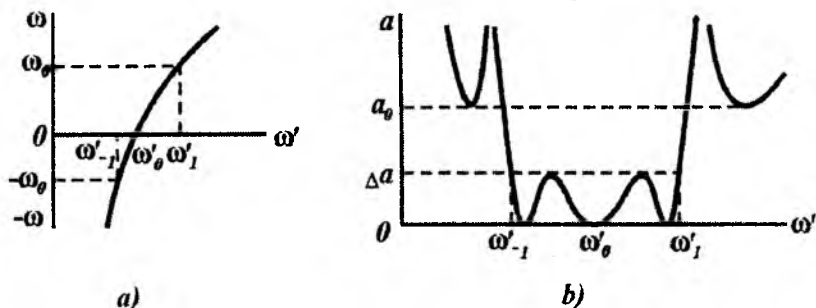
Ko'rilayotgan filtr chastotaviy tavsiflarining xususiyatlari ularni *kuchsizlanish tavsiflari (geometrik) simmetrik bo'lgan filtrlar*, degan nom olishlariga sabab bo'ldi. Tavsiflarning simmetrik bo'lishi shartidan shuni ko'ramizki, ω' chastotasi filtr o'tkazish yo'lagining chegaraviy chastotalari ω'_{-1} va ω'_1 ning geometrik o'rtacha qiymati ekan, ya'ni

$$\omega'_0 = \sqrt{\omega'_{-1} \cdot \omega'_1} \quad (8.19)$$

Chastotalar $\omega' = \omega'_1$ bo'lganda (8.10, a-rasm qarang) $\omega = \omega_0$ ekanligi uchun (8.18, b) ifodaga muvofiq $\omega = \omega'_0 - (\omega'_0)^2 / \omega'_1$ bo'lar ekan. Agar ikkinchi hadda, (8.19) ni e'tiborga olib, $(\omega'_0)^2$ ni uning qiymati $(\omega'_0)^2 = \omega'_{-1} \cdot \omega'_1$ bilan almashtirsak, unda

$$\omega'_1 - \omega'_{-1} = \omega_0 \quad (8.20)$$

bo'ladi, ya'ni YF da o'tkazish yo'lagining kengligi o'zgartirilgan QCHFning o'tkazish yo'lagi kengligiga teng bo'ladi.



8.10-rasm. Quyi chastota filtrini tavsiflari:

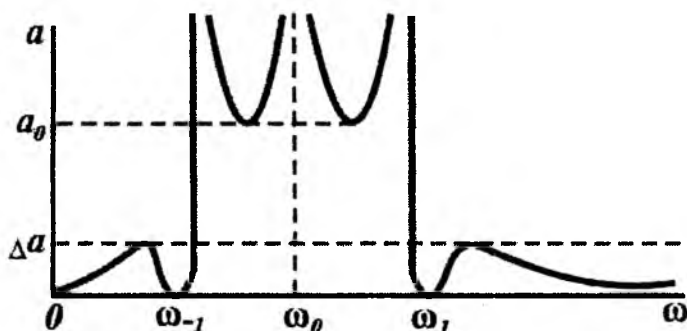
a) $\omega' = \omega'_1$ bo'lgandagi tavsif; b) simmetrik tavsif.

Quyi chastota prototip-filtrlarida $p = p / \omega_0$ bo'lganligi uchun, (8.18) va (8.20) ifodalarda yo'lak filtrining me'yorlangan kompleks o'zgartiruvchi va me'yorlangan chastotasi uchun quyidagi ifodalarni hosil qilamiz.

$$p = \frac{p^2 + \omega_0^2}{p(\omega_1 - \omega_{-1})}; \quad (8.21,a)$$

$$\omega = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega(\omega_1 - \omega_{-1})}, \quad (8.21,b)$$

bularda shtrix (qisqalik uchun) tushirib qoldirilgan.



8.11-rasm. Rejektor filtring soʻnish tavsifi.

Agar berilgan QCHF ning ifodalaridagi ushbu oʻzgartirishlarni ularda qoʻllanilsa, yoʻlak filtrlari uchun vaqt va chastotaviy tavsiflarining ifodalarini aniqlashga yordam beradi.

Simmetrik tavsifli rejektor filtrlari. Simmetrik (geometrik) tavsifli rejektor filtrlari quyi chastota prototip-filtrlaridan quyidagi ifoda yordamida oʻzgartirilib olinishi mumkin.

$$p = \frac{1}{1/p + p' / (\omega_0')^2}, \quad (8.22,a)$$

Bunga oʻzgartirilayotgan filtr oʻzgaruvchisi ω bilan rejektor filtri chastotasi ω' orasida quyidagi bogʻlanish mos keladi

$$\omega = \frac{(\omega_0')^2 \omega'}{(\omega_0')^2 - (\omega')^2}. \quad (8.22,b)$$

Yuqoridagilarga oʻxshash, bunday holatda berilgan quyi chastota LC - filtrlarining har bir induktiv elementi, rezonans chastotasi ω_0' ,

bo'lgan parallel tebranma konturga, har bir sig'im - shu rezonans chastotasiga ega bo'lgan ketma-ket tebranish konturiga aylanishiga ishonch hosil qilish oson.

Ko'rilayotgan filtrlarning chastotaviy tavsiflari ω_0 chastotasiga nisbatan geometrik simmetrik joylashgan bo'ladi; u esa filtrning quyi va yuqori o'tkazish yo'laklari chegaraviy chastotalarining geometrik o'rtacha qiymatidir.

Rejektor filtrining so'nish tavsifiga misol sifatida 8.11-rasmdagi tasvif keltirilgan. Uning quyi chastota prototip-filtri chastotaviy tavsiflari 8.10-rasmdagi grafikka mos bo'ladi.

8.7. Filtrlarning faza tavsiflari

To'rtqutbliklarning faza tavsiflari deb, zanjir kirishiga keltirilgan garmonik ta'sir bilan uning chiqishidagi garmonik reaksiya orasidagi fazalar farqining chastotaga $b=b(\omega)$ bog'liqligiga aytiladi. Faza tavsifi to'rtqutblikning faza-chastotaviy tavsifidan faqat o'zining ishorasi bilan farq qiladi, ya'ni $b(\omega)=-\theta(\omega)$.

Ko'pgina holatlarda filtrlarning faza tavsiflari o'rniga yoki ular bilan birgalikda, faza farqlari hosilasining chastotaga bog'liqligini ishlatish qulayroq

$$t_r = db(\omega) / d\omega. \quad (8.23)$$

Chastotaning funksiya t_r ni (filtrning) *guruh o'tish vaqti* deb ataladi. Bu bilan elementlari taqsimlangan zanjirga, yoki to'lqinlarning u yoki bu muhitda tarqalish jarayonlarigagina tatbiq etish mumkin bo'lgan ma'lum fizik ma'nodagi (mantiqdagi) jarayonlarni mujassam parametrli zanjirlarga tadbiq etamiz. Bunda shu narsa ayonki, faza-chastotaviy nomoslikdan holi bo'lgan chiziqli faza tavsif $b=\omega\tau$ ga guruh vaqtining o'zgarmas qiymati $t_r=\tau$ mos keladi.

Filtrlar faza tavsiflarining xususiyatlarini tahlil qilishni uzatish funksiyalarining $H(p)=b_0/v(p)$ maxrajida Gurvitsa polinomi suratida - haqiqiy, aksariyat musbat o'zgarmas qiymatlar qatnashadigan polinomial filtrlar tavsiflaridan boshlash qulaydir. Gurvitsa polinomini $p=j\omega$ bo'lganda ko'rsatkichli funksiya shaklida $v(j\omega)=|v(j\omega)|e^{j\theta_r(\omega)}$ yozib, polinomial filtrlar faza tavsiflari $p=j\omega$ va $\omega>0$ bo'lgandagi

Gurvitsa polinomi argumentining chastotaviy bog'lanishi bilan mos bo'lishini aniqlaymiz, ya'ni

$$b(\omega) = \varphi_r(\omega). \quad (8.24)$$

Demak, polinomial filtrlar faza tavsiflari chastotaning bir tekisda ortuvchi funksiyasi ekan. Bunda chastotaning 0 dan ∞ gacha o'zgari-shida faza $\pi/2$ radianga ortadi.

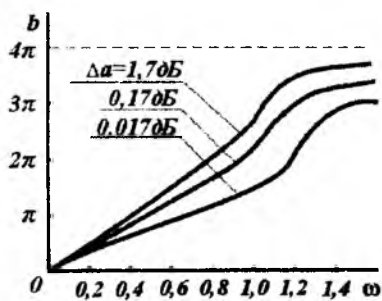
Misol tariqasida 8.12, *a*-rasmda elementlari $n=8$ va har xil $\Delta\alpha$ bo'lgan, 8.12, *b*-rasmda esa $\Delta\alpha=0,17\text{dB}$, ammo har xil n bo'lgan Chebishev turidagi polinomial QCHF faza tavsifining grafiklari keltirilgan; Chebishev tavsifli har xil qiymatdagi notekis va bir xil sondagi elementi bo'lgan quyi chastota filtrlarining me'yorlangan o'tkazish guruh vaqti $t_r(\omega)$ grafiklari 8.13-rasmda keltirilgan. Albatta, ular mazkur filtrlarning faza tavsiflari tikligini xarakterlaydi. 8.12-8.13-rasmlarda keltirilgan bog'lanishlar $\Delta\alpha$ va n larning boshqa qiymatlari uchun ham o'xshash hisoblanadilar.

Bog'lanishlarning tahlili quyidagi xulosalarga olib keladi. Chebishev turidagi polinomial filrlarning faza tavsiflari o'tish yo'lining faqat quyi qismida chiziqli bog'lanishga yaqin bo'ladi va $\Delta\alpha$ va n qanchalar kichik bo'lsa, chiziqlilik shunchalar keng bo'ladi. Chastotaning ortishi bilan filtrlar faza tavsiflari tikligi (guruh o'tish vaqti) ortadi; uning qiymati o'tish yo'lagi chegaraviy chastotasi yaqinida eng katta bo'lib, so'ngra keskin pasayadi.

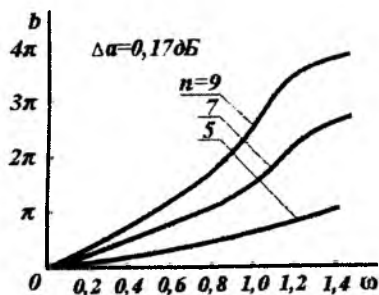
Bunda filtr o'tish yo'lagida uning faza tavsifi pasayuvining asosiy qismi to'plangan. Notekislikning qiymatlari $\Delta\alpha=0,3 \dots 0,5 \text{ dB}$ dan ortganda filtrlar o'tkazish yo'lagida guruh o'tish vaqti bir qator ekstremumlarga ega bo'ladi; bu esa tavsifida bir maksimumi bo'lgan tavsiflarga nisbatan faza korreksiyasini keskin mushkullashtiradi.

Boshqa teng shartlarda QCHF o'tkazish yo'lagi qanchalar tor bo'lsa guruh o'tkazish vaqti shunchalar katta bo'ladi.

$$t_r = \frac{db(\omega)}{d\omega} = \frac{db(\omega)}{d\omega} \frac{d\omega}{d\omega} = \frac{1}{\omega_0} \frac{db(\omega)}{d\omega}$$



a)

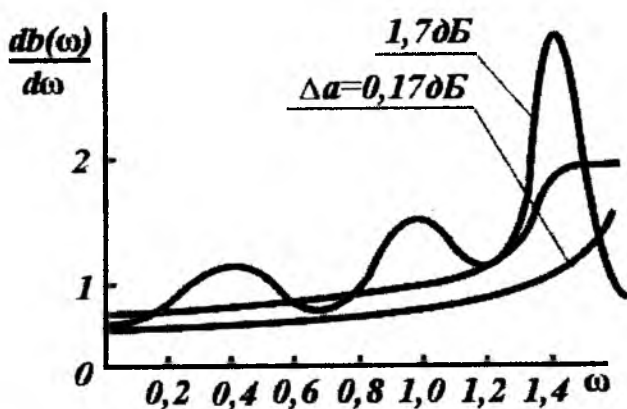


b)

8.12-rasm. QCHF faza tavsifining grafiklari.

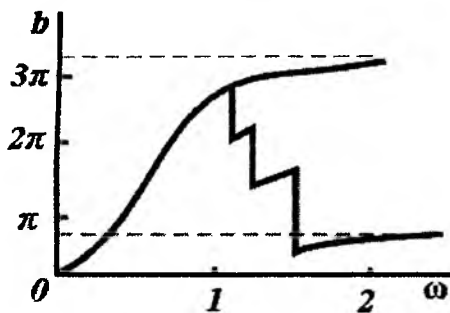
a) elementlari $n=8$ va har xil $\Delta\alpha$ bo'lgan;

b) $\Delta\alpha = 0,17dB$, ammo har xil n bo'lgan.



8.13-rasm. Quyi chastota filtrlarini tavsifi.

Kuchsizlanish tavsiflari maksimal teng bo'lgan polinomial filtrlarning faza tavsiflari yuqorida ko'rilgan filtrlarga o'xshash bo'ladi. Biroq ularning guruh o'tish vaqti tavsiflari $n=4$ bo'lganda $\omega = 0,9...1,0$ oraliqda faqat bitta maksimumga ega.



8.14-rasm. Chastota egri chizig'i.

Polinomial filtrlardagi kabi, kuchsizlanish cheklashlari bo'lgan QChFlarida o'tkazish yo'ligidagi faza tavsiflari, faqatgina ularning uzatish funksiyasi maxrajida qatnashuvchi Gurvitsa polinomining argumenti bilan aniqlanadi. Darhaqiqat, filtr kuchsizlanishining «sakrash»ini hosil qiluvchi $(\omega_{\infty 1}^2 - \omega^2)(\omega_{\infty 2}^2 - \omega^2) \dots (\omega_{\infty m}^2 - \omega^2)$ polinom faqat haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi. Shuning uchun uning argumenti yoki 0 ga yoki π ga teng bo'ladi, polinom ishorasi o'zgarishi bilan π ga o'zgarishi mumkin; bu esa, agar polinom toq karra 0 ga ega bo'lsa, faqatgina filtrning to'sish yo'lagida bo'lishi mumkin. Demak, polinomial filtrlardan farqli ravishda, to'sish yo'lagida kuchsizlanish «sakrash»lari bo'lgan filtrlarning «sakrash» chastotalarida filtr fazasining π radianga «sakrash»ini ko'rar ekanmiz. Misol ta'rifasida, Zolotarev tavsifiga ega bo'lgan $n=7$ li QCHFning faza tavsiflarini ko'rish mumkin. Filtr faza tavsifining uzluksizligidagi uzilish chastotalariga filtr kuchsizlanishining «sakrash»lari mos keladi.

YUCHF va YF faza tavsiflari quyi chastota filtrlari tavsiflariga o'xshashlikda qurish mumkin. O'tkazish yo'lagi chegaralarida ular chastotaning o'suvchi funksiyalaridir va o'zgarmas hadlari aniqligida mazkur filtrlar uzatish funksiyalari mahrajlarida qatnashuvchi Gurvitsa polinomi bilan aniqlanadi.

YUCHFlarining faza tavsiflari chastota $\omega \rightarrow \infty$ ortishi bilan avval ortib, so'ng nolga intiladilar, simmetrik tavsifli yo'lak filtrlarida esa

chastota o'tkazish yo'lagining o'rtacha geometrik qiymati $\omega = \sqrt{\omega_{-1}\omega_1}$ ga teng bo'lganda nol orqali o'tadilar, deb hisoblash qabul qilingan.

YUCHFlari guruh o'tish vaqtini prototip-filtrlarning me'yoriy guruh o'tish yo'li $i_r(\omega)$ orqali ifodalash maqsadga muvofiqdir. U holda (8.17) ga muvofiq

$$\frac{db(\omega)}{d\omega} = \frac{db(\omega)}{d\omega} \frac{d}{d\omega} \left(-\frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{\omega_0}{\omega^2} t_r(\omega) \quad (8.26)$$

Bunda $t_r(\omega) = db(\omega)/d\omega$ bo'ladi. Shunga o'xshash, simmetrik tavsifli yo'lak filtrlari uchun (8.21) ga muvofiq

$$\frac{db(\omega)}{d\omega} = \frac{db(\omega)}{d\omega} \frac{d}{d\omega} \left[\frac{\omega^2 + \omega_0^2}{\omega(\omega_1 - \omega_{-1})} \right] = \frac{\omega^2 + \omega_0^2}{\omega^2(\omega_1 - \omega_{-1})} t_r(\omega) \quad (8.27)$$

Keyingi ifodalarning tahlili shuni ko'rsatadiki, YUCHFlarining yuqori tashkil etuvchilari uchun guruh vaqtlarining chastotaviy bog'lanishlari, chastotalari ortishi bilan kamayadi va $\omega \rightarrow \infty$ da nolga intiladi. Simmetrik tavsifli yo'lak filtrlarida esa o'tkazish yo'lagi qanchalar tor bo'lsa, o'tkazish yo'lagidagi guruh kuchsizlanish tavsiflari turdosh bo'lgan, berilgan quyi chastotali prototip-filtrlardagi kabi, YUCHFlari va YFlari faza tavsiflari chiziqli bog'lanishidan farq qiladilar; ularda guruh o'tish vaqtlarining chastotaviy bog'lanishlari musbat haqiqiy o'zgarmas qiymatdan farq qiladilar. Bu esa, o'z navbatida, filtrlarning diskret axborot uzatish kanallarida qo'llanilishida korreksiya zarurligini taqozo etadi. Aksariyat, shu maqsadda *nominimal-faza zanjiri* qo'llaniladi. Faza tavsiflarini *minimal-faza turdagi filtrlar* bilan chiziqlilashtirish ularning selektiv xususiyatini susaytiradi. Shu sababli, filtrlar sintez qilishning bu usuli keng qo'llanilmaydi.

8.8. Raqamli filtrlar

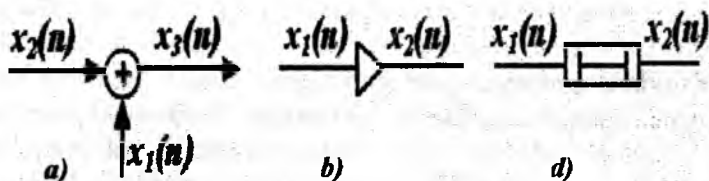
Diskret signallar va zanjirlar. Yuqorida uzluksiz o'zgaruvchi funksiyalar, ya'ni kuchlanish $u(+)$, tok $i(+)$ va boshqa miqdorlarning uzluksiz o'zgaruvchi vaqt t ga bo'lgan bog'lanishlari, uzluksiz haqiqiy o'zgaruvchi t ning har turdagi funksiyalari, Fure spektrlari va Laplasning o'zgartirishlari shaklida ifodalangan edi. Bunda RLC-elementlardan, boshqariluvchi kuchlanish va tok manbalaridan tashkil topgan elektr zanjirlar *analog tizimlari* deb atalgan edi.

Ularning matematik modellari differensial tenglamalar, kompleks chastotaviy tavsiflar, uzatish funksiyalardan iborat.

Signallarni qayta ishlash maqsadida analog zanjirlari o'rnida raqamli texnika vositalarini qo'llash, uzluksiz analog signallarni diskret signallar bilan almashtirishni taqozo etadi. Signal raqamlar ketma-ketligi sifatida berilgan bo'lsa, u EHM dasturi yoki maxsus protsessorlar yordamida qayta ishlanishi mumkin.

Ma'lumki, Kotelnikov teoremasiga muvofiq, chastota ω_m bilan cheklangan spektrdagi signallar, o'zlarining $\Delta t \leq \pi/\omega_m$ vaqt oralig'ida olingan diskret qiymatlari ketma-ketligi yordamida ko'rsatilishi mumkin. Uzluksiz $x(t)$ signalda Δt oraliqning ixtiyoriy qiymati uchun $x(n\Delta t) = x(n)$ deb belgilaymiz. Unda $\{x(n)\}_{n=0}^{\infty}$ to'plam ketma-ketlik deb, ya'ni natural argument $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ning funksiyasi deb ataladi.

Agar kirish ketma-ketligini $\{x(n)\}_{n=0}^{\infty}$ deb, chiqish ketma-ketligini esa $\{y(n)\}_{n=0}^{\infty}$ deb belgilansa, u holda diskret zanjir deb kirish $\{x(n)\}_{n=0}^{\infty}$ ketma-ketlik to'plamini chiqish $\{y(n)\}_{n=0}^{\infty}$ ketma-ketlik to'plamiga aylantiruvchi ob'ektga aytiladi.



8.15-rasm. Jamlagichlar ketma-ketligi.

Agar ixtiyoriy kirish ketma-ketligi $\{x(n)\}_{n=0}^{\infty}$ uchun chiqish $\{y(n)\}_{n=0}^{\infty}$ ketma-ketligini aniqlash mumkin bo'lsa, zanjir berilgan deb hisoblanadi. Ba'zan n argumenti vaqt diskreti deb ham ataladi. Mavjud har xil diskret zanjirlar orasida ko'proq qiziqish uyg'otadigan zanjirlar - bu uch asosiy elementlardan iborat bo'lgan quyidagi uch kompozitsiyalardir:

1) jamlagichlar ketma-ketligi (8.15,a-rasm)

$$x_3(n) = x_1(n) + x_2(n) \forall n \in \{0, 1, 2, \dots\};$$

2) o'zgarma koeffitsiyentga ko'paytirgich (8.15, b-rasm)

$$x_2(n) = \alpha x_1(n) \forall n \in \{0, 1, 2, \dots\};$$

3) kechiktirgich elementi (8.15, d-rasm)

$$x_2(n) = x_1(n-1),$$

bunda $x_2(0) = x_{20}$ - berilgan boshlang'ich shart.

Bunday elementlardan tashkil topgan zanjirlar *chiziqli diskret zanjirlar yoki chiziqli raqamli filtrlar* (CHRF) deb ataladi.

Diskret signal quyidagi ifoda yordamida berilgan bo'lsin.

$$x(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 2, \\ 0, & \forall n \end{cases}$$

8.16, a-rasmda bunday ketma-ketlik grafigi ko'rsatilgan.

Chiziqli diskret zanjir 8.16, b-rasmda keltirilgandek, elementlardan ulangan bo'lsin. Ushbu zanjirning matematik modeli quyidagi shaklga ega.

$$y(n) = x(n) + \alpha y(n-1) \quad (8.28)$$

(8.28) tenglama *birinchi tartibli ayirmali tenglama* deyiladi. Ushbu ayirmali tenglama chiqish ketma-ketligini kirish ketma-ketligi orqali aniqlash imkonini beradi.

Bizning misolda, $y(0) = 0$, $\alpha = -0,5$ bo'lsin. Kirish ketma-ketligi sifatida 8.16, a-rasmdagi sxemani olamiz. Natijada $y(n)$ chiqish ketma-ketligini aniqlaymiz. Ta'rifga ko'ra, $x(n) = 0 \forall n < 0$, $y(n) = 0 \forall n < 0$. Unda quyidagicha yozish mumkin.

$$n = 0 \text{ bo'lganda } y(0) = x(0) - 0,5y(-1) = 1;$$

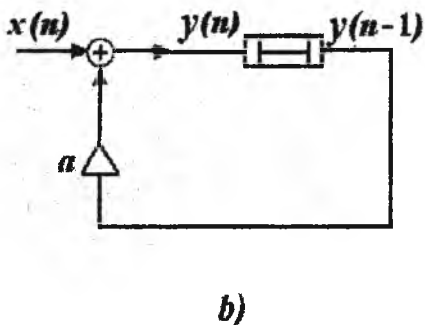
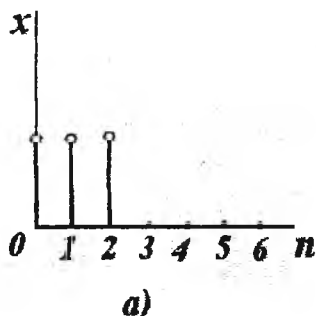
$$n = 1 \text{ bo'lganda } y(1) = x(1) - 0,5y(0) = 0,5;$$

$$n = 2 \text{ bo'lganda } y(2) = x(2) - 0,5y(1) = 0,75;$$

$$n = 3 \text{ bo'lganda } y(3) = x(3) - 0,5y(2) = -0,375;$$

$$n = 4 \text{ bo'lganda } y(4) = x(4) - 0,5y(3) = 0,1875;$$

$$n = 5 \text{ bo'lganda } y(5) = x(5) - 0,5y(4) = -0,09375.$$



8.16-rasm. Kirish ketma-ketligi:
a) diskret signal; b) matematik modeli.

8.17, a-rasmda ushbu raqamli filtrlar chiqish ketma-ketligining grafigi ko'rsatilgan. Umumiy holda chiziqli raqamli filtrning matematik modeli quyidagi shakldagi N tartibli ayirma tenglamadan iborat bo'ladi.

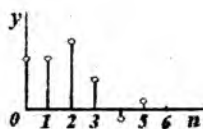
$$y(n) = a_0 x(n) + a_1 x(n-1) + \dots + a_m x(n-M) + b_1 y(n-1) + b_2 y(n-2) + \dots + b_N y(n-N), \quad (8.29)$$

bunda $M \leq N$, a_i va b_i koeffitsiyentlar - haqiqiy sonlar.

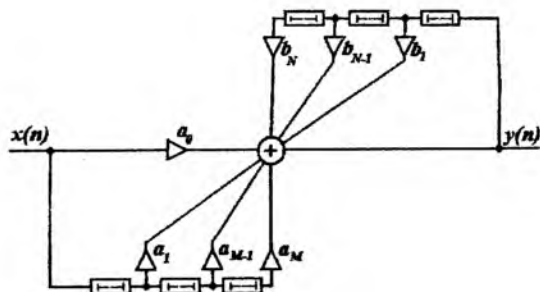
Filtrning chiqish (8.29) ketma-ketligini hisoblash uchun kirish ketma-ketligini $\{x(n)\}_{n=0}^{\infty}$ va boshlang'ich shartlarini $y(-1); y(-2); \dots; y(-N)$ bilish zarur. Ushbu matematik model bilan ifodalangan CHRF bir necha har xil, ammo o'zgartirishlari bo'yicha ekvivalent bo'lgan kirish-chiqish tizimlariga ega bo'lishi mumkin. Shulardan eng soddasi 8.17, b-rasmda keltirilgan.

CHRFni tahlil qilishda chiziqli analog zanjirlarni tahlil qilishda ishlatilgan usullarni qo'llash mumkin. Ularga quyidagilar kiradi:

- 1) ayirma tenglamalarni yechish (differensial tenglamalarni yechishning analogi);
- 2) impuls tavsif bilan yig'ish;
- 3) Z-o'zgartirishni qo'llash (Laplas o'zgartirishining analogi).



a)



b)

8.17-rasm. Matematik model:
a) diskret signal; b) matematik modeli.

Ayirma tenglamalarni echish bilan CHRFni tahlil qilish. Ayirma teoremasi yordamida CHRF chiqish signallarini hisoblashning eng sodda usuli - filtr tenglamasiga $x(n)$ ni qo'yib, $y(n)$ ni quyidagi ifoda yordamida hisoblashdir.

$$y(n) = \sum_{k=0}^M a_k x(n-k) + \sum_{k=1}^N b_k y(n-k), \quad n=0, 1, 2, \dots$$

Bu maqsadda, bog'lanish o'ng tomonidagi ifoda dasturlanadi. Masalan, quyidagi shakldagi ayirma tenglama

$$y(n) = x(n) - 3y(n-1) \quad (8.30)$$

boshlang'ich shartlari $y(-1)=0$, $x(n)=n^2+n$ bilan to'g'ridan-to'g'ri o'rniga qo'yish usuli bilan echish mumkin

$$y(0) = x(0) - 3y(-1) = 0 \quad Y = \emptyset$$

$$y(1) = x(1) - 3y(0) = 2 \quad DO \quad 2 \quad N = 1, 2, \emptyset$$

$$y(2) = x(2) - 3y(1) = 0 \quad Y = N * N + N - 3 * Y$$

$$y(3) = x(3) - 3y(2) = 12 \quad PRINT \quad Y$$

$$y(4) = x(4) - 3y(3) = 16 \quad 2 \quad CONTINUE.$$

EHMni qo'llash natijasida yuqori tartibli ayirma tenglamalarni echish ham imkoniyati bo'ladi. Biroq, chiziqli differensial tenglamalardagi kabi, chiziqli ayirma tenglamalar uchun ham analitik yechimni aniq holda olish mumkin. Bunda asosiy g'oya - ayirma

tenglamaning ikki yechimini aniqlashni nazarda tutadi: bir jinsli tenglamaning umumiy yechimini va bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimini aniqlash. Bir jinsli tenglamaning umumiy yechimini $x(n)$ ning o'rniga nollarni qo'yib hosil qilganda va nolli kirish ketma-ketligi bo'lgandagi nol bo'lmagan boshlang'ich shartlarga bo'lgan reaksiyasi aniqlanadi. Xususiy yechim esa berilgan $x(n)$ uchun $y(n)$ ketma-ketlikni tanlash bilan aniqlanadi.

Bir jinsli tenglama quyidagi ko'rinishga ega

$$y(n) + 3y(n-1) = 0 \quad (8.31)$$

Ma'lumki, bir jinsli ayirma tenglamalar tavsifiy yechimlari A_α^n (analog zanjirlardagi $Ce^{\alpha t}$ ga o'xshash) bo'ladi. Shuning uchun, (16.31) tenglamadagi $y(n)$ o'rniga A_α^n qo'ysak, quyidagini hosil qilamiz.

$$Ae^n + 3Ae^{n-1} = 0;$$

$$Ae^{n-1}(\alpha + 3) = 0;$$

$$\alpha = -3;$$

$$y_{00}(n) = A(-3)^n.$$

Kirish ketma-ketligi $x(n) = n^2 + n$ ga mos keluvchi xususiy yechimni $y_{xc}(n) = Bn^2 + Cn + D$ shaklida aniqlashga harakat qilamiz.

Bunga (8.30) tenglamani qo'ysak quyidagini hosil qilamiz.

$$Bn^2 + Cn + D + 3B(n-1)^2 + 3C(n-1) + 3D = n^2 + n.$$

Daraja n ning teng qiymatli hadlari koeffitsiyentlarini tenglashtirib, quyidagilarni aniqlaymiz:

$$B = 1/4; \quad C = 5/8; \quad D = 9/32.$$

Shunday qilib, umumiy yechim quyidagi

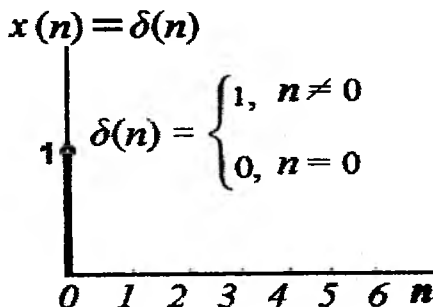
$$y(n) = \frac{n^2}{4} + \frac{5n}{8} + \frac{9}{32} + A(-3)^n$$

shaklda bo'ladi.

Koeffitsiyent A boshlang'ich shartlardan $y(-1)=0$ aniqlanadi, unga ko'ra $A=-9/32$ va $y(n)=n^2/4+5n/8+9/39[1-(-3)^n]$.

Ushbu ifodani $n=1, 2, 3$ uchun tekshirish shuni ko'rsatadiki, u bevosita hisoblangan yechim bilan to'la mos keladi.

CHRFning impuls tavsifi. Ixtiyoriy kirish ketma-ketligi uchun reaksiyani hisoblash. CHRFning impuls tavsifi $g(n)$ deb, nolli boshlang'ich shartlar bo'lganda (8.18-rasm) $x(n)=\delta(n)$ kirish ketma-ketlikka nisbatan sxemaning reaksiyasiga aytiladi.



8.18-rasm. CHRFning impuls tavsifi.

Birinchi tartibli ChRFning impuls tavsifini aniqlaymiz.

$$y(n) = ax(n) + by(n-1);$$

$$g(0) = ax(0) + bg(-1) = a;$$

$$g(1) = ax(1) + bg(0) = ab;$$

$$g(2) = ax(2) + bg(1) = ab^2;$$

$$g(3) = ax(3) + bg(2) = ab^3;$$

.....

$$g(n) = ax(n) + bg(n-1) = ab^n.$$

Bunda, agar $a = g(0)$, $ab = g(1)$,

ya'ni $ab^n = g(n)$ deb belgilasak,

u holda ixtiyoriy kirish ketma-ketligi uchun quyidagi yozuv haqli bo'ladi

$$y(n) = g(n)x(0) + g(n-1)x(1) + \dots + g(0)x(n),$$

yoki buni qisqartirilgan holda quyidagicha yozish mumkin

$$y(n) = \sum_{k=0}^n x(k)g(n-k).$$

Ushbu ifoda $g(n)$ va $y(n)$ ketma-ketliklarning *diskret yig'masi* deb ataladi.

CHRFning ixtiyoriy ketma-ketlikka reaksiyasi kirish ketma-ketligi va impuls tavsifining yig'masi sifatida aniqlanishi mumkin. Ushbu ta'rif barcha tartibdagi CHRFga taalluqlidir. Shunday qilib, diskret zanjirda kirish signalini hisoblashning ikkinchi usuli - CHRF impuls tavsifini aniqlab, uni kirish ketma-ketligi bilan *yig'masi*

bajariladi. Bu fikr analog zanjirlari uchun $y(t) = \int_0^t k(t-t')x(t')dt'$ *yig'masi* bilan o'xshashdir.

CHRFni Z-o'zgartirish usuli bilan tahlil qilish. Analog zanjirlaridagi kabi, tartibi yuqori bo'lgan filtrli diskret zanjirlarni ham vaqt oralig'ida analitik hisoblash murakkab bo'ladi.

Diskret zanjirlar uchun Laplas o'zgartirishi usulining analogi Z-o'zgartirishidir. Diskret ketma-ketligini quyidagicha yozish mumkin

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)\delta(t - n\Delta t).$$

Ifodaning chap va o'ng tomonlaridan Laplas o'zgartirishini aniqlaymiz.

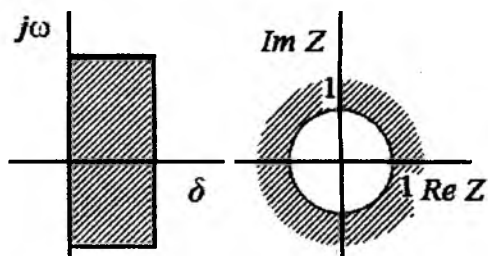
$$\begin{aligned} Z(p) &= \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} x(n)\delta(t - n\Delta t)e^{-pt} dt = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} x(n) \int_0^{\infty} \delta(t - n\Delta t)e^{-pt} dt = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)e^{-pn\Delta t}. \end{aligned}$$

Kompleks o'zgaruvchi $e^{-p\Delta t}$ ni quyidagicha belgilaymiz.

$$z = e^{-p\Delta t}. \quad (8.32)$$

Ushbu $p \rightarrow z$ o'zgartirish (8.32) Z-tekisligidagi birlik aylanada p yarim tekislikni ichki sathga, o'ng yarim tekislikni - tashqi sathga aks

ettiradi. Mavhum o'q $j\omega$ birlik radiusga ega bo'lgan aylana bilan aks ettiriladi (8.19-rasm).



8.19-rasm. Aylanalay tavsif.

Shunday qilib, $x(n)$ ketma-ketlik kompleks o'zgaruvchining funksiyasiga muvofiq quyidagicha yozilishi mumkin.

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n} = \frac{1}{1 - az^{-1}}; \quad (8.33)$$

Ushbu (8.33) o'zgartirish $\{x(n)\}_{n=0}^{\infty}$ ketma-ketlikning Z-o'zgartirishi deyiladi.

Ixtiyoriy $x(n) = a^n; a \geq 0$ ketma-ketlik uchun Z-o'zgartirishni aniqlaymiz. Geometrik progressiya ifodasidan

$$x(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n} = \frac{1}{1 - az^{-1}}.$$

Ixtiyoriy ketma-ketlikning Z-o'zgartirishining $x(z)$ funksiyasini Loran qatoriga yoyish deb qarash mumkin, ya'ni,

$$X(z) = x(0) + x(1)z^{-1} + \dots + x(n)z^{-n} + \dots$$

U holda berilgan ketma-ketlikning qiymatlari ushbu qator koeffitsiyentlari bo'ladi. Shunday qilib, teskari masalani echish, ya'ni biror ketma-ketlikning Z-o'zgartirishi yordamida shu ketma-ketlikni aniqlash mumkin ekan.

$x(z)$ funksiyasining Loran qatori koeffitsiyentlarini quyidagi ifodadan foydalanib aniqlaymiz.

$$x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\gamma} X(z) z^{n-1} dz = \sum_n \text{res}[X(z) z^{n-1}] \quad (8.34)$$

Misol. Berilgan $x(z) = \frac{z}{z-1}$ bo'lsin. Shunday ketma-ketlikni aniqlaylikki, uning uchun $x(z)$ ketma-ketlik Z-o'zgartirishi bo'lsin

$$x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\gamma} \frac{z}{z-1} z^{n-1} dz = \operatorname{res} \frac{z^n}{z-1}.$$

Bu holat uchun $p(z) = z^n$, $q(z) = z-1$. Qutb $z=1$, $\frac{dQ}{dz} = 1$, demak, $\operatorname{res}=1$. Bundan $x(n) = 1 \forall n \geq 0$.

Z-o'zgartirishning xususiyatlari Laplas o'zgartirishlari xususiyatlariga o'xshashdir.

1. Chiziqlilik. Agar

$$X_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x_1(n)z^{-n}; \quad X_2(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x_2(n)z^{-n};$$

$x_3(n) = a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n)$ berilgan bo'lsa, u holda chiziqlilik shartlari asosida

$$X_3(z) = \sum_{n=0}^{\infty} [a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n)] z^{-n} = a_1 X_1(z) + a_2 X_2(z) \text{ bo'ladi.}$$

2. Siljish teoremasi. Agar $y(n) = x(n-m)$ bo'lsa, u holda

$$Y(z) = y(0) + y(1)z^{-1} + y(2)z^{-2} + \dots$$

ifodaga $y(n) = x(n-m)$ qo'ysak, quyidagini hosil qilamiz.

$$Y(z) = x(-m) + x(-m+1)z^{-1} + x(-m+2)z^{-2} + \dots$$

$x(m) = 0 \forall m < 0$ bo'lgani uchun,

$$Y(z) = x(0)z^{-m} + x(1)z^{-m+1} + x(2)z^{-m+2} + \dots$$

buning nihoyasida esa $Y(z) = X(z)z^{-m}$ hosil bo'ladi.

3. Jamlash teoremasi. Ikki ketma-ketlik diskret jamlashning Z-o'zgartirishi har bir ketma-ketlik Z-o'zgartirishlarining ko'paytmasiga teng

$$y(n) = g(n) \cdot x(n) = \sum_{k=0}^n g(n-k)x(k).$$

Jamlashni quyidagi ketma-ketlik shakliga keltiramiz

$$y(0) = g(0)x(0);$$

$$y(1) = g(1) \cdot x(0) + g(0)x(1);$$

$$y(2) = g(2)x(0) + g(1)x(1) + g(0)x(2);$$

$$\dots\dots\dots$$

$$Y(z) = g(0)x(0) + [g(1)x(0) + g(0)x(1)]z^{-1} +$$

$$+ [g(2)x(0) + g(1)x(1) + g(0)x(2)]z^{-2} + \dots$$

Bundan shuni ko'rish mumkinki, bu ifoda $x(n), g(n)$ ketma-ketliklarning Z-o'zgartirishlari ko'paytmasi bo'ladi. Darhaqiqat,

$$\{g(0) + g(1)z^{-1} + g(2)z^{-2} + \dots\} \cdot \{x(0) + x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + \dots\} =$$

$$= x(0)g(0) + \{x(0)g(1) + x(1)g(0)\}z^{-1} +$$

$$+ \{g(2)x(0) + g(1)x(1) + g(0)x(2)\}z^{-2} + \dots$$

Pirovardida bu ifodani quyidagicha yozish mumkin bo'ladi

$$Y(z) = X(z)G(z). \quad (8.35)$$

Ushbu ifoda (8.35)dan ko'rinadiki, ketma-ketliklar *diskret jamlashiga* ular Z-o'zgartirishlarining ko'paytmalari mos kelar ekan.

Z-o'zgartirishning keltirilgan xususiyatlari CHRFarni tahlil qilish qoidalarini ifodalash imkoniyatini beradi; aksariyat, bu usullar avvalgi usullarga nisbatan kamroq resurs sarflashga olib keladi. Demak, bizga ma'lum bo'lgani, chiqish ketma-ketligi $\{y(n)\}_{n=0}^{\infty}$ kirish

ketma-ketligi $\{x(n)\}_{n=0}^{\infty}$ bilan yoki *ayirma tenglamasi*

$$y(n) = \sum_{k=0}^M a_k x(n-k) + \sum_{k=1}^N b_k y(n-k)$$

yoki jamlash tenglamasi

$$y(n) = \sum_{k=0}^n g(n-k)x(k)$$

bilan bog'lanishda ekan.

Ikkinchi tomondan, $Y(z) = G(z)X(z)$.

Impuls tavsifining Z-o'zgartirishi CHRFning *uzatish funksiyasi* deyiladi. Demak, *jamlashni* hisoblashning o'rniga quyidagilarni aniqlash mumkin ekan:

-kirish ketma-ketligining Z-o'zgartirishini

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n};$$

- $G(z)$ uzatish funksiyasini;

-chiqish ketma-ketligining Z-o'zgartirishini

$$Y(z) = G(z)X(z);$$

-chiqish ketma- ketligini chigirma teoremasi yordamida

$$y(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\gamma} Y(z)G(z)z^{n-1} dz = \sum_i \text{res } i.$$

$G(z)$ uzatish funksiyasini aniqlash uchun impuls tavsifini to'g'ri-ridan-to'g'ri Z -o'zgartirishi yordamida amalga oshirish ham mumkin

$$G(z) = \sum_{n=0}^{\infty} g(n)z^{-n},$$

yoki ayirmali tenglamalaridan ham foydalanish mumkin.

Zanjirning uzatish funksiyasini ayirma tenglamasi sifatida aniqlaymiz.

$$y(n) = a_0 x(n) + a_1 x(n-1) + \dots + a_m x(n-M) + \\ + b_1 y(n-1) + \dots + b_N y(n-N).$$

Tenglikning o'ng va chap tomonlari uchun Z -o'zgartirishni tatbiq etamiz

$$\sum_{n=0}^{\infty} y(n)z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} a_0 x(n)z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} a_1 x(n-1)z^{-n} + \\ + \dots + \sum_{n=0}^{\infty} a_M x(n-M)z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} b_1 y(n-1)z^{-n} + \\ + \sum_{n=0}^{\infty} b_2 y(n-2)z^{-n} + \dots + \sum_{n=0}^{\infty} b_N y(n-N)z^{-n}.$$

Bu ifodaga kiruvchi har bir yig'indi quyidagi shaklda o'zgartirilishi mumkin.

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_k x(n-k)z^{-n} = a_k \sum_{n=0}^{\infty} x(n-k)z^{-n} = \\ = a_k z^{-k} \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n} = a_k z^{-k} X(z).$$

Shunga o'xshash

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_k y(n-k)z^{-n} = b_k z^{-k} Y(z).$$

U holda quyidagilarni hosil qilamiz.

$$Y(z) = (a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_M z^{-M})X(z) + \\ + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N})Y(z),$$

yoki

$$Y(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_M z^{-M}}{1 - b_1 z^{-1} - \dots - b_N z^{-N}} X(z).$$

Demak,

$$G(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_M z^{-M}}{1 - b_1 z^{-1} - \dots - b_N z^{-N}}. \quad (8.36)$$

Ushbu (8.36) bog'lanish zanjirining funksiyasi va ayirma tenglamasini o'zaro bog'laydi. Uning yordamida CHRFning ayirma tenglamasi orqali uning uzatish funksiyasini aniqlash mumkin.

Ba'zan bunga teskari bo'lgan masalani echishga to'g'ri keladi: uzatish funksiyasidan ayirma tenglamasini aniqlanadi va u yordamida CHRF sxemasi tarkibiy tuzilmasini quriladi. Bunday masala *CHRF tuzilishini amalga oshirish* masalasi deyiladi. Buning uchun uzatish funksiyasini (8.36) shaklga keltirish lozim. Aniqlangan koeffitsiyentlar aynan ayirma tenglamasini hosil qiladi.

$$y(n) = \sum_{k=0}^M a_k x(n-k) + \sum_{k=1}^N b_k y(n-k)$$

Masalan, uzatish funksiyasi $G(z) = (2z^{-1} + 1)/(4z^{-2} + 4z^{-1} + 2)$ bo'lgan CHRFni tuzishni amalga oshirish talab etilsin. $G(z)$ ni quyidagi ko'rinishga keltiramiz

$$G(z) = \frac{z^{-1} + 0,5}{2z^{-2} + 2z^{-1} + 1}$$

Bundan

$$M = 1; a_0 = 0,5; a_1 = 1; N = 2; b_1 = -2; b_2 = -2;$$

$$y(n) = \frac{1}{2} x(n) + x(n-1) - 2y(n-1) - 2y(n-2)$$

Ushbu tenglamaga mos kelgan diskret sxemaning tuzilishi 8.20-rasmda keltirilgan.

Misol uchun tuzilgan CHRFning kirishiga $x(n) = 2^{-n}$ ketma-ketlik ulanganda, uning chiqishidagi signalni aniqlashni ko'raylik.

Kirish ketma-ketligining Z-o'zgartirishini aniqlaymiz

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (2z)^{-n} = \frac{1}{1 - (2z)^{-1}}.$$

Uzatish funksiyasi

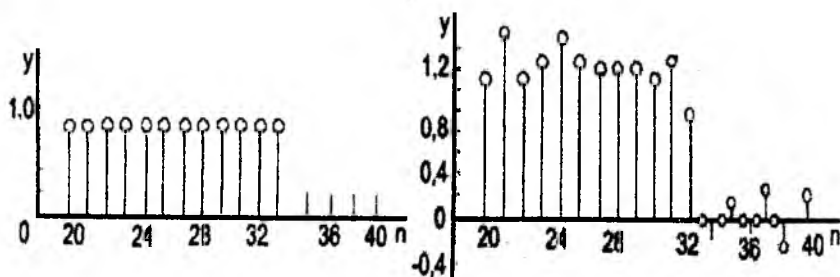
$$G(z) = \frac{2z^{-1} + 1}{4z^{-2} + 4z^{-1} + 2}$$

chiqish signalining Z-o'zgartirishi quyidagicha bo'ladi:

$$Y(z) = \frac{2z^{-1} + 1}{(4z^{-2} + 4z^{-1} + 2)(1 - 0,5z^{-1})}$$

Chiqish ketma-ketligi

$$\begin{aligned} y(n) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} \frac{(2z^{-1} + 1)z^{n-1} dz}{(4z^{-2} + 4z^{-1} + 2)(1 - 0,5z^{-1})} = \\ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} \frac{(z + 0,5^2)z^{-n} dz}{(2 + 2z + z^2)(z - 0,5)} = \sum_{i=1}^3 \text{res}_i. \end{aligned}$$



8.20-rasm. Diskret sxemaning tavsifi.

Chigirmalarni aniqlash uchun surat va maxraj polinomlarini yozamiz.

$$P(z) = z^{-n}(z + 0,5z^2), \quad Q(z) = z^3 + \frac{3}{2}z^2 + z - 1 = 0$$

maxrajning ildizlarini aniqlaymiz.

$$z_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1-2} = -1 \pm j, \quad z_3 = 1/2.$$

Maxrajning hosilasi quyidagicha bo'ladi.

$$dQ/dz = 3z^2 + 3z + 1.$$

Bundan chigirmalarni aniqlaymiz.

$$\text{res}_{1,2} = [(1 \pm 3j)(1 \pm j)^n] / (4 \pm 3j); \quad \text{res}_3 = 5 / 228 \cdot 0,5^{-n}.$$

Kompleks sonlarni ko'rsatkichli shaklga keltiramiz.

$$\text{res}_{1,2} = 5\sqrt{10}e^{j(\mp \arctg 3 + \arctg 3/4)} \cdot (\sqrt{2})^n e^{\pm jn\frac{\pi}{4}}.$$

Natijaviy ifoda quyidagicha yoziladi:

$$y(n) = (1 / \sqrt{10}) \cdot (\sqrt{2})^n \cos(0,25n\pi - \arctg 0,75) + 5 / 228 \cdot 0,5^n.$$

IX-bob. NOCHIZIQLI ZANJIRLARNI TAHLIL QILISH

9.1. Nochiziqli zanjirlar va elementlar, statik va dinamik tavsiflari hamda parametrlari

Yuqorida o'rganilgan elektr zanjirlari chiziqli zanjirlar turlariga kiradi. Bunday zanjirlarning parametrlari, ya'ni qarshiliklari, induktivliklari, boshqaruvchi manbalarning sig'implari – ularga keltirib ulangan kuchlanishlar yoki ulardan oqib o'tayotgan toklarning qiymatlariga bog'liq emas edi (yoki bog'liq emas deb faraz qilingan). Masalan, hozirgacha elementning qarshiligi 1Ω deyilganda - shu rezistor qutblaridagi kuchlanish qiymatining ($1mV$, $1V$, $1kV$, $1MV$) shu qarshilikdan oqib o'tayotgan tokning miqdori qandayligidan qat'iy nazar (mos ravishda, $1mA$, $1A$, $1kA$, $1MA$) unga nisbati doimo 1Ω ga teng bo'lganicha qoladi, deb hisoblangan edi.

Aslida esa, ixtiyoriy real element o'zgaruvchilarining bunday keng diapazonda o'zgarmas bog'lanishga ega bo'la olmaydi, elektr zanjirlarining chiziqililik nazariyasi tokning yoki kuchlanishning biror kichik oralig'idagina kuchga ega. Shunday muhim elementlar va jihozlar turkumlari mavjudki, ularning parametrlari ular orqali oqib o'tayotgan tok yoki kuchlanish miqdorlariga tubdan bog'liq bo'ladi. *Elementning klemmalaridagi kuchlanish bilan shu elementdan oqib o'tayotgan tok miqdorlari orasidagi bog'lanish chiziqli (proportional) bo'lmasa, bunday elementlar nochiziqli element deb ataladi.* Hech bo'lmasa bitta shunday nochiziqli elementi mavjud bo'lgan elektr zanjiri *nochiziqli (NCh) elektr zanjiri (NEZ)* deyiladi. *Nochiziqli qarshilik $R(I)$ yoki $R(U)$ - o'zgarmas toklarda, $R(i)$ yoki $R(u)$ - o'zgaruvchan toklarda, nochiziqli induktivlik $L(i)$ yoki $L(u)$, nochiziqli sig'implarning $C(i)$ yoki $C(u)$ elektr sxemalarida shartli belgilanishlari 9.1-rasmda ko'rsatilgan.*

NEZlarning bunday xususiyatlari NCh elementlarning tabiatidan kelib chiqib, kuchlanish va tok orasidagi bog'lanishning proporsionalligini buzadi va zanjirlar tenglamalarining nochiziqli bo'lishiga olib keladi.



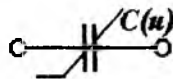
$$u = R(u) \cdot i$$

a)



$$u = d[i \cdot L(i)] / dt$$

b)



$$u = \int \frac{i}{C(u)} dt$$

d)

9.1-rasm. Nochiziqli elementlarni shartli belgilanishlari:
a)nochiziqli rezistor; b)nochiziqli induktivlik; d)nochiziqli sig'im.

Nochiziqli tenglamalarni aniq yechishning umumiy usullari mavjud emas. Faqat bir qator xususiy hollardagina aniq yechimlarga erishish mumkin. NCH zanjirlarni tahlil qilishning qiyinchiliklari ham mana shu sabablidir. Chunki, NCH tenglamalarga va demak, NCH zanjirlarga superpozitsiya usulini qo'llash mumkin emas.

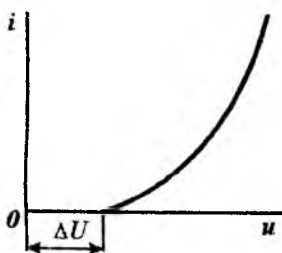
NCH ikkiqutbliklar xususiyatlari aksariyat, *statik tavsiflar* yordamida ifodalanadi. Nochiziqli ikkiqutblikning keng tarqalgan ifodasi Volt-Amper tavsifidir (VAT), ya'ni barqarorlik rejimidagi nochiziqli ikkiqutblikdan oqib o'tayotgan tok I ning unga ulangan kuchlanishi U ga bog'ligidir.

Eslab ko'raylik, chiziqli ikkiqutblik uchun VAT to'g'ri chiziqdan iborat edi; 9.2-rasmda esa aksariy NCH elementlarning VAT keltirilgan. VATning son-sanoqsiz shakllarini 6 turga ajratish mumkin: ularning ayrimlari 9.2- va 9.3-rasmlarda ko'rsatilgan.

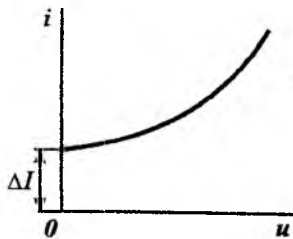
VAT *nosezgirlik oralig'iga* ega bo'lishi ham mumkin. 9.2,a-rasmda ΔU –kuchlanish bo'yicha va 9.2,b-rasmda ΔI –tok bo'yicha *nosezgirlik oralig'i* ko'rsatilgan.

Nochiziqli rezistiv element. Elementning sxemadagi shartli belgisi 9.1,a-rasmda keltirilgan. NCH rezistiv elementning VATlari 9.3-rasmda ko'rsatilgan. NCH rezistiv elementli zanjirlarni hisoblashda albatta NCH element VAT berilgan bo'lishi shart. Shu tavsifning har bir $u=u_0$, $i=i(u_0)=i_0$ nuqtasidagi (9.3,a-rasm) *statik qarshilik*

$$R_{cm}(U_0) = u_0 / i_0$$



a)

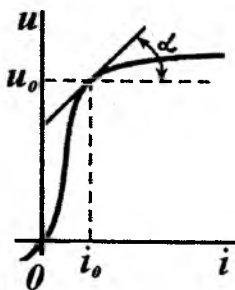


b)

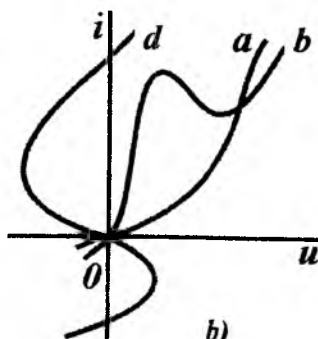
9.2-rasm. VAT nasezgirlik oralig'i:

a) ΔU —kuchlanish bo'yicha nasezgirlik oralig'i;

b) ΔI —tok bo'yicha nasezgirlik oralig'i.



a)



b)

9.3-rasm. NCh rezistiv elementning VATlari:

a) statik qarshilik ; b) noravon VAT.

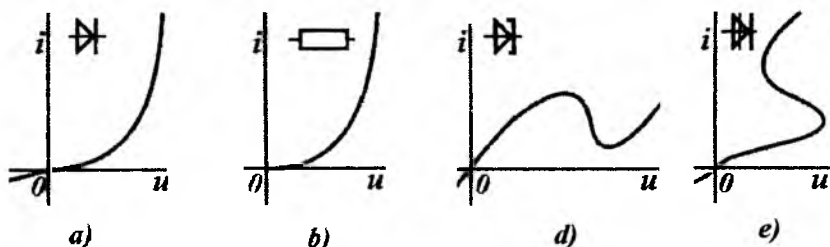
va qiymati ushbu nuqtadan VATga o'tkazilgan urinma burchagi α ning tangensiga teng bo'lgan *dinamik (differensial) qarshilik* deb nomlangan tushunchani kiritish mumkin

$$r_d = \left. \frac{du}{di} \right|_{i=i_0} = \operatorname{tg} \alpha.$$

9.3,a-rasmdagi grafik ushbu qarshiliklar geometrik ma'nolarini tushunishga yordam beradi. NCh rezistiv elementlar VAT shakllarining umumiy lashgan turlari grafik koordinata (u, i) tekisligining qaysi kvadrantida joylashgan ekanligiga bog'liq. Agar grafik faqat

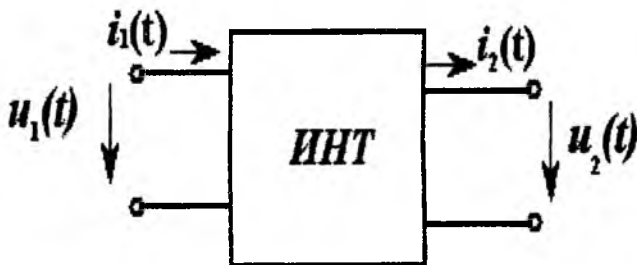
birinchi va uchinchi kvadrantda joylashsa, element passiv bo‘ladi; elementning is‘te‘mol qilayotgan quvvati $p=ui \geq 0$. Agar grafik bir qismi ikkinchi yoki to‘rtinchi kvadrantga kirs, u aktiv element bo‘ladi. Bundan, NCh element tarkibida manba yoki boshqa energiyani elektr energiyasiga aylantiruvchi element ham bo‘lishi mumkin degan xulosa keladi.

NCH rezistiv elementlarning yana boshqa umumiyashtiruvchi xususiyatlari - VATning ravon yoki noravonligidir.



9.4-rasm. Real elementlarning tavsiflari:

a) diod VAT; b) rizistor VAT; d) tiristor VAT; e) dinistorlar VAT.



9.5-rasm. Inersiyasiz nochiziqli to‘rtqutblik.

Noravon o‘zgaruvchi VATning shunday bo‘lagi mavjud bo‘ladiki, unda VAT hosilasining ishorasi boshqa bo‘laklardagi hosila ishorasidan farqli bo‘ladi. 9.3,b-rasmda VATning ravonligi bo‘yicha uch turi keltirilgan: a-ravon VAT; b- N-simon noravon VAT; d- S-simon noravon VAT.

Zanjirlarni tahlil qilganda VATning ravonligi alohida ahamiyatlidir, chunki tenglamalarni tuzishda $u = u(i)$, yechganda unga teskari bog'lanishlardan foydalaniladi. Ravon tavsifga teskari bo'lgan tavsif ham ravon bo'ladi. Noravon bog'lanishlar bo'lganda ko'p qiymatli funksiyalari mavjud bo'lgan tenglamalarni yechishga to'g'ri keladi.

Real elementlarning NCH rezistiv elementlar modellari shaklidagi tavsiflanishiga diodlar (9.4,a-rasm), tiristorlar (9.4,d-rasm), dinistorlar (9.4, e-rasm) misol bo'la oladi.

Amaliyotda ishlash prinsipini nochiziqli element VAT shakllari tashkil etadigan misollar qo'plab uchraydi.

Inersiyasiz nochiziqli to'rtqutbliklar. Qutblaridagi tok va kuchlanishlarining oniy qiymatlari orasidagi bog'lanishlari (9.5-rasm) boshqa qutblardagi tok va kuchlanishlar oniy qiymatlarini to'la-to'kis aks ettiruvchi ikki o'zgaruvchili x_1 va x_2 $F_1(x_1, x_2)$ va $F_2(x_1, x_2)$ funksiyalar bilan berilgan to'rtqutbliklar *inersiyasiz nochiziqli to'rtqutbliklar* (INT) deyiladi.

INTlar o'z qutblaridagi tok va kuchlanishlarni aks ettiruvchi tenglamalar yordamida ifodalanishi mumkin.

$$i_1(t) = F_1^Y[u_1(t), u_2(t)];$$

$$i_2(t) = F_2^Y[u_1(t), u_2(t)],$$

yoki kuchlanish va toklarini ifodalovchi tenglamalar yordamida

$$u_1(t) = F_1^Z[i_1(t), i_2(t)];$$

$$u_2(t) = F_2^Z[i_1(t), i_2(t)],$$

yoki aralash tenglamalar yordamida ifodalanishi mumkin.

$$u_1(t) = F_1[u_1(t), i_2(t)];$$

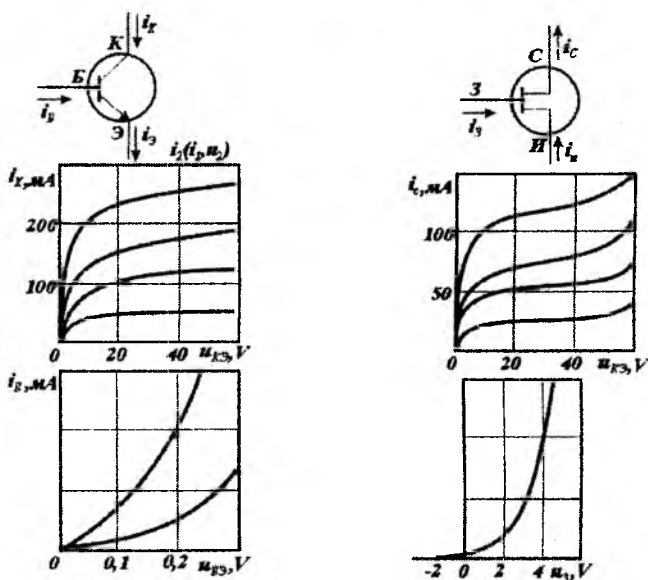
$$u_2(t) = F_2[u_1(t), i_2(t)].$$

INTga misol sifatida tavsiflari 9.6-rasmda ko'rsatilgan tranzistorlarni keltirish mumkin.

Nochiziqli sig'im. Nochiziqli sig'imning sxemadagi shartli belgilanishi 9.1,v-rasmda keltirilgan. Undagi zahiralangan zaryad kuchlanishga $q = q(u)$ nochiziqli bog'lanishda bo'ladi. Agar nochiziqli sig'imdagi $u(t)$ kuchlanish ta'sirida undan oqayotgan tokning $i(t)$ vaqtga bog'liqligini aniqlansa, u holda $i(t) = dq(t)/dt$ bo'lganligi uchun, murakkab funksiyani differensiallab, $i(t) = \frac{dq du}{du dt}$ ni hosil qilamiz.

Funksiya $\frac{dq}{du} = C(u)$ ni *Volt-Farada tavsifi* deyiladi, undan nochiziqli sig‘inning matematik modelini quyidagi ko‘rinishda olish mumkin $i = C(u) \frac{du}{dt}$.

Nochiziqli induktivlikning elektr sxemadagi shartli belgisi 9.1, b-rasmda keltirilgan. U magnit ilashuv Ψ ning tok i ga nochiziqli bog‘langanligini ifodalaydi $\Psi = \Psi(i)$. Magnit maydoni o‘zgarishi natijasida induktivlik g‘altagida induktivlanayotgan e.yu.k. (kuchlanish) magnit ilashuvning hosilasiga proporsional $u(i) = d\Psi/dt$ bo‘lganligi uchun, Ψ ni murakkab funksiya sifatida differensiallab quyidagini hosil qilamiz. $u(i) = \frac{d\Psi(i)}{dt} = L(i) \frac{di}{dt}$.



9.6-rasm. Tranzistorlar tavsiflari.

$L(i)$ qiymat *nochiziqli induktivlik* deyiladi. Nochiziqli induktivliklar bilan ferromagnit o‘zakli g‘altaklar bog‘lanishlari ifodalanaadi.

9.2. Inersiyasiz elementli zanjirlarning tahlili

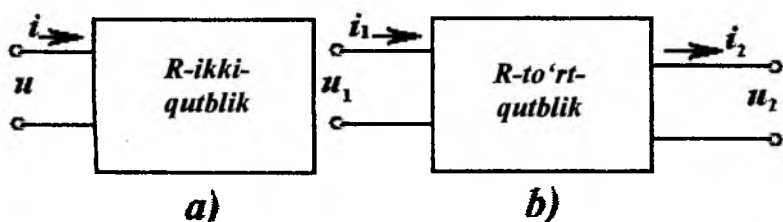
Tarkibida sig‘im va induktivliklari, ya‘ni energiyani zahiralovchi elementlari bo‘lmagan elektr zanjirlari rezistiv zanjirlar deyiladi. Ularning matematik modellari nochiziqli tenglamalar tizimidan iborat bo‘ladi. Umumiy holda bu tenglamalar analitik yechimga ega bo‘lmaydi. Ularni yechish uchun grafik, grafoanalitik va *raqamlil usullardan* foydalaniladi.

Aksariyat, nochiziqli rezistiv zanjirlarni tahlil qilganda masala quyidagi ketma-ketlikda yechiladi.

Berilgan: ma‘lum tavsiflarga ega bo‘lgan nochiziqli element va chiziqli qarshilik, o‘zgarmas tok va kuchlanish manbalari hamda zanjir kirishida ta‘sir etayotgan o‘zgaruvchi $s(t)$ signal manbai.

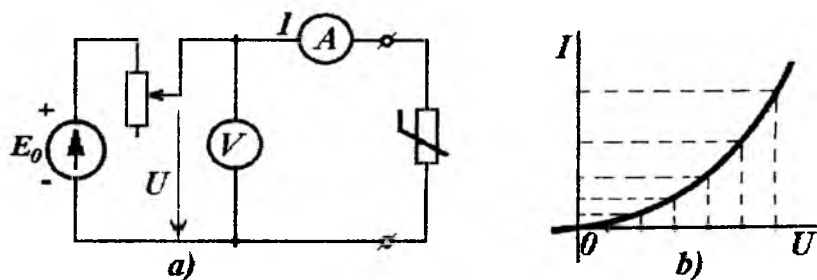
Aniqlash kerak: zanjirning $y(t)$ reaksiyasini; zanjirning kirishidagi yoki chiqishidagi tok (kuchlanish)ni.

Birinchi holatda zanjirni ikkiqutblik (9.7,*a*-rasm), ikkinchisida to‘rtqutblik (9.7,*b*-rasm) sifatida tasavvur qilish mumkin. Rezistiv ikkiqutblikning *kirish tavsifi* va rezistiv to‘rtqutblikning *uzatish funksiyasi* deb kirish signali $s(t)$ oniy qiymatining chiqishidagi reaksiya $y(t)$ oniy qiymati ta‘siriga, ya‘ni $y=y(s)$ ifodaga aytiladi. Ushbu tavsiflarni tajriba usulida olish mumkin. Buning uchun $s(t)$ sifatida boshqariluvchi kuchlanish yoki (tok) manbaini olib, kirish qiymati o‘zgarishi bilan chiqish qiymatining o‘zgarishi aniqlanadi.



$$\begin{array}{cccccc}
 s(t) = u(t) & s(t) = i(t) & s(t) = u_1(t) & s(t) = i_1(t) & s(t) = i_1(t) & \\
 y(t) = i(t) & y(t) = u(t) & y(t) = u_2(t) & y(t) = i_1(t) & y(t) = u_2(t) &
 \end{array}$$

9.7-rasm. Ikkiqutblik va to‘rtqutblik.



9.8-rasm. Kirish tavsifini olish sxemasi.

9.8-rasmda tajriba yordamida kirish tavsifini olish sxemasi va olingan tavsif grafigi keltirilgan. Agar nochiziqli elementning kirish tavsifi yoki uzatish funksiyasi berilgan bo'lsa, u holda har qanday ixtiyoriy kirish signaliga uning reaksiyasini aniqlash mumkin.

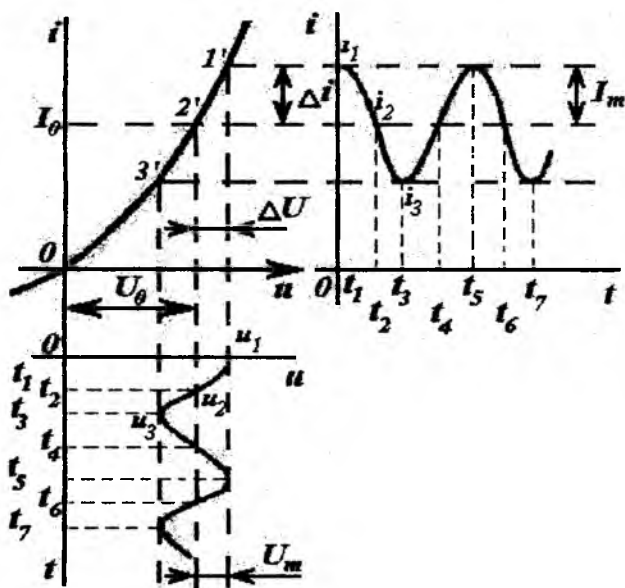
Ushbu fikrni VAT 9.9-rasmda berilgan diod uchun, unga garmonik kuchlanish ta'sir etayotganda undan oqayotgan tokning tahlili yordamida oddiy grafik usulni qo'llashni o'rganaylik.

Echish jarayoni nochiziqli elementning tavsifini kirish-chiqish koordinata tizimida qurishdan boshlanadi. Berilgan misolda ushbu tavsif sifatida ikkiqutblilikning VAT olingan, kirish qiymat ikkiqutblilikdagi kuchlanish, chiqish esa undan oqayotgan tok. Undan so'ng qiymatning (ushbu misolda kuchlanish) vaqtga bog'liqligi grafigini chizamiz va koordinata o'qlarini kirish qiymati o'qi bilan mos joylashtiramiz.

Bunda vaqt t ning o'qi pastga yo'nalgan bo'ladi; kirish qiymat va VATning bir xil koordinatalari (bu misolda kuchlanish) yonma-yon joylanadi. So'ngra o'ng tomonda chiqish qiymat grafigini olish uchun koordinata tizimlari quriladi. Chiqish qiymat tok (i) va VAT larning o'qlari ham muvofiq-lashtirilib, parallel koordina-ta boshi esa bir to'g'ri chiziqda joylashtiriladi.

Ixtiyoriy, masalan, $t_1=0$ vaqtni tanlaymiz va unga mos bo'lgan masshtabda kirish va chiqish qiymatlarining t o'qlariga joylashtiramiz. Ushbu vaqt oniga mos kelgan kirish qiymati u_1 ni VAT grafigida proeksiyasini olib, VATda r nuqtani belgilab, gorizontal

kesma o'tkazib, chiqish qiymati i_1 ning t_1 nuqtasiga perpendikulyar bilan kesishguncha davom ettiramiz (16.9-rasmga qarang).



9.9-rasm. Diod uchun VAT.

Bu t_1 vaqtga mos kelgan chiqish toki i_1 ning grafigida aniqlangan birinchi nuqta bo'ladi. Shunga o'xshash, keyingi t_2 nuqtani tanlab, kuchlanish oniy qiymati u_2 ni aniqlab, VATdan unga mos $2'$ nuqta, tokning i_2 oniy qiymatini va t_2 ni aniqlab, chiqish qiymatning koordinata tizimidagi grafigining ikkinchi nuqtasini aniqlanadi. Shu tariqa, kirish kuchlanishini boshqa nuqtalariga mos kelgan chiqish tokining to'liq grafigini hosil qilish mumkin.

Grafik usul sodda va ko'rgazmali, biroq aniq miqdorlarni olishga qiyinchilik hosil qiladi. Ammo, bu usul hisoblarni EHM yordamida dasturlab yechishga eng qulay, oson va ko'rgazmali yo'l hisoblanadi.

EHLari paydo bo'lgunga qadar, ushbu masalalarni yechish uchun har xil usullardan foydalanilgan. Ulardan biri va keng qo'llaniladigani-ko'phadlar yordamida approksimatsiyalash usulidir.

$$y(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n.$$

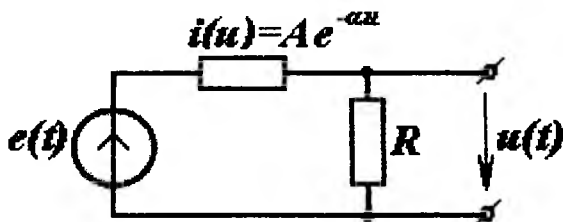
Agar INT tavsifi uchun approksimatsiyalovchi ko'phadning koeffitsiyentlari aniqlansa, u holda chiqish qiymatini oddiy o'rninga qo'yish usuli bilan topish mumkin

$$y(t) = a_0 + a_1 [s(t) + a_2 [s(t)]^2 + \dots + a_n [s(t)]^n].$$

Masalan, 9.9-rasmdagi VAT $i(u) = 0,5u + 10u^2 - 2u^3$ ko'phad yordamida approksimatsiyalanishi mumkin bo'lsa, u holda $u(t) = 2 \sin t$ kirish kuchlanishi uchun diod orqali oqayotgan tok quyidagicha yozilishi mumkin

$$i(t) = 0,5 \cdot 2 \sin t + 10(2 \sin t)^2 - 2(2 \sin t)^3 = \sin t + 40 \sin^2 t - 16 \sin^3 t.$$

Agar INT uchun kirish yoki uzatish tavsifini aniqlash imkoniyati bo'lmasa yoki juda qiyin bo'lsa, u holda grafik va grafo-analitik usullar qo'llanilishi mumkin bo'lmaydi. Bunday holatlarda Kirxgof va Om qonunlari yordamida zanjirning to'la tenglamalarini tuzib, sonli yechimi aniqlanadi.



9.10-rasm. Rezistiv zanjir.

Ushbu usulni misol ko'rsatib tushuntiramiz. Sxemasi 9.10-rasm-da keltirilgan rezistiv zanjir berilgan bo'lsin. Zanjirning tenglamasini tuzamiz.

$$u(t) = Ri(t) = R[i(u_R(t))] = R A e^{-\alpha[e(t) - u(t)]};$$

$$u(t) - R A e^{-\alpha[e(t) - u(t)]} = 0.$$

Ushbu tenglamani ixtiyoriy $e(t)$ qiymatlari uchun $u(t)$ ga nisbatan oddiy *iteratsiya usuli*, *Nyuton usuli* yoki EHM da raqamli usullar yordamida yechish mumkin.

9.3. Nochiziqli zanjirlarda signallar spektrini o'zgartirish va uni amaliyotda qo'llanilishi

Nochiziqli zanjirlarning muhim xususiyatlaridan biri kirish signallari spektrini o'zgartirishidir. Bu xususiyat shundan iboratki, zanjirning kirishida garmonik yoki har xil chastotali bir necha garmonik funksiyalarning yig'indisidan iborat bo'lgan davriy signal ta'sir etayotganda, reaksiya (ixtiyoriy shaxobchadagi tok yoki kuchlanish) nafaqat kirish ta'sirining garmonikalari, balki kirish signal tarkibida bo'lmagan boshqa yangi garmoniklardan ham iborat bo'ladi.

Spektrning bunday o'zgarish xususiyati o'zgarmas parametrliligi (RLC) chiziqli zanjirlarda mutlaqo kuzatilmaydi. Ularda ixtiyoriy shaxobchadagi tok va kuchlanish tarkibida faqat kirish signal tarkibida mavjud bo'lgan garmonikalar bo'ladi xolos.

Agar uzatish (yoki kirish) tavsifi ko'rsatkichli polinom shaklida berilgan nochiziqli rezistiv zanjir bo'lsa, uning yechimini VAT misolida ko'rsak bo'ladi

$$i(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \dots + a_n u^n. \quad (9.1)$$

Avval, kirishda garmonik signal bo'lgandagi holatni ko'ramiz.

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi_u). \quad (9.2)$$

Keyingi (9.2) ifodani (9.1)ga qo'ysak, quyidagini hosil qilamiz

$$i(t) = a_0 + a_1 U \cos(\omega t + \varphi_u) + a_2 U^2 \cos^2(\omega t + \varphi_u) + \dots$$

Trigonometrik o'zgartirishlardan so'ng quyidagilarni hosil qilamiz.

$$\cos^2(\omega t + \varphi_u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega t + \varphi_u);$$

$$\cos^3(\omega t + \varphi_u) = \frac{3}{4} \cos(\omega t + \varphi_u) + \frac{1}{4} \cos 3(\omega t + \varphi_u).$$

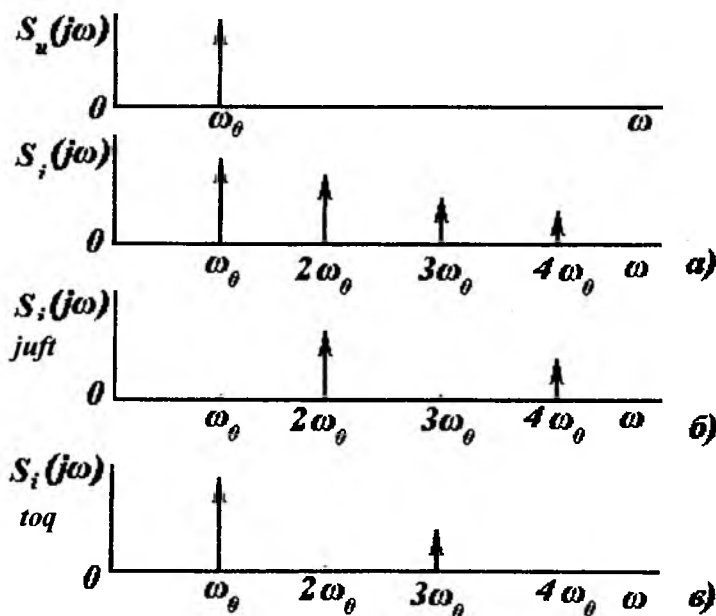
Bundan ko'rinadiki, n darajali garmonik funksiya karra chastotali garmonik funksiyalar yig'indisiga ekvivalent ekan, bunda juft darajali had faqat juft garmoniklardan, toqlari - faqat toq garmoniklardan tashkil topgan bo'ladi. Garmonikalarning eng katta n darajasi zanjir tavsifining yuqori darajasi bilan aniqlanadi.

$$i(t) = a_0 + a_1 U \cos(\omega t + \varphi_u) + \frac{a_2 U^2}{2} \cos 2(\omega t + \varphi_u) + \\ + \frac{3}{4} a_3 U^3 \cos(\omega t + \varphi_u) + \frac{a_3}{4} U^3 \cos 3(\omega t + \varphi_u) + \dots$$

Umumiy holda quyidagicha yozish mumkin

$$i(t) = I_0 + \sum_{l=1}^n I_l \cos l(\omega t + \varphi).$$

9.11-rasmda umumiy shakldagi nochiziqlik uchun (a), juft (b) va toq (v) $i=i(u)$ funksiyasi kirish va chiqish signallarning diskret spektrlari keltirilgan.



9.11-rasm. Kirish va chiqish signallarning diskret spektrlari.

Chastotalari ω_1 va ω_2 bo'lgan ikki garmonik funksiyalar yig'indisidan tashkil topgan signal ta'sirini ko'ramiz

$$u = u_1 + u_2 = U_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + U_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2).$$

Zanjirning reaksiyasi ikki hadliklarning yig'indisidan iborat bo'ladi

$$i = a_0 + a_1 (u_1 + u_2) + a_2 (u_1 + u_2)^2 + \dots a_n (u_1 + u_2)^n.$$

Agar ikki hadlik ko'rsatkichi $n=2,3$ bo'lsa

$$(u_1 + u_2)^2 = u_1^2 + 2u_1 u_2 + u_2^2;$$

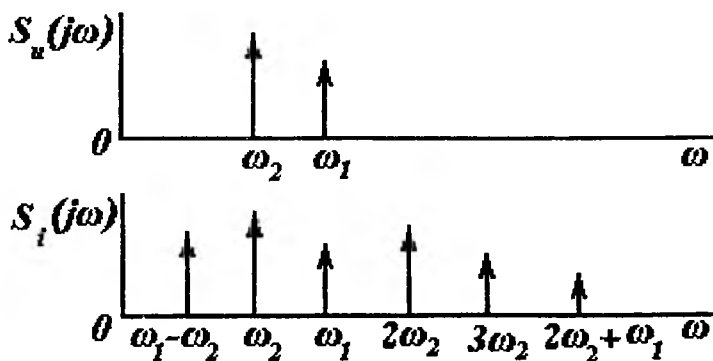
$$(u_1 + u_2)^3 = u_1^3 + 3u_1 u_2^2 + 3u_1^2 u_2 + u_2^3.$$

Bir signal ta'siri bo'lgandagi holatdan farqli ravishda, ikki funksiyalar yig'indisidan iborat signal ta'sir etganda darajalarning ko'paytmalari $u_1^{n-m} \cdot u_2^m$ ($m=1,2,\dots,n$) shaklidagi qo'shimcha hadlar hosil bo'ladi.

Yuqorida ko'rganimizdek, garmonik funksiyalarning darajalari karra chastotali sinusoidalar yig'indilarini beradi. Ikki garmonik funksiyalar ko'paytmalari - chastotalari ko'paytiruvchilarining chastotalari farqi va yig'indisiga teng bo'lgan chastotali funksiyalarni beradi. Shularni e'tiborga olib, quyidagilarni yozish mumkin:

$$\begin{aligned} u_1 u_2 &= U_1 U_2 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cos(\omega_2 t + \varphi_2) = \\ &= \frac{1}{2} U_1 U_2 \{ \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2)] + \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + (\varphi_1 + \varphi_2)] \}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_1 u_2^2 &= U_1 U_2^2 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cos^2(\omega_2 t + \varphi_2) = \\ &= \frac{1}{2} U_1 U_2^2 \{ \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \frac{1}{2} \cos[(\omega_1 - 2\omega_2)t + (\varphi_1 - 2\varphi_2)] + \\ &= \frac{1}{2} \cos[(\omega_1 + 2\omega_2)t + (\varphi_1 + 2\varphi_2)] \}. \end{aligned}$$



9.12-rasm. INT chiqishidagi signallar spektri.

Shunday qilib, darajalar ko'paytmalarida $\omega_1 \pm \omega_2$, $2\omega_1 \pm \omega_2$, $\omega_1 \pm 2\omega_2$ chastotalar mavjud yoki umumiy holda $\omega_{mn} = \pm m\omega_1 \pm n\omega_2$, $mn=1,2, \dots, n$. Chastotasi ω_{mn} ga teng bo'lgan tebranishlar *kombinatsiyalangan tebranish*, $|m|+|n|$ yig'indi esa *kombinatsiyalangan tebranish tartibi* deyiladi.

Kirishida ikki garmonik funksiyalar yig'indisidan iborat bo'lgan signal ta'siridagi INT chiqishidagi signallar spektri 9.12-rasmda keltirilgan.

Umumiy holda ikki garmonik signallar yig'indisi ta'sir etganda

$$i(t) = \sum_m \sum_n I_{mn} \cos[(m\omega_1 - n\omega_2)t + \varphi_{mn}] \quad (9.3)$$

INTning kirish signali tarkibida bo'lmagan signallar uning chiqish signali tarkibida paydo bo'lishidan texnikada keng foydalaniladi.

Chastota ko'paytirgichi deb, berilgan $A \cos \omega_0 t$ shakldagi bir ω_0 chastotali signalni $B \cos n\omega_0 t$ shakldagi boshqa n marta katta (yoki kichik) chastotadagi signalga o'zgartiruvchi elektr zanjiriga aytiladi. Bu qurilma nochiziqli element va zarur bo'lgan garmonika chastotasining rezonansiga sozlangan yo'lak filtrining ulanishidan hosil qilinadi. Masalan, $e(t) = U_0 \cos \omega_0 t$ kuchlanish berilgan bo'lsa, avval tok $i(t)$ ni aniqlaymiz. Faraz qilaylik, tranzistorning nochiziqli tavsifi kvadratik polinom

$$J(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2$$

bilan ifodalansin, unda

$$\begin{aligned} i_0(t) &= J[u(t)] = a_0 + a_1 (U_0 \cos \omega_0 t + E_0) + a_2 (U_0 \cos \omega_0 t + E_0)^2 = \\ &= a_0 + a_1 U_0 \cos \omega_0 t + a_1 E_0 + \frac{1}{2} a_2 U_0^2 + \frac{1}{2} a_2 U_0^2 \cos 2\omega_0 t + \\ &+ 2a_2 U_0 E_0 \cos \omega_0 t + a_2 E_0^2. \end{aligned}$$

E_0 ni shunday tanlaylikki, unda $a_2 + a_1 E_0 + \frac{1}{2} a_2 U_0^2 + a_2 E_0^2 = 0$ bo'lsin.

Unda tok

$$i(t) = (a_1 U_0 + 2a_2 U_0 E_0) \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} a_2 U_0^2 \cos 2\omega_0 t.$$

9.16-rasmda kirish kuchlanishi $e(t)$ spektri va tok $i_0(t)$ keltirilgan. Konturdagi kuchlanish, ixtiyoriy ikkiqutblidagi singari, chastota oralig'ida aniqlanishi mumkin

$$S_2(j\omega) = Z(\omega) S_1(j\omega);$$

$$|S_2(j\omega)| = |Z(\omega)| |S_1(j\omega)|.$$

RLC-kontur uchun quyidagiga ega bo'lamiz.

$$Z(\omega) = \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC};$$

$$|Z(\omega)| = \frac{(R^2 + \omega^2 L^2)^{1/2}}{[(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2]^{1/2}}.$$

Nisbat R/L ning kichik qiymatlari uchun, ya'ni katta aslllik $Q = \sqrt{L/R}$ va $1/\sqrt{LC} = \omega_0$ uchun $|Z(\omega)|$ bog'lanish 9.13-rasmda keltirilgan. Unda ω_0 chastota uchun $|Z(\omega_0)| \approx 0$ va $S(\omega_0) \approx 0$ bo'ladi. Rezonans $2\omega_0$ chastotaga sozlanganda

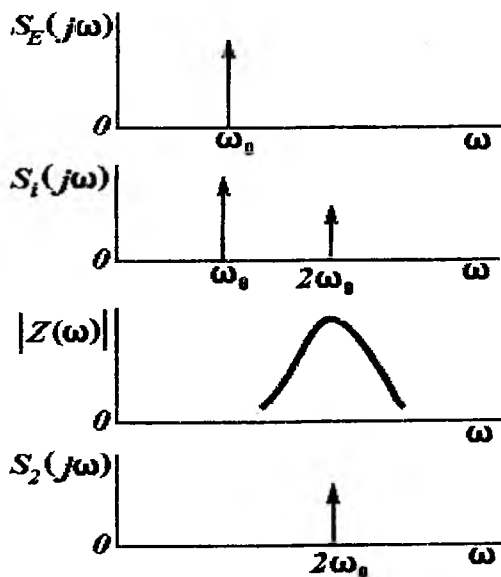
$$|Z(2\omega_0)| = \sqrt{\frac{R^2 + (2\omega_0)^2 L^2}{(2\omega_0)^2 R^2 C^2}} \approx \frac{L}{RC} \approx Q\rho,$$

bunda $\rho = (L/C)^{1/2}$ - konturning tavsifiy qarshiligi;

$$|S(2\omega_0)| \approx Q\rho \cdot a_2 U_0^2.$$

Shunday qilib, $n = 2$ bo'lganda chastota ko'paytirgichining chiqish kuchlanishi (9.14-rasm) quyidagicha ifodalanadi:

$$u_2(t) = \frac{2}{3} Q\rho a_2 U_0^2 \cos(2\omega_0 t + \varphi_u).$$



9.13-rasm. $|Z(\omega)|$ bog'lanish.

Agar $n=3$ bo'lsa, $J(u)$ ning noxhiziqqligini kamida 3-tartibli ko'p-had sifatida olinishi va RLC – konturni $3\omega_0$ chastotaga sozlash zarur. Shunga o'xshash, chastotani n marta ko'paytirish uchun noxhiziq-lilik tartibi n dan kam bo'lmasligi zarur.

Amplituda modulyatori $s(t)$ shakldagi signalni $A[1 + ms(t)] \cdot \cos \omega_0 t$ shakldagi signalga aylantiradi. Amplituda modulyatsiyasining jara-yoni modulyatsiyalanuvchi deb nomlangan «ohista» o'zgaruvchi $s(t)$ signalni amplitudasi $s(t)$ qonuniyati bo'yicha o'zgaradigan «tez» tebranuvchi signalga o'zgartirishdan iborat

$$v(t) = A \left(1 + m \frac{S(t)}{s_{\max}} \right) \cos(\omega_0 + \varphi_n). \quad (9.5)$$

Bunda $A \cos(\omega_0 t)$ – ko'taruvchi tebranish deb nomlangan funksiya; m -modulyatsiyalash koeffitsiyenti deyiladi ($m > 1$); $s_{\max} = \max|s(t)|$. Masalan, agar $s(t)$ signal grafigi 9.15,a –rasmda keltirilgandek bo'lsa, u holda unga mos kelgan modulyatsiyalangan amplitudali signal (MA-signal) grafigi 9.15,b-rasmdagidek bo'ladi.

MA-tebranish spektrini spektrlar xususiyatlaridan keltirib chiqarish mumkin. Masalan, $v(t) = f(t)\cos \omega_0 t$ funksiya uchun quyidagi spektrga ega bo‘lamiz.

$$S_v(j\omega) = \frac{1}{2}S_f[j(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{2}S_f[j(\omega + \omega_0)],$$

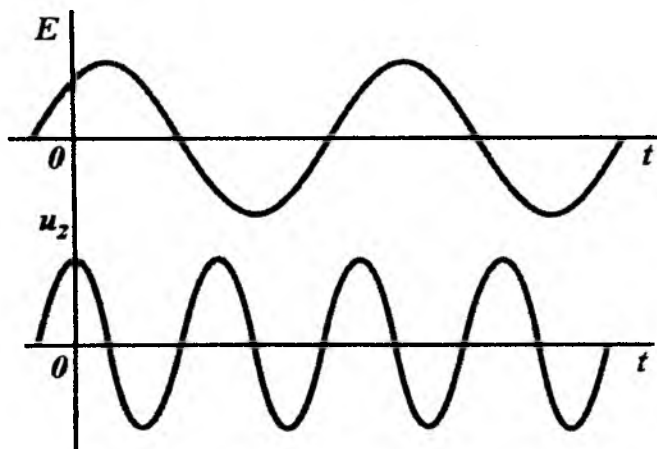
bunda $S_f(j\omega)$ qiymat $f(t)$ funksiyaning spektri

$$S_f(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt.$$

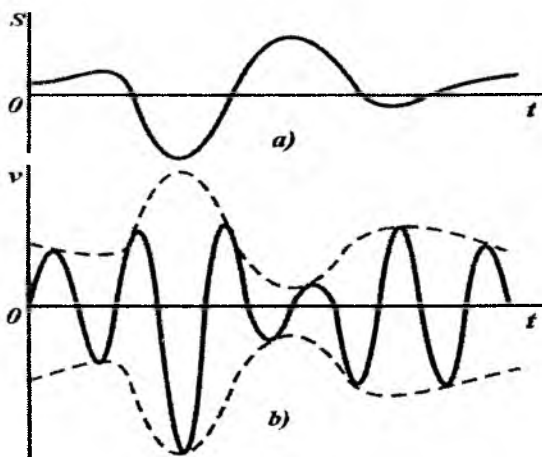
Bizning holatda $f(t) = A + Ams(t)$. Unda $S_f(j\omega) = 2\pi A\delta(\omega) + Ams(j\omega)$ deb yozish mumkin.

Demak, MA – tebranish spektri $s(t)$ modulyatsiyalovchi signal spektri orqali quyidagicha yoziladi:

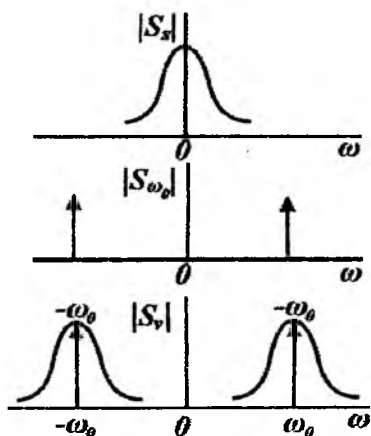
$$S_f(j\omega) = \pi A\delta(\omega + \omega_0) + \pi A\delta(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}A \cdot m \cdot S[j(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{2}A \cdot m \cdot S[j(\omega + \omega_0)].$$



9.14-rasm. Chastota ko‘paytirgichining chiqish kuchlanishi.



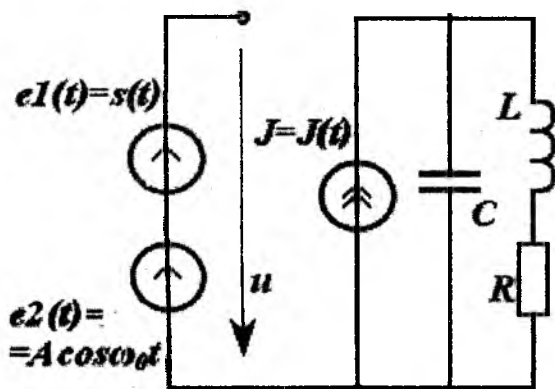
9.15-rasm. Modulyatsiyalangan amplitudali signal:
a) $S(t)$ signal grafigi; *b)* mos kelgan modulyatsiyalangan amplitudali signal.



9.16-rasm. Modulyatsiyalovchi signal.

9.16-rasmda modulyatsiyalovchi signal va ko'taruvchi signal MA – tebranish spektrlari keltirilgan. Amplituda modulyatsiyasi jarayoni $S(t)$ signali spektrining oddiy o'zgartirilishlaridan biri hisoblanadi va nochiziqli elementi bo'lgan zanjirda amalga oshirilishi

mumkin. MA – tebranishlarni hosil qilish ikki signallar: modul-yatsiyalovchi $S(t)$ va ko‘taruvchi $A \cos \omega_0 t$ bo‘lishini taqozo etganligi uchun, nochiziqli elementga shu signallarning yig‘indisi ta’sir etishi kerak.



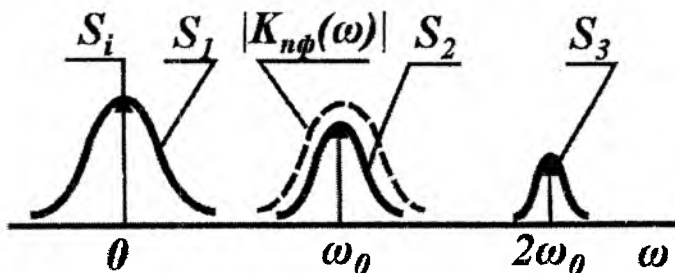
9.17-rasm. Chastotaga sozlangan kontur.

Nochiziqli rezistiv to‘rtqutblik bilan ketma-ket ulangan chiziqli yo‘lak filtri (YF) – ko‘taruvchi chastotaga sozlangan kontur – MA-tebranishga mos bo‘lgan chastota oralig‘ini ajratib oladi (9.17-rasm).

INT ning VAT ikkinchi tartibli $J(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2$ ko‘pxad yordamida ifodalangan bo‘lsin.

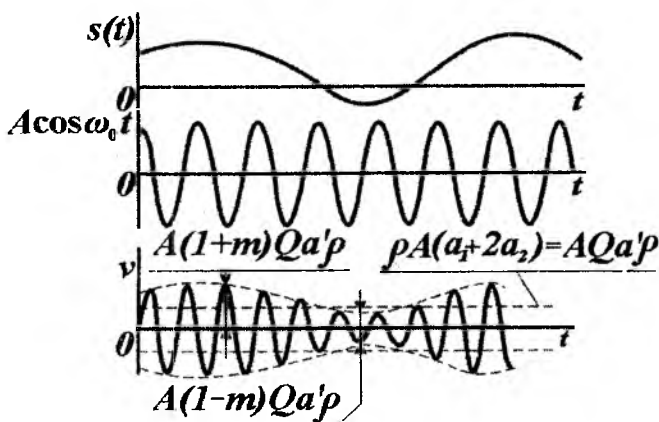
Yo‘lak filtrining kirishidagi tokni aniqlaymiz.

$$\begin{aligned}
 i(t) &= a_0 + a_1 [S(t) + A \cos \omega_0 t] + a_2 [S(t) + A \cos \omega_0 t]^2 = \\
 &= a_0 + a_1 [s(t) + A \cos \omega_0 t] + a_2 [s(t) + A \cos \omega_0 t]^2 = \\
 &= a_0 + a_1 s(t) + A a_1 \cos \omega_0 t + a_2 s^2(t) + 2 a_2 s(t) A \cos \omega_0 t + \\
 &+ \frac{1}{2} a_2 A^2 + \frac{1}{2} a_2 A^2 \cos 2 \omega_0 t = a_0 + a_1 s(t) + a_2 s^2(t) + \\
 &+ \frac{1}{2} a_2 A^2 + A [a_1 + 2 a_2 s(t)] \cos \omega_0 t + a_2 A^2 \cos 2 \omega_0 t.
 \end{aligned}$$

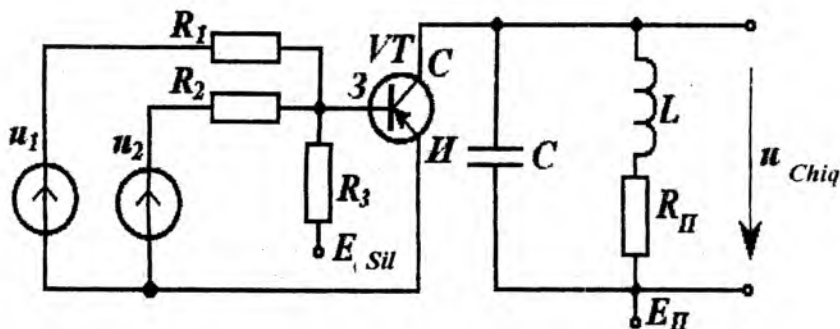


9.18-rasm. S_1 spektrni o'zgaras tashkil etuvchi.

Rezonans chastotasi $s(t)$ spektridagi maksimal chastotaga nisbatan juda katta $\omega_0 \gg \omega_{\max}$ deb hisoblab, tokning spektral tashkil etuvchilarini aniqlaymiz. 9.18-rasmdagi S_1 spektrni o'zgaras tashkil etuvchi va $s(t)$, $s^2(t)$ qatnashgan hadlari hosil qiladi; S_2 va S_3 , spektrlarni esa $\sim \cos \omega_0 t$, $\sim \cos 2\omega_0 t$ signallar hosil qiladi. Agar YFning o'tkazish yo'lagi ω_0 ga yaqin joylashgan bo'lsa (grafikda punktir chiziq), u holda filtr $\sim \cos \omega_0 t$ tebranishlarni ajratadi. Aynan shu $\sim \cos \omega_0 t$ signal MA-tebranishni ifodalaydi.



9.19-rasm. Modulyatsiyalash.



9.20-rasm. Elektr zanjir.

9.21-rasmda $s(t)$ signalning modulyatsiyasi, ko'taruvchi va chiqish kuchlanishining ossillogrammalari keltirilgan.

MA-modulyatsiya jarayonini amalga oshirishda keng qo'llaniladigan sxema 9.20-rasmda keltirilgan maydon tranzistorli sxema bo'lib, unda avvaliga modulyatsiya va ko'taruvchi tebranishlar qo'shiladi.

(Z) zatvor va oqim boshi (I) istok orasidagi U_{ZI} kuchlanishni quyidagi ifoda yordamida hisoblanadi.

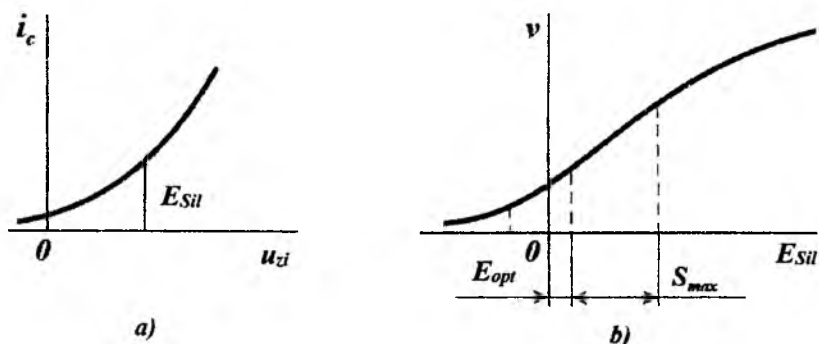
$$U_{ZI} = \frac{R_3 R_2 u_1 + R_3 R_1 u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} + E_{sil}.$$

Qarshiliklar R_1 , R_2 , R_3 va siljish kuchlanishi E_{sil} qiymatlarini tanlash yo'li bilan tranzistor uzatish tavsifidagi ishchi nuqtasini (9.21-a-rasm) tanlash amalga oshiriladi.

Ishchi nuqtasining tavsifdagi eng qulay o'rni shunday joy hisoblanadiki, unda VATni yoyish koeffitsiyentlari chiqish toki birinchi garmonikasining modulyatsiya koeffitsiyentini maksimal qiymatda bo'lishini ta'minlasin.

Modulyatsiyalangan signal RLC -konturdagi kuchlanish sifatida aniqlanadi; konturning parametrlari esa $\omega_d = 1/\sqrt{LC} = \omega_0$ chastotani ta'minlashi shart. Isroflar qarshiligi shunday kattalikda bo'lishi kerakki, unda zanjir aslligi $Q = \sqrt{L/C} \cdot R$ yetarli darajada katta bo'lsin, ya'ni o'tkazish yo'lasi $\Delta\omega \ll \omega_0$ bo'lsin. Ikkinchi tomondan,

modulyatsiyalangan signal spektri shakli buzilmasligi va, demak, $\Omega_m < \Delta\omega$ tengsizlik bajarilishi zarur. Quyidagi $\Delta\omega = \omega_0 / Q$ tenglikdan foydalanib, L, C, R_n parametrlarni hisoblash uchun tengsizliklarni keltirib chiqaramiz.



9.21-rasm. Tranzistor uzatish tavsifi:
a) tranzistor tavsifi; b) statik modulyatsion tavsif.

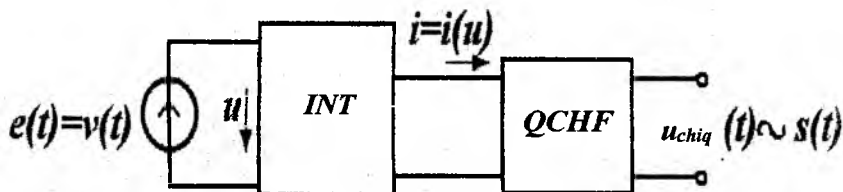
$$\Omega_m < R_n / L; \quad R_n \ll \sqrt{L / C}.$$

Tranzistor nochiziqli tavsifining shaklini aniqlovchi koef-fitsientlar $a_0, a_1, a_2, \dots$ qiymatlari berilgan qarshiliklar R_1, R_2, R_3, R_4 dan zatvordagi siljishni tanlashga bog'liq. Shu siljish o'zgarganda chiqish kuchlanishi $v(t)$ ning amplitudasi $a_1 Q$ o'zgaradi. Nochiziqli element chiqishidagi birinchi garmonika amplitudasining o'zgarmas siljish kuchlanishiga bog'liqligi *statik modulyatsion tavsif* (9.21,b-rasm) deyiladi. Modulyator ishi uchun optimal E_{opt} qiymatni statik modulyatsion tavsif chiziqli qismining o'rtasida bo'lishi tanlanadi. Signal maksimumi S_{max} modulyatsion tavsif chiziqli qismi chegara-sidan chiqmasligi shart.

Modulyatsiyaga teskari bo'lgan jarayon demodulyatsiya yoki detektorlash deyiladi.

Tebranish $v(t) = A[1 + ms(t)]\cos\omega_0 t$ bo'yicha detektorlanganda $s(t)$ signalni tiklash zarur. Ushbu jarayonni amalga oshiruvchi qurilma *amplituda demodulyatori* yoki *detektori* deb ataladi. Detektor-langanda $v(t)$ signalni shunday o'zgartirish kerakki, keyin $s(t)$

signalni ajratib olish mumkin bo'lsin. Bunday o'zgartirishni INTga QCHF (9.22-rasm) ulash yordamida bajarish mumkin.



9.22-rasm. O'zgartirishni INTga QCHF.

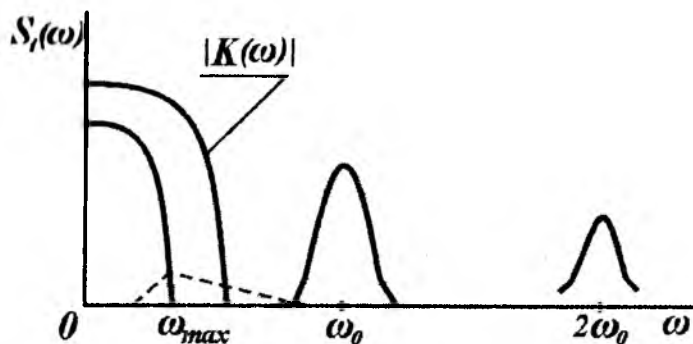
Aytaylik, INTning VAT kvadratik parabola $i(u) = a_1 u + a_2 u^2$ yordamida ifodalansin.

Unda

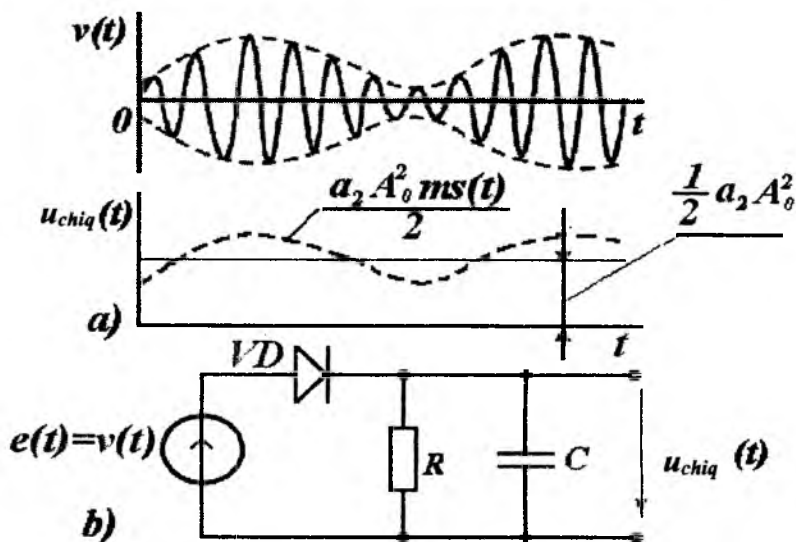
$$\begin{aligned} i(t) &= a_1 \{A[1 + ms(t)] \cos \omega_0 t\} + a_2 \{A[1 + ms(t)] \cos \omega_0 t\}^2; \\ i(t) &= a_1 A \cos \omega_0 t + a_1 ms(t) A \cos \omega_0 t + a_2 A^2 [1 + ms(t)]^2 \times \\ &\times \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega_0 t \right] = Aa_1 \cos \omega_0 t + a_1 ms(t) \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} a_2 A^2 + \\ &+ \frac{1}{2} a_2 m^2 s^2(t) + \frac{1}{2} A^2 [1 + ms(t)] \cos 2\omega_0 t. \end{aligned}$$

Tokning spektri tarkibida foydali tashkil etuvchisi $s(t)$ mavjud; u quyi chastota filtri yordamida ajratib olinishi mumkin. 9.23-rasmda $s(t)$ signali spektrida maksimal chastota $\omega_{\max} \ll \omega_0$ bo'lish sharti bajarilgandagi tokning spektral tashkil etuvchilari keltirilgan. QCHFning o'tkazish yo'lagiga $s^2(t)$ ga proporsional bo'lgan tashkil etuvchilar kirib qolishi mumkin (9.23-rasmidagi punktir chiziq). Biroq modulyatsiya koeffitsiyentlari kichik bo'lganda ularni e'tiborga olmasa ham bo'ladi.

QCHF tok spektridagi barcha yuqori garmonikalarni filtrlaydi va uning chiqishida $s(t)$ ga proporsional bo'lgan o'zgarmas tashkil etuvchisi aniqligida signal mavjud bo'ladi (9.24-a-rasm). O'zgarmas tashkil etuvchi esa QCHFning chiqishiga sig'im ulanishi bilan osongina filtrlanishi mumkin.



9.23-rasm. Tokning spektral tashkil etuvchilari.



9.24-rasm. Demodulyator:
a) signallar spektri; b) diod detektori sxemasi.

Amaliyotda keng tarqalgan demodulyator sifatida diod detektori sxemasi xizmat qiladi (9.24, b-rasm). Bunda QCHF sifatida RC -zanjir ishlatiladi; barcha yuqori garmonika toklari kuchlanishlar pasayuvi hosil qilmasdan sig'im orqali oqib o'tadi va, shuning uchun chiqish kuchlanishi $s(t)$ ga proporsional bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Charles K. Alexander Matthew N. O. Sadiku. Fundamentals of Electric Circuits. Department of Electrical Engineering Prairie View A&M University . U.S.A., New York 2012. -994 p.
2. Dr. Wasif Naeem. Concepts in Electric Circuits. Ventus Publishing ApS. 2009.-87 p.
3. Don H. Johnson. Fundamentals of Electrical Engineering I. C O N N E X I O N S. Rice University, Houston, Texas. 2013. 292 p.
4. Alimxodjayev K., Abdullayev B., Abidov K., Ibadullayev M. Elektrotexnikaning nazariy asoslari. 1-qism. Darslik. -T.: «Fan va texnologiya», 2015. - 320 b.
5. Amirov S.F., Yaqubov M.S., Jabborov N.G‘ Elektrotexnikaning nazariy asoslari. Ikkinchi kitob.-T.,2007,-145 b.
6. Каримов А.С. Назарий электротехника. 1-том. -Т.: «Ўзбекистон», 2003. -422 б.
7. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники, 4-е изд. Т1. -СПб.: Узб, 2003.-462 с.
8. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник для бакалавров. 11-е изд.- М.: Издательство Юрайт, 2012. -701 с.
9. Башарин С.А., Федоров В.В. Теоретические основы электротехники. Теория электрических цепей и электромагнитного поля.-М.: «Академия», 2004.-304 с.
10. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Учебник для ВУЗов. В трех томах. Под общ. ред. К.М.Поливанова. Т.1. К.М.Поливанов. Линейные электрические цепи с сосредоточенными постоянными. -М.: «Энергия», 1972. - 240 с.
11. Бакалов В.П., Воробьенко П.П., Крук Б.И. Теория электрических цепей.: Учебник для ВУЗов; Под ред. В.П. Бакалов, -М.: Радио и связь, 1998. -444 с.

12. Матханов П.Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи: Учебник для ВУЗов. -3-е изд., -М.: Высш. шк., 1990. -400 с.

13. Рашидов Ю.Р., Колесников И.К., Абидов К.Г. Электродинамика и распространение радиоволн. Учебное пособие. -Т., 2003, 242 с.

14. Рашидов Й.Р., Абидов К.Ғ., Колесников И.К. Электротехниканинг назарий асослари. I,II,III қисмлар (Маъруза матнлар тўплами), -Т.: ТДТУ, 2002. -250 б.

NAZARIY ELEKTRTEXNIKA FANIDA QO'LLANILADIGAN ASOSIY BIRLIKLAR (XALQARO TIZIM)

Qiymatlar	Birliklar	Belgilanishi	
		Xalqaro tizimda	Hozirgacha nashr etilgan adabiyotlarda
Uzunlik	metr	m	m
Massa	kilogramm	kg	kg
Vaqt	sekund	s	s
Tok kuchi	Amper	A	A
Kuchlanish, potensial, e.yu.k.	Volt	V	V
Elektr miqdori, zaryad	Kulon	C	Kl
Ish, energiya	Joul	J	J
Aktiv quvvat	Vatt	W	Vt
Reaktiv quvvat	VAr	VAr	$V \cdot A \cdot r$
To'la quvvat	Volt·Amper	$V \cdot A$	$V \cdot A$
Qarshilik	Om	Ω	Om
O'tkazuvchanlik	Simens	S	Sm
Sig'im	Farada	F	F
Induktivlik, o'zaro induktivlik	Genri	H	G
Chastota	Gers	Hz	Gs
Kuch	Nyuton	N	N
Tok zichligi	Amper/metr ²	A/m^2	A/m^2
Solishtirma qarshilik	Om · metr	$\Omega \cdot m$	$Om \cdot m$
Solishtirma o'tkazuvchanlik	Simens/metr	S/m	Sm/m
Elektr maydon kuchlanganligi	Volt/metr	V/m	V/m
Magnit induksiyasi	Tesla	T	T
Magnit maydoni	Veber	Wb	Vb
Magnit maydon kuchlanganligi	Amper/metr	A/m	A/m

**O'N KARRALIK VA BIRNING ULUSHLARINI HOSIL
QILISH UCHUN KO'PAYTMALAR, OLD
QO'SHIMCHALAR VA ULARNING NOMLARI**

Ko'paytma		10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10
Old	Nomi	tera	giga	mega	kilo	gekto	deka
qo'shimcha	Belgisi	<i>T</i>	<i>G</i>	<i>M</i>	<i>k</i>	<i>h</i>	<i>Da</i>
Ko'paytma		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
Old	Nomi	detsi	santi	milli	mikro	nano	piko
qo'shimcha	Belgisi	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>m</i>	μ	<i>n</i>	<i>p</i>

MUNDARIJA

Kirish.....	3
Asosiy belgilashlar.....	5

I-bob. Davriy nosinusoidal tok elektr zanjirlari

1.1. Davriy nosinusoidal elektr miqdorlari.....	7
1.2. Davriy nosinusoidal tokli chiziqli zanjirlarni hisoblash.....	11
1.3. Davriy nosinusoidal elektr miqdorlarini tavsiflari.....	18
1.4. Davriy nosinusoidal tokning quvvati.....	22
1.5. Davriy nosinusoidal elektr miqdorlarini garmonik tashkil etuvchilarga ajratish.....	25

II-bob. Chiziqli elektr zanjirlari o'tkinchi jarayonlarini hisoblashda klassik usul

2.1. Umumiy tushunchalar, differensial tenglamalar, kommutatsiya qonunlari.....	32
2.2. Tarkibida S , r bo'lgan elektr zanjirni o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulash.....	37
2.3. L , r li zanjirni o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulash.....	41
2.4. O'zgaruvchan kuchlanish manbaiga r , S li zanjirni ulash.....	43
2.5. r , L li zanjirni o'zgaruvchan kuchlanish manbaiga ulash.....	46
2.6. Ketma-ket L , r , C konturini o'zgarmas kuchlanish manbaiga ulash.....	49
2.7. Murakkab elektr zanjirlaridagi o'tkinchi jarayonlar...	57
2.8. Nojo'ya kommutatsiyalardagi o'tkinchi jarayonlar...	68

III-bob. Operator usuli bilan o'tkinchi jarayonlarni hisoblash

3.1. Operator usuli.....	75
--------------------------	----

3.2.	Oddiy funksiyalar tasvirlari.....	78
3.3.	Operator usuli bilan differensial tenglamalarni hisoblash.....	81
3.4.	$F(p)$ funksiya tasvirlari va ularning $f(t)$ ko'rinishidagi originallari jadvali.....	84
3.5.	Ixtiyoriy boshlang'ich shartlari mavjud bo'lgan zanjirlarni hisoblash.....	87
3.6.	Boshlang'ich shartlari nolga teng bo'lgan zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblash.....	95
3.7.	Garmonik manbali zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlar.	99
3.8.	Zanjirlarning impuls ga aks ta'siri.....	101
3.9.	Bir qator ta'sirlar bo'lgandagi o'tkinchi va barqarorlik rejimlari.....	108

IV-bob. Chiziqli elektr zanjirlarida o'tkinchi jarayon tahlilining vaqt usuli

4.1.	Elektr zanjirlariga impulslarning ta'sirlari.....	117
4.2.	Elektr zanjirlarining o'tkinchi va impuls tavsiflari.....	121
4.3.	Dyuamel integrali.....	126
4.4.	Ustlash (jamlash) integrali.....	129

V-bob. Chiziqli elektr zanjirlarida o'tkinchi jarayonlarni chastotaviy usulda tahlil qilish

5.1.	Tebranishlar chastotaviy tarkibining tahlili.....	132
5.2.	Fure integrali.....	134
5.3.	Spektral tahlilning asosiy teoremlari.....	141
5.4.	Nodavriy signal spektrida energiyaning taqsimlanishi.....	143
5.5.	Oddiy signallarning spektrlari.....	144
5.6.	Nodavriy ta'sirdagi chiziqli elektr zanjirlarining chastotaviy tahlili.....	150
5.7.	Chiziqli elektr zanjiri orqali signallarni shakl buzilishsiz uzatish shartlari.....	151

5.8. Elektr zanjirlarining vaqt va chastotaviy tavsiflari orasidagi bog'lanish.....	156
---	-----

VI-bob. To'rtqutbliklar

6.1. To'rtqutbliklar va ularning turlari.....	160
6.2. To'rtqutbliklarning uzatish tenglamalari parametrlari va ularning o'zaro bog'liqligi.....	162
6.3. Oddiy to'rtqutbliklar parametrlari.....	171
6.4. To'rtqutbliklarning ulanish sxemalari.....	174
6.5. To'rtqutbliklarning tashqi tavsiflari.....	179

VII-bob. Tarqoq parametrli zanjirlar

7.1. Umumiy tushunchalar.....	186
7.2. Uzun liniyalar telegraf tenglamalari.....	190
7.3. To'lqin tenglamasini echish va uning fizik talqini.....	191
7.4. Uzun liniyalarda garmonik to'lqinlar.....	195
7.5. Uzun liniyalarda impuls jarayonlar tahlili.....	203

VIII-bob. Elektr filtrlar

8.1. Elektr filtrlarining tavsiflari.....	207
8.2. Battervort tavsifiga ega bo'lgan quyi chastotali polinomial filtrlar.....	210
8.3. Chebishev tavsifiga ega bo'lgan quyi chastotali polinomial filtrlar.....	213
8.4. Zolotarev tavsifiga ega bo'lgan quyi chastotali polinomial filtrlar.....	217
8.5. Yuqori chastotali filtrlar.....	221
8.6. Yo'lak va reflektor filtrlari.....	223
8.7. Filtrlarning faza tavsiflari.....	227
8.8. Raqamli filtrlar.....	231

IX-bob. Nochiziqli zanjirlarni tahlil qilish

9.1. Nochiziqli zanjirlar va elementlar, statik va dinamik tavsiflari hamda parametrlari.....	246
9.2. Inersiyasiz elementli zanjirlarning tahlili.....	252
9.3. Nochiziqli zanjirlarda signallar spektrini o'zgartirish va uni amaliyotda qo'llanilishi.....	256
Foydalanilgan adabiyotlar.....	271
Ilovalar.....	273

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Основные обозначения	5

Глава 1. Электрические цепи с периодическим несинусоидальным током

1.1. Периодические несинусоидальные электрические величины.....	7
1.2. Расчет линейных цепей при периодических несинусоидальных токах.....	11
1.3. Характеристики периодических несинусоидальных электрических величин.....	18
1.4. Мощность периодического несинусоидального тока.....	22
1.5. Разложение периодических несинусоидальных электрических величин на гармонические составляющие.....	25

Глава 2. Классический метод расчета переходных процессов в линейных электрических цепях

2.1. Общие понятия, дифференциальные уравнения, законы коммутации.....	32
2.2. Включение цепи C, r на постоянное напряжение	37
2.3. Включение цепи L, r на постоянное напряжение	41
2.4. Включение цепи C, r на переменное напряжение	43
2.5. Включение цепи r, L на переменное напряжение	46
2.6. Включение последовательной цепи L, r, C к источнику питания.....	49
2.7. Переходные процессы в сложной электрической цепи.....	57
2.8. Переходные процессы при некорректных коммутациях.....	68

Глава 3. Расчет переходных процессов операторным методом

3.1.	Операторный метод	75
3.2.	Изображение простейших функций.....	78
3.3.	Решение дифференциальных уравнений операторным методом.....	81
3.4.	Таблица изображений $F(p)$ и соответствующих оригиналов $f(t)$	84
3.5.	Расчет цепей при любых начальных условиях..	87
3.6.	Расчет переходных процессов при нулевых начальных условиях.....	95
3.7.	Переходные процессы с гармоническими источниками.....	99
3.8.	Отклик электрических цепей на импульс.....	101
3.9.	Переходные и установившиеся режимы при воздействии серии возмущений.....	108

Глава 4. Анализ временным методом расчета переходных процессов в линейных электрических цепях

4.1.	Импульсные воздействия в электрическую цепь.....	117
4.2.	Переходные и импульсные характеристики электрических цепей.....	121
4.3.	Интеграл Дюамеля.....	126
4.4.	Интеграл (суперпозиции) наложения	128

Глава 5. Частотный метод анализа переходных процессов в линейных электрических цепях

5.1.	Анализ спектра частотных колебаний.....	132
5.2.	Интеграл Фурье	134
5.3.	Основные теоремы спектрального анализа.....	141
5.4.	Распределение энергии в спектре непериоди- ческих сигналов.....	143

5.5.	Спектры простых сигналов.....	144
5.6.	Частотный метод анализа линейных электрических цепей при неперiodических воздействиях линейных электрических цепях.....	150
5.7.	Условия передачи сигналов без искажений формы через линейные электрические цепи.....	151
5.8.	Связь между временными и частотными характеристиками электрических цепей.....	156

Глава 6. Четырехполюсники

6.1.	Четырехполюсники и их разновидности.....	160
6.2.	Параметры передаточных уравнений четырехполюсников и их взаимосвязи.....	162
6.3.	Параметры простейших четырехполюсников ...	171
6.4.	Соединение четырехполюсников.....	174
6.5.	Внешние характеристики четырехполюсников	179

Глава 7. Цепи с распределенными параметрами

7.1.	Общие понятия.....	186
7.2.	Телеграфные уравнения длинных линий.....	190
7.3.	Решения волновых уравнений и их физический смысл	191
7.4.	Гармонические колебания в длинных линиях...	195
7.5.	Анализ импульсных процессов в длинных линиях.....	203

Глава 8. Электрические фильтры

8.1.	Характеристики электрических фильтров.....	207
8.2.	Полиномиальные фильтры низкой частоты, имеющие характеристику Баттерворта.....	210
8.3.	Полиномиальные фильтры низкой частоты, имеющие характеристику Чебишева	213
8.4.	Полиномиальные фильтры низкой частоты имеющие характеристику Золотарева	217

8.5.	Высокочастотные фильтры	221
8.6.	Полосовые и рефлекторные фильтры.....	223
8.7.	Фазные характеристики фильтров.....	227
8.8.	Цифровые фильтры.....	231

Глава 9. Нелинейные цепи

9.1.	Нелинейные цепи и элементы, статические и динамические характеристики, параметры.....	246
9.2.	Анализ цепей с неинерционными элементами...	252
9.3.	Изменение спектра сигналов нелинейных элементов и их практическое применение.....	256
	Использованная литература	271
	Приложение	273

CONTENTS

Introduction	3
Basic terms.....	5

1-head. Electrical circuits with periodic non-sinusoidal currents

1.1. Periodic non-sinusoidal electrical values	7
1.2. Calculation of linear circuits at periodic non-sinusoidal currents	11
1.3. Characteristics of non-sinusoidal periodic electrical quantities	18
1.4. Power of periodic non-sinusoidal current	22
1.5. Distribution of non-sinusoidal periodic electrical values across harmonic components	25

2-head. Classical method of calculation of transients in linear electric circuits

2.1. General concepts, differential equations, switching laws.....	32
2.2. Connecting chain C, r at constant voltage	37
2.3. Connecting chain L, r at a constant voltage	41
2.4. Connecting chain C, r for alternating voltage	43
2.5. Connecting chain L, r for alternating voltage	46
2.6. Connecting serial chain L, r, C to power source.....	49
2.7. Transients in complex electrical circuit.....	57
2.8. Transients with incorrect commutations	68

3-head. Calculation of transients by operator method

3.1. Operator method	75
----------------------------	----

3.2.	Presenting simple functions	78
3.3.	Solution of differential equations by operator	81
3.4.	Table of images $F(p)$ and the corresponding original $f(t)$	84
3.5.	Calculation of circuits at any initial conditions	87
3.6.	Calculation of transients at zero initial conditions ...	95
3.7.	Transients with harmonic sources	99
3.8.	Response to pulse of electrical circuits.....	101
3.9.	Transient and steady states at the impact of the series of influences.....	108

4-head. Analysis by using temporal method of calculation of transients in linear electric circuits

4.1.	Pulse impacts in electrical circuit	117
4.2.	Transitional and impulse characteristics of electrical circuits.....	121
4.3.	Integral of Duhamel	126
4.4.	Integral (superposition) overlays.....	129

5-head. Frequency method of analysis of transients in linear electric circuits

5.1.	Analysis of the spectrum frequency oscillations	132
5.2.	Integral of Fourier.	134
5.3.	Basic theorems of spectral analysis	141
5.4.	The energy distribution in the spectrum of non-periodic signals.....	143
5.5.	The spectra of simple signals	144
5.6.	Frequency analysis method of linear electric circuits with periodic influences of linear electrical circuits	150
5.7.	Signaling conditions without distorting forms through linear circuits	151

5.8.	The relationship between time and frequency characteristics of electrical circuits	156
------	--	-----

6-head. Quadripoles

6.1.	Quadripoles and their varieties	160
6.2.	Parameters of transfer equations of quadripoles and their relationships.....	162
6.3.	Parameters simple quadripoles	171
6.4.	Connecting quadripoles	174
6.5.	Output characteristics of quadripoles	179

7-head. Chains with distributed parameters

7.1.	General concepts	186
7.2.	Telegraph equation for long lines	190
7.3.	Solutions of wave equations and their physical meaning.....	191
7.4.	Harmonic oscillations in long lines	195
7.5.	Analysis of pulse processes in long lines	203

8-head. Electrical filters

8.1.	Characteristics of the electrical filters	207
8.2.	Polynomial low-frequency filters having a characteristic of Butterworth.....	210
8.3.	Polynomial low- frequency filter having a characteristic of Chebyshev	213
8.4.	Polynomial low- frequency filters having of Zolotarev	217
8.5.	High-frequency filters	221
8.6.	Band filters and reflector filters	223
8.7.	The phase characteristics of the filters	227

8.8. Digital filters	231
----------------------------	-----

9-head. Non-linear circuits

9.1. Nonlinear circuit elements, and static and dynamic performance parameter.....	246
9.2. Analysis of circuits with inertial elements	252
9.3. Changing the spectrum of nonlinear elements of signals and their practical application	256
References	271
Notes	273

QAYDLAR UCHUN

[illegible]

**ALIMXODJAYEV K.T., ABDULLAYEV B.,
ABIDOV K.G.**

NAZARIY ELEKTRTEXNIKA

2-qism

Toshkent – «Fan va texnologiya» – 2018

Muharrir:	Sh.Kusherbayeva
Tex. muharrir:	A.Moydinov
Musavvir:	F.Tishabayev
Musahhih:	Sh.Mirqosimova
Kompyuterda sahifalovchi:	N.Raxmatullayeva

Nashr.lits. AIN№149, 14.08.09. Bosishga ruxsat etildi 03.11.2018.

Bichimi 60x84 $\frac{1}{16}$. «Timez New Roman» garniturası.

Ofset bosma usulida bosildi.

Shartli bosma tabog'i 17,75. Nashriyot bosma tabog'i 18,0.

Tiraji 200. Buyurtma № 442.

**«Fan va texnologiyalar Markazining
bosmaxonasi» da chop etildi.
100066, Toshkent sh., Olmazor ko'chasi, 171-uy.**