# Электронные и квантовые приборы свч

Допущено Министерством связи СССР в качестве учебного пособия для студентов электротехнических институтов связи

.



Издательство «Связь» Москва 1972

#### Рецензенты:

Ю. Л. БОБРОВСКИЙ, И. А. КРАТИРОВ, А. Н. УДАЛЬЦОВ, В. П. ЧЕРНЫШОВ.

6**Φ**0.3 **B19** УЛК 621.385.6

.

#### **B19** Васильев В. Н.

Электронные и квантовые приборы свч. Учебное пособне для вузов. М., «Связь», 1972. 256 с. с илл.

В книге издаранов я вопросы теория электровных приборов свя и

В канте взагаат я сопрасы теории электронных арнооров свя и квантовых приборов свяч и олтического днапазона. В первой части рассматриваются принципы действия и анализиру-ются процессы, протокающие и многорезонаторных и отражательных кли-стронах, магнетронах, ЛБВ. Вторая часть посвящена физическим основам квантовых приборов, рассмотрению квантовых усилителей и генераторов спи сановаторов оптиносого языкающие в составление и генераторов. свч, генераторов оптического диапазона.

Книга рассчитана на студентов вузов связи и раднотехнических нузов и факультетов. Она представляет также интерес для раднонижене-ров, работающих в области применсиия электронных и квантовых приборов свч и оптического днапазона.

3 - 3 - 12

 $6 \Phi 0.3$ 

#### Виктор Николаевич Васильев

#### ЭЛЕКТРОННЫЕ И КВАНТОВЫЕ ПРИБОРЫ СВЧ

Отв. редактор М. М. Коблова	Техн. редактор К. Г. Маркоч
Редактор Н. К. Логинова	Корректор Н. М. Кухтяева

Сдано в набор 27/VI 1972 г. Подписано в печ. 20/Х 1972 г. Форм. бум. 60×90/на 16,0 печ. л. 16,0 усл.-п. л. 17,72 уч.-изд. л. Т-16827 Бумага типографская № 2 Тираж 20 000 экз. Цена 86 коп. Зак. изд. 15210 Издательство «Связь», Москва-центр, Чистопрудный бульвар, 2

Типография издательства «Связь» Государственного комитета Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва-центр, ул. Кирова, 40. Зак. тип. 283

# оглавление

		Стр.
Преднеловие		5
Введсиве. Основные типы приборов и ах диапазоны частог		6
I. Электронные приборы свч		
Глава І. Общиє вопросы свч электроники		
<ol> <li>Физические процессы в двухрезонаторном кластроне</li> <li>Основале отлачия электронных свя яриборов ог радиолами</li> <li>Молудния по скорости</li> </ol>	•••	9 14 14
<ol> <li>1.4. Модуляция по илотности. Спектральный состав сгустков</li> <li>1.5. Законы наведения токов.</li> <li>1.6. Переход энергии электронов в свя энергию. Выходная мощность</li> </ol>	резо-	19 25
натора	• •	30 31
Глава 9 Клисториы	• •	0.
21 Лаухрезонатурный пролетный клистрои		38
<ul><li>2.2. Многорезонаторный клистрон</li><li>2.3. Отражательный клистрон</li></ul>	• •	46 48
Глава З. Лампы бегущей и обратной волны типа О		
3.1. Классификация приборов и вопросы широкополосности 3.2. Лампа бегущей волны	• •	61 62
3.3. Линенная теория ЛБВ типа О 3.4. Взаимодействие электронов с полем пеоднородной замедляюще стемы	ห์ ดห-	72 78
3.5. Лампа обратной волны		88
Глава 4. Магнетроны и приборы магнетронного типа (приборы типа М)		
4.1. Движение электронов в скрещенных полях	· ·	94 100
4.3. Диалазонные приборы магнегролного инпа. 4.4. Платинотроны. 4.5. Дамина берушей в обратной родим типа. М	· ·	107 111 115
Глава 5. Полупроволниковые свя приборы		
5.1. Туннельные диоды 5.2. Давинно-продетные диоды		120 126
5.3. Генераторы, основанные на эффекте Ганна.	• •	128
II. Квантовые приборы		
Глава 6. Энергетические уровни и магнитные свойства атомов и молекул		
6.1. Общие сведения 6.2. Особенности энергетических уровней атомов и молскул	· ·	130 131
6.3. Магнитные свойства атома водорода		134
0.4. магнитные овоиства атомов и молекул 6.5. Зеемановское расщепление уровней	· •	139
6.6. Расщепление уровней в газах и твердых средах	. :	141
		3

# Глава 7. Усилительные свойства среды и квантовые стандарты частот

7.1. 7.2. 7.3. 7.4. 7.5.	Излучательные и безызлучательные квантовые переход Усиление среды и температура перехода Полоса усиления Инверсия методом сортировки атомов (молекул) Квантовые стандарты частоты	.	• • •	•	•	• • • •	144 150 152 154 160
	Т ЛЛВЗО, Квантовые нараматнитные усилители (в	азер	ы)				105
8.1. 8.2. 8.3. 8.4. 8.5.	Трехуровневая схема инверсиа Парамагнитный резопанс Трехуровневый мазер на резонаторе Мазеры других типов Квантовый парамагнитный усилитель бегущей волны	•	•	•	•	• • •	165 170 176 180 183
	Глава 9. Общие вопросы резонаторных квантовых у и генераторов	/силі	4 гел	ей			
9.1. 9.2. 9.3. 9.4. 9.5.	Эквивалентные схемы квантовых приборов. Коэффициент услаения Полоса усиления Шумы Мощность генерации	• • •	•	•	•	• • • •	188 193 196 197 204
	Глава 10. Оптические квантовые генераторы (ла	зерь	a)				
10.1 10.2 10.3 10.4	. Особенности твердотельных, жидкостных и газовых . Резонаторы оптического диапазона . Особенности излучения оптических квантовых генера . Полупроводниковые лазеры	тазет - горо. -	нов - в				205 214 220 229
	Глава 11. Модуляция луча лазера и нелинейная	опти	ка				
11.1 11.2 11.3 14.4 11.5	. Внутренняя модуляция . Внешняя модуляция на основе эффекта Фарадся . Свойства электрооптических сред . Модуляторы на электрооптических средах . Нелинейность электромагнитных свойств вещества	•	•		• • •	• • •	233 235 236 241 246
Пр Лит	иложение. Параметры эквивалентного генератора ература		•		,	•	253 256

Содержание книги соответствует программс одноименного курса, читаемого в электротехнических институтах связи. Она может быть использована также студентами радиотехнических специальностей других вузов.

Книга состоит из двух сравнительно независимых частей. В первой части рассматриваются электронные приборы свч (клистроны, лампы бегущей и обратной волны и приборы магнетронного типа), а также некоторые полупроводниковые приборы свч (тупнельные и лавчино-пролетные диоды и приборы, основанные на эффекте Гапна), а во второй - квантовые приборы свч и оптического дианазонов (мазеры и лазеры). Во второй части, кроме того, исследуются вопросы модуляции лазерного луча и приводится ряд сведений по нелинейной оптике. При этом основной акцент делается на материал, представляющий главный интерес с точки зрения радиоинженера, т. е. на материал, посвященный конструированию и расчету электрических параметров квантового прибора. Вопросы же, связанные с процессами в активных средах, которые для радиониженера являются вспомогательными (хотя и необходимыми), рассматриваются менее подробно и, в частности, без использования сложного аппарата квантовой теории.

При изложении материала значительное внимание в книге уделено физической трактовке рассматриваемых явлений и получаемых выводов, а также тому, чтобы их аналитическое рассмотрение не затрудняло понимания существа рассматриваемого вопроса. Материал изложен в предположении, что читатель уже знаком с дисциплинами, изучаемыми в техническом институте во время первых двух лет обучения, а также с курсами «Электронные приборы» и «Техническая электродинамика».

Квантовая часть учебника написана на основе работ автора [11, 12, 13], опубликованных в 1965—1969 гг., и является дальнейшим развитием рассматриваемых в них вопросов.

Автор выражает глубокую благодарность доценту канд. техн. наук И. И. Пьянову за большую помощь при написании параграфа 7.4, а также за обсуждение материала гл. 6—8 книги и высказанные при этом ценные замечания и советы.

Автор с благодарностью принял и учел при окончательном редактировании ряд цепных замечаний и пожеланий доцента канд. техн. наук Ю. Л. Бобровского, канд. техн. наук М. М. Кобловой, доцента канд. техн. наук И. А. Кратирова, А. Н. Удальцова и В. П. Чернышова.

Пожелания и замечания читателей следует направлять в издательство «Связь» (Москва-центр, Чистопрудный бульвар, д. 2).

# ВВЕДЕНИЕ. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ПРИБОРОВ И ИХ ДИАНАЗОНЫ ЧАСТОТ

#### Особенности рассматриваемых диапазонов

В настоящей книге рассматриваются приборы, работающие в диапазонах свч (1 м  $>\lambda>10^{-3}$  м) и онтическом (10<sup>-3</sup> м >  $>\lambda>0,3\,10^{-6}$  м), т. е. на волнах от 1 м и до ультрафиолетовых. Практическое освоение свч диапазона началось примерно со времени второй мировой войны. когда дециметровые и сантиметровые волны были впервые использованы для целей радиолокации, а оптического диапазона — в 60-е годы, когда были предложены и реализованы генераторы оптического диапазона (лазеры). Использование указанных диапазонов, особенно оптического, весьма перспективно, что объясняется теми потенциальными возможностями, которые заложены в этих диапазонах, а также в самом принципе действия оптических генераторов.

Полоса частот. Рассматриваемые днапазоны ограничены волнами  $\lambda = 1 \div 0,3 \cdot 10^{-6}$  м и частотами  $f = 3 \cdot 10^8$  Гц  $\div 10^{13}$  Гц. Полная полоса частот составляет ∆f=10<sup>15</sup>÷3·10<sup>8</sup>≈10<sup>15</sup> Гц. Чтобы представить значение полученной цифры, целесообразно сравнить ее с диапазоном радиочастот от ультракоротких волн и до сверхдлинных, т. е. от  $\lambda = 1$  м и до  $\lambda = \infty$ . Диапазон радиочастот, который обычно представляется очень большим, вмещающим в себя «огромное» число каналов связи, составляет всего лишь Л= = 3·10<sup>8</sup> Ги, т. е. в 3 млн. (!!) раз меньше. Поэтому оптический и сву диапазоны позволяют разместить почти безграничное по современным масштабам число каналов связи. Правда, реализация таких потенциальных возможностей пока затруднительна, что, в частности, связано с проблемами распространения этих волн в атмосфере (например, волны видимой части оптического диапазона плохо распространяются в тумане, пыльной атмосфере и т. д.). Однако в этом направлении в настоящее время ведутся исследования, которые, по-видимому, позволят преодолеть указанные и другие имеющиеся трудности.

Высокая направленность излучателей. Из теории антени известно, что степень направленности излучения определяется отношением геометрических размеров антенны к длине волны. Чем боль-

6

ше относительные размеры антенны, тем более узкий луч она может излучать. Уже в сантиметровом диапазоне волн не представляет технических трудностей создание антенны, размеры которой в сотни раз превышают длину волны. А при переходе в оптический диапазон эти возможности возрастают на несколько порядков.

Поэтому антенны диапазона свч и тем более оптического дианазона излучают энергию, как правило, в виде узкого луча. Это

явилось одной из прични быстрого освоения сантимстрового днапазона воли для целей радиолокации, поскольку для точного определения положения самолета требуются остронаправленные антенны. В ка- Рис. В.І. К поясновию расходимопримера можно честве отметить также, что современные генераторы



сти луча лазера

оптического диапазона даже в лабораторном оформлении легко реализуют узконаправленные лучи с расходимостью с луча порядка угловой минуты и менее (рис. В.1).

Малые период колебаний и длина волны в рассматриваемых диапазонах приводят к тому, что угол пролета<sup>1)</sup> электронов при любых реально выполнимых зазорах и напряжениях оказывается относительно большим уже в дециметровом диапазоне, а на сантимстровых и более коротких волнах обычные радиоламны из-за большого угла пролета практически работать не могут. Поэтому работа усилителей и генераторов свч и оптического днапазонов основана на принципнально новых методах. Кроме того, в приборах указанных дианазонов из-за паразитного излучения энергии и взаимного влияния отдельных элементов практически не удается применять цепи с сосредоточенными параметрами (конденсаторы, индуктивности и резисторы). Избежать этих недостатков позволяют лишь волноводы и резонаторы.

### Два принципа усиления в свч и оптическом диапазонах

В настоящее время в указанных диапазонах применяют два типа приборов, использующих различные принципы усиления: электронные и квантовые. В соответствии с этим настоящий курс состоит из двух сравнительно независимых частей. В первой части рассматриваются электронные приборы свч (клистроны, магнетроны, лампы бегущей волны — ЛБВ и лампы обратной волны — ЛОВ), а во второй части -- квантовые приборы (мазеры и лазеры). В квантовой части, помимо усилителей и генераторов, рассматриваются также методы модуляции оптического луча и вопросы нелинейной оптики.

Углом пролета в называется утел, на который нэменяется фаза колебаний за время т пролета электроном рассматриваемого расстояния;  $\theta = \omega \tau = 2\pi \tau/T$ .

Электронные приборы свч. В приборах этого типа длительное время пролета электронов является необходимым условнем их работы, в то время как в обычных раднолампах даже малое, но конечное время пролета, либо ухудшает их работу, либо делает ее невозможной. Приборы, использующие этот принцип, называются электронными приборами свч. К ним относятся клистроны, магнетроны и лампы бегущей и обратной волны (ЛБВ и ЛОВ). Диапазон их применения примерно от 1 м до 1 мм. На более коротких волнах использовать указанный принцип, по-видимому, нецелесообразно, так как здесь требуемые размеры прибора и точность его изготовления не соответствуют современным техническим возможностям.

Квантовые приборы. Принцип действия квантовых приборов основан на эффекте усиления волны в активной среде (активной называется среда с населенностью верхнего энергетического уровня, большей населенности одного из нижерасположенных уровней). Активные среды создают искусственно, так как в обычных условиях они не встречаются. Приборы, работающие по этому принципу, называются квантовыми усилителями и генераторами. Диапазон их применения в настоящее время примерно от 1 м и до ультрафиолетовых воли. Сам же принцип позволяет создавать усилители и генераторы и за пределами указанного диапазона, например, на более коротких волнах.

Квантовые приборы принято делить на усилители и генераторы диапазона свч и усилители и генераторы оптического диапазона. Первые часто называют мазерами, а вторые — лазерами<sup>9</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Слово maser составлено из первых букв английского названия microwave amplification by stimulated emission of radiation — усиление радноволи свч дианазона нутем использования индуцированного излучения. Соответственно слово laser: light amplification by stimulated emission of radiation — усиление радиоволи светового дианазона путем использования индуцированного излучения.

# Электронные приборы свч

# Ι

Главаі

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ СВЧ ЭЛЕКТРОНИКИ

# 1.1. Физические процессы в двухрезонаторном клистроне

#### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

К электронным приборам свч относятся довольно различные по схеме приборы (клистроны, магнетроны, ЛБВ, ЛОВ и др.). Однако детальное рассмотрение показывает, что принцип взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем у всех этих приборов во многом аналогичен — взаимодействие сводится к трем сравнительно простым физическим процессам:

- модуляции по скорости;

-- модуляции по плотности;

 переходу кинетической энергии электронных сгустков в свч энергию.

Только в одних приборах эти процессы разделены в пространстве и во времени и протекают как бы раздельно и независимо друг от друга, а в других — протекают одновременно, из-за чего их исследование кажется сложным.

Наиболее типичным прибором с ярко выраженным разделением указанных процессов и в пространстве, и во времени является двухрезонаторный клистрон, у которого это разделение столь велико, что самостоятельное рассмотрение этих процессов, по существу, неотделимо от рассмотрения самого прибора как единого целого. Схема двухрезонаторного клистрона показана на рис. 1.19. Электронный поток из катода 3 поступает на коллектор 4, имеющий положительный потенциал  $U_0$  относительно катода. В пространстве между катодом и коллектором размещены два тороидаль-



Рис. 1.1. Схема двухрезонаторного пролетного клистрона

ных резонатора, I и 2, между сетками которых пролетают электроны. Потенциалы резонаторов равны потенциалу коллектора и поэтому электроны при поступлении в первый резонатор приобретают кинетическую эмергию  $mv_0^2/2$ , равную работе сил электрического поля  $eU_0$ :

$$\frac{mv_0^2}{2} = cU_0, \qquad (1.1)$$

где е и m — заряд и масса электрона; откуда

$$v_0 = \sqrt{\frac{2e}{m} U_0}.$$

Эта скорость v<sub>0</sub> при отсутствии свч сигнала далее до коллектора уже не меняется.

## МОДУЛЯЦИЯ ПО СКОРОСТИ (В ПЕРВОМ РЕЗОНАТОРЕ)

Подлежащая усилению свч мощность поступает в первый резонатор, и на его сетках образуется переменное продольное электрическое поле. Электроны 1, 2, 3, 4... (рис. 1.2а), пролетающие через зазор в те моменты, когда переменное напряжение  $U_1$  на сетках равно нулю, дополнительного ускорения не приобретают и при выходе из резонатора сохраняют скорость, полученную ими на входе  $v = v_0$ . Остальные же электроны приобретают либо положительное, либо отрицательное ускорение. Поэтому однородный пучок электронов при выходе из первого резонатора оказывается промодулированным по скорости.

# модуляция по плотности (в пространстве дрейфа)

Поскольку электроны при выходе из первого резонатора имеют различные скорости, однородный по плотности поток электронов постепенно распадается на периодически следующие друг за

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Значение двухрезонаторных клистронов в настоящее время невелико, наибольшее применение находят отражительные и многорезонаторные клистроны. Однако схема двухрезонаторного клистрона является наиболее общей и простой для понимания основных закономерностей в электронных приборах овч.

другом сгустки. Этот процесс удобно проследить на пространственно временной диаграмме, показанной на рис. 1.26, где по оси абсцисс отложено время, а по оси ординат — проходимый электронами путь. Начало координат совмещено с катодом, а ширина зазора считается пренебрежимо малой. Электроны 1, 2, 3, 4... движутся со скоростью  $v = v_0 = \sqrt{2eU_0/m}$ , не зависящей от переменного напряжения на зазоре резонатора. Этой скорости на диаграмме соответствуют сплошные прямые линии. Остальные



Рис. 1.2. К пояснению модуляции электронного потока по скорости и плотности: а) траектории электронов; б) образование сгустков в клистроне

электроны в результате модуляции по скорости имеют либо большую, либо меньшую скорость, и им соответствуют на днаграмме пунктирные прямые, наклоненные к оси абсцисс под бо́льшими или меньшими углами.

Из днаграммы видно, что на расстоянии  $z = z_0$  образуются сгустки электронов, причем центрами сгустков являются нечетные электроны 1, 3, 5..., прошедшие зазор в момент нулевого сви напряжения при переходе поля от тормозящего к ускоряющему<sup>1)</sup>. При дальнейшем движении ( $z > z_0$ ) сгустки расформировываются и вновь образуются при большем значении z. Сечение  $z = z_0$ , в котором создаются сгустки, для краткости будем называть оптимальным.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Более строгое рассмотрение показывает, что при книусондальном напряжении U<sub>1</sub> праектории всех электронов пересскаются не точно в одном сечении.

Из физических соображений нетрудно установить, что расстояние между первым резонатором и оптимальным сечением тем больше, чем больше постоянная составляющая скорости электрона, определяемая анодным напряжением, и чем меньше амплитуда переменного напряжения на зазоре. Если  $U_{m1} \rightarrow 0$ , то  $z_0 \rightarrow \infty$ . Таким образом, с увеличением мощности во входном резонаторе оптимальное сечение перемещается из бесконечности (при  $U_{m1} \rightarrow 0$ ) в сторону резонаторов. При  $U_{m1} = U_{m1}$  опт сечение оказывается во втором резонаторе, а при  $U_{m1} \rightarrow U_{m1}$  опт сечение.

## ПЕРЕХОД КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНОВ В ЭНЕРГИЮ СВЧ

Допустим, что второй резонатор находится как раз в оптимальном сечении и, следовательно, через его зазор будет проходить периодическая последовательность сгустков, как показано на рис. 1.3. Если выходной резонатор настроен на *n*-ю гармонику усили-



Рис. 1.3. Оптимальные фазовые соотношения между напряжением U<sub>2</sub> и моментом прохождения стустков: а) при усилении; б) при умпожении ча-

стоты

ваемого снгнала, то такая последовательность сгустков наведет в нем свч ток этой гармоннки и клистрон будет работать либо как усилитель (если n=1), либо как умножитель частоты (если  $n \ge 2$ ).

Усиление свч поля. Из-за наличия шумовых токов на сетках резонатора имеется бесконечный спектр напряжений веех частот. Среди них всегда найдется напряжение  $U_{m2}$  с частотой, равной частоте входного сигнала и, следовательно,

равной частоте следовання сгустков (рис. 1.3a). Если сгустки проходят зазор при тормозящих полупериодах этого напряжения, то они получают отрицательное ускорение, теряя соответствующую кинетическую энергию. Теряемая энергия будет передаваться электромагнитному полю и амплитуда напряжения  $U_{m2}$  начнет возрастать <sup>1</sup>). Повышение напряжения  $U_{m2}$ , в свою очередь, усилит процесс торможения сгустков, а это приведет к дальнейшему увеличению амплитуды  $U_{m2}$  и т. д. Напряжение  $U_{m2}$  будет возрастать до тех нор, пока не установится равенство между энергией, отдаваемой сгустками, и энергией, поглощаемой в нагрузке резонатора (с учетом всех потерь).

Выходная мощность и амплитуда напряжения в режиме усиления. Рассмотрим этот вопрос приближенно, препебрегая разбро-

Мощность поля, фаза которого соответствует не торможению, а ускорению стустка, расходуется на ускорение срустков, и это поле быстро затухает.

сом скоростей электронов из-за полученной модуляции, т. е. будем полагать, что все электроны обладают одинаковой кинетической энергией, равной  $mv_0^2/2 = eU_0$ .

Чем больше  $U_{m2}$ , тем большую эпергию отдаст электрон при торможении. Однако при  $U_{m2} = U_0$  скорость электрона в результате торможения упадет до нуля, а его кинстическая энергия полностью перейдет в энергию свч поля. Таким образом, в оптимальном случае амплитуда напряжения во втором резонаторе должна быть близка к напряжению анодного источника ( $U_{m2} = U_0$ ). В этом случае каждый электрон при торможении отдает энергию  $eU_0$ . Поэтому если бы группировка электронов в сгустки была идеальной, т. е. все электроны оказывались бы в сгустках малого размера, то электронный поток отдавал бы свч полю мощность  $P_2 = = I_0U_0$ , где  $I_0$  — конвекционный ток клистрона (испускаемый катодом), а электронный кпд устройства был бы равен единице (кпд =  $P_2/P_0 = 1$ ).

Но так как траектории электронов пересекаются не точно в одном сечении, а часть из них, как показано на рис. 1.26, вообще не участвует в образовании сгустков, то  $P_2 < I_0 U_0$  и соответственно кпд < 1.

Режим работы при  $U_{m2} < U_0$  или  $U_{m2} > U_0$  является неоптимальным. В первом случае электроны вылетают из второго резонатора с конечной скоростью и потому часть своей кинетической энергии рассеивают на коллекторе, а во втором — выбрасываются полем второго резонатора в сторону первого, также унося с собой часть кинетической энергии.

Тот или иной режим зависит от нагрузки второго резонатора и его настройки. Так, при коротком замыкании сеток или сильной расстройке резонатора напряжение на его сетках практически равно нулю и сгустки в этих условиях вообще не усиливают свч колебаний.

Режим умножения частоты. Во втором резонаторе может усиливаться не только частота, равная частоте входного сигнала, но и кратная ей (умножение частоты). На рис. 1.36 показан случай усиления четвертой гармоники. Некратные частоты во втором резонаторе усиливаться не могут, поскольку интегральный эффект их взаимодействия со сгустками за длительное время практически равен нулю (сгустки в полях этих частот попеременно ускоряются и тормозятся).

Необходимым условием умножения частоты, помимо кратности частот, является наличие резонанса в резонаторе на заданной гармонике. Если второй резонатор не настроен на данную гармонику, то напряжение этой гармоники в нем практически равно нулю и сгустки не взаимодействуют с ее полем.

Режим генерации в двухрезонаторном клистроне можно получить по общему правилу: всякий усилитель становится генератором, если он охвачен положительной обратной связью (с обязательным выполнением баланса фаз и амплитуд). В простейшем случае обратная связь осуществляется отрезком коаксиальной линии, соединяющей выходной и входной резонаторы с помощью элементов связи типа петли, штыря или щели.

# 1.2. Основные отличия электронных свч приборов от радиолами

Расомотренная схема двухрезонаторного клистрона позволяет отметать следующие особенности этого прибора, которые, как будет показано ниже, являются общими и для остальных электронных квч приборов.

Необходимым условнем работы прибора является длительное время пролета электронов. Оно мопользуется для превращения модуляции по скорости в модуляцию по плотности. Чем больше время пролета в пространстве дрейфа, тем меньший сигнал требуется в первом резонаторе для того, чтобы стустох образовался в сечении второго резонатора, и, следовательно, тем больше коэффициент усиления клистрона<sup>1</sup>). В то же время в раднолампах — это отрицательный фактор.

В расомотренном клистроне первый резонатор осуществляет только модуляцию по скорости. В проспранстве дрейфа имеет место только модуляция по плотности. Во втором резонаторе кийнетическая знергия электронов переходит в энергию ювч и, наконец, коллектор только собирает электроны. Такое разделение функций между отдельными частями прибора облегчает оптимальное конструирование каждого элемента в отдельности. Например, просто решается проблема теплоотвода от коллектора, поскольку он не входит в состав колебательной системы, и его форма и размеры поэтому молут быть сравнительно произвольными.

Клистрон практически невозможно конструировать или расоматривать как устройство, состоящее из отдельной электронной части (лампы) и отдельного колебательного контура или какой-то схемы, как это принято в диапазоне метровых и более длинных волн. Электронная часть и колебательная система в клистроне так же, как и в других электронных свч приборах, конструктивно и с точки зрения физических процессов составляют единое целое.

Время пролета между сетками первого резонатора мало, поскольку электроны поступают в этот зазор не к нулевой начальной скоростью, а со скоростью, соответствующей анодному напряженаю<sup>2</sup>). В обычных же радиолампах время пролета электрона от катода до первой сегки при том же зазоре и анодмом напряжении значительно больше, поскольку скорость электронов у катода лампы равна нулю и нарастает лишь постепенно по мере их приближения к аноду.

Следует также отметить соизмеримость длины волны с размерами всего прибора, что делает невозможным использование в нем цепей с сосредоточенными параметрами.

# 1.3. Модуляция по скорости

#### основные соотношения

Рассмотрим модуляцию по скорости аналитически и применнтельно к процессам, протекающим в первом резонаторе двухрезонаторного клистрона (рис. 1.1). Скорость электрона на выходе ре-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) При слишком большом времени пролета начинает сказываться эффект кулоновского расталкивания электронов, что уменьшает плотность заряда в спустке и соответственно коэффициент усиления (КУ). Поэтому обычно в такой схеме реализуется коэффициент усиления порядка 15 дБ.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Это время, как будет показано инже, является в клистроне тоже отрицательным фактором, уменьшающим коэффициент модулящим по скорости и вносящим в резонатор дополнительные потери.

зонатора удобно вычислить по его кинетической энергии, поскольку последняя легко находится из закона сохранения энергии, как работа сил F электрического поля на участке от катода до зазора  $|-l \le z \le d_1/2|$  и на участке внутри зазора  $|-d_1/2 \le z \le d_1/2|$ . Поскольку на первом участке действует только постоянное поле  $E_0$  аподного источника, а на втором — только свч поле<sup>1</sup>)  $\dot{E}_1 = \dot{E}_{m1} e^{i\omega t} = \frac{\dot{U}_{m1}}{d_1} e^{1\omega t}$ , то

$$\frac{mv^2}{2} = \int_{-1}^{\frac{d_1}{2}} \mathbf{F} \, d\mathbf{z} + \frac{\int_{-\frac{d_1}{2}}^{\frac{d_1}{2}} \mathbf{F} \, d\mathbf{z} = q \int_{-1}^{\frac{d_1}{2}} \mathbf{E}_0 \, d\mathbf{z} + q \int_{-\frac{d_1}{2}}^{\frac{d_1}{2}} \mathbf{E}_1 \, d\mathbf{z}.$$
(1.2)

Первый интеграл, входящий в правую часть уравнения, равен разности потенциалов между катодом и первым резонатором  $\frac{d_1}{2}$ 

 $\int E_0 dz = -U_0^2$ ). При вычислении второго интеграла необходи-

мо учитывать, что за время пролета электроном зазора поле  $\vec{E}_1 = \vec{E}_{m1} e^{i\omega t}$  не остается лостоянным. Графическое п аналитическое определение указанного интеграла показано ниже. Здесь же заметим, что если угол пролета электронов через зазор бесконечно мал ( $\theta \rightarrow 0$ ), то каждый электрон пролетает зазор при практически неизменном для него напряжении на зазоре. По это означает, что в пределе (0=0) второй интеграл берется так же, как и первый,  $d_1$ 

и равен тому напряжению  $\int_{-\frac{d_1}{2}}^{2} E_1 dz = -U_{m1} e^{i\omega t_0}$ , которое было

на зазоре в момент  $t=t_0$  пролета электроном его центра. Таким образом, из ф-лы (1.2) для частного случая (0=0) с учетом отрицательного заряда электрона (q=e<0) получаем

$$\frac{m\dot{v}^2}{2} = eU_0 + e(\dot{U}_{m1} e^{i\omega t_0}) \text{ при } \theta = 0.$$
 (1.3)

В общем же случае  $0 \neq 0$ ; как показано ниже, кинетическая энергия электрона определяется уравнением

$$\frac{m\sigma^2}{2} = eU_0 + e\left(\dot{U}_{m1} e^{i\omega t_0}\right) M_1, \qquad (1.4)$$

<sup>)</sup> Здесь и далее изпользуется метод комплехоных эмплитуд, при этом  $\dot{A} = \dot{A}_m e^{i\omega t} = A_m^{1} (\omega t + \varphi)$ , если A окалярная величина, и  $\dot{A} = \dot{A}_m e^{i\omega t} = A_m e^{i(\omega t + \varphi)}$ ,

если А векторная величина, имеющая заданное направление в пространстве. <sup>2</sup>) Знак минус получается потому, что положительные направления для E<sub>0</sub> и *dz* противололожны. То же относится и к векторам E<sub>1</sub> и *dz*.

где  $M_1 = \frac{\sin \theta_1/2}{\theta_1/2}$  — коэффициент взаимодействия, график которого показан на рис. 1.4,  $\theta_1 = \omega d_1/v_0$  — угол пролета электронов в зазоре  $d_1$ ,  $v_0 = \sqrt{\frac{2e}{m}U_0}$  — постоянная составляющая скорости электронов, величина которой определяется из ур-ния (1.4), если в нем положить  $U_{m1} = 0$ .

Уравнение (1.4) показывает, что кинетическая энергия электронов имеет постоянную составляющую  $e U_0$ , приобретаемую в поле анодного источника, и переменную составляющую  $e(\dot{U}_{m1} e^{i\omega t_0})$ , приобретаемую в поле свч. Причем последняя пропорциональна свч



Рис. 1.4. Зависимость коэффициента взаимодействия *М* от угла пролета θ

напряжению ( $U_{m1} e^{i\omega t_{\bullet}}$ ) (которое имело место в момент  $t=t_0$  пролета данным электроном центра зазора) и существенно зависит от угла пролета по закону  $M_1 =$  $= \sin \theta_1/2/\theta_1/2$ . В частности, переменная составляющая обращается в нуль, если  $M_1=0$  (или, если  $\theta=2\pi n$ ), т. е. если время пролета равно целому числу периодов ко-

лебания. Физически это объясняется тем, что в указанном случае за период колебания электрон половниу пути пролетает в тормозящем поле и половниу — в ускоряющем.

## коэффициент модуляции по скорости

Поскольку кинетическая энергия электронов содержит как постоянную, так и переменную составляющие, то и скорость электронов должна иметь постоянную  $v_0$  и переменную  $v_1$  составляющие:  $v = v_0 + v_1$ . Подставляя эту формулу в ур-ние (1.4), переходя к амплитудным значениям и учитывая малость  $v_{m1}/v_0$ , получаем:

$$\frac{m(v_0 + v_{m_1})^2}{2} = eU_0 + eU_{m_1}M_1 = eU_0 \left(1 + \frac{U_{m_1}}{U_0}M_1\right), \quad (1.5)$$

$$v_0 + v_{m1} = \sqrt{\frac{2e}{m}U_0} \left(1 + \frac{U_{m1}}{U_0}\frac{M_1}{2}\right) = v_0 \left(1 + \frac{U_{m1}}{U_0}\frac{M_1}{2}\right), \quad (1.6)$$

откуда

$$\frac{v_{m1}}{v_0} = \frac{U_{m1}}{U_0} \frac{M_1}{2}$$

Коэффициент  $v_{mi}/v_0$  модуляции по скорости убывает (не монотонно) с увеличением угла пролета  $\theta_1$  пропорционально коэффициенту взаимодействия  $M_1$ . Таким образом, если конечное время пролета в пространстве дрейфа, как было показано в 1.1, является 16

необходимым условием работы клистрона, то конечное время пролета в зазоре первого резонатора — отрицательный фактор, уменьшающий глубину модуляции электронного потока по скорости (и, как будет показано ниже, вносящий в резонатор дополнительные потери).



Величина интеграла графически представляет собой площадь, заключенную между осью абсцисс и кривой, изображающей подынтегральную функцию. В данном случае подынтегральная функция  $E_1 = \frac{1}{d_1} \dot{U}_1 = \frac{1}{d_1} U_{m1} e^{i (\omega t + \varphi)}$  является сипусоидой, а интеграл берется в пределах ес участка, при котором электрон пролетает зазор.

Так, если электрон влетает в зазор в момент максимального ускоряющего или тормозящего поля, а время его пролета пренебрежимо мало по сравнению с периодом колебаний (т. е. угол пролета  $\theta_1 = \omega d_1 / v \approx 0$ ), то работа сил поля равна площади фигуры, показанной на рис. 1.5а для ускоряющего поля или на рис. 1.56 —



Рис. 1.5 Графическое определение работы сил свч поля

для тормозящего. Площадь фигуры в пределе, когда  $\theta_1 = 0$ , представляет собой прямоугольник. Эта площадь и определяет энергию, отдаваемую или приобретаемую полем в результате ускорения или торможения электрона.

При конечном угле пролета напряжение в зазоре за время пролета электрона успевает уменьшиться и работа сил свч поля, как видно из последующих фигур рис. 1.5, по абсолютной величине соответственно уменьшается. Особенно резко уменьшается абсолютная величина работы при углах пролета  $\theta_1 > \pi$  (рис. 1.5 ж, *з. и. к. л. м*), поскольку в этом случае интеграл состоит из алгебраической суммы положительных и отрицательных составляющих, соответствующих ускоряющим и тормозящим участкам поля соответственно<sup>1)</sup>. В частности, при  $\theta_1 = 2\pi n$ , где n = 1, 2, 3, ..., интеграл работы всегда равен нулю (рис. 1.5 ж, з).

Гаким образом, из рассмотрения приведенных фигур следует, что абсолютная величина работы сил поля свч уменьшается с ростом угла пролета, причем это уменьшение особенно интенсивно при углах пролета  $\theta > \pi$ , а при  $\theta == 2\pi n$  работа сил поля всегда равна нулю.

Рисунок 1.5 позволяет также понять смысл отрицательных значений  $M_3$ : отрицательные значения  $M_4$  означают, что в данных случаях работа сил поля и наперяжение  $U_4 e^{i\omega t_0}$  (в момент прохождения электроном центра резонатора) противоположны по знакам и, следовательно, электрон, прошедший центр зазора при ускоряющем поле, вылетает из него, потеряв в целом часть своей кинетической энергии (рис. 1.5к), и, наоборот, электрон, прошедший центр резонатора при тормозящем ноле, вылетает из него, увеличив свою кинетическую энергию (рис. 1.5к).

аналитическое определение интеграла  $q \int_{2}^{\frac{d_{1}}{2}} \dot{E}_{1} dz$ 

Как следует из рис. 1.5, для того чтобы взять в правой части ур-ния (1.2) интеграл, нужно сначала найти зависимость  $U_1$  от координаты и от времени, при котором электрон пролетает через центр зазора.

Если электрон пролетел центр резонатора (z=0) в момент  $t=t_0$  со скоростью  $v=v_0$ , то в произвольной точке z внутри зазора электроч будет в момент  $t=t_0+z/v_0^{-2})$  и, следовательно, напряжение в зазоре в момент прохождения электроном этой точки

$$\dot{U}_{1} = U_{m_{1}} e^{i\omega (t - \varphi_{0})} = U_{m_{1}} e^{i\omega (t_{0} + z/v_{0})}$$
(1.7)

(эдесь и далее полатаем начальную фазу  $\varphi_0$  напряжения равной мулю  $\varphi_0 = 0$ ). Это выражение и определяет искомую функциональную зависимость выпряжения  $\dot{U}_1$  от координаты z и от времени  $t_0$  прохождения электроном центра зазора.

Поэтому, подставляя в интеграл правой части ур-ния (1.2) полученное выражение, находим

$$= \frac{\left[e\left(U_{m1}e^{i\omega t_{0}}\right)\right]}{d_{1}} \int_{-\frac{d_{1}}{2}}^{\frac{d_{1}}{2}} \dot{U}_{1} dz = \frac{e}{d_{1}} \int_{-\frac{d_{1}}{2}}^{\frac{d_{1}}{2}} U_{m1}e^{i\omega\left(t_{0}+z_{1}v_{0}\right)} dz =$$

$$= \frac{\left[e\left(U_{m1}e^{i\omega t_{0}}\right)\right]}{d_{1}} \int_{-\frac{d_{1}}{2}}^{\frac{d_{1}}{2}} e^{i\omega z_{1}v_{0}} dz = \left[e\left(U_{m1}e^{i\omega t_{0}}\right)\right] \frac{1}{d_{1}} \frac{v_{0}}{i\omega} \left(e^{i\omega d_{1}-2v_{0}} - e^{-i\omega d_{1}-2v_{0}}\right) =$$

$$= \left[e\left(U_{m1}e^{i\omega t_{0}}\right)M_{1}, \qquad (1.8)$$

<sup>1</sup>) На рис. 1.5 влющади фигур, которые взаимно уничтожаются при интегрировании, зачернены, а площади, определяющие интеграл работы, — заштрихованы.

<sup>2</sup>) Небольшим изменением скорости электрона под действием напряжения U<sub>1</sub> внутри резонатора пренебрегаем.

# 1.4. Модуляция по плотности. Спектральный состав сгустков

#### основные соотношения

На рис. 1.26 был показан процесс перехода модуляции по скорости в модуляцию по плотности, при которой однородный по плотности электронный поток распадается на сгустки. Но это означает, что через второй резонатор протекает несинусондальный конвекционный ток *I*<sub>2</sub>, который можно представить в виде бесконечного ряда гармоник. Величину этого тока, а также амплитуды образующих его гармоник можно найти аналитически, если известен закон модуляции по скорости.

В результате модуляции скорость электронов, вылетающих из первого резонатора, зависит от момента времени  $t_1$  прохождения ими первого резонатора:

$$v_1 = v(t_1) = v_0 \left[ 1 + \frac{v_{m_1}}{v_0} \sin(\omega t_1 + \psi) \right]^{1}, \qquad (1.9)$$

где ф- произвольная фаза.

Поэтому время пролета т электронами расстояния s между резонаторами также оказывается различным для разных электронов и зависит от момента прохождения ими первого резонатора:

$$\tau = \tau(t_1) = \frac{s}{v_0 \left[1 + \frac{v_{m_1}}{v_0} \sin\left(\omega t_1 + \psi\right)\right]} \approx \frac{\theta_s}{\omega} - \frac{X}{\omega} \sin\left(\omega t_1 + \psi\right), \frac{v_{m_1}}{v_0} \ll 1.$$

Здесь  $0_s = \omega \frac{s}{v_0}$  — постоянная составляющая угла пролета электронов в пространстве между резонаторами, т. е. угол пролета для электронов, не изменивших своей скорости  $|v = v_0|$ ,  $X = \theta_s \frac{v_{m_1}}{v_0} = \theta_s \frac{U_{m_1}}{U_0} \frac{M_1}{2}$  — амплитуда переменной составляющей угла пролета электронов в пространстве между резонаторами. Эту величину принято называть параметром (или коэффициентом) группировки.

Следовательно, если электрон пролетает через первый резонатор в момент  $t_1$ , то через второй резонатор он пролетит в момент  $t_2$ :

$$t_2 = t_1 + \tau = t_1 + \frac{\theta_s}{\omega} - \frac{X}{\omega} \sin(\omega t_1 + \psi)$$
(1.10)

или в угловых единицах  $\omega t_2 = \omega t_1 + \theta_s - X \sin (\omega t_1 + \psi)$ .

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Хотя в книге и принят метод комплексных амплитуд, однако в данном случае для осуществления приемлемых математических преобразований скорость  $v_1$  выражена в тригонометрической форме:  $v_1 = v_{mt} \sin(\omega t_1 + \psi) = v_{m1} \cos(\omega t_1 + \psi) - \pi/2)$ . Такая запись применительно к комплексному методу означает, что  $v_1$ , а следовательно, и напряжение  $U_1$  на зазоре меняются по закону вещественной части экспоненты  $e^{1} (\omega t_1 + \psi - \pi/2)$ .

На рис. 1.6*a*, б, в показаны зависимости  $t_2 = f(t_1)$ , построенные по ф-ле (1.10) для трех значений X=0, X=1, X=2 (по осям x и y отложены величны  $\omega t_1 + 0_s$  и  $\omega t_2$ ). Для наглядности будем рассматривать момент  $t_1$  прохождения электроном первого резонатора как его метку или как его номер. Тогда по графикам мож-



Рис. 1.6. Графическое определение конвекционного тока I2 во втором резоваторе при фазличных нараметрах группировки

но определить, какие именно электроны пролетают через второй резонатор в момент t<sub>2</sub>.

Например, при  $X \leq 1$  (рис. 1.6*a*, б) в момент  $t'_2$  через второй резонатор пролетает только «один» электрон под номером  $t'_1$ . В то же время при X=2 (рис. 1.6*a*) в момент  $t'_2$  через второй резонатор одновременно пролетели сразу «три» электрона, которые прошли первый резонатор в *разные* моменты времени, разделенные сравнительно большими промежутками (см. вертикальные полоски на рис. 1.6*b*).

Такой подход позволяет довольно просто определить конвекционный ток  $I_2$ , протекающий через зазор второго резонатора. Этот ток равен отношению заряда  $\Delta q_2$ , проходящего за интервал времени  $\Delta t_2$  через зазор второго резонатора, к указанному интервалу времени. Применительно к рис. 1.6*a*, б получаем

$$I_{2} = \lim_{\Delta t_{2} \to 0} \frac{\Delta q_{2}}{\Delta t_{2}} = \lim_{\Delta t_{2} \to 0} \frac{I_{0} \Delta t_{1}}{\Delta t_{2}} = \lim_{t_{2}^{''} = t_{2}^{''} \to 0} \frac{I_{1}^{''} - I_{1}^{''}}{I_{2}^{''} - I_{2}^{''}} = I_{0} \frac{dt_{1}}{dt_{2}} - I_{0} \frac{1}{\frac{dt_{2}}{dt_{1}}} .$$
(1.11)

Здесь предполагается, что за время  $\Delta t_2$  (определяемое шириной горизонтальной полоски) через зазор второго резонатора пройдут все электроны с номерами, заключенными в пределах  $\Delta t_1 = = t_1^{"} - t_1'$  (г. е. в пределах ширины вертикальной полоски).

Таким образом, ток  $I_2$  пропорционален отношению ширины вертикальной полоски к ширине горизонтальной, и, следовательно, он больше в те моменты времени  $t_2$ , которые соответствуют пологим участкам кривой  $t_2 = f(t_1)$ . Иными словами, ток  $I_2$  пропорционален обратной величине производной от функции  $t_2 = = f(t_1)$ . В частности, точка, расположенная на горизонтальном участке кривой  $t_2 = f(t_1)$ , соответствует моменту времени  $t_2$ , когда ток  $I_2$  обращается в бесконечность, а точка на вертикальном участке — моменту, когда  $I_2 = 0$ .

Рассмотрим более сложный случай, когда X > 1 (рнс. 1.6*в*). Поскольку здесь заряд  $\Delta q_2$  оказывается пропорциональным суммарной ширине всех получающихся вертикальных полосок (нарис. 1.6*в* получилось три вертикальных полосы), то в числителеф-лы (1.11) вместо  $\Delta t_1$  в общем случае должна быть сумма  $\Sigma |\Delta t_1|$ . Иными словами, в общем случае ток  $I_2$  определяется формулой

$$I_{2} = I_{0} \frac{\Sigma | dt_{1} |}{dt_{2}} = I_{0} \Sigma \left| \frac{dt_{1}}{dt_{2}} \right|.$$
 (1.12)

Модульные скобки означают, что суммарная ширина полосок по своему смыслу — это сумма положительных слагаемых, в то время как в математике под  $\Delta t_1$  понимается алгебраическая величина. В частности, на падающих участках характеристики  $t_2 = f(t_1)$ положительному значению  $\Delta t_2$  соответствуют отрицательные значения  $\Delta t_1$ .

На рис. 1.6 г, д, е показаны эпюры токов  $I_2$  для трех рассмотренных случаев, построенные на основе разобранной методики, которая кратко сводится к следующему. Двигаясь по оси ординат вверх, необходимо определять производную  $dt_2/dt_1$  кривой  $t_2 = = f(t_1)$  в точках, соответствующих рассматриваемым моментам времени  $t_2$ . Поскольку ток  $I_2$  пропорционален обратной величине этой производной (при X > 1— сумме производных), то в те моменты времени  $t_2$ , которым соответствуют крутые участки кривой  $t_2 = f(t_1)$ , ток мал, а в те моменты  $t_2$ , которым соответствуют пологие участки, — велик [если же участок горизонтален  $(dt_2/dt_1=0)$ , то  $I_2 = \infty$ ].

Из рисунков видно, что при  $X \leq 1$  кривая  $I_2$  имеет одногорбую форму, а при X > 1 — двугорбую, причем величина тока  $I_2$  в максимумах теоретически обращается в бесконечность (практически же за счет кулоновых расталкивающих сил ток  $I_2$  будет большим, но конечным). При X < 1 форма тока  $I_2$  остается одногорбой, но его максимальное значение получается конечным (даже теоретически), причем оно будет тем меньше, чем меньше X.

#### АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНВЕКЦИОННОГО ТОКА

На основании изложенного можно найти аналитическое выражение для несинусоидального конвекционного тока  $I_2$ , а также амплитуды гармоник, на которые он может быть разложен. Для этого определим производную  $dt_2/dt_1$  из ур-ния (1.10) и подставим ее в (1.12). В результате получим

$$I_{2} = I_{0} \Sigma \left| \frac{dt_{1}}{dt_{2}} \right| \approx I_{0} \left| \frac{dt_{1}}{dt_{2}} \right| = \frac{I_{0}}{|dt_{2}/dt_{1}|} = \frac{I_{0}}{|1 - X\cos(\omega t_{1} + \psi)^{+}} (1.13a)$$

Этой формуле соответствуют уже приводившиеся на рис. 1.6г,  $\partial$ , е формы тока  $I_2$  для разных значений X.

#### АМПЛИТУДЫ ГАРМОНИК КОНВЕКЦИОННОГО ТОКА

Запишем несинусоидальный конвекционный ток I<sub>2</sub> в виде постоянной составляющей и бесконечной суммы гармоник:

$$\dot{I}_2 = I_{\pm} + \sum_{n=1}^{\infty} \dot{I}_m^{(n)} e^{in\omega t}$$
 (1.136)

Чтобы найти указанные постоянную составляющую и амплитуды гармоник, нужно использовать общеизвестные формулы разложения в ряд Фурье. В эти формулы следует подставить значение несинусондального тока  $I_2$  в форме (1.12), опуская однако знак  $\Sigma$  аналогично тому, как это было сделано при выводе ф-лы (1.13а). С учетом этого приближения и ф-лы (1.10) можно проделать следующие преобразования:

$$I_{=} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \dot{I}_{2} dt_{2} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} I_{0} \left| \frac{dt_{1}}{dt_{2}} \right| dt_{2} = \frac{I_{0}}{T} \int_{0}^{T} dt_{1} = I_{0},$$

$$\dot{I}_{m}^{(n)} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} \dot{I}_{2} e^{-i n\omega t_{2}} dt_{2} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} I_{0} \left| \frac{dt_{1}}{dt_{2}} \right| e^{-i n[\omega t_{1} + \theta_{s} - X \sin (\omega t_{1} + \psi)]} dt_{2} = \frac{2I_{0}}{T\omega} e^{-i n\theta_{s}} \int_{0}^{2\pi} e^{-i n[\omega t_{1} - X(\omega t_{1} + \psi)]} d(\omega t_{1}) =$$

<sup>1</sup>) Приближение  $\sum \left| \frac{dt_1}{dt_2} \right| \approx \left| \frac{dt_1}{dt_3} \right|$  практически не меняет ток  $I_2$  вблизи участков, где юн обращается в бесконечность (если X > 1). Строго говоря, формула должна отражать зависимость  $I_2$  от  $t_2$  (а не от  $t_1$ ). Но поскольку  $t_2$  и  $t_1$  связаны трансцендентным ур-нием (1.10), то вывести такую формулу в явном виде не представляется возможным. Однако более внимательное рассмотрение показывает, что зависимость  $I_2 = f_1(t_2)$  близка к зависимости  $I_2 = f_2(t_1)$ . К тому же для расчета амплитуд гармоник ф-та (1.13) не требуется.

$$= 2I_0 e^{-in(\theta_s - \psi)} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i(n\varphi - nX \sin \psi)} d\phi = 2I_0 J(nX) e^{-in(\theta_s - \psi)^2}, (1.14)$$

где  $\varphi = \omega t_i + \psi$ .

Таким образом, если напряжение на зазоре первого резонатора меняется по закону  $\dot{U}_1 = U_{z,1} e^{i(\omega t + \psi - \pi/2)}$  (точнее по закону вещественной части этой экспоненты), то конвекционный ток  $I_2$  во втором резонаторе, помимо постоянной составляющей  $\dot{I}_{=} = I_0$ , содержит также бесконечный ряд гармоник:

$$\dot{I}^{(n)} = \dot{I}_m^{(n)} e^{in\omega t} - I_m^{(n)} e^{-in(\theta_s - \psi)} e^{in\omega t}$$
(1.15)

с амплитудами, пропорциональными функции Бесселя  $J_n(nX)$  первого рода *n*-го порядка:  $l_m^{(n)} = 2I_0 J_n(nX)$  и фазой, определяемой множителем е<sup>-in ( $\theta_s \cdots \psi$ ).</sup>

#### ОСОБЕННОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО СОСТАВА СГУСТКОВ

Функция Бесселя принимает значения, колеблющиеся около оси абсцисс, с монотонно падающей амплитудой, как показано на рис. 1.7. Из кривых с учетом ф-лы (1.15) следует, что амплитуды гармоник зависят от *nX*, до-

гармоник зависят ог nX, достигая максимальных значений при разных значениях  $X_{\text{онт}}$  для разных гармоник и обращаясь в нуль также при разных X для разных гармоник.

Максимальные значения функции  $J_n(nX)$  и соответствующие им оптимальные значения  $X_{\text{опт}}$  приведены в табл. 1.1, из которой видно, что амплитуды гармоник убывают с ростом их номера



Рис. 1.7. Графики функций Бесселя лервого рода первого и второго порядков

сравнительно медленно. Соответствующие им значения  $X_{n \text{ онт}}$  также убывают, указывая на то, что перестройка клистрона с одной гармоники на другую требует не только изменения настройки выходного резонатора, но и соответствующего изменения напряжений или размеров, поскольку  $X = \omega \frac{s}{v_0} \frac{v_{m1}}{v_0} = \omega \frac{s}{v_0} \frac{U_{m1}}{U_0} \frac{M_1}{2}$ . Так, для первой гармоники оптимальная настройка получается при  $X = X_{0017} = 1,84$ , чему соответствует максимальное значение функции Бесселя  $J_1(X_{0017}) = 0,582$ . При этом амплитуда первой гармоники конвекционного тока оказывается немного больше тока  $I_0$ :

$$I_{m}^{(1)} = 2I_{0}J_{1}(X_{ont}) = 2I_{0} \cdot 0.582 = 1.164I_{0}$$

1) Интегральные представления функций Беоселя см. в [25], стр. 278.

Соответственно для второй и третьей гармоник имеем:

$$X_{\text{outr}}^{(2)} = 1,53, \quad I_m^{(2)} = 0,974I_0;$$
  

$$X_{\text{outr}}^{(3)} = 1,40, \quad I_m^{(3)} = 0,868I_0. \quad (1.16)$$

Периодическая последовательность максимумов функции Бесселя физически объясняется тем, что по мере продвижения клустка в пространстве дрейфа его форма и плотность непрерывно меняются. В результате на пути этектронного потока образуются сечения, в которых интелсивность данной гармоники больше, и сечения, в которых данная гармоника вообще отсутствует. Поскольку максимумы функции Бесселя с ростом аррумента nX быстро падают, то практическое значение обычно имеет лишь первый максимум функции, соответствующий оптимальному значеняю X<sub>онт</sub>, приведенному в табл. 1.1.

#### ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПАРАМЕТРА ГРУППИРОВКИ

В заключение выясним, почему эффективность образования сгустков характеризуется именно амплитудой X переменной составляющей угла пролета, а не какой-либо другой физической величиной. Для этого вернемся к рис. 1.26, иллюстрирующему процесс группировки электронов в пространстве дрейфа, и рассмотрим образование сгустка с учетом только одного среднего (3) и двух крайних (в и с) электронов без учета остальных.

Как видно из рисунка, образование «сгустка» из трех электронов вокруг среднего электрона требует, чтобы время пролета в пространстве дрейфа «крайних» электронов до их встречи с электроном 3 было соответственно на T/4 больше и меньше или, другими словами, чтобы их углы пролета отличались от угла пролета среднего электрона на  $\pm \pi/2 = \pm 1,57$ . Но это и означает, что угол пролета электронов должен содержать переменную составляющую с амплитудой  $X = \pi/2 \approx 1,57$ . Следовательно, эффективность образования сгустка действительно определяется амплитудой переменной составляющей угла пролета, которая выше была названа параметром (или коэффициентом) группировки. Оптимальное значение параметра группировки применительно к образованию сгустка только из трех указанных электронов (без учета всех остальных) равно  $X_{ont} = \pi/2 \approx 1,57$ , что довольно близко к

n	nX <sub>ont</sub>	х <sub>опт</sub>	$\int_{n} (nX_{\text{OUT}})$			
1	1,84	1,84	0.582			
2	3,06	1,53	0,487			
3	4,20	1,40	0,434			
8	9,76	1,22	0,320			
16	18,08	1,13	0,260			

T	а	б	.7	И	Ц	а	1	ŧ		1	
---	---	---	----	---	---	---	---	---	--	---	--

значениям, приведенным в табл. 1.1.

Если бы траектории всех электронов пересекались в одном сечении, то полученное значение  $X_{\text{опт}}$  было бы оптимальным для всей системы и не зависело бы от номера гармоники. Для этого напряжение во входном резонаторе должно иметь определенную форму, что

реализовать не удается. При обычно практически же нспользуемом синусондальном напряжении траектории электронов, как указывалось выше, пересекаются в различных сечениях. Так, если «крайние» электроны встречаются со средним при  $X \approx 1.57$ . то промежуточные встречаются с ним при  $X \neq 1.57$ . всех Учет этих особенностей и приводит к той реальной зависимости оптимального значения параметра группировки от помера гармоники, которая была показана выше (стр. 24).

#### 1.5. Законы наведения токов

#### ОСНОВНОЙ ЗАКОН НАВЕДЕННОГО ТОКА

Рассмотрим модель показанную на рис. 1.8. Здесь резистор R подсоедниен к двум параллельным пластинам, образующим плоский конденсатор. Между пластинами движется заряд q (не попадая на них) со скоростью v. Источники

эде в схеме отсутствуют.

При движении заряда во внешней цени возникает ток Інав (в чем можно убедиться, например, экспериментально), а на резисторе R — соответствующее ему падение напряжения U. Это напряжение одновременно оказывается приложенным к пластинам конденсатора, и поэтому в пространстве между иластинами образуется электрическое поле E = U/d. Направления скорости с движения заряда, тока Інав и напояжения U, принятые за положительные, показаны на рисунке. Таким Рис. 1.8. К поясневию навеобразом, движение рассматриваемого заряда в конечном счете сводится к его движению в электрическом поле Е.



дения тока движущимся зарядом (общий случай)

Величину наводимого в этой схеме тока Інав можно определить из закона сохранения энергии. Действительно, заряд q при перемещении на расстояние dl в поле E = u/d совершает работу:

$$dA = qEdl - q\frac{U}{d} dl, \qquad (1.17)$$

которая переходит в энергию dW электрического поля, выделяемую в резисторе:

$$dW = I_{\text{Ham}} U dt. \tag{1.18}$$

Приравнивая полученные величины, находим.

$$I_{\rm Hab}Udt = q \frac{U}{d} dl,$$

 $25_{0}$ 

$$I_{\text{RB}} = q \, \frac{dl}{dtd} = q \, \frac{v}{d} \, . \tag{1.19}$$

Можно показать, что полученная формула остается справедливой и в общем случае, когда размеры пластин конденсатора малы. Из нее следует, что наведенный ток прямо пропорционален скорости и величине заряда и обратно пропорционален расстоянию между пластинами. Причем попадание заряда на пластины при этом совсем необязательно. Например, если заряд заставить колебаться с частотой f около некоторой точки между пластинами и так, чтобы он не попадал на пластины, то во внешней цепи появится переменный гок  $I_{\text{пав}}$  той же частоты, причем мгновенное значение тока в любой момент времени будет определяться ф-лой (1.19), оставаясь пропорциональным скорости электрона в данный момент.

## НАВЕДЕНИЕ ТОКА ЕДИНИЧНЫМ ЗАРЯДОМ

Зазор с дополнительным напряжением. Этот случай (рис. 1.9а) по механизму взаимодействия в двухрезонаторном клистроне соответствует прохождению электрона через первый резонатор.



Рис. 1.9. К пояснению наведения тока в зазоре: а) с дополнительным напряжением; б) нагруженном на резистор R

Здесь электрон поступает в зазор в момент t=0 со скоростью  $v_0 = \int \frac{2e}{m} U_0$ , обусловленной напряжением  $U_0$ . К сеткам приложено дополнительное ускоряющее напряжение  $U_1$ , под воздействием которого электрон приобретает дополнительное ускорение.

Ток  $I_{\text{нав}}$ , наводимый в цепи сеток, в данном случае можно определить общей ф-лой (1.19), в которой q = -e < 0 — отрицательный заряд электрона, в  $v = v_0 + v_1$  — его скорость внутри зазора. Поскольку внутри Зазора на электрон действует постоянная во вре-26 мени сила (eE), то электрон испытывает постоянное ускорение, и, следовательно, его скорость линейно возрастает со временем, как показано на рис. 1.9. Аналитически скорость можно найти из уравнения движения электрона:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -q E_1 = -q \frac{U_1}{d} ,$$

интегрируя которое, получаем

$$v = v_0 - \frac{q}{m} \frac{U_1}{d} t.$$
 (1.20)

Таким образом, скорость электрона (с учетом отрицательного значения q < 0) складывается из постоянной и линейно возрастающей составляющих. Соответственно и наведенный ток имеет ту же форму.

Если полярность источника  $U_1$  изменить на обратную ( $U_1 < 0$ ), то электрон окажется в тормозящем поле и импульс тока будет иметь спадающую вершину.

Зазор с подключенным резистором. Этот случай (рис. 1.96) соответствует прохождению электрона в двухрезонаторном клистроне через настроенный второй резонатор. Электрон влетает в зазор со скоростью  $v_0 = \int \frac{2e}{m}U_0$  и потому в первый момент наводит ток  $I_{\text{нав}} = qv_0/d$ , который, в свою очередь, создает на сетках зазора тормозящее поле  $E_1 = U_1/d = I_{\text{нав}}R/d$ .

Если бы тормозящее поле далее оставалось неизменным, то импульс тока имел бы линейно спадающую вершину (пунктирная прямая на рисунке), как было показано на рис. 1.9а. Однако тормозящее поле уменьшает скорость электрона и поэтому одновременно с перемещением электрона в зазоре уменьшается ток I<sub>ная</sub> и обусловленное им тормозящее поле. Благодаря этому падение скорости замедляется и вершина импульса приобретает форму, показанную на рис. 1.96 сплошной линией.

Поскольку тормозящее поле зависит и от сопротивления резистора R, то форма импульса также существенно зависит от R. В предельном случае, когда R=0 (короткое замыкание сеток резонатора), импульс имеет прямоугольную форму, так как электрон пролетаст через зазор с постоянной скоростью (торможение отсутствует).

# НАВЕДЕНИЕ ТОКА ГАРМОНИКОЙ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА

Основные соотношения. Конвекционный ток  $I_2$  в общем случае состоит из постоянной составляющей и бесконечной суммы гармоник (см. 1.4). Однако здесь при рассмотрении наведения тока на сетках зазора будем предполагать, что конвекционный ток содержит постоянную составляющую и только одну *n*-ю гармонику. Та-

кой ток в соответствии с ф-лами (1.136) и (1.15) (и с учетом только одной гармоники) выражается как



Рис. 1.10. К поясневню наведения тока гармонической составляющей электронного потока

$$I_2 = I_0 + I_m^{(n)} e^{-i\frac{n\omega}{v_0}z} e^{i n\omega t} . \quad (1.21)$$

В отличие от ф-лы (1.15), здесь  $0_s = \omega s' v_0$ заменено на  $\omega z/v_0$ , поскольку в данном случае значение тока  $\hat{I}_2$  представляет интерес не только в центре зазора (z=s), но и в произвольной точке z.

Для упрощения задачи решение ее найдем только для короткозамкнутого зазора (рис. 1.10), т. е. для случая, когда можно препебречь обратным влиянием на скорость электронов наводимого в зазоре напряжения. Кроме того, амплитуду I (n) гармоники конвекционного тока будем считать не зависящей от координаты г (хотя в соответствии с ф-лой (1.15)  $I_{m}^{(n)} = 2I_{0}J_{n}(nX), \text{ где } X = \frac{\omega z}{\omega m_{1}}$ Для за $v_0$  $v_{\alpha}$ зоров небольшой ширины d такое приб-

лижение не внесет существенной погрешности.

Общая схема решения. Выделим в зазоре объем, ограниченный сечениями z и z+dz (рис. 1.10). В этом объеме имеется заряд dq, зависящий от конвекционного тока  $I_2$  в данном сечении. Заряд dq наводит на сетках зазора составляющую тока  $dI_{\text{нав</sub>}$ , мгновенное значение которой определяется общей ф-лой (1.19):

$$d\dot{I}_{\text{HBB}} = d\dot{q} \ \frac{v_0}{d} \ . \tag{1.22a}$$

Разбивая все пространство зазора на полоски указанного объема, определяя для них заряды dq и составляющие  $dI_{\rm нав}$  и интегрируя последние, получаем результирующий ток, наведенный на сетках зазора:

$$I_{\rm HaB} = \int d\dot{I}_{\rm HaB}.$$

Таким образом, для решения задачи необходимо пайти заряд dq и его зависимость от координаты z.

Определение заряда dq. Величина заряда в полоске определяется теми электронами, которые вошли в нее через сечение z, но еще не успели выйти через сечение z+dz. Поскольку время пролета электронов на участке dz составляет  $dt = dz/v_0$ , то заряд dq в полоске при конвекционном токе в сечении z, равном  $l_2$ , составит [с учетом ф-лы (1.21)]

$$d\dot{q} = \dot{I} dt = \dot{I}_2 \frac{dz}{v_0} = \left( I_0 + I_m^{(n)} e^{-i \frac{n \omega}{v_0} z} e^{i n\omega t} \right) \frac{dz}{v_0} .$$
(1.226)

Полученное выражение показывает, что заряд полоски имеет, помимо постоянной составляющей, еще и переменную, изменяюшуюся с частотой  $n_{\Theta}$  данной гармоники. Причем переменная составляющая распределена вдоль оси z по закону бегущей волны и, следовательно, ее фаза зависит от z. В частности, разность фаз зарядов в полосках, расположенных на расстоянии  $\lambda/2$ , равна 180° и, следовательно, токи  $dI_{\text{нав}}$ , наводимые этими зарядами-полосками, имеют противоположное направление, а суммарный ток от такой пары зарядов-полосок равен нулю [иредполагается, что  $I_m^{(n)} \neq f(z)$ ].

Таким образом, при относительно широком зазоре  $(d \sim \lambda)$  и, следовательно, большой разности фаз крайних зарядов-полосок результирующий наводимый ток  $I_{\text{пав}}$  должен быть значительно меньше, чем при относительно нешироком зазоре  $(d \ll \lambda)$ . Если же ширина зазора  $d = n\lambda$  (угол пролета  $n2\pi$ ), то результирующий наведенный ток всегда равен нулю, так как в этом случае все пространство зазора разбивается на указанные выше пары зарядов-полосок, суммарный наведенный ток которых равен нулю.

Интегрирование токов dI<sub>нав</sub>. Из изложенного следует, что для нахождения аналитической зависимости наведенного тока от угла пролета электрона в зазоре необходимо подставить ф-лу (1.226) в (1.22a) и проинтегрировать получающееся при этом выражение:

$$I_{\text{Hag}} = I_{0\text{Hag}} + \dot{I}_{\text{Hag}}^{(n)} = \int_{-d/2}^{d/2} d\dot{q} \, \frac{v_0}{d} = \int \left( I_0 + I_m^{(n)} e^{-i \frac{n\omega}{v_0} z} e^{i n\omega t} \right) \frac{dz}{v_0} \frac{v_0}{d} =$$
$$= I_0 + \frac{I_m^{(n)}}{d} e^{i n\omega t} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-i \frac{n\omega}{v_0} z} dz =$$
$$= I_0 + I_m^{(n)} e^{i n\omega} \frac{v_0}{-i n \omega d} \left( e^{-\frac{n\omega d}{2}} - e^{i \frac{n\omega d}{2}} \right) = I_0 + \dot{I}^{(n)} M^{(n)}, \quad (1.23)$$

где  $\dot{I}_{m}^{(n)} = I_{m}^{(n)} e^{i n\omega t}$ ;  $\mathcal{M}^{(n)} = \frac{\sin \theta^{(n)}/2}{\theta^{(n)}/2}$  — коэффициент взаимодействия для *n*-й гармоники;  $\theta^{(n)} = \frac{n \omega d_{3}}{2v_{0}}$  — угол пролета в зазоре для *n*-й гармоники.

Формула (1.23) показывает, что постоянная составляющая наведенного тока не зависит от угла пролета в зазоре, а амплитуда *n*-й гармоники наведенного тока, определяемая формулой  $I_{m\,\text{Hab}}^{(n)} = = I_m^{(n)} M^{(n)}$ , меньше амплитуды той же гармоники конвекционного тока и убывает с увеличением угла пролета (не монотонно) пропорционально коэффициенту взаимодействия *М*<sup>(n)</sup>.

Закон уменьшения амплитуды наведенной гармоники при увеличении угла пролета получился тот же, что и закон уменьшения коэффициента модуляции по скорости (см. 1.3). Оба они определяются одним и тем же коэффициентом  $M^{(n)}$ , графически представленным на рис. 1.5. Только в первом случае угол пролета берется для *n*-й гармоники, а во втором — для основной частоты (n=1). Нетрудно видеть также, что качественная зависимость  $I_{m \, HaB}^{(n)} =$ = $f(\theta)$ , показанная выше, соответствует полученной формуле.

На основании излеженного можно сделать следующие выводы:

1. Конечный угол пролета в пространстве дрейфа является необходимым условнем образования сгустков и, следовательно, является необходимым условием работы клистрона.

2. Конечный угол пролета в зазорах первого и второго резонаторов всегда является вредным фактором, так как в первом случае он уменьшает коэффициент модуляции по скорости, а во втором — уменьшает амплитуду гармоники тока, наведенного на сетках зазора резонатора.

#### НАВЕДЕНИЕ ТОКА СГУСТКОМ

Конвекционный ток в общем случае складывается из постоянной составляющей и бесконечной суммы гармоник, по отношению к каждой из которых справедливы полученные выше формулы. Однако поскольку с увеличением номера гармоники коэффициент взаимодействия  $M^{(n)}$  убывает по-разному для разных гармоник, то спектральный состав наведенного тока в общем случае существенно отличается от спектрального состава конвекционного тока. Для наведенного тока характерно относительно меньшее содержание высших гармонических составляющих. Соответственно отличаются и формы наведенного и конвекционного токов.

# 1.6. Переход энергии электронов в свч энергию. Выходная мощность резонатора

Схема взаимодействия сгустков с полем второго резонатора показана на рис. 1.11. Здесь для наглядности второй резонатор условно заменен контуром, подсоединенным к зазору. Параметры контура зависят от размеров резонатора, его потерь и нагрузки и определяются по заданным на зазоре амплитудам тока  $I_{m\, HBB}^{(n)}$  и напряжения  $U_m^{(n)}$  формулой:  $Z = \frac{U_m^{(n)}}{I_{m\, HBB}^{(n)}}$ .

Аналитически расчет выходной мощности *n*-й гармоники в гакой схеме сводится к расчету мощности  $P_2^{(m)}$ , выделяемой в активном сопротивлении контура при заданном токе  $I_{m \text{ нав}}^{(n)}$ . Для расчета 30

воспользуемся приближенным значением  $I_{m \text{ нав}}^{(n)}$ , полученным в 1.5 без учета обратного воздействия напряжения  $U_m^{(n)}$  на скорость. Поэтому расчет будет справедлив только при относительно небольших  $U_m^{(n)}$ , во всяком случае при значениях  $U_m^{(n)}$ , не превышающих анодное напряжение.

С учетом значения наведенного тока *n*-й гармоники  $I_{m \text{ Has}}^{(n)}$  $=2I_0J(nX)M_0^{(n)}$  получим

$$P_{2}^{(n)} = \frac{1}{2} I_{m_{\text{Hab}}}^{(n)*} U_{m}^{(n)*} = \frac{1}{2} \left[ 2I_{0}J(nX) M_{2}^{(n)} \right] U_{m}^{(n)} \cos \psi =$$
  
=  $I_{0}U_{0}J(nX) M_{2}^{(n)} \frac{U_{m}^{(n)}}{U_{0}} \cos \psi \leq 0,58 U_{0}I_{0},$  (1.24)

где  $\psi$  — угол сдвига фаз между  $I_{m \ uab}^{(n)}$  и  $U_m^{(n)}$  , обусловленный расстройкой контура. В преобразованиях было учтено, что для основной частоты максимальное зна-

функции Бесселя чение [J<sub>1</sub>(X)]=0,582, а для *n*-й гармоники  $[J_n(nX)] < 0.582$ (CM. табл. 1.1) и, кроме TOFO,  $M^{(n)} \leq 1, \ U_m^{(n)} / U_0 \leq 1.$ 

Таким образом, выходная мощность на основной частоте быть близкой может к 0,582U<sub>0</sub>I<sub>0</sub> (кпд≤0,582)<sup>+</sup>), а на n-й гармоникс  $P_2^{(n)} < 0.582 U_0 I_0$  рис. 1.11. Схема для расчета выходной (кпд<0,582), причем она тем меньше, чем больше номер п гармоники.



мощности клистрона

Формула показывает, что максимальный кпд клистрона, равный 0,582 на основной частоте, понижается с ростом номера гармоники пропорционально уменьшению максимальных значений функций Бесселя (см. табл. 1.1). Однако он понижается сравнительно медленно: так, даже для гармоникь n=8 кид=0,32, а для n=16  $\kappa \pi_{1} = 0.26$ .

## 1.7. Электронная проводимость зазора

#### основные соотношения

Если в двухрезонаторном клистроне первый резонатор настроить в «холодном» состоянии (т. е. при выключенном катоде, когда  $I_0 = 0$ ), а затем включить катод ( $I_0 \neq 0$ ), то можно обнаружить,

<sup>1)</sup> Более строгое рассмотрение процессов с учетом и других факторов полазывает, что максимально возможный клд клистрона для основной частоты теоретически равен не 0,582, а 0,738.

что добротность и настройка резонатора после включения катода в общем случае изменились. С точки зрения уже рассмотренной выше приближенной теории это явление не объясняется. Однако его можно объяснить теоретически, если при нахождении тока, наводимого на сетках зазора, не пренебрегать небольшим изменени-



Рис. 1.12. Схемы для расчета электронной проводимости зазора

ем скорости электронов под влияинем свч напряжения на зазоре (выше в 1.5 это небольшое изменение скорости электронов при анализе не учитывалось).

Указанное явление рассмотрим на модели, в которой электроны поступают в зазор с большой начальной скоростью<sup>1</sup>). Таким исходным данным соответствуют условия работы в первом резонаторе двухрезонаторного клистрона на рис. 1.12 (для удобства анализа первый резонатор на схеме заменен эквивалентным колебательным контуром).

Ток I<sub>нав</sub>, наводнмый на сетках рассматриваемого зазора, складывается из токов

$$dI_{\text{HaB}} = dq \quad \frac{1}{d} = (I_0 dt_0) \frac{v}{d} , \qquad (1.25)$$

наводимых отдельными слоями зарядов  $dq = I_0 dt_0$  (см. 1.5 рис. 1.10), поступившими в зазор в различные моменты времени  $t_0$ . Поэтому

$$\dot{I}_{RBB} = \int_{t_0=t-\tau}^{t_0=t} I_0 dt_0 \frac{\dot{v}}{d} . \qquad (1.26)$$

При выборе пределов интегрирования здесь учитывалось, что интегрирование проводится по всем зарядам-полоскам, находя-

щимся в зазоре в данный момент времени t, но вошедшим в него в разные моменты  $t_0$ . Циыми словами, если самый левый (на рис. 1.10) слой заряла входит в зазор в момент  $t_0 = t$ , то это означает, что самый правый слой вошел в зазор в момент  $t_0 = t - \tau$ , где  $\tau$ время пролета электронов через зазор (здесь t следует рассматривать как заданную, т. е. постоянную величину, а  $t_0$  — как переменную, имеющую различные значения для разных сечений зазора).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) Случай, когда электроны поступают в зазор с малой или нулевой скоростью, будет рассмотрен в конце параграфа.

При интегрировании необходимо учитывать, что на входе зазора скорость электронов равна  $v_0$ , а по мере продвижения их внутрь зазора она несколько изменяется за счет имеющегося на зазоре свч напряжения. Следовательно, скорость электронов содержит как постоянную составляющую, так и свч переменную составляющую<sup>1</sup>  $\dot{v} = v_0 + \dot{v}_{\sim}$ .

Поскольку амплитуды и фазы переменных составляющих скоростей зарядов-полосок различны, то и токи  $dI_{\text{нав}}$ , наводимые ими на сстках зазора, в соответствии с ф-лой (1.25) имеют разные амплитуды и фазы. А это и означает, что результирующий ток  $I_{\text{нав}} = \int dI_{\text{нав}}$ , наводимый на сетках зазора постоянным конвекционным током, помимо постоянной составляющей, содержит также и свч переменную составляющую той же частоты, что и свч напряжение на зазоре. Причем амплитуда наведенного свч тока и его фаза зависят от угла пролета.

Но если под воздействием свч напряжения  $U_1$ , приложенного к зазору, на сетках последнего наводится свч ток  $I_{\text{нав}}$ , то это эквивалентно присоединению к сеткам комплексной проводимости  $Y_{\text{вл}}$  (рис. 1.12б), которая определяется выражением

$$Y_{sn} = G + \mathrm{i} B = \frac{Y_{mRBB}}{U_{m1}} \tag{1.27}$$

и называется электронной проводимостью зазора.

Поскольку при заданном  $\dot{U}_{m1}$  амплитуда и фаза тока  $\dot{I}_{\text{нав}}$  зависят от угла пролета, то, следовательно, и  $Y_{\partial n}$  тоже зависит от угла пролета. Эта зависимость аналитически определяется ниже.

#### АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Скорость электрочов в зазоре. Скорость электрона, находящегося в овч поле  $\dot{E}_1 = \dot{U}_1/d = \frac{U_{m1}}{d} e^{i\omega t}$ , можно определить из его уравнения движения:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = e \dot{E_1} = \frac{e U_{m_1}}{d} e^{i\omega t} , \qquad (1.28)$$

если это уравнение проинтегрировать. Соответствующие преобразования дают

$$\dot{v} = v_0 + \frac{eU_{m1}}{md} \int_{t=t_0}^t e^{i\omega t} dt = v_0 + \frac{eU_{m1}}{i\omega md} \left( e^{i\omega t} - e^{i\omega t_0} \right).$$
(1.29)

Здесь  $v_0$  — скорость электрона, с которой он поступает в зазор в момент  $t_0$ ; t — момент времени, для которого определяется скорость электрона ( $t \gg t_0$ ).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Изменение скорости электронов ведет к появлению неоднородной плотности зарядов, т. е. к образованию слустков. Однако этот эффект заметно проявляется позднее в пространстве дрейфа, а внутри эвзора им можно пренебречь как величиной второго порядка малости.

Выполняя повторное интеррирование, находим путь  $(z-z_0)$ , проходимый электроном в зазоре за время  $t-t_0$  (при интегрировании время  $t_0$  должно рассматриваться как постоянияя величина):

$$z - z_0 = v_0 \left(t - t_0\right) + \frac{eU_{m1}}{(i \,\omega)^2 \, md} \left( e^{i\omega t} - e^{i\omega t_0} \right) - \frac{eU_{m1} \left(t - t_0\right)}{i \,\omega \, md} e^{i\omega_0} \,. \tag{1.30}$$

Определение электронной проводимости зазора. Подставляя ф-лу (1.29) в (1.26) и интегрируя, получаем

$$I_{\text{HBB}} = \int_{t_0=t-\tau}^{t_0=t} I_0 dt_0 \frac{v}{d} = \int_{t_0=t-\tau}^{t_0=t} \frac{I_0}{d} \left[ v_0 + \frac{eU_{m_1}}{i \omega m d} \left( e^{i\omega t} - e^{i\omega t_0} \right) \right] \times dt_0 = \frac{I_0}{d} \left[ v_0 \tau - \frac{eU_{m_1}}{(i \omega)^2 m d} \left( e^{i\omega t} - e^{i\omega (t-\tau)} \right) + \frac{eU_{m_1} \tau}{i \omega m d} e^{i\omega t} \right].$$
(1.31)



Здесь при интегрировании величина *t* считается заданной, т. е. постоянной, а  $t_0$  — переменной.

Входящую в полученное выражение величину сот можно исключить с помощью ур-ния (1.30), если в последнем подставить  $z - z_0 = d$  и соответственно  $t - t_0 = \tau$ . Раскладывая в полученном таким образом выражении экспоненты по формуле Эйлера и обозначая угол пролета в зазоре через  $0 = 0.4 C_{0,0}$  кончательно получаем:

$$\vec{I}_{H\theta B} = I_{\theta} + \vec{U}_{m1} \frac{I_{\theta}}{U_{\theta}} \frac{1}{\theta^2} \left[ (1 - \cos \theta) - \frac{\theta}{2} \sin \theta + i \sin \theta - i \frac{\theta}{2} (1 + \cos \theta) \right],$$
(1.32)

откуда

$$Y_{\mathbf{9n}} = \frac{\dot{I}_{\text{H2B}}}{\dot{U}_{m1}} = G + iB = \frac{I_0}{U_0} (G' + iB'),$$
(1.33)

где

$$G' = \frac{1 - \cos \theta - \frac{\theta}{2} \sin \theta}{\theta^2},$$
$$B' = \frac{\sin \theta + \frac{\theta}{2} (1 + \cos \theta)}{\theta^2}.$$

Ì

Графики зависимости относительных значений активной G' и реактивной B' составляющих электронной проводимости от угла пролета, построенные по полученной формуле, показаны на рис. 1.13.

Рис. 1.13. Зависимость активной и реактивной составляющих электронной проводимости зазора от угла пролета:

 а), б) при большой начальной окорости электронов; а) при нулевой начальной скорости Особенности электронной проводимости. Из графиков для активной составляющей электронной проводимости (рис. 1.13) видно, что при углах пролета  $0 < \theta < 2\pi$  электронный поток потребляет свч энергию от источника, подсоединенного к зазору. Физически это означает, что за ускоряющие полуперноды свч напряжения  $U_1$ электроны в целом поглощают энергии больше, чем отдают ее в интервалы тормозящих полупериодов.

Составляющая G' достигает максимума при угле пролета немногим больше п. Следовательно, во всех случаях, когда потеря свч энергии в зазоре является нежелательной, угол пролета  $\theta$  нужно выбирать достаточно малым ( $\theta \ll \pi$ )<sup>1</sup>. Наоборот, при угле пролета  $0 > 2\pi$  G' становится отрицательной величиной, а ее модуль достигает максимума при  $0 = 5\pi/2$ . Это означает, что на частотах, соответствующих указанным значениям угла, в принципе, возможно самовозбуждение колебаний в системе, подсоединенной к такому зазору (например, в первом резонаторе двухрезонаторного клистрона).

Однако неоднократно предпринимавшиеся попытки разработать генераторы, состоящие всего лишь из одного резонатора и использующие указанную область отрицательных значений, пока никаких положительных результатов не дали. (Схему такого генератора, называемого монотроном, можно получить из схемы рис. 1.12*a*, если удалить из нее второй резонатор.)

Случай встречных токов. В следующей главе при рассмотрении отражательного клистрона читатель познакомится с прибором, в котором зазор одновременно пронизывается двумя встречными постоянными составляющими  $I'_0$  и  $I''_0$  конвекционного тока (рис. 1.12в)<sup>2</sup>). Модули этих токов могут быть равны или не равны. Однако особый интерес представляет случай равенства этих токов по модулю, когда результирующий ток через зазор в обычном понимании равен нулю.

Оказывается, что в этом случае проводимости  $Y'_{3n}$  и  $Y''_{3n}$ , вносимые в резонатор токами  $I'_0$  и  $I''_0$ , не вычитаются, а складываются и, следовательно, результирующая проводимость удваивается.

Действительно, электроны каждого тока в отдельности ускоряются и тормозятся свч полем резонатора независимо от наличия или отсутствия другого тока. Причем величина и характер взаимодействия каждого тока с полем свч определяются лишь углом про-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Применительно к первому резонатору двухрезонаторного клистрона увеличение угла  $\theta$  не только увеличивает потери, вносимые в резонатор, но и уменьшает коэффициент модуляции по скорости (см. 1.3). Последнее в большинстве случаев является более существенным. Поэтому при выборе угла  $\theta$  в клистронах учитывают, главным образом, условия модуляции, а не потери (с точки зрения модуляции угол  $\theta \approx \pi$  часто считается еще вполне приемлемым).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Читатель, еще не знакомый с принципом действия отражательного клистрона, может подойти к данному вопросу формально, полагая, что зазор пронизывается двумя встречными потоками, не уточняя, каким образом эти потоки создаются.

лета и не зависят от направления электронного потока. А это и означает, что хотя два встречных тока равной амплитуды в обычном понимании образуют результирующий ток, равный нулю, впосимые в резонатор этими токами проводимости не вычитаются, а складываются.

Случай нулевой начальной скорости. Если электроны поступают в зазор с нулевой начальной скоростью (случай, характерный для промежутка анод-катод в диоде), то соответствующее аналитическое рассмотрение приводит к зависимости активной составляющей G от угла пролета, показанной на рис. 1.13*в* (кривая 1). Эта зависимость отличается от уже рассмотренной лишь тем, что при  $\theta \rightarrow 0$  активная составляющая G стремится не к нулю, а к определенному пределу, равному статической крутизие характеристики днода  $S_0$ .

Из рис. 1.13в видно, что при угле пролета  $\theta \approx 5\pi/2$  активная составляющая G, будучи отрицательной, достигает максимума по модулю, и, следовательно, эта область может использоваться для целей самовозбуждения устройства.

Генераторные дноды, работающие в днапазоне примерно 10 см и использующие указанную область углов пролета, были разработаны еще в 30-х годах. Однако ввиду малого кид эти устройства в дальнейшем практического применения не пашли.

#### ВХОДНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ТРИОДА

Полученные результаты позволяют рассмотреть влияние угла пролета на работу триодов. Как уже указывалось, большой угол пролета является одини из факторов, ограничивающих возможность применения этих ламп на свч.

Существуют две основные схемы включения триода — с общим катодом и с общей сеткой, причем угол пролета в них по-разному влияет на работу дампы.

Схема с общей сеткой показана на рис 1.14а. При достаточно малой проницаемости D лампы триод можно считать как бы состоящим из двух зазоров





В зазоре сетка – анод угол пролета скорости электронов. Однако шаводимый через входной контур. Потому входную (сетка-катод и сетка-анод). В зазоре сетка-катод коннекционный поток модулируется по скорости (группировкой по плотности можно пренебречь), а в зазор сетка-анод конвекционный ноток поступает уже с заметной модуляцией по плотности.

В зазоре сетка—катод процессы в первом приближении можно считать такими же, как и в диоде. Поэтому проводимость зазора сетка—катод должна определяться кривой *I* на рис. 1.13*a*, которая показывает, что проводимость этого зазора с увеличением утла пролета от нуля до 2л монотонно уменьшается.

существенно меньше ввиду большей и этом зазоре ток I са не протекает проводимость триода в такой схеме
можно считать не зависящей от угла пролета в зазоре сетка—анод и совпадающей с проводимостью зазора сетка—катод, определенной указавным выше методом.

Схеми с общим катодом (рис. 1.14б). В данном случае пронебрегать влиянием зазора сетка—апод на входную проводимость лампы нельзя даже при очень малых D, так как ток  $I_{ca,nab}$ , наводимый в зазоре сетка—апод, также протекает через сеточный контур. Поэтому результирующий ток  $I_{\Sigma}$ , наводимый во входном контуре лампой, равен  $I_{\Sigma} = I_{ca, нab} - I_{ca, µab}$ .

Расчет входной проводимости схемы с общим катодом (который можно найти в [5]) с учетом токов I<sub>ск нав</sub> и I<sub>са нав</sub> приводит к зависимости, показанной на рис. 1.13*а* (кривая 2). Кривая рассчитана для случая пренебрежимо малого угла пролета в зазоре сетка—анод <sup>1</sup>).

Сравнение входных проводимостей (рис. 1.13*в*) показывает, что при малых углах пролета схема с общим катодом предпочтительнее, так как ее входная проводимость меньше. Наоборот, при больших углах пролета преимущество оказывается на стороне схемы с общей сеткой, так как в этих условиях она обладает меньшей входной проводимостью.

При угле пролета 0ск≈5л/4 обе схемы имеют равные проводимости.

 При конечном угле пролета θ<sub>ca</sub>≠0 точка пересечения пунктирной кравой со сплошной смещается в сторону меньших эначений 0<sub>ск</sub>. КЛИСТРОНЫ

## 2.1. Двухрезонаторный пролетный клистрон

### УСИЛИТЕЛЬНЫЙ КЛИСТРОН

Коэффициент усиления. Принцип действия двухрезонаторного пролетного клистрона и аналитические соотношения, описывающие основные физические процессы в нем, были рассмотрены в предыдущей главе, посвященной общим законам свч электронных приборов. Там же был найден и кпд преобразования энергии анодного источника в энергию свч. Поэтому, не повторяя указанных



Рис. 2.1. Зависимость выходной мощности клистрона и его коэффициента усиления от мощности ча входе

вопросов, исследуем особенности работы двухрезонаторного клистрона в различных режимах. ł

Остановимся на режиме усиления. Схема двухрезонаторного усилительного клистрона была приведена на рис. 1.1, а типичные зависимости выходной мощности  $P_2$  и коэффициента усиления  $K^2$  (КУ) от входной мощности  $P_1$  показаны на рис. 2.1. Кривая  $P_2=\hat{f}(P_1)$  имеет три различных по характеру участка. Начальный участок, соответствующий малым значениям  $P_1$ , характеризуется примерно линейным возрастанием  $P_2$  с увеличением входной мощности. Затем следует область насыщения н, наконец, на третьем

участке, соответствующем относительно большим значениям входной мощности,  $P_2$  с увеличением  $P_1$  падает.

Физически такой характер кривой можно объяснить следующим образом. При малых значениях  $P_1$  параметр группировки также мал  $\left(X = \frac{\omega s}{v_0} \frac{U_{m1}M_1}{U_0 2} \ll 1.84\right)$  и. значит, оптимальное сечение, в котором находится максимум первой гармоники, образуется далезв ко за вторым резонатором<sup>1)</sup>. Потому наводимая во втором резонаторе мощность P<sub>2</sub> получается малой. С увеличением P<sub>1</sub> оптимальное сечение приближается ко второму резонатору, наводя в нем все большую мощность. В результате зависимость между выходной и входной мощностью получается примерно линейной.

При некоторой мощности  $P_1$  оптимальное сечение оказывается во втором резонаторе, и потому выходная мощность достигает максимума, что соответствует на кривой  $P_2 = f(P_1)$  (рис. 2.1) области насыщения.

Наконец, при дальнейшем увеличении  $P_1$  оптимальное сечение выходит из второго резонатора и приближается к первому, в результате чего выходная мощность уменьшается. Этот процесс объясняет третий участок кривой, где  $P_2$  с ростом  $P_1$  падает.

Рассмотрим ту же зависимость аналитически на основе ф-лы (1.24), выразив предварительно амплитуду выходного напряжения через ток  $U_{m2} = -I_{m \ HBB}^{(1)} R_2 = 2I_0 J_1(X) M_2^{(1)} R_2^{(2)}$  и положив выходной резонатор настроенным на частоту сигнала  $|\cos \psi = 1|$ :

$$P_{\mathbf{s}} = \frac{1}{2} I_{m_{\text{HBB}}}^{(1)} U_{m2}^{(1)} = \frac{1}{2} \left( I_{m_{\text{HBB}}}^{(1)} \right)^2 R_2 = \frac{1}{2} \left[ 2I_0 J_1(X) M_2^{(1)} \right]^2 R_2, \qquad (2.1)$$

Таким образом, зависимость выходной мощности от параметра группировки определяется законом квадрата Бесселевой функции.

С другой стороны, входная мощность  $P_1$  пропорциональна квадрату параметра группировки, так как с учетом  $X = \theta_s \frac{U_{m_1}}{U_s} \frac{M_1}{2}$ 

$$P_1 = \frac{1}{2} U_{m1}^2 G_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{2U_0 X}{\theta_5 M_1} \right)^2 G_1 = X^2 \cdot 2G_1 \left( \frac{U_0}{\theta_5 M_1} \right)^2.$$
(2.2)

где G<sub>4</sub> — проводимость первого резонатора.

Следовательно, если по оси абсциес отложить величину  $X^2$ , пропорциональную входной мощности [в соответствии с ф-лой (2.2)], а по оси ординат величину  $[I_1(X)]^2$ , пропорциональную выходной мощности [в соответствии с ф-лой (2.1)], то построенная таким образом кривая и будет графически определять в относительных единицах зависимость  $P_2 = f(P_1)$ . Эта зависимость с учетом характера функции Бесселя как раз и является той характеристикой, которая была приведена на рис. 2.1.

<sup>1</sup>) Олтимальное сечение находится в точке с координатой  $z_0$ , определяемой из условия  $X = \omega \frac{z_0}{v_0} \frac{U_{m1}M_1}{U_0 2} = 1,84$ , которое с учетом предыдущего неравенства дает  $z_0 \gg s$  (s — расстояние между центрами резонаторов).

<sup>2</sup>)  $M_1 = \frac{\sin \frac{\omega d_1}{2v_0}}{\frac{\omega d_1}{2v_0}}$  — коэффициент взаимодействия в первом зазоре;  $M_2^{(1)} =$ 

 $=\frac{\frac{1}{2v_0}}{\frac{\omega d_3}{2v_0}}$  — коэффициент взаимодействия во втором зазоре для основной  $\frac{2v_0}{2v_0}$ 

(первой) гармоники.

Соответственно зависимость КУ от P<sub>1</sub> будет определяться выражением

$$K^{2} = \frac{P_{2}}{P_{1}} = \left(\frac{J_{1}(X)M_{2}^{(1)}}{X}\right)^{2} I_{0}^{2}R \frac{\theta_{s}^{2}M_{1}^{2}}{G_{1}U_{0}^{2}}, \qquad (2.3)$$

которому соответствует монотонно убывающая кривая, показанная на рис. 2.1 пунктиром.

Полоса усиливаемых частот в общем случае довольно сложно зависит от настройки резонаторов, выбранного анодного напряжения и расстояния между резонаторами. Более того, эта полоса зависит и от мощности входного сигнала. Для облегчения анализа указанных зависимостей целесообразно рассмотреть влияние каждого фактора в отдельности. Для этого положим, что оба резонатора настроены на одну и ту же частоту, и выясним зависимость выходной мощности от расстройки второго и первого резонаторов по отдельности при различных режимах.

Рассмотрение начнем со второго резонатора. Если бы при изменении частоты процессы модуляции по скорости и плотности остались бы неизменными (что можно обеспечить искусствению путем подстройки первого резонатора), то плотность и форма сгустков, поступающих во второй резонатор, а, следовательно, и наведенный в зазоре ток, остались бы неизменными ( $I_{m \text{ нап}} = \text{const}$ ). В этих условиях изменение выходной мощности зависело бы только от изменения активной составляющей R второго резонатора (которая зависит от настройки последнего), поскольку

$$P_2 = \frac{1}{2} I_{m_{\text{HBB}}}^2 R.$$
 (2.4)

Таким образом, влияние расстройки второго резонатора проязляется в том, что выходная мощность (активная составляющая) снижается по закону падения активной составляющей его сопротивления (табл. 2.1, рис. а). Поэтому полоса усиливаемых частот клистрона в таких условиях (при подстроенном первом резонаторе) была бы равна полосе частот второго резонатора и зависела бы от его добротности Q, определяясь общей формулой, известной из курса радиотехники:

$$\frac{2\Delta f}{f_0} = \frac{1}{Q} \ . \tag{2.5}$$

Расстройка первого резонатора отражается на полосе усиливаемых частот клистрона сложнее и зависит от режима работы последнего на резонансной частоте, гочнее от параметра группировки X, физически характеризующего удаленность оптимального сечения от второго резонатора. Здесь возможны три качественно различных случая.

1. X < 1,84. На резонансной частоте  $f = f_0$  оптимальное сечение находится за вторым резонатором, а на произвольной частоте  $f \neq f_0$  удалено от него еще больше, так как из-за расстройки пер-

вого резонатора амплитуда входного напряжения падает и соответственно уменьшается параметр  $X = \theta_s \frac{U_{m_1}}{U_0} \frac{M_1}{2}$ . Следовательно, выходная мощность при расстройке первого резонатора монотонно снижается (габл. 2.1, рис. б).

Таблица 2.1



Таким образом, при малом параметре группировки на резонансной частоте выходная мощность клистрона монотонно уменьшается в обе стороны от  $f = f_0$  вследствие расстройки как первого, так и второго резонаторов. Поэтому результирующая зависимость  $P_2 = F(f)$  для клистрона в целом имеет характер одногорбой кривой (табл. 2.1, рис. в).

2.  $X = X_{\text{опт}} = 1,84$ . Здесь на частоте  $f = f_0$  оптимальное сечение находится в центре второго резонатора, а на частоте  $f \neq f_0$  из-за расстройки первого резонатора амплитуда  $U_{m1}$  уменьшается и сечение выходит из резонатора, удаляясь в сторону коллектора. Поэтому выходная мощность монотонно падает (табл. 2.1, рис. г).

Этот случай отличается от предыдущего лишь тем, что здесь усиление клистрона несколько больше, так как режим клистрона на частоте  $f = f_0$  выбран оптимальным. Поэтому результирующая кривая для клистрона с учетом расстройки резонаторов получается тоже одногорбой (табл. 2.1, рис. d).

3. X > 1,84. На частоте  $f = f_0$  оптимальное сечение находится между первым и вторым резонаторами. При отклонении f в обе стороны от резонансного значения оптимальное сечение по рас-

смотренным выше причинам приближается ко второму резонатору, проходит через него и удаляется в сторону коллектора. Частотам, при которых сечение оказывается во втором резонаторе, соответствуют максимумы выходной мощности. Поэтому расстройка первого резонатора обусловливает двугорбую зависимость выходной мощности от частоты (табл. 2.1, рис. е).

Результирующая кривая клистрона с учетом расстройки обоих резонаторов в этом случае может получиться трехгорбой, двугорбой или столообразной. Вид результирующей кривой (табл. 2.1, рис. ж) зависит от конкретной формы каждой кривой и, в частности, от глубины провала в двугорбой кривой (табл. 2.1, рис. е).

В заключение следует отметить, что рассмотренные случаи X < < 1,84, X = 1,84 и X > 1,84 переходят друг в друга при постепенном увеличении входной мощности, поскольку параметр группировки X пропорционален амплитуде входного напряжения. А это означает, что полоса усиливаемых частот клистрона в общем случае зависит не только от настройки резонаторов и выбранного анодного напряжения, но и от мощности входного сигнала.

### умножительный клистрон

Как следует из 1.6, при умножении частоты выходной резонатор клистрона настраивается на *n*-ю гармонику тока (вместо основной частоты при усилении), а режим работы умножительного клистрона должен соответствовать оптимальному значению параметра группировки тоже для *n*-й гармоники, которое всегда меньше оптимального значения для основной частоты  $(X_{ont}^{(n)} < X_{ont}^{(1)} = = 1.84)$ , причем тем меньше, чем больше номер гармоники.

Для настройки выходного резонатора на *n*-ю гармонику его размеры уменьшают по сравнению с входным, в то время как в усилительном клистроне эти резонаторы выполняют одинаковыми.

Обеспечение указанного режима работы умножительного клистрона требует несколько иных напряжений. Поскольку параметр группировки в общем случае  $X = \omega \frac{s}{v_0} \frac{U_{m1}M_1}{U_0 2}$ , а его оптимальное значение в режиме умножения частоты меньше, чем в режиме усиления, то требуемые напряжения можно получить соответствующим увеличением анодного напряжения  $U_0$  либо уменьшением величин s и  $U_{m1}$ .

Таким образом, умножительный клистрон отличается от усилительного соотношением размеров своих резонаторов и параметром группировки, требующим иных соотношений между напряжениями и углом пролета. Выходные параметры умножительного клистрона: кпд и выходная мощность несколько меньше, чем в усилительном (см. 1.6). Однако количественно эти параметры уменьшаются с ростом номера гармоники сравнительно медленно.

 $\mathbf{42}$ 

#### ГЕНЕРАТОРНЫЙ КЛИСТРОН

Схема генераторного клистрона (рис. 2.2) отличается от схемы усилительного лишь наличием цепи обратной связи, необходимой для подачи части выходной мощности из второго резона-

тора в первый. При этом цель обратной связи по общему правилу должна обеспечивать фазовое и амплитудное условия самовозбужления.

Фазовое условие самовозбуждения. Допустим что цель обратной овязи не вносит фазового сдвига и колебания в резонаторах синфазны, т. е. максимумы ускоряющих полей в этих резонаторах совпадают во времени (рис. 2.3а, б). Поскольку нечетный электрон (являющинся центром сгустка) должен пройти второй резонатор в момент максимального тормозящего поля (рис. 2.36), то из рисунка видно, что его



Рис. 2.2. Схема генераторного клистрона



Рис. 2.3. Графики для определения условий самовозбуждения: а), б) фазового; в) амплитудного

время пролета расстояния между резонаторами в указанных условиях должно быть  $\tau = 3T/4$  или на целое число периодов больше  $\tau = (3/4 + n)\tilde{T}$ . Соответственно необходимый уюл пролета

$$\theta = \omega \tau = \left(\frac{3}{4} + n\right) 2\pi.$$
 (2.6)

Телерь можно учесть фазовый одвиг, вносимый целью обратной овязи, который нарушает синфазность колебаний в резонаторах. Действительно, если в цепи обратной овязи фаза колебаний запаздывает на фос (например, за счет конечной длины линии обратной связи, соединяющей резонаторы) ), то для

<sup>1</sup>) В коаксиальной линии с волной ТЕМ  $\phi_{oc}$  пропорционален длине *l* линии 

и частоте, поскольку  $U = U_m e^{-i\varphi_{oc}} = U_m e^{-c_0}$ e<sup>iwt</sup>, где со — окорость овета в важууме. В волноводе в общем случас  $U = U_m e^{-i\kappa_2 t} e^{i\omega t}$  и, следовательно, eµ  $\phi_{or} = k_2 l$ , где  $\kappa_2 =$ - постоянная фаспространения, имеющая e 4a3

более сложную зависимость от частоты.

того чтобы сгустки, несмотря на запаздывание модулирующего напряжения U<sub>1</sub>, все же «успели» поступить во второй резонатор в момент максимального тормозящего поля, их утол пролета нужно соответственно уменьшить на ту же величину

 $\theta = \left(\frac{3}{4} + n\right) 2\pi - \varphi_{\rm oc}. \tag{2.7}$ 

Если режим работы клистрона задан и, следовательно, задан угол пролета, то полученное уравнение позволяет определить необходимое для самовозбуждения запаздывание фазы сигнала в цели обратной связи.

Амплитудное условие самовозбуждения. В стационарном режиме в первом резонаторе расходуется мощность  $P_1$ , а во втором выделяется мощность  $P_2$ . Мощность  $P_1$  расходуется на потери и зависит от амплитуды напряжения  $U_{m1}$  и потерь в резонаторе:

$$P_1 = \frac{1}{2} U_{m1}^2 G_1, \qquad (2.8)$$

ŧ

где G<sub>1</sub> — эквивалентная активная проводимость первого резонатора,

Обозначим мощность, поступающую по цепи обратной связи из второго резонатора в первый, через  $P_{c\,B} = \beta^2 P_2$ , где  $\beta^2 \leqslant 1 - \kappa$ оэффициент пропорциональности. Зависимость выходной мощности от амплитуды напряжения  $U_{m1}$  определяется ф-лой (2.1) (напомним, что амплитуда  $U_{m1}$  входит в выражение для параметра группировки  $X = \theta_s \frac{U_{m1}M_1}{2U_s}$ ):

$$P_{2} = 2 \frac{I_{0}^{2}}{G_{2}} [J_{1}(X) M_{1}]^{2},$$

где  $G_2 = 1/R_2$  — эквивалентная проводнмость второго резонатора с учетом потерь и мощности  $P_{c,v}$ , отбираемой целью обратной связи.

Для самовозбуждения генератора необходимо, чтобы поступающая по цели обратной связи мощность  $P_{cb}$  превышала мощность  $P_t$ , рассеиваемую в первом резонаторе. Поэтому условия самовозбуждения с учетом указанных значений  $P_t$ ,  $P_2$  и  $P_{cb}$  ямеют вид:

$$P_{c_B} > P_1, \ \beta^2 P_3 > \frac{1}{2} U_{m1}^2 G_1.$$

Подставляя значение P<sub>2</sub> и выражая U<sub>m1</sub> через параметр группировки, преобразуем эти условия следующим образом:

$$\beta^{2} 2 \frac{I_{0}^{2}}{G_{2}} [J_{1}(X) M_{3}]^{2} > \frac{1}{2} \left( X \frac{2U_{0}}{\theta_{s} M_{1}} \right)^{2} G_{1}.$$
(2.9)

Графическое решение этого уравнения показано на рис. 2.38. Здесь по оси абсцисс отложена величина  $X^2$ , пропорциональная мощности  $P_1$  в первом резонаторе. Правой части уравнения соответствует прямая линия, а левой — хривая, построенная по закону квадрата бесселевой функции. Ординаты точек этой кривой пропорциональны коэффициенту  $\beta^2 = P_{cs}/P_2$ , определяющему, какая часть выходной мощности клистрона поступает на его вход. Если коэффициент  $\beta^2$  мал, то кривая  $P_{cs}$  идет чиже прямой  $P_1$  (пунктирная кривая с коэффициентов  $\beta = \beta_1$  на рис. 2.38). Это означает, что мощность  $P_{cs}$ , поступающая в первый резонатор по цели обратной связи, меньше мощности потерь в этом резонаторе и генератор че самовозбуждается.

Если же коэффициент  $\beta^2$  сравнительно велик, то начальный участок кривой  $P_{\text{св}}$  (при малых X) расположен выше прямой  $P_1$  и пересекается с ней в точке  $O_2$ , если  $\beta = \beta_2$ , или в точке  $O_3$ , если  $\beta = \beta_3$ . Это означает, что в момент включения мощность, поступающая с выхода на вход первого резонатора, превышает мощность потерь в нем и генератор самовозбуждается.

Точка  $O_2$  (или  $O_3$ ), где пересекаются указанные линии, соответствует стационарному режиму. Если эта точка оказывается на вершине кривой  $P_{os} = -P_2\beta^2$ , то клистрон отдает максимальную мощность, работая при оптимальном параметре группировки. В противном случае его мощность соответственно меньше. Следовательно, мощность клистрона существенно зависит от коэффициента связи между выходным и входным резонагорами (т. е. от коэффициента  $\beta^2$ ).

Таким образом, из рис. 2.3в видно, что условие самовозбуждения требует, чтобы при  $X \rightarrow 0$  угол наклона кривой  $P_{\text{св}}$  зыл больше угла наклона прямой  $P_1$ . Если воспользоваться приближенным выражением  $J_1(X) \approx X/2$ , справедливым при малых X, и подставить его в ф-лу (2.9), это условие можно представить аналитически

$$\beta^{2} 2 \frac{I_{0}^{2}}{G_{2}} \frac{X^{2}}{4} M_{2}^{2} \ge 2X^{2} \frac{U_{0}^{2}}{\theta_{s}^{2} M_{1}^{2}} G_{1}, \qquad (2.10)$$

откуда

$$\beta^2 \ge 4 \frac{U_0^2}{I_0^2} \frac{G_1 G_2}{\Theta_8^2 M_1^2 M_2^2}$$
 (2.11)

Варианты схем обратной связи. На рис. 2.2 была приведена схема генератора с внешней обратной связью, осуществляемой при помощи отрезка коаксиального кабеля. Фаза обратной связи  $\varphi_{0c}$  в данном случае пропорциональна длине *l* кабеля ( $\varphi_{oc} = \omega l/c_{0}$ ). Другие варианты схем генераторов, отличающиеся видом используемой цепи обратной связи и формой резонаторов, показаны на рис. 2.4.



Рис. 2.4. Схемы внутренней обратной связи в генераторном клистроне

На рис. 2.4*а* приведена схема генераторного клистрона с впутренней обратной связью, в которой один и тот же объем резонатора выполняет функции и первого и второго резонаторов. Фаза обратной связи в данном случае равна либо нулю, либо я в зависимости от вида колебаний<sup>1</sup>).

На рис. 2.46 показан вариант предыдущей конструкции, позволяющий трансформировать напряжения. Здесь напряжение на левом зазоре меньше, а на правом — больше, благодаря чему можно обеспечить оптимальные условия работы клистрона.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Внутренняя и внешняя трубы коаксиального резонатора имеют короткое замыкание в сечении, расположенном в узле электрического поля, которое необходимо для сообщения внутренней трубе положительного потенциала. При указанном расположении оно не влияет на сви колебания.

# принцип деиствия

В двухрезонаторном клистроне теоретически (без учета кулоновых расталкивающих сил) можно получить сколь угодно большой коэффициент усиления. Для этого достаточно лишь соответственно увеличить расстояние между резонаторами, чтобы приблизить второй резонатор к оптимальному сечению, которое при малой входной мощности оказывается далеко за его пределами.

Однако практически получить в двухрезонаторном клистроне коэффициент усиления, больший 15 дБ, обычно не удается. Это объясняется тем, что при больших расстояниях между резонаторами и соответственно большом времени пролета электронов нель-



Рис. 2.5. Схема прехрезонаторного пролетного клистрона

зя пренебрегать кулоновыми расталкивающими силами, возникающими между электронами сгустка, которые размывают сгусток и уменьшают его плотность. Последнее приводит к тому, что размеры сгустка возрастают и ему требуется значительно большее время для прохождения второго резонатора даже при бесконечно малой длине зазора. Поэтому лишь небольшая часть сгустка проходит зазор при максимальном значении тормозящего поля  $U_2$ , а остальная часть — при

уменьшенном значении  $U_2$ , когда торможение слабое, пеэффективное. В результате спусток отдает лишь небольшую часть своей кинетической энергии, и коэффициент усиления клистрона оказывается значительно меньше того значения, которое было рассчитано боз учета кулоповых сил.

Указанное противоречие устраняется при использовании трехрезонаторного (рис. 2.5), или в общем случае многорезонаторного клистрона. Вводимые в пространство дрейфа один или несколько дополнительных ненагруженных резонаторов усиливают троцесс модуляции по скорости и плотности, что позволяет при малом времени пролета и слабом входном сигнале получить достаточно плотные сгустки.

Трехрезонаторный клистрон работает следующим образом. Электронный поток, промодулированный по скорости, начинает модулироваться в пространстве дрейфа по плотности. Однако этот процесс ввиду малости входного сигнала протекает неинтенсивно и оптимальное сечение образуется где-то далеко справа от второго резонатора (рис. 2.5) и поэтому в нем наводится очень слабый ток. Однако этот резонатор не нагружен, обладает большой доброгностью и поэтому даже при слабом наведенном токе на нем возникает относительно большое напряжение, во много раз превышающее напряжение на зазоре входного резонатора. Указанное напряжение и используется для повторной модуляции электронного потока, причем коэффициент модуляции по скорости получается значительно большим.

Таким образом, промежуточный (один или несколько) резонатор используется для усиления процесса модуляции по скорости, что существенно ускоряет процесс образования сгустков, а также повышает КУ и кпд клистрона. Практически каждый дополнительный резонатор позволяет увеличить КУ клистрона на 20 дБ и потому ориентировочное значение КУ N-резонаторного клистрона можно определять по эмпирической формуле  $K^2 \approx [15 + (N - 2)20]$  дБ. Однако число резонаторов, применяемых в клистронах, обычно не превышает 4—5, так как при большем числе резонаторов клистроны склонны к самовозбуждению.

Теоретически максимальный электронный кпд<sup>1</sup>) многорезонаторного клистрона достигает 73,8% вместо 58,2% для двухрезонаторного клистрона, а полный кпд — порядка 40%. Аналогично и полоса усиливаемых частот многорезонаторного клистрона шире полосы усиления двухрезонаторного клистрона и достигает величины порядка 10%.

Основное применсние многорезонаторных клистронов — в качестве мощных усилителей и умножителей частоты. Их мощность в непрерывном режиме составляет десятки и даже сотни киловэтг, а в импульсном режиме — десятки мегаватт (размеры таких клистронов могут превышать человеческий рост).

## осовенности настройки промежуточных резонаторов

Как видно из рис. 1.26, модуляция по скорости в первом резонаторе ведет к образованию сгустков вокруг нечетных электронов, т. е. вокруг электронов, пролетающих через этот резонатор в момент перехода тормозящего напряжения в ускоряющее.

Для того чтобы во втором (промежуточном) резонаторе начавшаяся модуляция усиливалась, момент прохождения этого резонатора нечетными электронами должен тоже совпадать с моментом перехода тормозящего напряжения в ускоряющее. Если же электроны окажутся во втором резонаторе в другой момент времени, то либо начавшаяся модуляция будет уничтожена, либо начнется процесс перегруппировки с образованием сгустков вокруг других электронов, что также нежелательно.

Выясним, отвечает ли настройка промежуточного резонатора на частоту усиливаемого сигнала указанному требованию. Из 1.6 известно, что при прохождении сгустком резонатора, настроенного на частоту усиливаемого сигнала, в резонаторе возникает напряжение, которое по характеру является тормозящим (рис. 2.36). Но это означает, что центр сгустка проходит настроенный промежуточный резонатор не в момент перехода тормозящего нап-

При расчете электронного клд учитывается мощность только анодного четочника,

ряжения в ускоряющее, а на T/4 раньше (на  $\pi/2$  по фазе),  $\tau$ . с. в момент максимального тормозящего напряжения. Таким образом, точная настройка промежуточного резонатора на усиливаемую частоту не соответствует указанному выше требованию.

Для выполнения этого требования необходимо, чтобы напряжение промежуточного резонатора опережало наводимый в нем ток на T/4 (или по фазе на  $\pi/2$ ). В принципе, получить сдвиг фаз между наводимым в резонаторе током и напряжением  $U_2$  нетрудно: достаточно расстроить резонатор. Однако сдвиг фаз  $\pi/2$  возможен лишь в пределе, когда резонатор полностью расстроен и, следовательно, напряжение на нем равно нулю, что, естественно, недопустимо, поскольку взаимодействие такого резонатора со сгустком тоже становится равным нулю.

Поэтому приходится искать компромиссное решение. Резонатор расстраивают так, чтобы появился заметный фазовый сдвиг между наводимым в нем током и напряжением, но в то же время, чтобы его напряжение существенно не уменьшилось. Обычно расстройка, соответствующая этому компромиссиому решению, получается небольшой и экспериментально подбирается по максимуму усиления клистрона.

# 2.3. Отражательный клистрон

## принцип действия

Отражательный клистрон представляет собой автогенератор свч малой мощности, широко применяемый в различных свч устройствах в качестве гетеродинов и маломощных генераторов.

Схема отражательного клистрона показана на рис. 2.6. Клис-



трон состоит из катода 2, отражателя 3 и всего лишь одного резонатора 1. На резонатор подается положительное напряжение относительно катода, а на отражатель — отрицательное от отдель-



Рис. 2.6. Схема отражательного клистрона и диаграмма распределения потенциала

ных источников. Нагрузка подсоединяется к резонатору с помощью элемента связи типа пстли, штыря ьли щели.

На этом же рисунке показана диаграмма распределения потенциала, соответствующего такому подсоединению источников. Эта диаграмма позволяет определить характер движения электрона в статическом случае (в отсутствие свч колебаний), поскольку скорость электрона и потенциал точки поля связаны условием сохранения энергии:  $mv^2/2 = eU$  (кинетическая энергия электрона равна работе сил поля).

Электропы, вылетающие из катода, ускоряются напряжением  $U_{0}$ , приложенным к резонатору, а после прохождения резонатора попадают в тормозящее поле участка резонатор — отражатель, где потенциал поля линейно уменьшается до —  $U_{\text{отр}}$ . В точке  $z=z_0$ , где потенциал поля равен нулю, скорость электронов также падает до нуля. Здесь они начинают ускоренное движение в обратном направлении и снова пролетают через сетки резонатора по направлению к катоду. В конечном счете электроны оседают на поверхности резонатора, обладающей положительным напряжением.

Модуляция по скорости и плотности. Процессы модулянии по скорости и плотности в отражательном клистроне во многом аналогичны тем же процессам в двухрезонаторном клистроне. На

рис. 2.7 показана пространственпо-временная диаграмма, иллюстрирующая процесс образования сгустков и взаимодействие последних с свч полем. Здесь сплошной линией показано напряжение в зазоре резонатора, а пунктирными — удаление от зазора (в сторону отражателя) трех электрогов, пролетевших через него в различные моменты времени.

Электрон 2 пролетает резонатор в тот момент, когда свч нап-

Z U<sub>1</sub> Z<sub>0</sub> 1 2 3 Тормозящее поле t

Рис. 2.7. Диаграмма, поясняющая образование стустков в отражательном клистроне и определение оптимального времени возвращения их в резонатор

ряжение равно пулю (в момент перехода его от ускоряющего к тормозящему), поэтому закон движения этого электрона остается тем же, что п в статическом случае.

Наоборот, электрон 1, пролетевший зазор на T/4 раньше (в момент ускоряющего напряжения), вылетает из резонатора с несколько большей скоростью (с большей кинетической энергией), чем электрон 2, и потому удаляется от резонатора несколько дальше, затрачивая на весь путь до возвращения в резонатор соответственно большее время. При определенных условиях моменты возвращения электронов 1 и 2 могут совпасть, как и показано на рисунке.

Аналогично электрон 3, пролетевший через зазор на T/4 позднее электрона 2 (в момент тормозящего поля), вылетает из резонатора с меньшей скоростью и потому затрачивает на прямое и обратное движение меньшее время. Момент возвращения электрона 3 также может совпасть с моментом возвращения электронов *1* и 2. При этом образуется сгусток, который пройдет через резонатор в обратном направлении (от отражателя к катоду).

Зоны генерации. Если сгусток пройдет через зазор в момент, тормозящего для него поля<sup>1</sup>), он потеряет часть своей инетической энергии и усилит имевшиеся в резонаторе свч колебания. Если же сгусток пройдет через зазор в момент ускоряющего для него поля, он, наоборот, поглотит часть свч энергии.

Таким образом, условие генерации требует, чтобы электрон 2, являющийся центром сгустка, возвращался в зазор в тот момент, когда поле для него тормозящее. Из рис. 2.7 видно, что время пролета электрона 2 при этом должно быть равно 3T/4 или на целое число *n* периодов больше:

$$τonτ = \left(\frac{3}{4} + n\right) T,$$
 где  $n = 0, 1, 2, 3...$  (2.12)

Следовательно, генерация в клистроне возможна не при любом времени пролета т электронов от зазора в сторону отражателя и обратно, а лишь при ряде дискретных значений  $\tau = \tau_{our}$  определяемых ф-лой (2.12). Если время пролета т не соответствует этому значению  $|\tau \neq \tau_{our}|$ , то центр сгустка будет проходить зазор не в момент максимального тормозящего для него поля, а раньше или позже. Поэтому сгусток будет либо отдавать свч полю меньшую часть своей кинетической энергии (если т отличается от  $\tau_{our}$  + езначительно), либо даже поглощать свч энергию (если  $\tau \approx \tau_{our} + T/2$ ). В последнем случае самовозбуждение клистрона вообше невозможно.

Но время пролета  $\tau$  электронов зависит от внутренних размеров клистрона и его напряжений. В частности, из физических соображений ясно, что чем меньше при заданном анодном напряжении напряженность тормозящего поля  $E = (/U_0/+U_{otp})/d_{otp}$ ,



Рис. 2.8. Изменение частоты и мощности отражательного клистрона в зонах генерации

(т. е. чем меньше U отр или чем больше расстояние  $d_{orp}$  от резонатора до отражателя), тем дальше будут удаляться электроны от резонато-*U<sub>отр</sub>* ра в сторону отражателя и, следовательно, тем больше будет их время пролета т. Поэтому, меняя Uотр или  $d_{
m orp}$ , можно в широких пределах изменять время пролета электронов и тем самым осуществлять в соответствии с ф-лой (2.12) генерацию в нужной зоне п. Пример зависимости мощности генерации от напряжения  $U_{0TD}$  приведен на рис. 2.8.

Напряжения Uorp, соответствую-

<sup>1)</sup> Следует иметь в виду, что с учетом обратного направления движения сгустка одно и то же поле резонатора является одновременно ускоряющим для прямых электронов и тормозящим для обратных (для сгустка).

щие центрам зон, удовлетворяют условию (2.12). Наоборот, между зонами значения  $U_{\text{отр}}$  соответствуют случаю, когда сгустки проходят зазор, поглощая свч энергию ( $\tau \approx \tau_{\text{опт}} + T/2$ ), и потому самовозбуждение клистрона здесь невозможно.

Оптимальное время пролета электронов. Найдем соотношение между размерами и напряжениями клистрона, удовлетворяющее условию самовозбуждения (2.12). Время пролета т электрона 2 состоит из времени  $\tau_{d/2}$  прохождения им пути от центра зазора до выхода из него, времени  $\tau_{z0}$  движения от выхода до точки возврата  $z = z_0$  и, наконец, такого же времени обратного движения, т. е.

$$\tau = 2\tau_{d/2} + 2\tau_{z_a} \,. \tag{2.13}$$

Очевидно,

$$2\tau_{d/2} = 2 \frac{d/2}{v_0} = \frac{d}{v_0} , \qquad (2.14)$$

а т<sub>20</sub> можно определить из уравнения движения электрона  $m \frac{d^2 z}{dt^2} = (-e)E(e>0)$ . Интеорируя это уравнение  $v = v_0 - \frac{eE}{m}$  (t'' - t') и учитывая, что в точке возврата

электрона ( $z=z_0$ ) его скорость равна нулю (v=0), а  $t''-t'=\tau_{z0}$ , получаем

$$0 = v_0 - \frac{eE}{m} \tau_{z_0}, \qquad (2.15)$$

откуда

$$\pi_{z_0} = \frac{m}{e} \frac{v_0}{E} = \frac{m}{e} \frac{v_0 d_{\text{opp}}}{|U_0| + |U_{\text{opp}}|}$$

Поокольку условнем генерации в соответствии с ф-лой (2.12) является равенство

$$\tau = \tau_{\text{опт}}, \qquad (2.16)$$

то, полользуя уже найденные значения входящих в это равенство величия, окончательно находим:

$$2\tau_{d/2} + 2\tau_{z_{\bullet}} = \left(\frac{3}{4} + n\right)T,$$

$$\frac{d}{v_{\bullet}} + 2\frac{mv_{\bullet}}{eE} = \left(\frac{3}{4} + n\right)T,$$

$$\sqrt{\frac{m}{e}}\left(\frac{d}{\sqrt{2U_{\bullet}}} + \frac{d_{\text{orp}}\sqrt{8U_{\bullet}}}{|U_{\bullet}| + |U_{\text{orp}}|}\right) = \left(\frac{3}{4} + n\right)T.$$
(2.17)

При  $d \ll d_{otp}$  первое слагаемое в левой части уравнения обычно пренебрежимо мало.

#### МОДУЛЯЦИЯ ПО ПЛОТНОСТИ. СПЕКТРАЛЬНЫЙ СОСТАВ СГУСТКОВ

Анализ спектрального состава сгустков в отражательном клистроне, в принципе, не отличается от такого же анализа в двухрезонаторном клистроне (см. 1.4). Как и в двухрезонаторном клистроне, сгустки в отражательном клистроне можно представить в виде периодической последовательности импульсов конвекционного тока. Последний, в свою очередь, можно представить в виде суммы постоянной составляющей и бесконечного ряда гармоник, амплитуды которых определяются разложением в ряд Фурье.

Методика расчета амплитуд гармоник конвекционного тока  $I_2$ , изложенная в 1.4, остается справедливой и в данном случае. Необходимо лишь уточнить выражение (1.10). Применительно к отражательному клистрону под  $t_2$  следует понимать момент пролета электроном центра зазора при обратном движении. Причем  $t_2$ больше  $t_1$  на величину, равную времени т пролета электрона от центра зазора к отражателю и обратно  $t_2 = t_1 + \tau$ . Для невозмущенного электрона ( $v = v_0$ ) время т определялось ф-лами (2.13– 2.15). Если в этих формулах заменить  $v_0$  на v, то получится выражение, определяющее т для произвольного электрона, пролетевшего центр зазора в прямом направлении в момент  $t_1$  со скоростью  $v = v_0 \left[ 1 + \frac{v_{m1}}{v_1} \sin(\omega t + \psi) \right]$ . Поэтому

$$t_{2} = t_{1} + \tau = t_{1} + \left(\frac{d}{v} + 2\frac{mv}{eE}\right) = t_{1} + \frac{d}{v_{0}\left[1 + \frac{v_{m_{1}}}{v_{0}}\sin(\omega t + \psi)\right]} + 2\frac{mv_{0}}{eE}\left[1 + \frac{v_{m_{1}}}{v_{0}}\sin(\omega t + \psi)\right] = t_{1} + \frac{\theta_{d} + \theta_{z_{0}}}{\omega} - \frac{X_{\text{orp}}}{\omega}\sin(\omega t + \psi + \pi),$$
(2.18)

где  $\theta_d = \omega \frac{d}{v_0}$  — угол пролета невозмущенного электрона от центра резонатора до его выхода и обратно;  $\theta_{z_0} = 2\omega \tau_{z_0} = \frac{2\omega m v_0}{eE}$  — угол пролета невозмущенного электрона от резонатора до точки возврата и обратно;  $X_{\text{отр}} = (\theta_{z_0} - \theta_d) v_{m1}/v_0$  — параметр группировки отражательного клистрона.

Полученное уравнение отличается от аналогичного ур-ния (1.10) лишь тем, что вместо  $\theta_s$  здесь используется величина  $\theta_d + \theta_{z_s}$ , имеющая тот же физический смысл, вместо X — параметр  $X_{\text{отр.}}$  также близкий первому по физическому смыслу, и вместо  $\psi$ —величина  $\psi + \pi$ .

Появление в ур-нии (2.18) дополнительного сдвига фаз на физически означает, что сгустки образуются не вокруг нечетных электронов, как в двухрезонаторном клистроне, а вокруг четных, отстоящих от первых по фазе на т. Качественно эта особенность была уже отмечена при рассмотрении принципа действия отражательного клистрона.

Поскольку весь остальной математический аппарат остается тем же, можно, не повторяя этих выкладок, воспользоваться полученными в 1.4 ф-лами (1.15), заменив в них предварительно указанные величины. В результате такой замены получаем следующие формулы для расчета амплитуд гармоник конвекционного тока в отражательном клистроне:

$$I_{-} = I_{0},$$
 (2.19)

52

$$\dot{I}_{m}^{(n)} = 2I_{0}J_{n}(nX_{\text{orp}}) e^{-in(\theta_{d} + \theta_{z_{0}} - \psi - \pi)}$$
, (2.20a)

если напряжение на зазоре меняется по закону:

$$\dot{U}_1 = U_{m1} e^{i(\omega t + \psi - \pi/2)}$$
 (2.206)

В дальнейшем произвольную фазу ф будем полагать равной нулю. Хотя выражение (2.20а) приведено в общем виде, однако практическое значение для отражательного клистрона имеет только амплитуда  $I_m^{(1)}$  первой гармоники.

# выходная мощность

Режимы работы клистрона в зонах генерации. Хотя отражательный клистрон может генерировать колебания одной и той же частоты в различных зонах, однако его мощность, как показано на рис. 2.8, в этих зонах не одинакова. Она тем меньше, чем больше номер n зоны. Причем зоны, соответствующие малым зшачениям n могут вообще не возбуждаться. Так, на рис. 2.8 невозбуждающаяся зона n=0 показана пунктирной кривой. Чтобы объяснить эту особенность отражательного клистрона, рассмотрим, чем отличаются режимы его работы в этих зонах.

Возьмем четыре одинаковых клистрона и установим в них напряжения на отражателях так, чтобы они соответствовали на рис. 2.8 центрам зоп с  $n=0, 1, 2, 3, т. е. U_{orp}^{(0)} > U_{orp}^{(1)} > U_{orp}^{(2)} > U_{orp}^{(3)}$ .

Мощности, отдаваемые резонаторам сгустками, во всех четырех клистронах в общем случае будут различными, но не более 0,582 P<sub>0</sub> (см. 1.6). Уравняем мысленно мощно-

(см. 1.6), уравняем мысленно мощности, поступающие в резонаторы всех клистронов с помощью, например, воображаемого автоматического устройства и дополнительного источника сви энергии до указанного максимального значения 0,582  $P_0$ . В этих искусственных условиях амплитуды переменных напряжений на резонаторах всех четырех клистронов окажутся одинаковыми  $(U_m^{(0)} = U_m^{(1)} = U_m^{(2)} = U_m^{(3)})$ , а время пролета центра сгустка от центра зазора резонатора в сторону отражателя до точки поворота и обратно различным, так как различны напря-

Рис. 2.9. К пояснению режима работы отражательного клистрона в различных зонах

жения на их отражателях. Но это означает, что оптимальные сечения у клистронов будут находиться на разном расстоянии от зазоров резонаторов (например, как условно показано на рис. 2.9).

«Выключим» воображаемое автоматическое устройство с источником свч энергии и проследим за переходным процессом. Поскольку во всех клистронах оптимальные сечения были не внутри своих зазоров, то их сгустки отдавали резонатору меньшую мощность, чем 0,582*P*<sub>0</sub>, и потому после такого «выключения» переходный режим сведется к уменьшению амплитуд напряжений  $U_{m1}^{(n)}$  на резонаторах. В результате сгустки начнут образовываться позднее и, следовательно, оптимальные сечения переместятся влево (если сгустки до этого образовывались на обратном пути электронов от отражателя к резонатору).

¢

ŧ

ŧ

ţ

÷

В клистронах с n=1, 2, 3 смещение оптимального сечения влево (т. е. ближе к зазору резонатора) ведет к увеличению мощности, отдаваемой сгустками зазору. Поэтому генерация у этих клистронов сорваться не может. Однако генерируемая ими в стационарном состоянии мощность будет меньше  $0,582P_0$ , причем тем меньше, чем дальше первоначально находилось оптимальное сечение от зазора резонатора (так как тем длительнее будет переходный процесс).

В клистроне же с n=0 смещение оптимального сечения влево (т. е. дальше от зазора резонатора, см. рис. 2.9) еще больше уменьшит отдаваемую сгустками мощность и, следовательно, режим генерации нарушится. Таким образом, в указанных условиях клистрон в зоне n=0 генерировать не может. Для того чтобы клистрон генерировал в зоне n=0, необходимо увеличить добротность его резонатора (например, уменьшением нагрузки), так как в этом случае при прочих равных условиях увеличится  $U_{m1}^{(0)}$  и оптимальное сечение окажется справа от резонатора.

На основании изложенного можно сделать следующие выводы:

1. При высокой добротности резонатора (при малой нагрузке) клистрон, в принципе, может генерировать в любой зоне, в том числе и в зоне n=0.

2. Мощность генерации, близкую к  $0.582P_0$  можно получить в любой зоне, если при работе в этой зоне нагрузку резонатора подобрать так, чтобы оптимальное сечение в установившемся режиме находилось близко (справа) от зазора, а  $U_{m1} \approx U_0$ . Причем мощности в зонах с большим номером *n* будут убывать с ростом *n*. А все предыдущие зоны возбуждаться не будут.

3. При выборе номера зоны, в которой предполагается получить нанбольшую мощность от клистрона, приходится искать компромиссные решения. В частности, работа в зоне с n=0 может потребовать столь высокой добротности резонатора (малой нагрузки), что собственные потери в его стенках могут оказаться недопустимо большими с точки зрения кпд устройства. Наоборот, работа в зоне с большим значением n предполагает большое время пролета сгустка, при котором необходимо считаться с кулоновыми расталкивающими силами, резко понижающими кпд генератора.

### АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ

Схема для расчета мощности, отдаваемой сгустками резонатору, приведена на рис. 2.10. Для наглядности резонатор здесь условно заменен контуром, подсоединенным к зазору. Если на зазоре имеется напряжение U: и в нем наво-

54

дится ток I<sub>нав</sub>, определяемые ф-лами (2.20а) и (2.20б), то комплеконая мощность *P*, выделяемая в резонаторе спустками, зависит только от основной гармоники наведенного тока и определяется выражением

$$P = P_R + i P_X = \frac{1}{2} \dot{U}_{m1}^{\bullet} \dot{I}_{mhab}^{(1)} = \frac{1}{2} \dot{U}_{m1}^{\bullet} I_m^{(1)} M = U_{m1} I_{\bullet} J_1 (X_{\text{orp}}) e^{-1 (\theta_d + \theta_{z_{\bullet}} - 3/2\pi)}$$
(2.21)

где  $\dot{U}_{m1}^*$  — величина, комплексно-сопряженная с амплитудой  $\dot{U}_{m1}$  напряжения на зазоре, а  $M = \sin \frac{\theta_d}{2} / \frac{\theta_d}{2}$  — коэффициент взаимодействия (см. рис. 1.4). Вещественная часть

$$P_R = I_0 \left[ U_{m1} J_1 \left( X_{\text{orp}} \right) \right] \cos \left( \theta_d + \theta_{z_0} - \frac{3}{2} \pi \right)$$
(2.22)

комплексной мощности определяет активную составляющую мощности, отдаваемой стустками свч полю, которая поступает в нагрузку резонатора и частично расходуется на его потери.



Рис. 2.10. К расчету мощности отражательного клистрона: а) схема; б) зависимость мощности отражательного клистрона от параметра группировки

Мнимая часть  $P_X$  комплексной мощности определяет реактивную мощность в цепи сеток зазора. Наличие составляющей  $P_X$  эквивалентно подсоединению к зазору резонатора некоторой реактивности, расстранвающей резонатор. Вопрос электронной перестройки (изменения частоты геперации при изменении напряжений клистрона) рассматривается ниже другим методом, и потому выражение для  $P_X$  здесь не приводится.

Выясним зависимость мощности клистрона от различных факторов. Из выражения (2.22) следует, что мощность клистрона достигает мажсимума в том случае, если угол  $\theta_d + \theta_{z0}$  пролета электронов (т. е. угол пролета электрона 2 на рис. 2.7) удовлетворяет условию

$$\cos\left(\theta_d + \theta_{z_\bullet} - \frac{3}{2}\pi\right) = 1$$
или  $\theta_d + \theta_{z_\bullet} = \left(n + \frac{3}{4}\right)2\pi,$  (2.23)

которое совпадает с ранее рассмотренным условием (2.12), обеспечивающим прохождение спустков через зазор в момент максимального тормозящего поля.

Определни зависимость мощности клистрона  $P_R$  от параметра группировки  $X_{orp}$  и от номера *п* зоны для случая  $U_0 = \text{const}^{-1}$ ). Для этого рассмотрим произведение  $U_{m1}J_1(X_{orp})$ , входящее в ф-лу (2.22). Поскольку  $X_{orp} = (\theta_{2_0} - \theta_d) \frac{U_{m1}}{U_0} \frac{M}{2}$ , то, выразив  $U_{m1}$  через  $X_{orp}$ , получим

<sup>1</sup>) Если же  $U_{m1}$  = const, а  $U_0$  и  $\theta_{z_0}$  —  $\theta_d$  подбираются под оптимальное значение  $X_{nTD}$ , то мощность генерации не зависит от номера *n* зоны.

$$U_{m1}J_1(X_{\text{orp}}) = \frac{X_{\text{orp}}J_1(X_{\text{orp}})}{(\theta_{z_0} - \theta_d)} \frac{2U_0}{M}.$$
 (2.24)

Зависимость этого произведения от параметра группировки  $X_{\rm отр.}$  показанную на рис. 2.10б, можно рассматривать как «искаженную» кривую функции Бесселя, максимум которой смещен несколько вправо. Это означает, что рассматриваемое произведение  $U_{m4}J_4(X_{\rm отр})$ , а следовательно, и мощность клистрона достигают максимума не при том оптимальном значении параметра груплировки, которое было найдено для двухрезонаторного клистрона, а при несколько большем.

Далее, поскольку произведение  $U_{m1}J_1(X_{oTP})$ , а следовательно, и мощность клистрона обратно пропорциональны углу  $\theta_{z_0} - \theta_d \approx \theta_{z_0}$ , то мощность клистрона надает с увеличением номера зоны (см. рис. 2.8), так как большему углу  $\theta_{z_0}$  соответствует зона с большим номером *п*. Физическое объяснение такей зависимости было дано выше.

### ЭЛЕКТРОННАЯ ПЕРЕСТРОЙКА ЧАСТОТЫ ГЕНЕРАЦИИ

Зависимость частоты клистрона от напряжения на отражателе. В центре любой зоны клистрон генерирует колебания одной и той же частоты. Однако если в пределах одной зоны несколько изменять напряжение на отражателе, то частота генерации также будет меняться, как показано на рис. 2.8 (одновременно будет меняться и мощность).

Зависимость частоты клистрона от напряжения на отражателе физически объясняется тем, что при изменении  $U_{\rm отр}$  меняется время пролета электронов от центра резонатора до отражателя и обратно. Поэтому, если при влиряжении  $U_{\rm отр}$  соответствующем центру зоны, сгустки возвращаются в зазор в момент максимальното тормозящего поля (ркс. 2.7), то при больших значениях ( $U_{\rm отр}$ ) сгустки вернутся несколько раньше указанного момента, а при меньших — несколько позднее. Применительно к понятию наведенного тока  $I_{\rm нав}$  это означает, что фаза наведенного на сетках зазора тока  $I_{\rm пав}$  (при заданном на нем напряжения  $U_1$ ) зависит от напряжения  $U_{\rm отр}$ . Но если при подведенном к сеткам зазора напряжении  $U_4$  через последние протекает ток  $I_{\rm нав}$ , фаза которого зависит от  $U_{\rm отр}$ , то это эквивалентно подсоединению к ним комплексной электронной проводимости  $Y_{\rm от}$  (рис. 2.11*a*):

$$Y_{3\pi} = G_{3\pi} + i B_{3\pi} = -\frac{I_{muas}}{U_{m1}}^{1}$$
, (2.25)

величина которой тоже зависит от  $U_{\rm orp}$ .

Поскольку к резонатору клистрона оказывается «подсоединенной» электронная проводимость, вещественная и мнимая части которой зависят от напряжения на отражателе, то это означает, что и частота, и мощность генерации тоже зависят от напряжения на отражателе<sup>2</sup>).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Знак минус в формуле объясняется тем, что положительные направления тока и напряжения на рис. 2.11а (а также на рис. 2.10) противоположны.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Поскольку время пролета электронов зависит не только от  $U_{0,TD}$ , но и от анодного напряжения  $U_0$ , то последнее тоже влияет на частоту генерации. 56

Указанная зависимость частоты от напряжения на отражателе и настоящее время широко используется для целей электронной перестройки частоты клистрона. Достоинством этого метода являются его простота и безынерционность, поскольку перестройка здесь осуществляется одним лишь изменением напряжения на отражателе, да еще в цепи, в которой ток практически отсутствует ввиду отрицательного потенциала отражателя.

Однако возможности такой электронной перестройки все-таки ограничены. Из рис. 2.8 видно, что изменение частоты сопровождается одновременным изменением мощности клистрона. Поэтому

практически используют лишь тот диапазон частот зоны, в пределах которого мощность клистрона уменьшается не более чем в





Рис. 2.11. К расчету электронной проводимости зазора отражательного клистрона, обусловлениой основной гармоникой конвекционного тока:

 а) схема; б) зависимость активной составляющей электронной проводимости зазора от угла пролета и определение допустимой натрузки резонатора

два раза. Практически это выражается в том, что серийно выпускаемые клистроны имеют диапазон электронной перестройки порядка  $\Delta f \approx 10 \div 20$  МГц на волнах  $\lambda = 10$  см и  $\Delta f = 20 \div 50$  МГц на волнах  $\lambda = 3$  см.

Из того же рис. 2.8 видно, что в зоне с большим номером n изменение частоты, приходящееся на 1 В изменения  $U_{\text{отр}}$ , больше, чем в зоне с меньшим номером. Иными словами, крутизна характеристики электронной перестройки несколько больше в зонах с большим номером n. У серийно выпускаемых клистронов крутизна электронной перестройки порядка  $\Lambda f/\Lambda U_{\text{отр}} \approx 1$  МГп/В в диапазоне волн  $\lambda = 10$  см и  $\Delta f/\Delta U_{\text{отр}} \approx 5$  МГц/В в диапазоне волн  $\lambda = -3$  см. Ниже выводятся аналитические выражения, определяющие электронную проводимость зазора и крутизну характеристики электронной перестройки частоты.

Электронная проводимость зазора. Подставляя в ф-лу (2.25) значения входящих в нее величин  $\dot{I}_{m \ HBB}$  и  $\dot{U}_{m1}$  из ф-л (2.20) и выражая  $\dot{U}_{m1}$  через  $X_{o \tau p}$  так, как это делалось при выволе ф-лы (2.24), получаем

$$Y_{\mathbf{3}\mathbf{4}} = G_{\mathbf{3}\mathbf{n}} + \mathbf{i} B_{\mathbf{3}\mathbf{n}} = -\frac{I_{m\mathbf{K}\mathbf{3}\mathbf{B}}}{\dot{U}_{m1}} = -\frac{I_{m}M}{\dot{U}_{m1}} = -\frac{2I_{\mathbf{0}}J_{\mathbf{1}}\left(X_{\mathbf{0}\mathbf{T}\mathbf{P}}\right)e^{-\mathbf{i}\left(\theta_{d}+\theta_{\mathbf{z}_{\mathbf{0}}}-\pi\right)}M}{\dot{U}_{m1}e^{-\mathbf{i}\frac{\pi}{2}}} = -\frac{i\pi}{\dot{U}_{m1}e^{-\mathbf{i}\frac{\pi}{2}}} = \mathbf{i} A e^{-\mathbf{i}\left(\theta_{d}+\theta_{\mathbf{z}_{\mathbf{0}}}\right)} , \quad (2.26)$$

где

\_

$$G_{\mathbf{3}n} = A\sin\left(\theta_d + \theta_{\mathbf{z}_0}\right), \ B_{\mathbf{3}n} = A\cos\left(\theta_d + \theta_{\mathbf{z}_0}\right), \ A = \left(\theta_{\mathbf{z}_0} - \theta_d\right) \frac{I_0}{U_0} \frac{J_1\left(X_{\mathrm{orp}}\right)}{X_{\mathrm{orp}}} M^{\mathbf{3}}.$$

Полученные формулы показывают, что как вещественная  $G_{p,n}$ , так и мнимая  $B_{p,n}$  составляющие электронной проводимости  $Y_{n,n}$  растут с увеличением угла  $\theta_{20}$ — $\theta_d$  по закону, подобному закону изменения синусондальных колебаний, амилитуда A которых быстро нарастает (рис. 2.116).

Определение допустимой нагрузки резонатора. Самовозбуждение клистрона возможно лишь в том случае, если результирующая проводимость его эквивалентной схемы (рис. 2.11а) отрицательна:

$$G_{s,n} + G_{pes} < 0$$
 (2.27)

(в установившемся режиме  $G_{3\pi} + G_{pea} = 0$ ).

Поскольку модуль отрицательной электронной проводимости в различных зонах различен (рис. 2.116) и увеличивается с увеличением номера n зоны, то самовозбуждение зон с большим номером n возможно даже при больших нагрузках, а самовозбуждение зон с малым n — только при малых нагрузках. Поэтому если нагрузка резонатора равна, например, значению  $G_{pc3}$ , то самовозбуждение клистрона возможно лишь в тех зонах, для которых модуль отрицательной электронной проводимости превышает указанное значение. На рис. 2.116 представлен случай, когда при выбранной проводимости резонатора  $G_{pe3}$  не возбуждается только зона n=0, поскольку модуль отрицательной проводимости этой зоны меньше проводимости резонатора (кривая n=0 не доходит до пунктирной линии).

Крутизна характеристики электронной перестройки. Собственная частота колебаний контура определяется из выражения для его комплексной проводимости

$$Y = G + i B = G + i G 2Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1\right)$$
 (2.28)

как частота, при которой B=0. Если же к контуру дополнительно подключена электронная проводимость, то результирующая проводимость

$$Y_{\Sigma} = (G + G_{SA}) + i (B + B_{SA}),$$

причем в режиме генерации

$$G + G_{3,\pi} = 0, \ B + B_{3,\pi} = 0.$$
 (2.29)

58

Первое условие по заданному значению  $G_{3\pi}$  определяет допустимую натрузку ( $G = -G_{8\pi}$ ), графическое нахождение которой было рассмотрено выше (см. рис. 2.116), а второе — частоту генерируемых колебаний и, следовательно, зависимость этой частоты от напряжения на отражателе.

Действительно, подставляя во второе равенство (2.29) значение B из ф-лы (2.28) и учитывая, что  $G = -G_{g,n}$ , получаем

$$-G_{\mathfrak{s}\mathfrak{n}}2Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}-1\right)+B_{\mathfrak{s}\mathfrak{n}}=0. \tag{2.30}$$

Заменяя в последнем выражении  $G_{\mathfrak{p},\mathfrak{a}}$  и  $B_{\mathfrak{p},\mathfrak{n}}$  их значениями из ф-лы (2.26), находим

$$\frac{\omega}{\omega_0} = 1 + \frac{1}{2Q} \frac{B_{\mathbf{9}\mathbf{n}}}{G_{\mathbf{9}\mathbf{n}}} = 1 + \frac{1}{2Q} \operatorname{ctg} \left(\theta_d + \theta_{\mathbf{z}_0}\right). \tag{2.31}$$

Это выражение можно существенно упростить, если учесть, что в центре зоны тенерации  $\theta_d + \theta_{z_0} = (n+3/4)2\pi$  [см. ф-лу (2.23)], а в общем случае в пределах зоны  $\theta_d + \theta_{z_0} = (n+3/4)\pi + \Delta \theta$ , где  $\Delta \theta$  малая величина (зависящая от напряжения на отражателе) и потому

$$\operatorname{ctg}\left(\theta_{d}+\theta_{z_{0}}\right)=\operatorname{ctg}\left[\left(n+3/4\right),2\pi+\Delta\theta\right]=\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\Delta\theta\right)=-\operatorname{tg}\Delta\theta\approx-\Delta\theta.\ (2.32)$$

Поскольку  $\Delta \theta$  — малая величина, определяемая изменением напряжения на отражателе, то ее можно найти по формуле Тейлора. Ограничиваясь только первым членом этой формулы, получаем

$$\Delta \theta \approx \frac{\partial \left(\theta_{d} + \theta_{z_{\bullet}}\right)}{\partial U_{\text{orp}}} \Delta U_{\text{orp}} = \frac{\partial \theta_{z_{\bullet}}}{\partial U_{\text{orp}}} \Delta U_{\text{orp}} = \frac{\partial}{\partial U_{\text{orp}}} \left(\omega \frac{2mv_{0}}{eE}\right) \Delta U_{\text{orp}} = \\ = \omega \frac{2mv_{0}}{e} \frac{\partial \left(\frac{d_{\text{orp}}}{U_{0} + U_{\text{orp}}}\right)}{\partial U_{\text{orp}}} \Delta U_{\text{orp}} = \omega \frac{2mv_{\bullet}}{e} \frac{-d_{\text{orp}} \Delta U_{\text{orp}}}{(U_{\bullet} + U_{\text{orp}})^{2}} = \\ = \frac{-\theta_{z_{\bullet}} \Delta U_{\text{orp}}}{U_{0} + U_{\text{orp}}} = \frac{-\left(n + \frac{3}{4}\right)2n}{U_{\text{orp}} + U_{\bullet}} \Delta U_{\text{orp}}.$$
(2.33)

Поэтому, подставляя в ф-лу (2.31) значение котангенса из выражения (2.32) и учитывая найденное значение Δθ, окончательно находим

$$\frac{\omega}{\omega_0} \approx 1 - \frac{\Delta \theta}{2Q} \approx 1 + \frac{\left(n + \frac{3}{4}\right)n}{Q\left(U_{\text{orp}} + U_0\right)} \Delta U_{\text{orp}}.$$
(2.34)

Второе слагаемое этого выражения и определяет крутизну характеристики электронной перестройки:

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta U_{\text{orp}}} = \omega_0 \frac{\left(n + \frac{3}{4}\right)\pi}{Q\left(U_{\text{orp}} + U_0\right)}$$

### ЧАСТОТНАЯ, АМПЛИТУДНАЯ И ИМПУЛЬСНАЯ МОДУЛЯЦИИ

Если на отражатель последовательно с постоянным напряжением U<sub>отр</sub> подать переменное напряжение, то амплитуда и частота генерируемых отражательным клистроном колебаний окажутся соответственно промодулированными. Причем, если рабочую точку установить в центре зоны, то будет наблюдаться частотная модуляция с небольщой паразитной амплитудной модуляцией (последняя будет тем меньше, чем меньше амплитуда молулирующего напряжения). Наоборот, при выборе рабочей точки на боковой встви кривой  $P = f(U_{\text{отв}})$  можно получить амплитудную модуляцию (при небольшой паразитной частотной модуляции). Наконен, если рабочую точку установить между зонами и дополнительно подавать на отражатель прямоугольные импульсы соответствующей амплитуды, то клистрон будет излучать колебания тоже в виде импульсов прямоугольной формы. В частности, многие лабораторные генераторы предусматривают импульсный режим, при длительность импульса излучения составляет половину котором периода модуляции (так называемый «меандо»).

## ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Достоинством отражательного клистрона является простота его конструкции и настройки (всего лишь один резонатор) и возможность электронной перестройки частоты в цепи электрода, не пот-



Рис. 2.12. Внешний вид отражательного клистрона

ребляющего ток, а недостатком - малый кпд, не превышающий обычно 2-3%. В связи с этим отражательный клистрон не находит применения в качестве мощного генератора, а используется там, где низкий кпд не играет существенной роли, но зато важны его остальные показатели. Поэтому отражательный клистрон применяется в свч дианазоне в качестве ге**те**родина различных приемников, в измерительной аппаратуре, а также в маломощных однокаскадных передатчиках (например. радиорелейных линиях В связи).

Выходная мощность отражательного клистрона колеблется от нескольких милливатт до нескольких ватт. А по своим размерам и внешнему виду отражательный клистрон напоминает обычные стеклянные пли металлические радиолампы (рис. 2.12б).

# ГлаваЗ

-+-

# лампы бегущей и обратной волны типа О

## 3.1. Классификация приборов и вопросы широкополосности

### КЛАССИФИКАЦИЯ

Различают два типа электронных свч приборов: приборы О-типа и приборы М-типа (магнетронные). В приборах О-типа постоянное магнитнос поле направлено параллельно электронному потоку, и его единственное назначение — препятствовать расширению потока на его пути от катода к коллектору (фокусировка луча). Поэтому наличие магнитного поля в этих приборах необязательно и вместо него иногда используется электростатическая фокусировка луча.

Наоборот, в приборах магнетронного типа постоянное магнитное поле ориентировано перпендикулярно направлению движения электронов. Форма траектории электронов и их скорость существенно зависят от напряженности этого поля. Поэтому без его учета рассмотрение принципа работы прибора *M*-типа невозможно.

В данной главе рассматриваются лампы бегущей и обратной волны О-типа. Приборы же М-типа, в том числе и лампы бегущей и обратной волны М-типа рассматриваются в гл. 4.

# принцип широкополосного усиления

На практике иногда требуются усилители, обладающие широкой полосой усиления (порядка десятков процентов). Рассмотренные выше клистроны этому требованию не удовлетворяют, так как их полоса усиления обычно не превышает нескольких процентов от среднего значения усиливаемой частоты. Причем узкополосность клистрона заложена в самом принципе его работы, носкольку напряжения, используемые в нем для модуляции электронного потока и отбора от него энергии, образуются на зазорах резонаторов, обладающих свойствами колебательных систем, полоса частот которых обратно пропорциональна их добротности. К тому же, добротность резонаторов приходится повышать для увеличения этих напряжений. Поэтому для широкополосного усиления необходимы другие приборы, работающие на ином принципе, и, в частности, приборы, основанные на взаимодействии электронного потока с электрическим полем, создаваемым нерезонансной системой, например, с полем волновода. Поскольку напряжение в волноводе в широкой полосе частот остается почти неизменным, усилитель, работающий по такому принципу, должен быть широкополосным.

Правда, реализация этого принципа связана с некоторыми трудностями. Во-первых, при заданной мощности входного сигнала напряжение в волноводе во много раз меньше напряжения в резонаторе. Во-вторых, фаза напряжения в обычном волноводе распространяется со скоростью, равной или большей скорости света, которая не достижима для электронного потока. Первую трудность можно преодолеть увеличением пути взаимодействия электрона с напряжением волновода. Для этого электрон нужно заставить перемещаться вдоль волновода с фазовой скоростью волны. Тогда на значительном участке пути он будет находиться в одном и том же тормозящем или ускоряющем поле и в результате даже при слабом напряжении волновода либо приобретет требуемое ускорение (при модуляции по скорости), либо отдаст полю волновода требуемую часть своей кинетической энергии (в тормозящем поле). Вторая трудность преодолевается использованием волноводов с замедляющими системами, в которых фазовую скорость можно уменьшить по сравнению со скоростью света и сделать ее равной скорости электронного потока.

Указанный принцип усиления используется в приборах, рассматриваемых в данной главе. Однако следует отметить, что не все приборы, описанные здесь, являются широкополосными усилителями. Некоторые из них, например, лампы обратной волны (ЛОВ) из-за наличия положительной обратной связи представляют собой узкополосные устройства. Тем не менее ЛОВ обладают другим ценным свойством — они применяются в основном в качестве генераторов с широкой полосой электронной перестройки.

## 3.2. Лампа бегущей волны

## принцип действия

Конструкция ЛБВ в общем виде схематически показана на рис. 3.1*а.* Один из вариантов этой схемы, когда в качестве замедляющей системы используется спираль, а вход и выход выполнены на коаксиальных линиях, приведен на рис. 3.16.

Электронный поток, выходящий из катода 2, ускоряется анодом 3 и приобретает скорость, примерно равную фазовой скорости электромагнитной волны в замедляющей системе 4 (которая обычно составляет примерно 0,1 от скорости света). Одновременно он фокусируется в узкий луч, направленный вдоль оси систе-, мы. После прохождения замедляющей системы электроны попадают на коллектор 5.

Соленоид 6 создает продольное магнитное поле, которое не влияет на электроны, движущиеся вдоль оси лампы (вдоль силовых линий магнитного поля), но препятствует их радиально-



Рис. 3.1. Конструкция ЛБВ: а) общий случай; б) ЛБВ со спиральной комедляющей системой и коаксиальным входом-выходом

му расхождению. Действительно, если у электрона появляется радиальная составляющая скорости, то по закону Лоренца радиальное движение переходит в движение по окружности вокруг силовых линий магнитного поля, причем осевая составляющая скорости останепзменной. Благодаря ется этому электроиный поток сохраняет первоначально созданную форму узкого луча на протяжения всего пути в ламие.

0000000000000000000

Рис. 3.2. Коакональная линия со спиральной внутренней жилой

Поле замедляющей системы. В первом приближении спиральную линию можно рассматривать как коаксиальную (рис. 3.2), внешняя жила которой прямолинейна, а внутренняя выполнена в виде спирали. Вдоль спирали распространяется волна со скоростью света. В этом приближении фазо-

вая скорость  $v_{аам}$  волны вдоль внешней оболочки такой линии меньше скорости  $c_0$  света во столько раз, во сколько раз длина L внутренней спиральной линии (если ее растянуть) больше длины l внешней оболочки и, следовательно, не зависит от частоты:

$$v_{\rm 3a_M} = c_0 \, \frac{l}{L} \, . \tag{3.1}$$

На рис. 3.3 показана зависимость фазовой скорости волны в спиральной системе, рассчитанная по формуле, получен-



Рнс. 3.3. Зависимость фазовой скорости основной волны в спиральной линии от частоты

ной на основе строгого рассмотрения данной задачи. Из графика видно, что если не считать начального участка, соответствующего

относительно низким частотам, то фазовая скорость волны в спиральной линии действительно почти не зависит от частоты и по величине близка к значению, определяемому ф-лой (3.1).

С этих же позиций можно рассмотреть и структуру поля в спиральной линии. В обычной коаксиальной линии на ее внутренней и внешней жилах имеются пучности положительных и отрицательных зарядов (рис. 3.4*a*). Они расположены на расстоянии  $\lambda/2$  друг



Рис. 3.4 Разпределение пучностей зарядов и направления вектора E в коаксиальной и спиральной линиях

от друга и перемещаются вдоль линии со скоростью света. Силовые линии электрического поля направлены радиально от положительных зарядов к отрицательным.

Если же внутреннюю жилу линии свернуть в спираль, то расстояния между пучностями противоположных зарядов этой жилы резко сократятся и за счет взаимодействия между близко расположенными противоположными зарядами часть силовых линий, не попадая на внешнюю оболочку, окажется замкнутой на противоположных зарядах внутренней жилы, как показано на рис. 3.46.

Поэтому электрическое поле спиральной линии, помимо радиальной, обязательно содержит *продольную* составляющую, которая тем больше, чем больше замедление волны, т. е. чем ближе 64 расположены противоположные заряды по сравнению с расстоянием в обычной коаксиальной линии. Для дальнейшего рассмотрения указанная продольная составляющая поля золны представляет главный интерес.

Модуляция по скорости и плотности. Усиление сигнала. С учетом указанной структуры поля рассмотрим процесс взаимодействия с ним электронного потока. Допустим сначала, что скорость  $v_0$  электронов и скорость  $v_{3nM}$  волны в замедляющей системе равны  $v_0 = v_{3nM}$ . Из рассмотрения рис. 3.46 (а также рис. 3.48) видно, что нечетные электроны 1, 3, 5... находятся в сечениях с узлами продольной составляющей поля и, следовательно, не испытывают осевого ускорения. Их осевая скорость  $v = v_0$  при прохождении замедляющей системы не измепяется. Наоборот, четные электроны 2, 4, 6... находятся в сечениях с пучностями продольной составляющей системы не измепяется, как указано на рисунках стрелками, по направлению к электронам 1, 5, 9..., которые становятся центрами образующихся сгустков (на рисунках центры сгустков обведены пунктирными кружками)<sup>10</sup>.

Однако, как видно из тех же рисунков, сгустки образуются в сечениях, где отсутствует продольная составляющая электрического поля. Поэтому при равенстве скоростей электронов и волны сгустки, хотя и будут образовчваться, но не будут усиливать поле волны. Чтобы рассматриваемая система усиливала свч поле, скорость электронов должна несколько превышать скорость волны:  $v_0 \ge v_{\rm зам}$ . Действительно, в этом случае процесс образования сгустков не прекратится, но одновременно из-за превышения скорости электронов над скоростью волны сгустки, обгоняя волну, будут постепенно перемещаться в сечения с тормозящим полем. Здесь они, теряя свою кинетическую энергию, будут усиливать поле вол-

ны аналогично тому, как это происходит во втором резонаторе двухрезонаторного клистрона (см. рис. 1.3).

Таким образом, процессы взаимодействия свч поля с электронным потоком в ЛБВ, в принципе, те же, что и в двухрезонаторном клистроне, голько в клистроне модуляция по скорости и плотности и отбор энергии разделены в пространстве и во времени, а в



Рис. 3.5. Усилительная характеристика ЛБВ

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) Поскольку указанное взаимодействие не кратковременное, как в клистроне, а происходит на протяжении всего пути пролета электрона вдоль длинной замедляющей системы, то стустки образуются даже при очень слабых полях (по сравнению с полями в резонаторе клистрона).

ЛБВ все три процесса протекают одновременно и в одном и том же пространстве.

Превышение скорости электронов над скоростью волны не должно быть большим, так как в противном случае сгустки могут проскочнть участки с тормозящим полем и оказаться на участках с ускоряющим полем, где вместо того, чтобы усиливать волну, онн начнут поглощать ее энергию. Поэтому анодное напряжение ЛБВ, определяющее скорость электронов, имеет некоторое оптимальное значение, при котором усиление лампы максимально (рис. 3.5а).

## УСИЛИТЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛБВ

Амплитудная характеристика показана на рис. 3.5б. Начальный участок зависимости выходной мощности  $P_{\rm вых}$  от входной  $P_{\rm вх}$ , как и у большинства других усилителей, имеет примерно линейный характер, так как здесь с увеличением входной мощности увеличивается поле волны в замедляющей системе, что велет к усилению процессов модулящии по скорости и плотности и увеличению отбора полем кинетической энергии электронов. При этом коэффициент усиления (KV) на линейном участке можно определить по формуле Пирса:

$$K^2 = \frac{l}{\lambda_{32M}} A - 9.54, \quad \text{dB},$$
 (3.2)

где  $l/\lambda_{3am}$  — число замедленных длин воли, укладывающихся вдоль замедляющей системы лампы, а A — коэффициент, зависящий от конкретной конструкции лампы и ее режима; его значения обычно лежат в пределах от 1 до 10. Аналитический вывод этой формулы дан ниже в 3.3. Здесь же рассмотрим особенности этой формулы, исходя из физических соображений.

Первое слагаемое в правой части этой формулы указывает на то, что коэффициент K<sup>2</sup> пропорционален не только геометрической длине замедляющей системы, но и ее коэффициенту замедления. Последнее физически можно объяснить тем, что с увеличением коэффициента замедления возрастает продольная составляющая Е, поля волны (в результате сближения пучностей противоположных зарядов, см. пояснения к рис. 3.46) и, следовательно, повышается интенсивность процессов модуляции и отбора энергии. Наличне второго слагаемого (-9,54), как показано ниже в 3.3, означает, что поступающая на вход ЛБВ энергия возбуждает в ней три разных волны, из которых усиливается только одна. Поскольку на больших расстояниях от входа поля неусиливаемых волн оказываются пренебрежимо малыми, то мощность, израсходованная на их возбуждение, может рассматриваться как мощность потерь на входе лампы. Соответствующий расчет показывает, что эта мощность составляет --- 9,54 дБ.

Практически коэффициент усиления ЛВВ бывает порядка 20÷ ÷40 дБ. Получение более высокого КУ затрудняется склонностью ЛБВ к самовозбуждению, а также и другими факторами. В частности, условие  $v_0 \ge v_{3aM}$  не дает сгусткам терять значительную часть своей скорости. Кроме того, в очень длинной замедляющей системе возможна перемодуляция, т. е. распадение уже образовавшихся сгустков.

Наличие в кривой  $P_{\text{вых}} = f(P_{\text{вх}})$  (рис. 3.56) максимума и ее последующий спад можно объяснить тем, что:

— при больших уровнях сигнала возможна перемодуляция, при которой сгустки, хотя и образуются быстро у самого входа лампы, но также быстро и распадаются<sup>1</sup>;

при больших уровнях сигналов скорость сгустков резко уменьшается, поэтому они могут отстать от волны и попасть на участки поля с ускоряющим напряжением, где вместо того, чтобы усиливать волну, они начнут поглощать ее энергию;

— по закону сохранения энергии выходная мощность, в принципе, не может превышать мощности анодного источника питания, которая всегда имеет конечное значение.

Частотная характеристика. Лампы бегущей волны отличаются от других усилителей свч большой широкополосностью. Ширина полосы частот ЛБВ достигает 20—50% от средней частоты. Такая широкая полоса частот определяется самим принципом работы этих ламп, на что указывалось в начале главы. Рассмотрим факторы, ограничивающие полосу частот, усиливаемых лампой бегущей волны.

Дисперсия замедляющей системы. Фазовая скорость волны в замедляющей системе зависит от частоты (рис. 3.3) и поэтому указанное выше условие усиления  $v_0 \ge v_{3aM}$  выполняется не на всех частотах, а лишь в определенной полосе частот. Меняя анодное напряжение, можно перестраивать полосу усиления ЛБВ, осуществляя, таким образом, электронную перестройку усиления лампы. Однако практически дисперсия заметно проявляется лишь на относительно низких частотах, и поэтому приведенные выше значения полосы частот в обычных условиях определяются не столько дисперсией, сколько другими факторами.

Изменение продольной составляющей  $E_z$  поля волны. Составляющая  $E_z$  поля замедляющей системы имеет максимальное значение на ее поверхности и убывает по закону экспоненты при удалении от нее. Причем скорость убывания растет с повышением частоты. Поэтому с повышением частоты поле как бы прижимается к поверхности замедляющей системы и электронный пучок, положение которого остается неизменным, начинает слабее взаимодействовать с ним. В результате усиление системы может заметно уменьшиться.

С другой стороны, на относительно низких частотах усиление

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Аналогичное явление имеет место и в клистроне, выходная мощность которого достигает максимума при некоторой величине входной мощности, соответствующей оптимальному значению параметра пруппировки, а при се дальнейшем увеличении выходная мощность падает.

может снизиться и потому, что сама продольная составляющая  $E_z$  падает с уменьшением частоты из-за удаления друг от друга пучностей противоположных зарядов (см. пояснения к рис. 3.46).

Согласование входа и выхода лампы со спиралью (или в общем случае с замедляющей системой) в широкой полосе частот представляет довольно сложную задачу. Обычно именно недостаточно хорошее согласование и является тем основным фактором, который определяет реально получаемую полосу ЛБВ.

Коэффициент полезного действия ЛБВ относительно исвелик (порядка 20—35%) и значительно меньше кпд клистрона. Это можно объяснить следующим образом. Электронные кпд клистрона и ЛБВ определяются одинаково: как отношение кинетической энергии электронов, отданной ими полю свч, к полной кинетической энергин, приобретенной ими в коле постоянного анодного напряжения.

Для двухрезонаторного клистрона, в принципе, возможен режим, при котором электроны полностью отдают свою кинетическую энергию свч полю, вылетая из второго резонатора с нулевой скоростью. Поэтому здесь сам принцип допускает получение кпд, близкого к единице. Правда, трудность практической реализации сгустков с оптимальной формой в настоящее время ограничивает кпд клистронов (он составляет около 58%).

В ЛБВ сам принцип работы, согласно которому скорость электрона на протяжении всей замедляющей системы должна немного превышать скорость волны ( $v_0 \ge v_{aam}$ ), не допускает торможения электронов в поле свч до нулевой скорости. А это и означает, что в ЛБВ можно полезно использовать лишь относительно небольшую часть кинетической энергии электронов, приобретенной ими в поле анодного напряжения, что и выражается в относительно низком клд.

Теоретически жид лампы бегущей волны можно повыонть, если несколько изменить принцип ее работы. А именно, можно сконструнровать замедляющую систему, в которой скорость волны по мере ее распространения к выходу постеленно уменьшается, что при выполнении условия  $\upsilon_0 \gtrsim \upsilon_{nam}$  на протяжении всей замедляющей системы позволит электронам отдавать большую часть своей кинетической энергии.

Возможен и другой способ повышения клд. Для этого нужно так сконструнровать ускоряющие электроды лампы, чтобы электронный поток на протяжении замедляющей системы получал непрерывное дополнительное ускорение, компенсирующее потерю его скорости в тормозящем свч поле. Однако практическая реализация рассмотренных способов связана с серьезными трудностями.

### САМОВОЗБУЖДЕНИЕ ЛБВ

Недостатки ЛБВ как генератора. Основное достоинство ЛБВ — широкополосность усиления. По этому параметру они в настоящее время не имеют себе равных, и потому в тех устройствах, где требование широкополосности стоит на первом месте, ЛБВ-усилители незаменимы.

68

В качестве автогенераторов ЛБВ, как правило, не используются. Так, обладая низким кпд и относительно большими габаритами, они не в состоянии конкурировать с мощными клистронами и магнетронами (см. гл. 4). В качестве же маломощных генераторов обычно используются либо отражательные клистроны, выгодно отличающиеся малыми габаритами и простотой конструкции, либо ЛОВ (см. 3.5), обладающие широкой электронной перестройкой (которая невозможна в ЛБВ-генераторе).

Возможность электронной перестройки ЛБВ-усилителя (см. выше) и невозможность ее в ЛБВ-генераторе объясняется частотной зависимостью фазовой характеристики обратной связи. Действительно, по общему правилу усилитель превращается в генератор, если оп охвачен положительной обратной связыю (рис. 3.6а). Но на свч цепь обратной связи из-за относительно больших



Рис. 3.6. К исследованию условий самовозбуждения: а) схема ЛБВ с обратной связью; б) к пояснению условий синфазности входного и выходного напряжений в линии; а) графическое определение амплитудного условия самовозбуждения

размеров обладает свойствами длинной линии. В качестве иллюстрации на рис. 3.66 показано, что колебания на входе и выходе длинной линии могут быть, например, синфазны (точнее могут отличаться на  $2\pi n$ ) только для *дискретного* ряда частот  $f_n$ , при которых на длине линии укладывается целое число *n* длин воли. Поэтому при использования таксй линии в качестве цепи обратной связи самовозбуждение ЛБВ возможно лишь для указанного дискретного ряда частот  $f_n$ , а на всех остальных частотах фаза колебаний на выходе цепи обратной связи не будет удовлетворять условням самовозбуждения. А это означает, что перестройка ЛБВ-генератора изменением одного лишь анодного напряжения без одновременной соответствующей перестройки цепи обратной связи невозможна.

Таким образом, вопрос о самовозбуждении ЛБВ — это в большинстве случаев вопрос о методах борьбы с паразитным самовозбуждением ЛБВ как усилителя и о выборе его режима работы, далекого от порога генерации. Последнее необходимо для того, чтобы паразитная обратная связь не вносила существенных искажений в частотную характеристику усилителя и не нарушала бы стабильность его работы.

## Исследование условий самовозбуждения ЛБВ в основном аналогично рассмотрению этого же вопроса в клистронах (см. 2.1) и сводится к анализу схемы рис. 3.6*а*, имеющей цепь обратной связи.

Амплитудное условие самовозбуждения ЛБВ, как и в клистроне, сводится к тому, что при малых уровнях сигнала мощность  $P_{c\,B} \approx \beta^2 P_{B\,M\,X}$ , поступающая по цени обратной связи с выхода обратно на вход (рис. 3.6а), должна быть не меньше мощности  $P_{B\,X}$ , теряемой на входе лампы  $P_{c\,B} \ge P_{B\,X}$  или  $\beta^2 P_{B\,M\,X} \ge P_{B\,X}$ , откуда

$$\beta^2 \geqslant \frac{P_{\text{BX}}}{P_{\text{Bbix}}} = \frac{1}{K^2}$$
(3.3)

при малых уровнях Рах.

Графически это неравенство уже решалось в гл. 2 (рис. 2.3*в*). Его решение показано еще раз на рис. 3.6*в*. Здесь кривая  $\beta^2 P_{\text{вых}} = f(P_{\text{вх}})$  имеет тот же характер, что и  $P_{\text{вых}} = f(P_{\text{вх}})$  на рис. 3.5*б*, но только все се ординаты уменьшены пропорционально  $\beta^2$ . Правой части неравенства (3.3) соответствует прямая, выходящая из начала координат люд некоторым углом к оси абсилес, зависящим от выбранных масштабов.

Пунктирная кривая на рис. 3.6а соответствует амплитудному условию самовозбуждения, а сплошная кривая — режиму усиления без самовозбуждения.

Фазовое условие самовозбуждения требует, чтобы фаза сигнала, поступлющего по цепи обратной связи с выхода ЛБВ обратно на ее вход, совпадала с фазой усиливаемого сигнала. Аналитически это условие можно вывести, если воспользоваться законом изменения фазы волны в тлинной линии. Так, если длина цепи обратной связи I<sub>св</sub>, то амплитуда напряжения U<sub>m св</sub>, поступающего по ней на вход ЛБВ, связана с амплитудой напряжения U<sub>m вых</sub> на выходе лампы соотношением

$$\dot{U}_{m \, CB} = \beta \, \dot{U}_{m \, B \, b \, k \, x} \, e^{-i(\kappa_{CB} \, l_{CB} + q_0)}$$
, (3.4)

где  $\kappa_{c,n}$  — постоянная распространения в цени обратной связи (для коаксиального кабеля с волной ТЕМ  $\kappa_{c,n} = \omega/c_0$ ), а  $\varphi_n = - \phi_{a3a}$ , вносимая в цепь обратной связи элементами овязи на входе и выходе лампы.

С другой стороны, амплитуды выходного и входного напряжений тоже связаны аналогичным соотношением

$$\dot{U}_{m \text{ BL}|\chi} = K \dot{U}_{m \text{ B}\chi} e^{-i\kappa_{38M} l_{3dM}}, \qquad (3.5)$$

где к<sub>авм</sub> — постоянная распространения в замедляющей системе ЛБВ, а l<sub>авм</sub> — ее длипа, носкольку усиливаемый в замедляющей системе сигнал распространяется в ней, как в длинной линии, но только с одновременным усилением его амплитуды.

Подставляя последнее равенство в ф-лу (3.4), получаем

$$\dot{U}_{m \, c_{\rm B}} = \beta \, K \dot{U}_{m \, {\rm B}_{\rm X}} \, {\rm e}^{-1 \, (\kappa_{c_{\rm B}} \, l_{c_{\rm B}} + \phi_0 + \kappa_{3 \, {\rm a}_{\rm M}} \, l_{3 \, {\rm a}_{\rm M}})}, \tag{3.6}$$

откуда фазовое условне самовозбуждения

$$\kappa_{\rm cB} l_{\rm cB} + \varphi_0 + \kappa_{\rm 3BM} l_{\rm 3BM} = 2\pi n, \qquad (3.7)$$

где n=1, 2, 3...

Поокольку к<sub>св</sub> и к<sub>зам</sub> частотнозависимые величины, то полученное условие показывает, что самовозбуждение возможно лишь для бесконечного ряда дискретных частот, соответствующих различным n. В частности, при самовозбуждении за счет внутренней обратной связи, когда можно положить

$$l_{\rm CB} = l_{\rm 3BM} \tag{3.8}$$

н

$$\kappa_{\rm CB} = \kappa_{\rm 3BM} = \frac{2\pi}{\lambda_{\rm 3BM}} = \frac{2\pi c_0}{\lambda v_{\rm 3BM}} = \frac{\omega}{v_{\rm 3BM}} , \qquad (3.9)$$

70

фазовое условие самовозбуждения (3.7) привимает вид

 $2\frac{\omega_n}{v_{3aM}} l_{3aM} + \varphi_0 = 2\pi n$ 

илн

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \left(n - \frac{\varphi_0}{2\pi}\right) \frac{v_{33M}}{2l_{33M}} , \qquad (3.10)$$

Из ф-лы (3.10) следует, что чем больше  $l_{00M}$  и чем меньше $v_{30M} \left( v_{30M} \approx v_0 \approx \frac{1}{2e} \right)$ 

 $\approx \sqrt{\frac{2e}{m}U_0}$ , тем ближе расположены частоты, на которых возможно самовной ждение.

Методы подавления самовозбуждения ЛБВ. Обратная связь в ЛБВ может быть как внешней, так и внутренней. При внешней снязи часть выходного сигнала подается на вход ЛБВ либо по непи, находящейся снаружи лампы (например, по коаксиальной линии, рис. 3.6а), либо за счет паразитной связи между выходом и входом лампы.

Внутренняя же обратная связь обусловлена наличием обратной волны, возникающей в результате отражения прямой волны от выхода лампы. Обратная волна, распространяющаяся навстречу электронному потоку, после новторного отражения на входе складывается с основной волной, усиливая или ослабляя результирующее поле в зависимости от се фазы. Поскольку в конечной полосе частот полное согласование входа и выхода лампы невозможно, то с указанным видом внутренней паразитной обратной связи всегда приходится считаться.

Для подавления паразитного самовозбуждения ЛБВ нужно уменьщить коэффициент паразитной обратной связи. Внешнюю паразитную связь устраняют тщательным экранированием входа и выхода лампы. Использование волноводных или коаксиальных линий часто позволяет обеспечить достаточно хорошую экранировку и не требует дополнительных мер.

Внутреннюю паразитную связь можно уменьшить тщательным согласованием входа и выхода лампы. Поскольку, однако, идеальное согласование в конечной полосе частот, в принципе, обеспечить невозможно, то основной мерой устранения самовозбуждения является введение в замедляющую систему поглотителя: однонаправленного, сосредоточенного или распределенного.

Однонаправленный поглотитель (типа ферритового вентиля), вводимый в замедляющую систему, не влияет на прямую волну, но поглощает обратную. В результате коэффициент усиления лампы не уменьшается, а склонность ее к самовозбуждению падает. К сожалению, реализация таких устройств связана с определенными трудностями.

Сосредоточенный поглотитель (7 на рис. 3.16), вводимый в замедляющую систему, уменьшает как прямую, так и обратную волну. В результате склонность ЛБВ к самовозбуждению существен. но уменьшается, но уменьшается и коэффициент усиления. Однако при потере усиления, например, в 20 дБ сигнал паразитной обратной связи из-за двукратного прохождения поглотителя ослабляется на 40 дБ, а в действительности и еще больше (см. ниже). Поэтому если взять ЛБВ с запасом по усилению, компенсирующим указанные потери, то в общем можно получить усилитель, не склонный к самовозбуждению. Так, если выбрать ЛБВ с  $K^2 =$ 41 дБ и поглотитель в 21 дБ, то коэффициент усиления устройства в целом составит  $K_{\Sigma}^2 = 20 \ \partial E$ , а сигнал обратной связи будет меньше входного сигнала на  $21 \cdot 2 - 41 = 1$  дБ, что гарантирует отсутствие самовозбуждения.

В действительности же ослабление сигнала обратной связи будет еще больше: отчасти за счет неучтенных коэффициентов отражения от выхода и входа (не вся мощность отражается), а отчасти из-за того, что поглотитель по-разному влияет на прямую и обратную волны. Так, если сосредогоченный поглотитель, помещенный в середину замедляющей системы, имеет бесконечное затухание для обратной волны, то для прямой волны его затухание будет не только конечным, но даже не очень большим. Дело в том, что такой поглотитель ослабляет лишь волну в замедляющей системе и почти не влияет на электропный поток, в котором уже успела сосредоточиться часть энергии усиливаемого сигнала в виде образовавшихся сгустков. Эти сохранившиеся сгустки после прохождения поглотителя возбудят в оставшейся части замедляющей системы волну и затем усилят ее. Поэтому общее ослабление прямой волны будет конечным и даже не очень большим.

Распределенный поглотитель, вводимый в замедляющую систему, преследует те же цели, что и сосредоточенный.

## 3.3. Линейная теория ЛБВ типа 0

#### ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ С УЧЕТОМ СТОРОННИХ ТОКОВ (ОБЩИЙ СЛУЧАЙ)

Из курса электродинамики известно, что из уравлений Маковелла

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} = i \, \omega_{\mathbf{E}} \, \dot{\mathbf{E}} + \, \dot{\mathbf{\delta}}_{c_{\mathrm{T}}}, \, \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} = -i \, \omega_{\mathrm{H}} \, \dot{\mathbf{H}} \tag{3.11}$$

(где є н  $\mu$  — диэлектрическая и магчитная проницаемости ореды, а  $\delta_{c1}$  — плотность стороннего тока), исключая одно неизвестное, например H, можно получить волновое уравнение. Для этого нужно взять rot от второго уравнения и подставить в него первое уравнение. В результате получим

$$f = -i \omega \mu (i \omega \epsilon \vec{E} + \vec{\delta}_{cT})$$

ніні

grad di v 
$$\dot{\mathbf{E}} = \nabla^2 \mathbf{E} = \omega^2 \epsilon \mu \dot{\mathbf{E}} = i \omega \mu \dot{\mathbf{\delta}}_{cT}$$
. (3.12)

Входящую в это уравнение величину grad div É можно найти, если учесть, что

div 
$$\dot{\mathbf{D}} = \mathbf{e} \operatorname{div} \dot{\mathbf{E}} = \dot{\rho}^{cT}, \operatorname{div} \dot{\delta}^{cT} = -i \omega \rho^{cT},$$
 (3.13)

где D=eE, а p<sup>c+</sup> — плотность объемного заряда.

72
Полагая  $\frac{\partial \dot{\mathbf{b}}_{cr}}{\partial x} = \frac{\partial \dot{\mathbf{b}}_{cr}}{\partial u} = 0$ , получаем

grad div 
$$\dot{\mathbf{E}} = \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad} \dot{\rho}^{cT} = \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad} \frac{\operatorname{div} \dot{\delta}_{cT}}{-i\omega} = \frac{i}{\omega\varepsilon} \operatorname{grad} \left( \frac{\partial \dot{\delta}_{cT}}{\partial z} \right) = \frac{i}{\omega\varepsilon} \frac{\partial^2 \dot{\delta}_{cT}}{\partial z^2}$$

Подставив это выражение в ф-лу (3.12), найдем искомос уравнение относительно Е для среды со сторонными токами в общем случае:

$$\nabla^{2} \dot{\mathbf{E}} + \kappa^{2} \dot{\mathbf{E}} = \frac{i}{\omega_{\mathrm{E}}} \left( \kappa^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} \right) \dot{\mathbf{\delta}}_{\mathrm{CT}}$$
  
учитывая, что  $\nabla^{2} \dot{\mathbf{E}} = \left( -\kappa_{\perp}^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} \right) \dot{\mathbf{E}}$ , окончательно имеем  

$$\left( \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} + \kappa_{z}^{2} \right) \dot{\mathbf{E}} = \frac{i}{\omega_{\mathrm{E}}} \left( \kappa^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} \right) \dot{\mathbf{\delta}}_{\mathrm{CT}}, \qquad (3.14)$$

THE  $\kappa^2 = \omega^2 e \mu$  is  $\kappa^2 = \kappa_z^2 + \kappa_\perp^2$ .

Волновое ур-ние (3.14) показывает, что поле волны в общем случае зависит ог стороннего тока, входящего в его правую часть.

#### УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛНОВОДНОЙ СИСТЕМЫ ТИПА ЛЕВ

Рассмотрим частный случай, когда вдоль волноводной системы раопространяется электронный туч с узким поперечным сечением (т. е. имеется система типа ЛБВ). Допустим, что в такой онстеме может распространяться волна только одного типа с задавным распределением поля в понеречном сечении <sup>1</sup>). Тогда в общем случае в системе могут существовать одновременно как прямая, так и обратная волны. Поэтому результирующее поле, например продольная составляющая электрического поля, при отсутствии сторовнего тока (т. е. в «холодной» системе) будет иметь вид

$$\dot{E}_{z} = \left(A e^{-i\kappa_{z}^{z}} - B e^{+i\kappa_{z}^{z}}\right) i \dot{E}_{mz} (xy) e^{i\omega t} = e(z) i \dot{E}_{mz} (xy) e^{i\omega t^{*}}, \quad (3.15)$$

где

R.RI.

$$e(z) = \left(A e^{-i\kappa_z z} - B e^{+i\kappa_z z}\right) = C_1 \sin \kappa_z z + C_2 \cos \kappa_z z \qquad (3.16)$$

скалярная функция (причем  $C_1 = -i(A+B)$ , а  $C_2 = A-B$ ), определяющая заков распределения поля  $E_z$  вдоль оси волновода (в частном случае |A| = |B| e(z) описывает стоячую волну).

При налични стороннего тока поле  $E_z$  в общем случае определится тем же выражением (3.15), но только e(z) при этом будет зависеть от  $\delta_{cr}$ . Чтобы получить уравнение, определяющее e(z) как функцию заданного стороннего тока  $I_{cr} = \int \delta_{cr} ds$ , умножим ур-ние (3.14) на  $z_0 i E_{mz}(xy)$  и проинтегрируем все уравнение по поперечному сечению *s* водновода. Поскольку с учетом (3.15)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) Учет остальных типов воли, ще меняя конечного результата расомотреная, неоколько усложняет математический авпарат.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Входящий в это выражение множитель і указывает на сдвиг фазы  $E_z$  на  $\frac{\pi}{2}$  по отношению к поперечным составляющим поля.

$$\int_{s} \dot{E}_{z} \, i \, \dot{E}_{mz} \, (xy) \, dS = e \, (z) \int_{s} E_{mz}^{2} \, (i)^{2} \, ds = e \, (z) \, \frac{-\kappa_{\perp}^{2}}{\kappa_{z}^{2}}^{1},$$

то вместо ур-ния (3.14) получим (полагая  $\hat{\delta}_{c\,\tau} = z_0 \hat{\delta}_{c\,\tau}$ )

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_z^2\right) e\left(z\right) = \frac{-\mathrm{i}\,\kappa_z^2}{\omega\varepsilon\,\kappa_1^2} \left(\kappa^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \int_{s} \dot{\delta}_{\mathrm{CT}} \,\mathrm{i}\,\dot{E}_{mz}\left(xy\right) ds. \tag{3.17}$$

Если ток представляет собой относительно узкий луч, координаты центра которого  $x_0$  и  $y_0$ , то подынтегральную функцию  $E_{m_2}(xy)$  можно вынести за знак интеграла по закону вынесения постоянных множителей, т. е.

$$\int \dot{\delta}_{cT} \, \mathrm{i} \, \dot{E}_{m2}(x_{l'}) \, d\mathbf{s} \approx \mathrm{i} \, \dot{E}_{m2}(x_0 y_0) \int \dot{\delta}_{cT} \, d\mathbf{s} = \mathrm{i} \, E_{m2}(x_0 y_0) \, \dot{I}_{cT}(z) \, .$$

Учитывая изложенное и умножая дополнительно ур-ние (3.17) на  $\vec{E}_{mz}(x_0y_0)$ , находим

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_z^2\right) \dot{E_z} = \frac{-i\kappa_z^2 E_{mz}^2 i^2}{\omega\varepsilon \kappa_\perp^2} \left(\kappa^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \dot{I_{cr}}(z).$$
(3.18)

Здесь в соответствии с ф-лой (3.15) принято, что e(z)і  $\dot{E}_{mz}(x_0y_0) = \dot{E}_z(x_0y_0)$  н, кроме того, для краткости замися опущены координаты  $x_0y_0$  [ $\dot{E}_{mz}(x_0y_0) \rightarrow \dot{E}_{mz}$ ].

Полученное уравнение в неявном виде определяет зависимость e(z) от сторониего тока  $I_{cr}(z)$ .

В дальнейшем представит интерес конкретная система типа ЛБВ (например, изображенная на рис. 3.1). В такой системе конвекционный ток  $I_{cr}(z)$ , протежающий вдоль замедляющей системы, хотя и можно рассматривать в некотором смысле как «сторовний» по отношению к полю волны, однако нельзя забывать и о том, что этот ток формируется и изменяется в результате процессов модуляции по скорости и плотности под влиянием той же волны. Иными словами, в такой волноводной системе необходимо учесть взаимозависимость поля и тока. А это юзначает, что, помимо ур-ния (3.18), определяющего зависимость поля  $E_z$  от стороннего тока, шужно найти второе уравнение, определяющее зависимость самого тока от поля  $E_z$ . Совместное решение системы двух указанных уравнений и будет являться решением рассматриваемой системы типа ЛБВ.

## УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СТОРОННЕГО ТОКА

Продольная составляющая  $E_z$  электрического поля вызывает в электронном потоке модуляцию по скорости и плотности. Физически эгот процесс был рассмотрен выше и пояснен рис. 3.46. Для его аналитического представления можно воспользоваться уравнением движения электрона<sup>2</sup>):

$$\frac{mdv}{dt} = q\dot{E}_z, \qquad (3.19)$$

<sup>1</sup>) В курсе электродинамики показывается, что  $\int_{C} E_{mz}^2 ds = \frac{\kappa^2}{\kappa_z^2} - C$ ,

где C — некоторая постоянная, которую в данном случае можно положить равной единице, поокольку в ф-лу (3.15) входят еще произвольные постоянные .1 и B [9],

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>. Здесь учитывается только взаимодействие электрона с электрической составляющей свч поля, поскольку сила, обусловленная машчитной составляющей поля, пренебрежимо мала (см. 4.1).

нде q = -e < 0 — заряд электрона, а v — его скорость, которую можно выразить в виде суммы постоянной и переменной составляющей:  $v = v_0 + v_1$ .

Дифференцировалие должно выполняться по правилу дифференцирования фузкций нескольких переменных, так как v является функцией двух переменных v = v(zt). Поэтому

$$\frac{d\dot{v}}{dt} = \frac{d\dot{v}}{dt} + \frac{\partial\dot{v}}{\partial z}\frac{\partial z}{dt} = i\omega\dot{v}_{1} + \frac{\partial\dot{v}}{\partial z}(v_{0} + \dot{v}_{1}) \approx i\omega\dot{v}_{1} + \frac{\partial\dot{v}}{\partial z}v_{0} = = \left(\frac{i\omega}{v_{0}} + \frac{\partial}{\partial z}\right)\dot{v}_{1}v_{0}, \qquad (3.20)$$

причем здесь опущено произведение  $\frac{\partial v}{\partial z}v_1$  ввиду его малости.

Подставляя найденное значение производной dv/dt в ур-ние (3.19), получаем

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\mathrm{i}\,\omega}{v_0}\right)\dot{v_1} = \frac{-e}{v_0m}\,\dot{E}_z.\tag{3.21}$$

Поскольку в колетном счете требуется найти зависимость между  $E_z$  и  $I_{cr}$ , необходимо в получениюм уравшении выразить  $v_1$  через искомый ток (или через илотность тока). Для этого можно воспользоваться, во-первых, выражением для конвекционного тока:

$$\dot{\delta} = \dot{\rho} \, \dot{v} = (\rho_0 + \rho_1) \, (v_0 + \dot{v}_1) \approx \rho_0 \, v_0 + (\dot{\rho_1} \, v_0 + \rho_0 \, \dot{v}_1).$$

єде р — объемная плотность заряда, откуда

$$\delta_0 = \rho_0 \, v_0, \ \delta_1 = \dot{\rho}_1 \, v_0 + \rho_0 \, \dot{v}_1 \tag{3.22}$$

н.ти

$$\dot{v_1} = \frac{1}{\rho_0} \left( \dot{\delta_1} - \dot{\rho_1} v_0 \right)$$
 (3.23)

(здесь, как и ранее, он щено произведение р<sub>1</sub>v<sub>1</sub> малых величин)<sup>1</sup>), а во вторых, — уравнением мепрерывности:

div 
$$\delta = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$
,  $\frac{\partial \delta}{\partial z} = -i\omega \rho_1$ ,  $\rho_1 = \frac{1}{-i\omega} \frac{\partial \delta}{\partial z}$ . (3.24)

Подставив в ур-ние (3.23) значения  $\rho_0$  и  $\rho_1$  из (3.22) и (3.24), найдем искомую зависимость между  $v_1$  и  $\delta_1$ :

$$\dot{v_1} = \frac{1}{\rho_0} \left( \dot{\delta_1} - \dot{\rho_1} v_0 \right) = \frac{v_0}{\delta_0} \left( 1 - \frac{v_0}{-i\omega} \frac{\partial}{\partial z} \right) \dot{\delta_1} = \frac{v_0^2}{i\omega\delta_0} \left( \frac{i\omega}{v_0} + \frac{\partial}{\partial z} \right) \dot{\delta_1}.$$
 (3.25)

Подставия найденное значение  $v_1$  в уравление движения (3.21) и умножив сто на площаль S поперечного сечения пучка ( $\delta_1 s = I_1$  и  $\delta_0 s = I_0$ )<sup>2</sup>), получам уравнение для скорости электронов при наличии свч поля  $E_z$ :

$$\left(\frac{\mathrm{i}\,\omega}{v_0}+\frac{\partial}{\partial z}\right)^2\dot{I}_1=\frac{-\mathrm{i}\,\omega\,I_0}{v_0^2\,2}\,\frac{2c}{v_0m}\,\dot{E}_z.$$

<sup>1)</sup> Такое пренебрежение, упрощая выражения, в то же время превращает нелинейное решение в линейное, приближенное, справедливое лишь для малых амплитум.

Полагаем однородное распределение плотности тока по сечению пучка.

Учитывая, что  $v_0^2 = \frac{2e}{m}U_0$ , окончательно имеем:

$$\left(\frac{\mathrm{i}\,\omega}{v_0} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 \dot{I_1} = -\frac{\mathrm{i}\,\omega\,I_0}{2U_0v_0}\dot{E_z},\tag{3.26}$$

где  $I_1$  и  $I_0$  — переменная и постоянная составляют ис конвекционного тока, причем  $\dot{I}_1$  и есть тот сторонний ток, для которого искалось уравнение (т. е.  $I_1 = J_{c,T}$ ).

## СОВМЕСТНОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ДВУХ УРАВНЕНИЙ

Как было отмечено выше, взаимозависимость поля в волноводной системе с электронным пучком аналитически требует совместного решения системы ур-ний (3.18) и (3.26). Выпишем эти уравнения еще раз, причем в ур-ний (3.18) воспользуемся приближениями, оправедливыми для замедляющих систем с больший коэффициентом замедления <sup>1</sup>):

$$\begin{pmatrix} \left(\kappa_{z}^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}\right) \dot{E}_{z} = \frac{-\mathrm{i} \dot{E}_{mz}^{2}}{\omega \varepsilon} \frac{\partial^{2} \dot{I}_{\mathrm{cT}}}{\partial z^{2}} \begin{vmatrix} \left(\frac{\mathrm{i} \,\omega}{v_{0}} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^{2}, \\ \left(\frac{\mathrm{i} \,\omega}{v_{0}} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^{2} \dot{I}_{\mathrm{cT}} = \frac{-\mathrm{i} \,\omega \,I_{0}}{v_{0} 2U_{0}} \dot{E}_{z} \begin{vmatrix} -\mathrm{i} \,\dot{E}_{mz}^{2} \\ -\mathrm{i} \,\dot{E}_{mz}^{2} \\ \omega \varepsilon \end{vmatrix} \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}.$$

$$(3.27)$$

Напоминаем, что  $\vec{E}_z = \vec{E}_{mz} e^{i\omega t} = E_{mz} e^{i(\omega t + \varphi)}$ .

Умножая каждое уравнение на оператор, выписанный оправа от него (г. е. выполняя операции дифференцирования) и складывая получающшеся уравнения, получаем

$$\left(\frac{\mathrm{i}\,\omega}{\upsilon_0} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 \left(\kappa_z^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \dot{E}_z = \frac{-I_0}{U_0} \frac{\dot{E}_{mz}^2}{2\varepsilon\,\upsilon_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \dot{E}_z. \tag{3.28}$$

В общем случае решение следует искать в виде

$$E_z = A \,\mathrm{e}^{-\,\mathrm{i}\,\Gamma\,z},\tag{3.29}$$

Причем поскольку ур-ние (3.28) является уравнением четвертого порядка, то постоянная Г должна иметь четыре различных значения, соответствующие различным фазовым окоростям и затуханиям четырех различных волн. Иными словами, решение должно иметь следующий вид:

$$E_{z} = A_{1} e^{-i\Gamma_{1}z} + A_{2} e^{-i\Gamma_{2}z} + A_{3} e^{-i\Gamma_{4}z} + A_{4} e^{-i\Gamma_{4}z}.$$
 (3.30)

Поэтому, подставляя ф-лу (3.29) в (3.28), получаем характеристическое уравнение для определения указанных четырех значений Г:

$$\left(\frac{\mathrm{i}\,\omega}{v_0}\,\mathrm{i}\,\Gamma\right)^2\left(\kappa_z^2-\Gamma^2\right) = \frac{I_0}{U_0}\,\frac{E_{mz}^2}{2e\,v_0}\,\Gamma^2 = 2\beta^3\,\frac{\omega^2}{v_0^2}\,\Gamma^2,\tag{3.31}$$
$$\beta^3 = \frac{I_0}{4U_0}\,\frac{E_{mz}^2}{e\,v_0}\,\frac{v_0^2}{\omega^2}\,.$$

где

) В замедляющей системе  $\kappa_{\perp}$  является мнимой величиной (и, следовательно,  $\kappa_{\perp}^2 < 0$ ). Ее модуль тем больше, чем больше замедление. Поэтому при больших замедлениях из  $\kappa_2 = \kappa_z^2 + \kappa_{\perp}^2$  следует, что  $|\kappa_{\perp}|^2 \approx \kappa_z^2 \gg \kappa^2$  и  $\frac{\kappa_z^2}{\kappa_{\perp}^2} \approx -1$ .

## РЕШЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Значения постоявных распространения Г1Г2Г3Г4, удовлетворяющие характеристическому ур-нию (3.31), можно найти методом последовательных приближений, подагая коэффициент  $2\beta^3 \omega^2/r_0^2$  в правой части уравнения малой вели-

чиной. Токда в нулевом приблажении  $2\beta^3 \omega^2 / c_0^2 = 0$   $\Gamma_1^{(0)} = \Gamma_2^{(0)} = \frac{\omega}{c_0} \cdot \Gamma_3^{(0)} = -\Gamma_4^{(0)} = 0$ 

== к. Иными словами, решение в нулевом приближения показывает, что из четырех воли две представляют собой прямую и обратную волны ( $\Gamma_{3,4} = \pm \kappa_z$ ) «холодной» замедляющей системы (т. е. прямую и обратиую волны, которые существуют в замедляющей системе в отсутствие электронного потока), а две другие имеют одинаковые скорости, равные скорости электронного потока.

Поскольку ранее на основе физических соображений было установлено, что скорость электронов в ЛБВ должна быть близкой к скорости электроматнитной волны, то можно положить, что в указанном нулевом приближении скорости всех четырех воли по модулю равны, т. е.  $\Gamma_1^{(0)} = \Gamma_2^{(0)} = \Gamma_3^{(0)} = -\Gamma_4^{(0)} = \omega/v_0$ . Истинное же решение характеристического уравнения отличается от этого нулевого поиближения и его можно записать в общем виде так;

$$\Gamma_1 = \frac{\omega}{v_0} + \alpha_1, \ \Gamma_2 = \frac{\omega}{v_0} + \alpha_2, \ \Gamma_3 = \frac{\omega}{v_0} + \alpha_3, \ \Gamma_4 = -\frac{\omega}{v_0} + \alpha_4, \quad (3.32)$$

где  $a_1, a_2, a_3$  и  $a_4$  — Пекоторые поправки, указывающие на сколько отличаются астипные решения ют решений в нуловом приближении. Их можно определять, если эти общие выражения подставить в ур-нуе (3.31). Так, подставляя первое из выражений (3.32) в характеристическое ур-ине (3.31), находим, что и является корнем уравнения третьей степени:

$$\alpha_1^3 = \beta^3 \left(\frac{\omega}{\nu_0}\right)^3. \tag{3.33}$$

Аналогично получаем, что и2 и аз являются корнями того же ур-ния (3.33). Чтобы найты топ корня уравнения третьей степени, нужно воспользоваться об-12<del>11</del> \_\_\_\_\_

щим вравнилом извлечения кубического корня  $(\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{a} e^{i2\pi n} = \sqrt[3]{a} e$ 3 гле n=0, 1, 2), позволяющим получить все три комплексные элачения. Выполняя указанные преобразования, находим:

$$\alpha_{1} = \beta \frac{\omega}{v_{0}} ,$$

$$\alpha_{2} = \beta \frac{\omega}{v_{0}} \left( -0.5 - i \frac{-\sqrt{3}}{2} \right) ,$$

$$\alpha_{3} = \beta \frac{\omega}{v_{0}} \left( -0.5 - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) ,$$

$$\alpha_{4} = -\frac{\beta^{3}}{2} \frac{\omega^{2}}{2} .$$
(3.34)

Аналогично

$$\alpha_4 = -\frac{\beta^3}{2} \frac{\omega^2}{v_0^2}$$

Четвертая (обратная) волна физически соответствует волне, отражающейся от выхода "НБВ и распространяющейся навстречу электронному потоку. Ее наличие — одна из причин камовозбуждения лампы (см. 3.1). Поокольку для этой обратной волны постоянная распространения  $\Gamma_4 = \Gamma'_4 - i \Gamma''_4 = -\omega/v_0 + \alpha_4$  не содержит мнямой части ( $\Gamma_4^{''}=0$ ), волна распространяется без затухания (фазовая скорость се зависит от электронного потока; эта зависимость является следст-BREM BABRICHMOOTH  $\alpha_{1}$  or  $I_{0}$ ).

Первые три волны возбуждаются на входе ЛБВ усиливаемым сигналом и распространяются вдоль замедляющей системы одновременно. Причем для первой волны постоянная распространения  $\Gamma_1 = \Gamma_1 - i \Gamma_1'' = \omega/v_0 + \alpha_1$  не содержит мнимой части ( $\Gamma_1'' = 0$ ) и, следовательно, она распространяется тоже без затухания. Наоборот, третья волна распространяется с затуханием, а вторая усиливается, поскольку мнимая часть ее постоянной распространения отрицательна ( $\Gamma_2'' < 0$ ). Увеличение амплитуды этой волны на расстоянии l определяется выражением:

$$\dot{E}_{z} = \dot{E}_{mz} e^{-i\left(\Gamma_{2}^{'} - \Gamma_{2}^{''}\right)z} e^{i\omega t} = \dot{E}_{mz} e^{-i\Gamma_{2}^{'}z} e^{-\Gamma_{2}^{''}z} e^{i\omega t} \left(\Gamma_{2}^{''} < 0\right).$$

в котором множитель е указывает на экспоненциальное возрастание амплитуды се поля. Коэффициент усиления в пределах участка длиной l составляет <sup>1</sup>)

$$\mathcal{K}^{2} = 20 \lg e^{-\Gamma_{2}^{''} l} = 20 \Gamma_{2}^{''} l \lg e = 20 \left(\beta \frac{2\pi}{\lambda_{3aM}} \frac{\sqrt{3}}{2}\right) l \cdot 0, 43 = 46, 8 \frac{\beta l}{\lambda_{3aM}},$$

так как

Если же учесть, что при возбуждении на входе ЛБВ амплитуда поля этой волны составляет лишь 1/3 от амплитуды входного сигнала (остальная часть мощности входного сигнала расходуется на возбуждение двух других прямых воли) и, следовательно, начальные потери в системе составляют  $20 \lg \frac{1}{3} = 9.54 \, \text{дE}$ , то результирующий коэффициент усиления устройства

$$K^{2} = \left(46,8\beta \frac{l}{\lambda_{32M}} - 9,54\right) \text{ gb.}$$
(3.35)

# 3.4. Взаимодействие электронов с полем неоднородной замедляющей системы

#### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Замедляющие системы: гребенки (рис. 3.7*a*), спирали и другие используются в электронных приборах свч, главным образом, в ЛБВ и ЛОВ. Однако применяемые в магнетронах и приборах магнетронного типа (рассматриваемых ниже в гл. 4) цилиндрические системы связанных резонаторов (рис. 3.7*б*) по своему характеру также близки к замедляющим системам. Например, если систему связанных резонаторов магнетрона «развернуть» на плоскость, то получится конструкция тоже типа гребенки, либо такая, как показана на рис. 3.7*в*, которая отличается от гребенки лишь формой резонаторов и другим соотношением размеров.

Поэтому в настоящем параграфе будут рассмотрены свойства системы связалных резонаторов в общем случае безотносительно к тому прибору, в котором эти связанные резонаторы используются. Этот материал необходим для изучения работы, главным образом, ЛОВ и приборов магнетронного типа, рассматриваемых ниже.

Поскольку решение было получено в линейном приближении, то оно справодливо лишь для начального (линейного) участка зависимости P<sub>вых</sub>=f(P<sub>вх</sub>).

Однако он позволяет также более глубоко понять работу уже рассмотренных ЛБВ и, в частности, он объясняет возможность уси-



ления в ЛБВ при скоростях электронов, существенно меньших скорости v<sub>зам</sub> замедленной волны (что необъяснимо в рамках уже изложенной приближенной теории).

## однородные и неоднородные замедляющие системы

Замедляющая система представляет собой волноводный тракт, существенно понижающий фазовую скорость волны по сравнению со скоростью света в вакууме. Поле замедляющей системы при удалении от ее поверхности убывает по экспоненциальному закону. По структуре поля и, следовательно, по характеру его взаимодействия с электронным потоком замедляющие системы можно разделить на однородные и неоднородные.

К однородным относятся замедляющие системы типа диэлектрического стержия или пластины, в которых поле имеет характер бегущей волны в обычном понимании.

К неоднородным относятся замедляющие системы типа гребенки, спирали и т. п., в которых структура поля качественно отличается от обычной бегущей волны. Поле здесь можно представить как поле в системе, состоящей из большого числа связанных между собой резонаторов, в которых фазы колебаний сдвинуты друг относительно друга на угол  $\Delta \varphi$ . Так, если поле в первом резонаторе изменяется во времени по закону  $e^{i\omega t}$ , то в рядом расположениом втором резонаторое — по закону  $e^{i\omega t}e^{-i\Delta \varphi}$ , а в произвольном *m*-м резонаторе — по закону

$$e^{i\omega t}e^{-i(m-1)\Delta \varphi}.$$
 (3.36)

Причем под резонатором в замедляющей системе типа гребенки рис. 3.7а следует понимать пространство между двумя смежными зубцами.

Чтобы наглядно представить себе перемещение фазы поля в такой системе, подсоединим мысленно к каждому резонатору гребенки неоновую лампу через выпрямительный диод (благодаря которому лампа будет зажигаться только в моменты положительного полупериода напряжения). Тогда каждая последующая лампа будет зажигаться с опозданием по фазе на  $\Delta \varphi$  и нотому издали будет казаться, что световое пятно перемещается в пространстве в сторону резонатора с бо́льшим номером, если  $0 < \Delta \varphi < \pi$ , и в обратном направлении, если  $-\pi < \Delta \varphi < 0$ , или, что одно и то же, если  $\pi < \Delta \varphi < 2\pi$ . Чем меньше  $\Delta \varphi$  и расстояние между резонаторами, тем труднее заметить дискретность перемещения пятна (а следовательно, и фазы свч поля) <sup>1</sup>.

Дискретность персмещения фазы в неоднородной системе имеет для дальнейшего изложения принципиальное значение, так как благодаря именно ей усиление в ЛБВ и ЛОВ возможно не только при равенстве скоростей электронов и волны, но и при ряде других значений скорости, не равных скорости волны, и даже при их встречном движении.

### поле неоднородной замедляющей системы

Общие особенности свч поля в неоднородной системе можно рассмотреть на примере гребенки, показанной на рис. 3.7*a*. Амплитуда *E*<sub>mz</sub> продольной составляющей электрического поля (рис. 3.7*c*) неодинакова вдоль замедляющей системы. Она достнгает макси-

<sup>1)</sup> По существу, азгалогичные явления наблюдаются и в однородных онстемах, где роль резонаторов выполняют молекулы. Однако выду малости расстояний между ними и малости До дискретность перемещения фазы в однородной системе в обыччых условиях заметить не удагтся.

мума у центра зазора и равна нулю у поверхности зубьев, а в произвольной точке *z* может быть представлена в виде некоторой функции от координаты *z*, т. е.  $E_{mz} = E_{mz}(z)^{-1}$ .

Поэтому с учетом временной зависимости (3.36) поле у произвольного *m*-го резонатора можно записать в виде

$$\dot{E}_{z} = \dot{E}_{mz}(z) e^{-1 (m-1)\Delta \varphi} e^{i \omega t}$$
 (3.37)

Второй множитель здесь определяет запаздывание фазы поля *m*-го резонатора по отношению к фазе поля первого резонатора.

Распределение поля  $E_z$ , соответствующее этой формуле, для некоторого момента времени  $t = t_0$  показано на рис. 3.70. Из рисунка видно, что поле в замедляющей системе дискретно и состоит нз отдельных участков [что определяется множителем  $E_{mz}(z)$ ]. Причем поля этих участков «вписаны» в огибающую (пунктирная синусонда на рис. 3.70, построенная как вещественная часть экспонент рассматриваемой формулы)<sup>2</sup>). Чем меньше расстояние между резонаторами, тем больше «заполнение» огибающей и тем меньше огибающая отличается от волны в обычном понимании.

Поэтому по отношению к огибающей, которую в дальнейшем будем называть замедленной волной, применимы понятия длины волны и фазовой скорости, связанные между собой обычной зависимостью  $v_{3am} = \lambda_{3am}/T$ . В замедляющей системе  $\lambda_{3am}$  определяется ее конструкцией и, в частности, величиной  $\Delta \varphi$ . Для выясиения этой зависимости обозначим расстояние между резонаторами через *s*, а число резонаторов, соответствующее длине одной волны, — через  $\Lambda$  (*N* в общем случае может быть не целым числом). Тогда

$$Ns = \lambda_{33M}, \quad N \Delta \varphi = 2\pi \tag{3.38}$$

н, следовательно,

$$v_{38M} = \frac{\lambda_{31M}}{T} = \frac{Ns}{T} = \frac{2\pi}{\Delta\varphi} \frac{s}{T} = \frac{\omega s}{\Delta\varphi} .$$
(3.39)

#### МЕТОД СУММИРОВАНИЯ РАБОТ

Рассмотрим движение электрона вдоль замедляющей системы рис. 3.7а. В общем случае у зазора каждого резонатора в зависимости от направления в нем поля  $E_z$  в момент прохождения его электроном последний будет испытывать импульсы ускорения или торможения. Допустим, что скорость  $v_0$  электрона, несмотря на

Указанная структура поля соответствует частному случаю, конда сечение находится в непосредственной близости от зубыев гребенки. Для кечений, значительно удалекных от зубьев, необходимо еще учитывать силовые линии, «перекрывающие» несколько резонаторов. Однако этот общий случай здесь не рассматривается, так как он не позволяет оделать принципиально новые выводы и значительно усложняет изучение вопроса.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Строго говоря, орибающая становится оннусендой лишь в пределе, когда число резонаторов, соответствующее дляне одной волны, бесконечно велико. В общем же случае она представляет собой «искаженную» или точнее «ступенчатую» синусонду. Однако для дальнейшего изложения это не принципиально.

указанные импульсы ускорения и торможения, поддерживается постоянной каким-то неизвестным механизмом (один из таких мехаинзмов — подъем электронов в сторону анода — описан в 4.2). В этих условиях у каждого зазора электрон будет совершать положительную (в тормозящем поле) или отрицательную (в ускоряющем поле) работу, а результирующая работа выразится суммой знакопеременного ряда. При очень большой скорости электрона величина такого знакопеременного ряда, определяющего результирующую работу электрона, будет практически равна нулю.

Однако, если скорость  $v_0$  электрона окажется равной фазовой скорости  $v_{3am}$  волны, то, как видно из рис. 3.7 $\partial$ , в этом случае он будет находиться в одном и том же сечении огибающей, например, в точке *I*, соответствующей максимуму тормозящего поля. Поэтому электрон будет пролетать через зазор каждого резонатора только в моменты максимального тормозящего поля и совершать только положительную работу, которая по закопу сохранения энергии будет переходить в свч энергию. А это означает, что волна, распространяющаяся в замедляющей системе, будет усиливаться.

Таким образом, электрон может усиливать свч поле замедляющей системы, если его скорость совпадает с фазовой скоростью волны:

$$v_0 = v_{\text{BBM}} \tag{3.40}$$

н соответственно время т пролета расстояния s между двумя резонаторами составляет

$$\tau = \frac{s}{v_0} = \frac{s}{v_{3BM}} . \tag{3.41}$$

Однако, если скорость электрона еще более уменьшить, но так, чтобы время пролета между двумя смежными резонаторами возросло на целое число *р* периодов,

$$\tau_{\rho} = \frac{s}{v_{\text{3AM}}} + T\rho, \qquad (3.42)$$

что соответствует скорости электрона [с учетом ф-лы (3.39)]

$$v_{p} = \frac{s}{\tau_{p}} = \frac{s}{\frac{s}{v_{3aM}} + pT}} = \frac{\omega s}{\Delta \varphi + p2\pi}, \qquad (3.43)$$

то и в этих условиях движущийся электрон будет усиливать волну замедляющей системы. Ведь и в этом случае электрон по-прежнему пролетает через все резонаторы при тормозящем поле, но только с «опозданием» на p периодов. Совершаемая же им работа, несмотря на то, что он в указанных условиях значительное время «проводит» в пространстве между зазорами резонаторов, не изменится, поскольку на этих участках пути поле отсутствует. Конечно, при меньшей скорости электрон будет совершать ту же работу за 82 большее время, и поэтому уменьшится развиваемая им мощность (при прочих равных условиях)<sup>1</sup>).

Рассуждая аналогично, можно показать, что при встречном движении электропа и волны электроп при определенной скорости тоже будет пролетать через зазоры только, например, при тормозящем поле и, следовательно, тоже будет усиливать поле встречной волны. Скорость, соответствующая этому условию, определяется той же ф-лой (3.43), если в нее вместо *р* подставить отрицательное число. Скорости, рассчитанные по ф-ле (3.43) <sup>2</sup>) для колебаний л-вида н  $\pi$  2-вида (т. е. для  $\Lambda q = \pi$  н  $\Delta q = \pi/2$ ) при различных значениях *p*, приведены в табл. 3.1.

Т	а	6	л	и	ш	а	3.1	l
•	•••	~		•••	~			۰

Абсолютное значение скорости	Номер <i>р</i> га коле <b>бан</b> и	рмоники для ий <b>п</b> вида	Номер р гармоники для колебаний л/2 вида	
, apatomita	прямой	обратной	прямой	обратной
$v_{aam} = \frac{\lambda_{aam}}{T}$	p = 0	p = -1	p = 0	отсутств.
$v_{3am}/3$	$p \Longrightarrow 1$	p = -2	отсутств.	p = -1
$v_{ m sam}/5$	p = 2	p = -3	p = 1	отсутств.
$v_{\rm JBM}/7$	p = 3	p = -4	отсутств.	p = -2
<b>U</b> 32M/11	p = 4	p = -5	p = 2	отстутет.
v <sub>эам</sub> /13	p = 5	p = -6	отсутств.	p = -3

Примечание. Свуполя неоднородных замедляющих систем с  $\pi$  и  $\pi$  /2 видами колебаний не содержат гармоник, скорости которых в четное число раз меньше скорости  $v_{3ам}$ .

## метод пространственных гармоник

Колебания п-вида. Если  $\Delta \varphi = \pi$ , то составляющая  $E_z$  поля в замедляющей системе в соответствии с ф-лой (3.37) будет иметь вид показанный на рис. 3.7е. В этом случае поле  $E_z$  во всех резонаторах одновременно достигает максимальных значений, через T/4 везде обращается в нуль, а еще через T/4 вновь достигает максимальных значений, но противоположного знака. Причем в смежных резонаторах составляющие  $E_z$  всегда направлены противоположно.

Форма пиков и ширина участков, где поле отсутствует, зависят от конструкции замедляющей системы. В принципе, последнюю можно сконструировать так, что распределение в ней поля будет

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) Если речь идет не об одиночном электроне, а о спустках электронного потока, то отдаваемая ими мощность при заданной величине постоянной составляющей I<sub>0</sub> конвекциочного тока не зависит от скорости спустков (так как число электронов, пролегающих через поперечное сечение за единицу времени, одноу значно определяется величиной I<sub>0</sub>).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Скорость  $v_p$ , определяемую ф-лой (3.43), принято называть скоростью пространственной гармоннки номера p (смысл такого названия станет понятным из изложенного ниже).

сипусондальным (рис. 3.7ж). Аналитически с учетом  $\Delta \phi = \pi$  это соответствует случаю, когда в ф-ле (3.37)  $\dot{E}_{mz}(z)e^{-i(m-1)\Delta\phi} = = \dot{E}_{mz}\sin\kappa_z z$ . Поэтому для данного частного случая ф-ла (3.37) принимает вид

$$\dot{E}_{z} = \dot{E}_{mz} \sin \kappa_{z} z \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} = \dot{E}_{mz} \, \frac{1}{2\mathrm{i}} \left( \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\kappa_{z} z} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\kappa_{z} z} \, \right) \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \,, \qquad (3.44\mathrm{a})$$

где  $\kappa_z = 2\pi/\lambda_{3aM} = 2\pi/2s$ .

Но, как известно из курса электродинамики, первое выражение  $(E_{m_2} \sin \kappa_z z e^{i\omega t})$  аналитически описывает стоячую волну, а второе  $\left[E_{m_2} \frac{1}{2i} \left(e^{i\kappa_z z} - e^{i\kappa_z z}\right) e^{i\omega t}\right]$  — две встречные бегущие волны. Таким образом, п-вид колебаний в замедляющей системе при синусоидальном распределении поля можно рассматривать как стоячую волну, состоящую из двух встречных волн, скорость которых зависит от конструкции замедляющей системы и определяется (ф-лой (3.39).

Полученные выводы позволяют рассмотреть и случай  $\pi$ -вида колебаний с несниусоидальным распределением поля вдоль замедляющей системы (рис. 3.7е). Действительно, периодическую последовательность импульсов, изображенную на этом рисунке, можно разложить в ряд Фурье (на рис. 3.7з показаны только первая и третья гармошики такого разложения) и, следовательно, несинусоидальные колебания  $\pi$ -вида можно представить как бесконечную сумму стоячих волн (причем каждая из них состоит из двух встречных бегущих волн), длины которых в целое число раз меньше длины волны основной гармоники, а частоты их колебаний одинаковы. Последнее объясняется тем, что в ряд Фурье раскладывается пространственная зависимость поля, а не временная (множитель е<sup>lust</sup> в разложении не участвует). Иными словами, в виде ряда Фурье представляется только произведение двух первых множителей  $\phi$ -лы (3.37):

$$\dot{E}_{z} = \dot{E}_{mz}(z) \ e^{-i(m-1)\pi} e^{i\omega t} = e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{E}_{mz}^{(n)} \sin \frac{2\pi}{\lambda_{3aM} n} z =$$
$$= e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{E}_{mz}^{(n)} \frac{1}{2 \cdot i} \left( e^{i \frac{2\pi n}{\lambda_{3aM}} z} - e^{-i \frac{2\pi n}{\lambda_{3aM}} z} \right).$$
(3.446)

Волны, получающиеся в результате такого разложения, называются пространственными гармониками (гармониками Хартри).

В данном частном случае колебаний л-вида (т. е. с учетом характера кривой рис. 3.7е) в разложении отсутствуют не только постояниая составляющая, но и все четные гармоники. Поэтому колебания л-вида в общем случае состоят только из нечетных гармоник с длинами воли, образующими ряд  $\lambda_{3am}$ ,  $\lambda_{3am}/3$ ,  $\lambda_{3am}/5$ , ..., где  $\lambda_{3am} = 2s$ , и с фазовыми скоростями  $\upsilon_{3am}$ ,  $\upsilon_{3am}/3$ ,  $\upsilon_{3am}/5$  ..., где  $\upsilon_{3am} = \lambda_{3am}/T$ , убывающими обратно пропорционально номеру гар-

моники *n* в разложении Фурье (этот номер *n* не следует путать с величнюй *p*, введенной в данном параграфе выше и тоже называемой номером гармоники; так, первым гармоникам n=1 соответствуют числа p=0 п p=-1, определяющие прямую и обратную волны, вторым гармоникам n=2 числа p=1 п p=-2 и т. д.).

Общий случай. При  $\Delta \phi \neq \pi$  и несинусондальной форме поля (рис. 3.7д) картина усложняется. Однако полученные выводы в целом остаются справедливыми. Поле замедляющей системы и в этом общем случае можно представить в виде бесконечной суммы пространственных гармоник.

Но если для колебазий  $\pi$ -вида разложение в ряд Фурье для каждого нечетного помера *n* давало *пару* эстречных бегущих пространственных гармоник с *равными* амплитудами (т. е. поле состояло из стоячих гармоник), то в общем случае  $\Delta q \neq \pi$  эти пары встречных бегущих гармоник имеют неравные амплитуды, одна из которых даже может обращаться в нуль, н. следовательно, такая пара в общем случае не образует стоячую волну. Другими словами, подбирая  $\Delta q$ , можно увеличивать или уменьшать (вплоть до нуля) представляющую интерес прямую (или обратную) гармонику.

Поскольку в ЛБВ используется взаимодействие электронного потока с прямой гармоннкой, а в ЛОВ (см. 3.4) --- с обратной, то из изложенного следует, что в общем случае одна и та же замедляющая система не может одинаново хорошо работать и в ЛБВ, и в ЛОВ (ведь взаимодействие электронов с полем гармоники эффективно лишь при сравнительно большой амилитуде поля этой сармознки).

Чтобы убедиться в указанной зависимости амилитуды от  $\Delta \phi$ , рассмотрим методику их аналитического определения. Для этого разобыем все резонаторы замедляющей системы на несколько групп так, чтобы в каждой группе были собраны лишь резонаторы, фазы колебаний в которых отличаются на  $\Delta q_{\lambda} =$  $= 2\pi m_{\lambda}$  (где  $m_{\lambda} = 1, 2, 3...$ ). Если члине одной волны соответствует N резонаторов (полагаем N целым числом), то число таких групп будет равно N, а сдваг фаз колебаний в смежных резонаторах замедляющей системы (а следовательно, и между смежными группами) составит  $\Delta \phi_{em}$ .

Поле, возбуждаемое резонаторами первой руппы (без учета остальных групп) определяется выражением (3.37), которое с учетом равенства  $\Delta \phi_{\lambda} = 2\pi m_{\lambda}$ 

можно записать в виде  $\dot{E}_z = E_{mz}(z) e^{-i (m_{\lambda} - 1) 2\pi} e^{i\omega t}$  Поскольку в других групнах поле изменяется по тому же закону, но с опозданием по фазе на  $(m_{eM} - 1)\Delta \phi_{eM}$ , то в общем случае поле  $E_z$ , возбуждаемое группой резонаторов с номером  $m_{eM}$ , выразится как

$$\dot{E}_{z} = \dot{E}_{mz}(z) e^{-i (m_{\lambda} - 1)^{2\pi}} e^{i\omega t} e^{-i (m_{cM} - 1) \Delta \varphi_{cM}}.$$

Но в соответствии с изложенным выше такое поле можно представить бесконечным рядом пространственных гармоник, причем пара встречных гармоник с номером *n* в произвольном сечении *z* будет определяться формулой

$$\dot{E}_{z}^{(n)} = \dot{E}_{mz}^{(n)} \frac{1}{2i} \left( e^{i \frac{2\pi n}{\lambda_{3aM}}} (z - z_{cM}) - e^{-i \frac{2\pi n}{\lambda_{3aM}}} (z - z_{cM}) \right) \times e^{i\omega t} e^{-i (m_{cM} - 1) \Delta \phi_{cM}}, \qquad (3.45)$$

где  $z_{cM}$  — координата зазора с номером  $m_{cM}$ , возбуждающего рассматриваемую пару гармоник.

Таким образом, результирующее поле  $E_{\Sigma z}^{(n)}$  гармоники (прямой или обратной) складывается из N составляющих  $E_{z}^{(n)}$ , каждая из которых как бы воз-

буждается независимо от других своей группой резонаторов с номером тем. При этом, как видно из полученного выражения, фаза каждой составляющей в указанном сечении z, во первых, определяется фазой  $(m_{cM}-1)2\pi/N$  колебаний того резонатора, который ее возбуждает, я, во-вторых, расстоянием (z-zem) между ним и этим сечением z. Последнее обусловлено тем, что на прохождение этого расстояния гармоникам требуется определенное время. Поэтому в сечении г фаза прямых гармоник запаздывает по отношению к фазе рассматриваемого резонатора на  $\frac{2\pi n}{\lambda_{axy}}$  ( $z - z_{c,x}$ ), а фаза обратных — опережает се на ту же

#### величину.

Поскольку фазы составляющих прямых и обратных гармоник по-разному зависят от расстояния  $(z - z_{cM})$ , то это означает, что их результирующие амплитуды в общем случае не разны и по-разному зависят от  $\Delta \phi = 2\pi/N$ . В частности, если с помощью выражения (3.45) определить составляющие гармоники и сложить их (что предоставляется сделать читателю самостоятельно), то можно убедиться в следующем:

— для  $\Delta \phi = \pi$  все составляющие четных гармоник попарно противофазны и потому взаимно уничтожаются. Поэтому результирующее поле состоит только из нечетных прямых и обратных гармоник, причем каждая нара нечетных встречных гармоник имеет равлые амплитуды (что полностью соответствует выводам, полученным выше);

 для Λφ = π/2 результирующее поле состоит только из прямых гармоник, если n=1, 5, 9, 13..., и только из обратных, если n=3, 7, 11, 15... (что созпадает с результатами табл. 3.1, полученными другим мен дом).

## соотношение между амплитудами ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК

Рассмотренные примеры наглядио показывают, что амплитуда той или иной гармоники существенно зависит от  $\Delta \phi = 2\pi/N$ , а поскольку Дф, в свою очередь, зависит от размеров и частоты возбуждаемых колебаний, то, следовательно, в замедляющей системе амплитида рассматриваемой гармоники существенно зависит от частоты возбуждаемых колебаний и, в частности, может обращаться в нуль. Детальное рассмотрение этого вопроса выходит за рамки данной книги. Отметим лишь, что гармоники с  $n \ge 2$  в электронных приборах практического применения не находят, так как их амплитуды малы и потому взаимодействие с ними электронного потока неэффективно.

Используется только основная гармоннка: либо прямая (в ЛБВ), либо обратиая (в ЛОВ). Соответственно к замедляющим системам ЛБВ и ЛОВ предъявляются существенно различные требования. Замедляющая система ЛБВ должна обеспечивать относительно большую амплитуду основной прямой гармоники, так как именно с этой гармоникой и взаимодействует электронный поток. Наоборот, в ЛОВ (см. 3.5) используется взаимодействие электронного потока с основной обратной гармоникой. Поэтому замедляющая система ЛОВ должна обеспечивать относительно большую амплитуду осповной обратной гармоники.

Соотношение между амплитудами прямой и обратной основных гармоник в замедляющей системе, прежде всего, зависит от сдвига фаз  $\Delta \phi$  между колебаннями соседних резонаторов: если  $0{<}\Delta \phi{<}\pi,$ 86

то преобладает основная прямая гармоника, если  $\pi < \Delta \phi < 2\pi$ , топреобладает основная обратная гармоника, при  $\Delta \phi = \pi$  амплитуды прямой и обратной гармоник одниаковы.

Чтобы эти выводы сделать наглядными, целесообразно воспользоваться моделью с неоповыми лампочками (рис. 3.8). В этом слу-



Рис. 3.8. Модели дличных линий с неонозыми лампочмами, поясляющие возбуждение основных гармоних: а), б) обратной; е) прямой; г) модель лизии типа гребенки

чае направление кажущегося перемещения светового пятна совпадает с направлением движения основной гармоники, амплитуда которой преобладает над амплитудой встречной гармоники (на рисунке лампочка, светящаяся в данный момент полным накалом, зачернена). Причем чем непрерывнее кажется перемещение пятна, тем больше преобладание одной амплитуды над другой. Из рисунка видно, что при распространении волны в линии вправо световое пятно в зависимости от времени запаздывания зажигания каждой последующей лампочки будет перемещаться либо в обратном паправлении (рис. 3.8а), либо в прямом (рис. 3.8в). Поэтому рис. 3.8а иллюстрирует принции возбуждения обрагной гармоники (точнее се преобладание), а рис. 3.88 - прямой. Если время запаздывания зажигания лампы составляет полпернода ( $\Delta \phi = \pi$ ), то лампочки поочередно мигают и пятно не перемещается, что свидстельствует об отсутствии преобладания одной амплитуды над другой (амплитуды встречных гармоник равны).

Если в рассматриваемой модели мысленно сблизить неоновые лампочки, изогнув для этого липию в виде гребенки (рис. 3.8г), то получится модель, объясняющая (в нервом приближении) возбуждение обратной или прямой гармоник в замедляющей системе типа гребенки. Из этой модели видно, что прямая гармоника возбуждается в том случае, когда глубина *h* наза гребенки меньше  $\lambda/4$ , а обратная, — когда  $\lambda/4 < h < \lambda/2$ . При  $h = \lambda/4$  амплитуды прямой и обратной гармоник равны.

Из курса электродинамики известно, что фазовая скорость в «гребенке» определяется формулой  $v_{3aM} = c_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda}$  (пде  $\lambda - длина$  волны в свободном

пространстве, а  $c_0 \rightarrow \text{скорость света}$ ). Следовательно, фазовая окорость совпадает с направлением распространения энергии в кистеме при  $l=2h<\lambda/2$  и противоположна ему при  $\lambda/2 < l < \lambda$  (что соответствует изложенному выше). При етом, однако, ни о каких других пространственных гармоненках в электродинамике даже не чупоминается. Последнее объясняется тем, что в электродинамике подобная задача решается для клучая, когда шприна зубьев и ширина зазоров бесконечно малы, т. е., по существу, для частного клучая однородной системы, в которой все гармоники, кроме одной (прямой или обратной), практически равны нулю. Здесь же рассматривалась неоднородная система, частным случаем которой является однородная система с  $\Delta \phi \rightarrow 0$ .

## ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕТОДОМ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК

Поскольку форма свч поля в замедляющей системе (рис. 3.72) определяется се конструкцией, то при усилении или ослаблении поля его форма меняться не может. Это означает, что все пространственные гармоники могут усиливаться или ослабляться в замедляющей системе одновременно и пропорционально. Иными словами, каждая гармоника отдельно от остальных физически не существует. Отдельно она существует только в математических преобразованиях, так как является всего лишь математическим понятием, позволяющим легче усваивать и решать многие задачи.

Это следует иметь в виду при использовании данного метода. Например, если в результате рассмотрения взаимодействия сгустка электронов с какой-либо (одной) пространственной гармоникой выясияется, что сгусток отдает этой гармонике какую-то часть своей энергии, то это означает, что энергия передается всему свч полю, как единому целому, а не только данной гармонике и, следовательно, одновременно и пропорционально увеличиваются амплитуды асех гармоник (хотя математически во взаимодействии участвует лишь одна гармоника).

## 3.5. Лампа обратной волны

1

## принцип действия

В усилительном режиме ЛОВ узкополосна и, не имея других заметных преимуществ по сравнению с ЛБВ, не может конкурировать с последней, поэтому в усилительном режиме она иощользуется редко. В генераторном же режиме ЛОВ позволяет осуществлять инрокую электронную перестройку генерируемой частоты (невозможную в ЛБВ), что и обусловливает се практическое применение в качестве гетеродинов и измерительных генераторов качающейся частоты, в которых возможность электронной пересгройки является существенным достоинством прибора.

88

Конструкция ЛОВ показана на рис. 3.9а. Из сравнения этой схемы со схемой рис. 3.1а видно, что ЛБВ и ЛОВ, по существу, отличаются лишь тем, что входной сигнал в ЛБВ подается со стороны катода, а в ЛОВ — со стороны коллектора. Поэтому в ЛОВ усиливаемая волна распространяется по замедляющей системе



Рис. 3.9. Схемы ЛОВ: а) усилитель; б) геноратор

навстречу электронному потоку, в то время как в ЛБВ волна н электронный поток направлены в одну и ту же сторону.

Взаимодействие с обратной волной удобно рассмотреть на основе метода пространственных гармоник (см. 3.4). По этому методу распространение энергии в неоднородной замедляющей системе можно представить в виде двух рядов встречных «бегущих воли» — пространственных гармоник. Волны одного из них перемещаются в сторону катода (прямые гармоники), а волны другого — от катода к коллектору (обратные гармоники).

Для рассматриваемого случая представляют интерес обратные гармоники, направление которых противоположно распространению энергии в замедляющей стистеме, но зато совпадает с направлением движения электронного потока. Если скорость  $v_0$  электронов совпадает по модулю и направлению с фазовой скоростью  $v_p$ одной из пространственных гармоник (точнее, если  $v_0 \ge v_p$ ), то процесс взаимодействия электронов с этой гармоникой <sup>1</sup>) будет протекать так же, как и в ЛБВ (см. 3.1). Под действием продольной составляющей электрического поля данной обратной гармоники электронный поток будет модулироваться по скорости и плотности (рис. 3.46), что приведет к образованию сгустков и последующему усилению обратной гармоники за счет торможения в ее поле образовавшихся сгустков. Этот процесс исследовался в 3.1 и потому здесь не повторяется.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Взаимодействие будет эффективным лишь в том случае, если амплитуда рассматриваемой обратной гармоники будет относительно велика. В предыдущем параграфе было показано, что для этого сдвиг фаз  $\Delta \phi$  между смежными «резонаторами» замедляющей системы должен удовлетворять неравенству  $\pi < V_4 < 2\pi$ .

Следует еще раз отметить, что пространственные гармоннки чеоднородных замедляющих систем физически не существуют независимо друг от друга, а соотношение между их амплитудами задается конструкцией замедляющей системы (см. 3.4). Поэтому, если в результате взаимодействия с электронным потоком поле замедляющей системы усиливается, это сопровождается пропорциональным увеличением амплитуд всех его гармоник, а не только той, которая взаимодействует с электронным потоком. Иными словами, поле замедляющей системы усиливается как нечто единое целое.

Положительная обратная связь. Существенной особенностью, присущей только ЛОВ, является наличие в ней положительной обратной связи, являющейся следствием самого принципа ее работы<sup>4</sup>). Действительно, за счет слабого входного сигнала электронный поток начинает модулироваться по скорости и плотности около катода (рис. 3.9а), а образующиеся сгустки, постепенно перемещаясь в сторону коллектора, усиливают поле в замедляющей системе со стороны входа. Таким образом, в схеме лампы автоматически действует положительная обратная связь, направляющая часть выходной мощности обратно на вход. В зависимости от глубины обратной связи, определяемой величиной тока *I*<sub>0</sub>, ЛОВ работает либо в режиме регенеративного усиления, либо в режиме генерации.

*ПОВ-усилитель.* Усиливаемая частота определяется из условия приближенного синхронизма между скоростью электронов и скоростью обратной гармоники. Поскольку скорость гармоник зависит от частоты, то подбором анодного напряжения можно пере-



Рис. 3.10. Зависимость коэффициента усиления  $K^2$  и генерируемой мощности от тока  $I_0$  странвать усиление ЛОВ (электронная перестройка). Причем цепь обратной связи при таких перестройках автоматически поддерживает положительную фазу сигнала обратной связи, так как обратная связь здесь создается одновременно с процессом модуляции по скорости и плотности (аналитически этот вопрос рассматривается шиже).

Существенным недостатком усилительного режима является его регенеративный характер, характеризующийся узкополосностью и нестабильностью. Коэффициент усиления и полоса усиливаемых частот зависят от коэффициента обратной связи (т. е., по

существу, от тока I<sub>0</sub>). С увеличением обратной связи усиление возрастает (рис. 3.10), а полоса частот уменьшается.

ЛОВ-генератор. Если ток  $I_0$  пучка больше некоторого порогового значения  $I_{0 \text{ пор}}$  ( $I_0 > I_{0 \text{ пор}}$ ), то ЛОВ работает в режиме гене-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) В ЛБВ обратная связь либо является следствием паразитных обратных связей, либо создается искусственно для получения генераторного режима.

рации (рис. 3.10). Достоинством ЛОВ-генератора является возможность его электронной перестройки в широком диапазоне частот, что и обусловливает его широкое применение в качестве гетеродинов и измерительных генераторов качающейся частоты.

Конструктивно ЛОВ-генератор (рис. 3.9б) отличается от ЛОВусилителя отсутствием входного тракта и наличием согласовацией нагрузки в замедляющей системе со стороны коллектора. Указанную нагрузку вводят для стабилизации режима генератора. Дело, в том, что из-за неидеальности согласования выхода лампы с нагрузкой часть генерируемой мощности неизбежно отражается и направляется к коллектору. Эта отражениая мощность при повторном отражении со стороны коллектора взаимодействует с электронным потоком, изменяя величину выходной мощности по-разному на разных частотах. Согласованная нагрузка, поглощая отраженную волну со стороны коллектора, тем самым устраняет отмеченное выше влияние и повышает стабильность работы генератора, что значительно снижает ее зависимость от качества согласования ЛОВ с подсоединенным трактом.

## ФАЗОВОЕ УСЛОВИЕ САМОВОЗБУЖДЕНИЯ ЛОВ

Фазовое условие без учета распределенного характера обратнойсвязи. По общему правилу для цепей с сосредоточенными постоянными фазовое условие самовозбуждения сводится к тому, что сигнал, подаваемый по цепи обратной связи (с выхода усилителя обратно на его вход), должен быть синфазен с входным сигналом. Под цепью обратной связи в ЛОВ следует понимать электронный поток, который, отбирая часть выходной мощности (со стороны катода), как бы сосредоточивает ее в своих спустках, а затем вновы отдает ее на вход лампы (со стороны коллектора).

Если указанное правило формально распространить и на . ТОВ (т. е. на систему с распределенными параметрами), то нужно потребовать, чтобы вблизи коллектора поле  $E_p$  обратной гармоники p было бы синфазно с полем  $E_{\rm поло}$  наведимым конвекционным током (сгустками).

Однако решать соответствующую электродинамическую задачу для определения зависимости фазы наведенного поля от конвекционного тока нет необходимости. Действительно, если фаза наведенного поля совпадет с фазой поля обратной гармоники, то результирующее поле усилится. Если же их фазы будут противоположны, то результирующее поле уменьшится. Но, как уже огмечалось выше, свч поле усиливается, если сгустки попадают в тормозящее поле, и ослабляется, если они оказываются в ускоряющем поле. Следовательно, чтобы у коллектора поле  $E_{\rm нав}$ , наводимое сгустками, было синфазно с полем  $E_p$  обратной гармоники, сгустки в этом сечении должны находиться в максимуме тормозящего поля. В данном случае фаза сигнала обратной связи будет удовлетворять условию самовозбуждения. Но из рассмотрения рис. 3.4б, на котором показано положение центров сгустков в момент начала модуляции (т. е. около катода), вытекает, что для этого центры сгустков должны за время прохождения замедляющей системы от катода к коллектору обогнать поле гармоники на  $\lambda/4 + n\lambda$ . Иными словами, скорость электронов должна быть больше (пли меньше) скорости обратной гармоники и удовлетворять условию

$$\frac{l}{v_0} = \frac{l}{v_p} - \left(\frac{1}{4} + n\right) T,^{-1}$$
(3.46)

 $r_{Ae} n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ 

Нетрудно видеть, что при n=0 фазовое условне самовозбуждения (3.46) сводится к необходимости небольшого превышения скорости электронов над скоростью волны обратной гармоники  $(v_0 \ge v_p)$ . Но такое условне одновременно является и условием усиления ЛБВ (см. 3.1), поскольку именно при  $v_0 \ge v_{38M}$  возможна как модуляция электропного потока, так и отбор от сгустков их кинетической эпергии.

Таким образом, в ЛОВ одно и то же условие  $v_0 \ge v_p$  является одновременно и условием усиления обратной гармоники и условием, при котором обратная связь получается положительной (т. е. условием самовозбуждения). А это означает, что если плавно изменять аподное напряжение  $U_0$ , то также плавно будут меняться и скорость электронов  $v_0 = \sqrt{\frac{2e}{m}U_0}$  и, следовательно, скорость  $v_p$  гармоники p, которая будет усиливаться. Но так как скорость гармоники определяется частотой распространяющихся колебаний, то изменение напряжения  $U_0$  ведет к перестройке частоты усиления или генерации ЛОВ. Причем цепь обратной связи как бы автоматически перестройке (в отличне от ЛБВ-генератора) не нуждается.

Фазовое условие с учетом распределенного характера обратной связи при n=0. Сгустки наводят ток в замедляющей системе не только в сечении у коллектора (как это предполагалось вначале), но и по всей длине ЛОВ. Причем, если синфазность полей  $E_{\text{нав}}$ и  $E_p$  у коллектора (т. е. около выхода ЛОВ) обеспечивается при скорости электропов, удовлетворяющей условию (3.46), то синфазность тех же полей в других сечениях ЛОВ возможна (при n=0) лишь при больших значениях скорости электронов. Поскольку результирующий эффект, даваемый обратной связью, определяется не только сечением у коллектора, то с учетом изложенного оптимальная скорость электронов, обеспечивающая условие самовозбуждения ЛОВ, несколько больше, чем это следует из ф-лы

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Время пролега расстояния *l* для электронов на (1/4+n)T меньше, чем для гармоники.

(3.46) (в правой части этой формулы вместо T/4 должна быть несколько большая величина).

Фазовое условие с учетом распределенного характера связи при п≠0. В этом случае условие (3.46) обеспечивает синфазность полей Епав и Е тоже только в сечении у коллектора. Но, в отличие от случая n=0, здесь в остальных сечениях поля  $E_{\text{нав}}$  и  $E_p$  не только не синфазны, но даже могут иметь и противоположные фазы, так как фаза одного из них меняется вдоль ЛОВ на п. 2л больше. Физически это означает, что на одних участках замедляющей системы действует положительная обратная связь, а на других --отрицательная. П хотя в целом при таких скоростях электронов обратная связь может оказаться положительной, удовлетворяющей фазовому условию самовозбуждения, однако коэффициент обратной связи (которым определяется амплитудное условие самовозбуждения) здесь получается препебрежимо малым, причем он тем меньше, чем больше модуль п. Поэтому самовозбуждение при скоростях электронов, соответствующих  $n \neq 0$ , как правило, не наблюдается и практического применения эти случан не находят.

## Глава4

## МАГНЕТРОНЫ И ПРИБОРЫ МАГНЕТРОННОГО ТИПА (ПРИБОРЫ ТИПА М)

## 4.1. Движение электронов в скрещенных полях

## общие сведения

Настоящая глава посвящена приборам типа *М*, т. е. приборам, в основу которых положено взаимодействие электронного потока с электромагнитной волной при движении потока в скрещенных постоянных электрическом и магнитном полях, причем постоянные электрическое и магнитное поля перпендикулярны друг другу. Но прежде чем переходить к описанию их конструкций и принципа действия, рассмотрим особенности движения электрона в скрещенных полях.

Уравнение Лоренца. Движение электрона при наличии электрического и магнитного полей в общем случае оппсывается уравнением Лоренца, которое определяет силу  $F_{\rm y}$ , действующую на заряд q:

$$\mathbf{F}_{\Sigma} = \mathbf{F}_{e} + \mathbf{F}_{B} = q \mathbf{E} + q [\mathbf{vB}]. \tag{4.1}$$

Здесь m, q = -e < 0 и v — масса, заряд и скорость электрона; E — напряженность электрического поля; B — индукция магнитного поля.

Первое слагаемое  $q\mathbf{E} = \mathbf{F}_e$  в этом уравнении определяет силу, действующую на электрон со стороны электрического поля, а второе  $q[\mathbf{vB}] = \mathbf{F}_B$  — силу, обусловленную магнитным полем, которые для краткости в дальнейшем будем называть электрической и магнитной силами соответственно.

Выше при расчете взаимодействия электронов с свч полем ЛБВ учитывалась лишь электрическая составляющая свч поля, а магнитная составляющая считалась пренебрежимо малой. Действие магнитной составляющей учитываться не будет и при рассмотренныя других электронных приборов.

Справедливость такого подхода можно показать, исходя из уравнения Лоренца. Действительно, поскольку для волны типа ТЕМ  $E/H = \sqrt{\mu/e}$ , то, определяя из уравнения Лоренца отношение магнитной и электрической сил, обуслов-

94

лелных электрической и магнитной составляющей свч поля волны, получаем

$$\frac{F_B}{F_c} = \frac{[\mathbf{v}\mathbf{B}]}{E} \leqslant \frac{vB}{E} = v \frac{\mu H}{E} = v \frac{\mu}{\sqrt{\mu/c}} = v \sqrt{\mu c} = \frac{v}{c_0} \ll 1,$$

так как скорость с электронов в электронных приборах всегда значительно мельне скорости света со.

Этот результат можно распространить и на случай, когда электроны данжутся в волноводе. Таким образом, если скорость электрона значительно меньне скорости света, то действием на него свч магнитного поля по сравнению с действием электрического поля можно прелебречь.

Простейшие случаи движения электрона. Если поля отсутствуют (E=B=0), то на электрон не действуют силы и он движется равномерно и прямолинейно (рис. 4.1*a*).



При движении в одном лишь постоянном электрическом поле (B=0) электрон получает ускорение в направлении, противоположном линиям E, и его траектория соответственно искривляется (рис. 4.16).

Если же к электрону, движущемуся равномерно и прямолинсйно, в некоторый момент приложить постоянное магнитное поле (а E=0), направленное перпендикулярно его движению, то, сохранив скорость по модулю, он перейдет на круговую траекторию и будет вращаться вокруг магнитных силовых линий (рис. 4.1*в*). Причем раднус *R* описываемой окружности будет определяться из условня равенства магнитной и центростремительной сил:  $evB = mv^2/R$ (откуда R = mv/eB).

*Прямолинейная траектория в скрещенных полях.* Из рассмотрения рис. 4.16, в видно, что при определенной взаимной ориентации векторов E, B и v электрическая и магнитная силы имеют противоположные направления. В этих условиях их равнодействующая может быть равной нулю qE+q[vB]=0, если  $v=v_{\pi}=E/B$ . Следовательно, при такой скорости  $v=v_{\pi}$  (если ее направление совпа-

дает с показанным на рис. 4.1г) движение электрона в скрещенных полях будет прямолниейно и равномерно<sup>4</sup>).

Циклоидальная траектория. Если в скрещенных полях оказывается электрои с нулевой начальной скоростью, то его траектория довольно сложна. На начальном участке (у катода), когда скорость электрона равна пулю, на него действует только электрическая сила, паправленная нормально к поверхности катода. Однако, как только электрон приобретает скорость, вместе с ней возникает и магнитная сила, направленная периендикулярно скорости, в результате чего траектория электрона искривляется, так как у исго появляется горизонтальная (касательная) составляющая скорости. В свою очередь, касательная составляющая скорости обусловливает пормальную составляющую магнитной силы, направленную в сторону катода, т. с. противоположную направлению действия электрической силы. Поэтому пормальная составляющая ускорення, направленная вверх (рис. 4.1д), уменьшается и даже меняет направление, в результате чего электрон возвращается на катод.

Количественные расчеты, приведенные ниже, показывают, что траектория электрона в данном случае оказывается циклоидой, т. е. кривой, которую описывает точка, лежащая на окружности, катящейся без скольжения по прямой линии (рис. 4.1*d*). Причем угловая скорость вращения окружности  $\omega_{\rm R} = \frac{c}{m}B$ , скорость перемещейня ее центра  $v_{\rm R} = E/B$ , а раднус *R* окружности определяется из очевидного равенства  $v_{\rm R} = \omega_{\rm R} R$  (откуда  $R = \frac{v_{\rm R}}{\omega_{\rm R}} = \frac{m}{c} \frac{E}{B^2}$ ). Возвращение электрона на катод объясняется тем, что его скорость па вершине арки  $v > v_{\rm R} = E/B$ , точнее,  $v_{\rm макс} = 2E/B$ , и потому составляющая магнитной силы, направленная к катоду, оказывается вдвое больше электрической.

В рассматриваемых ниже приборах реализуются трасктории типа прямой при v = E/B (рис. 4.12) и типа циклонды (рис. 4.1d) и потому на них следует обратить особое внимание.

### АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ЭЛЕКТРОНА

Уравнение (4.1) определяет силу  $F_{\Sigma}$ , действующую на электрон, и, следовательно, его ускорение, поскольку  $dv dt = F_{\Sigma}/m$ . Для того чтобы найти скорость электрона в любой точке, необходимо указанное уравнение проинтегрировать. Соответственно траектория движения определится после двукратного интегрирования.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Поскольку по закону сохранения энергия квиетическая энергия электрона в статическом поле однозначно определяется потенциалом электрического поля точки, в которой находится электрон (применительно к рис. 4.12  $eEd_4 = mv^2/2$ ), то требующейся окоростью он может обладать не в любом сечения между катодом и анодом, а лишь в сечения, находицемся от катода на расстоянии  $d_1$ , удовлетворяющем указанному уравнению.

Учитывая, что векторное произведение в декартовой системе координат выг ражается как

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}\mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{\kappa} \\ \mathbf{v}_{x} & \mathbf{v}_{y} & \mathbf{v}_{z} \\ B_{x} & B_{y} & B_{z} \end{bmatrix} = \mathbf{i} \left( \mathbf{v}_{y}B_{z} - \mathbf{v}_{z}B_{y} \right) + \mathbf{j} \left( \mathbf{v}_{z}B_{x} - \mathbf{v}_{x}B_{z} \right) + \mathbf{\kappa} \left( \mathbf{v}_{x}B_{y} - \mathbf{v}_{y}B_{x} \right),$$

$$(4.2)$$

, где

 $v_x = dx/dt$ ,  $v_y = dy/dt$ ,  $v_z = dz/dt$ ,

уравление Лоренца  $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{-\mathbf{e}}{m} \{ \mathbf{E} + \{\mathbf{vB}\} \}$  можно переписать в виде трех уравнений для соответствующах проекций:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{e}{m} \left( E_x + B_z \frac{dy}{dt} - B_y \frac{dz}{dt} \right)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{e}{m} \left( E_y + B_x \frac{dz}{dt} - B_z \frac{dx}{dt} \right)$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{e}{m} \left( E_z + B_y \frac{dx}{dt} - B_x \frac{dy}{dt} \right)$$
(4.3)

Для указанной на рис. 4.1д ориенталия полей во отлошению к осям координат система уравлений упрощается, так как  $E_X + E_2 - B_X + B_y = 0$ , а  $E_y = E$  и  $B_z = B$ . Поэтому

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \omega_{tt} \left( - v_{tt} + \frac{dx}{dt} \right)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \omega_{tt} \left( - v_{tt} + \frac{dx}{dt} \right)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = 0$$

$$(4.4)$$

где  $\omega_{\mathbf{ij}} = eB/m$ .

Будем полагать, что в начальный момент t > 0 электрон находился в точке  $x = x_0$ ,  $y = y_0$ ,  $z = z_0$  и имел скорость  $v_x = v_{x^0}$ ,  $v_y = v_{y^0}$ ,  $v_z = v_{z_0}$ . Проинтегрируем полученную систему ур-лий (4.4). Интегрируя последнее уравнение системы (4.4), находим:

$$v_z = v_{z_0}, \ z = z_0 + v_{z_0}t,$$
 (4.5)

т. е. при выбранных направлениях полей скорость электрона вдоль оси 2 не изменяется.

Далее, интегрируя первое ур-ние (4.4), получаем

$$\frac{dx}{dt} = \cdots \omega_{\mathbf{u}} \left( y - y_{\theta} \right) + v_{\mathbf{x}_{\theta}}. \tag{4.6}$$

Подставим полученное значение dx/dt во второе ур-ние (4.4):

$$\frac{d^2(y-y_0)}{dt^2} + \omega_{ii}^2(y-y_0) = + \omega_{ii}(-v_{ii}+v_{x_0}).$$
 (4.7)

Решением неоднородного уравнения второго порядка, как известно, является сумма общего решения того же уравления, но без правой части и его частного 4--283 97

Ì

решения. Причем общее решение уравнения без правой части имеет вид

$$y - y_0 = A e^{i\omega_{\rm u}t} + B e^{-i\omega_{\rm u}t}$$
, (4.8)

а частное решение, которое юбозначим через C, можно найти, подставив C в исходное ур-ние (4.7):

$$C = \frac{-v_{\rm u} + v_{x_{\rm e}}}{\omega_{\rm u}} \,. \tag{4.9}$$

3

Поэтому полное решение ур-ния (4.7) можно записать как

$$y - y_0 = A e^{i\omega t} + B e^{-i\omega t} + \frac{-v_{ii} + v_{x_0}}{\omega_{ii}}$$
 (4.10)

Постоянные A и B находим из начальных условий. Так, принимая во внимание, что в момент t=0  $y=y_0$ , из ф-лы (4.10) получаем

$$A + B = -\frac{-\upsilon_{\mathrm{H}} + \upsilon_{x_0}}{\omega_{\mathrm{H}}} \,. \tag{4.11}$$

Дифференцируя (4.10) и учитывая, что в начальный момент t=0  $dy/dt=v_{y0}$ , на последнего выражения зимеем

$$A - B = \frac{v_{y_0}}{i \omega_{u}} \,. \tag{4.12}$$

Наконец, раскладывая в выражении (4.10) экспоненты по формуле Эйлера  $e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ) и заменяя получающиеся после группировки (A+B) и (A-B) их значениями из ф-л (4.11) и (4.12), находим зависимость ординаты движущегося электрона от времени:

$$y = y_0 + \frac{v_{\mathrm{fl}} - v_{x_0}}{\omega_{\mathrm{fl}}} \cos \omega_{\mathrm{fl}} t + \frac{v_{y_0}}{\omega_{\mathrm{fl}}} \sin \omega_{\mathrm{fl}} t + \frac{-v_{\mathrm{fl}} + v_{x_0}}{\omega_{\mathrm{fl}}}.$$
 (4.13a)

Зависимость абсциссы электрона от времени найдем, если последнюю формулу подставим в ур-ине (4.6) и проинтеррируем полученное выражение (определяя постоянную интеррирования опять из начальных условий):

$$x = x_0 + \frac{v_{0y}}{\omega_{u}} \cos \omega_{u} t + \frac{-v_{u} + v_{x_{p}}}{\omega_{u}} \sin \omega_{u} t + v_{u} t.$$
 (4.136)

Выражения (4.13а, б) определяют траекторию электрона в общем случае.

Рассмотрим два частных случая, представляющих интерес для практики. Из полученных уравнений следует, что если начальная скорость электрона направлена только вдоль оси  $x(v_{B_0} = 0)$  и по величине равна  $v_{x_0} = E/B$ , то он движется в скрещенных полях равномерно и прямолинейно (рис. 4.1*г*).

Если же электрон вылетает из катода ( $y_0=0$ ) с нулевой начальной скоростью ( $v_{x_0}=v_{y_0}=v_{z_0}=0$ ), то два последних уравнения упрощаются:

$$\begin{array}{l} x = x_0 + v_{\mathfrak{n}} t - R \sin \omega_{\mathfrak{n}} t \\ y = -R (1 - \cos \omega_{\mathfrak{n}} t) \\ z = z_0 \end{array} \right\}, \qquad (4.14)$$

где

$$\omega_{\mathfrak{n}} = \frac{eB}{m} , \quad v_{\mathfrak{n}} = \frac{E}{B} , \qquad (4.15)$$

а R соответствует равенству  $v_{\mathbf{u}} = \omega_{\mathbf{u}} R$  (откуда  $R = \frac{v_{\mathbf{u}}}{\omega_{\mathbf{u}}} = \frac{f_{\mathbf{u}}}{e} \frac{E}{B^{a}}$ ).

**98** 

Траектория электрона, определяемая этими уравнениями, называется циклондой, а ее характер был рассмотрен выше (рис. 4.1*д*).

При циклондальном движении скорость электрона на вершине арки складывается из скорости  $v_{\rm ff} = E/B$  перемещения центра катящейся окружности, которая одновременно является средней скоростью электрона, и линейной скорости  $v_{\omega}$  точки на этой окружности, равной той же величине  $v_{\omega} = R\omega_{\rm ff} = v_{\rm ft}$ . Поэтому  $v_{\rm макс} = = v_{\rm ff} + v_{\omega} = 2v_{\rm ff} = 2E/B$ .

Наоборот, на поверхности катода указанные скорости вычитаются и  $v_{\text{мин}} = v_{\text{ц}} - v_{\omega} = 0$ . В общем случае составляющая скорости электрона вдоль оси X изменяется от удвоенного значения средней скорости до пуля.

#### критический режим

Из рис. 4.1 $\partial$  видно, что при циклондальном движении электроны достигают анода только в том случае, если расстояние d между анодом и катодом меньше диаметра 2R катящейся окружности. Поэтому в анодной цепи протекает ток, равный току эмиссии катода  $(I=I_0)$ , если d<2R, если же d>2R, ток отсутствует (I=0). Режим, соответствующий равенству d=2R или с учетом ф-л (4.15) равенству

$$d = 2 \frac{v_{\rm u}}{\omega_n} = 2 \frac{mE}{eB^2}, \qquad (4.16)$$

называется критическим, а значения магнитного поля и анодного напряжения (или поля), удовлетворяющие ур-нию (4.16), называются критическими и обозначаются через  $B_{\mu\mu\nu}$ .

Представляя ур-ние (4.16) в виде зависимости аподного напряжения  $U_0 = Ed_0$  от  $B(U_0 = eB^2d^2/2m)$ , получаем так называемую параболу критического режима (рис. 4.2). Если аподное напряжение и магнитное поле соответствуют точке, находящейся в заштрихованной области, то в анодной цепи протекает ток, равный току эмиссии катода. Если же точка находится в незаштрихованной области, анодный ток отсутствует.

В рассматриваемых ниже магнетронах использу- рис. ется режим, соответствующий отсутствию анодного бола тока. Однако, как будет показано ниже, анодный оког ток здесь равен нулю лишь при отсутствии свч ко-

Рис. 4.2. Парабола критичеокого режима

лебаний, т. е. в статическом режиме, а при наличии последних (динамический режим) анодный ток протекает и в том случае, если d > 2R.



## УСТРОЙСТВО МАГНЕТРОНА И ЕГО СВЧ ПОЛЕ

Конструкция магнетрона показана на рис. 4.3а, а на рис. 4.3б, в, г, д приведены поперечные сечения магнетронов, использующих резонаторы другой формы. Магнетрон состоит из анодного блока I, катода 2 и магнита (на рисунке не показан). Анодный блок представляет собой цилиндрическое тело, внутри которого выточены резонаторы со щелями. Резонаторы могут иметь форму пустотелых цилиндров или пазов, причем размеры их могут быть и равными и неравными. Число резонаторов в десятисантиметровом диапазоне воли порядка 8, в трехсантиметровом диапазоне — 12÷18, а в мил-



лиметровом — до 30 и более. Назначение колец, соединяющих резонаторы через один, будет рассмотрено инже. Магнитное поле прикладывается параллельно цилиндрическому катоду, размещаемому в центре анодного блока. Для вывода энергии используется элемент связи типа петли, штыря или щели, который вводят в один из резонаторов, выбранный произвольно.

Трасктория электрона. Поскольку в пространстве между аподным блоком и катодом действуют радиальное электрическое поле, обусловленное аподным напряжением, и перпенликулярное ему магнитное поле, то вылетающие из катода электроны оказываются в скрещенных полях, особенность взаимодействия с которыми была рассмотрена в предыдущем параграфе.

Пространство взаимодействия в магнетроне имеет не прямоугольную форму, а «согнуто» по окружности, что не вносит какихлибо принципнальных изменений в характер движения электронов по сравнению с уже рассмотренным, но математически требует решения задачи в цилиндрической системе координат. Такое решение позволяет сделать вывод, что электроны в цилиндрической системе движутся по эпициклондам, т. е. по кривым, которые описывает точка окружности, катящейся без скольжения в данном случае по окружности катода + Акод (рис. 4.4).

Виды колебаний. В резонаторах магнетрона могут возбуждаться колебания сразличным сдвягом фаз  $\Delta \varphi$  между соседними резонаторами (рис. 3.7). Однако ввиду замкнутости резонаторной системы полный сдвиг фаз (при обходе по внутренией поверхности апода) в магнетроне, состоящем из (*Nn*) резонаторов, должен быть кратен  $2\pi$ :



Рис. 4.4. Траектория электрона в цилиндрическом магнетроне

 $\Delta \phi (Nn) = 2\pi n$ 

где *N* -- число резонаторов на длине одной волны, а *n* = 0, 1, 2, 3... — число воли на внутрешей поверхности анода.

(4.17)

Вид колебаний принято характеризовать либо числом *n*, либо указанием величниы сдвига фаз Aq. Так, если в магнетроне с числом резонаторов Nn=8 возбуждаются колебания с Aq =  $\pi$ , то такие колебания называются либо колебаниями  $\pi$ -вида, либо колебаниями с  $n \simeq 4$ , поскольку  $n = \Lambda q N n/2\pi = \pi 8/2\pi = 4$ .

В магнетронах наибольшее практическое значение в настоящее время имеют колебания л-вида. Одной из причин, обусловившей их использование, является относительно стабильная работа такого магнетрона при сравнительно простых способах стабилизации (см. ниже).

Пространственные гармоники. Принцип действия магиетрона целесообразно рассматривать на основе метода пространственных гармоник, изложенного в 3.4. По этому методу поле в неоднородной системе связанных резонаторов можно представить в виде двух бесконечных рядов встречных «бегущих воли» - пространственных гармоник, имеющих одну и ту же частоту колебаний, но разные скорости распространения, а следовательно, и разные длины воли.

Для колебаний л-вида (рис. 3.7*e*), когда поле в пространстве взаимодействия имеет пульсирующий характер типа «стоячей волны», пространственные гармоники образуют нечетный ряд с длинами воли  $\lambda_{\text{зам}}$ ,  $\lambda_{\text{зам}}/3$ ,  $\lambda_{\text{зам}}/5$  и фазовыми скоростями  $\pm v_{\text{зам}}$ ,  $\pm v_{\text{зам}}/3$ ,  $\pm v_{\text{зам}}/5$ , где

$$\lambda_{3a_{M}} = 2s = \frac{2\pi r_{cp}}{n}, \ v_{3a_{M}} = \frac{\lambda_{3a_{M}}}{T};$$
 (4.18)

r<sub>ср</sub> — средний радиус пространства взаимодействия, а n — число длин волн основной гармоники, укладывающихся на внутренней поверхности анода. При таком подходе рассмотрение взаимодействия вращающихся вокруг катода электронов с свч полем значительно упрощается. Действительно, если средняя угловая скорость электрона совпадает по модулю и направлению со скоростью одной из пространственных гармоник, то поле этой гармоники оказывается по отношению к электрону (точнее, по отношению к центру катящейся окружности) неподвижным, и расчет работы сил электрического поля становится несложным. Скорости же остальных гармоник кратны скорости электрона, поэтому в полях этих гармоник он испытывает последовательный ряд равных импульсов торможения и ускорения и работы не совершает (за целое число периодов колебания).

Изложенное позволяет перейти к анализу процессов модуляции по скорости и плотности ь магнетроне и рассмотреть взаимодействие электронов только с одной из пространственных гармоник, скорость которой совпадает со скоростью электрона по модулю и направлению. В качестве такой гармоники обычно используется основная, так как эффективность взаимодействия с высшими гармониками, как отмечалось выше, быстро уменьшается.

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С СВЧ ПОЛЕМ

Модуляция электронного потока по скорости и плотности под действием радиальной составляющей свч поля. На рис. 4.5а показано электрическое поле одной из пространственных гармоник в некоторый момент времени (применительно к прямоугольной системе координат). В нечетных сечениях 1, 3, 5 ... радиальная составляющая свч поля складывается с постоянным полем, обусловленным анодным напряжением. Поэтому в этих сечениях поле усиливается. Наоборот, в четных сечениях 2, 4, 6 ... поле ослабляется. Указанная конфигурация свч поля перемещается, например, вправо с фазовой скоростью  $v_p$  рассматриваемой гармоники (для определенности будем рассматривать основную гармонику  $v_p == v_{stan}$ ).

Рассмотрим, что произойдет с электронным потоком, движущимся в том же направлении и с той же скоростью. Если бы свч поле отсутствовало, то электроны двигались бы по циклондам с общей средней скоростью  $v_{\rm q}=E_0/B=v_{\rm зам}$ . При наличии свч поля средняя скорость электронов уже не будет одинаковой. В нечетных сечениях средняя скорость увеличится, а в четных — уменьшится пропорционально результирующей напряженности поля в этих сечениях (так как  $v_{\rm q}=E/B$ ). Но это означает, что электроны начнут группироваться в сгустки, центрами которых станут сечения, залитые на рис. 4.5а черной тушью. Из того же рисунка видно, что эти сечения находятся в пучностях касательной составляющей электрического свч поля. Причем направление касательной составляющей соответствует тормозящему характеру поля (с учетом отрицательного заряда электрона).

Таким образом, радиальная составляющая поля, модулируя электронный поток по скорости, собирает сгустки в области тор-

мозящего свч поля<sup>1</sup>), что соответствует режиму усиления волны.

Механизм поддержания средней скорости тормозимых электронов. Рассмотрим измещение траектории тормозимого электрона под действием касательной составляющей электрического свч поля.

Электроны сгустка, окатормозящем завшись В поле, будут терять свою кинетическую энергию. Но ввиду их меньшей скорости на вершине арки на них будет действовать меньшая магнитиая сила (возвращающая электрон на катод) и потому, начиная у катода движение по арке пиклоиды, онн не смогут вернуться обратно на катод. Нормальная составляющая их скорости обратится в нуль уже на некотором конечном расстоянии от катода. Поэтому следующий цикл движения электрон начиет уже не от катода, а на некотором расстоянии от него (рис. 4.5 б). В результате электрон будет двигаться как бы по «укороченным» с одного конца аркам циклоиды, постепенно полнимаясь вверх по направлению к аноду. Поэтому анодный ток в цепи будет наблюдаться даже в том случае, если магнитное поле больше критического.



Рис. 4.5. К пояснению процесса образования электронных спиц

Подъем электрона в сторону анода означает поглощение им от анодного источника энергии, пропорциональной пройденной им разности потенциалов  $W = e(\varphi_2 - \varphi_1)$ . Таким образом, электроны сгустка во время прохождения каждой арки, с одной стороны, теряют часть своей кинетической энергии из-за тормозящего характера поля свч, но с другой, — одновременно поглощают энергию от поля анодного источника за счет «подъема» в сторону анода. Причем, чем большее количество энергии потеряет электрон при про-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Напомним, что в ЛБВ типа О сгустки попадают в тормозящее поле лишь в том случае, если их скорость немного больше скорости волны.

хождении арки, тем «выше» он поднимется и, следовательно, тем большее количество энергии поглотит от анодного четочника. Циыми словами, «подъем» электронов в сторону анода – это тот механизм, который автоматически поддерживает их среднюю скорость неизменной, несмотря на торможение в свч поле. Кроме того, это означает, что усиление свч поля в конечном счете здесь обусловлено энергией анодного источника при неизменной средней скорости электронов (в отличие от клистронов, где усиление происходит за счет уменьшения кинетической энергии электронов).

Спицы. Поскольку образование сгустков сопровождается их «подъсмом» в сторону апода, электроны, вылетевшие из катода ранее, оказываются в данный момент одновременно и «выше» и более плотно сгруппированными. А это означает, что сечение сгустка уже около анода и шире около катода, как показано на рис. 4.5*в*.

Если такие процессы протекают в магнетроне цилиндрического сечения, то образующиеся сгустки по своей форме напоминают спицы колеса (рис. 4.5г), что и объясняет происхождение этого термина. Поскольку «спицы» привязаны к тормозящим сечениям свч поля, они вращаются в пространстве взаимодействия с фазовой скоростью соответствующей гармоники, а их число равно числу тормозящих участков свч поля, т. е. числу воли, укладывающихся на внутренией поверхности аподного блока (числу *n*).

Удаление ускоряемых электронов. На участке между сечениями 2—3, где тангенциальная составляющая свч поля имеет ускоряющий характер, под действием эгой составляющей электроп приобретает дополнительную кинетическую эпергию и потому подлетает к катоду не с нулевой, а с конечной скоростью. Ударяясь о катод, он прекращает дальпейшее существование.

Усиление свч поля. Ускоряемые электроны поглощают свч энергию лишь на протяжении пути вдоль арки. Наоборот, тормозимые электропы усиливают свч поле на пути, состоящем из многих арок. Но это означает, что при прочих равных условиях тормозимый электрон отдает свч полю энергию, во много раз большую, чем поглощает ее ускоряемый электрон. Это также означает, что чем сильнее магнитное поле по сравнению с критическим, тем большее число арок описывает электрон и, следовательно, тем больше мощность и кпд устройства. Наоборот, в критическом режиме тормозимый и ускоряемый электроны отдают и поглощают примерно равное количество энергии.

## ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ МАГНЕТРОНОВ

Электронный кпд<sup>1</sup>). Рассмотренный выше механизм усиления свч колебаний показывает, что часть эпергии анодного источника переходит в свч энергию, т. е. идег на усиление, а другая ее часть

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Здесь при расчете жид не учитывается мощность, поглощаемая ускоряемыми электронами.

превращается в кинетическую эпергию электрона, которая при нопадании последнего на анод расходуется бесполезно (переходит в тепло). Поскольку электрон попадает на анод в момент прохождения им вершины арки, где его скорость  $v=2v_{\rm R}=2E/B$ , то его кинетическая эпергия, бесполезно рассенваемая на аноде,

$$W_{
m KMH} = rac{mv^2}{2} = rac{m}{2} \left(2 \; rac{E}{B}
ight)^2 = 2m rac{U_0^2}{B^2 d^2} \; .$$

В то же время полная эпергия, отдаваемая анодным источником во время перемещения электрона между катодом и анодом, составляет  $W_{\Sigma} = eU_0$ . Поэтому, определяя кид по общему правилу, получаем

$$\eta = \frac{W_{\Sigma} - W_{\text{KHH}}}{W_{\Sigma}} = 1 - \frac{W_{\text{KHH}}}{W_{\Sigma}} = 1 - \frac{2m}{e} \frac{U_0}{B^2 d^2} = 1 - \frac{U_0}{U_0 KP} \left(\frac{B_{\text{KP}}}{B}\right)^2, \quad (4.19)$$

где U<sub>0 кр</sub> и В<sub>кр</sub> — зпачения анодного напряжения и магнитной индукции, удовлетворяющие условию (4.16) критического режима.

Формула (4.19) показывает, что кпд магнетрона может быть близким к единице, если магнитное поле значительно превышает критическое<sup>4</sup>). Этот вывод полностью соответствует физическим соображениям, изложенным выше, поскольку увеличению магнитного поля соответствует уменьшение кинетической энергии электрона, бесполезно рассеиваемой на аноде. При критическом магпитном поле кпд магнетропа равен нулю, так как вся потенциальная энергия электрона переходит в кинетическую и рассеивается на аподе сразу после достижения им вершины циклоиды.

Разделение видов колебаний. Возможность возбуждения в магистроне колебаний с различным сдвигом фаз  $\Delta \varphi$  снижает устойчивость его работы. Дело в том, что колебаниям с различными значениями  $\Delta \varphi$  соответствуют различные резонансные частоты, расиоложенные тем ближе друг к другу, чем больше в магнетроне резонаторов. Относительная разность частот ближайших видов колебаний может быть порядка 1% и меньше. В таких условиях даже небольшие изменения режима работы магнетрона неизбежно приводят к недопустимым скачкообразным изменениям его частоты и мощности. Поэтому в магнетроне применяют специальные меры для стабилизации его работы. Из всех видов колебаний наиболее просто и надежно стабилизируются колебания  $\pi$ -вида. Это и обусловило их основное практическое применение (этим же объясиястся четное число резонаторов в таком магнетроне).

Существуют два метода стабилизации или, как принято говорить, разделения видов колебаний: метод связок и метод разнорезонаторного блока.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) Уменьшение  $U_n$  тоже увеличивает кид, по при заданном значенин  $I_0$  это связано с пропоридональным уменьшением мощности генератора и потому не имеет смысла.

Сущность *метода связок* состоит в том, что в анодном блоке с помощью проволочных или ленточных колец соединяются точки, имеющие один и тот же потенциал (рис. 4.3*a*, *б*, *в*). При использовании колебаний л-вида такие точки расположены через резонатор. Кольцевые связки могут быть либо двойными, как показано на рисунках, либо одинарными (из одного кольца). Поскольку кольца соединяют эквипотенциальные точки, токи в них практически не наводятся и их влияние на работу магнетрона с колебаниями  $\pi$ -вида невелико. Опо сводится к некоторому уменьшению резонансной частоты его резонаторов.

Наоборот, для других видов колебаний ( $\Delta \varphi \neq \pi$ ) связки оказываются включенными между точками с разпыми потенциалами. Поэтому в них наводятся заметные токи, в результате чего (как показывают соответствующий анализ и результаты эксперимента) резонансные частоты резонаторов увеличиваются. Если при этом учесть, что резонапсные частоты колебаний указанных видов были без связок больше резонансной частоты колебаний л-вида, то нетрудно видеть, что роль связок сводится к отделению колебаний л-вида от остальных.

Метод разнорезонаторного блока иллюстрирует рис. 4.3 г. д. Здесь резонаторы состоят из двух групп разного размера — больших и малых. Не рассматривая этот вопрос теоретически, отметим лишь, что резонансные частоты в данном случае распадаются на две группы — «длинноволновых» и «коротковолновых». Причем частоты колебаний л-вида занимают промежуточное положение между ними и достаточно хорошо отделены от остальных.

Условия самовозбуждения. Из изложенного следует, что для генерации в магнетропе необходимо выполнение двух условий:

$$v_{\rm p} = v_{\rm HAM} \qquad (4.20a)$$



Рис. 4.6. Графическое определение условий самовозбуждения

или с учетом ф-л (4.15) и (4.18)  $\frac{E}{B} = \frac{2\pi r_{cp}}{nT}$ 

и 
$$B > B_{\kappa p}$$
. (4.206)

Выражение (4.20а) представляет собой условие синхронности вращения электронов с одной из пространственных гармоник, необходимое для модуляции электронного потока по скорости и илотности (поскольку практически используется лишь основная гармоника, то  $v_p = = v_{\rm зам}$ ). Условие же (4.206), требующее, чтобы магиитное поле было больше критического, необходимо для получения кил > 0.

Чтобы облегчить задачу определения  $U_0$  и *B*, удовлетворяющих указанным условиям самовозбуждения, целесообразно выражения (4.20) представить графически (рис. 4.6). На рисунке уравнению синхронности соответствуют прямые линии  $U_0 = E_0 d = B2\pi r_{cp}/nT$ , 106 угол наклона которых тем меньше, чем больше  $n^1$ ), а неравенству  $B > B_{\rm кр}$  — точки, лежащие ниже параболы критического режима  $(U_{0 \rm kp} = eB^2d^2/2 m)$ .

Таким образом, генерация в магнетроне возможна не при любых значениях  $U_0$  и B, а только при тех, которым соответствуют участки прямых, лежащие ниже параболы критического режима. Если рабочая точка находится на указанных прямых, то режим магнетрона близок к оптимальному, при котором генерируется максимальная мощность, а кпд определяется расстоянием рабочей точки от параболы. При отклонении  $U_0$  и B от значений, соответствующих прямым линиям, мощность магнетрона уменьшается.

## 4.3. Дианазонные приборы магнетронного типа

## МЕХАНИЧЕСКАЯ ПЕРЕСТРОЙКА ЧАСТОТЫ

Магнетроны, рассмотренные в предыдущем параграфе, работают лишь на фиксированной частоте. Для работы же с перестройкой частоты разрабатываются специальные конструкции. При относительно высокой добротности резонаторов магнетрона генерируемая им частота практически определяется настройкой резонаторов, которую можно изменять следующим образом:

--- перестройкой внешней (отдельной) колебательной системы, связанной тем или иным способом с одним из резонаторов магнетрона. Достоинством такого метода является его сравнительная простота, поскольку перестраивается только один резонатор, недостатком — малый дианазон перестройки (порядка нескольких ироцентов);

— одновременным изменением геометрических размеров всех резонаторов, что приводит к изменению индуктивности или емкости эквивалентных им-контуров. Один из возможных вариантов введение проводящих плунжеров в полости резонаторов, где сосредоточено в основном их магнитное поле, что позволяет изменять магнитную энергию каждого резонатора, а следовательно, и резонансную частоту. Достоинством этого метода является относительно широкий диапазон перестройки частоты (порядка 10%), а недостатком — сложность конструкции, требующей одновременной перестройки большого числа резонаторов;

— изменением параметров связок, применяемых в магнетроне для стабилизации колебаний π-вида (связки вносят в резонаторы магнетрона соответствующую реактивность). Днапазон перестройки в этом случае невелик.

<sup>&</sup>lt;sup>\*\*</sup>) Более строгое рассмотрение показывает, что прямые линии должны выходить не из начала координат, а несколько правее.

## ЭЛЕКТРОННАЯ ПЕРЕСТРОЙКА ЧАСТОТЫ

Спица (сгусток электронов), проходя мимо зазора резонатора, наводит в последнем ток  $\dot{I}_{\rm нав}$ , фаза которого зависит от скорости  $v_{\rm H} = E/B$  ее вращения. Меняя  $v_{\rm H}$ , можно менять фазу наведенного тока  $\dot{I}_{\rm нав}$ , а следовательно, и собственную частоту резонаторов, поскольку с  $I_{\rm нав}$  связана вносимая в резонатор электронная проводимость  $Y_{\rm вд}$ . Рассмотрим этот механизм подробнее.

Эквивалентная схема резонатора магнетрона. На рис. 4.7а, б показаны резонатор магнетрона с проходящей мимо него спицей н



Рис. 4.7. Схемы для расчета электронной проводимости резонатора магнетрона (a, b) и охемы конструкции анодного блока митрона (a, c)

его эквивалентная схема. Здесь смкость С в основном определяется емкостью зазора резонатора, индуктивность L — его магнитным полем, а сопротивление R — потерями и нагрузкой резонатора.

Заряд и разряд емкости С определяются не только собственным током *I* резонатора, но и током *I*<sub>нав</sub>, наводимым спицей, что условно показано в виде дополнительной цепи с клеммами, к которым как бы подсоединена комплексная проводимость *Y*<sub>ал</sub>, определяемая равенством

$$Y_{\mathfrak{s}\mathfrak{n}} = G_{\mathfrak{s}\mathfrak{n}} + \mathfrak{i} B_{\mathfrak{s}\mathfrak{n}} = -\frac{\dot{I}_{\mathfrak{m}\mathfrak{n}}}{\dot{U}} = -\frac{I_m e^{\mathfrak{i}(\omega t + \varphi)}}{U_m e^{\mathfrak{i}\omega t}} = -\frac{I_m}{U_m} (\cos \varphi + \mathfrak{i} \sin \varphi).$$

Знак минус перед правой частью приведенной выше формулы объясняется тем, что при движении синцы на рис. 4.7 награво с учетом ее отрицательного заряда в цени  $Y_{\rm эл}$  наводится ток  $I_{\rm рав}$ , направлеине которого противоположно показанному на рисунке стрелкой и 108
принимаемому за положительное при указанной полярности напряжения на емкости С.

Зависимость собственной частоты резонатора от скорости  $v_{\mathbf{R}}$ . Пз полученной формулы следует, что если спица проходит зазор точно в момент максимального тормозящего поля (q=0), то в резонатор вносится только отрицательная активная проводимость  $G_{z,T}$  ( $B_{2,T} = \frac{-I_m}{U_m} i \sin q = 0$ ). В этих условиях частота генерации определится только собственными параметрами резонатора (прибор будет работать в режиме генерации, если нагрузка его резонаторов не слишком велика:  $G_{2,T} + 1/R < 0$ ).

Однако если скорость  $v_n = E/B$  несколько увеличить, то спица придет к зазору резонатора раньше (q > 0) и потому электронная проводимость будет иметь индуктивную минмую часть ( $B_{2,T} = -\frac{I_m}{U_m}$  i sin q < 0). При индуктивном характере электронной проводимости частота колебаний в резонаторах увеличится, причем она будет тем выше, чем больше  $\varphi$ . В результате нарушенное условие синхропизма  $v_n = v_{aav}$  восстановится. Аналогично при уменьшении скорости сини частота колебаний соответственно уменьшится.

Выполияя очевидные преобразования, получаем:

$$v_{\rm DM} = v_{\rm ev} - \frac{2s}{T} - \frac{E}{B}$$
,  $2sf = \frac{U_0}{Bd}$ ,  $f = U_0 - \frac{1}{Bd2s}$ .

Таким образом, генерируемая частота прямо пропорциональна анодному напряжению. Это — одно из основных достоинств такого метода изменения частоты.

Электронная перестройка при большой и малой добротности резонаторов. Рассмотренный механизм электронной перестройки практически реализуется лишь при относительно малой добротности презонаторов (Q < 25). В случае большей добротности (Q > 25) он нарушается уже при сравнительно небольших перестройках. Это объясняется следующим образом. При большой добротности резонаторов их собственные токи I содержат большие реактивные составляющие, и потому для получения необходимого значения  $\Delta f$  требуются большие значения  $\varphi$ , при которых резко падает  $|G_{a\pi}| = \left| -\frac{I_m}{U_m} \cos \varphi \right|$  и, как следствие, резко уменьшаются генерируемая мещность и напряжение на загоре резснатора, что нарушает весь режим работы прибора.

По этой причине в обычных магнетронах электронная перестройка практического применения не нашла. Однако специально разработанные конструкции позволили создать приборы, в которых электронная перестройка частоты осуществляется в широких пределах с сохранением пропорциональной зависимости между анодным напряжением и геперируемой частотой. Эта группа приборов ввиду некоторой специфики работы и особенности их конструкции представляет в настоящее время самостоятельный класс приборов, называемых митронами.

### митроны

Конструктивно митрон отличается от многорезонаторного магнетрона следующим. В его аподном блоке имеется только один внешний резонатор, так как в многорезонаторном блоке трудно распределить равномерно большую нагрузку между всеми резонаторами. Для того чтобы при одном резонаторе в блоке все же обеспечивалось требующееся число зазоров с напряжениями, сдвинутыми по фазе на л, применяют встречно штыревую конструкцию 1 (рис. 4.76, 2), в которой четные и печетные штыри подсоединяются к противоположным концам контура (резонатора). Катод выносят из пространства взаимодействия, а на его место устанавливают цилиндрическое тело 2 (рис. 4.7в), которое называется холодным катодом. Последний необходим для сохранения радиального электрического поля в пространстве взаимодействия. Катод с ускоряющим электродом располагают на оси прибора. Форму ускоряющего поля подбирают так, чтобы электроны инжектировались вдоль холодного катода (вдоль магнитных силовых линий). как показано на рис. 4.7в стрелками.

Вынесение катода из пространства взаимодействия позволяет: — устранить его обратную бомбардировку ускоряемыми электронами (при обратной бомбардировке катод дополнительно разогревается, а поскольку в условиях электронной перестройки U<sub>0</sub> меняется в широких пределах, его температура зависит от перестройки, что требует соответствующего изменения режима прибора и, следовательно, усложияет эксплуатацию последнего);

уменьшить плотность электровного заряда у холодного катода и сделать ее оптимальной для режима модуляции по плотности в условиях малых напряжений на зазорах анодного блока, обусловленных малой добротностью резопатора (обычные магнетроны при таких малых добротностях могут не возбуждаться)<sup>4</sup>.

### ПАРАМЕТРЫ И ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ

Благодаря относительно высокому кпд, достигающему 50—70%, и простоте конструкции магнетроны в настоящее время широко используются в качестве генераторов свч колебаний. Они применяются на волнах дециметрового, саштиметрового и отчасти миллиметрового днапазонов.

Магнетроны обычно рассчитывают либо на импульсный, либо на непрерывный характер работы. В импульсном режиме магнетроны работают с большими мощностями порядка сотен киловатт и даже нескольких мегаватт. В непрерывном режиме они имеют значительно меньшие мощности, примерно от единиц ватт до десятков киловатт. Работают магнетропы либо на фиксированной частоте, либо с небольшой перестройкой (до 10%).

Расемотрение этего вопроса выходит за фамки данной книги.

Митроны, работающие с электронной перестройкой, отличаются широкополосностью. Так, митроны, рассчитанные на мощность  $3\div150$  Вт, имеют электронную перестройку в полосе  $5\div20\%$ , а у митронов меньшей мощности ( $50\div1500$  мВт) отношение максимальной генерируемой частоты к минимальной порядка 2:1 или даже 3:1.

В принципе, магнетроны могут работать и как усилители. Для этого достаточно увеличить нагрузку его резонаторов, что приведет к ослаблению взаимодействия электронного потока с свч полем и соответственному уменьшению обратной связи. Однако регенеративный характер усиления, отличающийся узкополосностью и нестабильностью, является в большинстве случаев существенным недостатком приборов этого типа, и потому такие усилители в настоящее время практического применения не нашли.

## 4.4. Платинотроны

## конструкция и принцип действия

Конструкция платинотрона показана на рис. 4.8. Из сравнения этого рисунка с рис. 4.3а видно, что платинотрон отличается от магнетрона лишь тем, что его замедляющая система (ряд связан-



Рис. 4.8. Устройство платинотрона

ных резонаторов) не замкнута и потому имеет отдельные вход и выход. У магнетрона же резонаторы образуют замкнутую цепь, а внешняя цепь связывается с одним из этих резонаторов, выбранным произвольно.

Иринцип действия платинотрона во многом схож с принципом действия магнетрона. В частности, в обонх приборах электроны движугся по эпициклондам, образуя спицы (сгустки электронов), вращающиеся в пространстве взаимодействия со скоростью, равной скорости перемещения центра катящейся окружности. Однако направление вращения спиц в платинотроне противоположно направлению распространения энергии в замедляющей системе, поэтому усиление здесь обусловлено взаимодействием спиц с одной из обратных пространственных гармоник аналогично тому, как это происходит в ЛОВ типа  $\theta$  (см. 3.4).

Таким образом, по характеру образования сниц платинотрон похож на магнетрон, а по направлению движения сниц и свч энергии — на ЛОВ.

### СКОРОСТЬ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК

Если на вход платинотрона подать свя энергию с частотой *f*, то в его системе связанных резонаторов возбудятся колебания со сдвигом фаз между соседними резонаторами Аq. Сдвиг фаз зави-



Рис. 4.9. К определению полосы уонления платичерона

сит, прежде всего, от конструкции системы, а для заданной конструкции — от частоты. Зависимость  $\Delta q = \Delta \varphi(f)$  для одной из конструкций системы связанных резонаторов представлена на рис. 4.9.

Как было показано в 3.4, поле в неоднородной замедляющей системе можно представить бесконечным рядом встречных пространственных гармоник, скорость которых определяется сдвигом фаз и, следовательно,

зависит от частоты [поскольку  $\Delta \varphi = \Delta \varphi(f)$ ]. Так как направление распространения энергии противоположно направлению движения электронов, последние могут взаимодействовать только с обратными гармониками (p < 0), из которых практический интерес представляет лишь основная (p = -1), скорость которой в соответствии с ф-лой (3.43)

$$v_{-1} \quad \left| \frac{\omega S}{\Lambda q + 2\pi \rho} \right| = \left| \frac{\omega S}{\Lambda q - 2\pi} \right| = \left| \frac{\omega S}{2\pi - \Lambda q} \right|. \tag{4.21}$$

### УСЛОВИЯ УСИЛЕНИЯ

Процесс взаимодействия спиц с обратной гармоникой в платинотроне протекает так же, как и в магнетроне, поэтому рассмотренные выше условия самовозбуждения магнетрона (стр. 106) справедливы и для платинотрона:  $v_{\rm H} = v_{-1}$ ,  $B > B_{\rm KP}$ .

Однако ввиду незамкнутости замедляющей системы (цепочки связанных резонаторов платинотрона) указанных двух условий для его самовозбуждения (усиления) недостаточно. Действительно, допустим, что эти условия выполняются и в платинотроне имеются спицы, вращающиеся синхронно с основной обратной гармоникой. Тогда на участке от выхода до входа (рис. 4.86), т. е. от резонаторов 1, 2, 3 ... и до 8-го вращающиеся спицы будут вазимодейстига вовать с свч полем по тем же законам, что и в магнетроне (но только с обратной гармоникой). Но когда спица, пройдя все резонаторы от первого до восьмого, попадает в разрыв 9, то далее она снова окажется у резонатора 1. Если в этот момент свч поле первого резонатора окажется тормозящим, то работа спицы по уснлению этого поля продолжится. Если же поле окажется ускоряющим, то спица начиет поглощать свч энергию и тем самым сорвет начавшееся усиление.

Для того чтобы спица после обхода всей окружности анодного блока снова оказалась в тормозящем поле, период  $T_{cu}$  ее вращения должен быть примерно равен целому числу периодов T колебаний. Это и является деполнительным третьим условнем усиления в платинотроне:

$$T_{cn} = \beta T - [\Delta t]$$
или  $\frac{2\pi r_{cp}}{v_{-1}} = \beta T - [\Delta t], \qquad (4.22)$ 

где  $\beta = 1, 2, 3 ...$ 

### полоса усиления

Усиление будет максимальным при условии, что M = 0, т. е. когда спица после полного оборота вновь окажется в максимальном тормозящем поле. Однако еели  $0 < \Delta t < T/4$ , то спица после одного оборота будет попадать хотя и не в максимальное, но все же в тормозящее поле, и поэтому условие M = T/4 можно считать определяющим полосу усиления платинотрона. Подставляя в  $\phi$ -лу (4.22)  $\Delta t = T/4$  и значение скорости  $v_{\perp}$  из  $\phi$ -лы (4.21), а также учитывая, что  $2\pi r_{\rm CP}/S = (Nn)$ , получаем окончательно

$$(\Delta \varphi - \pi) = \pi \left( 1 - \frac{2\beta}{(Nn)} + \frac{1}{2(Nn)} \right).$$
 (4.23)

Задаваясь величиной  $\beta$ , из полученной формулы можно найти соответствующие значения ( $\Delta \varphi - \pi$ ), в пределах которых в платинотроне выполняются условия усиления. А перенося эти значения на график рис. 4.9, можно определить соответствующие им частоты и, следовательно, полосу возможного усиления прибора.

В заключение отметим, что платинотрон, работающий в режиме усиления, называется амплитроном.

### режим генерации

Как и всякий усилитель, платинотрои может работать в режиме генерации, если его охватить положительной обратной связью достаточной глубины. Простейшая схема генератора на платинотроне с внутренней обратной связью показана на рис. 4.10*a*. Вход схемы замкнут накоротко, а в выходной тракт включена неоднородность *I*, отражающая часть энергии с выхода обратно в прибор. Поскольку часть энергии с выхода подается на его вход, то при соответствующей величине и фазе этой энергии возможно самовозбуждение. Для подбора фазы обратной связи в схеме предусмотрен фазовращатель 2.

Однако при такой схеме частота генерации определяется параметрами самого платинотрона, стабильность которых невысока. Чтобы повысить стабильность генерируемой частоты и сделать ее практически независимой от стабильности параметров платинотрона, применяют схему рис. 4.10б. Здесь короткое замыкание на входе



Рнс. 4.10. Схемы обратной связи

заменено согласованной нагрузкой 3, шунтированной последовательным колебательным контуром.

При такой схеме вход прибора оказывается практически короткозамкнутым лишь в узкой полосе около резонансной частоты контура, а на остальных частотах оп нагружен на согласованную нагрузку. Поэтому и обратная связь в такой схемс имеет место лишь в уз-

кой полосе частот, около резонансной частоты колебательного контура. Следовательно, генерируемая частота практически не завнеит от парамстров плагинотрона, а целиком определяется параметрами колебательного контура. На свч роль такого колебательного контура может выполнять высокодобротный резонатор, стабильность параметров которого нетрудно сделать высокой.

Генератор на платинотроне, работающий по указанной схеме, называется *стабилотроном*.

Следует заметить, что ввиду встречного движения спич и волны процессы в платинотроне во многом аналогичны ЛОВ. В частности, в таком устройстве существует внутренняя обратная связь, особевность которой была рассмотрена в 3.4 и которая осуществляется через электронный поток. Поэтому если ток  $I_0$ пучка выбрать больше его порогового значения  $I_0 > I_{\pi op}$  (см. рис. 3.10), то платинотроп окажется в режиме генерация и будет работать как ЛОВ. При этом на его входе для стабилизации режима (см. 3.4) включают согласованиую нагрузку. Платинотрон, работающий в таком режиме, называется карматроном. Однако поскольку стабильность частоты в указанном режиме невелика, то большого практического значения этот режим не имеет.

### ПАРАМЕТРЫ И ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ

Основные досточнства платинотрона в режиме усиления (амплитрона) — это его относительно высокий кпд, достигающий 60— 80%, относительно широкая полоса усиления (10÷15%) и простота конструкции при малых габаритах и весе. В режиме автогенерации он обладает несколько большим, чем у магнетрона, кпд и примерно на порядок более высокой стабильностью частоты (по схеме стабилотрона). Поэтому платинотрон в настоящее время 114 находит большое практическое применение и в качестве мощного усилителя, и в качестве автогенератора, где он успешно конкурирует с магнетроном.

Существенным недостатком платинотрона-усилителя (амплигрона) является его малый коэффициент усиления (порядка 10 дБ).

## 4.5. Лампы бегущей и обратной волны типа М

### ЛАМПА БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ ТИПА М

Конструкция ЛБВ типа М показана на рис. 4.11а. Из сравнения этого рисунка с рис. 4.8б видно, что замедляющая система 1 (система связанных резонаторов) в ЛБВ, как и у платинотрона, разомкнута.



Рис. 4.11. Устройство ламп бегущей и обратной волны типа М

Однако ЛБВ прищипнально отличается от платинотрона по форме и распространению электропного потока. Если в платинотроне электроны излучаются с поверхности катода цилиндрической формы, расположенного в центре, а сам электронный поток, будучи замкнутым, непрерывно вращается вокруг катода (рис. 4.5), то в ЛБВ типа M катодом является узкая полоска 2, расположенная вдоль наружной поверхности находящегося в центре системы цилиндра 3, который называется отрицательным электродом. Поэтому под воздействием ускоряющего электрического поля, создаваемого управляющим электродом 4 и перпендикулярного плоскости чертежа магнитного постоянного поля, электроны, излучаемые катодом, образуют луч 5 в виде узкой ленты, который распространяется по окружности до коллектора 6. Таким образом, электроны удаляются из пространства взаимодействия сразу после совершения одного неполного оборота (в отличие от платинотрона, где они непрерывно вращаются вокруг катода).

Для дальнейшего рассмотрения схемы и принципа действия "ЛБВ типа *M* ее конструкцию целесообразно «развернуть» на плоскость, мысленно распрямив пространство взаимодействия и все электроды апалогично тому, как это делалось выше при рассмотрении магнетрона. Схема "ЛБВ типа *M* в таком виде вместе с включенными источниками питания показана на рис. 4.116.

Траектория движения электронов в статическом режиме. Электрон в рассматриваемом приборе (рис. 4.116) движется в скрещенных электрическом и магинтном полях. Однако, в отличие от магнетрона и платинотрона, электрическое поле вдоль его пути неодинаково. Непосредственно над катодом действует поле  $E_{\rm ynp}$ , создаваемое управляющим электродом 4, а далее между замедляющей системой и отрицательным электродом — поле E, которое вдвое сильнее управляющего ( $E = 2E_{\rm ynp}$ ).

Поэтому траектории электрона на этих двух участках различны. На первом участке, т. е. непосредственно над катодом, электрон, имеющий пулевую начальную скорость, оказывается в таких же условиях, как в магнетроне иди в платинотроне, и начинает движение по циклопде (а в цилиндрической системе по эпициклопде), пока не достигнет ее вершины. Здесь его скорость становится вдвое больше скорости, соответствующей условию прямолниейности движения в полях B и  $E_{ynp}$  (рис. 4.1*г*,  $\partial$ ). Следовательно, если бы электрическое и магнитное поля далее оставались неизменными, то электрон продолжил бы движение по циклонде аналогично тому, как это происходит в магнетроне и платинотроне.

Однако в ЛБВ на участке, следующем за вершиной арки циклоиды, действует не прежнее поле  $E_{ynp}$ , обусловленное напряжеинем управляющего электрода, а поле  $E = 2E_{ynp}$ , создаваемое анодом и отрицательным электродом. Поскольку это поле сильнее управляющего и выбрано в соответствии с условием прямолицейности траектории электрона (v = E/B), последний спрямляет здесь свою траекторию и продолжает движение уже по прямой лищой до самого коллектора.

Рассмотренная схема выпрямления луча называется схемой типа короткой оптики. Достоянство этой схемы состоит в том, что скорость электронов на ее выходе  $v = 2E_{ynp}/B$  прямо пропорциональна напряжению источника управляющего напряжения.

Другая схема шижекции луча с помощью обычной электронной пушки показана на рис. 4.11*в*. Она проще рассмотренной и в пояслениях не пуждается. Недостатком ее является пелинейная зави-

симость скорости электронов от напряжения:  $v = \sqrt{\frac{2e}{m}U_{yck}}$ .

Модуляция по скорости и плотности в ЛБВ типа М, по существу, осуществляется так же, как и в магнетронах или платинотронах. При движении электронов санхронно с одной из пространственных гармоник (по причинам, уже рассматривавшимся выше, 116 практически используется лишь основная гармоника) электронный поток (рис. 4.5*a*) под действием пормальной составляющей электрического поля свч модулируется по скорости и плотности, распадаясь на сгустки.

Этот процесс отличается от аналогичного процесса в магнетроне и платинотроне лишь тем, что сгустки в ЛБВ имеют форму дент небольшой ширниы и толщины (длина ленты ориентирована нерпендикулярно плоскости чертежа на рис. 4.11), а не спиц, что характерно для магнетрона и платинотрона и возможно только в условиях излучения электронов с катода цилипдрической формы. Кроме того, сгусток-лента по достижении коллектора прекращает свое существование, в то время как сница магнетрона или платинотрона непрерывно вращается вокруг оси прибора.

Механизм усиления и траектория движения электронов в динамическом режиме. Процесс усиления, обусловленный взаимодействием сгустков с свч полем, здесь также подобен аналогичным процессам в магнетроне и платинотроне. Сгустки, образуясь в тормозящем поле, теряют свою кинетическую эпергию и тем самым усиливают волну в замедляющей системе.

Потеря электронами скорости в соответствии с уравнением Лоренца (4.1) приводит к уменьшению магнитной силы, направленной к отрицательному электроду 3 и, как следствие, к «подъему» сгустка в сторону замедляющей системы. В результате траектория электрона из горизонтальной прямой превращается в наклонную аналогично тому, как это происходит в магнетроне (рис. 4.56). А это, в свою очередь, означает, что сгусток непрерывно компенсирует потерю своей кинетической энергии за счет работы сил поля аподного источника.

На основании изложенного можно сделать следующие выводы:

— при взанмодействии сгустка с тормозящим полем свч трасктория сгустка наклоняется в сторону замедляющей системы (анодного блока), часть электронов попадает на анод (а не только на коллектор);

величина эпергии, приобретаемой свч полем и расходуемой на его усиление, пропорциональна разности потенциалов тех сечений, между которыми происходит «подъем» электропа, т. е. вертикальному перемещению электрона в поле аподного источника.

Следовательно, полезная работа, как и в случае магнетрона и платинотрона, совершается здесь только за счет составляющей неремещения электронов перпендикулярно поверхности анода. Чем бо́льшую разность потенциалов электрон пройдет в этом направлении, тем значительнее будет эффект усиления и тем выше окажется кпд.

Коэффициент полезного действия анодного источника  $U_0$ . Рассмотрим кпд прибора применительно к схеме инжекции с помощью электронной пушки рис. 4.118. Поскольку на коллекторе или замедляющей системе рассенвается кинетическая энергия, приобретенная в поле источника ускоряющего напряжения ( $mv^2/2 = eU_{ycR}$ ), а полная энергия, приобретаемая электроном при переходе с катода на коллектор или замедляющую систему, определяется источником анодного напряжения  $U_0$  и равна  $eU_0$ , то кпд определяется выражением

$$\eta = \frac{eU_0 - eU_{yc\kappa}}{eU_0} = 1 - \frac{U_{yc\kappa}}{U_0} . \qquad (4.24)$$

Из этого выражения следует, что клд стремится к единице, если  $U_{yek} \rightarrow 0$ . Минимально допустимое значение  $U_{yek}$  определяется возможностью изготовления замедляющей системы с большим коэффициентом замедления, поскольку скорость электрона, зависящая от напряжения  $U_{yek}$ , должна быть равна фазовой скорости волны в системе ( $v = v_{3am}$ ). Однако реализация замедляющих систем с большим коэффициентом замедления в настоящее время затруднительна, и поэтому клд ламп бегущей волны примерно того же порядка, что и у магнетронов.

Необходимость формирования луча ленточной формы. Как уже указывалось на стр. 96, электронный луч может обладать заданной скоростью v = E/B не в любом сечении между анодом и отрицательным электродом, а только в том, потенциал которого соответствует закону сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = eU_{cev} \tag{4.25}$$

где  $U_{ceq}$  — разпость потенциалов между этим сечением и катодом.

Поэтому луч, поступающий в пространство взаимодействия, будет продолжать прямолинейное и равномерное движение лишь в том случае, если он попадет в указанное сечение. При понадании в другое сечение (выше или ниже рассматриваемого) электроны обязательно испытывают соответствующее положительное или отрицательное ускорение, а их траектория превращается в трохонду (частным случаем которой является циклоида).

Следовательно, чем тоньше лента луча, тем большая часть электронов может перемещаться по траекториям, близким к прямолинейной.

Выбор напряжений. Напряжение  $U_{ynp}$  в схеме рис. 4.116 или напряжение  $U_{ycre}$  в схеме рис. 4.118 выбирают так, чтобы скорость электронов была равна фазовой скорости волны в замедляющей системе ( $v = v_{aam}$ ). Для увеличения кпд всличина этого напряжения должна быть минимальной, что требует применения замедляющих систем с большим коэффициентом замедления.

Напряжение  $U_0$  должно превышать  $U_{yck}$ . С увеличением  $U_0$  кпд в соответствии с ф-лой (4.24) растет

Напряжение  $U_{\text{отр}}$  выбирают таким образом, чтобы сечение, обладающее необходимым для электронного луча потенциалом, находилось на удобном расстоянии от электродов<sup>1</sup>).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Кроме того, индукция магнитного поля B и напряжения  $U_0$  и  $U_{0TP}$  должны удовлетворять условию  $\frac{E}{B} = \frac{U_0 + U_{0TP}}{dB} = v.$ 

Лампа обратной волны типа *M* по схеме и принципу действия несколько отличается от лампы бегущей волны. Энергия свч колебаний распространяется по направлению от коллектора к катоду (рнс. 4.11*в*), т. е. навстречу электронному потоку, и поэтому выход ее расположен около катода, а вход — либо со стороны коллектора, если она работает в режиме усиления, либо вообще отсутствует, если она работает в режиме генерации колебаний.

Кроме того, со стороны коллектора в замедляющую систему включена согласующая нагрузка 7, которая стабилизирует работу лампы [в ЛБВ для устранения самовозбуждения размещают в середине замедляющей системы сосредоточенный или распределенный поглотитель 8 (рис. 4.116)].

Электронный поток взанмодействует с обратной гармоникой, причем механизм модуляции и усиления при взаимодействии с этой гармоникой такой же, как и в ЛБВ типа *M*, если не учитывать положительную обратную связь. Влияние положительной обратной связи на работу прибора исследовалось в 3.5 при описании работы ЛОВ типа *O* и потому здесь не рассматривается.

## Глава 5

## полупроводниковые свч приборы

### 5.1. Туннельные диоды

### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ЗОНЫ ПОЛУПРОВОДНИКА

Энергетические уровни и зоны. У изолярованного атома или молекулы энертетические уровни имеют характер узких линий (либо одиночных, либо дублетов, либо в общем случае мультиплетов). Однако в твердом веществе из-за взаимодействия полей близхо расположенных частиц эти линии расщен-



Рис. 5.1. Завалимость шираны элергетических уровней от расстояния между частицами расположенных частиц эти линии расщентяются на полосы, которые тем шире, чем ближе расположены частицы (механизм такого расценления рассмотрен ниже в гл. 6). Зависимость ширины образующихся полос от расстояния между частицами показана на расс 5.1.

В полупроводниках, используемых в диодах, расстояния между частицами столь малы, что все уровни возбужденных состояний сливаются в единую зону проводимости, а все уровни валентных электронов - в одну велентную зону. Между ними находится запосщенная зона, ширина которой для различных полупроводников колеблется от 10<sup>-3</sup> до 1 эВ (рис. 5.2a).

Слободные электроны и дырки. При температуре  $T = 0^{\circ}$ К электроны полностью заполияют валентную зону, а на возбужденных

уровлах, т. е. в зоне проводимости они отсутствуют. При  $T \neq 0^{\circ}$ К часть электронов валентной зоны, получая всобходимую энергию, может пресдолеть за прещенную зону в перейти в зону проводимости. Чем больше температура среды, тем больше число электронов понадет в зону проводимости. Соответствению в валентной зоне остаются дырки, т. е. положитсльно заряженные атомы.

Отметим некоторые особенности электронов и дырок, которые потребуются для дальнейшего изложения.

В зоне проводимости электроны обладают большой подвижностью, так как большое число близко расположенных свободных уровней, составляющих практически нопрерывный спектр, позволяет им нептрерывно переходить с одного уровня на другой. За счет релаксации с кристаллической решеткой электроны быстро отдают последней свою избыточную кинетическую энергию и опускаются на дно зоны проводимости. Следовательно, в зоне проводимости электроны, как бы высоко они не оказались вначале, практически всегда находятся на дне зоны проводямости (рис. 5.2*a*).

Электроны зоны проводимости могут рекомбинировать с дырками валентной зоны (спонтанные переходы). Однахо время жизни электрона в зоне проводи-120 мости значительно больше времени релаксации, и потому рекомбинация практически не нарушает ужазащную закономерность осодавния электронов на дно зоны проводимости. Аналогично и дырки, как бы члубоко в валентной зоне они не образовывались вначале, практически всегда находятся у ес потолка (рис. 5.2*a*), так как электропы агомов с вышерасположенных уровней быстро переходят на нижерасположенные.

Полупроводники п- и р-типов. Если в полупроводники ввести примесь, эпортетический уровень которой расположен близко к зоне проводимости (рис. 5.20).



Рис. 5.2. Энергетические зоны полупроводника

то даже ври внакой темлературе среды электроны этого уровня смотут переходить в зону проводимости и заселять ее. Причем, как указывалось выше, заселяться будет лишь нижняя часть зоны проводимости. Такая примесь называется донорной, а полупроводник с донорной примесью — полупроводником *n*-тина.

Наоборот, если энергетический уровень примеся расположен вблизи валентлой зоны (рис. 5.26), то электроны последней смогут захватываться этой иримесью, а в валентной зоне полупроводника будут образовываться дырки, располагающиеся у ее лотолка. Такая дримесь называется акценторной, а полупроводных с акценторной примесьо полупроводником *p*-типа.

#### ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ДИАГРАММА

*p-n-переход.* Если соединить два полупроводника *n*- м *p*-типов, то на пранице их соединения образуется так называемый *p-n*-переход. Поскольку в зоне проводимости полупроводника *n*-типа до соединения было большое количество свободных электронов, а в полупроводнике *p*-типа их не было, часть указанных электронов перейдет в зону проводнимсе *p*-типа их не было, часть указанных электронов перейдет в зону проводнимсе *p*-типа их не было, часть указанных электронов перейдет в зону проводнимсе *p*-типа, их не было, часть указанных электронов перейдет в зону проводнимсе *p*-типа, в *p*езультате чего последний зарядится отрицательно, а полупроводник *n*-типа — положительно ( к этому же результату ведет и обмен дырками, который происходит по тем же причинам).

В результате этого обмена на *p*-*n*-переходе возникает контактиая разность потениналов, которая, во-первых, смещает энергетические зоны, как показано на рис. 5.3г, а во-вторых, преиятствует дальнейшему направленному переходу свободных электронов и дырок. Причем энергетические зоны в *n*-области оказываются несколько ниже, чем в *p*-области.

Контактиая разность потенциалов зависит от стелени легирования (концентрация примесей). Чем больше концентрация примесей, тем больше контактная разность потенциалов, тем имже (по отношению к *p*-области) опускаются зоны в *n*-области и тем уже запрещениая зона между *p*- и *n*-областями в самом *p*-*n*-переходе. Диаграмма туннельного диода. При определенной концентрации примесей взаимное положение зон может оказаться таким, как показано на рис. 5.36 (области зон, заполненные электронами, заштрихованы). На этом рисунке отображен случай, когда заполненная (т. е. нижняя) часть зоны проводимости *п*области находится на одном уровне с верхней заполненной частью валентной зоны *р*области. А это означает, что электроны указанных участков зон обладают одинаковой энергией и, следовательно, их взаимный переход не сопровождается обменом энергией с внешней средой.



Рис. 5.3. Различные взаимные положения зон в р-л-переходе

Туннельный переход. Поскольку указанные участки зон с одинаковой энергией пространственно отделены друг от друга *p*-*n*-переходом (запрещенной зоной), то переход электронов между ними соответственно затрудняется. Квантовая теория показывает, что вероятность таких переходов, называемых туннельными, быстро возрастает с уменьшением толщины пространственного разделения (толщины запрещенной зоны *p*-*n*-перехода) и уменьшением потенциального барьера.

В туннельном диоде ширина запрещенной зоны мала, поэтому обмен электронами, т. е. интенсивность переходов их между указанными участками зон довольно велика.

### ВОЛЬТАМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

Если к *p*-*n*-переходу приложить обратное напряжение (минус к *p*-области), то зона проводимости *n*-области опускается еще ниже (рис. 5.3a) и се свободные уровни оказываются против заполнен-



Рис. 5.4. Вольтамперные характеристики диодов: *а)* туннельного; *б)* обращенного; *в)* выпрямительного

122

ной части валентной зоны *р*-области. Поэтому электроны валентной зоны сравнительно свободно переходят в зону проводимости *n*-области. Интенсивность переходов растет с увеличением обратного напряжения. Этим объясняется быстрое возрастание обратного тока (участок «a» на рис. 5.4a).

При приложении к *p*-*n*-переходу прямого напряжения заполненная (нижняя) часть зоны проводимости *n*-области сначала оказывается против свободных уровней валентной зоны *p*-области (рис. 5.3*в*), способствуя интенсивным переходам электропов в *p*-область. Этот режим соответствует участку «в» вольтамперной характеристики (рис. 5.4*a*).

С увеличением прямого напряжения заполненная часть зоны проводимости *n*-области оказывается против запрещенной зоны *p*-области (рис. 5.3г) и ток через диод начинает резко падать (участок «г» на рис. 5.4*a*). Однако при дальнейшем увеличении прямого напряжения возрастает составляющая тока, обусловленная переходами электронов между зонами проводимости обеих областей (участок «д» на рис. 5.4*a*).

## ОБРАЩЕННЫЙ ТУННЕЛЬНЫЙ ДИОД

В тех случаях, когда лик и падающий участок прямого тока вольтамперной характеристики туниельного двода выражены слабо (рис. 5.46), последний можно использовать как высокочузствительный выпрямительный дюд. Его вольтампериая характеристика в этом случае при обратном напряжении будет иметь большую крутизиу, а при прямом напряжении ток практически равен нулю (если прямое напряжение невелико).

Такой днод называется «обращенным», так как его вольтамперная характеристика (рис. 5.46) обратна характеристике обычного выпрямительного днода (рис. 5.46).

Обращенные тунпельные дноды работног при гораздо меньших напряжениях. сигнала, чем обычные выпрямительные диоды.

### ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ И ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СХЕМА

Основные свойства туннельного диода определяются его вольтамперной характеристикой, которую, в свою очередь, принято характеризовать величиной тока  $I_{\text{макс}}$  в точке максимума, отношением  $I_{\text{макс}}/I_{\text{мин}}$  и отрицательным дифференциальным сопротивлением падающего участка. Причем в диодах, предназначенных для свч усилителей,  $I_{\text{макс}}$  порядка  $0,5 \div 2 \text{ мА}$ , а  $I_{\text{макс}}/I_{\text{мин}}$  не более 5. Наоборот, в диодах для сильноточных переключателей значения этих параметров соответственно больше ( $I_{\text{макс}}$  более 1 А, а  $I_{\text{макс}}/I_{\text{мин}}$ порядка  $10 \div 20$  соответственно.)

Эквивалентная схема туннельного диода. В общем случае свойства туннельного диода существенно зависят от потерь в *n*- и *p*-областях, а также от индуктивности вводов и емкости, шунтирующей *p*-*n*-переход. Поэтому для более полной характеристики диода последний принято характеризовать эквивалентной схемой рис. 5.5, которая внешне не отличается от эквивалентной схемы свч диода. Здесь  $R_{\text{пер}}$  — сопротивление *p*-*n*-перехода, которое в диапазоне свч представляет собой отрицательное дифференциальное сопротивление  $R_{\text{пер}} = R^{-} = dU/dI < 0$  перехода в рабочей точке;  $C_{\text{пер}} = -$ емкость, учитывающая токи смещения, протекающие через *p-n*-переход;



Рис. 5.5. Эквивалентная схема туннельного диода

 $R_s$  — сопротивление, эквивалентное потерям в *p*- и *n*-областях; *L*, - индуктивность подводящих проводинков; *C*<sub>п</sub> --ем-кость натрона.

Емкость патрона показана на рисунке пунктиром, так как ее часто относят к элементам внешней цени, а не к самому дноду (это определяется методом расчета схемы прибора, в который входил

днод). При конструпрования прибора эту емкость необходимо учитывать.

Критическая частота туннельного диода. Тупнельный диод обладает усилительными свойствами, если мощность  $P^{-} = \frac{1}{2} I_m^{(-)2} |R_{\text{пер}}|$ , выделяемая на отрицательном сопротивлении  $R_{\text{пер}}$ , больше мощности  $P^{+} = \frac{1}{2} I_m^{(-)2} R_s$ , поглощаемой в сопротивлении потерь. Причем амплитуда тока  $I_m^{(-)}$ , протекающего через отрицательное сопротивление  $R_{\text{пер}}$ , меньше амплитуды тока  $I_m^{(+)}$ , протекающего через сопротивление  $R_s$  потерь.

Поэтому на низких частотах тупнельный диод можно использовать в качестве усилительного элемента, если  $R^- + R_s < 0$  (так как в данном случае шунтирующим действием емкости  $C_{\text{пер}}$  можно препебречь). Однако на высоких частотах усилительные свойства диода резко ухудшаются из-за шунтирующего действия емкости  $C_{\text{пер}}$ , которая с увеличением частоты все большую часть тока цепи пропускает мимо отрицательного сопротивления, по через сопротивление потерь  $R_s(l_m^- < l_m^+)$ . В результате с увеличением частоты мощность P по отношению к мощности  $P^+$  быстро падает. Поэтому входное сопротивление

$$Z_{\rm BX} = R_{\rm s} \pm i\omega L_{\rm s} + \frac{R^{-} \cdot \frac{1}{i\omega C_{\rm nep}}}{R^{-} \cdot \frac{1}{i\omega C_{\rm nep}}}$$

днода остается отрицательным лишь до некоторой частоты  $f_{\rm Rp}$  называемой критической, а на частотах  $f > f_{\rm Rp}$  двод уже не является усилительным элементом. Указанную критическую частоту можно найти, если приравнять нулю активную часть входного сопротивления днода. Несложные преобразования приводят к выражению

$$f_{\rm Kp} = \frac{1}{2\pi C_{\rm nep} | \vec{R}^{-}|} \int \frac{|\vec{R}^{-}|}{R_s} - 1.$$
(5.1)

Конструкция туннельного диода аналогична конструкции свч диода. Однако благодаря наличию на вольтамперной характеристике тупнельного диода отрицательного (падающего участка) оп находит применение в усилителях, смесителях и маломощных генераторах свч, а также в различных схемах переключения. Причем свч усилители на тупнельном диоде име-

от сравнительно малый уровень собственных шумов, уступая в этом отношелии только мазсрам.

К усплителю, выполненому на тупнельном диоде, предъявляются три основные требования:

--- на днод должно подаваться небольшое постоянное напряжение, чтобы его рабочая точка находилась на надающем участке вольтампериой характеристики;

с помощью внешней реактивности двод должен настранваться в резонанс на частоту принимаемого сигнала;

сопротивление нагрузки должно подбираться достаточно близким к заданному. В противном случае либо упадет коэффициент усиления, либо усилитель возбудится.

На рис. 5.6*a*, б приведены схемы усилителя свч на коакспальном и прямоугольном волноводах. Эквчвалентные схемы этих усилителей одинаковы (рис. 5.6*a*)<sup>4</sup>). Нагрузкой усилителя является волновое сопротивление  $Z_6$  коакснальной или волноводной линии ( $R = Z_0$ ), шунти-

a) a) a b)  $c_{\sigma}$   $c_{\sigma}$  c

Рис. 5.6. Конструкция усилителя на тупнельном диоде:

 а) на коакснальной динии;
б) на прямоугольном волноводе;
в) эквивалентная схема усплателя

рованчой шлейфом 2. Пря азменении положения пориня этого шлейфа меняется степень его шунтирующего действия, а следовательно, и нагрузка усплителя<sup>2</sup>).

Поршень 1 служит для пастройки диода в резонанс. Блокировочный конденсатор  $C_5$  изолирует один вывод диода по постоянному току от остальной конструкции, что позволяет подавать на диод напряжение, необходимое для установления его рабочей точки на падающем участке вольтамперной характеристики. Для сву токов емкость  $C_5$  практически является коротким замыканием.

Возможность представления электродинамической конструкции усилителя в виде эквивалентной охемы аналитически обосновано в тл. 9.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Шлейф 2, кроме того, вносит в цень днода также и реактивное сопротавлетие.

Следует заметить, что для нормальной работы усилителя необходимо, чтобы его нагрузочная кривая пересекала вольтампериую характеристику днода только в одной точке, находящейся на ее падающем участке (рис. 5.4а). Кроме того, поскольку сопротивление днода сохраняется отрицательным на всех частотах  $f < f_{\rm Rp}$ , необходимо убедиться в том, что чепь литачия не образуст на изаки частотах цель, способную к самовозбуждению. Более модробное рассмотрение этих вопросов выходит за рамки данной книги.

## 5.2. Лавинно-пролетные диоды

### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Лавинно-пролетный диод (ЛПД), впервые созданный в СССР [7], обладает свойством генерировать или усиливать свч колебания, если его рабочая точка оказывается на участке лавинного пробоя вольтамперной характеристики ( $0,5 \div 1,5$  В обратного напряжения). Это свойство было обнаружено в процессе исследования свч усилителей на параметрических диодах, когда было открыто явление генерации в схеме с выключенным источником накачки.

Исследования показали, что генерация возможна только на свч, а частоту генерируемых колебаний можно перестранвать изменением параметров резонатора. Низкочастотная генерация не наблюдалась ни при каких условиях, и отрицательные (падающие) участки на статической вольтамперной характеристике отсутствовали.

### принцип действия

Вольтамперная характеристика. Вольтамперная характеристика диода показана на рис. 5.7а. В данном случае интерес представляет ее обратная ветвь «а», соответствующая электрическому пробою, которая показывает, что при  $U_0 < U_{\rm np}$  ток в цепи практически отсутствует, а при дальнейшем даже небольшом увеличении  $U_0$  резко возрастает. Рассмотрим цепь рис. 5.7*в*, состоящую из днода и двух источников напряжений — постоянного  $U_0$  и переменного  $U_{\sim}$ . Если  $U_0 = U_{\rm np}$ , то в цепи протекает импульсный ток (рис. 5.7*в*), причем импульсы тока возникают в моменты действия ускоряющих для электронов полупериодов напряжения  $U_{\sim}$ . Однако синфазность импульсов тока с ускоряющими полупериодами переменного поля будет наблюдаться только на относительно низких частотах.

Инерционность процесса. С повышением частоты начинает сказываться инерционность процессов. В моменты ускоряющих полупериодов в *p-n*-переходе<sup>1</sup>) возникает лавинно-нарастающий процесс образования свободных зарядов (примерно так же, как и при

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) В *р- и п-областях* эвиду их большой проводимости электрические поля  $E_0$  и  $E_{\sim}$ , создаваемые источниками  $U_0$  и  $U_{\sim}$ , практически могут считаться равными нулю.

ионизации газа). Число этих зарядов достигает максимума не в момент максимума ускоряющего полупериода переменного напряжения, а несколько позже (на образование лавины требуется соответствующее время).

Образовавшиеся заряды продолжают перемещаться внутри *p*-*n*-перехода в том же направлении (под действием поля  $E_0$ ), даже если переменное поле  $E_{\sim}$  за это время из ускоряющего превратилось в тормозящее. Иными словами, импульс тока, возникающий в цепи в момент ускоряющего полупериода напряжения  $U_{\sim}$ , про-

текает не только в теченис этого полупериода (т. е. не синфазно с напряжением), но и на протяжении следующего тормозящего полупериода и даже дольше.

Аналогия со сгустками в клистроне. Рассмотренное явление можно объяснить с помощью терминов, используемых в теории клистрона, которые уже знакомы читателю. Положительный полупериод переменного напряжения создает в p-n-пе-«сгусток» реходе свободных зарядов, причем он возникает не в момент максимального ускоряющего поля, а несколько позднее, например, С запаздыванием по фазе на  $\omega = \pi/2$ . Этот «сгусток» перемещается внутри *р-п*-перехода действием поля  $E_0$ ), на что ему требуется некоторое время т.



Рис. 5.7. К пояснению работы ЛПД: а) вольтамлерная характеристика ЛПД; б) ток в цепи диода; в) схема включения источников напряжений в цепь ЛПД; г) процесс усиления свч

Если образование «сгустка» отстает по фазе от максимума тормозящего поля на  $\varphi = \pi/2$ , а время пролета «сгустка» в *p*-*n*-переходе составляет половину периода переменного поля  $\tau = T/2$ , то процесс соответствует пространственно временной диаграмме рис. 5.7*г*. Из рисунка видно, что в этих условиях «сгустки» проходят *p*-*n*-переход лишь при тормозящих полупериодах переменного напряжения и, следовательно, только усиливают это поле. Если при этом потери в цепи окажутся сравнительно малыми, то схема может самовозбудиться.

При небольших отклонениях  $\varphi$  и  $\tau$  от  $\pi/2$  и T/2 тоже будет наблюдаться усиление или генерация. Однако в случае существенных отклонений  $\varphi$  и  $\tau$  от указанных значений усиление и генерация становятся невозможными. А это означает, что генерация у таких диодов имеет место только в диапазоне свч (во всяком случае при тех параметрах, которыми обладают современные диоды).

Эквивалентная схема ЛПД, в принципе, аналогична эквивалентной схеме тупнельного днода, если под  $R_{\text{пер}}$  понимать частотнозависимую величилу. Причем на низких частотах  $R_{\text{пер}} > 0$ , а в днапазоне свч  $R_{\text{пер}} < 0$ .

Аналогичны и конструкции усилителя или генератора на ЛПД и на тупнельном диоде (рис. 5.5).

### 5.3. Генераторы, основанные на эффекте Ганна

### осовенности структуры зоны проводимости

Эффект геперации в бруске арсенида галия малых размеров ирн приложении к нему постоянного напряжения определенной величниы был открыт Дж. Б. Ганном в 1963 г. Объяснение же этому



Рис. 5.8. К пояснению работы диода Ганна:

а) схема включения диода; б) образование отрицательного участка на вольтамперной характеристике; в) пространственное распределение объемной плотности зарядов в диоде Ганна эффекту было дано при рассмотрении особенностей структуры зоны проводимости в некоторых полупроводниках.

В настоящее время разрабатываются инженерные методы расчета устройств, основанных на эффекте Ганна.

В отличне от тупнельных и лавиннопролетных днодов, свойства которых определяются процессами в *p-n*-переходе, генераторные свойства приборов, основанных на эффекте Ганна, определяются процессами, протекающими внутри самого полупроводинка.

Рассмотрим особенности структуры зопы проводимости арсенида галпя. В общем случае зона проводимости не является одпородной и ее можно представить как сумму подзон. Причем свойства отдельных подзон, как показывает квантовая теория, пеодинаковы. В одних подзонах электрон обладает большей подвижностью, в других — меньшей. А это означает, что проводимость полупроводника определяется тем, в какой подзопе сосредоточены электроны (ведь чем больше подвижность электронов, тем больше проводимость вещества).

Из квантовой теорин следует, что в нижней подзоне арсенида галия электроны обладают большой подвижностью, а в следующей, выше расположенной подзоне, их подвижность значительно меньше. При комнатной температуре в отсутствие внешних полей электроны находятся на дне зоны проводимости (т. е. в нижней подзоне с большой подвижностью) и потому в указанных условиях проводимость арсенида галия сравнительно высока. Однако, если к бруску (рис. 5.8a) приложить постоянное напряжение, то электроны, приобретая в этом внешнем поле кинетическую энергию, будут переходить в следующую, вышерасположенную подзону с малой подвижностью частиц. При большой напряженности поля большинство электронов может оказаться в верхней подзоне. А это означает, что при сильных полях проводимость бруска может заметно уменьшиться, и на его вольтамперной характеристике может появиться падающий участок, как показано на рис. 5.86.

## ОБРАЗОВАНИЕ ДОМЕНОВ

Особенностью эффекта Ганна, проявляющегося в обычных условиях, является то, что рассмотренный процесс протекает не во всем объеме бруска одновременно, а лишь в каком-то его сечении, которое обозначено на рис. 5.8*а* пунктирной линией.

Действительно, наличие различных неоднородностей приводит к тому, что поле в бруске оказывается неоднородным и проводимость его в тех сечениях, где это поле окажется наибольшим, начинает уменьшаться. Но как только в бруске появилось сечение с уменьшенной проводимостью, поле внутри этого сечения увеличивается, что соответственно уменьшает поле в остальной части бруска. В результате весь процесс уменьшения проводимости сосредоточивается только в этом сечении.

Скорость электронов в бруске по направлению от катода к аноду оказывается неодинаковой. Электроны указанного сечения (домена), обладая малой подвижностью, перемещаются в сторону анода медленнее, чем электроны остальной части бруска. Поэтому справа от домена образуется область, обедненная электронами (положительный объемный заряд), а слева — область, где электроны скапливаются. Рассматриваемый процесс иллюстрируется рис. 5.88, где по оси ординат отложена плотность зарядов р, а по оси абсцисс — координата z. Таким образом, поле внутри домена дополнительно усиливается, увеличивая скорость медленных электронов, а в остальной части бруска ослабляется и соответственно падает скорость быстрых электронов. В результате устанавливается динамическое равновесие и домен, сохраняя свою форму и размеры, перемещается в сторону анода, пока не достигнет его, после чего процесс повторяется.

В настоящее время разработаны генераторы Ганна, обеспечивающие на частотах 5÷35 ГГц мощность генерации до 0,1 Вт в непрерывном режиме и до 10÷15 Вт в импульсном режиме.

# Квантовые приборы

## П

## Главаб

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УРОВНИ И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА АТОМОВ И МОЛЕКУЛ

## 6.1. Общие сведения

В данной главе рассматриваются особенности энергетических уровней и магнитные свойства атомов и молекул, сведения о которых необходимы для анализа процессов, протекающих в квантовых приборах. Поскольку частично этот материал знаком читателю из курса физики, некоторые выводы и формулы приводятся без доказательств.

При изучении этих вопросов следует иметь в виду, что взаимодействие между микрочастицами в кваптовых устройствах, строго говоря, невозможно объяснить с помощью какой-либо классической модели. Однако использование привычных моделей и аналогий облегчает усвоение материала и позволяет наглядно и с простым математическим аппаратом объяснить часть наблюдаемых явлений.

Поэтому классические модели, несмотря на указанную нестрогость, все же применяются при рассмотрении квантовых явлений. При этом вногда возникают противоречия, с которыми приходится мириться. Папример, принятая в пастоящее время модель атома с эллиптическими орбитами электронов хорошо объясняет его маснитные и другие свойства. В то же время в этой модели приходится допускать орбиты типа прямой липии, проходящей через центр ядра, что явно противоречит классическим представлениям.

Как будет показано ниже, частота усиления (генерации) квантового прибора определяется разностью энергий двух использусмых уровней. Поэтому для того, чтобы в каждом конкретном случае выбрать необходимые уровни вещества, нужно знать характер энергетических уровней атомов и молекул. В частности, это позволит понять, почему в лазерах используются в основном энергети-130 ческие уровни валентных электронов либо колебательные, а в мазерах — только переходы между линиями, образующимися в результате расщепления какого-либо уровия (эффект Зеемана, Штарка, расщепление уровней за счет взаимодействия с магнитным моментом ядра и т. п.). В то же время внутренние уровни электронов в многоэлектронных атомах в современных квантовых приборах вообще пока не применяются.

Сведения о магнитных свойствах атомов и молекул необходимы прежде всего, для изучения работы квантовых парамагнитных усилителей свч (мазеров), в основе прищипа действия которых лежит использование подуровней, возникающих в результате зеемановского расщепления. В частности, приводимый в данной главе материал объясияет, почему в указанных мазерах в качестве активной среды используются лашь элементы переходных групп (главным образом, ноны хрома, входящие в состав кристалла рубина) и почему зеемановские уровни иногда состоят из двух, а иногда из трех, четырех или большего числа подуровней. Этот же материал дает представление о механизме внутриатомного и внутримолекулярного расщепления энергетических уровней на дискретный ряд линий или их превращение в шпрокие полосы (при отсутствии внешных полей).

## 6.2. Особенности энергетических уровней атомов и молекул

### УРОВНИ АТОМА ВОДОРОДА

Ядерная модель атома Резерфорда представляет собой ядро с вращающимися вокруг него электронами. Модель ваенше запомизает солнечную систему. Применительно к атому водорода она имеет вид показанной на рис. 6.1.



Здесь отрицательно заряженный электрон вращается вокруг положительного ядра по эллиптической орбите (орбитальное движение) и одновременно вокруг овоей оси (опинэлектрона), подчиняясь клюсическим законам движения и притяжения противоположно заряженных тел.

Энергия орбитального движения может иметь только дискретный ряд разрешенных эначений, зависящих от заряда ядра q и главного квантового числа n=1, 2, 3...

$$W_n = -\frac{q^2}{n^2} R, \qquad (6.1)$$

где R — постоянная Ридберга.

Энергия растет (с учетом отрицательчого знака в формуле) при увеличении *п* и стремится к нулю, если *п*→∞. Диаграмма энергетических уровней, соответствующая рассматриваемой формуле, приведена на рис. 6.1.

Частота перехода. Электрон может перейти с «вижнего» эпергетического уровня n = p на «верхний» n = m, если ему сообщить дополнительную энергию  $\Delta W_{mp}$ , равную разности энергий рассматриваемых уровней:

$$\Delta W_{mp} = W_m - W_p. \tag{6.2}$$

Одним из возможных механизмов обмена энергией между электроном и внешней средой является поглощение электроном фотона при переходе его на верхний уровень либо излучение точно такого же фотона при переходе его на нижний мровень. Энергия фотона при этом должна быть разной указанной разности энергий. Но поскольку энергия фотона пропорциональна его частоте

$$W_{\rm cp} = h f_{\rm th},\tag{6.3}$$

где  $h=6,6\cdot10^{-34}$  Дж с — постоянная Планка, то, приравняв ф-лы (6.2) и (6.3), найдем частоты, которые могут поглощаться или излучаться атомом водорода:

$$hf_{mp} = \Delta W_{mp}, \ f_{mp} = \frac{\Delta W_{mp}}{h}.$$
 (6.4)

Так как  $f_{m\,p}$  пропорциональна  $W_{m\,p}$ , разность энергетических уровней часто определяют соответствующей частотой  $f_{m\,p}$  перехода. Чем больше разность энергий, тем больше частота перехода.

Особенность энергетических уровней атома водорода состоит в том, что расстояния между ними быстро убывают с возрастанием n. Поэтому все переходы между уровнем n=1 и любым другим с  $n \ge 2$ , обозначенные на рис. 6.1 как серия Леймана, соответствуют разностям энергий примерно одного порядка, а частоты переходов занимают крайнюю ультрафиолетовую область слектра.

Аналогично переходы между уровнем n=2 и всеми остальными с  $n \ge 3$  (серия Бальмера) соответствуют разностям энергий также примерно одного поряджа, но с частотами переходов в виднмой области спектра. Третья серия частот переходов лежит уже в инфракраоной области спектра.

Приведенные примеры показывают, что *диапазон частот*, в котором лежит частота перехода, *определяется нижним из двух уровней*, между которыми осуществляется переход.

### уровни многоэлектронных атомов

Многоэлектронный атом представляет собой систему, состоящую из ядра с зарядом q ⇒ βе и β вращающихся вокруг него электронов. Учет взаимодействия электронов связан с большими трудностями. Поэтому при раксмотрении таких моделей задачу обычно упрощают.

Энергия электрона в первом приближении определяется ф.лой (6.1). Более строго ее следует определять как

$$W_n = -\frac{(q-\alpha)^2}{n^2} R,$$
 (6.5)

где а — коэффициент, учитывающий экранирующее действие на положительный заряд ядра близко расположенных к нему электронов.

Коэффициент а следует учитывать лишь для электронов, вращающихся по енсиним орбитам, когда между ними и ядром иместся значительное количество ближерасположенных к ядру электронов. Для внутренних же орбит  $(q-a)^2 \approx q^2$ . Соответственно разность энергий двух уровней в многоэлектронном атоме

$$\Delta W_{mp} = W_m - W_p = -(q - \alpha)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{p^2}\right) R.$$
 (6.6)

Особенность уровней. Поскольку разность энергий между уровнями пронюршиональна  $(q-\alpha)^2$ , то в многоэлектронном атоме  $(q \gg e)$  эта разность соответственно больше, чем в атоме водорода. Иными словами, спектры многоэлектронных атомов в первом приближении должны иметь ту же структуру, что и в атоме водорода (рис. 6.1), но их серии линий должны занимать более высокочастотную часть диапазона. В частности, частота перехода между внутренпими и внешними орбитами у тяжелых элементов может находиться в рентгеновском диапазоне волн. Однако частоты переходов, соответствующие валентпым электронам тех же элементов, лежат в оптическом или ультрафиолетовом диапазоне. Именно по этой причине в лазерах используются уровни валентных электронов, а уровни, соответствующие внутренним орбитам, пока практического применения не находят.

### энергетические уровни молекул

Все выводы, полученные для энергетических уровней электронов атома, справедливы и при объединении атомов в молекулы, хотя в результате внутримолекулярных взаимодействий количественные значения энергии электронов, главным образом валентных, могут несколько измениться. Однако, помимо уже рассмотренных электронных уровней, молекула обладает дополнительными уровнями, обусловленными колебательными движениями образующих ее атомов и вращательным движением самой молекулы как единого целого.

Колебательные энергетические уровни. Атомы удерживаются в молекуле особыми внутримолекулярными силами, величина и направление которых зависят от расстояния между атомами. При некотором расстоянии  $r \approx r_0$  эти силы равны нулю. В случае смещения атомов возникают либо силы притяжения, если  $r > r_0$ , либо силы отталкивания, если  $r < r_0$ . Поэтому зависимость потенциальной энергии двухатомной молекулы от расстояния между атомами имеет вид показанной на рис. 6.2*a*. Нижнему участку потенциальной кривой соответствуют энер-





Рис. 6.2. Энергетические уровни молекулы: а) колебательные; б) вращательные

гетические уровни, расположенные на равных расстояниях, а верхнему --- уровни с меньшими расстояниями. Предельным значением колебательной энергии является значение  $W_{\text{кол}}^{(0)}$ , соответствующее бесконечному удалению атомов.

Ввиду наличия потепциальной ямы молекула обладает свойствами колебательной системы без потерь, в которой атомы могут совершать движения около точки равновеския ( $r = r_0$ ), перемещаясь от точки  $r_1$  до  $r_2$ . Квантовая теория показывает, что атомы могут совершать только такие колебательные движения, для которых эпергия принимает дискретный ряд значений, определяемых формулой

$$W_{\text{KOJ}} = \left(n + \frac{1}{2}\right)a - \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 b, \qquad (6.7)$$

где  $n=0, 1, 2, 3 \dots$  колебательное квантовое число; а и b -- постоянные коэффициенты, причем a > b.

Из этой формулы следует, что атомы шикогда не могут находиться в нокое. Минимальная энергия молекулы  $W_{\text{кол мин}} = \frac{1}{2} \left( a - \frac{1}{2} b \right)$ .

Частота переходов для колебательного слектра двухатомной молекулы лежит в инфракрасной области (λ порядка пескольких микрон).

Вращательные энергетические уровни. Выше отмечалось, что молекула может совершать вращательное движение, которое, как и все явления в микромире. также квантовано. Энергия вращения молекулы может принимать линь дискретный ряд значений, чаенная от некоторого менимального значения, не равного нулю.

Днаграмма вращательных уровней (рис. 6.26) отличается от диаграммы колебательных уровней тем, что расстояния между уровнями с увеличением энергии не уменьшаются, а возрастают. Частоты переходов, соответствующие переходам молекулы с одного вращательного уровня на другой, паходятся в отпосительно низкочастотной части спектра. Для двухатомных молекул - это далекий инфракрасный диапазон порядка сотен микрон.

## 6.3. Магнитные свойства атома водорода

### ОРБИТЫ ЭЛЕКТРОНА

Магнитные свойства электрона в значительной стенени определяются формой и размером его орбиты. Поэтому, прежде чем рассматривать магнитные свойства электронов, отметим основные особенности их орбит.

Движение электрона по эллиптической орбите является сложным. Его можно разложить на (рис. 6.3):

 вращательное движение по круговой орбите с раднусом r. равным малой полуоси эллинса;

раднальное движение вдоль оси x с амилитудой, равной разности полуосей эллинса.

Радиус круговой составляющей орбиты не может быть произвольным. Он определяется квачтовым условием: в атоме существуют лишь те круговые составляющие орбиты (рис. 6.4.1), для которых момент количества движения  $(L_{np} = m_0 v_{np} r)$  выражается как

$$L_{\rm np} = \sqrt{l (l_{\perp}, 1)} \, h \approx l \, h^{\rm t}), \qquad (6.8)$$

где *т* и *v*<sub>вр</sub> -- масса электрона и составляющая его скорости во вращательном

Это приближенное значение иногда используется в литературе без указания на его приближенный характер.

движении;  $l=0, 1, 2 \dots (n-1)$  — азимутальное квантовое число, физически показывающее число квантов количества движения во вращательной составляющей движения электрона ah=h/2n.

Чем больше l, тем больше момент количества движения  $L_{up}$  и соответствующий ему радиус r. При l=0 вращательная составляющая движения отсутствует и трасктория электрона вырождается в прямую линию.

Амплитуда радиального движения также кваштована и зависит от числа квантов радиального движения n<sub>r</sub>. Величина n<sub>r</sub>, называемая радиальным квантовым числом, всегда больше иуля: n<sub>r</sub>=d, 2, 3, ..., n и, следовательно, радиальная составляющая движения не может отсутствовать.

Сумма азимутального и радиального квантовых чисел равна главному квантовому числу:  $n = l + n_r$ .

,

Формы орбиты. На рис. 6.46 показаны разрешенные орбиты электрона для n=3. Как следует из рисунка, при n=3 орбита может иметь три различных формы, причем она может вырождаться в прямую линию, проходящую через ядро атома (что, вообще говоря, противоречит классическим представлениям), но не может обращаться в окружность. В общем же случае орбита может иметь n разнитых форм.

Таким образом, главное квантовое число определяет лишь энергию электрона, по не оп-





Рис. 6.3. Представление эллинтического движения в виде суммы вращательного и радиального



Рис. 6.4. Разрешенные орбиты электрона: а) круговые составляющие; б) эллиптические

ределяет форму его орбиты, степень вытянутости которой зависит от соотношения между *l* и *n<sub>r</sub>*. Вследствие этого, как показано ниже, магнитные свойства электронов, паходящихся на одном и том же уровне *n*, могут быть различными.

### МАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ

Орбитальный магнитный момент. Электрон, движущийся по круговой составляющей орбиты, можно рассматривать как замкнутый виток с током I (рис. 6.5), обладающий свойствами магнитного диполя. Поэтому круговой составляющей движения электрона соответствует магнитный момент  $M_{op6}$ , пропорциональный механическому моменту  $L_{вр}$ :

$$\mathbf{M}_{\rm op6} = -M_{\rm 6op} \frac{\mathbf{L}_{\rm sp}}{\hbar} \tag{6.9}$$

где  $M_{6 \circ p} = \mu_0 e_0 \hbar/2m_0$  — магнетон Бора.

Таким образом, электрон, находящийся на эллиптической орбите с главным кваштовым числом *n*, может в зависимости от ее вытянутости (рис. 6.40) иметь различные значения орбитального магнитного момента, определяемые ф-лой (6.10).

У орбиты типа прямой линии (l=0) орбитальный магнитный момент отсутствует, поскольку для этой орбиты отсутствует вращательная составляющая движения. Наименьшим магнитным моментом, равным  $\sqrt{2} M_{6 \, op}$ , обладает орбита с одним квантом вращательного движения, у которой l=1.

Магнитный момент спина электрона<sup>4</sup>). Поскольку электрон обладает массой и зарядом, как-то распределенными по его объему, он имеет собственный механический момент (спин), обусловленный вращением вокруг своей оси и характеризующий его инерционные свойства, а также пропорциональный ему магнитный момент. Наличие магнитного момента в данном случае объясняется аналогично: вращение заряженного электрона вокруг своей оси, как и его враще-

ние по орбите, соответствует круговому току, с которым, в свою очередь, связан магнитный момент.

Квантовая теория допускает только одно значение для механического момента спина:

$$L_{cin} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1\right)} \hbar,$$
 (6.11)

которому соответствует магнитный момент

$$\mathbf{M_{cn}} = -2M_{\mathbf{fop}} \frac{\mathbf{L_{cn}}}{\mathbf{h}} \tag{6.12}$$

или

$$M_{\rm cn} = 2M_{\rm 6op} \sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}\right)} \approx M_{\rm 6op}.$$

Коэффициент пропорциональности между магнитным и момалическим моментами у спина вдвое больше, чем для орбитального движения [см. ф-лы (6.9) и (6.12)]. Иными словами, при создалии магнитного момента спиновое вращение оказывается как бы вдвое более эффективным, чем орбитальное, что эквивалентно неравномерному распределению заряда электрона по его объему, сосредоточению его где-то вблизи поверхности.

### МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

Модель прецессирующего волчка и частота прецессии. Электрон, обладающий одновременно и механическим и магнитным моментами, представляет собой, в сущности, миниатюрный намагниченный волчок. Это в равной мере относится как к орбитальному, так и к спиновому моментам. Поэтому многие свойства атома можно исследовать на основе анализа модели прецессирующего магнитного волчка, изображенного на рис. 6.6.

<sup>\*</sup> Допустим, что в момент включения внешнего магнитного поля ось волчка (рис. 6.6) образовывала с направлением поля угол с. После приложения поля на волчок начинает действовать момент сил, стремящийся совместить его ось

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Ядро атома тоже обладает магнитным моментом, который иногда необходимо учитывать (см. например, 7.4).





Рис. 6.5. Магнитное поле

**32MKHYTODO TOKA** 

с направлением поля. Однако, как показывается в курсе физики, за счет гироскопических свойств ось волчка не совмещается с направлением поля, а прецессирует относительно этого поля, списывая некоторый конус прецессии и сохраняя неизменным начальный угол φ (при отсутствии потерь). Угловая скорость прецессии ω<sub>др</sub> при этом оказывается пропорциональной напряженности магнитного поля:

$$\omega_{\rm nD} = \gamma H, \tag{6.13}$$

где

$$\gamma = M_{\rm cn}/L_{\rm cn} = g \cdot 1, 4 \cdot 2\pi \cdot 10^{\circ} 1/3 \cdot c,$$

а g — фактор Ланде (см. 6.3), равлый двум для спина и единице для орбитального момента.

Пз изложенного следует, что частота прецессии спина вдвое больше частоты прецессии орбитального момента. Физически это объясняется тем, что у спина при том же магнитном моменте (определяющем момент сил, создаваемый внешним полем) момент инерции вдвое меньше.

Эквивалентный магнитный диполь. Анализ взаимодействия магнитного волчка с внешним магнитным полем в общем случае требует довольно сложного

математического аппарата, учитывающего гироскопические свойства волчка (см. гл. 8). Однаке многие статические задачи о взаимодействии волчка с внешним постоянным полем можно значительно упростить, если магнитный волчок заменить эквивалентным ему магнитным диполем.

Действительно, из рис. 6.6 видно, что в статичес: ом случае взаимодействие волчка с внешним постоянным полем определяется лишь *z*-й составляющей магнитного момента волчка, которая в то же время является его средним значением. Взаимодействие с поперечной составляющей  $M_{\perp}$ в среднем за период равно нулю ввиду вращательного движения вектора  $M_{\perp}$ . В этом смысле



Рис. 6.6. Модель процеосирующего магнитного волчка



Рис. 6.7. Магнитный диполь во внешнем поле *H*<sub>0</sub>

взанмодействие прецессирующего волчка с внешним постоянным полем ничем не отличается от взаимодействия гого же поля с магнитным диполем, момент которого меньше полного момента волчка и равен его z-й, составляющей (т. е. его среднему значению).

По свойства диполя, находящегося во внешнем поле, хорошо известны. В частности, магнитлый диполь (магнитная стрелка) может иметь во внешнем постоянном поле только два положения равновесия -- устойчивое (рис. 6.7а) и неустойчивое (рис. 6.7b). В любом другом положении (рис. 6.7b) стрелка испытывает вращающий момецт, стремящийся привести ее в положение, соответствующее устойчивому состоянню.

При малейшем отклонении стрелки от положения неустойчивого равновесия возникает момент сил, стремящихся повернуть стрелку в положение устойчивого равновесия. Момент сил быстро возрастает с увеличением угла отклонения.

Пространственная квантованность. В классической модели волчка (рис. 6.6) угол прецессии может принимать любые значения, определяемые пачальными условиями. Однако квантовая теория показывает, что спин и орбитальный моменты могут прецессировать только под строго определенными углами (рис. 6.8).

Из рис. 6.8 видно, что углы прецессии удовлетворяют следующему условию: разность z составляющих проекций механического момента в двух смежных состояниях равна h. Поэтому число разрешенных углов тем больше, чем боль-



Рис. 6.8. Разрешенные углы прецессии мастиц с различным орбитальным квантовым числом

ше механический момент рассматриваемой частицы. В частности, у слига имеется только два разрешенных угла прецессии (рис. 6.8*a*), при которых его магнитный момент (точнее, его среднее значение) равен одному магнетону Бора  $(M_{z,c,0} = \pm M_{\delta,0,p})$ , а у орбитального момента — нечетное число (три или более) разрешенных углов (рис. 6.8 б. в. г), среди которых обязательно должен быть угол  $\theta = 90^{\circ}$ . Причем магнитный момент (точнее, его среднее значение) ири этих углах прецессии равен либо целому числу магнетонов Бора, либо пулю (для  $\theta = 90^{\circ}$ ):  $M_{z,0,p,6} = \pm l_z M_{\delta,0,p}$ , (где  $l_z = 0$ , 1, 2, ..., l). Четное число (два) разрешенных углов прецессии у синиа и нечетное у орбитального момента объясняется тем, что для симна азимутальное число равно 1/2, а для орбитального момента опо является целым.

Ниже будут рассмотрены частицы, для которых азимутальное число равно целому числу плюс 1/2. Для таких частиц число разрешенных углов прецессии четно, а угол прецессии, равный 90°, среди них отсутствует. Так, для иона хрома, широко используемого в квантовых приборах, азимутальное число равно  $l=1\frac{1}{2}$ , и поэтому он имеет четыре разрешенных угла прецессии, как ноказано на рис. 6.8*д*, а угол 90° отсутствует. 138

## 6.4. Магнитные свойства атомов и молекул

В атоме в общем случае имеется z электронов, вращающихся вокруг ядра. Но хотя каждый электрон в отдельности обладает своим србитальным<sup>1</sup>) и спиновым магнитными моментами, атом в целом оказывается часто магнитонассивным. Более того, даже в тех случаях, когда у изолированного атома сохраняется магнитный момент, последний может отсутствовать у молекулы, в состав которой входит этот атом.

Исчезновение моментов является следствием того, что и спшы, и орбитальные моменты в большинстве случаев соединяются в пары с противоположно направленными магнитными момситами. Поэтому магнитные моменты каждой нары оказываются равлыми нулю. Магнитный момент у молекулы сохраняется только в том случае, если у нее сохраняются испоране магнитные моменты электронов. Обычно это наблюдается у тех молетул, которые содержат элементы переходных групп, т. е. если очи имеют педсетроенные (внутрешне) оболочки с непарными электронами.

Если в атоме имеется несколько нескомпенсированных магнишых моментов, спиновых и орбитальных, то они существуют не независимо друг от друга, а образуют в результате взаимодействия как бы единую частицу с некоторым результирующим магнитным и пропорциональным ему механическим моментом:  $M = -g M_{50p}L/\hbar$ , где g, как уже указывалось, — фактор Ланде. Поскольку для одиночного спина g=2, то в случае взаимодействия одинх только спинов образуется результирующий магнитным и механический момент, для которого g остается равным двум. Аналогично при сложении одинх только орбитальных моментов g-фактор стается равным единие.

В общем же случае при сложении как орбитальных, так и слиновых моментов g-фактор не равен указанным величинам. Он приближается к единице, если общий момент количества движения обусловлен, главным образом, орбитальным моментом, и к двум, если он обусловлен, главным образом, спиновыми моментами.

## 6.5. Зеемановское расщепление уровней

Выше было показано, что спиновый и орбитальный магнитный моменты во внешнем постоянном поле эквивалентны магнитным диполям. Поэтому вопрос о взаимодействии спинового и орбитального моментов с постоянным магнитным полем, по существу, сводится к рассмотрению взаимодействия с этим полем магнитного диполя.

Как известно из курса электродинамики, диполь во внешнем поле обладает дополнительной энергней, пропорциональной напряженности магнитного поля и величине магнитного момента диполя:

$$\Delta W = -MH_0 \cos \theta. \tag{6.14}$$

Знак  $\Lambda W$  зависит от ориентации диполя. Антипараллельные диполи ( $\theta$ =180°) увеличивают свою эпергию на  $MH_0$  (диполи верхнего уровня), а параллельные — уменьшают сс на ту же величниу (диполи нижнего уровня).

Зависимость дополнительной эпергии  $\Delta W$  от поля  $H_0$  имеет линейный характер и потому графически изображается прямой линией с соответствующим наклоном, как показано на рис. 6.9. На

На орбите типа прямой линии (*l*=0) орбитальный магнитный момент у электрона отсутствует.

рис. 6.9*а* показано расщепление уровня спином. Верхняя линия соответствует антипараллельному положению спина, а нижняя параллельному. На рис. 6.9*б*, *в*, *г* показано расщепление уровня орбитальным моментом для трех значений азимутального квантового числа. Поскольку орбитальный момент имеет нечетное число разрешенных углов прецессии, то и уровень расщепляется на то же нечетное число линий. При этом средняя линия, соответствую-



Рис. 6.9. Зависимость дополнительной энергии магнитного момента от его угла прецессии и от напряженности магнитного поля H<sub>0</sub>

щая углу прецессии 90°, проходит горизонтально, указывая на независимость энергии этого диполя от поля.

Для частицы, -у которой азимутальное квантовое число равно полуцелому числу, имеется четное число разрешенных углов прецессии, и соответственно энергетический уровень расщепляется на четное число линий. Например, для иона хрома, широко используемого в мазерах и лазерах,  $l=l\frac{1}{2}$ , и потому его уровень расщепляется на четыре линии, как показано на рис. 6.9*д*. Здесь горизонтальная линия, как и при спиновом расщеплении, отсутствует.

Расщепление энергетических уровней во внешнем магнитном поле называется зеемановским, а расщепленные уровни — зеемановскими уровнями.

Интересно отметить, что частота перехода между соседними зеемановскими уровнями, рассчитанная с учетом ф-лы (6.18), совпадает с частотой прецессии магнитного момента в том же поле, определяемой ф-лой (6.13). Это указывает на то, что взаимодействие поля со средой при парамагнитном резонансе (см. ниже) возможно лишь в том случае, если частота прецессии совпадает с частотой электромагнитных колебаний.

Зеемановское расщепление уровней обладает двумя особенностями, представляющими практический интерес:

— частота перехода (пропорциональная величине  $\Delta W$ ) между расщепленными уровнями пропорциональна напряженности внешнего магнитного поля [см. ф-лу 6.14] и, следовательно, может регулироваться в широких пределах. Это свойство расщепленных линий является их существенным достоинством, так как позволяет конструировать квантовый прибор не на фиксированную частоту, 140 а на сравнительно произвольную и даже разрабатывать приборы с перестраиваемой частотой;

— легко достигаемые напряженности магнитных полей порядка тысяч эрстед соответствуют частотам переходов, лежащим в практически освоенном сантиметровом диапазоне волн (при H=3000 Э для спина  $f_{21}=8,4\cdot10^9$  Гц).

## 6.6. Расщепление уровней в газах и твердых средах

### предварительные замечания

Изложенное в предыдущем параграфе позволяет объяснить наблюдаемое на практике расщепление уровней вследствие взаимодействия полей соседних частиц между собой. Дело в том, что в реальных условиях даже при отсутствии внешних полей микрочастица всегда находится в полях близко расположенных атомов и молекул. Более того, внутри изолированного атома или молекулы могут взаимодействовать спиновый и орбитальный магнитные моменты.

Вследствие этого вместо простых схем уровней типа показанной на рис. 6.16 практически имеют место более сложные, состоящие из двух или нескольких близко расположенных линий, либо из широких полос разрешенных значений энергий.

В газах ввиду большого расстояния между молекулами взаимодействие микрочастиц с полями соседних частиц пренебрежимо мало и расщепление их уровней в основном определяется внутриатомными или внутримолскулярными силами взаимодействия. В твердых же веществах расщепление уровней определяется как внутриатомными силами взаимодействия, так и взаимодействиями с полями соседних атомов и молекул.

## РАСЩЕПЛЕНИЕ УРОВНЕЙ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ВНУТРИАТОМНЫМИ И ВНУТРИМОЛЕКУЛЯРНЫМИ СИЛАМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Взаимодействие орбитального момента с одним спином наблюдается обычно в атомах или ионах, у которых в наружной оболочке имеется только один электрон (например, в атомах водорода, лития, натрия или каляя). В данном случае поле орбитального магнитного момента можно рассматривать как внешнее магнитное поле, в котором спин может иметь только два разрешенных положения с положительной и отрицательной дополнительной энсргией.

Это означает, что схема уровней такого атома состоит не из одиночных линий, как, например, схема уровней водорода, показанная на рис. 6.1, а из дублетов, т. е. из двух близко расположенных линий, одна из которых проходит несколько ниже, а другая несколько выше уровня, рассчитанного без учета спин-орбитального взаимодействия.

Взаимодействие орбитального момента с двумя спинами наблюдается в атомах и иопах, у которых все электроны, кроме двух, образуют замкнутые оболочки с результирующим маглитным моментом, равным нулю (например, гелий, цинк, кальций, ртуть и др.). Здесь рассматривается простейший случай, когда один из этих двух электронов находится на произвольной орбите, а второй — на орбите s, т. с. когда второй электрон не обладает орбитальным магнитным моментом. В этом случае получается система из двух сциновых моментов и одного орбитального.

Поле этого единственного орбитального магнитного момента может рассматриваться как внешнее магнитное поле по отношению к двум снинам. Однако взаимодействие спинов с орбитальным магнигным моментом в данном случае цельзя рассматривать изолированно, без учета их взаимного влияния. Два снина в данном случае могут защимать в пространстве только либо нараллельное, либо антинараллельное положение (имеются в виду их средние значения моментов).

Если спины занимают антилараллельное положение в пространстве, то вследствие компенсации их магнитных моментов такая нара сшиюв не обладает в целом магнитным моментом п орбитальный момент с этой нарой спинов ие взаимодействует. Энергетические уровии остаются нерасщенленными.

Наоборот, при нараллельном положении синнов их результирующий механический и магнитный моменты удваиваются и такая пара синнов ведст себя во внешнем магнитном поле как сдиная частина. Выше было показано, что частицы с указашным механическим моментом имеют три разрешенных положения в пространстве (рис. 6.9б), которым соответствуют три значения дополнительной энергии, одно из которых равно пулю. Соответствение энергетический уровень в результате взаимодействия с такими спаренными симпами расщепляется на три линии (триплет). В общем случае внутриатомные и внутримолекулярные взаимодействия могут иметь более сложный характер и приводить к расщеплению уровней на большее число линий. Причем расщепление уровней в общем случае может обусловливаться взаимодействием не только магнитных полей, но и электрических (эффект Штарка). Пример расщепления уровней на основе эффекта Штарка приведен в следующей главе.

## РАСЩЕПЛЕНИЕ УРОВНЕЙ В ТВЕРДЫХ ВЕЩЕСТВАХ

Твердые вещества, используемые в квантовых приборах, можно разбить на две качественно различные группы. К первой группе относятся вещества типа рубина, представляющего собой магнитопассивную окись алюмниия Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, в которую добавляют небольщое количество магнитных ионов хрома (примерно 1 ион на 1000 ионов алюмниия). В таком парамагнетике магнитные моменты находятся на относительно больших расстояниях друг от друга и относительно слабо взапмодействуют между собой. Так, в типичных кристаллах рубина, используемых в мазерах и лазерах, расстояния между соседними магнитными моментами порядка 5÷10 А° (1А°=10<sup>-10</sup> м) и соответственно поле от соседних магнитных атомов в месте рас-



Рис. 6.10. Энергетические уровни: а) изолированного атома; б) в твердой среде

положения некоторого атома может достигать 100 Гс. Это поле веледствис колебаний атомов и их переходов между зесмановскими уровнями флуктупрует во времени. Поэтому на каждый атом парамагнетика действует сумма внешнего магнитного поля и случайно флуктупрующего поля, что приводит к размыванию или расширению зеемановских линий.

В отсутствие внешнего магнит-

ного поля взаимодействие с полями соседних атомов также ведет к расщеплению имеющихся уровней, причем ввиду флуктуирующего характера полей соседних атомов в результате этого расщепления уровни превращаются в относительно широкие полосы, в пределах которых имеется практически испрерывный спектр разрешенных значений энергий. Наибольшему расширению подвергаются внешние уровим, на которых электроны наиболее удалены от собственого ядра (рис. 6.10).

Ко второй группе относятся вещества с большой концентрацией активных атомов и потому сильным взаимодействием между соседними атомами. В этих условиях уровни возбужденных состояний настолько расширяются, что сливаются в одну зону проводимости, в пределах которой имеется практически испрерывный спектр разрешенных значений энергий. Одновременно валентные уровни образуют валентную зону. Вещества этой группы применяются в полупроводниковых лазерах (подробнее см. в гл. 10).

## Глава7

## УСИЛИТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА СРЕДЫ И КВАНТОВЫЕ СТАНДАРТЫ ЧАСТОТ

# 7.1. Излучательные и безызлучательные квантовые переходы

### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Принцип действия квантовых приборов основан на использовании квантовых переходов микрочастиц (атомов или молекул) между разрешенными энергстическими уровнями. Поэтому, прежде чем переходить к усилительным свойствам среды, целесообразно рассмотреть особенности таких переходов, которые по своему характеру внешне напоминают хорошо известные явления, объясняемые классическими законами.

Так, существует классический закон, согласно которому всякое тело стремится занять в пространстве положение с минимальной потенциальной энергией. Например, тело, находящееся в гравитационном поле земли, скатывается в наиболее низкую часть впадины, а тело, лишенное опоры, падает на землю. Аналогично молекулы земной атмосферы, находясь под действием сил гравитации, также стремятся «упасть» на земную поверхность. Однако тепловое движение молекул земли постоянно сообщает им кинетическую энергию, которая препятствует их оседанию. В результате устанавливается динамическое равновесие, определяемое известным законом зависимости плотности атмосферы от высоты.

Квантовые переходы внешне напоминают указанное движение молекул воздуха в гравитационном поле земли.

Поскольку квантовые переходы частицы сопровождаются отдачей (или поглощением) соответствующей энергии, они возможны лишь при обмене энергией между частицей и окружающим пространством. Причем этот обмен может осуществляться:

-- с излучением фотона в окружающее пространство при переходе «вниз» (либо с поглощением фотона из окружающего пространства при переходе «вверх»);

--- без излучения фотона при переходе вниз с отдачей энергии окружающим молскулам или атомам (либо с поглощением энергии от окружающих молекул или частиц при переходе «вверх»).

Переходы первого вида называют излучательными. Они могут наблюдаться и у изолированной частицы. Переходы второго вида
называются безызлучательными. Они наблюдаются у данной частицы только в том случае, если она окружена атомами или молекулами, находящимися от нее па близком расстоянии. Эти переходы у изолированной частицы отсутствуют <sup>1</sup>).

## ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Излучательные переходы делятся на спонтанные (самопроизвольные) и вынужденные (индуцированные).

Спонтанные переходы. Нижний уровень (n=1) обладает наименьшей потенциальной энергией. На этом уровне электрон атома водорода находится в устойчивом равновесии и в отсутствие внешних сил будет оставаться на нем бесконечно долго. Наоборот, электрон, находящийся на более высоком энергетическом уровне, даже при отсутствии внешней силы стремится «опуститься» на нижний уровень. При этом он излучает фотон соответствующей частоты.

Такой самопроизвольный (без воздействия внешней силы) переход электрона с верхнего уровня на нижний называется спонтан-

ным. Спонтанный переход на нижний уровень может осуще- о) ствляться либо прямо (рис. 7.1а), либо ступенчато, путем последовательных переходов на промежуточные **VDOBHI**. Например, с орбиты 5 электрон может последовательно перейти на орбиты 4, 3, 2 и, наконец, на орбиту 1 (рис. 7.1б). Возможны и другие ва-



Рис. 7.1. К пояснению спонтанных переходов между энергетическими уровнями

рианты (рис. 7.1*в*). При этом излучается соответственно несколько фотонов, обладающих различными частотами. Сумма этих частот равна частоте фотона при прямом переходе. Спонтанные переходы могут происходить только «сверху вниз»<sup>2</sup>).

Число частиц  $dN_m$ , которые за время dt перейдут с уровня mна нижерасположенный уровень p, пропорционально числу частиц на верхнем уровне и интервалу времени. Обозначив коэффициент пропорциональности через  $A_{mp}$ , получим

$$dN_m = -A_{mp}N_m dt, \qquad (7.1)$$

Если безызлучательный переход происходит в процессе релаксации, т. е. в процессе установления теплового равновесия, он называется релаксационным.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Не следует представлять себе спонтанные переходы в виде плавного непрерывного процесса. В отличие от процесса падения тел в поле гравитации с постоянным ускорением, электрон, оказавшийся на верхней орбите, не сразу «падает» на нижний уровень. Он имеет, хотя и малое, но конечное среднее время жизни на данной орбите. Сам же переход происходит практически мгновенно.

$$N_m = N_{m0} e^{-A_{mp}t} = N_{m0} e^{-t/\tau_{mp}}, \qquad (7.2)$$

где  $\tau_{mp} = 1/A_{mp}$ .

Формула (7.16) указывает на экспоненциальный характер уменьшения населенности верхнего уровия. Причем коэффициент пропорциональности  $A_{mp}$ , называемый коэффициентом спонталного излучения (Эйнштейна), характеризует интенсивность спонтанных переходов в среде<sup>1</sup>), а его обратная величина  $1/A_{mp} = \tau_{mp}$  определяет среднее время жизни частиц на уровне *m*, как время, в течение которого число частиц уменьшается в *e* раз.

Вынужденный (индуцированный) переход обусловлен взаимодействием микрочастицы с фотоном. Он сопровождается либо поглощением фотона, если частица переходит на верхний уровень, либо излучением такого же фотона, если частица переходит на нижерасположенный уровень.

Необходимым условием выпужденного взаимодействия является равенство частоты фотона частоте перехода рассматриваемых уровней. Однако этого условия еще недостаточно. Даже при точном равенстве указанных частот лишь немногие фотоны взаимодействуют с микрочастицами. Физически это, по-видимому, объясняется тем, что для индуцирования перехода требуется определенная фаза состояния микрочастицы. При одной фазе последняя поглощает фотон и переходит на более высокий уровень, при другой отдает часть своей энергии, излучая фотон, и переходит на более низкий уровень. При промежуточных значениях фазы частица вообще не взаимодействует с фотоном.

Указанное явление аналогично взаимодействию сторонней эдс, включенной в цепь, с током этой цепи. В данном случае сторонняя эдс либо отдает мощность, либо поглощает ее из цепи в зависимости от соотношения фаз между током и сторошней эдс. А в тех случаях, когда сдвиг фаз равен  $\varphi = 90^\circ$ , мощность из цепи не извлекается и в цепь не поступает, что соответствует «отсутствию взаимодействия», если пользоваться терминами квантовой физики.

Математически число вынужденных переходов «вверх» или «вниз» определяется так же, как и для случая спонтанных переходов [см. ф-лу (7.1)], с той лишь разницей, что число индупированных переходов пропорционально еще и плотности энергин  $W_{mp}$ фотонов с частотой, равной частоте перехода. Обозначив коэффициент пропорциональности через  $B_{mp}$ , найдем

$$dN_m = -B_{mp} W_{mp} N_m dt, ag{7.3}$$

откуда

$$N_m = N_{mv} \mathrm{e}^{-B_{mp} W_{mp} dt}. \tag{7.4}$$

146

В терминах квантовой физики А<sub>тр</sub> характеризует вероятность спонтапного перехода частицы с уровня *т* на уровень *р*.

Формула (7.4) указывает на экспоненциальчый закон уменьшеяня населенности верхнего уровня (если не учитывать обратных переходов «спизу вверх»). При этом коэффициент пропорциональности  $B_{mp}$ , называемый коэффициентом индуцированного излучения (Эйнштейна), характеризует интенсивность переходов «винз» при единичной плотности энергии.

Для переходов «вверх» можно записать выражения, аналогичные (7.3) и (7.4), с той лишь разницей, что в них будет входить (вместо  $B_{mp}$ ) коэффициент  $B_{pm}$ , называемый коэффициентом индуцированного поглощения, который характеризует интенсивность индуцированных переходов «вверх». Однако указанные коэффициенты равны ( $B_{mp}=B_{pm}$ ), что является следствием равной вероятности взанмодействия с фотоном двух частиц, одна из которых находится на нижнем уровне, а другая на верхнем<sup>1</sup>). Из равенства  $B_{mp}-B_{pm}$  следует, что если между двумя заданными уровнями происходят только индуцированные переходы, то населенность этих уровней должна уравниваться.

Населенность уровней. Закон Больцмана. Поскольку спонтанные переходы уменьшают населенность только верхних уровней, а выпужденные уравнивают населенность, то в общем случае при наличии и тех и других переходов в среде устанавливается динамическое равновесие, при котором населенность верхних уровней оказывается меньше населенности пижних. Причем при относительно небольшой интенсивности выпужденных переходов практически все частицы оказываются на нижних уровнях. Наоборот, если интенсивность вынужденных переходов существенно выше питенсивности спонташных, то паселенность рассматриваемых уровней становится примерно одинаковой.

Но интенсивность вынужденных переходов определяется, прежде всего, плотностью эпергии фотонов, частота которых соответствует частоте перехода рассматриваемых уровней. Поэтому если подвергнуть среду свч облучению большой мощности и соответствующей частоты, то можно добиться практически одинаковой населенности рассматриваемых уровней. В частности, такой механизм уравнивания населенности уровней используется в мазерах и лазерах.

В обычных условиях среда находится под воздействием теплового излучения, плотность энергии которого растет с увеличением температуры. Это означает, что при высокой температуре среды интенсивность вынужденных переходов относительно велика и населенность рассматриваемых уровней примерно одинакова. Наоборот, при уменьшении температуры интенсивность вынужденных нереходов относительно мала и населенность верхних уровней существенно меньше населенности нижних уровней.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Равенство В<sub>тр</sub> = В<sub>рт</sub> можно доказать аналитически.

Аналитически указанная зависимость выражается рассматриваемой в курсе физики формулой Больцмана:

$$\frac{N_m}{N_p} = \mathrm{e}^{-\Delta W_{mp}/kT} \,, \tag{7.5}$$

где  $\Delta W_{mp} = W_m - W_0$  — разность энергий рассматриваемых уровней;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \, \text{Дж/K}$  — постоянная Больцмана.

Из этой формулы следует, что уменьшение населенности уровней с увеличением их энергии имеет экспоненциальный характер (рис. 7.2a), причем скорость этого уменьшения тем больше, чем



Рис. 7.2. Распределение настиц по энертетическим уровням: а) закон Больцмана; б) при тепловом равновесии; в) при инверсном состоянии

меньше температура среды. При T=0 все электроны находятся на нижних уровнях ( $N_m=0$ ), а при высоких температурах населенность уровней уравнивается ( $N_m \approx N_p$ ).

Взаимосвязь между коэффициентами  $A_{mp}$  и  $B_{mp}$ . Между коэффициентами  $A_{mp}$  н  $B_{mp}$  существует функциональная зависимость, поэволяющая по известному значению одного из них вычислить другой. Эту зависимость можно вывести, исходя из следующих соображений.

Пусть среда, состоящая из атомов, например водорода, находится в тепловом равновесни и, следовательно, в ней происходят не только спонтанные, но и вынужденные переходы, обусловленные фотонами теплового излучения среды. В этих условиях в среде установится динамическое равновесие, при котором число спонтанных и вынужденных переходов «вниз» будет равно числу вынужденных переходов «вверх». Очевидно, что число переходов «вниз» пропорционально паселенности  $N_m$  верхнего уровня, а число переходов «вверх» — населенности  $N_p$  нижнего уровня:

$$(B_{mp}W_{mp} + A_{mp})N_m = B_{mp}W_{mp}N_p.$$

$$(7.6)$$

Входящая в эту формулу величина  $W_{mp}$  представляет собой спектральную плотность теплового излучения среды, т. е. спектральную плотность излучения абсолютно черного тела при температуре T:

$$W_{mp} = \frac{8\pi f^{2}}{c_{0}^{2}} \frac{hf}{\frac{hf}{e^{kT} - 1}} .$$
(7.7)

Здесь f следует полагать равной частоте перехода между рассматриваемыми уровнями. Кроме того, населенности уровней  $N_m$  и  $N_p$  при тепловом равновесии связаны между собой формулой Больцмана (7.5).

148

Поэтому, подставляя в выражение (7.6) ф-лы (7.5) и (7.7) и выполняя несложные преобразования, получаем

$$A_{mp} = B_{mp}/^{3}(8\pi h/c_{0}^{3}).$$
 (7.8)

Формула (7.8) позволяет сделать практически важный вывод о трудности использования очень высоких частот для целей связи. Действительно, усиление квантового усилителя, как будет показано ниже [см. ф-лу (7.13)], пропорционально интенсивности индуцированных переходов, т. е. коэффициенту  $B_{m\,p}$ . Спонтанные же переходы, которые происходят в среде независимо от полезного сигнала, не влияют на коэффициент устрейства, но создают шумы, которые затрудняют прием полезной информации. Поскольку мощность таких шумов пропорциональна интенсивности спонтанных переходов, т. е. коэффициенту  $A_{m,p} = B_{m,p}$  сопst, она быстро растет с увеличением частоты и, следовательно, при заданном отношении сигнал/шум также быстро должна возрастать требуемая мощность полезного сигнала. Это использование ультрафиолетового и более высокочастотных диапазонов для целей связи.

### БЕЗЫЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Безызлучательные переходы, как и излучательные, делят на спонтанные в вынужденные. В первом случае кванты энергии частиц передаются молекулам окружающей среды спонтанно (в результате чего колебательная энергия последних возрастает и, следовательно, окружающая среда нагревается), а во втором случае квантовые переходы частиц индуцируются фононами<sup>4</sup>) окружающей среды (механизм такого взаимодействия рассмотрен в 8.2). Поэтому, в принципе, безызлучательные переходы подчиняются тем же закономерностям, что и излучательные, но только ту роль, которую в излучательных переходах выполняют фотоны, в безызлучательных переходах выполняют фотоны, в безызлучательных переходах выполняют фононы. Для безызлучательных переходов можно ввести аналогичные коэффициенты  $A_{mp5}$  и  $B_mp5$ .

В общем случае в среде могут одновременно наблюдаться и излучательные и безызлучательные переходы. Причем, если интенсивность спонтанных излучательных переходов пропорциональна  $A_{mp}$ , а интенсивность спонтанных безызлучательных переходов пропорциональна  $A_{mp6}$ , то результирующая интенсивность самопроизвольных переходов «вниз» будет соответственно больше и пропорциональна величине

$$A_{\Sigma mp} = A_{mp} + A_{mp6}.$$
 (7.9)

Соответственно среднее время жизни частиц на верхнем уровне оказывается меньшим:

$$\tau_{\Sigma} = 1/A_{\Sigma mp} = 1/(A_{mp} + A_{mp6}).$$
(7.10)

Поскольку для рассматриваемого ниже круга вопросов представляют интерес, как правило, лишь результирующая интенсивность переходов ( $A_{\Sigma mp}, B_{\Sigma mp}$ ) и среднее время жизни частиц  $\tau_{\Sigma}$  и не требуется уточнять, какими переходами (излучательными нли безызлучательными) эти величины обусловлены, в дальнейшем индекс  $\Sigma$  будет опускаться.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Фонон-квант — наименьшая порция энергии колебаний кристаллической решетки. Поиятие фонон применяется также и к некристаллическим средам.

# усиление среды

При распространении электромагнитных колебаний в среде их амплитуда в общем случае изменяется, причем в обычных условиях она убывает. Потери энергии здесь объясняются тем, что в среде большинство частиц находится на вижних уровнях, как условно показано на рис. 7.26, и поэтому среди вынужденных переходов преобладают переходы «вверх», которые связаны с поглощением энергии и соответствующим нагреванием среды.

Однако искусственно можно получить инверспую (обратную) населенность урогней, когда на верхнем уровне оказывается частиц больше, чем на одном из вижерасположенных (рис. 7.2*a*). При распространении электромагнитных колебаний в такой среде преобладающими среди вынужденных переходов будут переходы «винз», которые связаны с излучением энергии (фотонов). Поэтому амплитуда электромагнитных колебаний в такой среде увеличивается.

Зависимость усиления среды от ее параметров находится из следующих соображений. Пусть в единице объема имеется  $N_m$  атомов на верхием уровие и  $N_p$  — на инжием, а плотность энергии свч поля с частотой, равной частоте перехода,  $W_{mp}$ . При этом число переходов вверх за время dt будет равно  $B_{pm}W_{pm}N_pdt$ , а поглощаемая ими энергия

$$dW_{\mu\rho\pi} = [B_{\rho\pi}W_{\rho\mu}N_{\rho}dt]hf_{\rho\pi}, \qquad (7.11)$$

где *hfpm* — энергия одного фотона, поглощаемая при одном переходе.

Соответственно число переходов «вниз» определится суммой вынужденных и спонтанных переходов. Однако спонтанное излучение не когерентно с индуцирующим полем. Оно вносит лишь некоторые шумы (собственные шумы квантового усилителя), не влияя на процесс усиления. Поэтому при рассмотрении эффекта усиления спонтанные переходы можно не учитывать. Тогда излучаемая вынужденными переходами «вниз» эпергия, как и в предыдущем случае, запишется как

$$dW_{\mu\sigma\sigma} - \left[B_{mp}W_{mp}N_m dt\right]hf_{mp} \tag{7.12}$$

Результирующая энергия, излученная средой, в единице объема

$$dW_{\mu\sigma\pi} - dW_{\pi\sigma\pi\pi} = [B_m W_{mp} (N_m - N_p)] dth f_{mp}, \qquad (7.13)$$

а мощность, излучаемая в единице объема,

$$P_{\text{Han}} = \frac{dW_{\text{Han}} - dW_{\text{Horn}}}{dt} = [B_{mp}W_{mp}(N_m - N_p)]hf_{mp}.$$
 (7.14)

Формула (7.14) показывает, что мощность вынужденного излучения, а следовательно, и эффект усиления среды прямо пропорциональны разности  $N_m - N_p$  населенностей уровней, которая на-150 зывается числом активных частиц в единице объема. В обычных условнях это число  $N_m - N_p < 0$  и излучаемая средой мощность отрицательна, т. е. среда поглощает распространяющийся в ней сигнал. Наоборот, в активной среде  $N_m - N_p > 0$  и, следовательно, излучаемая средой мощность положительна, т. е. среда усиливает распространяющийся в ней сигнал. Если населенности верхнего и нижнего уровней одинаковы  $N_m - N_p = 0$  [что соответствует бесконечно большой температуре среды, см. ф. чу (7.5)], то среда не влияет на амплитуду электромагнитных колебаний — она прозрачна.

# комплексные проницаемости среды

В инженерной практике усилители удобнее рассчитывать электродинамическими методами, в которых усилительно-поглощающие свойства среды характеризуются мнимыми частями комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей:  $\mu = \mu' - i\mu'$ ,  $\varepsilon = = \varepsilon' - i\varepsilon'$ . При таком подходе излучаемая средой мощность выражается формулой, которая выводится в курсе электродинамики:

$$P_{\text{B3A}} = \omega \frac{-e''}{\epsilon_0} W_E + \omega \frac{-\mu''}{\mu_0} W_H, \qquad (7.15)$$

где W<sub>E</sub> и W<sub>H</sub> — плотности электрической и магнитной энергий.

При взаимодействии среды с магнитной составляющей поля, как, например, при нарамагнитном резонансе, рассматриваемом ниже,  $\varepsilon''=0$  и сравнение ф-лы (7.15) с (7.14) позволяет выразить  $\mu''^{(4)}$  через рассмотренные выше коэффициенты:

$$\frac{\mu''}{\mu_0} = -B_{mp} \left( N_m - N_p \right) \frac{h}{2\pi}.$$
 (7.16)

Если же среда взаимодействует с электрической составляющей поля, то  $\mu''=0$  и тем же методом можно выразить  $\epsilon''$  через рассмотренные выше коэффициенты. В общем же случае может оказаться, что  $\epsilon'' \neq 0$  и  $\mu'' \neq 0$ .

### ТЕМПЕРАТУРА ПЕРЕХОДА

Распределение частиц по энергетическим уровням при тепловом равновесии среды определяется формулой Больцмана:

$$\frac{N_m}{N_p} = e^{-\frac{W_m - W_p}{kT}},$$
 (7.17)

где *Т* — температура среды.

Формула указывает на экспоненциальный закон уменьшения населепности рассматриваемого уровня с возрастанием его энергии (рис. 7.2*a*), и, следовательно, населенность вышерасположенного уровня в обычных условнях всегда меньше населенности нижерас-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Так как  $\mu = \mu_0 + \kappa = \mu_0 + (\kappa' - i\kappa''), \mu'' = \kappa''.$ 

положенного (рис. 7.26). Чем меньше температура, тем больше это различие. При повышении температуры до бесконечности населенности всех уровней становятся одинаковыми.

Очевидно, температура имеет физический смысл лишь в предслах от 0 и до  $+\infty$ . Однако для расчета населенности уровней в средах с инверсной населенностью (рис. 7.2*в*), когда  $N_m/N_p > 1$ , условились пользоваться той же формулой Больцмана (7.17), подразумевая под T некоторый коэффициент, не связанный с температурой среды, но определяющий по этой формуле отношение населенностей двух рассматриваемых уровней. Указанный коэффициент  $T_{\rm пер}$  называют температурой перехода (иногда его называют «спиновая температура»). Для активной среды  $T_{\rm пер}$  — величина отрицательная.

# 7.3. Полоса усиления

# ШИРИНА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО УРОВНЯ (ОБЩИЙ СЛУЧАЙ)

Из предыдущего параграфа следует, что усиление сигнала в среде возможно лишь на частоте перехода рассматриваемых инверсных уровней. Если бы энергетические уровни были абсолютно тонкими, то усиление было бы возможно только на одной частоте.



Рис. 7.3. К определению ширины энертетических уровней

Практически, однако, индуцированное излучение наблюдается в конечной полосе частот, ширина которой различна для разных сред и условий. Это объясняется тем, что энергия микрочастицы не точно равна разрешенному значению, а имеет некоторый разброс  $\Delta W_m$ . Иными словами, ширина энергетических уровней в общем случае конечна (рис. 7.3). Причем квантово-механический принцип неопределенности показывает, что ширина уровня и среднее время жизни  $\tau_m$  частицы на этом уровне связаны соотношением

$$\Delta W_m \tau_m \ge \hbar. \tag{7.18}$$

Для самого нижнего уровня время жизни частицы бесконечно велико и поэтому  $\Delta W_1 = 0$ . Для остальных уровней  $\Delta W_m \neq 0$ .

Конечной ширине уровня  $\Delta W_m$  соответствует и конечная полоса частот  $\Delta f_{mp}$ , в пределах которой возможно индуцированное излучение. Так, если для рассматриваемой пары уровней нижний уровень бесконечно «тонок», то из ф-лы (7.18) следует, что

$$\Delta \omega_{mp} \ge \frac{1}{\tau_m}^{(1)} . \tag{7.19}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Интересно отметить, что это выражение аналогично выражению для полосы частот одиночного прямоугольного импульса длительностью  $\tau_m$ . Иными словами, «появление» частицы на энергетическом уровне на время  $\tau_m$  в каком-то смысле можно трактовать как появление импульса энергии длительностью  $\tau_m$ , и поэтому математически оба явления приводят к одинаковым формулам для спектра частот.

В общем же случае полоса частот переходов зависит и от времени жизни т<sub>р</sub> частицы на нижнем уровне:

$$\Delta \omega_{mp} \ge \frac{1}{\tau_m} + \frac{1}{\tau_p} . \tag{7.20}$$

Рассмотрим некоторые факторы, влияющие на время жизни частиц и, следовательно, на полосу усиления среды.

### ЕСТЕСТВЕННАЯ ШИРИНА ЛИНИИ

Если атомы значительно удалены друг от друга и их взаимным влиянием можно пренебречь, то среднее время жизни частиц определяется только спонтанными переходами по ф-ле (7.16)  $\tau_m = 1/A_{mp}$ . Эта формула предполагает наличие спонтанных переходов с уровия *m* только на один уровень *p*. Если же спонтанные переходы возможны с уровня *m* на несколько нижерасположенных уровней, то среднее время жизни будет соответственно меньше:

$$\tau_m = \frac{1}{\Sigma A_{mp}} \,. \tag{7.21}$$

Полоса частот, обусловленная лишь спонтанными переходами, пазывается естественной шириной спектральной линии излучения. Ее величина обычно пренебрежимо мала. Так, молекула аммиака имеет спектральную линию излучения на частоте  $f_0 \approx 24\,000$  МГц с естественной шириной около  $\Delta f \approx 1$  Гц (относительная полоса  $\Delta f/f_0 \approx 4 \cdot 10^{-11}$ ).

В реальных условиях полоса частот значительно шире. Ее величина определяется другими факторами, рассматриваемыми ниже.

### допплеровское расширение линии

Если среда является газом, то ее молекулы находятся в непрерывном движении, причем скорость их зависит от температуры газа и может достигать значительных величин. Движение излучающих молекул приводит к расширению линии излучения за счет эффекта Допплера. Если проекция скорости молекулы на направление, соединяющее ее с наблюдателем, равна  $v_x$ , то частота, регистрируемая наблюдателем, определяется формулой

$$f = f_{mp} \frac{1 \pm \frac{\sigma_x}{c_0}}{\sqrt{1 - (\sigma_x/c_0^2)^2}} \approx f_{mp} \left(1 \pm \frac{\sigma_x}{c_0}\right), \quad \left(\frac{\sigma_x}{c_0} \ll 1\right), \quad (7.22)$$

где со — скорость света, а выбор знака зависит от направления движения молекулы.

В приведенном выше примере с аммиаком тепловое движение молекул при  $T = 300^{\circ}$ К расширяет линию до 70 кГц (вместо 1 Гц).

### РАСШИРЕНИЕ ЛИНИИ ЗА СЧЕТ СОУДАРЕНИЙ

В реальных условнях обычно приходится считаться с различными взаимодействиями молекул между собой и со степками сосуда, в котором находится газ. Соударения сокращают время жизли возбужденных состояний, ускоряя переход частиц между уровиями. Уменьшение же времени жизии частиц в соответствии с ф-лой (7.20) эквивалентно расширению лиции излучения. В рассмотренном выше примере соударения молекул при давлении 0,27 мм рт. ст. расширяют эту лицию до 10 МГц.

### РАСШИРЕНИЕ ЛИНИИ ПРИ БЫСТРОМ ПРОЛЕТЕ ЧАСТИЦЕЙ РЕЗОНАТОРА <sup>4</sup>)

Если частица пролетает через резонатор за время  $\tau_{прол}$ , меньшее, чем ее среднее время жизни  $\tau_{m}$ , то полоса индуцированного излучения, как показывает кваштовая теория, определяется не временем ее жизни  $\tau_m$ , а временем пролета  $\tau_{прол}$ , которое в данном случае является временем пребывания частицы в резонаторе. Поэтому, если пользоваться аналогией, приведенной в сноске на стр. 152, то «появление» частицы в резонаторе как бы эквивалентно появлению прямоугольного импульса энергии, спектр которого определяется сго длительностью. С таким расширением приходится считаться в мазерах, действие которых основано на атомных и молекулярных пучках, например, в тех, которые рассматриваются в 7.5.

# 7.4. Инверсия методом сортировки атомов (молекул)

# ДВА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЯ АТОМА ВОДОРОДА

Спин ядра. Ядро атома водорода вращается вокруг своей оси и потому обладает механическим моментом (спин ядра)

$$L_{\rm ag} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1\right)} \hbar \tag{7.23}$$

и пропорциональным ему магнитным моментом, который определяется той же формулой, что и для электрона, но с массой ядра в знаменателе (и без коэффициента 2)

$$\mathbf{M}_{sg} = -\mu_0 \frac{e_0 \, h}{2m_{sg}} \frac{L_{sg}}{h}$$
(7.24)

Механические моменты ядра и электропа равны, а магнитный момент ядра в 2.1840 раз меньше момента электрона из-за такого же соотношения между их массами.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) В твердых растворах и в твердых средах уровни расщевляются на широкие линии или даже зоны за счет взаимодействия с полями соседних атомов или молекул, так как эти взаимодействия тоже сокращают время жизни частиц. Механизм этих взаимодействий более подробно рассмотрен в гл. 8 при анализе снин-спиновой и спин-решеточной релаксации.

Взаимодействие спинов ядра и электрона. Взаимодействие магнитных моментов спинов ядра и электрона приводит к тому, что их механические моменты (средние значения) устанавливаются либо параллельно, либо антипараллельно, как показано на рис. 7.4 (Механизм такого взаимодействия аналогичен рассмотренному выше механизму спин-орбитального взаимодействия, см. 6.6).



В первом случае (рис. 7.4а) механический момент атома в целом  $L = \sqrt{4(1+1)\hbar}$ , а во втором (рис. 7.46) —  $L_{\Sigma} = 0$ . Аналогично магнитные моменты спинов ядра и электрона<sup>4</sup>) в первом случае складываются (рядом расположены одноименные полюса), а во втором — вычитаются (рядом расположены разночменные полюса). Однако результирующий магнитный момент атома с учетом малости магнитного момента ядра по величине остается близким к магнитному моменту синна электрона (в первом случае немного больше, а во втором – немного меньше этого значения).

в

Энергия состояний атома. В результате взаимодействия магнитных моментов энергия электрона либо возрастает (если рядом расположены одноименные полюса), либо уменьшается (если рядом разноименные полюса) на одну и ту же величниу *\W* (рис. 7.48) и, следовательно, энергетический уровень электрона расщепляется, превращаясь в дублет (аналогично тому, как расщепляется уровень при спин-орбигальном взаимодействин, см. 6.6).

Таким образом, атом водорода может находиться в одном из двух состояний, отличающихся как по величинам механического и магинтного моментов, так и по их виутренней энергии. Для краткости принято считать, что у атома водорода имеются два различных энергетических состояния.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Рассматривается случай цевозбужденного состояния электрона, когда он находится на ближайшей к ядру орбите тина «прямей линии» (I==0), на которой он не имсет орбитального магнициого момента.

### ЗЕЕМАНОВСКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ УРОВНЕЙ АТОМА ВОДОРОДА

В соответствии с общим правилом (см. 6.3) для пространственной квантованности частица верхнего энергетического уровия с  $L_{\Sigma} = \sqrt{1(1+1)}\hbar$  должна обладать тремя разрешенными углами прецессии (рис. 6.86), а частица нижнего энергетического уровия с  $L_{\Sigma} = 0$  — только одним. Соответственно во внешнем магнитном полс энергетический уровень первой частицы должен расщепляться на три линии, а уровень частицы с  $L_{\Sigma} = 0$  не расщепляется. Зеемановское расшепление для указанных частиц, рассчитанное по формулам квантовой теории, иллюстрируется рис. 7.5*а*.



Рис. 7.5. К пояснению зеемановского расщепления энертетических уровней атома водорода

Линии 3 и 4 показывают, что частицы 3 и 4 увеличивают свою энергию во внешнем поле  $H_0$ , что соответствует их антипараллельной ориентации в этом поле, как показано на рис. 7.56<sup>1</sup>). Наоборот, линии 1 и 2, отражающие уменьшение энергии частиц 1 и 2 в поле  $H_0$ , указывают на их параллельную ориентацию в этом поле (рис. 7.56).

Характер расщепления в целом соответствует изложенному выше, но требует некоторых пояснений. Зависимость энергии атома нижнего уровня от магнитного поля (линия / на рис. 7.5а) показывает, что энергия этого атома в поле H<sub>0</sub> уменьшается и, следовательно, его магнитный момент ориентируется парадлельно полю.

Однако зеемановское расщепление для атома водорода, находящегося на верхнем энергетическом уровне, отличается от рассмотренного выше орбитального расщепления для частиц с l = 1 (см. рис. 6.9б). У водорода линия 3 в слабых полях идет примерно горизонтально, а затем поднимается вверх, а в сильных полях линии 3 и 4 оказываются примерно параллельными, в то время как при орбитальном расщеплении линия 3 горизонгальна для любого поля. Чтобы объяснить указанную особенность 2) линии 3 у атома водорода, рас-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Напомним, что направление напряженности магнитного поля вне магнита принято от его северного полюса к южному, а направление магнитного момента т диполя, наоборот, от его южного полюса к северному.

<sup>2)</sup> Приводимое ниже объяснение этой особсиности предложено канд. техи. знаук доцентом Пьяновым И. И.

смотрим сначала модель вращающегося в поле H<sub>0</sub> магнитного диноля и найдем его дополнительную энергию.

Дополнительная энергия вращающегося диполя при равномерной и неравномерной угловой скорости. Допустим, что маглитный диполь с моментом М. обладающим во внешнем поле  $H_0$  дополнительной энергией [(ф-ла (6.18)]  $\Delta W = -mH_0 \cos \theta$ , вращается вокруг некоторой точки, как показано на рис. 7.6а. Тогда его средняя дополнительная энергия за целое число периодов вращения бу-



δ) | ΔW δ) | ΔW 1) - ΔW

дет равна нулю при равномерной угловой скорости (рис. 7.66) и конечной величние при неравномерной угловой скорости (когда, например, верхнюю полукружность вектора M описывает медленно, а нижпюю — быстро, рис. 7.6*в*).



Рис. 7.7. К сложению механического и магнитного моментов спина ядра и спина электрона

Но если в отсутствие внешнего поля  $H_0$  магнитный диполь вращался с равномерной угловой скоростью, то после включения этого поля характер движения магнитного момента станет именно таким, как только что было указано. Действительно, при движении полюса N вниз (рис. 7.6*a*) до нижней мертвой точки на него действует ускоряющая сила, и поэтому угловая скорость движения вектора все это время нарастает. Наоборот, при движении полюса N вверх (после прохождения нижней мертвой точки) на него действует по тем же причинам тормозящая сила, уменьшающая его угловую скорость.

Таким образом, угловая скорость свебодно вращающегося диноля после приложения внешиего поля становится перавномерной и, как следствие, у него появляется положительная дополнительная эпергия, возрастающая и за счет увеличения неравномерности вращения и за счет увеличения самого поля (в соответствии с ф-лой (6.18)].

Дополнительная энергия йтома 3. Если бы результирующие магнитный и механический моменты атома водорода верхнего энергетического уровня были направлены по одной прямой, то энергетический уровень атома 3 был бы расположен в поле горизонтально так же, как это имеет место при орбитальном зеемановском расщеплении (рис. 6.96). Однако вследствие равсиства механических и существенного неравенства магнитных моментов спинов ядра и электрона их геометрическое сложение (с учетом собственной процессии относительно некоторой общей прямой) приводит к иным результатам (рис. 7.7).

Рис. 7.6. Магнитный диполь, вращающийся в поле Па

Результпрующий механический момент  $L_{\Sigma}$  прецессирует вокруг поля  $H_{\theta}$  под услом 90°. Однако результирующий магнитный момент  $M_{\Sigma}$ , вращаясь вместе с  $L_{\Sigma}$  вокруг поля  $H_{\theta}$ , одновременно прецессирует еще и вокруг вектора  $L_{\Sigma}$  вод векоторым углом  $\theta$  и, следовательно, периодически занимает в пространстве положение то выше, то ниже вектора  $L_{\Sigma}$ .

Раскладывая  $M_{\Sigma}$  на две составляющие  $M_{\pm}$  и  $M_{\pm}$ , видим, что характер составляющей  $M_{\pm}$  в поле  $H_0$  аналогичен характеру уже рассмотренного диноля, вращающегося с неравномерней угловой скоростью. Следовательно, его дополнительная энергия в поле должна быть положительной и возрастать с увеличением поля, что и объясняет характер зесмановской линии для атома 3.

### СОРТИРОВКА АТОМОВ (МОЛЕКУЛ) НЕОДНОРОДНЫМ ПОЛЕМ

В 7.2 было показано, что среда может усяливать электромагнитные колебания, если в ней имеется инверсная населенность уровней. В обычных условиях такие активалые среды не встречаются и







Рис. 7.8. К пояснению сортировки диполей в квадрупольном конденсаторе

их создают искусственно. Один из методов получения активной среды — метод сортировки атомов (молекул) — и рассматривается в данном разделе на примере сортнровки атомов водорода.

Этот метод применим лишь к газовым средам и только в том случае, если атомы (молекулы) верхнего и нижнего энергетических состояний по-разному взаимодействуют с неоднородным магнитным или электрическим полем. Другие методы, в том числе мегоды, позволяющие получать инверсию в твердых средах, рассматриваются в гл. 8

Влаимодействие диполя с полем квадрупольного конденсатора. На рис. 7.8а показано взаимодействие с неоднородным полем параллельных диполей, а на рис. 7.86 — антипараллельных. Читатель может самостоятельно убедиться в том, что параллельно-ориентированные диполи (и магнитные, и электрические) выталкиваются из центра системы, а антипараллельные, наоборот, собираются в ее центр. Для этого достаточно вспомнить направление силы взаимодействия одноименных и разноименных зарядов и то, что сила быстро убывает с расстоящием. Поэтому, если диполь и магниты устройства орнентированы друг к другу разноименными полюсами, то результирующая сила взаимодействия будет силой притяжения, а в противоположном случае — силой отталкивания.

Аналитическое определение силы взаимодействия. Снлу, действующую на . диноль, находящийся в неоднородном поле, в литературе иногда определяют на основе более общего закона, по которому тело «стремится» занять положение с минимальной потенциальней энергией. При этом направление силы, «заставляющей» тело переместиться в положение с минимальной энергией, совпадает с направлением наиболее быстрого уменьшения энергии W тела (т. с. обратно по направлению grad W). А модуль силы оказывается равным скорости изменения энергии в том же направлении (т. с. равен модулю grad W). Иными словами, сила, действующая на любое тело, в том числе и на диполь, определяется выражением

$$\mathbf{F} = -\operatorname{grad} W, \tag{7.25}$$

где применительно к диполю W == pE\_

Такой подход является более общим, чем рассмотрение взаимодействия одновменных и разпоименных полюсов. Однако рассмотрение взаимодействия полюсов нозволяет проще и нагляднее представить имправление сил и сортировку динолей в квадрупольном конденсаторе. По этой причше вывод ф-лы (7.25) здесь не приведен.

Определение возможности сортировки в общем случае. Изложенное позволяет сформулировать правило определения возможности разделения частиц рассмотренным методом. Частицы двух эпергетических состояний могут быть разделены в устройстве типа квадрупольного конденсатора, если при зеемановском или штарковском расщеплении<sup>4</sup>) эпергия частиц инжнего эпергетического

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) Штарковское расщепление энергетических уровней наблюдается при взаимодействии электрических динолей среды с внешним электрическим полем. Это взаимодействие аналогично взаимодействию магнитных динолей среды с внешним магнитным полем при зсемановском расщеплении.



Рис. 7.9. Зависимость энергии молекулы HCN от папряженности электричеокого поля

уровня уменьшается, а частица верхнего (хотя бы некоторых из них) — , возрастает. При этом в центре системы будут собираться атомы (молекулы) верхнего энергетического уровня.

В качестве примера рассмотрим рис. 7.9, на котором приведена зависимость энергии молекул HCN от напряженности электрического поля. Из рассмотрения кривых видно, что сортировка таких молекул по энергетическим состояниям возможна. При этом в центре сортирующей системы будут собираться частицы с  $M=0, J=1^{-1}$ .

Однако такая сортировка возможна лишь в полях  $E < E_2$ , так как только до этого значения (см. рисунок) молекула с M = 0, J = 1 обладает положительной дополнительной энергней и, следовательно, до этих значений поля ее поляризация соответствует антинараллельной ориентации диполей в поле E.

# 7.5. Квантовые стандарты частоты

### общие сведения

Развитие науки и техники все более обнаруживает несовершенство выбранных эталонов, используемых в качестве единиц длины и времени. Так, эталон метра формально определен как 1:40.10<sup>6</sup> земного меридиана, хотя размеры земли не могут считаться постоянными во времени. Практически эталоном метра является длина стержня, изготовленного из специального сплава. Этот эталон хранится во Франции. Все остальные мерные линейки градуируются с той или иной точностью по этому эталону.

В то же время практика показала, что длина волны, генерируемая в определенных условиях атомным или молекулярным квантовым генератором, постоянна и не зависит от внешних факторов. Такие генераторы, изготовленные в разных странах с использованием различных конструкций, но одних и тех же атомов или молекул в качестве активной среды, генерируют волны практически одной и той же длины. Поэтому длину волны указанного генератора удобно использовать в качестве эталонной.

В настоящее время, в частности, в качестве эталона длины все больше используется излучение квантового генератора на изотопе инертного газа криптона (Кг<sup>86</sup>). Причем длина в 1 м соответствует 1650763,73λ, где  $\lambda$  — длина волны квантового генератора.

Еще более сложным оказался вопрос с эталоном времени, поскольку суточное вращение земли, принимавшееся первоначально

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) В данном случае буквы *М* и *J* можно рассматривать как обозначения соответствующих частиц, не уточняя их физического смысла.

за эталоп единицы времени, имеет столь большую неравномерность, что точность такого «эталона» уже давно не удовлетворяет потребностям развивающейся техники.

Практика показала, что и в этой области точность излучения или поглощения частоты квантовым прибором является наибольшей, и потому такой прибор можно использовать как эталон времени, если сопоставить единицу времени, например, 1 с с числом периодов колебаний, излучаемых или поглощаемых квантовым прибором. В качестве таких стандартов частоты (времени) обычно используются квантовые приборы, работающие в свч днапазоне.

## ГЕНЕРАТОР НА ПУЧКЕ АТОМОВ ВОДОРОДА

Схема такого генератора приведена на рис. 7.10*а*. Молекулы водорода, попадая в пространство между электродами *I*, к которым приложено напряжение, в результате электрического разряда



Рис. 7.10. Схемы квантовых генераторов: 2) на атомах всдорода; б) на молекулах аммиака

диссоципруют на атомы. Проходя через маглитный мультипольный кондонсатор 2, атомы сортнуются по энергетическим состоящиям. Механизм этого процесса был рассмотрен выше. Атомы верх-6--283 161 него эпергетического уровня, магнитные моменты которых во внешнем магнитном поле ориентированы антипараллельно, собираются на осн пучка. Атомы же нижнего эпергетического уровня и та часть атомов верхнего уровня, которые ориентируются во внешнем поле параллельно, выталкиваются неоднородным полем наружу и удаляются из устройства с помощью вакуумного насоса.

Отсортированные атомы верхнего энергетического уровня, продолжая движение вдоль оси, попадают в резонатор. Поскольку в резонатор поступают только эти атомы, он заполняется активной средой, т. е. средой, в которой паселенность уровней инверсна.

В результате спонтанных переходов в резонаторе появляются фотоны с частотой, равной частоте перехода между указанными двумя уровнями ( $\lambda \approx 21$  см). При большой добротности резонатора эти фотоны, прежде чем покинуть резонатор, вследствие много-кратных отражений от его степок много раз проходят через среду и потому вызывают индуцированное излучение новых фотонов, которые, в свою очередь, вызывают дополнительные индуцированные переходы. Процесс развивается до тех пор, пока не установится режим, при котором мощность, отдаваемая пучком атомов, станет равной мощности, поглощаемой в нагрузке резонатора (с учетом его потерь).

Вследствие малых плотностей атомарного водорода, используемого в таких генераторах (малая плотность частиц необходима во избежание нежелательного расширения уровней за счет столкновения атомов, увеличивающего нестабильность частоты генератора, см. 7.3). мощность генерируемых прибором колебаний получается ничтожной, и поэтому даже при больших добротностях резонатора плотность энергии поля оказывается сравнительно небольшой. При этом интенсивность индуцированных переходов незначительна. И потому лишь небольшая часть атомов успевает за одно прохождение резонатора совершить индуцированный переход «вниз».

Чтобы увеличить число полезно используемых атомов верхнего энергетического уровня, время их пребывания в резонаторе увеличивают. Для этого вход и выход резонатора объединяют в одно отверстие, благодаря чему атомы водорода длительное время (порядка секунды) не могут выйти из резонатора, наталкиваясь на его стенки. Достоинством водородного генератора является постоянство частоты генерпрусмых им колебаний. Ее относительная нестабильность не превышает 3.10<sup>-12</sup>.

# ГЕНЕРАТОР НА ПУЧКЕ МОЛЕКУЛ АММИАКА

Схема этого генератора (рис. 7.106) в основном подобна схеме водородного генератора. Отличие генератора на аммиаке от водородного, по существу, сводится к тому, что в первом используется электрический квадрупольный конденсатор, а во втором — магнитный. В качестве активной среды здесь используются молекулы аммиака, находящиеся на верхнем энергетическом уровне. Они отделяются от молекул нижнего энергетического уровня с помощью электрического квадрупольного конденсатора.

Отметим особенность молекулы NH<sub>3</sub> и се энергетических уровней. Аммиак является молекулой типа симметричного волчка. Входящие в нее три атома водорода образуют (рис. 7.11а) трсугольник, а атом азота, находящийся на лекотором расстоянии г от плоскости этого треугольника, совершает колебательное движение относительно точки равновесия. Зависимость энергии молекулы, атома азота от расстояния до плоскости треугольника и разрешенные



Рис. 7.11. Строение молекулы NH<sub>3</sub> и ее колебательные уровни

колебательные уровни показаны на рис. 7.116. Кривая W = i(r) симметрична относительно плоскости треугольника, а колебательные уровни представляют дублеты, г. е. расцепленные уровни. Причем разность энергий между линиями одного дублета соответствует частотам сантиметрового днапазона воли, а разность энергий между двумя смежными дублетами — частотам инфракрасного дианазона<sup>1</sup>).

В рассматриваемом генераторе используется переход между линиями дублета с частотой перехода  $\tilde{f} = 23,870$  ГГц  $\approx 24$  ГГц ( $\lambda \approx 1,25$  см). Причем молекулы этих двух состояний могут сортироваться в неоднородном электрическом поле примерно так же, как атомы водорода сортируются в неоднородном магнитном поле.

Стабильность частоты генератора на аммиаке несколько ниже стабильности водородного генератора и составляет около 10<sup>-11</sup> при мощности порядка 10<sup>-10</sup> Вт.

#### МОЩНОСТЬ АТОМНЫХ И МОЛЕКУЛЯРНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

Если в резонатор поступает N молекул, соответствующих верхнему энергетичскому уровню за  $\Delta t$  с, и каждая молекула при пе-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Помимо колебательных уровней, молекула NH<sub>3</sub> обладает еще электронным спектром, находящимся в оптическом диапазоне, и вращательным спектром, находящимся в субмиллиметровом диапазоне.

реходе на пижний уровень излучает энергию hf, то потенциально такой пучок обладает мощностью излучения:

$$P_{\pi yq} = \frac{N}{\Lambda \ell} h f. \tag{7.26}$$

Однако практически мощность генератора может достигать не более половины указанной величны, так как на нижний уровень удается перевести не более половины всех поступающих в резонатор молекул. Это можно объяснить следующим образом. Пусть молекулы поступают в резонатор с одного конца и беспрепятст-



Рис. 7.12. Фаспроделение концентрации молекул верхнего и нижнего энергетических уровней по длине резонатора

венно выходят с другого. Если пренебречь спонтанными переходами, то плотность частиц верхнего и лижнего энергетических уровней будет измеияться вдоль резонатора так, как показано на рис. 7.12.

По мере продвижения молекул, соответствующих верхнему энергетическому уровню, вдоль резонатора плотность их постепенно падает, а плотность молекул инжнего энергетического уровия возрастает. Это означает, что на входе резонатора практически имеются только переходы «вниз». По

мере же приближения молекул к выходу число вынужденных переходов «вверх» и «винз» начинает уравшиваться и потому полезно используется менее половины всех поступающих в резонатор молекул.

# Глава 8

# КВАНТОВЫЕ ПАРАМАГНИТНЫЕ УСИЛИТЕЛИ (МАЗЕРЫ)

### 8.1. Трехуровневая схема инверсии

# ПРИНЦИП РАБОТЫ

Рассматриваемый здесь метод инверсии по трехуровневой схеме, широко используемый в настоящее время и в мазерах, и в лазерах, применим к средам, находящимся в любом агрегатном состоянии (твердом, жидком или газообразном). Этот метод основан на использования вспомогательного источника свч энергии большой мощности, частота которого должна превышать частоту усиливаемого сигнала (эту энергию принято называть мощностью накачки).

Роль источника накачки. Допустим, что в среде имеются три уровия, изображенные на рис. 8.1а. Причем населенность верхлего уровня значительно меньше населенности нижнего. Пусть на си-



Рис. 8.1. Иаселенность уровней: и) при тепловом равновесни; б), в) при наличил мощмости пакачки

стему действует излучение большой мощности (мощность накачки), частота которого  $t_{\rm H}$  равна частоте перехода уровней 1 - 3:  $f_{\rm H} = f_{13}$ . Под воздействием этого излучения населенность уровней 1 и 3становится почти одинаковой ( $N_1 \approx N_3$ ), так как интенсивность вынужденных переходов (уравливающих населенность уровней) между указанными уровнями в таких условиях значительно превышает интенсивность спонтанных переходов (которые уменьшают населенность верхних уровней).

Роль времени жизни уровня 2. Мощность накачки не только уравнивает населенность уровней 1 и 3 ( $N_1 \approx N_3$ ), но и увеличивает населенность уровня 2, поскольку за счет возросшей населенности уровня 3 увеличится интенсивность спонтанных переходов с уровня 3 на уровень 2. При этом населенность  $N_2$  уровня 2 оказывается либо меньше  $N_3$  (рис. 8.16), либо больше (рис. 8.16). Тот или иной результат зависит от относительной величины времени жизни уровня 2.

Аналитически <sup>1</sup>) отношение населенностей  $N_2/N_3$  определяется из равенства числа частиц, поступающих на уровень 2  $(A_{32}N_3)$  и числа частиц, уходящих с него  $(A_{21}N_2)$ , т. е.  $A_{32}N_3 = A_{21}N_2$ , откуда  $N_2/N_3 = A_{32}/A_{21} = \tau_2/\tau'_3$ , где  $\tau_2 = 1/A_{21}$  — время жизни уровня 2, а  $\tau'_3 = 1/A_{32}$  — величина, которая больше времени жизни  $\tau_3 = 1/(A_{32} + A_{31})$  уровня 3  $(\tau'_3 > \tau_3)$ .

Формула показывает, что при относительно большом времени жизни уровня 2 ( $\tau_2/\tau_3^{>}>1$ ) инверсными оказываются уровни 2—1, а при относительно малом времени жизни ( $\tau_2/\tau_3^{<}<1$ ) — уровни 3—2. Соответственно в первом случае среда может усиливать сигнал на частоте  $f_c = f_{21}$ , а во втором — на частоте  $f_c = f_{32}$ .

Особенности метода. Из изложенного следует, что рассмотренный метод требует отдельного источника пакачки большой мощности и с частотой, существенно превышающей частоту усиливаемого сигнала. При использовании метода для успления сантиметровых воли последнее является существенным недостатком, поскольку частота накачки оказывается в диапазоне миллиметровых воли, который пока еще мало освоен.

Далее, метод предполагает, что на уровнях 3--2 и 2-1 преобладающими являются спонтанные переходы, а вынужденные, обусловленные фотонами теплового излучения среды, пренебрежимо малы (в противном случае последние, уравнивая населенность уровней, уменьшат инверсию и сделают метод непригодным для практических применений). Критернем выполнимости этого усло- $\Delta W_{mp}$ 

вия может быть отношение населенностей  $N_m/N_p = e^{-\kappa T}$  рассматриваемой пары уровней при выключенной накачке, т. е. при тепловом равновесии (необходимо, чтобы  $N_m/N_p \ll 1$ ).

Если частота перехода лежит в оптическом диапазоне, то это условие неплохо выполняется п без принятия специальных мер. Если же метод используется в диапазоне свч, то, как правило, для получения  $N_m/N_p \ll 1$  приходится применять глубокое охлаждение среды (например, до температуры жидкого гелия).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Для простоты полагаем, что вынужденные переходы между уровнями 3—2 и уровнями 2—1 отсутствуют. Практически это соответствует случаю глубокого охлаждения среды, когда можно пренебречь вынужденными переходами, вызываемыми фотонами теплового излучения.

В соответствии с ф-лой (7.14) усиление среды пропорционально числу активных частиц  $\mathcal{N}=N_2 - N_1$ : чем больше  $\Delta N$ , тем больше усиление.

С другой стороны, если в активной среде с заданным числом активных частиц AV распространяется сигнал, то последний усиливается в результате выпужденных пореходов и, следовательно, в результате уменьшения числа активных частиц AV. Чем больше мощность усиливаемого сигнала, тем интенсивнее процесс уменьшения числа активных частиц (мощность накачки как бы «не успевает» восстанавливать начальную инверсию уровней). Поэтому усиление среды с увеличением мощности усиливаемого сигнала падает.

Аналитически указанное явление можно рассмотреть с помощью кинетических уравнений. За счет вынужденных и спонтанных переходов в среде устанавливается динамическое равновесие: число частиц на уровнях составляет соответственно  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ , причем

$$N_1 + N_2 + N_3 = N, (8.1)$$

где N --- общее число частиц в единице объема.

Динамическое равновесие заключается в равенстве между числом частии, уходящих с данного уровия, в числом частиц, поступающих на данный уровень в результате выпужденных и спонтанных переходов.

Например, для уровня 3 число частиц, уходящих сполтанию и выпужденио ),

$$\frac{dN_3}{dt} \downarrow = -\left[ (A_{32} - A_{31}) + B_{31} W_{31} + B_{32} O \right] N_3,$$

и число поступлющих на него частиц

$$\frac{dN_3}{dt} \dagger = B_{31}W_{31}N_1 + B_{32}ON_2.$$

Сумма этих выражений должна быть равна пулю:

$$\frac{dN_3}{dt} = \frac{dN_3}{dt} \ddagger \frac{dN_3}{dt} \ddagger \frac{dN_3}{dt} \ddagger B_{31}W_{31}N_1 - \left\{ (A_{32} + A_{31}) + B_{31}W_{31} \right\} N_3 = 0.$$
 (8.2)

Авалогично для уровней 2 и / получаем:

$$\frac{dN_2}{dt} = B_{12}W_{12}N_1 - (A_{21} + B_{12}W_{12}) N_2 - A_{23}N_3.$$
(8.3)

 $\frac{dN_1}{dt} = -(B_{13}W_{13} + B_{12}W_{12})N_1 + (A_{12} + B_{12}W_{12})N_2 + (A_{13} + B_{13}W_{13})N_3. \quad (8.4)$ 

Система ур-ний (8.2), (8.3) и (8.4) с учетом ф-лы (8.1) позволяет найти населенности уровней при динамическом равновесни:

$$N_{3}/N = \beta, \ \frac{N_{2}}{N} = \frac{\beta}{A_{12} + B_{19}W_{12}} \left[ B_{12}W_{12} \left( 1 + \frac{A_{13} + A_{23}}{B_{19}W_{13}} + A_{23} \right) \right], \qquad (8.5)$$
$$\frac{N_{1}}{N} = \beta \frac{A_{13} + A_{23} + B_{13}W_{13}}{B_{13}W_{13}} = \beta \left[ \frac{A_{13} + A_{23}}{B_{13}W_{13}} + 1 \right],$$

**1**.де

$$\beta = \frac{A_{12} + B_{12}W_{12}}{(2A_{12} + 3B_{12}W_{12} + A_{23}) + \frac{A_{13} + A_{23}}{B_{13}W_{13}}(A_{12} + 2B_{12}W_{13})}$$

167

<sup>)</sup> Частоту усиливаемого сигнала полагаем равной частоте перехода 2-1, а плотность энергии на переходе 3-2 — равной нулю (вынужденными переходами за счет фотонов теплового излучения пренебрегаем и потому  $W_{s2}=0$ ).

Число активных частиц мерехода 2-1 при этом определится из формулы

$$\frac{N_2 - N_1}{N} = \frac{\frac{A_{23}}{A_{12}} - 1 - \frac{A_{13} + A_{23}}{B_{13}W_{13}}}{2 + \frac{A_{23}}{A_{12}} + \frac{3B_{12}W_{12}}{A_{12}} + \frac{A_{13} + A_{23}}{A_{13}W_{13}} \left(1 - \frac{2B_{12}W_{12}}{A_{12}}\right)$$
(8.6)

Для случая большой мощности накачки, представляющего практический интерес  $(A_{13} + A_{23})/B_{13}W_{13} \ll 1^{-4})$  формула упрощается:

$$\frac{N_2 - N_1}{N} = \frac{\frac{A_{23}}{A_{12}} - 1}{2 + \frac{A_{23}}{A_{12}} + 3\frac{B_{12}W_{12}}{A_{12}}}.$$
(8.7)

Из ф-лы (8.7) следует, что киверсия уровней 2—1 возможна лишь при  $A_{23}/A_{12} > 1$  (это соответствует относительно большому времени жизни электрона на уровне 2) и что при увеличении плотности энергии сигнала  $W_{12}$  число активных частиц падает. Последнее же с учетом ф-лы (7.14) означает, что с увеличением мощности сигнала усиление его падает. На рис. 8.2 показавы



Рис. 8.2. Зависимость инверсии .(числа активных частиц) от мощности усиливаемого сигнала построенные по ф-ле (8.7) графики зависимости числа активных частиц от  $B_{12}W_{12}/A_{12}$  для трех значений  $A_{23}/A_{12} = 2$ , 10, 100. Кривые показывают существенное уменьшение инверсии с увеличением плотности энергии сигнала, что, в свою очередь, свидетельствует о соответствующем уменьшении успления среды.

Из графика видно, что с увеличением  $A_{23}/A_{12}$ , т. е. с увеличением относительного времени жизни частиц на уровие 2, не только возрастает число активных частиц, но и замедляется их убывание с увеличением плотности энергии сигнала. Например, при  $A_{23}/A_{12}=2$  число активных частиц ири увеличении плотности энергии до  $B_{12}W_{12}/A_{12}=$ =10 падает до 0,12 от своего максимального значения (соответствующего отсутствию сигнала), а при  $A_{23}/A_{12}=100$  — всего лишь до 0,78 от своего максимального значения.

Таким образом, при относительном увеличении времени жизни частиц на уровне 2 не только возрастает усиление среды, но и увеличивается диапазон мощностей входного сигнала, в преде-

лах которого усиление среды заметно не синжается. Из ф-лы (8.5) следует также вывод о том, что при большой мощности накачки [ $(A_{13}+A_{23})/B_{13}W_{13}\ll 1$ ] населенности уровней / и З уравниваются. Ранее в гл. 7 этот вывод был сделан на основе логических рассуждений, как следствие преобладания (при большой мощности накачки) интенсивности вынужденных переходов пад интенсивностью сполтанных.

### ЗЕЕМАНОВСКИЕ УРОВНИ РУБИНА И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ТРЕХУРОВНЕВОЙ СХЕМЕ

Кристалл рубина, широко используемый в мазерах и лазерах, состоит из 99,9% немагнитной окиси алюминия Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и 0,1% окиси хрома Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, в котором лишь ноны хрома являются магнитными.

<sup>4)</sup> Физически это перавенство соответствует случаю, когда интенсивность спонтанных переходов с уровня 3 на уровни 2 и 1 значительно меньше интенсивности вынужденных переходов между уровнями 1—3, вызываемых мощностью пакачки.

Таким образом, роль активной среды выполняют ионы хрома Cr<sup>+++</sup>, сильно «разбавленные» немагнитными ионами Al<sup>+++</sup> (из 1000 ионов Al<sup>+++</sup> лишь один оказывается замещенным ионом Cr<sup>+++</sup>). Поэтому энергетические уровни рубина — это, по существу, уровни ионов хрома, несколько видоизмененные в результате взаимодействая с полями кристаллической решетки.

Зеемановские уровни иона хрома. В 6.3 указывалось, что орбитальные и спиновые магнитные моменты всех электронов атома, взаимодействуя между собой, образуют некоторый результируюций магнитный момент (часто равный вулю) и связанный с ним результирующий механический момент, определяющий инерционные свойства результирующего магнитного волчка. В данном случае результирующие магнитный и механический моменты иона хрома обусловлены в основном его тремя спинами и близки к значениям:

$$L_{\Sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}\left(1 + \frac{3}{2}\right)}\hbar, \quad M_{\Sigma} = 2M_{600}\sqrt{\frac{3}{2}\left(1 + \frac{3}{2}\right)}, \quad (8.8)$$

Такому значению механического момента согласно правилам, приведенным выше (см. 6.3), соответствуют четыре разрешенных

угла прецессии магнитного волчка и, следовательно, четыре зеемановских уровня во внешнем магнитном лоле, как это показано на рис. 8.3а. Указанное расщепление энергетического уровня должно наблюдаться у свободного иона хрома.

Зеемановские ировни рубина (0=0). Если иопы хрома входят в состав жристаллической решетки рубина, то в результате взаимодействия с внутрикристаллическими полями процесс расщепления меложняется, В составе решетки воны хрома даже при отсутствии внешнего магнитного поля иснытывают воздействие сильного внутреннего электрического кристалла, расщепляюполя щего их за счет эффекта Штарка. Вследствие этого диаграмма расщепления уровней для



Рят. 8.3. К пояснению зеемаловского расцепления уровней рубина

рубина отличается от ноказанной на рис. 8.3а и имеет вид изображенной на рис. 8.3б. Здесь четыре подуровня при  $H_0=0$  выходят не из одной точки, а из двух. Иными словами, в отсутствие поля  $H_0$  внутреннее электрическое поле кристалла по-разному изменяет энергию электронов с  $p_z = \pm h/2$  и  $p_z = \pm 3h/2$ . В магнитном же поле имеет место дополнительное зеемановское расщепление каждой пары. Такой характер кривых наблюдается в том случае, если магнитное поле  $H_0$  совпадает с оптической осью кристалла  $(\theta=0)$ .

Зеемановские уровни рубина в общем случае. При других взаимных ориентациях магнитного поля и оптической оси кристалла процесс расщепления усложияется. Характер кривых зависит от угла в между направлением магнитного поля и осью кристалла, отражая сложное взаимное влияние полей на траектории движения этектронов в атоме.

На рис. 8.3 б—е приведены зависимости энергетических уровней ионов хрома в рубине от внешнего магнитного поля для различных углов  $\theta$ . Следует отметить, что при  $\theta = 54,44^{\circ}$  энергетические уровни оказываются симметричными относительно проведениой между инми средней линии (см. рис. 8.3е). Эта особенность используется для реализации инверсии по схеме двойной накачки (см. инже), а угол  $\theta$  в этом случае называются углом двойной накачки.

Схема инверсии на уровнях рубина. Рассмотренную выше трехуровневую схему инверсии можно реализовать в рубине на основе указанных зеемановских уровней. Для этого нужно подобрать поле  $H_0$  так, чтобы частоты переходов между тремя из имеющихся четырех уровней соответствовали частоте усиливаемого сигнала и частоте генератора накачки<sup>1</sup>). Однако схема будет работать только в том случае, если поляризация воли сигнала и накачки будет правильно ориентирована относительно намагничивающего поля  $H_0$ . Для уяснения необходимости этого дополнительного условия (помимо совпадения частот сигнала и накачки с соответствующими частотами переходов) следует рассмотреть явление парамагнитного резонанса.

# 8.2. Парамагнитный резонанс

# ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Под парамагнитным резонансом понимают резонансное поглощение (или усиление) электромагнитного поля в парамагнитной среде, находящейся в постоянном магнитном поле. Поглощение наблюдается в том случае, если парамагнитная среда находится в тепловом равновесии, а усиление — если в среде имеет место инверсная населенность уровней. Парамагнитный резонанс возникает в узкой полосе частот около резонансного значения, и только при круговой поляризации волны с заданным направлением вращения. Причину такой «избирательности» можно выяснить из рассмотрения взаимодействия переменного электромагнитного поля с

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) Определение нар уровней, которые становятся инверсными, выходит за рамки данной кинги.

прецессирующим магнитным волчком (ведь парамагнетик — это совокупность большого количества прецессирующих в магнитном поле магнитных моментов).

#### МЕХАНИЗМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Модель волчка с двойной прецессией. Рассмотрым поведение магнитного волчка в условнях, когда на него действуют одновременно два поля (рис. 8.4): - постоянное, направленное всртикально вниз, с высокой напряженностью  $H_0$ :

- вращающееся (т. с. неременнос, например, свч) небольшой напряженности И і, орнентированное в горизонтальной изоскости,

В отсутствие поля Н, магнитный волчок прецессирует вокруг поля Но с угловой скоростью  $\omega_0 = \gamma H_0$ , сохраняя постоянным угол  $\varphi_0$ . Приложим к такому прецессирующему волчку вращающееся поле Н . Если направление и угловая скорость прецессии совпадут с направлением и угловой скоростью вращения вектора  $H_{\perp}$ , то магнитный волчок и вектор  $H_{\perp}$  образуют между собой постоянный угол ф. (рис. 8.4). Иными словами, по отношению к волчку поле Н<sub>1</sub> как бы остается постоянным, а это означает, что взаимодействие волчка с полем Н должно подчиляться тем же законам, что и его взаимодействие с полем Н<sub>0</sub>.

Следовательно, при наличии сразу двух полей Но и Н д волчок должен одновременно прецессировать и вокруг вектора H<sub>0</sub> с угловой скоростью  $\omega_0 =$  $= \gamma H_0$  и вокруг поля  $H_1$  с угловой скоростью  $\omega_1 = \gamma H_1$ .

В случае  $H_0 \gg h_{\perp}$  угловая скорссть  $\omega_0$  прецессий волчка вокруг поля  $H_0$  значительно превышает скорость  $\omega_{\perp}$ . Поэтому результирующее движение волчка представляет собой как бы прецессию вокруг поля  $H_0$  с медленно возрастающим углом  $\varphi_0$ . Этот процесс продолжается до тех пор, нока этот угол не достигнет величины  $\phi_0$  (на рис. 8.4 ноказано нунктиром). После этого волчок возвращается в первоначальное положение.

Поскольку дополнительная энергия волчка в note  $H_0$   $W_{gon} = -MH_0 = +MH_0 \cos \varphi_0$ , to B bepxнем (на рис. 8.4) положении он обладает положительной дополнительной энергней (cos  $\phi_0 > 0$ ), а в нижнем — отрицательной  $(\cos \varphi_0 < 0)$ . Поэтому переход из одного состояния в другое должен сопровождаться соответствующим обменом энертней между волчком и полем H<sub>0</sub>.

Следует еще раз напоминть, что все эти выводы получены в предположении, что направление и угловая скорость прецессии совпадают с направлением и угловой скоростью вращения поля  $H_{\perp}$ (под которым понимают магнитную составляющую свч поля). Иными словами, свч поле может взанмоденствовать со спинами или орбитальным магнитным моментом только в том слувращения.



том, что волна состоит из дискретного числа фотонов и поэтому взаимодействие микрочастиц с инми должно быть дискретным и посить вмпульсный характер. Поэтому вместо непрерывного процесса «переворачивания» волчка из параллельного положения в антинараллельное с пепрерывным постепенным поглощением



элергии, равной 2  $M_2H_0$ , а затем такого же обратного перехода, его переход следует считать практически мгновенным с одного уровия на другой с поглощением фотона при переходе «вверх» и с излучением фотона при переходе вниз.

Из изложенного вытекает, почему в обычной среде нарамагнитный резонане проявляется в виде поглощения эпергии, а в активной среде с яшверсной населенностью наблюдается успление. Действительно, в обычной среде нараллельных волчков больше, чем антинараллельных, и поэтому число переходов «вверх» больше, чем число переходов «вниз», — среда в целом погло-щает энергию. Наоборот, при изверсном состоячии преобладают переходы «впиз» - среда усиливает энергию.

# ΠΟЛОСА ЧАСТОТ ПАРАМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

Полоса частот парамагнитного резонанса, по существу, эквивалентна полосе частот переходов между двумя энергетическими уровнями. В общем случае этот вопрос был рассмотрен в 7.3, где было показано, что полоса частот переходов обратно пропорциональна среднему времени жизни частиц.

В твердых парамагнетиках из-за взаимодействия полей близко расположенных частиц время их жизни значительно меньше, чем в газообразных. Нанболее существенное влияние на этот параметр оказывают спин-решеточная и спин-спиновая релаксации.

Спин-решеточная релаксация. Под спин-решеточной релаксацией понимают обмен энергией между спинами и кристаллической решеткой. Частицы кристаллической решетки находятся в постоянном колебательном движении. При этом колебательная энергия частиц квантована и может изменяться лишь дискретно. Частоты тепловых колебаний кристаллической решетки образуют спектр, простирающийся от нуля до частот, соответствующих инфракрасному диапазону.

Обмен эпергней частицы с решеткой может иметь как спонтанный, так и вынужденный характер. В первом случае частица, переходя на нижний уровень, отдает энергию решетке (последняя пагревается) самопроизвольно, а во втором - обмен энергией вынуждается импульсами взаимодействия.

Механизм взанмодействия приближенно можно пояснить следующим образом. Решетка через электрическое поле кристалла воздействует на атом, модулируя электрическое поле электронов и ядра. Такая модуляция равносильна приложению к атомной системе импульсов, которые при соответствующей величине и фазе могут вызывать передачу эпергии от сивновой системы к решетке либо обратно.

Спин-решеточная релаксация существенно уменьшает время жизни частиц. Среднее время жизни частиц, обусловленное только процессами спин-решетчатой релаксации, называют временем спинрешеточной релаксации и обозначают через Т<sub>1</sub>.

Спин-спиновая релаксация. Под спин-спиновой релаксацией понимают взаимодействие соседних спинов (или в общем случае взаимодействие соседних молекул). Поскольку каждый спин обладает своим магнитным моментом, при небольших расстояниях между

спинами они могут оказывать друг на друга заметное свловое воздействие и обмениваться энергией, что уменьшает время жизни частиц. Для характеристики этого процесса аналогично предыдущему вводят попятие времени спин-спиновой релаксации Т<sub>2</sub>.

Время сини-синновой релаксации зависит от концентрании синнов в объеме. Для его увеличения кристаллы «разбавляют» магнитопассивными ионами. Например, в рассматриваемых ниже мазерах н лазерах применяют кристаллы рубина, состоящие на 99,9% из магнитнопассивной окиси алюминия и только на 0,1% из окиси хрома, в которой лишь ионы хрома являются магнятоактивными и используются для получения усилительно-генераторных эффектов.

Для сред, применяемых в мазерах, снии-спиновая релаксация обычно преобладает над синн-решеточной. Ес время  $T_2$  составляет примерно 10-8 с, а полоса частот нарамагнитного резонанса в соответствии с ф-лой (7.19) — порядка 100 МГп. Ниыми словами, полоса усиления такой парамагнитной среды не превышает 100 MΓπ.

### ТЕНЗОР МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ

Парамагнитный и ферромагнитный резонансы в принцине представляют собой одно и то же физическое явление. Только ферромагнитный резонанс--это резонане в среде с большой плотностью магнятых моментов, а нарамаг-

интный — это резонанс в среде с малой илотностью тех же частиц. Поэтому математический аннарат расчета ферромагнитного резонанса, известный из курса «технической электродинамики», можно использовать и для исследования нарамагинтного резонанса. В частности, тензор магнитной воспринмчивости парамагнитной среды имеет внд:

$$||x|| = \begin{vmatrix} x & -i\kappa & 0 \\ i\kappa & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Зависимость вещественных и мнимых частей составляющих тензора и и к ог частоты (или ог ноля  $H_0$ , поскольку  $\omega_0 = yH_0$ , носит резонансный характер). Для обычных сред эта зависимость рас. 8.5. представлена на рис. 8.5.

Если перед формулами, по которым построены пой восприминивости от чаэти кривые, изменить знак на обратный, то цолучаются выражения, определяющие те же зависи-



Завиенмость COстазляющих тензора магнятстоты

мости для активной среды. Ниыми словами, последине как бы являются зеркальнымы отображениями кривых, приведствиих ча рис. 8.5.

### ПРОДОЛЬНЫЙ ПАРАМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

Практически приходится иметь дело с двумя частными случаями парамагнитного резонанса - с продольным, когда волна распространяется вдоль намагничивающего поля, и с поперечным, когда волна распространяется перпендикулярно намагшинающему полю.

Рассмотрим первый случай. При продольном резонансе направление и частота вращения поля волны с круговой поляризацией должны совпадать с направлением и частотой прецессии магнитных моментов среды. Отсюда однако не следует, что линейно поляризованная волна не взаимодействует с парамагнитной средой.

Линейно поляризованную волну всегда можно представить в виде двух воли круговой поляризации, вращающихся в противоположных направленнях (рис. 8.6а). А это означает, что параматнитный резонанс будет наблюдаться и при использовании лицейно поляризованных воли.

Однако такой резонанс имеет ряд особенностей. Так, если линейно поляризованная волна распространяется в обычной среде, он проявлятся в резо-



Рис. 8.6. Представление линейно-поляризовалной волим в виде двух воля круговой поляфизации:

а) в общем случае: б) в краллом волноводе

нансном поглощении одной из лвух вращающихся воли, составляющих линейно-поляризо-BOJHY. Оставшаяся ванную вторая волна круговой поляризации сохраняет свою амилитуду неизменной. В результате лицейно-поляризованная волна как бы превращается в волну с круговой поляризацией с вдвое менылей амилитудой (при малом – поглощении паблюдается еще эффект Фарадея, который в данном случае антереса не представляет).

В актианой среде, наоборот, одна из двух воли круговой поляризации усиливается, и поэтому при парамагнитном резонансе линейно поляризованная волиз постепенно превращается в волиу с круговой поляризацией при одновременном увеличении се амплитуды.

Парамагнитный резонанс в круглом волноводе. На рис. 8.66 показан один из вариантов практического использования продольного парамагнитного резонанса для целей усиления. Здесь вдоль оси круглого волновода с волной типа  $H_{12}$  расположен продольно намагниченный стержень из парамагнитного вещества. Ввиду малости диаметра стержия волна в нем близка к линейно поляризованной и, следовательно, ее можно представить в виде суммы двух воли круговой поляризации, зращающихся в противоположных направлениях.

Поскольку поле в стержие удселетворяет указанным выше требованиям, то кри инверсии уровней одна из этих воли начиет усиливаться и, следовательно, в принципе, все усгройство в целом будет выполнять роль усилителя (при одновременном превращении линейно поляризованной волим в волну с круговой поляризацией).

Однако усилители на продольном резонансе применения не нашли из-за трудности получения в соленоиде поля большой напряженности.

### ПОПЕРЕЧНЫЙ ПАРАМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

Анализ показывает, что если волна распространяется перпендикулярно внешнему магнитному полю  $H_0$ , то в этом случае также возможен резонанс, если вектор  $E_{\sim}$  волны параллелен намагничнвающему полю. Парамагнитный резонанс, возникающий при поперечном распространении волны, называется поперечным. Поперечный резонанс, в принципе, иссколько отличается от продольного. Так, угловая частота  $\omega_{\perp}$ , при которой наблюдается поперечный резонанс, не совпадает с частотой  $\omega_0$  продольного резонанса:  $\omega_{\perp} = \omega_0 \sqrt{1 - M/H_0}$ , где M — намагниченность насыщения парамагнитной среды. Однако это различие заметно лишь в случае ферромагнитного резонанса, когда отнощение  $M/H_0$  велико. Для парамагнитного же резонанса  $M/H_0 \ll 1$ , и поэтому частоты продольного и поперечного резоналсов практически совпадают. Между продольным и поперечным резонансами имеются и другие различия, которые по тем же причинам исзначительны, и поэтому ими тоже можно пренебречь. В дальнейшем свойства поперечного и продольного резонансов будем полагать одинаковыми.

Парамагнитный резонанс в прямоугольном волноводе (резонаторе). Пример практического использования поперечного парамагнитного резонанса для целей усиления пллюстрируется рис. 8.7а.



Рис. 8.7. К поясневию поперечного парамагнятиого резонанса: а) в прямоугольном волноводе; б) в резонаторе; в), г) в коаксиальной линии прямоугольного сечения

В прямоугольном волноводе, полностью заполненном парамагнитной средой, распространяется волна  $H_{01}$  (или в общем случае  $H_{mn}$ ). К волноводу перпендикулярно его широким стенкам приложено намагничивающее поле  $H_0$ .

Раскладывая волну  $H_{01}$  в прямоугольном волноводе на падающую и отражающуюся от боковых стенок, как показано на рисунке пунктирными линиями, и учитывая, что их электрическое поле  $E_{\sim}$ параллельно внешнему намагничивающему полю, нетрудно видеть, что данная система удовлетворяет требованиям поперечного резонанса. Следовательно, в таком волноводе при инверсии уровней будут усиливаться электромагнитные колебания частоты  $\omega$ , равной частоте  $\omega_{\perp}$  поперечного парамагнитного резонанса:  $\omega = \omega_{\perp} \approx$  ≈ ω<sub>0</sub> = ү*H*<sub>0</sub>. Изложенное распространяется и на прямоугольный резонатор, показанный на рис. 8.76.

Парамаенитный резонанс в коаксиальной линии прямоугольного сечения. Коаксиальная линия прямоугольного сечения показана на рис. 8.7а. Она представляет собой трубу прямоугольного сечения, в центре которой проходит металляческая илоскость. Магнитное поле  $H_{\sim}$  волны ТЕМ, распространяющейся в такой линии, имеет вид замкнутых колец, охватывающих внутреннюю плоскость. Причем сверху и синзу от внутренией плоскости магнитные силовые линии близки к горизонтальным прямым. В тех же областях линии электрического поля  $E_{\sim}$  близка к вертикальным.

Следовательно, если области, расположенные выше и ниже внутренней жилы, заполнить парамагнитной средой, а перпендикулярно широким стенкам лиции приложить намагничивающее постоянное поле  $H_0$  (рис. 7г), то в такой системе должен наблюдаться парамагнитный резонанс, поскольку поля  $E_{\sim}$  и  $H_{\sim}$  удовлетворяют требованиям поперечного резонанса <sup>1</sup>).

Таким образом, коаксиальная линия прямоугольного сечения и резопатор, выполненный на ее основе, могут использоваться для практической реализации парамагнитных усилителей. В следующем параграфе приведены конструкции квантовых парамагнитных усилителей, в основе которых лежат рассмотренные схемы.

# 8.3. Трехуровневый мазер на резонаторе

# ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Общим для мазеров, рассматриваемых в данной главе, является использование в целях генерации и усиления зеемановских уровней.

По этой причине в качестве активной среды в них используются лишь среды, обладающие заметными магнитными свойствами. Поскольку в обычных условиях в химических соединениях магнитные свойства сохраняются, как правило, лишь у элементов переходных групп (см. 6.4), то именно они и употребляются в данных устройствах. Из этих элементов наибольшее применение получил хром.

Неотъемлемой частью парамагнитных мазеров является электромагнит (или постоянный магнит), необходимый для расщепления уровней.

Существуют две основные схемы усилителей: отражательного типа и проходного. Как правило, усилители собирают по схеме отражательного типа. Схему проходного типа, имеющую худние параметры, применяют редко, главным образом в тех случаях, когда отсутствуют ферритовые циркуляторы нужного диапазона.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Вообще говоря, после запольения лични парамагнитной средой структура поля в ней иссколько изменится и но сесему характеру приблизится к полю прямоугольного волновода. Однако это не меняет хода рассуждений и получаемых выводов.

### УСИЛИТЕЛЬ ОТРАЖАТЕЛЬНОГО ТИПА

В настоящее время выпускаются циркуляторы двух типов четырех- и трехплечие. Усилитель по схеме на отражение можно выполнить, используя любой из указанных циркуляторов. При этом по коэффициенту усиления и полосе частот схемы будут эквивалентны, но по шумовой температуре усилитель с трехплечим циркулятором будет в общем случае уступать усилителю с четырехплечим циркулятором. Рассмотрим основные свойства усилителей.

Схема усилителя с четырехплечим циркулятором показана на рис. 8.8а. Сигнал Рих из аптенны проходит через четырехплечий



Рис. 8.8. Схемы нарамарнитных мазеров: а) на четырехплечем циркуляторе; б) на трехплечем циркуляторе

циркулятор 1 в резонатор 2, в котором размещен кристалл рубина 3, выполняющий роль активной среды. Если энергетические уровни рубина инвертированы, то поступивший в резонатор сигнал усилится и, выйдя из него через циркулятор, попадет в выходное плечо 8.

Собственно усилителем здесь является резонатор с находящейся в нем активной средой. Однако этот усилительный элемент является двухполюсником, не имеющим направленных свойств усиления. Его вход и выход объединены в одном волноводном тракте: по одному и тому же тракту в одном направлении (к резонатору) распространяется сигнал из антенны, а в другом — усиленный сигнал. Циркулятор благодаря своим невзаимным свойствам превращает усилитель в устройство с разделенным входом и выходом (четырехполюсник).

Ипверсия уровней обеспечивается генератором накачки 7, излучение которого через вентиль 6 поступает в тот же резонатор 2 через элемент связи 5 типа щели, петли или зонда. Мазер работает по схеме трехуровневой ниверсии, поэтому частота накачки больше частоты сигнала и соответствует переходу между уровиями 1---3 на рис. 8.1. Для увеличения инверсии кристалл рубниа охлаждают, погружая весь резонатор в криостат с жидким гелием или другим подходящим хладоагентом. В некоторых случаях ограничиваются охлаждением до температуры жидкого азота.

Внешнее магнитное поле, необходимое для получения в рубине зеемановских уровней, создается электромагнитом 4 (или постоянным магнитом) и прикладывается непосредственно к резонатору. Сам электромагнит размещается либо спаружи крностата, либо внутри его. В последнем случае требующиеся размеры электромагнита получаются меньше, а его глубокое охлаждение позволяет уменьшить потребляемую мощность практически до нуля (за счет эффекта сверхпроводимости).

Шумовые свойства усилителя с четырехплечим циркулятором. К выходному плечу квантового усилителя обычно подсосдиняется смеситель или последующий каскад усиления, как правило, с большим уровнем шумов. Если эти шумы проникнут в резонатор квантового усилителя, они усилятся вместе с полезным сигналом и ухудшат отношение сигнал/шум. Достоинством рассмотренной схемы усилителя с четырехплечим циркулятором является то, что ее работа практически не зависит от шумов последующего каскада. Действительно, шумы последующего каскада через циркулятор поступают в четвертое плечо, нагруженное балластной нагрузкой 9 (рис. 8.8а). Поскольку балластные нагрузки хорошо согласованы с трактом в широкой полосе частот, то все поступающие в нее шумы практически полностью поглощаются без заметного отражения и нотому до резонатора усилителя не доходят.

Правда, балластная нагрузка сама излучает в циркулятор собственные шумы, которые дальше поступают в антениу. Поскольку антениа согласуется с трактом значительно хуже балластной нагрузки, то часть шумов отражается от нее и через ширкулятор поступает непосредственно в резонатор мазера, где они усиливаются наравие с полезным сигналом. Однако уровень шумов балластных нагрузок сравнительно невелик, так как шумовая температура согласованной нагрузки при компатной температуре составляет всего лишь 290°К и может быть существенно снижена, если нагрузку охладить (вместе с резонатором в одном криостате). Поэтому ухудшение шумовых свойств усилителя за счет шумов балластной нагрузки практически получается незначительным.

Усилитель с трехплечим циркулятором. При использовании трехплечего циркулятора схема установки по сигнальной частоте имеет вид представленной на рис. 8.86 (цепь накачки и электромагния не показаны). По усилительным свойствам эта схема практически идентична схеме с четырехплечим циркулятором, однако уступает последней по шумовым характеристикам. Действительно, в трехплечей схеме шумы, идуще от смесителя или последующего каскада усиления через выходной тракт в пиркулятор, далее поступают в антенну. Отражаясь от последней, эти шумы поступают в резонатор, где и усиливаются наравне с полезным сигналом. Поскольку мощность шумов от последующего каскада обычно значительна (шумовая температура входа смесителя может значительно превышать 1000°К), то препебрегать ухудшением шумовых свойств квантового усилителя за счет указанного фактог в трехплечей схеме, как правило, нельзя.

# УСИЛИТЕЛЬ ПРОХОДНОГО ТИПА

На рис. 8.9 ноказаны три схемы усилителя проходного тыпа, стличающиеся видом связи выходного тракта с резонатором усилителя (с номощью нетли, штыря и диафрагмы). Цель накачки и электромагнит здесь не показаны. Усилитель имеет разделенные вход и выход (является четырехполюсником). Однако развязка между входным и выходным трактом достигается за счет ухудшения основных нараметров усилителя, поскольку усиленный в резонаторе сигнал не только поступает в полезную чагрузку, но и отражается обратно во входной тракт, поглощаясь в ферритовом вентиле. Таким образом, лишь часть усиленного сигнала используется полезно, другая же его часть просто превращается в тепло. Вследствие этого

усилитель проходного типа при прочих равных условнях имеет меньшие коэффициент усиления и полосу частот, чем усилитель отражательного типа, и на практике, как правило, не примедчется.







Рис. 8.10. Конструкция резонатора, применяемот в мазерах

#### конструкция резонаторов

Назначение резопатора — увеличить напряженность поля сигнала за счет многократных отражений его от стенок резонатора и тем самым увеличить интенсивность вынужденных переходов, определяющих усиление среды. Чем больше добротность резонатора, тем больше коэффициент усиления (КУ). Но при больших добротностях поле резонатора увеличивается лишь в узкой полосе частот около резонансного значения. Соответственно и КУ возрастает лишь в узкой полосе частот. Поэтому резонаторные усилители, работающие при больших добротностях резонатора, в общем случае сравнительно узкополосны (математически эта зависимость анализируется в гл. 9).

Однако интенсивность вынужденных переходов, определяющих КУ, в резонаторе резко возрастает лишь в условиях парамагнитного резонанса, два частных случая которого были рассмотрены выше. Поэтому при конструировании резонатора наряду с требуемой добротностью необходимо обеспечить выполнение условий парамагнитного резонанса.

В настоящее время применяют в основном два типа резонаторов, обеспечивающих указанные требования, — прямоугольный (рис. 8.7*a*, *б*) и коаксиальный резонатор прямоугольного сечения (рис. 8.7*a*). В обонх резонаторах возникает поперечный резонанс. Прямоугольный резонатор используют, главным образом, в коротковолновой части диапазона свч, где его размеры получаются приемлемыми. На более длинных волнах предпочтение отдают коаксиальным конструкциям.

Пример конструкции резонатора, применяемого в некоторых мазерах, показан на рис. 8.10. На сигнальной частоте в резонаторе возбуждаются колебания типа ТЕМ. Длина внутреннего проводника коаксиального резонатора равна  $\lambda_c/4$  (так называемый резонатор холостого хода). Подбирая длину внутреннего проводника, резонатор настраивают на сигнальную частоту. Для обеспечения резонанса на частоте накачки (т. с. на частоте, превышающей частоту сигнала) в такой системе используется структура поля не типа ТЕМ, а свойственная прямоугольному резонатору, который получается при удалении из этой конструкции внутренней плоскости (внутреннего проводника коаксиала).

Действительно, рассматривая поперечное сечение резонатора (рис. 8.10), можно видеть, что для колебаний типа И<sub>си</sub> электрическое его поле перпендикулярно плоскости внутреннего проводника и, следовательно, такой проводник практически не влияет на характер этих колебаний. Таким образом, конструкция обеспечивает раздельную настройку частот сигнала и накачки: резонанс на сигиальной частоте подбирается длиной внутреннего проводника, от которого не зависит резонанс для частоты накачки. Наоборот, резонанс на частоте накачки подбирается геометрическими размерами внешнего проводника резонатора, от которых практически не зависит резонанс на частоте сигнала.

# 8.4. Мазеры других типов

# МАЗЕРЫ С ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВОЙ СХЕМОЙ ИНВЕРСИИ

Уделичение индерсии. Паличие у рубила четвертого элергетического уровия нозволяет использовать этот уровень для увеличения инверсия. Рассмотрим четырехуровневую схему инверсии рис. 8.11а. Здесь частоты переходов  $f_{42}$  и  $f_{31}$  выбраны равными друг другу и частоте накачки: ( $f_{42} = f_{31} = f_{42}$ ). Три инжних уровия используются в этой схеме так же, как и в уже рассмотренной выше трехуровневой схеме, и нотому в поясиениях не чуждаются.

Четвертый же уровень под действием мощности найчаям заполняется частицами с уровия 2, так как мощесеть накачки стремится уравнять населенность этих уровней (а вследствие релаксационных перехолов населенность уровия 4 тем не менее поддерживается относительно небольшей).

Но это означает, что уровень 4 дополнительно уменьшает населенность уровня 2 и тем самым как бы увеличивает инверсию, образующуюся между уровнями 3--2.
Накачка на более низкой частоте. В рассмотренных выше схемах частотанакачки выбиралась большей частоты сигнала. Однако в четырех уровневых системах можно обсенечить и обратное соотношение, т. с.  $f_{\rm H} < f_{\rm e}$ .

Схема виверсии, работающая при низкочастотной накачке, приведены на рис. 8.116. Показанное на этом рисунке соотношение населенностей урозней





Рис. 8.12. К определению оптимальной длительности импульса

обеспечивается при отпосительно малом времени релаксации для перехода 2-2. В этих условиях электроны как бы накапливаются на уровне 2.

Здесь частоты переходов 4—2 и 3—1 равны частоте накачки, а уровни 4—1 оказываются инверсиыми. При использовании перехода 4—1 для усаления сигнала схема работает при частоте пакачки, меньшей частоты сигнала.

Если в этой схеме используются уровни рубная, угол между осью кристалла рубниа и внешним намагничивающим полем выбирают равным  $\theta = 54,44$  (см. рис. 8.3*e*).

#### МАЗЕРЫ, РАБОТАЮЩИЕ В ИМПУЛЬСНОМ РЕЖИМЕ

Импульсные методы позволяют создать схему, работающую на частоте, равной частоте накачки или даже превышающей се. Такие устройства можно применять на значительно более высоких частотах, чем трехуровневые мазеры с пепрерывным режимом работы. Недостатком этих устройств является сам импульсный характер работы, который далеко не везде может быть использован.

Ниже описывается несколько импульсных методов ишверсии, один из которых основан на использовании трех уровней, а остальные -- на использовании двух уровней.

Инверсия методом мощного кратковременного импульса. Предположим, чтэимеются два уровня, между которыми разрешены переходы. При тепловом равновесии населенности уровней определяются соотношением Больцмана, причем населенность верхнего урозня меньше населенности нижнего.

Прилежим к такой среде мощный, по кратковременный импулье свч, частота которого соответствует частоте данного перехода. Под воздействием этого импульса в среде возникнут вынужденные переходы. В червый момент почти все снины вижнего уровия перейдут на верхний, а спины верхнего уровия - на нижний. Иными словами, спины верхнего и вижнего уровней как бы поменяются местами и тем самым изменят населенность уровней на обрат ную: уровни в первое меновение окажутся инвертированными.

Если в следующий момент времени сигнал свя сохранится, то вынужденные нереходы будут продолжаться и в консчном счете паселенность уровней примерно уравняется, т. с. полученная вначале инверсия окажется уничтоженной. Эти процессы показаны графически на рис. 8.12. Из рисунка видно, что мошный сигнал должен иметь малую, по вполне определенную длительность, при которой инверсия получается наибольшей. При длительности сигнала, большей или меньшей этого оптимального значения, инверсия будет либо слабой, либо вообще не реализуется.

К сожалению, такая инверсия сохраняется относительно недолго. Как только в усилитель поступает полезный сигнал, инверсия быстро исчезает под воздействием тех вынужденных переходов, которые этот сигнал вызывает. Но даже при отсутствии полезного сигнала инверсия исчезает в результате спонтанных и релаксационных переходов. Поэтому возможности применения таких усилителей весьма ограничены.

Инверсия методом свипирования частоты накачки. В отличие от метода, рассмотренного выше, на активную среду в данном случае воздействует свч сигнал постоянной амплчтуды, по переменной частоты. В указанных условиях частота сигнала совиздает с частотой перехода лишь на протяжении небольшого интервала времени. Эго означает, что практически заметное взанмодействие поля со средой наблюдается лишь в течение небольшого отрезка времени при совиздении частот сигнала и перехода. В остальное же время сигнал не взаимодействует со средой. Иными словами, механизм взаимодействия в некотором отношении подобсе воздействию на среду кратковременного импульса с длительностью, равной времени, в течение которого частота сигнала находится в полосе перехода рассматриваемых уровней.

Виезапное обращение поля. Этот метод сводится к быстрому (по возможности, к мгновенному) изменению паправления постоянного намагничивающего поля. В том случае, если паправление постоянного намагничивающего поля мгновенно изменится на обратное, эпергетические уровни вецества поменяются местами. Все частицы, походившиеся ранее на верхнем уровне, окажутся на нижнем и наоборот. Иными словами, произойлет изверсия уровней, после которой начиется процесс возвращения к тепловому равновесию в результате спонтанных и релаксационных переходов. Отрезок времени, в течение которого населенность верхнего уровня будет еще преобладать над населенностью нижнего, можно использовать для успления сигнала.

Реализация этого метода затрудияется обеспечением требуемой скорости изменения направления магнитного поля (порядка 0,01 мкс), напряженность которого для нарамагнитного резоненся в сантиметровом дианазоне воли измеряется тысячами эрстед. Ввиду указанных трудностей этог метод практического применения нока не нашел.

Свитирование чистоты с глубоким изменением магнитного поля. Сочетая метод свитирования частоты с быстрым изменением магнитного поля, можно обеспечить импульсное усиление на частотах, больших частоты накачки. Сущность этого метода сводится к следующему; после инверсии в результате свииирования частоты накачки памагничивающее поле быстро увеличивают до требуемой напряженьости. Поскольку с увеличением намагничивающего поля возрастают энергетическая разность зсемановских уровней, а следовательно, и частота перехода, рассматриваемый метод позволяет, в принцине, осуществить импульсную работу на частотах, значительно превышающих частоту накачки. Основные трудности реализации этого метода примерно те же, что и для метода внезавного обращения поля: время, в течение которого изменяется намагничивающее поле, должно быть небольшим по сравнению с времечем релаксации инвертированных уровней.

Трехуровневая схема с слубоким изменением магнитного поля. Частоту усиления в трехуровневой схеме с пепрерывной накачкой также можно увеличить путем кратковременного и быстрого увеличения намагничивающего поля. При этом режим усиления становится, конечно, имлульсным.

Такая схема была практически осуществлена Фонером и Мано. При частоте накачки 12,7 ГГп и частоте инверсного перехода в непрерывном режиме 3 ГГп памагничивающее поле увеличивалось с 2500 до 29.290 Гс при времени нарастания около 500 мкс. Инверсный переход 1—2 при этом обеспечивал последовательную генсранню на различных резонансных частотах резонатора, соответствовавших высщины типам колебаний и имевшим частоты вилоть до 75 ГГп. Всего наблюдалось 14 рабочих течек. Последовательное возбуждение ряда частот объясняется в данном случае плавным увеличением частоты парамагнитного резонанса на протяжении 500 мкс в результате увеличения напряженности магнитного поля с 2500 до-29,200 Э.

#### 8.5. Квантовый парамагнитный усилитель бегущей волны

#### коэффициент усиления

Усилитель бегущей волны (УБВ) в общем случае представляет собой отрезок волновода, вдоль которого расположено активное вещество, обычно не полностью заполняющее поперечное сечение волновода. В последнем размещается также замедляющая система (той или иной конструкции) для уменьшения скорости волны. Чем меньше скорость волны, тем дольше распространяется волна внутри активной среды и тем больше коэффициент усиления такого прибора.

Случай полного заполнения. Прежде чем рассчитывать коэффициент успления УБВ, рассмотрим модель волновода полностью заполненного изотронной средой с определенными значениями є и  $\mu^{-1}$ ). Форма волновода и тип замедляющей системы в данном случае несущественны. Для определенности положим, что роль замедляющей системы выполняет среда (вследствие своей большой диэлектрической проницаемости), а форма волновода — прямоугольная (рис. 8.13а). В таком волноводе поле волны  $H_{01}$  описывается выражением

$$E = E_0 e^{-ik_z^2 z} e^{-k_z^2 z}, \qquad (8.9)$$

где

$$k'_{z} = \sqrt{\omega^{2} \varepsilon' \mu' - \left(m \frac{\pi}{a}\right)^{2}}, \quad k''_{z} = \frac{\omega}{2v_{\rm rp}} \operatorname{tg} \Delta,$$
$$v_{\rm rp} = \frac{1}{1 \, \overline{\varepsilon' \mu'}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\rm Kp}}\right)^{2}}.$$

Причем для днэлектрика tg  $\Delta = \varepsilon''/\varepsilon'$ , для парамагнетика при отсутствии днэлектрических потерь tg  $\Delta = \mu''/\mu_0$ , а в общем случае при малых  $\varepsilon''$  и  $\mu''$  tg  $\Delta = \varepsilon''/\varepsilon' + \mu''/\mu_0$ .

Поскольку выражение для tg  $\Delta$  в общем случае состоит из двух слагаемых, одно из которых может быть положительным, а дру-

<sup>4</sup>) Нараматинтиая среда в прямоугольном волноводе, к широким стенкам которого приложено постоянире магинтное поле  $\mathbf{H}_0$ , может рассматриваться как изотропная с с п  $\mu_{\perp} = \frac{\mu^2 - \kappa^2}{\mu}$  (см. 8.2).

гое — отрицательным (например, в парамагнетике при инверсии уровней  $\varepsilon'' > 0$ , а  $\mu'' < 0$ )<sup>4</sup>), то и величину  $\kappa_z''$  тоже можно представить в виде суммы положительного и отрицательного слагаемых:

$$\kappa_{z}^{"} = \frac{\omega}{2\upsilon_{\rm rp}} \left( \frac{\varepsilon^{"}}{\varepsilon'} + \frac{\mu^{"}}{\mu_{0}} \right) = \kappa_{z\varepsilon}^{"} + \kappa_{z\mu_{0}}^{"}$$
(8.10)

Положительное слагаемое (например,  $\kappa_{z\epsilon}^{"}$ ) называется коэффициентом затухания, а модуль отрицательного слагаемого ( $|\kappa_{z\mu}^{"}|$ ) коэффициентом квантового усиления. Коэффициент затухания характеризует скорость затухания волны, а коэффициент квантового усиления, наоборот, — скорость ее нарастания.



Рис. 8.13. К определению козффициента усиления в прямоугольном волноводе, полностью заполненном парамагнятной средой: а) волновод; б) структура магнитных силовых линий

Если коэффициент затухання меньше коэффициента квантового усиления, то волна в такой среде в целом усиливается и ее амплитуда увеличивается в е раз на отрезке  $z=1/|\kappa_{ze}^{"}|=1/|\kappa_{ze}^{"}+\kappa_{z\mu}^{"}|$ . А коэффициент усиления на участке волновода длиной *l* составляет

$$K_0 = 20 \lg \frac{U_{\text{nblx}}}{U_{\text{nx}}} = -8,69 \kappa_z^{"} l = -8,69 \frac{\omega}{v_{\text{rp}}} \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} + \frac{\mu''}{\mu_0}\right) l, \text{ gB.} \quad (8.11)$$

Таким образом, выраженный в децибелах коэффициент усиления волновода, полностью заполненного активной средой, обратно пропорционален групповой скорости волны и прямо пропорционален длине волновода, а также алгебраической сумме  $\varepsilon''/\varepsilon' + \mu''/\mu_0$ , определяющей потери и усиление среды. Увеличение  $K_0$  с уменьшением  $v_{\rm rp}$  объясняется тем, что чем медлениее волна распростраияется вдоль волновода, тем больше время ее взаимодействия со средой и, следовательно, тем большее число активных частиц  $\Delta N = N_2 - N_1$  отдадут ей свою эпергию.

Случай неполного заполнения. Как правило, в УБВ используются кристаллы, заполняющие лишь часть объема волноводной системы. Применительно к рассмотренному прямоугольному волноводу это означает, что парамагиетик представляет собой длиниую пластину, расположенную вдоль волновода параллельно его

<sup>1</sup>) Напомним, что в соответствии с ф-лой (7.16)  $\mu''$  проворановально числу октивных частиц  $\frac{\mu''}{\mu_0} := (N_{2} - N_1)B_{21} - \frac{h}{2\pi}$ . узкой стенке. Как показывает соответствующий анализ, в этом случае усиление на том же участке длиной *l* волновода будет мещьше, чем при полном заполнении его поперечного сечения.

Решение такой электродинамической задачи сложнее, чем решение предыдущей. Однако, практически, и в этом случае усилеине системы можно рассчитывать по приведенным выше формулам, но только вместо  $\mu''$  в них следует подставлять эффективное значение  $\mu_{s\phi}^{*} = \beta \mu''$ , где  $\beta < 1$ . Величина  $\beta$  зависит от толщины пластины и места ее расположения в волноводе. В нервом приближении эта величина пропорциональна объему пластины и квадрату интенсивности вращающегося магнитного поля, которое было бы в том же сечении при отсутствии пластины (направление вращения поля должно совпадать с направлением прецессии спинов). Зависимость  $\beta$  от положения пластины в волноводе рассмотрена ниже.

В заключение следует заметить, что из-за обычно малых значений  $\mu''/\mu_0$  (порядка сотых долей единицы) и веполного заполнения поперечного сечения волноведущей системы коэффициент усиления VБВ на единицу длины получается небольшим. Без замедляющей системы в сантиметровом диалазоне воли при  $v_{rp} = c_0$  для получения коэффициента усиления 10 дБ требуется волноводный тракт длиной порядка нескольких метров. Поэтому проблема разработки VБВ тесно связана с проблемой создания в волноводе эффективной замедляющей системы.

### устойчивость убв и направленность его усиления

В отличие от резонаторных усилителей, устойчивость УБВ исобычайно высока. Заметные рассогласования входного или выходного тракта, которые резко меняют усиление резонаторного усилителя, практически не влияют на коэффициент усиления УБВ. Устойчивость в данном случае является следствием самого принципа работы УБВ, поскольку — это усилитель без обратной связи (если не считать паразитных связей), а резонаторный усилитель имеет положительную обратную связь, т. с. является регенеративным.

Действительно, резонаторный объем в резонаторном усилителе служит для того, чтобы сигнал после первого прохождения им активной среды вновь направить обратно в среду для повторного, многократного усиления, а в этом и заключается принцип обратной связи. Положительная обратная связь позволяет при прочих равных условиях значительно повысить усиление, но при этом ухудшается стабильность работы и существенно уменьшается полоса частот. Ноэтому резонаторные усилители обычно работают при КУ менее 20 дБ.

Усилитель бегущей волны не имеет указанных недостатков, и поэтому его коэффициент усиления значительно выше (20÷30 дБ) при сохранении сравнительно широкой полосы частот (порядка 0,5 от волосы частот переходов инверсиых уровней) и устойчивости. Однако для сохранения указанных преимуществ конструкция УБВ должна обеспечивать однонаправленное усиление, при котором волна, распространяющаяся в одном направлении, усиливается, а волна обратного направления либо не усиливается, либо даже ослабляется<sup>1</sup>).

Рассмотрим методы получения направленного усиления в УБВ на примере того же прямоугольного волновода. На рис. 8.136 показана структура магнитных силовых линий в некоторый момент времени. Эта конфигурация поля перемещается вдоль волновода с фазовой скоростью волны. Поэтому, как видно из рисунка, поля в произвольных неподвижных относительно волновода точках Aи C не только меняют со временем свою величину, но и вращаются в противоположных направлениях, описывая в общем случае эллипс. В точке A ноле вращается против часовой стрелки, а в точке C — по часовой стрелке. Для волны обратного направления вращение поля в указанных точках меняется на противоположное. На некотором расстоянии от боковой стенки волновода эллиптическая поляризация вырождается в круговую (вдали от критической частоты это расстояние примерно равно четверти ширины волновода).

В 8.2 было показано, что парамагнитный резонанс наблюдается лишь при одном направлении вращения магнитного поля. Следовательно, если поместить в сечение *CD* пластину из парамагнетика и намагнитить ес постоянным полем, то при распространении прямой волны в пластине будет наблюдаться парамагнитный резонанс, а со встречной волной парамагнетик взаимодействовать не будет. Другими словами, усиление в такой системе будет иметь место только для прямой волны.

Аналогично пластина в сечении АВ будет усиливать только обратную волну и не будет взаимодействовать с прямой волной.

Таким образом, однонаправленное усиление реализуется в том случае, если в прямоугольном волноводе использовать только одну пластину парамагнетика, расположенную несимметрично по отношению к середине волновода. При использовании в УБВ замедляющих систем конфигурация поля несколько усложияется, но принцип реализации направленного усиления остается тот же.

В заключение отметим, что в УБВ возможно не только однонаправленное усиление, но и большое резонансное поглощение для обратной волны. Действительно, поместим в сечения AB и CD по одной пластине, для одной из которых  $\mu'' < 0$ , а для другой  $\mu'' > 0$ . Тогда при прямой волне парамагнитный резонанс будет наблюдаться в одной пластине, а при обратной — в другой. Однако из-за разных знаков магнитных проницаемостей пластин эти парамагнитные резонансы в одном случае будут выражаться в усилении, а в другом — в поглощении волны, и, следовательно, волна одно-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Рассмотренный выше прямоугольный волновод с полным заполнением этому условию не удовлетворяет.

го направления будет в такой системе усиливаться, а волна другого направления — ослабляться. На практике в качестве поглощающей пластины используют не парамагнетик, а феррит (ферромагнитный резонанс) в виде пластичы или шариков.

### конструкции убв

Пример конструкции УБВ сантиметрового дианазона воли показан на рис. 8.14 (без электромагнита и криостата). Усилитель состоит из волновода 5 с замедляющей системой, выполненной в виде гребенки 1, по обе стороны от которой расположены пара-

магнитные кристаллы 2. Коэффициент замедления составляет около 50—200.

Наружная оболочка УБВ ограннчивает объем, занимаемый электромагнитным полем усиливаемого сигнала, и одновременно служит волноводом, по которому полволится парамагнитным К кристаллам напряжение пакачки. Для поглощения обратной волны нспользуются ферритовые 9.16менты 3 в виде шариков вля лисков.



Рис. 8.14. Устройство парамагнитного УБВ

В заключение можно отметить возможность перестройки частоты УБВ изменением напряженности  $H_0$  намагничивающего поля. Действительно, при изменении  $H_0$  изменяется частота парамагнитного резонанса, а следовательно, и частота усиления. Что же касается замедляющей системы, то ввиду ее широкополосности она работает без перестройки в сравнительно широкой полосе (в резонаторных усилителях перестройка усилителя требует перестройки самого резонатора, что связано с большими конструктивными трудностями).

#### параметры и область применения парамагнитных мазеров

Парамагнитные мазеры отличаются исключительно низким уровнем собственных шумов. Причем в лучших образцах шумовая температура может быть порядка 5÷20°К. Однако необходимость глубокого охлаждения до температуры жидкого гелия или водорода делает их сложными и громоздкими, что значительно ограничивает возможные области их использования.

Коэффициент усиления резонаторных усилителей обычно выбирают небольшим: порядка 10÷15 дБ, а в УБВ порядка 20÷30 дБ. Полоса усиления в сантиметровом диапазоне порядка десятков мегагерц.

Парамагнитные мазеры применяются в тех областях, где малая шумовая температура имеет решающее значение, например, в радиоастрономии, космической связи, радиолокации и др.

# Глава 9

# ОБЩИЕ ВОПРОСЫ РЕЗОНАТОРНЫХ КВАНТОВЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ И ГЕНЕРАТОРОВ

# 9.1. Эквивалентные схемы квантовых приборов

#### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

По конструкции мазеры, даже если отброенть все вспомогательные элементы и рассматривать только тракт сигнала, могут существенно отличаться друг от друга. В частности, в вих могут использоваться резонаторы объемные или коаксиальные, отража-



Рвс. 9.1. Проходные резонаторы различных типов и их эквивалентяная схема

тельные или проходные.

Однако более тщательное неследование показывает, что в электродинамическом отношении все резонаторы не только мазеров, но и рассматриваемых в следующей главе лазеров хотя и различаются качественно, однако работают по одному принципу, а их схемы являются вариантами схемы проходного резонатора (рис. 9.1).

Па рис. 9.1а показано сечешие проходного резонатора, выполненного на основе прямоугольного волновода. В этой схеме не трудно узнать либо проходной мазер, показанный на рис. 8.9, либо отражатель-(рис. 8.8) (в последнем ный случае правую днафрагму следует считать полностью отражающей и «пододвинуть» ее вплотную активной среде K  $(l_3 - 0)$ ].

На рис. 9.16 приведен коакспальный варнант того же проходного резонатора, например, резонатор, \*выполненный на основе коаксиальной линии прямоугольного сечения (рис. 8.7).

Элементы на входе и выходе схем рис. 9.1 условно представлены в виде днафрагм. Однако их роль может выполнять любая неоднородность, чимеющая заданный коэффициент отражения. Например, в качестве неоднородности можно использовать штырь или просто скачок волновых сопротивлений при стыковке волноводов с различным поперечным сечением, как показано на рис. 9.1*в*.

Забегая вперед, отметим, что лазер, представляющий собой, по существу, два зеркала с размещенной между инми активной средой (рис. 9.1г), тоже является в общем случае проходным резонатором, только роль диафрагм здесь выполняют зеркала с заданным коэффициентом отражения (более подробно резонатор лазера рассматривается в гл. 10). Таким образом, электродинамически задача о квантовом усилителе или генераторе сводится к анализу указанных проходных резонаторов.

В данном параграфе будет показано, что все изображенные на рис. 9.1 резонаторы по своим параметрам (усилению, нолосс частот, шумам, мощности генерации и т. д.) эквивалентны схеме рис. 9.1∂, состоящей из трех комплексных сопротивлений. Причем эти сопротивления рассчитываются по одним и тем же формулам независимо от конкретного типа резонатора, а сами формулы довольно несложные и имеют простой физический смысл, если длина активной среды примерно равна целому числу полуволи. Справедливость этого вывода будет моказана сначала на примере коакспальной конструкции с волной типа ТЕМ, поскольку применительно к ней понятия токов и напряжений имеют простой и привычный читателю смысл, а затем и для резонаторов со сложными типами колебаний.

# КОАКСИАЛЬНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ НА ВОЛНЕ ТЕМ

Эквивалентная схема. Разрежем мысленно конструкцию коакснального усилителя рис. 9.16 по сечению AB. Тогда по теореме об эквивалентном генераторе левую часть резонатора можно рассматривать как генератор с эдс є и внутренним сопротивлением  $Z_1$ . Правую же часть можно рассматривать как нагрузку, на которую работает указанный генератор. Эта нагрузка на схеме рис. 9.1*д* обозначена условно в виде суммы двух сопротивлений  $Z_2 + Z_3$ . Поскольку сумма  $Z_2 + Z_3$  иредполагается в данном месте произвольной комплексной величиной, такое обозначение не нарушает общности рассуждений и в то же время удобно для дальнейшего изложения.

Таким образом, свойства коаксиального резонатора рис. 9.16 действительно эквивалентны схеме из трех сопротивлений рис. 9.1∂. Остается лишь найти аналитические выражения для эдс и трех указанных сопротивлений.

Параметры генератора определяются (если известны напряжение  $U_{xx}$  в режиме холостого хода и ток  $I_{K3}$  в режиме короткого замыкания) по формулам:

$$\mathscr{E} = U_{\rm xx}, \quad Z_1 = U_{\rm xx}/I_{\rm K3}. \tag{9.1}$$

Мотодика нахождения указанных воличин и конечные формулы в общем виде приведены в приложении. Здесь же даются формулы для Z<sub>1</sub> только в двух частных случаях.

1. Если приведенное расстояние  $l'_1^{(4)}$  от левой диафрагмы до сечения *AB* примерно равно целому числу полуволи  $(l'_1 \approx n_1 \lambda^{42})$ , то сопротивление  $Z_1$  по своему характеру соответствует сопротивлению последовательного контура (рис. 9.2*a*) с добротностью

 $Q_{1 y_3}$  (точнее, последовательной цепочки из полуволнового шлейфа и сопротивления  $R_{1 y_3}$ , причем



a)

 $Z_{1} = Z_{1y_{3}} = R_{1y_{3}} + i X_{1y_{3}}, \qquad (9.2)$ rge  $\frac{R_{1y_{3}}}{Z_{0}} \approx \frac{1 - |K_{1}|}{1 + |K_{1}|};$ 

$$\frac{Q_{1\mathbf{y}_{3}}}{Z_{0}} \approx \frac{4 |\mathbf{K}_{1}|}{(1 + |\mathbf{K}_{1}|)^{2}} n_{1} \pi \frac{\Delta \omega}{\omega_{0}};$$

$$Q_{1\mathbf{y}_{3}} = \frac{2 |\mathbf{K}_{1}|}{1 + |\mathbf{K}_{1}|^{2}} n_{1} \pi;$$

Рис. 9.2. Схемы эквивалентного генератора

а | K<sub>1</sub> | и Z<sub>0</sub> — модуль коэффициента отражения от неоднородности K<sub>1</sub> и волновое сопротивление коаксиальной линии соответственно.

2. Наоборот, если приведенное расстояние  $l'_1$  примерно равно нечетному числу четвертей волн [ $l' \approx (2n_1+1)\lambda/4$ ], то сопротивление  $Z_1$  но своему характеру соответствует параллельному контуру (рис. 9.26) с добротностью  $Q_{i пуч}$  (точнее параллельному соединению сопротивления  $R_{i пуч}$  и четвертьволнового шлейфа), причем

$$\frac{1}{Z_{1}} = \frac{1}{Z_{1\pi y \eta}} = \frac{1}{R_{1y \eta \eta}} + \frac{1}{i X_{1\pi y \eta}}, \qquad (9.3)$$
rge  $\frac{R_{1\pi y \eta}}{Z_{0}} \approx \frac{1 + i K_{1}}{1 - i K_{1}}, \quad \frac{X_{1\pi y \eta}}{Z_{0}} \approx \frac{1 + i K_{1}}{4 + K_{1}} - \frac{-2}{\pi (2n_{1} - 1) \frac{\Delta \omega}{\omega_{0}}},$ 

$$Q_{1\pi y \eta} \approx \frac{1 K_{1}}{1 - i K_{1}} \pi (2n_{1} + 1).$$

<sup>1</sup>) Под приведенным понимают расстояние, на котором находилась бы неоднородность, если бы фаза отраженной от нее волны (по вектору E) равнялась  $\varphi = 180^\circ$ . При коротком замыкании всегда  $\varphi = 180^\circ$  и потому геометрическое и приведенное  $I_1$  расстояния совпадают. В общем же случае для индуктивной пеоднородности геометрическое расстояние несколько меньше приведенного, а для емкостной неоднородности — несколько больше. Из формул следует, что при полуволновой пеоднородности венественная часть сопротивления меньше волнового сопротивления линии ( $R_{1,y_3}/Z_0 < 1$ ) и стремится к нулю, если модуль коэффициента отражения  $|K_1|$  стремится к единице. При четвертьволновой неоднородности вещественная часть сопротивления больше волнового ( $R_{1,ny_4}/Z_0 > 1$ ) и стремится к бесконечности, если  $|K_1| \rightarrow 1$ .

Добротность контуров в обонх случаях пропорциональна расстоянию  $l'_1$ , т. е. пропорциональна либо числу  $n_1$  полуволи, либо числу четвертей  $(2n_1+1)$  воли.

Сопротивление  $Z_3$ . Рассмотрим правую от сечения AB часть резонатора (рис. 9.1). К сечению CD справа подсоединен тракт с неоднородностью  $K_3$ . Изложенное выше относительно сопротивления  $Z_1$  позволяет утверждать, что это эквивалентно подсоединенно к сечению CD сопротивления  $Z_3$ , характер и величина которого определяются теми же формулами, что и  $Z_1$  (после замены, конечно,  $l'_1$  на  $l'_3$  и  $|\mathbf{K}_1|$  на  $|\mathbf{K}_3|$ ). Поэтому окончательно получаем

эквивалентную схему рис. 9.3, справедливую в общем случае произвольной длины активной среды. Здесь генератор с внутренним сопротивлением  $Z_1$  подсоединен к «длинной» линии  $l_2$ , на конце которой включено сопротивление  $Z_3$ .

Сопротивление  $Z_2$ . Из теории длинных линий известно, что сопротивление линии в сечения AB (рис. 9.3) зависит не только от  $Z_8$ , но и

Рис. 9.3. Полная эквивалентная схема резонатора

от длины  $l_2$  самой линии. Для линии без потерь это сопротивление в общем случае рассчитывается с помощью круговых диаграмм.

Однако, если на частоте  $f = f_0$  длина линии равна целому числу полуволн  $l_2 = n_2 \frac{\lambda}{2}$ , то необходимость в круговых диаграммах отпадает, поскольку сопротивление такой линии совпадает с сопротивлением Z<sub>3</sub>, включенным на ее конце. Если же  $f \neq f_0$ , то в полосе частот около  $f_0$  сопротивление линии в первом приближении отличается от Z<sub>3</sub> лишь реактивной составляющей, т. е. равно Z<sub>3</sub>+iX<sub>2</sub>, где X<sub>2</sub> определяется относительной расстройкой линии  $\Delta f/f_0$ .

Если же в линии наблюдается усиление (или поглощение), то математически оно выражается в соответствующем изменсиии вещественной части сопротивления. Сопротивление полуволновой линии в этом случае определяется выражением  $Z_3 + R_2 + iX_2$ , в котором  $R_2$  зависит от ее усилительных (или поглощающих) свойств. Соответственно схема рис. 9.3 переходит в эквивалентную схему рис. 9.1 $\partial$ .

Практически приходится иметь дело с малыми  $Z_3 \ll Z_0^{(0)}$ . В этом случае и при полуволновой активной среде  $l_2 \approx n_3 \lambda$ , как показано в приложении, величины  $R_2$  и  $X_2$  зависят только от параметров активной среды и определяются следующими формулами:

. . .

$$Z_{2} = R_{2} + i \Lambda_{2}, \qquad (9.4)$$

$$rge R_{2} \approx Z_{0} \int \frac{\overline{\epsilon_{0}}}{\epsilon} n_{2} \pi \left(\frac{\varkappa'}{2\mu_{0}} + \frac{\epsilon''}{2\epsilon}\right) = R_{2}^{-} + R_{2}^{+}, \qquad (9.4)$$

$$X_{2} = Z_{0} \int \sqrt{\frac{\epsilon_{0}}{\epsilon}} n_{2} \pi \left(\frac{\Lambda \omega}{\omega_{0}} + \frac{\varkappa'}{2\mu_{0}}\right).$$

Здесь  $Z_0$  — волжовое сопротивление пустой коаксиальной линии (без учета активной среды);  $\chi = \chi' - i\chi''$  — комилексная магнигиая восприимчивость среды ( $\mu = \mu_0 + \chi$ ).

Для активной парамагинтной среды  $\chi'' < 0$ , а  $\epsilon'' > 0$  и поэтому  $R_2$  является суммой двух слагаемых  $R_2 = R_2^- + R_2^-$ , одно из которых отрицательно, а другое – положительно<sup>2</sup>). Отрицательная составляющая  $R_2^-$  характеризует усилительные свойства среды, а положительная составляющая  $R_2^+$  — диэлектрические потери в среде.

В общем случае наблюдаются также потери в стенках резонатора, методика расчета которых рассматривается в курсе электродинамики и которые на эквивалентной схеме можно учесть соответствующим увеличением величины  $R_2^{++}$ . Поэтому в дальнейшем под  $R_2^{++}$  будем подразумевать сопротивление, в котором учтены все положительные потери резонатора.

#### УСИЛИТЕЛИ НА ВОЛНАХ Н и и н Е и и

Усилитель на прямоугольном волноводе типа H<sub>01</sub> (рис. 9.1a) конструктивпо отличается от уже рассмотренной коаксиальной конструкции рис. 9.16 лишь наличнем прямоугольного волновода вместо коаксиального. При этом физические процессы в обенх систсмах остаются практически одинаковыми: волны, отражающиеся от неоднородностей, создают нучности и узлы напряжения и тока.

Однако скорости распространения воли в таких системах и законы распределения напряжения и плотности тока на повермюсти этих волноводов раз личны. Указанные различия не вносят какие-либо привцепнальные изменения в уже наложенную методику и требуют дишь уточнения понятий тока и напряжения в прямоугольном волноводе. Действительно, вследствие различия скоростей воли типа ТЕМ и типа  $H_{01}$  расстоящия между пучностями или узлами

<sup>2</sup>) В общем случае диэлектрическая провинаемость может иметь отринательную минимую составляющую ( $\epsilon'' < 0$ ).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) В наиболее распространениюй отражательной схеме  $R_3$  физически соответствует потерям в отражающей плоскости. Применительно к лазеру это потери в «полностью» отражающем зеркале. При коэффициенте отражения  $|K_3| = 0.9$  получим  $R_3/Z_0 = (1 - |K_1|)/(1 + |K_1|) = (1 - 0.9)/(1 + 0.9) \approx 0.05$ .

В менее распростравенной проходной схеме R<sub>3</sub> получается несколько больше, но все же в большинстве случаев R<sub>3</sub> и здесь остается сравнительно малым.

напряжения в прямоугольном волноводе соответственно больше, чем в коаксиальном, и поэтому полуволновая или четвертьволновая неоднородность должна находиться в прямоугольном водноводе на большем расстоянии от активной среды. Однако на выводе формул, рассмотренных выше, различие скоростей не отражается.

Вторая особенность - неравномерный закон распределения напряжения и плотности тока по поверхности прямоугольного волновода требует большего внимания. В данном случае необходимо уточнить, что следует понимать под током І и папряжением U в прямоугольном волноводе. Для этого найдем перелаваемую по волноводу мощность (рис. 9.4а):

$$P = \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} F_{x}H_{y}dxdy = \frac{E_{mx}b}{\sqrt{2}} \frac{H_{my}a}{\sqrt{2}} = UI. \quad (9.5)$$

таким образом

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{mx}b, \ I = \frac{1}{\sqrt{2}} H_{my}a$$

и соответственно волновое сопротивление волновода типа Но1

$$Z_0 = \frac{U}{I} = \frac{E_{m_\lambda}}{H_{my}} \frac{b}{a} = \frac{120\pi \ I}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{\rm KP})^2}} . \tag{9.6}$$

При работе на частоте, значительно отличающейся от критической и для пустого волновода Z<sub>0</sub>  $\approx$  $\approx 120\pi b/a$ .

Усилитель на прямоигольном волноводе типа *H<sub>m n</sub>*. В качестве примера на рис. 9.46, в показан волновод с волной типа Н<sub>42</sub>. В энергетическом отношении такой волновод можно заменить восемью волноводами типа Н<sub>11</sub>. Это обусловлено возможностью

введения металлических плоскостей, как показано на рис. 9.40, в сечения где отсутствуют касательные составляющие электрического поля. Применительно к каждому из полученных таким образом волноводов справедливы приведенные выше формулы для сопротивлений Z<sub>1</sub>/Z<sub>0</sub>; Z<sub>2</sub>/Z<sub>0</sub>; Z<sub>3</sub>/Z<sub>0</sub>. Формулы же для эквивалентных токов, напряжений и волновых сопротивлений выводятся подобно тому, как это было сделано для волновода типа На. Изложенное в равной мере относится и к волнам типа  $E_{mn}$ .

#### 9.2. Коэффициент усиления

#### ОБЩИЙ СЛУЧАЙ

Рассмотрим коэффициент усиления отражательного усилителя типа, показанного на рис. 8.8а. Эквивалентная схема такого усилителя получается из схемы рис. 9.1д, если в ней положить Z<sub>3</sub>=0. Сопротивление Z<sub>2</sub>=R<sub>2</sub>+ + R<sub>2</sub> определяется усилительно-поглощающими свойствами активной среды (включая потери в стенках резонатора), а Z<sub>1</sub> выполняет одновременно две функции: с одной 283 193

a) *b*)

Рис. 9.4. Прямоутольные волноводы: a) с волной типа  $H_{01}$ ; б), в) с волной типа H<sub>42</sub>

стороны, это внутреннее сопротивление генератора, а с другой это сопротивление нагрузки, на которой выделяется усиленный сигнал. Такие функции сопротивления Z<sub>1</sub> обусловлены наличием циркулятора, благодаря которому один и тот же тракт, предшествующий усилителю, является и входным, и выходным.

Коэффициент усиления по мощности<sup>1)</sup>

$$K^2 = \frac{P_{\rm BEX}}{P_{\rm BX}} , \qquad (9.7a)$$

где P<sub>вых</sub> и P<sub>вх</sub> — мощности на выходе и входе усилителя.

Если мощность, поглощаемую в сопротивлении  $Z_2$ , обозначить через  $P_2$ , то  $P_{\text{вых}} = P_{\text{вх}} - P_2$  и, следовательно,

$$K^2 = 1 - \frac{P_2}{P_{BX}} \,. \tag{9.76}$$

Если в сопротивлении  $Z_2$  мощность не поглощается, а излучается, как это имеет место при использовании активной среды, то значение  $P_2$  отрицательно и  $K^2 > 1$ .

Входящую в ф-лу (9.76) величину P<sub>2</sub> можно выразить через параметры схемы, используя очевидные преобразования:

$$P_{2} = \frac{1}{2} I_{m}^{2} R_{2} = \frac{1}{2} \left| \frac{\varepsilon_{m}}{Z_{1} + Z_{2}} \right|^{2} R_{2}.$$
(9.8)

Мощность же *Р*<sub>вх</sub>, поступающая на вход усилителя из антенны, равна мощности, которая выделилась бы в *согласованной* нагрузке, подсоединенной к антенне вместо усилителя<sup>2</sup>):

$$P_{\rm BK} = \frac{1}{2} I_m^2 R_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{\epsilon_m}{R_1 + R_1} \right)^2 R_1 = \frac{\epsilon_m^2}{8R_1} \,. \tag{9.9}$$

Подставляя найденные значения  $P_2$  и  $P_{\rm BX}$  в ф-лу (9.76), получаем

$$K^{\mathbf{s}} = 1 - \frac{4R_1R_2}{|Z_1 + Z_2|^2} = \frac{(R_1 - R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2} .$$
(9.10)

<sup>1</sup>) Усилители ич однозначно характеризуются усилением по напряжению, однако усилители свч принято характеризовать усилением по мощности, так как в резонаторах и волноводах напряжение имеет неоднозначный смысл и может быть самым различным при одной и той же мощности (например, напряжение в коаксиальной липии при заданной мощности зависит от ее волнового сопротивления). В тех случаях, когда на свч все же применяется термин коэффициент усиления «по напряжению», то под ним подразумевается корень квадратный из коэффициента усиления по мощности ( $K = V \overline{K^2}$ ).

<sup>2</sup>) На эквивалентной схеме это соответствует случаю  $R_2 = R_1 > 0$  при одновременной настройке цели в резонанс  $X_1 + X_2 = 0$ . При настройке цепи в резонанс коэффициент усиления достигает максимального значения:

$$K_{\text{maxc}}^{2} = \frac{(R_{1} - R_{2})^{2}}{(R_{1} + R_{2})^{2}} = \frac{(R_{1} + |R_{2}|)^{2}}{(R_{1} - |R_{2}|)^{2}} \approx \frac{4R_{1}^{2}}{(R_{1} - |R_{2}|)^{2}}$$
(9.11)

 $(R_2 < 0, K_{\text{макс}}^2 \gg 1$  и, следовательно,  $|R_2| \approx R_1$ ).

#### СЛУЧАЙ СЛАБОГО СИГНАЛА

Если уровень входного сигнала мал  $(l \rightarrow 0)$ , то можно пренебречь зависимостью  $Z_2$  от мощности  $P_{\rm BX}$  входного сигнала и считать это сопротивление постоянным, примерно равным его значению в отсутствие входного сигнала. В этом приближении  $[Z_2 = R_2 + X_2 \neq F(P_{\rm BX})]$  из ф-л (9.10) и (9.11) можно сделать следующие выводы:

- коэффициент усиления достигает максимального значения на резонансной частоте (т. е. когда  $X_1 + X_2 = 0$ ) и убывает при отклопении от нее;

— если сопротивление нагрузки  $R_1$  стремится к модулю отрицательного сопротивления  $|R_2|$ , оставаясь меньше его, то усиление на резонансной частоте стремится к бесконечности;

— если  $R_2=0$  (число активных частиц достаточно лишь для компенсации собственных потерь в среде), то  $K^2=1$  и, следовательно, энергия, поступающая в усилитель, полностью отражается;

— если суммарные потери в резонаторе положительны, то возможен случай, когда вся энергия поглотится в резонаторе и отражения от усилителя не будет ( $K^2 = 0$ — коэффициент усиления равен пулю). Очевидно, это может иметь место при  $R_1 = R_2$ .

# СЛУЧАЙ СИЛЬНОГО СИГНАЛА

При больших уровнях сигнала модуль сопротивления в соответствии с кривыми рис. 8.2 уменьшается. С учетом этого из ф-л (9.10) и (9.11) следует, что – коэффициент усиления с увеличением мощности сигнала надает — возникает насыщение [так как знаменатель формул  $(R_1 - |R_2|)$  растет];

— зависимость коэффициента усиления от мощности сигнала выражена заметнее в усилителях с большим коэффициентом усиления, поскольку в последних  $R_1 - [R_2] \approx 0$ , и поэтому даже при небольшом изменении  $|R_2|$ , вызывае-

) Формула (9.11) справедлива только для режима усиления, когда  $R_1 = \bigcup_{n=1}^{\infty} R_2 |> 0$ . При  $R_1 = |R_2| < 0$  прибор работает в режиме генерации.

В простейшем случае, когда резонатор мазера можно представить в виде одиночного колебательного контура, коэффициент усиления удобно выразить через частичные добротности, если и числитель и знаменатель ф-лы (9.11) поделить на характеристическое сопротивление контура:

$$K_{\text{MBKC}}^2 = \frac{(2 \, 1/Q_1)^2}{(1/Q_1 + 1/Q_2^+ + 1/Q_2^-)^2} \left(\frac{1}{Q_2^-} < 0\right),$$

где  $1/Q_1$ ,  $1/Q_2^+$ ,  $1/Q_2^-$  — обратные добротности, обусловленные соответственно нагрузкой, потерями в резонаторе и инверсными уровнями (отрицательным сопротивлением). В таком виде формула часто встречается в литературе. Однако, пользуясь ею, необходимо помнить, что она справедлива лишь для одиночного контура (резонатора).

7\*

мом изменением мощности сигнала, резко изменяется ток в цени, а следова- / тельно, и коэффициент усиления;

— усиление заметно уменьшается лишь в точке резонанса, где ток контура наибольший, и потому полоса усиления увеличивается.

### 9.3. Полоса усиления

Полоса частот регенеративного усилителя резко сокращается при увеличении его коэффициента усиления. Эту закономерность можно выяснить, анализируя ф-лу (9.10). Для этого ее целесообразно несколько упростить, учитывая, что в числителе дроби  $X_1 + X_2 \ll R_1 - R_2 = R_1 + |R_2| \approx 2R_1^{-1}$ .

$$K^{2} \approx \frac{4R_{1}^{2}}{(R_{1}+R_{2})+(X_{1}+X_{2})^{2}} = \frac{4R_{1}^{2}}{\left|1+i\frac{X_{1}+X_{2}}{R_{1}+R_{2}}\right|^{2}} = \frac{K_{\text{Makc}}^{2}}{\left|1+i\frac{X_{1}+X_{2}}{R_{1}-R_{2}}\right|^{2}}.$$
 (9.12)

Из полученного выражения вытекает, что усиление максимально в точке резонанса, где  $X_1 + X_2 = 0$ , и уменьшается в два раза по мощности, если

$$X_1 + X_2 = R_1 + (R_2^+ + R_2^-)^2) (9.13)$$

Это уравнение, по существу, и определяет полосу усиления, поскольку суммарное реактивное сопротивление  $X_1+X_2$  контура определяется его расстройкой и может быть выражено через параметры контура при выключенном источнике накачки ( $R_2^-=0$ ). Указанная зависимость вытекает из рассмотрения комплексного сопротивления контура при выключенной накачке ( $R_2^-=0$ ) с добротностью  $Q_0$ :

$$Z^{(1)} = (R_1 + R_2^+) + i (X_1 + X_2) = (R_1 + R_2^+) + i (R_1 + R_2^+) Q_0 \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}, \quad (9.14)$$
  
ткуда 
$$X_1 + X_2 = (R_1 + R_2^+) Q_0 \frac{2\Delta\omega}{\omega}.$$

Подставляя это значение  $X_1 + X_2$  в ф-лу (9.13) и учитывая, что в соответствии с (9.11)  $R_1 + (R_2^+ + R_2^-) = 2R_1/K_{\text{макс}}$ , получаем

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} K_{\text{MBKC}} = \frac{1}{Q_0} \frac{2R_1}{R_1 + R_2^+} \approx \frac{2}{Q_0} \qquad (R_2^+ \ll R_1). \tag{9.15}$$

<sup>1</sup>) При больших коэффициентах усиления  $|R_2| \approx R_1$ , например, при усилении 20 дБ $_2^+$  + ( $K^2 = 100$ )  $|R_2| = \frac{9}{11} R_1$ .

<sup>2</sup>) Напомним, что положительная составляющая  $R_2^{-1}$  сопротивления  $R_2 = \frac{1}{2}R_2^{-1}$  эпределяется потерями резонатора, а отрицательная  $R_2^{-1}$  — инверс ными уровнями (см. стр. 192).

Из ф-лы (9.15) следует, что произведение  $\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}$   $K_{\text{макс.}}$  назы-

ваемое площадью усиления, определяется только добротностью резонатора при выключенной накачке. Поэтому если в усилителе с заданным значением  $Q_0$  коэффициент усиления по напряжению увеличить (например, путем увеличения мощности накачки, от которой зависит сопротивление  $R_{\overline{2}}$ ) в два раза (по мощности в четыре раза), то полоса усиления сократится также в два раза.

Для увеличения площади усиления необходимо уменьшать «холодную» добротность резонатора путем увеличения нагрузки. Однако возможности в этом направлении ограничены значением отрицательного сопротивления, поскольку для обеспечения большого усиления требуется  $R_1 \approx |R_2|$ . Таким образом, увеличение площади усиления — это, прежде всего, проблема повышения модуля отрицательного сопротивления<sup>1</sup>).

Но в соответствии с ф-лой (9.4) и с учетом ф-лы (7.16)  $R_x^- \sim n_2 \varkappa'' \sim \sim n_2(N_1 - N_2)$ . Поэтому площадь усиления примерно пропорциональна относительной длине образца, т. е. числу полуволи  $n_2$  и модулю  $|\varkappa''| \sim |N_1 - N_2|$ . Причем модуль  $|\varkappa''| \sim |N_1 - N|$  возрастает при увеличении мощности накачки и при глубоком охлаждении активной среды. Кроме того, он существенно зависит от выбора соотношения между значениями времени жизни частиц на используемых уровнях (эти вопросы были кратко рассмотрены в гл. 8.1).

# 9.4. Шумы

#### шумы положительного сопротивления

Приведем некоторые сведения из теории шумов положительных сопротивлений, рассматривающиеся в других курсах, которые потребуются для изложения материала по шумам отрицательных сопротивлений.

Напряжение внутренних шумов на комплексном сопротивлении Z = R + iX зависит только от R и определяется из эквивалентной схемы рис. 9.5*a*, в которой эдс генератора шумов выражается формулой

$$\varepsilon_{\mu}^2 = 4kT_{s\phi}R\,\Delta f. \tag{9.16a}$$

Здесь k = 1,38 · 10<sup>-23</sup> Дж/К — постоянная Больцмана;

Δf — полоса частот, в пределах которой измеряется напряжение шумов; T<sub>эф</sub> — коэффициент, определяемый формулой

$$T_{s\phi} = \frac{hf}{k} \frac{1}{\frac{hf}{e^{kT} - 1}} \approx T \quad \left(\frac{hf}{kT} \ll 1\right), \tag{9.166}$$

где h=6,6 · 10<sup>-34</sup> Дж/с постоянная Планка.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Дополнительный способ увеличения полосы усиления — применение системы связанных резонаторов (фильтров). Однако рассмотрение этого вопроса выходит за рамки данной книги.

Графическая зависимость  $T_{3\Phi}$  от температуры T показана на рис. 9.5б. Как видно из рисунка, при относительно больших значениях (точнее, при  $hf/kT \ll 1$ ) коэффициент  $T_{3\Phi}$  практически совнадает с температурой T сопротивления R, а при малых значениях — меньше ее. Такой характер зависимости  $T_{3\Phi} = f(T)$  указывает на то, что при относительно больших T величина  $v_{ur}^2$  убывает пропорционально понижению температуры, а при малых T — быстрее, чем температура.

В долазерной технике пользовались приближенным значением коэффициепта  $T_{a\phi}(T_{a\phi} \approx T)^{-1})$ , поскольку при умеренных частотах и относительно боль-



Рис. 9.5. К расчету шумов сопротивления: *а*) эхвивалентная схема;  $\delta$ ),  $\epsilon$ ) зависимости коэффициента  $T_{a\phi}$ для положительного и отрицательного сопротивлений от температур T и  $T_{nep}$ 

ших температурах  $e^{hf_{c}h_{T}} \approx 1 + hf/kT$ . Причем в литературе выражение (9.16a) часто приводилось без указания на его приближенный характер. Однако в квантовых усилителях приближение  $T_{a\phi} \approx T$  в общем случае недопустимо, так как приходится иметь дело с частстами порядка 10<sup>15</sup> Гц и с температурами порядка единиц градусов по Кельвицу. Поэтому в дальнейшем при использовании ф-лы (9.16a) следует учитывать показанную па рис. 95*a* графическую зависимость коэффициента  $T_{a\phi}$  от температуры *T* сопротивления.

Мощность шумов, которую сопротивление R отдает во внешнюю нагрузку, зависит от ее величины. Эта мощность рассчитывается по общему правилу, как мощность, отдаваемая в нагрузку  $R_{\rm H}$  генератором с эдс  $e_{\rm H}$  н внутренним сопротивлением R. Поскольку отдаваемая мощность максимальна, если сопротивление нагрузки равно внутреннему сопротивлению генератора ( $R = R_{\rm H}$ ), то максимальная шумовая мощность, которую может отдать сопротивление R,

$$P_{\text{III}_{MAKC}} = I^2 R \qquad \frac{\epsilon_{\text{III}}^2}{(2R)^2} R = kT_{s\phi} \Delta f . \qquad (9.17)$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Коэффициент  $T_{a\phi}$  обозначен тем же символом, что и температура, поскольку при таком обозначении строгая ф-ла (9.16а) внешые сохраняет выд приближенной формулы, известной читателю из других курсов, и, следовательно, облегчает ее запоминание. Кроме того, использование одной и той же буквы указывает на то, что  $T_{a\phi}$  и T во многих случаях практически равны.

Общий метод расчета шумов. В каждый прибор входит то или иное число резисторов и других элементов, обладающих потерями, которые «генерируют» собственные шумы. В результате на нагрузке прибора наводится некоторая шумовая мощность, затрудняющая прием полезной информации. Чтобы рассчитать мощность шумов в нагрузке R<sub>н</sub> такого прибора, необходимо на его эквивалентной схеме последовательно с каждым резистором включить генератор шума в соответствии с рис. 9.5а и найти ток Ін протекающий по сопротивлению R<sub>11</sub>, когда в схеме действуют указанные генераторы шума. Искомую мощность определяют по формуле Р<sub>ш вых</sub>=I<sup>2</sup> R<sub>и</sub>. Причем для оценки шумовых свойств прибора вводят специальные коэффициенты.

Коэффициент шума и шумовая температура прибора (усилителя). Если на входе приемника шумовая мощность  $kT_{1,ab}\Delta f^{(j)}$ , то мощность шума на его выходе

$$P_{\rm III B b b X} > k T_{\rm sop} \Lambda f K^2, \qquad (9.18)$$

где K<sup>2</sup> — коэффициент усиления прибора по мощности.

Неравенство обусловлено тем, что выходная мощность определяется не только усиленными входными шумами, но и собственными шумами усилителя. Вводя коэффициенты N>1 или Tyc эф>0, указанное неравенство можно превратить в равенство. Так, если пользоваться коэффициентом шума N, то

$$P_{\mathsf{LL}\mathsf{BMX}} = NkT_{13\Phi} \Delta f K^2. \tag{9.19}$$

Если же вместо N использовать коэффициент Tyc оф, называемый эквивалентной шумовой температурой усилителя (или просто шумовой температурой), то

$$P_{\text{III BMX}} = k \left( T_{1 \mathfrak{s} \phi} + T_{\text{yc s} \phi} \right) \Delta f K^2.$$
(9.20)

Коэффициенты N и Tyc ad показывают соответственно, во сколько раз и на сколько выходная мощность шумов усилителя больше мощности усиленных входных шумов. Коэффициент шума N широко применяется при оценке шумовых свойств обычных усилителей, обладающих относительно большим уровнем шумов. Для оценки же квантовых усилителей им пользоваться неудобно ввиду его малости. Например, для квантовых усилителей, работающих при температуре жидкого гелия или водорода, коэффициент шума  $N \approx (1,0+1,1^2)$ . Поэтому в теории квантовых усилителей практически пользуются только шумовой температурой Тус аф, которая для указанных усилителей составляет  $T_{yc} = 5 \div 20^{\circ} \text{K}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Например, на входе вместо антенны включен резистор R<sub>1</sub>, согласованный с входным сопротивлением  $R_{bx}$  приемника  $(R_1 = R_{bx})$ . <sup>2</sup>) При использовании коэффициента N под  $T_{1.9\phi}$  обычно подразумевают

 $T_{1 \text{ BD}} = 290^{\circ} \text{K}.$ 

# шумы инверсных сред (отрицательного сопротивления)

Спонтанная природа шумов. Физически эдс шумов можно объяснить как результат спонтанных переходов, и, следовательно, шумы должны определяться только населенностью верхнего уровня. Так, если на верхнем уровне частицы отсутствуют (температура среды равна абсолютному нулю), то будут отсутствовать и спонтанные лереходы и связанные с ними шумы. Наоборот, чем больше населенность верхнего уровня, тем выше и уровень шумов.

Математически связь между эдс шумов и населенностью уровней можно получить из выражения (9.16а), если учесть, что входящая в знаменатель (9.16б) экспонента определяет отношение населенностей двух уровней (в том числе и при инверсии)<sup>1</sup>:

$$e^{\frac{hf}{kT}} = \frac{N_1}{N_2}, \qquad (9.21)$$

а величина R пропорциональна разности населенностей

$$R \sim (N_1 - N_2), \tag{9.22}$$

так как сопротивление R пропорционально поглощаемой мощности ( $P = \frac{1}{2} I_m^2 R$ ), а последняя (см. 7.2) — разности ( $N_1 = N_2$ ):  $P \sim \sim (N_1 = N_2)$ .

Поэтому, подставляя ф-лы (9.21) и (9.22) в (9.16а) и опуская несущественные здесь множители, получаем

$$e_{\rm m}^2 = \frac{4hfR\,\Delta f}{\frac{hf}{e^{kT}} - 1} \sim \frac{N_1 - N_2}{N_1/N_2 - 1} = N_2. \tag{9.23}$$

Таким образом, эдс шумов, создаваемая в цепи сопротивления R, действительно определяется только населенностью  $N_2$  верхнего уровня, в том числе и при инверсии. Это также означает, что ф-ла (9.16а), определяющая эдс шумов, справедлива не только для положительного сопротивления, но и для отрицательного. Только в последнем случае под T следует понимать температуру перехода  $T_{\text{пер}}$  рассматриваемых уровней.

Расчет шумов отрицательного сопротивления<sup>2</sup>). Из изложенного следует, что методика расчета шумовых свойств прибора с активными и обычными средами одна и та же При расчете необходимо лишь иметь в виду, что в эквивалентных шумовых схемах у

Напомийм, что отношение населенностей двух уровней определяется формулой Больцмана, но только при тепловом равновесии под T понимают температуру среды, а при инверсии — некоторый коэффициент T<sub>пер</sub>, называемый температурой перехода. Этот коэффициент T<sub>пер</sub> прямого отношения к температуре среды не имеет (см. 7.2).
 Рассматриваются шумы отрицательного сопротивления, обусловленного

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Рассматриваются шумы отрицательного сопротивления, обусловленного только инверсией уровней. Получаемые здесь выводы не распространяются на другие отрицательные сопротивления, обусловленные например, падающим участком вольтамперной характеристики лампы или иными причинами.

отрицательных сопротивлений одновременно отрицательны и R, и T, а следовательно, и коэффициент  $T_{s\phi}$ , так как под T в таком случае подразумевается температура перехода  $T_{nep}$  инверсных уровней. Поэтому получаемые из ф-лы (9.16a) значения  $\varepsilon_{m}^{2}$  всегда положительны.

Коэффициент  $T_{\rm эф}$  для отрицательного сопротивления. Зависимость коэффициента  $T_{\rm ap}$  от T (точнее от температуры перехода  $T_{\rm nep}$ ) для отрицательного сопротивления отличается от аналогичной зависимости для положительного сопротивления. Эта зависимость, приведенная на рис. 9.5*в*, показывает, что при больших по модулю значениях коэффициент  $T_{\rm эф}$  и температура перехода  $T_{\rm nep}$ практически совпадают, а при малых значениях коэффициент  $|T_{\rm эф}| > |T_{\rm nep}|$  и стремится не к нулю, а к конечному пределу  $\frac{hf}{k}$ , пропорциональному частоте. Характер этой кривой физически объясняется ниже.

Мощность шумов отрицательного сопротивления. Формула (9.17), которая определяет максимальную мощность шумов, отдаваемую положительным сопротивлением в согласованную нагрузку, применительно к отрицательному сопротивлению не имеет смысла, так как физически реальной согласованной нагрузки для отрицательного сопротивления не существует. Ведь реальная нагрузка — это, прежде всего, положительное сопротивление, которое невозможно согласовать с отрицательным. Поэтому при расчете шумов отрицательного сопротивления речь может идти лишь о шумах, отдаваемых в несогласованную цепь, а чтобы найти такую мощность, следует применить указанную выше методику расчета.

# ШУМОВАЯ ТЕМПЕРАТУРА КВАНТОВОГО УСИЛИТЕЛЯ

Найдем шумовую температуру отражательного усилителя, показанного на рис. 8.8, эквивалентная схема которого (рис. 9.1*д*)

состоит всего лишь из двух сопротивлений  $Z_1$  и  $Z_2$ , поскольку в данном случае  $Z_3=0$ .

Эквивалентная шумовая схема. Для анализа шумовых свойств указанной эквивалентной схемы необходимо в соответствии с изложенным выше



Рис. 9.6. Эквивалентная схема для расчета шумов квантового отражательного усилителя

дополнить ее шумовыми генераторами  $\varepsilon_{1m}$ ,  $\varepsilon_{2m}^+$  и  $\varepsilon_{2m}^-$ , как показано на рис. 9.6. Генераторы определяют шумы сопротивлений  $R_1R_2^+$  и  $R_2^-$ .

Мощность шумов на выходе усилителя находится как мощ-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) В эквивалентной схеме из-за наличия циркулятора *R*<sub>1</sub> одновременно играет роль и внутреннего сопротивления источника сигнала и сопротивления нагрузки.

ность  $P_{\text{ин}}$ , выделяемая на сопротивлении  $R_1$  (рис. 9.6), когда в схеме действуют указанные шумовые генераторы<sup>1)</sup> (генератор сигналов на схеме показан пунктиром, так как при анализе шумов он не учитывается). Выполняя очевидные преобразования, полагая  $X_1 + X_2 = 0$ , и учитывая, что КУ по мощности равен в соответствии с ф-лой (9.11),  $K_{\text{мисс}}^2 \approx 4R_1^2/(R_1 + R_2)^2$ , получаем

$$P_{\rm m} = I^2 R_1 = \frac{\epsilon_{\rm 1m}^2 + (\epsilon_{\rm 2m}^2)^2 + (\epsilon_{\rm 2m}^2)^2}{(R_1 + R_2)^2} R_1 =$$
  
=  $\kappa \left[ \frac{\epsilon_{\rm 1m}^2 + (\epsilon_{\rm 2m}^2)^2 + (\epsilon_{\rm 2m}^2)^2}{4\kappa \Delta / R_1} \right] \Delta f \frac{4R_1^2}{(R_1 + R_2)^2} =$   
=  $\kappa \left[ T_{19\varphi} + \frac{R_2^+}{R_1} T_{29\varphi}^+ + \frac{R_2^-}{R_1} T_{\rm nep \ s\varphi} \right] \Delta f K_{\rm Make}^2$ 

Полученное выражение показывает, что мощность шумов на выходе усилителя равна сумме мощностей усиленных входных шумов, пропорциональных T<sub>1 эф</sub><sup>1)</sup>, и собственных шумов усилителя, пропорциональных его шумовой температуре  $T_{yc \text{ mep}} = \frac{R_2^+}{P} T_{29\Phi}^+$ + R<sub>2</sub> T<sub>пер эф</sub>. Причем собственные шумы усилителя, в свою очередь, складываются из шумов положительного сопротивления  $\left(\frac{R_2^+}{2}T_{29\Phi}^+\right)$ и шумов отрицательного сопротивления  $\left(\frac{-\frac{1}{2}}{R_{\star}}T_{\text{пер }_{3}\Phi}\right)^{2}$ . Зависимость мощности шумов положительного сопротивления от его температуры  $T_2^+$  определяется кривой  $T_{so}^+ = f(T_2^+)$  (рис. 9.5б), из которой видно, что эта мощность при уменьшении температуры Т + вначале убывает пропорционально ей, а вблизи абсолютного нуля — значительно быстрее ее. Это означает, что глубокое охлаждение усилителя (например, до температуры жидкого гелия или водорода) позволяет значительно снизить собственные шумы усилителя, обусловленные потерями в активной среде и в стенках резонатора. Однако приближаться к абсолютному нулю нецелесообразно, поскольку вблизи него эти шумы практически отсутствуют (см. характер кривой на рис. 9.5б вблизи абсо-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Если вход усилителя подсоединен к антенне, то под  $T_{1:0\Phi}$  следует понимать *шумовую температуру* антенны, которая зависит от направления ее луча. При приеме из космоса  $T_{1:0\Phi}$  может составлять порядка единиц градусов Кельвина, а если луч направлен в сторону земли, то  $T_{1:0\Phi}$  увеличивается до  $T_{1:0\Phi}=300^{\circ}$ К. Причем от температуры воздуха, окружающего антепну,  $T_{1:0\Phi}$ практически не зависит.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Поскольку  $R_2^- < 0$  и  $T_{\text{пер-зф}} < 0$ , это слагаемое положительно  $\left(\frac{R_2^-}{R_1} T_{\text{пер-зф}} > 0\right)$ .

лютного нуля), зато возрастает стоимость аппаратуры и усложняется ее конструкция.

Коэффициент  $R_2^+/R_1$  перед  $T_{2,_{3\Phi}}^+$  указывает на то, что мощность шумов, которую отдает сопротивление  $R_2^+$  в нагрузку, зависит от его согласования с последней. Мошность, отдаваемая сопротивлением в согласованную нагрузку  $(R_2^+/R_1=1)$ , пропорциональна  $T_{2,_{3\Phi}}^+$  в полном соответствии с ф-лой (9.17), а мощность, отдаваемая в несогласованную нагрузку  $(R_2^+/R_1<1)$ , уменьшается и становится пропорциональной уже  $\frac{R_2^+}{R_1}T_{2,c\phi}^+$ . В правильно сконструированном усилителе коэффициент  $R_2^+/R_1$  обычно невелик  $R_2^+/R_1\ll1$ ).

Аналогично шумы отрицательного сопротивления пропорциональны  $T_{\text{пер эф}}$  и коэффициенту согласования  $(R_2^-/R_1)$ . Причем в данном случае коэффициент согласования обычно близок к минус единице  $(R_2^-R_1) \approx -1$ , так как условне большого усиления требует, чтобы отрицательное сопротивление было близко по модулю к сумме положительных сопротивлений:

$$|R_2^-| \approx R_1 + R_2^+ \approx R_1 \quad (R_2^+ \ll R_1)$$

Поскольку шумы отрицательного сопротивления пропорциональны  $T_{a\phi}$  пер, а зависимость  $T_{a\phi}$  пер от температуры перехода  $T_{nep}$  выражается кривой на рис. 9.5*в*, с уменьшением  $|T_{nep}|$  (т. е. с увеличением населенности верхнего уровня) эти шумы убывают сначала пропорционально  $|T_{nep}|$ , а затем медленнее, стремясь к конечному пределу  $\lim_{T_{nep}|\to 0} |T_{a\phi}| = hf/\kappa$ , пропорциональному частоте.  $T_{nep}|\to 0$ 

цательного сопротивления (инверсной среды) никогда не стремятся к нулю, обусловлено их спонтанной природой. Ведь в инверсной среде верхний уровень всегда заселен и, следовательно, всегда имеются спонтанные переходы, т. е. шумы.

Здесь может показаться странным, что уменьшение шумов с уменьшением  $|T_{nep}|$  физически эквивалентно их уменьшению с увеличением населенности верхнего уровня. Однако это не противоречит физическим соображениям о том, что с увеличением населенности верхнего уровня увеличивается интенсивность спонтанных переходов. Просто с увеличением инверсии не только возрастает число спонтанных переходов, но и повышается коэффициент усиления среды. Последнее позволяет обеспечить заданный коэффициент усиления в резонаторе за более короткий интервал времени, и потому за меньшее время пребывания в резонаторе сигнал меньше успевает «обрасти» шумами (время «пребывания» сигнала в резонаторе определяется добротностью последнего).

#### 9.5. Мощность генерации

Отражательный усилитель, эквивалентная схема которого (рис. 9.1*д*) состоит только из двух сопротивлений  $Z_1$  и  $Z_2$  (поскольку в данном случае  $Z_3 = 0$ ), может работать в двух принципиально различных режимах: в режиме усиления  $|R_2^-|_{I=0} < R_1 + R_2^+$  и в режиме генерации  $|R_2^-|_{I=0} > R_1 + R_2^+$ . Здесь  $|R_2^-|_{I=0}$  — модуль отрицательного сопротивления при отсутствии тока в цепи |I=0|.

Первый случай, соответствующий ряботе мазера как усилителя, рассмотрен ранее.

Во втором случае, соответствующем режиму генерации, мощность, выделяемая на отрицательном сопротивлении  $P^- = \frac{1}{2} I_m^2 [R_2^-]$ , больше мощности

 $P^+ = \frac{1}{2} I_m^2 (R_1 + R_2^+)$  теряемой в положительных сопротивлениях. Этот случай соответствует переходному режиму — после включения прибора амплитуда поля в его резонаторе (или ток / на эквивалентной схеме) начнет возрастать, а модуль  $|R_2^-|$  — уменьшаться (рис. 9.7 а) ) до тех пор, пока в цени не установится равенство  $P^- = P^+$  или  $|R_2^-| = R_1 + R_2^+$ .

Поступающая при этом в нагрузку полезная мощность будет определяться площадью нижнего прямоугольника на рис. 9.8*a*, а общая мощность, выделяемая средой, — суммой площадей обоих заштрихованных прямоугольников. Площадь верхнего прямоугольника характеризует потери в сопротивлении  $R_2^+$ . Отношение полезной мощности к общей мощности определяет резонаторный клд генератора  $\eta_{\text{PCS}} = R_1/(R_1 + R_2^+)$ .

При очень малом сопротивлении  $R_1$  нагрузки полезная мощность стремится к нулю из-за малого  $\eta_{\text{рез}}$ . В этом случае практически вся мощность, выделяемая активной средой, теряется в сопротивлении  $R_2^+$ , т. е. расходуется на потери в активной среде и в стенках резонатора. При больших  $R_1$  мощность также мала, но уже из-за малого тока в цепи.



Рис. 9.7. К определению мощности генерации

В общем случае полезная мошность генератора меняется в зависимости от сопротивления нагрузки по кривой рис. 9.76, достигая максимума при некотором оптимальном значении  $R_1 = R_1$  одг.

<sup>1</sup>) Указанное явление насыщения было рассмотрено в 8.1 (рис. 8.2).

# Глава 10

-+-

# ОПТИЧЕСКИЕ КВАНТОВЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ (ЛАЗЕРЫ)

# 10.1. Особенности твердотельных, жидкостных и газовых лазеров

#### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Оптические квантовые генераторы (ОКГ) работают по тому же принципу, что и мазеры, рассмотренные выше. Однако их диапазон частот, на несколько порядков превышающий частоты свч диапазона, обусловил ряд особенностей, которые и изучаются в данной главе.

Прежде всего, отметим, что в литературе лазеры принято делить на:

— твердотельные,

— жидкостные,

— газовые,

— полупроводниковые,

Первые три типа лазеров по принципу действия и схемам усгановок имеют много общего. Их конструкции и принцип действия существенно зависят от метода накачки и практически не зависят от агрегатного состояния используемой активной среды. Поэтому в настоящей главе сначала рассматриваются схемы с различными методами накачки, а затем, если это необходимо, уточняются некоторые менее принципиальные вопросы, обусловленные конкретным агрегатным состоянием используемой активной среды.

#### СХЕМЫ

Схема лазера с оптической накачкой показана на рис. 10.1а. Здесь активная среда, выполненная в виде тела цилиндрической или иной формы, освещается мощным источником света, например ксеноновой или ртутной лампой, играющим роль генератора накачки. Под воздействием этого излучения в активной среде возникают вынужденные переходы, увеличивающие населенность верхних уровней, что при определенных условиях, как и в мазерах,

205

приводит к инверсии. Укрепленные с торцевых сторон два зеркала (справа — полностью отражающее, а слева — полупрозрачное) превращают внутренний объем с активной средой в резонатор,



особенности которого рассмотрены в 10.3. Поскольку резонатор заполнен инверсной средой, то в зависимости от коэффициента отражения левого зеркала прибор работает либо как усилитель, либо как генератор. Показанный на схеме рефлектор концентрирует излучение лампы накачки на активной среде, повышая кид прибора.

Примеры конструкций лазеров, работающих по рассмотренной схеме, приведены на рис. 10.2: твердотельного (рубинового) импульсного действия и газового (цезиевого). Некоторые особенности этих конструкций дололнительно рассматриваются ниже.

Схема лазера с накачкой, основанной на процессах при газовом разряде, показана на рис. 10.16. Здесь роль активной среды пграет газ, заключенный в трубку, например, из кварцевого стекла. Функции генератора накачки выполняет газовый разряд, поддерживаемый источником постоянного или вч ( $f \sim 30 M \Gamma \mu$ ) напряжения. Инверсия уровней создается за счет эпергии электронов, которую они приобретают в поле постоянного или вч напряжения и передают затем атомам при столкновении (различные механизмы этих процессов рассмотрены ниже).

Напряжение вч прикладывается к электродам, укрепленным снаружи трубки. В случае же питания постоянным напряжением электроды помещают внутри трубки. В качестве источника свободных электронов часто применяют термоэлектронный катод (рис. 206 10.1*в*) и располагают его за пределами зоны генерации трубки. Анод, имеющий форму полого цилиндра, не препятствует прохождению луча и потому может размещаться внутри трубки. По такой схеме могут работать, естественно, только газовые лазеры.

# методы инверсии в лазерах с оптической накачкой

Трехуровневая схема инверсии. Принцип действия лазера с оптической накачкой, по существу, не отличается от рассмотренного в гл. 8 парамагнитного мазера. В частности, в лазере может применяться такая же трехуровневая схема инверсии, что и в мазере



(см. 8.1). Отличие состоит лишь в том, что в мазере используются расщепленные зеемановские уровни, а в лазере основные уровни валентных электронов (либо электронов, находящихся в незаполненных оболочках элементов переходных групп) и их ближайшие возбужденные состояния. Поэтому трехуровневая схема имеет вид, показанный на рис. 10.3*a*.

Из менее принципиальных различий можно отметить некоторые особенности самих уровней:

— в газообразных средах уровни часто состоят из нескольких отдельных линий (результат расщепления под воздействием тех или иных взаимодействий, часть из которых была рассмотрена в 6.5). Например, у неона уровни 2S и 2P (рис. 10.4a) состоят каждый из нескольких линий;

— в твердых активных средах энергетические уровни возбужденных состояний, как правило, расщеплены на сравнительно широкие полосы (значительно шире уровней основного состояния электрона). По этой причине на диаграммах верхние уровни принято изображать в виде широких полос, а нижние — в виде узкой линии, например, как на рис. 10.3*a*.

В качестве иллюстрации на рис. 10.36 показаны уровни рубина, используемые в трехуровневой схеме. Здесь уровень 3 состоит из двух широких полос, которые используются для накачки (поглощения, соответствующие этим полосам, лежат в зеленой и синей частях видимого спектра частот). Уровень 2 также состоит



Рис. 10.4. Схемы уровней: а) гелия и неона; б) цезия

из двух сравнительно узких линий. В обычных условиях инверсным оказывается переход  $R_1$ , но при определенных условиях лазер может генерировать и на переходе  $R_2$ .

В рубине переход 3—2 получается безызлучательным, так как при переходе частиц с уровня 3 на уровень 2 избыток энергии передается непосредственно кристаллической решетке (решетка при этом нагревается), а излучение фотонов отсутствует.

Четырехуровневая схема инверсии. Допустим, что в трехуровневой схеме создана инверсия на переходе 2—1. Допустим также, 208 что в среде имеется дополнительный уровень 1' с малым временем жизни (рис. 10.3*в*), который расположен между уровнями 1 и 2. Поскольку населенность этого дополнительного уровня в общем случае меньше населенности нижнего уровня, то инверсия между ним и уровнем 2 выражена значительно сильнее. Таким образом, использование промежуточного уровня позволяет повысить инверсию в среде или понизить требуемую мощность накачки.

# МЕТОДЫ ИНВЕРСИИ В ЛАЗЕРАХ, ОСНОВАННЫХ НА ПРОЦЕССАХ В ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ

Накачка методом электронного удара. Из курса электронных приборов известно, что если к трубке, наполненной газом, приложить постоянное или переменное напряжение, то в цепи будет протекать ток, а в газе возникнет ионизация, в результате которой появятся свободные электроны и ионы. В электрическом поле электроны будут приобретать соответствующую скорость и связанную с ней кинетическую энергию.

При неупругих столкновениях электрона с атомом последний может перейти с нижнего уровня на верхний, поглотив часть кинетической энергии электрона, либо, наоборот, с верхнего уровня на нижний, отдав часть своей потенциальной энергии электрону. В этом смысле электроны будут выполнять ту же роль, что и фотоны генератора накачки в рассмотренных выше лазерах с оптической накачкой. Причем можно показать, что населенность уровня в установившемся режиме определяется произведением скорости заселения на время жизни данного состояния.

Существенным недостатком данного метода, затрудняющим получение инверсии, является то, что электроны заселяют не только нужный уровень, но и ниже расположенные (отсутствие селективности).

Поскольку в неоне (рис. 10.4*a*) время жизни на уровне 2*S* больше, чем на уровне 2*P*, то, в принципе, получение инверсии этих уровней с помощью электронного удара возможно. Однако из-за небольшого различия во времени жизни указанных уровней практически такую схему реализовать трудно и приходится дополнительно прибегать к методу неупругих столжновений атомов.

Накачка методом неупругих столкновений атомов. На рис. 10.4а показаны уровни гелия и неона. Если через смесь этих газов пропустить ток, то в результате электронных ударов населенность верхнего уровня гелия 2<sup>3</sup>S резко возрастет, так как время жизни частиц на данном уровне очень велико — порядка 10<sup>-3</sup> с (так называемый метастабильный уровень). А населенность уровней неона изменится так, как указывалось выше. Поскольку уровни 2<sup>3</sup>S и 2S имеют почти одинаковую энергию,

Поскольку уровни 2<sup>3</sup>S и 2S имеют почти одинаковую энергию, то при неупругих столкновениях атомов гелия и неона между ними возникнет довольно интенсивный обмен энергией, в результате



Рис. 10.5. Общий вид гелий-неовового лазера

которого населенность верхнего уровня неона дополнительно селективно возрастет и вызовет инверсии между уровнями 2S и 2P (либо усилит ее, если она образовалась за счет электронных ударов). Поскольку каждый из уровней 2S и 2P состонт из нескольких линий, то генерация может паблюдаться примерно на 30 различных частотах.

Передача энергии от возбужденных атомов одного газа (гелия) атомам другого газа (неона) во время их столкновений и представляет сущность накачки методом неупругих столкновений атомов. Этот метод, в частности, используется в выпускаемом отечественной промышленностью гелий-неоновом лазере.

Схема его конструкции показана на рис. 10.1*в* (с термоэлектронным катодом), а внешний вид — на рис. 10.5.

# ОСОБЕННОСТИ ГЕНЕРАТОРОВ НАКАЧКИ

Используемые в лазерах генераторы накачки весьма разнообразны и обычно не соответствуют привычному понятию «генератор». Так, в качестве генераторов накачки применяют: газонаполненные лампы типа ксепоновых и ртутных, тепловые источники света, солнечный свет, свет, образуемый в момент взрыва тонких проволочек при пропускании через них большого тока, полупроводниковый лазер.

Коэффициент полезного действия генератора накачки (за нсключением генератора накачки на полупроводниковом лазере), как правило, получается очень низким, так как из всего широкого спектра частот его излучения полезно используется лишь узкая полоса, соответствующая примерно ширине верхнего уровня в трех- или четырехуровневой схемах, показанных на рис. 10.3.

Поскольку кпд растет с увеличением ширины верхнего уровня, то при прочих равных условиях лазеры на твердых средах (т. с. с относительно широким верхним уровнем) обладают значительно большим кпд. По этой причине мощные газонаполненные лампы (ксеноновые), которые применяются в качестве генераторов накачки в лазерах на твердых средах, обычно не находят практического применения в газовых лазерах с оптической накачкой. Но даже в твердотельных лазерах кид такого устройства обычно менее 1%. Методы повышения кпд. Наиболее простые методы повышения кпд «генератора» накачки следующие:

1. Фокусировка света. Излучение генератора накачки обычно тем или иным способом фокусируют на активную среду. В простейшем случае такая фокусировка выполняется рефлектором, который препятствует рассеянию света в окружающее пространство. Например, в рубиновом лазере, показанном на рис. 10.2, нспользован эллиптический отражающий цилиндр, по одной фокальной оси которого расположен рубиновый стержень, а по дру-

гой — лампа цилиндрического типа. При такой конструкции отражателя весь световой поток от лампы попадает на рубиновый стержень либо прямо, либо после отражения от поверхности рефлектора (рис. 10.6).

2. Использование активных сред с широкими уровнями. К сожалению, возможности в этом направлении весьма ограничены, поскольку при широких уровнях возникает ряд других нежелательных явлений.



Рис. 10.6. Рефлектор в виде эллиптического цилиндра

3. Использование газонаполненных ламп низкого давления. Хотя при низком давлении газа общая мощность лампы также невелика, однако она оказывается сосредоточенной в нескольких узких линиях. При определенных условиях мощность, сосредоточенная в такой линии излучения, может оказаться даже больше, чем мощность излучения мощной газонаполненной лампы высокого давления в том же узком диапазоне частот<sup>4</sup>).

4. Использование в качестве генератора накачки полупроводникового лазера. Полупроводниковый лазер, как будет показано ниже, обладает сравнительно большим кпд (теоретически кпд может быть близким к 100%, а практически уже получены значения порядка 50%) и в то же время он, по-видимому, не может обладать рядом других ценных свойств, присущих рассматриваемым лазерам с оптической накачкой (такими, как малый угол расходимости, высокая монохроматичность и когерентность излучения и др.). Поэтому использование его в качестве генератора накачки позволяет значительно повысить кпд всего устройства и получить те ценные свойства твердотельных, жидкостных и газовых лазеров, которые пока еще не достижимы для полупроводникового лазера.

#### ЗЕРКАЛА

Отражающие поверхности. В качестве зеркал в лазерах используются серебрящые, алюминиевые и многослойные диэлектри-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Именно по этой причине в цезиевом лазере (рис. 10.26) для накачки используется гелиевая лампа с давлением всего лишь 4 мм рт. ст. К сожалению, возможности этого метода ограничены теми редкими случаями, когда линия излучения лампы совпадает с требуемой частотой пакачки.

ческие покрытия. Коэффициент отражения для серебряных покрытий может достигать 92—93%, а для алюминиевых 89--90%. Многослойные диэлектрические покрытия обеспечивают лучший коэффициент отражения (98—99%), однако такие покрытия рассчитаны на работу лишь в определенной полосе частот, за пределами которой коэффициент отражения быстро падает. На рис. 10.7 при-



Рис. 10.7. Зависимость коэффициента отражения зеркал от частоты веден график зависимости коэффициента отражения К от частоты f для указанных трех типов покрытий.

Зеркала изготовляют либо плоскими, либо конфокальными [со сферическими поверхностями (см. рис. 10.10*в*)]. При плоских зеркалах добротность резонатора получается в общем случае меньше.

Юстировка. Для получения большой добротности резонатора поверхности зеркал должны быть перпендикулярны оси системы с высокой степенью точности. Это достигается с помощью соответствующих регулировочных приспособлений (см. рис. 10.26).

Иногда для упрощения обслуживания указанные регулировочные устройства не применяют, а наносят отражающие поверхности (зеркала) непосредственно на торцевые поверхности стержня, выполняющего роль активной среды (см. рис. 10.2*a*). В этом случае с высокой степенью точности необходимо полировать (параллельно друг другу и перпендикулярно оси резонатора) торпевые поверхности стержня.

#### АКТИВНЫЕ СРЕДЫ

В рассматриваемых лазерах применяются среды с относительно малой плотностью активных частиц (в отличие от полупроводниковых лазеров, в которых плотность активных частиц очень высока). В газовых средах малая плотность обусловлена газообразным состоянием вещества, а в твердых и жидких средах хотя и бо́льшая, по все же стносительно небольшая плотность создается искуственно, путем их «разбавления». Иными словами, такие твердые и жидкие среды как бы представляют собой «растворы», состоящие из относительно небольшого числа активных частиц, разбавленных лазерно пассивной средой.

Ранее уже отмечалось, что рубин, широко применяемый в лазерах и мазерах, состоит из активных частиц ионов хрома (0,1%), «растворенных» в окиси алюминия (99,9%), энергетические уровни которой при генерации лазера не используются.

Помимо ионов хрома, в настоящее время в лазерах применяют также ионы самария, неодима, тулия, гольмия и др. В качестве нейтральной среды используют различные кристаллы, стекла и 212 жидкости. Выращивание однородных *кристаллов* нужной формы и больших размеров часто связано с большими технологическими трудностями.

Наоборот, создание активных сред на основе стекол представляет собой относительно простой технологический процесс, позволяющий изготовлять образцы больших размеров и любой формы вплоть до волокон. Поскольку активные среды больших размеров позволяют получать большие мощности излучения, то стеклянные активные среды в этом отношении весьма перспективны. Однако ввиду низкой теплопроводности стекла проблема отвода тепла в мощных лазерах на стеклянных активных средах становится сложной и часто заставляет ограничиваться импульсами малой длительности и большой скважности.

Жидкие активные среды позволяют получать образцы больших размеров и практически любой требующей формы. Проблема отвода тепла здесь упрощается ввиду возможности использования циркуляции жидкости.

### ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ТРУБОК В ГАЗОВЫХ ЛАЗЕРАХ

Торцевые поверхности трубок (в которых находится активная среда) в газовых лазерах часто скашивают, причем угол скоса выбирают таким, чтобы он либо соответствовал наибольщей прозрачности стенки (т. е. делают его равным углу Брюстера), либо обеспечивал необходимую связь с внешним пространством (при этом отпадает необходимость в полупрозрачном зеркале).

Так, в цезиевом лазере, показанном на рис. 10.26, правая торцевая стенка трубки для улучшения ее прозрачности наклонена к лучу под углом Брюстера, и потому луч проходит через нее без отражения. Левая торцевая стенка наклонена к лучу под углом 45°, который несколько отличается от угла Брюстера. Благодаря этому часть мощности луча отражается от торцевой поверхности наружу, обеспечивая необходимую выходную связь (полупрозрачное зеркало в лазере отсутствует).

#### ИСТОЧНИКИ ПИТАНИЯ ДЛЯ ИМПУЛЬСНЫХ ЛАЗЕРОВ

В импульсных лазерах для уменьшения мощности выпрямителя, питающего газонаполненную лампу накачки, целесообразно применять батареи конденсаторов для накопления энергии в перерыве между двумя импульсами излучения. Возможная схема такого питания была показана на рис. 10.2а. Здесь ксеноновая лампа 2 питается от батареи конденсаторов  $C_1$  общей емкостью в несколько сотен или тысяч микрофарад, которые заряжаются от высоковольтного выпрямителя  $\delta$  с напряжением порядка тысяч вольт.

Поскольку для зажигания лампы требуются значительно большие напряжения, то для начального пробоя в схеме предусмотрен блок запуска, состоящий из выпрямителя 7, конденсатора  $C_2$  и импульсного трансформатора  $T\rho$  с отношением числа витков 1:100. Импульс напряжением 40 кВ, вырабатываемый блоком запуска, подается на запускающий электрод лампы.

# 10.2. Резонаторы оптического диапазона

# ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Из рассмотрения приведенных выше конструкций лазеров следует, что резонаторы, применяемые в оптическом диапазоне, весьма своеобразны и отличаются от обычных резонаторов свч отсутствием боковой проводящей новерхности — резонатор образуется всего лишь двумя зеркалами, между которыми располагается инверсная среда. Поэтому физические процессы в таком резонаторе естественно отличаются от процессов в резонаторах свч.

Однако более важными с точки зрения влияния на свойства оптического генератора являются относительно большие размеры используемых в лазерах резонаторов. Так, длина резонатора может превышать длину волны генерируемых колебаний в миллионы раз! Использование таких относительно больших резонаторов частично обусловлено технической невозможностью изготовления резонаторов с размерами порядка длины волны (т. е. порядка микрометра). Но главная причина заключается в том, что при больших размерах можно получать большие мощности генератора и обеспечить ряд других ценных свойств, таких, как монохроматичность, направленность генерируемого луча и т. д. Причем указанные свойства являются следствием двух особепностей резонатора относительно больших размеров:

 — большой плотности резонансов, каждый из которых характеризуется чрезвычайно узкой резонансной линией (т. е. большой добротностью резонатора);

- близости структуры некоторых типов колебаний к колебаниям типа ТЕМ.

Поскольку эти особенности являются следствием только относительно больших размеров резонатора, то их удобно объяснить на примере более привычного прямоугольного резонатора, а затем распространить полученные сведения на открытый резонатор, принцип действия которого будет рассмотрен ниже.

# прямоугольный резонатор

Резонатор, выполненный на основе прямоугольного волновода, показан на рис. 10.8. Собственные частоты такого резонатора определяются формулой

$$f_{mnp} = \frac{1}{2\pi \int \overline{\epsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2} \approx \frac{\frac{p\pi}{L}}{2\pi \int \overline{\epsilon\mu}}, \quad (10.1)$$

если  $\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \ll \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2 \gg \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2$ ,

где *a*, *b* и *L* — размеры резонатора, *m*, *n* и *p* — числа вариаций поля вдоль сторон *a*, *b* и *L* соответственно.

Условимся длину резонатора обозначать через L, а размеры aи b отнесем к его поперечному сечению. Юсь z направим вдоль размера L. В лазерах поперечные размеры резонатора обычно порядка 1 см  $(a \sim b \sim 1 \text{ см})$ , а длина L порядка 1 м (при длине генерируемой волны порядка 1 мкм).



Рис. 10.8. Прямоутольный резонатор

Плотность колебаний. Из ф-лы (10.1) можно определить резонансные частоты двух рядом расположенных типов колебаний с одинаковыми m н n, но с числом варнаций поля вдоль осн z, различающимся на единицу (p н p+1). Резонансная частота колебаний p-типа определяется непосредственно приближенным выражением (10.1), а колебаний (p+1)-типа — выражением

$$f_{mn(p+1)} \approx \frac{(p+1) \frac{\pi}{L}}{2\pi 1 \frac{\mu}{\mu}}.$$
 (10.2)

Разность этих частот для резонатора с указанными выше размерами весьма мала. В частности, для осевых колебаний, представляющих основной интерес для лазерной техники и характеризующихся малыми значениями *m* и *n* (порядка единиц),

$$\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \ll \left(\frac{p+1}{L}\pi\right)^2 \gg \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2.$$

Поэтому разность частот между такими ближайшими резонансами составит

$$\frac{f_{mn(p+1)} - f_{mnp}}{f_{mnp}} = \frac{\Delta f}{f_{mnp}} = \frac{1}{p} \approx \frac{\lambda}{2L} \sim \frac{1}{2} \, 10^{-6} \,. \tag{10.3}$$

Здесь учтено, что для рассматриваемых осевых колебаний число *р* примерно равно удвоенному значению числа длин волн, укладывающихся на длине резонатора.

Таким образом, разность между резонансными частотами двух ближайших типов колебаний составляет менее 10<sup>-6</sup> от резонансной частоты рассматриваемого резонанса.

Ширина каждого резонанса зависит от потерь в резонаторе для данного типа колебаний. Не рассматривая эту зависимость

215

математически, можно однако указать, что ввиду чрезвычайной близости самих резонансов из физических сображений следует, что относительная ширина каждого резонанса должна быть во всяком случае меньше 10<sup>-6</sup>.

Осевые колебания — колебания квази-ТЕМ. Поле прямоугольного резонатора можно представить в виде суммы плоских (ТЕМ) волн, падающих и отраженных от стенок. В простейшем случае колебаний типа  $H_{\text{опр}}$  поле будет состоять из волн, распространяю-



щихся только вдоль осей y и z, как показано на рис. 10.9 (чтобы не загромождать чертеж, на рисупке показаны только волны, распространяющиеся в сторону положительных значений осн z).

При этом угол 90°-- в между осью z и направлением распространения волны, как известно из курса электродинамики,

$$90 - \theta = \arg \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\lambda_{\mathrm{KP}}}{\lambda}\right)^2 - 1}} \approx \frac{\lambda}{\lambda_{\mathrm{KP}}} \sim \frac{10^{-6}}{2 \cdot 10^{-2}}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 10^{-4} \left(\kappa_{\mathrm{g}} = 0, \quad \frac{\lambda}{\lambda_{\mathrm{KP}}} \ll 1\right),$$

Рис. 10.9, Парциальные волны в резонаторе

где  $\lambda_{\rm KD} = 2 a$  (для m = 1, n = 0).

Следовательно, в оптическом диапазоне для резонатора указанных выше размеров встречные плоские (TEM) волны с высокой степенью приближения могут считаться распространяющимися вдоль оси  $z^{i}$ ). Но это так же означает, что осевые колебания с высокой степенью приближения могут рассматриваться как колебания TEM (колебания квази-TEM). У осевых колебаний поле может считаться почти поперечным, а скорость распространения их парциальных волн вдоль оси z практически равна скорости овета (для обычных волноводных волн указанные характеристики существенно отличаются от характеристик волн TEM именно ввиду больших углов 90°— $\theta$ ; это отличие тем больше, чем больше угол '90°— $\theta$  приближается к 90°, т. е. при приближении к критической частоте).

#### открытый резонатор

В электродинамическом отношении открытые резонаторы являются сложными устройствами, не имеющими строгого решения. В настоящем параграфе рассматриваются лишь физические процессы, протекающие в таких системах.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Эта особенность одновременно объясняет происхождение термина «осевые волны», т. е. волны, направление распространения которых практически совпадает с осью *z*.
Открытые резонаторы по характеру физических процесов можно свести к двум качественно различным схемам:

- диэлектрической (рис. 10.10а);
- резонатору Фабри-Перо (рис. 10.10б).

К резонаторам первого типа относятся устройства, состоящие из двух отражающих поверхностей, между которыми расположен диэлектрический стержень с большой диэлектрической проницае-



К резонаторам второго типа можно отнести устройства, состоящие из двух зеркал, размещенных в однородной среде. Эта схема отражает устройство газовых лазеров, поскольку диэлектрическая проницаемость газа практически равна проницаемости вакуума.

Рассмотрим эти резонаторы подробнее.

Диэлектрический открытый резонатор. Сравним принцип действия диэлектрического и прямоугольного резонаторов. Различие форм поперечного сечения в данном случае не имеет существенного значения, поскольку принципиальных различий между процессами в резонаторах круглого и квадратного сечений нет, вовсяком случае для рассматриваемого здесь круга вопросов.

Прямоугольный резонатор представляет собой объем, ограниченный со всех сторон проводящей поверхностью, которая выполняет роль отражателя энергии. Поэтому боковую поверхность резонатора здесь можно рассматривать как направляющую систему, удерживающую внутри себя электромагнитную энергию. Энергия колеблется между торцевыми поверхностями резонатора и не излучается в окружающее пространство.

В диэлектрическом резонаторе боковая поверхность стержня не является проводящей, тем не менее диэлектрический стержень может являться хорошей направляющей системой, удерживающей энергию внутри резонатора. Действительно, из курсов электродинамики и физики известно, что если на поверхность раздела двух диэлектриков падает волна из более плотной среды, то принекоторых углах падения наблюдается полное отражение энергии. Это явление наблюдается в тех случаях, когда угол  $\theta$  больше некоторого критического значения ( $\theta > \theta_{\rm kp}$ , причем  $\sin \theta_{\rm kp} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 n_2}{\epsilon_1 n_1}}$ ).

Но это означает, что обычные объемные и открытые диэлектрические резонаторы должны обладать качественно одинаковыми свойствами. В частности, колебания в открытом диэлектрическом резонаторе при относительно больших размерах последнего должны обладать указанными выше двумя свойствами (большая плотность колебаний и близость структуры поля к колебаниям типа TEM). Отличие состоит лишь в том, что в диэлектрическом резонаторе отсутствуют колебания, соответствующие малым углам θ, в то время как в объемпых резонаторах угол θ, в принцине, может быть сколь угодно близким к нулю.

Резонатор Фабри-Перо. Резонатор Фабри-Перо показан на рис. 10.10б. Процессы, протекающие в нем, принципиально отличаются от рассмотренных выше процессов в прямоугольном и открытом диэлектрическом резонаторах.

Действительно, в резонаторе Фабри — Перо никакой направляющей системы между зеркалами нет, и поэтому пространство между отражающими плоскостями не обладает свойством удерживать энергию внутри своего объема. Для объяснения процессов, протекающих в таком резонаторе, целесообразно рассматривать зеркала как плоские приемо-передающие антенны.

Из курса антенн известно, что роль антенны может выполнять любая поверхность, по которой протекает электрический или магнитный ток. Более того, если распределение токов на поверхности задано, то можно рассчитать диаграмму направленности такой антенны, которая при определенных условиях представляет собой узкий луч.

Не рассматривая теории излучения антени, отметим лишь, что направленность плоской антенны зависит от ее относительных размеров, т. е. от отношения площади антенны к  $\lambda^2$  и закона распределения тока по поверхности. Антенна обладает заметными направленными свойствами, если ее размеры сонзмеримы с длиной волны. Чем больше относительные размеры антенны, тем больше ее направленность.

Поскольку длина волны оптического диапазона менее микрона, то размеры практически встречающихся зеркал всегда во много раз превосходят длину волны, поэтому они могут рассматриваться как остронаправленные антенны.

Таким образом, в резонаторе Фабри — Перо энергия не рассеивается (в первом приближении) в окружающее пространство вследствие узконаправленных свойств зеркал. Практически, однако, за счет боковых лепестков и несовершенства диаграммы направленности зеркал часть энергии, конечно, рассеивается в окружающее пространство, создавая дополнительные (дифракционные) потери. Эти потери совместно с потерями, вызываемыми то-218



Рис. 10.11. Структура поля в резонаторе Фабри—Перо; а) с прямоутольными зеркалами; б) с круглыми



ками, наводимыми в зеркалах, определяют собственную добротпость резонатора Фабри-Перо.

Дифракционные потери зависят от типа зеркал. Для плоских зеркал они больше, а для конфокальных <sup>1</sup>) значительно меньше.

Фокс и Ли [26] методом последовательных приближений рассчитали структуру поля в резонаторе Фабри — Перо. Расчеты показали, что качественно структура поля такого резонатора подобна структуре поля в объемном резонаторе. На рис. 10.11 показаны некоторые из возможных конфигураций поля в случае прямоугольных и круглых зеркал, построенные на основе указанных расчетов. Эти типы колебаний по своим свойствам почти не отличаются от колебаний ТЕМ и потому обозначаются как  $TEM_{mnq}$ . Причем индекс q иногда опускают, поскольку он выражается числом, порядок которого составляет миллионы, и поэтому нет необходимости в его точном значении.

Отдельные типы колебаний резонатора Фабри — Перо были выделены в гелиево-неоновом квантовом генераторе, и картина луча была сфотографирована Когельником и Ригродом [27]. Полученные ими фотографии (рис. 10.12) соответствуют структуре полей, изображенных на рис. 10.11.

# 10.3. Особенности излучения оптических квантовых генераторов

## ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СХЕМА ЛАЗЕРА

Излучение ОКГ имеет ряд особенностей, которые существенно отличают его от генераторов сантиметрового, метрового и более длинноволнового диапазонов. Эти особенности в основном являются следствием использования в ОКГ резонаторов с размерами, превышающими длину волны генерации в миллионы раз, и могут быть объяснены с помощью эквивалентной схемы лазера.

Из рассмотрения схем рис. 10.1*a* и 10.1*б* лазеров с оптической накачкой и лазеров с накачкой, основанной на процессах при газовом разряде, нетрудно заметить, что в электродинамическом отношении их схемы одинаковы. Для генерируемой частоты оба устройства представляют собой резонатор открытого типа, частично заполненный активной средой (рис. 9.1*г*). В свою очередь, такой резонатор, как было показано в предыдущем параграфе, принципиально не отличается (если не считать дифракционных потерь) от обычных объемных резонаторов, эквивалентные схемы которых уже были рассмотрены в гл. 9.

Поэтому, не повторяя изложенного, можно утверждать, что з общем случае лазер соответствует эквивалентной схеме рис. 9.3, которая при полуволновых расстояниях переходит в схему рис.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Под конфокальными подразумеваются сферические зеркала, расстояние между которыми равно радиусу их кривизны (рис. 10.10*в*).

9.1д. Здесь (рис. 9.3) генератор эдс є с внутренним сопротивлением  $Z_1$  работает на «длинную линию»  $l_2$ , на конце которой включена нагрузка  $Z_3$ . Под генератором эдс в данном случае следует поиимать источник, находящийся слева (применительно к рис. 10.1) от лазера и излучающий свою энергию на левое полупрозрачное зеркало, если лазер работает в режиме усиления. Если же лазер работает в режиме генерации, то эдс эквивалентного генератора следует положить равной нулю.

Комплексные сопротивления  $Z_1$  н  $Z_3$  определяются только коэффициентами отражения зеркал и их расстояниями от активной среды по формулам, приведенным в гл. 9. Что же касается «длинной линии»  $l_2$ , то в данном случае она обладает отрицательным результирующим затуханием или, точнее, ее коэффициент квантового усиления (см. 8.5) больше коэффициента затухания.

Свойства такой схемы целесообразно рассмотреть отдельно в широкой и узкой полосах частот около одного из резонансов.

Свойства схемы в широкой полосе частот. Учитывая, что сопротивления  $Z_1$  и  $Z_3$  в общем случае могут рассматриваться как короткозамкнутые отрезки длинных линий с потерями, всю схему рис. 9.3 можно представить как длинную линию, различные участки которой имеют разные волновые сопротивления, а затухания одних участков положительны, а других — отрицательны.

Если бы линия была без потерь и имела бы одинаковое по всей длине волновое сопротивление Z<sub>0</sub>, то генератор є работал бы на сопротивление

$$Z = i Z_0 \operatorname{tg} \kappa l, \tag{10.4}$$

где l -- расстояние между зеркалами.

Такое сопротивление Z чисто реактивно и изменяется по закону тангенсоиды (рис. 10.13) от минус бесконечности и до плюс

бесконечности, образуя бесконечную последовательность параллельных и последовательных резонансов. При наличии в линии потерь сопротивление Z = R + iX становится на всех частотах конечным и комплексным. Причем на частотах последовательного и параллельного резонансов реактивная составляющая этого сопротивления проходит через нуль. Чем длиннее линия, тем ближе расположены резонансы (по частоте).



Рис. 10.13. Зависимость сопротивления длинной линии от частоты

При наличии в линии отрицательного затухания в схеме возможна генерация на тех частотах, где реактивное сопротивление *всей* линии равно нулю. Если же учесть неодинаковость волновых сопротивлений линии по длине, то зависимость Z = F(f) станет сложнее, однако качественно полученная выше закономерность сохранится. Свойства схемы в узкой полосе частот около одного из резонансов. Для случая полуволновых расстояний, когда на частоте  $f_0$ расстояния  $l'_1$  н  $l'_3$  между зеркалами и активной средой, а также длина  $l_2$  самой активной среды равны целому числу полуводн, эквивалентная схема лазера сводится к схеме рис. 9.1*д*, сопротивления которой выражаются ф-лами (9.3) и (9.4).

Наиболее простыми являются формулы для сопротивлений  $Z_{1,3}$ , заменяющих на эквивалентной схеме зеркала. Их вещественные составляющие определяются только модулями коэффициентов отражения зеркал. Например, сопротивление  $R_3/Z_0$  «полностью» отражающего правого (на рис. 10.1) зеркала при коэффициенте отражения последнего 0,9  $R_3/Z_0 = 1 - 0,9/(1+0,9) \approx 0,05$ . Это сопротивление учитывает потери в правом зеркале. Сопротивление полупрозрачного зеркала соответственно больше, например, для  $|K_1| = 0,5$   $R_1/Z_0 = (1-0,5)/(1+0,5) = 1/3$ .

Реактивные составляющие  $X_{1,3}$  сопротивлений зеркал пролорциональны  $\Delta \omega$  и приведенным расстояниям  $l'_1$  и  $l'_3$  между зеркалами и ближайшей к ним торцевой поверхностью активной среды, поэтому для случая, когда отражающие поверхности (зеркала) наносятся непосредственно на торцевые поверхности активной среды, ени практически равны нулю.

Сопротизление  $Z_2 = R_2 + i X_2$  определяется параметрами и размерами активной среды. Вещественная составляющая  $R_2$  препорциональна числу *n* длин волн, укладывающихся на активной среде (т. е. пропорционально относительной длине  $n=2l_2/\lambda$  среды), и сумме ( $\chi''/2\mu_0 + \varepsilon''/2\varepsilon$ ), а мнимая  $X_2$  состоит из суммы двух слагаемых, пропорциональных *n*.

Таким образом, эквивалентная схема лазера имеет бесконечный дискретный ряд собственных частот, на которых реактивное сопротивление цели обращается в нуль (рис. 10.13). Причем в полосе каждого последовательного резонанса сопротивления  $Z_1$  и  $Z_3$  определяются ф-лами (9.3) и (9.4), позволяющими рассчитать усилительные или генераторные свойства всей схемы на данной частоте. Методика такого расчета была раосмотрена в гл. 9.

В заключение отметим следующее. Хотя ф-лы (9.3) и (3.4) выведены для частного случая полуволновых расстоящий, однако приктически это не умень-



Рис. 10.14. Соединение двух короткозамкнутых длинных линий

нает общности анализа таким методом. Действительно, если длина активной среды будет отличаться от полуволновой, то резонане системы потребует соответствующей «рассгройки» расстояния  $l_4$  или  $l_3$  (так, чтобы общее реактивное сопротивление схемы обратилось в нуль). Такая расстройка, однако, не отразится на основных свойствах прибора как усилителя или генератора.

Данный случай аналогичен следующему. Если две короткозамкнутые длинные линии с одинаковыми волновыми сопротивлениями соединить последовательно так, как показано на рис. 10.14, то свойства всей линии будут определяться только ес общей дянной и поголным затуханием, а не тем, какая часть «принадлежала» левой или правой линии. В то же время, если рассматривать свойства такой линии математически, то сложность получаемых формул будет зависеть от того, на какие части мысленно разрезается линия (формулы легко приводятся к простому виду для полуволновых и четвертьволновых расстояний).

#### МНОГОЧАСТОТНОСТЬ

Лазер может одновременно излучать несколько близких по значению частот. Причину этого нетрудно понять из приведенных выше особенностей эквивалентной схемы лазера. Действительно, генерация возникает на той частоте, для которой вымолияются два условия:

$$\Sigma R < 0, \quad \Sigma X = 0, \tag{10.5}$$

т. е. если модуль отрицательного сопротивления больше суммы положительных сопротивлений<sup>1)</sup>, а вся система настроена в резонанс.

Но входящие в это условие активные сопротивления частотнозависимы. Положительное сопротивление зависит от частоты потому, что разным частотам соответствуют разные типы колебаний в резонаторе и, следовательно, последний имеет разные потери (в частности, разные дифракционные потери). Отрицательное же сопротивление, будучи пропорциональным числу активных частиц [см. ф-лы (7.16) и 9.4)], обладает резонансной зависимостью от частоты. Модуль отрицательного сопротивления достигает максимума в центре полосы частот перехода инверсных уровней и бысгро спадает при удалении в обе стороны от этого значения, как показано на рис. 10.13 лунктирной линией.

Если в пределах полосы частот перехода имеется несколько или много резонансов (рис. 10.13), то на всех этих частотах, в принципе, возможна генерация, если только потери в резонаторе удовлетворяют первому из указанных выше условий.

В качестве примера можно отметить, что в рубине указанная полоса частот  $\Delta f \approx 3, 3 \cdot 10^{-4}$ . Применительно к резонатору, рассмотренному в 10.3, в котором разность резонансных частот двух ближайших типов колебаний составляет  $\Delta f / f_0 < 10^{-6}$ , это означает потенциальную возможность генерации более сотин различных частот. Однако при малых уровнях накачки генерация возшикает лишь на нескольких частотах, соответствующих типам колебаний с нанменьшими потерями.

#### поле в поперечном сечении луча

Поле в поперечном сечении луча, выхолящего из лазера, может иметь сложную структуру. Если луч направить на плоскость, то на последней в общем случае образуется несколько светлых

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) Имеется в виду модуль отрицательного сопротивления при отсутствии тока в цепи. При паличии же тока (т. е. в режиме генерации) модуль отрицательного сопротивления уменьшается и в установившемся режиме ΣR=0.

пятен, разделенных темными промежутками. Светлые пятна соответствуют участкам с большой интенсивностью поля. Число пятен и их взаимная ориентация зависят от типа возбуждаемых колебаний. Структура для простейших типов колебаний в резонаторе Фабри. Перо была приведена на рис. 10.11 и 10.12.

При одновременной генерации нескольких типов колебаний с различной структурой поля в поперечном ссчении проекция луча на плоскость может имегь характер размытого пятна. Однако наличне четкого пятна еще не означает, что имеет место генерация лишь одной частоты. В лазере возможна одновременная генерация нескольких частот, которым соответствуют типы колебаний с одинаковой структурой поля в поперечном сечении (колебания отличаются лишь числом варнаций поля в продольном направлении).

# поляризованность излучения

Из курса электродинамики известно, что при падении плоской волны на границу раздела двух полубескопечных сред коэффициенты отражения и преломления определяются углом падения и поляризацией волны. В частности, для вертикально поляризованной волны существует так называемый угол Брюстера, при котором отражение отсутствует. В то же время горизонтально поляризованная волна, направленная на ту же границу и под тем же углом, отражается.

Поэтому от характера и направления поляризации волны зависит добротность резонатора. В результате лазер генерирует колебания, поляризация которых соответствует наименьшим потерям в резонаторе. Вследствие этого лазеры обычно генерируют плоскополяризованный луч даже без принятия особых мер. Но иногда в лазеры вводят специальные устройства (например, окна Брюстера), которые обеспечивают генерацию волны только с заданной поляризацией.

# монохроматичность колебаний

Под идеально монохроматическими колебаниями понимают колебания единственной частоты вида  $E = E_m \cos(\omega t + \varphi)$ , где не зависят от времени не только частота  $\omega$ , но и амплитуда  $E_m$  и фаза  $\varphi$ . Дополнительное условие о постоянстве  $E_m$  и  $\varphi$  необходимо потому, что изменение этих величин может рассматриваться как результат амплитудной или фазовой модуляции, в результате когорых, как известно, появляются боковые частоты и, следовательно, нарушается монохроматичность.

Практически не существует генераторов, которые бы излучали идеально монохроматические колебания. Поэтому монохроматичность колебаний принято оценивать относительной полосой частот  $\Delta \omega / \omega_0$ , в пределах которой сосредоточена основная часть излучаемой мощности (обычно по уровню половинной мощности). 224

Тепловые источники (лампы накаливания, солице и т. п.) излучают энергию в очень широком спектре частот и поэтому обычпо приволятся в качестве примера источников немонохроматических колебаний. Правда, применяя специальные оптические фильтры, можно выделить из солнечного спектра очень узкую полосу Однако такие частот с высокой монохроматичностью, метолы практического значения не имеют, поскольку монохроматичность эдесь достигается за счет соответствующего уменьшения мощности колебаний (малый кпд).

До появления лазеров монохроматичность колебаний, как иравило, была ∆ю/ще≥10<sup>-6</sup>. Применение лазсров позволило сразу монохроматичность на несколько порядков Íло улучинть Δω/ω<sub>0</sub>~10<sup>-10</sup>). Такая высокая монохроматичность лазера заложена в самом принципе его действия и обусловлена большими размерами его резонатора, а также узкой полосой перехода используемых уровней (в газах).

Действительно, генерация лазера возможна, во-первых, лишь в днапазоне частог, не превышающем полосу перехода инверсных уровней, а во-вторых, в полосе частот, не превышающей (точнее, значительно меньшей) полосы пропускания резонатора. Но полоса частот перехода даже у рубина составляет  $\Lambda\omega/\omega_0 = 3,3 \cdot 10^{-4}$ , а для газовых сред эта величина обычно на несколько порядков меньше. Поэтому монохроматичность лазера, в принципе, не может быть хуже указанной цифры. Полоса же пропускания резонатора зависит от его размеров и потерь. Поскольку разность частот мекду двумя ближайшими резонансами  $\Lambda\omega/\omega_0 < 10^{-6}$  (см. 10.3), то полоса пропускания такого резонатора должна быть значительно меньше указанной цифры, (и тем моньше, чем больше его добротность), а это и означает, что монохроматичность лазера, в принципе, не может быть хуже, чем  $\Lambda\omega/\omega_0 = 10^{-6}$ . Более подробные расчеты с учетом добротности резонатора показывают, что монохроматичность порядка  $\Delta \omega / \omega_0 \sim 10^{-10}$  действительно определяется геометрическими размерами резонатора, точнее, нестабильностями его размеров за счет вибраций и тепловых изменений в схеме.

# когерентность колебаний

Под когерептностью нескольких колебательных или волновых процессов в общем случае пончмают их согласованность во времени. Рассмотрим два явления, в которых когерентность играст зажную роль, а именно, интерференцию и фокусировку лучей.

Интерференция и временная когерентность. Если на экран падают две плоские волны, распространяющиеся под небольшим углом друг к другу (рис. 10.15), то в результате интерференции этих воли на экране возникает изображение из чередующихся черных и белых полос. Белые полосы соответствуют участкам, на которых обе волны складываются в фазе, а черные — участкам, на которых они складваются в противофазе. Это изображение будет 8 - 283

ļ

четко выраженным и неподвыжным только в том случае, еслиобе волны будут когеренты, т. е. если их разность фаз в любой точке экрана будет сохраняться постоянной ( $\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2 = \text{const}$ ). Если же эта разность фаз начиет быстро и хаотично меняться, то на экране уже не останется точек которые все время будут чермыми или белыми. Все точки будут быстро менять свою освещен-



Рис. 10.15. К пояснению интерференции двух волн

ность, а глазу, ввиду его инерционности, будет казаться, что экран освещен равномерно, но неярко («серый» цвет). При медленном и монотонном изменении  $\Delta \varphi$  все полосы будут одновременно медленно перемещаться вверх или вниз.

Из изложенного вытекает, что если два указанных луча получаются из одного по схеме рис. 10.15*в*, то их когерентность, а следовательно, и указанные черно-белые полосы будут наблюдаться лишь в том случае, если генератор, использующийся в такой установке, будет когерентным во времени, т. е. если он будет излучать колебания, у которых любые две точки. разделе<sup>14</sup> ные целым числом периодов, имеют одну и ту же фазу.

Действительно, для волны В расстояние до верхней границы экрана больше, чем до нижней, на *п* длин волн<sup>1</sup>), и, следовательно, в данный момент на верхнюю и нижнюю части экрана по лучу В поступают колебания генератора, излученные чм в разные моменты времени (с интервалом в *п* периодов). В то же время по лучу А на экран поступают колебания, излученные в один и тот же момент времени. А это и означает, что интерференция таких лучей даст черно-белые полосы на экране только в том случае, если генератор будет когерентным во времени. Причем, чем больше черно-белых полос желательно наблюдать на экране (чем больше *n*), тем более высокой должна быть временная когерентность генератора. Дело в том, что колебания, строго когерентные во времени, на практике не встречаются. У колебаний любого генератора фазы двух точек, разделенных целым числом периодов, практически совпадают лишь при близком расположении (во вре-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) п — число пар черно-белых полос, наблюдаемых на экране.

мени) этих точек, а для отдаленных гочек эти фазы в результате разных случайных процессов становятся существенно различнымн. Иными словами, генератор со временем как бы «забывает» свою первоначальную фазу, и потому его первоначально излученные колебания теряют способность интерферировать с колебаниями, излученными позднее.

Поэтому для характеристики степени когерентности колебаний во времени вводят понятие *«время когерентности»*  $\tau$ , под которым понимают время, за которое разность фаз указанных точек еще не превышает  $\pi$ . Поскольку за время когерентности  $\tau$  колебания распространяются в пространстве на расстояние  $l = \tau c_0$ ( $c_0$  — скорость света в вакууме), то это расстояние тоже может определять степень когерентности колебаний во времени. Величина l называется *длиной цуга*.

Фокусировка и пространственная когерентность. На рис. 10.16 показана фокуспровка луча с помощью линзы. Здесь все лучи,

проходящие через линзу относительно большого диаметра, собираются в точку (в фокус линзы), благодаря чему в последней можно получить большую плотность энергии.

Однако существенно повысить плотность энергии здесь можно лишь в том случае, если в плоскости линзы все точки волны синфазны. Только в этом случае поля



Рис. 10.16. К пояснению фокусировки луча линзой

лучей, собираемые линзой в фокус, будут складываться в фазе, усиливая результирующее поле. Если же фаза колебаний волны в плоскости линзы распределена хаотически, то поля лучей, собираемых в фокус линзы, тоже будут иметь случайные фазы и результирующее поле в фокусе (равное алгебраической сумме отдельных полей) окажется значительно слабее.

Таким образом, получение интерференционного изображения по схеме рис. 10.15 и фокусировка луча с помощью линзы предъявляют к колебаниям различные требования. Если для получения интерференционной картинки важна временная когерентность колебаний, то для фокусировки требуется пространственная когерентность волны<sup>1</sup>), т. е. волна, у которой разность фаз заданных точек в пространстве сохраняется постоянной ( $\Delta \phi = \text{const}$ ).

Примером пространственно-когерентной волны может быть плоская (TEM) волна, у которой все точки в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, синфазны ( $\Delta \varphi = 0$ ), а также сферические и цилиндрические волны, у которых колебания синфазны ( $\Delta \varphi = 0$ ) соответственно на сферических и цилиндри-

Для фокусировки луча временная когерентность колебаний необязательна.

ческих поверхностях<sup>4</sup>). Однако все эти волны, строго говоря, существуют лишь в теории, а на практике они могут лишь в той или иной мере приближаться к ним.

Пространственно-когерентные колебания могут не обладать временной когерентностью. Так, если частота (фаза) излучающего плоскую волям передатчика нестабильна, то, не обладая временной когерентностью, он тем не менее может иметь хорошую пространственную когерентность.

Степень пространственной когерентности волны (которая характеризует степень пригодности волны, например, для целей фокусировки) можно оценить площадью поверхности, в пределах которой колебания синфазны (применительно к рис. 10.16). Чем больше эта площадь, гем больше пространственная когерентность волны.

В общем случае когерентность колебаний можно оценивать и объемом когерентности, понимая под ним произведение указанной площади на длину цуга. Очевидно, эта характеристика зависит как от временной, так и от пространственной когерентности излучателя.

Когерентность лазеров и других источников. Солнечный свет (его видимый участок) можно рассматривать как одну немонохроматическую волну с быстро меняющимися амплитудой, частотой и фазой. Длина цуга такой волны оказывается равной всего лишь 10 4 см (несколько длин воли).

Разреженный газ излучает свет в виде узких спектральных лиинй и потому такой свет значительно ближе к монохроматическому. Его длина цуга может быть порядка 1 см ( $\sim 10^5\lambda$ ). У лазеров длина цуга может превышать километры, а у квантовых стандартов частоты, работающих в свч днапазоне, --- превышать размеры солнечной системы (вследствие и значительно больших длииы волны и стабильности частоты).

Поверхность нагретого тела является излучающей новерхностью с ничтожно малой пространственной когерентностью, определяемой расстоянием порядка всего лишь весколько длин воли. Это объясняется тем, что точки поверхности тела излучают свет практически независимо друг от друга, так как излучение здесь обусловлено, главным образом, спонтанными переходами. Наоборот, в лазерах излучение обусловлено почти целиком вынужденными переходами и потому у них оказывается высокой не только временная, що и пространственная когерентность. Объем когерентности лазерного излучения может превышать объем когерентности любого другого источника в 10<sup>17</sup> раз и даже больше.

<sup>\*)</sup> Обычная линза в общем случае не пригодна для фокусировки сферических и цилиндрических воли, так как хотя последние и являются когерентными, однако они не обеспечивают синфазность колебаний в плоскости линзы. Тем не менее эти волны можно фокусировать с помощью линз другой формы, в то время как пространственно-некогерентные колебания вообще не фокуснруются (в указанчом выше смысле).

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УРОВНИ ПОЛУПРОВОДНИКА

Плотность частиц среды и ее энергетические уровни. Рассмотренные выше лазеры характеризуются малой плотностью активных частиц в рабочем веществе. Так, в газовых лазерах большое расстояние между активными частицами обусловлено газообразным состоянием вещества. В лазерах же на твердых и жидких средах расстояния между активными частицами, хотя и меньше, чем в газах, но все же достаточно велики, что обусловлено искусственным «разбавлением» частиц. Так, в рубнновом лазере активными частицами являются ноны хрома  $Cr^{+++}$ , вводимые в инчтожном количестве в окись алюминия (99,5%  $\Lambda_2O_3$  и только 0,5%  $Cr_2O_3$ ). Поэтому энергетические уровни газовых сред по своему характеру аналогичны уровням изолированных атомов, отличаясь от последних бо́льшей шириной. Уровни жидких и твердых активных сред, представляющие собой сравнительно широкие полосы, в целом сохраняют дискретную структуру уровней атома.

В данном же параграфе рассматриваются лазеры, в качестве активной среды которых используются «неразбавленные» полупроводники, т. с. полупроводники в обычном понимании этого слова. Такие среды характеризуются большой плотностью активных частиц и малыми расстояниями между ними, поэтому их энергегические уровни превращаются в широкие зоны, особенности которых были рассмотрены в 5.1.

Особенность инверсии уровней в полупроводнике. Условия уснления в полупроводнике существенно отличаются от рассмотренных выше, так как электроны и дырки распределены по зонам не однородно, а находятся соответственно на дне зоны проводимости и у потолка валентной зоны (см. 5.1) (в рассмотренных выше средах распределение частиц внутри полосы энергетического уровия считалось примерно однородным).

Поэтому применительно к полупроводникам под инверсной следует понимать среду, у ксторой число свободных электронов в узкой полосе у дна зоны проводимости больше числа валентных электронов тоже в узкой полосе у потолка валентной зоны. Но это означает, что такая инверсная среда может усиливать только те колебания, частоты которых соответствуют переходу между указанными очень узкими полосками этих зон, и поэтому составляют узкую полосу частот. Среднее значение этой полосы частот лишь немного больше частоты перехода запрещенной зоны (рис. 5.2a).

# МЕТОДЫ ИНВЕРСИИ И ТИПЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЛАЗЕРОВ

Метод p-n-перехода. Из изложенного следует, что инверсия в полупроводнике характеризуется условием, при котором на дне зоны проводимости и на потолке валентной зоны должно быть большое число соответственно свободных электронов й дырок (как показано на рис. 5.2*a*). Рассмотрим возможность реализацни этого условия в *p-n*-переходе.

В 5.1 было показано, что в *p*-*n*-переходе имеется большое число свободных электронов на дне зоны проводимости и большое число дырок на потолке валентной зоны. Но только первые находятся в одной его части (в *n*-области), а вторые — в другой (в *p*-области). Иными словами, они пространственно разделены, а





Рис. 10.17. К лояснению инверсии в *p-n*-переходе

контактная разность потенциалов (рис. 10.17*a*) препятствует их переходам из одной области в другую. 1

Таким образом, требуемые для инверсии условия частично в *p-n*-переходе уже выполняются. Необходимо лишь ликвидировать пространственное разделение свободных электронов и дырок. Это нетрудно осуществить, если к переходу приложить напряжение от внешнего источника (рис. 10.17б) такой полярности и величины, чтобы оно скомпенсировало поле контактной разности потенциалов. В этом случае свободные электроны получат возможность перемещаться из п-области в р-область и, следовательно, в *p-п-*переходе возникнут условия, соответствующие инвер-

сии, так как электроны и дыр-

ки уже не будут разделены в пространстве (одновременный переход дырок, но с меньшей интенсивностью ввиду их меньшей подвижности будет способствовать тому же самому процессу).

Возникающую при указанных условиях в *p-n*-переходе инверсию можно использовать для целей усиления, а при охвате устройства положительной обратной связыю достаточной величины — и для целей генерации.

Лазер на p-n-переходе. Чтобы рассмотренный p-n-переход (рис. 10.17б) превратить в лазер, нужно лишь создать резонансный объем, который обеспечит необходимую для самовозбуждения положительную обратную связь.

Пример такой конструкции показан на рис. 10.17*в*. Здесь резонансный объем создается в результате отражения волн от двух противоположных граней, которые для увеличения коэффициента отражения тщательно полируются (отражение обусловлено праницей раздела полупроводник—воздух). Поэтому граница разде-230 ла полупроводник—воздух здесь выполняет такую же роль, как и зеркала в лазерах, рассмотренных выше (если одну грань сделать полностью отражающей, то излучение будет односторонним).

Следует отметить, что при генерации свободные электроны *n*области не «успевают» продзинуться сколь-нибудь заметно вглубь *p*-области, так как опи очень быстро рекомбинируют с дырками непосредственно на границе раздела между *p*- и *n*-областями. Поэтому практически инверсия, а следовательно, и генерация наблюдаются только в указанном узком слое на границе раздела между *p*- и *n*-областями, а не по всему объему *n*- и *p*-областей.

То, что в генерации участвует очень небольшой объем вещества, является недостатком дабного типа лазера. В частности, это ограничивает возможности получения больших мощностей. Кроме того, так как кпд этих лазеров пока еще не превышает 50% (хотя, в принципе, может быть близким к единице), в таком лазере значительная часть мощности внешнего источника превращается в тепло. Тепло практически выделяется в указанном очень тонком слое, вызывая местный внутренний перегрев, трудно устраняемый системами охлаждения (ведь *p*- и *n*-области как бы играют роль «тепловых рубашек», ухудшающих теплопередачу). Температура этого слоя *p*-*n*-перехода оказывается существенно выше температуры охлаждающей жидкости. Поэтому некоторые лазеры такого типа в импульсном режиме могут работать даже при комнатной температуре, в то время как для непрерывного режима, как правило, требуется довольно глубокое охлаждение.

В качестве активной среды лазера используются различные полупроводники. Пока лучшие результаты показал лазер на Ga As. Размеры такого лазера порядка  $(1 \times 1 \times 1)$  мм, потребляемый ток около 1 а, а кпд — примерно 50% (в принципе, кпд полупроводникового лазера может быть близким к 100%). В непрерывном режиме генерации мощность лазера около 10 Вт при обязательном охлаждении до температуры жидкого азота. В импульсном режиме генернуемая мощность возрастает до 100 Вт. При работе при комнатной температуре мощность падает. Используя различные полупроводники, можно получать генерацию в диапазоне воли от ультрафиолетовых и до инфракрасных.

Метод электронного возбуждения иллюстрируется рис. 10.18а. Здесь пластинка 1 из полупроводника облучается потоком быстрых электронов (с энергией порядка 0,5 МэВ). Проходя через полупроводник, поток быстрых электронов ионизирует атомы и переводит часть их электронов из валентной зоны в зону проводимости причем на очень высокие уровни.

Отдавая избыточную энергию атомам полупроводника, электроны опускаются на дно зоны проводимости. Причем этой избыточной энергии хватает не только на дополнительный перевод еще нескольких электронов из валентной зоны в зону проводимости, но и на то, чтобы вновь пришедшие электроны, в свою очередь, вызвали дополнительные переводы электронов в зону проводимости. Развивающийся лавишно-нарастающий процесс заканчивается переходом всех свободных электронов на дно зоны проиводимости. В результате дно зоны проводимости и потолок валентной зоны оказываются в инверсном состоянии, и пластинка может использоваться как усилитель или генератор, например, по схеме, показанной на рис. 10.18*a*. Достоинством этого метода являются большая глубина материала, который оказывается в инверсном состоянии (благодаря большой глубине проник





Рис. 10.18. Схемы полупроводниковых лазеров: а) с электронным возбуждением, б) с оптической накачкой

новення быстрых электронов потока), а также возможность применения пластин относительно больших размеров <sup>1</sup>). Однако кид прибора здесь получается меньше ( $\approx 20\%$ ), чем в лазере на *p-n*-переходе.

Метод оптической накачки (рис. 10.18б) во многом похож на аналогичный метод в лазерах с твердыми, жидкими и газообразными средами. Здесь полупроводниковая пластинка облучается световым потоком большой мощности и частоты, превышающей частоту перехода запрещенной зоны. Нод действием этой мощности накачки часть электронов из валентной зоны с различных «глубин» переводится в зону проводимости также на различные уровни. Однако в конечном счете все свободные электроны оказываются на дне зоны чроводимости, а дырки и потолка валентной зоны, и потому населенность этих узких полосок может оказаться инверсной. Чем ближе частота накачки к частоте генерации, тем большая часть энергии каждого фотона накачки переходит в энергию фотона излучения и тем выше кид такого прибора.

Поэтому при использования в качестве генератора накачки другого лазера можно получить довольно высокий кид (порядка 50%). Однако гакое сочетание двух лазеров, по существу, является преобразователем частоты, а не лазером в обычном понимании этого слова

Использование же в качестве генератора накачки других немонохроматических источников света столь резко снижает кид лазера, что его практическое применение теряет смысл.

Метод прямого электрического возбуждения. Перевод электронов из валентной зоны в зону проводимости можно осуществать и с помощью сильного электрического поля, приложенного к полупроводнику, которое будет как бы силой отрывать электроны от атомов и удалять их. Однако при таком методе электрическое поле одновременно преиятствует опусканию электронов на дно зоны проводимости, сообщая им все большую и большую электронов ца дно электронов во внешнем поле). Поэтому для получения шверсии электрическое поле следует прикладывать кратковременными импульсами. Длительность импульса должна быть такой, чтобы он уснел вызвать достаточно большое число переходов электронов в зону проводимости. После каждого выключения электроны будут опускаться на дно зоны проводимости, создавая зизерсию населенностей.

Недостатком этого метода является то, что прибор может работать только в импульсном режиме.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) В *р*-*п*-переходе инверсия возникает лишь в очень тонком слое на границе раздела, а сам *р*-*п*-переход технологически сделать достаточно больших размеров пока не удается.

# Глава 11

# МОДУЛЯЦИЯ ЛУЧА ЛАЗЕРА И НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИКА

# 11.1. Внутренняя модуляция

#### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ -

Во введении было показано, что оптический диапазон охватывает огромную по современным масштабам полосу частот, в пределах которой можно разместить чрезвычайно большое количество каналов связи. Поэтому в настоящее время ведутся большие работы, связанные с решеннем проблем, которые возникают при реализации этих возможностей. Одной из таких проблем является создание модулягоров оптического диапазона.

Существует четыре основных типа модуляции: амплитудная, частотная, фазовая и поляризационная, при которых изменяются соответственно амплитуда, частота, начальная фаза или направление поляризации излучаемых колебаний. В оптическом диапазоне, в принципе, можно реализовать модуляцию любого из указанных типов, причем ее можно осуществлять либо внутри да-

зера (внутренняя модуляция), либо вне его (внешняя модуляция). Под внутренней модуляцией поэтому понимают управление процессом генерации в лазере, а под внешней — воздействие на излученный луч вне лазера<sup>1</sup>).

#### АМПЛИТУДНАЯ МОДУЛЯЦИЯ ИЗМЕНЕНИЕМ МОЩНОСТИ НАКАЧКИ

Генерация в лазере возникает при пороговой мощности накачки *Р*<sub>пор</sub> (рис. 11.1). С уве-



Рис. 11.1. К пояснению внутренней модуляции изменением мощности накачка

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) В радиотехнике более длипных воли обычно приходится иметь дело только с внутренией модуляцией, носкольку там излучение сразу рассеивается на очень большую поверхность, охватить которую каким-то модулирующим прибором вне генератора в настсящее время нереально.

личением накачки мощность излучения также возрастает, причем на некотором участке эта зависимость имеет приближенно линейный характер. Ноэтому если подавать на лазер промодулированную мощность накачки, то мощность излучения также окажется промодулированной примерно по тому же закону.

Однако при синусоидальной модуляции получить большие коэффициенты модуляции трудно из-за возникающих при этом больших нелинейных искажений.

# ИМПУЛЬСНАЯ МОДУЛЯЦИЯ ИЗМЕНЕНИЕМ ДОВРОТНОСТИ. ГЕНЕРАЦИЯ ГИГАНТСКИХ ИМПУЛЬСОВ

На рис. 11.2 показана схема лазера, отличающаяся от уже рассмотренных только тем, что одно из ее зеркал вращается (левое). В те моменты времени, когда плоскость левого зеркала не



Рис. 11.2. Схема модуляции ригантоких импульсов

перпендикулярна оси активной среды, геперация в лазере пе наблюдается из-за отсутствия положительной обратной связи или, другими словами, из-за малой добротности резонатора. Геперация возникает лишь в те короткие интервалы времени, когда плоскость вращающегося зеркала оказывается

перпендикулярной оси активной среды, и поэтому имеет импульсный характер.

Однако такая система не только создает излучение импульсного характера, но, что особенно важно, позволяет получать импульсы очень большой мощности, так называемые гигантские (длительность импульсов при этом оказывается очень малой). Действительно, мощность лазера определяется интенсивностью процесса индуцированного излучения, который зависит от степени инверсии и добротности резонатора. Чем они больше, тем интенсивнее процесс индуцированного излучения и, следовательно, тем больше излучаемая в импульсе мощность.

Поэтому для получения мошных импульсов необходимо одновременно добиваться и большой степени инверсии в активной среде и высокой добротности резонатора. Однако в обычной схеме лазера однорвеменно выполнить указанные условия не удается, так как при высокой добротности резонатора генерация возникает уже при относительно небольшой инверсии уровней и тем самым препятствует ее дальнейшему увеличению.

Следовательно, чтобы повысить степень инверсии, необходимо на то время, пока она создается, «выключить» большую добротность резонатора и «включить» ее вновь тогда, когда инверсия уровней в активной среде достигиет требусмой величины. Не-234 трудно видеть, что такое «выключение и включение» добротности осуществляется в рассматриваемой схеме вращающимся зеркалом. Резкое сокращение длительности импульсов при данном методе модуляции объясняется тем, что ввиду интенсивного процесса излучения в этой схеме инверсия исчезает значительно быстрее, чем в обычной схеме.

Добротность резонатора можно изменять и другими способамн, например, помещая внутри лазера между зеркалами какиенобудь электрически управляемые переключатели, прозрачность которых меняется с изменением приложенного напряжения.

# ЧАСТОТНАЯ МОДУЛЯЦИЯ НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТОВ ЗЕЕМАНА И ШТАРКА

При приложении к активной среде сильного магнитного или электрического поля энергетические уровин соответственно расщепляются и смещаются и, следовательно, изменяется частота генерации лазера, что можно использовать для целей модуляции его луча. Однако практические возможности такого метода весьма ограничены, поскольку даже в сильных полях, измеряемых тысячами эрстед, смешение частоты перехода незначительно

# 11.2. Внешняя модуляция на основе эффекта Фарадея

## поляризационный модулятор

Схема модулятора, основанного на эффекте Фарадея, который позволяет менять направление плоскости поляризации волны по закону модулирующего тока, показана на рис. 11.3а. Здесь вертикально поляризованная световая вол-



Рис. 11.3. Схемы модуляторов, основанных на эффекте Фарадея: а) поляризацношного; б) амплитудного

на проходит через ферритовый стержень *I*, помещенный в магнитное поле соленоида 2, и поэтому ее вектор *E* за счет эффекта Фарадея поворачивается по отношению к вертикальной оса на угол

$$\varphi_{\sim} = \kappa_1 l H = \kappa_2 l l_{\mathcal{Q}}, \qquad (11.1)$$

где  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$  — некоторые постоянные, а *l*, *H* и  $I_{\Omega}$  — длина ферритового стержня, напряженность магнитного поля и ток соленоида соответственно. Если ток /  $_{Q}$  меняется по некоторому закону, то по тому же закону будет меняться и угол  $\phi_{\sim}$  наклона поляризации световой волны, а это п означает, что устройство работает как поляризационный модулятор.

#### АМПЛИТУДНЫЙ МОДУЛЯТОР

Схема амилитудного молулятора, показанная на рис. 11.36, отличается от рассмотренной схемы поляризационного модулятора лишь наличием дополинтельного поляронда 3 на его выходе. Поляронд превращает поляризацион-



Направление плоскасти пропускания поляроида

Рис. 41.4. К определению амплитуды волны, проходящей через полиронд ную модуляцию в амплитудную.

Принции действия амилитудного модулятора основан на свойстве поляроида пропускать только составляющую поля волны с определенной поляризацией. Так, если угол между вектором *Е* падающей на поляроид световой волны и плоскостью пропускания поляроида равен ф (рис. 11.4), то напряженность поля на выходе последнего

$$E_{\text{Bblx}} = E \cos \varphi = E \cos (\varphi_0 + \varphi_{\sim}), \qquad (11.2)$$

где  $\phi_0$  — угол между плоскостью пропускания поляровда и первоначальным направлением вектора *E* луча;  $\phi_{\sim}$  дополнительный угол, на который повернулась плоскость поляризации волны в ферритовой среде.

Если выбрать  $\varphi_0 \approx 45$ , то поле световой волны на выходе рассматряваемого прибора (рис. 11.36) окажется амплитудно промодулированным примерно по гому же закону, что и ток  $I_{\Omega}$ . Наоборот, если  $\varphi_0 \approx 0$  или  $\varphi_0 \approx 90^\circ$ , то модуляция будет сопровождаться большими пеличейными искажениями.

Таким образом, угол q<sub>0</sub> определяет рабочую точку на модуляционной кривой. Причем в обычных условиях рабочая точка должна выбираться на ее наиболее ли-

нейном участке. На практике ввиду отсутствия ферритовых сред с малыми потерями в оптическом диапазоне, а также из-за необходимости сильных управляющих полей модуляторы, основанные на эффекте Фарадея, практического применения нока не находят.

#### 11.3. Свойства электрооптических сред

#### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В изотропных средах скорость и характер распространения электромагнитной волны не зависят от ее поляризации и направления распространения, что является следствием независимости свойств среды от рассматриваемого направления.

Наоборот, у анизотропных сред свойства оказываются различными в разных направлениях и потому скорость волны через них в общем случае зависит как от поляризации, так и от направления се распространения. Более того, здесь могут наблюдаться и более сложные явления. В частности, линейно-поляризованная волна при распространении в такой среде может либо поворачивать свою плоскость поляризации (эффект Фарадея), либо превращаться в эллиптически поляризованную (см. ниже), частным случаем которой является волна с круговой поляризацией.

236

В данном параграфе расоматриваются некоторые электроонтические среды и только те явления в них, которые нашли наибольшее применение в разрабатываемых модуляторах. Под электроонтическими подразумеваются среды, анизотропные свойства которых зависят от внешнего электрического поля  $E_{\Omega}$  <sup>1</sup>). Это лоле в дальнейшем пазывается модулирующим, а его направление принимается параллельным осн *z*. Кроме того, в тех случаях, когда речь ндет о кристалле, предполагается, что оптическая ось последнего тоже параллельна модулирующему полю  $E_{\Omega}$  и оси *z*.

С учетом этих предположений рассмотрим два случая распространения волны в электрооптической среде.

# РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Распространение волны с сохранением линейной поляризации (фазовая модуляция). Назовем линейно-поляризованную волиу, вектор E которой нараллелен осн x, волной  $E_x$ , а волны с векторами E, нараллельными осям y и z, соответственно волнами  $E_y$ п  $E_x$ . Тогда основное свойство электроонтической среды можно



Рис. 11.5. К пояснению модуляции, основанной на поперечном и продольном эффектах

сформулировать следующим образом. В электрооптической среде волна  $E_x$  (рис. 11.5*a*) распространяется по законам изотронных сред и потому описывается выражением

$$\dot{E}_x = \dot{E}_{m_x} e^{i(\omega t - \omega n_x r)} , \qquad (11.3)$$

гле  $n_x = 1$   $\overline{\varepsilon_x \mu_0} = f(E_\Omega)$  — коэффициент преломления для волны  $E_x$ , в общем случае зависящий от величины  $E_\Omega$ , а r в частном случае может совпадать с осью y.

То же относится и к волнам  $E_z$  (рис. 11.56) и  $E_y$  (рис. 11.5*г*, на рисунке вектор  $E_y$  не показан) с той лишь оговоркой, что ско-

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>) При отсутствии  $E_{\Omega}$  одни электроонтические среды изотронны, что характерно для жидкостей и кристаллов с кубической симметрией, а другие могут обладать свойствами одноосного вли двуссного кристалла.

рости всех трех волн при  $E_{\Omega} \neq 0$  в общем случае не равны между собой (так как  $n_x \neq n_y \neq n_z$ ), причем различие между ними тем больше, чем больше модуль  $E_{\Omega}^{-1}$ ). Волны же, у которых вектор E не параллелен ни одной из трех координат, распространяются по более сложным законам (см. ниже).

Таким образом, применительно к рис. 11.5*a*, *б*, *г* по закону (11.3) могут распространяться лишь волны с горизонтальной и вертикальной поляризациями, причем в общем случае от  $E_{\Omega}$  зависят скорости обеих волн. Но если окорость, например,  $E_x$  (рис. 11.5*a*) зависит от  $E_{\Omega}$ , то ее фаза ( $\omega t - \omega n_x r = \omega t - \omega n_x y$ ) на выходе устройства тоже зависит от  $E_{\Omega}$  и, следовательно, устройство рис. 11.5*a* при подведении к его электродам переменного модулирующего папряжения  $\dot{U}_{\Omega} = U_{m\Omega} \, e_{\Omega t}$  может использоваться в качестве фазового модулятора.

Превращение линейно-поляризованной волны в волну с эллиптической поляризацией. Рассмотрим случай (рис. 11.5в), когда вектор E линейно-поляризованной волны на входе устройства ориентирован под углом 45° к осям x и z (волна  $E_{45}$ ). В данном случае распространение волны не подчиняется закону (11.3). В частности, такая волна на выходе устройства превращается в эллиптически поляризованную (частным случаем которой является волна с круговой поляризацией) либо плоскость ее поляризации после прохождения среды поворачивается на 90°.

Остановимся на этом случае подробнее. Представим волну  $E_{45}$  в виде суммы двух волн  $E_x$  и  $E_z$  с равными и синфазными амплитудами (рис. 11.5*в*). Поскольку в силу вышеизложенного волны  $E_x$  и  $E_z$  (подчиняющиеся закону 11.3) имеют разные скорости, а сама разность их скоростей зависит от  $E_{\Omega}$ , то на выходе устройства эти волны будут уже несинфазны, причем разность их фаз будет зависеть от  $E_2$ . Но если два одинаковых и взаимпо перпендикуляршых вектора не синфазны, то их результирующий вектор описывает эллипс. Следовательно, волна на выходе такого устройства окажется эллиптически поляризованной.

В том случае, если разность фаз составит  $\pi/2$ , то эллиптическая поляризация выродится в круговую, а если —  $\pi$ , то волна на выходе снова будет линейно-поляризованной, но ее плоскость поляризации повернется на 90° (по отношению к плоскости на входе устройства).

Данное явление обычно используется для амплитудной модуляции луча лазера. Действительно, если на выходе такого устройства дополнительно поместить поляроид, плоскость пропускания которого перпендикулярна первоначальной плоскости поляризации волны, то при  $E_2 = 0$  луч на выходе всего устройства (после поляроида) будет отсутствовать. При приложении электрического

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) В одних средах от  $E_{\Omega}$  зависят скорости всех трех волн  $E_x E_y$  и  $E_x$ , а в других скорость либо одной из этих воли, либо двух (некоторые из этих сред рассмотрены ниже).

поля  $E_{\Omega}$  в результате превращения волны из линейно-поляризованной в волну с эллиптической поляризацией у ее поля появится перпендикулярная составляющая, параллельная плоскости пропускания поляронда, которая пройдет через поляроид. С изменением  $E_{\Omega}$  соответственно начнет изменяться и амплитуда проходящей через поляроид волны и, следовательно, все устройство в целом (вместе с полярондом) будет работать как амплитудный модулятор.

# особенности некоторых электрооптических сред

При приложенни модулирующего поля к различным электрооптическим средам их анизотропность проявляется по-разному. Так, у одних сред модулирующее поле изменяет только один из трех коэффициентов преломления  $(n_x, n_y, n_z)$ , у других только два, а у некоторых и все три. Причем изменение коэффициентов преломления можст быть линейным по отношению к модулирующему полю или кводратичным. Соответственно все электрооптические среды принято подразделять на среды с линейным эффектом и среды с квадратичным эффектом.

Линейный эффект (эффект Поккельса) наблюдается только в твердых веществах. В частности, в кристалле КDP (K<sub>2</sub>H<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>), нашедшем в настоящее время широкое применение в модуляторах, модулирующее поле, направленное по осн *z*, изменяет (линейно) только два коэффициента преломления<sup>1</sup>):

$$n_x = n_0 + \kappa E_2, \quad n_y = n_0 - \kappa E_2, \quad n_z = n_c,$$
 (11.4)

где  $\kappa$  — постоянная, а  $n_0$  и  $n_e$  — коэффициенты преломления для обыкновенной и необыкновенной воли в отсутствие модулирующего поля.

Выражения (11.4) [с учетом ф-лы (11.3)] показывают, что фазовая скорость волны  $E_z$  не зависит от модулирующего поля, а скорости волн  $E_x$  и  $E_y$  при заданной полярности  $E_2$  изменяются по-разному: если екорость одной волны возрастает, то скорость другой — падает, а при обратной полярности, наоборот.

Иными словами, для фазовой модуляции можно использовать только волпы  $E_x$  и  $E_y$  (по пе  $E_z$ ). Применительно к рис. 11.5 это означает, что при продольном распространении волны фазовую модуляцию можно получить и при ее горизонтальной поляризации и при ее вертикальной поляризации (рис. 11.5*г*), а при поперечном распространении — только при горизонтальной поляризации (рис. 11.5*a*). Амплитудную же модуляцию можно получить для любой волны, вектор *E* которой образует угол 45° с любой парой координат (рис. 11.5 *в*, *г*).

Квадратичный эффект (эффект Керра) наблюдается в средах,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Преднолагается, что кристаллографические оси x' и y' составляют с осями x и y угол 45°.

имеющих центр симметрии. В жидкостях электрооптический эффект всегда квадратичен ввиду равноправности в ней всех направлений. При этом

$$n_x = n_y = n_0, \ n_z = n_0 + \kappa E_Q^2$$
 (11.5)

Такая зависимость коэффициентов от модулирующего поля показывает, что фазовая модуляция возможна только для волны  $E_z$ (которая распространяется поперечно модулирующему полю), а амплитудная модуляция — только для волны, вектор E которой образует угол 45° с осью z. При квадратичном эффекте коэффициент  $n_z$  а, следовательно, и скорость волны  $E_z$  не зависят от полярности модулирующего поля и определяются лишь его модулем.

# РАСЧЕТ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ И ЭЛЛИПТИЧНОСТИ ВОЛНЫ

Фазовая модуляция. Рассмотрим модуляцию фазы волны  $E_x$  в устройстве рис. 11.5a, с кристаллом KDP (KH<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>). Если частота модуляции небольная, то на длине кристалла фаза волны меляется в соответствии с (11.3) и (11.4) на величину

$$\theta_{\lambda} = -\omega n_{\lambda} t + \omega n_{0} t + \omega \kappa t \dot{E}_{0}, \qquad (11.6)$$

откуда индекс фазовой модуляции

$$m = \omega \kappa l E_{m\Omega}$$

Индекс фазовой модуляции пропорционален длине l кристалла и модулируюнему полю. Однако на свч, когда время т прохождения волной кристалла соизмеримо с периодом  $T_2$  модулирующего поля, индекс m получается меньшим, чем это следует из полученией формулы, и даже может обратиться в нуль. Физически это объясняется тем, что при больших т часть пути волна проходит ускоренно, а другую часть — замедленно (так как за это время модулирующее поле успевает изменить свою полярность). В результате положительный набег фазы на одном участке частично или полностью компенсируется ее отрицательным набегом на другом участке.

Для получения формулы, справедливой в общем случае для любых частот, исобходимо проивтегрировать все значения набегов фаз, получаемых волной на всем пути от входа устройства до сго выхода, т. с.

$$\hat{\theta}_{x} = \int_{0}^{l} \omega \left( n_{0} + \kappa \dot{E}_{2} \right) dl = \omega n_{0} l - \omega \kappa \int_{0}^{l} \dot{E}_{2} dl - \omega n_{0} l - \omega \kappa l M \dot{E}_{2}^{(0)}, \quad (11.7)$$

где  $\vec{E}_{\Omega}^{(0)} = \vec{E}_m \Omega - e^{i\omega t_0}$ ,  $t_0$  — момент прохождения волной среднего сечения кристалла;  $M = \frac{\sin \theta/2}{\theta/2}$ ,  $\theta_l = \frac{\omega l}{2v} - \frac{\omega \ln_x}{2}$ , а v — скорость волны.

В этих преобразованиях было использовано значение интеграла  $\int_{0}^{L} \dot{E}_{\Omega} dl = lME_{m,\Omega} e^{i\omega t_{0}}$ , полученное в гл. I [см. ф-лу (1.8)], поскольку обезадачи решаются математически одинаково, так как в обонх случаях речь пдет об интеграле  $\int \dot{E} dl$  за время прохождения волной (или электроном) участка длиной l (или  $d_{1}$ ). Поэтому индеке фазовой молуляции в общем случае

$$m = (\omega \kappa l E_{m0}) M. \tag{11.8}$$

240

Формула (118) показывает, что на сву *m* уменьшается пропорционально коэффициенту *M*, графическая зависимость которого от  $\theta_i$  показана на рис. 1.4. В частности, *m*=0, если т равно целому числу *p* периодов модулирующего поля ( $l=\lambda p$ ). Таким образом, с точки зрения эффективности фазовой модуляции увеличение длины кристалла целесообразно аншь до определенных пределов.

Эллиптичность волны. Рассмотрим превращение линейно-поляризованной волны в волну с эллиптической поляризацией на примере устройства рис. 11.5г (с продольным распространением волны) на кристалле КDP. Если на вход такого устройства поступает волна  $E_{35}$ , вектор которой составляет угол 45° с осями х и у, то ее можно представить в виде суммы двух волн  $E_x$  и  $E_y$ . После прохождения кристалла эти волны становятся несшифазными. Если часто та модуляции невелика, то разность их фаз с учетом ф-л (11.3) и (11.4) определится выражением

$$\dot{\Delta} \theta_{xy} = (\omega t - \omega \dot{n_y} l) - (\omega t - \omega \dot{n_x} l) = \omega (-n_y + \dot{n_x}) l = 2\kappa \omega l \dot{E}_Q. \quad (11.9)$$

В общем же случае на свя эта разность по причинам, указанным выше, будет меньше (пропорционально коэффициенту M):

$$\Delta \dot{\theta}_{xy} = \left(2\kappa \,\omega t \dot{E}_{2}^{(0)}\right) M. \tag{11.10}$$

Эта формула получена с номощью тех же преобразований, которые непользовались при выводе (11.7)

# 11.4. Модуляторы на электрооптических средах

#### прохождение эллиптически-поляризованной волны через поляроид

Амплитудная модуляция луча лазера, как было показано в предыдущем параграфе, осуществляется с помощью электроонтических сред в два этана. Спачала линейно-поляризованная волна под действием модулирующего поля превращается в волну с эллиптической поляризацией или, другими словами, сначала создается разность фаз  $\Lambda 0 = f(E_{\Omega})$  между двумя взаимно перпендикулярными волнами, на которые может быть разложена линейно-поляризованная волна создается разность фаз  $\Lambda 0 = f(E_{\Omega})$  между двумя взаимно перпендикулярными волнами, на которые может быть разложена линейно-поляризованная волна (рис. 11.5*в*). Затем эти две волны со сдвигом фаз  $\Delta \theta = f(E_{\Omega})$  пропускаются через поляронд, на выходе которого амплитуда луча оказывается зависящей от  $\Lambda 0$  и, следовательно, от  $E_{\Omega}$ .

Нахождение зависимости  $\Delta 0 = f(E_{\Omega})$ , т. е. первый этап модуляции, было показано в предыдущем параграфе. Здесь же аналитически рассматривается второй этап модуляции, т. е. определяется зависимость от  $\Delta \theta$  амплитуды волны, выходящей из поляроида.

Исходные данные. Допустим, что с помощью устройства рис. 11.5 г линейно-поляризованная волна уже превращена в волну с эллиптической поляризацией и потому разность фаз  $\Delta \dot{\theta}_{xy} = \sqrt{(\dot{E}_{\Omega})}$ между составляющими ее волнами  $E_x$  и  $E_y$  задана<sup>1</sup>). Плоскость

Рассмотрение сохраняет силу и применительно к устройству рис. 11.5 в, но только вместо волны Е<sub>н</sub> здесь будет фигурировать волна E<sub>z</sub>.

пропускания поляронда устанавливаем под углом 45° к векторам  $E_x$  н  $E_y$ , как показано на рис. 11.6.

В этих условиях необходимо найти амплитуду поля луча на выходе поляронда.

Определение поля на выходе поляроида. Если волны  $E_x$  и  $E_y$  синфазны ( $\Delta \theta_{xy} = 0$ ), то результирующая волна будет плоско-по-



Плоскость пропускания

Рис. 11.6. К определению прохождения эллиптически-поляризованной волны через поляронд ляризованной с вектором *E*, перпендикулярным плоскости пропускания поляроида (рис. 11.6), и через поляроид не пройдет. Если же волны  $E_x$  и  $E_y$  окажутся несинфазными ( $\Delta \theta_{xy} \neq 0$ ), то результирующий вектор *E*, описывая эллипс, будет иметь составляющую, параллельную плоскости пропускания поляроида, величина которой и определит интенсивность луча на его выходе.

Аналитически поле  $E_{\rm BMX}$  на выходе поляроида можно представить в виде суммы полей, создаваемых волнами  $E_x$  и  $E_y$ , каждое из которых определяется проекцией своего вектора  $E_x$  или  $E_y$  на плоскость поляроида, т. е.

$$\dot{E}_{Bblx} = \dot{E}_x \cos 45 - \dot{E}_y \cos 45 = (\dot{E}_x - \dot{E}_y) \frac{1}{12} = E_x (1 - e^{-1\Delta\theta_{xy}}) \frac{1}{12} =$$
$$= \dot{E}_x e^{-1} \frac{\Delta\theta_{xy}}{2} \left( e^{1} \frac{\Delta\theta_{xy}}{2} - e^{-1} \frac{\Delta\theta_{xy}}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} = \dot{E}_x e^{-1} \frac{'\Delta\theta_{xy}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\Delta\theta_{xy}}{2},$$

или, переходя к амплитудам,

$$E_{m \text{ Bblx}} = (E_{m_{\mathbf{X}}} \cdot \sqrt{2}) \sin \frac{\Delta \theta_{xy}}{2} = E_{m} \sin \frac{\Delta \theta_{xy}}{2} , \qquad (11.11)$$

где  $E_m = \sqrt{2}E_{mx}$  — амплитуда поля линейно-поляризованной волны на входе электрооптической среды (т. е. до ее превращения в волну с эллиптической поляризацией).



Рис. 11.7. Модуляционные характористики для эффектов двойного лучепреломления: а) личейного; б) квадратичного

242

Таким образом, амплитуда  $E_{m \, E\, \mathrm{M}\, X}$  поля на выходе поляроида зависит от сдвига фаз  $\Delta \theta_{xy}$  между составляющими  $E_x$  и  $E_y$  по закону sin  $\Delta \theta_{xy}/2$ . Если в модуляторе используется электрооптическая среда с линейным эффектом, то в соответствии с ф-лой (11.10)  $\Delta \theta_{xy} = 2\kappa\omega l \dot{E}_{\Omega}^{(0)} M^{-1}$ ) и, следовательно, амплитуда промодулированных колебаний определяется законом

$$E_{m \text{ Bux}} = E_m \sin\left(\kappa \omega \, l E_{\Omega} \, M\right), \tag{11.12}$$

графически представленным на рис. 11.7а.

В случае же использования среды с квадратичным эффектом (в устройстве рис. 11.5 в) разность фаз  $\Delta \theta_{xz}$  пропорциональна  $E_{\Omega}^{2}$ , и потому амплитуда колебания на выходе определяются законом

$$E_{m \operatorname{BUX}} = E_m \sin\left(\kappa E_{\Omega}^2\right). \tag{11.13}$$

графически показанным на рис. 11.76.

Как видно из рисунков, в обоих случаях модуляционные кривые имеют примерно линейные участки, при работе на которых нелинейные искажения получаются сравнительно небольшими.

# примеры конструкций резонаторных модуляторов

Фазовый модулятор. На рис. 11.8 показана конструкция резонаторного фазового модулятора, соответствующего схеме рис. 11.5 г с продольной волной в модулирующем поле  $E_{\Omega}$ . Электрооп-



Рис. 11.8. Схема фазового модулятора на коаксиальном резонаторе

тическая среда 1 размещена в разрыве внутреннего стержня коаксиального резонатора 2, где модулирующее электрическое поле свч максимально (направление распространения луча, оптическая ось кристалла и ось z совпадают).

Амплитудный модулятор. По общему правилу, рассмотренному выше, фазовый модулятор «превращается» в амплитудный, если на его выходе установить поляроид 3 (на рис. 11.8 дан пунктиром), а плоскость поляризации луча лазера на входе электрооп-

<sup>1)</sup>  $\dot{E}_{\Omega}^{(0)}$  отличается от  $E_{2}$  лишь фазой, которая в данном случае интереса не представляет.

тической среды ориентировать под углом 45° к тем двум осям координат, которые перпендикулярны направлению распространения луча.

Частотные ограничения для резонаторных модуляторов. В резонаторных модуляторах полоса частот модуляции зависит от добротности резонатора. Чем меньше добротность, тем больше полоса модуляции. Однако при малой добротности резонатора для получения того же коэффициента модуляции требуется соответственно большая модулирующая мощность, что собственно и является ограничивающим фактором при разработке широкополосного модулятора. Другим ограничением является невозможность применения длинных модулирующих сред для увсличения коэффициента модуляции, так как последний зависит от длины среды по закону синуса (см. выше стр. 240, 241).

# широкополосный модулятор Бегущей волны

Принцип работы и вримор конструкции. От указанных медостатков свободны модуляторы, в которых модулирующее напряжение прикладывается к электрооптической среде в виде бегущей волны, распространяющейся вместе со световым лучом в одном и том же паправлении и с одной и той же скоростью.

Пример конструкции фазового модулятора бегущей волны (БВ) приведен на рис. 11.9. Здесь вдоль полосковой линии размещен стержень прямоугольной формы из электрооптического кри-



Рис. 11.9. Фазовый модулятор бегущей волны

сталла. Конструкция линии рассчитана так, чтобы скорости светового и свч модулирующего поля в ней были одинаковы. В этих условиях любой участок световой волны на всем протяжении пути в кристалле находится в одном и том же неизменяющемся для него модулирующем поле. А это означает, что индекс фазовой модуляции в таком устройстве должен рассчитываться по вышеприведенным формулам для пеизменяющегося модулирующего поля, т. е. M=1. Это означает, что индекс фазовой модуляции в модуляторах БВ прямо пропорционален длине l модулирующей среды (так как M=1), и поэтому, применяя в них длинные электрооптические кристаллы, можно получать большие индексы фазова зовой модуляции даже при относительно небольших модулирующих полях.

Устройство рис. 11.9 можно превратить *в амплитудный* модулятор тем же способом, что и резонаторный модулятор (см. рис. 11.6), т. е. путем включения на его выходе поляронда, и поворотом плоскости поляризации световой волны на 45° на входе.

# методы уравнивания скоростей

Скорости волн в кристалле. Если бы кристаллы обладали одинаковой диэлектрической проинцаемостью на свч и в оптическом диапазоне, то условие равенства скоростей выполнялось бы автоматически в любой линии пра однородном заполнении их поперечного сечения указанной средой). Однако в действительности диэлектрическая проинцаемость кристаллов в оптическом диапазоне обычно составляет  $\varepsilon \approx 2,2$ , а в диапазоне свч  $\varepsilon \approx 15 \div 20$ . Это означает, что скорость волны модулирующего напряжения примерно в 3 раза меньше скорости световой волны. Поэтому обычного скорость или коаксиальные линии для модуляторов БВ непригодны.

Существуют три метода уравнивания скоростей светового и модулирующего полей, которые здесь кратко рассматриваются.

Увеличение скорости волны модулирующего поля. В полосковой линии, полностью заполненной диэлектриком, скорость волны ( $v=1/\sqrt{\epsilon\mu}$ ) в  $\sqrt{-\epsilon_0}/\sqrt{\epsilon}$  раз меньше скорости света в вакууме. Однако если полосковую линию лишь частично заполнить диэлектриком (рис. 11.10*a*), то скорость волны соответственно увсличится и при малом заполнении она будет стремиться к скорости света в вакууме.





Рис. 11.10. К пояслению методов уравнивания скоростей воли свя и оптического диапазонов В данном случае увеличение скорости определяется тем, какая часть общей мощности волны сосредоточена внутри диэлектрика и какая часть снаружи. Чем большая часть мощности распространяется вне диэлектрика, тем больше скорость. Поскольку световая волна в линии рис. 11.10а может пройти целиком внутри диэлектрической пластины, то ее скорость практически не зависит от коэффициента заполнения линии. Наоборот, модулирующая свч волна по характеру распространения не может быть целиком сосредоточена внутри диэлектрической пластины. При тонких пластинах значительная часть мощности распространяется вне пластины, и потому скорость модулирующей волны можно заметно увеличить уменьшением коэффициента заполнения линии. Таким образом, подбирая толщину пластины, можно уравиять скорость волны свч модулирующего поля со скоростью световой волны.

Второй метод увеличения скорости волны модулирующего поля основан на использовании объемного волновода свч (рис. 11.10б). Из электродинамики известно, что фазовая скорость волны в обычном вслноводе всегда больше скорости света. Поэтому, подбирая размеры волновода, можно увеличить фазовую скорость волны модулирующего поля в необходимое число раз (при сохранении скорости световой волны, равной скорости света в данном диэлектрике).

Замедление скорости световой волны иллюстрируется рис. 11.10в. В полосковой линни, полностью заполненной электрооптической средой, свч поле распространяется в виде волны TEM, а световой луч — зигзагообразно, путем последовательных отражений от боковых грапей кристалла (предполагается, что выполняются условия внутрениего отражения на границе двух диэлектриков: кристалл-воздух). В результате скорость светового луча вдоль линии оказывается меньше скорости света в той же среде и зависит от угла падения и отражения воли. При соответствующем выборе этого угла скорости световой и свч воли будут одинаковыми.

# 11.5. Нелинейность электромагнитных свойств вещества

#### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Электромагнитные свойства вещества определяются его магнитной и диэлектрической проницаемостями (и и є), под которыми понимают коэффициенты пропорциональности между индукциями и напряженностями электрических и магнитных полей:

$$B = \mu H = \mu_0 H + M = (\mu_0 + \chi_\mu) H, \qquad (11.14)$$

$$D = e E = e_0 E + P = (e_0 + \chi) E, \qquad (11.15)$$

где M и P — намагниченность и поляризованность среды, показывающие, на сколько отличается индукция в среде от индукции в вакууме, а  $\chi_{\mu}$  и  $\chi$  — магнитная и электрическая восприимчивости среды.

Для среды без потерь µ и є вещественны, а при наличии потерь комплексны. Особенности среды в сильных полях сначала рассмотрим без учета потерь, а затем отдельно исследуем ее поглощающие свойства.

#### НЕЛИНЕЙНОСТЬ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ СРЕДЫ

На рис. 11.11 показана зависимость  $B = \int (H)$  для ферромагнитной среды, позволяющая определить  $\mu$  в статическом или динамическом режимах (петля гистерезиса здесь не рассматривается).

Ири малых *Н* эта зависимость имеет приближенно линейный характер, а при больших *Н* наблюдается область насы-

щения. Физически такой характер кривой объясняется тем, что на начальном участке с увеличением *H* увеличивается намагниченность *M* среды, так как растет число магнитных диполей, ориептированных вдоль поля, а при сильных полях, когда большинство диполей уже ориентировано вдоль поля, дальнейшее увеличение *H* не дает заметного увеличения *B*.

Аналитически это означает, что  $\chi_{\mu} \neq const.$  а зависиг от величины H. Причем зависимость B = f(H) можно представить в виде степенного ряда



Рис. 11.11. Зависимость В=f(H) для ферромагнитной среды

$$B = (\mu_0 + \chi_{10}) II + \chi_{2\mu} II^2 + \chi_{3\mu} II^3 + \cdots$$
 (11.16)

Анализ аналогичного степенного ряда будет приведен ниже при рассмотрении нелинейности электрических свойств среды. Здесь же напомним искоторые явления, обусловленные нелинейностью намагниченности среды, которые знакомы читателю из курса электротехники. Так, если к дросселю с железным сердечником приложить сипусоидальное напряжение, то ток в цепи будет не синусондальным, состоящим из колебания основной частоты и ряда гармовик с частотами, кратными основной. А если трансформатор питать сипусоидальным током, то в его вторичной обмотке будет наводиться несинусоидальное напряжение. Другими словами, неличейность намагниченности среды велет к возникновенню в цепи новых частот, которых ист у генератора, возбуждающего рассматриваемую цепь.

## НЕЛИНЕЙНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СРЕДЫ

Основные соотношения. Входящая в ф-лу (11.15) поляризованность P вещества в общем случае также целинейно зависит от напряженности E поля. Например, под действием внешнего поля. E нейтральные атомы и молекулы могут приобретать электрические дипольные моменты в результате смещения их положительных и отрицательных зарядов в противоположные стороны. Причем при смещении двух зарядов +q и -q на расстояние h образуется элементарный диполь с моментом p = hq, а поляризация среды, обусловленная паличием таких диполей, P = Np = N(hq), где N - число элементарных диполей в единице объсма.

Если бы во внешнем поле смещение h было пропорционально E(h=E const), то поляризованность среды P, а следовательно, и индукция D [см. ф-лу (11.15)] линейно зависели бы от напряженности E. Однако в атомах и молекулах смещение зарядов под воздействием внешнего поля в общем случае не пропорционально-

E, и поэтому зависимость индукции (D от E аналогично (11.16) можно представить в виде степевного ряда:

$$D = (e_0 + \chi_1)E + \chi_2 E^2 + \chi_3 E^3 + \cdots, \qquad (11.17)$$

откуда

$$\mathbf{\varepsilon} = (\varepsilon_{\theta} + \chi_1) + \chi_2 E + \chi_3 E^2. \tag{11.18}$$

Как показывает эксперимент, коэффициєнты ряда быстро убывают, и поэтому при малых E практически приходится считаться лишь с его первым членом, отражающим линейную зависимость между D н E. Коэффициенты  $\chi_2, \chi_3, \ldots$  при последующих членах ряда убывают по порядку величины пропорционально напряженности внутриатомного электрического поля. Ниыми словами, учет квадратичного и тем более последующих членов дает заметную поправку только в том случае, если напряженность внешнего поля соизмерима с внутриатомным полем  $E_a(E_a \sim 10^7 \pm 10^9 \text{ B/cm})$ .

До появления лазеров практически не приходилось сталкиваться с такими сильными внешними полями, и потому было дринято считать, что  $\varepsilon \neq f(E)$ . Однако эксперименты в полях лазерного луча заставили изменить эти усгоявшиеся представления.

Рассмотрим, какие новые эффекты и явления можно ожидать в полях, описываемых выражением (11.17), когда в последнем необходимо учитывать составляющие второй и третьей степени.

Нелинейный конденсатор. Найдем ток в цепи рис. 11.12, состоящей из генератора сипусондального напряжения U и конденсатора, заполненного нелинейным диэлектриком. Учитывая ф-лу (11.18), получаем

$$\dot{I} = \dot{U} \mathbf{i} \,\omega \,C = (\dot{E}d) \mathbf{i} \,\omega \left(\mathbf{e} \frac{S}{d}\right) = \mathbf{i} \,\omega \,SD = \mathbf{i} \,\omega \,S \left[(\mathbf{e}_0 + \boldsymbol{\chi}_1) \dot{E} + \boldsymbol{\chi}_2 \dot{E}^2 + \boldsymbol{\chi}_3 \dot{E}^3 \dots\right],$$
(11.19)

где S и d — площадь пластин конденсатора и расстояние между ними.

Полагая в данном случае  $U = U_m \cos \omega t$  и учитывая. что  $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha)$  и  $\cos^3 \alpha = -\frac{1}{4} (3 \cos \alpha + \cos 3\alpha)$ , находим

$$I = i \omega S \left[ (\varepsilon_0 + \chi_1) E_m \cos \omega t + \frac{\chi_2 E_m^2}{2} (1 + \cos 2\omega t) + \left( \frac{3}{4} \chi_3 E_m^3 \cos \omega t + \frac{\chi_2 E_m^2}{4} \cos 3\omega t \right) + \cdots \right] - i \omega S \left[ \left( \varepsilon_0 + \chi_1 + \frac{3}{4} \chi_3 E_m^3 \right) E_m \cos \omega t + \frac{\chi_2 E_m^2}{2} + \frac{\chi_2 E_m^2}{2} \cos 2\omega t + \frac{\chi_3 E_m^3}{4} \cos 3\omega t + \cdots \right] \right] \cdot (11.20)$$

248

Из полученного выражения следует три важных для дальнейшего изложения вывода:

-- квадратичный и кубичный члены ряда (11.17) обусловливают явление в цепи токов второй и третьей гармоник;

- квадратичный член ряда обусловливает появление в цени постоянной составляющей тока (ішŠ x2Em/2), характерной для процесса детектирования (аналогично процессу летектирования в цепи диода);

-- кубичный член ряда обусловливает появление в цени дополнительного тока основной частоты (ios  $\frac{3z_3E_m^2}{1000}\cos \omega t$ ). Но это означает,

что ток основной частоты не пропорционален Рис. 11.12. Цепь, соприложенному напряжению, что удобно трактовать как изменение в сильных полях диэлекпроницаемости среды трической  $(\epsilon_0\chi_1 +$  $+\frac{3}{4}\chi_3 E_m^3$ ), т. е. как появление зависимости



стоящая из генератосинусоидального pa напряжения и нелинейного конденсатора

диэлектрической проницаемости от напряженности поля.

Таким образом, в сильных полях нелинейный диэлектрик не голько вызывает появление в цепи постоянной составляющей и гармоник тока, но и изменяет свою диэлектрическую проницаемость.

Общий случай. Выводы, полученные при рассмотрении цепи с нелинейным конденсатором, справедливы и для ценей с распределенными постоянными, например, при распространении световой волны в протяжениом нелинейном диэлектрике. В этом случае ход рассуждений аналогичен предыдущему, по явления в цени несколько усложняются. А именно, возбуждение волны с вектором Е наводит в такой среде в соответствии с ф-лой (11.17) нелинейно зависящую от Е индукцию D, т. е. индукцию, состоящую из гармоник и постоянной составляющей. Но из уравнения Максвелла (rot  $H = \partial D/\partial t$ ) следует, что это эквивалентно возбуждению в среде электроманитных воли с теми же частотами (переменные электрические поля не существуют независимо от марнитных, гак как всякое изменение одного поля неизбежно вызывает появление другого).

Таким образом, при возбуждении в нелинейной среде электромагнитных колебаний с помощью монохроматического источника в среде вместо монохроматической волны возбуждается целый ряд воли с кратными частотами (генерация гармоник) и появляется постоянная составляющая электрической индукции (эффект детектирования), а диэлектрическая проницаемость среды в области, где распространяется луч лазера, соответственно изменяется.

## ЯВЛЕНИЯ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ПОЛЯРИЗАЦИИ Р

Возбуждение гармоник. При пропускании мощного пучка рубинового лазера через кристалл (например, кварца или KDP) на выходе, помимо излучения лазера ( $\lambda$ =0,6943 мкм), наблюдается ультрафиолетовое излучение с частотой, в два раза большей ( $\lambda$ =0,3471). Аналогично невидимый инфракрасный луч лазера на неодимовом стекле ( $\lambda$ =1,0660 мкм) при прохождении в кристалле вызывает появление луча с частотой, находящейся в зеленой области видимого спектра ( $\lambda$ =0,5330 мкм).

Самофокусировка луча. На рис. 11.13 показано распространение луча рубинового лазера в интробензоле при малой и большой мощности (в вакууме рассматриваемое явление отсутствует). При малой мощности (рис. 11.13а) сечение луча в жидкости увеличивается: луч как бы расплывается за счет дифракционных явлений. Наоборот, при большой мощности (рис. 11.13б) сечение луча уменьшается, так как в области луча значение є возрастает



Рис. 11.13. Луч лазера в нитробензоле: а) малой мощности; б) большой мощности и область работает примерно так же, как диэлектрический волновод<sup>1</sup>).



Рис. 10.14. Схема устройства для детектирования луча лазера

Оптическое детектирование. Схема устройства, позволяющая наблюдать оптическое детектирование, показана на рис. 11.14. Здесь кристалл кварца, помещенный между пластинами конденсатора, пронизывается амплитудно промодулированным лучом лазера. Квадратичный член ряда (11.17) [см. также ф-лы (11.19) и (11.20)] обусловливает в кварце постоянную составляющую вектора элек-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Если проницаемость днэлектрического стержня (волновода) больше диэлектрической проницаемости окружающей среды, то энергия, распространяемая в стержне, не рассеивается в окружающее пространство.

трической индукции, которая наводит во внешней цели ток и соответствующее напряжение на резисторе *R*. Форма этого напряжения совпадает с формой огибающей амплитудно промодулированного луча.

## НЕЛИНЕЙНОСТЬ ЗАТУХАНИЯ СРЕДЫ

Эффект просветления. Среда, непрозрачная при малой мощности луча, при большой мощности может стать прозрачной. Это объясняется тем, что в нормальном состоянии вещества населенность его нижних уровней всегда больше населенности верхних, и поэтому электромагнитная волна, частота которой совпадает с частотой одного из переходов, при распространении в такой среде затухает, причем интенсивность затухания тем больше, чем больше разность населенностей (см. гл. 7). Энергия волны при этом расходуется на увеличение населенности верхнего уровня.

Однако при малой мощности волны населенность верхнего уровня возрастает лишь незначительно даже при длительном взаимодействии вещества с волной, так как параллельно с возрастанием населенности верхнего уровня возрастает интенсивность релаксации и спонтанных переходов, т. е. усиливается процесс удаления частиц с верхнего уровня. Поскольку при малой мощности волны разность населенностей остается все время большой, то ее затухание в среде огносительно велико.

Наоборот, при большой мощности волны интенсивность вынужденных переходов становится преобладающей по сравнению. с интенсивностью релаксационных и спонтанных переходов, и потому населенность уровней выравнивается. Но малая разность населенностей уровней означает, что затухание волны в такой среде должно быть относительно небольшим. В такой среде должен теряться лишь небольшой процепт от всей мощности волны (абсолютная величина потерь мощной волны будет, конечно, значительно больше абсолютной величины потерь волны малой мощности). Поэтому среда, не прозрачная в луче малой мощности, может быть прозрачной в луче большой мощности.

Эффект потемнения (многофотонное поглощение). При малой мощности волны поглощаются лишь фотоны, частоты которых совпадают с частотой одного из переходов вещества. Однако при очень большой мощности волны резко возрастает интенсивность многофотонного поглощения<sup>1</sup>), когда одновременно поглощаются два или в общем случае несколько фотонов, сумма частот которых равна частоте  $f_{mp}$  рассматриваемого перехода:  $f' + f'' + f''' + \dots + \dots + f_{mp}$ . При этом с увеличением мощности волны сначала заметным становится двухфотонное поглощение, а при дальнейшем

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) В принципе, это явление существует и при малой мощности, но выражено столь слабо, что в обычных условиях практически не наблюдается.

се увеличении — трехфотонное и более. При достигнутых в настоящее время мощностях уже удается наблюдать шести- и семифотонные поглощения.

Поэтому среда, прозрачная при малой мощности волны, может оказаться непрозрачной при большой мощности, если частота одного из ее переходов окажется кратной частоте волны. А если среда облучается волнами нескольких частот, то она может стать непрозрачной на частотах, сумма которых равна частоте одного из ее переходов.

Экспериментально наблюдаемые явления многофотонного поглощения. Фотоэлектронная эмиссия при малой мощности волны возможна только при энергии фотонов, превышающей энергию новизации вещества (краспая граница фотоэффекта). Однако в луче лазера удается наблюдать фотоэффект при частотах луча в два-три, а чиюгда и в шесть-семь раз меньше указанной величины.

Если пропустить через вещество свет от лампы накаливания (со сплошным спектром), то спектрограф обнаружит полосы поглощения, свойственные атомам и молекулам данного вещества. Однако если среду дополнительно осветить лазером, то спектрограф покажет, что в среде донолнительно появилась одна или несколько полос поглощения (частоты которых в сумме с частотой лазера оказались равными частоте одного из переходов вещества)<sup>1</sup>.

В заключение следует заметить, что рассмотренные явления составляют лишь часть наблюдаемых и уже используемых в оптическом диапазоне нелинейных явлений. Ограниченный объем

книги не позволяет рассмотреть этот вопрос более подробно. Поэтому укажем лишь, что, помимо рассмотренных явлений, большое практическое значение имеет явление параметрической генерации в среде одновременно двух частот  $\omega_1 п \omega_2$ , в сумме равных частоте  $\omega_n$  возбуждаемой в среде волны:  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_n$ . Возбуждение колебаний этих частот определяется теми же принципами, которые заложены в параметрических усилителях и генераторах. Использование этого принципа уже позволило создать квантовые генераторы с плавно перестраиваемой частотой генерации.

Далее, в средс возможно появление комбинационных частот, если в ней одновременно распространяются колебания нескольких частот (общее свойство всех нелинейных цепей).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Этот пример, в частности, локазывает, что многофотопное поглощение возможно и в том случае если только один источник из двух обладает очень большой мощностью.
## Приложение

## ПАРАМЕТРЫ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Найдем напряжение и ток на участке между неоднородностью  $K_1$  и сечением *AB* (рис. 9.16) методом последовательных отражений. Для этого будем полагать, что левая неоднородность  $K_1$  обладает коэффициентом отражения  $\dot{\mathbf{k}} = \dot{\mathbf{U}}_{orp} - \mathbf{k} e^{-\mathbf{i}} (\pi + \varphi) = -\mathbf{k} e^{-\mathbf{i}\varphi}$  и коаффициентом тражения T

 $\dot{K}_1 = \frac{\dot{U}_{orp}}{\dot{U}_{nag}} = K_1 e^{-i(\pi + \varphi)} = -K_1 e^{-i\varphi}$  и коэффициентом прохождения  $T_1 = i\pi z$ 

 $=\dot{U}_{np}/\dot{U}_{nag}$ , где  $\dot{U}_{nag}=\dot{U}_{m}$  вад е  $-i\kappa_z^z$  — волна напряжения, надающая из антенны на неоднородность  $K_1$ . Аналогично правую от сеченыя *AB* часть резонатора будем рассматривать как некоторое комплексное сопротныление с коэффициентом отражения  $K_2$ .

Тогда при падении волны  $\dot{U}_{nan}$  на неоднородность  $K_1$  через последнюю пройдет волна  $\dot{U}'_{np} = \dot{T}_1 \dot{U}_{m \ nag} e^{-i\kappa_2 z}$ , которая при отражении от сечения AB создаст волну, идущую налево:  $\dot{U}'_{nen} = (\dot{K}_2 T_1 \dot{U}_{m \ nag} e^{-i\kappa_2 l} e^{i\kappa_2 (z-l)})$ . Эта волна, в свою очередь, при отражении от неоднородности  $K_1$  создаст пополнительную волну, идущую ваправо:  $\dot{l}''_{nen} = (\dot{K}_1 K_2 T_1 \dot{U}_{m \ nag} e^{-i\kappa_2 l}) e^{-i\kappa_2 (z-l)}$ .

Продолжая рассуждения, убеждаемся в том, что результирующее поле на участке между цеолнородностью и сечением AB будет состоять из двух встречных воли, каждая из которых выражается бескопечной суммой типа геометрической прогрессии. Складывая волны и учитывая формулу для бескопечной геометрической прогрессии  $1+a+a^2+a^3+\ldots = 1/(1-a)$ , находим результирующее напряжение и ток в сечении AB.

Для частного случая режима холостого хода ( $\dot{K_2} = \pm 1$ ) напряжение  $U_{xx}$  в сечении AB будет иметь вид

$$\dot{U}_{m \text{ xx}} = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{U}_{np}^{(n)} + \sum_{n=1}^{\infty} \dot{U}_{neB}^{(n)} - \frac{2\dot{T}_1 e^{-i\kappa_z l}}{1 - \dot{K} e^{-i2\kappa_z l}} \dot{U}_{m \text{ nag}}$$
(II.1)

и соответственно ток  $J_{k3}$  в режиме короткого замыкания ( $\dot{K}_2 = -1$ )

$$\dot{I}_{m \, \mathrm{K3}} = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{I}_{m \, \mathrm{np}}^{(n)} - \sum_{n=1}^{\infty} \dot{I}_{m \, \mathrm{nes}}^{(n)} = \frac{1}{Z_0} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \dot{U}_{m \, \mathrm{np}}^{(n)} - \sum_{n=1}^{\infty} \dot{U}_{m \, \mathrm{nes}}^{(n)} \right) = \frac{2\dot{T}_1 \,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\kappa_2 l}}{1 + K_1 \,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\kappa_2 l}} \,\dot{U}_{m \, \mathrm{nag}}. \tag{1.2}$$

253

Отсюда внутреннее сопротивление эквивалентного генератора

$$Z_{1} = \frac{\dot{U}_{m \text{ xx}}}{\dot{I}_{m \text{ x3}}} = Z_{0} \quad \frac{1 + \dot{K_{1}} e^{-i2\kappa_{z} l}}{1 - \dot{K_{1}} e^{-i2\kappa_{z} l}} = Z_{0} \frac{1 - K_{1} e^{i2\kappa_{z} l'}}{1 + K_{1} e^{-i2\kappa_{z} l'}} . \tag{\Pi.3}$$

Здесь введено обозначение:  $2\kappa_z l_1 + \varphi_1 = 2\kappa_z l'$ , где  $l'_1$  – приведенное расстояние, физически показывающее то расстояние, на котором должна была бы находиться неоднородность К1, если бы фаза отраженной от нее волны была бы равна 180° (ф1=0).

Используя формулу Эйлера  $e^{-ix} = \cos x - i \sin x$ , выражение (П.3) можно привести к одному из двух следующих видов:

$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{Z_0} \frac{(1 - K_1)^2 \left(1 + \lg^2 \kappa_2 t_1'\right) - i \, 4K_1 \, \lg \kappa_2 t_1'}{(1 - K_1)^2 + (1 + K_1)^2 \, \lg^2 \kappa_2 t_1'} , \qquad (\Pi.4)$$

$$Z_{1} = Z_{0} \frac{(1 - K_{1})^{2} \left(1 + \lg^{2} \kappa_{2} t_{1}'\right) + i \, 4K_{1} \, \lg \kappa_{2} t_{1}'}{(1 + K_{1})^{2} - (1 - K_{1})^{2} \, \lg^{2} \kappa_{2} \, t_{1}'} \,. \tag{\Pi.5}$$

Если на частоте  $f_0$  приведенное расстояние  $l'_1 = n \lambda_0/2$ , то для области частот вблизи этого значения из ф-лы (П.5) с учетом tgxzl' «1 получаем приближенное выражение, удобное для практических расчетов (полагаем  $l' \approx l$ ):

$$Z_{1} = Z_{1y3} = R_{1y3} + i X_{1y3}, \qquad (\Pi.6)$$
  
rge  $R_{1y3} \approx Z_{0} \frac{1 - K_{1}}{1 + K_{1}}, \quad X_{1y3} \approx Z_{0} \frac{4K_{1}}{(1 + K_{1})^{2}} \text{ ig } \kappa_{2} l \approx Z_{0} \frac{4K_{1}}{(1 + K_{1})^{2}} n \pi \frac{\Delta \omega}{\omega_{0}}.$ 

Полученные формулы соответствуют эквивалентной схеме последовательного колебательного контура рис. 9.2а.

Если на частоте  $f_0$  приведенное расстояние  $l_1 = (2n+1) \lambda/4$ , то для области частот вблизи этого значения из ф-лы (П.4) с учетом tgk<sub>2</sub>l<sub>1</sub> ≫1 получаем приближенное выражение (полагаем  $l' \approx l$ ):

$$\frac{1}{Z_{1}} = \frac{1}{Z_{1}\pi y_{q}} = \frac{1}{R_{1}\pi y_{q}} + \frac{1}{X_{1}\pi y_{q}},$$
  
rge  $R_{1}\pi y_{q} \approx Z_{0}\frac{1+K_{1}}{1-K_{1}}, X_{1}\pi y_{q} \approx \frac{1+K_{1}}{4K_{1}}Z_{0} \operatorname{tg} \kappa_{2} l \approx \frac{1+K_{1}}{4K_{1}}Z_{0}\frac{-2}{\pi (2n+1)\frac{\Delta \omega}{\omega_{0}}}.$   
(П.7)

Полученные формулы соответствуют эквивалентной схеме параллельного

колебательного контура рис. 9.26. Найдем сопротивление Z<sub>2</sub>. Разрежем мысленно схему рис. 9.3 по сеченик AB и отсоединим левую часть. Тогда сопротивление Z правой части схемы, состоящей из линии l2 с подсоединенным на ее конце сопротивлением Z3, будет на «клеммах» AB определяться известной из теории длинных линий формулой

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{\frac{Z_3}{Z_0} - i \cdot i \, \text{tg} \, \kappa_z \, l_z}{1 + i \frac{Z_3}{Z_0} \, \text{tg} \, \kappa_s l_z}$$
(Π.8)

254

Если линия обладает усилением или потерями, то к, комплексио. При этом

$$tg \kappa_{z} l = \frac{tg \kappa_{z}' l \left(1 - th^{2} \kappa_{z}' l_{2}\right) - i th \kappa_{z}'' l_{2} \left(1 + tg^{2} \kappa_{z}' l_{2}\right)}{i + \left(tg \kappa_{z}' l_{2} th \kappa_{z}'' l_{2}\right)^{2}} \approx tg \kappa_{z}' l_{2} - i \kappa_{z}'' l_{2}$$

$$\begin{pmatrix} tg \kappa_{z}' l_{2} \ll 1, \\ th \kappa_{z}'' l_{2} \ll 1 \end{pmatrix}.$$
(Π.9)

Подставляя указанное приближенное значение для  $tg\kappa_2 l$  (физически приближения соответствуют линии с малым усилением либо с малыми потерями и с длиной, примерно равной целому числу полуволн) в ф-лу (П.8), получим с учетом тех же приближений и дополнительно  $Z_3 \ll Z_0$ .

$$\frac{Z}{Z_{0}} = \frac{\frac{Z_{3}}{Z_{0}} \left(1 + \lg^{2}\kappa_{z}' l_{2}\right) + \kappa_{z}' l_{2} \left(1 + \frac{Z_{3}}{Z_{0}}\kappa_{z}'' l_{2} + \frac{Z_{3}^{2}}{Z_{0}^{2}}\right) + i \lg \kappa_{z}' l_{3} (1 - Z_{3}'^{2})}{\left(1 + \frac{Z_{3}}{Z_{0}}\kappa_{z}'' l_{2}\right)^{2} + \left(\frac{Z_{3}}{Z_{0}} \lg \kappa_{z}' l_{3}\right)^{2}} \approx \frac{Z_{3}}{Z_{0}} + \kappa_{z}'' l_{3} + i \lg \kappa_{z}' l_{2} = \frac{Z_{3}}{Z_{0}} + \frac{Z_{2}}{Z_{0}}, \qquad (\Pi.10)$$

где

$$\frac{Z_2}{Z_0} = \kappa''_2 l_2 + \mathrm{i} \, \mathrm{tg} \, \kappa'_2 l_2.$$

- 1. Гвоздовер С. Д. Теория электропиых приборов сверхвысоких частот. М., Гостехиздат, 1956.
- 2. Канман Ю. А. Вопросы теории многорезонаторных клистронов М., Связьнзлат. 1958.
- З. Ковалсико В. Ф. Ввеление в электронику сверхвысоких частот. М. «Советское радно», 1955.
- 4. Кручкович Г. И., Мордасова Г. М., Подольский В. А., Римский-Корсаков Б. С., Сулейманова Х. Р., Чегис П. А. Сбор-ник задач и упражнений по слециальным главам высшей математики. Под общей редакцией Г. И. Кручковича. М., «Высшая школа», 1970.
- 5. Тебедев И. В. Техника и приборы сверхвысоких частот. Т. Н. Электровакуумные приборы сверхвысоких частот. М., «Энергия», 1964.
- 6. Стельмахов. Основы электроники свч приборов со скрещевными полями. М., 1963.
- 7. Тагер А. С., Мельников А. И., Кобельков Г. П., Цебиев А. М. Генерация и усиление радноволи синтиметрового и миллиметрового дианазонов с помощью полупроводникового диода в области положительного наклона его статической вольтампериой характеристеки. Двлюм на открытис № 24, приоритет 27/Х 1959 г.
- 8. Шевчик В. Н. Основы электроннки сверхвысоких частот. М. «Советское радно», 1959.
- 9 Ширман Я. Д. Радноволноводы и объемные резонаторы. М., Связьиздат, 1959.

## ЛИТЕРАТУРА ПО РАЗДЕЛУ «КВАНТОВЫЕ ПРИБОРЫ»

- 10. Джордл Бирибаум. Онтические квантовые генераторы. М., «Советское радно», 1967.
- 11. Васильев В. П. Квантовые приборы СВЧ. Мазеры. М., ВЗЭИС, 1968. 12. Васильев В. П. Квантовые приборы СВЧ. Лазеры, М., ВЗЭИС, 1968.
- 13. Васильев В. Н., Слободенюк Г. И., Трифонов В. И., X 0тунцев Ю. Л. Регенератавные полупроводниковые нараметрические усилители. М., «Советское радно», 1905.
- 14. Дьяков В. А. Введение в квентовую электронику. М., «Энергия», 1969. 15. Инденко Е. Ф. Климков Ю. М. Онтические квантовые генераторы. М., «Советское радно», 1968.
- 16. Катыс Г. П., Кравцов Н. В., Чирков Л. Е., Коновалов С. И. Модуляция и отклонение оптического налучения. М., «Паука», 1967.
- 17. Лейдьел Б. Лазеры, М., «Мир», 1964.
- 18. Микаэлян А. Л., Тер-Микаэлян М. Л., Турков Ю. Г. Оптические генераторы на твердом теле. М., «Советское радно», 1967.
- 19. Микаэлян А. Л. Голография, М., «Знание», 1968.
- 20. Орасвский А. П. Молекулярные тенераторы. М., «Наука», 1964.
- 21. Сигмен А. Мазеры, М., «Мир», 1966.
- 22. Чернышев В. Н., Шереметьев А. Г., Кобзев В. В. Лазеры в системах евязи. М., «Связь», 1966.
- 23. Оптические кваштовые генераторы. Сборник статей под ред. Ф. В. Бункина. М., «Мир», 1966.
- 24 Квантовая электроннка. Малелькая эщиклонедия. М., «Советская энциклопедия», 1969.
- 25. Кручкович-Г.И., Мордасова Г. М., Подельский B. A., Римский Корсаков Б. С., Сулейманова Х. Р., Чегис И. А. Сборник задач и упражнений по специальным главам высшей математики. Под общей ред. Г. И. Кручковича. М., «Высшая школа», 1970.
- 26. Fox A. G. Li T. Bell system Technical Journal 40 453 (1961).
- 27. Kogelnik H. and Rigrod W. W. Proceedings JRE (Corres.) v. 50.220, 1962 r.